



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

## Tesis de Maestría

Diseño de sensores virtuales basados en observadores no lineales  
para la estimación de nivel de interfases líquidas

presentada por

**Ing. Cesar Augusto Peregrino de la Cruz**

como requisito para la obtención del grado de  
**Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica**

Director de tesis

**Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza**

Codirector de tesis

**Dr. Alejandro Alvarado Lassman**

Cuernavaca, Morelos, México. Julio de 2020.



“2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria”

Cuernavaca, Mor., **19/junio/2020**  
No. de Oficio: **DIE/438/2020**  
Asunto: **Aceptación de documentos de tesis**

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
**PRESENTE**

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Ing. César Augusto Peregrino de la Cruz**, con número de control **M18CE039** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **“Diseño de sensores virtuales basados en observadores no lineales para la estimación de nivel de interfaces líquidas”** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza  
Doctor en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 5505019

CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Alejandro Alvarado Lassman  
Doctor en Ciencias en Alimentos con  
Especialidad en Biotecnología Ambiental  
Cédula profesional 5150288

REVISOR 1

Dr. Guadalupe Madrigal Espinosa  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 2579043

REVISOR 2

Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo  
Doctora en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 9968714

C.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera- Jefa del Departamento de Servicios Escolares  
Estudiante  
Expediente

MPS/rr.



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Cuernavaca, Morelos **15/julio/2020**

OFICIO No. SAC/ 219/2020

Asunto: Autorización de impresión de tesis

**CÉSAR AUGUSTO PEREGRINO DE LA CRUZ**  
**CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA**  
**P R E S E N T E**

Por este conducto tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Diseño de sensores virtuales basados en observadores no lineales para la estimación de nivel de interfaces líquidas", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

Excelencia en Educación Tecnológica®  
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"



**CENTRO NACIONAL  
DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO  
TECNOLÓGICO  
SUBDIRECCIÓN  
ACADÉMICA**

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**

C.c.p. M.E. Guadalupe Carrido Rivera. Jefa del Departamento de Servicios Escolares  
Expediente  
CVGR/CHG

# Dedicatoria

## *A mi familia*

*Dedico este trabajo de con todo cariño y amor a mis familiares que, de no ser por ellos no me encontraría aquí. Principalmente a aquellos a los que no les será posible lograr ver finalizado este proyecto.*

## *A mis compañeros*

*Durante el proceso de desarrollo profesional tuve la gran oportunidad de conocer excelentes personas que me brindaron su amistad y confianza. Gracias por ayudarme a superar mis debilidades.*

# Agradecimientos

Al Creador, por no permitirme perder el sendero y la motivación, por brindarme la fuerza necesaria para afrontar la vida y sus adversidades.

A mi familia que, aún en las adversidades buscaron los medios para apoyarme. A aquellas personas que aún sin ser parientes mostraron su disposición a ayudarme de alguna manera.

A Chumuske quien se volvió un gran compañero de vida, agradeciéndole por llegar y estar siempre conmigo.

A mi asesor, Dr Carlos Manuel Astorga Zaragoza, por darme la oportunidad de trabajar en este estudio en conjunto con él, por mostrarme la visión que se requiere para la vida profesional y por los consejos brindados.

A mi co-asesor, Dr Alejandro Alvarado Lassmann, por brindarme las bases necesarias para lograr comprender de manera correcta este tema.

A mi comité de revisores, Dr. Guadalupe Madrigal Espinoza y la Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo, por supervisar mi desarrollo profesional con sus comentarios y retroalimentación siempre durante mis presentaciones.

A todo el personal académico como administrativo del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, y especialmente a la Lic. Lorena Ruiz por toda su disposición y apoyo durante esta contienda.

Al Tecnológico de México, porque han sido sus instituciones las que me han ido formando profesionalmente y me siguen permitiendo el desarrollo en el ámbito académico.

Y en especial agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el gran apoyo brindado mediante la beca para la realización de mis estudios de posgrado durante el desarrollo de mi tesis de maestría.

# Resumen

En este trabajo de investigación se propone un método alternativo para la medición de interfases líquidas en un contenedor cilíndrico mediante la medición de presión diferencial y un observador no lineal diseñado a partir de un modelo matemático obtenido del mismo sistema.

El trabajo inicia con un estudio de los métodos de medición de nivel más comunes de los cuales el método de medición de nivel por presión diferencial fue seleccionado, y se presenta el concepto de las interfases. Posteriormente se realiza la obtención del modelo matemático a partir de las dinámicas de los flujos en el contenedor mostrando cada uno de los pasos del procedimiento y las suposiciones tomadas. Se realiza la construcción de una planta prototipo para la validación de modelo matemático y se realizan pruebas experimentales ante diferentes escenarios. Finalmente se comparan los resultados obtenidos para poder realizar la validación del modelo.

A partir de un modelo validado se procede a diseñar un observador no lineal que permita la estimación de los niveles y el monitoreo de la apertura de las válvulas. Se presenta un caso de estudio utilizando un reactor de lecho fluidizado inverso. Un equipo que presenta interfases en su interior y muestra la aplicación del método ante las condiciones básicas de un reactor de lecho fluidizado.

# Abstract

In this research work an alternative method is proposed for the liquid interphase measurement in cylindrical containers by means of differential pressure measurement together with a non-linear observer designed from a mathematical model obtained from the same system.

The work begins with the study of the most common level measurement methods which the differential pressure level measurement method was selected, and the concept of interfaces is presented. Subsequently, the mathematical model is obtained from the flow dynamics in the container, showing each step taken in the procedure and the assumptions taken. The construction of a prototype plant for the validation of the mathematical model is carried out and experimental tests are accomplished in different scenarios. Finally, the results obtained are compared in order to validate the model.

From a validated model, a non-linear observer is designed to allow the levels estimation and the monitoring of the valve opening. A case study using a reverse fluidized bed reactor is presented. An equipment that has a liquid interphase inside and shows the method application to the basic conditions of a fluidized bed reactor.

# Índice general

Índice general	VI
Índice de figuras	X
Índice de tablas	XIII
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Planteamiento del problema . . . . .	2
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.2.1 Objetivo general . . . . .	3
1.2.2 Objetivos específicos . . . . .	3
1.3 Estudio del estado del arte . . . . .	5
1.4 Propuesta de solución . . . . .	7
1.4.1 Hipótesis . . . . .	7
1.4.2 Alcances y limitaciones . . . . .	7
1.4.3 Justificación . . . . .	8
1.4.4 Metodología . . . . .	9
1.4.5 Aportación . . . . .	9
1.5 Conclusiones del capítulo . . . . .	10
<b>2 Marco Teórico</b>	<b>11</b>
2.1 Medición de nivel . . . . .	11
2.1.1 Métodos de medición directa . . . . .	11
2.1.2 Métodos basados en la presión hidrostática . . . . .	15
2.1.3 Métodos basados en las propiedades eléctricas . . . . .	17



2.2	Interfase Líquida . . . . .	19
2.3	Observadores . . . . .	22
2.4	Observabilidad . . . . .	23
2.5	Tipos de observadores . . . . .	25
2.5.1	Observadores para sistemas lineales . . . . .	25
2.5.2	Observadores para sistemas no lineales . . . . .	28
2.5.3	Observador adaptable . . . . .	32
2.5.4	Observador de Alta Ganancia Adaptable . . . . .	33
2.6	Conclusiones del capítulo . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Estimación de interfases líquidas basada en observador</b>	<b>36</b>
3.1	Medición de nivel por presión diferencial . . . . .	36
3.2	Medición de nivel con interfase líquida por presión diferencial . . . . .	39
3.3	Modelo matemático de un contenedor con una interfase líquida . . . . .	40
3.3.1	Suposiciones de Modelado . . . . .	41
3.4	Simulación 1. Modelo matemático . . . . .	47
3.5	Diseño de un observador de estados y parámetros . . . . .	50
3.5.1	Simulación 2. Observador de alta ganancia adaptable . . . . .	52
3.5.2	Simulación 3. Observador de alta ganancia . . . . .	54
3.5.3	Simulación 4. Observador adaptable . . . . .	55
3.6	Conclusiones del capítulo . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Validación experimental del modelo matemático</b>	<b>59</b>
4.1	Planta prototipo . . . . .	59
4.2	Resultados de la implementación . . . . .	64
4.3	Experimento 1. Validación del modelo escenario 1 . . . . .	64
4.4	Experimento 2. Validación del modelo escenario 2 . . . . .	67
4.5	Experimento 3. Validación del modelo escenario 3 . . . . .	70
4.6	Experimento 4. Observador alta ganancia adaptable aplicado a la planta . . . . .	73
4.7	Diseño de prototipo . . . . .	76
4.8	Perspectiva de aplicación. Estimación de interfase líquida en reactor de lecho fluidi- zado inverso . . . . .	79

4.8.1	Simulación de la estimación de interfase orientado a un reactor . . . . .	80
4.9	Conclusiones del capítulo . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Conclusiones generales</b>	<b>84</b>
5.1	Trabajos a futuros . . . . .	87
5.2	Contribuciones . . . . .	87
	<b>Bibliografía</b>	<b>88</b>
	<b>Anexos</b>	<b>90</b>
<b>A</b>	<b>Cálculo de la constante de la válvula</b>	<b>91</b>
<b>B</b>	<b>Reactores de lecho fluidizado inverso</b>	<b>95</b>
B.1	Digestión Anaerobia . . . . .	95
B.2	Fluidización . . . . .	97
B.3	Tipos de Bio-Reactores . . . . .	98
B.3.1	Reactor de mezcla completa . . . . .	98
B.3.2	Reactor anaerobio de flujo ascendente . . . . .	99
B.3.3	Reactor de Lecho Granular Expandido(EGSB) . . . . .	100
B.3.4	Reactor de Lecho Fluidizado Inverso . . . . .	101
<b>C</b>	<b>Reacondicionamiento de la planta</b>	<b>103</b>
C.1	Sensor infrarrojo . . . . .	103
C.2	Conexiones neumáticas . . . . .	104
C.3	Ajustes de alimentación . . . . .	104
C.4	Adaptación de válvulas . . . . .	106
<b>D</b>	<b>Desarrollo de la función de Lyapunov</b>	<b>108</b>
<b>E</b>	<b>Divulgación científica</b>	<b>110</b>
E.1	Artículo CNCA . . . . .	111
E.2	Póster de Ciencia . . . . .	112
<b>F</b>	<b>Hojas de datos</b>	<b>113</b>

F.0.1	Amplificador de instrumentación . . . . .	114
F.0.2	Sensor de presión . . . . .	115

# Índice de figuras

1.1	Niveles de expansión de un lecho fluidizado . . . . .	3
1.2	Medidor de nivel Proservo NMS81 de Endress and Hausser . . . . .	8
2.1	Medidores tipo sonda . . . . .	12
2.2	Nivel de cristal . . . . .	13
2.3	Sensor ultrasónico . . . . .	14
2.4	Medidor de nivel palpador servo-operado . . . . .	14
2.5	Medidor manométrico . . . . .	15
2.6	Medidor de nivel por burbujeo . . . . .	16
2.7	Medidor de nivel por presión diferencial . . . . .	17
2.8	Medidor de nivel conductivo o resistivo . . . . .	17
2.9	Medidor de nivel de capacidad . . . . .	18
2.10	Métodos de medición de acuerdo a las condiciones . . . . .	19
2.11	(a) sistema bifásico. (b) Capa interfacial entre dos fases . . . . .	20
2.12	Tipos comunes de interfases . . . . .	21
2.13	Diagrama de un observador de estados . . . . .	23
2.14	Esquema de un sistema cuya observabilidad depende de la salida . . . . .	24
3.1	Tanque cerrado de un solo componente . . . . .	37
3.2	Tanque cerrado con una interfase líquida . . . . .	39
3.3	Diagrama de un tanque cerrado con dos componentes y una interfase . . . . .	41
3.4	Diagrama del principio de Bernoulli . . . . .	45
3.5	Contenedor con dos componentes (crudo y agua) y una interfase . . . . .	48
3.6	Simulación del modelo 1 . . . . .	49
3.7	Simulación del modelo 2 . . . . .	49

3.8	Niveles estimados . . . . .	53
3.9	Parámetro estimado por el observador . . . . .	53
3.10	Estados estimados por el observador . . . . .	55
3.11	Estimación del parámetro $k$ . . . . .	57
3.12	Entras de flujo al sistema . . . . .	57
4.1	Regulador de nivel RCN 100 DIDATEC . . . . .	60
4.2	sensor de presión . . . . .	61
4.3	Amplificador operacional . . . . .	62
4.4	Arduino UNO . . . . .	63
4.5	Diagrama del proceso . . . . .	64
4.6	Representación del llenado del contenedor . . . . .	65
4.7	Niveles correspondientes al escenario 1 . . . . .	65
4.8	Presión medida por el sensor PT . . . . .	66
4.9	Presión dada por el modelo de la Ec.(3.30) . . . . .	66
4.10	Presión experimental ( $P_e$ ) y presión simulada ( $P_s$ ) . . . . .	67
4.11	Representación del llenado del contenedor . . . . .	68
4.12	Niveles correspondientes al escenario 2 . . . . .	68
4.13	Presión medida por el sensor PT . . . . .	69
4.14	Presión dada por el modelo de la Ec.(3.30) . . . . .	69
4.15	Presión experimental( $P_e$ ) y presión simulada( $P_s$ ) . . . . .	70
4.16	Flujo de alimentación dada al sistema en escalones . . . . .	71
4.17	Presión medida por el sensor . . . . .	71
4.18	Presión simulada por el modelo . . . . .	72
4.19	Niveles correspondientes al experimento . . . . .	72
4.20	Presión dada por el modelo . . . . .	73
4.21	Señal de presión filtrada . . . . .	74
4.22	Estados estimados del observador . . . . .	75
4.23	Estimación del parámetro . . . . .	76
4.24	Modelo del Prototipo . . . . .	77
4.25	Diagrama del proceso interno . . . . .	77

4.26	Diseño interno del dispositivo . . . . .	78
4.27	Montaje del equipo en un tanque . . . . .	79
4.28	Medición de presión tomada por el observador . . . . .	81
4.29	Niveles estimados . . . . .	81
4.30	Estimación del parámetro $k$ . . . . .	82
A.0.1	Esquema de una válvula de control . . . . .	91
A.0.2	Gráfica de las características inherentes de la válvula . . . . .	92
A.0.3	Válvula de pvc utilizada . . . . .	93
B.1.1	Proceso de digestión anaerobia . . . . .	96
B.2.1	Etapas de fluidización . . . . .	97
B.2.2	Colonización de partícula del soporte . . . . .	98
B.3.1	Esquema de un reactor de mezcla completa . . . . .	99
B.3.2	Esquema general de un reactor UASB . . . . .	100
B.3.3	Esquema general de un reactor EGSB . . . . .	101
B.3.4	Esquema general de un reactor de lecho fluidizado inverso . . . . .	102
C.1.1	Sensor infrarrojo de nivel de la planta . . . . .	103
C.2.1	Reconexiones neumáticas . . . . .	104
C.3.1	Tomacorriente utilizado para la planta . . . . .	104
C.3.2	Alimentación del módulo de control . . . . .	105
C.3.3	Mini tablero de conexiones de corriente directa . . . . .	105
C.3.4	Toma externa de corriente directa . . . . .	106
C.4.1	Válvula de salida para el sensor de presión . . . . .	106
C.4.2	Contenedor de la planta con las válvulas . . . . .	107

# Índice de tablas

Tabla 2.1	Métodos según el contenido y proceso . . . . .	12
Tabla 3.1	Variables de la Fig. 3.3 . . . . .	42
Tabla 3.2	Configuración de simulación 1 . . . . .	48
Tabla 3.3	Configuración de simulación 2 . . . . .	48
Tabla 3.4	Configuración de simulación . . . . .	53
Tabla 3.5	Configuración de simulación 3 . . . . .	55
Tabla 3.6	Configuración de simulación 4 . . . . .	56
Tabla 4.1	Relación de voltajes y presiones . . . . .	63
Tabla 4.2	Condiciones iniciales Esc. 1 . . . . .	66
Tabla 4.3	Condiciones iniciales Esc. 2 . . . . .	69
Tabla 4.4	Configuración de la simulación . . . . .	75
Tabla 4.5	Propiedades físicas del soporte . . . . .	80
Tabla 4.6	Configuración de la simulación . . . . .	81

# Nomenclatura

$H$	Altura de la válvula de salida del componente ligero
$P$	Presión total
$\Delta P$	Diferencia de presión
$\rho$	Densidad del líquido.
$\rho_1$	Densidad del componente 1
$\rho_2$	Densidad del componente 2
$g$	gravedad
$AP$	Lado de alta presión del instrumento
$BP$	Lado de baja presión del instrumento
$Q_{1in}$	Flujo de entrada del componente 1
$Q_{2in}$	Flujo de entrada del componente 2
$Q_{1out}$	Flujo de salida del Componente 1
$Q_{2out}$	Flujo de salida del Componente 2
$V_1$	Velocidad 1 del flujo
$V_2$	Velocidad 2 del flujo
$y_1$	Altura 1 del flujo
$y_2$	Altura 2 del flujo
$h_1$	Altura del elemento 1 (Interfase)
$h_2$	Altura del elemento 2
$h_t$	Altura total
$A$	Área transversal del contenedor
$g$	gravedad
$PT$	Transmisor de presión
$f(l)$	Función de apertura de una válvula
$g_s$	Gravedad específica
$gz$	Energía potencial



# Capítulo 1

## Introducción

Es casi imposible no encontrar industria donde se cuente con procesos donde se necesite controlar los niveles de variedades de contenidos, ya sean líquidos, líquidos con sólidos en suspensión, o bien sólidos granulados. Estas son especialmente industrias en las que en sus procesos se involucran aceite, gas, procesamiento de alimentos como también tratamiento de aguas residuales.

El poder contar con un modelo matemático, el cual pueda representar las dinámicas presentes en el sistema, permite una gran gama de aplicaciones que ayudan a aplicar técnicas de control basadas en modelo, propiciar el uso de esquemas de detección de fallas como también el poder monitorear variables no medibles. Entre mayor precisión el modelo pueda tener, mayor control se podrá tener sobre el proceso y mayores beneficios se tendrán en el desempeño del sistema y la producción de las compañías.

Sin embargo, existen procesos en los que los contenidos líquidos no son puros u homogéneos, por ejemplo, los biorreactores. En este tipo de procesos se ven involucrados fluidos que pueden formar interfases líquidas dentro del contenedor, complicando en gran manera la medición de sus niveles como el poder generar un modelo matemático del sistema. Esto se debe a que al presentarse un contenido no homogéneo en un contenedor, este cambia completamente la dinámica de fluidos a como comúnmente suele tomarse en un contenido puro.

El presente documento parte de realizar una investigación de los métodos de medición y estimación de nivel en un contenedor con interfases líquidas; se tomaron en cuenta las propiedades del mismo y se evaluó cuál es la estrategia más competente para el diseño de un método de medición en conjunto con un modelo matemático que permita la estimación de las interfases.

El capítulo uno presentó los objetivos que este estudio pretendía lograr, los alcances y limitaciones que tuvo, la metodología utilizada como también su justificación. Se presentó el estudio del estado del arte y se hizo mención de la aportación que este trabajo representa.

En el capítulo dos se mostró las principales técnicas de medición de nivel en la industria, haciendo una breve descripción de sus principios físicos en los que se encuentran basados. Se describió qué son las interfases y los tipos que pueden existir. Se mostró de manera breve el concepto de observadores o sensores virtuales y algunos modelos utilizados con su respectiva teoría.

Para el capítulo tres, se inició explicando el principio de medición fundamental utilizado y el proceso del modelado matemático en detalle.

En el capítulo cuatro se inició con una demostración de todos los elementos que constituyen la planta y en seguida se mostró la etapa de validación del modelo matemático, esto comparando los resultados del modelo simulado y de la planta ante las mismas condiciones de operación y analizando la similitud de las respuestas. En este mismo apartado se mostró el desarrollo del observador y su aplicación al sistema como también se presentó el posible diseño de un prototipo utilizando esta metodología como base.

En el capítulo cinco se presentó un caso de estudio y la posible aplicación de este método de medición en un sistema que presenta una interfase líquida en su contenido, un reactor de lecho fluidizado inverso. Se mostró su principio de operación, así como también los tipos más comunes de este sistema.

### **1.1. Planteamiento del problema**

La motivación de este trabajo inicia a partir de una problemática que se tiene en un reactor de lecho fluidizado que se encuentra en el Instituto Tecnológico de Orizaba. Esta problemática consiste en lograr medir el nivel que tiene el lecho fluidizado dentro del reactor (como se muestra en la Fig. 1.1) que, al no tener medición sobre esta variable del reactor, este sistema carece de control y monitoreo de la fluidización del soporte ocasionando, por ejemplo, pérdida de material.

No obstante, se encontró que los métodos actualmente utilizados para estos propósitos son mediante equipos de elevados costos, no son muy accesibles y que comúnmente se encuentran aislados de

cualquier otro tipo de información del proceso en el sistema en el que son instalados. De igual manera, existen muchos procesos en los que no es posible poder utilizar un instrumento, por ejemplo, reactores que trabajan con sustratos orgánicos poseen propiedades corrosivas que ocasionarían que se reduzca la vida útil de sensores convencionales. Para este tipo de proceso se toma en cuenta que el método de medición sea lo menos invasivo posible, para no afectar el proceso interno o cualquier contenido susceptible a agentes externos.

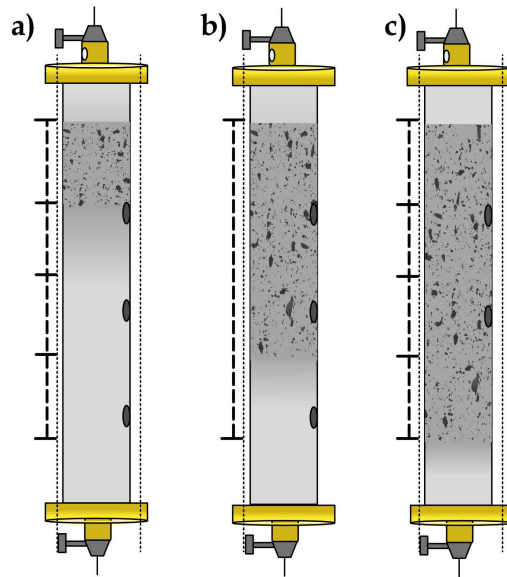


Fig. 1.1. Niveles de expansión de un lecho fluidizado

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo general

Diseñar un método de medición de nivel de interfases líquidas mediante la obtención de un modelo matemático y la aplicación de observadores .

### 1.2.2. Objetivos específicos

- Realizar un estudio comparativo de los principios físicos involucrados en los diferentes métodos de medición de nivel de líquidos y de nivel de interfases líquidas.

- Proponer un modelo matemático enfocado en representar el comportamiento hidrodinámico de un contenedor ante una interfase líquida.
- Validación del modelo matemático experimentalmente mediante una planta prototipo.
- Diseñar un observador a partir del modelo matemático obtenido para la estimación de niveles.

### 1.3. Estudio del estado del arte

El poder contar con un modelo matemático para sistemas de contenedores o tanques ha permitido actualmente la implementación de diversas técnicas de control y ha incentivado el surgimiento de nuevas. En (Chen and Wu, 2006) realizan un modelo no lineal de un sistema de dos tanques utilizando la teoría hidrodinámica. Esto con la finalidad de poder implementar un control predictivo en el sistema con motivos de regulación.

Algo similar puede verse en (Li et al., 2008) donde se presenta el análisis y modelado de un sistema de tres tanques. Sin embargo, aquí se busca la aproximación a un modelo lineal que pueda representar apropiadamente los niveles de agua alrededor de un punto de equilibrio del sistema.

En (Van der Sterren et al., 2014), se muestra el modelado de un sistema de un contenedor de agua de lluvia a escala de lotes, de esta manera poder analizar y estimar la reducción de escorrentía<sup>1</sup> de aguas pluviales y el lavado de contaminantes.

El lograr obtener un modelo matemático del sistema ha permitido la implementación de diversas aplicaciones en el campo de la industria como de la investigación. Por ejemplo, en (Gatzke et al., 2000) se realiza un controlador de nivel para un sistema de 4 tanques utilizando dos métodos basados en el modelo matemático. De igual manera en (Nithya et al., 2008) se desarrolla un controlador basado en modelo para un tanque esférico el cual busca controlar los niveles de líquido.

En (Srinivas et al., 2014) se muestran las sintonizaciones de controladores PID (Proporcional, integral y derivativo) utilizando un modelo matemático para tres tanques en cascada. En estos estudios se utilizan diferentes modelos matemáticos para diferentes configuraciones del sistema de tanques buscando un mismo objetivo: la regulación de los niveles de líquido. No obstante, en todos estos estudios, los modelos matemáticos que se utilizan para representar las dinámicas de los líquidos en un contenedor son para líquidos homogéneos.

En lo que respecta al uso de observadores como sensores virtuales, existen numerosos trabajos en la literatura en la que se ha demostrado la eficacia de estos para la estimación de variables de proceso. En (Anzures-Marin et al., 2008) se muestra el diseño de un observador para entradas desconocidas

---

<sup>1</sup>corriente de agua de lluvia que circula sobre la superficie de la tierra cuando rebasa un depósito natural o superficial

aplicado para un esquema de detección y localización de fallas en un sistema hidráulico de dos tanques. Fue probado en simulación como en tiempo real logrando resolver la problemática de diagnóstico de fallas para sistemas de este tipo con modelos matemáticos conocidos.

En (Lafont et~al., 2011) se utiliza un observador de alta ganancia para la estimación de variables químicas y biológicas en un sistema de tratamiento de aguas residuales. Al ser un proceso bioquímico el uso de sensores convencionales implica mediciones con ruidos y equipos con costos de mantenimiento altos.

Recientemente en (Gouta et~al., 2019) se realiza un control adaptativo para un sistema de dos tanques acoplados sin sensores utilizando observadores de alta ganancia adaptables y una estrategia de control no lineal generalizada. Esto con el objetivo de estimar los niveles en los tanques y estimar los dos parámetros en el sistema.

Como se menciona anteriormente, la inspiración de este estudio fue debido a una problemática en la medición de niveles dentro de un reactor de lecho fluidizado, por lo cual este trabajo aborda una primera perspectiva de aplicación con reactores de lecho fluidizado inverso. Para lograr el objetivo de medir el nivel de la interfase es necesario la obtención de un modelo matemático como de la instrumentación requerida en el sistema.

Las empresas siempre han tenido la necesidad de instrumentación confiable en sus procesos para asegurar la calidad en su producción. En 1974 en la universidad de Clemson Carolina, se discutió la necesidad de sensores eficientes y confiables para el monitoreo de las variables clave en bio-reactores que incluían la velocidad de flujo, el nivel de la capa de lodo, la velocidad de sedimentación, la tasa de respiración, los sólidos en suspensión, la demanda bioquímica de oxígeno a corto plazo, el amoníaco, el nitrato y el fosfato; todo esto para la correcta supervisión del proceso.

En (Robles et al., 2016) se analiza la implementación de sensores de conductividad eléctrica para monitorear la sedimentación de partículas durante el periodo de arranque de un reactor de lecho fijo anaerobio. Se analiza la evolución de concentración de bicarbonato y la tasa de producción de metano. Se observaron que existen fuertes relaciones lineales entre la conductividad eléctrica con la concentración de bicarbonato y la tasa de producción de metano. Por lo tanto, los sensores de conductividad eléctrica se identificaron como un método interesante para controlar el período de

arranque de reactores anaeróbicos de lecho fijo debido a su fiabilidad, robustez, fácil operación, bajo costo y mantenimiento mínimo en comparación con los sensores utilizados actualmente.

En (O. Marín Peña, 2014) se realizó un estudio que demuestra que el nivel de expansión de las partículas de soporte puede ser monitoreado por el cambio de conductividad de los fluidos mediante sensores con puntas de plata y mediante un circuito cuyo funcionamiento utiliza el cambio de ganancia de un amplificador inversor dependiente de la resistencia de su respectiva entrada. La medición de las variables es de manera continua por lo que el sensor debe estar siempre en contacto con el contenido, lo cual, el uso de materiales comunes como el cobre son degradados rápidamente a causa de las propiedades corrosivas del sustrato, por tal motivo se propuso utilizar este tipo de sensores. Los resultados de la medición del voltaje en el interior del reactor con el soporte compactado y expandido mostraron una comparación favorable.

## **1.4. Propuesta de solución**

### **1.4.1. Hipótesis**

Es posible la medición de interfases líquidas dentro de un contenedor que presente dos componentes no miscibles mediante un método de medición de presión diferencial. Esto generando un modelo matemático enfocado principalmente en representar las dinámicas de los flujos dentro del contenedor, logrando evitar dinámicas complejas en el sistema. De esta manera se podría lograr estimar los niveles de cada componente evitando modelos matemáticos complejos comúnmente mayores a un segundo orden con múltiples ecuaciones y correlaciones químicas. Al crear un modelo matemático de este tipo de sistema, se podría facilitar la aplicación de observadores y controladores en el sistema que permitirían abrirse a una nueva gama de aplicaciones para el monitoreo y control de este tipo de sistema.

### **1.4.2. Alcances y limitaciones**

Este trabajo está dirigido al estudio de técnicas y métodos de medición de nivel de interfases líquidas para lograr el diseño de un método de medición que permite la estimación o medición de las mismas.

Como una primera aproximación, será orientado únicamente a la aplicación en contenedores con

dos componentes no miscibles, puros y de densidad constante con una sola interfase; aunque se presenta un escenario con densidades variantes, no se encuentra dentro de los objetivos de este estudio.

El método está diseñado de momento para trabajar únicamente en contenedores cilíndricos o con área uniforme (no esféricos o derivados). El cambiar el diseño del contenedor alteraría todo el procedimiento aquí realizado.

### 1.4.3. Justificación

Uno de los equipos utilizados para la medición de interfases es el equipo que se muestra en la Fig. 1.2, un medidor de nivel por desplazador servo operado que permite además calcular interfases y densidades. Es un dispositivo vendido a industrias el cual presenta un costo elevado y nada accesible para el público en el mercado mexicano ya que solo se puede disponer de él por medio de las empresas que lo distribuyen.



Fig. 1.2. Medidor de nivel Proservo NMS81 de Endress and Hausser

Como se menciona anteriormente, en este estudio se propone una metodología alterna para la medición de niveles de interfases líquidas. Esto es posible teniendo en cuenta que:

- No se prioriza la producción ni calidad del sistema. No hay un enfoque sobre rendimiento o alguna mejora en el proceso. El enfoque es directamente sobre el nivel de la interfase líquida.
- Enfoque único en la propiedades hidrodinámicas. Esto debido a que nuestra variable de interés es únicamente el nivel, se busca demostrar que se pueden descartar algunas funciones relacionadas a reacciones químicas, ciertas cinemáticas y transferencias de energía.



Así pues, se crea un método alternativo accesible y de bajo costo que puede implementarse en diferentes tipo de sistemas pudiendo no solamente estimar los niveles del sistema sino también proporcionar un monitoreo del proceso e inclusive de otras variables.

#### 1.4.4. Metodología

1. Análisis bibliográfico: Se realiza un estudio sobre los métodos medición directos o indirectos que puedan emplearse en este tipo de sistemas, analizando sus ventajas y desventajas, y los métodos de modelado utilizados hasta el momento.
2. Aplicación de los métodos a utilizar: Habiendo realizado un análisis de los métodos de medición, se seleccionará el más propicio la medición de nivel de interfases basados en los principios antes estudiados y tomando en cuenta las limitaciones del sistema.
3. Obtención del modelo: Se buscará obtener un modelo matemático de un tanque con una interfase líquida. Como se mencionó anteriormente, en primera instancia se tomarán las suposiciones de modelado requeridas buscando menos complejidad en el modelo incorporando las dinámicas que se crean necesarias para la medición de interfases.
4. Se realizará la validación del modelo mediante una planta prototipo el cual representará las propiedades hidrodinámicas del contenedor de un bio-reactor de lecho fluidizado inverso.
5. Observador de estados: Teniendo un modelo matemático validado que represente con fidelidad el comportamiento hidrodinámico del sistema de la plata prototipo, se buscará implementar un observador no lineal para la estimación de estados en el sistema, y de esta forma lograr medir de manera indirecta los niveles del sistema utilizando el modelo antes desarrollado y la medición de presión diferencial en el fondo del contenedor.

