

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Electrónica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

**Diseño de un Sistema de Control y Diagnóstico de Fallas para un
Biorreactor para el Tratamiento de Aguas Residuales**

presentada por

Ing. Abraham Jashiel Pérez Estrada

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis
Dr. Manuel Adam Medina

Codirector de tesis
Dr. Albino Martínez Sibaja

Cuernavaca, Morelos, México. Diciembre de 2015.

SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 23 de noviembre de 2015

OFICIO No. DIE/164/2015

Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Abraham Jashiel Pérez Estrada** con número de control **M13CE083** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS PARA UN BIORREACTOR PARA EL TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES**" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 5992003

CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Albino Martínez Sibaja
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 7221536

REVISOR 1

Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza
Doctor en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 5505019

REVISOR 2

M.C. Gloria Lilia Osorio Gordillo
Maestra en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 7363023

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

CMAZ/lrr



"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 24 de noviembre de 2015
OFICIO No. SAC/225/2015

Asunto: Autorización de impresión de tesis

**ING. ABRAHAM JASHIEL PÉREZ ESTRADA
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
PRESENTE**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "**Diseño de un Sistema de Control y Diagnóstico de Fallas para un Biorreactor para el Tratamiento de Aguas Residuales**", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGÍA AL SERVICIO DE MÉXICO"



**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**

CENTRO NACIONAL DE
INVESTIGACIÓN Y
DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

Dedicado a mi familia

Agradecimientos

Agradezco primeramente a mis padres Abraham y Sonia por su amor, apoyo, paciencia y comprensión. Sus palabras me han motivado a crecer como persona y ayudado a alcanzar todos mis sueños.

A mis hermanos Miguel, Isamary y Gustavo que llenan mi vida de alegría. A pesar que son más jóvenes que yo, de ustedes he aprendido que aunque tengamos caminos diferentes siempre estaremos unidos.

Un agradecimiento especial al Dr. Manuel Adam Medina por su dirección de este trabajo de tesis. Su continuo soporte me ha ayudado a combatir algunos miedos y hacer que crea en mí, alcanzado metas que nunca imaginé lograrlas. Al mismo tiempo agradezco a mis revisores: Dra. Ma. Guadalupe López López, Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza y Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo, por los valiosos comentarios, observaciones y especial apoyo que enriquecieron este trabajo de tesis.

A los profesores: Dr. Manuel Adam, Dr. Astorga, Dr. Alejandro Rodríguez, Dr. Juan Reyes, Dr. Fabricio, Dra. Ma. Guadalupe, Dr. Dario Mina, Dr. Carlos Daniel, Dr. Victor Alvarado, Dr. Albino Martínez por el proceso formativo que me brindaron y al personal administrativo especialmente a la Lic. Lorena.

También a mis amigos del CENIDET: Marcos, Audomaro, Vidal, Gabriel, Ricardo Schacht, Genaro, Christian, Moises, Diego, Juan Pablo, Leo Dan, Leonardo, Valdivia, Regalado, Iris, Chui, Susana, Carlos, Montse, Didier, Joachin, George, Betty, Alberto Arturo, Gerardo, César por hacer que mi estancia sea agradable.

A José Jarquin y Abraham Jiménez por su amistad y apoyo en esta travesía

Al CONACYT por el apoyo económico otorgado para la realización de mis estudios de maestría.

GG IZI tutorial completado.

Resumen

En este trabajo de investigación se presenta el diseño y simulación de un sistema de control tolerante a fallas activo-pasivo para sistemas LPV Takagi-Sugeno, basado en la técnica de modos deslizantes aplicado a un digestor anaerobio tipo UASB. El caso de estudio es un digestor anaerobio tipo UASB que se encuentra en el Instituto Tecnológico de Orizaba cuya finalidad es la producción de biogás, transformando este combustible por energía eléctrica que abastece al área de postgrado del mismo instituto. El sistema tolerante a fallas tiene como objetivo mantener el proceso de digestión anaerobia en operación, aún en presencia de fallas en los sensores de concentración de sustrato y producción de gas metano.

El modelo que se utiliza para describir la dinámica del sistema es una versión reducida del modelo ADM1 (por sus siglas en inglés *Anaerobic Digestion Model No. 1*) de la *International Water Association (IWA)*. El digestor anaerobio se encuentra en condiciones controladas en el laboratorio de procesos, el pH y la concentración de sustrato en el flujo del afluente se controlan durante el preparado de la mezcla de alimentación en un laboratorio.

Este trabajo se divide en tres ejes principales: la obtención de un sistema Takagi-Sugeno que representa la digestión anaerobia, un sistema de detección y diagnóstico de fallas basado en observadores difusos con entradas desconocidas por modos deslizantes para detectar y aislar fallas en sensores y finalmente, un sistema de control tolerante a fallas que cierra el lazo con el fin de mantener una producción eficiente de biogás.

Cuando se detecta y aísla una falla en el sensor de la variable controlada, un mecanismo de reconfiguración de control sustituye la señal del sensor fallado por un sensor virtual que alimenta al controlador.

Abstract

In this research presents the design and simulation of an active-passive fault tolerant control for LPV Takagi-Sugeno system based on the sliding modes technique for being applied to an UASB anaerobic digester. The case study is an UASB anaerobic digester located in the Instituto Tecnológico de Orizaba whose purpose is the production of biogas, transforming this fuel for electricity that supplies to the same institute. The fault tolerant system aims to keep the the anaerobic digestion process in operation, even in the presence of failures in substrate concentration sensor and methane gas production sensor.

The model used to describe the dynamics of the system is a reduced version of ADM1 (*Anaerobic Digestion Model No. 1*) model of the International Water Association (IWA). The anaerobic digester is in controlled conditions in the laboratory processes, pH and substrate concentration in the influent flow is controlled during the preparation of the feed mixture in a laboratory.

This work is divided in three main topics: getting a Takagi-Sugeno system that represents the anaerobic digestion, a fault detection and diagnosis system based on sliding mode fuzzy observers to detect and isolate faults in sensors and finally, a fault tolerant system that closes the loop in order to maintain efficient production of biogas control.

When it detects and isolates a sensor failure of the controlled variable, control reconfiguration mechanism replaces the failed sensor signal by a virtual sensor that feeds the driver.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo general	2
1.2.2. Objetivos específico	3
1.3. Estado del arte	3
1.4. Organización de capítulos	6
2. Conceptos preliminares	9
2.1. Sistemas Takagi-Sugeno	9
2.1.1. Dinámica del modelo TS	9
2.1.2. Modelado de sistemas TS	11
2.1.2.1. Linealización	11
2.1.2.2. Enfoque sector no lineal	13
2.1.3. Propiedades de sistemas TS	14
2.1.3.1. Condiciones de estabilidad	15
2.1.3.2. Observabilidad	16
2.2. Modos deslizantes	16
2.2.1. Conceptos y propiedades de modos deslizantes en sistemas lineales	17
2.2.2. Observador por modos deslizantes	19
2.3. Diagnóstico de fallas	21
2.3.1. Objetivos de diagnóstico de fallas	23
2.3.2. Tipos de fallas	23
2.3.3. Técnicas de generación de residuos	24
2.3.4. Residuos estructurados	25
2.3.5. Evaluación de residuos	26

2.4. Control tolerante a fallas	26
2.4.1. Metodología de diseño	27
2.4.2. Control tolerante a fallas activo	28
2.4.3. Control tolerante a fallas activo-pasivo	29
3. Modelo LPV TS del digestor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente	31
3.1. Modelado matemático básico de bioprocesos	32
3.2. Digestión anaerobia	35
3.2.1. Etapas de digestión anaerobia	36
3.2.2. Requerimientos para la digestión anaerobia	37
3.3. Reactores anaerobios	39
3.3.1. Tipos de reactores	40
3.3.2. Modos de operación	40
3.3.3. Reactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente	41
3.4. Modelo no lineal del digestor tipo UASB	43
3.5. Modelo LPV TS del digestor tipo UASB	44
3.5.1. Enfoque sector no lineal aplicado al digestor anaerobio	46
3.6. Conclusión	55
4. Estimación en sistemas LPV TS	56
4.1. Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes	56
4.2. Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes aplicado al digestor.	61
4.3. Conclusión	65
5. Sistema de detección y diagnóstico de fallas basado en modelo	67
5.1. Análisis estructural de fallas	68
5.2. Detección y localización de fallas en sensores.	68
5.2.1. Diseño del banco de observadores para detección de fallas en sensores . . .	70
5.2.2. Análisis de residuos para la toma de decisiones	71
5.2.2.1. Detección instantánea de fallas en sensores	71
5.2.2.2. Generación y evaluación de residuos	72
5.2.3. Prueba del esquema FDI para fallas en sensores del digestor anaerobio . .	73
5.3. Conclusión	79

ÍNDICE GENERAL

6. Mecanismo de CTF, mediante reposición del elemento en falla	81
6.1. Diseño de un esquema de control tolerante a fallas basado en observadores difusos por modos deslizantes	81
6.2. Ley de control de entradas acotadas	83
6.3. Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digester anaerobio	87
6.4. Conclusión	98
7. Conclusiones generales	99
7.1. Logros	100
7.2. Trabajos futuros	101
Bibliografía	102
A. Acrónimos	108
B. Análisis estructural de fallas del modelo del digester anaerobio de 3 variables de estado	109
B.1. Modelo estructural	109
B.1.1. Aparejamiento	110
B.1.2. Cadenas alternadas	111
B.1.3. Descomposición canónica	112
B.1.4. Observabilidad estructural	113
B.1.5. Relaciones de redundancia analítica (ARR's)	113
B.1.6. Detectabilidad y aislabilidad	115
C. Diseño del banco de observadores	117

Índice de figuras

1.1. Interpolación de sistemas LIT.	4
1.2. Clasificación de sistemas (Briat 2008).	5
1.3. Organización de capítulos.	8
2.1. Aproximación local.	12
2.2. Enfoque sector no lineal: (a) sector no lineal global; (b) sector no lineal local.	13
2.3. Sistema de diagnóstico de fallas.	22
2.4. Fallas agregadas al sistema: (a) falla aditiva; (b) falla multiplicativa (Isermann 2006).	24
2.5. Formas de fallas a través del tiempo: (a) falla abrupta; (b) falla incipiente; (c) falla intermitente (Isermann 2006).	24
2.6. Estructura general de un sistema de CTF activo (Zhang y Jiang 2008).	29
2.7. Sistema de control tolerante a fallas activo-pasivo (Jiménez González 2013).	30
3.1. Proceso de digestión en un tanque agitado.	32
3.2. Tasa de crecimiento específico (modelo de Monod).	34
3.3. Tasa de crecimiento específico (modelo Haldane).	35
3.4. Etapas de digestión anaerobia.	37
3.5. Modos de operación.	40
3.6. Diagrama esquemático de un reactor UASB.	42
3.7. Funciones de ponderación.	48
3.8. Evolución de la concentración de biomasa anaerobia.	53
3.9. Evolución de la concentración de DQO en el efluente.	53
3.10. Evolución del flujo de gas metano que sale del reactor.	53
3.11. Evolución de las funciones de pertenencia.	54
3.12. Sumatoria de las funciones de pertenencia.	54
4.1. Estados estimados por el observador difuso por modos deslizantes.	63

ÍNDICE DE FIGURAS

4.2. Error de estimación con falla aditiva en actuador constante.	63
4.3. Estados estimados por el observador difuso por modos deslizantes con falla variable en el tiempo.	64
4.4. Error de estimación con falla variable en el tiempo.	65
5.1. Esquema de diagnóstico de fallas en sensores.	69
5.2. Diagrama a bloques del banco de observadores que conforma la unidad DDF.	71
5.3. Síntoma generado por el residuo.	73
5.4. Estados estimados por el banco de observadores de la unidad DDF.	74
5.5. Residuos generados.	75
5.6. Sensores y señales estimadas del sistema.	76
5.7. Residuos generados y síntomas del sistema.	76
5.8. Sensores y señales estimadas del sistema.	78
5.9. Residuos generados y síntomas.	78
6.1. Esquema de control tolerante a fallas propuesto.	82
6.2. Sistema con controlador, sin perturbación en la concentración de sustrato en el afluente.	86
6.3. Sistema con controlador, con perturbación en la concentración de sustrato en el afluente.	86
6.4. Funcionamiento del sistema en condiciones normales.	88
6.5. Comportamiento del digester con falla del 5 % en y_2	89
6.6. Comportamiento del digester con falla del 10 % en y_2	90
6.7. Reconfiguración del controlador al detectar una falla aditiva del 10 % en el sensor y_2	91
6.8. Estados estimados por la unidad DDF.	93
6.9. Residuos generados y síntomas del proceso.	93
6.10. Señales medidas y señales estimadas con fallas en el sensor y_3	94
6.11. Residuos generados y síntomas del sistema.	95
6.12. Ruido agregado a los sensores.	96
6.13. Residuos y síntomas generados en un ambiente con ruido.	96
6.14. Ruido añadido a las salidas del sistema.	97
6.15. Residuos y síntomas generados en un ambiente ruidoso.	97
B.1. Grafo orientado del sistema.	112
B.2. Descomposición canónica de una MI	112

B.3. ARR1	114
B.4. ARR2	114
B.5. ARR3	114

Índice de tablas

3.1. Parámetros del modelo de digestión anaerobia propuesto.	45
3.2. Valores de los parámetros del modelo de digestión anaerobia.	46
3.3. Cambios en entrada y parámetro del sistema.	52
3.4. Error cuadrático medio de los estados de los modelos.	55
5.1. Residuos generados	72
5.2. Condiciones iniciales de las variables de estado.	73
5.3. Matriz de firmas para fallas en sensores.	79
B.1. Matriz de incidencia del modelo de tres estados.	110
B.2. Aparejamiento del modelo.	111
B.3. Descomposición canónica de la MI del sistema.	113
B.4. Matriz de firma de fallas	116
B.5. Matriz de aislamiento de fallas	116

Nomenclatura

x	Estados del sistema.
u	Entradas del sistema.
z	Variable de programación.
i	Número de reglas.
p	Número de variables de programación.
M	Conjunto Difuso.
φ	Operador de conjunción mínimo.
w	Función de pertenencia.
a	Término afín para saber el punto de operación del sistema.
\underline{n}	Mínimo del conjunto compacto.
\bar{n}	Máximo del conjunto compacto.
η	Función de ponderación.
V	Función de Lyapunov.
P	Matriz simétrica definida positiva.
s	Función de conmutación.
\mathcal{S}	Superficie deslizante.
u_{eq}	Ley de control equivalente.
T_c	Matriz de transformación de coordenadas.
G_n	Matriz de distribución de ganancias.
e	Error de estimación.
\hat{x}	Estados estimados.
r	Diferencia entre la señal medida y la señal estimada (error de medición).
S_i	Síntoma generado.
θ	Parámetros del sistema.

ÍNDICE DE TABLAS

ΔA	Matriz desconocida que varia en el tiempo.
D	Matriz que representa la incertidumbre del sistema.
\bar{u}	Entrada desconocida
R	Matriz de entradas desconocidas
δ	Variable de compensación de incertidumbre de modelo.
ρ	Variable de compensación de entrada desconocida.
f_a	Falla en actuador representada en la concentración de sustrato en afluente.
f_{y_1}	Falla en el sensor de concentración de biomasa.
f_{y_2}	Falla en el sensor de concentración de sustrato.
f_{y_3}	Falla en el sensor de producción de gas metano.
y_2	Sensor de concentración de sustrato en el efluente.
y_3	Sensor de producción de gas metano.
ς	Factor de incertidumbre.
λ	Umbral.
ξ	Desviación estándar.
$\hat{y}_{2,2}$	Señal estimada del sensor de concentración de sustrato en afluente, generada por el observador ₂
$\hat{y}_{3,2}$	Señal estimada del sensor de producción de metano, generada por el observador ₂
$\hat{y}_{2,1}$	Señal estimada del sensor de concentración de sustrato en afluente, generada por el observador ₁
$\hat{y}_{3,1}$	Señal estimada del sensor de producción de metano, generada por el observador ₁
$\hat{y}_{2,3}$	Señal estimada del sensor de concentración de sustrato en afluente, generada por el observador ₃
$\hat{y}_{3,3}$	Señal estimada del sensor de producción de metano, generada por el observador ₃
$r_{2,1}$	Residuo entre la señal estimada $\hat{y}_{2,1}$ y y_2 .
$r_{2,2}$	Residuo entre la señal estimada $\hat{y}_{2,2}$ y y_2 .
$r_{2,3}$	Residuo entre la señal estimada $\hat{y}_{2,3}$ y y_2 .
$r_{3,1}$	Residuo entre la señal estimada $\hat{y}_{3,1}$ y y_3 .
$r_{3,2}$	Residuo entre la señal estimada $\hat{y}_{3,2}$ y y_3 .
$r_{3,3}$	Residuo entre la señal estimada $\hat{y}_{3,3}$ y y_3 .

Capítulo 1

Introducción

Los recursos renovables han sido una alternativa ante el uso del petróleo y el gas natural. Se han explotado ciertas áreas tales como la generación de electricidad por medio de energía solar, eólica, geotérmica, hidráulica, nuclear, pero existen otros recursos que se pueden aprovechar para conseguir el mismo fin. Es el caso del biogás, el cual consiste principalmente de gas metano producido por materia orgánica. Se obtiene por la acción de microorganismos sobre los residuos biodegradables, utilizando procesos de fermentación anaerobia. Dentro de los residuos biodegradables se engloban los residuos ganaderos, los lodos de las estaciones depuradoras de aguas residuales, los residuos biodegradables de instalaciones industriales y los residuos sólidos urbanos. Para poder biodegradar la materia orgánica se utilizan biorreactores anaerobios , que también son llamados digestores.

Los digestores son capaces de operar en lazo abierto, sin embargo, en este proceso existen diferentes variables que deben de ser reguladas para una eficiente producción de metano. Por lo tanto, es aconsejable introducir un sistema de control para cumplir con este objetivo. El sistema de control en lazo cerrado cuenta con un actuador y varios sensores; la bomba que introduce el flujo de materia orgánica en el digestor funge como actuador, y los sensores miden variables importantes como concentración de sustrato, concentración de metano, medidor de pH, etc., y sí llega a ocurrir una falla en alguna parte del proceso, puede causar un mal funcionamiento en el sistema de control o una degradación en el desempeño del proceso de digestión anaerobia. Consecuentemente, implementar un sistema de control tolerante a fallas es necesario, para que el proceso pueda funcionar de forma aceptable incluso después de la aparición de un fallo y que sean capaces de parar el proceso antes que ocurran daños irreparables.

En este trabajo de tesis se propone un sistema de control tolerante a fallas que combine las propiedades activo-pasivo. Se diseñará un control robusto ante perturbaciones de cambios de

1. INTRODUCCIÓN

sustrato en el afluente y una unidad de diagnóstico que tendrá la capacidad de detectar e identificar fallas en sensores. Posteriormente, la información de la unidad de diagnóstico será importante para las decisiones del mecanismo de reconfiguración.

1.1. Planteamiento del problema

Los reactores anaerobios que se utilizan para tratamiento de aguas residuales son sistemas complejos que requieren de un sistema de control para su correcto funcionamiento. Estos sistemas están sujetos a fallas, siendo necesario implementar un esquema de diagnóstico y detección de fallas para mejorar la eficiencia del proceso y brindar autonomía al sistema. Los tipos de fallas que podrían ocurrir son fallas en el sensor de biogás, falla en la medición de materia orgánica en el efluente y falla en el sensor de pH. Este tipo de proceso no cuenta con suficiente instrumentación para saber con precisión el estado del sistema (Sibaja Martínez 2011). No detectar las fallas mencionadas perjudicaría la eficiencia del producto, el cual es el biogás, y también afectaría a la infraestructura del sistema y los componentes que lo conforman.

El modelado matemático para estos procesos presentan grandes incertidumbres. Existe un modelo el cual está conformado por 24 variables de estado, pero para fines de control y diagnóstico de fallas es imposible medir todas las variables y sustratos que se consideran en el mismo. Por lo tanto, en recientes investigaciones, se ha optado en utilizar modelos más simples enfrentando el problema de incertidumbre de modelo y entradas desconocidas que podrían ser modeladas como fallas.

Para enfrentar estos problemas, se requiere diseñar un sistema de control tolerante a fallas conformado por una unidad de detección y diagnóstico de fallas que sea robusta ante incertidumbres del modelo y entradas desconocidas, y por una unidad de control reconfigurable que dependa de la información que le provea la unidad de diagnóstico y detección de fallas, probando otras técnicas de modelado como los sistemas LPV Takagi-Sugeno.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

El objetivo general de este trabajo es diseñar un sistema de control tolerante a fallas con características robustas y un sistema de diagnóstico de fallas basada en modos deslizantes, para ser implementado en un digestor anaerobio tipo UASB.

1.2.2. Objetivos específico

En tanto que los objetivos específicos derivados del objetivo general, son los siguientes:

- Estudio del estado del arte en el área de proceso de digestión anaerobia, escogiendo el modelo del digester UASB, así como la comparación del mismo con datos experimentales.
- Modelar el digester anaerobio como sistema LPV politópico.
- Diseñar un sistema de diagnóstico de fallas basado en observadores en modos deslizantes.
- Diseñar el control tolerante a fallas basado en modos deslizantes.
- Validar el sistema de diagnóstico y el control tolerante a fallas en simulación.

1.3. Estado del arte

Para lograr los objetivos establecidos, se hace una revisión del estado del arte en diferentes temas que son clave para el diseño de un sistema tolerante a fallas. Primero, al tener como caso de estudio un reactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente, se aborda el tema de digestión anaerobia y los diferentes modelos propuestos en la literatura. En el enfoque de control tolerante a fallas, conformado por una unidad de diagnóstico y detección de fallas basado en modelo, se requiere un modelo en forma de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, que describa la dinámica del sistema. En 1977 durante el Octavo Congreso Mundial de Digestión anaerobia, realizado en Sendai Japón, la asociación internacional del agua (IWA por sus siglas en inglés International Water Association) estableció un grupo de trabajo llamado *IWA-Anaerobic Digestion Modelling*, teniendo como objetivo el desarrollo de un modelo que describa de manera precisa el proceso de digestión anaerobia. Como resultado, se obtuvo el modelo de digestión anaerobia número uno (ADM1 por sus siglas en inglés *Anaerobic Digestion Model No. 1*) mostrado en (Batstone *et al.* 2002). Este modelo considera veinticuatro variables de estado, de las cuales siete corresponden a grupos bacterianos. En la actualidad, no se tiene la suficiente instrumentación para poder medir todas estas variables y concentraciones que considera el modelo ADM1, y para fines de control, es recomendable usar modelos reducidos que describan este proceso. En (Bernard *et al.* 2001) se realiza una identificación de parámetros de un modelo que describe la digestión anaerobia, el modelo es representado por siete variables de estado, los cuales dos de estas variables representan grupos bacterianos. Un modelo utilizado para fines de control es propuesto en (Femat

1. INTRODUCCIÓN

et al. 2014, Zavala-Río *et al.* 2011), este modelo esta conformado por cuatro variables de estado y una ecuación algebraica para obtener el flujo de gas metano.

En el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, se tienen investigaciones sobre detección y diagnóstico de fallas y control tolerante a fallas teniendo como caso de estudio reactores anaerobios (Sibaja Martínez 2011, Jiménez González 2013, Reyes Yépez 2012). Los modelos no lineales utilizados, cuentan con tres variables de estado con un grupo bacteriano y cinco variables de estado con dos grupos bacterianos. Al no tener un modelo que describa de manera precisa al proceso, los controladores y/o unidades de diagnóstico de fallas no eran precisos. Con estos modelos reducidos se enfrenta a un problema que trata sobre la incertidumbre del modelado.

El uso de multimodelos aprovecha algunas de las propiedades de los sistemas lineales abarcando un amplio rango de operación. El número de modelos depende de cuantos puntos de operación se definan. Los modelos obtenidos se conmutan o interpolan dependiendo del punto de operación en que se encuentre el sistema. Este enfoque es representado en la Figura 1.1.

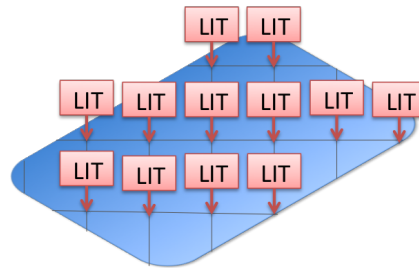


Figura 1.1: Interpolación de sistemas LIT.

Existen diversas metodologías reportadas en la literatura mediante las cuales se obtiene un modelo que se aproxime con mayor precisión al modelo no lineal. En (Briat 2008), para mejorar el desempeño de los controladores o sistemas de diagnóstico en sistemas no lineales, se propone el uso de sistemas Takagi-Sugeno, ya que facilitan su diseño y conserva las no linealidades del modelo del sistema. Se muestra un diagrama esquemático de la clasificación de sistemas en la Figura 1.2 propuesta en (Briat 2008). Estos sistemas son muy próximos a los modelos no lineales, de tal manera que algunos autores como (Chadli *et al.* 2013) concuerdan que tal semejanza es exacta.

Un control tolerante a fallas tiene la capacidad de mantener los objetivos de control a pesar de la aparición de una falla, aceptando una posible degradación de las prestaciones del sistema. Para esto, se necesita de un sistema redundante para saber el estado del sistema (Isermann 2006, Ding 2008). Se puede lograr redundancia analítica si se utiliza un observador, el cual tiene como objetivo generar residuos mediante estimaciones de las variables del proceso. Uno de los primeros observadores para un sistema Takagi-Sugeno con incertidumbre de modelo fue propuesto en (Palm

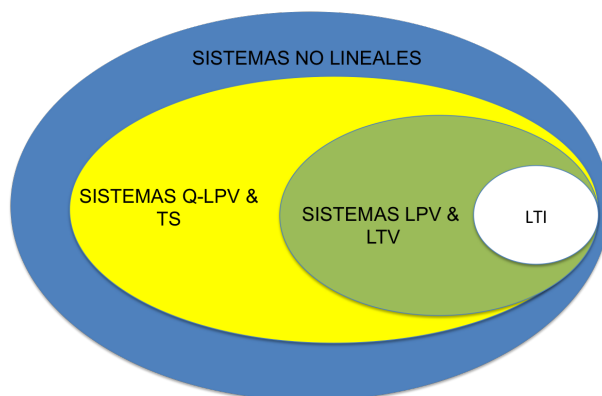


Figura 1.2: Clasificación de sistemas (Briat 2008).

y Bergsten 1999), la característica de robustez ante la incertidumbre de modelo se logra utilizando la teoría de modos deslizantes, transformando al sistema en una forma canónica y así aplicar el procedimiento propuesto. La transformación del sistema a una forma canónica asegura la convergencia asintótica del observador, este enfoque es propuesto en (Edwards y Spurgeon 1998). En el artículo de (Alcorta-García y Saucedo-Flores 2003), se diseña una unidad de diagnóstico conformado por observadores difusos con el fin de detectar y aislar fallas; para la obtención de varios subsistemas, se linealiza el modelo no lineal en puntos de operación de interés y se forma el sistema difuso mediante una función de ponderación. Estas son unas de las primeras investigaciones que se realizaron dentro del enfoque de sistemas Takagi-Sugeno, teniendo como característica la linealización en ciertos puntos de operación, y así obtener los subsistemas que se irán interpolando dependiendo del estado del proceso.

En los siguientes artículos, se trata de conservar las no linealidades del sistema evitando la linealización del modelo en ciertos puntos de operación. Tal como lo explica (Akhenak *et al.* 2008, Saadaoui *et al.* 2013), los esquemas de detección y localización de fallas requieren un modelo matemático preciso, para que la desviación entre las variables medidas y estimadas no sean de gran magnitud. La idea de un sistema Takagi-Sugeno es, conservar el comportamiento global no lineal del sistema mediante un conjunto de modelos locales o subsistemas. Los observadores utilizados en (Nagy Kiss *et al.* 2011, Saadaoui *et al.* 2013), son diseñados ante incertidumbres de modelo y entradas desconocidas que pueden a su vez, ser modeladas como fallas. Este tipo de observadores solo nos permite estimar las variables de estado del proceso ante incertidumbres del modelo y entradas desconocidas, limitando a la unidad de diagnóstico en solo detectar y aislar fallas. Investigaciones como (Alwi *et al.* 2012, Donath *et al.* 2013), proponen observadores por modos deslizantes para sistemas difusos o LPV, reconstruyendo fallas en sensores y actuadores

1. INTRODUCCIÓN

donde el error se realimenta por medio de un término conmutativo no lineal. Los observadores por modos deslizantes son capaces de reconstruir el estado en presencia de entradas desconocidas e incertidumbres. Esto ha sido logrado escalando y filtrando apropiadamente la llamada inyección del error de salida equivalente, la cual representa el valor promedio que el término de la inyección no lineal del error de salida tiene que tomar para mantener el movimiento deslizante. El movimiento deslizante fuerza a las salidas del observador a seguir exactamente a las mediciones de la planta en un tiempo finito.

La parte central de este trabajo de tesis es la unidad de diagnóstico de fallas la cual, a partir del modelo Takagi-Sugeno y el uso de la teoría por modos deslizantes, detecta y localiza fallas para que esta información sea utilizada por el mecanismo de reconfiguración empleado, manteniendo los objetivos de control a pesar de la aparición de una falla y, admitiendo una cierta degradación en el funcionamiento del digester anaerobio tipo UASB. Sin embargo, debido a los alcances propuestos, el mecanismo de control tolerante a fallas (CTF) activo-pasivo no utiliza la teoría de modos deslizantes, simplificando la unidad de control con una ley de control no lineal PI aplicado en (Zavala-Río *et al.* 2011, Antonelli y Astolfi 2000).

1.4. Organización de capítulos

Los capítulos son organizados asumiendo que el lector se esté familiarizando con temas como procesos biológicos, teoría de control, detección y diagnóstico de fallas, teoría de modos deslizantes, sistemas LPV y herramientas básicas de álgebra lineal. El segundo capítulo describe ciertos conceptos preliminares que serán de gran ayuda en los capítulos posteriores. Una sección discute sobre los sistemas Takagi-Sugeno, sus métodos de modelado y las propiedades que ofrecen; este tema es de gran importancia ya que se hará diagnóstico de fallas basado en modelo y, explorar esta técnica de modelado será una aportación en este trabajo de tesis. La idea básica es proporcionar cierta robustez a nuestro sistema tolerante a fallas, para esto, el uso de la teoría de modos deslizantes es clave para lograr esta característica. Al diseñarse un sistema tolerante a fallas con características activas, es necesario saber sobre el diagnóstico de fallas basado en modelo, donde se abordan temas como los objetivos de diagnóstico de fallas, tipos de fallas y, generación y evaluación de residuos. Posteriormente, se habla del control tolerante a fallas resaltando las ventajas y desventajas del control tolerante a fallas activo y pasivo.

En el tercer capítulo, se da a conocer el caso de estudio de este trabajo de tesis y la obtención del modelo utilizado en esta investigación. Para obtener el modelo, es necesario dar una introducción sobre modelado básico de bioprocesos, así como la descripción del proceso de digestión anaerobia,

los tipos de reactores, y por último, la obtención del modelo LPV TS del digestor tipo UASB.

El cuarto capítulo describe el observador que se emplea en la unidad de diagnóstico y detección de fallas, describiendo todo el diseño del mismo. De igual manera se muestran resultados del observador aplicado al modelo del caso de estudio, estimando las variables de estado en diferentes escenarios de operación del sistema.

En el quinto capítulo se plantea el diseño de la unidad de detección y diagnóstico de fallas (DDF) aplicado al modelo del digestor anaerobio tipo UASB. Se introduce un tema importante llamado análisis estructural, el cual, nos habla sobre las propiedades y/o naturaleza del modelo para poder detectar y aislar fallas en sensores o parámetros. La unidad de DDF es conformada por un banco de observadores presentados en el capítulo anterior, teniendo como resultado la detección y aislamiento de fallas en sensores por medio de generación y evaluación de residuos.

Por último, en el sexto capítulo se diseña el mecanismo de control tolerante a fallas mediante reposición del elemento en falla. Se propone una ley de control de entradas acotadas para mantener el nivel de sustrato que nos otorgue una eficiente producción de biogás. En este capítulo se une la unidad de diagnóstico con el mecanismo de reconfiguración teniendo como resultado un sistema tolerante a fallas para el digestor anaerobio tipo UASB, cumpliendo con las características de robustez ante incertidumbres de modelo y entradas desconocidas. La organización de los capítulos es también mostrado en la Figura 1.3.

1. INTRODUCCIÓN

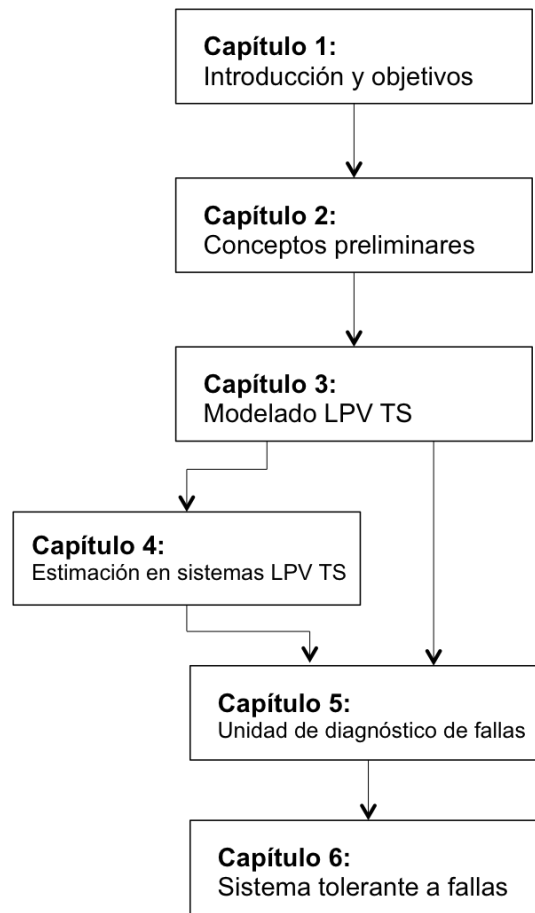


Figura 1.3: Organización de capítulos.

Capítulo 2

Conceptos preliminares

2.1. Sistemas Takagi-Sugeno

Tradicionalmente, los sistemas lineales invariantes en el tiempo han dominado el área de control. Las propiedades de estos sistemas hacen que el análisis y diseño de controladores u observadores, sean más sencillos. La desventaja es que estos sistemas no describen la no linealidad global del sistema, sólo son válidos en una vecindad que rodea a un punto de equilibrio. En el área de multimodelos, los sistemas Takagi-Sugeno (TS) pueden aproximarse a la dinámica de los sistemas no lineales (Takagi y Sugeno 1985).

Los sistemas TS se basan en reglas difusas *IF-THEN*, los cuales representan relaciones locales lineales de entrada y salida de un sistema no lineal (Wang *et al.* 1996). La principal característica de un modelo TS es expresar la dinámica local de cada implicación difusa (regla) por un modelo afín o lineal, válido localmente en una región correspondiente. El modelo difuso global se consigue mediante una combinación de los modelos locales lineales.

Aunque los modelos locales son lineales o afines, la estabilidad de estos modelos locales no asegura la estabilidad global del modelo difuso. Por lo tanto, existen condiciones de estabilidad que han sido desarrollados para sistemas TS, muchos de ellos se basan en la solución de desigualdades lineales matriciales (LMI por sus siglas en inglés) (Chadli *et al.* 2013, Akhenak *et al.* 2007, Abdelkrim y Benrejeb 2015).

2.1.1. Dinámica del modelo TS

Los modelos TS representan la dinámica no lineal del sistema. Por consiguiente, la dinámica del sistema es dada como

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), \theta) \\ y(t) &= h(x(t), \zeta)\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde f es la función de estados que describe la evolución de las variables de estado a través del tiempo, h es la función de medición que relaciona a las variables de estado medidas, $x(t)$ es el vector de variables de estado, $u(t)$ es el vector de entrada, $y(t)$ es el vector de salida, θ y ζ representan vectores de parámetros constantes u otras variables exógenas que actúan sobre el sistema; todos estos vectores con apropiadas dimensiones.

Un sistema TS que representa o aproxima al sistema no lineal (2.1), es expresado con un conjunto de i -ésimas reglas que se describen como:

Modelo de regla i -ésima:

Si $z_1(t)$ es M_1^i y ... y $z_p(t)$ es M_p^i entonces

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r\tag{2.2}$$

donde z_j , $j = 1, 2, \dots, p$, representan las variables de programación y p es el número de variables de programación, las cuales de acuerdo a su valor determinan el grado en que las reglas son activadas; M_j^i es el conjunto difuso y r es el número de reglas; $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entrada, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ es el vector de salida, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$, y $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$; cada ecuación lineal representado por $A_i x(t) + B_i u(t)$ es llamado un "subsistema". Las variables de programación son usualmente escogidas como un subconjunto de estados, entradas, salidas, u otras variables exógenas en el sistema, o también pueden ser funciones de los estados, entradas, salidas, o variables exógenas.

El valor de la variable de programación z_j , que pertenece a un conjunto difuso M_j^i , es dado por el valor verdadero de una función de pertenencia $w_{ij} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$. Para la obtención del valor verdadero, se utiliza el operador de conjunción *mínimo*

$$\varphi_i(z) = \min_j \{w_{ij}(z_j)\}\tag{2.3}$$

o del *producto algebraico*

$$\varphi_i(z) = \prod_{j=1}^p w_{ij}(z_j)\tag{2.4}$$

El valor verdadero obtenido se normaliza mediante la expresión

$$w_i(z) = \frac{\varphi_i(z)}{\sum_{i=1}^r \varphi_i(z)} \quad (2.5)$$

si $\sum_{i=1}^r \varphi_i \neq 0$, entonces existe por lo menos alguna regla que tiene un valor verdadero más grande que cero, gracias a alguna combinación producida por las variables de programación. La función $w_i(z)$, $i = 1, 2, \dots, r$ se denota como una función de pertenencia normalizada, es decir, $w_i(z) \geq 0$ y $\sum_{i=1}^r w_i(z) = 1$.

