

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Mecánica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

Estimación de la Vida por Fatiga Bajo Cargas de Amplitud Variable

presentada por

Ing. Alberto Pérez Córdoba

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis
Dr. Arturo Abúndez Pliego

Codirector de tesis
Dr. Jorge Colín Ocampo

Cuernavaca, Morelos, México. Diciembre de 2015.

Cuernavaca, mor., 03/diciembre/2015

OFICIO No. DIM/280/2015

Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Alberto Pérez Córdoba, con número de control M13CE050, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado " **Estimación de la vida por fatiga bajo cargas de amplitud variable**", hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



DR. ARTURO ARUNDEZ PLIEGO
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
6801139

REVISOR 1



DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA
Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica
6559298

REVISOR 2



DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
8500740

REVISOR 3



M.C. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
Maestra en Ciencias en Ingeniería Mecánica
3146405

C.p. (Lic. Guadalupe Garrido Rivera) - Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

Iniciales AAP/mrsr

SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 3 de diciembre de 2015
OFICIO No. SAC/233/2015

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. ALBERTO PÉREZ CÓRDOBA
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTE

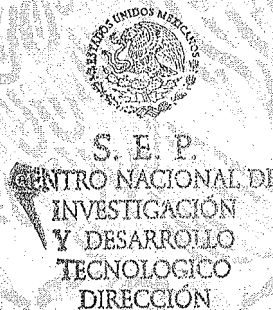
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "**Estimación de la vida por fatiga bajo cargas de amplitud variable**", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGÍA AL SERVICIO DE MÉXICO"

DR. VÍCTOR HUGO OLIVARES PEREGRINO
DIRECTOR



C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

Dedicatorias

A mi Dios, por la vida, salud y felicidad que me ha dado a lo largo de mis años y permitirme lograr esta meta más en mi vida.

A mi madre, por hacer de mí una persona de bien y sembrar el amor en mi corazón sobre todas las cosas.

A mi padre, por todo lo que me ha dado en la vida y por hacer de mí un hombre trabajador y honesto.

A mi hermano, por apoyarme y compartir esas noches de pláticas conmigo que tanto extraño.

A mi prometida, por no dejarme claudicar en esos momentos de soledad, gracias por estar en las buenas y en las malas.

Agradecimientos

Agradezco al gobierno de la República Mexicana que, a través de la Secretaría de Educación Pública y el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (beca 363497), me apoyó económicamente durante el desarrollo de la tesis.

A mi asesor el Dr. Arturo Abúndez Pliego por brindarme su amistad, su experiencia y asesoría en la realización de este trabajo.

A mi co-asesor el Dr. Jorge Colín Ocampo, por sus consejos, enseñanzas y observaciones en la culminación de este trabajo.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), por brindarme la oportunidad de formarme profesionalmente en esta institución, a los Catedráticos del Departamento de Ingeniería Mecánica por sus valiosas enseñanzas, y a todo el personal que labora en esta institución.

A mis revisores de tesis: Dr. Andrés Blanco Ortega, Dra. Claudia Cortés García y Dr. Eladio Martínez Rayón por sus comentarios, sugerencias y observaciones durante la revisión de la tesis.

A mis amigos y compañeros del alma, Carlos Lara y Enrique Alcudia, de quienes siempre recibí apoyo académico como personal, les agradezco infinitamente.

A mis amigos y compañeros de generación: Armando Fragoso, Benjamín Sánchez, Luis Carreño, Luis Sommer, Javier Cortés, Víctor García, Elvis Coutiño, Emmanuel Salazar, Polar Hernández, Roger Cundapí y Lourdes Chávez.

A mis amigos y compañeros del CENIDET: José Manuel Delgado Cuenca, Xóchitl Morales, Alma Pérez, Amy Rosas.

A la señora Rocío Salazar por su amistad y todo su apoyo en el Departamento.

Contenido

Lista de figuras	v
Lista de tablas	xii
Simbología.....	xiv
Nomenclatura.....	xvi
Resumen	xvii
Abstract.....	xviii
Introducción.....	xix
Capítulo 1 Antecedentes.....	1
1.1 Estado del arte.....	1
1.2 Conclusiones	6
1.3 Objetivo	6
1.4 Alcances	6
1.5 Justificación	7
Capítulo 2 Conceptos generales	9
2.1 Etapas de la falla por fatiga.....	10
2.1.1 Iniciación de la grieta	10
2.1.1 Propagación de la grieta	11
2.1.1 Fractura	11
2.2 Tipos de cargas que producen fatiga.....	12
2.2.1 Cargas alternantes	13

2.2.2 Cargas de servicio de amplitud variable	15
2.3 Criterios de falla por fatiga bajo cargas de amplitud constante	16
2.3.1 Curva S-N y ecuación de Basquin	16
2.3.2 Criterios de Goodman, Gerber y Soderberg.....	17
2.3.3 Diagrama de Haigh	18
2.4 Estimación de falla por fatiga bajo cargas de amplitud variable	19
2.4.1 Acumulación del daño lineal.....	20
2.4.2 Modelos de acumulación del daño no lineales.....	21
2.4.3 Esfuerzos equivalentes	22
2.5 Conteo de ciclos	23
2.5.1 Reducción del historial de carga	23
2.5.2 Conteo de Rainflow.....	25
2.5.3 Factor de irregularidad	27
2.6 Función de distribución acumulada	29
2.6.1 Distribución de Weibull	29
2.7 Análisis dimensional.....	32
2.7.1 Método del análisis dimensional.....	32
2.7.2 Teorema Pi de Buckingham	34
Capítulo 3 Modelo probabilístico Weibull.....	37
3.1 Identificación de variables	37
3.1.1 Campo de Wohler	38
3.2 Modelo de castillo.....	39
3.2.1 Derivación del modelo	39

3.2.2 Cálculo de parámetros límites	44
3.2.3 Estimación de los parámetros de Weibull	45
3.3 Predicción del campo de Wohler	46
3.3.1 Predicción en diferentes condiciones de prueba	46
Capítulo 4 Datos experimentales de Agerskov	48
4.1 Diseño del experimento	48
4.1.1 Diseño de probetas	49
4.1.2 Espectros de carga.....	50
4.2 Resultados experimentales.....	52
4.2.1 Acero estructural convencional.....	53
4.2.2 Acero de alta resistencia.....	56
Capítulo 5 Metodología propuesta	59
5.1 Análisis dimensional del problema.....	59
5.1.1 Dependencia de las variables	60
5.1.2 Unidades fundamentales	61
5.1.3 Variables adimensionales.....	61
5.2 Procesamiento de datos experimentales.....	63
5.2.1 Análisis del registro de carga	63
5.2.2 Rango de esfuerzo equivalente.....	64
5.3 Análisis probabilístico	65
5.3.1 Planteamiento del modelo para cargas de amplitud variable	66
5.3.2 Predicciones en el campo de Wohler	66
5.4 Predicción en diferentes historiales de servicio	67

5.4.1 Ajuste para distintos comportamientos de carga.....	67
5.5 Uso de la metodología	70
5.5.1 Procedimiento de aplicación	71
5.6 Aplicación de la metodología	75
5.6.1 Análisis de los resultados experimentales.....	75
5.6.2 Estimación de los parámetros límites.....	75
5.6.3 Estimación de los parámetros Weibull.....	77
5.6.4 Predicciones en el campo de Wohler	84
5.6.5 Ajuste a otros comportamientos de carga	86
Capítulo 6 Conclusiones y trabajos futuros	95
6.1 Conclusiones.....	95
6.2 Trabajos futuros	96
Apéndice A Gráficas de resultados de Agerskov	97
Apéndice B Programas desarrollados para la aplicación de la metodología.....	101
Apéndice C Tablas de resultados de los ensayos de Agerskov	107
Apéndice D Gráficas del campo de Wohler	111
Apéndice E Gráficas de relación de esfuerzos	125
Bibliografía.....	129

Lista de figuras

Figuras del capítulo 2

Figura 2.1 Falla por fatiga en horquilla no original de un VW Pointer Wagon 2005.	10
Figura 2.2 Diagrama de las etapas del mecanismo de fatiga.	10
Figura 2.3 Representación esquemática del mecanismo de fatiga en metales policristalinos [29].	11
Figura 2.4 Representación del crecimiento de la grieta. a) Carga cero, b) Carga a tensión pequeña, c) Pico de carga a tensión, d) Inicio de reversión de la carga, e) Pico de carga a compresión [29].	12
Figura 2.5 Tipos de esfuerzos de amplitud constante.	13
Figura 2.6 Esfuerzo fluctuante sinusoidal.	13
Figura 2.7 Efecto del esfuerzo medio sobre la vida a la fatiga.	14
Figura 2.8 Cargas semi-aleatorias en diferentes periodos (viajes, meses, vuelos) a) Caso general b) Barco o estructura marina c) Aeronave comercial [3].	15
Figura 2.9 Relación entre la amplitud de esfuerzo y el número de ciclos hasta la falla N.	16
Figura 2.10 Líneas de falla para esfuerzos fluctuantes [3].	17
Figura 2.11 Diagrama de Haigh.	18
Figura 2.12 Ilustración 3D que cubre la zona de no fallos de fatiga [31].	19
Figura 2.13 Ejemplo de un espectro de carga de amplitud variable, en estructuras marinas [32].	19
Figura 2.14 Representación gráfica de la regla de Miner.	21
Figura 2.15 Curvas de daño correspondiente a dos niveles de carga [12].	22
Figura 2.16 Ejemplo ilustrativo de un espectro de carga irregular [37].	24

Figura 2.17 Reducción de rangos con mínimo impacto dado un valor de referencia.	25
Figura 2.18 Conteo de Rainflow.....	26
Figura 2.19 Ejemplo de un histograma de una matriz del conteo de Rainflow [35]......	27
Figura 2.20 Ejemplo Ilustrativo de una historia de carga-tiempo de forma irregular [38].....	28
Figura 2.21 Historial de carga con modulación regular [38].....	28
Figura. 2.22 Comportamiento del parámetro de forma β en la distribución de Weibull.....	30
Figura 2.23 Comportamiento del parámetro de localización λ en la distribución de Weibull. .	31
Figura 2.24 Comportamiento del parámetro de escala δ en la distribución de Weibull.	31

Figuras del capítulo 3

Figura 3.1 Ejemplo de una aproximación de curva S-N de amplitud constante. Modificado de [42].	38
Figura 3.2 Comportamiento estocástico para un rango de esfuerzo [19].	40
Figura 3.3 Ejemplo de resultados experimentales para dos valores de esfuerzo medio [42]. ...	41
Figura 3.4 Ilustración de la condición de compatibilidad en el campo S-N [42].	42
Figura 3.5 Curvas percentiles que representan la relación entre la vida N^* , y el rango de esfuerzo $\Delta\sigma^*$, en el campo de Wohler para el modelo probabilístico [19].	43

Figuras del capítulo 4

Figura 4.1 Probetas de placas soldadas con refuerzos transversales [44].	49
Figura 4.2 Muestra de 150 picos de un espectro de carga de banda ancha BROAD64 [44]....	50
Figura 4.3 Muestra de 150 picos de un espectro de carga PMMOD64 [32].	50
Figura 4.4 Muestra de 150 picos de un espectro de carga de banda corta NARROW64 [48]. .	51

Figura 4.5 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud constante en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [45].	53
Figura 4.6 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [44].	54
Figura 4.7 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro PMMOD64, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [46].	54
Figura 4.8 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro NARROW64, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [47].	55
Figura 4.9 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro PM32, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [45].	56
Figura 4.10 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud constante y variable con el espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas y acero de alta resistencia [32].	57
Figura 4.11 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud constante y variable con el espectro BROAD64, en probetas de placas grandes y acero de alta resistencia [32].	57

Figuras del capítulo 5

Figura 5.1 Ejemplo ilustrativo de curvas S-N medias para diferentes espectros de carga.	68
Figura 5.2 Ejemplo ilustrativo de una gráfica de relación de esfuerzos de amplitud constante contra el rango de esfuerzo equivalente de un espectro de carga.	69
Figura 5.3 Ejemplo ilustrativo de gráfica de la relación del RMS y el parámetro b de la ecuación de regresión.	70
Figura 5.4 Diagrama de flujo del análisis de los resultados experimentales.	74
Figura 5.5 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.	78
Figura 5.6 Campo de Wohler para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional.	85

Figura 5.7 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional, bajo cargas de A) amplitud constante, y los espectros B) NARROW64, C) PMMOD64, D) BROAD64 y E) PM32 respectivamente.	86
Figura 5.8 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas grandes de acero estructural convencional, bajo cargas de A) amplitud constante, y los espectros B) NARROW64, C) PMMOD64, D) BROAD64 y E) PM32 respectivamente.	87
Figura 5.9 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas pequeñas de acero de alta resistencia, bajo cargas de A) amplitud constante, y el espectro B) BROAD64 respectivamente.	87
Figura 5.10 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas grandes de acero de alta resistencia, bajo cargas de A) amplitud constante, y el espectro B) BROAD64 respectivamente.	88
Figura 5.11 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga NARROW64, en placas grandes de acero estructural convencional.	89
Figura 5.12 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PMMOD64, en placas grandes de acero estructural convencional.	90
Figura 5.13 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga BROAD64, en placas grandes de acero estructural convencional.	91
Figura 5.14 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PM32, en placas grandes de acero estructural convencional.	91
Figura 5.15 Gráfica del RMS de los distintos espectros de carga, contra el valor b determinado de las regresiones lineales de los rangos de esfuerzos, para placas grandes de acero estructural convencional.	92

Figura 5.16 Curvas S-N para ensayos en placas grades, de acero estructural convencional, bajo cargas de amplitud constante y un espectro propuesto con un valor de $RMS = 0.9$93

Figuras del apéndice D

Figura D.1 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional..... 111

Figura D.2 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro BROAD64..... 112

Figura D.3 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PMMOD64, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional. 112

Figura D.4 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro PMMOD64..... 113

Figura D.5 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro NARROW64, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional..... 113

Figura D.6 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro NARROW64. 114

Figura D.7 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PM32, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional. 114

Figura D.8 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro PM32. 115

Figura D.9 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional. 115

Figura D.10 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, con cargas de amplitud constante..... 116

Figura D.11 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional. 116

Figura D.12 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro BROAD64.....	117
Figura D.13 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PMMOD64, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.	117
Figura D.14 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro PMMOD64.....	118
Figura D.15 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro NARROW64, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.	118
Figura D.16 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro NARROW64.	119
Figura D.17 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PM32, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.	119
Figura D.18 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro PM32.	120
Figura D.19 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas pequeñas de acero de alta resistencia.	120
Figura D.20 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero de alta resistencia, con cargas de amplitud constante.....	121
Figura D.21 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas de acero de alta resistencia.	121
Figura D.22 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero de alta resistencia, para el espectro BROAD64.....	122
Figura D.23 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas grandes de acero de alta resistencia.	122
Figura D.24 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero de alta resistencia, con cargas de amplitud constante.	123

Figura D.25 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas grandes de acero de alta resistencia.....	123
Figura D.26 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero de alta resistencia, para el espectro BROAD64.	124

Figuras del apéndice E

Figura E.1 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga NARROW64, en placas pequeñas de acero estructural convencional.	125
Figura E.2 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PMMOD64, en placas pequeñas de acero estructural convencional.	126
Figura E.3 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga BROAD64, en placas pequeñas de acero estructural convencional.	126
Figura E.4 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PM32, en placas pequeñas de acero estructural convencional.	127

Lista de tablas

Tablas del capítulo 2

Tabla 2.1 Resultados del conteo de Rainflow de la Figura 2.18.	27
---	----

Tablas del capítulo 4

Tabla 4.1 Características de los espectros de carga usados en los ensayos [32].	51
Tabla 4.2 Valores de las constantes de las curvas de regresión lineal de Agerskov.	58

Tablas del capítulo 5

Tabla 5.1 Clasificación de variables de estudio según su influencia en la fatiga.	60
Tabla 5.2 Análisis dimensional del conjunto de variables identificadas.	61
Tabla 5.3 Valores de los de los ensayos en probetas de placas pequeñas en acero estructural convencional.	75
Tabla 5.4 Resultados de la estimación de los Parámetros límites del modelo.	77
Tabla 5.5 Valores adimensionales de V ordenados de menor a mayor.	78
Tabla 5.6 Valores calculados de las variables p_j , C_j y A_{jr} para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.	80
Tabla 5.7 Valores calculados de las variables $D_{i,j,r}$, $\ln(A_{jr})/\ln(A_{ir})$ y los límites inferiores y superiores, para los ensayos en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.	81
Tabla 5.8 Resultados de la estimación de los parámetros Weibull para cada ensayo, en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.	82

Tabla 5.9 Resultados de la estimación de los Parámetros Weibull del modelo.	83
Tabla 5.10 parámetros de las ecuaciones de regresiones lineales para los rangos de esfuerzos equivalentes con respecto a los rangos de amplitud constante.	90
Tabla 5.11 Parámetros propuestos de las ecuaciones de regresiones lineales para los rangos de esfuerzos equivalentes con respecto a los rangos de amplitud constante.	92

Tablas del apéndice C

Tabla C.1 Resultados de los ensayos en probetas de placas grandes en acero estructural convencional.	107
Tabla C.2 Resultados de los ensayos en probetas de placas pequeñas en acero estructural convencional.	108
Tabla C.3 Resultados de los ensayos en probetas de placas grandes y pequeñas en acero de alta resistencia.	109

Simbología

Símbolo	Significado
a	Constante de la ley de Basquin.
A	Razón de amplitud de esfuerzo.
b	Parámetro de la regresión <i>RMS</i> .
B	Parámetro límite del modelo S-N.
B^*	Parámetro límite adimensional del modelo S-N.
C	Parámetro límite del modelo S-N.
C_1	Constante de la ley de Basquin.
C^*	Parámetro límite adimensional del modelo S-N.
d_i	Fracción del daño total.
$g(\Delta\sigma)$	Rango de esfuerzo o rango de esfuerzo ln.
I	Factor de irregularidad.
k	Número de magnitudes físicas.
m	Pendiente de la curva S-N log-log de amplitud constante.
\bar{m}	Pendiente media.
n_i	Número de ciclos del rango de esfuerzo $\Delta\sigma_i$.
N	Número de ciclos al fallo.
N_e	Número total de ciclos del espectro de carga.
N_f	Número de ciclos a la falla.
N_0	Número de ciclos mínimo a la fatiga.
N^*	Número de ciclos normalizado.
p	Valor percentil o probabilidad de falla.
p_s	Posiciones de ubicación de los valores de probabilidad.
Q_n	Variable independiente.
Q_0	Variable dependiente.
R	Razón de esfuerzos.
R^2	Coefficiente de correlación.
s	Posición de ubicación Weibull.
S_e	Límite de fatiga.
S_y	Resistencia a la fluencia.
S_u	Resistencia última.
V_i	Variable adimensional.
β	Parámetro de forma Weibull.

β^*	Parámetro de forma adimensional Weibull.
Γ	Función gamma.
δ	Parámetro de escala Weibull.
δ^*	Parámetro de escala adimensional Weibull.
$\Delta\sigma$	Rango de esfuerzo.
$\Delta\sigma_{eq}$	Rango de esfuerzo equivalente.
$\Delta\sigma_i$	Rango de esfuerzo para el nivel de carga i.
$\Delta\sigma_0$	Rango de esfuerzo límite.
$\Delta\sigma^*$	Rango de esfuerzo adimensional.
λ	Parámetro de localización Weibull
λ^*	Parámetro de localización adimensional Weibull.
μ	Media de Weibull.
Π	Producto adimensional Pi.
σ_a	Amplitud de esfuerzo.
σ_m	Esfuerzo medio.
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Esfuerzo máximo.
$\sigma_{m\acute{i}n}$	Esfuerzo mínimo.
σ^2	Varianza.
σ_m^*	Esfuerzo medio normalizado.

Nomenclatura

Abreviatura**Significado**

CDF

Función de distribución acumulada.

PDF

Función de densidad de probabilidad.

 $S - N$

Esfuerzo- vida.

Resumen

En este trabajo, se presenta el desarrollo de una metodología para estimar y predecir la vida útil a fatiga de materiales metálicos, bajo cargas de amplitud variable y en diferentes condiciones de carga. La metodología está basada en el campo de Wohler, por medio del uso de las curvas esfuerzo-vida para fatiga de alto ciclos, así como en un modelo probabilístico, utilizando la distribución de Weibull para una familia de 3 parámetros.

Como parte de la metodología, se presenta un procedimiento para el tratamiento de los rangos de esfuerzo, de los ensayos bajo cargas de amplitud variable. Este tratamiento consiste principalmente en un conteo de ciclos, a través del método de *Rainflow* y el cálculo de un rango de esfuerzo equivalente de amplitud constante.

Debido a la naturaleza estocástica del problema, el modelo probabilístico contempla un campo de curvas percentiles, en lugar de una sola curva de regresión media. Además se incorpora la predicción de la vida a la fatiga dada una probabilidad de falla. A través del uso de un parámetro característico del espectro de carga, se propuso un ajuste para la curva de amplitud constante, a fin de dar una predicción para un comportamiento de carga distinto.

También se presenta la aplicación de la metodología a un caso de estudio, para ensayos en probetas de acero estructural convencional y acero de alta resistencia, reportado en la literatura. Estas se encuentran sometidas a diferentes espectros de carga, que representan el efecto de las olas del mar. Como resultado de la aplicación de la metodología, se concluyó que el modelo de Castillo presenta un mejor ajuste a los datos observados, reduciendo de manera considerable los errores de predicción. Además, se estimó una nueva curva media, considerando un ajuste a través de la ordenada en el origen de la ecuación de regresión de la gráfica $\Delta\sigma-\Delta\sigma_{eq}$ de amplitud constante y el espectro de carga de servicio.

Abstract

A methodology for estimation and prediction of lifetime of metallic materials underwent to variable amplitude loading for different load conditions, is presented in this work. The methodology is based on Wöhler field by mean the extraction of data from S-N curves for high cycle obtained somewhere else, which were introduced into a 3-parameter family of Weibull distribution probabilistic model.

As a part of this methodology, a treatment of the stress ranges of the variable amplitude loading tests was made. This consists in a cycle counting by mean the Rainflow method and the computing of an equivalent stress range of constant amplitude.

Due to the stochastic nature of the fatigue, the probabilistic model involves a field of percentile curves instead a single mean regression curve. Besides, a model for life prediction under a given failure probability is included. It is proposed a fitting for the constant amplitude loading curve using a characteristic parameter of the loading spectrum, in order to estimate the lifetime under different loading conditions.

The methodology was applied to a case of study. The data was obtained from tests on conventional structural steel and high resistance steel reported by Agerskov. In the test included different loading spectra which simulated the wave effect of the sea. As a result, it is concluded that the probabilistic model based on Weibull distribution proposed by Castillo fits better to the observed data; therefore, the prediction errors are reduced. Also, it was estimated a new mean curve under the assumption of an adjust of the regression curve origin for the constant amplitude $\Delta\sigma-\Delta\sigma_{eq}$ plot and the service loading spectrum.

Introducción

La fatiga es un fenómeno que empezó a estudiarse a comienzos del siglo XIX tras observarse que los puentes metálicos del ferrocarril y las propias vías del tren terminaban por sufrir roturas al estar sometidos a cargas variables. El progreso de la industrialización hizo crecer enormemente el uso de maquinaria de todo tipo, generalmente fabricada con metales y sometida a cargas dinámicas, lo que llevó a numerosos fallos por fatiga [1].

Se sabe que el 95% de todas las fallas estructurales ocurren debido a un mecanismo de fatiga [2]. Las fallas por fatiga representan un costo económico muy alto. Con base en los datos de un informe del gobierno de Estados Unidos se sabe que representa aproximadamente el 3% del producto interno bruto (PIB) de este país [3].

La falla por fatiga es la causa de la mayoría de los elementos en servicio, tanto en los mecanismos de las industrias aeronáuticas, navales y automotrices, como en las estructuras de la industria de la construcción civil, entre otras. En realidad, la mayoría de los componentes y estructuras de ingeniería están sometidos a condiciones de amplitud de carga variable en la que los ciclos fluctúan con el tiempo. A lo largo de su vida útil, aviones, vehículos terrestres, estructuras marinas y dispositivos sónicos están sometidos a cargas, la mayoría de los cuales varían con el tiempo de una manera complicada. Tales condiciones de carga de amplitud variable se generan a partir de excitaciones externas, como ráfagas de viento, rugosidad de la carretera, las olas del mar y el ruido [4]. La mayoría de los problemas reales de fatiga corresponde a este tipo de cargas, y por lo tanto es necesario métodos que ayuden a simplificar los historiales de las cargas en el tiempo, para su correcto manejo y comparación de los datos.

En las numerosas investigaciones realizadas a la fecha, se han realizado grandes esfuerzos por determinar el comportamiento de la falla por fatiga bajo las cargas de servicio reales. Existen diferentes enfoques de estudio en el tema de fatiga, los más reconocidos hasta este momento son: el campo de Wohler con las curvas S-N y la mecánica de la fractura, que cuantifica el crecimiento de la grieta.

De acuerdo a lo anterior, en este trabajo se propone una metodología para la estimación y predicción, de la vida útil a fatiga de alto ciclos, bajo cargas de servicio reales, para materiales metálicos. La metodología se divide en dos partes, la primera contempla la estimación del campo de Wohler para ensayos realizados y la segunda contempla la predicción dentro del campo. También como parte de este trabajo, se da una propuesta para realizar predicciones de curvas S-N para diferentes comportamientos de carga, a partir de la curva de amplitud constante.

En el capítulo 1 se presentan los antecedentes del problema de fatiga, así como los objetivos, alcances y justificación de este trabajo. En el capítulo 2 se presentan los principales conceptos y herramientas para el tratamiento del fenómeno de fatiga de amplitud constante y amplitud variable. En el capítulo 3 se presenta el desarrollo de un modelo probabilístico Weibull de amplitud constante desarrollado por Castillo. En el capítulo 4 se presenta el trabajo experimental realizado por Agerskov de fatiga de amplitud variable para 4 diferentes tipos de espectros de carga en acero estructural convencional y acero de alta resistencia. En el capítulo 5 se presenta el desarrollo y planteamiento de la metodología propuesta en este trabajo para la estimación y predicción de la vida útil a fatiga bajo cargas de amplitud variable. En el capítulo 6 se muestran las conclusiones y los trabajos futuros como resultados del presente trabajo.

Capítulo 1

Antecedentes

En este capítulo se estudia el estado del arte de la estimación de la vida útil a fatiga bajo cargas de amplitudes variables, mediante la comparación de los diferentes modelos de fatiga, así como criterios de acumulación del daño. Además, se establece el objetivo, alcances y limitaciones del presente trabajo.

1.1 Estado del arte

El fenómeno de la falla por fatiga en los materiales es conocido desde mucho tiempo atrás. En 1829, Albert August [3] es la primera persona en documentar las fallas debido a cargas fluctuantes. En 1837 Rankine [5] desarrolló la teoría de cristalización y en 1843 publicó el estudio sobre las causas de las roturas inesperadas de los ejes del ferrocarril, donde postuló que el material se había “cristalizado” y se volvió frágil debido a la fluctuación de los esfuerzos.

En 1839, Poncelet [6] fue el primero en usar el término “fatiga” a esta situación. El mecanismo de falla no se comprendía todavía, mientras la apariencia frágil de la superficie de falla en un material dúctil, generaba especulación en cuanto a que el material de alguna manera “se había cansado” y vuelto frágil debido a las cargas oscilantes. En 1867, Wohler [7] realizó pruebas en laboratorio a ejes del ferrocarril bajo cargas totalmente alternantes e identificó como responsable al número de ciclos de esfuerzo, y encontró la existencia de un límite de resistencia a la fatiga para los aceros.

Más tarde, en 1871 Wohler [3] demostró y desmintió a Rankine, que las mitades de los ejes rotos eran tan fuertes y dúctiles en pruebas a tensión como lo era el material original, comprobando que no se habían “fatigado”. Sin embargo, el término falla por fatiga se mantuvo y se usa aún para describir cualquier falla como consecuencia de los ciclos de carga.

De 1871 a 1910, diversos investigadores estudiaron el fenómeno de la fatiga. Bauschinger, desarrolló el extensómetro de espejo con una sensibilidad de 10^{-6} y estudió el esfuerzo-deformación inelástico, además propuso un “límite elástico natural” cíclico, en donde no ocurrirá la fatiga por debajo de este. Ewing y Humfrey descubrieron las líneas de deslizamiento, grietas por fatiga y crecimiento de la grieta hasta la falla, refutando así la teoría de la cristalización. Bairstow, verificó la teoría de Bauschinger de un límite elástico natural y el límite de resistencia de Wohler [8].

De la década de 1910 a 1960, el estudio en el problema de fatiga se enfocó en el desarrollo de teorías que permitieran entender el complejo mecanismo de este fenómeno. En 1910, Basquin [9] desarrolló la ley exponencial de pruebas de resistencia a la fatiga conocida actualmente como la ecuación que lleva su nombre. En 1915, Smith y Wedgwood separaron la deformación plástica cíclica de la deformación plástica total, y en 1921 Griffith desarrolló criterios de fractura y relacionó la fatiga con el crecimiento de la grieta [8]. En 1924, Palmgren [10] realizó una investigación de la vida de servicio de rodamientos de bola, el cual lo llevó a introducir el concepto de acumulación del daño.

Para 1927, Moore y Kommers cuantificaron los datos de ciclos altos de fatiga para muchos materiales, en 1930 Goodman y Soderberg determinaron independientemente la influencia de los esfuerzos medios en la fatiga, en 1937 Neuber publicó la ecuación de Neuber para la concentración de deformaciones en muescas [11].

En 1945, Miner [12] desarrolló la teoría del daño acumulado que plantea que cada serie de ciclos de esfuerzo se calcula como cierta fracción del daño total y cuando las fracciones sumadas llegan a la unidad la fractura ocurre. Miner propuso que la acumulación del daño se presenta de manera lineal.

En 1951, el físico suizo Waloddi Weibull publicó una función de distribución estadística de amplia aplicabilidad, demostró con base en evidencia empírica, que el esfuerzo al que son

sometidos los materiales puede modelarse de manera adecuada mediante el uso de esta distribución [13].

En 1953, Peterson propone factores de diseño de concentración de esfuerzos, que ofrece un buen enfoque para justificar las muescas. En 1955, Coffin y Manson publicaron independientemente la ley de la fatiga para bajos ciclos con base en la deformación conocida actualmente como ley de Coffin-Manson [11].

En el año de 1961, Paris [14] publicó la ley que lleva su nombre, en mecánica de la fractura sobre el crecimiento de la grieta por fatiga. En los años de 1962 a 1969, Smith *et al.*, [11] aplicaron el estudio de la mecánica de la fractura a la falla por fatiga y desarrollaron modelos empíricos cuantitativos para relacionar experimentalmente la falla por fatiga a partir de las propiedades mecánicas de los materiales.

En la década de los 70's, Elber, Bucci y Ghaki analizaron el contacto temprano entre superficies de fallas basado por un mecanismo relacionado con el fenómeno de la fatiga de grieta cerrada. [8]. En 1971, Edwards [15] analizó los factores que afectan la regla de Miner, y concluyó que las desviaciones en dicha regla, se debían principalmente a los esfuerzos residuales relacionados con la fluencia en el punto de iniciación de la falla.

En la década de los 80's, Hertzberg, Manson, *et al.* [8] investigaron los efectos que provocan los materiales compuestos y no metálicos, que ofrecen la ventaja de mejoramiento mecánico, térmico y ambiental, bajo cargas repetitivas a la fatiga. En 1991, Rosakis y Zehnder, estudiaron la distribución de la temperatura alrededor de las grietas, con una propagación dinámica en acero 4340, utilizando mediciones experimentales mediante detectores infrarrojos de alta velocidad. En 1995, Needlman y Tvergaard analizaron una transición frágil dúctil bajo cargas dinámicas cortantes en materiales sólidos y estructuras [8].

En 1992, Agerskov y Pedersen [16] realizaron pruebas experimentales a fatiga en estructuras marinas sometidas a cargas estocásticas, y comprobaron que las cargas de amplitud variable afectan directamente en la vida a fatiga, además propusieron una ecuación que permite determinar un valor del número de Miner con respecto al tipo de espectro para estructuras marinas en acero estructural convencional.

En 1997, Lamerós, Shukla y Rosakis [8] investigaron la mecánica de propagación intersónica a lo largo de una interfase de biomaterial usando gradiente coherente y

fotoelasticidad. En el mismo año, Thomas [17] estudió el uso de modelos matemáticos simples con la finalidad de reconocer los errores sistemáticos. En 1999, Willis y Movchan estudiaron la perturbación dinámica tridimensional de propagación de una grieta [8].

A principios del año 2000, Rosakis y Ravichandran [18] dieron tópicos de introducción y aplicaciones para la investigación en la dinámica de fallas mecánicas. En 2001 Castillo y Canteli [19] publicaron un modelo probabilístico mediante la distribución de Weibull con el objetivo de estimar la vida a fatiga de materiales. Este modelo contempla la aleatoriedad del fenómeno, además proporciona múltiples curvas S-N para diferentes percentiles.

En 2002, Alves y Jones [20] analizaron las fallas por impacto en vigas usando la mecánica de daño acumulado bajo cargas estáticas y dinámicas de modelo continuo. En el 2003, Loren [21] propuso una nueva metodología para determinar curvas S-N y predecir la acumulación del daño bajo cargas de servicio de amplitud variable, la metodología es capaz de mejorar significativamente las predicciones de daños por fatiga y la confiabilidad bajo las cargas de servicio realistas, la solución implica la resolución de una ecuación de cuarto grado.

Para el año 2004, Lin y Lingcang [22] desarrollaron un modelo simplificado para la predicción de la dinámica de daños y fractura de materiales dúctiles. En ese mismo año, Pär Johannesson, Thomas Svensson y Jacques de Maré [23] desarrollaron un método basado en la estimación de la curva de Wohler directamente de las pruebas de amplitud variable. En el 2006, Roy Xu y Wang [24] analizaron dinámicamente la fractura mecánica del modo de transición de falla a lo largo de interfaces en sólidos elásticos.

En 2007, Sonsino [25] propuso una metodología para presentar los datos para los estudios de pruebas de fatiga bajo cargas de amplitud variable, con la finalidad de permitir la interpretación y comparación de los resultados. En el 2010, Pingsha, *et al.* [26] desarrollaron un método de conteo de ciclos dependiente de la trayectoria para cargas de amplitud variable multiaxiales. En el año 2012, Dorota y Michal [27] desarrollaron un método probabilístico para predecir el crecimiento de grietas bajo cargas de amplitud variable. En el año 2013 la Organización Internacional de Normalización “ISO” aceptaron y publicaron un proyecto de norma del 2004, para implementar la norma ISO 12110 [28] “Materiales Metálicos-Pruebas de Fatiga-Pruebas de fatiga bajo cargas de amplitud variable” con la finalidad de normalizar los

procedimientos de presentación de resultados y de tratamientos de datos para su mejor comparación.

1.2 Conclusiones

Históricamente, las predicciones de resistencia a la fatiga se han basado en el conocimiento de los esfuerzos en servicio experimentado por los componentes o las uniones que son susceptibles a la falla por fatiga, junto con el comportamiento a la fatiga del elemento bajo historias de esfuerzo cíclicos de amplitud constante. El diseñador entonces, combina esta información para hacer predicciones significativas con respecto a la fiabilidad a la fatiga del componente estructural y, en definitiva, todo el sistema estructural. Con el fin de lograr predicciones confiables de vida a la fatiga, es esencial determinar las curvas S-N que describen adecuadamente el comportamiento a fatiga, bajo cargas de amplitud constante. Sin embargo, nunca se pueden lograr predicciones muy precisas de la resistencia a la fatiga bajo cualquier carga en particular, a causa de la variabilidad de las propiedades del espécimen. Por lo general, sólo se busca conocer el tiempo de vida media de las muestras representativas sometidas a la carga, pero esta es una información bastante limitada.

1.3 Objetivo

Determinar una metodología para la estimación de la vida útil por fatiga bajo cargas de servicio de amplitud variable que reduzca los errores de predicción.

1.4 Alcances

Establecer un criterio para la estimación de la vida útil por fatiga de acuerdo a las condiciones de servicio reales.

Comparación de los modelos teóricos utilizando datos experimentales publicados en la literatura.

1.5 Justificación

Se dice que el 95% de todas las fallas estructurales ocurren debido a un mecanismo de fatiga [2]. Las fallas por fatiga representan un costo económico muy alto. Con base en los datos de un informe del gobierno de Estados Unidos se dijo que: el costo anual en dólares por fatiga de materiales para la economía estadounidense, en 1982, fue de alrededor de \$100 mil millones, correspondientes a aproximadamente 3% del producto interno bruto (PIB). Tales costos provienen de la incidencia o la prevención de fallas por fatiga para vehículos terrestres, trenes, aviones de todo tipo, puentes, grúas, equipo de plantas de energía, estructuras marítimas de pozos petroleros, así como una gran variedad de maquinaria y equipo, que incluye aparatos domésticos de uso diario, juguetes y equipo deportivo [3].

El costo implica, asimismo, vidas humanas. El primer jet comercial de pasajeros, el Comet británico, tuvo dos accidentes fatales en 1954 debido a fallas por fatiga en el fuselaje a causa de los ciclos de presurización y despresurización de la cabina. Más recientemente en 1988, un Boeing 737, de Hawaiian Airlines, perdió alrededor de un tercio de la parte superior de su cabina cuando volaba a 25 000 pies de altura. Aterrizó a salvo con el menor número de vidas perdidas. Existen otros muchos ejemplos recientes de fallas por fatiga catastróficas. En los últimos 150 años se ha efectuado un gran trabajo para determinar el mecanismo real de las fallas por fatiga. A partir de la Segunda Guerra Mundial, los requerimientos exigidos a los materiales en las aplicaciones para aviones y naves espaciales motivaron el incremento de la inversión en la investigación científica sobre el tema [3].

Capítulo 2

Conceptos generales

En este capítulo se presentan conceptos, modelos y herramientas utilizados en el análisis del fenómeno de fatiga para el campo de Wohler. Además se describe el mecanismo de falla y se presenta las consideraciones del análisis dimensional.

El fenómeno de fatiga es definido por la Sociedad Americana para Pruebas de Materiales ASTM como *“el proceso de cambio estructural permanente, progresivo y localizado que ocurre en un punto del material sujeto a esfuerzos y deformaciones de amplitudes variables y que produce grietas que conducen a una fractura total luego de un cierto número de ciclos”*.

La Figura 2.1 muestra un ejemplo de falla por fatiga, cotidiana en los elementos mecánicos del sistema de suspensión en automóviles.



Figura 2.1 Falla por fatiga en horquilla no original de un VW Pointer Wagon 2005.

2.1 Etapas de la falla por fatiga

El mecanismo de fatiga comienza siempre como una grieta, la cual tal vez haya estado desde el proceso de manufactura del material, o quizás se hizo presente durante el tiempo de servicio del elemento, debido a la carga cíclica en la zona con concentraciones de esfuerzo. Como se muestra en la Figura 2.2 existen tres etapas de la falla por fatiga, inicio de la grieta, propagación de la grieta y la fractura repentina. La primera etapa puede ser de corta duración, la segunda lleva el mayor tiempo de vida de la pieza, y la última etapa sucede de manera abrupta e instantánea [3].

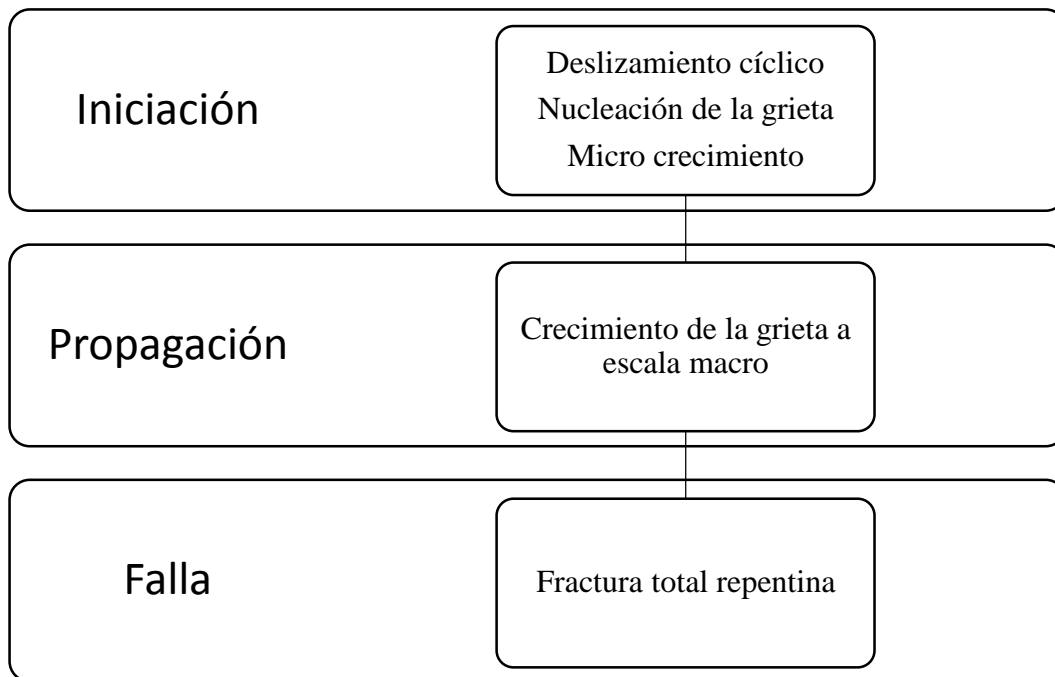


Figura 2.2 Diagrama de las etapas del mecanismo de fatiga.

2.1.1 Iniciación de la grieta

En esta primera etapa muchos materiales que no presentan defecto alguno en su proceso de fabricación son considerados isotrópicos, pero si se observan a nivel microscópico esto es totalmente falso, no son homogéneos ni isotrópicos. Debido a la aplicación repetitiva de cargas en zonas de concentraciones de esfuerzos, puede ocurrir una fluencia local, aun cuando el esfuerzo nominal en la sección está muy por debajo del límite de resistencia a la fluencia del material. Como se muestra en la Figura 2.3, la deformación plástica local provoca distorsión y

crea bandas de deslizamiento en los límites del cristal del material. Con la fluctuación del esfuerzo, aparecen bandas de deslizamiento adicionales y se convierten en grietas microscópicas.

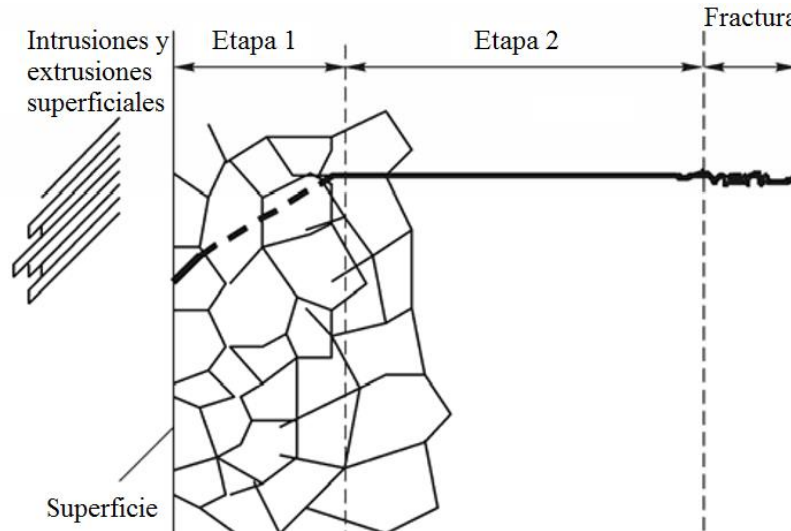


Figura 2.3 Representación esquemática del mecanismo de fatiga en metales policristalinos [29].

