

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CIUDAD MADERO
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E
INVESTIGACIÓN
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA



TESIS
METODOLOGÍA DE SELECCIÓN DE ACTIVOS PARA EL DISEÑO DE
PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN PARA EL MEDIANO Y LARGO PLAZO

Que para obtener el grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

Presenta:

MCI José Luis Purata Aldaz

D18073007

CVU: 575671

Director de Tesis:

Dr. Juan Frausto Solís

Co-Directora de Tesis:

Dra. Guadalupe Castilla Valdez

OFICIO DE AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN



Educación
Secretaría de Educación Pública



INSTITUTO TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Instituto Tecnológico de Ciudad Madero
Subdirección Académica
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Ciudad Madero, Tamaulipas, **07/Abril/2025**

Oficio No. U10.016/2025

ASUNTO: Autorización de Impresión

C. JOSÉ LUIS PURATA ALDAZ
No. DE CONTROL D10070782
P R E S E N T E

Me es grato comunicarle que después de la revisión realizada por el Jurado designado para su Examen de Grado del Doctorado en Ciencias de la Ingeniería, el cual está integrado por los siguientes catedráticos:

PRESIDENTE :	DR. JUAN FRAUSTO SOLÍS
SECRETARIO:	DRA. GUADALUPE CASTILLA VALDEZ
VOCAL 1:	DR. JUAN JAVIER GONZÁLEZ BARBOSA
VOCAL 2:	DR. ULISES PÁRAMO GARCÍA
VOCAL 3:	DR. LUIS FORTINO CISNEROS SINENCIO
SUPLENTE:	DR. JUAN PAULO SÁNCHEZ HERNÁNDEZ

Se acordó autorizar la impresión de su tesis titulada:

**"METODOLOGÍA DE SELECCIÓN DE ACTIVOS PARA EL DISEÑO DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN
PARA EL MEDIANO Y LARGO PLAZO "**

Es muy satisfactorio para esta División compartir con Usted el logro de esta meta. Espero que continúe con éxito su desarrollo profesional y dedique su experiencia e inteligencia en beneficio de México.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica.
"Por Mi Patria y Por Mi Bien" ®


RAFAEL CASTILLO GUTIÉRREZ
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS
DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



ccp. Archivo
RCG/NRV/jar



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Av. 1° de Mayo y Sor Juana I. de la Cruz S/N Col. Los Mangos
C.P. 89440 Cd. Madero, Tam. Tel. (833) 3574820 ext. 3110
e-mail: depl_cdmadero@tecnm.mx www.tecnm.mx
www.cdmadero.tecnm.mx



DEDICATORIA

Quiero dedicar este trabajo a mis padres Jesús y María Luisa, que, sin su apoyo incondicional, no sería posible alcanzar mis metas.

A mis hijos, Pavel y Jade, que me impulsaron cada día a dar lo mejor de mí y no rendirme.

A todos los miembros de mi comité que me retroalimentaron y estuvieron al pendiente de mí en cada etapa.

A mis directores que con su paciencia y guía me brindaron el soporte necesario para la realización de este trabajo.

Mis compañeros de generación, gracias por hacer amena mi estancia.

Al ITCM por abrirme las puertas y darme la oportunidad de seguir formándome, una maravillosa institución y al CONAHCYT, por su apoyo económico a esta investigación.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco profundamente el apoyo económico por parte del gobierno de México a través de del Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología (CONAHCYT) por su apoyo económico a esta investigación, así como al Instituto Tecnológico de Ciudad Madero (ITCM) y a su división de posgrado e investigación (DEPI), por abrirme las puertas y darme la oportunidad de seguir formándome, una maravillosa institución

A mis maestros que participaron directa o indirectamente en este trabajo.

METODOLOGÍA DE SELECCIÓN DE ACTIVOS PARA EL DISEÑO DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN PARA EL MEDIANO Y LARGO PLAZO

