Julio de 2019

Índice

Asignatura: ***Estática.***
Clave de la asignatura: ***MED 1010***
Unidad: ***1 Equilibrio de las partículas en dos y tres dimensiones*.**
Profesor: ***Luis Alfonso Cárdenas García.***
Departamento: ***Metal mecánica.***
Instituto Tecnológico de Hermosillo.

Antecedentes

Ejemplo 1.1A

Si se sabe que la tensión en el cable BC es de 725 N, determine la resultante de las tres fuerzas ejercidas en el punto B de la viga AB, figura 1.1A.

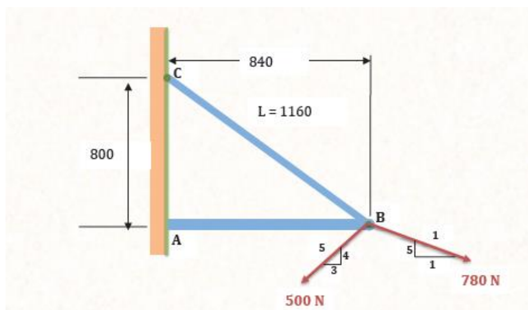


Figura 1.1A Diagrama espacial del ejemplo 1.1A (William Bonilla).

Tensión BC: F_x = -(725N)*(840/1160) = -525N

F_y =   (725N)*(840/1160) = 500N

Fuerza de 500 N: F_x = − (500N)*3/5 = −300N
F_y = − (500N)*4/5 = −400N

Fuerza de 780 N: F_x = (780N)*12/13 = 720N
F_y = − (780N)*5/13= −300N

R_x = ΣFx = −105N
R_y = ΣFy = −200N

$$R = \sqrt{(200.3)^2 + (29.8)^2} = 202.5\text{N}$$

tan α =200/105
α = $\tan^{-1}$ 200/105 = **62.3**

Ejemplo 1.2A

Si se sabe que α= 40°, determine la resultante de las tres fuerzas que se muestran en la figura 1.2A.

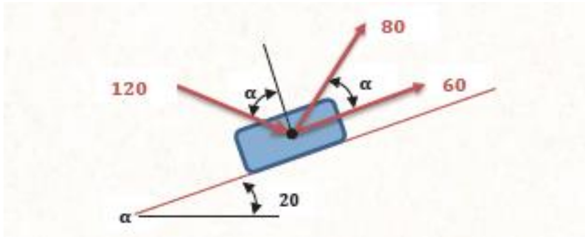


Figura 1.2A (William Bonilla).

Fuerza de 60 lb:

F_x = (60 lb.) cos (20°) = 56.38 lb.
F_y = (60 lb.) sen (20°) = 20.52 lb.

Fuerza de 120 lb:

F_x = (120 lb.) cos (30°) = 103.92 lb.
F_y = -(120 lb.)sen (30°) = -60 lb.

Fuerza de 80 lb:

F_x = (80 lb.) cos (60°) = 40 lb.
F_y = (80 lb.) sen (60°) = 69.28

$R_x = \Sigma F_x =$ **200.3 lb.**
$R_y = \Sigma F_y =$ **29.8 lb.**

$$R = \sqrt{(200.3)^2 + (29.8)^2} \quad = 202.5N$$

$$\tan\theta = \frac{29.8}{200.3} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{29.8}{200.3} = 8.4$$

Ejemplo 1.3A

Se aplican tres fuerzas a la ménsula. Determine el rango de valores de la magnitud de la fuerza P para los cuales la resultante de las tres fuerzas no excede 2400 N, ver figura1.3A.

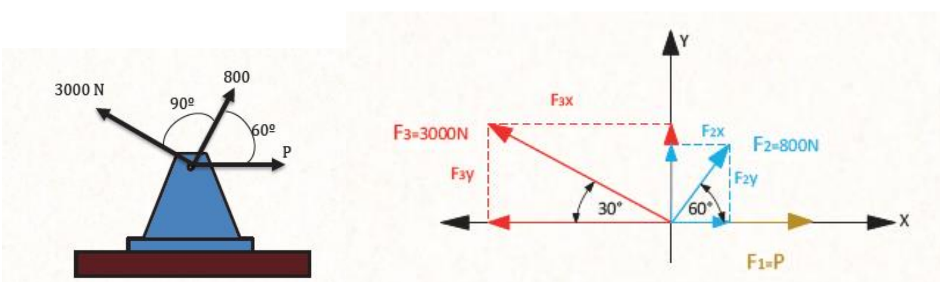


***Figura 1.3A** Diagrama espacial del ejemplo 3A y el rectángulo de fuerzas (William Bonilla).*

$\vec{F}_1 = P_i$

$\vec{F}_2 = 800\cos(60)i + 800\text{sen}(60)j$

$\vec{F}_2 \quad = 400\,\vec{i} + 692.82\,\vec{j}$

$\overrightarrow{F3} = -3000\cos(30)i + 3000\text{sen}(30j)$

$\overrightarrow{F3} = -2598.07i + 1500\vec{j}$

$\rightarrow R_x = \Sigma F_x = P + 400 - 2598.08 =$ **$P - 2198.08$**

$\updownarrow R_y = \Sigma F_y = 692.82 + 1{,}500 =$ **2192.82**

$\sqrt{(P - \mathbf{2198.08})^2 + (\mathbf{2192.82})^2} \leq 2400$

$(P - 2198.08)^2 + (2192.82)^2 <= (2400)^2$

$| P - 2198.08 | <= 975.47$

$-975.47 <= P - 2198.08 <= 975.47$

1222.6N<=P<=3173.5N

Ejemplo 1.4A

Determinar:

a) Las componentes x, y, z de la fuerza F1= 800 N, figura 1.4A.
b) Los ángulos θx, θy, θz que forma la fuerza con los ejes coordenados

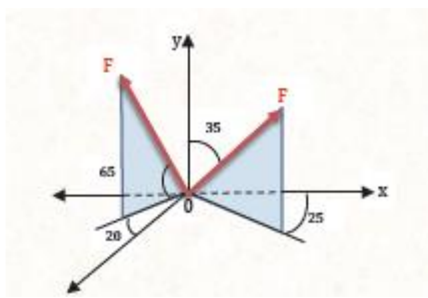


Figura 1.4A (William Bonilla).

Solución inciso a

$F_x = F \text{ sen } (\theta y) * \cos(\varphi)$
$F_x = 800 \text{ sen } (35°) * \cos(25°)$
$F_x = 415.869$ N

$F_y = F \cos(\theta y)$
$F_y = 800 * \cos(35°)$
$F_y = 655.32$ N

$F_z = F \text{ sen } (\theta y) * \text{sen}(\varphi)$
$F_z = 800 \text{ sen } (35°) * \text{sen } (25°)$
$Fz = 193.92$ N

$\vec{F} = (415.86i + 655.32j + 193.92k)$ N

Solución inciso b

$\cos(\theta x) = F_x/F$ $\cos(\theta y) = F_y/F$ $\cos(\theta z) = F_z/F$

θx = 58.67°   θy = 35°   θz = 75.97°

Ejemplo 1.5A

Determinar:

a) Las componentes x, y, z de la fuerza F_2= 975 N (figura 1.5A).
b) los ángulos θx, θy y θz que forma la fuerza con los ejes coordenados.

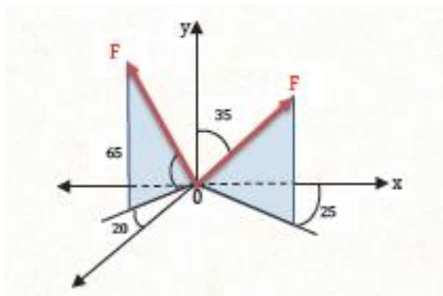


Figura 1.5A (William Bonilla).

Solución inciso a

F_x = F sen (θ y) * cos (φ)
F_x = 975 sen (25°) * cos (110°)
F_x = -140.93 N

F_y = F cos (θy)
F_y = 975 *cos (25°)
F_y = 833.65 N

F_z = F sen (θy) * sen (φ)
F_z = 975 sen (25°) *sen (110°)
Fz = 387.20 N

$\vec{F}$ = (-140.93i + 833.65j + 387.20k) N

Solución inciso b

Cos (θx) = F_x/F   cos (θy) = F_y/F   cos (θz) = F_z/F

Θx = 98.31°   θy = 25°   θz = 66.60°

Equilibrio de una partícula

Diagrama espacial.- Dibujo que muestra las condiciones físicas del problema.
Diagrama de cuerpo libre D.C.L. Es un dibujo que muestra las fuerzas que actúan la partícula, además de toda la información que ayuda a resolver el problema (ángulos, medidas, longitudes, etc.).

Equilibrio

Cuando se tiene un cuerpo en la que se ejercen varias fuerzas aplicadas que pasan o concurren por el mismo punto (ver figura 6a).

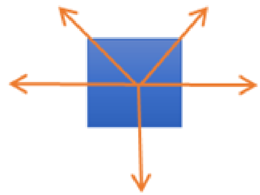


Figura 6a Cuerpo en la que actúan varias fuerzas.

Un cuerpo que está en ***equilibrio*** si las fuerzas que actúan sobre este (la figura 6a) se compensan de tal manera que es como si no actuara ninguna fuerza sobre este. Un cuerpo equilibrio es como el que se visualiza en la figura 7a.

Figura 7a Cuerpo en equilibrio.

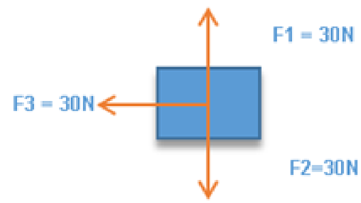


Figura 8a Cuerpo sin equilibrio.

En la figura 7a se puede visualizar que la fuerza 1 (F_1) y la fuerza 2 (F_2) se compensan entre sí, no siendo el caso en la figura 8a donde la fuerza 3 (F3) no se compensa ya que el cuerpo se moverá hacia la izquierda.

Por tal motivo el postulado del equilibrio en física se define como: un cuerpo está en equilibrio si la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él tiene el valor de cero.
$\Sigma F=0$ es la condición de equililibrio de un cuerpo para un sistema de fuerzas concurretes que actúan sobre él.

$\Sigma Fx=0$ Es la condición de equilibrio para el eje x.
$\Sigma Fy=0$ Es la condición de equilibrio para el eje y.

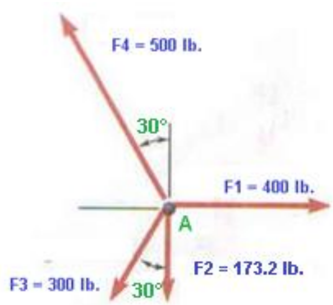


Figura 9a Fuerzas que actúan en A.

Las fuerzas que actúan sobre A de la figura 9a por medio del método del polígono, se puede calcular la resultante tanto del eje x como del eje y Si la fuerza 4 (F4) coincide con el punto de inicio A, el sistema de fuerzas esta en equilibrio ver figura 10a.

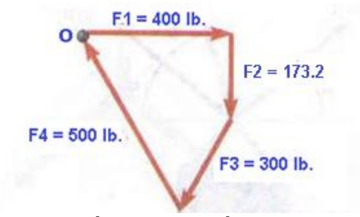


Figura 10a Método del polígono de fuerzas
(se une la punta con la cola de cada vector teniendo en cuenta magnitud, dirección y sentido).

Las condiciones de equilibrio se comprueban para este sistema de fuerzas de la siguiente manera:

ΣFx= 400 lb – (300 lb*sen(30°)) – (500*sen(30°)) = 400 lb – 150 -250 = 0

ΣFy= -173.2 lb – (300 lb*cos(30°)) + (500*cos(30°)) = -173.2- 259.8 + 433 = 0

Esto depende de la primera ley de Newton: Si la fuerza resultante que actúa sobre una partícula es cero, la partícula permanece en reposo sí originalmente estaba en reposo.

Se moverá con velocidad contante en línea recta en el caso que originalmente estuviera en movimiento.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1.1

Determinar las tensiones en las cuerdas, que puede visualizar en la siguiente figura 1 2 y 3;

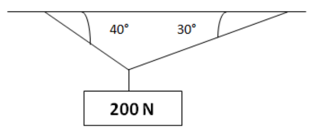


Figura 1.

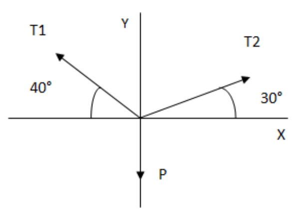


Figura 2 Diagrama del cuerpo libre de la figura 1.

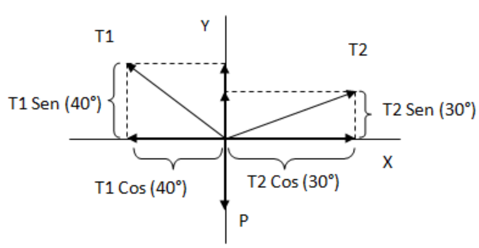


Figura 3 proyecciones de las fuerzas sobre sus ejes de la figura 2.

$T_{1X} = T_1 * \cos(40°)$

$T_{1y} = T_1 * sen (40°)$
$T_{2X} = T_2 * cos (30°)$
$T_{2y} = T_2 * sen (30°)$

Se plantea la sumatoria de fuerzas para el eje **X** igualada a cero y despejamos una de las tensiones (elegimos T_2 en este caso).

$\Sigma F_X = 0$

$-T_1*cos(40°) + T_2 *cos(30°) = 0$
$T_1*cos(40°) = T_2 *cos(30°)$

$T_{2} = T_1 * (cos(40°)/sen(30°)) = T_1 * 0.88$

$T_2 = 0.88T_1$

Se realiza la sumatoria de fuerzas para el eje **Y** igualada a cero.

$\Sigma F_y = 0$

$T_{1Y} + T_{2Y} – P = 0$
$(T_1 * sen(40°)) + (T_2 * sen(30°)) = 200N$
$(0.64 * T_1) + (0.5 * T_2) = 200N$

Reemplasar la tensión calculada anteriormente (T_2) y obtenemos el valor de la otra tensión (T_1).

$(0.64 * T_1) + (0.5*0.88T_1) = 200 N$
$(0.64 * T_1) + (0.44 * T_1) = 200N$
$1.8T_1 = 200N$
$T_1=200N/1.08$

$T_1= 1.85.19N$

Con el valor de T_1 se obtiene T_2.

$T_2 = 0.88 *T_1 = 162.97N$

T_1= 1.85.19N
T_2 = 162.97N

Ejercicio 1.2

Se conoce el angulo de α es de 55º y que el aguilón AC ejerce sobre la articulación C una fuerza dirigida a lo largo de la línea AC (figura 4) determinar;

1:- La magnitud de la fuerza
2.- La tensión en el cable BC.

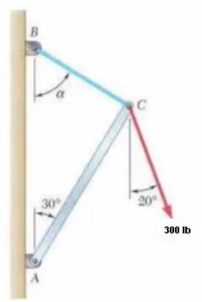


Figura 4 Diagrama espacial del ejercicio 2.

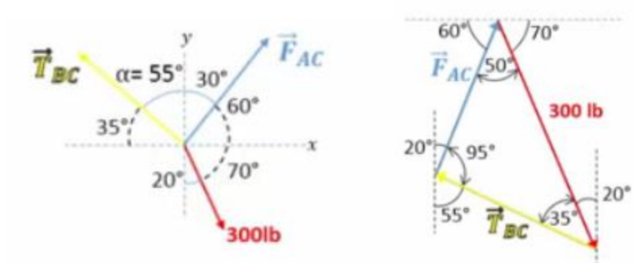


Figura 5 Diagrama del cuerpo libre de la figura 4 y el triángulo de fuerzas.

$$\frac{\text{sen}(A)}{a} = \frac{\text{sen}(B)}{b} = \frac{\text{sen}(C)}{c}$$

$$\frac{F_{AC}}{\text{sen}(35°)} \quad \frac{F_{BC}}{\text{sen}(50°)} \quad \frac{300\ \text{lb.}}{\text{sen}(95°)}$$

$$F_{AC} = \frac{300\ \text{lb.}}{\text{sen}(95°)}\ \text{sen}(35°) = \frac{300\text{lb.}}{0.9961} 0.5735 = 172.72\ \text{lb}$$

$$T_{BC} = \frac{300\ \text{lb.}}{\text{sen}(95°)}\ \text{sen}(50°) = \frac{300\ \text{lb.}}{0.9961} 0.7660 = 230.70\ \text{lb.}$$

F_{AC}= 172.72 lb.
F_{BC}= 230.70 lb.

Ejercicio1. 3

Determine la longitud no alargada del resorte AC si una fuerza P = 100 lb genera el ángulo θ = 50° para la posición de equilibrio. La cuerda AB tiene 2.5 pies de longitud. Considere k = 40 lb/pie.

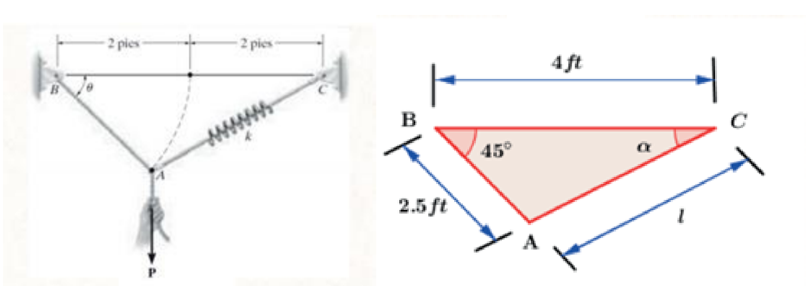


Figura 6 Diagrama espacial del ejercicio 3
y el triángulo de fuerzas (HIBBELER).

Aplicando la ley de los cosenos en el triangulo ABC se tiene:

$l^2=4^2+2.5^2 – (2*2.5*4*\cos(45º))$

$l^2=16+6.25 –(2*2.5*4*.0.7071)$ ------→ $l^2=$ 22.25 -14.141 por lo tanto l = *2.8474 ft*

Al aplicar la ley de los senos en el triangulo ABC se tiene:

sen(45°) /2.84 = sen(α) /2.5 -----→ 0.7071 /2.84 = sen(α) /2.5 ------ > 0.24897 = sen(α) / 2.5

0.24897*2.5 = sen(α) ----→ 0.6224 = sen(α) = α= arctan(0.6224) = 38.37°

Despejando **α** de la ecuación anterior se tiene:

α= 38.37º

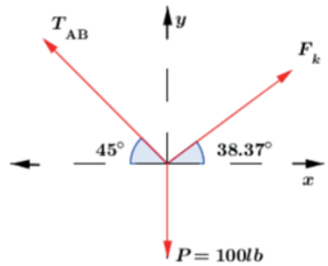


Figura 7 diagrama del cuerpo libre de la figura 6.

Ecuaciones de equilibrio:

Positivo a la derecha $\Sigma F_x=0$ $(F_k *\cos(38.37º)) – (T_{AB} \cos(45º)) =0$ **Ecu. 1**

Positivo hacia arriba $\Sigma F_y =0$ $(F_k *\text{sen}(38.37º)) + (T_{AB} \text{sen}(45º)) = 100$ lb.

$$FK = \frac{100\ Lb - TAB*(\text{sen}(45))}{\text{sen}(38.37)} \quad \textbf{Ecu. 2}$$

Se reemplaza la Ecu.2 en la Ecu.1

$$\left(\frac{100\ Lb - TAB*(\text{sen}(45))}{\text{sen}(38.37)}\right)\cos(38.37) - TAB\cos(45) = 0$$

T_{AB}= 126.30/1.6001= **T_{AB}=78.93 lb.**

126.30 Lb - 0.83T_{AB} - 0.7071T_{AB}=0 -----→ TAB= 126.30/1.6001= **T_{AB}=78.93 lb.**

Por lo tanto despejamos F_k de: de la Ecua 2

$$FK = \frac{100\ Lb \quad - (78.93\ Lb * Sen(45)}{sen(38.37)}$$

F_K= 71.18 Lb.

F_K=k_x por consiguiente F_K= (l - l_o)

$$lo = \frac{kl - Fk}{k} \qquad lo = \frac{(40lb/ft)(2.84ft) - 71.18\ lb}{40lb/ft}$$

l_0 = 1.06 ft.

Ejercicio 1.4

Determine la masa de cada uno de los cilindros si provocan un hundimiento de s = 0.25 m cuando están suspendidos de los anillos en A y B. Tener en cuenta que s = 0 cuando los anillos son eliminados.

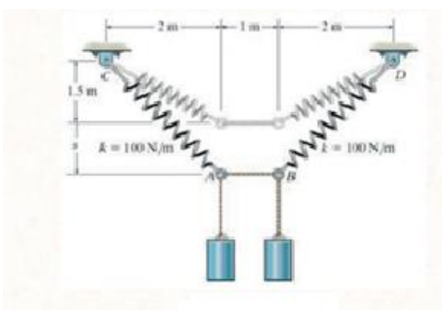


Figura 8 Diagrama espacial del ejemplo 4.

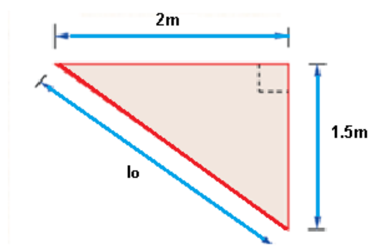


Figura 9 Triangulo de fuerzas 1 para calcular la longitud inicial l_0.

$lo = \sqrt{2^2 + 1.5^2}$ --------→ **lo=2.5 m**

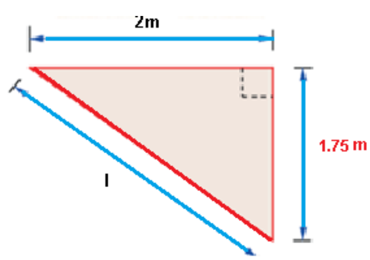


Figura 10 Triangulo de fuerzas 2 para calcular la longitud final l.

$$l = \sqrt{2^2 + 1.75^2}$$

$$l = 2.657\ m$$

x = lo – l   x= 2,657 m – 2.5 m ---→ **0.157 m**

Fk = kx

$$Fk = 100 \frac{N}{m}(0.157\ m)$$ **F_k=15.75 N**

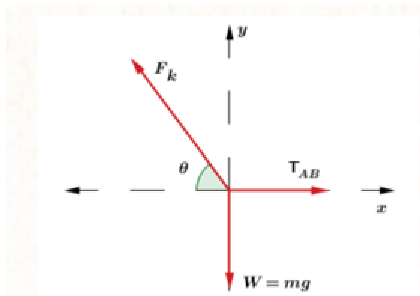


Figura 11 Diagrama del cuerpo libre de la figura 8.

Tan(Ө) =1.75/2 tan(Ө) = 41.18º

Ecuaciones de equilibrio:

Positivo a la derecha ΣFx=0 T_{AB} – (15.75 N cos(41.18º)) =0   **T_{AB} = 11.85 N**

Positivo hacia arriba ΣFy =0 F_k * sen(41.18º) = W   ----→W=15.75 N * sen(41.18º)

W=10.37N

$$m = \frac{W}{g} \qquad m = \frac{10.37\ N}{9.81\ m/s2}$$

m=1.05 Kg.

Ejercicio 1.5

Un peso de 70 Nestá fijado por dos cuerdas, como se muestra en siguiente la figura. ¿Cuáles son las fuerzas a las que están sometidas ambas cuerdas?

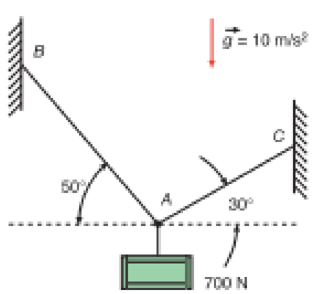


Figura 12 Diagrama espacial ejercicio 5.

Para determinar la tensión que padecen los hilos aplicaremos la condición de equilibrio al punto A, considerado como una partícula en la que concurren las tres fuerzas: las de los dos hilos y la del peso.

Entonces: $\sum F_A = 0$

A partir de esta expresión, se construye el polígono vectorial de fuerzas que deben sumar 0:

$\vec{T}_b + \vec{T}_c + \vec{P} = 0$, donde $\vec{P}$ es el peso de módulo $P = 700$ N

Se realiza el diagrama y se aplica el teorema del seno se tiene:

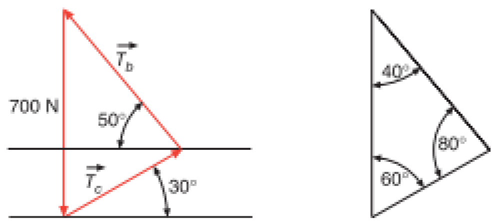


Figura 13 Diagrama de fuerzas del triángulo para aplicar regla de los senos.

$$\frac{T_b}{\text{sen } 60°} = \frac{T_c}{\text{sen } 40°} = \frac{700}{\text{sen } 80°}$$

$$T_b = \frac{700 \cdot \text{sen } 60°}{\text{sen } 80°}$$ ----→ **T_b=615..57N**

$$T_c = \frac{700 \cdot \text{sen } 40°}{\text{sen } 80°}$$ ------→ **T_c= 456.89 N**

En caso de que la partícula esté sometida a la acción de sólo tres fuerzas, el polígono de fuerzas se reduce a la aplicación de la regla del triángulo. En este caso también el final de la última fuerza debe coincidir con el inicio de la primera.

Ejercicio 1.6

En el canal de ensayos de la siguiente figura se requiere comprobar el comportamiento de un prototipo ante un flujo de agua, tal y como se indica. Sabiendo que T_b = 400 N y que T_d = 600 N, ¿cuánto vale T_c y la fuerza de arrastre F_a?

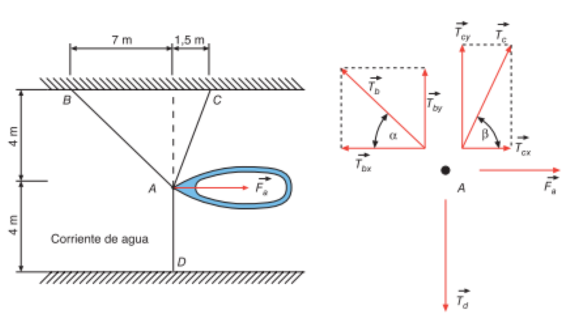


Figura 14 Diagrama espacial del ejercicio 6 y sus componentes rectangulares.

Primero calcular los ángulos α y β:

α = arctg 4/7= 29.7°   β = arctg 4/1.5 = 69.4°

A continuación se aplican las dos ecuaciones de la estática, tomando como positivas las fuerzas horizontales que se dirigen hacia arriba.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{by} + T_{cy} - T_d = 0;\ T_{by} + T_{cy} = T_d$
∑ Fy = 0 ⇒ (400 * sen(29.7°)) + (Tc * sen(69.4°)) = 600
De tal motivo se tiene que **T_c = 429.3 N**

$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{cx} - T_{bx} + F_a = 0;\ T_{bx} = F_a + T_{cx}$ y como $T_{cx} = T_c \cos \beta$

Donde:

$\sum F_x = 0 \Rightarrow 400 * \cos(29.7°) = F_a + 428.3 * \cos(69.4°)$

Por lo tanto **Fa = 196.4 N**

Ejercicio1. 7

Calcula la fuerza T que actúa sobre el cable OA, con el fin de garantizar el equilibrio del sistema de la figura 15 que se muestra acontinuación:

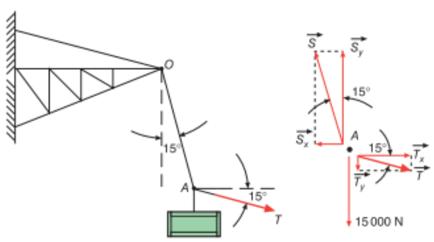


Figura 15 Diagrama espacial del ejercicio 7 y sus componentes rectangulares

$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_x - S_x = 0$, de donde(T*(cos 15°))– (S*(sen 15°)) = 0
$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_y - T_y - 15{,}000 = 0$

donde   (S*cos(15))° – (T*sen(15°)) – 15,000 = 0

T*cos(15°) – S*sen(15°) = 0
S*cos(15°) – T·sen(15°) – 15,000 = 0

$$T = \frac{S \cdot \text{sen } 15°}{\cos 15°} = S \cdot \text{tg } 15°$$

S*cos(15°) – S*tg(15°)*sen(15°) – 15,000 = 0

$$S = \frac{15\,000}{\cos 15° - \text{tg } 15° \cdot \text{sen } 15°}$$ =**16,730N**

T = S*tg (15°) = 16 730*0.2679 = **4,482 N**

Ejercicio 1.8

Una varilla rígida de longitud L = 1.80 m y masa M = 6 kg está unida a una articulación (punto O de la figura). La varilla se mantiene inclinada mediante un cable de acero unido a la pared. Los ángulos entre el cable, la varilla y la pared son $\theta 1$ = 60º y $\theta 2$ = 50º respectivamente. Un contrapeso m = 4 kg cuelga del extremo opuesto de la varilla. a) Dibuje el diagrama de sólido libre para la varilla (2 p). b) Calcular la tensión en el cable y las componentes rectangulares de la reacción en el punto O (2 p).

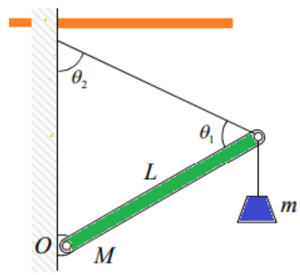


Figura 16

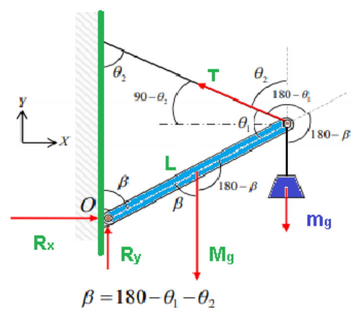


Figura 17 Diagrama del cuerpo libre de la figura 16

$\Sigma\tau_o$ = Mg * L/2 * sen(180°- β) - m_g*L*sen(180°- β) + T*L*sen(180°- Θ_1) =0

T=(sen(β) * sen/(Θ_1)) *((M/2 + m) *g)

ΣF_x = Rx – T*cos(90° - Θ_2) = 0 R_x = (sen(β) * ((sen(Θ_2)) / (sen(Θ_1) * ((M/2 + M) * g)
ΣF_y = Ry – T*sen(90° - Θ_2) -M_g – m_g = 0
R_y = ((M + m) *g) – ((sen(β) * cos(Θ_2)) / (sen(Θ_1))) * ((M/2 + m) * g)

Sustituyendo valores se tiene que:

T= 74.4N
Rx = 57N
Ry = 50.2N

Ejercicio 1.9

Saco A pesa 20 libras y su geometría se muestra en la figura 18, buscar: las fuerzas en los cables y peso del saco B.

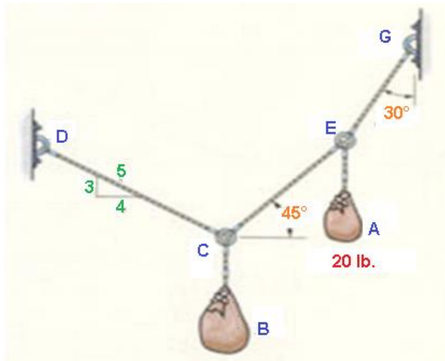


Figura 18 Diagrama espacial del ejercicio 9.

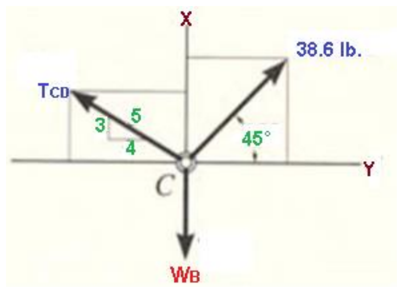


Figura 19 Diagrma del cuerpo libre de la figura 18.

El escalar de E es:

$+ \rightarrow \Sigma$ Fx = T_{EG} sen (30°) – T_{EC} cos (45°)= 0

$+ \uparrow \Sigma$ Fy = T_{EG} cos (30°) – T_{EC} sen(45°) – 20 lbs = 0

Resolviendo las dos ecuaciones simultáneas se tiene:

T_{EC} = 38.6 lb

T_{EG} = 54.6 lb

$+\rightarrow\Sigma$ Fx = 38.64 cos(45°) – (4/5) T_{CD} = 0

$+\uparrow$ Σ Fy = (3/5) T_{CD} + 38.64 sen (45°) – WB = 0

Resolviendo la primera ecuación y luego la segunda se tiene:

TCD = 34.2 lb

WB = 47.8 lb .

Ejercicio 1.10

Una persona que se accidentó requiere que se le aplique tracción en la pierna, lo cual se consigue mediante un sistema de poleas como el mostrado en la figura 20.

(a) Dibujar el diagrama de fuerzas sobre la polea central, y para un ángulo θ = 60º, determinar qué peso W hay que colgar para que la tracción sea de 50 N.

(b) Si el ángulo fuese de 45º y se mantiene colgada la misma pesa del apartado anterior, ¿cuál sería la tracción sobre la pierna?

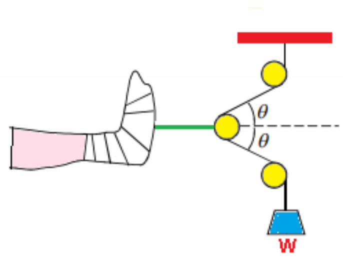


Figura 20 Diagrama espacial del ejercicio 10-.

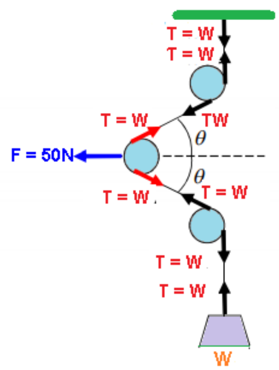


Figura 21 Diagrama de fuerzas de la figura 20.

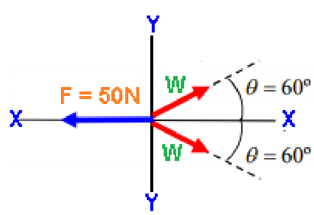


Figura 22 Diagrama de la polea central.

Para el caso **a** las poleas estan en reposo, no giran, por lo que la tensión de la cuerda es la misma en todos los tramos. Las poleas sirven solamente para cambiar de dirección. Como el sistema es estatico, entonces la suma de las fuerzas que actúan sobre cada polea es cero (figura 21).

$\sum F_X = 2W *\cos(\theta) - F = 0$

$$W = \frac{F}{2*\cos(\Theta)}$$

$$W = \frac{F}{2*co\ (\theta\ )} = \frac{F}{2*\cos(60°)} = \frac{50}{2*0.5} = 50N$$

W = 50N

Para el caso **b** si se tiene el mismo peso W = 50 N, diferente ángulo θ_{nueva} = 45º, se tendrá nueva Fuerza F_{nueva} como se denota en la siguiente expresión:

$\sum F_{nueva}X = 2W \cos(\theta_{nueva}) - F_{nueva} = 0$

$F_{nueva} = 2*W^{\cdot\cdot}*\cos(\cdot\theta_{nueva}) = (2*50)*(\cos(45°))=100*0.7071 = 70.71N$

$F_{nueva} = 70.71N$

Ejercicio 1.11

Vector Mechanics for Engineers: Ferdinand P. Beer E Russell Johnston, Jr. chapter 2

Calcular la T_{AB} y T_{AC} que se muestral en la figura 23, que por medio de un cable deslizándose entre dos poleas trata de poner una caja cuya masa es de 65 kilogramos

La figura 23 es de problema

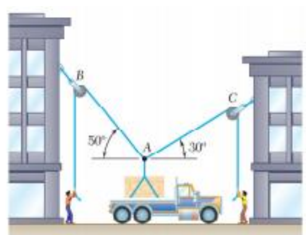


Figura 23 diagrama espacial del ejercicio 11.

$\sum F_x = 0$
$\sum F_y = 0$

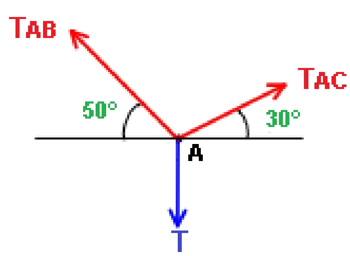


Figura 24 Diagrama del cuerpo libre de la figura 23.

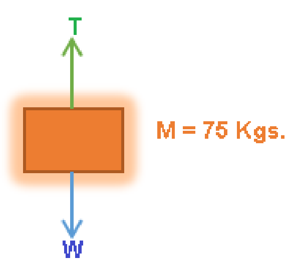


Figura 25 diagrama para el calculo de M.

$W = 75\ Kgs * 9.81\ m/s^2 =$ **736N**

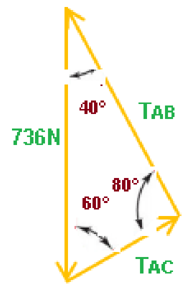


Figura 26 t Diagrama vectorial de fuerzas por medio del ríangulo.

$$T_{AC} = \frac{W}{sen(80°)} sen(40°) = \frac{736N}{0.9848} 0.6427 = 480.32N$$

T_{CA} = 480.32 N

$$T_{AB} = \frac{W}{sen(80°)} sen(60°) = \frac{736N}{0.9848} 0.8660 = 647.21N$$

T_{AB} = 647.21 N

Ejercicio 1.12

Ejercicio 2.42 del libro del ejercicio 11

Determinar TAC y TBC que se muestra en la figura 27

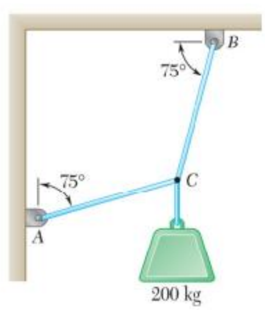


Figura 27 Diagrama espacial del ejercicio 12.

W= 200 Kg. * 9.81m/s^2 = 1962 N

$\sum F_x = 0$
$\sum F_y = 0$

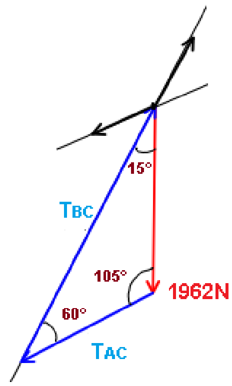


Figura 28 Diagrama vectorial de fuerzas por medio del tríangulo.

$$T_{AC} = \frac{1962N}{sen(60)°} sen(15°) = \frac{1962N}{0.8660} 0.2588 = 586.33N$$

$$T_{BC} = \frac{1962N}{sen(60)°} sen(105°) = \frac{1962N}{0.8660} 0.9659 = 2{,}188.33N$$

T_{AC} = 586.33N
T_{BC} = 2,188.33N

Ejercicio 1.13

La tensión en ambos lados de una polea sin fricción es la misma. De acuerdo a la figura 29 calcular P para obtener el equilibrio donde el ángulo β=20°

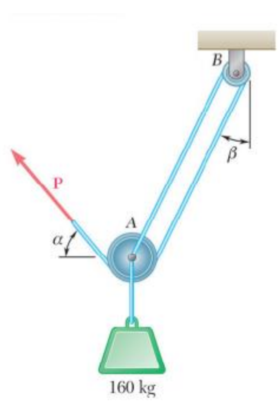


Figura 29 Diagrama espacial del ejercicio 13.

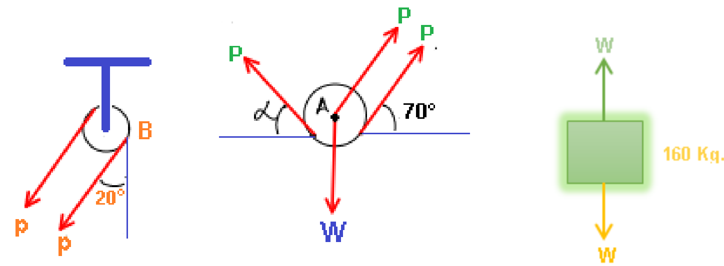


Figura 30 Diagrama del cuerpo libre.

W= 160 Kg. * 9.81m/s^2 = 1569.6 N

$\sum F_x = 0$
$\sum F_y = 0$

$\sum F_x = 0$

-P*cos (α) + 2P*cos (70°) = 0

Se despeja α:

cos(α) = 2cos(70°)

α=46.84°

$\sum F_y = 0$

-W + P*sen (α) + 2P*sen (70°) = 0

$$P = \frac{W}{(sen(\alpha) + 2sen(70°))}$$

P = 601.65N

Ejercicios de tarea primera parte

Ejercicio 1.1T

Los dos automóviles de la figura 31 hacen avanzar a la barca según el eje del curso del río. Sabiendo que la fuerza sobre el cable 1 que une el automóvil A y la barca es de 1,500 N, calcular:

a) La tensión del cable 2 si su inclinación respecto del eje es un ángulo α = 30°.
b) Lo mismo, pero para α = 45°.

Solución:

a) T2 = 2 121.2 N.
b) T2 = 1 500.1 N

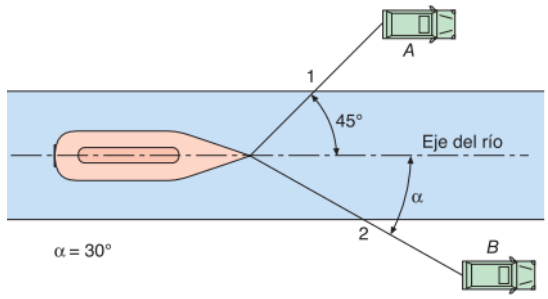


Figura 31 Diagrama espacial del ejercicio 1.1T.

Ejercicio 1.2T

El cilindro hidráulico BD ejerce sobre la barra ABC una fuerza P en la dirección BD. Si se sabe que P debe tener una componente perpendicular a la barra ABC de módulo 7,500 N, determina:

a) El módulo de P.
b) El módulo de la componente paralela a la barra ABC.

Solución: P = 21 928.5N, $P_{||}$ = 20, 606N

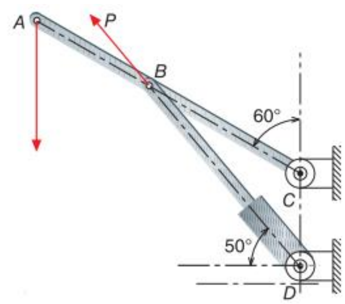


Figura 32 Diagrama espacial del ejercicio 1.2T.

Ejercicio 1.3T

En la figura 33, la báscula a sólo puede pesar un máximo de 50 kp, y el dinamómetro no puede medir fuerzas superiores a los 100 N. ¿Cuánto pesa la persona de la figura 33 si el dinamómetro indica 9 kp y la báscula 40 kp? Solución: P = 833N

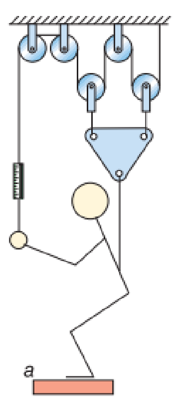


Figura 33 Diagrama espacial del ejercicio 1.3T.

Ejercicio 1.4T

La barra BC de peso despreciable es soportada por el tirante AC y la articulación en B. Determina la fuerza que soporta la barra y el tirante si se aplican 45 kN en el punto C, tal y como se muestra en la figura 34.

Solución F = 114.6 kN

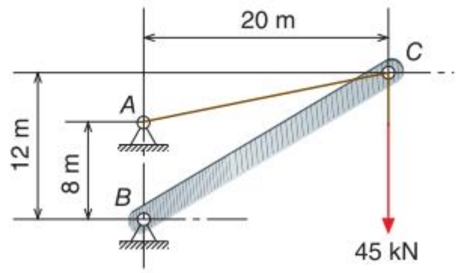


Figura 34 Diagrama espacial del ejercicio 1.4 T.

Ejercicio 1.5T

Una barca se mueve con velocidad constante cuando tiran de ella dos cuerdas AB y AC, tal y como se indica en la figura 35. Si se sabe que la resultante tiene un módulo de 800N en la dirección horizontal y con el sentido que se muestra en la figura 35, determina el valor de la tensión de la cuerda AB y el ángulo que forma con la horizontal.

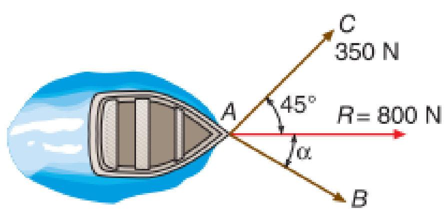


Figura 35 Diagrama espacial del ejercicio 1.5T.

Ejercicio 1.6T

Mediante un cable y dos poleas se disponen tres cuerpos según se indica en la figura 36 Determina el valor de la masa m para que el sistema se mantenga en equilibrio.

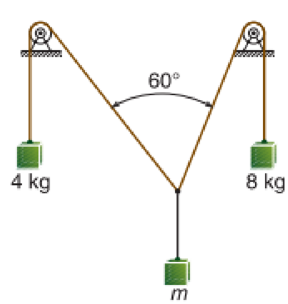


Figura 36 Diagrama espacial del ejercicio 1.6T.

Ejercicio 1.7T

Dibujar el diagrama del cuerpo libre de la figura 37:

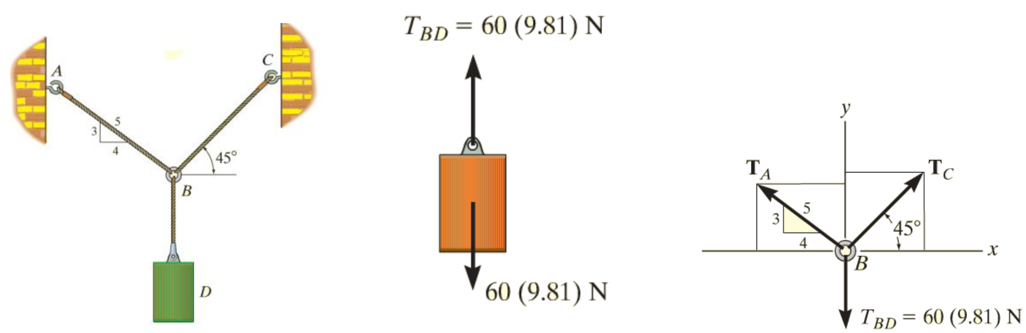


Figura 37 Diagrama espacial del ejercicio 1.7T.

Ejercicio 1.8T Experimento se debe realizar un video y por los equipo.

El objetivo de esta práctica es comprobar que dos fuerzas pueden ser sustituidas por otra resultante hallada a partir de la regla del triángulo.

El material necesario para la realizar de ésta práctica es:

- Tres poleas.
- Tres pesos, por ejemplo tres envases de bebida parcialmente llenos de arena.
- Unas balanzas o un dinamómetro.
- Tres hilos de nailon.
- Soportes para las poleas.
- Transportador de ángulos.

Llenar con arena los tres envases de plástico hasta alcanzar las masas de 1 kg, 0.455 kg y 0.759 kg. Después realiza el montaje según la siguiente figura 38:

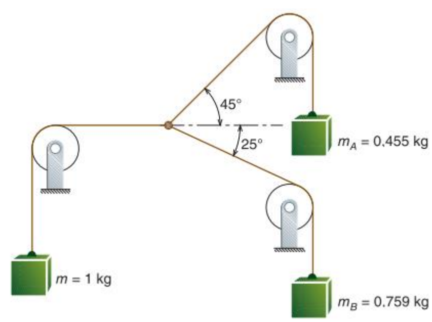


Figura 38 Diagrama del ejercicio 1.8T.

Una vez que se logre equilibrar los pesos según los ángulos indicados, comprobar que, al sustituir los cables inclinados por el horizontal de la figura 39, el sistema se comporta exactamente igual.

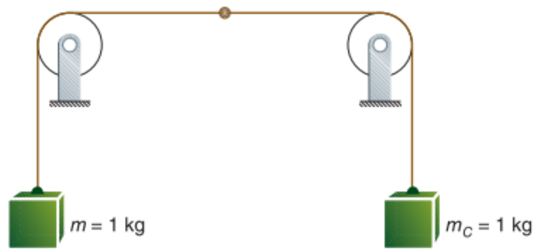


Fig. 1.65

Figura 39.

Demostrar mediante la regla del triángulo que la resultante de las dos fuerzas iniciales, dadas por los pesos A y B, es el peso C.

Rúbrica 1 para la evaluación ejercicios prácticos de tarea primera parte

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 1 Equilibrio de particulas en 2 y 3 dimensiones.
Rúbrica 1 evaluación de ejercicios prácticos de tarea primera parte.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS PRÁCTICOS DE TAREA			
PROPÓSITO:	El estudiante podrá aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D		
INDICADOR	EXCELENTE 100-85	SATISFACTORIO 70-84	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.

	haciendo		
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	**Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Equilibrio de las partículas en tres dimensiones

Un cuerpo en equilibrio está sometido a un sistema de dos dimensiones de fuerzas y momentos, no se pueden obtener más de tres ecuaciones independientes de equilibrio. En el caso de un sistema tridimensional de fuerzas y momentos, se pueden obtener hasta seis ecuaciones independientes de equilibrio. Las tres componentes de la suma de las fuerzas deben ser iguales a cero y las tres componentes de la suma de los momentos respecto a cualquier punto deben también ser iguales a cero. (Bedford & FowlerOW, 2008)

La segunda ley de Newton plantea que para un cuerpo en movimiento se cumple que:

ΣF= m*a

Sin embargo si el cuerpo está en reposo o se mueve con velocidad constante, entonces la aceleración es cero y la ecuación se transforma en:

ΣF=0

Ahora bien, si las dimensiones del cuerpo son muy pequeñas comparadas con su recorrido o con las dimensiones de otros elementos que interactuan con esté, entonces al cuerpo se considera una partícula y se sigue cumpliendo la ecuación. Cuando el cuerpo está en equilibrio la fuerza neta y momento neto es igual a cero. Las ecuaciones de equilibrio para particulas en tres dimensiones es:

$\Sigma F_X = 0$ $\Sigma M_x = 0$
$\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M_y = 0$
$\Sigma F_z = 0$ $\Sigma M_y = 0$

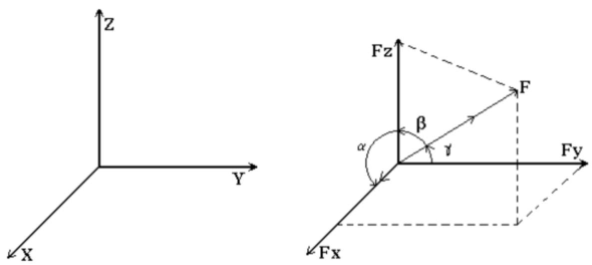


Figura 40 Ejemplo de Fuerzas y equilibrio en 3D.

Ecuación de fuerza resultante:

$$F = \sqrt{(Fx^2 + Fy^2 + Fz^2} \quad \cos\alpha = \frac{FX}{|F|} \quad \cos\beta = \frac{FY}{|F|} \quad \cos\sigma = \frac{FX}{|F|}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \sigma\, 0 = 1$$

Vector unitario:

$$U = \frac{F}{|F|}$$

Vector posición

$$r = (Xb - Xa)\, i + (Yb - Ya)\, j + (Zb - Za)\, k$$

Si se conoce F_y, el vector unitario es: F= Fcos (αi)+Fcos (βj)+Fcos (ơz)

Ejercicio 1.14

Determinar la magnitud y los ángulos directores de la resultante de la figura 41.

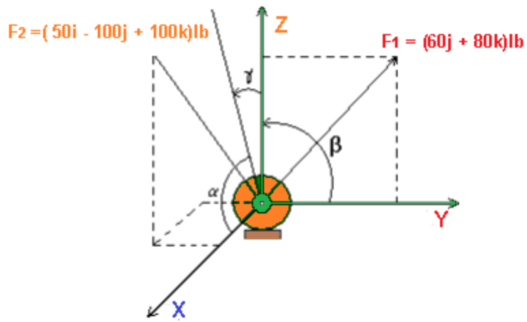


Figura 41 Diagrama espacial del ejercicio 1.14.

$F_R = F_1 + F_2$
$F_R =$ (60j + 80k) lb + (50i - 100j +100k) lb
$F_R =$ [(50i + (60 -100)j +(80 + 100)k]
$F_R =$ 50i - 40j +180j

$$F = \sqrt{(50^2) + (-40)^2 + (180)^2}$$

resolviendo se tiene : **191 lb**.

Vector unitario:

$$U = \frac{F}{|F|} = \frac{50\,i}{191} - \frac{40\,j}{191} + \frac{180\,k}{191}$$

resolviendo se tiene : **U = 0.26i - 0.20j + 0.94k**

cos (α)=0.26 por lo tanto α = **74.9°**
cos (β)=0.20 por lo tanto β = **101.5°**
cos (ơ)=0.94 por lo tanto ơ = **19.94°**

Ejercicio 1.15

Calcule la Fx y F_z de la figura 42

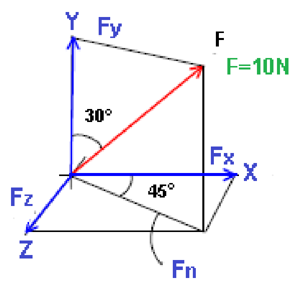


Figura 42 Diagrama espacial del ejercicio 1.15.

F_Y = F*cos (30°) 10*0.8660N = 8.86j N

F_h = F*sen (30°) = 10 +0.5 = 5N

F_x = F_h*cos (45°) = 5N * 0.7071 = 3.535 N

F_z = F_h*sen (45°) = 5N * 0.7071 = 3.535kN

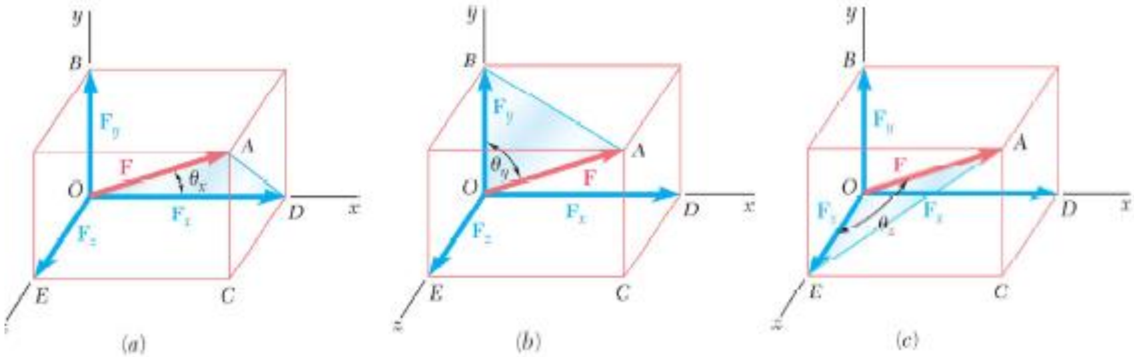


Figura 42a Componentes rectangulares del momento de fuerza.

$\cos^2(\Theta)_X + \cos^2(\Theta)_y + \cos^2(\Theta)_z = 1$

$F_X = F*\cos(\Theta_x)$
$F_Y = F*\cos(\Theta_y)$
$F_z = F*\cos(\Theta_z)$

Calculo de los ángulos $\Theta_{X,}$ Θ_y y Θ_z que se visualizan en figura 41:

$\cos(\Theta_x) = =F_X / F = 3.54N/10 = 69.3°$
$\cos(\Theta_y) = =F_y / F = 8.66N/10 = 30°$
$\cos(\Theta_x) = =F_X / F = 3.54N/10 = 69.3°$

Se puede usar un vector de unidad 3D general para representar la línea de acción de una fuerza 3D (figura 43).

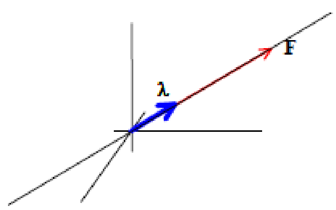


Figura 43.

ʎ = $\cos(\Theta_x)\mathbf{i} + \cos(\Theta_y)\mathbf{j} + \cos(\Theta_z)\mathbf{k}$

F= F* ʎ
ʎ = 0.354 **i** + 0.866 **j** + 0.354 **k**
F = 10 ʎ N

Suma de fuerzas (vectores) en el espacio 3D, simplemente se agregan los componentes x; y; z

$R = \Sigma F$
$R_X = \Sigma F_x$
$R_y = \Sigma F_y$
$R_z = \Sigma F_z$
$R = (R_{X\,+}\, R_{y\,+}\, R_{z)})^{1/2}$

Equilibrio de una partícula 3d

$R = \Sigma F = 0$

$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma F_z = 0$

Entonces con tres ecuaciones independientes, se pueden resolver las 3 incógnitas.

Ejercicio 1.16

La placa de la figura 44 esta soportada por bisagras en A y B y por el cable CE; esta cargada por una fuerza en D. Las bisagras no generan pares sobre la placa ¿Qué valor tiene la tensión en el cable CE?

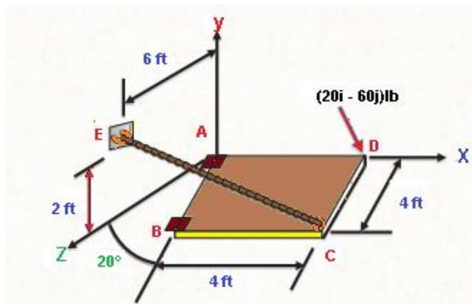


Figura 44 Diagrama espacial del ejercicio 1.16.

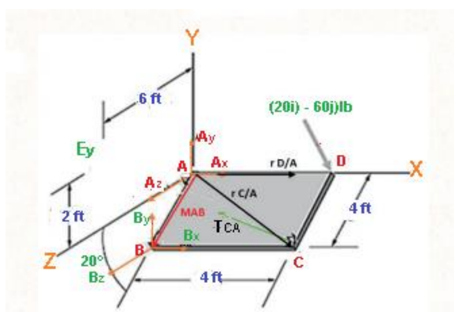


Figura 45 Diagrama del Cuerpo Libre (DCL) de la figura 44.

En el triángulo formado en el plano yz y los puntos A y B se obtiene:

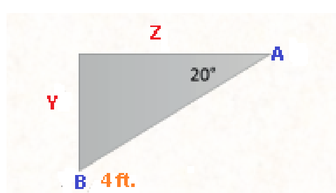


Figura 46 Tríangulo formado por Y,Z y los puntos A y B.

sen (20°)= y/4
cos (20°)= z/4
y = 1.368 ft
z= 3.758 ft

$$U_{AB} = \frac{0i+1.368j+3.758k}{\sqrt{1.368^2+3.758^2}}$$

$U_{AB} = 0i - 0.342j + 0.939k-$

rb/A = (4i + 0j + 0k) * ft
rc/A = (4i – 1.368j + 3.758k) * ft

Cálculo de la tensión de la cuerda respecto a sus coordenadas:

$$T_{ce} = T_{ce}\left(-\frac{\sqrt{-4i + 3.368j + 2.241k}}{4^2 + 3.368^2 + 2.241^2}\right)$$

$T_{ce} = T_{ce}$ (-0.703i + 0.592j +

$\Sigma U_{AM} = 0$
$\Sigma U_{AM} \odot M_a = 0$
$U_{AB} \odot (r_{v/A} \otimes v) + U_{AB} \odot (r_{C/A} \otimes T_{Ce}) = 0$

$$\begin{vmatrix} 0 & -0.342 & 0.939 \\ 4 & 0 & 0 \\ 20 & -60 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & -0.342 & 0.939 \\ 4 & -1.368 & 3.75 \\ -0.703 & 0.592 & 0.3939 \end{vmatrix} T_{ce} = 0$$

0.939(4 * (-60)) + [0.342(4 + 0.3939 – 3.75 (-0.703)) +0.939(4*0.592 – (-0.703 *(-1.368)] $T_{ce} = 0$

$-225.36 + 2.7T_{ce} = 0$

T_{CE} = 81.6 lb

Ejercicio 1.17

La bola de 80 lb está suspendida del anillo horizontal usando tres resortes cada resorte tiene longitud no alargada de 1.5 ft y rigidez de 50 lb/ft. Determine la distancia vertical h del anillo hasta el punto A por equilibrio, (figura 47).

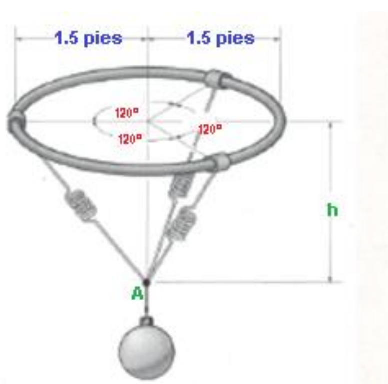


Figura 47 Diagrama espacial del ejercicio 1.17.

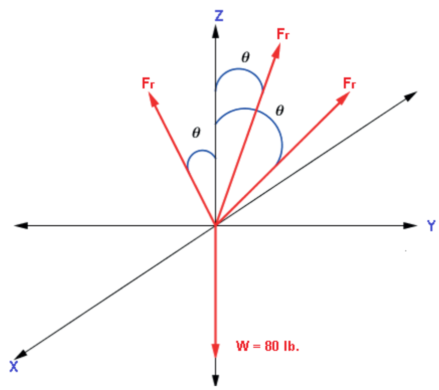


Figura 48 Diagrama del cuerpo libre de la figura 47.

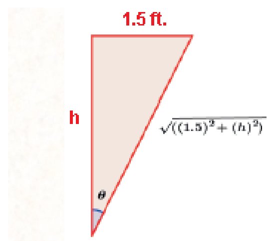


Figura 49 ríangulo de fuerzas.

$\Sigma F_z = 0$

$-W = 3{*}Fr_z{=}0$

$-W + 3{*}Fr\cos(\Theta)$

$$-80 + \frac{3h}{\sqrt{(1.5)^2 - h^2}} Fr = 0$$

$$80 = \frac{3h}{\sqrt{(1.5)^2 + h^2}} |50(\sqrt{(1.5)^2 + h^2} - 1.5)|$$

$$80 = \frac{3h}{\sqrt{(1.5)^2 + h^2}} (50\sqrt{(1.5)^2 + h^2} - 75)$$

$$80 = 150h - \frac{(225{*}h)2}{(1.5)^2 + h^2}$$

$$(80 - 150h)^2 = \frac{50625(h^2)}{(1.5)^2 + h^2}$$

$[80^2 - 2{*}80{*}150h + 150^2] {*} (1.5^2 + h^2) = 50625h^2$

h=1.64 ft.

Ejercicio 1.18

Una pieza de máquina de peso W esta sostenida temporalmente por los cables AB, AC, ADE. El cable ADE está unido al anillo en A, pasa por la polea en D y regresa al anillo para unirse después al soporte en E. Si W=1400N, determine la tensión de cada cable. (La tensión es la misma en todas las porciones del cable AED) figura 50.

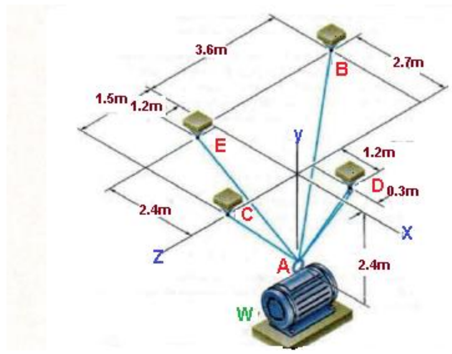


Figura 50 Diagrama espacial del ejercicio 1.18.

A(0, -2.4, 0)m
B(-2.7, 0, -3.6)m
C(0, 0, 1.8)m
D(1.2, 0, -0.3)m
E(-2.4, 0, 1.2)m

T_{AE} =T
T_{AD} =2T

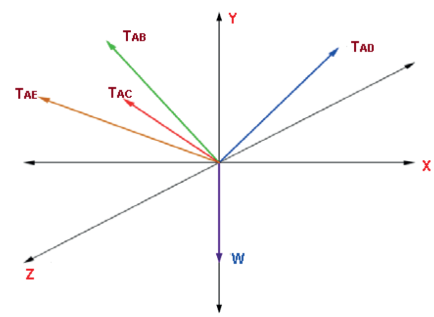


Figura 51 Diagrama del cuerpo libre del anillo A. T.

$T_{Ay} = T_{Ay} * U_{AE}$

$T_{Ay} = T_{Ay}\left(\frac{-2.7i+2.4j-3.6k}{5.1}\right)$

$T_{Ay} = \left(-\frac{9}{17}T_{AB}i + \frac{8}{17T}T_{AB}j - \frac{12}{17}T_{AB}k\right)$ N

$T_{AL} = T_{AC} * U_{AC}$

$T_{AL} = T_{AC}\left(\frac{0i+2.4j+1.8\,k}{3}\right)$

$T_{AL} = (0 + 0.8T_{ac}j + 0.6T_{ac}k)$ N

$T_{AD} = 2T * U_{AD}$

$T_{AD} = 2T\left(\frac{1.2j+2.4j-0.3}{2.7}\right)$

$T_{AD} = \left(-\frac{8}{9}i + \frac{16}{9}j - \frac{2}{9}k\right)$ N

$T_{AM} = T_{AB} * U_{AB}$

$T_{AM} = T\left(\frac{-2.4i+2.4j+1.2\,k}{3.6}\right)$

$T_{AM} = \left(-\frac{2}{3}\,Ti + \frac{2}{3}\,Tj - \frac{1}{3}\,Tk\right)$ N

Ecuación de equilibrio:

$\Sigma F_X = 0$

$-\frac{9}{17}\,T_{AB} + \frac{8}{9}\,T - \frac{2}{3}\,T = 0$ (Ecu. 1)

$\Sigma F_Y = 0$

$\frac{8}{17}\,T_{AB} + 0.8T_{AC} + \frac{16}{9}\,T + -\frac{2}{3}\,T = 1{,}400$ (Ecu. 2)

$\Sigma F_Z = 0$

$-\frac{12}{17}\,T_{AB} + 0.6T_{AC} - \frac{2}{9}\,T + -\frac{1}{3}\,T = 0$ (Ecu. 3)

Resolviendo la Ecu. 1, 2, 3 se tiene:

T_{AY} = 203N

T_{AL} = 149.6 N

T = 485 N

Ejercicio 1.19

Un contenedor de peso W está suspendido del aro A (figura 52); al cual se unen los cables AC y AE. Una fuerza P se aplica al extremo F de un tercer cable que pesa sobre una polea en B y a través del anillo A y que está unido al soporte en D. Si se sabe que W = 800N Determine la magnitud de P. (Sugerencia: La tensión es la misma en todos los tramos del cable FBAD.

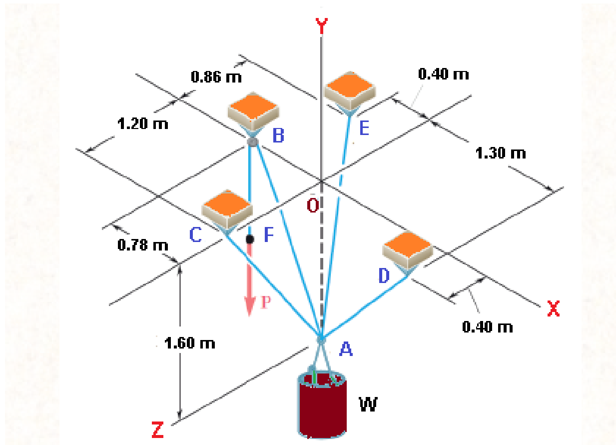


Figura 52 Diagrama espacial del ejercicio 1.19 (ejercicio 2.6 Beer & Johnston 10).

