



**TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO**  
en Celaya



**TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO EN CELAYA**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**“DISEÑOS EXPERIMENTALES DE TAGUCHI**  
**FRACCIONADOS”**

**TESIS PROFESIONAL**  
**PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**PRESENTA:**  
**ING. FERNANDO NARANJO PALACIOS**

**DIRECTOR DE TESIS:**  
**M.C. MOISÉS TAPIA ESQUIVIAS**

**CO-DIRECTOR DE TESIS:**  
**DR. ARMANDO RÍOS LIRA**

**CELAYA, GTO., MÉXICO, AGOSTO, 2019**



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

**Asunto: Autorización de impresión de trabajo profesional.**

Celaya Gto., **26 de junio 2019**

**M.C. MOISES TAPIA ESQUIVIAS**  
**JEFE DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL.**  
**Presente.**

*De acuerdo a la convocatoria hecha por esta jefatura a fin de aprobar o no la impresión del trabajo profesional titulado:*

**"DISEÑOS EXPERIMENTALES DE TAGUCHI FRACCIONADOS"**

*Presentado por el (a) pasante C. ING. FERNANDO NARANJO PALACIOS (M1703006) alumno (a) del programa de Maestría en Ingeniería Industrial que ofrece nuestro Instituto. Hacemos de su conocimiento que éste jurado ha tenido a bien aprobar la impresión de dicho trabajo para los efectos consiguientes.*

**M.C. MOISES TAPIA ESQUIVIAS**  
Presidente

**M.C ALICIA LUNA GONZALEZ**  
Vocal

**ATENTAMENTE**



SECRETARIA DE  
EDUCACION PUBLICA  
TECNOLÓGICO NACIONAL  
DE MÉXICO  
INSTITUTO TECNOLÓGICO  
DE CELAYA  
COORDINACIÓN DE MAESTRIA  
DE INGENIERIA INDUSTRIAL

**M.C. MANUEL DARIO HERNANDEZ RIPALDA**  
Secretario

**M.C. VICENTE FIGUEROA FERNANDEZ**  
Vocal Suplente

Ccp. Escolares  
Archivo.  
VFF\*MTE\*dmvp



## **Resumen**

El diseño de experimentos es una herramienta utilizada para descubrir como entran en juego distintas variables de un proceso en la obtención de un producto. Existen dos enfoques principales para realizar experimentación, el enfoque clásico y el enfoque de Taguchi. Los diseños de Taguchi son diseños ortogonales que se especializan en estimar efectos principales e interacciones de control por ruido, dejando en segundo plano las interacciones de control por control. Los arreglos ortogonales de Taguchi fueron diseñados de tal manera, que un arreglo específico puede ser utilizado para diferentes números de factores. Por ejemplo: el *L32* se utiliza cuando existen de 16 a 31 factores y requiere de 32 experimentos. Cuando el número de columnas disponibles excede al número de factores que se desea investigar, las columnas sobrantes se utilizan comúnmente para estimar interacciones. Sin embargo, en casos en que el investigador esta solo interesado en los efectos principales, correr el arreglo completo podría ser algo innecesario y costoso. La presente investigación tiene como objetivo fraccionar los arreglos ortogonales de Taguchi *L8*, *L12*, *L16* y *L32* de tal forma que la fracción generada sirva únicamente para estimar efectos principales y las corridas restantes se agreguen solo en caso de ser requeridas. El método propuesto se basa en búsqueda exhaustiva y utiliza como criterios de selección la *D*-optimalidad, los factores de inflación de varianza (*FIV*) y el índice de balance general (*IBG*). Solo arreglos ortogonales de Taguchi de dos niveles fueron considerados para esta investigación. Los resultados de la investigación se traducen en ahorros significativos de recursos, reducción del tiempo de experimentación y del número de corridas.

## **Abstract**

The design of experiments is a tool used to discover how different variables in a process come into play to obtain a product. There are two main approaches to perform experimentation, the classic approach and the Taguchi approach. Taguchi experiments are orthogonal arrays that specialize in estimating main effects and control by noise interactions, leaving in second place control by control interactions. The Taguchi orthogonal arrays were designed in such a way that a specific array can be used for different numbers of factors, for example, the  $L_{32}$  is used when there are 16 to 31 factors and requires 32 experiments. When the number of available columns exceeds the number of factors that we wish to investigate, the remaining columns are used commonly to estimate interactions. Nevertheless, in cases in which the experimenter is interested only in estimating main effects, running the full array could be unnecessary and expensive. This research proposes a method to fractionate the Taguchi orthogonal arrays  $L_8$ ,  $L_{12}$ ,  $L_{16}$  and  $L_{32}$  in such a way that the fraction generated helps only to estimate main effects and the remaining runs can be added only in cases in which they are required. The proposed approach is based in exhaustive search and uses as selection criteria the  $D$ -optimality, variance inflation factors ( $VIF$ ) and the general balance metric ( $GBM$ ). Only two-level Taguchi orthogonal arrays were considered for this research. The results of this research translate into significant savings in resources, reduction in experimentation time and reduction in the number of runs.

## Índice

Resumen .....	i
Abstract.....	ii
Índice de figuras .....	v
1 Introducción .....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	2
1.2 Objetivo general.....	2
1.3 Objetivos específicos .....	2
1.4 Preguntas de investigación.....	2
1.5 Justificación .....	3
1.6 Hipótesis .....	3
1.7 Alcances y limitaciones .....	3
2 Marco teórico .....	4
2.1 Diseño de experimento .....	4
2.1.1 Principios básicos y pautas generales para el diseño estadístico de experimentos .....	5
2.2 Diseño de experimentos factoriales .....	6
2.2.1 Diseño de experimento factorial $2^k$ .....	6
2.3 Diseños factoriales fraccionados $2^{k-p}$ .....	12
2.3.1 Principios básicos .....	12
2.3.2 Fracción del modelo $2^{k-p}$ .....	13
2.4 Filosofía de Taguchi .....	14
2.4.1 Enfoque Taguchi y contribuciones a la calidad.....	14
2.4.2 Ingeniería de calidad.....	15
2.4.3 Diseño de experimentos robusto.....	16
2.4.4 Metodología Taguchi.....	16
2.4.5 Modificación de arreglos ortogonales .....	17
2.4.6 Señal ruido como fuente de medición de la eficiencia .....	17
2.4.7 Diseños cruzados .....	18
2.4.8 Arreglos ortogonales .....	19
2.5 Optimalidad .....	19
2.5.1 Algunos criterios de optimalidad.....	21

2.6	Propiedades deseables.....	24
2.7	Ortogonalidad .....	24
2.7.1	J2-optimalidad .....	24
2.7.2	Factor de inflación de varianza.....	25
2.8	Balance.....	27
2.8.1	El coeficiente de balance en su forma I (Guo, 2003) .....	27
2.8.2	El coeficiente de balance en su forma II (Guo, 2003).....	27
2.9	Estado del arte.....	31
3	Marco metodológico .....	33
3.1	Metodología de la investigación .....	33
3.2	Metodología de fraccionado para diseños ortogonales de Taguchi .....	34
4	Resultados .....	36
4.1	Fracciones para 16 factores.....	36
4.2	Fracciones para 4, 8 y 12 factores.....	39
4.3	Comportamiento de los criterios de selección .....	40
5	Conclusiones y recomendaciones.....	42
6	Anexos.....	43
6.1	Anexo A. Catálogo de fracciones L8.....	43
6.2	Anexo B. Catálogo de fracciones L12 .....	44
6.3	Anexo C. Catálogo de fracciones L16 .....	45
6.4	Anexo D. Catálogo de fracciones L32.....	46
6.5	Anexo E. Descripción del diagrama de código fuente.....	77
6.6	Anexo F. Código fuente Matlab® para fraccionado de experimentos Taguchi ....	83

## Índice de tablas

Tabla 2-1 ANOVA para el diseño factorial $2^2$ , Montgomery (2004).....	9
Tabla 2-2 Notación de diseño de experimentos.....	11
Tabla 2-3 ANOVA para el diseño factorial $2^3$ , Montgomery (2004).....	11
Tabla 2-4 Signos positivos y negativos de diseño factorial $2^3$ .....	13
Tabla 2-5 Número de corridas para diferentes diseños, (Triefenbach, 2008) .....	20
Tabla 2-6 Cálculo del factor de inflación de la varianza.....	26
Tabla 2-7. Estructura de orden estándar para dos niveles y niveles mixtos .....	28
Tabla 2-8. Estado del arte .....	32
Tabla 4-1 Tabla de selección de fracciones ortogonales de Taguchi de 16 factores.....	37

## Índice de figuras

Figura 2-1 Modelo general de un proceso a sistema, Montgomery (2009).....	5
Figura 2-2 Representación del diseño $2^2$ , (Gutiérrez & De la Vara, 2003) .....	8
Figura 2-3 Gráfica de efectos principales, Roy (2010) .....	8
Figura 2-4 Representación del diseño $2^3$ , Montgomery (2004).....	10
Figura 2-5 Diseño cruzado, Montgomery (2009).....	18
Figura 2-6 Matriz de puntos candidatos y matriz de diseño.....	21
Figura 2-7 Cálculo del criterio J2 .....	25
Figura 2-8 Cálculo del criterio IBG.....	30
Figura 3-1 Metodología de investigación, (elaboración propia) .....	33
Figura 3-2 Método para fraccionar arreglos ortogonales de Taguchi .....	34
Figura 4-1 Arreglo ortogonal L32 fracción para 16 factores.....	36
Figura 4-2 Condensado de filas y columnas para la formación de fracciones de arreglos ortogonales de Taguchi.....	38
Figura 4-3 Arreglo ortogonal L8 fracción para 4 factores.....	39
Figura 4-4 Arreglo ortogonal L12 fracción para 8 factores.....	39
Figura 4-5 Arreglo ortogonal L16 fracción para 12 factores.....	40
Figura 4-6 Comportamiento D-optimalidad para fracciones de arreglos ortogonales .....	40
Figura 4-7 Comportamiento del Factor de Inflación de Varianza.....	41
Figura 4-8 Comportamiento del criterio IBG para fracciones de arreglos ortogonales .....	41
Figura 6-1 Columnas para número de factores del arreglo L-32.....	77
Figura 6-2. Diagrama de flujo de programación .....	78

## **1 Introducción**

El diseño de experimentos es una aplicación del método científico para generar conocimiento sobre un proceso o sistema a través de pruebas planificadas adecuadamente. Esta metodología se ha fortalecido como un conjunto de técnicas estadísticas y herramientas de ingeniería para ayudar a comprender situaciones complejas de causa y efecto (Gutiérrez & De la Vara, 2003).

El diseño de experimentos ha probado ser una herramienta muy poderosa para la solución de problemas en manufactura, ciencia, tecnología, investigación, optimización de productos y procesos. El diseño experimental tiene dos enfoques principales, el enfoque clásico y en enfoque de Taguchi, también conocido como diseño robusto.

El enfoque clásico es una estrategia en donde la experimentación se utiliza con el propósito de estudiar el desempeño de un proceso o producto. El enfoque Taguchi hace énfasis en la apropiada selección de niveles de factores de control con el objeto de minimizar la variabilidad transmitida por los factores de ruido y de esta manera generar un producto o proceso robusto. Montgomery (2009) menciona dos objetivos del diseño robusto: (i) asegurar que la media de la respuesta alcance un valor objetivo y (ii) que la variabilidad alrededor del valor objetivo sea tan pequeña como sea posible.

La presente investigación propone fraccionar los diseños experimentales de Taguchi. La razón fundamental es que se observó que los arreglos ortogonales de Taguchi están diseñados de tal forma que un mismo arreglo puede usarse para diferentes números de factores, pero el número de corridas permanece fijo. Por ejemplo, el arreglo *L32* permite estimar hasta 31 factores con 32 corridas; en caso de que el número de factores fuera menor, 16 por ejemplo, la cantidad de corridas se mantiene constante.



### **1.1 Planteamiento del problema**

Los arreglos ortogonales de Taguchi fueron diseñados de tal manera que un arreglo específico puede ser utilizado para diferentes números de factores. Por ejemplo: el *L32* se utiliza cuando existen de 16 a 31 factores y requiere de 32 experimentos. Cuando el número de columnas disponibles excede al número de factores que se desea investigar, las columnas sobrantes se utilizan comúnmente para estimar interacciones. Sin embargo, en casos en que el investigador está solo interesado en los efectos principales, correr el arreglo completo podría ser algo innecesario y costoso. Debido a lo anterior, se plantea analizar los casos en que se tiene un número de factores menor al número máximo que el arreglo puede manejar. A partir de esta problemática, surge la iniciativa de generar diseños más compactos para los efectos principales con dos grados de libertad adicionales para distinto número de factores y no correr los diseños ortogonales de Taguchi completos.

### **1.2 Objetivo general**

Construir fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi *L8*, *L12*, *L16* y *L32* con buenas propiedades de optimalidad, ortogonalidad y balance de tal forma que permitan estimar los efectos principales a un menor costo.

### **1.3 Objetivos específicos**

- Establecer un método para fraccionar los diseños ortogonales de Taguchi *L8*, *L12*, *L16* y *L32*.
- Determinar los parámetros con los que se medirán las propiedades deseables de las fracciones de los diseños de Taguchi *L8*, *L12*, *L16* y *L32* en cuanto a optimalidad, ortogonalidad y balance.

### **1.4 Preguntas de investigación**

- ¿Cuáles son la serie de pasos que deberán ser incluidos en el método para fraccionar los arreglos ortogonales de Taguchi *L8*, *L12*, *L16* y *L32*?
- ¿Cuáles son los parámetros con que deberán medirse las características de optimalidad, ortogonalidad y balance en las fracciones de los arreglos ortogonales de Taguchi *L8*, *L12*, *L16* y *L32*?

## **1.5 Justificación**

La presente investigación propone fraccionar los diseños experimentales de Taguchi. La razón fundamental es que se observó que los arreglos ortogonales de Taguchi están diseñados de tal forma que un mismo arreglo puede usarse para diferentes números de factores, pero el número de corridas permanece fijo. Por ejemplo, el arreglo *L32* permite estimar hasta 31 factores con 32 corridas; en caso de que el número de factores fuera menor, 16 por ejemplo, la cantidad de corridas se mantiene constante. Debido a lo anterior, se plantea analizar los casos en que se tiene un número de factores menor al número máximo que el arreglo puede manejar. El método se aplicó a los arreglos *L8*, *L12*, *L16* y *L32*, de tal forma que la fracción generó ayude únicamente a estimar los efectos principales y las corridas restantes se agreguen solo en caso de ser requeridas.

## **1.6 Hipótesis**

Los diseños ortogonales de Taguchi *L8*, *L12*, *L16* y *L32* se pueden fraccionar en matrices más pequeñas con buenas propiedades de optimalidad, ortogonalidad y balance permitiendo estimar efectos principales a un menor costo.

## **1.7 Alcances y limitaciones**

Los alcances de esta investigación se basan en el fraccionado de diseño de experimentos propuestos por Taguchi considerando diseños con factores a dos niveles. Los diseños que se fraccionan son *L8*, *L12*, *L16* y *L32*. El código fuente para la programación del método ha sido programado en el software Matlab®. La presentación de las fracciones de los diseños de Taguchi es el principal objetivo de este trabajo. No se contempla la aplicación de casos prácticos. Cabe mencionar que para esta investigación el *L4* no fue considerado pues requiere muy pocas corridas haciendo el fraccionamiento innecesario; de igual manera, el *L64* también se omitió debido a que generalmente no se presentan situaciones en la práctica en las que se requieran tantos factores.

## **2 Marco teórico**

Este capítulo contiene una introducción al tema de diseño de experimentos considerado como el enfoque clásico, posteriormente se presenta el enfoque Taguchi donde se abordan: el concepto de diseño robusto, optimalidad, ortogonalidad y balance.

### **2.1 Diseño de experimento**

El diseño de experimentos es una aplicación del método científico para generar conocimiento sobre un proceso o sistema a través de pruebas planificadas adecuadamente. De acuerdo con Montgomery (2004) un experimento puede definirse como una prueba o serie de pruebas en las que se hacen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema para observar e identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida.

La representación de un proceso o sistema se puede visualizar en la Figura 2-1. El proceso puede representar una línea de producción, una máquina, un grupo de personas u otros recursos que transforman una entrada (normalmente materia prima) en un objeto de salida, donde se pueden apreciar una o varias señales de respuesta. Las variables  $x_1, x_2, x_n$  son variables controlables en el sistema o proceso, mientras que las  $z_1, z_2, z_n$  son variables no controlables como pueden ser las condiciones ambientales (Antony, 2003).

Esta metodología se ha fortalecido como un conjunto de técnicas estadísticas y herramientas de ingeniería para ayudar a comprender situaciones complejas de causa y efecto (Gutiérrez & De la Vara, 2003). También ha probado ser una herramienta muy poderosa para la solución de problemas en manufactura, ciencia, tecnología, investigación, optimización de productos y procesos (Park, 2003), (Montgomery, 2009), (Gutiérrez & De la Vara, 2003), (Guo, Simpson, & Pignatiello, 2007) y. (Limon, Tlapa, Baez, Maldonado, & Rivera, 2016). Montgomery (2004) menciona que dentro de la ingeniería, los experimentos se utilizan para estudiar el desempeño de procesos y sistemas. Roy (2010) menciona que la aplicación en el caso de la ingeniería es desarrollar un proceso robusto.

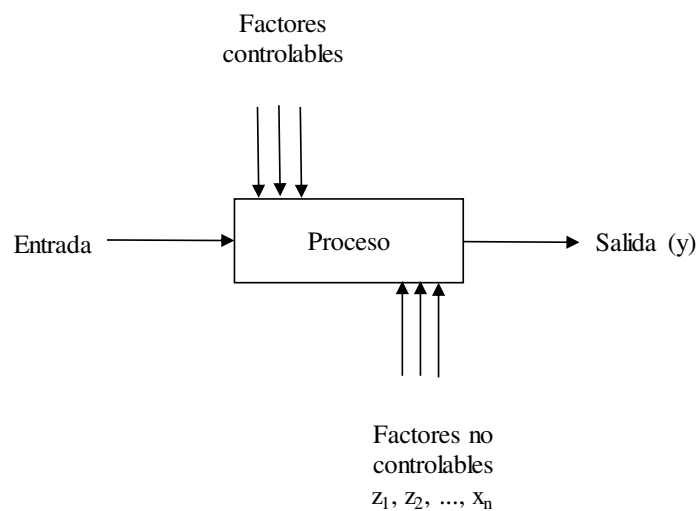


Figura 2-1 Modelo general de un proceso a sistema, Montgomery (2009)

Morris (2011) especifica que un objetivo principal del diseño experimental es organizar los detalles operativos del experimento, para que sean consistentes con los supuestos que se pueden hacer sobre los resultados del experimento, y en la medida de lo posible, para mejorar la calidad medible del análisis. Otros objetivos fundamentales que se pueden establecer son: (i) determinar qué variables tienen mayor influencia en los valores de respuesta  $y$ , (ii) determinar el mejor valor de las variables  $x$ , que permitan obtener un valor cercano al valor de respuesta deseado, (iii) determinar el o los mejores valores de las variables  $x$ , con los cuales la variable de respuesta tenga menor variabilidad, (iv) determinar cuál es el mejor ajuste de las variables controlables donde las variables incontrolables tienen el mínimo efecto de variabilidad en la respuesta.