2.1.1 Propagación de la grieta

Con la aparición de una microgrieta, la grieta afilada crea una concentración de esfuerzos más grande que la original, por lo tanto se produce una zona plástica en la punta de la grieta cada vez que un esfuerzo a tensión abre la grieta, esto aplasta su punta y reduce la concentración del esfuerzo y la crece un poco más. Como se muestra en la Figura 2.4 el crecimiento de la grieta se debe a la carga a tensión y se propaga a lo largo de los planos normales al esfuerzo de tensión máximo.

2.1.1 Fractura

Siempre que exista un esfuerzo de tensión cíclica, la grieta continuará creciendo en el material hasta que el factor de concentración de esfuerzos aumente, y el área restante del material no sea capaz de soportar el esfuerzo de carga, por lo tanto este fallará sin advertencia alguna de manera abrupta y catastrófica.

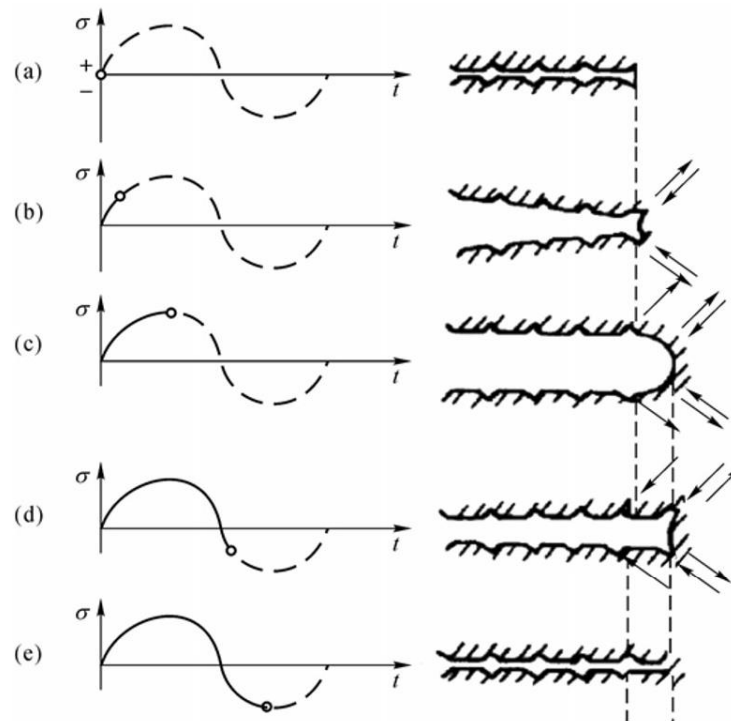


Figura 2.4 Representación del crecimiento de la grieta. a) Carga cero, b) Carga a tensión pequeña, c) Pico de carga a tensión, d) Inicio de reversión de la carga, e) Pico de carga a compresión [29].

2.2 Tipos de cargas que producen fatiga

El tipo más simple de carga repetida es un esfuerzo alternante. La amplitud de esfuerzo es igual al esfuerzo máximo, y el esfuerzo medio o promedio es nulo. Una pieza que es deformada alternadamente sobre cada lado de su configuración, también está sujeta a un esfuerzo simple alternante. Si la pieza lleva además una carga, el esfuerzo alternante se superpone a un esfuerzo medio que resulta de la carga constante. El esfuerzo medio ya no es cero, es igual al valor del esfuerzo constante; el esfuerzo máximo es igual al valor de la suma del esfuerzo medio y el esfuerzo alternante. Las variaciones sinusoidales simples de esfuerzo como las descritas ocurren en muchas partes de máquinas rotativas. Sin embargo, hay numerosos ejemplos de cargas de fatiga en que la variación está lejos de ser regular, como por ejemplo el eje de transmisión de un auto donde la variación de esfuerzos de flexión y cortantes durante su funcionamiento es aleatorio. Cuando la variación de esfuerzos es irregular, el espectro real de carga es de poco uso en el diseño para la fatiga y debe reducirse a algo más simple.

2.2.1 Cargas alternantes

Los esfuerzos alternantes en las máquinas suelen adoptar la forma de patrón sinusoidal debido al uso de elementos rotatorios. En la Figura 2.5 se muestran los diferentes tipos de cargas de amplitud constante.

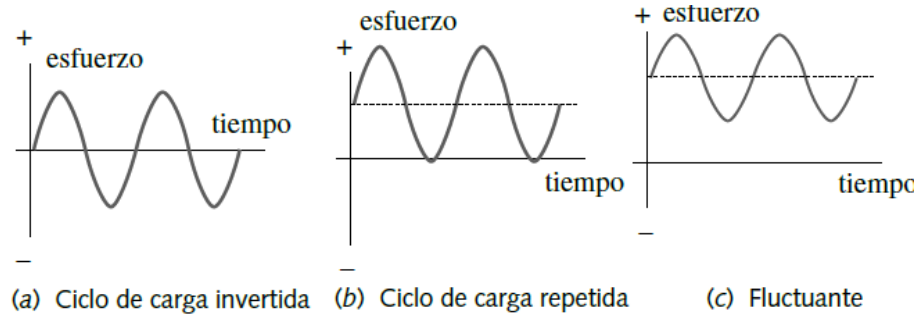


Figura 2.5 Tipos de esfuerzos de amplitud constante.

En la Figura 2.6 se presenta un diagrama de forma sinusoidal con los principales variables para el estudio de la fatiga.

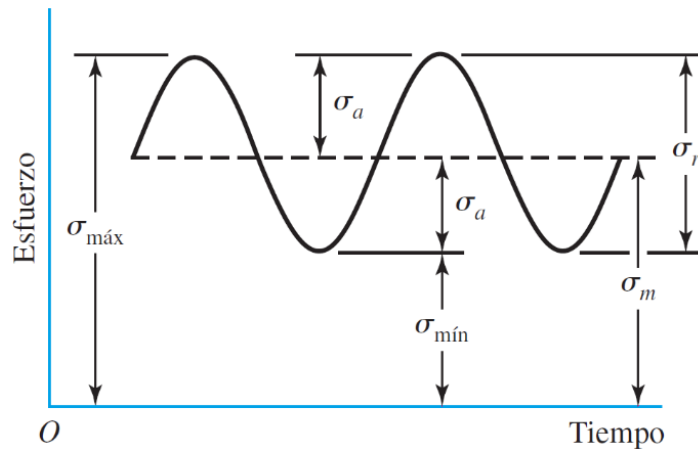


Figura 2.6 Esfuerzo fluctuante sinusoidal.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.1)$$

$$\sigma_r = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (2.2)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.3)$$

donde:

- $\sigma_{m\acute{a}x}$ esfuerzo máximo.
- $\sigma_{m\acute{i}n}$ esfuerzo mínimo.
- σ_a amplitud de esfuerzo o esfuerzo alternante.
- σ_m esfuerzo medio.
- σ_r esfuerzo total o rango de esfuerzo.

La relación de tensiones R es la razón entre la amplitud de las tensiones mínima y máxima, dada por:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.4)$$

y la relación de amplitud es:

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (2.5)$$

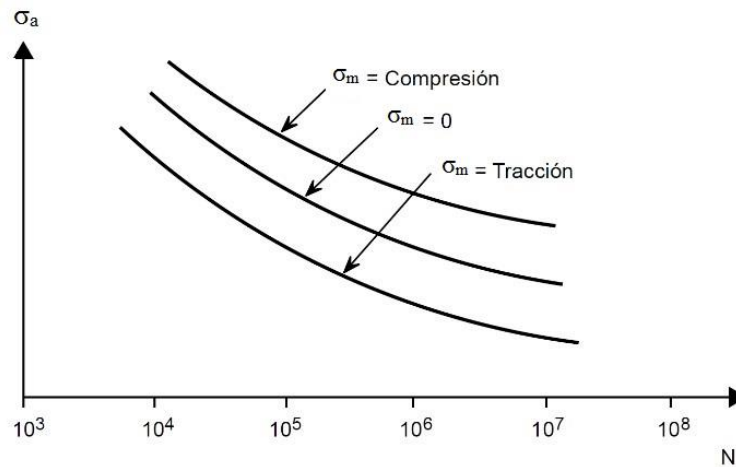


Figura 2.7 Efecto del esfuerzo medio sobre la vida a la fatiga.

El estudio de la fatiga en general se plantea para encontrar una relación entre el esfuerzo alternante y el número de ciclos que resiste el elemento mecánico. Como se muestra en la Figura 2.7, el valor del esfuerzo medio a compresión no afecta significativamente la vida del elemento, sin embargo, si el esfuerzo es a tracción, la vida a fatiga se ve reducida [9].

2.2.2 Cargas de servicio de amplitud variable

El carácter de la función carga-tiempo en el equipo de servicio no se define tan fácilmente como en el caso de maquinaria rotativa. La mejor información proviene de mediciones reales efectuadas sobre equipos en servicio u operadas bajo condiciones simuladas de servicio, como se muestra en la Figura 2.8.

Estos patrones tienen naturaleza semi-aleatoria, ya que los sucesos no se repiten con ninguna periodicidad particular.

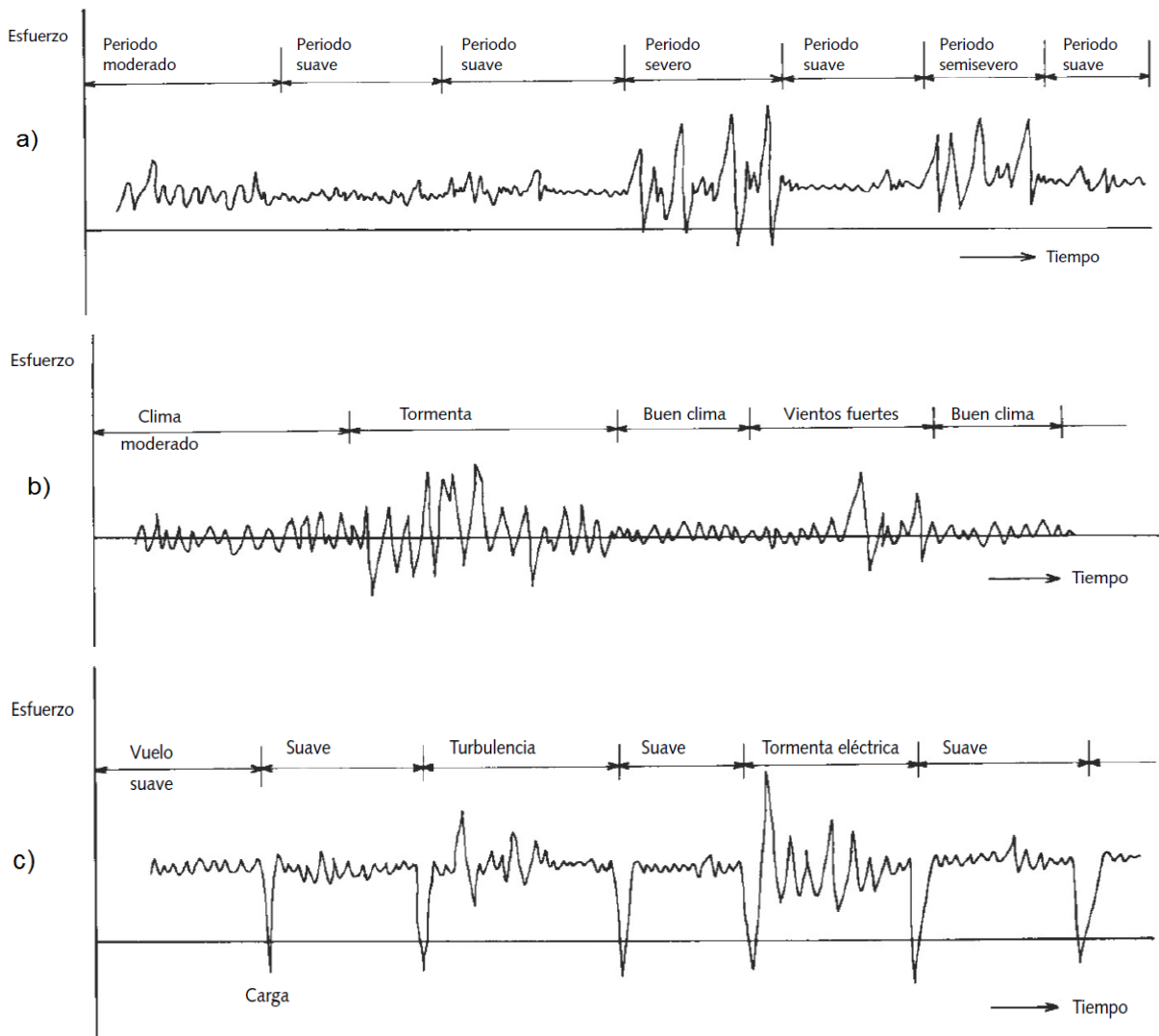


Figura 2.8 Cargas semi-aleatorias en diferentes periodos (viajes, meses, vuelos) a) Caso general b) Barco o estructura marina c) Aeronave comercial [3].

La mayoría de los problemas reales de fatiga corresponde a este tipo de cargas, y por lo tanto son necesarios métodos que ayuden a simplificar los historiales de las cargas en el tiempo, para su correcto manejo y comparación de los datos.

2.3 Criterios de falla por fatiga bajo cargas de amplitud constante

2.3.1 Curva S-N y ecuación de Basquin

Si se realizan ensayos de fatiga sobre probetas de un determinado material y se somete a cada una de ellas a distinta variación tensional, (siendo $\sigma_m = 0$ en todos los casos) llevándolas hasta la rotura, se puede trazar una curva de Wohler S-N que relaciona la amplitud de esfuerzo σ_a con el número de ciclos de carga hasta rotura N . El aspecto de una curva de Wohler de este tipo, en escala doble logarítmica, se muestra en la Figura 2.9 [1].

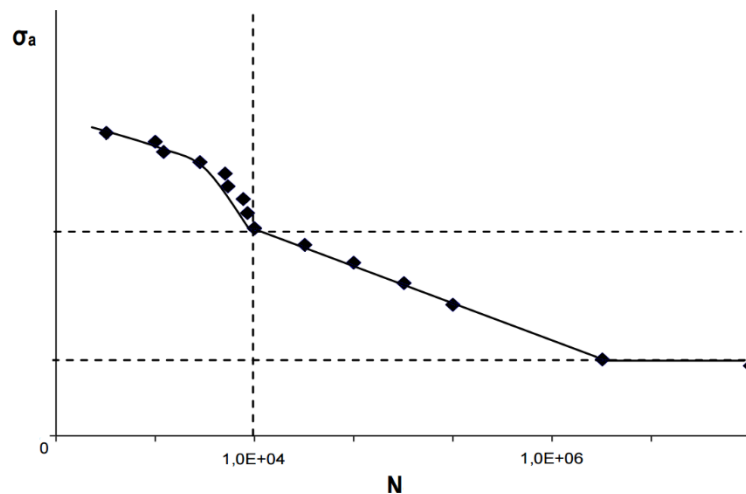


Figura 2.9 Relación entre la amplitud de esfuerzo y el número de ciclos hasta la falla N .

Basquin [11] desarrolló la ley exponencial de pruebas de resistencia, donde se observa que en situaciones en las cuales las tensiones son inferiores al límite a la fluencia S_y , la relación entre la amplitud de tensiones y el número de ciclos hasta rotura tienen un comportamiento lineal en escala doblemente logarítmica, como se muestra en la Figura 2.9. La ecuación de Basquin se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta\sigma \cdot N_f^a = C_1 \quad (2.6)$$

La expresión anterior constituye la denominada ley de Basquin, siendo a y C_1 constantes del material. Esta ley representa el comportamiento de muchos materiales ante la denominada fatiga de alto número de ciclos, en la cual no se alcanzan esfuerzos superiores al límite elástico y el número de ciclos hasta rotura es generalmente superior a los 1,000 o 10,000. En algunos materiales como los aceros y las aleaciones de titanio se considera que existe un esfuerzo límite de resistencia a la fatiga S_e , por debajo del cual la vida en fatiga es infinita, como se muestra en la Figura 2.9.

2.3.2 Criterios de Goodman, Gerber y Soderberg

La mayoría de los elementos de máquinas poseen esfuerzos y tensiones fluctuantes cuyo valor medio es distinto de cero. Este es el caso más general y uno de los más frecuentes.

En ciertas ocasiones, no se puede contar con otra información experimental que no sea la correspondiente a las pruebas experimentales de flexión rotativa, donde el esfuerzo medio es cero y la influencia de la tensión media se calcula por medio de algunas relaciones empíricas, que determinan el fallo en una vida determinada cuando las tensiones alternantes y medias son distintas de cero.

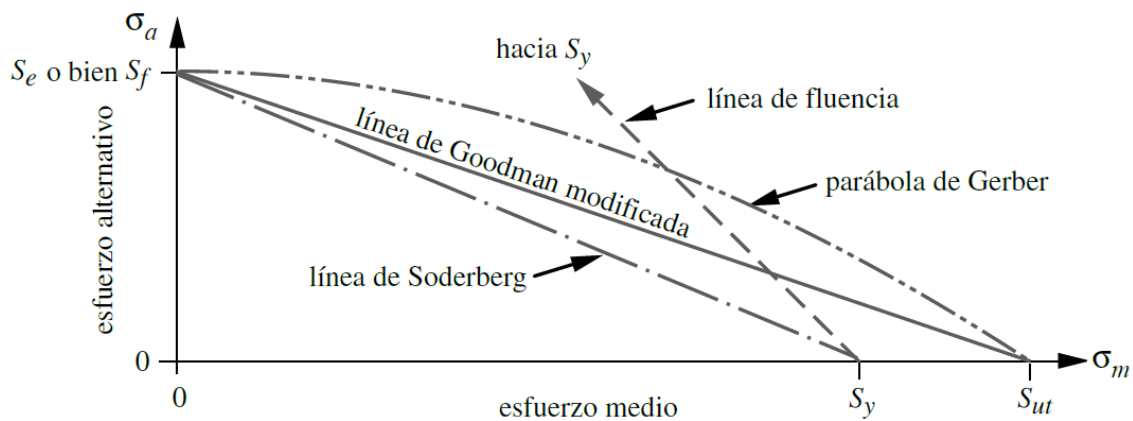


Figura 2.10 Líneas de falla para esfuerzos fluctuantes [3].

La Figura 2.10 muestra los criterios de falla más conocidos que son las aproximaciones de Goodman, Soderberg y Gerber, definidas respectivamente con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1 \quad (2.7)$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1 \quad (2.8)$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1 \quad (2.9)$$

En una aproximación, se puede decir que la expresión propuesta por Soderberg proporciona predicciones de vida en fatiga generalmente conservadoras para las aleaciones usadas en ingeniería; la expresión propuesta por Goodman funciona bien con materiales frágiles, siendo muy conservadora para materiales dúctiles, y finalmente la expresión de Gerber es aceptable para materiales dúctiles [30].

2.3.3 Diagrama de Haigh

El diagrama de Haigh en la Figura 2.11, muestra la relación entre el esfuerzo medio y la amplitud del esfuerzo alternante, resaltando la importancia del esfuerzo medio en la vida a fatiga de los materiales sometidos a cargas dinámicas [12].

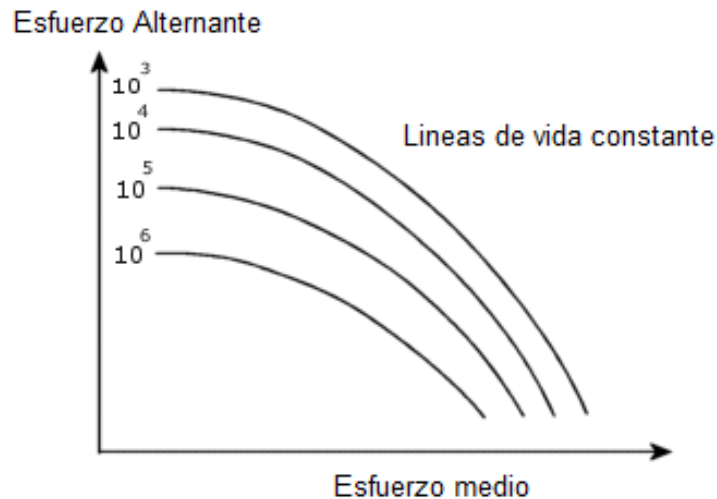


Figura 2.11 Diagrama de Haigh.

El diagrama de Haigh también se puede mostrar en los 3 ejes ortogonales, lo que facilita encontrar la relación con los esfuerzos medios, los esfuerzos alternantes y el número de ciclos al fallo para el diagrama S-N.

Si se corta la superficie en un plano paralelo $\sigma_a - N$ se obtiene la curva S-N. Si se corta con un plano paralelo al $\sigma_a - \sigma_m$ se obtiene el diagrama de Haigh.

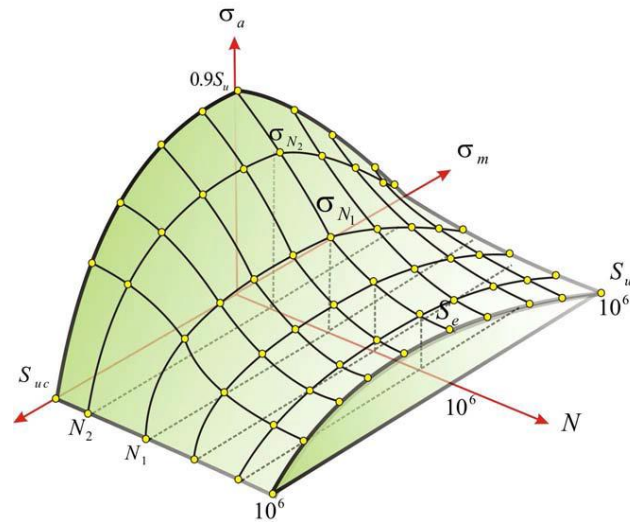


Figura 2.12 Ilustración 3D que cubre la zona de no fallos de fatiga [31].

2.4 Estimación de falla por fatiga bajo cargas de amplitud variable

Una situación muy común de carga, es cuando las variaciones tensionales no son siempre las mismas. La Figura 2.13 muestra un ejemplo de este tipo de cargas. Un claro ejemplo son las estructuras sometidas a cargas provocadas por el viento o de las olas del mar, como los aerogeneradores, aviones, chimeneas, barcos, plataformas petroleras etc. En este tipo de estructuras la carga es muy variable, con secuencias de cargas aleatorias.

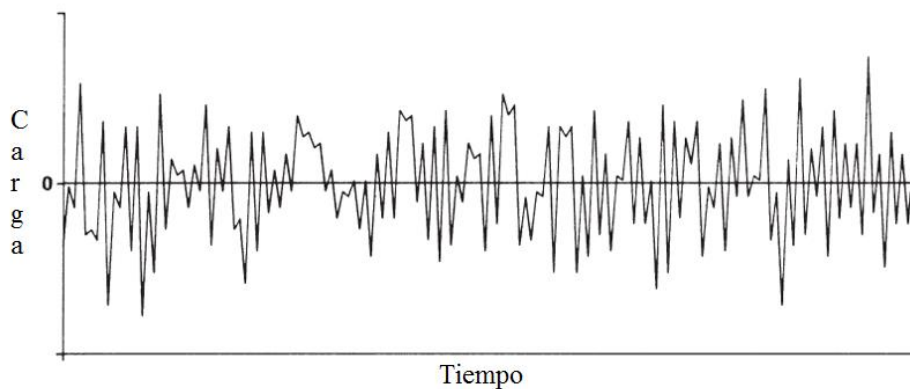


Figura 2.13 Ejemplo de un espectro de carga de amplitud variable, en estructuras marinas [32].

Existen distintos modelos propuestos para predecir la vida a fatiga, de los componentes que se encuentran bajo cargas de amplitudes variables. Entre los distintos modelos, el más simple es la ley de acumulación del daño Palmgren-Miner.

2.4.1 Acumulación del daño lineal

El modelo de acumulación del daño más utilizado, fue propuesto por Palmgren en 1924 y desarrollado posteriormente por Miner en 1945 [12].

La teoría del daño acumulado plantea que cada serie de ciclos de esfuerzo se calcula como una cierta fracción del daño total, y cuando estas fracciones sumadas llegan a la unidad, ocurre la fractura. La fracción del daño total ocasionado por una serie de ciclos, a un determinado nivel de esfuerzo, está dado por la relación entre el número de ciclos aplicados a ese nivel y la vida en fatiga a ese esfuerzo, como se muestra:

$$d_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (2.10)$$

donde n_i representa el número de ciclos aplicados en el rango de esfuerzo $\Delta\sigma_i$ y N_i es el número de ciclos a la falla para el mismo rango de esfuerzo. El fallo del elemento mecánico se producirá cuando la suma de esas fracciones sea mayor o igual a 1.

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \geq 1 \quad (2.11)$$

La regla de Miner puede ser representada en un diagrama S-N, en la Figura 2.14 se puede observar que, al haber consumido una fracción de la vida de la pieza, la curva se desplaza a la izquierda, una distancia horizontal equivalente a la fracción de vida que se ha reducido, mientras que esta conserva su pendiente.

Numerosos estudios se han realizado sobre este tema para verificar la regla de Miner. La mayoría se han basado en pruebas de dos pasos de historia. En ellas se aplica un primer esfuerzo σ_1 para n_1 y a continuación otro esfuerzo σ_2 hasta que ocurre la falla. Si en la prueba $\sigma_1 > \sigma_2$ se llama prueba de rango alto-bajo, si es a la inversa se llama prueba de rango bajo-alto. La mayoría de los resultados obtenidos muestran el fallo entre 0.5 y 2, bastante próximo al valor dado por Miner, sin embargo las pruebas de alto-bajo, muestran resultados más bajos que las pruebas bajo-alto, por lo tanto, en las pruebas alto-bajo la regla de Miner no es conservadora [33].

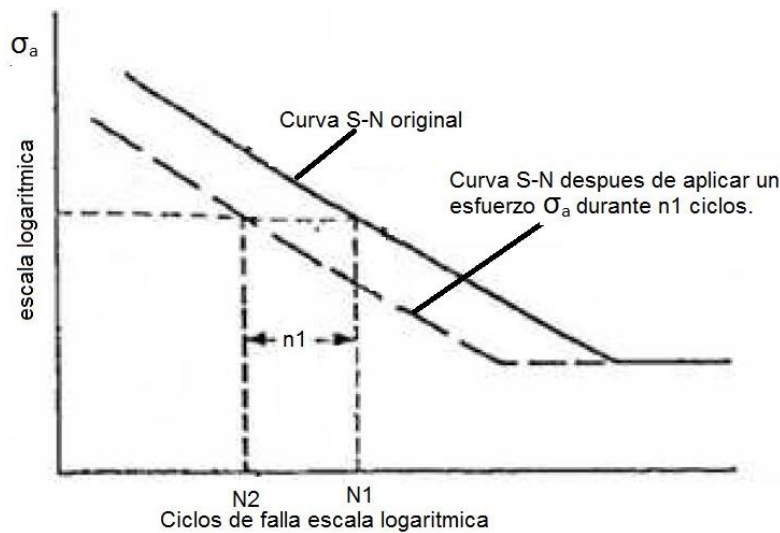


Figura 2.14 Representación gráfica de la regla de Miner.

El modelo de acumulación del daño puede dar predicciones incorrectas, debido a que no tiene en consideración el efecto de la secuencia de la aplicación de los ciclos de carga. La facilidad de aplicar el método, representa su mayor atractivo, pero ante el riesgo de introducir errores en la predicción, es de gran importancia realizar modificaciones que permitan obtener una mejor aproximación en la estimación.

2.4.2 Modelos de acumulación del daño no lineales

Cualquier modelo que propone una acumulación no lineal del daño, es expresado mediante una curva, y no una línea recta. El concepto de la curva de daño establece que la acumulación de éste, se produce siguiendo la curva asociada con el nivel de vida (o de tensión aplicada) correspondiente. Se han desarrollado diversas formulaciones de acumulación no lineal de daño, que tienen en cuenta la secuencia de las cargas. Su inconveniente es que estas teorías requieren secciones y materiales constantes. Uno de los primeros modelos es el de Marco-Starkey [12], se basa en un refinamiento del modelo lineal, en el que se contempla el daño causado durante la historia de carga sobre el cálculo del daño para el siguiente nivel de esfuerzo.

Otros autores modifican la regla de Miner, de tal forma que aplican un exponente empírico a cada sumando, para que la acumulación no sea lineal y se aproxime más al comportamiento real del daño.

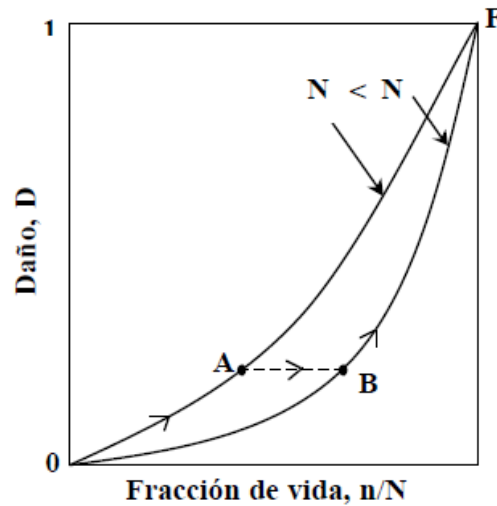


Figura 2.15 Curvas de daño correspondiente a dos niveles de carga [12].

El modelo que más aceptación recibe, es el realizado por Manson y Halford. Como se muestra en la Figura 2.15, para un ensayo alto-bajo, el primer bloque de ciclos incrementa el daño desde 0 hasta el punto A, cualquier daño que se produzca deberá partir de ese mismo nivel en el punto B, y seguir la curva de daño para la nueva tensión hasta la rotura. De esta forma, se irán añadiendo el daño de cargas sucesivas hasta alcanzar la rotura. Sin embargo, al haber omitido el tramo AB la suma total de fracciones será inferior a 1.

Si se realizan pruebas bajo-alto, el tramo AB deberá ser incluido dos veces por lo que la suma total de fracciones de vida será superior a 1.

La aplicación por parte de Manson y Halford de la curva de daño propuesta, a la predicción de vida a fatiga de amplitud variable en materiales tan diferentes como un acero martensítico, un acero de baja aleación o una aleación de aluminio, conduce a resultados muy satisfactorios, hallándose en la gran mayoría de los casos, valores muy próximos a los previstos en resultados experimentales [34].

2.4.3 Esfuerzos equivalentes

Debido a la necesidad de replicar espectros de cargas de servicio lo más cercano a la realidad, en algunos libros de fatiga [35] y códigos de diseño [36] se presenta el cálculo de un esfuerzo de carga equivalente. El concepto es que la información de una historia de carga puede ser

simplificada en un rango de esfuerzo equivalente de amplitud constante. La ecuación (2.12) determina un rango de esfuerzo equivalente $\Delta\sigma_{eq}$ para un registro de esfuerzos, dada como:

$$\Delta\sigma_{eq} = \left(\sum_1^h \frac{n_i \Delta\sigma_i^m}{N_e} \right)^{1/m} \quad (2.12)$$

donde:

- m es la pendiente de la curva S-N log-log de amplitud constante.
- N_e es el número total de ciclos del espectro de carga.
- $\Delta\sigma_i$ es el rango de esfuerzo para el nivel de carga i .
- n_i es el número de ciclos del rango de esfuerzo $\Delta\sigma_i$.
- h es el número total de niveles de carga en el espectro.

El rango de esfuerzo equivalente $\Delta\sigma_{eq}$, representa un rango de esfuerzo de amplitud constante que daría el mismo número de ciclos al fallo como el de un espectro complejo, al igual que con la regla de Palmgren-Miner, este no considera la interacción entre los ciclos con diferentes amplitudes y valores de esfuerzos medios. Sin embargo tener un rango de esfuerzo equivalente es utilizado para hacer comparaciones con gran facilidad.

2.5 Conteo de ciclos

Con la finalidad de predecir la vida a fatiga de materiales sometidos a un espectro de carga de amplitud variable, es necesario simplificar los datos de los registros de ensayos.

2.5.1 Reducción del historial de carga

Cuando se realizan ensayos de fatiga con cargas de amplitudes variables, los esfuerzos registrados tienen un comportamiento estocástico complejo como se muestra en la Figura 2.16.

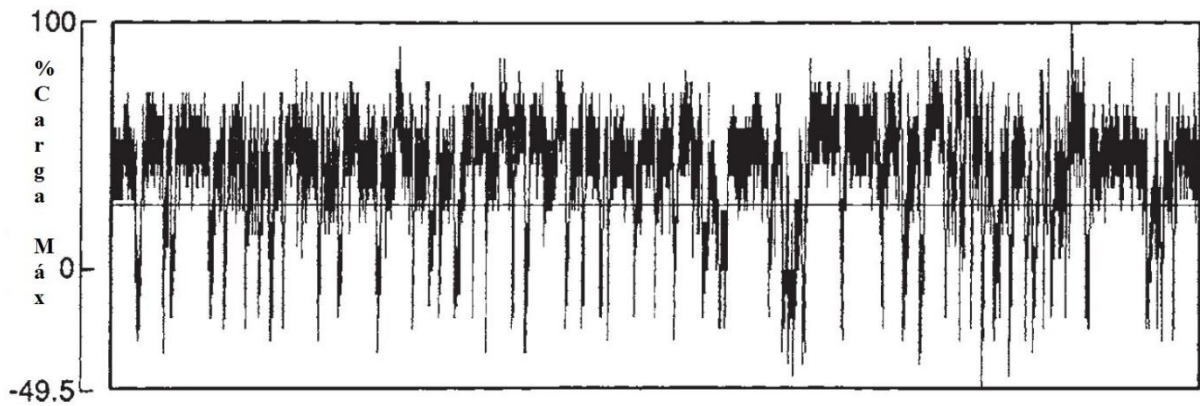


Figura 2.16 Ejemplo ilustrativo de un espectro de carga irregular [37].

Cuando se registran los ciclos de carga de los espectros, tienden a incluir perturbaciones en los datos, esto se debe a las pequeñas variaciones que pueden tener la aplicación de la carga. Para simplificar el historial de carga, primero se realiza una reducción a picos y valles, esto significa que se elimina todas las pequeñas variaciones entre los valores máximos y mínimos de cada ciclo, con la finalidad de reducir los datos que tengan poca relevancia, debido a que solo los máximos y los mínimos son importantes y no la forma en la que varían los esfuerzos para llegar a estos puntos. Por tal motivo, los puntos intermedios entre los valores máximos y mínimos se eliminan, lo que da lugar a un historial de carga como el de la Figura 2.13.

El siguiente paso es eliminar los rangos de carga entre los valores máximos y mínimos que sean insignificantes. Para llevarlo a cabo, es necesario definir un rango de tolerancia donde el material no se verá afectado a la fatiga, este valor depende de las propiedades a fatiga del material, y comúnmente el valor de referencia se establece como un valor por debajo del límite de resistencia a fatiga o límite a fatiga cuando el material no presenta un cambio claro en la pendiente de su curva S-N. Una vez que se estableció el valor de referencia, se eliminan todos los rangos que estén por debajo de este.

La Figura 2.17 muestra un ejemplo de simplificación de los rangos por debajo del valor de referencia, para este caso se observa que los rangos entre los puntos 2-3 y 5-6 se eliminan, debido a que la variación entre estos puntos no son de interés en el análisis, quedando solo los puntos 1-4 y 4-7.

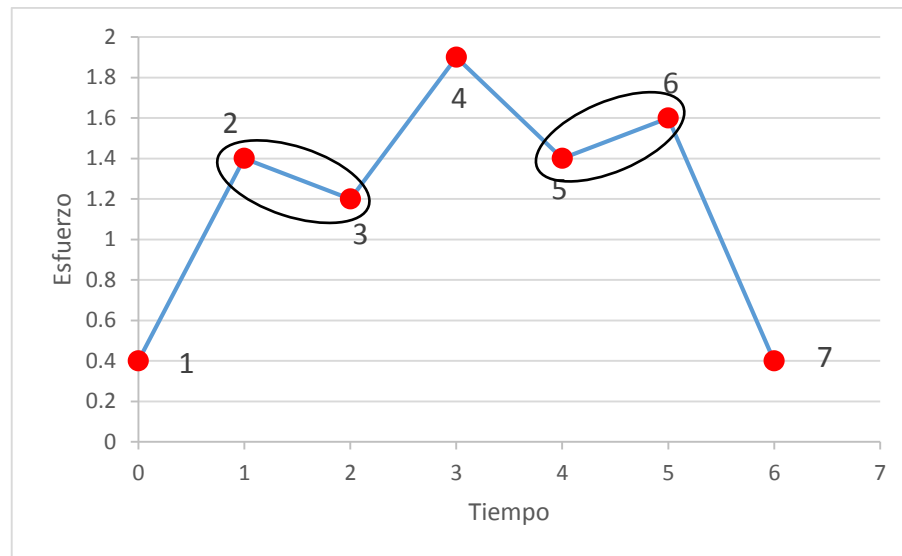


Figura 2.17 Reducción de rangos con mínimo impacto dado un valor de referencia.

2.5.2 Conteo de Rainflow

Debido a historiales de carga como el de la Figura 2.13, donde no es tan claro la forma de clasificar los ciclos, de tal manera que se pueda aplicar la regla de acumulación del daño de Miner, es necesario realizar un conteo de ciclos.

En los últimos años, muchos métodos han sido desarrollados y puestos a discusión sobre su efectividad en el conteo de los ciclos en la reducción de historiales de carga, que ayuden a predecir el comportamiento en la fatiga. Los métodos más conocidos son el conteo de cruce de nivel, conteo de picos, conteo de rango simple y el conteo de Rainflow. Los primeros tres métodos mencionados no consideran la secuencia de aplicación de las cargas, sin embargo en los últimos años se realizó un consenso para ver cuál era el mejor método de conteo, dando como resultado el método de Rainflow desarrollado por T. Endo *et al.* en Japón en el año 1968; actualmente existen otros procedimientos que son esencialmente equivalentes [37].

El método más popular de conteo de ciclos para la estimación de vida a fatiga es el método de Rainflow, esto debido a que sigue el bucle de histéresis de la curva esfuerzo-deformación. Este método es aplicado a historiales de deformación, sin embargo también se aplica en esfuerzos, momentos, tensiones, aceleraciones, etc.

Para poder llevar a cabo el método de Rainflow se debe presentar la gráfica de esfuerzo-tiempo con el eje del tiempo de forma vertical e incrementando hacia abajo. El siguiente paso

es utilizar el historial de los ciclos de esfuerzos como si fueran techos en el cual resbala agua. Para poder aplicar el método se deben seguir algunas reglas.

1. Ordenar el historial de carga de modo que la máxima carga sea el primer pico y el último valle.
2. Dejar que el flujo de lluvia se deslice a través de cada ciclo de carga y continúe a no ser que:
 - a) Si se comenzó en un pico este solo podrá detenerse por un pico de igual o mayor valor.
 - b) Si se comenzó en un valle este solo podrá detenerse por un valle de igual o mayor valor.
 - c) Si se encuentra un flujo de lluvia anterior.

Un ejemplo de la aplicación del método de Rainflow se presenta en la Figura 2.18, donde se muestra que el flujo de los rangos A-B y E-F se detienen debido a que el siguiente valle es de mayor magnitud, de igual forma el flujo de los rangos B-C y D-G se interrumpen debido a que el siguiente pico es de mayor magnitud que sus correspondientes picos iniciales.

La Tabla 2.1 muestra los resultados del conteo de Rainflow del ejemplo presentado en la Figura 2.18, esta muestra el valor del rango de esfuerzo de cada recorrido del flujo de “lluvia”, así como el valor del esfuerzo medio de cada uno de estos. Cada flujo representa medio ciclo en el registro de carga y estos se suman si tienen el mismo rango de esfuerzo.

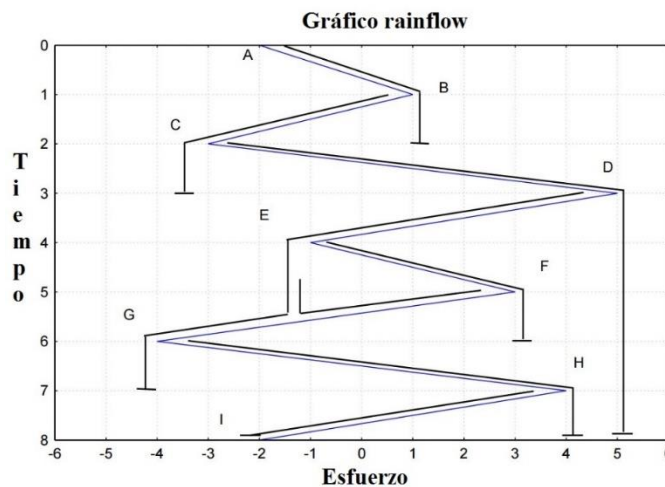


Figura 2.18 Conteo de Rainflow.

Tabla 2.1 Resultados del conteo de Rainflow de la Figura 2.18.

Conteo de Rainflow			
Recorrido	Rango de esfuerzo	Esfuerzo medio	Número de ciclos
A-B	3	-0.5	0.5
B-C	4	-1	0.5
C-D	8	1	0.5
D-G	9	0.5	0.5
E-F	4	1	1
G-H	8	0	0.5
H-I	6	1	0.5

Para grandes historiales de carga es conveniente presentar los resultados del conteo de Rainflow como una matriz, dado el número de ciclos que ocurren en varias combinaciones de rango de esfuerzo y esfuerzo medio, y representarlo en un histograma como en la Figura 2.19 [37].

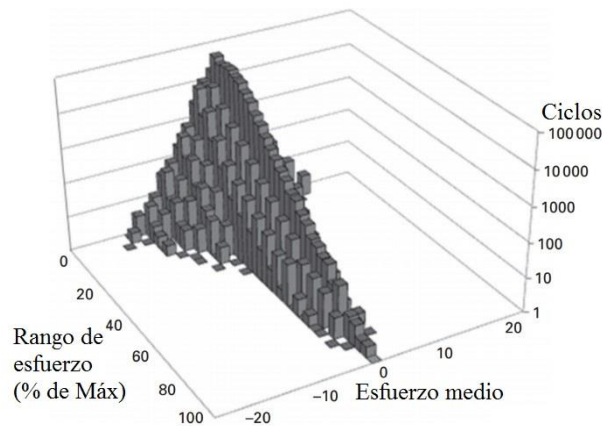


Figura 2.19 Ejemplo de un histograma de una matriz del conteo de Rainflow [35].