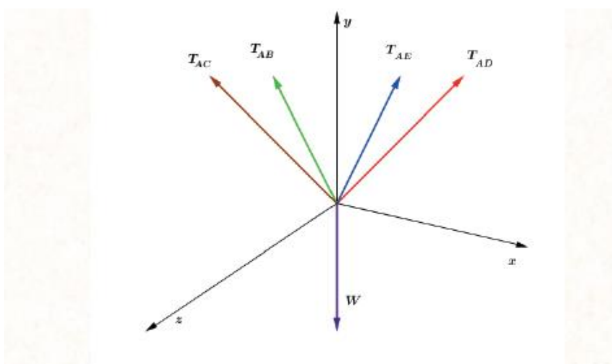


Figura 53 Diagrama del cuerpo libre en el punto A de la figura 52.

A = (0; -1.6; 0) m

B = (-0.78; 0; 0) m

C = (0; 0; 1.2) m

D = (1.3; 0; 0.4) m

E = (0.4; 0; -0.86) m

R = ΣF = 0

$T_{AL} = T_{AC} * U_{AC}$

$U_{AC} = \frac{AC}{AC} = \frac{(0\mathrm{r}+1.6\upsilon+1.2\mathrm{k})\mathrm{n}}{\sqrt{(1.6)^2+(1.2)^2=2m}}$

$T_{AC} = 0.8T_{AC}r + = 0.6\ T_{AC}k$ Ecu. 1

$T_{AB} = T_{AD} *U_{AD}$

$U_{AD} = \frac{AB}{AB} = \frac{(-0.780\mathrm{i}+1.6\mathrm{j}+0\mathrm{k})\mathrm{n}1}{\sqrt{(0.78)^2+(1.6)^2=1.78m}}$

T_{AB} = -0.438T_{AD}r + 0.898T_{AD}ϒ Ecua. 2

T_{AE} = T_{AE} *U_{AE}

$U_{AC} = \frac{AC}{AE} = \frac{(-0.4r + 1.6j + 0.86k)n1}{\sqrt{(-0.4)^2 + (1.6)^2 + (-0.86)^2)} = 1.86m}$

T_{AE} = -0.215T_{AE}r + 0.86T_{AE}j – 0.462 T_{AE}ϒ Ecua. 3

T_{AD} = T_{AD} *U_{AD}

$U_{AD} = \frac{AD}{AD} = \frac{(1.3r + 1.6ϒ + 0.4k)n1}{\sqrt{(1.3)^2 + (1.6)^2 + (0.4)^2)} = 2.1m}$

T_{AD} = 0.619T_{AD}r + 0.761T_{AD}ϒ + 0.19 T_{AD}K Ecua. 4

W = -800ϒ

Ecuaciones de equilibrio:

ΣF_x =0

- 0.438T_{AB} - 0.215T_{AE} + 0.619T_{AD} = 0 Ecua. 1

ΣF_y =0

0.8T_{AC} + 0.898T_{AD} + 0.860T_{AE} + 0.761T_{AD}= 0 Ecua. 2

ΣF_z =0

0.6T_{AC} - 0.462T_{AE} + 0.190T_{AD} = 0 Ecua. 3

T_{AB} = T_{AD} = P ecua 1

- 0.438P - 0.215T_{AE} + + 0.619P =0

0.181P = 0.215T_{AE}

$T_{AE} = \frac{0.181P}{0.215} =$ **317.89N** Ecua. 4

La Ecua. 4 en la Ecua. 3

$0.6T_{AC} – 0.462 \left(\frac{0.181P}{0.215} \right) + 0.190P = 0$

0.6T_{AC} = 0.388P - 0.19P

T_{AC} = 0.331P = **125.20N** Ecua. 5

La Ecua. 4 y Ecua. 5 en la Ecua. 2

$0.8 * (0.331P) + 0.898P + 0.860 * \left(\frac{0.181P}{0.215}\right) + 0.761P = 800$

$P = (\frac{800N}{2,647})$

P = 302.23N

Ejercicio 1.20

Dadas 3 fuerzas F1, F2 y F3obtener la fuerza necesaria para mantener la partícula O en equilibrio, figura 54.

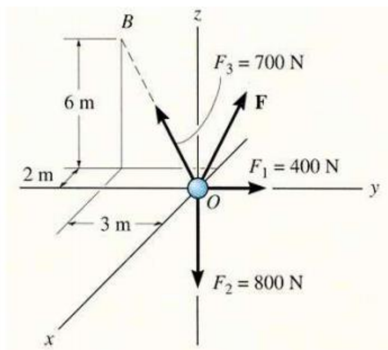


Figura 54 Diagrama espacial del ejercicio 1.20.
https://www.kpu.ca/sites/default/files

Se describe la fuerza desconocida como:

$F = \{F_x\ i + F_y\ j + F_z\ k\}$ N

$F1 = \{400\ j\}N$
$F2 = \{-800\ k\}N$
$F3 = F3\ (r_B / r_B) = 700\ N\ [(-2\ i - 3\ j + 6k)/(2^2 + 3^2 + 6^2)^{½}] = \{-200\ i - 300\ j + 600\ k\}$ N

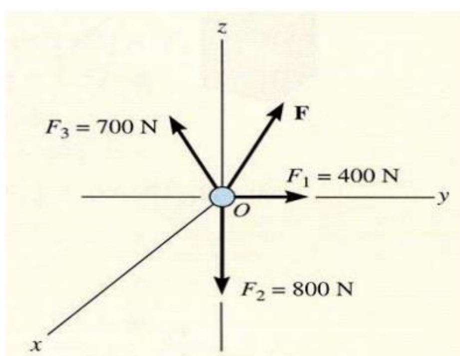


Figura 55 vector carteciano F1,F2 y F3.
https://www.kpu.ca/sites/default/files

Se Aplican las tres ecuaciones de equilibrio para resolver las tres incógnitas, F_x, F_y y F_z
Igualando los componentes i, j, k respectivos a cero, se tiene:

$\Sigma F_x = -200 + F_X = 0$

Resolviendo se tiene: $\mathbf{F_x = 200N}$

$\Sigma F_y = -400 - 300 + F_y = 0$

Resolviendo se tiene: **$F_y = -100N$**

$\Sigma F_z = -800 + 600 + F_z = 0$

Resolviendo se tiene: **$F_z = 200N$**

De tal manera que:

F = {200 i – 100 j + 200 k} N

Usando este vector de fuerza, ya se puede determinar la magnitud de la fuerza

Ejercicio 1.21

Dada una caja de 100 Kg, como se muestra en la figura 56, es compatible con tres cables. Un cordón tiene un resorte. Encontrar la tensión en los cordones AC y AD. Obtener

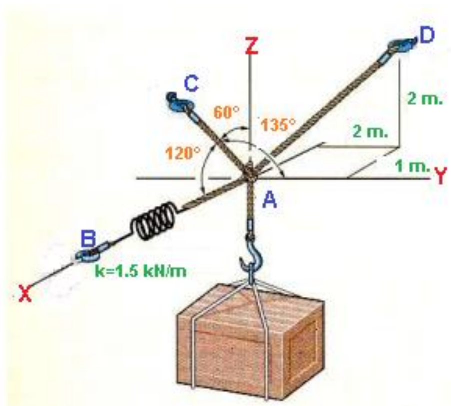


Figura 56 Diagrama espacial del ejercicio 1.21.
https://www.kpu.ca/sites/default/files

La figura 57 muestra el diagrama de cuerpo libre del punto A. Deja que la fuerza desconocida las magnitudes son FB, FC, F D

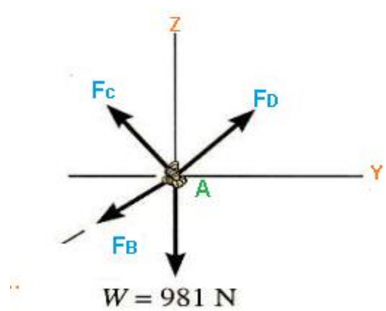


Figura 57 Diagrama del cuerpo libre en el punto A, de la figura 56.
https://www.kpu.ca/sites/default/files

$F_B = F_B$ *N i

$F_C = F_C$ *N (cos 120° i + cos 135° j + cos 60° k) = {- 0.5 F_C i – 0.707 F_C j + 0.5 F_C k} N

$F_D = F_D$ (rA_D/rA_D) = F_D N[(-1i+2 j+2 k)/($1^2+2^2+2^2$) ½]={- 0.3333 F_D i + 0.667 F_D j + 0.667 F_Dk}N

El peso es W

W = (- mg) k = (-100 kg * 9.81 m/sec^2)   **k = {- 981 k} N**

Las componentes i, j, k se igualan a 0.

$\sum Fx = F_B - 0.5F_C - 0.333F_D = 0$
$\sum Fy = -0.707F_C + 0.667F_D = 0$
$\sum Fz = 0.5F_C + 0.667F_D - 981N = 0$

Resolviendo usando métodos de matriz

Si AX = B,   X = A^{-1}B donde A, X y B son matrices

Se requiere crear el proceso de resolución

$F_B - 0.5F_C - 0.333F_D = 0$
$0.707F_C + 0.667F_D = 0$
$0.5 F_C + 0.667 F_D - 981 = 0$

$F_B - 0.5 F_C - 0.333F_D = 0$
$0F_B + 0.707F_C + 0.667F_D = 0$
$0F_B + 0.5F_C + 0.667F_D = 981$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.333 \\ 0 & 0.707 & 0.667 \\ 0 & 0.5 & 0.667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_B \\ F_C \\ F_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 981 \end{bmatrix}$$

F_B	F_C	F_D	
1	-0.5	-0.333	0
0	0.707	0.667	0
0	0.5	0.667	981

Al resolver las tres ecuaciones simultáneas se tiene:

F_C = 813 N
F_B = 693.7 N
F_D = 862 N

F = k * s

s = F_B / k = 693.7 N / 1500 N/m = **0.462 m**

Ejercicio 1.22

Dado: Una placa de 150 Kg, como se muestra en la figura 58, es apoyado por tres cables y está en equilibrio. Localizar: la tensión en cada uno de los cables y dibujar un diagrama de cuerpo libre del punto A.

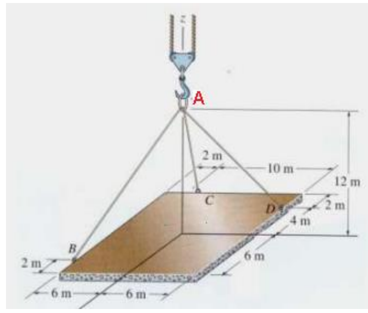


Figura 58 Diagrama espacial del ejercicio 1.22
https://www.kpu.ca/sites/default/files.

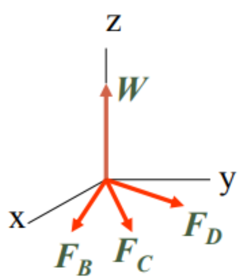


Figura 59 Diagrama del cuerpo libre el punto A, de la figura 58.
https://www.kpu.ca/sites/default/files.

W = Carga o peso de la placa = masa* gravedad =
W = 150 (9.81 m/s^2) **k = 1472 k N**

$F_B = F_B\ (r_{AB}/r_{AB}) = F_B$ *N $(4\ i - 6\ j - 12\ k)$ m/(14 m)
$F_C = F_C\ (r_{AC}/r_{AC}) = F_C\ (-6\ i - 4\ j - 12\ k)$ m/(14 m)
$F_D = F_D\ (r_{AD}/rA_D) = F_D\ (-4\ i + 6\ j - 12\ k)$ m/(14 m)

La partícula **A** está en equilibrio, por lo tanto:

$F_B + F_C + F_D + W = 0$

Ahora se debe de igualar las componentes i, j, k respectivamente a cero (esto es en otras palabras aplicar las tres ecuaciones escalares de equilibrio).

$\sum F_X = (4/14)F_B - (6/14)F_C - (4/14)F_D = 0$
$\sum F_Y = (-6/14)F_B - (4/14)F_C + (6/14)F_D = 0$
$\sum F_Z = (-12/14)F_B - (12/14)F_C - (12/14)F_D + 1472 = 0$

Resolviendo las ecuaciones simultanias anteriores se tiene:

$\mathbf{F_B = 858N}$
$\mathbf{F_C = 0N}$
$\mathbf{F_D = 858N}$

Ejercicio 1.23

La esfera tiene una masa de 6 kg y como se muestra en la figura 60. Dibujar un diagrama de cuerpo libre de la esfera, el cordón CE, el nudo en C y el CD del spring.

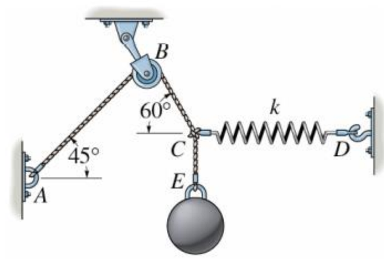


Figura 60 Diagrama espacial del ejercicio 1.23.
Hibbeler Ex 3-1 #1
http://pioneer.netserv.chula.ac.th/~mkuntine/42-111/files/ch2_ebook.pdf

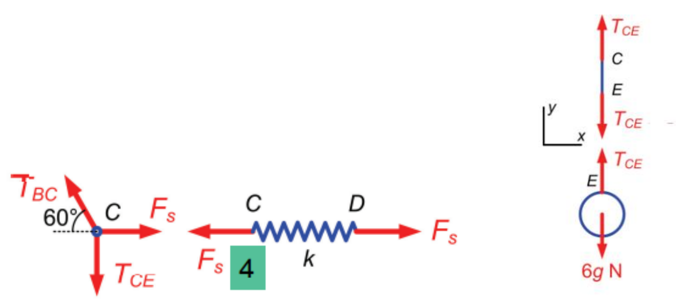


Figura 61 Diagrama del cuerpo libre de la figura 60.

Ejercicio 1.24

Una carga de 90 N está suspendida del gancho (figura 62). La carga es soportada por dos cables y un resorte que tiene una rigidez k = 500 N/m. Determine la fuerza en los cables y el tramo del spring para el equilibrio. Cable AD se encuentra en el plano x-y y el cable AC se encuentra en el plano x-z.

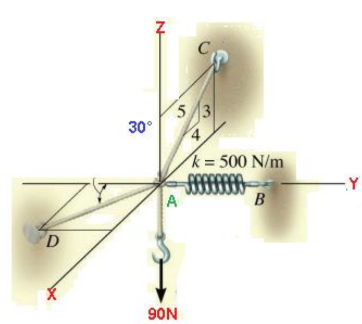


Figura 62 Diagram espacial del ejercicio 1.24.
Hibbeler Ex 3-1 #2
http://pioneer.netserv.chula.ac.th/~mkuntine/42-111/files/ch2_ebook.pdf

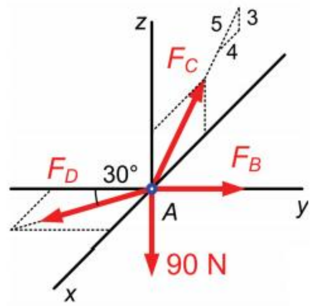


Figura 63 Diagrama del cuerpo libre de la figura 62.

Equilibrio de la fuerza F_{DB} en A:

$\Sigma Fx = 0$
$\Sigma Fy = 0$
$\Sigma Fz = 0$

$F_D sen(30°) - (4/5)F_C = 0$ Ecu. 1
$-F_D cos(30°) + F_B = 0$ Ecu. 2
$(3/5)F_C - (90N) = 0$ Ecu. 3

Resolver: Ecu. 3, 1 y 2:

$F_C = 150N$
$F_D = 240.N$
$F_B = 207.85N$

$[F_S = kS\ ]\ F_B = KS_{AB}$

$S_{AB} = F_B/k = (207.85N) / (500N/m) =$ **0.4156m**

Ejercicio 1.25

Determine la fuerza desarrollada en cada cable utilizado para apoyar el 40kN caja (figura 64).

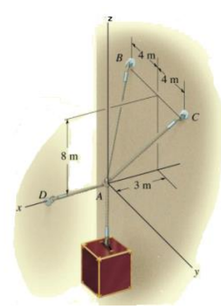


Figura 64 Diagrama espacial del ejercicio 1.25.
Hibbeler Ex 3-1 #3
http://pioneer.netserv.chula.ac.th/~mkuntine/42-111/files/ch2_ebook.pdf

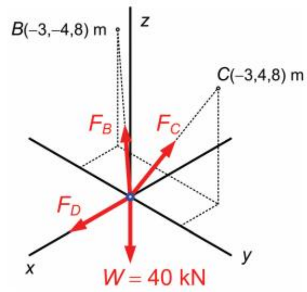


Figura 65 Diagrama del cuerpo libre de la figura 64.

$$\vec{r}_{AB} = -3\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k} \text{ m}$$
$$\vec{r}_{AC} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k} \text{ m}$$

$$\vec{F}_B = F_B \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}} = \frac{F_B}{\sqrt{89}}(-3\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k})$$
$$\vec{F}_C = F_C \frac{\vec{r}_{AC}}{r_{AC}} = \frac{F_C}{\sqrt{89}}(-3\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k})$$
$$\vec{F}_D = F_D\hat{i}$$

W = - 40K KN

Ejercicios de tarea segunda parte

Ejercicio 1.9T

La torre de la pierna de corte es estar diseñado para levantar un máximo de 500 kg de pescado, figura 66.

¿Cuál es el efecto de diferente compensación distancias en las fuerzas en el cable y la torre de perforación ¿piernas?

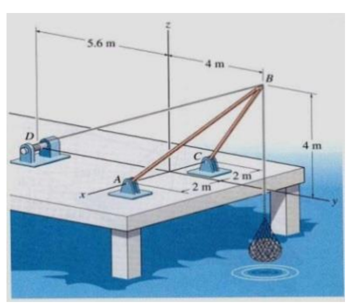


Figura 66.
https://www.kpu.ca/sites/default/files

Ejercicio 1.10T

Una carga de 600N es soportada como se muestra en la figura 67, encontrar la tension en AB, AC y AD.Dibujar el diagrama de cuerpo libre en el puntolas magnitudes de fuerza desconocida son F_B, F_C y F_D. Representar cada fuerza en la forma del vector cartesiano. Aplicar las ecuaciones de equilibrio para resolver las tres fuerzas desconocidas.

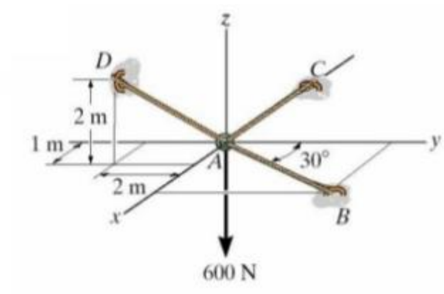


Figura 67.

Ejercicio 1.11T

Determine la fuerza que actúa a lo largo del eje x de cada uno de los puntuales necesarios para sostener el bloque de 500 kg. (figura 68).

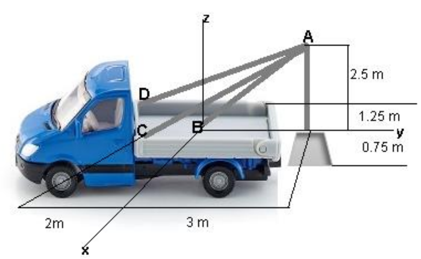


Figura 68.

Ejercicio 1.12T

Determinar la fuerza necesaria en cada uno de los tres cables para elevar el tanque cuya masa es de 8 Mg. (figura 69)

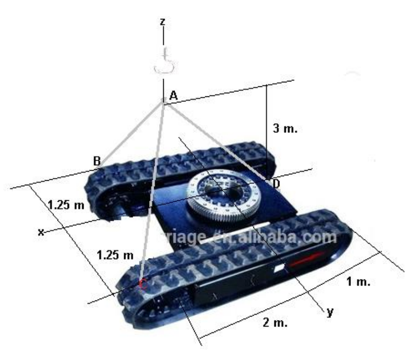


Figura 69.

Rúbrica 2 para la evaluación ejercicios de tarea segunda parte

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 1 Equilibrio de partícula en 2 y 3 dimensiones.
Rúbrica 2 evaluación de ejercicios de tarea segunda parte.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS DE TAREA SEGUNDA PARTE			
PROPÓSITO:	El estudiante pueda lograr aplicar los conceptos de matemáticas física para la solución de problemas equilibrio de partículas en 3D.		
INDICADOR	EXCELENTE 100-85	SATISFACTORIO 70-84	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos.** **La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos.** **No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Lista de cotejo 1 para la evaluación del resumen

Nombre del alumnno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 1 Equilibrio de partícula en uno y dos dimesiones.
Lista de cotejo 1 evaluación de resumen.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Escala de valoración

0 Nulo   1 Deficiente   2 Aceptable   3 Satisfactorio

Aspectos Aceptables	Si	No	*Estimación*
Contiene el título del resumen.			
Consigna el nombre del autor y fecha.			
Respeta el orden de presentación de ideas.			
El contenido técnico es profundo.			
Acompaña la redacción con figuras técnicas.			
Contiene fórmulas y las explica.			
Relaciona los temas con casos reales.			
La redación es coherente.			
Ortografía.			
Aplica la puntuación correctamente.			
Aplica la acentuación correctamente.			
Presentación del escrito.			
TOTAL:			
Observaciones			
Nombre Maestro			

Lista de cotejo 2 para la evaluación del mapa mental

Nombre del alumnno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 1 Equilibrio de particula en uno y dos dimesiones.
Lista de cotejo 2 evaluación del mapa mental.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Criterios de evaluación	*si*	*no*	*observaciones*
Contempla los aspectos principales del tema			
Se inicia desde el centro de la hoja colocando la idea central que está desarrollada hacia fuera de manera irradiante.			
La idea central está representada con una imagen clara, poderosa y sintetiza el tema general del Mapa Mental.			
Temas y subtemas están articulados y jerarquizados según el sentido de las manecillas del reloj.			
Utiliza el espaciamiento para acomodar de manera equilibrada las ideas o subtemas.			
Subraya las palabras clave o encerrándolas en un círculo colorido para reforzar la estructura del Mapa.			
Utiliza el color para diferenciar los temas, sus asociaciones o para resaltar algún contenido.			
Utiliza flechas, iconos o cualquier elemento visual que permiten diferenciar y hacer más clara la relación entre ideas.			
El Mapa Mental es creativo.			
El mapa es claro y comprensible.			
Organiza y representa adecuadamente la información del texto.			
Puntuación obtenida:			

***Si* vale *dos* puntos *No* vale *cero* puntos**

Lista de cotejo 3 para la evaluación del video donde se muestra el experimento

Nombre del alumnno
Grupo
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 1 Equilibrio de particulas en 2 y 3 dimensiones.
Lista de cotejo 3 para la evaluación del video donde se muestra el experimento.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Aspectos generales	Si	No	Maximo de Puntos
Respeta los aspectos formales de la escritura de la elaboración del guión .			1
Se presenta cordialmente a la audiencia.			1
Toma con seriedad su trabajo y el de sus compañeros.			1
Contenido			
El video tiene duración de 3 minutos.			1
Los estudiantes han presentado un guión.			3
El video presenta los créditos con la autoría de los estudiantes.			1
Durante el video los estudiantes hablan alto, claro y pausado. Por lo que es fácil comprender lo que quieren transmitir. (Respetan su turno y las normas del buen hablante y buen oyente). Mantienen un vocabulario adecuado.			2
El tema presentado está organizado de manera tal que se entiende cual es el inicio, el desarrollo y desenlace.			4
El video atrae la atención de la audiencia, es dinámico y contiene elementos creativos que mantienen a la audiencia entretenido.			1
La edición del video contiene aplicaciones y transiciones acorde a las necesidades del video.			2
El video presenta diversidad de elementos relacionados con el tema presentado.			3
Contenido técnico del vídeo.			80
Observaciones			
Total:			

No cero puntos

Examen Teórico

1. En 3-D, cuando se conoce la dirección de una fuerza pero no su magnitud, cuántas incógnitas corresponden a esa fuerza, marque la respuesta con lapiz rojo.

A) Una B) Dos C) Tres D) Cuatro

2.- Si una partícula tiene fuerzas 3-D actuando sobre ella y está en equilibrio estático, los componentes de la fuerza resultante (ΣF_x, ΣF_y y ΣF_z)________

A) Tiene que sumar 0 por ejemplo -5 i + 3 j + 2 k
B) Tiene que ser igual a 0 por ejemplo 0 i + 0 j + 0 k
C) Tiene que ser positivo por ejemplo 5 i + 5 j + 5 k
D) Tiene que ser negativo por ejemplo -5 i - 5 j . 5 k

3.- Cuatro fuerzas actúan en el punto A, y el punto A está en equilibrio. Seleccione el vector de fuerza correcto P en la figura 70.

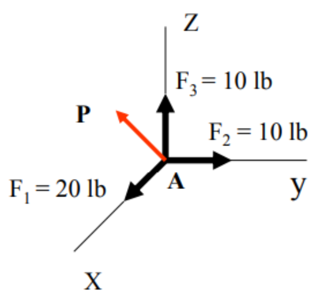


Figura 70.
https://www.kpu.ca/sites/default/files

A) {-20 i + 10 j – 10 k}lb
B) {-10 i – 20 j – 10 k} lb
C) {+ 20 i – 10 j – 10 k}lb
D) Ninguna de las anteriores

4.- En 3-D, cuando no se conoce la dirección o la magnitud de una fuerza, ¿cuántas incógnitas se tiene a esa fuerza?

A) Una B) Dos C) Tres D) Cuatro

Lista de cotejo 4 para la evaluación de examen teórico

Nombre del alumnno **Grupo** **Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 1 Equilibrio de particulas en dos y tres dimensiones.** **Lista de cotejo 4 evaluación del examen teórico.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

Indetificadores	Execelente 5	Muy bueno 4	Bueno 3	Regular 2	Deficiente 1
¿Contesto todas las preguntas?					
¿Las respuestas son claras?					
¿Las respuestas son corretas?					
¿El trabajo tiene limpieza?					
Puntaje total					
Promedio					

Examen Práctico

1.- Si la cubeta y su contenido tiene un peso total de de 20 libras determine la fuerza presente en los cables de soporte DA,DB y DC, figura 71.

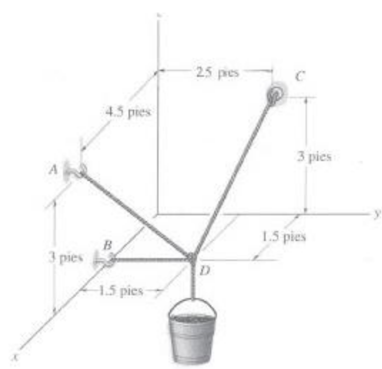


Figura 71.

2.- El cable AC soporta una cubeta y su contenido que tiene una masa total de 300 kks. Determinar las fuerzas desarrolladas en los puntales AD y AE y la tensión en el cable AB en la posición de equilibrio. La fuerza en cada puntual actúa a lo largo de su eje figura 72.

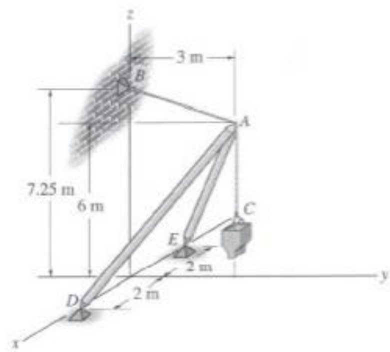


Figura 72.

3.- Se usan tres cables para amarrar el globo que se muestra en la figura 73. Determinar la fuerza vertical P que ejerce el globo en A, si se sabe la tensión en el cable AD es de 481 N.

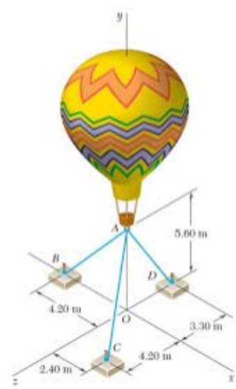


Figura 73.

Rúbrica 2 para la evaluación de examen práctico

Nombre del alumnno
Grupo
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 1 Equilibrio de particula en uno y dos dimensiones.
Rúbrica 2 evaluación del examen práctico.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EXAMEN PRÁCTICO			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D y 3D		
INDICADOR	EXCELENTE 100-85	SATISFACTORIO 70-84	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

TecNM

Asignatura: ***Estática.***
Clave de la asignatura: ***MED 1010.***
Unidad: ***2 Sistemas equivalentes de fuerzas.***
Profesor: ***Luis Alfonso Cárdenas García.***
Departamento: ***Metal mecánica.***
Instituto Tecnológico de Hermosillo.

Unidad 2 Sistemas equivalentes de fuerzas
2.2 Ejercicios de momento de una fuerza.
2.2.1 Con respecto a un punto.
2.2.2 Con respecto a un eje.
2.3 Par de fuerzas o momento par.
2.4 Descomposición de una fuerza en una fuerza par.
2.5 Reducción de un sistema de fuerzas.

Antecedentes

Definición de Torque

Cuando se aplica una fuerza en algún punto de un cuerpo rígido, dicho cuerpo tiende a realizar un movimiento de rotación en torno a algún eje.

La propiedad de la fuerza aplicada para hacer girar al cuerpo se mide con una magnitud física que llamamos torque o momento de la fuerza.

Se llama torque o momento de una fuerza a la capacidad de dicha fuerza para producir un giro o rotación alrededor de un punto.

En el caso específico de una fuerza que produce un giro o una rotación, muchos prefieren usar el nombre torque y no momento, porque este último lo emplean para referirse al momento lineal de una fuerza.

Para explicar gráficamente el concepto de torque, cuando se gira algo, tal como una puerta, se está aplicando una fuerza rotacional. Esa fuerza rotacional es la que se denomina torque o momento.

Cuando empujas una puerta, ésta gira alrededor de las bisagras. Pero en el giro de la puerta vemos que intervienen tanto la intensidad de la fuerza como su distancia de aplicación respecto a la línea de las bisagras.

Entonces, considerando estos dos elementos, intensidad de la fuerza y distancia de aplicación desde su eje, el momento de una fuerza es, matemáticamente, igual al producto de la intensidad de la fuerza (módulo) por la distancia desde el punto de aplicación de la fuerza hasta el eje de giro.

Expresada como ecuación, la fórmula es:

M = F • d

F = fuerza aplicada, **M** es momento o torque

d = distancia al eje de giro

El torque se expresa en **unidades de fuerza-distancia**, se mide comúnmente en **Newton metro** (Nm).

Si la fuerza **F** vale 15 N y la distancia **d** mide 8 m, el momento de la fuerza es:

M = F • d = 15 N • 8 m = 120 Nm.

La distancia **d** recibe el nombre de **brazo de la fuerza**.

Una aplicación práctica del momento de una fuerza es la llave mecánica (ya sea inglesa o francesa) que se utiliza para apretar tuercas y elementos similares. Cuanto más largo sea el mango (brazo) de la llave, más fácil es apretar o aflojar las tuercas.

Para apretar una tuerca se requiere cierta cantidad de torque sin importar el punto en el cual se ejerce la fuerza. Si aplicamos la fuerza con un radio pequeño, se necesita más fuerza para ejercer el torque. Si el radio es grande, entonces se requiere menos fuerza para ejercer la misma cantidad de torque.

Puntos importantes

- ✓ El momento de una fuerza con respecto a un eje especifico puede determinarse siempre que la distancia perpendicular da desde la línea de acción de la fuerza hasta el eje pueda ser determinada $\mathbf{M_a = F*d_a}$.
- ✓ Si se usa análisis vectorial $\mathbf{M_a = u_a. (r * F)}$ donde u_a define la dirección del eje y **r** está dirigido desde cualquier punto sobre el eje hasta cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza.
- ✓ Si Ma se calcula como un escalar negativo, entonces el sentido de la dirección $\mathbf{M_a}$ es opuesto a $\mathbf{u_a}$.
- ✓ El Ma expresado como un vector cartesiano se determina a partita de $\mathbf{M_a = M_a u_a}$.

Se dice que dos fuerzas F y –F que tienen la misma magnitud, líneas de acción paralelas y sentidos opuestos formar un par:

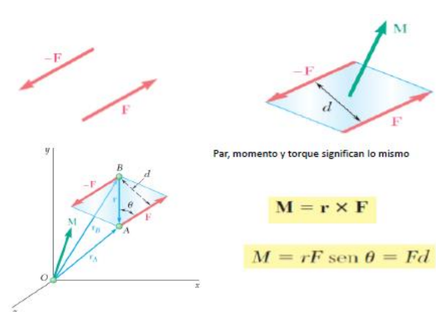


Figura 74 muestra un par de fuerzas

Ejemplo 2.1E

La viga que se muestra en la figura 75 es uniforme y tiene peso W. Calcula el momento que ejerce la fuerza gravitatoria sobre puntos A y B. Se sabe (de la tabla proporcionada anteriormente) que el centro de la gravedad está a mitad de camino a lo largo de la viga. La fuerza (como vector) es: F=-Wj

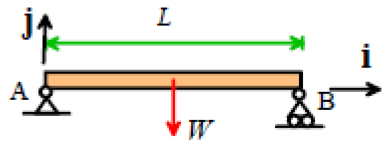


Figura 75.

Para calcular el momento sobre A, tomamos el origen en A. El vector de posición de la fuerza relativa en A es r = (L / 2) i El momento sobre A por lo tanto es:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (L/2)\mathbf{i} \times (-W)\mathbf{j} = -(WL/2)\mathbf{k}$$

Para calcular el momento sobre B, tomamos B como el origen. El vector de posición de la fuerza relativa a B es r = - (L / 2) i por lo tanto:

$$\mathbf{M}_B = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (-L/2)\mathbf{i} \times (-W)\mathbf{j} = (WL/2)\mathbf{k}$$

Ejemplo 2.2E

El miembro AB de una armadura de techo está sujeto a una fuerza gravitacional vertical W y una horizontal carga de viento P. Calcular el momento de la resultante. Fuerza sobre B, figura 76.

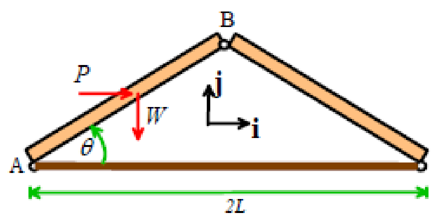


Figura 76.

Tanto la carga del viento como el peso actúan en el centro de gravedad. La geometría muestra que el vector de posición del CG con respecto a B es:

$$\mathbf{r} = (-L/2)\mathbf{i} - (L/2)\tan\theta\,\mathbf{j}$$

La fuerza resultante es:

$$\mathbf{F} = P\mathbf{i} - W\mathbf{j}$$

Por lo tanto, el momento sobre B es:

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_B &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \left[(-L/2)\mathbf{i} - (L/2)\tan\theta\,\mathbf{j}\right] \times \left[P\mathbf{i} - W\mathbf{j}\right] \\ &= (L/2)\left\{W + P\tan\theta\right\}\mathbf{k}\end{aligned}$$

Ejemplo 2.3E

La estructura mostrada en la figura 77 está sujeta a una fuerza T que actúa en E a lo largo de la línea EF.

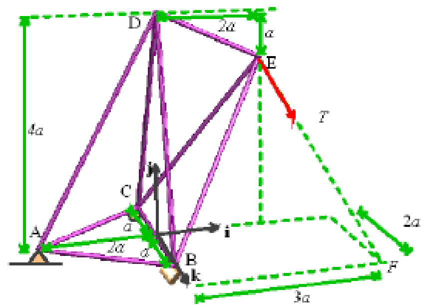


Figura 77.

Calcula el momento de T sobre los puntos A y D. Este ejemplo requiere mucho más trabajo. Primero se requiere anotar la fuerza como un vector. Por lo que la magnitud de la fuerza es T, por lo que se necesita elaborar su dirección. Ya que la fuerza actúa a lo largo de EF, la dirección debe ser un vector unitario apuntando a lo largo de EF. No es difícil notar que el vector EF es:

$$\overrightarrow{EF} = a\mathbf{i} - 3a\mathbf{j} + 2a\mathbf{k}$$

Se puede dividir por la longitud de EF ($\sqrt{14}$) a Encuentra un vector unitario apuntando en la correcta dirección:

$$\mathbf{e}_{EF} = (\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k})/\sqrt{14}$$

El vector de fuerzas es:

$$\mathbf{F} = T(\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k})/\sqrt{14}$$

A continuación, se requiere anotar los vectores de posición necesaria.

Fuerza: r = 2ai + 3aj
Punto A: r_A = -2ai
Punto D: r_D = 4aj

Finalmente, se debe de trabajar a través de los productos cruz necesarios:

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_A &= (\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{F} \\ &= (4a\mathbf{i} + 3a\mathbf{j}) \times T(\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k})/\sqrt{14} \\ &= \left(Ta/\sqrt{14}\right)\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= Ta\left(6\mathbf{i} - 8\mathbf{j} - 15\mathbf{k}\right)/\sqrt{14}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\mathbf{M}_D &= (\mathbf{r} - \mathbf{r}_D) \times \mathbf{F} \\ &= (2a\mathbf{i} - a\mathbf{j}) \times T(\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k})/\sqrt{14} \\ &= \left(Ta/\sqrt{14}\right)\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= Ta\left(-2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 5\mathbf{k}\right)/\sqrt{14}\end{aligned}$$

Claramente, la notación vectorial es muy útil para resolver problemas en 3D.

Ejemplo 2.4E

La losa está sometida a tres fuerzas paralelas figura 78. Hallar la fuerza equivalente resultante y el par de momento en el origen O. También hallar la localización (X, Y) de la fuerza resultante equivalente individual.

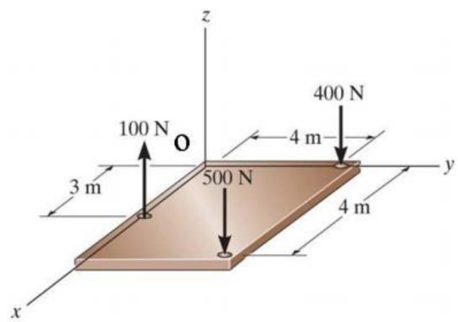
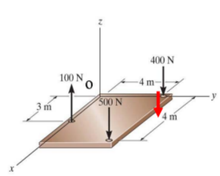


Figura 78.

1) Encontrar $F_{RO} = \sum F_i = F_{Rzo}\, k$
2) Encontrar $M_{RO} = \sum (r_i \times F_i) = M_{RxO} i + M_{RyO} j$
3) La ubicación de la fuerza resultante equivalente individual está dada como $x = -M_{RyO} / F_{RzO}$
 $y = M_{RxO} / F_{RzO}.$



$$F_{RO} = \{100\, k - 500\, k - 400\, k\} = -800\, k \text{ N}$$
$$\begin{aligned} M_{RO} &= (3\, i) \times (100\, k) + (4\, i + 4\, j) \times (-500\, k) \\ &\quad + (4\, j) \times (-400\, k) \\ &= \{-300\, j + 2000\, j - 2000\, i - 1600\, i\} \\ &= \{ \underline{-3600\, i} + \underline{1700\, j}\,\} \text{N·m} \end{aligned}$$

La ubicación de la fuerza resultante equivalente individual está dada como:

$x = -M_{Ryo} / F_{Rzo} = (-1700) / (-800) = 2.13$ m
$y = M_{Rxo} / F_{Rzo} = (-3600) / (-800) = 4.5$ m

Ejemplo 2.5E

El sistema de par y fuerza 2-D mostrado en la figura 79. Hallar la combinación equivalente de fuerza resultante y par de momento actuando en A.

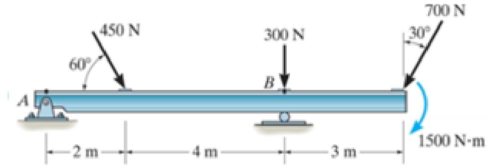


Figura 79.

1) Sumar todas las componentes X, Y de las dos fuerzas para encontrar F_{RA}.
2) Calcular y sume todos los momentos resultados de mover cada fuerza hacia A y luego añádales el momento libre de 1500 N·m para encontrar la resultante M_{RA}.

Sumando las componentes de fuerza:

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 450\ (\cos 60) - 700\ (\text{sen } 30)$$
$$= -125 \text{ N}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = -450\ (\text{sen } 60) - 300 - 700\ (\cos 30)$$
$$= -1296 \text{ N}$$

Ahora encuentre la magnitud y dirección de la resultante.

$F_{RA} = (125^2 + 1296^2)^{1/2} = \underline{1302 \text{ N}}$ y $\theta = \tan^{-1}(1296/125) = \underline{84.5°}$

$$+\circlearrowleft M_{RA} = 450\ (\text{sen } 60)\ (2) + 300\ (6) + 700\ (\cos 30)\ (9) + 1500$$
$$= \underline{9535 \text{ N·m}} \circlearrowleft$$

Ejemplo 2.6E

La combinación de fuerza y pares de momento aplicada en la tubería figura 80. Calcular una fuerza resultante y par de momento equivalentes en el punto O.

a) Calcular $F_{RO} = \Sigma F_i = F_1 + F_2 + F_3$
b) Hallar $M_{RO} = \Sigma M_C + \Sigma (r_i \times F_i)$

M_C es cualquier par de momentos libres
r_i son los vectores de posición desde el punto O hasta cualquier punto en la línea de acción de F_i.

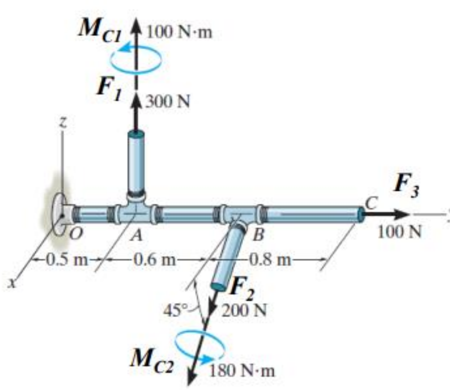


Figura 80.

$\boldsymbol{F_1} = \{300\ \boldsymbol{k}\}$ N

$\boldsymbol{F_2} = 200\{\cos 45°\ \boldsymbol{i} - \text{sen } 45°\ \boldsymbol{k}\}$ N

$= \{141.4\ \boldsymbol{i} - 141.4\ \boldsymbol{k}\}$ N

$\boldsymbol{F_3} = \{100\ \boldsymbol{j}\}$ N

$\boldsymbol{r_1} = \{0.5\ \boldsymbol{j}\}$ m, $\boldsymbol{r_2} = \{1.1\ \boldsymbol{j}\}$ m,

$\boldsymbol{r_3} = \{1.9\ \boldsymbol{j}\}$ m

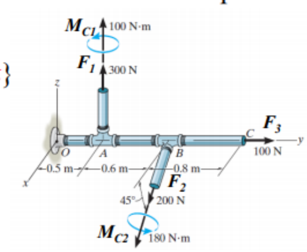
Los pares de momento libres son:

$\boldsymbol{M_{C1}} = \{100\ \boldsymbol{k}\}$ N·m

$\boldsymbol{M_{C2}} = 180\{\cos 45°\ \boldsymbol{i} - \text{sen } 45° \boldsymbol{k}\}$N·m

$= \{127.3\ \boldsymbol{i} - 127.3\boldsymbol{k}\}$N·m

Combinación de fuerza resultante y par de momento en el punto O:



$\boldsymbol{F_{RO}} = \Sigma\ \boldsymbol{F_i} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + \boldsymbol{F_3}$

$= \{300\ \boldsymbol{k}\} + \{141.4\ \boldsymbol{i} - 141.4\ \boldsymbol{k}\} + \{100\ \boldsymbol{j}\}$

$\boldsymbol{F_{RO}} = \{\underline{141}\ \boldsymbol{i} + \underline{100}\ \boldsymbol{j} + \underline{159}\ \boldsymbol{k}\}$ N

$\boldsymbol{M_{RO}} = \Sigma\ \boldsymbol{M_C} + \Sigma\ (\boldsymbol{r_i} \times \boldsymbol{F_i})$

$\boldsymbol{M_{RO}} = \{100\ \boldsymbol{k}\} + \{127.3\ \boldsymbol{i} - 127.3\boldsymbol{k}\}$

$$+ \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0 & 1.1 & 0 \\ 141.4 & 0 & -141.4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0 & 1.9 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \end{vmatrix}$$

$\boldsymbol{M_{RO}} = \{\underline{122}\ \boldsymbol{i} \underline{- 183}\ \boldsymbol{k}\}$ N·m

Ejercicios resueltos

Ejercicio 2.1

Un problema simple que implica carga distribuida. Calcular expresiones para el momento ejercido por la presión que actúa sobre la viga sobre puntos A y B, figura 81.

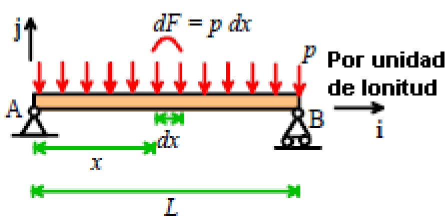


Figura 81.

Una tira arbitraria de la viga con longitud dx está sujeta a una fuerza dF = - p dx j. El vector de posición de la tira con respecto al punto A es r = xi, La fuerza que actúa sobre la banda, por lo tanto, ejerce un momento:

$$d\mathbf{M}_A = x\mathbf{i} \times (-p\,dx)\,\mathbf{j} = -\,px\,dx\ \mathbf{k}$$

El momento total se continúa sumando (integrando) las fuerzas sobre toda la longitud de la viga:

$$\mathbf{M}_A = \int_0^L -p\,x\,dx\ \mathbf{k} = -(pL^2/2)\mathbf{k}$$

Ejercicio 2.2

El miembro AB de una armadura de techo se somete a un fuerza gravitacional vertical W y una carga de viento horizontal P. Calcular el momento de la fuerza resultante sobre B, figura 82.

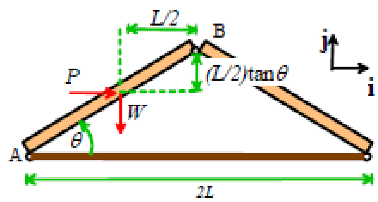


Figura 82.

La distancia perpendicular a la línea de acción de W a B es L / 2. W ejerce un momento contrario a las agujas del reloj sobre B. Por lo tanto, W ejerce un momento M_B= (L/ 2) Wk. La distancia perpendicular a la línea de acción de P a B es (L / 2) tan (θ). P también ejerce un momento contrario a las agujas del reloj alrededor de B. Por lo tanto MB= (L* tan (θ / 2)) Pk.

El momento total es:

$$\mathbf{M}_B = (L/2)\{W + P\tan\theta\}\mathbf{k}$$

Ejercicio 2.3

La figura 83 muestra una escalera de longitud L y peso W descansando en la parte superior de una pared sin fricción. Se muestran también las fuerzas que actúan sobre la escalera. Calcular los momentos sobre el punto. A de la fuerza de reacción en B (que actúa perpendicular a la escalera) y el peso fuerza en C (que actúa en el centro de gravedad, a medio camino de la escalera).

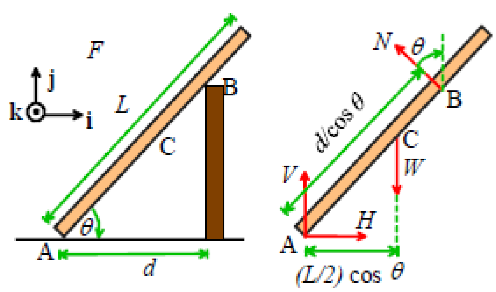


Figura 83.

La distancia perpendicular desde el punto A de la línea a lo largo de la cual N actúa es d/cos (θ). El la figura muestra que la dirección del momento de N alrededor de A está en la dirección + k. Por lo tanto el truco (distancia perpendicular veces fuerza) da por la fuerza actuando en A
M_A= (d/cos (θ)) Nk por la fuerza actuando en B.

La distancia perpendicular desde el punto A hasta la línea a lo largo de la cual actúa W es (L/2) cos (θ). La dirección del momento es –k. Por lo tanto: M_A= (-(L/2) cos (θ)) Wk por la fuerza del peso.

Ahora se compara este resultado con la respuesta que se obtenga usando $\mathbf{M}_A = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{F}$.

Se puede tomar el origen para estar en A para hacer las cosas simples. Entonces, por la fuerza en B.

$$(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) = d\mathbf{i} + d\tan\theta\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_B = -N\sin\theta\mathbf{i} + N\cos\theta\mathbf{j}$$
$$\Rightarrow \mathbf{M} = (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)\times\mathbf{F}_B = \left(dN\cos\theta + d\tan\theta N\sin\theta\right)\mathbf{k}$$
$$= \left(dN(\cos^2\theta + \sin^2\theta)/\cos\theta\right)\mathbf{k} = (dN/\cos\theta)\mathbf{k}$$

Dando la misma respuesta que antes, pero con mucho más esfuerzo, del mismo modo, por la fuerza del peso.

$$(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_A) = (L/2)\cos\theta\mathbf{i} + (L/2)\sin\theta\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_C = -W\mathbf{j}$$
$$\Rightarrow \mathbf{M} = (\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_A)\times\mathbf{F}_B = -(L/2)\cos\theta\, W\ \mathbf{k}$$

El momento que ejerce un la fuerza no cambia si la fuerza se mueve en una dirección paralela a la dirección de la fuerza. Esto es bastante obvio en la luz, (figura 83a).
.

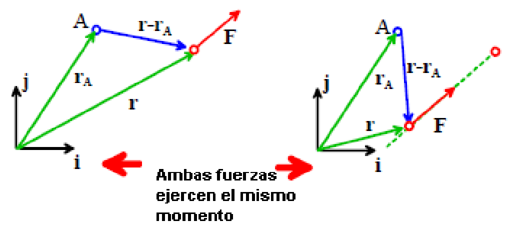


Figura 83a

El componente del momento ejercido por una fuerza sobre un ejemplo es a través de un punto (figura 83b).

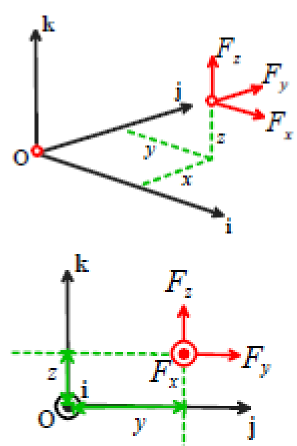


Figura 83b

Se puede calcular (i) encontrando las dos fuerzas componentes perpendiculares al eje; entonces (ii) multiplicando cada componente de fuerza por su distancia perpendicular al eje; y (iii) sumando las aportaciones de cada componente de fuerza siguiendo el convención tornillo derecho. La redacción de este probablemente te pierda, así que empecemos por intentar explica lo que esto significa. Primero, revisemos lo que entendemos por el componente de un momento sobre algún eje. La fórmula para el momento de una fuerza sobre el origen es:

$$\mathbf{M}_O = \{yF_z - zF_y\}\mathbf{i} + \{zF_x - xF_z\}\mathbf{j} + \{xF_y - yF_x\}\mathbf{k}$$

Esto tiene tres componentes:

$$\cdot\ M_x = \{yF_z - zF_y\} \cdot M_x = \{yF_z - zF_y\}$$
$$M_y = \{zF_x - xF_z\}$$
$$M_z = \{xF_y - yF_x\}$$

Cuando es necesario resolver problemas con restricciones, casi siempre estamos interesados en analizar las fuerzas en una estructura que contiene muchas partes, o el movimiento de una máquina con un número de movimiento separado componentes Resolver este tipo de problema no es difícil, pero es muy complicado debido a la gran cantidad de fuerzas involucradas y la gran cantidad de ecuaciones que deben resolverse para determinarlas. Para evitar cometer errores, es fundamental utilizar un procedimiento sistemático y lógico para dibujar cuerpos libres. Diagramas y fuerzas de etiquetado.

Ejercicio 2.4

Una fuerza vertical de 100 lb se aplica en el extremo de una palanca que está unida a una flecha en el punto O, figura 84. Determine:

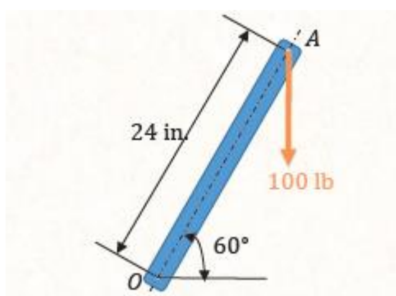


Figura 84.

a) El momento de la fuerza de 100 lb respecto a O.
b) La fuerza horizontal aplicada en A que origina el mismo momento respecto a O.
c) La fuerza mínima aplicada e A que origina el mismo momento respecto a O.
d) Que tan lejos de la flecha debe actuar una fuerza vertical de 240 lb para originar el mismo momento con respecto a O.
e) ¿Si algunas de las fuerzas obtenidas de los incisos b, c, d es equivalente a la fuerza original?

Solución del inciso a):

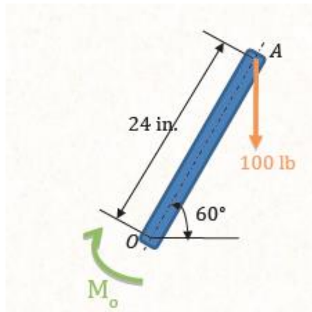


Figura 84.a.

M_0=F*d
M_0= -1000lb*24in * cos(60°)
M_0= -1000lb*12in
M_0= -**1200lb in**

$$\overrightarrow{M_o} = 1200 \text{ lb in } \circlearrowright$$

$$\overrightarrow{M_o} = -1200 \text{ lb} \cdot \text{in } \vec{k}$$

Solución del inciso b):

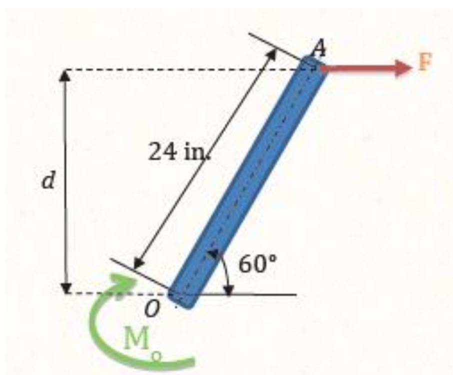


Figura 84.b.

d=24in*60° = 28.74 in M_0 =F*d   ->1200lb = F*28.74in despejando se tiene **F = 57.74lb**

Solución del inciso c):

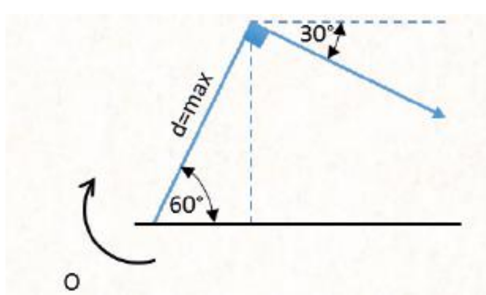


Figura 84.c.

M_0=F*d -> 1200lb in = F*24 in despejando F se tiene **F = 50lb**

Solución del inciso d):

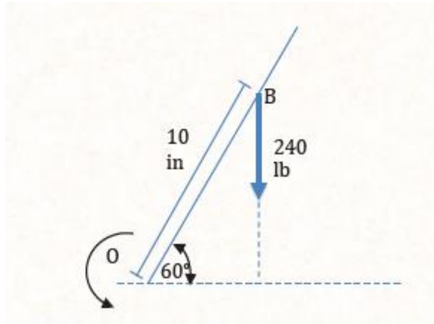


Figura 84.d

M_0=F*d-> despejando se tiene d=M_0/F   por lo tanto

$$d = \frac{1200 lb.in}{240 lb} = 5 in \qquad x = \frac{5 in}{\cos 60} = 10 in$$

Ejercicio 2.5

Calcular el momento resultante con respecto al punto A y B de la viga mostrada en la figura 85.

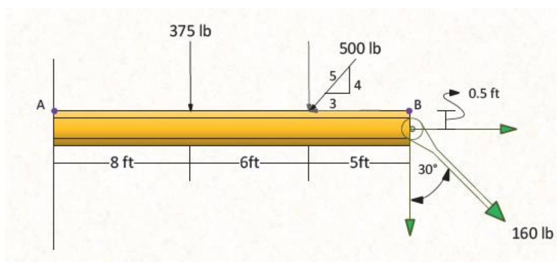


Figura 85.

M_A = ΣF*d

$$M_A = -375 lb * 8ft - 400 lb * 14ft + 80 lb * 0.5ft - 138.56\ lb * 19ft$$

$$M_A = -11192.64\ lb\ in.$$

$$M_A = 11192.64\ lb\ in \circlearrowright$$

M_B = ΣF*d

$$M_B = 375 lb * 11ft + 400 lb * 5ft + 80 lb * 0.5ft$$

$$M_B = 6165\ lb\ in.$$

$$M_B = 6165\ lb\ in.$$

Ejercicio 2.6

EL puntal AB de la tapadera de 1m de diámetro (figura 86) ejerce una fuerza de 450 N en el punto B. Determine el momento de esta fuerza con respecto al punto 0.

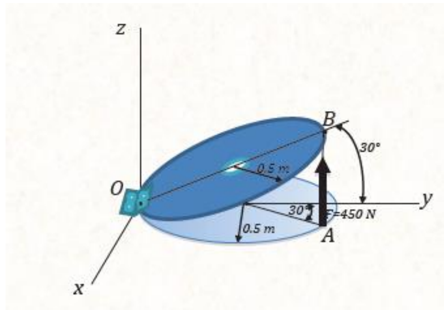


Figura 86.

B= (0; 0.866; 0.5)m

$$\vec{r_B} = (0\vec{\imath};\ 0.866\vec{\jmath};\ 0.5\vec{k})\ \text{m}$$

A= (0.5$*\sin 30°$; 0.5+0.5cos30° ; 0) m

A = (0.25; 0.933; 0)m

$$\vec{M_o} = \vec{r_B} \otimes \vec{F_{AB}}$$

$$\vec{F_{AB}} = F_{AB} * \vec{U_{AB}}$$

$$\vec{F_{AB}} = 450 * \vec{U_{AB}}$$

$$\vec{U_{AB}} = \frac{\vec{AB}}{AB} = \frac{\vec{B} - \vec{A}}{AB}$$

$$\vec{U_{AB}} = \frac{(-0.25\vec{\imath} - 0.064\vec{\jmath} + 0.5\vec{k})}{\sqrt{(-0.25)^2 + (-0.064)^2 + +(0.5)^2}}$$

$$\vec{U_{AB}} = -0.444\vec{\imath} - 0.113\vec{\jmath} + 0.869\vec{k}$$

$$\vec{F_{AB}} = 450 * (-0.444\vec{\imath} - 0.113\vec{\jmath} + 0.869\vec{k})$$

$$\vec{F_{AB}} = (-199.8\,\vec{\imath} - 50.85\,\vec{\jmath} + 391.05\,\vec{k})$$

$$\vec{M_o} = \begin{bmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ -0 & 0.866 & 0.5 \\ -199.8 & -50.85 & 391.05 \end{bmatrix}$$

$$\vec{M_o} = \big(338.64 - (-25.425)\big)\vec{\imath} - \big(0 - (99.9)\big)\vec{\jmath} + (0 - (-173.02))\vec{k}$$

$$= (364.065\,\vec{\imath} - 99.9\vec{\jmath} + 173.02\vec{k})\text{N.m}$$

$$\vec{M_o} = 415.25\ \text{N.m}$$

$$\theta_x = 28.75°$$

$$\theta_y = 103.91°$$

$$\theta_z = 65.37°$$

Ejercicio 2.7

Problema de Mickey Mouse 2D figura 87 muestra al ratón miguelito de pie sobre una viga soportada por una junta fija de pasador en un extremo y una junta deslizante en el otro extremo.

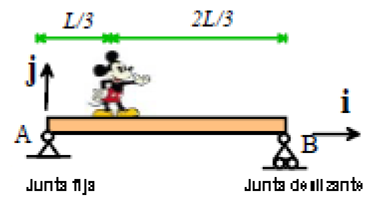


Figura 87.

Si se considera al ratón miguelito y al piso junto como el sistema de interés. Se realiza un dibujo del sistema, aislado de su entorno (desconectar todas las juntas, quitar contactos, etc.). En la figura 87.a, todas las uniones y conexiones son reemplazadas por fuerzas.

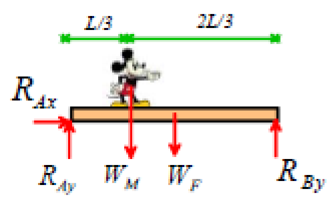


Figura 87.a.

Observe cómo se han introducido variables para denotar los componentes desconocidos de la fuerza, es sensato utilizar una convención que permita identificar rápidamente tanto la posición como la dirección asociada con cada variable. Es una buena idea usar subíndices dobles. El primer subíndice muestra dónde actúa la fuerza, el segundo muestra su dirección. Las fuerzas siempre son llevadas a positivo si actúan a lo largo de las direcciones x, y, z positivas.

Se han utilizado el hecho de que A es una junta de pasador fija y, por lo tanto, ejerce fuerzas verticales y horizontales; mientras que B es una junta de rodillos deslizable, y ejerce solo una fuerza vertical. Tenga en cuenta que siempre se debe de dibujar todas las fuerzas admisibles en el FBD, incluso si se sospecha que algunos componentes pueden resultar más tarde en cero.

Por ejemplo, es bastante claro que R_{Ax} =0 en este ejemplo, pero sería incorrecto omitir esta fuerza. Esto es especialmente importante en problemas de dinámica donde su intuición con respecto a las fuerzas es a menudo incorrecta.

El problema del Ratón Miguelito de peso W_M está parado Un tablón de peso W_B como se muestra en la figura 87.b.

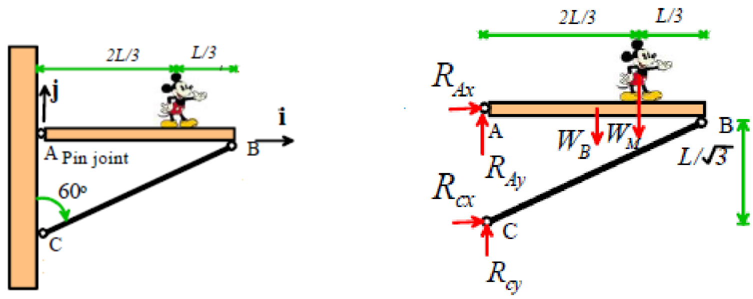


Figura 87.b.

El peso del puntal CB puede ser descuidado. Esta vez se tiene que tratar con una estructura que tiene dos partes conectado por una junta (el puntal BC está conectado al piso AB a través de una junta de pasador). En casos como este, tienes la opción de (a) tratar las dos partes juntas como un solo sistema; o (b) considerando el puntal y el suelo como dos sistemas separados. Como ejercicio, se dibuja diagramas de cuerpo libre para ambos aquí.

Un diagrama de cuerpo libre figura 87.c para el tablón y el puntal juntos se muestra en el derecho. Note nuevamente la convención usada para denotar las reacciones: la primera etiqueta denota la ubicación de la fuerza, la segunda denota la ubicación de la fuerza la dirección.

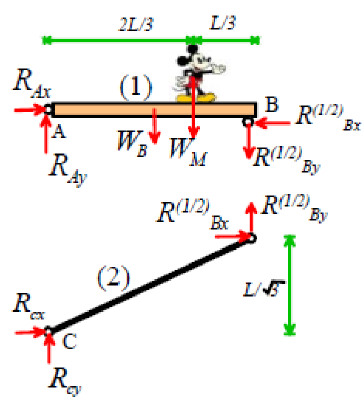


Figura 87.c.

Tanto A como C son uniones de pasadores, y por lo tanto ejercen ambos fuerzas horizontales y verticales. La imagen muestra diagramas de cuerpo libre para ambos componentes. Nota la convención que hemos introducido para tratar con la fuerza de reacción actuando en B es importante usar una forma sistemática para tratar con fuerzas ejercidas por un componente en un sistema sobre otro, o usted puede confundirse irremediablemente El procedimiento recomendado es:

1. Etiqueta los componentes con números aquí está el tablón es (1) y el puntal es (2).

2. Denota fuerzas de reacción actuando entre componentes con la siguiente convención. En el símbolo $R^{1/2}{}_{Bx}$, el superíndice (1/2) denota que la variable significa la fuerza ejercida por el componente (1) sobre el componente (2) (es fácil de recordar que (1/2) es 1 en 2). El subíndice Bx denota que la fuerza actúa en B, y actúa en el positivo en dirección x.

3. Las fuerzas $R^{1/2}{}_{Bx}$, $R^{1/2}{}_{By}$ ejercidas por el componente (1) sobre el componente (2) se dibuja en las direcciones x e y positivas en el diagrama de cuerpo libre para el componente (2).

4. Las fuerzas ejercidas por el componente (2) sobre el componente (1) son iguales y opuestas a $R^{1/2}_{Bx}$, $R^{1/2}_{By}$ Por lo tanto, se dibujan en las direcciones x e y negativas en el diagrama de cuerpo libre para componente (1). Debe pensar que los componentes de la fuerza de reacción actúan en dos direcciones en al mismo tiempo.

Ejercicio 2.8

El Collarín de 200 Kg en A se mantiene en su lugar sobre la barra vertical; lisa por medio del cable AB. Determine el momento respecto a la base de la Barra (Punto C de las coordenadas x=2m; y =5m z = 0m), figura 88. Debido a la fuerza ejercida por el cable sobre el collarín.

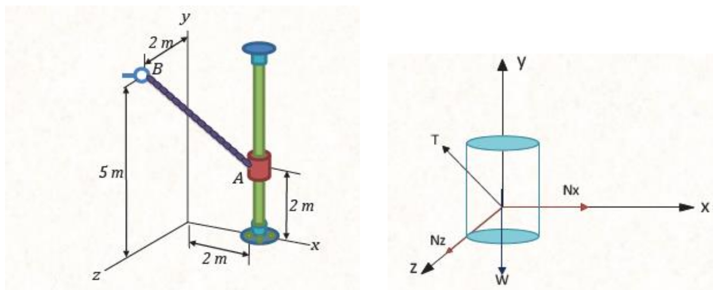


Figura 88 el collarín y su D.C.L.

$$\overline{AB} = B - A$$

$$\overline{AB} = (0\,\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 2\,\hat{k}) - (2\,\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 0\,\hat{k})$$

$$\overline{AB} = (-2\,\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\,\hat{k})$$

$$\overline{T_{AB}} = T_{AB} * \overline{U_{AB}}$$

$$\overline{T_{AB}} = T_{AB} * \frac{(-2\,\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\,\hat{k})}{\sqrt{17}}$$

$$\overline{T_{AB}} = T_{AB} * (-0.485\,\hat{\imath} + 0.727\hat{\jmath} + 0.485\,\hat{k})$$

Ecuación 1

Ecuaciones de equilibrio

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$N_x - 0.485T_{AB} = 0$$

$$+\uparrow \sum F_x = 0$$

$$0.727T_{AB} - W = 0$$

$$T_{AB} = \frac{W}{0.727} = \frac{(200\text{ Kg}) * (9.81\frac{m}{s^2})}{0.727}$$

$T_{AB} = 2698.762N$ en ①, se obtiene la tensión AB en forma vectorial cartesiana.

$$\vec{T_{AB}} = (-1308.89\,\hat{\imath} + 1961.99\,\hat{\jmath} + 1308.89\,\hat{k})$$

$$\sum F_z = 0$$

$$N_z - 0.485T_{AB} = 0$$

$$N_z = 1308.89$$

$$\vec{r_{A/C}} = \vec{r_A} - \vec{r_C}$$

$$\vec{r_{A/C}} = (0\,\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 0\hat{k})\text{m}$$

$$\vec{M_C} = \begin{bmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 2 & 0 \\ -1308.89 & 1961.99 & 1308.89 \end{bmatrix}$$

$$\vec{M_C} = (2617.78)\hat{\imath} - (0)\hat{\jmath} + (2617.78)\hat{k}$$

Mc= 3702.09 N.m

Ejercicio 2.9

Para evaluar qué tan bueno es el diseño del poste de acero vertical que se muestra en la figura 89. Usted debe determinar el momento respecto a la base del poste debido a la fuerza ejercida sobre el punto B por el cable AB. Una celda de carga montada sobre el cable AC indica que la tensión en dicho cable es de 22 kN ¿Cuál es el valor del momento?