Con lo anterior, el sistema TS se representa como

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r w_i(z)(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r w_i(z)C_i x(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Como las funciones de pertenencia son normalizadas, el sistema TS (2.6) es una combinación convexa de modelos locales lineales. Esta propiedad facilita el análisis de estabilidad del sistema difuso (Lendek *et al.* 2011, Rodrigues *et al.* 2008).

2.1.2. Modelado de sistemas TS

Existen diferentes métodos para obtener un sistema TS de un sistema no lineal, tal como linealización (Johansen *et al.* 2000, Marcos y Balas 2004), enfoque de sector no lineal (Ohtake *et al.* 2001), transformación de espacio de estados (Shamma y Cloutier 1993) e identificación (Tóth 2010). Sin embargo, el enfoque de sector no lineal y linealización son los más considerados en estas áreas, tales métodos se detallan a continuación.

2.1.2.1. Linealización

Este método es usado para obtener un sistema TS que se aproxime al comportamiento dinámico de un modelo no lineal (Johansen *et al.* 2000). La linealización es un expansión de series de Taylor en diferentes puntos representativos, los cuales pueden o no pueden ser puntos de equilibrio. Considérese la dinámica de un sistema no lineal $\dot{x} = f(x)$ mostrada en el Figura 2.1, es posible identificar un número ρ_i , $i = 1, 2, \dots, r$ de puntos de linealización. Por linealización en cada uno de estos puntos, una aproximación global al modelo no lineal puede ser obtenido.

La aproximación se obtiene por un conjunto de r reglas de la forma

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

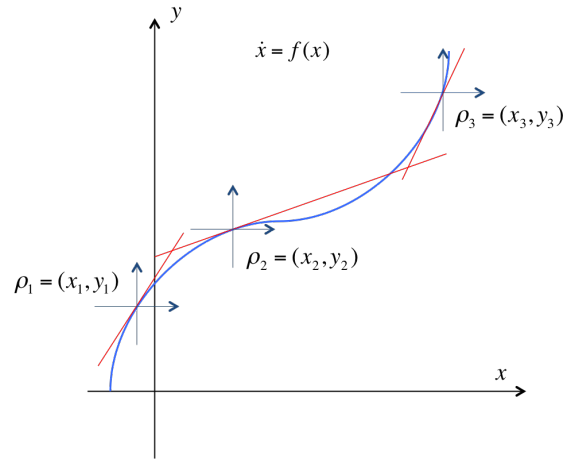


Figura 2.1: Aproximación local.

Modelo de regla i -ésima:

Si $z_1(t)$ es M_1^i y ... y $z_p(t)$ es M_p^i entonces

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) + a_i \\ y(t) &= C x(t)\end{aligned}\tag{2.7}$$

o equivalente a un sistema TS de la forma

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r w_i(z) (A_i x(t) + B_i u(t) + a_i) \\ y(t) &= C x(t)\end{aligned}\tag{2.8}$$

donde A_i , B_i , y C_i son matrices de espacio de estados de los modelos locales lineales, los cuales son obtenidos evaluando las matrices Jacobianas en el i -ésimo punto de linealización, tal como

$$A_{i=} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\rho_i} \quad B_{i=} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\rho_i}\tag{2.9}$$

Generalmente la linealización no es hecha en los puntos de equilibrio, los términos afines deben ser agregados como

$$a_i = f(x, u)|_{\rho_i} - (A_i x)|_{\rho_i} - B_i u|_{\rho_i}\tag{2.10}$$

Para obtener el sistema TS de la forma (2.8), las funciones de pertenencia de cada regla son obtenidas por (2.4) y normalizados usando (2.5).

2.1.2.2. Enfoque sector no lineal

El enfoque de sector no lineal propuesto por (Ohtake *et al.* 2001), es también conocido como el método de transformación politópica (Abdelkrim y Benrejeb 2015). La principal idea es obtener el sistema TS, en su forma quasi-LPV, conservando el comportamiento dinámico de todas las no linealidades del sistema no lineal, en un conjunto compacto del espacio de estados. Por cada término no lineal o variable de programación p de la forma quasi-LPV, dos submodelos son obtenidos. El modelo global es compuesto de $r = 2^p$ reglas o submodelos.

En la Figura 2.2 se ilustra el enfoque de sector no lineal. Se considera un sistema no lineal $\dot{x}(t) = f(x)$, donde $f(0) = 0$. El objetivo es encontrar un sector global tal que $\dot{x} = f(x) \in [s_1 s_2]x(t)$. Sin embargo, algunas veces es difícil encerrar toda la dinámica de un sistema no lineal como en la Figura 2.2a. En este caso, es posible encontrar sectores locales acotados por una región $\underline{n} < x(t) < \bar{n}$ mostrado en la Figura 2.2b. El sistema difuso representa exactamente al sistema no lineal en una región local $\underline{n} < x(t) < \bar{n}$.

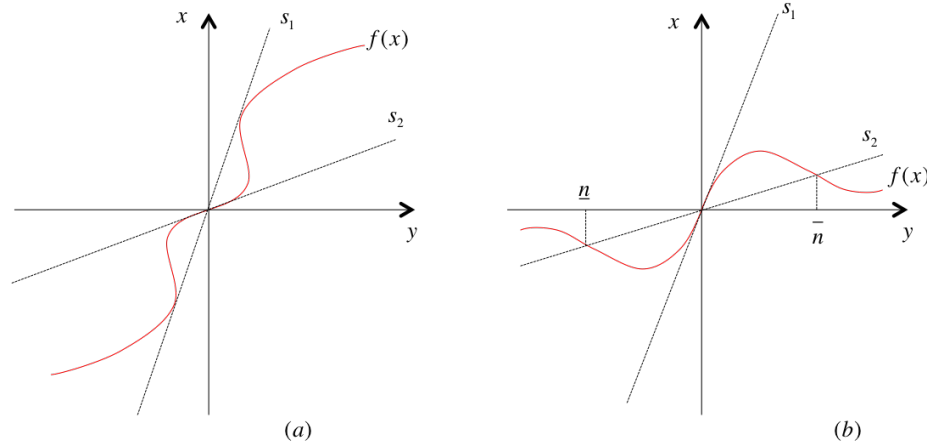


Figura 2.2: Enfoque sector no lineal: (a) sector no lineal global; (b) sector no lineal local.

Las variables de programación son escogidas tal que $z_j \in [\underline{n}_j, \bar{n}_j]$, $j = 1, 2, \dots, p$, donde z_j representa el término no lineal o función diferenciable definido en un conjunto compacto, \underline{n}_j y \bar{n}_j son el mínimo y máximo, respectivamente, de z_j . Por cada variable de programación z_j , dos funciones de ponderación son construidas

$$\eta_0^j(z_j) = \frac{\bar{n}_j - z_j}{\bar{n}_j - \underline{n}_j} \quad \eta_1^j(z_j) = 1 - \eta_0^j \quad (2.11)$$

Estas dos funciones son normalizadas tal que $\eta_0^j(z_j) \geq 0$, $\eta_1^j(z_j) \geq 0$, y $\eta_0^j(z_j) + \eta_1^j(z_j) = 1$, para

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

cualquier valor de z_j . Además, z_j puede ser expresado como $z_j = \underline{n}_j \eta_0^j(z_j) + \bar{n}_j \eta_1^j(z_j)$.

Los conjuntos difusos correspondientes a ambas funciones de ponderación son definidos en $[\underline{n}_j, \bar{n}_j]$. Estos conjuntos difusos son expresados como \overline{M}_0^j y \overline{M}_1^j . Las reglas del sistema TS tienen la forma

Modelo de regla i -ésima:

Si $z_1(t)$ es M_1^i y ... y $z_p(t)$ es M_p^i entonces

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.12)$$

donde M_j^i , $i = 1, 2, \dots, r$, $j = 1, 2, \dots, p$, puede ser \overline{M}_0^j o \overline{M}_1^j . Consecuentemente, el sistema TS consiste de $r = 2^p$ reglas.

Las función de pertenencia de la regla i -ésima es calculada como el producto de funciones de ponderación que corresponde a cada conjunto difuso de su respectiva regla,

$$w_i(z) = \prod_{j=1}^p \omega_{ij}(z_j) \quad (2.13)$$

donde $w_{ij}(z_j)$ es η_0^j o η_1^j , dependiendo de que función de ponderación es usada en la regla. Con la construcción de las funciones de ponderación, las funciones de pertenencia son normalizadas, tal que

$$0 \leq w_i(z) \leq 1 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^r w_i(z) = 1 \quad (2.14)$$

representan las propiedades de una combinación convexa. Finalmente, un sistema dado en (2.6) es obtenido por la evaluación de las matrices de espacio de estados en los sectores escogidos $\underline{n} < x(t) < \bar{n}$.

2.1.3. Propiedades de sistemas TS

Esta sección es dedicada al estudio de algunas propiedades de sistemas TS, tales como estabilidad y observabilidad, los cuales son consideradas para el diseño de observadores de estado. Se introducirá un concepto denominado desigualdad lineal matricial (LMI, por sus siglas en inglés *Linear Matrix Inequality*), basado en el método directo de Lyapunov. Por otra parte, ya que se utilizarán observadores difusos en este trabajo de tesis, se hablará de observabilidad de sistemas

TS.

2.1.3.1. Condiciones de estabilidad

El tema de estabilidad de sistemas difusos o sistemas LPV ha sido investigado extensivamente en el marco de estabilidad de sistemas no lineales. La estabilidad de modelos TS se garantiza usando el método directo de Lyapunov. La función de Lyapunov comúnmente usada es la representación cuadrática,

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (2.15)$$

con $P = P^T > 0$.

Si es usada una función de Lyapunov, se habla de “estabilidad cuadrática”. Cuando un sistema es cuadráticamente estable, implica que el sistema es estable. Por lo tanto, las condiciones de estabilidad obtenidas usando la función de Lyapunov (2.15) son más que suficientes para garantizar estabilidad.

Considere un sistema TS autónomo o no forzado ($u(t) = 0$)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r w_i(z) A_i x(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

es cuadráticamente estable si la derivada de la función de Lyapunov (2.15) decrece y tiende a cero cuando $t \rightarrow \infty$ en todas las trayectorias de $x(t)$. El siguiente teorema da la condición de estabilidad.

Teorema 2.1 (Tanaka y Wang 2001). *El modelo no forzado (2.16) es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz $P = P^T > 0$ tal que la siguiente LMI sea factible*

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.17)$$

esto es, una matriz común P tiene que existir para todos los subsistemas.

Demostración. La derivada de (2.15) en todas las trayectorias del modelo no forzado (2.16) es

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t)) &= \dot{x}^T(t)Px(t) + x(t)^T P\dot{x}(t) < 0 \\ &= \left(\sum_{i=1}^r w_i(z)A_i x(t) \right)^T Px(t) + x(t)^T P \left(\sum_{i=1}^r w_i(z)A_i x(t) \right) < 0 \\ &= \sum_{i=1}^r w_i(z)x(t)^T (A_i^T P + P A_i)x(t) < 0\end{aligned}\tag{2.18}$$

Por lo tanto, la factibilidad (2.18) da suficientes condiciones de estabilidad, definido en el Teorema 2.1. \square

Es necesario que exista estabilidad global en el sistema. Si solo se comprueba estabilidad local, es decir, estabilidad en cada subsistema, no se asegura que el sistema global sea estable en $t \rightarrow \infty$ (Lendek *et al.* 2011, López-Estrada 2015).

2.1.3.2. Observabilidad

La observabilidad en los sistemas TS es la propiedad de reconstruir los estados, a partir de las entradas del sistema y salidas medidas. Los sistemas TS son sistemas no lineales, y por lo tanto parece sencillo el uso del criterio de observabilidad para sistemas no lineales. Sin embargo, los observadores para sistemas TS son diseñados de tal manera que cada regla tiene una ganancia local. Se requiere que cada modelo local lineal o subsistema del sistema TS sea observable o detectable, en lugar de realizar el criterio de observabilidad al sistema no lineal. Por lo tanto, las condiciones de observabilidad para sistemas TS se satisfacen siempre y cuando los pares (A_i, C_i) sean observables (Akhenak *et al.* 2008, Lendek *et al.* 2011).

2.2. Modos deslizantes

El concepto de un modo deslizante surge en la Unión Soviética a finales de los años sesenta, donde los efectos de introducir una acción de control discontinua fueron explorados. El uso de una ley de control conmutada obliga a que las trayectorias de los estados del sistema, converjan a una superficie definida en el espacio de estados. Alcanzada la superficie, las trayectorias de los estados se mantienen en la misma, siendo insensibles a cualquier incertidumbre o perturbación en las señales de entrada del sistema.

Por lo tanto, en esta sección se introduce el concepto de modo deslizante de primer orden así como sus propiedades, de tal manera que resalte sus beneficios en las áreas de control tolerante a

fallas (CTF) y detección y diagnóstico de fallas (DDF) aplicado a sistemas lineales.

2.2.1. Conceptos y propiedades de modos deslizantes en sistemas lineales

Considere el siguiente sistema LIT incierto

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t, x) \quad (2.19)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $D \in \mathbb{R}^{n \times l}$ es conocida pero la función $\xi : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$ es desconocida y representa incertidumbre. El objetivo es encontrar una ley de control que fuerce las trayectorias de los estados a converger al origen.

Movimiento deslizante

Sea $s : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ una función lineal representada como

$$s(x) = Sx \quad (2.20)$$

donde $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es de rango completo y \mathcal{S} es el hiperplano definido por

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R}^n : s(x) = 0\} \quad (2.21)$$

Definición 2.2.1. *Suponga que existe un tiempo finito t_s tal que la solución de (2.20) representada por $x(t)$ satisfaga $s(x) = 0$ para $t \geq t_s$, entonces se dice que un movimiento deslizante ocurre para todo $t \geq t_s$ (Edwards y Spurgeon 1998).*

La función (2.20) se le conoce como función de conmutación, y el hiperplano (2.21) es también nombrado superficie deslizante.

Control equivalente

En (Utkin 1977) se propone el método de control equivalente para analizar la solución al problema planteado (2.19), el cual, consiste en hallar la acción de control necesaria para mantener un movimiento deslizante ideal en la superficie deslizante \mathcal{S} . El concepto de control equivalente es probablemente el más importante en CTF. Supóngase que en un tiempo finito t_s los estados

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

alcanzan la superficie deslizando \mathcal{S} teniendo lugar un movimiento deslizando, por lo que:

$$s(t) = \dot{s}(t) = 0 \quad (2.22)$$

esto implica

$$\dot{s}(t) = S\dot{x}(t) = S(Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t, x)) = 0 \quad (2.23)$$

Asumir que S se selecciona de tal manera que el producto matricial SB sea no singular.

Definición 2.2.2. *La ley de control equivalente u_{eq} asociada al sistema (2.19) está definida por la solución única de la ecuación algebraica (2.23) (Edwards et al. 2000):*

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}(SAx(t) + SD\xi(t, x)) \quad \forall t \geq t_s \quad (2.24)$$

Teorema 2.2. *El movimiento deslizando es totalmente insensible a la función de incertidumbre $\xi(t, x)$ en (2.19) si $\mathcal{R}(D) \subset \mathcal{R}(B)$ (Edwards y Spurgeon 1998).*

Demostración. El movimiento deslizando ideal se obtiene al sustituir la ley de control equivalente (2.24) en la representación del sistema incierto (2.19)

$$\dot{x}(t) = (I_n - B(SB)^{-1}S)Ax(t) + (I_n - B(SB)^{-1}S)D\xi(t, x) \quad (2.25)$$

Se define

$$P_s \triangleq (I_n - B(SB)^{-1}S) \quad (2.26)$$

P_s es un operador de proyección que satisface

$$SP_s = P_sB = 0 \quad (2.27)$$

Del Teorema 2.2 se sabe que $\mathcal{R}(D) \subset \mathcal{R}(B)$, entonces existe una matriz $R \in \mathbb{R}^{m \times l}$ tal que, $D = BR$. Como resultado se tiene que $P_sD = P_s(BR) = (P_sB)R = 0$, gracias a la propiedad de proyección descrita en la ecuación (2.27). Consecuentemente, el movimiento de orden reducido dado en (2.25) se reduce a

$$\dot{x}(t) = P_sAx(t) \quad \forall t \geq t_s \text{ y } Sx(t_s) = 0 \quad (2.28)$$

En la expresión (2.28) puede ser visto que durante el movimiento deslizante ideal, la incertidumbre (la señal $\xi(t, x)$) no afecta el movimiento de orden reducido. \square

2.2.2. Observador por modos deslizantes

El objetivo de un observador es estimar los estados no medidos del sistema, usando las salidas medidas y entradas del sistema. Se basa en el modelo matemático que describe al sistema, donde las entradas del sistema alimentan al observador y sus salidas son comparadas con las salidas del sistema. La diferencia entre las salidas del sistema y salidas del observador, se denomina *error de estimación de salida*, este error es inyectado al observador y funciona como un término correctivo, tal que, los estados del observador converjan a los estados del sistema. Un observador por modos deslizantes, el cual se realimenta del *error de estimación de salida*, provee una solución atractiva ante los problemas de señales desconocidas. Dadas las cotas de las entradas desconocidas, el observador por modos deslizantes fuerza a que el *error de estimación de salida* converja a cero en un tiempo finito, por medio de la *inyección del error de salida equivalente*, mientras que los estados estimados convergen a cero de manera asintótica. Durante el movimiento deslizante, la *inyección del error de salida equivalente* (señal análoga a la señal de *control equivalente*) contiene información acerca de las entradas desconocidas, de manera que escalándola adecuadamente es posible obtener una estimación precisa de las señales desconocidas.

Observador de Utkin

Considere el siguiente sistema lineal y la matriz de transformación no singular T_c

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.29)$$

$$T_c = \begin{bmatrix} N_c^T \\ C \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ y N_c es tal que sus columnas generen el espacio nulo de C . Además suponga que el par (A, B) es observable. Aplicando la transformación de coordenadas $x \mapsto T_c x$, se tiene

$$T_c A T_c^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad T_c B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad C T_c^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

Utkin propone el observador

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + G_nv \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\tag{2.32}$$

donde v es un término no lineal discontinuo y G_n una matriz de distribución. Se definen $e_y(t) \triangleq \hat{y}(t) - y(t)$ y $e(t) \triangleq \hat{x}(t) - x(t)$. El término v de conmutación se define por elemento como

$$v_i = \rho \operatorname{sgn}(e_{y,i}), \quad i = 1, 2, \dots, p\tag{2.33}$$

donde $\rho \in \mathbb{R}^+$. v se diseña para llevar las trayectorias de $e(t)$ a $S = e : Ce = 0$. Suponga que G_n tiene la estructura

$$\begin{bmatrix} G_{n,1} \\ -I_p \end{bmatrix}\tag{2.34}$$

donde $G_{n,1} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$ y es de diseño libre. El error del sistema es

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + G_nv\tag{2.35}$$

Por la forma de C , el error puede particionarse de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= A_{11}e(t) + A_{12}e_y(t) + G_{n,1}v \\ \dot{e}_y &= A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - v\end{aligned}\tag{2.36}$$

El error elemento a elemento se puede expresar como

$$\dot{e}_{y,i} = A_{21,i}e_1(t) + A_{22,i}e_y(t) - \rho \operatorname{sgn}(e_{y,i})\tag{2.37}$$

De manera que

$$e_{y,i}\dot{e}_{y,i} = e_{y,i}(A_{21,i}e_1(t) + A_{22,i}e_y(t)) - \rho |e_{y,i}| \leq -|e_{y,i}|(\rho - |A_{21,i}e_1(t) + A_{22,i}e_y(t)|)\tag{2.38}$$

Y si el escalar ρ es lo suficientemente grande que satisface

$$\rho > |A_{21,i}e_1(t) + A_{22,i}e_y(t)| + \eta$$

donde $\eta \in \mathbb{R}_+$ un pequeño escalar positivo. Entonces se cumple la condición de accesibilidad

$$e_{y,i}\dot{e}_{y,i} \leq -\eta |e_{y,i}| \quad (2.39)$$

Una vez inducido el movimiento deslizante, el error del sistema puede ser descrito como

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + G_{n,1}v_{eq} \quad (2.40)$$

$$0 = A_{21}e_1(t) - v_{eq} \quad (2.41)$$

donde v_{eq} es la inyección del error de salida equivalente requerido para mantener el movimiento deslizante. Sustituyendo (2.41) en (2.40) queda la siguiente expresión:

$$\dot{e}_1(t) = (A_{11} + G_{n,1}A_{21})e_1(t) \quad (2.42)$$

La expresión anterior representa un movimiento deslizante de orden reducido $n - p$. $G_{n,1}$ debe seleccionarse de manera que $e_1 \rightarrow 0$. En este caso no se consideraron entradas desconocidas, las propiedades del control por modos deslizantes pueden extrapolarse a los observadores por modos deslizantes. Por ejemplo, una vez que la estimación del error de salida converge a la superficie deslizante, el movimiento deslizante es insensible a las variaciones de la señal de entrada desconocida. Al considerarse entradas desconocidas en el diseño de la ley de control, la señal v_{eq} podría escalarse para estimar a las entradas desconocidas.

2.3. Diagnóstico de fallas

Esta sección es dedicada al proceso de detección y diagnóstico de fallas basado en modelo. Se exponen temas que serán base para el diseño de la unidad de detección y diagnóstico de fallas, tales como, tipos de fallas, generación de residuos y evaluación de residuos. Posteriormente, la información generada por la unidad de diagnóstico será utilizada por un sistema de control tolerante a fallas.

Una falla en algún componente de un sistema en línea puede ser detectado si es posible comparar el comportamiento actual del sistema con su nominal. En términos técnicos, un dispositivo redundante puede replicar el comportamiento nominal del sistema bajo ciertas consideraciones. Existen tres maneras para crear un sistema redundante nombrados como, *redundancia física o hardware*, *procesamiento de señales*, y *redundancia analítica* (Ding 2008).

- *Redundancia física o hardware*: Los componentes cruciales en el proceso son reconstruidos

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

usando hardware idéntico. Si los componentes en operación fallan al entregar un rendimiento deseado, el componente que está en espera es sustituido por el componente en operación. Este enfoque es confiable ya que permite detectar y localizar fallas directamente. Su aplicación es restringida a procesos críticos tales como reactores nucleares o aviones, porque tiene un alto costo en el cambio de componentes.

- *Procesamiento de señales:* Las señales medidas llevan información vital sobre el estado actual del sistema y fallas de interés, estas fallas son presentadas como síntomas; un diagnóstico de fallas es logrado por un adecuado procesamiento de señales. Los síntomas son funciones en el dominio de la frecuencia o del tiempo que son fáciles de analizar.
- *Redundancia analítica:* La idea detrás de este enfoque es reemplazar la redundancia física por un modelo del proceso el cual es implementado en forma de software. El modelo del proceso es una descripción cuantitativa o cualitativa de la dinámica del proceso y su comportamiento estable. El comportamiento del proceso puede ser reconstruido 'en línea' con la ayuda del modelo. La diferencia entre el comportamiento estimado y actual da una buena indicación sobre el estado del proceso.

Este trabajo de tesis se basa en el enfoque de redundancia analítica, ya que se cuenta con un modelo cuantitativo del proceso, el cual es descrito en el siguiente capítulo. La detección de fallas se realiza fijando un umbral para un residuo que se genera entre las mediciones del sistema y las estimaciones que se generan del esquema de diagnóstico, utilizando el modelo matemático del proceso. La Figura 2.3 muestra las etapas principales del diagnóstico de fallas basado en modelo.

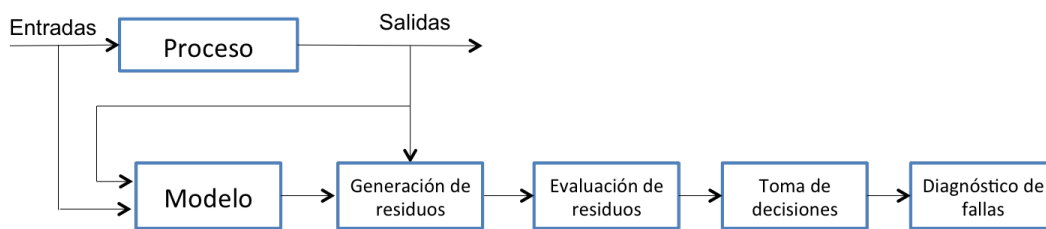


Figura 2.3: Sistema de diagnóstico de fallas.

Para generar residuos se utilizan comúnmente dos enfoques, el primero considera los residuos que toman una dirección particular en el espacio de residuos cuando ocurre alguna falla; el segundo enfoque, utiliza residuos estructurados los cuales son sensibles a ciertas fallas. La evaluación de residuos, consiste en utilizar la información en los residuos obteniendo síntomas. Posteriormente, el proceso de toma de decisiones utiliza los síntomas obtenidos para determinar si existe o no alguna falla.

2.3.1. Objetivos de diagnóstico de fallas

Una falla es básicamente alguna discrepancia del comportamiento nominal de una planta o sistema, donde la planta puede ser estática o dinámica, determinística o estocástica. Un sistema de detección y diagnóstico de fallas (DDF), como su nombre lo indica, observa que la planta se encuentre funcionando en condiciones nominales. La detección y localización temprana de fallas ayuda a prevenir averías a componentes del sistema y accidentes que, podrían llevar a un escenario catastrófico incluyendo lesiones al personal, contaminación ambiental, destrucción de bienes y de equipo. Los sistemas DDF contempla las siguientes tareas (Blanke *et al.* 2003, Isermann 2006):

- *Detección de fallas*, que indica la presencia de alguna anomalía así como la determinación de su instante de aparición.
- *Aislamiento de fallas*, que permite conocer el tipo y localización de falla.
- *Estimación de falla*, determina el tamaño y el comportamiento de la falla a lo largo del tiempo.

Dependiendo de la funcionalidad, el sistema es llamado *detección de fallas* o *detección y localización de fallas*, o *detección, localización y análisis de fallas* (Gertler 1998).

2.3.2. Tipos de fallas

En general, las fallas son desviaciones no permitidas de los valores de las entradas y salidas de la planta; dichas fallas pueden agregarse al sistema como: *fallas aditivas*, estas son entradas desconocidas que actúan sobre la planta, normalmente cuando no existe esta clase de fallas su valor es cero, cuando se presenta alguna falla aditiva, causa un cambio en las salidas de la planta independiente a las entradas conocidas; un ejemplo de estas fallas (basado en plantas químicas) pueden ser descompensaciones en sensores de pH. De igual manera existen *fallas multiplicativas*, estos son cambios abruptos o graduales en algún parámetro de la planta y están dadas por el producto entre la salida u del sistema y la señal de falla f ; estas fallas describen adecuadamente el deterioro de la planta. En la Figura 2.4, se muestran los modelos clásicos que representan estos dos tipos de fallas.

Asimismo, las fallas pueden clasificarse como fallas basado en componentes. Estas fallas son nombradas como: *fallas en sensores*, en estas fallas las propiedades de la planta no son afectadas, pero las lecturas de sensores tienen errores sustanciales; estas fallas son consideradas usualmente

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

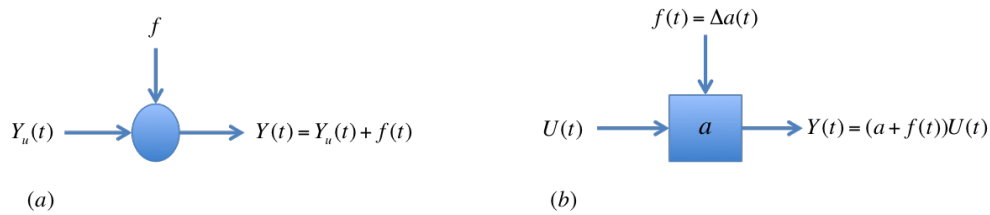


Figura 2.4: Fallas agregadas al sistema: (a) falla aditiva; (b) falla multiplicativa (Isermann 2006).

como fallas aditivas. Por otro lado, existen las *fallas en actuadores*, las propiedades de la planta son afectadas, pero la influencia del controlador que actúa sobre la planta es interrumpida o afectada.

Por último, las fallas pueden clasificarse por su forma. Estas fallas se catalogan como *abruptas*, *incipientes* e *intermitentes*, tal como se muestra en la Figura 2.5.

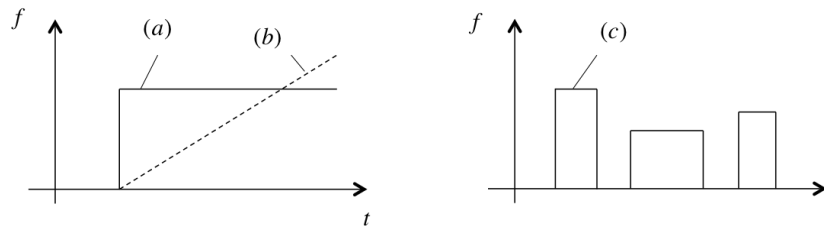


Figura 2.5: Formas de fallas a través del tiempo: (a) falla abrupta; (b) falla incipiente; (c) falla intermitente (Isermann 2006).

2.3.3. Técnicas de generación de residuos

En el caso de utilizar modelos cuantitativos, una forma para verificar la consistencia entre el modelo y las mediciones del sistema es generar, a partir de (u, y) y del modelo, una estimación de las salidas (\hat{y}) . La evaluación entre el sistema real y el observador se realiza en tiempo real sobre el sistema mediante la diferencia

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (2.43)$$

conocida como residuo. Las técnicas más utilizadas para generar residuos mediante modelos analíticos son:

- *Ecuaciones de paridad*. Este enfoque provee una comprobación apropiada de la paridad (consistencia) de las mediciones adquiridas, utilizando ecuaciones que relacionan la entrada-salida

del modelo sujetas a una transformación lineal. Los residuos transformados son utilizados para las tareas de detección y localización de fallas. La libertad de diseño proporciona, a través de la transformación, características que puedan ser usadas para desacoplar perturbaciones y mejorar la localización de fallas.

- *Estimación de parámetros.* La estimación de parámetros es un enfoque natural para detectar y aislar fallas en parámetros (fallas multiplicativas), estos parámetros pueden ser determinados a través de métodos como la estimación, que se logra empleando mediciones de las señales de entrada $u(t)$ y de salida $y(t)$ usando el modelo matemático del sistema libre de fallas. Las fallas se reflejan en las estimaciones de los parámetros del sistema, estas se comparan con los valores de los parámetros de referencia en línea. Cuando existe alguna diferencia entre estas señales, se puede considerar que ha ocurrido una falla.
- *Estimación de estados.* Los estimadores de estados u observadores reconstruyen (estiman) las variables de estado de un sistema con base a sus entradas y salidas, usando el error de estimación como un residuo para la detección y localización de fallas.

2.3.4. Residuos estructurados

En ocasiones un residuo puede ser suficiente para la detección de fallas, normalmente se requiere de un conjunto de residuos para la identificación o aislamiento de falla. Si un conjunto de residuos tienen la propiedad de aislar todas las fallas de interés, se dice que este conjunto de residuos tiene la propiedad de aislabilidad.

Una manera para efectuar el aislamiento de fallas es el diseñar un conjunto de residuos estructurados (Gertler 1998). En este enfoque, cada residuo se genera de manera que sea sensible a un subconjunto de fallas, mientras que se mantienen insensible ante las fallas restantes. El conjunto de residuos que es sensible ante ciertas fallas de interés e insensible ante otras fallas se llama *conjunto estructurado de fallas*. El procedimiento de diseño consiste en especificar las relaciones de sensibilidad e insensibilidad entre los residuos y las fallas de acuerdo a la tarea de aislamiento requerida y; diseñar un conjunto de generadores de residuos de acuerdo a las relaciones de sensibilidad e insensibilidad deseadas. La ventaja del conjunto de residuos estructurados es que el análisis se simplifica al determinar cuales residuos son diferentes de cero.

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

2.3.5. Evaluación de residuos

Al generar los residuos, el siguiente paso es la evaluación de los mismos; en esta etapa del diagnóstico se realizan unas tomas de decisiones utilizando *umbrales lógicos*. Cuando la planta no tiene algún efecto desconocido se espera que el residuo sea igual a cero, pero las situaciones de desacoplamiento de perturbaciones o ruido es muy difícil, por lo tanto los residuos deberán de ser distintos de cero todo el tiempo. Por consiguiente, los umbrales nos ayudan a evitar falsas alarmas y pérdida de detección, dando confiabilidad en la detección de fallas. En el momento que los residuos llegan a rebasar los umbrales, estos son nombrados como *síntomas*.

Un síntoma es un residuo el cual ya sea su tamaño o comportamiento, está fuera de un umbral o de una estructura respectivamente, las cuales se consideraban dentro del comportamiento nominal de la planta.

Estos síntomas son evaluados a partir de la siguiente relación:

$$S_i = \begin{cases} 1, & |r_i| > \lambda, \forall t \geq 0 \\ 0, & \text{en otro caso } \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

donde S_i es el síntoma generado, λ es el umbral definido por el diseñador e i es el número de residuos.

Esta no es la única estrategia para evaluar residuos, ya que existen métodos como pruebas de umbral en valores promedio, instantáneos o móviles de los residuos; métodos estadísticos como prueba de hipótesis, relación de probabilidad; métodos basados en lógica difusa para la evaluación de síntomas y; métodos basados en clasificación de patrones de redes neuronales (Aguilera González 2012, Ding 2008, Gertler 1998).

2.4. Control tolerante a fallas

El control tolerante a fallas trata de la interacción entre un sistema dado y su control. El término *control* debe considerarse en un sentido global involucrando tanto la típica ley de control realimentado como aspectos de toma de decisiones que determinan la configuración del control. Se refiere a tolerancia a fallas, a la capacidad de un sistema de control de mantener los objetivos de control a pesar de la aparición de una falla, aceptando una posible degradación de las prestaciones (Puig *et al.* 2004). La tolerancia a fallas se puede obtener mediante la acomodación de la falla o mediante la reconfiguración del controlador o del sistema. La aparición de fallas en el sistema puede ocasionar tanto modificaciones en las restricciones C como cambios en los pa-

rámetros θ haciendo que el problema de calcular la ley de control ϑ no tenga solución a no ser que se modifique el conjunto de objetivos de control O . Por lo tanto se llega a la siguiente definición.

Definición 2.4.1 (Puig *et al.* 2004). *La ley de control $\vartheta = \text{solucionar}\{O_f, \hat{C}_f(\hat{\theta}_f)\}$, donde O_f representa el conjunto de objetivos de control y $\hat{C}_f(\hat{\theta}_f)$ representa las estimación de las restricciones y parámetros del sistema según su estado de funcionamiento (normal o en fallo).*

Existen dos enfoques para resolver el problema de control tolerante (Blanke *et al.* 2000).

- *Pasivo.* Basado en diseñar una ley de control que sea capaz de alcanzar sus objetivos tanto en situación de funcionamiento normal como en falla.
- *Activo.* Se diseña una ley de control diferente en función del estado del sistema (normal o en falla) a partir de la estimación de las restricciones y parámetros del sistema $\hat{C}_f(\hat{\theta}_f)$. Este enfoque puede resolverse de dos formas: ya sea mediante *acomodación*, o bien, mediante la *reconfiguración*.

La acomodación consiste en resolver el problema manteniendo la estructura del controlador y modificando solamente los parámetros. Por otro lado, la reconfiguración consiste en cambiar las entradas y salidas del controlador así como reajustar la ley de control.

2.4.1. Metodología de diseño

A continuación se presentan las etapas de una metodología sistemática para el diseño de sistemas de control tolerante siguiendo la propuesta de (Blanke *et al.* 2000, Puig *et al.* 2004). Los pasos se enumeran a continuación:

1. *Análisis del sistema.* El análisis se realiza a dos niveles, el primero es a nivel de componentes mediante un análisis de propagación de fallas a través de todos los subsistemas más relevantes, así como una evaluación de la severidad de los mismos. El segundo es a nivel de estructura, de cara a analizar la redundancia presente en el sistema, este tipo de método da información necesaria para saber si existe una suficiente redundancia en el sistema para detectar cada una de las fallas de interés.
2. *Diseño del sistema de diagnóstico.* El diseño se comienza a partir del análisis estructural y teniendo en cuenta las mediciones disponibles y las fallas que se desean diagnosticar. En el caso de que no se puedan diagnosticar todos los fallos que se deseen, se deberá modificar la instrumentación disponible para conseguirlo.

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

3. *Diseño de los mecanismos de tolerancia.* Para cada uno de las fallas consideradas según se trate de fallas en sensores, actuadores y/o planta.
4. *Diseño del supervisor.* A partir de la información acerca de las fallas proporcionada por el sistema de diagnóstico, el supervisor deberá activar los mecanismos de tolerancia que se han diseñado para cada uno de ellos.
5. *Aplicación y prueba.* En simulación y sobre el sistema real.

2.4.2. Control tolerante a fallas activo

Ya se ha mencionado en que consiste este tipo de CTF (Control Tolerante a Fallas) activo, ahora se hablará de las desventajas en utilizar este tipo de control. En este esquema existe una ventana de tiempo entre el momento en que ocurre la falla y la recuperación del sistema. Durante esta ventana de tiempo el sistema con falla sigue operando con el controlador diseñado para el sistema nominal, y los objetivos de control quedan comprometidos al grado que el sistema llegue a inestabilizarse (Blanke *et al.* 2003). La ventana de tiempo ocurre debido a tres razones:

- Retardos en la detección y localización de la falla.
- Retardos en la estimación de la falla.
- Retardos en el rediseño del controlador.