2.5.3 Factor de irregularidad

La irregularidad de un historial de carga puede ser representado mediante un factor de irregularidad, el cual es la razón del número de cruces por un nivel de referencia y el número de valores picos. En la Figura 2.20 se representa un registro de carga irregular, en este se observa que las variaciones de la carga aplicada tienen un comportamiento aleatorio. También se observa

que existe un nivel de carga de referencia, este valor servirá para determinar el número de cruces por esta línea de referencia.

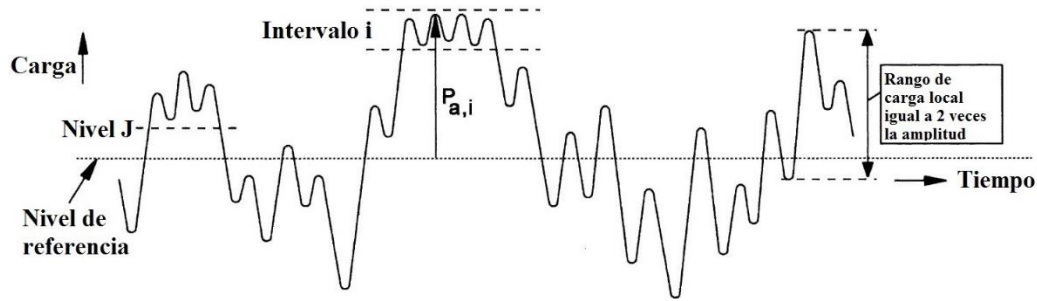


Figura 2.20 Ejemplo Ilustrativo de una historia de carga-tiempo de forma irregular [38].

El factor de irregularidad “I” se determina mediante:

$$I = \frac{\text{Número de cruces por el nivel de referencia}}{\text{Número de valores picos}} \quad (2.13)$$

El factor de irregularidad para un historial de carga de amplitud constante es claramente $I = 1$, pero también puede tener este mismo valor para para un registro de carga con una modulación como se muestra en la Figura 2.21, provocando que el factor de irregularidad no sea adecuado para comparar diferentes historiales de carga en distintas aplicaciones.

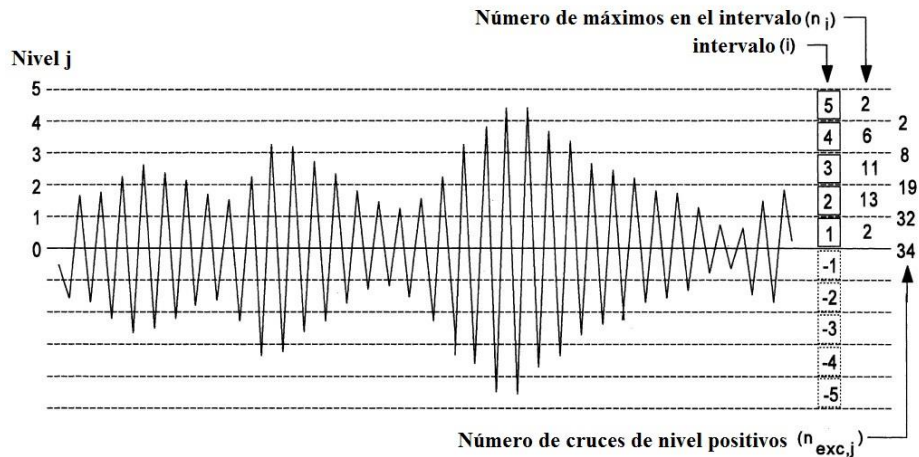


Figura 2.21 Historial de carga con modulación regular [38].

2.6 Función de distribución acumulada

En el campo de la probabilidad y estadística, una función de distribución acumulada CDF (por sus siglas en inglés “*Cumulative Distribution Function*”) describe la probabilidad de que una variable aleatoria real sujeta a una distribución de probabilidad se presente en una zona de valores menores o iguales.

Cualquier variable aleatoria continua tiene una probabilidad de “cero” de representar exactamente cualquiera de sus valores.

2.6.1 Distribución de Weibull

La función de distribución Weibull es un método probabilístico, que presenta la probabilidad de fallo después de un tiempo de vida transcurrido. Existen dos formas de la distribución de Weibull, las cuales están representadas por las familias de dos o tres parámetros [39]. La CDF Weibull para una familia de tres parámetros, se presenta como:

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] \quad (2.14)$$

$$x \geq \lambda; -\infty < \lambda < \infty, \delta > 0, \beta > 0$$

donde $F(x)$ representa la probabilidad de el evento X , y λ , δ y β son los parámetros de localización, escala y forma respectivamente.

El término exponencial representa la función de confiabilidad de la distribución de Weibull. La función de densidad de probabilidad (PDF) se obtiene derivando la CDF con respecto a (x) :

$$f(x) = \frac{\beta}{\delta} \left(\frac{x - \lambda}{\delta} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{x - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] \quad (2.15)$$

la media y varianza están dados por:

$$\mu = \lambda + \delta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (2.16)$$

$$\sigma^2 = \delta^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] \quad (2.17)$$

donde Γ representa la función gamma $\Gamma(n) = (n - 1)!$ para ese término. Y sus curvas percentiles representadas como:

$$x_p = \lambda + \delta[-\ln(1 - p)]^{1/\beta} \quad (2.18)$$

$$0 \leq p \leq 1$$

La Figura. 2.22 muestra el comportamiento del parámetro de forma β en la función de densidad de Weibull para una familia de 3 parámetros, donde se observa la versatilidad que tiene la distribución de Weibull de tomar distintos comportamientos.

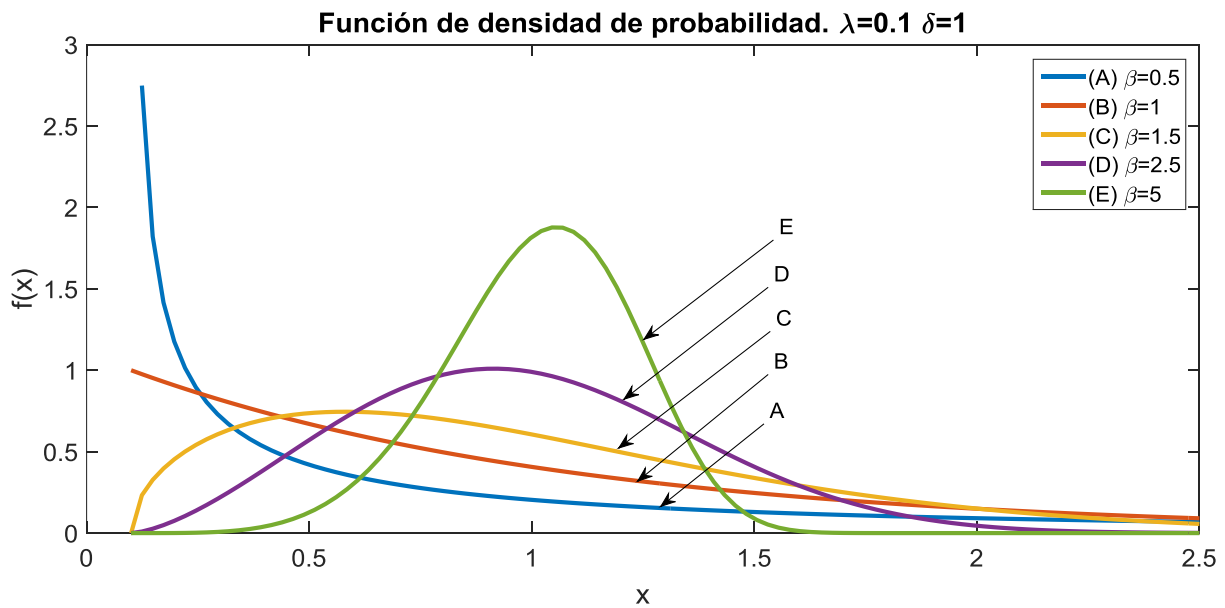


Figura. 2.22 Comportamiento del parámetro de forma β en la distribución de Weibull.

La Figura 2.23 muestra el comportamiento del parámetro de localización λ evaluado con 5 diferentes valores, donde se observa que este parámetro permite ubicar donde comienza los valores de la distribución. Por lo tanto es de gran importancia en las aplicaciones donde la variable aleatoria comienza con valores distintos a cero.

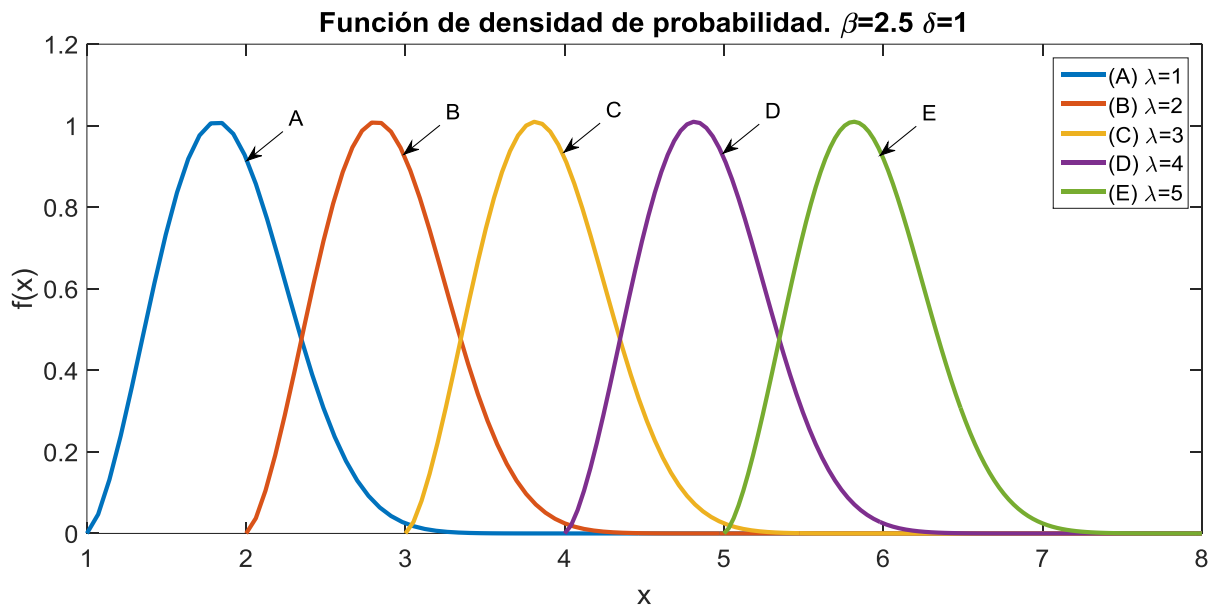


Figura 2.23 Comportamiento del parámetro de localización λ en la distribución de Weibull.

En la Figura 2.24 se muestra el comportamiento del parámetro de escala δ evaluado de igual manera con 5 distintos valores, donde se observa que este no altera la forma de la función pero si cambia la distribución de la densidad a lo largo de la variable aleatoria.

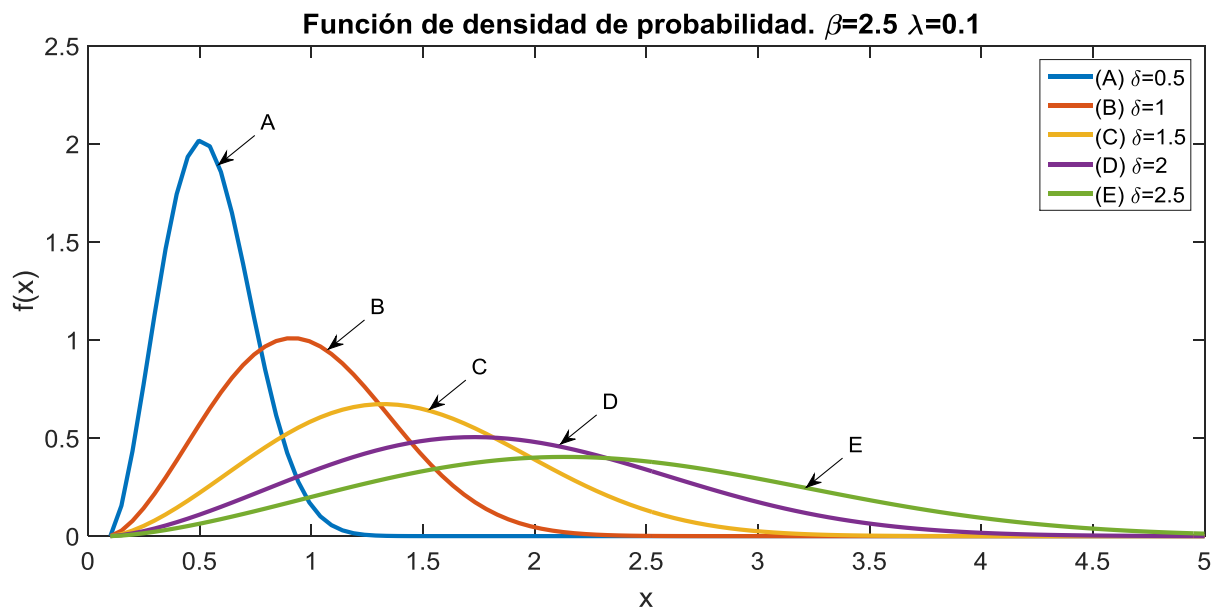


Figura 2.24 Comportamiento del parámetro de escala δ en la distribución de Weibull.

2.7 Análisis dimensional

El análisis dimensional ofrece un método para reducir problemas físicos complejos a una forma más simple, obteniendo una respuesta cuantitativa. El uso principal del análisis dimensional, es deducir de un estudio de las dimensiones de las variables en cualquier sistema físico, algunas limitaciones, de tal forma que el análisis proporcione cualquier posible relación entre esas variables. El método es de gran generalidad y simplicidad matemática.

2.7.1 Método del análisis dimensional

La hipótesis del análisis dimensional establece que la forma de cualquier ecuación física significativa, debe ser tal que las relaciones entre las cantidades físicas reales permanecen válidas, independiente de las magnitudes de las unidades base. El análisis dimensional se obtiene de las consecuencias lógicas de esta premisa.

El interés del análisis dimensional se centra en una cantidad física en particular Q_0 , esta es una variable dependiente en un fenómeno definido. Esto significa que una vez que todas las cantidades del proceso se identifican, el valor de Q_0 continúa de forma única.

Paso 1. Identificación de las variables independientes. El paso más importante en el análisis dimensional es identificar un conjunto de cantidades independientes $Q_1 \dots Q_n$ que determine la variable dependiente Q_0 [40].

$$Q_0 = f(Q_1, Q_2, Q_n) \quad (2.19)$$

El conjunto es completo si una vez que se identifican los valores de los miembros, no exista otra cantidad que pueda afectar el valor de Q_0 e independiente si el valor de cada término se puede ajustar de forma arbitraria, sin afectar el valor de cualquier otro.

La relación expresada en la ecuación (2.19) es el resultado de las leyes físicas que rigen el fenómeno de interés. La forma debe ser tal que una vez que los valores del conjunto son especificados, la igualdad se cumple independientemente de la escala de las unidades base de las cantidades medidas.

Paso 2. Consideraciones dimensionales. El siguiente paso es enlistar las dimensiones de la variable dependiente y del conjunto de variables independientes. La dimensión de una

cantidad dependerá del tipo de sistema de unidades, por lo tanto es necesario especificarlo antes de enlistar las dimensiones.

Ahora se escoge del conjunto de variables físicamente independientes $Q_1 \dots Q_n$, un completo subconjunto dimensionalmente independiente $Q_1 \dots Q_k$ ($k \leq n$), y se expresa la dimensión de cada una de las variables independientes restantes $Q_{k+1} \dots Q_n$ y la variable Q_0 como un producto de potencias de $Q_1 \dots Q_k$. Todas las cantidades físicas tienen dimensiones que se pueden expresar como productos de potencias del conjunto de dimensiones base. Alternativamente, es posible expresar la dimensión de una magnitud como un producto de potencias de las dimensiones de otras magnitudes que no son necesariamente magnitudes base. Un subconjunto $Q_1 \dots Q_k$ del conjunto $Q_1 \dots Q_n$ es dimensionalmente independiente si ninguno de sus miembros tiene una dimensión que se pueda expresar en términos de las dimensiones de los miembros restantes, y completa si las dimensiones de todas las cantidades restantes $Q_{k+1} \dots Q_n$ del conjunto completo pueden ser expresadas en términos de las dimensiones del subconjunto $Q_1 \dots Q_k$.

Dado que la ecuación (2.19) es dimensionalmente homogénea, la dimensión de la variable dependiente Q_0 también se puede expresar en términos de las dimensiones de $Q_1 \dots Q_k$. El subconjunto dimensionalmente independiente $Q_1 \dots Q_k$ es seleccionado por prueba y error. Sus miembros pueden ser seleccionados de diferentes maneras, pero el valor “ k ” de cantidades dimensionalmente independientes de todo el conjunto $Q_1 \dots Q_n$ es único para el conjunto, y no puede superar el número de dimensiones base que aparecen en las dimensiones de las cantidades en ese conjunto. Por ejemplo, si las dimensiones de $Q_1 \dots Q_n$ involucran solo longitud, masa y tiempo, entonces $k \leq 3$.

Una vez que se elige un subconjunto completo dimensionalmente independiente $Q_1 \dots Q_k$, se expresan las dimensiones de Q_0 y las cantidades restantes $Q_{k+1} \dots Q_n$ en términos de las dimensiones de $Q_1 \dots Q_k$. Estos tendrán la forma:

$$[Q_i] = [Q_1^{N_{i1}} Q_2^{N_{i2}} \dots Q_k^{N_{ik}}] \quad (2.20)$$

Si $i > k$ o $i = 0$, los exponentes N_{ij} son números reales adimensionales y pueden en la mayoría de los casos encontrarse rápidamente por inspección, aunque un método algebraico establecido puede usarse.

Paso 3. Variables adimensionales. El siguiente paso es definir $n - k$ formas adimensionales de las variables independientes restantes, dividiendo cada una con el producto de potencias de $Q_1 \dots Q_k$ que tiene la misma dimensión:

$$\Pi_i = \frac{Q_{k+i}}{Q_1^{N_{(k+1)1}} Q_2^{N_{(k+1)2}} \dots Q_k^{N_{(k+1)k}}} \quad (2.21)$$

donde $i = 1, 2, \dots, n - k$ y una forma adimensional de la variable dependiente Q_0 es:

$$\Pi_i = \frac{Q_0}{Q_1^{N_{01}} Q_2^{N_{02}} \dots Q_k^{N_{0k}}} \quad (2.22)$$

Paso 4. Resultado final. Una forma alternativa de la ecuación (2.19) es:

$$\Pi_0 = f(Q_1, Q_2, \dots, Q_k; \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}) \quad (2.23)$$

en la cual todas las cantidades son adimensionales excepto $Q_1 \dots Q_k$. Los valores de las cantidades adimensionales son independientes de los tamaños de la unidad base. Por otro lado, los valores de $Q_1 \dots Q_k$, si dependen del tamaño de la unidad base; no se pueden poner en forma adimensional puesto que por definición son dimensionalmente independientes entre sí. A partir del principio de que cualquier ecuación física significativa debe ser dimensionalmente homogénea, es decir, independientemente válida de los tamaños de las unidades base, lo que resulta que $Q_1 \dots Q_k$ debe no estar presente en la ecuación (2.23), por lo tanto:

$$\Pi_0 = f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}) \quad (2.24)$$

esta ecuación es el resultado final del análisis dimensional y a su vez contiene el reconocido teorema de Pi de Buckingham.

2.7.2 Teorema Pi de Buckingham

Cuando una relación completa entre cantidades físicas dimensionales es expresada de forma adimensional, el número de cantidades independientes que aparecen se reduce de la original n como $n - k$, donde k es el número máximo de la original n que son dimensionalmente independientes.

En otras palabras el teorema establece que el número de π (Pi) cantidades restantes después de realizar un análisis adimensional es igual a la diferencia entre el número de

cantidades que ingresan al problema y el número máximo de estas que son dimensionalmente independientes. El número máximo de cantidades dimensionalmente independientes siempre será igual o menor que el número de dimensiones fundamentales necesarios para escribir todas las ecuaciones dimensionales [41].

El teorema π de Buckingham establece que, debido a todas las ecuaciones físicas completas deben ser dimensionalmente homogéneas, un replanteamiento de dicha ecuación en una forma adimensional apropiada reducirá el número de cantidades independientes en el problema en k . Esto puede simplificar el problema en gran medida.

Con el teorema π se determina el número de cantidades adimensionales que afectan el valor particular de una variable dependiente adimensional, pero no proporciona las formas de las variables adimensionales. Esto tiene que ser encontrado con los pasos 3 y 4 del análisis adimensional descrito antes. Además el teorema de π , tampoco predice nada acerca de la forma de la relación funcional expresado por la ecuación (2.23), esta forma tiene que ser descubierta por la experimentación o la solución del problema teóricamente.

Capítulo 3

Modelo probabilístico Weibull

En este capítulo se presenta el planteamiento de un modelo probabilístico desarrollado por Castillo y Fernández [19], [42] y [43], este modelo permite estimar y predecir la vida a fatiga para ensayos bajo cargas de amplitud constante. El modelo se basa en contemplar la vida a la fatiga N como una variable aleatoria y por lo tanto este es de naturaleza estadística, además el modelo se obtiene sin supuestos arbitrarios sobre su forma funcional. El modelo se aplica en el caso donde se varía el rango de esfuerzo, entre cada conjunto de prueba, pero existe un nivel de esfuerzo de referencia igual en cada una de ellas.

A continuación se explica el modelo que propuso Castillo, y se expone cada uno de sus pasos.

3.1 Identificación de variables

Antes de plantear algún modelo para estimar o predecir la vida a la fatiga de un problema, es necesario identificar las variables con más impacto en este fenómeno.

3.1.1 Campo de Wohler

Las curvas de August Wohler han sido de gran importancia para el estudio del fenómeno de fatiga, proporcionando el tiempo de vida N promedio como una razón del rango de esfuerzo y un determinado esfuerzo medio.

A través de los años de mucha experimentación, se ha demostrado que los parámetros principal y secundario para el modelo Wohler son el rango de esfuerzo $\Delta\sigma$ y un nivel de esfuerzo σ_l respectivamente. El nivel de esfuerzo σ_l puede ser representado por un valor constante de esfuerzo máximo $\sigma_{M\acute{a}x}$, esfuerzo mínimo $\sigma_{m\acute{i}n}$, esfuerzo medio σ_{med} o la razón de esfuerzos R , esto depende del caso de interés.

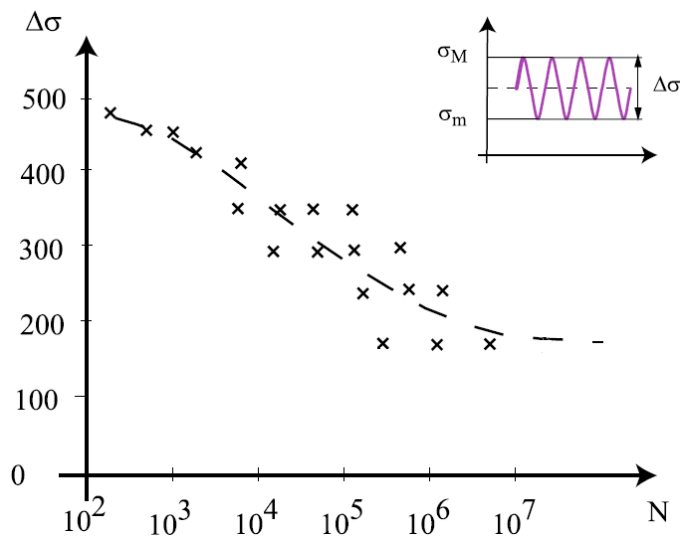


Figura 3.1 Ejemplo de una aproximación de curva S-N de amplitud constante. Modificado de [42].

Como primer paso antes de realizar cualquier modelado se observaron los resultados experimentales que se conozcan del problema, un ejemplo común de los datos experimentales esfuerzo-vida para un rango de amplitud constante, y una aproximación de la curva S-N se muestran en la Figura 3.1.

Algunas características significativas del fenómeno de fatiga se identificaron por medio del comportamiento de las curvas S-N, estas características se pueden resumir como:

- El tiempo de vida aumenta al disminuir el rango de esfuerzo.
- En la parte inicial superior de la curva se observa una pendiente negativa decreciente.

- La parte central e inferior muestran una pendiente negativa creciente.
- La tendencia de los datos inferiores muestran un comportamiento asintótico.
- Las pruebas de amplitud constante revelan que el tiempo de vida se hace muy grande por debajo de un cierto rango de esfuerzo (Límite de fatiga).
- La dispersión de los datos experimentales aumenta al disminuir el rango de esfuerzo.
- La vida a fatiga tiene un comportamiento estocástico.

Como resultado del estudio de ensayos a fatiga, las principales variables identificadas en el campo de Wohler son las del siguiente conjunto:

$$\{N, N_0, \Delta\sigma, \sigma_l, \Delta\sigma_0, p\} \quad (3.1)$$

donde N es el número ciclos a la falla en un rango de esfuerzo $\Delta\sigma$ y un nivel de esfuerzo dado σ_l , N_0 es el valor de referencia del tiempo mínimo de vida posible para N determinado por el límite a la fluencia del material, $\Delta\sigma_0$ es el límite a la fatiga definida en algunos casos como el rango de esfuerzo para una vida de 10^6 ciclos de una curva S-N media del material y p representa la probabilidad percentil a la falla.

3.2 Modelo de castillo

Como ya se ha mencionado anteriormente, el fenómeno de fatiga tiene un comportamiento estocástico, por lo tanto el primer paso en el modelado del problema es determinar este comportamiento que tienen los materiales.

3.2.1 Derivación del modelo

Se sabe que si se realizan pruebas de fatiga para un rango $\Delta\sigma$ y un nivel de esfuerzo σ_l dado, los resultados en el número de ciclos N a la falla no tomaran los mismos valores. La Figura 3.2 muestra el comportamiento de la densidad de probabilidad de la vida a la fatiga para un rango de esfuerzo.

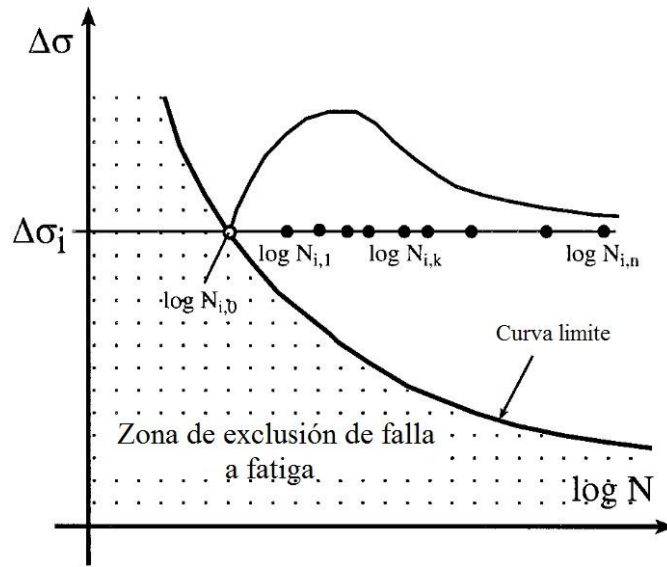


Figura 3.2 Comportamiento estocástico para un rango de esfuerzo [19].

En la Figura 3.3 se observa un conjunto de pruebas de amplitud constante realizadas con un mismo rango de esfuerzo pero a diferente esfuerzo medio. Los resultados sugieren una familia de curvas percentiles, además demuestra que los resultados dependen del nivel de esfuerzo y que las tendencias de las curvas para diferentes valores de σ_l son de forma similares.

La observación de los datos y la tendencia de las curvas percentiles permiten relacionar el conjunto de variables adimensionales $\{N^*, \Delta\sigma^*, \sigma_l^*, p\}$ encontrado previamente mediante un análisis dimensional del conjunto (3.1).

En el gráfico de la Figura 3.3, se utiliza una relación de las variables $N^*, \Delta\sigma^*$ para un nivel de esfuerzo medio dado, así como una probabilidad de falla, lo que sugiere una relación funcional para la vida a la fatiga como:

$$N^* = f^*(\Delta\sigma^*, p | \sigma_l^*) \quad (3.2)$$

donde f^* es una función monótona decreciente, esta relación también puede ser expresada como una relación inversa de:

$$\Delta\sigma^* = g^*(N^*, p | \sigma_l^*) \quad (3.3)$$

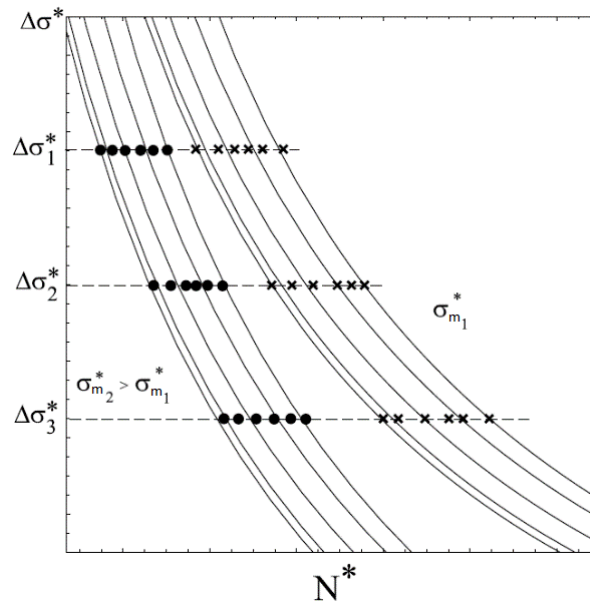


Figura 3.3 Ejemplo de resultados experimentales para dos valores de esfuerzo medio [42].

donde g^* también es una función monótona decreciente, a la vez se puede relacionar directamente con las probabilidades de las curvas estocásticas percentiles, que definen la probabilidad al fallo, lo cual da:

$$p = h^*(N^*, \Delta\sigma^* | \sigma_l^*) \quad (3.4)$$

donde h^* es una CDF de N^* con respecto a $\Delta\sigma^*$ o también una CDF para $\Delta\sigma^*$ con respecto a N^* , que es equivalente a la ecuación (3.2) o (3.3), y se puede obtener a partir de estas. Las ecuaciones (3.2), (3.3) y (3.4), son 3 formas diferentes de expresar la misma relación. Por lo tanto la obtención de la forma analítica de una de estas relaciones funcionales es de vital importancia en el análisis.

La Figura 3.4 presenta dos curvas de densidades, una muestra la densidad de la vida a la fatiga N^* para un rango de esfuerzo $\Delta\sigma^*$ dado, y la otra la densidad del $\Delta\sigma^*$ de esfuerzo para toda una vida a la fatiga dada N^* , debido a que estas dos densidades provienen de las mismas curvas percentiles, ambas son dependientes y además deben cumplir una condición de compatibilidad. La media y la varianza de N^* dependen de $\Delta\sigma^*$ y la media y la varianza de $\Delta\sigma^*$ dependen de N^* , de esta manera si se contempla una familia de distribuciones de escala y localización para h^* , la ecuación (3.4) puede describirse como:

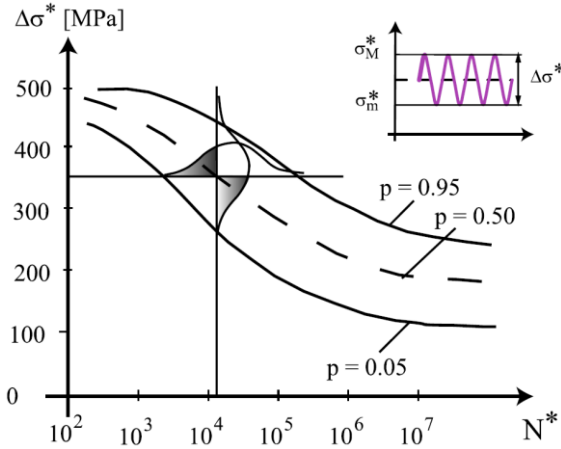


Figura 3.4 Ilustración de la condición de compatibilidad en el campo S-N [42].

$$p = h^* \left(\frac{N^* - \mu_1^*(\Delta\sigma^*)}{\sigma_1^*(\Delta\sigma^*)} \middle| \sigma_l^* \right) \quad (3.5)$$

y también como:

$$p = h^* \left(\frac{\Delta\sigma^* - \mu_2^*(N^*)}{\sigma_2^*(N^*)} \middle| \sigma_l^* \right) \quad (3.6)$$

donde $\mu_1^*(\Delta\sigma^*)$ y $\sigma_1^*(\Delta\sigma^*)$ son los parámetros de localización y escala de N^* dado el $\Delta\sigma^*$ así como lo son $\mu_2^*(N^*)$ y $\sigma_2^*(N^*)$ para el $\Delta\sigma^*$ dado N^* , por lo tanto conduce a la condición de compatibilidad como:

$$\frac{N^* - \mu_1^*(\Delta\sigma^*)}{\sigma_1^*(\Delta\sigma^*)} = \frac{\Delta\sigma^* - \mu_2^*(N^*)}{\sigma_2^*(N^*)} \quad (3.7)$$

la solución de la ecuación funcional, obtenida de la condición de compatibilidad conduce a dos modelos, el modelo que se usa en este trabajo es el siguiente:

$$p = \frac{(N^* - B^*)(\Delta\sigma^* - C^*) - \lambda^*}{\delta^*} \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) se complementa tomando otras consideraciones estadísticas como límites y propiedades asintóticas del comportamiento del fenómeno, lo cual conducen al uso de una distribución de Weibull para h^* , por lo tanto el modelo queda como:

$$p = 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{(N^* - B^*)(\Delta\sigma^* - C^*) - \lambda^*}{\delta^*} \right]^{\beta^*} \right\} \quad (3.9)$$

donde B^* , C^* , λ^* , δ^* y β^* son los parámetros adimensionales del modelo, y presentan los significados:

B^* es el valor mínimo de para la vida a la fatiga N^* para altos ciclos.

C^* es el valor dado como límite a la fatiga.

λ^* es el parámetro de localización de la distribución de Weibull.

δ^* es el parámetro de escala de la distribución de Weibull.

β^* es el parámetro de forma de la CDF de Weibull en el campo de Wohler.

Las variables de normalización elegidas como N_0 y $\Delta\sigma_0$ se pueden combinar en B y C y la (3.9) se rescribe como el modelo dimensional ln-Weibull:

$$p = 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N - B)(g(\Delta\sigma) - C) - \lambda}{\delta} \right]^{\beta} \right\} \quad (3.10)$$

donde B , C , λ , δ y β son los parámetros dimensionales. Las dimensiones de λ y δ dependerán de $g(\Delta\sigma)$, así como $B = \ln(N_0) + B^*$, $C = C^*$ y $\beta = \beta^*$. Cabe resaltar que el rango de esfuerzo $g(\Delta\sigma)$ puede darse en escala logarítmica, esto dependerá del usuario si desea trabajar en esta escala para esta variable.

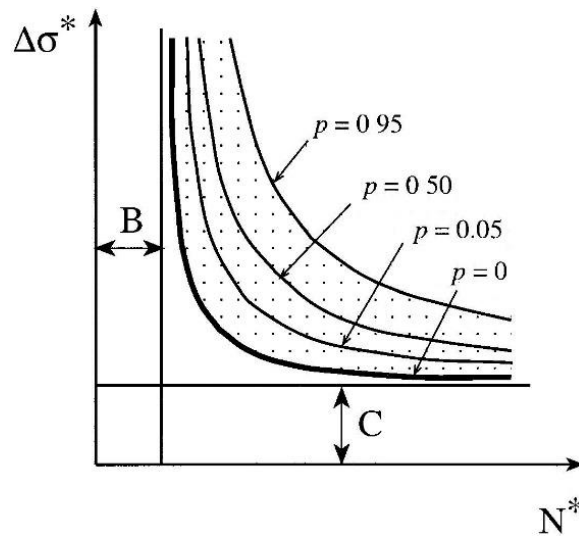


Figura 3.5 Curvas percentiles que representan la relación entre la vida N^* , y el rango de esfuerzo $\Delta\sigma^*$, en el campo de Wohler para el modelo probabilístico [19].

La Figura 3.5 muestra la relación entre la vida N^* , y el rango de esfuerzo $\Delta\sigma^*$, así como la representación de sus valores límites.

La estimación de los parámetros del modelo de Castillo se divide en dos etapas. La primer etapa contempla estimar los valores límites B y C y la segunda etapa se centra en los parámetros λ , δ y β de la distribución de Weibull.

3.2.2 Cálculo de parámetros límites

La curva de regresión de N con respecto a $\Delta\sigma$ está dada por el valor medio de N como una función de $\Delta\sigma$. Como se muestra en la sección 2.6, la media de una CDF Weibull para una familia de tres parámetros es dada como $\mu = \lambda + \delta\Gamma(1 + 1/\beta)$, por lo tanto, para la ecuación (3.10) se tiene que:

$$\ln(N) = B + \frac{\mu}{g(\Delta\sigma) - C} \quad (3.11)$$

lo que sugiere estimar B y C minimizando con respecto a B , C y μ de:

$$p = \sum_{i=1}^n \left(\ln N_i - B - \frac{\mu}{g(\Delta\sigma_i) - C} \right)^2 \quad (3.12)$$

la minimización de la ecuación (3.12) queda como:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln N_i = B + \frac{\mu}{g(\Delta\sigma_i) - C} \quad (3.13)$$

donde n es el tamaño de la muestra y N_i es el número de ciclos hasta la falla de la probeta de clase i , ensayada en el rango de esfuerzo $\Delta\sigma_i$.

La estimación de los valores límites B y C , son calculados mediante el uso de algún método numérico para la solución de sistema de ecuaciones no lineales. El número de ecuaciones dependerá directamente del número de rangos de esfuerzos probados para cada espectro de carga.

Cabe destacar que la estimación de los valores límites de este modelo puede conducir a problemas de convergencia en la solución, especialmente cuando existe un número reducido de datos experimentales, o cuando existen valores ajenos al comportamiento del fenómeno.

3.2.3 Estimación de los parámetros de Weibull

Una vez que, los parámetros B y C han sido estimados, todos los puntos de las pruebas pueden ser agrupadas mediante el cálculo de los valores V_i , donde:

$$V_i = (\ln N_i - B)(g(\Delta\sigma_i) - C) \quad (3.14)$$

donde los valores de V_i serán usados para estimar los parámetros λ , δ y β de la distribución de Weibull.

Para estimar los parámetros de Weibull se utilizará un método propuesto por Castillo y Hadi [43]. El primer paso es ordenar todos los datos estadísticos de las pruebas, como $v_{i:n} \leq v_{2:n} \leq \dots v_{n:n}$, y sea $I = \{i, j, r\}$ un conjunto de tres series distintas, donde $i < j < r \in \{1, 2, \dots, n\}$. Entonces, usando la ecuación (2.18) de las curvas percentiles se tiene que:

$$\begin{aligned} v_{i:n} &\cong \lambda + \delta[-\ln(1 - p_{i:n})]^{1/\beta} \\ v_{j:n} &\cong \lambda + \delta[-\ln(1 - p_{j:n})]^{1/\beta} \\ v_{r:n} &\cong \lambda + \delta[-\ln(1 - p_{r:n})]^{1/\beta} \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde:

$$p_{s:n} = \frac{s - 0.35}{n} \quad (3.16)$$

son las posiciones de ubicación de los valores de probabilidad más adecuadas. El conjunto de ecuaciones (3.15) es un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas λ , δ y β y se resuelve a través del método de eliminación. Eliminando λ y δ , se tiene:

$$D_{ijr} = \frac{v_{j:n} - v_{r:n}}{v_{i:n} - v_{r:n}} = \frac{C_r^k - C_j^k}{C_r^k - C_i^k} = \frac{1 - A_{jr}^k}{1 - A_{ir}^k} \quad (3.17)$$

donde $k = 1/\beta$, $C_i = -\ln(1 - p_{i:n})$ y $A_{ir} = C_i/C_r$. La ecuación anterior solo tiene una incógnita y se resuelve usando el método de bisección, por lo tanto, con este fin se da que:

Si $D_{ijr} > \ln(A_{jr}) / \ln(A_{ir})$, entonces \hat{k}_{ijr} se encuentra en el intervalo $\left(0, \frac{\ln(1-D_{ijr})}{\ln(A_{jr})}\right)$.

Si $D_{ijr} < \ln(A_{jr}) / \ln(A_{ir})$, entonces \hat{k}_{ijr} se encuentra en el intervalo $\left(\frac{\ln(D_{ijr})}{\ln(A_{jr})}, 0\right)$.

Una vez que se encuentra el estimador \hat{k}_{ijr} , los demás parámetros pueden ser hallados de manera directa a través de:

$$\hat{\beta}_{ijr} = 1/\hat{k}_{ijr} \quad (3.18)$$

$$\hat{\delta}_{ijr} = \frac{v_{i:n} - v_{r:n}}{C_i^{\hat{k}_{ijr}} - C_r^{\hat{k}_{ijr}}} \quad (3.19)$$

$$\hat{\lambda}_{ijr} = v_{i:n} - \hat{\delta}_{ijr} C_i^{\hat{k}_{ijr}} \quad (3.20)$$

Como segundo paso se aplicará este proceso de estimación de los parámetros de Weibull a todo el conjunto de datos de las pruebas, esto con la finalidad de determinar estimadores estadísticamente más eficientes, por lo tanto:

1. Se hace $i = 1$, $r = n$ y se determine $\hat{\beta}_{1jn}$, $\hat{\delta}_{1jn}$ y $\hat{\lambda}_{1jn}$ para $j = 2, 3, 4 \dots n - 1$.
2. Se encuentra la mediana de cada conjunto de estimadores calculados:

$$\hat{\beta} = \text{mediana}\{\hat{\beta}_{1,2,n}, \hat{\beta}_{1,3,n}, \dots, \hat{\beta}_{1,n-1,n}\} \quad (3.21)$$

$$\hat{\delta} = \text{mediana}\{\hat{\delta}_{1,2,n}, \hat{\delta}_{1,3,n}, \dots, \hat{\delta}_{1,n-1,n}\} \quad (3.22)$$

$$\hat{\lambda} = \text{mediana}\{\hat{\lambda}_{1,2,n}, \hat{\lambda}_{1,3,n}, \dots, \hat{\lambda}_{1,n-1,n}\} \quad (3.23)$$

Los valores encontrados a través del cálculo de la mediana de los conjuntos, son los estimadores finales de la distribución de Weibull del modelo probabilístico.

3.3 Predicción del campo de Wohler

3.3.1 Predicción en diferentes condiciones de prueba

Una vez que los límites B y C , y los parámetros λ , δ y β son estimados, se sustituyen en el modelo In-Weibull en la ecuación (3.10).

El modelo probabilístico permite predecir la probabilidad de falla para diferentes combinaciones de rangos de esfuerzos y números de ciclos a la falla dentro del campo de Wohler. También es posible predecir el número de ciclos a la falla para un rango de esfuerzo y una probabilidad de falla requerida, despejando N de la ecuación (3.10) se tiene que:

$$N = \exp \left\{ \frac{\lambda + \delta[-\ln(1-p)]^{1/\beta}}{g(\Delta\sigma) - C} + B \right\} \quad (3.24)$$

También del modelo (3.10) se puede encontrar un rango de esfuerzo donde la vida del material falle a un número de ciclos deseado con una probabilidad de falla deseada. Despejando $g(\Delta\sigma)$ se tiene que:

$$g(\Delta\sigma) = \frac{\lambda + \delta[-\ln(1-p)]^{1/\beta}}{\ln N - B} + C \quad (3.25)$$

Estas predicciones pertenecen al campo de estudio de Wohler, y se obtienen con base a los datos experimentales, consideraciones estadísticas y probabilísticas de las curvas percentiles, para un tipo de historia de carga.

Capítulo 4

Datos experimentales de Agerskov

En este capítulo se presentan resultados de pruebas experimentales de fatiga bajo cargas de amplitud constante y amplitud variable, realizadas por Agerskov, *et al.* [16], [32], [44], [45], [46] y [47] en el Departamento de Ingeniería Estructural y Materiales, de la Universidad Tecnológica de Dinamarca. Los ensayos se llevaron a cabo en uniones soldadas de acero estructural convencional y alta resistencia, bajo cargas de amplitud constante y tres diferentes tipos de comportamientos estocásticos realistas de estructuras en alta mar. El objetivo de estas pruebas experimentales, fue analizar si la vida a fatiga se veía afectada por espectros de cargas con amplitudes variables, donde concluyeron que el efecto del comportamiento estocástico disminuía la vida a la fatiga del material. Estos resultados experimentales se presentan con el propósito de utilizarlos en el siguiente capítulo para el desarrollo de la metodología propuesta.

4.1 Diseño del experimento

El trabajo experimental presentado, comprende de series de ensayos en probetas de placas soldadas, para dos diferentes tamaños de placas y dos tipos de materiales.

Un total de 14 conjuntos de datos se presentan como resultados de los ensayos, 10 para acero estructural convencional y 4 para acero de alta resistencia, distribuidos en probetas de placas pequeñas y grandes.

4.1.1 Diseño de probetas

Las probetas de ensayo consisten, en una placa principal de 40 mm o 90 mm de ancho, con dos placas secundarias soldadas transversalmente a esta, por medio de soldadura a tope de penetración completa. Además, dos dimensiones diferentes se utilizan para estas probetas de ensayo. Las dimensiones y la configuración de las probetas de ensayo, se muestran en la Figura 4.1.

El material utilizado para estos tipos de probetas es acero estructural convencional y acero de alta resistencia, con propiedades mecánicas de $S_y = 400 - 409 \text{ MPa}$, $S_u = 537 - 575 \text{ MPa}$ y $S_y = 810 - 840 \text{ MPa}$, $S_u = 845 - 875 \text{ MPa}$ respectivamente.

La aplicación de la carga en las probetas, está dada por una fuerza normal central en la placa vertical principal, y el registro de los esfuerzos en las probetas se hizo través del uso de galgas extensiométricas en los puntos de concentraciones de esfuerzos máximos.

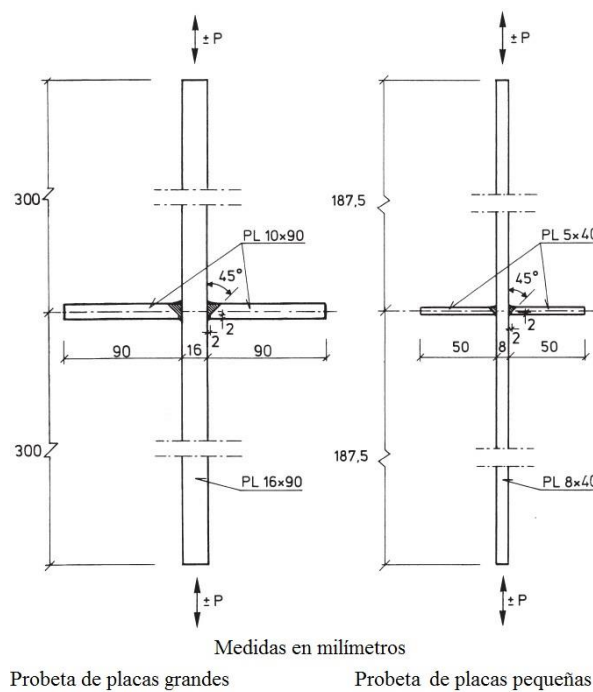


Figura 4.1 Probetas de placas soldadas con refuerzos transversales [44].

4.1.2 Espectros de carga

Para llevar a cabo las pruebas experimentales, se utilizaron tres tipos diferentes de espectros de carga, identificados como BROAD64, PMMOD64 y NARROW64, estos se muestran en la Figura 4.2, Figura 4.3 y Figura 4.4 respectivamente. Estos espectros de carga, corresponden a diferentes comportamientos de las olas del mar sobre estructuras en alta mar.

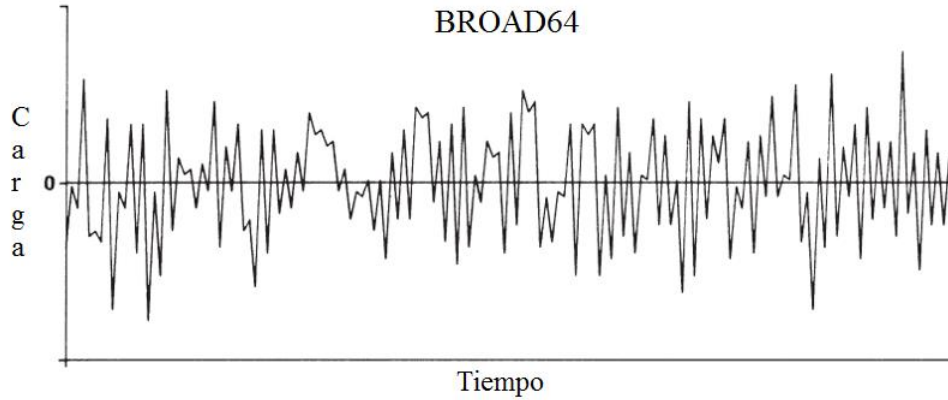


Figura 4.2 Muestra de 150 picos de un espectro de carga de banda ancha BROAD64 [44].

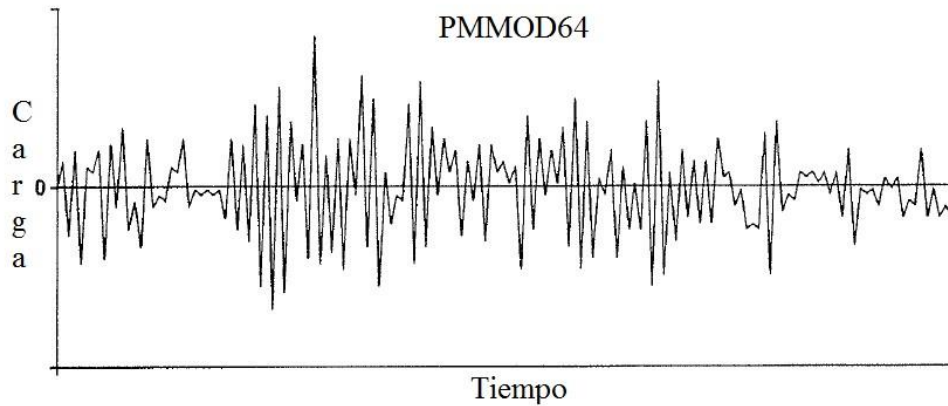


Figura 4.3 Muestra de 150 picos de un espectro de carga PMMOD64 [32].

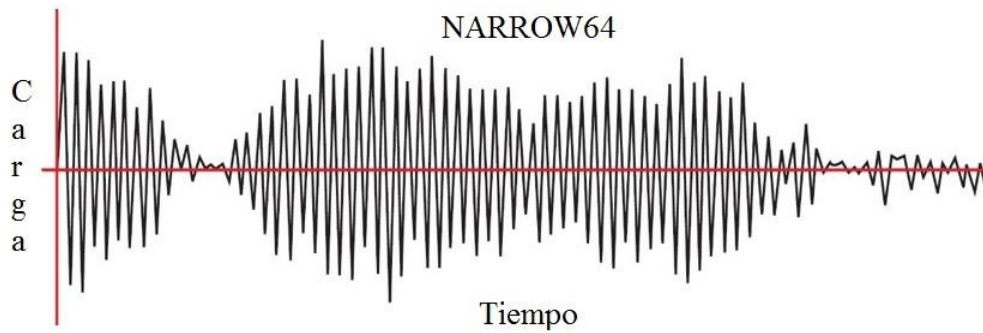


Figura 4.4 Muestra de 150 picos de un espectro de carga de banda corta NARROW64 [48].

Las principales características de estos tres espectros se dan en la Tabla 4.1, donde estos valores corresponden a la media cuadrática *RMS* y media cúbica *RMC* del conteo de Rainflow, en el nivel de carga máxima. Además, se da el factor de irregularidad para cada espectro de carga.

Tabla 4.1 Características de los espectros de carga usados en los ensayos [32].

Espectro	BROAD64	PMMOD64	NARROW64
Número de niveles de carga	64	64	64
Factor de irregularidad, <i>I</i>	0.745	0.817	0.987
Rango de carga mínimo	1	1	1
Rango de carga máximo	63	63	63
<i>RMS</i> (Conteo de Rainflow)	18.6	19.8	22.9
<i>RMC</i> (Conteo de Rainflow)	21.5	22.6	25.2

El factor de irregularidad en espectros de banda corta (Narrow) son cercanos a la unidad, sin embargo los registros de cargas típicas en estructuras marinas son más de banda ancha (Broad), con factores de irregularidad entre 0.6 y 0.8.

Una serie de pruebas iniciales se llevó a cabo, utilizando un espectro denominado como PM32 con características similares al PMMOD64, pero con ciclos más grandes con un *RMC* de 30.1, y un factor de irregularidad $I = 0.84$.

4.2 Resultados experimentales

Los resultados experimentales se obtuvieron de una serie de ensayos en probetas de placas pequeñas y placas grandes. Para los dos tipos de probetas de ensayo se realizaron pruebas iniciales de cargas de amplitud constante como referencia, así como para obtener el valor real de la pendiente m , de las curvas de amplitud constante para el cálculo de los rangos de esfuerzos equivalente de las pruebas de carga de amplitud variable.

Los resultados obtenidos de los ensayos se presentan en diagramas S-N, donde los valores de los resultados de las pruebas de amplitud variable se grafican mediante el uso de un rango de esfuerzo equivalente de amplitud constante, definido en la ecuación (2.12) como:

$$\Delta\sigma_{eq} = \left(\sum_1^h \frac{n_i \Delta\sigma_i^m}{N_e} \right)^{1/m}$$

donde:

- m es la pendiente de la curva S-N log-log de amplitud constante.
- N_e es el número total de ciclos del espectro de carga.
- $\Delta\sigma_i$ es el rango de esfuerzo para el nivel de carga i .
- n_i es el número de ciclos del rango de esfuerzo $\Delta\sigma_i$.
- h es el número total de niveles de carga en el espectro.

Cabe resaltar que $\Delta\sigma_{eq}$ se calculó a través del conteo de Rainflow, del registro de esfuerzos en cada uno de los ensayos, y los resultados se ajustaron a una regresión lineal de la ecuación de Basquin (2.6) por el método de mínimos cuadrados como:

$$\log N = \log A - m \log \Delta\sigma$$

donde m y A son constantes, N es el número de ciclos a la falla y $\Delta\sigma$ es el rango de esfuerzo.

Los puntos marcados con una estrella en los gráficos S-N, no fueron incluidos en el análisis de las regresiones. Estos puntos corresponde a un número de ciclos a la falla alrededor o por encima de 10^7 , y por lo tanto se espera que esté situado en la transición de la relación lineal a una línea horizontal en un alto número de ciclos. Los puntos marcados con una flecha corresponden a probetas de ensayos que no fallaron donde las pruebas se detuvieron.

4.2.1 Acero estructural convencional

Las gráficas presentadas en la Figura 4.5, Figura 4.6, Figura 4.7, Figura 4.8 y Figura 4.9 muestran las curvas S-N medias de los resultados experimentales, para los conjuntos de series de ensayos en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional.

Los ensayos realizados en acero estructural convencional, se llevaron a cabo bajo cargas de amplitud constante y los espectros de carga de amplitud variable BROAD64, PMMOD64, NARROW64 y el espectro PM32.

En la Figura 4.5 se presenta los puntos y la curva de regresión media de los ensayos bajo cargas de amplitud constante en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional, donde se observa que el rango de esfuerzo aplicado se encuentra en el intervalo de 100 – 400 MPa y el número de ciclos a la falla está $10^5 - 10^7$.

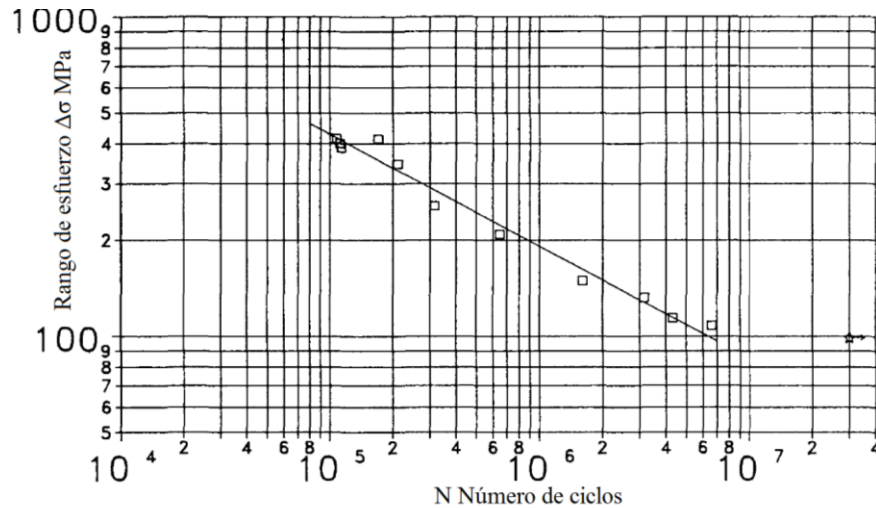


Figura 4.5 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud constante en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [45].

En la Figura 4.6 se presenta los puntos y la curva de regresión media de los ensayos bajo cargas de amplitud variable con el espectro BROAD64 en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional, donde se observa que el rango de esfuerzo aplicado se encuentra en el intervalo de 80 – 300 MPa y el número de ciclos a la falla está $10^5 - 10^7$. Con la finalidad de comparación, se muestra en el mismo gráfico la curva de regresión media para amplitud constante, donde se observa que esta se encuentra por encima de la curva de las pruebas de amplitud variable con pendientes similares.

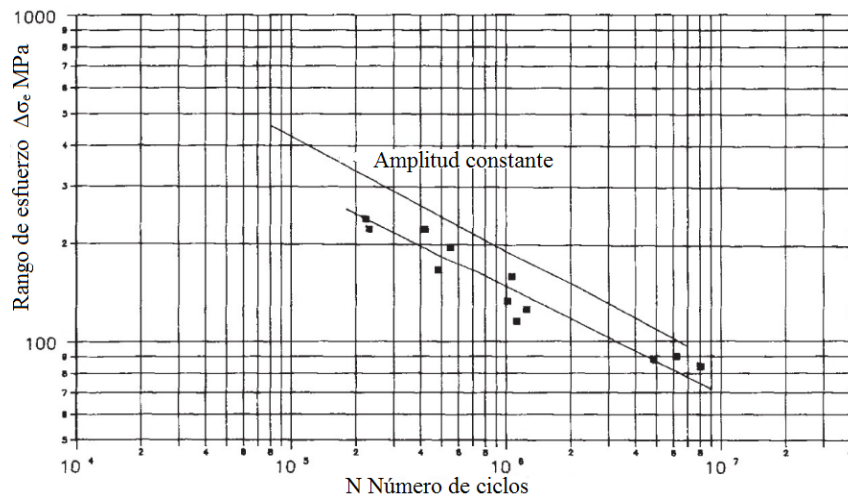


Figura 4.6 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [44].

En la Figura 4.7 se presenta los puntos y la curva de regresión media de los ensayos bajo cargas de amplitud variable con el espectro PMMOD64 en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional, donde se observa que el rango de esfuerzo aplicado se encuentra en el intervalo de 80 – 300 MPa y el número de ciclos a la falla está $10^5 - 10^7$. También con el propósito de comparación, se muestra en el mismo gráfico la curva de regresión media para amplitud constante, donde se observa que esta se encuentra por encima de la curva de las pruebas de amplitud variable.

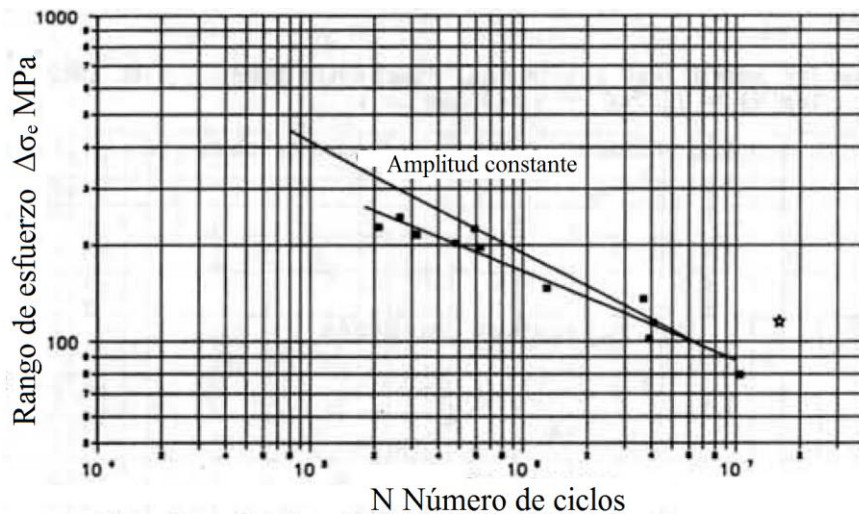


Figura 4.7 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro PMMOD64, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [46].

La Figura 4.8 se presenta los puntos y la curva de regresión media de los ensayos bajo cargas de amplitud variable con el espectro NARROW64 en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional, donde se observa que el rango de esfuerzo aplicado se encuentra en el intervalo de 100 – 300 MPa y el número de ciclos a la falla está $10^5 - 10^7$.

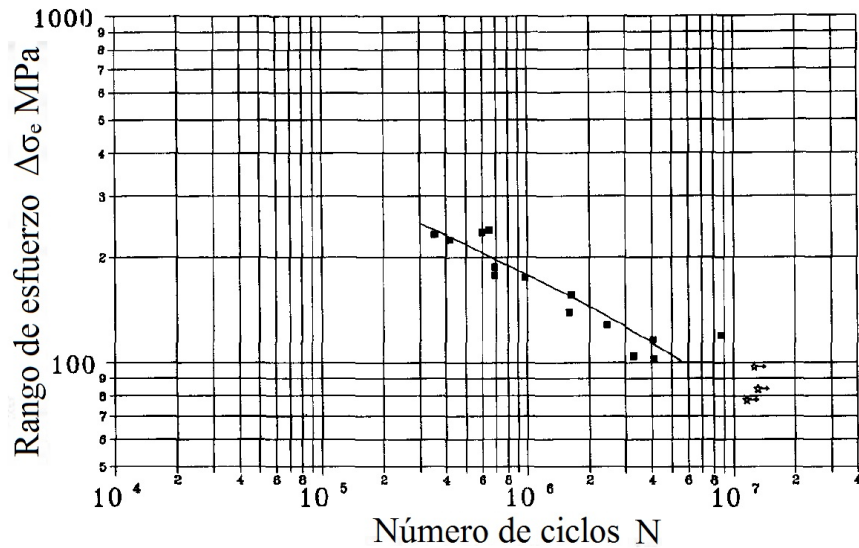


Figura 4.8 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro NARROW64, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [47].

La Figura 4.9 presenta los puntos y la curva de regresión media de los ensayos bajo cargas de amplitud variable con el espectro PM32 en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional, donde se observa que el rango de esfuerzo aplicado se encuentra en el intervalo de 100 – 300 MPa y el número de ciclos a la falla está $10^5 - 10^7$. También se muestra en el mismo gráfico la curva de regresión media para amplitud constante, donde se observa que esta se encuentra por encima de la curva de las pruebas de amplitud variable.

Los resultados para los ensayos en probetas de placas grandes bajo cargas de amplitud constante y los espectros de amplitud variable BROAD64, PMMOD64, NARRO64 y PM32 se presentan en el apéndice A.

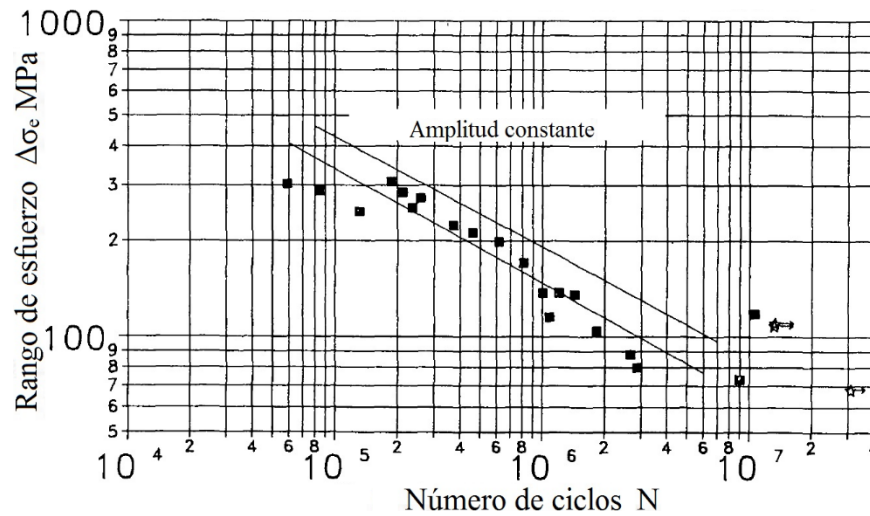


Figura 4.9 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro PM32, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional [45].

4.2.2 Acero de alta resistencia

Las gráficas presentadas en la Figura 4.10 y Figura 4.11 muestran las curvas S-N medias de los resultados experimentales, de los conjuntos de series de ensayos en probetas de placas pequeñas y grandes en acero de alta resistencia.

Los ensayos realizados en acero de alta resistencia, se llevaron a cabo bajo cargas de amplitud constante y el espectro de carga de amplitud variable BROAD64.

En la Figura 4.10, se presenta los puntos y las curvas de regresión media de los ensayos bajo cargas de amplitud constante y el espectro BROAD64 para probetas de placas pequeñas en acero de alta resistencia, donde se observa que el rango de esfuerzo aplicado se encuentra en el intervalo de 200 a 500 MPa en los ensayos de amplitud constante, y de 100 a 300 MPa para el espectro BROAD64. Los rangos de vida a la falla se encuentran en los intervalos de 10^5 a 10^7 ciclos.

En la Figura 4.11 se presenta los puntos y las curvas de regresión media de los ensayos bajo cargas de amplitud constante y el espectro BROAD64 para probetas de placas grandes en acero de alta resistencia, donde se observa que el rango de esfuerzo aplicado se encuentra en el intervalo de 90 a 400 MPa en los ensayos de amplitud constante, y de 70 a 300 MPa para el espectro BROAD64. Los rangos de vida a la falla se encuentran en los intervalos de 10^5 a 10^7 ciclos.

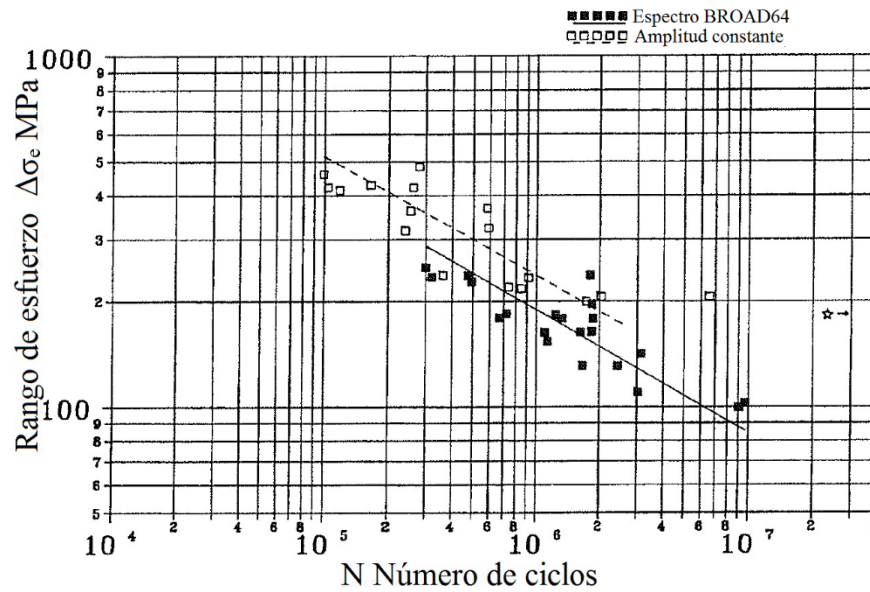


Figura 4.10 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud constante y variable con el espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas y acero de alta resistencia [32].

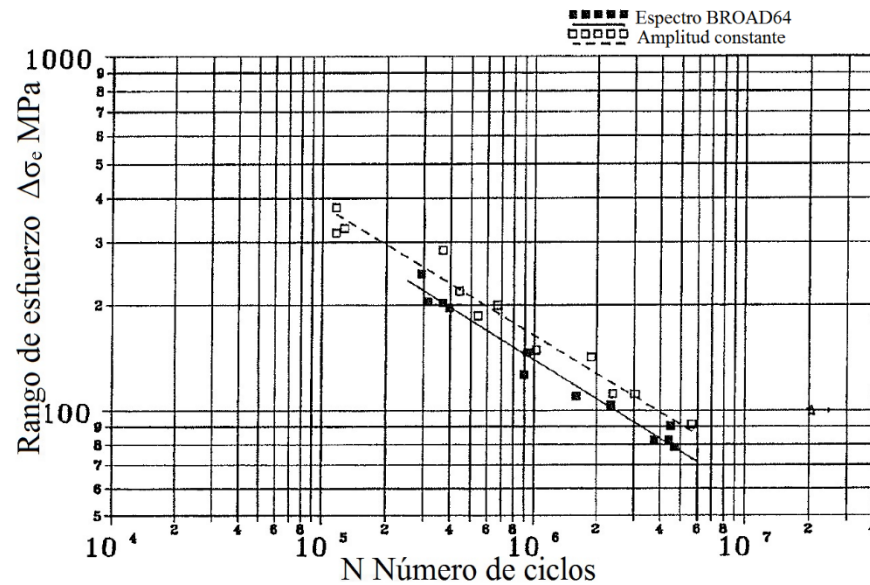


Figura 4.11 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud constante y variable con el espectro BROAD64, en probetas de placas grandes y acero de alta resistencia [32].

En la Tabla 4.2 se presentan las constantes m y $\log A$ de las regresiones lineales para cada conjunto de ensayos realizados, así como el factor de correlación de los datos para las curvas S-N media.

Tabla 4.2 Valores de las constantes de las curvas de regresión lineal de Agerskov.

Tipo de ensayo	Número de pruebas	log A	m	ρ
Placas Pequeñas Acero Estructural Convencional				
Amplitud Constante	15	12.906	3.102	-0.98
NARROW64	12	12.178	2.875	-0.99
PMMOD64	13	11.454	2.574	-0.97
BROAD64	14	12.252	2.986	-0.94
PM32	10	12.504	3.005	-0.98
Placas Grandes Acero Estructural Convencional				
Amplitud Constante	11	12.5	2.851	-0.99
NARROW64	14	12.512	2.894	-0.92
PMMOD64	11	13.576	3.419	-0.94
BROAD64	12	12.631	3.062	-0.96
PM32	20	11.98	2.76	-0.92
Placas Pequeñas Acero de Alta Resistencia				
Amplitud Constante	12	12.066	2.741	-0.98
BROAD64	12	11.724	2.67	-0.99
Placas Grandes Acero de Alta Resistencia				
Amplitud Constante	17	12.962	2.935	-0.84
BROAD64	21	12.511	2.862	-0.85
Total de pruebas realizadas	194			

Los resultados de los ensayos de fatiga realizados por Agerskov *et al.*, que se presentan en este capítulo, muestran una diferencia significativa entre los resultados de pruebas de amplitud constante y amplitud variable.

Capítulo 5

Metodología propuesta

En este capítulo se presenta una metodología para la estimación y predicción de la vida útil a fatiga, de materiales metálicos bajo cargas de servicio reales que tienen un comportamiento de amplitud variable en su carga.

La metodología contempla el uso del modelo probabilístico Weibull, desarrollada por Enrique Castillo y presentada en el Capítulo 3 de este trabajo. También se presenta un caso de estudio de aplicación de la metodología haciendo uso de los resultados experimentales de Agerskov, presentados en este trabajo en el Capítulo 4.

5.1 Análisis dimensional del problema

Como se presentó en el tema 3.1, las principales variables identificadas para el fenómeno de la fatiga en el campo de Wohler son el siguiente conjunto:

$$\{N, N_0, \Delta\sigma, \sigma_l, \Delta\sigma_0, p\} \quad (5.1)$$

donde N es el número ciclos a la falla en un rango de esfuerzo $\Delta\sigma$ y un nivel de esfuerzo dado σ_l , N_0 es el valor de referencia del tiempo mínimo de vida posible para N determinado por el límite a la fluencia del material, $\Delta\sigma_0$ es el límite a la fatiga definida en algunos casos como el rango de esfuerzo para una vida de 10^6 ciclos de una curva S-N media del material y p representa la probabilidad percentil a la falla.

Para el desarrollo de esta metodología, el rango de esfuerzo de amplitud constante $\Delta\sigma$ del modelo de Castillo se reemplazó por un rango de esfuerzo equivalente $\Delta\sigma_{eq}$ de un espectro de carga de amplitud variable, y el nivel de esfuerzo de referencia σ_l se tomó como la relación de esfuerzos R , por lo tanto el conjunto (5.1) se presenta como:

$$\{N, N_0, \Delta\sigma_{eq}, R, \Delta\sigma_0, p\} \quad (5.2)$$

Una vez que se han identificado las principales variables de estudio del problema, se realizó un análisis dimensional con el objetivo de obtener modelos dimensionados correctamente, lo que facilita identificar relaciones entre las variables de estudio, y por lo tanto se obtuvieron modelos más sencillos y matemáticamente correctos.

En el tema 2.7 se muestran los pasos necesarios para realizar un estudio dimensional, a continuación se aplica al análisis de las variables de estudio presentadas.

5.1.1 Dependencia de las variables

Como primer paso se identificó la dependencia de las variables, dado el conjunto (5.2) de variables involucradas en el problema.

Tabla 5.1 Clasificación de variables de estudio según su influencia en la fatiga.

Variable	Tipo	Motivo
N	Dependiente	El número de ciclos a la falla es la variable de interés del fenómeno a la fatiga, depende de diversas condiciones de carga y propiedades del material.
N_0	Parámetro	El límite de ciclos mínimos de la curva S-N se considera como un parámetro debido a que es una propiedad del material el cual no varía entre pruebas para observar la influencia de las cargas sobre el material.
$\Delta\sigma_{eq}$	Independiente	El rango de esfuerzo equivalente es independiente debido a que este puede tomar cualquier valor que se le asigne en cada prueba.
R	Independiente	Al igual que el rango de esfuerzo, la relación de esfuerzos no depende de nadie, su valor es asignado con respecto al interés que se tenga sobre el efecto en el material a estudiar.
$\Delta\sigma_0$	Parámetro	El límite del rango de esfuerzo mínimo o límite a la fatiga es un parámetro de referencia del material, este solo depende directamente de las propiedades físicas del material.
p	Dependiente	La probabilidad de falla al igual que el número de ciclos a la vida, dependen de las condiciones de carga y de las propiedades del material, así como del comportamiento no determinístico del fenómeno.

La Tabla 5.1 muestra una clasificación de las variables de estudio con respecto a su influencia en el problema. La dependencia que representan las variables permite establecer la siguiente relación:

$$N = f\{N_0, \Delta\sigma_{eq}, R, \Delta\sigma_0, p\} \quad (5.3)$$

donde se muestra al número de ciclos al fallo como una variable dependiente, que está en función del rango de esfuerzo, la relación de esfuerzos, los parámetros límites y la probabilidad de falla a las condiciones dadas.

5.1.2 Unidades fundamentales

El conjunto de variables mostrado en (5.2) pueden representarse en términos de magnitudes básicas fundamentales. En la Tabla 5.2 se muestra la descomposición de las unidades de las magnitudes físicas en magnitudes básicas fundamentales.

Tabla 5.2 Análisis dimensional del conjunto de variables identificadas.

Magnitud	N	N_0	$\Delta\sigma_{eq}$	$\Delta\sigma_0$	R	p
Masa	0	0	1	1	0	0
Longitud	0	0	-1	-1	0	0
Tiempo	1	1	-2	-2	0	0

Las magnitudes fundamentales en este análisis son la masa (M), la longitud (L) y el tiempo (T), involucradas en el fenómeno de la fatiga. Como resultado se obtienen los exponentes de cada magnitud fundamental.

5.1.3 Variables adimensionales

Por medio del análisis dimensional de la Tabla 5.2 se identificó que las variables principales del fenómeno de fatiga cuentan con solo 3 dimensiones básicas, mediante el teorema de Buckingham se sabe que cualquier relación que involucre las 6 variables importantes, puede escribirse en términos de $n - k$ variables adimensionales. Como las variables p y R son variables sin dimensiones, por lo tanto $k \leq 4$, y debido a que sólo existen 2 magnitudes físicas

con las que se representan todas las variables del conjunto $k = 2$, por lo tanto $n = 6$ se tiene que donde:

$$n - k = \text{numero de variables adimensionales} \quad (5.4)$$

Por lo tanto, sabe que solo 4 variables adimensionales pueden representar el conjunto de las variables identificadas. A continuación se calculan los correspondientes términos Π adimensionales.

Eligiendo N_0 y $\Delta\sigma_0$ como parámetros de normalización para aplicar el método de pi se tiene:

$$\Pi_1 = N_0^a \Delta\sigma_0^b \Delta\sigma_{eq} = (T)^a (ML^{-1}T^{-2})^b (ML^{-1}T^{-2}) = M^0 L^0 T^0 \quad (5.5)$$

Igualando exponentes:

Masa:

$$b + 1 = 0$$

Longitud:

$$-b - 1 = 0$$

Tiempo:

$$a - 2b - 2 = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene:

$$a = 0 \text{ y } b = -1$$

Sustituyendo a y b en (5.5) se tiene:

$$\Pi_1 = N_0^0 \Delta\sigma_0^{-1} \Delta\sigma = \frac{\Delta\sigma_{eq}}{\Delta\sigma_0}$$

Realizando el mismo procedimiento se determina la variable adimensional restante:

$$\Pi_2 = \frac{N}{N_0}$$

Identificando las variables adimensionales mediante la asignación de un asterisco (*) se reescriben como el siguiente conjunto:

$$\{N^*, \Delta\sigma_{eq}^*, R, p\} \quad (5.6)$$

donde:

$$N^* = \frac{N}{N_0} \quad (5.7)$$

$$\Delta\sigma_{eq}^* = \frac{\Delta\sigma_{eq}}{\Delta\sigma_0} \quad (5.8)$$

El análisis adimensional indica que cualquier relación que implique las 6 variables dimensionales principales puede ser expresada como:

$$r(N^*, \Delta\sigma_{eq}^*, R, p) = 0 \quad (5.9)$$

Gracias al teorema de Buckingham se puede determinar si hay suficientes variables para que una relación física pueda establecerse, así como el número mínimo de variables adimensionales para establecer una relación física y el conjunto de estas.

5.2 Procesamiento de datos experimentales

Como se vio en el tema 2.5 del capítulo conceptos generales, es necesario realizar una simplificación de los registros de carga de las pruebas de amplitudes variables, con la finalidad de reducir la cantidad de datos y además identificar valores representativos del comportamiento de estos.

5.2.1 Análisis del registro de carga

A continuación se enlistan los pasos a seguir para llevar a cabo el análisis de los datos experimentales, esto incluye una simplificación de ciclos directamente del registro de carga, un conteo de ciclos y la determinación de un factor de irregularidad.

1. Como primer paso se tiene que efectuar una reducción del historial de carga, esto significa que solo se tomarán los valores máximos y mínimos de los computados eliminando los puntos intermedios, ya que solo estos valores picos son de interés para el estudio. Una vez que se tiene todo los valores picos es necesario eliminar los rangos de esfuerzo que no tengan relevancia en la vida a la fatiga, para esto se debe establecer un valor de referencia y por lo tanto eliminar todos los intervalos que estén por debajo de este. El valor de referencia debe ser seleccionado de acuerdo a las propiedades de cada material a estudiar.

2. El segundo paso del análisis se realiza un conteo de ciclos del historial de carga simplificado, el método de conteo propuesto en este trabajo es el conteo de Rainflow ya que por muchos años ha sido la mejor opción para contemplar la secuencia de aplicación de las cargas. El conteo de Rainflow determinará cuantos ciclos de carga existen en cada uno de los diferentes rangos de esfuerzo del historial simplificado, además que permite calcular un esfuerzo medio en cada conteo lo cual permite establecer un esfuerzo medio promedio.
3. El tercer paso es proponer valores que puedan representar características del historial de carga que permitan comparar los distintos comportamientos de los historiales de carga, por lo tanto en esta metodología se calcularán dos, el factor de irregularidad “I” y la media cuadrática “RMS” (por sus siglas en ingles).

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (5.10)$$

Para el cálculo del factor de irregularidad es necesario establecer un nivel de esfuerzo de referencia, se propone que este sea el promedio del esfuerzo medio del conteo de Rainflow. Una vez determinado el nivel de referencia se cuenta las veces que corta el historial de carga simplificado a este valor y se divide entre la suma de valores máximos y mínimos, el resultado de esta operación establece el factor de irregularidad del historial de carga.

4. Como último paso del análisis de los datos experimentales se calcula el RMS del historial reducido, este valor es una medida estadística de los rangos de esfuerzo del historial de carga.

5.2.2 Rango de esfuerzo equivalente

A través del cálculo de un rango esfuerzo equivalente de amplitud constante se puede comparar pruebas de fatiga de amplitud variable con pruebas de amplitud contante, por lo tanto es necesario simplificar la información de los datos de las pruebas. En esta metodología se propone utilizar una relación para el rango de esfuerzo equivalente basada en la regla de acumulación del daño de Miner y en la ecuación de Basquin.

$$\Delta\sigma_{eq} = \left(\sum_1^h \frac{n_i \Delta\sigma_i^m}{N_e} \right)^{1/m} \quad (5.11)$$

La ecuación (5.11) propone un rango de esfuerzo equivalente sin embargo esta ecuación está basada en la regla de Miner y por lo tanto no contempla el orden de aplicación de las cargas. Para contemplar el orden de aplicación se propone utilizar esta ecuación en el resultado del conteo de Rainflow, de esta manera se resuelve esta limitante.

Además para considerar el efecto del esfuerzo medio promedio se propone que la pendiente “ m ” de la curva S-N de amplitud constante sea a este nivel de esfuerzo. Una vez que se calcula el rango de esfuerzo equivalente es posible graficar todos los datos tanto de amplitud constante como de amplitud variable en un mismo gráfico.

Cada uno de estos valores calculados será de gran importancia en la metodología más adelante. Una explicación más detallada de cada uno de estos pasos se encuentra en el capítulo conceptos generales.

5.3 Análisis probabilístico

Debido a la complejidad del fenómeno de fatiga para la estimación y predicción de la vida útil a la que están sujetos los distintos materiales en aplicaciones ingenieriles, los modelos matemáticos y estadísticos tienen un papel importante. El problema de la fatiga representa uno de los retos más difíciles que aún no se han resuelto apropiadamente.

En esta metodología se propone el uso de un modelo probabilístico desarrollado por Enrique Castillo y Alfonso Fernández [19], el modelo se basa en contemplar la vida a la fatiga N como una variable aleatoria y por lo tanto este es de naturaleza estadística, además se obtiene sin supuestos arbitrarios sobre su forma funcional. El modelo se aplica en el caso donde se varía el rango de esfuerzo, entre cada conjunto de prueba, pero existe un nivel de referencia constante en cada una de ellas.

5.3.1 Planteamiento del modelo para cargas de amplitud variable

Debido a la sustitución del rango de esfuerzo de amplitud constante $\Delta\sigma$ por el rango de esfuerzo equivalente $\Delta\sigma_{eq}$, las relaciones funcionales para la vida a la fatiga (3.2), (3.3) y (3.4) presentadas en el tema 3.2.1 se modificaron, quedando como:

$$N^* = f^*(\Delta\sigma_{eq}^*, p|R) \quad (5.12)$$

$$\Delta\sigma_{eq}^* = g^*(N^*, p|R) \quad (5.13)$$

$$p = h^*(N^*, \Delta\sigma_{eq}^*|R) \quad (5.14)$$

Las ecuaciones (5.12), (5.13) y (5.14) muestran una relación funcional, donde la razón de esfuerzos R es dada y permanece constante en cada uno de los casos. Por lo tanto, de acuerdo al modelo probabilístico presentado en la ecuación (3.10) queda como:

$$p = 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N - B)(g(\Delta\sigma_{eq}) - C) - \lambda}{\delta} \right]^\beta \right\} \quad (5.15)$$

donde B, C, λ, δ y β son los parámetros dimensionales. La estimación de los parámetros del modelo probabilístico se llevan a cabo mediante los métodos presentados en los temas 3.2.2 y 3.2.3.

5.3.2 Predicciones en el campo de Wohler

Una vez que los límites B y C , y los parámetros λ, δ y β son estimados, se sustituyen en el modelo Weibull (5.15), este permite predecir la probabilidad de falla para diferentes combinaciones de rangos de esfuerzos y números de ciclos a la falla dentro del campo de Wohler. También es posible predecir el número de ciclos a la falla para un rango de esfuerzo y una probabilidad de falla requerida, despejando N de la ecuación (5.15) se tiene que:

$$N = \exp \left\{ \frac{\lambda + \delta[-\ln(1-p)]^{1/\beta}}{g(\Delta\sigma_{eq}) - C} + B \right\} \quad (5.16)$$

De la misma forma, se puede encontrar un rango de esfuerzo donde la vida del material falle a un número de ciclos deseado con una probabilidad de falla deseada. Despejando $g(\Delta\sigma)$ se tiene que:

$$g(\Delta\sigma_{eq}) = \frac{\lambda + \delta[-\ln(1-p)]^{1/\beta}}{\ln N - B} + C \quad (5.17)$$

Estas predicciones pertenecen al campo de estudio de Wohler, y se obtienen con base a los datos experimentales, consideraciones estadísticas y probabilísticas de las curvas percentiles, para un tipo de espectro de carga de amplitud variable.

5.4 Predicción en diferentes historiales de servicio

Hasta este momento, todos los cálculos y predicciones se han enfocado en un mismo espectro de carga de amplitud variable con un comportamiento en común, y solo cambiando la escala del rango de esfuerzo $\Delta\sigma_{eq}$.

Como parte de los alcances de este trabajo, es de interés establecer un criterio para la estimación de la vida útil por fatiga, de acuerdo a las condiciones de servicio reales. Por lo tanto, en este apartado se plantea una propuesta para comparar diferentes tipos de espectros, mediante el uso del *RMS* y el factor de irregularidad *I* característico de cada uno de estos.

5.4.1 Ajuste para distintos comportamientos de carga

A partir del estudio de los resultados experimentales, se propone realizar un ajuste a la curva S-N media de amplitud constante, para otros comportamientos de carga, esto limitado a otras condiciones de carga en aplicaciones reales similares, por ejemplo en los diferentes tipos de registros de cargas de una suspensión de un automóvil en las distintas condiciones de superficies de trabajo.

Como primer paso, es necesario observar el comportamiento de las curvas S-N medias para los diferentes tipos de ensayos realizados, tanto de amplitud constante como de los diferentes espectros de carga evaluados. Por lo tanto, se debe realizar un gráfico como del ejemplo ilustrativo mostrado en la Figura 5.1, donde se observa que el efecto esperado de las cargas de amplitudes variables es de una reducción de la vida a fatiga del material, así como un comportamiento en común de la forma de sus curvas.

Una vez que se verificó la forma y tendencia de las curvas medias, se prosigue a encontrar una relación de rangos de esfuerzos equivalentes con el rango de esfuerzo de amplitud constante, tomando como curva de normalización esta última en los distintos números de ciclos a la vida del material. Con este fin, es necesario graficar para cada espectro de carga, los rangos de esfuerzos equivalentes contra su rango de amplitud constante correspondiente, para el mismo

número de ciclos a la vida, donde los valores de las gráficas se obtienen directamente de las ecuaciones (5.16) y (5.17) del modelo probabilístico en las curvas percentiles medias.

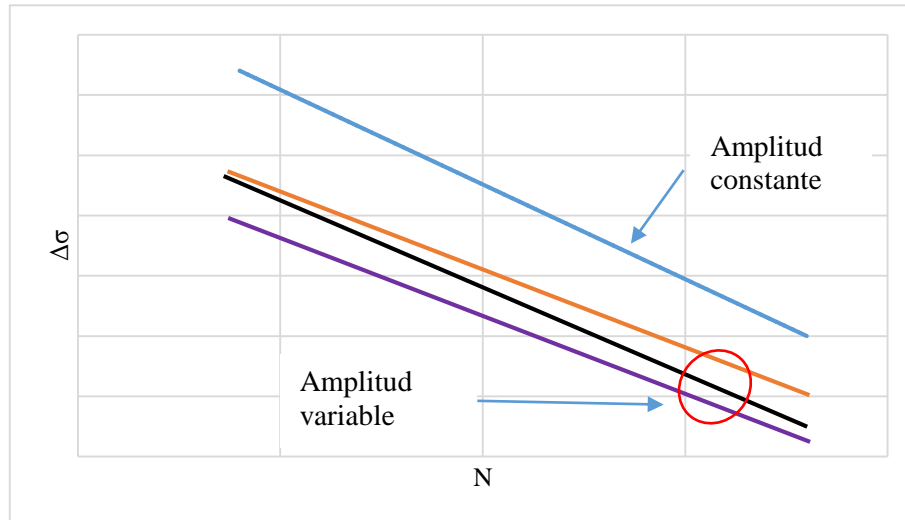


Figura 5.1 Ejemplo ilustrativo de curvas S-N medias para diferentes espectros de carga.

La Figura 5.2 muestra un ejemplo ilustrativo de una gráfica que relaciona los rangos de esfuerzo de un espectro de carga, con los rangos de esfuerzo de la curva S-N de amplitud constante.

Una vez que se obtuvieron todas las gráficas de $\Delta\sigma - \Delta\sigma_{eq}$ y se observó las formas de cada una de ellas, es necesario obtener las ecuaciones de regresión, esto con la finalidad de encontrar una relación cuantitativa de las curvas de amplitud variable con la curva de amplitud constante del material. La ecuación de regresión que se elija será la que mejor se ajuste a los datos, por ejemplo estas pueden representarse por medio de regresiones lineales, potenciales o exponenciales, representadas por las ecuaciones (5.18), (5.19) y (5.20) respectivamente.

$$y = mx + b \quad (5.18)$$

$$y = Ax^b \quad (5.19)$$

$$y = Ae^{bx} \quad (5.20)$$

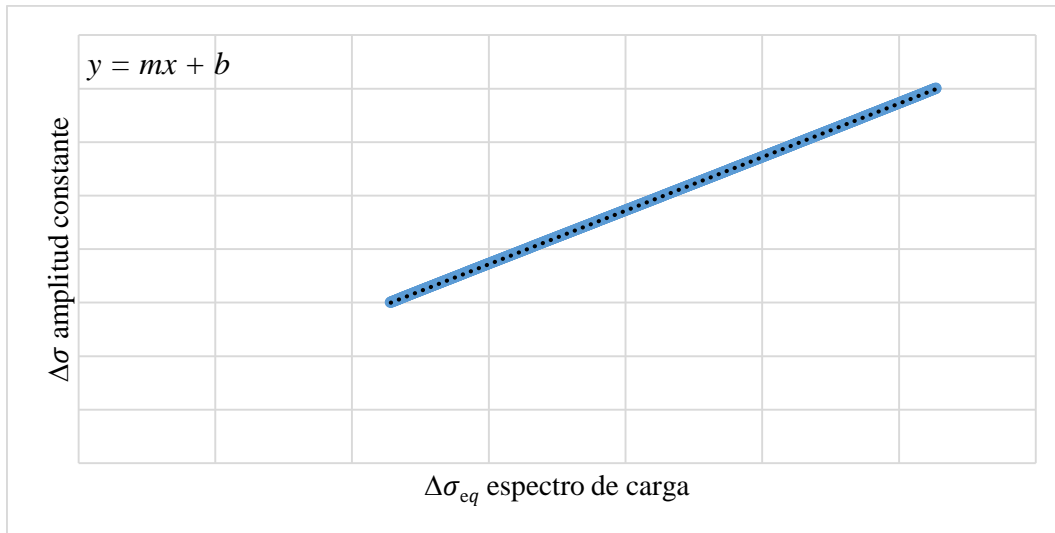


Figura 5.2 Ejemplo ilustrativo de una gráfica de relación de esfuerzos de amplitud constante contra el rango de esfuerzo equivalente de un espectro de carga.

Para el caso de una regresión lineal donde la ecuación característica (5.18) se sustituye la variable y por el rango de esfuerzo de amplitud constante $\Delta\sigma$ y x por el rango de esfuerzo equivalente $\Delta\sigma_{eq}$ de un espectro de carga, quedando como:

$$\Delta\sigma = m\Delta\sigma_{eq} + b \quad (5.21)$$

donde m es la pendiente de la recta y b es el valor del rango de esfuerzo de amplitud constante donde corta la ordenada en el origen. Para cada tipo de espectro de carga se obtendrá una relación de esfuerzo como la mostrada en la Figura 5.2, así como una ecuación de regresión donde sus parámetros característicos m y b serán determinados.

Una vez que sean calculados todos los parámetros de las regresiones para cada uno de los espectros de carga de amplitud variable, y se propone calcular una pendiente media \bar{m} que se aproxime al conjunto de pendientes de todas las relaciones $\Delta\sigma - \Delta\sigma_{eq}$, esto con el propósito de normalizar este parámetro, por lo tanto se tiene que:

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i \quad (5.22)$$

donde m_i es la pendiente de la regresión para el espectro i y n es el valor del número de relaciones de esfuerzos de los n espectros de carga de amplitud variable.

Con la nueva pendiente calculada, los parámetros b de las ecuaciones de regresión se vuelven a determinar, tomando como referencia un $\Delta\sigma$ central de la curva S-N de amplitud constante y su respectivo $\Delta\sigma_{eq}$ para el espectro de carga. Estos resultados se relacionan en una gráfica con el valor del RMS característico para cada espectro de carga de amplitud variable.

La Figura 5.3 muestra un ejemplo ilustrativo de una gráfica que relaciona el valor característico del RMS de un espectro de carga con el parámetro b propuesto.

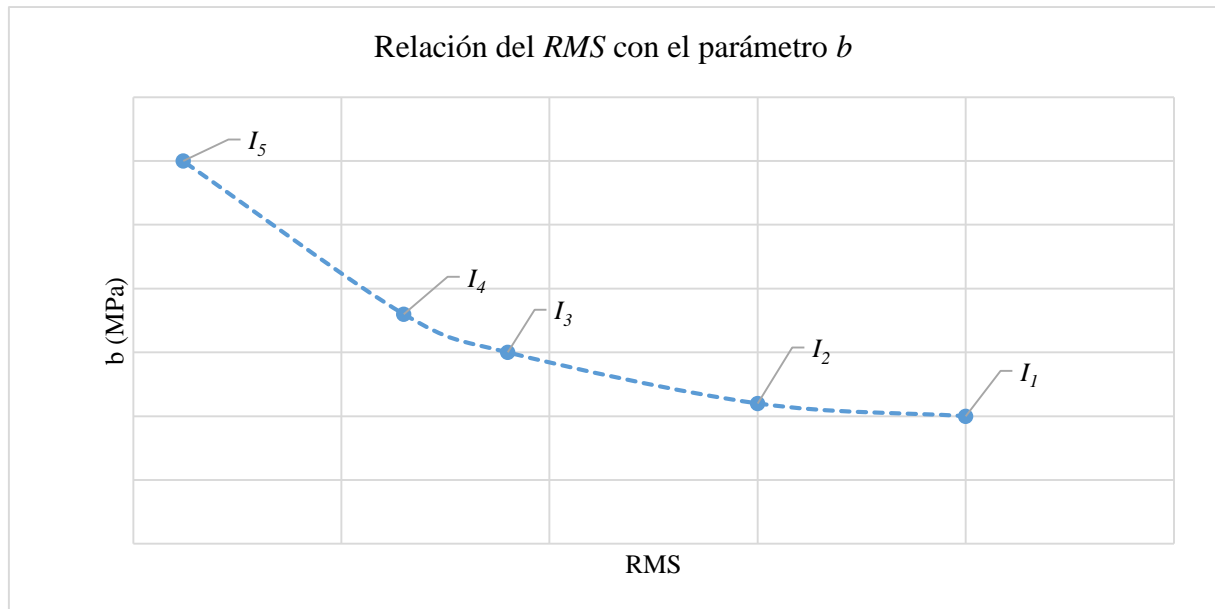


Figura 5.3 Ejemplo ilustrativo de gráfica de la relación del RMS y el parámetro b de la ecuación de regresión.

Como último paso, para estimar una curva S-N media de un espectro con diferente RMS , se utiliza la relación encontrada en la gráfica y se asigna un valor al parámetro b , que corresponda al RMS deseado del nuevo espectro de carga. De la ecuación de regresión (5.21), se despeja la variable del $\Delta\sigma_{eq}$ y se sustituyen los valores de la curva de amplitud constante, de esta forma se obtiene la predicción de los nuevos rangos de esfuerzos equivalentes para la curva S-N media del nuevo espectro de carga.

5.5 Uso de la metodología

En esta última parte del desarrollo, se plantea el procedimiento a seguir para emplear la metodología en las aplicaciones de estimación y predicción de la vida útil a fatiga de materiales metálicos. Por lo tanto, se tiene presente como tratar los datos de las pruebas, estimar los

parámetros del modelo probabilístico y predecir el comportamiento de la vida a la fatiga dentro del campo de Wohler para un tipo de espectro de carga. Además se propone como llevar a cabo una comparación de diferentes comportamientos de espectros y realizar ajustes para predecir otras familias de curvas percentiles S-N.

5.5.1 Procedimiento de aplicación

Para hacer uso de la metodología a un caso de estudio, se seguirán los siguientes pasos:

1. **Diseño de probetas.** A partir de la selección de un material a estudiar, se construyen probetas estandarizadas bajo alguna norma internacional para estudiar fatiga en materiales metálicos.
2. **Selección del espectro de carga.** Identificar una aplicación del material, ya sea en un dispositivo o máquina sometida a cargas dinámicas, esto con la finalidad de seleccionar espectros de carga para diferentes condiciones de trabajo.
3. **Pruebas experimentales.** Una vez que, se tienen identificados los espectros de carga, se selecciona un máximo valor de carga en común para cada uno de los espectros, y se realizan los ensayos para cada comportamiento en diferentes rangos de esfuerzos. Los rangos de esfuerzo deben de estar dentro de los límites elásticos del material y debe cubrir la región deseada de la fatiga de alto ciclos. Además de los ensayos en los espectros de carga se debe realizar pruebas para cargas de amplitud constante, donde la relación de carga media de estas pruebas debe corresponder a un promedio de carga media entre los diferentes espectros.
4. **Simplificación de los datos.** En este paso se simplifican los registros de esfuerzos, para simplificar el registro de esfuerzos para cada ensayo, es necesario hacer una reducción de valores picos, esto se lleva a cabo como se mostró en el tema 2.5.
5. **Conteo de ciclos.** Una vez simplificado cada uno de los registros de las pruebas, se realiza un conteo de ciclos por el método de Rainflow en cada uno de estos. Como resultado del conteo se tiene una matriz Rainflow, que contempla el número de rangos de esfuerzo y el esfuerzo medio presente en cada ciclo.
6. **Factor de irregularidad.** Para calcular el factor I del espectro de carga, es necesario que se defina un nivel de carga de referencia. Este nivel de carga, será el valor medio

promedio del conteo de ciclos de Rainflow, en el nivel de carga máxima en común de cada espectro de carga. Una vez identificada la carga media para cada tipo de espectro, se obtiene un promedio de estas, y se lleva a cabo el conteo de cruces por el nivel de referencia y se calcula el factor de irregularidad como se explicó en el tema 2.5.3.

7. **Media cuadrática.** El siguiente paso es calcular el *RMS* para cada tipo de espectro, de las condiciones de trabajo. Para el cálculo del *RMS* se toma el nivel de carga máxima en común de cada uno de estos registros de cargas, y se les determina el *RMS* como se explicó en la sección 5.2.1.
8. **Rango de esfuerzo equivalente.** Después de realizar el conteo de Rainflow a cada ensayo, se determina el rango de esfuerzo equivalente $\Delta\sigma_{eq}$ de amplitud constante mediante el uso de la ecuación (2.12).

$$\Delta\sigma_{eq} = \left(\sum_1^h \frac{n_i \Delta\sigma_i^m}{N_e} \right)^{1/m}$$

Este paso se lleva a cabo en cada uno de los conteos de Rainflow de cada ensayo, de los diferentes espectros de carga.

9. **Parámetros límites.** Para estimar los parámetros *B* y *C*, se utiliza la ecuación (3.13)

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln N_i = B + \frac{\mu}{g(\Delta\sigma_i) - C}$$

para formar el sistema de ecuaciones para cada tipo de espectro de carga. Una vez que se tienen los sistemas de ecuaciones, estos se resuelven por algún método numérico, y las estimaciones de los parámetros *B* y *C* son encontrados. Cabe destacar que a partir de este paso, se utilizan los datos de los rangos de esfuerzo equivalentes de cada una de las pruebas.

10. **Cálculo de valores *V*.** Usando la ecuación (3.14) se calculan los valores V_i de cada ensayo, a través del rango de esfuerzo equivalente $\Delta\sigma_{eq}$ y el número de ciclos a la falla del conteo de Rainflow.

$$V_i = (\ln N_i - B)(g(\Delta\sigma_i) - C)$$

11. **Parámetros Weibull.** El siguiente paso es estimar los parámetros λ, δ y β del modelo Weibull, usando el método de estimación dado en el tema 3.2.3.
12. **Modelo probabilístico.** Se reemplazan los parámetros en el modelo (5.16) y se grafican las curvas percentiles del campo de Wohler, junto con los puntos de los ensayos.

$$N = \exp \left\{ \frac{\lambda + \delta [-\ln(1-p)]^{1/\beta}}{g(\Delta\sigma_{eq}) - C} + B \right\}$$

13. **Predicción en el campo de Wohler.** Se usa el modelo (5.16) para predecir la vida a la fatiga en otra condición de esfuerzo $\Delta\sigma_{eq}$, dada una probabilidad de falla de interés.
14. **Ajuste a otros espectros de carga.** Se usa el procedimiento planteado en la sección 5.4 para dar aproximaciones de otras curvas S-N medias, para diferentes tipos de espectros de carga.

En la Figura 5.4 se muestra un diagrama de flujo de la metodología, donde se plantea una idea general del análisis de los datos y la estimación del modelo probabilístico.

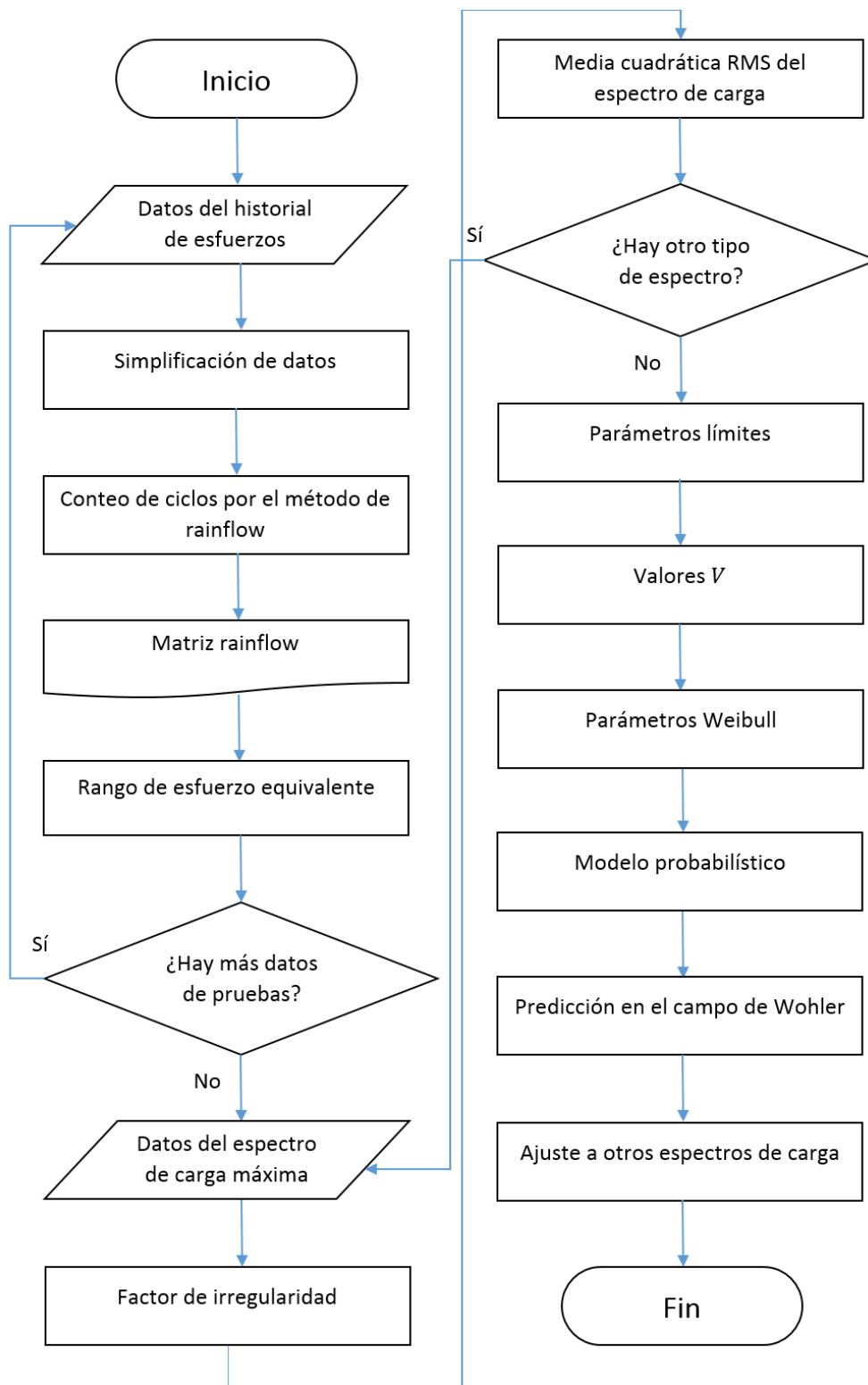


Figura 5.4 Diagrama de flujo del análisis de los resultados experimentales.

5.6 Aplicación de la metodología

En esta sección se presenta un caso de estudio de aplicación, donde la metodología se aplica a resultados de pruebas experimentales en la literatura, realizadas por Agerskov y presentadas en el Capítulo 4 de este trabajo.

5.6.1 Análisis de los resultados experimentales

Para poder extraer los valores de los puntos en los gráficos de Agerskov presentados en el tema 4.2, se utilizó el programa WebPlotDigitizer® y se exportaron en archivos de valores separados por comas (CSV) de Excel®. En la Tabla 5.3, se muestra un ejemplo de extracción de valores de los ensayos, correspondientes a los dos gráficos presentados para amplitud constante y el espectro BROAD64. El resto de los datos experimentales se presentan en el apéndice C.

Tabla 5.3 Valores de los de los ensayos en probetas de placas pequeñas en acero estructural convencional

Ensayos en probetas de placas pequeñas en acero estructural convencional			
Amplitud constante		BROAD64	
$\Delta\sigma$ (Mpa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (Mpa)	N
416	106,634	237	223,057
413	168,577	221	230,139
403	110,954	220	416,783
390	113,174	193	552,181
344	209,733	166	487,285
257	312,040	158	1,064,509
208	638,632	133	1,021,056
149	1,594,394	125	1,244,579
132	3,136,685	115	1,121,434
114	4,268,784	90	6,192,346
108	6,548,910	88	4,822,341
-	-	84	8,034,843

5.6.2 Estimación de los parámetros límites

Como se vio en el tema 3.2.2, la estimación de los valores límites del modelo probabilístico, se determinan resolviendo el sistema de ecuaciones formado a partir de la ecuación (3.13), donde $g(\Delta\sigma_i)$ será el logaritmo natural del rango de esfuerzo equivalente $\ln(\Delta\sigma_{eq})$ para cada ensayo.

Por lo tanto, para los 11 ensayos realizados bajo cargas de amplitud constante, en probetas de placas pequeñas y acero estructural convencional, el sistema de ecuaciones queda como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln(106,634) = B + \frac{\mu}{\ln(416) - C} \\ \ln(168,577) = B + \frac{\mu}{\ln(413) - C} \\ \ln(110,954) = B + \frac{\mu}{\ln(403) - C} \\ \ln(113,174) = B + \frac{\mu}{\ln(390) - C} \\ \ln(209,733) = B + \frac{\mu}{\ln(344) - C} \\ \ln(312,040) = B + \frac{\mu}{\ln(257) - C} \\ \ln(638,632) = B + \frac{\mu}{\ln(208) - C} \\ \ln(1,594,394) = B + \frac{\mu}{\ln(149) - C} \\ \ln(3,136,685) = B + \frac{\mu}{\ln(132) - C} \\ \ln(4,268,784) = B + \frac{\mu}{\ln(114) - C} \\ \ln(6,548,910) = B + \frac{\mu}{\ln(108) - C} \end{array} \right. \quad (5.23)$$

la solución aproximada del sistema de ecuaciones no lineales (5.23), da una estimación de los parámetros límites, como:

$$B = 4.0305$$

$$C = 2.0584$$

$$\mu = 30.445$$

Este mismo proceso se repitió, para todos los conjuntos de ensayos dados en el apéndice C. Los sistemas de ecuaciones no lineales, resultantes de los catorce conjuntos de ensayos, se resolvieron por medio de la función *fsolve* de Matlab®, dando como resultado las aproximaciones de los valores B , C y μ mostrados en la Tabla 5.4.

Los datos experimentales que se tienen del trabajo de Agerskov, solo contemplan un ensayo para cada rango de esfuerzo, debido a este un número limitado de pruebas, donde no se

tiene en cuenta la naturaleza variable del fenómeno, no se puede garantizar con cierta veracidad los parámetros límites.

Tabla 5.4 Resultados de la estimación de los Parámetros límites del modelo.

Tipo de ensayo	Número de ensayos	B	C	μ
Placas Pequeñas Acero Estructural Convencional				
Amplitud Constante	11	4.0305	2.0584	30.445
NARROW64	14	-4.4885	-1.3803	119.95
PMMOD64	11	-24.017	-6.3768	434.07
BROAD64	12	9.111	3.3333	7.3713
PM32	20	-17.983	-6.4704	363.97
Placas Grandes Acero Estructural Convencional				
Amplitud Constante	15	-0.85299	1.1694	58.279
NARROW64	12	-10.425	-3.3777	201.04
PMMOD64	13	-6.9794	-3.1083	165.62
BROAD64	14	-15.821	-5.0249	291.46
PM32	10	7.9339	3.4714	8.3363
Placas Pequeñas Acero de Alta Resistencia				
Amplitud Constante	17	11.297	5.0516	0.88804
BROAD64	21	8.0077	2.825	13.905
Placas Grandes Acero de Alta Resistencia				
Amplitud Constante	12	-13.299	-4.6102	262.55
BROAD64	12	4.3685	1.2617	34.263
Total de probetas ensayadas	194			

5.6.3 Estimación de los parámetros Weibull

Continuando con el ejemplo anterior, se calcularon los valores adimensionales V_i usando la ecuación (3.14), donde para $B = 4.0305$ y $C = 2.0584$ se tiene:

$$\begin{aligned}
 V_i &= (\ln(N_i) - 4.0305)(\ln(\Delta\sigma_i) - 2.0584) \\
 &\quad \vdots \\
 V_n &= (\ln(N_n) - 4.0305)(\ln(\Delta\sigma_n) - 2.0584)
 \end{aligned}
 \tag{5.24}$$

En la Tabla 5.5 se presentan los resultados del cálculo de los valores V_i , ordenados de forma ascendente.

Tabla 5.5 Valores adimensionales de V ordenados de menor a mayor.

i	V_i
1	29.723
2	29.895
3	29.978
4	30.089
5	30.091
6	30.197
7	30.604
8	30.616
9	30.866
10	31.102
11	31.739

Con el objetivo de observar la dispersión de los datos y verificar que el modelo Weibull cumpla con una tendencia lineal con los valores de V , se da la Figura 5.5.

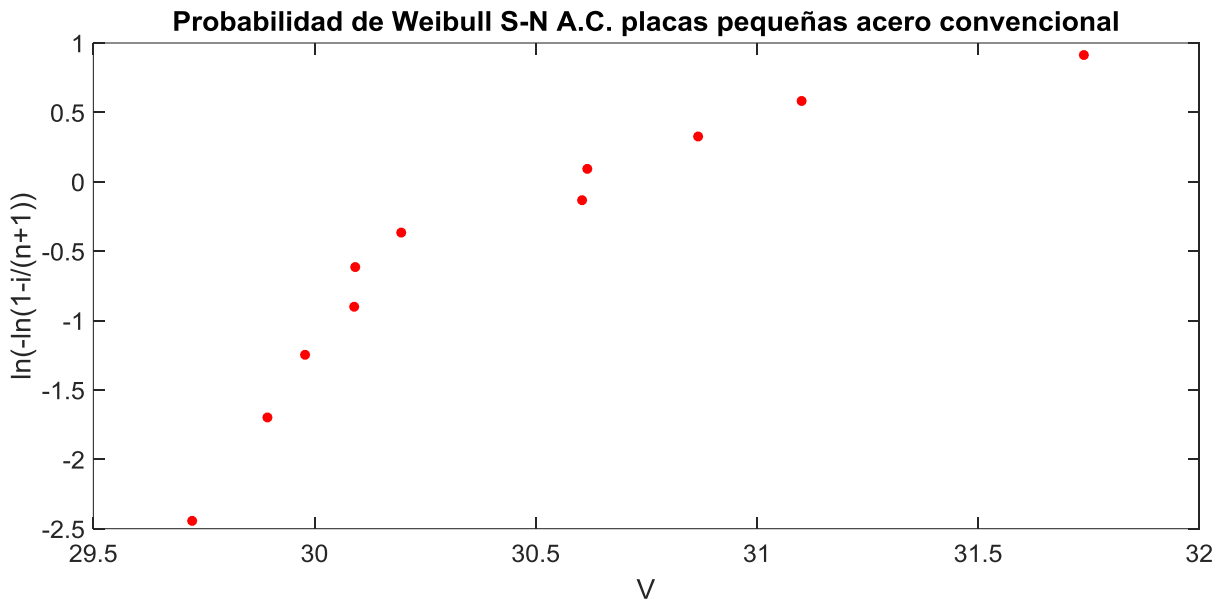


Figura 5.5 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.

En la figura anterior se observa que, la tendencia de los puntos es una línea recta, esto significa que la dispersión de los datos se puede modelar mediante la distribución de Weibull.

Una vez que, se determinaron los valores adimensionales V , se continuó conforme a lo planteado en el tema 3.2.3, por lo tanto haciendo $i = 1$ y $r = n$, se tiene:

$$v_i = 29.723$$

$$v_r = 31.739$$

$$p_i = \frac{1 - 0.35}{11} = 0.059$$

$$p_r = \frac{11 - 0.35}{11} = 0.968$$

$$C_i = -\ln(1 - 0.059) = 0.061$$

$$C_r = -\ln(1 - 0.968) = 3.448$$

$$A_{ir} = \frac{0.061}{3.448} = 0.018$$

y calculando los valores $D_{i,j,r}$ de la ecuación (3.17) para $j = 2, 3, \dots, n - 1$:

$$D_{1,2,11} = \frac{29.895 - 31.739}{29.723 - 31.739} = 0.915$$

⋮

$$D_{1,10,11} = \frac{31.102 - 31.739}{29.723 - 31.739} = 0.316$$

y en igual manera se calcularon los valores p_j , C_j y A_{jr} para $j = 2, 3, \dots, n - 1$ se tiene:

$$p_2 = \frac{2 - 0.35}{11} = 0.15$$

⋮

$$p_{10} = \frac{10 - 0.35}{11} = 0.877$$

$$C_2 = -\ln(1 - 0.15) = 0.163$$

⋮

$$C_{10} = -\ln(1 - 0.877) = 2.098$$

$$A_{2,r} = \frac{0.163}{3.448} = 0.047$$

$$\vdots$$

$$A_{10,r} = \frac{2.098}{3.448} = 0.608$$

Todos los resultados de las operaciones para determinar los valores p_j , C_j y A_{jr} para $j = 2, 3, \dots, n - 1$ se dan en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6 Valores calculados de las variables p_j , C_j y A_{jr} para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.

j	p_j	C_j	A_{jr}
2	0.150	0.163	0.047
3	0.241	0.276	0.080
4	0.332	0.403	0.117
5	0.423	0.549	0.159
6	0.514	0.721	0.209
7	0.605	0.928	0.269
8	0.695	1.189	0.345
9	0.786	1.544	0.448
10	0.877	2.098	0.608

El siguiente paso, fue calcular los intervalos donde se encuentra la solución de la variable k , esto con el objetivo de utilizar el método numérico de bisección para su cálculo. Como ya se conocen los valores $D_{i,j,r}$ del conjunto de los datos, solo resta calcular los valores $\ln(A_{jr})/\ln(A_{ir})$ para ver que condición cumple, de acuerdo a lo presentado en la sección 3.2.3, por lo tanto se tiene:

$$\frac{\ln(A_{2,11})}{\ln(A_{1,11})} = \frac{\ln(0.047)}{\ln(0.018)} = 0.757$$

$$\vdots$$

$$\frac{\ln(A_{10,11})}{\ln(A_{1,11})} = \frac{\ln(0.608)}{\ln(0.018)} = 0.123$$

donde los resultados del conjunto de valores $D_{i,j,r}$ y $\ln(A_{jr})/\ln(A_{ir})$ para $j = 2, 3, \dots, n - 1$, se dan en la Tabla 5.7.

Tabla 5.7 Valores calculados de las variables $D_{i,j,r}$, $\ln(A_{jr})/\ln(A_{ir})$ y los límites inferiores y superiores, para los ensayos en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.

j	$D_{i,j,r}$	$\ln(A_{jr})/\ln(A_{ir})$	Lim_{inf}	Lim_{sup}
2	0.915	0.757	0	0.807
3	0.874	0.626	0	0.819
4	0.819	0.532	0	0.795
5	0.817	0.455	0	0.926
6	0.765	0.388	0	0.926
7	0.563	0.325	0	0.630
8	0.557	0.264	0	0.765
9	0.433	0.199	0	0.706
10	0.316	0.123	0	0.765

Como se observa en la Tabla 5.7, todos los valores $D_{i,j,r}$ son mayores a los valores $\ln(A_{jr})/\ln(A_{ir})$, esto quiere decir que las soluciones de la variable $\hat{k}_{i,j,r}$ se encuentran en los intervalos:

$$\left(0, \frac{\ln(1 - 0.915)}{\ln(0.047)}\right)$$

$$\vdots$$

$$\left(0, \frac{\ln(1 - 0.316)}{\ln(0.608)}\right)$$

Estos representan los límites inferiores y superiores en el método de bisección, de igual manera, los resultados de los valores de los intervalos, se encuentran en la Tabla 5.7.

Una vez que, se determinaron los valores de los intervalos de la solución, se usó la ecuación (3.17) para cada valor $\hat{k}_{i,j,r}$

$$0.915 = \frac{1 - (0.047)^{k_{i,2,r}}}{1 - (0.018)^{k_{i,2,r}}}$$

$$\vdots$$

$$0.316 = \frac{1 - (0.608)^{k_{i,10,r}}}{1 - (0.018)^{k_{i,10,r}}}$$

y con los valores $\hat{k}_{i,j,r}$ se calcularon de manera directa el conjunto de estimadores $\hat{\beta}_{i,j,r}$, $\hat{\delta}_{i,j,r}$ y $\hat{\lambda}_{i,j,r}$ con las ecuaciones (3.18), (3.19) y (3.20) respectivamente, por lo tanto:

$$\hat{\beta}_{i,2,r} = \frac{1}{0.562} = 1.780$$

$$\hat{\delta}_{i,2,r} = \frac{29.723 - 31.739}{(0.061)^{0.562} - (3.448)^{0.562}} = 1.122$$

$$\hat{\lambda}_{i,2,r} = 29.723 - 1.122(0.061)^{0.562} = 29.490$$

el conjunto de valores restantes de $\hat{\beta}_{i,j,r}$, $\hat{\delta}_{i,j,r}$ y $\hat{\lambda}_{i,j,r}$ para todos los valores $j = 2 \dots n - 1$, se dan en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8 Resultados de la estimación de los parámetros Weibull para cada ensayo, en placas pequeñas de acero convencional, con cargas de amplitud constante.

j	$\hat{k}_{i,j,r}$	$\hat{\beta}_{i,j,r}$	$\hat{\delta}_{i,j,r}$	$\hat{\lambda}_{i,j,r}$
2	0.562	1.780	1.122	29.490
3	0.667	1.499	0.947	29.577
4	0.674	1.483	0.937	29.581
5	0.853	1.172	0.724	29.657
6	0.865	1.156	0.712	29.660
7	0.518	1.931	1.212	29.439
8	0.696	1.436	0.906	29.594
9	0.635	1.574	0.995	29.555
10	0.713	1.403	0.884	29.603

Para estimar los parámetros finales β , δ y λ del modelo probabilístico, se usaron las ecuaciones (3.21), (3.22) y (3.23) respectivamente. Por lo tanto, la mediana de cada conjunto de parámetros estimados es

$$\beta = 1.483$$

$$\delta = 0.937$$

$$\lambda = 29.581$$

donde, estos valores son los parámetros de forma, escala y localización respectivamente, del modelo probabilístico Weibull para los ensayos de amplitud constante, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional.

Cabe señalar, que este proceso de estimación de los parámetros Weibull, se repite para los 14 tipos de pruebas experimentales. Debido a esto, y para facilitar el proceso de cálculo de

los parámetros del modelo, se desarrolló un programa en Matlab®, donde las variables de entrada se ingresan a través de los archivos CSV.

Usando el *Programa B.3* presentado en el apéndice B, se calcularon todos los parámetros Weibull para los diferentes tipos de ensayos, presentados en el apéndice C.

La

Tabla 5.9 muestra todas las estimaciones de los parámetros β , δ y λ para los 14 tipos de ensayos, donde 10 se realizaron en probetas de acero estructural convencional y 4 en acero de alta resistencia.

Tabla 5.9 Resultados de la estimación de los Parámetros Weibull del modelo.

Tipo de ensayo	Número de ensayos	β	δ	λ
Placas Pequeñas Acero Estructural Convencional				
Amplitud Constante	11	1.4832	0.93666	29.581
NARROW64	14	1.0918	2.7166	117.27
PMMOD64	11	2.4047	10.159	424.7
BROAD64	12	2.4624	1.1488	6.3251
PM32	20	1.8352	15.779	350.53
Placas Grandes Acero Estructural Convencional				
Amplitud Constante	15	5.8569	3.9696	54.424
NARROW64	12	1.0246	1.6695	199.38
PMMOD64	13	1.3951	2.7334	163.07
BROAD64	14	4.5354	18.71	272.1
PM32	10	3.8559	1.0066	7.0131
Placas Pequeñas Acero de Alta Resistencia				
Amplitud Constante	17	2.8246	1.1394	-0.14181
BROAD64	21	1.643	2.0524	12.024
Placas Grandes Acero de Alta Resistencia				
Amplitud Constante	12	1.8303	5.0733	257.86
BROAD64	12	2.8716	1.7763	32.66
Total de probetas ensayadas	194			

5.6.4 Predicciones en el campo de Wohler

Una vez que se estimaron todos los parámetros del modelo, para cada tipo de carga, probeta y material, se sustituyeron en las ecuaciones que representan el campo de curvas percentiles para la estimación de la vida a fatiga.

Continuando con los resultados, para los ensayos de amplitud constante, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional, se introdujeron los parámetros en el modelo (5.15), por lo tanto se tiene que:

$$p = 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N - 4.0305)(\ln \Delta\sigma - 2.0584) - 29.581}{0.93666} \right]^{1.4832} \right\} \quad (5.25)$$

donde la ecuación (5.25) representa la probabilidad de falla a la fatiga, para un $\Delta\sigma$ y un N dados dentro del campo de Wohler.

Para graficar el campo de curvas percentiles S-N, se despejó de la ecuación (5.25) el número de ciclos a la falla N , quedando como:

$$N = \exp \left\{ \frac{29.581 + 0.93666[-\ln(1-p)]^{1/1.4832}}{\ln \Delta\sigma - 2.0584} + 4.0305 \right\} \quad (5.26)$$

La ecuación (5.26) representa el número de ciclos a la falla a fatiga, dado un rango de esfuerzo y una probabilidad de falla, para los datos de las probetas pequeñas en acero estructural convencional, bajo cargas de amplitud constante.

En la Figura 5.6, se muestra el gráfico de la ecuación (5.26), donde se utilizó como valores límites del rango de esfuerzo, el valor mínimo y máximo de los ensayos. En la figura se observan 3 curvas S-N, para los valores percentiles 0.05, 0.5 y 0.995 y además se muestra la regresión lineal propuesta por Agerskov. Por medio de una inspección visual de la figura, se observa que la curva media se ajusta mejor a la dispersión de datos de los ensayos, en comparación con la regresión lineal de Agerskov. Los gráficos restantes, para cada configuración de ensayos, se muestran en las figuras del apéndice D.

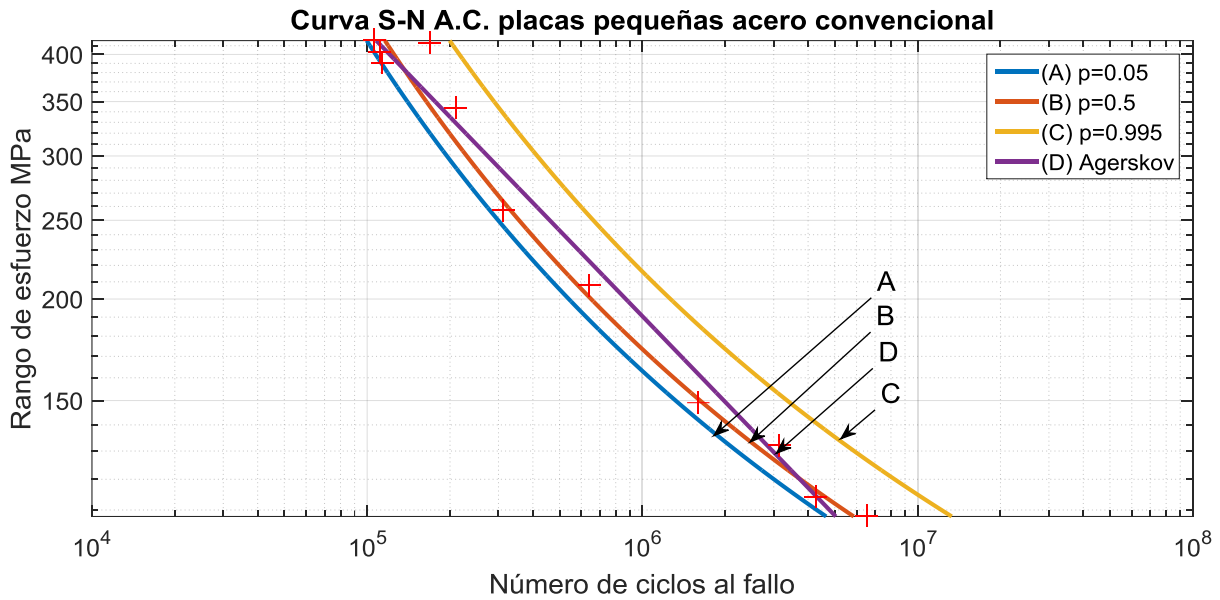


Figura 5.6 Campo de Wohler para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional.

Con el propósito de comparar la ecuación de regresión de Agerskov, con el modelo probabilístico del campo de Wohler, se calculó la predicción de la vida la fatiga media para un mismo rango de esfuerzo dado, en ambos modelos de regresión.

La ecuación de regresión lineal S-N de Agerskov, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional, bajo cargas de amplitud constante, está dada como:

$$\log N = 12.5 - 2.851 \log \Delta\sigma \quad (5.27)$$

esta ecuación representa un comportamiento potencial, linealizada por logaritmos decimales en ambos extremos.

El rango de esfuerzo seleccionado es $\Delta\sigma = 208 \text{ MPa}$, este valor pertenece a uno de los ensayos realizados, donde el número de ciclos N a la falla fue $N = 638,632$. Por lo tanto, evaluando para $\Delta\sigma = 208 \text{ MPa}$ en la ecuación (5.27) se obtuvo que:

$$N = 778,398$$

con un error relativo del 21.9%. Y evaluando en la ecuación (5.26) con un valor percentil medio ($p = 0.5$), se obtuvo:

$$N = 582,200$$

con un error relativo del 8.8%. Comparando ambos valores de las predicciones, es posible concluir que la predicción con el modelo probabilístico se aproxima más al valor experimental encontrado, que en comparación con la regresión lineal. Por lo tanto, el modelo Weibull presenta un mejor ajuste a los datos observados, reduciendo de manera considerable los errores de predicción.

5.6.5 Ajuste a otros comportamientos de carga

Con el propósito de observar, el efecto que tienen los espectros de cargas, de amplitudes variables, sobre la vida a fatiga y compararlos con la curva S-N de amplitud constante, se graficaron las curvas medias para cada tipo de ensayo. Estos gráficos se muestran en la Figura 5.7, Figura 5.8, Figura 5.9 y Figura 5.10.