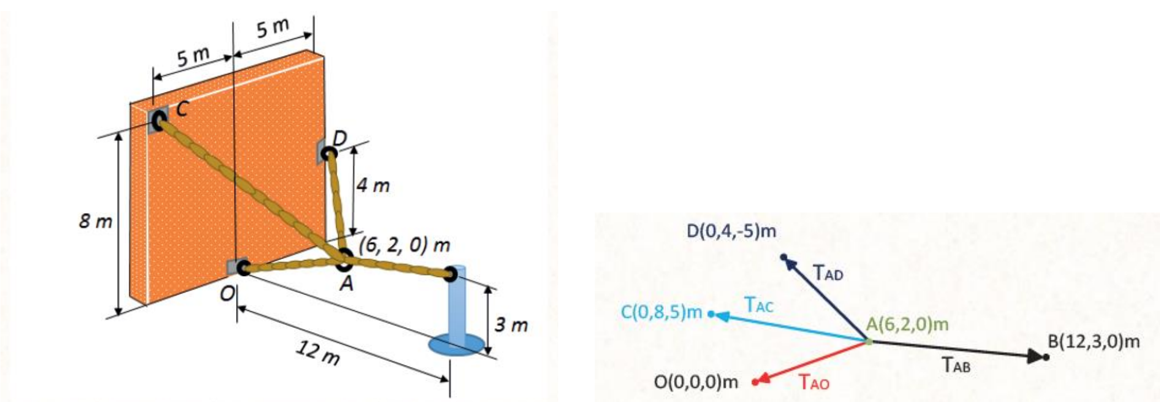


Figura 89 y su D.C.L. en el punto A.

$$C = (0, 8, 5)\text{m}$$

$$D = (0, 4, -5)\text{m}$$

$$A = (6, 2, 0)\text{m}$$

$$B = (12, 3, 0)\text{m}$$

$$\overrightarrow{T_{AC}} = T_{AC} * \overrightarrow{U_{AC}}$$

$$\overrightarrow{U_{AC}} = \frac{\overrightarrow{AC}}{AC} = \frac{\vec{C} - \vec{A}}{AC}$$

$$\overrightarrow{U_{AC}} = \frac{\left(-6\,\vec{i} + 6\vec{j} + 5\,\vec{k}\right)}{\sqrt{(-6)^2 + (6)^2 + (5)^2}}$$

$$\overrightarrow{T_{AC}} = T_{AC} * \frac{\left(-6\,\vec{i} + 6\vec{j} + 5\,\vec{k}\right)}{\sqrt{(-6)^2 + (6)^2 + (5)^2}} = T_{AC} * \frac{\left(-6\,\vec{i} + 6\vec{j} + 5\,\vec{k}\right)m}{9.849m}$$

$$\overrightarrow{T_{AC}} = T_{AC}\left(-0.609\,\vec{i} + 0.609\vec{j} + 0{,}508\,\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{T_{AC}} = 22\text{kN}\left(-0.609\,\vec{i} + 0.609\vec{j} + 0{,}508\,\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{T_{AC}} = 22\text{kN}\left(-0.609\,\vec{i} + 0.609\vec{j} + 0{,}508\,\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{T_{AC}} = \left(-13.398\,\vec{i} + 13.398\vec{j} + 11.176\,\vec{k}\right)kN$$

$$\overrightarrow{T_{AO}} = T_{AO} * \overrightarrow{U_{AO}}$$

$$\overrightarrow{U_{AO}} = \frac{\left(-6\vec{i} - 2\vec{j} - 0\vec{k}\right)m}{\sqrt{(-6)^2 + (2)^2 + (-0)^2}m} = \frac{\left(-6\vec{i} - 2\vec{j} - 0\vec{k}\right)m}{6{,}324\ m}$$

$$\overrightarrow{T_{AO}} = \left(-0.949T_{AO}\,\vec{i} - 0.316\,T_{AO}\vec{j} - 0\,\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{T_{AD}} = T_{AD} * \overrightarrow{U_{AD}}$$

$$\overrightarrow{U_{AD}} = \frac{\left(-6\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}\right)m}{\sqrt{(-6)^2 + (2)^2 + (-5)^2}m} = \frac{\left(-6\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}\right)m}{8{,}062\ m}$$

$$\overrightarrow{T_{AD}} = \left(-0.744T_{AD}\,\vec{i} + 0.248\,T_{AD}\vec{j} - 0.620T_{AD}\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{T_{AB}} = T_{AB} * \overrightarrow{U_{AB}}$$

$$\overrightarrow{U_{AB}} = \frac{\left(6\vec{i} + \vec{j} + 0\vec{k}\right)m}{\sqrt{(6)^2 + (1)^2 + (0)^2}m} = \frac{\left(6\vec{i} + \vec{j} + 0\vec{k}\right)m}{6{,}083\ m}$$

$$\overrightarrow{T_{AB}} = \left(0.986T_{AB}\,\vec{i} + 0.164T_{AB}\vec{j} + 0\,\vec{k}\right)$$

Para el equilibrio en A, $\sum F_A = 0$

$$\sum F_A = \overrightarrow{T_{AC}} + \overrightarrow{T_{AO}} + \overrightarrow{T_{AD}} + \overrightarrow{T_{AB}} = 0$$

Ecuaciones de equilibrio.

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$-13.398 - 0.949T_{AO} - 0.744T_{AD} + 0.986T_{AB} = 0 \; ①$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$13.398 - 0.316T_{AO} + 0.248T_{AD} + 0.164T_{AB} = 0 \; ②$$

$$+\sum F_z = 0$$

$$11.176 - 0T_{AO} - 0.620T_{AD} + 0T_{AB} = 0 \; ③$$

De ③.

$$T_{AD} = 18.026\ kN$$

Reemplazando y resolviendo las ecuaciones, se obtiene.

$$T_{AB} = 163.05\ kN$$

$$T_{AO} = 141.28\ kN$$

Expresamos T_{AB} en forma vectorial cartesiana.

$$\overrightarrow{T_{AB}} = (160.8\,\hat{\imath} + 26.8\,\hat{\jmath} + 0\,\hat{k})\,kN$$

La fuerza que actúa en B, por el cable AB es.

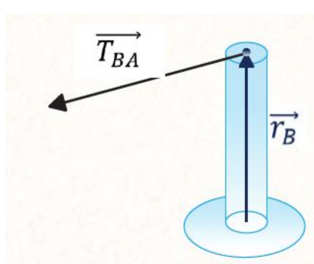


Figura 89a Fuerza que actúa en B, por el cable AB.

$$\overrightarrow{T_{BA}} = -\overrightarrow{T_{AB}}$$

$$\overrightarrow{T_{BA}} = \left(-160.8\,\vec{i} - 26.8\vec{j} + 0\,\vec{k}\right)kN$$

$$\overrightarrow{M_{base}} = \overrightarrow{r_{B}} \otimes \overrightarrow{T_{BA}}$$

$$\overrightarrow{r_{B}} = \left(0\,\vec{i} + 3\vec{j} + 0\,\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{M_{base}} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 3 & 0 \\ -160.8 & -26.8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_{base}} = 482.4\,\vec{k}\,(kN.m)$$

Ejercicio 2.10

La Placa triangular ABC se sostiene mediante soportes de rótula en B Y D y se mantiene en la posición mostrada mediante los cables AE Y CF figura 90. Si la fuerza ejercida por el cable AE en A es de 55N, determine el momento de esta Fuerza respecto de la línea que une los puntos D y B.

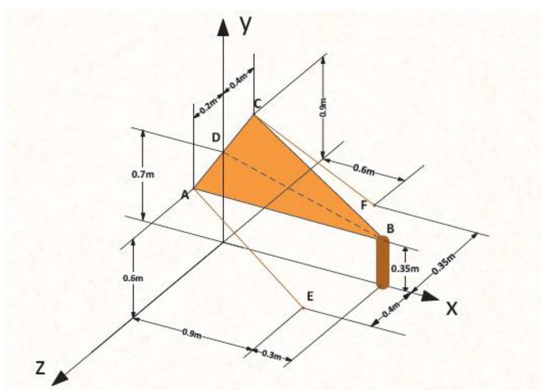


Figura 90.

$$\overrightarrow{T_{AE}} = T_{AE}\ \overrightarrow{\mu_{AE}}$$

$$\overrightarrow{\mu_{AE}} = \frac{\overrightarrow{AE}}{AE} = \frac{\left(0.9\vec{i} - 0.6\,\vec{j} + 0.2\,\vec{k}\right)m}{1.1m}$$

$$\overrightarrow{T_{AE}} = 55N\left(0.818\vec{i} - 0.545\,\vec{j} + 0.181\,\vec{k}\right)$$

$$\overrightarrow{T_{AE}} = \left(45\vec{i} - 30\,\vec{j} + 10\,\vec{k}\right)N$$

$$M_{DB} = \overrightarrow{\mu_{DB}}\,.\overrightarrow{M_{D}}$$

$$M_{DB} = \overrightarrow{\mu_{DB}} \cdot (\overrightarrow{r_{A/D}} \times \overrightarrow{T_{AE}})$$

$$\overrightarrow{\mu_{DB}} = \frac{\overline{DB}}{DB} = \frac{\bar{B}-\bar{D}}{DB}$$

$$\overrightarrow{\mu_{DB}} = \frac{(1.2\mathrm{r} - 0.35\,\jmath + 0\vec{k})m}{\sqrt{(1.2)^2 + (0.35)^2 m}}$$

$$\overrightarrow{\mu_{DB}} = (0.96\,\mathrm{r} - 0.28\jmath + 0)$$

$$\overrightarrow{r_{A/D}} = (0\mathrm{r} - 0.1\jmath + 0.2\vec{k})m$$

$$M_{DB} = \begin{vmatrix} 0.96 & -0.28 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0.2 \\ 45 & -30 & 10 \end{vmatrix}$$

$$= [(-0.1)(10) - (-30)(0.2)]0.96 - [0(10) - 45(0.2)](-0.28) + 0$$

M_{DB} = 2.28 N.m *Quiere decir que la fuerza hacer rotar a la placa triangular en sentido anti horario, visto desde B*

$$\overrightarrow{M_{DB}} = M_{DB} \times \overrightarrow{\mu_{DB}}$$

$$\overrightarrow{M_{DB}} = (2.188\mathrm{r} - 0.638)Nm$$

Para otro vector posición

$$M_{DB} = \overrightarrow{\mu_{DB}} \cdot \overrightarrow{M_{B}}$$

$$M_{OB} = \mu_{OB} \cdot (r_{E/B} \times T_{AE})$$

$$r_{E/B} = (-0.3i - 0.35j + 0.4k)$$

$$M_{OB} = \begin{vmatrix} 0.96 & -0.28 & 0 \\ -0.3 & -0.35 & 0.4 \\ 45 & -30 & 10 \end{vmatrix}$$

$= [(-0.35)(10) - (-30)(0.4)]0.96 - [(-0.3)(10) - (45)(0.4)](-0.28) = 8.16 - 5.88$

$= 2.28$ N.m

Ejercicio 2.11

Si la tensión en el cable CE que se muestra en la figura 91 es de 160 lb. Determine el momento resultante, de la fuerza ejercida por el cable sobre la cubierta en C y a la fuerza aplicada en D; respecto a la línea que pasa por las bisagras A y B.

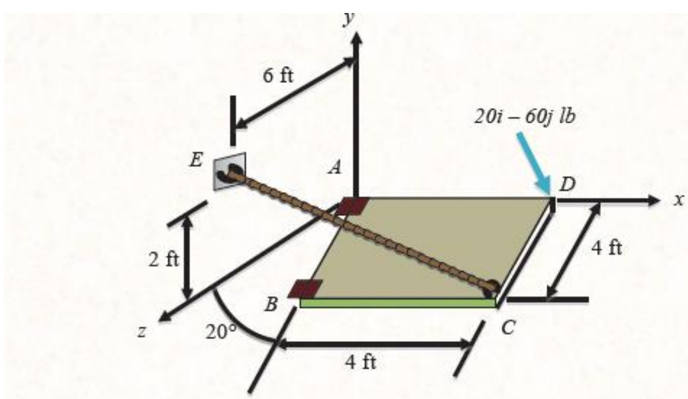


Figura 91.

$$sen20° = \frac{-y}{4} \qquad cos20° = \frac{z}{4}$$

$y = -1.36\ ft$

$z = 3.75\ ft$

Puntos:

$E(0,2,6)ft$

$C(4,-1.36,3.75)ft$

$M_{AB} = \overrightarrow{u_{AB}} \odot \overrightarrow{M_B} + \overrightarrow{u_{AB}} \odot \overrightarrow{M_A}$

$\overrightarrow{u_{AB}} = 0\, i - sen20°\, j + cos20°\, k$

$\overrightarrow{r_C} = (4\, i + 0j + 0k)ft$

$\overrightarrow{T_{CE}} = \overrightarrow{u_{EC}}.T_{CE}$

$$\overrightarrow{T_{CE}} = 160lb\left(-\frac{4}{5.688}\, i + \frac{3.36}{5.688}\, j + \frac{2.25}{5.688}\, k\right)$$

$\overrightarrow{T_{CE}} = (-112.518\, i + 94.515\, j + 63.291k)\, lb$

$$M_{AB1} = \begin{vmatrix} 0 & -sen20° & cos20° \\ 4 & 0 & 0 \\ -112.518 & 94.515 & 63.291 \end{vmatrix}$$

$M_{AB1} = 441.847\, lb.ft$

$$M_{AB2} = \begin{vmatrix} 0 & -sen20° & cos20° \\ 4 & 0 & 0 \\ 20 & -60 & 0 \end{vmatrix}$$

$M_{AB2} = -225.526\, lb.ft$

$M_{AB} = M_{AB1} + M_{AB2}$

$M_{AB} = 216.32\, lb.ft$

Ejercicio 2.12

La tensión en el cable unido al extremo C de un aguilón ajustable ABC es de 600 lb, figura 92, reemplace la fuerza ejercida por el cable en C por un sistema equivalente fuerza-par.

a) En A
b) En B

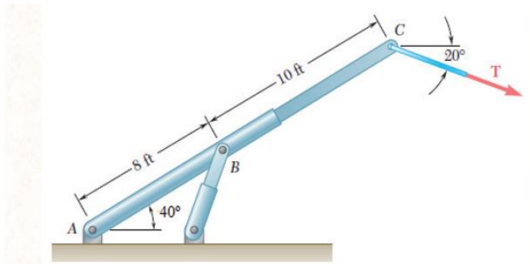


Figura 92.

Parte a)

$$T_x = 600\ lb\ \cos 20$$

$$T_x = 563.82\ lb$$

$$T_y = 600\ lb\ \sin 20$$

$$T_y = 205.21\ lb$$

$$\circlearrowleft M_A = -(563.62\ lb)(18 * \sin 40\ \ ft) - (-205.21\ lb)(18 * \cos 40)$$

$$\circlearrowleft M_A = -3691.58\ lb \cdot ft$$

$$\overline{M_A} = 3691.58\ lb \cdot ft\ \ \circlearrowright$$

$$T = 600\ lb, 340°$$

Parte b)

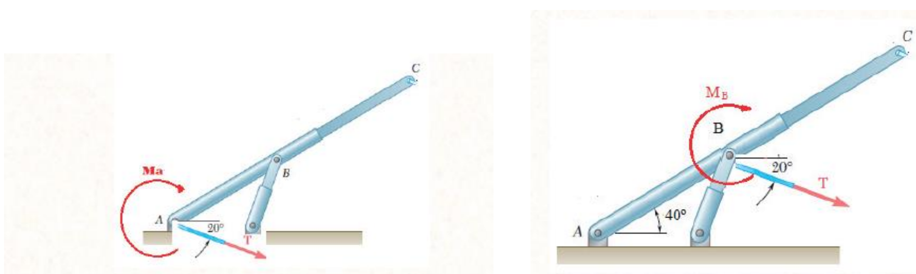


Figura 92b.

$$\circlearrowleft M_B = -(563.62\ lb)(10 \sin 40\ \ ft) - (205.21\ lb)(10 \cos 40)$$

$$\circlearrowleft M_B = -5194.88\ lb \cdot ft$$

$$\overline{M_B} = 5194.88\ lb \cdot ft\ \circlearrowright$$

$$T = 600\ lb, 340°$$

Ejercicio 2.13

Reemplace el sistema de fuerzas actuando sobre la viga por una fuerza y momento de un par equivalentes en el punto B, figura 93. El grosor de la viga es de 0.5 m

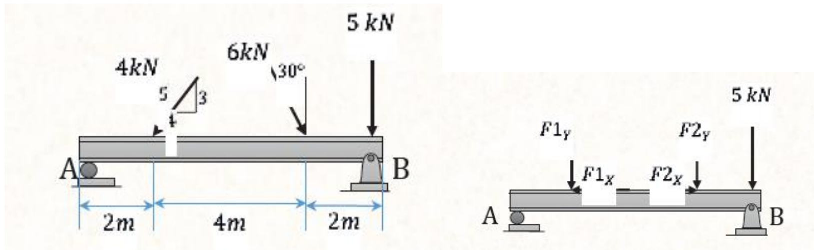


Figura 93. Descomposición de fuerzas.

$$F1_x = 4\ kN\frac{4}{5} = 3.2\ kN$$

$$F1_y = 4\ kN\frac{3}{5} = 2.4\ kN$$

$$F2_x = 6\ kN \sin 30 = 3\ kN$$

$$F2_y = 6\ kN \cos 30 = 5.2\ kN$$

$$\circlearrowleft \sum M_B^R = (3.2\ kN)(0.5m) + (2.4\ kN)(6\ m) - (3\ kN)(0.5m) + (5.2\ kN)(2\ m)$$

$$M_B^R = 24.9\ kN \cdot m \ \circlearrowleft$$

$$R = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}$$

$$R = (3 - 3.2)kN\ \hat{\imath} + (-2.4 - 5.2 - 5)\ kN\ \hat{\jmath}$$

$$R = (-0.2\ \hat{\imath} - 12.6\ \hat{\jmath})kN$$

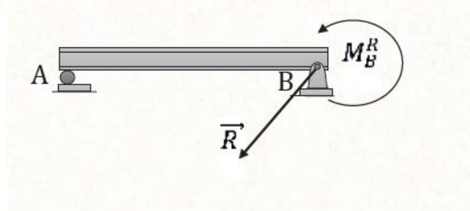


Figura 93a

Ejercicio 2.14

Una fuerza F1 de 77 N y un par M1 de 31 N · m se aplican en la esquina E de la placa doblada que se muestra en la figura 94. Si F1 y M1 deben reemplazarse por un sistema equivalente fuerza-par (F2, M2) en la esquina de B y si (M2) z =0, determinar:

a).- La distancia d
b).- F2 y M2.

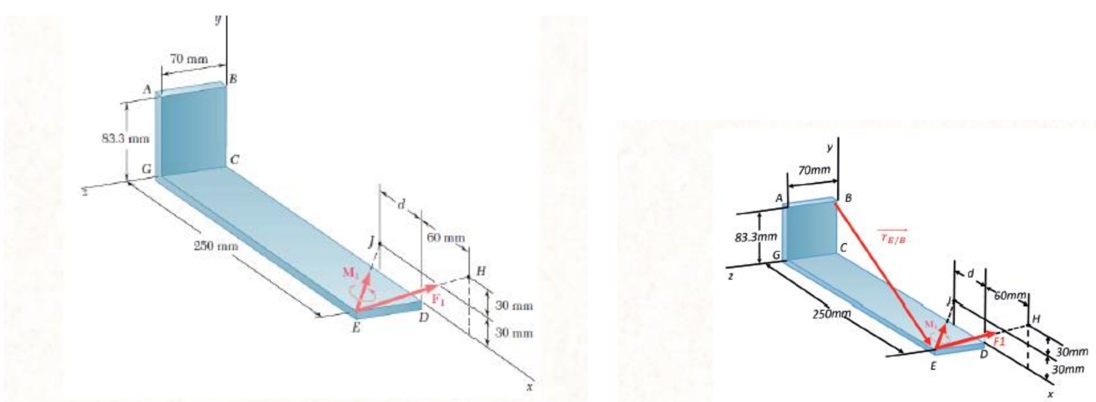


Figura 94.

a)

$$\overrightarrow{M_2} = \overrightarrow{M_B} + \overrightarrow{M_1} = \left(\overrightarrow{r_{E/B}} \otimes \overrightarrow{F_1} \right) + \overrightarrow{M_1}$$

$$\overrightarrow{r_{E/B}} = (0.25\,\vec{\imath} - 0.0833\,\vec{\jmath} + 0.07\vec{k})m$$

$$\overrightarrow{F_1} = F_1\,\overrightarrow{U_{EH}}$$

$$\overrightarrow{F_1} = 77N\left(\frac{0.06\,\vec{\imath} + 0.06\,\vec{\jmath} - 0.07\vec{k}}{0.11}\right)$$

$$\overrightarrow{F_1} = (42\,\vec{\imath} + 42\,\vec{\jmath} - 49\,\vec{k})N$$

$$\overrightarrow{M_1} = M_1\,\overrightarrow{U_{EJ}}$$

$$\overrightarrow{M_1} = 31\,N.m\left(\frac{-d\,\vec{\imath} + 0.03\,\vec{\jmath} - 0.07\,\vec{k}}{\sqrt{d^2 + 0.0058}}\right)$$

$$\overrightarrow{M_1} = \left(\frac{-31d\,\vec{\imath} + 0.93\,\vec{\jmath} - 2.17\,\vec{k}}{\sqrt{d^2 + 0.0058}}\right) N.m$$

$$\overrightarrow{M_B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0.25 & -0.0833 & 0.07 \\ 42 & 42 & -49 \end{vmatrix} + \overrightarrow{M_1}$$

$$\overrightarrow{M_B} = \left[(4.087 - 2.94)\vec{\imath} - (-12.25 - 2.94)\vec{\jmath} + (10.5 + 3.49)\vec{k}\,\right] + \overrightarrow{M_1}$$

$$\overrightarrow{M_B} = \left(1.14\,\vec{\imath} + 15.19\,\vec{\jmath} + 14\vec{k}\right)Nm + \left(\frac{-31d\,\vec{\imath} + 0.93\,\vec{\jmath} - 2.17\,\vec{k}}{\sqrt{d^2 + 0.0058}}\right) N.m$$

$$\left(\overrightarrow{M_2}\right)z = 0$$

$$14\vec{k} + \frac{-2.17\,\vec{k}}{\sqrt{d^2 + 0.0058}} = 0$$

$$\sqrt{d^2 + 0.0058}\,(14) - 2.17 = 0$$

$$(d^2 + 0.0058)(196) = 4.71$$

$$d^2 = 0.018225$$

$$d = 0.135\,m$$

b)

$$\overrightarrow{M_1} = \left(\frac{-31(0.135)\,\vec{\imath} + 0.93\,\vec{\jmath} - 2.17\,\vec{k}}{\sqrt{0.135^2 + 0.0058}}\right)$$

$$\overrightarrow{M_1} = \left(-27\,\vec{\imath} + 6\,\vec{\jmath} - 14\vec{k}\,\right)N.m$$

$$\overrightarrow{M_B} = \left(1.14\,\vec{\imath} + 15.19\,\vec{\jmath} + 14\vec{k}\right)N.m + \left(-27\,\vec{\imath} + 6\,\vec{\jmath} - 14\vec{k}\,\right)N.$$

$$\overrightarrow{M_2} = \overrightarrow{M_B} = (-25.86\,\vec{\imath} + 21.19\,\vec{\jmath} + 0\,\vec{k})\,N.m$$

$$\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_2}$$

$$\overrightarrow{F_2} = (42\,\vec{\imath} + 42\,\vec{\jmath} - 49\,\vec{k})N$$

Ejercicio 2.15

Determine el momento par resultante de los 3 pares que actúan sobre la placa de la figura 95.

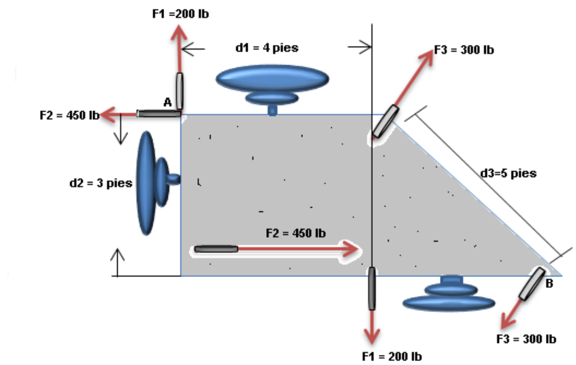


Figura 95.

Como se muestra en la figura 15, las distancias perpendiculares entre cada una de las fuerzas es d_1= 4 pies, d_2 = 3 pies y d_3 = 5 pies. Si se consideran que los momentos de par con sentido contrario a las manecillas del reloj son positivos se tiene:

$+M_R = \Sigma M$; $M_R = -Fd_1 + F2d_2 – F3d_3$ = (200lb)(4pies) + (450lb)(3pies – (300lb)(5pies) = -950lb • pie = 950lb • pie

Nota: El signo negativo indica que M_R tiene un sentido rotacional en el sentido de las manecillas del reloj.

Ejercicio 2.16

Determine la magnitud y dirección del momento par que actúa sobre el engrane de la figura 96.

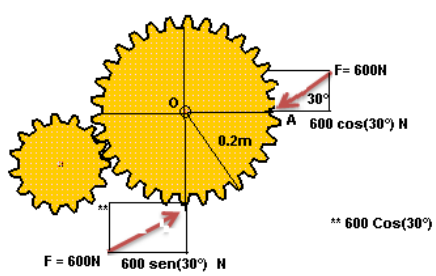


Figura 96.

La solución requiere descomponer cada fuerza en sus componentes como se muestra en la figura 96 el momento de par puede determinarse al sumar los momentos de estas componentes de fuerza respecto con respecto a cualquier punto, por ejemplo al centro O del engrane o el punto A, si se considera que los mementos con sentido contrario a las manecillas del reloj son positivos se tiene:

$+M = \Sigma M_O$; M = (600*cos (30°N)(0.2m))–(600*sen(30°N)(0.2m)) = 43.9N•m

O:

+M= ΣM_A; M = (600*cos (30°N)(0.2m))–(600*sen(30°N)(0.2m)) = 43.9N•m = 43.9N•m

Ejercicio 2.17

Si P=15 N reemplace los tres pares por un solo par equivalente especifique su magnitud y la dirección de su eje, figura 97.

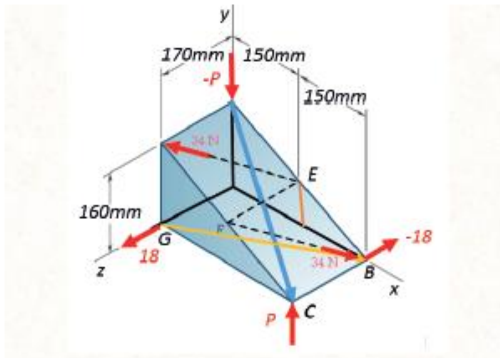


Figura 97.

$$F = 18N$$

$$M1 = r_{y/a} \otimes F$$

$$M1 = (0{,}3i + 0j - 0{,}17k) \otimes (-18k)$$

$$M1 = 5{,}4j\ Nm$$

$$P = 15\ N$$

$$M2 = r_{c/A} \otimes P$$

$$r_{C/A} = (0{,}3i - 0{,}16j + 0{,}17k)m$$

$$M2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0.3 & -0{,}16 & +0.17 \\ 0 & 15 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M2 = (-2.55i + 4.5\,k)N.m$$

$$M3 = \overline{r_{E/F}} \otimes \overline{FED}$$

$$\overline{F_{ED}} = F_{ED} * \overline{U_{ED}}$$

$$\overline{U_{ED}} = \frac{ED}{|ED|}$$

$$\frac{y}{0.16} = \frac{0.15}{0.3}$$

$$y = 0.08m$$

$$\overrightarrow{ED} = (-0.15i + 0.08j + 0.17k)m$$

$$|ED| = 0.24m$$

$$\overrightarrow{U_{ED}} = \frac{-0.15i + 0.08j + 0.17k}{0.24}$$

$$\overrightarrow{U_{ED}} = -0.625i + 0.333j + 0.708k$$

$$\overrightarrow{F_{EG}} = 34N(-0.625i + 0.333j + 0.708k)$$

$$\overrightarrow{F_{EG}} = (-21.25i + 11.33j + 24.08k)N$$

$$\overrightarrow{M3} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -0.17 \\ -21.25 & 11.33 & 24.08 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M3} = (1.92i + 3.61j)N.m$$

$$\overrightarrow{MR} = (-0.63i + 9.01j + 4{,}5k)N.m$$

$$\overrightarrow{MR} = 10.09\ N.m$$

$$\cos\theta_x = \frac{-0.63}{10.09}$$

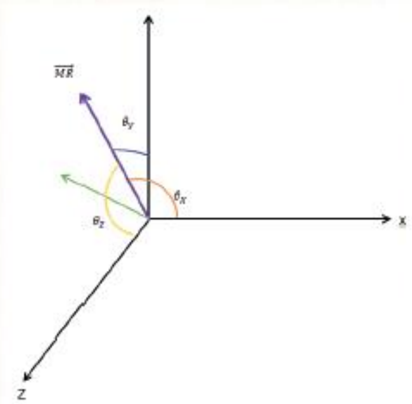
$$\theta_x = 93.58°$$

$$\cos\theta_y = \frac{9.01}{10.09}$$

$$\theta_y = 26.75°$$

$$\cos\theta_z = \frac{4{,}5}{10.09}$$

$$\theta_z = 63.51°$$



Ejercicio 2.18

Dado *P* =32 lb, substituya los tres pares por un solo par equivalente, determine su magnitud y los ángulos directores,figura 98.

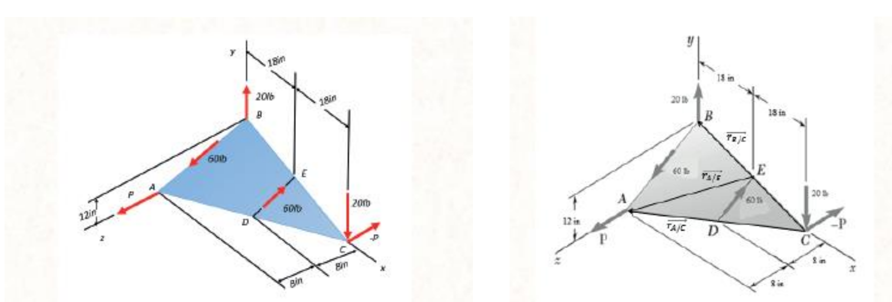


Figura 98.

$$\vec{M_1} = (\, \vec{r_{A/C}} \otimes P)$$

$$\vec{r_{A/C}} = (-36\vec{i} + 16\vec{k})in$$

$$\vec{M_1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -36 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 32 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M_1} = (\,1152\vec{j}\,)lbin$$

$$\vec{M_2} = (\, \vec{r_{B/C}} \otimes 20\vec{j})$$

$$\vec{r_{B/C}} = (-36\vec{i} + 12\vec{j}\,)in$$

$$\vec{M_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -36 & 12 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M_2} = (-720\vec{k}\,)lbin$$

$$\vec{M_3} = (\, \vec{r_{A/E}} \otimes \vec{F_{BA}})$$

$$\vec{r_{A/E}} = (-18\vec{i} - 6\vec{j} + 16\vec{k})in$$

$$\vec{F_{BA}} = 60lb\; \mu\vec{BA}$$

$$\mu\vec{BA} = \frac{-12\vec{j} + 16\vec{k}}{20}$$

$$\mu\vec{BA} = -0.6\vec{j} + 0.8\vec{k}$$

$$\vec{F_{BA}} = (-36\vec{j} + 48\vec{k}\,)lb$$

$$\vec{M_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -18 & -6 & 16 \\ 0 & -36 & 48 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M_3} = (288\vec{i} + 864\vec{j} + 648\vec{k}\,)lbin$$

$$\vec{M_T} = \vec{M_1} + \vec{M_2} + \vec{M_3}$$

$$\vec{M_T} = (288\hat{\imath} - 2016\hat{\jmath} - 72\hat{k})\,lbin$$

$$M_T = 2037{,}74\ lbin$$

$$\cos\theta_x = \frac{288}{2037{,}74}$$

$$\cos\theta_y = \frac{2016}{2037{,}74}$$

$$\cos\theta_z = \frac{-72}{2037{,}74}$$

$$\theta_x = 81{,}87^o$$

$$\theta_y = 8{,}37^o$$

$$\theta_z = 92{,}02^o$$

Ejercicio 2.19

Dado: Un sistema de fuerzas 2D con la geometría mostrada. Hallar: La fuerza equivalente par de momento actuando en A, y luego la ubicación de la fuerza individual (única) medida a partir de A, figura 99.

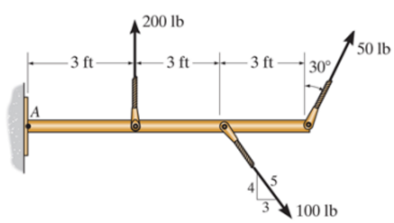


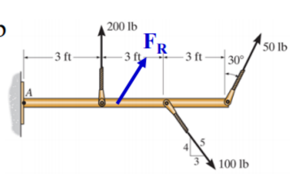
Figura 99.

1) Sumar todas las componentes X, Y de las fuerzas para encontrar F_{RA}.
2) Hallar y sumar todos los momentos resultantes de mover cada componente de fuerza hasta A.
3) Reposionar F_{RA} a una distancia d tal que d = M_{RA}/F_{Ry}.

$\overset{+}{\rightarrow}\ \Sigma F_{Rx} = 50(\text{sen } 30) + 100(3/5) = 85\ \text{lb}$

$+\uparrow\ \Sigma F_{Ry} = 200 + 50(\cos 30) - 100(4/5)$
$= 163.3\ \text{lb}$

$+\circlearrowleft M_{RA} = 200\ (3) + 50\ (\cos 30)\ (9)$
$- 100\ (4/5)\ 6 = \underline{509.7\ \text{lb}\cdot\text{ft CR}}$



$F_R = (85^2 + 163.3^2)^{1/2} = \underline{184 \text{ lb}}$

$\measuredangle\ \theta = \tan^{-1}(163.3/85) = \underline{62.5°}$

La fuerza equivalente individual F_R se puede ubicar a una distancia d medida a partir de A.

$d = M_{RA}/F_{Ry} = 509.7 / 163.3 = \underline{3.12 \text{ ft}}$

Ejercicios de tarea

Ejercicio 2.1 T

Un barco atraca en el puerto de Veracruz.

1. En qué situación el momento en el punto A del amarre es mayor ¿cuándo el barco atraca con marea alta (figura 100) o seis horas más tarde, con marea baja (figura. 100.a)?

2. Si la fuerza que ejerce el barco sobre el amarre es T = 20,000 NK y el momento máximo que se puede aplicar al punto A es 1,4800 NK, ¿para qué ángulo del cabo con la horizontal se romperá el amarre?

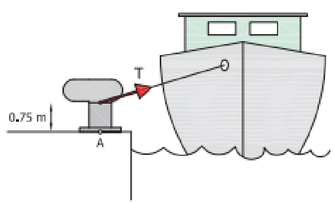


Figura 100

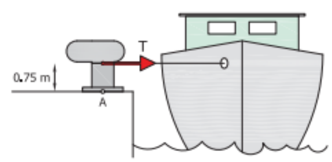


Figura 100.a

Ejercicio 2.2 T

Calcular el momento que ejercen las fuerzas representadas en la figura en los puntos A y B figura 101.

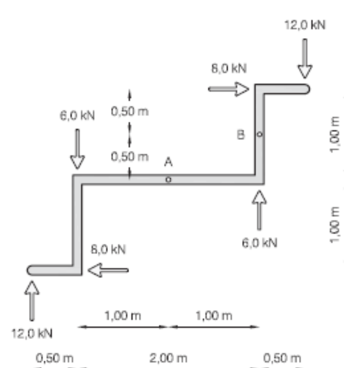


Figura 101.

Ejercicio 2.3 T

Calcular el momento flector producido por las fuerzas en el punto O. Indicar el sistema de coordenadas que se ha utilizado para la resolución del ejercicio, figura 102.

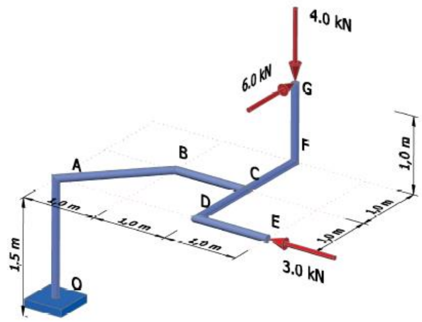


Figura 102

Ejercicio 2.4T

El marco CD está articulado en A y D y se sostiene mediante un cable, el cual pasa por un anillo colocado en B y está unido a ganchos G y H, figura 103. Si la tensión en el cable es de 1125N, determine el momento respecto a la diagonal AD, de la fuerza ejercida sobre el marco por el tramo BH del cable.

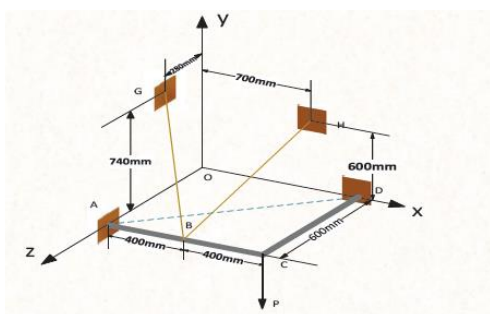


Figura 103.

Ejercicio 2.5 T

La Placa triangular ABC se sostiene mediante soportes de rótula en B Y D y se mantiene en la posición mostrada en la figura 104 mediante los cables AE Y CF. Si la fuerza ejercida por el cable AE en A es de 55N, determine el momento de esta Fuerza respecto de la línea que une los puntos D y B.

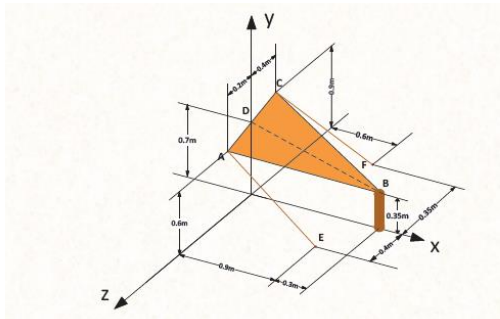


Figura 104.

Ejercicio 2.6 T

Para apretar un perno de cabeza cuadrada se emplea una llave de brazos. Si a ésta se aplican las fuerzas de 50 lb como se muestra en la figura 105 determinar el módulo de las fuerzas ejercidas sobre los cuatro puntos de contacto de la cabeza de 1 pulgada del perno, de tal modo que su acción externa en el perno equivalga a la de las dos fuerzas de 50 lb. Supóngase que las fuerzas son perpendiculares a las caras de la cabeza del perno.

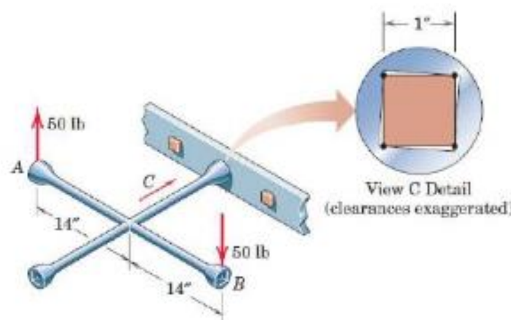


Figura 105.

Ejercicio 2.7 T

Durante un giro constante hacia la derecha, una persona ejerce las fuerzas que aparecen en el volante de la figura 106. Tenga en cuenta que cada fuerza consiste en una componente tangencial y una componente radialmente hacia dentro. Determinar el momento ejercido sobre la columna de dirección en O.

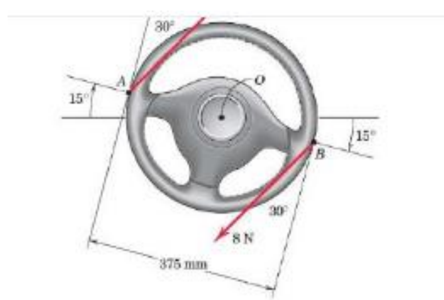


Figura 106.

Ejercicio2.8 T

Reemplace los dos pares que actúan sobre la columna tubular en la figura 107 por un momento par resultante.

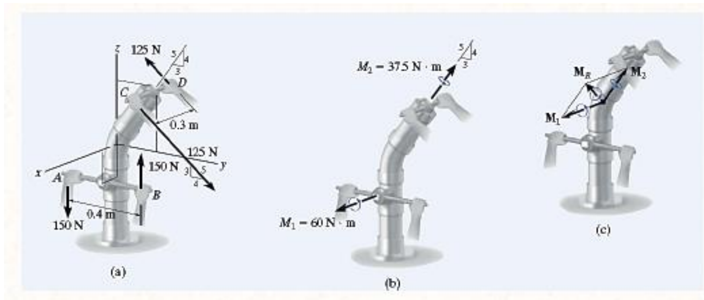


Figura 107.

Tarea ejercicio de aplicación

Nombre del alumnno____

Salón_______________________________

Materia_____________________________

Curso_______________________________

Unidad______________________________

Fecha_______________________________

Diseñe un pequeño proyecto donde con alto grado de dificultad donde el objetivo es demostrar cómo funciona el momento de una fuerza respecto a un punto y respecto a un eje, aplicado a un ejemplo de la vida real (Utilice su creatividad para desarrollarlo). El ejercicio será ejecutado mediante un prototipo, en equipo de 4 alumnos, se acompaña con un video, cálculos matemáticos y su memoria de trabajo.

Ejercicios de atención

Nombre del alumnno____

Salón_______________________________

Materia_____________________________

Curso_______________________________

Unidad______________________________

Fecha_______________________________

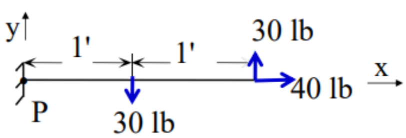
1. Para este sistema de fuerza, el sistema equivalente en P es ___

   A) F_{RP} = 40 lb (a lo largo de la dir. +x) y M_{RP} = +60 lb·ft

   B) F_{RP} = 0 lb y M_{RP} = +30 lb·ft

   C) F_{RP} = 30 lb (a lo largo de la dir. +y) y M_{RP} = -30 lb·ft

   D) F_{RP} = 40 lb (a lo largo de la dir. +x) y M_{RP} = +30 lb·ft



2. Considere tres pares actuando en un cuerpo. Los sistemas equivalentes serán _______ en puntos diferentes del cuerpo.

   A) Diferentes cuando se ubiquen

   B) Iguales, aún cuando estén localizados

   C) Cero cuando se ubiquen

   D) Ninguna de las anteriores

Infografía

El alumno elaborará una infografía donde se describirá los temas de la unidad 2.

Video

Los alumnos en equipo de 4 implementaran el siguiente problema de manera práctica y lo presentaran en un video mostrando su funcionamiento en tiempo real.

Durante un giro constante hacia la derecha, una persona ejerce las fuerzas que aparecen en el volante de la figura 106. Tenga en cuenta que cada fuerza consiste en una componente tangencial y una componente radialmente hacia dentro. Determinar el momento ejercido sobre la columna de dirección en O.

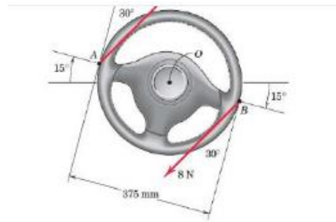


Figura 106 .

Rúbrica 1 para la evaluación ejercicios de tarea

Nombre del alumno **Grupo**
Asignatura Estática **Clave de la asignatura MED 1010**
Unidad 2 sistemas equivalentes de fuerzas. Rúbrica 1 evaluación de ejercicios de tarea.
Academia de metal mecánica. I.T.H.

Sistemas equivalentes de fuerzas

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS PRÁCTICOS DE TAREA			
PROPÓSITO:	El estudiante logrará aplicar los conceptos de matemáticas (matrices) y física para la solucíónn de problemas enfocados a sistemas equivalentes de fuerzas		
INDICADOR	EXCELENTE 100-85	SATISFACTORIO 70-84	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.

ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	**Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos.** **La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos.** **No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Rúbrica 2 para la evaluación de ejercicio de aplicación

Nombre del alumno **Grupo**
Asignatura Estática **Clave de la asignatura MED 1010**
Unidad 2 sistemas equivalentes de fuerzas.Rúbrica 2 evaluación de ejercicio de aplicación.
Academia de metal mecánica. I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIO DE APLICACIÓN			
PROPÓSITO:	El estudiante logre aplicar el concepto teóricos y prácticos solución en los sistemas equivalentes de fuerzas en la aplicación real.		
INDICADOR	EXCELENTE 100-85	SATISFACTORIO 70-84	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.	La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.	La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica	La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado	La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.
TRABAJO COLABORATIVO	El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.

Rúbrica 3 para evaluar ejercicios de atención

Nombre del alumno **Grupo**
Asignatura Estática **Clave de la asignatura MED 1010**
Unidad 2 sistemas equivalentes de fuerzas. Rúbrica 3 evaluación ejercicios de atención.
Academia de metal mecánica. I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS DE ATENCIÓN			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar los conceptos teóricos y prácticos de sistemas equivalentes de fuerzas.		
INDICADOR	**EXCELENTE** **100-85**	**SATISFACTORIO** **70-84**	**NO ACEPTABLE** **MENOR A 70**
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema

	comprensión del problema.		
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.	La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.	La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica	La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado	La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.
TRABAJO COLABORATIVO	El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.

Rúbrica 4 para evaluación de la infografía

Nombre del alumno	Grupo
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010	
Unidad 2 sistemas equivalentes de fuerzas. Rúbrica 4 evaluación de infografía.	
Academia de metal mecánica. I.T.H.	

Categoría	Exelente	Bueno	Adecuado	A mejorar
Calidad de conceptos.	Presenta todos los conceptos más relevantes en la composición claros y directos, debido al uso de palabras claves, imágenes, formato idóneos y creativos.	Presenta los conceptos relevantes más significativos en la composición, sin embargo carece de asociaciones de calidad referidas a un buen formato, uso de palabras clave, estilo etc.	Presenta algunos conceptos relevantes, sin embargo carece de claridad ya que se distorsionan con ideas y asociaciones (Imágenes, palabras clave, etc.).	No presenta conceptos de forma clara , o si presenta algunos no utiliza recursos en la infografía que enriquecen/ Clasificándolos mismos (imágenes, palabras clave, etc.).
Lista de palabras claves.	Utiliza palabras clave que resumen de forma clara y directa la información. La composición de las palabras clave en la infografía permite con claridad realizar asociaciones.	Utiliza palabras clave destacando algunos conceptos e ideas relevantes, sin embargo en el contexto/composición de la infografía no se asocia con mucha claridad a ciertos contenidos significativos.	Utiliza de forma poco significativa palabras clave, asociadas a algunas ideas secundarias y poco significativas. No están contextualizadas en la infografía.	No utiliza palabras clave de forma idónea.
Uso de imágenes y elección de formato.	Utiliza como estímulo visual imágenes para representar los conceptos. Hace uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.	Utiliza como estímulo visual imágenes para representar los conceptos. Hace algo de uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.	Utiliza como estímulo visual algunas imágenes para representar los conceptos. Hace poco uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.	Utiliza como estímulo visual muy pocas imágenes para representar los conceptos. Hace muy poco uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.
Aplicación del contenido	Hay una explicación para cada símbolo y un enlace que amplía al contenido de cada uno de ellos.	Hay una explicación del símbolo, sin embargo existen pocos enlaces para ampliar el contenido de cada uno de ellos.	La explicación de los símbolos está incompleta. No hay enlaces para ampliar el contenido de cada uno de ellos.	Faltan símbolos. No hay enlaces para ampliar el contenido de cada uno de ellos.

Ortografía, puntación, redacción y gramática.	No hay faltas de ortografía, la sintaxis, la redacción, y el vocabulario son excelentes y originales.	No hay faltas de ortografía, la sintaxis, la redacción, y el vocabulario es muy bueno y algo original.	Algunas faltas de ortografía, la sintaxis, la redacción, y el vocabulario son buenas y poco originales.	Muchas faltas de ortografía, la sintaxis, la redacción, y el vocabulario son regúlales y muy poco original.
Diseño de la infografía y creatividad.	El diseño de la infografía es muy claro, y se apoya el contenido con imágenes que facilita la compresión.	El diseño de la infografía generalmente es claro, y se visualizan algunas imágenes que apoyan contenido y facilita la compresión.	El diseño de la infografía es poco claro, y existen muy pocas imágenes que apoyan contenido que facilita la compresión.	El diseño no es claro y no existen imágenes que apoyen el contenido.
Referencias y fuentes.	Se citan todas las fuentes, y aparecen todos los enlaces.	Se citan casi todas las fuentes, y aparecen algunos enlaces.	Se citan una o dos fuentes, y aparece algún enlace.	No se citan fuentes

Lista de cotejo 1 para evaluación del video

Nombre del alumno	Grupo
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010	
Unidad 2 sistemas equivalentes de fuerzas. Lista de cotejo para evaluación del video.	
Academia de metal mecánica. I.T.H.	

Aspectos generales	Si	No	Maximo de Puntos
Respeta los aspectos formales de la escritura de la elaboración del guión .			1
Se presenta cordialmente a la audiencia.			1
Toma con seriedad su trabajo y el de sus compañeros.			1
Contenido			
El video tiene duración de 3 minutos.			1
Los estudiantes han presentado un guión.			3
El video presenta los créditos con la autoría de los estudiantes.			1
Durante el video los estudiantes hablan alto, claro y pausado. Por lo que es fácil comprender lo que quieren transmitir. (Respetan su turno y las normas del buen hablante y buen oyente). Mantienen un vocabulario adecuado.			2
El tema presentado está organizado de manera tal que se entiende cual es el inicio, el desarrollo y desenlace.			4
El video atrae la atención de la audiencia, es dinámico y contiene elementos creativos que mantienen a la audiencia entretenido.			1
La edición del video contiene aplicaciones y transiciones acorde a las necesidades del video.			2
El video presenta diversidad de elementos relacionados con el tema presentado.			3
Contenido técnico del vídeo.			80
Observaciones			
Total:			

Asignatura: ***Estática.***
Clave de la asignatura: ***MED 1010***
Unidad: ***3 Equilibrio de cuerpo rígido.***
Profesor: Luis Alfonso Cárdenas García.
Departamento: ***Metal mecánica.***
Instituto Tecnológico de Hermosillo.

Antecedentes

Condiciones para el equilibrio de un cuerpo rígido

El sistema mostrado de fuerzas y momentos de par que actúan sobre un cuerpo (figura 108a) puede reducirse a una fuerza resultante y un momento de par equivalentes en cualquier punto arbitrario *O* sobre el cuerpo o fuera de él (figura 108*b)*. La condición para el equilibrio es que tanto la fuerza como el momento de par resultantes sean iguales a cero. Matemáticamente, el equilibrio de un cuerpo se expresa como:

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{M}_R)_O = \Sigma \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$$

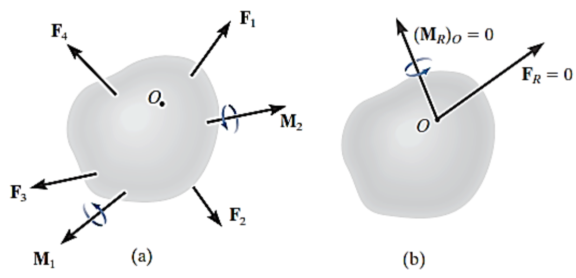


Figura 108.

La primera de estas ecuaciones establece que la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es igual a *cero*. Ello verifica *traslación nula*.

-La segunda ecuación establece que la suma de los momentos de todas las fuerzas en el sistema con respecto al punto *O*, añadida a todos los momentos de par es igual a *cero*. Con lo cual se verifica *rotación nula.*

Equilibrio en dos dimensiones:

Muchas aplicaciones en ingeniería implican sistemas de fuerzas y momentos. Por ejemplo, fuerzas y momentos ejercidos sobre diferentes vigas y estructuras planas, pinzas, algunas grúas y otras máquinas, así como ciertos tipos de puentes y presas. Aquí analizamos soportes, diagramas de cuerpo libre y las ecuaciones de equilibrio para aplicaciones bidimensionales.

Ecuaciones escalares de equilibrio en dos dimensiones:

Cuando las cargas y las reacciones de un cuerpo en equilibrio forman un sistema bidimensional de fuerzas y momentos (momentos perpendiculares al plano), se encuentran relacionadas por tres ecuaciones escalares de equilibrio

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum M_{cualquier\ punto} = 0$$

Soportes:

Algunos tipos muy comunes de soportes se representan con modelos estilizados llamados convenciones de soporte. Los soportes reales a menudo se parecen a los modelos estilizados; pero, aunque no se parecieran, los representamos por medio de estos modelos si los soportes reales ejercen las mismas (o aproximadamente las mismas) reacciones que los modelos.

MODELADO DE SOPORTES USADOS EN APLICACIONES BIDIMENSIONALES

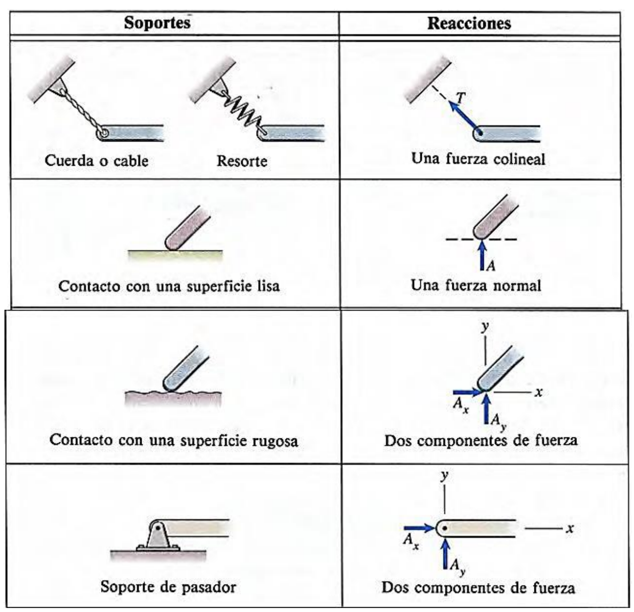


Figura 109.

Diagrama de cuerpo libre (DCL):

Para construir el diagrama de cuerpo libre de un cuerpo rígido o cualquier grupo de cuerpos considerados como un solo sistema, deben darse los siguientes pasos:

1º Trace contornos:

Idealice el cuerpo *aislado* o recortado “libre” de sus restricciones y conexiones, y delinee (en un bosquejo) su contorno.

2º *Muestre todas las fuerzas y momentos de par*.

Identifique todas las *fuerzas externas* conocidas y desconocidas y los momentos de par que *actúan sobre el cuerpo*. Las que por lo general se encuentran se deben a (1) cargas aplicadas, (2) reacciones que ocurren en los soportes o en puntos de contacto con otros cuerpos, y (3) el peso del cuerpo.

3º *Identifique cada carga y las dimensiones dadas.*

Las fuerzas y los momentos de par que se conocen deben marcarse con sus propias magnitudes y direcciones. Indique las dimensiones del cuerpo necesarias para calcular los momentos de las fuerzas.

Ejemplos de DCL:

a) Viga ingrávida soportada por un pasador y un rodillo.

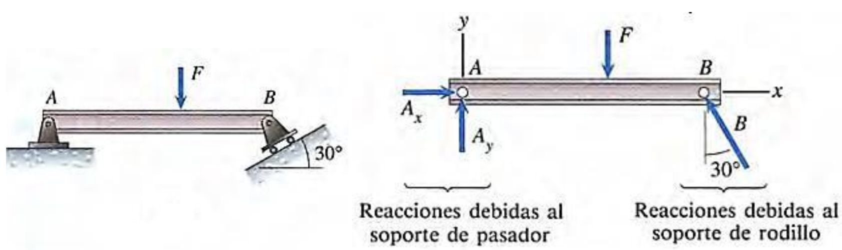


Figura 110.

b) Cuerpo ingrávido soportado por un empotramiento y un cable unido a él en dos puntos.

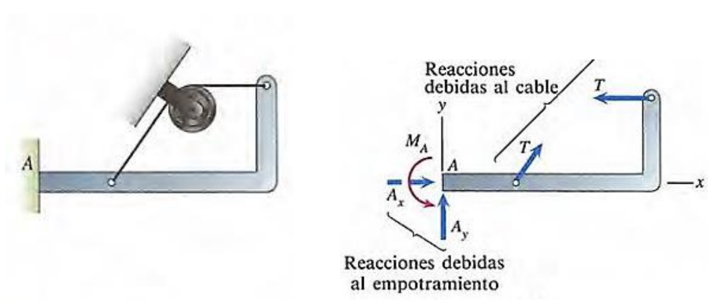


Figura 111

Equilibrio en elementos de dos y tres fuerzas.

El elemento tiene fuerzas aplicadas en sólo dos puntos sobre el elemento. Un ejemplo se muestra en la figura 112 adjunta. Para satisfacer el equilibrio de fuerzas, **F**A y **F**B deben tener la misma magnitud, FA = FB = F, pero dirección opuesta.

Por lo tanto, para que cualquier elemento de dos fuerzas esté en equilibrio, las dos fuerzas que actúan sobre él deben tener la misma magnitud, actuar en direcciones opuestas y tener la misma línea de acción, dirigida a lo largo de la línea que une los puntos donde actúan estas fuerzas.

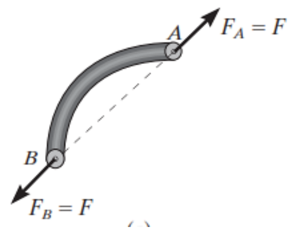


Figura 112

Elemento de tres fuerzas:

Si un elemento está sometido a sólo *tres fuerzas figura 112.1*, se denomina *elemento de tres fuerzas*. El equilibrio de momento se puede satisfacer sólo si las tres fuerzas forman un sistema de fuerzas *concurrentes* o *paralelas.* Para ilustrar esto, considere el elemento sometido a las tres fuerzas **F**1, **F**2 y **F**3, que se muestra en la figura *a*. Si las líneas de acción de **F**1 y **F**2 se intersecan en el punto *O*, entonces la línea de acción de **F**3 *también* debe pasar por el punto *O*, de modo que las fuerzas satisfagan $\Sigma M_O = 0$. Como caso especial, si las tres fuerzas son paralelas, figura *b*, la ubicación del punto de intersección, *O*, se aproximará al infinito.

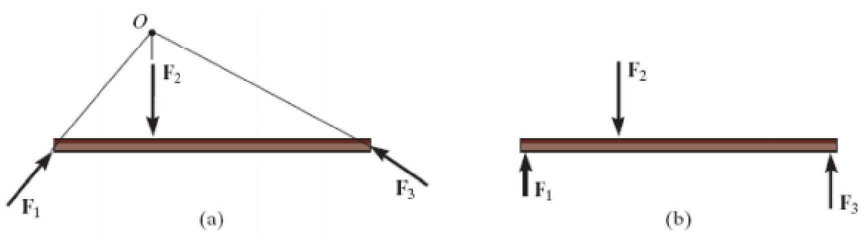


Figura 112.1

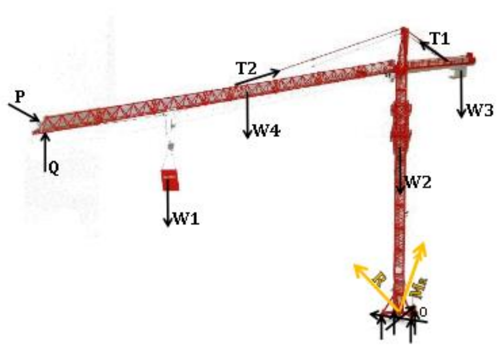


Figura 112a

En la figura 112a el sistema estará en equilibrio:

$\Sigma F_X = 0, \quad \Sigma F_Y = 0, \quad \Sigma F_Z = 0$

$\Sigma M_X = 0, \quad \Sigma M_Y = 0, \quad \Sigma M_Z = 0$

Ejemplo 3.1E

La palanca ABC está sostenida por la articulación A y conectada a una unión BD. Si el peso de los elementos se puede despreciar, determine la fuerza del soporte sobre la palanca en A, figura 3.1 E.

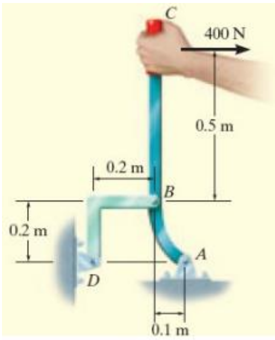


Figura 3.1 E.

DCL
BD es un miembro de 2 fuerzas.
Palanca ABC miembro de 3

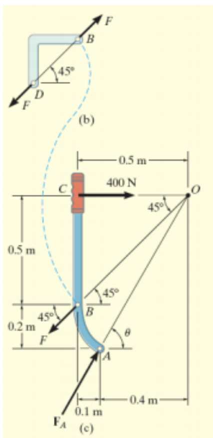


Figura 3.1 a E.

Ecuaciones de equilibrio:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.7}{0.4}\right) = 60.3^\circ$$

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0; \qquad F_A \cos 60.3^\circ - F\cos 45^\circ + 400\,N = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0; \qquad F_A \sin 60.3^\circ - F\sin 45^\circ = 0$$

Solución:

FA = 1.07 kN
F = 1.32 kN

Diagramas de cuerpo libre 3D

Reacciones de los soportes

Como en el caso dimensional:

Una fuerza es ejercida por un soporte.
Un momento de par se desarrolla cuando se impide la rotación de un miembro ligado.
La orientación de la fuerza se define por los ángulos de coordenadas α, β, γ.

Ejemplo 3.2E

Dibujar el DCL de los objetos mostrados, despreciar el peso de los objetos.

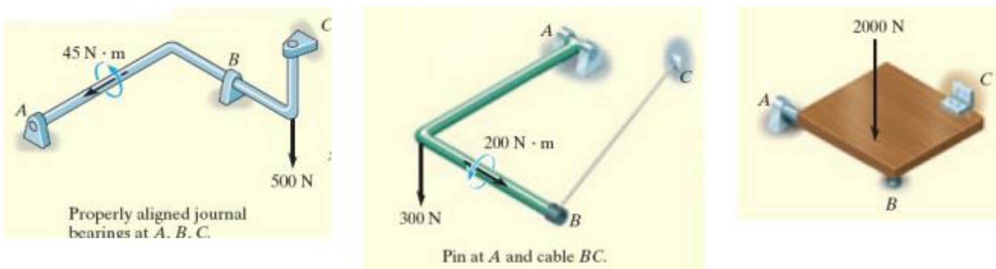


Figura 3.2 E.

Solución:

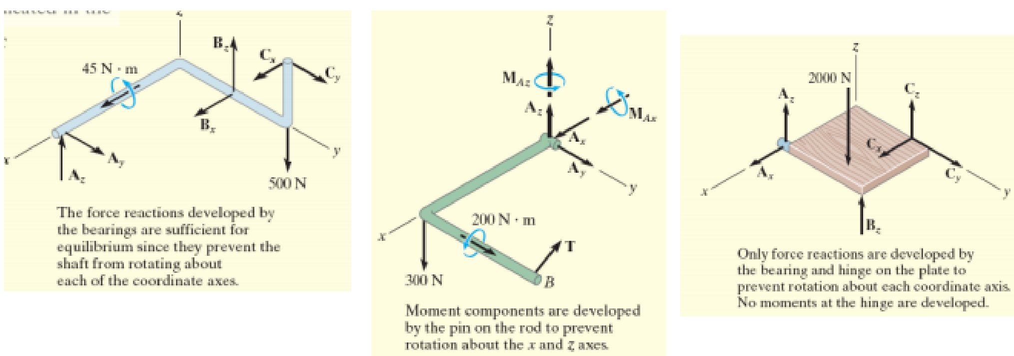


Figura 3.2 a E.

Los momentos no se tienen en cuenta porque son ligaduras redundantes en el primer y tercer caso.

Ecuaciones de equilibrio en forma escalar

Si todas las fuerzas externas y momentos de expresan en forma cartesiana:

$\sum F = \sum Fx_i + \sum Fy_j + \sum Fz_k = 0$
$\sum M_O = \sum M_{xi} + \sum M_{yj} + \sum M_{zk} = 0$

Ligaduras redundantes

Más soportes de los necesarios para el equilibrio.

Estáticamente indeterminado: más cargas desconocidas que ecuaciones

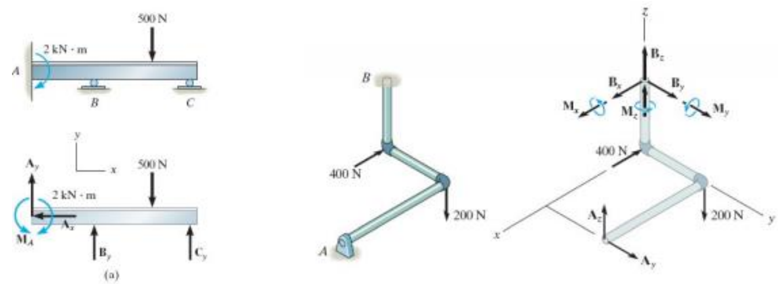


Figura 3.2b E.

Ligaduras para un cuerpo rígido

Ligaduras impropias:

- ✓ La restricción impropia de los soportes causa inestabilidad.
- ✓ Cuando las fuerzas reactivas son concurrentes en un punto, el cuerpo está impropiamente ligado o sujeto (en 3-D cuando intersectan un eje):

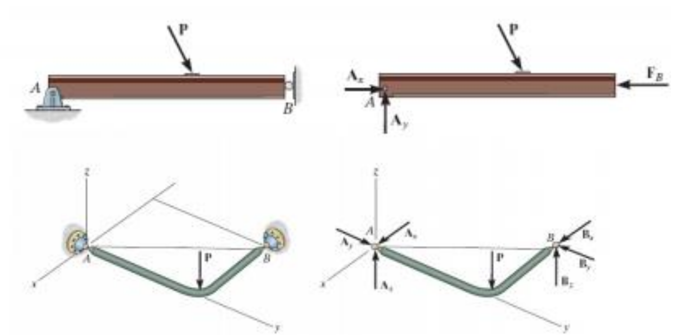


Figura 3.2 c E.

Procedimiento de análisis DCL

- ✓ Esboce la forma del cuerpo.
- ✓ Pinte todas las fuerzas y momentos de pares que actúan sobre el cuerpo.
- ✓ Pintar todas las componentes desconocidas con sentido positivo.
- ✓ Indicar las dimensiones necesarias del cuerpo para calcular los momentos de las fuerzas.

Procedimiento de análisis

Ecuaciones de Equilibrio:

- ✓ Aplicar las seis ecuaciones escalares o las dos vectoriales de equilibrio.
- ✓ Cualquier conjunto de ejes, no ortogonales puede elegirse para esto.
- ✓ Elija la dirección de un eje para sumar momentos de manera que intersecte tantas líneas de acción de las fuerzas desconocidas como sea posible.

Ejemplo 3.3E

La placa homogénea tiene una masa de 100 kg y está sujeta a una fuerza y un momento de par a lo largo de sus lados. Si está aguantada horizontalmente por medio de una rodadura en A, una unión de pivote en N, y una cuerda en C, determine las componentes de las reacciones en los soportes, figura 3.3 E.