Los retardos de detección y aislamiento son inevitables en los sistemas de CTF activo. Los retardos son consecuencia de las características de la etapa de generación de residuos, del método de evaluación de residuos, de la selección de los umbrales de detección, al ruido ambiental y a las perturbaciones (Jiménez González 2013).

Por otro lado, el retardo debido a la estimación de la falla es inevitable cuando se requiere una acomodación de la falla en línea, debido a que el modelo del sistema fallado debe ser identificado para que el algoritmo de control se acomode. Este retardo se puede eliminar si se utiliza un esquema de reconfiguración, ya que para la reconfiguración es suficiente saber que componente falló de manera que pueda ser reemplazado por otro componente o por una señal estimada.

Los problemas como falsas alarmas, faltas de detección o identificación erróneas pueden tener serias consecuencias. La identificación instantánea de fallas y la identificación perfecta de fallas no son prácticas desde el punto de vista de los esquemas de CTF. Un típico esquema de CTF activo es mostrado en la Figura 2.6.

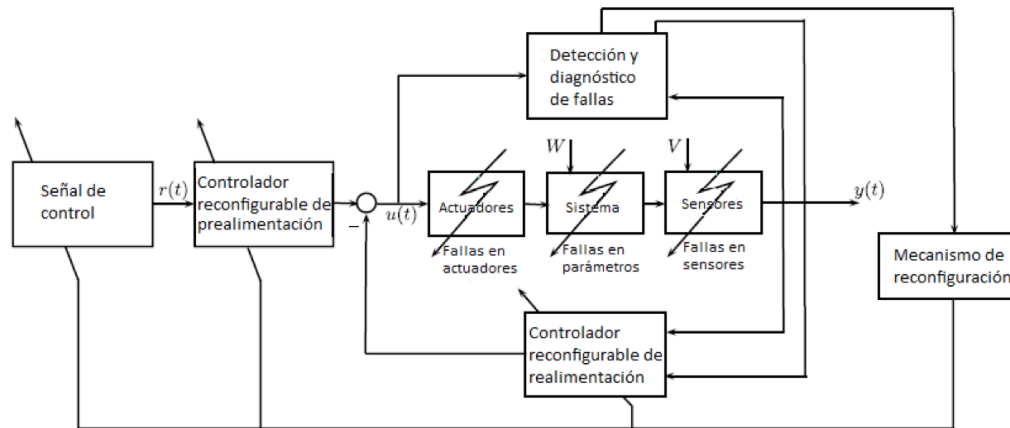


Figura 2.6: Estructura general de un sistema de CTF activo (Zhang y Jiang 2008).

2.4.3. Control tolerante a fallas activo-pasivo

Para poder evitar las desventajas del esquema de CTF activo, se ha utilizado el trabajo de tesis de (Jiménez González 2013), el cual, combina las ventajas de los enfoques de CTF activo y pasivo. La idea es diseñar un controlador que sea robusto por diseño a ciertas fallas, y que a la vez pueda ser reconfigurado cuando sea necesario, por medio de un mecanismo de reconfiguración que utilice la información de una unidad de detección y diagnóstico de fallas. Con esta combinación, se propone maximizar la velocidad de detección y aislamiento de fallas abruptas en sensores por medio de la aplicación de filtros de desviación estándar a las mediciones de las variables de estado.

Las ventajas de este enfoque son las siguientes:

- Se elimina la ventana de tiempo entre la falla y la recuperación del sistema cuando se suscitan las fallas que el controlador robusto pueda soportar.
- Con la característica de reconfiguración, elimina el retardo ocasionado por los procesos de estimación de la falla y acomodación del controlador.
- Se minimizan los retardos entre la ocurrencia de la falla y la recuperación del sistema ante fallas abruptas en sensores.

Las desventajas de este enfoque son las inherentes al control tolerante a fallas activo, relacionadas con las incertidumbres de modelado que podrían verse reflejadas en la falta de precisión en la estimación y en falsas detecciones. Para poder compensar este problema, se buscarán estrategias de robustez ante entradas desconocidas e incertidumbres de modelado, tanto en el sistema de

2. CONCEPTOS PRELIMINARES

detección y diagnóstico de fallas y en el sistema de control. Otras limitaciones estarían ligadas con la falta de instrumentación o la naturaleza misma del sistema a controlar. En la Figura 2.7 se muestra el esquema de CTF activo-pasivo que se utilizará en este trabajo.

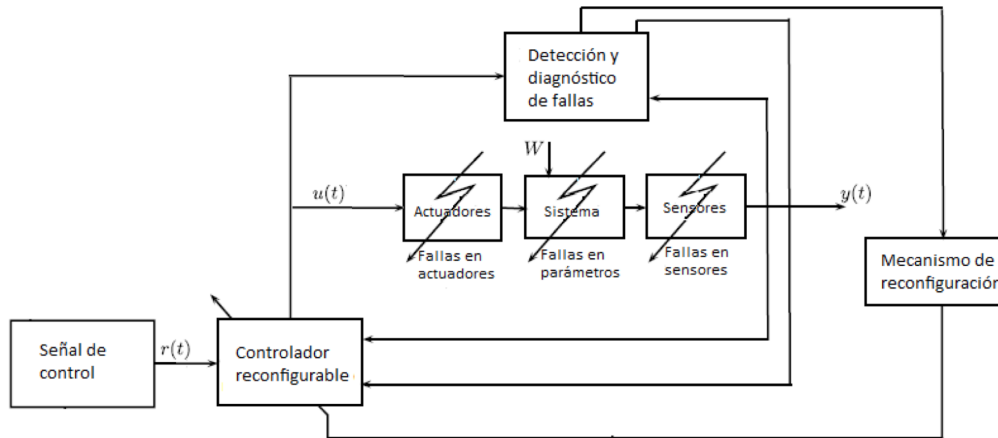


Figura 2.7: Sistema de control tolerante a fallas activo-pasivo (Jiménez González 2013).

Capítulo 3

Modelo LPV TS del digestor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente

Antes de iniciar con el diseño del sistema de control tolerante a fallas activo-pasivo, es conveniente realizar una introducción de los sistemas biológicos, específicamente del biorreactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente (UASB- *Upflow Anaerobic Sludge Blanket* por su acrónimo en inglés).

Un proceso biológico se basa en el crecimiento de microorganismos (crecimiento de biomasa), por el consumo de nutrientes (sustrato), bajo condiciones favorables (temperatura, pH, agitación y aeración). Los objetivos de estos procesos son para la producción de biomasa (levadura para panificación); síntesis de producto (etanol, polímeros biodegradables, antibióticos, metano,...) y; para el tratamiento de aguas residuales (Dochain *et al.* 2010).

Existen dos obstáculos para controlar o realizar diagnóstico de fallas en procesos biológicos. El primero se trata del modelado debido a la gran cantidad de factores y no linealidades que intervienen en el proceso lo que hace difícil la obtención de un modelo; el segundo factor trata de las dificultades de medición, ya que hay escasez de sensores baratos y confiables para medir variables clave del proceso.

Por lo tanto, las siguientes secciones serán de gran importancia para entender el proceso digestión anaerobia y su modelado, y de igual manera, para obtener el modelo LPV TS del digestor anaerobio que será utilizado en el diseño del sistema tolerante a fallas.

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

3.1. Modelado matemático básico de bioprocesos

El modelo de procesos biológicos se basa en la noción de balance de materia. En la Figura 3.1, se considera un digestor con un sistema de agitación, de manera que la concentración de la masa A (formada por biomasa X y sustrato S) se pueda considerar homogénea en todo el tanque del digestor (Dochain 2013).

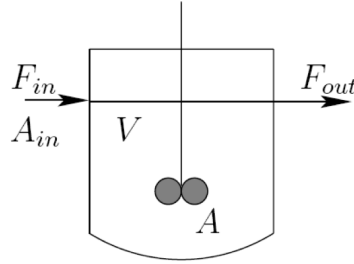


Figura 3.1: Proceso de digestión en un tanque agitado.

La ecuación de balance de masa está dada por

$$\left\langle \begin{array}{c} \text{Variación de la} \\ \text{masa } A \text{ con respecto} \\ \text{al tiempo} \end{array} \right\rangle = \left\langle \begin{array}{c} \text{Entrada de la} \\ \text{masa } A \text{ por el} \\ \text{flujo del afluente} \end{array} \right\rangle - \left\langle \begin{array}{c} \text{Salida de la} \\ \text{masa } A \text{ por el} \\ \text{flujo del efluente} \end{array} \right\rangle - \left\langle \begin{array}{c} \text{Masa } A \\ \text{producida/consumida} \\ \text{por reacciones} \end{array} \right\rangle$$

La reacción que ocurre en el digestor se llama reacción autocatalítica expresada por la ecuación $S \rightarrow X$, donde el sustrato se transforma en biomasa. La ecuación de balance de masa puede expresarse con literales como:

$$\frac{d(VA)}{dt} = F_{in}A_{in} - F_{out}A + Vr \quad (3.1)$$

donde V es el volumen del reactor, A es una masa compuesta por concentración de biomasa y sustrato que reside en el reactor, A_{in} es una masa compuesta por concentración de biomasa y sustrato que entra al reactor, F_{in} es el flujo de entrada, F_{out} es el flujo de salida y, r es la reacción autocatalítica que existe dentro del reactor. Considerando que

$$\frac{d(VA)}{dt} = V\frac{dA}{dt} + A\frac{dV}{dt} \quad (3.2)$$

se tiene

$$\frac{dA}{dt} = \frac{F_{in}}{V}A_{in} - \frac{F_{out}}{V}A - \frac{A}{V}\frac{dV}{dt} + r \quad (3.3)$$

La ecuación del balance dinámico de masa se puede simplificar si se consideran los siguientes

casos (Dochain 2013):

- Proceso tipo *batch*: $F_{in} = F_{out} = 0$

$$\rightarrow V \text{ constante y } \frac{dV}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dA}{dt} = r \quad (3.4)$$

- Proceso tipo *fed batch*: $F_{out} = 0$ y $\frac{dV}{dt} = F_{in}$

$$\rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{F_{in}}{V} A_{in} - \frac{A}{V} \frac{dV}{dt} + r \quad (3.5)$$

- Proceso continuo $F_{in} = F_{out} \neq 0$ y V constante

$$\frac{dA}{dt} = \frac{F_{in}}{V} A_{in} - \frac{F_{in}}{V} A + r$$

Considerando el balance de masa con las reacciones autocatalíticas, se puede modelar las dinámicas de las concentraciones en el proceso de digestión como:

- Crecimiento de biomasa:

$$\frac{dX}{dt} = \mu X - DX \quad (3.6)$$

- Crecimiento de sustrato:

$$\frac{dS}{dt} = -k_1 \mu X + DS_{in} - DS \quad (3.7)$$

donde μX es la tasa de crecimiento con μ como la tasa de crecimiento específico, k_1 es el coeficiente de rendimiento, y $D = \frac{F_{in}}{V}$ es la tasa de dilución.

El modelo dinámico general

El modelo dinámico general de un bioproceso considera la dinámica de conversión y el transporte como se muestra en la siguiente ecuación diferencial (Dochain *et al.* 2010):

$$\frac{d\xi}{dt} = \underbrace{Kr(\cdot)}_{\text{conversión}} + \underbrace{D(\xi_{in} - \xi) - Q(\xi) + F}_{\text{transporte}} \quad (3.8)$$

donde ξ representa el vector de estados del proceso, ξ_{in} el vector de concentración del afluente y $r(\cdot)$ es el vector de tasa de reacción. K es la matriz que contiene los coeficientes estequiométricos. $Q(\xi)$ representa el intercambio gaseoso entre la fase líquida y la fase gaseosa. F es la fuente de

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

masa de forma gaseosa. Finalmente, D es la tasa de dilución. Esta representación matricial esta adaptada a fermentaciones continuas en el cual el volumen es constante.

Tasa de crecimiento específico

Aún si la tasa de crecimiento específico depende de las condiciones de operación y el medio reactivo, la expresión comúnmente usada es la ecuación empírica de Monod, la cual describe el crecimiento bacteriano. Su dinámica es representada en la Fig. 3.2. Esta ecuación fue introducida por Michaëlis-Menten para describir procesos catalizados por enzimas. La reacción autocatalítica se expresa como:

$$\mu = \mu_{max} \frac{S}{K_s + S} \quad (3.9)$$

Esta expresión, donde μ_{max} es la máxima tasa de crecimiento específico (1/h) y K_s es la concentración de sustrato cuando la tasa de crecimiento específica alcanza la mitad de su valor máximo (g/l), nos permite describir el fenómeno de crecimiento limitado por falta de sustrato, y la completa inhibición del crecimiento bacteriano cuando el sustrato ya no esta disponible.

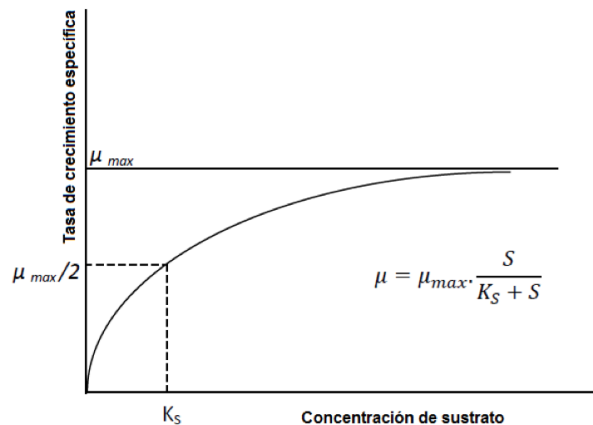


Figura 3.2: Tasa de crecimiento específico (modelo de Monod).

El modelo de Monod es preciso cuando se trata de un grupo bacteriano y un sustrato simple. Sin embargo, puede existir un medio heterogéneo con más de un sustrato y, por lo tanto, este modelo podría ser no viable.

Cuando se tienen múltiples sustratos requeridos para el desarrollo bacteriano, la expresión del modelo de Monod puede escribirse como:

$$\mu = \mu_{\max} \left(\frac{S_1}{K_{S_1} + S_1} \right) \left(\frac{S_2}{K_{S_2} + S_2} \right) \quad (3.10)$$

Si la tasa de crecimiento bacteriano es diaúxico (bifásico), el modelo de Monod toma la forma:

$$\mu = \mu_{\max,1} \frac{S_1}{K_{S_1} + S_1} + \mu_{\max,2} \frac{S_2}{K_{S_2} + S_2}$$

El fenómeno de inhibición debido al exceso de sustrato es generalmente modelado por la ecuación de Haldane expresada por:

$$\mu = \mu_{\max} \frac{S}{K_s + S + \frac{S^2}{K_i}} \quad (3.11)$$

con K_i que es la constante de inhibición (g/l). La dinámica de la ecuación de Haldane se ilustra en la Fig. 3.3.

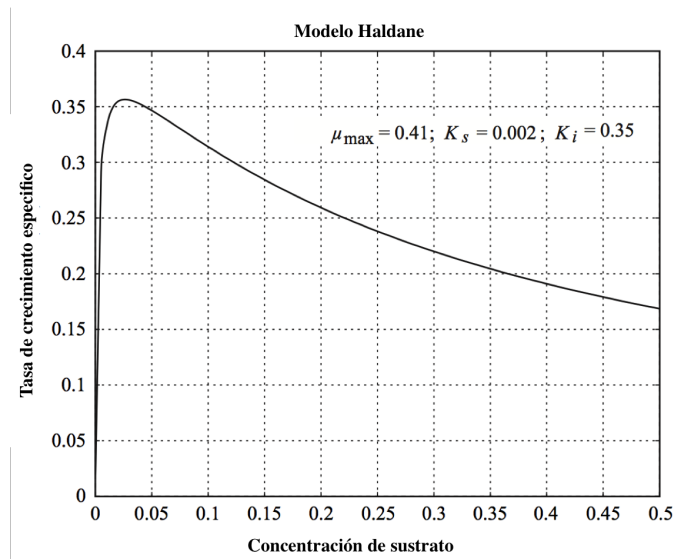


Figura 3.3: Tasa de crecimiento específico (modelo Haldane).

3.2. Digestión anaerobia

La digestión anaerobia es un proceso microbiológico que en condiciones anaerobias permite transformar la materia orgánica en una combinación de gases llamado biogás, el cual está compuesto principalmente por metano y dióxido de carbono, utilizando microorganismos anaerobios

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

que crecen utilizando ciertos nutrientes en condiciones favorables (temperatura, pH, agitación). La eficiencia del proceso de digestión anaerobia se determina en cuanto a la composición de biogás, la composición de metano debe ser alta (80 % de la composición de biogás) para que pueda ser aprovechada como fuente de energía. El biogás puede ser usado en sustitución del gas LP, de su combustión se utiliza en forma de energía calorífica, también puede ser empleado para la generación de energía eléctrica y energía mecánica.

Existen rangos de operación de temperatura para el sistema anaerobio que determinan el tipo de digestión anaerobia. Si el proceso se lleva a cabo dentro de un rango de temperatura de 20°C – 40°C se dice que es un proceso de digestión anaerobia mesofílica, mientras que la digestión anaerobia termofílica se lleva a cabo en un rango de temperatura que va desde 45°C – 60°C (Alvarado Lassman 2004).

Este proceso transforma problemas ecológicos dada la obtención de agua tratada y biogás, sumando la reducción de emisión descontrolada de gases de invernadero hacia la atmósfera terrestre, en una solución energética sustentable.

3.2.1. Etapas de digestión anaerobia

En la Figura 3.4 se muestran las diferentes vías de degradación de la materia orgánica y las cinco etapas fundamentales del proceso de digestión anaerobia (Batstone *et al.* 2002). Las etapas son las siguientes.

- Desintegración.- consiste en un paso no biológico, donde la materia orgánica es convertida a material particular inerte, carbohidratos, proteínas y lípidos.
- Hidrólisis.- ocurren tres procesos en paralelo, convirtiendo carbohidratos, proteínas y lípidos en monosacáridos (MS), aminoácidos (AA) y ácidos grasos de cadena larga (AGCL) respectivamente.
- Acidogénesis.- dos grupos de bacterias acidogénicas degradan los monosacáridos y aminoácidos en ácidos grasos volátiles, hidrógeno y dióxido de carbono.
- Acetogénesis.- las bacterias acetogénicas utilizan los ácidos de cadena larga, los ácidos de cadena corta como propionato (HPr), butirato (HBu) y valerato (HVa), para convertirlos a acetato, hidrógeno y dióxido de carbono.
- Metanogénesis.- el hidrógeno y el acetato son convertidos en una mezcla de metano y dióxido

de carbono, el hidrógeno producido es convertido por bacterias acetogénicas hidrogenotrópicas y el acetato por bacterias metanogénicas acetoclásticas.

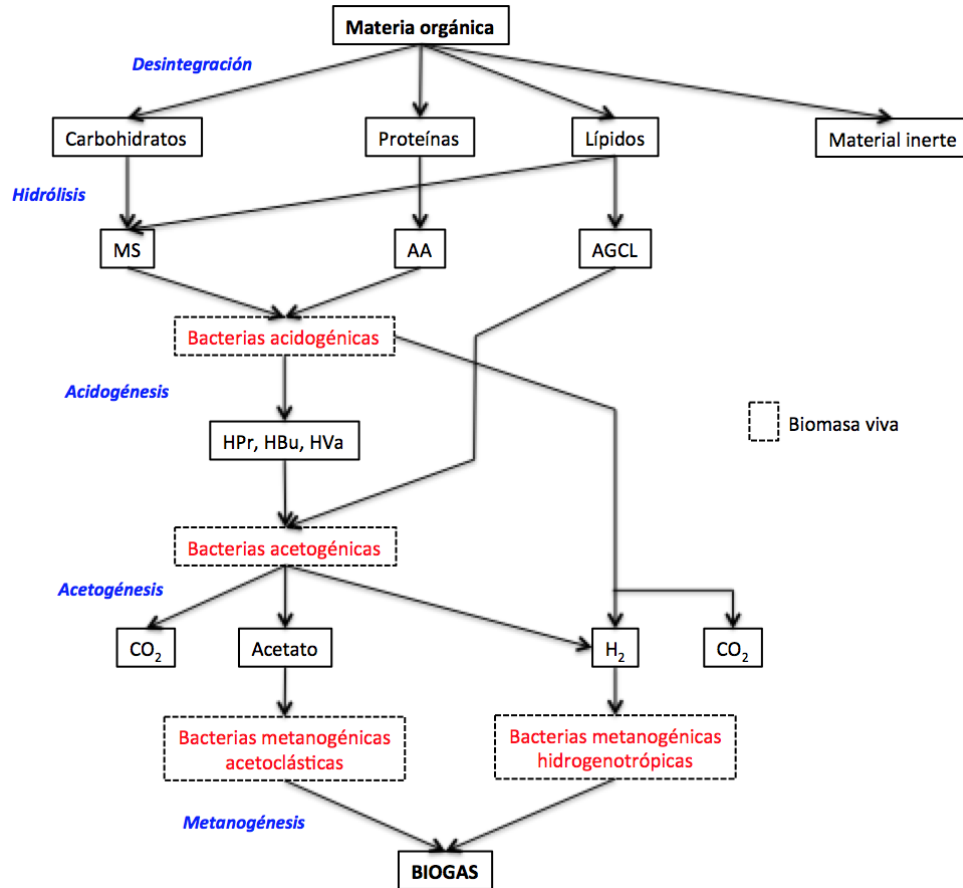


Figura 3.4: Etapas de digestión anaerobia.

3.2.2. Requerimientos para la digestión anaerobia

Para que la diversidad de bacterias anaerobias aseguren la supervivencia y crecimiento dentro del digester, es necesario que se presenten condiciones óptimas de las siguientes variables del proceso: temperatura, potencial de hidrógeno (pH), compuestos tóxicos y nutrientes.

Temperatura

La temperatura es una variable importante para la supervivencia y crecimiento de los microorganismos anaerobios, ya que las reacciones anaerobias dependen de la temperatura de operación

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

del reactor. Existen dos tipos de digestión anaerobia con respecto a la temperatura de operación, las cuales son nombradas como mesofílica y termofílica. La digestión anaerobia mesofílica tiene un rango de temperatura de $20^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C}$ siendo la temperatura óptima de desarrollo de 37°C . La digestión anaerobia termofílica tiene rangos establecidos de $45^{\circ}\text{C} - 60^{\circ}\text{C}$, con una temperatura óptima de 55°C (Alvarado Lassman 2004).

La temperatura determina la velocidad de la reacción dentro del sistema anaerobio, es decir, ante un aumento de temperatura en el sistema las reacciones enzimáticas son más veloces, y el crecimiento bacteriano es mayor. Sin embargo, al sobrepasar los rangos de temperatura los compuestos y componentes celulares cambian su estructura química que causan efectos irreversibles dentro del sistema. Para cada grupo bacteriano existe una temperatura mínima de vida, una temperatura óptima y una temperatura máxima crítica de muerte.

El grupo más sensible ante cambios de temperatura en el sistema son las bacterias metanogénicas, variaciones de tres grados Celsius logran disminuir la actividad metabólica bacteriana, esto produciría un estado de pH alto debido a que el consumo de los ácidos es menor al de la producción, por consecuencia, se dejará de producir metano activando efectos inhibitorios.

Potencial de hidrógeno

Esta variable da un equilibrio en la producción de ácidos del sistema, el hidrógeno, la velocidad de producción y consumo de hidrógeno. Para llevar a cabo el proceso de producción de biogás con una alta concentración de metano, el pH debe ser establecido en un rango que va desde los 6.5 hasta los 8.5 escala de pH (Bernard *et al.* 2001, Dochain *et al.* 2010), sin embargo, se ha determinado que el rango óptimo para los microorganismos anaerobios es de $7 - 7.5$ en la escala de pH.

El pH está estrictamente relacionado con la concentración de ácidos volátiles. El volumen de alimentación del digestor afecta directamente la producción de ácidos volátiles, al degradarse la materia el pH tiende a disminuir, este efecto es balanceado por la degradación de los ácidos volátiles por parte de las bacterias anaerobias.

Si existe una variación de potencial de hidrogeno en el afluente del sistema, las bacterias metanogénicas pasan a un estado temporal de inhibición de biogás, por otra parte las bacterias acidogénicas continuaran con sus funciones metabólicas para producir ácidos volátiles e hidrógeno, lo que provocaría una disminución del pH que inhibiera todo el proceso de digestión anaerobia.

Compuestos tóxicos

El proceso de digestión anaerobia también es susceptible a la acción de compuestos y sustancias o concentraciones tóxicas e inhibitorias para las bacterias anaerobias. Algunas causas de inhibición del proceso son por excesiva concentración del sustrato, por sustancias que ingresan de manera no controlada al digestor y por rangos no operativos de temperatura y pH.

Existe la posibilidad que una sustancia tóxica que ingresa al sistema tenga la capacidad de inhibir el curso de las etapas del proceso. Si ocurre esto, las bacterias anaerobias pueden recuperarse en lapso 1 – 7 días dependiendo de la condición de operación del digestor. Entre las sustancias que pueden llevar a una condición de toxicidad dentro del sistema anaerobio son el nitrógeno amoniacal, hidrógeno en concentraciones altas compuestos derivados del azufre, sales alcalinas, amoniaco y metales pesados.

Nutrientes

La digestión anaerobia se trata de un proceso biológico que requiere ciertos nutrientes inorgánicos esenciales para el crecimiento bacteriano, la ausencia de dichos nutrientes produciría una alteración negativa en los productos esperados al final del proceso. Las bacterias metanogénicas contienen nutrientes esenciales como nitrógeno, azufre y fósforo, pero algunos nutrientes como níquel, cobalto y hierro deben estar presentes en concentraciones más altas que las bacterias metanogénicas (Rodríguez Jarquin 2011).

Las descomposición de carbono de algunos compuestos orgánicos durante la evolución del proceso ocurre lentamente, sin embargo la producción de biogás es mayor. El rango de concentración óptima Carbono-Nitrógeno (C:N) dentro del sistema debe ser de 30:1 a 10:1, una concentración baja de esta relación (8:1) provoca la formación desmesurada de amonio hasta inhibir la actividad bacteriana.

3.3. Reactores anaerobios

Un reactor anaerobio es un reactor biológico en el cual se degrada la materia orgánica en ausencia de oxígeno, hasta la obtención de dos componentes principales que son el metano (CH_4) y dióxido de carbono (CO_2), por medio de múltiples procesos fisicoquímicos y bioquímicos ocasionadas por microorganismos o sustancias derivadas de dichos microorganismos. Cuando un biorreactor se utiliza para el tratamiento de aguas residuales, también se le denomina *digestor*.

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

3.3.1. Tipos de reactores

Desde el punto de vista de modelado matemático, los reactores pueden ser divididos en dos grandes clases:

- *Reactores de tanque agitado*, su medio reactivo es homogéneo y la reacción es descrita por ecuaciones diferenciales ordinarias.
- *Reactores con gradiente de concentración espacial*, tales como lecho fijo, lecho fluidizado, de elevación de aire, etc., donde su reacción es descrita por ecuaciones de derivadas parciales.

Esta tesis se enfoca en los reactores de tanque agitado, ya que el caso de estudio es un biorreactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente.

3.3.2. Modos de operación

Los modos de operación de biorreactor son generalmente caracterizados por el intercambio de líquido, o por la manera en que se suministra el sustrato al digestor. Se pueden distinguir tres principales modos tal como se muestra en la Figura 3.5 (Dochain *et al.* 2010).

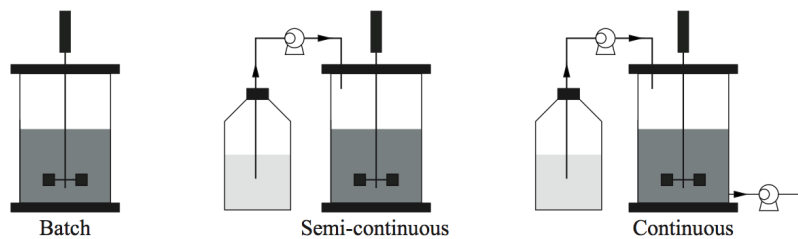


Figura 3.5: Modos de operación.

- *Modo discontinuo (o batch)*. En los biorreactores que operan en modo discontinuo no entra ni sale material durante el proceso de reacción, todos los nutrientes necesarios para llevar a cabo el crecimiento biológico son introducidos al tanque al inicio del proceso de tal forma que la masa total contenida en el reactor permanece constante. Las posibles acciones que el operador establece son las variables de temperatura, pH, velocidad de agitación y presión para efectuar el proceso adecuadamente. Una vez transcurrido el tiempo de reacción se da por terminado el proceso, todos los productos convertidos son vaciados del biorreactor, se repite el proceso una vez lavado el tanque para ser usado nuevamente. Una alta cantidad de

sustrato generalmente inhibe el crecimiento de microorganismos, lo cual hace que el proceso tenga una duración más larga.

- *Modo semi-continuo*. En este modo, se carga inicialmente el biorreactor con ciertos reactivos al inicio del proceso para que a medida del tiempo se vayan realizando las reacciones necesarias y se incorporen reactivos adicionales para la obtención del producto final. La masa total no es constante durante la evolución del proceso, ya que una previa carga existe al inicio del proceso y es alimentado por un flujo controlado en lazo cerrado. La toma de muestras en etapas clave del proceso en un biorreactor semi-continuo permite la detección de desviaciones de proceso y hacer todos los ajustes necesarios para obtener un producto de acuerdo a la ingeniería del proceso.
- *Modo continuo*. Este es el modo ampliamente usado en el campo de tratamiento de aguas residuales. Realiza el proceso de manera ininterrumpida, es decir, existe una cantidad de reactivos que son alimentados constantemente al interior del biorreactor para llevar a cabo reacciones específicas, simultáneamente se realiza una recolección de productos producidos por el sistema, la masa total contenida en el biorreactor no es constante. Los procesos continuos trabajan en estado estable por condiciones de alimentación fijas, manteniendo el sistema en un estado estacionario mientras evade algún fenómeno de inhibición debido a un efecto de dilución.

3.3.3. Reactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente

Además de la clasificación de los reactores por su tipo de operación y por modelado matemático, existen diversos reactores anaerobios con diferencias en el funcionamiento, tales como:

- Reactor continuamente agitado.
- Reactor continuamente agitado con recirculación.
- Reactores de biopelícula.
- Reactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente.

Para conocer sobre estos tipos de reactores, consultar (Sibaja Martínez 2011, Alvarado Lassman 2004). Este trabajo se enfoca particularmente al reactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente (UASB por las siglas en inglés de *Upflow Anaerobic Sludge Blanket*). Este reactor fue desarrollado en 1980 por el Dr. Gatzke Lettinga (Lettinga *et al.* 1980). Cuenta esencialmente con

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

una entrada de afluente colocada en su parte inferior, un lecho de lodos, un separador trifásico formado por un embudo colocado de manera invertida y un decantador conectado a la salida del efluente. En la Figura 3.6 muestra un diagrama esquemático del reactor UASB. El líquido a depurar (aguas residuales) asciende a cierta velocidad, poniéndose en contacto con el manto de lodos anaerobio, consecuentemente por el proceso de digestión anaerobia, se producen burbujas de biogás. Gracias al flujo de afluente, se logra una mezcla apropiada de lodo y agua y de esta manera se evita la necesidad de un mezclador mecánico.

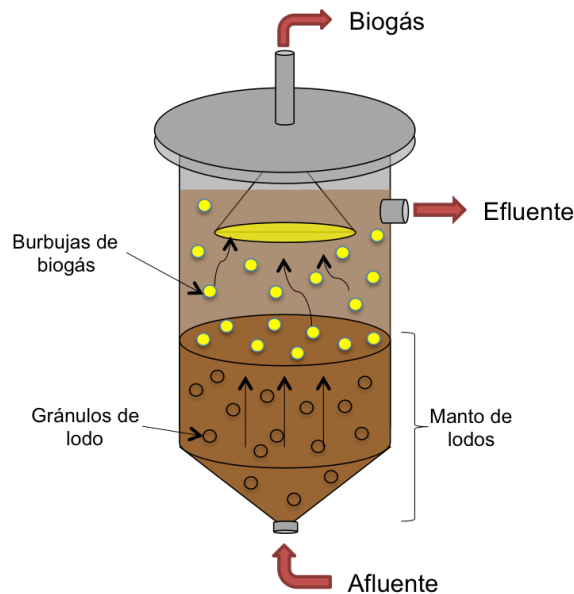


Figura 3.6: Diagrama esquemático de un reactor UASB.

En este tipo de reactores, el biogás es colectado a través del separador de tres fases, mientras que la mezcla de agua y lodo fluye a través del sedimentador que se encuentra en la parte más alta del reactor, donde la biomasa es capturada y regresada por gravedad al comportamiento de reacción.

Probablemente el mayor problema operacional de este reactor es su arranque o puesta en marcha. Inicialmente se debe de alimentar con un caudal controlado menor que el de diseño, con estricto control de pH, de la presencia de ácidos grasos volátiles (AGV), del crecimiento celular medido en términos de sólidos suspendidos volátiles, de la relación entre la biomasa activa y la capacidad de digestión biológica de la materia orgánica medida en términos de la actividad metanogénica específica (AME) y de las características de sedimentabilidad del manto medido a través del índice volumétrico de lodos (IVL).

Los reactores UASB pueden tratar aguas residuales con altas concentraciones de biomasa, es

decir, de 20 a 30 Kg DQO/m³ de reactor. La simplicidad de su construcción y su gran capacidad de tratamiento volumétrico han hecho que los reactores tipo UASB sean lo más utilizados, ya que tienen la capacidad de lograr una descontaminación que va del 65 % al 90 % en función de la concentración y biodegradabilidad del agua residual (Sibaja Martínez 2011).

Como caso de estudio se utiliza el reactor tipo UASB de la División de Estudios e Investigación del Instituto Tecnológico de Orizaba, el cual ha sido fabricado a escala de laboratorio para fines de investigación. Las características del reactor UASB son las siguientes: altura total 650 mm; altura útil 550 mm; diámetro interno 70 mm; volumen útil de 2.11 L; microorganismos de tipo mesofílicos; modo de operación continuo y temperatura controlada a 35°C.

3.4. Modelo no lineal del digestor tipo UASB

Existen una gran variedad de modelos que describen el proceso de digestión anaerobia, desde los modelos que consideran un grupo bacteriano hasta la existencia de múltiples grupos bacterianos. En (Batstone *et al.* 2002) se presenta un modelo generalizado de digestión anaerobia, el cual se conoce como modelo ADM1. En este modelo se describen procesos bioquímicos y fisicoquímicos de la digestión anaerobia. Por lo tanto considera 24 variables de estado, de las cuales 7 corresponden a diferentes grupos bacterianos. Entre más información tenga el modelo, puede representar adecuadamente el comportamiento del sistema; pero en realidad, debido a problemas de perturbaciones, ruido en las mediciones, dinámicas no modeladas, parámetros variantes en el tiempo llega alejarse de la realidad.

Para un sistema de diagnóstico basado en modelos, es necesario tener la instrumentación necesaria para generar información y conocer el estado del sistema. Si se retoma el modelo ADM1, es prácticamente imposible tener la instrumentación necesaria para poder obtener las mediciones de cada concentración de cada grupo bacteriano, o todos los tipos de sustratos que existen dentro del digestor. En artículos como (Bernard *et al.* 2001, Femat *et al.* 2014, Zavala-Río *et al.* 2011) y en tesis como (Sibaja Martínez 2011, Rodríguez Jarquin 2011, Jiménez González 2013, Reyes Yépez 2012) se han utilizado modelos reducidos que describen la digestión anaerobia, que son utilizados para fines de control y diagnóstico de fallas.

Por lo tanto el modelo utilizado en este trabajo de tesis fue el propuesto por (Sibaja Martínez 2011) descrito por (3.12), el cual esta basado del modelo ADM1. Este modelo consiste en un grupo bacteriano, la variable de estado x_1 representa la biomasa viva que sale del digestor, x_2 la concentración de sustrato en el afluente y x_3 representa el producto que nos interesa de la digestión anaerobia que es el flujo de gas metano que sale del digestor. Este modelo es utilizado para el

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

propósito de control y diagnóstico de fallas. En cuanto a la instrumentación, se puede determinar la demanda química de oxígeno, la concentración de metano y el volumen del biogás producido entre otras variables en línea.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= Y_1\mu(x_2)x_1(t) - K_d x_1(t) - aDx_1(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= D(sf - x_2(t)) - \mu(x_2)x_1(t) \\
 \dot{x}_3(t) &= (1 - Y_1)Y_{CH_4}\mu(x_2)x_1(t) - x_3(t)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

donde la tasa de crecimiento bacteriano y la inhibición de pH son descritas por las ecuaciones (3.13) y (3.14) respectivamente.

$$\mu(x_2) = K_m I_{pH} \left(\frac{x_2}{K_s + x_2} \right) \tag{3.13}$$

$$I_{pH} = \frac{1 + 2 * 10^{0.5(pH_{LL} - pH_{UL})}}{1 + 10^{(pH - pH_{UL})} + 10^{(pH_{LL} - pH)}} \tag{3.14}$$

La descripción de cada uno de los parámetros del modelo (3.12) se muestran en la Tabla 3.1.

El parámetro $a \in [0, 1]$ refleja la heterogeneidad del proceso: $a = 0$ corresponde a un reactor ideal de lecho fijo, mientras que $a = 1$ corresponde a un CSTR ideal (Bernard *et al.* 2001). Los parámetros fueron tomados de (Sibaja Martínez 2011), los cuales fueron ajustados heurísticamente tomando como punto de partida diferentes valores encontrados en la literatura. Los valores de los parámetros del modelo (3.12) se encuentran en la Tabla 3.2.

Los puntos de equilibrio y las cotas de las variables de estado del modelo de tres variables de estado se pueden consultar en (Jiménez González 2013).

3.5. Modelo LPV TS del digestor tipo UASB

La principal característica de los modelos Takagi-Sugeno es que representan sistemas no lineales en varios modelos difusos lineales. Actualmente la detección de fallas para sistemas difusos, se considera como unas de las soluciones para detección de fallas en sistemas no lineales (Chadli *et al.* 2013).

Existe una variedad de métodos para construir una representación difusa o una aproximación de un sistema no lineal dado. Entre estos métodos, el enfoque de sector no lineal (Ohtake *et al.* 2001) puede ser aplicado para obtener un modelo TS que es una representación muy aproximada de un sistema no lineal. Otro método que aproxima a un sistema no lineal es la linealización dinámica, el cual es de hecho una expansión de series de Taylor en muchos puntos de operación.

Tabla 3.1: Parámetros del modelo de digestión anaerobia propuesto.

Parámetros	Descripción
x_1	Concentración de biomasa expresada en DQO/L.
x_2	Concentración de DQO en el efluente expresado en gDQO/L.
x_3	Producto obtenido del biorreactor, biogás metano CH ₄ .
D	Tasa de dilución, que refiere a la velocidad con la que la biomasa bacteriana consume la carga orgánica introducida al sistema expresado en d ⁻¹ .
K_m	Velocidades específicas de crecimiento.
K_s	Constantes de semisaturación para la biomasa acidogénica y metanogénica expresado en gDQO/gDQO d.
K_d	Velocidad específica de decaimiento de biomasa.
Y_1	Coefficiente de rendimiento para la degradación de materia orgánica expresado en gDQO/gDQO.
Y_{CH_4}	Coefficiente de producción de metano expresado en L CH ₄ /gDQO.
I_{pH}	Inhibición por pH.
pH_{LL}	Límite inferior de pH.
pH_{UL}	Límite superior de pH.
sf	Carga orgánica de entrada al biorreactor expresada en gDQO/L
I_{pH}	Inhibición por pH.
a	Parámetro obtenido heurísticamente.

Ya que el modelo de tres variables de estado del digestor no es tan complejo, el enfoque que se usará para obtener el modelo TS será el de sector no lineal. El sistema TS se representa como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^r w_i(z)(A_i x + B_i u) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{3.15}$$

donde $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ y las funciones de pertenencia w_i son normalizadas. Gracias a las funciones de pertenencia normalizadas, el modelo TS es de hecho una combinación convexa de modelos lineales. Las funciones de pertenencia deben cumplir con la siguiente condición

$$\sum_{i=1}^m w_i(z) = 1 \quad \forall z \tag{3.16}$$

Para más información de los sistemas Takagi-Sugeno como propiedades y modelado, consultar la sección 2.1 de los conceptos preliminares.

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

Tabla 3.2: Valores de los parámetros del modelo de digestión anaerobia.

Parámetro	Valor y unidades
K_m	5.1 gDQO/gDQO d
K_s	0.5 gDQO / L
K_d	0.02 1 / d
Y_1	0.1 gDQO / gDQO
Y_{CH4}	0.35 L CH4 / gDQO
a	0.5 (adimensional)

3.5.1. Enfoque sector no lineal aplicado al digestor anaerobio

Para la obtención del modelo LPV TS se sigue la metodología propuesta en (Lendek *et al.* 2011):

1. Se obtiene una representación quasi-LPV del modelo no lineal del digestor tipo UASB (3.12).

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \left(\frac{x_2}{K_s + x_2} \right) - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \left(\frac{x_2}{K_s + x_2} \right) & -D & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH4} K_m I_{pH} \left(\frac{x_2}{K_s + x_2} \right) & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -ax_1 & 0 \\ 0 & D \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ sf \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

2. Se definen las variables de programación que son los elementos no constantes en las matrices. Las variables de programación escogidas son: $z_1 = \frac{x_2}{K_s + x_2}$, $z_2 = D$, $z_3 = x_1$.
3. Los valores de x_2 , D y x_1 se seleccionaron en base a los resultados experimentales obtenidos en el reactor anaerobio UASB usado como caso de estudio (Jiménez González 2013, Rodríguez Jarquin 2011). Cada variable de programación pertenece a los siguientes conjuntos: $z_1 = \frac{x_2}{K_s + x_2} \in [0.0196, 0.8889]$, $z_2 = D \in [0.1, 1]$, $z_3 = x_1 \in [0.1, 0.6]$.
4. Para cada variable de programación, dos funciones de ponderación son calculadas de la siguiente manera

a) $z_1 = \frac{x_2}{K_s + x_2} \in [0.0196, 0.8889]$. La primera función de ponderación es

$$\eta_0^1 = \frac{0.8889 - \frac{x_2}{K_s + x_2}}{0.8889 - 0.0196} \quad (3.18)$$

y $n_1 = 0.0196$. La segunda función de ponderación es

$$\eta_1^1 = 1 - \eta_0^1 \quad (3.19)$$

y $\bar{n}_1 = 0.8889$. Entonces, la variable de programación z_1 es representada como la suma de los pesos

$$z_1 = 0.0196\eta_0^1(z_1) + 0.0196\eta_1^1(z_1) \quad (3.20)$$

b) $z_2 = D \in [0.1, 1]$. La primera función de ponderación es

$$\eta_0^2 = \frac{1 - D}{1 - 0.1} \quad (3.21)$$

y $\underline{n}_2 = 0.1$. La segunda función de ponderación es

$$\eta_1^2 = 1 - \eta_0^2 \quad (3.22)$$

y $\bar{n}_2 = 1$. La variable de programación z_2 es representada como

$$z_2 = 0.1\eta_0^2(z_2) + 1\eta_1^2(z_2) \quad (3.23)$$

c) $z_3 = x_1 \in [0.1, 0.6]$. La primera función de ponderación es

$$\eta_0^3 = \frac{0.6 - x_2}{0.6 - 0.1}$$

y $\underline{n}_3 = 0.1$. La segunda función de ponderación es

$$\eta_1^3 = 1 - \eta_0^3$$

y $\bar{n}_3 = 0.6$. La variable de programación z_3 es representada como

$$z_3 = 0.1\eta_0^3(z_3) + 0.6\eta_1^3(z_3) \quad (3.24)$$

La representación gráfica de las funciones de ponderación es descrita en la Figura 3.7.

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

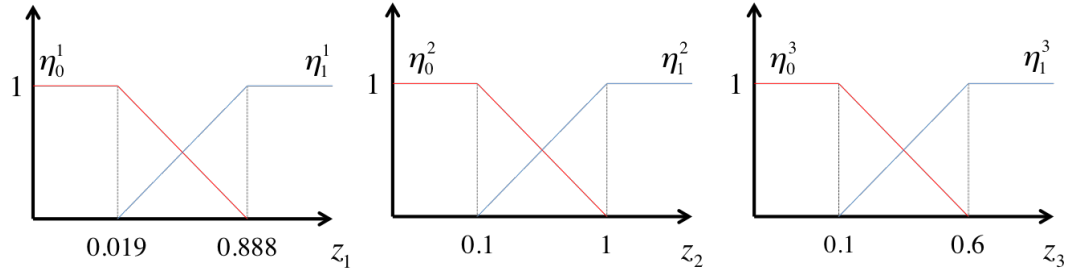


Figura 3.7: Funciones de ponderación.

5. Por cada función de ponderación le corresponde un conjunto difuso denotado por \overline{M}_i^j , $j = 1, \dots, 3$, $i = 0, 1$. Con estos conjuntos difusos, el modelo tiene $2^3 = 8$ reglas que pueden ser escritas como:

- Regla del modelo 1:
Si z_1 es \overline{M}_0^1 y z_2 es \overline{M}_0^2 y z_3 es \overline{M}_0^3 entonces

$$\dot{x} = A_1x + B_1u$$

con

$$A_1 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \underline{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \underline{n}_1 & -\underline{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \underline{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -a \underline{n}_3 & 0 \\ 0 & \underline{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

y la función de pertenencia es $w_1(z) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_0^3$.

- Regla del modelo 2:
Si z_1 es \overline{M}_0^1 y z_2 es \overline{M}_0^2 y z_3 es \overline{M}_1^3 entonces

$$\dot{x} = A_2x + B_2u$$

con

$$A_2 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \underline{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \underline{n}_1 & -\underline{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \underline{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -a \bar{n}_3 & 0 \\ 0 & \underline{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

y la función de pertenencia es $w_2(z) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_1^3$.

- Regla del modelo 3:

Si z_1 es \bar{M}_0^1 y z_2 es \bar{M}_1^2 y z_3 es \bar{M}_0^3 entonces

$$\dot{x} = A_3 x + B_3 u$$

con

$$A_3 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \underline{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \underline{n}_1 & -\bar{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \underline{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} -a \underline{n}_3 & 0 \\ 0 & \bar{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

y la función de pertenencia es $w_3(z) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_0^3$.

- Regla del modelo 4:

Si z_1 es \bar{M}_0^1 y z_2 es \bar{M}_1^2 y z_3 es \bar{M}_1^3 entonces

$$\dot{x} = A_4 x + B_4 u$$

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

con

$$A_4 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \underline{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \underline{n}_1 & -\bar{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \underline{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} -a \bar{n}_3 & 0 \\ 0 & \bar{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

y la función de pertenencia es $w_4(z) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_1^3$.

- Regla del modelo 5:

Si z_1 es \bar{M}_1^1 y z_2 es \bar{M}_0^2 y z_3 es \bar{M}_0^3 entonces

$$\dot{x} = A_5 x + B_5 u$$

con

$$A_5 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \bar{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \bar{n}_1 & -\underline{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \bar{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} -a \underline{n}_3 & 0 \\ 0 & \underline{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

y la función de pertenencia es $w_5(z) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_0^3$.

- Regla del modelo 6:

Si z_1 es \bar{M}_1^1 y z_2 es \bar{M}_0^2 y z_3 es \bar{M}_1^3 entonces

$$\dot{x} = A_6 x + B_6 u$$

con

$$A_6 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \bar{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \bar{n}_1 & -\underline{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \bar{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$B_6 = \begin{bmatrix} -a\bar{n}_3 & 0 \\ 0 & \underline{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

y la función de pertenencia es $w_6(z) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_1^3$.

- Regla del modelo 7:

Si z_1 es \bar{M}_1^1 y z_2 es \bar{M}_1^2 y z_3 es \bar{M}_0^3 entonces

$$\dot{x} = A_7 x + B_7 u$$

con

$$A_7 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \bar{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \bar{n}_1 & -\bar{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \bar{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$B_7 = \begin{bmatrix} -a\underline{n}_3 & 0 \\ 0 & \bar{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

y la función de pertenencia es $w_7(z) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_0^3$.

- Regla del modelo 8:

Si z_1 es \bar{M}_1^1 y z_2 es \bar{M}_1^2 y z_3 es \bar{M}_1^3 entonces

$$\dot{x} = A_8 x + B_8 u$$

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

con

$$A_8 = \begin{bmatrix} Y_1 K_m I_{pH} \bar{n}_1 - K_d & 0 & 0 \\ -K_m I_{pH} \bar{n}_1 & -\bar{n}_2 & 0 \\ (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \bar{n}_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$B_8 = \begin{bmatrix} -a\bar{n}_3 & 0 \\ 0 & \bar{n}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

y la función de pertenencia es $w_8(z) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_1^3$.

Estas son las ocho combinaciones para el modelo difuso del digestor anaerobio que se necesitan para utilizar la ecuación (3.15). No es una representación única para representar el sistema no lineal.

Simulación del sistema TS del reactor tipo UASB

Se simuló el modelo TS obtenido y el modelo no lineal (3.12). Las variaciones de pH y tasa de dilución de cada modelo se presentan cuando el sistema llega a su estado estable. Posteriormente se mide el índice de desempeño entre estas dos representaciones del proceso de digestión anaerobia.

En las Figuras 3.8, 3.9 y 3.10 se comparan el modelo no lineal y el modelo TS del digestor. Las condiciones del sistema se muestran en la Tabla 3.3 y los valores de los parámetros del sistema se encuentran en la Tabla 3.2. Las condiciones iniciales de las variables x_1 , x_2 , y x_3 son 0.1 g/L, 3 gDQO/L y $10 \times 10^{-3} \%$ /L respectivamente para el sistema. La concentración de sustrato en el afluente se mantiene constante en $sf = 3$ gDQO/L.

Tabla 3.3: Cambios en entrada y parámetro del sistema.

Días	Tasa de dilución	pH
0-30	$0.44 d^{-1}$	7
31-70	$0.6 d^{-1}$	7
71-100	$0.44 d^{-1}$	6.5

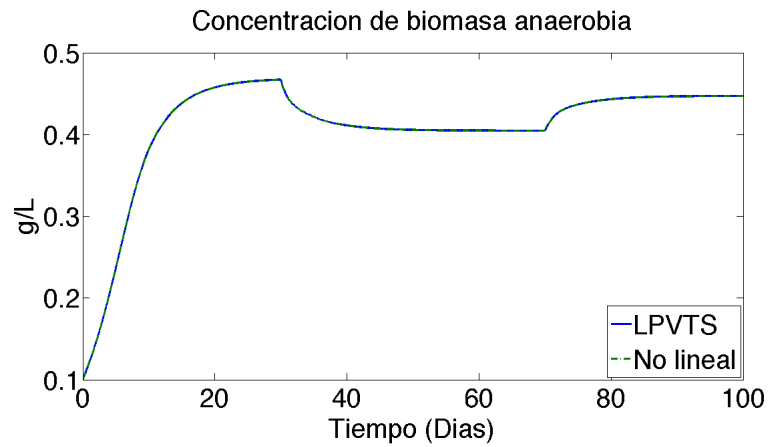


Figura 3.8: Evolución de la concentración de biomasa anaerobia.

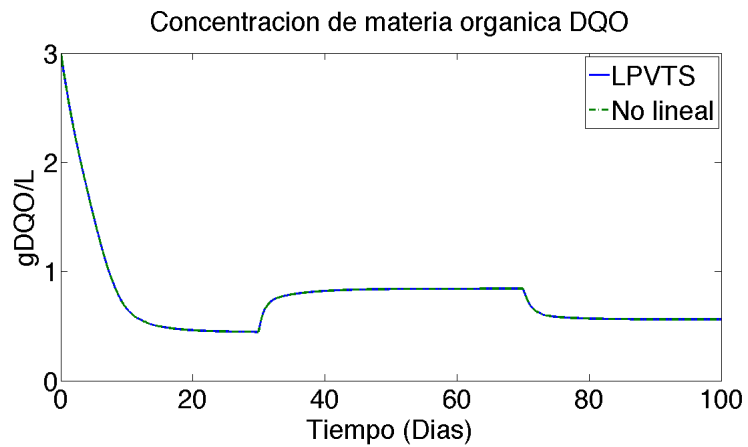


Figura 3.9: Evolución de la concentración de DQO en el efluente.

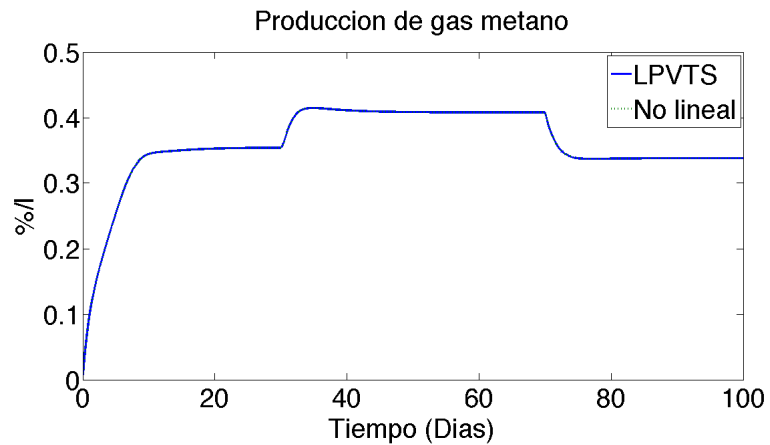


Figura 3.10: Evolución del flujo de gas metano que sale del reactor.

3. MODELO LPV TS DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE MANTO DE LODOS DE FLUJO ASCENDENTE

Las condiciones de la ecuación (2.14) son mostradas en la Fig. 3.11 y Fig. 3.12.

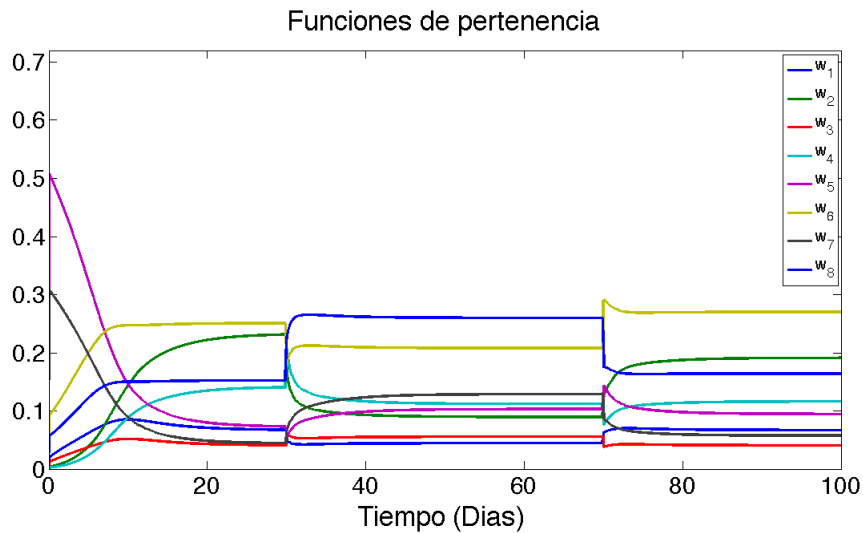


Figura 3.11: Evolución de las funciones de pertenencia.

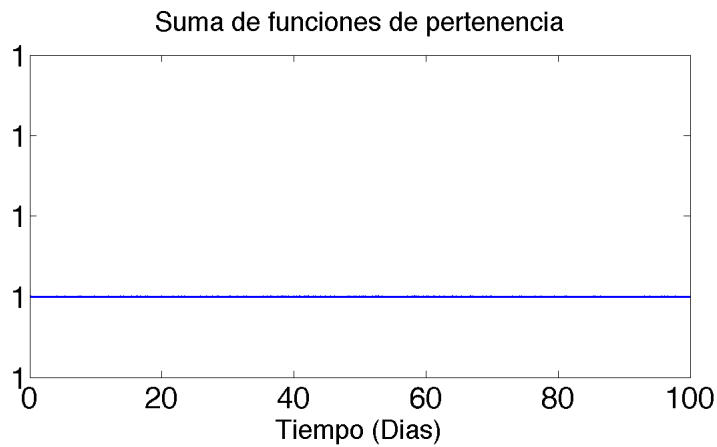


Figura 3.12: Sumatoria de las funciones de pertenencia.

Ahora se utilizará el error cuadrático medio para saber el desempeño que tiene el modelo TS con respecto al modelo no lineal del digestor. Los resultados se encuentran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Error cuadrático medio de los estados de los modelos.

Estados	Error cuadrático medio		
	0-30 días	30-60 días	60-100 días
x_1	2.5711×10^{-34}	4.5452×10^{-33}	8.29×10^{-33}
x_2	5.7973×10^{-33}	3.8505×10^{-32}	6.3032×10^{-32}
x_3	7.8963×10^{-34}	3.3989×10^{-33}	4.2055×10^{-33}

Se concluye que el modelo difuso tiene una representación con un error cuadrático medio muy bajo tal como lo muestra la Tabla 3.4, con respecto al modelo no lineal del proceso de digestión anaerobia.

3.6. Conclusión

Este capítulo fue dedicado a la obtención del sistema LPV TS. El enfoque que se utilizó fue el de sector no lineal que tiene como principal ventaja aproximarse demasiado al sistema no lineal del digester anaerobio. El número de modelos locales lineales es de ocho modelos, ya que se identificaron tres variables de programación que son la tasa de crecimiento bacteriano, la entrada de la tasa de dilución y la concentración de biomasa anaerobia.

Las funciones de pertenencia pueden ser representadas de diferentes formas, ya que se utilizó la metodología de (Ohtake *et al.* 2001, Lendek *et al.* 2011), se proponen funciones de pertenencia de forma triangular que ayuda al sistema LPV TS en saber la ubicación del punto de operación, haciendo una combinación convexa de los ocho modelos locales lineales obtenidos. Con estas funciones de pertenencia, se compararon el modelo no lineal del digester con el sistema LPV TS y se obtuvo un error cuadrático medio del orden de $\times 10^{-33}$.

Capítulo 4

Estimación en sistemas LPV TS

4.1. Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes

En esta sección se propone un observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes, este se basa en una combinación no lineal de observadores de entradas desconocidas con términos deslizantes permitiendo compensar las incertidumbres y las entradas desconocidas. Entonces, considérese un sistema LPV TS de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z)((A_i + \Delta A_i)x + B_i u + R_i \bar{u}) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) C_i x\end{aligned}\tag{4.1}$$

con $\sum_{i=1}^M w_i(\xi(t)) = 1$ y $0 \leq w_i(\xi(t)) \leq 1$, donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ el vector de entrada, $\bar{u} \in \mathbb{R}^q$, $q < n$, representa el vector de fallas y $y \in \mathbb{R}^p$ son las salidas medidas. Las matrices $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ denotan la matriz de estados y la matriz de entrada asociada al $i^{\text{ésimo}}$ modelo local lineal. La matriz $R_i \in \mathbb{R}^{n \times q}$ es la matriz de entradas desconocidas, z es llamado el vector de decisión el cual depende de un subconjunto de y/o variables de estados que definen la región de operación, $\xi(t)$ es también llamado como el vector de decisión el cual puede depender de algún subconjunto de entradas conocidas y/o variables medida para definir el régimen de operación. $\Delta A_i(t)$ es una matriz desconocida que varia en el tiempo con dimensiones apropiadas, la cual representa las incertidumbres paramétricas del modelo de la planta. La entrada desconocida $\bar{u}(t)$ se asume que es acotada.

$$\|\Delta A_i(t)\| \leq \delta_i \quad (4.2)$$

$$\|\bar{u}(t)\| \leq \rho \quad (4.3)$$

El observador mencionado que propone (Akhenak *et al.* 2008) tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^m w_i(z)(A_i \hat{x} + B_i u + G_i(y - \hat{y}) + v_i + \alpha_i) \\ \hat{y} &= \sum_{i=1}^m w_i(z)C_i \hat{x} \end{aligned} \quad (4.4)$$

El objetivo de diseño es determinar las ganancias de las matrices G_i y las variables $v_i(t) \in \mathbb{R}^n$ y $\alpha_i(t) \in \mathbb{R}^n$, para garantizar la convergencia asintótica de $\hat{x}(t)$ a $x(t)$. Las variables $v_i(t)$ y $\alpha_i(t)$ compensan los errores causados por entradas desconocidas e incertidumbres del modelo.

Condiciones de estabilidad

Para establecer las condiciones de estabilidad y asegurar la convergencia asintótica del observador, se define el error de estimación

$$e = x - \hat{x} \quad (4.5)$$

y el error de medición o residuo

$$r = y - \hat{y} = \sum_{i=1}^m w_i C_i e \quad (4.6)$$

La dinámica del error de estimación puede ser evaluada utilizando las ecuaciones (4.1) y (4.4).

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j (\bar{A}_{ij} e + \Delta A_i x + R_i \bar{u} - v_i - \alpha_i) \quad (4.7)$$

con

$$\bar{A}_{ij} = A_i - G_i C_j \quad (4.8)$$

Teorema 4.1 (Akhenak *et al.* 2007): Los estados del observador (4.4) globalmente convergen asintóticamente a los estados del sistema Takagi-Sugeno (2.6), si existe una matriz simétrica

4. ESTIMACIÓN EN SISTEMAS LPV TS

definida positiva $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, matrices $W_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ y escalares positivos β_1 , β_2 y β_3 que satisfagan a la siguiente desigualdad lineal matricial para todos los modelos locales lineales del sistema TS:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + P A_i - C_j^T W_i^T - W_i C_j + \gamma I & P \\ P & -\beta_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.9)$$

con $\gamma = \beta_2 \delta_i^2 + \beta_3$.

Las ganancias G_i y los términos $v_i(t)$ y $\alpha_i(t)$ del observador (4.4) están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} Si \ r \neq 0 \\ Si \ r = 0 \end{cases} \begin{cases} v_i = \rho^2 \beta_3^{-1} \frac{\|P R_i\|^2}{2r^T r} P^{-1} \sum_{j=1}^m \omega_j C_j^T r \\ \alpha_i = \beta_1 (1 + \beta_4) \delta_i^2 \frac{\hat{x}^T \hat{x}}{2r^T r} P^{-1} \sum_{j=1}^m \omega_j C_j^T r \\ v_i = 0 \\ \alpha_i = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

con $\beta_4 = \frac{\beta_1}{\beta_2 - \beta_1}$

$$G_i = P^{-1} W_i \quad (4.11)$$

Lema 4.1 (Akhenak et al. 2007): para algunas matrices X y Y con apropiadas dimensiones, la siguiente propiedad se mantiene para algunos escalares positivos β :

$$X^T Y + Y^T X \leq \beta X^T X + \beta^{-1} Y^T Y \quad (4.12)$$

Demostración (Akhenak et al. 2007): para demostrar la convergencia asintótica del observador (4.4), se considera la siguiente función cuadrática de Lyapunov:

$$V = e^T P e \quad (4.13)$$

Usando las ecuaciones (4.5) y (4.7), la derivada $\dot{V}(e(t))$ a lo largo de las trayectorias de sistema es dado por

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j (e^T (\bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij}) e + x^T \Delta A_i^T P e) + \\ & e^T P \Delta A_i x - 2\alpha_i^T P e + 2e^T P R_i \bar{u} - 2e^T P v_i \end{aligned} \quad (4.14)$$

El Lema 4.1 nos permite reescribir la ecuación anterior

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j (e^T (\bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij}) e + \beta_1^{-1} e^T P^2 e + \\ & \beta_1 x^T \Delta A_i^T \Delta A_i x - 2\alpha_i^T P e + 2e^T P R_i \bar{u} - 2e^T P v_i \end{aligned} \quad (4.15)$$

usando la expresión de la estimación del error (4.5), la desigualdad (4.15) se convierte:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j (e^T (\bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij} + \beta_1^{-1} P^2) e + 2e^T P R_i \bar{u} + \\ & \beta_1 \delta_i^2 (\hat{x}^T \hat{x} + e^T e) + \beta_1 \delta_i^2 (\hat{x}^T e + e^T \hat{x}) - 2\alpha_i^T P e - 2e^T P v_i) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Usando de nueva cuenta el Lema 4.1, la última expresión puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j (e^T (\bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij} + \beta_1^{-1} P^2 + \beta_2 \delta_i^2 I) e + \\ & \beta_1 (1 + \beta_4) \delta_i^2 \hat{x}^T \hat{x} - 2\alpha_i^T P e + 2e^T P R_i \bar{u} - 2e^T P v_i) \end{aligned} \quad (4.17)$$

con $\beta_2 = \beta_1(1 + \beta_4^{-1})$. Existen dos casos acorde al valor de residuo de salida

Caso 1: $r \neq 0$.

En este caso, es fácil notar que de (4.10) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 2\alpha_i^T P e &= \beta_1(1 + \beta_4)\delta_i^2 \frac{\hat{x}^T \hat{x}}{r^T r} r^T \sum_{j=1}^m w_j C_j P^{-1} P e \\
 2\alpha_i^T P e &= \beta_1(1 + \beta_4)\delta_i^2 \frac{\hat{x}^T \hat{x}}{r^T r} r^T r \\
 2\alpha_i^T P e &= \beta_1(1 + \beta_4)\delta_i^2 \hat{x}^T \hat{x}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned}
 2e^T P R_i \bar{u} &= e^T P R_i \bar{u} + \bar{u}^T R_i^T P e \\
 2e^T P R_i \bar{u} &\leq \beta_3 e^T e + \beta_3^{-1} \|P R_i \bar{u}\|^2 \\
 2e^T P R_i \bar{u} &\leq \beta_3 e^T e + \rho^2 \beta_3^{-1} \|P R_i\|^2
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
 2e^T P v_i &= \rho^2 \beta_3^{-1} \frac{\|P R_i\|^2}{r^T r} e^T P P^{-1} \sum_{j=1}^m w_j C_j^T r \\
 2e^T P v_i &= \rho^2 \beta_3^{-1} \|P R_i\|^2
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

De (4.18), (4.19) y (4.20) se puede deducir:

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j e^T U_{ij} e \tag{4.21}$$

con: $U_{ij} = \bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij} + \beta_1^{-1} P^2 + \beta_2 \delta_i^2 I + \beta_3 I$.

Caso 2: $r(t) = 0$.

El error $e(t)$ no es ortogonal al término $\sum_{i=1}^m w_i(\xi(t))C_i$, por lo tanto la nulidad de $r(t)$ se obtiene de $e(t)$. En este caso, de las ecuaciones (4.13) y (4.14) es fácil notar que la función de Lyapunov y su derivada son nulas. En el particular caso cuando $e(t)$ sea ortogonal al término $\sum_{i=1}^m w_i(\xi(t))C_i$ el algún valor de t , no se puede asegurar la negatividad de la derivada de la función de Lyapunov. Sin embargo, esta situación es instantánea, y no puede afectar a $e(t)$ en su evolución a través del tiempo. Por lo tanto, este escenario no tiene impacto en el análisis propuesto.

El análisis de estos dos casos ha demostrado que la derivada de la función de Lyapunov pro-

4.2 Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes aplicado al digestor.

puesta es sistemáticamente negativa si la siguiente desigualdad se conserva:

$$(A_i - G_i C_j)^T P + P(A_i - G_i C_j) + \beta_1^{-1} P^2 + \beta_2 \delta^2 I + \beta_3 I < 0 \quad (4.22)$$

Nótese que la última expresión es no lineal en P , G_i , β_1 . Para linealizarlos y obtener la restricción (4.9), se puede realizar el siguiente cambio de variables:

$$W_i = P G_i \quad (4.23)$$

El uso del complemento de Schur (Bernstein 2009) nos lleva a la obtención de desigualdades lineales en P , W_i , β_1 , β_2 , β_3 que puedan ser resueltas por los métodos LMI. \square

4.2. Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes aplicado al digestor.

Con el fin de ilustrar el funcionamiento del observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes, se presenta a continuación un ejemplo con el digestor anaerobio. El modelo no lineal es el de la ecuación (3.12), y el sistema TS es el que se obtuvo en la sección 3.5.1. La matriz de salida es descrita por la siguiente matriz.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las condiciones iniciales de las variables x_1 , x_2 , y x_3 son 0.1 g/L, 3 gDQO/L y $10 \times 10^{-3} \%$ /L respectivamente para el sistema, y las condiciones iniciales del observador es igual a cero. Las entradas que son la tasa de dilución y la concentración de sustrato en el afluente son 0.44 d^{-1} y 3 gDQO/L respectivamente.

La estabilidad del observador fue comprobada por LMI's de la ecuación (4.9). Estas LMI's se resuelven con la caja de herramientas de YALMIP (Lofberg 2004) de MATLAB[®]. Esta herramienta fue desarrollada para el modelado avanzado y la solución de problemas de optimización a través de la programación de desigualdades lineales matriciales. Entonces del observador de (4.4), se plantean las desigualdades matriciales y usando YALMIP, es posible determinar las matriz simétrica P , las ganancias del observador G_i y las variables $v_i(t)$ y $\alpha_i(t)$. Las matrices son las siguientes:

4. ESTIMACIÓN EN SISTEMAS LPV TS

$$\begin{aligned}
 P &= \begin{bmatrix} 2.3534 & 3.0873 & -0.9725 \\ 3.0873 & 7.2600 & -0.5387 \\ -0.9725 & -0.1674 & 6.6499 \end{bmatrix}; \\
 G_1 &= \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 5.6263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix}; \quad G_2 = \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 5.6263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix}; \\
 G_3 &= \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 4.7263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix}; \quad G_4 = \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 4.7263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix}; \\
 G_5 &= \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 19.6274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}; \quad G_6 = \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 19.6274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}; \\
 G_7 &= \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 18.7274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}; \quad G_8 = \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 18.7274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

La sintonización del observador se logra tomando $\beta_1 = 40$, $\beta_2 = 0.1$, $\beta_3 = 0.1$, $\delta = 1$ y $\rho = 200$.

- *Simulación 4.2.1: Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes para sistemas LPV TS con falla constante en la concentración de sustrato en el afluente.*

El objetivo de esta simulación es probar el desempeño del observador propuesto para sistemas LPV TS de la forma (4.1), mostrando robustez ante fallas en actuador que puedan ser modeladas como entradas desconocidas. Se tomará como falla aditiva en actuador, el cambio de la concentración de sustrato en el afluente. Por lo tanto la matriz de distribución de fallas $R_i = B_i(:, 2)$ y $f_a = 0.2$ la cual representa un 20% de falla en actuador aplicada en el tiempo $t \geq 20$.

En la figura 4.1 se muestra la estimación de los estados del sistema, sin considerar ruido en las mediciones; la línea punteada representa la señal estimada por el observador difuso por modos deslizantes y se observa que a pesar que haya cambios en la concentración de sustrato en el afluente, los estados estimados siguen a las trayectorias de las variables de estado del modelo no lineal.

4.2 Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes aplicado al digestor.

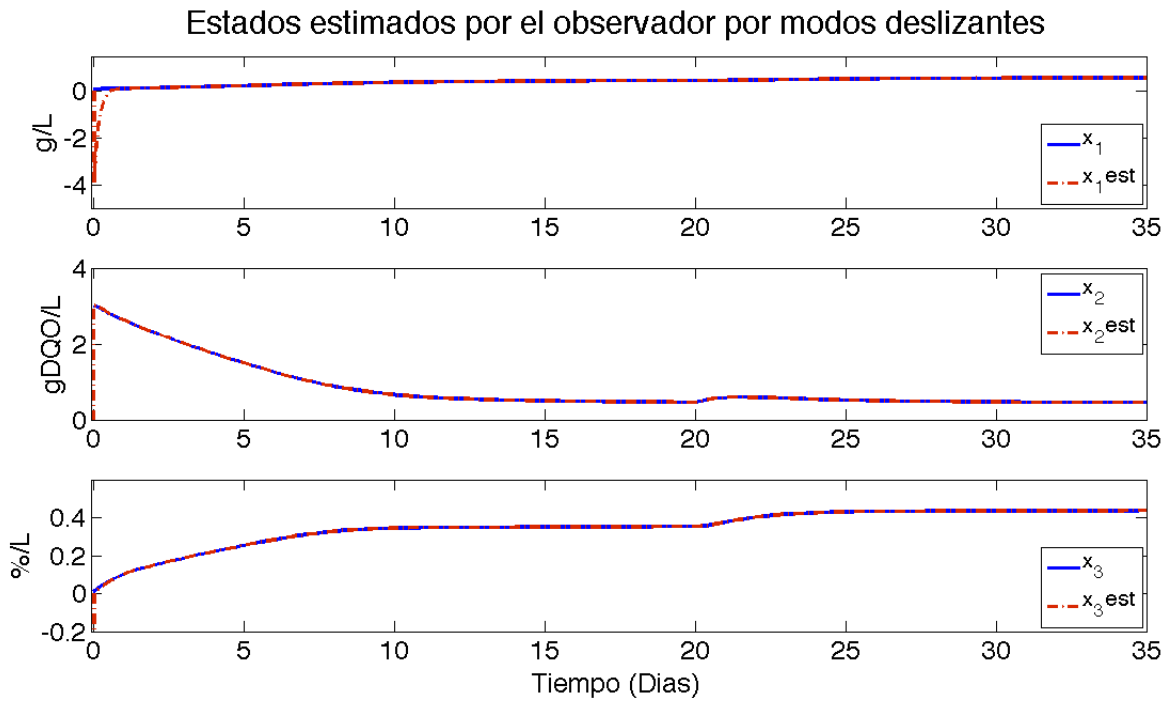


Figura 4.1: Estados estimados por el observador difuso por modos deslizantes.

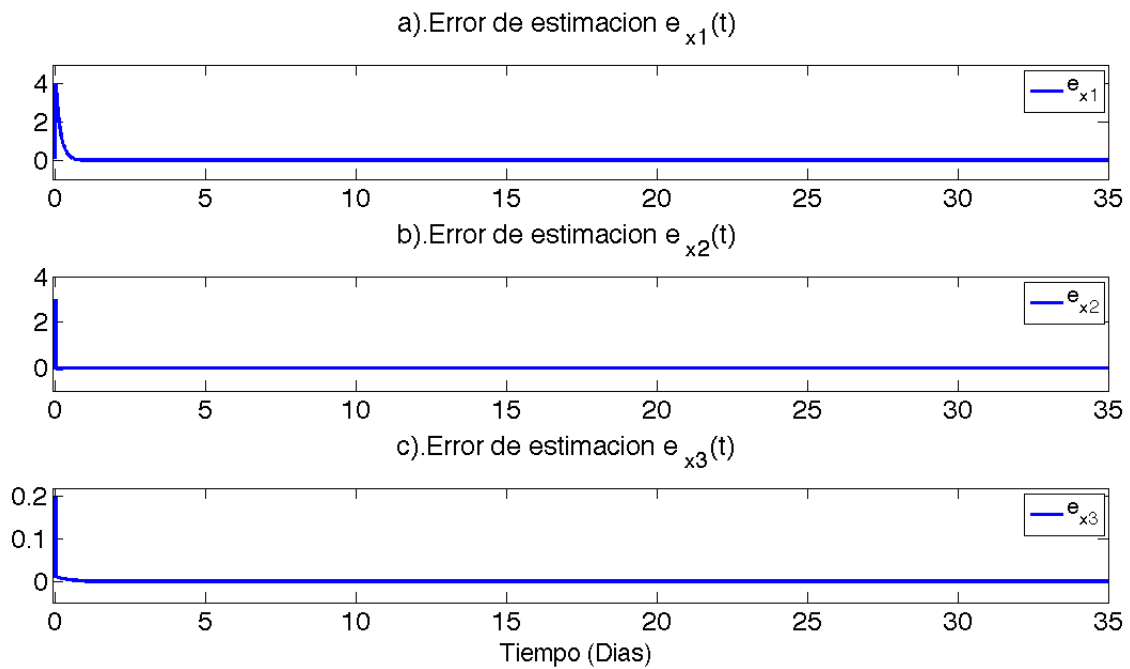


Figura 4.2: Error de estimación con falla aditiva en actuador constante.

4. ESTIMACIÓN EN SISTEMAS LPV TS

En la figura 4.2 muestra los errores en la estimación de las variables de estado, sin considerar ruido en las mediciones. Se aprecia que los errores de estimación son pequeños (del orden de 10^{-3}), a pesar que exista una falla constante en el actuador. Los resultados de esta simulación permite concluir que los observadores por modos deslizantes diseñados para sistemas LPV TS, tienen un buen desempeño al estimar las variables de estado ante una falla. A pesar que en el instante en el que ocurre la falla haya una pequeña desviación en los errores de estimación, el observador converge asintóticamente en el tiempo.

- *Simulación 4.2.2: Observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes para sistemas LPV TS con falla variable en el tiempo.*

Como en la simulación pasada, se probará el desempeño del observador difuso por modos deslizantes propuesto en esta sección para comprobar la robustez del observador ante fallas del actuador que varíen en el tiempo. En esta simulación, se utilizan las mismas matrices establecidas previamente y la falla del actuador f_a , será modelada como $0.5\sin(5t - 10)$ en $t \geq 20$.

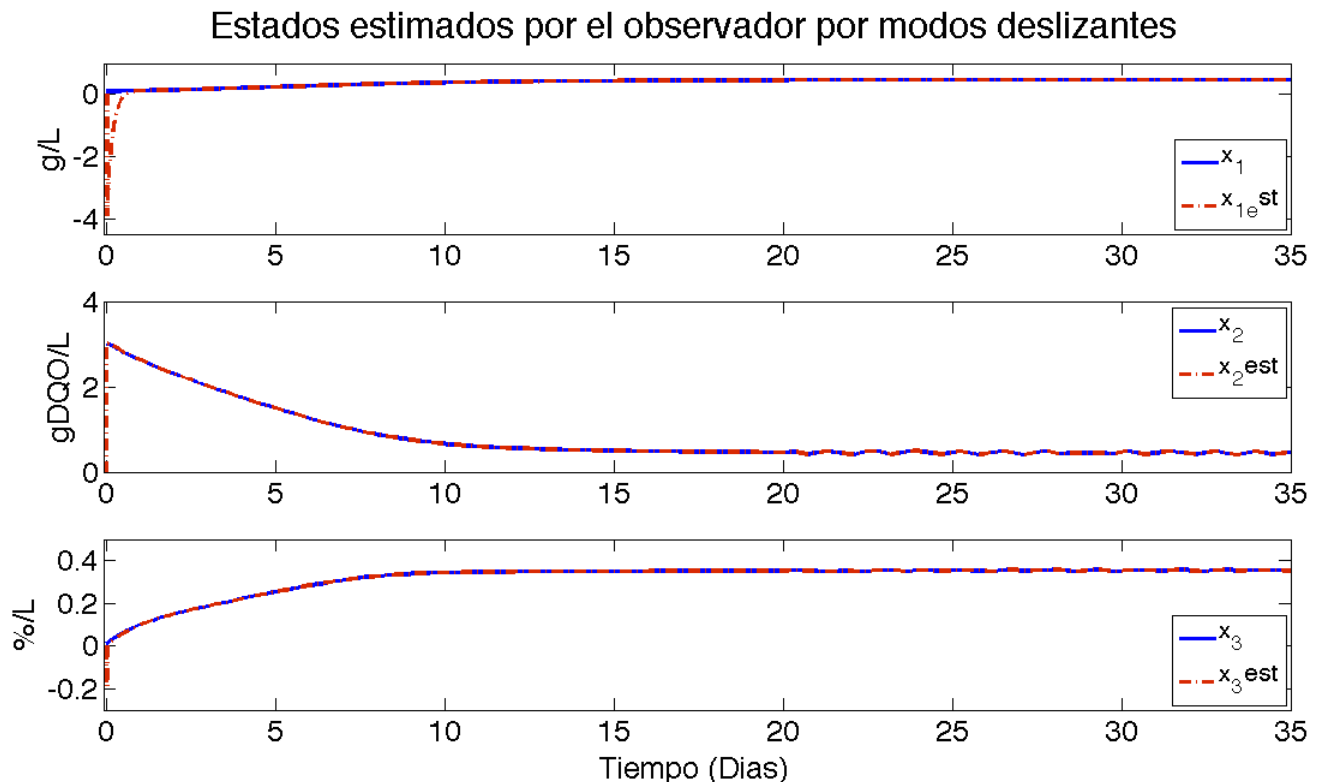


Figura 4.3: Estados estimados por el observador difuso por modos deslizantes con falla variable en el tiempo.

En la figura 4.3 se observa la estimación de las variables de estado del sistema; la línea punteada representa la señal estimada por el observador. A pesar que la falla f_a este variando aproximadamente en un $\pm 20\%$, los estados estimados convergen a las trayectorias de las variables de estado del sistema no lineal.

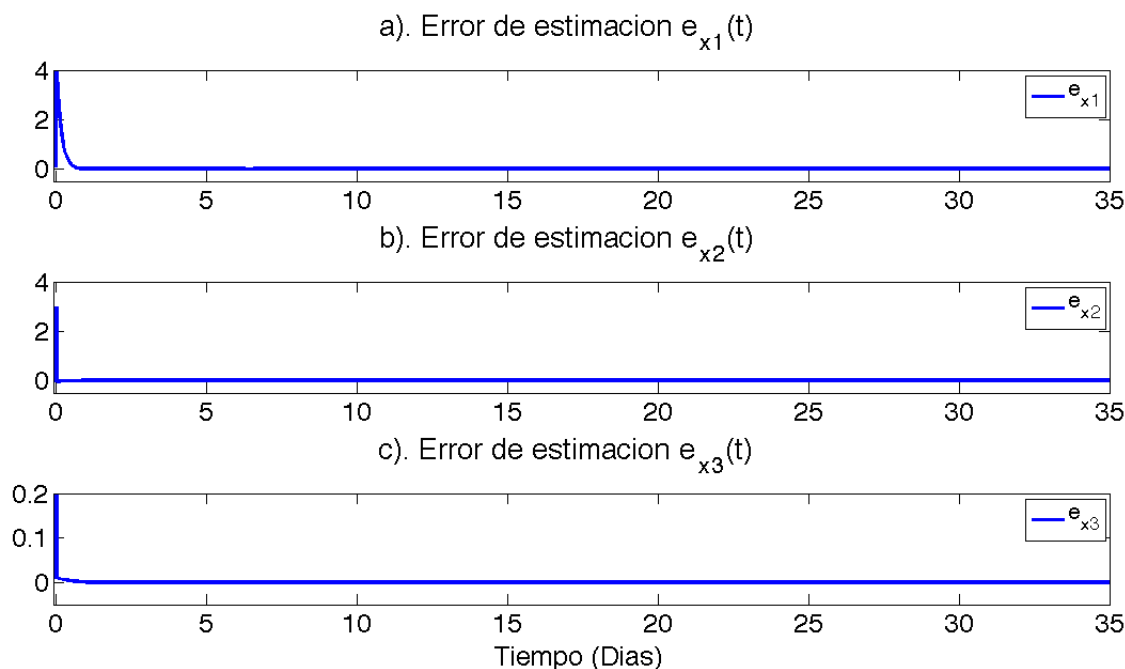


Figura 4.4: Error de estimación con falla variable en el tiempo.

La figura 4.4 muestra los errores en la estimación de estados en el que una falla variable en el tiempo se presenta. Se aprecia que los errores de estimación son pequeños (del orden de 10^{-3}). La robustez del observador se hace presente en esta gráfica al notar que no incrementa el error de estimación cuando ocurre la falla, llega a haber un ligero error al instante que ocurre la falla, pero el observador converge asintóticamente en el tiempo.

4.3. Conclusión

Existen varios autores que han diseñado observadores con entradas desconocidas por modos deslizantes para sistemas LPV, como es el caso de (Alwi y Edwards 2010) y de (Akhenak *et al.* 2008) por mencionar a algunos. Se ha elegido el observador diseñado por (Akhenak *et al.* 2008) ya que no tiene un alto grado de dificultad para el diseño del mismo. Es necesario para los sistemas LPV TS comprobar estabilidad global ya que existe una interpolación de modelos locales lineales;

4. ESTIMACIÓN EN SISTEMAS LPV TS

con esto aseguramos que los observadores no caigan en una singularidad causando una estimación errónea de las variables de estado del sistema. Para esto es necesario resolver las LMI's y encontrar la matriz $P = P^T > 0$ que satisfaga a todos los modelos locales lineales.

Se utiliza la teoría de los modos deslizantes, ya que la propiedad de robustez ante ciertos cambios en el proceso es útil para la evaluación de residuos. En (Edwards y Spurgeon 1998) se comprueba que en los modos deslizantes se necesita una convergencia de la trayectoria del error de estimación hacia la superficie deslizante en un tiempo finito, la superficie deslizante es $\dot{e} = e = 0$, y se diseña un término que mantiene la trayectoria del error en la superficie deslizante. Esa es la propiedad de robustez, ya que a este tipo de observadores no le importa que ocurra con la entrada o algunos parámetros del sistema, el error de estimación debe de permanecer en la superficie deslizante. Por lo tanto las simulaciones 4.2.1 y 4.2.2 comprueban esta propiedad de robustez, la cual será utilizada en la unidad de detección y diagnóstico de fallas.

Capítulo 5

Sistema de detección y diagnóstico de fallas basado en modelo

El objetivo de diagnóstico de fallas no solo es detectar una falla en un sistema, también es el determinar el tipo y la localización o caracterización de la falla. En el proceso se pueden generar síntomas que indiquen su estado, dependiendo el número de síntomas y su selección, se pueden relacionar con alguna falla. En este trabajo de tesis, los síntomas tienen las características de ser robustos ante entradas desconocidas, perturbaciones y cambios del sistema.

En la literatura existen tres grandes grupos de técnicas de diagnóstico de fallas, tales como análisis de señal, técnicas basadas en modelo y técnicas basadas en el conocimiento. En la detección de fallas basado en modelo se encuentra el uso de observadores de estado. Los observadores se basan en la desviación entre la señal medida y los estados estimados del proceso, generando residuos que después serán analizados.

Existen trabajos basados en detección y diagnóstico de fallas utilizando modelos no lineales que son linealizados en un punto de operación, y luego aplican técnicas de robustez para generación de residuos. Sin embargo, la linealización limita el proceso en una vecindad de un particular punto de operación. Los sistemas Takagi-Sugeno, pueden mantener la naturaleza no lineal del sistema, tal como se muestra en la sección 3.5.1, mientras conservan la simplicidad de modelos lineales (Ohtake *et al.* 2001, Akhenak *et al.* 2007).

Los sistemas de digestión anaerobia con frecuencia son modelos no lineales, ya que siempre tienen una ecuación que describa el crecimiento bacteriano. Se ha demostrado que los observadores no lineales pueden ser algo complicados al ser diseñados (Jiménez González 2013), por lo cual, es preferible representar el sistema con un modelo difuso dando simplicidad en el diseño de observadores, conservando las no linealidades del proceso. La idea de utilizar los sistemas Takagi-Sugeno,

5. SISTEMA DE DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN MODELO

es mantener un comportamiento global del sistema, basándose de un conjunto de sistemas locales lineales; cada modelo describe una zona particular de operación. Los sistemas locales lineales son escogidos por un mecanismo de interpolación.

Se propone una metodología para el proceso no lineal descrito por el sistema Takagi-Sugeno del digestor usando observadores difusos descritos en el capítulo 4 de esta tesis.

5.1. Análisis estructural de fallas

El análisis estructural es el análisis de las características estructurales del modelo del sistema, es decir, características que son independientes a los valores de los parámetros del sistema. Este análisis es una de las etapas importantes para el diseño de sistemas de control tolerante a fallas, ya que nos permite obtener información muy útil de cara al diseño del diagnóstico, así como los mecanismos de tolerancia. Además, se obtiene información como la identificación de aquellos componentes que se pueden monitorizar, obtener relaciones de redundancia analítica que permita la detección y aislamiento de fallas, e identificar posibles mecanismos de tolerancia (Blanke *et al.* 2003, Pérez Saldaña 2013).

Se realizó el análisis estructural de fallas del modelo del digestor anaerobio de la ecuación (3.12) para saber la diagnosticabilidad del sistema. Con este análisis, aseguramos que sensores, actuadores y parámetros podemos detectar y aislar en la unidad de diagnóstico. Existen ocasiones que se quiere detectar y aislar algún componente, pero la misma naturaleza estructural del modelo indica que no se puede realizar diagnóstico en ciertos componentes.

El procedimiento del análisis estructural de fallas se encuentra en la parte de anexos en la sección B. La diagnosticabilidad se ve reflejada en la Tabla B.5 la cual nos indica que los sensores que se pueden aislar son $\{f_{y_1}, f_{y_3}\} \vee \{f_{y_2}, f_{y_3}\}$, se pueden localizar fallas en actuador en $\{f_D, f_{sf}\}$ y una falla en el coeficiente de producción de biogás f_Y . Por lo tanto, ya que se pueden medir en línea las variables de estado de la concentración de sustrato y la producción de biogás, el análisis nos garantiza que se podrán detectar y aislar las fallas $\{f_{y_2}, f_{y_3}\}$. A partir del análisis estructural y teniendo en cuenta las medidas disponibles en el sistema, el siguiente paso es el diseño del sistema de diagnóstico.

5.2. Detección y localización de fallas en sensores.

Los residuos o síntomas generados por las variables de estado estimadas por el observador y las señales medidas, indican si el sistema esta funcionando con o sin falla. Un residuo ideal, debería

5.2 Detección y localización de fallas en sensores.

permanecer en cero si el sistema esta libre de falla, y diferente de cero cuando ocurre algún mal funcionamiento en el sistema. Para identificar falla en sensor, se considera que el sistema se encuentra libre de fallas en actuador ($\bar{u} = 0$), mientras el vector de salida se encuentra con falla en sensor Δy . Entonces el sistema (4.1) se expresa como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(z) ((A_i + \Delta A_i)x + B_i u) \\ y &= Cx + \Delta y\end{aligned}\quad (5.1)$$

Para la detección y diagnóstico de fallas del digester, se ocupará el sistema TS obtenido en la sección 3.5.1 que representa al digester anaerobio con

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\quad (5.2)$$

En la Figura 5.1 se muestra la arquitectura del sistema de detección de fallas propuesto para detectar y aislar fallas de sensores en el digester anaerobio. En este esquema se aprecia un banco de observadores que se utiliza para generar los residuos que junto al bloque de evaluación residual, permite detectar cuando una falla se presenta y dado el caso, una alarma se activa.

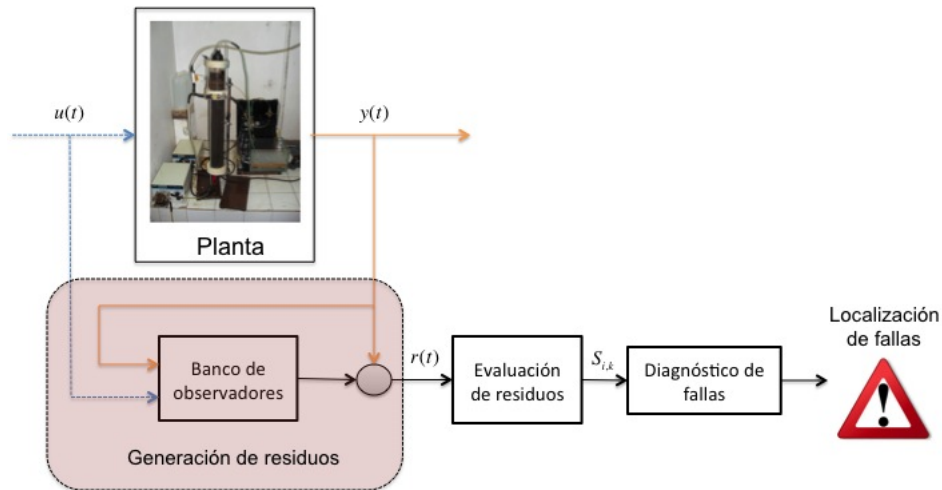


Figura 5.1: Esquema de diagnóstico de fallas en sensores.

Las variables de estado que se pueden medir en línea son y_2 y y_3 que pertenecen a la concentración de sustrato en el efluente y la producción de gas metano respectivamente; y basándonos en el análisis estructural que se realizó, es posible detectar y aislar las fallas $\{f_{y_2}, f_{y_3}\}$. La unidad de diagnóstico de fallas esta conformada por tres observadores difusos, uno basado en la señal y_2 , el segundo basado en la señal y_3 y el último es diseñado con las señales y_2 y y_3 .

5. SISTEMA DE DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN MODELO

Usando los valores de las matrices de estado A_i , y la matriz de salida C , se puede deducir que las condiciones de observabilidad del sistema se cumple.

$$\forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \text{ y } j \in \{1, 2\}, \quad \text{rank}(A_i, C(j, :)) = 3 \quad (5.3)$$

Lo cual implica que es posible estimar los estados a través de las salidas y_2 o y_3 .

5.2.1. Diseño del banco de observadores para detección de fallas en sensores

En esta sección, se diseñará cada uno de los observadores difusos de entradas desconocidas por modos deslizantes descritos en la sección 4.1. Las características que debe de tener el banco de observadores para el diagnóstico de fallas en sensores son las siguientes.

- [A] El banco de observadores difusos de entradas desconocidas por modos deslizantes (4.4) es robusto ante cambios en la concentración de sustrato en el afluente. Estos cambios serán modelados como entradas desconocidas o fallas en actuador f_a , por lo tanto, el sistema tendrá la forma de (4.1). Esta característica se logra a partir de los términos deslizantes que compensan los efectos que tienen las entradas desconocidas que alteran al sistema.
- [B] El digestor cuenta con dos sensores $\{y_2, y_3\}$ que describen la concentración de sustrato en el efluente y la producción de gas metano respectivamente. Por lo tanto, cada observador debe ser sensible a cierta falla. En la figura 5.2, el observador₂ es sensible a la falla en el sensor y_3 ya que este observador no se alimenta de y_3 ; así como el observador₃ es sensible a la falla en el sensor de y_2 . El observador₁ está diseñado para detectar el instante de aparición y término de la falla ya que llega a ser sensible a $\{y_2, y_3\}$.
- [C] El banco de observadores utiliza un esquema de observadores dedicados (DOS por su sigla en inglés). Este esquema permite detectar las fallas en los sensores del sistema y determinar su localización mediante un procedimiento de análisis de firmas de fallas.

Planteado el esquema de diagnóstico de fallas en sensores, se realizó el diseño de cada uno de los tres observadores que conforman al banco de observadores. Las matrices simétricas, las ganancias del observador y los términos deslizantes utilizados para los observadores se presentan en la sección del anexo C.

En la Figura 5.2, cada observador depende de las entradas de tasa de dilución y concentración de sustrato en el afluente, así como, el observador 1 depende de y_2 y y_3 ; los observadores 2,3

dependen de y_2 y y_3 respectivamente.

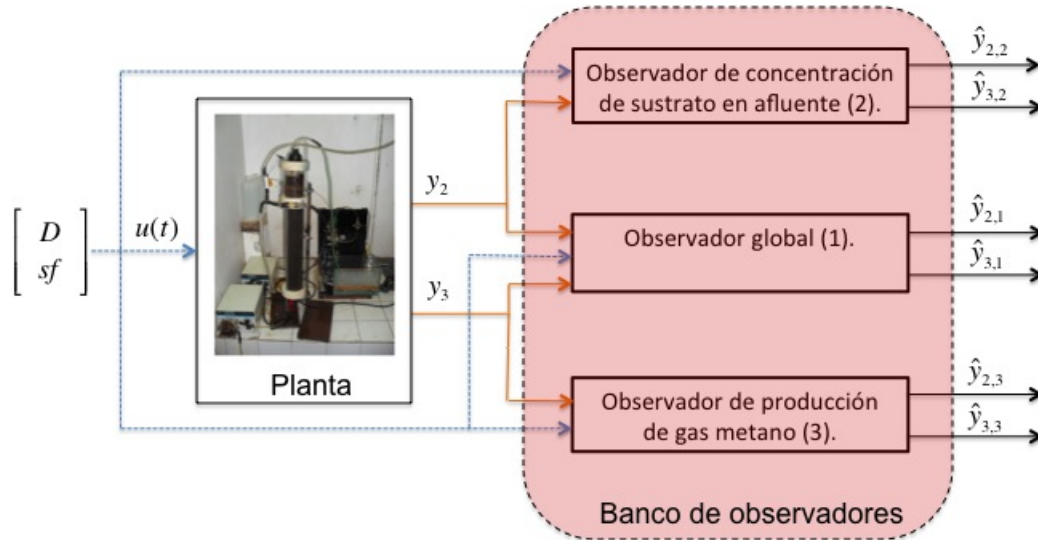


Figura 5.2: Diagrama a bloques del banco de observadores que conforma la unidad DDF.

El término $\hat{y}_{i,j}$ indica los estados estimados generados por el banco de observadores. Donde i es la variable que está estimando, 2 si es la concentración de sustrato en el efluente y 3 representa al estado de producción de metano; j indica el número de observador donde proviene la señal estimada. Esta notación también se aplica para describir los residuos y los síntomas que serán explicados a continuación.

5.2.2. Análisis de residuos para la toma de decisiones

5.2.2.1. Detección instantánea de fallas en sensores

Una falla abrupta en el sensor de la variable controlada de magnitud considerable puede resultar un riesgo en el control, de manera que exista una gran desviación en la señal de error ocasionando que el sistema de control se comporte de manera agresiva con el sistema.

La idea de un sistema de identificación y diagnóstico de fallas debe de proveer de información inmediata a la unidad de reconfiguración del controlador para evitar este tipo de situaciones, sin embargo, el diagnóstico puede demorarse algunos periodos de muestreo, en lo que los residuos son los suficientemente estables para hacer una correcta interpretación de la falla.

Los filtros de desviación estándar son una manera simple para resolver el problema antes mencionado. La ecuación matemática de la desviación estándar está dada por

5. SISTEMA DE DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN MODELO

$$\xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.4)$$

donde \bar{x} es el promedio de los elementos de la muestra y n es el número de muestras.

La rapidez de detección dependerá de que tan pequeño sea n y del umbral que se establezca. Para el sistema tolerante a fallas, el número de muestreos $n = 3$, mientras que el umbral se escogió acorde a las pruebas de simulación. Las fallas abruptas en sensores pudieron ser detectadas y aisladas con una rapidez mayor en comparación al esquema de aislamiento por medio de residuos estructurados.

5.2.2.2. Generación y evaluación de residuos

La detección y localización de fallas del sensor, está basado en el análisis de los residuos $r_{y_i,k} = y_i - \hat{y}_{i,k}$, con $k \in \{1, 2, 3\}$, generados por los tres observadores (como puede ser visto en la figura 5.2). La Tabla 5.1 muestra la matriz de los residuos generados a partir del banco de observadores y la cantidad de sensores disponibles en la planta; posteriormente, los residuos generados deben ser evaluados utilizando matrices de firmas de fallas.

Tabla 5.1: Residuos generados

Sensores	y_2	y_3
Observador ₁	$r_{2,1}$	$r_{3,1}$
Observador ₂	$r_{2,2}$	$r_{3,2}$
Observador ₃	$r_{2,3}$	$r_{3,3}$

Un síntoma es un residuo el cual ya sea su tamaño o comportamiento, esta fuera de un umbral o de una estructura respectivamente, las cuales se consideraban dentro del comportamiento nominal de la planta respecto al observador; dicho umbral o comportamiento lo establece quien diseña el diagnóstico. Por lo tanto, una combinación de síntomas generan una firma que refiere a una falla en algún componente del sistema.

Estos síntomas son evaluados a partir de la siguiente relación:

$$S_{i,k} = \begin{cases} 1, & |r_{y_i,k}| > \lambda, \forall t \geq 0 \\ 0, & \text{en otro caso } \forall t \geq 0 \end{cases} \quad (5.5)$$

donde $S_{i,k}$ es el síntoma generado, λ es el umbral definido por el diseñador, $k \in \{1, 2, 3\}$ generados por los tres observadores e $i \in \{2, 3\}$ que es el número de sensores disponibles en el

sistema.

A continuación se mostrará un ejemplo cuando existe una falla del 15 % en el sensor de concentración de sustrato y_2 en $t \geq 40$; el valor de $\lambda = 0.05$. En la Figura 5.3 se aprecia que el síntoma cambia de 0 a 1 cuando el valor del residuo supera el valor del umbral.

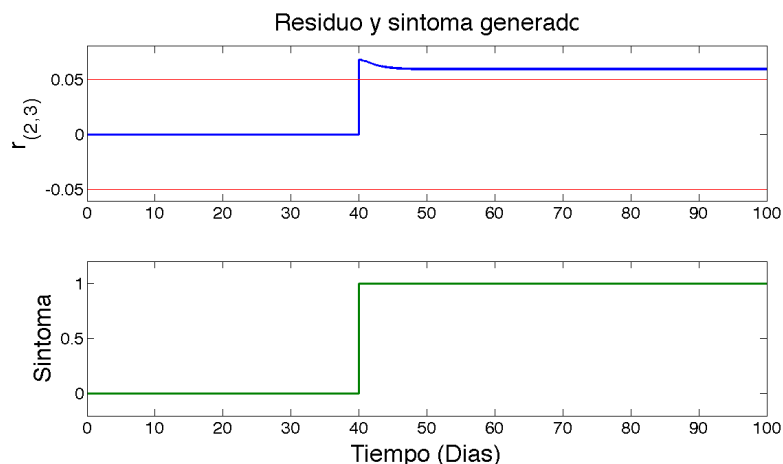


Figura 5.3: Síntoma generado por el residuo.

5.2.3. Prueba del esquema FDI para fallas en sensores del digester anaerobio

Para la prueba del sistema de diagnóstico de fallas se utilizó el modelo de digestión anaerobio de la ecuación (3.12). Los valores de los parámetros son los descritos por la Tabla 3.2. Para llevar a cabo el proceso de producción de biogás con una alta concentración de metano, el pH debe ser establecido en un rango que va desde los 6.5 hasta los 8.5, sin embargo se ha determinado que el rango óptimo para los microorganismos anaerobios va desde los 7 hasta los 7.5 en la escala de pH (Rodríguez Jarquin 2011). La concentración de sustrato en la entrada del digester es de $s_f = 3gDQO/l$ y la tasa de dilución es $D = 0.5 d^{-1}$.

Las condiciones iniciales del sistema son:

Tabla 5.2: Condiciones iniciales de las variables de estado.

Estados	Valores
x_1	$0.1 g/l$
x_2	$3 g/l$
x_3	$10 \times 10^{-3} \%/l$

5. SISTEMA DE DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN MODELO

- *Simulación 5.2.3.1 : Funcionamiento de la unidad de diagnóstico sin ninguna perturbación.*

El objetivo de esta simulación es probar el desempeño de los observadores difusos por modos deslizantes diseñados previamente para detectar y localizar fallas en sensores en el digestor anaerobio, sin tener fallas en el sistema.

En la Figura 5.4 se comparan los estados medidos contra los estimados por los observadores difusos por modos deslizantes. Puede apreciarse una adecuada convergencia de las variables de estado y_1, y_2 con los estimados de cada observador que conforman a la unidad de diagnóstico.

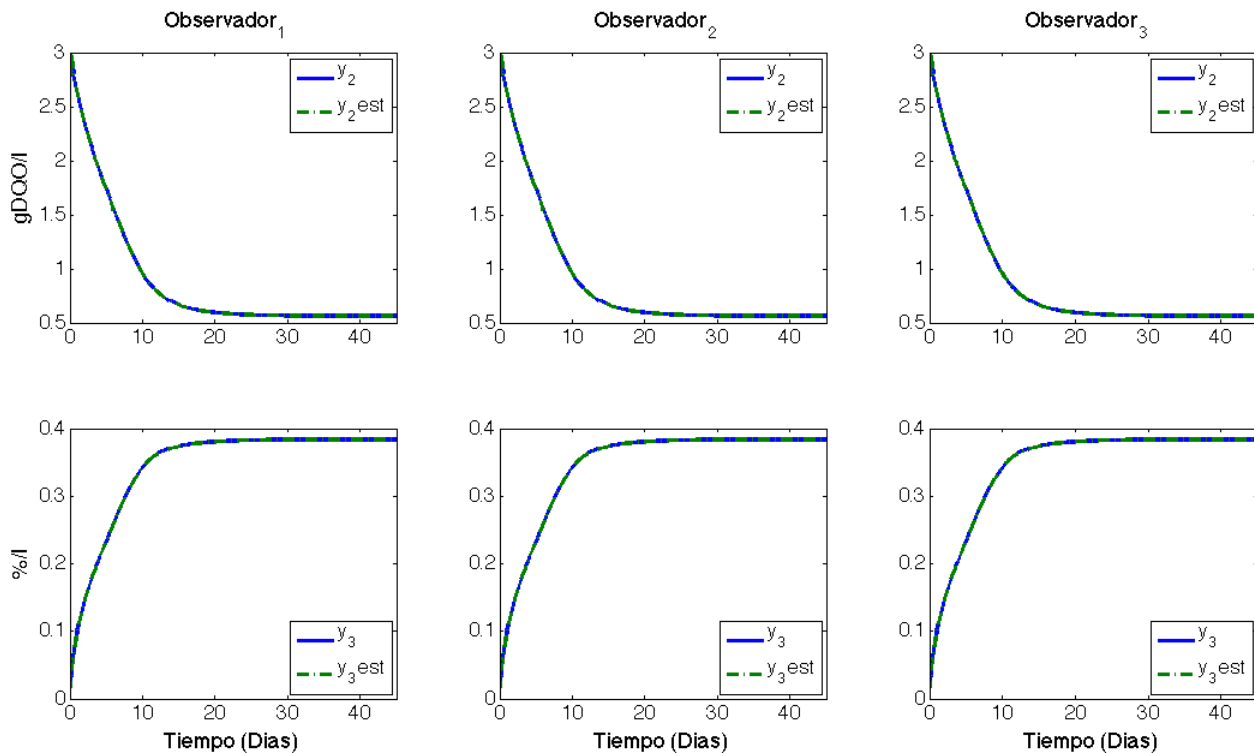


Figura 5.4: Estados estimados por el banco de observadores de la unidad DDF.

Los residuos generados por la unidad de diagnóstico son evaluados por umbrales establecidos para saber los síntomas que presenta el sistema, y decidir si existe una falla en algún componente; esto se hace comparando un conjunto de síntomas con una matriz de firmas. En la Figura 5.5 se observa que cada residuo generado no llega a rebasar los umbrales establecidos, por lo tanto, no hay ninguna combinación de síntomas que determinen alguna falla en el sistema. Esta información hace saber al operador que el sistema funciona de manera normal y que no existe una falla en el digestor.

5.2 Detección y localización de fallas en sensores.

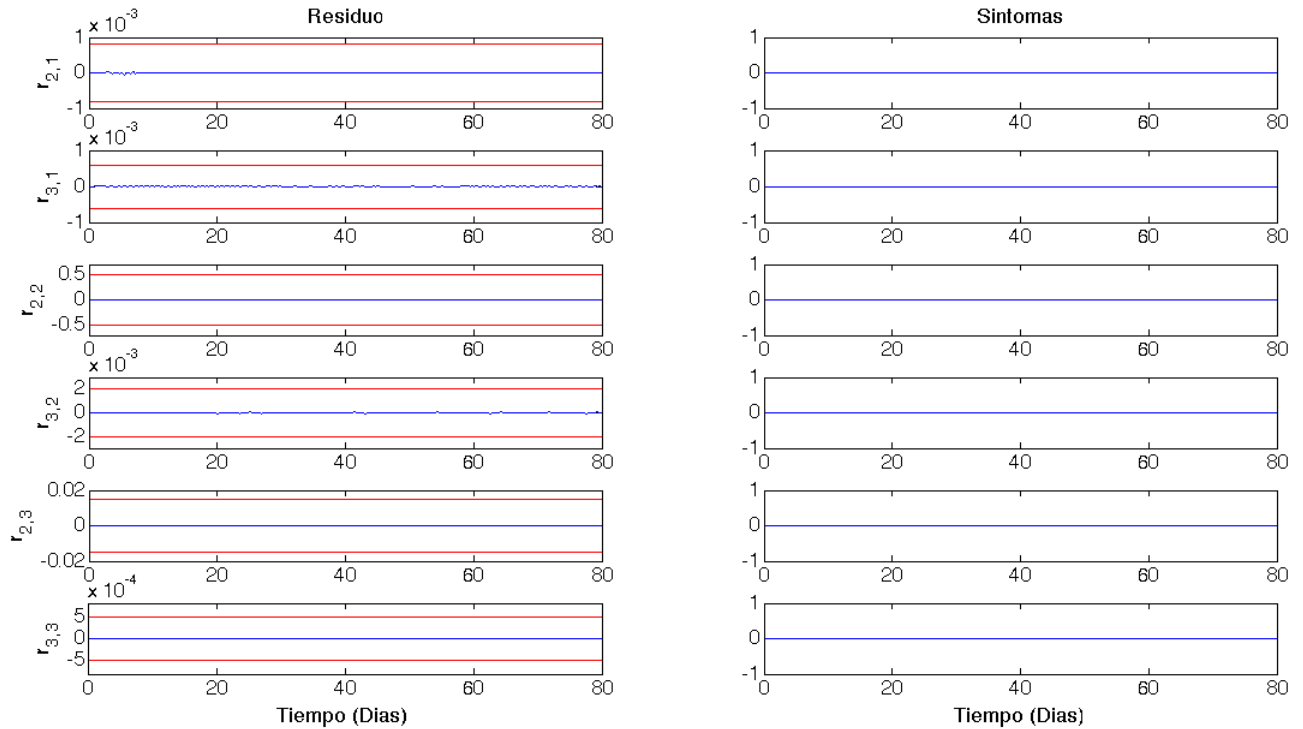


Figura 5.5: Residuos generados.

- *Simulación 5.2.3.2: Funcionamiento de la unidad de diagnóstico con falla en el sensor de concentración de sustrato.*

El objetivo de esta simulación es demostrar que la unidad de diagnóstico puede detectar y localizar fallas en el sensor de concentración de sustrato. Para esto, se simula una falla del 5% en $t \geq 40$ en el sensor concentración de sustrato. Los resultados obtenidos se presentan a continuación.

En la Figura 5.6 se observa una perturbación en la señal del sensor de concentración de sustrato y_2 en $t \geq 40$. El esquema DOS del banco de observadores comienza a ser de gran ayuda para la detección y localización de fallas en sensores. El observador₁ es alimentado por los sensores y_2, y_3 y al haber falla en el sensor y_2 la señal estimada \hat{y}_2 converge a la señal con falla, sin embargo, este observador hace una mala estimación en el sensor y_3 y existe una diferencia en estas señales que puede ser utilizada como residuo. El observador₂ es alimentado por la señal con falla, por lo tanto, este observador converge a la señal y_2 con falla pero hace una mala estimación en la señal del sensor y_3 . El observador₃ al ser alimentado por la señal del sensor y_3 , estima las variables de estado como si no existiera falla y por lo tanto, existe una diferencia en la señal y_2 con falla con la señal estimada \hat{y}_2 .

5. SISTEMA DE DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN MODELO

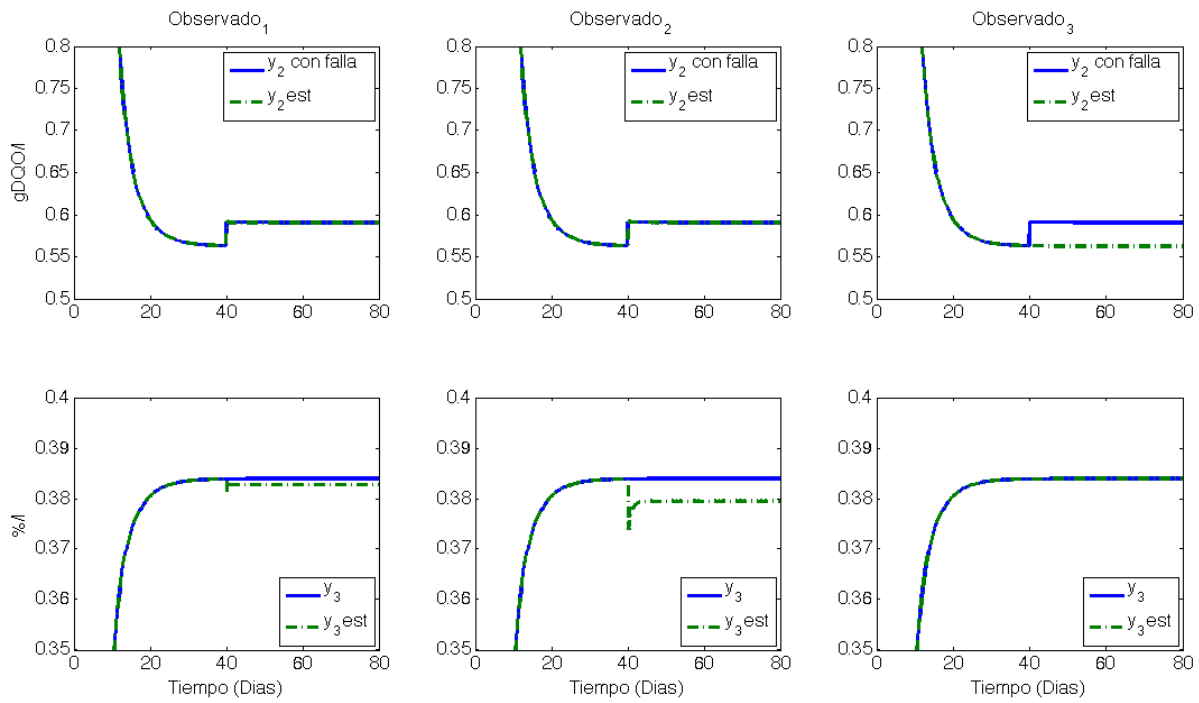


Figura 5.6: Sensores y señales estimadas del sistema.

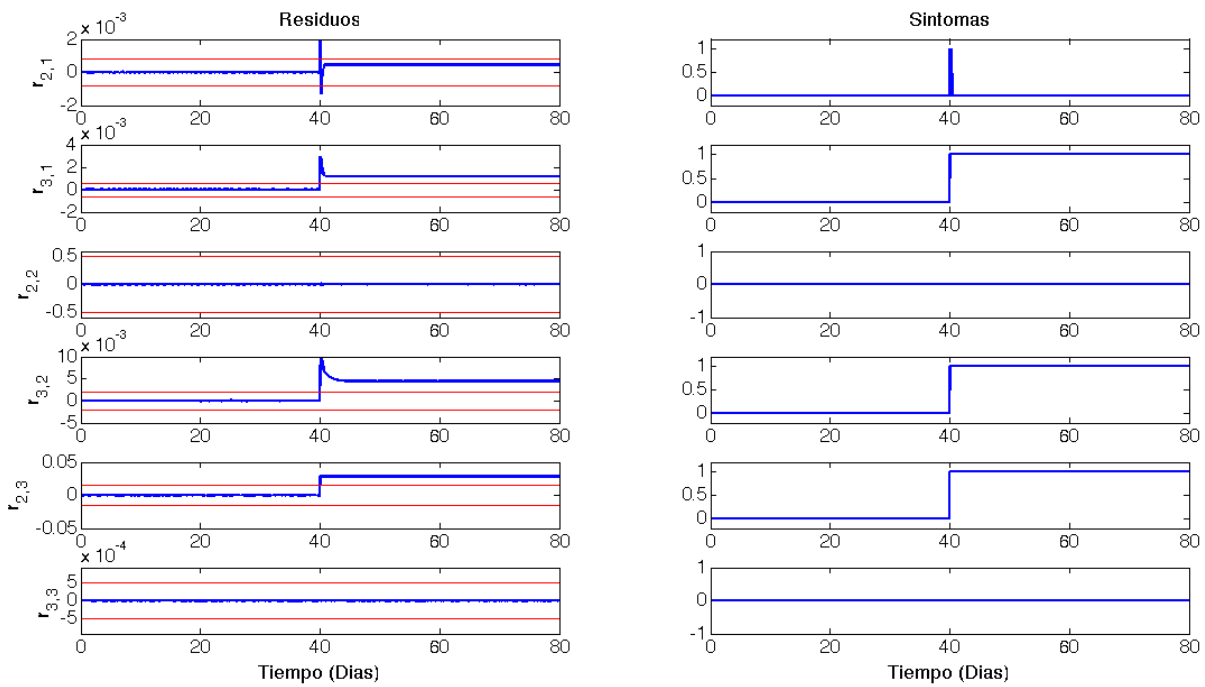


Figura 5.7: Residuos generados y síntomas del sistema.

Al notar que existen desviaciones entre las señales de los sensores y las estimadas, generadas por el banco de observadores, se obtienen los residuos mostrados por la Tabla 5.1. En la Figura 5.7 se muestran los residuos generados ante el escenario de la falla en el sensor de concentración de sustrato. Los umbrales establecidos evalúan a cada residuo obtenido. Cuando un residuo llega a sobrepasar los umbrales, se sigue el criterio de relación de la ecuación (5.5), el cual nos habla de la obtención de síntomas; y así, utilizar esa información para saber si existe falla en el sensor de concentración de sustrato del digestor.

- *Simulación 5.2.3.3: Funcionamiento de la unidad de diagnóstico con falla en el sensor de producción de metano.*

En esta simulación se evaluará el desempeño de la unidad de diagnóstico ante una falla en el sensor y_3 . De igual manera, se simula una falla del 5 % en $t \geq 40$ en el sensor de producción de gas metano. El comportamiento del sistema y el desempeño de la unidad de diagnóstico se presenta a continuación.

En la Figura 5.8, la falla en el sensor de producción de gas metano hace que los observadores de la unidad de diagnóstico no estimen de manera correcta a las señales de los sensores. En el observador₁ existe una diferencia entre el estado estimado \hat{y}_3 y la señal del sensor y_3 y al parecer, la señal estimada \hat{y}_2 converge a la señal del sensor y_2 . El observador₂ utiliza la señal del sensor y_2 para estimar los estados, ya que la señal de concentración de sustrato no tiene falla, este observador es capaz de estimar las variables de estado del sistema como si no hubiera falla, por lo tanto, existe una diferencia entre \hat{y}_3 y y_3 . En las gráficas del observador₃ se aprecia que existen diferencias entre las señales medidas y las estimadas, como este observador es alimentado por la señal y_3 que es la que tiene falla, no hay una convergencia entre las señales medidas y las estimadas.

5. SISTEMA DE DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN MODELO

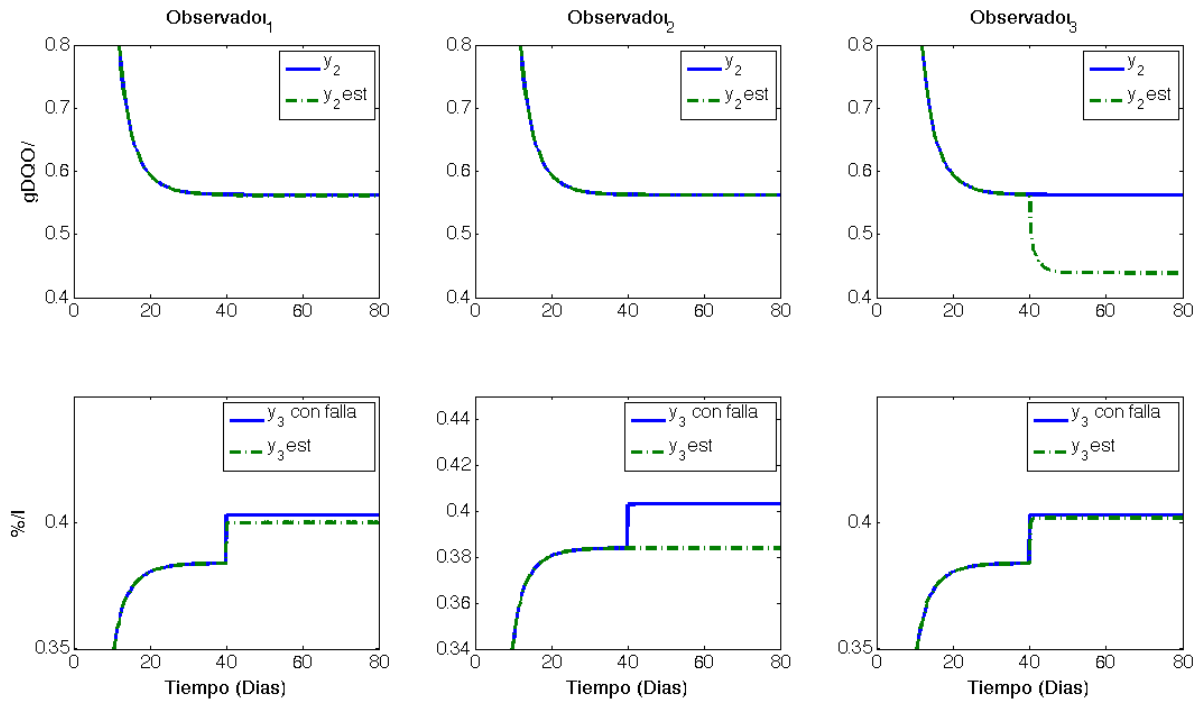


Figura 5.8: Sensores y señales estimadas del sistema.

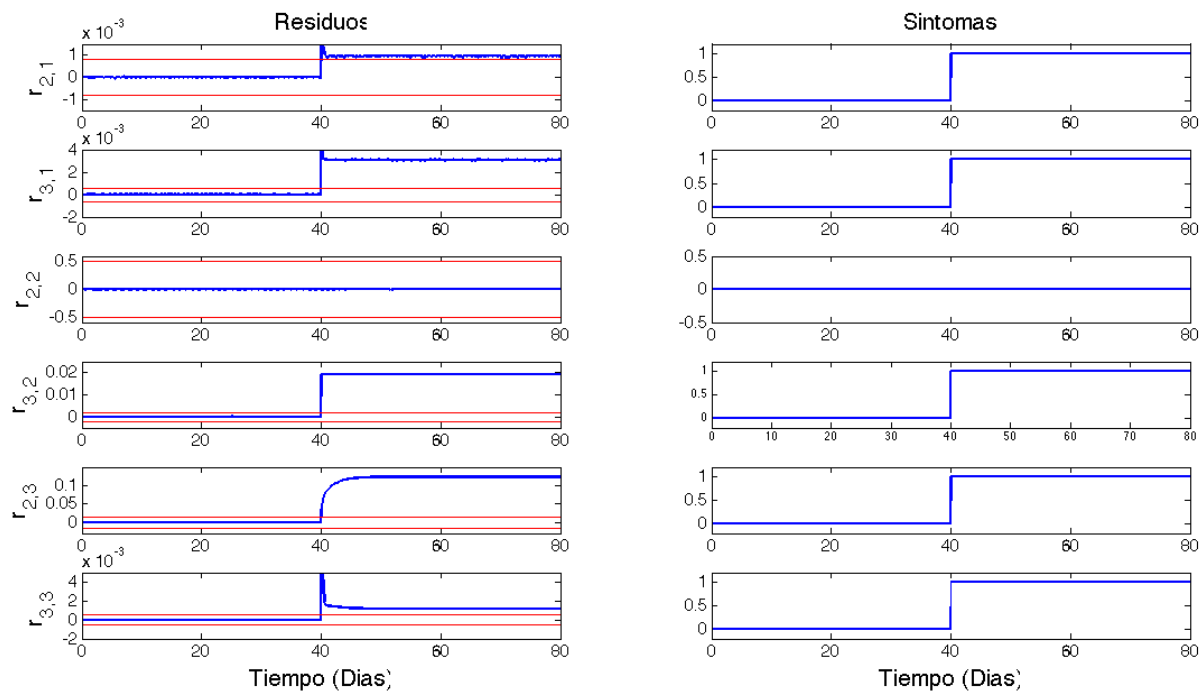


Figura 5.9: Residuos generados y síntomas.

Se comprobó que la falla del sensor de producción de gas metano altera al sistema causando diferencias entre las señales estimadas de la unidad de diagnóstico y las señales de los sensores. La información generada se utiliza para saber si existe algún cambio en el comportamiento en el sensor de concentración. Por lo tanto, los residuos obtenidos son evaluados por umbrales fijos para saber los síntomas del sistema. En la Figura 5.9 se muestra la evaluación de los residuos generados por la unidad de diagnóstico, y por consecuencia, se genera una combinación de síntomas que identifica la falla en el sensor de producción de metano.

Las simulaciones realizadas previamente proporcionan información para detectar y aislar la fallas en el sensor de concentración de sustrato y en el sensor de producción de gas metano. Nótese que los síntomas para cada falla son diferentes y cada combinación de síntomas es una firma para cada sensor del digester. La matriz de firmas es mostrada por la Tabla 5.3.

Tabla 5.3: Matriz de firmas para fallas en sensores.

Síntomas	$S_{2,1}$	$S_{3,1}$	$S_{2,2}$	$S_{3,2}$	$S_{2,3}$	$S_{3,3}$
Falla en sensor y_2	0	1	0	1	1	0
Falla en sensor y_3	1	1	0	1	1	1

Es importante recalcar que aún en presencia de perturbaciones, el banco de observadores difusos por modos deslizantes es capaz de localizar fallas en sensores para el digester anaerobio.

5.3. Conclusión

Se diseñó un esquema de diagnóstico de fallas en sensores para el digester anaerobio UASB, usando observadores difusos con entradas desconocidas por modos deslizantes y, a través de un banco de observadores tipo DOS, se logró la detección y localización de fallas en los sensores de concentración de materia orgánica en el efluente y en el sensor de concentración de metano producido.

La unidad de diagnóstico genera residuos, y su evaluación determina los síntomas que construyen una matriz de firmas de fallas única para cada componente. La evaluación se hace con umbrales fijos, este método es sencillo para evaluar residuos y lograr la detección y localización de fallas. Los resultados presentados prueban que el sistema de diagnóstico propuesto sea un método eficiente para realizar la tarea de detección y localización de fallas a través de la redundancia analítica.

5. SISTEMA DE DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN MODELO

Para poder detectar la magnitud de la falla se incorporó un filtro de desviación estándar el cual, al ocurrir una falla abrupta, genera un valor proporcional a la magnitud de la falla; por lo cual, se estableció un umbral acorde a la magnitud del 10 % de falla en el sensor y_2 y así, mandar una señal de activación a un mecanismo de reconfiguración.

Capítulo 6

Mecanismo de CTF, mediante reposición del elemento en falla

El control tolerante a fallas que se propone, se conforma por un controlador, una unidad de diagnóstico de fallas y un mecanismo de reconfiguración. El esquema de control tolerante a fallas que se propone será del tipo activo-pasivo, con este esquema se busca aprovechar las ventajas que nos otorga cada enfoque. Por lo tanto, el controlador tendrá características robustas ante perturbaciones en la concentración de sustrato en el afluente, y tendrá la propiedad de ser reconfigurado por medio de un mecanismo de reconfiguración que utilice la información otorgada por la unidad de diagnóstico de fallas.

El objetivo de control para algunas plantas de tratamiento de aguas residuales es regular la concentración de sustrato en el tanque, asegurando que en la salida del digester sea de menor concentración que la concentración del flujo de entrada.

Se utiliza una ley de control PI no lineal, que solamente se alimenta de la señal de concentración de sustrato y_2 . Con esta ley de control se podrá estabilizar la concentración de sustrato en el valor de set-point deseado. Además esta ley de control no requiere del conocimiento de la cinética del sistema; por lo tanto es robusto ante incertidumbres y parámetros cinéticos.

6.1. Diseño de un esquema de control tolerante a fallas basado en observadores difusos por modos deslizantes

El esquema de control tolerante a fallas que se propone para detectar fallas en los sensores del digester es mostrado en la Figura 6.1. Con este esquema se busca que el sistema de control

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

mantenga los objetivos de control a pesar de la aparición de una falla admitiendo una cierta degradación en sus prestaciones.

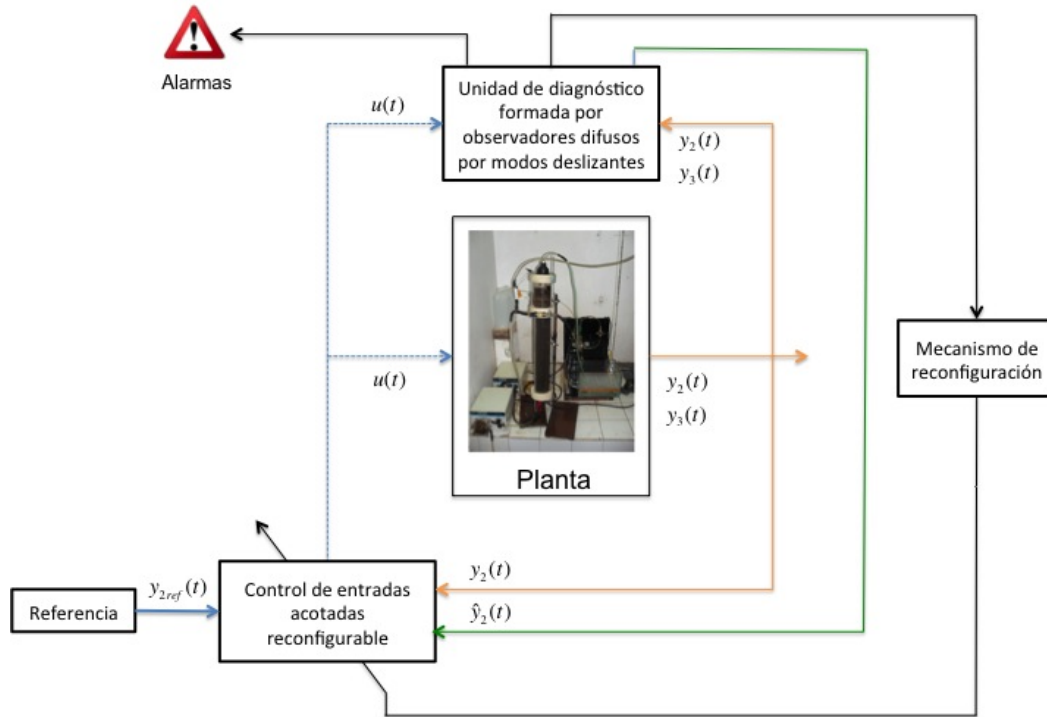


Figura 6.1: Esquema de control tolerante a fallas propuesto.

Este esquema contiene una unidad de diagnóstico de fallas, la cual es alimentada por la tasa de dilución D , la concentración de sustrato en el afluente sf y las señales de los sensores de concentración de sustrato en el efluente y el sensor de producción de metano y_2 , y_3 respectivamente. La unidad de detección y diagnóstico de fallas desarrollada en el capítulo anterior, es capaz de localizar las fallas de los dos sensores con los que cuenta el sistema, mandando alarmas al operador y al mecanismo de reconfiguración.

El mecanismo de reconfiguración dota de información a la unidad de control. Cuando la unidad de diagnóstico detecta una falla abrupta con magnitud considerable en el sensor y_2 , el mecanismo de reconfiguración cambia la señal y_2 , con la que es alimentado el controlador, por la señal estimada \hat{y}_2 y garantiza que el controlador continúe con su tarea de regulación del sistema. Es importante saber que al hacer el cambio de señales no cambian los objetivos de control de la unidad de control.

La unidad de control se compone por una ley de control PI no lineal. Una característica de este controlador, es que la señal de control es acotada. Como referencia cuenta con el valor de concentración de sustrato en el efluente deseado.

El esquema CTF propuesto, a través de redundancia analítica permite que el sensor con falla sea remplazado por el sensor virtual que esta diseñado para proveer la misma señal de referencia libre de fallas. De esta manera el controlador continúa la regulación del sistema en lazo cerrado.

6.2. Ley de control de entradas acotadas

El control utilizado es el que se propone en (Antonelli y Astolfi 2000), donde se utiliza una ley de control proporcional integral por realimentación de estado medido, para reactores biológicos no lineales. Para el diseño del controlador, se utilizará el modelo del digestor (3.12). El objetivo de control es regular la concentración de sustrato x_2 en el digestor asegurando que en la salida del efluente se haya digerido el sustrato necesario para una mejor producción de gas metano. Se propone una ley de control PI no lineal, que tendrá como entrada la variable medida del sistema x_2 , el cual podrá estabilizar la concentración de sustrato en el valor de referencia S_{sp} . Además la ley de control no requiere conocimiento del mecanismo cinético; por lo tanto es robusto ante incertidumbres de los parámetros cinéticos. Se observa que en la ecuación (3.12), la dinámica de x_3 no influye en la variable a controlar x_2 de forma directa actuando como un sistema independiente cuyas entradas son x_1 y x_2 . Por lo tanto, para esta sección, el modelo de digestión anaerobia se reescribe de la siguiente manera.

$$\dot{x}_1 = Y_1\mu(x_2)x_1 - K_d x_1 - aDx_1 \quad (6.1)$$

$$\dot{x}_2 = D(sf - x_2) - \mu(x_2)x_1 \quad (6.2)$$

En el estado estacionario del proceso donde $\frac{dx}{dt} = 0$, la tasa específica de crecimiento bacteriano $\mu(x_2)$ es igual a la tasa de dilución D . Este simple postulado es respetado siempre y cuando el proceso sea continuo (Batstone *et al.* 2002). Con este postulado, la variable auxiliar Z es obtenida de la ecuación diferencial que describe la concentración de sustrato en afluente x_2 que se encuentra en (6.2).

De (6.2) asumiendo que $\mu(x_2) = D$, se obtiene la variable auxiliar (6.3)

$$Z = sf - x_2 - x_1 \quad (6.3)$$

El sistema (6.1)-(6.2) se convierte a

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= -D(Z + Y_1x_1 - ax_1) + K_d x_1 \\ \dot{x}_2 &= [\mu(x_2) - D](x_2 - s_f) + \mu(x_2)Z\end{aligned}\tag{6.4}$$

Ahora se considera el sistema (6.4) para el análisis y diseño de la ley de control asumiendo que el estado medido es x_2 .

Las principales suposiciones hechas en (Antonelli y Astolfi 2000) son las siguientes.

(A1) Las variables de estado x_1 y x_2 son no negativas para todo $t \geq 0$, i.e.

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.\tag{6.5}$$

Consecuentemente la variable auxiliar Z es tal que

$$Z \leq s_f.\tag{6.6}$$

(A2) El set-point de la concentración de sustrato es tal que el correspondiente D_{sp} satisface la relación

$$D_{sp} < \max_{x_2} \mu(x_2).\tag{6.7}$$

Además, S_{sp} es el mas pequeño, en módulo, de la solución de la ecuación

$$D_{sp} = \mu(x_2)\tag{6.8}$$

y es tal que $S_{sp} < s_f \leq \tilde{x}_2$, donde \tilde{x}_2 es la solución más grande de la ecuación (6.8).

(A3) La entrada de control D toma valores dentro de un subconjunto cerrado no vacío en los ejes reales positivos, i.e.

$$D \in [\underline{D}, \overline{D}],\tag{6.9}$$

para algunos valores conocidos \underline{D} y \overline{D} tal que $0 < \underline{D} < \overline{D}$. Además $D_{sp} \in [\underline{D}, \overline{D}]$.

(A4) El coeficiente de rendimiento para la degradación de DQO y la máxima tasa de crecimiento bacteriano no son sensibles a cambios en las condiciones de operación y la alimentación de concentración de sustrato s_f es constante.

La siguiente proposición describe una ley de control de salida realimentada no lineal acotada robusta.

Proposición 6.1 (Antonelli y Astolfi 2000). Considerar el sistema descrito por las ecuaciones (6.4). Asumir que (A1), (A2), (A3) y (A4) se mantienen. Entonces, para alguna $\theta(0) \in (\underline{D}, \overline{D})$, la dinámica de la ley de control de salida realimentada

$$\begin{cases} D = \theta \\ \dot{\theta} = (x_2 - S_{sp})(\theta - \overline{D})(\theta - \underline{D}) \end{cases} \quad (6.10)$$

es tal que el sistema en lazo cerrado (6.4)-(6.10) es localmente estable y para alguna condición $(Z(0), x_2(0))$ en la región

$$\sigma = \{ (Z, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid Z + x_2 < s_f, 0 \leq x_2 < s_f \} \quad (6.11)$$

$\{Z(t), x_2(t)\}$ permanece en la esta región y converge asintóticamente a (Z_{sp}, S_{sp}) . Además la variable de control D permanece en el conjunto $[\underline{D}, \overline{D}]$ para todo $t \geq 0$.

La prueba de esta proposición se encuentra en (Antonelli y Astolfi 2000).

Este controlador forma parte del sistema CTF propuesto para el diagnóstico de fallas en el digestor UASB continuo. Las condiciones iniciales y los valores de los parámetros son los mismos de las Tablas 5.2 y 3.2 respectivamente. La referencia es igual a $y_{2ref} = 0.454 \text{ gDQO/L}$ y la concentración de sustrato en el afluente es de $s_f = 3 \text{ gDQO/L}$.

En la Figura 6.2 se muestra la señal del sensor y_2 la cual representa la concentración de sustrato. Se observa como el controlador mantiene la concentración de sustrato al set-point establecido. La acción de control proveniente del controlador no rebasa las cotas establecidas que son $\overline{D} = 1$ y $\underline{D} = 0.1$.

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

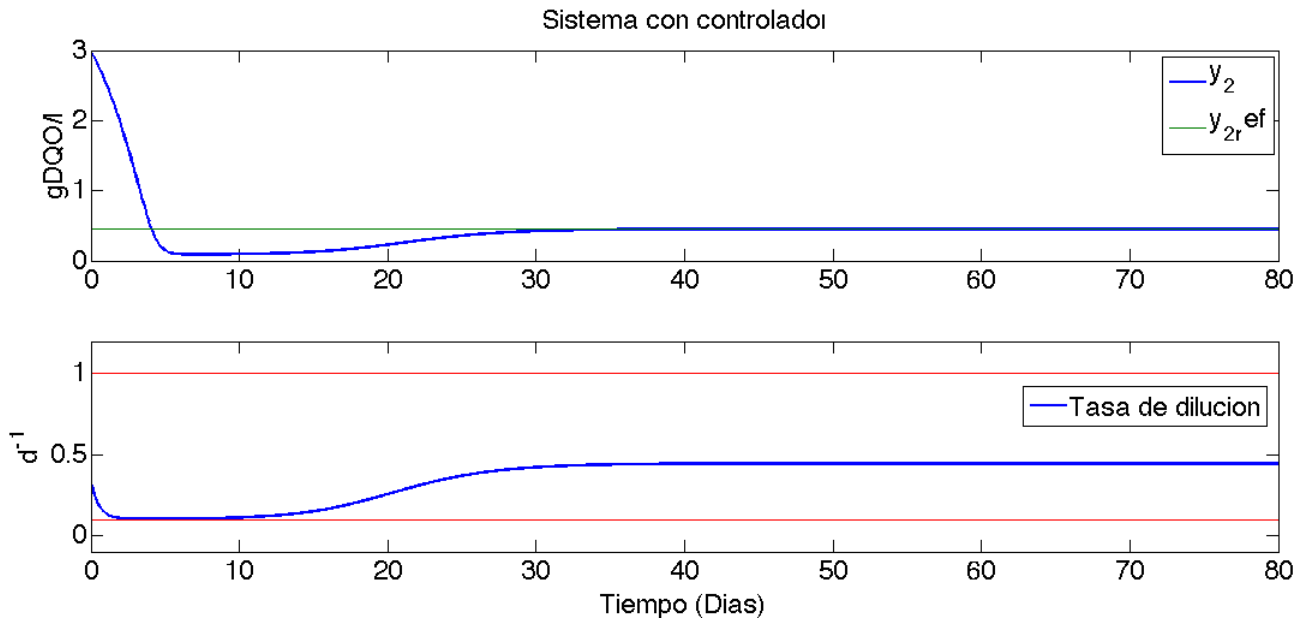


Figura 6.2: Sistema con controlador, sin perturbación en la concentración de sustrato en el afluente.

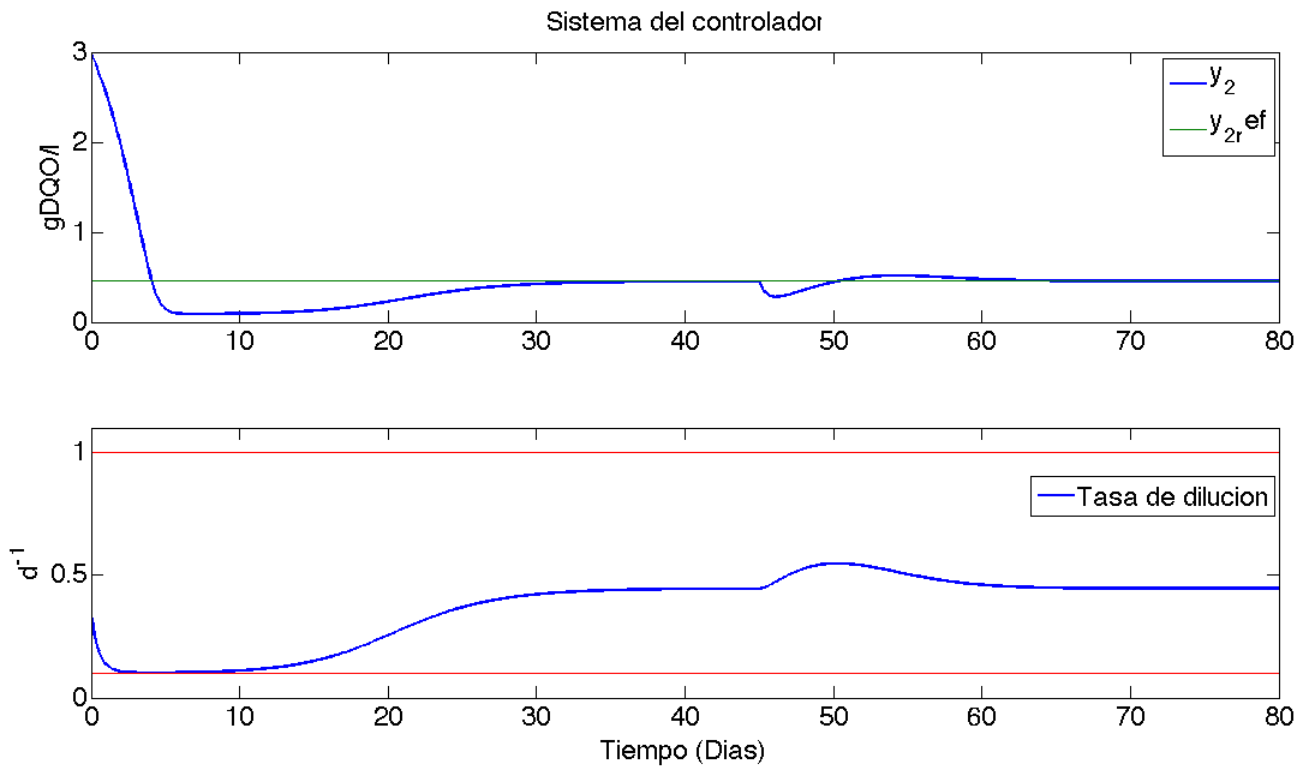


Figura 6.3: Sistema con controlador, con perturbación en la concentración de sustrato en el afluente.

6.3 Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digester anaerobio

En la Figura 6.3 se provoca una perturbación en la alimentación de la concentración de sustrato en el afluente con un cambio de 3 gDQO/L a 2 gDQO/L en $t \geq 45$. Se observa que la trayectoria de la señal y_2 converge rápidamente al set-point deseado. Por último se muestra la acción de control necesaria para mantener a $y_{2ref} = 0.454 \text{ gDQO/L}$. Por lo tanto, este controlador es insensible a perturbaciones en sf .

6.3. Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digester anaerobio

La unidad de diagnóstico del esquema de control tolerante a fallas es capaz de detectar y aislar fallas de los sensores del digester. Cuando existe una falla en algún sensor, la unidad de diagnóstico genera alarmas que servirán para la toma de decisión del esquema de CTF. La variable controlada del proceso es la concentración de sustrato en el efluente el cual basándonos en (Sibaja Martínez 2011, Rodríguez Jarquin 2011) se mantiene en una referencia de $y_{2ref} = 0.454 \text{ gDQO/l}$ con una alimentación de sustrato en el afluente de $sf = 3 \text{ gDQO/l}$; esta referencia es obtenida de pruebas experimentales, para obtener mayor cantidad de metano producido del proceso digestión anaerobia.

La unidad de control es capaz de controlar la variable de concentración de sustrato en el afluente a pesar de perturbaciones de la concentración de sustrato en el afluente, por lo que, esta característica del controlador se le denomina control tolerante a fallas pasiva gracias a que se diseña una ley de control que permite alcanzar sus objetivos tanto en situación de funcionamiento normal como en falla en actuador. Por otro lado, el control tolerante activo consiste en el diagnóstico en línea de la falla, es decir, en determinar el componente con falla, el tipo de falla, su tamaño e instante de aparición y, a partir de dicha información activar el mecanismo de reconfiguración de la unidad de control intercambiando la señal del sensor con falla y_2 por la señal de un sensor virtual \hat{y}_2 . Cuando sucede una falla en el sensor de la variable controlada, se manda un error incorrecto al controlador y por lo tanto alterará al sistema, teniendo como consecuencia una producción de metano no óptimo.

Con base a los resultados experimentales del departamento de ambiental del Instituto Tecnológico de Orizaba y en (Rodríguez Jarquin 2011), en condiciones normales el digester anaerobio produce una cantidad de metano de $0.34 < \text{CH}_4 < 0.38 \text{ l/d}$. Al ser un prototipo de laboratorio, las condiciones de pH, temperatura, concentración de sustrato en el afluente y nivel son controlados. El nivel de pH debe de ser neutro porque en este ambiente los microorganismos pueden

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

reproducirse fácilmente, la temperatura al ser bacterias mesofílicas se mantiene en un rango de $20^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C}$ (Batstone *et al.* 2002).

A continuación se presentarán algunas simulaciones para observar como se comporta el sistema con el esquema CTF propuesto ante fallas del 5% y del 10% en el sensor de la variable controlada. Posteriormente se presentará el caso de reconfiguración en el controlador propuesto.

- *Simulación 6.3.1.- funcionamiento del esquema CTF en condiciones normales.*

En la Figura 6.4, se aprecia como el control hace que la variable controlada alcance su referencia. La señal de control no sobrepasa las cotas establecidas y la producción de metano se encuentra en el intervalo de producción óptima. Con estas características, se dice que el sistema se encuentra en condiciones normales.

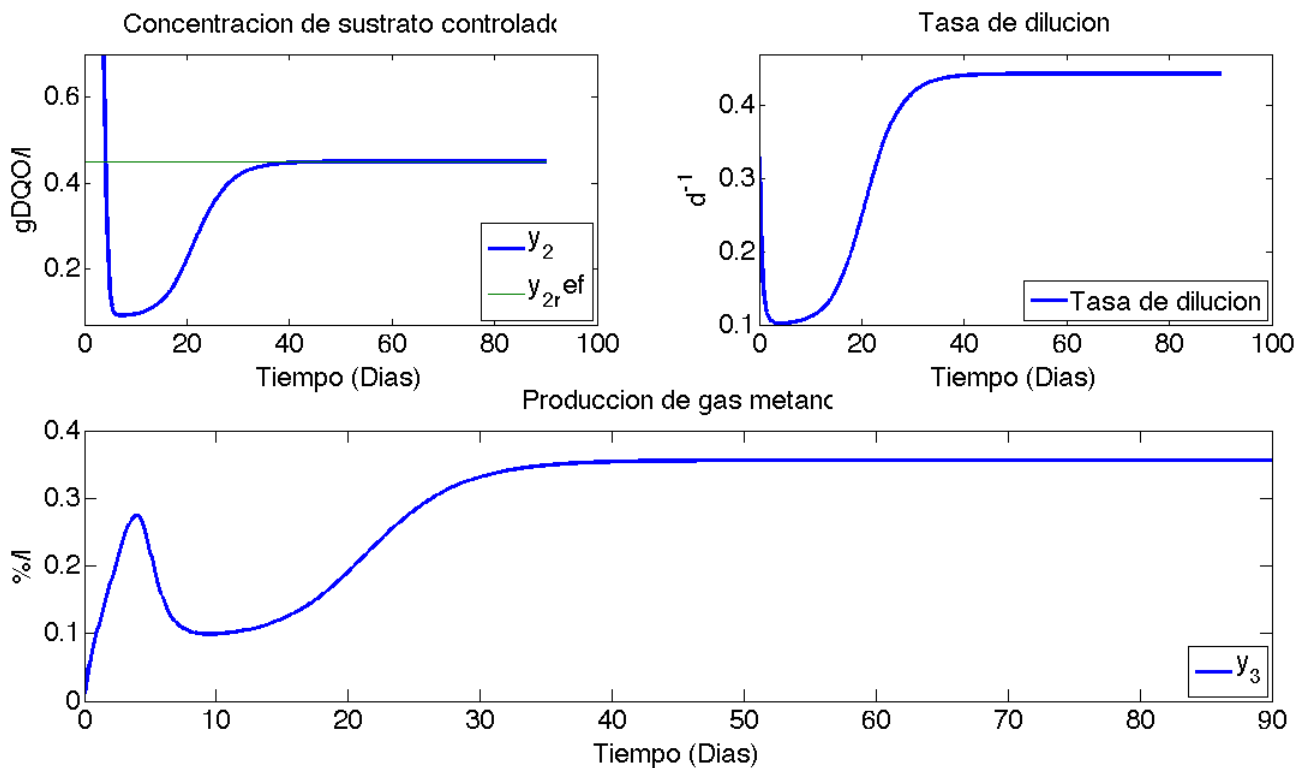


Figura 6.4: Funcionamiento del sistema en condiciones normales.

- *Simulación 6.3.2.- falla abrupta aditiva del 5% en $t \geq 45$ en el sensor de concentración de sustrato en el efluente.*

El objetivo de esta simulación es demostrar que el sistema pueda producir una cantidad de metano de $0.34 < \text{CH}_4 < 0.38 \text{ l/d}$ a pesar de la falla en el sensor de concentración de metano. Si el sistema

6.3 Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digestor anaerobio

es capaz de proporcionar esa cantidad de metano, la falla será tolerable. A pesar de esto, se presentará una alarma advirtiendo al supervisor que existe una falla en el sensor de concentración sin hacer la tarea de reconfiguración.

En la Figura 6.5 se muestra el comportamiento del sistema ante falla del 5% del sensor de concentración. En la señal del sensor y_2 se observa una perturbación en $45 \leq t \leq 53$ con un valor máximo de 0.4716 gDQO/l . Igual se muestra que la tasa de dilución disminuye de 0.4425 d^{-1} a 0.42 d^{-1} , físicamente esta acción de control hace que la bomba disminuya el flujo de entrada de aguas residuales y por consecuencia disminuya la producción de gas metano de 0.355 l/d a 0.3488 l/d . Por lo tanto la producción de metano aún se encuentra en el intervalo de metano en condición normal.

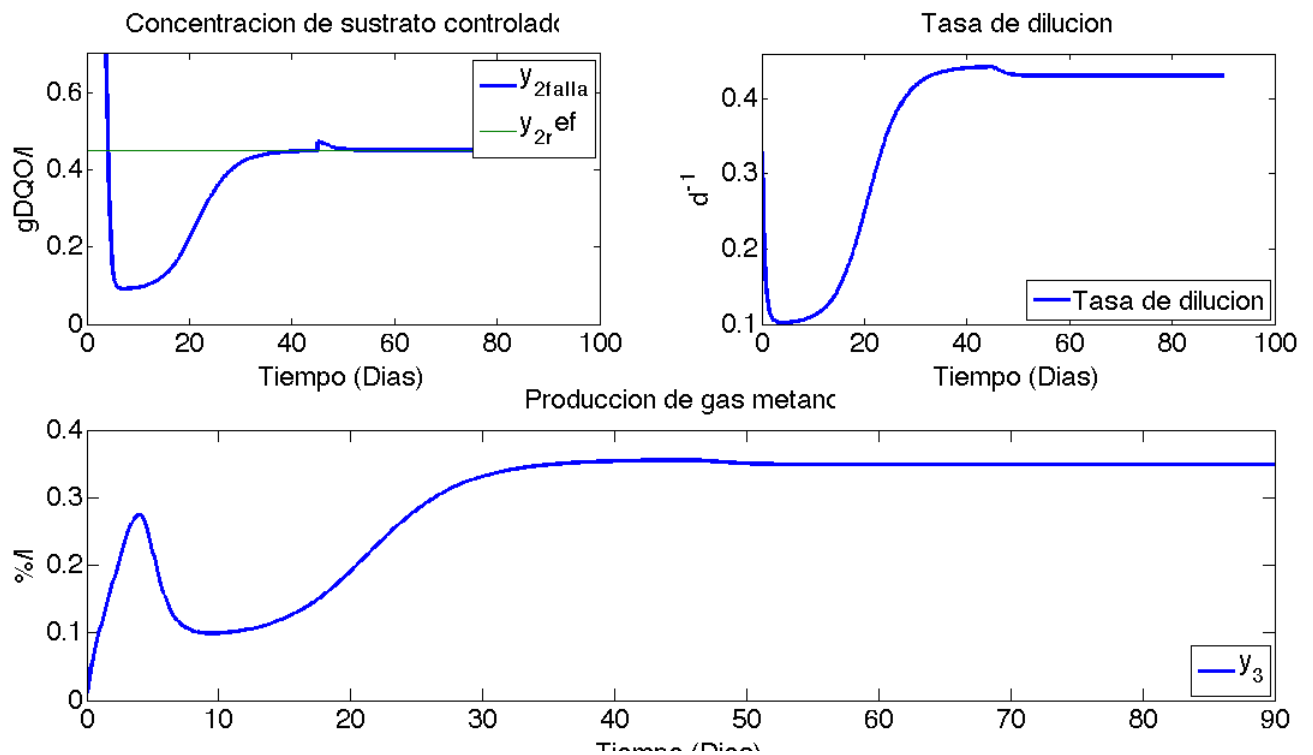


Figura 6.5: Comportamiento del digestor con falla del 5% en y_2 .

- *Simulación 6.3.3.- falla abrupta aditiva del 10% en $t \geq 45$ en el sensor de concentración de sustrato en el efluente.*

La Figura 6.6 refleja el comportamiento del sistema con falla del 10% en el sensor de la variable controlada. La señal del sensor y_2 mantiene una perturbación $45 \leq t \leq 66$ con un valor máximo de 0.495 gDQO/L . La acción de control disminuye de 0.4425 d^{-1} a 0.419 d^{-1} haciendo que el flujo

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

de aguas residuales que ingresa al digester disminuya en mayor proporción comparándolo con la simulación anterior. Como resultado final, la producción de metano es de 0.3314 l/d y esta cantidad se encuentra fuera del intervalo de la producción de metano en condiciones normales.

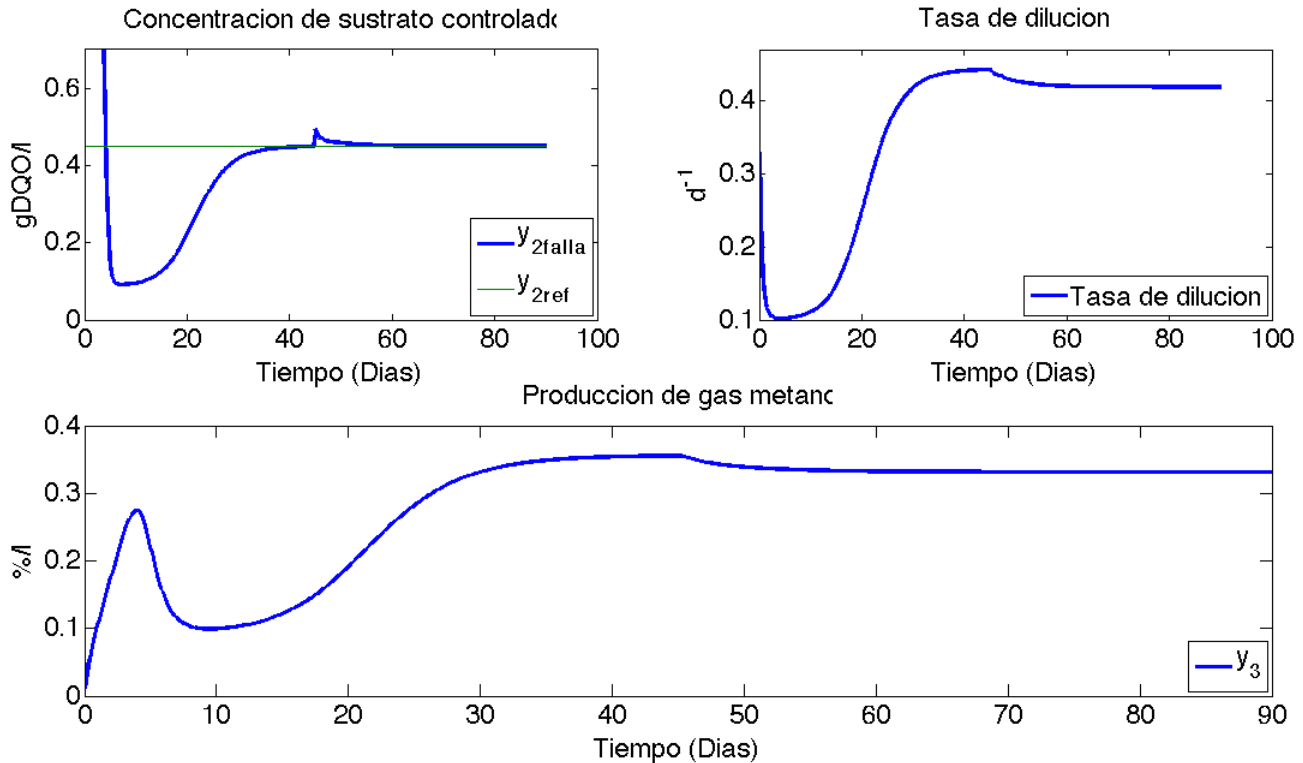


Figura 6.6: Comportamiento del digester con falla del 10 % en y_2 .

Con este último resultado, se ha decidido que la tarea de reconfiguración se haga cuando la unidad de diagnóstico detecte una falla del 10 % en el sensor de concentración de sustrato, ya que la producción de metano se sale del intervalo de metano producido en condiciones normales.

Basándonos en este criterio, se mostrará la reconfiguración del control tolerante a fallas. El mecanismo de reconfiguración contiene dos señales las cuales son y_2 y \hat{y}_2 , que corresponden a la señal del sensor de concentración de sustrato y la señal estimada proveniente de la unidad de diagnóstico, respectivamente. Dependiendo del estado del sistema se seleccionará la señal correcta para mantener los objetivos de control a pesar de la aparición de una falla. La señal \hat{y}_2 proviene del observador₃, ya que este se alimenta únicamente de la señal del sensor y_3 , y por lo tanto, la estimación de los estados del sistema será de mayor confianza.

- *Simulación 6.3.4.- reconfiguración del controlador con falla abrupta aditiva del 10 % en $t \geq 45$.*

6.3 Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digestor anaerobio

Esta simulación representa la tarea del control tolerante a fallas activo que es resuelto mediante reconfiguración, cambiando entradas del controlador sin reajustar la ley de control propuesta. A continuación se describirán las gráficas de la Figura 6.7, y el resultado obtenido.

En la gráfica 6.7 a) se aprecia la señal que entra al controlador, en el tiempo $0 \leq t < 45$ la señal que alimenta el controlador es la señal del sensor y_2 ya que no existe alguna falla que pueda alterar al sistema. Del tiempo $45 \leq t \leq 90$ se observa que existe una perturbación en un intervalo de tiempo muy corto, alcanza un valor máximo de 0.4941 gDQO/L y vuelve a alcanzar a y_{2ref} ; aquí es donde la señal del sensor y_2 se cambia a \hat{y}_2 gracias al mecanismo de reconfiguración. En la gráfica 6.7 b) se muestra la acción de control en la tasa de dilución, se nota que el control no hace algún cambio significativo que modifique el comportamiento del sistema. En la gráfica 6.7 c) muestra la señal del sensor y_2 y la señal del sensor virtual \hat{y}_2 , se aprecia que la señal del sensor tiene un cambio en el valor que es consecuencia de la falla, y la señal del sensor virtual la cual representa a la señal de la variable controlada sin falla. Por último, en la gráfica d) se aprecia que la señal del sensor de producción de metano se encuentra dentro del intervalo de producción de metano en condición normal.

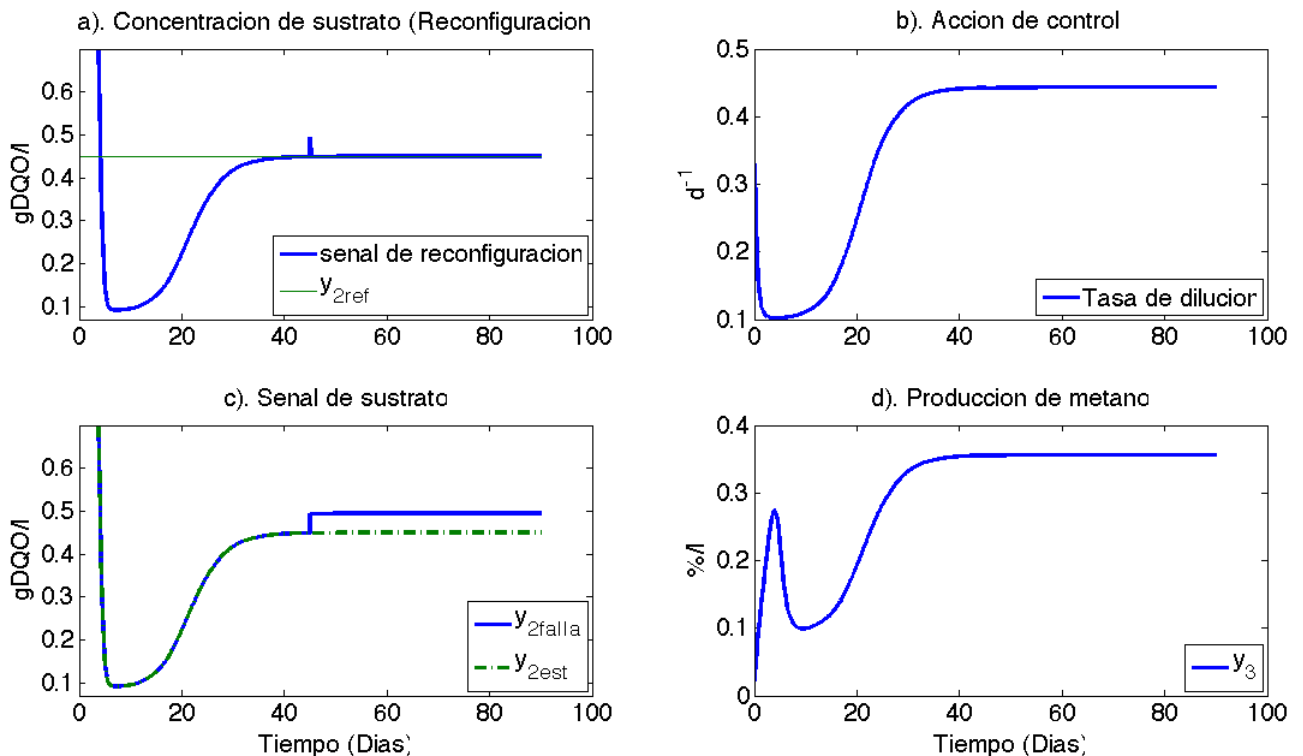


Figura 6.7: Reconfiguración del controlador al detectar una falla aditiva del 10% en el sensor y_2 .

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

En la práctica, con frecuencia se considera ruido de medición en la salida (mediciones con ruido) (Dochain *et al.* 2010). Por otra parte, en este tipo de bioprocesos, la cinética biológica en los modelos de balance de masa no es precisamente conocido (Alvarado Lassman 2004, Dimitrova y Krastanov 2006). Por lo tanto, se enfrenta a un problema llamado incertidumbre de modelo.

Los observadores propuestos son robustos ante incertidumbres del modelo que puedan existir en el proceso, asumiendo que las incertidumbres son acotadas tal como se muestra en la ecuación (4.2). Las siguientes simulaciones muestra el grado de robustez del sistema tolerante a fallas, ante los escenarios de ruido en sensores e incertidumbres del modelado, específicamente en la tasa de crecimiento bacteriano.

- *Simulación 6.3.5: Funcionamiento del esquema CTF con incertidumbre de modelado sin ninguna perturbación.*

Esta simulación tiene como objetivo el probar el desempeño del sistema tolerante a fallas con incertidumbre de modelado, sin considerar ruido en las mediciones. La incertidumbre de modelo propuesto para esta simulación es

$$\Delta A_i = \varsigma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad i = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad (6.12)$$

donde $\varsigma = 0.1$. En la Figura 6.8 se comparan los estados medidos contra los estimados. Puede apreciarse una convergencia de los estados estimados con los medidos, a pesar que la dinámica del digestor sea distinta. Se observa en las gráficas que el controlador mantiene la referencia $y_{2ref} = 0.454 \text{ gDQO/L}$, que es la referencia ideal para una eficiente producción de gas metano. En este caso no se modifican las ganancias de los observadores.

Los residuos generados por la unidad de diagnóstico se muestran en la Figura 6.9. A pesar que exista una incertidumbre de modelado, los residuos se mantienen dentro de la banda que forman los umbrales, y por consecuencia, la información que proporciona la unidad de diagnóstico es que no existe alguna falla en los componentes de medición del proceso.

6.3 Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digester anaerobio

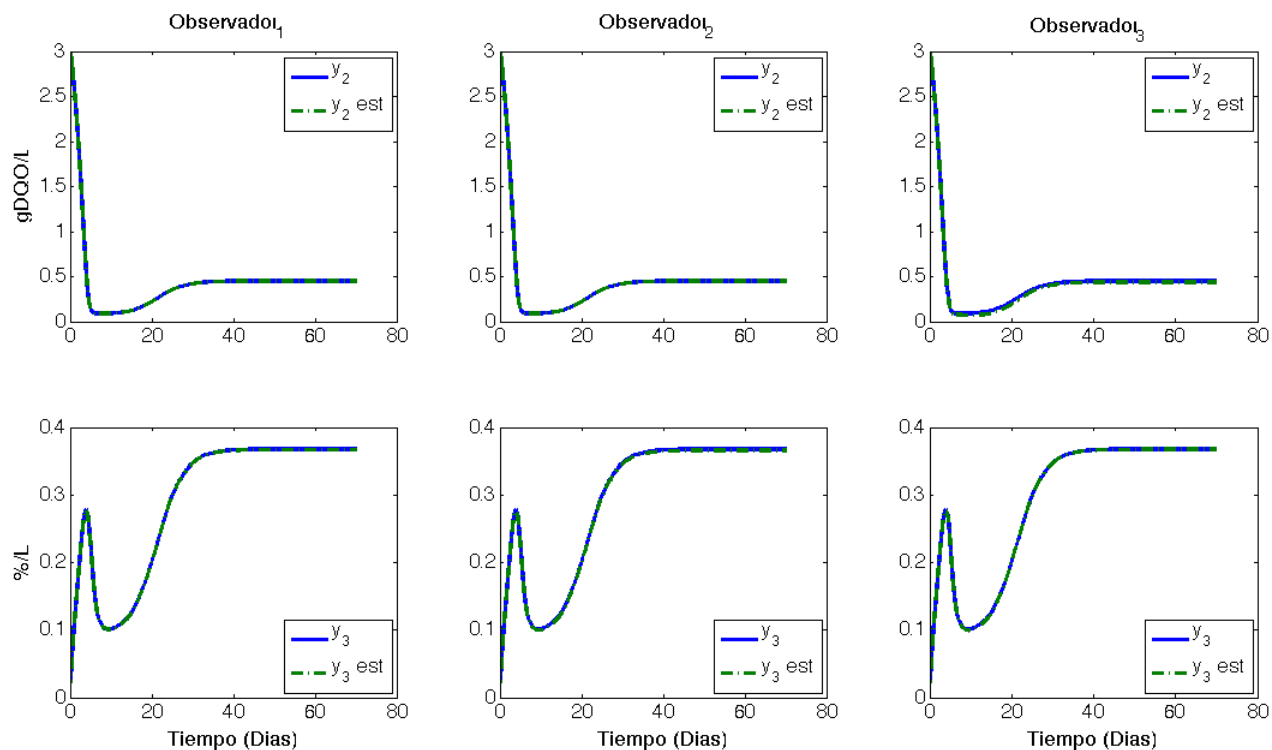


Figura 6.8: Estados estimados por la unidad DDF.

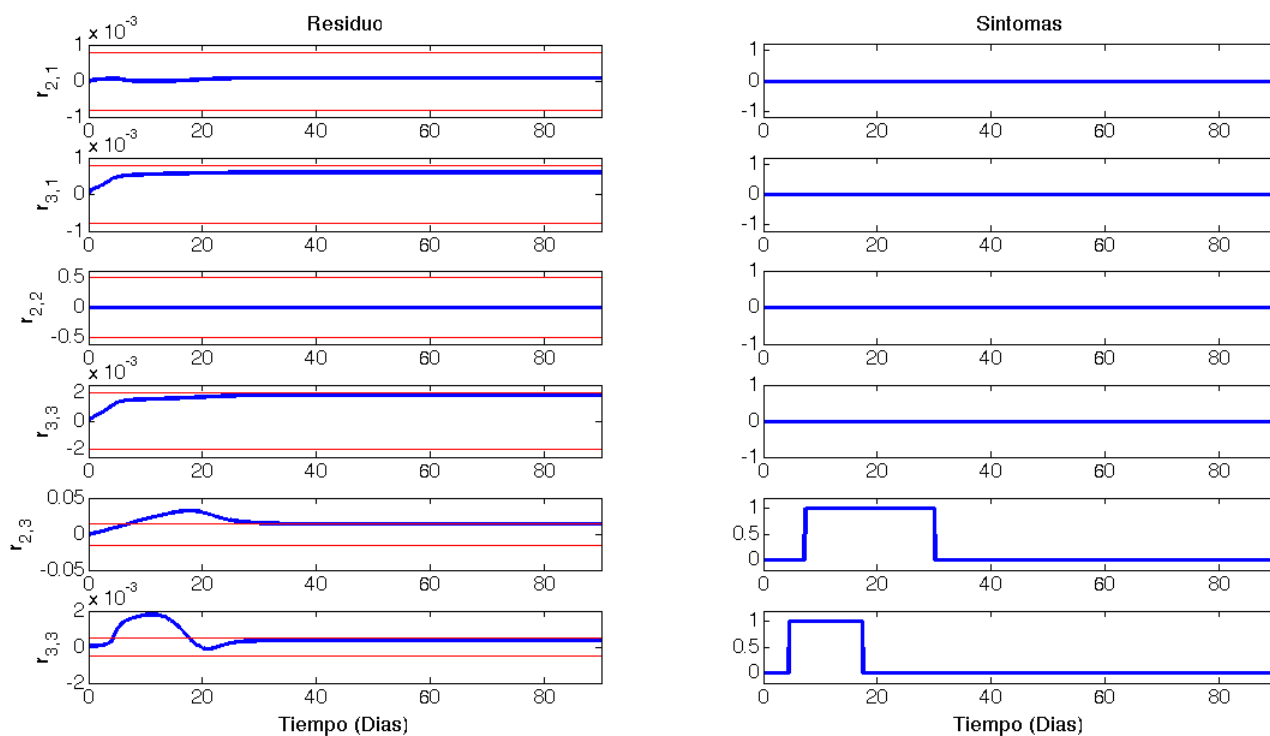


Figura 6.9: Residuos generados y síntomas del proceso.

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

- *Simulación 6.3.6: Funcionamiento del esquema CTF con incertidumbre de modelado, con falla abrupta aditiva del 10 % en $t \geq 40$ en el sensor de producción de metano.*

Se repite la falla de la simulación 5.2.3.3 en el sensor y_3 evaluando el desempeño del esquema CTF. Se contempla la incertidumbre de modelo de la simulación 6.3.5. El comportamiento del sistema se presenta a continuación. En la Figura 6.10 la falla en el sensor de producción de gas metano hace que los observadores de la unidad de diagnóstico no estimen de manera correcta a las señales de los sensores. El observador₂ utiliza la señal del sensor y_2 para estimar los estados, ya que la señal de concentración de sustrato no tiene falla, la señal estimada \hat{y}_2 converge con la señal de medición y_2 , por lo tanto, existe una diferencia entre \hat{y}_3 y y_3 . En las gráficas del observador₃ se aprecia que existen diferencias entre las señales medidas y las estimadas, como este observador es alimentado por la señal y_3 que es la que tiene falla, no hay una convergencia entre la señal medida y_2 y la señal estimada \hat{y}_2 . En este caso no se modifican las ganancias de los observadores.

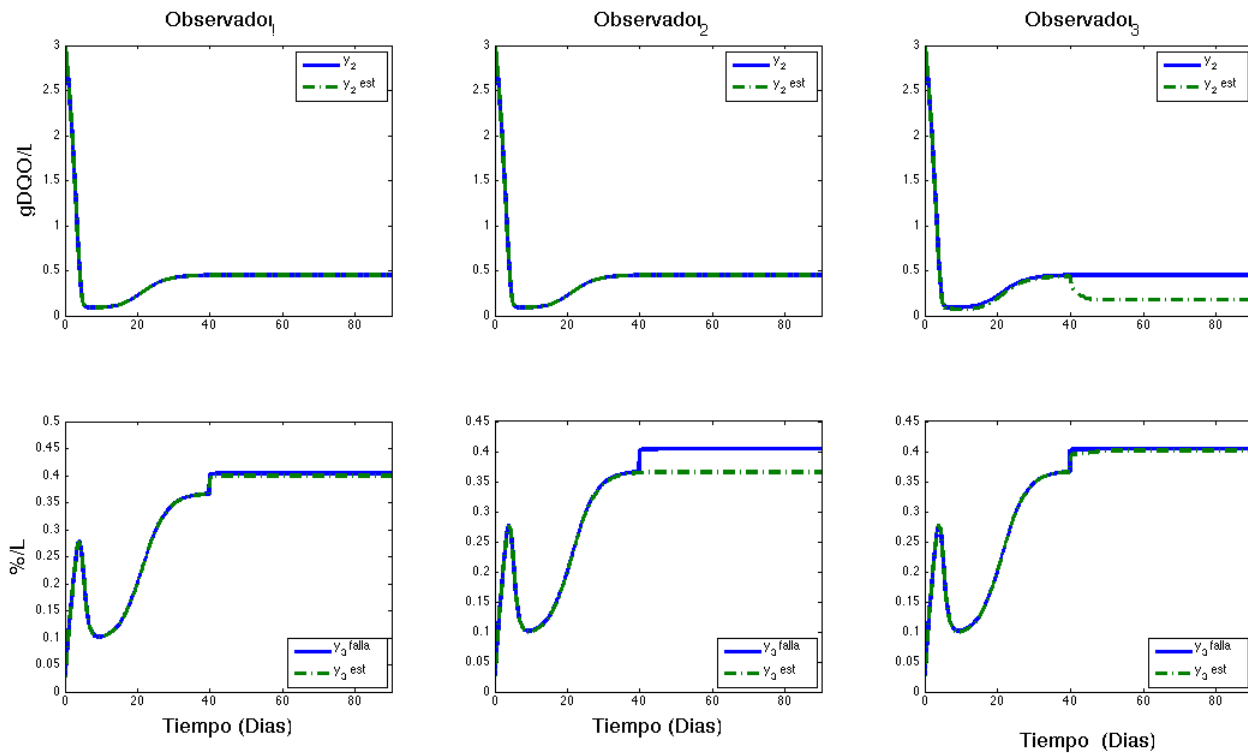


Figura 6.10: Señales medidas y señales estimadas con fallas en el sensor y_3 .

Los residuos y síntomas generados para esta simulación se ilustran en la Figura 6.11. Como ya se ha mencionado, los síntomas producidos por la unidad de diagnóstico dan a conocer el estado

6.3 Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digestor anaerobio

del sistema y, basándose en la matriz de firmas de la Tabla 5.3, nos indica que existe una falla en el sensor de producción de metano.

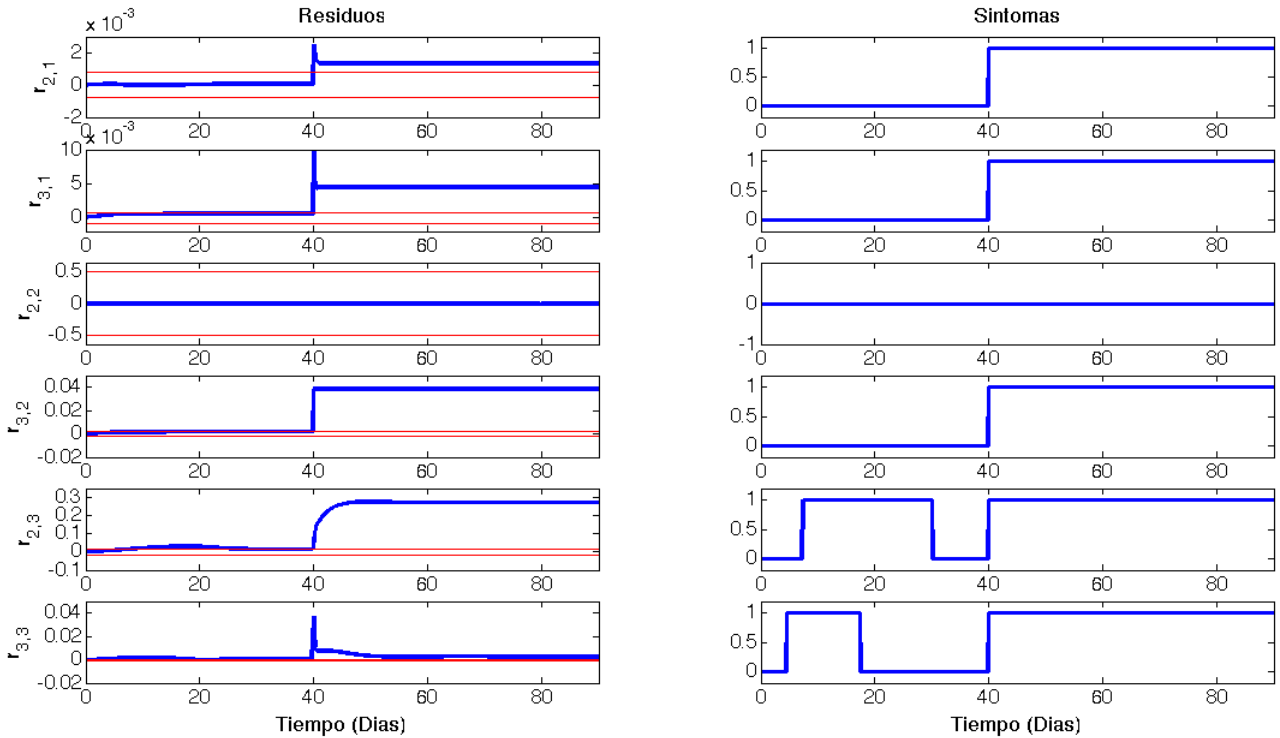


Figura 6.11: Residuos generados y síntomas del sistema.

- *Simulación 6.3.7: Funcionamiento del esquema CTF con ruido de medición.*

Ahora se mostrará el comportamiento del esquema CTF, añadiendo error de medición en ambos sensores y_2 y y_3 . Se agrega un ruido blanco Gaussiano con varianza de 0.01 ilustrado en la Figura 6.12 que afecta la medición de las salidas del sistema. En este caso no se modifican las ganancias de los observadores.

Es importante saber como reacciona la unidad de diagnóstico en un ambiente con ruido. En la Figura 6.13 se ilustran los residuos generados y los síntomas proporcionados por la unidad de diagnóstico. Como el ruido inducido a los sensores no es de una magnitud considerable, se puede apreciar que los errores de estimación de cada uno de los observadores no rebasan a los umbrales establecidos. Por lo tanto, el sistema sigue funcionando tal como se ha diseñado. El *chattering* ocasionado por el ruido resulta tolerable cuando se trata de los estados estimados.

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

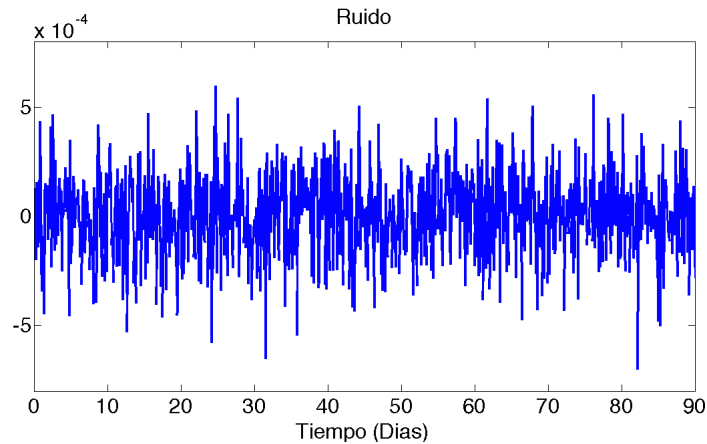


Figura 6.12: Ruido agregado a los sensores.

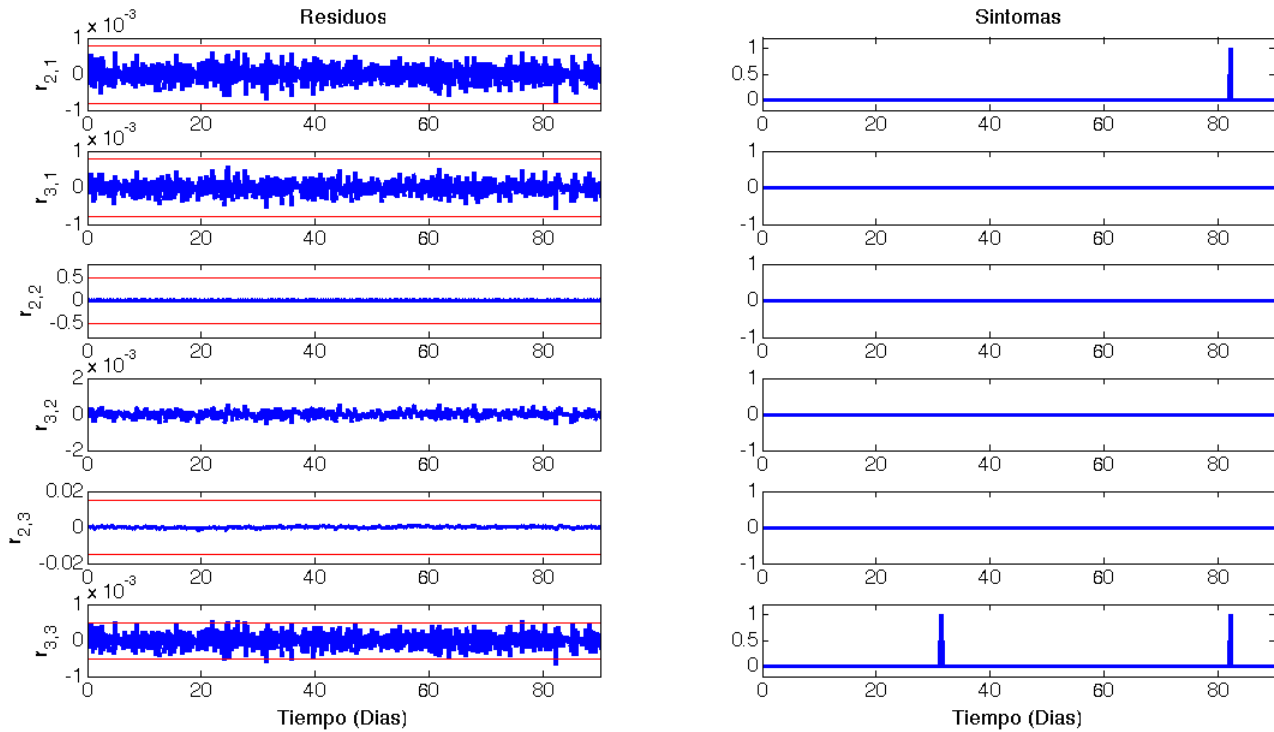


Figura 6.13: Residuos y síntomas generados en un ambiente con ruido.

Por otra parte, si se considera un ambiente con más ruido aumentando la amplitud del mismo, se comenzará a tener problemas con la evaluación de los residuos generados con la unidad de diagnóstico dando información errónea a la unidad de control. El ruido añadido y los síntomas generados por el sistema tolerante a fallas se muestran en las Figuras 6.14 y 6.15 respectivamente.

6.3 Prueba del esquema de control tolerante a fallas en el digestor anaerobio

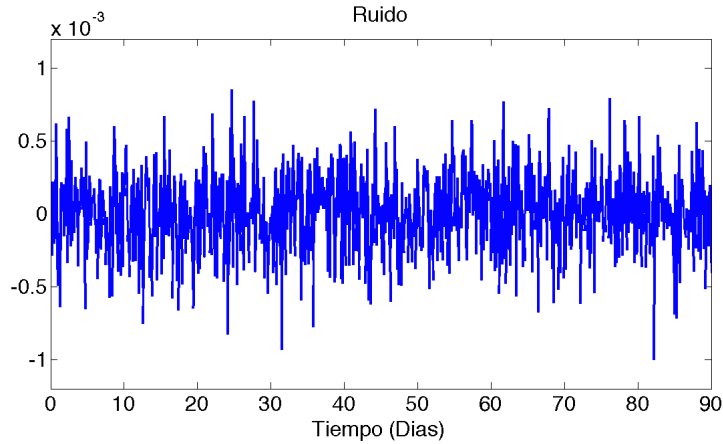


Figura 6.14: Ruido añadido a las salidas del sistema.

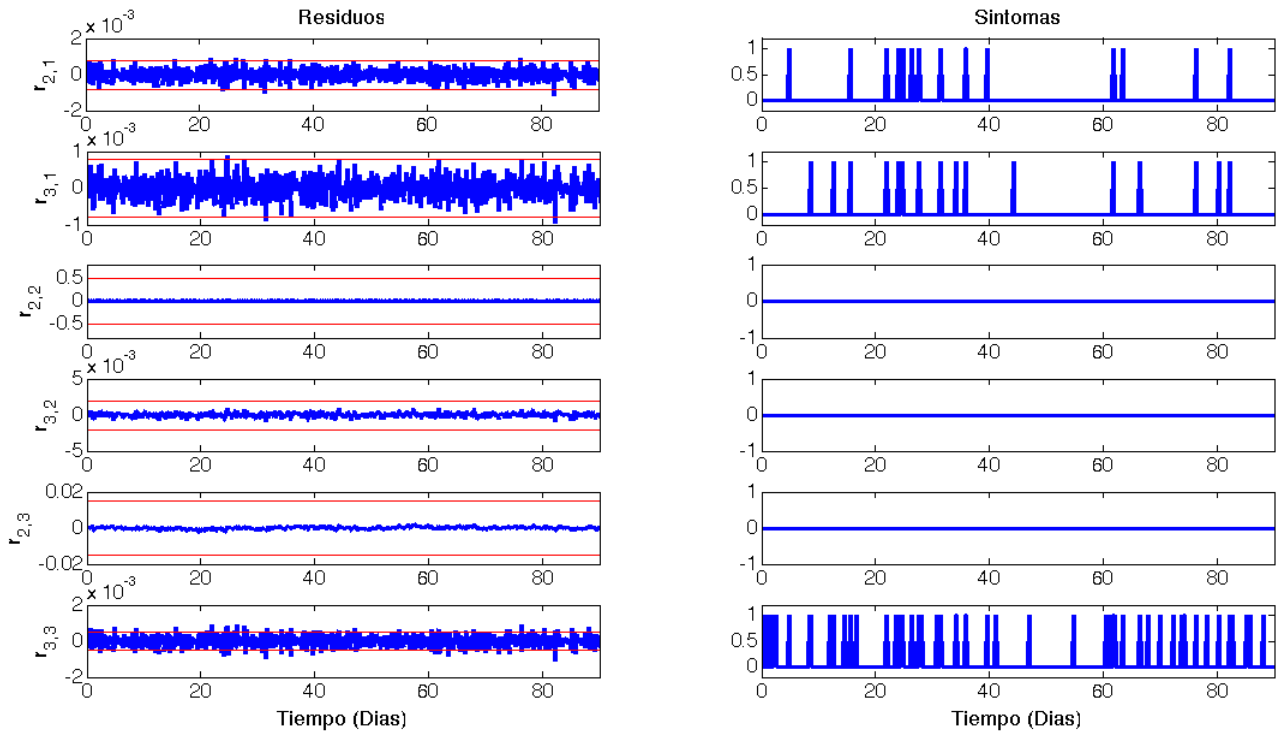


Figura 6.15: Residuos y síntomas generados en un ambiente ruidoso.