JOSE LUIS PURATA ALDAZ

Resumen

El modelo clásico de Markowitz para diseñar portafolios de inversión es un problema de optimización con dos objetivos: maximizar la rentabilidad y minimizar el riesgo. Diversos autores han propuesto alternativas y mejoras que han contribuido a la teoría de la selección de carteras. Este trabajo propone una metodología novedosa que permite la selección de activos, su evaluación, integración en un portafolio, el pronóstico de los activos integrados y finalmente la optimización del portafolio. Este trabajo emplea algoritmos para la integración de portafolios, así como un algoritmo que permite analizar el comportamiento y establecer un pronóstico combinado mediante diversos métodos y estrategias. La metodología fue probada en diversos mercados, en primer lugar, se usó con activos del índice S&P500, los cuales fueron sometidos a la metodología encontrando resultados interesantes, se compararon con trabajos recientes que tratan de resolver el problema de integración, en las pruebas realizadas se compararon la métrica de Sharpe, el rendimiento y la correlación, con resultados sobresalientes en favor de la metodología. Los algoritmos heurísticos demostraron su eficacia en la selección y asignación de activos, y el proceso de previsión junto con el reequilibrio contribuyeron a mejorar aún más los resultados.

ASSET SELECTION METHODOLOGY FOR THE DESIGN OF MEDIUM- AND LONG-TERM INVESTMENT PORTFOLIOS

JOSE LUIS PURATA ALDAZ

Abstract

The classic Markowitz model for designing investment portfolios is an optimization problem with two objectives: maximizing return and minimizing risk. Several authors have proposed alternatives and improvements that have contributed to the theory of portfolio selection. This paper proposes a novel methodology that allows the selection of assets, their evaluation, integration into a portfolio, forecasting of the integrated assets and finally the optimization of the portfolio. This work employs algorithms for portfolio integration, as well as an algorithm that allows analyzing the behavior and establishing a combined forecast using various methods and strategies. The methodology was tested in different markets, firstly, it was used with assets of the S&P500 index, which were subjected to the methodology finding interesting results, they were compared with recent works that try to solve the integration problem, in the tests performed the Sharpe metrics, performance and correlation were compared, with outstanding results in favor of the methodology. The heuristic algorithms proved to be effective in asset selection and allocation, and the forecasting process together with rebalancing contributed to further improve the results.

Índice General

Resumen	VI
Abstract.....	VII
Índice Tablas.....	XII
Índice de Figuras	XIII
1 Introducción	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Justificación del estudio	2
1.4 Hipótesis de investigación	3
1.5 Organización de la tesis	4
2 Marco Teórico.....	5
2.1 Activos	5
2.2 Serie de Tiempo	6
2.2.1 Serie Introducción a Series de Tiempo de Tiempo.....	6
2.2.2 Serie de Tiempo financieras	7
2.3 Indicadores Financieros	7
2.3.1 Return on capital.....	8
2.3.2 <i>Earnings per-share</i>	8
2.3.3 <i>Price-Earnings Ratio</i>	9
2.3.4 Tasa de Liquidez.....	9

2.3.5	<i>Beta</i>	10
2.4	Pronósticos	11
2.4.1	Métodos de suavizamiento exponencial	11
2.4.2	Modelos Box & Jenkins	13
2.4.3	Descomposición estacional y de tendencia	16
2.5	Combinación de pronósticos.....	17
2.5.1	Comparación de métodos.	19
2.6	Evaluación de la precisión del pronóstico.	20
2.6.1	Error de frecuencia media.....	20
2.6.2	Error Cuadrático Medio.....	21
2.6.3	Raíz cuadrada del error cuadrático medio	21
2.6.4	Error medio absoluto	22
2.6.5	Error absoluto medio a escala.....	22
2.6.6	Error Porcentual Absoluto Medio.....	23
2.6.7	Error Porcentual Absoluto Medio Simétrico	23
2.7	Pronóstico combinado basado en aceptación por umbrales.....	24
2.8	Modelos de integración de portafolio	25
2.9	Algoritmos	29
2.9.1	Aceptación por umbrales	29
2.9.2	Algoritmos genéticos.....	29
2.9.3	Algoritmo recocido simulado.	30
2.10	Algoritmos de selección y ponderación de activos.....	32
2.10.1	GENPO	32
2.10.2	TAIPO	33

2.10.3	SAIPO.....	34
2.11	Estado del arte.....	35
3	Metodología.....	38
3.1	Metodología Propuesta para Integración del Portafolio	38
3.1.1	Adquisición de datos	40
3.1.2	Segmentación de las series de tiempo.	44
3.1.3	Modelo de portafolio inicial	45
3.1.4	Pesos y validación	49
3.1.5	Pronóstico combinado optimizado	54
3.1.6	Portafolio optimizado	56
4	Experimentación y Resultados	58
4.1	Equipos y material	58
4.1.1	Equipos de cómputo	58
4.1.2	Software.....	59
4.2	Adquisición de datos.....	59
4.2.1	Selección de Mercado.....	59
4.2.2	Limpieza de datos.	60
4.2.3	Segmentación del conjunto de datos	61
4.2.4	Portafolio inicial.	61
4.2.5	Pronóstico del portafolio	63
4.2.6	Portafolio final optimizado.....	65
4.3	Comparación contra estado del arte.....	66
4.3.1	Adquisición de datos.	67