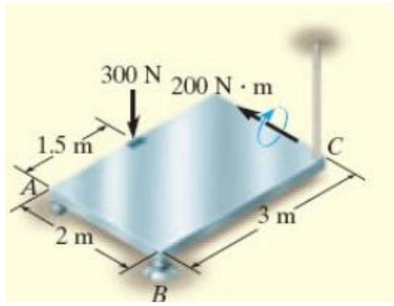


Figura 3.3 E.

DCL

- ✓ Cinco reacciones a determinar actúan sobre la placa.
- ✓ Cada reacción se asume que actúa en una dirección coordenada positiva.

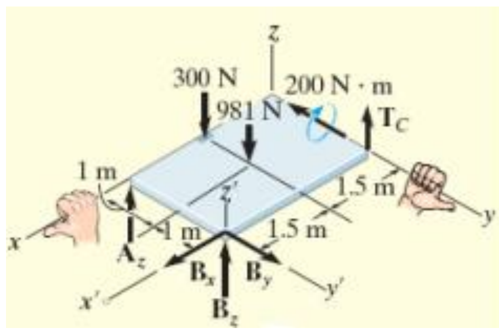


Figura 3.3.a E.

Ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0; B_x = 0$$
$$\sum F_y = 0; B_y = 0$$
$$\sum F_z = 0; A_z + B_z + T_C - 300\,N - 981\,N = 0$$

Solución:

Ecuaciones de equilibrio:

$$\sum M_x = 0; T_C(2\text{m}) - 981\,N(1\text{m}) + B_Z(2\text{m}) = 0$$
$$\sum M_y = 0;$$
$$300\,N(1.5\text{m}) + 981\,N(1.5\text{m}) - B_z(3\text{m}) - A_z(3\text{m}) - 200\,N.m = 0$$

La componentes de la fuerza en B se pueden eliminar si se usan los ejes x’, y’, z’:

$$\sum M_{x'} = 0; 981\,N(1\text{m}) + 300\,N(2\text{m}) - A_z(2\text{m}) = 0$$
$$\sum M_{y'} = 0;$$
$$-300\,N(1.5\text{m}) - 981\,N(1.5\text{m})\,200\,N.m + T_C(3\text{m}) = 0$$

Resolviendo:

A_z = 790N
B_z = -217N
T_C = 707N

- ✓ El signo negativo indica que B_Z actúa hacia abajo.
- ✓ La placa está parcialmente sostenida ya que los soportes no pueden evitar que gire alrededor del eje z si se aplica una fuerza en el plano x-y.

Exámen rápido:

1.-Si un soporte previene la traslación de un cuerpo, entonces el soporte ejerce _______ sobre él:

A) Un momento de par.
B) **Una fuerza**.
C) Un momento de par y una fuerza.
D) Ninguna respuesta es correcta.

2.-La fuerzas internas _________ se muestran en el diagrama de cuerpo libre.

A) Siempre.
B) A veces.
C) Raras veces.
D) **Nunca**.

3.-La viga y el cable (con una polea sin fricción en D, figura 113) aguantan una carga de 80 kg en C. En un DCL de la viga, ¿cuántas incógnitas hay?

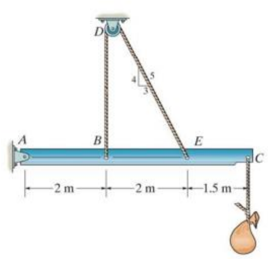


Figura 113.

A) 2 Fuerzas y 1 momento de par.
B) 3 fuerzas y 1 momento de par.
C) **3 fuerzas**.
D) 4 fuerzas.

4.-Las fuerzas internas no se muestran en un DCL porque son _____________.

A) Iguales a cero.
B) **Iguales y opuestas y no afectan a los cálculos.**
C) Extremadamente pequeñas.
D) No son importantes.

5.-Las tres ecuaciones ∑ FX = ∑ FY = ∑ MO = 0, son __________ ecuaciones de equilibrio en 2 dimensiones.

A) Incorrectas.
B) Las únicas correctas
C) **Las usadas comúnmente**.
D) No suficientes.

6.-Este cuerpo (figura 114) rígido puede considerarse como un miembro de _____________.

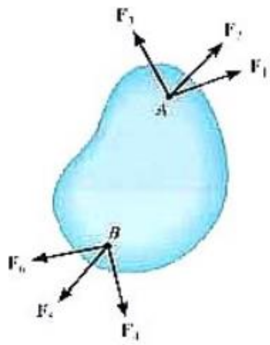


Figura 114.

A) Fuerza única.
B) **2 Fuerzas.**
C) 3 fuerzas.
D) 6 fuerzas.

7.- Para la viga (figura 115), ¿cuántas reacciones de los soportes hay, y está el problema estáticamente determinado?

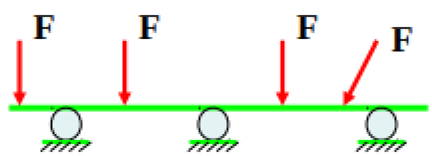


Figura 115.

A) (2, Sí).
B) (2, No).
C) (3, Sí).
D) **(3, No).**

8.- La viga AB (figura 116) está cargada como se muestra: a) ¿cuántas reacciones de los soportes hay en la viga?, b) ¿está el problema estáticamente determinado?, c) ¿es la estructura estable?

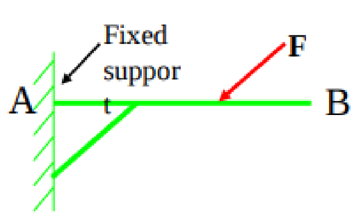


Figura 116.

A) (4, Sí, No).
B) (4, No, Sí).

C) (5, Sí, No).
D) (5, No, Sí).

9.- ¿Qué ecuación de equilibrio permite calcular FB directamente? figura 117.

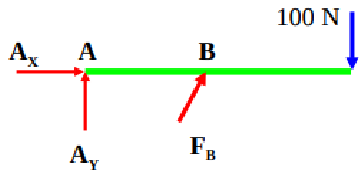


Figura 117.

A) ∑ FX = 0.
B) ∑ FY = 0.
C) ∑ MA = 0.
D) Cualquiera de las anteriores.

10.-Una viga figura 118, está mantenida por una articulación y una rodadura. ¿Cuántas reacciones de los soportes hay y es la estructura estable para cualquier tipo de carga?

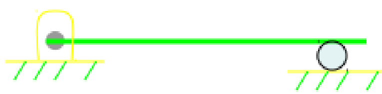


Figura 118.

A) (3, Yes).
B) (3, No).
C) (4, Yes).
D) (4, No).

11.-. Si un soporte previene la rotación de un cuerpo alrededor de un eje, entonces el soporte ejerce ________ sobre el cuerpo respecto a ese eje.

A) Un momento de par.
B) Una fuerza.
C) A y B.
D). Ninguna es correcta.

12.- Cuando se analiza un problema en 3-D, se dispone de ________ ecuaciones escalares de equilibrio.

A) 3.
B) 4.
C) 5.
D) 6.

13.- La barra AB figura 119 está soportada mediante dos cables en B y una unión de bola en A. ¿Cuántas reacciones de los soportes se desconocen en este problema?

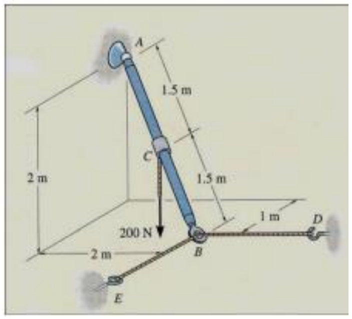


Figura 119.

A) 5 Fuerzas y 1 momento.
B) 5 fuerzas.
C) 3 fuerzas y 3 momentos.
D) 4 fuerzas y 2 momentos.

14.- Si se aplica un momento de par adicional en la dirección vertical a la barra AB en el punto C, figura 120 ¿qué le sucede a la barra?

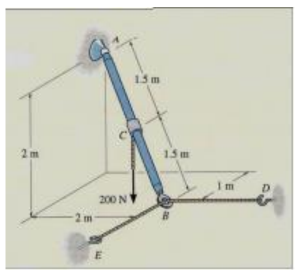


Figura 120.

A) La barra permanece en equilibrio porque los cables proporcionan las reacciones necesarias.
B) La barra permanece en equilibrio ya que la unión de bola proporcionan las reacciones necesarias.
C) La barra se vuelve inestable ya que los cables no pueden mantener las fuerzas de compresión.
D) La barra se vuelve inestable porque el momento sobre AB no puede restringirse.

15.- Un plato está soportado por una unión de bola en A, (figura 121) una rodadura en B, y un cable en C. ¿Cuántas reacciones desconocidas de los soportes hay en el problema?

A) 4 fuerzas y dos momentos.
B) 6 fuerzas.
C) 5 fuerzas.
D) 4 fuerzas y 1 momento.

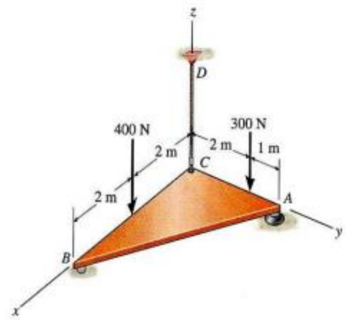


Figura 121.

Ejercicios resueltos

Problema 3.1

Una viga uniforme de largo l y masa M, se encuentra articulada en la pared en el punto A, y a su vez está amarrada a la pared en el punto C mediante una cuerda, tal como se muestra en la figura 122. En el extremo B cuelga un cuerpo de masa m. Si el sistema se encuentra en equilibrio, calcular la tensión en la cuerda BC y las reacciones horizontales Nh y vertical Nv. Se consideran los siguientes datos: M = 4kg., m =1Kg, θ = 30°, l = 2 m y d =1.35 mts.

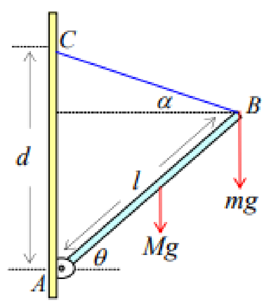


Figura 122 Armadura del problema 3.1.

a) Para que un cuerpo rígido se encuentre en equilibrio, es necesario que se cumplan las siguientes dos condiciones, simultáneamente: a) Equilibrio traslacional:

$$\vec{F}_R = \sum_{j=1}^{N} \vec{F}_j = \vec{0}$$

b) Equilibrio rotacional:

$$\vec{\tau}_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

Esta última condición se debe cumplir para cualquier punto elegido como origen de torques. Recordemos que para un cuerpo rígido ideal que gira respecto a un eje fijo, el módulo del torque se puede expresar como: $\tau = F*b$, donde b es el brazo de la fuerza, es decir, b es la distancia perpendicular medida desde la línea de acción de la fuerza hasta el origen de torques. Sin embargo, el signo del torque depende de una cierta convención. En estos ejercicios estamos suponiendo positivos los torques que tienden a hacer girar al cuerpo rígido en el sentido de movimiento de los punteros del reloj.

La Figura 123 muestra el diagrama de cuerpo libre de la viga.

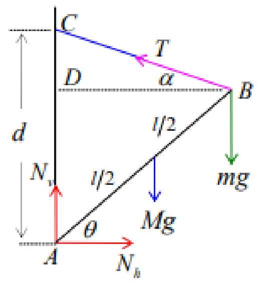


Figura 123 diagrama de cuerpo libre de la viga.

Aplicando las condiciones equilibrio:

Equilibrio traslacional:

La condición que debe cumplirse es que la suma vectorial de todas las fuerzas sea cero. En este caso se eligen los ejes coordenados derechos. En componentes, se tiene,

Eje X:

N_h= T*cos(α)

Eje Y :

N_y + T * sen(α) = Mg + mg

El ángulo α definido en el triángulo BCD se puede expresar en función del ángulo θ . En el triángulo rectángulo ABD , el lado BD vale:

BD = l*cos(θ)

Numericamente:

BD = (2m) x cos(30°)
BD = 1.73 m.

y el lado AD vale:

AD = l*sen(θ)
AD = (2m) x sen(30°)
AD =1 m.

En el triángulo BCD , el lado CD vale:

CD= AC - AD

¨Pero AC= d=1.35 m. Y AD =1 m.por lo tanto:

CD = 0.35 m.

La hipotenusa BC de este triángulo rectángulo BCD es :

BC = $\sqrt{CD^2 + BD^2}$ = $\sqrt{0.35^2 + 1.73^2}$ =1.77 m.

Numéricamente, usando los resultados obtenidos anteriormente:

BC =$\sqrt{0.35^2 + 1.73^2}$ =1.77 m.

En resumen, los lados del triángulo BCD vienen dados por:

BD 1.73m CD = 0.35m BC = 1.77m.

Por lo tanto, podemos conocer las funciones seno y coseno del ángulo α :

sen(α) =$\frac{CD}{BC} = \frac{0.35\ \text{m}}{1.77\ \text{m}}$ = 0.198

cos(α) =$\frac{\text{BD}}{\text{BC}} = \frac{1.73\ \text{m}}{1.77\ \text{m}}$ = 0.977

El ángulo α vale: α = arctan $\frac{0.35}{1.73}$ =**11.437°**

Problema 3.2

La figura 124 muestra las fuerzas y sus líneas de acción, lo cual permite calcular fácilmente los brazos de las fuerzas para el cálculo del torque. Nótese que se ha hecho una nueva descomposición de la tensión T , para efectos de hacer un cálculo rápido y fácil de su torque. La componente T_1 = T*sen(α + θ) es perpendicular a la viga y la componente T_2 = T*cos(α + θ) , coincide con la viga, de modo que su línea de acción pasa justo por el punto A. Se elege el punto A como origen de torques, porque por dicho punto pasa la mayor cantidad de fuerzas desconocidas: N_v , N_h y T_2 .

Suponer positivos los torques que tienden hacer girar a la viga en el sentido de movimiento de las agujas del reloj.

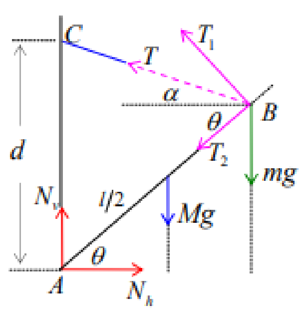


Figura 124 Fuerzas y líneas de acción.

Los torques producidos por las fuerzas N_v , N_h y T_2 son cero, ya que el brazo de cada fuerza vale cero, es decir,

$$\tau_{Nh} = \tau_{Nv} = \tau_{T2} = 0$$

Torque de Mg :

$$\tau_{Mg} = +Mg * b_{Mg}$$

Este torque es positivo porque coincide con la convención aquí propuesta de signos de los torques. El brazo de la fuerza Mg, es la distancia horizontal que existe entre el punto A y la línea de acción de la fuerza Mg .Como la viga es homogénea, su centro de masas se encuentra justo en la mitad de su largo l/2 . En el triángulo rectángulo que se forma, se cumple:

$b_{Mg} = (\frac{AB}{2})\cos(\Theta) = (\frac{l}{2})\cos(\Theta)$

Reemplazando en $\tau_{Mg} = +Mg * b_{Mg}$

$\tau_{Mg} = +Mg * (\frac{l}{2})\cos(\Theta)$

Numéricamente, usando el valor de BD obtenido de BD =1.73m, se tiene:

$\tau_{Mg} = 4Kg * 9.8(m/s^2) * \left(\frac{2m}{2}\right) * \cos(30°) =$ **33.5Nm**

Torque de mg :

$\tau_{mg} = mg + b_{mg}$

El brazo de mg vale b_{mg} = BD =l*cos(θ) , luego:

$\tau_{mg} = mgl*\cos(\theta)$

Numericamente:

$\tau_{mg} = lkg*9.8(m/s^2)* 2m * \cos(30°) =16.97Nm$

Torque de T :

Tal como la figura 124 muestra una descomposición de la tensión T, en una componente perpendicular a la viga T_1 , y una componente que va en la misma dirección de la viga: T_2 , la cual pasa justo por el origen de torques A, por lo tanto su torque es cero. En cambio la componente T_1 tiene como brazo justo el largo de la viga, esto es, $b_{T1} = l$, luego:

$\tau_T = -T_1 l$

El signo menos indica que esta fuerza tiende a hacer girar a la viga en la dirección contraria al movimiento de las agujas del reloj. La componente T_1 viene dada por:

$T_1 = T\text{sen}(\alpha + \theta)$

Reemplazando en $\tau_T = -T_1*l$, se tiene:

$\tau_T = -\ Tl*\text{sen}\ (\alpha + \theta)$

Usando los datos numéricos conocidos: l = 2m, θ = 30° y el ángulo α =11.437° obtenidos anteriormente se tiene:

$\tau_T = -T *2m*\text{sen}(11.437° + 30°) =1.3236T$

Ahora se puede aplicar la condición de equilibrio rotacional que indica que la suma de todos los torques con respecto a cualquier origen de torques debe ser cero, esto es:

$\tau_{Nv} + \tau_{Nh} + \tau_{Mg} + \tau_{mg} + \tau_T = 0$

Reemplazando los resultados obtenidos en las anteriores relaciones se tiene:

0 + 0 + 33.95 Nm + 16.97Nm – 1.3236T Nm =0

1.3236T = 50.92 despejando T se obtiene:

T = 38.47N

Ahora se puede calcular las reacciones horizontal N_h y vertical N_v , sobre la viga en el punto A . De primera la relación se sabe que $N_h = T_x$, luego, usando resultados anteriores se tiene:

$N_h = T_x = T*\cos(\alpha)$ = 38.47N * 0.977 = **37.59 N**

De la primera relación se sabe $N_v = Mg + mg - T_y$, con $T_Y = T\text{sen}(\alpha)$

$N_v = (M + m)g - T * \text{sen}(\alpha)$

Numericamente, usando resultados anteriores se tiene:

N_v = 4kg + 1kg * 9.8(m/s^2) – 38.47N * 0.198 = **41.38N**

Problema 3.3

Una viga uniforme de masa M = 25 kg y largo l , se sostiene por medio de un cable en el punto C. La viga puede girar alrededor de un pivote en A . Un cuerpo de masa m =13Kg se cuelga en el punto B a una distancia AB = d = $\frac{4l}{5}$ del punto A .Encuentre la tensión en el cable y las componentes horizontal y vertical de la reacción sobre la viga en A, figura 125.

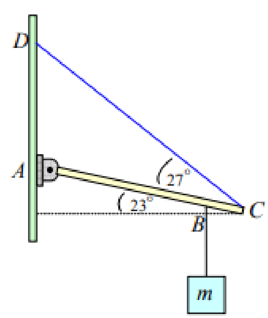


Figura 125 Viga uniforme sostiene por medio de un cable en el punto C.

Para que un cuerpo rígido se encuentre en equilibrio, es necesario que se cumplan las siguientes dos condiciones, simultáneamente:

a) Equilibrio traslacional:

$$\vec{F}_R = \sum_{j=1}^{N} \vec{F}_j = \vec{0}, y$$

b) Equilibrio rotacional:

$$\vec{\tau}_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_i = \vec{0}.$$

La figura 126 muestra el diagrama de cuerpo libre de la viga, incluyendo una descomposición de la tensión en ejes coordenados derechos.

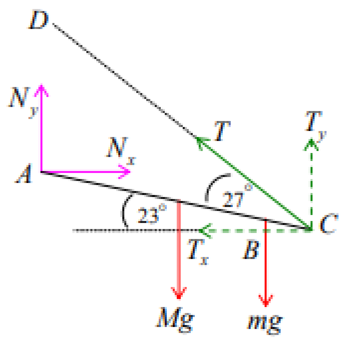


Figura 126 Diagrama del cuerpo libre de la figura 125.

Equilibrio traslacional:

La condición de equilibrio de traslación indica que la suma vectorial de todas las fuerzas es cero. En componentes según ejes derechos, se tiene:

Eje X :

$N_x = T_x$ (1)

Donde T_x viene dado por:

$T_x = T\cos(23° + 27°) = T\cos(50°)$ (2)

Reemplazando en (1), se tiene:

$N_x = T\cos(50°)$ (3)

Eje Y :

$N_y + T_y = (M + m)\, g$ (2) (4)

Donde T_y viene dado por:

$T_y = T\mathrm{sen}(23° + 27°) = T\mathrm{sen}(50°)$ (5)

La (4) queda::

$N_y = (M+m)g - T\mathrm{sen}(50°)$ (6)

Equilibrio rotacional:

La condición de equilibrio de rotación indica que la suma de los torques respecto a cualquier origen vale cero. Se elige el punto A como origen de torques y además se consideran positivos los torques que tienden a hacer girar al cuerpo en el sentido del movimiento de las agujas del reloj. Los torques producidos por las fuerzas N_x y N_y valen cero, porque el brazo de cada fuerza vale cero, debido a que las dos fuerzas pasan por el origen de torques A, esto es:

$$\tau_{Nx} = \tau_{Ny} = 0 \qquad (7)$$

Torque de Mg:

$$\tau_{Mg} = +Mgb_{Mg} \qquad (8)$$

El peso de la viga homogénea se ubica en el centro de masas de la viga, el cual está justo en su centro:

$$b_{Mg} = \frac{1}{2}\cos(23°) \qquad (9)$$

$$\tau_{Mg} = Mg\,\frac{1}{2}\cos(23°) \qquad (10)$$

Torque de mg :

$$\tau_{mg} = +mgb_{mg} \qquad (11)$$

$$b_{mg} = \frac{4l}{5}\cos(23°) \qquad (12)$$

$$\tau_{mg} = mg\,\frac{4l}{5}\cos(23°) \qquad (13)$$

Torque de T :

La figura 127 muestra que la tensión T se puede descomponer de una manera distinta a la mostrada en la figura 10. En este caso, la tensión se descompone en una componente a lo largo de un eje perpendicular a la barra AC , que llamaremos T_1 , y una componente que coincide con la barra AC, que se llama T_2. Note que la línea de acción de T_2 pasa por el origen de torques A.

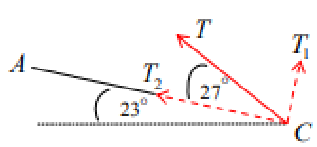


Figura 127 Descomponer T de manera distinta de la que se muestra en la figura 126.

La componente T_1 de la tensión T, es la única que produce torque, por lo que:

$$\tau_T = -T_1 b_{T1} \qquad (14)$$

El signo del torque es negativo, porque esta fuerza tiende a hacer girar a la viga en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj.

La componente T_1 viene dada por:

T_1 = Tsen(27°) (15)

Dado que T_1 es perpendicular a la viga AC , el brazo de T_1 vale justo el largo l de la viga, esto es:

b_{T_1} = l (16)

Entonces, el torque de la tensión T, dado por la relación $\tau_T = T_1 b_{T1}$, queda:

τ_T = -Tl*sen(27°) (17)

Para cumplir con la condición de equilibrio rotacional, sumamos todos los torques obtenidos en las anteriores relaciones:

$$\tau_{N_x} + \tau_{N_y} + \tau_{Mg} + \tau_{mg} + \tau_T = 0 \qquad (18)$$

$$0 + 0 + Mg\frac{1}{2}\cos(23°) + mg\frac{4l}{5}\cos(23°) - Tlsen(27) = 0 \qquad (19)$$

Despejando la tensión se tiene:

$$T = (\frac{1}{2}M + \frac{4}{5}m)g\frac{\cos(23°)}{sen(27°)} \qquad (20)$$

Numéricamente, usando los datos M = 25 kg y m = 13Kg , se tiene:

T= 455N (21)

A partir de este resultado podemos encontrar los valores de las normales N^x y Ny . Usando la relación 3

$N_x = T_x$ = Tcos(50°) (22)

Reemplazando el valor de T= 433N, se obtiene:

N_x = 292.5N (23)

Usando la relación N_y = (M+m)g - Tsen(50°) (24)

reemplazando el valor de T = 433N se obtiene:

N_y = 23.85N (25)

Problema 3.4

Una viga uniforme de masa M =120kg y largo l, se sostiene en equilibrio por medio de un cable en el punto B , el cual está ubicado a una distancia $\frac{3l}{4}$ del punto A . La viga puede girar alrededor de un pivote en A; y un cuerpo de masa m = 200Kg se cuelga en su parte superior en el punto C. Encuentre a) la tensión en el cable. b) las componentes horizontal y vertical de la reacción sobre la viga en A, figura 128.

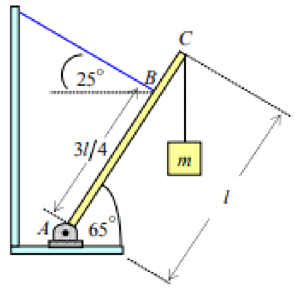


Figura 128.

La figura 129 muestra el diagrama de fuerzas que actúan sobre la viga.

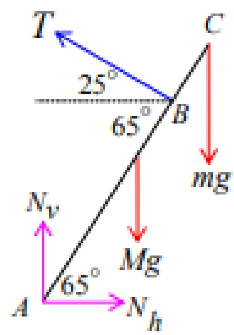


Figura 129.

Equilibrio traslacional

Se puede aplicar la condición de equilibrio traslacional que establece que la suma vectorial de fuerzas debe ser cero. Eligiendo ejes coordenados derechos, se puede analizar para cada eje:

Eje X :

$N_h = T\cos(25°)$ (1)

Eje Y:

$N_v + T\text{sen}(25°) = Mg + mg$ (2)

Equilibrio rotacional.

Se calculan los torques debidos a cada uno de las fuerzas. Se eligió el punto A como origen de torques; y se seleccionaron como positivos los torques que tratan de hacer girar al cuerpo en el sentido de movimiento de las manecillas del reloj. Con esta elección de origen de torques, se anulan los torques de las fuerzas N_v y N_h , ya que pasan justo por el origen de torques y por lo tanto sus brazos son cero:

$\tau_{Nh} = \tau_{Nv}$ (3)

Torque de Mg :

El peso Mg se ubica en el centro de masas de la viga homogénea, ubicado justo en 1/2 , por lo tanto su torque respecto al punto A, viene dado por:

$\tau_{Mg} = +Mg\ (\frac{1}{2}\ \cos(65°))$ (4)

Donde b_{Mg} = ½ cos(65°) es el brazo de la fuerza Mg.

Torque de mg :

$\tau_{mg} = +mg\ (l\ \cos(65°))$ (5)

Donde b_{mg} = l(cos 65°)es el brazo de la fuerza mg .

Torque de T :

De la figura 13 se puede ver claramente que la tensión T es perpendicular a la viga, ya que el ángulo entre la viga y la cuerda vale: Ø = 25° + 65° = 90° Por lo tanto, la distancia AB =$\frac{3l}{4}$ es justo el brazo de la tensión, es decir, $b_T = \frac{3l}{4}$, por lo tanto, el torque de la tensión es:

$\tau_T = -Tb_T$ (6)

$\tau_T = -T\ (\frac{3l}{4})$ (7)

El signo negativo se debe a que esta fuerza tiende a hacer girar a la viga en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj. Ahora podemos aplicar la condición de equilibrio rotacional. Ahora es posble aplicar la condición de equilibrio rotacional:

$\tau_{Nh} + \tau_{Nv} + \tau_{Mg} + \tau_{mg} + \tau_{Tx} + \tau_{Ty} = 0$ (8)

Reemplazando los valores obtenidos en (3), (4), (5) y (7), se tiene la siguiente ecuación (9):

$$0 + 0 + Mg\left(\frac{l}{2}\cos 65^{\circ}\right) + mg\left(l\cos 65^{\circ}\right) - T\left(\frac{3l}{4}\right) = 0$$

Al reordenar y cancelar el largo l de la viga se obtiene la tensión en la ecuación (10):

$$T = \frac{4}{3}\left(\frac{M}{2} + m\right)g\cos 65^{\circ}$$

Numéricamente se tiene la ecuación (11)

$$T = \frac{4}{3}\left(\frac{120}{2} + 200\right)(kg) \times 9.8\left(m/s^2\right) \times \cos 65^{\circ}$$

T = 1435.78N

Usando la relación (1) y el resultado de la ecuación 11 se tiene:

$N_h = T\cos(25°)$

N_h = 1435.78N cos (25°)

N_h = 1301.26N

Usando la ecuación (2) y el resultado de T = 1435.78N

N_v = Mg +mg –Tsen (25°)

N_v = (120 + 200) Kg + 9.81m/s^2 – 1435.78N *sen (25°)

N_V = 2529.2N

Problema 3.5

Una barra homogénea de longitud l y peso P está unida por uno de sus extremos a un pasador que puede deslizar sin rozamiento por una guía vertical. La barra se apoya sobre una superficie cilíndrica lisa de radio R. Si la longitud de la barra es 3R , determinar el ángulo α de equilibrio, figura 130.

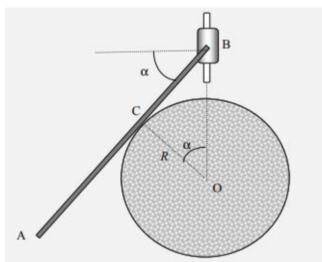


Figura 130.

1.- Sobre la barra actúan tres fuerzas :El peso P, la normal en el apoyo NC y la reacción en B dirigida perpendicularmente a la guía.

2.- Diagrama del sólido libre. La condición necesaria para que un sólido sometido a tres fuerzas este en equilibrio es que las tres fuerzas se corten en un mismo punto (o sean paralelas).

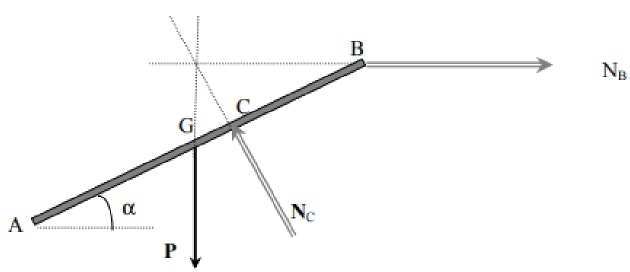


Figura 131.

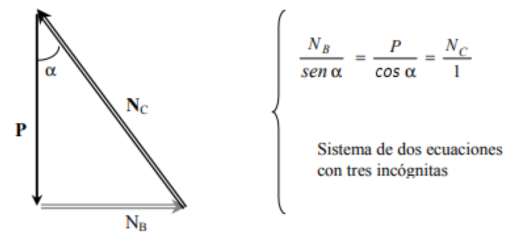


Figura 132 Condición de equilibrio.

Tomando momentos respecto de B:

$$N_C\ CB - P\ \frac{3\ R}{2}\cos\alpha = 0$$

De la figura 132 se obtiene lo siguiente:

$$\tan\ \alpha = \frac{CB}{R}$$

Y operando se tiene:

$$\tan\ \alpha\left(\tan^2\alpha + 1\right) = \frac{3}{2}$$

α = 40.74°

Problema 3.6

Una persona de peso 720 N sube sobre un tablón homogéneo (figura 133) de 284 N de peso tal como se muestra en la figura adjunta. Determinar :

a) La fuerza de rozamiento en el suelo cuando la persona se encuentra parada a 0.6 m del extremo A, si el apoyo en C se considera liso.

b) si el coeficiente de rozamiento en A y C es μ = 0.25 determinar la distancia máxima s a la que puede subir la persona sin que el tablón deslice.

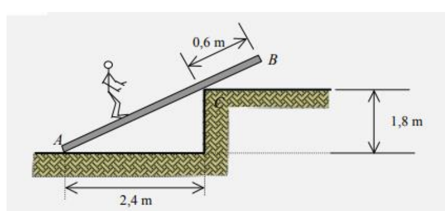


Figura 133.

a) Para la posición indicada la tabla no está en condiciones de movimiento inminente. En el apoyo en A, además de la normal actúa la fuerza de rozamiento f dirigida hacia la derecha, figura 134 y 135.

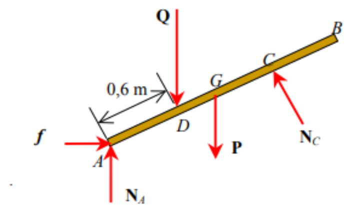


Figura 134 Diagrama del cuerpo libre DCL.

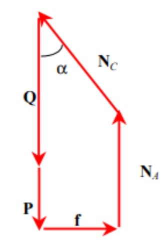


Figura 135 Polígono de fuerzas.

Del polígono de fuerzas se deduce inmediatamente el valor de la fuerza de rozamiento en el suelo

$f = NC\mathrm{sen}(\alpha)$ ecuación   (1)

La normal en C forma con la vertical un ángulo α que es el mismo que forma la tabla con el suelo; de los datos se deduce su valor, α = 36.87º. De la suma de momentos respecto de A igual a cero se obtiene la ecuación:

$$N_C \overline{AC} = (Q\ \overline{AD} + P\ \overline{AG}) \cos(\alpha)$$

De la figura 135 se tiene los valores AC = 3.0 m ; AB = 3.60 m . Y calculando para la normal en el apoyo

$N_C = 251.5$ N.

De la ecuación (1) se tiene fuerza de rozamiento:
f = 151 N

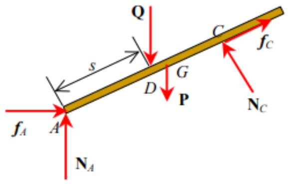
Del polígono de fuerzas se obtiene inmediatamente la normal en **A**

$N_A = 1004 – 0.8 = 1003.2$

$N_C = 803$ N .

Si el coeficiente de rozamiento en el suelo es μ = 0.25, el valor máximo de la fuerza de rozamiento es **200.7 N** y la persona puede seguir subiendo por la tabla sin que esta deslice.

b) En la posición límite, la tabla está en situación de movimiento inminente, y las fuerzas de rozamiento tienen su valor máximo, μ por la normal. La fuerza de rozamiento en C tiene la dirección de la tabla dirigida hacia arriba.



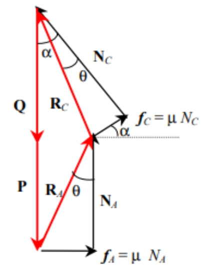


Figura 136 Diagrama del cuerpo libre. ***Figura 137 Polígono de fuerzas.***

Igualando a cero la suma de momentos respecto de A , se tiene:

$$N_C \,\overline{AC} = (Q\, s + P\, \overline{AG})\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad s = \frac{N_C}{Q\cos\alpha}\,\overline{AC} - \frac{P}{Q}\,\overline{AG}$$

De la ley del seno aplicada al triángulo de fuerzas formado por los vectores P + Q, R_A , R_C y teniendo en cuenta que tan(Θ)= 0.25 ⇒ Θ = 14.03° queda:

$$\frac{R_C}{\operatorname{sen} 14{,}03} = \frac{P+Q}{\operatorname{sen} 143{,}13} \quad \Rightarrow \quad R_C = 405{,}66 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad N_C = \frac{R_C}{\sqrt{1+\mu^2}} \quad \Rightarrow \quad N_C = 393{,}55 \text{ N}$$

Sustituyendo se obtiene:

S=1.34m

Problema 3.7

Un cajón de 100 kg mostrado en la figura 138 está soportado por tres cuerdas, una de las cuales se conecta a un resorte. Determinar las tres cuerdas, una de las cuales se conecta con un resorte. Determinar la tensión de las cuerdas AC y AD, así como el alargamiento del resorte.

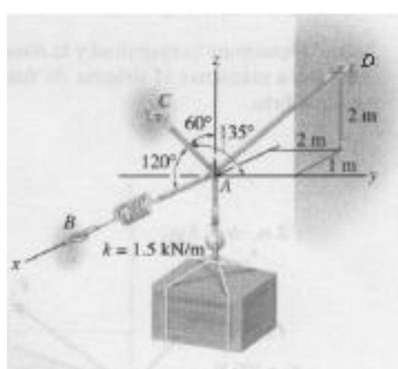


Figura 138.

Diagrama de cuerpo libre:

Las fuerzas presentan en cada una de las cuerdas, puede ser determinada investigando el equilibrio del punto A. El diagrama del cuerpo libre se muestra en la figura 139. El peso de la caja es W = 100(9.81) = 981N.

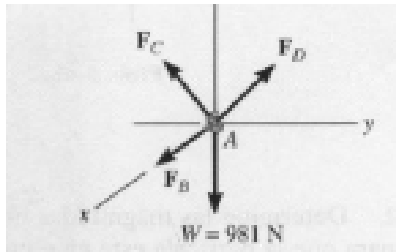


Figura 139 DCL de la figura 138.

Ecuaciones de equilibrio:

Cada vector trazado en el diagrama de equilibrio en DCL se expresa primero en forma vectorial cartesiana. Usando la ecuación que involucra a F_c y el punto D (-1m, 2m, 2m) par F0 se tiene:

$\mathbf{F}_B = f_e i$

$\mathbf{F}_c = F_c \cos(120°)i + F_c \cos(135°)j + F_c \cos(60°)k = -0.5F_c i - 0.707F_c j + 0.5F_c k$

$\mathbf{F}_o = F_o \frac{-1i+3j+2k}{\sqrt{-1^2+2^2+2^2}}$

Por equilibrio se requiere que:

$\Sigma F = 0$: $\quad F_B + F_C + F_o + W = 0$

$F_e i - 0.5F_C i - 0.707F_C j + 0.5F_C k - 0.333F_o i + 0.667F_O j + 0.667F_O k + 0.667F_O k - 981k = 0$

Al igual las respectivas componentes i, j, k a cero resulta:

$\Sigma F_x = 0; \quad F_e - 0.5F_C - 0.333F_O = 0$ ecua. 1
$\Sigma F_y = 0; \quad -0.707F_C + 0.667F_O = 0$ ecua. 2
$\Sigma F_z = 0; \quad 0.5F_C + 0.667F_O - 981 = 0$ ecua. 3

Despejando F_O en la ecuación 2 en términos de F_C, y sustituyendo este resultado en la ecuación 3, se obtiene F_C. Fo se determina con la ecuación 2. Por último, se sustituye los resultados en la ecuación 1 y resulta Fe. Por lo tanto se obtiene:

$F_C = 813N$
$F_O = 862N$
$F_B = 693.7$ N

El alargamiento del resorte es:

F = ks; 693.7 = 1500s despejando s se obtiene **s = 0.462 m**

Problema 3.8

Una varilla uniforme de masa m kg = 2.3kg y longitud L se mantiene en posición inclinada como indica la figura 140. El coeficiente de roce estático entre la varilla y el piso vale 0.6 $\mu_s = 0.6$. La varilla está a punto de deslizar hacia la derecha. Calcular:

a) La tensión en el alambre de soporte BC

b) El ángulo θ que forma el alambre BC con la pared vertical.

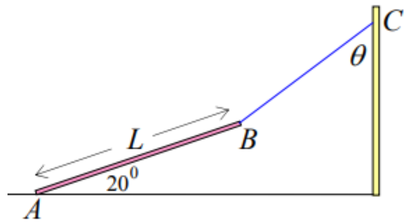


Figura 140.

La figura 140 muestra el diagrama de cuerpo libre de la varilla.

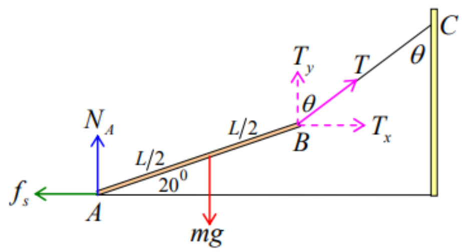


Figura 141. DCL de la figura 140.

Equilibrio traslacional.

Dado que la varilla está a punto de deslizar, el roce estático es máximo y en dicho punto máximo, la fuerza roce viene dada por la fórmula experimental:

$$f_s = \mu_s N_A \quad (1)$$

Aplicando la condición de equilibrio de traslación, se tiene:

Eje X :

f_s – T sen(Θ) = 0 (2)

Aplicando (1), la relación (2): queda:

$\mu_s N_A$ = T sen (Θ) (3)

Eje Y:

N_A + T cos(Θ) = mg (4)

Equilibrio rotacional.

Se aplica la condición de equilibrio rotacional que indica que la suma de todos los torques debe ser cero. Antes debemos elegir el origen de torques y el sentido positivo de los torques. Se selecciona como positivos los torques que tienden a hacer girar al cuerpo a favor del movimiento de las manecillas del reloj y elegimos como origen de torques al punto B . Torque de la tensión T.

$$\tau_T = Tb_T = 0 \quad (5)$$

Porque la línea de acción de la fuerza pasa por el origen de torques, por lo tanto el brazo de la fuerza se hace cero: $b_T = 0$.

Torque del peso mg :

$$\tau_{mg} = -mgb_{mg} = -mg\frac{L}{2}\cos 20^0 \quad (6)$$

Torque de N_A :

$$\tau_{N_A} = N_A b_{N_A} = N_A L\cos 20^0 \quad (7)$$

Torque de f_S :

$$\tau_{f_s} = f_s b_{f_s} = f_s L\sin 20^0 \quad (8)$$

Aplicando la condición de equilibrio rotacional, se tiene:

$$N_A L\cos 20^0 + f_s L\sin 20^0 - mg\frac{L}{2}\cos 20^0 = 0 \quad (9)$$

Usando $f_S = \mu_S N_A$ dado por relación (1), cancelando L y dividiendo por el cos(20°) , se tiene:

$$N_A\left(1+\mu_s \tan 20^0\right) = \frac{mg}{2} \quad (10)$$

Despejando N_A:

$$N_A = \frac{mg}{2\left(1+\mu_s \tan 20^0\right)} \quad (11)$$

Numericamente se tiene:

$$N_A = \frac{2.3(kg)\times 9.8\left(m/s^2\right)}{2\left(1+0.6\times\tan 20^0\right)} \quad (12)$$

$N_A = 9.25N$

Usando las ecuaciones (3), (5) y (13), podemos obtener el ángulo θ .

De la ecuación (3) se tiene:

$$T\sin\theta = \mu_s N_A \quad (14)$$

De la ecuación (5), setiene:

$$T\cos\theta = mg - N_A \quad (15)$$

Dividiendo miembro a miembro estas dos ecuaciones entre sí, se tiene:

$$\tan\theta = \frac{\mu_s N_A}{mg - N_A} \quad (16)$$

Numéricamente, usando el resultado obtenido en la ecuación (13), se obtiene lo siguiente:

$$\tan\theta = \frac{0.6\times 9.25(N)}{2.3(kg)\times 9.8(m/s^2) - 9.25(N)} \quad (17)$$

tan(Ɵ) = 0.417605 (18)

Ɵ= 22.67° (20)

De la fórmula (16) se puede reescribir en la forma:

$$\tan\theta = \frac{\mu_s N_A}{mg - N_A} = \frac{\mu_s}{\frac{mg}{N_A} - 1} \quad (20)$$

Al reemplazar mg /NA dada por la ecuación (11), queda:

$$\tan\theta = \frac{\mu_s}{2\left(1 + \mu_s \tan 20^0\right) - 1} \quad (21)$$

$$\tan\theta = \frac{\mu_s}{\left(1 + 2\mu_s \tan 20^0\right)} \quad (22)$$

De la ecuación (14), se obtiene tensión T en la cuerda:

$$T = \frac{\mu_s N_A}{\sin\theta} \quad (23)$$

Numéricamente se calcula:

$$T = \frac{0.6\times 9.25(N)}{\sin 22.67^0} \quad (24)$$

T= 14.4 N **(25)**

Utilizando las ecuaciones (14) y (15), también se puede obtener la tensión T , sin usar el ángulo θ calculado, sumando los cuadrados de ambos miembros:

$$T = \sqrt{(\mu_s N_A)^2 + (mg - N_A)^2} \quad (26)$$

Numéricamente se tiene:

$$T = \sqrt{(0.6 \times 9.25(N))^2 + (2.3(kg) \times 9.8(m/s^2) - 9.25(N))^2} \quad (27)$$

T= 14.4N (28)

Solución alternativa, usando el punto A como origen de torques. Además de las ecuaciones calculadas en (3) y (5)

$$\mu_s N_A = T \sin\theta \quad (29)$$

$$N_A + T\cos\theta = mg \quad (30)$$

Consideremos el punto A como origen de torques, eligiendo como positivos los torques que tienden a hacer girar al cuerpo a favor del movimiento de las agujas del reloj. De la figura 25 se ve claramente que los torques de N_A y f_S son cero porque las fuerzas pasan por el punto A que es el origen del torques:

$$\tau_{N_A} = 0; \quad \tau_{f_s} = 0 \quad (31)$$

Torque de peso mg:

$$\tau_{mg} = mgb_{mg} = mg\left(\frac{L}{2}\cos 20^0\right) \quad (32)$$

Torque de T_X = T sen(θ):

$$\tau_{T_x} = T_x b_{T_x} = T\sin\theta\left(L\sin 20^0\right) \quad (33)$$

Torque de T_y = T cos(θ):

$$\tau_{T_y} = -T_y b_{T_y} = -T\cos\theta\left(L\cos 20^0\right) \quad (34)$$

Aplicando la ecuación de equilibrio rotacional, usando los resultados obtenidos en (31), (32), (33) y (34), se tiene:

$$mg\frac{L}{2}\cos 20^0 + TL\sin\theta\sin 20^0 - TL\cos\theta\cos 20^0 = 0 \quad (35)$$

Simplificando, se obtiene la tensión T en función del ángulo θ :

$$T = \frac{mg\cos 20^0}{2\left(\cos\theta\cos 20^0 - \sin\theta\sin 20^0\right)} \quad (36)$$

Eliminando NA de las ecuaciones (29) y (30), también se puede expresar la tensión T en función del ángulo θ:

$$T = \frac{\mu_s mg}{\sin\theta + \mu_s\cos\theta} \quad (37)$$

Igualando las expresiones dadas por (36) y (37), se obtiene:

$$\frac{mg\cos 20^0}{2\left(\cos\theta\cos 20^0-\sin\theta\sin 20^0\right)}=\frac{\mu_s mg}{\sin\theta+\mu_s\cos\theta} \quad (38)$$

Reordenando, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\cos 20^0\left(\sin\theta+\mu_s\cos\theta\right)=2\mu_s\left(\cos\theta\cos 20^0-\sin\theta\sin 20^0\right) \quad (39)$$

Dividiendo por cos (20°) cos (θ) , se tiene:

$$\left(\tan\theta+\mu_s\right)=2\mu_s\left(1-\tan\theta\tan 20^0\right) \quad (40)$$

Despejando, se obtiene de la expresión final de tan(θ):

$$\tan\theta=\frac{\mu_s}{\left(1+2\mu_s\tan 20^0\right)} \quad (41)$$

Expresión idéntica a la obtenida en la (22), usando el punto B como origen de torques.

Problema 3.9

La torre de la figura 142 tiene 70m de altura. La tensión de los cables BC,BD, y BE tiene una magnitud de 2KN. Considere la base de la torre como un soporte frío.¿Qué valor tiene las reacciones en A?.

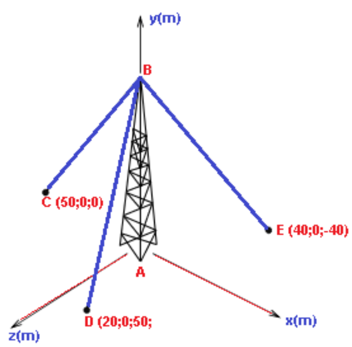


Figura 142.

Para resolver problemas de equilibrio de un cuerpo rígido en el espacio, se recomienda seguir los pasos siguientes:

1.- Hacer el DCL del cuerpo rígido, graficar las fuerzas externas que actúan sobre dicho cuerpo rígido.
2.- Determinar la expresión vectorial de cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo rígido analizado.
3.- Aplicar las ecuaciones de equilibrio para calcular las incógnitas solicitadas. Para ello se recomienda aplicar primero $\sum\vec{M}=0$ con respecto a un eje específico con respecta a un punto, y después $\sum\vec{F}=0$.

Las fuerzas externas que actúan sobre la torre son: las tensiones en los cables BC, BD y BE, y las reacciones en el soporte fijo A (tres componentes de la fuerza de reacción: $\vec{R}_{Ax}, \vec{R}_{Ay}$ y $\vec{R}_{Az}$. Tres componentes de momento de par: $\vec{M}_x, \vec{M}_y$ y $\vec{M}_z$.

Se asume que el punto A está ubicado en el origen de los ejes coordenados ver figura 143.

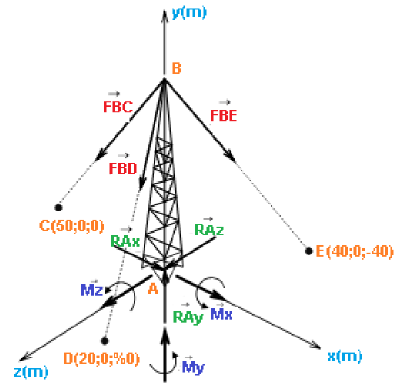


Figura 143.

Expresión vectorial de cada una de las fuerzas que actúan sobre la torre

$$\vec{R}_A = (R_{Ax};\ R_{Ay}\ ;\ R_{Az})$$

$$\vec{F}_{BC} = (F_{BC})\,\hat{\mu}_{BC} \quad ; \quad \text{donde:} \quad F_{BC} = 2\,kN \ \text{ y } \ \hat{\mu}_{BC} = (-\frac{50}{86{,}02325}\,;-\frac{70}{86{,}02325};\,0)$$

$$\vec{F}_{BC} = (-1{,}1625\,kN;\,-1{,}6275\,kN\,;\,0)$$

$$\vec{F}_{BD} = (F_{BD})\,\hat{\mu}_{BD}\ ; \quad \text{donde:} \quad F_{BD} = 2\,kN \ \text{ y } \ \hat{\mu}_{BD} = (\frac{20}{88{,}31761}\,;-\frac{70}{88{,}31761};\,\frac{50}{88{,}31761})$$

$$\vec{F}_{BD} = (0{,}4529\,kN;\,-1{,}5852\,kN;\,1{,}1323\,kN)$$

$$\text{donde:} \quad F_{BE} = 2\,kN \ \text{ y } \ \hat{\mu}_{BE} = (\frac{40}{90}\,;-\frac{70}{90};\,-\frac{40}{90})$$

$$\vec{F}_{BE} = (0{,}88889\,kN;\,-1{,}5556\,kN\,;\,-0{,}8889\,kN)$$

El momento que actúa en A se expresa como:

$$\vec{M} = (M_X;\ M_Y\ ;\ M_Z)$$

Cálculo de R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az} (componentes de la fuerza de reacción en A).Aplicando las tres ecuaciones de equilibrio de las fuerzas, se tiene:

$\Sigma F_x = 0$ RA_x = -1.1625KN + 0.4529KN + 0.8889kN = 0

RA_x = 0.1793kN

ΣF_y= 0 RA_y = -1.6275KN - 1.5852KN - 1.5556kN = 0

RA_y = 8.7682kN

ΣF_z= 0 RA_z = +1.1323KN - 0.8889kN = 0

RA_z = -0.2433kN

La fuerza de reacción en A es:

$$\vec{R}_A = (-0{,}1793\,kN;\ 8{,}7682\,kN\ ;\ -0{,}2433\,kN)$$

Cálculo de M_x; M_y; M_z (Componentes de momento de par en A), se aplica primero suma de momentos totales respecto al eje x:

$\sum_{Ejex}^{totales} = 0$ Mx + M_{EjeX}^{FBC} + M_{EjeX}^{FBD} + M_{EjeX}^{FBE} =0 Ecuación 1

Aplicando la ecuación del momento de una fuerza, respecto al eje X:

$\vec{M}_{Eje\ X}^{\vec{F}} = \left[\hat{\mu}_{Eje\ X} \bullet \vec{r} \times \vec{F}\right]\hat{\mu}_{Eje\ X}$; $\vec{r}$ = Vector de posición que va desde el eje X hasta la fuerza.

Se obtiene:

$\vec{M}_{Eje\ X}^{\vec{F}_{BC}} = (0;0;0)$; $\vec{M}_{Eje\ X}^{\vec{F}_{BD}} = (79\,24\,kN \cdot m;\ 0;0)$; $\vec{M}_{Eje\ X}^{\vec{F}_{BE}} = (-62{,}23\,kN \cdot m;\ \ 0;0)$

Además:

$\vec{M}_X = (M_X;\ 0;\ 0)$

Remplazando en la ecuación 1 despejando M_x se obtiene:

Mx = -17.01KN

Si se aplicca la suma de momentos respectpo al eje y se tiene:

$\sum_{Ejey}^{totales} = 0$ My + M_{EjeY}^{FBC} + M_{EjeY}^{FBD} + M_{EjeY}^{FBE} =0 Ecuación 2

Como las fuerzas de tensión en los cables BC,BD y BE interceptan al eje Y, entonces los momentos de estas fuerzas, respecto al eje Y, son iguales a cero

Además:

$$\vec{M}_Y = (0;\, M_Y;\, 0)$$

Ahora lo siguiente es reemplazar en la ecuación 2, y se tiene:

$M_Y = 0$

Para calcular Mz se aplica la suma totales respecto al eje z. Esto se:

$\sum_{Ejez}^{totales} = 0$ Mz + M_{EjeZ}^{FBC} + M_{EjeZ}^{FBD} + M_{EjeZ}^{FBE} =0 Ecuación 3

Aplicando la ecuación del momento de una fuerza, respecto al eje z, se obtiene:

$$M_{Eje\ Z} = (0;\, 0;\, 81{,}34 kN\cdot m)\ ;$$

$$\vec{M}_{Eje\ Z}^{\vec{F}_{BD}} = (0;\, 0\,;\, -31{,}71 kN\cdot m)\,;$$

$$\vec{M}_{Eje\ X}^{\vec{F}_{BE}} = (0\,;\ 0:\, -62{,}23 kN\cdot m)$$

Además:

$$\vec{M}_Z = (0;\, 0;\, M_Z)$$

Al reemplazar en la ecuación 3 se tiene

M_z = 12.64kN

Por tal motivo el momento par en A es:

M_A = (-17.01kN/m; 0; 12.64kN /m)

Problema 2.10

La carga aplicada en la viga que se muestra en la figura 144, determine las reacciones en los apoyos, cuando w_0 = 1.5 kgN/m.

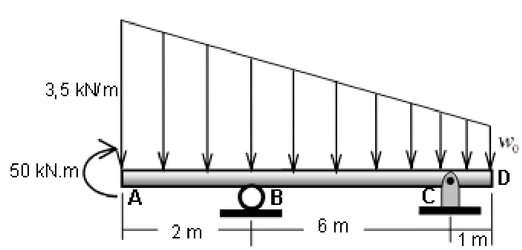


Figura 144.

Primero hallo la función de carga de las fuerzas distribuidas, para ello aplicamos la ecuación de la recta y = mx + b donde m es la pendiente a la recta, además se conoce qué: $y = w_{(x)}$, como se puede visualizar en la figura 145:

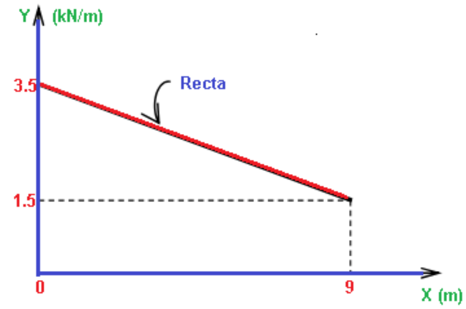


Figura 145.

Y = mx + b
Para x = 0   Y = 3.5 por lo tanto b = 3.5
Para x = 9   Y = 1.5 por lo tanto m =-2/9
Por lo tanto:

$$Y = -\frac{2}{9}x + 3.5 = w_{(x)}$$

Cálculo de F_R y $\vec{x}$ (magnitud y ubicación de la fuerza resultante de las fuerzas distribuidas)
La magnitud de la fuerza resultante de las fuerzas distribuidas está dada por:

$$F_R = \int w_{(x)}\, dx \quad \Longrightarrow \quad F_R = \int_0^9 (-\frac{2}{9}x + 3{,}5)\, dx$$

F_R = 22.5kN

La ubicación de la fuerza resultante (distancia respecto al origen de coordenadas) está dada por:

$$\bar{x} = \frac{\int x\, w_{(x)}\, dx}{F_R} \quad \Longrightarrow \quad \bar{x} = \frac{\int_0^9 x\,(-\frac{2}{9}x + 3{,}5)\, dx}{22{,}5} = 3{,}9\, m$$

Cálculo de las reacciones en los apoyos:

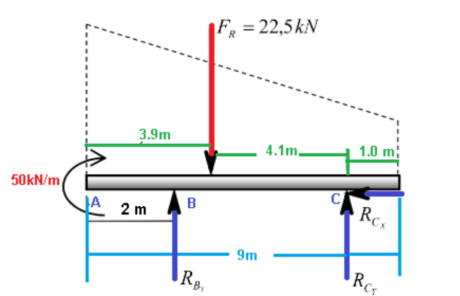


Figura 146.

Por la segunda condición de equilibrio:

$\sum M_C^{TOTALES} = 0$ 50 +22.5 (4.1) – R_{By} (6) = 0 **R_{BY} = 7.042kN**

Por la primera condición de equilibrio:

$\Sigma Fx = 0$ $R_{CX} = 0$
$\Sigma Fy = 0$ $R_{Cy} = 15.458kN$

Solución:

R_B = (0 ; 7.042kN).
R_C = (0 ; 15.458kN)

Problema 3.11

Para la carga aplicada sobre la viga que se muestra en la figura 147, determine las fuerzas de reacción en los apoyos A y B

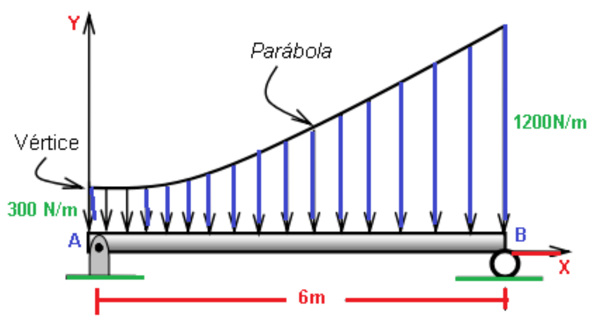


Figura 147.

En este tipo de problemas, primero se halla la función de carga $w_{(x)}$ que permita calcular la fuerza resultante de las fuerzas distribuidas. Para ello se aplica la ecuación de la parábola: **$(y - k) = 4p(x - h)^2$** donde h y k son las coordenadas del vértice de la parábola, reemplazando los datos del problema en la ecuación de la parábola se obtiene:

$y = 25X^2 + 300$

Esta ecuación de la parábola en la función de carga es:

$y = w_{(x)} = 25X^2 + 300$

Cálculo de F_R y $\overline{\overline{X}}$ (Maagnitug y ubicación de la fuerza resultante).

La magnitud de la fuerza resultante de fuerzas distribuidas está dada por:

$F_R = \int w_{(x)}\, dx$ sustituyendo se tiene $F_R = \int_0^6 (25x^2 + 300)\, dx$ resolviendo **F_R = 3600N**

La ubicación de la fuerza resultante (distancia respecto al origen de coordenadas) está dada por:

$$\bar{x} = \frac{\int x\, w_{(x)}\, dx}{F_R}$$ sustituyendo se tiene $$\bar{x} = \frac{\int_0^6 x\,(25x^2 + 300)\, dx}{F_R}$$ resolviendo **3.75m**.

Cálculo de las reacciones en los apoyos.

Para calcular las fuerzas de reacción en los apoyos, primero se hace el DCL de la viga y luego se aplica las ecuaciones de equilibrio de un cuerpo rígido. En este caso, las fuerzas externas que actúan sobre la viga son: la fuerza resultante de las fuerzas distribuidas y las fuerzas de reacción en los apoyos A y B.

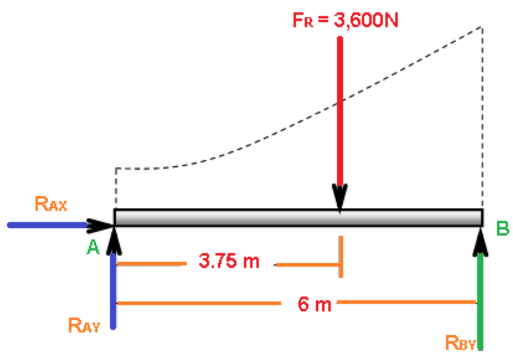


Figura 148.

Por segunda condición de equilibrio:

$$\sum M_A^{TOTALES} = 0$$

$+R_{By}$ (6m) – 3,600N (3.75m) = 0   despejando se tiene $\mathbf{R_{BY} = 2250N}$

Por primera condición de equilibrio:

$\Sigma F_x = 0$ $\mathbf{R_{Ax} = 0}$

$\Sigma F_Y = 0$ $\mathbf{R_{Ay} = 1{,}350N}$

Solución:

$\vec{R}_A$ = (0; 1,350N)

$\vec{R}_B$ = (0; 2,250N)

Problema 3.12

Una placa rectangular uniforme de 285 bf se sostiene en la posición mostrada por medio de bisagras puestas en A y B, y mediante el cable DCE que pasa sin fricción por un gancho colocado en C. Si la magnitud de la tensión en ambos lados del cable es la misma, determine:

a) La magnitud de la tensión en el cable.
b) Las reacciones en A y B. Suponga que la bisagra en B no ejerce ninguna fuerza de empuje axial, figura 149.

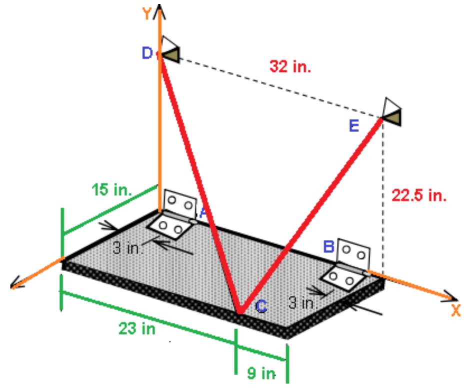


Figura 149.

D.C.L de la placa rectangular figura 150.

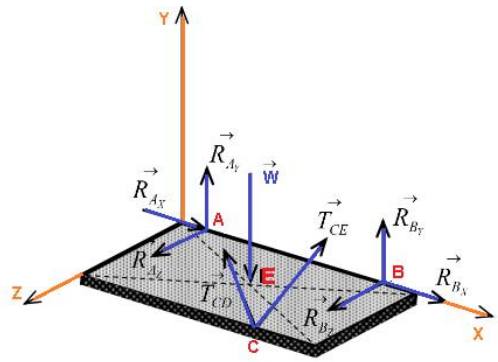


Figura 150 D.C.L de la figura 149.

Dato: w_{placa} = 285 lbf.

Por condición:

- ✓ La bisagra en B no ejerce ninguna fuerza de empuje axial. Es decir $R_{Bx} = 0$.
- ✓ La magnitud de la tensión en ambos lados del cable es la misma.

Además:

Si las bisagras están alineadas en forma apropiada, entonces no generan pares sobre la placa.

De acuerdo con la figura 150, las coordenadas de los puntos son:

A = (3; 0; 0)in, B = (29; 0; 0)in , C = (23; 0; 15)in , D = (0; 22.5; 0)in, E = (32; 22.5; 0)in y F = (16; 0; 7.5)in.

