

BIBLIOTECA — CENTRO DE
GRADUADOS E INVESTIGACION
La U. de

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“Estimación de Estados en Sistemas de Potencia
con Mediciones de PMU’s Incluidas”**

POR

Ing. Sergio Arturo Salazar Oliva

TESIS

**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL
GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

DIRECTOR DE TESIS

M.C. Ricardo Vargas Salas

CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Francisco Sergio Sellschopp Sánchez

ISSN: 0188-9060



RIITEC: (11)-TMCIE-2014

Torreón, Coahuila, México
Agosto, 2014



DR. JOSE LUIS MEZA MEDINA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

Por medio de la presente, hacemos de su conocimiento que después de haber sometido a revisión el trabajo de tesis titulado:

**"ESTIMACIÓN DE ESTADOS EN SISTEMAS DE POTENCIA
CON MEDICIONES DE PMUs INCLUIDAS"**

Desarrollado por el **C. Sergio Arturo Salazar Oliva**, con número de control **M1213014** y habiendo cumplido con todas las correcciones que se le indicaron, estamos de acuerdo que se le conceda la autorización de la fecha de examen de grado para que proceda a la impresión de la misma.

ATENTAMENTE

EDUCACIÓN TECNOLÓGICA FUENTE DE INNOVACION

M.C. Ricardo Vargas Salas
Asesor/Director de Tesis

Dr. Francisco S. Sellschopp Sánchez
Coasesor de Tesis

Dr. Marco A. Arjona López
Comité Tutorial

M.C. Carlos A. Morales Bazán
Comité Tutorial



SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Instituto Tecnológico de La Laguna

2014, Año de Octavio Paz

Torreón, Coah., **18/Agosto/2014**

Dependencia: DEPI/CPCIE

Oficio: DEPI/CPCIE/098/2014

Asunto: Autorización de
impresión de tesis.

C. SERGIO ARTURO SALAZAR OLIVA
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA.
PRESENTE

Después de haber sometido a revisión su trabajo de tesis titulado:

**"ESTIMACION DE ESTADOS EN SISTEMAS DE POTENCIA
CON MEDICIONES DE RMÚs INCLUIDAS"**

Habiendo cumplido con todas las indicaciones que el jurado revisor de tesis hizo, se le comunica que se le concede la autorización con número de registro **RIIIC: (11)-TMCIE-2014**, para que proceda a la impresión del mismo.

ATENTAMENTE

EDUCACIÓN TECNOLÓGICA FUENTE DE INNOVACIÓN

DR. JOSÉ LUIS MEZA MEDINA
Jefe de la División de Estudios de Posgrado e Investigación
del Instituto Tecnológico de la Laguna

JLMM/2014



El científico no tiene por objeto un resultado inmediato. Él no espera que sus ideas avanzadas sean fácilmente aceptadas. Su deber es sentar las bases para aquellos que están por venir, y señalar el camino.

-Nikola Tesla-

Agradecimientos

Le agradezco a Dios por brindarme la sabiduría, tiempo y salud para terminar esta grandiosa etapa de mi vida. Gracias por permitirme conocer grandes personas y obtener experiencias inolvidables.

Agradezco también a mi asesor el M. C. Ricardo Vargas Salas por su orientación y consejos durante éste trabajo de tesis. Al Dr. Francisco Sergio Sellschopp Sánchez, co asesor de este trabajo, le agradezco su interés y apoyo mostrado en todo momento.

Al resto de los investigadores del área de Ingeniería de Potencia, Dr. Marco Antonio Arjona López, Dr. Victor Manuel Cabrera Morlos, Dra. Concepción Hernández Flores, M. C. Carlos Tirado Ruiz, M. C. Carlos Alberto Morales Bazán; gracias por sus enseñanzas y consejos, su tiempo y paciencia.

A mis compañeros y amigos de generación, los futuros M. C.: Ramón Lara Casanova, Guillermo Ávila Elizondo, Pablo Jesús Pech Chalé, Heriberto Valades Reyes; al resto de mis amigos de posgrado Ing. Enrique Guerrero, Ing. Juan Luis Rivera Ramírez, Ing. David Pérez Cruz, Ing. Jesús Javier Muñoz Ávalos, Ing. Héctor Claudio Olivas, Ing. Marco Rodríguez, M. C. Luis Vasquez, M. C. Adrián Gallegos Ríos y a todos los que faltan; ustedes saben que sin su amistad esto sería casi imposible de realizar.

Al Instituto Tecnológico de la Laguna, por el uso de sus instalaciones y laboratorio, a la Dirección de Estudios de Posgrado e Investigación (DEPI) y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo brindado para el desarrollo de estos estudios por medio de la beca número 490712.

A todos, gracias totales.

Dedicatoria

*Dedicado a mi familia,
en especial a mis padres Raymundo Salazar Martínez y Martha Oliva Estrada,
a mis hermanos Javier y Daniel.
A todos los que de alguna u otra manera siempre me apoyaron.*

Resumen

En el presente trabajo de tesis se presenta la metodología de estimación de estados en Sistemas de Potencia, tanto el método lineal que incluye únicamente mediciones de PMU's, como el método no lineal que puede o no contener mediciones de PMU's. Se comienza por una breve introducción al tema de estimación de estados y se describe de manera general un PMU. Se da un panorama del porque la estimación de estados es un tema de interés dentro de la operación de cualquier Sistema Eléctrico de Potencia. Se aborda la teoría de solución al problema de estimación de estados convencional al igual que la detección e identificación de datos erróneos. Posteriormente, se analiza la estimación de estados con mediciones de PMU's en el sistema, desarrollándose análogamente los tres tipos de estimadores presentados.

Todos los estimadores fueron desarrollados en el software libre Python, y los resultados de los mismos se comprobaron mediante los resultados de un programa de flujos de carga, también desarrollado en Python.

Abstract

In the present thesis work is presented the Power System State Estimation methodology, including the linear method which includes only PMU measurements, and the no-linear which can or can't have PMU's measurements. This work starts with a small introduction to state estimation theme as well as a general description of a PMU. It is given a overview of why state estimation is a theme of interest in the operation of any Electric Power System. Conventional state estimation problem is discussed, then the identification and bad data detection. After that, state estimation including PMU's measurements is analyzed. All three types of estimators where developed in this work.

All estimators where developed in the freeware Python, and their results where compared with a power flow program developed also in Python.

Índice general

Resumen	III
Índice general	IV
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	VIII
1. Introducción	1
1.1. Objetivo	1
1.2. Justificación	1
1.3. Estimación de Estados	2
1.3.1. Estimación de estados convencional	3
1.3.2. Unidades de Medición Fasorial (PMU's)	5
1.4. Contenido de la tesis	6
2. Mínimos cuadrados lineales y no lineales	7
2.1. Mínimos Cuadrados	7
2.1.1. Método de Newton Raphson	8
2.1.2. Método de Gauss Newton	9
2.2. Estimador de CD	10
2.2.1. Variables de Estado	11
2.2.2. Modelo de Medición	11
3. Estimación de Estados Estática	14
3.1. Introducción	14
3.2. Propiedades de los estimados por mínimos cuadrados ponderados	15
3.3. Estimación de máxima verosimilitud	15
3.3.1. Función de Densidad de Probabilidad Normal (Gaussiana)	16
3.3.2. Función de Probabilidad	17

3.4. Modelos de medición y suposiciones	19
3.5. Algoritmo de Estimación de Estados por Mínimos Cuadrados Ponderados	20
3.6. Función de Medición $h(x)$	21
3.7. Jacobiano de Medición H	23
3.8. Matriz de ganancia G	25
3.8.1. Descomposición Cholesky de C	26
3.9. Solución de la ecuación normal	26
3.10. Formulación desacoplada del estimador de estados por WLS	27
4. Estimación de estados con medición de fasores	30
4.1. Introducción	30
4.2. Estimación de Estados Lineal con Medición de Fasores	31
4.2.1. Matriz de medición de corriente de bus	32
4.2.2. Matriz de medición de voltaje de buses	32
4.2.3. Matriz de admitancia serie	33
4.2.4. Matriz de admitancia shunt	34
4.2.5. Solución al problema de estimación de estados lineal	34
4.3. Estimación de estados tradicional combinada con PMU's	36
4.4. Estimación de estados híbrida	40
5. Detección e Identificación de datos erróneos	46
5.1. Introducción	46
5.2. Propiedades de los residuales de las mediciones	48
5.3. Clasificación de las mediciones	50
5.4. Detección de datos erróneos	51
5.4.1. Distribución Chi-cuadrada	52
5.4.2. Uso de la distribución Chi-cuadrada para detección de datos malos	53
5.4.3. Prueba χ^2 para detección de datos malos en la estimación de estados (WLS)	54
5.4.4. Uso de los residuos normalizados para detección de datos malos	54
5.5. Propiedades de los residuos normalizados	55
5.6. Identificación de datos erróneos	56
5.6.1. Identificación de datos malos por residuos normalizados	56
5.6.2. Ventajas y desventajas de la prueba r_{max}^N	56
6. Resultados de los estimadores de estado	58
6.1. Introducción	58
6.2. Resultados de la estimación de estados lineal	64
6.3. Resultados de la estimación de estados convencional	68

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	VI
6.4. Resultados del estimador de estados híbrido	71
7. Conclusiones y Trabajos futuros	77
Bibliografía	81

Índice de figuras

2.1. Ejemplo de 3 buses para el estimador de CD	12
3.1. Función de Densidad Probabilística Normal (Gaussiana)	17
3.2. Modelo pi de una rama de la red	22
4.1. Medición de fasores por un PMU	31
4.2. Un ejemplo con seis mediciones de corriente en cuatro líneas, tres mediciones de voltaje y cuatro buses.	33
4.3. Combinación de estimadores de estado convencional y lineal	36
4.4. Alineación de las referencias de los PMU's y del estimador convencional	39
4.5. Estimador de estados híbrido	40
5.1. Función de Densidad de probabilidad χ^2	53
6.1. Sistema de prueba de 14 nodos del IEEE	66
6.2. Voltajes nodales del estimador lineal	66
6.3. Ángulos nodales del estimador lineal	67
6.4. Ubicación de las mediciones para estimador convencional	68
6.5. Voltajes nodales del estimador convencional	69
6.6. Ángulos nodales del estimador convencional	70
6.7. Ubicación de las mediciones para el estimador híbrido y del sistema de Anderson	71
6.8. Voltajes nodales del estimador híbrido para el sistema de Anderson	73
6.9. Ángulos nodales del estimador híbrido para el sistema de Anderson	74
6.10. Ubicación de las mediciones para el estimador híbrido y del sistema del IEEE	74
6.11. Voltajes nodales del estimador híbrido para el sistema del IEEE	76
6.12. Ángulos nodales del estimador híbrido para el sistema del IEEE	76

Índice de tablas

6.1. Archivo <i>.cdf</i> del sistema de prueba de 14 nodos del IEEE	59
6.2. Archivo <i>.cdf</i> del sistema de prueba de 14 del Libro de Anderson	60
6.3. Ejemplo de archivo de mediciones en el sistema para el estimador lineal	62
6.4. Ejemplo de archivo de mediciones en el sistema para el estimador no lineal sin PMU's	63
6.5. Resultados de flujos de carga del sistema de 14 nodos del IEEE	65
6.6. Resultados del estimador de estados lineal	67
6.7. Casos de estudio para el estimador convencional	68
6.8. Resultados del estimador convencional	70
6.9. Mediciones para el estimador híbrido del sistema de Anderson	72
6.10. Resultados de la estimación de estados híbrida para el sistema de Anderson	73
6.11. Mediciones para el estimador híbrido del sistema del IEEE	75

Capítulo 1

Introducción

1.1. Objetivo

Desarrollar un programa en Python para estimar los estados de la red de potencia con mediciones sincronizadas y verificar los resultados usando sistemas de prueba de IEEE.

1.2. Justificación

Los sistemas de potencia representan una parte crítica de la infraestructura eléctrica de nuestra sociedad. A través de los años hemos crecido dependiendo de la casi perfecta confiabilidad de estos sistemas que se han convertido en parte necesaria de nuestras vidas diarias. Cuando entramos a la habitación, nosotros instintivamente alcanzamos el apagador de la luz sin la menor preocupación de que no se encenderá. Todos nuestros electrodomésticos, dispositivos de comunicación, y casi todas nuestras herramientas, desde las usadas para la construcción hasta las que usamos en la oficina, requieren de electricidad para su operación. No es que nosotros *asumamos* que la electricidad siempre estará disponible, nosotros *creemos* que la electricidad siempre estará disponible.

Este tipo de confiabilidad no sucede sin un gran esfuerzo individual como los Ingenieros Eléctricos y grupal, como las centrales eléctricas, universidades y organizaciones de gobierno. Uno de los aspectos claves para mantener la confiabilidad de un sistema tan grande como lo es una red de potencia es encontrar la manera de proveer retroalimentación para que pueda ser controlado. Encontrar una manera precisa de monitorear el sistema ha sido el objetivo de Ingenieros que trabajan en una red eléctrica. Si a los operadores de dichas redes, se les proporciona la información apropiada de las condiciones del sistema, ellos pueden hacer uso de esa información para hacer decisiones que mejoren no solo la confiabilidad del sistema en el día a día, también permitirá a los Ingenieros planear más

efectivamente la operación a futuro.

Tomemos como ejemplo el apagón o *blackout* que se registró en E. U., pues, todavía no se sabe hasta qué punto el apagón del 2003 pudo haber sido en parte causado por la falta de información. La operación de un mercado nuevo grande, sería casi imposible sin las capacidades previstas por la estimación de estados.

Desde sus orígenes como una curiosidad matemática en los 1970's a su uso limitado durante los 80's a su rol expandido pero no central en la operación de sistemas en los 90's, hoy en día la estimación de estados se ha convertido en nada menos que la piedra angular en que un centro de control moderno de un sistema de potencia es construido.

Sin un conocimiento preciso del estado de cada flujo y voltaje en el sistema en cualquier tiempo dado, sería imposible "ir hacia atrás" y explicar porque, por ejemplo, los precios eran así en ese entonces.

Muchas tecnologías han llegado desde el inicio de la estimación de estados que han mejorado su rendimiento y lo han conducido a ser parte integral de un centro de control. Hoy en día, las Unidades de Medición Fasorial (PMU' por sus siglas en inglés) sirven como el siguiente paso para el mejoramiento de la calidad para estimar el estado del sistema. Los PMU's proveen voltajes de secuencia positiva y mediciones de corriente sincronizadas a escala de un microsegundo. Esto es posible por la disponibilidad del Sistema de Posicionamiento Global (GPS por sus siglas en Inglés) y el desarrollo de las técnicas de procesamiento de datos muestreados para aplicaciones de relés computarizados. A pesar de que los PMU's son notablemente más caros que los dispositivos tradicionales de medición, las ganancias de monitorear el sistema de transmisión con estos dispositivos sincronizados, superan los inconvenientes financieros.

1.3. Estimación de Estados

La preocupación fue reconocida y dirigida en primera instancia por Fred Schweppe, quién propuso la idea de estimación de estados en sistemas de potencia. La introducción de la función de estimación de estados ha ampliado las capacidades de los sistemas computacionales SCADA, dándole a los Sistemas de Gestión de Energía (EMS por sus siglas en Inglés) la opción de equiparse con un estimador de estados en línea. Para identificar el estado actual de operación del sistema, los estimadores de estado facilitan monitoreo preciso y eficiente de variables operacionales tales como flujos en las líneas de transmisión y voltajes en los buses. Provee también datos confiables en tiempo real del sistema, incluyendo el estado actual del sistema, a partir del cual, las funciones de evaluación del sistema pueden implementarse de manera confiable para analizar las contingencias y para determinar cualquier acción correctiva.

Los estimadores de estado típicamente incluyen las siguientes funciones:

- **Procesador de Topología:** Recolecta datos de estado de interruptores y switches, y configura el diagrama en línea del sistema.
- **Análisis de Observabilidad:** Determina si la solución de estimación de estados puede ser obtenida usando el conjunto de mediciones disponibles. Identifica las ramas inobservables, y las islas observable en el sistema si éstas existen.
- **Solución del Estimador de Estados:** Determina el estimado óptimo del estado del sistema, el cual es compuesto por los voltajes de buses en el sistema completo, basado en el modelo de la red y las mediciones recolectadas del sistema. También provee los mejores estimados para todos los flujos en las líneas, cargas, taps de transformadores, y salidas de los generadores.
- **Procesador de datos erróneos:** Detecta la existencia de errores graves en el conjunto de mediciones. Identifica y elimina malas mediciones bajo la condición de que hay suficiente redundancia en la configuración de la medición.
- **Procesador de errores estructurales y de parámetros:** Estima varios parámetros de la red, tales como parámetros de líneas de transmisión, parámetros de cambiadores de tap en transformadores, parámetros de capacitores o reactores shunt. Determina errores estructurales en la configuración de la red e identifica los estados erróneos en los interruptores bajo la condición de que hay suficiente redundancia en la configuración de la medición.

1.3.1. Estimación de estados convencional

Como se discutió anteriormente, el estimador de estado es usado para construir el modelo de la parte observable de la red, y opcionalmente adjuntar el modelo externo al sistema. Con un apropiado nivel de redundancia, la estimación de estados puede eliminar el efecto de datos erróneos y permitir las pérdidas temporales de mediciones sin afectar la calidad de los valores estimados.

Análisis de contingencia, flujos de potencia óptimos, y simuladores de entrenamiento de despacho recaen en la calidad del modelo en tiempo real de la red obtenido vía estimación de estados, e incluso las nuevas funciones necesarias por los mercados emergentes de energía. Para realizar las tareas anteriores, un estimador de estados convencional normalmente involucra el siguiente conjunto de variables de estado:

- **Voltaje Nodal**
 1. Magnitud de voltaje V_k en el bus k
 2. Ángulo de voltaje θ_k en el bus k

- Relación de vueltas de transformación
 1. Magnitud de la relación de transformación t_{km} en el transformador km
 2. Ángulo de la relación de transformación φ_{km} en el transformador km

El estimador de estado provee los estimados de las variables de estado basado en una combinación de mediciones y pseudomediciones de los siguientes tipos:

- Mediciones
 1. Magnitud de voltaje V_k en el bus k
 2. Ángulo de voltaje θ_k en el bus k
 3. Potencia activa
 - a) Flujo de potencia P_{km} en la rama km
 - b) Flujo del grupo de ramas $\sum P_{km}$ en un grupo de ramas designadas
 - c) Inyección de potencia P_k en el bus k
 4. Potencia Reactiva
 - a) Flujo de potencia Q_{km} en la rama km
 - b) Flujo del grupo de ramas $\sum Q_{km}$ en un grupo de ramas designadas
 - c) Inyección de potencia Q_k en el bus k
 5. Magnitud del flujo de corriente $|I_{km}|$ en la rama km , y la inyección $|I_k|$ en el bus k
 6. Magnitud de la relación de transformación t_{km} en el transformador km
 7. Ángulo de la relación de transformación φ_{km} en el transformador km
- Pseudo-mediciones
 1. Magnitud del voltaje objetivo V_k^{sp} en el bus k
 2. Ángulo del voltaje objetivo θ_k^{sp} en el bus k
 3. Potencia activa
 - a) Flujo objetivo P_{km}^{sp} en la rama km
 - b) Limite de potencia reactiva Q_k^{lim} en el bus k
 4. Flujo de potencia reactiva Q_{km}^{sp} en la rama km
 5. Flujo de magritud de corriente objetivo $|I_{km}^{sp}|$ en la rama km , y la inyección $|I_k|$ en el bus k
 6. Limite del tap t_{km}^{lim} en el transformador km
 7. Limite del cambio de fase φ_{km}^{lim} en el cambiador de fase km

La estimación de estado puede ser formulada matemáticamente usando el siguiente problema de optimización con restricciones:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f(\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})) \\ \text{sujeto a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0; \mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned}$$

Donde \mathbf{z} es un vector de mediciones, $\mathbf{h}(\cdot)$ es un vector de función relacionando las mediciones con las variables de estado, $f(\cdot)$ es una función objetivo, y $\mathbf{g}(\cdot)$ y $\mathbf{c}(\cdot)$ son vectores de funciones representando las cantidades de flujos de potencia. En el método de mínimos cuadrados ponderados se usa la siguiente función objetivo cuadrática:

$$f(\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})) = (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))' \mathbf{W} (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))$$

donde el apóstrofo denota la transposición y \mathbf{W} la matriz de pesos. Las restricciones de igualdad y desigualdad son usadas para representar las funciones objetivo y los límites de las partes no observables de la red. Las funciones objetivo no cuadráticas como los valores absolutos de los residuales también pueden ser usados, al igual que una combinación de funciones objetivo cuadráticas y no cuadráticas.

1.3.2. Unidades de Medición Fasorial (PMU's)

Las Unidades de Medición fasorial (PMU's) son dispositivos de medición digital que usan la Transformada Discreta de Fourier en conjunción con una señal precisa de GPS que provee mediciones de fasores sincronizadas en diferentes lugares del sistema de potencia. Con la sincronización del GPS, esta tecnología tiene la habilidad de sincronizar las mediciones a pesar de las largas distancias que pueden separar los puntos de medición. Mientras que los PMU's fueron originalmente muy costosos, el costo asociado con estos dispositivos ha caído en las últimas décadas debido al mejoramiento de la tecnología. Mientras que el costo de los PMU's disminuye, el costo de la instalación debido a seguridad y comunicación ha incrementado. Sin embargo, es un gasto de capital justificable y ahora una subestación de control puede ser equipada con mediciones de voltaje y flujos de línea obtenidas de PMU's en cada alimentador de la subestación. Problemas derivados que aquejan la estimación de estados como por ejemplo el tiempo de escaneo puede ser eliminado con el uso exclusivo de PMU's. Adicionalmente, las ecuaciones no lineales tradicionales que crean variaciones de tiempo computacionales y cambios de divergencia pueden ser reemplazados por ecuaciones lineales que simplifican el estimador y ofrece al operador un estado del sistema fresco con más frecuencia. Con las mediciones coordinadas tan precisamente en el tiempo, el proceso de estimación puede ser fácil y prácticamente expandido a las tres fases del sistema de potencia, dando la apertura a una nueva mirada a las condiciones del funcionamiento de la red.