### 2.1.1 Principios básicos y pautas generales para el diseño estadístico de experimentos

El diseño estadístico de experimentos de acuerdo con Díaz (2009) se entiende como la planeación de pasos que deben darse junto con el orden que debe seguir, en la recolección de datos y posteriormente el análisis de la información requerida para estudiar un problema de investigación. Cuando el problema incluye datos que están sujetos a errores experimentales, la metodología estadística es el único enfoque objetivo de análisis. Consecuentemente, cualquier problema experimental incluye dos aspectos, los cuales son: (i) el diseño del experimento y (ii) el análisis de los datos. Estos dos conceptos están

relacionados puesto que el método de análisis depende del diseño utilizado (Montgomery, 2004).

Los tres principios básicos del diseño experimental en base a Montgomery (2004) son: (a) la realización de réplicas, (b) la aleatorización y (c) la formación de bloques.

### *Pautas generales para el diseño de experimentos*

A continuación, se presenta las pautas generales establecidos por Coleman y Montgomery (2004)

- a. Identificación y enunciado del problema
- b. Elección de los factores, niveles y los rangos
  - Factores controlables
  - Factores no controlables (ruido)
- c. Selección de la variable de respuesta
- d. Elección del diseño experimental
- e. Realización del experimento
- f. Análisis estadístico de los datos

## **2.2 Diseño de experimentos factoriales**

Un diseño de experimento factorial es definido como el conjunto de todas las combinaciones experimentales de los niveles y de los factores. El número de experimentos en el diseño factorial es el número de combinaciones dado por  $L^k$ , donde  $L$  es el número de niveles y  $k$  es el número de factores a considerar en el experimento. El objetivo de los diseños de experimentos factoriales es estudiar el efecto de varios factores sobre una o varias respuestas, cuando se tiene el mismo interés sobre todos los factores (Gutiérrez & De la Vara, 2003). El inconveniente de este tipo de experimentos al considerar procesos donde intervienen varios factores es que el número de pruebas experimentales se extiende exponencialmente al incrementar en número de factores analizados.

### **2.2.1 Diseño de experimento factorial $2^k$**

Estos diseños son un grupo de diseños de experimentos donde se analiza cada factor  $k$  a dos niveles; proveen el número más pequeño de corridas con los que  $k$  factores a dos niveles pueden ser estudiados (Kuehl, 2000). El diseño  $2^k$  es particularmente útil en etapas tempranas de experimentación, cuando hay muchos factores a ser investigados. Antony (2003)

especifica que estos diseños se aplican cuando el número de factores es mayor o igual a cuatro. Por consecuencia estos diseños son ampliamente usados en experimentos de filtrado de factores (Cox & Reid, 2000).

Los diseños factoriales  $2^k$  representan el modelo general de diseños factoriales completos, y son útiles cuando el número de factores a estudiar esta entre dos y cinco (Gutiérrez & De la Vara, 2003). En este rango el número de corridas experimentales se encuentra entre 4 y 32 tratamientos. Mediante este diseño se pueden calcular un total de efectos siguientes:

$$\binom{k}{1} = k, \text{ efectos principales} \quad 2.1$$

$$\binom{k}{2} = \frac{k!}{2!(k-2)!} = \frac{k(k-1)}{2}, \text{ interacciones dobles} \quad 2.2$$

$$\binom{k}{3} = \frac{k!}{3!(k-3)!}, \text{ interacciones triples} \quad 2.3$$

$$\binom{k}{k} = 1 \text{ interacción de los } k \text{ factores} \quad 2.4$$

De manera general se puede determinar la expresión que representa las interacciones de factores tomados de  $k$  factores a la vez como:

$$\binom{k}{r} = \frac{k!}{r!(k-r)!} \quad 2.5$$

#### *Notación de niveles para diseños $2^k$*

El primer diseño en la serie  $2^k$  es el que contiene solo dos factores, es decir  $A$  y  $B$ , cada uno a dos niveles. Este diseño es llamado diseño factorial  $2^2$ . En el diseño factorial  $2^2$  se estudia el efecto de dos factores considerando dos niveles en cada uno. Cada replica de este diseño consiste en  $2 \times 2 = 4$  combinaciones o tratamientos que se pueden denotar de diferentes maneras. Existen diferentes maneras de representar la notación, como lo es la notación de +1, -1 donde los niveles de los factores son llamados: nivel “alto” y nivel “bajo” respectivamente, representados de manera gráfica en la Figura 2-2. De acuerdo con (Gutiérrez & De la Vara, 2003) la notación de signos +, - es muy práctica para escribir las matrices de diseño. Otra notación para representar los niveles de los factores en mediante la notación de letras o Yates ( $ab - b + a - (I)$ ) donde cada letra representa el nivel alto del factor y la ausencia de alguna letra representa el nivel bajo de dicho factor.

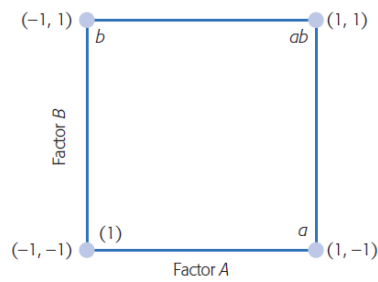


Figura 2-2 Representación del diseño  $2^2$ , (Gutiérrez & De la Vara, 2003)

*Efecto principal*

Los efectos principales son los cambios observados en la media de la variable de respuesta atribuido a la acción individual de cada factor (Vuchkov & Boyadjieva, 2001). En términos matemáticos, el efecto principal de un factor con dos niveles es la diferencia entre la respuesta media observada cuando tal factor está a su primer nivel y la respuesta media observada cuando el factor está a su segundo nivel, ver Figura 2-3.

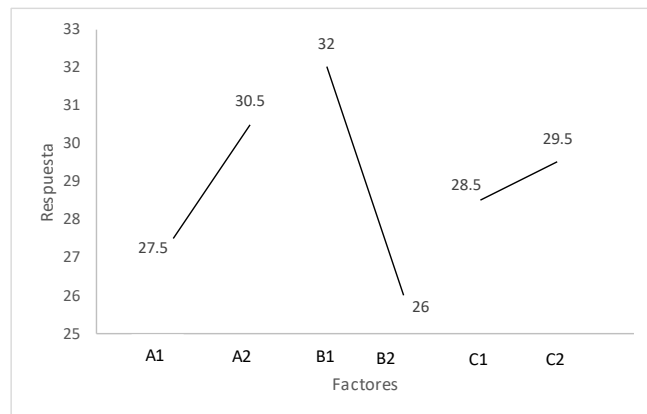


Figura 2-3 Gráfica de efectos principales, Roy (2010)

Dentro de los diseños de dos niveles, el cálculo de los efectos principales se describe de manera matemática en la notación de Yates (Cox & Reid, 2000); (Montgomery, 2004):

$$A = \frac{1}{2^n} [ab - b + a - (1)] \quad 2.6$$

$$B = \frac{1}{2^n} [ab + b - a - (1)] \quad 2.7$$

$$AB = \frac{1}{2^n} [ab - b - a + (1)] \quad 2.8$$

Montgomery (2004), menciona que en muchos de los experimentos del grupo  $2^k$ , se estudia la magnitud y la dirección de los efectos de los factores a fin de determinar las variables que

son de posible importancia. En estos casos se puede utilizar el análisis de varianza (ANOVA) para confirmar la interpretación. Donde la suma de cuadrados se obtiene a partir del cuadrado del contraste dividido por el número de observaciones en cada contraste, con esto se obtiene:

$$SS_A = \frac{[ab+a-b-(1)]^2}{4n} \quad 2.9$$

$$SS_B = \frac{[ab-a+b-(1)]^2}{4n} \quad 2.10$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab-a-b+(1)]^2}{4n} \quad 2.11$$

El análisis de ANOVA para los diseños factoriales  $2^2$  se muestra en la Tabla 2-1.

Tabla 2-1 ANOVA para el diseño factorial  $2^2$ , Montgomery (2004)

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	$F_0$	Vapor P
A	$SS_A$	1	$SM_A$	$SM_A/SM_B$	$P(F>F_0)$
B	$SS_B$	1	$SM_B$	$SM_B/SM_E$	$P(F>F_0)$
AB	$SS_{AB}$	1	$SM_{AB}$	$SM_{AB}/SM_E$	$P(F>F_0)$
Error	$SS_E$	$4(n-1)$	$SM_E$		
Total	$SS_T$	$n4-1$			

Los contrastes se conocen como el efecto total de los factores A, B e interacción como se muestra a continuación:

$$\text{Contraste } A = [ab + a - b - (1)] \quad 2.12$$

$$\text{Contraste } B = [ab - a + b - (1)] \quad 2.13$$

$$\text{Contraste } AB = [ab - a - b + (1)] \quad 2.14$$

### *Interacción entre factores*

Se dice que dos factores interactúan entre sí o tienen un efecto de interacción sobre la variable de respuesta, cuando el efecto de un factor depende del nivel en el que se encuentra el otro (Cox & Reid, 2000). Para representar el término de interacción se expresa insertando una “x” entre los factores que interactúan:  $AxB$ , o simplemente  $AB$ .

### *Modelo de regresión lineal*

Los diseños factoriales  $2^k$  son fácil de representar los resultados del experimento en términos de un modelo de regresión, ver ecuación 2.15, (Montgomery, 2004) (Hinkelmann & Kempthorne, 2005).



$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon \quad 2.15$$

Donde  $x_1$  es la variable que representa al factor A,  $x_2$  es la variable que representa al factor B, y  $x_1 x_2$  representa la interacción entre los dos factores.  $\beta_i$  representan los coeficientes de regresión y  $\varepsilon$  representa el cálculo del error.

### Experimentos factoriales $2^3$

Mediante este diseño factorial, se puede estudiar un experimento de tres factores cada uno a dos niveles (Cox & Reid, 2000). Este diseño requiere de 8 corridas experimentales, de manera gráfica la región experimental se puede representar mediante un cubo tal como se muestra en la Figura 2-4.

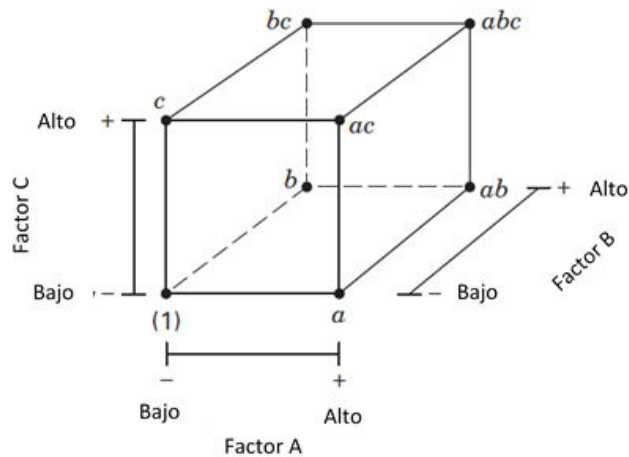


Figura 2-4 Representación del diseño  $2^3$ , Montgomery (2004)

Los grados de libertad que posee este diseño dan lugar para la combinación de los tratamientos del diseño. Tres de estos grados de libertad se utilizan para estimar los efectos principales A, B y C, (ver ecuación 2.1). El resto de los grados de libertad se asocia con las interacciones, tres para interacciones AB, AC y BC como muestra en la ecuación 2.2 y un grado de libertad para la iteración triple ABC. Las tres notaciones más empleadas en base a

Montgomery (2004), se muestra en la Tabla 2-2. para representar el diseño de experimentos  $2^k$

Tabla 2-2 Notación de diseño de experimentos

Corrida	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Etiquetas	A	B	C
1	-	-	-	+	+	+	-	-1	0	0	0
2	+	-	-	-	-	+	+	<i>a</i>	1	0	0
3	-	+	-	-	+	-	+	<i>b</i>	0	1	0
4	+	+	-	+	-	-	-	<i>ab</i>	1	1	0
5	-	-	+	+	-	-	+	<i>c</i>	0	0	1
6	+	-	+	-	+	-	-	<i>ac</i>	1	0	1
7	-	+	+	-	-	+	-	<i>bc</i>	0	1	1
8	+	+	+	+	+	+	+	<i>abc</i>	1	1	1

Gutiérrez & De la Vara (2003)

La notación para estos diseños es similar al de los diseños  $2^2$ . La notación de signos es llamada codificación geométrica o codificación ortogonal, una manera de acomodar los signos de entrada se describe en (Vuchkov & Boyadjieva, 2001)

La suma de cuadrados y el ANOVA para los diseños  $2^3$  se muestran en la Tabla 2-3.

Tabla 2-3 ANOVA para el diseño factorial  $2^3$ , Montgomery (2004)

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	$F_0$	Vapor P
<i>A</i>	$SS_A$	1	$SM_A$	$SM_A/SM_E$	$P(F>F_0)$
<i>B</i>	$SS_B$	1	$SM_B$	$SM_B/SM_E$	$P(F>F_0)$
<i>C</i>	$SS_C$	1	$SM_C$	$SM_C/SM_E$	$P(F>F_0)$
<i>AB</i>	$SS_{AB}$	1	$SM_{AB}$	$SM_{AB}/SM_E$	$P(F>F_0)$
<i>AC</i>	$SS_{AC}$	1	$SM_{AC}$	$SM_{AC}/SM_E$	$P(F>F_0)$
<i>BC</i>	$SS_{BC}$	1	$SM_{BC}$	$SM_{BC}/SM_E$	$P(F>F_0)$
<i>ABC</i>	$SS_{ABC}$	1	$SM_{ABC}$	$SM_{ABC}/SM_E$	$P(F>F_0)$
Error	$SS_E$	$2^3(n-1)$	$SM_E$		
Total	$SS_T$	$n2^3-1$			

Al multiplicar las columnas de signos de la Tabla 2-2 por la columna que representa la notación de Yates, se obtienen los contrastes para los siete efectos dados en este diseño

(Gutiérrez & De la Vara, 2003). Recordando que los contrastes son los efectos totales de los factores y las interacciones en la respuesta evaluada:

$$\text{Contraste } A = [a + ab + ac + abc - (1) - b - c - bc] \quad 2.16$$

$$\text{Contraste } B = [b + ab + ac + abc - (1) - a - c - bc] \quad 2.17$$

$$\text{Contraste } C = [c + ac + bc + abc - (1) - a - b - bc] \quad 2.18$$

$$\text{Contraste } AB = [ab - b - a + abc + (1) - bc - ac + c] \quad 2.19$$

$$\text{Contraste } AC = [(1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc] \quad 2.20$$

$$\text{Contraste } BC = [(1) + a - b - ab - c - ac + bc + abc] \quad 2.21$$

$$\text{Contraste } ABC = [abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1)] \quad 2.22$$

El modelo de regresión empleado para representar el diseño factorial  $2^3$  lo describe la ecuación 2.23.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{123} x_1 x_2 x_3 + \varepsilon \quad 2.23$$

Donde las variables  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  representan  $A$ ,  $B$  y  $C$  respectivamente,  $\beta_i$  representa los coeficientes de regresión.

### 2.3 Diseños factoriales fraccionados $2^{k-p}$

El término diseño factorial fraccionado fue introducido por primera vez por Finney en 1945. Estos diseños proporcionan una solución económica, que es técnicamente adecuada en situaciones con un alto grado de interacción y la no linealidad tiene que ser ignorada. Consiste en seleccionar un número limitado de experimentos que produzca la mejor información. Antony (2003) señala que los diseños fraccionados permiten obtener información sobre los efectos principales y las interacciones considerando solo una fracción del experimento completo. Los diseños factoriales fraccionados como tal tienen por objetivo determinar la significancia de los efectos principales y de algunas de las interacciones de los factores. En base a lo anterior se puede analizar varios factores con un número reducido experimentos para obtener un resultado significativo.

#### 2.3.1 Principios básicos

El uso exitoso de los diseños factoriales fraccionados de acuerdo con Montgomery (2004) se debe a tres principios fundamentales: (i) el principio de escasez de efectos que establece la posibilidad de que el sistema o proceso esté dominado principalmente por algunos de los efectos principales y las interacciones de orden inferior, (ii) la propiedad de proyección que

establece que los diseños factoriales fraccionados pueden proyectarse en diseños más fuertes (más grandes) en el subconjunto de los factores significativos y (iii) la experimentación secuencial estableciendo que es posible combinar las corridas de dos (o más) diseños factoriales fraccionados para ensamblar secuencialmente diseños más grandes para estimar los efectos de los factores y las interacciones de interés.

### 2.3.2 Fracción del modelo $2^{k-p}$

Comúnmente los diseños fraccionados suelen representarse mediante la expresión  $2^{k-p}$  donde  $k$  es el número de factores y  $1/2^p$  representa la fracción del diseño factorial completo  $2^k$  (Antony, 2003). Al momento de fraccionar un diseño factorial se generan fracciones de un medio, un cuarto o un octavo. Por ejemplo: si se desea generar la fracción un medio de diseño  $2^3$ , la manera de representar este diseño fraccionado es  $2^{3-1}$  con únicamente 4 corridas experimentales y la fracción se forma a partir de generadores (Cox & Reid, 2000); (Montgomery, 2004) tal como se muestra en la Tabla 2-4.

Tabla 2-4 Signos positivos y negativos de diseño factorial  $2^3$

Combinaciones de tratamientos	I	$\frac{1}{2} A$	$\frac{1}{2} B$	$\frac{1}{2} AB$	$\frac{1}{2} C$	$\frac{1}{2} AC$	$\frac{1}{2} BC$	$\frac{1}{2} ABC$
<i>a</i>	+	+	-	-	-	-	+	+
<i>b</i>	+	-	+	-	-	+	-	+
<i>c</i>	+	-	-	+	+	-	-	+
<i>abc</i>	+	+	+	+	+	+	+	+
<i>Ab</i>	+	+	+	-	+	-	-	-
<i>Ac</i>	+	+	-	+	-	+	-	-
<i>Bc</i>	+	-	+	+	-	-	+	-
<i>-I</i>	+	-	-	-	+	+	+	-

Montgomery (2004)

Debido a que la columna de *ABC* posee la columna de signos positivos, se le llama generador de esta fracción. De la misma manera la columna identidad es siempre positiva, por lo que  $I = ABC$  que se le llama relación de diseño. En la Tabla 2-4 se observa que las combinaciones lineales para estimar los efectos principales están dados por:

$$\text{Efecto } A = \frac{1}{2} (a - b - c + abc) \quad 2.24$$

$$\text{Efecto } B = \frac{1}{2} (-a + b - c + abc) \quad 2.25$$

$$\text{Efecto } C = \frac{1}{2} (-a - b + c + abc) \quad 2.26$$

## 2.4 Filosofía de Taguchi

El Dr. Genichi Taguchi es reconocido por sus aportaciones al campo de la calidad, donde ha contribuido significativamente en el campo de las industrias japonesas en la fabricación de productos de alta calidad a corto plazo y bajo costo. Su filosofía gira entorno a la calidad de los productos que se refleja en los beneficios que el producto causa en la sociedad (Peace, 1993).

### 2.4.1 Enfoque Taguchi y contribuciones a la calidad

El enfoque de Taguchi o diseño de parámetro robusto (RPD) hace énfasis en la apropiada selección de niveles de factores de control con el objeto de minimizar la variabilidad transmitida por los factores de ruido y de esta manera generar un producto o proceso robusto. Montgomery (2009) menciona dos objetivos del diseño robusto: (i) asegurar que la media de la respuesta alcance un valor objetivo y (ii) que la variabilidad alrededor del valor objetivo sea tan pequeña como sea posible.

El Dr. Taguchi es reconocido por tres de sus mejores aportaciones en el campo de la calidad:

1. La función de pérdida.
2. Arreglos ortogonales y las gráficas lineales.
3. Robustez.

#### *La función de pérdida*

Taguchi define la calidad como un costo monetario a la sociedad debido al mal diseño y funcionalidad del producto (Gutiérrez & De la Vara, 2003). Taguchi ha desarrollado un modelo matemático donde representa la pérdida como una función cuadrática de la desviación de la calidad respecto del valor objetivo.

$$L(y) = k(y-T)^2 \quad 2.27$$

Donde  $L(y)$  es la función de pérdida,  $k$  es una constante,  $y$  es cualquier valor de la característica de calidad y  $T$  es un valor objetivo.

### *Arreglos ortogonales*

Los arreglos ortogonales son diseños propuestos por Taguchi. Estos arreglos poseen la característica de ser ortogonales, misma que poseen los diseños clásicos. Otra ventaja que poseen los arreglos ortogonales es su costo de eficiencia, esto quiere decir que el arreglo ortogonal no requiere de todas las corridas como en un diseño clásico (Peace, 1993).

### *Robustez*

La robustez se puede definir tanto para un producto como para un proceso:

- Producto: es la habilidad del producto de funcionar consistentemente tal como fue diseñado con efectos mínimos de la influencia de los cambios en las operaciones incontrolables.
- Proceso: es la habilidad del proceso para producir consistentemente productos de calidad con efectos mínimos de la influencia de los cambios incontrolables de manufactura.

## **2.4.2 Ingeniería de calidad**

Los alcances de la filosofía de Taguchi se conocen como “Ingeniería de calidad”. El marco de referencia de la ingeniería de calidad se interrelaciona con los conceptos de ingeniería de diseño y manufactura. Esto comprende las actividades de control de calidad que constituye cada fase de la investigación y desarrollo de productos, diseño de procesos, producción y satisfacción de clientes. La ingeniería de calidad se divide en dos partes: calidad dentro de línea y calidad fuera de línea.

### *Calidad dentro de línea*

La calidad dentro de línea involucra las técnicas que monitorean la producción midiendo la calidad actual del proceso obteniendo signos de problemas potenciales para dirigir acciones correctivas. Los datos obtenidos del monitoreo son analizados y comparados contra un valor objetivo; si el análisis indica que los parámetros están fuera de aceptación, se aplican técnicas de ajuste para regresar el proceso dentro de un rango de aceptación.

### *Calidad fuera de línea*

El propósito del control de calidad fuera de línea consiste en optimizar diseños de productos y procesos con el apoyo del control de calidad dentro de línea. El diseño de experimentos es la principal herramienta para el control de calidad fuera de línea. El control de calidad fuera

de línea puede verse como tres pasos secuenciales que son: (1) diseño de sistema, (2) diseño de parámetros y (3) diseño de tolerancia (Peace, 1993) y (Vuchkov & Boyadjieva, 2001).

### **2.4.3 Diseño de experimentos robusto**

El diseño robusto tiene sus orígenes en el trabajo del Dr. Japonés Genichi Taguchi, quien desarrolló su propia filosofía y métodos de ingeniería de la calidad desde la década de 1950. Taguchi hace varias contribuciones a la calidad siendo en el área de diseño de experimentos sus aportaciones más importantes, con la introducción de lo que él llamó diseño de parámetros conocido este concepto en occidente como “diseño robusto”. El RPD es definido como la reducción de las causas de variación en un producto o un proceso sin la eliminación de las causas de la variación García, Estrada, & Hermosillo (2015). Esta variación es denominada ruido, y puede provenir de una diversidad de factores que se pueden clasificar en tres tipos principales: variación interna, variación externa y variación de unidad a unidad García, Estrada & Hermosillo (2015).

La variación interna es debida al deterioro tal como el desgaste de una maquina o el envejecimiento de los materiales. La variación externa es el factor relacionado a las condiciones ambientales tales como la temperatura, la humedad y el polvo. La variación de unidad a unidad es la variación entre las partes debida a cambios inconscientes en los materiales, procesos o equipos (Lochner & Matar, 1990)

### **2.4.4 Metodología Taguchi**

Hay dos enfoques principales para experimentación robusta: El enfoque de Taguchi y el enfoque tradicional (Box & Bisggard, 1987). La metodología de Taguchi para el RPD fue introducida a principios de la década de 1980. Esta metodología gira en torno al uso de diseños ortogonales donde un arreglo ortogonal que involucra variables de control se cruza con un arreglo ortogonal que contiene a las variables de ruido. El método de Taguchi ha sido implementado en diversas áreas de ingeniería, manufactura, y muchas otras áreas más, por ejemplo: en la fabricación de dispositivos médicos (Limon, Tlapa, Baez, Maldonado, & Rivera, 2016) obteniendo mejoras en indicadores como el índice de capacidad de trabajo. También es ampliamente usado en la optimización de procesos como en la inyección de plásticos (Oktem, Erzurumlu, & Uzman, 2007) y dentro del campo de investigación en la construcción de redes neuronales (Ortiz, Martínez, & Vega, 2006). La metodología de Taguchi se representa de forma general como:

- a. Identificación del problema
- b. Selección de factores
  - i. Controlables
  - ii. No controlables
- c. Selección de un arreglo experimental para los factores controlables y otro para los factores de ruido
- d. Combinación de los arreglos en matrices externa e interna.
- e. Análisis de datos y conclusiones

#### 2.4.5 Modificación de arreglos ortogonales

En algunos diseños de experimentos es necesario considerar más de tres niveles. Hay algunos arreglos ortogonales que tratan factores a niveles mixtos, pero puede que no sean los más económicos o posiblemente no se adapte a las necesidades que se buscan satisfacer. Para las aplicaciones que envuelven niveles mixtos, Taguchi modifica los arreglos estándar de dos niveles para ajustar las circunstancias a condiciones de tres niveles. El método para combinar columnas y elevar el número de nivel se conoce como tratamiento ficticio (Roy, 2010).

#### 2.4.6 Señal ruido como fuente de medición de la eficiencia

Dentro de la metodología para el análisis del diseño con arreglo externo e interno, Taguchi propuso un estadístico de desempeño, al cual le llamó cociente o razón señal/ruido, que se calcula en cada combinación de los factores controlables y se analiza como cualquier variable de respuesta. La combinación más robusta de los niveles de los factores controlables es aquella que maximiza el estadístico razón señal/ruido (Roy, 2010).

La relación señal/ruido se expresa como:

Mientras más pequeño mejor

$$-10 \log \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^2 \right] \quad 2.28$$

Mientras más grande mejor

$$-10 \log \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{Y_i^2} \right] \quad 2.29$$

Valor nominal

$$10 \log \left[ \frac{\bar{y}}{S_y^2} \right] \quad 2.30$$



### 2.4.7 Diseños cruzados

El RPD involucra la experimentación tanto de factores controlables y de factores no controlables denominado variables de ruido (Gutiérrez & De la Vara, 2003). La metodología RPD gira en torno al uso de un arreglo ortogonal para las variables de control conocido como arreglo interno y un arreglo ortogonal para las variables de ruido conocido como arreglo externo (Vuchkov & Boyadjieva, 2001). Ambos arreglos se cruzan para formar un arreglo cruzado como se muestra en la Figura 2-5. Es importante señalar que no todos los experimentos de Taguchi son arreglos cruzados, en casos en que no existe interés en hacer al producto robusto, se puede correr solamente el arreglo interno sin la necesidad de agregar el arreglo externo. Algunos autores como (Clausing, 1994) y (García , Estrada, & Hermosillo, 2015) clasifican las fuentes de variación o variables de ruido en tres categorías que son: factores medioambientales, deterioro y variaciones en la producción (ruido de producto a producto). Para hacer frente a los efectos no deseados de los factores de ruido (Hasenkamp, Adler, Carlsson, & Advidsson, 2007) mencionan dos estrategias para reducir la variabilidad: una es eliminar las factores de ruido, pero esto muchas ocasiones no es factible debido a que no siempre es posible conocer las causas de la variabilidad o es muy costoso hacerlo; el segundo enfoque es diseñar productos que sean insensibles a las fuentes de variación, que es la esencia de la metodología del diseño de parámetro robusto.

(a) Arreglo interno					(b) Arreglo externo								
Corrida	A	B	C	D	E	F	G						
1	-1	-1	-1	-1	15.6	9.5	16.9	19.9	19.6	19.6	20	19.1	
2	-1	0	0	0	15	16.2	19.4	19.2	19.7	19.8	24.2	21.9	
3	-1	1	1	1	16.3	16.7	19.1	15.6	22.6	18.2	23.3	20.4	
4	0	-1	0	1	18.3	17.4	18.9	18.6	21	18.9	23.2	24.7	
5	0	0	1	-1	19.7	18.6	19.4	25.1	25.6	21.4	27.5	25.3	
6	0	1	-1	0	16.2	16.3	20	19.8	14.7	19.6	22.5	24.7	
7	1	-1	1	0	16.4	19.1	18.4	23.6	16.8	18.6	24.3	21.6	
8	1	0	-1	1	14.2	15.6	15.1	16.8	17.8	19.6	23.2	24.2	
9	1	1	0	-1	16.1	19.9	19.3	17.3	23.1	22.7	22.6	28.6	

Figura 2-5 Diseño cruzado, Montgomery (2009)

Montgomery (2009) especifica que por lo menos debe de existir una combinación entre factores controlables y no controlables para poder realizar un diseño robusto. (Roy, 2010) menciona que para el análisis se debe de utilizar la señal S/N con el objetivo de maximizar la señal de la respuesta anulando la interferencia emitida por la señal de ruido.

#### **2.4.8 Arreglos ortogonales**

El origen del desarrollo de los arreglos ortogonales se le atribuye al Ingles R. A. Fisher donde las primeras aplicaciones las utilizó para controlar el error en experimentos (Peace, 1993). Posteriormente Taguchi quien adoptó los arreglos ortogonales, llevó a cabo una extensa investigación utilizando la técnica de diseño de experimentos, dando como resultado el uso extensivo de dichos arreglos.

Los arreglos ortogonales son un conjunto de tablas numéricas donde cada una puede ser usada para diseñar diversas situaciones experimentales (Roy, 2001). Estos conjuntos de tablas fueron introducidos por el Dr. Taguchi, el uso de estos arreglos ayuda a determinar el menor número de experimentos necesarios para un conjunto dado de factores. Algunos de estos arreglos ortogonales son los más empleados para cubrir los requerimientos que se presentan en la industria tales como arreglos de dos, tres y cuatro niveles, algunos otros tienen restricciones especiales y otros se encargan de manejar niveles mixtos. Por lo tanto, los arreglos ortogonales se clasifican en tres grupos: factores a dos niveles, factores con tres niveles y niveles mixtos (Lin, 1994).

Cox & Reid (2000) define los arreglos ortogonales como una matriz de  $n \times k$ , donde  $n$  es el número de filas y  $k$  es el número de columnas, con  $m_i$  símbolos en la  $i$ -ésima columna en un arreglo ortogonal de fuerza  $L$ . Los arreglos ortogonales poseen características deseables como balance y ortogonalidad (ver sección 2.7) mismas que también poseen los diseños factoriales clásicos (Montgomery, 2004). Los arreglos ortogonales de uso más frecuentes son: L4, L8, L12, L16 y L32.

#### **2.5 Optimalidad**

Los diseños óptimos a diferencia de los diseños clásicos son más eficientes en cuanto al número de corridas necesarias para obtener información de la región experimental. En la Tabla 2-5 se muestra la cantidad de corridas necesarias para los experimentos a dos niveles de los diseños factoriales completos, diseños factoriales fraccionados y D-óptimos. Se puede

observar que las corridas para los diseños D-óptimos no incrementan tan rápidamente conforme incrementa el número de factores dentro de la experimentación.

Tabla 2-5 Número de corridas para diferentes diseños, (Triefenbach, 2008)

Factores	Factorial completo	Factorial fraccionado	D-óptimo
5	32	16	16
6	64	32	28
7	128	64	35
8	256	64	43
9	512	128	52

Un diseño D-óptimo es aquel que emplea el mejor grupo de puntos de diseño seleccionados, al reducir o ampliar el número de corridas experimentales en el diseño original. El diseño óptimo se define como aquel que minimiza la región de confianza conjunta del vector que contiene a los estimadores de los coeficientes de regresión, y se obtiene al minimizar el determinante  $|(X'X)^{-1}|$ . El diseño óptimo proporciona una conexión más directa entre el diseño experimental y el rendimiento estadístico al enmarcar la selección del diseño como un problema de optimización, en el que se minimizan los errores estándar o se maximizan los parámetros de no centralidad (Morris, 2011, pág. 299). Los diseños óptimos se emplean cuando se presentan algunas situaciones éntrelas que destacan: (i) la región experimental es irregular, (ii) los factores cualitativos tienen más de dos niveles, (iii) cuando el número de corridas de un diseño tiene que ser reducido (situación abordada en esta tesis), (iv) cuando se ajusta un modelo de regresión específico y (v) cuando factores de proceso y mezcla son implementados en el mismo diseño. La construcción de un diseño óptimo requiere la especificación de tres elementos: (i) la región experimental, la cual es el escalar o vector de variables independientes ( $x$ ) que define un tratamiento, (ii) regresión lineal y (iii) la función del criterio. El diseño óptimo requiere una función  $\phi(D)$  que puede ser usada como una medición de calidad de la inferencia que puede esperarse de los resultados.

Triefenbach (2008) menciona que para la formación de un diseño óptimo se necesita seleccionar la matriz que contiene los puntos candidatos a pertenecer al diseño óptimo, esta matriz se conoce como matriz de puntos candidatos, contiene  $N$  renglones y se denota con el símbolo  $\zeta_N$ , ver Figura 2-6 sección (a). La matriz de diseño  $X$  contiene  $n$  filas con  $p$  coeficientes, ver Figura 2-6 sección (b).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad 2.31$$

$$\xi_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (b)$$

Figura 2-6 Matriz de puntos candidatos y matriz de diseño

La primera columna de la matriz de diseño representa el término constante de  $\beta_0$  que es la intersección, y el resto de las columnas representan los términos de un modelo de regresión siendo las variables  $x_i$ . En el ejemplo mostrado en la Figura 2-6 sección(b), las columnas 2 y 3 se refieren a los términos de  $x_1$  y  $x_2$ , conforme incrementa la matriz de puntos candidatos, la selección de  $\xi_N$  se torna más complicada. Para hacer la selección de los mejores puntos candidatos el proceso se realiza mediante un adecuado criterio de selección; este criterio de selección puede ser usado con alguno de los criterios de optimalidad que se abordan dentro de la sección 2.5.1. La selección del mejor grupo de puntos candidatos se conoce como optimalidad y la matriz de diseño correspondiente es llamada matriz de diseño óptimo (De Aguiar, Bourguignon, Khots, Massart y Phan-Thau-Luu, 1995).

### 2.5.1 Algunos criterios de optimalidad

La selección del subconjunto para la formación del diseño óptimo depende de un criterio de selección y de un número determinado de corridas experimentales disponibles. El primer trabajo en diseño de experimentos óptimo fue publicado por Smith (1918) quien propuso un criterio para la regresión polinomial que mas tarde en Kiefer y Wolfowitz (1959) fue llamado *G*-optimalidad. En 1995 Ehrenfeld establece el criterio *E*-optimalidad. Dentro de la literatura los criterios de optimalidad más usados son *D*, *A* y *E*-optimalidad ver (Nguyen & Miller, 1992), (Nishii, 1993) y (Morris, 2011).

### 2.5.1.1 G-optimalidad

El primer trabajo en diseño de experimentos óptimo fue publicado en el año 1918 por Smith, quien propuso un criterio para la regresión polinomial que, más tarde, fue llamado G-optimalidad (Generalized Variance) por (Kiefer & Wolfowitz, 1960). La G-optimalidad tiene que ver con la varianza de predicción de los puntos candidatos. Es la relación de la varianza de predicción promedio a la varianza de predicción máxima en los puntos de diseño. Una matriz G-óptima se selecciona para minimizar la más alta varianza de predicción en un diseño, ver ecuación 2.31.

$$G - \acute{o}ptima = \min \left( \max \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\chi'_i * (X'X)^{-1} * \chi_i) \right) \right) \quad 2.32$$

### 2.5.1.2 E-Optimalidad

En 1955 Ehrenfeld establece un nuevo criterio de optimización que consiste en maximizar el mínimo autovalor de la matriz de información llamado E-optimalidad (Eigenvalores). La E-optimalidad tiene que ver con los valores propios de la matriz de información. Este criterio se define por la función:

$$E - \acute{o}ptimalidad = \text{El m\u00ednimo valor propio (valores propios}(X'X))$$

Un diseño E-óptimo minimiza la varianza máxima de los coeficientes de regresión del modelo de regresión, ver ecuación 2.33.

$$E - \acute{o}ptima = \min \left( \max(\text{valores propios}(X'X)) \right) \quad 2.33$$

### 2.5.1.3 D-optimalidad

Los principios de la D-optimalidad se remontan a Wald (1943) donde se establece el criterio de maximización del determinante de la matriz de información. Más tarde Kiefer y Wolfowitz (1960) le dar\u00e1n el nombre de D-optimalidad (Determinante). La D-optimalidad indica la capacidad del dise\u00f1o de obtener estimaciones o predicciones precisas. Un dise\u00f1o de D-\u00f3ptimo es un dise\u00f1o que contiene el mejor subconjunto de puntos experimentales dentro de la regi\u00f3n experimental. El dise\u00f1o D-\u00f3ptimo se define como aquel que minimiza la regi\u00f3n de confianza conjunta del vector que contiene a los estimadores de los coeficientes de regresi\u00f3n, se minimiza para el modelo lineal est\u00e1ndar:

$$y = X\beta + \varepsilon \quad 2.34$$

Siendo  $\beta$  una función lineal o no lineal del valor del parámetro desconocido, el término del error ( $\varepsilon$ ) se asume que tiene media cero y varianza constante (Myers, Montgomery, & Anderson, 2009). Existen dos matrices que es importante mencionar para realizar la selección de un conjunto de puntos candidatos, se trata de la matriz de información ( $X'X$ ) que se obtiene de la multiplicación de la matriz de diseño transpuesta ( $X'$ ) y la matriz de diseño ( $X$ ). La otra matriz importante de conocer es la matriz de dispersión, esta matriz se obtiene al invertir la matriz de información  $(X'X)^{-1}$ . La importancia de conocer estas matrices radica en la forma de cómo se calcula la D-optimalidad; maximizar el determinante de la matriz de información ( $X'X$ ) es equivalente a maximizar el determinante de la matriz de dispersión  $(X'X)^{-1}$ .

$$|X'X| = \frac{1}{|(X'X)^{-1}|} \quad 2.35$$

#### 2.5.1.4 A-optimalidad

La A-optimalidad mide la varianza promedio en los coeficientes de regresión del modelo ajustado. Una matriz de diseño se considera que es A-óptima cuando se minimiza el rastro de la matriz de dispersión  $(X'X)^{-1}$ , el rastro se refiere a la suma de los elementos de la diagonal principal. Minimizar el rastro de una matriz es equivalente a minimizar la varianza promedio de los coeficientes de estimación.

$$A - \text{optimalidad} = \min(\text{rastro}(X'X)^{-1}) \quad 2.36$$

$$A - \text{óptima} = \sum_{i=1}^p C_{ii}$$

#### 2.5.1.5 V-optimalidad

La V-optimalidad mide la varianza de predicción promedio en el conjunto de puntos de diseño. La predicción de la varianza para un candidato  $\chi_i$  es como:

$$d(\chi_i) = \chi'_i * (X'X)^{-1} * \chi_i \quad 2.37$$

Donde  $\chi_i$  significa un vector que representa a un diseño simple y  $\chi'_i$  representa la transpuesta del vector. Un diseño V-óptimo es aquel donde la selección de candidatos que tienen el más bajo promedio de la predicción de la varianza (Vinning, Cornell, & Myers, 1993).

$$V - \text{Óptimo} = \min \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\chi'_i * (X'X)^{-1} * \chi_i) \right) \quad 2.38$$

## 2.6 Propiedades deseables

Dentro de los diseños factoriales fraccionados existen dos propiedades deseables, son el balance y la ortogonalidad, esto debido a que al contar con estas características una matriz de diseño permite estimar información para cada uno de los factores de interés del experimentador.