Expresión vectorial de cada una de las fuerzas que actúan sobre la placa rectangular.

$$\vec{w} = (0\ ;\ -285\ell bf;\ 0)$$

$$\vec{R}_A = (R_{A_x};\ R_{A_y}\ ;\ R_{A_z})$$

$$\vec{R}_B = (0\ ;\ R_{B_y}\ ;\ R_{B_z})$$

$$\vec{T}_{CD} = (T)\,\hat{\mu}_{CD} \quad ; \quad \hat{\mu}_{CD} = \frac{(-23;\ 22{,}5;\ -15)}{35{,}5}$$

$$\vec{T}_{CD} = (-0{,}649T;\ 0{,}634T\ ;\ -0{,}423T)$$

$$\vec{T}_{CE} = (T)\,\hat{\mu}_{CE} \quad ; \quad \hat{\mu}_{CE} = \frac{(9;\ 22{,}5;\ -15)}{28{,}5}$$

$$\vec{T}_{CE} = (0{,}316T\ :\ 0{,}789T\ :-0{,}526T)$$

a) Cálculo de “T” (magnitud de la tensión en el cable DCE:

Para calcular T se aplica ΣM = 0 en el eje AB (eje X) porque de esta manera se anulan las reacciones en A y en B (se anulan 5 incógnitas)

$$\sum \vec{M}_{Eje\ x}^{Totales} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{M}_{Eje\ x}^{\vec{T}_{CD}} + \vec{M}_{Eje\ x}^{\vec{w}} + \vec{M}_{Eje\ x}^{\vec{T}_{CE}} = 0$$

Ecuación 1

Aplicando la ecuación del momento de una fuerza, respecto a un eje específico, para las tensiones $\vec{T}_{CD}$ y $\vec{T}_{CE}$ y el peso $\vec{w}$, se obtiene:

$$\vec{M}_{Eje\ x}^{\vec{T}_{CD}} = (-9{,}51T\ ;\ 0\ ;\ 0)\ ; \quad \vec{M}_{Eje\ x}^{\vec{w}} = (2137{,}5\ ;\ 0\ ;\ 0)\,\ell bf\cdot in\ ; \quad \vec{M}_{Eje\ x}^{\vec{T}_{CE}} = (-11{,}835\,T\ ;\ 0\ ;\ 0)$$

Reemplazando en la ecuación 1 y aplicando $\Sigma M_x = 0$, se tiene:

9.51T + 2137.5 – 11.835T = 0 **T = 100.14 lbf**

b) Cálculo de $\vec{R}_A$ y $\vec{R}_B$ (reacciones en las bisagras A y B)

Aplicando las tres ecuaciones escalares de equilibrio de fuerzas se tiene:

$\Sigma F_x = 0$ $R_{Ax} = -0.649T + 0.316T = 0$ **R_{Ax} = 33.347 lbf** ecuación 1
$\Sigma F_y = 0$ -285 lbf $+ R_{Ay} + R_{By} + 0.634T + 0.789T = 0$ **$R_{Ay} + R_{By}$ = 142.5 lbf** ecuación 2
$\Sigma F_z = 0$ $R_{Az} + R_{Bz} - 0.423T - 0.526T = 0$ **$R_{Az} + R_{Bz}$ = 95.033 lbf** ecuación 3

A continuación se aplica ΣM = 0 en el punto A:

$$\sum \vec{M}_A^{Totales} = 0 \qquad \vec{M}_A^{\vec{R}_B} + \vec{M}_A^{\vec{w}} + \vec{M}_A^{\vec{T}_{CD}} + \vec{M}_A^{\vec{T}_{CE}} = 0$$

ecuación 4

Aplicando la ecuación del momento de una fuerza, respecto a un punto, para la reacción $\vec{R}_B$ las tensiones T_{CD}, T_{CE} y el peso w, se obtiene:

$$\vec{M}_A^{\vec{R}_B} = (0;-26\,R_{B_z}\ ;\ 26\,R_{B_y})\ ; \quad \vec{M}_A^{\vec{T}_{CD}} = (-952{,}35\ ;\ -127{,}65\ ;\ 1269{,}6)\,\ell bf\cdot in$$

$$\vec{M}_A^{\vec{T}_{CE}} = (-1185{,}15\ ;\ 1528\ ;\ 1580{,}2)\,\ell bf\cdot in\ ; \quad \vec{M}_A^{\vec{w}} = (2137{,}5\ ;\ 0\ ;\ -3705)\,\ell bf\cdot in$$

Reemplazando en la ecuación 4 y aplicando las ecuaciones escalares de equilibrio de momentos, se tiene:

$\Sigma M_y = 0$ $\quad -26\, R_{Bz} -127.65 + 1{,}528 = 0$ $\qquad R_{Bz} = 53.85\ lbf$
$\Sigma M_z = 0$ $\quad 26R_{By} + 1269.6 + 1580.2 - 3{,}705 = 0$ $\qquad R_{By} = 32.89\ lbf$

Finalmente se reemplaza R_{By} en la ecuación 2 y R_{Bz} en la ecuación 3 y se obtiene:

$R_{A_y} = 109{,}61\,\ell bf$; $\qquad R_{A_z} = 41{,}18\,\ell bf$

$\vec{R}_A = (33.47;\ 109.61;\ 41.18)\,\ell bf$ $\qquad \vec{R}_B = (0;\ 32.89;\ 53.85)\,\ell bf$

Ejemplo de un programa computacional que resuelve un problema de estática, en C# visual

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;
using System.IO;

namespace equilibrio_de_cuerpo_libre_2D
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();
        }

        private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
        {
            Close();
        }

        private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
        {
            double Ay, By, Bx; // datos que se calcularan
            double F1V, F2V, F3V, F4V, F5H; // fuerzas externas verticales y
                                            //horizontalres datos de entrada
            double sumaMB,sumaTemFY ;
            double MomentoF1PuntoB, MomentoF2PuntoB, MomentoF3PuntoB,
                   MomentoF4PuntoB, MomentoF5PuntoB;
            //sumaFX = 0; sumaFY = 0; sumaM=0;condiciones para que el cuerpo este en
            //equilibrio
            F1V = Double.Parse(textBox1.Text);
            F2V = Double.Parse(textBox2.Text);
            F3V = Double.Parse(textBox3.Text);
            F4V = Double.Parse(textBox4.Text);
```

```
F5H = Double.Parse(textBox5.Text);
/* en el eje de las X se va a tomar la dirección de la  fuerza positiva
  *  hacia la derecha ------>
 *en el eje de las Y se va a tomar  la dirección de la fuerza positiva
 * hacia arriba
 *esta estructura tiene un rodillo en el punto A
 *y tiene un pasador en el punto B
 *En un rodillo su reacción siempre se dibuja con una flecha hacia
   arriba
 * Ay
 *El pasador en el punto B este tiene dos reacciones Bx y By no permite
 * que el cuerpo se traslade horizontalmente, tampoco permite que el
 *cuerpo baje, sin embargo permite si permite la rotación del sistema.
 *este problema tiene 3 incógnitas que es lo máximo que este tipo de
 *sistemas permite.
 *ahora se inicia con las relaciones de las fuerzas en el eje X y son
 *sumaFx=Bx-0.5 kip y se tiene la ecuación 1 se iguala a 0, y de ahí se
 * despeja Bx: obteniendo Bx=0.5 kip*/
Bx = 0.5;  // *********** primer resultado***************
/* Esto nos dice la resistencia que ofrece Bx para que la estructura no
 *se mueva hacia la izquierda es de 0.5 kip*/

/*
 * ahora continuamos con la sumaY= 0, la estructura tiene 4 fuerzas
 * externas en el eje Y actuando verticalmente 5 kip, 7 kip, 10 kip y 2
 * kip, la suma es - 24 kip que son hacia abajo son negativas y
 * se tiene dos cargas actuando hacia arriba Bx y Ay que son positivas,
 * entonces  sumaFY=-24+By+Ay y se iguala a 0 y se tiene:
 * la ecuación 2  siendo esta -24 kip +By + Ay =0 teniendo una ecuación
 * de 2incognitas.
 * Por lo tanto se requiere otra ecuación y esta se obtiene con la suma
 * de momentos y la igualo a 0
 * sumaM=0, por lo que se requiere seleccionar un punto de rotación, y
 * lo que se hace normalmente es seleccionar el punto con mayor
 * número de incógnitas, que en este caso es el punto B donde llegan 2
 * reacciones Bx y By.
 * El cálculo del Momento = fuerza * distancia.
 * Momento de la fuerza 5 kip con respecto a B es
 * MomentoF1PuntoB= F1V*14 pies la rotación de la línea de fuerza con
 * respecto al punto B la rotación es anti horario entonces el momento
 * es positivo, ahora se continua con la fuerza de Ay esta sobre la
 * misma línea aplicada al punto A  entonces el momento es
 ***-(Ay*14 pies) **,  el momento es negativo.
 * Se continua con la carga de 7 kip y su momento es
 * MomentoF2PuntoB= 7*6, momento positivo.
 * Continuamos con la carga de 10 kip la línea de acción de esta carga
 * tiene su peculiaridad, de tal modo que su línea de acción pasa por el
 * punto B, quedando esta sobre el punto de rotación, por lo que su
 * momento genera una carga es CERO, ya que esta cuando es aplicada no
 * genera rotación, genera una acción de traslación
 *  MomentoF3PuntoB =0.
 *  Se prosigue con la fuerza de 2 kip, se traza la línea de fuerza de
 * acción a la misma con respecto al  punto B, se prosigue a buscar una
 * línea perpendicular que cruce el punto B para encontrar la distancia,
 * y así ya se puede obtener el momento con respecto al punto B  siendo
 * este: MomentoF4PuntoB = 2kip* 6 pies.
 * La rotación que sobre la línea de acción debida a la carga de 2
 * kip es dirección a la del horario del reloj por lo tanto es negativa.
```

```
 * Proseguimos con la carga de 0.5 kip su momento es:
 * MomentoF2PuntoB=0.5*6 pies rota anti horario  es positiva.
 */
/* en el eje de las X se va a tomar la dirección de la  fuerza positiva
 * hacia la derecha ------>
 * en el eje de las Y se va a tomar  la dirección de la fuerza positiva
 * hacia arriba
 * esta estructura tiene un rodillo en el punto A
 * y tiene un pasador en el punto B
 * En un rodillo su reacción siempre se dibuja con una flecha hacia
   arriba Ay.
 * El pasador en el punto B este tiene dos reacciones Bx y By no permite
 * que el cuerpo se traslade horizontalmente, tampoco permite que el
 * cuerpo baje, sin embargo permite si permite la rotación del sistema.
 * este problema tiene 3 incógnitas que es lo máximo que este tipo de
 * sistemas permite.
 * ahora se inicia con las relaciones de las fuerzas en el eje X y son
 * sumaFx=Bx-0.5 kip y se tiene la ecuación 1 se iguala a 0, y de ahí se
 * despeja Bx: obteniendo Bx=0.5 kip*/
Bx = 0.5;  // *********** primer resultado***************
/* Esto nos dice la resistencia que ofrece Bx para que la estructura no
 *se mueva hacia la izquierda es de 0.5 kip*/

/*
 * ahora continuamos con la sumaY= 0, la estructura tiene 4 fuerzas
 * externas en el eje Y actuando verticalmente 5 kip, 7 kip, 10 kip y 2
 * kip, la suma es - 24 kip que son hacia abajo son negativas y
 * se tiene dos cargas actuando hacia arriba Bx y Ay que son positivas,
 * entonces  sumaFY=-24+By+Ay y se iguala a 0 y se tiene:
 * la ecuación 2  siendo esta -24 kip +By + Ay =0 teniendo una ecuación
 * de 2incognitas.
 * Por lo tanto se requiere otra ecuación y esta se obtiene con la suma
 * de momentos y la igualo a 0
 * sumaM=0, por lo que se requiere seleccionar un punto de rotación, y
 * lo que se hace normalmente es seleccionar el punto con mayor
 * número de incógnitas, que en este caso es el punto B donde llegan 2
 * reacciones Bx y By.
 * El cálculo del Momento = fuerza * distancia.
 * Momento de la fuerza 5 kip con respecto a B es
 * MomentoF1PuntoB= F1V*14 pies la rotación de la línea de fuerza con
 * respecto al punto B la rotación es anti horario entonces el momento
 * es positivo, ahora se continua con la fuerza de Ay esta sobre la
 * misma línea aplicada al punto A  entonces el momento es
 ***-(Ay*14 pies) **,  el momento es negativo.
 * Se continua con la carga de 7 kip y su momento es
 * MomentoF2PuntoB= 7*6, momento positivo.
 * Continuamos con la carga de 10 kip la línea de acción de esta carga
 * tiene su peculiaridad, de tal modo que su línea de acción pasa por el
 * punto B, quedando esta sobre el punto de rotación, por lo que su
 * momento genera una carga es CERO, ya que esta cuando es aplicada no
 * genera rotación, genera una acción de traslación
 *  MomentoF3PuntoB =0.
 *  Se prosigue con la fuerza de 2 kip, se traza la línea de fuerza de
 * acción a la misma con respecto al  punto B, se prosigue a buscar una
 * línea perpendicular que cruce el punto B para encontrar la distancia,
 * y así ya se puede obtener el momento con respecto al punto B  siendo
 * este: MomentoF4PuntoB = 2kip* 6 pies.
 * La rotación que sobre la línea de acción debida a la carga de 2
```

```
            * kip es dirección a la del horario del reloj por lo tanto es negativa.
            * Proseguimos con la carga de 0.5 kip su momento es:
            * MomentoF2PuntoB=0.5*6 pies rota anti horario  es positiva.
            */

