



SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

Control de Orden Fraccionario Tolerante a Fallas Aplicado a un
Sistema de Tanques Acoplados

presentada por

Ing. Filemón Jairo Rueda de León Reyes

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis

Dr. José Francisco Gómez Aguilar

Codirector de tesis

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez

Cuernavaca, Morelos, México. Abril de 2019.



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Mor., 15 de marzo de 2019.

OFICIO No. DIE/030/2019

Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Filemón Jairo Rueda de León Reyes**, con número de control **M16CE048** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**Control de Orden Fraccionario Tolerante a Fallas Aplicado a un Sistema de Tanques Acoplados**" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Jose FCO GOMEZ

Dr. José Francisco Gómez Aguilar
Doctor en Física
Cédula profesional 9124781

CODIRECTOR DE TESIS

Ricardo Escobar

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 7534115

REVISOR 1

Juan Reyes

Dr. Juan Reyes Reyes
Doctor en Ciencias en la Especialidad de
Control Automático
Cédula profesional 4214833

REVISOR 2

Guadalupe Madrigal

Dr. Guadalupe Madrigal Espinoza
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 2579043

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares

Estudiante
Expediente

RFEJ/lrr.



SEP
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Morelos, **20/marzo/2019**

OFICIO No. SAC/136/2019

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. FILEMÓN JAIRO RUEDA DE LEÓN REYES
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Control de Orden Fraccionario Tolerante a Fallas Aplicado a un Sistema de Tanques Acoplados", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

Dedicatoria

Con todo mi cariño dedico esta tesis a mi madre hermosa Marilú, por todo su amor, a mis hermanos Andrés y Cristian por todo su apoyo en sacar adelante este proyecto de vida, a mis sobrinas amadas Katerin Micheel y Marjorie Cataleya, y a mi cuñada Glendy por su gran afecto en la familia. A Dios por la vida.

Agradecimientos

A Jah, Dios Todopoderoso creador de todo lo existente visible y no visible, por darme la vida, bendecirme, protegerme y siempre cuidar de mi y mi familia.

A mis padres, en especial a mi madre Marilú, por siempre estar al pendiente de mí y su apoyo incondicional, por todos esos sabios consejos, por su paciencia y por todo el cariño y amor que me ha dado, me da y sé que me seguirá dando.

A mis hermanos Andres y Cristian, por su apoyo en todas mis decisiones y estar ahí para cuando mas los necesito.

A mi director de tesis, el Dr. José Francisco Gómez Aguilar, por haber dirigido este trabajo de tesis, por su gran paciencia para conmigo y por compartir su conocimiento conmigo, por todo el apoyo que me brindo cuando se me cerraron algunas puertas.

A mi codirector de tesis, el Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez, por todos sus consejos, sugerencias y apoyo para la realización de este trabajo de tesis.

A mis revisores de tesis, el Dr. Juan Reyes Reyes y al Dr. Guadalupe Madrigal Espinosa, por sus acertados comentarios y correcciones que hicieron posible mejorar este trabajo de tesis.

A la Lic. Lorena Ruiz Ramirez por su gran apoyo en la parte administrativa para la conclusión de este trabajo de tesis.

A mis compañeros y amigos Carlos Lara, Mei, Carlos Zuñiga, Moyito, Lompi, Juan "Puerquito", Toñito Coronel, Leoncio, Hera y Oswaldo, por hacer de la maestría mas amena y su gran apoyo para este trabajo de tesis.

A CENIDET por permitirme realizar esta maestría en sus instalaciones y a todo el personal, docente y administrativo que labora en él. A CONACYT por brindarme el apoyo económico con el que pude realizar la maestría y este trabajo de tesis.

Como no estás experimentado en las cosas del mundo, todas las cosas que tienen algo de dificultad te parecen imposibles. Confía en el tiempo, que suele dar dulces salidas a muchas amargas dificultades.

Como no estás experimentado en las cosas del mundo, todas las cosas que tienen algo de dificultad te parecen imposibles.

Confía en el tiempo, que suele dar dulces salidas a muchas amargas dificultades.

Miguel de Cervantes Saavedra



Índice general

Índice de figuras	9
Índice de Tablas	11
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo general	3
1.2.2. Objetivos específicos	4
1.3. Metas	4
1.4. Justificación	4
1.5. Organización del documento	4
2. ESTADO DEL ARTE	7
3. MARCO TEÓRICO	11
3.1. Control Tolerante a Fallas	11
3.1.1. Control Tolerante a Fallas Activo	12
3.1.2. Control Tolerante a Fallas Pasivo	14
3.2. INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO FRACCIONARIO	16
3.2.1. Cálculo Fraccionario	16
3.2.2. Funciones básicas del cálculo fraccionario	17
3.2.3. Derivadas e Integrales fraccionarias	19
3.3. CONTROLADOR DE ORDEN FRACCIONARIO	20
3.3.1. Definición de un controlador de orden fraccionario.	20
3.3.2. Propiedades y características de los controladores fraccionarios.	22
3.3.3. Diseño de parámetros de controladores fraccionarios y su implementación	25
3.3.4. Controlador PI de orden entero	26
4. SISTEMA DE LOS TRES TANQUES ACOPLADOS	29
4.1. Modelo	30
4.2. Algoritmo de optimización: Particle Swarm Optimization (PSO)	32
5. RESULTADOS	35
5.1. Falla en entrada 1	35

5.1.1. Control tolerante a fallas	35
5.2. Falla en entrada 2	38
5.3. Falla de fuga en tanque 1	40
5.4. Falla en tubería Sp_{13}	42
5.5. Robustez	44
5.5.1. Robustez ante cambios en la referencia	44
5.5.2. Robustez ante falla de obstrucción en tubería Sp_{20}	46
5.5.3. Robustez ante fuga en el tanque 1	48
5.5.4. Robustez ante perturbaciones en el sensor de flujo de la bomba 1	49
6. CONCLUSIONES	53
6.1. Trabajos Futuros	54
Bibliografía	55

Índice de figuras

3.1. Control Tolerante a Fallas	12
3.2. Esquema del Control Tolerante a Fallas	12
3.3. Esquema del Control Tolerante a Fallas Activo	13
3.4. Arquitectura del control tolerante a fallas pasivo.	14
3.5. Estructura general del controlador PI^λ	20
3.6. Controladores PID y $PI^\lambda D^\delta$: Puntos en el plano.	22
3.7. Región de estabilidad de los sistemas fraccionarios LTI con orden $0 < q \leq 1$	24
3.8. Región de estabilidad de los sistemas fraccionarios LTI con orden $1 < q \leq 2$	24
3.9. Esquema del controlador PI entero.	27
4.1. Sistema de tres tanques acoplados.	30
4.2. Esquema de control de los tres tanques acoplados.	32
5.1. Falla en la bomba 1.	36
5.2. Cambio de la dirección del flujo al presentarse falla en la bomba 1.	36
5.3. Controlador PI de orden fraccionario ante falla en la bomba 1.	37
5.4. Ley de control que muestra el cambio de flujo en cada uno de los controladores. . .	37
5.5. Falla en la bomba 2.	38
5.6. Controladores PI de orden fraccionario y PI de orden entero ante la falla en la bomba 2.	39
5.7. Esfuerzo de control de los controladores de orden entero vs de orden fraccionario ante falla en la bomba 2.	39
5.8. Fuga en el tanque 1.	40
5.9. Sistema con fuga en el tanque 1.	41
5.10. Fuga en tanque 1 y acción de control del PI de orden fraccionario.	41
5.11. Fuga en la tubería Sp_{13}	42
5.12. Sistema con falla en tubería Sp_{13}	43
5.13. Falla en tubería Sp_{13} y acción de control del PI de orden fraccionario.	43
5.14. Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante cambios de referencias.	45
5.15. Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero.	45
5.16. Fuga en la tubería Sp_{20}	46
5.17. Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante reducción del 5% del diámetro de la tubería Sp_{20}	47

5.18. Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante reducción del 20 % del diámetro de la tubería S_{p20}	47
5.19. Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante fuga del 5 % en el tanque 1.	48
5.20. Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante fuga del 40 % en el tanque 1.	49
5.21. Perturbación proveniente de el sensor de flujo la bomba 1.	50
5.22. Robustez del controlador fraccionario ante perturbaciones en el sensor de flujo de bomba 1.	50

Índice de Tablas

4.1. Parámetros de los 3 tanques.	29
4.2. Valores de los parámetros del PSO para el controlador de orden entero.	33
4.3. Valores de los parámetros del PSO para el controlador de orden fraccionario.	33
4.4. Ganancias para los controladores de orden entero.	33
4.5. Ganancias para los controladores de orden fraccionario.	34

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

En la vida moderna, muchos dispositivos dependen del control automático para un funcionamiento satisfactorio. Para este propósito, la teoría y las técnicas de control convencionales se han desarrollado completamente en las últimas cuatro décadas. Mientras que para un controlador convencional ha sido la meta principal de diseño lograr la estabilidad y el rendimiento del sistema con todos los componentes funcionando normalmente, existe una creciente necesidad de que los sistemas de control funcionen correctamente incluso bajo fallas de componentes.

En términos generales, la mayoría de las técnicas de diseño de control convencionales no consideran escenarios de fallas potenciales de componentes del sistema. Como resultado, un sistema de control diseñado utilizando estas técnicas puede lograr un rendimiento aceptable durante la operación normal, pero puede fallar como sistema incluso en el caso de un mal funcionamiento de un componente menor.

Por lo tanto, con el fin de mejorar la robustez del sistema contra fallas de componentes, una nueva metodología de diseño necesita ser desarrollada. Esta es la técnica de diseño de Sistemas de Control Tolerante a Fallas (SCTF) que ha atraído cada vez más interés y atención tanto del mundo académico como de la industria.

Otro aspecto que ha atraído interés y atención, tanto en la comunidad científica como en la industria, es la aplicación del Cálculo Fraccionario(CF) en el diseño de controladores teniendo como consecuencia el aumento de la robustez de los controladores ante las posibles fallas que pudieran ocurrir en el sistema y si se aplican en una sistema de Control Tolerante a Fallas el desempeño del controlador es mucho mejor comparado con los controladores descritos por ecuaciones diferenciales de orden entero, ya sea que sea del tipo pasivo o activo.

Este trabajo de tesis se enfoca al desarrollo de controladores tolerantes a fallas pasivos pero aplicando el cálculo fraccionario para así aumentar la robustez con la que este tipo de controladores contraresta las fallas que surgen en el sistema. Este tipo de controladores se desarrollan con el conocimiento apriori de las posibles fallas que pueden ocurrir en el sistema y de esta manera contrarrestar las mismas.

El desarrollo y uso de controladores fraccionarios cada vez tiene mayor aceptación, esto debido a la robustez a fallas que presentan como se ya se mencionó, pero además lo dota de características especiales por los beneficios de usar el cálculo fraccionario, el cual permite el modelado de sistemas y controladores con mayor exactitud y precisión, las derivadas fraccionarias son filtros naturales y esto permite que los controladores reduzcan en gran medida el error en estado estable, tener un menor tiempo de asentamiento y permite ampliar el área de sintonización de los controladores permitiendo tener polos en el semiplano derecho y seguir siendo estables.

1.1. Antecedentes

En el enfoque de control tolerante a fallas pasivo se utilizan técnicas de control robustas para asegurar que un sistema en lazo cerrado permanezca invariante a ciertas fallas usando parámetros de controlador constantes aún sin el uso de información de fallas en línea [1]. El sistema deteriorado continúa operando con el mismo controlador y estructura del sistema, es decir, el objetivo principal es recuperar el rendimiento original del sistema.

En el trabajo de tesis de Gutierrez [2] se utiliza una estructura de Control Tolerante a Fallas(CTF) basada en modelo de seguimiento en la cual se realizó la reconfiguración de fallas, con el fin de compensar la señal del control primario en línea. El sistema de CTF que se utilizó es un enfoque pasivo ya que la estructura de control propuesta no cuenta con un módulo de FDD; pero no será robusto a fallas. Para generar el mecanismo de reconfiguración se emplea una ley adaptable con el fin de compensar las fallas paramétricas en línea. El caso de estudio que se presentó es un sistema de tres tanques acoplados que está sujeto a incertidumbres paramétricas, para el cual se simulan fallas de atascamiento en tuberías y fugas en los tanques.

En su trabajo de investigación Ponsart [3] desarrolló un método de control tolerante a fallas. Este método hace posible la compensación de actuadores aditivos o multiplicativos y fallas de los componentes. Las ventajas de este método se prueban en simulación y en aplicación real a una planta piloto no lineal: un sistema de tres tanques.

En [4] se muestran los orígenes del cálculo fraccionario y sus múltiples aplicaciones en ciencia e ingeniería. Esta es una revisión que investiga su progreso desde el primer uso reportado de sistemas de control, que cubre el PID fraccionario propuesto por Podlubny en 1994, y presenta un controlador PID fraccionario de vanguardia, que incorpora las últimas contribuciones en este campo. Destaca los desarrollos en el campo de los controladores PID fraccionarios, incluido su diseño y sintonización, así como también explora sus diversas versiones. Las herramientas de software asociadas al diseño de controladores PID fraccionarios también se discuten.

En el trabajo de Castillo-Garcia [5] se realizó un análisis comparativo de la robustez de estabilidad de controladores PI y PI^α cuando se aplican a plantas de primer orden involucrando un tiempo de retardo. Un resultado analítico muestra que ambos controladores tienen exactamente la misma región de especificaciones de frecuencia factibles. Sin embargo, la robustez de ambos controladores es bastante diferente. Dependiendo del conjunto de especificaciones de frecuencia y el orden no entero de la acción integral del controlador de orden fraccionario, el controlador PI^α puede o no proporcionar mayor robustez a las variaciones de los parámetros de la planta que el controlador PI. Las regiones donde cada controlador es más robusto son obtenidas y mostradas en el trabajo. Dos ejemplos simulados ilustran este comportamiento opuesto de robustez del controlador PI^α con

respecto al controlador PI.

Hoy en día, los controladores proporcional-integral-derivativo de orden fraccionario (FO-PID) han atraído mucha atención de la ciencia y la industria. A pesar de que los controladores FO-PID superan en rendimiento a los de orden entero en muchos casos, este último continúa dominando el sector industrial. Esto se debe a que una de las grandes barreras que limitan la adopción de los controladores FO-PID es la complejidad de los métodos de sintonización actuales para aplicaciones industriales. En el artículo [6], Dastjerdi y colaboradores presentaron un método práctico de sintonización para los controladores FO-PID. En este contexto, las herramientas clásicas de modelado de lazos se utilizan para proponer esta nueva regla de sintonización simple. Se da una regla general y una guía para usuarios no expertos e industriales para controlar sistemas de movimiento. Finalmente, el método de sintonización se valida en un sistema de posicionamiento de precisión de alta tecnología.

En [7] Edet propone un nuevo método de sintonización del controlador Proporcional-Integral de Orden Fraccionario (FOPI) para los sistemas de control de procesos. Esto se logra mediante la combinación del método Biggest Log-modulus Tuning (BLT) y el método de control interno del modelo (IMC) para diseñar controladores PID convencionales que se usan para sintonizar los controladores FOPI para procesos multivariables. A diferencia del caso PID convencional, el método de control interno del modelo se usa primero para diseñar el controlador FOPI y obtener valores preliminares de los parámetros del controlador. Esto produce fórmulas simples para establecer las ganancias del controlador. En las simulaciones en este artículo muestran que se puede lograr un buen desempeño entre el rendimiento y la robustez para las aplicaciones de control de procesos de múltiples filas con el controlador FOPI propuesto.

La aplicación de un controlador PID de orden fraccionario (FOPID) a un regulador de voltaje automático (AVR) es lo que se presenta y estudia en [8] en donde Zamani, M., y colaboradores describen que un FO-PID es un PID en donde los órdenes de las derivadas e integrales son números fraccionarios en lugar de números enteros. Muestran que la etapa de diseño de dicho controlador consiste en determinar cinco parámetros y para ello emplean el algoritmo de optimización de enjambre de partículas (PSO) para llevar a cabo el procedimiento de diseño mencionado anteriormente. PSO es un procedimiento de búsqueda avanzada que ha demostrado tener una eficacia muy alta. Para ello se define una función de costo novedosa para facilitar la estrategia de control sobre las especificaciones del dominio del tiempo y del dominio de la frecuencia. Además hicieron comparaciones entre un controlador PID y el FO-PID y se muestra que el controlador FO-PID propuesto puede mejorar la robustez del sistema con respecto a las incertidumbres del modelo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un controlador PI de orden fraccionario en un esquema de Control Tolerante a Fallas (CTF) pasivo ante fallas en el proceso y actuadores, aprovechando las características de robustez de los controladores de orden fraccionario.

1.2.2. Objetivos específicos

- Simular un sistema de tres tanques acoplados.
- Diseñar los controladores PI de orden entero y fraccionario.
- Simular fallas en el proceso y actuadores.
- Evaluar el desempeño del CTF con un controlador PI de orden fraccionario.

1.3. Metas

- Comprobar la robustez de los controladores PI de orden entero y fraccionario en CTF pasivo.
- Demostrar la eficiencia de un controlador PI de orden fraccionario ante uno de orden entero.
- Mostrar el desempeño de los controladores PI de orden entero y PI de orden fraccionario en un enfoque de CTF pasivo en el sistema de tanques acoplados.

1.4. Justificación

Dentro de los beneficios que se esperan con este trabajo de investigación al ser aplicado en sistemas reales en la industria es que el sistema opere el mayor tiempo posible dentro de las condiciones nominales de operación del sistema y en el caso de que ocurra una falla el sistema continúe, aunque ya no en un punto nominal, operando en un punto degradado de operación. Esto nos proporciona una ventaja económica ya que el sistema no tiene que detenerse para que los técnicos solucionen la falla por lo que se evita daños al operador y al sistema. El volumen de producción se mantiene, de igual forma el producto permanece en altos estándares de calidad.

Además, de acuerdo a lo planteado en las referencias [5], [9], [10], el diseño de los controladores fraccionarios tiene más ventajas dado que el orden fraccionario proporciona un grado adicional de libertad que permite incrementar la robustez y ampliar la región de estabilidad proporcionando una disminución en el error en estado estacionario y aumentado el desempeño comparado con otros tipos de controladores robustos [11].

1.5. Organización del documento

Esta tesis está organizado de la siguiente manera:

En el **Capítulo 2** se presenta el estado del arte con respecto a la investigación que se realizó.

El **Capítulo 3** presenta el Marco Teórico en el que se muestra lo relevante al control tolerante a fallas y sus dos tipos: el activo y el pasivo; además se da una introducción al cálculo fraccionario y a los controladores de orden fraccionario, así como el controlador de orden entero y al algoritmo de optimización PSO.

En el **Capítulo 4** describe el caso de estudio de esta tesis el cual es un sistema de tres tanques acoplados.

En el **Capítulo 5** se dan a conocer todas las pruebas realizadas, la descripción de las fallas en parámetros y la respuesta del sistema ante tales fallas, así como el desempeño que presentaron los controladores tanto de orden entero como fraccionario.

En el **Capítulo 6** se presentan las conclusiones y trabajos futuros que podrían realizarse a partir de este trabajo de tesis.

Capítulo 2

ESTADO DEL ARTE

En [12], una revisión bibliográfica que proporciona un panorama del uso de control tolerante a fallas, robustez, control tolerante a fallas activo y pasivo es presentada. Hablando específicamente sobre el CTF se muestra una división enfocado en el CTF pasivo y en el CTF activo.

Vinagre en [13] proporciona una introducción y al mismo tiempo una invitación donde muestra los fundamentos y definiciones básicas del Cálculo Fraccionario hasta llegar a las estrategias de implementación en controladores y filtros fraccionarios, el análisis de sistemas y el diseño de controladores .

En [14] los autores mencionan que las aplicaciones del Cálculo Fraccionario al control automático son realizaciones aproximadas, ya sea analógicas o digitales de los operadores fraccionarios mediante la conversión de su transformada de Laplace al dominio discreto, resultando una función de transferencia discreta de dimensión infinita que mediante técnicas de Expansión Continuada en Fracciones (ECF) y posterior truncado resulta en buenas aproximaciones de la forma de Respuesta Infinita al Impulso(IIR) y de ordenes razonables para operar en tiempo real. Por último, los autores concluyen que el Cálculo Fraccionario abre la posibilidad de ampliar a cinco los tres grados de libertad de los controladores PID convencionales al poder variar también los exponentes de los términos derivativo e integrador resultando superiores en desempeño sobre todo ante sistemas no lineales y más robustos ante incertidumbres de modelado o variación de parámetros.

Los autores en [15] está dividido en dos partes, en la primera parte demuestra que el mejor controlador de orden fraccionario supera al mejor controlador de orden entero. Después se discute que, por tener un mejor desempeño, menor error en estado estacionario, menos oscilación en el transitorio, mayor estabilidad y una respuesta más suave se considera el control de orden fraccionario incluso cuando el control de orden entero funciona relativamente como una excelente opción para el control de sistemas. En la segunda parte se abordaron los problemas en la regulación del controlador PID de orden fraccionario y se utilizan varios ejemplos del mundo real, argumentando que, el control de orden fraccionario es omnipresente cuando el sistema dinámico es de naturaleza paramétrica distribuida.

En [11] se aplican las definiciones y propiedades del cálculo fraccionario al control predictivo basado en modelos, con la idea de extender la metodología y generalizar su formulación, de tal forma que se pueda conjugar las ventajas de ambas disciplinas. Otro de los objetivos de este proyecto es aportar nuevos resultados para el diseño de controladores predictivos usando como herramienta el cálculo fraccionario.

En [16] Sanchez y colaboradores se realizan un análisis comparativo de la robustez de estabilidad de los controladores PI y PI^α cuando se aplican a plantas de primer orden involucrando un tiempo de retardo. Un resultado analítico muestra que ambos controladores tienen exactamente la misma región de especificaciones de frecuencia factibles. Sin embargo, la robustez de ambos controladores es muy diferente. Dependiendo del conjunto de especificaciones de frecuencia y del orden no entero de la acción integral del controlador de orden fraccionario, el controlador PI^α puede o no proporcionar una mayor robustez a las variaciones de parámetros de planta que el controlador PI . También fueron determinadas las regiones donde cada controlador es más robusto. Dos ejemplos simulados ilustran este comportamiento de robustez del controlador PI^α con respecto al controlador PI .

Patton en [17] proporciona una revisión bibliográfica donde muestra un panorama, mediante investigación, del uso de control tolerante a fallas, robustez y control tolerante a fallas activo y pasivo. Hablando específicamente sobre el CTF se muestra una división de este las cuales se enfocan en el CTF pasivo y en el CTF activo.

Jiang en [18] analiza los sistemas de control tolerante a fallas activos y pasivos (CTF) examinando las similitudes y diferencias entre los dos enfoques desde el punto de vista teórico y práctico. Se puede decir que, aunque los objetivos de control de ambos enfoques son los mismos, cada método utiliza sus propias maneras únicas de alcanzar los objetivos. Por lo tanto, diferentes enfoques pueden conducir a resultados aparentemente diferentes. La característica distintiva de este documento es que proporciona una evaluación objetiva de las dos metodologías de diseño de sistemas de control tolerante a fallas en un entorno imparcial y comparativo.

Theilliol en [19] describe la aplicación de un diagnóstico de fallas y un método de acomodación a un sistema real que está compuesto de tres tanques acoplados. Se menciona que el rendimiento de un sistema de lazo cerrado puede ser alterado por la aparición de fallas que pueden, en algunas circunstancias, causar graves daños en el sistema. El objetivo de esta investigación fue evitar el deterioro del sistema mediante el desarrollo de un controlador que tenía algunas capacidades para compensar las fallas, es decir, la falla de alojamiento o el control tolerante a fallas. En este trabajo se presentó un esquema de dos pasos compuesto por un módulo de detección de fallas, aislamiento y estimación y un módulo de compensación de control.

En [20] Kwakernaak presenta una exposición tutorial de la teoría de la regulación óptima de H_∞ , enfatizando la relevancia del problema de sensibilidad mixta para el diseño robusto del sistema de control. Tocando temas que van desde la sensibilidad, robustez y perturbaciones.

En [21] Omana estudia la detección y aislamiento de fallas mediante el desarrollo de un enfoque basado en modelos utilizando una implementación de ecuación de paridad de residuos direccionales. Con esta investigación se ha mejorado el enfoque descrito por Viswanadham, Taylor y Luce. La eficacia y robustez de esta técnica se demuestra mediante la aplicación de un esquema FDI a un reactor de tanque con agitación continua (JCSTR). Además, este trabajo se destaca por el análisis de la robustez para sistemas de CTF en el que se implementa el FDI.

En su tesis [11] Hortelano tiene por objetivo fundamental la aplicación de las herramientas de cálculo fraccionario al control predictivo basado en modelos, con la idea de extender la metodología y se generaliza la formulación, de tal forma que se pueda conjugar las ventajas de ambas disciplinas. Otro de los objetivos de este proyecto es aportar nuevos resultados para el diseño de controladores predictivos usando como herramienta el cálculo fraccionario.

En [3] Ponsart desarrolla un método de control tolerante a fallos. Este método hace posible la compensación de actuadores aditivos o multiplicativos y fallas de los componentes. El interés es considerar el modelo no lineal del sistema, controlado con una linealización exacta de entrada-salida por realimentación de estado. El principio del control tolerante a fallas se basa en la estimación en línea de una cantidad que es igual a cero en el caso sin fallas e igual a la magnitud de la falla cuando se produce una falla en el sistema. Entonces se añade una nueva ley de control a la nominal para compensar el efecto de la falla en el sistema. Las ventajas de este método se prueban en simulación y en aplicación real a una planta piloto no lineal: un sistema de tres tanques.

Capítulo 3

MARCO TEÓRICO

3.1. Control Tolerante a Fallas

En la industria se busca que los sistemas sean confiables y seguros para el operador/usuario.

Si se desea mantener un régimen de calidad alto es importante conocer cuáles son las posibles fallas que pueden ocurrir en los sistemas y cómo hacerles frente para que el sistema continúe operando a pesar de tener un desempeño degradado con la finalidad de reducir los costos de operación y producción.

Una falla ocurre cuando el sistema se desvía de su punto de operación nominal, que está definido por sus variables de entrada/salida (U_o, Y_o) , a un punto de operación no deseado a causa de una falla (U_f, Y_f) .

El objetivo del control tolerante a fallas es proponer una estrategia de reconfiguración de la ley de control o de acomodación de falla tomando en cuenta los parámetros del sistema degradados para llevar al sistema a un nuevo punto de operación (U_c, Y_c) , como se muestra en la Figura 3.1 presentado por [22].

Los sistemas de control tolerante a fallas se clasifican en dos tipos: Control Tolerante a Fallas Activo (CTFA) y Control Tolerante a Fallas Pasivo (CTFP) [17]. En la Figura 3.2 se muestra el diagrama a bloques general del Control Tolerante a Fallas (CTF).

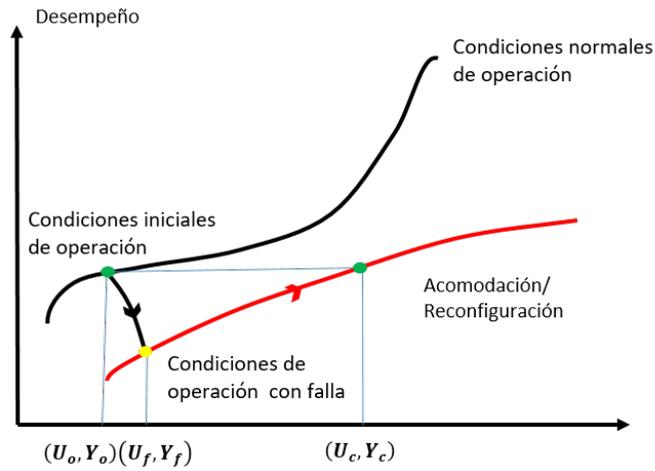


Figura 3.1: Control Tolerante a Fallas

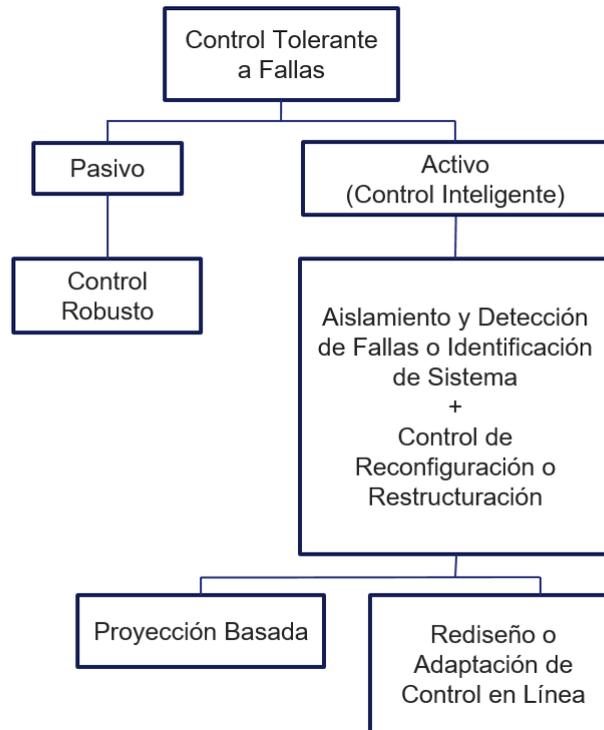


Figura 3.2: Esquema del Control Tolerante a Fallas

3.1.1. Control Tolerante a Fallas Activo

Es un nuevo sistema de control que se rediseña utilizando las propiedades deseables de desempeño y robustez que eran importantes en el sistema original. Para lograr la reconfiguración/reestructuración

del lazo de control, un sistema tolerante a fallas activo requiere un conocimiento apriori de los tipos de fallas que se esperan que pueden ocurrir o un mecanismo para detectar y aislar las fallas no previstas en el diseño. En este último caso, las decisiones relacionadas con la ubicación y la naturaleza de las fallas se utilizan para reprogramar la nueva ley de control del controlador.

El enfoque activo se divide en dos tipos principales de métodos: métodos basados en proyección y métodos de rediseño de controlador automático en línea. Este último implica el cálculo de nuevos parámetros del controlador en respuesta a deterioro en el control debido a la falla. Esto se le conoce como Control Reconfigurable. En los métodos basados en proyección, se selecciona una nueva ley de control precalculada de acuerdo con la estructura de controlador requerida (es decir, dependiendo del tipo de mal funcionamiento que se haya aislado).

Un sistema reconfigurable o reestructurable, cuya acción de retroalimentación se cambia automáticamente es una forma especial de un sistema de control inteligente[23].

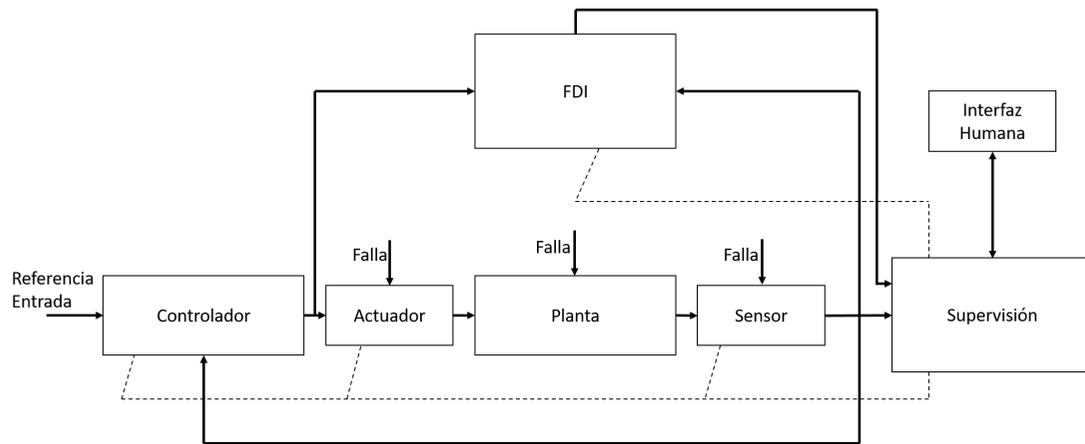


Figura 3.3: Esquema del Control Tolerante a Fallas Activo

En la Figura 3.3 la línea continua representa el flujo de la señal y la línea segmentada representa la adaptación (ajuste, programación, reconfiguración o reestructuración). Se considera que la planta tiene fallas potenciales en sensores, actuadores (u otros componentes).

La reconfigurabilidad implica que un sistema con estructura fija pueda modificarse para tener en cuenta los cambios indeseables que se presenten, es decir, fallas en el sistema. En este caso, la reestructurabilidad incluye la reconfigurabilidad, lo que implica que no solo los parámetros, sino también la estructura del sistema se pueden cambiar para adaptarse a los cambios indeseables que puedan presentarse en el sistema.

Los sistemas tolerantes a fallas activos basados en fallas no anticipadas deben tener un mecanismo para identificar cambios anormales en el sistema. Esta es la función esencial de un esquema de Detección y Aislamiento de Fallas (Fault Detection and Isolation, FDI por sus siglas en inglés). Si bien podría ser suficiente utilizar los procedimientos de FDI, pero también puede ser importante identificar el tipo de falla y su gravedad, así como el motivo por el que se desarrollo esa falla. Cuando

estas funciones se incluyen junto con FDI, lo llamamos un subsistema o esquema de diagnóstico de fallas.

3.1.2. Control Tolerante a Fallas Pasivo

Un sistema en lazo cerrado puede tener una tolerancia a fallas limitada mediante un diseño de retroalimentación cuidadosamente elegido, cuidando los efectos tanto de las fallas como de las incertidumbres del sistema. A dicho sistema se le denomina Sistema de Control Tolerante a Fallas Pasivo [1]. Aunque hay sistemas en los que un controlador bien sintonizado puede compensar los efectos de ciertas fallas, generalmente se requiere información sobre el tipo y la ubicación de la falla antes de que el controlador pueda reaccionar a la falla.

Los enfoques pasivos hacen uso de técnicas de control robustas para garantizar que un sistema en lazo cerrado permanezca insensible a ciertas fallas utilizando parámetros fijos en el controlador y sin el uso de información de las fallas en línea [1]. El sistema deteriorado o con falla continuará funcionando con el mismo controlador y la misma estructura del sistema, es decir, el objetivo principal es recuperar el rendimiento original del sistema. La efectividad del esquema depende de la robustez del sistema en lazo cerrado (sin fallas). Como se puede apreciar en la Figura 3.4 la eficacia del enfoque depende de la robustez del controlador del sistema para que a pesar de las fallas el sistema continúe en operación.

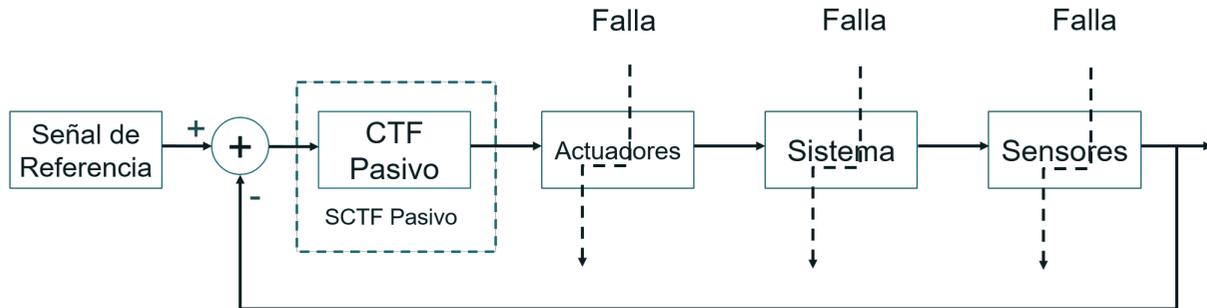


Figura 3.4: Arquitectura del control tolerante a fallas pasivo.

Un sistema es robusto a determinadas fallas al tener un repertorio de las fallas probables, es decir, se diseña el control teniendo en cuenta las fallas probables en el sistema y la forma en que estas afectan la función de control. Esto es común en casos restringidos, en donde una falla tiene un pequeño efecto en el sistema.

El Control Tolerante a Fallas Pasivo se puede usar en conjunto con un control confiable [24], [25]. Aunque la confiabilidad es un objetivo idealista que requiere la repetibilidad de la estabilidad y el rendimiento del sistema, ha habido un interés creciente en los métodos de diseño de controladores robustos que buscan mantener un control estable bajo ciertos “lazos con fallas”. Entonces, el sistema está sobrediseñado, haciendo uso de la redundancia funcional disponible para que el comportamiento de lazo cerrado sea óptimo cuando se elimina una señal del sensor. El diseño utiliza

“mediciones inferidas”, es decir, genera estimaciones de cantidades diferentes utilizando las que se tienen disponibles.

Para cualquier sistema de control, la robustez frente a las perturbaciones y los errores de modelado es un requisito difícil pero básico, ya que es imposible obtener una combinación perfecta entre el modelo matemático y el proceso real, y describir las perturbaciones introducidas por sensores, actuadores y componentes de la planta. Si los efectos de las fallas son similares a los de los errores de modelado y las perturbaciones, la capacidad de robustez también se puede usar para desarrollar controladores que sean insensibles a ciertas fallas.

En aplicaciones prácticas, algunas fallas tienen el efecto de desviaciones en los parámetros dinámicos del sistema. Estas son efectivamente las fallas multiplicativas que afectan la señal residual como producto de los términos de estado/control con desviaciones de parámetros. Otras fallas tienen un efecto aditivo sobre las entradas y/o salidas del sistema y, por lo tanto, afectan de manera aditiva a las señales residuales; podemos referirnos a éstas como señales de falla aditivas.

En el caso aditivo, si las señales de falla no son físicamente separables de las señales en el flujo de señal nominal del sistema, es decir, con una diferencia significativa en la banda de frecuencia o en la dirección de la señal, etc., es difícil, a veces imposible, usar un controlador robusto para tratar condiciones tanto nominales como defectuosas. Por lo tanto, un mecanismo del Dispositivo Electrónico Inteligente (IED) debe activarse como un “filtro” que elimina todas las señales no deseadas del sistema, mientras que al mismo tiempo acentúa todos los efectos de falla que se deben monitorear (detectar y aislar). Afortunadamente, existe un campo de estimación de estado bien desarrollado para el IED que puede proporcionar una detección y un aislamiento de fallas muy rápido siempre que las fallas tengan un efecto aditivo en el sistema monitoreado.

Por lo anterior podemos decir que los sistemas de control tolerantes a fallas pasivos están diseñados para ser robusto a perturbaciones e incertidumbres paramétricas, esto permite al controlador contrarrestar el efecto de una falla sin requerir la reconfiguración y un módulo de Diagnóstico y Detección de Fallas (DDF) [26], como es el caso en el control tolerante a fallas activo.

En general, la aproximación de orden entero de los sistemas a modelar puede causar diferencias significativas entre el modelo matemático y el sistema real. Una de las posibilidades para mejorar los controladores de tipo Proporcional-Integral (PI) es utilizar controladores de orden fraccionario con partes de integración fraccionarias [27].

Es por lo anterior que, en las últimas décadas ha llamado la atención cada vez más el problema de la detección y aislamiento de fallas (FDI por sus siglas en inglés Fault Detection and Isolation). Una falla (abrupta o incipiente) es cualquier tipo de mal funcionamiento o degradación en la planta que puede conducir a una reducción en el rendimiento o la pérdida de funciones importantes, lo que perjudica la seguridad y el desempeño de la misma [28].

Entonces bajo este contexto, en esta investigación se trabajó el uso de controladores fraccionarios debido a que presentan un área de estabilidad mayor y por el efecto de memoria de la derivada fraccionaria, proporcionan más estabilidad y robustez que los controladores de orden entero [5].

3.2. INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO FRACCIONARIO

3.2.1. Cálculo Fraccionario

El Cálculo Fraccionario (CF) es la rama del análisis de las matemáticas que estudia los operadores de integración y derivación de orden arbitrario (D^α , donde α es un número real o complejo), sobre dominios de funciones reales complejas [9]. Si bien existen muchas definiciones de cálculo fraccionario el principal objetivo de cada una de ellas es generalizar el concepto de derivada de orden entero de tal manera que para $\alpha = 1$ obtengamos el operador diferencial conocido comúnmente.

Antecedentes

La primera información sobre la existencia de una derivada de orden fraccionaria data de 1695, en una carta de L'Hopital a Leibniz, en la cual pregunta, ¿cual es la derivada de la función $d^n f(x)/dx^n$ sin $= \frac{1}{2}$? Leibniz responde: Esta aparente paradoja permitirá en el futuro extraer interesantes consecuencias [29]. Posteriormente, cabe señalar, entre otros, a Laplace, Fourier, Abel, Liouville o Riemann (durante el siglo XIX), Weyl, Laurent, Hardy, Littlewood, Erdelyi o Snedon,.. (en los dos primeros tercios del siglo XX). Sin embargo, ninguno de ellos estudió ampliamente el tema, pues la cantidad de cuestiones abiertas en el ámbito de los problemas de tipo ordinario hacia imposible considerar otros planteamientos alternativos e innovadores.

Euler en 1738 [30], introduce la primera generalización de la derivada ordinaria, verificando que la derivada fraccionaria tenía sentido para la función potencia x^n , en 1819 Lacroix [31] parte de la derivada n-ésima de la función $y = x^n$, con m y n como enteros positivos

$$\frac{d^m}{dx^m} y = \frac{n!}{(n-m)!} x^{n-m}, \quad (3.1)$$

para determinar la derivada de orden $\frac{1}{2}$ de la función $y = x^n$, gracias a la generalización de la función factorial mediante la función Gamma.

$$\frac{d^{\frac{1}{2}}}{dx^{\frac{1}{2}}} y = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\frac{1}{2})} x^{n-\frac{1}{2}}. \quad (3.2)$$

En 1823 Abel [32], utiliza la derivada de orden $\alpha = \frac{1}{2}$ para resolver la ecuación integral del problema de la braquistocrona (dados dos puntos en un plano vertical a diferente altura hallar la curva por la que una partícula móvil, descendiendo sólo por su propio peso, alcanza el punto inferior en el menor tiempo posible).

Estos estudios fueron de interés para Liouville quien, partiendo de la derivada ordinaria de un exponencial, establece una extensión natural a una derivada de orden p arbitrario

$$D^p e^{ax} = a^p e^{ax}, \quad (3.3)$$

para después, tomar una función f desarrollable en series de la forma:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{a_n x}, \quad (3.4)$$

establecer su derivada fraccionaria, considerada la primera definición de Liouville:

$$D^p f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n a_n^p e^{a_n x}. \quad (3.5)$$

Para 1832 Liouville dedujo la siguiente formula [33]:

$$(D^{-p}f)(x) = \frac{1}{(-1)^p \Gamma(p)} \int_0^{\infty} t^{p-1} f(x+t) dt, \quad \Gamma(p) > 0, \quad (3.6)$$

a excepción de $(-1)^p$, la ecuación (3.6) es lo que se conoce hoy en día como la integral fraccionaria de Liouville.

3.2.2. Funciones básicas del cálculo fraccionario

Función Gamma

La función $\Gamma(x)$ es una extensión de la operación factorial a una imagen continua de x :

$$\Gamma(n+1) = n!, \quad n \in N \cup \{0\}, \quad (3.7)$$

donde $\Gamma(x)$ está definida para todo número real, excepto $0, -1, -2, \dots$ y es continua excepto para $x \in Z_{\leq 0}$.

La función Gamma satisface la siguiente propiedad: $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ llamada ecuación funcional de gamma.

Para obtener la función Gamma se establece la definición:

$$\int_0^{\infty} t^k e^{-t} dt = k!, \quad k \in Z_{>0}, \quad (3.8)$$

por lo tanto se puede definir: $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ para x arbitraria y siempre que la integral tenga sentido.

Esta integral impropia se le puede escribir como:

$$\Gamma(x) = \int_0^1 t^{x-1} e^{-t} dt + \int_1^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt. \quad (3.9)$$

El segundo sumando del segundo término converge para todo x pues predomina e^{-t} , el primer sumando es discontinuo en $t=0$ si $x < 1$, pero converge si $x > 0$ ya que la cantidad subintegral es constante, para t próximo a cero:

$$\int_0^1 t^{x-1} dt = \frac{t^x}{x} \Big|_0^1 = \frac{1}{x}, \quad (3.10)$$

así que $\Gamma(x)$ es continua si $x > 0$.

Función de Mittag - Leffler (M-L)

Las funciones exponenciales juegan un papel importante en el cálculo de orden entero, mientras que las funciones de Mittag-Leffler lo hacen en el cálculo de orden fraccionario. La función de Mittag-Leffler es la generalización de las funciones exponenciales. La función de Mittag-Leffler considera un parámetro a como un número complejo, tal que $a = |a|e^{j\phi}$ y una función definida como $E_q[az]$, donde $q > 0$. Esta función puede ser estable o inestable a medida que aumenta z , dependiendo de como los parámetros a y q son elegidos.

Función de M-L de un parámetro:

La función de Mittag-Leffler uni-paramétrica es definida como

$$E_\alpha(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \alpha > 0, \quad \beta = 1. \quad (3.11)$$

Función de M-L de dos parámetros:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \alpha, \beta > 0. \quad (3.12)$$

Esta función también puede ser relacionada a funciones hiperbólicas generalizadas de la forma: $F_{\alpha,r}^\alpha$ por:

$$F_{\alpha,0}^1(Z) = E_\alpha(Z^n). \quad (3.13)$$

Esta función de M-L se comporta como una solución natural de ecuaciones diferenciales fraccionarias, es el equivalente de la exponencial para las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs).

Ejemplo: Para $\alpha = \frac{1}{2}$ la función puede escribirse explícitamente como:

$$E_{1/2}(Z) = e^{z^2} [1 + \operatorname{erf}(Z)] = e^{z^2} \operatorname{erfc}(-Z), \quad (3.14)$$

donde erf es la función error y erfc es su complemento.

La función de M-L se puede tomar como una generalización de la función exponencial, pues:

$$E_{1,1}(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k+1)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z \quad (3.15)$$

La función de M-L uni-paramétrica puede ser relacionada con la transformada de Laplace mediante la siguiente expresión:

$$E_\alpha(-t^\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-t^\alpha)^k}{\Gamma(\alpha k + 1)} \text{ cuya transformada de Laplace es: } \mathcal{L}\{E_\alpha(-t^\alpha)\} = \frac{S^{\alpha-1}}{S^{\alpha+1}}.$$

3.2.3. Derivadas e Integrales fraccionarias

La fórmula de Cauchy permite realizar operaciones de integración sucesiva enteras [10]:

$$I_a^n f(t) = F_{a,n}(t) = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau, \quad t > a, \quad n \in \mathbb{Z}_{>1}. \quad (3.16)$$

La fórmula de Cauchy es una integral de convolución si el núcleo de la convolución es:

$$\Phi_n(t) = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}, \quad (3.17)$$

$$I_a^n f(t) = \phi_{a,n}(t) * f(t) = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau. \quad (3.18)$$

Generalizando si n no fuera entero, es decir sea un número real positivo $\alpha \in \mathbb{R}_{>0}$ se puede definir:

$$I^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau = \Phi_\alpha(t) * f(t), \quad (3.19)$$

con el núcleo de convolución: $\phi_\alpha(t) = \frac{t_+^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$; $\alpha \in \mathbb{R}_{>0}$.

Derivada fraccionaria

Ahora apliquemos estos conceptos a las derivadas que se muestran a continuación:

- Definición de Riemann - Liouville (RL) [34]:

Para la derivada fraccionaria de orden $\alpha \in \mathbb{R}_{>0}$:

$${}^{\text{RL}}D_t^\alpha f(t) = D^m I^{m-\alpha} f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left[\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau \right], \quad (3.20)$$

con: $m-1 < \alpha < m$; $m \in \mathbb{Z}_{>0}$.

- Definición de Grünwald - Letnikov (GL) [34]:

Esta definición se basa en la generalización de la fórmula de las diferencias de orden n para el caso de α real positivo. Es decir: el operador de diferencia se expresa en su forma general como:

$${}^GL_0 D_t^\alpha f(t) \cong \Delta_h^\alpha f(t) = h^{-\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(kh - jh). \quad (3.21)$$

- Definición de Liouville-Caputo (C) [35]:

Para la derivada fraccionaria de orden $\alpha \in \mathbb{R}_{>0}$:

$${}^C_0 D_t^\alpha f(t) = D^m I^{m-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^m(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau; \quad m-1 < \alpha < m; \quad m \in \mathbb{N}. \quad (3.22)$$

3.3. CONTROLADOR DE ORDEN FRACCIONARIO

3.3.1. Definición de un controlador de orden fraccionario.

El controlador de orden fraccionario PI^λ (también controlador PI^λ) fue propuesto en [10] y [36] como una generalización del controlador PID con integrador de orden real λ y diferenciador de orden real δ . La función de transferencia de un controlador de orden fraccionario en el dominio de Laplace tiene la siguiente forma [36]:

$$C(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = K_p + T_i s^\lambda, \quad (\lambda > 0), \quad (3.23)$$

donde K_p es la constante proporcional y T_i es la constante de integración. Como podemos ver en la Figura 3.5 , la estructura interna del controlador PI^λ de orden fraccionario involucra la parte proporcional y la integral en la siguiente forma [37].

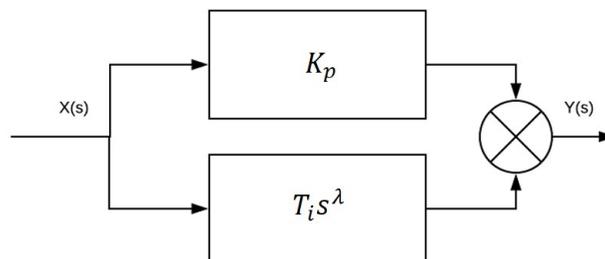


Figura 3.5: Estructura general del controlador PI^λ .

La función de transferencia (3.23) corresponde en el dominio del tiempo a la ecuación diferencial fraccionaria (3.24):

$$u(t) = K_p e(t) + T_i D_t^{-\lambda} e(t). \quad (3.24)$$

O función de transferencia discreta que se muestra a continuación:

$$C(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = K_p + \frac{T_i}{(\omega(z^{-1}))^\lambda}, \quad (3.25)$$

donde $\omega(z^{-1})$ denota el operador discreto, expresado como una función de la variable compleja z o del operador de cambio z^{-1} .

Si tenemos que $\lambda = 1$, obtenemos un controlador clásico PI. Todos estos tipos de controladores son casos particulares del controlador de orden fraccionario, que es más flexible y da la oportunidad de ajustar mejor las propiedades dinámicas del controlador fraccionario del sistema de control.

También se puede mencionar que hay otras consideraciones del controlador de orden fraccionario [38]. Por ejemplo, podemos mencionar varios de ellos:

- CRONE (1ª generación) [39], caracterizado por un efecto dirigido de banda limitada [40]:

$$C(s) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^r, \quad (3.26)$$

donde $0 < \omega_b < \omega_h, C_0 > 0$ y $r \in (0, 1)$.

Existen varias aplicaciones en la vida real de tres generaciones del controlador CRONE tales como el control de suspensión de automóvil [39], transmisión flexible y actuador hidráulico.

- Compensador fraccional de retardo inicial [41], [42], dada por:

$$C(s) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\lambda_b}}{1 + \frac{s}{\lambda_h}} \right)^r = k_c x^r \left(\frac{\lambda s + 1}{x \lambda s + 1} \right), \quad (3.27)$$

donde $r \in R, 0 < x < 1$.

- Integral no entera y su aplicación al control [43].
- Controlador Inclinado Integral Derivativo (del inglés Tilt- Integral-Derivative TID) [44], que tiene una estructura similar a un controlador PID, pero el componente proporcional se sustituye por un componente inclinado que tiene una función de transferencia S a la potencia de $(-1/n)$. La función de transferencia resultante del controlador TID tiene la forma:

$$C(s) = \frac{T}{s^n} + \frac{I}{s} + Ds, \quad (3.28)$$

donde T, I y D son las constantes del controlador y n es un número real no nulo, preferiblemente entre 2 y 3. La función de transferencia (3.28) se aproxima más a una función de transferencia óptima y se logra una respuesta global, que está más próxima a la respuesta óptima teórica determinada por Bode [45].

3.3.2. Propiedades y características de los controladores fraccionarios.

Se puede esperar que el controlador $PI^\lambda D^\delta$ dado en la ecuación (3.23) pueda mejorar el rendimiento del control del sistema debido a que se han introducido más puntos de sintonización, lo cual se ilustra intuitivamente en la Figura 3.6.

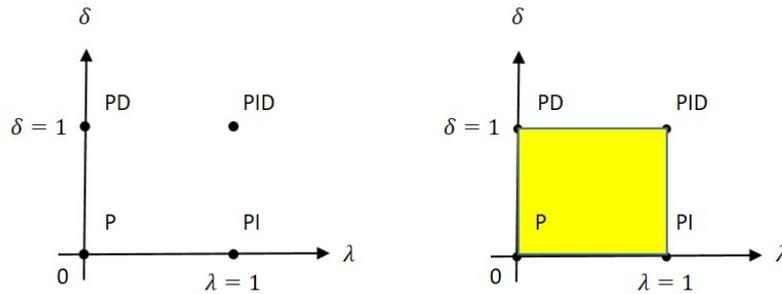


Figura 3.6: Controladores PID y $PI^\lambda D^\delta$: Puntos en el plano.

Como puede observarse, el uso del PID de orden fraccionario permite seleccionar, además de los que permite el PID clásico, las pendientes de la curva de magnitud y las aportaciones de fase a bajas y altas frecuencias. Estas nuevas posibilidades se representan gráficamente como la posibilidad de ocupar toda la superficie del cuadrado definido por las vértices que representan las únicas posibilidades del PID clásico.

Esto nos permite sintonizar los parámetros del controlador fraccionario para que el sistema controlado cumpla con determinadas especificaciones de diseño, entre las que se incluyen especificaciones de error estacionario, márgenes de fase y ganancia, frecuencias de cruce, fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, atenuación de ruido de altas frecuencias, limitación de los efectos de las perturbaciones, y limitación del esfuerzo de control.

El controlador $PI^\lambda D^\delta$ con ceros y polos complejos situados en cualquier parte del plano s izquierdo se puede volver a escribir como:

$$C(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^{\omega+\delta} + \frac{2\xi s^\lambda}{\omega_n+1}}{s^\lambda}, \quad (3.29)$$

donde K es la ganancia, ξ es la relación amortiguadora adimensional y ω_n es la frecuencia natural. Normalmente, elegimos $\xi < 1$. Cuando $\xi = 1$, la condición se llama amortiguación crítica [37].

Para una clase amplia de objetos controlados se recomienda el controlador fraccional $PI^n D^\delta$, que es un caso particular del controlador $PI^\lambda D^\delta$, donde $\lambda = n$, $n \in N$ y $\delta \in R$.

El integrador de orden entero es importante para la cancelación de errores en estado estacionario, por otro lado, la integral fraccional también es importante para obtener la respuesta de una función de transferencia de lazo ideal de Bode con margen de fase constante para el rango de frecuencia deseado ([23], [43], [45], [46]).

Un sistema fraccionario lineal e invariante en el tiempo puede ser representado por el siguiente modelo en espacio de estados:

$$\begin{aligned} {}_0^{RL}D_t^\alpha x(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (3.30)$$

El sistema descrito por las ecuaciones (4.1)-(4.3) es generalizado involucrando un operador fraccionario obteniendo

$$S_0^{RL}D_t^\alpha h_1(t) = q_1(t) - q_{13}(t), \quad (3.31)$$

$$S_0^{RL}D_t^\alpha h_2(t) = q_2(t) - q_{32}(t) - q_{20}(t), \quad (3.32)$$

$$S_0^{RL}D_t^\alpha h_3(t) = q_{13}(t) - q_{32}(t), \quad (3.33)$$

donde los parámetros de este modelo generalizado fueron descritos con anterioridad.

Estabilidad de los sistemas LTI fraccionarios

Se sabe por la teoría de la estabilidad que un sistema LTI (Lineal e Invariante en el Tiempo) es estable si las raíces del polinomio característico son negativas o tienen partes reales negativas si son conjugadas complejas. Esto significa que se encuentran en la mitad izquierda del plano complejo. En el caso del LTI de orden fraccionario, la estabilidad es diferente de la del orden entero. La noción interesante es que un sistema fraccionario estable puede tener raíces en la mitad derecha del plano complejo (ver Figura 3.7 y 3.8).

Cabe mencionar que poder tener raíces en la mitad derecha del plano complejo nos proporciona mayor región de estabilidad así como mas puntos en los cuales el sistema sigue siendo estable.

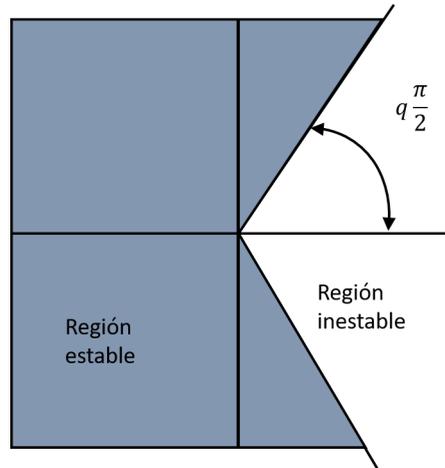


Figura 3.7: Región de estabilidad de los sistemas fraccionarios LTI con orden $0 < q \leq 1$

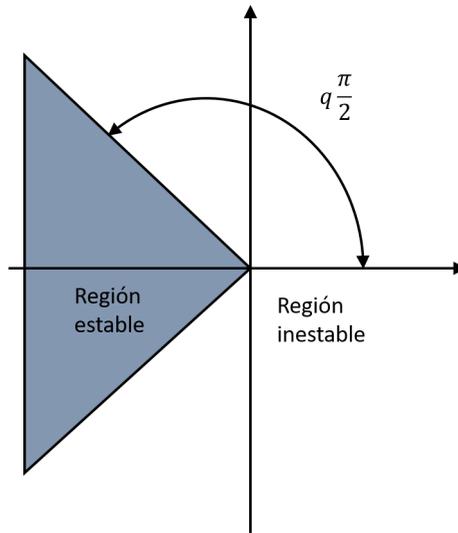


Figura 3.8: Región de estabilidad de los sistemas fraccionarios LTI con orden $1 < q \leq 2$

Se ha demostrado que el sistema (3.30) es estable si se satisface la siguiente condición [47]

$$|\arg(\text{eig}(A))| > q \frac{\pi}{2}, \quad (3.34)$$

donde $0 < q < 1$ y $\text{eig}(A)$ representan los eigenvalores de la matriz A .

Matignon [47] establece que *La función de transferencia fraccional $G(s) = Z(s)/P(s)$ es estable si y sólo si se satisface la siguiente condición en el plano σ :*

$$|\arg(\sigma)| > q \frac{\pi}{2}, \quad \forall \sigma \in C, P(\sigma) = 0, \quad (3.35)$$

donde $\sigma = s^q$. Cuando $\sigma = 0$ es una sola raíz de $P(s)$, el sistema no puede ser estable. Para $q = 1$, este es el teorema clásico de la posición del polo en el plano complejo: no hay polo en el plano medio cerrado de la primera lámina de Riemann.

3.3.3. Diseño de parámetros de controladores fraccionarios y su implementación

La sintonización de los parámetros del controlador $PI^\lambda D^\delta$ se determina de acuerdo con los requisitos dados. Uno de los métodos más utilizados es el método de las raíces dominantes ([9];[48]), basándose en la medida de estabilidad dada y en la relación de amortiguación del lazo de control cerrado. Supongamos que las raíces dominantes deseadas son un par de raíces conjugadas complejas como sigue:

$$S_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_d, \quad (3.36)$$

diseñado para la relación de amortiguación ξ y la frecuencia natural ω_n . La constante de amortiguación (medida de estabilidad) es $\sigma = \xi\omega_n$ y la frecuencia natural de oscilación amortiguada $\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2}$. El diseño de los parámetros: K_p, T_i, λ, T_d y δ puede calcularse numéricamente a partir de la ecuación característica. Más específicamente, para el modelo de planta simple $P(s)$, esto puede hacerse resolviendo

$$K_p, T_i, \lambda, T_d, \delta \|C(s)P(s) + 1\|_{S=-\sigma \pm j\omega_d}. \quad (3.37)$$

Otra forma posible de obtener los parámetros del controlador es usar la fórmula de sintonización, basada en la ganancia A_m y las especificaciones de los márgenes de la fase ϕ_m para la frecuencia de crossover ω_{cg} . Los márgenes de ganancia y fase siempre han servido como medidas importantes de robustez. Las ecuaciones que definen el margen de fase y la frecuencia de cruce de ganancia se expresan como [42];[13]:

$$|C(j\omega_{cg})P(\omega_{cg})|dB = 0dB, \quad (3.38)$$

$$\arg(C(j\omega_{cg})P(\omega_{cg})) = -\pi + \phi_m. \quad (3.39)$$

Las ecuaciones anteriores se utilizan a menudo también para las llamadas técnicas de autoajuste. Por ejemplo, el proceso de autoajuste de relé ha sido ampliamente utilizado en aplicaciones industriales y ya estaba modificado para los controladores de orden fraccionario [42].

Por último, pero no menos importante, debemos mencionar el algoritmo de optimización basado en la minimización del error absoluto integral (IAE) [36]:

$$IAE(t) = \int_0^t |e(t)|dt = \int_0^t |w(t) - y(t)|dt, \quad (3.40)$$

donde $w(t)$ es el valor deseado del lazo de control cerrado y $y(t)$ es el valor real del lazo de control cerrado. Este método no asegura la medida de estabilidad deseada del lazo de control cerrado. La medición de la estabilidad tiene que comprobarse adicionalmente por algún método conocido como, por ejemplo, el método de frecuencia descrito en la bibliografía [49].

Las técnicas de implementación para el COF (Controlador de Orden Fraccionario) se han descrito en varias obras. Algunas propuestas pueden encontrarse en la obra de Vinagre [13]. Una propuesta analógica fue propuesta en el libro de Petras [50] y una implementación digital fue sugerida en el libro de Caponetto [51].

Se puede esperar que el controlador $PI^\lambda D^\delta$ (3.23) pueda mejorar el rendimiento de control del sistema debido a que se han introducido más parámetros de sintonización. En realidad, en teoría, $PI^\lambda D^\delta$ en sí es un filtro lineal de dimensión infinita debido al orden fraccionario en el diferenciador o integrador.

Comentamos que, dado que el control PID está presente en el control de procesos de la industria, el control PID de orden fraccionario también estará presente cuando las técnicas de sintonización e implementación estén bien desarrolladas([9], [42], [52]).

3.3.4. Controlador PI de orden entero

Para el diseño del PI se pueden calcular las ganancias del controlador PI por medio de un algoritmo de optimización PSO (Particle Swarm Optimization) quedando la ecuación del PI de la siguiente forma:

$$u_c = K_p e(k+1) + K_i \int_0^k (e(k+1) + e(k)) dk. \quad (3.41)$$

Debido a que nuestro sistema es multivariable, es decir tiene dos entradas y tres salidas, no se pueden aplicar reglas de sintonización como las reglas de Ziegler-Nichols.

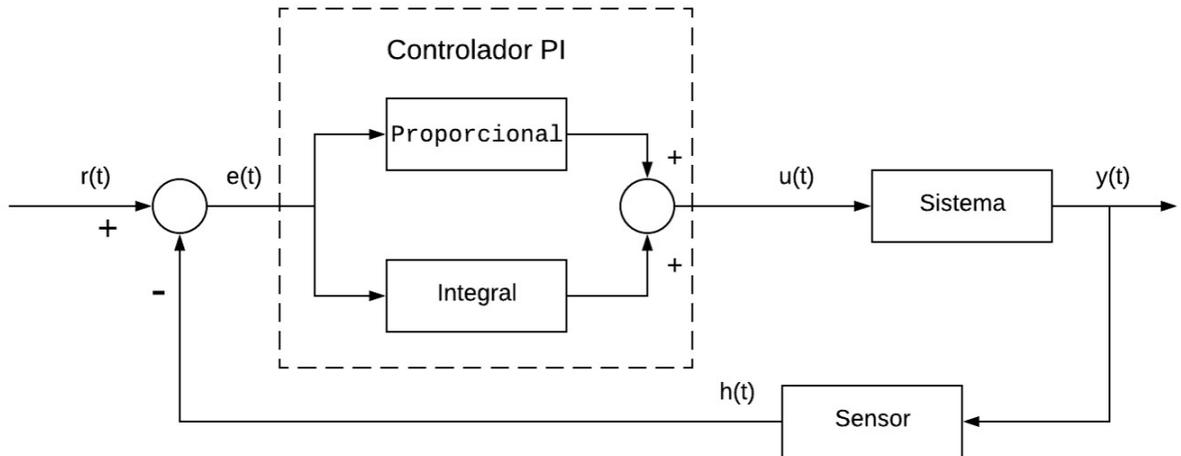


Figura 3.9: Esquema del controlador PI entero.

Tradicionalmente los problemas de control de procesos se han abordado mediante lazos de control monovariantes e independientes, donde una variable de medida es controlada con una variable manipulada. En dichos lazos, el controlador proporcional-integral-derivativo (PID) es el más extendido, ya que se puede implementar fácilmente.

Además, se puede integrar en estructuras de control más avanzadas y bien conocidas como el control en cascada, control feedforward, control por proporción, etc.

Estos enfoques se han desarrollado a lo largo de varios años de experiencia, y funcionan adecuadamente cuando las interacciones entre las diferentes variables del proceso son pequeñas. Sin embargo, cuando las interacciones son importantes, el control de un sistema multivariable se puede volver mucho más difícil. Por ejemplo, el ajuste de uno de los lazos puede afectar considerablemente al rendimiento de otros, hasta el punto incluso de desestabilizarlos.

En estos casos, los tradicionales y bien asentados métodos de sintonía monovariable no consiguen una respuesta del sistema satisfactoria, y a menudo los controladores se ajustan de manera ineficiente [53].

Generalmente, el controlador del lazo más importante es sintonizado para obtener una buena respuesta, mientras que los otros lazos se desajustan intencionadamente hasta que las interacciones con el lazo principal son aceptables. Ello justifica el interés por el desarrollo de metodologías de diseño de control multivariable que tengan en cuenta el problema de la interacción.

Capítulo 4

SISTEMA DE LOS TRES TANQUES ACOPLADOS

Como caso de estudio se presenta un sistema de tres tanques acoplados, el cual consta de tres tanques cilíndricos con área de sección transversal igual como se muestra en la Figura (4.1) [?]. Los tanques están conectados por dos tubos cilíndricos de la misma área de sección transversal, denotadas S_n , y tienen el mismo coeficiente de salida, denotada μ_{13} y μ_{32} .

El flujo de salida nominal situados en los tanques 1 y 2 tienen la misma área de sección transversal que la tubería de acoplamiento entre los cilindros, pero un coeficiente de salida diferente, denotada μ_{20} y μ_{10} . Cabe mencionar que la salida μ_{10} del tanque 1 se encuentra cerrada y solo se abrirá en el momento que que la salida μ_{20} se cierre para una inversión de niveles en los tanques 1 y 2, debido a alguna falla en la bomba 1.

Dos bombas suministran el flujo al primer y último tanque. Los caudales de las bombas son q_1 y q_2 . La variable $l_{1,2,3}$ denota los niveles de los tanques 1, 2 y 3.

Los parámetros del sistema se muestran en la Tabla (4.1) [2].

Variables	Simbología	Parámetros
Sección transversal de los 3 tanques	a	$0.0154m^2$
Sección transversal de los tubos q_{13} , q_{32} y q_{20}	S_p	$5 \times 10^{-5}m^2$
Coefficiente de salida del flujo	$\mu_{13} = \mu_{32}$	$0.5m^2/s$
Coefficiente de salida del flujo	$\mu_{20} = \mu_{10}$	$0.675m^2/s$
Velocidad máxima de flujo	$q_i \max(i \in [1\ 2])$	$1.2 \times 10^{-4}m^3/s$
Velocidad de flujo de la bomba 1	q_1	$0.35 \times 10^{-4}m^3/s$
Velocidad de flujo de la bomba 2	q_2	$0.375 \times 10^{-4}m^3/s$
Nivel máximo de los tanques	$l_i \max(j \in [1\ 2\ 3])$	$0.62\ m$

Tabla 4.1: Parámetros de los 3 tanques.

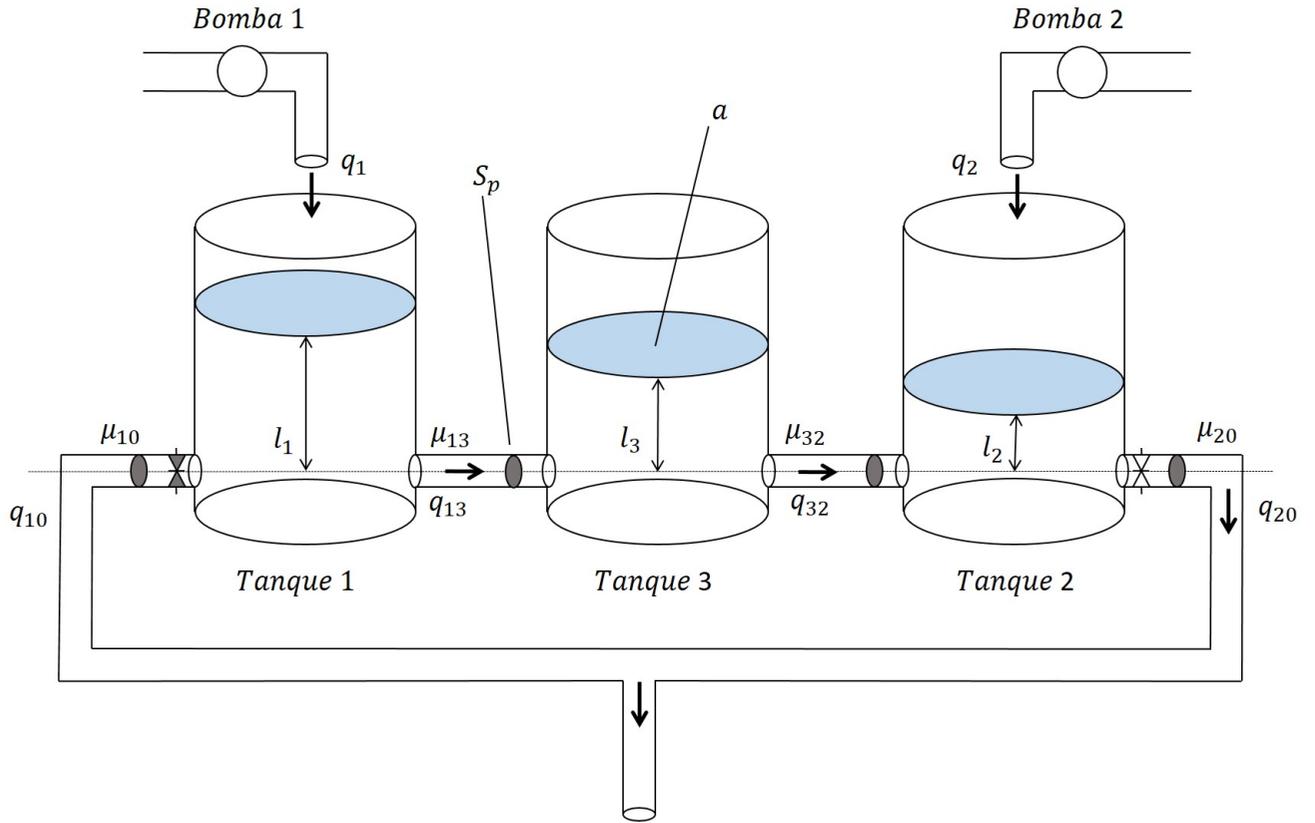


Figura 4.1: Sistema de tres tanques acoplados.

4.1. Modelo

Tomando en cuenta la dinámica de los tres tanques, el sistema puede ser descrito usando las ecuaciones del balance de masas:

$$S \frac{dh_1(t)}{dt} = q_1(t) - q_{13}(t), \quad (4.1)$$

$$S \frac{dh_2(t)}{dt} = q_2(t) - q_{32}(t) - q_{20}(t), \quad (4.2)$$

$$S \frac{dh_3(t)}{dt} = q_{13}(t) - q_{32}(t), \quad (4.3)$$

donde q_{13} representa el caudal de agua del tanque 1 al tanque 3, q_{32} representa el caudal del tanque 3 al tanque 2 y q_{20} representa la tasa de flujo de salida. Los niveles de los tanques están denotados por h_1 , h_2 y h_3 respectivamente. La q_1 y q_2 representan los caudales de las bombas 1 y 2 respectivamente. Los caudales medidos pueden ser determinados mediante la regla de Torricelli de la siguiente forma:

$$q_{mn}(t) = \mu_{mn} S_{mn} \operatorname{sgn}[l_m(t) - l_n(t)] \sqrt{2g|l_m(t) - l_n(t)|}, \quad (4.4)$$

donde $q_{mn}(t)$ está representado por ($m, n = 1, 2, 3 \forall m \neq n$).

Las ecuaciones (4.5), (4.6) y (4.7) representan el flujo de salida para cada tanque:

$$q_{13}(t) = \mu_{13} S n_{13} \operatorname{sgn}[l_1(t) - l_3(t)] \sqrt{2g|l_1(t) - l_3(t)|}, \quad (4.5)$$

$$q_{32}(t) = \mu_{32} S n_{32} \operatorname{sgn}[l_3(t) - l_2(t)] \sqrt{2g|l_3(t) - l_2(t)|}, \quad (4.6)$$

$$q_{20}(t) = \mu_{20} S n_{20} \sqrt{2gl_2(t)}. \quad (4.7)$$

Si sustituimos las ecuaciones que representan el flujo en las ecuaciones (4.5), (4.6) que representan el modelo tendríamos que:

$$S \frac{dh_1(t)}{dt} = q_1(t) - (\mu_{13} S n_{13} \operatorname{sgn}[l_1(t) - l_3(t)] \sqrt{2g|l_1(t) - l_3(t)|}), \quad (4.8)$$

$$S \frac{dh_2(t)}{dt} = q_2(t) - (\mu_{32} S n_{32} \operatorname{sgn}[l_3(t) - l_2(t)] \sqrt{2g|l_3(t) - l_2(t)|}) - (\mu_{20} S n_{20} \sqrt{2gl_2(t)}), \quad (4.9)$$

$$S \frac{dh_3(t)}{dt} = (\mu_{13} S n_{13} \operatorname{sgn}[l_1(t) - l_3(t)] \sqrt{2g|l_1(t) - l_3(t)|}) - (\mu_{32} S n_{32} \operatorname{sgn}[l_3(t) - l_2(t)] \sqrt{2g|l_3(t) - l_2(t)|}), \quad (4.10)$$

Partiendo de las ecuaciones (4.1) a la (4.4) el sistema puede ser escrito como [19]:

$$\dot{x}(t) = F(x(t)) + G(x(t)) \cdot u(t), \quad (4.11)$$

$$y(t) = H(t), \quad (4.12)$$

donde $x(t) = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T$ es el vector de estados.

$$F(x(t)) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{S} \cdot q_{13}(x(t)) \\ \frac{1}{S} \cdot \{q_{32}(x(t)) - q_{20}(x(t))\} \\ \frac{1}{S} \cdot \{q_{13}(x(t)) - q_{32}(x(t))\} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

$$G(x(t)) = [G_1(x(t)) \ G_2(x(t))] = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

El vector de entrada de control es:

$$u(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Para el vector de salida se tiene:

$$y(t) = H(x(t)) = \begin{bmatrix} H_1(x(t)) \\ H_2(x(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1(t) \\ l_2(t) \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

Este modelo se utiliza para construir una ley de control no lineal.

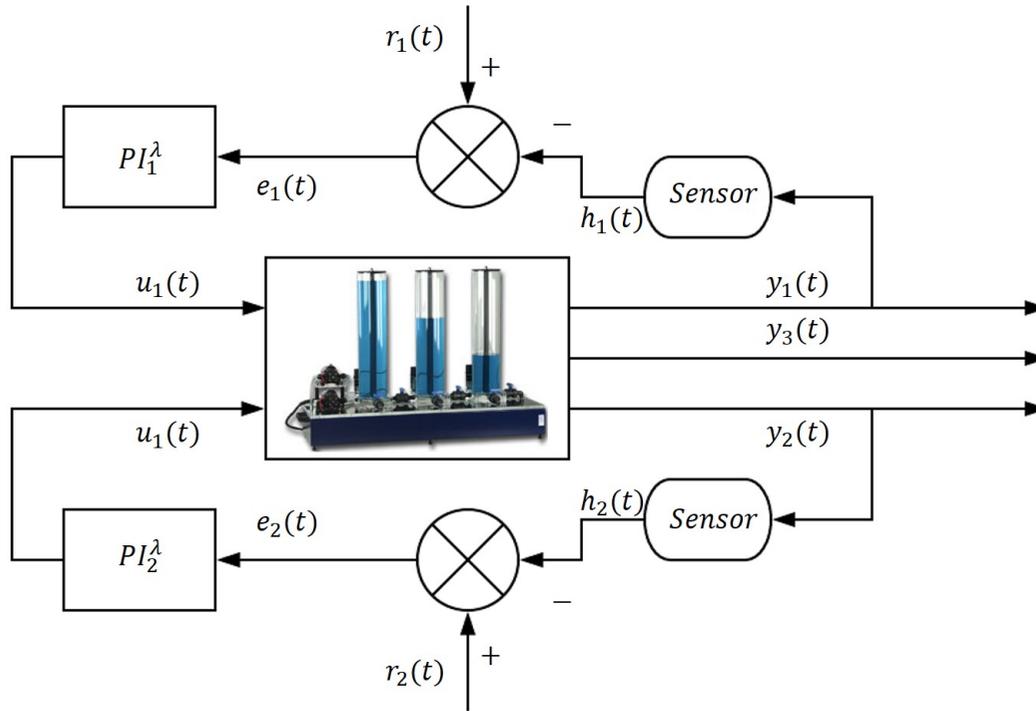


Figura 4.2: Esquema de control de los tres tanques acoplados.

En la Figura 4.2 se puede apreciar el esquema de control que se manejó para el control de las bombas que suministran flujo al sistema de los tres tanques acoplados.

4.2. Algoritmo de optimización: Particle Swarm Optimization (PSO)

El algoritmo PSO o de enjambre de partículas comienza por crear las partículas iniciales, y asignarles velocidades iniciales [54]. Evalúa la función objetivo en cada ubicación de partículas y determina el mejor valor de función (la más baja) y la mejor ubicación. Elige nuevas velocidades, basadas en la velocidad actual, las mejores ubicaciones individuales de las partículas y las mejores ubicaciones de sus vecinos. A continuación, actualiza iterativamente las ubicaciones de las partículas (la nueva ubicación es la antigua más la velocidad, modificada para mantener las partículas dentro de los límites), las velocidades y los vecinos. Las iteraciones continúan hasta que el algoritmo alcanza un criterio de parada. Cuando terminan las iteraciones se obtienen las ganancias de los controladores [55].

A continuación, se muestra el valor de los parámetros usados en el programa de MatLab para obtener las ganancias para los controladores.

Para el controlador de orden entero:

Parámetro	Valor
Número de partículas	150
Número de épocas	25
Paso de integración	0.01
Tiempo de simulación	3,500s

Tabla 4.2: Valores de los parámetros del PSO para el controlador de orden entero.

Para el controlador de orden fraccionario:

Parámetro	Valor
Número de partículas	50
Número de épocas	8
Paso de integración	0.01
Tiempo de simulación	3,500s

Tabla 4.3: Valores de los parámetros del PSO para el controlador de orden fraccionario.

Una vez resuelto los algoritmos para encontrar las ganancias de cada uno de los PIs tanto de orden entero como de orden fraccionario, se obtuvieron las siguientes ganancias.

Ganancia	Valor
Kp_1	1.539039919019586
Ki_1	0.017164266675317
Kp_2	1.532051163381734
Ki_2	0.005499347559281

Tabla 4.4: Ganancias para los controladores de orden entero.

Ganancia	Valor
Kp_1	0.010007474789724
Ki_1	0.000096703792587
λ_1	0.847875417043178
Kp_2	0.010005014831329
Ki_2	0.000097493383109
λ_2	0.847534229707976

Tabla 4.5: Ganancias para los controladores de orden fraccionario.

Capítulo 5

RESULTADOS

En este capítulo se muestran las fallas que se simularon en el sistema de los tres tanques acoplados y cual fue el desempeño tanto del controlador de orden entero como el de orden fraccionario ante dichas fallas.

5.1. Falla en entrada 1

5.1.1. Control tolerante a fallas

En el sistema se presentan diferentes tipos de fallas y una de ellas es la falla en la entrada 1, es decir, falla en la bomba 1 que alimenta directamente al tanque 1, como se muestra en la Figura 5.1.

Al tener este tipo de falla no es posible mantener el nivel de los tanques 1 y 3, el tanque 2 es posible mantenerlo a su nivel con la bomba 2, es por ello que se implementa un sistema de control tolerante a fallas en el que al ocurrir esta falla se invierten los niveles de los tanques 1 y 2, por lo que el nivel del tanque 1 lo tendrá el tanque 2 y viceversa. Además, la válvula de salida del tanque 2 se cerrará y la del tanque 1 se abrirá, invirtiendo el flujo del sistema, pero manteniendo todos los tanques en sus niveles nominales.

Una vez que el control detecta la falla invierte el flujo en los tanques como se ve en la Figura 5.2, cambiando las referencias de los tanques 1 y 2 y abriendo y cerrando las válvulas de salida de los tanques 1 y 2 respectivamente, por lo cual el nivel del tanque 1 será el más bajo y el del tanque 2 ahora será el más alto, quedando de la como se muestra en la Figura 5.3.

Una vez que ocurre la falla, representada en la Figura 5.1, en el sistema el controlador fraccionario

la detecta y procede a corregirla, en la Figura 5.3 vemos el comportamiento de el controlador de orden fraccionario. Se puede observar como el nivel de los tanques regresa a su punto de equilibrio pero de forma invertida, manteniendo así la dinámica de un sistema hidráulico.

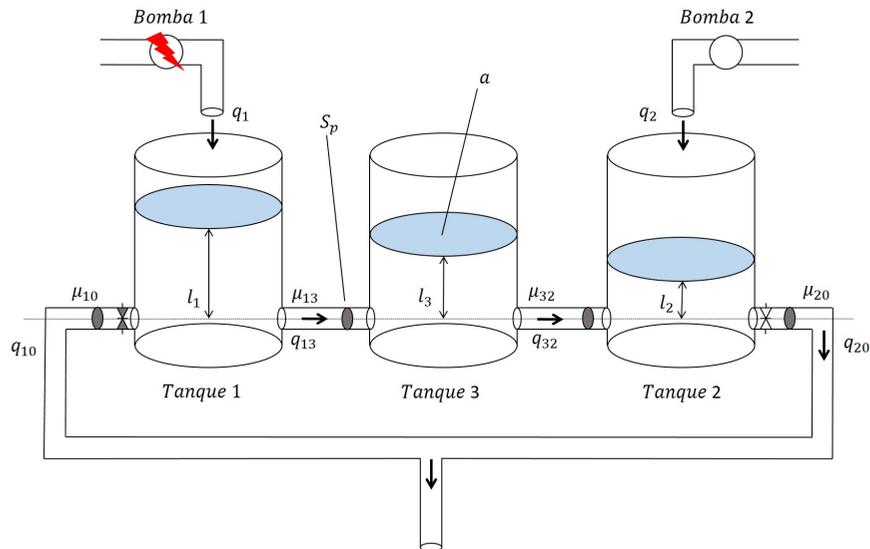


Figura 5.1: Falla en la bomba 1.

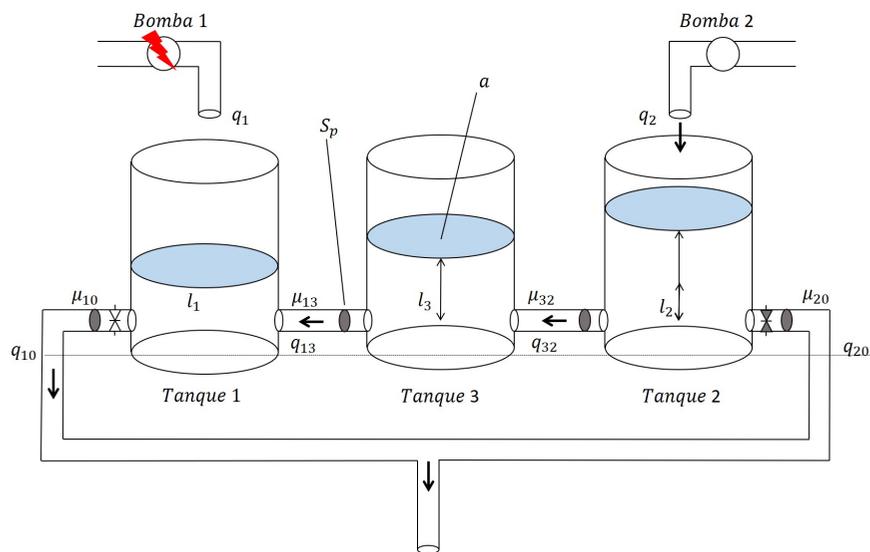


Figura 5.2: Cambio de la dirección del flujo al presentarse falla en la bomba 1.

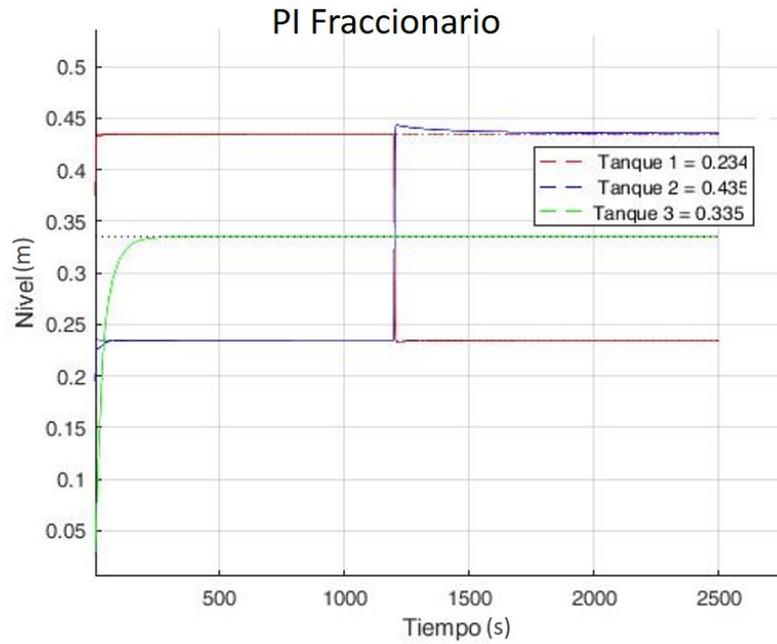


Figura 5.3: Controlador PI de orden fraccionario ante falla en la bomba 1.

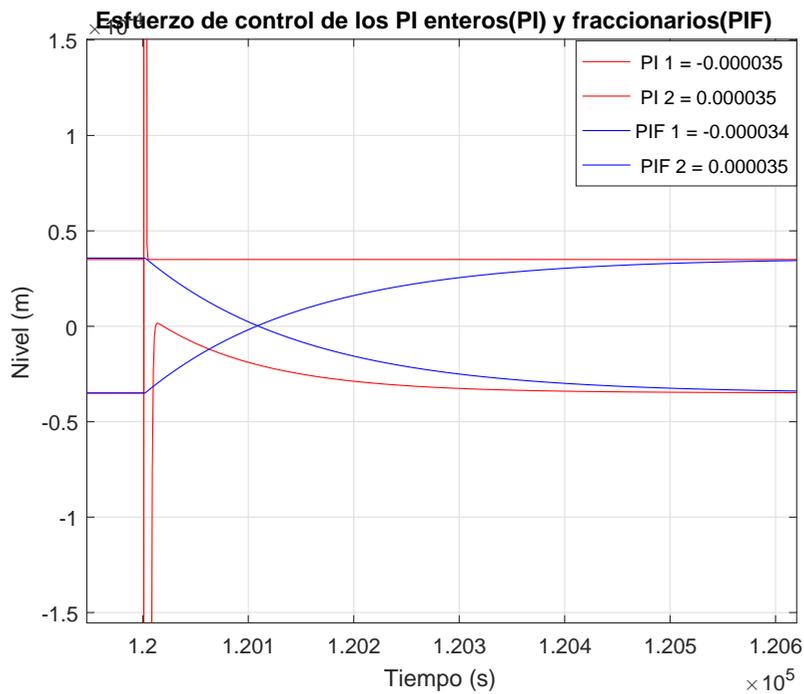


Figura 5.4: Ley de control que muestra el cambio de flujo en cada uno de los controladores.

En la Figura 5.4 se muestra, que cuando se produce la falla en el instante 1200, el controlador de orden entero presenta unos sobretiros muy grandes para poder mantener el sistema en los niveles correspondientes, mientras que el controlador fraccionario simplemente invierte los flujos de manera suave sin presentar sobretiros como el controlador de orden entero, demostrando así el usar controladores fraccionarios es posible obtener controladores más robustos que los de orden entero.

5.2. Falla en entrada 2

Ahora la siguiente falla que se presenta es una falla en la entrada 2, es decir, falla en la bomba 2 que alimenta directamente al tanque 2, se representa gráficamente con la Figura 5.5.

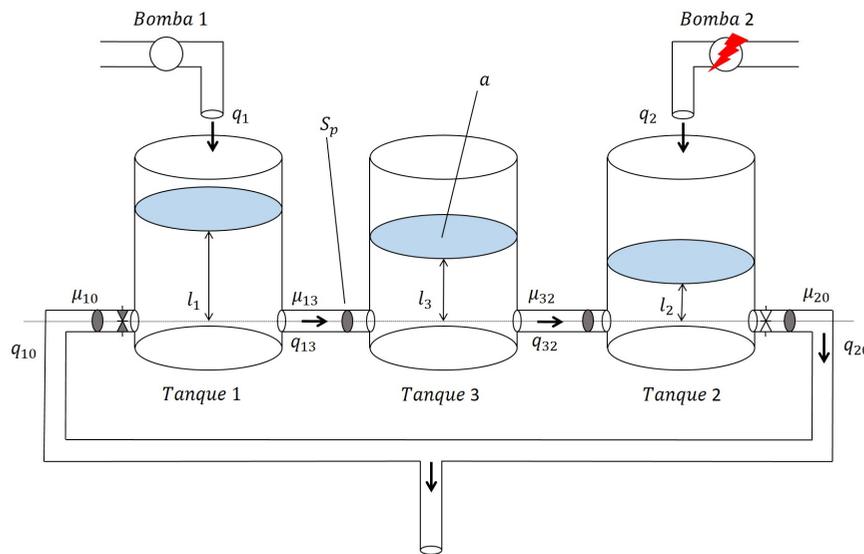


Figura 5.5: Falla en la bomba 2.

En la falla de la bomba 1, visto en el punto anterior, se muestra, cuando se produjo dicha falla en el tiempo $t = 1200$, una reducción de flujo que suministraba la misma haciendo imposible mantener el nivel de los primeros dos tanques se procede a una inversión de los niveles y se cambia la salida del segundo tanque al primero, gracias al efecto de los controladores el sistema entra en estado de equilibrio nuevamente.

Ahora presentamos la falla en la bomba 2 en el tiempo $t = 1800$, suponiendo que la bomba 1 ya fue reparada, el sistema de control tolerante a fallas procede a hacer que los controladores cambien nuevamente las referencias de los niveles y las salida que estaba en el tanque 1 pase de nuevo al tanque 2 como estaba al inicio.

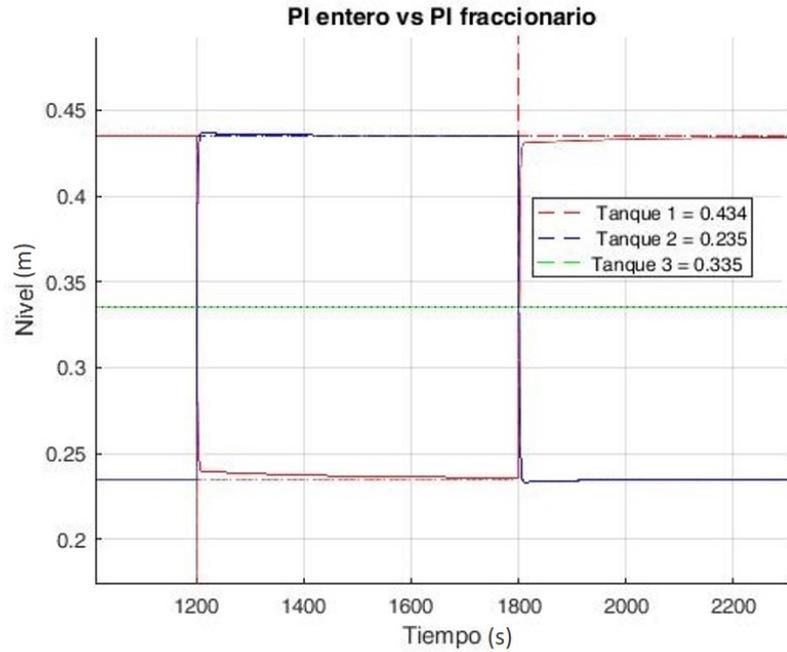


Figura 5.6: Controladores PI de orden fraccionario y PI de orden entero ante la falla en la bomba 2.

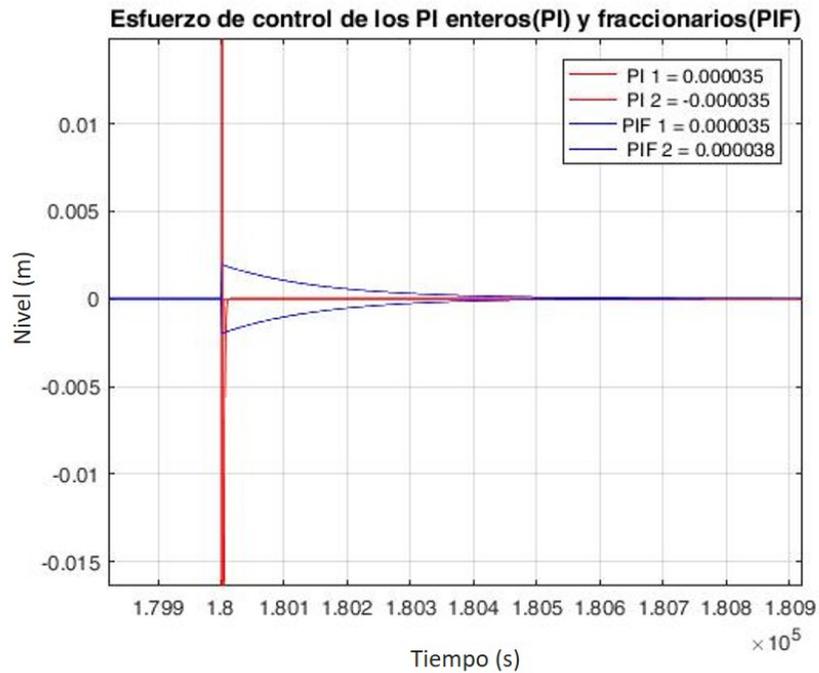


Figura 5.7: Esfuerzo de control de los controladores de orden entero vs de orden fraccionario ante falla en la bomba 2.

La gráfica que demuestra esta inversión es la siguiente, mostrada en la Figura 5.6. En donde las líneas continuas son de los controladores de orden fraccionario y las líneas segmentadas son las de los controladores de orden entero. En la Figura 5.6 se aprecia la primer inversión que solucionó la falla de la bomba 1 en el tiempo $t = 1200$. Posteriormente en el tiempo $t = 1800$ cuando se presenta la falla en la bomba 2 se revierte el cambio. Es importante destacar la robustez que el controlador fraccionario presenta ante estas fallas, en las que no presenta ningún sobretiro a comparación de los de orden entero los cuales presentan un sobretiro bastante pronunciado para poder llevar al sistema a la referencia de nuevo.

Se puede apreciar que el esfuerzo de control de los controladores fraccionarios representados por la línea azul y rojo para el controlador entero, Figura 5.7, es muy pequeño en comparación con el de orden entero, demostrando nuevamente la robustez que los controladores de orden fraccionario demuestran al presentarse estos tipos de fallas.

5.3. Falla de fuga en tanque 1

Otra de las fallas que se presentan es una falla en forma de fuga en los tanques como se muestra en el Figura 5.8 . El diámetro del orificio de la fuga es del 50% de el diámetro de los tubos que conectan a cada uno de los tanques.

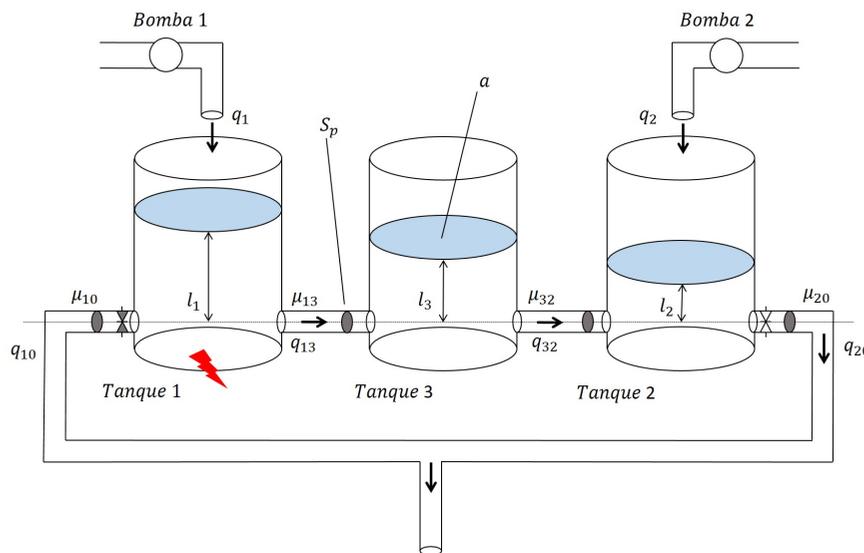


Figura 5.8: Fuga en el tanque 1.

Cuando se presenta la fuga en el tanque 1 la dinámica del sistema de los tres tanques se comporta de la siguiente manera:

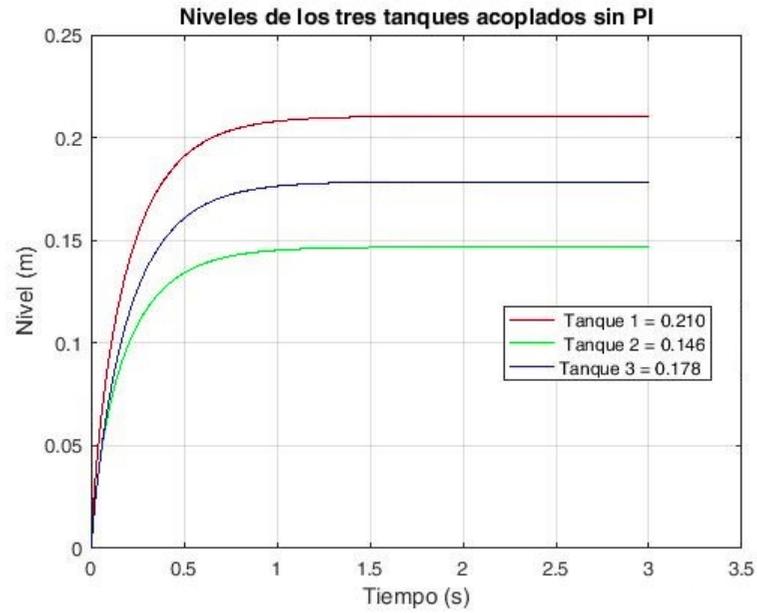


Figura 5.9: Sistema con fuga en el tanque 1.

En la figura 5.9 se puede ver el decrecimiento de los niveles de los tanques debido a la fuga presente en el tanque 1, ya que deberían estar a las alturas siguientes: Tanque 1(rojo) = 0.43, Tanque 2(verde) = 0.23 y Tanque 3(azul) = 0.33.

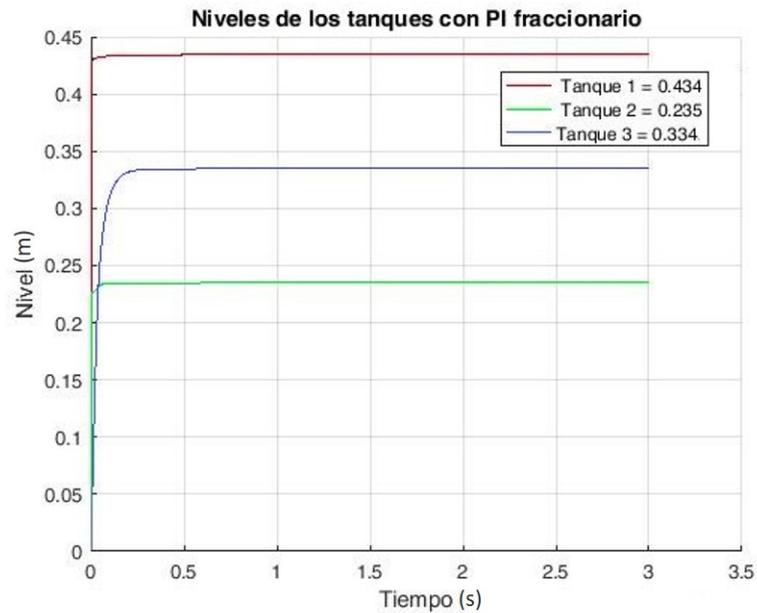


Figura 5.10: Fuga en tanque 1 y acción de control del PI de orden fraccionario.

En la gráfica de la Figura 5.10 se muestra la dinámica del sistema ante el controlador de orden fraccionario. Donde podemos observar que a pesar de la fuga los niveles de los tanques vuelven a sus puntos de operación nominales.

5.4. Falla en tubería Sp_{13}

Para las fallas en las tuberías que interconectan los tanques se modela como si fuera una obstrucción en las tuberías, ya sea por algún material externo al mismo líquido, o debido a la acumulación de sarro debido al mismo fluido que estas transportan. El diámetro de la tubería se ve reducido en un 40 % y se representa así.

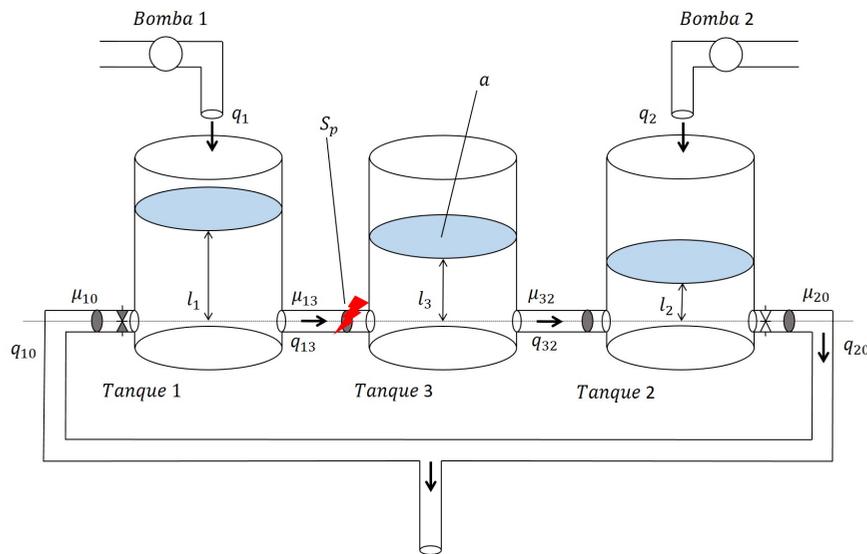
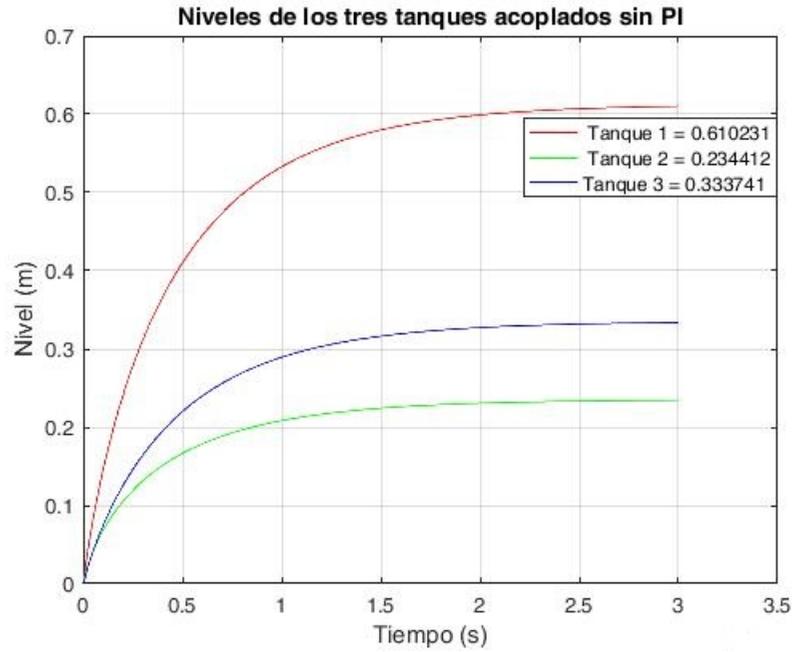
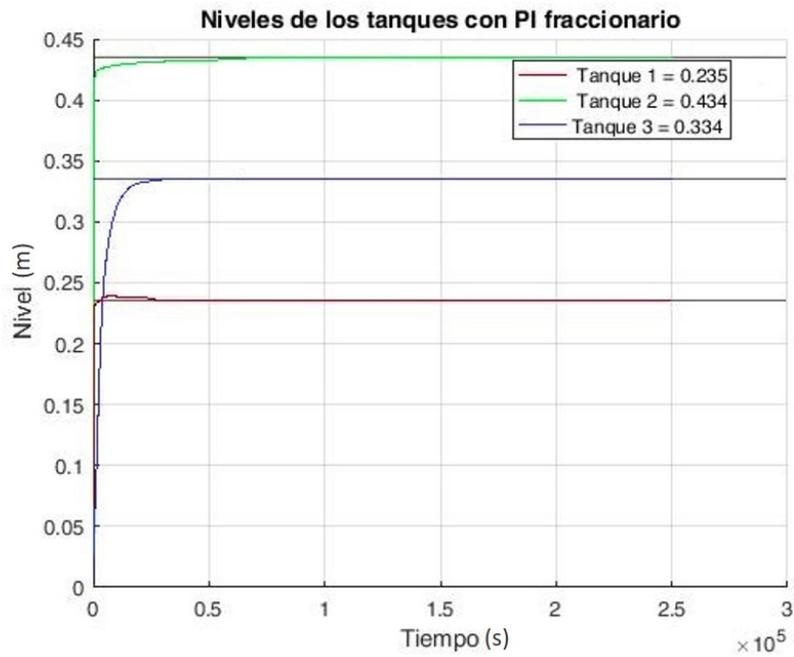


Figura 5.11: Fuga en la tubería Sp_{13} .

Cuando ocurre una reducción del diámetro de la tubería Sp_{13} la dinámica del sistema de los tres tanques se comportan de la siguiente manera:

Figura 5.12: Sistema con falla en tubería Sp_{13} .Figura 5.13: Falla en tubería Sp_{13} y acción de control del PI de orden fraccionario.

En la Figura 5.12 se puede ver el aumento en la altura de los niveles de los tanques, especialmente del tanque 1, esto es debido a la obstrucción de la tubería Sp_{13} .

Se puede ver que al presentarse la falla los controladores entran en acción para corregir la falla presente en el sistema y el controlador fraccionario regresa al sistema a condiciones optimas, como se muestra en la gráfica de la Figura 5.13

5.5. Robustez

Como es bien sabido, el modelo matemático de un sistema siempre será una representación imprecisa del sistema físico real debido a cambios en los parámetros, dinámicas no modeladas, retardos del sistema que no están modelados, cambios en los puntos de equilibrios/puntos de operación, ruido en los sensores, etc., [37].

Es por eso que el objetivo del diseño de sistemas robustos es asegurar el comportamiento deseado en el sistema a pesar de las fallas en el sistema y cambios en el modelo.

Por ende, un sistema es robusto cuando a pesar de las fallas en el sistema y cambios en el modelo presenta cambios aceptables en su dinámica.

Como ya se ha mencionado anteriormente, los controladores fraccionarios son mucho más robustos que los de orden entero debido a que presentan una mayor región de estabilidad y dan la oportunidad de ajustar mejor las propiedades dinámicas del controlador fraccionario para el sistema de control.

5.5.1. Robustez ante cambios en la referencia

Si sometemos a nuestro sistema ante cambios bruscos de referencia y analizamos la respuesta que presentan ambos controladores, el fraccionario vs el entero, podemos ver su dinámica representada en la Figura 5.14.

Como se puede apreciar en la Figura 5.14 ambos controladores responde de la misma forma y se presenta la misma dinámica ante los diferentes cambios de referencias.

Para poder comprobar la robustez del controlador fraccionario recurrimos al análisis de la ley de control de ambos controladores, como se muestra en la Figura 5.15.

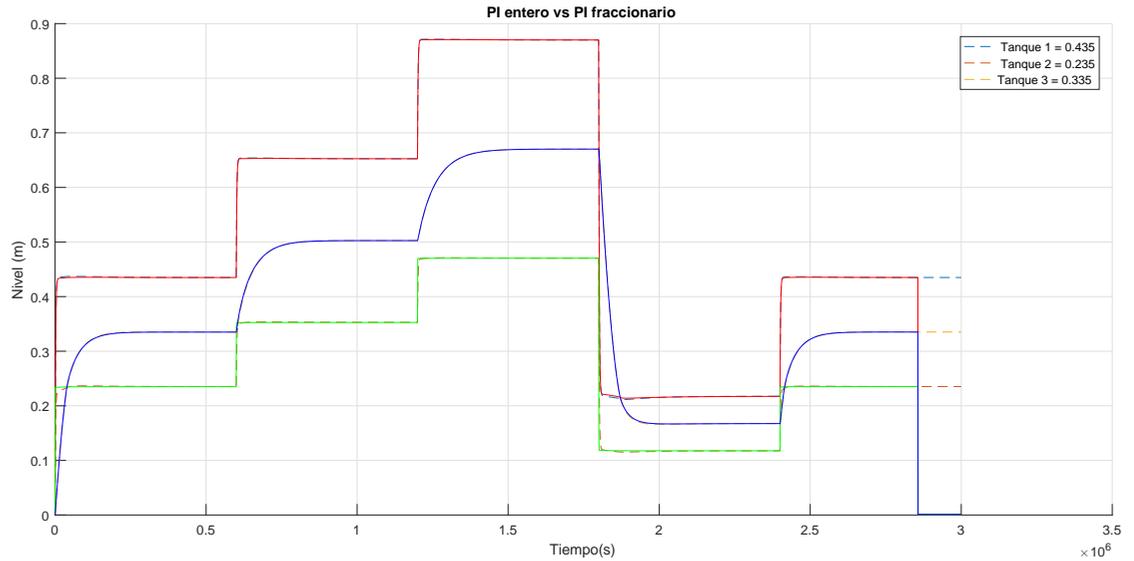


Figura 5.14: Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante cambios de referencias.

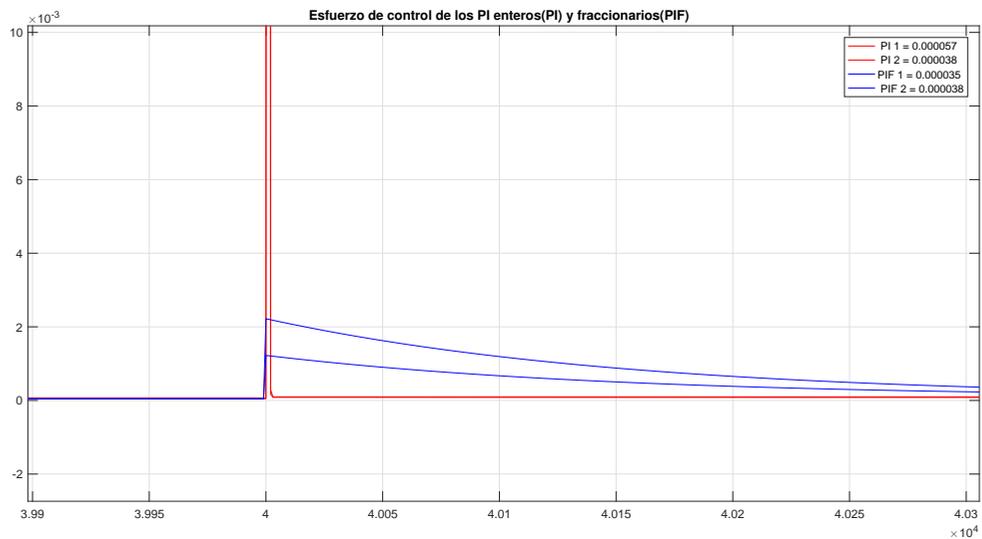


Figura 5.15: Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero.

En la gráfica de la Figura 5.15 se muestra que las dinámicas en rojo son las de ley de control del controlador de orden entero y las dinámicas en azul son las del controlador de orden fraccionario. Es más que evidente que el sistema exige un gran esfuerzo de control al controlador de orden

fraccionario, por otra parte, el esfuerzo de control del controlador de orden fraccionario es mucho menor.

5.5.2. Robustez ante falla de obstrucción en tubería Sp_{20}

Para las fallas en las tuberías que interconectan los tanques se modela como si fuera una obstrucción en las tuberías, ya sea por algún material externo al mismo líquido, o debido a la acumulación de sarro debido al mismo fluido que estas transportan. El diámetro de la tubería se ve reducido en un 5% y se representa así para el caso de la tubería Sp_{20} .

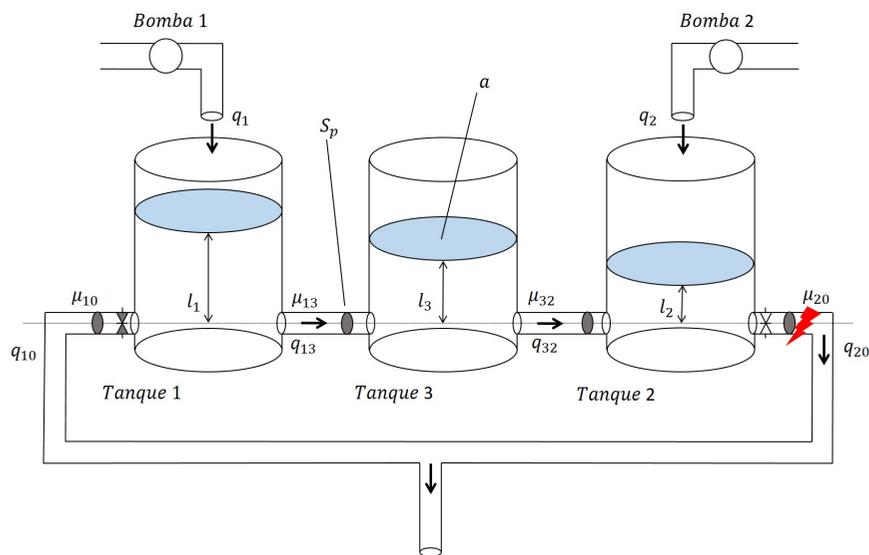


Figura 5.16: Fuga en la tubería Sp_{20} .

Cuando ocurre la falla, del 5% , en la tubería de salida del sistema Sp_{20} la ley de control de ambos controladores se muestra a continuación:

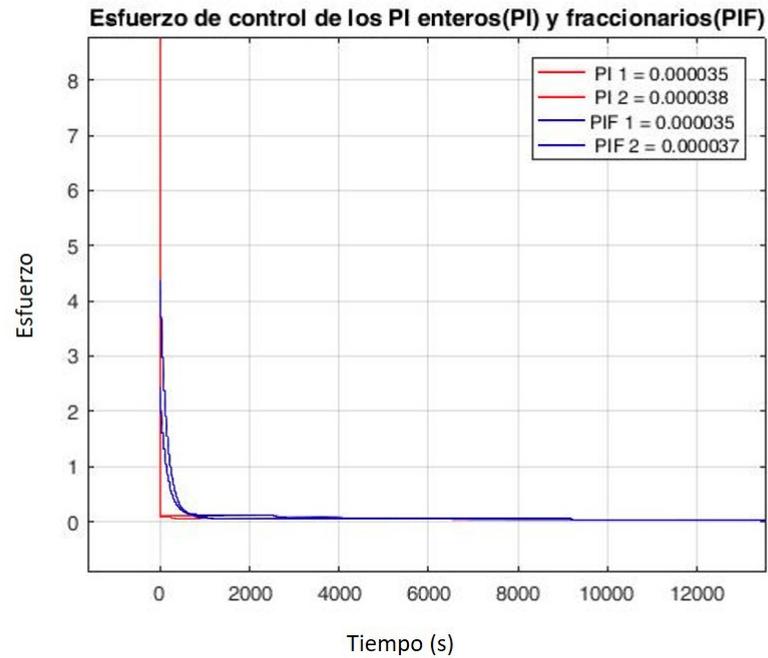


Figura 5.17: Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante reducción del 5% del diámetro de la tubería Sp_{20} .

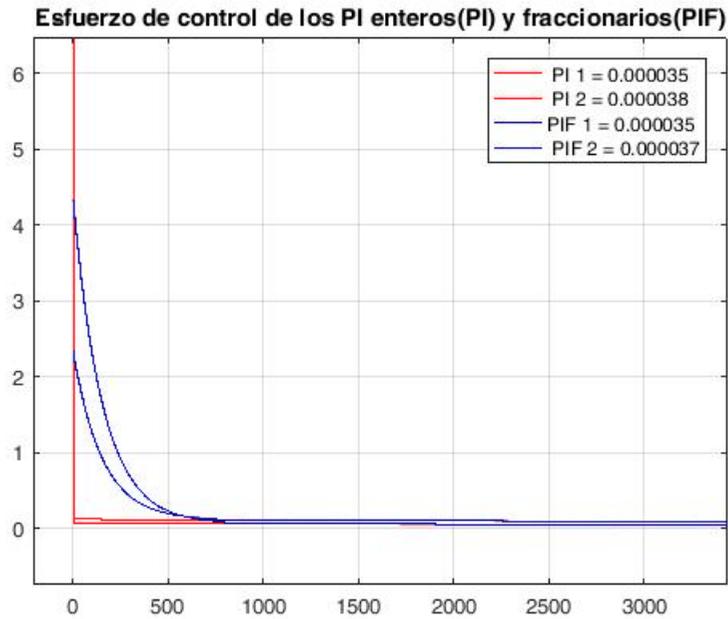


Figura 5.18: Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante reducción del 20% del diámetro de la tubería Sp_{20} .

En la Figura 5.17 se puede apreciar que para que el sistema regrese a su punto de operación nominal, al controlador de orden entero se le exige un esfuerzo de control mayor que al del controlador fraccionario, denotado por la dinámica roja, y para el caso del controlador de orden fraccionario, denotado por la dinámica azul, la exigencia de esfuerzo de control es mucho menor en comparación de la del controlador de orden entero.

Esto se debe a que ante una pequeña falla el control de orden entero es tan sensible que se dispara para regresar al sistema a su punto de operación nominal, en cambio con el controlador de orden entero es más robusto porque tiene mayor tolerancia ante pequeñas variaciones en los parámetros del sistema, como lo es la reducción del 5% del diámetro de la tubería de salida.

Y podemos apreciar el mismo comportamiento si la reducción del diámetro de la tubería Sp_{20} fuera de un 20%, como se muestra en la Figura 5.18. En la cual el controlador de orden entero tiene una mayor demanda de esfuerzo de control comparado con el controlador de orden entero para regresar el sistema a su punto de operación nominal.

5.5.3. Robustez ante fuga en el tanque 1

En el caso que se presente una fuga en el tanque 1, como se vio en la figura 5.9, también se puede determinar, si ante fugas pequeñas iguales al 5% del flujo que pasa por las tuberías que conectan los tanques, que controlador es más robusto.

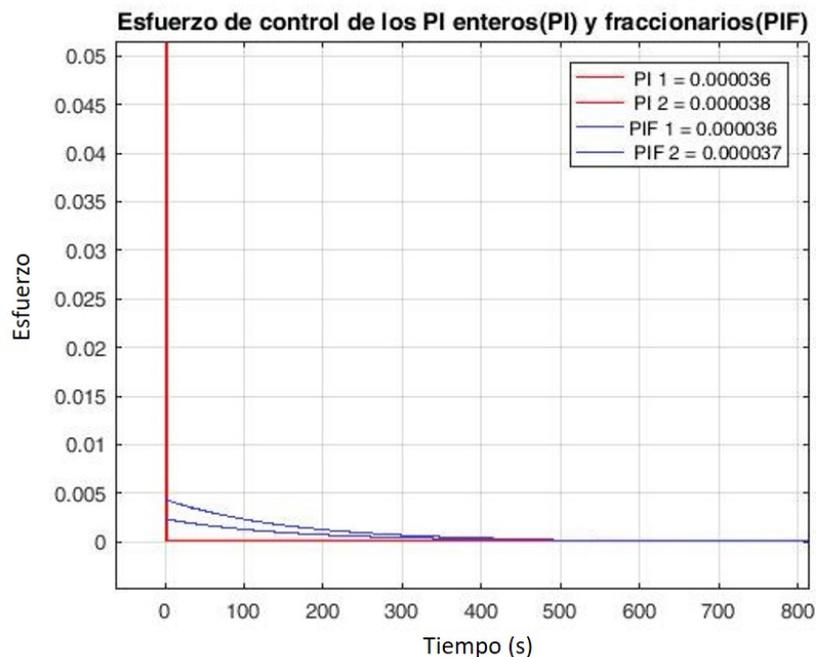


Figura 5.19: Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante fuga del 5% en el tanque 1.

En la Figura 5.19 podemos observar como al controlador de orden entero, de color rojo, se le exige un gran esfuerzo de control y al controlador de orden fraccionario la demanda de esfuerzo de control es mínima.

Pasa algo similar cuando hablamos de fugas mayores equivalentes al 40 % del flujo que pasa por las tuberías que conectan los tanques como se puede apreciar a continuación:

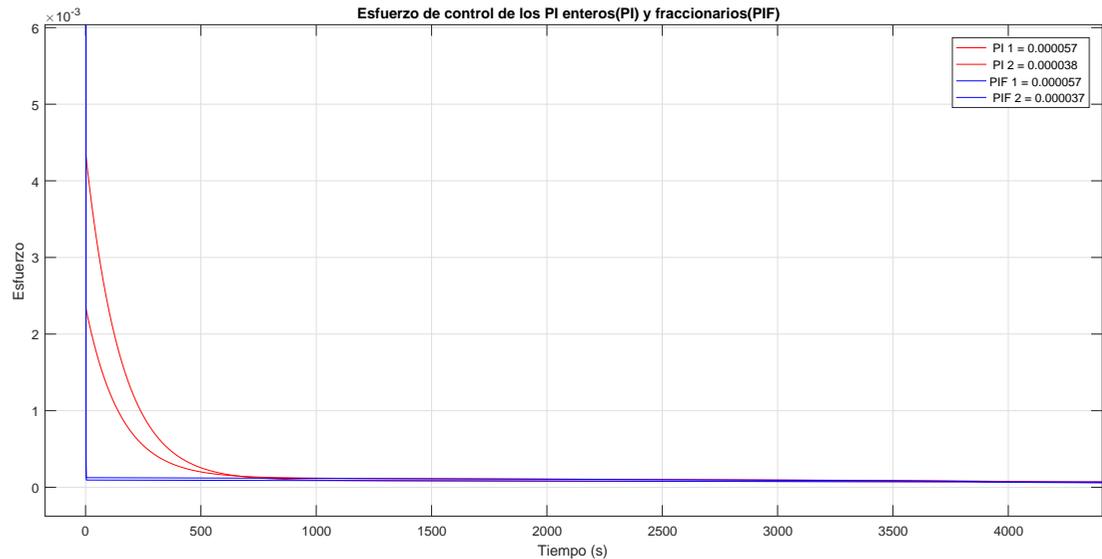


Figura 5.20: Desempeño del controlador PI de orden fraccionario vs el controlador PI de orden entero ante fuga del 40 % en el tanque 1.

Al igual que en las gráficas pasadas, donde se demuestra que el esfuerzo de control requerido por los controladores de orden entero es mucho más grande que los de los controladores de orden fraccionario, en la Figura 5.20 se aprecia la gran diferencia entre las exigencias de ambos controladores ante una fuga del 40 %.

5.5.4. Robustez ante perturbaciones en el sensor de flujo de la bomba 1

Se hizo esta prueba pensando en que el sensor de flujo la bomba 1 podría presentar pequeñas variaciones que podrían tomarse como falsos positivos, es decir, que un controlador común que no es tan robusto podría suponer que es una falla cuando en realidad no lo es. A continuación se presenta este tipo de falla:

Se agregó a la señal de salida de ambos controladores una señal de ruido simulando que es una perturbación en el sensor de flujo de la bomba 1.

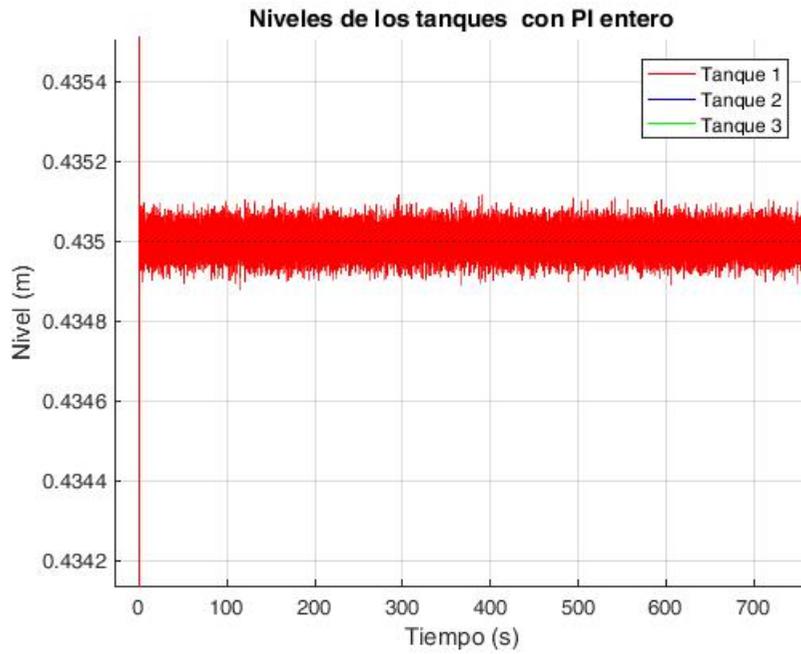


Figura 5.21: Perturbación proveniente de el sensor de flujo la bomba 1.

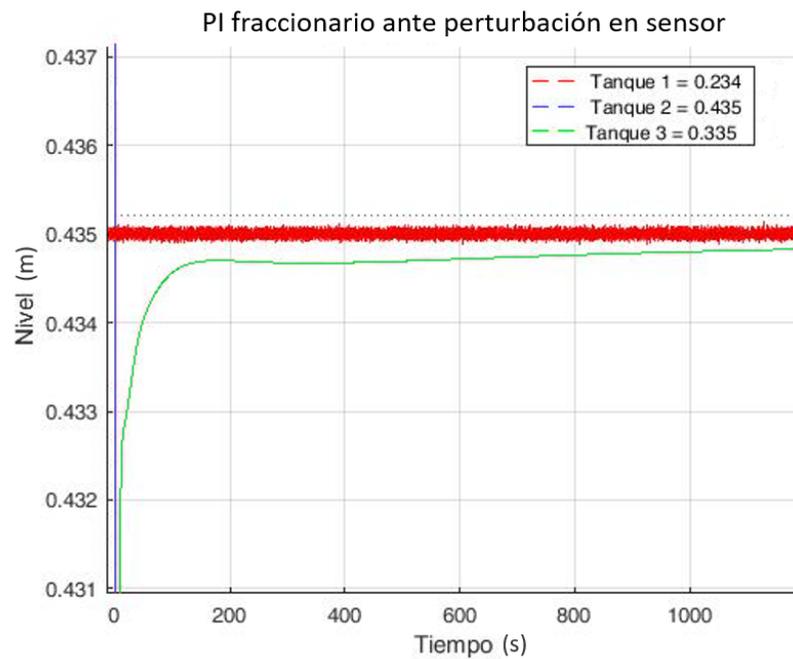


Figura 5.22: Robustez del controlador fraccionario ante perturbaciones en el sensor de flujo de bomba 1.

Esa misma señal de ruido se agrego a la salida de ambos controladores, entero y fraccionario, y la respuesta fue la que se muestra en la Figura 5.22.

Como se puede apreciar en la Figura 5.22 el controlador de orden fraccionario, representado por la línea continua, es capaz de absorber esa pequeña falla o falso positivo, mientras que el controlador de orden entero no puede.

Esto demuestra otra clara ventaja del uso de controladores fraccionarios ante los controladores de orden entero, la cual es presentar una mayor robustez ante fallas que en el caso del orden entero simplemente no puede corregir facilmente.

Capítulo 6

CONCLUSIONES

Como conclusiones se presenta lo siguiente:

- Se mostró el desempeño del controlador fraccionario ante fallas en entradas, en fugas y en obstrucción de las tuberías que conectan los tres tanques.
- Se mostró como el controlador de orden fraccionario suprime los efectos de las fallas en el sistema, es decir, es capaz de regresar el sistema a sus condiciones nominales de operación a pesar de las fallas presentadas.
- Se comparó el desempeño del controlador de orden fraccionario contra el controlador de orden entero ante las diversas fallas propuestas y se mostró que los controladores de orden fraccionario son mas robustos ante este tipo de fallas que los de orden entero.
- Se mostró que ambos controladores, fraccionario y entero, pueden regresar al sistema con falla a su punto de operación nominal, pero el de orden entero requiere mucho esfuerzo de control para poder hacerlo, mientras que en el caso del controlador de orden fraccionario el esfuerzo de control es mínimo.
- Quedó demostrado que los controladores de orden fraccionario tiene mucha más robustez que los de orden entero al corregir las falla en el sistema o ante cambios bruscos de referencia del sistema con el mínimo de esfuerzo de control.
- Como parte del sistema de control tolerante a fallas pasivo, se mostró que para el caso donde

la bomba 1 falla se hizo un switcheo del sentido del flujo para que el sistema pudiera seguir conservando su dinámica de equilibrio en los niveles de los tanques, el controlador fraccionario contrarrestó la falla.

6.1. Trabajos Futuros

Se proponen los siguientes puntos como futuros trabajos de investigación de esta tesis:

- Comparar el desempeño de los controladores fraccionario y entero, pero sintonizados cada uno bajo las mejores condiciones y métodos de sintonización.
- Usar controladores PID de orden fraccionario y comparar su desempeño con su contraparte clásica en sistemas industriales.
- Comparar el desempeño de los controladores PID fraccionario involucrando otro tipo de derivadas fraccionarias (con kernel no singular y no-locales).
- Sintonizar los controladores fraccionarios por otros métodos de sintonización como son Algoritmos Genéticos, Cuckoo Search, etc, estimando tiempo de ejecución para ver cual de ellos es mas rápido y preciso.

Bibliografía

- [1] ETERNO, J., WEISS, J., LOOZE, D., & WILLSKY, A. (1985). *Design issues for fault tolerant-restructurable aircraft control*. In 1985 24th IEEE Conference on Decision and Control, No. 24, pp. 900-905.
- [2] GUTIERREZ G., OSCAR. (2016). *Control Tolerante a Fallas en Línea con Modelo de Seguimiento*. Tesis de Maestria en Ciencias en Electrónica, CENIDET, Morelos, pp.10-47.
- [3] PONSART, J. C., THEILLIOL, D., & NOURA, H. (1999, AUGUST). *Fault-tolerant control of a nonlinear system application to a three-tank-system*. In Control Conference (ECC), 1999 European, IEEE, pp. 1592-1597.
- [4] SHAH, P., & AGASHE, S. (2016). *Review of fractional PID controller*. Mechatronics, 38, 29-41.
- [5] CASTILLO-GARCIA, F. J., FELIU-BATLLE, V., RIVAS-PEREZ, R., & SANCHEZ, L. (2011, AUGUST). *Comparative Analysis of Stability and Robustness between Integer and Fractional-Order PI Controllers for First Order plus Time Delay Plants*. In World Congress (Vol. 18, No. 1, pp. 15019-15024).
- [6] DASTJERDI, A. A., SAIKUMAR, N., & HOSSEINIA, S. H. (2018). *Tuning guidelines for fractional order PID controllers: Rules of thumb*. Mechatronics, 56, 26-36.
- [7] EDET, E., & KATEBI, R. (2018). *On fractional-order PID controllers*. IFAC-PapersOnLine, 51(4), 739-744.
- [8] ZAMANI, M., KARIMI-GHARTEMANI, M., SADATI, N., & PARNIANI, M. (2009). *Design of a fractional order PID controller for an AVR using particle swarm optimization*. Control

- Engineering Practice, 17(12), 1380-1387.
- [9] PETRAS I., (1999). *The fractional-order controllers: methods for their synthesis and application*, Journal of Electrical Engineering, 50, 284-288.
- [10] PODLUBNY I., (1999). *Fractional Differential Equations*, Academic Press, San Diego.
- [11] HORTELANO, M. R. (2010). *Control predictivo de orden fraccionario*. Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Educación a Distancia, pp. 33-95.
- [12] PATTON, R. J. (1997). *Fault-tolerant control: the 1997 situation*. IFAC Proceedings Volumes, 30(18), 1029-1051.
- [13] VINAGRE B. M., PODLUBNY I., HERNANDEZ A., AND FELIU V., (2000). *On realization of fractional-order controllers*, Proc. of the Conference Internationale Francophone d'Automatique, Lille, July 5-8, 945-950.
- [14] SAUCHELLI, V. H., & LABORET, S. (2007). *Cálculo Fraccional Aplicado a Control Automático*. Mecánica Computacional, 26, 3308-3327.
- [15] CHEN, Y. (2010). *Ubiquitous fractional order controls?*. IFAC Proceedings Volumes, 39(11), pp. 481-492.
- [16] SANCHEZ, L., CASTILLO-GARCIA, F. J., FELIU-BATLLE, V., & RIVAS-PEREZ, R. (2011). *Comparative Analysis of Stability and Robustness between Integer and Fractional-Order PI Controllers for First Order plus Time Delay Plants*. IFAC Proceedings Volumes, 44(1), pp. 15019-15024.
- [17] PATTON, R. J. (1997). *Fault-tolerant control: the 1997 situation*. IFAC Proceedings Volumes, 30(18), 1029-1051.
- [18] JIANG, J., & YU, X. (2012). *Fault-tolerant control systems: A comparative study between active and passive approaches*. Annual Reviews in control, 36(1), 60-72.
- [19] THEILLIOL, D., NOURA, H., & PONSART, J. C. (2002). *Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy*. ISA transactions, 41(3), pp. 365-382.

- [20] KWAKERNAAK, H. (1993). *Robust control and H_∞ -optimization—tutorial paper*. Automatica, 29(2), 255-273.
- [21] OMANA, M. (2009). *Robust fault detection and isolation using a parity equation implementation of directional residuals*. ProQuest.
- [22] NOURA, HASSAN, DIDIER THEILLIOL, JEAN C. PONSART, AND ABBAS CHAMSEDDINE. (2009). *Fault-Tolerant Control Systems: Design and Practical Applications*. London: Springer Science & Business Media, pp. 2 -40.
- [23] ASTROM K. J., (2000). *Model Uncertainty and Robust Control, COSY project*.
- [24] BIRDWELL J D, CASTANON D A & ATHANS M (1986). *On reliable control system designs*. IEEE Tr. Sys., Man, & Cyb., SMC-16, (5), 703-711
- [25] VEILLETTE R J, MEDANIC J V & PERKINS W R (1992). *Design of Reliable Control Systems*. IEEE Tr. Auto.Con., 37,(3) 290
- [26] MAHMOUD, M., JIANG, J., & ZHANG, Y. (2003). *Active fault tolerant control systems: stochastic analysis and synthesis (Vol. 287)*. Springer Science & Business Media.
- [27] BISWAS, A., DAS, S., ABRAHAM, A., & DASGUPTA, S. (2009). *Design of fractional-order $PI \lambda D \mu$ controllers with an improved differential evolution*. Engineering applications of artificial intelligence, 22(2), pp. 343-350.
- [28] VERDE, C., GENTIL, S., & MORALES-MENÉNDEZ, R. (2013). *Monitoreo y diagnóstico de fallas en sistemas dinámicos*. Trillas-Instituto de Ingeniería UNAM, pp. 83, 113, 201.
- [29] K. MILLER, B. ROSS, (1993). *An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations*. John Wiley & Sons, Inc.
- [30] L. EULER (1738). *De progressionibus transcentibus seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt*. Comment. Acad. Sci. Imperialis Petropolitanae, 5, 36-37.
- [31] B. ROSS, (1975). *Fractional calculus and its applications*. Proceedings of the International Conference Held at the University of New Haven, Springer Verlag.

- [32] N.H. ABEL, (1823). *Solution de quelques problemes alaide dintegrales definies*. Mag. Naturvidenkaberne, Aurgang. Christiania 1(2).
- [33] J. LIOUVILLE, (1832). *Memorie sus quelques questions de geometrie et de mecanique*. Et sur un nouveau genre de calcul pour resoudre ces questions, J. l'Ecole Roy. Polytechn, 13(21), 1-69.
- [34] R. HILFER, (2000). *Applications of Fractional Calculus in Physics*. World Scientific, Singapore.
- [35] . CAPUTO, (1967). *Linear Models of Dissipations Whose Q is Almost Frequency Independent-II*. Geophys J.R. Astr. Soc., 13, 529-539.
- [36] PODLUBNY I., (1999). *Fractional-order systems and $PI^\lambda D^\mu$ - controllers*, IEEE Transactions on Automatic Control, 44, 208-213.
- [37] DORF R. C. AND BISHOP R. H., (1990). *Modern Control Systems*, Addison-Wesley, New York.
- [38] XUE D. AND CHEN Y. Q., (2002). *A comparative introduction of four fractional order controllers*, Proc. of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 10 - 14, Shanghai, China.
- [39] OUSTALOUP A., (1995). *La Derivation Non Entiere: Theorie, Synthese et Applications*, Hermes, Paris.
- [40] OUSTALOUP A., (1983). *Systemes Asservis Lineaires d'Ordre Fractionnaire: Theorie et Pratique*, Editions Masson, Paris.
- [41] RAYNAUD H. F. AND ZERGAINOH A., (2000). *State-space representation for fractional order controllers*, Automatica, 36, 1017-1021.
- [42] MONJE C. A., VINAGRE B. M., FELIU V. AND CHEN Y. Q., (2008). *Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry application*, Contr. Eng. Pract., 16, 798-812.
- [43] MANABE S., (1961). *The non-integer integral and its application to control systems*, ETJ of Japan, 6, 83, 87.
- [44] LURIE B. J., (1994). *Three-Parameter Tunable Tilt-Integral-Derivative (TID) Controller*,

United States Patent, 5 371 670, USA.

- [45] BODE H. W., (1949). *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*. Tung Hwa Book Company, Shanghai.
- [46] TUSTIN A., ALLANSON J. T., LAYTON J. M. AND JAKEWAYS R. J., (1958). *The design of systems for automatic control of the position of massive objects*, The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 105C.
- [47] MATIGNON, D. (1998, DECEMBER). *Stability properties for generalized fractional differential systems*. In ESAIM: proceedings (Vol. 5, pp. 145-158). EDP Sciences.
- [48] PETRAS I. AND DORCAK L., (2003). *Fractional-order control systems: Modelling and simulation, Fractional Calculus and Applied Analysis*, 6, 205–232.
- [49] PETRAS I. AND DORCAK L., (1999). *The frequency method for stability investigation of fractional control systems*, Journal of SACTA, 2, 75–85.
- [50] PETRAS I., DORCAK L., O’LEARY P., VINAGRE B. M. AND PODLUBNY I., (2000). *The modelling and analysis of fractional-order control systems in frequency domain*, Proc. of the ICC’2000 Conference, May 23-26, High Tatras, 261–264.
- [51] CAPONETTO R., DONGOLA G., FORTUNA L. AND PETRAS I., (2010). *Fractional Order Systems: Modeling and Control Applications*, World Scientific, Singapore.
- [52] CHEN Y. Q., BHASKARAN T. AND XUE D., (2008). *Practical tuning rule development for fractional order proportional and integral controllers*, ASME Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 3, 021403-1 – 021403-8.
- [53] GARRIDO, J., VÁZQUEZA, F., & MORILLAB, F. (2012). *Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID*. (Doctoral dissertation, Doctoral dissertation, UNED).
- [54] MAITI, D., ACHARYA, A., CHAKRABORTY, M., KONAR, A., & JANARTHANAN, R. (2008). *Tuning PID and FOPID controllers using the integral time absolute error criterion*. arXiv preprint arXiv:0811.0083.
- [55] BINGUL, Z., & KARAHAN, O. (2011, APRIL). *Tuning of fractional PID controllers using*

PSO algorithm for robot trajectory control. In Mechatronics (ICM), 2011 IEEE International Conference on (pp. 955-960). IEEE.