#### 1.4.5. Aportación

- Primera aportación: En muchos estudios se utilizan diferentes modelos matemáticos para representar contenedores o tanques con variedad de contenidos líquidos como diferentes diseños en el sistema de tanques, manteniendo un mismo objetivo, el buscar controlar los niveles de líquido. Los modelos matemáticos que se utilizan para representar las dinámicas en un contenedor o tanque son para contenidos homogéneos en su mayoría. No se ha encontrado

mucha información en la literatura relacionada a modelos que representen dinámicas de fluidos con interfases líquidas. Siendo el desarrollo de un modelo matemático para contenedores con interfases líquidas una primera aportación en este trabajo.

- Segunda aportación: Como segunda aportación de este trabajo, se propone un método alternativo para la medición de nivel en contenedores con interfases líquidas. Esto utilizando un observador para la estimación de niveles de las interfases líquidas en un contenedor.

### 1.5. Conclusiones del capítulo

A pesar de que la problemática aquí presentada puede resolverse con una simple instalación de un equipo de medición, el enfoque principal es mostrar una alternativa al campo industrial que permita lograr el objetivo de medir interfases líquidas con la posibilidad de adquirir otro tipo de información del proceso.

No obstante, aunque se está delimitando el sistema en muchos aspectos, es posible que en trabajos a futuros se pueda complementar esta metodología con características omitidas en este trabajo. De igual manera, se motiva a trabajar con sistemas de flujos líquidos no homogéneos, un campo con mucho por estudiar ya que en la literatura no se encontraron técnicas de control para este tipo de sistema.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1. Medición de nivel

La medición de nivel consiste en medir la altura a la que se encuentra la superficie libre del líquido, sólidos, o un conjunto de componentes en general a partir de una línea de referencia. Bien podría ser mediante la presión hidrostática, utilizando el desplazamiento producido en un flotador, por el propio líquido contenido en el tanque del proceso, aprovechando las características eléctricas del líquido o bien utilizando otros fenómenos.(Creus~Sole, 2006).

Al tener un proceso en el cual se cuenten con contenedores, la mayoría de los casos es seguro que será necesario conocer el nivel del contenido que este posee. Para la selección correcta del método de medición es necesario conocer el tipo de proceso, la propiedad de los contenidos, así como las condiciones de operación a las que estarán sometidos. Esto contemplando desde que, si el contenido es sólidos granulares o líquidos, hasta analizar a qué temperatura y presión estarán sometidos. En la tabla 2.1 se muestran algunos ejemplos de métodos de medición según la condición de que si son líquidos o sólidos granulados.

#### 2.1.1. Métodos de medición directa

*El medidor de sonda* consiste en una regla, varilla o viga graduada con la longitud apropiada para introducirla dentro del contenedor, como se muestran en la Fig. 2.1. El nivel puede medirse por la lectura directa de la longitud marcada en la varilla o regla por el contenido. Usualmente el tanque debe estar a presión atmosférica para la manipulación correcta de la sonda. Ejemplos de aplicación de este método pueden verse generalmente en tanques de gasolina o aceites. Existen

Tabla 2.1. Métodos según el contenido y proceso

	Nivel límite	Continuo
Líquidos	Por lámina vibrante	Radar
	Conductivo	Sonda métrica
	Capacitivo	Ultrasonidos
	Por flotador	Hidrostático
	Ultrasonidos	Capacitivo
	Radiometría	Radiometría
Sólidos granulados	Por lámina vibrante	Radar guiado
	Capacitivo	Radar
	De paleta rotativa	Ultrasonidos
	Barrera de microondas	Medidor electromecánico de nivel
	Ultrasonidos	Radiometría

variedades de este método, como lo es una varilla graduada con un gancho que se sumerge en el líquido y se levanta después midiendo la distancia de la superficie del líquido hasta la parte superior del tanque, la cinta y plomada que consiste en sumergir la plomada hasta tocar la parte inferior del tanque marcando la cinta con el líquido e indicando el nivel medido.

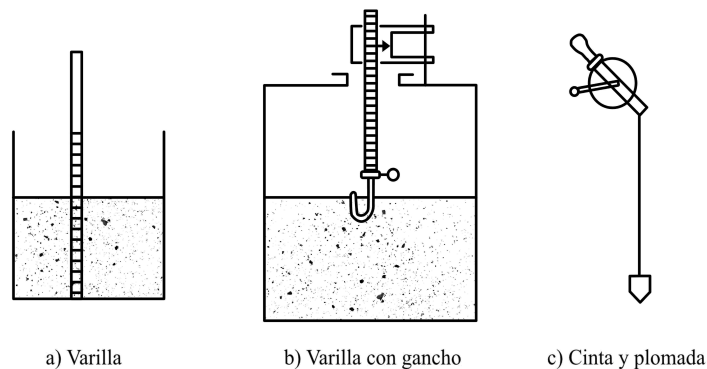


Fig. 2.1. Medidores tipo sonda

**El nivel de cristal** consta de un tubo acoplado al tanque mediante bloques metálicos en sus partes extremas, como se aprecia en la Fig. 2.2. Suelen tener dos válvulas de cierre en ambas conexiones para cierres de seguridad y una tercera válvula que permite el desfogue del contenido.

Existen niveles de cristal para altas y bajas presiones dependiendo las condiciones de trabajo. Aunque este tipo de medidores suelen ensuciarse mucho por las características del líquido y que solo proporcionan una medición local, su ventaja principal es la gran seguridad en la lectura de medición.

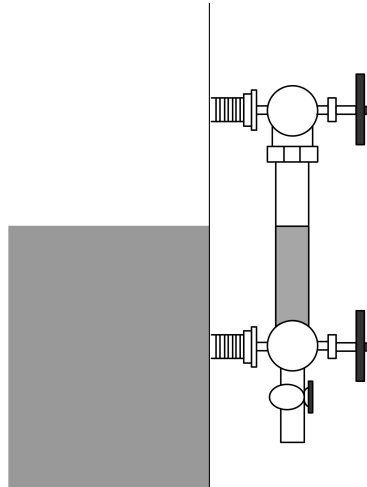


Fig. 2.2. Nivel de cristal

***El medidor de nivel por ultrasonido*** o los sensores de nivel por ultrasonido proporcionan diversas ventajas, por ejemplo: una medición continua, no requieren contacto directo con el componente, no requieren mantenimiento y pueden trabajar con fluidos y sólidos granulados o pulverizados. Este tipo de medición no se ve afectado por propiedades del contenido como densidad, humedad, constante dieléctrica o por adherencias.

Este método se basa en el principio de medida del Time of Flight. Es decir, el instrumento emite pulsos ultrasónicos los cuales son reflejados por la superficie del contenido y son detectados nuevamente en su recorrido de regreso, como puede verse en la Fig. 2.3. El Time of Flight o el tiempo que tarda en regresar la señal ultrasónica que fue reflejada es directamente proporcional a la distancia recorrida. De esta manera es posible calcular el nivel que posee el contenido al saber el tiempo que tarda la señal emitida en regresar.

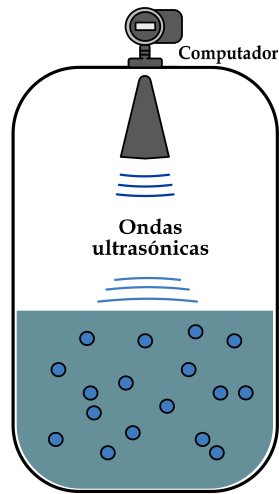


Fig. 2.3. Sensor ultrasónico

*El medidor de nivel por palpador servo-operado* consta de un disco o plomada suspendido y desplazado por una cinta o cable de acero que es dispensado y almacenado por un tambor giratorio como se muestra en la Fig. 2.4. El tambor es controlado por un servomotor montado sobre unos cojinetes de precisión. Este dispositivo es montado comúnmente sobre la parte superior del contenedor donde se encuentra el equipo que transmite los datos de manera digital. Al subir o bajar el nivel del líquido, el desplazador automáticamente sigue el nivel que el líquido adquiere manteniendo contacto con la superficie de este.

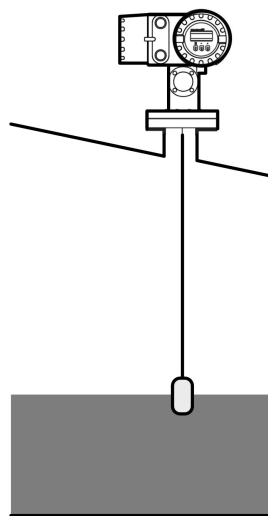


Fig. 2.4. Medidor de nivel palpador servo-operado

Dentro de esta misma categoría podemos encontrar otros métodos menos usuales como el indicador de nivel magnético, método basado en el seguimiento de un flotador que desliza por un tubo guía y que contiene un potente electroimán. Estos pueden estar constituidos por un flotador con un tubo guía verticalmente instalado, o un flotador deslizante a través de un tubo guía que está acoplado externamente al tanque. El medidor de nivel magneto-estrictivo<sup>1</sup> utiliza de igual manera un flotador que indicará el nivel detectando su posición mediante un transmisor que envía un impulso de corriente hacia abajo al tubo de guía de ondas creando un campo magnético que interactúa con el campo magnético generado por los imanes del flotador.

### 2.1.2. Métodos basados en la presión hidrostática

*El medidor manométrico* (como se muestra en la Fig. 2.5), está constituido por un sensor de presión piezo-resistivo suspendido dentro del líquido contenido, contiene un puente de Wheatstone, que ante la presión del líquido el sensor se deforma y la tensión es medida por galgas extensiométricas ocasionando un señal de salida por el puente proporcional al nivel.

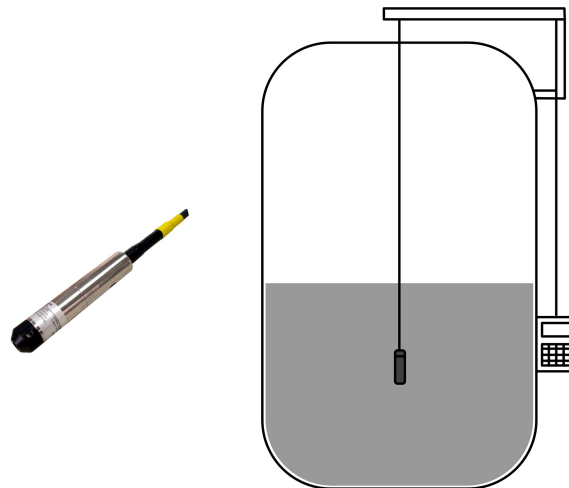


Fig. 2.5. Medidor manométrico

<sup>1</sup>De un material que puede sufrir modificaciones en su estructura ante la presencia de un campo magnético.

*El medidor del tipo burbujeo* consiste en un tubo sumergido por el cual se suministra burbujas de aire regulado por un caudalímetro (véase Fig. 2.6). La presión del aire dentro de la tubería es igual a la presión hidrostática ejercida por la columna de líquido.

De esta manera se puede calcular el nivel de la columna de líquido. Es un método muy apropiado especialmente para contenidos corrosivos, sólidos en suspensión y emulsiones. Logra ser un método muy simple con buenos resultados.

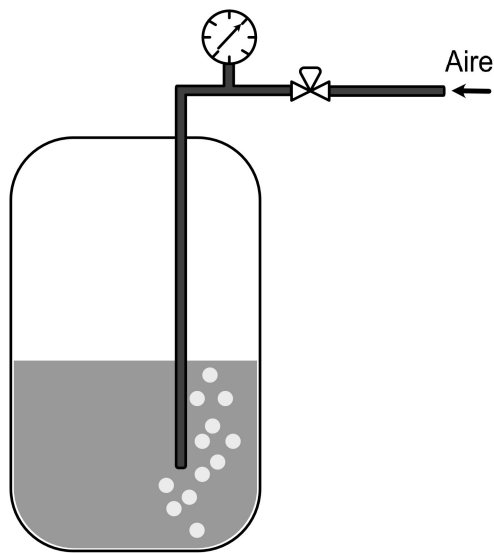


Fig. 2.6. Medidor de nivel por burbujeo

*El medidor por presión diferencial* se trata de un dispositivo que contiene un diafragma en contacto con el líquido que mide la presión hidrostática por el líquido en el fondo del tanque como se muestra en la Fig 2.7. El lado del diafragma que mide la presión ejercido por el líquido se llama lado de alta presión y se compara con el lado de baja presión que puede estar a la atmósfera en tanques abiertos o a la presión del mismo tanque en contenedores cerrados. Por esto, el nivel proporcionado por este medidor será proporcional a la diferencia de la lectura del lado de alta presión y a la de baja presión.



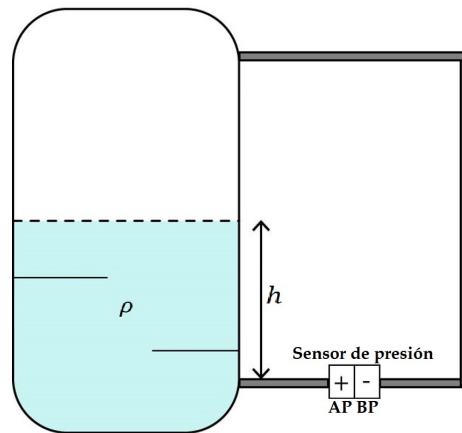


Fig. 2.7. Medidor de nivel por presión diferencial

### 2.1.3. Métodos basados en las propiedades eléctricas

*El medidor de nivel conductivo o resistivo* basa su operación en la conductividad del material. Está constituido por electrodos como se muestra en la Fig. 2.8 que, al ser mojados por el líquido un circuito electrónico excita un relé de conmutación que es la interface con el sistema externo. Es importante que el flujo de líquido entrante no deba tocar los electrodos directamente para evitar falsos cambios de estado en el sistema. Este tipo de instrumento suelen colocarse con una orientación vertical en los tanques.

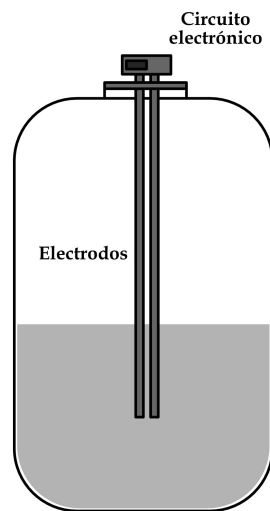


Fig. 2.8. Medidor de nivel conductivo o resistivo

*El medidor de nivel de capacidad*, también llamado sensor de nivel de radiofrecuencia o de admitancia<sup>2</sup>, presenta un montaje similar al mostrado en la Fig. 2.8. Consiste en medir la admitancia<sup>2</sup> de un circuito de corriente alterna formado por un condensador hecho de electrodos sumergidos en el líquido del tanque y sus paredes. Esta admitancia varía dependiendo del nivel líquido en el tanque. La distancia entre el electrodo y las paredes del tanque permanecen constantes por lo que la única variable es el área bañada por el líquido en los electrodos o nivel.

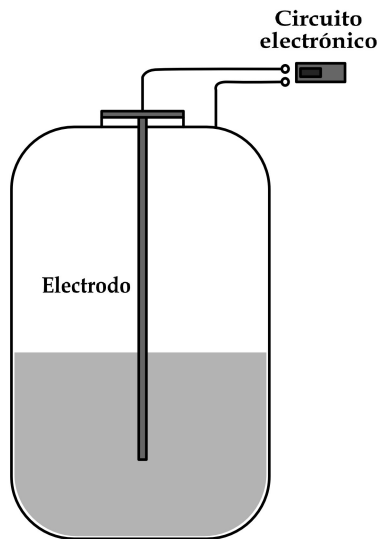


Fig. 2.9. Medidor de nivel de capacidad

Existen otros métodos además de los aquí mencionados que no se describieron ya que su implementación requiere de equipos más complejos y costosos, por lo tanto se omiten para la finalidad de este estudio. Por ejemplo: medición de nivel por radiación, medición de nivel por radar o microondas, por medición láser, medición por vibración, etc (Avendaño, 2006) .

Conociendo la variedad de métodos existentes, es necesario conocer correctamente los requisitos del proceso para utilizar el instrumento o método de medición apropiado para el proceso. Estas condiciones pueden ser por ejemplo, la temperatura y la presión a la que se someterá el equipo (véase Fig. 2.10 ). Una vez seleccionado que método se aplicará se deben tener en cuenta las condiciones de montaje, por ejemplo

<sup>2</sup>Inverso de la impedancia. Propiedad de un circuito que facilita el paso de la corriente.

- Depósito: Instalación donde simplemente el equipo se adapta en la parte superior, inferior o un costado del contenedor.
- Tubo tranquilizador: Es un tubo dotado de orificios introducido dentro del contenedor encargado de proteger instrumentos de medición contra el oleaje que pudiera existir.
- Bypass: Es un arreglo de tuberías y válvulas de respaldo que permiten la reparación y sustitución de equipos sin detener un proceso u operación.

El montaje tipo de montaje depende directamente del tipo de método a utilizar y este a su vez de los criterios que la planta requiera. Los principios de medición pueden ser clasificados de muchas maneras, por ejemplo, según los criterios de “invasivo” o “no invasivo”.

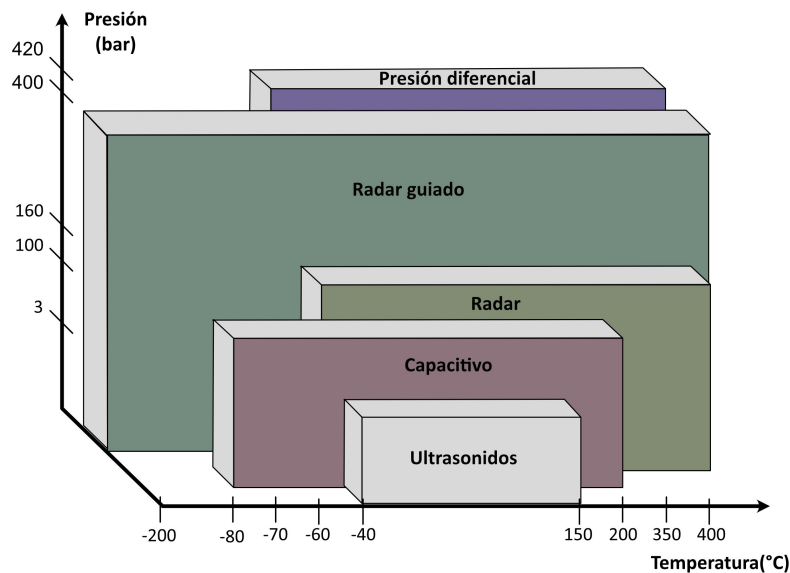


Fig. 2.10. Métodos de medición de acuerdo a las condiciones

## 2.2. Interfase Líquida

En termodinámica se define como fase una región del espacio con propiedades intensivas<sup>3</sup> constantes. En la mayoría de procesos industriales en donde se encuentren contenedores de líquidos se encuentran sistemas termodinámicos o hidrodinámicos en los cuales se toman como estrictamen-

<sup>3</sup>Propiedades de la materia que no dependen de su cantidad, por ejemplo: temperatura, densidad, color, olor, etc.

te homogéneos, con propiedades intensivas constantes en la fase completa. Sin embargo, existen sistemas no homogéneos donde es necesario tomar en cuenta los efectos superficiales.

Suponga un sistema constituido por dos fases  $\alpha$  y  $\beta$  (véase Fig. 2.11, (a)). Las moléculas que se encuentran en la zona de contacto de ambas fases tienen un entorno molecular diferente al de las moléculas en el interior de la fase. La región tridimensional de contacto entre las fases  $\alpha$  y  $\beta$  en la cual las moléculas interactúan con las moléculas de ambas fases se denomina **capa interfacial**, **capa superficial** o **interfase** (Levine, 1993).

Si tenemos dos fases en contacto, deben diferenciarse en algunas de estas propiedades y por lo tanto debe existir una zona de transición donde las propiedades cambien desde su valor en una fase hasta el valor que adquieren en otra. La figura 2.11 (b) es un esquema de la sección transversal de un sistema bifásico con una superficie interfacial plana. Todas las moléculas en los planos VW y AB tienen el mismo entorno y forma parte de la fase  $\alpha$ , de la misma manera las moléculas en el plano CD y RS forman parte exclusiva de la fase  $\beta$ . La capa interfacial, cuyo grosor es de realmente de algunas moléculas de espesor, está compuesta por las moléculas comprendidas entre los planos AB y CD.

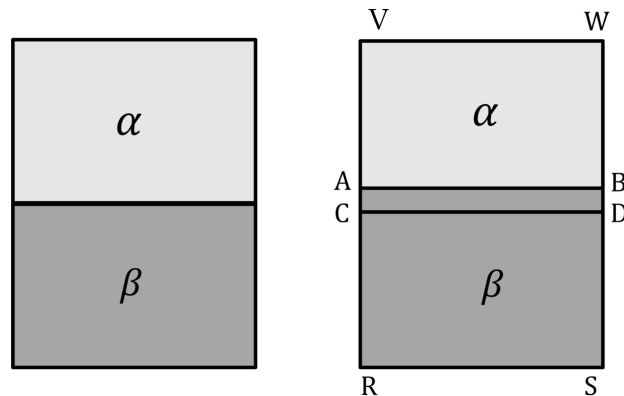


Fig. 2.11. (a) sistema bifásico. (b) Capa interfacial entre dos fases

Entre ellas encontramos los siguientes tipos de interfaces:

- a) Interfase líquido-líquido. Estas incluyen productos de aceite y agua, se encuentran en separadores, purificadores, catálisis, extracción entre procesos.

- b) Interfase líquido-sólidos. Este tipo de interfases son comunes en en tratamientos de aguas y aguas residuales, papel, minería y procesos químicos.
- c) Interfase espuma-líquido. El cambio de fase de un vapor a líquido es detectado en tanques de almacenamiento y sistemas de procesos. Las interfases entre vapor y espuma pueden ser detectadas igualmente.
- d) Interfase vapor-líquido. La detección de interfases entre fluidos inmiscibles pueden ser calibrados en algunos controladores para activar alarmas cuando el líquido cambia a espuma.

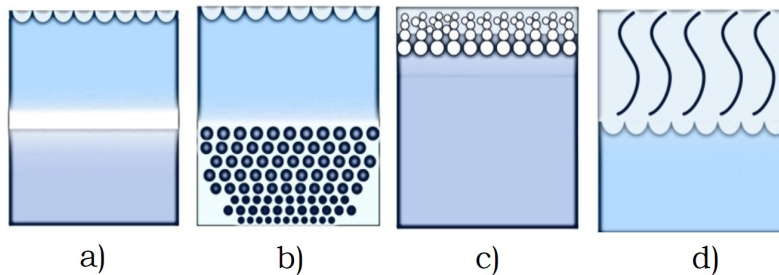


Fig. 2.12. Tipos comunes de interfases

En la vida cotidiana es posible encontrar algunos ejemplos de interfases ,esto podría ser por ejemplo:

- Agua y aire (Interfase líquido-gas),
- metal y disolución (Interfase sólido-líquido),
- agua y disolvente orgánico (Interfase líquido-líquido).

Esta zona de nadie o frontera tiene gran importancia en el estudio de procesos físicos y químicos, esto debido a que en esta zona ambas fases pierden sus propiedades características y aparecen nuevas fuerzas que son muy diferentes a las existentes en los medios por separado, dando lugar a nuevas estructuras y ordenaciones de compromiso entre las que demandan ambos medios.

## 2.3. Observadores

El control y monitoreo de variables como presión, temperatura, humedad, flujo y voltaje; es esencial para los procesos industriales con la finalidad de mejorar o mantener la productividad, la calidad y disminuir los errores por actividades manuales y supervisión hecha por el hombre. Sin embargo, en algunos procesos, el lograr obtener mediciones físicas de estas variables pueden presentar dificultades ya sea por no estar disponibles directamente con algún instrumento o por razones económicas como bajo presupuesto para el instrumento requerido.

Por ejemplo, la concentración de componentes o mezclas, es un variable física que es sumamente complicada de medir directamente y cuyos instrumentos de medición poseen elevados costos; sin embargo, es posible su medición mediante un algoritmo matemático llamado observador. Los observadores de estado o también llamados sensores virtuales han sido hasta el día de hoy una alternativa de solución para estos escenarios.

En términos generales, se le llama observador a una persona o dispositivo que realiza una medición u observación a un sistema con la finalidad de lograr obtener información de este. Retomando este término, en la teoría de control se le denomina observador a un sistema dinámico que permite realizar estimación de estados o parámetros a partir de la información obtenida por variables disponibles de ese mismo sistema. Se pueden encontrar distintas definiciones en la literatura del término observador; por ejemplo, la definición hecha por Dorf en 1989.

*“Un observador de estados es un dispositivo (programa o computador) que es capaz de reconstruir o estimar los estados o variables de interés de un proceso, a partir de las mediciones físicas de las entradas y salidas de este mismo.”*

Se puede encontrar la definición hecha por Ogata en 1980.

*“ Un observador de estados estima las variables de estado con base en las mediciones de las variables de salida y de control”*

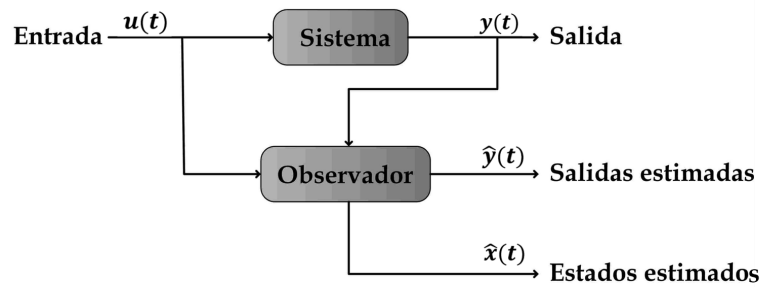


Fig. 2.13. Diagrama de un observador de estados

Son diversas las aplicaciones dadas a los observadores, entre las más comunes se pueden encontrar las siguientes:

- Monitoreo de variables.
- Aplicación de técnicas de control basadas en observadores.
- Sistemas de detección y aislamiento de fallas.

## 2.4. Observabilidad

La observabilidad es la propiedad de un sistema dinámico para poder reconstruir las variables de estado no medibles a partir de variables que si son medibles. Se dice que un sistema dinámico es observable en  $t_0$  si  $x(t_0)$  puede determinarse a partir de la observación de la señal de salida  $y(t)$  durante un intervalo de tiempo finito,  $t_0 \leq t \leq t_1$ .

Con base a la definición anterior es posible clasificar los observadores de estados según el criterio dado en (Ogata and Yang, 2010). El sistema es uniformemente o completamente observable si todas las transiciones de sus estados afectan a todos los elementos de la señal de salida. De tal manera que, si el observador de estado estima todas las variables de estado independientemente de que si algunas están disponibles para una medición directa, el observador de estado se denomina de **orden completo**. Por otro lado, un observador que estima menos estados del que el sistema posee en total, es decir,  $\hat{n} \leq n$  (donde  $n$  es el número de estados del sistema) el observador de estados se denomina de **orden reducido**. Si dicho observador llega a obtener el orden mínimo posible, es decir, si  $n$  es la dimensión del vector de estados y  $m$  es la dimensión del vector de

salidas, y el observador estima  $n - m$  variables entonces es denominado observador de estados de **orden mínimo**.

Para ejemplificar de manera sencilla un poco estos conceptos considere el sistema que se muestra a continuación:

$$\dot{x}_1(t) = -5x_2 + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = 2x_2$$

Este sistema se puede representar esquemáticamente con bloques como se muestra en la Fig. 2.14. Ahora bien, considere este sistema cuyo estado disponible a la salida es únicamente  $x_1$  o alguna función que dependa de este por medio del sensor 1, como se muestra en el esquema; y que esta salida contiene información de ambos estados del sistema. Esto permite la reconstrucción de ambos estados mediante un observador alimentado por esta salida y la entrada al sistema. Cuando esto sucede se dice que el sistema es uniformemente observable y que el observador es de orden completo.

Suponga ahora el sistema con únicamente la salida disponible del sensor 2 y cuya información contenida es únicamente del estado  $x_2$ , en otras palabras, a partir de esta salida es posible únicamente reconstruir mediante un observador el estado  $x_2$ . Por lo tanto, el sistema no es uniformemente observable y se dice que el observador es de orden reducido. Este mismo ejemplo puede catalogarse como un observador de orden mínimo, pues los estados estimados es igual a  $n - m$  (estados - salidas).

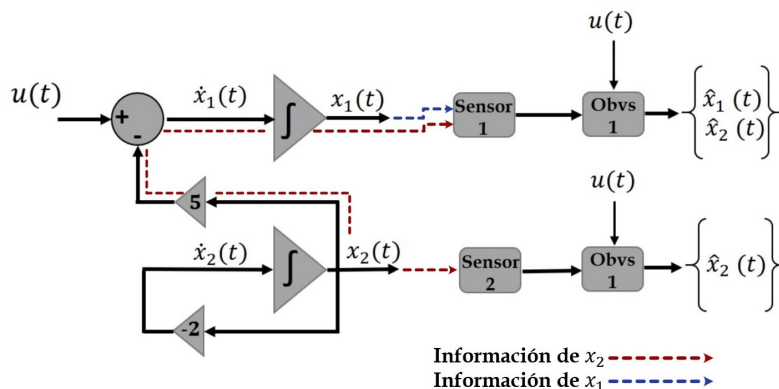


Fig. 2.14. Esquema de un sistema cuya observabilidad depende de la salida



## 2.5. Tipos de observadores

Es posible encontrar diferentes tipos de observadores en la literatura, estos pueden ser clasificados generalmente como observadores lineales y no lineales. No obstante, su clasificación también depende del tipo de sistema al que son aplicados. Hablando de sistemas lineales existen observadores como el Filtro de Kalman (Kalman, 1960) y el observador de Luenberger (Luenberger, 1971) por mencionar algunos. Si de sistemas no lineales se tratara, existen observadores como el de alta Ganancia (Gauthier et al., 1992) o el Filtro de Kalman Extendido (Dochain, 2002).

### 2.5.1. Observadores para sistemas lineales

Para los sistemas lineales se puede obtener una estructura generalizada. A continuación, se muestra el modelo dinámico de un sistema lineal invariante en el tiempo en espacio de estados libres de perturbaciones.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ \hat{y}(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde  $u(t) \in \mathbb{R}^r$ ,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  y  $y(t) \in \mathbb{R}^m$ .

El observador requiere las entradas y salidas  $u(t)$  y  $y(t)$  respectivamente para poder reconstruir las variables de estado no disponibles a la salida considerando que se conocen las matrices A, B, C, y D.

Para los sistemas lineales, principalmente los LTI (Lineales invariantes en el tiempo) es posible demostrar su propiedad de observabilidad mediante la matriz de observabilidad definida a continuación:

$$S_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}\tag{2.2}$$

De esta manera, si la matriz (2.2) es de rango  $n$  (completo) se dice que el sistema es observable, remarcando que solo para casos de sistema LTI. Cabe mencionar que la observabilidad de este tipo de sistema no depende de la entrada  $u(t)$ . Por lo que si se tiene una entrada nula  $u(t) = 0, \forall t \leq 0$ ,

el sistema continúa siendo uniformemente observable. Para este tipo de sistema se muestra a continuación algunos tipos de observadores útiles.

### Observador de Luenberger

El estudio de los observadores del tipo Luenberger (Luenberger, 1971) retoma las técnicas ya establecidas para sistemas lineales, particularmente técnicas de reubicación de polos para resolver el problema de estabilidad en la dinámica del error de estimación para sistemas lineales.

Considerando el sistema Ec.(2.1), el diseño de un observador de Luenberger consiste en reconstruir en paralelo un observador de estados de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + K[y(t) - C\hat{x}(t)] \\ y(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\tag{2.3}$$

donde  $K$  es la ganancia del observador y  $\hat{x}(t)$  representa el valor estimado por el observador de  $x(t)$ .