1.4. Contenido de la tesis

La tesis se compone de 7 capítulos los cuales se describen a continuación:

- El Capítulo 1 describe brevemente el tema de estimación de estados, abordando las funciones en que se compone. Se presenta el objetivo principal de la tesis así como el porque la estimación de estados es de importancia en la operación de los sistemas de potencia. También se describe brevemente el estimador de estados convencional y se incluye una breve descripción de los PMU's.
- El Capítulo 2 aborda la matemática del método de solución de estimación de estados. Se presentan los métodos de Nweton Raphson y Gauss Newton, que son los métodos de solución para el modelo no lineal. De igual manera se describe el estimador de CD y sus componentes.
- El Capítulo 3 aborda el tema de estimación de estados estática, este tema es el principal dentro de la estimación de estados con mediciones convencionales. Aquí se describe ampliamente todo el método de estimación de estados. Se presentan las ecuaciones necesarias para el proceso, así como las propiedades de los estimados del sistema. De igual manera se aborda la estadística relacionada con el proceso de estimación.
- El Capítulo 4 aborda la estimación de estados cuando se tienen disponibles mediciones fasoriales de PMU's. Se presenta una introducción al tema y se abordan los tipos de estimadores que se pueden desarrollar. Al igual que en el Capítulo 3, aquí también se presentan las ecuaciones necesarias para el proceso, teniendo todo lo necesario para implementar el estimador de estados.
- El capítulo 5 aborda el tema de detección e identificación de datos erróneos. Un tema de suma importancia dentro de la estimación de estados. Aquí se presenta toda la teoría relacionada con los datos malos, incluyendo su descripción y el método para detectarlos y eliminarlos del conjunto de mediciones. Se presenta de igual manera la estadística relacionada al tema.
- El Capítulo 6 presenta los resultados obtenidos por los estimadores desarrollados. Se presentan los sistemas usados, el conjunto de mediciones usados, los resultados gráficos y numéricos al igual que los casos que se simularon.
- El Capítulo 7 presenta las conclusiones obtenidas después de analizar los resultados. Se presentan de igual manera, posibles modificaciones que se pueden realizar a los estimadores con el fin de mejorarlos y/o complementarlos.

Capítulo 2

Mínimos cuadrados lineales y no lineales

2.1. Mínimos Cuadrados

Considere el modelo de medición no lineal

$$z = h(\mathbf{x}) + \epsilon$$

Donde \mathbf{z} es el vector de $m \times 1$ de mediciones y \mathbf{x} es el vector $m \times 1$ de estados verdaderos, y $h(\mathbf{x})$ es un vector de $m \times 1$ de funciones no lineales que relacionan las mediciones con los estados y ϵ es un vector $m \times 1$ de los errores de las mediciones. Se supondrá que las mediciones tendrán un media de cero y la correspondiente matriz de covarianzas es \mathbf{R}_z .

El problema de estimación de estado puede ser formulado como una minimización de

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{z} - h(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{z} - h(\mathbf{x})) \quad (2.1)$$

$J(\mathbf{x})$ también puede ser escrito como sigue:

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \left(\frac{z_j - h_j(\mathbf{x})}{\sigma_j} \right)^2$$

donde σ_j es el (j, j) éximo elemento de la matriz de covarianza de errores en la matriz R_z . Este problema de mínimos cuadrados ponderados usa la inversa de la matriz de covarianza R_z como una matriz de pesos. El estado estimado x' es obtenido por el siguiente proceso iterativo:

$$G(x^v)\Delta x^v = -g(x^v)$$

$$x^{v+1} = x^v + \Delta x^v$$

donde $g(x)$ es el gradiente de $J(x)$ y $G(x)$ es la matriz de ganancia.

2.1.1. Método de Newton Raphson

La derivación del método de Gauss Newton envuelve la transformación del problema original de minimización en un problema de mínimos cuadrados lineales linealizando en vector de funciones $H(x)$.

Para el método de Newton Raphson, sin embargo, las condiciones de optimabilidad son aplicadas directamente a $J(x)$.

La primera condición óptima para el modelo de Newton Raphson es:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = - \sum_{j=1}^m \left(\frac{z_j - h_j(x)}{\sigma_j} \right) \frac{\partial h_j(x)}{\partial x} = 0$$

donde $g(x)$ denota el gradiente de $J(x)$. La raíz de la ecuación no lineal $g(x)=0$ puede ser encontrada usando el método de Newton Raphson. La expansión de Taylor aproxima el gradiente de la función:

$$hf g(x + \Delta x) \approx g(x) + G(x)\Delta x$$

donde $G(x)$ es la matriz Jacobiano de $g(x)$ (o la matriz Hessiana de $J(x)$):

$$G(x) = \frac{\partial g(x)}{\partial x} = \frac{\partial^2 J(x)}{\partial x^2} = \sum_{j=1}^m \left(\sigma_j^{-1} \frac{\partial h_j(x)}{\partial x} \left(\frac{\partial h_j(x)}{\partial x} \right)^T - \sum_{j=1}^m \left(\sigma_j^{-1} \Delta z \frac{\partial^2 h_j(x)}{\partial x^2} \right) \right)$$

La solución de mínimos cuadrados puede expresarse como sigue:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}_z^{-1} \Delta \mathbf{z}(\mathbf{x})$$

Por lo tanto dado que:

$$\sum_{j=1}^m \left(\sigma_j^{-1} \frac{\partial h_j(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{\partial h_j(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right) = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{x})$$

la corrección del vector de estado puede escribirse como sigue:

$$\Delta \mathbf{x} = \left(\mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^m \left(\sigma_j^{-1} \Delta z_j \frac{\partial^2 h_j(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} \right) \right)^{-1} \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}_z^{-1} \Delta \mathbf{z} \quad (2.2)$$

2.1.2. Método de Gauss Newton

La expansión de Taylor provee una aproximación del vector de funciones no lineal $h(\mathbf{x})$:

$$h(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}) \approx h(\mathbf{x}) + \mathbf{H}(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{x}$$

el problema de minimización en 2.1 puede ser re-escrito como sigue:

$$J(\Delta \mathbf{x}) = (\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{x})^T \mathbf{R}_z^{-1} (\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{x})$$

donde:

$$\Delta \mathbf{z} = \mathbf{z} - h(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}$$

esta última es la matriz jacobiana. La condición óptima de primer orden es:

$$\frac{\partial f(\Delta \mathbf{x})}{\partial \Delta \mathbf{x}} = -H^T(\mathbf{x})R_z^{-1}(\Delta z - H(\mathbf{x})\Delta \mathbf{x}) = 0$$

Por lo tanto, la solución de mínimos cuadrados lineales puede ser expresada como sigue:

$$\Delta \mathbf{x} = \left(H^T(\mathbf{x})R_z^{-1}H(\mathbf{x}) \right)^{-1} H^T(\mathbf{x})R_z^{-1}\Delta z(\mathbf{x}) \quad (2.3)$$

Note que si el término que depende de la segunda derivada es ignorado 2.2 se reduce a 2.3. Por supuesto, segundas derivadas sólo aparecen en modelos no lineales. Incluso en estos casos su efecto en la convergencia en estimación de estados dependerá sólo en que tan bien encaja el modelo propuesto con los datos, esto es, depende que tan cerca Δz se acerca a cero. En la mayoría de las situaciones, el impacto de las segundas derivadas en la convergencia de la estimación de estados en sistemas de potencia estáticos es despreciable.

2.2. Estimador de CD

Es comúnmente de ayuda trabajar con un modelo de aproximación de CD para las ecuaciones de medición en el análisis de la inherente limitación de varios métodos relacionados únicamente con la configuración de la medición. La aproximación de CD es obtenida asumiendo que las magnitudes de los voltajes de bus son ya conocidos y que son igual a 1.0 pu. Despreciando todos los elementos shunt y las resistencias de las ramas, el flujo de potencia real medido del bus k al m puede ser aproximado por la expansión de Taylor de primer orden entorno $\theta = 0$ dado por:

$$P_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}} + \epsilon$$

donde x_k es la reactancia de la rama $k-m$, θ_k es el ángulo de fase en el bus k y ϵ es el error de medición. Similarmente, una medición de inyección de potencia en un bus dado i puede ser expresado como la suma de los flujos a lo largo de ramas incidentes a ese bus:

$$P_i = \sum_{j \in N_j} (P_{ij} + \epsilon)$$

donde N_j es el conjunto de buses conectado al bus j .

Por lo tanto, el modelo de CD para las mediciones de potencia real pueden ser expresadas en forma matricial como sigue:

$$z_A = H_{AA} \cdot \theta + \epsilon_A$$

donde z_A incluye mediciones de inyecciones y de flujo, H_{AA} es una función de sólo reactancias de rama, y ϵ_A es el vector de errores aleatorios. Note que la referencia del ángulo de fase del bus es típicamente excluido de θ y la correspondiente columna se eliminará en H_{AA} .

2.2.1. Variables de Estado

Considere una red descrita por n_p variables de problema. Cuando el modelo de flujo de potencia de CD es usado, estas variables son los ángulos de los voltajes de bus, flujo de potencia activa de las ramas, y generación y carga de potencia activa en los buses. Estas variables están conectadas por un conjunto n_e de ecuaciones de red (modelo de red) que expresa el balance de potencia en los buses de la red y su relación entre los ángulos del voltaje nodal y los flujos de potencia activa de las ramas. Dado que el estimador de flujos de potencia de CD es lineal, el modelo de la red es un conjunto lineal de ecuaciones independientes. Normalmente es un conjunto de ecuaciones indeterminado: la diferencia $n_p - n_e$ entre el número de variables del problema y el orden del modelo (número de ecuaciones independientes), es el número de grados de libertad de este modelo. (No confundir con los grados de libertad del modelo de medición). El conjunto de variables del problema puede ser dividido en dos subconjuntos: un subconjunto de $n_p - n_e$ variables de estado y un subconjunto de variables dependientes. El conjunto de variables de estado tiene dos características principales:

- (a) Describe el sistema por completo, en el sentido que, si los estados son conocidos, todas las variables restantes (el conjunto dependiente) puede ser determinado usando las ecuaciones del modelo de red;
- (b) El conjunto de estados es mínimo, en el sentido que si cualquiera de las variables de estado es removido del conjunto, la propiedad (a) no se conserva.

2.2.2. Modelo de Medición

El modelo de medición relaciona las variables de estado con las variables dependientes por medio de un conjunto de ecuaciones de red. La estimación de estado, sin embargo, es basado en un conjunto de mediciones (datos telemétricos y pseudo mediciones). El modelo de medición describe el sistema de medición estableciendo la relación entre las variables medidas y las variables de estado.

Las mediciones son divididas en dos categorías: mediciones de variables de estado y las mediciones de variables dependientes. Ambos tipos de mediciones son representados en el modelo de medición: el primero es trivial, mientras que el segundo las ecuaciones del modelo de red son usadas para escribir las variables de medición en términos de variables de estado. El número de grados de libertad del modelo de medición es la diferencia entre el número de estados y el rango (número de renglones/columnas independientes) del modelo.

Ejemplo.

Se tiene el siguiente sistema de 3 nodos, obtenga las variables del problema, el modelo de red, las variables de estado y el modelo de medición:

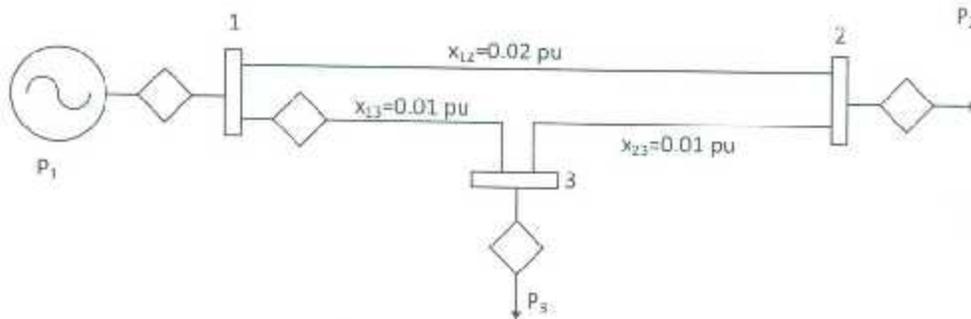


Figura 2.1: Ejemplo de 3 buses para el estimador de CD

Variables del problema:

Tomamos $\theta_1 = 0$, por lo tanto las variables del problema son:

$$P_1, P_2, P_3, P_{12}, P_{13}, P_{23}, \theta_2, \theta_3$$

Modelo de Red:

$$P_1 - P_{12} - P_{13} = 0$$

$$P_2 + P_{12} - P_{23} = 0$$

$$P_3 + P_{13} + P_{23} = 0$$

$$P_{12} + 50\theta_2 = 0$$

$$P_{13} + 100\theta_3 = 0$$

$$P_{23} - 100(\theta_2 - \theta_3) = 0$$

Variables de Estado: Dado que hay ocho variables del problema y seis ecuaciones de red independientes, dos variables pueden ser seleccionadas como variables de estado, por ejemplo, θ_2 y θ_3 es una elección común.

Modelo de Medición:

En este caso hay cuatro mediciones p_1^{mcs} , p_2^{mcs} , p_3^{mcs} , p_{13}^{mcs} que son expresados en términos de variables de estado θ_2 , θ_3 :

$$-50 \theta_2 - 100 \theta_3 = p_1^{mcs}$$

$$150 \theta_2 - 100 \theta_3 = p_2^{mcs}$$

$$-100 \theta_2 + 200 \theta_3 = p_3^{mcs}$$

$$-100 \theta_3 = p_{13}^{mcs}$$

Estas ecuaciones pueden ser escritas en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} -50 & -100 \\ 150 & -100 \\ -100 & 200 \\ 0 & -100 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1^{mcs} \\ p_2^{mcs} \\ p_3^{mcs} \\ p_{13}^{mcs} \end{pmatrix}$$

donde la matriz Jacobiano H , el vector de variables de estado x , y el vector de mediciones z son como sigue:

$$H = \begin{bmatrix} -50 & -100 \\ 150 & -100 \\ -100 & 200 \\ 0 & -100 \end{bmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \quad z = \begin{pmatrix} p_1^{mcs} \\ p_2^{mcs} \\ p_3^{mcs} \\ p_{13}^{mcs} \end{pmatrix}$$

Capítulo 3

Estimación de Estados Estática

3.1. Introducción

Un sistema de potencia consiste esencialmente de sistemas de generación, transmisión y distribución. Un sistema de transmisión contiene un gran número de subestaciones que están interconectadas por líneas de transmisión, transformadores y otros elementos de sistemas de protección y control. La operación y planeamiento eficiente y económicamente óptimo junto con la seguridad del sistema eléctrico de potencia siempre han ocupado una importante posición en la industria eléctrica. Para alcanzar estos objetivos, es primordial para los ingenieros, monitorear precisamente los estados de operación del sistema de potencia. Una herramienta esencial para el monitoreo en tiempo real del sistema de potencia es la Estimación de Estados. La Estimación de Estados Estática se refiere al procedimiento de la obtención de los fasores de voltaje de todos los buses del sistema en un punto dado de tiempo. El estimador de estado hace uso de mediciones redundantes para filtrar mediciones erróneas o errores en la telemetría y así obtener un estimado óptimo. Mediciones simultáneas de cantidades en diferentes partes del sistema es prácticamente imposible, por lo tanto un lapso de tiempo entre las mediciones es normalmente tolerado. Esta tolerancia es justificada debido a la baja variación en las condiciones de operación del sistema de potencia bajo condiciones de operación normales. La definición de los estados del sistema usualmente incluye los fasores de voltaje de bus en estado estacionario. Esto implica que la topología de la red y los parámetros de la misma son perfectamente conocidos. Sin embargo, errores en los parámetros de la red o en la topología existen ocasionalmente, debido a por ejemplo, cortes no reportados, sags en líneas de transmisión en días calurosos, etcétera [1].

Básicamente, el estimador de estados actúa como un filtro para eliminar pequeños errores estadísticos inherentes a la medición y para la supresión de errores graves (mediciones erróneas) de-

bidas al malfuncionamiento del sistema de adquisición de datos. Un ejemplo de estos errores graves puede ser la mala conexión de los transductores (polaridad inversa); de esta manera, el medidor registra el valor negativo de la medición, la cual entraría al EMS[2]. Ahora bien, se asume que el sistema de potencia opera en estado estable bajo condiciones balanceadas. Esto implica que todas las cargas de los buses y los flujos de potencia en las ramas serán trifásicas y balanceadas, todas las líneas de transmisión están transpuestas completamente y cualquier otro elemento en serie o derivación es simétrico en las tres fases. Estas suposiciones permiten el uso de circuitos equivalentes monofásicos de secuencia positiva para modelar el sistema entero. La solución que se obtendría sería la componente de secuencia positiva del sistema durante operación balanceada en estado estacionario [1].

3.2. Propiedades de los estimados por mínimos cuadrados ponderados

La estimación de estados usa grandes muestras de mediciones para determinar el mejor estado del sistema, de las cuales algunas de estas mediciones pueden ser imprecisas o ser erróneas. La Estadística puede ser de ayuda en la manipulación de los datos de acuerdo a ciertos procedimientos estadísticos. De los muchos criterios que pueden llegar a ser útiles, los siguientes tres son más adecuados para la estimación de estados en sistemas de potencia[3]:

1. *Criterio de máxima probabilidad:* Aquí el objetivo es maximizar la probabilidad de que el estimado de la variable de estado \hat{x} sea el valor verdadero del vector de estado x .
2. *Criterio de mínimo cuadrado ponderado:* Aquí el objetivo es minimizar la suma de los cuadrados de los residuos ponderados de la medición estimada \hat{z} y las mediciones reales z .
3. *Criterio de mínima varianza:* Aquí el objetivo es minimizar el valor esperado de la suma de los cuadrados de las desviaciones de los componentes estimados del vector de variables de estado de su correspondiente componente del vector de estados verdadero.

3.3. Estimación de máxima verosimilitud

El objetivo de la estimación de estado es determinar el estado más probable del sistema basado en las cantidades medidas. Una manera de lograrlo es con la estimación por máxima verosimilitud o máxima probabilidad. Se asume que los errores de las mediciones tienen una distribución probabilística conocida con parámetros desconocidos. La función de densidad de probabilidad conjunta para todas las mediciones se puede escribir en términos de estos parámetros desconocidos. Esta función es conocida como función de probabilidad y alcanzará su valor pico cuando los parámetros

desconocidos son escogidos de manera que sean cercanos sus los valores reales. Por lo tanto, un problema de optimización puede aplicarse para maximizar la función de probabilidad como función de estos parámetros desconocidos. La solución dará los estimados de probabilidad máxima para los parámetros de interés. Comúnmente se asume que los errores de medición tienen una distribución Normal (Gaussiana) y los parámetros para dicha distribución son su media μ , y su varianza σ^2 . El problema de estimación de máxima probabilidad es entonces, resuelto para estos dos parámetros.

3.3.1. Función de Densidad de Probabilidad Normal (Gaussiana)

La función de densidad de probabilidad Gaussiana para una variable aleatoria z está definida como:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

donde:

- z : Variable aleatoria
- μ : Media o valor esperado de $z = E(z)$
- σ : Desviación estándar de z

La función $f(z)$ cambiará su forma dependiendo de los parámetros μ y σ . Sin embargo, su forma puede ser estandarizada usando el siguiente cambio de variables:

$$u = \frac{z - \mu}{\sigma}$$

que produce:

$$E(u) = \frac{1}{\mu} (E(z) - \mu) = 0$$

$$Var(u) = \frac{1}{\sigma^2} Var(z - \mu) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

Por lo tanto la nueva función se convierte en:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Una gráfica de $\Phi(u)$, que es referida como Función de Densidad Probabilística Normal (Gaussiana) se muestra en la figura 3.1:

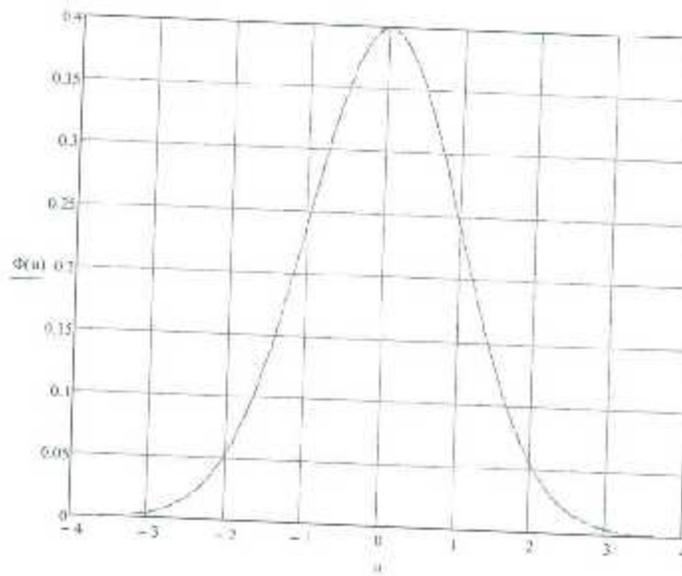


Figura 3.1: Función de Densidad Probabilística Normal (Gaussiana)

3.3.2. Función de Probabilidad

La probabilidad de la ocurrencia de m mediciones independientes z_i , cada una con la misma función de densidad Gaussiana se puede expresar como el producto de las funciones de distribución individuales si se supone que cada medición es independiente del resto:

$$f_m(z) = f(z_1) \cdot f(z_2) \cdot \dots \cdot f(z_m)$$

donde:

- z_i : i -ésima medición
- z^T : z_1, z_2, \dots, z_m

La función $f_m(z)$ es llamada función de probabilidad de z .

El objetivo de la estimación por máxima verosimilitud es el de maximizar esta verosimilitud con respecto de las variables de estado del sistema si los parámetros de la función de densidad son conocidos. La función de densidad comúnmente se reemplaza por su logaritmo a fin de simplificar el procedimiento de optimización. La función modificada es llamada Función de Probabilidad Logarítmica, L , y esta dada por:

$$L = \log(f_m(z)) = \sum_{i=1}^m \log(f(z_i))$$

$$L = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log(2\pi) - \sum_{i=1}^m \log(\sigma_i)$$

El estimador de Máxima Verosimilitud maximizará la función de probabilidad (función logarítmica) para un conjunto dado de observaciones z_1, z_2, \dots, z_m . Por lo tanto, puede ser obtenido resolviendo el siguiente problema ya sea maximizando:

$$\log(f_m(z)) \quad (3.1)$$

o bien, minimizando:

$$\sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (3.2)$$

Este problema de minimización puede ser re escrito en términos del residual z_i de medición, el cual se define como:

$$r_i = z_i - \mu_i = z_i - E(z_i)$$

donde la media μ_i , o el valor esperado de $E(z_i)$ de la medición z_i puede ser expresado como $h_i(x)$, una función no lineal relacionando el vector de estado del sistema x a la i -ésima medición. El cuadrado de cada residual r_i^2 es medido por $W_i = \sigma_i^{-2}$, que es inversamente relacionado al error de la varianza asumido por esa medición. Por lo tanto, el problema de la minimización de la ecuación 3.2 será equivalente a minimizar la suma ponderada de los cuadrados de los residuos, resolviendo el siguiente problema de optimización para el vector de estado x :

minimizar

$$\sum_{i=1}^m (W_i r_i^2) \quad (3.3)$$

sujeto a:

$$z_i = h_i(x) + r_i$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

La solución del problema de optimización anterior es llamado estimador de mínimos cuadrados ponderados (WLS) para x .

3.4. Modelos de medición y suposiciones

Considere el conjunto de mediciones dados por el vector z :

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{pmatrix} = h(x) + e \quad (3.4)$$

donde:

- $h^T = (h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x))$
- $h_i(x)$: Es la función no lineal relacionando la medición con el vector de estado x
- $x^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ Es el vector de estados del sistema
- $e^T = (e_1, e_2, \dots, e_m)$ Es el vector de errores en las mediciones

Las siguientes suposiciones son hechas comúnmente, en cuanto a las propiedades estadísticas de los errores en las mediciones:

$$\begin{aligned} E(e_i) &= 0 \\ i &= 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

Los errores en las mediciones son independientes, por ejemplo: $E(e_i \cdot e_j) = 0$, por lo tanto:

$$\text{Cov}(e) = E(e \cdot e^T) = R = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2) \quad (3.5)$$

La desviación estándar σ_i de cada medición i es calculada para reflejar la exactitud esperada de cada medidor usado. El estimador WLS minimizará la siguiente función objetivo:

$$j(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(x))^2}{R_{ii}} \quad (3.6)$$

$$j(x) = (z - h(x))^T R^{-1} (z - h(x)) \quad (3.7)$$

La expansión de Taylor provee una aproximación del vector de funciones no lineal $h(x)$:

$$h(x + \Delta x) \cong h(x) + H(x)\Delta x$$

el problema de minimización en 3.2 puede ser reescrito como sigue:

$$J(\Delta x) = (\Delta z - H(x)\Delta x)^T R^{-1}(\Delta z - H(x)\Delta x)$$

donde:

- $\Delta z = z - h(x)$
- $H(x) = \frac{\partial h}{\partial x}$ Que es la matriz Jacobiana

Ahora bien, la condición óptima de primer orden es:

$$\frac{\partial J(\Delta x)}{\partial \Delta x} = -H^T(x)R^{-1}(\Delta z - H(x)\Delta x) = 0$$

Por lo tanto, la solución de mínimos cuadrados lineales puede ser expresada como sigue:

$$\Delta x = G^{-1}(x)H^T(x)R^{-1}\Delta z(x) \quad (3.8)$$

donde:

- $G^{-1}(x) = (H^T(x)R^{-1}H(x))^{-1}$

3.5. Algoritmo de Estimación de Estados por Mínimos Cuadrados Ponderados

La estimación de estados por mínimos cuadrados ponderados involucra la solución iterativa de la ecuación 3.8. Se tiene que hacer una estimación inicial para el vector de estados x^0 . Ésta típicamente corresponde al perfil plano de voltaje, en donde todos los voltajes se suponen de 1.0 pu y todos en fase entre sí. El algoritmo de solución iterativa de estimación de mínimos cuadrados ponderados, se puede describir como sigue:

- Iniciar iteraciones, iniciar el índice de iteraciones $k = 0$
- Inicializar el vector de estados x^k , típicamente como perfil plano.
- Calcular la matriz de ganancia $G(x^k)$
- Calcular el lado derecho de la ecuación $t^k = H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k))$
- Descomponer $G(x^k)$ y resolver para Δx^k
- Probar convergencia, $\max|\Delta x^k| \leq \epsilon$

- Si no se cumple el punto anterior, actualizar $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$, $k = k + 1$ e ir al paso 3. De lo contrario, detenerse.

El algoritmo de arriba esencialmente envuelve los siguientes cálculos en cada iteración (usando el método de sustitución "adelante-atrás"):

1. Cálculo del lado derecho de la ecuación

$$[G(x^k)]\Delta x^{k+1} = H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k)) \quad (3.9)$$

- Calcular las funciones de medición, $h(x^k)$
- Construir el Jacobiano de medición, $H(x^k)$

2. Cálculo de $G(x^k)$ y la solución de la ecuación $[G(x^k)]\Delta x^{k+1} = H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k))$

- Construir la matriz de garantía, $G(x^k)$
- Descomponer $G(x^k)$ en sus factores Cholesky
- Realizar sustituciones "adelante-atrás" para resolver para Δx^{k+1}

3.6. Función de Medición $h(x)$

Las mediciones pueden ser de una variedad de tipos. Las mediciones usadas más comúnmente son los flujos de potencia en las líneas, las inyecciones de potencia en los buses, las magnitudes de voltaje y las magnitudes del flujo de corriente en las líneas. Estas mediciones pueden ser expresadas en términos de variables de estado ya sea usando las coordenadas polares o rectangulares. Cuando se usan las coordenadas polares para un sistema que contiene n buses, el vector de estado tendrá $(2n - 1)$ elementos, n magnitudes de voltaje de buses y $(n - 1)$ ángulos de fases, donde en ángulo de fase de un bus de referencia es fijado a un valor arbitrario, comúnmente 0. El vector de estado x tendrá la siguiente forma, asumiendo que el bus 1 es tomado como referencia:

$$x^T = (\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n, V_1, V_2, \dots, V_n)$$

Las expresiones para cada una de las mediciones de arriba están dadas a continuación, asumiendo el modelo general π para las ramas del sistema como se muestra en la figura 3.2.

- Inyección de Potencia Activa y Reactiva en el nodo i :

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^N (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad i = 1, 2, \dots, N; j \neq i \quad (3.10)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^N (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad i = 1, 2, \dots, N; j \neq i \quad (3.11)$$

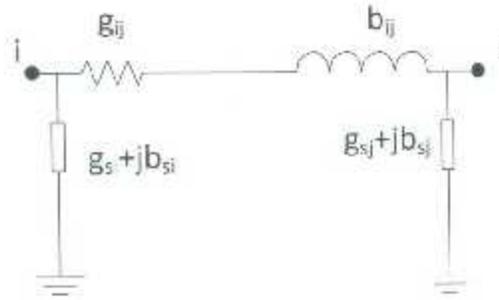


Figura 3.2: Modelo pi de una rama de la red

- Flujo de potencia activa y reactiva del bus i al bus j :

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{si} + g_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.12)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{si} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.13)$$

- Magnitud del flujo de corriente del bus i al bus j :

$$I_{ij} = \frac{\sqrt{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}}{V_i} \quad (3.14)$$

o ignorando la admitancia shunt ($g_{si} + jb_{si}$):

$$I_{ij} = \sqrt{(g_{ij}^2 + b_{ij}^2)(V_i^2 + V_j^2 - 2 V_i V_j \cos \theta_{ij})} \quad (3.15)$$

Donde:

- V_i, θ_i es la magnitud del voltaje y ángulo de fase en el bus i
- $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$
- $G_{ij} + jB_{ij}$ es el i ésimo elemento de la matriz de admitancia
- $g_{ij} + jb_{ij}$ es la admitancia de la rama serie conectando los buses i y j
- $g_{si} + jb_{si}$ es la admitancia de la rama shunt conectada en el bus i como se muestra en la figura 3.2
- N_i es el conjunto de número de buses que están directamente conectados al bus i

3.7. Jacobiano de Medición H

La estructura del Jacobiano de medición H será como sigue:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{flujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{flujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{flujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{mag}}{\partial \theta} & \frac{\partial I_{mag}}{\partial V} \\ 0 & \frac{\partial V_{mag}}{\partial V} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Las expresiones para cada partición son como sigue:

- Elementos correspondientes a las mediciones de inyección de potencia real:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^N (V_i V_j (-G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij} - V_i^2 B_{ii})) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) + V_i G_{ii} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.20)$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de inyección de potencia reactiva:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^N V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - V_i^2 G_{ii} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) - V_i B_{ii} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.24)$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de flujo de potencia real:

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) + 2 (g_{ij} + g_{ji}) V_i \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.28)$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de flujo de potencia reactiva:

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2 (b_{ij} + b_{ji}) V_i \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3.32)$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de magnitud de voltaje:

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1 \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \theta_i} = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \theta_j} = 0 \quad (3.36)$$

- Elementos correspondientes a las mediciones de magnitud de flujo de corriente (ignorando la admitancia shunt de la rama):

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = \frac{g_{ij}^2 - b_{ij}^2}{l_{ij}} V_i V_j \sin \theta_{ij} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = -\frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{l_{ij}} V_i V_j \sin \theta_{ij} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{l_{ij}} (V_i - V_j \cos \theta_{ij}) \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = \frac{g_{ij}^2 + b_{ij}^2}{l_{ij}} (V_j - V_i \cos \theta_{ij}) \quad (3.40)$$

3.8. Matriz de ganancia G

La matriz de ganancia está formada usando el Jacobiano de medición H y la matriz de covarianza de los errores de las mediciones R . La matriz de covarianza es asumida de forma diagonal, teniendo las varianzas de las mediciones como sus valores en las diagonales. Dado que G está formado como:

$$G(x^k) = H^T R^{-1} H \quad (3.41)$$

tiene las siguientes propiedades:

- Es estructural y numéricamente simétrica.
- Es dispersa, sin embargo, menos dispersa comparada con H .
- Es en general una matriz definida no negativa. Por ejemplo, todos sus eigenvalores son no negativos. Es definida positiva para redes completamente observables.

G es construida y almacenada como una matriz dispersa para consideraciones de memoria y de eficiencia computacional. Está construida procesando una medición a la vez. Considere el Jacobiano de medición H y la matriz de covarianza R para un conjunto de mediciones m , cada una corresponde a un renglón como se muestra:

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_m \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{mm} \end{bmatrix}$$

entonces la matriz de ganancia puede ser escrita como sigue:

$$G = \sum_{i=1}^m (H_i^T R_i^{-1} H_i) \quad (3.42)$$

Dado que H tiene renglones dispersos, eso produce que sus productos también sean dispersos. Los términos diferentes de cero en G pueden entonces ser calculados y almacenados en forma dispersa.

3.8.1. Descomposición Cholesky de G

La matriz de ganancia G puede ser escrita como el producto de una matriz triangular inferior dispersa y su transpuesta. A esto se le conoce como descomposición de G . La descomposición será entonces de la forma:

$$G = L \cdot L^T \quad (3.43)$$

Es necesario tener en cuenta que esta descomposición no se puede realizar si el sistema que se está analizando no es completamente observable. Es decir, la solución del estimador de estados no puede ser obtenida si el sistema es inobservable [1].

Los factores triangulares de G no son únicos y su dispersión o esparcidad depende mucho de la manera en que la descomposición se realice [2].

3.9. Solución de la ecuación normal

Asumiendo que la matriz de ganancia fue descompuesta apropiadamente en sus factores Cholesky L y L^T , el siguiente paso es resolver la ecuación normal para Δx^k :

$$L \cdot L^T \Delta x^k = t^k \quad (3.44)$$

donde t^k denota el lado derecho de la ecuación 3.9. Esta solución es obtenida en dos pasos:

1. **Sustitución hacia adelante:** Sea $L^T \Delta x^k = u$ se obtienen los elementos de u iniciando por u_1 usando sustituciones en la ecuación transformada $L \cdot u = t^k$. El renglón superior será la solución

de u_1 por t_1/L_{11} . Sustituyendo para u_1 en el resto de los renglones, se reduce el conjunto de ecuaciones a uno. Repitiendo el mismo procedimiento para u_2 u el resto se obtiene la solución completa de u .

2. **Substitución hacia atrás:** Ahora que se conoce a u , se usa $L^T \Delta x^k = u$ para substituir hacia atrás y resolver para los elementos de Δx^k . Para este proceso, la substitución se debe empezar por el renglón inferior, donde el último elemento del vector de solución es obtenido por: $\Delta x^k(n) = u_n/L_{nn}$. Sustituyendo en el resto de los renglones, el proceso de la substitución hacia atrás continúa hasta que todos los elementos son calculados.

Este proceso para la obtención de los incrementos de Δx^k resulta muy eficiente debido a la estructura dispersa del factor triangular L de la matriz de ganancia.

Si se desea evitar este método, los incrementos de Δx^k también pueden ser obtenidos mediante la ecuación 3.8 [3] [4].

3.10. Formulación desacoplada del estimador de estados por WLS

El principal trabajo computacional asociado con la solución del estimador de estados por WLS, es la descomposición de la matriz de ganancia. Una manera de reducir este trabajo es mantener una matriz de ganancia constante pero aproximada. Esta aproximación es posible debido al hecho de que los elementos de la matriz de ganancia no cambia significativamente entre la inicialización con perfil plano y la solución del estimador. Además, como se observa en el problema de flujos de potencia [5] la sensibilidad de las ecuaciones de potencia real (reactiva) a cambios en la magnitud (ángulo de fase) de los voltajes de buses es muy baja, especialmente para sistemas con altos voltajes en el sistema de transmisión. Estas observaciones dan pie a la formulación desacoplada de la estimación de estados [6, 7]. En esta formulación, las ecuaciones de medición son particionadas en dos partes:

- Mediciones de potencia reactiva, incluyendo las inyecciones de potencia activa en los buses y el flujo de potencia activa en las ramas. Estas mediciones serán denotadas por el subíndice A , que significa mediciones de potencia activa.
- Mediciones de potencia reactiva, incluyendo las mediciones de potencia reactiva en los buses, de potencia reactiva en las ramas y mediciones de magnitud de voltaje nodal. Estas mediciones serán denotadas por el subíndice R , que significa mediciones de potencia reactiva.

Note que las mediciones de magnitud del flujo de corriente en las ramas no son incluidas en ningún grupo anterior. Esto es hecho de manera intencional debido a que estas mediciones no se prestan tan fácilmente para la formulación desacoplada. Este hecho es considerado como un defecto de la formulación desacoplada. Con lo anterior, las mediciones y sus arreglos pueden ser particionados como sigue:

$$z^T = \begin{bmatrix} z_A^T & z_R^T \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} H_{AA} & H_{AR} \\ H_{RA} & H_{RR} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_A & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix}$$

Las siguientes suposiciones son usadas para obtener el algoritmo de estimación de estados desacoplado:

1. Asuma condiciones de operación de arranque plano.
2. Ignore los bloques fuera de la diagonal en el jacobiano de medición H , H_{AR} y H_{RA} , y calcule la matriz de ganancia usando esta aproximación. Esto también eliminará los bloques fuera de la diagonal de la matriz de ganancia, dando resultado a una matriz de ganancia constante y desacoplada evaluada en arranque plano:

$$G = \begin{bmatrix} G_{AA} & 0 \\ 0 & G_{RR} \end{bmatrix}$$

$$G_{AA} = H_{AA}^T R_A^{-1} H_{AA}$$

$$G_{RR} = H_{RR}^T R_R^{-1} H_{RR}$$

3. Repita la misma aproximación para las entradas del jacobiano cuando calcule el lado derecho del vector:

$$T = \begin{bmatrix} H_{AA}^T R_A^{-1} \Delta z'_A \\ H_{RR}^T R_R^{-1} \Delta z'_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_A \\ T_R \end{bmatrix}$$

donde:

$$\Delta z'_A = \Delta z_A / V$$

$$\Delta z'_R = \Delta z_R / V$$

$$\Delta z_A = z_A - h_A(\hat{x})$$

$$\Delta z_R = z_R - h_R(\hat{x})$$

Hay dos variaciones a las suposiciones básicas enlistadas anteriormente. Estas variaciones esencialmente pertenecen a las submatrices H_{AA} y H_{RR} . Ignorando las resistencias en serie de las ramas cuando se forman H_{AA} o H_{RR} conducirá a la llamada formulación desacoplada rápida para estimación de estados XB o BX respectivamente. Las suposiciones anteriores conducen a un algoritmo de

solución desacoplado usando las coordenadas polares en los cálculos. Por lo tanto, la solución para las actualizaciones de los ángulos de fase $\Delta\theta$ y magnitud ΔV son obtenidos alternadamente y la prueba de convergencia es basada en el máximo cambio en ambos arreglos. Los pasos del algoritmo de solución se detalla a continuación:

1. Inicialice todos los voltajes de los buses como arranque plano, $V_i = 1,0$ pu, $\theta_i = 0$ para todos los buses, $i = 1, \dots, N$.
2. Construir y realizar la descomposición triangular de G_{AA} y G_{RR} .
3. Calcular T_A
4. Resolver $G_{AA} \Delta\theta = T_A$
5. Comprobar si ambos incrementos, $\Delta\theta$ y ΔV son menor que el valor de tolerancia de convergencia. Si lo es detenerse. De lo contrario, continuar.
6. Actualizar $\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta$
7. Calcular T_R
8. Resolver $G_{RR} \Delta V = T_R$
9. Comprobar si ambos incrementos, $\Delta\theta$ y ΔV son menor que el valor de tolerancia de convergencia. Si lo es detenerse. De lo contrario, continuar.
10. Actualizar $V^{k+1} = V^k + \Delta V$
11. Ir al paso 3

Nótese que las submatrices de ganancia G_{AA} y G_{RR} son calculadas y descompuestas en sus factores triangulares sólo una vez al principio del proceso iterativo. Las soluciones para $\Delta\theta$ y ΔV se llevan a cabo muy eficientemente por medio de las sustituciones adelante atrás, dado que los factores triangulares no necesitan ser actualizados durante las iteraciones. Además, la dimensión de las dos submatrices de ganancia son la mitad del tamaño de la matriz de ganancia completa, reduciendo aún más el esfuerzo computacional.

Capítulo 4

Estimación de estados con medición de fasores

4.1. Introducción

La idea que prevalece en la mayor parte del desarrollo de los estimadores de estado convencionales es que la recolección simultánea y precisa de las mediciones en todo el sistema es algo que nunca podrá lograrse. Una gran suposición que llevó a todas las técnicas de estimación de estado juntas, fue que el estado estático del sistema de potencia cambiaba muy lentamente y los operadores podían permitirse tener tiempos de escaneo significantes. Inclusive algunos estimadores de hoy tienen tiempos de escaneo de sólo unos segundos, esto podría ser una eternidad para algunas aplicaciones descables de protección y control. Los PMU's permiten la recolección de mediciones fasoriales, y con esta tecnología llegando a ser tan frecuente en empresas de servicios públicos, es inevitable que se vayan a utilizar para aplicaciones de estimación de estado [8].

Como se presentará en este capítulo, la inclusión de la tecnología de los PMU's en los estimadores de estado puede darse en diferentes maneras. Las mediciones de los PMU's puede ser incluida por una formulación un tanto diferente del estimador por mínimos cuadrados ponderados no lineal, o también pueden ser tomadas en consideración después de que los estados del sistema han sido previamente calculados[9]. Inclusive, un número pequeño de estas precisas mediciones pueden pesar fuertemente en la precisión de todos los estados del sistema [8]. Sin embargo, una verdadera aplicación de tecnología PMU's a estimación de estados podría reemplazar todas las mediciones tradicionales de inyecciones de potencia real y reactiva y magnitudes de voltaje y corriente por fasores de voltaje y fasores de corriente de línea. En la figura 4.1 se muestra la medición de fasores por parte de un PMU. Si sólo se usan mediciones de PMU's no existiría complicación alguna por el uso de valores en coordenadas rectangulares o polares en el proceso de estimación de estados, tal como sucedería en

la inclusión de mediciones de PMU's en los estimadores tradicionales [4].

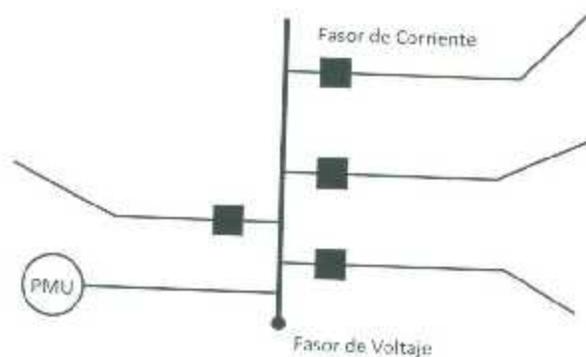


Figura 4.1: Medición de fasores por un PMU

4.2. Estimación de Estados Lineal con Medición de Fasores

Si un estimador pudiera ser formado solo con datos de PMU's entonces los problemas de escaneo de datos y de oblicuidad de tiempo podrían ser eliminados. Los datos de PMU's serían marcados en el tiempo y la suposición estática removida. Podríamos obtener un estimado de un sistema dinámico en un instante de tiempo. El estimado (en sistemas de pocos nodos) podría ser obtenido un tiempo pequeño después de obtenidas las mediciones debido a retrasos de comunicación pero sería un estimado del estado del sistema en el instante en que las mediciones fueron hechas. Hay varios problemas que hay que atender, uno de ellos es la necesidad de redundancia para eliminar los datos erróneos mientras que otro problema es el de conocer cuántos PMU's son requeridos. En un extremo si hay un PMU en cada bus se estaría midiendo el estado del sistema, no estimándolo. La pérdida de una medición, en dado caso, sólo significaría la pérdida de información sobre el bus en cuestión, pero aún se tendría conocimiento del resto de los buses.

La primer observación es que un PMU en una subestación puede fácilmente tener acceso a corrientes de línea en adición de voltajes de bus. Muestreando ambos, voltajes y corrientes, en el mismo instante de tiempo significaría que todos los fasores estarían en la misma referencia. Con un modelo de la línea de transmisión el conocimiento de la corriente de línea puede ser usado para calcular el voltaje en el final de la línea. Midiendo las corrientes de línea se puede extender las mediciones de voltaje donde no hay PMU's instalados. Con un número amplio de PMU's el problema de la redundancia es atendido. Por el otro lado el menor número de PMU's necesarios para medir indirectamente todos los voltajes de los buses y la óptima localización de los PMU's para lograr lo anterior ha sido tema de numerosos artículos [8].

4.2.1. Matriz de medición de corriente de bus

La matriz de medición de corriente de bus es una matriz que muestra la ubicación de las mediciones de flujo de corriente en la red. Es una matriz de $m \times b$ donde m es el número de mediciones de corriente en la red y b es el número de buses del sistema. Esta matriz es llenada usando reglas simples, entre las que se incluyen:

1. Cada renglón de la matriz corresponde a una medición de corriente en el sistema.
2. Cada columna de la matriz corresponde a cada bus del sistema.
3. Si la medición m (correspondiente al renglón m) deja el bus n (correspondiente a la columna n) entonces el elemento de la matriz (m, n) será un 1.
4. Cuando la medición m (correspondiente al renglón m) entra al bus k (correspondiente a la columna k) entonces el elemento de la matriz (m, k) será un -1.
5. Todos los elementos restantes serán cero.

Para ejemplificar lo anterior considere un sistema de 4 buses mostrado en la figura 4.2. La matriz tendrá entonces la forma:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

4.2.2. Matriz de medición de voltaje de buses

La matriz de medición de voltaje de buses es muy similar a la matriz de medición de corriente de bus. Esta muestra la relación entre las mediciones de voltaje y su respectiva ubicación en la red. Dado que los PMU's son usados para realizar mediciones, las mediciones de voltaje son de hecho una medición directa de un estado del sistema y por lo tanto solo requiere una relación de identidad simple entre la medición y el estado. La matriz de medición de voltaje es una matriz de incidencia de $m \times b$ donde m es el número de mediciones de voltaje en el sistema y b es el número de buses del sistema. Esta matriz es usada siguiendo las siguientes reglas:

1. Cada renglón de la matriz corresponde a una medición de voltaje en el sistema.

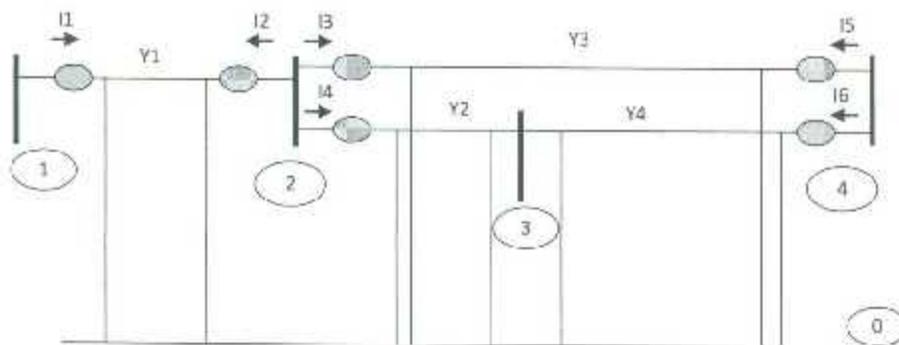


Figura 4.2: Un ejemplo con seis mediciones de corriente en cuatro líneas, tres mediciones de voltaje y cuatro buses.

2. Cada columna corresponde a un bus del sistema.
3. Si la medición m (correspondiente al renglón m) se localiza en el bus b (correspondiente a la columna b) entonces el elemento de la matriz (m, b) será un 1.
4. El resto de los elementos será un cero.

Considere de nuevo el sistema de la figura 4.2. Si el sistema tiene medición de voltaje en todos los nodos excepto en el bus 3, la matriz de medición de voltaje de buses será de la forma:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Si existiera una medición de voltaje en cada bus, entonces la matriz tomaría la forma de una matriz identidad. Adicionalmente, si existieran mediciones redundantes de voltaje, entonces cada columna tendría más de un elemento distinto de cero.

4.2.3. Matriz de admitancia serie

La matriz de admitancia serie es una matriz diagonal donde sus elementos de la diagonal son las admitancias de las líneas que tienen mediciones de corriente. Es una matriz de $m \times m$, donde m es el número de mediciones de corriente en el sistema. Esta matriz se forma de la siguiente manera:

1. Para la medición m , el elemento de la matriz $(m \times m)$ es la admitancia de la rama que está siendo medida.

Haciendo referencia nuevamente al sistema de la figura 4.2, la matriz de admitancia serie (en su versión monofásica) para el sistema sería de la forma:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_6 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Donde el elemento y_i corresponde a la admitancia de la línea i .

4.2.4. Matriz de admitancia shunt

La matriz de admitancia shunt es una matriz que relaciona la ubicación de cada medición de corriente con la admitancia shunt de la línea que está siendo medida. Esta matriz es de tamaño $m \times b$ donde m es el número de mediciones de corriente en el sistema y b es el número de buses del sistema. Su formación se realiza de la siguiente manera:

- Para la medición m (correspondiente al renglón m) dejando al bus b (correspondiente a la columna b), el elemento de la matriz (m, b) es la admitancia shunt del lado de la línea donde la medición m es tomada.

Haciendo referencia nuevamente al sistema de la figura 4.2, la matriz de admitancia shunt (en su forma monofásica) es de la forma:

$$y_s = \begin{pmatrix} y_{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{10} & 0 & 0 \\ 0 & y_{30} & 0 & 0 \\ 0 & y_{20} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_{30} \\ 0 & 0 & 0 & y_{40} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Donde y_{i0} es la admitancia shunt de la línea i .

4.2.5. Solución al problema de estimación de estados lineal

Considere la siguiente ecuación de estados lineal:

$$[z] = \begin{bmatrix} E \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ yA + y_s \end{bmatrix} [x] + e \quad (4.5)$$

Puede verse que el conjunto de mediciones, $[z]$ es una concatenación vertical del conjunto de mediciones fasoriales de voltaje y corriente, respectivamente. Los estados del sistema $[x]$ es entonces relacionado al conjunto de mediciones por una concatenación vertical de la matriz de medición de voltaje de buses y una matriz compuesta por la matriz de admitancia serie y shunt y la matriz de medición de corriente de bus.

$$[M] = [y][A] + [y_s] \quad (4.6)$$

Esta matriz $[M]$ relaciona los estados del sistema al conjunto de mediciones fasoriales del flujo de corriente en las líneas. Por lo tanto, la ecuación de estado se transforma de la siguiente manera:

$$[z] = \begin{bmatrix} E \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ M \end{bmatrix} [x] + e \quad (4.7)$$

Definamos ahora la matriz $[B]$ de la siguiente manera:

$$[B] = \begin{bmatrix} H \\ M \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Por lo tanto la ecuación de estado quedaría:

$$[z] = [B][x] \quad (4.9)$$

Y para el sistema de 4 nodos de la figura 4.2 la ecuación sería:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_4 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ y_1 + y_{10} & -y_1 & 0 & 0 \\ -y_1 & y_1 + y_{10} & 0 & 0 \\ 0 & y_3 + y_{30} & 0 & -y_3 \\ 0 & y_2 + y_{20} & -y_2 & 0 \\ 0 & -y_3 & 0 & y_3 + y_{310} \\ 0 & 0 & -y_4 & y_4 + y_{40} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Una vez obtenido lo anterior, se puede obtener la estimación de estados mediante multiplicación de matrices por la siguiente ecuación:

$$[x] = [(B^T W^{-1} B)^{-1} B^T W^{-1}] [z] = [H] [z] \quad (4.11)$$

Donde la matriz $[W]$ es la matriz de covarianza de las mediciones cuya función es la de proporcionar los pesos a las mediciones. Con esta ecuación, una vez obtenidas las mediciones se obtiene la estimación de estados mediante la ecuación anterior. La matriz $[H]$ es constante siempre y cuando la estructura de los buses no cambie. Ésta puede ser calculada fuera de línea y almacenada para uso en tiempo real. Bajo ciertas condiciones de medición, la matriz $[H]$ se convierte en matriz real, simplificando aún más los cálculos computacionales [10, 11, 12].

4.3. Estimación de estados tradicional combinada con PMU's

Básicamente hay dos procedimientos para combinar las mediciones fasoriales con mediciones tradicionales de potencia activa y reactiva en los estimadores de estado. Uno de ellos consiste en obtener los estados del sistema del estimador tradicional y después incorporarlo al estimador lineal propuesto en [9, 13, 14], este estimador se presenta en la figura 4.3.

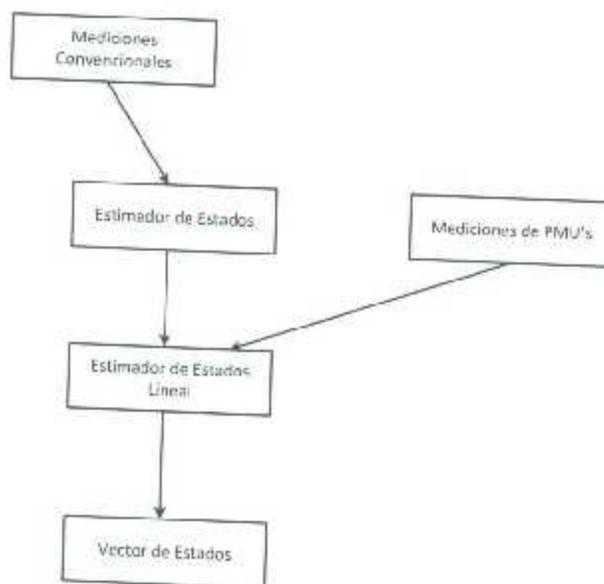


Figura 4.3: Combinación de estimadores de estado convencional y lineal

El modelo de estimación de estado es de la forma:

$$Z = HV + \varepsilon \quad (4.12)$$

donde H es la matriz Jacobiano de mediciones y V es el vector de estados de los voltajes de los buses en forma rectangular, es decir, $V = [V_R \ V_I]^T$, y ε es el vector de errores en las mediciones. El vector H está compuesto de:

- Los estados estimados por el estimador convencional en forma rectangular, $[V_R \ V_I]_{SE}^T$
- Mediciones de voltaje de PMU's en forma rectangular $[V_R \ V_I]_{PMU}^T$
- Mediciones de corriente de PMU's en forma rectangular $[I_R \ I_I]_{PMU}^T$

El modelo de medición expandido es mostrado en 4.13, donde el subíndice R e I denotan los componentes real e imaginario respectivamente.

$$H = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix}_{SE} \\ \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix}_{PMU} \\ \begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix}_{PMU} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & O_{12} \\ O_{21} & N_{22} \\ N_{31} & O_{32} \\ O_{41} & N_{42} \\ N_{51} & N_{52} \\ N_{61} & N_{62} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{V_R}^{SE} \\ \varepsilon_{V_I}^{SE} \\ \varepsilon_{V_R}^{PMU} \\ \varepsilon_{V_I}^{PMU} \\ \varepsilon_{I_R}^{PMU} \\ \varepsilon_{I_I}^{PMU} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Donde:

- N_{11} y N_{22} son matrices unitarias
- O_{12} , O_{21} y O_{41} son matrices cero.
- N_{31} y N_{42} tienen solo un elemento diferente de cero en cada columna. El valor de ese elemento es 1.
- H_{51} es una matrix $P \times N$, siendo P el número de PMU's. Cada renglón i correspondiente al $i^{ésimo}$ PMU tendrá elementos cero, excepto por el $j^{ésimo}$ elemento o columna correspondiente al bus donde el PMU está instalado, con tal que $V = V_R^{PMU}$.

$$H_{51} = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0] \quad (4.14)$$

- H_{42} es una matriz $P \times N$, siendo P el número de PMU's. Cada renglón i correspondiente al $i^{\text{ésimo}}$ PMU tendrá elementos cero excepto por el $i^{\text{ésimo}}$ elemento columna correspondiente al bus donde el PMU está instalado, con tal que $V = V_i^{PMU}$.

$$H_{42} = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0] \quad (4.15)$$

Tomando en cuenta el modelo π de la línea de transmisión de la figura 3.2, la corriente I_{pq} es expresada como sigue [13, 3]:

$$I_{pq} = V_i(g_{si} + j\bar{b}_{si}) + (V_i - V_j)(g_{ij} + jb_{ij}) \quad (4.16)$$

Su conversión en coordenadas rectangulares sería de la forma [13]:

$$I_{pq,R} = V_{i,R}(g_{ij} + g_{si}) - V_{i,I}(b_{ij} + b_{si}) - V_{j,R}g_{ij} + V_{j,I}b_{ij} \quad (4.17)$$

$$I_{pq,I} = V_{i,R}(b_{ij} + b_{si}) + V_{i,I}(g_{ij} + g_{si}) - V_{j,R}b_{ij} - V_{j,I}g_{ij} \quad (4.18)$$

y sus correspondientes derivadas son:

$$\frac{\partial I_{ij,R}}{\partial V_{i,R}} = g_{ij} + g_{si} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial I_{ij,R}}{\partial V_{i,I}} = -(b_{ij} + b_{si}) \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial I_{ij,R}}{\partial V_{j,R}} = -g_{ij} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial I_{ij,R}}{\partial V_{j,I}} = b_{ij} \quad (4.22)$$

similarmente para la parte imaginaria de la corriente:

$$\frac{\partial I_{ij,I}}{\partial V_{i,R}} = b_{ij} + b_{si} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial I_{ij,I}}{\partial V_{i,I}} = (g_{si} + g_{si}) \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial I_{ij,I}}{\partial V_{j,R}} = -b_{ij} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial I_{ij,I}}{\partial V_{j,I}} = -g_{ij} \quad (4.26)$$

Los elementos N_{51} y N_{62} son construidos de la parte real de las admitancias de las ramas, y los elementos N_{52} y N_{61} son construidos de la parte imaginaria de las admitancias de las ramas.

De este modo, la estimación de estados lineal es resuelta usando la siguiente ecuación [8, 13, 14]:

$$V = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} z \quad (4.27)$$

donde R^{-1} es la matriz diagonal de pesos de las mediciones:

$$R = \text{diag}[\sigma_{V_{R,SE}}^2, \sigma_{V_{I,SE}}^2, \sigma_{V_{R,PMU}}^2, \sigma_{V_{I,PMU}}^2, \sigma_{I_{R,PMU}}^2, \sigma_{I_{I,PMU}}^2] \quad (4.28)$$

Cada una de las sub matrices dentro de R es una submatriz diagonal en si misma, por ejemplo para la submatriz de covarianza para los voltajes estimados (en su parte real) del estimador de estados convencional, la expresión sería:

$$\sigma_{V_{R,SE}}^2 = \text{diag}[\sigma_{V_{R,1}}^2, \sigma_{V_{R,2}}^2, \sigma_{V_{R,3}}^2, \dots, \sigma_{V_{R,N}}^2] \quad (4.29)$$

Los elementos de la matriz de covarianza debe ser expresada en coordenadas rectangulares. Este modelo requiere un mapeo de las varianzas magnitud-ángulo tradicionales a varianzas de coordenadas rectangulares en el caso de que las varianzas estén expresadas en coordenadas polares, como es el caso de mediciones fasoriales [15, 14].

Para este modelo las mediciones de los PMU's están referenciadas con la estampa del tiempo que da la señal del GPS, δ_{ref} , mientras que la referencia del estimador de estados tradicional es el ángulo de uno de los buses, θ_{slack} . Esto crea un problema, ya que el resultado de la estimación serían valores sin sentido alguno. En la figura 4.4 se muestra como alinear dichas referencias. En dicha figura se muestra que si se alinean las referencias de los PMU's y del estimador convencional, se estaría midiendo el mismo ángulo del fasor de voltaje en el bus i . Para completar esto, se debe ajustar el ángulo de referencia de los PMU's cierto ángulo Φ para que esté alineado a la referencia del estimador de estados convencional.

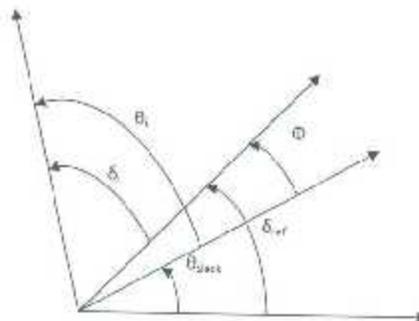


Figura 4.4: Alineación de las referencias de los PMU's y del estimador convencional.

De la figura se obtiene:

$$\theta_i + \theta_{stack} = \delta_i + \delta_{ref} \quad (4.30)$$

Esto implica que el ángulo requerido para alinear la referencia es:

$$\Phi = \delta_{ref} - \theta_{stack} - \theta_i - \delta_i \quad (4.31)$$

Si se tiene un conjunto de m mediciones de PMU's, entonces se puede obtener el promedio, así que un buen estimado de Φ es:

$$\Phi = \sum_{i=1}^m \frac{\theta_i - \delta_i}{m} \quad (4.32)$$

Con esta alineación, se asegura que el resultado de la estimación de estados por éste método no tenga problemas de alineación entre referencias.

4.4. Estimación de estados híbrida

El segundo método para combinar las mediciones convencionales y las mediciones de PMU's consiste en un estimador de estados híbrido. Esto es, combinar las mediciones convencionales y las mediciones de los PMU's en el mismo método no lineal de la sección 3.5. Éste método híbrido se muestra en la figura 4.5.

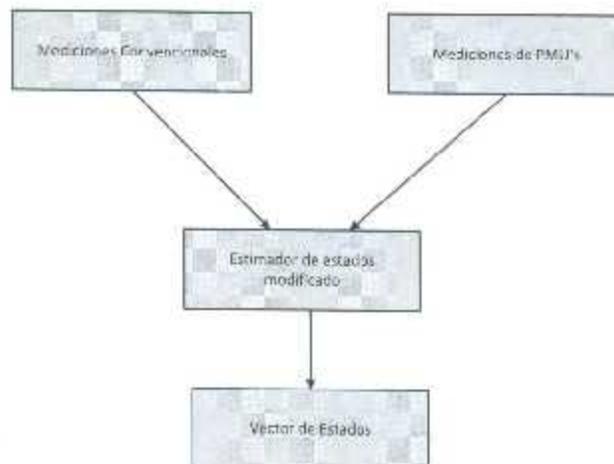


Figura 4.5: Estimador de estados híbrido

En este modelo, las mediciones de medición de fasores son usadas en coordenadas polares, denotadas por magnitud y ángulo, que corresponden directamente a la magnitud y ángulo del bus donde es medido. Las mediciones de corriente de los PMU's pueden ser directamente incorporados al estimador de estados por una de las tres opciones siguientes:

1. Aplicando magnitud y ángulo del fasor de corriente.
2. Aplicando parte real y parte imaginaria de la medición de corriente
3. Aplicando mediciones de pseudovoltaje usando el fasor de corriente y los parámetros conocidos de las líneas.

La estampa de tiempo asíncrona de las mediciones convencionales pueden combinarse con la estampa síncrona de las mediciones de los PMU's. En el caso de que no exista instante de tiempo común correspondiente a las mediciones, un conjunto de mediciones puede ser interpolado. Todos los ángulos de fase medidos y estimados son referidos a una referencia común que es el ángulo del bus slack. Se asume que existe un PMU instalado en el bus slack.

Para su formulación considere el modelo discutido en el capítulo 3 donde:

$$z = h(x) + \epsilon \quad (4.33)$$

El estimado de los estados del sistema usando el método de Mínimos Cuadrados Ponderados es obtenido determinando el vector de estados que minimiza la función objetivo:

$$J(x) = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] \quad (4.34)$$

La ecuación iterativa usando el método de Gauss-Newton es de la forma:

$$x^{k+1} = x^k + (H^T R^{-1} H^{-1})^{-1} H^T R^{-1} (z - h(x^k)) \quad (4.35)$$

donde z es el vector de mediciones consistente de mediciones convencionales y mediciones de PMU's, y H es la matriz Jacobiano de mediciones mezcladas. Considere el primer caso donde la magnitud del fasor de corriente y su ángulo de fase medido por el PMU es directamente incorporado al estimador de estados existente. La matriz Jacobiano modificada con mediciones de PMU's incluidas será de la forma:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{iny}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{iny}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{flujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{flujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{iny}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{iny}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{flujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial V_{med}}{\partial \theta} & \frac{\partial V_{med}}{\partial V} \\ \frac{\partial \theta_{V,med}}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta_{V,med}}{\partial V} \\ \frac{\partial \theta_{I,med}}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta_{I,med}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{med}}{\partial \theta} & \frac{\partial I_{med}}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Donde P_{iny} y Q_{iny} representan la medición de inyección de potencia activa y reactiva, y P_{flujo} y Q_{flujo} son las mediciones del flujo de potencia activa y reactiva en las líneas. θ_V y θ_I representan los ángulos de fase del voltaje de bus y del flujo de corriente en las líneas medidos por los PMU's respectivamente, mientras que V_{med} y I_{med} son las magnitudes de voltaje y flujo de corriente medidos por los PMU's. Si se asume el modelo pi de la línea de transmisión, los elementos de las submatrices de mediciones convencionales de la matriz Jacobiana $\frac{\partial P_{iny}}{\partial \theta}$, $\frac{\partial P_{iny}}{\partial V}$, $\frac{\partial P_{flujo}}{\partial \theta}$, $\frac{\partial P_{flujo}}{\partial V}$, $\frac{\partial Q_{iny}}{\partial \theta}$, $\frac{\partial Q_{iny}}{\partial V}$, $\frac{\partial Q_{flujo}}{\partial \theta}$, $\frac{\partial Q_{flujo}}{\partial V}$ pueden ser calculados de acuerdo a las ecuaciones de la sección 3.7.

