

FLUJO DE VAPOR EN CONDENSACIÓN

DR. JOSE MARIA RODRIGUEZ LELIS

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MEXICO/CENIDET



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

CONTENIDO

PROLOGO	iii
Cap. 1 Introducción	1
Cap. 2 Cambio de fase	6
Cap. 3 Aspectos cinéticos	14
Cap. 4 Crecimiento de gotas	18
Cap. 5 Ecuaciones de estado por coeficientes	28
Cap. 6 Tratamiento del flujo unidimensional del flujo de vapor.	32
Cap. 7 Cálculo de una turbina usando una secuencia de toberas	37
Cap. 8 Consecuencias aerodinámicas del flujo de vapor en condensación	43
Cap. 9 Métodos numéricos en el cálculo de flujo de vapor en condensación en cascadas de álabes	50
Cap. 10 Tratamiento dos y tres dimensionales del flujo de vapor en condensación	57
Cap. 11 Métodos de incluir términos viscosos en el flujo de vapor en condensación	62
Cap. 12 Otros fenómenos presentes en turbinas de vapor.	94
REFERENCIAS	104

PRÓLOGO

El continuo avance científico y tecnológico, provoca que ocasiones, las raíces de un área particular de conocimiento se tiendan a olvidar, como autores y los bases que dieron lugar a esa área de conocimiento. Esto sucede a causa de los convenios para citar los estados del arte, que requieren búsquedas dentro de los últimos diez años, y en ocasiones con intervalos más cercanos.

Las turbinas de vapor, aun en la segunda década de los años dos mil, constituyen un elemento muy importante en transformación de energía mecánica a energía eléctrica. Sin embargo, la presencia de turbinas de baja presión se ve disminuida, esto a causa al mayor uso de ciclos combinados con el fin de mejorar el aprovechamiento de energía.

Con ello también se observa disminución en los trabajos relacionados con la formación y tratamiento de flujos en dos fases, en el caso de turbinas de vapor, del fenómeno de condensación. Sin embargo, la teoría relacionada con la formación de la segunda fase en el flujo de vapor, puede ser aplicada a varios fenómenos físicos, mecánicos y en otras áreas de conocimiento. Es aquí donde lo mencionado en el primer párrafo toma importancia, para entender tanto el fenómeno en si desde los principios, como reconocer las contribuciones a través del tiempo.

Este libro tiene su propósito en mostrar las brevemente las bases del tratamiento de “Flujo de Vapor en Condensación y Turbinas que Trabajan con Vapor Húmedo”, sin ser un tratado riguroso, de los elementos que contribuyen a este tema, pero con los elementos suficientes para su entendimiento y aplicación. También, como un humilde tributo al Dr. Farhang Bachktar.

A mi esposa (Q.E.P.D) Edith Lourdes Ramos Orduñez, a mis hijos José Topiltzín Rodríguez Ramos, Lourdes Nanzihuan Rodríguez Ramos.

Capítulo 1

Introducción

Conforme se extrae trabajo de vapor expandiéndose en los canales de flujo formados por tuberías y alabes, éste se sobre-enfría y en alguna etapa condensada para formar una mezcla de dos fases. Es del conocimiento general que aquellas turbinas que trabajan con vapor húmedo tienen una eficiencia menor que las que lo hacen con vapor sobrecalentado. La diferencia se atribuye conjuntamente a las pérdidas de humedad sin embargo, los mecanismos que dan lugar a estas pérdidas son, aún, insuficientemente entendidos.

En centrales termoeléctricas comunes, los problemas con humedad se confinan a las últimas etapas de turbinas de baja presión, donde sin embargo, se obtiene una buena proporción de la potencia en la turbina. En el caso de turbinas que operan en centrales nucleares, solares o geotérmicas, el vapor empleado es normalmente saturado o ligeramente sobrecalentado, con lo que las etapas iniciales también trabajan con vapor húmedo. Considerando que aproximadamente el 80% de la energía generada en el mundo se lleva a cabo mediante generadores movidos por turbinas de vapor [1, 2], la importancia de conocer el comportamiento de las turbinas que operan con vapor húmedo se ve plenamente justificada.

1.1. Breve descripción histórica

J.J. Thomson [3,4] fue el primero en sugerir en 1859 que una sustancia existente en un estado experimentaría dificultades para iniciar un cambio de estado y en 1871 propuso que los vapores en expansión se sobresaturan. Sin embargo, el primer desarrollo teórico de la sobresaturación se atribuye a W. Thomson (más tarde Lord Kelvin) [5]. Aproximadamente al mismo tiempo, Gibbs [6] y Von Helmholtz [7], trabajando de forma independiente, establecieron los criterios termodinámicos a partir de los cuales también puede deducirse la ecuación de Kelvin.

Aitken [8] y Von Helmholtz [7] fueron de los primeros en realizar estudios experimentales sobre la condensación en aire saturado de vapor de agua. Aitken, observó que cualquier partícula de polvo o sal presente en el aire actuaba como centro de condensación. Este tipo de condensación se denomina condensación heterogénea y contrasta con la condensación homogénea en la que el vapor se condensa en ausencia de núcleos extraños.

C.T.R. Wilson [9] realizó un estudio detallado de la condensación espontánea (homogénea) en 1897 expandiendo aire húmedo libre de núcleos extraños en su cámara de nubes. Observó que en ausencia de iones o partículas extrañas la condensación siempre se retrasaba hasta que se alcanzaba una relación de sobresaturación de 7,9. Él formuló la relación de sobresaturación como una medida de la desviación del sistema del equilibrio termodinámico.

Las consecuencias de la sobresaturación no fueron reconocidas por la comunidad técnica hasta muchos años después de la investigación de Wilson en la cámara de nubes. Rateau [10] en 1905, Henderson [11] en 1913 y otros, observaron que la descarga real de vapor en toberas que se expandían en la región húmeda de la carta de Molliere era mayor que los valores teóricos incluso cuando se despreciaban los efectos de la fricción. Estas discrepancias fueron atribuidas a la sobresaturación por Martin [12,13], Callendar [14] y Stodola [15,16]. Suponiendo que la condensación siempre produce gotas de tamaño similar, Martin calculó en 1918 las relaciones de sobresaturación límite utilizando los datos de Wilson y trazó sus resultados en el gráfico de Molliere como una línea a la que dio el nombre de Wilson.

El interés se retomó en la década de 1930 cuando Yellot [17], Retallata [18], y Yellot y Holland [19]; produjeron más resultados de condensación en boquillas. Yellot localizó la línea de Wilson en la línea del 4,5 por ciento de humedad en el diagrama de Molliere. Retallata observó que la posición de la línea de Wilson no era única. Dependía de la aceleración del fluido y de las condiciones iniciales. Sugirió entonces que se introdujera una zona de Wilson para sustituir a la línea de Wilson. Poco después, Binnie y Woods [20] y Binnie y Green [21] realizaron una serie de mediciones de las distribuciones de presión axial en toberas de Laval y reconocieron el efecto del recalentamiento de entrada en la condensación.

Paralelamente a las investigaciones anteriores, Volmer y Weber [22] dieron los primeros pasos hacia el desarrollo de una teoría de la nucleación. Postularon que la distribución de gotas subcríticas sigue la ley de Boltzmann. Considerando la velocidad de colisiones moleculares con los cúmulos críticos dedujeron una expresión para la velocidad de nucleación. Desde este comienzo, el desarrollo de una teoría para describir la velocidad de nucleación ha continuado hasta nuestros días. El desarrollo ha seguido dos enfoques alternativos. Farkas, Becker y Doring, Zeldovich y Frenkel (ver [23] para referencias) consideraron la cinética de la formación y decaimiento de los cúmulos y desarrollaron una expresión para la velocidad de nucleación que ahora se conoce como la Teoría Clásica.

Los estudios posteriores sobre el tratamiento cinético se han realizado mediante refinamientos de la teoría clásica, como puede verse en los trabajos de Courtney [24] y Kantrowitz [25]. Orianni, et. al. [26], presentaron una evaluación del desarrollo de la teoría de la nucleación y demostraron la validez de la teoría clásica cuando se introducían las correcciones adecuadas. Siete años más tarde Deich, et. al. [27], elaboraron su propia expresión de la velocidad de nucleación. McDonald [28,29] ofrece una revisión de los aspectos termodinámicos y cinéticos de la nucleación.

El segundo enfoque ha sido a través de la mecánica estadística y generalmente se ha utilizado en un esfuerzo por eliminar algunas de las incertidumbres asociadas con el tratamiento cinético. Ejemplos de las contribuciones a esta línea de desarrollo son las de Frenkel [30] y Band [31]. Dunning [32] ofrece un tratamiento exhaustivo del tema.

El concepto de nucleación cuasi estacionaria adoptado en la teoría clásica sólo es realista si el tiempo necesario para alcanzar un estado estacionario es pequeño en comparación con la característica del proceso. Probstein [33], Courtney [34] y Kantrowitz [25], entre otros, han contribuido a la fase transitoria. Calcularon el tiempo necesario para alcanzar el estado estacionario y descubrieron que no tiene ningún efecto sobre la velocidad de nucleación.

Paralelamente a estas investigaciones, el desarrollo de las turbinas de vapor avanzaba a una velocidad notable y se experimentaban los problemas asociados a la presencia de líquido. En el Capítulo 12 se ofrece una descripción general de los efectos de la humedad en las turbinas.

La combinación de un modelo adecuado de la teoría de nucleación con las ecuaciones de la dinámica del gas y el crecimiento de las gotas permite realizar comparaciones de la teoría con el experimento. Oswatitsch [35] fue el primero en predecir la distribución de presión medida en toberas utilizando este enfoque. Tras el éxito de Oswatitsch, las comparaciones entre las mediciones experimentales en toberas y las soluciones teóricas se utilizaron para investigar más a fondo la teoría de la nucleación. Hill y colaboradores [36], Wegener, et. al. [37,38,39], Deich, et. al [40,41] y Kirillov y colaboradores [42,43] son ejemplos de esta línea de trabajo. Una dificultad particular fue que la estimación teórica de la velocidad de nucleación implica una serie de parámetros desconocidos, por ejemplo, el coeficiente de condensación y el cambio de la tensión superficial con el radio de la gota. La mejor concordancia entre las soluciones teóricas y las presiones axiales medidas, según Hill [44] y Bakhtar y Campbell [45,46], se obtiene utilizando un valor de tensión superficial de película plana y un coeficiente de condensación de unidad.

Posteriormente, se dispuso de mediciones del tamaño de las gotas, por ejemplo las de Deich [47] y Gyarmathy y Lesch [48], que se utilizaron para confirmar las soluciones teóricas. Entre las contribuciones a este tema se encuentran las realizadas por Moore, et. al. [49] y, más recientemente, Skillings y Jackson [50]. Con la llegada de los reactores nucleares, surgió la necesidad de estudiar los problemas de nucleación también a altas presiones. Gyarmathy, et. al. [51], entre otros reportaron mediciones experimentales.. Bakhtar y Young [52,53], introduciendo la ecuación de estado truncado hasta que el segundo coeficiente virial obtuvo un acuerdo moderado entre la teoría y el experimento. Otros estudios en alta presión fueron realizados por Bakhtar, et. al. [54], Zidi [55] y más posteriormente Bakhtar y Zidi [56,57]. Estos últimos emplearon cinco coeficientes viriales para la ecuación de estado. La concordancia obtenida por Bakhtar y Zidi con la distribución de presión fue muy buena, pero menos buena en la predicción del tamaño de las gotas. Según ellos, la teoría subestimaba en general el diámetro observado de las gotas y predecía antes el inicio de la condensación y, por tanto, el aumento de la presión. Trabajos posteriores en la aplicación de la teoría clásica en turbinas y flujos sujetos a diferentes condiciones de operación pueden observarse en [58,59], donde se mantiene la teoría clásica de nucleación y se trabaja en

los métodos numéricos para su solución, enfoque particular en ondas de choque y expansión, aplicación de campos magnéticos y evaluaciones con base en exergía.

Capítulo 2

Cambio de fase

2.1 Grado de sobre-enfriamiento y razón de sobresaturación.

En un sistema que contiene la misma sustancia en dos estados físicos, cuando se deja ésta a si misma, la sustancia tiende a un estado de equilibrio. En este estado, existen una temperatura y una presión constantes, temperatura y presión de saturación. Estas se expresan como:

$$T_s = T_s(p) \quad \text{y} \quad P_s = P_s(T) \quad (1)$$

Cuando vapor inicialmente sobrecalentado se expande, y su trayectoria de estado cruza la línea de saturación, las únicas superficies de las toberas o álabes, y las de las partículas de sales disueltas en el vapor. Oswatitsch [35], sin embargo, mostró que la condensación que ocurre en estos lugares, no es lo suficientemente grandes para causar una precipitación considerada de agua. En efecto, el vapor continúa expandiéndose como si no hubiera precipitado agua alguna, y entonces el vapor alcanza una condición inestable o de equilibrio metaestable. En este caso el vapor se sobre-enfría, es decir (ver Fig. 1) que su temperatura T_G de saturación $T_s(p)$ correspondiente a la presión a la que se encuentra el vapor en ese instante, de otra manera, la presión del vapor p es mayor a

la presión de saturación $P_s(T_G)$ correspondiente a la temperatura de éste. De aquí, surgen dos conceptos, la razón de sobresaturación.

$$S = \frac{p}{\rho_s(T_G)} \tag{2}$$

Y el grado de sobre-enfriamiento que cuantifican el estado de desequilibrio del vapor.

$$\Delta T = T_s(p) - T_G \tag{3}$$

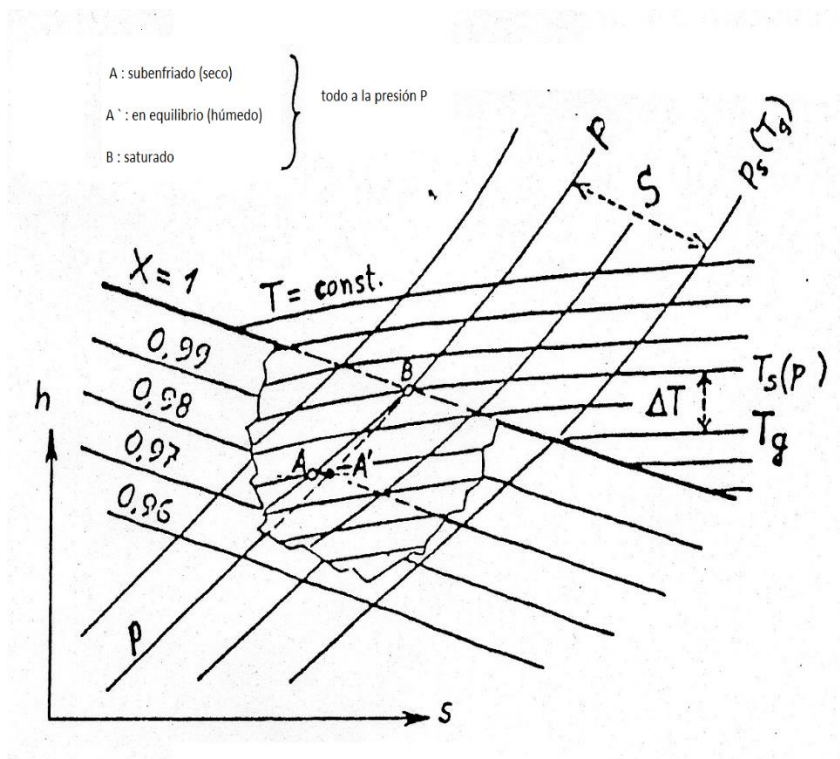


Fig. 1. Expansión de vapor después de la línea de saturación. Conceptos de sobre enfriamiento y sobresaturación.

2.1 Radio crítico y la barrera de energía libre

La tendencia hacia el cambio en un sistema termodinámico se mide con la energía libre de Gibbs:

$$G = H - T_s \quad (4)$$

De donde el cambio en la energía libre de Gibbs se puede escribir como:

$$dG = vdp - sdT \quad (5)$$

A causa de la aparición del término de entropía en la ecuación anterior, el cambio de la energía libre de Gibbs se puede evaluar con mayor facilidad a lo largo de un proceso de temperatura constante. Entonces, el cambio de la energía libre de una masa de fluido que pasa de vapor a una presión p y temperatura T_G a una gota de líquido de radio r a la misma temperatura, se puede calcular en cuatro pasos (ver fig. 2):

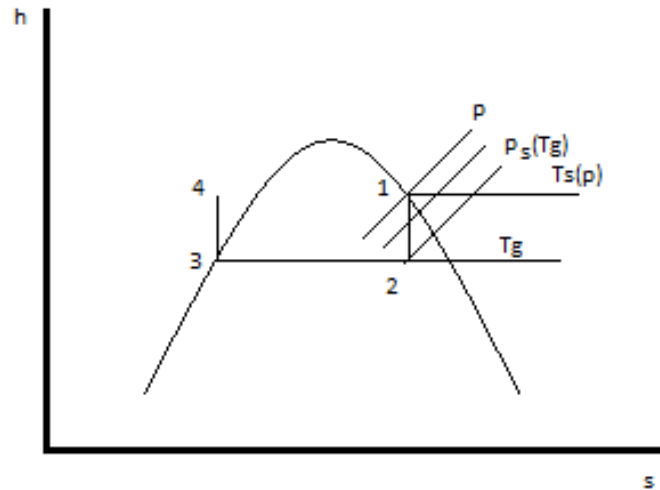


Fig. 2 Proceso de formación de una gota.

1. Una expansión isotérmica (o compresión) del vapor , de 1-2, de una presión p a $P_s(T_G)$, donde $P_s(T_G)$ se refiere a la presión de saturación del vapor correspondiente a la temperatura (T_G)

$$\Delta G_1 = m_r \int_p^{p_s(T_G)} V_G dp = m_L W \quad (6)$$

Donde

$$m_r = \frac{4}{3} \pi \tau^3 \rho_L \quad (7)$$

y

$$W = \int_p^{p_s(T_G)} V_G dp \quad (8)$$

Considerando que el vapor se comporta como gas perfecto, se tiene

$$Wx = RT_G \ln \frac{p}{p_s(T_G)} \quad (9)$$

y

$$\Delta G_1 = -\frac{4}{3} \pi \tau^3 \rho_L RT_G \ln \frac{p}{p_s(T_G)} \quad (10)$$

2. Condensación del vapor en una masa de líquido a presión y temperatura constantes de 2-3.

$$\Delta G_2 = 0 \quad (11)$$

3. compresión isotérmica del líquido de regreso a la presión P de 3-4,

$$\Delta G_3 = V_L [p - p_s(T_G)] \quad (12)$$

A presiones bajas este término es normalmente pequeño y puede ignorarse.

4. Formación de una gota de radio r

$$\Delta G_4 = 4\pi r^2 \sigma \quad (13)$$

Entonces, el cambio total de la energía libre es

$$\Delta G = \Delta G_1 + \Delta G_2 + \Delta G_3 + \Delta G_4 \quad (14)$$

$$\Delta G = 4\pi r^2 \sigma - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_L R T_G \ln \frac{p}{p_s(T_G)} \quad (14.a)$$

De aquí puede verse que en la presencia de una superficie disponible, no habrá necesidad para la formación de una gota y $\Delta G = \Delta G_1$. Para un vapor sobre-enfriado $p > p_s(T)$ y $\Delta G_1 < 0$. Entonces, un vapor sobre-enfriado en contacto con una superficie tendrá la tendencia a condensar. Por otro lado, si la superficie no existe, y el vapor tiene que condensar en si mismo formando gotas su comportamiento se vera afectado por la cantidad adicional de energía libre asociada con su formación. Para ciertas condiciones dadas del vapor, W es constante y la variación de ΔG con r tiene la forma mostrada en la fig. 3.

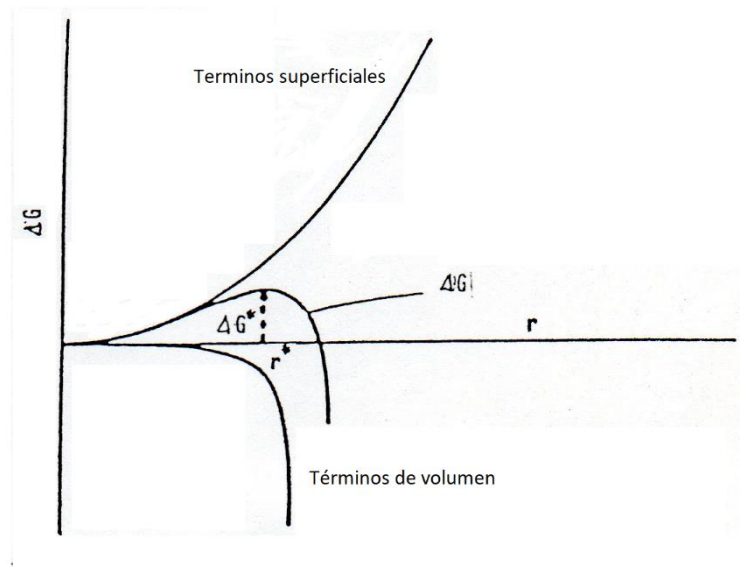


Fig. 3 Variación de energía libre con el radio

Entonces la energía libre ΔG se incrementa inicialmente con el aumento de r hasta un valor crítico ΔG^* , el cual ocurre a un valor del radio también crítico r^* después del cual se decrementa. La expresión para r^* se obtiene aplicando los conceptos de máximos y mínimos a la ecuación (14.a), de donde eliminando la variación de la tensión superficial σ con el radio se tiene:

$$\tau^* = \frac{2\sigma}{\rho_L W} \quad (15)$$

En los casos donde se puede considerar que el vapor se comporta como un gas perfecto, el valor de W se puede sustituir de la ecuación (9) y la ecuación anterior se reduce a :

$$\ln \frac{p}{p_s(T_G)} = \frac{2\sigma}{r^* \rho_L R T_G} \quad (16)$$

donde ρ_L es la densidad del líquido, σ es la tensión superficial, R es la constante del vapor y r^* es el radio de la curvatura de la superficie o radio crítico se obtiene de sustituir r^* en la ecuación (14.a), que después de ciertas reducciones se tiene:

$$\Delta G^* = \frac{16\pi\sigma^3}{3\rho_L^2 W^2} \quad (17)$$

Entonces, una gota con radio crítico se encontrará en equilibrio inestable con el vapor circundante, ya que se encuentra asociada con un valor máximo de la energía libre de Gibbs. Gotas con un radio mayor que el crítico pueden reducir su energía libre capturando moléculas y tendrán la tendencia a crecer: caso contrario, gotas con un radio menor al crítico, reducirán su energía libre perdiendo moléculas y tendrán la tendencia a evaporarse. Se puede ver entonces, que ΔG forma una barrera de activación para la condensación de vapor libre de partículas. La trayectoria del vapor al cruzar la línea de saturación se sobre enfriará inicialmente, y la única ruta para que el vapor condense será por la formación al azar de agrupamientos de moleculares. Expresión a la que él llega es la ecuación (16) y lleva el nombre de Kelvin-Helmholtz.

Capítulo 3

Aspectos cinéticos

En una masa de vapor, aún en vapor sobrecalentado, agrupamientos de moléculas se forman y destruyen continuamente por fluctuaciones, por lo que existe siempre una población estadística en estado permanente de embriones presente en el volumen del vapor, tal que:

$$n_g = n_1 e^{-\Delta G/kT} \quad (18)$$

donde n_g y n_1 son las concentraciones de g moléculas y monomoléculas, ΔG es la cantidad de energía libre necesaria para formar g moléculas y k es la constante de Boltzman.

Si se denota como C_g como la velocidad de condensación de embriones o agrupamientos de moléculas de tamaño g y E_{g+1} la velocidad de evaporación de embriones de tamaño $g+1$. Para que la población de embriones se mantenga en equilibrio, tal y como sucede en la línea de saturación, la velocidad con que embriones de tamaño g crecen a tamaño $g+1$ deben igualar a la velocidad con que embriones de tamaño $g+1$ decaen a tamaño g ; es decir

$$C_g n_g = E_{g+1} n_{g+1} \quad (19)$$

En el vapor sobre-enfriado, las agrupaciones moleculares se forman y se desintegran de forma similar. de forma similar, pero una vez que un cúmulo sobrea el tamaño crítico, seguirá creciendo. Para diferencia se introduce un nuevo símbolo f_g para definir la concentración de cúmulos de tamaño g en vapor sobre-enfriado. La diferencia entre las velocidades de crecimiento y decaimiento de los cúmulos se denomina "embrión". se denomina corriente embrionaria J_g y se expresa como:

$$J_g = C_g f_g - E_{g+1} f_{g+1} \quad (20)$$

C_g puede calcularse a partir de la teoría cinética de los gases como:

$$C_g = \frac{4\pi r^2 q P}{(2\pi m k T_G)^{1/2}} \quad (21)$$

donde m es la masa de una molécula individual, q es el coeficiente de condensación que denota la fracción de colisiones moleculares con la superficie de un cúmulo que dan lugar a condensación.

Para calcular la velocidad de evaporación E_{g+1} se considera que si los cúmulos se retiran a un entorno en equilibrio, la velocidad a la que perderían una molécula se equilibraría exactamente con la velocidad a la que ganarían una molécula. Por lo tanto sustituyendo la ecuación (19) en (20) después de reordenar da:

$$\frac{J_g}{C_g N_g} = \frac{f_g}{N_g} - \frac{f_{g+1}}{N_{g+1}} = -\frac{\partial}{\partial g} \left(\frac{f_g}{N_g} \right) \quad (22)$$

Los conglomerados de tamaño g pueden formarse por adición de una molécula a conglomerados de tamaño $g-1$ o por pérdida evaporativa de una molécula de conglomerados de tamaño $g+1$. Al mismo tiempo, los conglomerados de tamaño g pueden destruirse bien creciendo hasta convertirse en conglomerados de tamaño $g+1$ mediante la captura de una molécula, bien descomponiéndose en conglomerados de tamaño $g+1$ mediante la captura de una molécula o descomponiéndose en conglomerados de tamaño $g-1$ al perder una molécula. Por tanto, la velocidad de cambio de concentración de los conglomerados de tamaño g puede escribirse como:

$$\frac{\partial f_g}{\partial t} = (C_{g-1} f_{g-1} + E_{g+1} f_{g+1}) - (C_g f_g + E_g f_g) \quad (23)$$

o de otra manera

$$\frac{\partial f_g}{\partial t} = J_{g-1} - J_g \simeq -\frac{\partial J_g}{\partial g} \quad (24)$$

Substitución de J_g de (22) en (24) queda:

$$\frac{\partial f_g}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial g} \left\{ C_g N_g \left[\frac{\partial}{\partial g} \left(\frac{f_g}{N_g} \right) \right] \right\} \quad (25)$$

que es la ecuación general que describe el proceso de nucleación y lleva el nombre de ecuación de los investigadores que realizaron su deducción Becker-Doring.

Dos tipos de caminos se han seguido para la solución de la ecuación (25):

- Una solución en estado transitorio donde la población de embriones varía tanto con g como t .
- Una solución en estado permanente, donde agrupamientos críticos se sacan del sistema y vapor sobre-enfriado se añade de manera que el sistema se vuelve estable.

La solución comúnmente empleada es la segunda y de acuerdo a Frenkel (25) es:

$$I = q \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi m^3} \frac{p_G^2}{\rho_L}} \exp\left[-\frac{\Delta G}{kT}\right] \quad (26)$$

La cual se conoce como la ecuación de la teoría clásica para determinar la velocidad de nucleación. En esta ecuación, el término

$$\Delta G = \frac{16\pi\sigma^3}{3\left(\rho_L R T_G \ln \frac{p}{p_s(T_G)}\right)} \quad (27)$$

Corresponde al trabajo necesario para formar una gota de agua a partir de vapor saturado.

Capítulo 4

Crecimiento de gotas

Una vez que las gotas han llegado a un tamaño crítico, éstas crecen por la captura de moléculas del vapor circundante. La velocidad con que estas gotas crecen depende de la velocidad con la cual el calor latente de condensación, dado inicialmente a las gotas, se transfiere de regreso al vapor. Entonces las ecuaciones de transferencia de masa y de calor tienen que resolverse simultáneamente. La velocidad de intercambio de masa y de calor depende de los valores del número de Knudsen, el cual se define como la razón de la trayectoria libre media de las moléculas del vapor (l), al diámetro de las gotas ($2r$), esto es:

$$kn = \frac{l}{2r} \quad (28)$$

donde la trayectoria libre media puede calcularse de cinemática de los gases como:

$$l = \frac{1.88\mu}{p\sqrt{RT}} \quad (29)$$

Generalmente, los procesos de intercambio se dividen en cuatro regímenes de flujo (28), los cuales se definen como sigue:

$$Kn < 0.01 \text{ régimen continuo} \quad (30)$$

$0.01 < kn < 0.18$ régimen de desfasamiento

$0.18 < kn < 4.50$ régimen transición

$4.50 < kn < \infty$ régimen molecular libre

4.1 Transferencia de calor

El calor latente de condensación L se libera cuando una molécula de vapor se condensa en una gota líquida. Una parte del calor latente eleva la temperatura de la gota y el resto se transfiere al vapor. El balance energético de las consideraciones macroscópicas eraciones macroscópicas puede escribirse como:

$$L \left(\frac{dm_r}{dt} \right) = 4\pi r^2 \alpha_r (T_L - T_G) + m_r C_L \left(\frac{dT_L}{dt} \right) \quad (31)$$

donde m_r es la masa de una gota de radio r , y α_r el coeficiente de transferencia de calor. El último término de la ecuación (31) corresponde a la capacidad calorífica de la gota. Es pequeño en comparación con los demás términos y puede despreciarse sin pérdida de precisión.

La transferencia de calor de una esfera en reposo relativa a un medio circundante en función de Kn y ha sido estudiada por Shaaf y Chambre [60] entre otros. Ellos dan una serie de ecuaciones empíricas para calcular el coeficiente de transferencia de calor en los diferentes regímenes de flujo en flujos subsónicos y supersónicos. Gyarmathy [51] ha demostrado que los resultados pueden aproximarse en toda la gama de números de Knudsen mediante

$$\alpha_r = \frac{\lambda}{r(1 + 3.18Kn)} \quad (32)$$

la masa de una gota es

$$m_r = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_L \quad (33)$$

que diferenciando es

$$\frac{dm_r}{dt} = 4\pi r^2 \rho_L \frac{dr}{dt} \quad (34)$$

Sustitución de 32 y 30 en 29 da

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda(T_L - T_G)}{\rho_L(\tau + 1.59l)L} \quad (35)$$

Donde

$$L = h_G - h_L \quad (36)$$

$$h_L = C_L (T_L - T_D) \quad (37)$$

y T_D es una temperatura de referencia fijada en 273,16 °K.

4.2 Transferencia de masa

En el régimen de molécula libre se supone que la superficie de la gota está expuesta directamente a moléculas que tienen las propiedades del vapor circundante. La velocidad neta de transferencia de masa es la diferencia entre las velocidades de condensación en la superficie de la gota y de evaporación a partir de ella. La velocidad de condensación puede calcularse a partir de la teoría cinética de los gases que da como resultado.

$$\left(\frac{dm_r}{dt} \right)_{cond} = q 4\pi r^2 \rho_G \left(\frac{RT_G}{2\pi} \right)^{1/2} \quad (38)$$

donde q es el coeficiente de condensación

La velocidad de evaporación de la superficie de la gota se calcula considerando que si la gota se coloca en un entorno de vapor a presión $P_s(T_L, r)$ y temperatura T_L , estará en equilibrio con el entorno. Así, el número de moléculas que se evaporan será igual al número de moléculas que se condensan, lo que puede estimarse a partir de la teoría cinética. Por lo tanto:

$$\left(\frac{dm_r}{dt}\right)_{evap} = q4\pi r^2 \rho_S(T_{L,r}) \left(\frac{RT_L}{2\pi}\right)^{1/2} \quad (39)$$

por lo que la velocidad de crecimiento de la gota en el régimen molecular libre es:

$$\frac{dm_r}{dt} = qr^2 \sqrt{8\pi R} [\rho_G \sqrt{T_G} - \rho_S(T_{L,r})\sqrt{T_L}] \quad (40)$$

En el régimen continuo, el crecimiento de la gota se debe a la difusión del vapor hacia su superficie. En un campo de temperatura constante, el coeficiente de difusión D se define como la constante de proporcionalidad entre las velocidades de difusión a través de una superficie y su gradiente de concentración. El uso de modelos cinéticos para calcular el coeficiente de difusión y la velocidad de difusión conduce a resultados poco realistas a la hora de determinar la velocidad de crecimiento de las gotas. Utilizando un enfoque semi-empírico Bakhtar y Zidi [61] derivaron una nueva expresión para el coeficiente de autodifusión que es

$$D = C \frac{\sqrt{T}}{P^n} \quad (41)$$

donde

$$n = 0.868873 \quad (42)$$

$$C = 5.377 \times 10^{-7} \frac{(\text{bar})^n \text{m}^2}{\text{sec} \cdot \sqrt{K}}$$

y la expresión del crecimiento en el régimen continuo es

$$\frac{dm_r}{dt} = \frac{8\pi r^2 Kn \sqrt{R}}{1.88 Sc} [\rho_g \sqrt{T_G} - \rho_s(T_{L,r}) \sqrt{T_L}] \quad (43)$$

En que Sc es el número de Schmidt, que se define como

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D} \quad (44)$$

En el caso de transferencia de masa, una de las ecuaciones que describen el crecimiento de las gotas en todos los regímenes es:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{kn}{kn + 0.3759qSc} \frac{q}{\rho_L} \sqrt{\frac{\tau}{p\pi}} [\rho_G \sqrt{T_G} - \rho_s(T_{L,\tau}) \sqrt{T_L}] \quad (45)$$

En la expresión (45) el término D se refiere al coeficiente de difusión y puede obtenerse de las teorías de gases raros.

4.3 Solución de las ecuaciones de crecimiento de las gotas

Para calcular la velocidad de crecimiento de las gotas para unas condiciones dadas, el término dr/dt se elimina entre las ecuaciones (35) y (45), para dar una relación explícita entre el radio de la gota y su temperatura como:

$$\frac{\lambda(T_L - T_G)}{(r + 1.59\bar{\ell})L} = \frac{Kn}{Kn + 0.3759qSc\rho_L} \frac{q}{\sqrt{\frac{R}{2\pi}}} [\rho_G\sqrt{T_G} - \rho_S(T_{L,r})\sqrt{T_L}] \quad (46)$$

Esta ecuación puede diferenciarse numéricamente en cada etapa del cálculo para obtener dT_L/dr . La velocidad de cambio de la temperatura de las gotas puede obtenerse a partir de la sencilla relación

$$\frac{dT_L}{dt} = \frac{dT_L}{dr} \frac{dr}{dt} \quad (47)$$

La ecuación (45) puede entonces integrarse con las ecuaciones (35) ó (45) mediante la técnica estándar de Runge-Kutta para obtener las variaciones del radio y la temperatura de la gota con el tiempo. Aunque el método de cálculo es exacto, implica un procedimiento numérico largo y su uso en problemas bidimensionales es prohibitivo en cuanto al uso de tiempo de cómputo.. Para sobrear este problema se ha desarrollado una expresión aproximada que relaciona la temperatura de las gotas con su radio desarrollado por Gyarmarthy [62] y utilizado con éxito por Tochai [63].

4.3.1 Aproximación de Gyarmarthy a la temperatura de las gotas.

Integrando la ecuación de Clasius-Clapeyron suponiendo que el vapor es un gas perfecto, se obtiene la siguiente relación entre el grado de sobre-enfriamiento y la relación de sobresaturación

$$T_S(P) - T_G = \frac{R T_G T_S(P)}{h_{fG}} \ln \frac{P}{P_S(T_G)} \quad (48)$$

Por lo tanto, sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación de Kelvin-Helmholtz, se obtiene la siguiente expresión que describe el radio crítico en términos del grado de sobre-enfriamiento

$$r^* = \frac{2\sigma_{(T_G)} T_S(P)}{\rho_L h_{fGT_G} (T_S(P) - T_G)} \quad (49)$$

donde h_{fGT_G} es la entalpía de evaporación de equilibrio a T_G .

Del mismo modo, la temperatura de equilibrio asociada a una gota de radio r y temperatura T_L puede expresarse como

$$r = \frac{2\sigma_{(T_L)} \bar{T}}{\rho_L h_{fGT_L} (\bar{T} - T_G)} \quad (50)$$

donde \bar{T} es la temperatura de saturación correspondiente a $P_S(T_{L,r})$. Dividiendo (50) por (48) y reordenando se obtiene

$$\frac{T_S(P) - T_G}{\bar{T} - T_L} = \frac{r^* h_{fGT_L} \sigma_{(T_G)} T_S(P)}{r h_{fGT_G} \sigma_{(T_L)} \bar{T}} \quad (51)$$

Suponiendo $\bar{T} = T_S(P)$ y despreciando las variaciones de σ y h_{fG} en el intervalo de temperaturas T_L a T_G , la ecuación (51) se convierte en

$$T_L = T_S(P) - [T_S(P) - T_G] \frac{r^*}{r} \quad (52)$$

4.3.2 Expresión aproximada directa

Suponiendo ahora que a lo largo del paso de integración la diferencia de temperatura entre una gota y el vapor circundante (FL - FG) permanece constante, la ecuación (35) puede integrarse directamente para obtener

$$\frac{r^2 - r_1^2}{2} + (1.59\bar{\ell})(r - r_1) = \frac{\lambda(T_L - T_G)}{\rho_L(h_G - h_L)} \delta t \quad (53)$$

Esta ecuación puede resolverse directamente para r y obtener

$$r = -1.59\bar{\ell} + \sqrt{(1.59\bar{\ell})^2 + r_1[r_1 + 2(1.59\bar{\ell})] + \frac{\lambda(T_L - T_G)}{\rho_L(h_G - h_L)} \delta t} \quad (54)$$

En el tratamiento original desarrollado por Tochai [63], el procedimiento utilizado para el cálculo de las velocidades de crecimiento de las gotas en la zona de nucleación se basaba en la ecuación desarrollada por [64-66]. Pero para calcular las velocidades de crecimiento en la zona húmeda el adoptó una simplificación adicional. En un trabajo posterior de So [67] empleando el esquema de Denton [68] se utilizó la ecuación desarrollada por Tochai [64] para la zona de nucleación, pero adoptó la ecuación (54) para la evaluación de la velocidad de crecimiento de las tasas de crecimiento de las gotas en la zona húmeda.

Por otro lado el acoplamiento entre las ecuaciones desarrollada por Tochai [63] y (54) es discontinuo. Por lo tanto, es necesario emplear una expresión para describir el crecimiento de las gotas en las regiones en nucleación y húmeda. Una ventaja particular de la ecuación (54) es que su uso para el cálculo de la velocidad de crecimiento de las gotas es directo. Esto contrasta con la ecuación desarrollada por Tochai [63] que necesita un procedimiento iterativo. También se puede notar que después de que el vapor ha regresado al equilibrio, el radio de las gotas r_1 en algún cantidad de movimiento puede ser igual al radio crítico r^* . Cuando se usa la ecuación (54) esto simplemente lleva a crecimiento cero. Pero cuando se usa la ecuación desarrollada por Tochai [63], la condición de $r_1 = r^*$ conducirá a una división por cero en el término logarítmico. Por esta razón y puesto que ambas ecuaciones han demostrado dar resultados similares, se recomienda el uso de la ecuación (54).

Capítulo 5

Ecuaciones de estado por coeficientes

Las propiedades mutuamente coherentes del vapor pueden obtenerse adoptando ecuaciones que describan la línea de saturación, el calor específico a presión cero y una ecuación de estado adecuada. En el presente trabajo, como compromiso entre precisión y volumen de álgebra, la ecuación de estado adoptada se trunca en el segundo coeficiente virial. En una investigación anterior, J.B. Young [52] demostró que a presiones bajas y moderadas la precisión del procedimiento es razonable.

5.1 Ecuación de Estado

La ecuación de estado truncada en el segundo coeficiente virial es:

$$\frac{P}{\rho_G RT_G} = 1 + B\rho_G \quad (55)$$

donde R es la constante de los gases y para el vapor tiene un valor de 0,46151 kJ/kg^oK , (85,7776 ft/lb^oR) y B es el segundo coeficiente virial y según Keenan y Keyes [69] viene dado por

$$B = C_1 - \frac{C_2}{T_G} \cdot 10^{K_1(K_2+T_G^2)} \quad (56)$$

en el que

$$C_1 = 2.0624 \cdot 10^{-3} \quad C_2 = 2.61204$$

$$K_1 = 100800.0 \quad K_2 = 34900.0$$

La primera y segunda derivadas de B con respecto a TG , necesarias para los cálculos posteriores son

$$\frac{dB}{dT_G} = (C_1 - B) \left[\frac{1}{T_G} + \frac{2K_1 T_G \ln(10)}{(K_2 + T_G^2)^2} \right] \quad (57)$$

y

$$\frac{d^2B}{dT_G^2} = -\frac{dB}{dT_G} \left[\frac{1}{T_G} + \frac{2K_1 T_G \ln(10)}{(K_2 + T_G^2)^2} \right] + (C_1 - B) \left[-\frac{1}{T_G^2} + \frac{2K_1(K_2 - 3T_G^2)\ln(10)}{(K_2 + T_G^2)^3} \right] \quad (58)$$

El resto de las ecuaciones para determinar las propiedades del vapor de agua, se enlistan como sigue.

a) Calor específico a presión constante.

$$C_p = \frac{R}{2\sqrt{1 + 4PB/RT_G}} \left[\left(1 + \frac{4PB}{RT_G} \right) \left(-\frac{T_G^2}{B} \frac{d^2B}{dT_G^2} \right) + \left(1 + \frac{2PB}{RT_G} \right) \left(1 - \frac{T_G}{B} \frac{dB}{dT_G} \right)^2 \right] + f_c(T_G) \quad (59)$$

La función de temperatura $f_c(T_G)$ puede obtenerse poniendo $P = 0$ en (54) y comparando el resultado con una ecuación conocida para el calor específico a presión cero C_{P0} , que se adopta de Keenan [69]. Así

$$C_P = \frac{R}{2\sqrt{1+4PB/RT_G}} \left[\left(1 + \frac{4PB}{RT_G}\right) \left(-\frac{T_G^2}{B} \frac{d^2B}{dt_G^2}\right) + \left(1 + \frac{2PB}{RT_G}\right) \left(1 - \frac{T_G}{B} \frac{dB}{dT_G}\right)^2 \right] + f_c(T_G) \quad (60)$$

b) Entalpía específica

$$h_G = \frac{RT_G}{2} \left[\left(\sqrt{1 + \frac{4PB}{RT_G}} - 1 \right) \left(1 - \frac{T_G}{B} \frac{dB}{dT_G} \right) \right] + f_h(T_G) \quad (61)$$

Donde

$$f_h(T_G) = a_1 \ln T_G + b_1 T_G + c_1 T_G^2 - d_1 T_G^3 + e_1 T_G^4 - f T_G^5 + h' \quad (62)$$

y

$$a_1 = 46.0 \quad b_1 = 1.47276 \quad c_1 = 0.419465 \times 10^{-3} \quad d_1 = 7.33297 \times 10^{-8}$$

$$e_1 = 6.16548 \times 10^{-11} \quad f_1 = 1.94093 \times 10^{-14} \quad h' = 1728.24$$

c) Entropía específica

$$s_G = -R \ln \left[\frac{\sqrt{-4PB/RT_G}}{1 + \sqrt{1 + 4PB/RT_G}} \right] - \frac{R}{2} \ln P - \frac{R}{2} \left(1 + \frac{T_G}{B} \frac{dB}{dT_G} \right) \cdot \sqrt{1 + \frac{4PB}{RT_G}} + \frac{R}{2} \left[\frac{T_G}{B} \frac{dB}{dT_G} + \ln(-B) - \ln(T_G) \right] + f_{sc}(T_G) \quad (63)$$

donde

$$f_{sc}(T_G) = \frac{a_2}{T_G} + b_2 \ln(T_G) + c_2 T_G - d_2 T_G^2 + e_2 T_G^3 - f T_G^4 + M' \quad (64)$$

y

$$a_2 = 46.0 \quad b_2 = 1.47276 \quad c_2 = 0.83893 \times 10^{-3} \quad d_2 = 1.099945 \times 10^{-7} \\ e_2 = 8.22063 \times 10^{-3} \quad f_2 = 2.42616 \times 10^{-11} \quad M' = 0.35349$$

d) Calor específico a volumen constante

$$C_v = C_p - \frac{R \left(v_G + B + T_G \frac{dB}{dT_G} \right)^2}{v_G (v_G + 2B)} \quad (65)$$

Las propiedades del vapor en la región sobreenfriada se han obtenido por extrapolación a partir de las ecuaciones desarrolladas en los apartados anteriores.

Capítulo 6

Tratamiento del flujo unidimensional del flujo de vapor

La expansión típica del vapor a través de una tobera convergente divergente se muestra en la figura 4. Aquí, vapor inicialmente sobrecalentado (1) se expande hasta alcanzar la velocidad del sonido en la garganta (2). En el punto (3) la trayectoria de estado del vapor cruza la línea de saturación y agrupaciones de moléculas de agua comienzan a formarse y a crecer en el vapor. La velocidad de formación de estos agrupamientos o embriones es baja y el vapor continúa expandiéndose como una sola fase de vapor seco en estado metaestable, sobre-enfriando o sobresaturado.

Dependiendo de las condiciones locales, la velocidad con la que los embriones se forman, lo que se conoce como velocidad de nucleación, se incrementa drásticamente y alcanza su máximo en el punto de Wilson (4). Este ocurre normalmente después de la garganta y es también el punto de sobre-enfriamiento máximo. Del punto (4) al (5), el vapor sobre-enfriado condensa y experimenta un incremento de presión que se debe a la liberación del calor latente a la corriente supersónica. Al final de esta zona, la formación de embriones cesa y el número de gotas formadas permanece constante de (5) a (6) la expansión del vapor se realiza casi en equilibrio y ésta sólo provoca el crecimiento de las gotas ya formadas, que ofrecen ahora el área suficiente para que el vapor condense.

Tratamiento unidimensional de flujo en condensación

El flujo de vapor en condensación puede considerarse como un caso especial de flujo compresible con adición de calor latente liberado por condensación, la cual también afecta la cantidad de flujo másico de la fase de vapor.

Para el tratamiento del flujo de vapor en condensación analíticamente, la mezcla se toma como la suma de un número muy grande de gotas de un tamaño específico, uniformemente distribuidas en el vapor, el cual llena el espacio entre ellas. Condensación de gotas nuevas y el crecimiento de gotas que ya existen dentro del flujo.

El cálculo de flujo en condensación comienza por dividir el canal de flujo en pequeños incrementos. Para cada incremento, la condensación se calcula en una secuencia separada y se lleva a cabo a partir de las ecuaciones que describen la formación de gotas y su crecimiento. En este caso en las ecuaciones (35) y (45) se elimina el término dr / dt y la ecuación final se resuelve numéricamente. Con los términos de la fase líquida determinados, éstos se substituyen en un arreglo especial de las ecuaciones generales de flujo:

Continuidad

$$\frac{dp_G}{p_G} + \frac{dA}{A} + \frac{du_G}{u_G} + \frac{dM_L}{M_L} = 0 \quad (66)$$

cantidad de movimiento

$$Adp + Af \frac{p_G u_G^2}{2de} dx = -d[M_G u_G + M_L u_L] \quad (67)$$

energía

$$d \left[M_G \left(h_G + \frac{u_G^2}{2} \right) + M_L \left(h_L + \frac{u_L^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (68)$$

y la ecuación de estado

$$\frac{P}{\rho_G} = RT_G \quad (69)$$

las cuales pueden ser integradas numéricamente, por ejemplo con un método de Runge-Kutta. La ecuación de estado arriba descrita puede aplicarse con poco error en presiones bajas (menores a un bar).

Comenzando con vapor sobrecalentado, la trayectoria de estado del vapor puede entonces seguirse paso a paso a través de sobre-enfriamiento, nucleación y condensación rápida hasta que el fluido regrese a equilibrio. Un ejemplo de este tipo de cálculo en la expansión de vapor a través de una tobera convergente divergente puede verse en la Fig. 5.

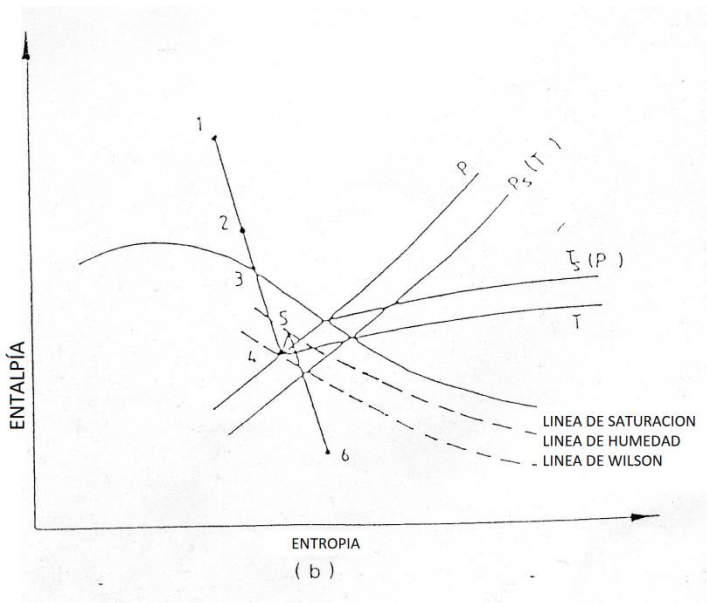
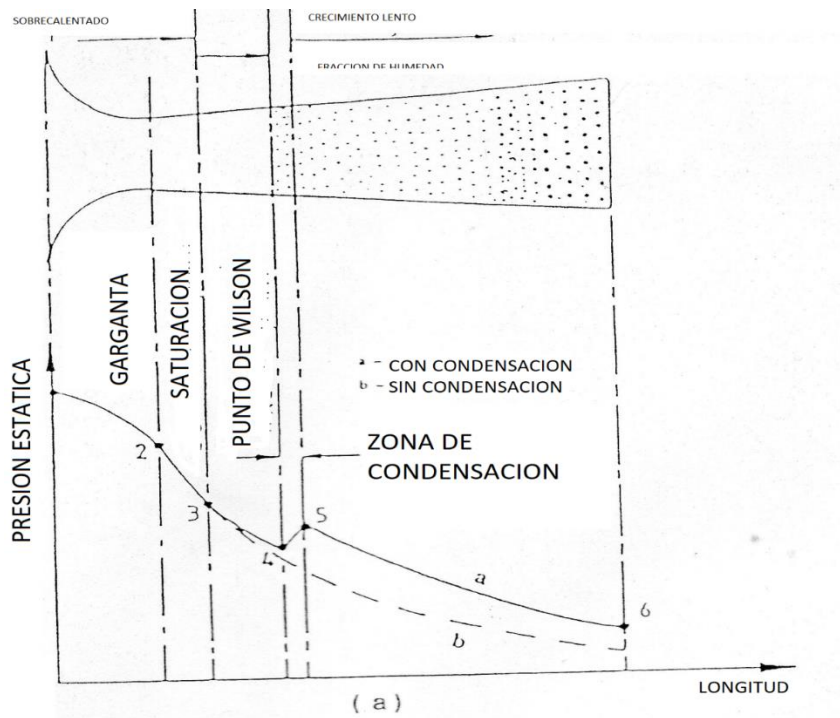


Fig. 4 Expansión de vapor de agua en una tobera (a) y curva de expansión.

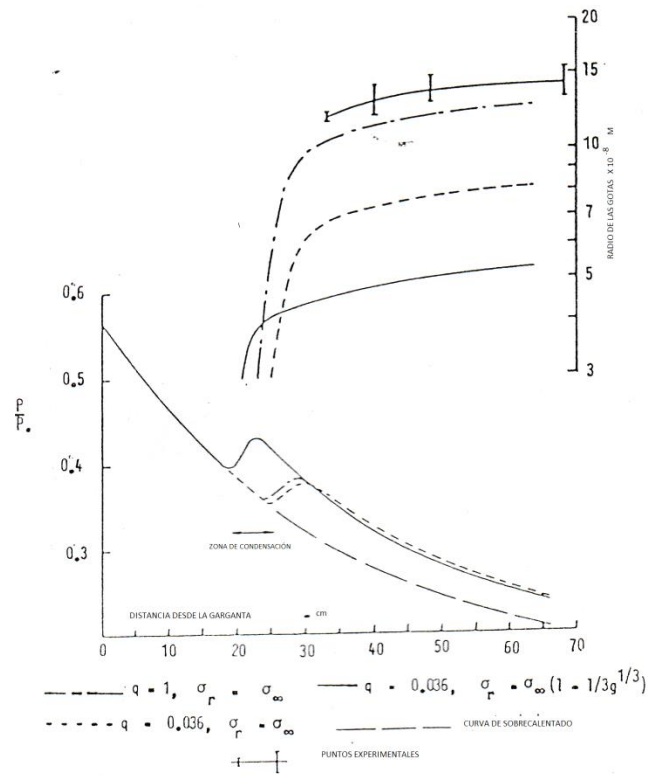


Fig. 5 Ejemplo de condensación de vapor de agua en una tobera.

Capítulo 7

Cálculo de una turbina usando una secuencia de toberas

La metodología arriba descrita fue inicialmente desarrollada por Oswatitsch [35] para examinar la condensación de agua en el flujo de aire húmedo a través de toberas convergentes-divergentes, y a lo largo de los años ha sido refinada por muchos otros autores.

En una turbina el flujo que atraviesa los álabes fijos y móviles, difiere un poco del concentrado en toberas. Primero, en la mayoría de las etapas la velocidad del vapor es menor que la sónica, y en éstas no es posible que ocurra condensación de inmediato, aunque la trayectoria de estado del vapor halla cruzado la línea de saturación. También, a causa de la baja velocidad del vapor, éste permanece más tiempo en las etapas y una considerable cantidad de agua puede condensarse en las paredes de los álabes, condensación heterogénea. A pesar de esta condensación, la zona de Wilson puede lograrse en las etapas subsecuentes al condensarse el vapor en sí mismo, lo que se conoce como condensación homogénea. Segundo, a causa de la curvatura de los álabes, el proceso de condensación tanto homogénea como heterogénea pueden incrementarse.

Bajo las condiciones anteriores, la zona de Wilson puede localizarse en varios puntos: en los álabes estacionarios, álabes móviles y claro entre ellos. Dependiendo del lugar de la zona de Wilson, el grado de sobre-enfriamiento máximo, así como el número y dimensiones de las gotas al final de la expansión pueden diferir grandemente.

En etapas de turbinas con álabes muy largos, la condensación puede ocurrir por ejemplo, en la raíz mientras en la parte superior el vapor es aún sobre-enfriado. La distribución y tamaño de las gotas formadas en los álabes dependerá de las caídas de entalpía. Por ejemplo, con caídas de entalpía pequeñas y grados de sobre-enfriamiento moderados, el número de gotas es pequeño y el retorno a equilibrio es lento. Para velocidades de flujo grandes, que implica grandes caídas de entalpía, el tamaño de gotas y número también es grande y su retorno a equilibrio es muy rápido.

7.1 Cálculo del flujo en una turbina usando una secuencia de toberas una turbina usando una secuencia de toberas

Como ya se mencionó el vapor al atravesar por los canales de álabes en una turbina experimenta aceleraciones debidas a los cambios de curvatura de su perfil. Es por esto, que métodos unidimensionales de cálculo no pueden aplicarse directamente para analizar este tipo de flujo y medios alternativos deben utilizarse para realizar el cálculo. Para lograr la integración de las ecuaciones arriba descritas los siguientes pasos deben llevarse a cabo con anterioridad.

- Determinación de las geometrías equivalentes por cada bloque de álabes fijos y móviles.
- Estimación de los factores de fricción y su distribución y sobre las diferentes secciones de los álabes.

7.2 Determinación de las geometrías equivalentes

La determinación de las geometrías equivalentes de los álabes fijos y móviles de las turbinas de vapor, consiste en la determinación de la altura, ancho y longitud equivalentes de cada una de las secciones que comprenden una etapa. Esta, con referencia a la Fig. (6.a), comienza por dividir el canal de flujo en tres secciones: A) de la entrada de la

garganta, B) de la garganta al final del álabe, y finalmente; C) que representa el claro entre estator y rotor.

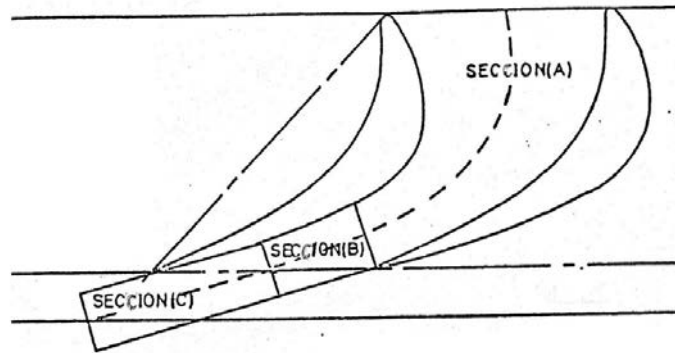


Fig. 6.a Secciones de una cascada de álabes.

Una vez dividido el canal de flujo, la geometría equivalente se encuentra, tal y como puede verse de la fig. (6.b) , trazando círculos tangentes a las paredes del canal de flujo. La curva que conectan los centros de los círculos se toma como la línea de corriente media y su longitud como la longitud equivalente. La longitud de las curvas que conectan los centros de los círculos con los puntos tangentes a las paredes se consideran los anchos equivalentes y finalmente, la altura del álabe corresponde a la altura o profundidad equivalente.

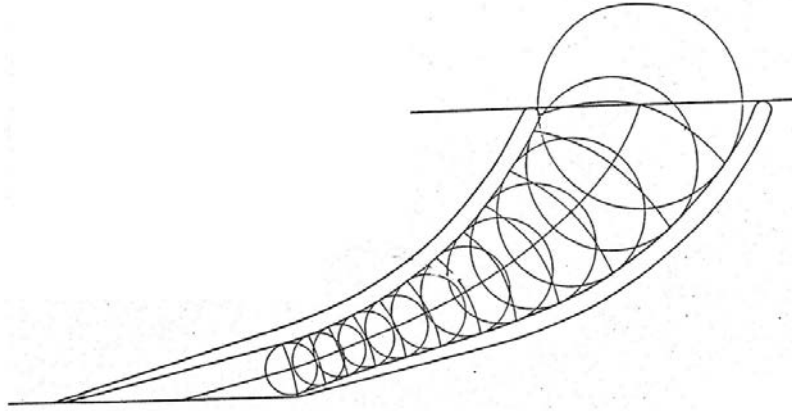


Fig.6.b Obtención de anchos equivalentes.

7.3 Evaluación de los factores de fricción

En una turbina, el trabajo realizado en los álabes es siempre menor a la cantidad de energía disponible debida a la expansión del vapor. Esto se debe a la fricción en las paredes de los perfiles y pérdidas en telas, fricción en la raíz y parte superior de la turbina, entre otros efectos. En adicción a estas pérdidas, existen otras debidas a ventilación, humedad, alambres de conexión, admisión parcial y pérdidas por fugas.

Para evaluar las pérdidas arriba mencionadas existen diferentes métodos; por ejemplo, se pueden ver en [65, 26]. Los valores obtenidos se emplean, entonces, para calcular el valor de la energía total perdida Δh_{perd} . Esta energía perdida puede representarse por factor de fricción como:

$$\int_{x_2}^{x_2} f \frac{u^2}{2de} dx = \Delta h_{perd} \quad (70)$$

donde u es la velocidad del fluido y se obtiene la integración de las ecuaciones generales de flujo, d_e es el diámetro hidráulico y f es el coeficiente de fricción.

Ya que no se puede obtener información respecto a la distribución de los factores de fricción, éstos se ubican considerando que las pérdidas son menores a la entrada del canal y se van incrementando hasta tener la mayor proporción en el claro entre estator y rotor.

7.4 Ejemplo de cálculo

El ejemplo siguiente es una de las pocas aplicaciones al flujo de vapor a través de una turbina geotérmica. La turbina consta de cuatro etapas y su potencial nominal es de 5 MW. El vapor que llega a la turbina es saturado y entra a una presión de 12.72 bar.

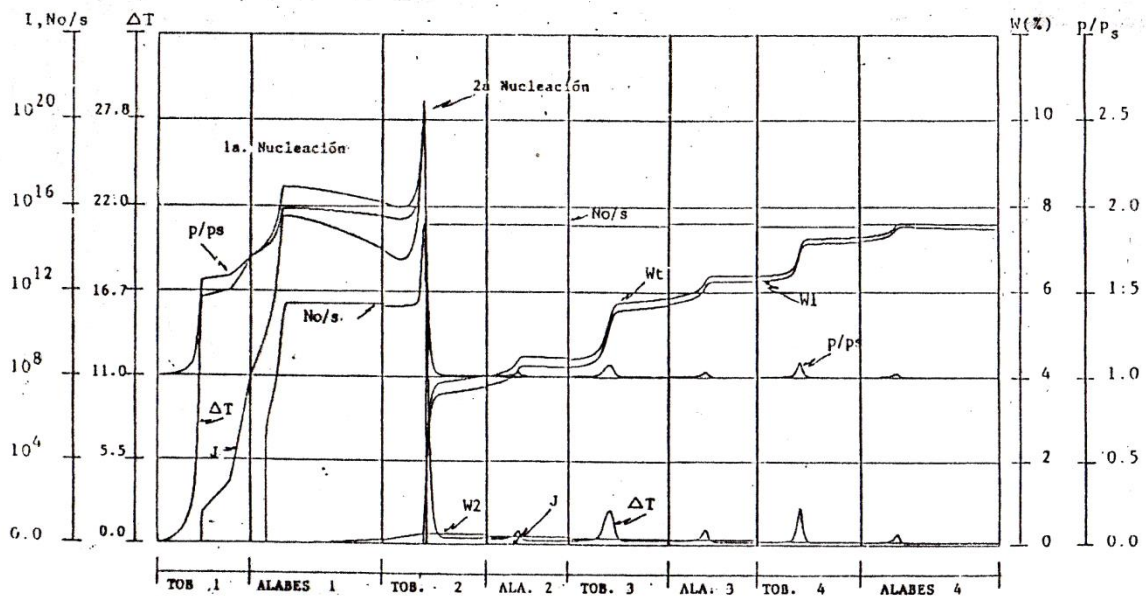


Fig. 7 Progreso del flujo en dos fases en una turbina geotérmica

La figura 7 muestra el proceso de los términos de humedad a lo largo de la turbina. Como puede observarse de esta figura, el vapor entra a la turbina inicialmente saturado, y a su paso por las toberas de la primera etapa éste se sobre-enfría alcanzando un grado de sobre-enfriamiento de 18.8 grados centígrados, una sobresaturación de 1.705 y una velocidad de nucleación de $9.302E07$ Nucleos/m³s. En el álabe, el vapor continúa sobre-enfriándose hasta condensación espontánea ocurre. La máxima sobresaturación en este punto es de 1.989, el sobre-enfriamiento de 23.5 grados centígrados y un radio de gotas de $1.13E-7$ m. A partir de este punto el grado de sobre-enfriamiento y la sobresaturación decrecen mientras el número de gotas permanece constante.

El decremento de sobre-enfriamiento prosigue en las toberas de la segunda etapa. Sin embargo a 2.54 cm de la entrada de toberas, el sobre-enfriamiento y sobresaturación se incrementa con una pendiente aproximada de 90 grados a causa de la aceleración tan fuerte del vapor, indicando una segunda nucleación. A 4.95 cm de la entrada y con una sobresaturación de 2.45, un sobre-enfriamiento de 28.75 grados centígrados y un radio de $3.75E-08$ m, se lleva a cabo la segunda nucleación. Después de alcanzar la máxima sobresaturación, ésta, el grado de sobre-enfriamiento y velocidad de nucleación decrecen hasta alcanzar casi el equilibrio.

Las gotas de la primera nucleación después de dejar los álabes de la primera etapa, provoca dos efectos principales a la turbina. Primero, un decremento en la eficiencia a causa de la depositación y posteriormente, y tal vez el más importante, la erosión en las etapas subsecuentes. El incremento de humedad a causa de estas gotas es muy pequeño y como puede verse de la fig. 7, éste decrece más de lo que se incrementa a causa de la depositación.

Las gotas de la segunda nucleación son lo suficientemente pequeñas para seguir la trayectoria de flujo sin sufrir depositación. El incremento de humedad para estas gotas es mayor y por tanto las pérdidas debidas a la formación de humedad son mayores. En las etapas siguientes el fluido se sobre-enfría en cada cascada de álabes y éste depende de la caída de presión en éstos. Debe notarse para que las gotas continúen creciendo debe existir una ganancia de sobre-enfriamiento.

Capítulo 8

Consecuencias aerodinámicas del flujo de vapor en condensación

Los problemas asociados con la formación y subsecuente crecimiento de las gotas en vapor húmedo se dividen en mecánicos, aerodinámicos y térmicos. Los primeros de éstos están relacionados con depositación, arrastre y erosión. Los otros están relacionados con la transferencia de calor entre las fases. Esta transferencia de calor interna puede tener importantes consecuencias aerodinámicas y termodinámicas. Los problemas termodinámicos se dan por el hecho de que para obtener una transferencia de calor debe existir un gradiente de temperatura entre las gotas y el vapor, y cualquier transferencia de calor debida a una diferencia de temperaturas es irreversible. Dos de las consecuencias aerodinámicas que pueden ser demostradas con tratamientos unidimensionales son inestabilidades y estrangulamiento o choque.

8.1 Consecuencias aerodinámicas

8.1.1 Inestabilidades en flujo de vapor en condensación

Normalmente en vapor expandiéndose rápidamente en una tobera convergente-divergente, la condensación ocurre en la sección divergente, a una corta distancia de la garganta. Esto trae en consecuencia la liberación, hacia el flujo, de una cantidad considerable de calor latente Q . El efecto de esta liberación de calor en el

comportamiento del flujo depende del valor del número de Mach. El efecto de la adición de calor a un flujo compresible, puede verse en libros de dinámica de gases o flujo de fluidos compresibles, por ejemplo Shapiro [70]. En estos textos, se muestra que la adición de calor a una corriente supersónica causa un decremento de la velocidad hasta un valor del número de Mach $M=1$, caso contrario a la adición de calor a una corriente subsónica donde éste causa un incremento de velocidad hasta un número de Mach también igual a 1.

Si la cantidad de calor añadida a un flujo supersónico es mayor que la necesaria, Q_1 , para traer el flujo a condiciones sónicas, las condiciones del vapor aguas arriba se verán afectadas. Las condiciones sónicas también pueden obtenerse haciendo pasar, en primer lugar, el flujo a través de una onda de choque hasta lograr flujo subsónico y después añadiendo calor para acelerar el flujo. Si se denomina por Q_2 el calor necesario para lograr lo anterior, se puede demostrar que para el flujo de un gas perfecto en un tubo de área constante totalmente liso, esto es sin fricción, $Q_1 = Q_2$. Sin embargo, en la expansión real de vapor $Q_2 > Q_1$ y en el caso de flujo de vapor en nucleación tres condiciones pueden presentarse (ver figura 8):

- Cuando $Q < Q_1 < Q_2$ el flujo es estable.
- Cuando $Q_1 < Q < Q_2$ se desarrolla una onda de choque normal en el flujo, y la presión en parte de la zona de condensación excede la presión de la garganta, pero el flujo aún es estable.
- Cuando $Q_1 < Q_2 < Q$, se desarrollan pulsaciones. El número de Mach en la garganta se reduce a valores a bajo de la unidad provocando que la sección divergente de la tobera trabaje como difusor. No obstante, con la presión a la salida adecuadamente mantenida, la caída de presión tiende a incrementar el flujo másico resultando en flujo sónico en la garganta, entonces el flujo se transforma en inestable.

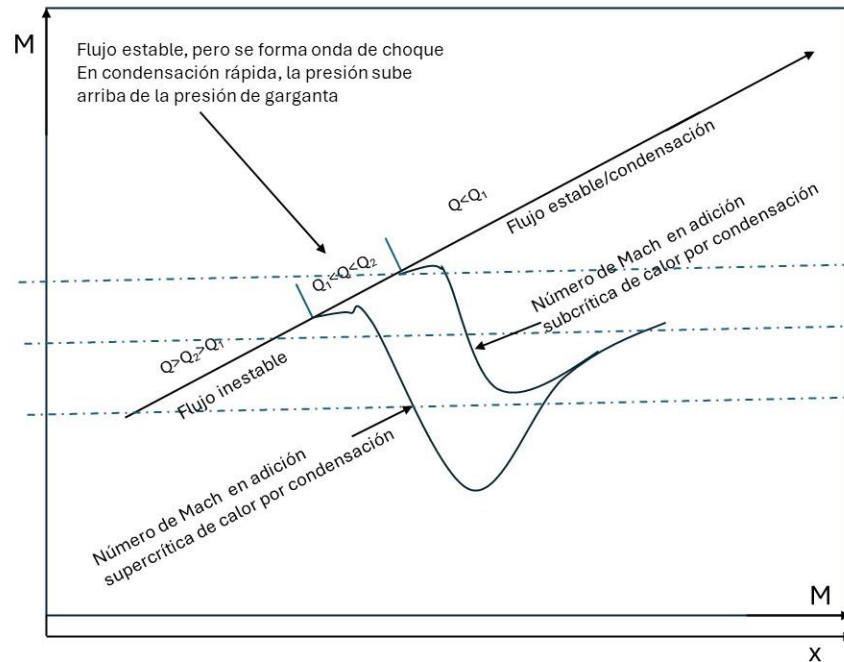


Fig. 8 Efecto de la adición de calor por condensación en el flujo de vapor en una tobera

La posición donde se lleva a cabo la liberación del calor depende de la temperatura inicial. Si la temperatura inicial T_0 es alta la condensación se llevará a cabo a velocidades altas y el caso uno se presentará. Conforme se reduce la temperatura y se permite que el punto de Wilson ocurra a velocidades menores, Q_1 se reducirá y el caso 2 se presentará. Con una mayor reducción de temperatura, finalmente se llegará a desarrollar pulsaciones, flujo inestable.

Si se considera que se conoce el grado de sobre-enfriamiento límite ΔT^* para cada caso entonces, el valor de Q correspondiente puede determinarse. Si se considera también, que al final del proceso se tiene la velocidad del sonido, y que el proceso de expansión

antes de la condensación se lleva a cabo a entropía constante, entonces se puede llevar a cabo un cálculo en reversa y determinar los valores P_0 y T_0 correspondientes. Entonces tomando como P_0 como la presión de estancamiento, temperaturas mayores que T_0 resultarán en flujos estables y menores provocarán inestabilidades. Bakhtar y colaboradores [71] se dieron a la tarea de determinar estas temperaturas en el diagrama de Molliere.

Estos flujos inestables han sido reportados entre otros investigadores por Yousif, Campbell y Bakhtar [71], Wegener [72] y Wegener y Mosnier [73], para el flujo de vapor en condensación en toberas convergentes divergentes. Sin lugar a dudas, estas inestabilidades pueden presentarse en turbinas de vapor, principalmente en las últimas etapas de las turbinas de baja presión donde pueden causar que los álabes entren en resonancia causando su fractura. Estudios de inestabilidades en turbinas han sido llevados a cabo por Deich [74] y más recientemente por Skillings y colaboradores [75].

8.1.2 Choque en flujo de vapor por condensación

El flujo de vapor a través de turbinas, así como en toberas convergentes-divergentes, se caracteriza por contener todos los rangos de flujo, es decir, este pasa desde subsónico a transónico de transónico hasta supersónico. En estos casos la velocidad del sonido en el vapor juega un papel importante. Petr [76] demostró, entre otros, que para una mezcla de dos fases, se pueden encontrar dos casos para la velocidad del sonido. Estas son la velocidad del sonido en equilibrio y la velocidad del sonido congelada (frozen speed). La velocidad del sonido congelada se define como

$$a_f = \sqrt{RT\gamma_f} \quad (71)$$

donde γ_f es el coeficiente isentrópico exclusivo de la fase de vapor, a_f corresponde a la máxima velocidad con la que ondas pueden propagarse a través de la fase gaseosa sin afectar la fase líquida. En contraste, la velocidad del sonido en equilibrio representa el caso en que las ondas son de suficiente baja frecuencia para permitir que el fluido se mantenga en equilibrio termodinámico. Esta se define como

$$a_e = \sqrt{RT\gamma_e} \quad (72)$$

en la que γ_e corresponde al coeficiente isentrópico de la mezcla bajo condiciones de equilibrio. La velocidad de equilibrio a_e depende de la fracción de humedad presente y la relación a_e/a_f se encuentra generalmente cerca de 0.9.

El caso correspondiente a la velocidad del sonido en el flujo de una mezcla de dos fases a través de una tobera convergente-divergente, es la velocidad de choque en la garganta. La velocidad a la cual un flujo en dos fases choca, varía entre las velocidades del sonido de equilibrio y congelada dependiendo de las condiciones [35,36].

Como ya se estableció anteriormente, el flujo del vapor en condensación puede considerarse como un caso especial del flujo de un fluido compresible con adición de calor. Para el flujo de un gas perfecto, sin fricción, en un ducto de área constante, la adición de calor causa que la temperatura se incremente, excepto en el rango $1/\sqrt{\gamma} < Ma < 1$, donde el efecto es un decremento de la temperatura mientras el flujo se acelera [70]. En el caso de vapor húmedo, el parámetro determinante es el grado de sobre-enfriamiento del vapor. Bakhtar, et. al. [77,78], mostraron, mediante un análisis teórico, que el efecto de la adición de calor a causa de condensación en el flujo de vapor húmedo era reducir el grado de sobre-enfriamiento, excepto en el rango $Ma^+ < Ma < 1$, donde el grado de sobreenfriamiento se incrementa mientras el flujo se acelera hasta alcanzar la velocidad congelada del sonido. A bajas presiones Ma^+ toma un valor próximo a 0.9.

El criterio de choque puede definirse ya sea por Ma^+ o por un número de Mach igual a la unidad. En el caso del flujo a través de una tobera convergente-divergente, la velocidad de expansión corresponde con la frecuencia de la onda. El caso límite de la propagación de ondas de baja frecuencia corresponde con el choque en una tobera con un ángulo de divergencia igual a cero. Conforme el ángulo de divergencia se aumenta, el número de Mach crítico se incrementa a un valor superior a Ma^+ hasta que el número de Mach alcanza su máximo valor de uno. Con mayores ángulos de divergencia, las propiedades del flujo no cambian, y éste chocará a la velocidad congelada del sonido.

8.2 Consecuencias termodinámicas

En flujos de vapor en condensación, las moléculas que se condensan dan su calor latente al líquido que posteriormente lo transfiere de regreso al vapor, con el incremento natural de entropía:

$$ds = \frac{dQ}{T_G} - \frac{dQ}{T_L} \quad (72)$$

designando como “L” al calor latente cedido por condensación, se tiene que

$$\Delta s = Ldw \left(\frac{1}{T_G} - \frac{1}{T_L} \right) = \frac{Ldw}{T_G T_L} (T_L - T_G) \quad (73)$$

donde dw corresponde con la fracción de masa de agua condensada.

De la ecuación (73) puede observarse que para que exista una transferencia de calor interna, debe existir una diferencia de temperaturas, y que para ésta finalmente se lleva

a cabo, la temperatura a la que se encuentra la fase líquida debe ser mayor que la del vapor.

Cuando el vapor nuclea por primera vez, $T_L - T_G$ es grande y las pérdidas, en consecuencia, también lo son. Durante la subsecuente expansión del vapor húmedo, cada vez que se tenga un gradiente de temperaturas, se desarrollará una pérdida termodinámica.

Capítulo 9

Métodos numéricos en el cálculo de flujo de vapor en condensación en cascadas de álabes

Los problemas asociados con la formación y subsecuente crecimiento de las gotas en vapor húmedo se dividen en mecánicos, aerodinámicos y térmicos. Los primeros de éstos están relacionados con depositación, arrastre y erosión. Los otros están relacionados con la transferencia de calor entre las fases. Esta transferencia de calor interna puede tener importantes consecuencias aerodinámicas y termodinámicas. Los problemas termodinámicos se dan por el hecho de que para obtener una transferencia de calor debe existir un gradiente de temperatura entre las gotas y el vapor, y cualquier transferencia de calor se complicará aún más en los casos en que haya ondas de choque.

Para hacer frente a esta situación se han desarrollado varias técnicas. Una de ellas es el método de la curvatura de la línea de corriente, que puede arreglarse para tratar flujos tanto en superficies S1 [79] como S2 [80] y puede tratar flujos transónicos con choques de baja fuerza. También como muestra Emmons [81], utilizando un salto a través del choque, se pueden tratar flujos transónicos completos de un gas perfecto. Otro tipo de método ampliamente utilizado para el análisis de flujo sobre superficie de sustentación y diseño de alas, emplea las ecuaciones de flujo potencial para calcular flujos transónicos con choque. En este caso [82], el campo de velocidades se describe mediante una única función potencial escalar ϕ definida por $v = \nabla\phi$, que se sustituye en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento en estado estacionario para obtener una ecuación hiperbólica [70]. Esta puede resolverse numérica o analíticamente, por ejemplo [83]. A pesar de la alta sofisticación alcanzada en el

desarrollo de estos métodos, a causa de la depreciación de la producción de vorticidad y el incremento de entropía implícitos en las ecuaciones de flujo potencial, estas técnicas están restringidas a flujos no viscosos y a aquellos que involucran ondas de choque de fuerza moderada [64,84,85].

En las técnicas mencionadas se resuelven las ecuaciones de estado estacionario para determinar características del flujo. Sin embargo, se ha demostrado que para proporcionar una descripción correcta de los flujos transónicos no viscosos que contienen fuertes ondas de choque o producen vorticidad, es necesario resolver las ecuaciones de Euler. Esto puede lograrse mediante el uso de métodos de marcha en el tiempo. En estos métodos dependientes del tiempo el procedimiento es asumir una solución inicial, que es subsecuentemente alterada de manera consistente con la evolución dependiente del tiempo del flujo hasta que la solución se vuelve independiente del tiempo, y puede ser tomada como una solución de estado estacionario [86]. La ventaja de los métodos de marcha temporal es que las ecuaciones tienen el mismo carácter hiperbólico en todas partes. Por lo tanto, pueden aplicarse a flujos mixtos subsónicos, supersónicos y de choque sin un conocimiento a priori de los regímenes de flujo y de la existencia de choques. Por esta razón se están desarrollando ampliamente para su uso en una gama muy amplia de problemas de flujo.

Dentro de los métodos de marcha temporal, se han utilizado técnicas como la de Gudonov [87] y métodos de elementos finitos para resolver las ecuaciones de Euler. Aunque los métodos de elementos finitos han demostrado ser técnicas muy potentes en aplicaciones como el análisis de tensiones y el método de Gudonov [88] mostrar una alta precisión en zonas cercanas a discontinuidades, su aplicación a flujos transónicos aún no ha sido completamente desarrollada [89, 90].

Los métodos de marcha en el tiempo más utilizados en los problemas de flujo de fluidos pueden dividirse en dos grandes categorías:

- 1) Esquemas de diferencias finitas, en los que las ecuaciones de Euler escritas en forma diferencial se aproximan mediante diferencias finitas. Las derivadas

de las variables de flujo se expresan en términos de los valores en los nodos de la malla que se ajusta al dominio de cálculo. A continuación, se sustituyen en el esquema numérico concebido para obtener valores actualizados de las variables en los nodos.

2) Esquemas de volumen finito, en los que las ecuaciones de Euler se discretizan utilizando un método de volumen finito. Entonces, los cambios en las propiedades del flujo se obtienen a partir de los flujos netos de masa, energía y cantidad de movimiento.

Entre los esquemas de diferencias finitas más populares se encuentran el corrector multipaso o predictor y los esquemas factorizados implícitos. Un ejemplo de estos últimos es el esquema Lax-Wendrof de dos pasos. La aplicación de esta técnica a flujos transónicos en turbomaquinaria ha sido estudiada por Gopalakrishnan y Bozola [91]. Otro ejemplo de estos solucionadores es el esquema MacCormack [92,93], en el que mediante la combinación de diferencias hacia delante y hacia atrás se consigue una precisión de segundo orden. Los esquemas factorizados implícitos se hicieron populares con el trabajo de Beam y Warming [94,95], que más tarde fue aplicado, entre otros, por Daiguji [96]. Este esquema es preciso en segundo orden e independiente del tamaño del paso de tiempo. Sin embargo, el procedimiento de factorización es muy difícil de aplicar a fluidos que no sean un gas perfecto y la codificación informática es muy compleja.

Aunque, según Thompkins [97], tanto el enfoque de diferencias finitas como el de volúmenes finitos producen resultados similares y la precisión de los resultados computacionales es relativamente insensible al esquema numérico elegido, la preferencia de uno a otro depende principalmente de la implementación de las condiciones de contorno, el equilibrio de flujo consistente, la resolución de la malla y el suavizado numérico. A este respecto, las técnicas de volumen finito tienen ventaja a causa de su simplicidad y a la conservación automática de la masa y el cantidad de movimiento [98].

La primera aplicación del método de volúmenes finitos a las cascadas de álabes fue realizada por Mc Donald [99]. Aplicó las ecuaciones de conservación a elementos hexagonales utilizando un esquema de diferenciación central. Para mantener la estabilidad suavizó las distribuciones de densidad y cantidad de movimiento. La presión se actualizaba en cada paso utilizando una relación isentrópica. Más tarde, Denton [64] introdujo su esquema en el que los elementos tenían cuatro caras y estaban formados por una serie de líneas de cuasi-corriente que estaban espaciadas uniformemente en la dirección de la inclinación y líneas acordes que no necesitaban estar espaciadas uniformemente. Los volúmenes de control se sobreponen en el sentido de la inclinación y los puntos de cálculo se sitúan en el centro de los elementos. Al igual que Me Donald, no resolvió directamente la ecuación de energía, sino que consideró que el flujo se producía con entalpía estancamiento constante. Combinando esta hipótesis con la ecuación de la energía, se actualiza la temperatura y, a continuación, se combina con un valor corregido de la densidad y la ecuación de estado para obtener un valor de la presión. En este método también se emplea el suavizado para mantener la estabilidad y, para aumentar la precisión, se añaden factores de corrección a los flujos y presiones en las caras inclinadas de los elementos.

En 1983 Denton introdujo tres nuevos esquemas [68] en los que los elementos cuadriláteros no se solapaban y los puntos de cálculo se situaban en las esquinas de los elementos. Los tres esquemas eran precisos en primer orden y diferían básicamente en el modo en que se añadían los factores de corrección para mejorar la precisión. En el primer esquema, los factores de corrección se utilizaban sólo para la presión y se formaban por la diferencia entre las presiones almacenadas en dos nodos. El segundo esquema no utilizaba factores de corrección, sino que los cambios de densidad se enviaban a las esquinas aguas arriba del elemento. Este esquema era estable sólo para números de Mach inferiores a la unidad. El tercer esquema estaba formado por la combinación de los dos esquemas anteriores. Aquí todas las correcciones de todas las variables se enviaban a las esquinas aguas abajo de los elementos, pero la presión en cualquier punto se calculaba a partir de la densidad en el siguiente punto aguas abajo más un factor de corrección.

El método de marcha en el tiempo desarrollado por Denton [68] se hizo muy popular para calcular flujos en cascadas de turbomaquinaria. Entre los desarrollos basados en los esquemas de Denton se encuentra el tratamiento de la interacción viscoso- no viscoso de Calvert [100] en el que los límites reales del flujo se ajustan para permitir el espesor de desplazamiento de la capa límite que se calcula a partir de la solución viscosa. También dentro de estas aplicaciones se encuentra la predicción de Hodson [101] de flujo no permanente generado por estela y, un número de aplicaciones al flujo de vapor en nucleación y húmedo descrito en [67,102,103] en el plano pala a pala. La popularidad de estos esquemas se justificó por la concordancia razonable con las observaciones experimentales y la velocidad.

Sin embargo, este método aún sufre de las desventajas de: a) manchado por choque; b) convergencia relativamente baja y e) acumulación de errores que son particularmente severos en puntos de discontinuidad como los puntos de estancamiento.

A finales de los años setenta y principios de los ochenta se dispuso de más técnicas de volumen finito. Entre ellas están los métodos explícitos descritos por Lerat y Sides [104], Rizzi y colaboradores [105,106], Jameson, et. al. [107-109]; y las técnicas implícitas de Buratynski y Caughey [110] y Dawes [111]. A las técnicas explícitas hay que añadir el último método de Denton [112], en el que en lugar de la ecuación de conservación de la energía se resuelve una ecuación de conservación de la entropía. Para tener en cuenta las pérdidas por choque, se introducen fuentes de entropía y su magnitud se determina a partir de las relaciones Rankine-Hugoniot.

El uso de la ecuación de entropía debería reducir la solución a una de entropía constante para el flujo sin choque con entropía uniforme en la entrada, y el efecto de los errores numéricos en la pérdida de presión total debería ser mínimo. En los métodos desarrollados por Lerat y Sides, Rizzi, et. al. y Jameson y colaboradores, se utilizan procedimientos de diferenciación central o correctores de predicción para

garantizar una precisión de segundo grado en el espacio. Para predecir bruscamente las ondas de choque, se emplean términos disipativos.

Para cálculos de gran precisión, hay que emplear una malla fina y el tiempo necesario para obtener una solución aumenta drásticamente. Para acelerar los cálculos, se emplean técnicas multigrad. Los métodos multirejilla fueron introducidos en los cálculos fluidodinámicos por Ni [113] y posteriormente fueron empleados por Jameson [114] y Arnone [115], entre otros. La idea es mantener los bajos errores de truncamiento asociados a niveles finos de discretización, mientras que los cálculos se realizan sobre una malla gruesa. Otra forma de obtener soluciones precisas consiste en refinar la malla sólo en las zonas de alto error, como los bordes de entrada y salida. Ejemplos de esta línea de trabajo son la malla embebida de So [67] y la malla adaptativa de Berger y Jameson [116].

Al resolver problemas de flujo en configuraciones complejas, la precisión también puede verse afectada por la suavidad con la que varía la malla respecto a la configuración del cuerpo. Para resolver este problema, además de los refinamientos descritos anteriormente, pueden utilizarse otras geometrías de celdas como triángulos [117-119] o mallas de tipo e [120].

Como ya se ha dicho, el principal interés del presente es el tratamiento de los flujos de vapor en nucleación y húmedo. Los tratamientos anteriores se basaban en los métodos de Denton. Aunque las comparaciones con los resultados experimentales eran prometedoras, el grado de concordancia no era totalmente satisfactorio.

La mayoría de los esquemas empleados para resolver las ecuaciones de Euler se han desarrollado para aplicaciones al flujo que pasa por superficies aerodinámicas. De ellos, uno que ha proporcionado muy buenos resultados en el cálculo del flujo sobre alas y fuselajes de aviones [121,122] es el método Runge-Kutta de cuatro etapas desarrollado por Jameson, et.al. [107]. Esta técnica ha sido utilizada para cálculos de flujo en turbomaquinaria, entre otros, por Holmes [123] y Subramanian [124], y más tarde, incluyendo términos viscosos, por Arnone [125] y Bassi, et. al. [126] entre otros. Las comparaciones presentadas por estos investigadores muestran un muy buen acuerdo con las observaciones experimentales. Por lo tanto, se pensó que la técnica de Jameson

tenía el potencial para mejorar la precisión de las soluciones de los flujos bifásicos y se ha utilizado como base de la presente investigación. Sin embargo, antes de entrar en los detalles algebraicos de la aplicación del esquema a los flujos en nucleación, se examinarán las características generales de la técnica numérica básica.

9.1 El método Runge-Kutta de cuatro etapas

Jameson, Schmidt y Turkel [107,108] presentaron un esquema de paso de tiempo Runge-Kutta de cuatro etapas para aumentar la eficiencia de las técnicas de paso de tiempo de volumen finito. En este esquema las discretizaciones de espacio y tiempo se formulan por separado, de tal manera que la solución de estado estacionario es independiente del paso de tiempo, por lo que se pueden utilizar grandes pasos de tiempo sin alterar la solución. Para capturar las ondas de choque estacionarios, se añade a los términos de flujo una mezcla de términos de disipación de tercer y primer orden.

El método desarrollado por Jameson se aplicó inicialmente al flujo a través de superficies aerodinámicas. La diferencia entre esto y el flujo a través de cascadas de álabes se debe a que el límite y la forma en que se imponen. Así pues, la descripción del esquema numérico se dividirá en dos partes principales. La primera se refiere exclusivamente al esquema numérico, es decir, las ecuaciones de gobierno, la discretización espacial, los términos de disipación, la aceleración de la convergencia y el procedimiento de paso del tiempo. La segunda parte aborda el tratamiento de las condiciones de contorno, es decir, las fronteras de entrada y salida, las fronteras sólidas y periódicas.

Capítulo 10

Tratamiento dos y tres dimensionales del flujo de vapor en condensación.

Para el modelo de gas no viscoso, el flujo tridimensional del vapor de agua se describe mediante la ecuación de Euler escrita en la siguiente forma divergente:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (74)$$

Donde

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{Bmatrix}, E = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(e + p) \end{Bmatrix}, F = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ v(e + p) \end{Bmatrix}, G = \begin{Bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ w(e + p) \end{Bmatrix} \quad (75)$$

ρ , p son la densidad y presión de la mezcla, $e = \rho E$ donde E es la energía total específica de la mezcla y (u, v, w) son componentes de la velocidad. Cuando tratamos con las propiedades reales del gas, la presión debe calcularse a partir de la relación general para energía específica:

$$e = \rho h(p, \rho) - p + \rho(u^2 + v^2 + w^2)/2 \quad (76)$$

Donde h es la entalpía de la mezcla.

Cuando el vapor de agua atraviesa por sobre-enfriamiento durante la expansión, los gradientes de presión mas significativos se dan en el plano álabes contra álabes, o superficie S_1 , y el tratamiento es bidimensional. Entonces, las ecuaciones de Euler para el flujo bidimensional de un fluido compresible pueden expresarse como:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (77)$$

donde W es cualquier propiedad conservada y F y G son los flujos. Estos pueden escribirse como:

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vH \end{pmatrix} \quad (78)$$

en la que E es la energía interna total, H la entalpía total y P la presión. Para un gas perfecto la energía total, la presión y la entalpía total están relacionadas por

$$E = \frac{P}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad (79)$$

y

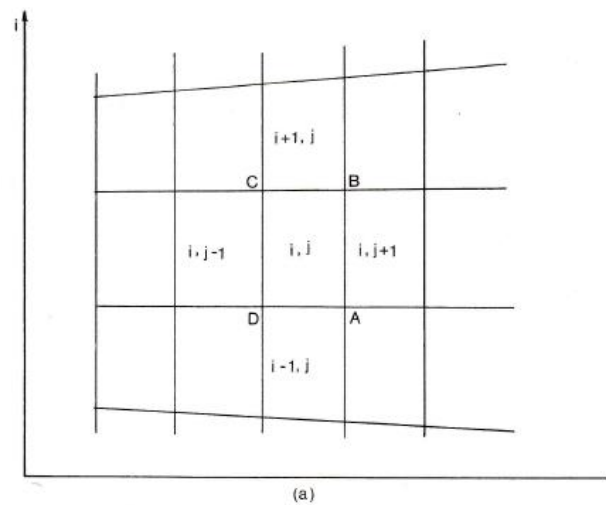
$$H = E + \frac{P}{\rho} \quad (80)$$

Como el método del volumen finito trata la forma integral de la ecuación (78), en coordenadas cartesianas para una región Ω_P con una frontera Γ_P la ecuación (78) puede escribirse como

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega_P} W dx dy + \oint_{\Gamma_P} (F dy - G dx) = 0 \quad (81)$$

10.1 Discretización espacial

Las ecuaciones de Euler se discretizan dividiendo primero el dominio computacional en celdas cuadriláteras como se muestra en la Fig.(9.a).



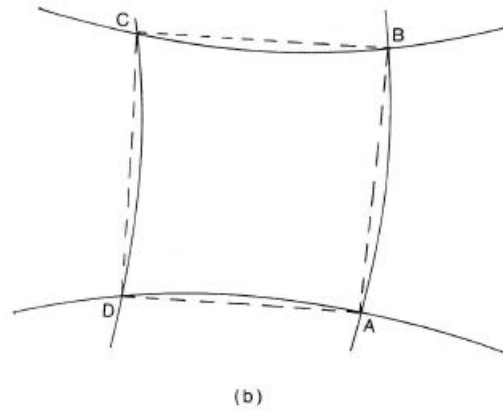


Fig. 9 Dominio computacional.

Dejando que los valores de las cantidades en el centro de cada celda se denoten por los subíndices i, j . Con referencia a la Fig. (9.b) una aproximación discreta a los términos espaciales de la ecuación (75) da como resultado:

$$\frac{d(hW)}{dt} + Q(W) = 0 \quad (82)$$

donde h es el área de la celda y

$$Q(W) = \mathcal{H}_{AB} + \mathcal{H}_{BC} + \mathcal{H}_{CD} + \mathcal{H}_{DA} \quad (83)$$

representa el flujo neto que sale de la celda. Las cantidades \mathcal{H}_{AB} , \mathcal{H}_{BC} , \mathcal{H}_{CD} y \mathcal{H}_{DA} son los flujos a través de los lados de la celda y, de acuerdo con la integral lineal de la ecuación (78), pueden escribirse como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}_{AB} &= F_{AB}\Delta y_{AB} - G_{AB}\Delta x_{AB} \\
 \mathcal{H}_{BC} &= F_{BC}\Delta y_{BC} - G_{BC}\Delta x_{BC} \\
 \mathcal{H}_{CD} &= F_{CD}\Delta y_{CD} - G_{CD}\Delta x_{CD} \\
 \mathcal{H}_{DA} &= F_{DA}\Delta y_{DA} - G_{DA}\Delta x_{DA}
 \end{aligned}
 \tag{84}$$

En este F_{AB} , G_{AB} , etc., son los valores medios de F y G en los lados AB, BC, CD y DA; y

$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A, \quad \Delta y_{AB} = y_B - y_A, \quad \text{etc...}
 \tag{85}$$

Por ejemplo, para la cara AB, el término \mathcal{H}_{AB} es

$$\mathcal{H}_{AB} = \frac{1}{2}(F_{i,j} + F_{i,j+1})\Delta y_{AB} - \frac{1}{2}(G_{i,j} + G_{i,j+1})\Delta x_{AB}
 \tag{86}$$

Puede observarse que, en el caso de una malla cartesiana uniforme, la suma de los términos \mathcal{H}_{AB} , \mathcal{H}_{BC} , \mathcal{H}_{CD} y \mathcal{H}_{DA} se reduce a un esquema de diferencias centrales y, siempre que la malla sea suficientemente suave [108], el esquema es preciso en el espacio en segundo orden.

Capítulo 11

Métodos para incluir términos viscosos en el flujo de vapor en condensación

11.1 Términos de disipación

Los esquemas de diferenciación central adolecen de la tendencia de desacoplamiento entre puntos pares e impares [106,113,127], es decir, por ejemplo, en un caso unidimensional la solución de

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (87)$$

es una onda que se desplaza a la derecha

$$u = f(x - at) \quad (88)$$

cuyo perfil es para diferencias centradas

$$u = \begin{cases} 1 & \text{en puntos pares} \\ -1 & \text{en puntos impares} \end{cases} \quad (89)$$

Esta tendencia introducirá inestabilidades en la solución y puede impedir la convergencia. Para suprimir el desacoplamiento es necesario aumentar el esquema de volumen finito añadiendo términos disipativos artificiales. Estos términos son de tercer orden y están

formados por cuartas diferencias de las variables dependientes [108]. Así la ecuación (82) toma la forma

$$\frac{d(hW)}{dt} + Q(W) - D(W) = 0 \quad (86)$$

donde

$$D(W) = Dx(W) + Dy(W) \quad (87)$$

y

$$Dx(W) = d_{i,j+1/2} - d_{i,j-1/2} \quad (88)$$

$$Dy(W) = d_{i+1/2,j} - d_{i-1/2,j}$$

En la convergencia, la derivada temporal de la ecuación (86) desaparece y $Q(W) - D(W)$ es igual a cero. Los términos del lado derecho de la ecuación (88) tienen una forma similar, por ejemplo

$$d_{i,j+1/2} = K^{(4)} \frac{h_{i,j+1/2}}{\Delta t} [W_{i,j+2} - 3W_{i,j+1} + 3W_{i,j} - W_{i,j-1}] \quad (89)$$

donde $h_{i,j+1/2}$ es el área de la celda y Δt el paso de tiempo. La relación $h_{i,j+1/2}/\Delta t$ equilibra el factor que surge cuando el primer término de la ecuación (86) se discretiza en el tiempo. $K^{(4)}$ es una constante cuyos valores [108] deben estar siempre dentro de los límites de estabilidad del paso de tiempo.

Para captar las ondas de choque sin oscilaciones previas, hay que añadir un término disipativo de orden uno en las proximidades de la onda de choque. Esta disipación adicional se obtiene formando segundas diferencias de W . Sin embargo, dado que es necesario capturar las ondas de choque con nitidez y conservar la precisión de segundo

orden lejos de la vecindad inmediata de la onda de choque, se introduce un sensor para desactivar las cuartas diferencias y añadir las segundas diferencias cerca del choque. Este sensor se define como

$$v_{i,j} = \frac{|P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}|}{|P_{i,j+1} + 2P_{i,j} + P_{i,j-1}|} \quad (90)$$

$v_{i,j}$ tiene los valores más altos inmediatamente a ambos lados de un choque. En cada par de pasos, el mayor de los dos valores de v sería relevante y el coeficiente se basa en el valor mayor. Así,

$$\varepsilon_{i,j+1/2}^{(2)} = K^{(2)} \max(v_{i,j+1}, v_{i,j}) \quad (91)$$

A continuación, para desconectar las cuartas diferencias se define un segundo coeficiente como

$$\varepsilon_{i,j+1/2}^{(4)} = \max(0, K^{(4)} - \varepsilon_{i,j+1/2}^{(2)}) \quad (92)$$

Los valores típicos de los coeficientes $K^{(4)}$ y $K^{(2)}$ son

$$K^{(4)} = 1/140 \quad , \quad K^{(2)} = 1/4$$

En regiones de altos gradientes de presión $v_{i,j}$ es de orden uno, y las segundas diferencias se convierten en el término disipativo dominante. En el resto del dominio la disipación de fondo la proporcionan las cuartas diferencias. Introduciendo las segundas diferencias en la ec. (89), se convierte en

$$d_{i,j+1/2} = \frac{h_{i,j+1/2}}{\Delta t} \left[\varepsilon_{i,j+1/2}^{(2)} (W_{i,j+1} - W_{i,j}) + \varepsilon_{i,j+1/2}^{(4)} (W_{i,j+2} - 3W_{i,j+1} + 3W_{i,j} - W_{i,j-1}) \right] \quad (93)$$

En regiones suaves [128] $v_{i,j}$ es proporcional a Δx^2 y por tanto $\varepsilon^{(2)} = O(\Delta x^2)$ mientras que $\varepsilon^{(4)} = O(1)$, y los términos añadidos son de orden Δx^3 . En la vecindad de un choque, como ya se ha mencionado, $v_{i,j}$ es de orden 1 y el esquema se comporta localmente como un esquema de primer orden.

Los términos disipativos para la masa, el cantidad de movimiento y la energía se calculan substituyendo ρ , ρu , ρv , y ρH en la ecuación (93) respectivamente. El propósito de usar diferencias de ρH en lugar de ρE en los términos disipativos para la ecuación de energía, es producir ecuaciones de diferencia que admitan la solución $H=H_0$ en el estado estacionario [128].

11.2 Aceleración de convergencia

Se pueden utilizar dos dispositivos principales para acelerar la convergencia de la solución al estado estacionario. El primero consiste en utilizar el mayor paso de tiempo posible que permita la estabilidad local. El segundo dispositivo para acelerar la convergencia es introducir términos de forzamiento proporcionales a la diferencia entre la entalpía H en el punto de cálculo y la entalpía total H_0 [128,121] en las ecuaciones de Euler (79). Así, las ecuaciones modificadas son:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + Ac = 0 \quad (94)$$

donde

$$\begin{aligned}
 W &= \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vH \end{pmatrix}, \\
 Ac &= \alpha(H - H_0) \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \end{pmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{95}$$

en el que α es un parámetro viscoso o de amortiguación. En estado estacionario $H=H_0$ y la ecuación (77) permanece inalterada. Añadiendo los términos de aceleración de la convergencia a la ecuación (94) se obtiene

$$\frac{\partial(hW)}{\partial t} + Q(W) - D(W) + Ac = 0
 \tag{96}$$

11.3 Procedimiento de marcha en el tiempo

Considerando que la malla se mantiene fija en el tiempo de forma que el área h permanece constante, la ecuación (96) puede escribirse como

$$\frac{dW}{dt} + P(W) + \frac{Ac}{h} = 0
 \tag{97}$$

donde

$$P(W) = \frac{1}{h}[Q(W) - D(W)] \quad (98)$$

La ecuación (97) es una ecuación diferencial ordinaria y su integración puede realizarse por métodos estándar. El paso del tiempo utilizado, como describe Jameson, es un esquema Runge-Kutta de cuarto orden modificado. Aquí, para evitar el gasto de reevaluar los términos de disipación en cada etapa de la secuencia Runge-Kutta, se congelan en sus valores en la primera aproximación. Así, siendo t el paso de tiempo, el esquema es

$$W^{(0)} = W^t$$

$$W^{(1)} = W^{(0)} - \frac{\Delta t}{4h}[Q(W)^{(0)} - D(W)^{(0)}] - \frac{\Delta t}{4h}Ac^{(0)}$$

$$W^{(2)} = W^{(0)} - \frac{\Delta t}{3h}[Q(W)^{(1)} - D(W)^{(0)}] - \frac{\Delta t}{3h}Ac^{(1)}$$

$$W^{(3)} = W^{(0)} - \frac{\Delta t}{2h}[Q(W)^{(2)} - D(W)^{(0)}] - \frac{\Delta t}{2h}Ac^{(2)}$$

$$W^{(4)} = W^{(0)} - \frac{\Delta t}{1h}[Q(W)^{(3)} - D(W)^{(0)}] - \frac{\Delta t}{1h}Ac^{(3)} \quad (99)$$

$$W^{(t+\Delta t)} = W^{(4)}$$

donde como ya se ha dicho W^t es el valor de p , p_u , p_v y p_E en el cantidad de movimiento t de la secuencia de pasos principal.

El esquema (99) es preciso en el tiempo en cuarto orden.

11.4 Estabilidad

Jameson [128] demostró que el esquema (99) para el problema unidimensional

$$\frac{du}{dt} + a \frac{du}{dx} = 0 \quad (100)$$

y con $\alpha = 0$, es estable para los números de Courant

$$C = a \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 2\sqrt{2} \quad (101)$$

lo que permite utilizar pasos de tiempo completos y, por tanto, una convergencia más rápida.

11.5 Condiciones límite

Con referencia a la Fig.(10), pueden identificarse cuatro tipos de límites que confinan la región de flujo y requieren un tratamiento especial. Se trata del límite de entrada AH, el límite de salida DE, los límites sólidos BC y GF y los límites periódicos AB, CD, HG y FE. El tratamiento de las condiciones impuestas por cada límite es el siguiente.

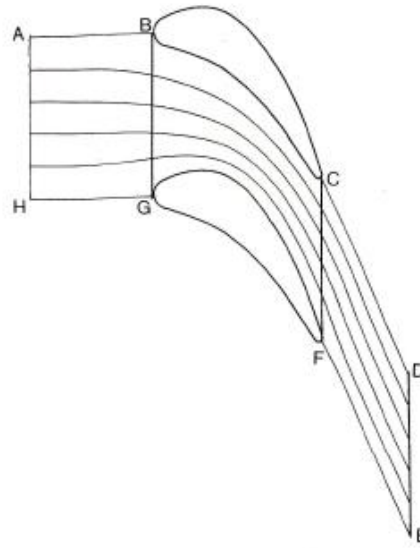


Fig. 10 Condiciones de frontera

11.5.1 Límites de entrada y salida

En el plano de entrada se especifican la presión de estancamiento, la temperatura y la dirección del flujo. La presión estática en la primera estación se reajusta extrapolando a partir de los puntos interiores. El resto de las propiedades del flujo se calculan isentrópicamente a partir de las condiciones de estancamiento. En el límite de salida se especifica la presión y el resto de las propiedades se hallan por extrapolación lineal a partir de los puntos interiores. Aunque el tratamiento de las fronteras de entrada y salida por el método de las características puede mejorar la convergencia del esquema [129,132], el método descrito anteriormente ha resultado satisfactorio en la presente investigación.

11.5.2 Límites sólidos

En estos límites no hay flujo que atraviese las paredes de los álabes, pero existen contribuciones de presión a la ecuación de cantidad de movimiento. Para encontrar estas contribuciones el gradiente de presión normal en el centro de cada celda adyacente a la pared tiene que ser determinado y luego extrapolado al límite sólido. La expresión para el gradiente de presión fue derivada por Rizzi[133] y por Jameson [128]. El tratamiento utilizado en este trabajo es el de Jameson y consiste, como se muestra en la Fig. (11), en aplicar una transformación local a las coordenadas ξ y η tal que la frontera coincida con una línea de ξ =constante. Así, el jacobiano de la transformación.

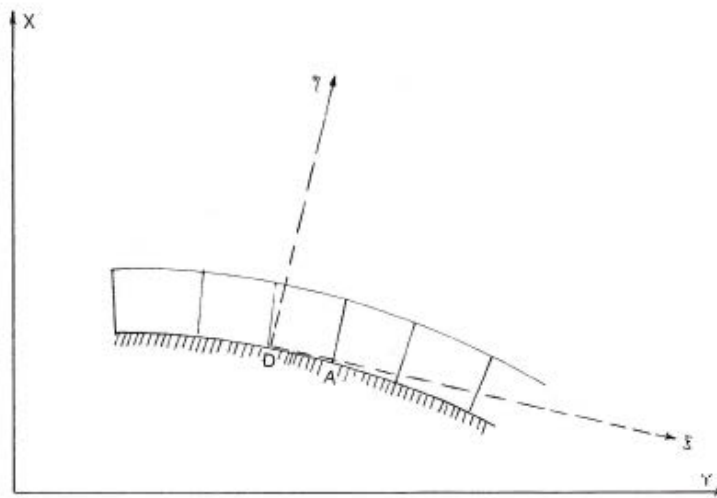


Fig. 11 Condiciones de sólidas

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (102)$$

corresponde al área de la celda, y los flujos transformados son

$$\begin{aligned} F_T &= \frac{\partial y}{\partial \eta} F - \frac{\partial x}{\partial \eta} G \\ G_T &= \frac{\partial x}{\partial \xi} G - \frac{\partial y}{\partial \xi} F \end{aligned} \quad (103)$$

Por tanto, en forma diferencial, la ec. (79) se convierte en

$$\frac{\partial(JW)}{\partial t} + \frac{\partial F_T}{\partial \xi} + \frac{\partial G_T}{\partial \eta} = 0 \quad (104)$$

y como no hay flujo a través de DA la velocidad normal a ella es cero, entonces

$$u \frac{\partial y}{\partial \eta} - v \frac{\partial x}{\partial \eta} = 0 \quad (105)$$

Multiplicando la ec.(105) por ρ y tomando su derivada temporal, se obtiene:

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = 0 \quad (106)$$

Entonces, sustituyendo $\partial(J\rho u)/\partial t$ y $\partial(J\rho v)/\partial t$ de la ecuación (104) en (106), la expresión para el gradiente de presión final es:

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} \left[\left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 \right] = \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right] \frac{\partial P}{\partial \eta} + \rho \left[u \frac{\partial y}{\partial \xi} - v \frac{\partial x}{\partial \xi} \right] \left[u \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} - v \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right] \quad (107)$$

Así, una vez que $\partial P/\partial \eta$ se ha calculado a partir de los puntos interiores, la presión en DA se puede encontrar por extrapolación desde el centro de la celda.

11.5.3 Términos de disipación

Como puede verse en (99), cuando los términos disipativos se calculan en las celdas adyacentes a la pared, se desconocen de una a dos propiedades del flujo. Swanson y Turkel [134] muestran que un factor importante que contribuye a las inexactitudes en los algoritmos numéricos, es la disipación artificial presente. De ahí que sea importante encontrar un modelo de extrapolación o un procedimiento sustitutivo para calcular el valor de los términos disipativos en las fronteras sólidas. En la literatura se han descrito diferentes esquemas para este propósito [135-139]. A pesar de las afirmaciones sobre la mejora de la robustez y las velocidades de convergencia posibles, cuando fueron empleados por el autor no disminuyeron los errores en zonas tan difíciles como los bordes de ataque y de salida. Como resultado de la experimentación numérica se encontraron errores más bajos cuando se aplica una extrapolación de la forma:

$$W_{i,j-1} = W_{i,j} + (W_{i,j} - W_{i,j+1})\cos\Theta + (W_{i,j} - W_{i+1,j})\sin\Theta \quad (108)$$

de los puntos interiores a las celdas fantasma. Aquí Θ se refiere a la pendiente del límite sólido. Se trata de una combinación de extrapolaciones lineales desde las direcciones i y j de la cuadrícula. Este tipo de extrapolación es similar a la empleada por Clarke, et. al. [122], para encontrar los valores de presión en los límites sólidos.

11.5.4 Límites periódicos

En muchos cálculos de flujo no viscoso, los límites periódicos se han impuesto estableciendo las propiedades de flujo de las celdas de un límite periódico, iguales a las de la celda correspondiente en el límite opuesto. Esto es cierto para los límites de entrada AB y HG, en la Fig. (10), ya que no hay discontinuidad del flujo, y en los límites de salida CD y FE cuando no hay choque y el fluido es un gas perfecto o vapor sobrecalentado. Sin embargo, en presencia de un choque de paso, como se muestra en la Fig.(12), la pérdida de presión total y, por tanto, las velocidades en el lado de aspiración son diferentes de las del lado de presión. Del mismo modo, cuando el vapor en nucleación fluye a través del paso, el fluido del lado de aspiración puede estar ya húmedo mientras que el del otro lado está todavía sobre-enfriado. Por lo tanto, el procedimiento anterior ya no sería válido. Cuando las corrientes de fluido se encuentran en el borde de salida, el cantidad de movimiento a través de la línea divisoria de la corriente, formada por la sobreposición de CD y FE es constante [140]. Por lo tanto, las presiones normales a la línea de flujo en ambos lados son iguales y las dos corrientes son paralelas.



