

# Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

## Tesis de Maestría

Control Tolerante a Fallas de un Reactor Tipo *Batch* para la  
Producción de Biodiésel

presentada por

**Ing. Alfonso de Jesús Morales Erosa**

como requisito para la obtención del grado de  
**Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica**

Director de tesis

**Dr. Manuel Adam Medina**

Codirector de tesis

**Dra. Peggy Elizabeth Álvarez Gutiérrez**

Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2019.



**SEP**  
SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Cuernavaca, Mor., 10 de diciembre de 2018.

OFICIO No. DIE/0186/2018

Asunto: Aceptación de documento de tesis

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
**PRESENTE**

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Alfonso de Jesús Morales Erosa**, con número de control **M17CE009** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **“Control Tolerante a Fallas en un Reactor Tipo Batch para la Producción de Biodiesel”** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Manuel Adam Medina  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 5992003

CODIRECTOR DE TESIS

Dra. Peggy Elizabeth Alvarez Gutierrez  
Doctora en Ciencias en la Especialidad de  
Biotecnología de Plantas  
Cédula profesional 9263995

REVISOR 1

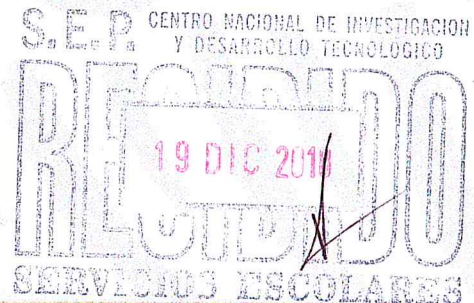
Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza  
Doctor en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 5505019

REVISOR 2

Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo  
Doctora en Ciencias en Ingeniería Electrónica Cédula  
profesional 9968714

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares

Estudiante  
Expediente  
RFEJ/lrr.





**SEP**  
SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MEXICO

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Cuernavaca, Morelos, **18/Diciembre/2018**

OFICIO No. SAC/588/2018

Asunto: Autorización de impresión de tesis

**ING. ALFONSO DE JESÚS MORALES EROSA**  
**CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA**  
**PRESENTE**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Control Tolerante a Fallas en un Reactor Tipo Batch para la Producción de Biodiesel", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo

**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica®*  
*"Conocimiento y tecnología al servicio de México"*

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



SEP TecNM  
CENTRO NACIONAL  
DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO  
TECNOLÓGICO  
SUBDIRECCIÓN  
ACADÉMICA

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Expediente

GVGR/mcr

**cenidet**<sup>®</sup>  
Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos.  
Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 4106, e-mail: dir\_cenidet@tecnm.mx

[www.tecnm.mx](http://www.tecnm.mx) | [www.cenidet.edu.mx](http://www.cenidet.edu.mx)



## Dedicatoria

A Tirsa, por que eres mi ejemplo para jamás rendirme y para siempre ver el lado positivo de cualquier situación. Gracias mamá.

# Agradecimientos

A Diana por estar en las buenas, en las malas y en las peores conmigo. Gracias por siempre y para siempre.

A Tirza por ser el mejor ejemplo de persona que tengo, gracias hermana.

A Margarita y Alfonso por siempre motivarme, darme confianza interminable y enseñarme siempre un punto de vista diferente, gracias abuelos.

A Alfonso por todas las lecciones que me diste, el apoyo incondicional y porque a pesar de todo siempre has estado ahí, gracias papá.

A Miguel, Ariel, David, Luis Carlos, Dulce e Ian por aprender conmigo. Gracias por enseñarme lo que no sabía, por hacerme notar mis errores, por motivarme cuando lo necesitaba y sobre todo, por su amistad.

Al MC Juan Pablo por compartir todo tu conocimiento conmigo. Muchas gracias por ser un excelente maestro, por guiarme, por siempre escuchar mis ideas y por compartir las tuyas conmigo. Gracias por tu amistad y todo el apoyo que me diste fuera de lo académico.

Al MC Juan por enseñarme tanto y de tantos temas. Muchas gracias por compartir conmigo todas tus ideas, darme tantos consejos y siempre desocuparte para apoyarme cuando los necesité. Gracias por la motivación, confianza y por ser un muy buen amigo.

A la Dra. Betty por todo lo que aprendí durante mis estancias en Chiapas. Muchas gracias por apoyarme en todo, por enseñarme todo lo del reactor y por todas las experiencias que viví allá.

A la Dra. Gloria y el Dr. Astorga porque sus revisiones, comentarios y asesorías me hicieron crecer y mejorar académicamente.

A la Dra. Peggy por ser una excelente asesora. Gracias por todas sus revisiones, por todo lo que me enseñó, por explicarme tantas veces la reacción de transesterificación y la composición de los triglicéridos. Fuera de lo académico, le agradezco todo el tiempo y el gran apoyo que me brindó.

Al Dr. Adam por ser un gran asesor. Muchas gracias por todo el tiempo que me dedicó, por escucharme, apoyarme, corregirme, motivarme y enseñarme tanto en lo académico como en lo personal y en lo profesional. Gracias por confiar en mí y por ofrecerme su amistad desde el principio.

A Lorena por el apoyo, preocupación y atención que me dio durante toda la maestría. Gracias Lore por guiarme desde el proceso de admisión hasta el momento de la titulación.

Al CENIDET por el apoyo brindado en todas las etapas de este proceso, al personal académico, administrativo y de servicios, muchas gracias.

A CONACYT por el apoyo económico el cual fue indispensable para el desarrollo y culminación de este trabajo de investigación.



## Resumen

Este trabajo de investigación presenta un esquema de control tolerante a fallas en un reactor tipo *batch* o por lotes para la producción de biodiésel. El sistema se modeló por medio de un balance de componente de cada elemento de la reacción de transesterificación y un balance de energía del reactor, se calcularon parámetros tales como densidad y capacidad de calor dependiendo de la composición de ácidos grasos del aceite de palma. El esquema de control diseñado tolera variaciones paramétricas del coeficiente de transferencia de calor provocadas por fallas en el proceso, tales como la acumulación de sarro en las tuberías del sistema y reactor. Se diseñó un observador en representación Takagi-Sugeno para estimar los estados no medibles del sistema y un observador adaptable no lineal para estimar el coeficiente de transferencia de calor. Con dichas estimaciones se simuló la regulación del sistema por medio de una retroalimentación de estados capaz de adaptar la ley de control dependiendo del parámetro estimado. Finalmente se diseñó un controlador PI para llevar la temperatura del reactor al punto deseado.

# Abstract

This research presents a fault tolerant control of a *batch* reactor for biodiesel production. The mathematical model of the plant was obtained through the mass balance of each of the elements involved in the transesterification reaction and an energy balance of the reactor. A Takagi-Sugeno observer was designed in order to obtain the non measurable states and a nonlinear adaptive observer for the heat transfer coefficient estimation. With said estimations the regulation of the system was made through a state feedback technique able to adapt the control law depending on the parameter estimated. Finally a PI controller was desinged to reach the desired temperature of the reactor.

# Índice

Índice de figuras	III
Índice de cuadros	IV
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.2. Estado del Arte . . . . .	3
1.2.1. Cálculo y estimación de parámetros . . . . .	3
1.2.2. Control de un reactor tipo <i>batch</i> para producir biodiésel . . . . .	4
1.3. Objetivos . . . . .	6
1.4. Metas . . . . .	7
1.5. Justificación . . . . .	7
1.6. Metodología . . . . .	7
1.7. Alcance . . . . .	8
1.8. Aportaciones . . . . .	9
1.9. Originalidad . . . . .	9
1.10. Organización del documento . . . . .	10
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>11</b>
2.1. Biodiésel . . . . .	11
2.2. Proceso de producción del biodiésel . . . . .	11
2.3. Modelos Matemáticos . . . . .	16
2.4. Balance de masas . . . . .	17
2.5. Balance de energía . . . . .	19
2.6. Modelos difusos Takagi-Sugeno . . . . .	20
2.6.1. Enfoque del sector no lineal . . . . .	21
2.7. Observadores de Estados . . . . .	22
2.7.1. Observadores tipo Luenberguer . . . . .	22
2.7.2. Observador Adaptable No Lineal . . . . .	23
2.8. Control Automático . . . . .	24
2.8.1. Control tolerante a fallas . . . . .	24
2.8.2. Control tolerante a fallas Activo . . . . .	24
2.8.3. Control tolerante a fallas pasivo . . . . .	25
2.8.4. Control por retroalimentación de estados . . . . .	26
2.8.5. Control Proporcional-Integral (PI) . . . . .	27
<b>3. Modelo matemático del reactor</b>	<b>29</b>
3.1. Modelo matemático del reactor <i>batch</i> tipo A . . . . .	29
3.1.1. Simulación del reactor por lotes con resistencia eléctrica . . . . .	33
3.2. Representación Takagi-Sugeno de la planta A . . . . .	35
3.2.1. Simulación del reactor por lotes con la resistencia eléctrica en representación Takagi-Sugeno . . . . .	37
3.3. Modelo matemático del reactor <i>batch</i> tipo B . . . . .	38
3.3.1. Simulación del reactor por lotes con chaqueta de enfriamiento . . . . .	41
3.4. Representación Takagi-Sugeno de la planta B . . . . .	43
3.4.1. Simulación del reactor por lotes con chaqueta de enfriamiento en representación Takagi-Sugeno . . . . .	48



<b>4. Observadores y cálculo de parámetros termofísicos</b>	<b>51</b>
4.1. Cálculo de parámetros . . . . .	51
4.2. Observador en representación T-S . . . . .	53
4.2.1. Pruebas de observabilidad . . . . .	54
4.2.2. Simulación del observador en representación Takagi-Sugeno del reactor por lotes con chaqueta de enfriamiento . . . . .	54
4.3. Observador Adaptable no lineal (OANL) . . . . .	56
4.3.1. Simulación de la estimación del parámetro utilizando el observador adaptable no lineal . . . . .	57
<b>5. Resultados del Control</b>	<b>60</b>
5.1. Esquema de control y simulación . . . . .	60
5.2. Control por retroalimentación de estados Takagi-Sugeno . . . . .	60
5.3. Cálculo de ganancias del controlador proporcional integral . . . . .	63
5.4. Simulación del esquema de control . . . . .	63
5.4.1. Simulación del esquema de control en lazo cerrado . . . . .	64
5.4.2. Simulación del sistema en lazo cerrado en contra del lazo abierto . . . . .	64
5.4.3. Comparación de controladores PI . . . . .	65
5.4.4. Simulación de escenarios con variación paramétrica . . . . .	68
<b>6. Conclusiones</b>	<b>73</b>
<b>Referencias</b>	<b>75</b>

## Índice de figuras

1.	Reactor tipo <i>batch</i> . . . . .	8
2.	Tarjeta electrónica para la lectura de sensores y control de actuadores. . . . .	9
3.	Composición general de los ácidos grasos. . . . .	14
4.	Composición de <i>TG</i> mixtos. . . . .	15
5.	Composición de <i>TG</i> simples. . . . .	15
6.	Esquema de control con PID. . . . .	27
7.	Esquema del reactor de la planta B. . . . .	30
8.	Concentración $C_i$ en lazo abierto del modelo A. . . . .	34
9.	Temperatura del reactor $T$ en lazo abierto del modelo A. . . . .	34
10.	Concentración $C_i$ en lazo abierto vs T-S del modelo A. . . . .	37
11.	Temperatura del reactor $T$ en lazo abierto vs T-S del modelo A. . . . .	38
12.	Esquema del reactor de la planta A. . . . .	39
13.	Concentración $C_i$ en lazo abierto. . . . .	42
14.	Temperaturas $T$ y $T_J$ en lazo abierto. . . . .	43
15.	Concentración $C_i$ en lazo abierto. . . . .	49
16.	Temperaturas $T$ y $T_J$ en lazo abierto. . . . .	49
17.	Simulación de las funciones de ponderación del modelo difuso Takagi-Sugeno. . . . .	50
18.	Estructura de fragmentación de <i>TG</i> , <i>DG</i> y <i>MG</i> . . . . .	51
19.	Simulación de las concentraciones con el observador T-S. . . . .	55
20.	Simulación de las temperaturas con el observador T-S. . . . .	55
21.	Comparación funciones de pertenencia $\omega_a$ vs $\omega_b$ . . . . .	56
22.	Simulación parámetro estimado con condición $\hat{A}U = 420$ ( $\frac{kJ}{minK}$ ). . . . .	58
23.	Simulación parámetro estimado con $\hat{A}U = 420$ ( $\frac{kJ}{minK}$ ) y condiciones iniciales diferentes. . . . .	59
24.	Esquema de control. . . . .	60
25.	Concentración <i>ME</i> en lazo cerrado utilizando las ganancias de $LC_1$ . . . . .	64
26.	Temperatura del reactor $T$ en lazo cerrado utilizando las ganancias de $LC_1$ . . . . .	64
27.	Concentración de <i>ME</i> en lazo abierto vs lazo cerrado con $LC_1$ . . . . .	65
28.	Temperatura del reactor $T$ en lazo abierto vs lazo cerrado con $LC_1$ . . . . .	65
29.	Comparación de concentración de <i>ME</i> con controlador $LC_1$ vs $LC_2$ . . . . .	66
30.	Comparación de la temperatura del reactor $T$ con controlador $LC_1$ vs $LC_2$ . . . . .	66
31.	Comparación de concentración de <i>ME</i> con los controladores <i>PI</i> . . . . .	67
32.	Comparación de la temperatura del reactor $T$ con los controladores <i>PI</i> . . . . .	67
33.	Zoom de la Comparación de concentración de <i>ME</i> con controladores <i>PI</i> diferentes. . . . .	68
34.	Zoom de la Comparación de la temperatura $T$ con controladores <i>PI</i> diferentes. . . . .	68
35.	Concentración de <i>ME</i> control $LC_K$ vs $LC_5$ . . . . .	69
36.	Comparación de la temperatura del reactor $T$ con controlador $LC_K$ y $LC_5$ . . . . .	69
37.	Concentración de <i>ME</i> control $LC_K$ vs $LC_5$ escenario 2. . . . .	70
38.	Comparación de la temperatura del reactor $T$ con controlador $LC_K$ y $LC_5$ escenario 2. . . . .	70
39.	Concentración de <i>ME</i> control $LC_K$ vs $LC_5$ escenario 2.1. . . . .	71
40.	Comparación de la temperatura del reactor $T$ con controlador $LC_K$ y $LC_5$ escenario 2.1. . . . .	71
41.	Concentración de <i>ME</i> control $LC_K$ vs $LC_5$ , escenario 3. . . . .	72
42.	Comparación de la temperatura del reactor $T$ con controlador $LC_K$ y $LC_5$ , escenario 3. . . . .	72

## Índice de cuadros

1.	Composición ácidos grasos (%).	13
2.	Posibles combinaciones de formación de triglicéridos.	14
3.	Tabla de Ziegler-Nichols.	27
4.	Parámetros del modelo matemático de la planta A.	33
5.	Parámetros del modelo matemático de la planta B.	42
6.	Capacidad de calor para el aceite de palma a 333.15 (K).	52
7.	Peso molecular de ácidos grasos (g/mol).	53
8.	Densidad del aceite de palma a 333.15 grados Kelvin.	53

## Nomenclatura y Acrónimos.

$A$	-	Alcohol, metanol.
$A_R$	-	Elemento químico A.
$A_i$	-	Matriz de estados local.
$a_i$	-	Vector de parámetros constantes local.
$AU$	-	Coficiente de transferencia de calor.
$\hat{A}U$	-	Coficiente de transferencia de calor estimado.
$A_r$	-	Área de contacto.
$B$	-	Matriz de entradas.
<i>batch</i>	-	Lotes.
$B_i$	-	Matriz de entradas local.
$B_R$	-	Elemento químico B.
<i>CSTR</i>	-	<i>Continuous Stirred Tank Reactor.</i>
$C$	-	carbonos.
$C_{A_R}$	-	Concentración del elemento químico A.
$C_{B_R}$	-	Concentración del elemento químico B.
$C_{C_R}$	-	Concentración del elemento químico C.
$C_R$	-	Elemento químico C.
$C_p$	-	Capacidad de calor.
<i>CTF</i>	-	Control tolerante a fallas.
$C_i$	-	matriz de medición local.
$c_i$	-	vector de parámetros constantes local.
$C_{TG}$	-	Concentración de triglicéridos.
$C_{DG}$	-	Concentración de diglicéridos.
$C_{MG}$	-	Concentración de monoglicéridos.
$C_{ME}$	-	Concentración de metil éster.
$C_A$	-	Concentración de metanol.
$C_{GL}$	-	Concentración de glicerina.
$c_w$	-	Capacidad de calor del agua.
<i>DG</i>	-	Diglicéridos.
$e$	-	Error del observador.
$e_y$	-	Error del control.
$\dot{e}$	-	Dinámica del error.
$\epsilon_i$	-	Energías de activación.
<i>Fin</i>	-	Flujo de entrada.
<i>Fo</i>	-	Flujo de salida.
<i>FAME</i>	-	<i>Fatty Acid Metil Esther.</i>
<i>FFA</i>	-	Free Fatty Acid.
<i>GL</i>	-	Glicerina.
<i>H</i>	-	Hidrógenos.
$h$	-	Coficiente de transferencia de calor del vidrio.
$k_i$	-	Constantes de reacción.
$ky$	-	Ganancia del observador adaptable.
$k_\theta$	-	Ganancia del parámetro del observador adaptable.
$K$	-	Ganancia de controlador.
$K_P$	-	Ganancia proporcional del controlador.
$K_I$	-	Ganancia integral del controlador.
$K_D$	-	Ganancia derivativa del control.
$K_T$	-	Energía Cinética.
<i>KOH</i>	-	Hidróxido de potasio.
$L_i$	-	Ganancias del observador Takagi-Sugeno.
$L_{in}$	-	Ácido linoléico.
$m_c$	-	Entrada del flujo de agua fría.
$m_h$	-	Entrada del flujo de agua caliente.

$MG$	-	Monoglicéridos.
$ME$	-	Metile ester.
$MPC$	-	<i>Model Predictive Control</i> .
$MR$	-	Masa del reactor.
$M_j$	-	Masa de agua dentro de la chaqueta de enfriamiento.
$N_C$	-	Número de Carbonos.
$N_{ed}$	-	Número de enlaces dobles.
$NaOH$	-	Hidróxido de sodio.
$O$	-	Ácido oléico.
$OANL$	-	Observador Adaptable no lineal.
$P$	-	Ácido palmítico.
$pH$	-	Unidad de medición del potencial de hidrógeno de una sustancia.
$P_R$	-	Potencia de la resistencia.
$PI$	-	Controlador Proporcional-Integral.
$PID$	-	Controlador proporcional-integral-derivativo.
$PSO$	-	<i>Particle Swarm Optimization</i> .
$Q$	-	Calor añadido al sistema por radiación.
$Q_G$	-	Calor añadido al sistema por reacción.
$R$	-	Constante de gases ideales.
$SFFA$	-	<i>Saturated Free Fatty Acid</i> .
$t$	-	Tiempo.
$T$	-	Temperatura del reactor.
$TG$	-	Triglicéridos.
$T_H$	-	Temperatura caliente.
$T_C$	-	Temperatura fría.
$T_J$	-	Temperatura de la chaqueta.
$u$	-	Entrada del sistema.
$U_T$	-	Energía interna.
$UFFA$	-	<i>Unsaturated Free Fatty Acid</i> .
$V$	-	Volumen.
$W_T$	-	Trabajo realizado por el sistema.
$x$	-	Vector de estados.
$x_0$	-	Condiciones iniciales del Vector de estados.
$x^*$	-	Punto de equilibrio del Vector de estados.
$\dot{x}$	-	Dinámica del vector de estados.
$\hat{x}$	-	Vector de los estados estimados.
$x_c$	-	Número de carbonos de cada fragmento de triglicérido.
$y$	-	Vector de variables de salida.
$\hat{y}$	-	Vector de variables de salida estimadas.
$z_j$	-	Variables de programación del sistema T-S.
$z_x$	-	Variables de estado no medibles.
$\hat{z}_x$	-	Variables de estado no medibles estimados.
$Z_j^i$	-	Conjuntos Difusos.
$\theta$	-	Parámetro $\theta$ .
$\hat{\theta}$	-	Estimación del parámetro $\theta$ .
$\rho$	-	Densidad.
$n_0^j$	-	Función de ponderación.
$\frac{n_1^j}{nl}$	-	Función de ponderación.
$\frac{nl}{nl}$	-	Máximo de la no linealidad.
$\frac{nl}{nl}$	-	Mínimo de la no linealidad.
$\omega_i$	-	Función de pertenencia.
$\lambda_i$	-	Calor de reacción individual.
$\Delta H$	-	Calor de reacción general.
$\alpha_i$	-	Frecuencia de colisión.
$\phi$	-	Energía potencial.

## 1. Introducción

La acumulación de organismos vegetales y animales por miles de años en el subsuelo o en las rocas da como resultado la formación del petróleo. Al ser sometido a procesos químicos y físicos, el petróleo da origen a productos como por ejemplo: la gasolina y el diésel. El uso excesivo y constante de estos combustibles es la principal causa de contaminación ambiental, además, se corre el riesgo de agotar este tipo de recurso. El problema no es que se acabe este recurso, sino cuanto va a costar obtenerlo. Esto da paso a la investigación de combustibles elaborados a partir de materias primas naturales y renovables. Este tipo de combustibles son llamados biocombustibles y pueden presentar las ventajas de ser más amigables con el medio ambiente y de su fácil elaboración, dejando su producción al alcance de cualquier persona. El biodiésel es un ejemplo de este tipo de biocombustibles.

El biodiésel es un biocombustible para motores de diésel convencionales elaborado a partir de aceites vegetales o grasas animales que han sido transformados en ésteres alquílicos [4]. En específico, su producción es mediante la transformación de los ácidos grasos que componen a los aceites vegetales o grasas animales en ésteres, un éster se produce mediante la reacción entre un ácido y un alcohol (de cualquier tipo), por lo tanto, la reacción entre los ácidos grasos y un alcohol, por ejemplo, metanol, produce ésteres metílicos de ácidos grasos o *FAME (Fatty Acid Metil Esthers)*, lo que se conoce comúnmente como biodiésel.

Las principales ventajas que presenta el biodiésel ante su equivalente fósil, el diésel, es la reducción de las emisiones de gases como monóxido de carbono y dióxido de carbono, se degrada hasta 4 veces más rápido y no es tóxico, además, puede presentar beneficios para el motor debido a que por tener un alto número de cetano presenta una combustión de mejor calidad, esto quiere decir que al momento de ser inyectado el biocombustible al motor se provoca una ignición rápida seguida del quemado total y uniforme del mismo, también, la mezcla del biodiésel con gasóleo o gasolina puede mejorar el rendimiento de los motores.

El proceso completo para obtener ésteres metílicos de aceites vegetales o grasas animales se divide en varias etapas. A rasgos generales, la primera etapa consiste en la obtención y refinación de la materia prima. La segunda etapa consiste en la transformación de la materia prima en ésteres metílicos, esta etapa se lleva a cabo en reactores químicos porque dicha transformación es mediante una reacción química. La última etapa es la separación del producto (biodiésel o ésteres metílicos) de residuos de materia prima y de productos alternos.

Para poder utilizar el biodiésel en motores convencionales de diésel se debe de cumplir con una calidad mínima del biocombustible, para poder cumplir con esos estándares de calidad se emplean técnicas de control automático que ayuden en la segunda etapa del proceso de producción de biodiésel, la cual se encarga de transformar los triglicéridos de los aceites vegetales o grasas animales en biodiésel. Debido a que todos los aceites tienen una composición de ácidos grasos distinta, la calidad del biodiésel depende mucho de la materia prima que se utilice, además, la diferente composición de ácidos grasos de cada aceite hace que cada uno tenga propiedades diferentes, por ejemplo su densidad.

Generalmente, el diseño de controladores para automatizar algún proceso se hace bajo unas mismas condiciones, esto quiere decir que un controlador diseñado para un reactor químico de 1 l es probable que no funcione en un reactor de 4 l. El diseño de controladores requiere del conocimiento del modelo matemático de la planta o proceso que se quiere controlar, es decir, que variables se involucran en el proceso, como se ven afectadas entre si y por las propiedades físicas de la planta. Para poder conocer el valor adecuado de dichas variables analíticamente y modelar el proceso, es importante conocer las leyes que rigen el comportamiento de la materia y energía, además de el valor exacto de los parámetros del sistema o proceso, los parámetros son propiedades físicas de un proceso que no cambian en el tiempo, es decir, se mantienen constantes a diferencia de las variables. Cuando estos parámetros no son constantes se complica el diseño de controladores y la representación de los modelos matemáticos.

No obstante, en un proceso automático, pueden ocurrir una gran cantidad de eventos no planeados que pueden afectar el desempeño de los controladores y de los modelos matemáticos. Dichos eventos no planeados pueden ser generados por fallas durante el proceso, por ejemplo, cuando un proceso depende de la señal proveniente de un sensor y este se descompone, el proceso se queda sin información disponible para seguir operando. Estas fallas pueden poner en riesgo el proceso y generar una gran cantidad de pérdidas, ya sea por desperdicio de materia prima o daño del equipo utilizado.

En este trabajo de investigación se controló un reactor por lotes o tipo *batch* para la producción de biodiésel contemplando variaciones paramétricas del proceso. El esquema de control selecciona un controlador en específico dependiendo de las variación paramétricas del proceso real, dichas variaciones pueden ser provocadas por un proceso normal durante la operación o pueden ser atribuidas a una falla del sistema o proceso, de tal forma que se mantenga el desempeño ideal o con un desempeño degradado pero aceptable.

## 1.1. Planteamiento del problema

Para poder determinar y acotar el problema que se va a resolver en este trabajo de investigación, se buscó información antecedente al tema. Realizando una búsqueda histórica del biodiésel se encontró que el primero en utilizar aceite como combustible en un motor fue Rudolph Diésel, el creador del motor diésel, quien utilizó aceite de cacahuete en uno de sus motores. El uso directo de aceites en lugar de combustible genera problemas en el funcionamiento del motor, principalmente por que la viscosidad del aceite es mayor que la del diésel o la gasolina. Para solucionar este problema se puede:

1. Diseñar un motor capaz de funcionar con altos niveles de viscosidad.
2. Reducir la viscosidad de los aceites o grasas.

Diseñar motores capaces de funcionar con aceites o grasas es una opción costosa y poco viable para muchos motores, además, se tendría que desechar o modificar todos los motores de diésel, lo cual generaría una cantidad muy grande basura. Por otro lado, reducir la viscosidad de los aceites para que se puedan utilizar en todos los motores convencionales es posible por medio de una reacción química llamada transesterificación [1].

Uno de los primeros trabajos dedicados al modelado o representación matemática de la reacción de transesterificación fue el de Nouredini [2], en el año 1997, en este trabajo se representa la evolución en el tiempo de las variables involucradas en el proceso de producción de biodiésel, además, se determinan los parámetros de la cinética de reacción utilizando aceite de soya como materia prima. Dicho modelo se utilizó para determinar el efecto que tiene la temperatura sobre la reacción.

Desde entonces se ha utilizado el modelo matemático para investigar la calidad del biodiésel con diferente materia prima. Se han dedicado trabajos solamente al estudio y determinación de las propiedades químicas de diferentes tipos de aceites, como por ejemplo, aceite de palma, de soya, de jatropha, de girasol, de palmiste [5]- [10], incluso aceite proveniente de alga [13]- [15]. El estudio de las propiedades de los aceites es importante debido a que cada aceite tiene una composición de triglicéridos y ácidos grasos distinta. El aceite de palma tiene una composición de ácidos grasos diferente a la del aceite de soya o algún tipo de aceite de alga, esto puede ser un problema porque en cada muestra de aceite, independientemente de si es de palma, soya o cualquier otra materia prima, los triglicéridos involucrados en la reacción de transesterificación son compuestos de tres ácidos grasos con composición distinta, lo que provoca que cada muestra de aceite tenga propiedades físicas y químicas diferentes.

De lo anterior podemos resaltar que ya se ha reportado el modelo matemático para la producción de biodiésel, además se ha investigado la composición de diferentes aceites y grasas con el fin de poder calcular parámetros del modelo, tales como la densidad y el calor específico debido a que la composición química de los aceites vegetales o grasas animales varía dependiendo de la muestra o tipo de aceite. El conocimiento o cálculo de estos parámetros es considerado un problema para el modelado matemático



debido a que se debe de conocer su evolución a lo largo del tiempo para una adecuada representación. El modelo matemático es utilizado para el diseño de los controladores por lo que la variación paramétrica también es un considerado un problema.

Además, desde un punto de vista económico, la variación paramétrica provocada por la composición química de los aceites afecta la calidad del producto final, de modo que si un proceso automatizado para producir biodiésel fuera diseñado con un aceite en específico como materia prima y dicho aceite tiene propiedades diferentes en cada muestra, la calidad del aceite no será siempre la misma.

Debido a las razones anteriores, la investigación del estado del arte de este trabajo de investigación se orientó al cálculo de las propiedades de los aceites para poder obtener un modelo matemático que represente el proceso contemplando variaciones paramétricas y al diseño de controladores capaces de seguir operando de forma adecuada a pesar de la presencia de variaciones paramétricas.

## 1.2. Estado del Arte

El estado del arte se investigó en dos partes, primero se enfocó en la variación paramétrica en el proceso de producción de biodiésel, por ejemplo, trabajos dedicados a conocer la composición química de diferentes aceites vegetales, los cuales están compuestos por una gran variedad de combinaciones de triglicéridos, y calcular propiedades de los aceites tales como la densidad ( $\rho$ ) y la capacidad de calor ( $C_p$ ), así como la posible estimación estos u otro parámetro que pueda tener una variación provocada por una falla en el proceso utilizando algún tipo de observador. La segunda parte fue enfocada al control de reactores químicos por lotes para la producción de biodiésel, de manera general, para conocer las técnicas de control aplicadas en este tipo de procesos, cuales son las variaciones paramétricas que se han estudiado y el diseño de controladores contemplando dichas variaciones paramétricas.

### 1.2.1. Cálculo y estimación de parámetros

El cálculo de parámetros tales como la densidad líquida utilizando el método de contribución de grupos ha sido estudiada y reportada por [18], [19], [20], en donde, se calcula dicho parámetros dependiendo de la cantidad de los grupos funcionales de los triglicéridos ( $TG$ ), dichos grupos funcionales dependen de la cantidad de carbonos (C), hidrógenos (H) y tipo de enlaces en la composición de  $TG$ . Dependiendo de los grupos funcionales en cada triglicérido se calculan los parámetros como  $\rho$  y  $C_p$ , sin embargo, los  $TG$  no son todos iguales, el cálculo de  $\rho$  y  $C_p$  puede ser diferente en cada corrida del reactor *batch* o incluso durante el proceso.

En [21] se propone el cálculo de la capacidad de calor líquida de compuestos utilizando el método de contribución de grupos, este método considera que una molécula está formada por grupos funcionales definidos a los que se les asigna un valor que contribuye al valor total de una propiedad, en este caso la capacidad de calor líquida.

En [22] se propone un método para calcular propiedades termofísicas de triglicéridos, tales como la densidad y capacidad de calor líquida. Con dicha metodología se desarrolló una base de datos de estas propiedades, de tal forma que es posible realizar los cálculos de la densidad y capacidad calorífica de diferentes triglicéridos de manera confiable. Dicha metodología consta de fragmentar la molécula de triglicéridos en 4 fragmentos, uno de glicerol y tres de los distintos ácidos grasos. Además, se demuestra mejor predicción con la metodología desarrollada a comparación de la teoría de contribución de grupos.

En [24] se presenta una reseña y clasificación de distintos observadores aplicados en reactores y procesos químicos. Se revisan una gran variedad de tipos de observadores y se clasifican en 6 clases, observadores tipo Luenberger, observadores de dimensiones finitas, estimadores Bayesianos, como los filtros de Kalman, observadores para detección de fallas y perturbaciones, observadores basados en inteligencia artificial y observadores híbridos. Para un proceso químico es vital tener información acerca de las variables involucradas en la reacción o proceso, para desarrollar técnicas de control como retroalimentación de estados o para monitoreo y detección de fallas con el fin de prevenir interrupciones o paros del sistema. La descripción de cada observador es muy útil para hacer una selección apropiada de que tipo de observador

utilizar para cada proceso, en el caso del biodiésel, teniendo en cuenta que se puede tener conocimiento muy aproximado de los parámetros del aceite utilizando los métodos de fragmentación o contribución de grupos, es decir, que se conocen los parámetros del sistema, se considera suficiente el uso de observadores tipo Luenberger para sistemas lineales. Además, para una mejor estimación de entradas desconocidas o parámetros es importante tener una buena aproximación de todos los estados estimados involucradas en el proceso.

En [25] se presentan los principios de un observador para sistemas no lineales y se propone un nuevo tipo de observador adaptable no lineal (OANL) con el objetivo de poder estimar cualquier parámetro para una clase en específico de sistemas no lineales. Más adelante, se aplicó un OANL en [26] para estimar el coeficiente de transferencia de calor de un intercambiador de calor, se justifica la estimación del parámetro por alguna falla la cual provoque una variación en este parámetro.

Finalmente, en [27] se realiza un sensor virtual para las concentraciones de la reacción de transesterificación utilizando la medición de pH de la reacción. Para poder implementar este tipo de sensor virtual en un proceso real es necesario llevar a cabo muestras experimentales de pH cada 2-5 minutos, después, se relaciona el valor obtenido de pH con el valor de concentración de metil éster obtenido a través de un análisis por cromatografía para conocer el perfil de triglicéridos, metil éster (*ME*), metanol (*A*) y glicerina (*GL*). Es importante resaltar que el análisis por cromatografía necesita de inversión de recursos económicos, así como materia prima y tiempo para llevarse a cabo.

### 1.2.2. Control de un reactor tipo *batch* para producir biodiésel

De la información recaudada acerca del control, se encontró que existe un esquema de control diseñado específicamente para tolerar fallas en actuadores, sensores y variaciones en los parámetros del sistema, el control tolerante a fallas (CTF). Este esquema de control puede utilizar cualquier técnica de control enfocándose en la detección y prevención de fallas, en general el esquema tolerante a fallas considera un bloque de monitoreo y diagnóstico de fallas, el cual puede ser diseñado utilizando observadores. Dicho bloque de monitoreo estima variables que se relacionan con las fallas, de tal forma que si la estimación de alguna variable tiene un comportamiento no deseado se dispara una alarma la cual funciona como señal para realizar una acción correctiva o preventiva, por ejemplo, se puede modificar la ley de control para no afectar el comportamiento del sistema o sustituir sensores reales por sensores virtuales en el caso de alguna falla para no interrumpir el sistema [35].

Lo primero que se encontró relacionado con el control tolerante a fallas fue en [36], donde se habla de ser una de las primeras publicaciones acerca del control tolerante a fallas en reactores *batch*, se diseñó un esquema control tolerante a fallas con un control iterativo, esto debido a que la naturaleza de un reactor *batch* es iterativa, es decir, se repite el proceso una y otra vez para obtener resultados por lotes. El trabajo considera fallas en actuadores y define el modelo matemático lineal de un proceso tipo *batch* generalizado. La falla en el actuador es introducida en el modelo como un parámetro  $\alpha$  que afecta a la matriz de entradas. El control diseñado demuestra su eficiencia al ser probado en un sistema de inyección, este sistema es considerado *batch* debido a que repite su proceso una y otra vez.

En [37] se diseñó un esquema de control tolerante a fallas activo en reactores *batch* contemplando diferentes escenarios de fallas. Se contemplan dos escenarios de fallas en sensores, cuando el sensor tiene una falla aditiva y cuando el sensor tiene una falla multiplicativa, de igual manera se consideran dos escenarios de fallas para los actuadores, con fallas aditivas y multiplicativas. El esquema se puede aplicar para muchos sistemas por lotes, es por eso que el diseño del control y estimación de fallas se realiza considerando un sistema general, asumiendo que el modelo matemático lineal del sistema en cuestión es conocido.

Los esquemas de control tolerante a fallas previamente mencionados no contemplan la reacción de transesterificación, simplemente contemplan la dinámica de un reactor por lotes generalizando el proceso. Es por eso que el diseño de un sistema de control tolerante a variaciones paramétricas por fallas en el proceso de producción de biodiésel se considera un área de oportunidad, a diferencia de generalizar el proceso por lotes para el diseño, en este trabajo de investigación se buscó aplicar una técnica de control

tolerante a fallas a un proceso en específico, el proceso de producción de biodiésel. Dicho lo anterior y sabiendo que para un control tolerante a fallas se puede aplicar cualquier técnica de control o estimación se buscó información relacionada con el control de reactores *batch* para producir biodiésel.

Uno de los controladores más utilizados en los reactores por lotes para la producción de biodiésel es el control predictivo (*MPC*). En el 2009 se realizó una comparación entre dos controladores de un reactor para la producción de biodiésel, un control predictivo y un control auto-ajustable capaz de reconfigurar su ley de control [38]. En este trabajo se considera la reacción de transesterificación y la dinámica del reactor para obtener el modelo matemático del sistema. Se llegó a la conclusión que el control predictivo tiene un mejor desempeño considerando que el control auto-ajustable presenta oscilaciones sostenidas en estado estable.