Considerando que el error del observador esta denotado por  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ , entonces la dinámica del error esta dado por la siguiente derivada:

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)\tag{2.4}$$

sustituyendo las Ecs. 2.1 y 2.3 en la Ec.2.4 se obtiene:

$$\dot{e}(t) = [A - KC]e(t)\tag{2.5}$$

La implementación de este tipo de observadores en sistemas SISO es muy simple. Se debe encontrar el valor apropiado de  $K$  que no es único y cumplir con la condición que los valores propios (eigenvalores) de  $[A - KC]$  sean estables, es decir, que la parte real de ellos sean negativos. De esta manera se asegura la convergencia asintótica del observador, resultando que la dinámica del error de estimación depende de la selección del valor de la ganancia  $K$ .

### Filtro de Kalman

En 1960 R. E. Kalman diseñó un filtro que resolvía completamente el problema de filtrado y de la estimación de variables en presencia de ruido gaussiano blanco.

Para ilustrar un poco el principio de los filtros de Kalman, considere el siguiente sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t)\end{aligned}$$

La estimación de estados se lograra mediante la siguiente ecuación

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + K(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)] \quad (2.6)$$

Para la implementación del filtro de Kalman es necesario llevar a cabo las 4 etapas que se muestran a continuación:

- Calcular el valor de la ganancia  $K(t)$

$$K(t) = -S(t)^{-1}C^T(t)Q \quad (2.7)$$

- Inicialización de la matriz  $S(t)$

$$S(0) = S_0$$

Siendo  $S_0$  una matriz definida positiva.

- El cálculo de la matriz  $S$  utilizando una variante de la ecuación de Riccati

$$\dot{S}(t) = -\Theta S(t) - A(t)^T - S(t)A(t) + C(t)^TQC(t) - S(t)RS(t) \quad (2.8)$$

donde  $\Theta > 0$  es un valor real arbitrario

Una de las ventajas que posee este observador en comparación al de Luenberger es que el de Kalman puede trabajar con sistemas que posean parámetros variantes. A diferencia del observador de Luenberger el cálculo de la ganancia  $K$  tiene que obtenerse a partir de la ecuación de Riccati Ec. (2.8).

### 2.5.2. Observadores para sistemas no lineales

Para sistemas no lineales existen técnicas de diseño de observadores que se basan en formas específicas de representación de espacios de estados (Besançon, 2007). Se mencionan a continuación algunas de estas estructuras:

- Sistemas afín al control:

$$f(\dot{x}, u) = f(x) + g(x)u$$

- Sistemas afín a los estados:

$$f(\dot{x}, u) = A(u)x + B(u), \quad h(x) = Cx$$

- Sistemas lineales variantes en el tiempo:

$$f(\dot{x}, u, t) = A(t)x + B(t)u, \quad h(x, u, t) = C(t)x$$

Considérese un sistema no lineal descrito por una representación general de espacio de estados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{aligned} \tag{2.9}$$

donde  $x$  denota el vector de estados tomando valores de dimensión  $n$ ,  $u$  denota el vector de entradas externas tomando valores en un subconjunto  $U$  de  $\mathbb{R}^m$ , y  $y$  es el vector de salidas medidas tomando valores en un subconjunto abierto  $Y$  de  $\mathbb{R}^p$ .

Considerando el sistema de las Ecs. (2.9), un observador es dado por un sistema auxiliar de la siguiente forma:

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t), y(t), t) \tag{2.10}$$

tal que:

- $\hat{x}(0) = x(0) \Rightarrow \hat{x}(t) = x(t), \forall t \geq 0;$
- $\|\hat{x}(t) - x(t)\| \rightarrow 0; t \rightarrow \infty;$

Para el posible diseño de un observador, es necesario poder recuperar la información de los estados mediante la salida medida desde el tiempo inicial. Esto significa que la observabilidad está caracterizada por el hecho de que a partir de una salida medida, uno debe poder distinguir entre varios estados iniciales o equivalentes, no se puede permitir estados indistinguibles (Hermann and Krener, 1977). Esta definición puede parecer bastante global y muy general para usos prácticos. Una metodología alternativa es obtener la matriz de observabilidad, matriz que surge a partir de la matriz de transformación  $O(x)$

$$O(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ L_f^2 h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

donde  $L_f h(x)$  representa la derivada de Lie de  $h(x)$  a lo largo del campo vectorial  $f$ , cuya expresión representan las siguientes derivadas sucesivas:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x)}{\partial x} f_i(x),$$

$$L_f^n h(x) = \frac{\partial}{\partial x} (L_f^{n-1} h(x)) f(x)$$

Por consiguiente, se verifica que la matriz Jacobiana procedente de la matriz  $O(x)$  sea de rango completo. Es decir:

$$\text{rank} \left( \frac{\partial O(x)}{\partial x} \right) = n \quad (2.12)$$

donde la matriz jacobiana esta denotada por:

$$\frac{\partial O(x)}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial O_1}{\partial x_1} & \frac{\partial O_1}{\partial x_2} & \cdot & \frac{\partial O_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial O_2}{\partial x_1} & \frac{\partial O_2}{\partial x_2} & \cdot & \frac{\partial O_2}{\partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial O_n}{\partial x_1} & \frac{\partial O_n}{\partial x_2} & \cdot & \frac{\partial O_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

De esta manera es posible confirmar que se puede construir un observador a partir del sistema (2.9).

Para ilustrar un poco esta propiedad, suponga un sistema como el que se muestra a continuación, el cual se requiere conocer si es observable.

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2^2 \\ x_2 + 3x_1 \end{pmatrix}$$

$$h(x) = x_1$$

Calculando la matriz de observabilidad a partir de la Ec. 2.11 se obtiene:

$$O(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1^2 - x_1x_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

se calcula la matriz Jacobiana de acuerdo a la Ec.(2.12) obteniendo:

$$\frac{\partial O(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2x_1 - x_2^2 & -x_12x_2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Para conocer el orden de la matriz de observabilidad es necesario calcular la determinante de la matriz y verificar que sea diferente de cero, es decir:

$$\det \left( \frac{\partial O(x)}{\partial x} \right) = (1)(-x_12x_2) - (0)(2x_1 - x_2^2) = -x_12x_2 \neq 0$$

Para este sistema cuya determinante es diferente de cero, se puede decir que es observable.

### Observador de alta ganancia

A continuación se muestra una breve reseña del concepto de un observador de alta ganancia tomando en cuenta el sistema de la forma Ec. (2.16)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde  $x(t) \in R^n$  es el estado en tiempo  $t$ ,  $u(t) \in R$  es una señal de control y  $y(t) \in R$  una salida de medición que está correlacionada a los estados  $x(t)$  por  $y = h(x)$ .

Ahora se propone el siguiente cambio de coordenada  $z_1 = h(x), z_2 = L_f h(x), \dots, z_n = L_f^{n-1} h(x)$  donde  $L_f$  es la derivada de Lie con respecto a  $f$ , que quiere decir:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \Phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

En Gauthier et~al. (1992) se caracterizan los sistema no lineales que son uniformemente observables, sistemas que tienen la propiedad que pueden ser transformados por un cambio de coordenadas

$z = \Phi(x)$  en la siguiente forma triangular:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \varphi(z(t)) \end{bmatrix} + u(t)\psi(z(t)) \\ y(t) = Cz(t) = z_1 \end{cases} \quad (2.18)$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & . \\ . & . & . & . & 1 \\ 0 & . & . & . & 0 \end{pmatrix}$$

y donde  $\psi(z)$  y  $C$  están denotados por  $\psi(z) = \psi_i(z_1, \dots, z_i)$  y  $C = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0)$ .

De igual modo, la forma triangular es utilizada para el diseño de un observador exponencial, llamado como observador de alta ganancia. La estructura del observador toma la siguiente forma:

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t))u(t) + \left[ \frac{\partial \Phi(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} S_\theta^{-1} C^T [y(t) - C\hat{x}(t)] \quad (2.19)$$

donde  $\hat{x}(t)$  denota los estados estimados de  $x(t)$ ,  $\Phi$  es la transformación de coordenada de la Ec. (2.17) y  $\partial \Phi(t)/\partial x$  denota el jacobiano de  $\Phi(t)$  de acuerdo a la Ec.(2.13).

Por ultimo  $S_\theta$  es la matriz simétrica definida positiva ( $S_\theta = S_\theta^T > 0$ ) que da solución única a las siguiente ecuación de Lyapunov:

$$\theta S_\theta + A^T S_\theta + S_\theta A = C^T C, \theta > 0 \quad (2.20)$$

donde  $\theta > 0$  es un parámetro fijo,  $A$  y  $C$  son como se muestran anteriormente.  $S_\theta$  se muestra en dos dimensiones:

$$S_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta} & -\frac{1}{\theta^2} \\ -\frac{1}{\theta^2} & \frac{2}{\theta^3} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

donde generalmente, los coeficientes de  $S_\theta$  son de la forma:

$$(S_\theta)_{ij} = \frac{S_{ij}}{\theta^{i+j-1}} \quad \text{para todo} \quad 1 \leq i, j \leq n \quad (2.22)$$

El parámetro  $\theta$  define el desempeño del observador y que bajo ciertas suposiciones técnicas converge exponencialmente, como se muestra en (Gauthier et al., 1992), donde sus autores demuestran que con una ganancia  $\theta$  suficientemente grande, el error de estimación converge a cero. Esto indica que la norma Euclidiana del error de estimación  $\|\hat{x}(t) - x(t)\|$  se encuentra acotada por una función exponencial de tal manera que existen dos constantes  $\alpha, \beta > 0$  que satisfacen la siguiente cota:

$$\|\hat{x}(t) - x(t)\| \leq \|\hat{x}(0) - x(0)\| \alpha \exp(-\beta \theta t).$$

### 2.5.3. Observador adaptable

Los sistemas adaptables surgen a partir de buscar la estimación de estados desconocidos en sistemas lineales. Reciben el nombre de adaptables en el contexto de sistemas no lineales, a cuestión de la estimación de estados con una adaptación en línea para parámetros desconocidos (Bastin and Gevers, 1988).

Considere un sistema de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \alpha(y, \zeta, u, t) + \beta(y, \zeta, u, t)\theta \\ \dot{\zeta} &= Z(y, \zeta, u, t)\end{aligned}\tag{2.23}$$

donde  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  denotan las entradas externas del sistema,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  las salidas medidas,  $\zeta(t) \in \mathbb{R}^r$  los estados no medibles del sistema y  $\theta(t) \in \mathbb{R}^q$ .

Para este estructura  $\alpha(y, \zeta, u, t)$  denota la parte del sistema que no interactúa con el parámetro desconocido  $\theta$  y  $\beta(y, \zeta, u, t)$  representa una función relacionada directamente con el parámetro desconocido, considerando que ambos deben tener la propiedad de Lipschitz.

Para la estimación de parámetros desconocidos (Besançon, 2007) propone un observador adaptable de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{y}} &= \alpha(y, \hat{\zeta}, u, t) + \beta(y, \hat{\zeta}, u, t)\hat{\theta} - k_y(\hat{y} - y) \\ \dot{\hat{\zeta}} &= Z(y, \hat{\zeta}, u, t) \\ \dot{\hat{\theta}} &= -k_\theta \beta^T(y, \hat{\zeta}, u, t)(\hat{y} - y)^T\end{aligned}\tag{2.24}$$

tal que, para cualquier  $\hat{y}(0)$ ,  $\hat{\zeta}(0)$ , cualquier  $y(0)$ ,  $\zeta(0)$ , y cualquier  $u \in \mathbb{U}$ , el error de estimación  $\|\hat{y}(t) - y(t)\|$  y  $\|\hat{\zeta}(t) - \zeta(t)\|$  asintóticamente van a cero cuando  $t$  tiende al infinito, mientras  $\|\hat{\theta}(t) - \theta\|$  permanece acotada. Además, si  $\beta(y, \zeta, u, t)$  es excitado de manera persistente, y su tiempo derivativo se encuentra acotado, entonces se tiene también que  $\|\hat{\theta}(t) - \theta\| \rightarrow_{t \rightarrow \infty} 0$ .  $k_y$  y  $k_\theta$  son las ganancias sintonizables del sistema y se deben mantener  $k_y > 0$  y  $k_\theta > 0$ .

Esto es posible comprobarlo mediante el análisis de los errores  $e_y = \hat{y} - y$ ,  $e_\zeta = \hat{\zeta} - \zeta$  y  $e_\theta = \hat{\theta} - \theta$  con sus respectivas derivadas:

$$\begin{aligned}\dot{e}_y &= \dot{\hat{y}} - \dot{y} \\ \dot{e}_\zeta &= \dot{\hat{\zeta}} - \dot{\zeta} \\ \dot{e}_\theta &= \dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta}\end{aligned}$$



sustituyendo los sistemas en las dinámicas de los errores se tiene que:

$$\dot{e}_y = \alpha(y, \hat{\zeta}, u, t) - \alpha(y, \zeta, u, t) + (\beta(y, \hat{\zeta}, u, t) - \beta(y, \zeta, u, t))\theta + \beta(y, \hat{\zeta}, u, t)e_\theta - k_y e_y, \quad (2.25)$$

$$\dot{e}_\zeta = Z(y, \hat{\zeta}, u, t) - Z(y, \zeta, u, t), \quad (2.26)$$

$$\dot{e}_\theta = k_\theta \beta^T(y, \hat{\zeta}, u, t) e_y^T \quad (2.27)$$

Se utiliza la siguiente función candidata de Lyapunov para el sistema del error:

$$V_e(t, e_y, e_\zeta, e_\theta) := \left(\frac{\epsilon}{2}\right) e_y^T e_y + V(t, e_\zeta) + \left(\frac{\epsilon}{2k_\theta}\right) e_\theta^T e_\theta \quad (2.28)$$

siendo  $\epsilon > 0$ . Se puede verificar que su derivada<sup>4</sup> es:

$$\dot{V}_e \leq -\epsilon k_y \|e_y\|^2 + \epsilon(\gamma_\alpha + \gamma_\beta \theta) \|e_y\| \sqrt{k(e_\zeta)} - k(e_\zeta). \quad (2.29)$$

Para una  $\epsilon$  lo suficientemente pequeña y considerando que  $k(e) = k\|e\|^2$ ,  $k > 0$ , se obtiene la siguiente función cuadrática:

$$\dot{V}_e \leq - \left( \frac{\|e_y\|}{\sqrt{k(e_\zeta)}} \right)^T Q \left( \frac{\|e_y\|}{\sqrt{k(e_\zeta)}} \right)$$

esto considerando que :

$$Q = Q^T > 0, \quad \text{y}$$

$$e_{y\zeta} = \left( \frac{\|e_y\|}{\sqrt{k(e_\zeta)}} \right)$$

se puede obtener la siguiente ecuación:

$$\dot{V}_e \leq -e_{y\zeta}^T Q e_{y\zeta} \quad (2.30)$$

#### 2.5.4. Observador de Alta Ganancia Adaptable

Para este sistema se retoma el formalismo de un observador de alta ganancia presentado en (Gauthier et al., 1992). Una ligera extensión del observador (2.18) puede ser aplicado al siguiente tipo de sistemas.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = a(t)Az(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \varphi(z(t)) \end{bmatrix} + u(t)\psi(z(t)) \\ y(t) = Cz(t) = z_1 \end{cases} \quad (2.31)$$

<sup>4</sup>En el anexo D se muestra el desarrollo de la obtención de la derivada de la función.

Donde  $a(t)$  es cualquier señal acotada. Finalmente, en (Févotte et al., 1998) muestra el observador para este tipo de sistema de la forma.

$$\dot{\hat{x}}(t) = a(t)A(\hat{z}(t)) + u(t)\psi(\hat{z}(t)) + \Gamma(t)S_\theta^{-1}C^T[y(t) - C\hat{x}(t)] \quad (2.32)$$

Donde  $\Gamma(t)$  esta dado por la siguiente matriz:

$$\Gamma(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \frac{1}{a(t)} & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \frac{1}{a(t)^{n-2}} & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \frac{1}{a(t)^{n-1}} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Para el diseño del observador de alta ganancia adaptable se utiliza una estructura propuesta en Févotte et al. (1998). Dicha estructura está basada en la Ecs. (2.31) y necesita que el sistema pueda tener la siguiente forma adaptable:

$$\dot{x}(t) = \mu(t)f(x(t)) + B_1u_1(t) + B_2u_2(t) \quad \dot{\mu}(t) = \epsilon(x) \quad (2.34)$$

Donde  $\epsilon$  es una función desconocida y  $\mu$  es el parámetro a estimar y que puede ser variable en el tiempo. De esta manera, el observador tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \mu(t)f(\hat{x}) + B_1u_1(t) + B_2u_2(t) + \left( \frac{\partial \Phi(x)}{\partial \hat{x}(t)} \right)^{-1} \Gamma S_\theta^{-1}C^T(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \dot{\hat{\mu}}(t) &= \frac{\theta^2}{\hat{\phi}} K_t(y(t) - \hat{y}(t)) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Donde  $y$  es la salida del sistema no lineal  $h(x)$  de la Ec. (3.31) ,  $\Gamma$  esta dado por la siguiente matriz:

$$\Gamma(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{\mu}(t)} & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \frac{1}{\hat{\mu}(t)^{n-2}} & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \frac{1}{\hat{\mu}(t)^{n-1}} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

y finalmente  $\hat{\phi}$  que es el elemento n-ésimo en la matriz de transformación de coordenada el cual para este sistema es la derivada de Lie de  $h(x)$  en dirección de  $f(x)$ .

Para calcular  $\Phi$  se tiene que

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Donde  $L_f h(x)$  representa la derivada de Lie de  $h(x)$  en dirección a  $f(x)$  y  $S_\theta^{-1}$  es una matriz simétrica cuadrada que da solución a la ecuación de Lyapunov misma mostrada en la Ec. (2.20). Las matrices  $C$  y  $A$  esta denotadas por las siguientes ecuaciones:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & . \\ . & . & . & . & 1 \\ 0 & . & . & . & 0 \end{pmatrix},$$

$$C = [1, 0, \dots, 0]$$

siendo matrices que corresponden al sistema transformado en el dominio de la variable transformada  $z = \varphi(x)$ . Para todos los sistemas de segundo orden, la matriz  $S_\theta^{-1}$  tiene la forma:

$$S_\theta^{-1} = \begin{bmatrix} 2\theta & \theta^2 \\ \theta^2 & \theta^3 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

## 2.6. Conclusiones del capítulo

Es este capítulo se presentó la teoría respectiva a los temas en las que esta tesis se apoya para su desarrollo. Se inició con el estudio de diferentes técnicas de medición de nivel describiendo los principios utilizados en los que se basan. De igual manera, se describe el concepto de interfase líquida y los tipos que existen. Se presentó la descripción de la propiedad de observabilidad de los sistemas y el concepto de observadores. Se mostraron diferentes tipos de observadores lineales y no lineales para ilustrar un poco más este tema. No obstante, para el desarrollo de este trabajo se utilizará el observador de alta ganancia adaptable o adaptativo.

## Capítulo 3

# Estimación de interfases líquidas basada en observador

En este capítulo se presenta la metodología utilizada para el desarrollo del método de medición que se utilizará para la estimación de nivel de líquidos en una interfase. Se inicia con la presentación de los principios físicos de los métodos de medición que se van a utilizar, haciendo énfasis en su implementación para los objetivos de este trabajo. Por consiguiente, se verá el desarrollo para la obtención del modelo matemático a partir del sistema diseñado para la representación del proceso en el sistema con interfase. Las suposiciones tomadas y algunas características especiales serán mencionadas para la mayor comprensión del procedimiento. Finalmente se mostrarán los resultados obtenidos y las conclusiones del mismo.

### 3.1. Medición de nivel por presión diferencial

Habiendo realizado un estudio comparativo de los métodos de medición que pudieran implementarse para el objetivo de este estudio, se decidió optar por el método de presión diferencial. Este método presenta algunas ventajas en sistemas con interfases líquidas, pero fue seleccionado principalmente por la particularidad de que es un método no invasivo, presentando una gran ventaja en sistemas con contenidos susceptibles a elementos invasivos.

Este método de medición de nivel por presión diferencial se basa en el principio de medir la carga o presión hidrostática. La carga hidrostática se define como el peso de líquido que existe por encima de un plano de referencia. Es independiente del volumen del líquido implicado o de la forma del recipiente. El sistema no mide el nivel de líquido sino la presión ejercida, siendo la

### 3.1. MEDICIÓN DE NIVEL POR PRESIÓN DIFERENCIAL

presión proporcional a la columna de líquido con la cual el medidor calcula la posición actual del nivel (Creus~Sole, 2006). Por lo tanto, el nivel obtenido por este método es inferencial, por lo que se utiliza la siguiente expresión:

$$h = \frac{P}{\rho g} \quad (3.1)$$

siendo:

$h$	Altura de líquido sobre el plano de referencia
$P$	Presión debida a la carga de líquido
$\Delta P$	Diferencia de presión
$\rho$	Densidad del líquido.
$g$	gravedad
$AP$	Lado de alta presión del instrumento
$BP$	Lado de baja presión del instrumento

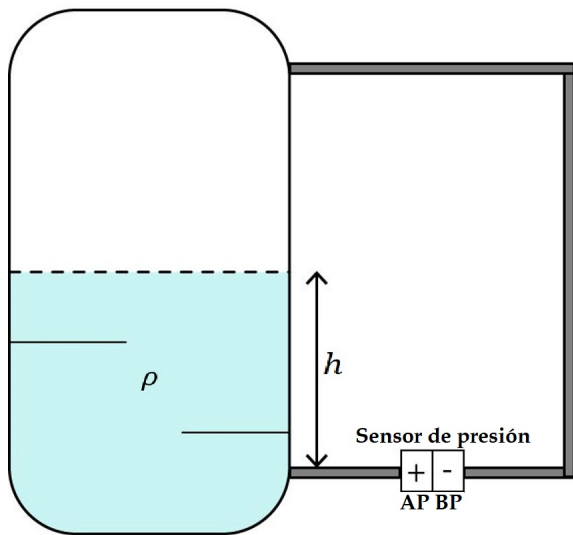


Fig. 3.1. Tanque cerrado de un solo componente

En la Fig. 3.1 se muestra un tanque cerrado no presurizado con un contenido puro. El transmisor tiene conectada la rama positiva en el lado de alta presión (AP) y la rama negativa en el lado de baja presión (BP). Por lo tanto, la presión medida por el transmisor será la diferencia de presión

percibida por ambos lados del instrumento denominada presión diferencial la cual es:

$$\begin{aligned}\Delta P &= AP - BP \\ \Delta P &= (h \rho g + BP) - BP \\ \Delta P &= h \rho g\end{aligned}\tag{3.2}$$

Por lo tanto la altura de nivel en el tanque estará dada por:

$$h = \frac{\Delta P}{\rho g}\tag{3.3}$$

Para ilustrar un poco el escenario de aplicación, si de un tanque abierto a la atmósfera se trata, se tendría entonces que el lado de bajo presión  $BP$  sería equivalente a la presión atmosférica y el lado de alta presión  $AP$  equivalente a la presión atmosférica más la presión hidrostática ejercida por la columna de líquido. Así pues, la presión medida por el instrumento en un tanque abierto a la atmósfera quedaría:

$$\Delta P = (hg\rho + P_{atm}) - P_{atm}\tag{3.4}$$

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho g}\tag{3.5}$$

Es posible observar en las fórmulas que la parte de baja presión en la mayoría de las situaciones es eliminada, este mismo principio es aplicado en tanques cerrados y presurizados. Considere la siguiente suposición: imagine un contenedor como el de la Fig. 3.1, un tanque cerrado a una presión de  $1200 P_a$  (Pascales) y con un nivel  $h$  de un líquido puro e incomprensible, de modo que el lado de baja presión  $BP$  tendría como referencia la presión del contenedor ( $1200 P_a$ ) y el lado de alta presión sería equivalente a la carga hidrostática ejercida por el componente ( $h g \rho$ ) más la presión dentro del contenedor presurizado. De forma que la presión medida por el instrumento sería:

$$\begin{aligned}\Delta P &= (hg\rho + 1200) - 1200 \\ h &= \frac{\Delta P}{\rho g}\end{aligned}$$

Por esta razón, se busca evidenciar que este método de medición es totalmente válido para tanques abiertos como para tanques cerrados, aclarando que a mayores presiones incrementa el margen de error en la medición. A pesar de ello, para este caso de estudio no presenta ningún inconveniente

por las bajas presiones utilizadas.

A partir de ahora, en las siguientes ecuaciones relacionadas al sensor de presión se omitirá el uso del concepto de presión diferencial, sino únicamente se llamara presión puesto que el lado positivo y negativo del instrumento como pudo observarse en Ec.(3.2) estos términos se eliminan.

### 3.2. Medición de nivel con interfase líquida por presión diferencial

A continuación, se muestra el principio utilizado en este trabajo de tesis para realizar la estimación de nivel de líquidos en interfases. Como se mencionó anteriormente las interfases son completamente un campo de estudio debido a los fenómenos físicos y químicos que suelen presentarse en esta zona. Sin embargo, se busca implementar una metodología basada únicamente en las propiedades hidrodinámicas de este tipo de sistema. Para ilustrar un poco el principio a utilizar, considere un sistema de medida de nivel de interfase entre dos líquidos como pueden ser gas licuado de petróleo y agua de proceso, con un montaje similar al mostrado en la Fig 3.2. En este caso, el principal interés es conocer el nivel de agua decantada en el recipiente, es decir, el nivel de líquido más denso.

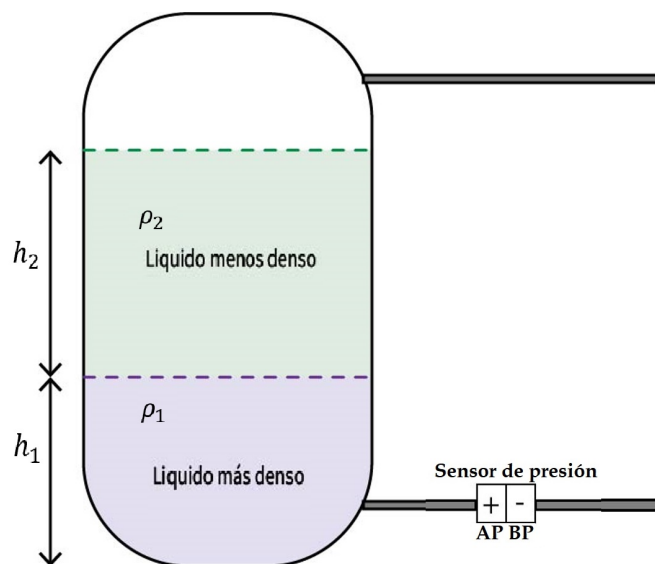


Fig. 3.2. Tanque cerrado con una interfase líquida

De manera similar al caso anterior, es necesario conocer primero la presión total en el fondo del tanque y utilizar este dato para calcular el nivel. Debido a que ahora no es un contenido homogéneo sino un conjunto de elementos no miscibles, la presión total medida en el fondo del contenedor será la suma de la presiones ejercidas por cada uno de ellos, de tal manera que la presión medida por el instrumento es:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \\ P &= g(h_1\rho_1 + h_2\rho_2) \end{aligned} \tag{3.6}$$

Y donde finalmente la altura de la interfase estará dada por la siguiente ecuación:

$$h_1 = \frac{Ph_2\rho_2g}{g(\rho_1 - \rho_2)} \tag{3.7}$$

Este método es ampliamente utilizado considerando que al menos se conoce  $h_2$  o la altura total, de esta manera es posible conocer el nivel a la que la interfase líquida se encuentra. Para el propósito de este trabajo se está considerando que no hay nivel alguno conocido, por lo que este método es insuficiente. Se puede observar que sólo se tiene una ecuación y dos variables desconocidas por lo que se busca complementar este método mediante una metodología adicional.

### 3.3. Modelo matemático de un contenedor con una interfase líquida

En esta sección se describe el sistema a utilizar y el procedimiento de la obtención del modelo matemático del sistema el cual hace representación únicamente de sus propiedades hidrodinámicas. Se mencionan las suposiciones tomadas y se presentan algunos comentarios y conclusiones sobre el desarrollo del mismo. Se reitera nuevamente que es un sistema idealizado que puede ajustarse a la aplicación deseada, pese a que de momento se trabajará solo de manera simplificada. Un ejemplo de una posible aplicación se muestra en el anexo B.

#### Descripción del sistema

Se tiene un tanque contenedor por el cual circulan dos elementos de diferente composición y densidad como se muestra en el diagrama de la Fig. 3.3. Este contenedor tendrá dos flujos de entrada  $Q_{1in}$  y  $Q_{2in}$  con sus respectivas válvulas y que a la vez saldrán por las válvulas  $Q_{1out}$  y  $Q_{2out}$ . Para este caso se utiliza una analogía ante composiciones de agua y aceite para ejemplificar los componentes de algún sistema real, ya sea sustrato y el manto de lodos de un bio-reactor o agua de



### 3.3. MODELO MATEMÁTICO DE UN CONTENEDOR CON UNA INTERFASE LÍQUIDA

proceso y crudo en un tanque de petróleo. Por consiguiente,  $Q_{2in}$  es un flujo de entrada de aceite (el elemento más ligero) que saldrá por  $Q_{2out}$  mientras que  $Q_{1in}$  será un flujo de agua (el elemento con mayor densidad) que se acumulará en el fondo del tanque y saldrá por  $Q_{1out}$ .

Se pretende modelar las dinámicas de este tanque cuyo contenido serán dos fluidos de diferentes densidades, por lo tanto, no son miscibles y forman una interfase líquida entre ellos. Se mencionan a continuación algunas simplificaciones que se tomarán para reducir la complejidad del modelo.

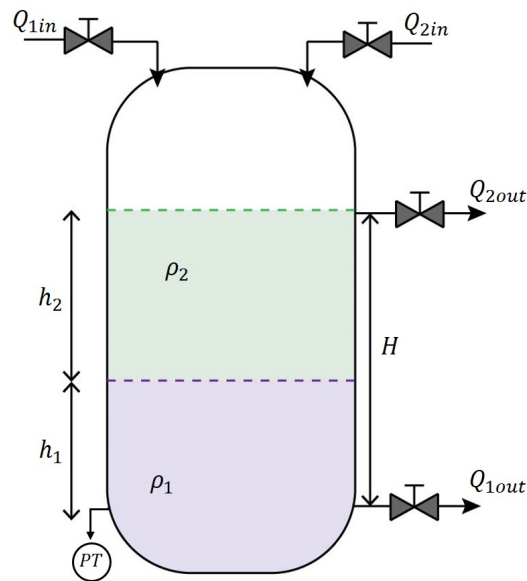


Fig. 3.3. Diagrama de un tanque cerrado con dos componentes y una interfase

Se coloca un instrumento de medición de presión en el fondo del tanque ( $PT$ ) que mide la presión total  $P$ ,  $h_1$  representa la altura del componente más denso y  $\rho_1$  su respectiva densidad,  $h_2$  el nivel del componente más ligero y  $\rho_2$  su densidad. Se tiene como  $h_t$  la suma de los niveles de ambos componentes y  $H$  la altura a la que la segunda válvula se encuentra. Se muestra la nomenclatura completa en la tabla 3.1

#### 3.3.1. Suposiciones de Modelado

Para el desarrollo del modelo matemático se toman en cuenta las siguientes suposiciones de modelado:

- Se consideran dos fluidos incomprensibles, puros y con densidad constante. Como se menciona

Tabla 3.1. Variables de la Fig. 3.3

$Q_{1in}$	Flujo de entrada del componente 1
$Q_{2in}$	Flujo de entrada del componente 2
$Q_{1out}$	Salida del Componente 1
$Q_{2out}$	Salida del Componente 2
$h_1$	Altura del elemento 1(interfase)
$h_2$	Altura del elemento 2
$h_t$	Altura total
$H$	Altura de la Válvula 3
$\rho_1$	Densidad del componente 1
$\rho_2$	Densidad del componente 2
$A$	Área transversal del contenedor
$g$	Gravedad
$PT$	Transmisor de presión

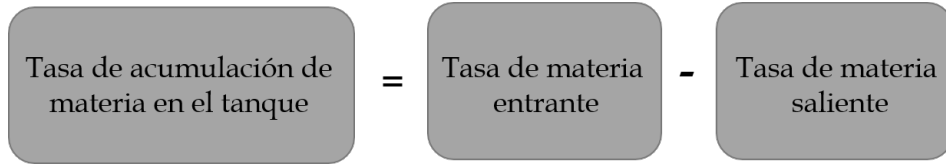
anteriormente, esto es una primera aproximación del modelo. En trabajo futuros podrían emplearse componentes con diferentes propiedades como densidades variantes.