Fig. 12 Límites periódicos

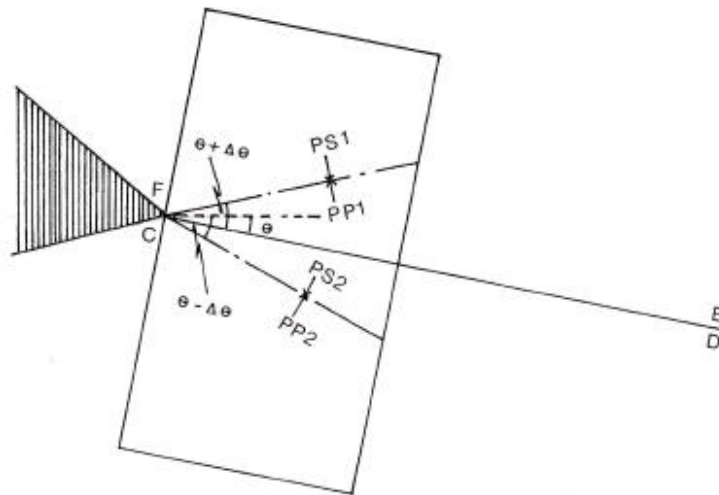


Fig. 12 Periodicidad punta de salida

Puede considerarse que la línea divisoria de la corriente se comporta como una pared móvil en la que la presión neta es cero. El procedimiento para encontrar la posición en la que las presiones son iguales puede resumirse con referencia a la Fig. (12) como sigue.

- a) Se dispone de una estimación inicial del ángulo Θ entre la línea divisoria de la corriente y el eje x procedente de la iteración anterior.
- b) Θ aumenta y disminuye en $\Delta\Theta$.
- c) La presión a ambos lados de la línea de flujo, para las dos nuevas posiciones, se calcula utilizando la ecuación (107) y extrapolando la normal a la superficie de la línea de flujo.
- d) Las diferencias de presión

$$\Delta P_1 = PP_1 - PS_1$$

$$\Delta P_2 = PP_2 - PS_2$$

son calculadas

- e) Por interpolación lineal se halla el ángulo en el que $\Delta P = 0$.

- f) Una vez obtenida la nueva posición, se desplazan todos los demás puntos interiores en la dirección de cabeceo y aguas abajo del punto de cálculo, y las propiedades en los nuevos puntos interiores se calculan por interpolación a partir de los puntos antiguos.

- g) A continuación, el cálculo se realiza sucesivamente aguas abajo hasta el plano de salida, a partir del cual se determina un nuevo sistema de rejilla, y se repite en cada etapa del esquema Runge- Kutta.

El movimiento de la línea de corriente debe restringirse a ± 1 grado para mantener la estabilidad del esquema. Siu Shing Tong y Thompkins [141] describen una restricción similar para el movimiento de los límites sólidos cuando se diseñan pasos de álabes.

11.6 Método de solución

11.6.1 Condiciones iniciales

El procedimiento comienza ajustando una rejilla al paso del flujo, como puede verse, por ejemplo, en la Fig. (12). Una vez definida la rejilla se asignan valores estimados de P , ρ , u , v , E y H a los centros de los elementos. Los valores iniciales de presión se basan en una distribución lineal de la presión estática entre las condiciones de entrada y salida. A continuación, se obtienen las distribuciones de temperatura y densidad utilizando relaciones isentrópicas y la ecuación de estado. Las velocidades se calculan suponiendo que son tangentes a las líneas de cuasicorriente de la malla de cálculo. Una vez conocidas la presión, la densidad y las velocidades, pueden obtenerse las distribuciones de energía total y entalpía total mediante las ecuaciones (79) y (80). La distribución completa del campo se determina dejando que todas las propiedades del flujo, excepto las velocidades, tengan los mismos valores a lo largo de la misma estación

pitchwise. A continuación, las propiedades estimadas se actualizan mediante el procedimiento numérico hasta obtener una solución convergente.

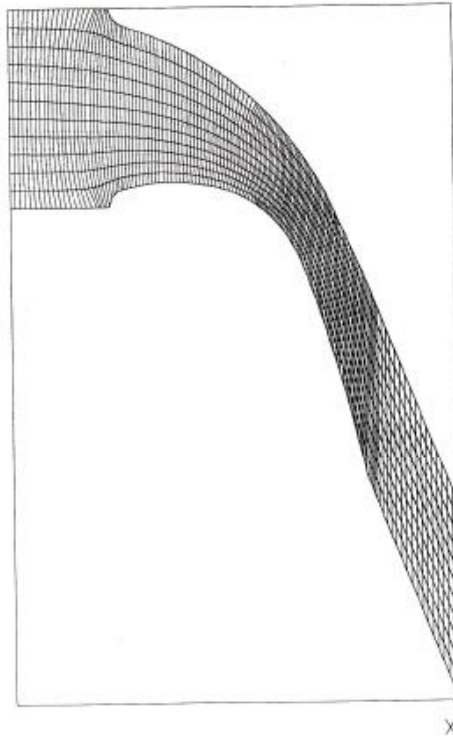


Fig. 12 Dominio computacional

11.6.2 Procedimiento de cálculo

Una vez determinada la distribución inicial, el procedimiento para actualizar las propiedades del flujo puede resumirse como sigue.

1. Se calculan los valores de p_u , p_v , p_E y p_H .
2. Los términos disipativos se calculan mediante las ecuaciones (86) a (87).

-
3. Los valores calculados de ρ , ρu , ρv y ρE se reservan para su uso en la secuencia Runge-Kutta.
4. La primera etapa de la secuencia Runge-Kutta para actualizar las propiedades del flujo se realiza en los siguientes pasos.
- (a) La primera aproximación de los términos de flujo $Q(W)$ se calcula utilizando las ecuaciones (83) a (86).
 - (b) Se calculan los factores de aceleración de convergencia.
 - (c) Utilizando los términos de flujo, los factores de aceleración de convergencia y los valores congelados de los términos disipativos se calcula la primera aproximación a las propiedades del flujo $W_{(1)}$.
 - (d) Los nuevos valores de u , v y E se obtienen dividiendo ρu , ρv y ρE por ρ
 - (e) Para proceder con el siguiente paso del procedimiento Runge-Kutta será necesario evaluar los nuevos valores de los flujos incluyendo los de los cantidad de movimientos $(\rho u^2 + P)^{(1)}$ y $(\rho v^2 + P)^{(1)}$. Para ello es necesaria la primera aproximación al valor actualizado de la presión. Cuando el fluido es un gas perfecto, la presión se calcula a partir de los valores conocidos de E y ρ mediante la ecuación (79).
 - (f) Conocida la presión, se calcula la entalpía total mediante la ecuación (80).
 - (g) El procedimiento se repite para todos los puntos del sistema de rejilla. Con esto se completa el primer paso de la secuencia Runge-Kutta. Esto

proporcionará la primera aproximación a todas las propiedades del fluido en los puntos de cálculo.

5. La segunda etapa de la secuencia Runge-Kutta se realiza de forma similar repitiendo los pasos 4(a) a 4(g).
6. La tercera etapa de la secuencia Runge-Kutta se realiza de forma similar repitiendo los pasos 4(a) a 4(g).
7. La cuarta y última etapa de la secuencia Runge-Kutta se lleva a cabo de una manera similar que luego produce propiedades actualizadas en el tiempo $t + \Delta t$.
8. Se realiza una prueba de convergencia y se repite el procedimiento hasta que se cumple un criterio especificado.

11.6.3 Criterio de convergencia

Puede considerarse que se alcanza la convergencia cuando la variación máxima, en el dominio computacional, de la velocidad axial desde el paso de tiempo t hasta el paso de tiempo $t + \Delta t$ era inferior a 0,01 m/s.

11.7 Tratamiento bidimensional del flujo en dos fases

Las gotas que se forman durante la condensación espontánea en los conductos de los álabes de las turbinas de vapor suelen ser muy pequeñas. Típicamente los radios son comparables o menores que $0,1 \mu\text{m}$ [88]. Por lo tanto, el deslizamiento entre las fases puede despreciarse y el flujo de una mezcla bifásica descrito por las ecuaciones de Euler

[43,142] derivadas en el capítulo anterior no cambia. La salvedad importante es que en este caso los parámetros de flujo ρ , u , v , H y E deben referirse a todo el sistema (líquido más vapor) y la presión P a la de la fase vapor.

Los efectos bifásicos se introducen en el sistema de ecuaciones de Euler mediante la introducción de la fracción de humedad, como se muestra a continuación.

11.7.1 Ecuaciones de flujo bifásico

En el caso del flujo bifásico, la principal influencia del cambio de fase es la liberación de calor latente, que afecta directamente a la ecuación de energía. Para tratar este aspecto del problema, como ya se ha indicado, se introduce en las ecuaciones la fracción de humedad. Puede definirse como:

$$w = \frac{4}{3} \pi \bar{r}^3 \rho_L \bar{N} \quad (109)$$

donde \bar{r} y \bar{N} son el radio medio y el número de gotas por unidad de masa en cualquier punto del flujo. El comportamiento de las gotas se describe mediante las ecuaciones descritas en los capítulos 2 y 4.

El número total de gotas por unidad de masa de la mezcla al final de un cálculo es la suma del número existente en el flujo al principio del paso \bar{N}_1 número de nuevos núcleos formados debido a la nucleación espontánea \bar{N}_{nuc} durante el incremento de tiempo δt .

$$\bar{N} = \bar{N}_1 + \bar{N}_{nuc} \quad (110)$$

donde \bar{N}_{nuc} se calcula a partir de la velocidad de nucleación y el incremento de tiempo δt , para que el flujo atravesase el escalón

$$\bar{N}_{nuc} = J_{st} \delta t \quad (111)$$

Y

$$J_{st} = \frac{1}{1 + \nu} q \sqrt{\frac{2\sigma_r}{\pi m^3} \frac{\rho_{S(T_G)}}{\rho_L}} \exp\left[\frac{\Delta G^*}{k T_G}\right] \quad (112)$$

Dentro de la zona de nucleación, las nuevas gotas influyen en el patrón general del cambio de fase. Para tener en cuenta su comportamiento y reducir al mismo tiempo el volumen de álgebra implicado, se adoptan las propiedades medias de la fase líquida. Para ello, el radio medio utilizado es la raíz cuadrada media de los radios de las gotas viejas y de las que se nuclean durante el intervalo de tiempo δt , es decir,

$$\bar{r} = \left(\frac{\bar{N}_1 r^2 + \bar{N}_{nuc} r^{*2}}{\bar{N}} \right)^{1/2} \quad (113)$$

Una vez completada la nucleación $\bar{r} = r$ y el crecimiento de la gota puede calcularse mediante las ecuaciones del capítulo 4.

Conocida la fracción de humedad, la entalpía h de la mezcla se expresa mediante

$$h = (1 - w)h_G + wh_L \quad (114)$$

y la energía interna como

$$e = h - Pv \quad (115)$$

El volumen específico del fluido v es la suma de los volúmenes acumulados por las fases vapor y líquido. Escritura en términos de densidades

$$\frac{1}{\rho} = (1 - w)\frac{1}{\rho_G} + w\frac{1}{\rho_L} \quad (116)$$

La ecuación de estado de la fase vapor debe ser coherente con las expresiones utilizadas para el cálculo de las propiedades termodinámicas. Como se muestra en el Capítulo 5, la ecuación de estado adoptada es:-

$$\frac{P}{\rho_G RT_G} = 1 + B\rho_G \quad (117)$$

donde ρ_G , T_G y R son la densidad del vapor, la temperatura y la constante del gas, respectivamente, y B es el segundo coeficiente virial.

11.8 Procedimiento general de cálculo

Como ya se ha dicho, en los métodos de marcha en el tiempo el procedimiento de cálculo consiste en suponer una solución inicial que posteriormente se mejora hasta

hacerla independiente del tiempo. El procedimiento en flujo bifásico es similar al descrito en el capítulo 3. Sin embargo, en este caso no se pueden utilizar estimaciones arbitrarias y, la distribución inicial de P , ρ , u , v , E y H se obtienen a partir de una solución previa en la que la fracción de humedad se ha puesto a cero [62,67]. El procedimiento en el flujo bifásico puede resumirse como sigue:-.

1. Se calculan los valores de ρu , ρv , ρE y ρH .
2. Los términos disipativos se calculan mediante las ecuaciones (89) a (95).
3. Los valores calculados de ρ , ρu , ρv y ρE se reservan para su uso en la secuencia Runge-Kutta. La primera etapa de la secuencia Runge-Kutta para actualizar las propiedades del flujo se realiza en los siguientes pasos:
 - (a) Las primeras aproximaciones de los términos de flujo $Q(W)$ se calculan utilizando las ecuaciones (78) a (80).
 - (b) Se calculan los factores de aceleración de convergencia.
 - (c) Utilizando los términos de flujo, los factores de aceleración de convergencia y los valores congelados de los términos disipativos se calculan las primeras aproximaciones a las propiedades del flujo $W^{(1)}$.
 - (d) Los nuevos valores de u , v y E se obtienen dividiendo ρu , ρv y ρE por ρ .
 - (e) Para proceder con el siguiente paso del procedimiento Runge-Kutta será necesario evaluar los nuevos valores de los flujos incluyendo los de los momentos $(\rho u^2 + P)^{(1)}$ y $(\rho v^2 + P)^{(1)}$. Para ello es necesaria la

primera aproximación al valor actualizado de la presión. Cuando el fluido es un gas perfecto, la presión se calcula a partir de los valores conocidos de E y ρ mediante la ecuación (79). En el caso del vapor y cuando el fluido es nucleante o húmedo, para calcular la presión hay que evaluar los términos de humedad. El procedimiento para obtener los términos de humedad es más complejo y se describe en la sección 11.4.

(f) Conocida la presión, se calcula la entalpía total mediante la ecuación (80).

(g) El procedimiento se repite para todos los puntos del sistema de rejilla. Con esto se completa el primer paso de la secuencia Runge-Kutta. Esto proporcionará la primera aproximación a todas las propiedades del fluido en los puntos de cálculo.

4. La segunda etapa de la secuencia Runge-Kutta se realiza de forma similar repitiendo los pasos 4(a) a 4(g).
5. La tercera etapa de la secuencia Runge-Kutta se realiza de forma similar repitiendo los pasos 4(a) a 4(g).
6. La cuarta y última etapa de la secuencia Runge-Kutta se lleva a cabo de una manera similar que luego produce propiedades actualizadas en el tiempo $t + \Delta t$.
7. Se realiza una prueba de convergencia y se repite el procedimiento hasta que se cumple un criterio especificado.

En la presente investigación se consideró que se alcanzaba la convergencia cuando la variación máxima, en el dominio computacional, de la velocidad axial desde el paso de tiempo t hasta el paso de tiempo $t + \Delta t$ era inferior a 0,01 m/s.

11.9 Procedimiento de cálculo de los términos de humedad

El procedimiento para actualizar la presión y, por tanto, la entalpía total depende de si el fluido es seco, nucleante o húmedo. Pueden describirse del siguiente modo.

11.9.1 Región seca

Cuando el vapor está seco, la fracción de humedad es cero. Por lo tanto, la entalpía específica global h es igual a h_G , ρ es igual a ρ_G y la energía interna es

$$e = h_G - \frac{P}{\rho_G} \quad (118)$$

En el esquema numérico, la propiedad que resulta directamente del procedimiento de paso del tiempo es la energía interna, que viene dada por

$$e = E - \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (119)$$

Para calcular la presión y la temperatura a partir de los valores conocidos de e y ρ , se supone inicialmente un valor para la temperatura del vapor T_G . Utilizando este valor y la densidad, se calcula un valor aproximado para la presión P a partir de la ecuación (117). El valor correspondiente de h_G se calcula a partir de la ecuación (61)

y la energía interna se calcula a partir de la ecuación (118). Si el valor calculado de e a partir de (118) no satisface el de la ecuación (119), se obtiene una mejor aproximación a T_G utilizando el método Newton-Raphson. Para ello, el error $F(T_G)$ se define como

$$F(T_G) = \left(E - \frac{u^2 + v^2}{2} \right) - \left(h_G - \frac{P}{\rho_G} \right) \quad (120)$$

a partir de la cual la corrección de T_G viene dada por

$$\Delta T_G = \frac{F(T_G)}{dF(T_G)/dT_G} \quad (121)$$

Por lo tanto, el valor corregido de T_G es

$$T_{G(new)} = T_{G(old)} + \Delta T_G \quad (122)$$

El cálculo Newton-Raphson se lleva a cabo hasta que la corrección ΔT_G cumple la tolerancia especificada de $\pm 0,005^\circ \text{ K}$ y, en consecuencia, se obtienen los nuevos valores de P y h_G . Una vez hallados P , T_G y h_G , se calcula la velocidad de nucleación, y se compara con un valor mínimo J^* por debajo del cual se considera que el flujo está seco. Un valor típico de J_{\min} es $1018 \text{ [núcleos/kg - seg]}$. Una vez conocidos P y ρ , se calcula la entalpía mediante la ecuación (80).

11.10 Región de nucleación

En esta región la velocidad de nucleación es mayor que J_{min} y para obtener las propiedades de flujo hay que evaluar la fracción de humedad. Para ello, las ecuaciones que describen la formación y el crecimiento de las gotas se evalúan a lo largo de su trayectoria. Como se supone que el deslizamiento es despreciable, se toma como la línea de corriente que hay que identificar como primer paso del cálculo.

Con referencia a la Fig (11.1), se identifica un punto Q en la estación N-1 que se encuentra a lo largo de una línea de corriente que pasa por D. La distancia entre Q y D, Z se calcula a partir de la condición de tangencia

$$\frac{Dy}{\Delta x_N} = \frac{(v_Q + v_D)}{(u_Q + u_D)} \quad (123)$$

Por lo tanto

$$Z = Dy_B - Dy \quad (124)$$

Si el valor de Z es inferior a 0,001, las propiedades en el punto A se adoptan como valores de partida; en caso contrario, los componentes de velocidad u_Q y v_Q se calculan por interpolación lineal entre los puntos A y F, o entre A y B si el punto Q está más cerca de B, y el procedimiento se repite hasta que el cambio de Z sea inferior al 0,1%. Una vez localizado el punto Q, las propiedades del flujo se interpolan a partir de los valores

conocidos en A y F. En los límites físicos, se toma como punto de partida Q el de la estación N-1.

Una vez determinadas las condiciones en Q, se adoptan como valores de partida para el cálculo de las velocidades de crecimiento de las gotas a lo largo de QD. El tiempo que tarda una gota en desplazarse entre los puntos Q y D se calcula a partir de.

$$\delta t = \frac{2 \Delta x_N}{(u_D + u_Q)} \quad (125)$$

Al final del cálculo, los términos líquidos resultantes deben coincidir con las condiciones en D. En este punto sólo se conocen los valores de la densidad ρ y la energía interna e de la mezcla a partir del esquema numérico. El resto de las propiedades del fluido deben resultar del cálculo a lo largo de QD. Pero las velocidades de formación y crecimiento de las gotas dependen de las condiciones del vapor circundante, que varían entre las condiciones conocidas en Q y las que deben calcularse en D. Así pues, las propiedades en D se calculan mediante un procedimiento iterativo. Para ello se toman como variables independientes los valores de las temperaturas FG, FL y FS(P) y a partir de ellos se deducen las demás propiedades. Para iniciar el cálculo se realiza una primera estimación de los valores de las temperaturas en D. A continuación se utilizan para estimar las condiciones medias a lo largo de QD. Para estimar la fracción de humedad, primero se evalúan el radio crítico r^* y el número de gotas \bar{N}_{nuc} formadas en el paso mediante las ecuaciones (16) y (111) respectivamente. El crecimiento de las gotas existentes durante el paso se calcula a partir de

$$r = -1.59\bar{\ell} + \sqrt{(1.59\bar{\ell})^2 + r_1[r_1 + 2(1.59\bar{\ell})] + \frac{\lambda(\bar{T}_{Lr} - \bar{T}_G)}{\rho_L(\bar{h}_G - \bar{h}_L)}\delta t} \quad (126)$$

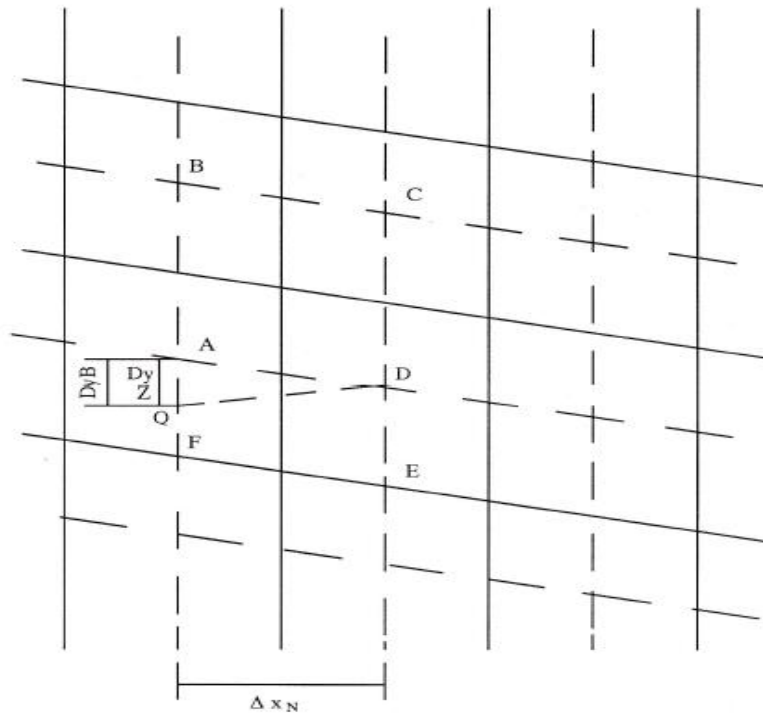


Fig. 13 Determinación de la línea de corriente

donde T_{Lr} es la temperatura instantánea de las gotas viejas y se calcula a partir de

$$T_{Lr} = \bar{T}_S(P) - [\bar{T}_S(P) - \bar{T}_L] \frac{rD}{r} \quad (127)$$

donde $\bar{T}_s(P)$, \bar{T}_L y r_D son los valores medios y el radio cuadrático medio estimados para el cálculo en D. Utilizando r'_D , F' , ω , etc., para denotar los valores de las propiedades resultante del cálculo, el radio cuadrático medio r'_D y finalmente la fracción de humedad w' se determinan utilizando las ecuaciones (113) y (109) respectivamente.