4.3.2	Portafolio inicial.	67
4.3.3	Predicción de valores y combinación de métodos de pronóstico.	68
4.3.4	Optimización final del portafolio.	69
5	Conclusiones y trabajos futuros	72
	Glosario	75
	Bibliografía.....	76

Índice Tablas

Tabla 2-1 Modelo amortiguado de Holt-Winters	12
Tabla 2-2 Clasificación de métodos de suavizamiento exponencial	13
Tabla 2-3 Estado del arte	36
Tabla 3-1. Listado de índices y mercados a analizar	41
Tabla 3-2 Evaluación cuantitativa de las heurísticas y modelos de portafolio.....	48
Tabla 4-1 Rendimiento de pronóstico	64
Tabla 4-2 SP500 resultados del estado del arte.	67
Tabla 4-3 Portafolio inicial aplicando MARR	68
Tabla 4-4 Valores medios de sMAPE en diferentes horizontes de pronóstico.	69
Tabla 4-5 Desempeño del pronostico	69
Tabla 4-6 Final comparison of forecasted values	71

Índice de Figuras

No se encuentran elementos de tabla de ilustraciones.

Figura 2-1 Serie de tiempo de un activo. Creación propia	6
Figura 2-2 Metodología general para un pronóstico	11
Figura 2-3 Modelo Box & Jenkins	14
Figura 3-1 Metodología propuesta	40
Figura 3-2 Pronóstico combinado.....	51
Figura 3-3 Esquema general del proceso de pronóstico FCTA.....	54
Figura 4-1 SP500 desempeño y segmentación.....	60
Figura 4-2 Rendimiento del algoritmo en la optimización del valor de la función objetivo basada en Sharpe. a) Riesgo Frontera Eficiente vs Retorno; b) Valores de la relación de Sharpe a través de la ejecución de algoritmos.....	63
Figura 4-3 Métrica del ensamble de pronóstico.	64
Figura 4-3 La ratio de Sharpe durante la optimización final de la cartera: a) Muestra de carteras de ratio de Sharpe; b) Ratio de Sharpe a través del algoritmo TAIPO.	66
Figura 4-5 Muestra de Ratio de Sharpe en el portafolio inicial.....	68
Figura 4-6 Muestra de Ratio de Sharpe en el portafolio final	70

1 Introducción

La selección, análisis, integración, optimización y pronóstico de un portafolio de inversión es una labor ardua y compleja, no sólo por el riguroso proceso matemático que requiere su análisis sino por la gran cantidad de métodos, estrategias y activos candidatos existentes en las diferentes bolsas de valores del mundo. Es por ello que este trabajo busca una alternativa de solución a estos problemas, planteando una estrategia de algoritmos para la creación y optimización del portafolio y otra herramienta para su optimización.

1.1 Planteamiento del problema

Uno de los conceptos fundamentales de la integración, administración y optimización de portafolios es la selección de activos que permita un balance deseado entre rendimiento, riesgo y diversificación. Diversificar una cartera seleccionando una combinación de activos con correlaciones bajas o negativas puede ayudar a reducir el riesgo. Como señaló Harry Markowitz en su obra fundamental sobre la teoría de portafolio, "*Portfolio Selection*" de 1952 [1], la diversificación permite reducir el riesgo sin sacrificar necesariamente la rentabilidad. Resolviendo eficazmente el problema de la selección de activos, se puede conseguir una cartera bien diversificada que equilibre riesgo y rentabilidad.

En la optimización de portafolios, el objetivo suele ser maximizar la rentabilidad esperada al tiempo que se gestiona el riesgo. Investigadores como Merton [2] han contribuido al desarrollo de modelos que abordan este equilibrio. El trabajo de Merton sobre la optimización de portafolios, incluido el modelo "CAPM" (*Capital Asset Pricing Model*) [3], hace hincapié en la importancia de seleccionar los activos para lograr el equilibrio deseado entre riesgo y rentabilidad.

La teoría moderna de portafolios ha evolucionado para considerar modelos multifactoriales que ayudan a los inversores a comprender las fuentes de riesgo y rentabilidad. Investigadores como William Sharpe (que establece la ratio Sharpe) [4] y Fama [5] han contribuido a este campo. La selección de activos basada en la exposición a factores es esencial para construir portafolios que se ajusten a estilos y objetivos de inversión específicos.

Estos perfiles de inversión pueden influir en la selección de activos tal como lo exponen autores como Richard Thaler [6] y Daniel Kahneman [7] [8], ellos han demostrado que el comportamiento y los sesgos de los inversores y/o especuladores pueden influir en la selección de activos y la optimización de portafolios. Una forma de solucionar este aspecto es generar no sólo un resultado óptimo, sino un conjunto de soluciones que le permitan a los inversionistas escoger portafolios según su perfil.

Los trabajos de Harry Markowitz también introdujeron el concepto de frontera eficiente, que muestra el equilibrio entre riesgo y rentabilidad. Seleccionar los activos adecuados dentro de la frontera eficiente es esencial para lograr la mayor rentabilidad posible para un nivel de riesgo dado o el menor riesgo para una rentabilidad deseada.

1.2 Objetivos

Objetivo General

Desarrollar una metodología para la creación de portafolios de inversión de alto desempeño en diferentes mercados para mediano y largo plazo, basada en modelos híbridos eficientes de *machine learning* y algoritmos heurísticos.

Objetivos específicos

1. Desarrollar un modelo eficiente para analizar y seleccionar activos financieros.
2. Desarrollar y evaluar métodos heurísticos híbridos para la solución del problema de creación de portafolio que sean competitivos con el estado del arte.
3. Desarrollar modelo de pronóstico híbridos, para el corto y mediano plazo aplicados en proceso de rebalanceo y mejora del portafolio.
4. Diseñar el modelo de creación de portafolios multi mercado.
5. Realizar la evaluación experimental de los algoritmos bajo estudio, utilizando para ello, métodos de análisis estadístico.

1.3 Justificación del estudio

Cómo se mencionó anteriormente la mayoría de los trabajos enfocados a la creación y optimización de portafolios no enfatizan la importancia de tener activos de calidad, y que por consecuencia obtendrá portafolios de mejor calidad para el inversionista. Este estudio, se enfoca en desarrollar, aplicar y comprobar una metodología la cual incluye un método computacional de preselección de los activos candidatos que pueden pertenecer al portafolio de inversión. Dicha preselección permite que no se requiera seleccionar candidatos de forma empírica. La metodología permite considerar varios mercados financieros y considera el pronóstico del horizonte de planeación para la inversión. La metodología considera incluir activos de varios mercados financieros, diversos sectores e incluso es capaz de incluir información incompleta la cual, en metodologías tradicionales no es posible establecer portafolios con la diversidad de activos adecuada para mantener al mismo tiempo un riesgo mínimo y un retorno a la inversión adecuado.

Para optimizar los tiempos de análisis y cómputo se propone emplear un método de preselección automática, el cual tiene como objetivo, identificar a los activos de mejor calidad, para lograr un portafolio con el mejor balance entre riesgo y rendimiento.

Automatizar el proceso de análisis, selección, integración, optimización y pronóstico es relevante ya que se tiene gran cantidad de activos, en una variedad de mercados internacionales y el dinamismo de estos vuelve complicado el análisis puntual. Además, se

debe señalar la cantidad de datos a analizar, por ejemplo, si analizamos 1 año de las series de tiempo de los activos del S&P500, se tienen típicamente 252 datos de precios, y al menos 40 características financieras para más de 500 activos, lo que implica una gran cantidad de información.

Además de la selección de activos de calidad, es necesario minimizar el riesgo de las inversiones aplicando la diversificación del riesgo no sistemático. Para ello se plantea utilizar el alguno de los modelos planteados en [9], el cual, a través de una heurística y el empleo del Sharpe Ratio, permite encontrar activos que maximizan esta métrica.

1.4 Hipótesis de investigación

Este trabajo busca determinar si es posible diseñar portafolios multimercados de alto desempeño mediante una metodología basada en *Sharpe Ratio* y modelos de *machine learning* y algoritmos heurísticos para la optimización de portafolios en el mediano y largo plazo, competitivos con el estado del arte, así mismo mejorar el desempeño de portafolios incorporando estrategias de pronóstico basadas en *machine learning* y *soft computing*.

1.5 Organización de la tesis

Esta tesis se encuentra organizada de la siguiente manera: En el Capítulo 1 se presenta a una introducción de los problemas a resolver, se establecen objetivos propuestos, así como su justificación, alcances y limitaciones. En el Capítulo 2 se introducen los conceptos teóricos sobre la formulación de los problemas integración de portafolios, modelos de pronóstico, optimización y machine learning y el Estado del Arte donde se revisan los trabajos de investigación más relevantes y recientes del área. El Capítulo 3 contiene la metodología propuesta tanto para la construcción de portafolio, como su pronóstico y optimización. En el Capítulo 4 se presenta la metodología propuesta, la experimentación desarrollada para validar los modelos propuestos, condiciones experimentales y conjuntos de datos que se utilizaron durante la experimentación, así como los resultados obtenidos a partir de los experimentos realizados con las series SP500. Finalmente, en el Capítulo 5 se especifican las conclusiones y las propuestas de trabajos futuros.

2 Marco Teórico

En el diseño de portafolios de inversión eficientes es fundamental identificar y predecir la evolución de los activos de valores para obtener una proyección de su valor futuro. Las estrategias para lograr esto se formalizan en el análisis de activos, el cual se puede realizar siguiendo dos enfoques básicos: el análisis fundamental o el análisis técnico. En el primer caso se utiliza la información disponible de la propia empresa para anticipar su comportamiento futuro. Mientras que, en el segundo caso, se estudia la acción del mercado para predecir tendencias de los precios. El análisis fundamental tiene como principio indicadores macroeconómicos, microeconómicos y financieros para determinar el valor de los activos. Por otro lado, el análisis técnico estudia la evolución del activo en el pasado con el fin de obtener un pronóstico de su valor futuro. En las secciones siguientes se describen los conceptos e indicadores financieros más utilizados, así como las técnicas de pronóstico más importantes para el problema que se estudia.

2.1 Activos

Los activos son aquellas proporciones iguales en que se divide el capital social de una empresa; es decir son la fracción del capital social de dicha empresa. Así, los activos son fuente de financiamiento trascendental para las empresas de cualquier industria. Son emitidos por sociedades mercantiles. El tenedor o comprador de dichas acciones adquiere derechos y se le considera socio de la empresa, es decir que posee una parte de la empresa.

Cabe destacar que activos o valores, es una forma genérica de llamar a los instrumentos financieros de inversión, como las acciones, bonos, activos financieros, títulos, etc. como una traducción cercana a los términos utilizados en inglés para *assets*, *stocks*, *bonds* y *securities*.

2.2 Serie de Tiempo

2.2.1 Serie Introducción a Series de Tiempo de Tiempo

Es un conjunto de observaciones que se denota como Y_t donde el subíndice t corresponde a un dato almacenado en el tiempo t [10]; como ejemplo, la figura 2-1 corresponde al grafico de una serie de tiempo correspondiente al precio de un activo.



Figura 2-1 Serie de tiempo de un activo. Creación propia

Las series de tiempo se clasifican en estocásticas, esto es que muestran patrones y tendencias que no son completamente predecibles y a menudo contienen componentes aleatorios, pueden ser influenciados por factores externos; y determinísticas, los patrones y tendencias son predecibles y siguen un patrón fijo o una relación matemática específica y sus factores

son conocidos y controlable, por lo cual le aplican funciones matemáticas precisas. Acorde con Hanke & Wichern [11], existen diferentes tipos de patrones de datos, estos son: horizontales, con tendencia, estacionales y cíclicos, cuando los datos fluctúan alrededor de un nivel o una media constante, es un tipo de serie estacionario en su media; la tendencia es el componente de largo plazo que representa el crecimiento o el descenso en la serie de tiempo, durante un periodo extenso. El componente cíclico es la oscilación alrededor de la tendencia y el componente estacional es un patrón de cambio que se repite año tras año.

2.2.2 Serie de Tiempo financieras

Las series temporales financieras, representan una herramienta analítica fundamental. Estas secuencias cronológicas de datos, que registran los precios, rendimientos y volatilidades de activos financieros como acciones, bonos, divisas y materias primas, desempeñan un papel esencial en la toma de decisiones de inversión y la gestión de riesgos.