## 2.7 Ortogonalidad

Se dice que dos columnas son ortogonales cuando su producto punto es igual a cero, esto significa que son linealmente independientes y son útiles para evaluar el efecto de cada factor de manera separada. La ortogonalidad hace que los efectos de los factores sean independientes, por lo tanto, cada columna proporciona diferente información al diseño. (Vuchkov & Boyadjieva, 2001) y (Roy, 2001) mencionan que una matriz de diseño es ortogonal si en cada par de columnas la combinación de niveles aparece en el mismo número de veces. (Barker, 2005) señala que hay ortogonalidad cuando en un experimento tiene covarianza de cero en cualquier par de columnas. Entre más grande la covarianza habrá una relación más grande entre variables, lo cual indica que, si se tiene una covarianza de cero, el análisis matemático producirá resultados que son independientes para cada variable.

Existen diversos criterios para medir la ortogonalidad. Algunos de estos criterios son: (i) el criterio de aberración mínimo generalizado (Xu & Wu, 2001), (ii) momento de aberración mínimo (Xu, 2003) y (iii) momento de proyección de aberración (Xu & Deng, 2005) y (iv) J<sub>2</sub>-óptima propuesto por (Xu, 2002) que es usado para medir el grado de ortogonalidad de matrices de diseño desbalanceadas.

### 2.7.1 J<sub>2</sub>-óptimalidad

De acuerdo con (Xu, 2002) el criterio J<sub>2</sub>-óptimalidad se aplica a una matriz  $N \times n$ ,  $d = [x_{ik}]$ , el peso de  $w_k > 0$  es asignado a la columna  $k$ , la cual contienen  $s_k$  niveles. Para  $1 \leq i, j \leq N$ , sea:

$$\delta_{i,j}(d) = \sum_{k=1}^n w_k \delta(x_{ik}, x_{jk}) \quad (2.39)$$

donde  $\delta(x, y) = 1$  si  $x = y$  y 0 de otra manera. El valor  $\delta_{i,j}(d)$  mide la similitud entre  $i$  – *esimo* y  $j$  – *esimo* renglón de  $d$ . En particular, si  $w_k = 1$  es seleccionada para todo  $k$ , entonces  $\delta_{i,j}(d)$  es el número de coincidencias entre  $i$  – *esimo* y  $j$  – *esimo* renglón. Definir:

$$J_2(d) = \sum_{1 \leq i < j \leq N} [\delta_{i,j}(d)]^2 \quad (2.40)$$

Un diseño es  $J_2$  – *Optimalidad* si se minimiza  $J_2$ . Obviamente, minimizando  $J_2(d)$ , se desea que los renglones de  $d$  no sea similares. A continuación, se muestra el siguiente teorema que muestra un importante límite inferior de  $J_2$ :

$$J_2 \geq L(n) = 2^{-1} \left[ \left( \sum_{k=1}^n N s_k^{-1} w_k \right)^2 + \left( \sum_{k=1}^n (s_k - 1) (N s_k^{-1} w_k)^2 \right) - N \left( \sum_{k=1}^n w_k \right)^2 \right] \quad (2.41)$$



y la igualdad se mantiene si y sólo si  $d$  es un arreglo ortogonal. En la  $J2$ , obteniendo un valor de  $J2 = 120$ .

Fracción						
1	1	1	1	2	1	4
2	1	2	1	2	3	1
3	1	1	1	1	1	4
4	1	2	2	1	1	2
5	1	1	2	1	3	4
6	1	2	2	2	2	3

Para renglon 1						
1						
2	1	0	1	1	0	0
3	1	1	1	0	1	1
4	1	0	0	0	1	0
5	1	1	0	0	0	1
6	1	0	0	1	0	0
					3	9
					5	25
					2	4
					3	9
					2	4

Para renglon 2						
1						
2						
3	1	0	1	0	0	0
4	1	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1	0
6	1	1	0	1	0	0
					2	4
					2	4
					2	4
					3	9

Para renglon 3						
1						
2						
3						
4	1	0	0	1	1	0
5	1	1	0	1	0	1
6	1	0	0	0	0	0
					3	9
					4	16
					1	1

Pararenglon 4						
1						
2						
3						
4						
5	1	0	1	1	0	0
6	1	1	1	0	0	0
					3	9
					3	9

Para renglon 5						
1						
2						
3						
4						
5						
6	1	0	1	0	0	0
					2	4

Figura 2-7 se muestra un ejemplo de la aplicación del criterio  $J2$ , obteniendo un valor de  $J2 = 120$ .

Fracción						
1	1	1	1	2	1	4
2	1	2	1	2	3	1
3	1	1	1	1	1	4
4	1	2	2	1	1	2
5	1	1	2	1	3	4
6	1	2	2	2	2	3

Para renglon 1						
1						
2	1	0	1	1	0	0
3	1	1	1	0	1	1
4	1	0	0	0	1	0
5	1	1	0	0	0	1
6	1	0	0	1	0	0
					3	9
					5	25
					2	4
					3	9
					2	4

Para renglon 2						
1						
2						
3	1	0	1	0	0	0
4	1	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1	0
6	1	1	0	1	0	0
					2	4
					2	4
					2	4
					3	9

Para renglon 3						
1						
2						
3						
4	1	0	0	1	1	0
5	1	1	0	1	0	1
6	1	0	0	0	0	0
					3	9
					4	16
					1	1

Pararenglon 4						
1						
2						
3						
4						
5	1	0	1	1	0	0
6	1	1	1	0	0	0
					3	9
					3	9

Para renglon 5						
1						
2						
3						
4						
5						
6	1	0	1	0	0	0
					2	4

Figura 2-7 Cálculo del criterio  $J2$

### 2.7.2 Factor de inflación de la varianza

Diversas formas de medir el grado de ortogonalidad han sido propuestas, pero la forma más comúnmente aceptada es mediante los factores de inflación de varianza (FIV's) por su simplicidad de cálculo. El factor de inflación de la varianza mide qué tanto aumenta la varianza de un coeficiente de regresión estimado si los predictores están correlacionados (Salmerón *et al.* 2016) y detectar la presencia de relaciones lineales entre dos o más variables independientes (es decir, colinealidad) en el modelo de regresión lineal múltiple. La definición de FIV de acuerdo con (Marquardt, 1970) citado por (Salmerón *et al.*, 2016)

permite medir el impacto de la colinealidad de la variable  $X_i, i = 1, \dots, n$ , con el resto de las variables independientes, la fórmula del FIV es la siguiente:

$$FIV(i) = \frac{1}{1-R_i^2}, \quad i = 1, \dots, p, \quad 2.42$$

Donde  $R_i^2$  es el coeficiente de determinación de  $X_i$  en el resto de las variables independientes. Esto quiere decir que se realiza una regresión lineal como se muestra en la Tabla 2-6 considerando a  $x_i$  como la variable dependiente y el resto de  $x_{i+1}$  son las variables independientes para el modelo de regresión con  $x_{i>2}$  y así determinar el coeficiente de determinación  $R_i^2$  para calcular los factores de inflación de varianza. En la Tabla 2-6 se muestra un ejemplo del cálculo de FIV para una matriz de 15 renglones con 3 columnas.

Tabla 2-6 Cálculo del factor de inflación de la varianza

			Ecuaciones de regresión								
			A = 1.6923-0.07692B-0.07692C			B = 1.6923-0.07692A-0.07692C			C = 1.6923-0.07692A-0.07692B		
A	B	C	$\hat{A}$	$(\hat{A} - \bar{A})^2$	$(A - \bar{A})^2$	$\hat{B}$	$(\hat{B} - \bar{B})^2$	$(B - \bar{B})^2$	$\hat{C}$	$(\hat{C} - \bar{C})^2$	$(C - \bar{C})^2$
1	1	1	1.54	0.01	0.22	1.54	0.01	0.22	1.54	0.01	0.22
1	1	1	1.54	0.01	0.22	1.54	0.01	0.22	1.54	0.01	0.22
1	1	2	1.46	0.00	0.22	1.46	0.00	0.22	1.54	0.01	0.28
1	1	2	1.46	0.00	0.22	1.46	0.00	0.22	1.54	0.01	0.28
1	2	1	1.46	0.00	0.22	1.54	0.01	0.28	1.46	0.00	0.22
1	2	1	1.46	0.00	0.22	1.54	0.01	0.28	1.46	0.00	0.22
1	2	2	1.38	0.01	0.22	1.46	0.00	0.28	1.46	0.00	0.28
1	2	2	1.38	0.01	0.22	1.46	0.00	0.28	1.46	0.00	0.28
2	1	1	1.54	0.01	0.28	1.46	0.00	0.22	1.46	0.00	0.22
2	1	1	1.54	0.01	0.28	1.46	0.00	0.22	1.46	0.00	0.22
2	1	2	1.46	0.00	0.28	1.38	0.01	0.22	1.46	0.00	0.28
2	1	2	1.46	0.00	0.28	1.38	0.01	0.22	1.46	0.00	0.28
2	2	1	1.46	0.00	0.28	1.46	0.00	0.28	1.38	0.01	0.22
2	2	1	1.46	0.00	0.28	1.46	0.00	0.28	1.38	0.01	0.22
2	2	2	1.38	0.01	0.28	1.38	0.01	0.28	1.38	0.01	0.28
$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	suma	0.04	3.73	suma	0.04	3.73	suma	0.04	3.73
1.47	1.47	1.47	$R^2$	0.01		$R^2$	0.01		$R^2$	0.01	
			$FIV_A$	1.01		$FIV_B$	1.01		$FIV_C$	1.01	

Marquardt (1970) define el FIV como los elementos de la diagonal principal de la matriz de correlación inversa. La ortogonalidad de acuerdo con (Vuchkov & Boyadjieva, 2001) se mide con la diagonal principal de la matriz. De esta manera, el FIV será los elementos pertenecientes a la diagonal de la inversa de  $X'X$  ya que la matriz de correlación de las variables independientes es la matriz  $X'X$  cuando los datos son estandarizados.

Cuando un diseño es ortogonal, todos los factores de inflación de varianza son iguales a 1, por lo general se recomienda que los FIV's no tomen valores mayores a 5. La ortogonalidad

hace que los efectos de los factores sean independientes, por lo tanto, cada columna del diseño proporciona diferente información.

## 2.8 Balance

Un diseño está balanceado si en todas sus columnas, cada nivel de factor aparece el mismo número de veces; en la Tabla 2-7 se muestra un ejemplo balanceado para dos niveles y niveles mixtos. El balance es otra propiedad importante para las matrices de diseño debido a que esta propiedad permite una distribución uniforme de la información para cada nivel y hace que la columna intersección se vuelva ortogonal a los efectos principales.

Actualmente existen tres criterios para medir el balance (i) el coeficiente de balance en su forma I (Guo, 2003), (ii) el coeficiente de balance en su forma II (Guo, 2003) y (iii) el índice de balance general (Guo, Simpson, & Pignatiello, 2009).

### 2.8.1 El coeficiente de balance en su forma I (Guo, 2003)

De acuerdo Guo (2003) el coeficiente de balance en su forma I para una matriz de diseño  $d$  está dado por:

$$F(d) = \sum_{j=1}^m w_j F_j = \sum_{j=1}^m \left( \prod_{i=1}^{l_j} l_{ij} \right) w_j \quad 2.43$$

Donde  $F_j$  es el coeficiente de balance para la columna  $j$  y  $w_j$  es la ponderación correspondiente al peso asignado a cada columna.

$$F_j = \prod_{i=1}^{l_j} l_{ij} \quad 2.44$$

El término  $l_{ij}$  es la frecuencia del  $i$ -ésimo nivel en la columna  $j$ . Una matriz es más balanceada cuando el coeficiente en su forma I se maximiza.

### 2.8.2 El coeficiente de balance en su forma II (Guo, 2003)

El coeficiente de balance en su forma II que está dado por la siguiente expresión descritos en (Guo, Simpson, & Pignatiello, 2007); (Guo, 2003) emplea el concepto de función de distancia :

$$H = \sum_{j=1}^m w_j \sum_{i=1}^{l_j} \left( l_{ij} - \frac{n}{l_j} \right)^2 \quad 2.45$$

El coeficiente de balance en su forma II se obtiene al multiplicar la ponderación  $w_j$  asignada a cada columna de la matriz de diseño por el coeficiente de balance de cada columna  $H$ . Cuando un diseño es balanceado el coeficiente de balance II es cero. Esto quiere decir que se busca minimizar el valor del coeficiente de balance para obtener el diseño más balanceado.

### 2.8.3 Índice de balance general (IBG) (Guo *et al.* 2009)

El índice de balance general (IBG) propuesto por (Guo *et al.* 2009) es la tercera forma de considerada para medir el grado de balance de las matrices de diseño. La forma ampliamente usada para medir el balance es mediante el índice de balance general (IBG) por ser la más fácil de calcular.

Tabla 2-7. Estructura de orden estándar para dos niveles y niveles mixtos

2 x 2 = 4			3 x 2 = 6			4 x 3 x 2 = 24			
A	B	AB	C	A	CA	D	C	A	DCA
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
1	2	3	3	1	3	3	1	1	3
2	2	4	1	2	4	4	1	1	4
			2	2	5	1	2	1	5
			3	2	6	2	2	1	6
						3	2	1	7
						4	2	1	8
						1	3	1	9
						2	3	1	10
						3	3	1	11
						4	3	1	12
						1	1	2	13
						2	1	2	14
						3	1	2	15
						4	1	2	16
						1	2	2	17
						2	2	2	18
						3	2	2	19
						4	2	2	20
						1	3	2	21
						2	3	2	22
						3	3	2	23
						4	3	2	24

(Ríos , Simpson, & Guo, 2011)

El concepto de balance originalmente pertenece a la columna de efectos principales. Los autores generalizan la definición de balance para incluir efectos de interacción. En general, el nivel para el factor de interacción puede definirse por la combinación de la secuencia en el orden estándar de todos los factores. Para el factor  $t$  con niveles  $l_1, l_2, \dots, l_t$ , todas las posibles combinaciones del factor  $t$  es  $\prod_{i=1}^t l_i$ . El arreglo del orden estándar es conocido como orden de Yates (Montgomery, 2004).

De acuerdo con Guo *et al.* (2009) y (Ríos, Simpson, & Guo, 2011) Consideran una matriz de diseño  $d$  de  $n \times k$ , donde  $n$  es el número de filas y  $k$  es el número de columnas,  $d^t$  ( $t = 1, \dots, k$ ) indica las columnas de interacción entre los factores desde 1 hasta  $k$  y  $d^1$  es la matriz de efectos principales de un factor. El término  $l_j^t$  es el número de niveles de la  $j$ -ésima columna en  $d^t$ . El término  $C_{rj}^t$  es el número de veces que aparece el  $r$ -ésimo nivel en la  $j$ -ésima columna de  $d^t$ . El símbolo de  $H^t$ . Se usa para denotar el coeficiente de balance de  $d^t$ . El término  $C_j^t = [C_{1j}^t, C_{2j}^t, \dots, C_{l_j^t}^t]^T$  es el conteo de cada nivel en la  $j$ -ésima columna de  $d^t$ .

$$D = [d^1 \ d^2 \ \dots \ d^k] \quad 2.46$$

El coeficiente de balance mide dos aspectos del grado de balance de cada columna: primero, igualdad en la frecuencia de niveles y segundo, complementación de niveles. De manera general el IBG evalúa el número de veces que un nivel aparece respecto del número de veces que debería de parecer.

$$H_j^t = \sum_{r=1}^{l_j^t} (C_{rj}^t - T_j^t)^2 \quad 2.47$$

Para la matriz de interacción del  $k$  factor donde  $T_j^t = n/l_j^t$  es fijo. Sustituyendo.

$$H_j^t = \sum_{r=1}^{l_j^t} \left( C_{rj}^t - \frac{n}{l_j^t} \right)^2 \quad 2.48$$

$$H^t = \sum_{j=1}^k H_j^t = \sum_{j=1}^k \sum_{r=1}^{l_j^t} \left( C_{rj}^t - \frac{n}{l_j^t} \right)^2 \quad 2.49$$

$$IBG = (H^1, H^2, \dots, H^k) \quad 2.50$$

En la Figura 2-8 se muestra un ejemplo del cálculo del criterio IBG para una matriz de 15 filas por 3 columnas.

Variable	Factores		
	A	B	C
dt	1	1	1
	1	1	1
	1	1	2
	1	1	2
	1	2	1
	1	2	1
	1	2	2
	1	2	2
	2	1	1
	2	1	1
	2	1	2
	2	1	2
	2	2	1
	2	2	1
2	2	2	
Cjt	8	8	8
	7	7	7
Hjt	0.5	0.5	0.5
Ht	1.5		
IBG	1.5		

Figura 2-8 Cálculo del criterio IBG

## **2.9 Estado del arte**

En la

Tabla 2-8 se muestra el estado del arte donde la información se encuentra dividida en columnas. En las columnas se muestran el nombre del autor, año de publicación del trabajo consultado, el título de la publicación y los puntos más relevantes que pueden ayudar al trabajo de tesis de este documento.



Tabla 2-8. Estado del arte

Autores	Año	Título	Comentarios sobre el documento
Hongquan Xu y C. F. Jeff Wu	2001	Generalized minimum aberration for asymmetrical fractional factorial designs	Al estudiar los contrastes de tratamiento y los modelos ANOVA, este artículo propone un criterio de aberración mínima generalizada para comparar diseños factoriales fraccionales asimétricos. El criterio es independiente de la elección de los contrastes de tratamiento y, por lo tanto, sin modelo. Funciona para diseños simétricos y asimétricos, diseños regulares y no regulares. En particular, reduce el criterio de aberración mínima para diseños regulares y el criterio de aberración mínima $G_2$ para diseños no regulares de dos niveles. Además, al explorar la conexión entre la teoría de diseño factorial y la teoría de codificación, desarrollamos una teoría de diseño complementaria para diseños simétricos generales, que cubre muchos resultados existentes como casos especiales.
Hongquan Xu	2002	An algorithm for constructing orthogonal and nearly orthogonal arrays with	Las matrices ortogonales se utilizan ampliamente en las industrias de fabricación y alta tecnología para experimentos de mejora de la calidad y la productividad. Por razones de economía de tamaño de ejecución o flexibilidad, también se utilizan matrices casi ortogonales. La construcción de arreglos ortogonales o casi ortogonales puede ser bastante desafiante. La mayoría de los métodos existentes son complejos y producen tipos limitados de arreglos. Este artículo describe un algoritmo simple y efectivo para construir arreglos ortogonales de nivel mixto y casi ortogonales. Puede construir una variedad de arreglos de ejecución pequeña con buenas propiedades estadísticas de manera eficiente.
Hongquan Xu	2003	Minimum moment aberration for nonregular design and supersaturated designs	Los diseños no regulares se utilizan ampliamente en experimentos debido a su economía de tamaño de ejecución y flexibilidad. Estos diseños incluyen los diseños de Plackett-Burman y muchos otros arreglos ortogonales simétricos y asimétricos. Los diseños sobresaturados se han vuelto cada vez más populares en los últimos años debido a la posibilidad de ahorrar tamaño de carrera y su novedad técnica. En este artículo, se propone un nuevo criterio combinatorio, llamado momento de aberración mínimo, para evaluar la bondad de los diseños no regulares y los diseños sobresaturados.
Hongquan Xu y Lih-Yuan Deng	2005	Moment aberration projection for nonregular fractional factorial	Los diseños factoriales fraccionados no regulares, como los diseños de Plackett-Burman, se usan ampliamente en experimentos industriales para lograr una economía y flexibilidad de tamaño de ejecución. Se propone un criterio novedoso, llamado proyección de momento de aberración, para clasificar diseños no regulares. Mide la bondad de un diseño a través de momentos de la cantidad de coincidencias entre las filas de sus diseños de proyección.
Fabian Triefenbach	2008	Design of experimnts the D-optimal approach and its implementation as	El uso de experimentos es una opción efectiva para analizar y optimizar un proceso, esto conlleva a una amplia experimentación. El concepto D-optimalidad es un tipo de experimentación la cual contiene los mejor puntos de experimentales dentro de la región experimental para asegurar que la información obtenida es la más representativa. Los diseños óptimos poseen distintas características y ventajas sobre los diseños tradicionales.
Armando J. Ríos, Pablo Diosdado, y Salvador Hernández	2009	Secuential experimentation approach for robust resins	Se desarrolla una metodología para el aumento secuencial de diseños robustos de resolución mixta. Esta metodología incorpora el uso del algoritmo R3, que resultó ser compatible con la resolución mixta. La metodología también tenía la intención de proporcionar directrices para la construcción de diseños de niveles mixtos altamente fraccionado (Ríos, Diosdado, & Hernández, 2009).
Yong Guo, James R. Simpson y Joseph J. Pignatiello Jr.	2009	The general balance metric for mixed-level fractional factorial designs	Este trabajo muestra el criterio de aberración mínima GBM que fue modificado para medir el grado de balance tanto para efectos principales como efectos de interacción. La propuesta de este artículo contribuye al mecanismo de evaluación a las características de balance y ortogonalidad que se pretende aplicar a las fracciones obtenidas en el proyecto de tesis. Además, el GBM puede usarse como un criterio de aberración mínimo, y se comporta de manera consistente con otras definiciones de criterios de aberración mínima, tales como el GMA y el MMA (Guo, Simpson, & Pignatiello, 2009).
Yong Guo, James R. Simpson y Joseph J. Pignatiello Jr	2009	Optimal foldover plans for mixed-level fractional designs	En este artículo, se desarrolla una estrategia para doblar diseños factoriales fraccionarios de nivel mixto por niveles de factores rotativos, lo que puede considerarse como una extensión de los métodos de "signos inversores" para diseños de dos niveles. Computacionalmente, el tiempo de búsqueda es bastante razonable. Para diseños que contengan diez factores, el tiempo promedio de búsqueda es de aproximadamente 5 minutos bajo el entorno MATLAB con un PC Pentium 4 estándar (Guo, Simpson, & Pignatiello Jr., 2009).
Yong Guo, James R. Simpson y Joseph J. Pignatiello Jr	2009	Deciphering all those minimum aberration criteria for experimental designs	La aberración mínima es un criterio eficiente para evaluar diseños factoriales fraccionarios. El concepto de aberración mínima fue propuesto por primera vez en 1980 para diseños regulares de dos niveles. Desde entonces, un número cada vez mayor de estadísticos e ingenieros de calidad se han involucrado en la extensión del criterio de aberración mínima a aplicaciones más amplias, como los diseños de factor fraccional de dos niveles no regulado, multinivel y mixto. En la última década, se han desarrollado muchas definiciones de criterios de aberración mínima. Sin embargo, esos criterios útiles no han sido ampliamente reconocidos y utilizados por los profesionales para los problemas del mundo real. A través de ejemplos, este artículo revisa exhaustivamente las definiciones de criterios de aberración mínima con respecto a sus ventajas, limitaciones, inconvenientes y relaciones.
Chang-Xing Ma, Ming-Yao Ai, L. Y. Chan y T. N. Goh	2009	Three-level and mixed-level orthogonal arrays for lean designs	Los autores presentan una técnica conocida como diseño delgado donde se remueven filas y columnas específicas de un arreglo ortogonal, este procedimiento es aplicable al proceso de fraccionado que podría aplicarse a en el proyecto de tesis para el apartado de fraccionamiento de diseños. El principio de construcción de OA óptimas es intercambiar filas e intercambiar columnas de un OA conocido, de modo que el determinante de la matriz de información formada a partir de la submatriz superior izquierda de las matrices de diseño extendido generadas a partir de los OA óptimos tengan grandes valores (Xing, Yao, Chan, & Goh, 2009).
Armando J. Ríos, James R. Simpson and Yong Guo	2011	Semifold plans for mixed-level designs	El autor presenta una estrategia para el desarrollo de planes de semifold para diseños de nivel mixto. El actual método de aumento más eficiente para los diseños de nivel mixto es el plan de foldover óptimo desarrollado por (Guo, Simpson, & Pignatiello, 2009). Esta investigación empleó un enfoque de búsqueda exhaustivo de los planes de semifold posibles que se pueden seleccionar de la fracción foldover. Los criterios utilizados para evaluar las alternativas semifold fue el GBM. La contribución de este artículo al proyecto se enfoca en la aplicación del índice general de balance a las fracciones que se pretenden obtener al final de la metodología (Ríos, Simpson, & Guo, 2011). El enfoque de Taguchi para el diseño robusto ha sido una práctica común en la experimentación industrial durante muchos años. Sin embargo, estos diseños tienen serias desventajas, como la incapacidad para estimar las interacciones de control x control. En este artículo, proponemos la aplicación del algoritmo R3 como una herramienta de aumento para los experimentos de Taguchi. Los diseños Taguchi aumentados se compararon con sus competidores, diseños de resolución mixta y aumento D-óptimo, utilizando indicadores de rendimiento.
Armando J. Ríos Lira y María G. Guerrero	2018	Sequential experimentation approach for robustdesign	El enfoque de Taguchi para el diseño robusto ha sido una práctica común en la experimentación industrial durante muchos años. Sin embargo, estos diseños tienen serias desventajas, como la incapacidad para estimar las interacciones de control x control. En este artículo, proponemos la aplicación del algoritmo R3 como una herramienta de aumento para los experimentos de Taguchi. Los diseños Taguchi aumentados se compararon con sus competidores, diseños de resolución mixta y aumento D-óptimo, utilizando indicadores de rendimiento.

### 3 Marco metodológico

#### 3.1 Metodología de la investigación

La metodología que se empleó para el desarrollo de esta tesis se muestra a continuación en la Figura 3-1 que comprende 4 etapas para llevar a cabo la investigación sobre el fraccionado de los diseños ortogonales de Taguchi. Durante el desarrollo de cada etapa se buscó información para complementar las actividades de cada etapa.

La etapa 1 consiste en identificar la problemática que presentan los arreglos ortogonales de Taguchi, así como el área de oportunidad para desarrollar el objetivo de la investigación. La etapa 2 se establece el método que se generó para fraccionar los diseños ortogonales de Taguchi, dicho método se presenta en la sección 3.2, y además se seleccionaron las herramientas que se emplearon para esta etapa. La etapa 3 consiste en la medición de propiedades deseables de las fracciones de diseño una vez que se empleó el método, tales como optimalidad, ortogonalidad y balance. Finalmente, en la etapa 4 se presentan los resultados donde se seleccionan las fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi con las mejores propiedades

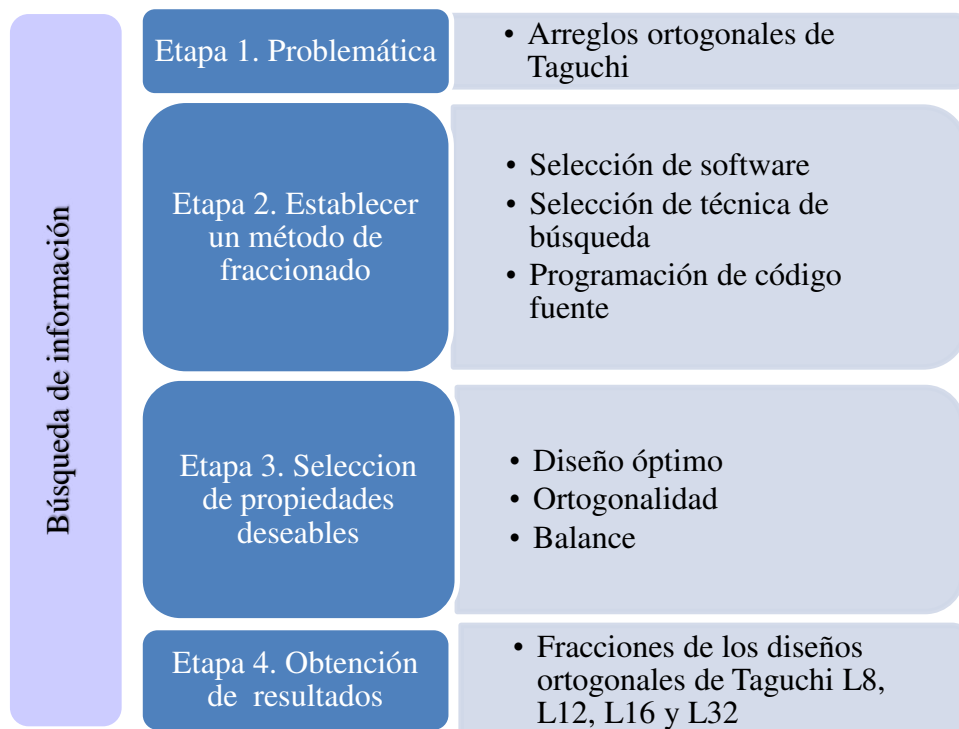


Figura 3-1 Metodología de investigación, (elaboración propia)

### 3.2 Metodología de fraccionado para diseños ortogonales de Taguchi

El método generado para fraccionar los arreglos ortogonales de Taguchi está basado en cuatro pasos, ver Figura 3-2. El primer paso consiste en seleccionar el número de factores a estudiar, el segundo paso es la aplicación de la búsqueda exhaustiva utilizando como criterio de selección la *D*-optimalidad. En el caso de que dos o más fracciones empaten en los valores de *D*-optimalidad, el tercer y cuarto paso permiten detectar aquellas fracciones con los mejores niveles de ortogonalidad y balance.

De esta manera, el método produce la fracción *D*-óptima de un arreglo ortogonal de Taguchi que además es ortogonal y balanceada.

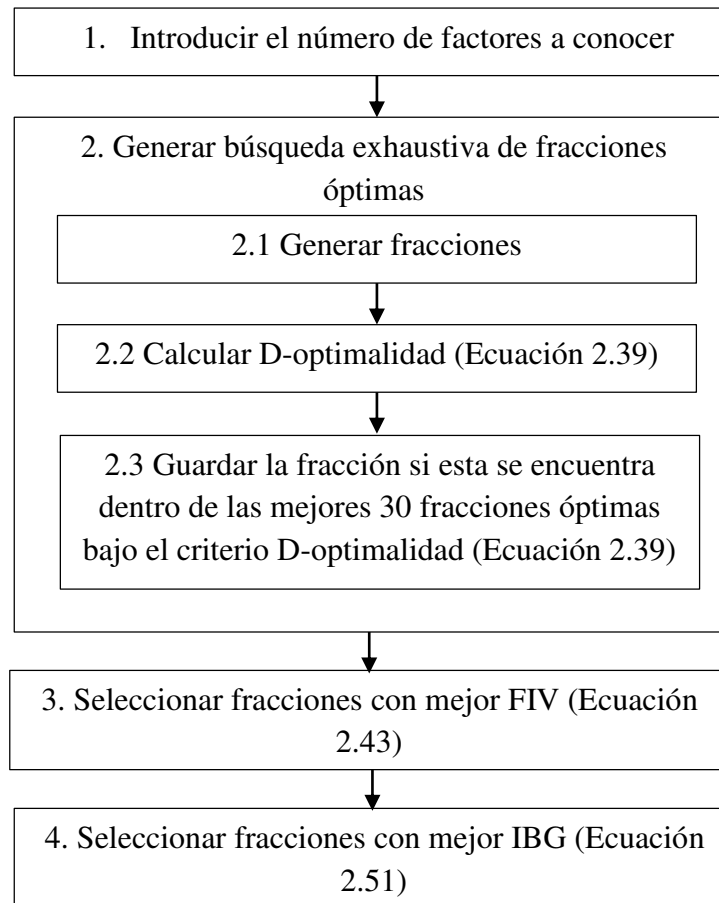


Figura 3-2 Método para fraccionar arreglos ortogonales de Taguchi

De esta manera, el algoritmo produce la fracción *D*-óptima de un arreglo ortogonal de Taguchi que además es ortogonal y balanceada. El algoritmo fue programado en Matlab.

Note que para la ejecución del programa la única información requerida es el arreglo ortogonal de Taguchi y el tamaño deseado de la fracción.

El diseño que se utiliza para ejemplificar la construcción de una fracción de Taguchi es el *L32* que consta de 32 corridas experimentales y es capaz de manejar hasta 31 factores a dos niveles. La metodología propuesta busca fraccionar el arreglo *L32* para casos en que se tienen menos de 31 factores y de esta manera obtener una fracción que pueda estimar efectos principales sin la necesidad de realizar las 32 corridas. La fracción generada contiene los grados de libertad necesarios para estimar los efectos principales, la intersección y el error. Esta metodología fue programada en Matlab. El lector puede encontrar la estructura de programación a detalle en el Anexo E y el código fuente en el Anexo F.

## 4 Resultados

### 4.1 Fracciones para 16 factores

Por medio de esta investigación ha sido posible obtener fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi L8, L12, L16 y L32. Las fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi encontradas mediante la búsqueda exhaustiva se encuentran en los Anexos A, B, C y D. El programa realizado en Matlab para la búsqueda exhaustiva seleccionó las mejores 30 fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi en base a los criterios de D-optimalidad, FIV e IBG.

Corridas	Factores																D-optimalidad	Ortogonalidad (FIV)			Balance (IBG)
	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	25	26	28	31		Máximo	Mínimo	Promedio	
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3.39E-21	1.78	1.05	1.1246	112
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1					
3	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1					
4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1					
5	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1					
6	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1					
9	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1					
10	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1					
11	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1					
12	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1					
17	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1					
18	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1					
19	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1					
20	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1					
25	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1					
26	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1					
27	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1					
28	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1					

Figura 4-1 Arreglo ortogonal L32 fracción para 16 factores

Ejemplo: para obtener una fracción ortogonal de Taguchi D-óptima para 16 factores, el método aplicado generó fracciones con 18 corridas, ver Figura 4-1, esta fracción es capaz de estimar los 16 efectos principales más dos grados de libertad adicionales para la intersección y el error, manteniendo buenas propiedades de ortogonalidad y balance. Para seleccionar esta fracción que se muestra en la Figura 4-1, el programa filtro las 30 mejores fracciones ortogonales de Taguchi con la mejor D-optimalidad (valor mínimo en D-optimalidad), si existiesen empates, es decir, varias fracciones con el mismo valor de D-optimalidad, se recurre a calcular de la ortogonalidad mediante FIV's. En el caso de que varias fracciones ortogonales de Taguchi tuvieron el mismo promedio para los FIV's, se procede a calcular el balance mediante IBG. Al final, se descubrió que existen varias fracciones ortogonales de

Taguchi con las mejores propiedades, de estas fracciones ortogonales obtenidas, simplemente se seleccionó la primera. El proceso de selección se muestra en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1 Tabla de selección de fracciones ortogonales de Taguchi de 16 factores

Fracción	D-optimalidad	Ortogonalidad (FIV)			Balance (IBG)
		Máximo	Mínimo	Promedio	
1	3.39E-21	1.78	1.05	1.12	112
2	3.39E-21	1.78	1.05	1.12	112
3	3.39E-21	1.78	1.05	1.12	112
4	3.39E-21	1.78	1.05	1.12	112
5	3.39E-21	1.75	1.05	1.22	
6	3.39E-21	1.75	1.05	1.22	
7	3.39E-21				
8	3.39E-21				
9	3.39E-21				
10	3.39E-21				
11	3.39E-21				
12	3.39E-21				
13	3.39E-21				
14	3.39E-21				
15	3.39E-21				
16	3.39E-21				
17	3.39E-21				
18	3.39E-21				
19	3.39E-21				
20	3.39E-21				
21	3.39E-21				
22	3.39E-21				
23	3.39E-21				
24	3.39E-21				
25	3.39E-21				
26	3.39E-21				
27	3.39E-21				
28	3.39E-21				
29	3.39E-21				
30	3.39E-21				

Para la obtención de cada una de la fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi se utilizó una tabla de selección similar a la mostrada en la Tabla 4-1, , note que de todas las combinaciones evaluadas, 30 de ellas poseen el determinante más pequeño de 3.39E-21 lo que significa que son *D*-óptimas, de estas, las 6 primeras tienen los *FIVs* promedio más cercanos a 1, con valor de 1.12 y de estas, 4 fracciones tienen el *IBG* más bajo de 112, lo que significa que las fracciones 1 a 4 son las que tienen las mejores propiedades.

A continuación se presentan la Figura 4-2 donde se resume cada una de las fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi encontradas para diferente número de factores. Dicha figura contiene las filas y columnas para formar la fracción ortogonal de Taguchi que el

experimentador desee. Imagine que el experimentador desea generar una fracción para conocer 18 factores. Bastaría ir a la Figura 4-2, localizar en la columna de factores el valor de 18 y tomar las 20 filas (1, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 25, 26, 27, 28, 30, 31) y 18 columnas (1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 19, 21, 22, 25, 26, 28, 29, 30, 31) que forman la fracción del diseño ortogonal de Taguchi derivado del arreglo L32. Notar que cuando el experimentador desee trabajar con 7, 11, 15 y 31 factores deberán tomar los arreglos L8, L12, L16 y L32 respectivamente completos contando con un solo grado adicional a los necesarios para conocer los efectos principales como ya es sabido.

Factores	Arreglo Ortogonal Taguchi	Filas y columnas para construir fracciones	
		Filas	Columnas
4	L-8	1 2 3 4 5 6	1 2 4 7
5	L-8	1 2 3 4 5 6 7	1 2 4 6 7
6	L-8	1 2 3 4 5 6 7 8	1 2 4 5 6 7
7	L-8	L-8 completo	
8	L-12	1 2 3 6 7 8 9 10 11 12	1 2 3 4 5 6 7 8
9	L-12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	1 2 3 4 5 6 7 8 9
10	L-12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11	L-12	L-12 completo	
12	L-16	1 2 3 4 5 6 7 9 10 11 12 13 14 15	1 2 4 7 8 9 10 11 12 13 14 15
13	L-16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	1 2 4 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
14	L-16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
15	L-16	L-16 completo	
16	L-32	1 2 3 4 5 6 9 10 11 12 17 18 19 20 25 26 27 28	1 2 4 7 8 11 13 14 16 19 21 22 25 26 28 31
17	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19	1 2 4 7 8 11 13 14 16 19 21 22 25 26 28 30 31
18	L-32	1 4 5 6 9 10 12 14 15 16 17 20 21 22 25 26 27 28 30 31	1 2 4 7 8 11 13 14 16 19 21 22 25 26 28 29 30 31
19	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 14 15 16 18 19 22 23 26 29	1 2 4 7 8 11 13 14 16 19 21 22 25 26 27 28 29 30 31
20	L-32	1 2 3 4 6 7 8 9 10 11 12 14 15 16 17 20 22 24 25 27 29 31	1 2 4 7 8 11 13 14 16 19 21 22 24 25 26 27 28 29 30 31
21	L-32	1 2 3 4 6 7 8 9 10 11 12 14 15 16 17 20 22 24 25 27 28 29 31	1 2 4 7 8 11 13 14 16 19 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
22	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 10 12 14 15 16 17 19 20 21 22 23 24 25 27 29 31	1 2 4 7 8 11 13 14 16 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
23	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 26 27 29	1 2 4 7 8 11 13 14 16 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
24	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 19 20 21 22 23 25 27 29 31	1 2 4 7 8 11 13 14 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
25	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 26 27 29 31	1 2 4 7 8 11 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
26	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 21 22 23 24 25 26 27 29 30	1 2 4 7 8 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
27	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 21 22 23 24 25 26 28 29 30 31	1 2 4 7 8 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
28	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 26 27 28 29 30 31 32	1 2 4 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
29	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 30 31 32	1 2 4 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
30	L-32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32	1 2 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
31	L-32	L-32 completo	

Figura 4-2 Condensado de filas y columnas para la formación de fracciones de arreglos ortogonales de Taguchi

## 4.2 Fracciones para 4, 8 y 12 factores

En la Figura 4-3 se muestra la fracción recomendada del arreglo ortogonal de Taguchi para conocer la influencia de 4 factores, esta fracción permite una reducción del número de 8 a 6 corridas (25%). En la Figura 4-4 se muestra la fracción del arreglo ortogonal de Taguchi para estudiar 8 factores con una reducción de 12 a 10 corridas (16%) y por último en la Figura 4-5 que muestra la fracción del arreglo ortogonal de Taguchi para estudiar 12 factores con una reducción de 16 a 14 corridas (12.5%) de corridas. La ventaja de usar estas fracciones cuando se desea conocer la influencia de los efectos principales, la intersección y el error es claramente mostrada en el porcentaje de reducción. El fraccionamiento puede ser utilizado como una herramienta estratégica de experimentación secuencial que permitirá al experimentador centrar sus recursos tiempo y dinero en obtener la mayor información a un menor costo, pudiendo disponer del recurso en etapas posteriores de la experimentación. Notar también como en los tres casos la ortogonalidad es una constante, puesto que los valores promedio de los FIV's permanecen cercanos a 1 y el balance cuantificado con el criterio IBG también permanece en valores bajos lo que indica que las fracciones tienen buen nivel de balance.

Corridas	Factores				D-optimalidad	Ortogonalidad (FIV)			Balance (IBG)
	1	2	4	7		Máximo	Mínimo	Promedio	
1	-1	-1	-1	-1	0.0002	1.3333	1.1250	1.2292	4
2	-1	-1	1	1					
3	-1	1	-1	1					
4	-1	1	1	-1					
5	1	-1	-1	1					
6	1	-1	1	-1					

Figura 4-3 Arreglo ortogonal L8 fracción para 4 factores

Corridas	Factores								D-optimalidad	Ortogonalidad (FIV)			Balance (IBG)
	1	2	3	4	5	6	7	8		Máximo	Mínimo	Promedio	
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3.4885E-09	1.6000	1.2500	1.4250	8
2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1					
3	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1					
6	-1	1	1	1	-1	1	1	-1					
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	1					
8	1	-1	1	-1	1	1	1	-1					
9	1	-1	-1	1	1	1	-1	1					
10	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1					
11	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1					
12	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1					

Figura 4-4 Arreglo ortogonal L12 fracción para 8 factores



Corridas	Factores														D-optimalidad	Ortogonalidad (FIV)			Balance (IBG)
	1	2	4	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Máximo	Mínimo		Promedio			
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	7.1054E-15	1.7143	1.3125	1.5133929	12
2	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
3	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1					
4	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1					
5	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1					
6	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1					
7	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1					
9	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1					
10	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1					
11	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1					
12	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1					
13	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1					
14	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1					
15	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1					

Figura 4-5 Arreglo ortogonal L16 fracción para 12 factores

### 4.3 Comportamiento de los criterios de selección

En la Figura 4-6 se muestra el comportamiento del criterio D-optimalidad para las diferentes fracciones obtenidas en la búsqueda exhaustiva. Se puede observar que el valor obtenido del criterio es cada vez más pequeño conforme el fraccionado se realiza para un mayor número de factores.

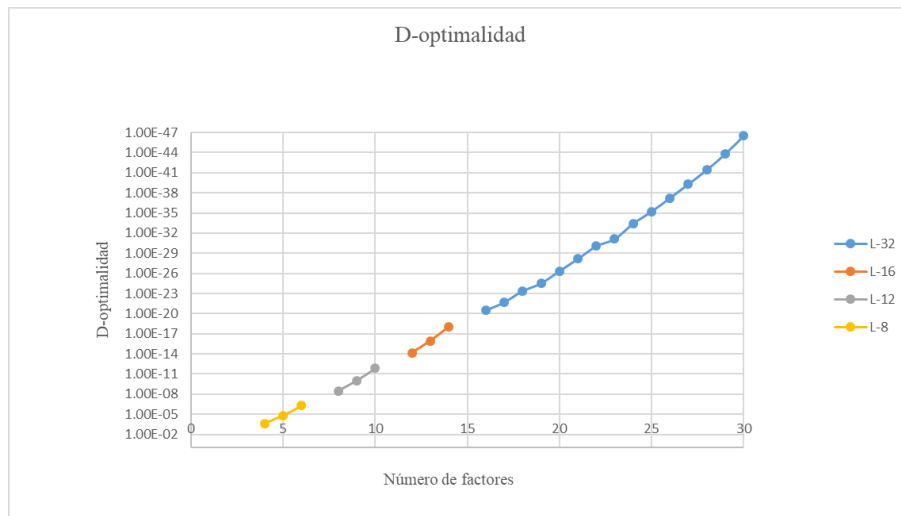


Figura 4-6 Comportamiento D-optimalidad para fracciones de arreglos ortogonales

El comportamiento del factor de inflación de varianza se muestra en la Figura 4-7 donde se observa que este criterio no presenta el mismo comportamiento que el criterio D-optimalidad. Note que el comportamiento de los FIV's de las fracciones de los diseños L8, L12 y L16 presentan una tendencia similar, pero en el caso de las fracciones del diseño L32, los valores de los FIV's son más dispersos.

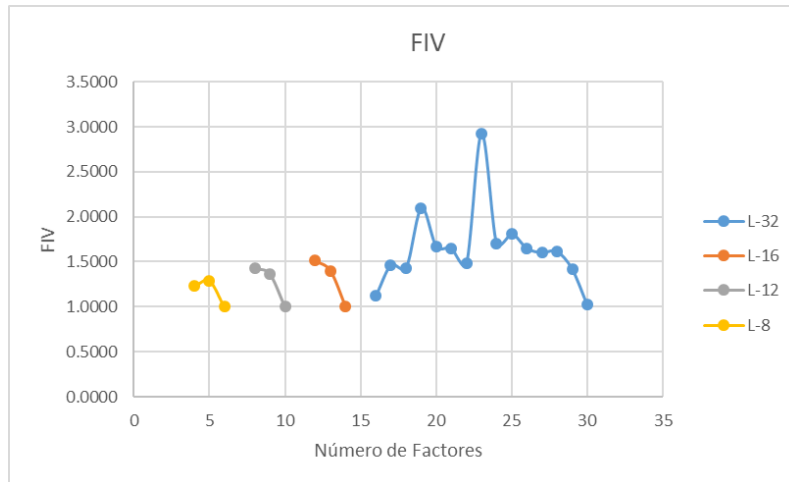


Figura 4-7 Comportamiento del Factor de Inflación de Varianza

El comportamiento del criterio IBG se muestra en la Figura 4-8 donde se observa que el comportamiento es opuesto al del criterio D-optimalidad, el valor de criterio IBG es más pequeño conforme el fraccionado considera un mayor número de factores y el balance es más alto para fracciones con un menor número de factores.

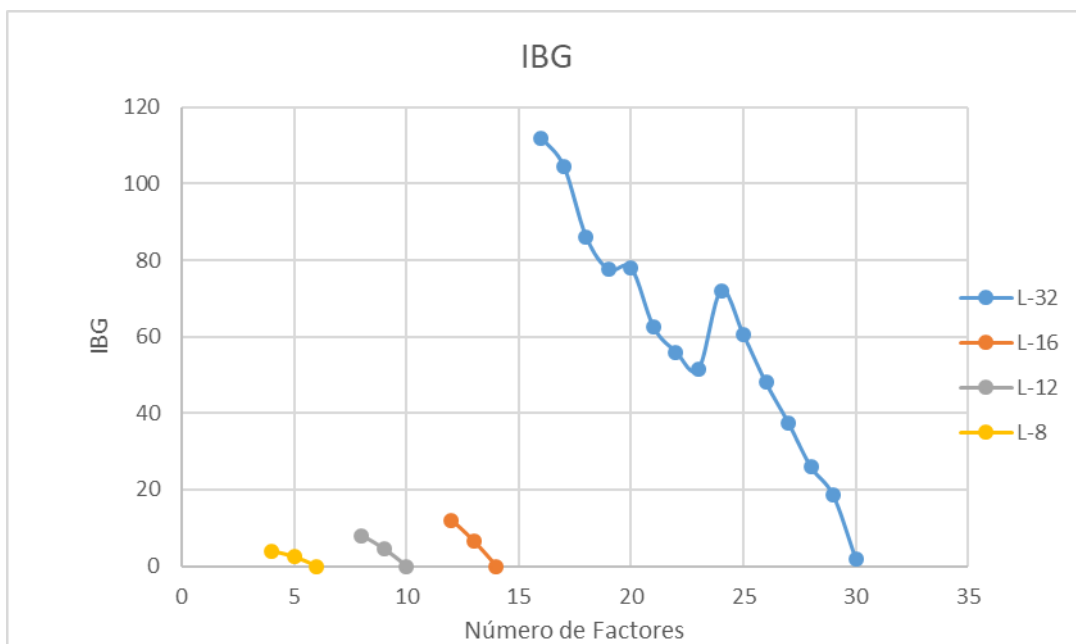


Figura 4-8 Comportamiento del criterio IBG para fracciones de arreglos ortogonales

Adicionalmente se observó que en algunos casos la fracción con el menor valor de D-optimalidad en la búsqueda exhaustiva, no generaba una fracción que permitiera estimar todos los efectos principales. Es decir, existía singularidad para las matrices de diseño en las fracciones de los diseños ortogonales. No se desea obtener este tipo de matrices porque

mantienen una correlación entre dos o más columnas de la matriz, esto hace que la información proporcionada por las columnas de la matriz de diseño no sean significativas, por lo que las fracciones con singularidad fueron descartadas. Esto muestra que, como ya se conoce, las características de optimalidad y ortogonalidad en algunos casos son independientes.

## **5 Conclusiones y recomendaciones**

La búsqueda de alternativas para reducir el costo de los diseños experimentales es una tarea que ha venido desarrollándose durante muchos años; la experimentación secuencial es una práctica que contribuye a este fin. Sin embargo, esfuerzos para fraccionar los diseños de Taguchi no habían sido cubiertos en la literatura. Ríos & Guerrero (2018) presenta un enfoque de experimentación secuencial para diseños robustos que se enfoca en agregar nuevas corridas con el objeto de desacoplar interacciones entre factores de control, más sin embargo el fraccionamiento de arreglos ortogonales no había sido propuesto.

Los resultados demostraron que es posible fraccionar los arreglos ortogonales de Taguchi. Las fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi obtenidas presentaron buenos niveles de D-optimalidad, ortogonalidad y balance, fueron capaces de estimar los efectos principales de interés y son capaces de proporcionar ahorros en cuanto al número de corridas requeridas. Por lo tanto, esta investigación brinda al experimentador una herramienta de gran utilidad pues permite reducir los recursos, tiempo y dinero al ser una alternativa de experimentación secuencial. El enfoque de experimentación secuencial tiene la ventaja de que, si varios de los factores estudiados no son significativos, el diseño puede ser colapsado y los grados de libertad disponibles pueden ser utilizados para estimar interacciones. También existe la posibilidad de aumentar el experimento agregando la segunda fracción con el objeto de confirmar los resultados reportados por la primera.

## 6 Anexos

### 6.1 Anexo A. Catálogo de fracciones L8

L8 fracción para 4 factores

factores				Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	1	1	0.000244141	1.3333	1.1250	1.22916667	4
-1	-1	1	1	2	2					
-1	1	-1	1	3	4					
-1	1	1	-1	4	7					
1	-1	-1	1	5						
1	-1	1	-1	6						

L-8 fracción para 5 factores

Factores					Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1.52588E-05	1.2857	1.2857	1.2857	2.5
-1	-1	1	1	1	2	2					
-1	1	-1	1	1	3	4					
-1	1	1	-1	-1	4	6					
1	-1	-1	-1	1	5	7					
1	-1	1	1	-1	6						
1	1	-1	1	-1	7						

L-8 fracción para 6 factores

Factores						Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	4.77E-07	1	1	1	0
-1	-1	1	1	1	1	2	2					
-1	1	-1	-1	1	1	3	4					
-1	1	1	1	-1	-1	4	5					
1	-1	-1	1	-1	1	5	6					
1	-1	1	-1	1	-1	6	7					
1	1	-1	1	1	-1	7						
1	1	1	-1	-1	1	8						

## 6.2 Anexo B. Catálogo de fracciones L12

### L12 Fracción para 8 factores

Factores								Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3.4885E-09	1.6000	1.2500	1.4250	8
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2					
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	3	3					
-1	1	1	1	-1	1	1	-1	6	4					
1	-1	1	1	-1	-1	1	1	7	5					
1	-1	1	-1	1	1	1	-1	8	6					
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	9	7					
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	10	8					
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	11						
1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	12						

### L12 fracción para 9 factores

Factores									Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	9.69E-11	1.3636	1.3636	1.36363636	4.5
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	3	3					
-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	4	4					
-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	5	5					
-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	6	6					
1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	7	7					
1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	8	8					
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	9	9					
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	10						
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	11						

### L12 Fracción para 10 factores

Fracción										Filas de la fracción	Columnas de la matriz	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1.3459E-12	1	1	1	0
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	3	3					
-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	4	4					
-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	5	5					
-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	6	6					
1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	7	7					
1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	8	8					
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	9	9					
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	10	10					
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	11						
1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	12						

### 6.3 Anexo C. Catálogo de fracciones L16

#### L16 fracción para 12 factores

Factores												Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	7.1054E-15	1.7143	1.3125	1.51339286	12
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	5	8					
-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	6	9					
-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	7	10					
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	9	11					
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	10	12					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	11	13					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	12	14					
1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	13	15					
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	14						
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	15						

#### L16 fracción para 13 factores

Factores													Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1.11E-16	1.4	1.4	1.4	6.5
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	4	6					
-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	5	7					
-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	6	8					
-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	7	9					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	8	10					
1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	9	11					
1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	10	12					
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	11	13					
1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	12	14					
1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	13	15					
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	14						
1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	15						

#### L16 fracción para 14 factores

Factores														Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	8.67E-19	1	1	1	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	4	5					
-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	5	6					
-1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	6	7					
-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	7	8					
-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	8	9					
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	9	10					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	10	11					
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	11	12					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	12	13					
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	13	14					
1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	14	15					
1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	15						
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	16						

### 6.4 Anexo D. Catálogo de fracciones L32

L32 fracción para 16 factores

Factores																Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3.39E-21	1.78	1.05	1.1246	112
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	6	11					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	9	13					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	10	14					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	11	16					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	12	19					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	17	21					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	18	22					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	19	25					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	20	26					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	25	28					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	26	31					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	27						
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	28						

L32 fracción para 17 factores

Factores																	Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2.12E-22	3.5526	1.1102	1.46517028	104.5
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	7	13					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	8	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	9	16					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	10	19					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	11	21					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	12	22					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	13	25					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	14	26					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	15	28					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	16	30					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	17	31					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	18						
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	19						



L32 fracción para 18 factores

Factores																		Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	4.41E-24	2.2305	1.0692	1.43285862	86
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	2					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	5	4					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	7					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	9	8					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	10	11					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	12	13					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	14	14					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	15	16					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	16	19					
-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	17	21					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	20	22					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	21	25					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	22	26					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	25	28					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	26	29					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	27	30					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	28	31					
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	30						
1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	31						

L32 fracción para 19 factores

Factores																			Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3.15E-25	4.9229	1.1517	2.0932838	77.5
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	7	13					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	8	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	9	16					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	11	19					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	12	21					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	14	22					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	15	25					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	16	26					
1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	17	27					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	18	28					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	20	29					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	21	30					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	22	31					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	23						
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	25						

L32 fracción para 20 factores

Factores																				Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	4.60E-27	2.6799	1.2102	1.6674	78
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	7	13					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	8	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	9	16					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	10	19					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	11	21					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	12	22					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	13	24					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	14	25					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	15	26					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	16	27					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	18	28					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19	29					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	22	30					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	23	31					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	26						
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	29						

L32 fracción para 21 factores

Factores																					Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	7.16E-29	2.1522	1.1742	1.6494	62.5000
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	8					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	7	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	8	13					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	9	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	10	16					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	11	19					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	12	21					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	14	22					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	15	23					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	16	24					
1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	17	25					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	20	26					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	22	27					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	24	28					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	25	29					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	27	30					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	28	31					
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	29						
1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	31						

L32 fracción para 22 factores

Factores																						Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	8.79E-31	1.9248	1.1867	1.47946294	56
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	7	13					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	8	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	10	16					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	12	19					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	14	20					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	15	21					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	16	22					
1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	17	23					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19	24					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	20	25					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	21	26					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	22	27					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	23	28					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	24	29					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	25	30					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	27	31					
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	29						
1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	31						

L32 fracción para 23 factores

Factores																							Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	7.42E-32	5.39906	1.37418	2.91930435	51.5
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	7	13					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	8	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	9	16					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	11	18					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	12	19					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	13	20					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	15	21					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	16	22					
1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	17	23					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	18	24					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19	25					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	20	26					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	21	27					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	22	28					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	23	29					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	24	30					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	26	31					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	27						
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	29						

L32 fracción para 24 factores

Factores																								Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3.85E-34	3.0769	1.4219	1.70132212	72
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	7	13					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	8	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	9	16					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	10	17					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	11	18					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	12	19					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	13	20					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	14	21					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	15	22					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	16	23					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	17	24					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19	25					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	20	26					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	21	27					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	22	28					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	23	29					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	25	30					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	27	31					
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	29						
1	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	31						

L32 fracción para 25 factores

Factores																									Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25				Máximo	Mínimo	Promedio		
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	6.02E-36	2.5278	1.4745	1.80888889	60.5
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	7	13					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	8	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	9	15					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	10	16					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	11	17					
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	12	18					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	14	19					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	15	20					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	16	21					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	17	22					
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	18	23					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	19	24					
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	20	25					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	21	26					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	22	27					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	23	28					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	24	29					
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	26	30					
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	27	31					
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	29						
1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	31						



L32 fracción para 26 factores

Factores																										Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	5.70E-38	1.7825	1.3442	1.64723423	48
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	11					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	7	12					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	8	13					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	9	14					
-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	10	15					
-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	11	16					
-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	12	17					
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	13	18					
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	14	19					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	15	20					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	16	21					
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	17	22					
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	18	23					
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	19	24					
1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	21	25					
1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	22	26					
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	23	27					
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	24	28					
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	25	29					
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	26	30					
1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	27	31					
1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	29						
1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	30						

L32 fracción para 27 factores

Factores																											Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27				Máximo	Mínimo	Promedio		
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	4.80E-40	1.8468	1.4139	1.59887998	37.5
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6	10					
-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	7	11					
-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	8	12					
-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	9	13					
-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	10	14					
-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	11	15					
-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	12	16					
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	13	17					
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	14	18					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	15	19					
-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	16	20					
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	17	21					
1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	18	22					
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19	23					
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	21	24					
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	22	25					
1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	23	26					
1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	24	27					
1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	25	28					
1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	26	29					
1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	28	30					
1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	29	31					
1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	30						
1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	31						

L32 fracción para 28 factores

Factores																												Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28				Máximo	Mínimo	Promedio		
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3.69E-42	1.9046	1.3063	1.61175497	26
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	7					
-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	5	8					
-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	6	9					
-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	7	10					
-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	8	11					
-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	9	12					
-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	11	13					
-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	12	14					
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	13	15					
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	14	16					
-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	15	17					
-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	16	18					
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	17	19					
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	18	20					
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	19	21					
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	20	22					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	21	23					
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	22	24					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	23	25					
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	24	26					
1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	26	27					
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	27	28					
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	28	29					
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	29	30					
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	30	31					
1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	31						
1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	32						

L32 fracción para 29 factores

Factores																													Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29				Máximo	Mínimo	Promedio	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1.4642E-44	1.7676	1.2708	1.42174128	18.5
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2					
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	4					
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4	6					
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	5	7					
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	6	8					
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	7	9					
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	8	10					
-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	9	11					
-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	10	12					
-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	11	13					
-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	12	14					
-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	13	15					
-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	14	16					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	15	17					
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	16	18					
1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	17	19					
1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	18	20					
1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19	21					
1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	20	22					
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	21	23					
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	22	24					
1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	23	25					
1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	24	26					
1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	25	27					
1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	26	28					
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	27	29					
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	28	30					
1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	30	31					
1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	31						
1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	32						

L32 fracción para 30 factores

Factores																														Filas de la fracción	Columnas de la matriz Taguchi	D-optimalidad	FIV			IBG		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30				Máximo	Mínimo	Promedio			
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	3.24E-47	1.3119	1.0044	1.0290109	2
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2					
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	4					
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4	5					
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	5	6						
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	6	6	7						
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	7	7	8						
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	8	8	9						
-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	9	9	10						
-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	10	10	11						
-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	11	11	12						
-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	12	12	13						
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	13	13	14						
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	14	14	15							
-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	15	15	16							
-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	16	16	17							
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	17	17	18							
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	18	18	19							
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	19	19	20							
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	20	20	21							
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	21	21	22							
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	22	22	23							
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	23	23	24							
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	24	24	25							
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	25	25	26							
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	26	26	27							
1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	27	27	28							
1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	28	28	29							
1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	29	29	30							
1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	30	30	31							
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	31	31	32							
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	32	32								

### 6.5 Anexo E. Descripción del diagrama de código fuente

En esta sección se presenta la estructura de la programación del método para el fraccionado de diseños ortogonales de Taguchi mediante búsqueda exhaustiva, ver Figura 6-2.

Factores	Columnas utilizadas																																													
16	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	25	26	28	31																														
17	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	25	26	28	30	31																													
18	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	25	26	28	29	30	31																												
19	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	25	26	27	28	29	30	31																											
20	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	24	25	26	27	28	29	30	31																										
21	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																									
22	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																								
23	1	2	4	7	8	11	13	14	16	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																							
24	1	2	4	7	8	11	13	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																						
25	1	2	4	7	8	11	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																					
26	1	2	4	7	8	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																				
27	1	2	4	7	8	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																			
28	1	2	4	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																		
29	1	2	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																	
30	1	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31																
31	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31															

Figura 6-1 Columnas para número de factores del arreglo L-32

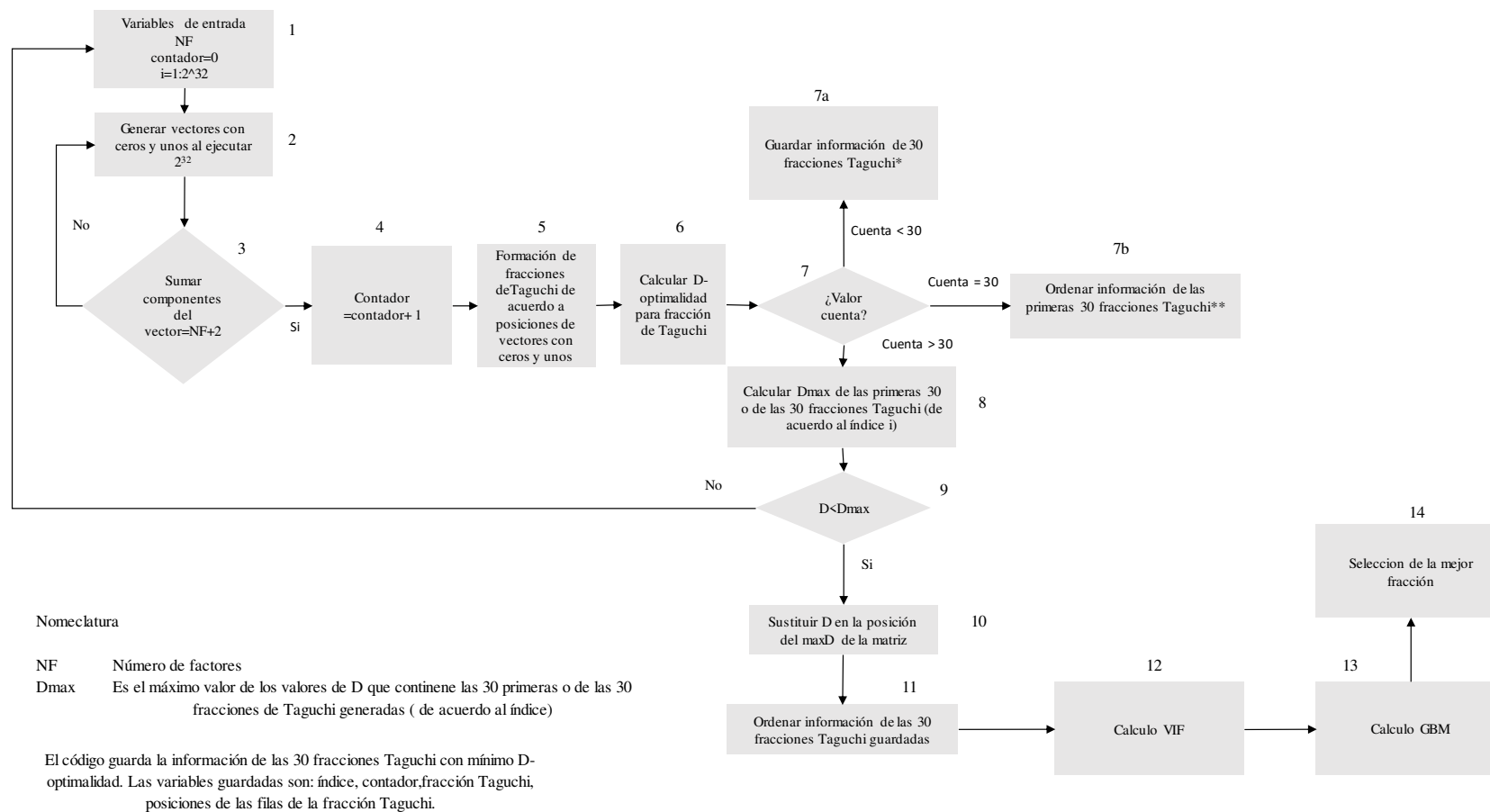


Figura 6-2. Diagrama de flujo de programación

### **1. Variables de entrada**

La variable que se introduce al programa por parte del experimentador es NF (número de factores) y los diseños ortogonales de Taguchi. Una variable contadora (contador) con inicio en cero para realizar el registro de las fracciones que el programa logro formar. Otra variable es la cantidad de iteraciones totales que el programa ejecutó (i).

### **2. Generar vectores para la búsqueda de fracciones**

El programa busca en todas las filas del diseño  $2^{32}$  y un vector fila llamado “combinacion” emula los valores de ceros y unos de cada fila del diseño.

### **3. Decisión de lógica de acuerdo a la suma del vector fila**

En esta sección se suma los elementos del vector fila llamado “combinacion” y de acuerdo al valor obtenido, se ejecuta una orden diferente:

- Sí la sumatoria de vector fila es igual a  $NF + 2$ , el programa pasa al paso 4.
- Sí la sumatoria no es igual a  $NF + 2$ , el programa regresa al paso anterior (paso 2) para generar otro vector con ceros y unos.

### **4. Contador**

Cuando la sumatoria del vector fila es igual a  $NF + 2$ , la variable “contador” se incrementa en 1 unidad cada vez que esto ocurra puesto que el vector encontrado es el origen de una fracción del diseño ortogonal de Taguchi.

### **5. Formación de fracciones de diseños ortogonales de Taguchi**

Del vector fila con sumatoria igual a  $NF+2$ , se tomaron las posiciones donde aparecen los unos y dichas posiciones fueron las filas que se extrajeron del diseño ortogonal de Taguchi (por ejemplo, L32) para formar las fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi, obteniendo una fracción con filas igual a  $NF + 2$  con NF columnas (factores). Las columnas que conforman a la nueva fracción se extraen de un arreglo específico de columnas que son proporcionadas por el programa Qualitek – 4 para cada número de factores que se está fraccionando, ver Figura 6-1.

### **6. Calculo de D-optimalidad para las fracciones de los diseños ortogonal de Taguchi**

Uno de los criterios que se utilizó para evaluar las fracciones es la optimalidad, y en este caso se evaluó el criterio D-optimalidad buscando minimizar el determinante de la matriz de



dispersión  $|(X'X)^{-1}|$  de las fracciones de los diseños que se encontraron. Para realizar esto, a las fracciones obtenidas de los diseños ortogonal de Taguchi se adicionó una columna de unos al lado izquierdo para formar la matriz de diseño X y es a esta matriz que se transformó como matriz de dispersión para calcular su determinante con la ecuación 2.39.

### **7.Decisión lógica sobre la variable “cuenta”**

En este paso, de acuerdo al valor de la variable “cuenta”, el código ejecutará diferente acción acorde a su valor como a continuación se describe:

7a. Sí el contador es menor a 30 (punto 7a en la Figura 6-2), el programa guardara información de las primeras 30 fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi encontradas. La información que se guarda se refiere a las filas que formaran las fracciones, el valor D-optimalidad, la iteración donde se encontró la fracción, el número de fracción encontrada y las posiciones de las corridas que forman la fracción.

7b.Sí el contador es igual a 30 (punto 7b en la Figura 6-2), se ordena los 30 valores de D-optimalidad en orden de menos a mayor y posteriormente se ordena el resto de la información de las matrices ortogonales de Taguchi de acuerdo a la posición de cada valor D-optimalidad para cada fracción ortogonal de Taguchi.

### **8.Selección de fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi**

Sí contador es mayor que 30 (punto 8 en la Figura 6-2), el programa ubica la fracción del diseño ortogonal de Taguchi con el valor máximo de D-optimalidad de las primeras 30 fracciones ortogonales de Taguchi. Se genera una nueva fracción de los diseños ortogonales de Taguchi, su valor de optimalidad se compara con el de las fracciones guardadas.

### **9.Decisión lógica sobre la fracción con el valor D-optimalidad máximo**

- Sí el valor D-optimalidad de la nueva fracción ortogonal de Taguchi (cuenta = 31, 32, 33, ..., fin de búsqueda exhaustiva) es menor al máximo valor D-optimalidad de las 30 fracciones contenidas, se ejecuta el paso número 10.
- Sí al valor D-optimalidad de la nueva fracción Taguchi (cuenta =31, 32, 33, ..., fin de la búsqueda exhaustiva) es mayor al máximo valor D-optimalidad de las 30 fracciones ortogonales de Taguchi contenida, el programa regresa al paso donde se busca un nuevo vector fila de ceros y unos.

### **10.Sustitución de una nueva fracción**

El código sustituye en las 30 fracciones guardadas la nueva fracción encontrada en el lugar donde se encuentra la fracción con el valor D-optimalidad más grande. Este paso se repite mientras se cumpla la condición y de esta manera dentro de las 30 fracciones guardadas, cada vez se sustituye la fracción con la D-optimalidad más alta por otra fracción de menor D-optimalidad.

### **11. Ordenar las 30 fracciones guardadas**

Sustituida la fracción ortogonal de Taguchi que contenía el máximo valor D-optimalidad por una de menos valor, el código ordena los valores D-optimalidad de la matriz donde se contienen en orden de menor a mayor y el resto de información de las 30 fracciones ortogonales de Taguchi guardadas. El programa pasa al siguiente paso.

### **12. Cálculo de factor de inflación de la varianza (FIV)**

Dentro de la matriz que guarda las fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi, el código calculó el factor de inflación de varianza para todas las fracciones ortogonales de Taguchi guardadas con la ecuación 2.43.

### **13. Cálculo del índice balance general (IBG)**

También se midió el grado de balance de las fracciones encontradas mediante el parámetro IBG programado para efectos principales únicamente, ecuación 2.51.

### **14. Selección de la mejor fracción**

Los criterios empleados para la selección de fracciones en la optimalidad, ortogonalidad y balance. La optimalidad se midió con el criterio D-optimalidad; la ortogonalidad se estimó con el factor de inflación de varianza (FIV) y la medición del balance se empleó el índice de balance general (*IBG*) para cada fracción de los diseños ortogonales de Taguchi. Los valores deseables en cuanto a cada criterio son: para la optimalidad se busca un valor mínimo; para la ortogonalidad se buscan valores cercanos a 1 y para el balance valores cercanos a cero.

La selección de la fracción o las fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi encontradas consistió en seleccionar como primer filtro las fracciones con la menor D-optimalidad, si existen empates entre las matrices (mismo valor de D-optimalidad), se evaluó al segundo criterio de selección que es la ortogonalidad de las matrices empatadas y seleccionar la fracción. De la misma manera si existe empates en cuanto a la ortogonalidad,

se toma en cuenta el tercer criterio de selección que es el balance y de esta manera obtener la mejor fracción en caso de empates de ortogonalidad.

**El programa se regresa al paso donde busca un nuevo vector fila de ceros y unos para hacer la búsqueda completa de todas las posibles fracciones de los diseños ortogonales de Taguchi.**

## 6.6 Anexo F. Código fuente Matlab® para fraccionado de experimentos Taguchi

```
clear all
clc
NF=24;
matrizL32=xlread('24FACTORES','Hoja1');
iteracioneprevias=2^32;
acumulator1 = 0; base1 =1;
acumulator2 = 0; base2 =2;
acumulator3 = 0; base3 =4;
acumulator4 = 0; base4 =8;
acumulator5 = 0; base5 =16;
acumulator6 = 0; base6 =32;
acumulator7 = 0; base7 =64;
acumulator8 = 0; base8 =128;
acumulator9 = 0; base9 =256;
acumulator10 = 0; base10 =512;
acumulator11 = 0; base11 =1024;
acumulator12 = 0; base12 =2048;
acumulator13 = 0; base13 =4096;
acumulator14 = 0; base14 =8192;
acumulator15 = 0; base15 =16384;
acumulator16 = 0; base16 =32768;
acumulator17 = 0; base17 =65536;
acumulator18 = 0; base18 =131072;
acumulator19 = 0; base19 =262144;
acumulator20 = 0; base20 =524288;
acumulator21 = 0; base21 =1048576;
acumulator22 = 0; base22 =2097152;
acumulator23 = 0; base23 =4194304;
acumulator24 = 0; base24 =8388608;
acumulator25 = 0; base25 =16777216;
acumulator26 = 0; base26 =33554432;
acumulator27 = 0; base27 =67108864;
acumulator28 = 0; base28 =134217728;
acumulator29 = 0; base29 =268435456;
acumulator30 = 0; base30 =536870912;
acumulator31 = 0; base31 =1073741824;
acumulator32 = 0; base32 =2147483648;
cuenta=0;
combinacion = ones(1,NF);
Nfracciones=30;
matrizDminimoprev=zeros(Nfracciones,1);
matrizfracciontaguchioptimominimoprev=zeros(Nfracciones*(NF+2),NF);
matriziteracionminimoprev=zeros(Nfracciones,1);
matrizcuentaminimoprev=zeros(Nfracciones,1);
matrizvectorposicionesoptimoprev=zeros(Nfracciones*(NF+2),1);

matrizDminimo=zeros(Nfracciones,1);
matrizfracciontaguchioptimominimo=zeros(Nfracciones*(NF+2),NF);
matriziteracionminimo=zeros(Nfracciones,1);
matrizcuentaminimo=zeros(Nfracciones,1);
matrizvectorposicionesoptimo=zeros(Nfracciones*(NF+2),1);

matrizDminimo1=zeros(Nfracciones,1);
matrizfracciontaguchioptimominimo1=zeros(Nfracciones*(NF+2),NF);
matriziteracionminimo1=zeros(Nfracciones,1);
matrizcuentaminimo1=zeros(Nfracciones,1);
matrizvectorposicionesoptimo1=zeros(Nfracciones*(NF+2),1);

matrizDminimofin=zeros(Nfracciones,1);
matrizfracciontaguchioptimominimofin=zeros(Nfracciones*(NF+2),NF);
matriziteracionminimofin=zeros(Nfracciones,1);
matrizcuentaminimofin=zeros(Nfracciones,1);
matrizvectorposicionesoptimofin=zeros(Nfracciones*(NF+2),1);

for i=1:iteracioneprevias%64
    i
    %
    acumulator1=acumulator1+1;
    if acumulator1<=base1
        combinacion(1,1)=0;
    else
        combinacion(1)=1;
    end
    if acumulator1==2*base1
```

```

    acumulador1=0;
end
%
acumulador2=acumulador2+1;
if acumulador2<=base2
combinacion(1,2)=0;
else
combinacion(1,2)=1;
end
if acumulador2==2*base2;
acumulador2=0;
end
%
acumulador3=acumulador3+1;
if acumulador3<=base3
combinacion(1,3)=0;
else
combinacion(1,3)=1;
end
if acumulador3==2*base3
acumulador3=0;
end
%
acumulador4=acumulador4+1;
if acumulador4<=base4
combinacion(1,4)=0;
else
combinacion(1,4)=1;
end
if acumulador4==2*base4
acumulador4=0;
end
%
acumulador5=acumulador5+1;
if acumulador5<=base5
combinacion(1,5)=0;
else
combinacion(1,5)=1;
end
if acumulador5==2*base5
acumulador5=0;
end
%
acumulador6=acumulador6+1;
if acumulador6<=base6
combinacion(1,6)=0;
else
combinacion(1,6)=1;
end
if acumulador6==2*base6;
acumulador6=0;
end
%
acumulador7=acumulador7+1;
if acumulador7<=base7
combinacion(1,7)=0;
else
combinacion(1,7)=1;
end
if acumulador7==2*base7
acumulador7=0;
end
%
acumulador8=acumulador8+1;
if acumulador8<=base8
combinacion(1,8)=0;
else
combinacion(1,8)=1;
end
if acumulador8==2*base8
acumulador8=0;
end
%
acumulador9=acumulador9+1;

```

```

if acumulador9<=base9
combinacion(1,9)=0;
else
combinacion(1,9)=1;
end
if acumulador9==2*base9
acumulador9=0;
end
%
acumulador10=acumulador10+1;
if acumulador10<=base10
combinacion(1,10)=0;
else
combinacion(1,10)=1;
end
if acumulador10==2*base10
acumulador10=0;
end
%
acumulador11=acumulador11+1;
if acumulador11<=base11
combinacion(1,11)=0;
else
combinacion(1,11)=1;
end
if acumulador11==2*base11
acumulador11=0;
end
%
acumulador12=acumulador12+1;
if acumulador12<=base12
combinacion(1,12)=0;
else
combinacion(1,12)=1;
end
if acumulador12==2*base12;
acumulador12=0;
end
%
acumulador13=acumulador13+1;
if acumulador13<=base13
combinacion(1,13)=0;
else
combinacion(1,13)=1;
end
if acumulador13==2*base13
acumulador13=0;
end
%
acumulador14=acumulador14+1;
if acumulador14<=base14
combinacion(1,14)=0;
else
combinacion(1,14)=1;
end
if acumulador14==2*base14
acumulador14=0;
end
%
acumulador15=acumulador15+1;
if acumulador15<=base15
combinacion(1,15)=0;
else
combinacion(1,15)=1;
end
if acumulador15==2*base15
acumulador15=0;
end
%
acumulador16=acumulador16+1;
if acumulador16<=base16
combinacion(1,16)=0;
else
combinacion(1,16)=1;
end

```

```

end
if acumulador16==2*base16
acumulador16=0;
end
%
acumulador17=acumulador17+1;
if acumulador17<=base17
combinacion(1,17)=0;
else
combinacion(1,17)=1;
end
if acumulador17==2*base17
acumulador17=0;
end
%
acumulador18=acumulador18+1;
if acumulador18<=base18
combinacion(1,18)=0;
else
combinacion(1,18)=1;
end
if acumulador18==2*base18
acumulador18=0;
end
%
acumulador19=acumulador19+1;
if acumulador19<=base19
combinacion(1,19)=0;
else
combinacion(1,19)=1;
end
if acumulador19==2*base19
acumulador19=0;
end
%
acumulador20=acumulador20+1;
if acumulador20<=base20
combinacion(1,20)=0;
else
combinacion(1,20)=1;
end
if acumulador20==2*base20
acumulador20=0;
end
%
acumulador21=acumulador21+1;
if acumulador21<=base21
combinacion(1,21)=0;
else
combinacion(1,21)=1;
end
if acumulador21==2*base21
acumulador21=0;
end
%
acumulador22=acumulador22+1;
if acumulador22<=base22
combinacion(1,22)=0;
else
combinacion(1,22)=1;
end
if acumulador22==2*base22
acumulador22=0;
end
%
acumulador23=acumulador23+1;
if acumulador23<=base23
combinacion(1,23)=0;
else
combinacion(1,23)=1;
end
if acumulador23==2*base23
acumulador23=0;
end
end

```

```

%
acumulator24=acumulator24+1;
if acumulator24<=base24
combinacion(1,24)=0;
else
combinacion(1,24)=1;
end
if acumulator24==2*base24
acumulator24=0;
end
%
acumulator25=acumulator25+1;
if acumulator25<=base25
combinacion(1,25)=0;
else
combinacion(1,25)=1;
end
if acumulator25==2*base25
acumulator25=0;
end
%
acumulator26=acumulator26+1;
if acumulator26<=base26
combinacion(1,26)=0;
else
combinacion(1,26)=1;
end
if acumulator26==2*base26
acumulator26=0;
end
%
acumulator27=acumulator27+1;
if acumulator27<=base27
combinacion(1,27)=0;
else
combinacion(1,27)=1;
end
if acumulator27==2*base27
acumulator27=0;
end
%
acumulator28=acumulator28+1;
if acumulator28<=base28
combinacion(1,28)=0;
else
combinacion(1,28)=1;
end
if acumulator28==2*base28
acumulator28=0;
end
%
acumulator29=acumulator29+1;
if acumulator29<=base29
combinacion(1,29)=0;
else
combinacion(1,29)=1;
end
if acumulator29==2*base29
acumulator29=0;
end
%
acumulator30=acumulator30+1;
if acumulator30<=base30
combinacion(1,30)=0;
else
combinacion(1,30)=1;
end
if acumulator30==2*base30
acumulator30=0;
end
%
acumulator31=acumulator31+1;
if acumulator31<=base31
combinacion(1,31)=0;

```



```

else
combinacion(1,31)=1;
end
if acumulador31==2*base31
acumulador31=0;
end
%
acumulador32=acumulador32+1;
if acumulador32<=base32
combinacion(1,32)=0;
else
combinacion(1,32)=1;
end
if acumulador32==2*base32
acumulador32=0;
end
sumacombinacion=sum(combinacion);
if sumacombinacion==NF+2
cuenta=cuenta+1
fracciontaguchi=zeros(NF+2,NF);
vectorposiciones=find((combinacion)==1);
for k=1:NF+2
posiciondelvectorposiciones=vectorposiciones(k,1);
fracciontaguchi(k,:)=matrizL32(posiciondelvectorposiciones,-);
end
X=zeros(NF+2,NF+1);
matrizunos=ones(NF+2,1);
X(:,1)=matrizunos;
X(:,2:end)=fracciontaguchi;
D=abs(det((X*X)^-1));
g=isnan(D);
if g==1
D=1e50
end
if D==0
D=1e50
end
if cuenta<Nfracciones+1
q=cuenta-1;
matrizDminimoprev(cuenta,1)=D;
matrizfracciontaguchioptimominimoprev(q*(NF+2)+1:cuenta*(NF+2),:)=fracciontaguchi;
matriziteracionminimoprev(cuenta,1)=i;
matrizcuentaminimoprev(cuenta,1)=cuenta;
matrizvectorposicionesoptimoprev(q*(NF+2)+1:cuenta*(NF+2),1)=vectorposiciones;
end
if cuenta==Nfracciones
ordenavaloresD;
for j=1:Nfracciones;
jj=j-1;
posicion1=vectorposiciones1(j,1);
matrizDminimo(j,1)=matrizDminimoprev(posicion1,1);
posicionx=posicion1-1;
matrizfracciontaguchioptimominimo(jj*(NF+2)+1:j*(NF+2),:)=matrizfracciontaguchioptimominimoprev(posicionx*(NF+2)+1:posicion1*(NF+2),:);
matriziteracionminima(j,1)=matriziteracionminimoprev(posicion1,1);
matrizcuentaminima(j,1)=matrizcuentaminimoprev(posicion1,1);
matrizvectorposicionesoptimo(jj*(NF+2)+1:j*(NF+2),1)=matrizvectorposicionesoptimoprev(posicionx*(NF+2)+1:posicion1*(NF+2),1);
end
end
if cuenta>Nfracciones;
if D<max(matrizDminimo);
matrizDminimo(Nfracciones,1)=D;
matrizfracciontaguchioptimominimo((Nfracciones-1)*(NF+2)+1:Nfracciones*(NF+2),:)=fracciontaguchi;
matriziteracionminima(Nfracciones,1)=i;
matrizcuentaminima(Nfracciones,1)=cuenta;
matrizvectorposicionesoptimo((Nfracciones-1)*(NF+2)+1:Nfracciones*(NF+2),1)=vectorposiciones;
ordenavaloresD2;
for j1=1:Nfracciones
jj1=j1-1
posicion2=vectorposiciones2(j1,1);
matrizDminimo1(j1,1)=matrizDminimo(posicion2,1);
posicionx1=posicion2-1;
matrizfracciontaguchioptimominimo1(jj1*(NF+2)+1:j1*(NF+2),:)=matrizfracciontaguchioptimominimo(posicionx1*(NF+2)+1:posicion2*(NF+2),:);
matriziteracionminima1(j1,1)=matriziteracionminima(posicion2,1);
matrizcuentaminima1(j1,1)=matrizcuentaminima(posicion2,1);

```

```

    matrizvectorposicionesoptimo1(jj1*(NF+2)+1:jj1*(NF+2),1)=matrizvectorposicionesoptimo(posicionx1*(NF+2)+1:posicion2*(NF+2),1);
    end
end
matrizDminimo=matrizDminimo1;
matrizfracciontaguchioptimominimo=matrizfracciontaguchioptimominimo1;
matriziteracionminima=matriziteracionminima1;
matrizcuentaminima=matrizcuentaminima1;
matrizvectorposicionesoptimo=matrizvectorposicionesoptimo1;
end
end
matrizDminimofin=matrizDminimo1;
matrizfracciontaguchioptimominimofin=matrizfracciontaguchioptimominimo1;
matriziteracionminimafin=matriziteracionminima1;
matrizcuentaminimafin=matrizcuentaminima1;
matrizvectorposicionesoptimofin=matrizvectorposicionesoptimo1;
end
end

```

## **Bibliografía**

- Antony, J. (2003). *Design of experiments for engineers and scientists*. Edimburgo, UK: Elsevier Science & Technology Books.
- Barker, T. B. (2005). *Quality by experimental design*. New York: Chapman & Hall/CRC.
- Box, G. E., & Bisgaard, S. (1987). The scientific context of quality improvement. *Quality Progress*, 20(6), 54-61.
- Clausing, D. (1994). Total quality development - A step by step guide to world-class concurrent engineering. *Mechanical Engineering*, 3(16).
- Cox, G., & Cochran, W. (1957). *Experimental designs* (2nd ed.). New York: Wiley.
- Cox, D., & Reid, N. (2000). *The theory of the design of experiments*. Nueva York: Chapman & Hall/CRC.
- Díaz, A. (2009). *Diseño estadístico de experimentos*. Colombia: Universidad de Antioquia.
- Ehrenfeld, S. (1995). On the efficiency of the experimental designs. *The annals of mathematical statistics*, 26, 247-255. doi:10.1214/aoms/1177728541
- García, A., Estrada, F. J., & Hermosillo, F. (2015). Diseño de parámetros robusto utilizando el método Taguchi aplicado a un equipo de crimpado de fusibles tipo midjet. *Cultura Ciencia y Tecnología*, 12(57), 212-219.
- Guo, Y. (2003). *Construction of efficient fractional factorial mixed-level designs*. Florida: Florida state university.
- Guo, Y., Simpson, J. R., & Pignatiello, J. (2007). Construction of efficient mixed-level fractional factorial designs. *Journal of Quality Technology*, 39, 241-257. doi:10.1080/00224065.2007.11917691
- Guo, Y., Simpson, J., & Pignatiello Jr., J. (2009). Optimal foldover plans for mixed-level fractional factorial designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 25, 449-466. doi:10.1002/qre.981
- Guo, Y., Simpson, J., & Pignatiello, J. (2009). General balance metric for mixed-level fractional factorial designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(3), 335-344. doi:10.1002/qre.982
- Gutiérrez, H., & De la Vara, R. (2003). *Análisis y diseño de experimentos*. México: McGraw Hill.
- Hasenkamp, T., Adler, T., Carlsson, A., & Advidsson, M. (2007). Robust design methodology in a generic product design process. *Total Quality Management & Business Excellence*, 18(4), 351-362. doi:10.1080/14783360701231294

- Hinkelmann, K., & Kempthorne, O. (2005). *Designs and Analysis of Experiments*. New Jersey, United States of America: Wiley.
- Kiefer, J., & Wolfowitz, J. (1960). The equivalence of two extremum problems. *Canadian Journal of Mathematics*, *12*, 363-366. doi:10.4153/CJM-1960-030-4
- Kuehl, R. (2000). *Diseño de experimentos*. México: Thomson Learning.
- Limon, J., Tlapa, D., Baez, Y., Maldonado, A., & Rivera, L. (2016). Application of the taguchi method to improve a medical device cutting process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*(87), 3569-3577. doi: 10.1007/s00170-016-8623-3
- Lin, D. (1994). Making full use of Taguchi's orthogonal arrays. *Quality and Reliability Engineering International*, 117-121.
- Lochner, R., & Matar, J. (1990). *Designing for quality*. London: Chapman and Hall.
- Marquardt, D. (1970). Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation and nonlinear. *Technometrics*, *12*(3), 591-612. doi:10.2307/1267205
- Mead, R., Gilmour, S., & Mead, A. (2012). *Statistical principles of the designs of experiments*. U. K.: Cambridge University Press.
- Montgomery, D. (2004). *Diseño y analysis de experimentos* (2nd ed.). México D.F.: Limusa Wiley.
- Montgomery, D. (2009). *Design and analysis of experiments* (Octava ed.). United States: Wiley.
- Morris, M. (2011). *Design of experiments: An introduction based on linear models*. USA, Florida: Chapman & Hall/CRC.
- Myers, R. H., Montgomery, D. C., & Anderson, C. M. (2009). *Response surface methodology* (3rd ed.). New Jersey: Wiley.
- Nguyen, N. K., & Miller, A. J. (1992). A review of some exchange algorithms for construction discrete D-optimal designs. *Computational Statistics & Data Analysis*, *14*, 489-498. doi:10.1016/0167-9473(92)90064-M
- Nishii, R. (1993). Optimality of experimental designs. *Discrete Mathematics*, *116*, 209-225. doi:10.1016/0012-365X(93)90402-F
- Oktem, H., Erzurumlu, T., & Uzman, I. (2007). Application of Taguchi optimization technique in determining plasticinjection molding process parameter for a thin-shell part. *ScienceDirect*, *28*, 1271-1278.

- Ortiz, J. M., Martínez, M. R., & Vega, H. R. (2006). Robust design of artificial neuronal network application the Taguchi methodology and DoE. *Computer Society*, 2, 131-136.
- Park, S. (2003). *Six sigma*. Tokyo: Asian Productivity Organization.
- Peace, G. S. (1993). *Taguchi methods: a hands on approach*. Massachusetts: Addison Wesley.
- Ríos, A. J., & Guerrero, M. G. (2018). Secuential experimentation approach for robust design. *Quality and Reliability Engineering*, 34, 1556-1565. doi:10.1002/qre.2332
- Ríos, A., Simpson, J., & Guo, Y. (2011). Semifold plan for mixed-level designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 27(7), 921-929. doi:10.1002/qre.1181
- Rios, A., Diosdado, P., & Hernández, S. (2009). Secuential experimentation approach for robust designs. *II International Congress of Engineering and Technology* (pp. 13-19). Ciudad Juárez: Universidad Autonoma de Ciudad Juárez.
- Roy, R. (2001). *Design of experiments using the taguchi approach 16 steps to product and process improvement*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Roy, R. (2010). *A primer on the taguchi method*. United States of America: Society of Manufacturing Engineers.
- Salmerón, R., García, J., Del Mar, M., & García, C. (2016). Collinearity diagnostic applied in ridge estimation through the variance inflation factor. *Journal of Applied Statistics*, 43(10), 1831-1849. doi:10.1080/02664763.2015.1120712
- Smith, K. (1918). On the standard deviations of adjusted and interpolated values of an observed polynomial function and its constants and the guidance they give towards a proper choice of the distribution of observations. *Biometrika*, 12, 1-85. doi:10.2307/2331929
- Triefenbach, F. (2008). *Design of experiments: the D-optimal approach and its implementation as a computer algorithm*. Bachelor's Thesis in Information and Communication Technology. Sweden: Umea University.
- Vinning, G., Cornell, J., & Myers, R. (1993). A graphical approach for evaluating mixture designs. *Applied Statistics*, 127-138.
- Vuchkov, I., & Boyadjieva, L. (2001). *Quality improvement with design of experiments* (Vol. 7). Dordrecht: Springer. doi:10.1007/978-94-009-0009-7
- Wald, A. (1943). On the efficient design of statistical investigations. *The Annals of Mathematics Statistics*, 14, 134-140. doi:10.1214/aoms/1177731454

- Xing, C., Yao, M., Chan, L., & Goh, T. (2009). Three-levels and mixed-level orthogonal arrays for lean designs. *Quality and Reliability Engineering International*, 26(6), 529-539. doi:10.1002/qre.1072
- Xu, H. (2002). An algorithm for construction orthogonal and nearly-orthogonal. *Technometrics*, 44(4), 356-368.
- Xu, H. (2003). Minimum moment aberration for nonregular designs and supersaturated designs. *Statistica Sinica*, 13(3), 691-708. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/24307119>.
- Xu, H., & Deng, L. Y. (2005). Moment aberration projection for nonregular fractional factorial designs. *Technometrics*, 47(2), 121-131. doi:10.1198/0040170000000617
- Xu, H., & Wu, J. (2001). Generalized minimum aberration for asymmetrical fractional factorial designs. *The Annals of Statistics*, 29(4), 1066-1077. Recuperado de [https://projecteuclid.org/download/pdf\\_1/euclid.aos/1013699993](https://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.aos/1013699993).