Al añadir ruido al sistema afecta a la unidad de diagnóstico en varias cuestiones. En la Figura 6.15 se muestra como los residuos o errores de estimación rebasan a los umbrales establecidos, teniendo como consecuencia una incorrecta interpretación del estado del sistema. Por lo tanto en ambientes ruidosos se debe de escoger otras estrategias de evaluación de residuos para no generar

6. MECANISMO DE CTF, MEDIANTE REPOSICIÓN DEL ELEMENTO EN FALLA

falsas detecciones. En (Jin *et al.* 2011) se propone un filtro por modos deslizantes que mitiga el ruido impulsivo y el ruido de alta frecuencia disminuyendo el retraso típico en los filtros. Y en (Jiménez González 2013) haciendo uso de un filtro de media móvil, fue posible mejorar el desempeño del observador no lineal por modos deslizantes empleado, logrando una reconstrucción aceptable en la reconstrucción de fallas en sensores. Estos problemas de implementación, tendrán que ser abordados para procurar que el sistema de detección y diagnóstico de fallas de este trabajo de tesis no de información errónea a la unidad de control, ocasionando una una pérdida total del producto o evitar daños a infraestructura o medio ambiente.

6.4. Conclusión

En esta parte de la tesis se propuso un esquema de control tolerante a fallas el cual está constituido principalmente por una unidad de diagnóstico y una unidad de control. La unidad de diagnóstico esta conformada por un banco de observadores difusos por modos deslizantes que fueron diseñados en el capítulo 5, con este banco de observadores se generan residuos y después de evaluarlos, permiten la detección y localización de fallas en los sensores del digester anaerobio.

Con las simulaciones presentadas, se concluye que la falla en el sensor de concentración de sustrato en el efluente afecta el sistema de lazo cerrado de control, haciendo que la producción de metano se altere y salga del intervalo de metano producido en condiciones normales. Por lo tanto, para resolver este problema, se propuso que el esquema de CTF sea activo utilizando la tarea de reconfiguración. Esta reconfiguración conmuta la señal con falla del sensor de concentración por la señal de un sensor virtual libre de fallas.

El mecanismo de reconfiguración utiliza la información de la unidad de diagnóstico antes diseñada. Cuando existe una falla del 10% en el sensor y_2 , que es el sensor que proporciona la señal de referencia para el controlador, la unidad de detección y localización de fallas genera una señal de activación al mecanismo de reconfiguración para que el esquema CTF conmute la señal de referencia de la salida real del sistema a la salida que proporciona un sensor virtual, previamente diseñado para estimar las variables de estado del sistema en condiciones normales de operación. Con esto, se asegura que el controlador siga regulando la entrada evitando su saturación.

Capítulo 7

Conclusiones generales

Se diseñó y desarrollo un sistema de control tolerante a fallas con una unidad de diagnóstico formada por observadores difusos por modos deslizantes, y una unidad de control robusto a perturbaciones en la concentración de sustrato en el afluente. El diseño del control tolerante a fallas propuesto en este trabajo fue lograda por las siguientes actividades: obtención del sistema LPV TS, diseño de observadores difusos por modos deslizantes, diseño de un sistema de detección y diagnóstico de fallas para sensores del digester y un sistema de control tolerante a fallas que cierre el lazo con el fin de mantener un desempeño adecuado en la producción de metano.

El sistema LPV TS obtenido se conforma por ocho modelos locales lineales, obtenidos por las variables de programación identificadas en el sistema las cuales son la tasa de crecimiento bacteriano, la tasa de dilución y la concentración de biomasa anaerobia. Se comparó el modelo no lineal con el sistema LPV TS y se obtuvo un error cuadrático medio del orden de 10^{-33} , con esto se refleja la gran aproximación del sistema LPV TS con el modelo no lineal.

El observador propuesto es denominado observador difuso con entradas desconocidas por modos deslizantes basado en el modelo LPV TS obtenido. Este tipo de observadores contiene términos deslizantes permitiendo compensar las incertidumbres del modelo y las entradas desconocidas. Se hicieron varias simulaciones provocando fallas aditivas en la concentración de sustrato en el afluente, y este observador mostró buenos resultados ante estas fallas.

Se diseñó la unidad de diagnóstico de fallas para detectar y aislar las fallas en sensores utilizando los observadores difusos por modos deslizantes. Se generaron residuos con un banco de observares con la estructura DOS y se evaluaron para obtener los síntomas del sistema. Estos síntomas sirvieron para formar matrices de firmas las cuales nos indicarán la existencia de una falla en el sensor de concentración de sustrato en el afluente, o en el sensor de producción de metano. Para saber la magnitud de la falla en los sensores se diseño un filtro de desviación estándar el cual

7. CONCLUSIONES GENERALES

detecta rápidamente este tipo de fallas y así mandar una señal de activación al mecanismo de reconfiguración.

En cuanto al control tolerante a fallas, se compone de un mecanismo de reconfiguración y de un controlador para regular la variable de concentración de sustrato y así obtener la mejor producción de metano posible. Cuando se produce una falla en el sensor y_2 , el cual proporciona la señal de referencia al controlador, la unidad de diagnóstico genera una alarma que activa la conmutación de la salida real del sistema, a la salida que proporciona el sensor virtual que se encuentra diseñado en la unidad de diagnóstico. Esta nueva señal garantiza que el controlador siga regulando la entrada del sistema.

7.1. Logros

Se realizaron dos estancias de investigación, tanto nacional e internacional, ayudando a alcanzar los objetivos planteados en este trabajo de tesis. La primera estancia se realizó en el Departamento de Investigación del Instituto Tecnológico de Orizaba bajo la asesoría del Dr. Albino Martínez Sibaja, con el fin de conocer el caso de estudio físicamente, el proceso de digestión anaerobia y la instrumentación con la que cuenta. En este periodo, comprendido de enero-abril del presente año, se logró el diseño de la unidad de diagnóstico y detección de fallas. Gracias a la asesoría de expertos sobre el proceso que se eligió, se definieron algunos valores de parámetros y escenarios que se pueden presentar en la vida real. Lamentablemente, no se llegó a la implementación del esquema de diagnóstico diseñado por cuestiones políticas de la misma institución.

La segunda estancia se realizó en el Laboratorio de Modelado, Información y Sistemas (MIS) de la Universidad de Picardía Julio Verne ubicada en Amiens, Francia. El periodo fue de mayo-julio del presente año bajo la asesoría del Dr. Mohammed Chadli. En esta estancia de investigación se lograron acuerdos y trabajos académicos importantes. Se buscó esta estancia, ya que los observadores utilizados en la unidad de diagnóstico de fallas fueron diseñados por (Akhenak *et al.* 2008) siendo alumno del Dr. Mohammed Chadli. Por lo tanto, se llegó a un mejor entendimiento de estos observadores y de los sistemas Takagi-Sugeno. Otro logro que ocurrió en esta estancia fue la elaboración del artículo (Pérez Estrada *et al.* 2015), el cual trata de la unidad de DDF desarrollado en este trabajo de tesis. Se logró un convenio de cotutela entre el CENIDET y la Universidad de Picardía JulioVerne para realizar el doctorado, el planteamiento del tema de tesis para doctorado sigue en desarrollo.

7.2. Trabajos futuros

Diferentes temáticas pueden seguirse investigando a partir de esta investigación, principalmente las siguientes:

- Implementar en tiempo real los sistemas de DDF y CTF en sensores propuestos en este trabajo de tesis, en el digester anaerobio tipo UASB del Instituto Tecnológico de Orizaba.
- Adaptar los observadores de sistema de DDF en la estación de monitoreo para la planta de laboratorio hecho en la tesis de doctorado de (Sibaja Martínez 2011).
- Considerar variables como temperatura y presión para mejorar el modelo no lineal del digester anaerobio tipo UASB o realizar la misma metodología, agregando más estados al modelo no lineal utilizado.
- Diseño de un sistema de DDF y CTF en actuadores, utilizando la misma técnica de modos deslizante en el diagnóstico y control.
- Ya que se utilizó un modelo reducido, identificar el modelo Takagi-Sugeno utilizando la técnica D2PS (*Data to Parity Subspace* por sus siglas en inglés), desarrollada en (Ding *et al.* 2011), aproximándose al modelo no lineal que describe al proceso de digestión anaerobia.
- Diseñar un sistema tolerante a fallas que se enfrente a problemas de retardo y saturación en actuadores, ya que en la práctica son unos de los principales retos.

Bibliografía

- Abdelkrim, Afef y Mohamed Benrejeb (2015). LMI-based tracking control for Takagi-Sugeno fuzzy model.
- Aguilera González, A. (2012). Control Tolerante a Fallas de Sistemas Singulares LPV Politópicos: Aplicación a una columna de destilación. Tesis de doctorado en ciencias. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Akhenak, A., M. Chadli, J. Ragot y D. Maquin (2007). Design of sliding mode unknown input observer for uncertain Takagi-Sugeno model. *2007 Mediterranean Conference on Control and Automation, MED*.
- Akhenak, A., M. Chadli, J. Ragot y D. Maquin (2008). Fault detection and isolation using sliding mode observer for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy model. *2008 16th Mediterranean Conference on Control and Automation* pp. 286–291.
- Alcorta-Garcia, E. y S. Saucedo-Flores (2003). Fault detection and isolation based on Takagi-Sugeno modelling. En: *Proceedings of the 2003 IEEE International Symposium on Intelligent Control ISIC-03*. IEEE. pp. 673–678.
- Alvarado Lassman, Alejandro (2004). Descripción matemática de la remoción de carbono y nitrógeno en un lecho fluidizado inverso en aguas residuales agroalimentarias. Doctorado en ciencias en alimentos. Instituto Tecnológico de Veracruz.
- Alwi, Halim, Christopher Edwards y Andrés Marcos (2012). Fault reconstruction using a LPV sliding mode observer for a class of LPV systems. *Journal of the Franklin Institute* **349**(2), 510–530.
- Alwi, Halim y Christopher Edwards (2010). Robust actuator fault reconstruction for LPV systems using sliding mode observers. *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* (4), 84–89.

- Antonelli, R. y a. Astolfi (2000). Nonlinear controllers design for robust stabilization of continuous biological reactors. *Proceedings of the 2000. IEEE International Conference on Control Applications. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37162)* pp. 760–765.
- Batstone, D. J., J. Keller, I. Angelidaki, S. V. Kalyuzhnyi, S. G. Pavlostathis, A. Rozzi, W. T. Sanders, H. Siegrist y V. a. Vavilin (2002). The IWA Anaerobic Digestion Model No 1 (ADM1).. *Water Science and Technology* **45**(10), 65–73.
- Bernard, Olivier, Z Hadj-Sadok, Denis Dochain, Antoine Genovesi y J P Steyer (2001). Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process.. *Biotechnology and bioengineering* **75**(4), 424–438.
- Bernstein, Dennis S. (2009). *Matrix Mathematics: Theory, Facts, and Formulas*. second ed.
- Blanke, Mogens, Christian W. Frei, Franta Kraus, Ron J. Patton y Marcel Staroswiecki (2000). What is Fault-Tolerant Control?. *Proceedings of IFAC SAFEPROCESS'00* **35**(November), 123–126.
- Blanke, Mogens, Michel Kinnaert, Jan Lunze y Marcel Staroswiecki (2003). *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. 2nd editio ed. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg.
- Briat, C (2008). *Commande et Observatio Robuste des Systemes LPV Retardés*. Docteur de grenoble inp.
- Chadli, Mohammed, Ali Abdo y Steven X. Ding (2013). Fault detection filter design for discrete-time Takagi Sugeno fuzzy system. *Automatica* **49**(7), 1996–2005.
- Dimitrova, Neli y Mikhail Krastanov (2006). Nonlinear Adaptive Control of an Uncertain Wastewater Treatment Model. En: *12th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics (SCAN 2006)*. Vol. 20. IEEE. pp. 11–11.
- Ding, S. X., S. Yin, Y. Wang, Y. Wang, Y. Yang y B. Ni (2011). Data-driven design of observers and its applications. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)* **18**(PART 1), 11441–11446.
- Ding, Steven X. (2008). *Model-based Fault Diagnosis Techniques*. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg.

BIBLIOGRAFÍA

- Dochain, Denis (2013). Modelling , Monitoring and Control of Biosystems. En: *Curso de posgrado*. Université catholique de Louvain. Ciudad de México. p. 80.
- Dochain, Denis, Olivier Bernard, Isabelle Queinnec, Peter Vanrolleghem y Jean-philippe Steyer (2010). *Automatic Control of Bioprocesses*. Vol. 1.
- Donath, Henning, Soren Georg y Horst Schulte (2013). Takagi-Sugeno sliding mode observer for friction compensation with application to an inverted pendulum. *2013 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)* pp. 1–8.
- Edwards, Christopher, Sarah K Spurgeon y Ron J Patton (2000). Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica* **36**(4), 541–553.
- Edwards, Christopher y Sarah K Spurgeon (1998). *Sliding Mode Control: Theory and Applications*. first edit ed. Taylor & Francis Ltd. 1 Gunpowder Square, London.
- Femat, R, R. Aguilar López y G. Lara-Cisneros (2014). Extremum-seeking Control for Anaerobic Digestion Process via Sliding Mode Approach. *CLCA 2014* pp. 475–479.
- Gertler, Janos J. (1998). *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*.
- Isermann, Rolf (2006). *Fault-Diagnosis Systems. An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Springer.
- Jiménez González, Abraham (2013). Diseño de un sistema de diagnóstico y aislamiento de fallas basado en modos deslizantes aplicado a un digestor anaerobio UASB. Tesis de maestría. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Jin, Shanhai, Ryo Kikuuwe y Motoji Yamamoto (2011). A Realtime Quadratic Sliding Mode Filter for Removing Noise. *Proceedings of the 2011 JSME Conference on Robotics and Mechatronics* pp. 1P1–F03.
- Johansen, T.a., R. Shorten y R. Murray-Smith (2000). On the interpretation and identification of dynamic Takagi-Sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **8**(3), 297–313.
- Lendek, Zsófia, Thierry Marie Guerra, Robert Babuška y Bart De Schutter (2011). *Stability Analysis and Nonlinear Observer Design Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models*. Vol. 262 de *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. first edit ed. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg.

- Lettinga, G, a F M van Velsen, S W Hobma, W de Zeeuw y a Klapwijk (1980). Use of the upflow sludge blanket (USB) reactor concept for biological wastewater treatment, especially for anaerobic treatment. *Biotechnology and Bioengineering* **22**(4), 699–734.
- Lofberg, J. (2004). YALMIP : a toolbox for modeling and optimization in MATLAB. En: *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No.04CH37508)*. IEEE. pp. 284–289.
- López-Estrada, Francisco Ronay (2015). Model-Based Fault Diagnosis Observer Design for Descriptor LPV System with Unmeasurable Gain Scheduling. Degree of doctor of philosophy. Lorraine University.
- Marcos, Andrés y Gary J Balas (2004). Development of Linear-Parameter-Varying Models for Aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **27**(2), 218–228.
- Nagy Kiss, a. M., B. Marx, G. Mourot, G. Schutz y J. Ragot (2011). Observers design for uncertain Takagi-Sugeno systems with unmeasurable premise variables and unknown inputs. Application to a wastewater treatment plant. *Journal of Process Control* **21**(7), 1105–1114.
- Ohtake, H., K. Tanaka y H.O. Wang (2001). Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept. *Proceedings Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference (Cat. No. 01TH8569)* pp. 127–132.
- Palm, R. y P. Bergsten (1999). Sliding mode observer for a Takagi Sugeno fuzzy system. En: *Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems. FUZZ- IEEE 2000 (Cat. No.00CH37063)*. Vol. 2. IEEE. pp. 665–670.
- Pérez Estrada, Abraham J., Manuel Adam Medina, C.M. Astorga Zaragoza, Albino Sibaja Martínez y José Pastor Rodríguez Jarquin (2015). Diagnóstico y aislamiento de fallas basado en observadores por modos deslizantes para un digester anaerobio modelado en LPVTS. *Congreso Nacional de Control Automático AMCA 2015* p. 7.
- Pérez Saldaña, Roman (2013). Diagnosticabilidad de Fallas en el Conjunto Convertidor Back to Back - Máquina de Inducción Doblemente Alimentada Usando Análisis Estructural. Tesis de maestría. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Puig, Vicenç, Joseba Quevedo, Teresa Escobet, Bernardo Morcego y Carlos Ocampo (2004). Control tolerante a fallos (Parte I): fundamentos y diagnóstico de fallos.. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* **1**(Parte I), 15–31.

BIBLIOGRAFÍA

- Reyes Yépez, Miriam Paloma (2012). Síntesis de observadores para sistemas lineales de parámetros variables (LPV). Estudio orientado hacia la detección y localización de fallas en procesos de tratamiento de aguas residuales. Tesis de maestría. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Rodrigues, M, D Theilliol, M. Adam-Medina y D Sauter (2008). A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models. *Control Engineering Practice* **16**(2), 225–239.
- Rodríguez Jarquin, José Pastor (2011). Diseño e implementación de un sistema de diagnóstico y aislamiento de fallas en un digestor anaerobio UASB. Tesis de maestría. Instituto Tecnológico de Orizaba.
- Saadaoui, Oussama, Lotfi Chaouech y Abdelkader Chaari (2013). A fuzzy sliding mode observer for the nonlinear uncertain system based on T-S model. En: *14th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control & Computer Engineering - STA'2013*. IEEE. pp. 179–184.
- Shamma, Jeff S. y James R. Cloutier (1993). Gain-scheduled missile autopilot design using linear parameter varying transformations. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **16**(2), 256–263.
- Sibaja Martínez, Albino (2011). Observabilidad y observadores. Estudio orientado hacia el diagnóstico de fallas en reactores biológicos.. Tesis de doctorado. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Takagi, T y M Sugeno (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on* **SMC-15**(1), 116–132.
- Tanaka, Kazuo y Hua O. Wang (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis*. John Wiley & Sons, Inc.. New York, USA.
- Tóth, Roland (2010). *Modeling and Identification of Linear Parameter-Varying Systems*. Vol. 403 de *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg.
- Utkin, V. (1977). Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**(2), 212–222.

- Wang, H.O., Kazuo Tanaka y M.F. Griffin (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **4**(1), 14–23.
- Zavala-Río, A., A. Aguilera-González, A. Martínez-Sibaja, C.M. Astorga-Zaragoza y M. Adam-Medina (2011). A generalized design methodology for the output feedback regulation of a special type of systems with bounded inputs. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.
- Zhang, Youmin y Jin Jiang (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. **32**, 229–252.

Anexo A

Acrónimos

ADM1	Anaerobic Digestion Mode No. 1
CTF	Control Tolerante a Fallas
DDF	Detección y Diagnóstico de Fallas
LMI	Linear Matrix Inequality
LIT	Lineal Invariante en el Tiempo
UASB	Upflow Anaerobic Sludge Blanket
TS	Takagi-Sugeno
LPV TS	Linear Parameter-Varying Takagi-Sugeno
LPV	Linear Parameter-Varying
FDI	Fault Detection and Isolation
ARR	Relación de Redundancia Analítica
DQO	Demanda Química de Oxígeno
YALMIP	Yet Another LMI Parser
CSTR	Continous Stirred Tank Reactor

Anexo B

Análisis estructural de fallas del modelo del digestor anaerobio de 3 variables de estado

En esta técnica solo se toma en cuenta las relaciones existentes entre las variables y las restricciones (ecuaciones) sin importar su naturaleza, es decir, sólo basta con conocer qué variable está en qué restricción (sin importar los parámetros). El procedimiento que se siguió fue tomado de (Blanke *et al.* 2003, Pérez Saldaña 2013).

B.1. Modelo estructural

Se utilizará el modelo de tres variables de estado de las ecuaciones (3.12). A continuación se mostrará el grupo de restricciones para armar el modelo estructural.

B. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE FALLAS DEL MODELO DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE 3 VARIABLES DE ESTADO

$$c_1 : \dot{x}_1 = Y_1 K_m I_{pH} \frac{x_2}{K_s + x_2} x_1 - K_d x_1 - a D x_1 \quad (\text{B.1})$$

$$c_2 : \dot{x}_2 = D(s f - x_2) - K_m I_{pH} \frac{x_2}{K_s + x_2} x_1 \quad (\text{B.2})$$

$$c_3 : \dot{x}_3 = (1 - Y_1) Y_{CH_4} K_m I_{pH} \frac{x_2}{K_s + x_2} x_1 - x_3 \quad (\text{B.3})$$

$$c_4 : y_1 = x_1 \quad (\text{B.4})$$

$$c_5 : y_2 = x_2 \quad (\text{B.5})$$

$$c_6 : y_3 = x_3 \quad (\text{B.6})$$

$$d_1 : \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} \quad (\text{B.7})$$

$$d_2 : \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} \quad (\text{B.8})$$

$$d_3 : \dot{x}_3 = \frac{dx_3}{dt} \quad (\text{B.9})$$

En la Tabla B.1 se muestra el modelo estructural de este sistema

Tabla B.1: Matriz de incidencia del modelo de tres estados.

	x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2	x_3	\dot{x}_3	y_1	y_2	y_3	u
c_1	1	1	1							1
c_2	1		1	1						1
c_3	1		1		1	1				
c_4	1						1			
c_5			1					1		
c_6					1				1	
d_1	1	1								
d_2			1	1						
d_3					1	1				

B.1.1. Aparejamiento

Para definir una secuencia de cálculo de variables, se lleva a cabo el aparejamiento. Hay que recordar que una restricción solo puede ser aparejada con una variable desconocida y viceversa. En el caso de la representación de la matriz de incidencia, los aparejamientos y no aparejamientos se representa con \otimes y 1, respectivamente; una vez aparejada la matriz de incidencia, es nombrada como **matriz de incidencia aparejada**.

Para el aparejamiento de la matriz de incidencia de la tabla B.1, se utilizó el método de propagación (*ranking*). El aparejamiento quedo de la siguiente manera

Tabla B.2: Aparejamiento del modelo.

R		x_1	\dot{x}_1	x_2	\dot{x}_2	x_3	\dot{x}_3	y_1	y_2	y_3	u
1	c_1	1	\otimes	1							1
1	c_2	1		1	\otimes						1
1	c_3	1		1		1	1				
0	c_4	\otimes						1			
0	c_5			\otimes					1		
0	c_6					\otimes				1	
1	d_1	Δ	1								
1	d_2			Δ	1						
1	d_3					Δ	\otimes				

Nota: En la matriz de incidencia se usa el símbolo Δ para indicar la prohibición del aparejamiento de esa variable desconocida con la restricción. Esto se debe a que siempre debe de haber una causalidad diferencial.

Por otro lado la representación gráfica figura B.1, muestra las trayectorias o secuencias del cálculo de las variables x ; dichas trayectorias son útiles para la programación de generadores de residuos.

B.1.2. Cadenas alternadas

Un grafo orientado está constituido por *cadenas alternadas*, ϕ ; cada una de éstas son trayectorias de cálculo en la que se encuentran de manera secuencial o alternada, respectivos vértices de variables y vértices de restricciones. A continuación se mostrarán algunas cadenas alternadas que se pueden formar en base al grafo orientado del sistema.

$$\phi_1 : u \rightarrow c_1 \rightarrow x_1 \rightarrow c_2 \rightarrow x_2 \rightarrow c_5 \rightarrow ZERO$$

$$\phi_2 : u \rightarrow c_1 \rightarrow x_1 \rightarrow c_2 \rightarrow x_2 \rightarrow d_2 \rightarrow \dot{x}_2 \rightarrow c_2 \rightarrow x_2 \rightarrow c_5 \rightarrow ZERO$$

$$\phi_2 : u \rightarrow c_1 \rightarrow x_1 \rightarrow c_3 \rightarrow \dot{x}_3 \rightarrow d_3 \rightarrow ZERO$$

$$\phi_3 : u \rightarrow c_1 \rightarrow x_1 \rightarrow c_4 \rightarrow ZERO$$

$$\phi_4 : u \rightarrow c_2 \rightarrow x_2 \rightarrow c_5 \rightarrow ZERO$$

$$\phi_5 : u \rightarrow c_2 \rightarrow x_2 \rightarrow c_1 \rightarrow x_1 \rightarrow c_2 \rightarrow x_2 \rightarrow c_5 \rightarrow ZERO$$

B. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE FALLAS DEL MODELO DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE 3 VARIABLES DE ESTADO

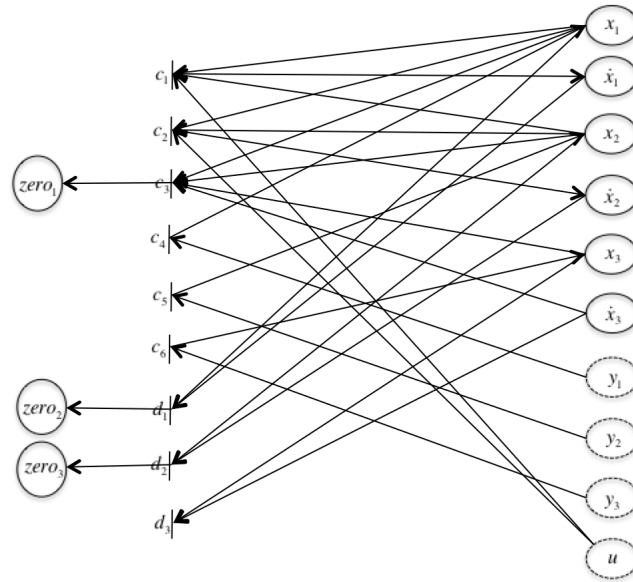


Figura B.1: Grafo orientado del sistema.

$$\phi_6 : y_1 \rightarrow c_4 \rightarrow ZERO$$

$$\phi_7 : y_2 \rightarrow c_5 \rightarrow ZERO$$

$$\phi_8 : y_3 \rightarrow c_6 \rightarrow x_3 \rightarrow c_3 \rightarrow \dot{x}_3 \rightarrow d_3 \rightarrow ZERO$$

B.1.3. Descomposición canónica

La descomposición canónica establece que mediante un apropiado reordenamiento, un modelo estructural aparejado. Puede ser descompuesto en tres secciones o subsistemas: *sobre restringido*, *justo restringido* y *sub restringido*. En la figura B.2 se muestra la forma típica de la descomposición canónica de la matriz de incidencia (MI) de un sistema.

	z^-	z^0	z^+
c^-			
c^0	0		
c^+	0	0	

Figura B.2: Descomposición canónica de una MI

El ordenamiento de la MI del sistema es el siguiente.

Tabla B.3: Descomposición canónica de la MI del sistema.

	\dot{x}_1	\dot{x}_3	\dot{x}_2	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	u
c_1	⊗			1	1					1
d_3		⊗				△				
c_2			⊗	1	1					1
c_4				⊗			1			
c_5					⊗			1		
c_6						⊗			1	
c_3		1		1	1	1				
d_1	1			△						
d_2			1		△					

B.1.4. Observabilidad estructural

En análisis estructural, la observabilidad se cumple básicamente cuando una variable desconocida se puede calcular a partir de variables conocidas, entonces dicha variable es estructuralmente observable, de lo contrario es no observable. No hay que confundirlo con la observabilidad en términos de control ya que puede ocurrir que la variable desconocida sea observable estructuralmente pero en términos de control esa variable no es observable. Ya que se toman en cuenta los parámetros del sistema y puede que tenga partes no lineales que hacen que el comportamiento no sea el esperado.

Con respecto al sistema en cuestión, todas las variables desconocidas son observables estructuralmente ya que a partir de una variable conocida se pueden calcular las desconocidas. Esto se sabe gracias a la matriz de incidencia de la tabla B.3 sección B.1.1.

B.1.5. Relaciones de redundancia analítica (ARR's)

Con el aparejamiento y la descomposición canónica, es posible determinar la parte redundante del sistema. La redundancia se encuentra en las restricciones que no están aparejadas y cuyas variables involucradas en dichas restricciones todas son conocidas o calculadas. Las ARR's son concatenaciones que involucran restricciones (estáticas o dinámicas) que enlazan la evolución de las variables conocidas en el tiempo, donde el sistema opera de acuerdo a su modelo de operación normal.

Para el modelo en cuestión, la descomposición canónica nos dice que tenemos tres restricciones

B. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE FALLAS DEL MODELO DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE 3 VARIABLES DE ESTADO

redundantes que son c_3, d_1, d_2 las cuales pueden ser usadas como ARR's por medio de las cadenas de alcanzabilidad tal como se muestra en las siguientes figuras.

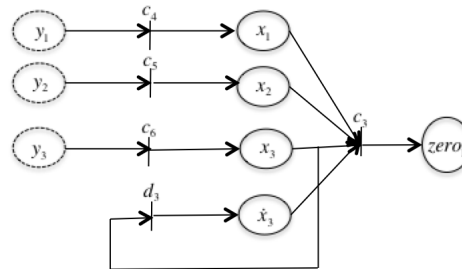


Figura B.3: ARR1

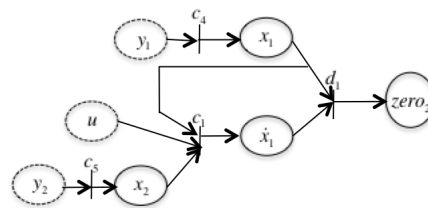


Figura B.4: ARR2

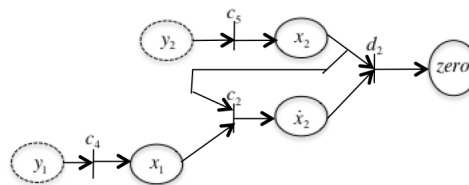


Figura B.5: ARR3

En las Figuras B.3, B.4 y B.5, se observa que las variables desconocidas son calculadas a partir de variables conocidas, por medio de cadenas de alcanzabilidad.

Las ARR's se pueden interpretar como ecuaciones que se satisfacen para valores nominales de las variables involucradas, entonces se cumple que: las ARR's son iguales a cero en la ausencia de falla, aunque no siempre se cumple esta condición debido a diversos factores entre ellos el ruido y la naturaleza de las señales involucradas; y cuando existe una falla, las ARR's son diferentes a

cero o bien sufren un cambio en su valor nominal.

Las ARR's presentan las siguientes propiedades.

- Robustez. Son insensibles a entradas y parámetros desconocidos, esto asegura que se satisfacen cuando no se presenta a una falla.
- Sensibilidad a fallas. Esto asegura la detección de fallas pues no se satisfacen cuando se presenta una falla. El nivel de sensibilidad depende de los parámetros y de la naturaleza de las restricciones.
- Estructurado. Asegura que ante la presencia de una falla dada sólo un conjunto de ARR's no se satisfacen.

B.1.6. Detectabilidad y aislabilidad

Para el modelo del digestor anaerobio se obtuvo las siguientes ARR's, las cuales están dadas por las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 ARR_1 & : c_3(c_4(y_1), c_5(y_2), c_6(y_3), d_3(c_6(y_3))) \\
 ARR_2 & : d_1(c_4(y_1), c_1(c_4(y_1)), c_5(y_2), u) \\
 ARR_3 & : d_2(c_5(y_2), c_2(c_5(y_2), c_4(y_1)))
 \end{aligned}$$

En este ejemplo se considerarán fallas en actuadores, sensores y en algunos parámetros para su detección y aislamiento los cuales son los siguientes.

- Sensor de biomasa x_1 .
- Sensor de sustrato x_2 .
- Sensor de biogás x_3 .
- Tasa de dilución D .
- Concentración de sustrato sf .
- Coeficiente de producción de biogás Y .

B. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE FALLAS DEL MODELO DEL DIGESTOR ANAEROBIO DE 3 VARIABLES DE ESTADO

Tabla B.4: Matriz de firma de fallas

	f_{y_1}	f_{y_2}	f_{y_3}	f_u	f_{sf}	f_Y
ARR_1	1	1	1	0	0	1
ARR_2	1	1	0	1	0	1
ARR_3	1	1	0	0	1	0

Para esto se hará una matriz de firma de fallas (Tabla B.4) y una matriz de aislabilidad (Tabla B.5).

En este caso, f_{y_1} , f_{y_2} tienen la misma forma de fallas, por lo tanto no son aislables; las demás fallas tienen distintas firmas de fallas y por lo tanto son aislables.

Tabla B.5: Matriz de aislamiento de fallas

	f_{y_1}	f_{y_2}	f_{y_3}	f_u	f_{sf}	f_Y
f_{y_1}	1	1				
f_{y_2}	1	1				
f_{y_3}			1			
f_u				1		
f_{sf}					1	
f_Y						1

De acuerdo con la tabla B.5, demuestra que las fallas que son aislables son $\{f_{y_3}, f_u, f_{sf}, f_Y\}$ y las fallas que no son aislables son $\{f_{y_1}, f_{y_2}\}$.

Anexo C

Diseño del banco de observadores

Las matrices de salida, las ganancias de cada modelo local lineal de cada observador, parámetros de diseño y matrices simétricas definidas positivas serán mostradas a continuación.

▪ *Observador₁*

$$P = \begin{bmatrix} 2.3534 & 3.0873 & -0.9725 \\ 3.0873 & 7.2600 & -0.5387 \\ -0.9725 & -0.1674 & 6.6499 \end{bmatrix};$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 5.6263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix}; \quad G_2 = \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 5.6263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix};$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 4.7263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix}; \quad G_4 = \begin{bmatrix} -7.9734 & 2.6344 \\ 4.7263 & -0.9527 \\ -0.8219 & 2.2578 \end{bmatrix};$$

$$G_5 = \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 19.6274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}; \quad G_6 = \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 19.6274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}$$

$$; G_7 = \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 18.7274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}; \quad G_8 = \begin{bmatrix} -41.6647 & 13.2458 \\ 18.7274 & -5.3621 \\ -5.2327 & 3.6469 \end{bmatrix}$$

Matriz de salida es la siguiente

C. DISEÑO DEL BANCO DE OBSERVADORES

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La sintonización del observador se logra tomando $\beta_1 = 40$, $\beta_2 = 0.1$, $\beta_3 = 0.1$, $\delta = 1$ y $\rho = 100$.

■ *Observador₂*

$$P = \begin{bmatrix} 1.9855 & 3.1035 & -0.3007 \\ 3.1035 & 9.9388 & 3.3666 \\ -0.3007 & 3.3666 & 12.2339 \end{bmatrix}; G_1 = \begin{bmatrix} -8.0244 \\ 4.8259 \\ -1.6788 \end{bmatrix}; G_2 = \begin{bmatrix} -8.0264 \\ 4.8272 \\ -1.6796 \end{bmatrix};$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} -8.0295 \\ 3.9289 \\ -1.6678 \end{bmatrix}; G_4 = \begin{bmatrix} -8.0295 \\ 3.9289 \\ -1.6678 \end{bmatrix}; G_5 = \begin{bmatrix} -52.5547 \\ 20.5728 \\ -7.0966 \end{bmatrix};$$

$$G_6 = \begin{bmatrix} -52.5547 \\ 20.5728 \\ -7.0966 \end{bmatrix}; G_7 = \begin{bmatrix} -52.9680 \\ 19.8248 \\ -7.1440 \end{bmatrix}; G_8 = \begin{bmatrix} -52.9680 \\ 19.8248 \\ -7.1440 \end{bmatrix}$$

Matriz de salida es la siguiente

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La sintonización del observador se logra tomando $\beta_1 = 40$, $\beta_2 = 0.1$, $\beta_3 = 0.1$, $\delta = 1$ y $\rho = 200$.

■ *Observador₃*

$$P = \begin{bmatrix} 27.8500 & 2.0258 & -37.0739 \\ 2.0258 & 14.6108 & 41.9293 \\ -37.0739 & 41.9293 & 230.0768 \end{bmatrix};$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 9.9309 \\ -20.1494 \\ 5.4678 \end{bmatrix}; G_2 = \begin{bmatrix} 9.7731 \\ -19.8497 \\ 5.3686 \end{bmatrix};$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} 10.9457 \\ -23.8272 \\ 5.9779 \end{bmatrix}; G_4 = \begin{bmatrix} 10.9457 \\ -23.8272 \\ 5.9779 \end{bmatrix};$$

$$G_5 = \begin{bmatrix} 16.2122 \\ 23.9354 \\ 6.5479 \end{bmatrix}; G_6 = \begin{bmatrix} 16.2122 \\ -23.9354 \\ 6.5479 \end{bmatrix};$$
$$G_7 = \begin{bmatrix} 19.3375 \\ -32.0545 \\ 8.5592 \end{bmatrix}; G_8 = \begin{bmatrix} 19.3375 \\ -32.0545 \\ 8.5592 \end{bmatrix}$$

Matriz de salida es la siguiente

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La sintonización del observador se logra tomando $\beta_1 = 2200$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 0.1$, $\delta = 1$ y $\rho = 200$.