           sumaTemFY = (-5.0) + (-7.0) + (-10.0) + (-2.0);
           MomentoF1PuntoB = F1V * 14.0;
           MomentoF2PuntoB = F2V * 6.0;
           MomentoF3PuntoB = 0 * 10;
           MomentoF4PuntoB=-(F4V*6);
           MomentoF5PuntoB = F5H * 6.0;
           sumaMB = MomentoF1PuntoB + MomentoF2PuntoB + MomentoF3PuntoB +
                    MomentoF4PuntoB + MomentoF5PuntoB;
           Ay = sumaMB / 14.0;
           By = (sumaTemFY + Ay) *-1;
           textBox6.Text = Convert.ToString(Ay);
           textBox7.Text = Convert.ToString(Bx);
           textBox8.Text = Convert.ToString(By);
       }
   }
}
```

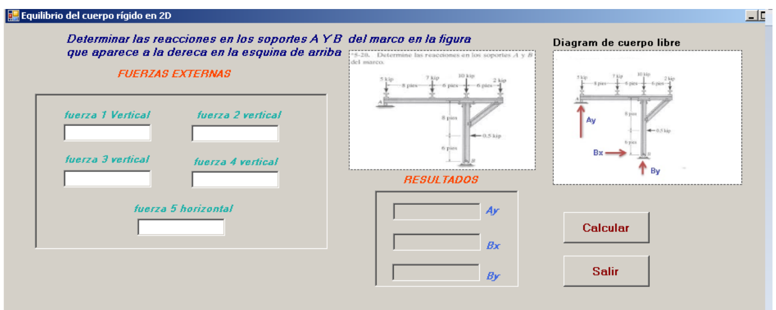


Figura 151 corrida del programa en C# visual.

Ejercicios de tarea

UNIDAD 3 EQUILIBRIO DEL CUERPO RÍGIDO.

Nombre del alumnno____

Salón_____________________________

Materia____________________________

Curso______________________________

Unidad_____________________________

Fecha______________________________

Ejercicio 3.1 T

Condiciones de equilibrio en un cuerpo rígido

El sistema mostrado de fuerzas y momentos de par que actúan sobre un cuerpo (figura a) puede reducirse a una fuerza resultante y un momento de par equivalentes en cualquier punto arbitrario O sobre el cuerpo o fuera de él (figura 35). La condición para el equilibrio es que tanto la fuerza como el momento de par resultantes sean iguales a cero. Esprese matemáticamente, el equilibrio de un cuerpo:

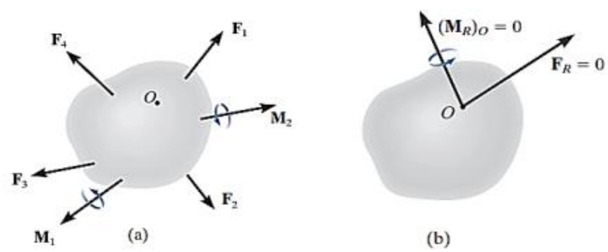


Figura 152 Diagrama espacial del ejercicio 3.1 T.

Ejercicio 3.2 T

Ecuaciones escalares de equilibrio en dos dimensiones

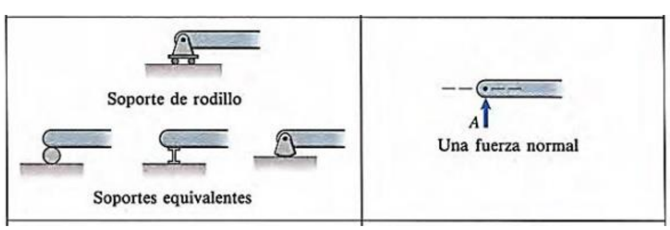
Cuando las cargas y las reacciones de un cuerpo en equilibrio forman un sistema bidimensional de fuerzas y momentos (momentos perpendiculares al plano), se encuentran relacionadas por tres ecuaciones escalares de equilibrio mencionelas y expliquelas detalladamente con 2 ejemplos resueltos:

Ejercicio 3.3 T

Soportes

Defina el tipo de soporte y su reaccion de cada dibujo de la figura 153 y complementelo con una aplicación real de cada tipo de soporte:

Ejemplo:



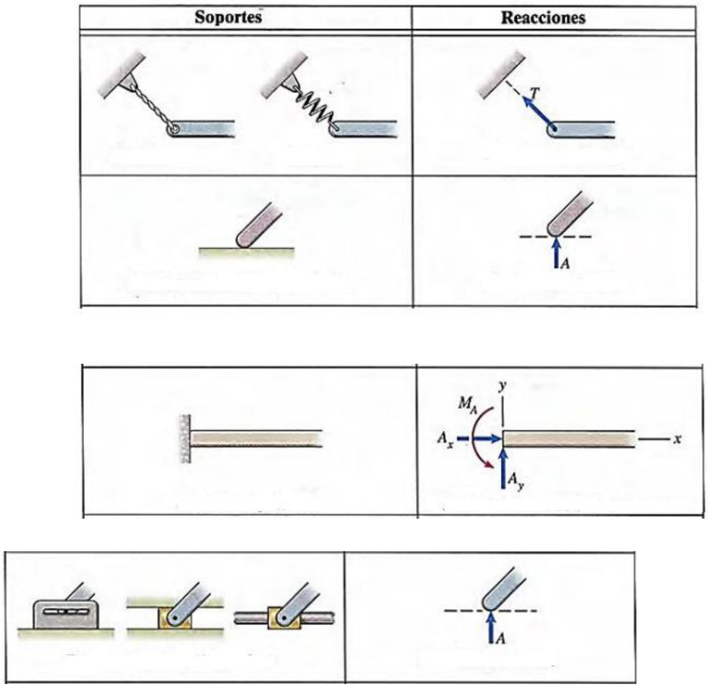


Figura 153 Diagrama espacial del ejercicio 3.3 T.

Ejercicio 3.4 T

Diagrama de cuerpo libre

Identifique claramente cada tipo de viga que se muestra en la figura 154 y investigue una aplicación práctica de cada una.

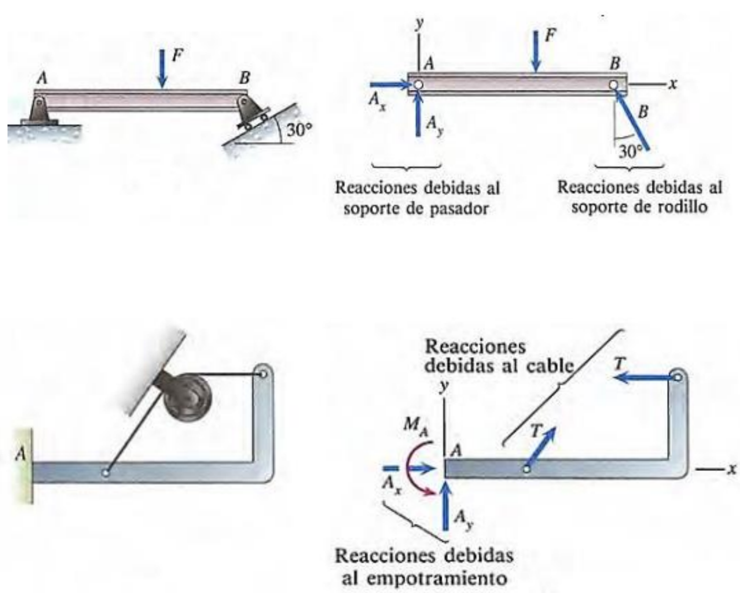


Figura 154 Diagrama espacial del ejercicio 3.4T.

Ejercicio 3.5T

Equilibrio en elementos de dos fuerzas:

El elemento tiene fuerzas aplicadas en sólo dos puntos sobre el elemento diseñar tres ejemplos, recuerde que para cualquier elemento de dos fuerzas esté en equilibrio, las dos fuerzas que actúan sobre él deben tener la misma magnitud, actuar en direcciones opuestas y tener la misma línea de acción, dirigida a lo largo de la línea que une los puntos donde actúan estas fuerzas.

Ejercicio 3.6T

Equilibrio en elementos de tres fuerzas:

Si un elemento está sometido a sólo tres fuerzas, se denomina elemento de tres fuerzas. El equilibrio de momento se puede satisfacer sólo si las tres fuerzas forman un sistema de fuerzas concurrentes o paralelas. Ilustrar esto con una figura de la siguiente manera: considere el elemento sometido a las tres fuerzas F1, F2 y F3, . Si las líneas de acción de F1 y F2 se intersecan en el punto O, entonces la línea de acción de F3 también debe pasar por el punto O, de modo que las fuerzas satisfagan $\sum Mo = 0$. Y también ilustre el caso especial con una figura y un ejemplo de la vidad real, donde si las tres fuerzas son para, la ubicación del punto de intersección, O, se aproximará al infinito.

Ejemplo de como presentar la tarea

Resuelva cada problema en forma ordenada con procedimientos completos, diagramas y cálculos pertinentes, si existe copia será anulado el trabajo a todos los inculpados, serán reprobados en esta Unidad.

Ejemplo de como se debe realizar esta tarea: Como debe ser resueltos cada uno de los problemas acompañados con un programa computacional interactivo, desarrollado en $C^{\#}$ visual y con animación, utilice toda su creatividad e inovación utilizando las nuevas tecnologias.

Una varilla rígida de longitud L = 1.80 metros y masa M = 6 kilogramos está unida a una articulación (punto **O** de la figura 155 que se muestra). La varilla se mantiene inclinada mediante un cable de acero unido a la pared. Los ángulos entre el cable, la varilla y la pared son $\theta 1$ = 60º y $\theta 2$ = 50º respectivamente. Un contrapeso m = 4 kilogramosg cuelga del extremo opuesto de la varilla.

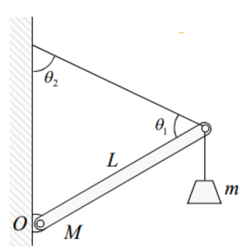


Figura 155 Diagrama espacial del ejemplo.

1.-) Identifique que tipo del concepto del problema.

2.-) Dibuje el diagrama de sólido libre para la varilla.

3.-) Plante el problema matematicamente, utilizando las ecuaciones involucradas.

4.-) Calcular la tensión en el cable y las componentes rectangulares de la reacción en el punto O .

5.-) Elabore el programa interactivo que resuelva este tipo de problemas con el lenguaje computacional C# visual.

Identificacion del concepto del problema: Equilibrio de cuerpo rígido de dos dimensiones.

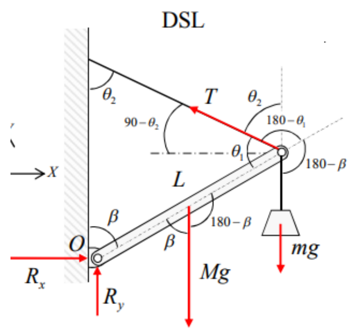


Figura 156 del ejemplo propuesto.

$$\sum \tau_O = -Mg\frac{L}{2}\sin(180-\beta) - mgL\sin(180-\beta) + TL\sin(180-\theta_1) = 0$$

$$\beta = 180 - \theta_1 - \theta_2$$

$$\sum F_x = R_x - T\cos(90-\theta_2) = 0 \qquad R_x = \frac{\sin\beta\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\left(\frac{M}{2}+m\right)g$$

$$\sum F_y = R_y + T\sin(90-\theta_2) - Mg - mg = 0$$

$$R_y = (M+m)g - \frac{\sin\beta\cos\theta_2}{\sin\theta_1}\left(\frac{M}{2}+m\right)g$$

T = 74.4 N **R_x = 57.0N R_y = 50.2 N**

Ejercicio 3.7T

La barra ABC está apoyada en A por una rótula y está suspendida por 3 cables. Hallar la reacción en la rótula y las tensiones de los cables, figura 155.

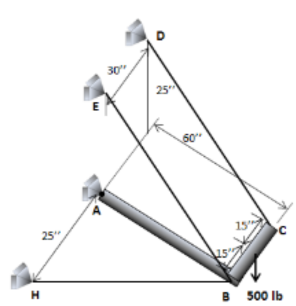


Figura 155 del ejercicio 3.7T.

Ejercicio 3.8T

Determine Las reacciones externas en los apoyos A y F para la estructura mostrada en la figura 156.

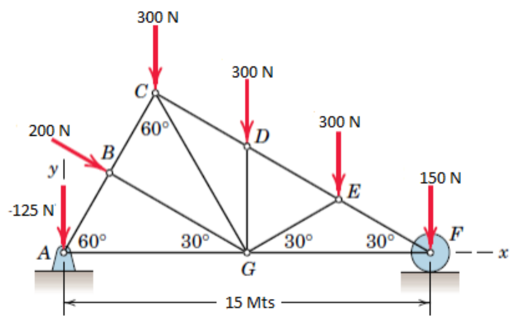


Figura 156 del ejercicio 3.8T.

Ejercicio 3.9T

Una palanca AB está articulada en C y unida a un cable de control en A. Si la palanca se somete a una fuerza vertical de 66 libras en el punto B(figura 157), determinar la tensión en el cable y la reacción en C.

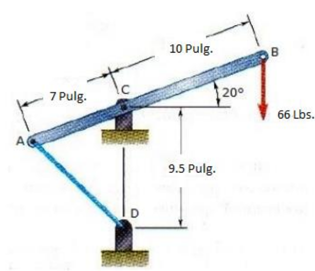


Figura 157 del ejercicio 3.9T.

Ejercicio 3.10T

Una viga está cargada y apoyada según se indica en la figura 158. Determinar las reacciones en los apoyos A y B cuando

m1 = 50 kg y m2 = 300 kg. Desprecie el peso de la barra. AB.

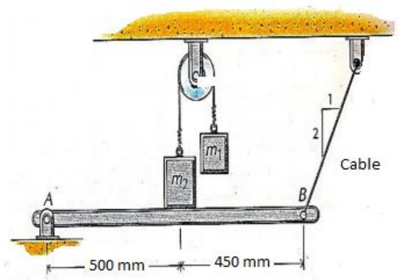


Figura 158 del ejercicio 3.10T.

Ejercicio 3.11T

El bastidor mostrado en la figura 159 sostiene una parte del techo de un pequeño edificio. Sabiendo que la magnitud de la tensión en el cable es de 100 kN, determine la reacción en el extremo fijo E.

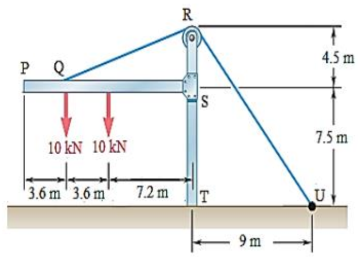


Figura 159 del ejercicio 3.11T.

Ejercicio 3.12T

En la figura 160, el peso W1 = 2000lb. Despreciando el peso de la barra sobre una polea en C.

Determine:

1) La magnitud del peso W2.

2) La reacción en el soporte de pasador en A.

3) Si la tensión en la cuerda BC no puede exceder un valor de 6000lb determine la magnitud del peso máximo del bloque

1 y la reacción en el soporte de pasador en A para tal condición.

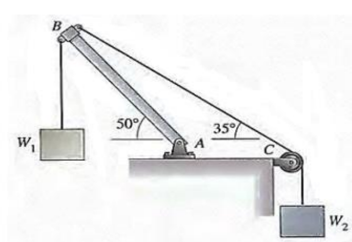


Figura 160 del ejercicio 3.12T.

Ejercicio 3.13T

La grúa móvil tiene un peso de 10, 000 lb y centro de gravedad en G1; el aguilón tiene un peso de 20,000 lb y centro de gravedad en G2. Si la carga suspendida tiene un peso de W = 14, 000 lb, determine las reacciones normales en las ruedas A y B. Para el cálculo, ignore el espesor de las ruedas y considere θ = 30 grados,(Figura 161).

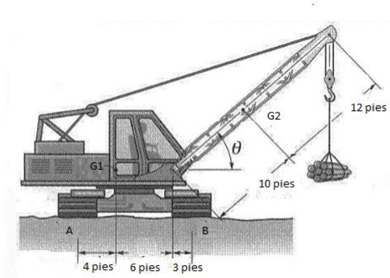


Figura 161 del ejercicio 3.13T

Ejercicio 3.14T

Determine las componentes de fuerza que actúan sobre la rótula esférica en A, la reacción en el rodillo B y la tensión en la cuerda CD necesarias para el equilibrio de la placa con forma de cuadrante circular, (figura 162).

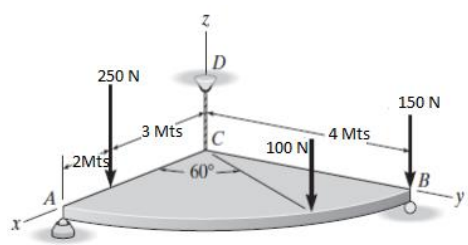


Figura 162 del ejercicio 3.14T.

Ejercicio 3.15T

La barra ABC de la figura 163 está sustentada por rótulas en A y en C, y por el cable BD; está cargada por el peso suspendido de 200 lb. Determine: a) La magnitud de la máxima tensión en el cable, si se conoce que el momento de la tensión respecto al eje vertical que pasa por A (+ Ay) no puede exceder de 600 lb-pie (en valor absoluto). b) El peso máximo que puede soportar el sistema.

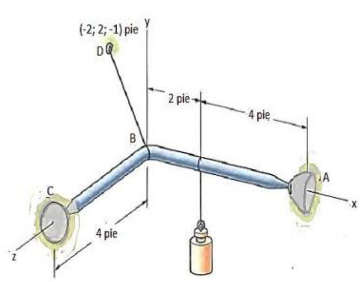


Figura 163 del ejercicio 3.15T.

Ejercicio 3.16T

Si la carga tiene un peso de 200 lb, determine las componentes x, y, z de la reacción en la junta de rótula esférica A y la tensión en cada uno de los cables (figura 164).

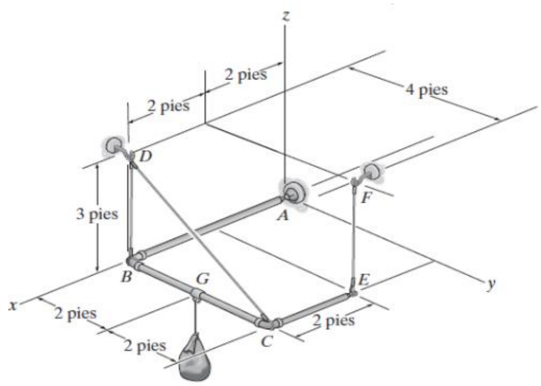


Figura 164 del ejercicio 3.16T.

Ejercicio 3.17T

La placa homogénea de 40 kg de la figura 165 está suspendida por cuatro cables, determine la tensión en cada uno de ellos.

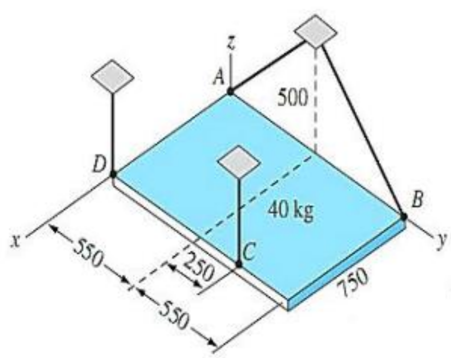


Figura 165 del ejercicio 3.17T.

Rúbrica 1 para la evaluación ejercicios de tarea

Nombre del alumno **Grupo**
Asignatura Estática **Clave de la asignatura MED 1010**
Unidad 3 Equilibrio del cuerpo rígido Rúbrica 1 evaluación de ejercicios de tarea.
Academia de metal mecánica. I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS DE TAREA			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar las matemáticas y la física adecuadamente para la solución de problemas de equilibrio del cuerpo rígido.		
INDICADOR	EXCELENTE 100-85	SATISFACTORIO 70-84	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos.** **La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos.** **No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Examen práctico

UNIDAD 3 EQUILIBRIO DEL CUERPO RÍGIDO.

Nombre del alumnno____

Salón_______________________________

Materia_____________________________

Curso_______________________________

Unidad______________________________

Fecha_______________________________

Ejercicio 3.1

Una de las paredes verticales(C) figura 51 soporta en B al eje uniforme, la pared derecha (D) forma 30 grados con el plano y-z adyacente como se muestra. En A es soportado el eje por la rótula sobre el plano x-y. La masa del eje es 200kg. Determinar:

1) Las magnitudes de las fuerzas P y R ejercidas por las paredes C y D sobre la bola del eje en B, respectivamente (figura 166).

2) La reacción en A.

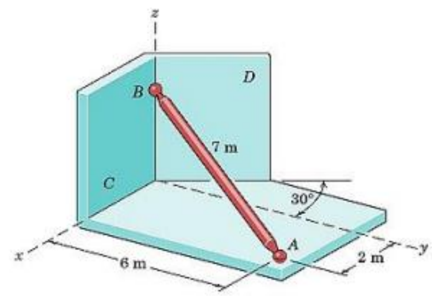


Figura 166 del ejercicio 3.1.

Ejercicio 3.2

El elemento rígido ABC en forma de L se sostiene mediante tres cables y un apoyo de rótula en A figura 167. Si se aplica una carga de 450 lb en F, determine la tensión en cada cable.

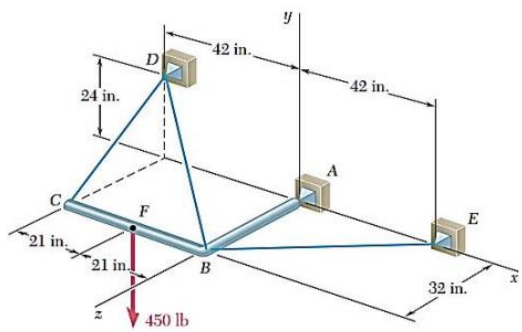


Figura 167 del ejercicio 3.2.

Ejercicio 3.3

El poste rígido y las crucetas en la figura 168 están en equilibrio. Se sabe que la tensión TUP tiene una magnitud de 1200N y que únicamente existe momento par sobre el poste en la dirección z. Determine: a) Las magnitudes de las tensiones en los cables TLQ Y TSR. b) La magnitud y dirección del momento par sobre la base del poste.

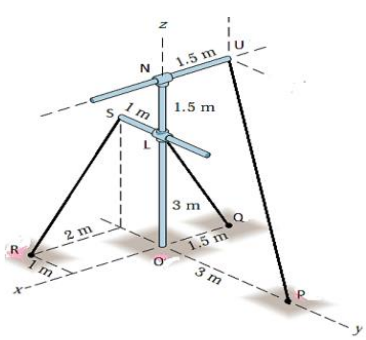


Figura 168 del ejercicio 3.3.

Ejercicio 3.4

Las dos barras AC y CD de la figura 169 son homogéneas y pesan 200 N/m cada una. Las juntas A, C y D son rótulas y el cable BE está conectado entre B y E. Determine todas las fuerzas sobre la barra AC.

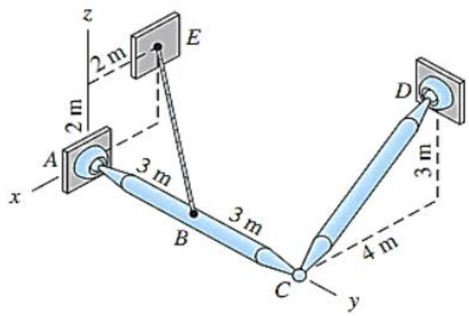


Figura 169 del ejercicio 3.4.

Rúbrica 2 para la evaluación de exámen práctico

Nombre del alumnno **Grupo**
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 3 Equilibrio del cuerpo rígido. Rúbrica 2 evaluación del exámen práctico.
Academia de metal mecánica. I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EXÁMEN PRÁCTICO			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar el concepto de teóricos y prácticos de equilibrio del cuerpo rígido.		
INDICADOR	EXCELENTE 100-85	SATISFACTORIO 70-84	NO ACEPTABLE MENOR A 70
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema

DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.	La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.	La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica	La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado	La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.
TRABAJO COLABORATIVO	El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros	El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.

Lista de cotejo 1 para la evaluación del mapa mental

Nombre del alumnno **Grupo**
Asignatura Estática **Clave de la asignatura MED 1010**
Unidad 3 Equilibrio del cuerpo libre Lista de cotejo 1 evaluación del mapa mental.
Academia de metal mecánica. I.T.H.

Criterios de evaluación	***si***	***no***	***observaciones***
Contempla los aspectos principales del tema			
Se inicia desde el centro de la hoja colocando la idea central que está desarrollada hacia fuera de manera irradiante.			
La idea central está representada con una imagen clara, poderosa y sintetiza el tema general del Mapa Mental.			
Temas y subtemas están articulados y jerarquizados según el sentido de las manecillas del reloj.			
Utiliza el espaciamiento para acomodar de manera equilibrada las ideas o subtemas.			
Subraya las palabras clave o encerrándolas en un círculo colorido para reforzar la estructura del Mapa.			
Utiliza el color para diferenciar los temas, sus asociaciones o para resaltar algún contenido.			
Utiliza flechas, iconos o cualquier elemento visual que permiten diferenciar y hacer más clara la relación entre ideas.			
El Mapa Mental es creativo.			
El mapa es claro y comprensible.			
Organiza y representa adecuadamente la información del texto.			
Puntuación obtenida:			

Si vale dos puntos No vale cero puntos

Lista de cotejo 2 para la evaluación del video

Nombre del alumnno	**Grupo**
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010	
Unidad 3 Equilibrio del cuerpo rígido. Lista de cotejo 2 para la evaluación del video.	
Academia de metal mecánica. I.T.H.	

Aspectos generales	Si	No	Maximo de Puntos
Respeta los aspectos formales de la escritura de la elaboración del guión .			1
Se presenta cordialmente a la audiencia.			1
Toma con seriedad su trabajo y el de sus compañeros.			1
Contenido			
El video tiene duración de 3 minutos.			1
Los estudiantes han presentado un guión.			3
El video presenta los créditos con la autoría de los estudiantes.			1
Durante el video los estudiantes hablan alto, claro y pausado. Por lo que es fácil comprender lo que quieren transmitir. (Respetan su turno y las normas del buen hablante y buen oyente). Mantienen un vocabulario adecuado.			2
El tema presentado está organizado de manera tal que se entiende cual es el inicio, el desarrollo y desenlace.			4
El video atrae la atención de la audiencia, es dinámico y contiene elementos creativos que mantienen a la audiencia entretenido.			1
La edición del video contiene aplicaciones y transiciones acorde a las necesidades del video.			2
El video presenta diversidad de elementos relacionados con el tema presentado.			3
Contenido técnico del vídeo.			80
Observaciones			
Total:			

No cero puntos

Rúbrica 3 para la evaluación Infografía

Nombre del alumnno	Grupo
Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010	
Unidad 3 Equilibrio del cuerpo rígido. Rúbrica 3 evaluación de infografía.	
Academia de metal mecánica. I.T.H.	

Categoría	Exelente	Bueno	Adecuado	A mejorar
Calidad de conceptos.	Presenta todos los conceptos mas relevantes en la composición claros y directos, debido al uso de palabras claves,imágenes,formato ideoneos y creativos.	Presenta los conceptos relevantes más significativos en la composición, sin embargo carece de asociaciones de calidad referidas a un buen formato, uso de palabras clave, estilo etc.	Presenta algunos conceptos relevantes, sin embargo carece de claridad ya que se distorcionan con ideas y asociaciones (imágenes, palabras clave, etc.).	No presenta conceptos de forma clara , o si presenta algunos no utiliza recursos en la infografía que enriquecen/clasifican los mismos (imágenes, palabras clave, etc.).
Lista de palabras claves.	Utiliza palabras clave que resumen de forma clara y directa la información. La composición de las palabras clave en la infografía permite con claridad realizar asociaciones.	Utiliza palabras clave destacando algunos conceptos e ideas relevantes, sin envargo en el contexto/composición de la infografía no se asocia con mucha claridad a ciertos contenidos significativos.	Utiliza de forma poco significativa palabras clave, asociadas a algunas ideas secundarias y poco significativas. No están contextualizadas en la infografía.	No utiliza palabras clave de forma idónea .
Uso de imágenes y elección de formato.	Utiliza como estímulo visual imágenes para representar los conceptos. Hace uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.	Utiliza como estímulo visual imágenes para representar los conceptos. Hace algo de uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.	Utiliza como estímulo visual algunas imágenes para representar los conceptos. Hace poco uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.	Utiliza como estímulo visual muy pocas imágenes para representar los conceptos. Hace muy poco uso de colores que contribuye a asociar y poner énfasis a los conceptos.
Aplicación del contenido	Hay una explicación para cada símbolo y un enlace que amplía al contenido de cada uno de ellos.	Hay una explicación de los símbolo, sin embargo existen pocos enlaces para ampliar el contenido	La explicación de los sísmbolos están incompleta. No hay enlaces	Faltan símbolos. No hay enlaces para ampliar el contenido de cada uno de ellos.

		de cada uno de ellos.	**para ampliar el contenido de cada uno de ellos.**	
Ortografía, puntación, redacción y gramática.	**No hay faltas de ortografía, la sisntaxís, la redación, y el vocabulario son ecxelentes y originales.**	**No hay faltas de ortografía, la sisntaxís, la redación, y el vocabulario es muy buenas y algo original.**	**Algunas faltas de ortografía, la sisntaxís, la redación, y el vocabulario es bueno y poco original.**	**Muchas faltas de ortografía, la sisntaxís, la redación, y el vocabulario son regulales y muy poco original.**
Diseño de la infografía y creatividad.	**El diseño de la infofrafía es muy claro, y se apoya el contenido con imágenes que facilita la compresión.**	**El diseño de la infofrafía generalmente es claro, y se visualisan algunas imágenes que apoyan contenido y facilita la compresión.**	**El diseño de la infofrafía es poco claro , y exiten muy pocas imágenes que apoyan contenido que facilita la compresión.**	**El diseño no es claro y no existen imagenes que apoyen el contenido.**
Referencias y fuentes.	**Se citan todas las fuentes, y aparecen todos los enlaces.**	**Se citan casi todas las fuentes, y aparecen algunos enlaces.**	**Se citan una o dos fuentes, y aparece algún. enlace.**	**No se citan fuentes**

Bibliografía

Mecánica para ingenieros estática teoría y problemas resueltos William M. Bonilla Jiménez, Hactor C. Terán Herrera y Héctor R. Reinoso PeñaHerrera.

Fuerzas y vectores. Equilibrio de las partículas ***http://mecfunnet.faii.etsii.upm.es***
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm

Fuerzas y equilibrio capítulo 4, aputes de estatica.pdf.

Chapter 3. Equilibrium of a Particle Jhon GoodSmith.

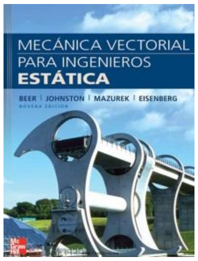
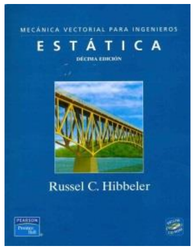
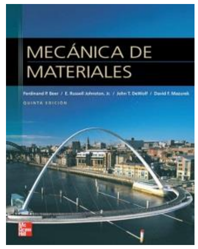
Problemas de Estática. J. Martín.

Mecanica Vectorial para ingenieros Estática Autor Ferdinand Beer editorial McGraw Hill Interamericana.

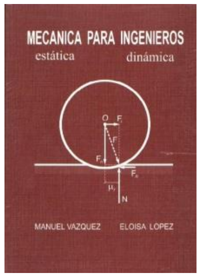
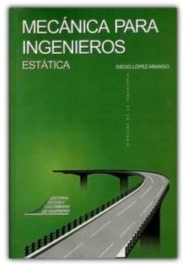
Mecanica Vectorial Para Ingenieros Estatica Edicion 9 Beer, Johnston

Mecánica para ingenieros Estática Autor J.L. Meriam – L.G. Ktaoge

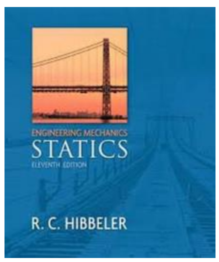
Mecánica para ingenieros Estática Autor Ferdinand L.Singer


MECÁNICA VECTORIAL
PARA INGENIEROS
ESTÁTICA
BEER | JOHNSTON | MAZUREK | EISENBERG

MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIEROS
ESTÁTICA
Russel C. Hibbeler

MECÁNICA DE
MATERIALES

Mecánica para Ingenieros
ESTÁTICA
J.L. MERIAM - L.G. KRAIGE
EDITORIAL REVERTÉ, S.A.

MECANICA
PARA
INGENIEROS
TOMO I
ESTATICA
T. C. HUANG

MECANICA PARA INGENIEROS
estática
dinámica
MANUEL VAZQUEZ
ELOISA LOPEZ

MECÁNICA PARA
INGENIEROS
ESTÁTICA

Mecánica para Ingenieros
ESTÁTICA
J.L. MERIAM - L.G. KRAIGE
Solucionario
EDITORIAL REVERTÉ, S.A.

Mecánica
para Ingenieros
DEXTRA

ENGINEERING MECHANICS
STATICS
ELEVENTH EDITION
R. C. HIBBELER

MECANICA VECTORIAL
PARA INGENIEROS
ESTATICA

Mecánica: estática y
cálculo vectorial

Asignatura: ***Estática.***
Clave de la asignatura: ***MED 1010***
Unidad: ***4 Armaduras simples por el método nodos y el método de secciones, marcos y máquinas*****.**
Profesor: ***Luis Alfonso Cárdenas García.***
Departamento: ***Metal mecánica.***
Instituto Tecnológico de Hermosillo.

Antecedentes

La estática es una rama de la mecánica que estudia los efectos y la distribución de las fuerzas de los cuerpos rígidos que están y permanecen en reposo. En esta área de la mecánica, se supone que el cuerpo en el que actúan las fuerzas es rígido. La deformación de cuerpos no rígidos se trata en Resistencia de Materiales.

Temas en Estática:

- Resultante del sistema de fuerza
- Sistema de equilibrio de fuerza
- Análisis de vigas
- Cables
- Fricción
- Centroides y Centros de Masa
- Momentos de inercia

Componentes de fuerza

Las fuerzas que actúan en algún ángulo desde los ejes de coordenadas pueden resolverse en fuerzas perpendiculares mutuas llamadas componentes. La componente de una fuerza paralela al eje x se denomina componente x, paralela al eje y la componente y, y así sucesivamente.

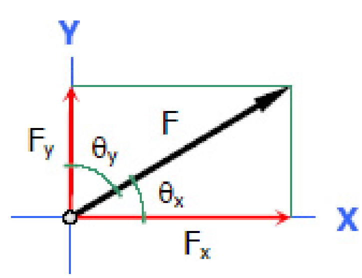


Figura 1 Componentes de una fuerza en el plano XY.

$F_x = F\cos(\Theta_x) = F\text{sen}(\Theta_y)$

$F_y = F\text{sen}(\Theta_x) = F\cos(\Theta_y)$

$F = \sqrt{Fx^2 + Fy^2}$

$\tan(\Theta_x) = \frac{Fy}{Fx}$

Dada la pendiente de la línea de acción de la fuerza como v / h

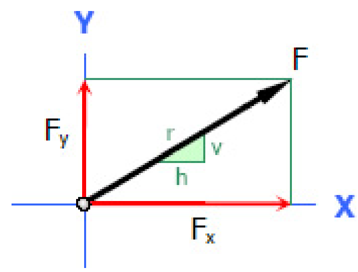


Figura 2 Línea de acción de la fuerza v/h .

r = $\sqrt{h^2 + v^2}$

$F_x = F(\frac{h}{r})$

$F_y = F(\frac{v}{r})$

Ejemplos Resueltos

Ejemplo 4.A

El cable de y la pluma que se muestran en la figura 3a soportan una carga de 600 lb. Determine la fuerza de tracción T en el cable y la compresión de C en la pluma

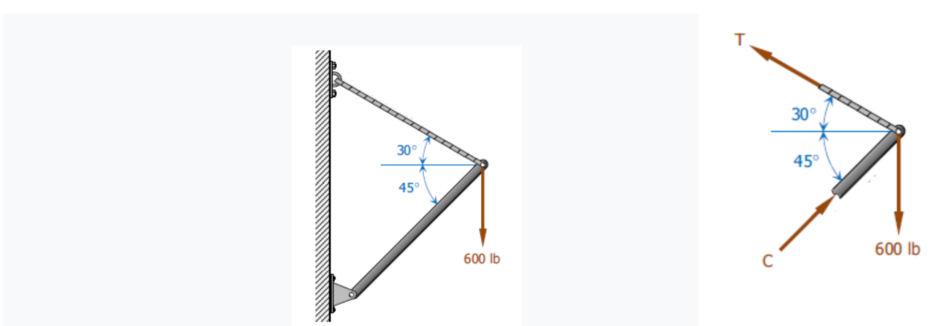


Figura 3 a y b.

$\Sigma F_H = 0$
C * cos (45°) = T * cos (30°)
C = 1.2247T

$\Sigma F_V = 0$

T * sen(30 °) + C * sen(45°) = 600
T * sen(30 °) + (1.2247T) * sen(45°) = 600

$1.366T = 600$

$T = 439.24$ lb

$C = 1.2247 *(439.24)$

$C = 537.$ lb

Sisemas de equilibro

Se dice que el cuerpo está en el equilibrio y el resultado de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero. Hay dos tipos principales de equilibrio estático, un sable, el equilibrio de traslación y el equilibrio de rotación.

Fórmulas

Sistema de fuerzas concurrentes

$X = 0$
$\Sigma F_y = 0$

Sistema de fuerzas en paralelo

$F = 0$
$\Sigma M_O = 0$

Sistema de fuerzasno paralelo no concurrentes

$X = 0$
$\Sigma F_y = 0$
$\Sigma M_O = 0$

En estática, se dice que un cuerpo está en equilibrio cuando el sistema de fuerza que actúa sobre él tiene un resultado cero.

Condiciones de equilibrio estático de fuerzas concurrentes

La suma de todas las fuerzas en la dirección x u horizontal es cero.

$\Sigma F_x = 0$

La suma de todas las fuerzas en la dirección y u verticall es cero

$\Sigma F_y = 0$

Puntos importantes para las fuerzas de equilibrio

- Dos fuerzas están en equilibrio si son iguales y están dirigidas de manera opuesta.
- Tres fuerzas coplanares en equilibrio son concurrentes.
- Tres o más fuerzas concurrentes en equilibrio forman un polígono cercano cuando se conectan en forma de cabeza a cola

Ejemplo 4.B

Determine la magnitud de P y F necesaria para mantener en equilibrio el sistema de fuerza concurrente en la figura 4.

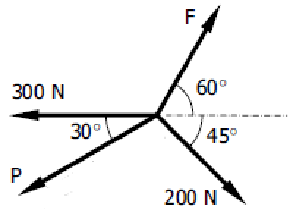


Figura 4.

$\Sigma F_H = 0$
(F * cos (60°)) + (200 * cos (45°)) = (300) + (P * cos(30°))
F = 317.16 + 1.7320P

$\Sigma F_V = 0$
(F * sen(60 °)) = (200 * sen(45°)) + (P * sen(30))
(17.16 + 1.7320P) * (sen(60°)) =(200 * sen(45°)) + (P * sen(30°))
274.67 +1.5P = 141.42 + 0.5P
P = - 133 .25 N

F = 317.16 + 1.7320(−133.25)
F=86.37 N

Análisis de la estructura

Una armadura es una estructura que está compuesta completamente de miembros axiales que se suponen que no pesan figura 5. Los miembros están conectados por uniones fijas, formando subestructuras triangulares dentro de la estructura principal y con las cargas externas aplicadas solo en las uniones.

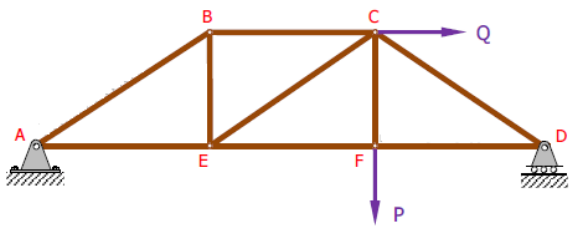


Figura 5 Ejemplo de una armadura.

Las armaduras sus miembros tienen peso, pero a menudo es mucho menor que la carga aplicada y no se toma en cuenta esto se cometen errores. A veces, el peso se puede incluir dividiendo este a la mitad y permitiendo así que la mitad del peso actúe en cada extremo del miembro.

El principal interés es conocer las fuerzas que actúan en las barras y sobre los pasadores de la armadura. Cada miembro de la armadura está en tensión o compresión. Un miembro en tensión causa fuerzas que se alejan de sus juntas finales mientras que un miembro en compresión causa fuerzas que empujan hacia las juntas finales

Método de los nodos El diagrama de cuerpo libre de cualquier articulación es un sistema de fuerza concurrente en el que la suma de momentos no será de ninguna ayuda. Solamente se pueden escribir dos ecuaciones de equilibrio

$\Sigma F_x = 0$
$\Sigma F_y = 0$

Esto significa que para resolver completamente las fuerzas que actúan sobre un nodo o articulación, se requiere seleccionar un nodo con no más de dos fuerzas desconocidas involucradas. Esto se puede iniciar seleccionando una acción conjunta por solo dos miembros. Podemos asumir que cualquier miembro desconocido es tensión o compresión. Si se obtiene un valor negativo, esto significa que la fuerza es opuesta en acción a la de la dirección supuesta. Una vez que se determinan las fuerzas en un nodo, se conocen sus efectos en los nodos adyacentes. Luego continuamosse resuelve en juntas sucesivas hasta que todos los miembros hayan sido encontrados.

Un arco de tres bisagras se compone de dos armazones articulados en D en la figura 6. Calcule los componentes de la reacción en A y encuentre las fuerzas que actúan en las barras AB y AC.

Ejemplo 4.C

El bastidor que se muestra en la figura 6 está articulado a soportes rígidos en A y E. Encuentre los componentes de las fuerzas de bisagra A y E y las fuerzas de los miembros BC y BD.

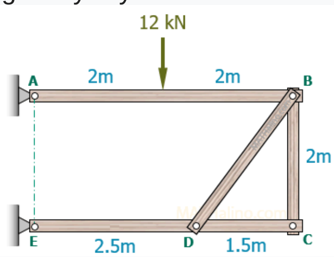


Figura 6

La F_{BD} para reacciones de apoyo:

$\Sigma M_E = 0$
$2A_H = (2*12)$

$A_H = 12KN$

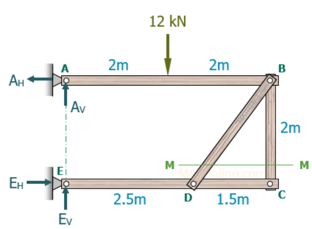


Figura 7 FBD para reacciones de apoyo.

$\Sigma F_H = 0$
$E_H = A_H$
$E_H = 12KN$

$\Sigma F_V = 0$
$E_V + A_V = 12$

Desde el F_{BD} del miembro AB

$\Sigma F_V = 0$

Por simetría
$A_V = B_V = (\frac{1}{2})(12)$
$A_V = B_V = 6KN$

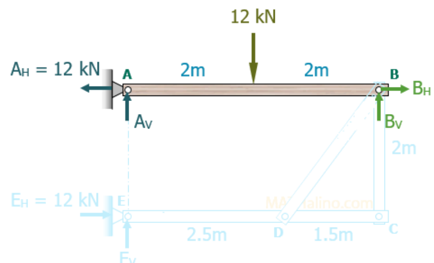


Figura 8 FBD para el miembro AB.

Sustituir

AV = 6 KN en:
Ev + 6 = 12
$E_V = 6KN$

Sección abajo M-M

$\Sigma M_D = 0$
$1.5F_{BC} = (2.5*6)$
$F_{BC} = 10KN$ **tensión**

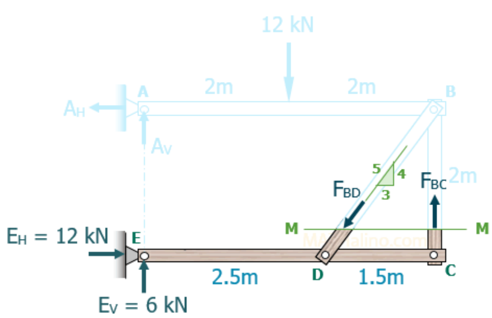


Figura 9 FBD para la sección AB.

$\Sigma F_V = 0$
$(\frac{3}{5})$ FBD = 12
$F_{BD} = 20KN$ **compresión**

Ejemplo 4.D

El marco que se muestra en la figura 10 está apoyado por una bisagra en A y un rodillo en E. Calcule los componentes horizontales y verticales de las fuerzas de la bisagra en B y C cuando actúan sobre el miembro A

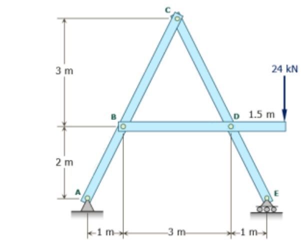


Figura 10.

De la F_{BD} de todo el sistema.

$\Sigma M_A = 0$

$5R_E = (5.5*24)$

$R_E = 26.4KN$ ***respuesta***

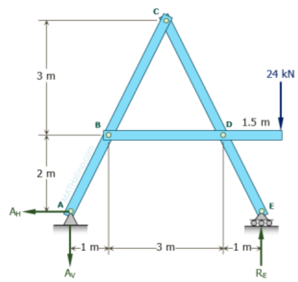


Figura 11.

$\Sigma M_E = 0$

$5AV = (0.*24)$

$AV = 2.4KN$ ***respuesta***

$\Sigma F_H = 0$

$A_H = 0$

De F_{BD} del miembro horizontal

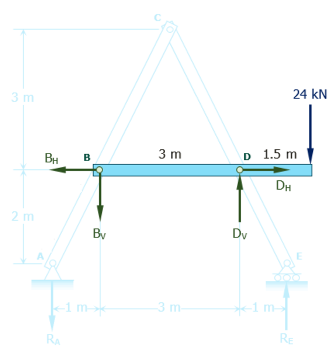


Figura 12

$\Sigma M_D = 0$

$3B_V = (1.5*24)$

$B_V = 12KN$ ***respuesta***

Desde el F_{BD} el miembro BC

$\Sigma F_V = 0$

$C_V + 2.4 = 12$

$C_V = 9.6KN$ ***respuesta***

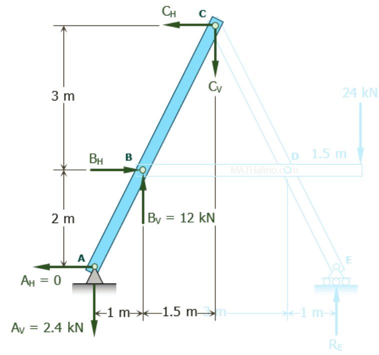


Figura 13.

Ejemplo 4.E

Determinar la fuerza en cada elemento de la armadura mostrada en la figura 14 indique si los elementos están en tensión T o compresión C.

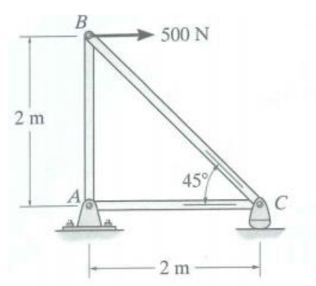


Figura 14 Armadura del problema 4.A.

Nodo B

El diagrama del cuerpo libre del nodo B se muestra en la figura 15:

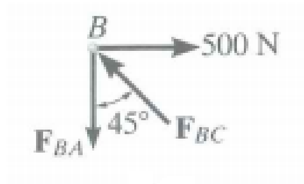


Figura 15 diagrama del cuerpo libre del nodo B.

Al aplicar las ecuaciones de equilibro se tiene:

$\overset{\rightarrow}{+}\ \Sigma F_x = 0;\quad 500N - (F_{BC}*sen\,(45°)) = 0 \qquad F_{BC} = 707.1N$ **compresión**

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad (F_{BC}*cos\,(45°)) - F_{BA} = 0 \qquad F_{BA} = 500N$ **tensión**

Al calcular la fuerza en el elemento BC ahora se puede analizar el nodo C, para calcular la fuerza en el elemento CA y la reacción en el soporte del rodillo. El diagrama del cuerpo libre del nodo C se muestra en la figura 16:

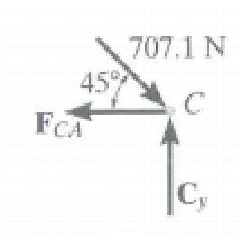


Figura 16 diagrama del cuerpo libre del nodo C.

Se tiene las siguientes ecuaciones:

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;\ -F_{CA} + 707.1 \cos 45°\ \text{N} = 0 \quad F_{CA} = 500\ \text{N (T)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad C_y - 707.1\ \text{sen}\ 45°\ \text{N} = 0 \quad C_y = 500\ \text{N}$$

Calcular las componentes de las reacciones de soporte en el nodo A mediante los resultados que se tiene de FCA y FB. A partir del diagrama del cuerpo libre figura 17

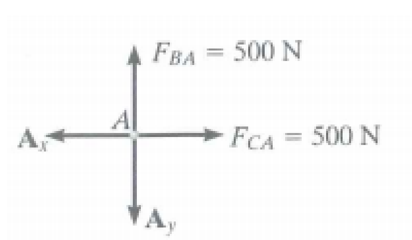


Figura 17 diagrama del cuerpo libre del nodo D

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;\quad 500\ \text{N} - A_x = 0 \quad A_x = 500\ \text{N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad 500\ \text{N} - A_y = 0 \quad A_y = 500\ \text{N}$$

El diagrama de cuerpo libre de cada nodo de la armadura se puede apreciar en la figura 18 muestra los efectos de todos los elementos conectados y las fuerzas externas aplicadas al nodo, el diagrama del cuerpo libre de cada elemento muestra los efectos de los nodos de los extremos en el elemento.

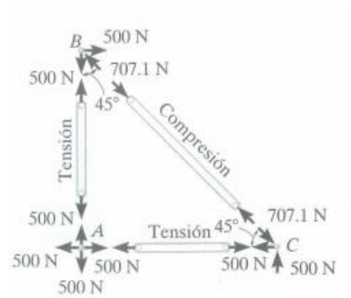


Figura 18 diagrama del cuerpo libre de cada nodo de la armadura.

Ejemplo 4.F

Determine la fuerza en cada miembro de la armadura de puente Pratt que se muestra figura 19. Establezca si el miembro está en tensión o en compresión.

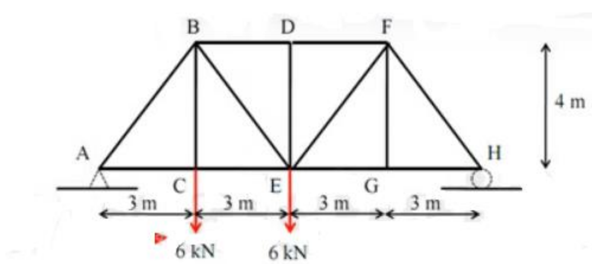


Figura 19 Armadura del ejemplo 4.B (Ing. Mohammad Alshaiji).

Buscando las reacciones:

$\Sigma F_x = 0$ $\quad\quad$ $\boxed{\rightarrow Ax = 0}$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow Ay + Hy = 12$ ---- (1)

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow ((Hy * 12)) + (-(6 * 6)) + (-(6 * 3)) = 0$ $\quad\quad$ $\boxed{\rightarrow Hy = 4.5\ kN}$

Sustituyendo en la ecuación 1 se tiene:

$A_y = 7.5KN$ ***respuesta***

Nodo A:

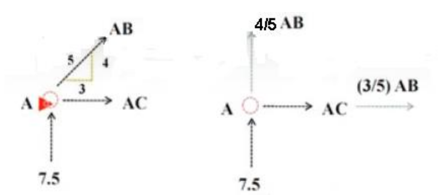


Figura 20.

$\Sigma F_x = 0$

$AC + (\frac{3}{5})AB = 0$ ecuación (2)

$\Sigma F_Y = 0$

$7.5 + (\frac{4}{5})AB = 0$

Sustituyendo en la ecuación 2 se calcula:

AB = -9.38 KN **compresión**

AC = 5.63KN **tensión**

Nodo C:

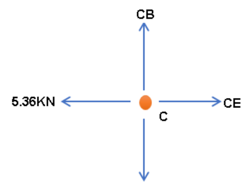


Figura 21.

$\Sigma F_x = 0$

CE = 5.36KN CE = 5. 630KN **tensión**

$\Sigma F_y = 0$

CB = 6KN CB = 6.0KN **tensión**

Nodo B

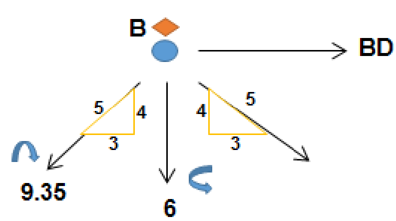


Figura 22.

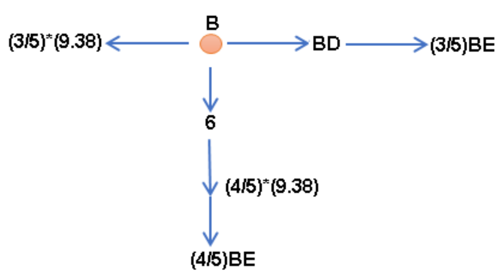


Figura 23.

$\Sigma F_x = 0$

$= ((\frac{3}{5})(9.38) + BD + ((\frac{3}{5})(BE)) = 0$ ecuación ….. 3

$\Sigma F_y = 0$

$= ((\frac{4}{5})((9.38)) + (\frac{4}{5})(BE) = 0$

BE = 1.875KN **tensión**

Sustituyendo en la ecuación 3 se tiene:

BD = 6.750KN **compresión**

Miembro	***Fuerza en KN***	***Tipo de fuerza***
GH	***3.380***	***T***
FH	***5,630***	***C***
FG	***0.000***	***-***
EG	***3.380***	***T***
EF	***5.630***	***T***
DF	***6.750***	***C***
DE	***0.000***	***-***
BD	***6.750***	***C***
BC	***6.000***	***T***
AB	***9.380***	***C***
BE	***1.875***	***T***
AC	***5.630***	***T***
CE	***5.630***	***T***

Ejemplo 4.G método de las secciones

La armadura Warren cargada como se muestra en la figura 24 está soportada por un rodillo en C y una bisagra en G. Por el método de las secciones, calcule la fuerza en los miembros BC, DF y CE.

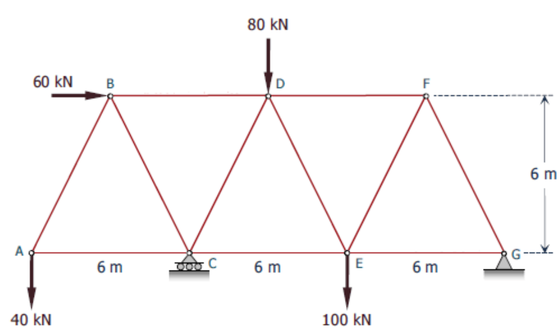


Figura 24 Armadura del ejemplo 4.C (Mathlino)

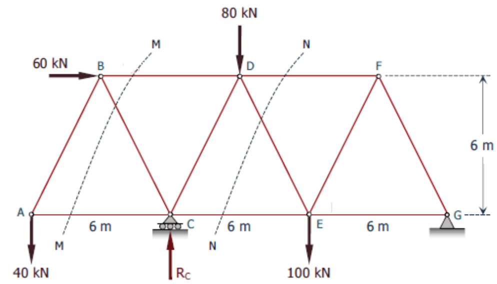


Figura 25 Armadura del ejemplo 4.C (Mathlino).

$\Sigma MG = 0$

$12RC + 6(60) = 6(100) + 9(80) + 18(40)$

$RC = 140kN$

En la sección a través de M-M

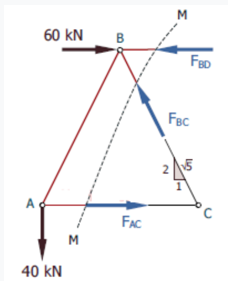


Figura 26.

$\Sigma F_V = 0$
$\frac{2}{\sqrt{5}} F_{BC} = 40$

$F_{BC} = 44.721KN$ **compresión**

En la sección a través de N-N

$\Sigma M_D = 0$

$6F_{CE} + (9*40) = (3*140)$

$F_{CE} = 10KN$ **tensión**

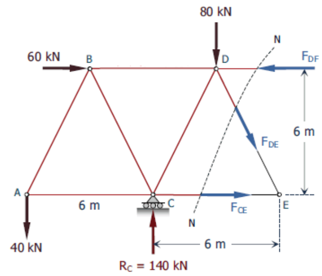


Figura 27 Sección a la izquierda en N-N

$\Sigma M_E = 0$

$6F_{DF} + (3*80) + (12*40) = (6*140) + (6*60)$

$F_{DF} = 80KN$ **compresión**

Ejemplo 4.H

Una viga que lleva las cargas que se muestran en la figura 28 está compuesta de tres segmentos. Está soportado por cuatro reacciones verticales y unidas por dos bisagras sin fricción. Determinar los valores de las reacciones.

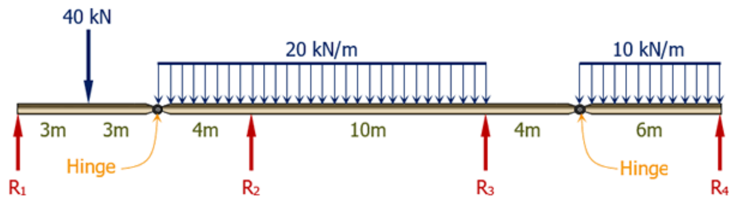


Figura 28 viga del problema 4.D (Mathlino)

Desde el F_{BD} los segmentos primero y tercero.

$R_1 = H_1 = 20$ KN

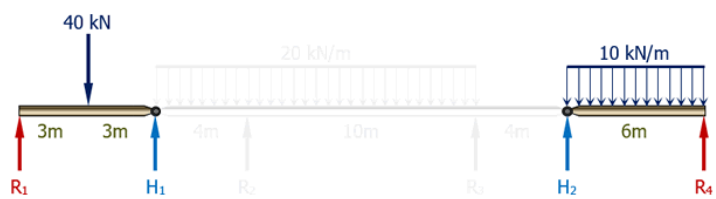


Figura 29 primero y tercero segmento de la viga (Mathlino)

$R_4 = H_2 = (\frac{1}{2})(6 *10) = 30KN$

Desde el F_{BD} del segundo segmento.

$\Sigma M_{R3} = 0$

$10R_2 + (4*30) = (14*20) + ((14*20) *(7))$

$R_2 = 212KN$

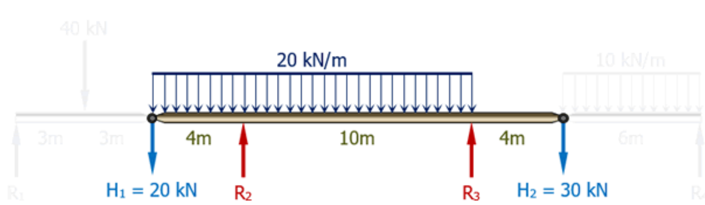


Figura 30 desde el segundo segmento de la viga (Mathlino)

$\Sigma M_{R2} = 0$

$10R_3 + (4*20) = (14*30) + ((14*20)*(3))$

$R_3 = 118KN$ **respuesta**

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

La armadura de Fink que se muestra en la figura 31 está soportada por un rodillo en A y una bisagra en B. Las cargas dadas son normales al miembro inclinado. Determine las reacciones en A y B. Sugerencia: Reemplace las cargas por sus resultantes.

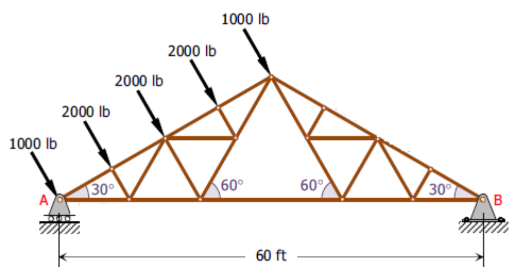


Figura 31 Armadura del ejercicio 1(Mathlino).

$R = (2*1000) + (3*2000)$
$R = 8000$ lb

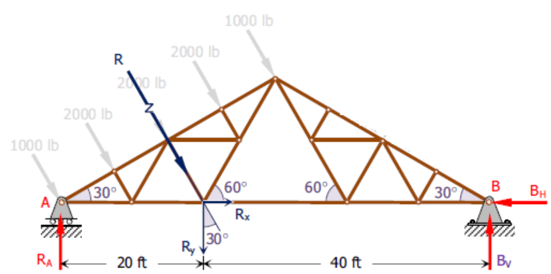


Figura 32 Armadura del ejercicio 1(Mathlino).

$R_x = R * \text{sen}\ (30°)$
$R_x = 8000 * \text{sen}\ (30°)$
$R_x = 4000$ lb.

$R_y = R * \cos\ (30°)$
$R_y = 8000 * \cos\ (30°)$
$R_x = 6928.20$ lb.

$\Sigma M_B = 0$
$60R_A = (40 * R_y)$
$60R_A = (40 * 6928.20)$
$R_A = 4618.80$ lb

$\Sigma M_A = 0$
$60B_V = (20 * R_y)$
$60B_V = (20 * 6928.20)$

B_V = 2309.49 lb.

$\Sigma M_H = 0$
$B_H = R_x$
B_H = 4000 lb.
$R_B = ((B_H)^2 + (Bv)^2)^{1/2}$
$R_B = ((4000)^2 + (2309.40)^2)^{1/2}$
R_B = 4618.80 lb.

Tan (Θ_{Bx}) = B_V/B_H

Tan (Θ_{Bx}) = $\frac{2309.40}{4000}$
$\Theta_{Bx} = 30°$
R_B = 4618.80 lb a 30°con horizontal ***respuesta***

Ejercicio 2

Un arco de tres bisagras se compone de dos armazones articulados en D en la figura 33. Calcule los componentes de la reacción en A y encuentre las fuerzas que actúan en las barras AB y AC.

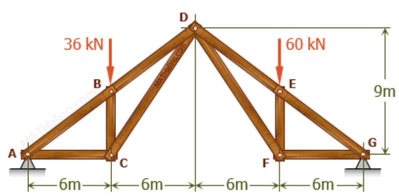


Figura 33 Armadura del ejercicio 2 (Mathlino).

$\Sigma F_{MG}=0$

$24A_V = (18*36) + (6*60)$

A_V=42kN ***respuesta***

Desde el F_{BD} hasta la sección a la izquierda de D

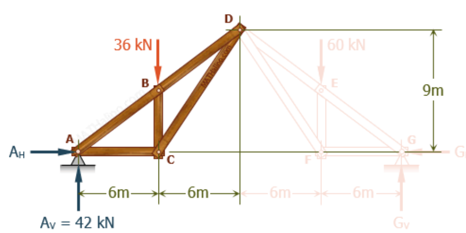


Figura 34 Proceso de cálculo de la armadura del ejercicio 2 (Mathlino).

$\Sigma F_{MD} = 0$
$9A_H\ (\frac{3}{5})$ + (6*36) = (12*42)

A_H = 32kN ***respuesta***

Desde la F_{BD} del nodo A

$\Sigma F_V = 0$

$F_{AB}\,(\frac{3}{5}) = 42$

$F_{AB} = 70KN$ ***Respuesta***

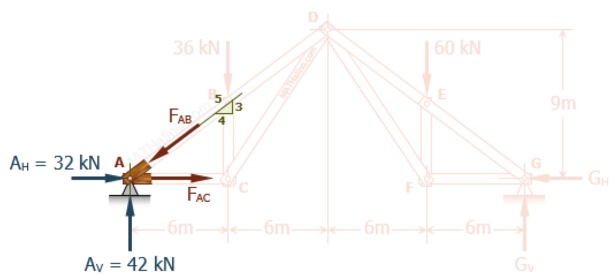


Figura 35 Proceso de cálculo de la armadura del ejercicio 2 (Mathlino).

$\Sigma F_{MD} = 0$

$9A_H + (6*36) = (12*42)$

$A_H = 32KN$ ***Respuesta***

Desde la F_{BD} del nodo A

$\Sigma F_V = 0$

$F_{AB} = 42$

$F_{AB} = 70$ KN ***Respuesta***

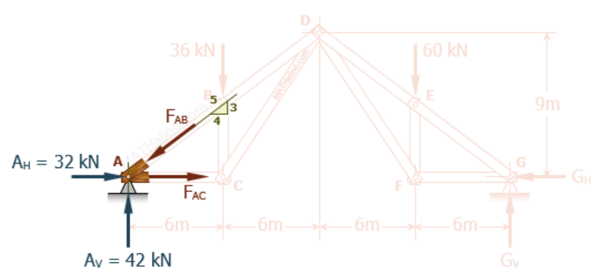


Figura 36 Proceso de cálculo de la armadura del ejercicio 2 (Mathlino).

$\Sigma F_H = 0$

$F_{AC} + 32 = (\frac{4}{5})\,F_{AB}$

$F_{AC} + 32 = (\frac{4}{5})\,70$

$F_{AC} = 24KN$ **Respuesta**

Ejercicio 3

Encuentre la fuerza que actúa en todos los miembros del armadura que se muestra en la figura 37.

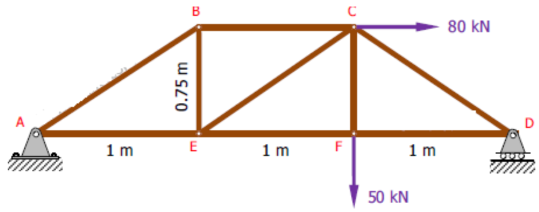


Figura 37 Armadura por el método de nodos (Mathlino).

$\Sigma M_D = 0$

$3A_V + (50 * 1) = (80 * 0.75)$

$A_V = 3.33KN$

$\Sigma F_H = 0$

$A_H=80KN$

Nodo A

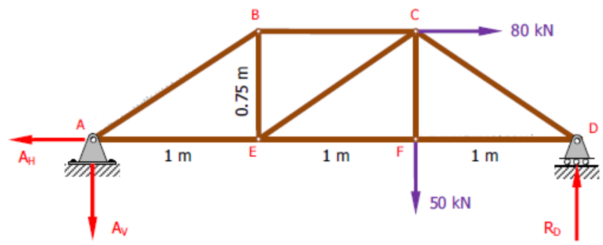


Figura 38 Armadura por el método de nodos en el nodo A(Mathlino).

$\Sigma M_A = 0$

$3R_D = (50*2) + (80*0.75)$

$R_D = 53.33KN$

$\Sigma F_V =0$

$(\frac{3}{5})$ FAB = 3.33

$F_{AB} = 5.56KN$ **tensión**

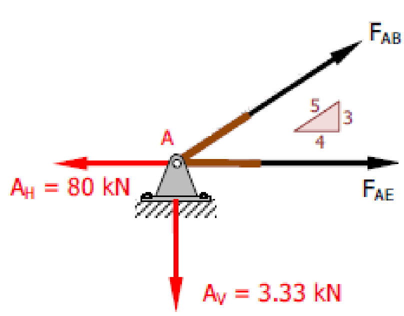


Figura 39 FBD del nodo A.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{AE} + 4/5(F_{AB)} = 80$

F_{AE} + 45(5.56) = 80

F_{AE} = 75.5 KN **tensión**

Nodo B

$\Sigma F_H = 0$

$F_{BC} = (\frac{4}{5})\ F_{AB}$

$F_{BC} = (\frac{4}{5})\ (5.56)$

F_{BC} = 4.45KN **tensión**

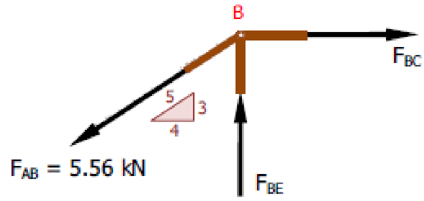


Figura 40 FBD del nodo B.

$\Sigma F_V = 0$

$F_{BE} = (\frac{3}{5})\ F_{AB}$

$F_{BE} = (\frac{3}{5})\ (5.56)$

F_{BE}= 3.34KN **compresión**

Nodo E

ΣF_V=0

$(\frac{3}{5})\ F_{CE} = F_{AE}$

$(\frac{3}{5})\ F_{CE} = 3.34$

F_{CE} = 5.57KN **tensión**

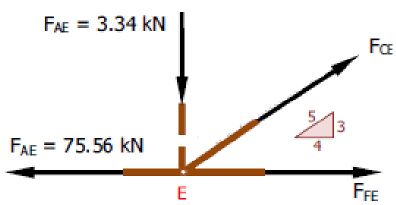


Figura 41 FBD del nodo E.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{FE} + (\frac{3}{5})\ F_{CE} = F_{AE}$

$F_{FE} + (\frac{3}{5})\ (5.57) = 75.56$

$F_{FE} = 71.1KN$ **tensión**

Nodo F

$\Sigma F_V = 0$

$F_{CF} = 50KN$ **tensión**

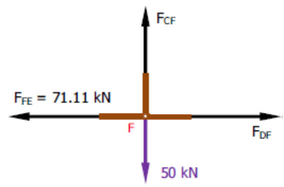


Figura 42 FBD del nodo F.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{DF} = F_{FE}$

$F_{DF} = 71.11KN$ **tensión**

Nodo C

$\Sigma F_H = 0$

$(\frac{4}{5})\ F_{CD} + (\frac{4}{5})\ F_{CE} + F_{BC} = 80$

$(\frac{4}{5})\ F_{CD} + (\frac{4}{5})\ (5.57) + 4.45 = 80$

$F_{CD} = 88.87KN$ **compresión**

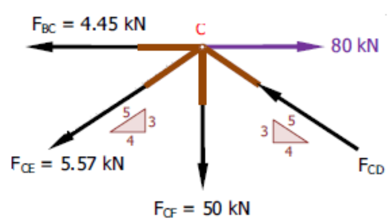


Figura 43 FBD del nodo C.

$\Sigma F_V = 0$

$(\frac{3}{5})\ F_{CD} = (\frac{3}{5})\ F_{CE} + F_{CF}$

$(\frac{3}{5})\ (88.87) = (\frac{3}{5})\ (5.57) + 50$

$53.3 = 53.3$ **checar**

Nodo D

$\Sigma F_H = 0$

$(\frac{4}{5})\ F_{CD} = F_{DF}$

$(\frac{4}{5})\ (88.87) = 71.11$

$71.1 = 71.1$ **checar**

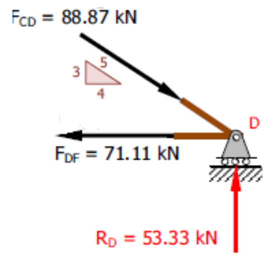


Figura 44 FBD del nodo D.

$\Sigma F_V = 0$

$R_D = (\frac{3}{5})\ F_{CD}$

$53.33 = (\frac{3}{5})\ (88.87)$

$53.3 = 53.3$ **checar**

Resumen

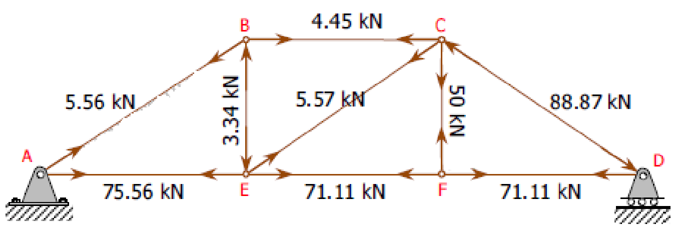


Figura 45 Resumen de la armadura del ejercicio 3.

F_{AB} = 5.56KN Tensión

F_{AE} = 75.56KN Tensión

F_{BC} = 4.45KN Tensión

F_{BE} = 3.34KN Compresión

F_{CD} = 88.87KN Compresión

F_{CE} = 5.5 KN Tensión

F_{CF} = 50KN Tensión

F_{DF} = 71.11KN Tensión

F_{FE} = 71.11KN Tensión

Ejercicio 4

La estructura en la figura 46 es una armadura que se fija al piso en el punto A, y se apoya en un rodillo en el punto D. Determine la fuerza de todos los miembros de la armadura.

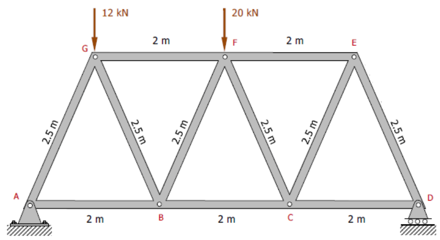


Figura 46 Armadura del ejercicio 4.

$\Sigma M_D = 0$

$6R_A = (5*12) + (3*20)$

$R_A = 20KN$

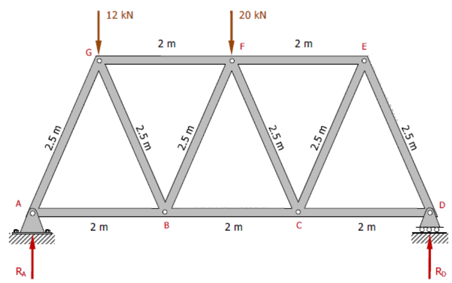


Figura 47 Armadura del ejercicio 4 R_A y R_D.

$\Sigma M_A = 0$

$6R_D = (1*12)+ (3*20)$

$R_D =12KN$

Nodo A

$\Sigma F_V = 0$

$\sqrt{\left(\frac{21}{5}\right)}\ F_{AG} = R_A$

$\sqrt{\left(\frac{21}{5}\right)}\ F_{AG} = 20$

$F_{AG} = 21.82KN$ **compresión**

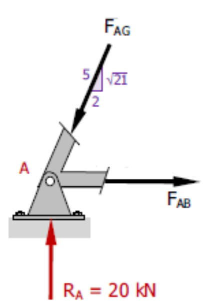


Figura 48 FBD del nodo A.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{AB} = (\frac{3}{5})\ F_{AG}$

$F_{AB} = (\frac{3}{5})\ (21.82)$

$F_{AB} = 8.73KN$ **tensión**

Nodo G

$\Sigma F_V = 0$

$\sqrt{(\frac{21}{15})}\ F_{BG} + 12 = \sqrt{(\frac{21}{15})}\ F_{AG}$

$\sqrt{(\frac{21}{15})}\ F_{BG} + 12 = \sqrt{(\frac{21}{15})}\ (21.82)$

$F_{BG} = 8.73KN$ **tensión**

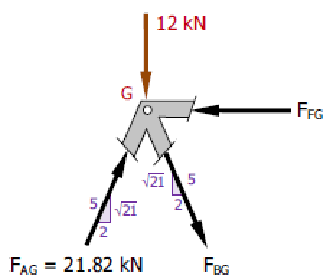


Figura 49 FBD del nodo G.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{FG} = (\frac{2}{5})\ FAG + (\frac{2}{5})\ FBG$

$F_{FG} = (\frac{2}{5})\ (21.82) + (\frac{2}{5})\ (8.73)$

$F_{FG} = 12.22KN$ **compresión**

Nodo B

$\Sigma F_V = 0$

$21\sqrt{5}(F_{BF}) = 21\sqrt{5}(F_{BG})$

$F_{BF} = F_{BG}$

$F_{BF} = 8.73KN$ **compresión**

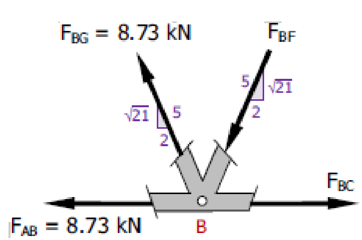


Figura 50 FBD del nodo B.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{BC} = F_{AB} + (\frac{2}{5})\ F_{BG} + (\frac{2}{5})\ F_{BF}$

$F_{BC} = 8.73 + (\frac{2}{5})(8.73) + (\frac{2}{5})(8.73)$

$F_{BC} = 15.71KN$ **tensión**

Nodo F

$\Sigma F_V = 0$

$\sqrt{(\frac{21}{5})}\, F_{CF} + \sqrt{(\frac{21}{5})}\, F_{BF} = 20$

$\sqrt{(\frac{21}{5})}\, F_{CF} + \sqrt{(\frac{21}{5})}\,(8.73) = 20$

$F_{GF} = 13.09KN$ **compresión**

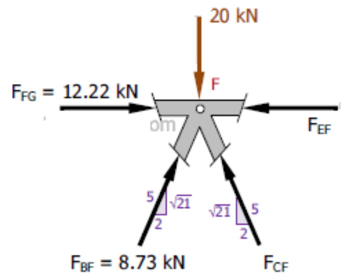


Figura 51 FBD del nodo F.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{EF} + (\frac{2}{5})\, F_{CF} = (\frac{2}{5})\, F_{BF} + F_{FG}$

$F_{EF} + (\frac{2}{5})(13.09) = (\frac{2}{5})(8.73) + 12.22$

$F_{EF} = 10.48KN$ **compresión**

Nodo C

$\Sigma F_V = 0$

$\sqrt{(\frac{21}{5})}\, F_{CE} = \sqrt{(\frac{21}{5})}\, F_{CF}$

$F_{CE} = F_{CF}$

$F_{CE} = 13.09KN$ **tensión**

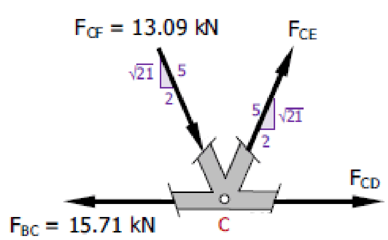


Figura 52 FBD del nodo C.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{CD} + (\frac{2}{5})\, F_{CE} + (\frac{2}{5})\, F_{CF} = F_{BC}$

$F_{CD} + (\frac{2}{5})\,(13.09) + (\frac{2}{5})\,(13.09) = 15.71$

$F_{CD} = 5.24KN$ **tensión**

Nodo E

$\sqrt{(\frac{21}{15})}\, F_{DE} = \sqrt{(\frac{21}{15})}\, F_{CE}$

$F_{DE} = F_{CE}$

$F_{DE} =1\ 3.09KN$ **compresión**

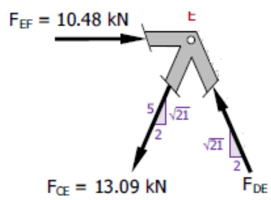


Figura 53 FBD del nodo E.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{EF} = (\frac{21}{15})\, F_{CE} + (\frac{21}{15})\, F_{DE}$

$10.48 = (\frac{21}{15})(13.09) + (\frac{21}{15})(13.09)$

$10.5 = 10.5$ **checar**

Nodo D

$\Sigma F_V = 0$

$R_D = \sqrt{(\frac{21}{15})} * \ F_{DE}$

$1\ 2 = \ \sqrt{(\frac{21}{15})} * (13.09)$

$12 = 12$ **checar**

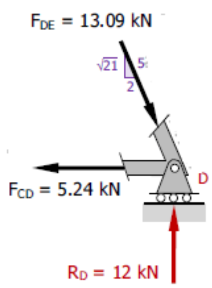


Figura 54 FBD del nodo D.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{CD} =(\frac{2}{5}) * F_{DE}$

$5.24 = (\frac{2}{5})\ \ *13.09$

$5.24 = 5.24$ **checa**

Resumen

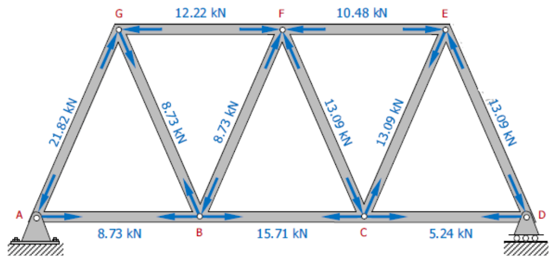


Figura 55 FBD resumen de los cálculos en los nodos de la armadura.

F_{AB} = 8.73KN Tensión
F_{AG} = 21.82KN Compresión
F_{BC} = 15.71KN Tensión
F_{BF} = 8.73KN Compresión
F_{BG} = 8.73KN Tensión
F_{CD} = 5.24KN Tensión
F_{CE} = 13.0KN Tensión
F_{CF} = 13.09KN Compresión
F_{DE} = 13.09KN Compresión
F_{EF} = 10.48KN Compresión
F_{FG} = 12.22KN Compresión

Ejercicio 5

Determine la fuerza en cada barra de la armadura que se muestra en la figura 56 causada por la elevación de la carga de 120 KN a una velocidad constante de 8 m por segundo. ¿Qué cambio en estas fuerzas, si las hay, resulta de colocar el soporte del rodillo en D y el soporte de la bisagra en A?

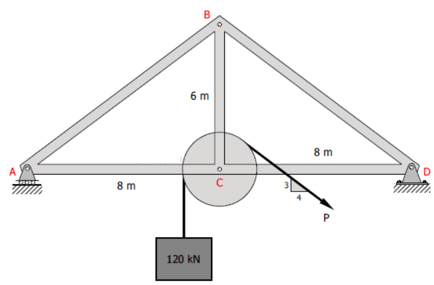


Figura 56.

La carga se eleva a velocidad constante (en equilibrio dinámico), por lo tanto, las fuerzas involucradas son similares a las fuerzas en equilibrio estático.

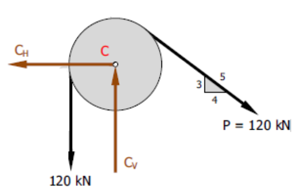


Figura 57.

$\Sigma F_V = 0$

$C_V = 120 + 120 * (\frac{3}{5})$

$C_V = 192KN$

$\Sigma F_H = 0$

$C_H = 120 * (\frac{3}{5})$

$C_H = 96K$

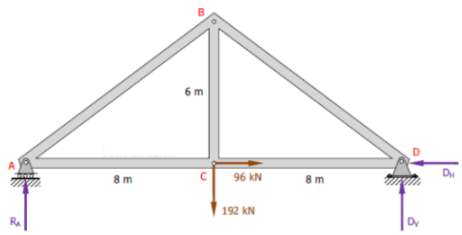


Figura 58.

Por simetría de fuerzas verticales:

$R_A = D_V = (\frac{1}{2}) *192$

$R_A = D_V = 96KN$

$\Sigma F_H = 0$

$D_H = 96KN$

Nodo A

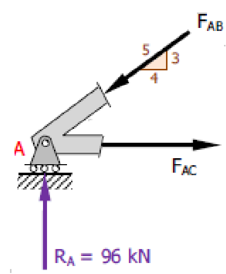


Figura 59 FBD nodo A.

$\Sigma F_V = 0$

$F_{AB}(\frac{3}{5}) = 96$

$F_{AB} = 160KN$

$F_{AB} = 160KN$

$F_{AC} = (\frac{4}{5}) * F_{AB} = (\frac{4}{5}) *160$

$F_{AC} = 128KN$ **tensión**

Nodo C

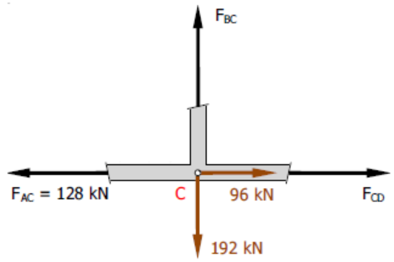


Figura 60 FBD nodo C.

$\Sigma F_V = 0$

$F_{BC} = 192KN$

$\Sigma F_H = 0$

$F_{CD} + 96 = 128$

$F_{CD} = 32KN$ **tensión**

Nodo B

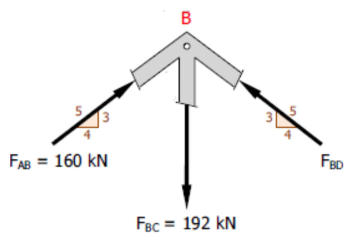


Figura 61 FBD nodo B.

$\Sigma F_H = 0$

$F_{BD}(\frac{4}{5}) = 160(\frac{4}{5})$

$160(\frac{3}{5}) + 160(\frac{3}{5}) = 192$

$192 = 192$ **checar**

Nodo D

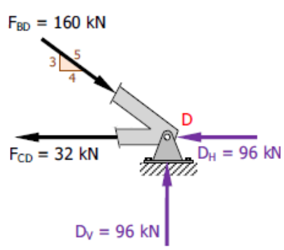


Figura 62 FBD nodo D.

$\Sigma F_V = 0$

$96 = 160(\frac{3}{5})$

$96 = 96$ **checar**

$\Sigma F_H = 0$

$32 + 96 = 160(\frac{4}{5})$

128 = 128 **checar**

Resumen

AB = 160KN compresión

AC = 128KN tensión

BC = 192KN tensión

CD = 32KN tensión

BD = 16 KN compresión

Ejercicio 6

La armadura en cantilever en la figura 63 está articula a D y E. Encuentre la fuerza en cada miembro.

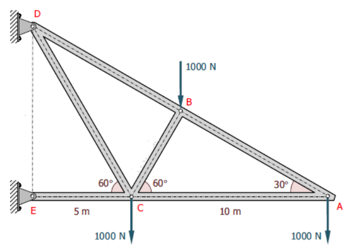


Figura 63.

Nodo A

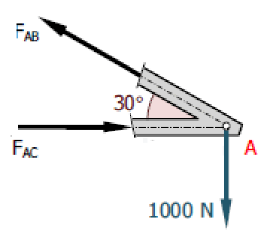


Figura 64 FBD nodo A.

$\Sigma F_V = 0$

F_{AB} * sen (30°) = 1000

F_{AB} = 2000N **tensión**

$\Sigma F_H = 0$

$F_{AC} = F_{AB}$ * cos (30°)

F_{AC} = 2000 *cos (30°)

F_{AC} = 1732.05N **compresión**

Nodo B

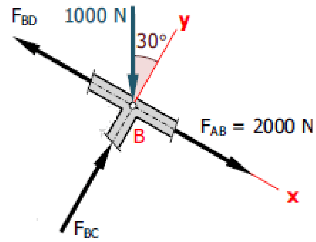


Figura 65 FBD nodo B.

$\Sigma F_y = 0$

$F_{BC} = 1000 * \cos(30°)$

$F_{BC} = 866.02N$ **compresión**

$\Sigma F_x = 0$

$F_{BD} = 1000 * \text{sen}(30°) + 2000$

$F_{BD} = 2500N$ **tensión**

Nodo C

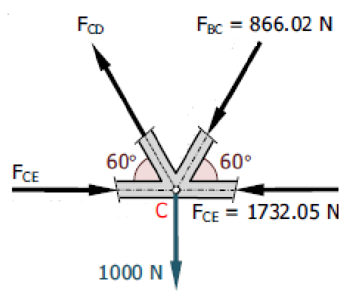


Figura 66 FBD nodo C.

$\Sigma F_V = 0$

$F_{CD} * \text{sen}(60°) = 866.02 * \text{sen}(60°) + 1000$

$F_{CD} = 2020.72N$ **tensión**

$\Sigma F_H = 0$

$F_{CE} = F_{CD} * \cos(60°) + 866.02 * \cos(60°) + 1732.05$

$F_{CE} = 2020.72 * \cos(60°) + 866.02 * \cos(60°) + 1732.05$

$F_{CE} = 3175.42N$ **compresión**

Resumen

AB = 2000N tensión

AC = 1732.0N compresión

BC = 866.02N compresión

BD = 2500N tensión

CD = 2020.72N tensión

CE = 3175.42 N compresión

Ejercicio 7

Determine la fuerza en cada miembro de la armadura mostrada en la figura 67.

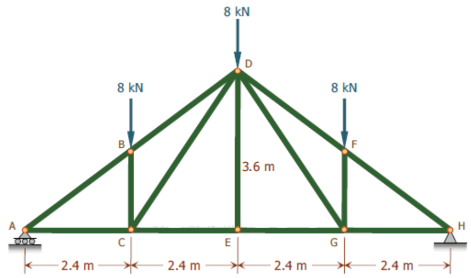


Figura 67.

Por simetría

$R_A = R_H = \frac{1}{2}(3\times8)$

$R_A = R_H = 12KN$

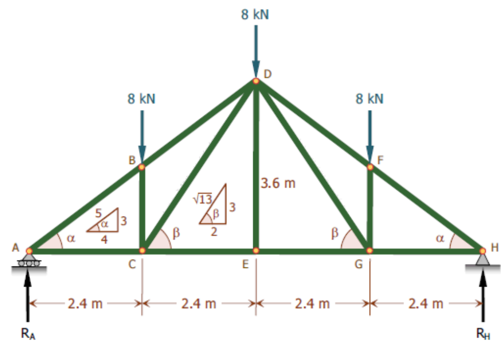


Figura 68.

Nodo A

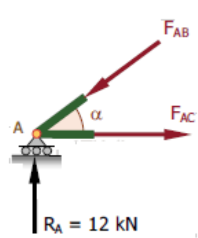


Figura 69 FBD de A.

$\Sigma F_V = 0$

$F_{AB} * \text{sen}(\alpha) = 12$

$F_{AB}\left(\frac{3}{5}\right) = 12$

$F_{AB} = 20KN$ **compresión**

$\Sigma_{FH} = 0$

$F_{AC} = F_{AB} * \cos(\alpha)$

$F_{AC} = 20(\frac{4}{5})$

$F_{AC} = 16KN$ **tensión**

Nodo B

Por inspección

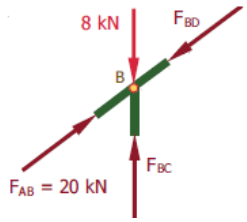


Figura 70 FBD de B.

$F_{BD} = 20kN$ **compresión**

$F_{BC} = 8KN$ **compresión**

Nodo C

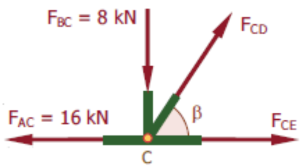


Figura 71 FBD de C.

$\Sigma F_V = 0$

$F_{CD} * \text{sen}(\beta) = 8$

$F_{CD} * (3/\sqrt{13}) = 8$

$F_{CD} = 9.6148\ KN$ **tensión**

$\Sigma F_H = 0$

$F_{CE} + (F_{CD} * \cos(\beta)) = 16$

$F_{CE} + (9.6148 * 3/\sqrt{13}) = 16$

$F_{CE} = 10.6667KN$ **tensión**

Nodo E

Por inspección

$F_{DE} = 0$

Resumen

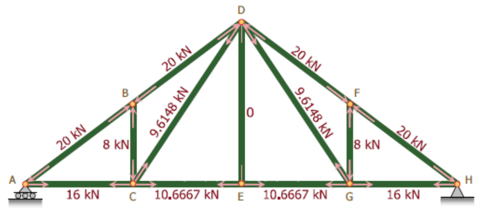


Figura 72.

AB = FH = 20 kN compression
AC = GH = 16 kN tension
BC = FG = 8 kN compression
BD = DF = 20 kN compression
CD = DG = 9.6148 kN tension
CE = EG = 10.6667 kN tension
DE = 0

Método de Secciones

En este método, se corta la armadura en dos secciones al pasar un plano de corte a través de los miembros cuyas fuerzas internas se desea determinar. Este método permite resolver directamente cualquier miembro analizando la sección izquierda o derecha del plano de corte.

Para mantener cada sección en equilibrio, los miembros cortados serán reemplazados por fuerzas equivalentes a la carga interna transmitida a los miembros. Cada sección puede constituir un sistema de fuerza no concurrente desde el cual se pueden escribir tres ecuaciones de equilibrio.

$\Sigma F_H=0 \quad \Sigma F_V=0$, y $\Sigma M_O=0$

Debido a que solo se puede resolver hasta tres incógnitas, es importante no cortar más de tres miembros de la armadura. Dependiendo del tipo de armadura y de los miembros a resolver, se debe repetir el Método de Secciones más de una vez para determinar todas las fuerzas deseadas

Ejercicio 8

En la figura 73, determine la fuerza en los miembros BC, CE y EF

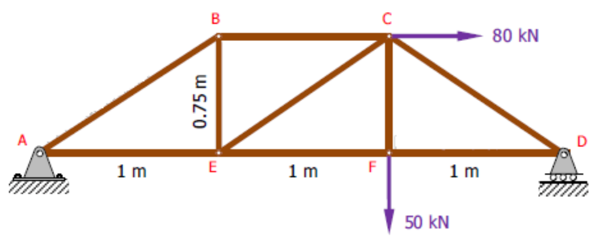


Figura 73

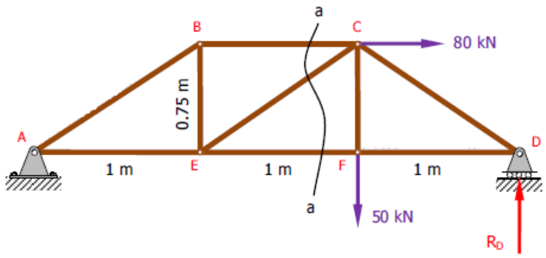


Figura 74

$\Sigma M_A = 0$

$3R_D = (50*2) + (80*0.75)$

$R_D = 53.33$ KN

Desde FBD de la sección a través de a-a

$\Sigma M_E = 0$

$0.75F_{BC} + 2R_D = (0.75*80) + (1*50)$

$0.75F_{BC} + 2(53.33) = 60 + 50$

$F_{BC} = 4.45$ KN **tensión**

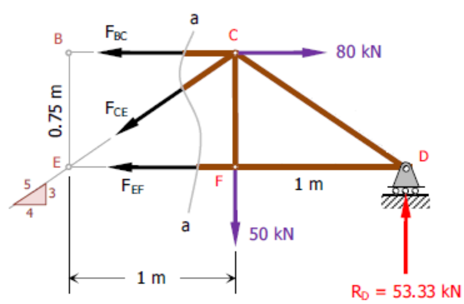


Figura 74 sección a la derecha de a-a.

$\Sigma FV = 0$

$3/5F_{CE} + 50 = R_D$

$3/5F_{CE} + 50 = 53.33$

$F_{CE} = 5.55$ KN **tensión**

Ejercicio 9

En la figura 75 se fija a la pared en el punto F y se apoya en un rodillo en el punto C. Calcular la fuerza (tensión o compresión) en los miembros BC, BE y DE.

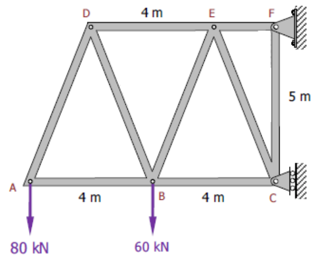


Figura 75.

Desde la sección a la izquierda de a-a

V= 0

$\frac{5}{29}F_{BE} = 80 + 60$

$F_{B\,E} = 150.78$ KN **tensión**

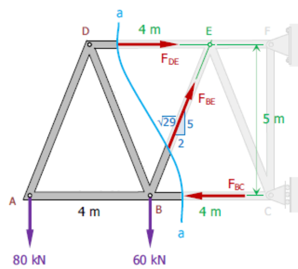


Figura 76 sección a la izquierda de a-a.

$\Sigma M_{mi} = 0$

$5F_{BC} = (6 * 80) + (2 *60)$

$F_{BC} = 120$KN **compresión**

ΣMsegundo = 0

$5F_{DE} = (4 * 80)$

FDE = 64KN **tensión**

Ejercicio 10

Para la armadura que se muestra en la figura 77, encuentre la parte delantera interna en el miembro BE.

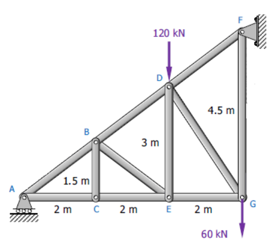


Figura 77.

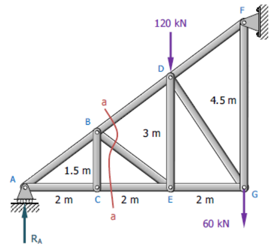


Figura 78 seccion a-a.

$\Sigma M_F = 0$
$6R_A = (2*120)$
$R_A = 40$ KN

Desde la sección izquierda de a-a

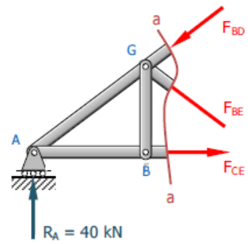


Figura 79 seccion izquierda a-a.

$\Sigma M_A = 0$

$F_{BE} = 0$ **respuesta**

Ejercicio 11

Determinar la fuerza en el miembro DF, DG y EG de la armadura Howe que se muestra en la figura 80.

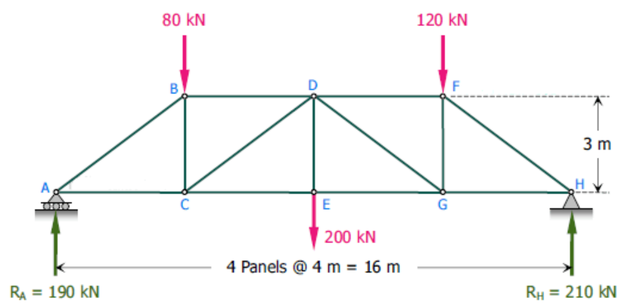


Figura 80.

$\Sigma M_G = 0$
$3F_{DF} = (4*210)$
$F_{DF} = 280$KN **compresión**

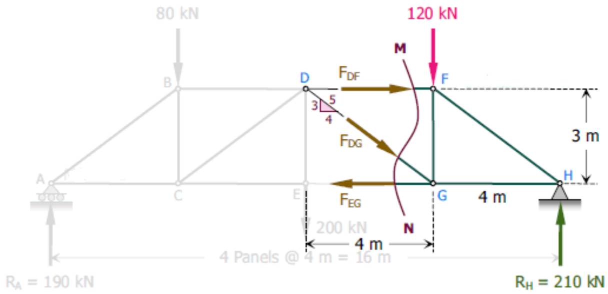


Figura 81 sección a la derecha de M-N.

$\Sigma F_V = 0$

$\frac{3}{5}F_{DG} + 120 = 210$

$F_{DG} = 150KN$ **compresión**

$\Sigma M_D = 0$

$3F_{EG} + (4*120) = (8*210)$

$F_{EG} = 400KN$ **tensión**

Ejercicio 12

Determine la fuerza en los miembros DF, DG y EG para la armadura de Parker que se muestra en la figura 82

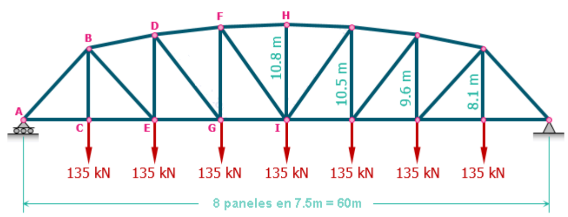


Figura 82.

$R = \frac{1}{2}(135*7) = 472.5$ KN

De la sección a la izquierda de N-N

$\Sigma M_G = 0$

$10.5\left(\frac{25}{\sqrt{634}}F_{DF}\right) + (22.5*472.5) = (15*135) + (7.5*135)$

$F_{DF} = -728.40KN$

$F_{DF} = 728.40$ k **compresión**

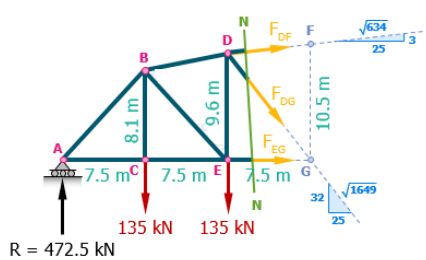


Figura 83 FBD de la seccion N-N.

$\Sigma M_D = 0$

$9.6F_{EG} + (7.5*135) = (15*472.5)$

$F_{EG} = 632.81KN$ **tensión**

$\Sigma F_V=0$

$\frac{32}{\sqrt{1649}}F_{DG} + (2*135)=472.5 + \frac{3}{\sqrt{634}}F_{DF}$

$\frac{32}{\sqrt{1649}}F_{DG} + 270 = 472.5 + \frac{3}{\sqrt{634}}(-728.40)$

$F_{DG} = 146.84KN$ **tension**

Comprobación

$\Sigma F_H = 0$

$F_{EG} + \frac{25}{\sqrt{1649}}F_{DG} + \frac{25}{\sqrt{634}}F_{DF} = 0$

$632.81 + \frac{25}{\sqrt{1649}}(146.84) + \frac{25}{\sqrt{634}}F_{DF}(-728.40) = 0$

$0 = 0$ **checar**

Ejercicio 13

Usando el método de las secciones resolver la fuerza en las barras FH, GH y EK.

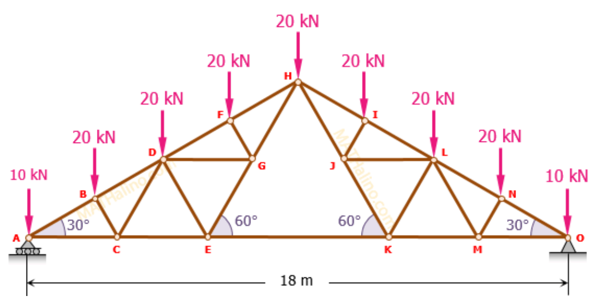


Figura 84.

Por simetría se tiene:

$$R_A = R_{Ov} = \frac{1}{2}(20)(8) = 80 \text{ kN}$$

$$y = 9\tan 30° = 3\sqrt{3} \text{ m}$$

$$z = \frac{1}{2}\sqrt{9^2 + y^2} = \frac{1}{2}\sqrt{9^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2} = 3\sqrt{3} \text{ m}$$

$$x = \frac{z}{\cos 30°} = \frac{3\sqrt{3}}{\cos 30°} = 6 \text{ m}$$

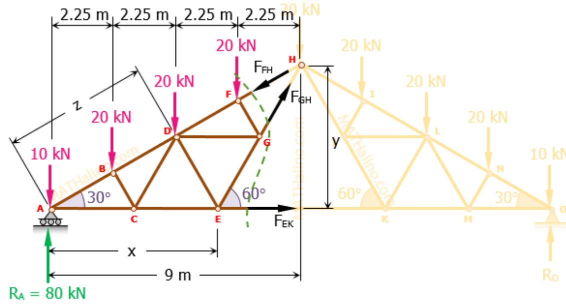


Figura 85.

$$\Sigma M_E = 0$$
$$x(F_{FH}\sin 30°) + 10x + 20(x-2.25) + 20[x-2(2.25)]$$
$$= 20[(9-x)-2.25] + 80x$$
$$6\left(\tfrac{1}{2}\right)F_{FH} + 10(6) + 20(6-2.25) + 20(6-4.5)$$
$$= 20[(9-6)-2.25] + 80(6)$$
$$3F_{FH} + 60 + 75 + 30 = 15 + 480$$
$$3F_{FH} = 330$$
$$F_{FH} = 110\ \text{kN}$$ **Compresión**

$$\Sigma M_A = 0$$
$$xF_{GH}\sin 60° = 2.25(20) + 2(2.25)(20) + 3(2.25)(20)$$
$$6F_{GH}\sin 60° = 270$$
$$F_{GH} = 30\sqrt{3}\ \text{kN} = 51.96\ \text{kN}$$ **Tensión**

$$\Sigma M_H = 0$$
$$yF_{EK} + 9(10) + 3(2.25)(20) + 2(2.25)(20) + 2.25(20) = 9(80)$$
$$3\sqrt{3}F_{EK} + 90 + 135 + 90 + 45 = 720$$
$$3\sqrt{3}F_{EK} = 360$$
$$F_{EK} = 40\sqrt{3}\ \text{kN} = 69.28\ \text{kN}$$ **Tensión**

Los marcos son estructuras constan de varios miembros conectados a través de pines. Son similares a las armaduras excepto que algunos miembros son miembros de fuerzas múltiples, es una manera elegante de decir que no son miembros de 2 fuerzas debido a las fuerzas adicionales que actúan sobre él. Ejemplos figura 86.

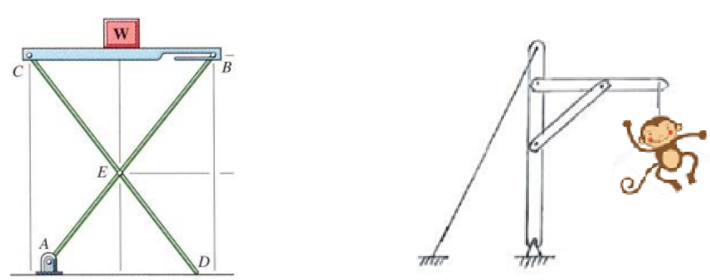


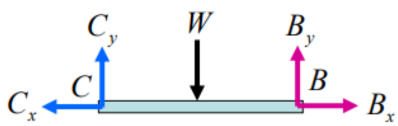
Figura 86 ejemplo de marco.

Las máquinas no son estructuras rígidas. Dependen de los apoyos para mantener sus formas, que usualmente suelen ser no único. Son básicamente dispositivos utilizados para trasmitir fuerzas un ejemplo el alicate figura 87, observe que el alicate consiste de 2 miembros conectados por un pin en el centro.

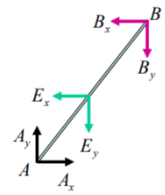
Figura 87 ejemplo de máquina.

Ejercicio 14

Dibujar FBD de miembros individuales y configurar las ecuaciones de equilibrio de la figura 86.



a)



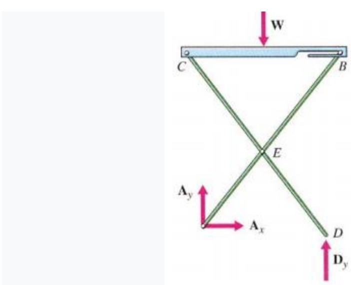
b)

Figura 88 miembros individuales.

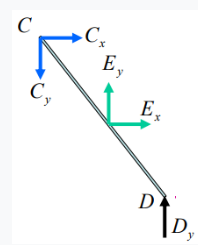
a) $\Sigma F_x = -C_x + B_x = 0$
$\Sigma F_Y = C_y + B_y - W = 0$
$\Sigma M_c = 30B_y - 15W = 0$

b) $\Sigma F_x = A_x - E_x - B_x = 0$
$\Sigma F_y = A_y - E_y - B_y = 0$
$\Sigma M_A = 36B_x - 2B_Y + 16E_x - 12E_Y = 0$

Dibujar FBD de la totalidad estructural y configurar el ecuaciones de equilibrio para determinar las reacciones.



a)



b)

Figura 89 miembros individuales.

a) $\Sigma F_x = A_x = 0$
$\Sigma F_y = A_y + D_y - W = 0$
$\Sigma M_A = 24D_y - 12W = 0$

b) $\Sigma F_x = C_x + E_x = 0$
$\Sigma F_y = -C_y + E_y + D_y = 0$
$\Sigma M_c = 20E_x + 15E_Y + 27D_Y = 0$

Ejercicio 15

Determinar las fuerzas que actúan en los pasadores A,B,C.

Se dibujan FBD de miembros separados y se agregan pares de acción y reacción coneción figura 90.

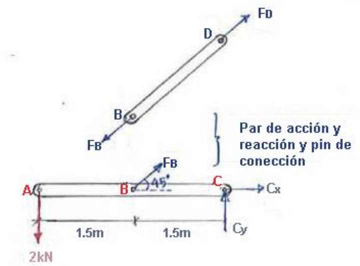


Figura 90.

Aplicar ecuaciones de equilibrio para resolver fuerzas

Miembro AC

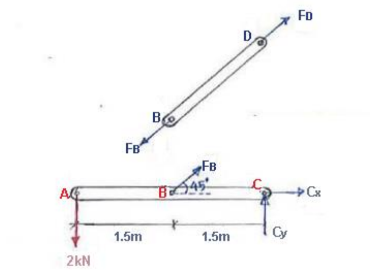


Figura 91.

$[+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0]$ $(2KN * 3m) – ((F_B * sen(45°)\ KN)*(1.5m)) = 0$ $\quad$ **$F_B = 5.657KN$**

$[+\uparrow \Sigma F_Y = 0]$ $-2KN + 5.657 * sen(45°) + C_Y = 0$ $\quad$ **$C_Y = 2KN$ ($\uparrow$)**

$[+\rightarrow \Sigma F_X = 0]$ $5.657*cos(45°)KN + C_X = 0$ $\quad$ **$C_X = -4KN$ ($\leftarrow$)**

Ejercicio 16

En la figura 92 se tiene un cortador de nueces calcula la fuerza que actúa sobre la nuez en A, y también la fuerza desarrollada en el pin B

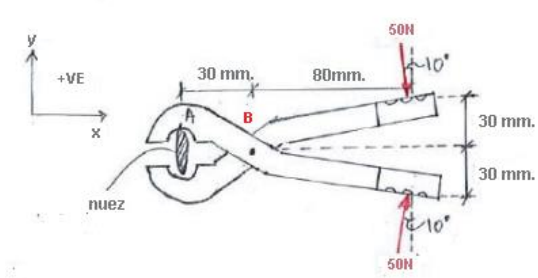


Figura 92 cotador de nueces.

Dibujar FBD figura 93 separada de los miembros y se le adiere el par de acción y reacción

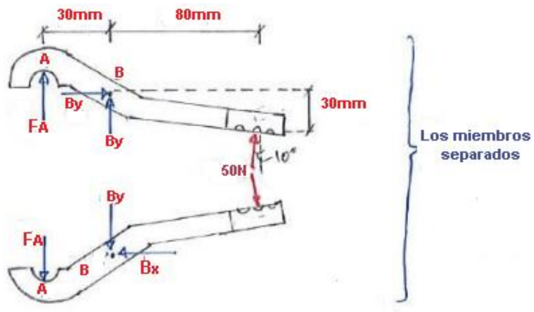


Figura 93 cotador de nueces separados sus miembros.

Aplicar la ecuación de equilibrio para resolver las fuerzas.
Ecuaciones de equilibrio:

$\overrightarrow{+}\Sigma FX = 0 \uparrow + \quad \Sigma FY = 0 \quad \Sigma M = 0$

Mire la figura 93 la parte superior y se tiene:

$\Sigma M_B = 0$ [- (F_A * 30mm) + (50N *sen(10°) *80mm)] + (50N * cos(10°) *30 mm) = 0 **F_A = 140N**

$\Sigma F_y = 0$ 140N +B_y + 50N *cos(10°) = 0 **= B_y = -189.24N**

$\Sigma F_x = 0$ Bx + 50N * sen(10°) = 0   **B_x= -8.68N**

Ejercicio 17

Tu cariño por los monos es tanto que les has construido una casa en la selva para que vivan más cómodos, figura 94. Por lo que requieres, analizar las fuerzas en las uniones de pines del marco.

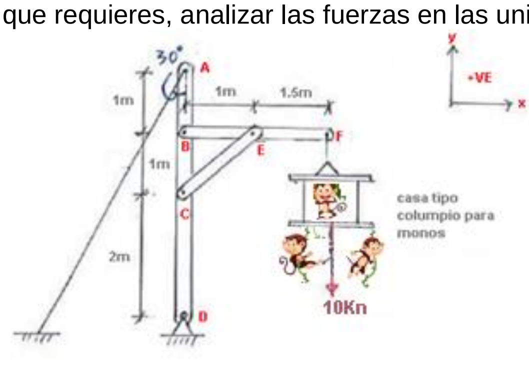


Figura 94.

Dibujar FBD figura 95 separada de los miembros y se le adiere el par de acción y reacción

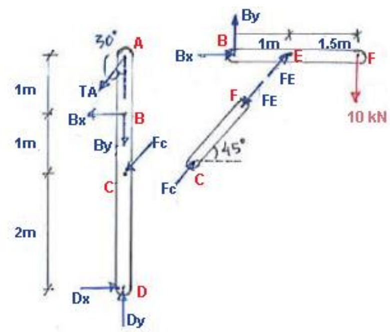


Figura 95 FBD eparados los miembros.

Miembro BF figura 96:

$[+\circlearrowleft \Sigma M_B = 0]$ $(F_E \, *sen(45°) *1m) – (10kN * 2.5m) = 0$ $F_E = 35.36\ Kn$

$[+\uparrow \Sigma F_y = 0]$ $(B_y + 35.36kN * sen(45°)) – 10kN = 0$ $B_y = -10\ kN\ (\downarrow)$

$[+\rightarrow \Sigma F_x = 0]$ $(B_x + 35.36kN * cos(45°) = 0$ $Bx = -25\ kN\ (\leftarrow)$

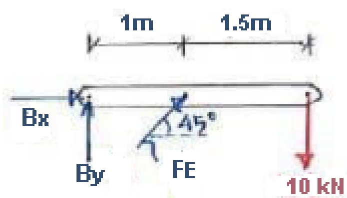


Figura 96 miembro BF.

Miembro CE figura 97 :

$[\nearrow + \Sigma F_x' = 0]$

$F_C - 35.36\ kN = 0$ $F_C = 35.36kN$

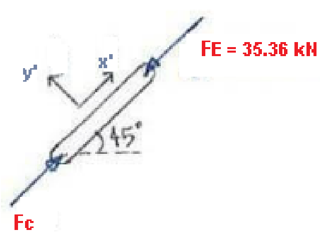


Figura 97 miembro CE.

Miembro AD figura 98 :

$[+\circlearrowleft \Sigma M_b = 0]$ $(T_A * sen(30°) *4m) – (25kN * 3m) + (35.36kN * cos(45°) *2m) = 0$ $T_A = 12.5\ kN$

$[+\uparrow \Sigma F_y = 0]$ $(-12.5kN * cos(30°)) +10kN – (35.36kN + sin(45°) + D_y) = 0$ $D_y = 25.83\ kN$

$[+\rightarrow \Sigma F_x = 0]$ $(-12.5kN *sen(30°)) – (35.36kN\ cos(45°)) + D_x = 0$ $D_x = -6.25\ kN$

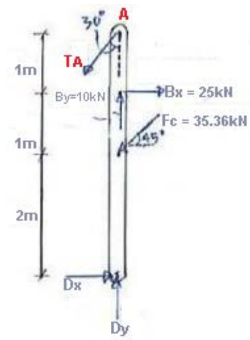


Figura 98 miembro AD.

Ejercicios de tarea para los alumnos

Ejercicio 1T

La armadura en voladizo en la figura 99 está articulada en D y E. Encuentre la fuerza en cada miembro

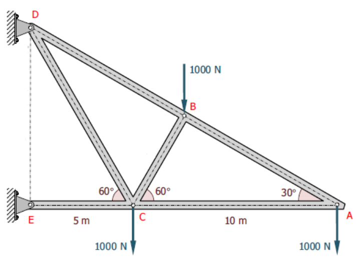


Figura 99.

Ejercicio 2T

Determine la fuerza en los miembros AB, BD, BE y DE la armazón del techo que se muestra en la figura 100.

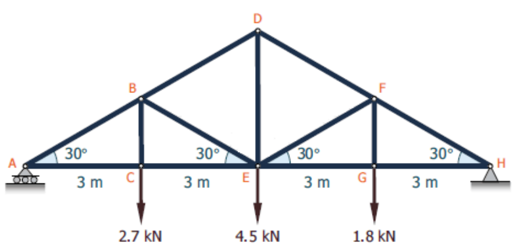


Figura 100 .

Ejercicio 3T

Determine la fuerza en cada miembro de la grúa que se muestra en la figura 101.

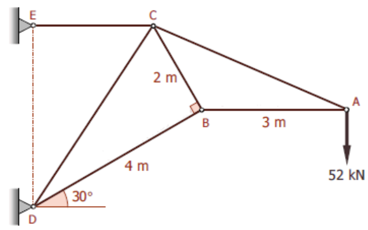


Figura 101.

Ejercicio 4T

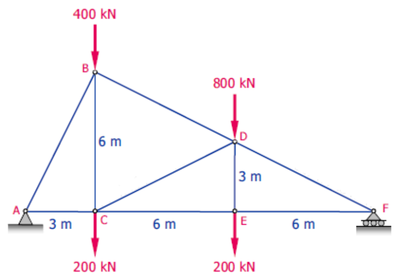


Figura 102.

Ejercicio 5T

Usando el método de las secciones, determine la fuerza en los miembros BD, CD y CE de la armadura del techo que se muestra en la figura 103.

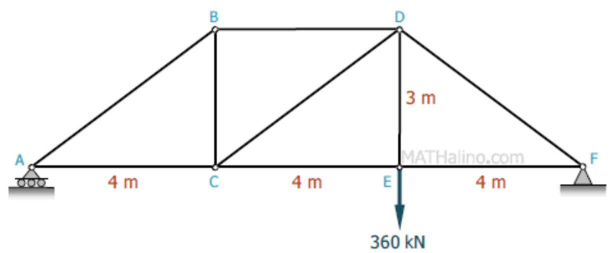


Figura 103 .

Ejercicio 6T

La armadura del techo que se muestra en la figura 104 está fijada en el punto A y apoyada por un rodillo en el punto H. Determine la fuerza en el miembro DG.

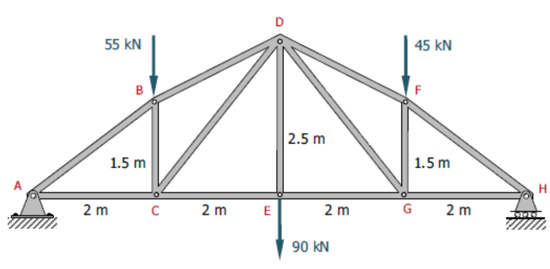


Figura 104 .

Ejercicio 7T

Para la armadura que se muestra en la figura 105, encuentre la parte delantera interna en el miembro BE.

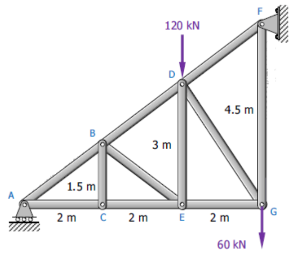


Figura 105 .

Ejercicio 8T

Para la torre de transmisión que se muestra en la figura 106, determine la fuerza en el miembro CJ.

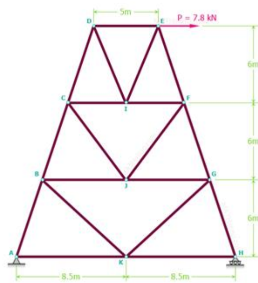


Figura 106.

Ejercicio 9T Experimento se debe realizar un video con animación del problema con su solución, por los equipo

Para la armadura en voladizo que se muestra en la figura 107, determine las fuerzas en los miembros DF, FH, FI, GI y FG.

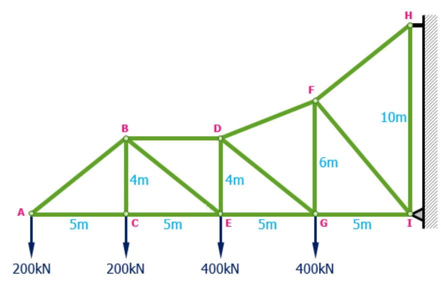


Figura 107.

Ejercicio 10T

3 miembros de apoyo forman un montaje rígido no plegable figura 108. Un marco estáticamente determinado externamente, dibuje FBD de todo el cuadro 3 ecuaciones de equilibrio se tienen a su disposición utilícelas. Preste atención al sentido de las reacciones.

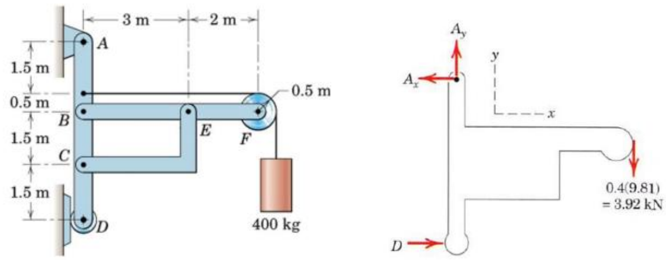


Figura 108.

$\Sigma M_A = 0$ (5.5*0.4*9.81) – (5D) = 0 D = 4.32KN
$\Sigma F_x = 0$ $A_x - 4.32 = 0$ $A_X =$ 4.32KN
$\Sigma F_y = 0$ $A_y - 3.92 = 0$ $A_y =$ 3.92KN

Ejercicio 11T Experimento se debe de diseñar y manufacturar la armadura

Resolver para las fuerzas miembros de la figura 109.

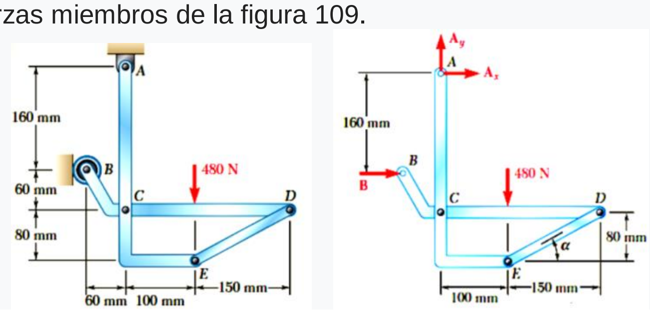


Figura 109 .

Ejercicio 12T Experimento se debe realizar un video con animación del problema con su solución, por los equipo.

Busque la tensión en los cables y la fuerza P figura 110 que soporta una fuerza de 600 N usando el sistema de poleas sin fricción (su propio peso).

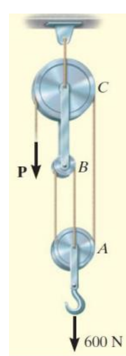


Figura 110.

Ejercicio 13T

Elabore una animación que ejemplifique este problema que se visualiza en la figura 111 , obtenga la magnitud de P y determine la magnitud de Q.

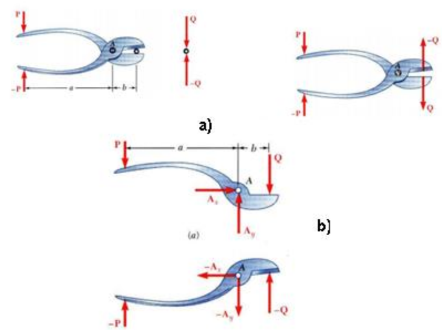


Figura 111 a) alicates enteros, b) partes individual, tome nodo el momento sobre el pin A Q=Pa/b. También la reacción Ax=0 Ay = P(a +a/b) o Ay=P+Q

Rúbrica 1 para la evaluación ejercicios prácticos de tarea

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 4
Rúbrica 1 evaluación de ejercicios prácticos de tarea .
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS PRÁCTICOS DE TAREA			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D Y 3D		
INDICADOR	**EXCELENTE** **100-85**	**SATISFACTORIO** **70-84**	**NO ACEPTABLE** **MENOR A 70**
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.

	que el estudiante comprenda lo que está haciendo		
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	**Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Lista de cotejo 1 para la evaluación del resumen

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 4** **Lista de cotejo 1 evaluación de resumen.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

Escala de valoración ***0 Nulo   1 Deficiente   2 Aceptable   3 Satisfactorio***

Aspectos Aceptables	**Si**	**No**	***Estimación***
Contiene el título del resumen.			
Consigna el nombre del autor y fecha.			
Respeta el orden de presentación de ideas.			
El contenido técnico es profundo.			
Acompaña la redacción con figuras técnicas.			
Contiene fórmulas y las explica.			
Relaciona los temas con casos reales.			
La redación es coherente.			
Ortografía.			
Aplica la puntuación correctamente.			
Aplica la acentuación correctamente.			
Presentación del escrito.			
TOTAL:			
Observaciones			
Nombre Maestro			

Lista de cotejo 2 para la evaluación del mapa mental

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 4
Lista de cotejo 2 evaluación del mapa mental.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Criterios de evaluación	*si*	*no*	*observaciones*
Contempla los aspectos principales del tema			
Se inicia desde el centro de la hoja colocando la idea central que está desarrollada hacia fuera de manera irradiante.			
La idea central está representada con una imagen clara, poderosa y sintetiza el tema general del Mapa Mental.			
Temas y subtemas están articulados y jerarquizados según el sentido de las manecillas del reloj.			
Utiliza el espaciamiento para acomodar de manera equilibrada las ideas o subtemas.			
Subraya las palabras clave o encerrándolas en un círculo colorido para reforzar la estructura del Mapa.			
Utiliza el color para diferenciar los temas, sus asociaciones o para resaltar algún contenido.			
Utiliza flechas, iconos o cualquier elemento visual que permiten diferenciar y hacer más clara la relación entre ideas.			
El Mapa Mental es creativo.			
El mapa es claro y comprensible.			
Organiza y representa adecuadamente la información del texto.			
Puntuación obtenida:			

***Si* vale *dos* puntos *No* vale *cero* puntos**

Lista de cotejo 3 para la evaluación del video donde se muestra el experimento

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 4** **Lista de cotejo 3 para la evaluación del video donde se muestra el experimento.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

Aspectos generales	**Si**	**No**	**Máximo de Puntos**
Respeta los aspectos formales de la escritura de la elaboración del guion.			**1**
Se presenta cordialmente a la audiencia.			**1**
Toma con seriedad su trabajo y el de sus compañeros.			**1**
Contenido			
El video tiene duración de 3 minutos.			**1**
Los estudiantes han presentado un guion.			**3**
El video presenta los créditos con la autoría de los estudiantes.			**1**
Durante el video los estudiantes hablan alto, claro y pausado. Por lo que es fácil comprender lo que quieren transmitir. (Respetan su turno y las normas del buen hablante y buen oyente). Mantienen un vocabulario adecuado.			**2**
El tema presentado está organizado de manera tal que se entiende cual es el inicio, el desarrollo y desenlace.			**4**
El video atrae la atención de la audiencia, es dinámico y contiene elementos creativos que mantienen a la audiencia entretenido.			**1**
La edición del video contiene aplicaciones y transiciones acorde a las necesidades del video.			**2**
El video presenta diversidad de elementos relacionados con el tema presentado.			**3**
Contenido técnico del vídeo.			**80**
Observaciones			
Total:			

No cero puntos

Examen teórico

1. Las estructuras tales como las armaduras y marcos pueden clasificarse en términos generales como:

A) Altas o bajas.
B) Determinada o Indeterminada.
C) Determinadas.
D) INDETERMINADAS.

2.- Las estructuras también se pueden clasificar en ________

A) Completamente restringida, Parcialmente restringido, Inadecuadamente restringido.
B) Inadecuadamente restringido.
C) Completamente restringida, Parcialmente restringido.
D) Ninguna de las 3 anteriores.

3. Para armaduras, hemos estado utilizando "fórmulas" como (2n = m + r) para trusses planos y (3n = m + r) para trusses espaciales Para juzgar el tipo de estructura. Para los marcos, esto puede ser mucho más complicado. Necesitamos escribir y resolver el Las ecuaciones de equilibrio y solo si existe una solución, podemos concluir que la estructura está determinada. De otra manera la estructura puede estar parcialmente restringida o indeterminada o ambas. P en la figura 70.

A) Verdadero.
B) Falso.
C) Parcialmente verdadero.

4. Una de las mejores maneras (y matemáticamente correcta) para concluir la determinación de cualquier estructura es usando. Valores propios. Los valores propios nos dicen cuántas ecuaciones independientes tenemos y si podemos o no podemos resolver un sistema de ecuaciones escrito en forma de matrices

A) Verdadero.
B) Falso.
C) Parcialmente falso.

Lista de cotejo 4 para la evaluación de examen teórico

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 4** **Lista de cotejo 4 evaluación del examen teórico.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

Identificadores	Excelente 5	Muy bueno 4	Bueno 3	Regular 2	Deficiente 1
¿Contesto todas las preguntas?					
¿Las respuestas son claras?					
¿Las respuestas son corretas?					
¿El trabajo tiene limpieza?					
Puntaje total					
Promedio					

Examen Práctico

1. Utilizando el método de los nodos, determinar La fuerza en cada miembro de la armadura de la figura 112.

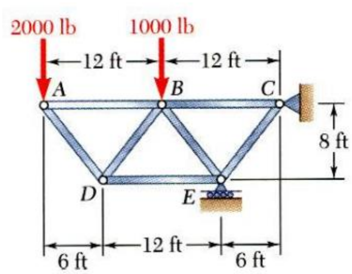


Figura 112.

2. Determinar La fuerza en los miembros FH, GH y GI figura 113.

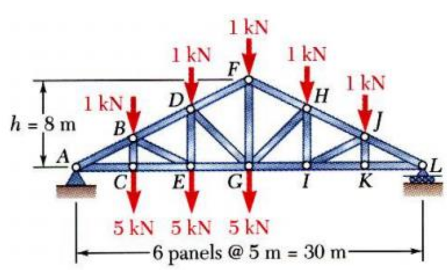


Figura 113.

3. Los miembros ACE y BCD son conectado por un pin en C y por el enlace DE. Para la carga mostrado figura 114, determinar la fuerza en el enlace DE y la componentes de la fuerza ejercida en miembro BCD

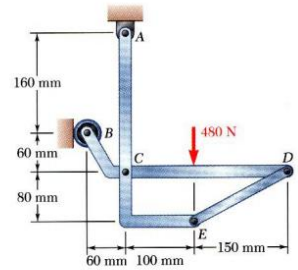


Figura 114.

4. Las pinzas que se muestran en la figura 115 se utilizan para aplicar una fuerza hacia arriba de 45kN en una tapa de un tubo. Determine las fuerzas extaidas a D y F sobre la pinza ADF.

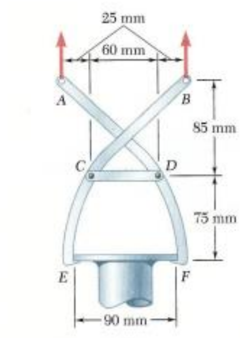


Figura 115.

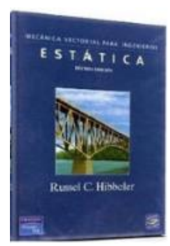
Rúbrica 2 para la evaluación de examen práctico

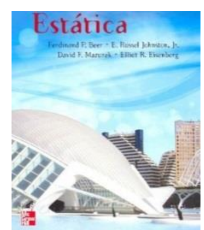
Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 4** **Rúbrica 2 evaluación del examen práctico.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

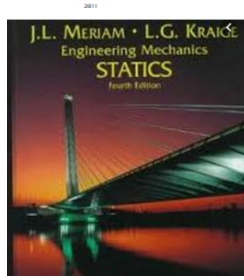
RÚBRICA PARA EVALUAR EXAMEN PRÁCTICO			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D Y 3D		
INDICADOR	**EXCELENTE** **100-85**	**SATISFACTORIO** **70-84**	**NO ACEPTABLE** **MENOR A 70**
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

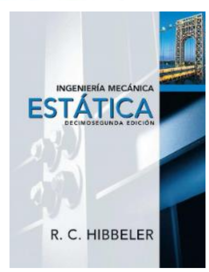
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos.** **La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos.** **No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

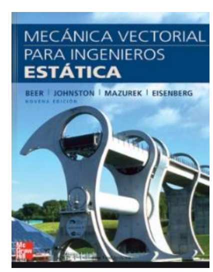
Bibliografía











Asignatura: *Estática.*
Clave de la asignatura: *MED 1010*
Unidad: *5* *Fuerzas distribuidas*
Centroides de áreas y líneas planas, Fuerzas distribuidas sobre vigas, Momentos de inercia, Momento polar de inercia.
Profesor: *Luis Alfonso Cárdenas García.*
Departamento: *Metal mecánica.*
Instituto Tecnológico de Hermosillo.

Antecedentes

Centroides

Centro de gravedad de una placa plana homogénea.

W$\bar{x}$ = Σwx
W$\bar{y}$ = Σwy

Centroides de áreas

A $\bar{x}$ = Σax
A $\bar{y}$ = Σay

Rectángulo área y centroide

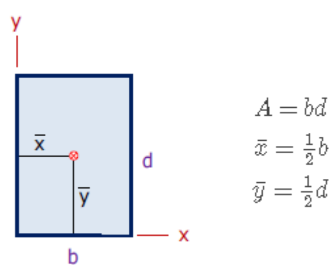


Figura 1.

Triángulo área y centroide

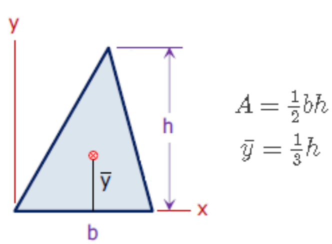
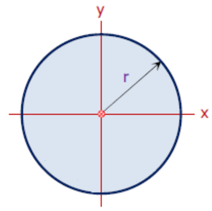


Figura 2.

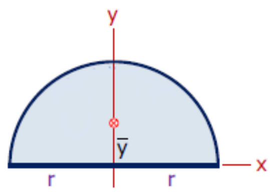
Círculo área y centroide



$$A = \pi r^2$$
$$\bar{x} = 0$$
$$\bar{y} = 0$$

Figura 3.

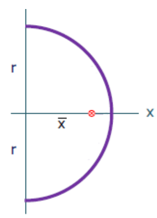
Semicírculo área y centroide



$$A = \frac{1}{2}\pi r^2$$
$$\bar{x} = 0$$
$$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

Figura 4.

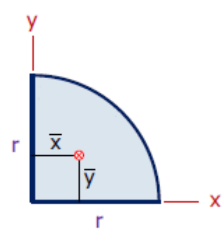
Arco semicircular



$$L = \frac{1}{2}\pi r^2$$
$$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$$
$$\bar{y} = 0$$

Figura 5.

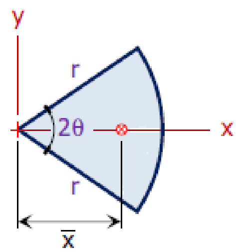
Un cuarto de círculo



$$A = \frac{1}{4}\pi r^2$$
$$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$$
$$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

Figura 6.

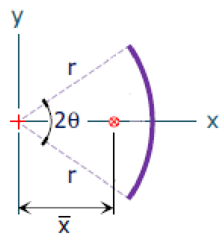
Sector de un círculo



$$A = r^2\theta_{rad}$$
$$\bar{x} = \frac{2r\sin\theta}{3\theta_{rad}}$$
$$\bar{y} = 0$$

Figura 7.

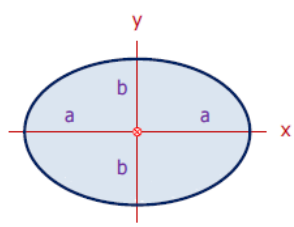
Arco circular



$$L = 2r\theta_{rad}$$
$$\bar{x} = \frac{r\sin\theta}{\theta_{rad}}$$
$$\bar{y} = 0$$

Figura 8.

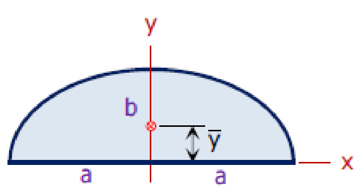
Elipse



$$A = \pi ab$$
$$\bar{x} = 0$$
$$\bar{y} = 0$$

Figura 9.

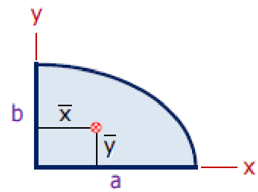
Semi Elipse



$$A = \frac{1}{2}\pi ab$$
$$\bar{x} = 0$$
$$\bar{y} = \frac{4b}{3\pi}$$

Figura 10.

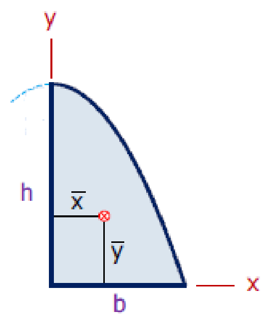
Cuarto de Elipse



$$A = \tfrac{1}{4}\pi ab$$
$$\bar{x} = \frac{4a}{3\pi}$$
$$\bar{y} = \frac{4b}{3\pi}$$

Figura 11.

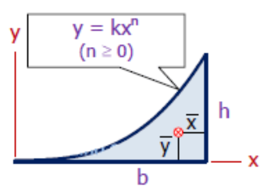
Segmento parabólico



$$A = \tfrac{2}{3}bh$$
$$\bar{x} = \tfrac{3}{8}b$$
$$\bar{y} = \tfrac{2}{5}h$$

Figura 12.

Enjuta



$$A = \frac{1}{n+1}bh$$
$$\bar{x} = \frac{1}{n+2}b$$
$$\bar{y} = \frac{n+1}{4n+2}h$$

Figura 13.

Ejemplos para los alumnnos

Ejemplo 5.A

Las dimensiones de la sección en T de una viga de hierro fundido se muestran en la 14. ¿A qué distancia se encuentra el centroide del área sobre la base?

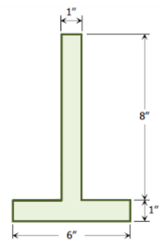


Figura 14.

$A_1 = 6 * (1) = 6\ in^2$

$y_1 = 0.5$ in

$A_2 = 8 * (1) = 8\ in^2$

$y_2 = 5$ in

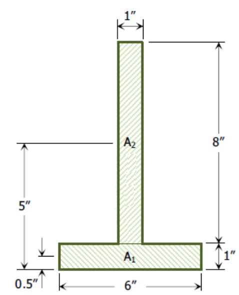


Figura 15.

$A = A_1 + A_2 = 6 + 8$

$A = 14\ in^2$

$A\bar{y} = \Sigma ay$

$14\bar{y} = 6 * (0.5) + 8 * (5)$

y = 3.07in por encima de la base

Ejemplo 5.B

Determinar las coordenadas del centroide del área mostrada en la figura 16 con respecto a los ejes dados.

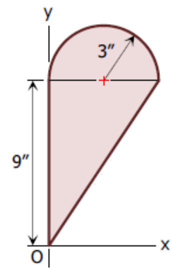


Figura 16.

$A_1 = \frac{1}{2}(6) * (9) = 27\ in^2$

$X_1 = \frac{1}{3}(6) = 2\ in$

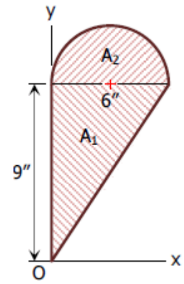


Figura 17.

$A_2 = \frac{1}{2}\ \pi(3^2)\ = 14.14\ in^2$

$X_2 = r = 3\ in$

$Y_2 = 9 + \frac{4*3}{3\pi} = 10.27\ \ in$

$A = A_1{+}A_2 = 27{+}14.14$

$A = 41.14\ in^2$

$A\bar{x} = \Sigma ax$

$41.14\bar{x}\ \ = 27 * (2) + 14.14 * (3)$

$\bar{x} = 2.34$ in

$A\bar{y} = \Sigma ay$

$41.14\bar{y}\ \ = 27 * (6) + 14.14 * (10.27)$
$\bar{y} = 7.47$ in

Ejemplo 5.C

Un alambre delgado y homogéneo de sección transversal uniforme se dobla en la forma mostrada en la figura 18. Determine las coordenadas del centroide.

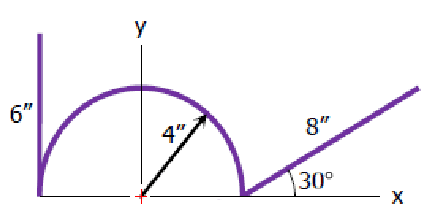


Figura 18.

$L_1 = 6\ in$
$X_1 = 4\ in$
$Y_1 = 3\ in$
$L_2 = \pi * (4) = 12.5664\ in.$

$X_2 = 0$

$Y_2 = \frac{2*4}{\pi}$ = 2.5465 in

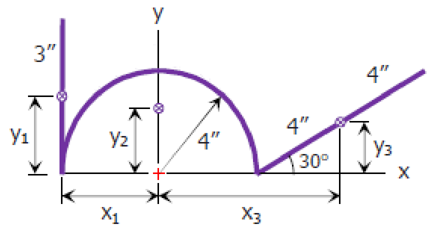


Figura 19.

$L_3 = 8$ in

$X_3 = 4 + (4 \ * \cos(30°)) \ = 7.4641$ in

$y_3 = 4 * \text{sen}(30) = 2$ in

$L = L_1 + L_2 + L_3$

$L = 6 + 12.5664 + 8$

$L = 26.5664$ in

$L\bar{x} = \Sigma l_x$

$26.5664\bar{x} = 6*(-4) - 12.5664(0) + 8(7.4641)$

$\bar{x}$ = 1.34 in

$L\bar{y} = \Sigma l_y$

$26.5664\bar{y} = 6 * (3) + 12.5664 * (2.5465) + 8 * (2)$

$\bar{y}$ = 2.48 in

Ejemplo 5.D

Localice el centroide del cable doblado que se muestra en la figura 20. El alambre es homogéneo y de sección transversal uniforme.

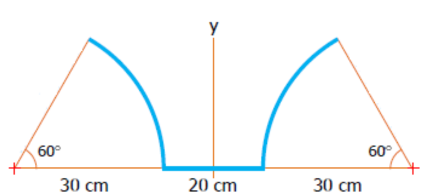


Figura 20.

$L_1 = 2r\alpha = (2 * (30)) * ((30°) * (\frac{\pi}{180°}))$

$L_1 = 10\pi = 31.42$ cm

$$Z = \frac{r * sen(\alpha)}{\alpha} = \frac{30 * sen(30°)}{30° * \frac{\pi}{180°}}$$

Z = 28.65 cm.

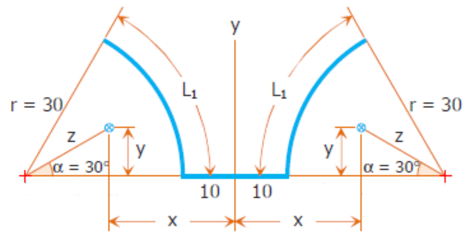


Figura 21.

y= z * sen(α) = 28.65 * sen(30°)

x = (10 + r) – (z * cos(α)) = (10 + 30) – ((28.65 * cos(30°))

x=15.19 cm

L = 20 + 2 * L_1 = 20 + (2 * (31.42))
L=82.84 cm

Por simetria

$\overline{x}$ **= 0**

L$\bar{y}$ = Σly
82.84$\bar{y}$ = (31.42 * (14.325)) * (2) + (20 * (0))

$\overline{y}$ **= 10.87 cm**

Ejemplo 5.E

El centroide del área resaltada en la figura 22 debe estar sobre el eje y. Determine la distancia b que cumplirá este requisito

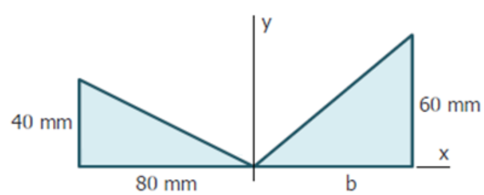


Figura 22.

$$A_1 = \frac{1}{2}(80 * 40) = 1600\ mm^2$$

$$X_1 = -\frac{2}{3}(80) = -\frac{160}{3}\ mm$$

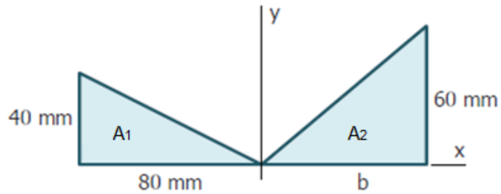


Figura 23.

$A_2 = \frac{1}{2}(60b) = 30b$ mm

$X_2 = \frac{2}{3}(b)$ mm

El centroide estará en el eje y, por lo tanto:

$\bar{X} = 0$

Por lo tanto:

$A\bar{x} = \Sigma ax$

$0 = (1600 * (-\frac{160}{3})) + (30b * (\frac{2}{3} b))$

$\frac{2*30}{3} * b^2 = \frac{160*1600}{3}$

b = 65.32 m

Fuerzas distribuidas sobre vigas

Una carga distribuida puede ser equiparado con una carga concentrada aplicado a un determinado punto a lo largo de la barra.

Una carga distribuida uniformemente (UDL) es una carga que se distribuye o se extiende por toda la región de un elemento, como una viga o losa. En otras palabras, la magnitud de la carga permanece uniforme en todo el elemento.

.

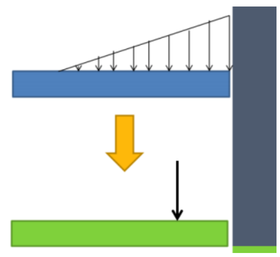


Figura 24.

Ejemplo 5.F

Método geométrico

La magnitud de la fuerza resultante es equivalente al área bajo la curva de la carga distribuida.

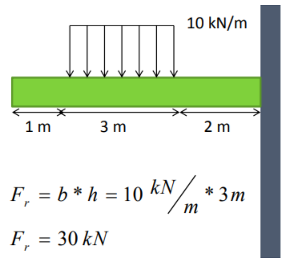


Figura 25.

Ejemplo 5.G

Método geométrico

La ubicación de la fuerza resultante está en el centro de masa de la carga distribuida.

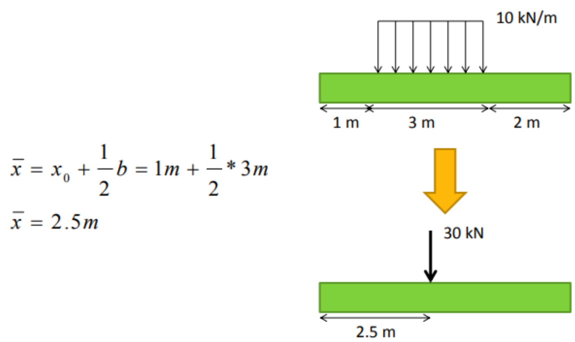


Figura 26.

Ejemplo 5.H

Para una carga distribuida triangular, la magnitud de la fuerza resultante es el área del triángulo. (base * altura)/2 = (b *h)/2

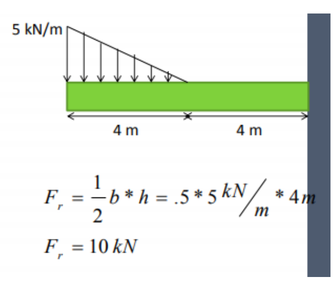
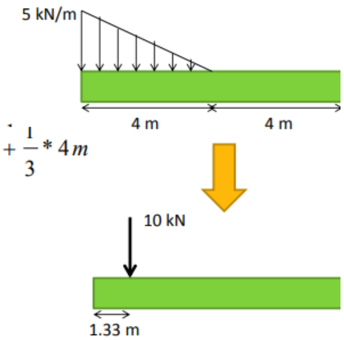


Figura 27.

Ejemplo 5.I

Método geométrico

Para una carga distribuida triangular, la ubicación de la fuerza resultante está desde lado mayor del triángulo hasta un 1/3 de su longitud.



$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{3}b = 0m + \frac{1}{3} * 4m$$

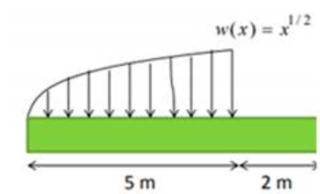
$$\bar{x} = \frac{4}{3}\, m$$

Figura 28.

Ejemplo 5.J

Método Integral

La magnitud de la fuerza resultante es dada por la integral de la curva que define la fuerza, w (x).



$$F_r = \int_{x=0}^{5m} w(x)dx = \int_{x=0}^{5m} x\,dx$$

$$F_r = \frac{2}{3}[x^{3/2}]_0^{5m}$$

$$F_r = 7.45\,kN$$

Figura 29.

Ejemplo 5.K

Método Integral

La ubicación de la fuerza resultante es dada por el centroide del área bajo la curva.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^L w(x)x dx}{\int_0^L w(x)dx} = \frac{\int_0^{5m} x^{3/2} dx}{7.45}$$

$$\bar{x} = \frac{2}{5 * 7.45}[x^{5/2}]_0^{5m}$$

$$\bar{x} = 3.0m$$

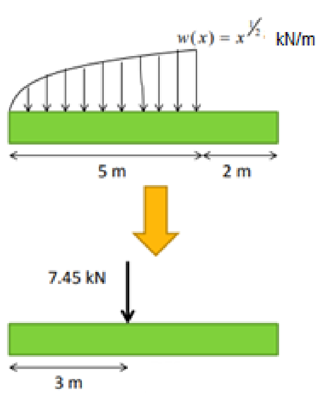


Figura 30.

Ejemplo 5.L

Método Integral

Para una barra vertical, simplemente se requiere integrar con respeto a **y** en lugar de **x**.

$$F_r = \int_{y=0}^{5m} w(y)dy = \int_{y=0}^{5m} y^2 dy$$

$$F_r = \frac{1}{3}[y^3]_0^{5m}$$

$$F_r = 41.7\,kN$$

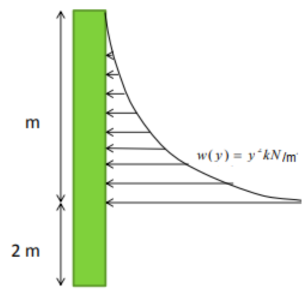


Figura 31.

Ejemplo 5.K

Método Integral

Para una barra vertical, simplemente se integra con respeto a y en su lugar de x

$$\bar{y} = \frac{\int_0^L w(y) y dy}{\int_0^L w(y)dy} = \frac{\int_0^{5m} y^3 dy}{41.7}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{4 * 41.7}[y^4]_0^{5m}$$

$$\bar{y} = 3.75\,m$$

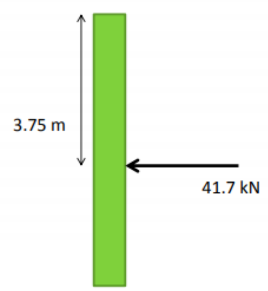


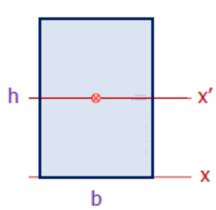
Figura 32.

Momentos de inercia

Ejemplo 5L

Un rectángulo mide 3 pulgadas por 6 pulgadas. Determine el momento polar de inercia y el radio de giro con respecto a un eje polar a través de una esquina, figura 33.

Rectángulo



Momento de Inercia

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{3}$$

Radio de giro

$$\bar{k}_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$$

$$k_x = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

Figura 33

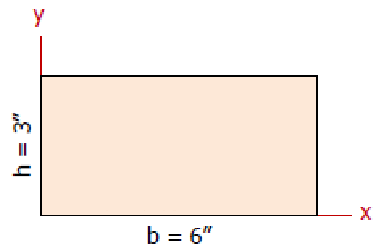


Figura 34.

Momento de inercia sobre el eje x.

$I_x = \frac{bh^3}{3} = \frac{6*3^3}{3}$

$I_x = 54\ in^4$

Momento de inercia sobre el eje y

$I_y = \frac{bh^3}{3} = \frac{3*6^3}{3}$

$I_y = 216\ in^4$

Momento polar de inercia

$J = I_x + I_y = 54 + 216$

$J = 270\ in^4$

Radio de giro sobre la esquina.

$k_z = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{270}{3*6}}$

$k_z = 3.873\ in$

Ejemplo 5.M

Determine el momento de inercia y el radio de giro con respecto al eje centroide polar de la sección transversal de un tubo hueco cuyo diámetro exterior es de 6 pulgadas y el diámetro interior es de 4 pulgadas, figura 36.

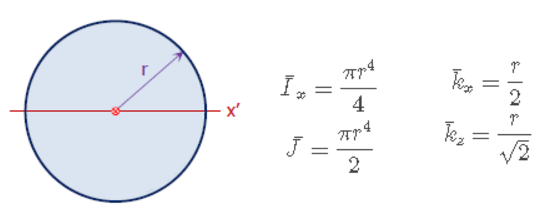


Figura 35 círculo momento de inercia y radio de giro.

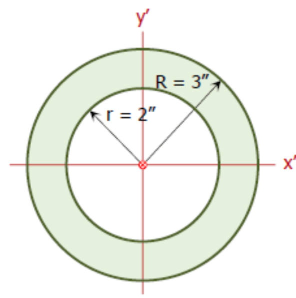


Figura 36.

Momento polar de inercia.

$\bar{J} = \frac{1}{2}\pi\,(R^4 - r^4)$

$\bar{J} = \frac{1}{2}\pi\,(3^4 - 2^4)$

$\bar{J} = 32.5\pi \text{ in}^4$

$\bar{J}$ **= 102.10 in^4**

Area

$A = \pi(R2 - r2)$

$A = \pi(3^2 - 2^2)$

$A = 5\pi \text{ in}^2$

Radio de giro

$k_z = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{32.5\pi}{5\pi}}$

k_z = 0.7071 in

Ejemplo 5.N

Una sección transversal cuadrada hueca consiste en un cuadrado de 8 pulgadas por 8 pulgadas. Del que se sustrae un cuadrado colocado concéntricamente 4 pulgas por 4 pulgadas. Encuentre el momento polar de inercia y el radio de giro con respecto al eje z que pasa por una de las esquinas exteriores, figura 37.

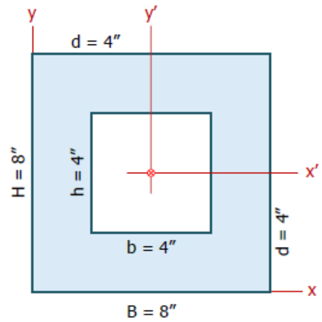


Figura 37.

Momento de inercia con respecto al eje x centroidal.

$\bar{I} = \frac{1}{12}$ $(BH^3 - bh^3)$

$\bar{I} = \frac{1}{12}(8(8^3) - 4(4^3)$

$\bar{I}$ = 320 in^4

$\bar{I}x = \bar{I}y = \bar{I}$

$\bar{I}x = \bar{I}y$ = 320 in^4

Area

$A = 8^2 - 4^2$

A = 48 in^2

Por fórmula de transferencia por momento de inercia.

$I = \bar{I} + (A * d^2)$

$I = 320 + (48 * 4^2)$

I = 1,088 in^4

Momento polar de inercia

$J = I_z = I_x + I_y$

J = 1,088 + 1,088

J = 2,176 in^4

Radio de giro

$k_z = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{2176}{48}}$ **= 6.733 in**

Ejemplo 5.O

Determine el momento de inercia del área que se muestra en la figura 38 con respecto a sus ejes centroidales.

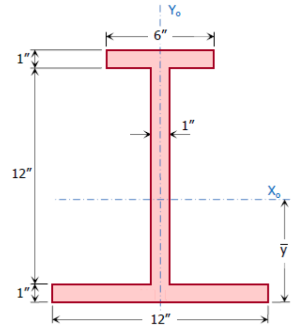


Figura 38.

$A_1 = (12 * 1) = 12\ in^2$

$y_1 = 0.5\ in$

$\bar{I}_1 = \frac{1}{12}(12\ \ ) * (1^3) = 1\ in^4$

$A_2 = (1 * 12) = 12\ in^2$

$y_2 = 7\ in$

$\bar{I}_2 = \frac{1}{12}(1) * (12^3) = 144\ in^4$

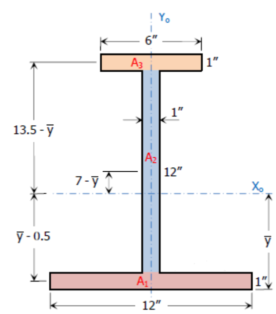


Figura 39.

$A_3 = 6 * 1 = 6\ in^2$

$y_3 = 13.5\ in$

$\bar{I}_3 = \frac{1}{12}(6^{)} * (1^3) = 0.5\ in^4$

$A\ \bar{y} = A_1y_1\ + A_2y_2 + A_3y_3$

$30\ \bar{y} = (2 * 0.5) + (12 * 7) + (6 * 13.5)$

$\bar{y} = 5.7\ in$

$\bar{I}_x = [\bar{I}_1 + (A_1 * (\bar{y} - 0.5)^2)] + [\bar{I}_2\ + (A_2 * (7 - \ \bar{y})^2)] + +[\bar{I}_3\ + (A_3 * (13.5 - \ \bar{y})^2)]$

$\bar{I}_x$ =[1 + (12 * (5.7 − 0.5)^2)] + [144 + (12 * (7 − 5.7)^2)] + [0.5 + (6 * (13.5 − 5.7)^2]

$\bar{I}_x$ = 855.3 in^4

$\bar{I}_y$ =[$\frac{1}{2}$ (1) * (12)] + [$\frac{1}{12}$(12) * (1^3)] + [$\frac{1}{12}$(1) * (6^3)]

$\bar{I}_y$ = 163 in^4

Ejercicios resueltos

Centroides

Ejercicio 1

Localice el centroide del área sombreada que se muestra en la figura 39.

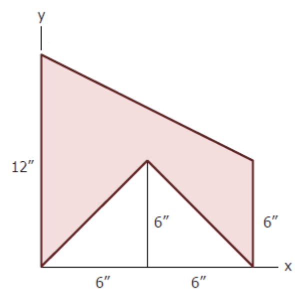


Figura 39.

A_1 = 12 * (12) = 144 in^2.

X_1 = $\frac{1}{2}$(12) = 6 in

Y_1 = = $\frac{1}{2}$(12) = 6 in

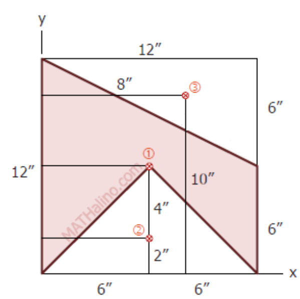


Figura 40.

A_2 = $\frac{1}{2}$ (12 * 6) = 36 in^2

$X_2 = \frac{1}{2}(12) = 6$ in

$Y_2 = \frac{1}{3}(6) = 2$ in

$A_3 = \frac{1}{2}\,(12 * 6) = 36\ in^2$

$X_3 = \frac{2}{3}(12) = 8$ in

$Y_3 = 6 + \frac{2}{3}(6) = 10$ in

$A = A_1 - A_2 - A_3$

A = 144 – 36 – 36

$A = 72\ in^2$

$A\bar{x} = \Sigma ax$

$72\bar{x} = 144 * (6) - 36 * (6) - 36 * (8)$

$\bar{x}$ = 5 in

$A\bar{y} = \Sigma ay$

$72\bar{y} = 144 * (6) - 36 * (2) - 36 * (10)$

$\bar{y}$ = 6 in

Ejercicio 2

Determine el centroide de las líneas que forman el límite del área sombreada en la figura 41.
.

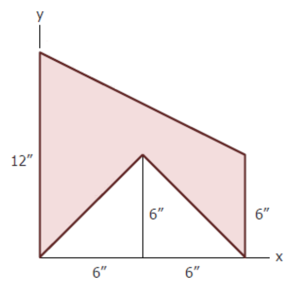


Figura 41.

$L_1 = 12$ in

$x_1 = 0$

$y_1 = 6$

$L_2 = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ in

$X_2 = \frac{1}{2}(6) = 3$ in

$Y_2 = \frac{1}{2}(6) = 3$ in

$L_3 = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ in

$X_3 = 6 + \frac{1}{2}(6) = 9$ in

$Y_3 = \frac{1}{2}(6) = 3$ in

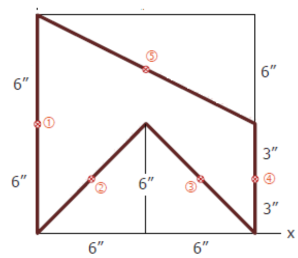


Figura 42.

$L_4 = 6$ in

$X_4 = 12$ in

$Y_4 = 3$ in

$L_5 = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$ in

$X_5 = \frac{1}{2}(12) = 6$ in

$Y_5 = 6 + \frac{1}{2}(6) = 9$ in

L = L1 + L2 + L3 + L4 + L5

$L = 12 + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6 + 6\sqrt{5}$

L=48.387 in

$L\bar{x} = \Sigma lx$

$48.387\bar{x} = (12*0) + 6\sqrt{3} + (6\sqrt{2} * 9) + 6 *12 + (6\sqrt{5} * 6)$

$\bar{x}$ = 5.256 in

$L\bar{y} = \Sigma ly$

$48.387\bar{y} = (12*6) + (6\sqrt{2} * 3) + + (6\sqrt{2} * 3) + 6 *3 + (6\sqrt{5} * 9)$

$\bar{y}$ = 5. 408 in

Ejercicio 3

Localice el centroide del área sombreada en la figura 43 creado al cortar un semicírculo de diámetro r de un cuarto de círculo de radio r.

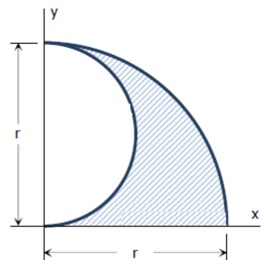


Figura 43.

Para el cuarto de circulo:

$A_1 = \frac{1}{4}\pi * r^2$

$x_1 = \frac{4r}{3\pi}$

$y_1 = \frac{4r}{3\pi}$

Para el semi círculo:

$A_2 = \frac{1}{2}\ (\frac{1}{4}\pi * r^{2)} = \frac{1}{8}\ (\pi * r^2)$

$x_2 = \frac{4(\frac{1}{2}r)}{3\ \pi} = \frac{1}{8}\ \pi * r$

$y_2 = \frac{1}{2}r$

Para el área sombreada:

$A = A_1 - A_2 = \frac{1}{4}\pi * r^2\ \ -\ = \frac{1}{8}\ (\pi * r^2)$

$A = \ = \frac{1}{8}\ (\pi * r^2)$

$A\bar{x}$ =Σax

$(\ \frac{1}{8}\ (\pi * r^2))\bar{x} = \frac{1}{4}\ (\pi * r^2) * (\frac{4r}{3\pi}) - \ \frac{1}{8}\ (\pi * r^2)\ (\frac{2r}{3\pi})$

$(\ \frac{1}{8}\ (\pi * r^2))\bar{x} = \frac{1}{3}r^3 - \frac{1}{12}\ r^3$

$(\ \frac{1}{8}\ (\pi * r^2))\bar{x} = \frac{1}{4}r^3$

$\boldsymbol{\bar{x} = \frac{2r}{\pi} = 0.6366r}$

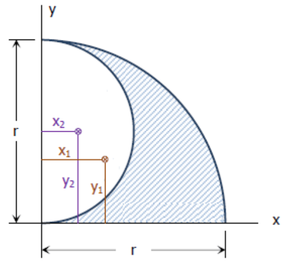


Figura 44.

$A\bar{y} = \Sigma ay$

$\left(\frac{1}{8}(\pi * r^2)\right)\bar{y} = \frac{1}{4}(\pi * r^2) - \frac{1}{8}(\pi * r^2) * \frac{1}{2}r$

$\left(\frac{1}{8}(\pi * r^2)\right)\bar{y} = \frac{1}{2}r^3 - \frac{1}{16}(\pi * r^3)$

$\left(\frac{1}{8}(\pi * r^2)\right)\bar{y} = 0.137\ r^3$

$\boldsymbol{\bar{y}}$ **= 0.3488r**

Ejercicio 4

Localice el centroide del área sombreada en la figura 45.

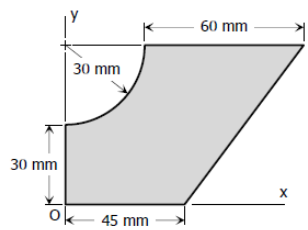


Figura 45.

Para area rectangular

$A_1 = (90 * 60) = 5{,}400\ mm^2$

$x_1 = \frac{1}{2} * 90 = 45$ mm.

$y_1 = \frac{1}{2} * 60 = 30$ mm.

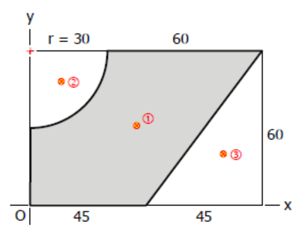


Figura 46.

Para el cuarto de circulo

$A_2 = \frac{1}{4}\pi * r^2 = \frac{1}{4}\pi\,(30^2) = 706.86 mm^2$

$x_2 = \frac{4r}{3\pi} = \frac{(4*30)r}{3\pi}$ = 12.73 mm

$y_2 = 60 - \frac{4r}{3\pi} = 60 - \frac{4*30}{3\pi}$ = 47.27 mm.

Para el tríangulo

$A_3 = (\frac{1}{2}45) * (60) = 1,350\ mm^2$

$x_3 = 45 + \frac{2}{3}(45) = 75$ mm.

$y_3 = \frac{1}{3}(60) = 20$mm.

Para la región sombreada

$A = A_1 - A_2 - A_3 = 5400 - 706.86 – 1350$

$A = 3,343.14\ mm^2$

centroide del área compuesta

$A\bar{x} = \Sigma ax$

$3,343.14\bar{x}$ = (5,400 * 45) – (706.86 * 12.73) – (1,350 * 75)

$\bar{x}$ = 39.71 mm.

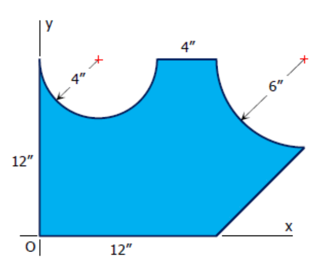
$A\bar{y} = \Sigma ay$

$3,343.14\bar{y}$ = (5400 * 30) – (706.86 * 47.27) – (1350 * 20)

$\bar{y}$ = 30.39 mm.

Ejercicio 5

Encuentre las coordenadas del centroide del área sombreada que se muestra en la figura 47.



Figur47.

$a = \frac{4*4}{3\pi}$ = 1.698''

$a = \frac{4*6}{3\pi} = 2.546''$

$c = \frac{1}{3}(6) = 2''$

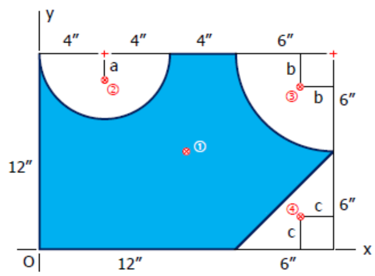


Figura 48.

$A_1 = 18 * 12 = 216\ in^2$

$x_1 = \frac{1}{2}18 = 9''$

$y_1 = \frac{1}{2}12 = 6''$

$A_2 = = (\frac{1}{2}\ \pi) * 4^2 = 25.133\ in^2$

$x_2 = 4''$

$y_2 = 12 - \alpha = 12 - 1.698 = 10.302''$ in.

$A_3 = \frac{1}{4}\pi *(6^2) = 28.274\ in^2$

$x_3 = 18 - b = 18 - 2.546 = 15.454''$

$y_3 = 12 - b = 12 - 2.546 = 9.454''$

$A_4 = \frac{1}{2}(6 * 6) = 18\ in^2$

$x_4 = 18 - c = 18 - 2 = 16''$

$y_4 = c = 2''$

$A\bar{x} = \Sigma ax$

$144.593\bar{x} = (216 * 9) - (25.133 * 4) - (28.274 * 15.454) - (18 * 16)$

$\bar{x} = 7.736''$

$A\bar{y} = \Sigma ay$

$144.593\ \bar{y} = (216 * 6) - (25.133 * 10.302) - (28.274 * 9.454) - (18 * 2)$

$A\bar{y}$ = **5.075″**

Distributed Loads on Beams

Cargas distribuidas en vigas

Ejercicio 6

Para la viga mostrada en la figura 49, calcular las reacciones en los apoyos A y B.

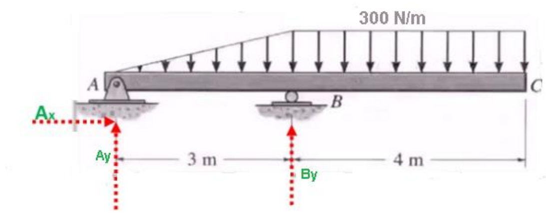


Figura 49.

Al observar la viga se nota que está apoyada sobre una articulación y un rodillo, es conocido que cuando es un rodillo ejerce solo una reacción en vertical B_y, y cuando es una articulación se ejercen 2 reacciones, siendo este el caso, A_x y A_y.

$\Sigma F(x) = 0$ Como en X solo existe A_x por lo tanto $A_x = 0$

La fuerza equivalente en la parte triangular está dada por la parte del triángulo, siendo esta.

F1 = $\frac{B*H}{2}$ F1 = $\frac{3*300}{2}$ = **450 N/m**

La fuerza equivalente en la parte rectangular está dada por la parte de rectángulo, siendo esta.

F2 = B *H   F2 = 4 * 300 = **1200 N/m**

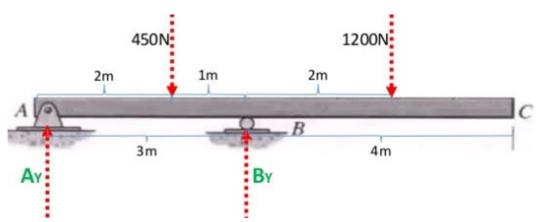


Figura 50.

Al observar la figura 50 se nota que existen 2 distribucines de fuerza, una triangular y otra rectangular, por lo tanto se puede graficar sus equivalentes y sus diagramas de fuerzas.

Calculo de las fuerzas verticales:

$\Sigma FY = 0$ -1,650 N + Ax + By =0

$A_x + B_y$ =1,650 N   ecuación 1

$\Sigma M_A = 0$

$(-450 * 2) + (By * 3) – (1{,}200 * 5) = 0$

B_y = 2,300 N

Remplazando en la ecuación 1 se tiene:

A_y = - 650 N ver la figura 51

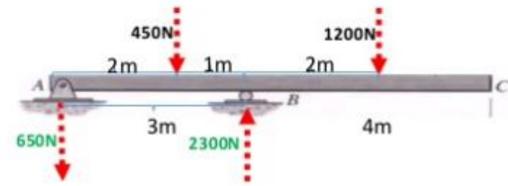


Figura 51.

Ejercicio 7

Para la viga mostrada en la figura 52, calcular las reacciones en los apoyos A y B.

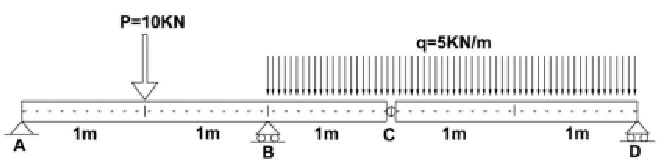


Figura 52.

El primer paso es identificarlas, de acuerdo con el tipo de sustentación establecida, y además fijar a priori su sentido, figura 53.

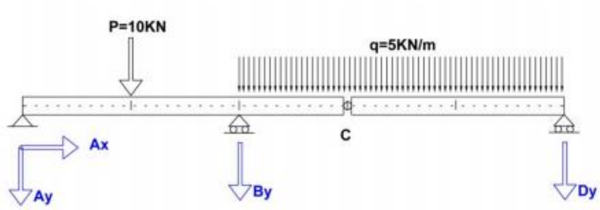


Figura 53.

En esta estructura además aparece una nueva articulación en C, lo cual es necesario para el cálculo de las reacciones ya que si no tendríamos más incógnitas que ecuaciones. El equilibrio global de fuerzas horizontales da una ecuación trivial.

$\underset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0 = A_x = 0$

En este caso, para el cálculo de las reacciones será necesario partir la estructura por la articulación C. Con ello se obtendrán las reacciones en D.

$\Sigma Mc = 0$ (+↻) $2 * q + 2 * Dy = 0$ $D_y = -5$

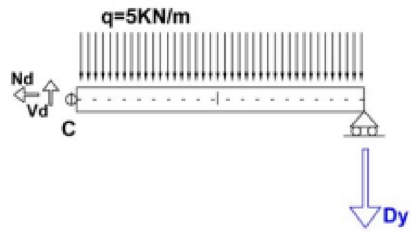


Figura 54.

Una vez obtenida una de las reacciones se obtendrán el resto.

$\Sigma M_A = 0$

$(P + 3) * (3.5 * q)) + (2 * B_y) + (5 * D_y) = 0 \quad (p + 3) *(3.5 * q) + (2 * B_y) + (5 * (-5)) = 0$

$B_y = -18.75$

$\Sigma M_B = 0$

$(2 * A_y) + (P – 3) * (1.5 * q) – (3 * D_y) = 0 = (2 * A_y) + (P – 3) * (1.5 * q) – (3 * -5) = 0$

Ay = -1.25

Ejercicio 8

Para la viga que se muestra en figura 55 calcular las reacciones en los dos apoyos.

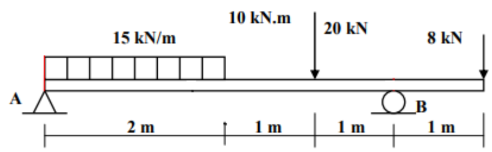


Figura 55.

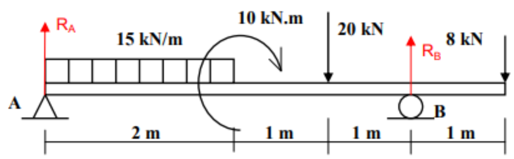


Figura 56 reacciones de la viga de la figura 55.

Cálculo de las reacciones en los apoyos. Ecuaciones de equilibrio:

$\Sigma F = 0 \quad R_A + R_B = (15 * 2) + 20 + 8$ ecuación 1

$\Sigma M_A = 0 \quad (R_B * 4) = (15 * 2 * 1) + (20 * 3) + (8 *5)$ ecuación 2

Resolviendo se tiene:

R_A = 23 kN

R_B = 35 kN

Ejercicio 9

Para la viga que se visualiza en figura 57calcular las reacciones en los dos apoyos.

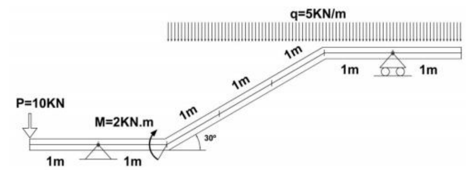


Figura 57 viga biapoyada.

Cálculo de reacciones

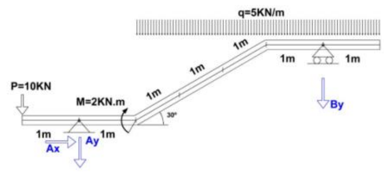


Figura 58 acciones y reacciones

$(\rightarrow)\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$ Ax = 0 **A_x = 0**

$\Sigma M_A = 0$ $(+\circlearrowright) \Rightarrow$ ((-1 * P) – 2) + (4.6 * 3.3 * q) + (4.6 * B_y) = 0 **B_y = - 13.9**

$\Sigma M_B = 0$ $(+\circlearrowright) \Rightarrow$ (- 5.6 * P) – (2 * (4.6 * A_y)) $\frac{3.6^2 * q}{2}$ + (0.5 * q)= 0 **A_y = - 12.5**

Se verifica la consistencia de dichos resultados mediante la ecuación el equilibrio global de fuerzas verticales, no usada todavía:

$\Sigma Fy = 0$ $(+\downarrow)$ $\Rightarrow$ (P + 4.6 * q) +(A_y + B_y) = 0 está bien

Ejercicio 10

Calcular las reacciones en el apoyo fijo de viga que se muestra en la figura 59.

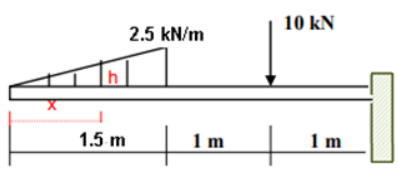


Figura 59.

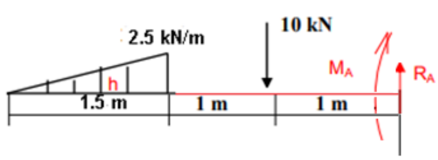


Figura 60 diagrama de equilibrio de la figura 59.

$\Sigma F = 0 \quad R_A = (½\ 2.5 * 1.5) + 10 =$ **11.87 kN** ecuación 1

$\Sigma M_A = 0 \quad MA = (½\ 2.5 * 1.5) * ((2 + (\frac{1}{3} * 2.5)) + (10 * 1) =$ **14.64 kN *m** ecuación 2.

Ejercicios de tarea para los alumnos

Ejercicio 1T

Para la viga mostrada en la figura 61, calcular las reacciones en los apoyos A y B.

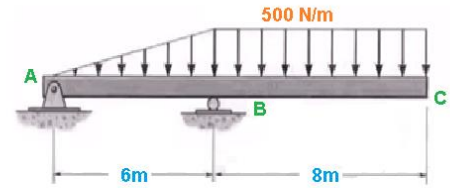


Figura 61.

Ejercicio 2T

Para la viga que se visualiza en la figura 62, calcular las reacciones en los apoyos B y C.

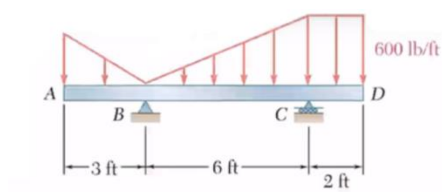


Figura 62.

Ejercicio 3T

Para la viga mostrada en la figura 63, determinar las reacciones en los apoyos A y B.

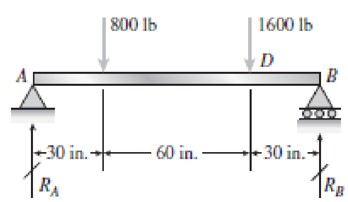


Figura 63.

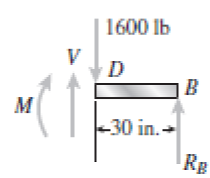


Figura 64 diagrama de cuerpo libre del segmento DB.

Ejercicio 4T

Localice el centroide del area enecerrada en la zona sombreada de la curva y^2 = ax que se muestra en la figura 65. Observe que a curva y^2 = ax con respecto al eje Y es de la forma y = k *x^2 con respecto al eje x.

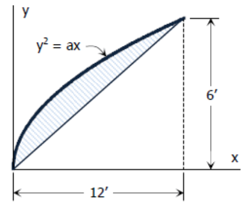


Figura 65.

Ejercicio 5T

Localice el centroide del área sombreada en la figura 66 creado al cortar un semicírculo de diámetro 10 cm. de un cuarto de círculo de radio 10cm.

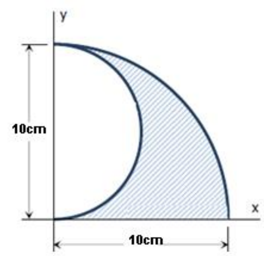


Figura 66.

Ejercicio 6T

Determine el momento de inercia del área que se muestra en la figura 67 con respecto a sus ejes centroidales.

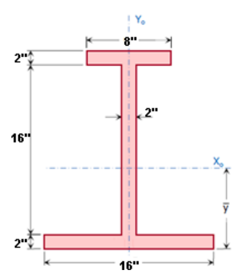


Figura 67.

Ejercicio 7T

Calcule el centroide de la parábola que se forma en la figura 68

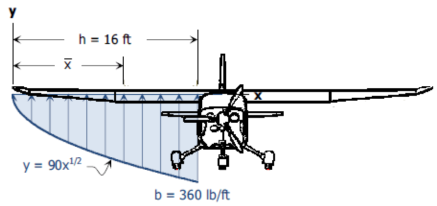


Figura 68.

Ejercicio 8T

Encuentre el momento de inercia sobre el eje x indicado para el área sombreada que se muestra en la figura 69.

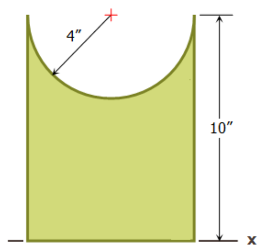


Figura 69.

Ejercicio 9T Experimento se debe realizar un video con animación del problema con su solución, por los equipo.

Una viga AB soportada simplemente soporta un trapecio Carga distribuida (ver figura 70). La intensidad de la carga varía linealmente. de 50 kN / m en el soporte A a 30 kN / m en el soporte B. Determinar las reacciones en los soportes A y B.

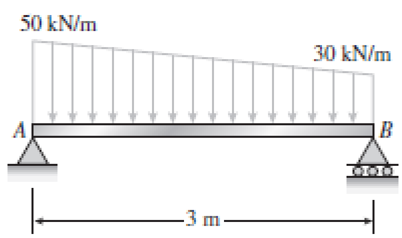


Figura 70.

Ejercicio 10T Experimento se debe de diseñar y manufacturas la figura en 3D y calcular su centroide de la siguiente figura 71

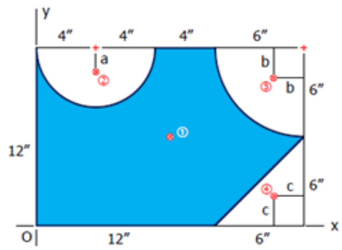


Figura 71.

Ejercicio 11T Experimento se debe realizar un video con animación del siguiente problema con su solución, por los equipo.

Bajo condiciones de crucero la carga distribuida.Actuando sobre el ala de un pequeño avión tiene la variación idealizada. Se muestra en la figura 72.

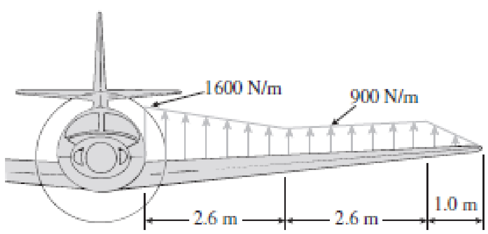


Figura 72.

Rúbrica 1 para la evaluación ejercicios prácticos de tarea

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 5** **Rúbrica 1 evaluación de ejercicios prácticos de tarea .** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS PRÁCTICOS DE TAREA			
PROPÓSITO:	**Que el estudiante logre aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D Y 3D**		
INDICADOR	**EXCELENTE** **100-85**	**SATISFACTORIO** **70-84**	**NO ACEPTABLE** **MENOR A 70**
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

	efectivas y eficientes para resolver los problemas.		
SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Lista de cotejo 1 para la evaluación del resumen

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 5
Lista de cotejo 1 evaluación de resumen.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Escala de valoración

0 Nulo   1 Deficiente   2 Aceptable   3 Satisfactorio

Aspectos Aceptables	Si	No	*Estimación*
Contiene el título del resumen.			
Consigna el nombre del autor y fecha.			
Respeta el orden de presentación de ideas.			
El contenido técnico es profundo.			

Acompaña la redacción con figuras técnicas.			
Contiene fórmulas y las explica.			
Relaciona los temas con casos reales.			
La redación es coherente.			
Ortografía.			
Aplica la puntuación correctamente.			
Aplica la acentuación correctamente.			
Presentación del escrito.			
TOTAL:			
Observaciones			
Nombre Maestro			

Lista de cotejo 2 para la evaluación del mapa mental

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 5
Lista de cotejo 2 evaluación del mapa mental.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Criterios de evaluación	*si*	*no*	*observaciones*
Contempla los aspectos principales del tema			
Se inicia desde el centro de la hoja colocando la idea central que está desarrollada hacia fuera de manera irradiante.			
La idea central está representada con una imagen clara, poderosa y sintetiza el tema general del Mapa Mental.			
Temas y subtemas están articulados y jerarquizados según el sentido de las manecillas del reloj.			
Utiliza el espaciamiento para acomodar de manera equilibrada las ideas o subtemas.			
Subraya las palabras clave o encerrándolas en un círculo colorido para reforzar la estructura del Mapa.			
Utiliza el color para diferenciar los temas, sus asociaciones o para resaltar algún contenido.			
Utiliza flechas, iconos o cualquier elemento visual que permiten diferenciar y hacer más clara la relación entre ideas.			
El Mapa Mental es creativo.			
El mapa es claro y comprensible.			
Organiza y representa adecuadamente la información del texto.			
Puntuación obtenida:			

***Si* vale *dos* puntos *No* vale *cero* puntos**

Lista de cotejo 3 para la evaluación del video donde se muestra el experimento

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 5** **Lista de cotejo 3 para la evaluación del video donde se muestra el experimento.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

Aspectos generales	Si	No	Maximo de Puntos
Respeta los aspectos formales de la escritura de la elaboración del guión .			**1**
Se presenta cordialmente a la audiencia.			**1**
Toma con seriedad su trabajo y el de sus compañeros.			**1**
Contenido			
El video tiene duración de 3 minutos.			**1**
Los estudiantes han presentado un guión.			**3**
El video presenta los créditos con la autoría de los estudiantes.			**1**
Durante el video los estudiantes hablan alto, claro y pausado. Por lo que es fácil comprender lo que quieren transmitir. (Respetan su turno y las normas del buen hablante y buen oyente). Mantienen un vocabulario adecuado.			**2**
El tema presentado está organizado de manera tal que se entiende cual es el inicio, el desarrollo y desenlace.			**4**
El video atrae la atención de la audiencia, es dinámico y contiene elementos creativos que mantienen a la audiencia entretenido.			**1**
La edición del video contiene aplicaciones y transiciones acorde a las necesidades del video.			**2**
El video presenta diversidad de elementos relacionados con el tema presentado.			**3**
Contenido técnico del vídeo.			**80**
Observaciones			
Total:			

No cero puntos

Examen teórico

1.- La fórmula para el cálculo del área y centroide de un arco semicircular es:

A).- $L = \frac{1}{2}\pi r^2$, $\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$, $\bar{y} = 0$

B).- $A = \frac{1}{4}\pi r^2$, $\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$, $\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$

C).- $A = \frac{1}{n+1}bh$, $\bar{x} = \frac{1}{n+2}b$, $\bar{y} = \frac{n+1}{4n+2}h$

2.-Escribir la fórmula para el cálculo del área y centroide del semicírculo siendo esta:

3.- Señale cuál es el momento de inercia de un triángulo:

A).- $\bar{I}_x = \dfrac{bh^3}{12}$ $\quad I_x = \dfrac{bh^3}{3}$

B); $\bar{I}_x = \dfrac{bh^3}{36}$ $\quad I_x = \dfrac{bh^3}{12}$

C).- $A = \frac{1}{2}\pi r^2$ $\quad \bar{x} = 0$ $\quad \bar{y} = \dfrac{4r}{3\pi}$

4.- Señale cual es el radio de giro de una ellipse:

A).- $\bar{k}_x = \dfrac{b}{2}$ $\quad \bar{k}_y = \dfrac{a}{2}$

B).- $k_x = k_y = \dfrac{r}{2}$ $\quad \bar{k}_x = \bar{k}_y = 0.264r$

c).- $\bar{k}_x = \dfrac{r}{2}$ $\quad \bar{k}_z = \dfrac{r}{\sqrt{2}}$

5.- Identifique y dibuje las reacciones en la viga de la figura 73, y además fije apriore su sentido:

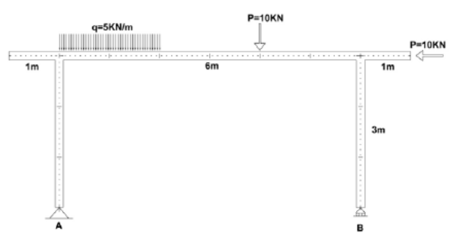


Figura Pórtico 73.

6.- Identifique y dibuje las reacciones en la viga de la figura 74, y además fije apriore su sentido:

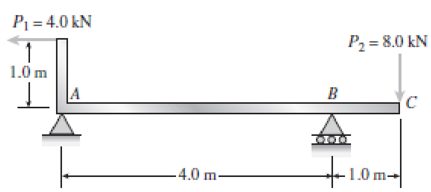


Figura Pórtico 74.

Lista de cotejo 4 para la evaluación de examen teórico

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 5** **Lista de cotejo 5 evaluación del examen teórico.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

Identificadores	Excelente 5	Muy bueno 4	Bueno 3	Regular 2	Deficiente 1
¿Contesto todas las preguntas?					
¿Las respuestas son claras?					
¿Las respuestas son carretas?					
¿El trabajo tiene limpieza?					
Puntaje total					
Promedio					

Examen Práctico

1. Calcule el centroide de la parábola que se forma en la figura 75.

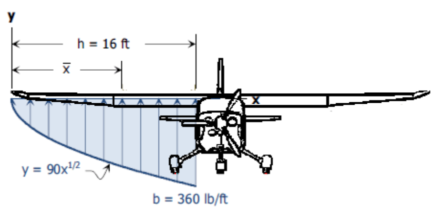


Figura 75.

2. Encuentre el momento de inercia sobre el eje x indicado para el área sombreada que se muestra en la figura 76.

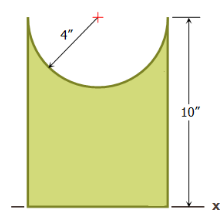


Figura 76.

3. Para la viga mostrada en la figura 77, calcular las reacciones en los apoyos A y B.

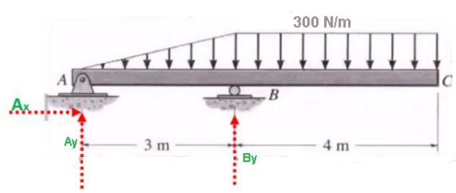


Figura 77.

Rúbrica 2 para la evaluación de examen práctico

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 5** **Rúbrica 2 evaluación del examen práctico.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

RÚBRICA PARA EVALUAR EXAMEN PRÁCTICO			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D Y 3D		
INDICADOR	**EXCELENTE** **100-85**	**SATISFACTORIO** **70-84**	**NO ACEPTABLE** **MENOR A 70**
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Bibliografía:

En la Webb

https://www.youtube.com/watch?v=1aYab6cR9jA&pbjreload=10

https://www.youtube.com/watch?v=1aYab6cR9jA

https://prezi.com/43m22suhiddb/centroides-radio-de-giro-y-momento-de-inercia/

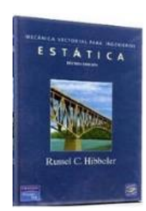
https://es.scribd.com/document/185150847/Ejercicios-Inercia-Radio-de-Giro

http://umh1228.edu.umh.es/wp-content/uploads/sites/667/2018/11/STEMA5.pdf

https://personales.unican.es/junqueraj/JavierJunquera_files/Fisica-1/momentos_de_inercia.pdf

https://skyciv.com/es/tutorials/how-to-calculate-reactions-at-supports/ SkyCiv

Libros



Asignatura: ***Estática.***
Clave de la asignatura: ***MED 1010***
Unidad: ***6 Fricción***
Centroides Fricción seca (en cuñas y sobre tornillos).
Profesor: ***Luis Alfonso Cárdenas García.***
Departamento: ***Metal mecánica.***
Instituto Tecnológico de Hermosillo.

Antecedentes

La fricción es la resistencia de contacto ejercida por un cuerpo cuando el segundo cuerpo se mueve o tiende a moverse más allá del primer cuerpo. La fricciónes una fuerza retardadora que siempre actúa de manera opuesta al movimiento o la tendencia a moverse

Tipos de Fricción

Fricción seca

La fricción seca, también llamada fricción de Coulomb, se produce cuando las superficies no lubricadas de dos sólidos están en contacto y se deslizan o tienden a deslizarse entre sí. Si el lubricante separa estas dos superficies, la fricción creada se llama fricción lubricada. Esta sección tratará solamente con la fricción seca.

Fricción fluida

La fricción del fluido ocurre cuando las capas de dos fluidos viscosos se mueven a diferentes velocidades. La velocidad relativa entre las capas provoca fuerzas de fricción entre los elementos del fluido, por lo tanto, no se produce fricción del fluido cuando no hay velocidad relativa.

Fricción interna

La fricción interna está asociada con la deformación por cizallamiento de los materiales sólidos sometidos a carga cíclica. Como la deformación sufre durante la carga, la fricción interna puede acompañar esta deformación.

Elementos de fricción seca

N = Reacción total perpendicular a la superficie de contacto.

f = fuerza de fricción

μ = coeficiente de fricción

R = Resultante de f y N

ϕ = ángulo de fricción

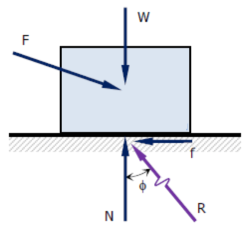


Figura 1

Fórmulas para la fricción seca:

$F = \mu * N$

$\tan(\phi) = f / N$

$\tan(\phi) = \mu$

Considere el bloque que se muestra en la figura 2 que pesa W. Se coloca sobre un plano que se inclina en un ángulo θ con la horizontal.

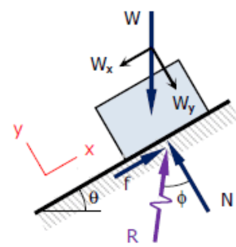


Figura 2.

Si ϕ <θ la fuerza de fricción máxima disponible f es menor que Wx, el bloque se deslizará hacia abajo del plano.

Si ϕ = θ la fuerza de fricción f será igual a Wx, el bloque está en movimiento inminente en el plano.

Si ϕ> θ la resistencia de fricción máxima disponible f es mayor que Wx, el bloque es estacionario.

Por lo tanto, se puede concluir que el ángulo máximo θ de que un plano puede inclinarse sin hacer que el cuerpo se deslice hacia abajo es igual al ángulo de fricción.

Ejemplos resueltos

Ejemplo 6.A

Un objeto descansa sobre un piso horizontal. El coeficiente de fricción estática es 0.4 y laaceleración de la gravedad es 9.8 m / s 2 . Determine (a) la fuerza máxima de la fricción estática (b) la fuerza mínima de F. Figura 3.

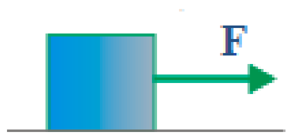


Figura 3.

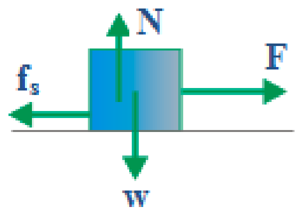


Figura 4.

Datos de entrada

Masa (m) = 1 kg

El coeficiente de fricción estática (μ s) = 0.4

La aceleración de la gravedad (g) = 9.8 m / s^2

Peso (w) = mg = (1 kg) (10 m / s 2) = 10 kg m/s ^{2} = 9.8 Newton

Fuerza normal (N) = w = 9.8 Newton

Datos a calcular

(a) La fuerza máxima de la fricción estática.
(b) La fuerza mínima de F.

Solución:

(a)La fuerza máxima de la fricción estática:

f s = μ s N

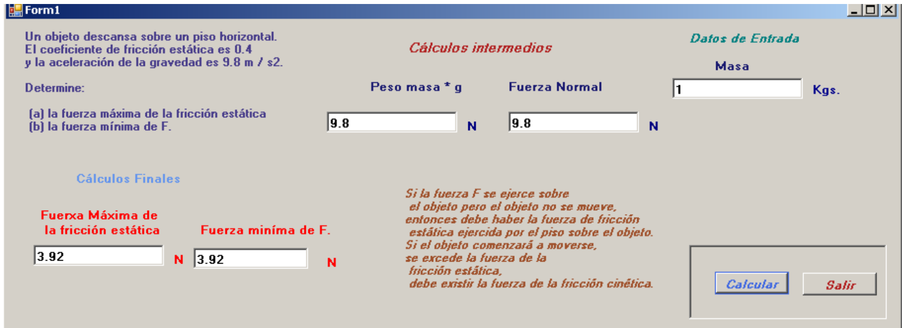
f s = (0.4) (9.8 N) = **3.92 Newton**

(b)La fuerza mínima de F:

La fuerza F se ejerce sobre el objeto pero el objeto no se mueve, entonces debe haber la fuerza de fricción estática ejercida por el piso sobre el objeto. Si el objeto comenzará a moverse, se excede la fuerza de la fricción estática, debe existir la fuerza de la fricción cinética.

El inicio del objeto se mueve si F es mayor que la fuerza máxima de la fricción estática.

Entonces, la fuerza mínima de F = fuerza máxima de la fricción estática = **3.92 Newton.**