En [39] se controla un reactor continuo para la producción de biodiésel utilizando una estrategia de multi-modelos. Se calcula un banco de modelos con diferentes parámetros y se conmuta entre ellos, dicha conmutación se realiza por medio de un sistema supervisor el cual se encarga de determinar que modelo se adapta mejor a las condiciones de operación reales. A pesar de no utilizar un reactor por lotes, ésta técnica se consideró bastante interesante, abre la posibilidad de adaptar las ganancias de un controlador dependiendo del monitoreo de un parámetro o variable. Además, en el trabajo se determina que el coeficiente de transferencia de calor incrementa con valores altos en la velocidad de agitación y el fluido de enfriamiento, la variación de este parámetro puede monitorearse para adaptar la ley de control del reactor, si la velocidad de agitación del motor aumenta es posible que la temperatura del reactor suba más rápido de lo normal y se necesite de algún ajuste.

Posteriormente, se encontró que Benavides [40], aborda problemas de optimización en un reactor tipo *batch* para la producción de biodiésel, el primer objetivo de control es optimizar la curva de temperatura necesaria para poder obtener la mejor cantidad de biodiésel sin importar el tiempo de producción y el segundo es optimizar la curva de temperatura para obtener la mayor producción de biodiésel en el menor tiempo posible. El modelo matemático que se utiliza considera que no hay incertidumbre paramétrica ni perturbaciones en la duración del proceso.

En [41], se abordan los mismos problemas de optimización que en [40], sin embargo el modelo matemático utilizado considera variaciones paramétricas. El trabajo resalta que las incertidumbres a considerar con respecto a los parámetros es en las concentraciones iniciales, debido a que se asume una relación de 1:6 entre los  $TG : A$  de la materia prima, esto considerando que el aceite es compuesto 100% de triglicéridos, sin embargo, en la realidad no es así, los aceites están compuestos por  $TG$ , diglicéridos ( $DG$ ), monoglicéridos ( $MG$ ), ácidos grasos libres ( $FFA$ ) e incluso pueden llegar a contener partículas de agua.

En [42], se presenta una serie de problemas de control óptimo para la producción de biodiésel en reactores *batch*, los problemas abordados son optimización de máxima concentración de biodiésel, del menor tiempo de producción y de la máxima ganancia económica. También se modela la reacción de transesterificación con el balance de materia y de energía y considerando incertidumbre en las concentraciones. Además, dice que la optimización de la ganancia económica, es decir, producir la mejor calidad y cantidad de biodiésel empleando la energía óptima da los mejores resultados de control comparando con los otros problemas de optimización. También remarca que no sólo se deben considerar las incertidumbres en las condiciones iniciales del sistema, se puede considerar incertidumbre en las entradas, es decir, variación en el valor de la variable de entrada por una falla en el proceso o desgaste de los actuadores provocado por un mal mantenimiento del equipo. Y también en los parámetros cinéticos provocados por un cambio de aceite.

En [43] se diseña un control predictivo no lineal para el seguimiento de trayectoria de la curva óptima de temperatura en un reactor continuo para la producción de biodiésel. De este trabajo se destacan dos cosas, la primera es que se calculan los parámetros de densidad y capacidad de calor considerando la fracción másica del biodiésel dentro del reactor. Y segundo, la idea de obtener la curva óptima de temperatura para resolver cualquier problema de optimización y usarla como referencia de control, de tal forma que se puede diseñar un control de temperatura y a su vez controlar eficientemente la reacción de transesterificación para producir ésteres metílicos.

En [44] también se resuelven problemas de optimización, en donde se encuentran las curvas de temperatura óptimas para obtener el menor tiempo de producción y la mayor productividad. En el trabajo, se controla un reactor *batch* de transesterificación utilizando un control predictivo no lineal siguiendo las trayectorias previamente descritas. Finalmente, estima los parámetros del modelo pero se consideran constantes durante todo el proceso, incluido el coeficiente de transferencia de calor, el cual menciona puede variar en el proceso por factores externos.

En [45], López-Zapata y colaboradores utilizan un filtro de Kalman extendido para estimar las variables de estado del modelo de la reacción de transesterificación, hace un balance de materia y un balance de energía considerando el calor de cada reacción, el calor de la potencia generada por una resistencia y la transferencia de calor del reactor con el medio ambiente. Realiza un control predictivo para controlar la concentración de metil éster, realiza el cálculo de parámetros tales como la densidad, calor específico y calor de reacción, sin embargo utiliza un modelo linealizado en un punto de operación para el control predictivo. La estimación realizada con el filtro de Kalman se utiliza como sensor virtual para las concentraciones. Por último, se plantea la representación en Takagi-Sugeno del modelo, sin embargo no se usa para nada de control o estimación, el fin es comparar la representación Takagi-Sugeno del modelo no lineal realizado con los resultados experimentales.

En [46] también se diseñó un filtro de Kalman extendido para estimar variables y parámetros del modelo, se hace el balance de energía considerando una chaqueta que se encuentra alrededor del reactor, considerar esta chaqueta de enfriamiento agrega más ecuaciones diferenciales al sistema, sin embargo es posible presenciar variaciones en el coeficiente de transferencia de calor debido a acumulación de sarro o suciedad en las tuberías de la chaqueta de enfriamiento. Para cumplir el objetivo de control, el seguimiento de trayectoria de la curva de temperatura deseada, se diseñó un controlador no lineal.

Del estado del arte se pudo determinar que para calcular los parámetros tales como la densidad y la capacidad de calor se pueden utilizar métodos de contribución de grupos o de fragmentación los cuales toman en cuenta la cantidad de grupos funcionales que componen a un triglicérido o un fragmento de *TG*. También, es posible un cambio del coeficiente de transferencia de calor provocado por una falla, lo que se considera otra variación paramétrica. Además, estos parámetros se pueden estimar con el uso de observadores adaptables. También se determinó que el control tolerante a fallas es un esquema de control capaz de tolerar fallas provocadas por variaciones paramétricas y que dicho esquema de control no se ha aplicado a un proceso de producción de biodiésel. Con respecto a las técnicas empleadas para controlar los reactores para la producción de biodiésel se resalta el control óptimo en donde se conoce una curva de temperatura óptima la cual es posible utilizar como referencia de control para diseñar un control de temperatura.

### 1.3. Objetivos

Derivado de la investigación realizada y la hipótesis planteada, se manejan los siguiente objetivos a cumplir para este trabajo de investigación:

General: Desarrollar un esquema de control tolerante a fallas en un proceso de producción de biodiésel en un reactor *batch* que permita su operación en presencia de variaciones paramétricas.

Específicos:

- Obtener de la literatura el modelo del sistema no lineal considerando variaciones paramétrica.
- Diseñar un esquema de observación basado en modelos Takagi-Sugeno.
- Simular un esquema de control tolerante a fallas en un proceso de producción de biodiésel en un reactor *batch*.

## 1.4. Metas

Las metas a cumplir son:

- Conocer y delimitar el rango de las variaciones paramétricas.
- Simular el modelo no lineal con las variaciones paramétricas.
- Representar el modelo no lineal como sistema Takagi-Sugeno.
- Diseñar un esquema de observación para estimar parámetros y estados no medibles.
- Desarrollo de un algoritmo de control tolerante a fallas bajo representación Takagi-Sugeno.

## 1.5. Justificación

Un triglicérido, químicamente hablando, es la unión de 3 ácidos grasos con una molécula de glicerina. Los ácidos grasos son moléculas de largas cadenas de carbono y, dependiendo del número de carbonos y dobles enlaces que contiene, pueden ser clasificados en saturados o insaturados. Los aceites vegetales están compuestos por ácidos grasos de diferentes características (Ver tabla 1). Esto quiere decir que un *TG* puede estar compuesto de 3 ácidos grasos con composición química diferente, lo cual se ve reflejado en parámetros tales como la densidad y la capacidad de calor.

Durante el proceso de producción de biodiésel existe la posibilidad de la presencia de fallas, causando pérdidas económicas o de materia prima. Estas fallas se pueden presentar en actuadores, sensores y/o parámetros, las cuales pueden ocasionar comportamientos no deseados en la calidad y cantidad del producto final.

Si el actuador es una válvula que controla un flujo de agua para regular la temperatura dentro de un reactor, pueden presentarse fallas tales como un atascamiento, es decir que no cierre o abra correctamente, evitando el control de la temperatura del reactor.

Por otro lado, una falla en sensores puede causar una mala lectura de estos, provocado, por ejemplo, por algún corto circuito o sobrecalentamiento de los componentes.

Y también se pueden tener fallas que provoquen variaciones en los parámetros del reactor, tal como un desgaste de las paredes del mismo, una variación del coeficiente de transferencia de calor por acumulación de sarro en las tuberías, también existen variaciones relacionadas a los parámetros de la reacción, como la densidad, calor específico y constantes de reacción provocados por un cambio de aceite o un cambio muy brusco en la composición de ácidos grasos del aceite. Debido a que la variación paramétrica relacionada a la reacción, como la densidad y calor específico del aceite es ocasionada por una operación normal del proceso, es decir, un cambio en la muestra o tipo de aceite, no se puede considerar una falla, sin embargo la variación del coeficiente de transferencia de calor si se puede atribuir a una falla en la velocidad del motor, acumulación de sarro en las tuberías de la chaqueta de enfriamiento o algún cambio en el flujo de enfriamiento.

Debido a la posible variación paramétrica en el proceso, es posible aplicar un esquema de control capaz de tolerar la variación paramétrica tratando de no afectar el comportamiento nominal.

## 1.6. Metodología

Para alcanzar las metas y poder cumplir los objetivos de este trabajo de investigación se siguieron los siguientes pasos:

- Investigación acerca del cálculo de las propiedades de los aceites.
- Investigación acerca del proceso de producción de biodiésel
- Investigación sobre el control contemplando variaciones paramétricas.

- Investigación acerca del control de reactores por lotes para la producción de biodiésel.
- Selección del modelo no lineal del reactor por lotes para la producción de biodiésel
- Cálculo de parámetros como la densidad y capacidad de calor para tener una mayor precisión en el modelado del reactor
- Estimación del parámetro de coeficiente de transferencia de calor
- Representación del sistema no lineal como sistema Takagi-Sugeno para cubrir la dinámica del sistema en más de un punto de operación
- Estimación de los estados no medibles del sistema utilizando la representación Takagi-Sugeno del sistema no lineal
- El diseño de un esquema de control tolerante a las variaciones paramétricas del coeficiente de transferencia de calor en el proceso de producción de biodiésel en un reactor por lotes.
- Simulación de diferentes escenarios en donde pueda existir variaciones paramétricas.

### 1.7. Alcance

A continuación se definen los alcances y limitaciones del trabajo de investigación. A pesar de no haber comprometido el sistema para su implementación en un reactor real, la re-construcción, instrumentación e instalación de un reactor tipo *batch* para las pruebas se realizó, sin embargo para la calibración de los sensores de concentración de biodiésel o alcohol se necesitan hacer pruebas experimentales y tomar muestras cada determinado tiempo para posteriormente ser analizadas por cromatografía y poder caracterizar los perfiles de triglicéridos, diglicéridos, monoglicéridos, ésteres metílicos, metanol y glicerina.



Figura 1: Reactor tipo *batch*.

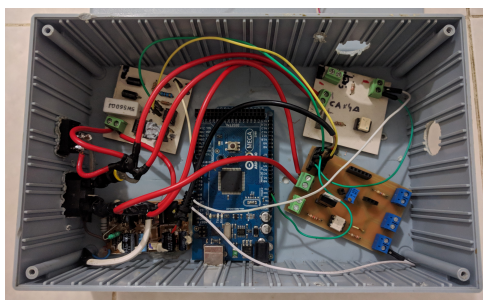


Figura 2: Tarjeta electrónica para la lectura de sensores y control de actuadores.

En la figura 1 se puede ver el reactor tipo *batch* en el cual se trabajó, este reactor está equipado con un motor de agitación para mantener la mezcla dentro del reactor homogénea y una resistencia eléctrica para calentar el contenido del reactor, también cuenta con un par de sensores para medir la temperatura del reactor y el pH de la reacción y así conocer el valor de la concentración de metil éster. En la figura 2 se observan las tarjetas que se diseñaron y construyeron para la lectura de sensores y para controlar la potencia de la resistencia eléctrica, con la cual se controla la temperatura del reactor.

Los sensores actuales son uno de pH y uno de temperatura. Con el sensor de temperatura se conoce la temperatura dentro del reactor y con el sensor de pH se conoce el valor de concentración de biodiésel. Para poder calibrar el sensor de concentración (biodiésel, alcohol) es necesario realizar un análisis por cromatografía de pruebas experimentales y hacer una relación de los niveles de *TG*, *ME*, *A* y *GL* con el valor de pH. El sensor de pH disponible no está diseñado para funcionar con aceites por lo que puede dañarse al ser utilizado en el reactor con la mezcla de aceite y metanol.

A pesar de no haber comprometido resultados experimentales, a causa de la falta de un sensor de pH adecuado para la solución y por no tener el tiempo necesario para las pruebas experimentales para la calibración del sensor de concentración (biodiésel, metanol), se delimitó a presentar resultados a nivel simulación.

## 1.8. Aportaciones

El trabajo de investigación tiene como propósito aportar a la ciencia el diseño y representación Takagi-Sugeno del modelo no lineal de un reactor tipo *batch* con chaqueta de enfriamiento para la producción de biodiésel. Además de la aplicación y el diseño de un observador adaptable no lineal y de un observador tipo Takagi-Sugeno del reactor tipo *batch*.

El diseño del esquema de control se considera una aportación más debido a que se acoplan varias técnicas de estimación y control para cumplir un objetivo de control. El sistema es capaz de seguir operando en condiciones degradadas sin llegar a un paro total.

## 1.9. Originalidad

La originalidad del sistema se puede ver reflejada en el uso de la representación Takagi-Sugeno para la estimación y el control, a pesar de encontrar un trabajo en donde se diseña la representación Takagi-Sugeno de un reactor por lotes [45], dicha representación no tiene ninguna función, es decir, no se utiliza para nada, además la representación Takagi-Sugeno de este trabajo de investigación es de un modelo no lineal diferente, el cual considera una chaqueta de enfriamiento en el reactor, lo que agrega una variable de programación más en el modelo T-S.

Por otro lado, para tolerar la variación paramétrica se utilizó la estimación del coeficiente de transferencia de calor para diseñar la ley de control apropiada para diferentes valores de este parámetro.



## 1.10. Organización del documento

El siguiente trabajo de investigación se estructuró de tal forma que, una vez planteada la problemática de investigación, objetivos y metas a cumplir en el capítulo 1, se extiende la información necesaria para entender todo lo relacionado con el tema de investigación en el capítulo 2, es decir, una explicación acerca del proceso de producción de biodiésel y de las propiedades del aceite, seguido de lo relacionado con el control automático: los modelos matemáticos, la etapa de estimación y por último acerca del control y la tolerancia a fallas. En el capítulo 3 se describe detalladamente el modelo matemático del reactor tipo *batch* utilizado en este trabajo de investigación y sus diferentes representaciones. Los resultados del trabajo de investigación relacionados con la etapa de estimación de variables y parámetros se presentan en el capítulo 4, el cálculo de dichos parámetros también se presenta en este capítulo. Finalmente, en el capítulo 5 se muestra el esquema de control propuesto capaz de tolerar variaciones paramétricas en el coeficiente de transferencia de calor, así como la simulación de diferentes escenarios para demostrar la eficiencia del esquema de control propuesto.

## 2. Marco Teórico

### 2.1. Biodiésel

Como ya se mencionó previamente, el biodiésel es un tipo de combustible proveniente de materiales naturales y renovables. Se obtiene mediante la reacción química de aceites vegetales con alcohol llamada transesterificación. La reacción generalmente se hace con etanol o metanol, cuando esta es con etanol se producen ésteres etílicos y cuando cuando es con metanol se producen ésteres metílicos, en este trabajo de investigación se estudia la producción de ésteres de metanol o ésteres metílicos.

Como tal, la transesterificación es definida como la reacción química de aceites vegetales o grasas animales con algún tipo de alcohol para producir ésteres monoalquílicos, también conocidos como biodiésel. En específico, ésta reacción química se lleva a cabo entre una molécula de triglicéridos ( $TG$ ) con tres moléculas de metanol ( $A$ ) obteniendo como producto tres moléculas de metil éster ( $ME$ ) y una de glicerina ( $GL$ ).



En la reacción (1),  $k_a$  representa la tasa o velocidad de conversión de moléculas de triglicéridos y metanol a biodiésel y glicerina, mientras que  $k_b$  representa la velocidad de reacción de la glicerina y los ésteres metílicos a triglicéridos y alcohol. Esto quiere decir que la reacción de transesterificación es reversible, lo que significa que cuando se comienzan a producir las primeras moléculas de glicerina y ésteres metílicos éstas reaccionan entre si para producir, otra vez, triglicéridos y metanol.

Para asegurar que la reacción de transesterificación solo produzca biodiésel y glicerina se debe de utilizar un tipo de catalizador. Un catalizador es una sustancia que se agrega a una sustancia para acelerar su reacción y los más comunes en la reacción de transesterificación son el hidróxido de sodio ( $NaOH$ ) y el hidróxido de potasio ( $KOH$ ), de ambos, el hidróxido de sodio es preferido por que es más barato y porque se requiere de menos cantidad para su uso. El catalizador se mezcla previamente con el metanol para asegurar que la velocidad de reacción que va a la derecha ( $k_a$ ) sea mucho mayor que la velocidad de reacción que va a la izquierda ( $k_b$ ). Es importante notar que el uso de cualquiera de ambas sustancias y metanol no debe ser tomado a la ligera, el manejo y control de estas sustancias puede ser peligroso [11] [12].

En la reacción de transesterificación no sólo se producen ésteres metílicos y glicerina, existen sub-productos que se crean durante el proceso, estos son los diglicéridos ( $DG$ ) y los monoglicéridos ( $MG$ ). Como tal, la reacción de transesterificación consta de tres pasos, cuando una molécula de triglicéridos es atacada por una de metanol intercambian sus grupos funcionales, formando un diglicérido y una molécula de metil éster. Después, el  $DG$  formado al reaccionar con otra molécula de metanol genera un  $MG$  y una segunda molécula de metil éster. Finalmente, el monoglicérido formado al reaccionar con otra molécula de metanol produce una molécula de glicerina y la tercera molécula de metil éster.



En las reacciones (2)-(4) se pueden ver cada uno de los pasos previamente descritos, en donde  $k_1$ ,  $k_3$  y  $k_5$  son las constantes de reacción afectadas por el uso del catalizador ( $NaOH$ ) para hacerlas mucho más grandes que  $k_2$ ,  $k_4$  y  $k_6$ .

### 2.2. Proceso de producción del biodiésel

La reacción de transesterificación no lo es todo cuando se trata de producir biodiésel, este consta de un proceso de varias etapas siendo la transesterificación una muy importante.

Lo primero, y podría considerarse más importante, es la materia prima. La materia prima utilizada para la producción de biodiésel son aceites vegetales o grasas animales. El aceite vegetal se usa con mayor frecuencia ya que las grasas animales contiene un mayor nivel de ácidos grasos saturados, este compuesto es el que le da la propiedad a las grasas o aceites de solidificarse a bajas temperaturas. Se puede tomar como ejemplo el aceite para cocinar que se usa comúnmente, dicho aceite conserva un estado líquido a temperatura ambiente a diferencia de las grasas animales, las cuales pueden ser sólidas a dicha temperatura. Esto es importante para el biodiésel porque se debe de cumplir con ciertos estándares de calidad para la comercialización de este, la producción de ésteres metílicos con un alto contenido de ácidos grasos saturados corre el riesgo de no funcionar en los motores en lugares donde la temperatura es muy baja.

Descartando las grasas animales debido a su alto nivel de ácidos grasos saturados, los aceites vegetales quedan como principal materia prima para la producción de biodiésel. Existen muchas plantas de las cuales se puede producir aceite. A continuación se enlistan diferente plantas con la capacidad producir aceite.

- **Aceite de palma**

La palma produce dos tipos de aceite, el aceite de palma viene de la parte carnososa del fruto y el aceite de grano de palma viene, como su nombre lo indica, de la semilla de la palma y contienen un 45-55 % y 50 % de aceite respectivamente. Este tipo de aceite se utiliza para la producción de jabones, velas, margarina y aceite para cocinar.

- **Aceite de coco**

El aceite de coco es uno de los más producidos a nivel mundial, para hacer aceite de coco se pela la cáscara del coco, se seca y se exprime para obtener el aceite, después, se utiliza el coco como alimento de animales o para elaborar cuerdas, cepillos, alfombras y el aceite para hacer jabones, margarina y lubricantes.

- **Aceite de jatropa**

La jatropa es un tipo de arbusto o árbol que ha incrementado su popularidad principalmente porque soporta climas semi-áridos sin problema. El aceite de jatropa no representa una materia prima para el biodiésel considerable, sin embargo tiene un gran potencial para serlo. El aceite de jatropa se utiliza principalmente para jabones, velas y remedios medicinales caseros.

- **Aceite de canola**

EL aceite de canola se produce principalmente en Europa y Estados Unidos, a diferencia de los otros tipos de aceite, el 80 % de la producción de este aceite está designada para la elaboración de biodiésel siendo, por mucho, el aceite más utilizado para la producción de este biocombustible.

- **Aceite de cacahuete**

El aceite de cacahuete es uno de los que más se produce a nivel mundial junto con el de soya y el de coco. El aceite de cacahuete se utiliza para producir aceite para cocinar y freír, jabones y lubricantes, además, el cacahuete se come sólo y en varias presentaciones. Rudolph Diesel experimentó con aceite de cacahuete como combustible para sus motores, sin embargo hoy en día no se utiliza mucho como materia prima para el biodiésel.

- **Aceite de girasol**

El aceite de girasol se utiliza para la elaboración de jabones, margarinas, aderezos, aceite para cocinar, entre otros. La producción de aceite de girasol genera como subproducto semillas de girasol, las cuales se pueden procesar para ser utilizado como alimento. El girasol se cultiva principalmente por sus semillas, de estas se obtiene uno de los aceites comestibles más importantes, además, la producción de biodiésel con este tipo de aceite representa más del 10 % de la producción mundial de biodiésel.

- **Aceite de mostaza**

La mostaza puede crecer sin mucho cuidado ni maquinaria en climas tropicales, la semilla de mostaza se utiliza para producir lubricantes y diferentes tipos de mostaza comercial. El aceite de mostaza no se utiliza de manera considerable para la elaboración de biodiésel sin embargo existe investigación considerando el potencial de este tipo de aceite.

- Aceite de soja

La soja es una de las fuentes de aceite y proteína más importantes del mundo. El aceite de soja se utiliza para elaboración de aceite para ensaladas o lubricantes, así como una gran variedad de productos como insecticidas, desinfectantes, pinturas, tintas, jabones, etc. A pesar de ser uno de los aceites más utilizados para la elaboración de biodiésel en Estados Unidos, representa aproximadamente el 1 % de la producción mundial de biodiésel.

Todas las materias primas mencionadas anteriormente tienen el potencial de ser utilizadas para la producción de biodiésel, sin embargo la mayoría tiene como propósito la elaboración de otros productos (con excepción del aceite de canola), para que el biodiésel puede reemplazar el diésel o ser competitivo a nivel económico se tendría que plantar una gran cantidad de terreno de cualquiera de las plantas antes mencionadas, lo cual es, en la realidad, poco viable. El futuro del biodiésel puede estar en las manos del aceite de alga.

- Aceite de Alga

Las algas no tienen un gran contenido de aceite como el de la palma (55 % del fruto es aceite) sin embargo no es una locura pensar que se puede utilizar esta materia prima como base para hacer combustible. Esto debido a que mucha de la materia prima que, a causa de altas temperaturas y presiones, hoy en día es extraída como petróleo fueron algas. El verdadero potencial de las algas reside en que puede ser cultivada en agua en solo unos días y en un espacio muy reducido. Esto quiere decir que se puede cultivar una enorme cantidad de algas para producir una gran cantidad de aceite que se puede utilizar como materia prima para producir una muy buena cantidad de biodiésel en un muy poco tiempo y en espacio de terreno muy reducido.

Todos los aceites mencionados anteriormente son compuestos, en su mayoría, por triglicéridos, los cuales son compuestos por ácidos grasos, en específico, tres ácidos grasos diferentes. En la tabla 1 se puede ver la composición de ácidos grasos de diferentes aceites, introduciendo por primera vez términos como cáprico, láurico, palmítico, steárico, oléico, etc, estos son nombres que se le da a los diferentes ácidos grasos y cada uno de ellos tiene una composición diferente. Tomando como ejemplo el aceite de soja, su composición es 53 % de ácido linoléico, 23 % oléico, 11 % palmítico, 7 % linoléico y 4 % steárico, esto quiere decir que la formación de triglicéridos posible para el aceite de soja tiene muchas combinaciones ya que un triglicérido está formado por tres ácidos grasos, tomando en cuenta los porcentajes más altos, linoléico ( $L_{in}$ ) 53%, oléico (O) 23% y palmítico (P) 11%, los triglicéridos de soja pueden ser conformados por las combinaciones de  $L_{in}$ , O y P, como en la tabla 2.

Tabla 1: Composición ácidos grasos (%).

Cadena	Ácido graso	Jatropha(%)	Palmiste(%)	Girasol(%)	Soya(%)	Palma(%)
C6:0	Caprónico	0	0.2	0	0	0
C8:0	Caprílico	0	3.3	0	0	0
C10:0	Cáprico	0	3.5	0	0	0
C12:0	Láurico	0	47.8	0	0	0.4
C14:0	Mirístico	0.1	16.3	0	0.19	1.2
C15:0	Pentadecílico	0	0	0	0	0
C16:0	Palmítico	14.2	8.4	0	11	47.6
C16:1	Palmitoléico	0.7	0	0	0	0.04
C16:2	Hexadecadienónico	0	0	0	0	0
C18:0	Steárico	7	2.4	4.56	4.02	4.2
C18:1	Oléico	44.7	15.3	21.27	23.6	37
C18:2	Linoléico	32.9	2.5	66.2	53.3	9.04
C18:3	Linolénico	0.2	0	0	7.89	0.21
C20:0	Arachídico	0.2	0.1	0.36	0	0.31

Lehninger, en su libro de bioquímica [29], explica como los ácidos grasos afectan la densidad de un aceite o grasa. A diferentes temperaturas la densidad de un compuesto puede variar, un claro ejemplo

Tabla 2: Posibles combinaciones de formación de triglicéridos.

Triglicérido	Combinaciones		
TG ( $L_{in}PO$ )	$L_{in}$	P	O
TG ( $L_{in}OO$ )	$L_{in}$	O	O
TG (POO)	P	O	O
TG (OOO)	O	O	O
TG ( $OL_{in} L_{in}$ )	O	$L_{in}$	$L_{in}$
TG (OPP)	O	P	P
TG ( $L_{in}PP$ )	$L_{in}$	P	P
TG (PPP)	P	P	P
TG ( $PL_{in} L_{in}$ )	P	$L_{in}$	$L_{in}$
TG ( $L_{in} L_{in} L_{in}$ )	$L_{in}$	$L_{in}$	$L_{in}$

es la mantequilla (grasa) que se tiene en los hogares, cuando se encuentra en el refrigerador es solida mientras que al ser sometida a una temperatura mayor, se derrite. Pero, si la mantequilla y los aceites son compuestos de triglicéridos (tres ácidos grasos) ¿Por qué el aceite para cocina no se solidifica como la mantequilla? Esto se debe a la composición de ácidos grasos que conforman a los triglicéridos.

Un triglicérido está compuesto de tres ácidos grasos diferentes, estos ácidos grasos libres (*FFA*, *Free Fatty Acids*) son largas cadenas de carbono unidas por enlaces simples o dobles. En la primera columna de la tabla 1,  $CN_c : N_{ed}$  hace referencia al número de carbonos y dobles enlaces en la cadena de cada ácido graso, siendo  $N_c$  el número de carbonos y  $N_{ed}$  el número de enlaces dobles en la cadena.

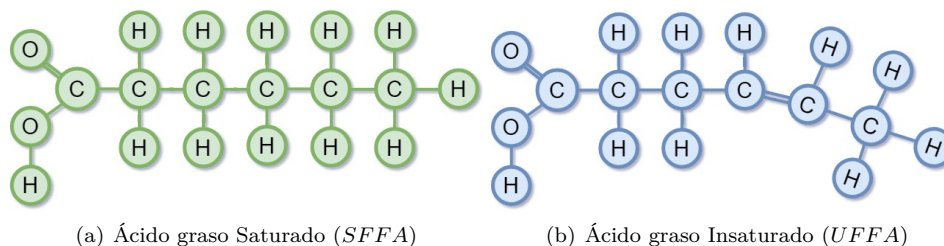


Figura 3: Composición general de los ácidos grasos.

La cantidad de carbonos que compone a los *FFA* varía dependiendo de la materia prima de donde es obtenido el ácido graso, además cuando los carbonos están unidos por enlaces simples se denominan ácidos grasos saturados (*SFFA*) y ácidos grasos insaturados (*UFFA*) cuando están unidos por uno o más dobles enlaces (Ver figura 3). Debido a que un triglicérido puede estar compuesto de tres *FFA* diferentes, es decir la longitud de la cadena de carbonos de cada uno de los tres puede ser diferente y cada uno de ellos puede ser saturado o insaturado, las propiedades de un aceite varía dependiendo de la formación de triglicéridos posible. En la figura 4 y 5 se pueden ver ejemplos de formación de triglicéridos diferentes tomando en cuenta la tabla 2 del ejemplo del aceite de soya, químicamente hablando un triglicérido está formado por 3 ácidos grasos unidos a una molécula de glicerol, en la figura 2 el triglicérido es considerado mixto, en (a) está formado por un ácido graso saturado (palmítico) y dos insaturados (linoléico, oléico) mientras que en (b) está formado por puros insaturados (linoléico, oléico, linoléico). En la figura 3 los triglicéridos son considerados simples y están conformados por el mismo tipo de ácido graso.

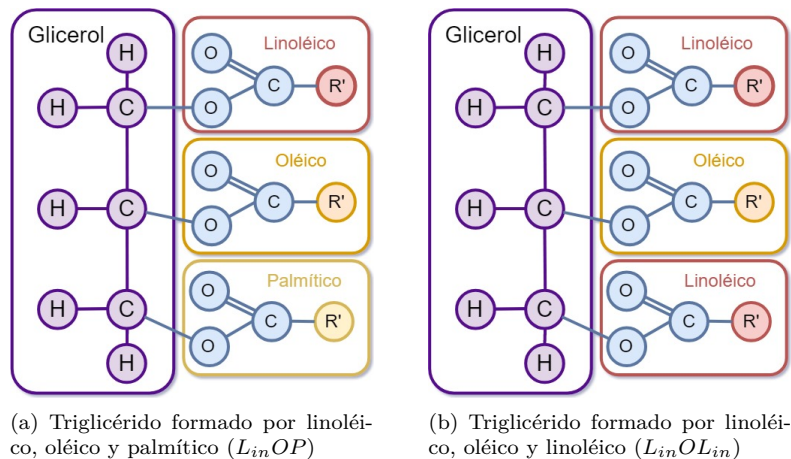


Figura 4: Composición de  $TG$  mixtos.

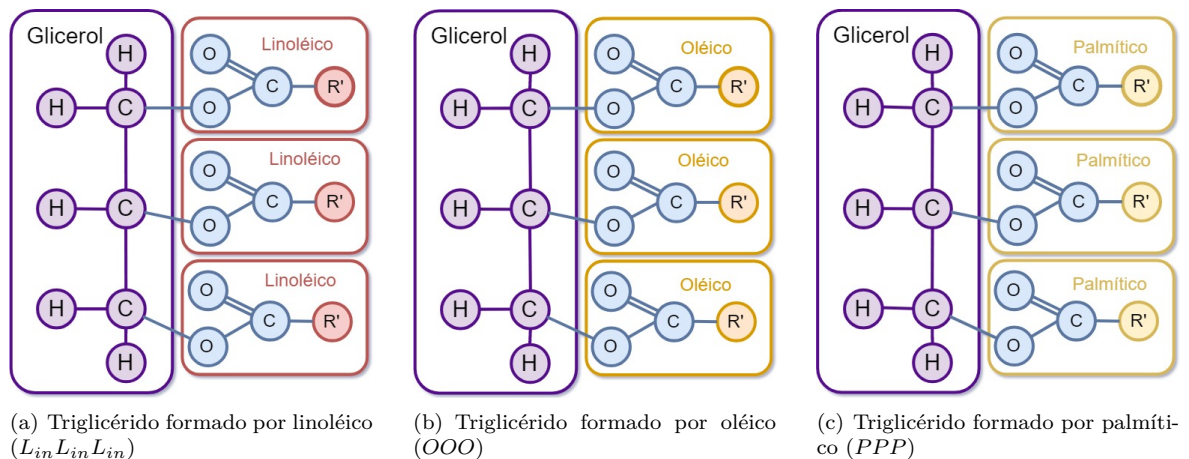


Figura 5: Composición de  $TG$  simples.

La densidad ( $\rho$ ) del aceite es un parámetro importante en el modelado matemático del proceso de producción de biodiésel y se define como la relación entre la masa y volumen de una sustancia. Si la composición de un triglicérido a otro tiene una cantidad diferente de carbonos y dobles enlaces, tiene una diferencia en su masa por lo que su relación con un volumen dado debe de cambiar.

La composición de ácidos grasos no solo afectan la densidad de este, también su capacidad de calor ( $C_p$ ). La capacidad de calor es una magnitud física que se define como la cantidad de calor que hay que suministrar a una sustancia (aceite) para elevar su temperatura en una unidad, este parámetro también depende de la cantidad de carbonos y de enlaces dobles que compongan a los ácidos grasos de cada triglicérido.

El principio es básicamente el mismo para los dos, debido a que un mismo aceite está compuesto de diferentes formaciones de triglicéridos, los cuales difieren en la cantidad de carbonos y dobles enlaces que tengan, un triglicérido de la forma de la figura 4 (a) o (b) tiene densidad y una capacidad de elevar su temperatura diferente a un triglicérido formado como en la figura 5 (a), (b) o (c).

Una vez seleccionada la materia prima que se va a utilizar para producir ésteres metílicos se procede a la etapa de transesterificación, dicha etapa es donde ocurre la reacción química para obtener el biodiésel descrita por (2)-(4). Esta etapa, debido a que se contempla una reacción química, se lleva a cabo en reactores químicos, pueden ser reactores continuos ( $CSTR$ , *Continuous Stirred Tank Reactor*) o reactores

por lotes (*batch*).

Los *CSTR* tienen como característica que tienen flujos continuos de entrada de materia prima y flujos de salida de producto, en el caso del biodiésel el flujo de entrada es de aceite y alcohol y el flujo de salida es el producto de glicerina y ésteres metílicos. Por lo general, los *CSTR* se utilizan para la producción en masa y comercialización del biocombustible. A diferencia de los reactores continuos, los reactores por lotes o *batch* se caracterizan porque no tienen flujos de entrada ni de salida, en el caso del biodiésel, se introduce una cantidad determinada de materia prima y metanol y después de un tiempo en específico se obtiene el producto de ésteres metílicos y glicerina. Este tipo de reactores es más frecuente para trabajos de investigación o puede ser una buena opción para la producción de biodiésel a baja escala, para el uso personal y no comercial.

Después de obtener ésteres metílicos y glicerina, ya sea en un reactor *batch* o *CSTR* se debe continuar con una etapa de destilación o separación. En esta etapa, como su nombre lo puede indicar, se separan los productos de la reacción. Los elementos que se separan son restos de *TG*, *DG*, *MG* y ácidos grasos libres que no hayan alcanzado a reaccionar, el exceso de metanol sobrante o que se pueda llegar a producir durante el proceso y después, los productos de la reacción (*ME* y *GL*) pasan por un proceso de decantación en donde la glicerina queda debajo y el biodiésel al ser menos denso queda arriba.

En este trabajo de investigación se asume una materia prima libre de ácidos grasos libres para controlar la etapa de la reacción de transesterificación en un reactor tipo *batch*. El control automático de cualquier sistema se puede diseñar conociendo el modelo matemático de la planta, en este caso, el modelo matemático del reactor *batch* y de la cinética de la reacción de transesterificación.

### 2.3. Modelos Matemáticos

Los modelos matemáticos son conjuntos de ecuaciones diferenciales que rigen la dinámica de un sistema. Estos modelos pueden ser muy sencillos o muy complejos, es decir pueden no considerar toda la dinámica del sistema sino sólo los factores más importantes o considerar todos los factores, internos y externos, de un proceso. Los modelos matemáticos de sistemas dinámicos como el de un reactor por lotes son de vital importancia para:

- La investigación:  
Los modelos matemáticos ayudan para determinar la cinética de reacción y explorar diferentes condiciones de operación para optimizar y controlar el proceso.
- El diseño:  
Con los modelos matemáticos se pueden implementar y diseñar (en simulación) diferentes estrategias y estructuras de control.
- Operación de la planta: Similar al punto anterior, los modelos matemáticos son de ayuda para simular diferentes escenarios de paros o fallas sin poner en riesgo la planta real.

Los modelos matemáticos que pueden representar la dinámica completa de un sistema son los modelos no lineales, esto quiere decir que un modelo matemático considera todas las posibles factores ocurriendo durante el proceso, en otras palabras, considera el proceso en todos los puntos de operación posibles. En ocasiones puede ser complicado encontrar la solución de las ecuaciones diferenciales de los modelos no lineales, la complejidad de las ecuaciones diferenciales es proporcional a la precisión del modelo no lineal. En general, un modelo no lineal se puede ser representado como

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad (5)$$

en donde (5) es llamada la ecuación de estado,  $x \in \mathbb{R}^n$  representa los estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  hace referencia a las entradas y  $t$  equivale al tiempo. Lo que significa que, según (5), el cambio en el tiempo de los estados ( $\dot{x}$ ) es igual a una función no lineal  $f$  que depende de los estados, el tiempo y las entradas al sistema. Otra ecuación asociada con (5) es

$$y = h(t, x, u) \quad (6)$$



en donde  $y \in \mathbb{R}^p$  hace referencia a la salida del sistema y es igual a una función no lineal  $h$  que depende de los estados ( $x$ ), las entradas ( $u$ ) y del tiempo ( $t$ ). El conjunto de las ecuaciones (5) y (6) son llamadas ecuaciones de estado.

Un concepto importante al tratar con las ecuaciones de estado es el de punto de equilibrio. Se dice que  $x = x^*$  es un punto de equilibrio siempre que el sistema empiece en  $x^*$  y para todo tiempo  $t$  sea igual a  $x^*$ .

Se pueden obtener modelos mucho más sencillos que los modelos no lineales considerando un solo punto de operación, es decir, considerando que el sistema es estable en  $x^*$  con unas condiciones iniciales y entrada dadas. Estos modelos se llaman modelos lineales y las ecuaciones de estado (5) y (6) se pueden representar como

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t)\end{aligned}\tag{7}$$

en donde  $A$  es la matriz de estados,  $B$  es la matriz de entradas y  $C$  es la matriz de medición de estados. Estas son matrices de parámetros constantes, es decir, los valores dentro de  $A$ ,  $B$  y  $C$  no se ven afectados por el tiempo o alguna variable externa. Al igual que en (5)-(6), el tiempo es representado por  $t$ , la entrada por  $u$ , los estados por  $x$  y la salida por  $y$ .

Los sistemas lineales son los más estudiados e investigados, por lo tanto las técnicas de control para este tipo de sistemas son las más poderosas, sin embargo, la representación lineal de un sistema, es decir, en un punto de operación, en ocasiones pierde gran parte de la dinámica del sistema real, ya se presente el problema de variación paramétrica en el proceso de producción del biodiésel por lo que una representación lineal no sería suficiente para modelar la dinámica del sistema contemplando estas variaciones.

Entre los modelos no lineales y los lineales existen representaciones matemáticas especiales capaces de representar un modelo no lineal en un rango determinado de puntos de operación utilizando varios modelos lineales. Cuando los diferentes puntos de operación de este tipo de modelos dependen de una variación en los parámetros, es decir, las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$  dependen de un parámetro, son llamados modelos LPV (Lineal de Parámetros Variables). Y además, cuando esas matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$  son dependientes de alguno de los estados se les llama modelos quasi-LPV.

## 2.4. Balance de masas

En el caso de un reactor *batch* la cinética de reacción involucra  $TG$ ,  $DG$ ,  $MG$ ,  $A$ ,  $ME$  y  $GL$  que intervienen dentro del reactor *batch*. Para modelar la reacción de transesterificación se debe de conocer la dinámica de cada componente dentro de reactor, además, la reacción de transesterificación es exotérmica, eso quiere decir que genera calor al momento de la reacción. Es importante conocer la temperatura dentro del reactor porque manipulando esa variable se puede controlar la reacción.

Para obtener el modelo matemático de la cinética de reacción dentro de un reactor por lotes se requiere de un balance de masa. Aplicado a un sistema dinámico, el principio de conservación de la masa dice que:

*La masa entrando al sistema menos la masa saliendo del sistema es igual al cambio con respecto al tiempo de la masa dentro del sistema.* [30]

Si consideramos  $M_i$  como la masa entrando,  $M_o$  como la masa saliendo y  $M$  como la masa dentro del sistema, se puede expresar en ecuaciones diferenciales como:

$$\frac{dM}{dt} = M_i - M_o\tag{8}$$

Es diferente hablar de una reacción química a hablar sobre masas, ya que está ocurriendo un intercambio de átomos entre moléculas. Cuando ocurre una reacción química dentro de un reactor el número de moles de un componente individual incrementa si es un producto y disminuye si es un reactante.

Para modelar una reacción química en un sistema dinámico, se debe de hacer un balance de cada componente involucrado en la reacción ( $TG$ ,  $DG$ ,  $MG$ ,  $ME$ ,  $A$  y  $GL$ ). La ecuación de continuidad por componente para cada elemento de la reacción química de un sistema dice que:

*Flujo de moles entrando al sistema menos el flujo de moles saliendo del sistema más la tasa de formación de moles de cada reacción química es igual al cambio en el tiempo de moles dentro del sistema [30].*

Teniendo como ejemplo una reacción simple y no reversible, en donde un componente  $A_R$  reacciona a una tasa  $k_R$  para producir el componente  $B_R$



Si la concentración del componente  $A_R$  en el flujo de entrada ( $F_{in}$ ) es igual a  $C_{A_{Ri}}$ , dentro del reactor es  $C_{A_R}$  y asumiendo que las unidades de la concentración de los dos componentes es en moles por unidad de volumen ( $V$ ) se puede definir:

- Flujo del componente  $A_R/B_R$  entrando al sistema =  $F_{in}C_{A_{Ri}/B_{Ri}}$ .
- Flujo del componente  $A_R/B_R$  saliendo del sistema =  $F_oC_{A_R/B_R}$ .
- Tasa de formación de moles =  $-Vk_R C_{A_R/B_R}$ , el signo depende de si el componente es un producto (+) o si está siendo consumido (-).
- Cambio en el tiempo del componente  $A_R/B_R$  dentro del reactor =  $\frac{d(VC_{A_R/B_R})}{dt}$ .

Entonces, las ecuación de continuidad por componente para  $A_R$  y  $B_R$  se pueden reescribir como:

$$\begin{aligned} \frac{dVC_{A_R}}{dt} &= F_{in}C_{A_{Ri}} - F_oC_{A_R} - Vk_R C_{A_R} \\ \frac{dVC_{B_R}}{dt} &= F_{in}C_{B_{Ri}} + F_oC_{B_R} - Vk_R C_{B_R} \end{aligned} \quad (10)$$

*Nota\**: El sistema se puede expresar con un balance de masas (8) debido a que  $C_{A_R}$  y  $C_{B_R}$  están relacionadas con la densidad ( $\rho$ ) por medio de la siguiente relación:

$$M_A C_{A_R} + M_B C_{B_R} = \rho \quad (11)$$

Dado que en un reactor tipo *batch* no se tienen flujos de entrada ni de salida, esto quiere decir que el volumen dentro del reactor se mantiene constante ( $V = cte$ ), la ecuación de continuidad para los componentes  $A_R$  y  $B_R$  se puede expresar como:

$$\begin{aligned} V \frac{dC_{A_R}}{dt} &= -k_R V C_{A_R} \\ V \frac{dC_{B_R}}{dt} &= k_R V C_{B_R} \end{aligned} \quad (12)$$

El volumen del lado izquierdo de la ecuación al ser considerado constante se puede sacar de la derivada y eliminar con el termino del lado derecho. La ecuación de continuidad (12) para un caso que involucra la reacción de un componente  $A_R$  a una tasa de reacción  $k_{R1}$  para producir  $B_R$  el cual reacciona a una tasa  $k_{R2}$  para producir un tercer componente  $C_R$  en un reactor por lotes, se puede escribir como:

$$\begin{aligned} A_R \xrightarrow{k_{R1}} B_R \xrightarrow{k_{R2}} C_R \\ V \frac{dC_{A_R}}{dt} &= -k_{R1} V C_{A_R} \\ V \frac{dC_{B_R}}{dt} &= k_{R1} V C_{B_R} - k_{R2} V C_{B_R} \\ V \frac{dC_{C_R}}{dt} &= k_{R2} V C_{C_R} \end{aligned} \quad (13)$$

En la ecuación (13), el componente  $A_R$  está siendo consumido para producir al componente  $B_R$  a una tasa  $k_{R1}$  es por eso que la ecuación es negativa. La ecuación del componente  $B_R$  consta de dos partes debido a que se está consumiendo (-) a una tasa de reacción  $k_{R2}$  para producir al componente  $C_R$  sin embargo, se está produciendo (+) a una tasa  $k_{R1}$  debido al componente  $A_R$ . Y el componente  $C_R$  está siendo producido a una tasa  $k_{R2}$  por lo que tiene signo positivo.

## 2.5. Balance de energía

La reacción de transesterificación, así como muchas reacciones, son afectadas por la temperatura, la tasa de reacción  $k$  se puede modelar en función de la temperatura ( $k(T)$ ) por medio de la ecuación de Arrhenius.

$$k(T) = \alpha e^{\frac{\epsilon}{RT}} \quad (14)$$

en donde  $\alpha$  y  $\epsilon$  son referentes a las frecuencias de colisión entre las partículas reaccionando y las energías de activación de cada reacción respectivamente,  $R$  es la constante de gases ideales y  $T$  es la temperatura. Para modelar la temperatura del reactor ( $T$ ) es necesario realizar un balance de energía. El principio de la conservación de la energía dice que:

*Flujo de energía interna, potencial y cinética entrando al sistema por convección o difusión, menos el flujo de energía interna potencial y cinética saliendo del sistema (por conducción, convección o difusión) más el calor añadido al sistema por radiación o reacción menos el trabajo hecho por el sistema es igual al cambio en la energía interna, potencial y cinética dentro del sistema. [30].*

Definiendo que:

- $U_T$  = energía interna (energía por unidades de masa).
- $\phi$  = energía potencial (energía por unidades de masa).
- $K_T$  = energía cinética (energía por unidades de masa).
- $W_T$  = Trabajo hecho por el sistema (energía por unidades de tiempo).
- $Q_G$  = es el calor añadido por la reacción (energía por unidades de tiempo).
- $Q$  = es el calor añadido al sistema (energía por unidades de tiempo).

se puede reescribir la ecuación del balance de energía como:

$$V\rho \frac{d(U_T + \phi + K_T)}{dt} = F_{in}\rho(U_{Tin} + \phi_{in} + K_{Tin}) - F_o\rho(U_T + \phi + K_T) + Q + Q_G + W_T \quad (15)$$

En el proceso *batch* del caso de estudio, en donde no se tienen flujos de entrada ( $F_{in}$ ) ni de salida ( $F_o$ ) y el trabajo realizado por el sistema ( $W_T$ ), la energía potencial ( $\phi$ ) y la energía cinética ( $K_T$ ) son insignificantes, la ecuación de energía se puede escribir como:

$$V\rho \frac{d}{dt}[(U_T)] = Q + Q_G$$

En donde  $Q_G$  representa el calor añadido por la reacción,  $Q$  es el calor que se añade o sustrae a consecuencia de la regulación de temperatura del reactor,  $U_T$  es la energía interna del reactor,  $V$  es el volumen del reactor y  $\rho$  su densidad.

En [30], la energía interna del reactor, se define, de manera simple, como el producto de la capacidad de calor promedio y la temperatura.

$$U_T = C_P T$$

De tal forma que sustituyendo el valor de  $U_T$  en el balance de energía se tiene:

$$V\rho C_p \frac{dT}{dt} = Q_G + Q \quad (16)$$

Según [45], [46], [44], el calor añadido por la reacción ( $Q_G$ ) se puede calcular tomando en cuenta el calor de reacción global o para cada una de las tasas de reacción o de cada una de las reacciones. Tomando en cuenta el ejemplo del balance de materia por componente (13), el calor añadido por las reacciones se puede definir como:

$$Q_G = \lambda_1 k_{R1} V C_{A_R} + \lambda_2 k_{R2} V C_{B_R} \quad (17)$$

en donde  $V$  es el volumen,  $\lambda_i$  representa el calor de cada reacción,  $k_{Ri}$  son las constantes de cada reacción,  $C_j$  es el componente involucrado en la reacción,  $i = 1, 2$  y  $j = A_R, B_R$ .

## 2.6. Modelos difusos Takagi-Sugeno

En el área de control, los sistemas lineales invariantes en el tiempo son los más estudiados, es por eso que existen muchos algoritmos y métodos para diseñar observadores y controladores de este tipo. La desventaja con éstos es que no son capaces de representar la dinámica global de un modelo no lineal, están diseñados para representar un sistema no lineal solamente en un punto de operación o en puntos vecinos muy cercanos a este.

Para representar la dinámica de un sistema no lineal, en todos sus puntos de operación, se puede modelar el sistema tipo Takagi-Sugeno. Representar un sistema no lineal como Takagi-Sugeno presenta la ventaja de poder aplicar técnicas de control lineales a un conjunto de modelos lineales locales los cuales representan la dinámica de un sistema en más de un sólo punto de operación.

Los sistemas difusos tipo Takagi-Sugeno son modelos matemáticos lineales especiales capaces de aproximar con precisión la dinámica global de una gran clase de modelos no lineales [53]. La propuesta original de Takagi y Sugeno en el 1985 era representar los modelos no lineales bajo una base de reglas *if-then* de la siguiente forma:

Regla del modelo  $i$

*Si  $z_1$  es igual a  $Z_1^i$  y ... y  $z_p$  es  $Z_p^i$ , Entonces  $y = F_i(z)$*

En donde  $z_j$  es el vector que determina el grado de activación de cada regla,  $j = 1, 2, \dots, p$  y  $p$  el número de componentes del vector. Las variables  $z_j$  también se conocen como variables de programación.  $Z_j^i$  son conjuntos difusos, esto quiere decir que sus elementos pueden pertenecer de manera parcial o totalmente,  $i = 1, 2, \dots, m$  donde  $m$  es el número de reglas. El valor de las variables de programación pertenecen de manera parcial al conjunto difuso  $Z_j^i$  con un valor dado por una función de ponderación denominada por  $w_{ij}$  y puede tomar valores entre 0 y 1. El valor de la función de ponderación de una regla completa se determina mediante el producto algebraico de cada  $w_{ij}$

$$\eta_i(z) = \prod_{j=1}^p w_{ij}(z_j) \quad (18)$$

El valor de pertenencia de las reglas se normaliza de la siguiente manera

$$\omega_i(z) = \frac{\eta_i(z)}{\sum_{j=1}^m \eta_j(z)} \quad (19)$$

y  $\omega_i$  es llamado función de ponderación. La salida  $y$  del modelo depende de las variables de programación y es definida por la combinación de los pesos ponderados de las salidas de todas las reglas. Utilizando  $\omega_i(z)$ , la salida en función de las variables de programación es

$$y = \sum_{i=1}^m \omega_i(z) F_i(z) \quad (20)$$

### 2.6.1. Enfoque del sector no lineal

Para construir un sistema Takagi-Sugeno que se aproxime a un sistema dinámico no lineal se puede aplicar el método del sector no lineal [53].

El método presentado, de una forma general, para sistemas no lineales de la forma

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f^m(x, u)x + g^m(x, u)u + a(x, u) \\ y &= h^m(x, u)x + c(x, u)\end{aligned}\quad (21)$$

en donde  $f^m$ ,  $g^m$ , y  $h^m$  son funciones no lineales,  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  es el vector de entradas y  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  es el vector de salidas,  $a$  y  $c$  también pueden ser funciones no lineales pero, en general, se considera que son constantes.

Las variables de programación son seleccionadas como  $z(\cdot) \in [\underline{nl}_j, \overline{nl}_j]$  de acuerdo a las no linealidades ( $nl$ ) del sistema, ejemplos de no linealidades pueden ser funciones exponenciales, funciones trigonométricas, el producto entre estados del sistema, el producto entre un estado y la entrada, entre otros. Las  $nl$  identificadas en (21) se simulan contemplando perturbaciones, variaciones paramétricas, diferentes condiciones de operación de tal forma que se pueda encontrar un valor máximo y mínimo de cada variable de programación. Los términos  $\underline{nl}_j$  y  $\overline{nl}_j$  representan el mínimo y máximo de la variable de programación seleccionada ( $z_j$ ), las cuales denotan los términos no lineales en  $f^m$ ,  $g^m$ ,  $h^m$ ,  $a$  y  $c$ .

Previo a la construcción del modelo Takagi-Sugeno, se deben de calcular funciones de ponderación para cada variable de programación, por el sector no lineal se pueden construir dos funciones de ponderación por cada  $z_j$  de la siguiente forma

$$\eta_0^j(\cdot) = \frac{\overline{nl}_j - z_j(\cdot)}{\overline{nl}_j - \underline{nl}_j} \quad \eta_1^j(\cdot) = 1 - \eta_0^j \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (22)$$

estas dos funciones de ponderación son normalizadas, es decir,  $\eta_0^j \geq 0$ ,  $\eta_1^j \geq 0$  y  $\eta_0^j + \eta_1^j = 1$ . Además,  $z_j$  se puede expresar como  $z_j = \underline{nl}_j \eta_0^j(z_j) + \overline{nl}_j \eta_1^j(z_j)$ .

Los conjuntos difusos correspondientes a las dos funciones de ponderación están definidos en  $[\underline{nl}_j, \overline{nl}_j]$  y se denotan en la secuencia de  $Z_0^j$  y  $Z_1^j$ . Las reglas del sistema difuso Takagi-Sugeno se crean tomando en cuenta todas las variables de programación  $z_j$  siendo  $j = 1, 2, \dots, p$ . Además, las reglas del modelo son definidas por  $m = 2^p$ .

La función de pertenencia de la regla  $i$  se puede calcular con la ponderación algebraica de

$$\omega_i(z) = \prod_{j=1}^p w_{ij}(z_j) \quad (23)$$

en donde  $w_{ij}(z_j)$  es  $\eta_0^j(z_j)$  o  $\eta_1^j(z_j)$ , dependiendo de que función de ponderación se use para cada regla. Gracias a la construcción de las funciones de ponderación, las funciones de pertenencia resultantes son  $w_{ij} \geq 0$  y  $\sum_{i=1}^m w_i(z) = 1$ .

Una vez definidas las funciones de ponderación y de pertenencia se pueden sustituir los máximos y mínimos de las no linealidades en (21) para construir matrices locales, éstas matrices locales van a ser lineales por lo que al sustituir cada máximo y mínimo de las variables de programación se pueden construir modelos lineales locales definidos por las matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  y los vectores  $a_i$  y  $c_i$ .

Finalmente, sustituyendo el límite correspondiente de todas las variables de programación para cada regla, es decir,  $\underline{nl}_j$  activará  $\eta_0^j$  y  $\overline{nl}_j$  activará  $\eta_1^j$  y utilizando (22), (23) el sistema no lineal (21) se puede

representar de forma exacta por el sistema difuso Takagi-Sugeno dado por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z)(A_i x + B_i u + a_i) \\ y &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z)(C_i x + c_i) \end{aligned} \quad (24)$$

debido a que la representación de (21) no es única para un modelo no lineal, la representación Takagi-Sugeno del sistema por el método del sector no lineal tampoco es única, esto quiere decir que se puede representar un modelo no lineal con diferentes representaciones Takagi-Sugeno.

## 2.7. Observadores de Estados

En muchas ocasiones, las variables de estado de un sistema de control no están disponibles para ser medibles. Para el diseño de controladores por retroalimentación de estados, es necesario tener disponible todos o más de los estados disponibles actualmente, para lo cual se pueden utilizar observadores para reconstruir estos estados no medibles.

Para el diseño de observadores es necesario que el sistema cumpla con las condiciones de observabilidad, es decir, la matriz de observabilidad debe de ser de rango completo ( $n$ ), en el caso de sistemas tipo Takagi-Sugeno se debe de cumplir dicha condición para cada uno de los  $m$  modelos locales.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA_i \\ \vdots \\ CA_i^{n-1} \end{bmatrix} = n, \quad \forall i = [1, \dots, m] \quad (25)$$

en donde  $C$  representa la matriz de medición,  $A_i$  la matriz de parámetros,  $n$  es el rango del sistema y  $m$  el número de modelos locales.

### 2.7.1. Observadores tipo Luenberger

Un observador en términos coloquiales es una copia matemática del modelo lineal o modelo no lineal. Para diseñar un observador se debe de analizar la dinámica del error, esto es porque el error se define como  $e = x - \hat{x}$ , lo que quiere decir que la dinámica del error nos indica el comportamiento a lo largo del tiempo de la diferencia entre los estados ( $x$ ) y los estados estimados ( $\hat{x}$ ).

Suponiendo que se tiene un sistema lineal de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

Y que se define a un observador tipo Luenberger como

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{aligned}$$

La dinámica del error se puede expresar como

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (26)$$

Sustituyendo la dinámica de ambos estados en la ecuación del error se tiene

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ax + Bu - (A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y})) \\ \dot{e} &= Ax - (A\hat{x} + L(y - \hat{y})) \\ \dot{e} &= Ax - (A\hat{x} + L(Cx - C\hat{x})) \\ \dot{e} &= A(x - \hat{x}) - LC(x - \hat{x}) \\ \dot{e} &= (A - LC)e \end{aligned}$$

De tal forma que para conocer la dinámica del error es necesario tener información de  $A$ ,  $C$ , el error  $e$  y la ganancia  $L$ . Debido a que  $A$ ,  $C$  y  $e$  son conocidos, es posible manipular la dinámica del error con los valores de la ganancia  $L$ . En este caso se desea que la dinámica del error tienda a 0 indicando que los estados y estados estimados convergen conforme el tiempo tiende a infinito.

Un observador tipo Luenberger para sistemas T-S está descrito por la siguiente ecuación

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) (A_i \hat{x} + B_i u + a_i + L_i (y - \hat{y})) \\ \hat{y} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) (C_i \hat{x} + c_i)\end{aligned}\tag{27}$$

Con el observador (27), la dinámica del error se puede escribir de la siguiente manera

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (A_i - L_i C_j) e\tag{28}$$

De acuerdo con [54] la dinámica del error (28) es asintóticamente estable siempre y cuando exista una matriz  $P = P^T > 0$  y  $L_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  tales que

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(P(A_i - L_i C_i)) &< 0 \\ \mathcal{H}(P(A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i)) &\leq 0\end{aligned}\tag{29}$$

siendo  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = i + 1, i + 2, \dots, m$ , donde  $\mathcal{H}$  denota la parte simétrica de una matriz, por ejemplo,  $\mathcal{H}(X) = X + X^T$ . Las desigualdades (29) pueden formularse como desigualdades de matrices lineales (LMIs) realizando el cambio de variable  $M_i = PL_i$ , de tal manera que el diseño del observador (67) se reduce a la solución de las siguientes LMIs.

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(PA_i - M_i C_i) &< 0 \\ \mathcal{H}(PA_i - M_i C_j + PA_j - L_j C_i) &\leq 0\end{aligned}\tag{30}$$

Finalmente las ganancias del observador se calculan  $L_i = P^{-1}M_i$ .

### 2.7.2. Observador Adaptable No Lineal

En muchos casos, los parámetros de los sistemas no lineales son desconocidos, inciertos o muy difíciles de medir en tiempo real. Otra función de los observadores es la de poder estimar entradas desconocidas o parámetros variantes en el tiempo como por ejemplo, un observador adaptable no lineal (OANL). Según [25], para poder diseñar un OANL capaz de estimar parámetros, se debe de expresar el sistema no lineal de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\frac{dy(t)}{dt} &= \alpha(y(t), z_x(t), u(t)) + \beta(y(t), z_x(t), u(t))\theta(t) \\ \frac{dz_x(t)}{dt} &= \gamma(y(t), z_x(t), u(t))\end{aligned}\tag{31}$$

en donde  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  es el vector de salidas medibles del sistema,  $z_x(t) \in \mathbb{R}^q$  es el vector de salidas no medibles del sistema,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas al sistema,  $\theta(t) \in \mathbb{R}^r$  es el vector de parámetros desconocidos y  $\alpha(y(t), z_x(t), u(t))$  y  $\beta(y(t), z_x(t), u(t))\theta(t)$  son funciones globalmente Lipschitz con respecto de  $z_x(t)$ .

De tal forma que un Observador adaptable no lineal está descrito por las siguientes ecuaciones para



un sistema de la forma (31).

$$\begin{aligned}
\frac{dy(t)}{dt} &= \alpha(y(t), \hat{z}_x(t), u(t)) + \beta(y(t), \hat{z}_x(t), u(t))\hat{\theta}(t) + k_y(\hat{y}(t) - y(t)) \\
\frac{d\hat{z}_x(t)}{dt} &= \gamma(y(t), \hat{z}_x(t), u(t)) \\
\frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} &= -k_\theta\beta^T(y(t), \hat{z}_x(t), u(t))(\hat{y}(t) - y(t))
\end{aligned} \tag{32}$$

en donde  $k_y$  y  $k_\theta$  son los parámetros de sintonización del observador.

## 2.8. Control Automático

Un sistema de control tiene como objetivo llevar los estados de un sistema ( $x(t)$ ) desde un punto inicial ( $x_0$ ) hasta un punto final ( $x_{ref}$ ). Si el punto final es constante, el objetivo de control es regulación, y si el punto final es variable, el objetivo de control es seguimiento de trayectoria. Para cumplir esos objetivos existen muchas técnicas de control, el control por retroalimentación de estados, retroalimentación de salida, control predictivo, control robusto, control proporcional integral derivativo (PID), entre otros.

### 2.8.1. Control tolerante a fallas

El control tolerante a fallas es un esquema diseñado para que los sistemas de control automáticos pueden seguir operando en condiciones ideales a pesar de la presencia de fallas, el sistema puede llegar a tener un desempeño degradado pero aceptable, evitando paros o interrupciones del proceso. En otras palabras, un esquema tolerante a fallas tiene como principio aproximar el comportamiento fallido del sistema al comportamiento ideal o deseado. Las fallas en un sistema de control automático se pueden identificar y diagnosticar en los sensores, los actuadores y en las variaciones paramétricas. Dichas fallas pueden ser conocidas previo al funcionamiento del sistema y ser consideradas en el diseño del controlador, a esto se le conoce como control tolerante a fallas pasivo. También, es posible identificar y diagnosticar las fallas en el momento y reconfigurar la ley de control de acuerdo a la falla detectada, a esto se le llama control tolerante a fallas activo [34].

Un esquema de control tolerante a fallas puede utilizar cualquier técnica de control, además, por lo general el diagnóstico y monitoreo de las fallas se hace por medio de observadores.

### 2.8.2. Control tolerante a fallas Activo

A diferencia de las fallas conocidas en un esquema de control tolerante a fallas pasivo, en un esquema activo no se conocen las fallas previo al diseño del controlador. Además, las fallas generalmente se atribuyen a los sensores o actuadores. Estos sensores y actuadores físicos pueden ser sustituidos por sensores y actuadores virtuales diseñados con modelos matemáticos capaces de aproximar las variables de estado de la planta o proceso.

Un esquema de control tolerante a fallas activo consta de un bloque de diagnóstico y monitoreo de fallas, generalmente realizado por medio de observadores, capaz de identificar donde está la falla, en que momento ocurrió la falla y cual es la magnitud de la falla. También consta de un bloque de reconfiguración, el cual modifica la ley de control dependiendo de la falla, el bloque de monitoreo y diagnóstico determina cuando activar el bloque de reconfiguración.

Dependiendo de la falla, el controlador debe de ser capaz de recalcular su ley de control en el momento con los datos proveídos por el bloque de diagnóstico y monitoreo. Sin embargo, es posible tener un banco de controladores previamente calculados con el conocimiento previo de las fallas y seleccionar entre dichos controladores dependiendo de la información proveída por el bloque de diagnóstico y monitoreo de fallas. Considerando que los sensores de un sistema pueden fallar, se puede diseñar un banco de controladores diseñados con la medición de sensores virtuales, de tal forma que al ocurrir una falla grave que desconecte o inhabilite el sensor real este pueda ser sustituido por uno virtual y ajustar su ley de control para contemplar ese sensor.

### 2.8.3. Control tolerante a fallas pasivo

Un esquema de control tolerante a fallas pasivo no requiere de una sección de diagnóstico y monitoreo, esto se debe a que se asume que las fallas son conocidas y se toman en cuenta para el diseño del sistema.

Las fallas que se asumen conocidas generalmente se presentan como variaciones paramétricas, esto se debe a que la variación en alguno de los parámetros del sistema pueden ser provocado por una falla durante el proceso que pase regularmente, uno de los ejemplos más fáciles de entender es el de una fuga en un reactor por lotes, teóricamente el reactor por lotes tiene un volumen constante, al presentarse una fuga y empezar a disminuir el nivel del reactor, el volumen va a tener un valor diferente al del nominal, el diseño de la ley de control debe de contemplar el rango del volumen que pueda variar. Otro ejemplo puede ser atribuido al coeficiente de transferencia de calor en intercambiadores de calor. El coeficiente de transferencia de calor determina el grado de intercambio de calor entre las paredes de un elemento, cuando se deja de usar el equipo por un determinado tiempo o se le da un mantenimiento inapropiado, las tuberías del intercambiador pueden acumular sarro o suciedad lo que presenta una variación en su coeficiente de transferencia de calor. Para poder diseñar un controlador que contemple los ejemplos de variaciones paramétricas es necesario conocer el rango de valores que dichas variables pueden tener previo al diseño.

La incertidumbre de los parámetros en un proceso y las perturbación posibles que pueden presentar errores en el modelado matemático de un reactor por lotes se pueden asociar a:

- La modificación del punto de operación de la planta con respecto al nominal.
- Dinámica no lineal considerada.
- Dinámica de alta frecuencia no modelada.
- Retardos de tiempo no contemplados.
- Imprecisiones en los parámetros, debido al método de modelado empleado.

Al momento de plantear el diseño de un sistema de control para un proceso con incertidumbres se debe de modelar dicho proceso contemplando las variaciones paramétricas, posteriormente se analiza el sistema modelado y se diseña el controlador.

A continuación se introducen conceptos muy interesantes que se pueden relacionar con el control tolerante a fallas.

El concepto de estabilidad robusta, se refiere a que un sistema en lazo cerrado sea estable para un conjunto de posibles plantas que se puedan dar como consecuencia de las incertidumbres o variaciones paramétricas en el modelo matemático de una proceso. Si el control es estable para el conjunto de plantas contemplando la variación paramétrica y además, cumple especificaciones de funcionamiento como el seguimiento de una referencia deseada, entonces se refiere al concepto de comportamiento robusto. Estos dos conceptos forman la base del control robusto.

Por otro lado, el término adaptable en el contexto de control se refiere a cambiar el comportamiento conforme a nuevas circunstancias, en términos generales, el control adaptable tiene como objetivo ajustar el controlador por medio de un bloque de decisión que se activa dependiendo de un índice de actuación, en otras palabras, existe un bloque encargado de monitorear información acerca de algún parámetro variante o perturbación desconocida, dicho bloque manda una señal a un bloque de decisión el cual es capaz de ajustar o adaptar el controlador.

Los conceptos del control robusto y el control adaptable son muy similares a aquellos del control tolerante a fallas pasivo y activo respectivamente.

#### 2.8.4. Control por retroalimentación de estados

Una de las técnicas más estudiadas para estabilizar un sistema lineal es la retroalimentación de estados, en donde se formula la ley de control como  $u = -Kx$ . En [54], [56] presentan una solución general la cual básicamente es el conjunto de  $i$  retroalimentaciones de estado utilizando las funciones de pertenencia de los modelos Takagi-Sugeno, el método para calcular las ganancias de controlador por retroalimentación de estados se ejemplifica con los modelos lineales y en la parte de resultados se realiza para sistemas T-S utilizando la ley de control (33).

$$u = - \sum_{i=1}^m \omega_i(z) K_i x \quad (33)$$

Definiendo un sistema lineal como:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (34)$$

sustituyendo la ley de control  $u = -Kx$  en el sistema se obtiene el sistema en lazo cerrado

$$\dot{x} = Ax + B(-Kx) \quad (35)$$

Resolviendo el producto y factorizando  $x$  se obtiene

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (36)$$

La estabilidad del sistema en lazo cerrado (36) se puede investigar aplicando el segundo método de Lyapunov. Este método consiste en proponer una función de energía candidata  $V = x^T P x$ , en donde  $P$  es una matriz definida positiva y simétrica, esto quiere decir que  $P > 0$  y que  $P = P^T$ . A continuación se deriva la función candidata de Lyapunov, se define como negativa  $\dot{V} < 0$  y finalmente se calculan las ganancias del controlador por medio de desigualdades matriciales lineales. Al sustituir  $\dot{x}$  en  $\dot{V}$  se obtiene:

$$\dot{V} = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ((A - BK)x)^T P x + x^T P (A - BK)x \\ \dot{V} &= (x^T (A^T P - K^T B^T P))x + x^T (PA - PBK)x \end{aligned}$$

Factorizando  $x^T$  y  $x$  se obtiene

$$\dot{V} = x^T (A^T P - K^T B^T P + PA - PBK)x$$

y debido al que el término cuadrático no afecta la negatividad o positividad de la ecuación y se busca que  $\dot{V}$  sea definida negativa se pueden descartar  $x^T$  y  $x$

$$\dot{V} = A^T P - K^T B^T P + PA - PBK$$

Para dejar todo en términos de desigualdades matriciales lineales se debe de pre-multiplicar y post-multiplicar la ecuación por  $P^{-1}$  para reacomodar las ecuaciones de la siguiente manera

$$\dot{V} = P^{-1} A^T - P^{-1} K^T B^T + AP^{-1} - BKP^{-1}$$

Al definir  $R = P^{-1}$ ,  $S = KR$  se deja representado como desigualdades matriciales lineales

$$RA_i^T + AR - BS - S^T B^T < 0 \quad (37)$$

Un sistema es asintóticamente estable siempre y cuando exista una matriz  $R > 0$  y  $S$ , tales que se cumpla (37) y  $P = P^T > 0$ . Al cumplirse las condiciones, las ganancias de controlador se calculan  $K = SR^{-1}$ .

### 2.8.5. Control Proporcional-Integral (PI)

Los controladores proporcional-integral-derivativo (PID) son los más utilizados en la industria del control automático, su fácil implementación, diseño y bajo costo han sido causas de esto.

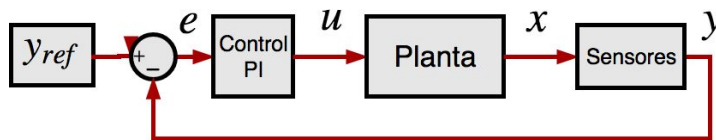


Figura 6: Esquema de control con PID.

Un esquema de control muy general se puede ver en la figura 6, en ese esquema de control se pueden identificar los bloques de la planta o proceso, el controlador y la referencia de control, además se detectan señales como los estados ( $x$ ), la entrada ( $u$ ), la salida del sistema ( $y$ ) la cual se retroalimenta para generar una señal de error junto con la referencia  $e = ref - y$ . A pesar de las ventajas y beneficios de los controladores PID tiene la gran desventaja de estar diseñados para sistemas SISO, es decir, sistemas de una sola entrada y una sola salida. Con la salida medida  $y$  se cierra el lazo que retroalimenta la información de la salida al controlador el cual puede modificar la entrada del sistema.

El controlador PID consta de una parte proporcional, la cual afecta de manera proporcional al error con una ganancia  $K_p$ , esta ganancia modifica el tiempo de subida de un sistema de control. Una parte integral que se modifica con la suma de los errores a lo largo del tiempo, la parte integral corrige errores en estado estable. Y la parte derivativa ayuda cuando se tienen errores en el transitorio. La ley de control de PID está descrita por

$$u = K_P e + K_I \int_0^T e dt + K_D \frac{d}{dt} e \quad (38)$$

En muchas ocasiones es suficiente con diseñar un controlador proporcional integral (PI).

Las ganancias del controlador PID se pueden sintonizar varios métodos, entre ellos los más conocidos están los desarrollados por Ziegler y Nichols. Uno de sus métodos consiste en:

- Aplicar a la planta un control proporcional, desde un valor pequeño hasta uno más grande con el fin de hacer oscilar la respuesta de la planta.
- Cuando se mantengan oscilaciones sostenidas  $K_P = K_C$ , la ganancia proporcional se convierte en la ganancia crítica.
- Registrar la ganancia crítica y el periodo de las oscilaciones ( $P_C$ ) y ajustar los parámetros de acuerdo a la tabla desarrollada por Ziegler-Nichols.

Tabla 3: Tabla de Ziegler-Nichols.

	Ganancias		
	$K_P$	$K_I$	$K_D$
P	$0.5K_C$		
PI	$0.45K_C$	$\frac{1.2K_P}{P_C}$	
PID	$0.6K_C$	$\frac{2K_P}{P_C}$	$\frac{P_C}{8} K_P$

Un método más sofisticado para la sintonización de PID es por medio de un optimizador por enjambre de partículas, el objetivo es encontrar ganancias que tengan una mejor respuesta evaluando con respecto

de un índice definido por el usuario. Para sintonización de PIDs es muy común utilizar el *ITAE*, la integral del error absoluto multiplicada por el tiempo.

En un algoritmo de optimización por enjambre de partículas o PSO (*Particle Swarm Optimization*) se tiene individuos llamados partículas, los cuales evolucionan de acuerdo a la cooperación y competencia que tiene con otras partículas. Cada partícula es la solución potencial a un problema y cada una de ellas ajusta su trayectoria de acuerdo a la experiencia aprendida (trayectoria anterior) y a las trayectorias de las partículas vecinas. Las partículas se pueden representar como  $X_I = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ , además, la mejor posición de cada partícula es almacenada en otro vector  $P_I = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id})$ , la mejor posición se denomina una letra  $g$  y por último, la velocidad de las partículas se puede expresar como  $V_I = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ . Con esos datos se puede programar la siguiente posición y la velocidad de acuerdo al valor actual y al mejor valor encontrado de la siguiente manera:

$$V_{id}^{n+1} = Wv_{id}^n + C_1r_n(p_{id}^n - x_{id}^n) + C_2r_n(p_{gd}^n - x_{id}^n) \quad (39)$$

$$x_{id}^{n+1} = x_{id}^n + v_{id}^{n+1} \quad (40)$$

En donde  $C_1$  y  $C_2$  son dos constantes positivas igual a 1.494 y  $r_n$  son números aleatorios entre el 1 y el 0.

### 3. Modelo matemático del reactor

A continuación se describen dos plantas con las cuales se trabajó durante el desarrollo de esta investigación. Se presentan ambas plantas debido a que originalmente se empezó trabajando con una planta por la posibilidad de poder implementar el esquema de control propuesto, al descartarse la posibilidad de implementar el sistema y debido a las limitaciones presentadas por la planta propuesta originalmente se decidió trabajar en simulación sobre otra planta. La primera planta presentada será referida como "Planta A", esta planta ha sido previamente reportada por [45] y la segunda será "Planta B", reportado por [44,46].

El reactor presentado en la etapa de alcances y limitaciones, referido en la figura 1, es el reactor que se propuso originalmente como caso de estudio para el tema de investigación y es la primera planta que se presenta, Planta A.

Las dos plantas son reactores químicos por lotes o *batch* para producir biodiésel utilizando metanol con hidróxido de sodio como catalizador. Como materia prima se utilizan parámetros y tasas de reacción reportadas por ambas plantas de aceite de *jatropha* y de palma.

Para ambos casos se debe de hacer un balance por componente de la reacción de transesterificación para conocer la cinética de cada uno de los componentes químicos involucrados y un balance de energía del reactor en general para conocer la dinámica de la temperatura dentro del reactor. El balance por componente para ambos casos es el mismo debido a que la reacción dentro del reactor es la misma para las dos plantas, pero el balance de energía difiere. De acuerdo a la investigación del marco teórico, el balance de energía de un reactor por lotes se reduce al calor añadido al sistema por reacción o radiación, en el caso de la transesterificación es el calor añadido por la reacción más el calor añadido al sistema por cualquier mecanismo de regulación de temperatura, lo cual depende del diseño del reactor.

#### 3.1. Modelo matemático del reactor *batch* tipo A

El diagrama del reactor *batch* que se presenta en la figura 7 [45] está basado en el reactor por lotes real de la figura 1. Este reactor se encuentra físicamente en el Tecnológico Nacional de México (TecNM) de Tuxtla-Gutiérrez, Chiapas.

A causa de un fenómeno natural ocurrido en el año 2017 el reactor quedo inhabilitado, el motor necesitaba de mantenimiento, una de las tarjetas electrónicas estaba dañada, los sensores se perdieron, la estructura donde estaba montado se la habían comido las termitas y el edificio donde se encontraba resguardado tenía daño estructural por lo que no estaba permitido el acceso. Con el propósito de intentar presentar resultados experimentales se planteó la meta de volver a tener acceso al reactor y ponerlo en marcha. Las actividades que se planearon fueron:

1. Rescatar el reactor del edificio con daño estructural para tener acceso a el y poder trabajar sin problemas.
2. Analizar el grado de operación del reactor
3. Dar el mantenimiento correctivo que necesite el reactor (electrónico, eléctrico o mecánico).
4. Poner en marcha el reactor por lotes.

De la primera actividad, en las dos estancias que se realizaron se avanzó en tener acceso al reactor, se pudo trabajar con él sin problema, sin embargo, no se logró sacarlo del edificio con daño estructural.

Se analizó el grado de operación y daños del reactor, se rescató el funcionamiento de un arduino mega, 2 de 4 tarjetas electrónicas, el correcto funcionamiento del motor y la condición física del recipiente que comprende al reactor. Los problemas se detectaron en la tarjeta electrónica encargada de controlar uno de los actuadores y de obtener la señal de uno de los sensores, además, las condiciones de los cables y conexiones dejaban mucho que desear. La resistencia eléctrica ya no estaba ni el sensor de pH y no había

una conexión directa a ninguna fuente de alimentación. El daño de mayor gravedad se encontró en la estructura donde estaba montado el reactor, el material estaba en muy mal estado y estaba forzando la posición del motor de agitación del reactor por lo que este presentaba una resistencia al girar.

Durante las dos estancias se logró remodelar la estructura donde está montado el reactor, cambiando los materiales y montando de nuevo el reactor de manera que no afecte la velocidad de giro del motor, también se diseñó una nueva tarjeta electrónica para medir el sensor de pH y para controlar la potencia de la resistencia del reactor, ahorrando espacio y mejorando el cableado general. Por último se consiguió una nueva resistencia eléctrica y un sensor de pH. Se logró controlar la potencia de la resistencia, la velocidad del motor de agitación, medir la temperatura del reactor y medir el pH dentro del reactor con el sensor disponible, sin embargo, la medición del pH solamente es confiable en agua, por lo que al momento de usar este sensor de pH en una mezcla de aceite con metanol más hidróxido de sodio no se puede confiar en las mediciones y se puede llegar a dañar el sensor.

El reactor se logró poner en marcha, a pesar de eso, no se tenía disponible el sensor de pH adecuado para la estimación del biodiésel y, principalmente, no se contaba con el tiempo necesario para realizar un análisis por cromatografía de pruebas experimentales para poder hacer la relación de pH con los componentes del aceite.

Finalmente, el reactor quedó compuesto por un vaso de cristal de 4 l de capacidad, un motor de agitación para mantener la mezcla homogénea, una resistencia eléctrica para regular la temperatura del reactor, un sensor de temperatura y quedó pendiente un sensor de pH para medir la concentración de metil éster. La entrada del sistema quedó como la potencia ( $P_R$ ) de la resistencia eléctrica y como salida las variables de temperatura ( $T$ ) y, asumiendo que se tienen sensores de pH, de concentración de metil éster ( $ME$ ) y alcohol ( $A$ ).

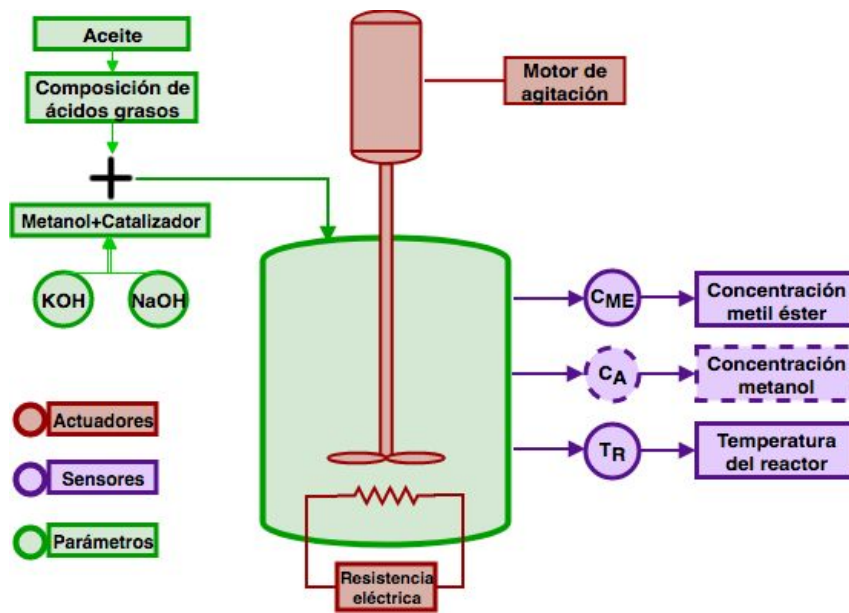


Figura 7: Esquema del reactor de la planta B.

En la figura (7) se muestran los sensores disponibles de color morado, de color rojo los actuadores del sistema, la potencia de la resistencia eléctrica es manipulable y la velocidad de agitación del motor se considera constante. Para los parámetros del reactor se considera la composición de ácidos grasos del aceite a utilizar debido a que éstos determinan parámetros como la densidad y la capacidad de calor del aceite, además, los parámetros cinéticos de la reacción se determinan dependiendo del aceite que se utiliza.

Para poder obtener el modelado matemático de la reacción de transesterificación se debe de hacer

un balance de componente de cada elemento químico de las reacciones (2)-(4). En una reacción química, cuando los componentes son reactantes su número de moles disminuye y aumenta cuando estos son productos, entonces, definiendo la concentración de moles por litro de cada uno de los elementos involucrados en la reacción como  $C_{TG}$ ,  $C_{DG}$ ,  $C_{MG}$ ,  $C_{ME}$ ,  $C_A$  y  $C_{GL}$ :

Balance del componente  $TG$ :

En (2) los triglicéridos más metanol están siendo consumidos a una tasa  $k_1$  para producir ésteres metílicos y diglicéridos a una tasa  $k_2$  y no se encuentran en ninguna otro paso de la reacción, por lo que la cinética de los  $TG$  se puede escribir como:

$$\frac{dC_{TG}}{dt} = -k_1 C_{TG} C_A + k_2 C_{DG} C_{ME} \quad (41)$$

Balance del componente  $DG$ :

En las reacciones (2) y (3) se encuentra el componente de diglicéridos, en la primera reacción (2) se está consumiendo junto con los ésteres metílicos a una tasa de reacción  $k_2$  para producir  $TG$  y  $A$  a una tasa de reacción  $k_1$  mientras que en la segunda reacción (3) se consumen a una tasa  $k_3$  junto con  $A$  para producir ésteres metílicos y monoglicéridos a una velocidad de reacción  $k_4$

$$\frac{dC_{DG}}{dt} = k_1 C_{TG} C_A - k_2 C_{DG} C_{ME} - k_3 C_{DG} C_A + k_4 C_{MG} C_{ME} \quad (42)$$

Balance del componente  $MG$ :

Parecido al balance de  $DG$ , en las reacciones (3) y (4) se encuentra el componente monoglicérido, en la reacción (3) se está consumiendo junto con los ésteres metílicos a una tasa de reacción  $k_4$  para producir  $DG$  y  $A$  a una tasa de reacción  $k_3$  mientras que en la reacción (4) se consumen a una tasa  $k_5$  junto con  $A$  para producir ésteres metílicos y glicerina a una velocidad de reacción  $k_6$

$$\frac{dC_{MG}}{dt} = k_3 C_{DG} C_A - k_4 C_{MG} C_{ME} - k_5 C_{MG} C_A + k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (43)$$

Balance del componente  $ME$ :

El metil éster está presente en los tres pasos de la reacción de transesterificación, en las 3 reacciones (2)-(4) el metil éster reacciona con  $DG$  a una tasa  $k_2$ ,  $MG$  a una tasa  $k_4$  y con  $GL$  a una  $k_6$  para producir metanol con  $TG$  a una velocidad de reacción  $k_1$ , metanol con  $DG$  a una tasa  $k_3$  y por último metanol con  $MG$  a una tasa de reacción  $k_5$ . Por lo que el balance por componente del metil éster involucra la cinética de todos los elementos de la reacción.

$$\frac{dC_{ME}}{dt} = k_1 C_{TG} C_A - k_2 C_{DG} C_{ME} + k_3 C_{DG} C_A - k_4 C_{MG} C_{ME} + k_5 C_{MG} C_A - k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (44)$$

Balance del componente  $A$ :

El alcohol se presenta de manera inversa al metil éster, en las 3 reacciones (2)-(4) se produce metil éster con  $DG$  a una tasa  $k_2$ , metil éster con  $MG$  a una tasa  $k_4$  y  $ME$  con  $GL$  a una tasa  $k_6$ , mientras que el metanol reacciona con  $TG$  a una velocidad de reacción  $k_1$ , con  $DG$  a una tasa  $k_3$  y por último con  $MG$  a una tasa de reacción  $k_5$ .

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1 C_{TG} C_A + k_2 C_{DG} C_{ME} - k_3 C_{DG} C_{ME} + k_4 C_{MG} C_{ME} - k_5 C_{MG} C_A + k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (45)$$

Balance del componente  $GL$ :

La glicerina solo se ve presente en la reacción (4), en donde está siendo consumida con ésteres metílicos a una tasa de reacción  $k_6$  para producir triglicéridos con metanol a una tasa de reacción  $k_5$ .

$$\frac{dC_{GL}}{dt} = k_5 C_{MG} C_A - k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (46)$$

El conjunto de ecuaciones (41)-(46) representa el balance por componente de cada uno de los elementos involucrados en la reacción. Además del balance por componente, un balance de energía es importante por que la reacción es considerada exotérmica, lo que quiere decir que al momento de un intercambio de



grupos funcionales entre  $TG$  y metanol se genera calor. También las velocidades o constantes de reacción están relacionadas con la temperatura por medio de la ecuación de Arrhenius.

$$k_i(T) = \alpha_i e^{(\epsilon_i/RT)} \quad (47)$$

en donde  $T$  es temperatura,  $R$  es la constante de gases ideales,  $\alpha_i$  es la frecuencia de colisión entre las partículas de cada reacción y  $\epsilon_i$  es la energía de activación de cada reacción. Los últimos dos parámetros se pueden encontrar en la literatura y dependen del aceite que se vaya a utilizar.

Tomando como referencia el reactor *batch* de la figura 7, en donde se tiene una resistencia eléctrica que calienta el contenido del reactor y tomando en cuenta que la reacción de es exotérmica, es decir, que genera calor, el balance de energía expresado como en (16)

$$V\rho C_p \frac{dT}{dt} = \lambda_1 k_1 V C_{TG} C_A + \lambda_2 k_2 V C_{DG} C_{ME} + \lambda_3 k_3 V C_{DG} C_A + \lambda_4 k_4 V C_{MG} C_{ME} + \dots \quad (48)$$

$$\dots + \lambda_5 k_5 V C_{MG} C_A + \lambda_6 k_6 V C_{GL} C_{ME} + hA_r(T - T_{AM}) + P_R$$

en donde  $T$  y  $T_{AM}$  son la temperatura del reactor y del medio ambiente respectivamente, ambas en grados Kelvin (K),  $\lambda_i$  es el calor generado por cada reacción siendo  $i = 1, \dots, 6$ ,  $\rho$  es la densidad en ( $Kg/m^3$ ),  $V$  es el volumen en  $m^3$  y  $C_p$  es la capacidad de calor de la reacción en ( $J/gmol$ ),  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor en ( $W/mK$ ),  $A_r$  es el área de contacto del reactor con el medio ambiente,  $k_i$  son las constantes de reacción definidas por la ecuación de Arrhenius (14) y  $P_R$  es la potencia de la resistencia eléctrica.

Eliminando el término  $V$  del lado derecho de la ecuación con el del lado izquierdo y pasando el término  $\rho C_p$  al lado derecho de la ecuación se puede expresar la dinámica de la temperatura del reactor como:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda_1 k_1 V C_{TG} C_A}{\rho C_p} + \frac{\lambda_2 k_2 V C_{DG} C_{ME}}{\rho C_p} + \frac{\lambda_3 k_3 V C_{DG} C_A}{\rho C_p} + \frac{\lambda_4 k_4 V C_{MG} C_{ME}}{\rho C_p} + \dots \quad (49)$$

$$\dots + \frac{\lambda_5 k_5 V C_{MG} C_A}{\rho C_p} + \frac{\lambda_6 k_6 V C_{GL} C_{ME}}{\rho C_p} + \frac{hA_r(T - T_{AM})}{V\rho C_p} + \frac{P_R}{V\rho C_p}$$

En donde el término  $\frac{P}{V\rho C_p}$  hace referencia al calor añadido por la resistencia eléctrica, el término  $\frac{hA_r(T - T_{AM})}{V\rho C_p}$  es referente al calor añadido o perdido por el intercambio de energía entre la temperatura ambiente y la temperatura del reactor y el resto de la ecuación se refiere al calor añadido por la reacción.

Haciendo los siguientes cambios de variables,  $x_1 = C_{TG}$ ,  $x_2 = C_{DG}$ ,  $x_3 = C_{MG}$ ,  $x_4 = C_{ME}$ ,  $x_5 = C_A$ ,  $x_6 = C_{GL}$ ,  $x_7 = T$  para definir los estados ( $x$ ) del sistema, el modelo matemático del reactor queda definido por el sistema siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -k_1 x_1 x_5 + k_2 x_2 x_4 \\ \frac{dx_2}{dt} &= k_1 x_1 x_5 - k_2 x_2 x_4 - k_3 x_2 x_5 + k_4 x_3 x_4 \\ \frac{dx_3}{dt} &= k_3 x_2 x_5 - k_4 x_3 x_4 - k_5 x_3 x_5 + k_6 x_6 x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} &= k_1 x_1 x_5 - k_2 x_2 x_4 + k_3 x_2 x_5 - k_4 x_3 x_4 + k_5 x_3 x_5 - k_6 x_6 x_4 \\ \frac{dx_5}{dt} &= -k_1 x_1 x_5 + k_2 x_2 x_4 - k_3 x_2 x_5 + k_4 x_3 x_4 - k_5 x_3 x_5 + k_6 x_6 x_4 \\ \frac{dx_6}{dt} &= k_5 x_3 x_5 - k_6 x_6 x_4 \\ \frac{dx_7}{dt} &= \frac{\lambda_1 k_1 x_1 x_5}{\rho C_p} + \frac{\lambda_2 k_2 x_2 x_4}{\rho C_p} + \frac{\lambda_3 k_3 x_2 x_5}{\rho C_p} + \frac{\lambda_4 k_4 x_3 x_4}{\rho C_p} + \dots \quad (50) \\ &\dots + \frac{\lambda_5 k_5 x_3 x_5}{\rho C_p} + \frac{\lambda_6 k_6 x_6 x_4}{\rho C_p} + \frac{hA_r(x_7 - T_{AM})}{V\rho C_p} + \frac{P_R}{V\rho C_p} \end{aligned}$$

### 3.1.1. Simulación del reactor por lotes con resistencia eléctrica

La simulación del sistema se llevo a cabo utilizando el programa de MATLAB con el método de integración ode45, el tiempo de simulación de cada lote o *batch* fue de 60 minutos, sin embargo en las gráficas presentadas a continuación se presentan los primeros 20 minutos para la dinámica de las concentraciones y los primeros 40 minutos de la dinámica de la temperatura del reactor. Para poder simular el sistema de ecuaciones (50) se utilizaron los parámetros de la tabla 4.

Tabla 4: Parámetros del modelo matemático de la planta A.

Parámetro	Valor	Unidades
Parámetros cinéticos		
$\alpha_1$	1.4669E10	
$\alpha_2$	119698266	-
$\alpha_3$	6.1393E7	-
$\alpha_4$	1.3909E6	-
$\alpha_5$	6.6461E9	-
$\alpha_6$	1.2125E5	-
$\epsilon_1$	14700	$\frac{cal}{gmol}$
$\epsilon_2$	13320	$\frac{cal}{gmol}$
$\epsilon_3$	11030	$\frac{cal}{gmol}$
$\epsilon_4$	13720	$\frac{cal}{gmol}$
$\epsilon_5$	15570	$\frac{cal}{gmol}$
$\epsilon_6$	9510	$\frac{cal}{gmol}$
$R$	1.98717	$\frac{cal}{molK}$
Parámetros del reactor		
$A_r$	0.126	$m^2$
$h$	1.05	$\frac{W}{mK}$
$V$	0.0042932	$m^3$
$\rho$	0.82-0.92	$\frac{g}{m^3}$
$C_p$	1800-2300	$\frac{J}{gmolK}$
$\lambda_1$	$\epsilon_1 - \epsilon_1$	$\frac{cal}{gmol}$
$\lambda_2$	$\epsilon_2 - \epsilon_1$	$\frac{cal}{gmol}$
$\lambda_3$	$\epsilon_3 - \epsilon_4$	$\frac{cal}{gmol}$
$\lambda_4$	$\epsilon_4 - \epsilon_3$	$\frac{cal}{gmol}$
$\lambda_5$	$\epsilon_5 - \epsilon_6$	$\frac{cal}{gmol}$
$\lambda_6$	$\epsilon_6 - \epsilon_5$	$\frac{cal}{gmol}$

De acuerdo a los trabajos experimentales reportados en la literatura acerca del biodiésel [38-46], para asegurar que la reacción sea lo menos reversible posible se debe de utilizar un catalizador para acelerar la reacción y utilizar una relación molar de materia prima de metanol y triglicéridos de 6 : 1, es decir, por cada mol de triglicéridos debe de haber 6 moles de metanol. Utilizando dicha relación, las condiciones iniciales de las concentraciones son  $C_{TG,0} = 1$ ,  $C_{DG,0} = 0$ ,  $C_{MG,0} = 0$ ,  $C_{ME,0} = 0$ ,  $C_{A,0} = 6$  y  $C_{TG,0} = 0$  en ( $mol/l$ ). También, de acuerdo a la literatura, se asegura la reacción a temperaturas superior a los 323.15 grados Kelvin que equivalen a 50 grados centígrados, sin embargo es posible hacer biodiésel desde temperaturas más bajas, debido a eso la condición inicial de la temperatura es  $T_0 = 323.15$ .

A continuación se presentan las gráficas del proceso, primero se presenta la dinámica de las concentraciones, en donde se puede apreciar como en los primeros 3 minutos del proceso se estabiliza la reacción, la concentración del metanol ( $C_A$ ) disminuye junto con la concentración de triglicéridos ( $C_{TG}$ ) debido

a que están reaccionando, mientras que la concentración de ésteres metílicos ( $C_{ME}$ ) y glicerina ( $C_{GL}$ ) aumentan debido a que son productos. Además, se detecta como los monoglicéridos producidos durante las etapas intermedias de la transesterificación no reaccionan en su totalidad por lo que se tiene una concentración constante de los mismos al final de cada *batch* lo cual afecta la calidad del biodiésel. También se presenta la dinámica de la temperatura del reactor, en donde el calor generado por la reacción más el calor añadido por la potencia de la resistencia aumentan la temperatura del reactor aproximadamente 1.5 grados K.

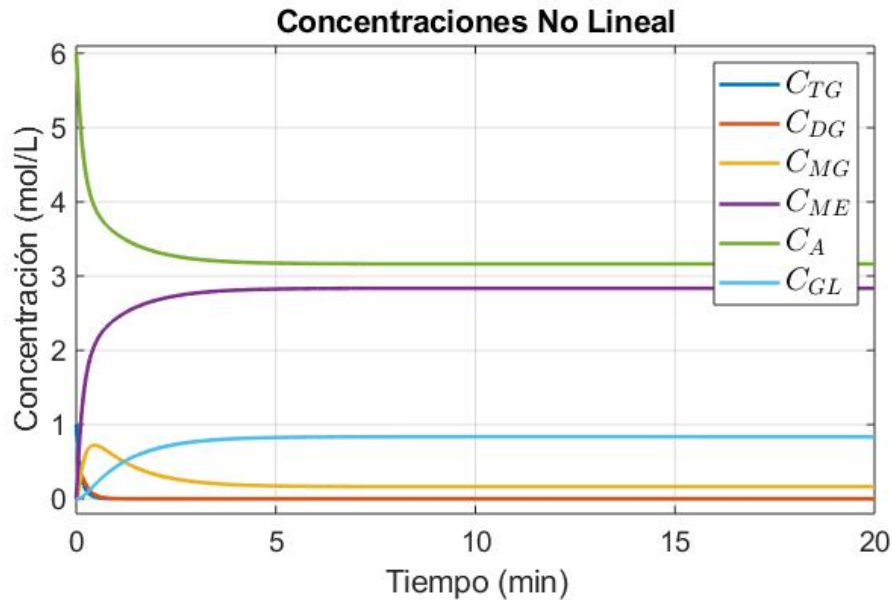


Figura 8: Concentración  $C_i$  en lazo abierto del modelo A.

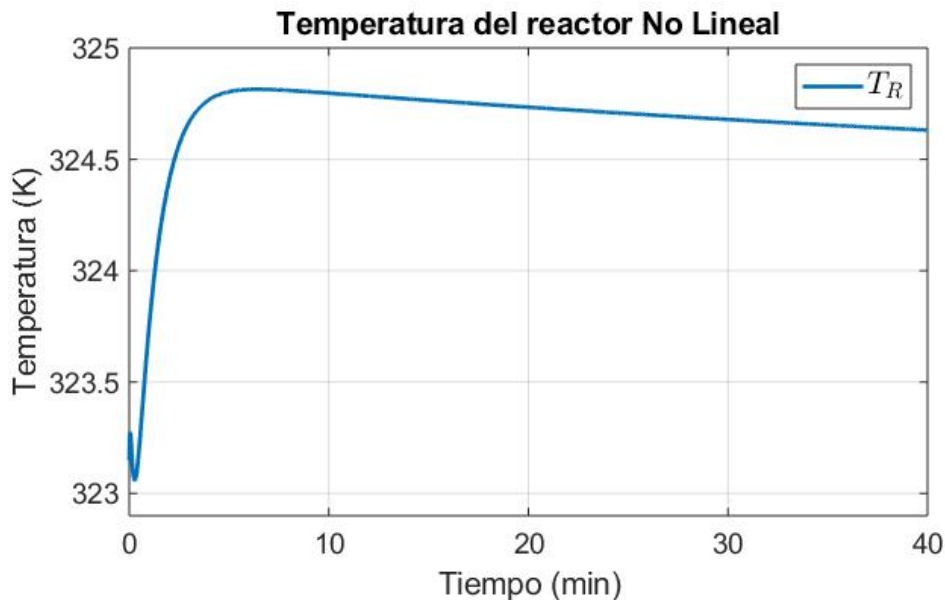


Figura 9: Temperatura del reactor  $T$  en lazo abierto del modelo A.

En la figura 8 se gráfica la dinámica de las concentraciones, en donde la señal de color verde es la concentración de metanol y la señal de color morado la concentración de biodiésel. En la figura 9 se puede ver la temperatura del reactor, a pesar de que la temperatura del reactor se empieza a estabilizar

aproximadamente a los 40 minutos, las concentraciones dejan de reaccionar a los 5 minutos, por lo que se puede determinar que las concentraciones se ven afectadas por la temperatura solamente durante los primeros 5 minutos.

### 3.2. Representación Takagi-Sugeno de la planta A

El sistema de ecuaciones (50) representa la dinámica del reactor *batch* de [45], en las ecuaciones se detecta a simple vista que el modelo del reactor por lotes para la producción de biodiésel es no lineal aparte de involucrar el producto de sus estados en todas las ecuaciones, la ecuación de Arrhenius está en función de la temperatura ( $x_7$ ) y tiene un término exponencial.

Por esas razones no es posible implementar las técnicas de control más estudiadas, como por ejemplo el control por retroalimentación de estados. Siguiendo la metodología por el sector no lineal para representación de sistemas difusos tipo Takagi-Sugeno, se puede reescribir el modelo (50) como en (21) y se tiene

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1x_5 & k_2x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1x_5 & -k_2x_4 - k_3x_4 & k_4x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3x_5 & -k_4x_4 - k_5x_5 & 0 & 0 & k_6x_4 & 0 \\ k_1x_5 & -k_2x_4 + k_3x_4 & -k_4x_4 + k_5x_5 & 0 & 0 & -k_6x_4 & 0 \\ -k_1x_5 & k_2x_4 - k_3x_4 & k_4x_4 - k_5x_5 & 0 & 0 & k_6x_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5x_5 & 0 & 0 & -k_6x_4 & 0 \\ \frac{\lambda_1 k_1 x_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_2 k_2 x_4 + \lambda_3 k_3 x_4}{\rho C_p} & \frac{\lambda_4 k_4 x_4 + \lambda_5 k_5 x_5}{\rho C_p} & 0 & 0 & \frac{\lambda_6 k_6 x_4}{\rho C_p} & \frac{-hA_R}{V\rho C_p} \end{bmatrix}}_{f^m} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} \dots \quad (51)$$

$$\dots + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V\rho C_p} \end{bmatrix}}_{g^m} u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{hA_r T_A}{V\rho C_p} \end{bmatrix}}_a$$

El siguiente paso es definir las variables de programación para poder calcular las funciones de ponderación, de pertenencia y construir los modelos locales. Estrictamente, las variables de programación se determinan seleccionando las no linealidades del sistema, de entrada las constantes de reacción son términos no lineales debido a que tienen una función exponencial, esas son 6 no linealidades. Para hacer que la matriz  $f_m$  sea de parámetros constantes se pueden seleccionar  $x_4$  y  $x_5$  como otras 2 variables de programación, de tal forma que la matriz  $f_m$  ahora es lineal.

Al seleccionar 8 variables de programación se puede proceder a construir las funciones de ponderación y funciones de pertenencia, sin embargo, se tiene que construir 2 funciones de ponderación por cada variable de programación y  $2^8 = 256$  funciones de pertenencia, eso también indica que existen 256 modelos locales. Para fines de control, un sistema de 256 modelos locales puede llegar a complicar mucho el cálculo de las ganancias, dejando en desventaja el uso de la representación Takagi-Sugeno. Es posible considerar las tasas de reacción como constantes, es decir, las constantes de reacción se calculan para un punto en especial de temperatura con la ecuación de Arrhenius y se dejan constantes durante todo el proceso *batch*. Haciendo la suposición que  $k_i$  son constantes, se seleccionan como variables de programación a  $z_4 = x_4$  y  $z_5 = x_5$  y se definen límites superiores e inferiores para cada una,  $z_4$  puede tomar valores mínimos de  $\underline{x}_4$  y máximos de  $\overline{x}_4$  mientras que la variable de programación  $z_5$  puede tener un mínimo de  $\underline{x}_5$  y un máximo de  $\overline{x}_5$ . Utilizando las variables de programación se deben de programar 2 funciones de ponderación por cada variables, es decir, 4 funciones de ponderación y  $2^2 = 4$  funciones de pertenencia y modelos locales.

Las funciones de ponderación de cada variable de programación se pueden ver en las ecuaciones a

continuación. Para la primera variable de programación, las dos funciones de ponderación son

$$\eta_0^1 = \frac{\bar{x}_4 - x_4}{x_4 - x_4}$$

$$\eta_1^1 = 1 - \eta_0^1$$

mientras que para la segunda variable de programación son

$$\eta_0^2 = \frac{\bar{x}_5 - x_5}{x_5 - x_5}$$

$$\eta_1^2 = 1 - \eta_0^2$$

Una vez definidas las funciones de ponderación, las cuales nos dictaran el grado de activación de cada una de las 4 reglas del modelo difuso Takagi-Sugeno, el cálculo de las funciones de pertenencia  $w_i$  está dado por el producto de las funciones de ponderación, es decir:

$$\omega_1 = \eta_0^2 \eta_0^1$$

$$\omega_2 = \eta_0^2 \eta_1^1$$

$$\omega_3 = \eta_1^2 \eta_0^1$$

$$\omega_4 = \eta_1^2 \eta_1^1$$

Ya que se definieron las funciones de pertenencia y de ponderación, solo queda encontrar los modelos locales para construir el modelo difuso Takagi-Sugeno. Para encontrar dichos modelos locales se sustituyen los valores de  $x_4$ ,  $\bar{x}_4$ ,  $x_5$  y  $\bar{x}_5$  en las matrices  $f^m$  y  $g^m$  se forman las matrices  $A_i$  y  $B_i$ . El primer modelo local es representado por el mínimo de ambas variables de programación ( $x_4, x_5$ ), el segundo modelo local es  $\bar{x}_4$  y  $x_5$ , el tercer modelo local es  $x_4$  y  $\bar{x}_5$  y el cuarto modelo local es representado por el máximo de ambas variables de programación ( $\bar{x}_5$  y  $\bar{x}_4$ ). Con dichos modelos locales y las funciones de pertenencia se puede construir el modelo en representación Takagi-Sugeno como

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m \omega_i(z)(A_i x + B_i u + a_i)$$

$$y = \sum_{i=1}^m w_i(z)(C_i x)$$
(52)

En donde las matrices  $B_i$  del Takagi-Sugeno son matrices relacionadas con la entrada y son iguales porque las variables de programación no intervienen, la función  $a_i$  es un vector de parámetros constantes,  $C_i$  es la matriz de medición y tampoco cambia por lo que se mantiene  $C_i = C$  y  $A_i$  son las matrices de estados de los modelos locales lineales definidas como

$$A_1 = \begin{bmatrix} -k_1 x_5 & k_2 x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 x_5 & -k_2 x_4 - k_3 x_5 & k_4 x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 x_5 & -k_4 x_4 - k_5 x_5 & 0 & 0 & k_6 x_4 & 0 \\ k_1 x_5 & -k_2 x_4 + k_3 x_5 & -k_4 x_4 + k_5 x_5 & 0 & 0 & -k_6 x_4 & 0 \\ -k_1 x_5 & k_2 x_4 - k_3 x_5 & k_4 x_4 - k_5 x_5 & 0 & 0 & k_6 x_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 x_5 & 0 & 0 & -k_6 x_4 & 0 \\ \frac{\lambda_1 k_1 x_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_2 k_2 x_4 + \lambda_3 k_3 x_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_4 k_4 x_4 + \lambda_5 k_5 x_5}{\rho C_p} & 0 & 0 & \frac{\lambda_6 k_6 x_4}{\rho C_p} & \frac{-h A_R}{V \rho C_p} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -k_1 x_5 & k_2 \bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 x_5 & -k_2 \bar{x}_4 - k_3 x_5 & k_4 \bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 x_5 & -k_4 \bar{x}_4 - k_5 x_5 & 0 & 0 & k_6 \bar{x}_4 & 0 \\ k_1 x_5 & -k_2 \bar{x}_4 + k_3 x_5 & -k_4 \bar{x}_4 + k_5 x_5 & 0 & 0 & -k_6 \bar{x}_4 & 0 \\ -k_1 x_5 & k_2 \bar{x}_4 - k_3 x_5 & k_4 \bar{x}_4 - k_5 x_5 & 0 & 0 & k_6 \bar{x}_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 x_5 & 0 & 0 & -k_6 \bar{x}_4 & 0 \\ \frac{\lambda_1 k_1 x_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_2 k_2 \bar{x}_4 + \lambda_3 k_3 x_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_4 k_4 \bar{x}_4 + \lambda_5 k_5 x_5}{\rho C_p} & 0 & 0 & \frac{\lambda_6 k_6 \bar{x}_4}{\rho C_p} & \frac{-h A_R}{V \rho C_p} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -k_1\bar{x}_5 & k_2\bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1\bar{x}_5 & -k_2\bar{x}_4 - k_3\bar{x}_5 & k_4\bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3\bar{x}_5 & -k_4\bar{x}_4 - k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6\bar{x}_4 & 0 \\ k_1\bar{x}_5 & -k_2\bar{x}_4 + k_3\bar{x}_5 & -k_4\bar{x}_4 + k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\bar{x}_4 & 0 \\ -k_1\bar{x}_5 & k_2\bar{x}_4 - k_3\bar{x}_5 & k_4\bar{x}_4 - k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6\bar{x}_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\bar{x}_4 & 0 \\ \frac{\lambda_1 k_1 \bar{x}_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_2 k_2 \bar{x}_4 + \lambda_3 k_3 \bar{x}_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_4 k_4 \bar{x}_4 + \lambda_5 k_5 \bar{x}_5}{\rho C_p} & 0 & 0 & \frac{\lambda_6 k_6 \bar{x}_4}{\rho C_p} & \frac{-hA_R}{V\rho C_p} \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -k_1\bar{x}_5 & k_2\bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1\bar{x}_5 & -k_2\bar{x}_4 - k_3\bar{x}_5 & k_4\bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3\bar{x}_5 & -k_4\bar{x}_4 - k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6\bar{x}_4 & 0 \\ k_1\bar{x}_5 & -k_2\bar{x}_4 + k_3\bar{x}_5 & -k_4\bar{x}_4 + k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\bar{x}_4 & 0 \\ -k_1\bar{x}_5 & k_2\bar{x}_4 - k_3\bar{x}_5 & k_4\bar{x}_4 - k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6\bar{x}_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5\bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\bar{x}_4 & 0 \\ \frac{\lambda_1 k_1 \bar{x}_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_2 k_2 \bar{x}_4 + \lambda_3 k_3 \bar{x}_5}{\rho C_p} & \frac{\lambda_4 k_4 \bar{x}_4 + \lambda_5 k_5 \bar{x}_5}{\rho C_p} & 0 & 0 & \frac{\lambda_6 k_6 \bar{x}_4}{\rho C_p} & \frac{-hA_R}{V\rho C_p} \end{bmatrix}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V\rho C_p} \end{bmatrix} \quad a_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{hA_r T_A}{V\rho C_p} \end{bmatrix}$$

### 3.2.1. Simulación del reactor por lotes con la resistencia eléctrica en representación Takagi-Sugeno

Utilizando las funciones de ponderación, las matrices locales  $A_1$ - $A_4$  y los parámetros de la tabla 4 se simuló el sistema en representación Takagi-Sugeno. Los resultados de las simulaciones fueron obtenidas utilizando el software de MATLAB, el método de integración ode45 y un tiempo de 60 minutos. El objetivo de la simulación es demostrar que la representación Takagi-Sugeno es capaz de aproximarse a la dinámica del modelo no lineal.

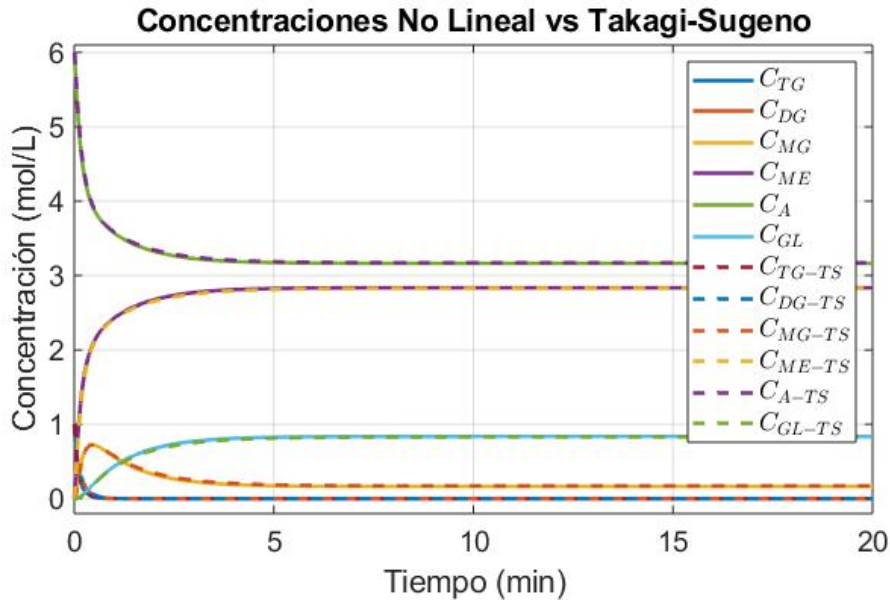


Figura 10: Concentración  $C_i$  en lazo abierto vs T-S del modelo A.

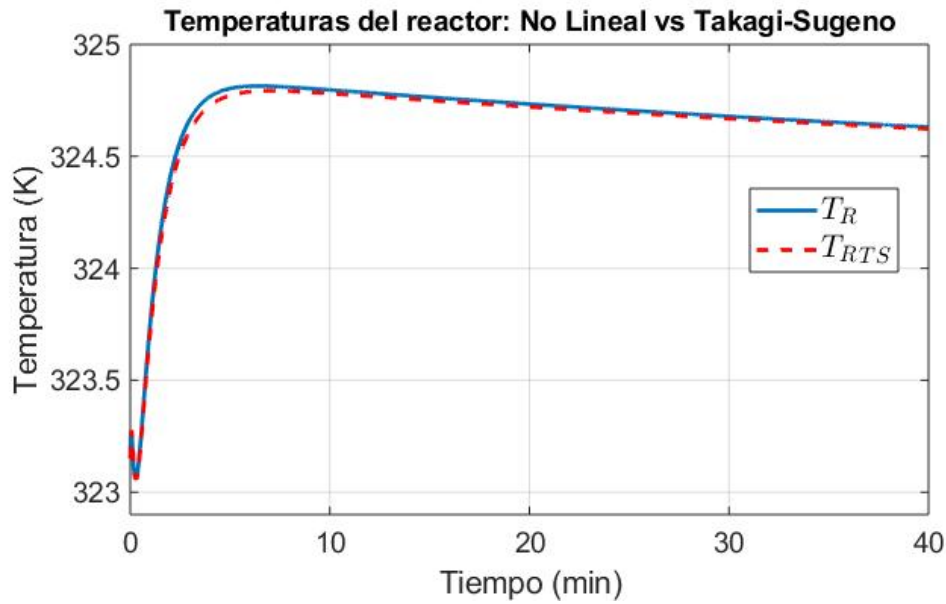


Figura 11: Temperatura del reactor  $T$  en lazo abierto vs T-S del modelo A.

En las figuras 10 y 11, las líneas continuas representan al modelo no lineal previamente simulado, mientras que las líneas punteadas representan la simulación de la representación Takagi-Sugeno. En la figura 11 el modelo T-S no representa exactamente la dinámica del modelo no lineal porque las constantes de reacción para el modelo T-S fueron consideradas constantes.

### 3.3. Modelo matemático del reactor *batch* tipo B

A pesar de haber trabajado en el reactor de la planta A para intentar implementarlo y tener el modelo no lineal, así como su representación Takagi-Sugeno, se decidió investigar una planta diferente por las limitaciones mencionadas previamente. Esta decisión se tomó debido a que el trabajo de investigación se limitó a nivel simulación por lo que es posible utilizar cualquier modelo matemático de un reactor por lotes que exista en la literatura.

La causa principal de buscar otra planta se relaciona con el objetivo del tema, el tema tiene como objetivo controlar un reactor *batch* para producir biodiésel contemplando variaciones paramétricas provocadas por fallas durante el proceso del sistema. La palabra clave aquí es 'fallas', de acuerdo al estudio del estado del arte, las variaciones paramétricas que pueden ocurrir en el proceso de producción de biodiésel son relacionadas a la densidad, la capacidad de calor de la mezcla y el coeficiente de transferencia de calor, de esos, una variación en la densidad y en la capacidad de calor provocada por un cambio de aceite o un cambio en la muestra de aceite no es provocado por ningún tipo de falla en el proceso, el cambio de aceite y la variación en la composición de ácidos grasos es una operación normal del proceso. Por otro lado, el coeficiente de transferencia de calor puede presentar variaciones debido a un cambio en la velocidad del motor de agitación o acumulación de sarro, suciedad, o cualquier otra partícula en las tuberías del proceso o líquido de enfriamiento.

Debido a que el trabajo realizado por el motor se considera despreciable en los reactores por lotes no es necesario modelar el comportamiento del motor, se asume una velocidad constante que mantenga la mezcla dentro del reactor homogénea, sin embargo, si el motor presenta algún tipo de falla, ya sea un paro total o una degradación paulatina, el coeficiente de transferencia de calor puede funcionar como medida de monitoreo para detectar alguna anomalía en él. Además, cualquier acumulación de sarro o suciedad en las tuberías del reactor, principalmente en el sistema de intercambio de calor o chaqueta de enfriamiento, puede afectar la cantidad de energía que se transfiere entre las paredes de la chaqueta de enfriamiento y del reactor mismo, viéndose reflejado en el coeficiente de transferencia de calor.

El modelo que se seleccionó ha sido reportado con anterioridad en [44, 46], fue el equipo utilizado para la regulación de temperatura el que favoreció para esta toma de decisión. El reactor tipo *batch* se puede ver en la figura 12, este reactor está equipado con un motor de agitación para mantener homogénea la mezcla, una chaqueta de enfriamiento a la cual entra un flujo de agua regulado por dos válvulas que manipulan un flujo de agua caliente ( $m_h$ ) y un flujo de agua fría ( $m_c$ ). Además, tiene sensores de temperatura para la chaqueta de enfriamiento ( $T_J$ ) y para el interior del reactor ( $T$ ), además se asumen disponibles sensores de concentración de alcohol ( $A$ ) y de metil éster ( $ME$ ).

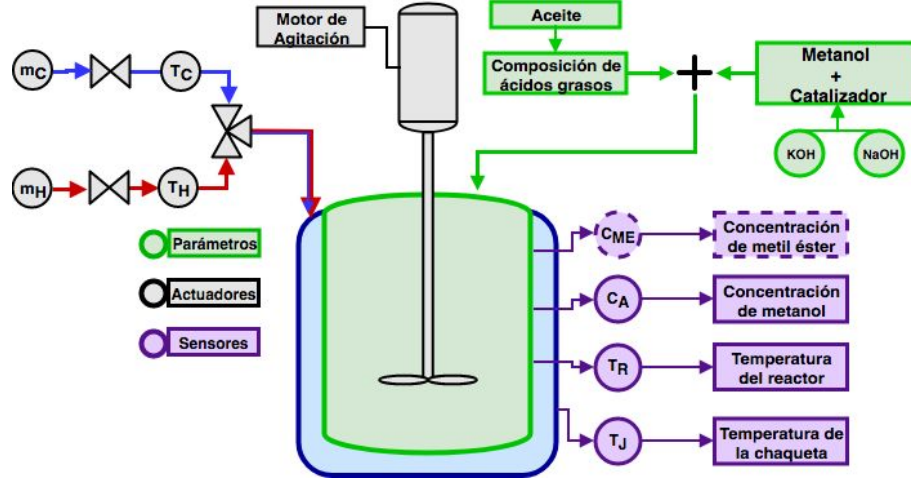


Figura 12: Esquema del reactor de la planta A.

Como tal, el sistema tiene 4 entradas de las cuales 3 se consideran constantes y una manipulable, en este caso, el flujo de agua caliente es la entrada manipulable, mientras que el flujo de agua fría, la temperatura del agua caliente y la de la fría son las entradas constantes y no manipulables. Las salidas del sistema son consideradas como la temperatura de la chaqueta, la temperatura del reactor y se asumen sensores de alcohol y metil éster para tener estas salidas disponibles. Al igual que la planta A, los parámetros variables se consideran debido a un cambio en la muestra de aceite el cual provoque una variación de la composición de los triglicéridos y en consecuencia una variación de la densidad y la capacidad de calor. Sin embargo, esa variación es parte de una variación normal del proceso, por lo que se contempla la variación del coeficiente de transferencia de calor atribuido a una falla en el proceso de producción de biodiésel.

A partir de las reacciones (2)-(4) se puede hacer un balance por componentes para conocer la cinética de la reacción de transesterificación. Debido a que la reacción dentro del reactor por lotes es la misma en la planta A y en la planta B el balance por componentes es igual para ambos casos.

$$\frac{dC_{TG}}{dt} = -k_1 C_{TG} C_A + k_2 C_{DG} C_{ME} \quad (53)$$

$$\frac{dC_{DG}}{dt} = k_1 C_{TG} C_A - k_2 C_{DG} C_{ME} - k_3 C_{DG} C_A + k_4 C_{MG} C_{ME} \quad (54)$$

$$\frac{dC_{MG}}{dt} = k_3 C_{DG} C_A - k_4 C_{MG} C_{ME} - k_5 C_{MG} C_A + k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (55)$$

$$\frac{dC_{ME}}{dt} = k_1 C_{TG} C_A - k_2 C_{DG} C_{ME} + k_3 C_{DG} C_A - k_4 C_{MG} C_{ME} + k_5 C_{MG} C_A - k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (56)$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1 C_{TG} C_A + k_2 C_{DG} C_{ME} - k_3 C_{DG} C_{ME} + k_4 C_{MG} C_{ME} - k_5 C_{MG} C_A + k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (57)$$

$$\frac{dC_{GL}}{dt} = k_5 C_{MG} C_A - k_6 C_{GL} C_{ME} \quad (58)$$



En donde las concentraciones de triglicéridos=  $C_{TG}$ , de diglicéridos=  $C_{DG}$ , de monoglicéridos=  $C_{MG}$ , de metil éster=  $C_{ME}$ , de metanol=  $C_A$  y de glicerina=  $C_{GL}$  respectivamente y las constantes o tasas de reacción ( $k_i$ ) se modelan por medio de una ecuación que las relaciona con la temperatura ( $k_i(x_7)$ )

$$k_i(x_7) = \alpha_i e^{\frac{\epsilon_i}{R x_7}} \quad (59)$$

en donde  $\alpha_i$  y  $\epsilon_i$  son parámetros reportados previamente en la literatura y son las frecuencias de colisión entre las partículas reaccionando y las energías de activación de cada reacción respectivamente.

El reactor se calienta y se enfría manipulando dos flujos de agua  $m_h$  y  $m_c$ , los cuales regulan la temperatura de la chaqueta de enfriamiento. Al tener una chaqueta de enfriamiento, se tienen que hacer dos ecuaciones de energía, una para la temperatura del reactor y otra para la temperatura de la chaqueta [44, 46]. A diferencia de la planta A, en este caso se utiliza el balance de masa de toda el contenido del reactor para determinar el calor añadido, por lo que se debe de tomar en cuenta la masa del reactor y el calor de la reacción general (1), no de cada reacción (2)-(4). A pesar de eso el balance de energía para la temperatura del reactor es muy similar, de acuerdo a la ecuación del balance de energía para reactores por lotes, el calor añadido al reactor viene dado por el calor generado por la reacción y por la transferencia de calor entre el reactor y la chaqueta de enfriamiento, la temperatura ambiente no se ve reflejada en esta planta debido a que el reactor se encuentra cubierto de una chaqueta de enfriamiento por lo que se considera insignificante, el balance de energía de la temperatura del reactor es

$$\frac{dT}{dt} = \frac{M_R}{V \rho C_P} (-V \Delta H r_h + AU(T_J - T)) \quad (60)$$

En donde  $M_R$  es la masa dentro del reactor,  $V$  es el volumen del reactor,  $\rho$  es la densidad de la mezcla dentro del reactor,  $C_P$  es la capacidad de calor de la mezcla de aceite con metanol más el catalizador  $\Delta H_r$  es el calor específico de la reacción,  $AU$  es el coeficiente de transferencia de calor por el área de contacto entre la temperatura del reactor ( $T$ ) y la temperatura de la chaqueta de enfriamiento ( $T_J$ ) y  $r_h$  es la cinética de ésteres metílicos igual a

$$r_h = k_1 C_{TG} C_A - k_2 C_{DG} C_{ME} + k_3 C_{DG} C_A - k_4 C_{MG} C_{ME} + k_5 C_{MG} C_A - k_6 C_{GL} C_{ME}$$

El balance de energía para conocer la dinámica de la temperatura de la chaqueta es diferente a la analizada previamente, esto es porque la chaqueta de enfriamiento si tiene flujos de entrada y flujos de salida. Recordando que el balance de energía contempla la energía fluyendo hacia dentro del sistema menos la energía saliendo del sistema más el calor añadido al sistema se puede reducir a

$$\frac{dT_J}{dt} = \frac{1}{m_J} \left( m_h T_h + m_c T_c - (m_h + m_c) T_J - \frac{AU}{C_W} (T_J - T) \right) \quad (61)$$

En donde  $m_J$  es la masa de agua dentro de la chaqueta,  $C_W$  es la capacidad de calor del agua,  $AU$  es el coeficiente de transferencia de calor multiplicado por el área de contacto,  $T_J$  es la temperatura de la chaqueta,  $T$  es la temperatura del reactor,  $T_h$  es la temperatura del flujo caliente de entrada,  $T_c$  es la temperatura de entrada del flujo de enfriamiento, la entrada del flujo de agua caliente es  $m_h$  y la del flujo de agua fría ( $m_c$ ). En (61) los flujos ( $m_h$  y  $m_c$ ) a las temperaturas de entrada ( $T_h$  y  $T_c$ ) son la energía fluyendo hacia el sistema, esos flujos se mezclan en la chaqueta de enfriamiento y se convierten en la energía fluyendo hacia afuera del sistema a una temperatura igual a  $T_J$  y por último se contempla el intercambio de calor entre la chaqueta y la temperatura del reactor. Es importante re-confirmar que la entrada del flujo de agua fría es considerada constante, de tal manera que solo se manipula el flujo de agua caliente.

Por lo que haciendo el siguiente cambio de variable,  $x_1 = C_{TG}$ ,  $x_2 = C_{DG}$ ,  $x_3 = C_{MG}$ ,  $x_4 = C_{ME}$ ,  $x_5 = C_A$ ,  $x_6 = C_{GL}$ ,  $x_7 = T$   $x_8 = T_J$  y  $u = m_h$ , el modelo matemático que representa la dinámica del reactor por lotes con una chaqueta de enfriamiento para la producción de biodiésel es

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= -k_1x_1x_5 + k_2x_2x_4 \\
\frac{dx_2}{dt} &= k_1x_1x_5 - k_2x_2x_4 - k_3x_2x_5 + k_4x_3x_4 \\
\frac{dx_3}{dt} &= k_3x_2x_5 - k_4x_3x_4 - k_5x_3x_5 + k_6x_6x_4 \\
\frac{dx_4}{dt} &= k_1x_1x_5 - k_2x_2x_4 + k_3x_2x_5 - k_4x_3x_4 + k_5x_3x_5 - k_6x_6x_4 \\
\frac{dx_5}{dt} &= -k_1x_1x_5 + k_2x_2x_4 - k_3x_2x_5 + k_4x_3x_4 - k_5x_3x_5 + k_6x_6x_4 \\
\frac{dx_6}{dt} &= k_5x_3x_5 - k_6x_6x_4 \\
\frac{dx_7}{dt} &= \frac{M_R}{V\rho C_P} (-V\Delta H(k_1x_1x_5 - k_2x_2x_4 + k_3x_2x_5 - k_4x_3x_4 + k_5x_3x_5 - k_6x_6x_4) + AU(x_8 - x_7)) \\
\frac{dx_8}{dt} &= \frac{1}{m_J} \left( uT_h + m_cT_c - (u + m_c)x_8 - \frac{AU}{C_W}(x_8 - x_7) \right)
\end{aligned} \tag{62}$$

### 3.3.1. Simulación del reactor por lotes con chaqueta de enfriamiento

La simulación del sistema de ecuaciones (62) fue realizada con el software de MATLAB, el método de integración ode45 y un tiempo de simulación de 60 minutos. El sistema se simuló con los parámetros de la tabla 5, la entrada  $m_h$  se puede manipular entre valores de 0 y 120 ( $kg/min$ ), las condiciones iniciales de las concentraciones  $C_{j,0}$  en ( $mol/l$ ) son  $C_{TG,0} = 1$ ,  $C_{DG,0} = 0$ ,  $C_{MG,0} = 0$ ,  $C_{ME,0} = 0$ ,  $C_{A,0} = 6$  y  $C_{GL,0} = 0$ , esto se debe a que en la literatura se encuentra reportado que para asegurar la transformación de ésteres metílicos se debe de manejar una relación de 6 moles de metanol por cada mol de triglicérido por cada litro de mezcla. La condición inicial de la temperatura del reactor en grado Kelvin es  $T_0 = 323$  y la condición inicial de la temperatura de la chaqueta es  $T_{J,0} = 320$  también en grados Kelvin.

Tabla 5: Parámetros del modelo matemático de la planta B.

Parámetro	Valor	Unidades
Parámetros cinéticos		
$\alpha_1$	3.92E7	$\frac{m^3}{kmols}$
$\alpha_2$	5.77E5	$\frac{m^3}{kmols}$
$\alpha_3$	5.88E12	$\frac{m^3}{kmols}$
$\alpha_4$	0.98E10	$\frac{m^3}{kmols}$
$\alpha_5$	5.35E3	$\frac{m^3}{kmols}$
$\alpha_6$	2.15E4	$\frac{m^3}{kmols}$
$\epsilon_1$	13144	$\frac{cal}{mol}$
$\epsilon_2$	9931	$\frac{cal}{mol}$
$\epsilon_3$	19859	$\frac{cal}{gmol}$
$\epsilon_4$	14638	$\frac{cal}{mol}$
$\epsilon_5$	6420	$\frac{cal}{mol}$
$\epsilon_6$	9587	$\frac{cal}{mol}$
$R$	1.98717	$\frac{cal}{molK}$
Parámetros del reactor		
$AU$	450	$\frac{kJ}{minK}$
$V$	1	$m^3$
$\rho$	820-990	$\frac{Kg}{m^3}$
$C_p$	1.2-2.1	$\frac{kJ}{kmolK}$
$M_R$	391.4	$\frac{Kg}{kmol}$
$m_J$	99.69	$kg$
$c_w$	4.20	$\frac{kJ}{kgK}$
$\Delta H$	-18500	$\frac{kJ}{kmol}$

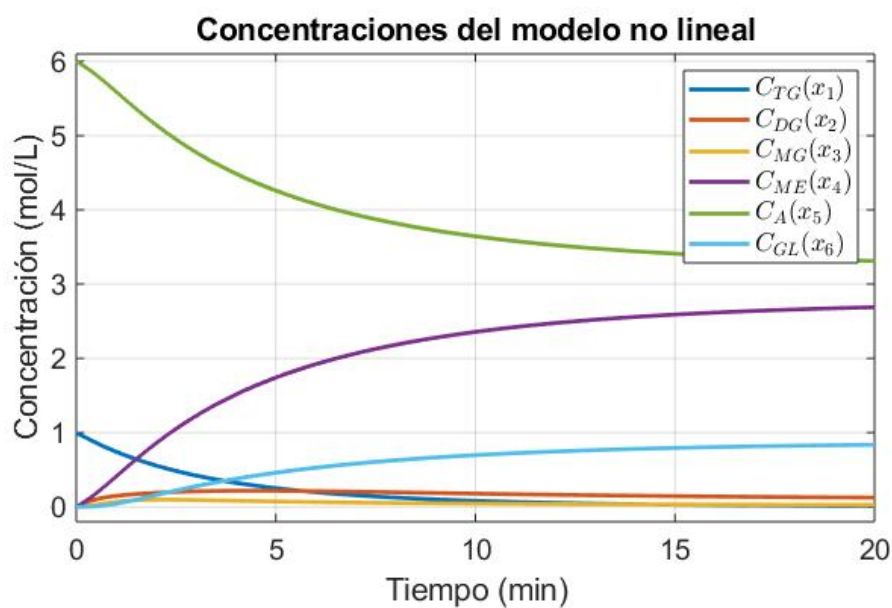


Figura 13: Concentración  $C_i$  en lazo abierto.

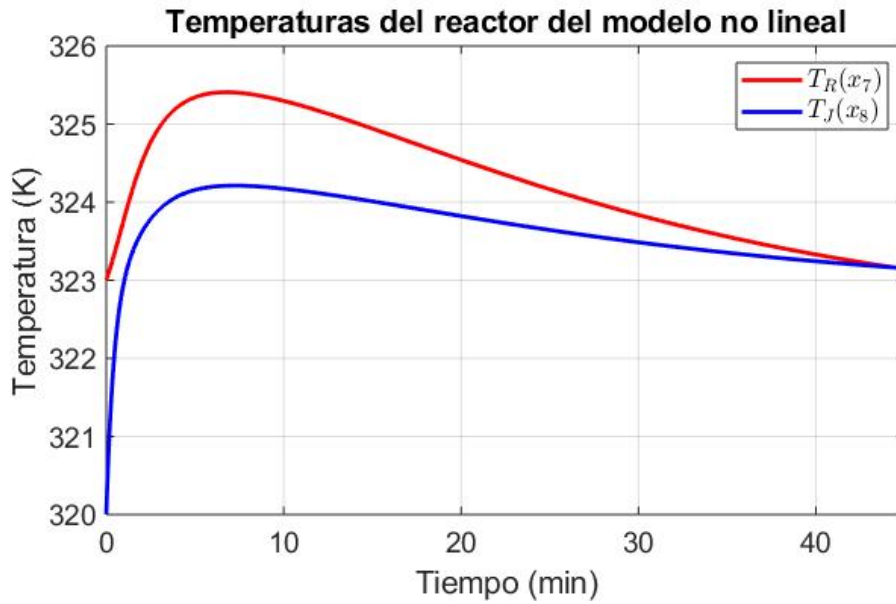


Figura 14: Temperaturas  $T$  y  $T_J$  en lazo abierto.

En la figura 13 se puede ver la dinámica de las concentraciones del reactor por lotes con una chaqueta de enfriamiento, la dinámica de las concentraciones es más lenta a comparación del reactor anterior debido a las constantes de reacción del aceite utilizado. En la figura 14 se muestra la dinámica de la temperatura del reactor y de la chaqueta de enfriamiento, la temperatura del reactor aumenta aproximadamente 2.5 grados K pero debido al calor añadido por la reacción.

### 3.4. Representación Takagi-Sugeno de la planta B

El sistema de ecuaciones (62) representa la dinámica del reactor *batch* de [44, 46], involucrando la dinámica de una chaqueta de enfriamiento para regular la temperatura del reactor. Para formar un sistema difuso Takagi-Sugeno se debe de representar el sistema no lineal como en (21). Para tener una mejor visualización de las matrices se realiza el siguiente cambio de variable  $\theta = \frac{M_R \Delta H_r}{\rho C_p}$  y el sistema queda representado por (63). Debido a que se toma como constante y no manipulable al flujo de enfriamiento ( $m_c$ ), la estructura del modelo es muy similar a la de la planta A en donde se tiene un vector de términos constantes por lo que  $a_i = a$ . A diferencia de la planta A, la matriz  $gm$  si depende de un estado, la temperatura de la chaqueta del reactor.

$$\begin{aligned}
\dot{x} = & \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1x_5 & k_2x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1x_5 & -k_2x_4 - k_3x_4 & k_4x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3x_5 & -k_4x_4 - k_5x_5 & 0 & 0 & k_6x_4 & 0 & 0 \\ k_1x_5 & -k_2x_4 + k_3x_4 & k_5x_5 - k_4x_4 & 0 & 0 & -k_6x_4 & 0 & 0 \\ -k_1x_5 & k_2x_4 - k_3x_4 & k_4x_4 - k_5x_5 & 0 & 0 & k_6x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5x_5 & 0 & 0 & -k_6x_4 & 0 & 0 \\ \theta k_1x_5 & \theta(k_2x_4 + k_3x_4) & \theta(k_4x_4 + k_5x_5) & 0 & 0 & \theta k_6x_4 & \frac{M_R AU}{V \rho C_p} & -\frac{M_R AU}{V \rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} & -\left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_c}{m_j}\right) \end{bmatrix}}_{f^m} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} + \dots \\
\dots + & \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - x_8}{m_j} \end{bmatrix}}_{g^m} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_c T_c}{m_j} \end{bmatrix}}_a
\end{aligned} \tag{63}$$

Si guiendo con el procedimiento, el paso a continuaci3n es seleccionar las variables de programaci3n identificando las no linealidades del sistema. Otra vez, se asume que  $k_{1-6}$  son constantes para que la representaci3n Takagi-Sugeno del sistema sea viable, se proponen como variables de programaci3n  $z_1 = x_4$  y  $z_2 = x_5$ , sin embargo como en  $g_m$  se tiene un estado  $(x_8)$ , para hacer que la matriz  $g_m$  se de t3rminos lineales se debe de contemplar una tercera variable de programaci3n  $z_3 = x_8$ . Una vez propuestas las variables de programaci3n  $(z_j)$ , se procede a encontrar los m3ximos y m3nimos de cada una de ellas, introduciendo perturbaciones, variaciones param3tricas y diferentes condiciones de operaci3n. Esto quiere decir que la variable de programaci3n  $z_1$  puede tomar valores m3ximos de  $\overline{x_4}$  y m3nimos de  $\underline{x_4}$ , la segunda variable de programaci3n  $z_2$  puede tomar un valor m3nimo de  $\underline{x_5}$  y un valor m3ximo de  $\overline{x_5}$ , y por 3ltimo  $z_3$  puede tomar valores m3ximos y m3nimos de  $\overline{x_8}$  y  $\underline{x_8}$  respectivamente.

Por cada variable de programaci3n  $(z_1, z_2$  y  $z_3)$  se deben de programar 2 funciones de ponderaci3n y  $2^3 = 8$  funciones de ponderaci3n y modelos locales. Si se consideraran las constantes de reacci3n como t3rminos no lineales se tendr3an que programar  $2^9 = 512$  funciones de ponderaci3n y 512 modelos locales.

Para  $z_1$

$$\eta_0^1 = \frac{\overline{x_4} - x_4}{\overline{x_4} - \underline{x_4}} \quad \eta_1^1 = 1 - \eta_0^1$$

para  $z_2$

$$\eta_0^2 = \frac{\overline{x_5} - x_5}{\overline{x_5} - \underline{x_5}} \quad \eta_1^2 = 1 - \eta_0^2$$

y para  $z_3$

$$\eta_0^3 = \frac{\overline{x_8} - x_8}{\overline{x_8} - \underline{x_8}} \quad \eta_1^3 = 1 - \eta_0^3$$

Con las funciones de ponderaci3n se pueden definir las funciones de pertenencia utilizando una ponderaci3n algebraica como en (23), lo que quiere decir que las funciones  $\omega_i$  est3n definidas por el producto de las funciones de ponderaci3n anteriores. Ya que cada variable de programaci3n tiene 2 funciones de ponderaci3n  $\eta_0^j$  o  $\eta_1^j$  el orden de las ponderaciones de cada una de ellas es parecido al de los n3meros binarios ya que estos pueden tomar valores de 0 o 1. Cuando las variables de programaci3n tiene su valor

mínimo se puede denomina como 0 y con los máximos como 1.

Cuando todos los valores de  $z_j$  son mínimos, es decir  $z_3 = \underline{x}_8$ ,  $z_2 = \underline{x}_5$  y  $z_1 = \underline{x}_4$  se representa como 000,

$$\omega_1 = \eta_0^3 \eta_0^2 \eta_0^1,$$

cuando la variable de programación  $z_1$  toma su valor máximo y las demás el mínimo, 001,

$$\omega_2 = \eta_0^3 \eta_0^2 \eta_1^1,$$

cuando  $z_2$  toma su valor máximo y las demás el mínimo, 010,

$$\omega_3 = \eta_0^3 \eta_1^2 \eta_0^1,$$

cuando las variables de programación toma valores de  $\underline{x}_8$ ,  $\bar{x}_5$  y  $\bar{x}_4$ , 011,

$$\omega_4 = \eta_0^3 \eta_1^2 \eta_1^1,$$

cuando la variable  $z_3$  toma su valor máximo y los demás mínimo, 100,

$$\omega_5 = \eta_1^3 \eta_0^2 \eta_0^1,$$

el caso cuando sólo la variable de programación  $z_2$  tenga valor mínimo, 101,

$$\omega_6 = \eta_1^3 \eta_0^2 \eta_1^1,$$

el caso cuando solamente  $z_1$  tiene valor mínimo y los demás máximo, 110,

$$\omega_7 = \eta_1^3 \eta_1^2 \eta_0^1,$$

y por último, cuando todas las variables de programación tienen valor máximo, 111,

$$w_8 = \eta_1^3 \eta_1^2 \eta_1^1$$

Una vez calculadas las funciones de ponderación se puede ir sustituyendo cada uno de los valores máximos y mínimos de las variables de programación  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  en  $f^m$  y  $g^m$  para formar las matrices  $A_i$  y  $B_i$  y poder expresar el sistema difuso Takagi-Sugeno como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) (A_i x + B_i u + a) \\ y &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) (C_i x) \end{aligned} \quad (64)$$

Los términos  $A_i$  se refieren a las matrices de estados de los modelos locales lineales, las matrices  $B_i$  se refieren a las matrices relacionadas con la entrada, el vector  $a$  es de parámetros constantes,  $C_i$  hace referencia a las salidas del sistema y siempre son iguales  $C_i = C$  y  $\omega_i$  son las funciones de pertenencia. Las matrices locales  $A_i$  y  $B_i$  se pueden ver a continuación,

Para la combinación 000, es decir,  $\underline{x}_8$ ,  $\underline{x}_5$  y  $\underline{x}_4$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -k_1 \underline{x}_5 & k_2 \underline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 \underline{x}_5 & -k_2 \underline{x}_4 - k_3 \underline{x}_5 & k_4 \underline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 \underline{x}_5 & -k_4 \underline{x}_4 - k_5 \underline{x}_5 & 0 & 0 & k_6 \underline{x}_4 & 0 & 0 \\ k_1 \underline{x}_5 & -k_2 \underline{x}_4 + k_3 \underline{x}_5 & -k_4 \underline{x}_4 + k_5 \underline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6 \underline{x}_4 & 0 & 0 \\ -k_1 \underline{x}_5 & k_2 \underline{x}_4 - k_3 \underline{x}_5 & k_4 \underline{x}_4 - k_5 \underline{x}_5 & 0 & 0 & k_6 \underline{x}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 \underline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6 \underline{x}_4 & 0 & 0 \\ \theta k_1 \underline{x}_5 & \theta(k_2 \underline{x}_4 + k_3 \underline{x}_5) & \theta(k_4 \underline{x}_4 + k_5 \underline{x}_5) & 0 & 0 & \theta k_6 \underline{x}_4 & \frac{M_R AU}{V \rho C_p} & -\frac{M_R AU}{V \rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} & -\left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_c}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - x_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_c T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

Para la combinación 001, es decir,  $\underline{x_8}$ ,  $\underline{x_5}$  y  $\underline{x_4}$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -k_1 \underline{x_5} & k_2 \underline{x_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 \underline{x_5} & -k_2 \underline{x_4} - k_3 \underline{x_5} & k_4 \underline{x_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 \underline{x_5} & -k_4 \underline{x_4} - k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ k_1 \underline{x_5} & -k_2 \underline{x_4} + k_3 \underline{x_5} & -k_4 \underline{x_4} + k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & -k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ -k_1 \underline{x_5} & k_2 \underline{x_4} - k_3 \underline{x_5} & k_4 \underline{x_4} - k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & -k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ \theta k_1 \underline{x_5} & \theta(k_2 \underline{x_4} + k_3 \underline{x_5}) & \theta(k_4 \underline{x_4} + k_5 \underline{x_5}) & 0 & 0 & \theta k_6 \underline{x_4} & \frac{M_R AU}{V \rho C_p} & -\frac{M_R AU}{V \rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} & -\left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_c}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - x_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_c T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

Para la combinación 010 ( $\underline{x_8}$ ,  $\underline{x_5}$  y  $\underline{x_4}$ )

$$A_3 = \begin{bmatrix} -k_1 \underline{x_5} & k_2 \underline{x_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 \underline{x_5} & -k_2 \underline{x_4} - k_3 \underline{x_5} & k_4 \underline{x_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 \underline{x_5} & -k_4 \underline{x_4} - k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ k_1 \underline{x_5} & -k_2 \underline{x_4} + k_3 \underline{x_5} & -k_4 \underline{x_4} + k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & -k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ -k_1 \underline{x_5} & k_2 \underline{x_4} - k_3 \underline{x_5} & k_4 \underline{x_4} - k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 \underline{x_5} & 0 & 0 & -k_6 \underline{x_4} & 0 & 0 \\ \theta k_1 \underline{x_5} & \theta(k_2 \underline{x_4} + k_3 \underline{x_5}) & \theta(k_4 \underline{x_4} + k_5 \underline{x_5}) & 0 & 0 & \theta k_6 \underline{x_4} & \frac{M_R AU}{V \rho C_p} & -\frac{M_R AU}{V \rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} & -\left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_c}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - x_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_c T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

Para la combinación 011 ( $\underline{x}_8, \overline{x}_5$  y  $\overline{x}_4$ )

$$A_4 = \begin{bmatrix} -k_1\overline{x}_5 & k_2\overline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1\overline{x}_5 & -k_2\overline{x}_4 - k_3\overline{x}_5 & k_4\overline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3\overline{x}_5 & -k_4\overline{x}_4 - k_5\overline{x}_5 & 0 & 0 & k_6\overline{x}_4 & 0 \\ k_1\overline{x}_5 & -k_2\overline{x}_4 + k_3\overline{x}_5 & -k_4\overline{x}_4 + k_5\overline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\overline{x}_4 & 0 \\ -k_1\overline{x}_5 & k_2\overline{x}_4 - k_3\overline{x}_5 & k_4\overline{x}_4 - k_5\overline{x}_5 & 0 & 0 & k_6\overline{x}_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5\overline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\overline{x}_4 & 0 \\ \theta k_1\overline{x}_5 & \theta(k_2\overline{x}_4 + k_3\overline{x}_5) & \theta(k_4\overline{x}_4 + k_5\overline{x}_5) & 0 & 0 & \theta k_6\overline{x}_4 & \frac{M_R AU}{V\rho C_p} - \frac{M_R AU}{V\rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} - \left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_e}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - \overline{x}_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_e T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

Para la combinación 100 ( $\overline{z}_3, \underline{z}_2$  y  $\underline{z}_1$ )

$$A_5 = \begin{bmatrix} -k_1\underline{x}_5 & k_2\underline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1\underline{x}_5 & -k_2\underline{x}_4 - k_3\underline{x}_5 & k_4\underline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3\underline{x}_5 & -k_4\underline{x}_4 - k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & k_6\underline{x}_4 & 0 \\ k_1\underline{x}_5 & -k_2\underline{x}_4 + k_3\underline{x}_5 & -k_4\underline{x}_4 + k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\underline{x}_4 & 0 \\ -k_1\underline{x}_5 & k_2\underline{x}_4 - k_3\underline{x}_5 & k_4\underline{x}_4 - k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & k_6\underline{x}_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\underline{x}_4 & 0 \\ \theta k_1\underline{x}_5 & \theta(k_2\underline{x}_4 + k_3\underline{x}_5) & \theta(k_4\underline{x}_4 + k_5\underline{x}_5) & 0 & 0 & \theta k_6\underline{x}_4 & \frac{M_R AU}{V\rho C_p} - \frac{M_R AU}{V\rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} - \left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_e}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - \overline{x}_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_e T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

Para la combinación 101 ( $\overline{z}_3, \underline{z}_2$  y  $\overline{z}_1$ )

$$A_6 = \begin{bmatrix} -k_1\underline{x}_5 & k_2\overline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1\underline{x}_5 & -k_2\overline{x}_4 - k_3\underline{x}_5 & k_4\overline{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3\underline{x}_5 & -k_4\overline{x}_4 - k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & k_6\overline{x}_4 & 0 \\ k_1\underline{x}_5 & -k_2\overline{x}_4 + k_3\underline{x}_5 & -k_4\overline{x}_4 + k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\overline{x}_4 & 0 \\ -k_1\underline{x}_5 & k_2\overline{x}_4 - k_3\underline{x}_5 & k_4\overline{x}_4 - k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & k_6\overline{x}_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5\underline{x}_5 & 0 & 0 & -k_6\overline{x}_4 & 0 \\ \theta k_1\underline{x}_5 & \theta(k_2\overline{x}_4 + k_3\underline{x}_5) & \theta(k_4\overline{x}_4 + k_5\underline{x}_5) & 0 & 0 & \theta k_6\overline{x}_4 & \frac{M_R AU}{V\rho C_p} - \frac{M_R AU}{V\rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} - \left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_e}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$



$$B_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - x_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_c T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

Para la combinación 110 ( $\bar{z}_3, \bar{z}_2$  y  $\bar{z}_1$ )

$$A_7 = \begin{bmatrix} -k_1 \bar{x}_5 & k_2 \bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 \bar{x}_5 & -k_2 \bar{x}_4 - k_3 \bar{x}_5 & k_4 \bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 \bar{x}_5 & -k_4 \bar{x}_4 - k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ k_1 \bar{x}_5 & -k_2 \bar{x}_4 + k_3 \bar{x}_5 & -k_4 \bar{x}_4 + k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ -k_1 \bar{x}_5 & k_2 \bar{x}_4 - k_3 \bar{x}_5 & k_4 \bar{x}_4 - k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ \theta k_1 \bar{x}_5 & \theta(k_2 \bar{x}_4 + k_3 \bar{x}_5) & \theta(k_4 \bar{x}_4 + k_5 \bar{x}_5) & 0 & 0 & \theta k_6 \bar{x}_4 & \frac{M_R AU}{V \rho C_p} & -\frac{M_R AU}{V \rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} & -\left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_c}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$

$$B_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - \bar{x}_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_c T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

Y ara la combinación 111 ( $\bar{z}_3, \bar{z}_2$  y  $\bar{z}_1$ )

$$A_8 = \begin{bmatrix} -k_1 \bar{x}_5 & k_2 \bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 \bar{x}_5 & -k_2 \bar{x}_4 - k_3 \bar{x}_5 & k_4 \bar{x}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 \bar{x}_5 & -k_4 \bar{x}_4 - k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ k_1 \bar{x}_5 & -k_2 \bar{x}_4 + k_3 \bar{x}_5 & -k_4 \bar{x}_4 + k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ -k_1 \bar{x}_5 & k_2 \bar{x}_4 - k_3 \bar{x}_5 & k_4 \bar{x}_4 - k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 \bar{x}_5 & 0 & 0 & -k_6 \bar{x}_4 & 0 & 0 \\ \theta k_1 \bar{x}_5 & \theta(k_2 \bar{x}_4 + k_3 \bar{x}_5) & \theta(k_4 \bar{x}_4 + k_5 \bar{x}_5) & 0 & 0 & \theta k_6 \bar{x}_4 & \frac{M_R AU}{V \rho C_p} & -\frac{M_R AU}{V \rho C_p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AU}{c_w m_j} & -\left(\frac{AU}{c_w m_j} + \frac{m_c}{m_j}\right) \end{bmatrix}$$

$$B_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_h - \bar{x}_8}{m_j} \end{bmatrix} \quad a_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_c T_c}{m_j} \end{bmatrix}$$

### 3.4.1. Simulación del reactor por lotes con chaqueta de enfriamiento en representación Takagi-Sugeno

El objetivo de la siguiente simulación es demostrar que la representación T-S del modelo no lineal del reactor por lotes con chaqueta de enfriamiento utilizando 3 variables de programación es capaz de representar la dinámica del modelo no lineal. La simulación se realizó con el software de programación MATLAB, el método de integración ode45 con un tiempo  $t = 60$  minutos y los parámetros de la tabla

5. La simulación del modelo en representación Takagi-Sugeno se puede ver en las figuras 15 y 16 siguientes.

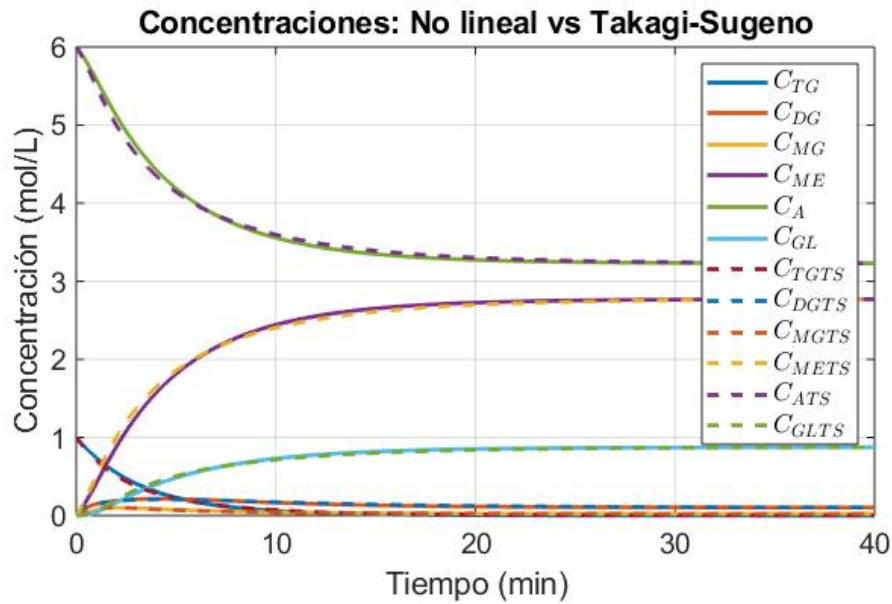


Figura 15: Concentración  $C_i$  en lazo abierto.

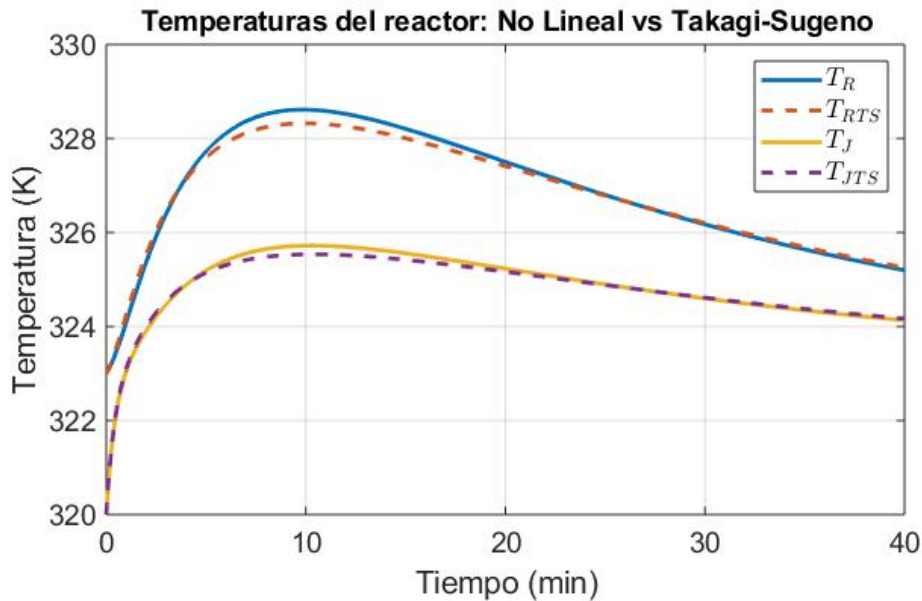
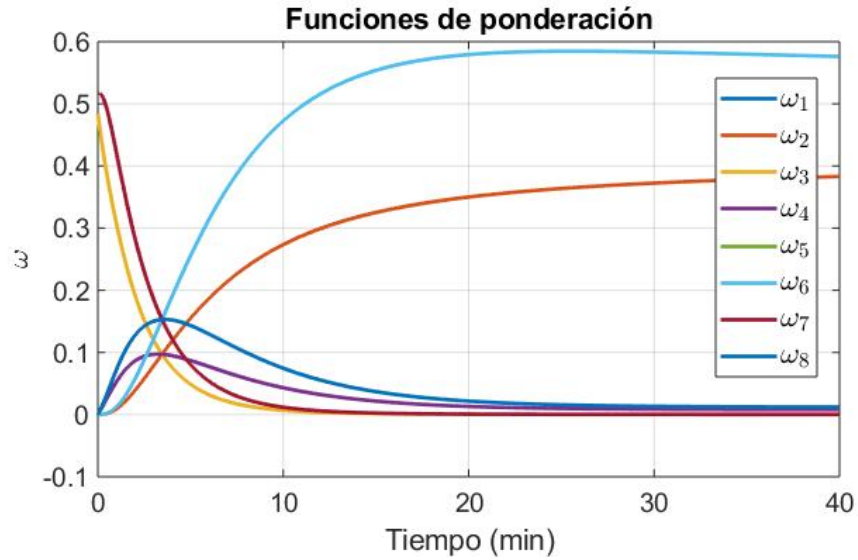


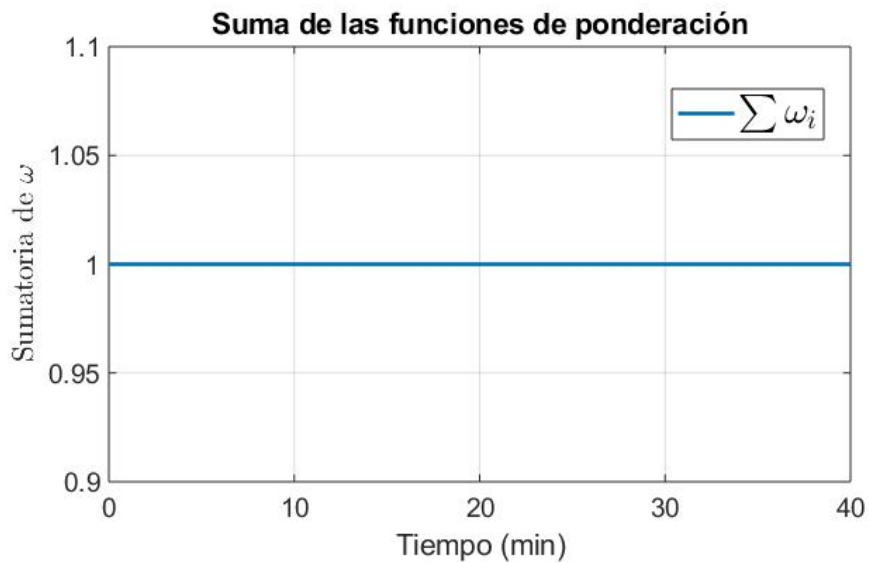
Figura 16: Temperaturas  $T$  y  $T_J$  en lazo abierto.

En la figura de la dinámica de las concentraciones (figura 15) se aprecia a simple vista que las señales punteadas (Takagi-Sugeno) tienen una dinámica igual a las señales continuas (No lineal), sin embargo, debido a que se consideran  $k_{1-6}$  como constantes se tiene una ligera variación entre el modelo no lineal y el T-S, dicha diferencia se ve con mayor detalle en la figura de la dinámica de la temperatura del reactor y la chaqueta de enfriamiento (figura 16), en donde la línea punteada no se aproxima con exactitud a la lineal continua, contemplando que se está evitando modelar 6 no linealidades se considera un buen resultado.

Para validar la representación Takagi-Sugeno se graficaron cada una de las funciones de pertenencia, las cuales determinan el grado de activación de cada modelo local y se puede apreciar como en algún momento todos los modelos locales están activos y ninguna regla es activada al 100% por lo que si se están utilizando todos los modelos locales.



(a) Funciones de ponderación



(b) Sumatoria de las funciones de ponderación

Figura 17: Simulación de las funciones de ponderación del modelo difuso Takagi-Sugeno.

En las figuras 17(a) y 17(b) a continuación se muestran las funciones de ponderación del modelo y la sumatoria de dichas funciones de ponderación (la cual tiene que ser igual a 1) para validar el diseño del sistema Takagi-Sugeno.

## 4. Observadores y cálculo de parámetros termofísicos

Los resultados presentados a continuación se dividen en dos secciones, primero los cálculos de los parámetros tales como la densidad y el calor específico de acuerdo a la composición química de los ácidos grasos y después los resultados de la estimación de los estados no medibles y de el parámetro del coeficiente de transferencia de calor. Los resultados presentados de este punto en adelante se obtuvieron con el modelo matemático de la planta B.

### 4.1. Cálculo de parámetros

Uno de los conceptos a entender más importantes de este trabajo de investigación es el porqué existe variación paramétrica en la materia prima. El aceite está compuesto por triglicéridos, diglicéridos y monoglicéridos, los cuales están compuestos por tres, dos y un ácido graso unidos a una molécula de glicerol. Tomando en cuenta los datos de la tabla 1, el aceite de palma tiene dos ácidos grasos con un porcentaje considerable, 47.6 % de ácido palmítico y 37 % de ácido oléico, en total componen el 84.6 % del total.

A medida de ejemplo, se puede hacer la suposición que el aceite de palma contiene solo ácido palmítico (*p*) y oléico (*o*), los triglicéridos pueden estar formados por tres ácidos palmíticos (*ppp*) u oléicos (*ooo*), haciéndose llamar triglicéridos simples. Cuando los triglicéridos se forma por ácidos grasos diferentes se llaman triglicéridos mixtos, en el caso que el aceite de palma este compuesto de ácido oléico y palmítico se pueden combinar *oop*, *opo*, *opp*, *poo*, *pop* y *ppo*. Siguiendo esta suposición, dos triglicéridos de un aceite de palma pueden tener estructuras diferentes por lo que sus propiedades no son las mismas.

Para calcular las propiedades tales como la densidad y la capacidad de calor de *TG*, *DG* y *MG* formados por diferentes ácidos grasos se puede ver a la molécula de triglicérido como un compuesto dividido en 4 fragmentos, el primer fragmento, de glicerol, es la espina medular del triglicérido ya que los ácidos grasos están unidos a el, los 3 fragmentos restantes son los fragmentos de cada ácido graso. Es importante remarcar que un *TG* está formado por los fragmentos mencionados anteriormente por que son 3 ácidos grasos unidos a un fragmento de glicerol, sin embargo, los *DG* tiene 2 fragmentos de ácidos grasos unidos a uno de glicerol y los *MG* un fragmento de ácido graso unido a uno de glicerol. Las propiedades termofísicas se calculan utilizando los fragmentos y parámetros específicos de cada fragmento. A continuación se muestra un ejemplo de fragmentación de un triglicérido, diglicérido y monoglicérido.

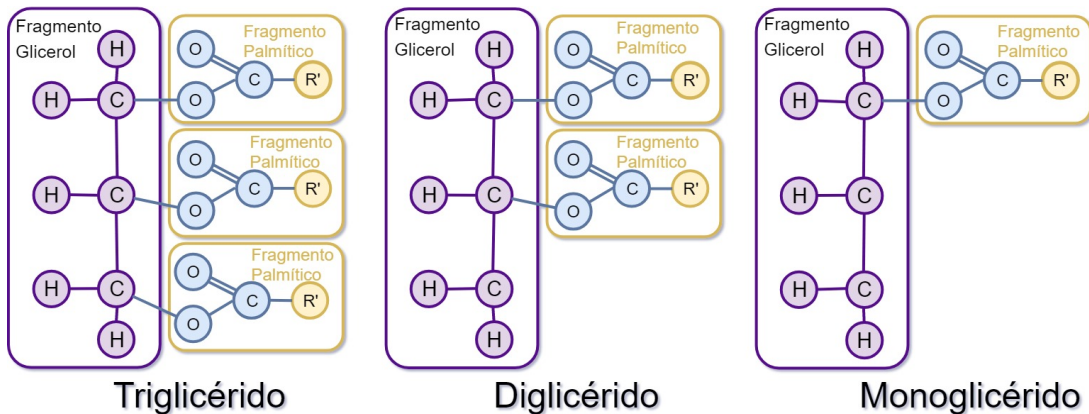


Figura 18: Estructura de fragmentación de *TG*, *DG* y *MG*.

La capacidad de calor de cada compuesto del aceite se determina utilizando la ecuación siguiente [Zong, 2010]

$$C_p = \sum_A N_{frag,A} C_{P,A} \quad (65)$$

en donde  $C_p$  representa la capacidad de calor total,  $A$  representa al fragmento y  $N_{frag,A}$  determina el número de fragmentos  $A$  en el componente.  $C_{P,A}$  representa la capacidad de calor que contribuye el fragmento  $A$  del total y se calcula

$$C_{P,A} = A_{1,A} + A_{2,A}T \quad (66)$$

los parámetros  $A_{1,A}$  y  $A_{2,A}$  correlacionados con la temperatura para el fragmento y  $T$  es la temperatura. Dichos parámetros se calculan por medio de la siguiente relación de acuerdo a datos previamente reportados en la literatura.

$$\begin{aligned} A_{1,A} &= 21028.920x_c - 2485.721 \\ A_{2,A} &= 31.459476x_c + 82.038794 \end{aligned}$$

en donde  $x_c$  representa el número de carbonos de cada ácido graso. Para poder calcular la capacidad de calor de estos elementos se debe de conocer la composición de ácidos grasos y el número de carbonos de cada uno, ambos se pueden obtener de la tabla 1.

Los resultados obtenidos en base a la composición simple de los triglicéridos contemplando la tabla 1 se muestran a continuación, se hizo el ejercicio contemplando todos los ácidos grasos a pesar que esos casos sean muy poco probables de ocurrir, esto porque se pretende delimitar un rango donde pueda variar el parámetro de la capacidad de calor para un mismo tipo de aceite.

Tabla 6: Capacidad de calor para el aceite de palma a 333.15 (K).

Componente	$C_P$	Unidades
<i>TG</i>	1.801	$\frac{kJ}{molK}$
<i>DG</i>	1.389	$\frac{kJ}{molK}$
<i>MG</i>	0.978	$\frac{kJ}{molK}$

El cálculo de la densidad también está basado en la fragmentación de la molécula de triglicéridos y contempla la formación de triglicéridos simples. De manera simple, para calcular la densidad de algún objeto se divide su masa entre su volumen, en este caso, cuando se habla de sustancias químicas, se debe de conocer el peso molecular del aceite y dividirlo entre el volumen molar líquido.

De acuerdo a [Zong, 2010], el volumen molar líquido se puede calcular contemplando la molécula como fragmentos

$$V^l = \sum_A N_{frag,A} V_A^l(T)$$

en donde la contribución de volumen de cada fragmento se define como  $V_A^l$  y  $N_{frag,A}$  es el número de fragmentos  $A$  en el componente. El cálculo de la contribución de volumen de cada fragmento se calcula con la ecuación de Van Krevlen, la cual relaciona la temperatura con el volumen molar líquido

$$V_A^l = \frac{1 + B_{2,A}T}{B_{1,A}}$$

en donde  $T$  es la temperatura y, al igual que para el cálculo de la capacidad de calor, los parámetros  $B_{1,A}$  y  $B_{2,A}$  son parámetros del fragmento  $A$  obtenidos por medio de datos reportados en la literatura.

$$\begin{aligned} B_{1,A} &= 65.787x_c^{-0.9251} \\ B_{2,A} &= 3.6064 \times 10^{-6}x_c^2 - 7.7353 \times 10^{-5}x_c + 1.6438 \times 10^3 \end{aligned}$$

en donde  $x_c$  representa el número de carbonos del fragmento  $A$ . Una vez determinado el volumen molar líquido del componente contemplando cada fragmento se puede utilizar para encontrar la densidad dividiendo el volumen entre el peso molecular. El peso molecular de los diferentes ácidos grasos se puede ver

en la tabla 7 mientras que los resultados de cálculo de densidad se muestran en la tabla 8. Los resultados fueron obtenidos utilizando aceite de palma como materia prima.

Tabla 7: Peso molecular de ácidos grasos (g/mol).

Cadena	Ácido graso	Símbolo	Peso molecular (g/mol)
C6:0	Caprónico	Co	386.508
C8:0	Caprílico	Cp	470.691
C10:0	Cáprico	C	554.853
C12:0	Láurico	L	639.015
C14:0	Mirístico	M	723.18
C16:0	Palmítico	P	807.339
C16:1	Palmitoléico	Po	801.291
C18:0	Steárico	S	891.48
C18:1	Oléico	O	885.453
C18:2	Linoléico	Li	879.405
C18:3	Linolénico	Ln	873.357
C20:0	Arachídico	A	975.663

Tabla 8: Densidad del aceite de palma a 333.15 grados Kelvin.

Componente	Peso molecular (g/mol)	Densidad (kg/l)
<i>TG</i>	866	890
<i>DG</i>	600	899
<i>MG</i>	343	935

## 4.2. Observador en representación T-S

Para poder aplicar técnicas de control como la retroalimentación de estados, es necesario tener todos los estados disponibles para medición, se diseñó un observador basado en la representación T-S del sistema no lineal para estimar los estados del sistema y poder aplicar la técnica de control.

Un observador para sistemas como (24) puede ser descrito de la forma (67) siempre y cuando el sistema cumpla con las condiciones de observabilidad (25).

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) (A_i \hat{x} + B_i u + a_i + L_i (y - \hat{y})) \\
 \hat{y} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) (C_i \hat{x} + c_i)
 \end{aligned} \tag{67}$$

Con el observador (67), la dinámica del error se puede escribir de la siguiente manera

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (A_i - L_i C_j) e \tag{68}$$

De acuerdo con [54], [25] para encontrar las ganancias del observador (67) que garantice la dinámica del error tienda a 0, es necesario resolver las siguientes desigualdades de matrices lineales.

$$\begin{aligned}
P &> 0 \\
PA_i - M_i C_i + A_i^T P - C_i^T M_i^T &< 0 \\
PA_i - M_i C_j + A_i^T P - C_j^T M_i^T + PA_j - M_j C_i + A_j^T P - C_i^T M_j^T &\leq 0
\end{aligned} \tag{69}$$

En donde  $M = PL_i$  y  $A_i$  y  $C_i$  son matrices locales del sistema en representación Takagi-Sugeno. Las ganancias se calcularon con la ayuda de Matlab y la paquetería de Yalmip.

#### 4.2.1. Pruebas de observabilidad

Para poder diseñar el observador Takagi-Sugeno, todas las matrices locales  $A_1 - A_8$  deben de cumplir con la condición de observabilidad 25. De acuerdo con el esquema del reactor por lotes de la figura 12, el sistema cuenta con dos sensores de concentración para el metil éster y para el alcohol, dichos sensores son supuestos ya que para obtener la medición es necesario hacer un análisis por cromatografía de gases para detectar el contenido de  $M_E$  y de  $A$  en pruebas experimentales y hacer una relación para obtener la medición en línea. También cuenta con dos sensores de temperatura para medir la temperatura del reactor y la de la chaqueta. Con dichas condiciones la matriz  $C_i$  para todos los modelos locales será de  $[4 \times 8]$  teniendo como salidas  $x_4, x_5, x_7$  y  $x_8$ . Con dichas condiciones el sistema no es observable para todos los modelos locales, para hacer el sistema observable.

Para analizar la calidad del biodiésel y cumplir con los estándares de calidad, el biocombustible se somete a una prueba de cromatografía de gases con la cual se detectan los niveles de glicerina o glicerol, metil éster y alcohol, es por eso que se supone la concentración de glicerina ( $x_6$ ) como una salida más y la matriz  $C$  tendrá dimensiones de  $[5 \times 8]$ . Con dichas condiciones el sistema es observable para todos los modelos locales ( $A_1 - A_8$ ), en la ecuación 70 el rango de la matriz de observabilidad para cada modelo local es de 8.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA_i \\ \vdots \\ CA_i^{n-1} \end{bmatrix} = 8, \quad \forall i = [1, \dots, 8] \tag{70}$$

#### 4.2.2. Simulación del observador en representación Takagi-Sugeno del reactor por lotes con chaqueta de enfriamiento

El objetivo de la siguiente simulación es demostrar que los estados estimados con el observador Takagi-Sugeno convergen con los estados del modelo no lineal. Esta simulación fue realizada con el software de programación de MATLAB, el método de integración ode45,  $t = 60$  y sustituyendo los valores de la tabla 5 en las matrices  $A_1-A_8, a_1-a_8, B_1-B_8$  y  $b_1-b_8$ .

La simulación del observador en representación Takagi-Sugeno comparada con la simulación del modelo no lineal (62) se puede apreciar en las figuras 19 y 20 en donde se ve como los estados del observador convergen a los estados del modelo no lineal en los primeros 5 minutos de la reacción. El tiempo de simulación se redujo en ambos casos para poder apreciar la dinámica del observador.

**Concentraciones del modelo no lineal vs observador Takagi-Sugeno**

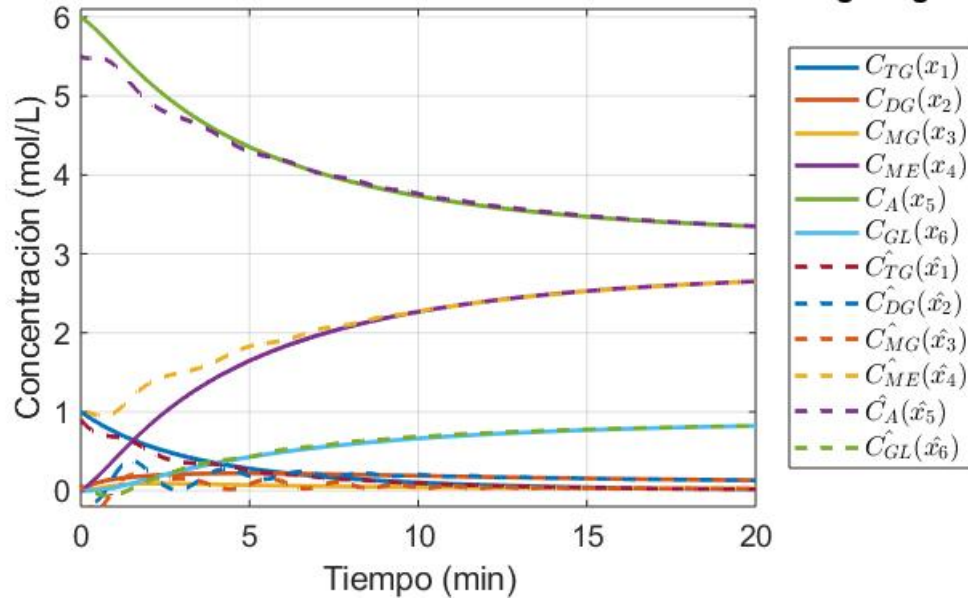


Figura 19: Simulación de las concentraciones con el observador T-S.

En la figura 19 las condiciones iniciales del observador se modificaron de manera aleatoria, debido a que variables como  $x_2$  y  $x_3$  toman valores muy pequeños no se modificaron considerablemente. Dichas condiciones iniciales se eligieron como  $\hat{C}_{TG,0} = 0.85$ ,  $\hat{C}_{DG,0} = 0.1$ ,  $\hat{C}_{MG,0} = 0.2$ ,  $\hat{C}_{ME,0} = 1$ ,  $\hat{C}_{A,0} = 5.5$  y  $\hat{C}_{GL,0} = -0.1$  en unidades de (mol/l). A pesar de tener un comportamiento oscilante durante los primeros 2 minutos, los estados estimados convergen a los estados no lineales.

**Temperaturas del reactor del modelo no lineal vs observador Takagi-Sugeno**

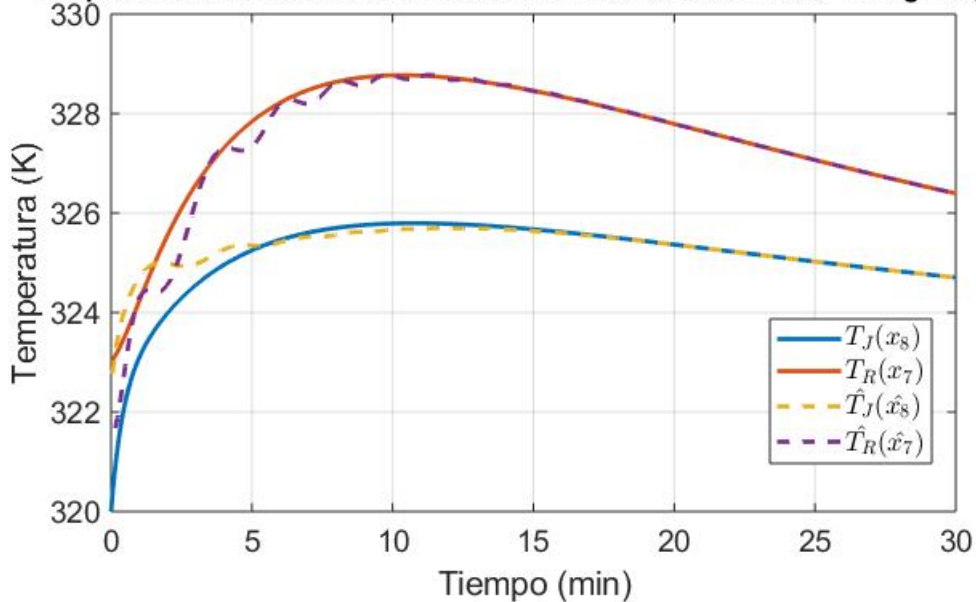


Figura 20: Simulación de las temperaturas con el observador T-S.

En la figura 20 las condiciones iniciales se eligieron  $\hat{T}_0 = 321.5$  y  $\hat{T}_{J,0} = 323$  grados Kelvin. La oscilación en la estimación de las concentraciones y en la estimación de las temperaturas se atribuye a que las constantes de reacción se manejaron constantes y no dependientes de la temperatura para el diseño del



modelo y observador Takagi-Sugeno.

Finalmente, para confirmar que el modelo Takagi-Sugeno es efectivo y de utilidad para el trabajo de investigación, se realizó un cambio en los parámetros de densidad y capacidad de calor, así como una ligera variación en la condición inicial de triglicéridos, todo esto con la finalidad de comparar las funciones de pertenencia de y demostrar que los diferentes modelos locales se interpolan. En la figura a continuación se comparan las funciones de pertenencia del observador cuando se condiciona con  $x_{1,0} = 1$  mol/l,  $Rho = 820$  Kg/m<sup>3</sup> y  $C_P = 2603.3$  kJ/molK ( $\omega_a$ ) en contra de las funciones de pertenencia cuando  $x_{1,0} = 0.95$  mol/l,  $Rho = 880$  Kg/m<sup>3</sup> y  $C_P = 2209.5$  kJ/molK ( $\omega_b$ ).

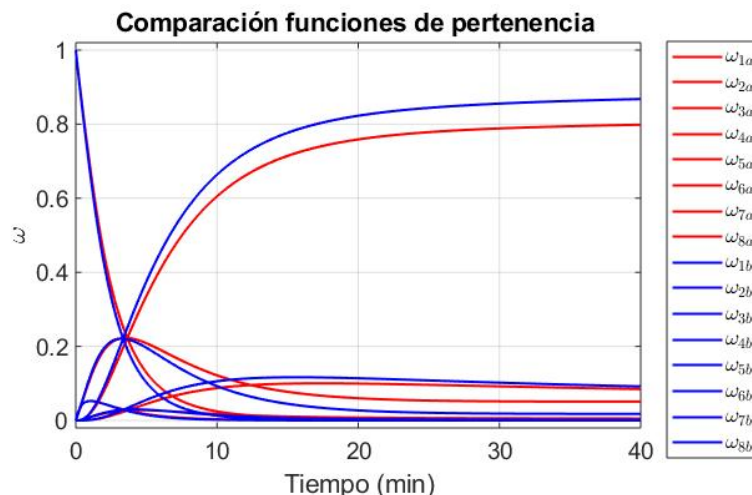


Figura 21: Comparación funciones de pertenencia  $\omega_a$  vs  $\omega_b$ .

En la figura 21 se puede apreciar como un cambio de la densidad, capacidad de calor y concentración inicial de triglicéridos provocado por un cambio de aceite interpola de diferente manera las funciones de pertenencia del observador Takagi-Sugeno.

### 4.3. Observador Adaptable no lineal (OANL)

Debido a que el control tolerante a fallas tiene como objetivo el control de un sistema a pesar de fallas en actuadores y sensores o variaciones paramétricas, se diseñó un observador adaptable no lineal con el fin de estimar parámetros tal como el coeficiente de transferencia de calor. Para el diseño de un observador adaptable no lineal (OANL) [25,26], el sistema debe de ser representado como en (31). Tomando las ecuaciones (62) es posible dividir el sistema en las ecuaciones disponibles para ser medidas ( $y$ ) y las variables que no se pueden medir ( $z_x$ ). Las variables que presentan una gran dificultad al momento de intentar obtener una medición son la concentración de triglicéridos ( $x_1$ ), la concentración de diglicéridos ( $x_2$ ) y la concentración de monoglicéridos ( $x_3$ ), por lo tanto los estados no medibles se definen como  $z_{x_1} = x_1$ ,  $z_{x_2} = x_2$  y  $z_{x_3} = x_3$ . Las variables que pueden ser medidas con mayor facilidad son la concentración de metil éster ( $x_4$ ), la concentración de alcohol ( $x_5$ ), la concentración de glicerina ( $x_6$ ), la temperatura del reactor ( $x_7$ ) y la temperatura de la chaqueta de enfriamiento ( $x_8$ ), por lo que los estados medibles son  $y_1 = x_4$ ,  $y_2 = x_5$ ,  $y_3 = x_6$ ,  $y_4 = x_7$  y  $y_5 = x_8$ . Es importante remarcar que, debido a que el trabajo de investigación es a nivel simulación, los sensores de concentración se supone disponibles y son sensores virtuales, para implementar en un reactor real se requiere de pruebas experimentales y de un análisis por cromatografía para poder estimar dichas variables. El observador es diseñado para estimar el parámetro  $AU$  por lo que se puede representar el sistema de ecuaciones (62) como en (31) separando

los términos dependientes del parámetro  $AU$  como

$$\frac{dy(t)}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_1x_5x_1 - k_2x_4x_2 + k_3x_4x_5 - k_4x_4x_3 + k_5x_5x_3 - k_6x_4x_6 \\ -k_1x_5x_1 + k_2x_4x_2 - k_3x_4x_5 + k_4x_4x_3 - k_5x_5x_3 + k_6x_4x_6 \\ k_5x_5x_3 - k_6x_4x_6 \\ \frac{M_R}{V\rho C_p}(-Vr_h\Delta H) \\ \frac{1}{m_j}(u_1T_h + m_cT_c - (u_1 + m_c)x_8) \end{bmatrix}}_{\alpha} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{M_R}{V\rho C_p}(x_8 - x_7) \\ \frac{1}{m_j c_w}(x_8 - x_7) \end{bmatrix}}_{\beta} AU \quad (71)$$

$$\frac{dz_x(t)}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1x_5x_1 + k_2x_4x_2 \\ k_1x_5x_1 - k_2x_4x_2 - k_3x_4x_2 + k_4x_4x_3 \\ k_3x_5x_2 - k_4x_4x_3 - k_5x_5x_3 + k_6x_4x_6 \end{bmatrix}}_{\gamma} \quad (72)$$

Para estimar el parámetro, las ecuaciones del observador adaptable no lineal son:

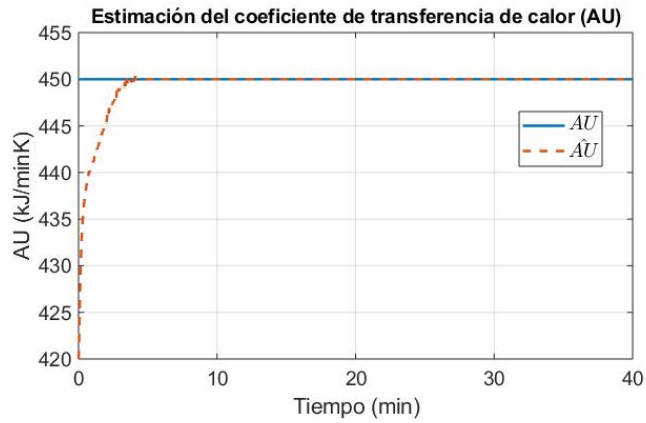
$$\begin{aligned} \frac{d\hat{y}(t)}{dt} &= \begin{bmatrix} k_1y_2\hat{z}_{x_1} - k_2y_1\hat{z}_{x_2} + k_3\hat{z}_{x_2}y_2 - k_4y_1\hat{z}_{x_3} + k_5y_2\hat{z}_{x_3} - k_6y_1y_3 \\ -k_1y_2\hat{z}_{x_1} + k_2y_1\hat{z}_{x_2} - k_3\hat{z}_{x_2}y_2 + k_4y_1\hat{z}_{x_3} - k_5y_2\hat{z}_{x_3} + k_6y_1y_3 \\ k_5y_2\hat{z}_{x_3} - k_6y_1y_3 \\ \frac{M_R}{V\rho C_p}(-V\hat{r}_h\Delta H) \\ \frac{1}{m_j}(uT_h + m_cT_c - (u + m_c)y_5) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{M_R}{V\rho C_p}(y_5 - y_4) \\ \frac{1}{m_j c_w}(y_5 - y_4) \end{bmatrix} \hat{AU} + k_y \begin{bmatrix} \hat{y}_1 - y_1 \\ \hat{y}_2 - y_2 \\ \hat{y}_3 - y_3 \\ \hat{y}_4 - y_4 \\ \hat{y}_5 - y_5 \end{bmatrix} \\ \frac{d\hat{z}_x(t)}{dt} &= \begin{bmatrix} -k_1y_2\hat{z}_{x_1} + k_2y_1\hat{z}_{x_2} \\ k_1y_2\hat{z}_{x_1} - k_2y_1\hat{z}_{x_2} - k_3y_2\hat{z}_{x_2} + k_4y_1\hat{z}_{x_3} \\ k_3y_2\hat{z}_{x_2} - k_4y_1\hat{z}_{x_3} - k_5y_2\hat{z}_{x_3} + k_6y_1y_3 \end{bmatrix} \\ \frac{d\hat{AU}(t)}{dt} &= -k_\theta \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{M_R}{V\rho C_p}(y_5 - y_4) & \frac{-1}{m_j c_w}(y_5 - y_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 - y_1 \\ \hat{y}_2 - y_2 \\ \hat{y}_3 - y_3 \\ \hat{y}_4 - y_4 \\ \hat{y}_5 - y_5 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (73)$$

En donde los parámetros de sintonización son  $k_y$  para compensar el error en los estados estimados y  $k_\theta$  para la estimación del parámetro,  $y_{1-6}$  son los estados medibles,  $\hat{z}_{x_{1-3}}$  son los estados no medibles y  $\hat{r}_h$  es la velocidad de reacción estimada y es igual a  $\hat{x}_4$ .

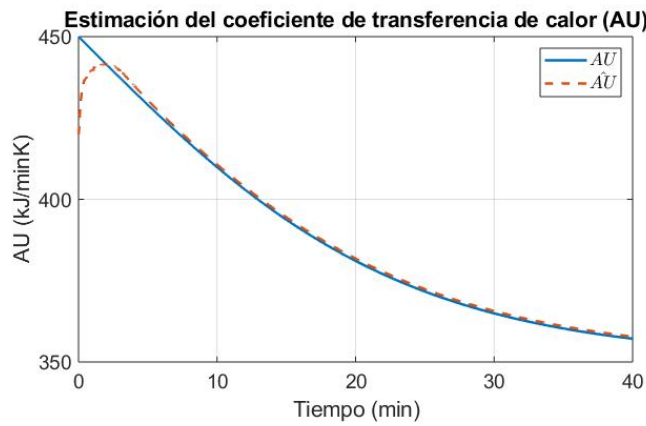
#### 4.3.1. Simulación de la estimación del parámetro utilizando el observador adaptable no lineal

La simulación del observador adaptable no lineal tiene como objetivo demostrar que la estimación del coeficiente de transferencia de calor es adecuada, dicha simulación fue realizada en el software de programación de MATLAB, con el método de integración ode45, un tiempo de simulación de 60 minutos y los parámetros de la tabla 5.

A continuación se presentan las simulaciones de la estimación del parámetro utilizando el observador adaptable no lineal, en las figuras 22 (a) y (b) se muestra la estimación del parámetro con condiciones iniciales de los estados iguales a las de los estados del modelo no lineal, esto debido a que la estimación del parámetro es la de interés y no la estimación de los estados. En la figura 22(a) se presenta la estimación del parámetro cuando es constante, en la figura 22(b) se estima el parámetro variándolo en el tiempo, en ambos casos la línea continua es el parámetro del modelo no lineal mientras que la línea punteada es la estimación con el OANL y se puede ver que en los dos casos sigue la trayectoria del parámetro del modelo no lineal sin ningún problema. La condición inicial de parámetro para las figuras 22(a) y (b) se seleccionó arbitrariamente como  $\hat{AU}_0 = 420 \left(\frac{kJ}{minK}\right)$ .



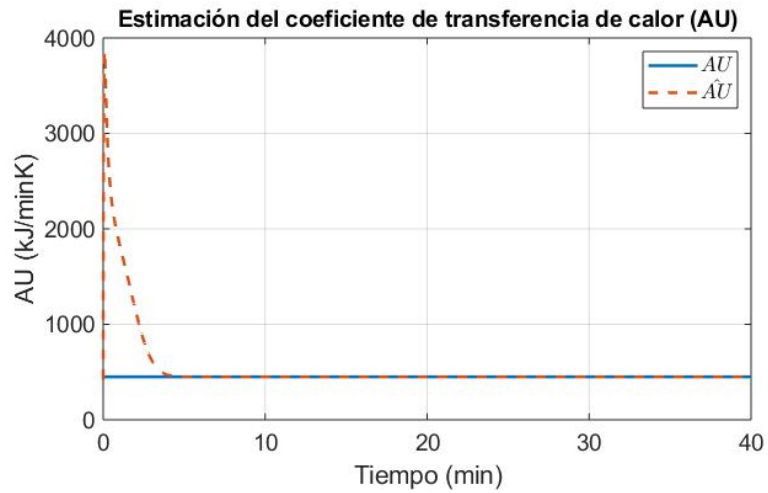
(a) Parámetro constante



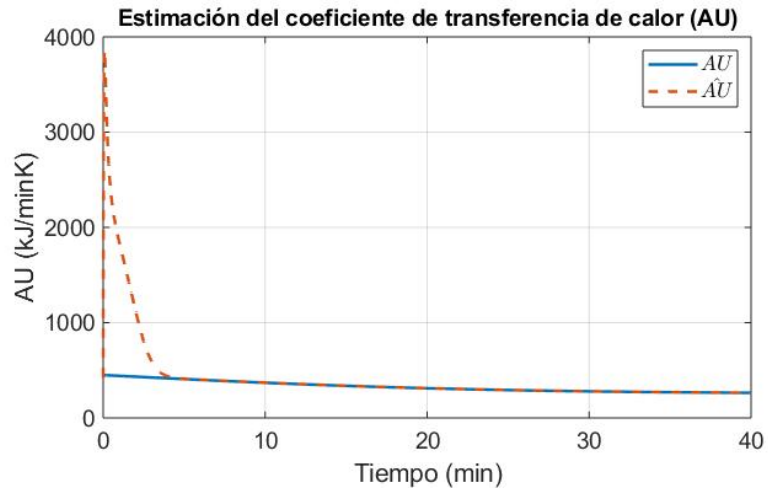
(b) Parámetro variante en el tiempo

Figura 22: Simulación parámetro estimado con condición  $\hat{AU} = 420 \left(\frac{kJ}{minK}\right)$ .

En la figura 23 se pusieron condiciones iniciales diferentes a las del modelo no lineal, utilizando las mismas que para el observador en representación Takagi-Sugeno, es decir, en unidades de  $(mol/l)$ :  $\hat{C}_{TG,0} = 0.85$ ,  $\hat{C}_{DG,0} = 0.1$ ,  $\hat{C}_{MG,0} = 0.2$ ,  $\hat{C}_{ME,0} = 1$ ,  $\hat{C}_{A,0} = 5.5$  y  $\hat{C}_{GL,0} = -0.1$  para las concentraciones y  $\hat{T}_0 = 321.5$  y  $\hat{T}_{J,0} = 323$  grados Kelvin para la temperatura del reactor y la chaqueta de enfriamiento respectivamente. En la figura 23 se puede ver como la estimación del parámetro es menos precisa que cuando las condiciones iniciales son iguales a las del modelo no lineal. A pesar de estimar el parámetro de manera correcta, la estimación presenta un sobretiro durante el transitorio el cual llega a un valor pico de aproximadamente  $4000 \left(\frac{kJ}{minK}\right)$ . En la figura 23 (a) se mantuvo constante el parámetro a estimar, mientras que en la figura 23 (b) el parámetro se degradó a lo largo del tiempo, en ambos casos la línea continua representa el parámetro del modelo no lineal y la línea punteada la estimación de dicho parámetro.



(a) Parámetro constante



(b) Parámetro variante en el tiempo

Figura 23: Simulación parámetro estimado con  $\hat{AU} = 420 \left(\frac{kJ}{minK}\right)$  y condiciones iniciales diferentes.

Comparando las figuras 22 y 23 se puede concluir que la estimación del parámetro del OANL tiene un mejor desempeño dejando las condiciones iniciales del observador iguales a las del modelo no lineal con excepción de la condición inicial del parámetro, por esa razón se utilizó la estimación del parámetro de la figura 22.

## 5. Resultados del Control

A continuación se presentan los resultados de la etapa de control en donde se utiliza el modelo no lineal, el observador Takagi-Sugeno de la planta B y el observador adaptable no lineal.

### 5.1. Esquema de control y simulación

El esquema de control que se planteó se puede ver en la figura 24, utilizando el modelo no lineal se diseñó un observador en representación T-S y con los estados estimados se calculó la ley de control por retroalimentación de estados para la regulación del sistema. Para contemplar la variación paramétrica en el esquema de control se calcularon cuatro controladores variando el parámetro del coeficiente de transferencia de calor cuatro veces, dependiendo del valor actual del parámetro se selecciona el controlador adecuado. Las ganancias de dicha ley de control se calcularon degradando el parámetro  $AU$  entre un 5% y 15%, para tener conocimiento de  $AU$  se diseñó un observador adaptable no lineal capaz de estimar parámetros.

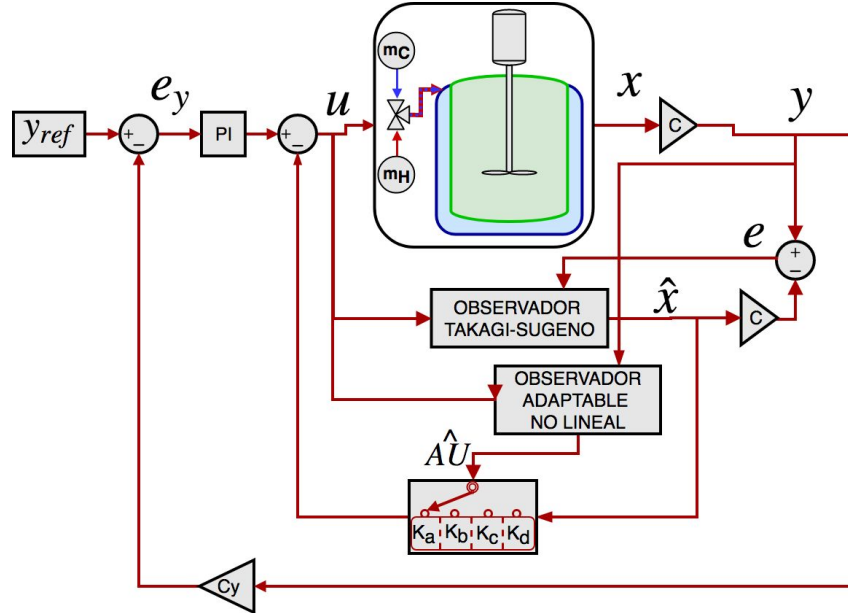


Figura 24: Esquema de control.

### 5.2. Control por retroalimentación de estados Takagi-Sugeno

De acuerdo con [53], una solución general para estabilizar un sistema Takagi-Sugeno de la forma (24) es utilizando la siguiente ley de control.

$$u = - \sum_{i=1}^m \omega_i(z) K_i x \quad (74)$$

en donde  $\omega_i$  representa a la función de ponderación de un sistema difuso Takagi-Sugeno y  $K_i$  representa las ganancias del controlador para cada modelo local. Sustituyendo la ley de control (74) en un sistema Takagi-Sugeno de la forma,

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m \omega_i(z) (A_i x + B_i u)$$

el sistema puede reescribirse como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) \left( A_i x + B_i \left( - \sum_{j=1}^m \omega_j(z) K_j x \right) \right) \\ \dot{x} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) \left( A_i - B_i \sum_{j=1}^m \omega_j(z) K_j \right) x\end{aligned}$$

teniendo en cuenta que  $\sum_{j=1}^m \omega_j(z) = 1$  podemos reescribir de la siguiente forma sin afectar nada de la ecuación.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m \omega_i(z) \left( \sum_{j=1}^m \omega_j(z) A_i - B_i \sum_{j=1}^m \omega_j(z) K_j \right) x$$

y factorizando  $\sum_{j=1}^m \omega_j(z) = 1$  se puede dejar expresado el lazo cerrado como en (75)

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (A_i - B_i K_j) x \quad (75)$$

De modo que, siguiendo el método de estabilidad de Lyapunov, para encontrar las ganancias  $K_j$  que estabilicen el sistema (75) se propone la función de energía y su derivada como

$$\begin{aligned}V(x) &= x^T P x \\ \dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x}\end{aligned}$$

en donde  $V(x) > 0$ ,  $P$  es una matriz propuesta positiva definida y simétrica,  $P = P^T > 0$ , y la derivada de  $V(X)$  es definida negativa  $\dot{V}(x) < 0$ . Sustituyendo la ecuación (75) en  $\dot{V}(x)$

$$\dot{V}(x) = \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (A_i - B_i K_j) x \right)^T P x + x^T P \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (A_i - B_i K_j) x \right)$$

Factorizando  $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z)$  y desarrollando se tiene

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) ((A_i - B_i K_j) x)^T P x + x^T P ((A_i - B_i K_j) x) \\ \dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (x^T (A_i^T P - K_j^T B_i^T P) x + x^T (P A_i - P B_i K_j) x)\end{aligned}$$

el término cuadrático  $x^T x$  no afecta la positividad o negatividad de la ecuación y como el objetivo es que  $\dot{V}(x) < 0$  se puede factorizar y no tomar en cuenta

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (A_i^T P - K_j^T B_i^T P + P A_i - P B_i K_j)$$

se puede pre-multiplicar la ecuación por la inversa de  $P$ , es decir  $P^{-1} \dot{V}(x)$

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) P^{-1} (A_i^T P - K_j^T B_i^T P + P A_i - P B_i K_j) \\ \dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (P^{-1} A_i^T P - P^{-1} K_j^T B_i^T P + P^{-1} P A_i - P^{-1} P B_i K_j) \\ \dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z) \omega_j(z) (P^{-1} A_i^T P - P^{-1} K_j^T B_i^T P + A_i - B_i K_j)\end{aligned}$$

y después post-multiplicar por la inversa de  $P$

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z)\omega_j(z) (P^{-1}A_i^T P - P^{-1}K_j^T B_i^T P + A_i - B_i K_j) P^{-1} \\ \dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z)\omega_j(z) (P^{-1}A_i^T P P^{-1} - P^{-1}K_j^T B_i^T P P^{-1} + A_i P^{-1} - B_i K_j P^{-1}) \\ \dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_i(z)\omega_j(z) (P^{-1}A_i^T - P^{-1}K_j^T B_i^T + A_i P^{-1} - B_i K_j P^{-1})\end{aligned}$$

de tal forma que no se modifica el sentido de la ecuación y, además, se cambio el lugar de la matriz  $P$  por  $P^1$  para poder hacer la siguiente consideración. Si  $R = P^{-1}$  y  $S_j = K_j R^{-1}$ , el sistema en lazo cerrado (75) es asintóticamente estable si existe una matriz  $R$  definida positiva y una matriz  $S_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , siendo  $m$  el número de modelos locales, que cumpla con las desigualdades (76)

$$\begin{aligned}P &> 0 \\ RA_i^T - S_j^T B_i^T + A_i R - B_i S_j &< 0\end{aligned}\tag{76}$$

En donde  $R$  y  $S_j$  se calcularon con la paquetería de Yalmip de Matlab para solucionar LMIs. Para encontrar las ganancias se debe de resolver  $K_j = S_j P^{-1}$ . Este procedimiento se repitió 4 veces variando el valor del coeficiente de transferencia de calor, lo cual modifica a las matrices  $A_i$  y  $B_i$ , de tal forma que se diseñaron 4 controladores para 4 valores diferentes del coeficiente de transferencia de calor denominados  $KA$ ,  $KB$ ,  $KC$  y  $KD$ . Dicho banco de controladores puede ser diseñado con un conjunto de ganancias mayor y tener un controlador que tolere un rango mayor y más preciso de variaciones paramétricas, la selección de cada uno de esos controladores depende de la estimación del parámetro entregada por el observador adaptable no lineal.

$$\begin{aligned}KA &= \begin{bmatrix} 3.50471 & 1.364529 & 2.29328 & 4.11834e^{-10} & -4.11527e^{-10} & -0.108427 & 1.34583 & -1.94626 \\ 3.50569 & 1.36247 & 2.29682 & 4.11210e^{-10} & -4.11646e^{-10} & -0.100685 & 1.34033 & -1.94483 \\ 3.50912 & 1.36815 & 2.29162 & 4.11871e^{-10} & -4.11115e^{-10} & -0.106676 & 1.34306 & -1.94339 \\ 3.50708 & 1.36024 & 2.29081 & 4.11925e^{-10} & -4.11871e^{-10} & -0.101643 & 1.34433 & -1.94197 \\ 3.50964 & 1.36030 & 2.29382 & 4.11597e^{-10} & -4.11584e^{-10} & -0.102573 & 1.34586 & -1.94252 \\ 3.50603 & 1.36606 & 2.29174 & 4.11057e^{-10} & -4.11071e^{-10} & -0.106764 & 1.34881 & -1.94106 \\ 3.50038 & 1.36385 & 2.29792 & 4.11194e^{-10} & -4.11413e^{-10} & -0.103941 & 1.34182 & -1.94520 \\ 3.50011 & 1.36302 & 2.29635 & 4.11983e^{-10} & -4.11222e^{-10} & -0.103498 & 1.34965 & -1.94803 \end{bmatrix} \\ KB &= \begin{bmatrix} 4.08204 & 1.69916 & 3.31456 & 3.08771e^{-10} & -3.08500e^{-10} & -0.10528 & 1.23766 & -1.79859 \\ 4.08180 & 1.69458 & 3.31104 & 3.08844e^{-10} & -3.08599e^{-10} & -0.10097 & 1.23235 & -1.79886 \\ 4.08022 & 1.69529 & 3.31102 & 3.08858e^{-10} & -3.08873e^{-10} & -0.10541 & 1.23071 & -1.79348 \\ 4.08079 & 1.69070 & 3.31188 & 3.08772e^{-10} & -3.08951e^{-10} & -0.10762 & 1.23569 & -1.79228 \\ 4.08649 & 1.69825 & 3.31946 & 3.08674e^{-10} & -3.08806e^{-10} & -0.10100 & 1.23402 & -1.79604 \\ 4.08215 & 1.69993 & 3.31277 & 3.08077e^{-10} & -3.08952e^{-10} & -0.10414 & 1.23498 & -1.79230 \\ 4.08769 & 1.69877 & 3.31218 & 3.08619e^{-10} & -3.08481e^{-10} & -0.10879 & 1.23441 & -1.79771 \\ 4.08162 & 1.69999 & 3.31262 & 3.08299e^{-10} & -3.08400e^{-10} & -0.10093 & 1.23638 & -1.79223 \end{bmatrix} \\ KC &= \begin{bmatrix} 4.94089 & 1.59812 & 1.56032 & 3.87045e^{-10} & -3.87796e^{-10} & -0.102819 & 0.777537 & -1.099448 \\ 4.94947 & 1.59301 & 1.56502 & 3.87442e^{-10} & -3.87771e^{-10} & -0.100707 & 0.778786 & -1.091515 \\ 4.94840 & 1.59013 & 1.56147 & 3.87278e^{-10} & -3.87776e^{-10} & -0.109137 & 0.770550 & -1.098798 \\ 4.94292 & 1.59045 & 1.56223 & 3.87655e^{-10} & -3.87434e^{-10} & -0.100103 & 0.771225 & -1.097225 \\ 4.94025 & 1.59238 & 1.56615 & 3.88494e^{-10} & -3.88298e^{-10} & -0.100477 & 0.772126 & -1.098979 \\ 4.94137 & 1.59422 & 1.56837 & 3.87669e^{-10} & -3.87094e^{-10} & -0.102683 & 0.774054 & -1.094527 \\ 4.94955 & 1.59070 & 1.56660 & 3.87873e^{-10} & -3.87402e^{-10} & -0.109163 & 0.779593 & -1.090371 \\ 4.94188 & 1.59905 & 1.56131 & 3.87224e^{-10} & -3.87787e^{-10} & -0.106860 & 0.779035 & -1.090736 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$KD = \begin{bmatrix} 3.20587 & 0.28075 & 0.91115 & 1.20943e^{-10} & -1.20547e^{-10} & -0.05955 & 0.7700 & -1.32553 \\ 3.20958 & 0.28107 & 0.91504 & 1.20455e^{-10} & -1.20428e^{-10} & -0.05319 & 0.7731 & -1.32550 \\ 3.20771 & 0.28358 & 0.91021 & 1.20146e^{-10} & -1.20321e^{-10} & -0.05384 & 0.7769 & -1.32341 \\ 3.20216 & 0.28461 & 0.91039 & 1.20264e^{-10} & -1.19725e^{-10} & -0.05118 & 0.7757 & -1.32727 \\ 3.20318 & 0.28264 & 0.91839 & 1.20073e^{-10} & -1.20751e^{-10} & -0.05179 & 0.7704 & -1.32713 \\ 3.20177 & 0.28638 & 0.91522 & 1.20698e^{-10} & -1.20220e^{-10} & -0.05964 & 0.7774 & -1.32865 \\ 3.20192 & 0.28197 & 0.91991 & 1.20914e^{-10} & -1.20269e^{-10} & -0.05233 & 0.7770 & -1.32833 \\ 3.20748 & 0.28229 & 0.91437 & 1.20621e^{-10} & -1.20675e^{-10} & -0.05249 & 0.7783 & -1.32351 \end{bmatrix}$$

Finalmente, es importante resaltar que las desigualdades (76) se deben de solucionar para cada  $i$  y cada  $j$ , de tal forma que para un sistema de 8 modelos locales se resuelven  $64+1$  desigualdades, se destaca este dato debido a que para solucionar las desigualdades de un sistema Takagi-Sugeno con 256 modelos locales se tendrían que solucionar 65,536 desigualdades.

### 5.3. Cálculo de ganancias del controlador proporcional integral

Para llegar a la referencia de control, tomando en cuenta que la referencia de control es la temperatura deseada del reactor ( $y_{ref}$ ), se sintonizó un controlador proporcional integral. Basado en la figura 24, la ley de control del sistema en general queda propuesta como:

$$u = \sum_{i=1}^m \omega_i(z)(-K_i \hat{x}) + K_P e_y + K_I \int e_y \quad (77)$$

en donde  $K_i$  son las ganancias calculadas a través del procedimiento mencionado anteriormente,  $\omega_i$  son las funciones de ponderación del Takagi-Sugeno siendo  $m$  el número de modelos locales,  $K_P$  es la ganancia proporcional del controlador PI,  $K_I$  es la ganancia integral y  $e_y$  es el error, el cual es igual a  $e_y = y_{ref} - y$ , siendo  $y$  la temperatura del reactor.

Las ganancias del controlador proporcional-integral se calcularon utilizando una optimización por enjambre de partículas, utilizando como función de evaluación el índice de error ITAE (integral del error absoluto por el tiempo) esto es debido a que evalúa el error a lo largo del tiempo.

Utilizando 20 partículas para optimizar las ganancias de control se encontraron dos ganancias con las cuales obtuvieron los mejores resultados, las ganancias para sintonizar el control PI son:

$$\begin{bmatrix} K_P(1) \\ K_P(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57.0102 \\ 98.3717 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} K_I(1) \\ K_I(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2837 \\ 51.4867 \end{bmatrix} \quad (78)$$

en donde  $K_P(1)$  y  $K_I(1)$  representan el controlador  $LC_1$  mientras que  $K_P(2)$  y  $K_I(2)$  representan el controlador  $LC_2$ .

### 5.4. Simulación del esquema de control

Las siguientes simulación fueron realizadas con el software de MATLAB, con el método de integración ode45 con un tiempo de  $t = 60$ , la paquetería de YALMIP para solucionar LMIs y los parámetros de la tabla 5. El objetivo de las siguientes simulaciones es determinar cual de los controladores en lazo cerrado tiene un mejor comportamiento, además, el sistema en lazo cerrado sera comparado con el sistema en lazo abierto presentado en el capítulo 3. En la figura 13 se muestra la simulación del modelo no lineal en lazo abierto, en donde se puede notar la dinámica de las concentraciones de los elementos de la reacción de transesterificación, la curva de interés es la de la concentración de  $ME$  ( $C_{ME} = x_4$ ). En la figura 14 se muestra la temperatura del reactor y la temperatura de la chaqueta de enfriamiento, la temperatura del reactor también es un variable de interés debido a que, según la teoría, entre más alta sea la temperatura de la reacción se tendrá mejor producción de ésteres metílicos. El controlador debe de llevar la temperatura del reactor  $x_7$  a una temperatura deseada  $y_{ref}$  en los primeros diez minutos del proceso sin sobrepasar la temperatura de ebullición del metanol, 337 grados Kelvin ( $K$ ).



#### 5.4.1. Simulación del esquema de control en lazo cerrado

A continuación se presentan las simulaciones del esquema de control de la figura 24, estableciendo como temperatura de referencia  $y_{ref} = 333.15$  grados Kelvin, en las figuras siguientes se muestra sólo la temperatura del reactor y la concentración de metil éster debido a que son las variables de mayor interés.

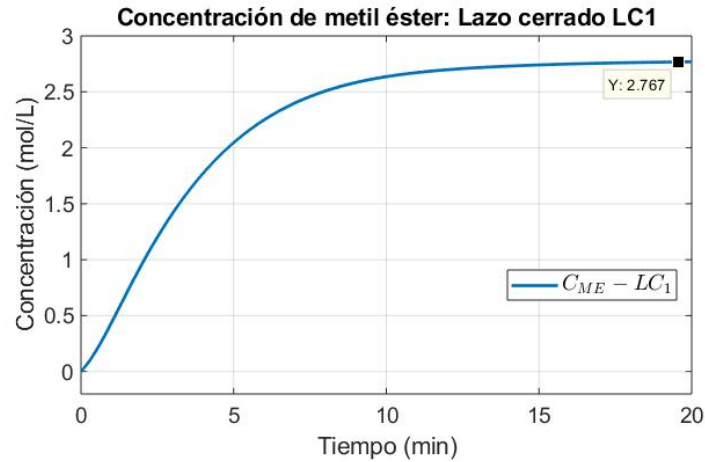


Figura 25: Concentración  $ME$  en lazo cerrado utilizando las ganancias de  $LC_1$ .

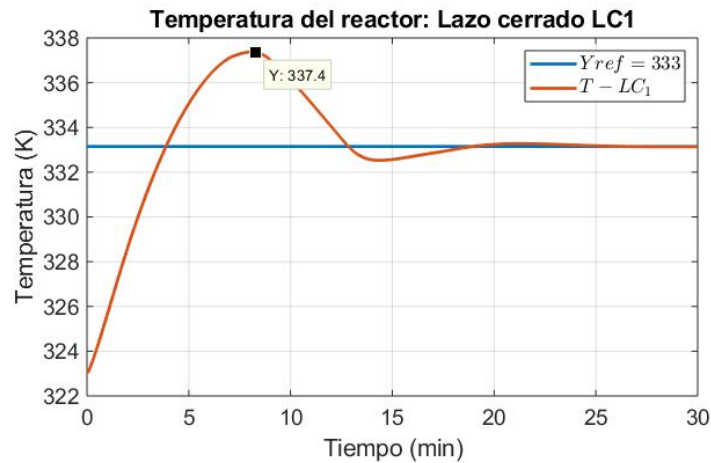


Figura 26: Temperatura del reactor  $T$  en lazo cerrado utilizando las ganancias de  $LC_1$ .

En la figura 25 se muestra la concentración de  $ME$  con la ley de control tomando en cuenta la estimación del coeficiente de transferencia de calor ( $\hat{AU}$ ) y la ley de control (77), se utilizaron los estados estimados ( $\hat{x}$ ) y las ganancias del controlador  $LC_1$ . En la figura 26 se muestra la temperatura del reactor, se puede apreciar como la temperatura alcanza a la referencia de control ( $y_{ref} = 333K$ ) durante el transitorio de la concentración, sin embargo se estabiliza en la referencia después de los 20 min. Para conocer el efecto de la temperatura en la concentración de biodiésel se compara el lazo cerrado del esquema presentado contra el modelo en lazo abierto de las ecuaciones (62).

#### 5.4.2. Simulación del sistema en lazo cerrado en contra del lazo abierto

A continuación se muestra la comparación del sistema en lazo cerrado previamente descrito con el sistema en lazo abierto simulado en el capítulo 3 (ver figuras 13 y 14).

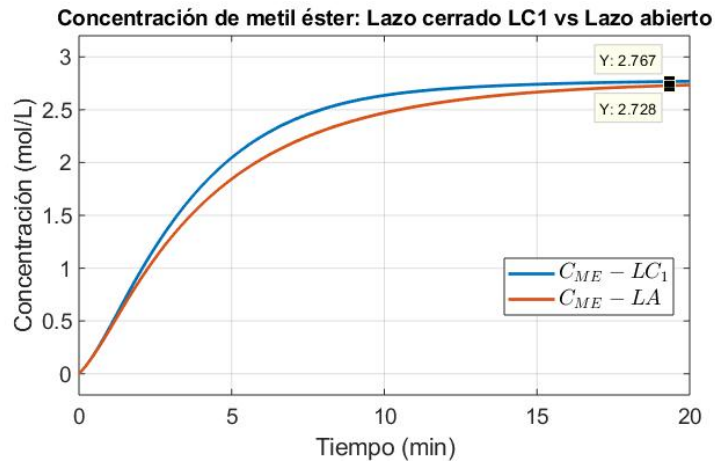


Figura 27: Concentración de  $ME$  en lazo abierto vs lazo cerrado con  $LC_1$ .

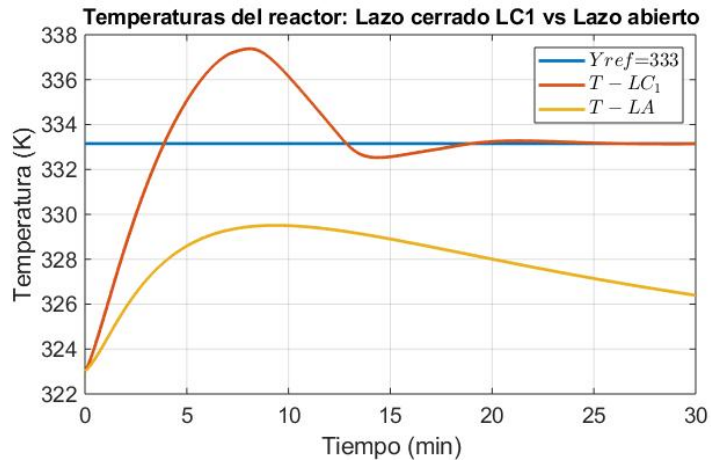


Figura 28: Temperatura del reactor  $T$  en lazo abierto vs lazo cerrado con  $LC_1$ .

En la figura 27 se puede apreciar la diferencia entre la concentración de metil éster controlada vs la concentración de  $ME$  en lazo abierto, la diferencia se ve en el tiempo que tarda en reaccionar, entre menor sea el tiempo de reacción más rápido se producirá biodiésel. Al comparar la temperatura del reactor en lazo abierto en contra del lazo cerrado, en la figura 28, se puede ver que la temperatura en lazo cerrado aumenta debido al controlador, esto significa que la reacción de transesterificación va a ser más rápida, llegando a su punto de estabilidad en menos tiempo.

#### 5.4.3. Comparación de controladores PI

En las siguientes figuras se compara el desempeño del esquema de control de la figura 24 utilizando el controlador  $LC_1$  en contra del controlador  $LC_2$ .

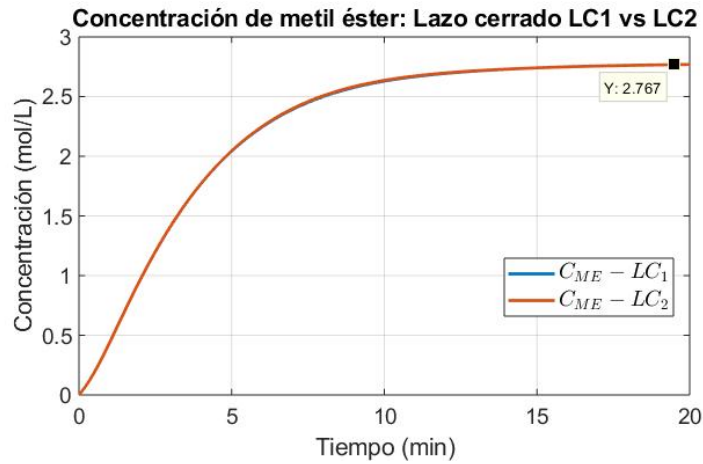


Figura 29: Comparación de concentración de  $ME$  con controlador  $LC_1$  vs  $LC_2$ .

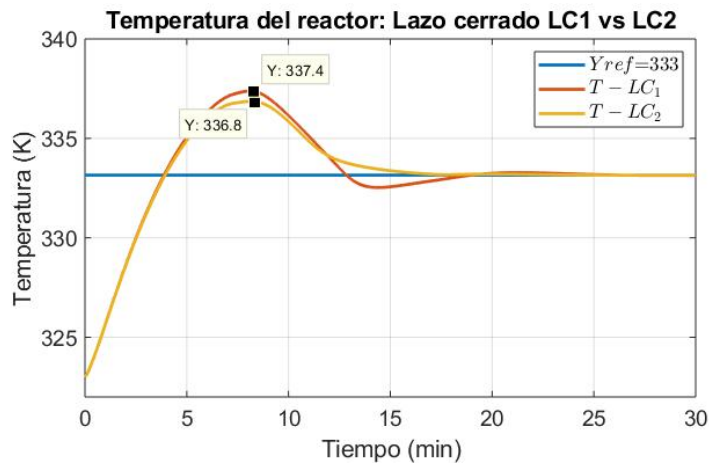


Figura 30: Comparación de la temperatura del reactor  $T$  con controlador  $LC_1$  vs  $LC_2$ .

En la figura 30, la señal de temperatura  $T - LC_2$  se obtuvo con las ganancias del controlador  $LC_2$  mientras que para  $T - LC_1$  se utilizaron  $LC_1$ . Es notable que la respuesta del controlador utilizando las ganancias  $K_P(2)$  y  $K_I(2)$  se establece más rápido en la referencia de control, este comportamiento es deseable debido a que esto significa que el controlador exige menor cantidad de energía. Considerando que un controlador demanda menor cantidad de energía se concluye que el desempeño del controlador 2 es mejor para este caso de estudio. Sin embargo, con ambos se lleva la temperatura del reactor a un nivel muy cercano del punto de ebullición del metanol, por lo que se sintonizaron diferentes ganancias del controlador PI para comparar con los previamente descritos, las mejores ganancias obtenidas se utilizaron para graficar la respuesta de la temperatura y concentración de biodiésel y comparar resultados.

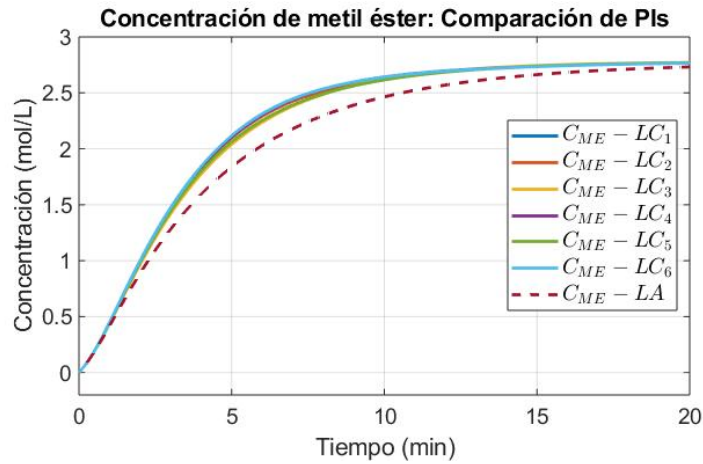


Figura 31: Comparación de concentración de  $ME$  con los controladores  $PI$ .

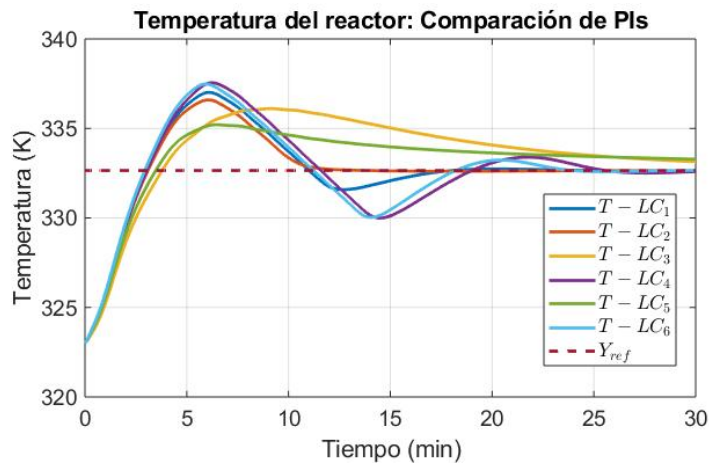


Figura 32: Comparación de la temperatura del reactor  $T$  con los controladores  $PI$ .

En las figuras 31 y 32 se puede ver el comportamiento de la temperatura del reactor y de la concentración de biodiésel con las ganancias encontradas. La dinámica de las temperaturas presenta diferentes compartimientos entre cada controlador, las señales etiquetadas por  $LC_1$  y  $LC_2$  hacen referencia a los controladores previamente presentados. Dos controladores tienen un comportamiento más lento con respecto a la temperatura, se tardan más en alcanzar y establecerse en la referencia ( $LC_3$  y  $LC_5$ ). Los controladores  $LC_1$ ,  $LC_4$  y  $LC_6$  sobrepasan claramente la marca de 337.6 grados Kelvin (punto de ebullición del metanol).

Las concentraciones se comparan con la respuesta en lazo abierto (línea punteada) y se logra apreciar que la respuesta de cada uno de los controladores es muy similar, haciendo un aumento en el transitorio de ésta gráfica (ver figura 33) se puede ver que los controladores  $LC_1$ ,  $LC_2$ ,  $LC_4$  y  $LC_6$  tienen un mejor desempeño a comparación de los controladores  $LC_3$  y  $LC_5$ , sin embargo la diferencia es mínima y por un periodo de tiempo muy corto. En la figura 34 se puede apreciar un acercamiento de la respuesta de los controladores para poder compararse mejor. Debido a que los controladores  $LC_1$ ,  $LC_4$  y  $LC_6$  sobrepasan el punto de ebullición del metanol se concluye que el desempeño brindado por los controlador  $LC_2$ ,  $LC_3$  y  $LC_5$  es mejor.

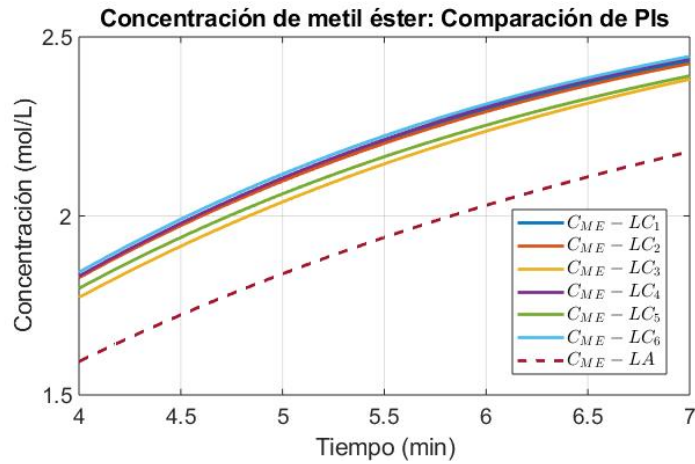


Figura 33: Zoom de la Comparación de concentración de  $ME$  con controladores  $PI$  diferentes.

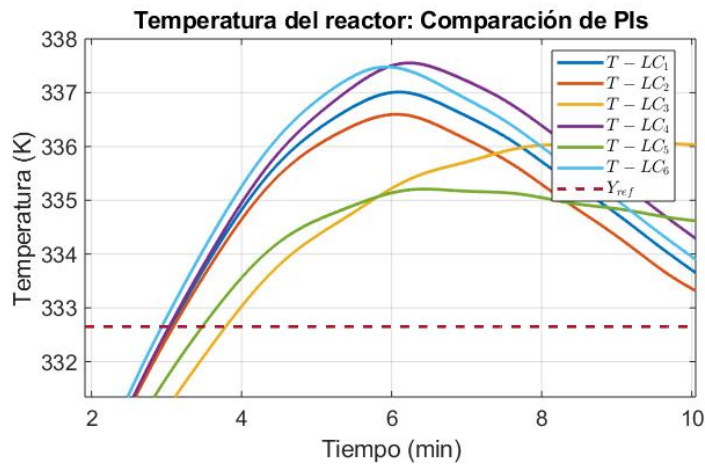


Figura 34: Zoom de la Comparación de la temperatura  $T$  con controladores  $PI$  diferentes.

Haciendo el análisis de los resultados de la figura 34, se puede ver que el sistema en lazo cerrado  $LC_5$  es aquel que se encuentra con el menor riesgo de evaporar el metanol, dicho lo anterior se determinó que con  $LC_2$ , debido a que la temperatura llega a un punto más alto en menor tiempo, la reacción de transesterificación es ligeramente más rápida, sin embargo, se emplea una cantidad mayor de energía para alcanzar los objetivos. Con  $LC_5$  se alcanza un punto medio entre la producción de biodiésel y la energía empleada en el proceso, esto se considera importante porque cuando se tiene una diferencia tan pequeña en la producción de biodiésel, el ahorro de energía entra cada proceso *batch* puede presentar un beneficio económico, es por eso que se concluye que el mejor desempeño es el del  $LC_5$ .

#### 5.4.4. Simulación de escenarios con variación paramétrica

Para demostrar que el controlador tolera las variaciones paramétricas del coeficiente de transferencia de calor, se simuló dos escenarios distintos en donde se presenta la variación de ese parámetro.

- Escenario 1: Se presenta una variación en el coeficiente de transferencia de calor por una falla, daño o mal funcionamiento del motor de agitación (velocidad), esto quiere decir que el coeficiente de transferencia de calor puede variar durante una corrida (batch) del proceso de producción de biodiésel.

- Escenario 2: Se presenta una variación en el parámetro  $AU$  referente al pobre mantenimiento del reactor, así como acumulación de sarro y suciedad en las tuberías de la chaqueta de enfriamiento. En este caso la variación del parámetro no se presenta durante una corrida, sino que la acumulación de sarro afecta de manera permanente al valor del parámetro, dejándolo constante pero no en el valor ideal.
- Escenario 3: Este escenario se plantea en el caso que la variación paramétrica se presente de manera continua en cada lote (escenario 1) y que se presente una variación permanente del valor constante (escenario 2), es decir, el parámetro tiene valores no ideales y además presenta variaciones durante cada corrida.

Para demostrar que el esquema de control tolera variaciones paramétricas se compara el controlador diseñado en el esquema de la figura 24 en contra de otro controlador diseñado con la ley de control para sistemas Takagi-Sugeno pero sin contemplar la variación paramétrica, es decir se compara el controlador diseñado para diferentes parámetros ( $KA$ ,  $KB$ ,  $KC$  y  $KD$ ) con un controlador diseñado para el parámetro  $AU$  ideal y constante, al cual llamaremos controlador  $LC_K$ . En las siguientes figuras se comparan dichos controladores suponiendo el escenario 1, en donde el coeficiente de transferencia de calor tiene una variación en tiempo real, degradando su valor en el transcurso del proceso, el parámetro varia de su valor nominal de 450 hasta 350 kJ/minK.

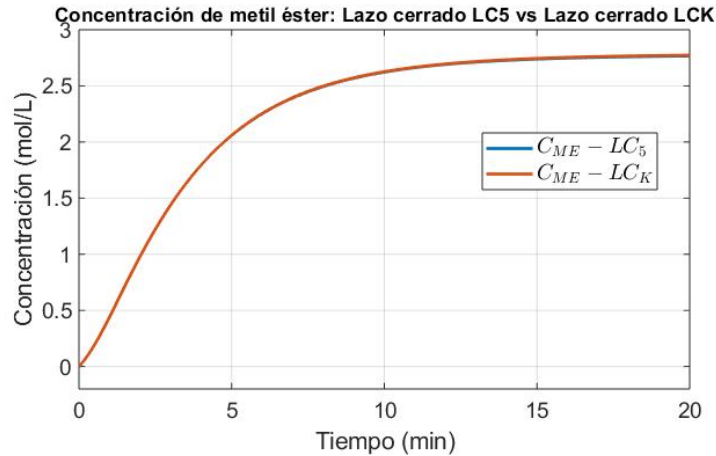


Figura 35: Concentración de  $ME$  control  $LC_K$  vs  $LC_5$ .

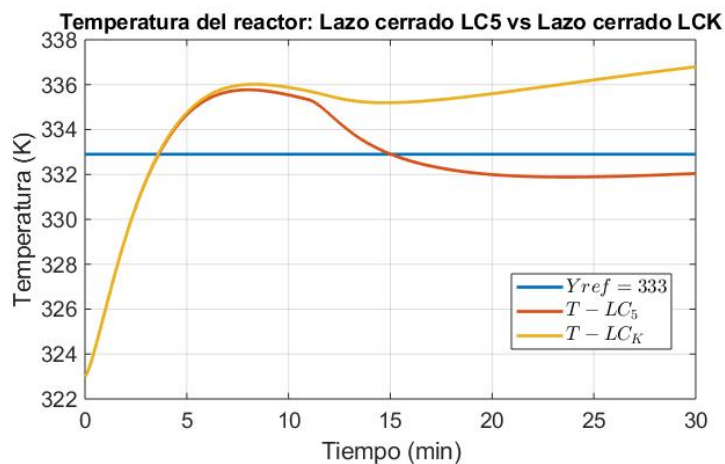


Figura 36: Comparación de la temperatura del reactor  $T$  con controlador  $LC_K$  y  $LC_5$ .

En la figura 35 se puede ver que la concentración de  $ME$  no se ve afectada por el aumento de la temperatura debido a que esta sucede durante el tiempo en estado estable de la concentración de ésteres metílicos, sin embargo, se corre el riesgo de saponificación o sobreproducción  $GL$  debido a que la reacción de transesterificación es reversible por naturaleza. En la figura 36 es apreciable que la temperatura con un control sin contemplar la variación de los parámetros no tiene un desempeño deseable cuando ocurre una variación del coeficiente de transferencia de calor. Aproximadamente en el minuto 11 se puede apreciar un cambio en la señal, dicho cambio es provocado por la conmutación entre los controladores debido a la variación del coeficiente de transferencia de calor, a pesar de no establecerse en la referencia, el controlador tiene un desempeño degradado pero aceptable.

A continuación, se supone el escenario 2, en donde el coeficiente de transferencia de calor ya no tiene valores ideales debido al pobre mantenimiento del equipo o acumulación de sarro en las tuberías de la chaqueta de enfriamiento, se supone que el valor de  $AU$  varía un 10%.

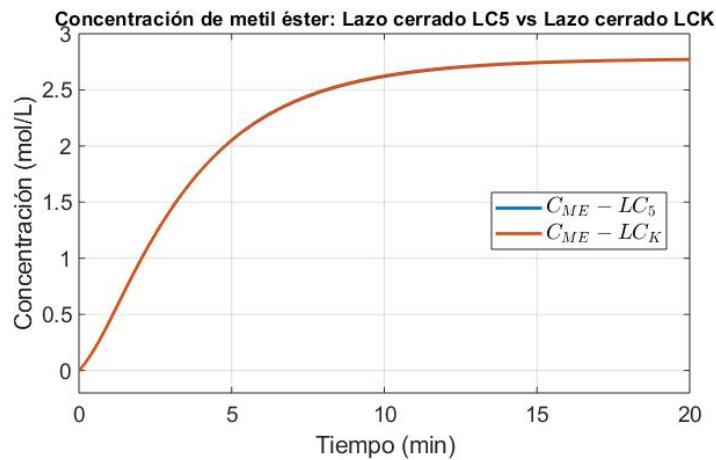


Figura 37: Concentración de  $ME$  control  $LC_K$  vs  $LC_5$  escenario 2.

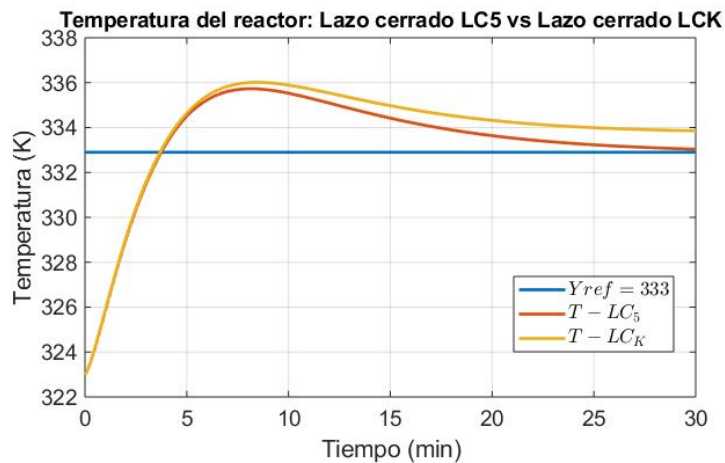


Figura 38: Comparación de la temperatura del reactor  $T$  con controlador  $LC_K$  y  $LC_5$  escenario 2.

Al igual que en el escenario 1, la concentración de metil éster no tiene repercusión debido a la variación del coeficiente de transferencia de calor. En la figura 36 se ve reflejada la variación del coeficiente de transferencia de calor ya que la señal controlada por  $LC_K$  se estabiliza en un punto diferente al de la referencia de control lo que provoca un comportamiento no deseado en el sistema. Mientras que en la dinámica de la señal  $LC_5$  se ve tolerada dicha variación. Suponiendo una variación del coeficiente de transferencia de calor mayor, del 20%, el controlador diseñado con parámetros ideales ( $LC_K$ ) comienza

a inestabilizarse, mientras que el controlador tolerante a fallas  $LC_5$  a pesar de no establecerse en la referencia tolera las variaciones del coeficiente de transferencia de calor a diferencia de  $LC_K$ , en las figuras 39 y 40 se puede ver el comportamiento de los controladores con dicha variación.

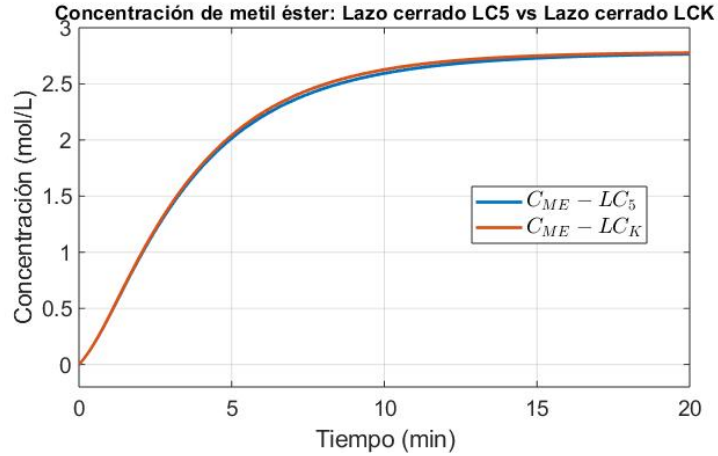


Figura 39: Concentración de  $ME$  control  $LC_K$  vs  $LC_5$  escenario 2.1.

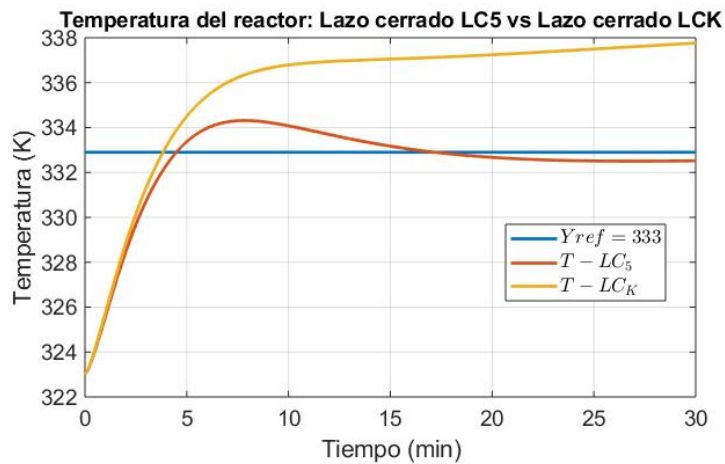


Figura 40: Comparación de la temperatura del reactor  $T$  con controlador  $LC_K$  y  $LC_5$  escenario 2.1.

Finalmente, se presenta el escenario 3 en donde existe una variación en el coeficiente de transferencia de calor debido a un mal funcionamiento del motor de agitación, haciendo que este presente cambios durante cada lote. Además, debido a la acumulación de sarro en las tuberías de la chaqueta de enfriamiento,  $AU$  presenta una variación permanente del valor ideal, el valor de  $AU$  se supone variante de 400 a 300  $\text{kJ}/\text{minK}$ .



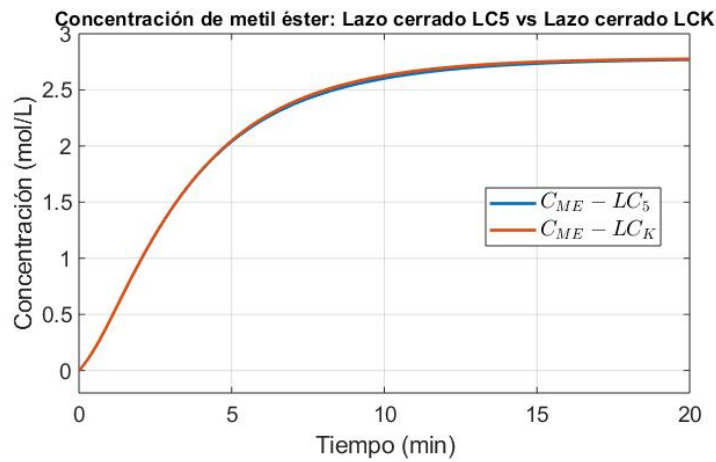


Figura 41: Concentración de  $ME$  control  $LC_K$  vs  $LC_5$ , escenario 3.

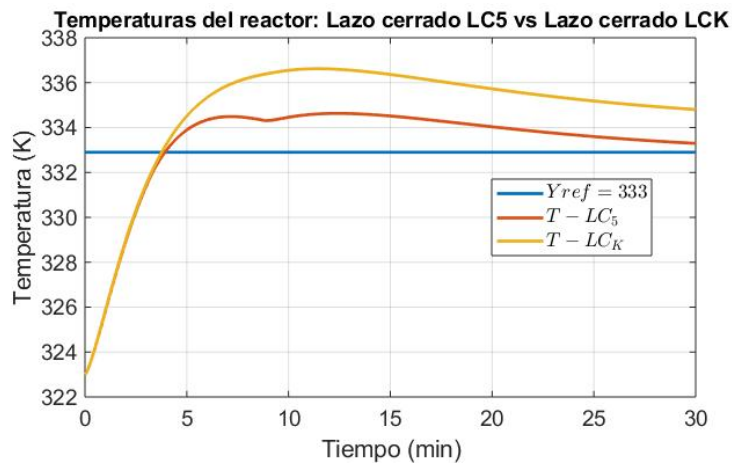


Figura 42: Comparación de la temperatura del reactor  $T$  con controlador  $LC_K$  y  $LC_5$ , escenario 3.

En donde, al igual que en los escenarios anteriores, la dinámica de la concentración de ésteres metílicos no se ve afectada por las variaciones paramétricas. Se concluye que esto se debe a que no se está modelando la ebullición del metanol en el modelo, si se pudiera modelar dicho fenómeno se podría determinar a que temperatura pierde su propiedad líquida y esto afectaría a la concentración de biodiésel. A pesar de eso, en todo los resultados presentados se tolera la variación del parámetro con el esquema diseñado, en la figura 42, aproximadamente en el minuto 9 se puede apreciar la conmutación del controlador debido a la variación paramétrica, de tal manera que el esquema de control diseñado es capaz de adaptar su ley de control dependiendo de la estimación del parámetro.

## 6. Conclusiones

Para poder realizar el presente trabajo se tuvieron que estudiar y trabajar sobre las áreas más importantes del control, el modelado de sistemas físicos, la estimación de variables de estado y de parámetros o entradas desconocidas y el diseño de un esquema de control tolerante a fallas. Al final de este trabajo de investigación, se alcanzaron las metas planteadas lo que cumplió con los objetivos general y específicos.

El modelo que se obtuvo con ayuda de la literatura fue vital para poder diseñar el esquema de control planteado y la representación Takagi-Sugeno del sistema ya que las variaciones paramétricas fueron utilizadas para encontrar las variables de programación del modelo T-S. Originalmente se comenzó a trabajar con la planta A porque se tenía la posibilidad de implementar el esquema de control diseñado en un reactor *batch* real, sin embargo, debido a que no se contó a tiempo con los sensores adecuados de pH para realizar las pruebas necesarias para la calibración de los sensores de concentración, no se pudo implementar. En consecuencia, se decidió utilizar a nivel simulación la planta B por la razón de contar con una chaqueta de enfriamiento para regular la temperatura del reactor, a diferencia de la planta A la cual tiene una resistencia eléctrica para calentar el reactor. Resaltando que la planta B considera una chaqueta de enfriamiento, se logró estimar la variación paramétrica del coeficiente de calor por una posible falla durante el proceso.

El esquema de observación basado en modelos T-S fue capaz de estimar las variables no medibles del proceso contemplando las variaciones paramétricas. La representación Takagi-Sugeno del sistema se realizó considerando las tasas de reacción  $k_{1-6}$  como constantes, en la realidad están modeladas por una ecuación no lineal haciendo estos términos no lineales, sin embargo, la o las constantes de reacción que tengan mayor impacto en la reacción de transesterificación pueden considerarse como no linealidades para representar el sistema Takagi-Sugeno con un número de reglas mayor y aún ser viable. Los resultados obtenidos utilizando 3 no linealidades demuestran ser suficientes para realizar la estimación y el esquema de control, además, agregar no linealidades complica el cálculo de las ganancias para el controlador y el observador, sin embargo, para un futuro es posible contemplar la constante de reacción más significativa como una no linealidad y aumentar las variables de programación de 3 a 4. Además, las funciones de ponderación graficadas demuestran que los diferentes modelos locales del sistema Takagi-Sugeno si están siendo utilizados.

La simulación del esquema de control tolerante a fallas en un proceso de producción de biodiésel tuvo un desempeño satisfactorio. Haciendo un análisis de las comparaciones realizadas de los resultados obtenidos, se puede concluir que el esquema de control diseñado es capaz de tolerar las variaciones paramétricas referentes al coeficiente de transferencia de calor, a pesar de no presentar una gran consecuencia en la producción final de metil éster, en la temperatura sí tiene un impacto, el controlador diseñado con parámetros constantes puede causar que la temperatura aumente de manera no deseada de acuerdo a los escenarios 1 y 2 mientras que el esquema tolerante a fallas tiene un desempeño degradado pero aceptable en todos los escenarios. El aumento de la temperatura del reactor *batch* puede no ser lo suficientemente alto ni repentino como para considerarse algún tipo de emergencia, sin embargo es posible que el reactor produzca una cantidad de biodiésel apropiada pero gastando energía de más, lo cual se ve reflejado en pérdidas económicas.

También, es importante mencionar que a pesar que en cualquier reactor el objetivo sea producir alguna sustancia manipulando variables de temperatura o flujos, por ejemplo, en el reactor por lotes para la producción de biodiésel, el objetivo es producir biodiésel y no controlar la temperatura del reactor, en este caso se decidió diseñar un controlador de temperatura y no de concentración ya que, de acuerdo al estudio del arte investigado, los trabajos realizados previamente en este tipo de reactores para la producción de biodiésel ya se han encargado de optimizar el proceso, es decir, en la literatura se pueden encontrar condiciones iniciales ideales de materia prima para asegurar la conversión de ésteres metílicos, el catalizador ideal para hacer la reacción lo menos reversible posible y la temperatura óptima de operación para obtener

- La mejor producción de biodiésel en el menor tiempo posible sin importar la energía requerida. Esto optimiza el tiempo de producción.

- La mayor cantidad de biodiésel sin importar el tiempo ni la energía requerida. Esto optimiza la producción de biodiésel.
- La mejor producción de biodiésel contemplando la energía que demanda el sistema. Esto optimiza la energía y el costo del proceso. adecuada de biodiésel

de tal forma que se consideró diseñar un control de temperatura con la posibilidad de utilizar toda esta información a favor, la relación molar y el catalizador se utilizaron para facilitar el diseño y simulación del control.

Finalmente, el trabajo de investigación no tiene como objetivo mejorar la producción en masa ni la calidad del biodiésel, el objetivo es tolerar la variación paramétrica, el cual se cumplió, con lo que se podría producir biodiésel a baja escala y sin un aceite sometido a procesos muy complejos de refinación. Además, la construcción de un reactor tipo *batch* es relativamente sencilla, por lo que este esquema de control puede ser implementado en reactores por lotes pequeños elaborados en casa, de tal manera que pueda propiciar el consumo propio de este tipo de combustible. Por ejemplo, en algunos casos debido a fallas en la red eléctrica es necesario el uso de fuentes de electricidad a base de combustibles en donde podría ser utilizado el biodiésel, también, es posible la mezcla del biodiésel con gasolina para mejorar la calidad de la combustión interna del motor. Esto puede ser de ayuda debido a el incremento en el precio de la gasolina y a la corriente de pensamiento a favor de mantener y proteger el medio ambiente que se vive en la actualidad.

Como trabajos futuros se plantea utilizar una referencia de control variable en lugar de constante, cambiando el objetivo de control de regulación a seguimiento de trayectoria. Utilizando las curvas de temperatura previamente reportadas en la literatura como referencia de control se puede diseñar el esquema de control intercambiando la referencia constante por una variable. Dicho trabajo se considera lo suficientemente interesante para poder ser publicado como artículo de revista.

Se considera que con la elaboración de este trabajo se logró producir las siguientes aportaciones:

- El cálculo de las propiedades fisicoquímicos para el modelado de sistemas, estas se consideran importantes porque nos ayudan a conocer el valor aproximado de parámetros como la densidad y el calor específico de diferentes tipos de aceite y poder simular su comportamiento.
- La representación Takagi-Sugeno del modelo B ya que con este tipo de modelos difusos se puede representar la dinámica no lineal del sistema utilizando modelos lineales, lo que quiere decir que se puede aplicar teoría de control lineal como en el desarrollo de este trabajo.
- El diseño del observador en representación Takagi-Sugeno ya que se basó a un reactor real y se logró la estimación de estados no medibles como *TG*, *DG*, *MG*, *ME*, *A* y *GL*.
- El esquema de control diseñado ya que, de acuerdo a los resultados obtenidos, es un esquema de control capaz de adaptar su ley de control tolerando variaciones paramétricas del proceso, lo que quiere decir que se puede catalogar como un esquema de control tolerante a fallas.

## Referencias

- [1] D. Carter, D. Darby, J. Hallé, P. Hunt, 2015, How to make biodiésel, Ed. LILY.
- [2] H. Nouredini, D. Zhu, 1997, Kinetics of transesterification of soybean oil, *J. Am. Oil. Chem. Soc.* vol. 74, 1457-1463.
- [3] Staff oil & gas magazine, 2017, Consumo de energía hasta el 2040, oil & gas magazine, recuperado de [www.oilandgasmagazine.com.mx](http://www.oilandgasmagazine.com.mx)
- [4] International Energy Agency, 2016, Mexico Energy Outlook, recuperado de [www.iea.org](http://www.iea.org)
- [5] M.A. Noriega, P.C. Narváez, C. Heinz, 2014, Kinetics of Jatropha oil methanolysis, Colombia, *Fuel*, Vol 134, 244-249.
- [6] Simone M. Silvia, Klicia A. Sampaio, Thiago Taham, Silvana A. Rocco, Roberta Ceriani, Antonio J.A. Merielles, 2009, Characterization of oil extracted from buriti fruit grown in the brazilian amazon region, *J Am Oil Chem Soc*, Vol 86, 611-616.
- [7] D. Darnoko, Munir Cheryan, 2000, Kinetics of palm oil transesterification in a batch reactor, *J. Am. Oil. Chem.*, vol. 77, no.12.
- [8] D. Kusdiana, S. Saka, 2001, Kinetics of transesterification in rapeseed oil to biodiesel fuel as treated in supercritical methanol, *Fuel*, Vol. 80, 693-698.
- [9] P.C Narváez, S.M. Rincón, F.J. Sánchez, 2007, Kinetics of palm oil methanolysis, *J. Am. Oil. Chem. Soc.* Vol. 84, 971-977.
- [10] Blaz Likozar, Janez Levec, 2014, Transesterification of canola, palm, peanut, soyben and sunflower oil with methanol, ethanol, isopropanol, butanol and tert-butanol to biodiesel: Modelling of chemical equilibrium, reaction kinetics and mass transfer based on fatty acid composition, *Applied Energy*, Vol. 123, 108-120.
- [11] G. Pahl, 2005, Biodiesel, Growing a new energy economy, Estados Unidos de América, Chealsea green publishing company.
- [12] Caye M. Drapacho, Nghiem Phu Nhuan, Terry H. Walker, 2008, Biofuels engineering process technology, Estados Unidos de América, Ed. McGraw Hill.
- [13] P. Schlagermann, G. Gottliecher, R. Dillschneider, R. Rosello-Sastre, C. Posten, 2012, Composition of Algal oil and its potential as biofuel, *Journal of Combustion*, Vol. 212.
- [14] Yusuf Christi, 2007, Biodiesel from microalgae, *Biotechnology Advances*, Vol. 25, 294-306.
- [15] Ronald Halim, Michael K. Danquah, Paul A. Webley, 2012, Extraction of oil from microalgae for biodiesel production: A review, *Biotechnology advances*, Vol. 30, 709-732.
- [16] D.O. Edem, 2002, Palm oil: Biochemical, physiological, nutritional, hematological and toxicological aspects: A review, *Plant foods for human nutrition*, vol 57, 319-341.
- [17] Bernard Freedman, Royden O. Butterfield, Everett H. Pryde, *J. Am. Oil. Chem. Soc.* Vol. 63, no. 10.

- [18] Roberta Ceriani, Fernanda R. Paiva, Cintia B. Gongalves, Eduardo Batista, Antonio A. Merielles, 2008, Densities and viscosities of vegetable oils of nutritional value, *Journal of chemical engineering data*, Vol 53.
- [19] Helle S. Elboro, Aege Fredenslund, Peter Rasmussen, 1991, Group contribution method for prediction of liquid densities as a function of temperature for solvents, oligomers and polymers, *Industrial & Engineering chemistry research*, vol 30, 2576-2582.
- [20] E. Christian Ihmels, Jurgen Cmeihling, 2003, Extension and revision of the group contribution method GCLVOL for the prediction of pure compound liquid densities, *Industrial & engineering chemistry research*, vol 42, 408-412.
- [21] Roberta Ceriani, Rafiqul Gani, Antonio J.A. Meirelles, 2009, Prediction of heat capacities and heats of vaporization of organic liquids by group contribution methods, *Fluid Phase Equilibria*, Vol. 283, 49-55.
- [22] Li Zong, 2010, Fragment-based approach for estimating thermophysical properties of fats and vegetable oils for modelling biodiesel production process, *Industrial Engineering chemistry research*, vol 49, 876-886.
- [23] Li Zong, Sundaramam Ramanathan, Chau-Chyun Chen, 2010, Predicting thermophysical properties of mono- and diglycerides with chemical constituent fragment approach, *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 49, 5479-5484.
- [24] Ali, J. M., Hoang, N. H., Hussain, M. A., and D. Dochain, Review and classification of recent observers applied in chemical process systems, *Computers and Chemical Engineering* (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2015.01.019> vision de observadores Ali 2015
- [25] Gildas Besancon, 2000, Remarks on nonlinear adaptive observer design, *Systems & control letters*, Vol 41, 271-180.
- [26] Astorga Zaragoza CM, Alvarado Martinez VM, Zavala-Rio Arturo, Méndez Ocaña RM, Guerrero Ramirez, GV, 2008, Observer based monitoring of heat exchangers, *ISA Transactions*, vol 42, 15-24.
- [27] López-Zapata, B. Y., Adam-Medina, M., Álvarez-Gutiérrez, P. E., Castillo-González, J. P., Hernández-de León, H. R., Vela-Valdés, L. G. (2017). Virtual sensors for biodiesel production in a batch reactor. *Sustainability (Switzerland)*, 9(3), 1–11. <https://doi.org/10.3390/su9030455>
- [28] G. Bastin, 1990, Online estimation and adaptive control of bioreactors, Elsevier Science.
- [29] Albert L. Leniher, David L. Nelson, Michael M. Cox, 2015, *Principios de Bioquímica*, Ed. Omega.
- [30] William M. Lyuben, 1996, *Process Modelling simulation and control for chemical engineers*, Ed McGraw Hill.
- [31] Raymon Chang, 202, *Química*, 7a ed, McGraw Hill.
- [32] S.R. Logan, 1996, *Fundamento de cinética química*, Ed. Addison Wesley.

- [33] Ira N. Levine, 2004, Fisicoquímica, 5a ed, McGraw Hill.
- [34] Hassan Noura, Didier Theilliol, Jean-Christophe Ponsart, Abbas Chameeddin, 2009, Fault-Tolerant control systems, Ed. Springer.
- [35] Cristina Verde, Sylviane Gentil, Rubén Morales-Menendez, 2013, Monitoreo y diagnóstico automático de fallas en sistemas dinámicos, Ed Trillas.
- [36] Wang, Y., Shi, J., Zhou, D. (2006). Iterative learning fault-tolerant control for batch processes. *Industrial & Engineering Chemistry*, 9050–9060. Retrieved from <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ie060726p>
- [37] Yang, Y , 2007, Active Fault-Tolerant Control of Nonlinear Batch Processes with Sensor Faults. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 46(26), 9158–9169. <https://doi.org/10.1021/ie0702835>
- [38] Mjalli, Farouq S.; Hussain, M. A.; San L. K.; Yin K. Ch. (2009). Dynamics and control of a biodiesel transesterification reactor, *Chem. Eng. Techn*, vol 32, No.1, 12-26.
- [39] Mjalli, Farouq S.; Hussain, M. A. (2009). Approximate Predictive Versus Self Tunning Adaptive Control Strategies of Biodiesel Reactor. *Industrial & Engineering Chemistry Research*.
- [40] Benavides, P. T., Diwekar, U. (2012a). Optimal control of biodiesel production in a batch reactor: Part I: Deterministic control. *Fuel*, 94, 211–217. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2011.08.035>
- [41] Benavides, P. T., Diwekar, U. (2012b). Optimal control of biodiesel production in a batch reactor: Part II: Stochastic control. *Fuel*, 94, 218–226. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2011.08.033>
- [42] Benavides, P. T., Diwekar, U. (2013). Studying various optimal control problems in biodiesel production in a batch reactor under uncertainty. *Fuel*, 103, 585–592. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2012.06.089>
- [43] Ana S. R. Brásio, Arianey Romanenko, Joao Leal, Natercia Fernandes, 2013, Non-linear model predictive control of biodiésel production via transesterification of used vegetables, *Journal of process control*, vol 23, 1471-1479.
- [44] Richard Kern, Yogendra Shastin, 2015, Advanced control with parameter estimation of batch transesterification reactor, *Journal of process control*, Vol 23, 127-139
- [45] Betty Yolanda López Zapata, 2017, Control y diagnóstico de fallas en un reactor de biodiésel, Tesis de doctorado en ciencias, CENIDET, México.
- [46] A.Chanpirak, W. Weerachipichasgul, 2017, Improvement of biodiésel production in batch transesterification process, proceedings of the international multiconference of engineers and computer scientists, Hong Kong.
- [47] Hassan, K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3era Edición, ED. Prentice Hall.
- [48] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, 2008, *Modern Control Systems*, 12 ed, Prentice Hall.
- [49] Katsuhiko Ogata, 1987, *Dinámica de sistemas*, 1 ed, Prentice Hall

- [50] K. Astrom, T. Hagglund, 1995, PID controllers: Theory, design and tuning, 2 ed,
- [51] Liuping Wang, 2009, Model predictive control system design and implementation using Matlab, 1 ed, Springer.
- [52] Peter E. Wellstead, 2000, Introduction to Physical system modelling, Physical systems modeling, Control Systems Principles ([www.control-systems-principles.co.uk](http://www.control-systems-principles.co.uk))
- [53] Zsofia Lendek, Thiery Marie Guerra, Robert Babuska, Bart de Schutter, 2010, Stability Analysis and nonlinear observer design using Takagi-Sugeno Fuzzy models, Ed Springer.
- [54] Hua O. Wang, Kazuo Tanaka, Michael F. Griffin, 1999, An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues, IEEE transactions on fuzzy systems, Vol 4. No 1.
- [55] B.C. Moore, 1976, On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed loop eigenvalue assignment, IEEE Transactions on automatic control.
- [56] A.N. Andry, E.Y. Shapiro, J.C. Chung, 1983, Eigenstructure assignment for linear systems, IEEE Transactions on aerospace and electronic systems.
- [57] Vazquez Trejo JA, Adam Medina M, Ortiz G, Reyes Reyes J, Guerrero Ramirez GV, 2018, Robust Control system design using eigenstructure assignment with uncertain parameters for a double pipe heat exchanger, IEEE Latin America Transactions, Vol 16, No.3.
- [58] Jin Jiang, 1994, Design of reconfigurable control systems using eigenstructure assignments, International Journal of control, Vol 59, 395-410.
- [59] Chao Ou, Weixing Lin, 2006, Comparison between PSO and GA for parameters optimization of PID controllers, International conference on mechatronics and automation, China,
- [60] Mahmud Iwan Solihin, Lee Fook Tack, Moey Leap Kean, 2001, Tuning of PID controller using swarm optimization (PSO), proceeding of the international conference on advanced science, Engineering and information technology, Malaysia.