- No se consideran retardos en el proceso. Para reducir la complejidad del modelo se desprecian retardos del proceso como el tiempo de llenado del contenedor y el tiempo de separación de los componentes.
- El proceso se lleva a cabo a temperatura ambiente. Algunos componentes pueden modificar sus propiedades en relación a la temperatura. De momento, el modelado del sistema considera una temperatura ambiente sin cambios en los componentes.
- Tanque cerrado no presurizado y cilíndrico. Esto para generalizar todos los contenedores abiertos y cerrados con la misma metodología.
- Se omiten los fenómenos en la zona interfacial debido a su tamaño. La zona interfacial o de transición es demasiado pequeña como para considerar sus propiedades por lo que se omite en el sistema.

### Procedimiento de Obtención del modelo

Para iniciar el procedimiento de modelado es necesario realizar el balance de materia, es decir, representar la variación de materia en el sistema.

### 3.3. MODELO MATEMÁTICO DE UN CONTENEDOR CON UNA INTERFASE LÍQUIDA



Se identifica que el sistema trabaja ante la entrada de dos elementos de composiciones diferentes por lo cual se necesitan dos balances de materia, es decir, uno por cada componente. Por esto, se tiene una ecuación para la variación de masa del componente uno  $\dot{M}_1$  y una segunda ecuación para la variación de masa del componente dos  $\dot{M}_2$ .

$$\frac{dM_1}{dt} = M_{1in}(t) - M_{1out}(t) \quad \frac{dM_2}{dt} = M_{2in}(t) - M_{2out}(t) \quad (3.8)$$

La masa del líquido en el tanque puede ser expresada como un producto del volumen del líquido  $V$  y la densidad  $\rho$ . Por consiguiente, la tasa de acumulación de masa puede ser expresada de manera simple como  $d(V\rho)/dt$ , y las Ecs. (3.8) pueden ser escritas como:

$$\frac{\rho_1 dV_1}{dt} = \rho_1 Q_{1in} - \rho_1 Q_{1out} \quad \frac{\rho_2 dV_2}{dt} = \rho_2 Q_{2in} - \rho_2 Q_{2out} \quad (3.9)$$

donde  $\rho$  es la densidad del elemento el cual se considera constante puesto que no hay cambios en ella durante el proceso y  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$  representan un flujo volumétrico. Es posible dejar las ecuaciones en función de los niveles de la siguiente manera:

$$\frac{A dh_1}{dt} = Q_{1in} - Q_{1out} \quad \frac{A dh_2}{dt} = Q_{2in} - Q_{2out} \quad (3.10)$$

En el sistema de la Fig. 3.3 se muestra que en las salidas se colocaron 2 válvulas diferentes, una para cada componente. Para modelar las válvulas de los flujos de entrada se utilizarán valores constantes debido a que se considera que se conocen los flujos de entrada al sistema. Para representar el flujo de salida a través de una válvula comúnmente se utiliza la siguiente ecuación:

$$Q = C_v f(l) \sqrt{\frac{\Delta P}{g_s}} \quad (3.11)$$

donde  $C_v$  representa la constante de la válvula,  $f(l)$  una función que depende del tipo de apertura en la válvula,  $\Delta P$  la diferencia de presión antes y después de la válvula y  $g_s$  la gravedad específica del componente. Sin embargo, para este estudio se inclina por una alternativa mediante la ecuación de Bernoulli. En la parte del anexo A se dedica una sección a explicar qué representará  $C_v$ , pues

ya no será una constante de la válvula sino un parámetro que representa la pérdida de energía a través de una tubería.

Para los flujos de salida  $Q_{1out}$  y  $Q_{2out}$  es posible utilizar un modelo basado en la ecuación de Bernoulli. La ecuación de Bernoulli afirma que la suma de energía cinética, la potencial y la de flujo de una partícula de fluido es constante a lo largo de una línea de corriente en el flujo estacionario (Cengel~Yunnus, 2006)

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = constante \quad (3.12)$$

donde  $\frac{V^2}{2}$  es la *energía cinética*<sup>1</sup>,  $gz$  es la *energía potencial*<sup>2</sup> y  $\frac{P}{\rho}$  es la *energía de flujo*<sup>3</sup>, todo por unidad de masa. Por lo tanto, la ecuación de Bernoulli puede concebirse como una expresión del balance de energía mecánica.

#### CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE CADA FLUJO

El valor de la *constante* que se muestra en la Ec. (3.12) puede evaluarse en cualquier punto de la línea de corriente en donde se conocen la presión, densidad, velocidad y elevación. La ecuación de Bernoulli también puede escribirse entre dos puntos cualesquiera sobre la misma línea de corriente, (véase la Fig. 3.4):

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 \quad (3.13)$$

Para este sistema se analizará una línea de corriente para cada flujo de manera independiente y tomando en cuenta algunas suposiciones dependiendo el flujo de salida que se quiere calcular. Con la Ec. (3.13) podemos calcular la velocidad del fluido  $v_2$  la cual permitirá conocer el caudal de salida a través de un orificio de cada componente.

**Para calcular el flujo de salida  $Q_{1out}$** , que es el flujo del elemento de mayor densidad, se utiliza la Ec. (3.13) tomando en cuenta las siguientes suposiciones:

---

<sup>1</sup>Energía debida a la velocidad que posee el fluido

<sup>2</sup>Es la energía debido a la altitud que un fluido posee.

<sup>3</sup>Energía contenida por un fluido debido a la presión que posee.

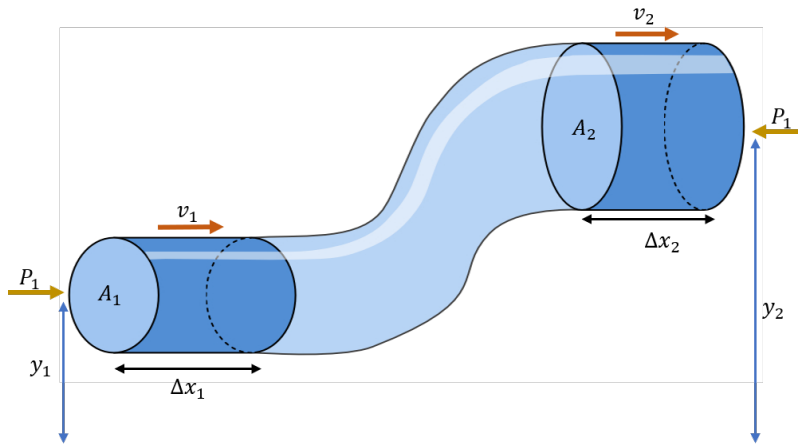


Fig. 3.4. Diagrama del principio de Bernoulli

- La presión  $P_1$  será igual a la suma de la presión existente en el contenedor (nula en este caso) más la presión ejercida por el cuerpo del fluido más ligero que se encuentra encima de este.
- La velocidad  $V_1$  es muy baja en comparación a la velocidad  $V_2$  por lo que se toma como 0.
- La altura  $y_2$  se toma como 0 pues es la referencia de nivel a la salida.
- La altura  $y_1$  es la altura de  $h_1$  únicamente.
- $\rho$  es la densidad del flujo que se está analizando; en este caso  $\rho_1$

De esta manera la ecuación de Bernoulli queda como se muestra a continuación:

$$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 \quad (3.14)$$

Despejando la velocidad de la Ec. (3.14) se obtiene que la velocidad en el flujo de salida  $Q_{1out}$  es:

$$V_2 = \sqrt{2 \left( \frac{P_1}{\rho} + g y_1 \right)} \quad (3.15)$$

donde  $P_1$  está denotada por la siguiente ecuación:

$$P_1 = g(\rho_2 h_2) \quad (3.16)$$

donde  $g$  es la gravedad y la ecuación representa la presión ejercida por el componente 2 que está por arriba del componente que ahora se está analizando.

### 3.3. MODELO MATEMÁTICO DE UN CONTENEDOR CON UNA INTERFASE LÍQUIDA

Obtenida la velocidad del flujo para  $Q_{1out}$  se puede calcular el flujo de salida. Para calcular un flujo de salida, se multiplica la velocidad del flujo por el área del orificio de la válvula de salida  $k$  y el parámetro  $C_v$  como se muestra:

$$Q = C_v k V_2 \quad (3.17)$$

La constante de flujo es un parámetro normalmente suministrado por el fabricante del equipo, aunque para este estudio se calcula como se muestra en el anexo A. Adaptando la Ec. (3.17) y realizando el cambio de variable al sistema con las suposiciones antes tomadas se tiene que el flujo de salida del sistema:

$$Q_{1out} = kC_v \sqrt{\frac{2\rho_2gh_2}{\rho_1} + 2gh_1} \quad (3.18)$$

**Para calcular el flujo de salida  $Q_{2out}$**  se utiliza nuevamente la Ec. (3.13) tomando en cuenta las siguientes condiciones:

- La presión  $P_1$  será igual a la presión atmosférica si de un tanque abierto se tratara. Para este caso es cero.
- $P_2$  igualmente es cero.
- La velocidad  $V_1$  es muy baja en comparación a la velocidad  $V_2$  por lo que se toma como 0.
- La altura  $y_1$  que es la altura con referencia desde  $h_1$  a la que se encuentra  $h_2$  que se encuentra por encima de esta.
- La altura  $y_2$  que es la altura de la válvula por donde saldrá el flujo  $Q_{2out}$ . Es decir H, como se muestra en la Fig. 3.3

Por lo tanto se obtiene la ecuación de Bernoulli para la velocidad del flujo  $Q_{2out}$

$$\rho gy_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho gy_2 \quad (3.19)$$

Despejando la velocidad

$$V_2 = \sqrt{2g(y_1 - y_2)} \quad (3.20)$$

Realizando de igual manera el cambio de variable para el flujo que se esta analizando, se tiene que el caudal de salida  $Q_{2out}$ :

$$Q_{2out} = kC_v \sqrt{2g(h_2 + h_1 - H)} \quad (3.21)$$

Con los flujos de salida calculados para ambos componentes es posible obtener las ecuaciones que describan la dinámica del sistema. Utilizando las Ecs.(3.10) y sustituyendo los valores de los flujos de salida.

Con estas consideraciones se obtiene:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{Q_{1in}}{A} - \frac{1}{A}kC_v\sqrt{2g\left(\frac{\rho_2 h_2(t)}{\rho_1} + h_1(t)\right)} \quad (3.22)$$

La segunda ecuación diferencial del sistema para el fluido más ligero será:

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{Q_{2in}}{A} - \gamma(t) \quad (3.23)$$

donde la función  $\gamma(t)$  está asociada a la pérdida de líquido a través de la válvula de salida del flujo  $Q_{2out}$ . La activación de esta función depende de la altura del segundo componente es decir:

$$\gamma(t) = \frac{1}{A}kC_v\sqrt{2g(h_2(t) + h_1(t) - H)} \quad \forall h_2(t) + h_1(t) \geq H; \quad (3.24)$$

y

$$\gamma(t) = 0 \quad \forall h_2(t) + h_1(t) < H; \quad (3.25)$$

De esta manera se interpreta que el aumento del volumen del componente más ligero se comportará de manera lineal hasta que sobrepase el nivel  $H$  (como se muestra en la Fig. 3.3), donde la segunda válvula está situada. A partir de ahí cualquier aumento de nivel empezará a salir por la válvula correspondiente al flujo  $Q_{1out}$ .

### 3.4. Simulación 1. Modelo matemático

**Objetivo.** Observar que el comportamiento del modelo matemático ante un tanque con un contenido de dos componentes, petróleo crudo y agua de proceso que presenta una interfase líquida como se muestra en la Fig. 3.5.

Esta simulación se realiza de acuerdo al siguiente modelo matemático de la Ec.(3.26) y utilizando el software MATLAB mediante el método de integración de Euler a un paso de integración de  $h = 0.001$  s.

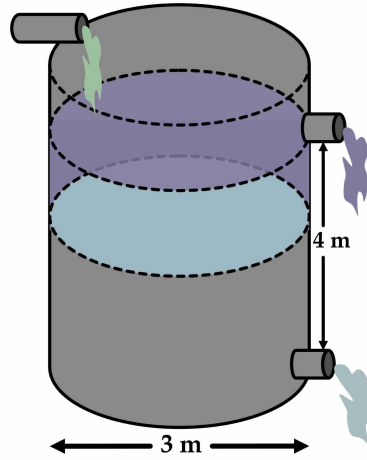


Fig. 3.5. Contenedor con dos componentes (crudo y agua) y una interfase

$$\begin{aligned}
 \frac{dh_1}{dt} &= \frac{Q_{1in}}{A} - \frac{1}{A}kC_v\sqrt{2g\left(\frac{\rho_2 h_2(t)}{\rho_1} + h_1(t)\right)} \\
 \frac{dh_2}{dt} &= \frac{Q_{2in}}{A} - \frac{1}{A}kC_v\sqrt{2g(h_2(t) + h_1(t) - H)}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Se utiliza el diseño de un tanque mostrando en Cengel~Yunnus (2006) con las siguientes configuraciones para dos comportamientos distintos del sistema.

Tabla 3.2. Configuración de simulación 1

$Q_{1in}$	$1.6 \text{ m}^3/\text{s}$
$Q_{in}$	$0.2 \text{ m}^3/\text{s}$
$h_1(0)$	$0.8 \text{ m}$
$h_2(0)$	$2.95 \text{ m}$
$\rho_1$	$1000 \text{ kg}/\text{m}^3$
$\rho_2$	$920 \text{ kg}/\text{m}^3$
$A$	$7.07 \text{ m}^2$
$C_v$	$0.9$
$H$	$4 \text{ m}^2$
$k$	$0.2 \text{ m}^2$

Tabla 3.3. Configuración de simulación 2

$Q_{1in}$	$1.55 \text{ m}^3/\text{s}$
$Q_{2in}$	$0.1 \text{ m}^3/\text{s}$
$h_1(0)$	$3 \text{ m}$
$h_2(0)$	$1 \text{ m}$
$\rho_1$	$1000 \text{ kg}/\text{m}^3$
$\rho_2$	$920 \text{ kg}/\text{m}^3$
$A$	$7.07 \text{ m}^2$
$C_v$	$0.9$
$H$	$4 \text{ m}^2$
$k$	$0.2 \text{ m}^2$



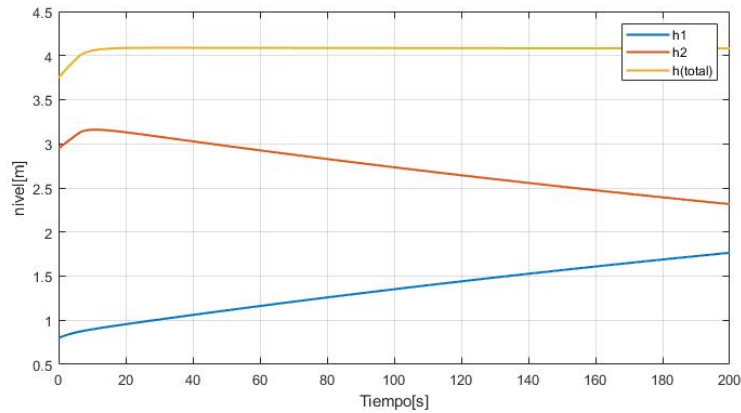


Fig. 3.6. Simulación del modelo 1

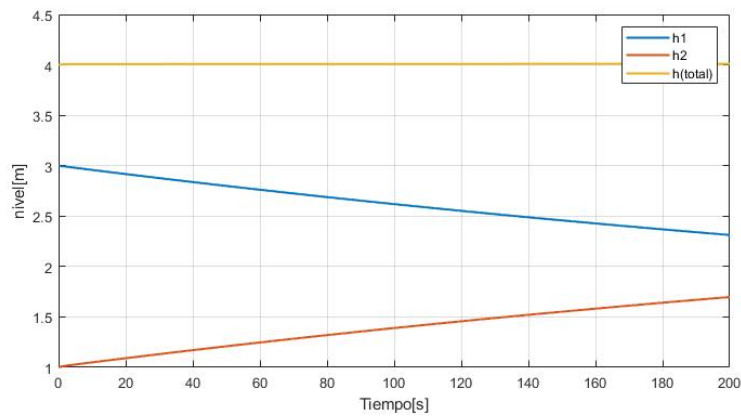


Fig. 3.7. Simulación del modelo 2

Se toman dos escenarios con dinámicas diferentes, la primera para observar el comportamiento del componente más pesado al incrementar el flujo del componente ligero, y el segundo escenario ver el comportamiento opuesto.

En la simulación de la Fig. 3.6 es posible observar como el nivel del componente más pesado ( $h_2$ ) va decreciendo a manera que el nivel del componente ligero ( $h_1$ ) va en incremento. Esto se puede explicar debido a que a mayor nivel en  $h_2$  mayor presión habrá sobre  $h_1$  pues se encuentra por encima de este incrementando su flujo de salida.

De manera similar en la simulación de la Fig. 3.7 se observa que el nivel de componente más ligero va en decremento a medida que el nivel componente más pesado incrementa. Esto se debe

a que hay una válvula de salida para el componente ligero y que a medida que  $h_1$  incrementa más componente ligero saldrá por esta válvula.

**Conclusión.** Se pudo observar que el modelo matemático obtenido presenta un comportamiento adecuado. No es un sistema demasiado complejo así que se podría tener una idea de la respuesta que podría dar. Cabe aclarar que el modelo matemático no presenta las delimitaciones físicas del contenedor, por lo que si las condiciones así lo determinaran, el sistema se podría indeterminar obteniendo niveles negativos por ejemplo.

### 3.5. Diseño de un observador de estados y parámetros

El siguiente objetivo de este estudio es lograr estimar el nivel de esta interfase utilizando el modelo matemático antes desarrollado en conjunto con la medición de presión diferencial en el fondo del contenedor. Para lograr esto, en esta sección se pretende diseñar un observador para estimar los estados y un parámetro de un sistema tanque cuyo contenido serán dos fluidos de diferentes densidades formando una interfase líquida entre ellos como se muestra en la Fig. 3.3.

Se ha decidido estimar un parámetro del sistema y en especial el parámetro  $k$  (porcentaje de apertura de válvula) debido a la importancia que presenta en los procesos que involucren controlar niveles. Existen muchos factores que pueden crear variaciones de apertura en las válvulas como vibraciones por turbulencia, degradado de sellos, o simplemente descalibración por uso continuo. Debido a que el control de nivel es por medio de las válvulas de control, un monitoreo constante de este parámetro puede permite identificar anomalías en las aperturas y estimar las variaciones que puedan existir en la válvula.

En (Févotte et~al., 1998) se utiliza un observador que permite el control y la estimación de la temperatura de transición vítrea de copolímeros de radicales libres en un modelo cinemático de copolimerización de emulsiones en monómeros insolubles en agua. Primero describen el estimador de alta ganancia desarrollado por (Gauthier et~al., 1992) y muestran la estructura que puede adoptar el sistema para permitir la estimación de un parámetro desconocido.

Basado en dicho trabajo, de la misma manera se buscará estimar los estados y el parámetro desconocido, que podría ser variable en el tiempo, para el modelo obtenido en este trabajo utilizando el mismo procedimiento.

Se muestra de nuevo el sistema que se utilizará para el diseño del observador:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{Q_{1in}}{A} - \frac{1}{A}k(t)C_v\sqrt{\frac{2\rho_2gh_2(t)}{\rho_1} + 2gh_1(t)} \quad (3.27)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{Q_{2in}}{A} - \frac{1}{A}k(t)C_v\sqrt{2g(h_2(t) + h_1(t) - H)} \quad (3.28)$$

El cual se puede representar mediante un modelo no lineal afín al control.

$$\dot{x}(t) = f(x) + B_1u_1 + B_2u_2, \quad y = h(x) \quad (3.29)$$

Quedando de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1(t) \\ \dot{h}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{A}k(t)C_v\sqrt{\frac{2\rho_2gh_2(t)}{\rho_1} + 2gh_1(t)} \\ -\frac{1}{A}k(t)C_v\sqrt{2g(h_2(t) + h_1(t) - H)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A} \\ 0 \end{bmatrix} Q_{1in} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{A} \end{bmatrix} Q_{2in} \quad (3.30)$$

denotando  $k$  como  $k(t)$  como un posibilidad de que podría ser variable en el tiempo. La salida  $h(x)$  estará dado por la siguiente Ec. (3.31) que representa la presión en el fondo del contenedor medida por el instrumento.

$$y(t) = h(x) = g(\rho_1h_1(t) + \rho_2h_2(t)) \quad (3.31)$$

donde  $g$  es la gravedad,  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son densidades y  $h_1(t)$  y  $h_2(t)$  sus respectivos niveles.

Se obtiene por lo tanto la ecuación para el observador utilizando la estructura presentada en la Ec. (2.35), siendo el parámetro  $k$  (que ahora es la función  $\mu$ ) el que se estimará del sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{h}}_1(t) \\ \dot{\hat{h}}_2(t) \end{bmatrix} = \mu(t) \begin{bmatrix} -\frac{1}{A}C_v\sqrt{\frac{2\rho_2g\hat{h}_2(t)}{\rho_1} + 2g\hat{h}_1(t)} \\ -\frac{1}{A}C_v\sqrt{2g(\hat{h}_2(t) + \hat{h}_1(t) - H)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A} \\ 0 \end{bmatrix} Q_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{A} \end{bmatrix} Q_2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\hat{x}}\right)^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{\mu}(t)} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 2\theta & \theta^2 \\ \theta^2 & \theta^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (y(t) - g(\rho_1\hat{h}_1(t) + \rho_2\hat{h}_2(t))) \quad (3.32)$$

$$\dot{\hat{\mu}}(t) = \frac{\theta^2}{\hat{\varphi}(t)} (y(t) - g(\rho_1\hat{h}_1(t) + \rho_2\hat{h}_2(t))) \quad (3.33)$$

donde  $\theta$  es la ganancia a ajustar del observador,  $y$  corresponde a la presión medida por el sensor y  $\varphi$  es el ultimo elemento de la matriz de transformación de

$$\hat{\varphi}(t) = -\frac{g\rho_1}{A}\mu(t)C_v\sqrt{2g\left(\frac{\rho_2\hat{h}_2(t)}{\rho_1}\right) + \hat{h}_1(t)} - \frac{g\rho_1}{A}\mu(t)C_v\sqrt{2g(\hat{h}_2(t) + \hat{h}_1(t) - H)} \quad (3.34)$$

A continuación se muestra el resultado del inverso del jacobiano de  $\Phi(\hat{h})$  calculándolo a partir de las derivadas de Lie como se muestra en la Ec. (2.13) obteniendo la siguiente matriz:

$$\left( \frac{\partial \Phi(\hat{h})}{\partial \hat{h}} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$a_{1,1} = \frac{-\frac{g^{3/2}\rho_2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}} - \frac{g^2\mu(t)\rho_2\sqrt{\rho_1}}{A\sqrt{2g(\hat{h}_1\rho_1+\rho_2\hat{h}_2)}}}{-\frac{g^{5/2}\rho_1\rho_2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}} + \frac{g^{5/2}\rho_2^2\mu(t)}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}}}$$

$$a_{1,2} = -\frac{g\rho_2}{-\frac{g^{5/2}\rho_1\rho_2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}} + \frac{g^{5/2}\rho_2^2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}}}$$

$$a_{2,1} = \frac{\frac{g^{3/2}\rho_2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}} + \frac{g^2\rho_1^{3/2}\mu(t)C_v}{A\sqrt{2g(\hat{h}_1\rho_1+\rho_2\hat{h}_2)}}}{-\frac{g^{5/2}\rho_1\rho_2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}} + \frac{g^{5/2}\rho_2^2\mu(t)}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}}}$$

$$a_{2,2} = \frac{g\rho_1}{-\frac{g^{5/2}\rho_1\rho_2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}} + \frac{g^{5/2}\rho_2^2\mu(t)C_v}{A\sqrt{2(\hat{h}_1+\hat{h}_2-H)}}}$$

### 3.5.1. Simulación 2. Observador de alta ganancia adaptable

A continuación se muestran las simulaciones correspondientes al observador de alta ganancia adaptable anteriormente presentado utilizando el mismo sistema que se muestra en la Ec. (3.30).

**Objetivo.** Mostrar el comportamiento del observador de alta ganancia adaptable y su convergencia a los estados del sistema.

Par esta simulación se utilizó el software MATLAB utilizando el método de integración por Euler para resolver la ecuaciones diferencial del observador y del sistema con un paso de integración de 0.001 segundos. Las ganancias para este observador de sintonizan de acuerdo a (Gauthier et al., 1992) donde se demuestra que con una ganancia  $\theta$  suficientemente grande, el error de estimación converge a cero, por lo que se tiene una ganancia  $\theta = 0.128$ .

En la Fig. 3.8 se muestra el comportamiento del observador al estimar los estados. Se utiliza un comportamiento dinámico en sus condiciones nominales. Puede observarse una convergencia de los estados estimados a los estados reales del sistema.

Tabla 3.4. Configuración de simulación

$Q_{1in}$	$1.6 m^3/s$
$Q_{2in}$	$0.2 m^3/s$
$h_1(0)$	$0.8 m$
$h_2(0)$	$2.95 m$
$\rho_1$	$1000 kg/m^3$
$\rho_2$	$920 kg/m^3$
$A$	$7.07 m^2$
$k$	$0.2 m^2$
$C_v$	$0.9$
$H$	$4 m^2$

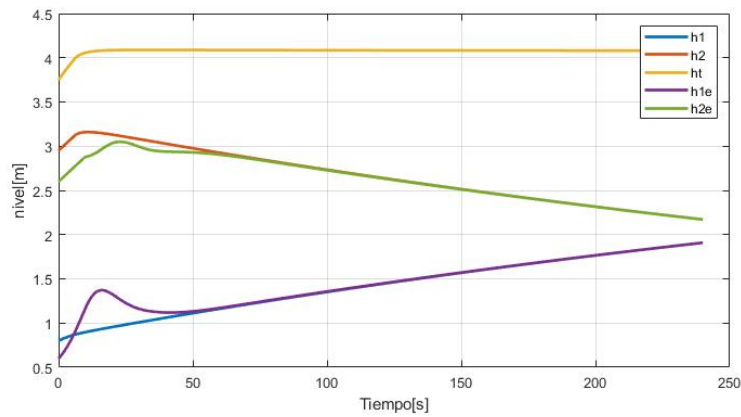


Fig. 3.8. Niveles estimados

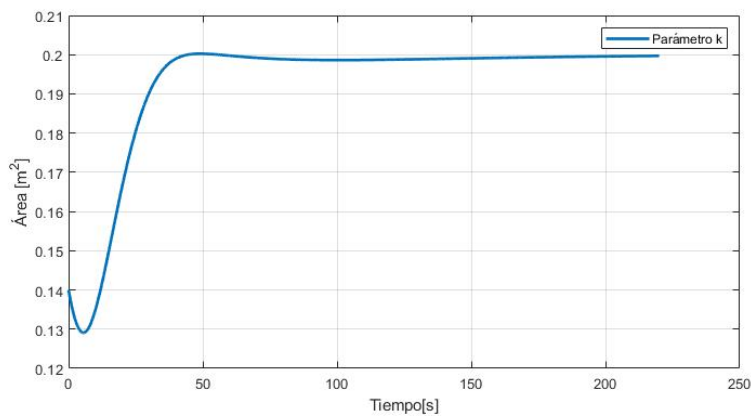


Fig. 3.9. Parámetro estimado por el observador

En la gráfica de la Fig. 3.9 se muestra la estimación del parámetro, que para este escenario fue

$k$ , antes las mismas condiciones de operación. En esta gráfica puede verse la convergencia del parámetro a su valor que es  $k = 0.2$ .

**Conclusión.** Para este tipo de sistema fue posible utilizar el observador propuesto en Févotte et~al. (1998) para la estimación de estados y la estimación de un parámetro desconocido que podría ser variable en el tiempo pero que para esta simulación fue constante. La convergencia del observador puede ajustarse de acuerdo a la ganancia  $\theta$ , teniendo en cuenta que a valores muy altos el ruido puede verse amplificado.

### 3.5.2. Simulación 3. Observador de alta ganancia

Aunque el observador que se utilizará en este trabajo es el de alta ganancia adaptable que se mostró anteriormente, se realizaron pruebas con diferentes observadores como el observador de alta ganancia que se muestra a continuación para el mismo sistema que se muestra en la Ec.(3.30).

**Objetivo.** Mostrar el comportamiento del observador de alta ganancia utilizando el sistema mostrado en la Ec.(3.30) y su convergencia a los estados del sistema.

Utilizando la estructura del observador no lineal mostrada en la Ec. 2.19

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t))u(t) + \left[ \frac{\partial \Phi(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} S_{\theta}^{-1} C^T [y(t) - C\hat{x}(t)] \quad (3.36)$$

Sustituyendo el sistema de las Ec.(3.30), se obtiene el siguiente observador para el sistema.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{h}}_1(t) \\ \dot{\hat{h}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{A}k(t)C_v \sqrt{\frac{2\rho_2 g \hat{h}_2(t)}{\rho_1} + 2g\hat{h}_1(t)} \\ -\frac{1}{A}k(t)C_v \sqrt{2g(\hat{h}_2(t) + \hat{h}_1(t) - H)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A} \\ 0 \end{bmatrix} Q_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{A} \end{bmatrix} Q_2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \hat{x}} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 2\theta & \theta^2 \\ \theta^2 & \theta^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [y(t) - g(\rho_1 \hat{h}_1(t) + \rho_2 \hat{h}_2(t))] \quad (3.37)$$

Donde la inversa de la matriz Jacobiana de  $\Phi$  es la misma a la mostrada en la Ec.(3.35)

Par esta simulación se utilizó el software MATLAB utilizando el método de integración por Euler para resolver la ecuaciones diferenciales del observador y del sistema con un paso de integración de 0.001 segundos y una ganancia  $\theta = 1.5$

Tabla 3.5. Configuración de simulación 3

$Q_{1in}$	$1.6 \text{ m}^3/s$
$Q_{2in}$	$0.2 \text{ m}^3/s$
$h_1(0)$	$0.8 \text{ m}$
$h_2(0)$	$2.95 \text{ m}$
$\rho_1$	$1000 \text{ kg/m}^3$
$\rho_2$	$920 \text{ kg/m}^3$
$A$	$7.07 \text{ m}^2$
$C_v$	$0.9$
$H$	$4 \text{ m}^2$
$k$	$0.2 \text{ m}^2$

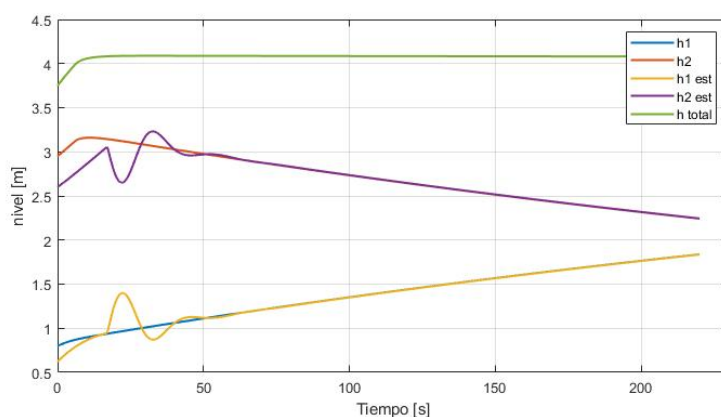


Fig. 3.10. Estados estimados por el observador

**Conclusión.** Como fue posible observar en la gráfica de la Fig. 3.10, la estructura del observador propuesto por (Gauthier et al., 1992) para la estimación de estados presenta un buen resultado para este tipo de sistemas. Esta estructura de observador funciona únicamente para la estimación de estados y como se mostró anteriormente, su convergencia está garantizada sintonizando la ganancia  $\theta$  con valores  $\theta > 0$ .

### 3.5.3. Simulación 4. Observador adaptable

De igual manera se realizó una prueba utilizando un observador adaptable propuesto por (Besançon, 2000) con el que se busca la estimación de un parámetro desconocido en el sistema y considerando que se encuentran los estados del sistema disponibles a la salida.

**Objetivo.** Mostrar el comportamiento del observador adaptable utilizando el sistema mostrado

en la Ec.(3.30) y su convergencia al parámetro desconocido  $k$  del sistema .

Se utiliza la siguiente estructura del observador que se mostró en la Ec.(2.24)

$$\begin{aligned}\dot{\hat{y}} &= \alpha(y, \hat{\zeta}, u, t) + \beta(y, \hat{\zeta}, u, t)\hat{\theta} - k_y(\hat{y} - y) \\ \dot{\hat{\zeta}} &= Z(y, \hat{\zeta}, u, t) \\ \dot{\hat{\theta}} &= -k_\theta\beta^T(y, \hat{\zeta}, u, t)(\hat{y} - y)^T\end{aligned}$$

adaptándolo al sistema de la Ec.(3.30) se obtiene el siguiente observador adaptable.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\hat{h}}_1(t) \\ \dot{\hat{h}}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{A}C_v\sqrt{\frac{2\rho_2g\hat{h}_2(t)}{\rho_1} + 2g\hat{h}_1(t)} \\ -\frac{1}{A}C_v\sqrt{2g(\hat{h}_2(t) + \hat{h}_1(t) - H)} \end{bmatrix} \hat{\theta} - k_y \begin{bmatrix} h_1(t) - \hat{h}_1(t) \\ h_2(t) - \hat{h}_2(t) \end{bmatrix} \\ \dot{\hat{\theta}}(t) &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{A}C_v\sqrt{\frac{2\rho_2g\hat{h}_2(t)}{\rho_1} + 2g\hat{h}_1(t)} & -\frac{1}{A}C_v\sqrt{2g(\hat{h}_2(t) + \hat{h}_1(t) - H)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1(t) - \hat{h}_1(t) \\ h_2(t) - \hat{h}_2(t) \end{bmatrix}^T\end{aligned}\quad (3.38)$$

Tabla 3.6. Configuración de simulación 4

$Q_{1in}$	$1.6m^3/s$
$Q_{2in}$	$0.2 m^3/s$
$h_1(0)$	$0.8 m$
$h_2(0)$	$2.95 m$
$\rho_1$	$1000 kg/m^3$
$\rho_2$	$920 kg/m^3$
$A$	$7.07 m^2$
$k$	$0.2 m^2$
$C_v$	$0.9$
$H$	$4 m^2$

Par esta simulación se utilizó el software MATLAB utilizando el método de integración por Euler para resolver la ecuaciones diferencial del observador y del sistema con un paso de integración de 0.001 segundos. Las ganancias  $k_t$  y  $k_\theta$  se ajustan de acuerdo a (Févotte et al., 1998), donde se menciona que para un valor  $k_y > 0$  y  $k_\theta > k_y$  es suficiente condición para que el observador converga asintóticamente, siendo  $k_y = 0.1$  y  $k_\theta = 0.5$ .

Se utiliza una entrada variante como se muestra en la Fig. 3.12, de esta manera se mantiene un excitación persistente en  $\beta$ . Es otras palabras, al modificar continuamente las entradas, los estados



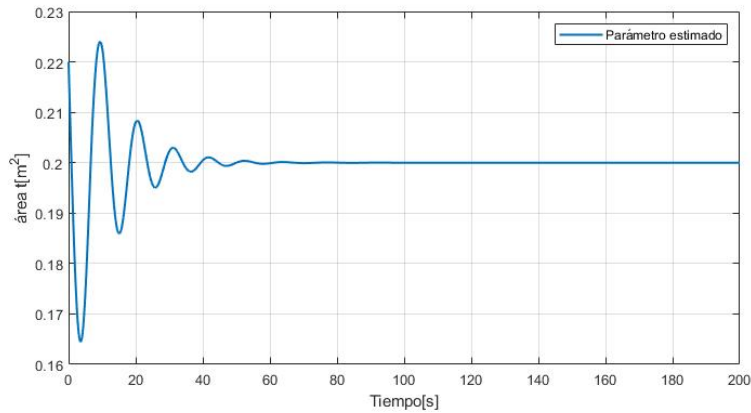


Fig. 3.11. Estimación del parámetro  $k$

están cambiando constantemente, siendo estos los relacionados directamente con el parámetro a estimar.

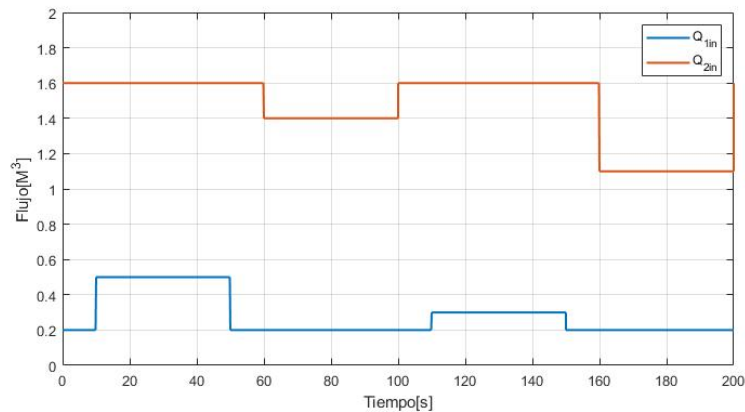


Fig. 3.12. Entradas de flujo al sistema

**Conclusión.** El observador adaptable está enfocado en la estimación de parámetros desconocidos en el sistema. En la gráfica de la Fig. 3.11 se observa la convergencia que tiene el observador para la estimación del parámetro  $k$ , que es el área transversal del orificio de salida del flujo. Aunque este observador es únicamente para la estimación de parámetros, es posible realizar una modificación para poder estimar de igual manera estados del sistema.

### 3.6. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se hizo el desarrollo para la obtención del modelo matemático para un sistema de dos componentes con una interfase líquida utilizando los principios físicos relacionados a un sistema hidrodinámico. Aunque el cálculo de la constante de la válvula no se pudo lograr para el modelado de la válvula, una alternativa se desarrolló al modelar los flujos a través de la ecuación de Bernoulli y tomando la suposición de la válvula como un medio el cual ocasiona una pérdida de energía en el flujo en su recorrido a través de él.

Al haber obtenido el modelo matemático se realiza la aplicación de 3 diferentes observadores, los cuales fueron mostrados en el marco teórico de esta tesis, para verificar la compatibilidad del sistema antes estas diferentes estructuras y demostrar que el modelo es útil para la aplicación de diferentes técnicas de control; aunque para la finalidad de este trabajo solo se utilizará el observador de alta ganancia.

De momento, los sistemas simulados fueron obtenidos a partir de la literatura y complementados con características adicionales para su aplicación en este estudio. Por ejemplo, los modelados de sistemas de tanques son completamente homogéneos por lo que se tuvieron que complementar con dos componentes diferentes de densidad distinta.

# Capítulo 4

## Validación experimental del modelo matemático

Es esta sección se presentará el proceso de validación del modelo matemático desde la construcción de la planta hasta la comparación de los datos experimentales obtenidos. Como primer paso se hará una ligera descripción de los componentes utilizados para la construcción y adaptación de la planta (como se documenta en el anexo C) para tener una visión de cómo va a estar constituido el proceso. Por consiguiente, se presentarán los escenarios utilizados para la adquisición de datos, la comparación con el modelo matemático y las conclusiones obtenidas para saber realmente si se obtuvieron los resultados esperados y pueda darse por validado el modelo matemático.

### 4.1. Planta prototipo

A continuación, se presentan los elementos principales que integran la planta así como los elementos adicionales que se utilizan para adaptación de la misma. Estos componentes adicionales por ejemplo, el sensor de presión, es un sensor de bajo costo y de fácil adquisición, dejando claro que no se busca un desempeño de alta calidad sino que sólo se busca un funcionamiento que pueda permitir realizar el proceso requerido para la validación de este método de medición.

#### **Banco de regulación de nivel RCN 100**

El banco de regulación de nivel RCN-100 permite estudiar aplicación de principios físicos relacionados a la regulación de nivel mediante un proceso de ingeniería de control. Este banco de estudio presenta los siguientes componentes esenciales para llevar a cabo su proceso:

- Toma de agua para el llenado del contenedor el cual contiene una válvula de bola para su cierre y apertura.
- Un medidor de flujo volumétrico. Esto mediante un rotámetro instalado justo después de la toma de agua.
- Una válvula de control con accionamiento electroneumático. Este dispositivo es el que permite controlar el nivel en el contenedor por medio del control de su apertura. Este es el actuador del circuito de control del sistema.
- Sistema neumático que controla la apertura de la válvula de control.
- Controlador PID. Que permite aplicar las técnicas de control al sistema.
- El sensor de nivel en la planta en un sensor infrarrojo colocado en la parte superior del contenedor. Es el componente que permite la retro alimentación al circuito de control.
- Convertidores de señal. Para el tratamiento de las señales analógicas y digitales del sistema.

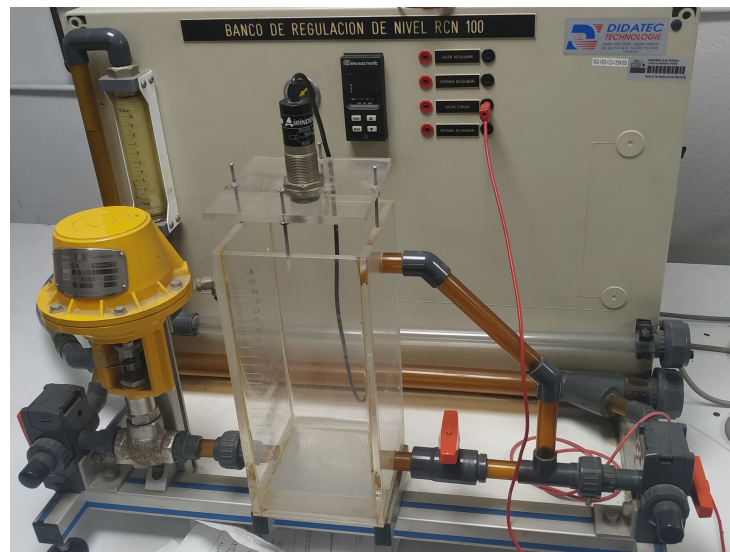


Fig. 4.1. Regulador de nivel RCN 100 DIDATEC

### Sensor de presión MX2010

Se utiliza el sensor de presión MX2010DP que se muestra en la Fig. 4.2. Este es un sensor diferencial de presión de silicio de doble puerto en un paquete de 4 pines. Es un sensor piezorresistivo que proporciona una señal de salida en forma de voltaje lineal bastante precisa directamente proporcional a la diferencia de presión censada por ambas terminales. Este sensor tiene un rango de medición de 0 a 10  $kPa$  con una señal de salida que va de 20 mV a 50 mV, esto es aproximadamente una sensibilidad de 2.5 mV por  $kPa$  y temperaturas de funcionamiento desde  $-40^{\circ}C$  hasta  $125^{\circ}C$ . La tarjeta de adquisición de datos que se utilizará es una tarjeta Arduino. Es por ello que es necesario amplificar las señales recibidas para posibilitar la lectura de estas, y esto se logra mediante un amplificador operación operacional AD6020, como el mostrado en la Fig. 4.3 ,aumentando la magnitud de la señal aproximadamente 100 veces.

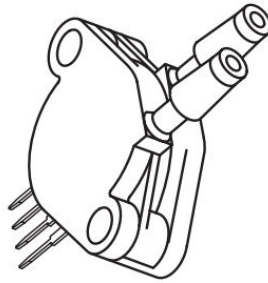


Fig. 4.2. sensor de presión

### Amplificador operacional AD620

El amplificador operacional AD620 es un amplificador de instrumentación que consta de 3 amplificadores operacionales internos. Este componente cuenta con características sobresalientes, por ejemplo:

- Impedancia de entrada de  $300M\Omega$
- La ganancia de voltaje desde la entrada diferencial a la salida de extremo único, se establece con una resistencia.
- Resistencia de entrada de ambas estradas es muy alta e invariante.
- Excelente RRM (rechazo al modo común) de mas de 100 decíbeles.

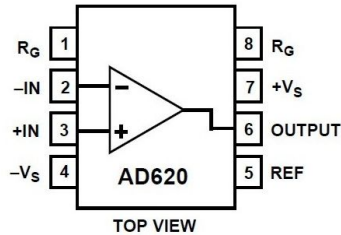


Fig. 4.3. Amplificador operacional

Dentro de sus aplicaciones principales se encuentran instrumentación médica, basculas electrónicas y ampliaciones de transductores. Para este estudio, su finalidad es poder amplificar la señal de salida del sensor de presión diferencial aproximadamente cien veces, esto es posible configurando la ganancia del amplificador con la siguiente ecuación.

$$G = \frac{49.4k\Omega}{R_G} + 1 \quad (4.1)$$

Donde  $G$  es la ganancia que se busca obtener en el amplificador y  $R_G$  es la resistencia externa que permite configurar la ganancia.

### Tarjeta Arduino UNO

El Arduino UNO es una tarjeta basada en un microcontrolador Atmega 328 de código abierto. Contiene 14 pines de entrada y salida digital de los cuales 4 pueden ser utilizadas para PWM, posee 6 entradas análogas, un resonador cerámico de 16 MHz, un conector USB tipo hembra, un jack para fuente de poder, un conector ICSP y un botón reset.

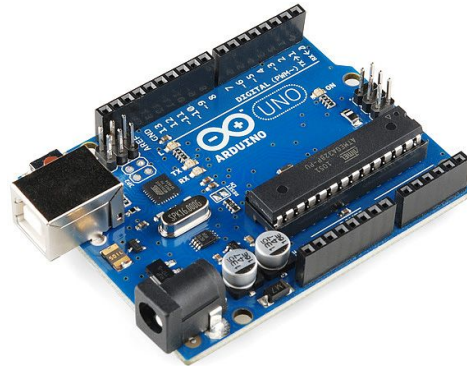


Fig. 4.4. Arduino UNO

Para los propósitos de este estudio solo se utilizará como tarjeta de adquisición de datos, en otras palabras, solo se utilizará para tomar las lecturas dadas por el sensor a través del amplificador operacional.

El diagrama del proceso, en conjunto con todos los elementos, puede verse de manera similar como se muestra en la Fig. 4.5. Puede apreciarse las dos entradas de flujo al sistemas, agua y aceite para este experimento. Las válvulas de salida se encuentran totalmente abiertas por lo que hay vaciado de flujo contante que se compensa con el flujo constante de entrada. La variación de presión es transmitida por sensor a la tarjeta Arduino a través del amplificador de instrumentación, el cual se encarga de amplificar la señal cien veces para la posible lectura en la tarjeta. La tarjeta se encarga de recibir y transmitir la señal eléctrica de presión al computador donde es tratada, convirtiendo la señal eléctrica (mV) en una señal de de presión(kPa). Donde mediante una regresión lineal se relaciona la señal eléctrica y la medición de presión:

Tabla 4.1. Relación de voltajes y presiones

1.6 V	0 kPa
3.7 V	1961 kPa

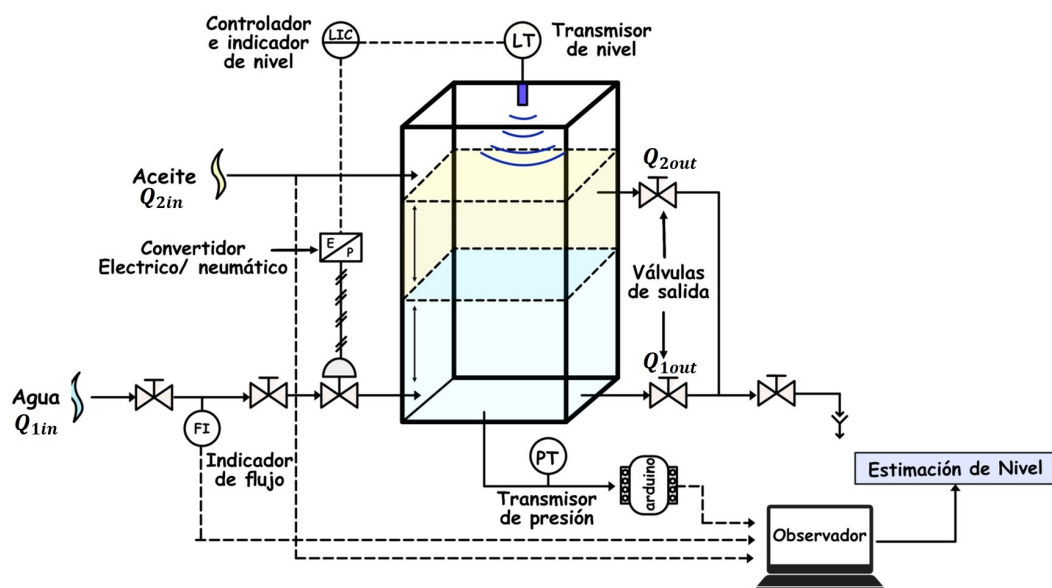


Fig. 4.5. Diagrama del proceso

## 4.2. Resultados de la implementación

A continuación, se presenta el procedimiento que se realizó para determinar la validez del modelo matemático mediante la planta prototipo. Se evalúan dos escenarios con condiciones distintas que se describirán a continuación, se mostrarán los resultados obtenidos y se presentarán las conclusiones de cada uno. Como se menciona anteriormente, el sensor de presión suministra una señal de voltaje a la tarjeta, por lo que todas las mediciones de presión tomadas en los siguientes experimentos son tratadas para ser convertidas a unidades de presión y poder ser adquiridas correctamente por el observador.

### 4.3. Experimento 1. Validación del modelo escenario 1

**Objetivo.** Se busca comparar las respuestas del modelo matemático y la planta ante las mismas condiciones para probar la validez del modelo.

Se realiza entonces el primer procedimiento para la obtención de datos experimentales para la validación del modelo. Se inicia el proceso de llenado con una cantidad inicial del componente ligero o aceite el cual será fijo (no hay dosificador para este componente) y mediante un flujo constante



### 4.3. EXPERIMENTO 1. VALIDACIÓN DEL MODELO ESCENARIO 1

del componente más denso (agua) se llenará al contenedor hasta sus condiciones nominales, esto como se muestra en la Fig. 4.6. Durante este proceso se tomará lectura del cambio de presión mediante el sensor.

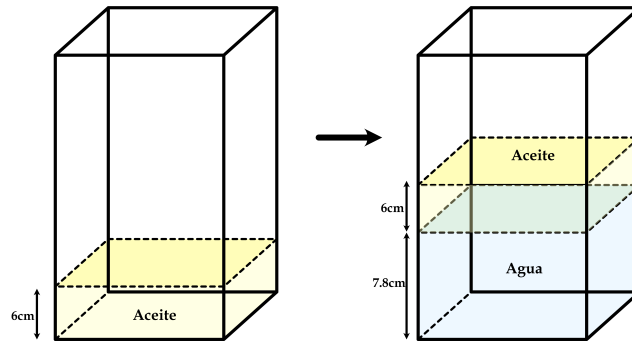


Fig. 4.6. Representación del llenado del contenedor

En la Fig. 4.7 se muestran los niveles correspondientes a la medición de presión de este escenario. Las condiciones de operación se muestran en la tabla 4.2

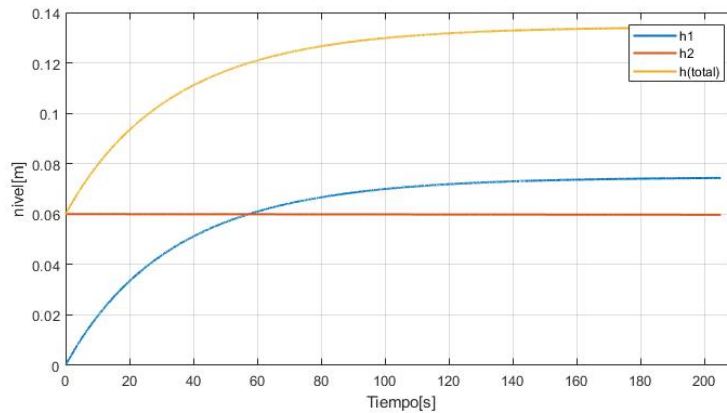


Fig. 4.7. Niveles correspondientes al escenario 1

Como resultado de este procedimiento se tiene la señal de medición de presión obtenida por el sensor y que se muestra en la Fig. 4.8. Al replicar las mismas condiciones de experimentación pero en el modelo matemático se obtiene la señal de presión que se muestra en la gráfica 4.9.

Tabla 4.2. Condiciones iniciales Esc. 1

$Q_1^{in}$	$1.455e-4$
$Q_2^{in}$	sin entrada
$h_1$	0
$h_2$	0.06 m
$\rho_1$	$996.6 \text{ kg/m}^3$
$\rho_2$	$920 \text{ kg/m}^3$
$A$	$0.0156 \text{ m}^2$
$k$	$1.76e-4 \text{ m}^2$

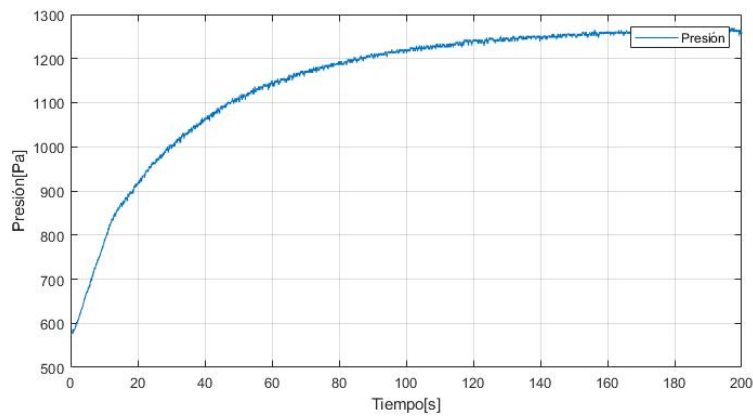


Fig. 4.8. Presión medida por el sensor PT

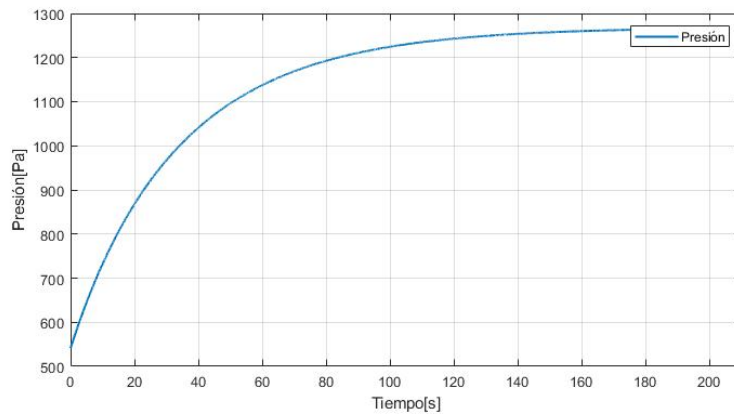


Fig. 4.9. Presión dada por el modelo de la Ec.(3.30)

En la gráfica 4.10 se encuentra una comparativa de ambas señales de salida. Para tener un dato que cuantifique la similitud que hay entre estas dos gráficas utilizaremos el cálculo del Fit. Esto se

logra utilizando la siguiente ecuación:

$$\text{Fit} = 100 \times \left( 1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \right) \% \quad (4.2)$$

donde  $y$  es la señal de referencia,  $\hat{y}$  es la señal estimada, y  $\bar{y}$  es el promedio de la señal de salida de referencia. Se obtiene entonces un Fit del 87.4264 % .

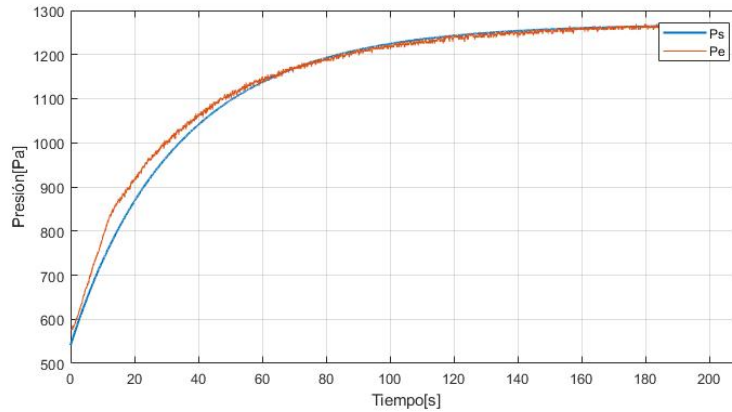


Fig. 4.10. Presión experimental (Pe) y presión simulada (Ps)

**Conclusión.** En esta primera prueba, la comparación entre el comportamiento dinámico de la planta y el modelo matemático al alcanza una similitud con un Fit de 87.4264 % . Un porcentaje que se considera como un resultado aceptable. No obstante, se realizarán más pruebas para validar que el modelo matemático se asemeja al comportamiento del sistema.

## 4.4. Experimento 2. Validación del modelo escenario 2

**Objetivo.** Se busca comparar las respuestas del modelo matemático y la planta ante las mismas condiciones para probar la validez del modelo con diferentes condiciones a la prueba anterior.

Para el escenario dos se optó por presentar una dinámica descendente en el sistema. Para lograr esto se busca colocar los componentes a su máximo nivel por lo que estos empezarán a salir hasta estabilizarse en sus condiciones nominales, algo similar como se muestra en la Fig. 4.11

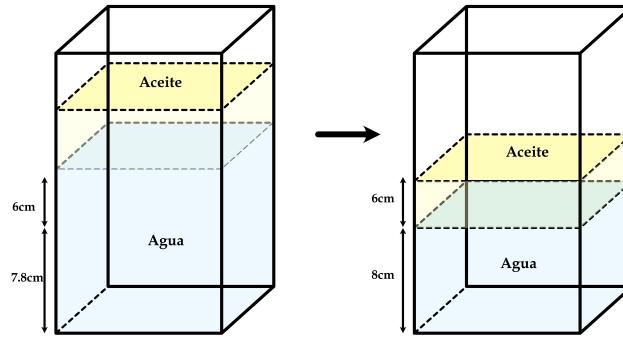


Fig. 4.11. Representación del llenado del contenedor

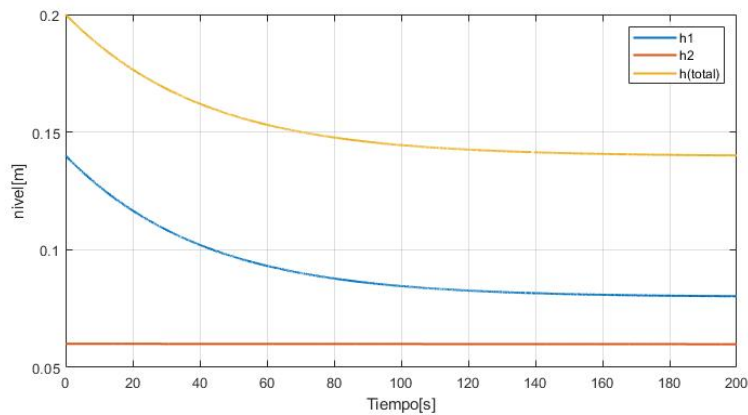


Fig. 4.12. Niveles correspondientes al escenario 2

Esto utilizando las condiciones que se muestran en la tabla 4.3. En la Fig. 4.13 se muestra como la presión medida por el sensor va disminuyendo conforme el nivel del componente 1 disminuye. De igual manera al replicar las condiciones experimentales en el modelo matemático se obtiene la respuesta mostrada en la Fig. 4.14. En la la Fig. 4.12 se muestran los niveles correspondientes a este escenario.

#### 4.4. EXPERIMENTO 2. VALIDACIÓN DEL MODELO ESCENARIO 2

Tabla 4.3. Condiciones iniciales Esc. 2

$Q_{1in}$	$1.422e-4$
$Q_{2in}$	sin entrada
$h_1$	.14 m
$h_2$	0.06 m
$\rho_1$	$996.6 \text{ kg/m}^3$
$\rho_2$	$920 \text{ kg/m}^3$
$A$	$0.0156 \text{ m}^2$
$k$	$1.76e-4 \text{ m}^2$

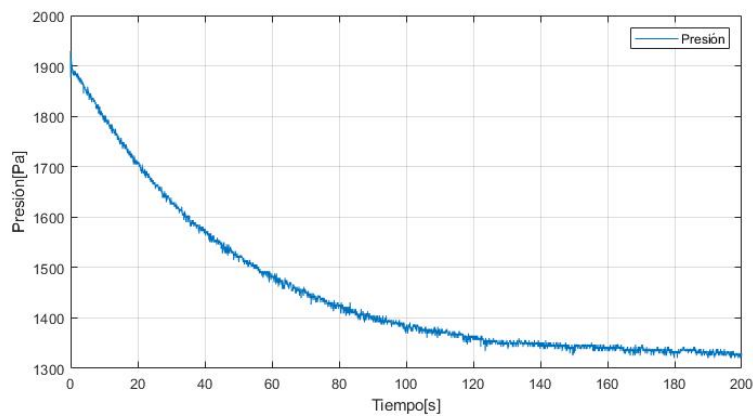


Fig. 4.13. Presión medida por el sensor PT

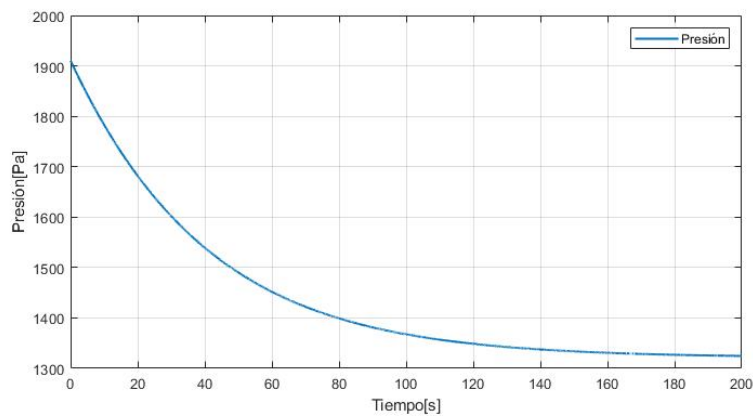


Fig. 4.14. Presión dada por el modelo de la Ec.(3.30)

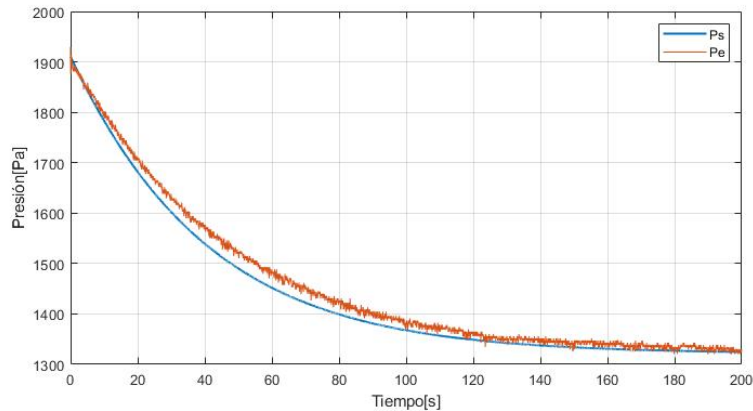


Fig. 4.15. Presión experimental( $P_e$ ) y presión simulada( $P_s$ )

En la Fig. 4.15 se muestra la comparativa de ambas señales de presión ante el escenario experimental 2. La señal de presión medida experimentalmente y la que se obtuvo por el modelo matemático se comparan de igual manera con la Ec. 4.2 donde esta presenta un Fit del 87.1 % en comparación a la respuesta experimental.

**Conclusión.** Observando las gráficas de la Figs. 4.10 y 4.15 se demuestra la semejanza que presenta el modelo matemático simulado con los resultados experimentales. Se presentan las comparativas de estas señales presentando un porcentaje de Fit entre ellas. Esto puede demostrar la validez del modelo matemático. Cabe mencionar que este margen de error entre las comparaciones podría hacerse mucho más pequeño utilizando equipos robustos y más precisos.

## 4.5. Experimento 3. Validación del modelo escenario 3

**Objetivo.** Se busca comparar las respuestas del modelo matemático y la planta ante las mismas condiciones para probar la validez del modelo ante una entrada escalonada del componente 2.

Se muestra a continuación el tercer escenario de validación para el modelo matemático propuesto en este trabajo. Donde la entrada del segundo componente al sistema estaba dado por dos funciones cuadradas con diferente magnitud en diferente tiempo, como se muestra en la Fig. 4.16.

En la Fig. 4.17 se muestra la medición tomada por el sensor de presión ante este tipo de entrada. Al replicar las condiciones de experimento en el modelo matemático se muestra la respuesta en la Fig. 4.18.

#### 4.5. EXPERIMENTO 3. VALIDACIÓN DEL MODELO ESCENARIO 3

---

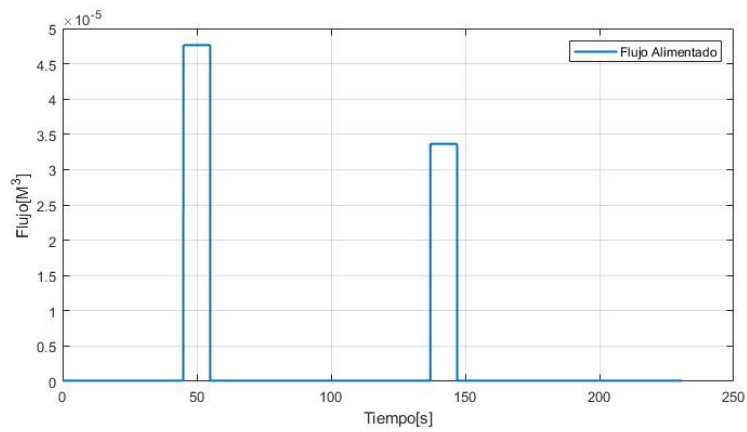


Fig. 4.16. Flujo de alimentación dada al sistema en escalones

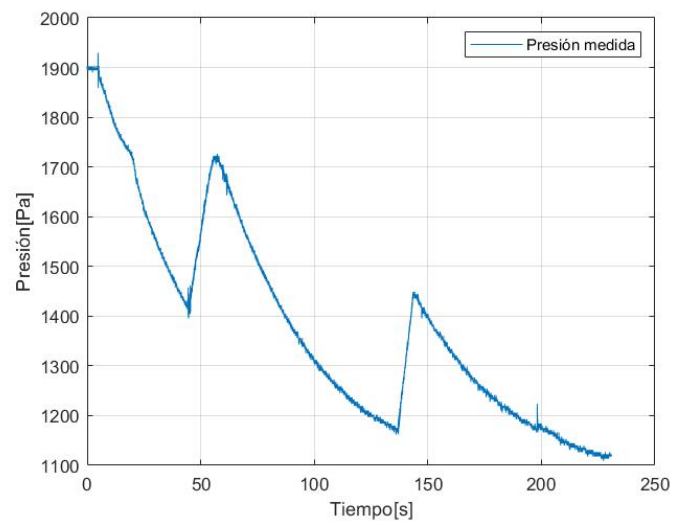


Fig. 4.17. Presión medida por el sensor

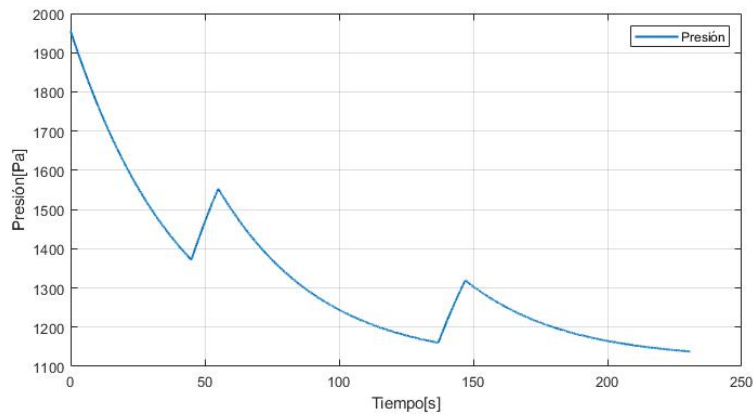


Fig. 4.18. Presión simulada por el modelo

En la Fig. 4.19 se muestran los niveles correspondientes durante este procedimiento. Puede observarse que el nivel del componente mas ligero  $h_2$  se incrementa 2 veces a los largo del tiempo y que no presenta una salida en el sistema, esto ocasiona los picos de incremento de presión en el mismo momento que el se agrega contenido al componente ligero.

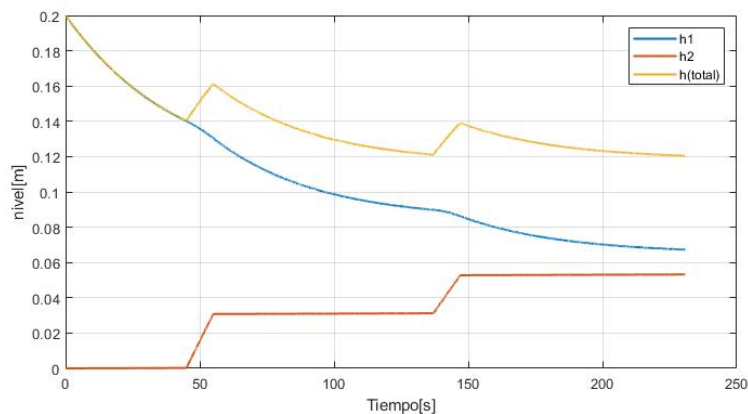


Fig. 4.19. Niveles correspondientes al experimento

Se muestra una comparación entre las señales de presión, la señal experimental obtenida del sensor y la señal obtenida mediante el modelo matemático. Al igual que en las pruebas anteriores se realiza una prueba de similitud de señales mediante el cálculo de Fit ofreciendo un resultado del 62.06 %.



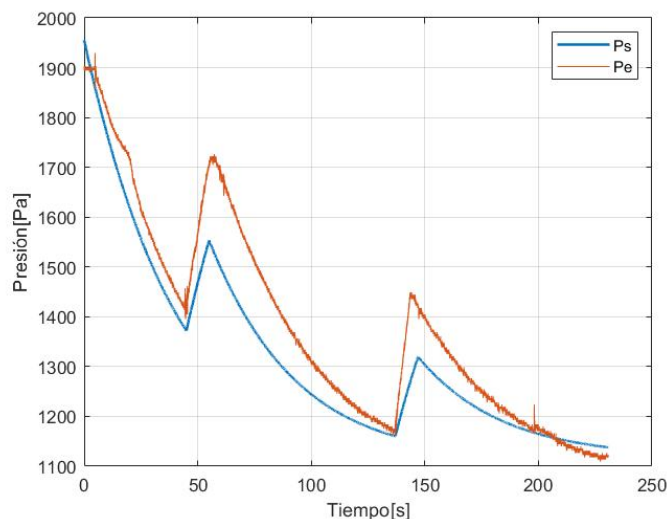


Fig. 4.20. Presión dada por el modelo

**Conclusión.** Como se puede observar en la Fig. 4.20, ambas señales tienen diferentes magnitudes. Esto podría ser debido a que experimentalmente la alimentación dada como dos eventos en el tiempo no fue controlada de manera correcta, principalmente afectó que dicho flujo fue suministrado de manera variable por medio de un recipiente común y no como un flujo constante como se utilizó en la simulación. Sin embargo, puede observarse una dinámica bastante parecida a la proporcionada por el modelo matemático.

Este escenario es hipotético y no representa un comportamiento real de un proceso, solamente se realizó para ver la similitud de la respuesta del modelo matemático y la prueba experimental. A partir de este punto es posible utilizar este modelo a conveniencia para aplicaciones de ingeniería. Para el objetivo de este estudio será utilizado para el diseño de observadores no lineales que permitan la estimación de los niveles no disponibles a la salida.

## 4.6. Experimento 4. Observador alta ganancia adaptable aplicado a la planta

Ahora se procede a utilizar el observador de alta ganancia adaptable utilizando la señal de presión dada por el sensor de presión. Este experimento así como en los anteriores, se utiliza el mismo flujo de entrada de agua el cual es el máximo permitido por el sistema de suministro de agua. Las

válvulas se encuentran en su máximo porcentaje de apertura y los componentes utilizados siguen siendo agua y aceite en representación de los líquidos no miscibles de diferentes densidades. El control de la planta no fue utilizado y siempre se trabajó en modo manual, controlando los flujo y la apertura de válvula neumática por el mismo operador.

**Objetivo.** Implementar el observador no lineal de alta ganancia adaptable para la estimación de los niveles en el sistema utilizando la medición de presión experimental.

Se utiliza la medición de presión mostrada en la gráfica de la Fig. 4.8. Realizando un post-tratamiento de la señal y resultando como se muestra en la Fig. 4.21.

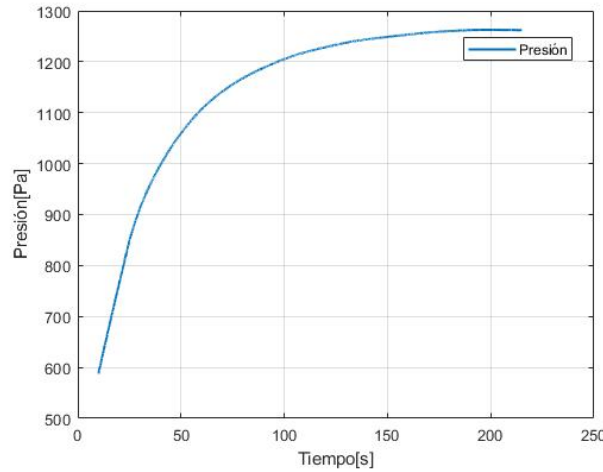


Fig. 4.21. Señal de presión filtrada

El observador para este sistema tiene la misma estructura que se muestra en la Ecs.(3.32 y 3.33). Siendo la configuración utilizada la que se muestra en la tabla 4.4.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{h}}_1(t) \\ \dot{\hat{h}}_2(t) \end{bmatrix} = \mu(t) \begin{bmatrix} -\frac{1}{A} C_v \sqrt{\frac{2\rho_2 g \hat{h}_2(t)}{\rho_1} + 2g\hat{h}_1(t)} \\ -\frac{1}{A} C_v \sqrt{2g(\hat{h}_2(t) + \hat{h}_1(t) - H)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A} \\ 0 \end{bmatrix} Q_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{A} \end{bmatrix} Q_2 +$$

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial \hat{x}} \right)^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{\mu}(t)} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 2\theta & \theta^2 \\ \theta^2 & \theta^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (y(t) - g(\rho_1 \hat{h}_1(t) + \rho_2 \hat{h}_2(t)))$$

$$\dot{\hat{\mu}}(t) = \frac{\theta^2}{\hat{\varphi}(t)} (y(t) - g(\rho_1 \hat{h}_1(t) + \rho_2 \hat{h}_2(t)))$$

Este experimento, al igual que los anteriores, fue realizado en el software MATLAB utilizando el método de integración por Euler con un paso de integración de 0.1 s, el tiempo máximo permitido

#### 4.6. EXPERIMENTO 4. OBSERVADOR ALTA GANANCIA ADAPTABLE APLICADO A LA PLANTA

---

por la tarjeta Arduino, y la ganancia se sintoniza de acuerdo al análisis mostrado en (Besançon, 2000), siendo la utilizada de  $\theta = 0.01$ . La estimación de los niveles se realiza fuera de línea utilizando la tira de datos guardados durante la experimentación. La ganancia se sintoniza de acuerdo al análisis mostrado en (Besançon, 2000).

Tabla 4.4. Configuración de la simulación

$Q_1 in$	1.455e-4
$Q_2 in$	0.1 e-8
$h_1(0)$	0 m
$h_2(0)$	0.06 m
$\rho_1$	996.6 $kg/m^3$
$\rho_2$	920 $kg/m^3$
$A$	0.0156 $m^2$
$k$	1.76e-4 $m^2$
$H$	0.2m

En la Fig. 4.22 se muestra la estimación de los estados del observador de alta ganancia adaptable.

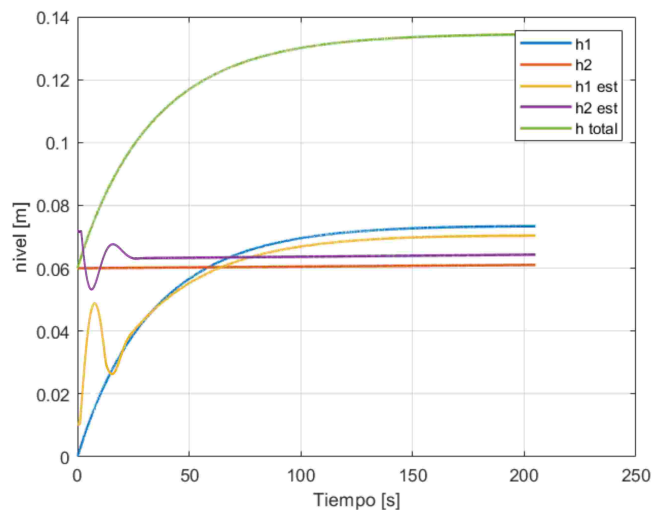


Fig. 4.22. Estados estimados del observador

En la Fig. 4.23 se muestra la estimación del parámetro.

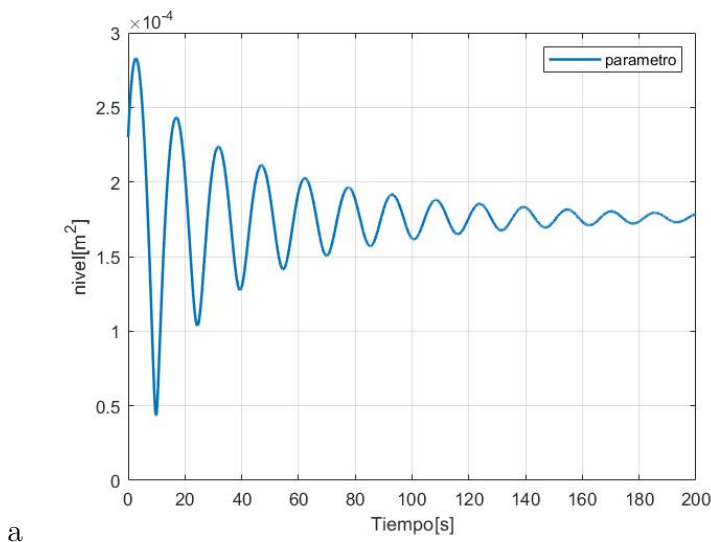


Fig. 4.23. Estimación del parámetro

**Conclusión.** Se utilizó la señal experimental de presión obtenida a partir del sensor durante las experimentaciones con la planta prototipo. La cantidad de ruido en la señal se debe principalmente a la turbulencia en el flujo de agua ocasionando vibraciones en el sensor, y las limitaciones de la planta impedían la implementación de elementos para la corrección de algunas deficiencias como esta, el tratamiento posterior que se le dio a la señal facilitó en gran medida el trabajo del observador. Los estados estimados presenta un error de estado estable y la estimación del parámetro muestra una oscilación permanente al rededor del valor de  $k$ . Cabe mencionar que se presentó un comportamiento el cual que, con la misma ganancia no se permitía estimar los estados y el parámetro al mismo tiempo durante este experimento. Mientras que para estimar los estados la ganancia requería un valor de  $\theta = 0.01$ , para la estimación del parámetro requería un valor aun mas pequeño  $\theta = 0.003$ . De esta manera que estas señales estiman de manera separada.

## 4.7. Diseño de prototipo

A partir de este estudio surgió la idea de poder crear un dispositivo que utilice la metodología realizada a lo largo de este trabajo. Es por ello que en esta sección se presenta el diseño tentativo de un dispositivo prototipo que podrá medir interfases con la metodología aquí desarrollada. Se muestra en la figura 4.24 un diseño del dispositivo.

Se muestra de manera esquemática el proceso interno que se llevará a cabo en el dispositivo (Fig.

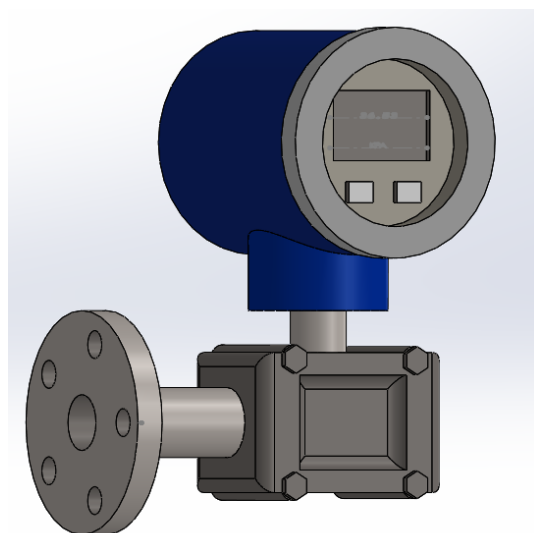


Fig. 4.24. Modelo del Prototipo

4.25). La primera etapa del proceso inicial es cuando el transductor, que para este dispositivo será un elemento piezorresistivo, es sometido a una fuerza ejercida por el contenido del tanque. Pero esta fuerza no llega directamente sino a través de una serie de elementos que inicia con el diafragma, un sello hermético que es el contacto directo con el contenido impidiéndolo pasar al dispositivo y transmitiendo la fuerza por medio de una silicona hasta el sensor piezorresistivo.

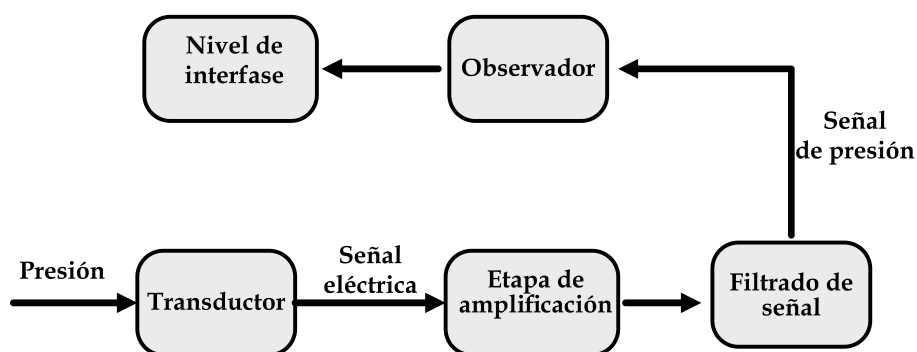


Fig. 4.25. Diagrama del proceso interno

El sensor se encarga de convertir la fuerza recibida en una señal eléctrica gracias a sus propiedades que convierten la deformación en una variación de resistencia. La señal emitida por

este elemento es muy pequeña, en el rango de micro volts, por lo que es necesario una etapa de amplificación. La etapa de amplificación también puede amplificar el ruido emitido por el sensor, y aunque este tipo de equipo presenta una etapa de filtrado mediante circuitos con amplificadores operacionales, se propone usar una etapa de filtrado digital que puede llegar a ser mucho más efectiva y puede ahorrar los costos de desarrollo del prototipo.

Una vez filtrada la señal, se tendrá una señal limpia que representa la presión que será utilizada por el observador de estados que estará programado en una tarjeta o microcontrolador para la estimación de los niveles. De esta manera obtendremos una estimación del nivel de la interfase líquida con este dispositivo.

En la figura 4.26 se muestra un diseño tentativo de los elementos internos del dispositivo. Se muestran los diafragmas de ambos lados, alta y baja presión, como también el controlador que llevará el algoritmo de filtrado y del observador.

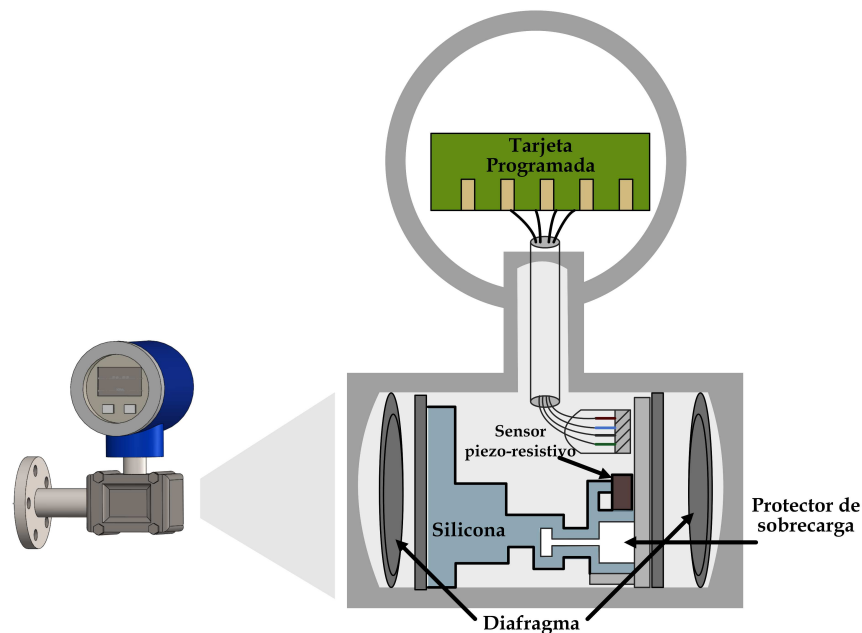


Fig. 4.26. Diseño interno del dispositivo

El montaje de este dispositivo podría ser similar a como se muestra en la Fig. 4.27. Se recuerda que para este método de medición es necesario conocer la entradas al sistema, señal que fácilmente puede ser dada por la válvula de control.

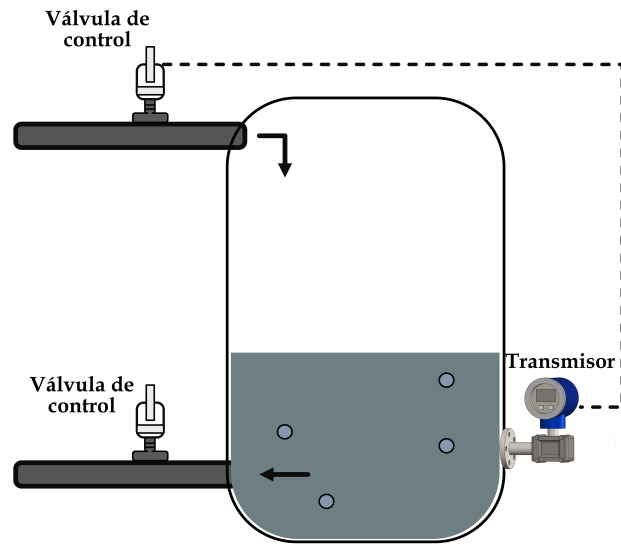


Fig. 4.27. Montaje del equipo en un tanque

Queda aclarar que esto es solo un bosquejo, este proyecto aún está en fase temprana por lo que muchos análisis de diseño no se han realizado y que es posible que se realicen cambios significativos a el producto final.

## 4.8. Perspectiva de aplicación. Estimación de interfase líquida en reactor de lecho fluidizado inverso

En esta sección se plantea un ejemplo de aplicación del método en el contenedor de un reactor de lecho fluidizado inverso. Se muestra como responde el sistema y el observador ante una densidad variante de un componente. En un reactor de este tipo, debido al crecimiento bacteriano el grosor de la bio-película en el soporte aumenta. Esto causando un incremento en la densidad de las partículas y en la expansión del lecho (Nikolov and Karamanev, 1987). Esto depende también del tipo de propiedades que las partículas utilizadas tengan, puesto que existen algunas cuya densidad se mantiene o incrementan de manera muy lenta.

Para la utilidad de este método se requiere principalmente la densidad del sustrato y la del lecho. Para esto se utilizan algunos datos proporcionados en (Arnaiz et al., 2003).

Donde  $SSA$  es el área de superficie específica,  $U_{mf}$  es la velocidad mínima de fluidización,  $d_p$  es el diámetro de la partícula. Por lo tanto, en este ejemplo la densidad para el componente 2 ( $\rho_2$ ) estará

## 4.8. PERSPECTIVA DE APLICACIÓN. ESTIMACIÓN DE INTERFASE LÍQUIDA EN REACTOR DE LECHO FLUIDIZADO INVERSO

---

Tabla 4.5. Propiedades físicas del soporte

Densidad aparente	Densidad	SSA	$U_{mf}$	$d_p$	Shape
$(kgm^3)$	$(kgm^3)$	$(m^2m^3)$	$(mh)$	$(\mu m)$	
400	690	20,000	5.40	175	spheres

dada por una función  $f(\varphi, \epsilon)$ . Donde  $\varphi$  depende de las propiedades de la partícula y  $\epsilon$  es la cantidad de vacío que depende de las propiedades de las burbujas en la capa. De momento la cantidad de vacío, tomando en cuenta que la fracción ocupada por las burbujas es muy pequeño, puede despreciarse para la finalidad de este estudio, teniendo presente que este parámetro se considera si el estudio tiene por finalidad la calidad de fluidización (Renganathan and Krishnaiah, 2005).

### 4.8.1. Simulación de la estimación de interfase orientado a un reactor

Es este apartado se busca simular un sistema que presente una interfase líquida con dos componentes cuya densidad es variante en el tiempo. Se utiliza la estructura del observador de alta ganancia adaptable 2.24 y el mismo sistema mostrado en la Ec.(3.30)

**Objetivo.** Se busca simular un contenedor con interfase líquida con propiedades físicas del soporte y sustrato sintético de aguas residuales con contenido de lactoosum de carbón orgánico concentrado degradado por bacterias acidogénicas para demostrar el funcionamiento del observador de alta ganancia adaptable ante parámetros variantes como la densidad.

**La configuración** del sistema se muestra en la tabla 4.6. Se utiliza de igual forma el software MATLAB utilizando el método de Euler para la resolución de las ecuaciones diferenciales, esto con un paso de integración de 0.001 segundos. Primero se muestra la lectura de presión obtenida por el sensor 4.28. Contiene ruido gaussiano para simular ligeramente el ruido de medición restante después de una etapa de filtrado.

En la gráfica 4.29 se muestra los estados estimados del sistema y en la gráfica 4.30 se muestra la estimación del parámetro.



#### 4.8. PERSPECTIVA DE APLICACIÓN. ESTIMACIÓN DE INTERFASE LÍQUIDA EN REACTOR DE LECHO FLUIDIZADO INVERSO

---

Tabla 4.6. Configuración de la simulación

$Q_{1in}$	$18.6e-4 \text{ m}^3/s$
$Q_{2in}$	$5.1 \text{ m}^3/s$
$h_1(1)$	.3 m
$h_2(1)$	0.12 m
$H$	0.4 m
$\rho_1$	$1020 \text{ kg/m}^3$
$\rho_2$	$600-900 \text{ kg/m}^3$
$A$	$0.0156 \text{ m}^2$
$k$	$1.76e-4 \text{ m}^2$
$C_v$	0.9 m

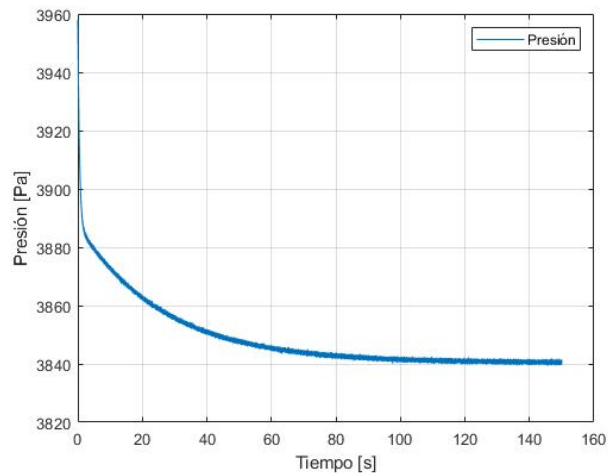


Fig. 4.28. Medición de presión tomada por el observador

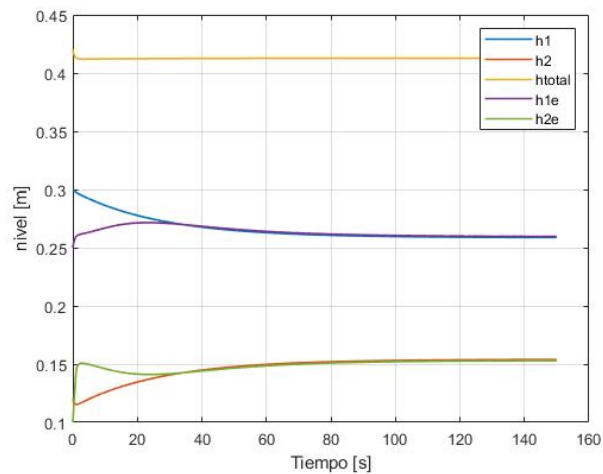
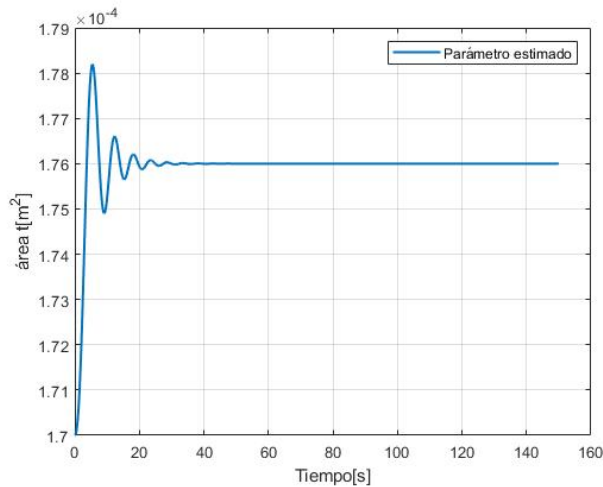


Fig. 4.29. Niveles estimados

Fig. 4.30. Estimación del parámetro  $k$ 

**Conclusión.** De momento se presentó un aplicación minimalista de este método al no implementarse un modelo completo de un biorreactor. Se tomó un enfoque únicamente a las propiedades hidrodinámicas del reactor permitiendo descartar complejas dinámicas del sistema como las reacciones químicas, esto con el motivo de que solamente el interés es medir el nivel de la interfase líquida. Se aclara que se utilizaron parámetros físicos arbitrarios y que el comportamiento de las partículas es aproximado pues ningún estudio de cinemática de microorganismos se realizó. Como trabajo a futuro podrían tomarse más variables en este método más allá que únicamente su comportamiento hidrodinámico.

## 4.9. Conclusiones del capítulo

Este capítulo se enfocó principalmente en la validación del modelo matemático mediante una prueba experimental en una planta prototipo. La planta de regulación de nivel se reacondicionó totalmente al encontrarse sin uso y sin ningún tipo de conexión para su funcionamiento. Posteriormente se adaptó mediante componentes como el sensor de presión, los orificios para las tomas de medición, etc; para poder realizar las pruebas que este estudio requería.

Los experimentos 1,2,3 y 4 se realizaron utilizando las máximas aperturas de las válvulas debido a que no era posible saber su posicionamiento exacto de ellas. De igual manera se utilizó el flujo máximo de agua que pudiera suministrar el sistema de agua, esto para tratar de alcanzar un punto de equilibrio en el sistema. La implementación del observador en el experimento 4 no presentó una

convergencia completa del estimador y esto puede deberse principalmente a la señal experimental que se le suministro al sistema, recordando que solo es una representación aproximada del sistema. Cabe mencionar que el margen de error entre todas la comparaciones de los experimentos realizados podrían reducirse utilizando equipos robustos y más precisos. Aunque de manera concisa no se puede explicar a que se debió la no convergencia del parámetro junto con los estados, se logró el objetivo principal de estimar las interfases líquidas en un contenedor. Es posible que en trabajos a futuro se busque la implementación de otros tipo de observadores coma alguna técnica de control.