```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;

namespace friccion_1
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();
        }

        private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
        {
            Close();
        }

        private void button1_Click(object sender, EventArgs e)

        {

            double m, w, N,Fs, F;
            double g = 9.8;
            double miu = 0.4;

            // fuerza normal es = N
            // peso es = w
            // miu es =coeficiente de fricción de estática
            // m = Masa
            // Fs = Fuerza máxima de la fricción de estática
            // fuerza mínima de F
            // g = aceleración de la gravedad

            m = Convert.ToDouble(textBox1.Text); // lee la masa en Kg.
            w = m * g; // cálculo del peso e newton
            N = w;

            textBox2.Text = Convert.ToString(w);
```

```
            textBox3.Text = Convert.ToString(N);
            Fs = miu * N;
            F = Fs;

            textBox4.Text = Convert.ToString(Fs);
            textBox5.Text = Convert.ToString(F);
        }
    }
}
```

Ejemplo 6.B

La caja de 1 kg se tira a lo largo de una superficie horizontal mediante una fuerza F, por lo que la caja se mueve a una velocidad constante. Si el coeficiente de fricción cinética es 0.1, determine la magnitud de la fuerza F ($g = 9.8 \text{ m} / s^2$), figura 5.

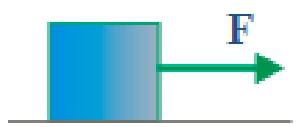


Figura 5.

Datos de entrada

El coeficiente de fricción cinética (μ k) = 0.1

Masa de la caja (m) = 1 kg

Aceleración de la gravedad (g) = $9.8 \text{ m} / s^2$

Peso (w) = mg = (1 kg) ($9.8 \text{ m} / s^2$) = $9.8 \text{ kg m} / s^2$ = 9.8 Newton

Fuerza normal (N) = w = 9.8 Newton

Solución:

La primera ley de Newton establece que si ninguna fuerza neta actúa sobre un objeto, cada objeto continúa en su estado de reposo o velocidad constante en una línea recta.

Entonces, si el objeto se mueve a una velocidad constante, no debe haber fuerza neta ($\Sigma F = 0$).

La fuerza F se ejerce sobre el objeto en la dirección correcta, de modo que la fuerza de la fricción cinética se ejerce sobre el objeto en la dirección izquierda.

$\sum F = 0$

$F - f_k = 0$

$F = f_k$

La fuerza de la fricción cinética:

$f_k = \mu_k N$ = (0.1) (9.8 N) = 0.98 Newton el objeto se mueve con velocidad constante, **$F = f_k$ = 0.98 Newton**

Ejemplo 6.C

Un objeto se desliza hacia abajo en un plano inclinado con velocidad constante. Determinar coeficiente de fricción cinética (μ_k), g = 9.8 m /s^2, figura 6.

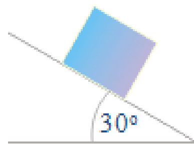


Figura 6.

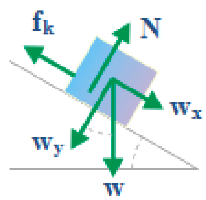


Figura 7.

w = peso.
w_x = componente horizontal del peso, puntos a lo largo de la inclinación.
w_y = componente vertical del peso, perpendicular al plano inclinado.
N = fuerza normal.
f_k = la fuerza de la fricción cinética.

Datos de entrada:

Masa (m) = 1 kg
Aceleración de la gravedad (g) = 9.8 m /s^2.

Datos intermedios

peso (w) = mg = (1 kg) (9.8 m /s^2) = 9.8 kgm. /s^2 = 9.8 Newton
w_x = w * sen(30°) = (9.8 N) (0.5) = 4.9 Newton
w_y = w * cos($30^{o)}$ = (9.8 N) (0.5) *√ 3 = 4.9 * √ 3 Newton
Fuerza normal (N) = w_y = 4.9 * √ 3 Newton
Se busca: coeficiente de fricción cinética (μ_k)

Solución:

El objeto se desliza hacia abajo en un plano inclinado con velocidad constante, de modo que la fuerza neta = 0.

$\sum F = 0$

$w_x = f_k = 0$

$w_x = f_k$

$w_x = \mu_k * N$

$5 = \mu_k {}^{*} (5 \sqrt{3})$

$\mu_k = 5 / 5 \ * \sqrt{3}$

$\mu_k = 1 / \sqrt{3}$

$\mathbf{\mu_k = 0.58}$


```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;

namespace ficción_2
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();

            // CFC = Coeficiente de fricción cinetica

        }

        private void comboBox1_SelectedIndexChanged(object sender, EventArgs e)
        {

            double masa, peso, Wx, Wy, fuerzaNormal, CFC;
            double g = 9.8;

            if (comboBox1.SelectedIndex == 0)

            {
                masa = Convert.ToDouble(textBox1.Text);
                peso = masa * g;
                Wx = peso * 0.5;
                Wy =  Wx * (Math.Sqrt(3));
```

```
                fuerzaNormal = Wy;
                CFC = Wx/fuerzaNormal;

                textBox2.Text = Convert.ToString(peso);
                textBox3.Text = Convert.ToString(Wx);
                textBox4.Text = Convert.ToString(Wy);
                textBox5.Text = Convert.ToString(fuerzaNormal);
                textBox6.Text = Convert.ToString(CFC);
            }

            else
                Close();
        }}
```

Ejemplo 6.D

Un coche de 1000 kg en una rampa como la de la figura 8.

Calcular:

a) Cuánto debe valer la fuerza de rozamiento con el suelo para que no se deslice por la pendiente. b) El valor del coeficiente de rozamiento.

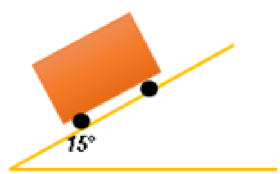


Figura 8.

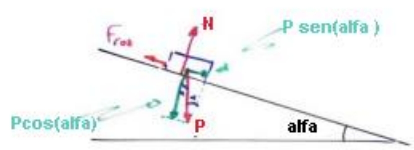


Figura 9 descomponer las fuerzas del carro en la rampa.

Como el coche no se mueve Velocidad = 0 y Aceleración = 0, por la segunda ley de Newton :

ΣF = masa * aceleración = 0

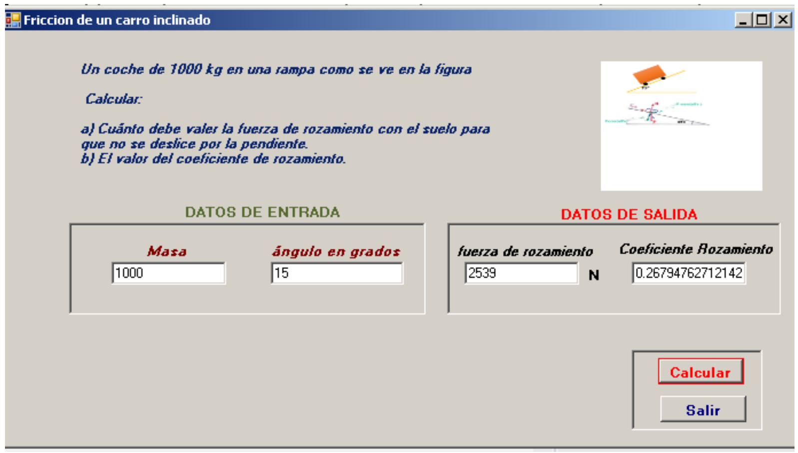
Para que no se mueva se calcula la fuerza de rozamiento = FR resolvemos a)

FR = P * sen(alfa) = masa *g*sen(alfa) = 1,000*9.8*sen(15°) =1,000*9.8*0.2588 = **2,536.24 N**

Resolvemos b) cálculo del coeficiente de rozamiento= μ

FR = μ * N como N =(P * cos(alfa)) =(masa * g) * cos(alfa) por lo tanto:

$$\mu = \frac{FR}{N} = \frac{2536.24}{1{,}000 * 9.8 * \cos(15°)} = \frac{2536.24}{9{,}466} \quad \mathbf{0.27}$$




```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;

namespace friccion_3
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();
        }

        private void panel3_Paint(object sender, PaintEventArgs e)
        {

        }

        private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
        {
            Double g = 9.81;
            Double Masa;    // Dato de entrada
            Double angulo;  // Dato de entrada
            Double Rad;    // el ángulo en radianes
            Double peso;  // Masa * g
            Double Fr; // Fuerza de Rozamiento este  valor es la solución de inciso a)
            Double miu; // Coeficiente de Rozamiento este  valor es la solución de inciso b)
            double N;

            Masa = Convert.ToDouble(textBox1.Text);
            peso = Masa * g;
            angulo = Convert.ToDouble(textBox2.Text);
            Rad = angulo * (Math.PI / 180.0);
            Fr = Math.Round(peso * Math.Sin(Rad));
           N = peso * Math.Cos(Rad);
            miu = Fr / N;
            textBox3.Text = Convert.ToString(Fr);
            textBox4.Text = Convert.ToString(miu);
```

```
}

private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
{
   Close();
} }}
```

Ejemplo 6.E

Un coche de 1000 kg está detenido en una rampa con una inclinación de 10º. Figura 10.

Calcular:

La fuerza que habrá que hacer empujando hacia arriba para impedir que ruede si deja de estar
La fuerza necesaria es la componente del peso del cuerpo paralela al plano inclinado.

F = m * g * sen(ángulo) = 1000 kg . 9,80 * m/s² * sen(10°) = **1700 N**

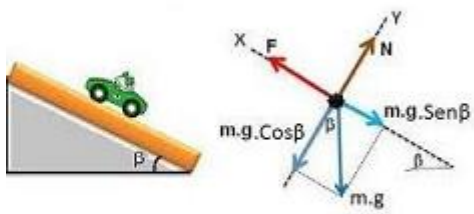


Figura10.

Ejemplo 6.F

Un automóvil de 1.000 kg sube una pendiente de 37° a una velocidad constante de 54 km/h. Considerando que la fuerza de fricción con el aire vale 200 N, calcular la potencia que desarrolla el motor, figura 11.

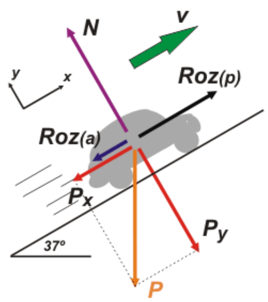


Figura 11.

¿Los vehículos suben las cuestas empujados por la fuerza de su motor? No suben gracias al rozamiento con el pavimento. Es el pavimento es el que empuja al auto, con una fuerza igual y contraria a la que le hace el motor a través de las ruedas-al pavimento, figura11.

Si el auto va a velocidad constante Newton garantiza que la fuerza del rozamiento (y la del motor), $\boldsymbol{Roz_{(p)}}$, debe ser igual en módulo a la componente del peso en la dirección de avance más el rozamiento con el aire, $\boldsymbol{Roz_{(a)}}$:

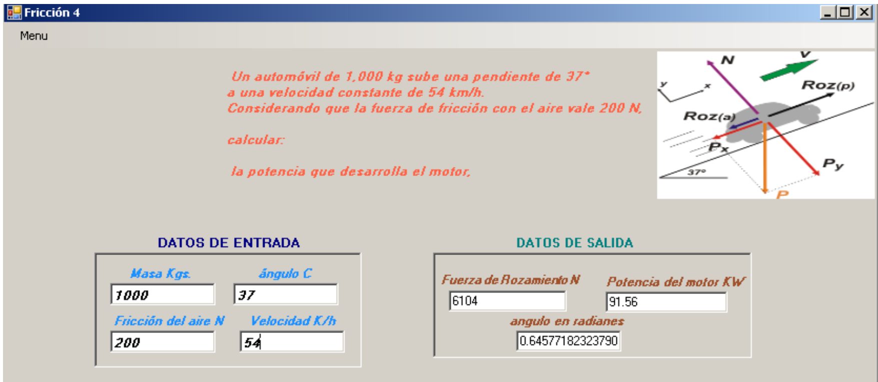
Roz $_{(p)}$ = **Roz**$_{(a)}$ + P_x

Roz $_{(p)}$ = **200** N + (P *sen (37º))

Roz $_{(p)}$ = **200** N + **6,000** N = **6,200 N**

La potencia que realiza esa fuerza al arrastrar al auto a una velocidad de ***54*** km/h**,** o sea, **15** m/s, será:

Potencia$_{motor}$ = ***6.200*** N *** *15*** m/s = **93Kw =124HP**




```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;

namespace Friccion_4
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();
        }

        private void salirToolStripMenuItem_Click(object sender, EventArgs e)
        {
            Close();
        }

        private void calcularToolStripMenuItem_Click(object sender, EventArgs e)
        {
            Double g = 9.81;
            Double Masa;    // Dato de entrada kg.
            Double angulo;  // Dato de entrada grados
            Double velocidadkH; // Dato de en entradavelocidad del carro en Kms/h
            Double velocidadMS; //  velocidad en  Mts/s
```

```
            Double N;          // Dato de entrada  fuerza de fricción con dl aire en
                               // Newtons
            Double Rad;    // el ángulo en radianes
            Double peso;  // Masa * g
            Double  Rozmotor; //  dato de salidafuerza de rozamiento del motor
            Double Potmotor;  // dato de salida potencia del motor del carro


            Masa = Convert.ToDouble(textBox1.Text);
            angulo =   Convert.ToDouble(textBox2.Text);
            N = Convert.ToDouble(textBox3.Text);
            velocidadkH = Convert.ToDouble(textBox4.Text);
            Rad = angulo * (Math.PI / 180.0);
            velocidadMS = velocidadkH * 5/18;
            peso = Masa * g;
            Rozmotor = Math.Round((N + (peso * Math.Sin(Rad))));
            Potmotor = (Rozmotor * velocidadMS)/1000;
            textBox5.Text = Convert.ToString(Rozmotor);
            textBox7.Text = Convert.ToString(Potmotor);
            textBox6.Text = Convert.ToString(Rad);
}}}
```

Ejemplo 6.G

Un niño de 40 kg desliza por un tobogán inclinado 25°, figura 12.

Calcula:

a) El valor del módulo de la resultante de las fuerzas paralelas al tobogán si el coeficiente de rozamiento es μ=0.2
b) Cuánto acelerará el niño.

Hipótesis y modelo:

- Superficie uniforme.
- Objeto puntual.

Funciones:

ΣF = masa * aceleración = $\Sigma F = m * a$

$| F_{roz} | = \mu * | N |$

peso = masa * g => p = m *g

Esquema figura 9.

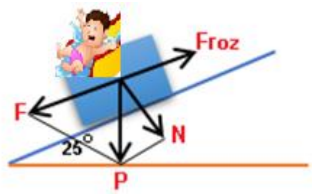


Figura 12.

a) Las fuerzas paralelas a la superficie son:

F = P * sen (α) = (40 *9.8) * sen (25°) = 165.6 N

F_{roz} = µ * N = 0.2 * (P*cos (α)) = (0.2 *((40 *9.8) *cos (25°))) = 71 N

ΣF = F – F_{roz} = 165.6 -71 = **94.67N**

b) ΣF = m * a   94.7 = 40 * a   por lo tanto a = $\frac{94.7}{40}$ = **2.37 m/s²**

Ejemplo 6.H

Un esquiador está en una pista con 25° de pendiente. Con su equipo, pesa 85 kg y el coeficiente de rozamiento con la nieve es µ=0.05. Calcular con qué aceleración deslizará cuesta abajo.

Si se pone el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Funciones y parámetros:

ΣF = masa * aceleración = ΣF = m * a

peso = masa * g => p = m *g

F_{roz} = µ * N

Masa = m = 85 Kgs.

µ = 0.05

Aplicando la segunda ley de Newton a las fuerzas paralelas al plano:

ΣF = m * a

F_p – F_{roz} = m * a

Calcular F_P, F_N y N

F_P = (P * sen(Ɵ)) = (m * g) * (sen (Ɵ)) = (85 * 9.81) * sen(25°) = **352 N**

FN = P * cos(Ɵ) = (m * g) * (cos (Ɵ)) =(85 * 9.81) * cos(25°) = **755 N**

Como F_N = N por lo tanto N = 755 N

F_{roz} = µ * N = = 0.05 * 755N = **37.7 N**

FP – Froz = m * a -> 352 - 37,7 85 * a

$a = \frac{352-37.7}{85} = \frac{314.3}{85} =$ **3.7 m/s²**

Ejemplo 6.I

Determinar si el bloque de la figura 13 está en equilibrio y hallar el módulo y el sentido de la fuerza de rozamiento cuando θ = 35° y P = 200 N.

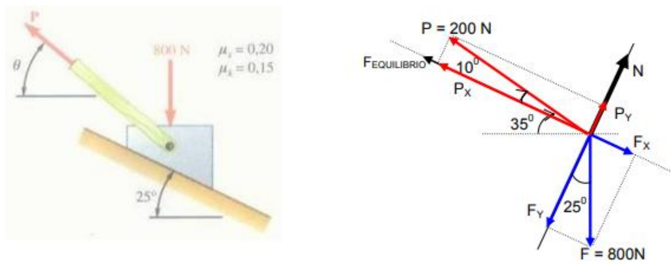


Figura 13.

$\text{sen}(25°) = \frac{Fx}{F}$ $F_X = F * \text{sen}(25°) \Rightarrow F_X = (800 * 0.422) =$ $\mathbf{F_X = 338.09\ N}$

$\cos(25°) = \frac{Fy}{F}$ $F_y = F * \cos(25°) \Rightarrow F_y = (800 * 0.906) =$ $\mathbf{F_y = 725.04\ N}$

$\text{sen}(10°) = \frac{Py}{P}$ $P_y = P * \text{sen}(10°) \Rightarrow F_y = (200 * 0.173) =$ $\mathbf{P_y = 34.72\ N}$

$\cos(10°) = \frac{Px}{P}$ $P_x = P * \cos(10°) \Rightarrow F_x = (200 * 0.984) =$ $\mathbf{P_x = 196.96\ N}$

$\Sigma F_Y = 0$ $N + P_Y - F_Y = 0$ $N = (F * \cos(25°)) - (P * \text{sen}(10°)) \Rightarrow N = 725.04N - 34.72N$
N = 690.32 N

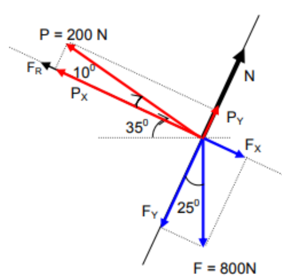


Figura 14.

$\Sigma F_X = 0$ $F_X - P_X - F_{Equilibrio} = 0$ $F_{Equilibrio} = F_X - P_X$

$F_{Equilibrio} = (F * \text{sen}(25°)) - (P * \cos(10°))$

$F_{Equilibrio} = 338.09\ N - 196.96\ N$

$\mathbf{F_{Equilibrio} = 141.13\ N}$ Se necesita esta fuerza para que el cuerpo este en equilibrio.

La fuerza de rozamiento se opone al movimiento.

F_{MAXIMA} = Es la fuerza de rozamiento, se opone al movimiento.

F_{MAXIMA} = (μ * S) * N F_{MAXIMA} = Coeficiente de fricción estático * Normal

F_{MAXIMA} = 0.2 * 690.32 N

F_{MAXIMA} =   138.06 N Esta es la fuerza que se opone al movimiento

Si la fuerza máxima es menor que la fuerza de equilibrio, que se necesita para mantener el cuerpo en reposo, entonces el cuerpo se desplaza por el plano inclinado.

$F_{MAXIMA} < F_{EQUILIBRIO}$ 138,06 N < 141,13 N

Conclusión: El cuerpo se desplaza por el plano inclinado.

Ejemplo 6.J

Se utiliza una cuña para dividir registros. Si φ es el ángulo de fricción entre la cuña y el registro, figura 15, determine el ángulo máximo a de la cuña para que permanezca incrustado en el registro.

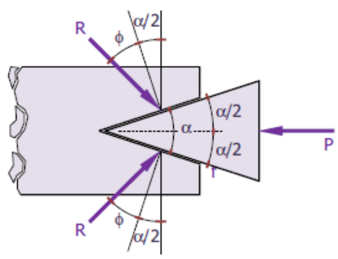


Figura 15.

$\Sigma F_H = 0$

PAG= 2 * R * (sen (ϕ + $\frac{1}{2}$α))

$\frac{\partial PAG}{\partial \alpha}$ = $\frac{1}{2}$R * cos (ϕ + $\frac{1}{2}$α) = 0

cos (ϕ + $\frac{1}{2}$α) = 0

ϕ + $\frac{1}{2}$α = 90°

2ϕ + α = 180°

α = 180° - 2ϕ

sen(α) =sen(180°− 2ϕ)

sen(α) = (sen(180°) * cos(2ϕ)) – (cos(180°) * sen(2ϕ))

sen(α) = ((0) * cos(2ϕ)) – ((−1) * (sen(2ϕ)))

sen(α) = sen(2ϕ)

α = 2ϕ

Ejemplo 6.K

En la figura 16 , determine el peso mínimo del bloque B que lo mantendrá en reposo mientras que una fuerza P inicia los bloques A hasta la superficie de inclinación de B. El peso de A es de 100 lb y el ángulo de fricción para todas las superficies en El contacto es de 15 °.

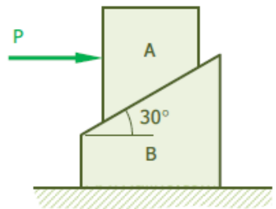


Figura 16.

Desde el FBD del bloque A

$\Sigma F_V = 0$

$R_1 * (\cos(45°)) = 100$

$R_1 = 141.42$ lb.

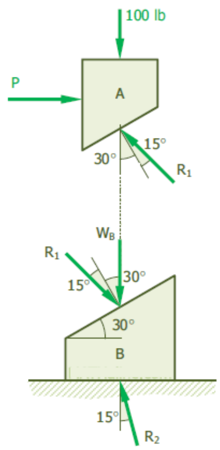


Figura 17.

Desde el FBD del bloque B

$\Sigma F_H = 0$

$R_2 * (\text{sen}(15°)) = R_1 * (\text{sen}(45°))$

$R_2 * (\text{sen}(15°)) = 141.42 * (\text{sen}(45°))$

$R_2 = 386.37$ lb.

$\Sigma F_V = 0$

$W_B + R_1 * \cos(45°) = R_2 * \cos(15°)$

$W_B + 141.42 * \cos(45°) = 386.37 * \cos(15°)$

$\mathbf{W_B = 273.20.lb}$

Ejemplo 5L

En la figura 18, determine el valor de P solo suficiente para comenzar la cuña de 10 ° debajo del bloque de 40 kN. El ángulo de fricción es de 20 ° para todas las superficies de contacto.

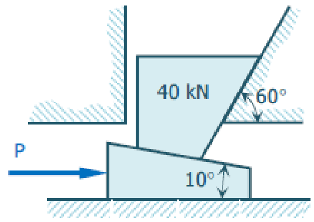


Figura 18.

A partir del bloque FBD de 40 kN.

$\Sigma F_H = 0$

$R_1 * sen(80°) = R_2 *sen(30°)$

$$R_1 = \frac{R2*sen\ (30°)}{sen(80°)}$$

$R_1 = 0.5077R_2$

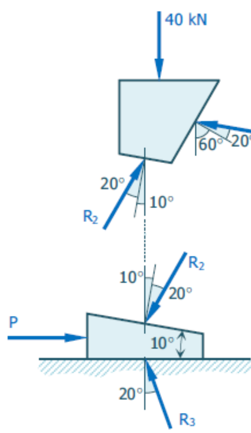


Figura 19.

$\Sigma F_V = 0$

$(R_2 *cos(30°)) + R_1 * (cos(80°)) = 40$

$(R_2 * cos\ (30°)) + ((0.5077 * R_2)) * cos\ (80°) = 40$

$0.9542 * R_2 = 40$

$R_2 = 41.92$ kN

Desde el FBD del bloque inferior:

$\Sigma F_V = 0$

$(R_3 *cos(20°)) + R_2 * (cos(30°))$

$(R_3 *cos(20°)) + 41.92 * (cos(30°))$

$R_3 = 38.634$ kN

$\Sigma F_H = 0$

$P = (R_2 *sen(30°)) + R_3 * (sen(20°))$

$P = (41.92 *sen(30°)) + 38.634 * (sen(20°))$

P = 34.174 kN

Ejemplo 5.M

Como se muestra en la figura 20, dos bloques, cada uno con un peso de 20 kN y que descansan sobre una superficie horizontal, deben ser separados por una cuña de 30 °. El ángulo de fricción es de 15° para todas las superficies de contacto. ¿Qué valor de P se requiere para iniciar el movimiento de los bloques? ¿Cómo se cambiaría esta respuesta si el peso de uno de los bloques se incrementara en 30 kN?

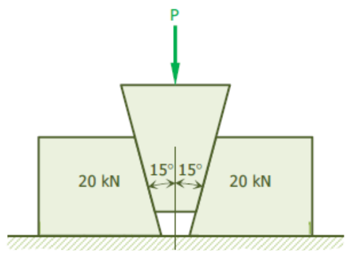


Figura 20.

Desde el FBD de bloque 20-kN:

$\Sigma F_H = 0$

$(R_1 *sen(15°)) + R_2 * (cos(30°))$

$R_1 = 3.346R_2$

$\Sigma F_V = 0$

$(R_1 *cos(15°)) = R_2 * (sen(30°)) + 20$

$2.732R_2 = 20$

R2 = 7.32 kN

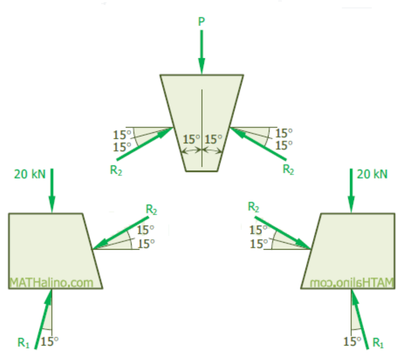


Figura 21.

Desde el FBD del bloque superior

$\Sigma F_V = 0$

$P = (2 * R_2) *(\text{sen}(30°))$

$P = (2 * 7.32) *(\text{sen}(30°))$

$P = 7.32$ kN

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Un bloque de 400 libras descansa sobre una superficie horizontal rugosa para la cual el coeficiente de fricción es 0.40. Determine la fuerza P requerida para causar un movimiento que impida si se aplica al bloque (a) horizontalmente o (b) hacia abajo a 30 ° con la horizontal. (c) ¿Qué fuerza mínima se requiere para iniciar el movimiento.

Parte (a) La fuerza se aplica horizontalmente:

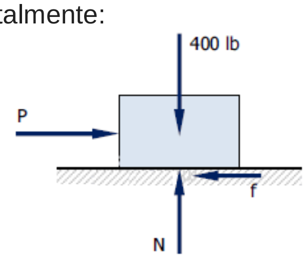


Figura 22.

$\Sigma F_V = 0$

$N = 400$ lb

$f = \mu * N = 0.40 *(400)$

$f=160$ lb

$\Sigma F_H = 0$

$P = f$

P= 180 lb.

Parte (b): fuerza hacia abajo a 30 ° de la horizontal:

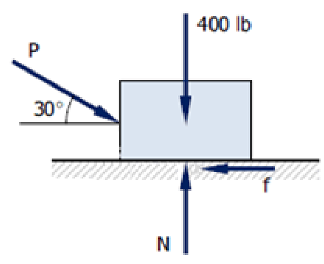


Figura 23.

$\Sigma F_V = 0$

N = 400 + (P * sen (30°))

N = 400 + (0.5 *P)

f = μ * N = 0.40 *(400 + (0.5 *P))

f = 160 + 0.2

$\Sigma F_H = 0$

P * cos (30°) = f

P * cos (30°) = 160 +(0.2 * P)

0.666 * P = 160

P = 240.23 lb.

Otra solución para el inciso b)

tan(ϕ) = μ

tan(ϕ) = 0.40

ϕ = 21.80°

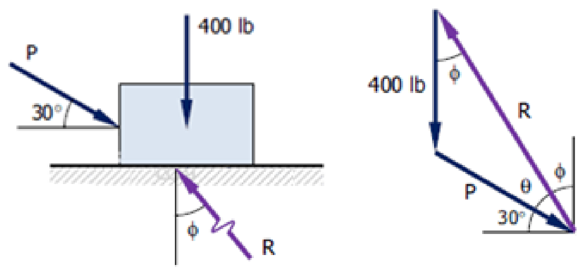


Figura 24.

θ=90° − (30° + ϕ)

θ=90° − (30°+21.80°)

θ=38.20°

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{sen}(\phi)} = \frac{400}{sen(\theta)}$$

P = 240.21 lb

Parte (c): fuerza mínima requerida para causar un movimiento inminente:

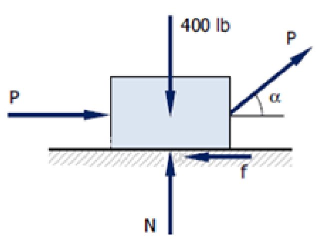


Figura 25.

$\Sigma F_V = 0$

N = 400 - (P * sen (α))

f = μ *N = 0.40 *(400 - (P * sen (α)))

f = 160 – (0.40 * (P * sen (α)))

$\Sigma F_H=0$

P * cos(α) = f

P * cos(α) = 160 – (0.40 (P * sen(α)))

P * cos(α) + 0.40(P * sen(α)) = 160

((cos(α)) + (0.40(sen(α))) * P = 160

$$P = \frac{160}{\cos(\alpha) + (0.40(sen(\alpha)))}$$

Para minimizar P, diferenciar y luego igualar a cero:

$$\frac{dP}{d\alpha} = \frac{-160(-sen(\alpha)+0.40(\cos(\alpha)))}{(\cos(\alpha)+0.40(sen(\alpha)))2}$$

sen(α) - 0.40(cos(α)) = 0

sen(α) = 0.40(cos(α))

tan(α) = 0.40

α = 21.80°

Mínimo valor de P

$$P_{min} = \frac{160}{(\cos(21.80°)+0.40(sen(21.80°))}$$

P_{min} = 148.56lb.

Ejercicio 2

El bloque 2225-N que se muestra en la figura 26 está en contacto con una inclinación de 45 °. El coeficiente de fricción estática es 0.25. Calcule el valor de la fuerza horizontal P necesaria para

(a) simplemente comenzar el bloqueo hacia arriba de la pendiente o
(b) simplemente evitar el movimiento hacia abajo de la inclinación.
(c) Si P = 1780 N,
¿Cuál es la cantidad y la dirección de la fuerza de fricción?

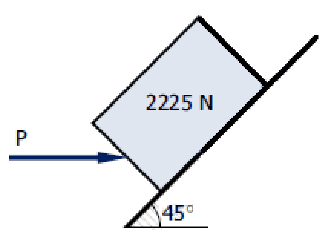


Figura 26.

$\Sigma Fy = 0$

N = 2225 * cos (45°) + P * sen (45°)

N = 1573.31 + 0.7071P

f= μ * N = 0.25(1573.31 + 0.7071P)

f= 393.33 + 0.1768 * P

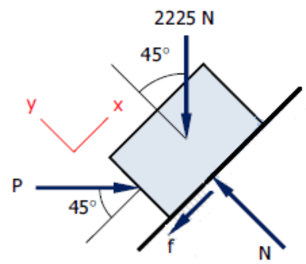


Figura 27.

$\Sigma F_x = 0$

P ¨* cos(45°) = f + 2225 * sen(45°)

P ¨* cos(45°) = (393.33 + 0.1768 * P) + (225 + sen (45°))

0.5303 * p = 1966.64

P = 3708.55 N

Parte (b): obligue a P a evitar que el bloque se deslice por la pendiente.

En este caso, la fuerza P no empuja el bloque hacia arriba, simplemente apoya al bloque para que no se deslice hacia abajo. Por lo tanto, la fuerza total que evita que el bloque se deslice hacia abajo del plano es la suma de la componente de P paralela a la inclinación y la fuerza de fricción hacia arriba

$\Sigma F_y = 0$

N =(225 * cos (45°))+ (P * sen (45°))

N = 1573.31 + (0.7071 * P)

f = μ * n = 0.25(1573.31 +(0.7071 * P))

f = 393.33 + (0.1768 * P)

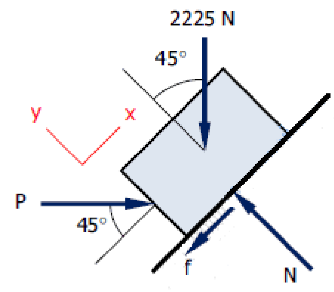


Figura 28.

$\Sigma F_y = 0$

(P * cos(45°)) + f = 225 * sen(45°)

(P * cos(45°)) + (393.33 +0.1768 * P) = 2225 * sen (45°)

0.8839 * P = 1179. 98

P = 1335 N

Parte (c) - Fuerza P = 1780 N

Si $P_x = W_x$, no habrá fricción debajo del bloque. Si $P_x > W_x$, la fricción va hacia abajo para ayudar a W_x a equilibrar el P_x. Si $P_x < W_x$, la fricción va hacia arriba para ayudar a P_x a equilibrar W_x. En este problema, el sistema no utiliza la fricción máxima disponible.

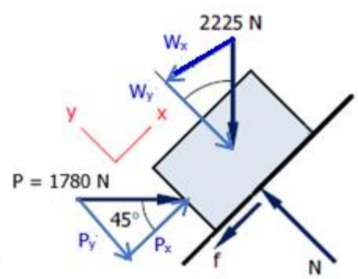


Figura 29.

WX = 2225 * sen (45°) = 1573.31 N

P = 1780 * cos (45°) = 1258.65 N

$W_X = P_X$ asi f es hacia arriba

$\Sigma F_x = 0$

$f + P_X = W_X$

f + 1258.65 = 1573.31

f = 314.66 N hacia arriba

Ejercicio 3

Los bloques que se muestran en la figura 30están conectados mediante cordones flexibles e inextensibles que pasan por poleas sin fricción. En A, los coeficientes de fricción son μs = 0.30 nd μ_k = 0.20, mentras que en B son μs = 0.40 y μk = 0.30. Calcular la magnitud y la dirección de la fuerza de fricción que actúa en cada bloque.

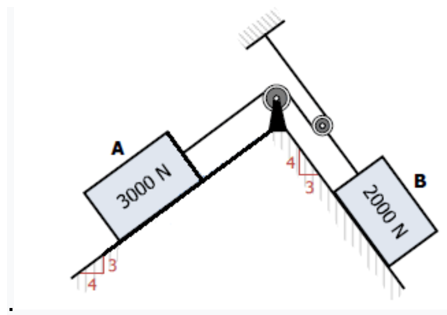


Figura 30.

$T_A = 3000 * \text{sen}(\theta) = 3000(\frac{3}{5})$

$T_A = 1800$ N

$T_B = 2000 * \text{sen}(\alpha) = 3000(\frac{4}{5})$

$T_B = 1600$ N

$2T_A$ es mayor que T_B, por lo tanto, el sistema se moverá hacia la izquierda si las superficies de contacto no tienen fricción.

Teniendo en cuenta la fricción El ángulo de fricción estática en A, ϕA = arctan 0.30 = 16.70 °, no es suficiente para evitar que el bloque deslice la inclinación del ángulo θ = arctan (3/4) = 36.87 ° desde la horizontal. Si la T_B es insuficiente para mantener $2T_A$ de forma estática, el sistema se moverá hacia la izquierda, de lo contrario, el sistema está estacionario.

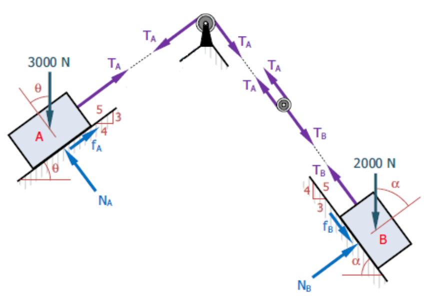


Figura 31.

Supongamos que los bloques son estacionarios (use μs)

$N_A = (3000 * \cos(\Theta)) = (3000 * \frac{4}{5}) = 2400$ N

$f_A = (0.30 * N_A) = (0.30 * 2400) = 720$ N

T_A = (3000 * sen (30°) – f_A = (3000 * ($\frac{3}{5}$)) – 720 = 1080 N

$2T_A$ = 2160 N

N_B =(2000 * cos(α)) = (2000 *$\frac{3}{5}$) = 1200 N

f_B = (0.40* N_B) = (0.40 * 1200) = 480 N

T_B = (2000 * sen (α) – f_B = 2000($\frac{4}{5}$) + 480 = 2080 N

B < $2T_A$. La T_B es insuficiente para mantener el sistema en equilibrio estático, por lo tanto, los bloques se están moviendo hacia la izquierda.

Los bloques se mueven hacia la izquierda (Use μ_k)

$f_A = 0.20N_A = 0.20(2400) = 480N$

$f_B = 0.30N_B = 0.30(1200) = 360N$

Ejercicio 4

Un bloque de peso homogéneo W descansa sobre la inclinación que se muestra en la figura 32. Si el coeficiente de fricción es 0.30, determine la altura máxima h a la cual se puede aplicar una fuerza P paralela a la inclinación, de modo que el bloque se deslice hacia arriba de la pendiente sin volcarse.

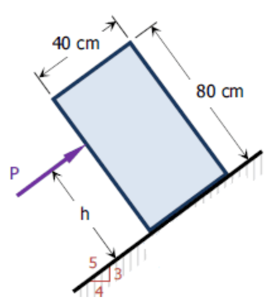


Figura 32.

Deslizándose por la pendiente:
$\Sigma Fy = 0$
N = W * cos (θ) = $\frac{4}{5}$W
f = µ * N = 0.30($\frac{6}{5} * W$) = $\frac{6}{25} * W$
$\Sigma Fx = 0$
P = W * sen(Θ) + f

$P = \frac{3}{5}W + \frac{6}{25}W$

$P = \frac{21}{25}W$

Darle la vuelta

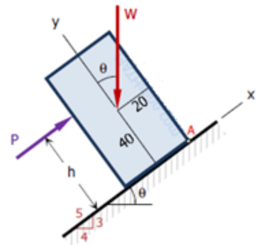


Figura 33.

$\Sigma M_A = 0$

$ph = 40(W * sen(\Theta)) + (20(W * cos(\Theta))$

$\frac{21}{25} Wh = 40 \left(\frac{3}{5} * W \right) + 20 \left(\frac{4}{5} * W \right)$

h = 47.62 cms.

Ejercicio 5

Para ajustar la posición vertical de una columna que soporta una carga de 200 kN, se utilizan dos cuñas de 5° como se muestra en la figura 34. Determinar la fuerza P necesaria para iniciar las cuñas si el ángulo de fricción en todas las superficies de contacto es de 25°. Desprecie la fricción en los rodillos.

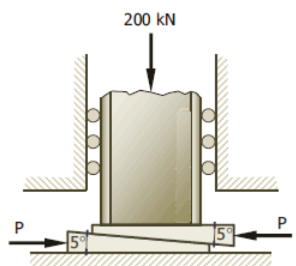


Figura 34.

Desde el FBD de la cuña superior:

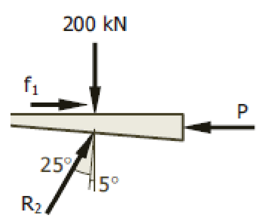


Figura 35.

$\Sigma F_V = 0$

$R_2 * cos(30°) = 200 * R_2$

$R_2 = 230.94$ kN

Desde el FBD de la cuña inferior:

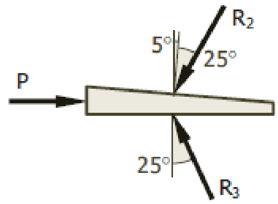


Figura 36.

$\Sigma F_V = 0$
$R_3 * \cos(25°) = R_2 * \cos(30°)$
$R_3 * \cos(25°) = 230.94 * \cos(30°)$
$R_2 = 220.68$ kN

$\Sigma F_H = 0$
$P = (R_2 * \text{sen}(30°)) + (R_3 * \text{sen}(25°))$
$P = (230.94 * \text{sen}(30°)) + (220.68 * \text{sen}(25°))$

P= 208.73 kN

Ejercicio 6

Qué fuerza P debe aplicarse a las cuñas que se muestran en la figura 37 para iniciarlas debajo del bloque? El ángulo de fricción para todas las superficies de contacto es de 10 °.

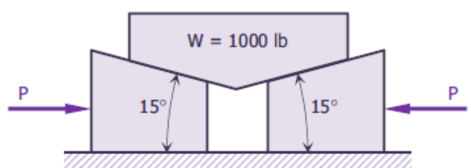


Figura 37.

Del bloque FBD de 1000 lb.

$\Sigma F_V = 0$
$2R_1 * \cos(25°) = 1000$
R1 = 551.69 lb

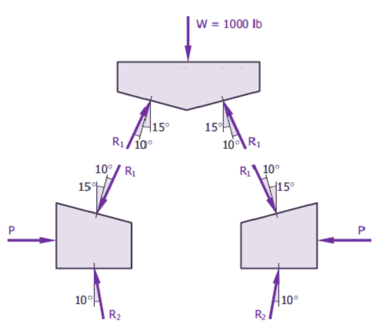


Figura 38.

Desde el FBD de cualquiera de las cuñas:

$\Sigma F_V = 0$
$R_2 * \cos(10°) = R_1 * \cos(25°)$
$R_2 * \cos(10°) = 551.69 * \cos(25°)$
$R_2 = 507.71$ lb.

$F_H = 0$
$P = (R_1 * \text{sen}(25°)) + (R2 * \text{sen}(10°))$
$P = (551.69 + \text{sen}(25°)) + (507.71 * \text{sen}(10°))$
P = 321.32 lb.

Ejercicio 7

El bloque A en la figura 39 soporta una carga W y se eleva forzando la cuña B debajo de ella. Si el ángulo de fricción es 10 ° en todas las superficies en contacto, determine el ángulo máximo de cuña α que le dará una ventaja mecánica a la cuña; es decir, hacer que P sea menor que el peso W del bloque.

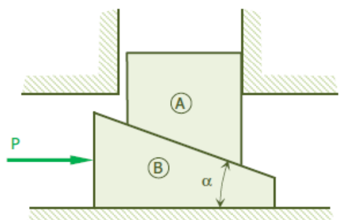


Figura 39.

$\beta = 180° - 100° - (10° + \alpha)$

$\beta = 70° - \alpha$

$$\frac{R2}{\text{sen}(10°)} = \frac{W}{\text{sen}(\boldsymbol{\beta})}$$

$$\frac{R2}{\text{sen}(100°)} = \frac{W}{\text{sen}(\mathbf{70°} - \boldsymbol{\alpha})}$$

$$R_2 = \frac{W * \text{sen}(100°)}{\text{sen}(70° - \alpha)}$$

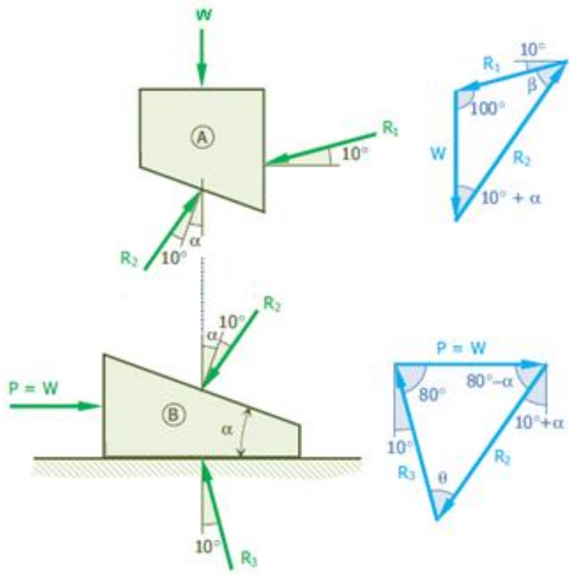


Figura 40.

$\Theta = 180° - 80° - (80° - \alpha)$

$\Theta = 20° + \alpha$

$$\frac{R2}{sen(80°)} = \frac{P}{sen(\Theta)}$$

$$R_2 = \frac{P * sen(80°)}{sen(\Theta)}$$

$$\frac{W * sen(100°)}{sen(70° - \alpha)} = \frac{W * sen(80°)}{sen(20° + \alpha)}$$

$$\frac{sen(100°)}{sen(70° - \alpha)} = \frac{sen(80°)}{sen(20° + \alpha)}$$

(sen(100°) * sen(20° + α)) = (sen(80°) * sen(70° − α))

(sen(100°) * sen(20° + α)) = (sen(80°) * sen(70° − α))

(sen(100°) * (sen(20°) *cos(α)) + (cos(20°) * sen(α))

(sen(100°) * (sen(20°) *cos(α)) +(sen(100°) * cos(20°) * sen(α)) = (sen(80°) * sen(70°) * cos(α)) – (sen(80°) *cos(70°) + sen(α))

(sen(100°) * (cos(20°) *sen(α)) + (sen(80°) * cos(70°) * sen(α))= (sen(80°) *sen(70°) * cos(α)) – (sen(100°) *sen(20°) *cos(α))

((sen(100°) * cos(20°)) + (sen(80°) * cos(70°))) * sen(α)) =(((sen(80°) *sen(70°)) – (sen(100°) * sen(20°)) cos(α))

$$\frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{(\text{sen}(80°)*\text{sen}(70°)-\text{sen}(100°)*\text{sen}(20°))}{(\text{sen}(100°)*\cos(20°)) + (sen(80°)*\cos(70°))}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{(\text{sen}(80°)*\text{sen}(70°)-(\text{sen}(100°)*\text{sen}(20°))}{(\text{sen}((100°)*\cos(20°))+(\text{sen}(80°*\cos(70°))}$$

$\tan(\alpha) = 0.4663076582$

$\alpha = 25°$

Ejercicios de tarea para los alumnos, con su respectivo programa en C# visual.

Ejercicio 1T

Los bloques que se muestran en la figura 41 están conectados por cables flexibles e inextensibles que pasan sobre poleas sin fricción. En A los coeficientes de fricción son $\mu_s = 0.30$ y $\mu_k = 0.20$ mientras que en B son $\mu_s = 0.40$ y $\mu_k = 0.30$. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza de fricción que actúa sobre cada bloque

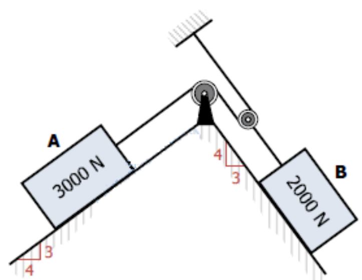


Figura 41.

Ejercicio 2T

El bloque A en la figura 42 pesa 120 lb, el bloque B pesa 200 lb y el cable está paralelo a la inclinación. Si el coeficiente de fricción para todas las superficies en contacto es 0.25, determine el ángulo θ de la inclinación cuyo movimiento de B es inminente.

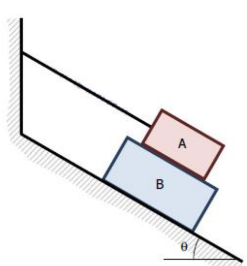


Figura 42.

Ejercicio 3T

Un cilindro homogéneo de 3 m de diámetro y un peso de 30 kN descansa sobre dos planos inclinados como se muestra en la figura 43. Si el ángulo de fricción es de 15 ° para todas las superficies de contacto, calcule la magnitud de la pareja requerida para iniciar la rotación del cilindro en sentido anti horario.

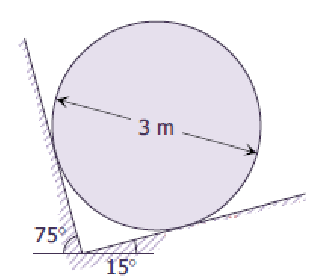


Figura 43.

Ejercicio 4T

En lugar de un par, determine la fuerza horizontal mínima P aplicada tangencialmente a la izquierda en la parte superior del cilindro descrito en el ejercicio 3T. para iniciar el cilindro girando en sentido anti horario.

Ejercicio 5T

Como se muestra en la figura 44, un cilindro homogéneo de 2 m de diámetro y un peso de 12 kN actúa sobre una fuerza vertical P. Determine la magnitud de P necesaria para comenzar el giro del cilindro. Suponga que $\mu = 0.30$.

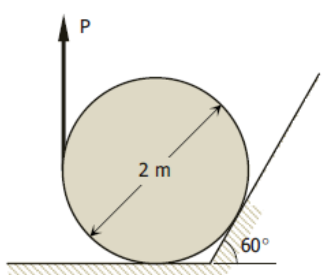


Figura 44.

Ejercicio 6T

Se coloca una tabla de 10 pies de largo en posición horizontal con sus extremos apoyados en dos planos inclinados, como se muestra en la figura 45. El ángulo de fricción es de 20 °. Determine qué tan cerca se puede colocar la carga P en cada extremo antes de que se resbale el deslizamiento.

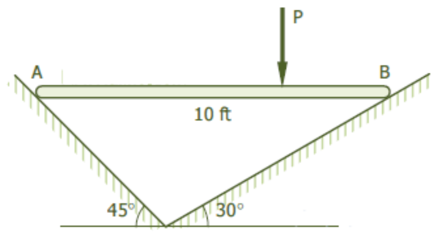


Figura 45.

Ejercicio 7T

Se coloca una tabla uniforme de peso W y longitud total 2L como se muestra en la figura 46 con sus extremos en contacto con los planos inclinados. El ángulo de fricción es de 15°. Determine el valor máximo del ángulo α en el que el deslizamiento es inminente.

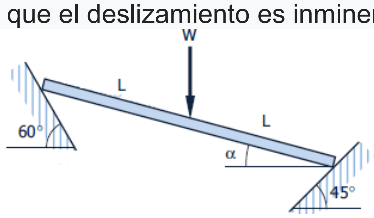


Figura 46.

Ejercicio 8T

En la figura 47, dos bloques que pesan cada uno 1,5 kN están conectados por una barra horizontal uniforme que pesa 1,0 kN. Si el ángulo de fricción es de 15 ° debajo de cada bloque, encuentre P dirigido paralelo a la inclinación de 45 ° que causará un movimiento inminente hacia la izquierda.

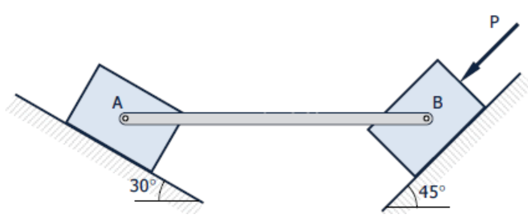


Figura 47.

Ejercicio 9T

Una barra uniforme AB, que pesa 424 N, está sujeta por un pasador sin fricción a un bloque que pesa 200 N como se muestra en la figura 48. En la pared vertical, μ = 0.268 mientras está debajo del bloque, μ = 0.20. Determine la fuerza P necesaria para iniciar el movimiento hacia la derecha.

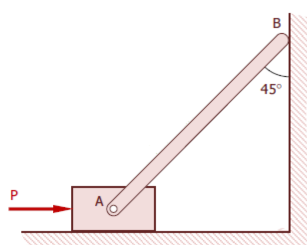


Figura 48.

Ejercicio 10T

Se utiliza una cuña para dividir los registros. Si φ es el ángulo de fricción entre la cuña y el tronco, determine el ángulo máximo a de la cuña para que permanezca incrustado en el tronco, figura 49.

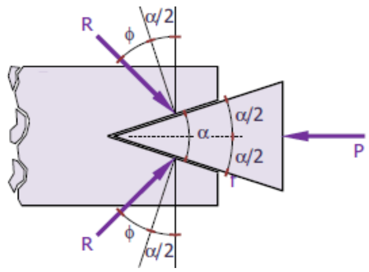


Figura 49.

Ejercicio 11T

En la figura 50, determine el peso mínimo del bloque B que lo mantendrá en reposo mientras una fuerza P inicia los bloques A sobre la superficie inclinada de B. El peso de A es de 100 lb y el ángulo de fricción para todas las superficies en el contacto es de 15 °.

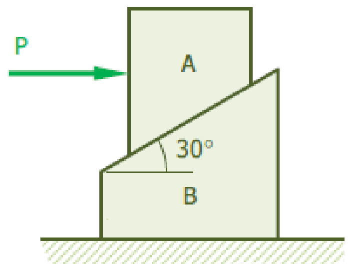


Figura 50.

Ejercicio 12T

En la figura 51, determine el valor de P solo suficiente para comenzar la cuña de 10 ° debajo del bloque de 40 kN. El ángulo de fricción es de 20 ° para todas las superficies de contacto

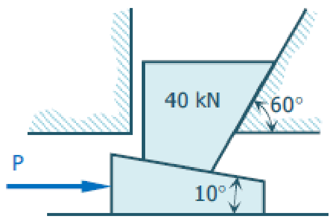


Figura 51.

Ejercicio 13T

El bloque A en la figura 52 soporta una carga W = 100 kN y se eleva forzando la cuña B debajo de él. El ángulo de fricción para todas las superficies en contacto es f = 15 °. Si la cuña tuviera un peso de 40 kN, ¿qué valor de P se requeriría (a) para comenzar la cuña debajo del bloque y (b) para sacar la cuña de debajo del bloque

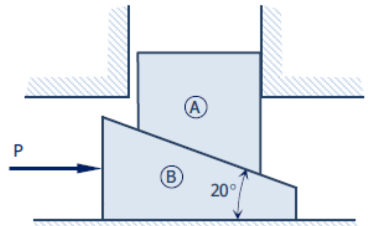


Figura 52.

Ejercicio 14T

Como se muestra en la figura 53, dos bloques que pesan cada uno 20 kN y que descansan sobre una superficie horizontal deben ser separados por una cuña de 30°. El ángulo de fricción es de 15° para todas las superficies de contacto. ¿Qué valor de P se requiere para iniciar el movimiento de los bloques? ¿Cómo cambiaría esta respuesta si el peso de uno de los bloques se incrementara en 30 kN?.

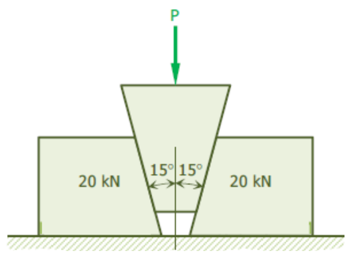


Figura 53.

Ejercicio 15T

Determine la fuerza P requerida para comenzar la cuña que se muestra en la figura 54. El ángulo de fricción para todas las superficies en contacto es de 15 °.

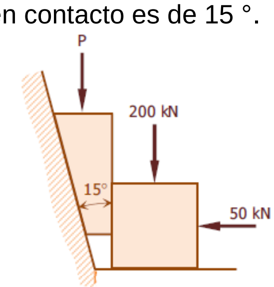


Figura 54.

Rúbrica 1 para la evaluación ejercicios prácticos de tarea

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 6
Rúbrica 1 evaluación de ejercicios prácticos de tarea.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

RÚBRICA PARA EVALUAR EJERCICIOS PRÁCTICOS DE TAREA			
PROPÓSITO:	Que el estudiante logre aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D Y 3D		
INDICADOR	**EXCELENTE** **100-85**	**SATISFACTORIO** **70-84**	**NO ACEPTABLE** **MENOR A 70**
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo	Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.	No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.	No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos.** **La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos.** **No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Lista de cotejo 1 para la evaluación de los programas computacionales en C# Visual de tarea.

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 6** **Lista de cotejo 1 evaluación de programas computacionales en C# visual de tarea.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

Escala de valoración ***0 Nulo 1 Deficiente 2 Aceptable 3 Satisfactorio***

Aspectos Aceptables	**Si**	**No**	***Estimación***
Contiene el analisis del problema .			
Contiene fórmulas y las explica.			
Diseñó el algoritmo.			
El código esta sin errores de compilación			
Corre el programa de acuerdo al algoritmo propuesto que resuelve el problema			
La presentación visual es amigable.			
La presentación visual usa los componentes adecuados para el manejo del problema			
Incluye texto la aplicación visual que describe el problema			
Incluye figuras que ayudan a comprender mejor el problema			
TOTAL:			
Observaciones			
Nombre Maestro			

Si **vale** ***dos*** **puntos** ***No*** **vale** ***cero*** **puntos**

Lista de cotejo 2 para la evaluación del mapa mental

El alumno elaborará un mapa mental que represente a esta unidad

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 6
Lista de cotejo 2 evaluación del mapa mental.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Criterios de evaluación	*si*	*no*	*observaciones*
Contempla los aspectos principales del tema			
Se inicia desde el centro de la hoja colocando la idea central que está desarrollada hacia fuera de manera irradiante.			
La idea central está representada con una imagen clara, poderosa y sintetiza el tema general del Mapa Mental.			
Temas y subtemas están articulados y jerarquizados según el sentido de las manecillas del reloj.			
Utiliza el espaciamiento para acomodar de manera equilibrada las ideas o subtemas.			
Subraya las palabras clave o encerrándolas en un círculo colorido para reforzar la estructura del Mapa.			
Utiliza el color para diferenciar los temas, sus asociaciones o para resaltar algún contenido.			
Utiliza flechas, iconos o cualquier elemento visual que permiten diferenciar y hacer más clara la relación entre ideas.			
El Mapa Mental es creativo.			
El mapa es claro y comprensible.			
Organiza y representa adecuadamente la información del texto.			
Puntuación obtenida:			

Si vale dos puntos No vale cero puntos

Examen teórico

1. La fricción es la resistencia de contacto ejercida por un cuerpo cuando el segundo cuerpo se mueve o tiende a moverse más allá del primer cuerpo. La fricción es una fuerza de retardo que siempre actúa opuesta al movimiento o a la tendencia a moverse.:

A) Verdadero.
B) Falso.

2. La fricción seca, también llamada fricción de Coulomb, ocurre cuando las superficies no lubricadas de dos sólidos están en contacto y se deslizan o tienden a deslizarse entre sí. Si el lubricante separa estas dos superficies, la fricción creada se llama fricción lubricada. Esta sección solo se ocupará de la fricción seca

A) Fricción seca.
B) Fricción fluida..
C) Fricción de piel.
D) Ninguna de las 3 anteriores.

3. La fricción de piel ocurre cuando las capas de dos fluidos viscosos se mueven a diferentes velocidades. La velocidad relativa entre capas provoca fuerzas de fricción entre los elementos fluidos, por lo tanto, no se produce fricción del fluido cuando no hay velocidad relativa. Fricción de piel La fricción de la piel, también llamada fricción, es un componente de la fuerza que resiste el movimiento de un cuerpo sólido a través de un fluido.

A) Verdadero.
B) Falso.
C) Parcialmente verdadero.

4. La fricción interna está asociada con la deformación por cizallamiento de los materiales sólidos sometidos a carga cíclica. A medida que la deformación sufre durante la carga, la fricción interna puede acompañar a esta deformación.

A) Verdadero.
B) Falso.
C) Parcialmente falso.

5. Elementos de fricción secason:

N = reacción total perpendicular a la superficie de contacto
f = fuerza de fricción
μ = coeficiente de fricción
R = Resultante de f y N
ϕ = ángulo de fricción.

A) Verdadero.
B) Falso.
C) Parcialmente falso.

Lista de cotejo 3 para la evaluación de examen teórico

Nombre del alumno
Grupo
Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010
Unidad 6
Lista de cotejo 3 evaluación del examen teórico.
Academia de metal mecánica.
I.T.H.

Identificadores	Excelente 5	Muy bueno 4	Bueno 3	Regular 2	Deficiente 1
¿Contesto todas las preguntas?					
¿Las respuestas son claras?					
¿Las respuestas son corretas?					
¿El trabajo tiene limpieza?					
Puntaje total					
Promedio					

Examen Práctico

Resolver los siguientes ejercicios y elaborar su correspondiente programa computacional en C# visual.

1. ¿Qué fuerza P debe aplicarse a las cuñas que se muestran en la figura 55 para iniciarlas debajo del bloque? El ángulo de fricción para todas las superficies de contacto es de 10 °.

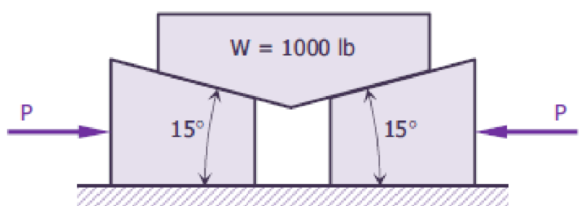


Figura 55.

2. Para ajustar la posición vertical de una columna que soporta una carga de 200 kN, se utilizan dos cuñas de 5 ° como se muestra en la figura 56. Determine la fuerza P necesaria para comenzar las cuñas si el ángulo de fricción en todas las superficies de contacto es de 25 °. Desprecie la fricción en los rodillos.

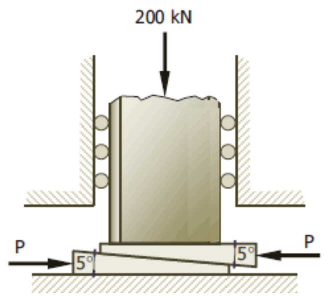


Figura 56.

3. El bloque A en la figura 57 soporta una carga W y debe elevarse forzando la cuña B debajo de ella. Si el ángulo de fricción es de 10 ° en todas las superficies en contacto, determine el ángulo máximo de cuña α que le dará a la cuña una ventaja mecánica; es decir, hacer P menor que el peso W del bloque.

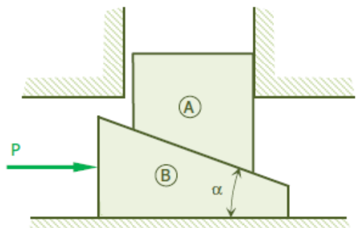


Figura 57.

Rúbrica 2 para la evaluación de examen práctico

Nombre del alumno **Grupo** **Asignatura Estática   Clave de la asignatura MED 1010** **Unidad 6** **Rúbrica 2 evaluación del examen práctico.** **Academia de metal mecánica.** **I.T.H.**

RÚBRICA PARA EVALUAR EXAMEN PRÁCTICO			
PROPÓSITO:	**Que el estudiante logre aplicar el concepto de derivada para la solución de problemas equilibrio de la partícula en 2D Y 3D**		
INDICADOR	**EXCELENTE** **100-85**	**SATISFACTORIO** **70-84**	**NO ACEPTABLE** **MENOR A 70**
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	**Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las incógnitas a resolver. Demuestra total comprensión del problema.**	**Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema**	**No identifica ni interpreta los datos planteados en el problema.** **Demuestra poca comprensión del problema**
DIAGRAMAS Y DIBUJOS	**Esquematiza claramente el enunciado indicando correctamente los datos del problema. Los dibujos son claros y ayudan mucho para que el estudiante comprenda lo que está haciendo**	**Esquematiza parcialmente el enunciado indicando algunos de los datos del problema. Los dibujos son claros y fáciles de entender.**	**No puede esquematizar correctamente el enunciado. Los dibujos y diagramas no están muy claros.**
ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	**Identifica la fórmula aplicable de acuerdo a la teoría El proceso de resolución del problema demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**Identifica parcialmente las fórmulas a aplicar en la solución del problema. Demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usualmente, usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**	**No identifica las fórmulas a aplicar y no comprende los conceptos y su relación entre ellos. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.**

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	**La aplicación de los algoritmos es correcta. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta para la solución del problema.**	**La aplicación de los algoritmos es correcta, pero comete algunos errores aritméticos y algebraicos. La mayor cantidad de requerimientos de la tarea están comprendidos en la respuesta.**	**La aplicación de los algoritmos es incorrecta y comete errores aritméticos y algebraicos. No responde. No intentó hacer la tarea**
EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS DEL RESULTADO	**La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica**	**La explicación es clara pero poco detallada, estableciendo análisis parcial del resultado**	**La explicación es difícil de entender y no alcanzan a relacionar los datos con la teoría.**
TRABAJO COLABORATIVO	**El trabajo es revisado por otros compañeros y los errores fueron corregidos. El estudiante da sus comentarios para ayudar a los compañeros. Escucha las sugerencias de otros y trabaja con todos los miembros de su grupo.**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase y los errores fueron corregidos. Estudiante trata de dar comentarios para ayudar, pero tiene dificultades para entender las sugerencias de otros**	**El trabajo es revisado por otros compañeros de clase pero los errores no fueron corregidos. Estudiante trabaja con el grupo pero solo cuando alguien le había dicho que necesitaba trabajar.**

Bibliografía

Mecánica para ingenieros estática teoría y problemas resueltos William M. Bonilla Jiménez, Hactor C. Terán Herrera y Héctor R. Reinoso PeñaHerrera.

Fuerzas y equilibrio capítulo 4, apuntes de estatica.pdf.

Chapter 3. Equilibrium of a Particle Jhon GoodSmith.

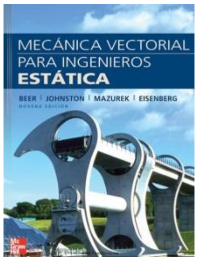
Problemas de Estática. J. Martín.

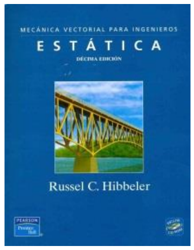
Mecánica Vectorial para ingenieros Estática Autor Ferdinand Beer editorial McGraw Hill Interamericana.

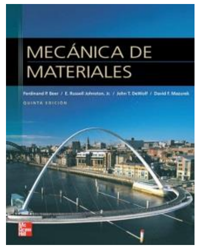
Mecánica Vectorial Para Ingenieros Estática Edición 9 Beer, Johnston

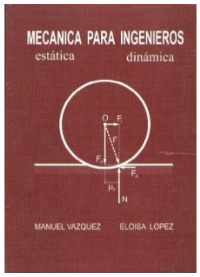
Mecánica para ingenieros Estática Autor J.L. Meriam – L.G. Ktaoge

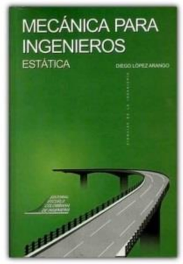
Mecánica para ingenieros Estática Autor Ferdinand L.Singer

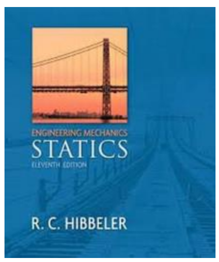


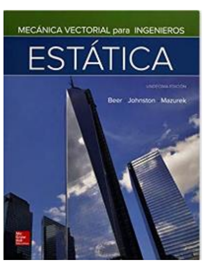


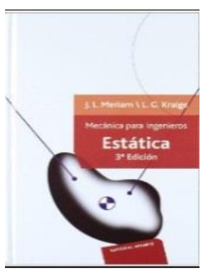












Ligas a internet

https://physics.gurumuda.net/force-of-static-and-kinetic-friction-problems-and-solutions.htm

https://ricuti.com.ar/no_me_salen/energia/BIO_eM40.html

https://opentextbc.ca/physicstestbook2/chapter/friction/

https://sciencenotes.org/friction-example-problem-2-coefficient-static-friction/

https://www.ck12.org/physics/types-of-friction/lesson/Types-of-Friction-MS-PS/

https://www.lorecentral.org/2018/09/10-examples-of-static-and-dynamic-friction.html http://jeephysics.org/physics101/mechanics/friction/static-friction-text-2

Fuerzas y vectores. Equilibrio de las partículas ***http://mecfunnet.faii.etsii.upm.es***
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm