



# Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

# Tesis de Maestría

Comparación de modelos de circuito eléctrico equivalente para una batería de Ion-Litio con validación experimental

# presentada por Ing. Donaciano Flores Gaspar

# como requisito para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis Dra. Ma. Guadalupe López López

Codirector de tesis **Dr. José Francisco Gómez Aguilar** 

Cuernavaca, Morelos, México. Julio de 2020.







Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Dirección

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Cuernavaca, Mor., No. de Oficio: Asunto: 17/junio/2020 DIE/419/20 Aceptación de documentos de tesis

#### DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ SUBDIRECTOR ACADÉMICO PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Donaciano Flores Gaspar, con número de control M18CE086 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Comparación de modelos de circuito eléctrico equivalente para una batería de Ion-Litio con validación experimental" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

**DIRECTOR DE TESIS** 

111100

Dra. Ma. Guadalupe López López Doctora en Ciencias en Ingeniería Química Cédula profesional 7980045

**REVISOR 1** 

Dr. Carlos Daniel García Beltrán Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica Cédula profesional 8699605 CODIRECTOR DE TESIS

Tose Fro Some ?

Dr. José Francisco Gómez Aguilar Doctor en Física Cédula profesional 9124781

**/ISOR 2** 

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica Cédula profesional 8031070

C.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera- Jefa del Departamento de Servicios Escolares Estudiante Expediente

MPS/Irr.



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490Cuernavaca, Morelos. Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 4101, e-mail: dir\_cenidet@tecnm.mx

www.tecnm.mx | www.cenidet.tecnm.mx













Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Cuernavaca, Morelos 13/julio/2020 OFICIO No. SAC/ 211/2020 Asunto: Autorización de impresión de tesis

#### DONACIANO FLORES GASPAR CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA P R E S E N T E

Por este conducto tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Comparación de modelos de circuito eléctrico equivalente para una batería de lon-Litio con validación experimental"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

#### ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica» "Conocimiento y tecnología al servicio de México"

DR. GERARDO VICENTE GÜERRERO RAMÍREZ SUBDIRECTOR ACADÉMICO



CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

C.c.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera. Jefa del Departamento de Servicios Escolares Expediente GVGR/CHG



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos. Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 4106, e-mail: dir\_cenidet@tecnm.mx

www.tecnm.mx | www.cenidet.edu.mx







# DEDICATORIA

A mi madre Apolonia Gaspar Ramos, por todo el esfuerzo, apoyo y amor incondicional que me ha brindado a cada momento. Este es un logro que sin ella no sería posible.

A mi hermana Leticia Flores y Carmela Flores por el apoyo brindado en el emprendimiento de esta etapa de mi vida.

A mi hermano Miguel Flores por siempre ser una persona que me ha inspirado a superarme a mí mismo, por compartir su alegría y cariño siempre conmigo.

# Agradecimientos

A mi madre y hermanos de los cuales siempre me han brindado su apoyo en tiempos donde los he necesitado. Este logro no es solo mío, es de todos ellos.

A mis asesores Dra. Guadalupe López López y Dr. José Francisco Gómez Aguilar de los cuales siempre he recibido apoyo, consejos y parte del conocimiento que han compartido conmigo.

A los miembros de mi comité revisor Dr. Carlos Daniel García Beltrán y Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez por brindarme sus consejos y observaciones durante el desarrollo de este trabajo.

A mis compañeros y amigos con los que he tenido la fortuna de convivir y pasar momentos inolvidables al igual profesores con los cuales he tenido el placer de convivir en esta etapa de mi vida, al Dr. Manuel Adam Medina y Lic. Lorena Ruiz Ramírez por el apoyo y consejos brindados.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo y oportunidades brindadas para la realización de una meta más en mi vida.

Finalmente, al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) y a todo el personal que conforma la institución por hacer posible este logro.

### Resumen

En esta tesis se presenta la comparativa de 5 modelos en circuito eléctrico equivalente (ECM) para una batería de Ion-Litio y validación experimental. La estimación de parámetros de los 5 diferentes modelos se realizan mediante el algoritmo de Filtro de Kalman Extendido (EKF) para estimar estados y parámetros.

Primeramente, se realiza la experimentación con 4 baterías del mismo modelo, las pruebas realizadas son carga y descarga, descarga mediante el perfil HPPC y para validación se realiza la prueba de estrés dinámico.

Posteriormente se realiza la estimación de 3 funciones UOC(SOC) con las diferentes baterías y sacar un promedio, seguido a esto se realiza una pequeña comparación entre el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos y el EKF para comparar las estimaciones de ambos algoritmos, sus ventajas y desventajas. Para continuar se toma solo el EKF para realizar las estimaciones de los 5 modelos de circuito eléctrico equivalente en combinación con 3 diferentes funciones UOC(SOC) para realizar la estimación de parámetros. De los parámetros estimados con el EKF se extraen parámetros constantes para los diferentes ECM y tener una comparativa entre ellos.

Finalmente se comparan los errores obtenidos de las estimaciones obtenidas con el EKF y de los ECM con parámetros constantes. También se realiza la comparación de la dinámica que entregan los 5 diferentes modelos y la validación de estos. Como último punto se analizan las diferentes estimaciones de parámetros de las distintas baterías y su contribución en la dinámica de los modelos ECM.

## Abstract

This thesis presents the comparison of 5 models in equivalent electrical circuit (ECM) for a lon-Lithium battery and experimental validation. Parameter estimation of the 5 different models is performed using the Extended Kalman Filter (EKF) algorithm to estimate states and parameters.

First, experimentation is carried out with 4 batteries of the same model, the tests carried out are charge and discharge, discharge using the HPPC profile and for validation, the dynamic stress test is carried out.

Subsequently, the estimation of 3 functions UOC(SOC) is made with the different batteries and an average is obtained, followed by a small comparison between the recursive least squares algorithm and the EKF to compare the estimates of both algorithms, their advantages and disadvantages. To continue, only the EKF is taken to make the estimations of the 5 models of the equivalent electrical circuit in combination with 3 different functions UOC(SOC). to make the parameter estimation. Constant parameters for the different ECMs are extracted from the parameters estimated with the EKF and have a comparison between them.

Finally, the errors obtained from the estimates obtained with the EKF and from the ECM with constant parameters are compared. The dynamics provided by the 5 different models and their validation are also compared. As a last point, the different parameter estimates of the different batteries and their contribution to the dynamics of the ECM models are analyzed.

# ÍNDICE

1 In	troducción	1
1.1	Antecedentes	2
1.2	Estado del arte	3
1.3	Justificación	6
1.4	Planteamiento del problema y propuesta de solución	7
1.5	Metas	9
1.6	Objetivos	۰ ۹
1.0	6.1 Objetivo general	ر ۹
1.6	6.2 Objetivos específicos	9 9
1.7	Organización del documento	9
2 M	larco teórico	11
2.1	Batería Ion-Litio	11
2.2	1.1 Fallas comunes en baterías de Ion-Litio	13
2.2	1.2 Condiciones y abuso en las operaciones de control	14
2.2	Modelos de circuito eléctrico equivalente para una batería	15
2.2	2.1 Análisis del modelo de R <sub>int</sub>	16
2.2	2.2 Análisis del modelo de Thévenin	17
2.2	2.3 Análisis del modelo Thévenin doble	19
2.2	2.4 Análisis del modelo PNGV	21
2.2	2.5 Análisis del modelo PNGV mejorado	22
2.3	Estado de carga de una batería (SOC)	24
2.4	UOC-SOC	26
2.5	Mínimos cuadrados	27
2.6	Filtro de Kalman Extendido para estimar estados y parámetros	28
3 M	lateriales y experimentación con la batería de Ion-Litio	32
3.1	Materiales	34
3.2	Pruebas experimentales	38
4 Re	esultados	40
4.1	Funciones UOC(SOC)	40
4.2	1.1 Estimación de los parámetros de las funciones UOC(SOC) mediante una función polinomial	41

4.1.	2 Estimación de los parámetros de las funciones UOC(SOC) mediante una función logarítmica	45
4.1.	B Estimación de los parámetros de las funciones UOC(SOC) mediante una función Mixta	49
4.1.4	4 Comparación de errores de funciones UOC(SOC)	52
4.2	Comparación RSM y EKF	53
4.3	Modelo R <sub>int</sub>	58
4.3.	1 Estimación de parámetros con EKF y función UOC(SOC) logarítmica	59
4.3.	2 Estimación de parámetros con EKF y función UOC(SOC) polinomial	62
4.3.	3 Estimación de parámetros con EKF y función UOC(SOC) mixta	65
4.3.4	4 Evaluación de error para modelos R <sub>int</sub>	68
4.4	Modelo de Thévenin	69
4.4.	1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo	69
4.4.	2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial	74
4.4.	3 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta	77
4.4.4	4 Evaluación de error de los modelos de Thévenin	80
4.5	Modelo de PNGV	80
4.5.	1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo	80
4.5.	2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial	86
4.5.	3 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta	89
4.5.4	4 Evaluación de error de los modelos PNGV	92
4.6	Modelo de Thévenin Doble	92
4.6.	1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo	92
4.6.	2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial	97
4.6.	3 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta	100
4.6.4	4 Evaluación de error de los modelos Thévenin doble	103
4.7	Modelo de PNGV mejorado	104
4.7.	1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo	104
4.7.	2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial	109
4.7.	3 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta	113
4.7.4	4 Evaluación de error de los modelos PNGV mejorado	116
4.8	Comparación de modelos	117
4.9	Validación	120
5 Cor	nclusión	126
5 1	Trabaios futuros	
у. <u>т</u>		127
o BID	liograjia	129
7 Ane	2xos	134

Α.	Resultados de medición de temperatura	134
в.	Discretización de las ecuaciones diferenciales	137
C.	Implementación de algoritmo de EKF para estados y parámetros	140
D.	Tablas de errores de carga y descarga estimados con los UOC(SOC)	146
Ε.	Gráficas de resultados de estimación de parámetros	147
	I. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo R <sub>int</sub>	147
	II. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo R <sub>int</sub>	148
	III. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo R <sub>int</sub>	148
	IV. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo Thévenin	149
	V. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo Thévenin	151
	VI. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo Thévenin	153
	VII. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo PNGV	154
	VIII. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo PNGV	157
	IX. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo PNGV	159
	X. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo Thévenin doble	160
	XI. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo Thévenin doble	162
	XII. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo Thévenin doble	164
	XIII. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo PNGV mejorado	165
	XIV. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo PNGV mejorado	168
	XV. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo PNGV mejorado	170

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Modelo R <sub>int</sub> (Cea & Iván, 2017)	16
Figura 2 Modelo de Thévenin (Cea & Iván, 2017)	18
Figura 3 Modelo Thévenin doble (Cea & Iván, 2017)	19
Figura 4 Modelo PNGV (Cea & Iván, 2017)	21
Figura 5. Modelo PNGV mejorado (Li, 2017)	23
Figura 6 Diagrama de instrumentación	33
Figura 7 DAQ para adquisición de datos	35
Figura 8 Sensor de corriente bilineal	35
Figura 9 Sensor de voltaje	
Figura 10 Termopar y adaptador universal	36
Figura 11 Batería de Ion-Litio PSL-12450	37
Figura 12 Batería IFR18650EC-1.5Ah	37
Figura 13 Fuente de voltaje	37
Figura 14 Carga electrónica	38
Figura 15 Perfil de OCV-SOC (Plett, 2015)	38
Figura 16 Perfil HPPC (Makinejad et al., 2015)	39
Figura 17 Perfil DST (Cai et al., 2017)	40
Figura 18 UOC(SOC) con función polinomial a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4	42
Figura 19 Promedio de funciones UOC(SOC) polinomiales	45
Figura 20 UOC(SOC) con función logaritmo a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4	46
Figura 21 Promedio de funciones UOC(SOC) de logaritmos	48
Figura 22 UOC(SOC) con función Mixta a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4	50
Figura 23 Promedio de funciones UOC(SOC) Mixtas	52
Figura 24 Aproximaciones UOC(SOC)	54
Figura 25 Perfil de corriente HPPC	55
Figura 26 Estimación de RO estimada con RSM	56
Figura 27 Estimación 1 con el EKF y las funciones UOC(SOC)	57
Figura 28 Estimación 2 de RO estimada con EKF	58

Figura 29 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	59
Figura 30 Salida del sistema con EKF	60
Figura 31 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) logarítmico	60
Figura 32 Salida del sistema con parámetros constantes	61
Figura 33 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) de logaritmos	62
Figura 34 Salida del sistema con EKF	63
Figura 35 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) polinomial	63
Figura 36 Salida del sistema con parámetros constantes	64
Figura 37 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) de polinomio	65
Figura 38 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto	66
Figura 39 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto (Zoom)	66
Figura 40 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) mixto	67
Figura 41 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) de UOC(SOC) mixto	68
Figura 42 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	70
Figura 43 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	70
Figura 44 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo	71
Figura 45 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) logarítmica	71
Figura 46 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) logarítmica	72
Figura 47 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) logaritmo	73
Figura 48 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) logaritmo	73
Figura 49 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial	74
Figura 50 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) polinomial	75
Figura 51 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) polinomial	76
Figura 52 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) polinomial	76
Figura 53 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto	77
Figura 54 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto	78
Figura 55 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto	79
Figura 56 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto	79
Figura 57 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	81
Figura 58 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	

Figura 59 Cd estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	82
Figura 60 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo	83
Figura 61 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) logarítmica	83
Figura 62 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) logaritmos	
Figura 63 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) logaritmos	85
Figura 64 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) logaritmos	85
Figura 65 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial	86
Figura 66 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) polinomial	87
Figura 67 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) polinomial	88
Figura 68 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) polinomial	88
Figura 69 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto	89
Figura 70 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto	90
Figura 71 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto	91
Figura 72 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto	91
Figura 73 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	93
Figura 74 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo	94
Figura 75 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo	94
Figura 76 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) logarítmica	95
Figura 77 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) logaritmos	95
Figura 78 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) logaritmos	96
Figura 79 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) logaritmos	97
Figura 80 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial	98
Figura 81 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) polinomial	98
Figura 82 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) polinomial	99
Figura 83 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) polinomial	100
Figura 84 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto	101
Figura 85 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto	101
Figura 86 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto	102
Figura 87 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto	103
Figura 88 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo	105

Figura 89 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo	105
Figura 90 Capacitores Cd estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo	106
Figura 91 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo	106
Figura 92 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) logarítmica	107
Figura 93 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) logaritmos	107
Figura 94 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) logaritmos	108
Figura 95 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) logaritmos	109
Figura 96 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial	110
Figura 97 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) polinomial	111
Figura 98 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) polinomial	112
Figura 99 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) polinomial	112
Figura 100 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto	113
Figura 101 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto	114
Figura 102 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto	115
Figura 103 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto	115
Figura 104 Comparativa de modelos con EKF	117
Figura 105 Comparativa de modelos con parámetros constantes	119
Figura 106 Validación de modelos con parámetros constantes	120
Figura 107 Comparativa en base a los modelos Thévenin Doble	122
Figura 108 Comparativa en base a los modelos Thévenin Doble zoom	122
Figura 109 Comparativa en base a los modelos Thévenin Doble zoom 2	123
Figura 110 Comparación de modelo Thévenin y Thévenin doble	125
Figura 111 Medición de temperatura en bornes a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4	134
Figura 112 Diferencias de temperaturas en borne positivo	136
Figura 113 diferencias de temperaturas en borne negativo	136
Figura 114 Diferencias de temperaturas ante pulso HPPC	137
Figura 115 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	147
Figura 116 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	148
Figura 117 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	150
Figura 118 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	150

Figura 119 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial	151
Figura 120 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	152
Figura 121 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	152
Figura 122 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto	153
Figura 123 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	155
Figura 124 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	155
Figura 125 Cd estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	156
Figura 126 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial	156
Figura 127 R0 y R1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	157
Figura 128 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	158
Figura 129 Cd estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	158
Figura 130 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto	159
Figura 131 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	161
Figura 132 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial	161
Figura 133 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial	162
Figura 134 R0 y R1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	163
Figura 135 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) mixto	163
Figura 136 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto	164
Figura 137 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial	166
Figura 138 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial	166
Figura 139 Capacitores Cd estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial	167
Figura 140 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial	167
Figura 141 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) mixto	168
Figura 142 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) mixto	169
Figura 143 Capacitores Cd estimados con EKF y UOC(SOC) mixto	169
Figura 144 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto	170

### Índice de tablas

Tabla 1 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 1	42
Tabla 2 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 2	43
Tabla 3 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 3	43
Tabla 4 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 4	44
Tabla 5 Coeficientes para UOC(SOC) promedio con la función polinomio	45
Tabla 6 Coeficientes para UOC(SOC) con logaritmos batería 1	46
Tabla 7 Coeficientes para UOC(SOC) con logaritmos batería 2	47
Tabla 8 Coeficientes para UOC(SOC) con logaritmos batería 3	47
Tabla 9 Coeficientes para UOC(SOC) con logaritmos batería 4	47
Tabla 10 Coeficientes para UOC(SOC) promedio con la función de logaritmos	48
Tabla 11 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 1	49
Tabla 12 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 2	50
Tabla 13 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 3	51
Tabla 14 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 4	51
Tabla 15 Coeficientes para UOC(SOC) promedio con la función mixta	52
Tabla 16 Errores promedio de estimaciones con los UOC(SOC)	53
Tabla 17 Parámetros para modelo R <sub>int</sub> con UOC(SOC) logarítmica	62
Tabla 18 Parámetros para modelo R <sub>int</sub> con UOC(SOC) polinomial	65
Tabla 19 Parámetros para modelo R <sub>int</sub> con UOC(SOC) mixta	68
Tabla 20 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC)	
Tabla 21 Parámetros para modelo Thévenin con UOC(SOC) logarítmica	74
Tabla 22 Parámetros para modelo Thévenin con UOC(SOC) polinomial	77
Tabla 23 Parámetros para modelo Thévenin con UOC(SOC) mixto	80
Tabla 24 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC)	
Tabla 25 Parámetros para modelo PNGV con UOC(SOC) logarítmica	86
Tabla 26 Parámetros para modelo PNGV con UOC(SOC) polinomial	
Tabla 27 Parámetros para modelo PNGV con UOC(SOC) mixta	
Tabla 28 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC)	92
Tabla 29 Parámetros para modelo Thévenin doble con UOC(SOC) logarítmica	97
Tabla 30 Parámetros para modelo Thévenin doble con UOC(SOC) polinomial	100
Tabla 31 Parámetros para modelo Thévenin doble con UOC(SOC) mixta	103

Tabla 32 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC)	104
Tabla 33 Parámetros para modelo PNGV mejorado con UOC(SOC) logarítmico	109
Tabla 34 Parámetros para modelo PNGV mejorado con UOC(SOC) polinomial	113
Tabla 35 Parámetros para modelo PNGV mejorado con UOC(SOC) mixta	116
Tabla 36 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC) mixto	116
Tabla 37 Errores de modelos estimados con EKF	118
Tabla 38 Errores de modelos estimados con EKF en un pulso	118
Tabla 39 Errores de modelos estimados con los modelos y parámetros constantes	119
Tabla 40 Errores de modelos estimados con EKF en un pulso con parámetros constante	119
Tabla 41 Errores de modelos ante validación	121
Tabla 42 Errores de modelos ante validación y diferentes parámetros.	123
Tabla 43 Errores de modelos ante validación con diferentes parámetros	124
Tabla 43 Errores de función UOC(SOC) polinomial en carga y descarga	146
Tabla 44 Errores de función UOC(SOC) logarítmica en carga y descarga	146
Tabla 45 Errores de función UOC(SOC) mixta en carga y descarga	147
Tabla 46 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico	148
Tabla 47 Errores de los modelos R <sub>int</sub> con UOC(SOC) mixto	149
Tabla 48 Errores de los modelos R <sub>int</sub> con UOC(SOC) polinomial	149
Tabla 49 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto	153
Tabla 50 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico	154
Tabla 51 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial	154
Tabla 52 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico	159
Tabla 53 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto	160
Tabla 54 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial	160
Tabla 55 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico	164
Tabla 56 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto	165
Tabla 57 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial	165
Tabla 58 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico	170
Tabla 59 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto	171
Tabla 60 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial	171

#### 1 Introducción

En la actualidad las baterías de lon-Litio tienen un uso importante en dispositivos electrónicos y también en vehículos eléctricos. Para obtener información de la batería se realizan estimaciones del estado de carga, estado de vida, temperatura, voltaje, entre otros; y en función de estos se efectúa la gestión de carga y descarga. Una buena gestión de la batería permite mantener por más tiempo su capacidad nominal e incrementar su tiempo de vida (Nikolian et al., 2014).

Las baterías de Ion-Litio tienen mayor capacidad para acumular energía eléctrica en comparación con otros tipos de baterías. Según (Nikolian et al., 2014), tienen una alta densidad volumétrica de energía, no tienen efecto de memoria y el nivel de auto-descarga es muy bajo cuando no están en uso. Además, las baterías de Ion-Litio no contaminan demasiado en comparación con otras baterías y sus componentes pueden llegar a ser reciclados (W. Liu, 2017).

Para poder estudiar la dinámica de una batería es necesario obtener un modelo que nos ayude a representar su dinámica. El presente trabajo se centra en modelos de circuitos eléctricos equivalentes. Entre los modelos de circuito eléctrico equivalente que han sido usados para representar el comportamiento de baterías encontramos los modelos R<sub>int</sub> (Nikolian et al., 2014), Thévenin y doble de Thévenin (en este trabajo definido como modelo Thévenin doble) (Nikolian et al., 2014), PNGV (por sus siglas en inglés Partnership for a New Generation of Vehicles) (Nikolian et al., 2014) y PNGV mejorado (Li, 2017). Estos modelos se estudian y son considerados como base para desarrollar el presente trabajo. Los parámetros de los modelos son estimados mediante un método de optimización y otro estimador.

En este trabajo se realiza una comparación entre 5 modelos de circuito eléctrico equivalente para una batería de lon-Litio. Los parámetros y estados de los modelos se obtienen mediante el filtro de Kalman extendido usando datos experimentales de la batería de lon-Litio. En diversos trabajos de la literatura la estimación de parámetros se realiza mediante el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos, por lo cual, en un inicio se propone aplicar este método para estimar los parámetros y comparar los resultados con los obtenidos con el filtro de Kalman extendido (EKF por sus siglas en inglés). Además de la comparación en términos de los estimadores, se

propone analizar diferentes formas para incorporar la dependencia de la respuesta de la batería con el SOC.

### 1.1 Antecedentes.

Para representar la dinámica de la batería se han encontrado diferentes modelos. En el artículo (Nikolian et al., 2014) se mencionan diferentes modelos, siendo los más relevantes:

- Modelos electroquímicos.
- Modelos eléctricos.
- Modelos térmicos.

Los Modelos de Circuito Equivalente (ECM por sus siglas en inglés) pertenecen a los modelos eléctricos y son empíricos. Los ECM representan la dinámica de baterías y están compuestos de elementos eléctricos, como resistencias, capacitores y fuentes de voltaje constante (Jiang & Zhang, 2015).

En el artículo (Cea & Iván, 2017) se presentan los siguientes modelos:

- Modelo con resistencia interna
- Modelo con un grupo RC en paralelo
- Modelo equivalente de Thévenin
- Modelo PNGV
- Modelo de polarización dual.

(Cea & Iván, 2017) compararon varios modelos de representación del comportamiento de baterías de Ion-Litio. Los autores recomendaron caracterizar la batería o las baterías a partir de datos experimentales. Una vez obtenidos los parámetros se pueden realizar simulaciones mediante el uso de software, evaluando diferentes modelos de una misma batería para determinar cuál modelo se adapta mejor al comportamiento observado y registrado en las pruebas experimentales.

Considerando la información obtenida de los artículos de base que se describen y con la revisión del arte que se presenta en la siguiente sección, se tomó la decisión de enfocar este trabajo en los modelos de circuito eléctrico equivalente ya que pruebas experimentales no muy complejas, permiten estimar con una buena precisión el comportamiento de una batería. La ganancia en simplicidad es considerable en comparación con la que pueden ofrecer otros modelos para

baterías de Ion-Litio, mientras que la precisión puede competir con la precisión de modelos más complejos, dependiendo de los elementos considerados, siempre y cuando se aborde bien el paso crítico de estimación de parámetros. Se plantea analizar la efectividad de los circuitos eléctricos equivalentes seleccionados según sus componentes, su representación matemática en función del SOC y la aportación que tienen los distintos elementos que conforman a los modelos. El siguiente paso fue cuestionarse ¿cuáles son las pruebas experimentales para poder caracterizar la batería y obtener los parámetros de los modelos? y ¿Cuáles son los métodos para estimar estos parámetros? Respondiendo a las preguntas anteriores se estableció la necesidad de llevar a cabo pruebas que permitan determinar los parámetros del sistema, estimar el SOC, y validar los modelos obtenidos. El test de validación debe permitir medir la respuesta de la batería en algún escenario experimental, en condiciones diferentes a las usadas para obtener el modelo. En resumen, se propone realizar pruebas de carga y descarga y pruebas de descarga de pulsos para obtener los modelos y una prueba de estrés para validar los modelos. Con relación a los métodos de estimación de parámetros se ha decidido utilizar el filtro de Kalman Extendido en su forma dual, donde se estiman estados y parámetros simultáneamente.

#### 1.2 Estado del arte

En el trabajo de (Fernández et al., 2015) se estudiaron modelos dinámicos para representar el comportamiento de una batería. En este trabajo se usaron los modelos de Thévenin y PNGV, encontrando que el modelo PNGV predice con mayor precisión el comportamiento. En el artículo de (Vyroubal & Kazda, 2017) se usó el circuito eléctrico equivalente de Thévenin para predecir el comportamiento de una batería, y usaron la Espectroscopia de Impedancia Electroquímica (EIS por sus siglas en inglés) para estimar los parámetros del modelo. En el artículo (Ma et al., 2016) se menciona que el método de EIS es uno de los métodos más precisos para el modelado electroquímico de baterías de lon-Litio.

En el artículo (Garcia-Plaza et al., 2018) se propuso un algoritmo para estimar la potencia en procesos de descarga usando el modelo de circuito equivalente PNGV. Los resultados muestran que es posible evitar el desperdicio de energía usando el algoritmo propuesto.

En el artículo (Saidani et al., 2017) se compararon modelos para una batería de Ion-Litio, se analizaron tanto la fidelidad del modelo como la viabilidad computacional, lo que resulta especialmente importante cuando el modelo es implementado en un microprocesador o un FPGA en tiempo real. Con un mayor número de parámetros, los requisitos de memoria pueden ser muchos, y el tiempo de cálculo del modelo excesivo. Además, debe establecerse un compromiso entre la complejidad del circuito equivalente (principalmente tomando en cuenta el número de elementos RC) y su precisión. Más elementos de RC ayudan a representar la dinámica de la batería con mayor precisión, pero aumentan los requisitos de cálculo y memoria del modelo, lo que compromete su idoneidad para aplicaciones en tiempo real.

En el artículo (Han et al., 2014) se propuso un modelo para una batería de Ion-Litio usada en vehículos eléctricos. Se compararon tres modelos con los cuales se puede representar la dinámica de la batería, el primero es un modelo RC de primer orden, el segundo es un modelo RC de primer orden con un estado de histéresis y el tercero es un modelo RC de segundo orden. En este artículo se concluyó que el modelo que mostró mejor desempeño es el RC de primer orden con un estado de histéresis.

En el artículo (X. Liu et al., 2018) se usó un modelo PNGV y un algoritmo de estimación del SOC de una batería de lon-Litio. El modelo fue evaluado para su aplicación en un sistema que representa un vehículo guiado automáticamente (AGV por sus siglas en inglés). Se calcularon los parámetros del modelo para diferentes estados de carga de la batería de lon-Litio. Usando el modelo PNGV se aplicó un método de corrección de resistencia interna y el método de filtro de Kalman para estimar los parámetros. Sobre esa base los dos métodos se simularon y se experimentó para alcanzar el voltaje de circuito abierto y estimar el SOC de la batería. Según lo verificado por los resultados experimentales, el modelo PNGV es más preciso para explicar el curso de la descarga y el SOC se puede estimar mejor mediante el método de resistencia corregida y el algoritmo de filtro de Kalman del modelo.

En (Nikolian et al., 2016) se presenta un resumen de los tipos de modelos que se han propuesto para una batería de Ion-Litio. La revisión comprende modelos electroquímicos, eléctricos, térmicos, mecánicos o alguna combinación de los anteriores. Con esta revisión también se hizo una síntesis de procedimientos y pruebas útiles para la caracterización de baterías. Entre otras, se describieron las pruebas de capacidad, voltaje en circuito abierto vs SOC, HPPC y EIS.

Igualmente se presentó un procedimiento estándar con el cual se puede llevar a cabo la implementación de un modelo de circuito eléctrico equivalente.

En (Cea & Iván, 2017) se presentaron diferentes tipos de modelos de circuito equivalente. Entre los que cabe mencionar el modelo R<sub>int</sub>, el modelo de Thévenin, el modelo doble de Thévenin, y el modelo PNGV. Los modelos fueron implementados en la plataforma de Simulink y los parámetros fueron estimados en función del SOC.

En (Li, 2017) se propuso un modelo PNGV mejorado. El modelo fue formulado como una función de transferencia y se aplicó a una batería de Ion-Litio. Al convertir el modelo a una función de transferencia, el término del capacitor en serie contenido en el modelo original PNGV fue excluido del modelo mejorado definido como una función de transferencia.

En (Shrivastava et al., 2019) se presentó una revisión sobre los modelos para baterías de lon-Litio, así como un procedimiento para estimar en línea el SOC, implementando algoritmos de Filtro de Kalman. También se propuso un Filtro de Kalman dual con el cual es posible estimar parámetros y estados de manera simultánea.

En (W. Liu, 2017) se trabaja con el filtro de Kalman y el modelo Thévenin doble para estimar el SOC de la batería. Se representa en espacio de estados el Filtro de Kalman extendido para estimar parámetros y estados. En este libro también se ilustra un ejemplo del algoritmo de mínimos cuadrados recursivos, se caracteriza el modelo de resistencia interna (R<sub>int</sub>), estimando los dos parámetros del modelo, la resistencia y el voltaje en circuito abierto (UOC).

En (Ding et al., 2019) se estima el SOC mediante el EKF mejorado y la estimación de parámetros se hace implementando el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos. Los autores utilizaron el modelo R<sub>int</sub> en combinación con una función de voltaje en circuito abierto dependiente de la temperatura y del estado de carga de la batería (UOC(T, SOC)). Las pruebas experimentales con la batería fueron de carga y descarga a diferentes valores de corriente, el perfil HPPC y pruebas de descarga a diferentes temperaturas.

En (Meng et al., 2019) se estimó el SOC mediante el EKF y en combinación los mínimos cuadrados recursivos para la determinar los parámetros del modelo Thévenin doble. También existe una comparación con combinaciones del AUKF (del inglés Adaptive Unscented Kalman

Fllter) con LSSVM (del inglés Least Squares Support Vector Machines) y un método propuesto por el autor.

En (Pang & Zhang, 2018) utilizaron el modelo Thévenin doble y estimaron sus parámetros mediante un algoritmo genético. En su algoritmo establecieron límites de búsqueda para los parámetros. Para las pruebas experimentales utilizaron el perfil HPPC y pruebas de descarga a diferentes temperaturas. Para estimar el SOC aplicaron distintas variantes del filtro de Kalman (extendido y extendido adaptativo) y compararon los resultados obtenidos con cada uno de estos.

En (Zheng et al., 2019) también se utilizó el modelo en circuito equivalente Thévenin doble y se compararon dos procedimientos para estimar el SOC. El primer procedimiento usa el filtro de Kalman extendido dual adaptable y el segundo procedimiento usa el filtro de Kalman extendido en combinación con mínimos cuadrados recursivos.

Con base en la revisión del estado del arte se concluye que los modelos de circuito electrónico equivalente permiten establecer un compromiso conveniente entre simplicidad y precisión. La idea es entonces establecer cuáles son los procedimientos en su estimación que favorecen ese compromiso. En cuanto a la experimentación con la batería, las pruebas EIS requieren equipo especial, por lo tanto, se opta por realizar pruebas de carga y descarga, la prueba de pulsos y para validar los modelos. una prueba de estrés dinámico.

Los modelos de circuito eléctrico equivalente considerados tienen una cantidad de elementos diferente para modelar una batería de Ion-Litio. Se toman los 5 modelos que se citan enseguida: modelo R<sub>int</sub>, modelo de Thévenin, modelo Thévenin doble, modelo PNGV y el modelo PNGV mejorado.

#### 1.3 Justificación

Representar la dinámica de una batería a partir de modelos físicos (electroquímicos) es complicado porque no se dispone de los datos y características de diseño, por lo tanto, no se conocen los parámetros del modelo.

El enfoque de modelado de baterías más común es el basado en circuitos eléctricos equivalentes. Los parámetros de estos modelos se obtienen a partir de datos experimentales.

Por lo tanto, son válidos sólo para los dispositivos con los cuales se experimenta y aplicables en los rangos de experimentación.

Para cada batería estos parámetros varían ya que cada batería tiene características físicas y electroquímicas diferentes. Una etapa crítica del modelado por circuitos equivalentes es la estimación de los parámetros. Existen varios métodos para estimarlos. Una herramienta útil para este propósito es la identificación de sistemas. También se puede recurrir directamente a métodos de optimización de una función objetivo. En este trabajo se exploran 5 modelos con diferentes elementos. Se propone realizar un análisis para comparar la eficacia de estos modelos en función del número de parámetros, del procedimiento de estimación del SOC y de los métodos que se aplican para estimar los parámetros.

El propósito principal de este trabajo es obtener un modelo que represente la dinámica de la batería y que permita conocer su comportamiento ante diferentes cargas y descargas, así como su SOC. El fin es que este modelo sea suficiente para ser usado en un sistema híbrido que contenga una batería o un banco de baterías.

#### 1.4 Planteamiento del problema y propuesta de solución

En la actualidad las baterías de lon-Litio tienen un uso importante en dispositivos electrónicos y también en vehículos eléctricos. Las baterías de lon-Litio tienen una excelente densidad de energía, no tienen efecto de memoria y se registra en estas una auto-descarga muy baja cuando no están en uso.

Los modelos de circuito eléctrico equivalente que han sido reportados en la literatura para representar el comportamiento de baterías de lon-Litio no se pueden generalizar para todas las baterías, ya que cada una se comporta según sus propiedades físicas y químicas. Un reto es seleccionar una estructura del modelo de circuito eléctrico equivalente apropiada para una cierta aplicación. Otro desafío es ajustar el modelo a la respuesta real de la batería. Haciendo referencia a los sistemas híbridos que usan fuentes electroquímicas, en estos se integran al menos dos fuentes con sus unidades de adecuación de potencia. Es muy común que en los sistemas híbridos se incorporen baterías. En este caso, conviene seleccionar modelos simples, que a su vez predicen con suficiente precisión el comportamiento de las fuentes. Para las

baterías, un modelo matemático que presenta un equilibrio entre la simplicidad de las ecuaciones y su precisión facilita simular un sistema híbrido con todos sus componentes. Los modelos con un buen compromiso simplicidad-precisión también son apropiados para el diseño de leyes de control locales y para la gestión de energía. En este trabajo, el problema que se plantea es establecer un estudio comparativo que, de información utilizable para tomar decisiones referentes al modelado con circuitos eléctricos equivalentes, específicamente con relación a los siguientes aspectos:

- 1. La selección de un circuito eléctrico equivalente que pueda ser usado como modelo de una batería de lon-Litio.
- La estimación del voltaje a circuito abierto relacionándolo con el estado de carga (SOC en inglés) de la batería por medio de una relación no lineal.
- 3. La elección del método de estimación de parámetros.

La presente investigación incluye experimentación y simulación numérica. Se propone usar algunos modelos de circuito equivalente encontrados en la literatura. A estos modelos se les identifica como modelo R<sub>int</sub>, modelo de Thévenin, Thévenin doble, modelo PNGV y PNGV mejorado. Estos modelos tienen componentes similares. Para poder obtener los parámetros del modelo dinámico de la batería por medio de un circuito equivalente, se planea realizar experimentos en los que se registre la dinámica de la batería ante cargas y descargas.

Una forma de mejorar la predicción de los modelos de circuito equivalente con pocos parámetros es introduciendo el efecto del SOC. Este puede ser incorporado en el cálculo del voltaje en circuito abierto. Se propone explorar la eficacia de diferentes funciones no lineales en términos del SOC. Con relación a la estimación de los parámetros, se examina la efectividad de diferentes estimadores. En particular, se diferencia entre el método clásico de optimización por mínimos cuadrados recursivos y un estimador basado en el filtro de Kalman extendido (EKF en inglés). Los modelos de circuito equivalente con parámetros estimados deben poder ser fácilmente implementados en simulación para predecir el voltaje de salida de la batería y para estimar el SOC.

#### 1.5 Metas

- 1. Formular 5 modelos de circuito equivalente validados experimentalmente.
- 2. Estimar el SOC de la batería de Ion-Litio.
- Reportar un análisis comparativo evaluando el desempeño de los modelos y la efectividad de los métodos de estimación de parámetros, estableciendo criterios de desempeño útiles para la comparación.

#### 1.6 Objetivos

#### 1.6.1 Objetivo general

Modelar mediante circuitos eléctricos equivalentes una batería lon-Litio, estimando los parámetros del modelo a partir de mediciones de carga y descarga de la batería y validar experimentalmente su eficacia.

#### 1.6.2 Objetivos específicos

- Modelar la dinámica de una batería con 5 circuitos eléctricos equivalentes elegidos de la literatura.
- Realizar la experimentación con la batería de Ion-Litio para estimar parámetros y validar los modelos.
- Obtener los parámetros de los modelos, comparando entre dos métodos de estimación.
- Validar experimentalmente el desempeño de los modelos.
- Realizar la estimación del SOC de la batería de Ion-Litio.
- Comparar el desempeño de los modelos definiendo previamente los criterios de evaluación.

#### 1.7 Organización del documento

En el capítulo 2, correspondiente a marco teórico se describen las características de las baterías de lon-Litio y las medidas de seguridad para su manejo adecuado. También se presentan y ecuaciones de los modelos R<sub>int</sub>, Thévenin, Thévenin doble, PNGV y PNGV mejorado. Se define el estado de carga de una batería (SOC) y las posibles funciones para evaluar el voltaje a

circuito abierto UOC(SOC). Se incluye la estructura de los algoritmos de mínimos cuadrados recursivos y el filtro de Kalman extendido para estimar parámetros y estados.

En el capítulo 3 se describen los materiales con los cuales se realizó la experimentación con la batería, así mismo se describen las pruebas experimentales implementadas.

En el capítulo 4 se reportan los resultados de este trabajo, iniciando con la implementación de las funciones UOC(SOC) y la comparación del RSM y EKF. Posteriormente se muestra la estimación de parámetros y estados con el EKF para los 5 modelos en circuito eléctrico equivalente evaluados con las diferentes funciones de UOC(SOC). Finalmente se compara el desempeño de los 5 modelos y se muestra la validación de estos.

El capítulo 5 contiene las conclusiones del trabajo realizado.

### 2 Marco teórico

#### 2.1 Batería Ion-Litio

El uso de baterías de lon-Litio en la actualidad es algo muy común, estas baterías se pueden encontrar en celulares, dispositivos que necesiten retener carga eléctrica, en vehículos aéreos y terrestres (vehículos eléctricos o híbridos), etc. Es importante conocer el SOC de la batería o conjunto de baterías para estimar su tiempo de funcionamiento o reacción ante diferentes cargas y descargas. Para que sea posible obtener un modelo del comportamiento de la batería es necesario conocer principalmente el voltaje en sus bornes y la corriente que puede aportar (Iglesias et al., 2012).

Las baterías de Ion-Litio son de particular interés debido a que el voltaje de celda es elevado teniendo aproximadamente un valor 3.7V. Una sola celda produce casi el mismo voltaje que tres baterías alcalinas en serie (Engel & Reid, 2007).

Una batería de lon-Litio puede estar constituida por una o más celdas y estas a su vez pueden estar conectadas en serie, paralelo o una combinación de las anteriores. Las conexiones necesarias dependen del voltaje que se desee tener como salida y de la capacidad de almacenamiento de energía que se requiera. La capacidad de energía de una batería, es decir, el total de energía eléctrica que contiene está definida por la cantidad de material reactivo que contiene la batería y esto se expresa en Coulomb o Ah (Amperes-hora). El máximo valor de energía de una batería se obtiene en función del voltaje (V) y de la capacidad de almacenamiento (Ah). Al multiplicar el voltaje por la corriente obtenemos la potencia total de la batería que se expresa en Watts-hora (Wh) (Iglesias et al., 2012).

Las baterías de Ion-Litio con el paso de los años tienen un costo de producción menor, una mayor energía específica y contienen menos productos tóxicos (Buchmann, 2011). En consecuencia, las baterías han tenido una buena aceptación para aplicaciones en dispositivos electrónicos para consumidores, además también se ha introducido en la industria donde se necesitan grandes fuentes de energía (para alimentar trenes eléctricos, automóviles, drones, etc.).

Las baterías de Ion-Litio necesitan un mínimo mantenimiento, no tienen efecto de memoria y su auto-descarga es baja. Debido a que el voltaje nominal de una celda de Ion-Litio es de aproximadamente 3.6V (Buchmann, 2011), su uso es más directo para dispositivos que trabajan con voltajes de igual magnitud que la celda de Ion-Litio, así mismo se reducen los costos de producción ya que no se necesitan realizar arreglos para alcanzar el voltaje nominal de 3.6V.

Existen varios tipos de baterías de lon-Litio, pero las más usadas pertenecen a 3 tipos (Buchmann, 2011). La clasificación depende de la composición de su cátodo debido a que su constitución les brinda propiedades únicas. Algunos de los materiales más comunes con los que se construye el cátodo de las baterías de lon-Litio son el cobalto, manganeso, y fosfato. Cabe mencionar que las baterías de lon-Litio se construyen también con otros materiales; sin embargo, solo se describen los tipos de baterías más utilizadas en la actualidad.

Baterías de Ion-Litio cobalto (LiCoO2): tiene una alta energía específica, cuenta con capacidades de carga moderadas y una vida útil regular.

Baterías de Ion-Litio manganeso (LiMn2O4): permite rangos de corriente altos para carga y descarga. Tiene una energía específica baja e igualmente una vida útil regular.

Baterías de Ion-Litio fosfato (LiFePO4): tiene características similares a la batería de Ion-Litio manganeso, cuenta con un voltaje aproximado por celda de 3.7V y ofrece una vida útil mayor a las anteriores

Algunos conceptos importantes que acompañan la literatura sobre baterías se toman de lo reportado en (Plett, 2015). Abajo se definen algunos términos.

Capacidad de carga nominal: Es el valor de carga que la batería puede soportar. Para medir la carga nominal se maneja ampere-hora (Ah).

Potencia: es la energía en la batería que se calcula multiplicando la corriente y el voltaje de trabajo. La potencia de expresa en Watts (W).

Energía específica y densidad de energía: es la cantidad de energía por unidad de peso y volumen respectivamente.

En algunos casos en la literatura y en la industria se maneja el concepto para expresar una carga o descarga de la batería como "rango-C" (Buchmann, 2011). Este surge para representar

magnitudes de carga Ampere-hora (Ah). En un inicio fue postulado por Charles-Augustin de Coulomb que en una batería que recibe una carga, en esta pasa 1 Coulomb de carga cada segundo.

En la actualidad, para las baterías recargables, el rango de 1C significa 1Ah o 1000mAh. Por ejemplo, para una batería de 1 A, si se descarga a un rango de 1C esta debería descargarse en 1 hora, la misma batería descargándose en un rango de .5C debería descargarse en 2 horas, En cambio, si la misma batería se descarga a un rango de 2C esta quedará descargara en 30 minutos.

En (Warner, 2015) se describen algunos tipos de pruebas realizadas con baterías y se define cuál es el propósito de estas. A continuación, se sintetizan.

- Prueba de capacidad estática: esta prueba busca definir las capacidades de la batería tanto en Ah y Vh. Esta prueba se realiza a una magnitud de descarga específica.
- Prueba para examinar la capacidad de desvanecimiento: Esta prueba se basa en la prueba de capacidad estática y busca conocer la capacidad irreversible que sufre la batería.
- Prueba para la caracterización de potencia, llamada de pulso híbrido (HPPC): esta prueba busca sacar características de la batería mediante un perfil de cargas y descargas en forma pulsante.

#### 2.1.1 Fallas comunes en baterías de Ion-Litio

Las causas más comunes por las cuales una batería puede presentar fallas (Plett, 2015) son errores de diseño o en el proceso de manufacturación, envejecimiento de la batería y mal control en su uso. Un factor que puede acelerar el envejecimiento de una batería es una temperatura de operación elevada.

El envejecimiento de la batería puede producir los siguientes fallos:

- Incremento en la impedancia interna.
- Reducción de su capacidad máxima.
- Incremento de auto-descarga de la batería.

Algunas baterías incluyen un circuito de protección, el cual previene las sobrecargas y evita el calentamiento, y hasta una posible explosión de la batería. Algunas recomendaciones generales para usar una batería de lon-Litio (Buchmann, 2011) son las siguientes:

Debe evitarse poner en funcionamiento la batería en condiciones de corto circuito, sobrecarga, conexión en polarización inversa, y altas temperaturas.

La batería de lon-Litio debe ser usada solo en condiciones dentro de los márgenes de operación designados de fábrica.

Cuando se alcanzan altas temperaturas en una batería en operación, este estado puede indicar una falla, lo recomendable es suspender su uso.

El electrolito contenido en la batería es altamente inflamable. Además, una ruptura que ponga contacto con el electrolito otros elementos, puede causar daños físicos en el dispositivo.

#### 2.1.2 Condiciones y abuso en las operaciones de control

Sin importar la calidad de la batería de Ion-Litio, si se le da un uso indebido, esta puede presentar fallas. Las principales acciones que conducen a un modo de empleo de la batería son un perfil de carga inadecuado, sobrecarga de la batería y la exposición a altas temperaturas (Plett, 2015). Otras fallas son provocadas por una inadecuada manipulación de la batería. Por ejemplo, por golpes, caídas, congelamiento, contacto al fuego, etc.

Algunas otras circunstancias que pueden dañar a la batería han sido descritas en (Plett, 2015) se citan las siguientes:

Falla de circuito abierto: esto principalmente ocurre cuando se conectan baterías y se produce cuando alguna de las baterías se desconecta. Como consecuencia, el paso de corriente se interrumpe y al final esta es nula o tiene un valor diferente al deseado.

Falla de corto circuito: una falla en corto circuito en baterías conectadas en serie no es necesariamente fatal, el corto circuito puede ocasionar una sobre carga en las demás baterías sin embargo éstas seguirán funcionando.

Para un conjunto de baterías es recomendable usar un sistema de gestión de batería (Battery Management System, BMS por sus siglas en inglés), el cual puede evitar alguna de las fallas descritas antes y en caso de ocurrir, este sistema de gestión puede evitar una falla en todo el módulo de baterías. Además, se pueden agregar elementos de protección al módulo de baterías como los son fusibles, contactores, etc.

Las fallas de corto circuito se pueden clasificar en 3 grupos:

- Corto circuito fuerte: esto ocurre cuando existe contacto entre los nodos de la batería debido a un conductor de corriente eléctrica; este contacto causa un flujo de corriente muy alto y una descarga completa y también puede provocar daño permanente en la batería. Al caer el voltaje de la batería a 0, esta actúa solo como una resistencia.
- Corto circuito ligero: este es causado por un pequeño contacto entre los nodos de la batería, por ejemplo, cuando un objeto conductor de corriente eléctrica de tamaño pequeño se rompe debido a una fuerte corriente eléctrica que pasa por él. Este problema se puede evitar integrando fusibles de protección o interruptores de protección de corto circuito. Un corto circuito ligero no afecta demasiado al sistema, sin embargo, existe una auto-descarga elevada de la batería.
- Explosión y/o corto circuito: Esto puede ocurrir cuando la batería es expuesta a altas temperaturas, debidas por ejemplo a reacciones químicas que se llevan a cabo al doble de lo necesario por cada incremento de temperatura de 10°C (Plett, 2015). Las baterías al llegar a una temperatura muy elevada llegan a un punto llamado punto de ruptura térmico ("thermal runaway") en donde llegan a incendiarse o a explotar, para evitarlo deben llevar dispositivos y circuitos de seguridad.

#### 2.2 Modelos de circuito eléctrico equivalente para una batería

En la literatura se encuentra como un modelo efectivo al momento de representar la dinámica de una batería de Ion-Litio a los modelos de circuitos eléctricos equivalentes, los cuales están compuestos principalmente por resistencias, capacitores y una fuente de voltaje ideal. Los valores que llegan a tener los elementos eléctricos del modelo no corresponden a un valor físico

real, sin embargo, lo que se busca es obtener el comportamiento dinámico de la batería real de Ion-Litio.

En la literatura encontramos que los ECM más usados son los modelos de Thévenin y Thévenin doble, sin embargo, en este trabajo también se van a probar los modelos de Resistencia Interna (Rint) y los modelos de PNGV (Partnership for a New Generation of Vehicles) y una variante llamado PNGV mejorado.

#### 2.2.1 Análisis del modelo de R<sub>int</sub>

El modelo de R<sub>int</sub> (Jiang & Zhang, 2015) fue diseñado en el Laboratorio Nacional de Idaho. Este modelo utiliza una fuente de voltaje ideal para representar el voltaje de la batería, también, tiene una resistencia en serie a la fuente de voltaje, el voltaje en circuito abierto (definido como UOC) en este trabajo queda representado en función del SOC (UOC(SOC)), la resistencia  $R_0$  queda como un valor constante. En la Figura 1 se muestra el modelo de R<sub>int</sub>.

El modelo R<sub>int</sub> es un modelo sencillo para representar el comportamiento de una batería de lon-Litio. Integra una función para determinar el voltaje en circuito abierto de la batería, y la resistencia representa la caída de voltaje que se produce al someter la batería a una demanda de energía.



Figura 1 Modelo Rint (Cea & Iván, 2017)

donde  $U_L$  representa el voltaje a través de las terminales de la batería, UOC(SOC) es el voltaje ideal de la fuente en el circuito en función del SOC,  $R_0$  es el valor de la resistencia interna de la batería e  $I_L$  es la corriente que circula por el circuito y también representa el estado de la batería,  $I_L$  puede ser positiva o negativa dependiendo el flujo de corriente en la batería, ya que la batería puede estar bajo demanda de energía o en caso contrario demandando energía para recargarse. Cuando a la batería no se le aplica corriente en las terminales,  $U_L$  tiene el mismo valor que UOC (Nikolian et al., 2014). El modelo incluye un elemento estático que es la resistencia interna  $R_0$ , sin embargo, el modelo considera la evolución temporal del SOC.

El modelo de resistencia interna (1) (Cea & Iván, 2017) y la estimación del SOC es la ecuación (2) (Plett, 2015):

$$U_L = UOC(SOC) - R_0 I_L \tag{1}$$

$$\dot{SOC} = -\frac{\eta I_L}{Q} \tag{2}$$

Donde  $\eta$  es el coeficiente de Coulomb, cuyo valor ideal es de 1, Q es la capacidad de la batería expresada en Ah.

Al discretizar las ecuaciones (1) y (2) del modelo R<sub>int</sub> (Plett, 2015) tenemos las ecuaciones (3) y (4):

$$U_{L,k} = UOC(SOC_k) - R_0 I_{L,k}$$
(3)

$$SOC_{k+1} = SOC_k - \frac{\Delta t}{Q} \eta I_{L,k}$$
(4)

El término  $\Delta t$  representa el intervalo de muestreo en tiempo discreto.

#### 2.2.2 Análisis del modelo de Thévenin

El modelo típico de Thévenin (Jiang & Zhang, 2015) se ha usado para representar el comportamiento de una batería, el modelo en circuito eléctrico es mostrado en la Figura 2. Este

modelo tiene una fuente ideal de voltaje para representar el voltaje de la batería, una resistencia en serie que representa la resistencia interna de la batería, y también una resistencia en paralelo con un capacitor para representar el comportamiento transitorio de la batería.



#### Figura 2 Modelo de Thévenin (Cea & Iván, 2017)

donde  $U_L$  representa el voltaje en la terminal de la batería, UOC(SOC) es el voltaje en circuito abierto en función del SOC,  $R_0$  representa la resistencia interna de la batería y nos ayuda a representar la caída de voltaje en la batería,  $C_1$  y  $R_1$  corresponden a la malla RC del circuito, esta malla ayuda a representar la dinámica transitoria de la batería,  $U_{c1}$  corresponde al voltaje del capacitor  $C_1$  e  $I_L$  representa el flujo de corriente en la batería..

Las ecuaciones que representan el modelo de Thévenin (Cea & Iván, 2017) son la ecuación (5) -(7), de acuerdo con los elementos que componen el circuito de la Figura 2:

$$U_L = UOC(SOC) - U_{c1} - R_0 I_L$$
<sup>(5)</sup>

$$\dot{U}_{c1} = -\frac{U_{c1}}{R_1 C_1} + \frac{I_L}{C_1}$$
(6)

$$S\dot{O}C = -\frac{\eta I_L}{Q} \tag{7}$$

La ecuación (5) para calcular el voltaje a circuito abierto  $U_L$  es idéntica a la representada en el circuito R<sub>int</sub> (Figura 1), pero con un término adicional  $U_{c1}$  que representa el voltaje en el capacitor.

La ecuación  $U_{c1}$  representa la dinámica en las cargas y descargas de la batería de lon-Litio. La discretización del modelo de Thévenin conduce a las ecuaciones (8)-(10).

$$U_{L,k} = UOC(SOC_k) - U_{c1,k} - R_0 I_{L,k}$$
(8)

$$U_{c1,k+1} = e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} U_{c1,k} + R_1 \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} \right) I_{L,k}$$
(9)

$$SOC_{k+1} = SOC_k - \frac{\Delta t}{Q} \eta I_{L,k}$$
(10)

#### 2.2.3 Análisis del modelo Thévenin doble

El modelo Thévenin doble (Cea & Iván, 2017) ayuda a representar mejor las características de una batería de Ion-Litio. En comparación con el modelo de Thévenin, el modelo Thévenin doble mejora las características de la respuesta transitoria de la batería al aplicarse una carga o descarga. El diagrama del modelo Thévenin doble se muestra en la Figura 3.



Figura 3 Modelo Thévenin doble (Cea & Iván, 2017)

Las ecuaciones del modelo Thévenin doble se representan por las ecuaciones (11)-(14).
$$U_{L} = UOC(SOC) - U_{c1} - U_{c2} - I_{L}R_{0}$$
(11)

$$\dot{U}_{c1} = -\frac{U_{c1}}{R_1 C_1} + \frac{I_L}{C_1}$$
(12)

$$\dot{U}_{c2} = -\frac{U_{c2}}{R_2 C_2} + \frac{I_L}{C_2}$$
(13)

$$S\dot{O}C = -\frac{\eta I_L}{Q} \tag{14}$$

donde UOC(SOC) representa el voltaje en circuito abierto de la batería en función del SOC,  $R_0$  representa la resistencia interna de la batería, con este elemento se representan las caídas de voltaje que se presentan en la batería,  $R_1$  y  $C_1$  son la primer malla RC del modelo y  $R_2$  y  $C_2$  corresponden a la segunda malla RC del modelo, entre las dos mallas RC podemos modelar la respuesta transitoria de la batería,  $U_{c1}$  y  $U_{c2}$  corresponden al voltaje en el capacitor de sus respectivas mallas y  $U_L$  es la salida de voltaje en los bornes de la batería.

Posteriormente con base en las ecuaciones dinámicas del modelo de Thévenin doble se discretizan y se obtienen las siguientes ecuaciones (15)-(18)

$$U_{L,k} = UOC(SOC_k) - U_{c1,k} - U_{c2,k} - R_0 I_{L,k}$$
(15)

$$U_{c1,k+1} = e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} U_{c1,k} + R_1 \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} \right) I_{L,k}$$
(16)

$$U_{c2,k+1} = e^{\frac{-\Delta t}{C_2 R_2}} U_{c2,k} + R_2 \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{C_2 R_2}} \right) I_{L,k}$$
(17)

$$SOC_{k+1} = SOC_k - \frac{\eta \Delta t}{Q} I_{L,k}$$
 (18)

### 2.2.4 Análisis del modelo PNGV

El modelo PNGV (Partnership for a New Generation of Vehicles), mencionado en el libro (Jiang & Zhang, 2015) también nos ayuda a representar una batería mediante analogía con un circuito eléctrico. Este modelo presentado en la Figura 4, contiene una fuente de voltaje ideal que representa el voltaje de la batería en circuito abierto, una resistencia en serie que representa la resistencia interna de la batería, una resistencia en paralelo con un capacitor representando la polarización interna de la batería y la capacitancia de polarización en la batería, y por último, el capacitor caracterizado por el parámetro  $C_d$ . El capacitor describe la acumulación de voltaje en circuito abierto.



#### Figura 4 Modelo PNGV (Cea & Iván, 2017)

donde UOC(SOC) es el voltaje en circuito abierto en función del SOC,  $R_0$  representa la resistencia interna de la batería, este elemento representa la caída de voltaje en la batería al estar sometido ante una descarga o carga,  $C_d$  es un capacitor en serie en el modelo y  $U_d$  es el voltaje en el capacitor, este capacitor ayuda a corregir el voltaje de UOC(SOC),  $C_1$  y  $R_1$  conforman la malla RC del modelo, esta malla ayuda en la representación del estado transitorio en la batería,  $I_L$  es la corriente que puede circular en la batería esta puede tener dos sentidos dependiendo si la batería está siendo cargada o descargada y  $U_L$  es la salida de voltaje en los bornes de la batería.

Las ecuaciones que representan el modelo PNGV encontradas en (Cea & Iván, 2017) y (Guo et al., 2017) son las ecuaciones (19)-(22):

$$U_{L} = UOC(SOC) - U_{d} - U_{c1} - I_{L}R_{0}$$
(19)

$$\dot{U}_{c1} = -\frac{U_{c1}}{R_1 C_1} + \frac{I_L}{C_1}$$
(20)

$$\dot{U}_{d} = \frac{1}{C_{d}} I_{L} \tag{21}$$

$$\dot{SOC} = -\frac{\eta I_L}{Q} \tag{22}$$

Para la representación del modelo PNGV en forma discreta se tienen las ecuaciones (23)-(26).

$$U_{L,k} = UOC(SOC_k) - U_{c1,k} - U_{d,k} - R_0 I_{L,k}$$
(23)

$$U_{c1,k+1} = e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} U_{c1,k} + R_1 \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} \right) I_{L,k}$$
(24)

$$U_{d,k+1} = U_{d,k} + \frac{\Delta t}{C_d} I_{L,k}$$
(25)

$$SOC_{k+1} = SOC_k - \frac{\Delta t}{Q} \eta I_{L,k}$$
<sup>(26)</sup>

### 2.2.5 Análisis del modelo PNGV mejorado

El modelo de la Figura 5 fue reportado en el artículo (Li, 2017). El modelo fue propuesto para para modelar una batería de fosfato de hierro y litio. El introducir elementos RC en paralelo permite obtener mayor precisión en la descripción de las características de polarización de la batería.



Figura 5. Modelo PNGV mejorado (Li, 2017).

donde UOC(SOC) es el voltaje en circuito abierto de la batería en función del SOC,  $C_d$  es el capacitor en serie y  $U_d$  es el voltaje en el capacitor, este voltaje ayuda a corregir el voltaje en circuito abierto,  $R_0$  representa la resistencia interna de la batería y ayuda a representar los cambios de voltaje al someter la batería ante una carga o descarga,  $R_1$  y  $C_1$  son la primer malla RC del modelo y  $R_2$  y  $C_2$  son la segunda malla RC, estas dos mallas ayudan a representar los estados transitorios en la batería,  $U_{c1}$  y  $U_{c2}$  son los voltajes de los capacitores de la malla 1 y 2 respectivamente,  $I_L$  es la corriente en la batería, como anteriormente se menciona, esta corriente tiene flujos opuestos según la batería esté cargando o descargando y  $U_L$  es el voltaje en la terminal de la batería.

En base a las leyes de Kirchhoff se obtienen las ecuaciones dinámicas del modelo PNGV mejorado de las ecuaciones (27)-(31).

$$U_{L} = UOC(SOC) - U_{d} - U_{c1} - U_{c2} - I_{L}R_{0}$$
(27)

$$\dot{U}_{c1} = -\frac{U_{c1}}{R_1 C_1} + \frac{I_L}{C_1}$$
(28)

$$\dot{U}_{c2} = -\frac{U_{c2}}{R_2 C_2} + \frac{I_L}{C_2}$$
(29)

$$\dot{U}_{d} = \frac{I_{L}}{C_{d}}$$
(30)

$$S\dot{O}C = -\frac{\eta I_L}{Q} \tag{31}$$

Posteriormente, discretizando las ecuaciones del modelo PNGV mejorado obtenemos las siguientes ecuaciones (32)-(36).

$$U_{L,k} = UOC(SOC_k) - U_{d,k} - U_{c1,k} - U_{c2,k} - R_0 I_{L,k}$$
(32)

$$U_{c1,k+1} = e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} U_{c1,k} + R_1 \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} \right) I_{L,k}$$
(33)

$$U_{c2,k+1} = e^{\frac{-\Delta t}{C_2 R_2}} U_{c2,k} + R_2 \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{C_2 R_2}} \right) I_{L,k}$$
(34)

$$U_{d,k+1} = U_{d,k} + \frac{I_{L,k}}{C_d}$$
(35)

$$SOC_{k+1} = SOC_k - \frac{\eta \Delta t}{Q} I_{L,k}$$
 (36)

### 2.3 Estado de carga de una batería (SOC)

El SOC es un parámetro importante para una batería, según (Chang, 2013) como la relación se define como la relación entre la capacidad de almacenamiento actual de una batería en operación  $Q_{(t)}$  y la capacidad nominal de la batería  $Q_n$  (37). El SOC (Plett, 2015) se puede establecer como 100% o 1 cuando la batería está completamente cargada y 0% o 0 cuando la batería está descargada. La siguiente expresión muestra la definición del SOC de la batería:

$$SOC_{(t)} = \frac{Q_{(t)}}{Q_n}$$
(37)

El método más común para estimar el SOC es integrando la corriente (Hannan et al., 2017), este cálculo del SOC queda expresado por la siguiente ecuación. Donde uno indica que la batería está totalmente cargada, que además es el estado de carga inicial de la batería.

$$SOC = 1 - \frac{\int idt}{Q}$$
(38)

donde *i* es la corriente que se aplica o extrae a la batería, *Q* es la capacidad de corriente de la batería. En este método de cálculo del SOC tiene el inconveniente que con el transcurso del tiempo la capacidad nominal de la batería irá disminuyendo debido a las diferentes corrientes y reacciones químicas en la batería y el segundo término puede ser muy grande.

Otra forma de calcular el SOC (Hannan et al., 2017) toma en cuenta la eficiencia de Coulomb. El SOC se estima por la siguiente ecuación.

.

$$SOC = 1 - \frac{\int i\eta dt}{Q} \tag{39}$$

donde  $\eta$  es la eficiencia de Coulomb y se define como la relación de energía de carga necesaria para recuperar la capacidad original de la batería ante energías de descarga.

La estimación del SOC también se puede expresar en forma de ecuación diferencial (Plett, 2015) de la siguiente forma:

$$\dot{soc} = -\frac{\eta i}{Q} \tag{40}$$

En algunos casos la ecuación de estimación del SOC es más útil expresada en forma discreta de la siguiente forma (Plett, 2015):

$$SOC_{[k+1]} = SOC_{[k]} - \frac{\Delta t}{Q} \eta I_{[k]}$$
(41)

Para el modelado de la batería, el voltaje a circuito abierto (UOC) depende del SOC (Plett, 2015), por lo tanto se expresa de la forma UOC(SOC(t)). En algunos casos donde la temperatura tiene influencia importante en la batería el UOC queda expresado de cómo

UOC(SOC(t), T(t)), los valores obtenidos de la experimentación para el SOC se pueden almacenar y posteriormente generar un polinomio el cual se ajusta al comportamiento del SOC, para la obtención del polinomio se pueden usar una técnica de regresión.

### 2.4 UOC-SOC

La relación entre el voltaje en circuito abierto y el SOC se expresa en una función UOC(SOC) que se obtiene por experimentación con la batería. Específicamente, realizando pruebas de carga y descarga con un valor de corriente pequeño. Esta relación es no lineal y puede ser representada por diferentes funciones. Realizando una búsqueda bibliográfica se seleccionaron 3 modelos que son los más usados para estimar UOC(SOC). Las funciones tienen términos no lineales diferentes y una cantidad de parámetros diferente para estimar.

Para estimar el UOC-SOC es necesario obtener una función que represente correctamente esta relación. En (Lin et al., 2017) es propuesto un polinomio de orden 9, sin embargo en este trabajo se propone un polinomio de orden 10.

$$UOC(SOC) = c_1 + c_2SOC + c_3SOC^2 + c_4SOC^3 + c_5SOC^4 + \dots$$
  

$$c_6SOC^5 + c_7SOC^6 + c_8SOC^7 + c_9SOC^8 + c_{10}SOC^9 + c_{11}SOC^{10}$$
(42)

donde los términos  $c_{1-11}$  son los coeficientes que ajustan a la curva característica de carga y descarga a partir de los datos experimentales de la batería.

Otra forma de aproximar el UOC(SOC) es mediante una función que combina términos lineales con términos usando logaritmos naturales. Un ejemplo es la ecuación siguiente naturales (Shrivastava et al., 2019).

$$UOC(SOC) = k_0 + \frac{k_1}{SOC} + k_2 SOC + k_3 \ln(SOC) + k_4 \ln(1 - SOC)$$
(43)

donde los coeficientes que se deben estimar para ajustar a los datos experimentales son  $k_{0-4}$ . Finalmente, otra función para representar el UOC(SOC) es de (Xiong, 2020). Esta combina un polinomio de orden 3 y términos con logaritmos naturales. La ecuación para representar el UOC(SOC) es la siguiente.

$$UOC(SOC) = a_0 + a_1 SOC + a_2 SOC^2 + a_3 SOC^3 + \frac{a_4}{SOC} + a_5 \ln(SOC) + a_6 \ln(1 - SOC)$$
(44)

Los coeficientes para estimar son  $a_{0-6}$ . Las tres funciones mencionadas anteriormente tienen diferentes estructuras y un propósito de este trabajo es identificar cuál nos puede dar una mejor respuesta al ser incorporada en los modelos de circuito eléctrico equivalente de la batería. Asimismo, se busca valorar su aportación al implementar el filtro de Kalman Extendido como estimador de los parámetros del modelo.

### 2.5 Mínimos cuadrados

Para estimar los parámetros de los modelos de circuito equivalente, en un primer tiempo se minimiza el error de estimación usando el método de mínimos cuadrados recursivos, siendo este método uno de los métodos más usados para la estimación de los parámetros de modelos de circuito eléctrico equivalente, según la revisión de la literatura.

El método de mínimos cuadrados recursivos sirve para estimar parámetros en línea. Este algoritmo es utilizado con un factor de olvido  $\lambda$  (Du et al., 2018) y (Meng et al., 2019). Este algoritmo hace una nueva interacción en cada instante de tiempo con los datos entrada y salida del sistema, además en cada instante el algoritmo va actualizando los parámetros a estimar. El algoritmo de los mínimos cuadrados recursivos tiene la forma de las ecuaciones (45)-(48).

$$K(k) = \frac{P(k-1)\varphi(k)}{\lambda + \varphi^{T}(k)P(k-1)\varphi(k)}$$
(45)

$$P(k) = \frac{P(k-1)K(k)\varphi^{T}(k)P(k-1)}{\lambda}$$
(46)

$$e(k) = y(k) - \varphi(k)\hat{\theta}(k-1)$$
(47)

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)e(k)$$
(48)

En donde *K*(*k*) representa la ganancia en los mínimos cuadrados, *P*(*k*) es la matriz de covarianza, *e*(*k*) es la estimación del error en el algoritmo,  $\hat{\theta}(k)$  es la estimación de los parámetros, *y*(*k*) es la medición real del sistema,  $\varphi(k)$  es la matriz de coeficientes y  $\lambda$  es el factor de olvido en donde su valor debe ser entre .95-1 en base a (Du et al., 2018).

### 2.6 Filtro de Kalman Extendido para estimar estados y parámetros

En primera instancia el algoritmo de filtro de Kalman extendido para sistemas no lineales en donde solo se estiman los estados del sistema y no considera la estimación de parámetros.

El algoritmo para aplicar el filtro de Kalman extendido (Fang et al., 2013) consta de los siguientes pasos. Tomando en cuenta que el sistema tiene la siguiente estructura en espacio de estados.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k$$

 $y_k = G(u_k, x_k) + v_k$ 

1. Se inicializa con la predicción de los estados del sistema

 $\hat{x}_{k}^{-} = A_{k-1}\hat{x}_{k-1}^{+} + B_{k-1}u_{k-1}$ 

2. Se estima el error de covarianza

 $\Sigma_{\tilde{x},k}^{-} = A_{k-1} \Sigma_{\tilde{x},k-1}^{+} A_{k-1}^{T} + \Sigma_{\tilde{w}}$ 

3. Se realiza la estimación de la salida del sistema

$$\hat{y}_k = C_k \hat{x}_k^- + D_k u_k$$

4. Se realiza la estimación de la ganancia de Kalman

$$L_{k} = \Sigma_{\tilde{x},k}^{-} C_{k}^{T} \left[ C_{k} \Sigma_{\tilde{x},k}^{-} C_{k}^{T} + \Sigma_{\tilde{v}} \right]^{-1}$$

5. Se actualiza la estimación de los estados del sistema

$$\hat{x}_{k}^{+} = \hat{x}_{k}^{-} + L_{k}(y_{k} - \hat{y}_{k})$$

6. Finalmente se actualiza la medida de error de covarianza

 $\Sigma_{\tilde{x},k}^+ = (I - L_k C_k) \Sigma_{\hat{x},k}^-$ 

El filtro de Kalman extendido para funciones no lineales se usa para estimar parámetros y estados, y tiene la forma (49)-(50).

$$x_{k} = f(x_{k-1}, u_{k-1}, \theta_{k-1}) + w_{k-1}$$
(49)

$$y_{k} = h(x_{k-1}, u_{k-1}, \theta_{k-1}) + v_{k-1}$$
(50)

Usando una aproximación de Taylor, se linealiza el sistema con respecto a la estimación actual. Para ello, el Jacobiano del sistema está definido por (51)-(54).

$$A_{k} = \frac{\partial f(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial x_{k}} | x_{k} = \hat{x}_{k}$$
(51)

$$B_{k} = \frac{\partial f(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial u_{k}} | u_{k} = u_{k}$$
(52)

$$C_{k} = \frac{\partial h(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial x_{k}} | x_{k} = \hat{x}_{k}$$
(53)

$$C_{k}^{\theta} = \frac{dh(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{d\theta_{k}} \Big| \theta_{k} = \hat{\theta}_{k}$$
(54)

La derivada total que define los parámetros  $C_k^{\theta}$  se forma por el siguiente algoritmo en base a (Plett, 2004).

$$\frac{dh(\hat{x}_{k}^{-}, u_{k}, \theta_{k})}{d\theta_{k}} = \frac{\partial h(\hat{x}_{k}^{-}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial \theta} + \frac{\partial h(\hat{x}_{k}^{-}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial \hat{x}_{k}^{-}} \frac{d\hat{x}_{k}^{-}}{d\theta}$$
(55)

$$\frac{d\hat{x}_{k}}{d\theta} = \frac{\partial f(\hat{x}_{k-1}^{+}, u_{k-1}, \theta_{k})}{\partial \theta} + \frac{\partial f(\hat{x}_{k-1}^{+}, u_{k-1}, \theta_{k})}{\partial \hat{x}_{k-1}^{+}} \frac{d\hat{x}_{k-1}^{+}}{d\theta}$$
(56)

$$\frac{d\hat{x}_{k-1}^+}{d\theta} = \frac{dx_{k-1}^-}{d\theta} - L_{k-1}^x \frac{dh(\hat{x}_{k-1}^-, u_k, \theta_k)}{d\theta_k}$$
(57)

El algoritmo de FKE para estimar los estados y parámetros se obtuvo de (Xiong, 2020), (Jiang & Zhang, 2015), (Fang et al., 2013), (Plett, 2016) y (Wei et al., 2018). El algoritmo se resume en los siguientes pasos:

• Inicialización. Se definen

$$x_0, P_0, Q_0, R_{u0}, P_0^{\theta}, Q_0^{\theta}, R_{u0}^{\theta}$$
(58)

donde  $x_0$  es el valor inicial de los estados y parámetros a estimar,  $P_0$  y  $P_0^{\theta}$  son la covarianza del sistema para estados y parámetros respectivamente,  $Q_0$  y  $Q_0^{\theta}$  son la covarianza del ruido en el sistema de los estados y parámetros respectivamente y  $R_{u0}$  con  $R_{u0}^{\theta}$  son la covarianza del ruido en las mediciones o sensores del sistema para los estados y parámetros respectivamente.

Estimación de los estados y parámetros

$$\hat{x}_{k}^{-} = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, \hat{\theta}_{k-1})$$
(59)

$$\hat{\theta}_k^- = \hat{\theta}_{k-1}^+ \tag{60}$$

Estimación del error de covarianza

$$P_{k}^{-} = A_{k-1}P_{k-1}A_{k-1}^{T} + Q_{k-1}$$
(61)

$$P_{k}^{\theta,-} = P_{k-1}^{\theta,+} + Q_{k-1}^{\theta}$$
(62)

Estimación del error de la salida del sistema

$$e_k = y_k - \hat{y}_k \tag{63}$$

Cálculo de la matriz de ganancia de Kalman

$$K_{k} = P_{k}^{-} C_{k}^{T} \left[ C_{k} P_{k}^{-} C_{k}^{T} + R_{u,k-1} \right]^{-1}$$
(64)

$$K_{k}^{\theta} = P_{k}^{\theta,-} (C_{k}^{\theta})^{T} \left[ C_{k}^{\theta} P_{k}^{\theta,-} (C_{k}^{\theta})^{T} + R_{u,k-1}^{\theta} \right]^{-1}$$
(65)

Corrección de los estados del sistema

$$\hat{x}_{k}^{+} = \hat{x}_{k}^{-} + K_{k}e_{k}$$
(66)

$$\hat{\theta}_k^+ = \hat{\theta}_k^- + K_k^\theta e_k \tag{67}$$

• Corrección del error de covarianza

$$P_k^+ = (I - K_k C_k) P_k^-$$
(68)

$$P_k^{\theta,+} = (I - K_k^{\theta} C_k^{\theta}) P_k^{\theta,-}$$
(69)

# 3 Materiales y experimentación con la batería de Ion-Litio

Para este trabajo se toman como base tres tipos de experimentos con la batería; el primero llamado UOC-SOC de (Plett, 2015), este experimento tiene el objetivo de obtener los datos experimentales para formar la función UOC(SOC); el segundo experimento es la prueba de Caracterización de Potencia de Pulso Híbrido (en inglés HPPC), en este se busca estimar los parámetros de los modelos en circuito equivalente de la batería; el tercer experimento es la prueba de prueba de estrés dinámico (por sus siglas en inglés DST), el objetivo de esta prueba es poder realizar la validación de los modelos con estos nuevos datos.

Para la experimentación con la batería se mide el voltaje, la corriente y temperatura ambiente, así como la temperatura en los bornes de la batería. Las pruebas experimentales fueron realizadas con un sistema experimental compuesto por los componentes mostrados en la Figura 6. En el diagrama también se muestran las interconexiones de los componentes.



Figura 6 Diagrama de instrumentación

Para realizar las pruebas experimentales con la batería se siguen los siguientes pasos:

 La batería debe estar cargada completamente, como primer paso se carga a corriente constante y voltaje variable, cuando llega a su voltaje de corte en carga el voltaje se establece constante y la corriente cambia a variable. De esta forma el voltaje se mantendrá en el punto de corte mientras la corriente disminuirá hasta un valor próximo a 0. Llegando a esta corriente se considera que la batería está cargada.

- 2. Cuando la batería está cargada permite establecer un punto de partida para el estado de carga de la batería (SOC), donde el SOC inicial se establece en un valor de 1 o 100% que indica que la batería está cargada. Posteriormente se inicia con el perfil de descarga teniendo en cuenta el voltaje de corte de descarga en la batería.
- 3. Para iniciar un perfil experimental tomando como referencia que la batería esta descarga, es decir con un SOC inicial de 0, el desarrollo es similar que el punto, se establece como voltaje constante el indicado en corte de descarga y la corriente de descarga tiene que tender a un valor aproximado a 0.

### 3.1 Materiales

Para la experimentación se necesitan materiales que ayuden a registrar las señales de carga y descarga de la batería de lon-Litio, además de sensores con los cuales se adquieran los datos de corriente, voltaje y temperatura de la batería. También una tarjeta de adquisición de datos es requerida para recibir y enviar información durante las pruebas. Todos los sensores y materiales utilizados en la experimentación se describen a continuación.

Tarjeta National Instruments USB-6008 (USB-6008—National Instruments, 2019): es un dispositivo de adquisición de datos (DAQ), este ofrece entradas/salidas digitales y analógicas. Cuenta con 8 entradas analógicas de 12 Bits y 10 kS/s, 2 salidas analógicas de 150 Hz y 12 entradas/salidas digitales (*NI USB-6008/6009 User Guide—National Instruments*, s/f). Con esta tarjeta de adquisición se obtienen las lecturas de los sensores usados para la experimentación con la batería, sensor de corriente, sensor de voltaje y sensor de temperatura. El sistema DAQ se construye usando el Toolbox de Matlab-Simulink para adquisición de datos. Este sistema permite leer las señales de entrada y tratar las señales para obtener mediciones de voltaje, corriente y temperatura en °C. Además, mediante el DAQ se manipulan las señales de salida para poder activar y desactivar los equipos para carga y descarga ocupados para la experimentación de la batería.



Figura 7 DAQ para adquisición de datos

 Módulo sensor de corriente ASC758LCB-050b: este sensor de corriente permite medir una corriente de hasta +-50A de manera bilineal, su respuesta de salida es tiene un comportamiento lineal, cuenta con un sensor de efecto Hall, lo cual ayuda a tener una mejor medición de la corriente. Este sensor trabaja con un voltaje de alimentación de 3.3-5 V y a temperaturas en el rango de -40° y 85°.



Figura 8 Sensor de corriente bilineal

Módulo sensor de voltaje FZ0430: es un módulo que facilita la lectura de voltaje en dispositivos o baterías de hasta 25V. Este dispositivo puede ser alimentado con 5 o 3.3 volts, aunque dependiendo del voltaje cambia su resolución, si es a 5V tiene una resolución para medir 25V, mientras que si se alimenta con 3.3V mide hasta 16.5V. El mínimo voltaje que puede leer es de 24.41 mV. Con este módulo se midió el voltaje en las terminales de la batería, la salida del sensor es lineal y está conformado por un divisor de voltaje.



Figura 9 Sensor de voltaje

 Módulo sensor de temperatura: La medición de temperatura se hace con un termopar tipo T, este termopar tiene gran sensibilidad al cambio de temperatura y es utilizable en un rango de temperatura de -200 a 400 °C. Además del termopar se utiliza un transmisor universal (red lion, modelo 0011), el cual permite obtener la lectura del termopar, además brinda la posibilidad de adaptar el rango de temperatura a valores deseados por el usuario. El transmisor universal también da la ventaja de tener una salida de voltaje lineal en función de la temperatura, de esta forma esa señal de voltaje se manda al DAQ.



Figura 10 Termopar y adaptador universal

 Batería de Ion-Litio modelo IFR18650EC-1.5Ah: esta batería tiene una capacidad de 1.5A y un voltaje nominal de 3.2 volts, trabaja con un voltaje de descarga de 2 volts y voltaje de carga de 3.65 volts, tiene una capacidad de carga de 2C y de descarga de hasta 5C. También se cuenta con la batería de Ion-Litio PSL-12450 con ánodo en base de Fosfato de Litio de Hierro (LiFePo4). Esta última tiene un voltaje nominal de 12.8V, una capacidad de 45Ah, y potencia de 576 Wh. La batería PSL-12450 está compuesta según sus especificaciones, por un conjunto de 4 baterías IFR18650EC-1.5Ah en serie y 30 en paralelo.

Experimentar con la batería IFR18650EC-1.5Ah permite obtener el comportamiento de la batería individual, posteriormente existe la posibilidad de comparar el comportamiento de una sola batería y el comportamiento de un arreglo de varias baterías.



Figura 11 Batería de Ion-Litio PSL-12450



Figura 12 Batería IFR18650EC-1.5Ah

 Fuente de voltaje: la fuente de voltaje sirve para programar los diferentes perfiles con los cuales la batería se carga. En la fuente de voltaje se puede configurar un voltaje y corriente según la prueba lo requiera.



Figura 13 Fuente de voltaje

 Carga electrónica: La carga electrónica permite programar el perfil con el cual la batería se descarga. En este dispositivo se puede configurar el voltaje y la corriente según la prueba lo requiera.



Figura 14 Carga electrónica

### 3.2 Pruebas experimentales

Los experimentos que se llevan a cabo son tres: el primero consiste en pruebas de carga y descarga que se llevaron a cabo con 4 diferentes baterías, lo recomendado en la literatura es realizar esta prueba en un rango bajo de descarga y carga siendo este de 0.1C. En este caso las baterías tienen una capacidad de 1.5Ah por lo cual la tasa 0.1C equivale a 150mAh. Con este experimento se puede generar una curva que relaciona el voltaje a circuito abierto y el SOC UOC-SOC. En la Figura 15 se muestra un ejemplo del perfil de carga y descarga, también se muestra la aproximación de la función UOC(SOC).



Figura 15 Perfil de OCV-SOC (Plett, 2015)

La segunda prueba para realizar en las baterías es el HPPC, esta prueba consiste en pulsos de descarga con lo cual se pueden obtener los parámetros y los niveles del SOC, en cada perfil de pulso de descarga que se aplica en la batería se debe aproximar a cierto porcentaje de SOC. Aplicando un perfil de 10 pulsos y teniendo la batería totalmente cargada, al final se debería llegar a un SOC del 0%, el SOC debería ir disminuyendo en un intervalo de 0.1 en 0.1 o en intervalos de 10% de descarga. En cada nivel de SOC se puede sacar parámetros del circuito equivalente con el cual se trabaje.



Figura 16 Perfil HPPC (Makinejad et al., 2015)

La tercera prueba experimental para ser aplicada a las baterías es un experimento dinámico, y sirve para validar los modelos obtenidos. La prueba seleccionada es la DST, la cual consiste en realizar cargas y descargas de la batería a diferentes valores de corriente, de forma que se obtenga una dinámica más rica de la batería. Un ejemplo de perfil que puede ser aplicado para llevar a cabo este experimento se muestra en la Figura 17.



Figura 17 Perfil DST (Cai et al., 2017)

Durante la experimentación con la batería también se midió la temperatura en los bornes de la batería, sin embargo, en el modelado de la batería no se consideró el efecto de la temperatura. Los datos recopilados de la temperatura se muestran en la sección de resultados.

# 4 Resultados

## 4.1 Funciones UOC(SOC)

Se llevaron a cabo pruebas de carga y descarga con la batería para obtener el UOC(SOC). La experimentación se hizo con baterías de Ion-Litio modelo IFR18650EC-1.5Ah, las cuales tienen un voltaje nominal de 3.2V y voltajes de corte de 3.7V en carga y 2V en descarga y trabaja con corrientes de carga de hasta 3A y descarga de hasta 5A.

Las pruebas de carga y descarga se realizaron fijando una corriente pequeña de 150 mA, lo cual permitió que la dinámica en la batería fuera poca y ayudó a lograr una mejor aproximación del UOC(SOC).

Se proponen tres tipos de funciones para estimar el UOC(SOC):

- a) Una función polinomial.
- b) Una función logarítmica.
- c) Una función mixta.

Se efectuaron cuatro series de experimentos para cuatro baterías Ion-Litio IFR18650EC-1.5Ah. En total se ajustaron 12 funciones UOC(SOC), tres funciones para cada batería. En la siguiente sección se presentan los resultados experimentales y se proporcionan los parámetros de las tres funciones para cada batería, correspondientes a cada experimento. Al final se proponen modelos promedio con las tres estructuras propuestas.

Después se compara la eficacia de dos estimadores para obtener los parámetros numéricos:

- a) Mínimos cuadrados
- b) Filtro de Kalman extendido

Finalmente, se formulan los modelos promedios correspondientes a los 5 circuitos eléctricos equivalentes.

## 4.1.1 Estimación de los parámetros de las funciones UOC(SOC) mediante una función polinomial

Para aproximar los coeficientes de las funciones UOC(SOC) se registraron las variables eléctricas en cada experimento de carga y descarga. Primeramente, se aproximaron las funciones con los datos obtenidos y posteriormente se promediaron para obtener la función UOC(SOC) global. En la Figura 18 a)-d) se muestran las predicciones del UOC(SOC) obtenidas usando la función polinomial para las baterías 1 a 4, respectivamente. En las Tablas 1–4 se muestran los coeficientes de la función UOC(SOC) obtenidos a partir de los datos de carga, los coeficientes estimados a partir de los datos de descarga y la función polinomial para estimar el UOC(SOC) expresada en términos de los parámetros estimados, para cada una de las cuatro baterías estudiadas. La estimación de estos coeficientes se hizo por regresión lineal, usando librerías y funciones de Matlab.



Figura 18 UOC(SOC) con función polinomial a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4

Coeficientes	Coeficientes de la función polinómica carga	Coeficientes de la función polinómica descarga	Promedio de coeficientes
C1	2.81584699138549	2.44854669406459	2.632196842725040
C2	19.2233666442871	21.5860080547026	20.404687349494850
СЗ	-272.760985457151	-284.221258760426	-2.784911221087885e+02
C4	2088.45665369372	2055.28879000873	2.071872721851225e+03
C5	-9442.98819241011	-8945.45517384190	-9.194221683126005e+03
C6	26718.4932751290	24744.3587571172	2.573142601612310e+04
C7	-48655.6858292337	-44543.5411901832	-4.659961350970845e+04

Tabla 1 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 1

C8	57031.0301932879	51985.3027292671	5.450816646127751e+04
C9	-41584.1265095322	-37900.2987451456	-3.974221262733890e+04
C10	17159.2569149531	15669.7574113218	1.641450716313745e+04
C11	-3060.14973344474	-2801.91545468162	-2.931032594063180e+03

# Tabla 2 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 2

Coeficientes	Coeficientes de la función polinómica carga	Coeficientes de la función polinómica descarga	Promedio de coeficientes
C1	2.80802654671516;	2.37042781638493	2.589227181550045
C2	19.3176129310369;	23.4543330940934	21.385973012565152
C3	-281.267514664823;	-315.908224441834	-2.985878695533285e+02
C4	2196.54435275876;	2324.49740113559	2.260520876947175e+03
C5	-10106.8072544665;	-10259.0481355668	-1.018292769501665e+04
C6	29091.9621626950;	28680.3105865809	2.888613637463795e+04
C7	-53918.5898576838;	-51997.9583718833	-5.295827411478355e+04
C8	64360.2134492204;	60910.9724905152	6.263559296986780e+04
C9	-47815.7311656131;	-44436.1449363521	-4.612593805098260e+04
C10	20113.0140686349;	18336.4424579352	1.922472826328505e+04
C11	-3657.92831804780;	-3265.71431024847	-3.461821314148135e+03

# Tabla 3 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 3

Coeficientes	Coeficientes de la función polinómica carga	Coeficientes de la función polinómica descarga	Promedio de coeficientes
C1	2.73488345078578;	2.46461412793883;	2.599748789362305
C2	19.3365786893613;	20.6483759281837;	19.992477308772500
СЗ	-265.002638004315;	-262.503667739619;	-2.637531528719670e+02
C4	1979.42810479862;	1831.52591255762;	1.905477008678120e+03
C5	-8802.87749131805;	-7679.89533242111;	-8.241386411869580e+03
C6	24677.0863792838;	20419.0866797763;	2.254808652953005e+04

C7	-44814.3312633614;	-35222.4617639434;	-4.001839651365240e+04
C8	52690.4561739508;	39243.8951463585;	4.596717566015465e+04
C9	-38739.5349904154;	-27195.6675651765;	-3.296760127779595e+04
C10	16194.5484670864;	10633.7672583198;	1.341415786270310e+04
C11	-2938.36076080957;	-1787.53870395790;	-2.362949732383735e+03

### Tabla 4 Coeficientes para UOC(SOC) con polinomio batería 4

Coeficientes	Coeficientes de la función polinómica carga	Coeficientes de la función polinómica descarga	Promedio de coeficientes
C1	2.75592042638263;	2.48164809564800;	2.618784261015315
C2	18.8788461433973;	21.2972887771762;	20.088067460286750
C3	-260.129352431031;	-273.594398989062;	-2.668618757100465e+02
C4	1955.33729552580;	1932.52908941444;	1.943933192470120e+03
C5	-8757.07102185461;	-8220.79508206266;	-8.488933051958635e+03
C6	24736.9944811547;	22219.1335142129;	2.347806399768380e+04
C7	-45291.1921198243;	-39040.0147290829;	-4.216560342445360e+04
C8	53702.9815910827;	44396.9548956102;	4.904996824334645e+04
C9	-39818.4981470492;	-31474.4564971273;	-3.564647732208825e+04
C10	16781.4628012513;	12623.7452824697;	1.470260404186050e+04
C11	-3068.04286420469;	-2183.93120386607;	-2.625987034035380e+03

Las 4 funciones UOC(SOC) polinomiales se promedian y de esta forma se obtiene una nueva estimación UOC(SOC). en la Figura 19 se muestra las 4 funciones estimadas de las 4 baterías y el promedio de estas. En la Tabla 5 se muestran los coeficientes resultantes para la función promedio.



Figura 19 Promedio de funciones UOC(SOC) polinomiales

Tabla 5 Coeficientes para UOC(SOC) promedio con la función polinomio

Coeficientes	Promedio de coeficientes
C1	2.609989268663176
C2	20.467801282779813
СЗ	-2.769235050610326e+02
C4	2.045450949986660e+03
C5	-9.026867210492717e+03
C6	2.516092822949372e+04
C7	-4.543547189064950e+04
C8	5.304022583366161e+04
C9	-3.862055731955143e+04
C10	1.593899933274652e+04
C11	-2.845447668657607e+03

### 4.1.2 Estimación de los parámetros de las funciones UOC(SOC) mediante una función logarítmica

La siguiente función UOC(SOC) es una ecuación con logaritmos naturales. El procedimiento para ajustar el modelo es el mismo que el usado para obtener los polinomios en términos del SOC. Se evalúa la función logaritmo obtenida para cada batería ajustando los datos obtenidos

de los experimentos de carga y descarga. En la Figura 20 a)-d) se muestran las aproximaciones del UOC(SOC) para las 4 baterías. En las Tablas 6-9 se presentan los coeficientes de los modelos obtenidos con los datos de carga, descarga. También se muestra la función UOC(SOC) promedio.



Figura 20 UOC(SOC) con función logaritmo a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4

	Tabla 6 Coeficientes	para UOC	(SOC) con	logaritmos	batería 1
--	----------------------	----------	-----------	------------	-----------

Coeficientes	Coeficientes de la func logaritmo carga	ón Coeficientes de la función logaritmo descarga	Promedio de coeficientes
КО	3.62986631161134;	3.28801758299576;	3.45894194730355

К1	-0.00102966916291377;	-0.00568268263158105;	-0.00335617589724741
К2	-0.20668150585;	-0.0299333858518447;	-0.118307445850922
КЗ	0.105694833740147;	0.0488988333805573;	0.0772968335603522
К4	-0.0296431734937683;	-0.0104004602522516;	-0.0200218168730100

Tabla 7 Coeficientes para UOC(SOC) con logaritmos batería 2

Coeficientes	Coeficientes de la función logaritmo carga	Coeficientes de la función logaritmo descarga	Promedio de coeficientes
КО	3.59013605262313;	3.286659880772142;	3.43839796669764
К1	-0.00113270366295161;	-0.004669885797613;	-0.00290129473028231
К2	-0.190593866948299;	-0.083820099613978;	-0.137206983281139
КЗ	0.097465222215657;	0.0686598941172076;	0.0830625581693867
К4	-0.0302387037843377;	-0.0148076289113448;	-0.0225231663478413

# Tabla 8 Coeficientes para UOC(SOC) con logaritmos batería 3

Coeficientes	Coeficientes de la función logaritmo carga	Coeficientes de la función logaritmo descarga	Promedio de coeficientes
КО	3.58436107168301;	3.27647528487707;	3.43041817828004
К1	-0.000998870778887992;	-0.00684849535490746;	-0.00392368306689773
К2	-0.177299576815722;	-0.00756656180494465;	-0.0924330693103333
КЗ	0.112360399707018;	0.0358744519905635;	0.0741174258487908
К4	-0.0190475156396464;	-0.00952102442650967;	-0.0142842700330780

# Tabla 9 Coeficientes para UOC(SOC) con logaritmos batería 4

Coeficientes	Coeficientes de la función logaritmo carga	Coeficientes de la función logaritmo descarga	Promedio de coeficientes
КО	3.58499014661495;	3.32609232078394;	3.45554123369945
К1	-0.000973431499881820;	-0.00651684017612287;	-0.00374513583800235

К2	-0.184615778782208;	-0.0307203263479826;	-0.107668052565095	
КЗ	0.109789114116363;	0.0441227977795855;	0.0769559559479743	
К4	-0.0192064767040679;	-0.0102938869504009;	-0.0147501818272344	

Las 4 funciones UOC(SOC) logarítmicas se promedian y de esta forma se obtiene una nueva estimación UOC(SOC). en la Figura 21 se muestra las 4 funciones estimadas de las 4 baterías y el promedio de estas. Los coeficientes resultantes para la función promedio se muestran en la Tabla 10.



Figura 21 Promedio de funciones UOC(SOC) de logaritmos

Tabla 10 Coeficientes para UOC(SOC) promedio con la función de logaritmos

Coeficientes	Promedio de coeficientes	
k0	3.44582483149517	
k1	-0.00348157238310745	

k2	-0.113903887751872
k3	0.0778581933816260
k4	-0.0178948587702909

### 4.1.3 Estimación de los parámetros de las funciones UOC(SOC) mediante una función Mixta

Finalmente se estima el UOC(SOC) mediante la función mixta. La estimación se realiza para las 4 baterías. En la Figura 22 a)-d) se muestran las predicciones del UOC(SOC) del comportamiento de las baterías, calculado con la función mixta. En las Tablas 11–14 se muestran los coeficientes de la función UOC(SOC) obtenidos a partir de los datos de carga y descarga de las baterías, así como los coeficientes promedios para el UOC(SOC) mixto.

Coeficientes	Coeficientes de la función mixtaCoeficientes de la funcióncargamixta descarga		Promedio de coeficientes	
a0	4.0192627029445;	3.64296622622616;	3.831114464585330;	
a2	-1.56123792217157;	-1.11632224019737;	-1.338780081184470;	
a3	1.89626486576944;	1.37378630628611;	1.635025586027775;	
a4	-0.966158444899931;	-0.682348731204961;	-0.824253588052446;	
а5	0.000187202383937162;	-0.00295139370826441;	-0.001382095662164;	
a6	0.221827416015107;	0.171363361702912;	0.196595388859010;	
а7	-0.0348196753922533;	-0.0178824784722325;	-0.026351076932243;	

### Tabla 11 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 1



Figura 22 UOC(SOC) con función Mixta a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4

Coeficientes	Coeficientes de la función mixta carga	Coeficientes de la función mixta descarga	Promedio de coeficientes	
a0	3.93888633574600;	3.60811773398019;	3.77350203486310	
a1	-1.40187810234866;	-1.07426853175380;	-1.23807331705123	
a2	1.69151683174644;	1.24926962712653;	1.47039322943649	
a3	-0.863681478786652;	-0.601604695638674;	-0.732643087212663	
a4	-6.32781349623381e-06;	-0.00259164998157107;	-0.00129898889753365	
a5	0.201676140855324;	0.176557490732066;	0.189116815793695	
a6	-0.0357763367354650;	-0.0179214550044045;	-0.0268488958699348	

#### Tabla 12 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 2

### Tabla 13 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 3

Coeficientes	Coeficientes de la función mixtaCoeficientes de la funcióncargamixta descarga		Promedio de coeficientes	
a0	3.96076928522716;	3.51792083378040;	3.73934505950378	
a1	-1.39300264987329;	-0.719722989907237;	-1.05636281989026	
a2	1.55913190890045;	0.868233530564353;	1.21368271973240	
a3	-0.696988944954152;	-0.420483347120336;	-0.558736146037244	
a4	0.000218957892808258;	-0.00463406427747327;	-0.00220755319233251	
a5	0.226775682863925;	0.122149135180249;	0.174462409022087	
a6	-0.0110594410212031;	-0.0136376360304393;	-0.0123485385258212	

# Tabla 14 Coeficientes para UOC(SOC) Mixto batería 4

Coeficientes	Coeficientes de la función mixtaCoeficientes de la funcióncargamixta descarga		Promedio de coeficientes	
a0	3.95452382740783;	3.57415735182958;	3.76434058961870	
a1	-1.37495864782472;	-0.771831473860737;	-1.07339506084273	
a2	1.52108947880622;	0.915769632277290;	1.21842955554176	
a3	-0.673240429334460;	-0.448490117017180;	-0.560865273175820	
a4	0.000223691963468100;	-0.00435583305401262;	-0.00206607054527226	
a5	0.222162425767897;	0.131808448535134;	0.176985437151516	
a6	-0.0102516429280683;	-0.0150341357879599;	-0.0126428893580141	

Las 4 funciones UOC(SOC) mixtas se promedian y de esta forma se obtiene una nueva estimación UOC(SOC). en la Figura 23 se muestra las 4 funciones estimadas para las 4 baterías y el promedio de estas. Los coeficientes resultantes para la función promedio se muestran en la Tabla 15.



Figura 23 Promedio de funciones UOC(SOC) Mixtas

Tabla 15 Coeficientes para UOC(SOC) promedio con la función mixta

Coeficientes	Promedio de coeficientes
a0	3.77707553714273
a1	-1.17665281974217
a2	1.38438277268461
a3	-0.669124523619543
a4	-0.00173867707432560
a5	0.184290012706577
a6	-0.0195478501715033

### 4.1.4 Comparación de errores de funciones UOC(SOC)

Los errores son el promedio de los errores de las 4 baterías con las distintas funciones UOC(SOC), los errores de cada batería se muestran en el Anexo D. Observando los errores de

las funciones UOC(SOC) de la Tabla 16, se concluye que la función polinómica es más exacta, mientras que la función mixta tiene menor dispersión, ya que su desviación estándar es menor. La desventaja de la función polinómica es que tienen un mayor número de parámetros para estimar en comparación con la función mixta. Sin embargo, también se evalúan los resultados de estimaciones con cada una de las funciones UOC(SOC) y el EKF, después, partir de ellos se estiman nuevos errores de estimación.

	Carga		Descarga			
	Logaritmo	Polinomial	Mixto	Logaritmo	Polinomial	Mixto
RMSE	0.0127	0.004475	0.0076	0.0089	0.004875	0.007925
IAE	307.6	102.135	186.5325	206.3125	101.6075	208.1625
ISE	5.745	0.683825	1.9675	2.825	0.858275	2.2325
Desviación estándar	1.2255E-12	3.05125E-11	4.61925E-13	4.3525E-12	2.083E-11	3.8758E-13

Tabla 16 Errores promedio de estimaciones con los UOC(SOC)

### 4.2 Comparación RSM y EKF

En la Figura 24 se muestran los voltajes de salida y las aproximaciones del UOC(SOC) producidas por las funciones polinomial, logarítmica y mixta (la curva de descarga se invierte para mejor visualización). La comparación se hace para diferenciar la eficacia de los métodos de estimación de parámetros, estos son RSM y EKF. La comparación se establece con base en las mediciones obtenidas del promedio de las 3 diferentes funciones anteriormente mencionadas. La estimación de los parámetros de los modelos del UOC(SOC) se hizo de tal manera que estos modelos aproximaran bien los datos experimentales de carga y descarga de la batería, como se explicó en la sección anterior.



Figura 24 Aproximaciones UOC(SOC)

El modelo R<sub>int</sub> tiene dos elementos: UOC(SOC) es el voltaje en circuito abierto en función del SOC y una resistencia en serie R0 representa la resistencia interna de la batería. Para la estimación de los parámetros se usan los dos algoritmos RSM y EKF.

La prueba de caracterización de potencia de pulso híbrido (HPPC en inglés) es usada para estimar la potencia disponible, está documentada en (Makinejad et al., 2015). Esta prueba consiste en descargar la batería mediante pulsos de corriente. En cada pulso se consume el 10% de la capacidad total de la batería. Antes de alimentar estos pulsos se aplican dos pequeños pulsos, uno de descarga y otro de carga, ambos con una duración de 10 segundos. Estos pulsos iniciales sirven para excitar a la batería antes de aplicar el pulso de descarga. El perfil HPPC se muestra en la Figura 25.



Figura 25 Perfil de corriente HPPC

Después de definir las funciones UOC(SOC), el parámetro R0 se estimó mediante mínimos cuadrados recursivos a partir de los registros de los cambios de tensión en la batería 1 ante una demanda o entrada de corriente. En la Figura 26 se muestra el gráfico de la variación de R0 para distintos pulsos de descarga de la batería con respecto al tiempo. Aunque en el RSM tiene variaciones, el valor que es de interés es aquel que se registra cuando existe un pulso de descarga en la batería. El valor que resulta es próximo a 0.33, el cual es mostrado en el acercamiento de la Figura 26.


Figura 26 Estimación de R0 estimada con RSM

En la Figura 27 se muestra la aproximación con las tres funciones UOC(SOC) para la resistencia interna R0, se puede observar que a diferencia del RSM, se obtiene menor variación en la estimación. La estimación del parámetro con las tres funciones es cercana una de la otra, el parámetro ronda un valor aproximado de 0.33 cuando se obtiene por el RSM o por el EKF.



Figura 27 Estimación 1 con el EKF y las funciones UOC(SOC)

El algoritmo de EKF permite modificar los valores iniciales de ruido en el sistema, ruido en los sensores y la covarianza inicial. Cambiando estos valores iniciales se obtiene la Figura 28 en donde se observa que el parámetro R0 utilizando las tres funciones UOC(SOC) converge de mejor manera en comparación con lo que se ve en la Figura 27. Esto da la posibilidad a poder encontrar parámetros constantes para los modelos de circuito eléctrico equivalente que se utilizan en este trabajo de manera más eficaz, sin tener demasiadas variaciones en los parámetros estimados.



Figura 28 Estimación 2 de R0 estimada con EKF

## 4.3 Modelo Rint

Una vez realizado el análisis comparativo con base en la evaluación del UOC(SOC) y los algoritmos de estimación, la conclusión es que el estimador con mejor desempeño es el EKF. En cuanto a la evaluación del UOC(SOC), la función polinomial es más precisa para este propósito, pero requiere un número mayor de parámetros y la ganancia con respecto a la predicción de las otras funciones no es demasiada. En las secciones que siguen, se presenta la estimación de los parámetros utilizando únicamente el EKF, pero utilizando las funciones UOC(SOC) logarítmica, polinomial y mixta. Los coeficientes para las funciones son las resultantes del promedio de los obtenidos con las pruebas experimentales de las 4 baterías. Estos resultados se resumen en la Tabla 5, Tabla 10 y Tabla 15.

#### Estimación de parámetros con EKF y función UOC(SOC) logarítmica 4.3.1

Para estimar el parámetro R0 del modelo Rint, se promedian los valores de UOC(SOC) de la función logarítmica, obtenidos para las 4 baterías. Los resultados se muestran en la Figura 29. En la Figura 30 se observan los voltajes de salida estimados con el EKF para cada una de las baterías. En la Figura 31 se hace a un acercamiento que permite visualizar la aproximación en los transitorios y la repetibilidad del experimento con las 4 baterías. Para estas simulaciones se realizó la estimación de R0 en línea.



Estimación de parametros Rint EKF

Figura 29 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 30 Salida del sistema con EKF



Figura 31 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) logarítmico

En las Figuras 32 y 33 se muestra la simulación del modelo considerando el parámetro R0 constante y UOC(SOC) polinomial. Los parámetros para el modelo de cada una de las diferentes baterías se muestran en la Tabla 17.



Figura 32 Salida del sistema con parámetros constantes



Figura 33 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) de logaritmos

Tabla 17 Parámetros	para modelo	R <sub>int</sub> con UOC	C(SOC)	logarítmica
---------------------	-------------	--------------------------	--------	-------------

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.3102	.3116	.2924	.2891

## 4.3.2 Estimación de parámetros con EKF y función UOC(SOC) polinomial

Para estimar el parámetro R0 del modelo R<sub>int</sub>, se promediaron los valores de la función UOC(SOC) polinomial, obtenidos para las 4 baterías. Los resultados de los parámetros estimados son similares a los correspondientes al modelo UOC(SOC) logarítmico y se muestran en el Anexo E.I. En la Figura 34 se muestran los voltajes de salida estimados con el EKF para cada una de las baterías. En la Figura 35 se hace a un acercamiento que permite visualizar la aproximación en los transitorios y la repetibilidad del experimento con las 4 baterías.



Figura 34 Salida del sistema con EKF



Figura 35 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) polinomial

En las Figuras 36 y 37 se muestra la simulación del modelo considerando el parámetro del modelo R0 constante ahora con la función UOC(SOC) polinomial. Los parámetros para el modelo de cada una de las diferentes baterías se muestran en la Tabla 18.



Figura 36 Salida del sistema con parámetros constantes



Figura 37 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) de polinomio

Tabla 18 Parámetros para	modelo R <sub>int</sub> con l	UOC(SOC)	polinomial
--------------------------	-------------------------------	----------	------------

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.3091	.3101	.2089	.2881

## 4.3.3 Estimación de parámetros con EKF y función UOC(SOC) mixta

El parámetro R0 del modelo Rint se evalúa con los valores promedios de las 4 funciones UOC(SOC) mixtas obtenidos para las 4 baterías. El procedimiento es similar al realizado para calcular el UOC(SOC) con la función en términos de logaritmos naturales. Los parámetros estimados se muestran en el Anexo E.II. En las Figuras 38 y 39 se muestran los voltajes de salida para las 4 baterías diferentes, obtenidos mediante el EKF.



Figura 38 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 39 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto (Zoom)

El parámetro R0 estimado con el EKF se aproxima a una constante para cada serie de experimentos asociados con las 4 baterías. Estos se muestran en la Tabla 19. Después se simula el comportamiento de las 4 baterías y sus respuestas se muestran en las Figuras 40 y 41.



Figura 40 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) mixto



Figura 41 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) de UOC(SOC) mixto

Tabla 19 Parámetros	para modelo R <sub>int</sub> con	UOC(SOC) mixta
---------------------	----------------------------------	----------------

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.3096	.3107	.2892	.2885

#### 4.3.4 Evaluación de error para modelos Rint

En la Tabla 20 se muestran los errores promedio para el modelo R<sub>int</sub> que se calculan como la diferencia de voltaje que resulta de simular los modelos con parámetros constantes y con parámetros estimados en línea, usando las 3 diferentes funciones UOC(SOC) y las 4 baterías. Los errores inicialmente se calculan para cada una de las 4 baterías y se reportan en el anexo E.III. Con base en los resultados se concluye que los modelos con menor error son los evaluados con la función mixta, estimados con EKF y considerando parámetros constantes. También se observa que el modelo R<sub>int</sub> puede seguir el voltaje en circuito abierto de la batería;

sin embargo, este modelo no predice la dinámica de la batería, pero es útil cuando la evolución del voltaje tiene transitorios cortos.

	EKF en línea			Modelo con	Parámetros co	nstantes
	Logaritmo Polinomial Mixto		Logaritmo	Polinomial	Mixto	
RMSE	0.02295	0.02335	0.0219	0.0229	0.0232	0.022225
IAE	407.22	407.2725	386.7875	406.405	404.6475	382.835
ISE	18.4775	19.135	17.6225	18.41	18.905	17.4375
Desviación estándar	0.00182275	0.00198325	0.00181425	0.002094675	0.00213425	0.001996

Tabla 20 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC)

## 4.4 Modelo de Thévenin

#### 4.4.1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo

Los parámetros del modelo de Thévenin son los valores promedios de las 4 funciones UOC(SOC) logarítmicas probadas para las 4 baterías. El modelo de Thévenin en comparación al Rint cuenta con una rama RC, esta rama ayuda a estimar el estado transitorio de la batería. Los parámetros a estimar son 3, la resistencia R0 y la malla compuesta por un capacitor y una resistencia. En las Figuras 42 y 43 se muestran los parámetros estimados con el EKF. En la Figura 44 están los estados del sistema los cuales son el SOC y el voltaje en el capacitor C1. Posteriormente se muestra la salida del sistema que corresponde al voltaje de la batería mostrada en las Figuras 45 y 46.







Figura 43 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 44 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 45 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) logarítmica



Figura 46 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) logarítmica

En base a los parámetros estimados anteriormente se toman valores aproximados para los parámetros. Estos parámetros se muestran en la Tabla 21. En las Figuras 47 y 48 se muestra la salida de los modelos con las diferentes baterías y UOC(SOC) logaritmo.



Figura 47 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) logaritmo



Figura 48 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) logaritmo

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.2899	.2891	.2683	.2638
R1	.1322	.01313	.01493	.01407
C1	4995	5794	5008	5924

Tabla 21 Parámetros para modelo Thévenin con UOC(SOC) logarítmica

## 4.4.2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial

Los parámetros del modelo Thévenin que se presentan han sido calculados como el promedio de los parámetros estimados con la función UOC(SOC) polinomial para las 4 baterías. Igual que con la función anterior UOC(SOC) se estiman los parámetros con el EKF. Las gráficas obtenidas se muestran en el Anexo E.IV. En las Figuras 49 y 50 se muestran los resultados de salida del sistema con el EKF para las diferentes baterías.



Figura 49 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 50 Salida del sistema con EKF (Zoom) y UOC(SOC) polinomial

En base a la estimación con el EKF se toman los parámetros constantes que se muestran en la Tabla 22. En las Figuras 51 y 52 se muestra la salida de los modelos con las diferentes baterías.



Figura 51 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) polinomial



Figura 52 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) polinomial

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.295	.3009	.2748	.2649
R1	.006983	.004285	.01229	.09269
C1	5694	5140	5393	5072

Tabla 22 Parámetros para modelo Thévenin con UOC(SOC) polinomial

## 4.4.3 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta

Los parámetros del modelo de Thévenin resultan de calcular el promedio de los estimados usando la función UOC(SOC) mixta para las 4 baterías. Se obtienen los 3 parámetros del modelo de Thévenin mostrados en el Anexo E.V. El voltaje de salida que se obtiene del modelo con la función mixta se muestra en la Figura 53 para las diferentes baterías, y en la Figura 54 con un acercamiento. Los resultados que se presentan corresponden a una estimación en línea de los parámetros mediante el EKF.



Figura 53 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 54 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto

Posteriormente se muestra la simulación con el modelo conteniendo parámetros constantes de los modelos en base a las estimaciones con el EKF. Los parámetros constantes se muestran en la Tabla 23. Los voltajes de salida de las 4 baterías se muestran en las Figuras 55 y 56.



Figura 55 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto



Figura 56 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.2968	.2863	.2757	.255
R1	.01036	.1181	.01048	.03292
C1	5811	4800	5657	5329

Tabla 23 Parámetros para modelo Thévenin con UOC(SOC) mixto

## 4.4.4 Evaluación de error de los modelos de Thévenin

Al evaluar los errores obtenidos en la Tabla 24 en su mayoría son menores con el EKF y la función UOC(SOC) mixta. En cuanto a los errores de modelos con parámetros constantes se encuentra que en algunos casos la función UOC(SOC) polinomial tiene errores menores y en otros la función UOC(SOC) mixta. Los datos de error son el promedio de los obtenido con las pruebas en las 4 baterías y se reportan en el Anexo E.VI.

En cuanto a la dinámica que presenta este modelo tanto con el EKF y parámetros constantes se observa que este modelo tiende a seguir el comportamiento principalmente al llegar al voltaje en circuito abierto de la batería, en los transitorios de la batería este modelo no tiende a seguir esta dinámica de la batería.

	EKF en línea			Modelo con Parámetros constantes		
	Logaritmo Polinomial Mixto		Logaritmo	Polinomial	Mixto	
RMSE	0.0192	0.020725	0.0191	0.0234	0.0226	0.022325
IAE	272.6775	320.97	263.88	464.51	409.8675	421.585
ISE	12.945	15.2375	12.8625	19.5075	17.38	17.75
Desviación estándar	0.0016675	0.000509375	0.0011635	0.0054065	0.0022395	0.0050585

Tabla 24 Errores p	promedio de	e modelos	estimados	con los	UOC(SOC)
--------------------	-------------	-----------	-----------	---------	----------

## 4.5 Modelo de PNGV

# 4.5.1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo

Los parámetros del modelo de PNGV se evalúan como el promedio de los estimados con las funciones UOC(SOC) logarítmicas para las 4 baterías. El modelo PNGV es similar al modelo de

Thévenin, la diferencia es que cuenta con un capacitor en serie más que el modelo Thévenin. Por lo tanto, para este modelo son 4 parámetros a estimar; dos resistencias y dos capacitores. En las Figuras 57, 58 y 59 se muestra la estimación de los parámetros con el EKF y UOC(SOC) de logaritmos. Posteriormente en la Figura 60 se muestra los estados del sistema los cuales corresponden al SOC y los voltajes en los capacitores. Finalmente, en las Figuras 61 y 62 se muestra el voltaje de salida estimado con el EKF.



Figura 57 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 58 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 59 Cd estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 60 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 61 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) logarítmica



Figura 62 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) logaritmos

Después de presentar los modelos obtenidos mediante el EKF se calculan parámetros constantes. Los parámetros utilizados se muestran en la Tabla 25. Posteriormente se muestran las salidas de los modelos para las 4 baterías en las Figuras 63 y 64.



Figura 63 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) logaritmos



Figura 64 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) logaritmos

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.2783	.282	.2605	.2536
R1	.07495	.07495	.07492	.07495
C1	5598	5609	5336	5600
Cd	4.813e6	5.303e6	5.677e6	4.036e6

Tabla 25 Parámetros para modelo PNGV con UOC(SOC) logarítmica

## 4.5.2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial

Para estimar los parámetros del modelo de PNGV se evalúa con los valores promedios de las 4 funciones UOC(SOC) polinomiales de las 4 baterías. Los parámetros y estados estimados son como la anterior función UOC(SOC) logarítmica, las gráficas correspondientes se muestran en el anexo E.VII. En las Figuras 65 y 66 se muestran la salida de las diferentes baterías estimadas con el EKF.



Figura 65 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 66 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) polinomial

Una vez estimados los modelos implementando el EKF, se extraen parámetros constantes. Los parámetros utilizados se muestran en la Tabla 26. Posteriormente se muestran las salidas de los modelos para las distintas baterías en las Figuras 67 y 68.



Figura 67 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) polinomial



Figura 68 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) polinomial

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.2775	.2823	.2606	.2537
R1	.07491	.07493	.07493	.07492
C1	5571	5611	5632	5618
Cd	3.577e6	4.335e6	4.245e6	3.938e6

Tabla 26 Parámetros para modelo PNGV con UOC(SOC) polinomial

#### 4.5.3 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta

Los parámetros del modelo de Thévenin se evalúan con los valores promedios de las 4 funciones UOC(SOC) mixtas para las 4 baterías. Igual que con la función anterior se calculan los 4 parámetros del modelo PNGV, pero ahora cambiando el UOC(SOC). Los parámetros estimados para las diferentes baterías se muestran en el anexo E.VIII. Finalmente, en las Figuras 69 y 70 se muestra la salida de los modelos con las diferentes baterías.



Figura 69 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 70 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto

Usando la estimación de parámetros en línea con el EKF, se toman parámetros constantes mostrados en la Tabla 27 para cada una de las baterías. Posteriormente en las Figuras 71 y 72 se muestra la respuesta de los modelos con las diferentes baterías.



Figura 71 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto



Figura 72 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
R0	.2781	.2818	.2603	.2534	
R1	.07496	.07496	.07492	.07495	
C1	5589	5599	5622	5606	
Cd	3.95e6	4.093e6	4.029e6	3.555e6	

Tabla 27 Parámetros para modelo PNGV con UOC(SOC) mixta

#### 4.5.4 Evaluación de error de los modelos PNGV

Los errores de la Tabla 28 son el promedio de los errores de las 4 baterías. Estos errores se muestran para cada batería en el Anexo E.IX.

Con base en los errores obtenidos se concluye que los modelos estimados con UOC(SOC) mixto obtienen un menor error implementando el EKF en línea y simulando con parámetros constantes. En cuanto a la dinámica es muy similar a la del modelo de Thévenin, siguiendo la respuesta transitoria de la batería.

	EKF en línea	-		Modelo con Parámetros constantes		
	Logaritmo	Polinomial	Mixto	Logaritmo	Polinomial	Mixto
RMSE	0.01865	0.018625	0.0185	0.02235	0.02305	0.021775
IAE	185.3575	186.41	184.355	442.5775	397.315	423.7575
ISE	12.225	12.1875	12.0375	17.6575	18.7325	16.6925
Desviación estándar	0.00014325	0.0000905	0.0001132	0.005725	0.006275	0.0054145

Tabla 28 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC)

## 4.6 Modelo de Thévenin Doble

### 4.6.1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo

Los parámetros del modelo de Thévenin doble son el promedio de los estimados usando la función UOC(SOC) logarítmica para las 4 baterías. El modelo Thévenin doble tiene 6 parámetros para estimar. Dos mallas RC y la resistencia en serie R0. Los parámetros estimados con EKF se muestran en las Figuras 73 y 74 para las cuatro baterías. En la Figura 75 se muestran los estados estimados correspondiente al SOC y el voltaje en los dos capacitores.

Finalmente, en las Figuras 76 y 77 se muestra el voltaje de salida que se obtiene implementando el EKF en las diferentes baterías.



Figura 73 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 74 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 75 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 76 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) logarítmica



Figura 77 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) logaritmos

Considerando los parámetros estimados con el EKF en línea se proponen parámetros constantes para los modelos. Los parámetros para cada batería se muestran en la Tabla 29. El voltaje de salida de los modelos para las diferentes baterías se muestra en las Figuras 78 y 79.



Figura 78 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) logaritmos



Figura 79 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) logaritmos

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.281	.2786	.2734	.2725
R1	.009082	.01063	.05675	.0614
C1	6707	6057	6201	6465
R2	.001447	.00189	.009301	.01037
C2	4238	3461	4472	5002

Tabla 29 Parámetros para modelo Thévenin doble con UOC(SOC) logarítmica

#### 4.6.2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial

Los parámetros del modelo Thévenin doble se obtienen como el promedio de los estimados usando la función UOC(SOC) polinomial para las 4 baterías. Los parámetros y estados a estimar son los mismos que en la función anterior UOC(SOC) logarítmica, los gráficos resultantes se reportan en el Anexo E.X. En las Figuras 80 y 81 se muestra la salida de los modelos de las diferentes baterías, estimados con el EKF.



Figura 80 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 81 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) polinomial

Con base en los parámetros estimados con el EKF se definen parámetros constantes para los modelos. Los valores tomados para cada batería se muestran en la Tabla 30. La salida de los modelos para las diferentes baterías se muestra en las Figuras 82 y 83.



Figura 82 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) polinomial



Figura 83 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) polinomial

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.2812	.2789	.2735	.2725
R1	.01063	.01084	.05453	.06127
C1	6588	6031	6462	6462
R2	.001578	.001611	.009357	.01015
C2	4166	3514	4655	5074

Tabla 30 Parámetros para modelo Thévenin doble con UOC(SOC) polinomial

#### 4.6.3 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta

Los parámetros del modelo de Thévenin doble se evalúan como el promedio de los estimados con la función UOC(SOC) mixta para las 4 baterías. Los parámetros y estados estimados para las 4 baterías son similares a las funciones anteriores UOC(SOC) y se muestran en el Anexo E.XI. Finalmente, en las Figuras 84 y 85 se muestra la salida del sistema para las diferentes baterías con el EKF.







Figura 85 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto

Con base en los parámetros estimados en línea con el EKF se definen parámetros constantes para los modelos de las diferentes baterías. Estos parámetros se muestran en la Tabla 31. Posteriormente en las Figuras 86 y 87 se muestra la salida de los modelos con las distintas baterías.



Figura 86 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto



Figura 87 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.2808	.2789	.2733	.2724
R1	.01014	.01105	.05468	.0604
C1	6541	6061	6111	6416
R2	.001129	.001456	.009556	.01034
C2	4156	3550	4742	5317

Tabla 31 Parámetros para modelo Thévenin doble con UOC(SOC) mixta

#### 4.6.4 Evaluación de error de los modelos Thévenin doble

Los errores de la Tabla 32 resultan del promedio de los errores estimados para cada una de las baterías, estas tablas de errores se muestran en el Anexo E.XII.

Al evaluar los errores obtenidos usando las diferentes funciones UOC(SOC) se puede concluir que la función UOC(SOC) mixta produce menor error, tanto con el EKF como con los modelos

de parámetros constantes. Los transitorios se aproximan mejor con este modelo aumentando en comparación con el modelo Thévenin que cuenta con una malla RC. Cabe mencionar que se observa que el valor de las resistencias de las dos mallas puede converger a valores distintos, lo cual nos lleva a dinámicas distintas en los modelos, como se observa en la Figura 87. En esta se percibe que los modelos para las baterías 1 y 2 siguen mejor la dinámica cuando hay una caída de tensión, mientras que los modelos de las baterías 3 y 4 siguen mejor el estado transitorio.

	EKF en líne	а		Modelo con Parámetros constantes		
	Logaritmo	Polinomial	Mixto	Logaritmo	Polinomial	Mixto
RMSE	0.019625	0.0202	0.019025	0.0227	0.02325	0.022
IAE	269.715	279.165	252.5775	430.0425	441.5975	405.475
ISE	13.52	14.315	12.735	18.16	19.1	17.0475
Desviación estándar	0.004975	0.00515	0.004375	0.00375	0.006	0.0036

Tabla 32 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC)

#### 4.7 Modelo de PNGV mejorado

#### 4.7.1 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) logaritmo

Los parámetros del modelo PNGV mejorado se evalúan como el promedio de los estimados con la función UOC(SOC) logarítmica para las 4 baterías. El modelo PNGV mejorado tiene 6 parámetros a estimar, siendo dos mallas RC, un capacitor en serie Cd y la resistencia R0. Los parámetros estimados para las diferentes baterías se muestran en las Figuras 88, 89 y 90. Posteriormente en la Figura 91 se muestran los estados correspondientes a los 3 voltajes de los capacitores y el SOC de la batería. Finalmente se muestra la salida de los modelos para las diferentes baterías en las Figuras 92 y 93.



Figura 88 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 89 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Figura 90 Capacitores Cd estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo



Estimación de parametros PNGV mejorado EKF

Figura 91 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) logaritmo







Figura 93 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) logaritmos

Usando los parámetros estimados anteriormente con el EKF, se definen parámetros constantes para los diferentes modelos. Los parámetros utilizados se muestran en la Tabla 33. En las Figuras 94 y 95 se muestra la salida de los diferentes modelos calculados.



Figura 94 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) logaritmos



Figura 95 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) logaritmos

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.02838	.2835	.2802	.2806
R1	.04706	.04703	.02966	.03204
C1	3762	3851	2906	3238
R2	.008115	.008079	.002692	.004561
C2	4238	4212	4978	4987
Cd	-3.922e6	7.157e6	-4.651e6	-5.083e6

Tabla 33 Parámetros para modelo PNGV mejorado con UOC(SOC) logarítmico

#### 4.7.2 Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) polinomial

Los parámetros del modelo PNGV mejorado se evalúan como el promedio de los estimados usando la función UOC(SOC) polinómica para las 4 baterías. Los gráficos resultantes de las estimaciones se muestran en el Anexo E.XIII. Finalmente, en las Figuras 96 y 97 se muestran

los voltajes de salida dados por el modelo con las diferentes baterías, los cuales han sido estimados implementando el EKF.



Figura 96 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 97 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) polinomial

Con base en los parámetros estimados anteriormente se definen parámetros constantes para las diferentes baterías. Los parámetros utilizados se reportan en la Tabla 34. En las Figuras 98 y 99 se muestran los voltajes de salida de los modelos para las diferentes baterías.



Figura 98 Salida del sistema con parámetros constantes de UOC(SOC) polinomial



Figura 99 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) UOC(SOC) polinomial

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
R0	.283	.2834	.2801	.279	
R1	.04711	.04706	.02951	.03371	
C1	3936	3870	2838	3278	
R2	.008134	.008079	.002751	.00361	
C2	4271	4213	4978	4981	
Cd	-6.044e6	-5.71e6	-4.05e6	-6.794e6	

Tabla 34 Parámetros para modelo PNGV mejorado con UOC(SOC) polinomial

#### Estimación de parámetros con EKF y UOC(SOC) mixta 4.7.3

Los parámetros del modelo PNGV mejorado se evalúan como el promedio de los estimados usando la función UOC(SOC) mixta para las 4 baterías. Los parámetros y estados a estimar son los mismos que para la función UOC(SOC) logarítmica. Los gráficos resultantes se muestran en el Anexo E.XIV. Finalmente, en las Figuras 100 y 101 se muestran los voltajes de salida que producen los modelos de las diferentes baterías, implementando el EKF.



Figura 100 Salida del sistema con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 101 Salida del sistema con EKF (Zoom) UOC(SOC) mixto

Usando los parámetros calculados con el EKF, se definen parámetros constantes para los modelos de las diferentes baterías. Los parámetros tomados se muestran en la Tabla 35. En las Figuras 102 y 103 se muestran las salidas de los modelos para las diferentes baterías.



Figura 102 Salida del sistema con parámetros constantes y UOC(SOC) mixto



Figura 103 Salida del sistema con parámetros constantes (Zoom) y UOC(SOC) mixto

	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
R0	.2832	.2835	.2802	.279
R1	.04708	.04702	.02965	.04143
C1	3906	3856	2995	3384
R2	.008124	.00808	.002696	.003659
C2	4259	4213	4979	4983
Cd	-6.872e6	-5.215e6	-5.437e6	-7.46e6

Tabla 35 Parámetros para modelo PNGV mejorado con UOC(SOC) mixta

#### 4.7.4 Evaluación de error de los modelos PNGV mejorado

Los datos de error mostrados en la Tabla 36 son el promedio de los errores calculados para cada una de las 4 baterías. Los errores obtenidos para cada batería individual se muestran en el Anexo E.XV.

Evaluando los errores obtenidos se concluye que el EKF y los modelos con parámetros constantes con la función UOC(SOC) mixta tiene un menor error. El modelo PNGV mejorado tiende a seguir la respuesta transitoria de la batería mejor que los modelos anteriores, seguido por el modelo Thévenin doble.

	EKF en línea			Modelo con Parámetros constantes		
	Logaritmo	Polinomial	Mixto	Logaritmo	Polinomial	Mixto
RMSE	0.016325	0.01645	0.016425	0.021675	0.02175	0.02085
IAE	132.27	132.4675	132.1475	397.695	331.1275	368.835
ISE	9.515	9.4925	9.485	14.7725	16.675	15.2375
Desviación estándar	1.78975E-05	3.49795E-05	0.000041975	0.0035565	0.00359325	0.0029505

Tabla 36 Errores promedio de modelos estimados con los UOC(SOC) mixto

#### 4.8 Comparación de modelos

Para comparar la respuesta de los 5 modelos estudiados; modelo R<sub>int</sub>, modelo de Thévenin, PNGV, Thévenin doble y PNGV mejorado, se presentan gráficas con la respuesta de los 5 modelos para la batería 4. En la Figura 104 se muestra el voltaje de salida de la batería 4 que se obtiene con la implementación en línea del EKF y la función UOC(SOC) mixta. Se puede observar que los modelos que mejor aproximan al comportamiento de la batería son los modelos Thévenin doble y PNGV mejorado. Evaluando los errores obtenidos de cada modelo en la Tabla 37 en donde se toma toda la tira de datos experimentales con base en el perfil HPPC y en la Tabla 38 en donde se toma como base solo el pulso de descarga mostrado en la Figura 104. De la Tabla 37 se observa que el modelo PNGV mejorado tiene menor error. En la Tabla 38 los modelos que mejor siguen la respuesta transitoria de la batería son el modelo PNGV mejorado seguido del modelo Thévenin Doble.



Figura 104 Comparativa de modelos con EKF

	RMSE	IAE	ISE	Desviación Estándar
R <sub>int</sub>	.0020	388.57	16.97	.0057
Thévenin	.0171	196.64	10.28	.0017
PNGV	.0175	174.89	10.73	5.38e-5
Thévenin Doble	.0182	203.06	11.63	.0032
PNGV Mejorado	.0161	129.20	9.20	7.15e-5

Tabla 37 Errores de modelos estimados con EKF

Tabla 38 Errores de modelos estimados con EKF en un pulso

	RMSE	IAE	ISE	Desviación Estándar
R <sub>int</sub>	.0424	22.24	1.63	.0193
Thévenin	.0334	12.45	1.01	.0089
PNGV	.0321	12.00	.9375	4.211e-4
Thévenin Doble	.0311	5.88	.8782	.0024
PNGV Mejorado	.0290	5.67	.7634	8.8343e-4

En la Figura 105 se comparan las respuestas de la batería 4 obtenidas simulando los diferentes modelos con parámetros constantes y la función UOC(SOC) mixta. En la Tabla 39 se muestra los errores obtenidos para toda la tira de datos experimentales con base al perfil HPPC y en la Tabla 40 solo se toma como base un pulso de descarga mostrado en la Figura 105. De la Tabla 39 el modelo PNGV obtiene menor error en la mayoría de criterios de error y en la Tabla 40 el modelo Thévenin doble tiene menor error seguido del modelo PNGV mejorado.



Figura 105 Comparativa de modelos con parámetros constantes

	RMSE	IAE	ISE	Desviación Estándar
Rint	.0219	381.54	16.78	.0043
Thévenin	.0198	353.34	13.70	.0051
PNGV	.0196	361.86	13.49	7.58e-4
Thévenin Doble	.0199	347.18	13.93	.0023
PNGV Mejorado	.0212	380.28	15.75	3.02e-4

Tabla 39 Errores de modelos estimados con los modelos y parámetros constantes

Tabla 40 Errores de modelos estimados con EKF en un pulso con parámetros constante

	RMSE	IAE	ISE	Desviación Estándar
Rint	.0423	21.18	1.62	.0168
Thévenin	.0386	18.98	1.35	.0177
PNGV	.0371	20.38	1.25	1.4342e-4
Thévenin Doble	.0335	11.71	1.01	.01

PNGV Mejorado   .0349   13.23   1.11   .0036
--

## 4.9 Validación

Finalmente, manteniendo los parámetros constantes que fueron reportados anteriormente, se validan los modelos con una tira nueva de datos experimentales. La respuesta de los modelos se muestra en la Figura 106. Los modelos son evaluados mediante los índices de desempeño reportados en la Tabla 41. Observando los resultados, se concluye en primera instancia que el modelo con el menor error es el modelo Thévenin. Con este se logra un menor error, sin embargo, estos errores pueden cambiar dependiendo al valor de los parámetros constantes. Los parámetros obtenidos en todas las estimaciones pueden converger a diferentes valores, al evaluar estos parámetros en los modelos nos dan una respuesta diferente con la tira de datos de validación. En donde mejor se mostró como afectan los valores en la respuesta del modelo fuen en las estimaciones con el modelo Thévenin doble.



Figura 106 Validación de modelos con parámetros constantes

	RMSE	IAE	ISE	Desviación Estándar
R <sub>int</sub>	.069	579.88	55.80	.0345
Thévenin	.0652	526.48	49.26	.0342
PNGV	.0749	679.05	65.00	.0534
Thévenin Doble	.083	755.17	79.85	.0593
PNGV Mejorado	.0798	721.06	73.86	.0502

Tabla 41 Errores de modelos ante validación

En la Figura 107 se comparan dos modelos Thévenin doble debido a que se encontró una inconsistencia en la estimación de los parámetros con el EKF. Esto se puede observar en la Figura 87 en donde la respuesta de la batería 1 y 2 siguen la dinámica de la batería al estar sometida al pulso de descarga, mientras que la batería 3 y 4 siguen la dinámica que se presenta al retirar la corriente a la que se encontraba sometida, así mismo en la Tabla 31 correspondiente a los parámetros de las 4 baterías se aprecia que los valores de la batería 1 y 2 son próximos entre sí e igualmente los valores de las baterías 3 y 4 son similares entre sí. Para mostrar el contraste debido al valor de los parámetros cambia la dinámica de los modelos. El modelo de Thévenin doble de la batería 2 tiende a seguir la respuesta del voltaje experimental de las baterías mientras está sometida a una carga o descarga como se muestra en la Figura 108. En cambio, el modelo de Thévenin doble de la batería 4 nos da una mejor respuesta en el transitorio de la batería se la correa de seguir a que está sometida, antes de volver al voltaje en circuito abierto, es decir cuando a la batería se le remueve la carga o se anula la descarga a la que está sometida, como se muestra en la Figura 109.



Figura 107 Comparativa en base a los modelos Thévenin Doble



Figura 108 Comparativa en base a los modelos Thévenin Doble zoom



Figura 109 Comparativa en base a los modelos Thévenin Doble zoom 2

Finalmente comparando los errores anteriores con los parámetros obtenidos de la batería 2 se obtiene la Tabla 44. En donde se ve como el modelo Thévenin doble de la batería 2 tiene errores más pequeños en comparación a los otros modelos. Debido a las variaciones que obtenemos debido al valor de los parámetros y en base a los errores evaluados antes de la validación se concluye que el modelo Thévenin doble y el modelo PNGV mejorado son los que nos pueden brindar una mejor respuesta para la dinámica de la batería, sin embargo, se deben encontrar los parámetros idóneos para que esto suceda. El modelo PNGV mejorado contiene un capacitor en serie a diferencia del modelo Thévenin doble, este capacitor ayuda a corregir el UOC sin embargo al tomarlo como un valor constante esto puede acumular error el cual puede afectar al UOC es debido a esto que los valores estimados suelen ser muy grandes, en cambio sí son pequeños acumularan mayor error, lo cual perjudica aún más en la estimación. Una forma de evitar este problema puede ser considerar una relación de este capacitor con el SOC.

Tabla 42 Errores de modelos ante validación y diferentes parámetros.

RIVISE IAE ISE Desviacion Estandar		RMSE	IAE	ISE	Desviación Estándar
------------------------------------	--	------	-----	-----	---------------------

R <sub>int</sub>	.069	579.88	55.80	.0345
Thévenin	.0652	526.48	49.26	.0342
PNGV	.0749	679.05	65.00	.0534
Thévenin Doble pila 4	.083	755.17	79.85	.0593
PNGV Mejorado	.0798	721.06	73.86	.0502
Thévenin Doble pila 2	.0702	273.74	36.51	.0138

En la Tabla 43 se muestran los errores de los modelos con parámetros constantes, así mismo un promedio de los parámetros de las 4 diferentes baterías, validando con diferentes datos experimentales de las baterías. En la Figura 110 se observa la diferencia entre los modelos Thévenin y Thévenin doble en donde la respuesta del modelo Thévenin tiene una respuesta más pronunciada en comparación al modelo Thévenin doble. En la Tabla 43 se observa que el modelo Thévenin doble de la batería 2 validado con las diferentes baterías tiende a tener los errores más pequeños en comparación a los demás.

Modelo en base a pila	Referencia	RMSE	IAE	ISE	Desviación Estándar
Thévenin pila 4	pila 4	.0652	526.48	49.26	.0342
PNGV pila 4	pila 4	.0749	679.05	65.00	.0534
Thévenin Doble pila 4	pila 4	.0867	439.99	55.59	.0503
PNGV Mejorado pila 4	pila 4	.0798	721.06	73.86	.0502
Thévenin promedio 4 pilas	pila 4	.0769	374.84	43.76	.0358
PNGV promedio 4 pilas	pila 4	.0838	425.03	52.00	.0504
Thévenin Doble promedio 4 pilas	pila 4	.0747	361.24	41.33	.0320
PNGV Mejorado promedio 4 pilas	pila 4	.0865	440.28	55.39	.0406
Thévenin Doble pila 2	pila 1	.0766	257.02	43.43	.0155
Thévenin Doble pila 2	pila 2	.0702	273.74	36.51	.0138
Thévenin Doble pila 2	pila 3	.0745	309.01	41.07	.0269
Thévenin Doble pila 2	pila 4	.0658	277.98	32.02	.0146

Tabla 43 Errores de modelos ante validación con diferentes parámetros



Figura 110 Comparación de modelo Thévenin y Thévenin doble

# 5 Conclusión

La aportación principal de esta tesis es un análisis comparativo de diferentes modelos de circuito equivalente con topologías que han sido usadas para representar el comportamiento de baterías lon-Litio. Siendo la estimación de parámetros la parte crítica en la formulación del modelo, el análisis comparativo supone la selección de algunas estructuras matemáticas que se integran al modelo para estimar el SOC y otros parámetros dependientes del SOC, de tal forma que el modelo ajuste lo mejor posible la respuesta medida de baterías lon-Litio. También se compara la efectividad de diferentes procedimientos de optimización para minimizar el error de ajuste del modelo. El trabajo inició con la investigación y selección de modelos de circuito equivalente. También se hizo una revisión de las pruebas experimentales que se han convertido en estándares para medir el SOC y el UOC(SOC).

Para estimar el UOC(SOC) las tres funciones propuestas tienen una diferencia de error pequeñas, sin embargo, cada una de ellas presenta un comportamiento peculiar. En base a los errores obtenidos tanto en la estimación con el EKF y al tomar los modelos con parámetros constantes. Se concluye que la función que mejor puede representar mejor el UOC(SOC) medido es la función mixta.

Se realizó la estimación de parámetros con el EKF y con mínimos cuadrados recursivos con el fin de identificar las ventajas y desventajas de ambos algoritmos de estimación. Como resultado, se observó que el RMS tiene mayores variaciones al realizar la estimación de parámetros en comparación con el EKF que puede ajustarse para tener una menor variación., Así mismo, al volverse más complejo el modelo de circuito equivalente, la estimación de parámetros quedan correlacionados entre sí, por lo que estimar los parámetros independientemente se vuelve más difícil. Para el EKF se puede realizar la estimación de los parámetros independientemente. La dificultad del EKF radica en definir los valores iniciales de las matrices de ruido en

el sistema, sensores y las covarianzas, las estimaciones con el EKF una vez encontrado los puntos iniciales dan una buena estimación para los parámetros.

Con relación a la estimación de parámetros en línea con el EKF, observando los errores obtenidos se concluye que el modelo que mejor representa la dinámica de la batería de lon-Litio es el PNGV mejorado seguido del PNGV. Esto puede ser debido a la corrección del UOC que aporta capacitor en serie que contienen estos dos modelos. Cuando el error se obtiene en un intervalo correspondiente a un solo pulso de descarga del perfil HPPC para evaluar solo la dinámica transitoria de la batería el modelo PNGV mejora seguido del modelo Thévenin doble son los que mejor aproximan la dinámica respectivamente.

Al tomar datos constantes para los parámetros de los modelos y validar con la misma tira de datos con los cuales se estiman los parámetros, y considerando los errores obtenidos, se concluye que el modelo PNGV mejorado obtiene errores más pequeños seguido del modelo PNGV. Al evaluar el error solo en un intervalo correspondiente a un pulso de descarga del perfil HPPC el modelo Thévenin doble seguido del modelo PNGV mejorado son los modelos con menor error respectivamente.

Finalmente validando con una tira de datos experimentales nueva y con los parámetros constantes para los modelos. El modelo Thévenin tiene los errores más bajos seguido del modelo PNGV. Tomando en cuenta la discusión en el apartado de validación en cuanto a los valores de los parámetros y los errores obtenidos en las pruebas se concluye que los modelos PNGV mejorado y Thévenin doble son los que mejor representación tienen del estado transitorio de la batería de lon-Litio. Cabe recalcar la importancia y la diferencia en la respuesta que se obtendrá en los modelos según se estimen los parámetros y el valor que estos tomen.

## 5.1 Trabajos futuros

 Modelar las dos diferentes dinámicas mostradas con el modelo Thévenin doble con los diferentes parámetros con base en un modelo de circuito eléctrico equivalente.
- Desarrollar un método para poder obtener los valores de parámetros en correspondencia a la dinámica que se quiere representar.
- Modelar la dinámica de la temperatura obtenida de las mediciones en los bornes mediante algún modelo propuesto o tomado de la literatura.
- Establecer los parámetros de los modelos en función al SOC, con base en las estimaciones obtenidas con el EKF.

## 6 Bibliografía

- Buchmann, I. (2011). Batteries in a portable world: A handbook on rechargeable batteries for non-engineers (3. ed). Cadex Electronics.
- Cai, M., Chen, W., & Tan, X. (2017). Battery State-Of-Charge Estimation Based on a Dual Unscented Kalman Filter and Fractional Variable-Order Model. Energies, 10(10), 1577. https://doi.org/10.3390/en10101577
- Cea, R., & Iván, A. (2017). Modelo para la batería de ion de litio de un vehículo eléctrico.
  Trabajos
  Fin
  de
  Máster
  UVa. http://uvadoc.uva.es:80/handle/10324/24673
- Chang, W.-Y. (2013). The State of Charge Estimating Methods for Battery: A Review. ISRN Applied Mathematics, 2013, 1–7. https://doi.org/10.1155/2013/953792
- Ding, N., Prasad, K., Lie, T. T., & Cui, J. (2019). State of Charge Estimation of a Composite Lithium-Based Battery Model Based on an Improved Extended Kalman Filter Algorithm. Inventions, 4(4), 66. https://doi.org/10.3390/inventions4040066
- Du, H., Cao, D., & Zhang, H. (2018). Modeling, Dynamics, and Control of Electrified Vehicles. 521.
- Engel, T., & Reid, P. (2007). Introducción a la fisicoquímica: Termodinámica. Pearson Educación.
- Fang, Y. Q., Cheng, X. M., & Yin, Y. L. (2013). SOC Estimation of Lithium-Ion Battery Packs Based on Thévenin Model. Applied Mechanics and Materials, 299, 211– 215. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.299.211
- Fernández, C. M., Guerra, J. P., & Guerra, J. P. (2015). Análisis y modelado del comportamiento de baterías para vehículos eléctricos. Trabajo de fin de grado, 88.

- Garcia-Plaza, M., Eloy-Garcia Carrasco, J., & Alonso-Martinez, J. (2018). Dynamic Minimum Voltage Tracking in Electrochemical Batteries for Power Capability Estimation in Microgrids. IEEE Transactions on Smart Grid, 9(4), 3628–3634. https://doi.org/10.1109/TSG.2016.2636567
- Guo, Y., Zhao, Z., & Huang, L. (2017). SoC Estimation of Lithium Battery Based on
  AEKF Algorithm. Energy Procedia, 105, 4146–4152.
  https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.03.879
- Han, H., Xu, H., Yuan, Z., & Zhao, Y. (2014). Modeling for Lithium-ion Battery used in Electric Vehicles. Academy of Science(CAS), 5.
- Hannan, M. A., Lipu, M. S. H., Hussain, A., & Mohamed, A. (2017). A review of lithium-ion battery state of charge estimation and management system in electric vehicle applications: Challenges and recommendations. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 78, 834–854. https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.05.001
- Iglesias, R., Lago, A., Nogueiras, A., Martínez-Peñalver, C., Marcos, J., Quintans, C., Moure, M. J., & Valdés, M. D. (2012). Modelado y simulación de una batería de Ion-Litio comercial multicelda. Seminário anual de automática, electrónica industrial e instrumentación, 19.
- Jiang, J., & Zhang, C. (2015). Performance Modeling of Lithium-ion Batteries. Fundamentals and Applications of Lithium-Ion Batteries in Electric Drive Vehicles, 9–42. https://doi.org/10.1002/9781118414798.ch2
- Li, P. (2017). An improved PNGV modeling and SOC estimation for lithium iron phosphate batteries. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 94, 012012. https://doi.org/10.1088/1755-1315/94/1/012012
- Lin, C., Yu, Q., Xiong, R., & Wang, L. Y. (2017). A study on the impact of open circuit voltage tests on state of charge estimation for lithium-ion batteries. Applied Energy, 205, 892–902. https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.08.124

- Liu, W. (2017). Hybrid electric vehicle system modeling and control (2nd edition). Wiley.
- Liu, X., Li, W., & Zhou, A. (2018). PNGV Equivalent Circuit Model and SOC Estimation Algorithm for Lithium Battery Pack Adopted in AGV Vehicle. IEEE Access, 6, 23639–23647. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2812421
- Ma, Y., Zhou, X., Li, B., & Chen, H. (2016). Fractional modeling and SOC estimation of lithium-ion battery. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 3(3), 281–287. https://doi.org/10.1109/JAS.2016.7508803
- Makinejad, K., Arunachala, R., Arnold, S., Ennifar, H., Zhou, H., Jossen, A., & Changyun, W. (2015). A Lumped Electro-Thermal Model for Li-Ion Cells in Electric Vehicle Application. World Electric Vehicle Journal, 7(1), 1–13. https://doi.org/10.3390/wevj7010001
- Meng, J., Stroe, D.-I., Ricco, M., Luo, G., & Teodorescu, R. (2019). A Simplified Model-Based State-of-Charge Estimation Approach for Lithium-Ion Battery With Dynamic Linear Model. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 66(10), 7717–7727. https://doi.org/10.1109/TIE.2018.2880668
- NI USB-6008/6009 User Guide—National Instruments. (s/f). 26.
- Nikolian, A., de Hoog, J., Fleurbay, K., Timmermans, J.-M., de Bossche, P. V., & Mierlo, J. V. (2014). Classification of Electric modelling and Characterization methods of Lithium-ion Batteries for Vehicle Applications. Conference, 16.
- Nikolian, A., Firouz, Y., Gopalakrishnan, R., Timmermans, J.-M., Omar, N., van den Bossche, P., & van Mierlo, J. (2016). Lithium Ion Batteries—Development of Advanced Electrical Equivalent Circuit Models for Nickel Manganese Cobalt Lithium-Ion. Energies, 9(5), 360. https://doi.org/10.3390/en9050360
- Pang, H., & Zhang, F. (2018). Experimental Data-Driven Parameter Identification and State of Charge Estimation for a Li-Ion Battery Equivalent Circuit Model. Energies, 11(5), 1033. https://doi.org/10.3390/en11051033

- Plett, G. L. (2004). Extended Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs. Journal of Power Sources, 134(2), 277–292. https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2004.02.033
- Plett, G. L. (2015). Battery management systems: Battery modeling. Volume 1. Artech House.
- Plett, G. L. (2016). Battery management systems. Vol. 2: Equivalent-circuit methods. Artech House.
- Saidani, F., Hutter, F. X., Scurtu, R.-G., Braunwarth, W., & Burghartz, J. N. (2017).
  Lithium-ion battery models: A comparative study and a model-based powerline communication. Advances in Radio Science, 15, 83–91.
  https://doi.org/10.5194/ars-15-83-2017
- Shrivastava, P., Soon, T. K., Idris, M. Y. I. B., & Mekhilef, S. (2019). Overview of model-based online state-of-charge estimation using Kalman filter family for lithium-ion batteries. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 113, 109233. https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.06.040
- USB-6008—National Instruments. (2019). https://www.ni.com/esmx/support/model.usb-6008.html
- Vyroubal, P., & Kazda, T. (2017). Determining the Parameters of the Numerical Model of Lithium Ion Battery Using EIS. ECS Transactions, 81(1), 23–31. https://doi.org/10.1149/08101.0023ecst
- Warner, J. (2015). The handbook of lithium-ion battery pack design: Chemistry, components, types and terminology. Elsevier.
- Wei, Z., Zhao, J., Zou, C., Lim, T. M., & Tseng, K. J. (2018). Comparative study of methods for integrated model identification and state of charge estimation of lithium-ion battery. Journal of Power Sources, 402, 189–197. https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2018.09.034
- Xiong, R. (2020). Battery Management Algorithm for Electric Vehicles. Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-0248-4

Zheng, Y., He, F., & Wang, W. (2019). SOC Estimation of Lithium Battery Based on Dual Adaptive Extended Kalman Filter. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 677, 032077. https://doi.org/10.1088/1757-899X/677/3/032077

#### 7 Anexos

#### A. Resultados de medición de temperatura

Durante la experimentación con la batería de lon-Litio se midió la temperatura ambiente y la temperatura en los bornes de las baterías cuando éstas eran sometidas a carga o descarga. El efecto de la temperatura no fue incluido en los modelos de las baterías para predecir su comportamiento eléctrico, pero en esta sección se describen las observaciones experimentales que registran su comportamiento térmico y su relación con las variables eléctricas. En la Figura 111 se muestran las temperaturas medidas para las 4 baterías someterlas al perfil de descarga HPPC.







Figura 111 Medición de temperatura en bornes a) batería 1, b) batería 2, c) batería 3, d) batería 4

Posteriormente, sacando la diferencia de las temperaturas de los bornes con respecto a la temperatura ambiente en cada una de las baterías se generaron las siguientes gráficas. En la Figura 112 se muestran los registros de temperaturas en el borne positivo para las 4 baterías. La variación entre ellas con respecto a la temperatura ambiente es pequeña, sin embargo, las 4 mediciones se mantienen en valores cercanos y una dinámica cercana una de otra.

En la Figura 113 se muestra la temperatura en el borne negativo de las 4 baterías ante el perfil HPPC. Las temperaturas tienen un incremento mayor que en el borne positivo y en las 4 baterías siguen una dinámica similar. En la Figura 114 se muestra un acercamiento cuando se aplica un pulso HPPC, en este caso se maneja un pulso de 1.5 A, la temperatura medida para las baterías tiende a un valor cercano entre sí, a excepción de la batería 3. Con estas mediciones se podría formular algún modelo matemático con el cual se pueda estimar la temperatura en los bornes de la batería que pueda ser usado en combinación con el modelo del voltaje de la batería.



Figura 112 Diferencias de temperaturas en borne positivo



Figura 113 diferencias de temperaturas en borne negativo



Figura 114 Diferencias de temperaturas ante pulso HPPC

## B. Discretización de las ecuaciones diferenciales

Para la discretización de los modelos se toma como base el desarrollo de (Plett, 2015) en donde las ecuaciones de modelos en circuito eléctrico equivalente tienen la forma inicial estándar de la ecuación 70. Para la solución de esta ecuación diferencial se tiene la ecuación 71.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{70}$$

$$x(t) = e^{At} x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$$
(71)

Para discretizar la ecuación 71 se sigue el procedimiento que se describe a continuación.

$$x[k+1] = x((k+1)\Delta t) = e^{A(k+1)\Delta t} x(0) + \int_0^{(k+1)\Delta t} e^{A((k+1)\Delta t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$$
(72)

$$x[k+1] = e^{A\Delta t} e^{Ak\Delta t} x(0) + \int_0^{k\Delta t} e^{A((k+1)\Delta t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$$
  
+
$$\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A((k+1)\Delta t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$$
 (73)

$$x[k+1] = e^{A\Delta t}x(k) + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A((k+1)\Delta t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$
(74)

A partir de la ecuación discreta y considerando las ecuaciones de los modelos a utilizar, resultan 2 soluciones: una cuando  $A \neq 0$  y otra cuando A = 0. Para el primer caso se asume que  $u(\tau)$  es constante en los intervalos de tiempo y se obtiene la siguiente solución.

$$x[k+1] = e^{A\Delta t}x(k) + e^{A(k+1)\Delta t} \left( \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{-A\tau} d\tau \right) Bu[k]$$
(75)

$$x[k+1] = e^{A\Delta t} x(k) + \frac{1}{A} \left( e^{A\Delta t} - 1 \right) Bu[k]$$
(76)

Para el caso 2 cuando A = 0 se obtiene la siguiente solución.

$$x[k+1] = x[k] + \left(\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} 1d\tau\right) Bu[k]$$
(77)

$$x[k+1] = x[k] + (\Delta t)Bu[k]$$
(78)

Aplicando las ecuaciones 76 y 78 se pueden discretizar los distintos modelos de circuitos eléctricos equivalentes. Para ejemplificar este procedimiento se toma el modelo PNGV.

Para discretizar la ecuación del SOC del modelo PNGV se escribe la ecuación diferencial mostrada en la ecuación 77,

$$S\dot{O}C = -\frac{\eta}{Q}I_L \tag{79}$$

Para este caso se cumple la condición 2, cuando A=0 por lo tanto se aplica la ecuación 78. Teniendo en cuenta que  $u[k] = I_{L,k}$ . Por lo tanto, sustituyendo 79 en

78, en dónde  $B = \left[\frac{-\eta}{Q}\right]$ .

$$SOC_{[k+1]} = SOC_{[k]} + (\Delta t) \left[\frac{-\eta}{Q}\right] u_{L,k}$$
(80)

$$SOC_{[k+1]} = SOC_{[k]} + \left[\frac{-\eta\Delta t}{Q}\right] \left[I_{L,k}\right]$$
 (81)

La segunda ecuación del modelo PNGV es el voltaje de capacitor en serie mostrada en la ecuación 82. Esta ecuación tiene una forma similar a la del SOC, pero ahora  $B = \frac{1}{C_d}$ , al sustituir 82 en 78 se tiene lo siguiente.

$$\dot{U}_d = \frac{1}{Cd} I_L \tag{82}$$

$$U_{d,[k+1]} = U_{d,[k]} + \left[\frac{1}{C_d}\right] (\Delta t) \left[I_{L,k}\right]$$
(83)

$$U_{d,[k+1]} = U_{d,[k]} + \left[\frac{1\Delta t}{C_d}\right] \left[I_{L,k}\right]$$
(84)

La última ecuación del modelo PNGV es la ecuación 85. Para esta ecuación se aplica el caso donde  $A \neq 0$ . Al sustituir  $A = \left[\frac{-1}{R_1C_1}\right]$  y  $B = \left[\frac{1}{C_1}\right]$  en 76 se tiene lo siguiente.

$$\dot{U}_{c1} = -\frac{1}{R_1 C_1} U_{c1} + \frac{1}{C_1} I_L$$
(85)

$$U_{c1,[k+1]} = e^{\left[\frac{-1}{R_{1}C_{1}}\right]\Delta t} U_{c1,[k]} + \frac{1}{\left[\frac{-1}{R_{1}C_{1}}\right]} \left(e^{\left[\frac{-1}{R_{1}C_{1}}\right]\Delta t} - 1\right) \left[\frac{1}{C_{1}}\right] I_{L,[k]}$$
(86)

$$U_{c1,[k+1]} = e^{\left[\frac{-\Delta I}{R_{1}C_{1}}\right]}U_{c1,[k]} + R_{1}\left(1 - e^{\left[\frac{-\Delta I}{R_{1}C_{1}}\right]}\right)I_{L,[k]}$$
(87)

Finalmente, acomodando las ecuaciones 81,84 y 87 en forma de espacio de estados se obtiene la siguiente representación. También se incluye la salida del sistema obtenida a partir del análisis del modelo PNGV con las leyes de Kirchoff.

$$\begin{bmatrix} U_{c1,k+1} \\ U_{d,k+1} \\ SOC_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{c1,k} \\ U_{d,k} \\ SOC_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{C_1 R_1}} \right) \\ \frac{1\Delta t}{C_d} \\ \frac{-\eta \Delta t}{Q} \end{bmatrix} I_{L,k}$$
(88)  
$$U_{L,k} = UOC(SOC_k) - U_{c1,k} - U_{d,k} - R_0 I_{L,k}$$

Este mismo procedimiento se repite con los modelos R<sub>int</sub>, Thévenin, Thévenin Doble y PNGV mejorado.

#### C. Implementación de algoritmo de EKF para estados y parámetros.

Para ejemplificar la implementación del EKF usado para estimar los estados y los parámetros simultáneamente, el procedimiento se explica con el modelo PNGV mejorado, con el cual se pueden generalizar los pasos necesarios para los otros modelos de circuito eléctrico equivalente (R<sub>int</sub>, Thévenin, Thévenin Doble y PNGV).

Para el modelo PNGV se tienen el sistema de ecuaciones mostrado en 89, en el que se pueden apreciar cuáles son los estados del sistema y los parámetros a estimar. Para implementar el algoritmo de EKF se toman por separado los estados y los parámetros, para el término UOC(SOC) se tienen las 3 distintas opciones mostradas en las ecuaciones 90-92. Este ejemplo se desarrolla con la función de la ecuación 92.

$$U_{L,k} = UOC(SOC_k) - U_{d,k} - U_{c1,k} - U_{c2,k} - R_{0,k}I_{L,k}$$

(89)

$$UOC(SOC) = c_1 + c_2 soc + c_3 soc^2 + c_4 soc^3 + c_5 soc^4 + \dots + c_{16} soc^{15}$$
(90)

$$UOC(SOC) = k_0 + \frac{k_1}{soc} + k_2 soc + k_3 \ln(soc) + k_4 \ln(1 - soc)$$
(91)

$$UOC(soc) = a_0 + a_1 soc + a_2 soc^2 + a_3 soc^3 + \frac{a_4}{soc} + a_5 \ln(soc) + a_6 \ln(1 - soc)$$
(92)

Para implementar el EKF se tienen que obtener las derivadas parciales de las ecuaciones 93-96.

$$A_{k} = \frac{\partial f(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial x_{k}} | x_{k} = \hat{x}_{k}$$
(93)

$$B_{k} = \frac{\partial f(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial u_{k}} | u_{k} = u_{k}$$
(94)

$$C_{k} = \frac{\partial h(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial x_{k}} | x_{k} = \hat{x}_{k}$$
(95)

$$C_{k}^{\theta} = \frac{dh(x_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{d\theta_{k}} \Big| \theta_{k} = \hat{\theta}_{k}$$
(96)

Con relación a la derivada parcial de la ecuación 93 obtenemos el resultado de la ecuación 97.

$$A_{k} = \begin{bmatrix} e^{\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{1,k}\hat{R}_{1,k}}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & e^{\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(97)

La derivada parcial de la ecuación 94 es la ecuación 98.

$$B_{k=}\begin{bmatrix} \hat{R}_{1,k} \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{1,k}\hat{R}_{1,k}}} \right) \\ \hat{R}_{2,k} \left( 1 - e^{\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}}} \right) \\ \frac{1}{\hat{C}_{d,k}} \\ \frac{-\eta\Delta t}{Q} \end{bmatrix}$$
(98)

La derivada parcial de la ecuación 95 es la ecuación 99.

$$C_{k} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & \frac{\partial UOC(SOC_{k})}{\partial SOC_{k}} \end{bmatrix}$$
(99)

Para este caso y usando el UOC(SOC) de la ecuación 92, obtenemos lo siguiente.

$$\frac{\partial UOC(SOC_k)}{\partial SOC_k} = a_1 + 2a_2SOC_k + 3a_3SOC_k^2 - \frac{a_4}{SOC_k^2} + \frac{a_5}{SOC_k} + \frac{a_6}{SOC_k - 1}$$
(100)

La ecuación 96 se resuelve mediante un algoritmo que toma la forma de las ecuaciones 101-103.

$$\frac{dh(\hat{x}_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{d\theta_{k}} = \frac{\partial h(\hat{x}_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial \theta} + \frac{\partial h(\hat{x}_{k}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial \hat{x}_{k}} \frac{d\hat{x}_{k}}{d\theta}$$
(101)

$$\frac{d\hat{x}_{k}}{d\theta} = \frac{\partial f(\hat{x}_{k-1}^{+}, u_{k-1}, \theta_{k})}{\partial \theta} + \frac{\partial f(\hat{x}_{k-1}^{+}, u_{k-1}, \theta_{k})}{\partial \hat{x}_{k-1}^{+}} \frac{d\hat{x}_{k-1}^{+}}{d\theta}$$
(102)

$$\frac{d\hat{x}_{k-1}^+}{d\theta} = \frac{dx_{k-1}^-}{d\theta} - L_{k-1}^x \frac{dh(\hat{x}_{k-1}^-, u_k, \theta_k)}{d\theta_k}$$
(103)

Donde para el modelo PNGV mejorado obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial h(\hat{x}_k^-, u_k, \theta_k)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} -I_{L,k} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(104)

$$\frac{\partial h(\hat{x}_{k}^{-}, u_{k}, \theta_{k})}{\partial \hat{x}_{k}^{-}} = C_{k}$$
(105)

donde

$$z1 = \frac{\Delta t \hat{U}_{c1,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{1,k} \hat{R}_{1,k}}\right)}{\hat{C}_{1,k} \hat{R}_{1,k}^{2}} - \frac{\Delta t I_{L,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{1,k} \hat{R}_{1,k}}\right)}{\hat{C}_{1,k} \hat{R}_{1,k}} - I_{L,k} \left(\exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{1,k} \hat{R}_{1,k}}\right) - 1\right)$$
(107)

$$z2 = \frac{\Delta t \hat{U}_{c1,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{1,k}\hat{R}_{1,k}}\right)}{\hat{C}_{1,k}^{2}\hat{R}_{1,k}} - \frac{\Delta t I_{L,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{1,k}\hat{R}_{1,k}}\right)}{\hat{C}_{1,k}^{2}}$$
(108)

$$z3 = \frac{\Delta t \hat{U}_{c2,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}}\right)}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}^{2}} - \frac{\Delta t I_{L,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}}\right)}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}} - I_{L,k} \left(\exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}}\right) - 1\right)$$
(109)  
$$z4 = \frac{\Delta t \hat{U}_{c2,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}}\right)}{\hat{C}_{2,k}^{2}\hat{R}_{2,k}} - \frac{\Delta t I_{L,k} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\hat{C}_{2,k}\hat{R}_{2,k}}\right)}{\hat{C}_{2,k}^{2}}$$
(110)  
$$z5 = \frac{-\Delta t}{C_{d,k}^{2}}$$
(111)

Teniendo todas las ecuaciones resueltas se puede aplicar el algoritmo de EKF para estimar estados y parámetros.

Inicialización en este caso para el modelo PNGV mejorado. Se definen

$$x_0, P_0, Q_0, R_0, P_0^{\theta}, Q_0^{\theta}, R_0^{\theta}$$
(112)

donde  $x_0$  es un vector columna de 10x1 que contiene los valores iniciales de los estados y parámetros,  $P_0$  es una matriz diagonal de 4x4 y es la covarianza del sistema,  $R_0$  es un escalar y es la covarianza de ruido en los sensores y  $Q_0$  es una matriz diagonal de 4x4 y es la covarianza de ruido en los estados del sistema.  $P_0^{\theta}$  es una matriz diagonal de 6x6 y es la covarianza del sistema de los parámetros,  $R_0^{\theta}$  es un escalar y es la covarianza de ruido en los sensores correspondiente a los parámetros y  $Q_0^{\theta}$  es una matriz diagonal de 6x6 y es la covarianza de ruido en los parámetros.

Estas dimensiones cambian conforme los modelos de circuito eléctrico equivalente con el que se esté trabajando, esto depende de los estados y parámetros que contiene el sistema.

• Estimación de estados y parámetros

$$\hat{x}_{k}^{-} = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, \hat{\theta}_{k-1}^{+})$$
(113)

$$\begin{bmatrix} U_{c1,k+1} \\ U_{c2,k+1} \\ U_{d,k+1} \\ SOC_{k+1} \end{bmatrix} = A_k \begin{bmatrix} U_{c1,k} \\ U_{c2,k} \\ U_{d,k} \\ SOC_k \end{bmatrix} + B_k I_{L,k}$$
$$\hat{\theta}_k^- = \hat{\theta}_{k-1}^+$$
(114)

$$\begin{bmatrix} R_{0,k+1} \\ R_{1,k+1} \\ C_{1,k+1} \\ R_{2,k+1} \\ C_{2,k+1} \\ C_{d,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{0,k} \\ R_{1,k} \\ C_{1,k} \\ R_{2,k} \\ C_{2,k} \\ C_{d,k} \end{bmatrix}$$

• Estimación del error de covarianza

$$P_{k}^{-} = A_{k-1}P_{k-1}A_{k-1}^{T} + Q_{k-1}$$
(115)

$$P_{k}^{\theta,-} = P_{k-1}^{\theta,+} + Q_{k-1}^{\theta}$$
(116)

• Estimación del error de la salida del sistema

$$e_k = y_k - \hat{y}_k \tag{117}$$

• Cálculo de la matriz de ganancia de Kalman

$$K_{k} = P_{k}^{-} C_{k}^{T} \left[ C_{k} P_{k}^{-} C_{k}^{T} + R_{k-1} \right]^{-1}$$
(118)

$$K_{k}^{\theta} = P_{k}^{\theta,-} (C_{k}^{\theta})^{T} \left[ C_{k}^{\theta} P_{k}^{\theta,-} (C_{k}^{\theta})^{T} + R_{k-1}^{\theta} \right]^{-1}$$
(119)

• Corrección de los estados del sistema

$$\hat{x}_{k}^{+} = \hat{x}_{k}^{-} + K_{k}e_{k}$$
(120)

$$\hat{\theta}_k^+ = \hat{\theta}_k^- + K_k^\theta e_k \tag{121}$$

• Corrección del error de covarianza

$$P_k^+ = (I - K_k C_k) P_k^-$$
(122)

$$P_k^{\theta,+} = (I - K_k^{\theta} C_k^{\theta}) P_k^{\theta,-}$$
(123)

# D. Tablas de errores de carga y descarga estimados con los UOC(SOC)

En las Tablas 40 a 42 se presentan los errores de modelado que resultan para cada una de las baterías, con las distintas funciones UOC(SOC), y usando los datos experimentales de carga y descarga de las 4 baterías.

	Carga				Descarga				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
RMSE	.0050	.0049	.0040	.0040	.0049	.0058	.0045	.0043	
IAE	115.94	110.22	94.26	88.12	110.96	110.04	96.46	88.97	
ISE	.80	.77	.58	.5853	.85	1.20	.73	.6531	
Desviación estándar	1.48e- 11	4.80e- 11	5.07e- 11	8.55e- 12	4.85e- 12	1.45e- 11	6.19e- 11	2.07e- 12	

Tabla 44 Errores de función UOC(SOC) polinomial en carga y descarga

Tabla 45 Errores de función	UOC(SOC) logarítmica	en carga y descarga
-----------------------------	----------------------	---------------------

	Carga				Descarga			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0128	.011	.0135	.0135	.0092	.0097	.0084	.0083
IAE	288.77	265.04	334.14	342.45	219.70	215.86	196.97	192.72
ISE	5.26	4.52	6.67	6.53	3.05	3.33	2.48	2.44
Desviación estándar	1.52e- 12	9.22e- 13	1.18e- 12	1.28e- 12	1.06e- 11	6.31e- 12	2.52e- 13	2.48e- 13

	Carga			Descarga				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0075	.0078	.0076	.0075	.0079	.0081	.0079	.0078
IAE	172.70	178.78	196.84	197.81	213.58	214.79	203.57	200.71
ISE	1.82	1.92	2.09	2.04	2.25	2.34	2.21	2.13
Desviación estándar	6.66e-13	9.77e- 14	4.76e- 13	6.08e- 13	2.13e- 14	6.35e- 13	7.53e- 13	1.41e- 13

Tabla 46 Errores de función UOC(SOC) mixta en carga y descarga

## E. Gráficas de resultados de estimación de parámetros

# I. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo R<sub>int</sub>

En la Figura 114 se muestra la estimación del parámetro R0 para las 4 baterías con las cuales se experimentó con el modelo R<sub>int</sub>. En esta gráfica se estima R0 con el EKF y con la función UOC(SOC) polinomial.



Figura 115 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial

## II. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo Rint

En la Figura 115 se muestra la estimación del parámetro R0 para las 4 baterías con las cuales se experimentó con el modelo R<sub>in</sub>t. En esta gráfica se estima R0 con el EKF y con la función UOC(SOC) mixta.



Figura 116 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto

# III. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo R<sub>int</sub>

En las Tablas 43 y 44 se muestran los errores de estimación para cada batería y para cada una de las funciones UOC(SOC) probadas en el modelo R<sub>int</sub>.

Tabla 47 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico

	EKF en li	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4		
RMSE	.0233	.0238	.0227	.022	.0232	.0238	.0227	.0219		
IAE	404.17	423.21	412.46	389.04	410.68	423.21	410.19	381.54		

ISE	19.09	19.79	18	17.03	18.95	19.89	18.02	16.78
Desviación estándar	1.06e-4	9.20e-4	9.65e-4	.0053	7.87e-5	.0019	.0021	.0043

Tabla 48 Errores de los modelos R<sub>int</sub> con UOC(SOC) mixto

	EKF en l	ínea			Modelo con Parámetros constantes				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
RMSE	.0227	.0230	.0219	.020	.0226	.0229	.0216	.0218	
IAE	379.19	398.48	380.91	388.57	383.49	393.31	375.06	379.48	
ISE	18.14	18.61	16.77	16.97	17.90	18.46	16.42	16.97	
Desviación estándar	5.48e-4	4.84e-4	5.25e-4	.0057	5.84e-4	.0014	.0012	.0048	

Tabla 49 Errores de los modelos R<sub>int</sub> con UOC(SOC) polinomial

	EKF en li	ínea			Modelo con Parámetros constantes				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
RMSE	.0237	.0243	.0231	.0223	.0236	.0242	.0229	.0221	
IAE	401.65	422.90	406.91	397.63	406.86	419.51	402.51	389.71	
ISE	19.71	20.64	18.73	17.46	19.53	20.52	18.44	17.13	
Desviación estándar	3.33e-4	.0014	.0014	.0048	2.37e-4	.0022	.0021	.0040	

## IV. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo Thévenin

En las Figuras 116 a 118 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1 y C1 del modelo Thévenin para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En esta gráfica se muestran los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) polinomial.



Figura 117 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 118 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 119 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial

# V. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo Thévenin

En las Figuras 119 a 121 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1 y C1 del modelo Thévenin para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En estas gráficas se presentan los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) mixta.



Figura 120 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 121 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 122 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto

# VI. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo Thévenin

En las Tablas 46 - 48 se muestra el error de estimación correspondiente a las distintas baterías, para cada una de las funciones UOC(SOC) probadas en el modelo Thévenin.

Tabla 50 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto

	EKF en l	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4		
RMSE	.0207	.0186	.02	.0171	.0218	.0269	.0208	.0198		
IAE	322.94	211.3	324.64	196.64	381.38	581.44	370.18	353.34		
ISE	15.05	12.08	14.04	10.28	16.73	25.43	15.14	13.70		
Desviación estándar	6.16e-4	.002	3.38e-4	.0017	9.56e-4	.0134	7.78e-4	.0051		

	EKF en	línea			Modelo con Parámetros constantes				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
RMSE	.0187	.0205	.0192	.0184	.0282	.0229	.0215	.0210	
IAE	206.31	318.02	299.94	266.44	632.72	422.02	409.16	394.14	
ISE	12.30	14.72	12.88	11.88	27.87	18.39	16.27	15.50	
Desviación estándar	.0020	4.59e-4	8.11e-4	.0034	.0143	5.68e-4	7.58e-4	.0060	

Tabla 51 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico

Tabla 52 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial

	EKF en l	ínea			Modelo con Parámetros constantes				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
RMSE	.0216	.0235	.0204	.0174	.0234	.0239	.022	.0211	
IAE	342.36	412.42	337.23	191.87	424.52	421.46	394.08	399.41	
ISE	16.39	19.34	14.65	10.57	19.22	19.98	14.65	15.67	
Desviación estándar	3.70e-5	.0010	9.34e-4	6.65e-5	7.58e-4	.0015	.0018	.0049	

## VII. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo PNGV

En las Figuras 122 a 125 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1, C1 y Cd del modelo PNGV para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En estas gráficas se muestran los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) polinomial.



Figura 123 R0 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 124 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 125 Cd estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 126 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial

## VIII. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo PNGV

En las Figuras 126 a 129 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1, C1 y Cd del modelo PNGV para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En estas gráficas se presentan los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) mixta.



Figura 127 R0 y R1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 128 C1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 129 Cd estimada con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 130 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto

## IX. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo PNGV

En las Tablas 49-51 se muestra el error de estimación correspondiente a la experimentación con cada batería, para cada una de las funciones UOC(SOC) probadas con el modelo PNGV.

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0196	.0192	.0183	.0175	.0232	.0238	.0227	.0197
IAE	192.54	191.89	182.38	174.62	463.78	473.64	469.26	363.63
ISE	13.46	12.94	11.74	10.76	18.95	19.93	18.13	13.62
Desviación estándar	1.69e-4	1.64e-4	1.59e-4	8.10e-5	.0058	.0081	.0079	.0011

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0194	.0190	.0181	.0175	.0226	.023	.0219	.0196
IAE	192.35	189.82	180.36	174.89	440.65	450.52	442	361.86
ISE	13.26	12.72	11.44	10.73	17.90	18.55	16.83	13.49
Desviación estándar	1.33e-4	1.35e-4	1.31e-4	5.38e-5	.0055	.0078	.0076	7.58e-4

#### Tabla 54 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto

Tabla 55 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.020	.019	.018	.0175	.0239	.0245	.0235	.0203
IAE	202.29	189.33	179.39	174.63	466.0	477.9	470.73	174.63
ISE	13.98	12.68	11.34	10.75	20.11	21.1	19.31	14.41
Desviación estándar	1.09e-4	1.12e-4	1.05e-4	3.60e-5	.0063	.0087	.0085	.0016

# X. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo Thévenin doble

En las Figuras 130 a 132 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1, C1, R2 y C2 del modelo Thévenin doble para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En estas gráficas se presentan los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) polinomial.



Figura 131 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 132 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 133 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial

## XI. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo Thévenin doble

En las Figuras 133 a 135 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1, C1, R2 y C2 del modelo Thévenin doble para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En estas gráficas se muestran los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) mixta.



Figura 134 R0 y R1 estimada con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 135 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) mixto


Figura 136 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto

### XII. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo Thévenin doble

En las Tablas 52 a 54 se muestra el error de estimación que obtuvo para cada una de las baterías, usando cada una de las funciones UOC(SOC) en el modelo Thévenin doble.

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0195	.0202	.0204	.0184	.0241	.0240	.0225	.0202
IAE	264.28	292.26	312.52	209.8	466.65	463.96	438.52	351.04
ISE	13.32	14.26	14.66	11.84	20.43	20.28	17.68	14.25
Desviación estándar	.0041	.0054	.0069	.0035	.0028	.0010	.0083	.0029

Tabla 56 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0189	.0194	.0196	.0182	.0235	.0233	.0213	.0199
IAE	245.60	273.37	288.28	203.06	437.29	436.86	400.57	347.18
ISE	12.54	13.24	13.53	11.63	19.32	18.97	15.97	13.93
Desviación estándar	.0035	.0047	.0061	.0032	.0031	.0014	.0076	.0023

#### Tabla 57 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto

Tabla 58 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0201	.0209	.0211	.0187	.0242	.0256	.0227	.0205
IAE	274.06	302.08	318.12	222.4	456.15	527.05	422.98	360.21
ISE	14.19	15.25	15.55	12.27	20.55	23.04	18.10	14.71
Desviación estándar	.0043	.0056	.0069	.0038	.0020	.0102	.0085	.0033

# XIII. Gráficas de UOC(SOC) polinomial-modelo PNGV mejorado

En las Figuras 136 a 139 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1, C1, R2, C2 y Cd del modelo PNGV mejorado para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En estas gráficas se muestran los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) polinomial.



Figura 137 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 138 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 139 Capacitores Cd estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial



Figura 140 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) polinomial

#### XIV. Gráficas de UOC(SOC) mixto-modelo PNGV mejorado

En las Figuras 140 a 143 se muestra la estimación de los estados y de los parámetros R0, R1, C1, R2, C2 y Cd del modelo PNGV mejorado para las 4 baterías con las cuales se experimentó. En estas gráficas se muestran los parámetros estimados con el EKF y con la función UOC(SOC) mixta.



Figura 141 Resistencias estimada con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 142 Capacitores estimados con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 143 Capacitores Cd estimados con EKF y UOC(SOC) mixto



Figura 144 Estados estimados con EKF y UOC(SOC) mixto

## XV. Tablas de UOC(SOC) del error por batería de modelo PNGV mejorado

En las Tablas 55-57 se muestra el error de estimación que se obtuvo con cada batería, para cada una de las funciones UOC(SOC) probadas en el modelo PNGV mejorado.

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes				
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	
RMSE	.0161	.0166	.0163	.0163	.0210	.0223	.0219	.0215	
IAE	134.34	134.43	130.62	129.69	372.11	409.84	412.64	396.19	
ISE	9.75	9.70	9.31	9.30	15.51	17.40	16.88	9.30	
Desviación estándar	4.68e-6	6.61e-6	2.10e-5	3.93e-5	.0031	.0058	.0044	9.26e-4	

Tabla 59 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) logarítmico

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0167	.0166	.0163	.0161	.0203	.0210	.0209	.0212
IAE	134.29	134.41	130.69	129.20	347.29	372.92	374.85	380.28
ISE	9.73	9.70	9.31	9.20	14.40	15.43	15.37	15.75
Desviación estándar	3.40e-5	1.97e-5	4.27e-5	7.15e-5	.0029	.0046	.0040	3.02e-4

### Tabla 60 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) mixto

# Tabla 61 Errores de modelos estimados con UOC(SOC) polinomial

	EKF en línea				Modelo con Parámetros constantes			
	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4	Pila 1	Pila 2	Pila 3	Pila 4
RMSE	.0167	.0166	.0163	.0162	.0214	.0224	.022	.0212
IAE	134.24	134.42	131.56	129.65	134.24	395.97	404.40	389.9
ISE	9.73	9.70	9.33	9.21	16.05	17.59	17.29	15.77
Desviación estándar	1.42e-5	4.18e-7	5.68e-5	6.85e-5	.0037	.0055	.0047	4.73e-4