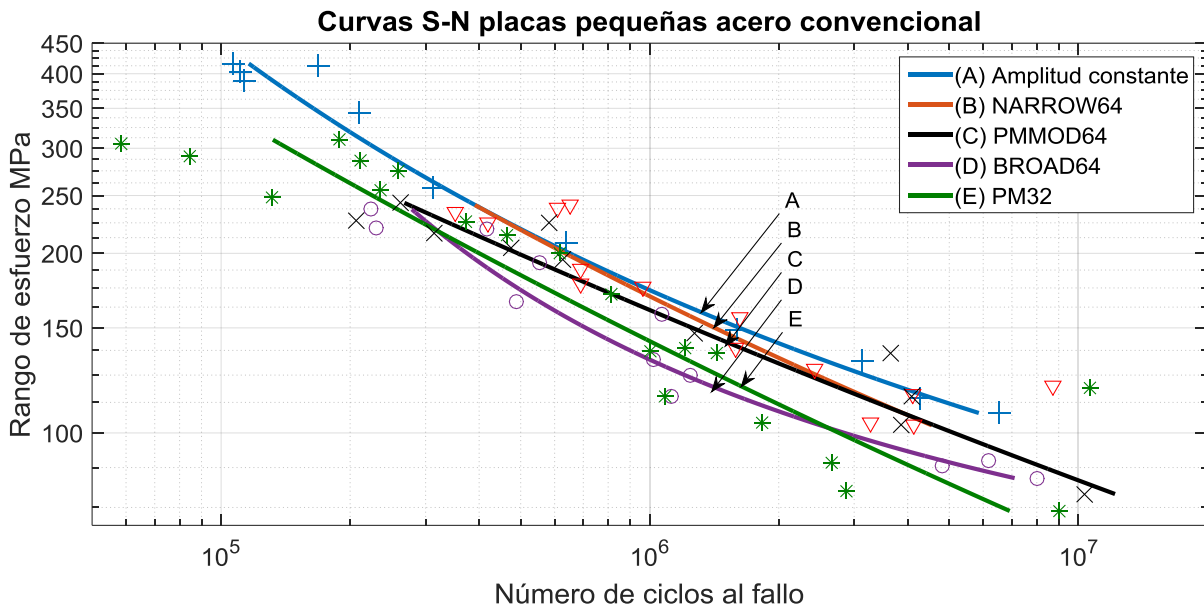


Figura 5.7 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional, bajo cargas de A) amplitud constante, y los espectros B) NARROW64, C) PMMOD64, D) BROAD64 y E) PM32 respectivamente.

En la Figura 5.7, se muestran las curvas S-N medias para los ensayos en placas pequeñas, en acero estructural convencional, bajo cargas de amplitud constante y los 4 tipos de espectros presentes en este caso de estudio. Donde se observa que, las cargas de amplitudes variables de los espectros, tienen un efecto negativo en la vida a fatiga del material, reduciendo el número de ciclos a la falla de manera considerable.

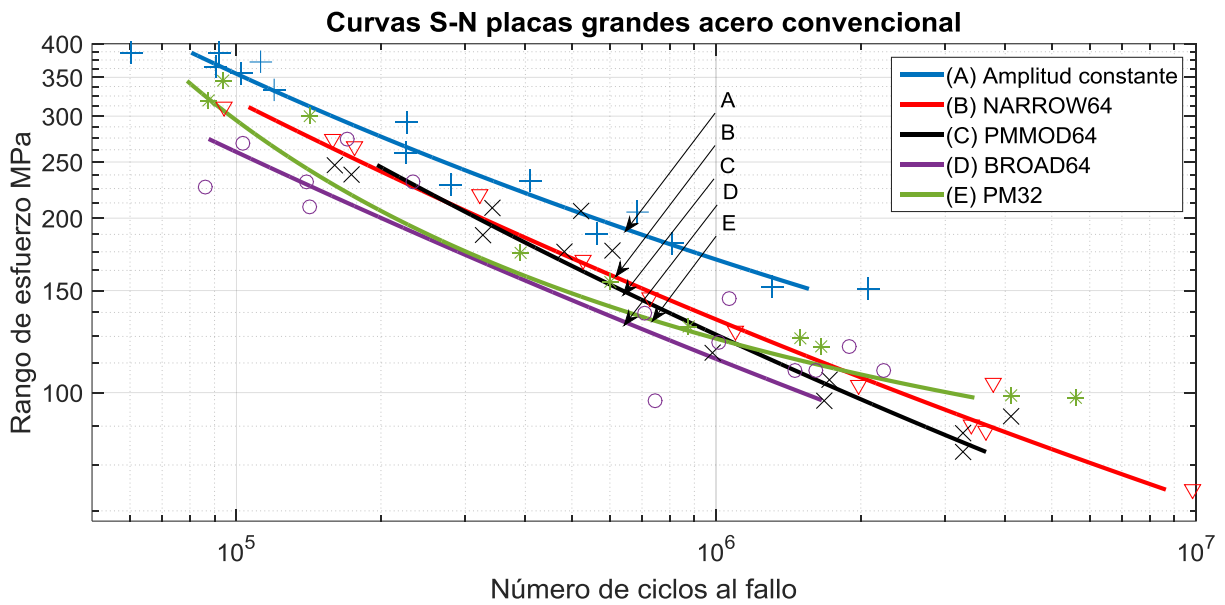


Figura 5.8 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas grandes de acero estructural convencional, bajo cargas de A) amplitud constante, y los espectros B) NARROW64, C) PMMOD64, D) BROAD64 y E) PM32 respectivamente.

La observación de las curvas S-N medias, de los ensayos en placas grandes, de acero estructural convencional, mostrados en la Figura 5.8, presentan de igual forma un efecto negativo en la vida a fatiga del material, debido al comportamiento de los espectros de carga.

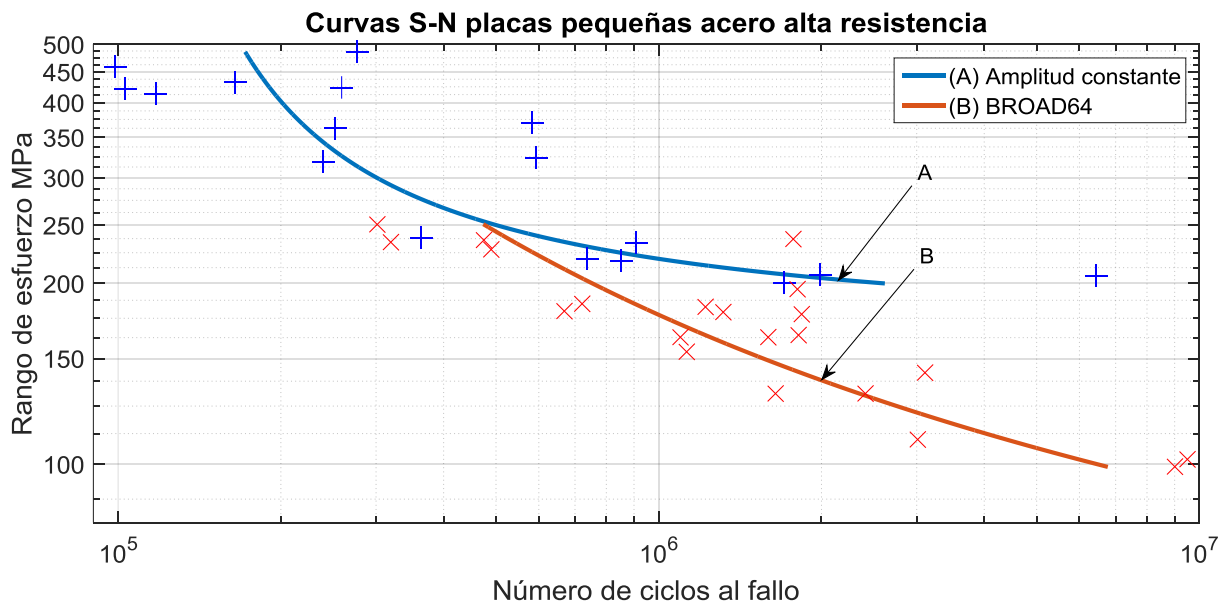


Figura 5.9 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas pequeñas de acero de alta resistencia, bajo cargas de A) amplitud constante, y el espectro B) BROAD64 respectivamente.

Las gráficas presentadas en las Figura 5.9 y Figura 5.10, muestran las curvas S-N medias para los ensayos en placas pequeñas y grandes, de acero de alta resistencia, respectivamente. Los datos de los ensayos en las probetas de placas pequeñas, muestran una gran dispersión en sus puntos y debido a esto la forma de sus curvas son en cierta forma diferentes. Para los ensayos de placas grandes sucede un comportamiento contrario, donde la correlación de los datos se presenta de mejor manera, y por lo tanto, las curvas S-N medias, muestran un comportamiento como el de las curvas de acero estructural convencional.

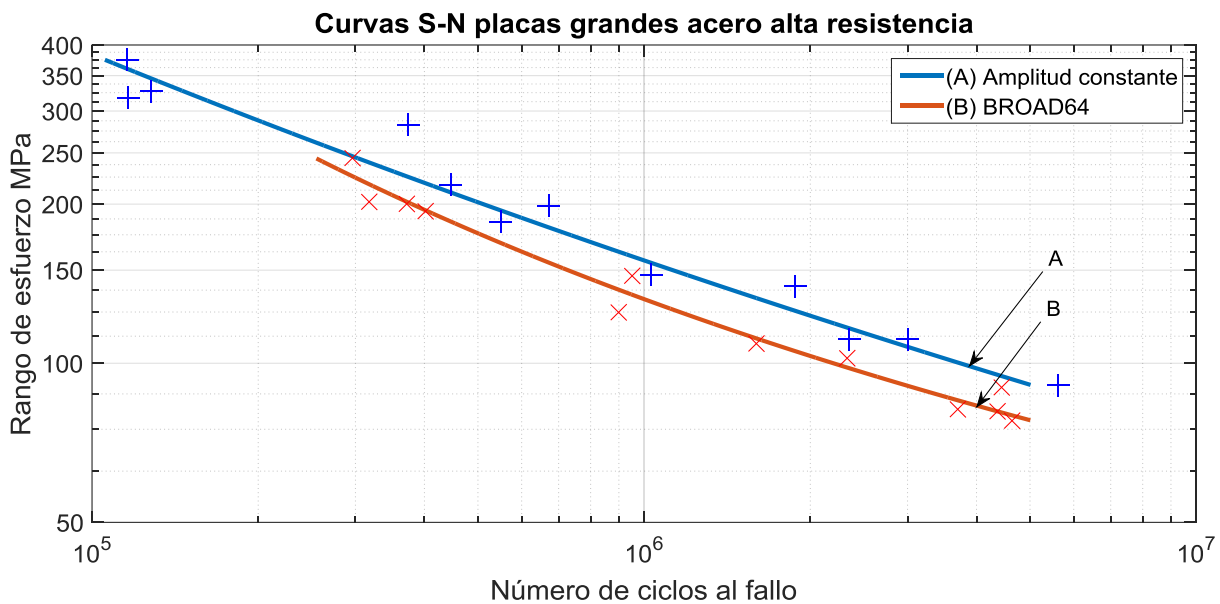


Figura 5.10 Gráfica de curvas S-N medias, para ensayos en probetas de placas grandes de acero de alta resistencia, bajo cargas de A) amplitud constante, y el espectro B) BROAD64 respectivamente.

Cabe resaltar que las 4 gráficas de curvas S-N demuestran que la vida a la fatiga de los materiales, se ve afectada por las cargas de amplitudes variables.

Dado que las curvas S-N medias muestran un comportamiento en común, sobre el efecto de cada espectro de carga, el siguiente paso que se llevó a cabo fue calcular un factor de corrección que permita obtener una predicción de la vida a fatiga, para un tipo de espectro de carga. Esto a partir de la curva S-N de amplitud constante y el *RMS* del espectro de carga irregular.

Por lo tanto, siguiendo los pasos explicados en el tema 5.4.1, se graficaron las relaciones de esfuerzo de los diferentes tipos de espectros, contra el rango de esfuerzo de amplitud constante para ambos tipos de probetas de acero convencional.

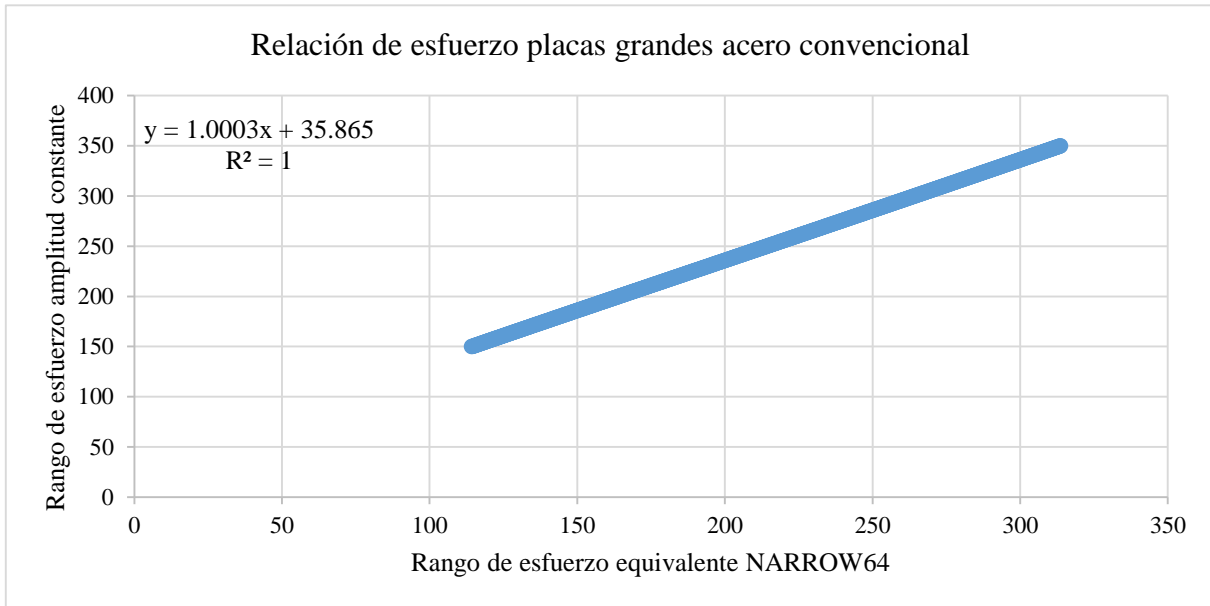


Figura 5.11 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga NARROW64, en placas grandes de acero estructural convencional.

La gráfica de la Figura 5.11, muestra la relación de esfuerzos para el espectro de carga NARROW64 en probetas de placas grandes, donde se observó que existe un comportamiento lineal con respecto al rango de esfuerzo de amplitud constante. Se aplicó una regresión lineal y se obtuvo que, la pendiente tiene un valor cercano a 1 ($m = 1.0003$), con un coeficiente de correlación de 1. Esto significa que, el efecto que tiene el espectro NARROW64 es un corrimiento sobre la curva de amplitud constante, manteniendo su forma.

Las relaciones de esfuerzos para los espectros PMMOD64, BROAD64 y PM32 en probetas grandes, mostradas en la Figura 5.12, Figura 5.13 y la Figura 5.14, tienen al igual que el espectro NARROW64, un comportamiento lineal con la curva de amplitud constante, como:

$$y = mx + b \tag{5.28}$$

Las gráficas para las probetas de placas pequeñas, se muestran en el apéndice E.

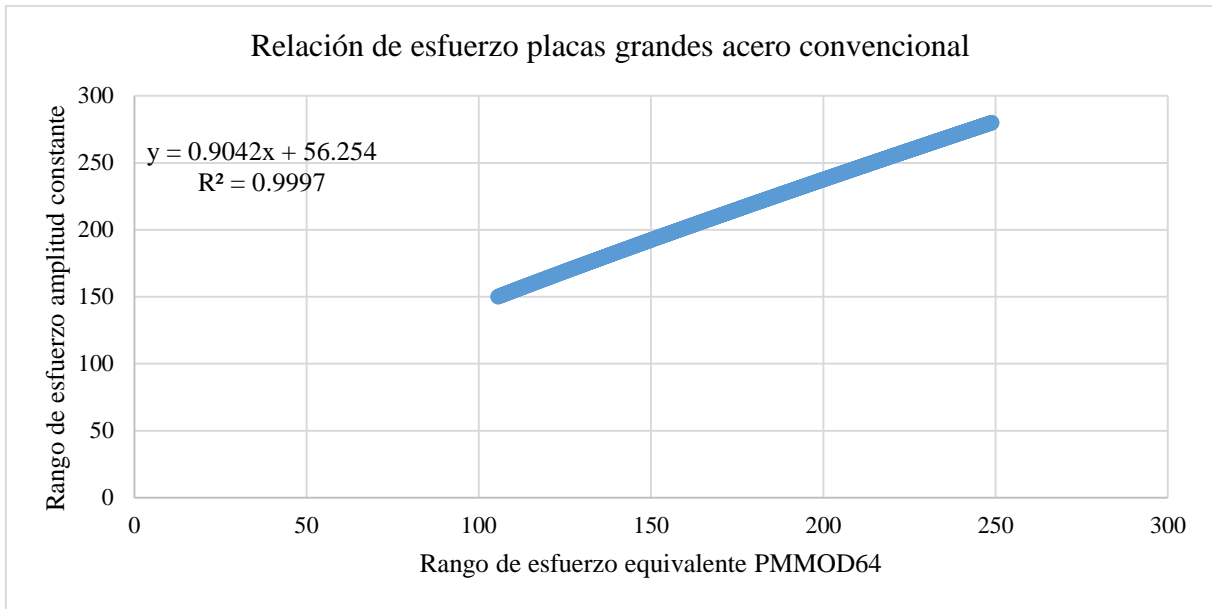


Figura 5.12 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PMMOD64, en placas grandes de acero estructural convencional.

Debido a la relación lineal de los rangos de esfuerzos, entre los espectros analizados y la amplitud constante, se propuso obtener una pendiente media de todas las ecuaciones de regresión. Por lo tanto utilizando la ecuación (5.28) y los datos de la Tabla 5.10, se calculó que la pendiente es $\bar{m} = 1.1$.

Tabla 5.10 parámetros de las ecuaciones de regresiones lineales para los rangos de esfuerzos equivalentes con respecto a los rangos de amplitud constante.

Espectro	m	b (MPa)	R ²
Placas Pequeñas Acero Estructural Convencional			
NARROW64	0.9156	19.01	0.9997
PMMOD64	1.1853	-13.9	0.996
BROAD64	1.1235	20.732	0.9913
PM32	1.2135	1.3412	0.9961
Placas Grandes Acero Estructural Convencional			
NARROW64	1.0003	35.865	1
PMMOD64	0.9042	56.254	0.9997
BROAD64	1.2685	23.64	0.9998
PM32	1.114	35.618	0.9884

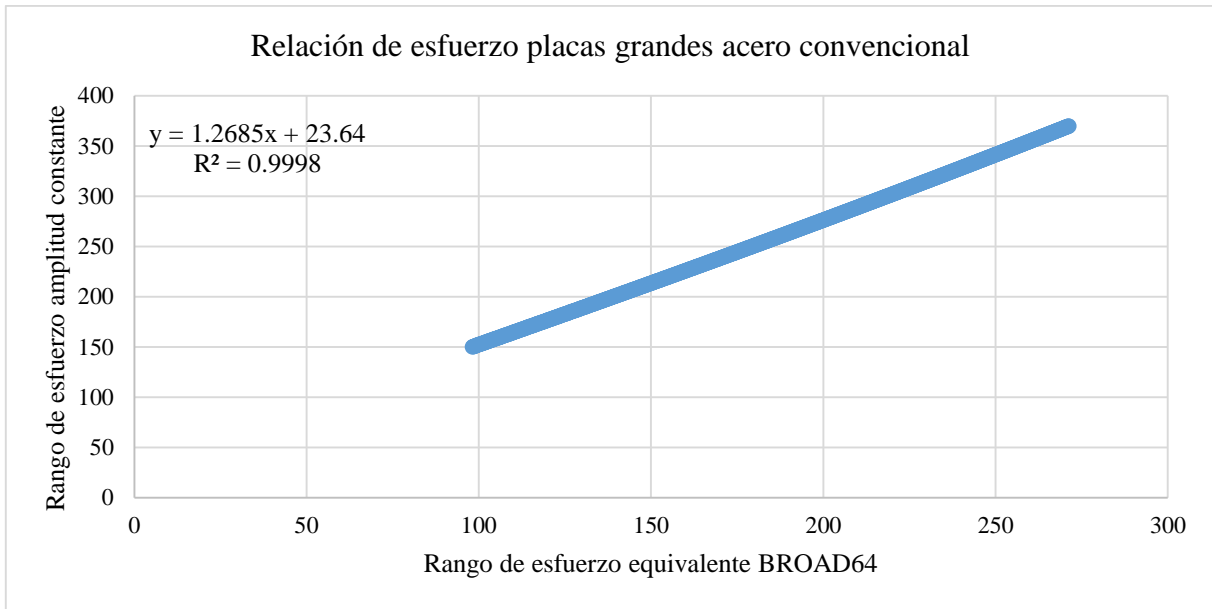


Figura 5.13 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga BROAD64, en placas grandes de acero estructural convencional.

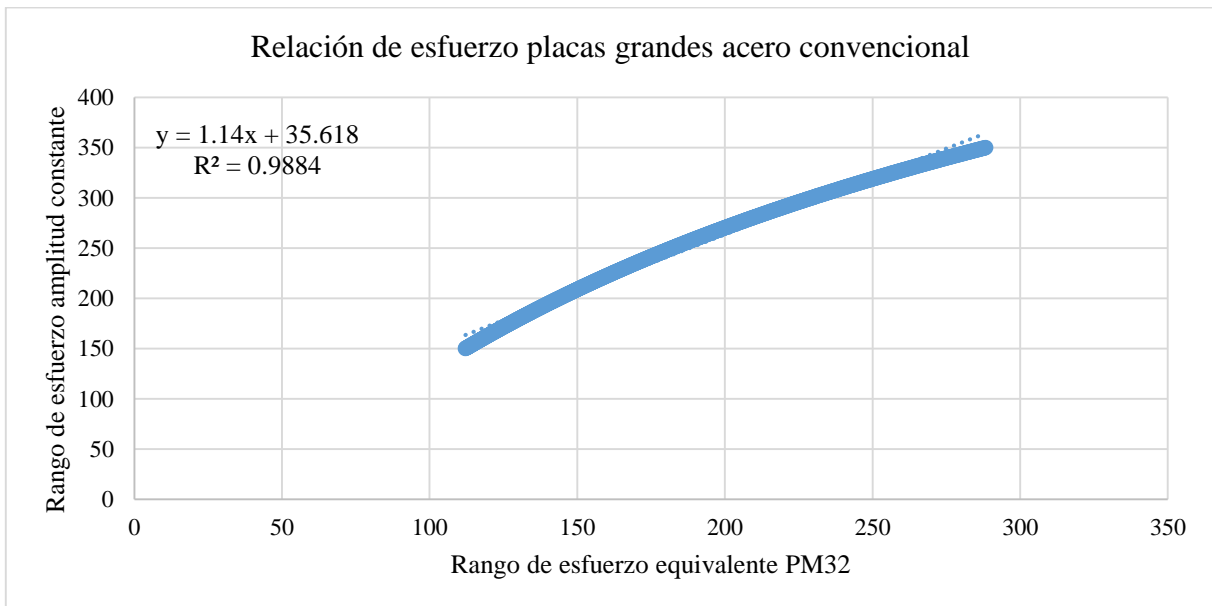


Figura 5.14 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PM32, en placas grandes de acero estructural convencional.

Una vez que se calculó la pendiente media, los parámetros b de las regresiones lineales se volvieron a determinar, tomando como referencia el rango de esfuerzo de amplitud constante $\Delta\sigma = 200 \text{ MPa}$, y su respectivo $\Delta\sigma_{eq}$, estos resultados se presentan en la Tabla 5.11.

Tabla 5.11 Parámetros propuestos de las ecuaciones de regresiones lineales para los rangos de esfuerzos equivalentes con respecto a los rangos de amplitud constante.

Espectro	m	b (MPa)
Placas Pequeñas Acero Estructural Convencional		
NARROW64	1.1	-17.8
PMMOD64	1.1	-1.6
BROAD64	1.1	29.4
PM32	1.1	16.1
Placas Grandes Acero Estructural Convencional		
NARROW64	1.1	19.6
PMMOD64	1.1	26.2
BROAD64	1.1	47.1
PM32	1.1	41.9

El último paso que se llevó a cabo, fue relacionar los parámetros b de la Tabla 5.11, con el RMS normalizado respecto a su valor máximo. Para esto se graficaron los puntos para los espectros NARROW64, PMMOD64 y BROAD64 donde el RMS es conocido.

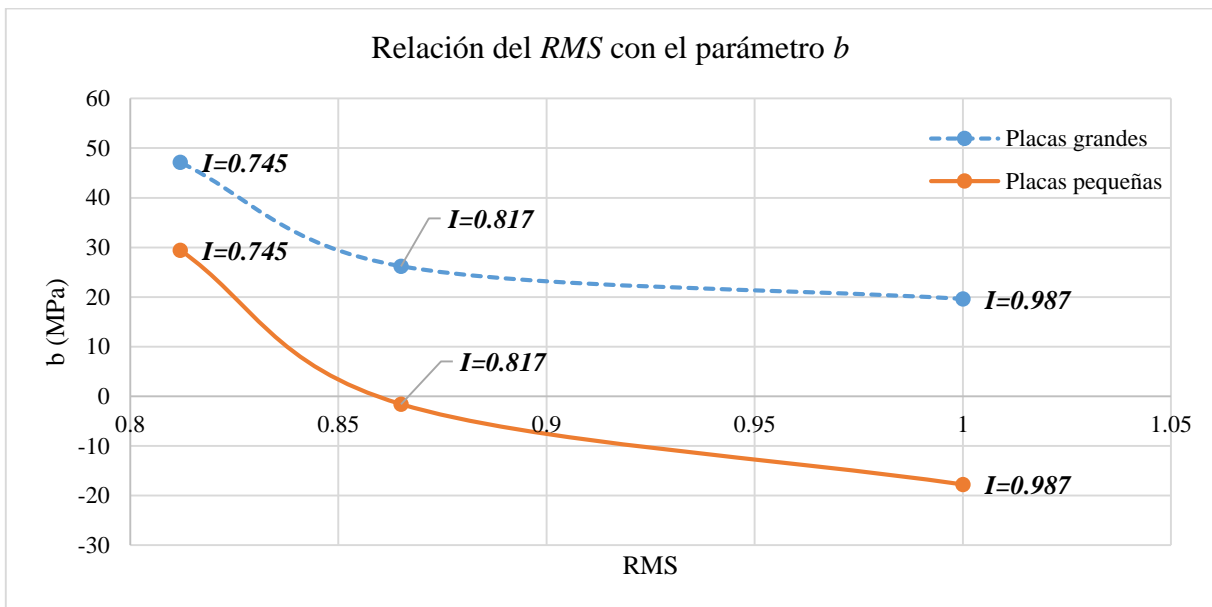


Figura 5.15 Gráfica del RMS de los distintos espectros de carga, contra el valor b determinado de las regresiones lineales de los rangos de esfuerzos, para placas grandes de acero estructural convencional.

En la Figura 5.15, se presentan 2 curvas, estas muestran la relación entre el RMS y el parámetro b de la ecuación de regresión, la curva punteada representa el efecto sobre las probetas de placas grandes, y la línea continua para las de placas pequeñas. Ambas curvas,

mantienen una tendencia decreciente asintótica del parámetro b , cuando el espectro de carga se aproxima a un comportamiento regular, de amplitud constante.

Como forma de ejemplo, se estimó una nueva curva S-N para un espectro de carga diferente, con un RMS igual a 0.9, para ensayos en probetas de placas grandes, de acero estructural convencional. Tomando de la gráfica de la Figura 5.15, se tiene que el valor del parámetro correspondiente b , para el RMS dado es $b = 22 \text{ Mpa}$ aprox. para el nuevo espectro de carga.

Como último paso, de la ecuación (5.28) se despeja la variable correspondiente al $\Delta\sigma_{eq}$ y se encuentran los nuevos rangos para la curva S-N, tomando como referencia los valores de la curva de amplitud constante. El gráfico de la Figura 5.16, muestra la curva S-N de amplitud constante, así como una predicción de una nueva curva, para un espectro de carga con un $RMS = 0.9$.

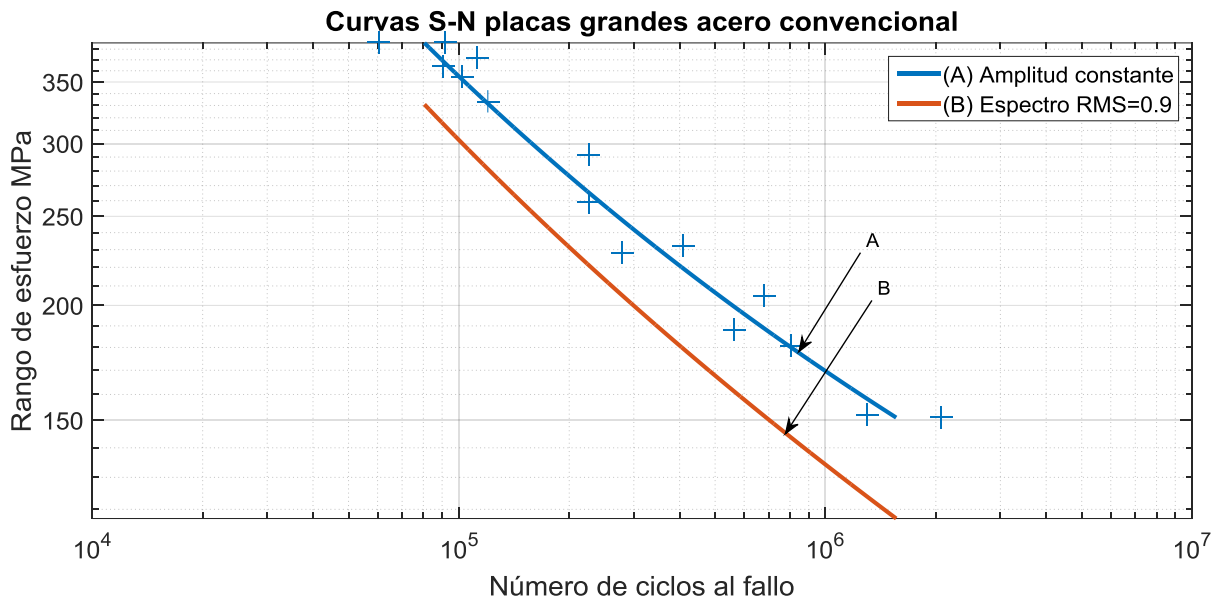


Figura 5.16 Curvas S-N para ensayos en placas grades, de acero estructural convencional, bajo cargas de amplitud constante y un espectro propuesto con un valor de $RMS = 0.9$.

Debido a que solo se tienen 3 diferentes tipos de espectros, no es posible asegurar una curva de tendencia para b , para cualquier valor de RMS .

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

En el presente trabajo se desarrolló una metodología para estimar y predecir la vida útil a fatiga de alto ciclos, de los materiales metálicos, bajo cargas de servicio reales. La metodología se basó en el campo de Wohler, por medio del uso de las curvas S-N en fatiga de alto ciclos. Debido a la naturaleza estocástica propia del fenómeno de la fatiga, un modelo probabilístico se utilizó para contemplar un conjunto de curvas percentiles, en lugar de solo una curva media.

6.1 Conclusiones

- Se encontró que, mediante el análisis dimensional y la aplicación del teorema de Buckingham, el fenómeno de la fatiga se puede modelar con 4 variables adimensionales de un conjunto de 6 variables dimensionales del campo de Wohler.
- Se demostró que, mediante un análisis probabilístico de los datos experimentales, usando la distribución de Weibull para una familia de 3 parámetros, es posible encontrar un campo de curvas percentiles que represente la naturaleza estocástica del fenómeno, en lugar de una sola curva S-N media, usada en la mayoría de los modelos de estimación de la vida a fatiga.

- Se demostró que mediante la implementación del método de conteo de Rainflow, el efecto del orden de aplicación de las cargas es considerado. Además, el cálculo de un rango de esfuerzo equivalente de amplitud constante para el conteo de Rainflow, permite comparar los resultados de ensayos de amplitud variable con las pruebas bajo cargas de amplitud constante.
- Se comprobó mediante el análisis de un caso de estudio, que el modelo probabilístico propuesto permite la predicción de la vida a la fatiga para otros rangos de esfuerzos, dada una probabilidad de falla deseada. También se demostró que el modelo presenta un mejor ajuste con los datos de los ensayos y, por lo tanto, los errores de predicción se reducen de manera significativa en comparación con el modelo de regresión lineal de Basquin.
- Por medio de la aplicación de la metodología, se comprobó que las cargas de servicio de amplitud variable tienen un efecto negativo en la vida a fatiga de los materiales. Debido a un corrimiento mostrado en la curva S-N de amplitud constante.
- Se demostró que el uso de la media cuadrática del conteo de Rainflow en el nivel de carga máxima, se puede utilizar como un parámetro característico de los espectros de carga, y por lo tanto es posible comparar diferentes condiciones de servicio.

6.2 Trabajos futuros

- Verificar la metodología con resultados obtenidos a través del historial de carga.
- Evaluar el efecto de la secuencia de carga en un experimento diseñado *ad hoc*.
- Analizar si el *RMS* o el *RMC* podría usarse como parámetro de comparación entre historiales de carga.

Apéndice A

Gráficas de resultados de Agerskov

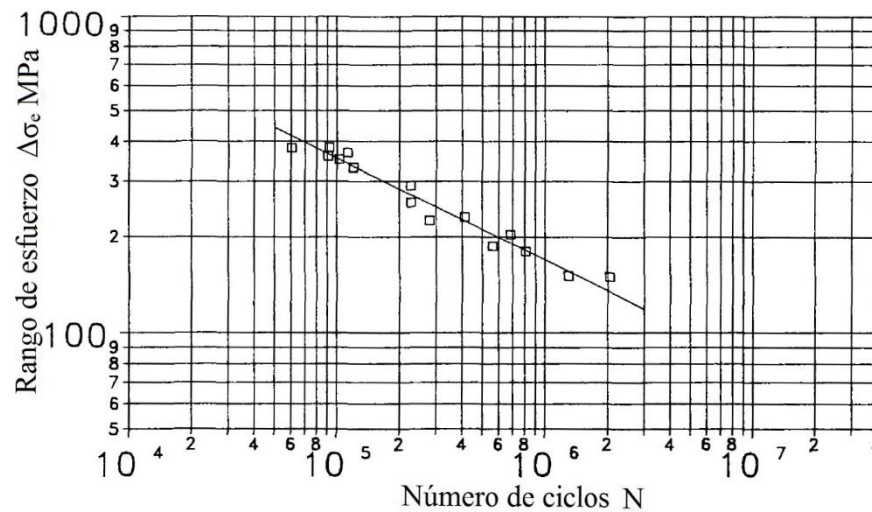


Figura A.1 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud constante en probetas de placas grandes y acero estructural convencional [45].

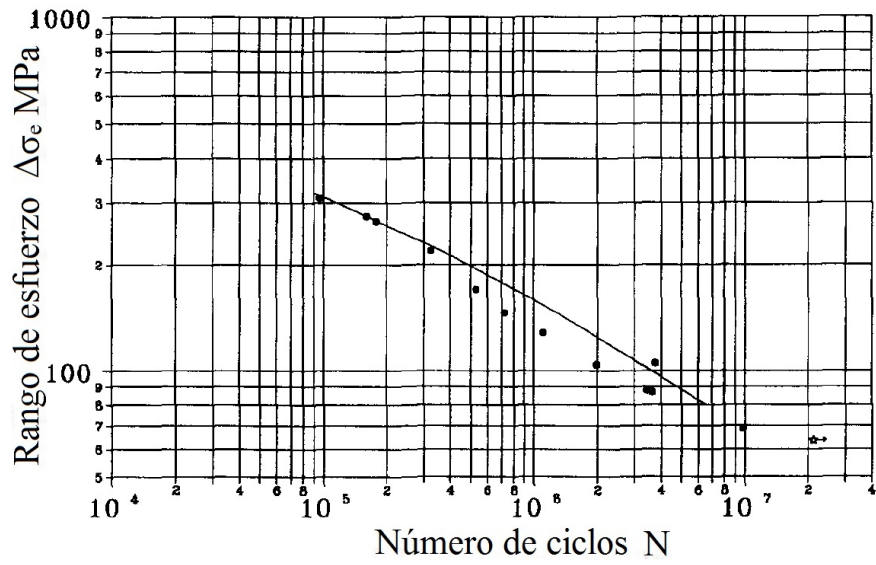


Figura A.4 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro NARROW64, en probetas de placas grandes y acero estructural convencional [47].

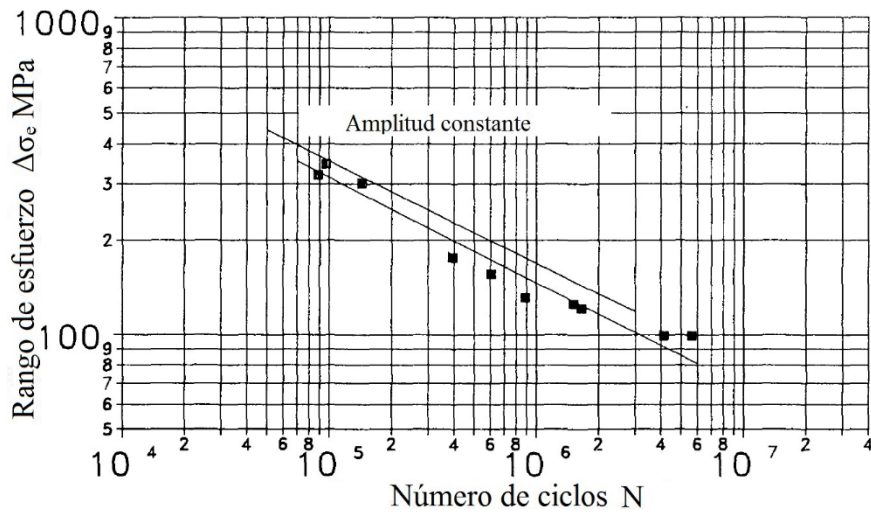


Figura A.5 Gráfico de resultados de los ensayos con amplitud variable con el espectro PM32, en probetas de placas grandes y acero estructural convencional [45].

Apéndice B

Programas desarrollados para la aplicación de la metodología

Programa B.1 Programa para determinar el factor de irregularidad de un espectro de carga.

```
%programa para determinar el Factor de irregularidad de datos de un espectro
%de carga

clear all

clc

%Gráfica del espectro
M=csvread('Datos del espectro.csv');
tiempo=M(:,1);
esfuerzo=M(:,2);
plot(tiempo,esfuerzo)
title('Datos del espectro','FontSize',20)
xlabel('Tiempo','FontSize',20)
ylabel('Escala de esfuerzo MPa','FontSize',20)
set(gca,'YTick',-1.5:.5:1)
set(gca,'fontsize',12)
grid on

%Factor de irregularidad
```

```
nivel=0 %nivel de referencia para el conteo de cruces
z=0;%contador
a=M(:,2);
for i=1:length(a)-1;
    if a(i+1)>=nivel&&a(i)<=nivel %Contador de cruces por un valor dado.
        z=z+1;
    end
    if a(i+1)<=nivel&&a(i)>=nivel %Contador de cruces por un valor dado.
        z=z+1;
    end
end
I=z/i % Factor de irregularidad del espectro
```

Programa B.2 Archivo “ecu” para formar el sistema de ecuaciones y estimar los parámetros límites B y C.

```
%ecu_SN_A_C_P_Pequeñas_Acero_Convencional.m
%Archivo donde se forma el sistema de ecuaciones para calcular los
%parametros B y C
function F=ecu(x)
P=csvread('SN A.C. P. Pequeñas Acero Convencional.csv');
s=round(P(:,2));
Np=round(P(:,1));
n=length(s);
for i=1:n
F(i,:)= [x(1)+(x(3)/(log(s(i))-x(2)))-
((sum(log(Np(i,:))))/length(Np(i,:)))];%vector de sistema de ecuaciones
%de la ecuacion minimizada Q
end
end
```

Programa B.3 Programa para estimar los parámetros límites y de Weibull del modelo probabilístico

```

%SN_A_C_P_Pequeñas_Acero_Convencional.m
%Programa para determinar los parámetros límites y Weibull del modelo
%probabilístico
clear all
clc
format shortg
log10A=12.500; % A y m valores de Agerskov Log10(N)=log10(A)-mlog10(s)
m=2.851;
x0=[-1 -1 1];%valores iniciales del metodo iterativo
%(buscar diferentes combinaciones de los signos si el metodo no converge)
options=optimset('Display','iter');
[x,fval]=fsolve(@ecu_SN_A_C_P_Pequeñas_Acero_Convencional,x0);
%resuelve el sistema de ecuaciones "ecu"
fval
B=x(1)
C=x(2)
M=x(3)

P=csvread('SN A.C. P. Pequeñas Acero Convencional.csv');
s=round(P(:,2));
Np=round(P(:,1));
n=length(Np);% ancho del vector N
display('Numero de pruebas')
n

for i=1:n
    N(i)=(log(Np(i))-B)*(log(s(i))-C);
end
N=sort(N);

si=1;
sr=n;
xi=N(si);
xr=N(sr);
pi=(si-0.35)/n;
pr=(sr-0.35)/n;
Ci=-log(1-pi);
Cr=-log(1-pr);
Air=Ci/Cr;
error=1e-9;
for j=2:n-1
    sj=j;
    xj=N(sj);
    pj=(sj-0.35)/n;
    Cj=-log(1-pj);
    Ajr=Cj/Cr;
    D=(xj-xr)/(xi-xr);
    A1=log(Ajr)/log(Air);
    limS=log(1-D)/log(Ajr);
    limI=log(D)/log(Ajr);
    if D>A1

```

```

        a=0;
        b=limS;
    else
        a=limI;
        b=0;
    end
    k=(a+b)/2;
    for i=1:50
        x=D-((Ajr^k)-1)/((Air^k)-1);
        if abs(x)<error
            K(j-1)=k;
            Bijr(j-1)=1/k;
            Dijr(j-1)=(xi-xr)/((Ci^k)-(Cr^k));
            Lijr(j-1)=xi-Dijr(j-1)*(Ci^k);
            break
        else
            if x<0
                b=k;
            else
                a=k;
            end
            k=(a+b)/2;
        end
    end
    end
    Bijr=Bijr';
    Dijr=Dijr';
    Lijr=Lijr';
    b=median(Bijr)
    d=median(Dijr)
    l=median(Lijr)

p=[0.05 0.5 0.995];
sup=max(s);
in=min(s);
E=linspace(in,sup,(1000));
for j=1:length(p)
for i=1:length(E)
Nn(i)=exp((1+d*(-log(1-p(j))))^(1/b))/(log(E(i))-C)+B);
end
loglog(Nn,E,'linewidth',2)
hold on
end
grid on
for i=1:length(E)
ArgN(i)=10^(log10A-m*log10(E(i)));
end
loglog(ArgN,E,'linewidth',2)
legend('p=0.05','p=0.5','p=0.995','Agerskov')
set(gca,'fontsize',18)
title('Curva S-N log-log A.C. P. Pequeñas Acero
Convencional','FontSize',20)
xlabel('Numero de Ciclos al fallo','FontSize',20)
ylabel('Rango de esfuerzo MPa','FontSize',20)

```

```
loglog(Np,s,'+r','markersize',15)
hold off

for i=1:n
    y(i)=log(-log(1-i/(n+1)));
end
figure(2)
plot(N,y,'.r','markersize',10)
set(gca,'fontsize',18)
title('Probabilidad de Weibull S-N log-log A.C. P. Pequeñas Acero
Convencional','FontSize',20)
xlabel('V','FontSize',20)
ylabel('log(-log(1-i/(n+1))','FontSize',20)
```


Apéndice C

Tablas de resultados de los ensayos de Agerskov

Tabla C.1 Resultados de los ensayos en probetas de placas grandes en acero estructural convencional.

Ensayos en probetas de placas grandes en acero estructural convencional									
Amplitud constante		NARROW64		PMMOD64		BROAD64		PM32	
$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N
386	91,870	311	94,260	247	160,057	274	170,418	319	87,195
386	60,250	274	158,273	238	173,441	269	102,909	345	93,820
372	112,305	266	175,978	208	341,278	231	139,624	300	142,125
364	90,638	220	321,033	206	521,739	231	233,475	174	391,168
355	101,847	169	527,289	187	325,971	226	85,998	155	600,491
333	119,720	146	725,259	176	605,653	209	142,289	130	874,019
292	225,886	128	1,095,610	175	481,479	145	1,065,814	124	1,492,814
259	225,653	104	3,769,879	117	980,575	137	710,245	120	1,650,587
232	409,575	103	1,975,950	105	1,720,341	122	1,012,825	99	4,102,697
228	279,234	88	3,398,020	97	1,681,318	120	1,887,861	98	5,618,446
205	683,160	86	3,646,734	91	4,114,060	109	1,610,339	-	-
188	561,889	68	9,807,580	85	3,270,576	109	2,231,586	-	-
181	807,861	-	-	79	3,270,576	109	1,458,659	-	-
152	1,303,892	-	-	-	-	97	743,955	-	-
151	2,066,960	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.2 Resultados de los ensayos en probetas de placas pequeñas en acero estructural convencional.

Ensayos en probetas de placas pequeñas en acero estructural convencional									
Amplitud constante		NARROW64		PMMOD64		BROAD64		PM32	
$\Delta\sigma_{eq}$ MPa	N	$\Delta\sigma_{eq}$ MPa	N	$\Delta\sigma_{eq}$ MPa	N	$\Delta\sigma_{eq}$ MPa	N	$\Delta\sigma_{eq}$ MPa	N
416	106,634	241	651,583	243	262,239	237	223,057	305	58,278
413	168,577	238	607,647	227	206,414	221	230,139	291	84,453
403	110,954	234	352,033	225	582,763	220	416,783	248	130,955
390	113,174	225	418,827	216	313,223	193	552,181	310	188,384
344	209,733	188	688,729	204	475,258	166	487,285	286	211,304
257	312,040	178	688,330	195	625,039	158	1,064,509	255	235,437
208	638,632	176	963,763	147	1,274,761	133	1,021,056	275	258,702
149	1,594,394	156	1,623,130	136	3,639,373	125	1,244,579	226	372,506
132	3,136,685	139	1,583,916	115	4,093,119	115	1,121,434	214	465,398
114	4,268,784	128	2,431,823	103	3,851,476	90	6,192,346	200	617,861
108	6,548,910	120	8,715,809	79	10,337,725	88	4,822,341	171	814,910
-	-	116	4,096,469	-	-	84	8,034,843	137	1,004,867
-	-	104	3,281,672	-	-	-	-	139	1,205,505
-	-	103	4,138,901	-	-	-	-	115	1,082,667
-	-	-	-	-	-	-	-	136	1,436,585
-	-	-	-	-	-	-	-	104	1,832,382
-	-	-	-	-	-	-	-	89	2,656,089
-	-	-	-	-	-	-	-	80	2,880,577
-	-	-	-	-	-	-	-	119	10,646,963
-	-	-	-	-	-	-	-	74	9,004,924

Tabla C.3 Resultados de los ensayos en probetas de placas grandes y pequeñas en acero de alta resistencia.

Ensayos en probetas de acero de alta resistencia							
Placas grandes				Placas pequeñas			
Amplitud constante		BROAD64		Amplitud constante		BROAD64	
$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N	$\Delta\sigma_{eq}$ (MPa)	N
375	115,804	244	296,410	486	277,517	251	301,389
327	127,910	202	318,276	459	98,743	237	1,773,284
318	116,125	200	371,880	432	164,631	236	474,807
283	373,328	194	402,137	424	259,162	234	319,352
217	446,657	146	950,075	421	103,187	228	488,752
198	672,730	125	898,578	414	117,258	196	1,804,597
185	549,217	109	1,597,713	369	582,647	185	720,433
147	1,026,665	102	2,336,333	363	252,609	183	1,219,491
140	1,876,664	90	4,445,584	324	592,307	180	668,606
111	2,355,882	82	3,702,058	319	239,232	179	1,315,174
111	3,003,608	81	4,367,361	238	362,681	178	1,838,390
91	5,611,942	78	4,632,731	233	911,317	164	1,816,088
-	-	-	-	220	737,598	163	1,095,425
-	-	-	-	218	850,014	163	1,595,188
-	-	-	-	207	1,990,965	154	1,126,851
-	-	-	-	206	6,454,309	142	3,102,679
-	-	-	-	200	1,704,639	131	1,645,636
-	-	-	-	-	-	131	2,412,854
-	-	-	-	-	-	110	3,011,855
-	-	-	-	-	-	102	9,505,294
-	-	-	-	-	-	99	9,004,203

Apéndice D

Gráficas del campo de Wohler

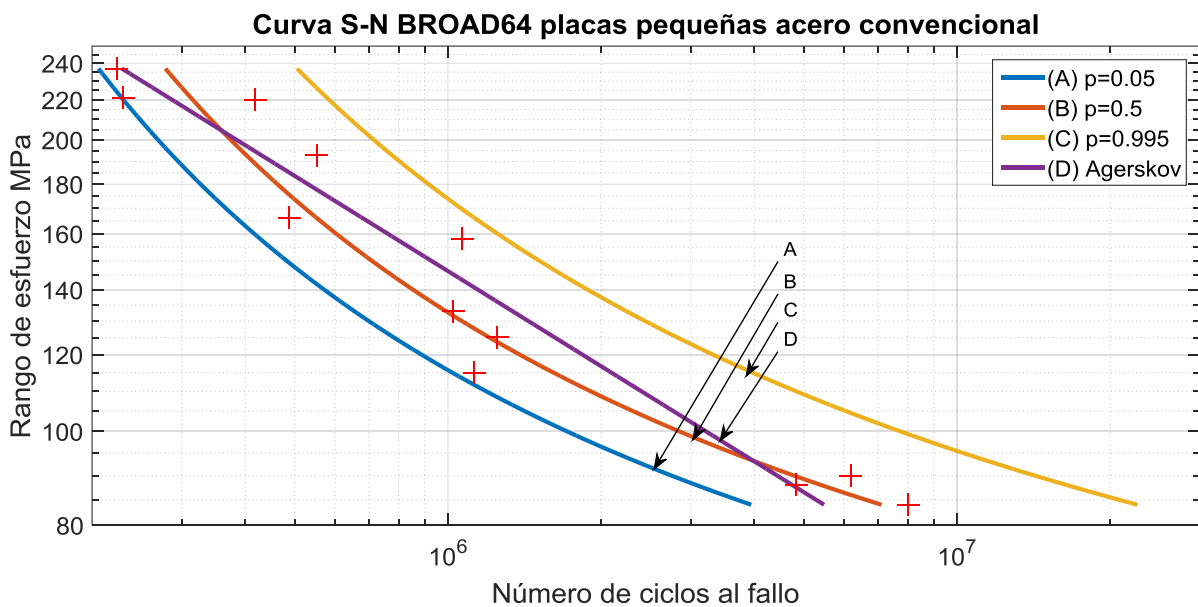


Figura D.1 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional.

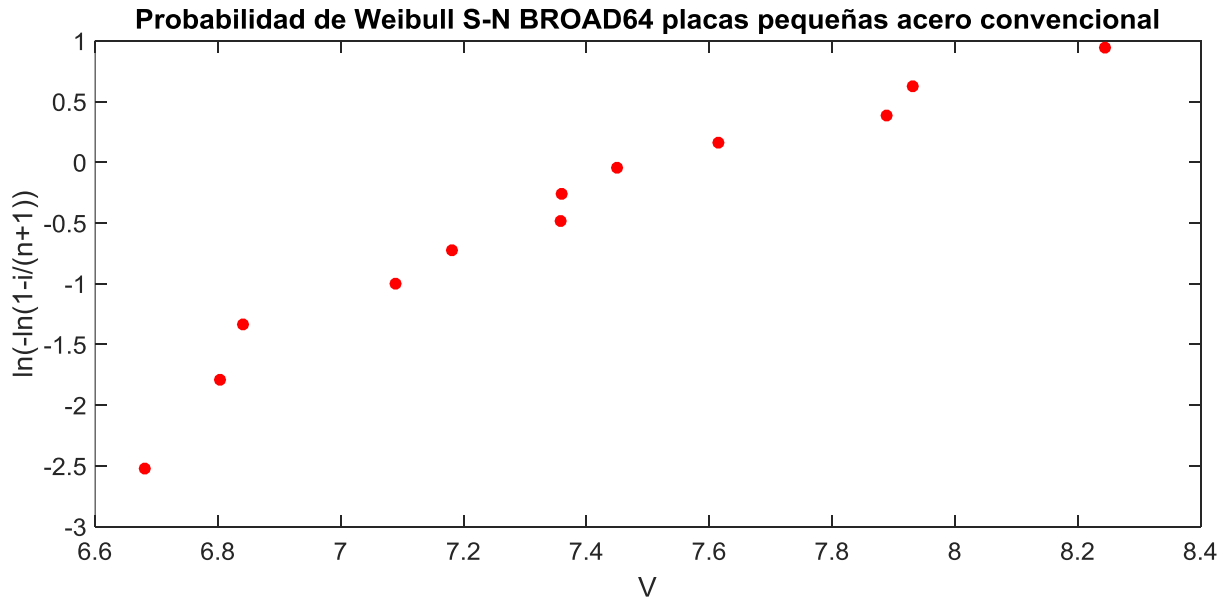


Figura D.2 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro BROAD64.

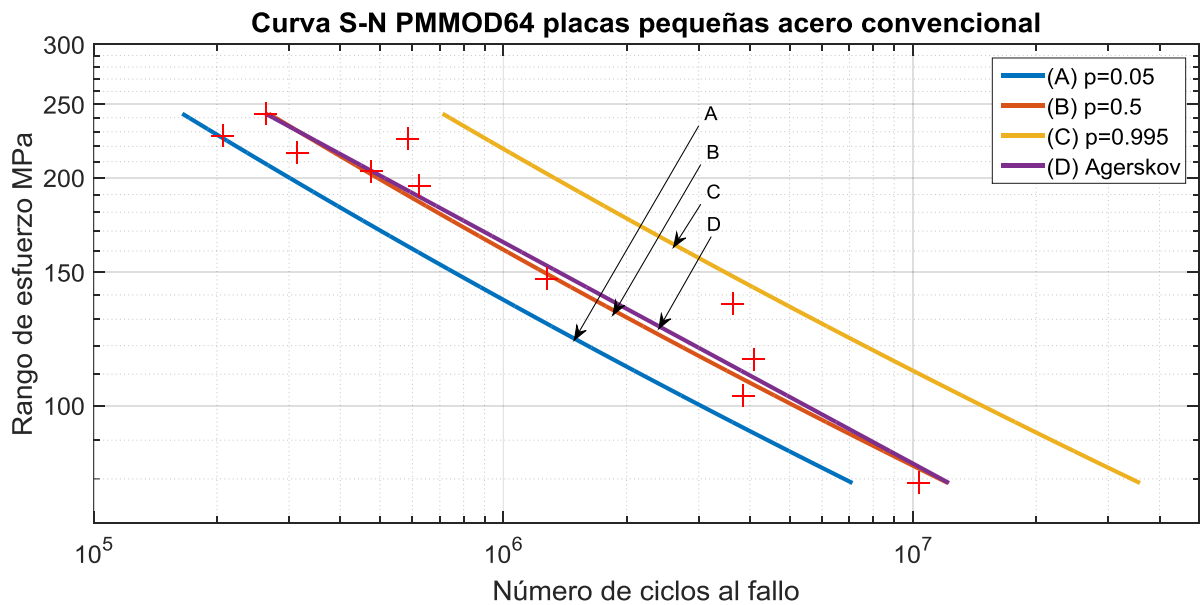


Figura D.3 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PMMOD64, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional.

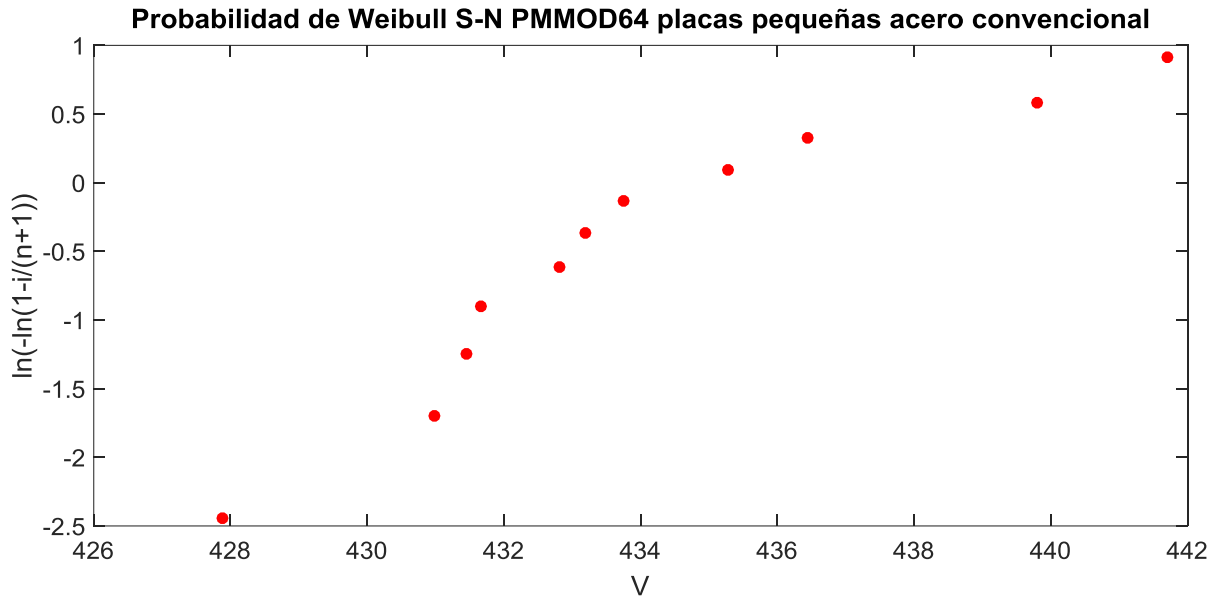


Figura D.4 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro PMMOD64.

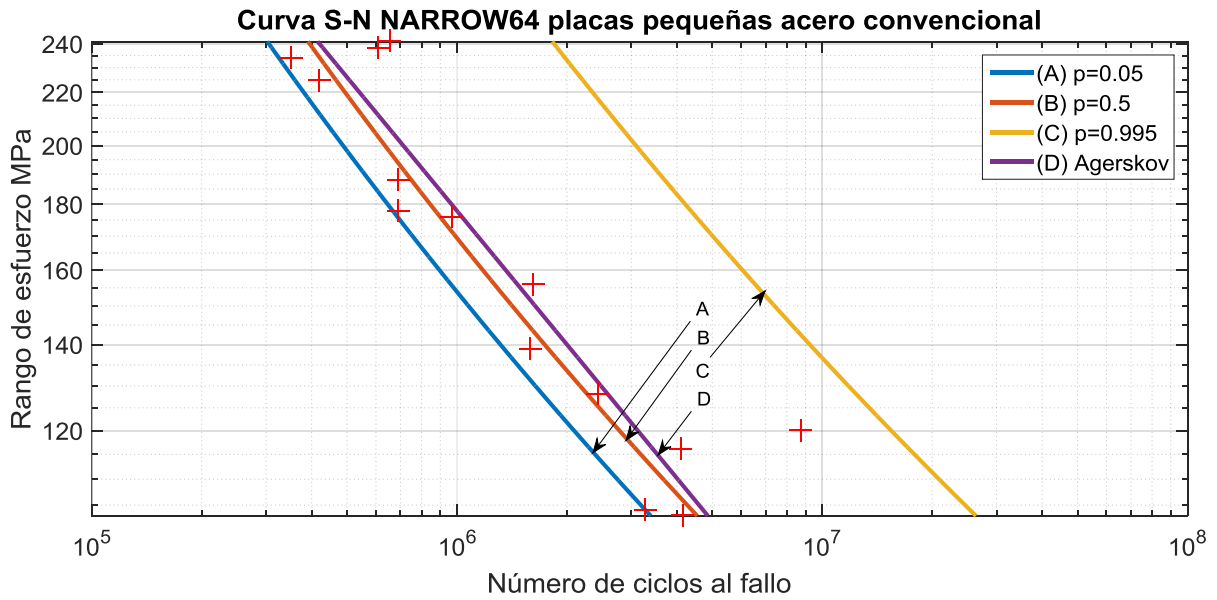


Figura D.5 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro NARROW64, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional.

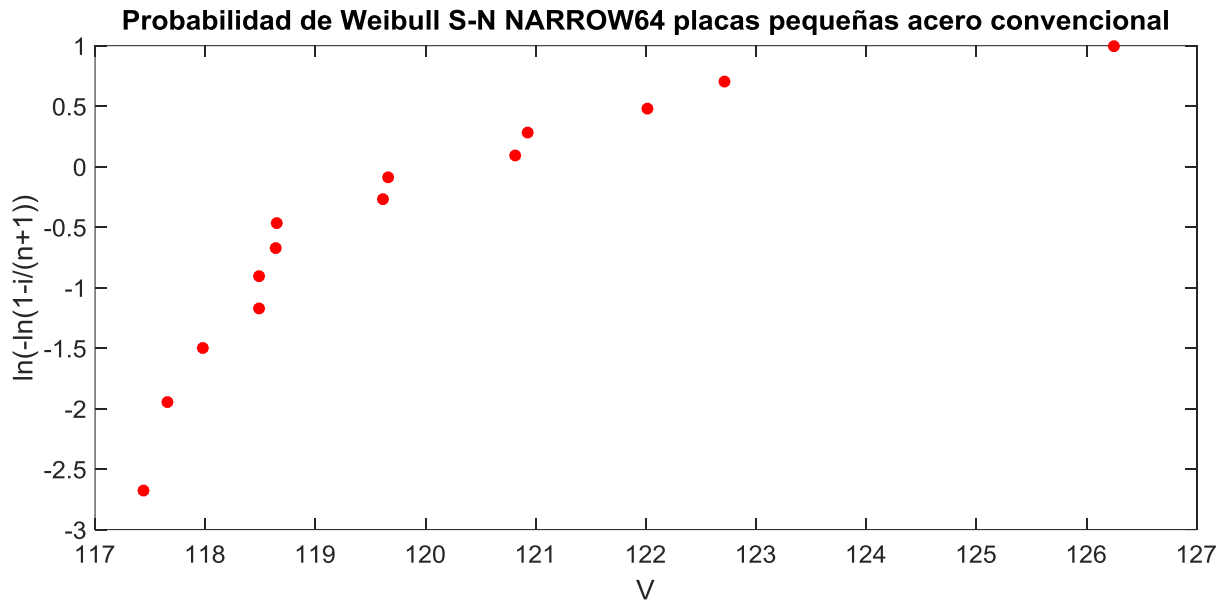


Figura D.6 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro NARROW64.

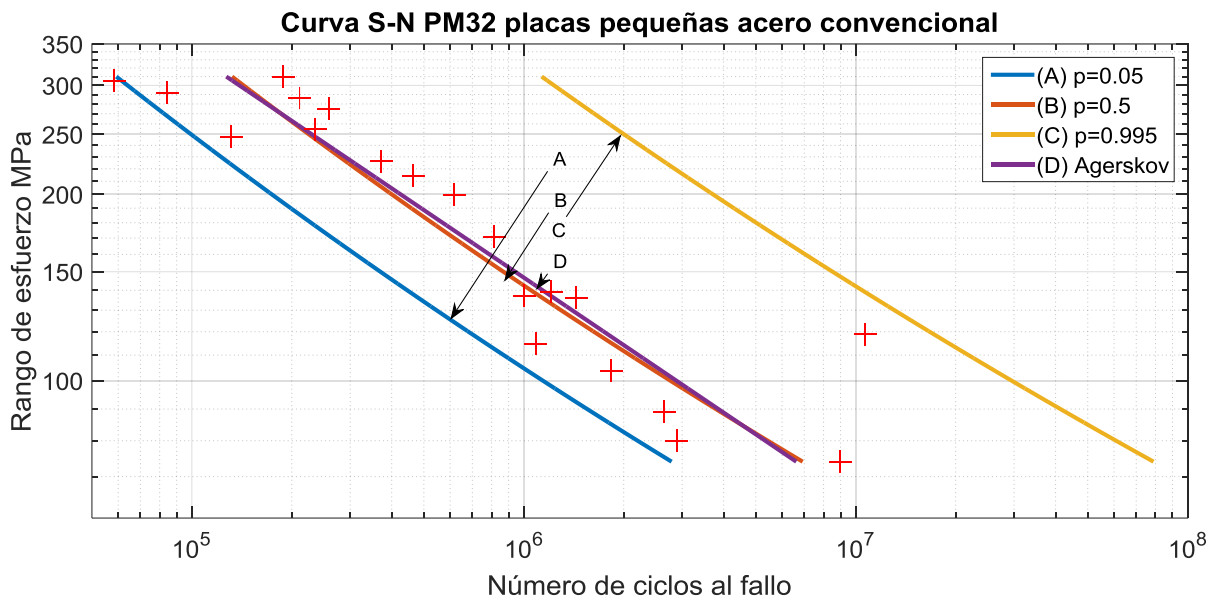


Figura D.7 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PM32, en probetas de placas pequeñas de acero estructural convencional.

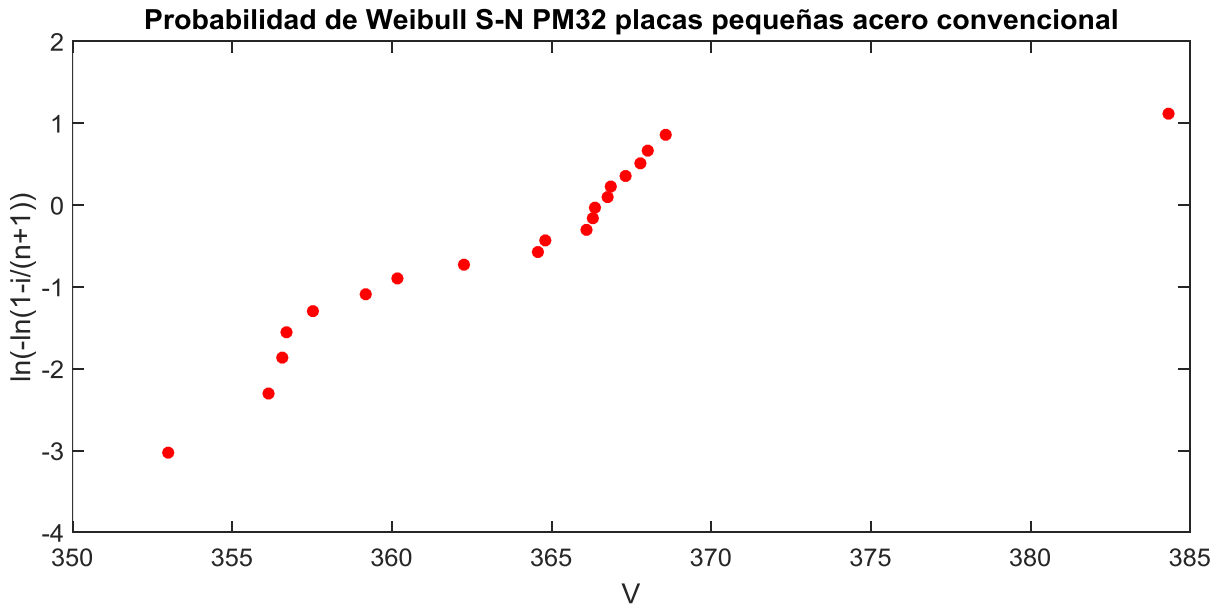


Figura D.8 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero convencional, para el espectro PM32.

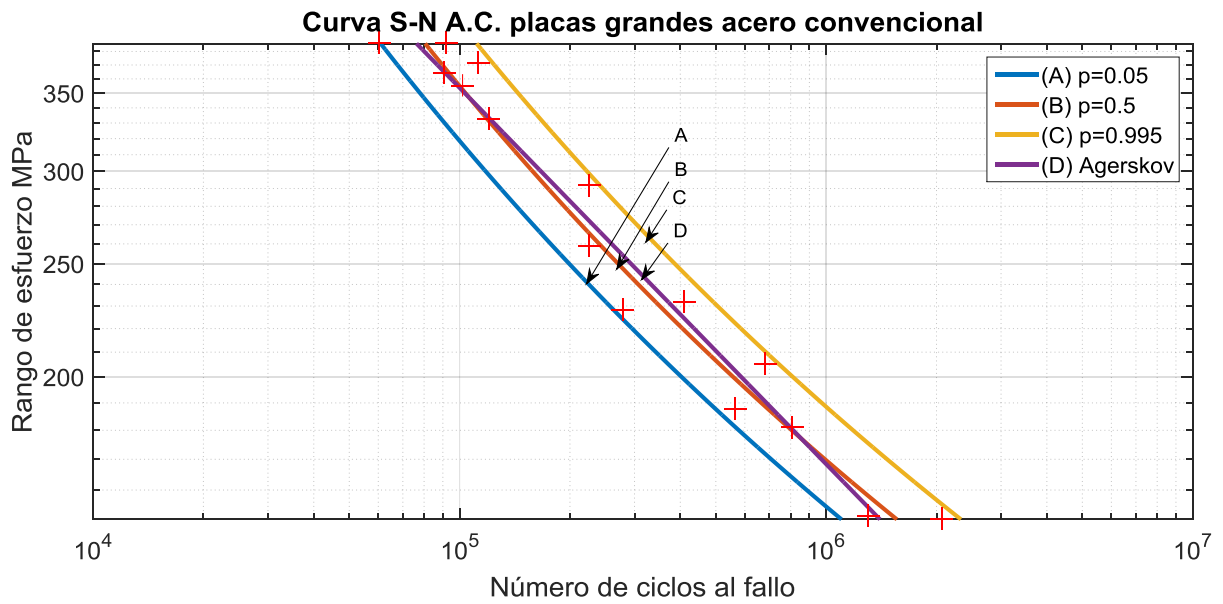


Figura D.9 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.

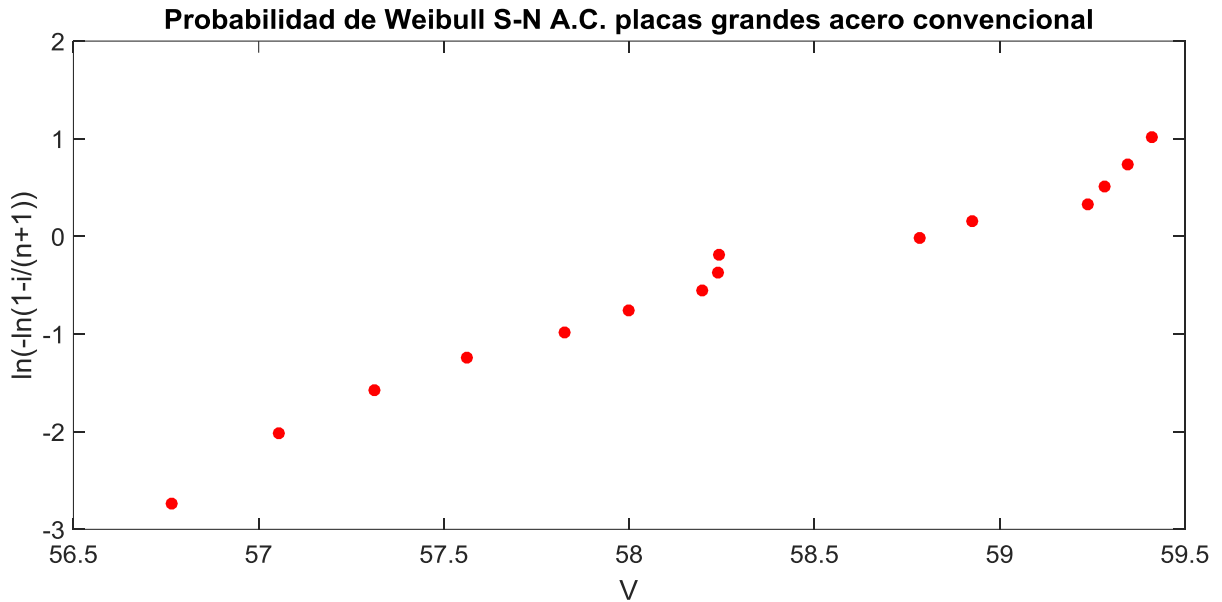


Figura D.10 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, con cargas de amplitud constante.

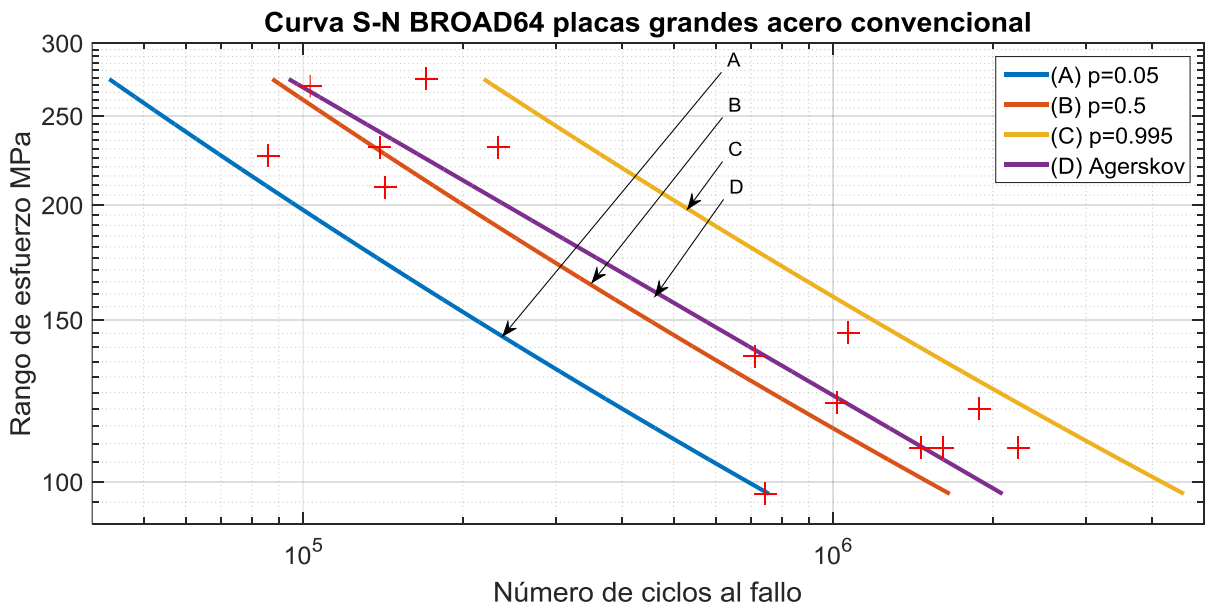


Figura D.11 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.

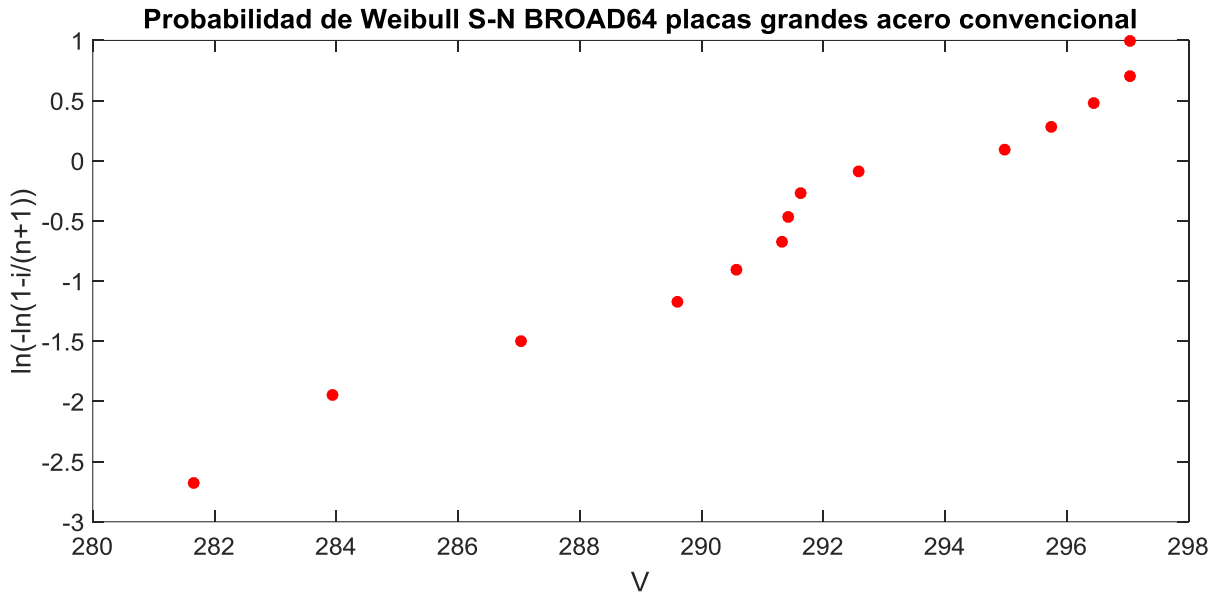


Figura D.12 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro BROAD64.

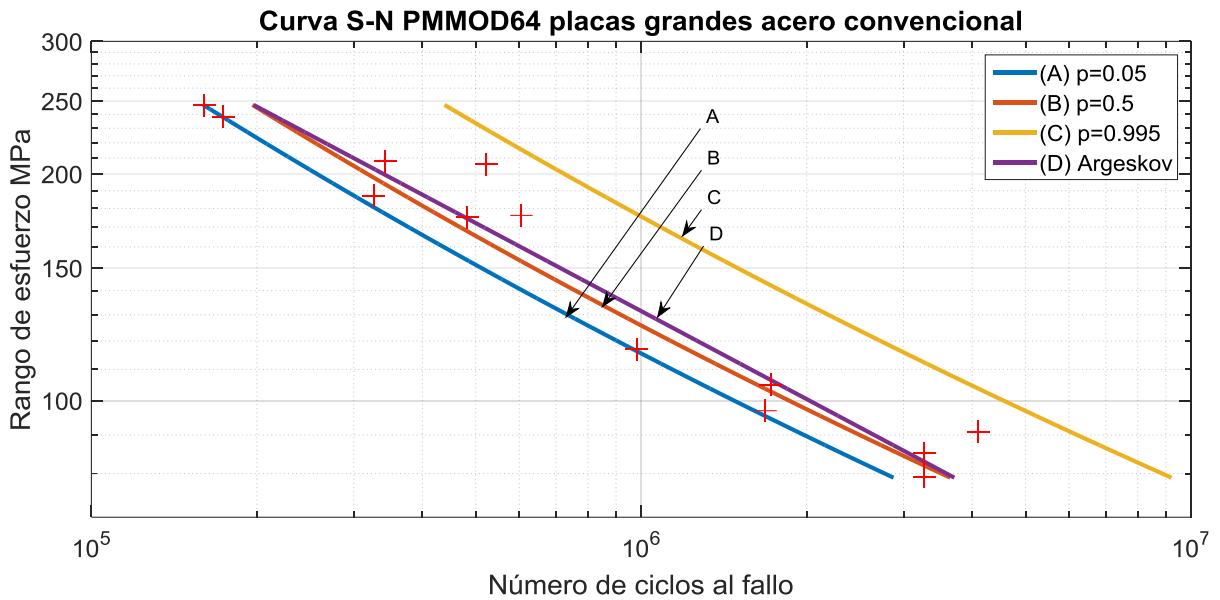


Figura D.13 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PMMOD64, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.

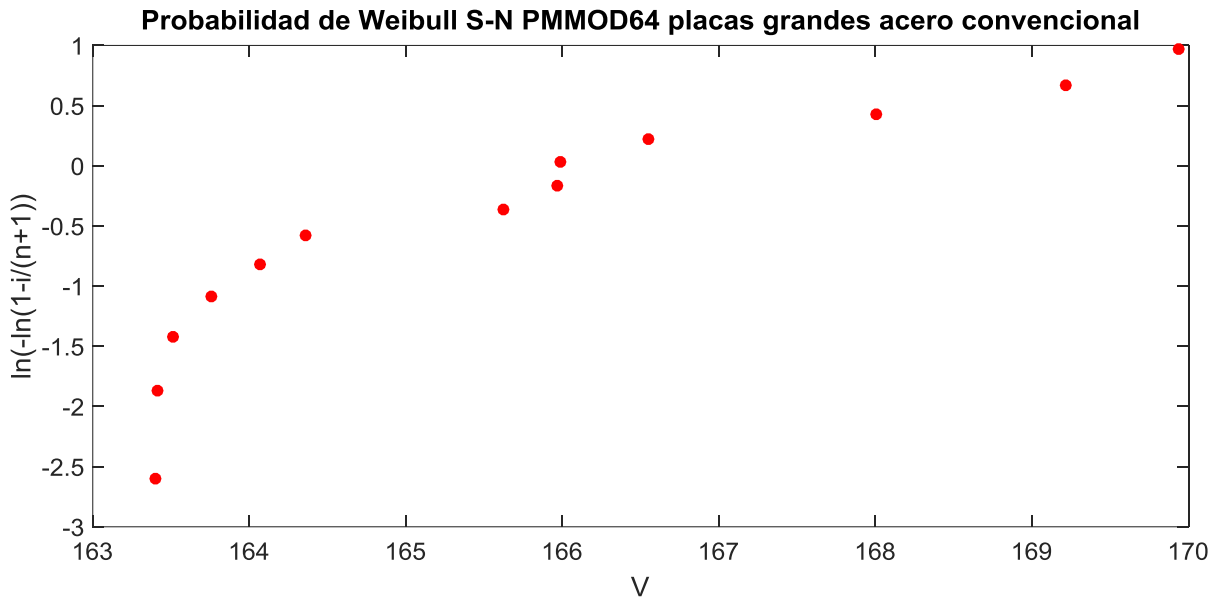


Figura D.14 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro PMMOD64.

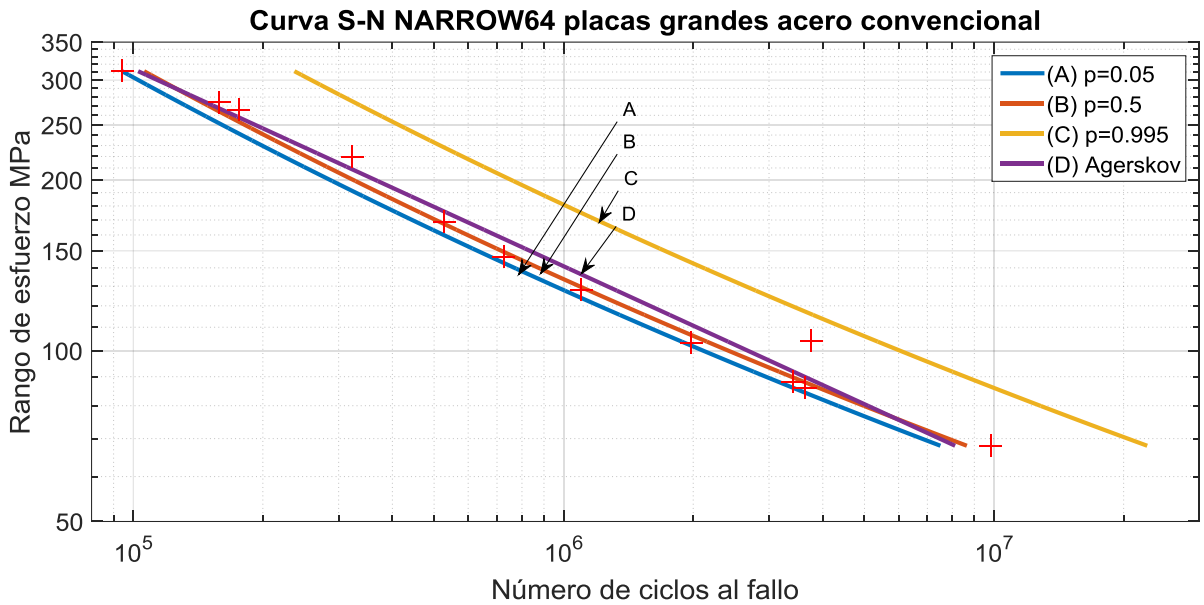


Figura D.15 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro NARROW64, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.

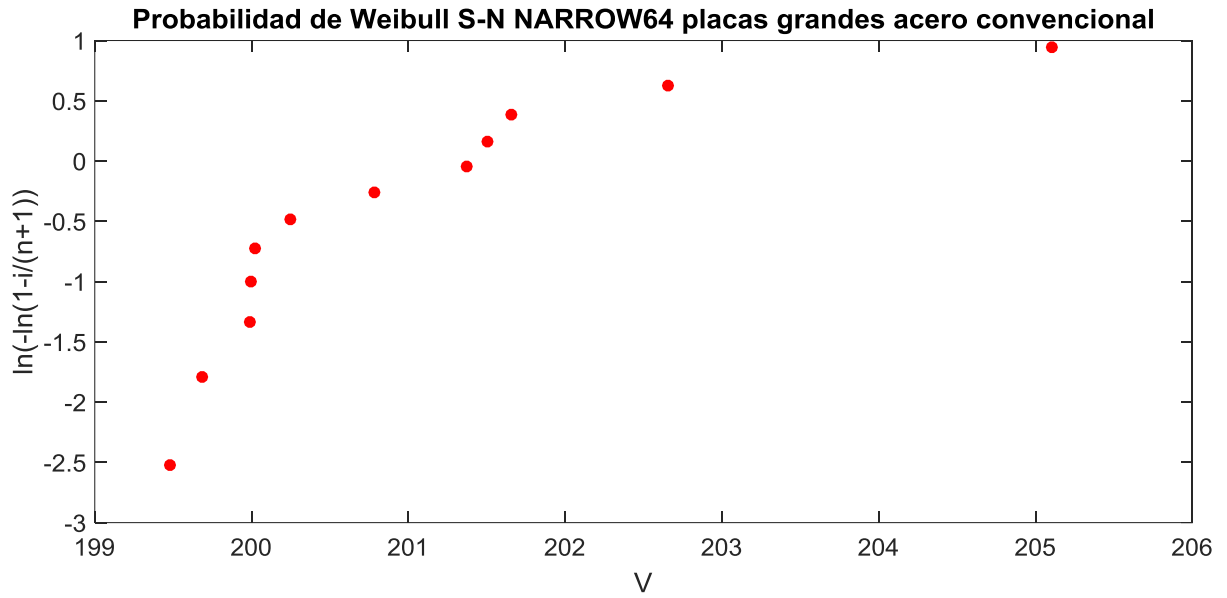


Figura D.16 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro NARROW64.

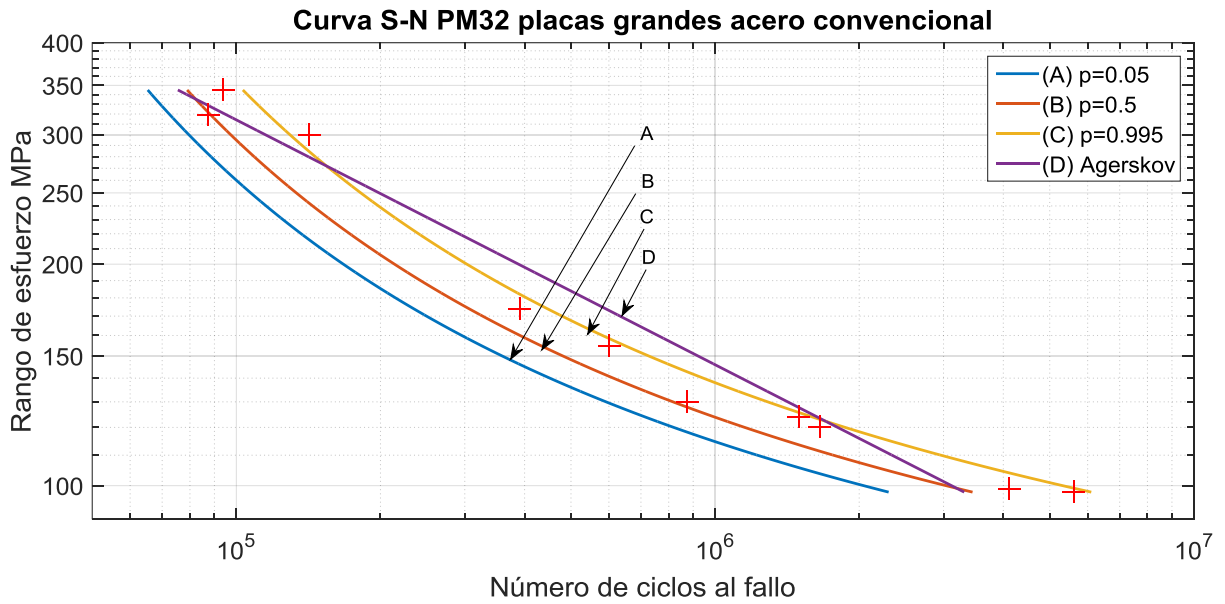


Figura D.17 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro PM32, en probetas de placas grandes de acero estructural convencional.

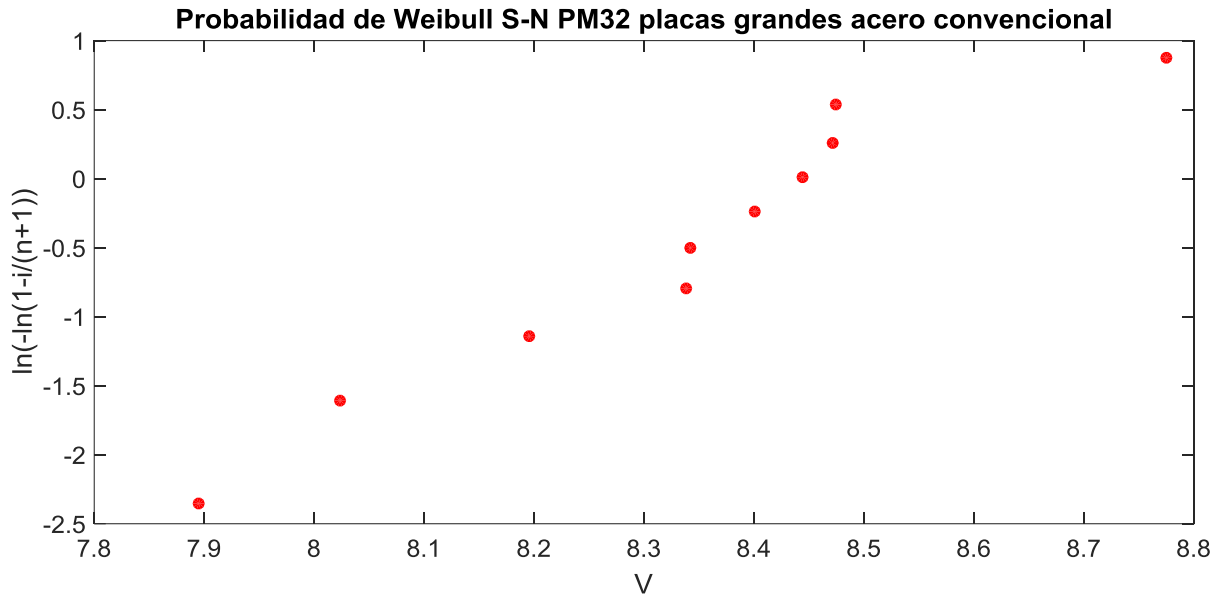


Figura D.18 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero convencional, para el espectro PM32.

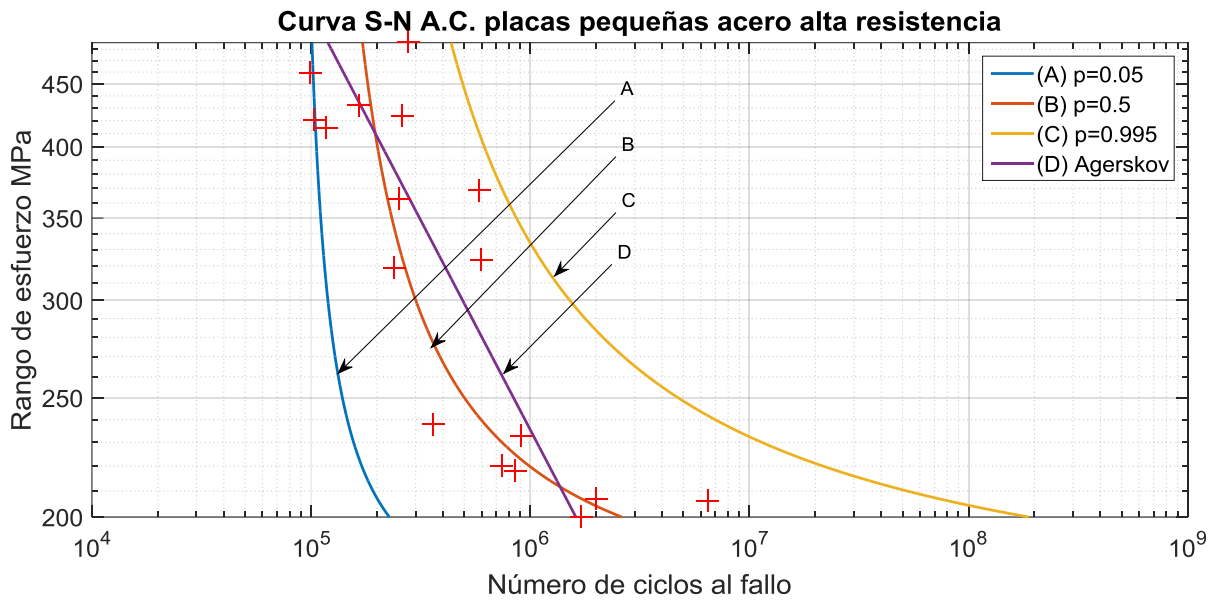


Figura D.19 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas pequeñas de acero de alta resistencia.

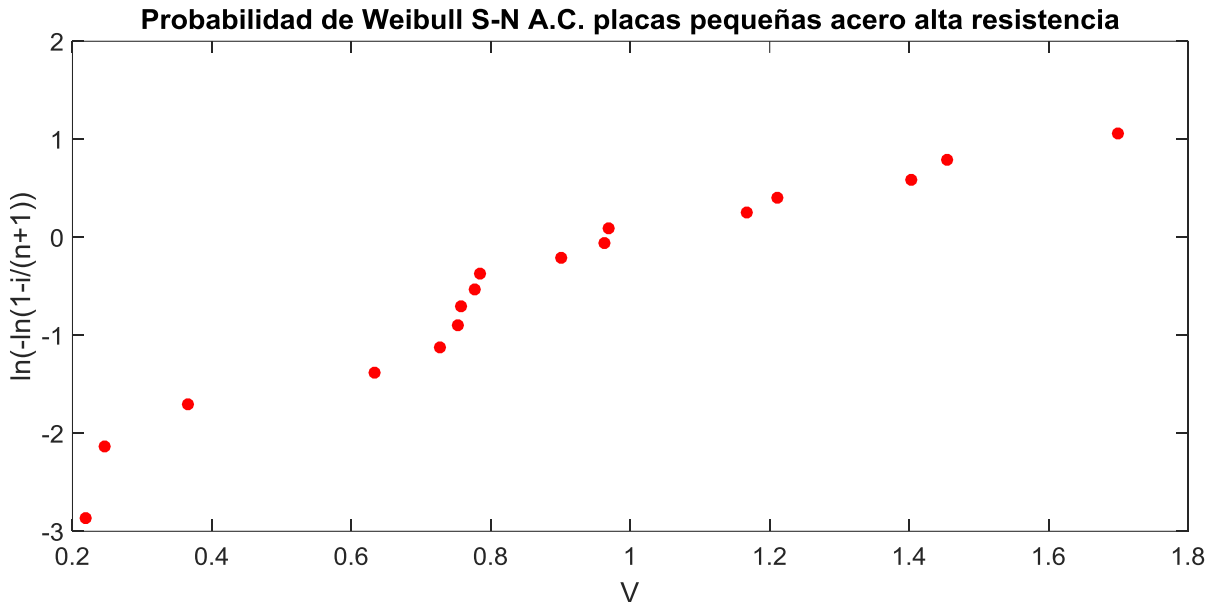


Figura D.20 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero de alta resistencia, con cargas de amplitud constante.

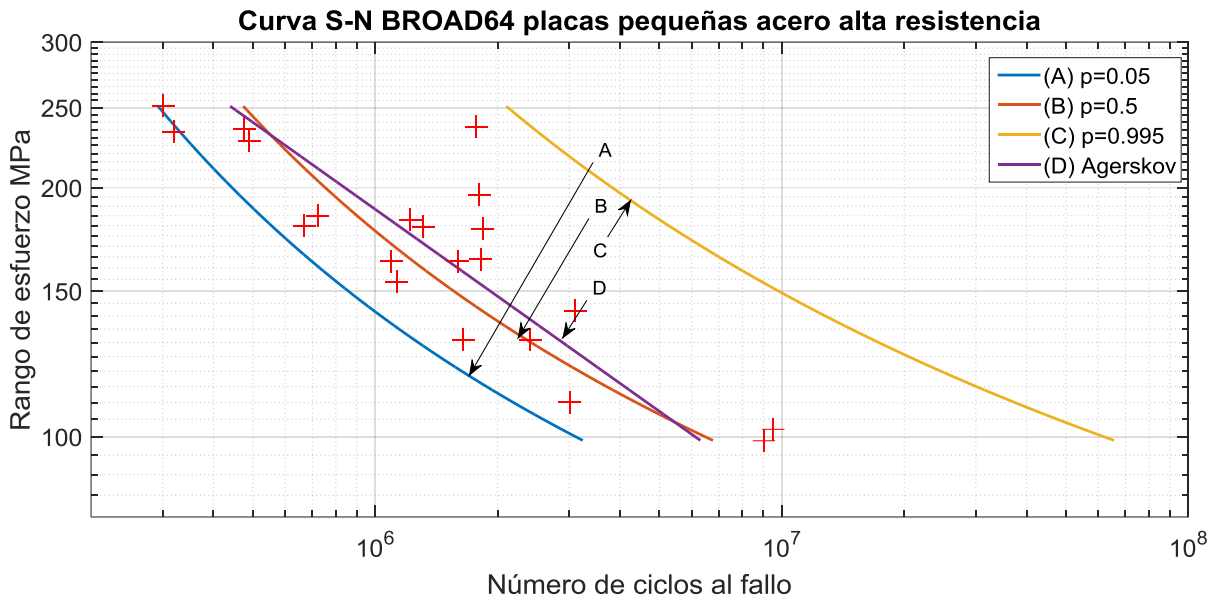


Figura D.21 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas pequeñas de acero de alta resistencia.

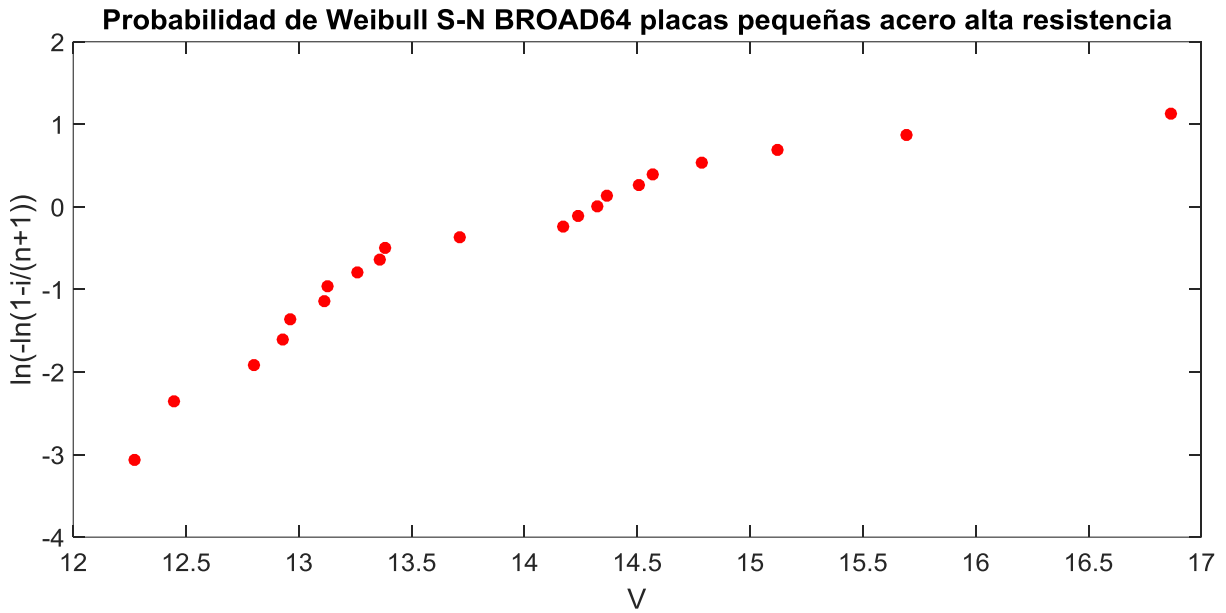


Figura D.22 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas pequeñas de acero de alta resistencia, para el espectro BROAD64.

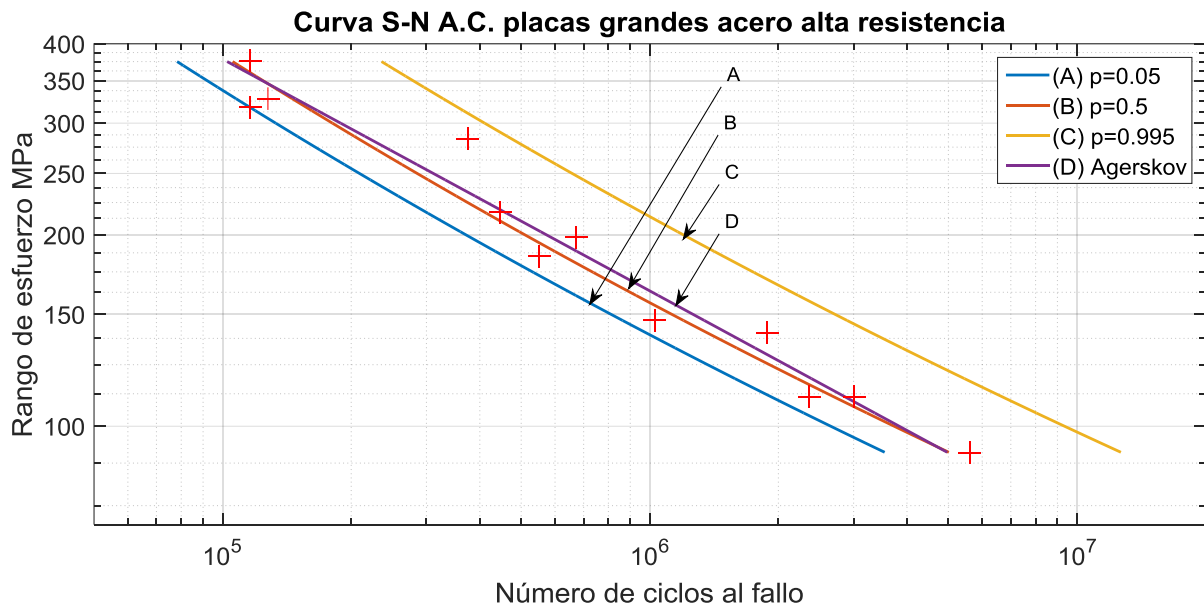


Figura D.23 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos de amplitud constante, en probetas de placas grandes de acero de alta resistencia.

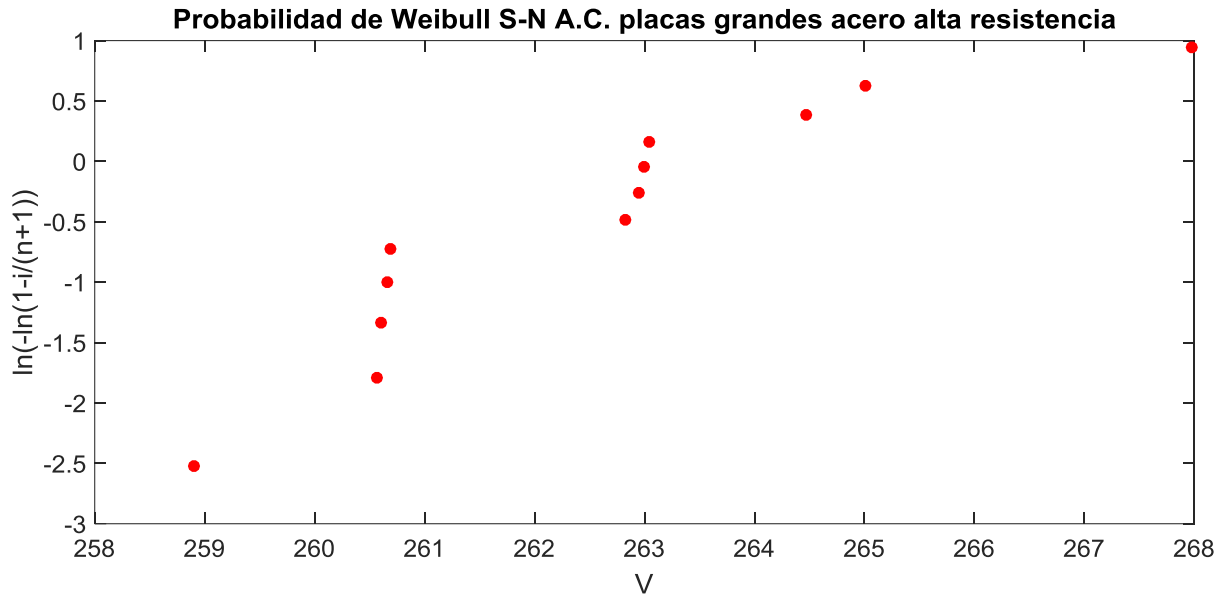


Figura D.24 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero de alta resistencia, con cargas de amplitud constante.

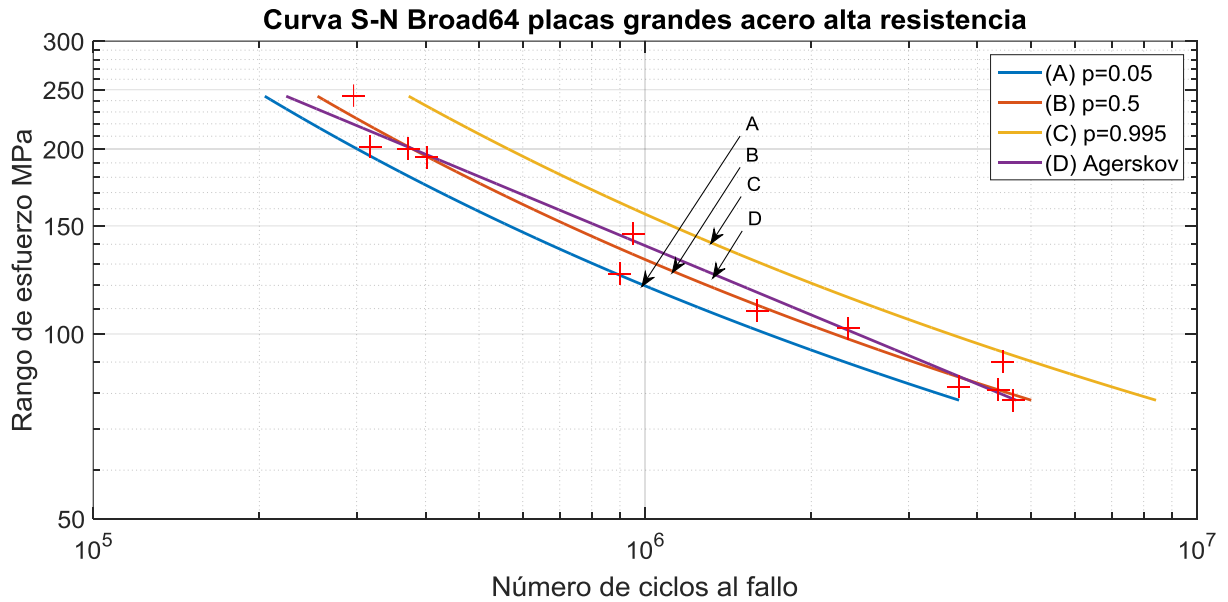


Figura D.25 Campo de Wohler en escala doble logarítmica, para ensayos del espectro BROAD64, en probetas de placas grandes de acero de alta resistencia.

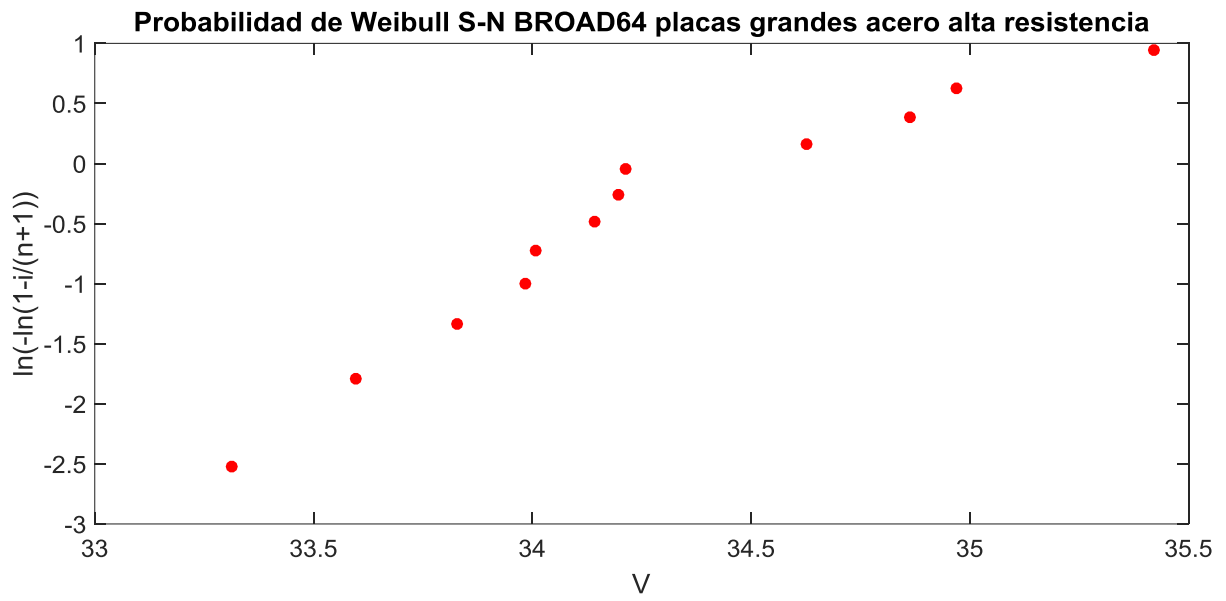


Figura D.26 Gráfica de probabilidad de Weibull para los ensayos, en placas grandes de acero de alta resistencia, para el espectro BROAD64.

Apéndice E

Gráficas de relación de esfuerzos

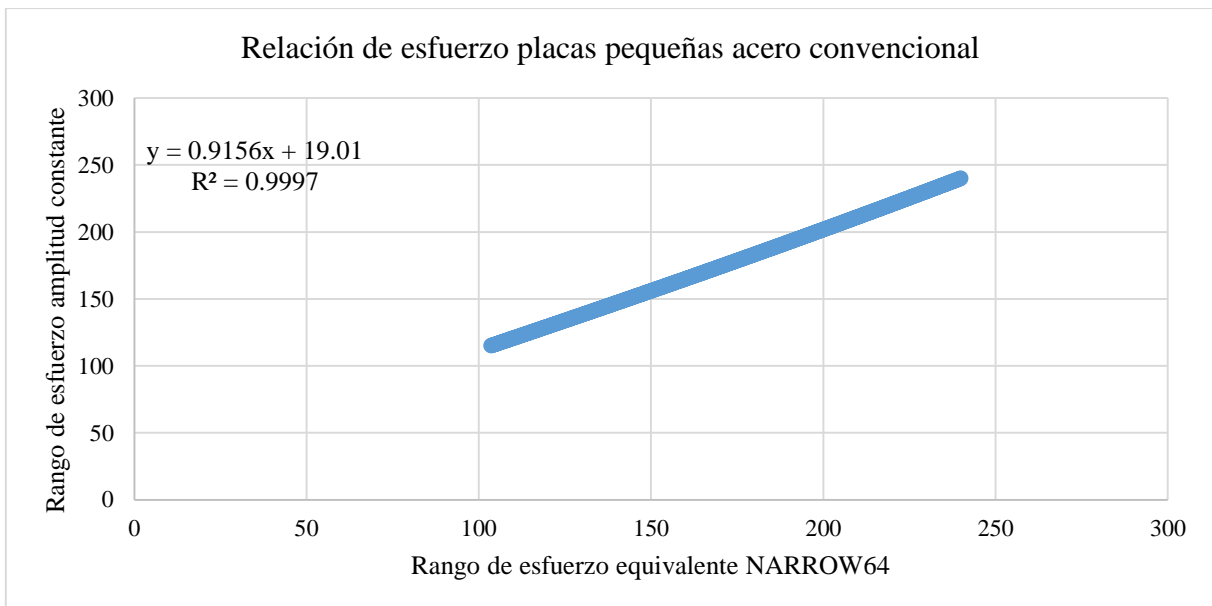


Figura E.1 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga NARROW64, en placas pequeñas de acero estructural convencional.

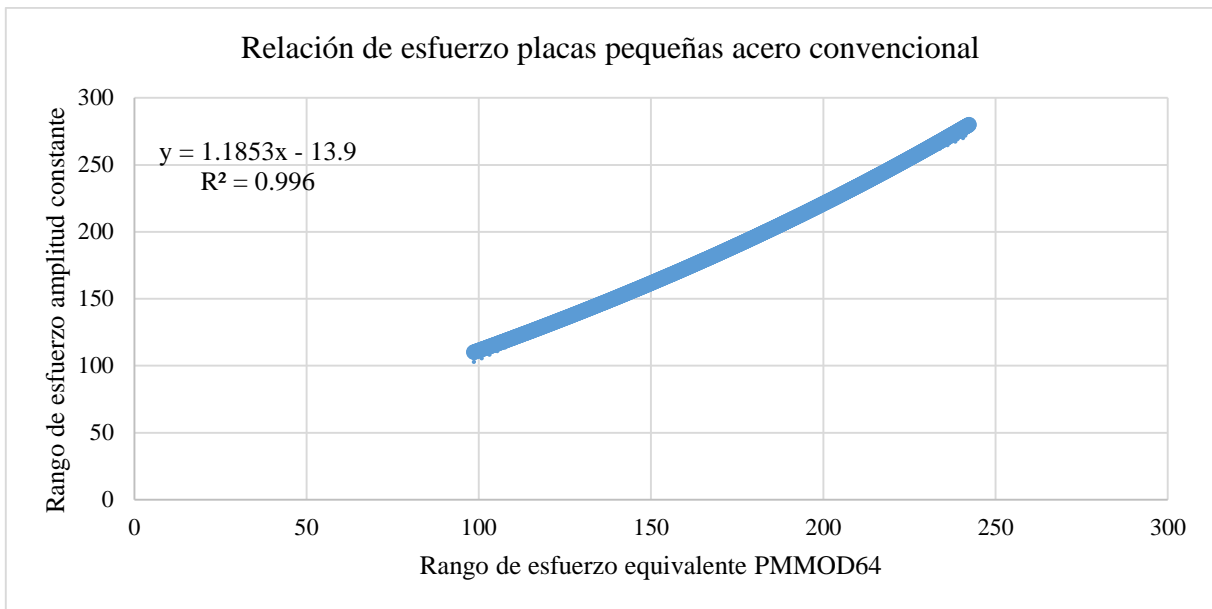


Figura E.2 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PMMOD64, en placas pequeñas de acero estructural convencional.

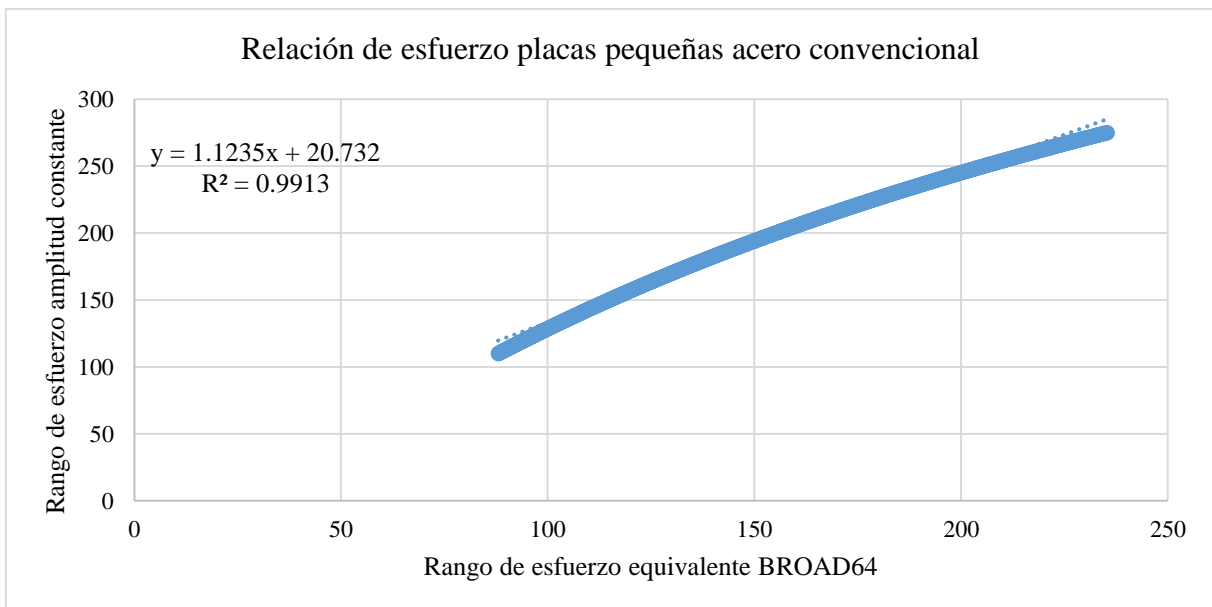


Figura E.3 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga BROAD64, en placas pequeñas de acero estructural convencional.

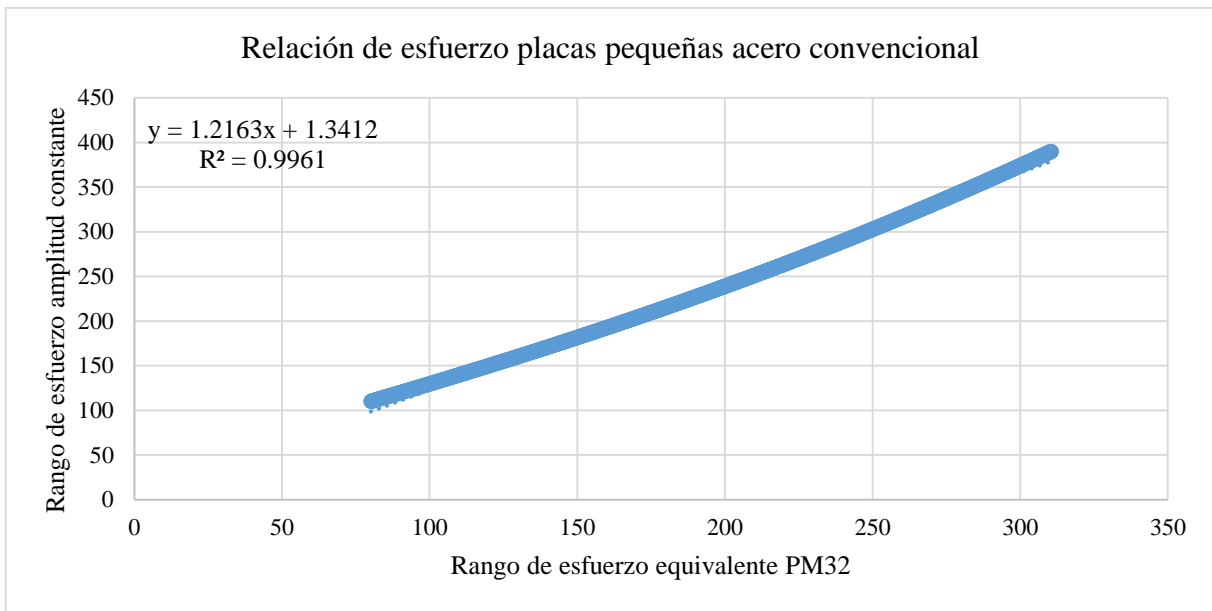


Figura E.4 Gráfica de relación del rango de esfuerzo de amplitud constante, contra el rango de esfuerzo equivalente, para el espectro de carga PM32, en placas pequeñas de acero estructural convencional.

Bibliografía

- [1] D. Fernandez, «Optimización del Diseño a Fatiga de uniones Soldadas a Tope y su Aplicación al Dimensionamiento de Soldaduras Transversales de Torres Eólicas,» Universidad de Cantabria, Santander España, 2012.
- [2] J. E. P. Espinosa, *Analisis de Falla de Fatiga por Flexión en la Raiz de un Diente de Engranaje Recto con Pro/Engineer*, VALDIVIA, CHILE: Tesis (Ingeniero Mecánico). Universidad Austral de Chile, Facultad de Ciencias de la Ingeniería, 2007.
- [3] R. L. Norton, *Diseño De Máquinas*, México: Prentice Hall, 2011.
- [4] M. S. M. K. A. Varvani-Farahani, «Fatigue damage analysis and life assessment under variable amplitude loading conditions,» *Materials Science and Engineering*, vol. A, n° 403, p. 42–47, 2005.
- [5] W. J. M. RANKINE, «on the causes of unexpected breakage of journals of railway axles and the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction,» *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. 2, n° 1843, pp. 105-107, 1843.
- [6] J. V. Poncelet, de *Introduction à la mécanique industrielle, physique ou expérimentale*, Paris, 1839, pp. 317-318.
- [7] W. A., «Versuche über die Festigkeit der Eisenbahnwagenachsen,» *Seitschrift für Bauwesen*, vol. 10, pp. 160-161, 1867.
- [8] A. Bangoura, «Metodología para la optimización de análisis de esfuerzos por fatiga de alto ciclo en componentes de máquinas,» Instituto Politécnico Nacional, Mexico, 2007.

- [9] J. E. Shigley, *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley*, México: McGraw-Hill, 2008.
- [10] A. Palmgren, «The service life ball bearings,» *Nasa Technical Translation*, vol. 68, n° 14, pp. 339-341, 1971.
- [11] W. Schütz, «A history of fatigue,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 54, n° 2, pp. 263-300, 1996.
- [12] L. Y. A. Fatemi, «Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials,» *International Journal of Fatigue*, vol. 20, n° 1, pp. 9-34, 1998.
- [13] W. Weibull, «A statistical distribution function of wide applicability,» *ASME Journal of Applied Mechanics*, pp. 293-297, 1951.
- [14] P. P. G. M y A. W., «A rational analytic theory of fatigue,» *Trends Engineering*, n° 13, pp. 9-14, 1961.
- [15] P. R. Edwards, «Cumulative Damage in Fatigue with Particular Reference to the Effects of Residual Stresses,» *Aeronautical Research Council Current Papers*, 1971.
- [16] H. Agerskov y N. Thougard Pedersen, «Fatigue Life of Offshore Steel Structures under Stochastic Loading,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 118, n° 8, pp. 2101-2117, 1992.
- [17] T. Svensson, «Prediction uncertainties at variable amplitude fatigue,» *International Journal of Fatigue*, vol. 19, n° 1, p. 295-302, 1998.
- [18] G. R. A. J. R. a. P. R. J. Hodowany, «Partition of Plastic Work into Heat and Stored Energy in Metals,» *Experimental Mechanics*, vol. 40, n° 2, pp. 113-123, 2000.
- [19] E. Castillo y A. Fernández-Canteli, «A general regression model for lifetime evaluation and prediction,» *International Journal of Fracture*, vol. 107, n° 2, pp. 117-137, 2001.

-
- [20] M. Alves y N. Jones, «Impact failure of beams using damage mechanics: Part I-Analytical model,» *International Journal of Impact Engineering*, n° 27, pp. 837-861, 2002.
- [21] L. D. Lutes, S. Sarkani, D. P. Kihl y a. J. E. Beach, «Optimal S-N Testing for Variable-Amplitude Fatigue Applications,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 129, n° 6, p. 829–837, 2003.
- [22] Z. Lin y C. Lingcang, «Simplified model for prediction of dynamic damage and fracture of ductile materials,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, n° 24-25, p. 7063–7074, 2004.
- [23] P. Johannesson, T. Svensson y J. de Maré, «Fatigue life prediction based on variable amplitude tests—methodology,» *International Journal of Fatigue*, n° 27, pp. 954-965, 2005.
- [24] L. R. Xu y P. Wang, «Dynamic fracture mechanics analysis of failure mode transitions along weakened interfaces in elastic solids,» *Engineering fracture mechanics*, vol. 73, n° 12, pp. 1597-1614, 2006.
- [25] C. Sonsino, «Fatigue testing under variable amplitude loading,» *International Journal of Fatigue*, n° 29, pp. 1080-1089, 2007.
- [26] Z. Wei, P. Dong, J. K. Hong y T. P. Forte, «Multi-Axial Cycle Counting and Fatigue Life Assessment Based on Nominal and Battelle Structural Stresses,» de *ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Conference*., Bellevue, Washington, 2010.
- [27] D. Kocanda y M. Jaszal, «Probabilistic predicting the fatigue crack growth under variable amplitude loading,» *International Journal of Fatigue*, n° 39, pp. 68-74, 2012.
- [28] I. Standard, *ISO 12110-1:2013 Metallic materials-Fatigue testing-Variable amplitude fatigue testing-Part 1*, 2013.
- [29] W. Cui, X. Huang y F. Wang, «Towards a Unified Fatigue Life Prediction Method for Marine Structures,» Shanghai, China, Springer, 2014, pp. 31-42.

- [30] S. Suresh, *Fatigue of Materials*, Cambridge University Press: 2nd edition, 1998.
- [31] P. F. García Lazo, «Análisis de fatiga en piezas mecánicas usando el método de los elementos finitos.» Universidad de Piura, Perú, 2009.
- [32] R. Petersen I y H. Agerskov, *Fatigue Life Of High-Strength Steel Offshore Tubular Joints*, Lyngby, Denmark: Technical University Denmark, 1996.
- [33] S. Marqués García, «Metodología para el análisis a fatiga de un Bogie usando código Proe.» Universidad Carlos III, Madrid, 2012.
- [34] E. Marco Esteban, «Metodología para el análisis a fatiga mediante el código Pro engineer: aplicación a un eje ferroviario.» Universidad Carlos III, Madrid, 2010.
- [35] K. A. Macdonald, *Fracture and fatigue of welded joints and structures*, Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2011.
- [36] A. Hobbacher, *Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components*, Paris, France: International Institute of Welding, doc. XIII-2151r4-07/XV-1254r4-07, 2008.
- [37] R. Narayanasamy, K. Siva Prasad y N. E. Dowling, *Mechanical behavior of materials : engineering methods for deformation, fracture, and fatigue*, London: Pearson Education, 2013.
- [38] J. Schijve, *Fatigue of Structures and Materials*, Delft, The Netherlands: Springer, 2009.
- [39] A. A. Sonin, *The Physical Basis of Dimensional Analysis*, Cambridge, Massachusetts: Department of Mechanical Engineering MIT, 2001.
- [40] J. I. McCool, *Using the Weibull distribution : reliability, modeling, and inference*, Canada: John Wiley & Sons, 2012.
- [41] B. Zohuri, *Dimensional Analysis and Self-Similarity Methods for Engineers and Scientists*, Albuquerque; Nuevo Mexico: Springer, 2015.

-
- [42] E. Castillo y A. Fernández-Canteli, *A unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage*, Santander, España: Springer, 2009.
- [43] E. Castillo y A. S. Hadi, «Parameter and quantile estimation for the generalized extreme-value distribution,» *Environmetrics*, vol. 5, pp. 417-432, 1994.
- [44] H. Agerskov, «Fatigue in steel structures under random loading,» *Journal of Constructional Steel Research*, n° 53, pp. 283-305, 2000.
- [45] H. Agerskov y J. Behrendt Ibsø, «Fatigue Life Prediction Of Offshore steel Structures Under Stochastic Loading,» de *Proceedings of the Second (1992) International Offshore and Polar Engineering Conference*, San Francisco, USA, 1992.
- [46] N. Pedersen Thougard y H. Agerskov, «Fatigue Damage Accumulation in Offshore Tubular Structures Under Stochastic Loading,» de *Tubular Structures*, Delft, The Netherlands, 1991.
- [47] J. B. Ibsø y H. Agerskov, «An Analytical Model for Fatigue Life Prediction Based on Fracture Mechanics and Crack Closure,» *J. Construct. Steel Res.*, vol. 37, n° 3, pp. 229-261, 1996.
- [48] T. Gurney, *Cumulative damage of welded joints*, Cambridge, England: Woodhead Publishing Limited, 2006.
- [49] E. Castillo y H. S. Ali, «Parameter and quantile estimation for the generalized extreme-value distribution,» *Environmetrics*, vol. 5, n° 4, pp. 417-432, 1994.