Una vez finalizado el cálculo de los términos de humedad a lo largo del QD, para obtener nuevas estimaciones de las temperaturas se emplea un método Newton-Raphson. Para ello, los errores en el procedimiento de iteración se expresan como

$$\begin{aligned}
 E &= T_L - [T'_s(P) - (T'_s(P) - T'_G)(r'^*/r'_D)] & (128) \\
 F &= \frac{(1-w')}{\rho'_G} + \frac{w'}{\rho'_L} - \frac{1}{\rho} \\
 G &= (1-w')h'_G + w'h'_L - P' \left[\frac{(1-w')}{\rho'_G} + \frac{w'}{\rho'_L} \right] - e
 \end{aligned}$$

Denotando la derivada parcial de E con respecto a T_G , T_L y $T_s(P)$ por A1, A2 y A3; las de F por B1, B2 y B3; y las de G por C1, C2 y C3 respectivamente, las correcciones a las temperaturas vienen dadas por

$$\Delta T_G = \frac{\begin{vmatrix} -E & A2 & A3 \\ -F & B2 & B3 \\ -G & C2 & C3 \end{vmatrix}}{DET} \quad (129)$$

$$\Delta T_L = \frac{\begin{vmatrix} A1 & -E & A3 \\ B1 & -F & B3 \\ C1 & -G & C3 \end{vmatrix}}{DET} \quad (130)$$

$$\Delta T_{S(P)} = \frac{\begin{vmatrix} A1 & A2 & -E \\ B1 & B2 & -F \\ C1 & C2 & -G \end{vmatrix}}{DET} \quad (131)$$

Donde

$$DET = \begin{vmatrix} A1 & A2 & A3 \\ B1 & B2 & B3 \\ C1 & C2 & C3 \end{vmatrix} \quad (132)$$

Si los incrementos ΔT_G , ΔT_L y $\Delta T_S (P)$ están dentro de 0,005 °K, se aceptan las propiedades de flujo resultantes del cálculo. En caso contrario, se calculan nuevos valores para las temperaturas como

$$\begin{aligned} T_{G(new)} &= T_{G(old)} + \Delta T_G \\ T_{L(new)} &= T_{L(old)} + \Delta T_L \\ T_{S(P)(new)} &= T_{S(P)(old)} + \Delta T_{S(P)} \end{aligned} \quad (133)$$

y se repite el procedimiento iterativo hasta obtener la precisión deseada. Una vez conocidos P y ρ , se puede calcular la entalpía total como ya se ha descrito y continuar con el procedimiento de pasos temporales.

El inicio y el final de la región de nucleación se especifican mediante un valor mínimo J_{\min} de la corriente embrionaria. En la región de nucleación $r^*_Q < r^*_D$ el crecimiento de nuevas se desprecia, pero cuando $r^*_Q > r^*_D$ el número y los radios medios de las gotas se revisan como ya se ha descrito. En los casos en que la velocidad de nucleación cambia rápidamente, el paso de cálculo QD se subdivide en una serie de incrementos suficientemente pequeños de igual longitud y las iteraciones se llevan a cabo de forma secuencial. Para ello, se supone que la densidad y la energía interna de la mezcla varían linealmente a lo largo de QD.

11.11 Región húmeda

Una vez que la corriente de nucleación ha disminuido hasta un mínimo especificado después de pasar por su máximo, se considera que el flujo se ha húmedo. Inmediatamente después de que J_{st} se haya por debajo de J_{\min} su valor se fija en cero y se supone que el número de gotas existentes en el flujo permanece constante a partir de este punto. Así, cualquier condensación posterior se produce únicamente por crecimiento de las gotas existentes.

El procedimiento para evaluar las propiedades del fluido es similar al descrito para la parte nucleante. En primer lugar, se determina la trayectoria de la gota y el tiempo que tarda en atravesar el escalón. A continuación, con los valores de densidad y energía interna conocidos, para evaluar el resto de propiedades, se realiza

una primera estimación de las temperaturas T_G , T_L y T_S (P). El radio de la gota se calcula a partir de la ecuación (116). Dado que ha cesado la formación de nuevas gotas, éste es igual a r_D y $T_{L,r} = T_L$. Por último, la fracción de humedad se determina a partir de la ecuación (109).

Una vez calculada la fracción de gota, las nuevas estimaciones de las temperaturas se obtienen mediante un método Newton-Raphson. Los errores y las correcciones de las temperaturas se calculan mediante las ecuaciones (128) a (133). Si las correcciones de las temperaturas están dentro de $0,005^0$ K, se aceptan las propiedades de flujo resultantes del cálculo. En caso contrario, los nuevos valores de las temperaturas se evalúan a partir de las ecuaciones (128) a (133) y se repiten las iteraciones hasta obtener la precisión deseada.

Capítulo 12

Otros fenómenos presentes en turbinas de vapor

Durante los años sesentas, Gyarmathy [62] estudiando los problemas de humedad en las turbinas propuso a la velocidad de expansión como el parámetro controlador del grado de sobresaturación. Esta se define como:

$$p = -\frac{1}{p} \frac{dp}{dt} = -\frac{c}{p} \frac{dp}{dx} \quad (134)$$

El aumento de la velocidad de expansión conduce al retardo de la expansión, al aumento del grado de sobre-enfriamiento y al desplazamiento del comienzo de la condensación espontánea o punto de Wilson en la dirección de números de Mach mayores a uno. El cambio de p influye también sobre el carácter de distribución de la presión estática a lo largo de toberas y álabes. La extensión de la zona de condensación y del desprendimiento de calor es pequeña y puede considerarse como la zona de cambio a saltos de los parámetros del flujo. Con el crecimiento de la velocidad de expansión la relación entre la presión detrás y delante del salto se reduce, lo que está vinculado con la influencia geométrica sobre los parámetros del flujo. Al crecer p el valor medio del radio de las gotas disminuye lo que se determina al aumentar el grado de sobre-enfriamiento máximo.

12.1 Condensación en las puntas de salida de perfiles de álabes

La condensación espontánea examinada en las secciones anteriores es posible sólo en el caso de sobre-enfriamiento considerable de vapor, $\Delta T = 25 - 35 \text{ }^\circ K$. Sin embargo, las investigaciones teóricas y experimentales muestran que la condensación del vapor puede llevarse a cabo para valores pequeños del grado de sobre-enfriamiento cuando en el flujo existe una gran cantidad de vórtices, o una pulsación turbulenta considerable de los parámetros de flujo. Esto se debe a que en los vórtices surge una reducción substancial local de temperatura, y por consiguiente, del sobre-enfriamiento del vapor.

De acuerdo con los cursos de dinámica de gases, el flujo en un vórtice puede dividirse convencionalmente en dos zonas: el núcleo, donde la rotación del líquido sucede conforme a la ley del cuerpo sólido, y el campo del vórtice, en el cual el movimiento es casi potencial (la velocidad es inversamente proporcional al radio).

Después de que se forma el vórtice, en el proceso de su desplazamiento bajo la acción de las fuerzas de viscosidad, la masa cada vez mayor de líquido se incluye en el movimiento vortiginoso y la intensidad de este último se amortigua. La difusión del vórtice conduce a la igualación paulatina de los parámetros del flujo.

La distribución de las velocidades circunferenciales en la vecindad del vórtice, en función del tiempo y la viscosidad, puede expresarse [43] como:

$$u(\tau, r) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r_0} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu\tau}\right) \right] \quad (135)$$

donde Γ_0 es la circulación inicial, en m^2/s ; r_0 y r son los radios del vórtice, y la ν viscosidad y T tiempo con los símbolos usuales, en m^2/s y en s respectivamente.

En la parte central del vórtice se encuentra un lugar un sobre-enfriamiento considerable, lo que es medio imprescindible para el comienzo de la condensación espontánea. A pesar del crecimiento rápido de la temperatura en el vórtice, los núcleos que surgen logran crecer hasta dimensiones que sobrepasan las críticas y de ese modo pueden pasar a ser los centros de condensación para el vapor circundante, del flujo principal, con un bajo grado de sobre-enfriamiento.

Por otro lado la frecuencia adimensional de salida de los vórtices de la punta de salida del álabe, o número de Strouhal $Sh_\Delta = n\Delta/c_\infty$, puede determinarse de datos experimentales, los cuales se obtienen al investigar el flujo en placas planas de diferente longitud l y espesor Δ . De acuerdo con [43].

12.2 Singularidades del flujo en dos fases en turbinas

Ya se mencionó que el surgimiento de la humedad tiene lugar un poco después que la trayectoria del vapor ha cruzado la línea de saturación. También que esta tiene lugar en vorticidades o en la zona de separación. Además, comúnmente el tamaño de las gotas formadas por condensación espontánea es pequeño y menor a $0.1 \mu m$. Una vez que se lleva a cabo la condensación, el número de gotas es grande y el proceso de expansión se lleva a cabo prácticamente en equilibrio y el crecimiento de las gotas se realiza con las consideraciones de un medio continuo.

Las gotas pequeñas bajo la acción de las pulsaciones turbulentas de los parámetros y las fuerzas de inercia, se depositan en parte sobre la superficie de los elementos de la turbina formando películas finas. Estas, a causa de la acción de la ausencia de fuerza centrífuga, se dirigen a la periferia de los álabes, y por efecto de la aceleración de coriolis se dirigen a las puntas de salida donde se quiebran formando grandes gotas cuyas dimensiones pueden alcanzar valores de $100 \mu m$ aproximadamente. De esta manera es posible encontrar espectros de tamaños de gotas bastante amplios.

Las gotas de humedad pueden perder estabilidad y quebrarse. Las características de estabilidad se pueden referir al número de Weber:

$$We = d_{got} (c^{11})^2 / \sigma v^{11} \quad (136)$$

Donde σ es la tensión superficial. Los valores críticos del número de Weber dependen de una serie de parámetros y oscilan entre 9 y 21.

Para el flujo de dos fases en una turbina, el desequilibrio del vapor en expansión causa pérdidas adicionales ΔH_0 , a causa de la reducción de la energía térmica disponible o salto a entropía constante.

A demás de las pérdidas de desequilibrio, el vapor debe gastar una cantidad de energía para acarrear las gotas a lo largo de su trayectoria a través de la turbina. Las pérdidas de energía cinética provocadas por la interacción mecánica de las fases en un canal de longitud l y se pueden calcular como función de las fuerzas de adhesión y el tipo de acero de los álabes.

12.3 Erosión de los elementos de turbinas y procedimiento para prevenirlas

Los elementos de las turbinas que trabajan con vapor húmedo, están constantemente expuestos a la acción de gotas o chorro de líquido, a consecuencia de lo cual es posible el desgaste – erosión – de las superficies de los álabes, discos, cinchos, sellos de laberinto y válvulas, entre otros.

Los tipos más característicos de erosión en los álabes son la erosión por choque bajo la acción mecánica de las gotas, la erosión por impacto, la erosión provocada por la acción química y electroquímica del medio. En condiciones reales de trabajo todos los tipos de erosión mencionados actúan simultáneamente en los elementos de las turbinas, y están además mutuamente ligados.

De acuerdo con la experiencia en turbinas que trabajan con vapor húmedo, el desgaste por erosión más significativo lo sufren las partes más externas de las puntas de entrada de los álabes móviles principalmente en las últimas etapas de las turbinas de baja presión. Esto a causa de que en estas etapas la humedad y dispersión de las gotas son grandes, así como las velocidades periféricas.

El vapor entra en los canales de las etapas de álabes móviles con una velocidad mientras que las gotas de la humedad, durante la salida de la película de líquido desde las superficies del lado de presión de los álabes fijos, caen sobre los álabes móviles con una velocidad considerablemente mayor, cuya magnitud es próxima a la velocidad circunferencial en esta sección. Las gotas se proyectan sobre el lado de succión en las puntas de entrada del perfil de los álabes. Las gotas con dimensiones menores, por ejemplo, las formadas a consecuencia del rebote y la separación de las superficies de los

álabes fijos, tienen velocidades absolutas y los ángulos distintos; en consecuencia, tienen valores distintos de las velocidades relativas y ángulos de admisión del vapor.

El desgaste por erosión se concentra en la superficie de los álabes móviles. Esta superficie al principio se vuelve áspera, luego aparecen picaduras, después cavidades más grandes y, por último, la zona periférica del sector de admisión en los álabes móviles comienza a parecerse a una esponja, los álabes pierden una parte considerable de su masa tal y como puede verse en las Fig. 14.



Fig. 14 Erosión en álabes de turbinas de vapor.

Los deterioros por erosión empeoran bruscamente las características aerodinámicas de la sección del paso de las turbinas, lo que naturalmente se refleja en el aprovechamiento de la energía disponible. Siendo la corrosión por erosión considerable, cuando se abarca la mayor parte de la cuerda, es posible que los álabes se fracturen.

A velocidades relativamente pequeñas de impacto, en la superficie del metal surgen cargas considerables con una duración breve. Así por ejemplo, para una velocidad de impacto de 300 m/s, la presión de impacto Δp puede alcanzar varias centenas de mega pascuales. Hace falta indicar que la presión de impacto depende de una serie de factores adicionales: elasticidad del metal, de la forma de la gota, de la superficie del metal, etc.

A velocidades considerables de impacto, la presión de impacto de la gota puede sobrear el límite de fluencia del metal y producir en la superficie una deformación residual. Sin embargo, se ha determinado que incluso a menores velocidades de impacto tiene lugar el desgaste de erosión, a causa de la rotura por fatiga de las capas superficiales bajo la acción de las ondas de choque múltiples de las gotas. Bajo la acción de los golpes asestados por las gotas, en la capa superficial tiene lugar una acumulación de deterioros que se transforman en grietas por fatiga, las cuales sirven de concentradores de tensiones y conducen ulteriormente a la destrucción de zonas aisladas y al deterioro del metal de los álabes móviles.

El surgimiento en las superficies de cavidades e irregularidades pequeñas, de la aspereza, incrementa el efecto de la acción de las gotas y, respectivamente, la velocidad del desgaste por erosión. Esto se explica por el hecho de que la velocidad con que se extienden los chorros de gotas microscópicas, sobrea varias veces la velocidad del impacto. A causa de lo cual, en la superficie se forman zonas de turbulencia, y por ende grandes diferencias de presión sobre las rugosidades sobresalientes. Esto provoca presiones de impacto acumulativas, es decir, reforzadas en una dirección determinada, debidas a chorros confluyentes. En este periodo tiene lugar el mayor desprendimiento de los granos de metal y la velocidad del desgaste por erosión es máxima.

12.4 Prevención de la erosión en las puntas de entrada de los álabes móviles.

La experiencia de un funcionamiento prolongado de muchas turbinas con vapor saturado, no ha revelado vestigios peligrosos de la erosión de los álabes móviles de los cuerpos de

alta presión, aunque en presencia de una presión de separación baja, la humedad en estos alcanza un 10 a 15 %. Entre las causas de esto se encuentran: la magnitud relativamente pequeña de la parte ocupada por la humedad macro dispersa, las bajas velocidades periféricas. Además, el mínimo torcimiento o nulo de los álabes de las etapas de los cuerpos de alta presión y la diferencia menor, en comparación con el cuerpo de baja, en las densidades de las fases líquida y de vapor, lo que significan una distribución más o menos uniforme de las gotas grandes según la altura de las paletas y, por consiguiente, menor magnitud de la humedad macrodispersa local.

Para prevenir la erosión de las paletas rotatorias en el cuerpo de baja o, al menos, disminuirla, se toma una serie de medidas. Estas medidas se suelen dividir en activas y pasivas.

Las medidas activas consisten en lo siguiente: La disminución de la humedad delante de la etapa se asegura reduciendo la presión y elevando la temperatura del vapor antes del cuerpo de baja presión. La disminución de la humedad media real en la entrada de la etapa se logra mediante un sistema de la evacuación periférica de la humedad en las etapas anteriores y, principalmente, por medio de la evacuación eficaz de la humedad desde la cámara ubicada delante de la última etapa, la cual, se une con la línea del primer calentador de baja presión.

Para la disminución de las zonas locales con elevada humedad, se suaviza el perfil del álabe de la sección de paso, reduciendo la velocidad de expansión del vapor. Los refuerzos de alambre en los álabes no solo reducen el rendimiento de las etapas, si no que también son fuente de producción de gotas grandes. Por eso es deseable durante el diseño de una turbina, renunciar a los refuerzos de alambre en las etapas que funcionan con vapor húmedo.

Las medidas pasivas consisten en lo siguiente. Empleo de materiales resistentes contra la erosión para fabricar los álabes móviles, entre los cuales se encuentra el empleo de titanio. Las aleaciones de titanio, en comparación con el acero utilizado para fabricar los álabes de las últimas etapas, tienen mejores características contra la erosión. También el

uso de recubrimientos con base en diamante sintético. Sobre el sector periférico de entrada del dorso de perfil de los álabes fijos se instalan barras, fabricadas de un material altamente resistente a la erosión, denominado estelita.

El tratamiento especial de aquella parte de superficie del álabe, donde puede esperarse la acción erosiva de la humedad. Aleaciones compuestas por carburos de tungsteno, de titanio y de cobalto se depositan en las puntas de entrada por soldadura. Otra forma es el endurecimiento por temple.

12.5 Erosión de las puntas de salida de los álabes de las últimas etapas de los cuerpos de baja presión.

En muchos casos se puede observar la erosión de las puntas de salida en los álabes de las últimas etapas de las turbinas de condensación. Esta erosión abarca la parte inferior o incluso media, según la altura de los álabes. A pesar de que la erosión está vinculada con los regímenes de funcionamiento con bajos consumos de vapor o con una presión final elevada es decir, con pasos volumétricos pequeños del vapor es peligrosa, puesto que puede conducir a la separación por fractura de casi todo el álabe.

12.6 Corrosión por fatiga y agrietamiento por corrosión

En los elementos de las secciones de paso en las turbinas de vapor que se encuentra bajo tensión y funcionan con vapor húmedo, a veces surge una corrosión que conduce a la formación de cavernas, grietas y deterioros en la superficie de los álabes y de los discos. En algunos casos, a causa de la corrosión por fatiga, pueden ocurrir roturas de los álabes móviles. También pueden presentarse Casos de agrietamiento por corrosión de los discos. Estos daños se observan habitualmente en aquellas etapas donde tiene lugar la condensación, o sea, la formación primaria de la humedad. La prevención de los deterioros de este género consiste en elevar los requerimientos de la calidad del agua y

del vapor y controlarla constantemente. En este caso, desempeña un importante papel para la purificación del condensado y el régimen acuoso-químico de toda la unidad energética

REFERENCIAS

1. Gyarmarthy, G., "Innovation and Tradition in Steam Turbine Engineering", I.Mech.E. J. of Power and Energy, Vol. 204, 1990, pp. 217-223.
2. Traupel, W., "Steam Turbines, Yesterday, Today and Tomorrow", I.Mech.E., 1979, pp. 391-400.
3. Thomson, J., "On Recent Thoughts and Experiments Regarding Ice at or Near It's Melting Point", Proc. Roy. Soc. (London), Vol.10, 1859, pp. 152-160.
4. Thomson, J., "Considerations of the Abrupt Change at Boiling or Condensation in Reference to the Continuity of the Fluid State of Matter", Proc. Roy. Soc. (London), Vol.20, 1871, pp.1.
5. Thomson, W. (Lord Kelvin), " On the Equilibrium of Vapour at a Curved Surface of a Liquid ", Proc. Roy. Soc. (Edinburgh), Vol.7, 1870, pp. 63.
6. Gibbs, J.W., "On the Equilibrium of Heterogeneous Surfaces", Collected Papers (Thermodynamics), Longmans, 1906, pp. 55.
7. Von Helmholtz, R., "Untersuchungen Uber Dampfe and Nebal, Besonders Uber-solche von Losungen", Ann. d. Phys, 27,508,18812.
8. Aitken, J., "On Dust, Fogs and Clouds", Trans. Roy. Soc. (Edinburgh), Vol. 30, 1880-81, pp. 337.
9. Wilson, C.T.R., "Condensation of Water Vapor in the Presence of Dust Free Air

and Other Gases", Phil. Trans. of Roy. Soc. of London, A, 188, 1987, pp. 263-307.

10. Rateau, A.M., "Experimental Researches on the Flow of Steam Through Nozzles and Orifices", A. Constable and Co. Ltd., London, 1905.

11. Henderson, J.B., "Theory and Experiment in the Flow of Steam Through a Nozzle or a Throttle", Proc. Inst. Mech. Engrs., 1-2, 1913, pp. 253.

12. Martin, H.M., "A New Theory of the Steam Turbine", Engineering, Vol. 106, 1, 1918.

13. Martin, H.M., "Undercooled Steam", Engineering, 1913.

14. Callender, "On the Steady Flow of Steam Through a Nozzle or a Throttle", Proc. Inst. Mech. Engrs., 1915.

15. Stodola, A. Discussion of paper [11].

16. Stodola, A., "Undercooling of Steam in Nozzles", Engineering, 1915.

17. Yellot, J., "Sobresaturation in Steam", Trans. ASME., Vol. 56, 1934, pp. 411.

18. Retalliat, J., "Undercooling in Steam Nozzles", Trans. ASME., Vol. 58, 1936, pp. 599.

19. Yellot, J., Holland, C., "The Condensation of Flowing Steam. Part 1; Condensation in Divergent Nozzles", Trans. ASME., 59, 1937, pp.171-183.

-
20. Binnie, A.M., Woods, M.W., "The Pressure Distribution in a Convergent- Divergent Steam Nozzle", Proc. Inst. Mech. Engrs., 138, 1938, pp. 229-267.
21. Binnie, A.M., Green, J.R., "An Electrical Detector of Condensation in High-Pressure Flowing Steam", Proc. Roy. Soc., A. 181, 134, 1943.
22. Volmer, M., Weber, A., "Keimbildung in unbersattigten Gebilden", Z. Phys., Chem., 1926, pp. 277-301.
23. Frenkel, J., Kinetic Theory of Liquids, Oxford University Press, 19412.
24. Courtney, G.W., "Remarks on Homogeneous Nucleation", J. Chem. Phys., Vol.35, 1961, pp. 2249-2250.
25. Kantrowitz, A., "Nucleation in Very Rapid Vapor Expansions", J. Chem. Phys., Vol. 19, 9, 1951, pp. 1097-1100.
26. Oriani, R.A., Sunquist, B.E., "Emendations to Nucleation Theory and the Homogeneous Nucleation of Water from Vapour", J. Chem. Phys., Vol. 38, 1963, pp. 2082-2089.
27. Deich, M.E., "Calculation of the Rate of Formation of Condensation Centers in Sobrecooled Vapour", Heat Transfer Soviet-Research, Vol.1, 2, 1969, pp. 106-111.
28. Mc. Donald, J.E., "Homogeneous Nucleation of Vapor Condensation I, Thermodynamic Aspects", Am. J. Phys., 1962, pp. 870-877.

-
29. Mc. Donald, J.E., "Homogeneous Nucleation of vapor Condensation II, Kinetic Aspects", Am. J. Phys., 1962, pp. 31-41.
30. Frenkel, J., "Statistical Theory of Condensation Phenomena", J. Chem. Phys., Vol. 7, 1939, pp. 200-201.
31. Band, W., "Dissociation Treatment of Condensing Systems", J. Chem. Phys., Vol.7,1939, p. 324
32. Dunning, W.J., General and Theoretical Introduction in Nucleation, Edited by A.C. Zettlemoyer, Marcel Dekker, 1969.
33. Probstein, R.F., "Time Lag in the Self-Nucleation of Sobresaturated Vapor", J.Chem. Phys., Vol. 19, 5, 1951, pp. 619-6212.
34. Courtney, G.W., "Non-Steady State Nucleation", J. Chem. Phys., Vol. 36, 8, 1962, pp. 2009-20017.
35. Oswatitsch, K.I., "Condensation Phenomena in Sobresonic Nozzles", ZAMM, Vol. 22, 1, 1942, pp. 1-14, R.T.P. Translation No. 1905.
36. Hill, P.G., Witting, H., Demetri, E.P., "Condensation of Metal Vapors During Rapid Expansion", ASME. J. of Eng. for Power, 1963, pp.303-317.
37. Wegener, P.P., Pouring, A.A., "Experiments on Condensation of Water Vapor by Homogeneous Nucleation in Nozzles", The Phys. of Fluids, Vol. 7, 3, 1964, pp. 352-361.

-
38. Hoare, M.R., Pal, P., Wegener, P.P., "Argon Clusters and Homogeneous Nucleation: Comparisons of Experiment and Theory", J. of Colloid and Interface Science, Vol. 75, 1, 1980, pp. 126-137.
39. Wegener, P.P., Wu, B.J.C., " Homogeneous and Binary Nucleation; New Experimental Results and Comparisons with Theory", Presented at the Faraday Discussion on 12-14 April, 1976, Manchester.
40. Deich, M.E., Filippov, G.A., "Gas Dynamic of Two Phase Media", Translation by Foreign Technology D, Wright-Patterson AFB, Ohio, ntis ad 70195.
41. Deich, M.E., et.al., "Analysis of the Influence of Pressure on the Nature of the Origin of Liquid Phase in Sobresaturated Steam", Thermal Engineering", Vol. 19, 10, 1972, pp. 71-75.
42. Kirillov, I.I., Amelyushkin, V.N., "A Method for Calculating Wet-Steam Condensation Processes", Heat Transfer Soviet Research, Vol. 2, 3, 1970, pp. 102-110.
43. Kirillov, I.I., Yablonik, R.M., Fundamentals of the Theory of Turbines Operating on Wet Steam, NASA. TT F611, 1968.
44. Hill, P.G., "Condensation of Water Vapor During Sobresonic Expansion in Nozzles", J. Fluid Mech., Vol. 25, 3, 1966, pp. 593-620.
45. Campbell, B.A., Bakhtar, F., "Condensation Phenomena in High Speed Flow of Steam", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 185, 25-71, 1970-71, pp. 395-405.

-
46. Campbell, B.A., Bakhtar, F., "Condensation Phenomena in High Speed Flow of Steam-Experimental Aparatus", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 187, 13-73, 1973, pp. 199-205.
47. Deich, M.E., et.al., "A Study of the Structure of Two-Phase Flow Behind a Con densation Shock in Sobresonic Nozzles", Heat Transfer Soviet Reasearch, Vol.1, 5, 1969, pp. 95-105.
48. Gyarmarthy, G., Lesch, F., "Fog Droplet Observations in Laval Nozzles and in Experimental Turbine", Proc. Inst. Mech. Engrs., vol 184, 3G(III), 1970, pp. 29-312.
49. Moore, M.J., et. al., "Predicting the Fog-Drop Size in Wet Steam Turbines", I. Mech. Engrs., Wet Steam 4, 1975, pp. 41-49.
50. Skillings, S.A., Jakson, R. "A Robust Time-marching Solver for One Dimensional Nucleating Steam Flows", J. Heat and Fluid Flow, VI. 8, 2, 1987, pp. 139-144.
51. Gyarmarthy, G., et. al., "Spontaneous Condensation of Steam at High Pressures", First Experimental Results, Inst. Mech. Engrs., Conf. Publ. 3, 1973, pp. 182-1812.
52. Young, J.B., Nucleation in High Pressure Steam and Flow in Turbines, Ph. D. Thesis, University of Birmingham, 1973.
53. Bakhtar, F., Riley, D.J., "Nucleation Studies in Flowing High Pressure Steam", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 189, 41/175, 1975, pp. 427-4312.
54. Young, J.B., Bakhtar, F., "A Comparison Between Theoretical Calculations and Experimental Measurements of Droplet Sizes in Nucleating Steam Flows", Prace Instytutu Maszyn Przeplywowych, 1976, 7072, pp. 259-271.

-
55. Zidi, K., Spontaneous Condensation in Flowing High Pressure Steam, Ph. D. Thesis, University of Birmingham, 1981.
56. Bakhtar, F., Zidi, K., "Nucleation Phenomena in Flowing High Pressure Steam: Experimental Results", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 203, pp. 195-200.
57. Bakhtar, F., Zidi, K., "Nucleation Phenomena in Flowing High Pressure Steam: Theoretical Analysis", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 204, pp. 233-242.
58. David Vallet, Tao Pang, Yi-Tung Chen, Melissa Morris, An isothermal adjustment to nucleation in supersonic flows, International Journal of Multiphase Flow, Volume 163, 2023.
59. Esmail Lakzian, Shima Yazdani, Bok Jik Lee, Passive control optimization of condensation flow in steam turbine blades, International Journal of Mechanical Sciences, Volume 237, 2023.
60. Schaaf, S.A., Chambre, P.L., Flow of Rarefied Gases, Fundamentals of Gas Dynamics, Vol. 3, Emmons Eds., Oxford University Press, 1958.
61. Bakhtar, F., Zidi, K., "On the Self Diffusion of Water Vapour", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 199, C2, 1985, pp. 159-164.
62. Gyarmathy, G., Bases for the Theory for Wet Steam Turbines, Federal Technical University Zurich, 1962. (CEGB translation No. T781).

-
63. Mohammadi, Tochai, A Study of High Speed Two Dimensional Flows, Ph. D Thesis, University of Birmingham, 1978.
64. Bakhtar, F., Tochai, M.T., " An Investigation of Two-Dimensional Flows of Nucleating and Wet Steam by the Time-Marching Method", Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 2, 1, 1980, pp. 5-18.
65. Alubaidy, A.K., On te Supersonic Blade to Blade Two-Phase Flows of Steam, Ph.D. Thesis, University of Birmingham, 1982.
66. Bakhtar, F. Alubaidy, A.K., " On the Solution of Supersonic Blade-to-Blade Flows of Nucleating Steam by the Time-Marching Method", Proc. I. Mech. Engrs., Conf. Computational Methods of Turbomachinery, 1984, pp. 101-111.
67. So, K.S., A Study of Supersonic Blade to Blade Wet Steam Flows by the Time Marching Method, Ph. D. Thesis, University of Birmingham, 1984.
68. Denton, J.D., "An Improved Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculations", Trans. ASME., Vol. 105, 1983, pp. 514-524.
69. Keenan, J.H., Keyes, F.G., Thermodynamic Properties of Steam, John Wiley and Sons, Inc, 1949.
70. Shapiro, A.H., The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, Ronald Press, 1953.
71. Yousif, F.H., Campbell, B.A., Bakhtar, F., "Instability in Condensing Flow of Steam", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 186, 37-72, 1972, pp. 439-448.

-
72. Wegener, P.P., Nonequilibrium Flows, Part I, Marcel Dekker, 1969.
73. Wegener, P.P., Mosnier, F., " Periodic Transonic Flow with Heat Addition New Results", Combustion Science Technology, Vol. 24, 1981, pp. 179-189.
74. Deich, M.E., et. al., "Study of Steam Condensation in Swirled-Flow Regions of Turbine Cascades", Heat Transfer Soviet Research, Vol. 5, 1, 1973, pp. 62-71.
75. Skillings, S.A., Walters, P.T., Jackson, R., " A Theoretical Analysis of Flow Through the Nucleating Stage in a Low Pressure Steam Turbine ", Trans. ASME.J. Eng. for Gas Turbines and Power, 1989.
76. Petr, V., "Variation of Sound Velocity in Wet Steam", I. Mech. Engrs., Wet Steam 4, 1975, pp. 17-21.
77. Bakhtar, F., Young, J.B., Ghoneim, Z., " A Study of Nucleating and Wet Steam Flows in Turbines", Proc. I. Mech. Engrs., Vol. 190, 44-76, 1976, pp. 545-559.
78. Bakhtar, F., Ghassemi,B., " A Study of Nucleating and Wet Steam Flows in High Pressure Steam Turbine", I. Mech. Engrs., Conf. Steam Turbines for the 1980's, C191-79, 1979, pp. 327-336.
79. Wilkinson, D.H., " Calculations of Blade-to-Blade Flow in Turbomachines by the Stream Line Curvature", ARC. R and M 3704, 1972.

-
80. Frost, D.H., "A Stream Line Curvature Through-Flow Computer Program for Analysing the Flow Through Axial-Flow Turbomachines", ARC. R and M 3687, 1972.
81. Emmons, H.W., "The Theoretical Flow of a Frictionless, Adiabatic, Perfect Gas of a Two Dimensional Hyperbolic Nozzle", NACA TN. 1003, 1946.
82. Hirsch, C., Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol I, John Wiley and Sons, 1988.
83. Satofuka, N., Nishida, H., et.al., "Numerical Solution for Transonic Cascades Flows Using the AF2 Schemes", Bulletin of JSME, Vol. 29, 257, 1986, pp. 3710- 3716.
84. Jameson, A., "Steady State Solution of the Euler Equations for Transonic Flow", Richard, E. Meyer, Transonic, Shock and Multidimensional Flows: Advances in Scientific Computing, Academic Press, 1982, pp. 37-70.
85. Rizzi, A., "Damped Euler-Equations Method to Compute Transonic Flow Around Wing-Body Combinations", AIAA Journal, Vol. 20, 10, 1982.
86. Gopalakrishnan, S., "Fundamentals of Time Marching Methods", VKI Lecture Series 59, 1973.
87. Shuster, A.R., "Calculation of Transonic and Supersonic Gas Flows in Plane Cascades of Turbomachines", Thermal Engineering, Vol. 23, 3, 1976, pp. 33-35.
88. Woodward, P., Colella, P., "The Numerical Simulation of Two-Dimensional Fluid Flow With Strong Shocks", J. Comp. Phys., Vol. 54, 1984, pp. 115-173.

-
89. Peyret, R., Taylor, T.D., Computational Methods for Fluid Flow, Springer-Verlag, 1983.
90. CHMIELNIAK, Tadeusz; WRÓBLEWSKI, Włodzimierz. Godunov-type schemes in the transonic flow calculations . Journal of Theoretical and Applied Mechanics, [S.l.], v. 35, n. 2, p. 305-327, Jan. 1997. ISSN 1429-2955.
91. Gopalakrishnan, S.,Bozzola,R., "A Numerical Technique For Calculations of Transonic Flows In Turbomachinery", ASME. Paper No. 71-GT-42, 1971.
92. MacCormack, R.W., "Numerical Solution of the Equations of Compressible Viscous Flow", Richard E. Meyer, Transonic Flow and Multidimensional Flows: Advances in Scientific Computing, Academic Press, 1982, pp. 161-179.
93. Siu Shing Tong, Thompkins, W.T., "A Design Calculation Procedure for Shock Free or Strong Passage Shock Turbomachinery Cascades", ASME. Paper 82-GT-220, 1982.
94. Beam, R.W, Warming, R.F., "An Implicit Factor Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations", AIAA Journal, Vol. 16, 4, 1978, pp. 393-403.
95. Yee, H.C.,Beam, R.M, Warming, R.F., "Boundary Approximations for Implicit Schemes for One Dimensional Inviscid Equations of Gas Dynamics", AIAA Journal, Vol. 20, 9, 1982, pp. 1203-1211.

-
96. Daiguji, H., Yamamoto, S., "An Efficient Time Marching Scheme for Solving Compressible Euler Equations", Bulletin of JSME, Vol. 29, 255, 1986, pp. 3710-3716.
97. Thompkins, W.T., et. al., "Solution Procedures for Accurate Numerical Simulation of Flow in Turbomachinery Cascades", AIAA. Paper No. AIAA-83-0257,
98. Abbas, K.K., An Investigation of Viscous Two-Dimensional Two-Phase Flows in Cascades of Steam Turbine Blading by a Time Marching Method", Ph. D. Thesis, University of Birmingham, 1987.
99. Mc. Donald, P.W., "The Computation of Transonic Flows Through Two Dimensional Gas Turbines Cascades", ASME. Paper No. 71-Gt-56, 1971.
100. Calvert, W.J., "An Inviscid -Viscous Interaction Treatment to Predict Blade to -Blade Performance of Axial Compressors With Leading Edge Normal Shock Waves", ASME. Paper 82-GT-135, 1982.
101. Hodson, H.P., "An Inviscid Blade-to-Blade Prediction of Wake-Generated Unsteady Flow", Trans. ASME. J. Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 107, 1985, pp. 337-343.
102. Savage, R.A., A Study of Wetness Effects in Steam Turbine Blading, Ph. D. Thesis, University of Birmingham , 1988.
103. Yeoh, C.C., Young, J.B., "Nonequilibrium Stream Line Curvature Throughflow Calculations in Wet Steam turbines", Trans. ASME. J. Engineering for Power, Vol. 104, 1982, pp. 489-496.

104. Lerat, A., Sides, J., "A New Finite Volume Method for the Euler Equations with Applications to Transonic Flows", Roe, P.L., Numerical Methods in Aeronautical Fluid Dynamics, Academic Press, 1982, pp. 245-288.

105. Rizzi, A., Eriksson, L.E., "Transfinite Mesh Generation and Damped Euler Equations Algorithm for Transonic Flow Around Wing-Body Configurations", AIAA. 5th. Computational Fluid Dynamics Conference , Palo Alto, 1981, pp. 43-68.

106. Rizzi, A., Eriksson, L.E., "Computation of inviscid incompressible flow with rotation", Journal of Fluid Mechanics , Volume 153 , April 1985 , pp. 275 - 312

107. Jameson, A., Schmidt, W., Turkel, E., "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes", AIAA. Paper No. AIAA-81-1259, 1981.

108. Jameson, A., "Transonic Aerofoil Calculations Using the Euler Equations", Roe, P.L., Numerical Methods in Aeronautical Fluid Dynamics, Academic Press, 1982, pp. 289-308.

109. Jameson, A., Baker, T.J., "Solution of the Euler Equations for Complex Configurations", Proc. of the AIAA. 6th Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA., New York, 1983, pp. 293-302.

110. Buratynski, E.K., Caughey, D.A., "An Implicit LU Scheme for the Euler Equations Applied to Arbitrary Cascades", AIAA. Journal, Vol. 24, 1, 1986, pp. 39-46.

-
111. Dawes, W.N., "Application of a Three-Dimensional Viscous Compressible Flow Solver to a High-Speed Centrifugal Compressor Rotor- Secondary Flow and Loss Generation", Proc. I. Mech. Engrs., Conf. Turbomachinery Efficiency, Prediction and Improvement, C261-87, 1987, pp.53-61.
112. Denton, J.D., Xu, L., "A New Approach to the Calculation of Transonic Flow Through Two Dimensional Turbomachine Blade Rows", ASME. Paper No. 85-GT-5, 1985.
113. Ni, Ron-ho, "A Multiple-Grid Scheme for Solving the Euler Equations", AIAA. Journal, Vol. 20, 11, 1982, pp. 1565-1571.
114. Jameson, A., "Solution of the Euler Equations for Two Dimensional Transonic Flow by a Multigrid Method", Applied Mathematics and Computations, Vol. 13, 3, 1983, pp. 327-355.
115. Arnone, A.A., Stecco, S.S., "Inviscid Cascade Flow Calculations Using a Multigrid Method", ASME Paper 89-GT-22, 1989.
116. Berger, M.J., Jameson, A., "Automatic Adaptive Grid Refinement for the Euler Equations", AIAA Journal, Vol. 23, 4, 1985, pp. 561-568.
117. Mavriplis, D., Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on Unstructured Triangular Meshes, Ph. D. Thesis, Princeton University, 1987.
118. Jameson, A., Mavriplis, D., "Finite Volume Solution of the Two Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh", AIAA Journal, Vol. 24, 4, 1986, pp. 611-618.

-
119. Mavriplis, D.J., "Multigrid Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on Unstructured Triangular Meshes", AIAA Journal, Vol. 26, 7, 1988, pp. 824-831.
120. Arnone, A.A., Meng-Sing, L., Povinelly, A., "Transonic Cascade Flow Calculations Using Non-Periodic C Type Grids", NASA CP 3078, 1990.
121. Agarwal, R.K., Deese, J.E., "Transonic Wing-Body Calculations Using Euler Equations", AIAA Paper No. AIAA-83-0501, 1983.
122. Clarke, D.K., Salas, M.D., Hassan, H.A., "Euler Calculations for Multielement Airfoils Using Cartesian Grids", AIAA. Journal, Vol. 24, 3, 1986, pp. 353-358.
123. Holmes, D.G., Tong, S.S., "A Three Dimensional Euler Solver For Turbomachinery Blade Rows" Trans. ASME. J. Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 107, 1985, pp. 258-264.
124. Subramanian, S., Bozzola, R., "Applications of Runge-Kutta Time Marching Scheme for Computation of Transonic Flows In Turbomachinery", AIAA. Paper. No. AIAA-85-1332, 1985.
125. Arnone, A.A., Liou, M-S., "Navier-Stokes Analysis of Transonic Cascade Flow", I. Mech. Engrs., Conf. No. C423-069, 1991, pp. 253-258.
126. Bassi, F., et. al., "Secondary Flows in a Transonic Cascade: Comparison Between Experiment and Numerical Results", ASME. J. Fluids Eng., Vol. 111, 1989, pp. 369-377.
127. Roache, P.J., Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publishers, 1976. 154.

-
128. Jameson, A., Numerical Solution of the Euler Equations for Compressible Inviscid Fluids", Numerical Methods for the Euler Equations of Fluid Dynamics, SIAM, 1985, pp. 199-245.
129. Subramanian, S.V., "Analysis of the Time Marching Numerical Methods and Boundary Conditions For Turbomachinery Flow Computations", ASME. Paper 84-Gt-66, 1984.
130. Rudy, D., Strikwerda, J., "A Nonreflecting Outflow Boundary Condition for Subsonic Navier-Stokes Calculations", J. Comp. Phys., Vol. 36, 1980, pp. 55-70.
131. Chakravarty, S.R., "Euler Equations-Implicit Schemes and Implicit Boundary Conditions", AIAA Paper No. AIAA-82-0228, 1982.
132. Gottlieb, D., Turkel, E., "Boundary Conditions for Multistep Finite Difference Methods for Time Dependent Equations", J. Comp. Phys., Vol. 26, 1978, pp. 181-196.
133. Rizzi, A., "Numerical Implementation of Solid-Body Boundary Conditions for the Euler Equations", ZAMM, Vol. 58, 1978, pp. 301-304.
134. Swanson, R.C., Turkel, E., "Artificial Dissipation and Central Difference Schemes for the Euler and Navier-Stokes Equations", AIAA. Paper No. AIAA-87-1107, 1987, pp. 55-69.
135. Pulliam, T.H., "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations", AIAA. Paper No. AIAA-85-0438, 1985.
136. Moretti, G, " Experiments on Initial and Boundary Conditions " NASA -CR-163711, 1980.

-
137. Caughey, D.A., Turkel, E., "Effect of Numerical Dissipation on Finite Volume Solutions of Compressible Flow Problems", AIAA Paper No. AIAA-88-0621, 1988.
138. Moitra, A., Turkel, E., Kumar, A., "Application of a Runge-Kutta Scheme for High Speed Inviscid Internal Flows", AIAA. Paper No. AIAA-86-0104, 1986.
139. Ritchmyer, R.D., Morton, K.W., "Stability Studies for Difference Equations: (I) Non-Linear Stability, (II) Couple Sound and Heat Flow", New York University, Rep. No. NYO-1480-5, 1964
140. Elbanna, H, Sabbagh, J.A., "Interaction of Two Nonequal Plane Parallel Jets", AIAA. Journal, Vol. 25, 1, 1987, PP. 12-13.
141. Siu Shing Tong, Thompkins, W.T., "A Design Calculation Procedure for Shock Free or Strong Passage Shock Turbomachinery Cascades", ASME. Paper 82-GT- 220, 1982.
142. Sieverding, C.H., Moore, M.J., Two-Phase Steam Flow in Turbines and Separators, Mc. Graw Hill, 1976.