Las submatrices $\frac{\partial \theta_{V,med}}{\partial \theta}$ y $\frac{\partial V_{med}}{\partial V}$ son matrices unidad, mientras que $\frac{\partial \theta_{V,med}}{\partial V}$ y $\frac{\partial V_{med}}{\partial \theta}$ son matrices de ceros.

El fasor de corriente I_{ij} está relacionado a los voltajes de los buses V_i y V_j por la siguiente ecuación [13, 3]:

$$I_{ij} = V_i e^{j\theta} (g_{ij} + jb_{ij}) + (V_i e^{j\theta} - V_j e^{j\theta}) (g_{ij} + jb_{ij}) \quad (4.37)$$

$$I_{ij} = V_i \cos(\theta_i)(g_{si} + g_{ij}) - V_i \sin(\theta_i)(b_{si} + b_{ij}) - V_j \cos(\theta_j)(g_{ij}) + V_j \sin(\theta_j)(b_{ij}) \\ + V_i \sin(\theta_i)(g_{si} + g_{ij})j + V_i \cos(\theta_i)(b_{si} + b_{ij})j - V_j \sin(\theta_j)(g_{ij})j - V_j \cos(\theta_j)(b_{ij})j \quad (4.38)$$

$$I_{ij} = C + jD \quad (4.39)$$

La magnitud y ángulo de fase del flujo de corriente están dadas por:

$$|I_{ij}| = \sqrt{C^2 + D^2} \quad (4.40)$$

$$\theta_{ij} = \tan^{-1} \frac{D}{C} \quad (4.41)$$

Donde $(g_{si} + jb_{si})$ es la admitancia shunt conectada al bus i , y $(g_{ij} + jb_{ij})$ es la impedancia serie de la línea entre los buses i y j . Las derivadas parciales pueden ser obtenidas diferenciando las dos ecuaciones anteriores. Si se asume que las mediciones son independientes entre sí, los elementos de la diagonal de la matriz de covarianza de errores tendrán solo elementos diagonales excepto por los ángulos de fase.

Considere ahora el segundo caso donde el fasor de corriente medido por los PMU's es descompuesto en parte real e imaginaria y después incluido en el estimador de estados. Las partes real e imaginaria del fasor de corriente pueden ser obtenidas de la ecuación 4.4. La matriz Jacobiano de las mediciones necesitará ser modificado para tratar las partes real e imaginaria de la corriente, por lo tanto será de la forma:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{fujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{fujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{fujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{fujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial V_{mfas}}{\partial \theta} & \frac{\partial V_{mfas}}{\partial V} \\ \frac{\partial \theta_{V_{mfas}}}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta_{V_{mfas}}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{real}}{\partial \theta} & \frac{\partial I_{real}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{imag}}{\partial \theta} & \frac{\partial I_{imag}}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Donde las derivadas parciales se muestran a continuación:

$$\frac{\partial I_{real}}{\partial \theta_i} = -V_i \cos(\theta_i)(b_{si} + b_{ij}) - V_i \sin(\theta_i)(g_{si} + g_{ij}) \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial I_{real}}{\partial \theta_j} = V_j \cos(\theta_j)(b_{sj}) + V_j \sin(\theta_j)(g_{ij}) \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial I_{real}}{\partial V_i} = (g_{si} + g_{ij}) \cos(\theta_i) - (b_{si} + b_{ij}) \sin(\theta_i) \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial I_{real}}{\partial V_j} = -g_{ij} \cos(\theta_j) + b_{ij} \sin(\theta_j) \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial I_{imag}}{\partial \theta_i} = V_i \cos(\theta_i)(g_{si} + g_{ij}) - V_i \sin(\theta_i)(b_{si} + b_{ij}) \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial I_{imag}}{\partial \theta_j} = -V_j \cos(\theta_j)(g_{ij}) + V_j \sin(\theta_j)(b_{ij}) \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial I_{imag}}{\partial V_i} = (b_{si} + b_{ij}) \cos(\theta_i) + (g_{si} + g_{ij}) \sin(\theta_i) \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial I_{imag}}{\partial V_j} = -b_{ij} \cos(\theta_j) - g_{ij} \sin(\theta_j) \quad (4.50)$$

En el tercer método, el fasor de voltaje en un bus conectado a un bus que tiene un PMU es obtenido usando las mediciones de fasor de voltaje y corriente en el bus del PMU y los parámetros de la línea de transmisión conocidos. Para la representación pi de la línea de transmisión y asumiendo que existe un PMU conectado al bus i , el fasor de voltaje en el bus j está dado por [3]:

$$V_j = \frac{V_i(g_{ij} + jb_{ij})(g_{si} + jb_{si}) - I_{ij}}{(g_{ij} + jb_{ij})} = V_{j,R} + V_{j,I} \quad (4.51)$$

La matriz Jacobiano es modificada para tener las derivadas parciales de las magnitudes y ángulos de fase del voltaje medido directamente al igual que del pseudovoltaje. La matriz Jacobiana modificada para usar pseudovoltajes se muestra en la ecuación 4.52.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{mg}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{mg}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{flujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{flujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{mg}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{mg}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flujo}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_{flujo}}{\partial V} \\ \frac{\partial \theta_V}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta_V}{\partial V} \\ \frac{\partial V}{\partial \theta} & \frac{\partial V}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Los elementos fuera de la diagonal y que son distintos de cero, se pueden obtener diferenciando 4.51, y después expandiéndola en coordenadas rectangulares. Si hay algún cambio en las mediciones, el estimador de estados híbrido será modificado de acuerdo a esas modificaciones. Para agregar o remover cualquier medición de PMU's en el sistema, los renglones de la matriz Jacobiano correspondientes a las mediciones fasoriales de voltaje o corriente de los PMU's pueden ser agregadas o removidas de acuerdo a la modificación hecha.

Capítulo 5

Detección e Identificación de datos erróneos

5.1. Introducción

Los algoritmos de estimación de estados aplican datos obtenidos del sistema de potencia a un modelo matemático para proveer una base de datos confiable para el monitoreo, valoración de seguridad y control de funciones. Si los estimados obtenidos no son compatibles con las desviaciones estándar de las cantidades estimadas, existe la posibilidad de que las cantidades medidas estén contaminadas o que el modelo no sea preciso o inclusive ambas. Estos algoritmos pueden encontrar cuatro tipos de errores: errores de medición, datos erróneos, errores estructurales en el modelo o incertidumbre en los parámetros modelados. Una de las funciones esenciales de los estimadores de estado es detectar errores en las mediciones, identificarlas y eliminarlas si es posible. Usualmente en los estimadores de estados las mediciones analógicas se consideran de manera imparcial y tienen una distribución conocida; de esta manera, los únicos errores que deben determinar los estimadores de estados son errores causados por la interferencia en las comunicaciones y fallas temporales en las telecomunicaciones. Por otra parte, los errores aleatorios son causados naturalmente debido al grado de precisión en algunos instrumentos al momento de adquirir las mediciones. Cabe mencionar que la adquisición de los datos que llevan a cabo los dispositivos de medición se realiza con convertidores analógico/digital, lo que provoca una pérdida de información de acuerdo a la resolución del equipo y la rapidez de la conversión; esto puede contabilizarse dentro del estimador, considerando la precisión del aparato de medición.

Típicamente, varios miles de mediciones analógicas son realizadas en un sistema de potencia. Actualmente, los instrumentos se calibran cada dos o tres años [16], lo que resulta un trabajo poco satisfactorio y además muy intenso. Consecuentemente, es necesario tomar en cuenta las diferencias de

los equipos de medición en el tratamiento de la información en los estimadores de estado. Además, las desviaciones estándar usadas en las mediciones vienen de las especificaciones dadas por los proveedores para varios grupos de instrumentos de medición o son asignada arbitrariamente en lugar de usar el valor actual o prevaliente para cada instrumento individualmente, [16].

Por lo tanto, el proceso de detectar, identificar y eliminar mediciones erróneas es una de las funciones principales que se lleva a cabo después de la estimación de estados en conjunto con los métodos de detección de mediciones erróneas. Las mediciones pueden tener errores debido a varias razones. Usualmente existen errores aleatorios debido al rango de exactitud de los medidores y los medios de telecomunicaciones. Estos errores deben ser filtrados por el estimador con la restricción de que exista suficiente redundancia entre las mediciones para que el algoritmo pueda identificar los estados con suficiente información. Con esto el estimador de estados puede eliminar el efecto de las mediciones sin afectar la calidad de los valores estimados.

Algunas mediciones erróneas pueden ser tan obvias que se detectan y se eliminan incluso antes de realizar la estimación de estados. Como ejemplo se puede mencionar magnitudes de voltajes negativos, mediciones con varios órdenes de magnitud mayor o menor que los valores esperados o diferencias grandes entre corrientes entrantes y salientes en un nodo de conexión con una subestación. El problema es que no todos los tipos de mediciones malas son fáciles de identificar. Debido a esto, los estimadores de estados tienen que equiparse con características más avanzadas que faciliten la detección e identificación de cualquier tipo de mediciones erróneas.

Dependiendo del método de estimación de estados usado, dependerá el tratamiento de las mediciones malas [1]. Para el método planteado en este trabajo (mínimos cuadrados ponderados), la detección e identificación de datos erróneos se lleva a cabo después del proceso de estimación utilizando los residuales de las mediciones. De acuerdo a las propiedades de los residuales y a su distribución de probabilidad esperada, se puede realizar este análisis.

Las mediciones erróneas pueden aparecer en diferentes formas dependiendo del tipo, ubicación y del número de mediciones que tienen error. Éstas se pueden clasificar como:

1. Un dato malo: Sólo una medición en el sistema entero tendrá un error.
2. Múltiple datos malos: Más de una medición estará errónea.

Múltiple datos malos pueden aparecer en mediciones cuyos residuales están fuerte o débilmente correlacionados. Las mediciones fuertemente correlacionadas son aquellas cuyos errores afectan los valores estimados significativamente, esto ocasiona que mediciones buenas aparezcan como datos malos cuando son otras las mediciones con errores significativos. Las estimaciones de las mediciones que tienen residuales débilmente correlacionados no se ven afectadas por los errores de otras mediciones. Cuando los residuales de las mediciones están fuertemente correlacionados sus errores pueden o no estar conformados. Errores conformados son aquellos que de manera consistente aparecen entre

sí, es decir, su presencia es siempre causa del mismo efecto en las mediciones.

Los múltiples datos malos se pueden clasificar en los siguientes grupos:

1. Múltiples datos malos sin interacción: Datos malos en mediciones con residuos débilmente correlacionados.
2. Interacción de múltiples datos malos no conformados: Datos malos no consistentes en mediciones con residuales fuertemente relacionados.
3. Interacción y conformación de múltiples datos malos: Datos malos consistentes en mediciones con residuales fuertemente correlacionados.

5.2. Propiedades de los residuales de las mediciones

Se consideran las siguientes ecuaciones de mediciones lineales:

$$\Delta z = H\Delta x + e \quad (5.1)$$

Donde, $E(e) = 0$ y $cov(e) = R$, la cual es una matriz diagonal tomando en cuenta que las mediciones no están correlacionadas. Entonces, el estimador WLS del vector de estados lineal estará dado por:

$$\Delta x = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \Delta z \quad (5.2)$$

$$\Delta x = G^{-1} H^T R^{-1} \Delta z \quad (5.3)$$

Y el valor estimado de Δz es:

$$\Delta z = H\Delta x = K\Delta z \quad (5.4)$$

Donde $K = HG^{-1}H^T R^{-1}$

Una idea aproximada de la redundancia local alrededor de un medidor dado puede ser obtenido inspeccionando el renglón correspondiente al medidor en la matriz K . Esto es, un valor grande en la diagonal en relación con los elementos no diagonales en K , implicará que el valor estimado correspondiente a aquella medición es determinado únicamente por su valor medido, teniendo así una redundancia local pobre. En cambio, una redundancia local fuerte es aquella donde la medición se determina a partir de otros medidores y el medidor mismo; la diagonal en la posición del medidor ya no será tan grande, además, la matriz K tiene las siguientes propiedades:

$$K \cdot K \cdot K \cdots K = K \quad (5.5)$$

$$K \cdot H = H \quad (5.6)$$

$$(I - K) \cdot H = 0 \quad (5.7)$$

Entonces, los residuales de las mediciones se pueden expresar de la siguiente manera:

$$r = \Delta z - \Delta \hat{z}$$

$$r = (I - K)\Delta z$$

$$r = (I - K)(H\Delta x + e)$$

$$r = (I - K)e$$

$$r = Se \quad (5.8)$$

Donde la matriz S se le conoce como matriz de sensibilidad de los residuales y representa la sensibilidad de los residuales de las mediciones a los errores de las medidas. Ésta tiene las siguientes propiedades:

- No es una matriz simétrica a o ser que la covarianza de los errores sean todos iguales, es decir, $R = kl$, donde k es cualquier escalar.
- $S \cdot S \cdot S \cdots S = K$
- $S \cdot R \cdot S^T = S \cdot R$

La estimación por WLS se basa en las consideraciones de que los errores de las mediciones están distribuidos de acuerdo a una distribución Gaussiana como se ve a continuación:

$$e_i \sim N(0, R_{ii})$$

La ec 5.8 muestra una relación lineal entre los residuales de las mediciones y los errores de las medidas, con la que se obtiene la media y la covarianza, y por lo tanto la distribución de la probabilidad de los residuales de las mediciones. Esto se hace como se describe a continuación:

$$E(r) = E(S \cdot e) = S \cdot E(e) = 0 \quad (5.9)$$

$$\text{Cov}(r) = \Omega = E[ee^T]$$

$$\text{Cov}(r) = S \cdot E[ee^T] \cdot S^T$$

$$\text{Cov}(r) = S \cdot R \cdot S^T$$

$$\text{Cov}(r) = S \cdot R \tag{5.10}$$

Por lo tanto:

$$r \sim N(0, \Omega)$$

Los elementos fuera de la diagonal de la matriz de covarianza Ω se pueden usar para detectar si la interacción de las mediciones es fuerte o débil.

Si $\Omega_{ij} \geq \epsilon$, entonces la medición i y j se dice que están interactuando fuertemente. De lo contrario, esas mediciones se consideran una interacción débil o que no están interactuando en absoluto. El umbral ϵ depende de la topología de la red y las mediciones, así como del nivel deseado de selectividad entre las mediciones [1].

Algunas de las propiedades de la matriz de covarianzas de los residuales Ω se muestran a continuación:

- Ω es una matriz real y simétrica
- $\Omega_{ij}^2 \leq \Omega_{ii} \cdot \Omega_{jj}$
- $\Omega_{ij} \leq \frac{(\Omega_{ii} + \Omega_{jj})}{2}$

Estas propiedades serán de utilidad al momento de hacer la identificación de datos malos.

5.3. Clasificación de las mediciones

La redundancia es uno de los principales factores de un estimador de estados. Con un adecuado nivel de redundancia, un estimador puede tratar con el problema de detección, identificación y eliminación de datos malos, así como soportar una pérdida temporal de mediciones sin comprometer hasta cierto punto la calidad de los valores estimados. La redundancia en la información es llevada a cabo de acuerdo al número, tipo, y distribución topológica de las mediciones. tener sistemas de medición con mucha redundancia es siempre lo mejor. Sin embargo, considerando el costo que esto implica y que los mercados de energía se vuelven más competitivos, frecuentemente los sistemas de potencia son monitoreados con el nivel de redundancia ideal [17].

Cualquier cambio en la red o algún funcionamiento inadecuado temporal del sistema de adquisición de datos reducen la redundancia de información. Incluso pueden alcanzar niveles críticos de redundancia, cuando situaciones de falta de observabilidad del sistema [18]. Por lo tanto, de acuerdo a la colocación de medidores en un sistema de potencia, estos son asociados con la presencia de mediciones críticas (*Cmeas*) y conjunto de mediciones críticas (*Csets*). Esto significa que un medidor es un punto de la red puede hacer que el sistema sea observable y en el caso de desconectarse haga el sistema no observable [17].

Los sistemas de potencia contienen diferentes tipos de mediciones que no tienen alguna característica topológica aparente. La estimación de estados se verá afectada por estos tipos diferentes de mediciones ya que muestran diferentes propiedades que no solo dependen de su valor si no también de su ubicación. Por lo que los medidores se pueden clasificar en las siguientes categorías:

Medición crítica (*Cmeas*): Es una medición que al removerla del conjunto de mediciones hace al sistema inobservable.

Conjunto de mediciones críticas (*Csets*): Este conjunto se define con un grupo de mediciones (no críticas), donde el resultado de remover cualquier medición de este grupo hará que las demás mediciones del conjunto sean críticas.

Medición redundante: Es una medición que no es crítica. Los residuales de este tipo de medición es diferente de cero.

Dupla o par crítico: Es un par de mediciones redundantes que al removerlas del conjunto de mediciones hará al sistema inobservable.

5.4. Detección de datos erróneos

Como se comentó anteriormente, hay varias razones por la que los datos usados para la estimación de estados pueden ser inapropiados. También es conocido que el estimador por Mínimos Cuadrados Ponderados es muy sensible a datos erróneos o malos. La detección de datos malos se refiere a la determinación de si el conjunto de mediciones contiene algún dato malo. La estimación en presencia de datos malos puede, sin embargo, realizarse en manera indirecta en una de diversas maneras. Estos métodos pueden clasificarse como modelos matemáticos, como la prueba de la distribución Chi-cuadrada, la prueba de residuo normalizado más grande y la identificación de las pruebas de hipótesis. Por su parte, los métodos inteligentes, requieren entrenamiento intensivo bajo diferentes condiciones o bien, métodos que no requieran entrenamiento pero que sí requieran altos recursos computacionales.

5.4.1. Distribución Chi-cuadrada

Sea un conjunto de N variables aleatorias independientes $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$, donde cada X_i es distribuida de acuerdo a la distribución Normal Estándar:

$$X_i \sim N(0, 1)$$

se define una nueva variable aleatoria como:

$$Y = \sum_{i=1}^N X_i^2$$

obteniendo una distribución χ^2 con N grados de libertad, es decir:

$$Y \sim \chi_n^2$$

Los grados de libertad N , representan el número de variables aleatorias en la suma de los cuadrados. Este valor disminuirá si cualquiera de las X_i variables forman un conjunto linealmente dependiente [1]

Considerando la función $f(x)$, escrita en términos de los errores de las mediciones, se tiene lo siguiente:

$$f(x) = \sum_{i=1}^m R_{ii}^{-1} e_i^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{e_i}{\sqrt{R_{ii}}} \right)^2 = \sum_{i=1}^m (e_i^m)^2 \quad (5.11)$$

Donde:

- e_i : Es el error i de la i ésima medición.
- R_{ii} : Es la matriz diagonal de covarianzas de los errores de las mediciones.
- m : Es el número total de mediciones

Asumiendo que todos los e_i son variables aleatorias normalmente distribuidas con una media cero y varianza R_{ii} , los e_i^N tendrán una distribución estándar normal, es decir:

$$e_i^N \approx N(0, 1)$$

Por lo tanto la función $f(x)$ tendrá una distribución chi-cuadrada (χ^2) con $(m - n)$ grados de libertad. En los sistemas de potencia, debe haber al menos n mediciones para cumplir con el balance de ecuaciones, además a lo mucho $(m - n)$ de los errores de las mediciones serán linealmente independientes. Por lo tanto, el valor más grande para los grados de libertad será $(m - n)$, por ejemplo, el número total de mediciones menos el número de variables de estado del sistema.

5.4.2. Uso de la distribución Chi-cuadrada para detección de datos malos

Una gráfica de la función de densidad de probabilidad χ^2 se presenta en la figura 5.1.

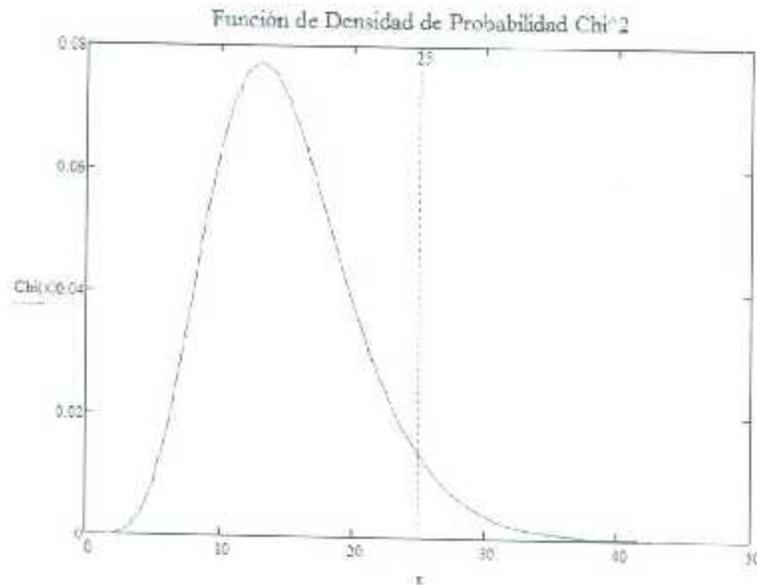


Figura 5.1: Función de Densidad de probabilidad χ^2

El área bajo la curva representa la probabilidad de encontrar X en la correspondiente región.

$$Pr(X \geq x_t) = \int_{x_t}^{\infty} \chi^2(u) \cdot du \quad (5.12)$$

La ecuación anterior, representa como un ejemplo, la probabilidad de que χ sea mayor que el umbral x_t . Cuando se incrementa el valor de x_t la probabilidad decrece, esto por la disminución de la curva de la función de probabilidad de la figura 5.1. Escogiendo una probabilidad de error de 0.05, el umbral x_t se escoge tal que:

$$Pr(X \geq x_t) = 0,05$$

En la figura 5.1 este umbral corresponde a x_t igual a 25 como se muestra con la línea vertical punteada. El valor representa el valor más grande aceptable para X que no implique la existencia de datos malos. Si el valor medido de X excede este umbral, entonces con una probabilidad de 0.95, la medición X no tendrá una distribución χ^2 , es decir se sospecha la presencia de datos malos.

5.4.3. Prueba χ^2 para detección de datos malos en la estimación de estados (WLS)

La prueba χ^2 para detectar datos malos se deriva de las propiedades de la distribución chi-cuadrada en donde se utiliza la función objetivo de la estimación de estados $J(x)$ como función de aproximación.

La prueba de χ^2 consta de los siguientes pasos:

- Resuelva el problema de estimación de estados (WLS) usando las mediciones del sistema y calcule la función objetivo:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(x))^2}{\sigma_i^2}$$

Donde:

x : Vector de solución de la estimación de estados

$h_i(x)$: Medición estimada para i

z_i : Valor medido para la medición i

$\sigma_i^2 = R_{ii}$: Varianza del error en la medición i

m : Número de mediciones

- Para el número apropiado de grados de libertad del sistema ($m-n$), y con probabilidad específica p (por ejemplo 95%), buscar el valor apropiado en las tablas que describen la distribución chi-cuadrada. Este valor deberá corresponder a $\chi_{(m-n),p}^2$.

Donde:

$$p = \Pr(J(x) \leq \chi_{(m-n),p}^2)$$

- La prueba es, si $J(x) \geq \chi_{(m-n),p}^2$ entonces hay razones para sospechar la presencia de datos malos. Si no se cumple esta condición, entonces no se consideran mediciones erróneas en el conjunto de mediciones.

5.4.4. Uso de los residuos normalizados para detección de datos malos

Como la función objetivo dada en 5.11 es una aproximación, la prueba χ^2 no es exacta, por lo que puede fallar al momento de detectar los datos malos (en ciertos casos). Usando los residuos normalizados, se puede formar una prueba más exacta para la detección de datos malos. El valor normalizado entre el valor de la diagonal de la matriz de covarianzas correspondiente a esa medición i .

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}} = \frac{|r_i|}{\sqrt{R_{ii}S_{ii}}} \quad (5.13)$$

El vector r^N tendrá una distribución normal estándar, es decir:

$$r_j^N \sim N(0,1)$$

De esta manera se compra el elemento más grande en el vector de residuos normalizados r^N contra un umbral estadístico para determinar si existen mediciones erróneas. Dependiendo del nivel de sensibilidad de detección, se selecciona el umbral [1].

5.5. Propiedades de los residuos normalizados

El elemento más grande del vector de residuos normalizados se identificará como un dato malo. Esto es correcto siempre que la medición identificada como errónea no sea una medición crítica, ni pertenezca a un conjunto crítico y no corresponda un par crítico. Esta es una propiedad de los residuos normalizados y se pueden aplicar inclusive para casos donde existan múltiples datos malos en donde la relación entre las mediciones sea muy débil, es decir, no exista interacción entre ellas.

Considerando el caso donde hay un dato malo en la medición k , es decir, $e_k \neq 0$ y el resto de las mediciones se consideran sin error, $e_j = 0, j \neq k$. Se puede mostrar como el residuo normalizado más grande corresponde a la medición errónea k ; esto se hace usando la ecuación 5.8.

$$\begin{aligned} r_j &= S_{jk} \cdot e_k, j = 1, \dots, m \\ r_j^N &= \frac{S_{jk} \cdot e_k}{\sqrt{R_{jj}} \sqrt{S_{jj}}} = \frac{\Omega_{jk} \cdot e_k}{\sqrt{\Omega_{jj}} \cdot R_{kk}} \end{aligned}$$

Usando la propiedad $\Omega_{jk}^2 < \Omega_{jj} \cdot \Omega_{kk}$

$$\begin{aligned} &\leq \frac{\sqrt{\Omega_{jj}} \cdot \sqrt{\Omega_{kk}} \cdot e_k}{\sqrt{\Omega_{jj}} \cdot R_{kk}} \\ &= \frac{\sqrt{\Omega_{kk}} \cdot e_k}{R_{kk}} = \frac{S_{kk} \cdot e_k}{\sqrt{R_{kk}} \sqrt{S_{kk}}} = r_k^N \end{aligned}$$

De lo anterior se puede observar como de una desigualdad se convierte en una igualdad, esto pasa cuando las mediciones j y k forman un par crítico, lo que significa que las columnas correspondientes a estas mediciones en Ω serían linealmente independientes. En este caso, los residuos normalizados de un par crítico serían iguales, lo que hace la identificación de las mediciones erróneas imposible, aunque puedan ser detectadas. Lo mismo pasa cuando se detecta un dato malo dentro de un conjunto de mediciones críticas, es decir, se puede detectar pero no identificar.

5.6. Identificación de datos erróneos

Después de la detección de datos malos en el conjunto de medición, su identificación puede ser realizada mediante el posterior procesamiento de los residuales. Dentro de los métodos existentes, dos de ellos, nombrados Prueba de Residuo Normalizado Mayor (Largest Normalized Residual (r_{max}^N) Test) e Identificación por Prueba Hipotética (Hypothesis Testing Identification (HTI)) son los que tienen mayor uso en las referencias, sin embargo, en este trabajo solo se describe y utiliza el primero de ellos.

5.6.1. Identificación de datos malos por residuos normalizados

Las propiedades de los residuos normalizados para un solo dato malo dentro del conjunto de mediciones, pueden ser usadas para desarrollar una prueba para identificar y posteriormente eliminar los datos malos. Esta prueba es la conocida como Prueba de Residuo Normalizado Mayor (Largest Normalized Residual (r_{max}^N) Test) y esta compuesta por los siguientes pasos:

1. Resolver la estimación de estados por WLS y obtener el vector de residuales de las mediciones:

$$r_i = z_i - h_i(\hat{x})$$

$$i = 1, \dots, m$$

2. Calcular el vector de residuos normalizados:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}}$$

$$i = 1, \dots, m$$

3. Encontrar k tal que r_k^N sea el mayor de entre el vector r_i^N de residuos normalizados
4. Si $r_k^N > c$, entonces la medición k se sospechará como dato malo. De lo contrario, se detiene la prueba y se dice que no se encuentra dato malo alguno. Hay que señalar que c es un umbral de identificación y en la literatura se propone con un valor de 3.0 [1].
5. Una vez identificada la medición k , se elimina del conjunto de mediciones y se regresa al paso 1.

5.6.2. Ventajas y desventajas de la prueba r_{max}^N

El desempeño de la prueba de los residuos normalizados se ve afectada por el tipo de dato malo y su configuración. Su rendimiento y limitaciones son mostrados a continuación esto para todos los posibles tipos de datos malos [19].

Un solo dato malo

La prueba de los residuos normalizados detectará e identificará a la medición errónea. Siempre que el dato malo no se encuentre en una medición crítica o que al removerla del conjunto de mediciones no genere mediciones críticas [16].

Múltiples datos malos

Los múltiples datos malos pueden aparecer en tres maneras:

- **Sin interacción entre las mediciones:** Las mediciones i y k no tienen interacción entre ellas cuando $S_{ik} \approx 0$. Si aparecen datos malos en estas mediciones, la prueba de residuales normalizados será capaz de identificarlos secuencialmente, es decir, uno a la vez.
- **Con interacción entre mediciones, pero sin consistencia (no conformación):** Si S_{ik} es significativamente grande, entonces las mediciones i y k están interactuando. Sin embargo, si los errores en las mediciones i y k no son consistentes entre sí, entonces la prueba de residuos normalizados seguirá identificando correctamente el dato malo.
- **Con interacción entre mediciones y consistencia (conformación):** Si dos mediciones que interactúan tienen errores que son conformes o consistentes, entonces la prueba de residuos normalizados no podrá identificar a ninguno.

Capítulo 6

Resultados de los estimadores de estado

6.1. Introducción

En este capítulo se presentarán los resultados obtenidos por los estimadores desarrollados. Se analizarán dos sistemas de prueba, el primero es el sistema de prueba del Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE, por sus siglas en Inglés) de 14 nodos y el segundo es un sistema de 14 nodos presentado en [20]. El primer sistema se utilizará para los tres estimadores, es decir para el estimador lineal, el no lineal convencional, y el no lineal híbrido; mientras que el segundo sistema sólo se utilizará en el estimador no lineal híbrido.

Todos los estimadores desarrollados, toman o leen información de archivos de texto previamente desarrollados, específicamente tendrán que leer dos archivos. El primero de ellos será un archivo con extensión *.cdf* que incluye toda la información del sistema como número de nodos del sistema, número de ramas del sistema, la conexión entre ramas, parámetros de las líneas de transmisión, voltajes y ángulos nodales, generación y carga nodal, etc. En la tabla 6.1 se muestra el archivo *.cdf* del sistema de prueba de 14 nodos del IEEE, mientras que en la tabla 6.2 se muestra el archivo *.cdf* del sistema presentado en [20].

Cabe señalar que de este archivo, los voltajes y ángulos nodales no se toman en cuenta para la estimación de estados no lineal, pues toda estimación se inicializa con perfil de arranque plano, es decir, todos los voltajes del sistema serán de 1.0 pu y todos los ángulos serán de 0°. Para el caso del sistema de 14 nodos de [20], se recreó el sistema en la herramienta computacional *Power World Simulator*, y a partir de aquí se obtuvo el archivo *.cdf* requerido por el estimador de estados. Para el sistema de 14 nodos del IEEE, el archivo *.cdf* fue tomado de [21]. Tomando en cuenta que un buen resultado de estimación de estados depende de la óptima confiabilidad de la información que se le

```

Archivo .cdf
06/19/93 DV ARCHIVE          100.0 1992 IEEE 14 Bus Test Case
BUS DATA FOLLOWS              14 ITEMS
1 Bus 1  HV 1 1 3 1.060 0.0 0.0 0.0 250.0 -18.9 0.0 1.060 994.0 -999.0 0.0 0.0 0
2 Bus 2  HV 1 1 2 1.045 -4.98 21.7 12.7 49.0 92.4 0.0 1.045 41.0 -40.0 0.0 0.0 0
3 Bus 3  HV 1 1 2 1.010 -12.72 94.2 19.0 0.0 23.4 0.0 1.010 40.0 0.0 0.0 0.0 0
4 Bus 4  HV 1 1 0 1.010 -10.33 47.0 -3.9 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
5 Bus 5  HV 1 1 0 1.020 -8.78 7.5 1.6 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
6 Bus 6  LV 1 1 2 1.070 -14.02 11.2 7.6 0.0 12.2 0.0 1.070 24.0 -5.0 0.0 0.0 0
7 Bus 7  TV 1 1 0 1.060 -13.37 9.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
8 Bus 8  TV 1 1 2 1.090 -13.88 0.0 0.0 0.0 0.0 17.4 0.0 1.090 24.0 -6.0 0.0 0.0 0
9 Bus 9  LV 1 1 0 1.050 -14.94 24.5 10.6 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
10 Bus 10 LV 1 1 0 1.051 -15.10 9.0 5.8 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
11 Bus 11 LV 1 1 0 1.057 -14.79 2.5 1.8 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
12 Bus 12 LV 1 1 0 1.055 -10.07 6.1 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
13 Bus 13 LV 1 1 0 1.050 -15.16 13.5 5.8 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
14 Bus 14 LV 1 1 0 1.036 -18.01 14.9 8.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0
-999
BRANCH DATA FOLLOWS          20 ITEMS
1  0 1 1 1.0 0.01808 0.06017 0.0020 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
1  3 1 1 1.0 0.05402 0.22304 0.0492 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
2  0 1 1 1.0 0.06098 0.19797 0.0639 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
2  4 1 1 1.0 0.05811 0.17830 0.0340 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
2  5 1 1 1.0 0.05695 0.17386 0.0348 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
3  4 1 1 1.0 0.06701 0.17103 0.0128 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
4  5 1 1 1.0 0.01336 0.04211 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
4  7 1 1 1.1 0.0 0.00912 0.0 0 0 0 0.0 0.976 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
4  9 1 1 1.1 0.0 0.00518 0.0 0 0 0 0.0 0.980 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
5  6 1 1 1.1 0.0 0.02502 0.0 0 0 0 0.0 0.932 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
6  11 1 1 1.0 0.09488 0.10300 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
6  12 1 1 1.0 0.12291 0.28581 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
6  13 1 1 1.0 0.06616 0.19327 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
7  8 1 1 1.0 0.0 0.17516 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
7  9 1 1 1.0 0.0 0.11001 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
9  10 1 1 1.0 0.03181 0.08450 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
9  14 1 1 1.0 0.12711 0.27038 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
10 11 1 1 1.0 0.08205 0.19207 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
12 13 1 1 1.0 0.20040 0.19489 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
13 14 1 1 1.0 0.17000 0.34302 0.0 0 0 0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
-999
LOAD ZONES FOLLOWS           1 ITEMS
1 IEEE 14 BUS
-99
INTERCHANGE DATA FOLLOWS    1 ITEMS
1  2 Bus 2  HV 0.C 999.99 IEEE14 IEEE 14 Bus Test Case
-9
TIE LINES FOLLOWS           0 ITEMS
-999
END OF DATA

```

Tabla 6.1: Archivo .cdf del sistema de prueba de 14 nodos del IEEE

```

PowerWorld Simulator MVA Base: 100.0
Archivos .cdf

BUS DATA FOLLOWS
14 ITEMS (HEADER)
1 1 1 1 2 1.0000 6.37 100.00 50.00 200.00 45.68 138.00 1.0000 9900.00-9900.00 0.0000 0.3000 0 1
2 2 1 1 0 0.9997 4.80 0.00 0.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 2
3 3 1 1 2 1.0000 9.69 100.00 50.00 200.00 45.78 138.00 1.0000 9900.00-9900.00 0.0000 0.3000 0 3
4 4 1 1 0 0.9994 8.28 0.00 0.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 4
5 5 1 1 2 1.0000 0.44 100.00 50.00 200.00 75.69 138.00 1.0000 9900.00-9900.00 0.0000 0.3000 0 5
6 6 1 1 0 0.9916 7.61 0.00 0.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 6
7 7 1 1 3 1.0000 0.00 100.00 50.00 200.00 52.60 138.00 1.0000 9900.00-9900.00 0.0000 0.3000 0 7
8 8 1 1 0 0.9837 -0.29 0.00 0.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 8
9 9 1 1 0 0.9667 3.73 50.00 25.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 9
10 10 1 1 0 0.9576 5.40 50.00 25.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 10
11 11 1 1 0 0.9238 -1.08 25.00 20.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.1000 0 11
12 12 1 1 0 0.9192 6.00 25.00 20.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.1000 0 12
13 13 1 1 0 0.9546 -0.07 50.00 25.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 13
14 14 1 1 0 0.9551 2.86 50.00 25.00 0.00 0.00 138.00 0.0000 0.0000 0.0000 0.3000 0 14
-999

BRANCH DATA FOLLOWS
18 ITEMS (HEADER)
1 2 1 0 1 0 0.030000 0.120000 0.000000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.5100 1.5000 .00825 0.5100 1.5000 1
1 7 1 0 1 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.3000 0.0000 2
1 9 1 0 1 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.3000 0.0000 3
2 11 1 0 1 0 0.350000 0.420000 0.007000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 4
4 3 1 0 1 0 0.000000 0.120000 0.000000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.5100 1.5000 .00825 0.5100 1.5000 5
3 5 1 0 1 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 6
10 3 1 0 2 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 7
3 10 1 0 1 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 8
4 12 1 0 1 0 0.360000 0.420000 0.007000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 9
5 6 1 0 1 0 0.000000 0.120000 0.000000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.5100 1.5000 .00825 0.5100 1.5000 10
6 14 1 0 2 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 11
5 14 1 0 1 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 12
12 8 1 0 1 0 0.350000 0.420000 0.007000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 13
7 8 1 0 1 0 0.000000 0.120000 0.000000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.5100 1.5000 .00825 0.5100 1.5000 14
7 13 1 0 1 0 0.067000 0.200000 0.042000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 15
8 11 1 0 1 0 0.036000 0.420000 0.007000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 16
9 10 1 0 1 0 0.034000 0.100000 0.021000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 17
14 13 1 0 1 0 0.034000 0.100000 0.021000 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.00 0.0000 0.0000 .00000 0.0000 0.0000 18
-999

LOSS ZONES FOLLOWS
1 ITEMS (HEADER)
1 1
-999

INTERCHANGE DATA FOLLOWS
1 ITEMS (HEADER)
1 0 No Name 0.0 1.00 1 1
-999

TIE LINES FOLLOW
0 ITEMS (HEADER)
-999

END OF DATA
    
```

Tabla 6.2: Archivo .cdf del sistema de prueba de 14 del Libro de Anderson

proporciona al estimador, cualquier error en la topología de la red, tal como, la conectividad entre las líneas o errores de los parámetros afectaría de manera considerable el resultado del estimador, por lo tanto el *.cdf* del sistema deberá obtenerse de una fuente confiable y/o construirse evitando cualquier error en la medida de lo posible.

Para las mediciones del sistema es necesario leer un segundo archivo. Para este segundo archivo, su formato dependerá de si el estimador usado es el estimador lineal o es el estimador no lineal (con o sin mediciones de PMU's). Para el caso del estimador lineal, el archivo de mediciones correspondería a la tabla 6.3. El formato obedece al siguiente orden:

- n** *n* Representa en número de mediciones fasoriales de voltaje en el sistema, para este caso hay 7 mediciones. Este datos siempre será el primer dígito del archivo.
- m, ..., n** Los siguientes *n* dígitos corresponden a la ubicación del bus donde hay mediciones fasoriales de voltaje. Para el archivo presentado, las ubicaciones serían: 1,2,3,7,9,12,14 las cuales corresponden con el primer dígito del archivo, es decir, hay 7 mediciones.
- p-q** Después de las ubicaciones de las mediciones de los PMU's, vienen dos columnas correspondientes a los nodos *p* y *q* de las ramas del sistema. En estas dos columnas el 1 indica la presencia de un medidor de corriente y un 0 indica su ausencia. Cabe señalar que las ramas deben tener el mismo orden que muestra el archivo *.cdf* del sistema.

En el caso de que se use el estimador no lineal (con o sin PMU's), el archivo de las mediciones sería completamente diferente. Este contendrá la información del tipo de medición, su ubicación, el valor medido y su desviación estándar. En la tabla 6.1 se muestra un archivo de mediciones al sistema de 14 nodos del IEEE.

De la tabla 6.1 se puede ver que al principio del archivo se muestra el número total de mediciones de flujos, en este caso 32, después vienen los encabezados de los datos de las mediciones de flujos, los cuales serían:

p: Nodo *p* donde se ubica la medición de flujo.

q: Nodo *q* donde se ubica la medición de flujo.

tipo: Tipo de la medición de flujo. Puede haber 5 tipos:

11: Flujo de potencia activa

12: Flujo de Potencia Reactiva

13: Flujo de corriente

14: Parte real del fasor de corriente de los PMU's (sólo aplica con el estimador híbrido)

7
1
2
3
7
9
12
14
1 1
1 1
1 1
1 0
1 1
0 1
1 1
1 0
1 0
0 0
1 0
1 0
1 1
1 0
1 0
1 0
0 0
0 0
0 0
0 0

Tabla 6.3: Ejemplo de archivo de mediciones en el sistema para el estimador lineal

**Mediciones	de	flujos	16			
**	p	q	tipo	\hat{z}	rii	ra
	6	13	11	0.1772	0.025	13
	2	3	11	0.7321	0.025	3
	6	11	11	0.073	0.025	11
	1	5	11	0.7548	0.025	2
	1	2	11	1.5681	0.025	1
	4	7	11	0.2751	0.025	8
	9	14	11	0.0945	0.025	17
	6	13	12	0.0703	0.025	13
	2	3	12	0.017	0.025	3
	6	11	12	0.0201	0.025	11
	1	5	12	0.0101	0.025	2
	1	2	12	-0.2332	0.025	1
	4	7	12	0.2078	0.025	8
	9	14	12	0.0375	0.025	17
	8	7	12	0.1726	0.025	14
	7	8	12	-0.1682	0.025	14
**Mediciones	de	inyeccion	24			
**	p	tipo	\hat{z}	rii		
	6	21	-0.1118	0.025		
	3	21	-0.941	0.025		
	10	21	-0.09	0.025		
	12	21	-0.0609	0.025		
	9	21	-0.295	0.025		
	6	22	0.0343	0.025		
	3	22	0.0594	0.025		
	10	22	-0.0579	0.025		
	12	22	-0.0159	0.025		
	9	22	-0.165	0.025		
	1	23	1.06	0.01		
	2	23	1.045	0.01		
	3	23	1.01	0.01		
	4	23	1.017	0.01		
	5	23	1.019	0.01		
	6	23	1.07	0.01		
	7	23	1.062	0.01		
	8	23	1.09	0.01		
	9	23	1.057	0.01		
	10	23	1.052	0.01		
	11	23	1.059	0.01		
	12	23	1.055	0.01		
	13	23	1.05	0.01		
	14	23	1.036	0.01		

Tabla 6.4: Ejemplo de archivo de mediciones en el sistema para el estimador no lineal sin PMU's

15: Parte imaginaria del fasor de corriente de los PMU's (sólo aplica con el estimador híbrido)

z: Valor de la medición

rii: Valor de la desviación estándar de la medición

ra: Rama donde se ubica la medición. Este dato se obtiene del archivo *.cdf* del sistema.

En ese mismo archivo se detallan las mediciones del tipo inyección. Para este tipo de mediciones también se muestra el total de mediciones realizadas, 16 para el ejemplo presentado en la tabla 6.1. Después de los encabezados, los datos corresponden a:

p: Nodo *p* donde se ubica la medición

tipo: Tipo de la medición de inyección. Puede haber 5 tipos:

21: Inyección de potencia activa

22: Inyección de Potencia Reactiva

23: Magnitud de Voltaje nodal

24: Magnitud del fasor de voltaje de los PMU's (sólo aplica con el estimador híbrido)

25: Ángulo del fasor de voltaje de los PMU's (sólo aplica con el estimador híbrido)

z: Valor de la medición

rii: Desviación estándar de la medición

6.2. Resultados de la estimación de estados lineal

Como se detalló anteriormente, se desarrolló un estimador de estados lineal con únicamente mediciones de PMU's. El sistema usado fue el de 14 nodos del IEEE con 7 mediciones de voltaje nodales y 21 mediciones de corriente de línea. Este sistema se presenta en la figura 6.1 y la configuración de sus mediciones en la tabla 6.3.

Para comprobar los resultados del estimador, se desarrolló (también en Python) un programa de flujos de carga. Los resultados del programa de flujos se tomarán como el "estado real" del sistema. El resultado del programa de flujos de carga se muestra en la tabla 6.5.

Para este sistema, a las mediciones se les agregó un error Gaussiano de $\pm 5\%$, por lo tanto el resultado de la estimación de estados y sus errores asociados nunca serán iguales. Es decir, cada vez que se ejecute la estimación de estados, el resultado dependerá del error que el programa le agregó a las mediciones.

Resultados de flujos de carga
--Voltaje en el nodo 1 -- 1.06 V con ángulo de [0.] grados
--Voltaje en el nodo 2 -- 1.046 V con ángulo de [-4.98038694] grados
--Voltaje en el nodo 3 -- 1.01 V con ángulo de [-12.72077014] grados
--Voltaje en el nodo 4 -- 1.01788072017 V con ángulo de [-10.31289569] grados
--Voltaje en el nodo 5 -- 1.01967437135 V con ángulo de [-8.77150494] grados
--Voltaje en el nodo 6 -- 1.07 V con ángulo de [-14.20567744] grados
--Voltaje en el nodo 7 -- 1.06209437875 V con ángulo de [-13.36330823] grados
--Voltaje en el nodo 8 -- 1.05 V con ángulo de [-13.36330823] grados
--Voltaje en el nodo 9 -- 1.05700964306 V con ángulo de [-14.9438078] grados
--Voltaje en el nodo 10 -- 1.05263937503 V con ángulo de [-15.11549383] grados
--Voltaje en el nodo 11 -- 1.05984167811 V con ángulo de [-14.84321966] grados
--Voltaje en el nodo 12 -- 1.05528499779 V con ángulo de [-15.06091833] grados
--Voltaje en el nodo 13 -- 1.0505370782 V con ángulo de [-15.14403205] grados
--Voltaje en el nodo 14 -- 1.03622641227 V con ángulo de [-16.03095815] grados

Tabla 6.5. Resultados de flujos de carga del sistema de 14 nodos del IEEE

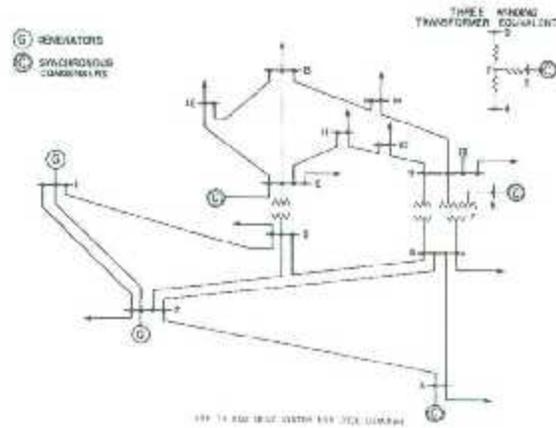


Figura 6.1: Sistema de prueba de 14 nodos del IEEE

Se presentan 3 estimaciones de estado lineal, cuyos resultados se pueden ver gráficamente en la figura 6.2 y 6.3 correspondiente a voltajes y ángulos nodales respectivamente. Los valores de los estados estimados se presentan en la tabla 6.6.

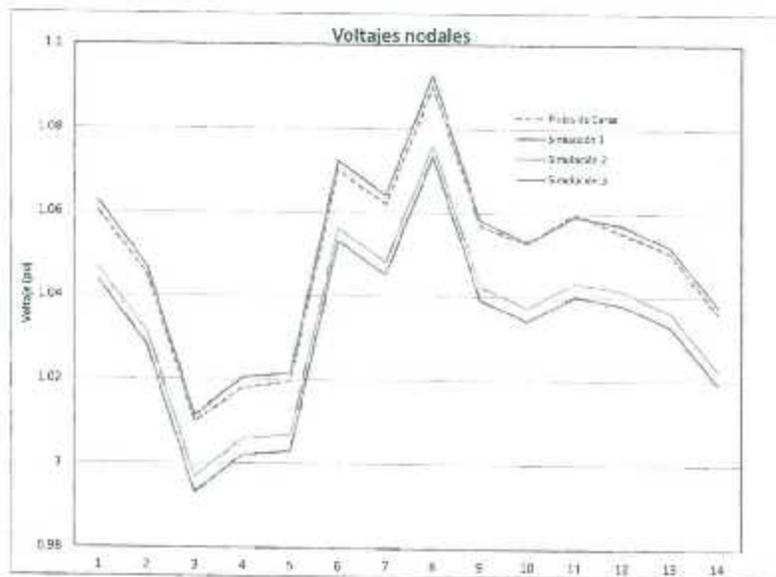


Figura 6.2: Voltajes nodales del estimador lineal

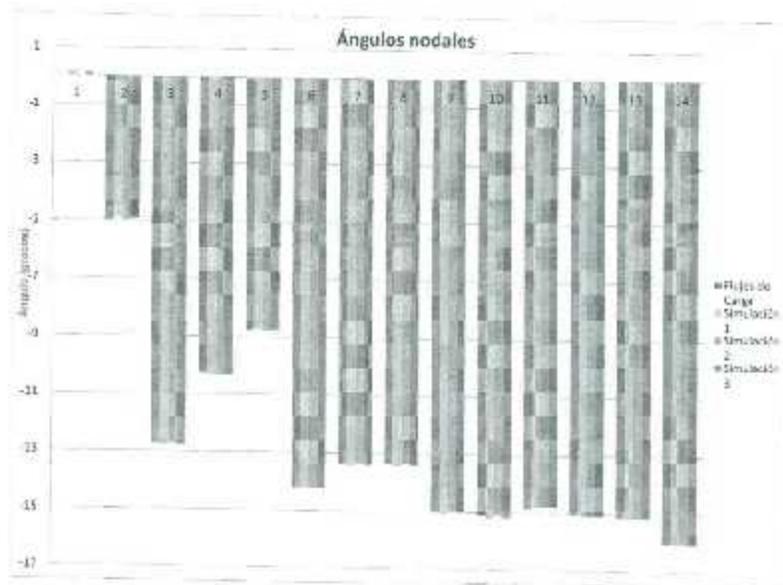


Figura 6.3: Ángulos nodales del estimador lineal

Nodo	Flujos de Carga		Simulación 1		Simulación 2		Simulación 3	
	Voltaje	Ángulo	Voltaje	Ángulo	Voltaje	Ángulo	Voltaje	Ángulo
1	1.06	0	1.04344045	0.19092208	1.04633568	0.0203181	1.06238875	0.13573288
2	1.045	-4.98035694	1.02814155	-4.88930572	1.03147252	-4.97034618	1.04696989	-4.9155321
3	1.01	-12.72077014	0.99301353	-12.75555577	0.99685166	-12.72803741	1.01140262	-12.773696
4	1.01788072	-10.31289569	1.00197827	-10.35288361	1.00874697	-10.33243455	1.02049933	-10.346264
5	1.01967437	-8.77156494	1.00297778	-8.76974356	1.0067257	-8.77890882	1.02151255	-8.7727106
6	1.07	-14.20567744	1.05315271	-14.20263693	1.05019328	-14.2181501	1.0723173	-14.207649
7	1.06209488	-13.36330823	1.04520947	-13.4542044	1.0482889	-13.37896563	1.06424893	-13.47986
8	1.09	-13.36330823	1.07333354	-13.44179848	1.07898772	-13.36871355	1.09271705	-13.418159
9	1.05700964	14.9438078	1.03923392	-15.05700451	1.04235886	-14.95245726	1.05818576	-15.023176
10	1.05263538	-15.11549383	1.03421822	-15.22087965	1.03741378	-15.11286878	1.05310555	-15.185929
11	1.05984158	-14.84321966	1.04009374	-14.78428505	1.04333287	-14.78938309	1.05909831	-14.783881
12	1.055285	-15.06091833	1.03808473	-15.07	1.04135435	-15.07	1.05708466	-15.07
13	1.05055371	-15.14403205	1.03306291	-15.16187534	1.03640813	-15.16019962	1.05198105	-15.161333
14	1.03822641	-16.03395815	1.01938937	-16.04	1.0226001	-16.04	1.03802748	-16.04

Tabla 6.6: Resultados del estimador de estados lineal

6.3. Resultados de la estimación de estados convencional

Para este estimador, el sistema usado también fue el de 14 nodos del IEEE. Sin embargo, al cambiar la metodología de solución a no lineal, las mediciones también cambiaron. La ubicación de las mediciones se puede observar en la figura 6.4, y su configuración en la tabla 6.1. De la figura, los cuadros verdes representan medidores de flujos de potencia, el óvalo azul representa un medidor de inyección de potencia, y el círculo rojo indica un medidor de voltaje nodal. Con este estimador se trabajó con tres casos de estudio que involucran generalmente la adición de mediciones erróneas. En el primer caso no se agregó ninguna medición errónea, el caso dos presenta una medición errónea mientras que el caso tres presenta tres mediciones erróneas. Los detalles de los errores en las mediciones se presentan en la tabla 6.7.

Caso 1		Caso 2		Caso 3	
Medición Errónea	Valor de la medición	Medición Errónea	Valor de la medición	Medición Errónea	Valor de la medición
Ninguna	No aplica	V_7	0.06	V_{14}	1.756
				P_{6-11}	3.3772
				Q_6	3.5343

Tabla 6.7: Casos de estudio para el estimador convencional

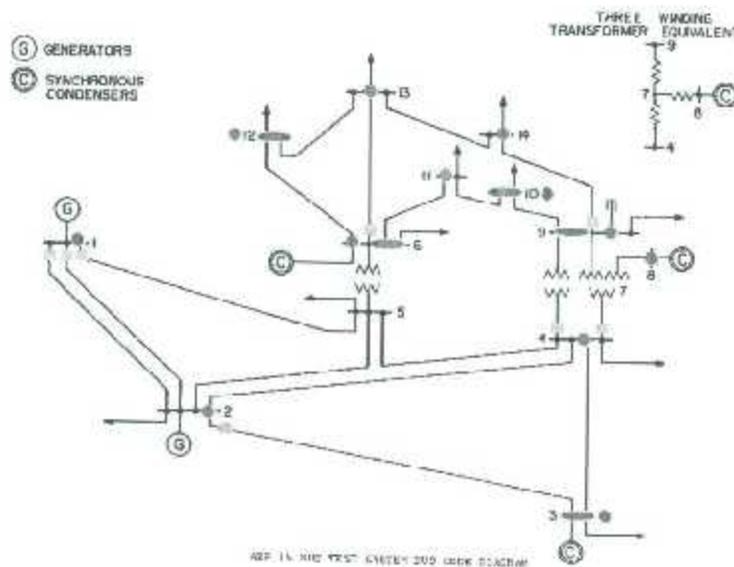


Figura 6.4: Ubicación de las mediciones para estimador convencional

Después de concluida la estimación de estados para todos los casos, se compararon los resultados

de igual manera que con el estimador lineal, es decir se comparó con los resultados del programa de flujos de carga. Gráficamente, los resultados se muestran en las figuras 6.5 y 6.6, correspondiente a voltajes y ángulos nodales. Los resultados completos se pueden ver en la tabla 6.8.

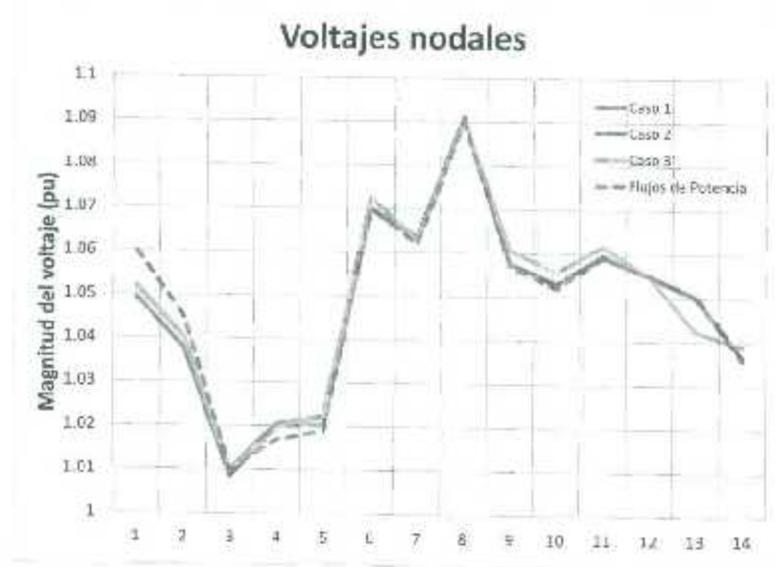


Figura 6.5: Voltajes nodales del estimador convencional

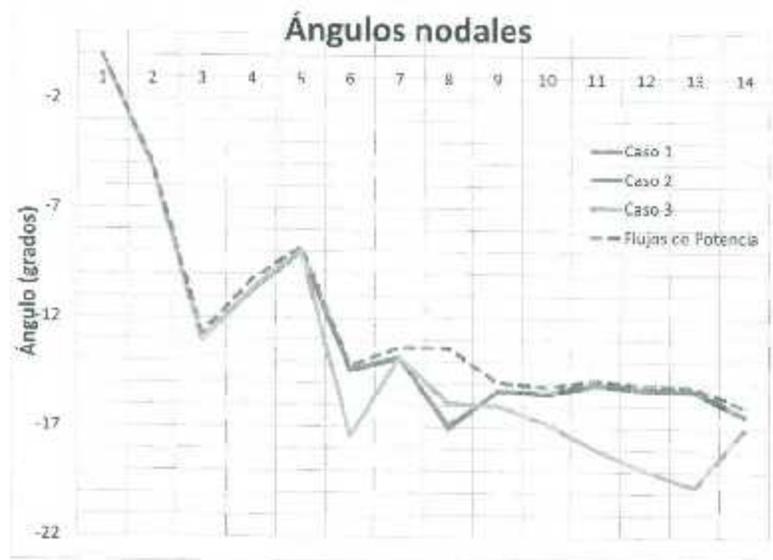


Figura 6.6: Ángulos nodales del estimador convencional

Caso 1			Caso 2			Caso 3			Flujos de Potencia		
Bus	V	Ang	Bus	V	Ang	Bus	V	Ang	Bus	V	Ang
1	1.0518	0	1	1.0493	0	1	1.0521	0	1	1.06	0
2	1.0401	-5.1043	2	1.0377	-5.1288	2	1.0404	-5.1021	2	1.045	-6.98
3	1.01	-12.9871	3	1.0084	13.0454	3	1.0098	-12.9879	3	1.01	-12.72
4	1.0205	-10.7368	4	1.0201	-10.794	4	1.0198	-10.7324	4	1.017	-10.31
5	1.0219	-8.9648	5	1.0203	-9.01	5	1.0226	-8.9569	5	1.019	-8.77
6	1.0701	-14.3665	6	1.0697	-14.4289	6	1.0727	-17.404	6	1.07	-14.2
7	1.0636	-13.7928	7	1.0634	-13.8536	7	1.0627	-13.808	7	1.062	-13.36
8	1.0911	-17.0732	8	1.0908	-16.9125	8	1.0932	-15.9009	8	1.09	-13.36
9	1.0578	-15.3087	9	1.0576	-15.3734	9	1.0637	-13.9919	9	1.057	-14.94
10	1.053	-15.4103	10	1.0528	-15.4787	10	1.0558	-16.7999	10	1.052	-15.12
11	1.0595	-14.9761	11	1.0593	-15.0528	11	1.0617	-18.0047	11	1.059	-14.84
12	1.0551	-15.2131	12	1.0549	-15.2805	12	1.0549	-18.9576	12	1.055	-15.05
13	1.0504	-15.2946	13	1.0502	-15.3633	13	1.0423	-19.6847	13	1.05	-15.14
14	1.0364	-16.3898	14	1.0364	-16.4558	14	1.039	-17.0553	14	1.036	-16.03

Tabla 6.8: Resultados del estimador convencional

6.4. Resultados del estimador de estados híbrido

Para el último estimador desarrollado, se incluyó las mediciones fasoriales de los PMU's al estimador de estados convencional de acuerdo a la sección 4.4. Con este estimador se trabajó, como se mencionó anteriormente, con dos sistemas de prueba. El primero, un sistema de prueba de 14 Nodos presentado en [20]; mientras que el segundo es el sistema de pruebas de 14 nodos del IEEE. Con ambos sistemas se trabajó con dos casos de estudio. EL primer caso involucra las mediciones convencionales sin ruido, mientras que para el segundo caso, a las mediciones convencionales se les agrega un ruido gaussiano aleatorio de $\pm 5\%$. Para este segundo caso, sólo se presentará un resultado pues, cada vez que se ejecute la estimación de estados con este caso en particular, los resultados dependerán del error que el programa le agregue a las mediciones, justo como en el estimador lineal presentado anteriormente. El conjunto de mediciones para el primer sistema, que a partir de aquí en adelante llamaremos "Sistema de Anderson", se muestra en la tabla 6.9. Los resultados numéricos se presentan en la tabla 6.10, mientras que los resultados se pueden ver en la figura 6.8 y 6.9 correspondiente a voltajes y ángulos nodales respectivamente. La ubicación de las mediciones se muestra en la figura 6.7, donde el óvalo azul representa una medición de inyección de potencia, el cuadrado verde representa una medición de flujo de potencia, el triángulo amarillo una medición fasorial de flujo de corriente y el círculo rojo representa una medición fasorial de voltaje nodal.

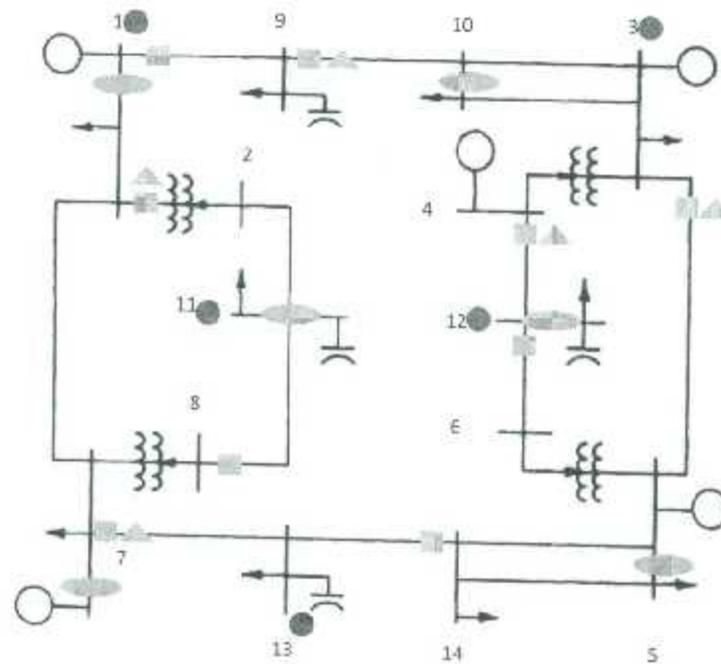


Figura 6.7: Ubicación de las mediciones para el estimador híbrido y del sistema de Anderson

**Mediciones		de	fijos	Σ			
**	p	q	tipo	z	ri	ra	
	1	2	11	0.2274	0.025	1	
	1	9	11	0.2643	0.025	2	
	1	7	11	0.5031	0.025	3	
	3	5	11	0.0934	0.025	4	
	4	12	11	0.148	0.025	5	
	12	6	11	-0.1133	0.025	13	
	7	13	11	0.0731	0.025	15	
	8	11	11	0.0411	0.025	16	
	9	16	11	-0.2413	0.025	17	
	14	13	11	0.1373	0.025	18	
	1	2	12	0.005	0.025	1	
	1	9	12	0.008	0.025	2	
	1	7	12	-0.1813	0.025	3	
	3	5	12	-0.0712	0.025	4	
	4	12	12	0.0497	0.025	5	
	12	6	12	-0.009	0.025	13	
	7	13	12	0.16	0.025	15	
	8	11	12	0.1298	0.025	16	
	9	16	12	0.0562	0.025	17	
	14	13	12	-0.1304	0.025	18	
	1	2	14	0.2266	0.025	1	
	1	7	14	0.4895	0.025	2	
	3	5	14	0.0847	0.025	4	
	4	12	14	-0.1329	0.025	5	
	7	13	14	0.0731	0.025	15	
	9	16	14	-0.2454	0.025	17	
	1	2	15	0.0202	0.025	1	
	1	7	15	0.1948	0.025	2	
	3	5	15	0.0439	0.025	4	
	4	12	15	-0.0345	0.025	5	
	7	13	15	0.202	0.025	15	
	9	16	15	-0.0971	0.025	17	
**Mediciones	de	inyecciones	Σ				
**	p	tipo	z	ri			
	1	21	1	0.025			
	5	21	1	0.025			
	7	21	-0.375	0.025			
	10	21	-0.499	0.025			
	11	21	-0.249	0.025			
	12	21	-0.249	0.025			
	1	22	-0.040	0.025			
	5	22	0.205	0.025			
	7	22	0.49	0.025			
	10	22	-0.749	0.025			
	11	22	-0.199	0.025			
	12	22	-0.199	0.025			
	3	24	1	0.001			
	5	24	1	0.001			
	11	24	0.924	0.001			
	12	24	0.919	0.001			
	13	24	0.954	0.001			
	1	25	6.37	0.001			
	3	25	9.6	0.001			
	14	25	-1.07	0.001			
	12	25	6.015	0.001			
	13	25	-0.06	0.001			

Tabla 6.9: Mediciones para el estimador híbrido del sistema de Anderson

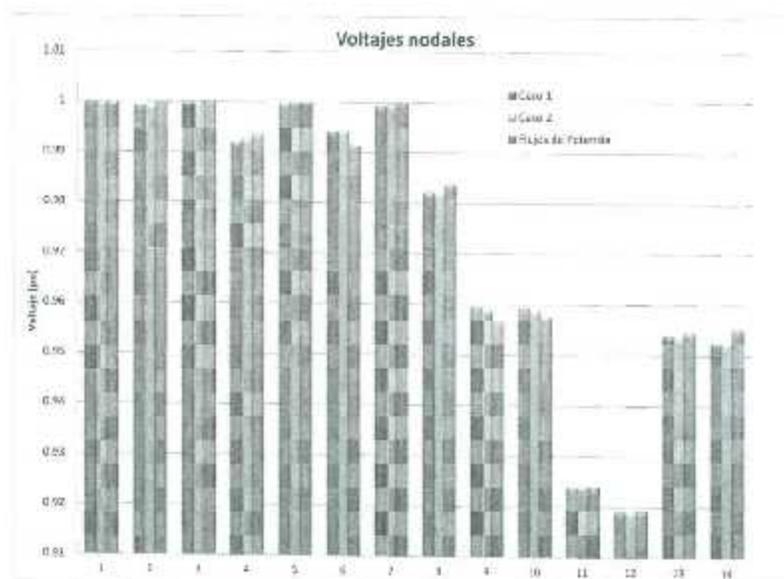


Figura 6.8: Voltajes nodales del estimador híbrido para el sistema de Anderson

Caso 1			Caso 2			Flujos de Potencia		
Bus	V	Ang	Bus	V	Ang	Bus	V	Ang
1	0.9999	6.3632	1	0.9999	6.3636	1	1	6.3704
2	0.9992	4.8036	2	0.9992	4.8019	2	0.9997	4.8059
3	1.0001	9.5898	3	1.0001	9.5892	3	1	9.6002
4	0.9919	8.5852	4	0.9926	8.5853	4	0.9934	8.5958
5	0.9997	8.4418	5	0.9999	8.4348	5	1	8.4518
6	0.994	7.5657	6	0.9943	7.5261	6	0.9916	7.6177
7	0.9891	0	7	0.9994	0	7	1	0
8	0.9822	-0.2933	8	0.982	-0.2875	8	0.9837	-0.2887
9	0.9595	3.6329	9	0.959	3.6124	9	0.9567	3.7364
10	0.9594	5.3294	10	0.9589	5.3216	10	0.9576	5.4104
11	0.924	-1.0701	11	0.924	-1.0697	11	0.924	-1.0774
12	0.919	6.0147	12	0.919	6.0148	12	0.9192	6.0158
13	0.954	-0.0605	13	0.954	-0.0604	13	0.9546	-0.0661
14	0.9525	3.02	14	0.9525	3.0478	14	0.9551	2.9635

Tabla 6.10: Resultados de la estimación de estados híbrida para el sistema de Anderson

Para el segundo sistema, las mediciones son presentadas en la tabla 6.11. Los resultados son presentados en la gráfica y correspondiente a voltajes y ángulos nodales respectivamente. La ubicación de las mediciones se puede observar en la figura 6.10.

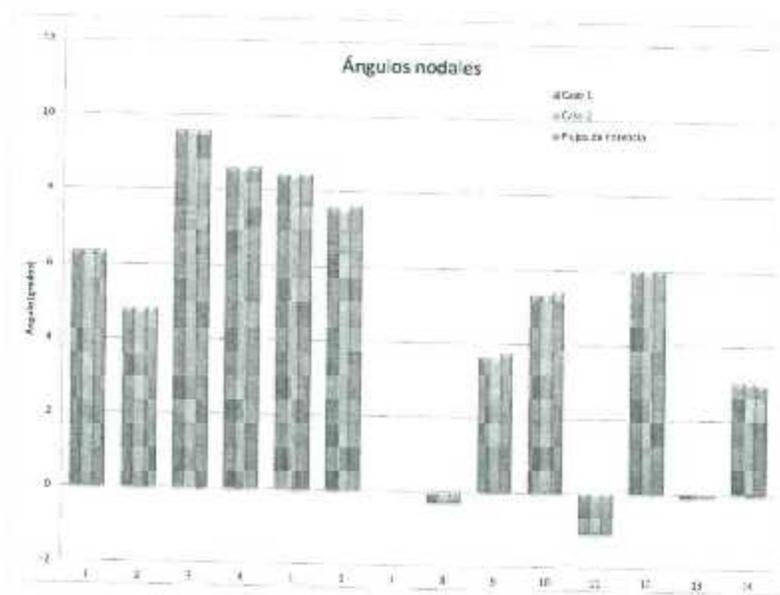


Figura 6.9: Ángulos nodales del estimador híbrido para el sistema de Anderson

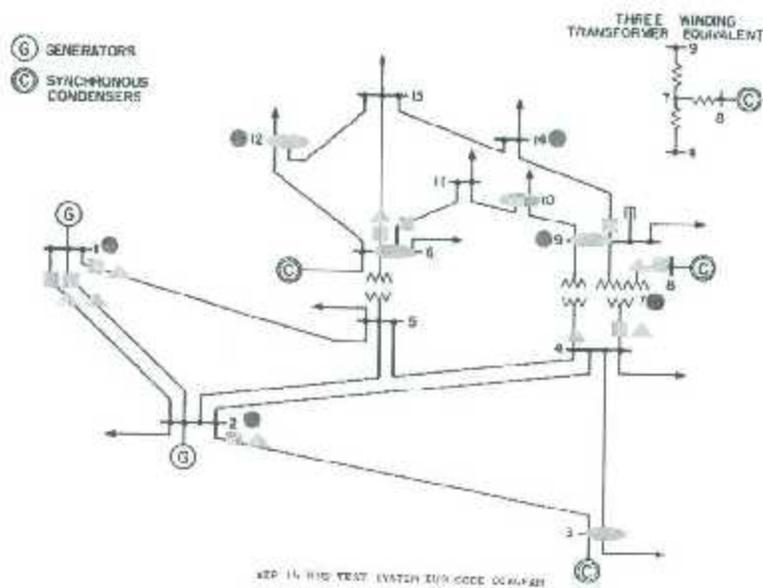


Figura 6.10: Ubicación de las mediciones para el estimador híbrido y del sistema del IEEE

**Mediciones		de	hojas	32			
**		p	q	Wpq	z	ri	na
6	13	11	2.3372	0.025	13		
2	3	11	3.7221	0.025	3		
6	11	11	0.073	0.025	11		
1	3	11	3.7548	0.025	2		
1	7	11	1.5081	0.025	1		
4	7	11	2.2751	0.025	8		
9	14	11	0.0645	0.025	17		
6	13	12	0.0908	0.025	13		
2	3	12	0.017	0.025	3		
6	11	12	0.0301	0.025	11		
1	3	12	0.0331	0.025	2		
1	2	12	-0.2335	0.025	1		
4	7	12	0.2078	0.025	8		
9	14	12	0.0375	0.025	17		
8	7	12	0.1726	0.025	14		
7	8	12	0.1682	0.025	14		
1	2	14	1.479	0.025	1		
1	3	14	0.712	0.025	2		
2	3	14	0.697	0.025	3		
4	7	14	0.302	0.025	8		
4	9	14	0.362	0.025	9		
6	13	14	0.144	0.025	13		
7	8	14	0.036	0.025	14		
7	9	14	0.246	0.025	15		
1	2	15	0.22	0.025	1		
1	3	15	-0.009	0.025	2		
2	3	15	-0.07	0.025	3		
4	7	15	0.132	0.025	8		
4	9	15	0.035	0.025	9		
6	13	15	-0.104	0.025	13		
7	8	15	0.134	0.025	14		
7	9	15	-0.109	0.025	15		
**Mediciones		de	inyecciones	24			
**		p	Wpq	z	ri		
6	21	-0.116	0.025				
3	21	-0.941	0.025				
10	21	0.09	0.025				
12	21	-0.0609	0.025				
9	21	-0.295	0.025				
6	22	0.0345	0.025				
3	22	0.0394	0.025				
10	22	-0.0575	0.025				
12	22	-0.0156	0.025				
9	22	0.165	0.025				
1	24	1.06	0.001				
2	24	1.045	0.001				
3	24	1.01	0.001				
7	24	1.062	0.001				
9	24	1.057	0.001				
12	24	1.055	0.001				
14	24	1.056	0.001				
1	25	0	0.001				
2	25	-4.98	0.001				
3	25	-12.72	0.001				
7	25	-17.36	0.001				
9	25	-14.94	0.001				
12	25	-15.06	0.001				
14	25	-16.02	0.001				

Tabla 6.11: Mediciones para el estimador híbrido del sistema del IEEE.

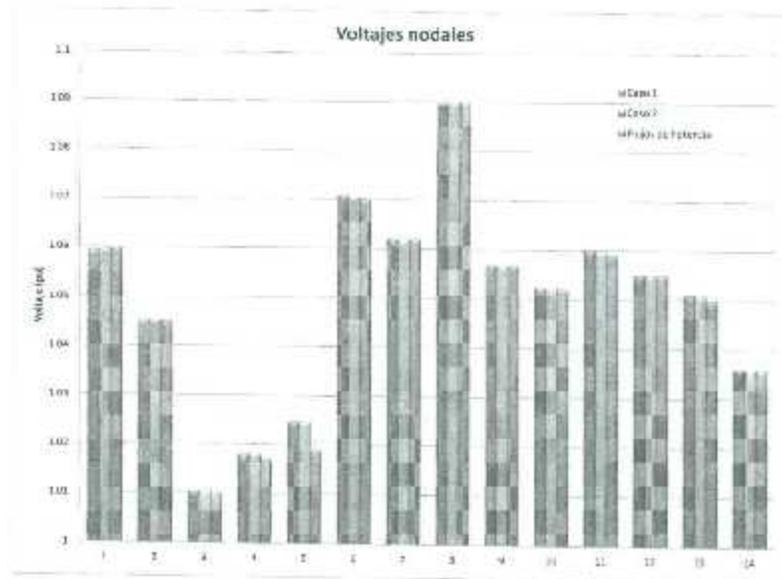


Figura 6.11: Voltajes nodales del estimador híbrido para el sistema del IEEE

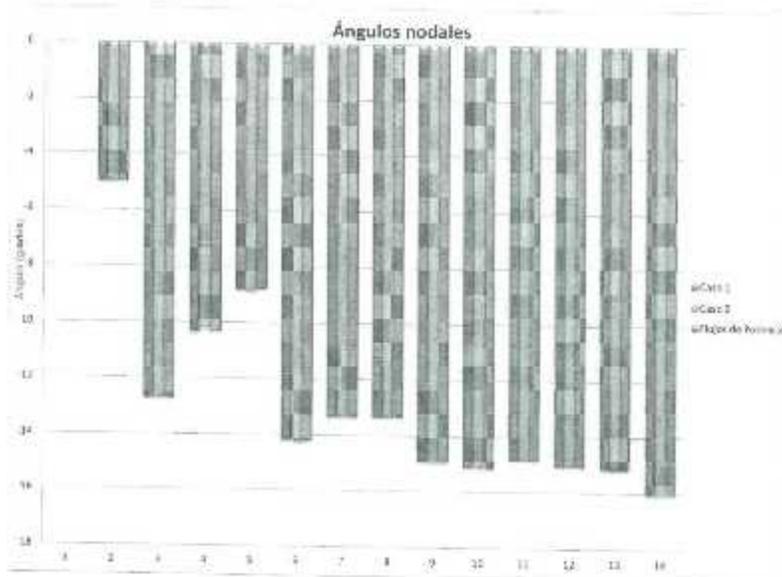


Figura 6.12: Ángulos nodales del estimador híbrido para el sistema del IEEE

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajos futuros

Cualquier nación en el mundo que aspire a ser una nación industrializada necesitará forzosamente un Sistema Eléctrico de Potencia confiable. Para lograr ese nivel de confianza, además de una buena infraestructura se requerirá de una retroalimentación lo suficientemente buena como para que los operadores de los centros de control puedan tomar decisiones que mantengan operando de manera segura al sistema de potencia. Una manera de lograr esto es mediante la estimación de estados, pues esta aplicación de los centros de control provee una plataforma avanzada para el monitoreo de seguridad. Por ejemplo, el análisis de contingencias y los flujos de potencia óptimos dependen de los estados que el estimador les provee. Una manera de mejorar la aplicación de estimación de estados es mediante el uso de las Unidades de Medición Fasorial, pues estas mediciones están sincronizadas mediante una señal de GPS, por lo tanto, teóricamente no hay retrasos entre mediciones.

Ese fue el tema central de esta tesis, donde se desarrollaron tres tipos de estimadores. El primero de ellos fue el estimador lineal, el cual hace uso únicamente de mediciones fasoriales de los PMU's. Los resultados en realidad fueron los esperados, aún a pesar de que a todas las mediciones se les agregó un error o ruido aleatorio "grande", un ruido del $\pm 5\%$. Si se toma en cuenta que en la vida real es casi imposible que todas las mediciones registren al mismo tiempo un error o que existan fallas en su funcionamiento, el estimador lineal puede ser considerado una opción viable si es que se cuenta con los PMU's necesarios para que el sistema pueda ser completamente observable. Hoy en día esa puede ser una desventaja, pues el costo de estos dispositivos es aún alto. No tomando eso en cuenta, los resultados obtenidos, son considerados de buena calidad pues los residuales no sobrepasaron del 0.02 en el caso de los voltajes nodales. En general, el estimador de estados lineal presentado está aún lejos de ser el más utilizado en los centros de control a pesar de ser más sencillo y con costos de computación menores que los que presentan los estimadores no lineales.

Después del estimador lineal, se presentó el estimador que hoy en día es el más utilizado, pues su uso se basa en mediciones convencionales realizados en las subestaciones del sistema. Este estimador

presentó tres casos, donde se aprovechó la teoría de detección e identificación de datos malos para hacer al estimador más completo. El primer caso no presentó ninguna medición mala, sin embargo en los resultados, existió una mayor variación en los ángulos con respecto al estimador lineal. Para el segundo y tercer caso, se incluyeron 1 y 3 mediciones erróneas respectivamente. Para estos 2 casos el estimador de estados eliminó una medición errónea a la vez, para después volver a realizar la estimación de estados. Se pudo observar claramente como el estimador es afectado por la inclusión de datos malos en el conjunto de mediciones. En las gráficas, es claramente visible las variaciones provocadas por los datos malos. Estas variaciones en los resultados del caso 2 y 3 se deben principalmente a la baja en las mediciones con que contaba el estimador después de realizar la detección e identificación de datos malos, que a pesar de ser 1 o 3 en los casos presentados, puede presentarse el caso de que 1 medición que se está eliminando sea una medición crítica que vuelva al sistema inobservable. Durante las simulaciones realizadas en estos casos, se tuvo la necesidad de cambiar la ubicación y el valor de la medición errónea, pues a pesar de que no se contaba con una herramienta que nos indicara si esa medición era una medición crítica, era fácilmente deducible pensar que si era una medición crítica, pues al momento de ejecutar la simulación el estimador de estados arrojaba un error en su ejecución. Lo anterior se solucionó cambiando la medición errónea. Técnicamente hablando, este tipo de estimador requiere de más líneas de código al igual que más recursos computacionales, dado que, entre otras cosas, hay que calcular varias matrices inversas en el proceso de la estimación. Obviamente se utilizó el formato de matrices dispersas, sin embargo, si se requiere estimar los estados de un sistema grande, por ejemplo de unos 1000 nodos o más, esas matrices inversas exigirán más a la computadora donde se realice el cálculo.

Del estimador híbrido, los resultados fueron mucho mejores de lo que se esperaban. Las variaciones entre los resultados del estimador en los dos casos presentados fue mucho menor, comparando al estimador convencional y al estimador híbrido, que son los dos estimadores no lineales. En el caso 2 se presentó la inclusión de un ruido del $\pm 5\%$. La inclusión de mediciones fasoriales incrementa de manera notable la confiabilidad del estimador de estados, al menos ese fue el caso del modelo desarrollado en este trabajo. La principal diferencia entre las mediciones convencionales y las mediciones fasoriales es básicamente el peso que estas tienen, pues experimentando sólo con la desviación estándar de todas las mediciones, en ocasiones el resultado de la estimación de estados no tenía sentido. Un aumento o disminución en la desviación estándar de las mediciones provocaba un cambio notable en los resultados obtenidos. Este modelo necesita de la modificación de varios elementos clave del modelo del estimador no lineal convencional. La modificación principal se realizó en la matriz jacobiana H y el vector de medición h , pues el modelo necesitaba imperativamente las ecuaciones del fasor de corriente y las correspondientes derivadas parciales. Este tema fue de gran relevancia en este trabajo, pues a pesar de que la literatura indica que las mediciones fasoriales pueden ser incluidas en forma rectangular o polar, en este trabajo las mediciones fasoriales de la corriente provocaba

que el estimador no convergiera, ya sea por una división por cero o por iteraciones que superaban la centena sin llegar a obtener resultados lógicos. Revisando un poco los trabajos relacionados, todos los estimadores ejemplificados usaban los fasores de corriente en forma rectangular. Tomando esto en cuenta, se optó por usar la forma rectangular en el fasor de corriente, resolviéndose el problema de divergencia de manera inmediata. Otros elementos que necesitaron modificación, fue el vector de mediciones y la matriz de covarianza de las mediciones. Hablando sobre los costos computacionales, no se observó diferencia entre el estimador no lineal convencional y el estimador híbrido. Sin embargo, hay que tomar en cuenta que se necesitan probar sistemas con mayor número de nodos para hacer una comparativa más realista en cuanto a tiempos y gastos de cómputo se refiere.

De los tres estimadores desarrollados, se puede concluir que el más confiable y/o viable hoy en día para un centro de control de energía es el estimador híbrido. Lo anterior recae en los resultados obtenidos, las pocas unidades de PMU's que se tienen disponibles y además de que no es necesario cambiar todo el método de estimación de estados.

Trabajos futuros

Durante el desarrollo de los estimadores de estado se presentaron diversos problemas, algunos más relevantes que otros, sin embargo todos se atendieron a criterio del autor. Entre los trabajos futuros que se pueden realizar para mejorar los estimadores realizados se encuentran:

- Plantear de una manera diferente los archivos de lectura, de tal manera que se lea solamente un solo archivo de texto en lugar de dos.
- Desarrollar e incorporar un analizador de observabilidad al sistema al que se le van a estimar los estados.
- Desarrollar e incorporar un algoritmo que permita detectar si una medición errónea es crítica o no, con el objetivo de no eliminar mediciones críticas del sistema.
- Desarrollar una interfaz gráfica que permita al usuario agregar o eliminar mediciones y/o parámetros del sistema.
- Comprobar el tiempo y costos computacionales de los estimadores con sistemas con gran número de nodos (1000 o más).

Una mejora adicional sería la modificación de la manera en que las librerías de Python interactúan entre sí, en específico los paquetes *Numpy* y *CVXOPT*, sin embargo eso corresponde a los desarrolladores de dichas librerías. Lo anterior debido a ciertas incompatibilidades entre arreglos y matrices propias de las librerías.

Bibliografía

- [1] Ali Abur; Antonio Gomez Exposito. *Power System State Estimation: Theory and Implementation*. Marcel Dekker Inc., 2004.
- [2] Josue Garcia Mendoza. Estimacion de estados en sistemas electricos de potencia con analisis de mediciones erroneas. Master's thesis, Instituto Tecnológico de la Laguna, 2007.
- [3] Mukhtar Ahmad. *Power System State Estimation*. Artech House, 2013.
- [4] Kevin David Jones. Three-phase linear state estimation with phasor measurements. Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute & State University, 2011.
- [5] O. Alsac B. Stott. Fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-93 No 3, Mayo / Junio 1974.
- [6] P. Abreu A. Gracia, A. Monticelli. Fast decoupled state estimation and bad data processing. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-98 No 5, Septiembre / Octubre 1979.
- [7] M. Sasson J. Allemong, L. Rădu. A fast and reliable state estimation algorithm for aep's new control center. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-101 No 3, Abril 1982.
- [8] J. S. Thorp A. G. Phadke. *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*. Springer, 2008.
- [9] J. S. Thorp A. G. Phadke M. Zhou, V. A. Centeno. An alternative for including phasor measurements in state estimators. *Power Systems, IEEE Transactions*, vol. 21, pp. 1930-1937, 2006.
- [10] K. J. A. G. Phadke, J. S. Thorp. *Computer Relaying for Power Systems*. Research Studies Press, 1988.
- [11] A. G. Phadke J. S. Thorp. Real time voltage phasor measurements for static state estimation. *IEEE Transactions on PAS*, Vol. 104, No. 11, 1985.
- [12] A. G. Phadke J. S. Thorp. State estimation with phasor measurements. *IEEE Transactions on PWRs*, Vol. 1, No. 1, 1986.
- [13] M. Eremia V. Presada, L. Toma. An algorithm for improving the power system state estimation using pmu measurements. *PowerTech (POWERTECH)*, 2013 IEEE Grenoble, 2013.

- [14] A. G. Phadke R. F. Nuqui. Hybrid linear state estimation utilizing synchronized phasor measurements. *Power Tech, 2007 IEEE Lausanne*, 2007.
- [15] R. F. Nuqui. *State Estimation and Voltage Security Monitoring Using Synchronized Phasor Measurements*. PhD thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001.
- [16] Liu Guangyi; Yu Erkeng; Xia Zhuzi. The theory and algorithm of detecting and identifying measurement biases in power system state estimation. *Advances in Power System Control, Operation and Management*, 1991.
- [17] F. Fernandes M. Schilling M. Coutio, J. Stacchini. Identifying critical measurements & sets for power system state estimation. *IEEE Porto Power Tech Proceedings*, 2001.
- [18] A. Abur B. Gou. A direct numerical method for observability analysis. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol 15, 2000.
- [19] A. Monticelli. *State Estimation in Electric Power Systems; A Generalized Approach*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [20] P. M. Anderson. *Analysis of Faulted Power Systems*. John Wiley & Sons, Inc., 1973.
- [21] Sistemas de prueba itee (en línea) <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>.