# Capítulo 5

## Conclusiones generales

En esta tesis se presenta un trabajo de investigación sobre la aplicación de un método alternativo para la medición de nivel de interfases líquidas en contenedores. La motivación de este trabajo nace a partir de la complejidad de medir el nivel de la biomasa en un bio-reactor de lecho fluidizado inverso y percatándose de que la única manera es mediante el uso de equipos industriales de gran costo. A esto surge la idea de diseñar una metodología a partir de un instrumento que pueda tener acceso a las propiedades del sistema y a partir de ellas poder realizar la estimación de las variables requeridas. En otras palabras, suministrar el equipo el modelo matemático del sistema y las variables de salida disponible para que de esta manera poder estimar el nivel de la interfase líquida en el sistema.

En la literatura que se estudió a través del estado del arte, se encontraron diferentes sistemas de tanques en las que se aplican diversidad de técnicas de control que abordan la problemática de controlar los niveles como la estimación de variables no medibles. No obstante, se encuentra de igual manera la falta de análisis dinámicos en componentes no homogéneos, y esto principalmente debido a la complejidad que se suma al sistema al interactuar múltiples contenidos no homogéneos que cambian totalmente la hidrodinámica que usualmente se ve en este tipo de sistemas.

Aquí se encuentra principalmente la originalidad de este trabajo, al trabajar un modelo matemático que contempla las propiedades hidrodinámicas de contenidos con interfase líquida. Y proponiendo un método de medición de nivel de interfase como alternativa a los equipos de medición ya existentes.

De los métodos de medición de nivel modernos que se estudiaron en este trabajo, se decidió optar

---

por la implementación del método por presión diferencial. Este método permite que, mediante la medición de presión en el sistema y la densidad del contenido, se puede calcular el nivel que el contenido tiene en el tanque. Aunque una de sus principales ventajas es la de no ser un método invasivo y no necesita tener contacto directo con el contenido en el tanque, la información proporcionada por este medio no es suficiente cuando de medir interfases líquidas se trata. Es por ello que se decide complementar esta medición con un modelo matemático del sistema.

Se diseñó un modelo matemático enfocado principalmente en las propiedades hidrodinámicas del sistema, esto considerando que el propósito principal del instrumento es medir únicamente los niveles, permitiendo descartar características complejas como reacciones químicas en sistemas como bio-reactores. Este modelo matemático proporcionará al instrumento información sobre las propiedades principales del sistema como las entradas con las que esta cuenta.

El modelo matemático obtenido es un modelo que utiliza una ecuación similar a la de Torricelli solo que para líquidos con dos componentes no miscibles obtenida a partir de la ecuación de Bernoulli; aunque este es un modelo muy sencillo, se requiere una validación experimental para confirmar que realmente los flujos se comportan de la manera como el modelo matemático los describe. Se utiliza una planta de regulación y control de nivel del instituto CENIDET para la implementación de este estudio. Dicha planta tuvo un proceso de restauración completa ya que se encontraba totalmente inutilizable.

Aún al haber restaurado la planta, algunos componentes quedaron con fallas o con degradación complicando considerablemente el procesos de experimentación. De igual manera las capacidades de la planta presentaban limitaciones para la realización de las pruebas experimentales, mencionando un ejemplo, el poder controlar y medir el flujo de entrada del componente más ligero. Tomando estos detalles en cuenta, los resultados fueron muy favorables obteniendo alrededor de un 87 % de Fit en los mejores resultados, remarcando que los equipos utilizados son los más accesibles y bajo costo en el mercado. Se cree que es posible mejorar considerablemente los resultados mejorando la planta de experimentación.

Teniendo un modelo matemático validado, pudo realizarse el diseño de un observador de estados que permitiera la estimación de los niveles en el sistema y por lo tanto la interfase líquida. Se pusieron a prueba 3 estructuras diferentes de observadores:

- 
- **Alta ganancia:** Un observador muy útil que permite la estimación de estados y cuya convergencia está garantizada sintonizando altos valores en sus ganancias.
  - **Adaptable:** Observador que permite la estimación de parámetros desconocidos en el sistema.
  - **Alta ganancia adaptable o Adaptativo:** Observador derivado de la estructura de alta ganancia que permite la estimación de estados en el sistema y un parámetro desconocido.

Pese a que el principal objetivo de este trabajo es lograr medir los niveles y la interfase líquida en un sistema, se opta por trabajar con observador de alta ganancia adaptable que permite el monitoreo de un parámetro, en este caso el porcentaje de apertura de las válvulas o el área transversal de la salida del flujo como se trabajó análogamente aquí. Esto debido a la importancia de mantener un correcto flujo constante en las entradas del sistema y detectar anomalías en estos componentes.

La implementación del observador para la estimación de los niveles a partir de la medición de presión experimentales presentó la complicación de no estimar adecuadamente el parámetro, pero sí logró estimar los estados aunque con un margen de error en estado estable. Este offset se puede atribuir en parte a que el sensor está estimando a partir de una señal de medición que solo representa el 87% del comportamiento real del sistema.

Teniendo en cuenta las limitaciones presentadas durante este trabajo, por ejemplo, que solo es posible estimar una interfase líquida, únicamente para contenedores cilíndricos o cuadrados, etc. Aún con estas restricciones, como conclusión general, la metodología aquí diseñada representa una gran alternativa de medición de niveles para diferentes sistemas con contenidos no homogéneos.

Se hace una enfática mención de que la metodología optada por este estudio no representa el mejor método actualmente disponible, ni menos es por mucho un estudio comparativo, sino se presenta como una alternativa a los métodos utilizados actualmente en las industrias, teniendo en cuenta que pueden existir otros métodos efectivos para el mismo objetivo. De igual manera el diseño del observador puede adecuarse al tipo de aplicación y a las condiciones de trabajo, el observador aquí utilizado no presenta el mejor desempeño ante otros, sino fue seleccionado por su simpleza y fácil aplicación. La calidad, optimización y control quedaron fuera de los objetivos de este estudio.

## 5.1. Trabajos a futuros

El método aquí diseñado es un método no invasivo que previene tener contacto directo con el contenido en el tanque. Si se consideran sistemas con contenidos no susceptibles a elementos invasivos es posible mejorar esta metodología permitiendo al equipo obtener aún más información del sistema.

Es este trabajo no se implementó ningún sistema de control para los niveles, así que sería interesante que tanto es posible controlar los sistemas con el modelo matemático aquí diseñado.

Se trabajó una perspectiva de aplicación en reactores de lecho fluidizado para la estimación de la biomasa. Trabajar experimental esta metodología en un reactor real podría contribuir en gran manera al estado del arte.

Se tomaron suficientes suposiciones de modelado y restricciones para reducir la complejidad del sistema. Es posible enriquecer aún más el modelo tomando en cuenta otras variables como temperaturas, concentraciones, etc.

## 5.2. Contribuciones

En este trabajo se desarrolló una metodología nueva y alternativa para medición de niveles e interfaces líquidas en contenedores con componentes no miscibles. El estudio de este tipo de líquidos con interfaces es un campo que aún tiene mucho que explorar.

Como contribución al estado del arte se tiene el haber podido generar un modelo matemático que permite representar las propiedades hidrodinámicas de un contenedor multifásico. El utilizar un sensor virtual basado en un observador para la estimación de niveles es una metodología que tampoco se ha visto utilizada en literatura.

En cuanto a productos de esta tesis para divulgación científica se publicó un póster en la jornada de Ciencia y Tecnología en el 2019 realizado en CENIDET. De igual manera se sometió un artículo al Congreso Nacional de Control Automático (CNCA), artículo que fue aceptado, publicado y presentado en octubre con sede en Puebla.

# Bibliografía

- Acosta, Y. L. and Abreu, M. C. O. (2005). La digestión anaerobia. Aspectos teóricos. Parte I. *Instituto Cubano de Investigaciones de los Derivados de la Caña de Azúcar*, 39(1):35–48.
- Alvarado, P. E. (2019). *Detección de fallas en la suspensión de un automóvil basada en observadores adaptables*. PhD thesis, CENIDET.
- Anzures-Marin, J., Pitalua-Diaz, N., Cuevas-Silva, O., and Villar-García, J. (2008). Unknown inputs observers design for fault detection in a two-tank hydraulic system. *2008 Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA)*, 82:373–378.
- Arnaiz, C., Buffiere, P., Elmaleh, S., Lebrato, J., and Moletta, R. (2003). Anaerobic digestion of dairy wastewater by inverse fluidization: the inverse fluidized bed and the inverse turbulent bed reactors. *Environmental Technology*, 24(11):1431–1443.
- Avendaño, L. E. (2006). *Fundamentos de Instrumentación*. PhD thesis, Universidad Tecnológica de Pereira.
- Bastin, G. and Gevers, M. R. (1988). Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(7):650–658.
- Besaçon, G. (2000). Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems & Control Letters*, 41(4):271–280.
- Besaçon, G. (2007). *Nonlinear Observers and Applications*, volume 363. Springer.
- Caicedo Messa, F. J. et al. (2006). *Diseño, Construcción y Arranque de un Reactor USB Piloto para el Tratamiento de Lixiviados*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales.
- Cengel Yunnus, A. (2006). *Mecánica de Fluidos*. McGrawHill.



- Chen, W. and Wu, G. (2006). Modeling of nonlinear two-tank system and model predictive control. *Journal of System Simulation*, 18(8):2078–2081.
- Creus Sole, A. (2006). *Instrumentación Industrial*. Alfaomega.
- Dochain, D. (2002). State estimation in chemical and biochemical processes with uncertain kinetics. *Industrial Engineering and Chemical. Res*, 41:4777.
- Févotte, G., McKenna, T., Othman, S., and Hammouri, H. (1998). Non-linear tracking of glass transition temperatures for free radical emulsion copolymers. *Chemical Engineering Science*, 53(4):773–786.
- Fogler, H. S. (2010). *Essentials of Chemical Reaction Engineering: Essentials of Chemical Reaction Engineering*. Pearson Education.
- Gatzke, E. P., Meadows, E. S., Wang, C., and Doyle Iii, F. J. (2000). Model based control of a four-tank system. *Computers & Chemical Engineering*, 24(2-7):1503–1509.
- Gauthier, J.-P., Hammouri, H., Othman, S., et al. (1992). A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(6):875–880.
- Gouta, H., Saïd, S. H., Turki, A., and M’Sahli, F. (2019). Experimental sensorless control for a coupled two-tank system using high gain adaptive observer and nonlinear generalized predictive strategy. *ISA Transactions*, 87:187–199.
- Hermann, R. and Krener, A. (1977). Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(5):728–740.
- Jewell, W. J. (1987). Anaerobic sewage treatment. Part 6. *Environmental Science & Technology*, 21(1):14–21.
- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Basic Engineering*.
- Kunii, D. and Levenspiel, O. (2013). *Fluidization Engineering*. Elsevier.
- Lafont, F., Busvelle, E., and Gauthier, J.-P. (2011). An adaptive high-gain observer for wastewater treatment systems. *Journal of Process Control*, 21(6):893–900.

- Levine, I. N. (1993). *Físico Química*. McGraw-Hill Interamericana,.
- Li, X., Li, J., and Shi, L. (2008). Modeling and simulation of water level system. *2008 IEEE International Conference on Automation and Logistics*, pages 2856–2859.
- Luenberger, D. (1971). An introduction to observers. *Transactions on Automatic Control*, 16(6):596–602.
- Márquez, M. and Martínez, S. (2011). *Reactores Anaerobios de Flujo Ascendente (RAFA's o UASB): Antología*. PhD thesis, Centro Tecnológico Aragón.
- Nikolov, L. and Karamanev, D. (1987). Experimental study of the inverse fluidized bed biofilm reactor. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 65(2):214–217.
- Nithya, S., Sivakumaran, N., Balasubramanian, T., and Anantharaman, N. (2008). Model based controller design for a spherical tank process in real time. *International Journal of Simulation: Systems, Science and Technology*, 9(4):25–31.
- Ogata, K. and Yang, Y. (2010). *Modern Control Engineering*, volume 5. Prentice hall, NJ.
- Renganathan, T. and Krishnaiah, K. (2005). Voidage characteristics and prediction of bed expansion in liquid–solid inverse fluidized bed. *Chemical Engineering Science*, 60(10):2545–2555.
- Seborg, D. E., Mellichamp, D. A., Edgar, T. F., and Doyle III, F. J. (2010). *Process Dynamics and Control*. John Wiley & Sons.
- Srinivas, P., Lakshmi, K. V., and Kumar, V. N. (2014). A comparison of pid controller tuning methods for three tank level process. *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, 3(1):6810–6820.
- Van der Sterren, M., Rahman, A., and Ryan, G. (2014). Modeling of a lot scale rainwater tank system in xp-swmm: A case study in western sydney, australia. *Journal of Environmental Management*, 141:177–189.

# Anexo A

## Cálculo de la constante de la válvula

En esta sección se muestra cómo se obtuvo la constante de flujo en las válvulas utilizadas en el sistema. Las válvulas de control se seleccionan considerando las propiedades del proceso del fluido y de las características del flujo deseado para escoger el material correcto del cuerpo. La selección del material de contracción depende de las propiedades corrosivas como de las condiciones de operación. Las válvulas comerciales están hechas de latón, carbón, acero y acero inoxidable. (Seborg et al., 2010).

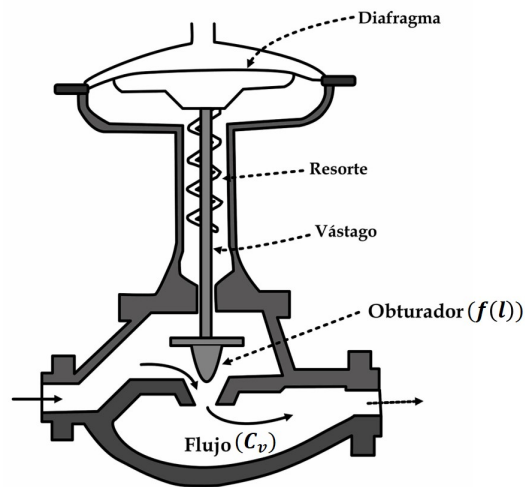


Fig. A.0.1. Esquema de una válvula de control

En la Fig. A.0.1 se muestra el esquema típico de una válvula de control. Una ecuación diseñada para dimensionar las válvulas de control relaciona la apertura de la válvula  $f(l)$  a la tasa de flujo  $q$  por medio del coeficiente de la válvula  $C_v$ , el factor de proporcionalidad que depende

predominantemente en la capacidad y tamaño de la válvula.

$$q = C_v f(l) \sqrt{\frac{\Delta P_v}{g_s}} \quad (\text{A.0.1})$$

Aquí  $q$  es la tasa de flujo,  $f(l)$  es la característica de la válvula,  $\Delta P_v$  es la caída de presión a través de la válvula, y  $g_s$  es la gravedad específica del fluido. Las especificaciones del tamaño de la válvula son dependiente de la característica  $f$  y puede representarse mediante una gráfica similar a la mostrada en la Fig. A.0.2. Tres de las principales características de válvulas están dadas por la siguientes relaciones:

- Lineal  $f = l$
- Apertura rápida  $f = \sqrt{l}$
- Porcentaje igual  $R^{l-1}$

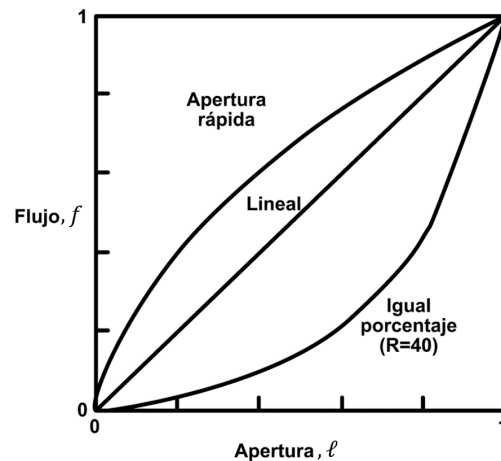


Fig. A.0.2. Gráfica de las características inherentes de la válvula

Donde  $R$  es un parámetro de diseño que está usualmente entre el rango de 20 a 50. Ahora mediante un ejemplo, suponga una válvula lineal es colocada a un intercambiador de calor ambas sometidas a una presión de descarga constante de 40 psi. Si el intercambiador de calor ha sido ajustado para dar una caída de presión de 30 psi para 200 gal/min de flujo para un líquido con una gravedad específica igual a uno, entonces la válvula tendrá una diferencia de presión de 10 psi ( $\Delta P_v$ ). La

---

válvula esta ajustada de tal manera que al 50% de apertura  $f(l) = 0.5$  a estas condiciones. Utilizando la siguiente fórmula para el calcula de  $C_v$

$$C_v = \frac{q}{f(l)\sqrt{\frac{\Delta P_v}{g_s}}} \quad (\text{A.0.2})$$

Sustituyendo de acuerdo a las condiciones proporcionadas se tiene que:

$$C_v = \frac{200}{0.5\sqrt{10}} = 127$$

Ahora bien, la complejidad que se presenta es al querer dimensionar las válvulas que se utilizan para este trabajo. Son válvulas de policloruro de vinilo genéricas similar a la que se muestra en la Fig.A.0.3, cuyas medidas y propiedades no están dimensionadas con excepción del diametro y tipo de roscado .



Fig. A.0.3. Válvula de pvc utilizada

Fue por este motivo principalmente que se optó por modelar las válvulas por medio de la ecuación de Bernoulli y no por la Ec.(A.0.1) como se utiliza comúnmente. De esta manera podemos omitir la constante de la válvula  $C_v$  y en su lugar utilizamos un parámetro para representar la pérdida de carga a través de la válvula.

La perdida de carga en tuberías es la pérdida de presión de un fluido al producirse fricción entre las partículas del fluido y las paredes del conductor, y por obstáculos en la conducción. Estos obstáculos pueden ser la misma tubería, válvulas, codos, cambios de dirección, etc. De esta manera la válvula, que se tendría que dimensionar y calcular su constante de flujo, la representamos como una tubería donde el flujo sufre una pérdida de energía o pérdida de carga singular y la función

---

de apertura simplemente como un diámetro de orificio constante.

Este parámetro es adimensional y relaciona la pérdida en carga de metros de columna de agua de un fluido al pasar por un elemento en función con la velocidad del fluido. Para calcular las pérdidas por cargas singulares existen variedades de ecuaciones como la ecuación de Darcy-Weisbach<sup>1</sup>, pero para ellos es necesario conocer el factor de fricción, la rugosidad relativo y viscosidad del fluido; datos que no se obtuvieron al no haber realizado un estudio extensivo sobre los materiales y los fluidos.

De tal manera que, sabiendo que el parámetro  $C_v$  representa una pérdida de energía que depende de velocidad del flujo y que este a su vez depende de la carga hidrostática, es posible hacer una relación que permita conocer la pérdida de energía de acuerdo a la presión ejercida por la columna del líquido. Por lo tanto, de acuerdo a la ecuación 3.17 se se conoce la velocidad del flujo  $V$ , área del orificio de salida  $A$  y el flujo de salida, es posible calcular el parámetro de la pérdida de carga. No, obstante, no se cuenta con un medidor de flujo a la salida por lo que es necesario ajustar al sistema a sus condiciones nominales, de tal manera que la entrada de flujo es exactamente igual al de salida. Como se menciona anteriormente, este parámetro va depender de la carga hidrostática por lo que se convierte en una función  $C_v(P)$ , cuya notación omitiremos debido a que este procedimiento fue únicamente para esta planta y que no habría motivo para realizarlo si las hojas de datos de cada válvula se obtuvieran.

---

<sup>1</sup>Ecuación que relaciona la pérdida de carga principal o pérdida de presión debido a la fricción a lo largo de una tubería

# Anexo B

## Reactores de lecho fluidizado inverso

En esta sección se plantea la posible aplicación que este método puede llegar a tener. Los reactores anaerobios, en especial los de lecho fluidizado de dos fases, presentan un contenido compuesto por un sustrato y un manto de lodos llegando a formar una interfase entre ellos. Aunque aún se encuentra en una fase muy temprana, este método puede adaptarse apropiadamente para su aplicación en diferentes campos de trabajo. A continuación se explica el concepto de bio-reactores, su principio de funcionamiento, tipos y como se implementaría este método en ellos.

### B.1. Digestión Anaerobia

La digestión anaerobia es una fermentación microbiana en ausencia de oxígeno que da lugar a una mezcla de gases (principalmente metano y dióxido de carbono), conocida como biogás y a una suspensión acuosa o lodo que contiene los microorganismos responsables de la degradación de la materia orgánica (véase Fig. B.1.1). La materia prima preferentemente utilizada para ser sometida a este tratamiento es cualquier biomasa residual que posea un alto contenido en humedad, como restos de comida, restos de hojas y hierbas al limpiar un jardín o un huerto, residuos ganaderos, lodos de plantas depuradoras de aguas residuales urbanas y aguas residuales domésticas e industriales. (Acosta and Abreu, 2005)

Las vías microbiológicas de producción de energía a partir de sustratos biológicamente degradables representan una excelente alternativa para la sustitución de combustibles fósiles no renovables que se utilizan en la actualidad. Esto es especialmente interesante dentro del campo de las instalaciones agro-industriales las que pueden cubrir una parte de sus necesidades energéticas a partir de sus propios residuales para completar o reemplazar los combustibles fósiles (Jewell, 1987).



Fig. B.1.1. Proceso de digestión anaerobia

Otra ventaja de este proceso es que la generación de lodos en exceso se presenta en mucho menor cantidad en un proceso anaerobio que en un proceso aerobio, esto conlleva a que los costos por el tratamiento de lodos se vean reducido.

En la práctica ingenieril se acostumbra a considerar tres etapas para residuos sólidos o lodos (hidrólisis, acidogénesis y metanogénesis); el enfoque más novedoso lo constituye el de las cuatro etapas o niveles tróficos hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis (Jewell, 1987).

- Hidrólisis o licuefacción. En esta etapa los compuestos orgánicos son solubilizados por enzimas excretadas por bacterias hidrolíticas que actúan en el exterior celular por lo que se consideran exoenzimas. La hidrólisis es, por lo tanto, la conversión de los polímeros en sus respectivos monómeros.
- Acidogénesis. En esta etapa los compuestos orgánicos solubles que comprenden los productos de la hidrólisis son convertidos en ácidos orgánicos tales como acético, propiónico y butírico, fundamentalmente.
- Acetogénesis. Se le conoce también como acidogénesis intermediaria en la cual los productos correspondientes son convertidos en ácido acético, hidrógeno y  $CO_2$
- Metanogénesis. En esta etapa metabólica el  $CH_4$  es producido a partir del ácido acético o de mezclas de  $H_2$  y  $CO_2$ , pudiendo formarse también a partir de otros sustratos tales como ácido fórmico y metanol. El rol de las bacterias metanogénicas se define por el tipo de sustrato disponible. Estas etapas metabólicas que ocurren en los procesos de digestión anaerobia pueden ser representados como se muestra en el diagrama.



## B.2. Fluidización

Fluidización es la operación hecha por partículas sólidas al ser transformadas a un estado de fluidez a través de la suspensión en un gas o líquido (Kunii and Levenspiel, 2013). En otras palabras, se define como un proceso en el que un lecho con partículas sólidas, se hace pasar un fluido hasta lograr una mezcla homogénea entre las partículas y el fluido. A velocidades de gas arriba de la velocidad mínima de fluidización, algunos gases fluyen como paquetes de gas llamados burbujas. Este método de contacto tiene inusuales características las cuales la ingeniería de fluidización las utiliza de buena manera. En la fluidización tradicional o fluidización ascendente, las partícu-

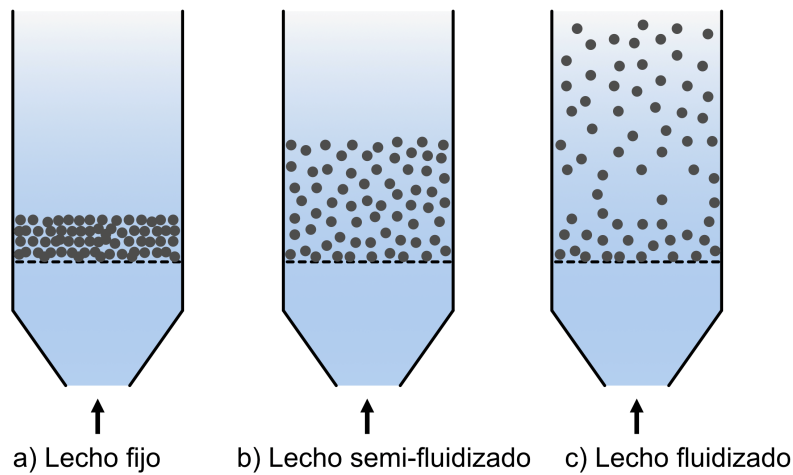


Fig. B.2.1. Etapas de fluidización

las sólidas tienen una densidad mayor que la del líquido y son fluidizadas por la corriente del flujo en el lado opuesto a la dirección de la gravedad. En reactores de lecho fluidizado inverso, las partículas poseen una densidad mucho menor a la de líquido y son expandidas por un flujo descendente de la parte superior formando una fluidización inversa. (Nikolov and Karamanev, 1987)

Estas partículas sólidas que son fluidizadas dentro del reactor, están constituidas por el soporte colonizado. Esto sucede después de inocular el cultivo microbiano, las bacterias se adhieren a las partículas y su crecimiento incrementa el grosor de la bio película, causando un incremento de su densidad y la expansión del lecho como se muestra en la Fig. B.2.2.

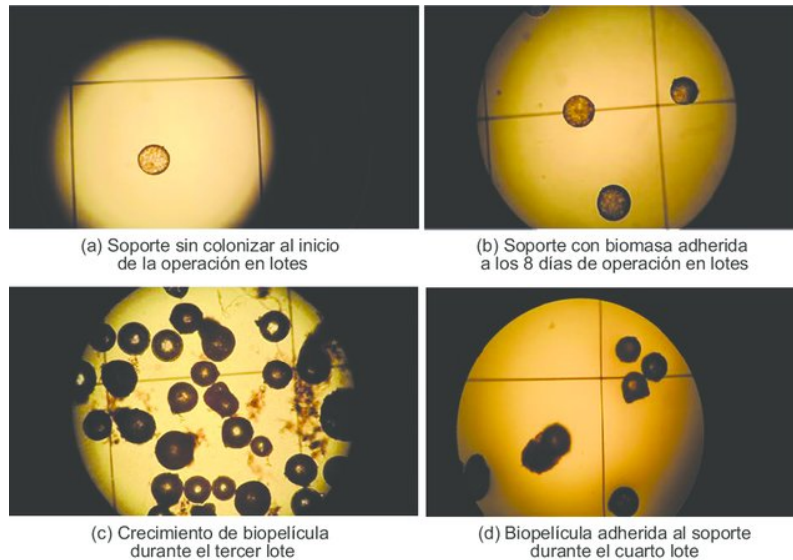


Fig. B.2.2. Colonización de partícula del soporte

### B.3. Tipos de Bio-Reactores

El bio-reactor o reactor químico es el elemento fundamental para que se lleve a cabo un proceso de degradación de la materia. Los reactores químicos se clasifican comúnmente según la dinámica del flujo, geometría, fases presentes y el régimen térmico. De acuerdo con el primer criterio los sistemas pueden ser discontinuos o continuos, según que el proceso se realice por cargas o con flujo ininterrumpido de alimentación y descarga (también existen reactores semicontinuos); de acuerdo a estos criterios podemos encontrar diferentes tipos de reactores como los que se muestran a continuación.

#### B.3.1. Reactor de mezcla completa

Un reactor de mezcla completa, mejor conocido como reactor CSTR por sus siglas en inglés, es un tanque en el cual la masa que se encuentra dentro del reactor es agitada por medio de hélices o palas de ejes verticales u horizontales de tal manera que se considera como una mezcla completa. Se emplea sobre todo para reacciones en fase líquida y normalmente se opera en estado estacionario como se muestra en la Fig. B.3.1. No hay dependencia del tiempo o de la posición en la temperatura, la concentración o la velocidad de reacción dentro del CSTR, es decir, todas las variables son iguales en todos los puntos del interior del reactor. Como la temperatura y la concentración son idénticas

en todo el interior del recipiente de reacción, son las mismas en el punto de salida Fogler (2010).

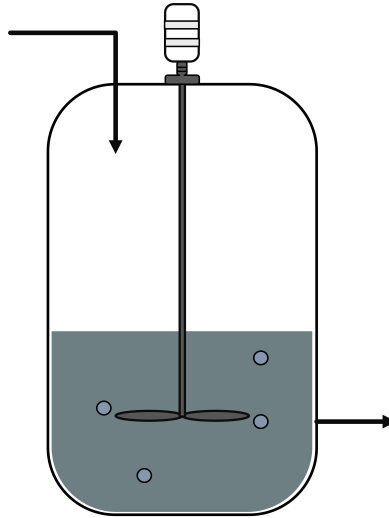


Fig. B.3.1. Esquema de un reactor de mezcla completa

### B.3.2. Reactor anaerobio de flujo ascendente

Conocidos como reactores RAFA y por abreviación en ingles UASB (Upflow Anaerobic Sludge Blankett) o Reactor Anaerobio de Manto de Lodos de Flujo Ascendente (véase la Fig. B.3.2). Esta tecnología proveniente de Bélgica y Holanda, es aplicada especialmente al tratamiento de aguas residuales con alto contenido de materia orgánica. El reactor anaerobio de flujo ascendente y manto de lodos describe un reactor de bio-película fija sin medio de empaque o soporte, con una cámara de digestión que tiene flujo ascendente y a cierta altura se desarrolla un manto de lodos anaerobios que es altamente activa y en el cual se da la estabilización de la materia orgánica del afluente hasta  $\text{CH}_4$  y  $\text{CO}_2$ .(Caicedo~Messa et~al., 2006)

La operación de los reactores UASB se basa en la actividad autorregulada de diferentes grupos de bacterias que degradan la materia orgánica y se desarrollan en forma interactiva, formando un lodo biológicamente activo en el reactor. Dichos grupos bacterianos establecen entre sí relaciones simbióticas de alta eficiencia metabólica bajo la forma de gránulos cuya densidad les permite sedimentar en el digestor mientras la biomasa permanece en el reactor sin necesidad de soporte adicional.(Márquez and Martínez, 2011)

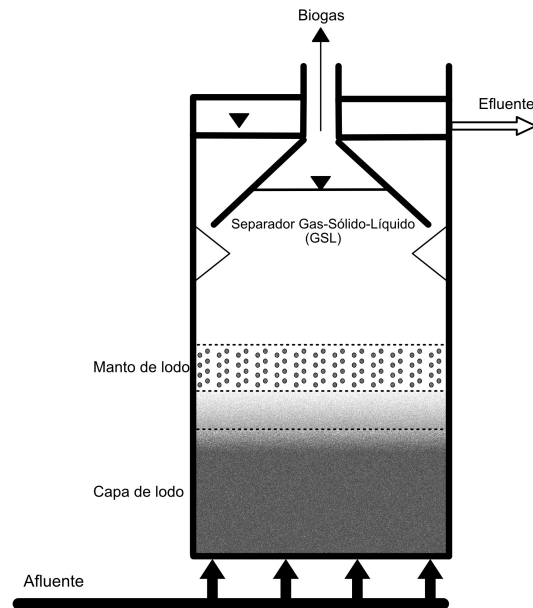


Fig. B.3.2. Esquema general de un reactor UASB

### B.3.3. Reactor de Lecho Granular Expandido(EGSB)

El reactor EGSB por sus siglas en inglés (Expanded Granular Sludge Blanket), es parte de la familia de reactores UASB y tiene un montaje similar a la Fig. B.3.3. Con una tasa alta de reciclaje, el flujo ascendente de este reactor es mantenido comúnmente a más de  $6\text{m/hr}$ , mientras que el rango general de un reactor UASB es de  $0.5\text{--}1.0\text{ m/hr}$ . Adicionalmente, debido a la alta velocidad los gránulos se expanden y la mezcla hidráulica es intensificada dándole más oportunidad a los gránulos de tener contacto con los residuos a tratar. La velocidad ascensional es tal, que el soporte se expande hasta un punto en el que la fuerza gravitacional de descenso es igual a la de fricción por arrastre. Es por ello que este reactor tiene la capacidad de tratar residuos orgánicos de alta resistencia. Definitivamente la principal característica es la velocidad de su rápido flujo ascendente, permitiéndole al reactor separa el lodo disperso de los gránulos maduros en el reactor haciendo gran contacto entre los gránulos y las aguas residuales retirando el lodo suspendido fuera del reactor.

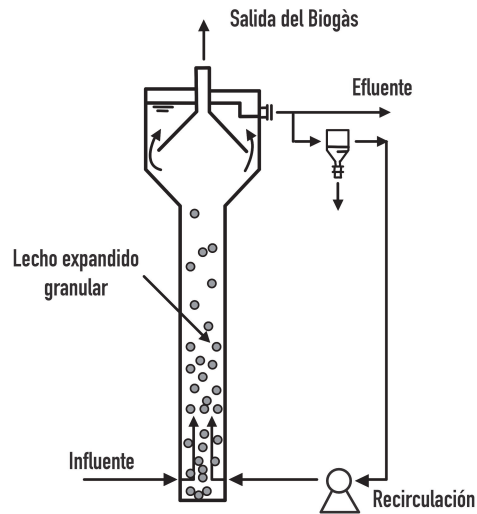


Fig. B.3.3. Esquema general de un reactor EGSB

#### B.3.4. Reactor de Lecho Fluidizado Inverso

En este tipo de sistema fluidizado las partículas sólidas tienen una densidad mucho menor que el otro fluido, cuando esto ocurre, el lecho puede ser fluidizado por un flujo descendente del líquido. A estos sistemas multifase se les conoce como lecho fluidizado inverso, similar a la Fig. B.3.4.

El reactor de lecho fluidizado inverso (RLFI) tiene la ventaja de operar con efluentes de alta carga orgánica, utilizando partículas de soporte de menor densidad que la del líquido, reduciendo los requerimientos de energía para su fluidización. Este reactor de forma cilíndrica está conformado por una sección de filtro anaerobio y una sección de lecho fluidizado. La entrada para la alimentación del reactor se encuentra en la parte superior, mientras que la salida del efluente en la parte inferior del reactor. Cuenta con una recirculación la cual aprovecha la fuerza descendente ejercida por el líquido y así expandiendo el soporte en la parte inferior del lecho (Miranda, 2016).

El diseño del RLFI surgió de la necesidad de solucionar los inconvenientes relacionados con la biopelícula en los reactores de lecho fluidizado convencionales (RLF). Existe un problema en estos reactores cuando los microorganismos se multiplican y el grosor de la biopelícula comienza a incrementarse. Este aumento limita la difusión de oxígeno y/o del sustrato orgánico a las capas más profundas de la biopelícula. La extrema debilidad física provocada por la falta de alimento de los microorganismos situados en la base de la biopelícula causa desprendimiento de varias partes de la misma dando como resultado una operación inefectiva del bio-reactor.

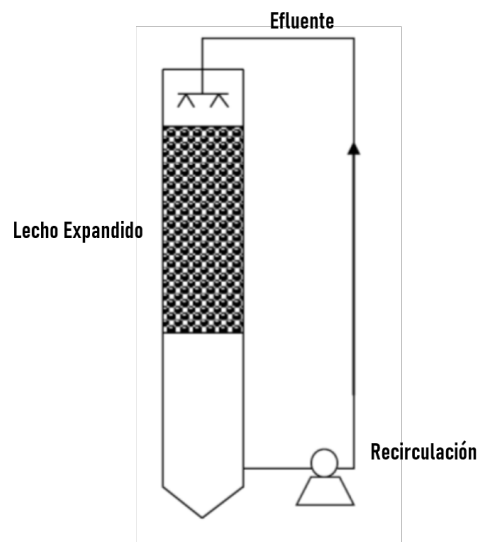


Fig. B.3.4. Esquema general de un reactor de lecho fluidizado inverso

# Anexo C

## Reacondicionamiento de la planta

Como se mencionó anteriormente, la planta que se utilizó para este trabajo no se encontraba funcional por lo que fue necesario realizar toda una etapa de reconstrucción y reconexión para su funcionamiento. A continuación se describen los cambios realizados.

### C.1. Sensor infrarrojo

El sensor infrarrojo de la planta se encontraba totalmente desconectado, por lo que fue necesario conectarlo al modelo de control y a una toma de alimentación de corriente directa. Como se muestra en la Fig. C.1.1, el sensor fue posicionado de manera correcta y calibrado para la medición de nivel en la planta. En última instancia, el sensor no fue requerido para los propósitos de este estudio, no obstante, ya se encuentra completamente funcional para cualquier requerimiento.

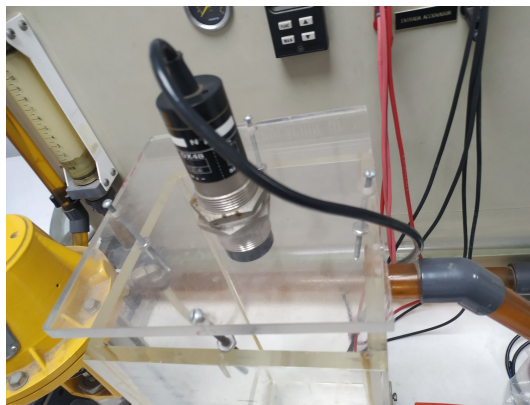


Fig. C.1.1. Sensor infrarrojo de nivel de la planta

## C.2. Conexiones neumáticas

La planta no se encontraba con las conexiones neumáticas requeridas para el funcionamiento de la válvula de control. Siendo una válvula normalmente cerrada, es necesario suministrarle presión para su apertura y permitir el paso de flujo al sistema. Como se muestra en la Fig.C.2.1, se conectaron las mangueras y se sujeto de manera firme el convertidor electro-neumático.



Fig. C.2.1. Reconexiones neumáticas

## C.3. Ajustes de alimentación

De igual manera, la planta de encontraba carente del suministro de alimentación por lo que fue necesario realizar las siguientes adaptaciones.

**Tomacorriente.** Fue necesario ajustarle un de 2 Polos a 220 v como se muestra en la Fig C.3.1.

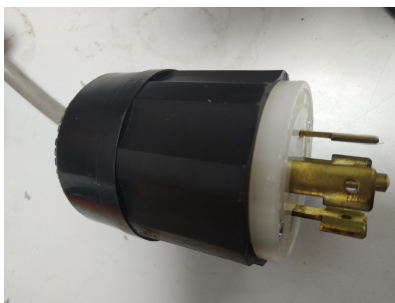


Fig. C.3.1. Tomacorriente utilizado para la planta



**Controlador.** Del mismo modo, el módulo de control de la planta no se encontraba con la alimentación de corriente directa requerida para la alimentación de sensores ya que no se encontraba la fuente propia que trae consigo de fábrica. Como se muestra en la Fig. C.3.2, se realizó la conexión de alimentación, y debido a la falta de esta fuente de alimentación, se construyó un pequeño tablero que permite las conexiones de alimentación para el sensor en conjunto con el módulo de control.

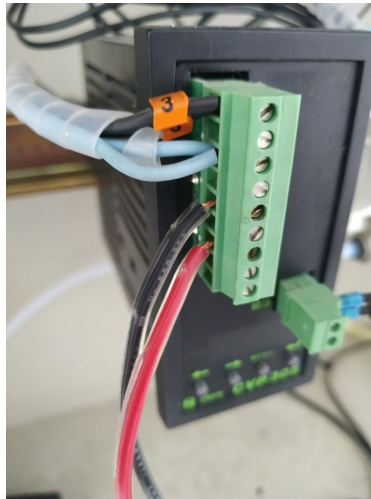


Fig. C.3.2. Alimentación del módulo de control

Este pequeño tablero, como se muestra en la Fig. C.3.3, internamente contiene las conexiones de corriente directa para la alimentación del sensor infrarrojo y del módulo de control. Fue necesario de igual manera colocar un toma externa de alimentación para este tablero, por lo que se realizó un agujero en el gabinete de la planta para la salida de los plugs de alimentación. Esto como se muestra en la Fig. C.3.4.



Fig. C.3.3. Mini tablero de conexiones de corriente directa



Fig. C.3.4. Toma externa de corriente directa

## C.4. Adaptación de válvulas

Para conectar el sensor de presión al contenedor fue necesario de adaptar una salida mediante una pequeña válvula de aguja como se muestra en la Fig. C.4.1. Otra válvula de aguja fue colocada en la parte superior del contenedor para purgar el contenido mas ligero debido a que la planta utiliza solo una tubería de salida para ambos componentes. Con esta válvula se logró recuperar en cada experimento el aceite utilizado.

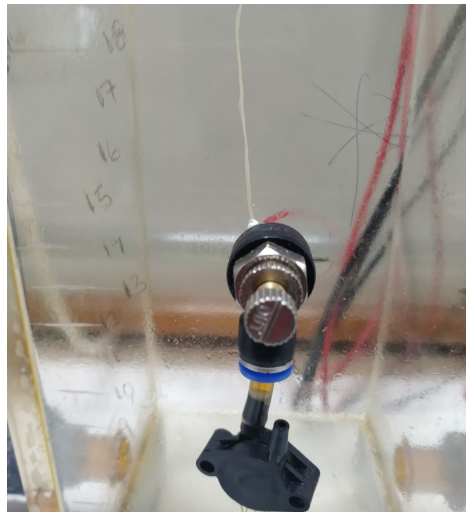


Fig. C.4.1. Válvula de salida para el sensor de presión

Finalmente el contenedor quedó como se muestra en la siguiente figura.

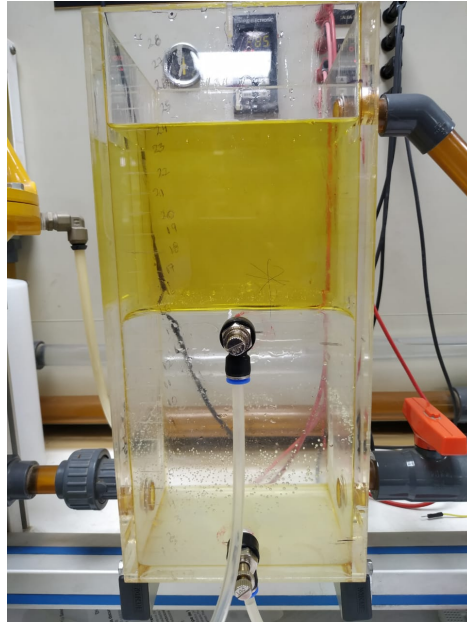


Fig. C.4.2. Contenedor de la planta con las válvulas

# Anexo D

## Desarrollo de la función de Lyapunov

A continuación se muestra el desarrollo de la ecuación de Lyapunov mostrada en la Eq.(2.28) para la obtención de su derivada de acuerdo al procedimiento encontrado en (Alvarado, 2019).

Se propuso entonces la siguiente función cuadrática de Lyapunov:

$$V_e(t, e_y(t), e_\zeta(t), e_\theta(t)) := \frac{\epsilon}{2} e_y^T(t) e_y(t) + V(t, e_\zeta(t)) + \frac{\epsilon}{2k_\theta} e_\theta^T(t) e_\theta(t) \quad (\text{D.0.1})$$

siendo su derivada resultante:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e(t, e_y(t), e_\zeta(t), e_\theta(t)) &\leq \frac{\epsilon}{2} [e_y^T(t) \dot{e}_y(t) + \dot{e}_y^T(t) e_y(t)] + \dot{V}(t, e_\zeta(t)) \\ &\quad + \frac{\epsilon}{2k_\theta} [e_\theta^T(t) \dot{e}_\theta(t) + \dot{e}_\theta^T(t) e_\theta(t)] \end{aligned} \quad (\text{D.0.2})$$

sustituyendo los valores de las dinámicas de los errores de la Eqs.(2.27) en la Eq.(D.0.2) se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e(t, e_y(t), e_\zeta(t), e_\theta(t)) &\leq \frac{\epsilon}{2} (e_y^T(t) [\alpha(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - \alpha(y(t), \zeta(t), u(t), t) + [\beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - \\ &\quad \beta(y(t), \zeta(t), u(t), t)] \theta(t) + \beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) e_\theta - k_y e_y(t)] + \\ &\quad [\alpha^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - \alpha^T(y(t), \zeta(t), u(t), t) + \theta^T(t) [\beta^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - \\ &\quad \beta^T(y(t), \zeta(t), u(t), t)] + e_\theta^T(t) \beta^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - e_y^T(t) k_y^T] e_y(t)) + \dot{V}(t, e_\zeta(t)) + \\ &\quad \frac{\epsilon}{2k_\theta} [-e_\theta^T(t) k_\theta \beta^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) e_y(t) - (e_y^T(t) k_\theta \beta^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) e_\theta(t))] \end{aligned} \quad (\text{D.0.3})$$

considerando que:

$$\|\alpha(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - \alpha(y(t), \zeta(t), u(t), t)\| \leq \gamma_\alpha \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))} \quad (\text{D.0.4})$$

$$\|\beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - \beta(y(t), \zeta(t), u(t), t)\| \leq \gamma_\beta \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))} \quad (\text{D.0.5})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, e_\zeta(t)) &\leq \frac{\partial V}{\partial t}(t, e_\zeta(t)) + \frac{\partial V}{\partial e_\zeta(t)}(Z(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - \\ &Z(y(t), \zeta(t), u(t), t)) \leq -\kappa(e_\zeta(t)) \end{aligned} \quad (\text{D.0.6})$$

al sustituir las desigualdades de las Eqs. (D.0.4), (D.0.5) y (D.0.6) en la Eq. (D.0.3) se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e(t, e_y(t), e_\zeta(t), e_\theta(t)) &\leq \frac{\epsilon}{2}(e_y^T(t)[\gamma_\alpha \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))} + (\gamma_\beta \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))})\theta(t) + \beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t)e_\theta \\ &- k_y e_y(t)] + [\gamma_\alpha \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))} + \theta^T(t)\gamma_\beta \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))}] \\ &+ e_\theta^T(t)\beta^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t) - e_y^T(t)k_y^T]e_y(t) - \kappa(e_\zeta(t)) + \\ &\frac{\epsilon}{2k_\theta}[-e_\theta^T(t)k_\theta \beta^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t)e_y(t) - e_y^T(t)k_\theta \beta^T(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t)e_\theta(t)] \end{aligned} \quad (\text{D.0.7})$$

reduciendo los términos apropiados se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e(t, e_y(t), e_\zeta(t), e_\theta(t)) &\leq \epsilon[e_y(t)\gamma_\alpha \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))} + e_y(t)\gamma_\beta \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))}\theta(t) + \\ &e_y^T(t)\beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t)e_\theta - k_y \|e_y(t)\|^2] - \\ &\kappa(e_\zeta(t)) + \epsilon[e_y^T k_\theta \beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t)e_\theta(t)] \end{aligned} \quad (\text{D.0.8})$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_e(t, e_y(t), e_\zeta(t), e_\theta(t)) &\leq \epsilon e_y(t)\gamma_\alpha \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))} + \epsilon e_y(t)\gamma_\beta \sqrt{\kappa(e_\zeta(t))}\theta(t) + \\ &\epsilon e_y^T(t)\beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t)e_\theta - \epsilon k_y \|e_y(t)\|^2 - \\ &\kappa(e_\zeta(t)) - \epsilon e_y^T k_\theta \beta(y(t), \hat{\zeta}(t), u(t), t)e_\theta(t) \end{aligned}$$

obteniendo la siguiente derivada de Lyapunov:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e(t, e_y(t), e_\zeta(t), e_\theta(t)) &\leq \epsilon[\gamma_\alpha + \gamma_\beta \theta(t)]e_y(t)\sqrt{\kappa(e_\zeta(t))} - \\ &\epsilon k_y \|e_y(t)\|^2 - \kappa(e_\zeta(t)) \end{aligned} \quad (\text{D.0.9})$$

# Anexo E

## Divulgación científica

### E.1. Artículo CNCA

#### Estimación de nivel de interfases líquidas basada en modelo

Cesar A. Peregrino de la Cruz\*  
 Carlos M. Astorga-Zaragoza\* Alejandro Alvarado-Lassman\*\*  
 Juan Reyes-Reyes\* Guadalupe Madrigal-Espinosa\*

\* *Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Internado Palmisa s/n,  
 C.P. 62490 Cuernavaca, Mor., México, E-mail: cesar.peregrino18ee,  
 astorga, juanreyesreyes@cenidet.edu.mx*

\*\* *Tecnológico Nacional de México/I.T. de Orizaba, Oriente 9,  
 Emiliano Zapata, 94320 Orizaba, Ver., E-mail:  
 lassman@prodigy.new.com*

**Resumen.** En este trabajo se propone un método alternativo para la estimación del nivel de dos líquidos de diferentes densidades que forman una interfase dentro de un tanque. Para conseguir el objetivo, primero se desarrolla un modelo matemático no lineal que se obtiene a partir de las dinámicas de los fluidos en el contenedor, siendo esta la primera contribución del artículo. La segunda contribución es la estimación del nivel de cada uno de los líquidos que conforman la interfase, basada únicamente en la medición de la presión en el fondo del tanque mediante un transmisor de presión diferencial y el diseño de un observador no lineal de alta ganancia.

**Keywords:** Interfases líquidas, sensores virtuales, sensores indirectos, Observador.

#### 1. INTRODUCCIÓN

En la industria es común encontrar procesos donde se necesita controlar los niveles de contenidos líquidos, principalmente aquellas industrias en las que en sus procesos se involucran aceites, solventes, combustibles, aguas residuales entre otros líquidos de diferente naturaleza.

Existen algunos procesos con contenedores de líquidos en el que los contenidos de estos no son puros u homogéneos. En este tipo de procesos se ven involucrados líquidos de diferentes densidades en un mismo contenedor formando interfases líquidas dentro del mismo cuando estos líquidos no son miscibles (por ejemplo aceite y agua).

Por ejemplo, los contenedores de petróleo suelen generar capas de emulsiones formando interfases líquidas en el contenedor. Para lograr medir estos niveles comúnmente se utilizan métodos directos tales como cristales de nivel (glass level gauges), o indirectos tales como sondas de inserción que aprovechan las propiedades de conductividad o de impedancia de los líquidos. Sin embargo, existen ocasiones en que los métodos existentes presentan ciertos problemas de implementación, ya sea debido a la ubicación en que se presenta la interfase o la localización de los tanques contenedores. El costo y la disponibilidad de ciertos instrumentos es otra variable que interviene al momento de decidir qué método utilizar o bien, la naturaleza de los líquidos (corrosividad, acidez, alcalinidad) impide el uso de algunos sensores que son susceptibles a una

pronta degradación de los mismos. Por ejemplo, en los biorreactores de lecho fluidizado, donde el material fluidizado puede considerarse de distinta densidad al medio acuoso, las opciones de medición de la altura del lecho son muy limitadas y los equipos de medición muy costosos debido a que se tienen que utilizar métodos lo menos invasivo posible debido a la presencia de microorganismos y a la acidez del medio.

En este artículo se propone un método para estimar el nivel de dos líquidos de distinta densidad que forman una interfase en un contenedor. El método se basa en el diseño de un observador basado en un modelo matemático. El observador es capaz de estimar cada uno de los niveles de los líquidos, basado solamente en la medición de la presión en el fondo del tanque.

La idea de utilizar modelos matemáticos para la estimación de nivel en un tanque no es nueva. Por ejemplo en [Gatzke et al. 2000] se realiza un controlador de nivel para un sistema de 4 tanques utilizando dos métodos basados en el modelo matemático. De igual manera en [Nithya et al. 2008] se desarrolla un controlador basado en modelo para un tanque esférico el cual busca controlar los niveles de líquido. En [Srinivas et al. 2014] se muestran las sintonizaciones de controladores PID utilizando un modelo matemático para tres tanques en cascada. En estos estudios se utilizan diferentes modelos matemáticos para diferentes configuraciones del sistema de tanques buscado un mismo objetivo: la regulación de los niveles de

# E.2. Póster de Ciencia



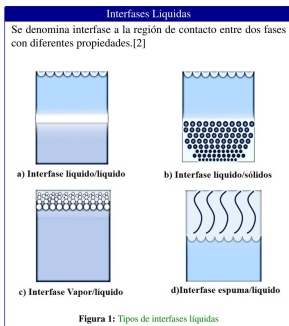
**Cesar Augusto Peregrino de la Cruz**  
Tecnológico Nacional de México CENIDET

Director: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza ; Co-Director: Dr. Alejandro Alvarado Lassman  
Revisores: Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo , Dr. Guadalupe Madrigal Espinosa

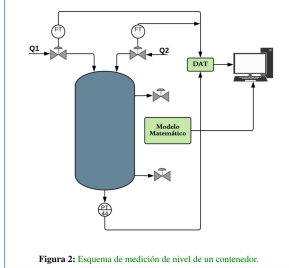


**Resumen**  
Se busca implementar un Método de medición para interfases líquidas en contenedores mediante la medición de la presión diferencial apoyado en un modelo matemático para la reducción de errores de medición. Siendo este trabajo una primera aproximación a la aplicación real en reactores de lecho fluidizado.

**Planteamiento del Problema**  
La supervisión del nivel de lechos fluidizados en bio-reactores en un aspecto muy importantes para el proceso de generación de biogás. Las propiedades corrosivas del sustrato, y lo susceptible que puede llegar a ser la población de microorganismos complican en gran manera las posibilidades de utilizar instrumentos de medición convencionales.



**Propuesta de Solución**  
El objetivo de este estudio es lograr medir el nivel de las interfases, por lo cual se propone un modelo matemático el cual solo abarca las dinámicas que se relacionan al cambio de nivel apoyado en mediciones de presión diferencial para disminuir errores de medición.



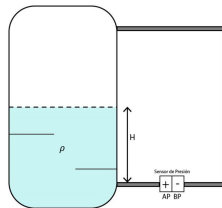
**Medición Por presión diferencial**

Este método se basa en el principio de medir la carga o presión hidrostática.[1] Siendo:

$H$	Altura de líquido sobre el plano de referencia
$P$	Presión total debida a la carga de líquido.
$\rho$	Densidad del líquido.
$g$	gravidad

La presión diferencial que mide el transmisor será:

$$P = H * \rho * g \tag{1}$$

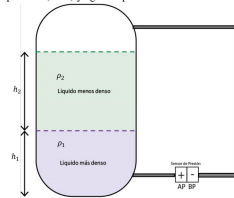


**Figura 3:** Tanque cerrado con un solo componente.

Por lo tanto la altura de nivel en el tanque estará dada por:

$$H = \frac{P}{\rho * g} \tag{2}$$

Un sistema con interfase líquida puede ser por ejemplo gas licuado de petróleo (LPG) y agua de proceso.



**Figura 4:** Contenedor con una interfase ante dos componentes no miscibles. Utilizando la ecuación general y considerando las condiciones anteriores:

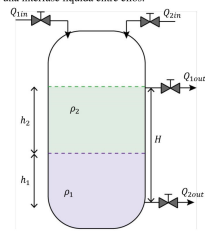
$$P = g(h_1 * \rho_1 + h_2 * \rho_2) \tag{3}$$

Y donde finalmente la altura de la interfase estará dada por la siguiente ecuación.

$$h_1 = \frac{Ph_2\rho_2}{g(\rho_1 - \rho_2)} \tag{4}$$

**Modelo Matemático**

Se pretende modelar la dinámica del llenado y vaciado de un tanque cuyo contenido serán dos fluidos de diferentes densidades formado una interfase líquida entre ellos.



**Figura 5:** Diagrama ejemplificado del contenedor de un bio-reactor de lecho fluidizado

$Q_{1in}$	Flujo de entrada del componente 1
$Q_{2in}$	Flujo de entrada del componente 2
$Q_{1out}$	Salida del Componente 1
$Q_{2out}$	Salida del Componente 2
$V_1$	Válvula 1
$V_2$	Válvula 2
$V_3$	Válvula 3
$V_4$	Válvula 4
$h_1$	Altura del elemento 1(Interfase)
$h_2$	Altura del elemento 2
$H$	Altura de la Válvula 3
$\rho_1$	Densidad del componente 1
$\rho_2$	Densidad del componente 2
$k$	Área de orificio de salida

Para los flujos de salida  $Q_{1out}$  y  $Q_{2out}$  se utiliza la ecuación de Bernoulli,[4] que se muestra a continuación

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 \tag{5}$$

Tomando las suposiciones necesarias y despejando la velocidad de la ecuación 5 se obtiene que :

$$V_2 = \sqrt{2 \left( \frac{P_1}{\rho} + g y_1 \right)} \tag{6}$$

Se tiene por lo tanto que la ecuación para el flujo de salida  $Q_{1out}$  es igual a la velocidad del flujo por el área del orificio de salida  $k$ . La primera ecuación diferencial será:

$$\frac{dh_1}{dt} = Q_{1in} - \frac{1}{A} k \sqrt{\frac{2\rho_2 g h_2}{\rho_1} + 2g h_1} \tag{7}$$

La segunda ecuación diferencial para el fluido mas ligero considerando su válvula de salida será:

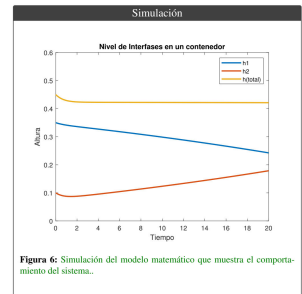
$$\frac{dh_2}{dt} = Q_{2in} - \gamma(x) \tag{8}$$

Donde la función gamma  $\gamma$  dependerá de la altura del segundo componente es decir:

$$\gamma(x) = \frac{1}{A} k \sqrt{2g(h_2 + h_1 - H)} \quad \forall h_2 + h_1 \geq H; \tag{9}$$

y

$$\gamma(x) = 0 \quad \forall h_2 + h_1 < H; \tag{10}$$



**Conclusiones**  
La finalidad de este trabajo es lograr medir las interfases que se encuentran dentro de contenedores mediante las mediciones de un sensor de presión diferencial apoyado en un modelo matemático que pueda aproximar la dinámica del proceso para reducir errores de medición.

**Futuros Retos**

- Lograr diseñar un observador que permita estimar los flujos de entrada como otras variables a partir del modelo diseñado.
- Implementar al modelo dinámicas propias de un bio-reactor de lecho fluidizado de manera paulatina para lograr una mejor representación del sistema real.

**Referencias**

[1] Creus Antonio. Instrumentación industrial. Alfaomega grupo editor, México, 1997.  
[2] Ira N Levine. Física química. McGraw-Hill Interamericana, 1993.  
[3] Robert L Mott. Mecánica de fluidos. Pearson educación, 2006.  
[4] Cengel Yunus and Cimbala John. Mecánica de fluidos fundamentos y aplicaciones. Mc-Grawhill, Mexico, 3, 2006.

# Anexo F

## Hojas de datos

### F.0.1. Amplificador de instrumentación



## Low Cost Low Power Instrumentation Amplifier

**AD620**

#### FEATURES

##### Easy to use

- Gain set with one external resistor (Gain range 1 to 10,000)
- Wide power supply range ( $\pm 2.3$  V to  $\pm 18$  V)
- Higher performance than 3 op amp IA designs
- Available in 8-lead DIP and SOIC packaging
- Low power, 1.3 mA max supply current

##### Excellent dc performance (B grade)

- 50  $\mu$ V max, input offset voltage
- 0.6  $\mu$ V/ $^{\circ}$ C max, input offset drift
- 1.0 nA max, input bias current
- 100 dB min common-mode rejection ratio (G = 10)

##### Low noise

- 9 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$  @ 1 kHz, input voltage noise
- 0.28  $\mu$ V p-p noise (0.1 Hz to 10 Hz)

##### Excellent ac specifications

- 120 kHz bandwidth (G = 100)
- 15  $\mu$ s settling time to 0.01%

#### APPLICATIONS

- Weigh scales
- ECG and medical instrumentation
- Transducer interface
- Data acquisition systems
- Industrial process controls
- Battery-powered and portable equipment

#### CONNECTION DIAGRAM

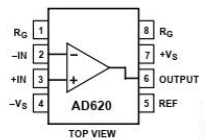


Figure 1. 8-Lead PDIP (N), CERDIP (Q), and SOIC (R) Packages

#### PRODUCT DESCRIPTION

The AD620 is a low cost, high accuracy instrumentation amplifier that requires only one external resistor to set gains of 1 to 10,000. Furthermore, the AD620 features 8-lead SOIC and DIP packaging that is smaller than discrete designs and offers lower power (only 1.3 mA max supply current), making it a good fit for battery-powered, portable (or remote) applications.

The AD620, with its high accuracy of 40 ppm maximum nonlinearity, low offset voltage of 50  $\mu$ V max, and offset drift of 0.6  $\mu$ V/ $^{\circ}$ C max, is ideal for use in precision data acquisition systems, such as weigh scales and transducer interfaces. Furthermore, the low noise, low input bias current, and low power of the AD620 make it well suited for medical applications, such as ECG and noninvasive blood pressure monitors.

The low input bias current of 1.0 nA max is made possible with the use of SuperBeta processing in the input stage. The AD620 works well as a preamplifier due to its low input voltage noise of 9 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$  at 1 kHz, 0.28  $\mu$ V p-p in the 0.1 Hz to 10 Hz band, and 0.1 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$  input current noise. Also, the AD620 is well suited for multiplexed applications with its settling time of 15  $\mu$ s to 0.01%, and its cost is low enough to enable designs with one in-amp per channel.

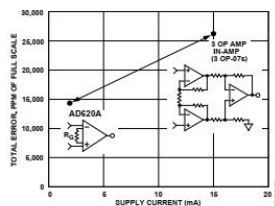


Figure 2. Three Op Amp IA Designs vs. AD620

Table 1. Next Generation Upgrades for AD620

Part	Comment
AD8221	Better specs at lower price
AD8222	Dual channel or differential out
AD8226	Low power, wide input range
AD8220	JFET input
AD8228	Best gain accuracy
AD8295	+2 precision op amps or differential out
AD8429	Ultra low noise

#### Rev. H

Information furnished by Analog Devices is believed to be accurate and reliable. However, no responsibility is assumed by Analog Devices for its use, nor for any infringements of patents or other rights of third parties that may result from its use. Specifications subject to change without notice. No license is granted by implication or otherwise under any patent or patent rights of Analog Devices. Trademarks and registered trademarks are the property of their respective owners.



## F.0.2. Sensor de presión

### MOTOROLA SEMICONDUCTOR TECHNICAL DATA

Order this document  
by MPX10/D



### 10 kPa Uncompensated Silicon Pressure Sensors

The MPX10 series device is a silicon piezoresistive pressure sensor providing a very accurate and linear voltage output — directly proportional to the applied pressure. This standard, low cost, uncompensated sensor permits manufacturers to design and add their own external temperature compensating and signal conditioning networks. Compensation techniques are simplified because of the predictability of Motorola's single element strain gauge design.

#### Features

- Low Cost
- Patented Silicon Shear Stress Strain Gauge Design
- Ratiometric to Supply Voltage
- Easy to Use Chip Carrier Package Options
- Differential and Gauge Options

#### Application Examples

- Air Movement Control
- Environmental Control Systems
- Level Indicators
- Leak Detection
- Medical Instrumentation
- Industrial Controls
- Pneumatic Control Systems
- Robotics

Figure 1 shows a schematic of the internal circuitry on the stand-alone pressure sensor chip.

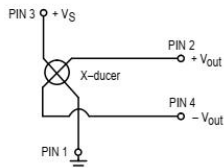


Figure 1. Uncompensated Pressure Sensor Schematic

#### VOLTAGE OUTPUT versus APPLIED DIFFERENTIAL PRESSURE

The differential voltage output of the X-ducer is directly proportional to the differential pressure applied.

The output voltage of the differential or gauge sensor increases with increasing pressure applied to the pressure side (P1) relative to the vacuum side (P2). Similarly, output voltage increases as increasing vacuum is applied to the vacuum side (P2) relative to the pressure side (P1).

Senseon and X-ducer are trademarks of Motorola, Inc.

REV 5

© Motorola, Inc. 1997

### MPX10 SERIES

0 to 10 kPa (0–1.45 psi)  
35 mV FULL SCALE SPAN  
(TYPICAL)



BASIC CHIP  
CARRIER ELEMENT  
CASE 344-15, STYLE 1



DIFFERENTIAL  
PORT OPTION  
CASE 344C-01, STYLE 1

NOTE: Pin 1 is the notched pin.

PIN NUMBER			
1	Gnd	3	V <sub>S</sub>
2	+V <sub>out</sub>	4	-V <sub>out</sub>