La importancia de las series temporales financieras radica en su capacidad para proporcionar una visión inestimable del pasado, el presente y el futuro potencial de los mercados financieros. Inversores, gestores de fondos, analistas y expertos en finanzas confían en estas series para evaluar el rendimiento histórico de los activos, identificar tendencias, pautas y ciclos y, lo que es aún más importante, anticipar y prever movimientos futuros.

Las series temporales financieras son una herramienta esencial en el mundo de las finanzas, y su análisis puede proporcionar una ventaja competitiva a quienes buscan tomar decisiones informadas en un entorno dinámico y a menudo impredecible.

2.3 Indicadores Financieros

Para lograr una correcta gestión de los activos y los portafolios de inversión, es necesario evaluar la salud financiera de las empresas, se requiere en general, para minimizar el riesgo de pérdidas. Algunos indicadores se pueden establecer como: de crecimiento, de rentabilidad,

de liquidez, de apalancamiento y de actividad. Los indicadores son herramientas que permiten analizar y medir el desempeño; en las siguientes subsecciones se presentan los más utilizados en el análisis financiero de las empresas.

2.3.1 Return on capital

El indicador ROC (por sus siglas en inglés, *Return on capital*), mide la rentabilidad sobre el capital empleado, es igual a las ganancias totales que la empresa ha obtenido para sus accionistas y sus deudas, divididas por la cantidad de dinero que han aportado. Si la empresa obtiene un rendimiento de su capital mayor que el que exigen los inversores, el valor económico agregado es positivo.[12] y su ecuación es:

$$ROC = \frac{EBIT}{Capital\ empleado} \times 100 \quad \text{Ecuación 2-1}$$

Dónde *EBIT* (*Earnings Before Interest Taxes*) es el rendimiento de la empresa antes de impuestos e intereses, los dividendos operativos, los impuestos y los ingresos que dispone la empresa cuando se sustraen los gastos, sin añadir impuestos o los intereses. El Capital empleado es capital invertido, es decir, es el valor de los activos de la empresa.

2.3.2 *Earnings per-share*

El indicador conocido popularmente como EPS (por sus siglas en inglés, *Earnings per-share*) representa el beneficio por acción (BPA) de la empresa; en otras palabras, indica la porción del beneficio correspondiente que puede ser obtenido, en principio, por cada acción de la empresa. La Ecuación 2-2 presenta este indicador, el cual funciona, como un indicador de la rentabilidad y es muy utilizada para evaluar el rendimiento empresarial.

$$EPS = \frac{Beneficio\ Neto}{Número\ de\ Acciones} \quad \text{Ecuación 2-2}$$

2.3.3 Price-Earnings Ratio

Existe otro indicador que se usa juntamente con el EPS y que es comúnmente conocido como PER (por sus siglas en inglés Price-Earnings ratio) es una relación financiera que compara el precio de una acción con el beneficio por acción (EPS) tal como se muestra en la Ecuación 2-3 y la Ecuación 2-4 [13].

$$PER = \frac{\text{Precio de la acción}}{EPS} \quad \text{Ecuación 2-3}$$

O bien:

$$PER = \frac{\text{Capitalización bursátil}}{\text{Beneficio Neto}} \quad \text{Ecuación 2-4}$$

El indicador EPS indica cuanto están dispuestos a pagar los inversionistas, en principio, por unidad monetaria de beneficio. El PER es muy utilizados en el análisis fundamental. El EPS es un indicador que mide si la acción de una empresa está sobrevalorada o infravalorada, ya que indica si el precio de una acción ha subido o bajado mucho con respecto a los beneficios de la empresa [14].

El EPS es de gran utilidad ya que con mediante él es relativamente sencillo comparar acciones entre empresas similares; esto se debe a que es una medida que indica si una empresa determinada tiene mejores expectativas con respecto a otra.

2.3.4 Tasa de Liquidez

La tasa de liquidez o relación de liquidez de una empresa es un indicador que refleja la solvencia y los recursos de una empresa, la cual es medida con la relación de la Ecuación 2-5 que mide la tasa de cambio entre el activo corriente respecto al pasivo corriente de una empresa.

$$\text{Tasa de liquidez} = \frac{\text{Activo Corriente}}{\text{Pasivo Corriente}} \quad \text{Ecuación 2-5}$$

La tasa de liquidez de una empresa también indica el nivel operativo respecto su capacidad de endeudamiento e, incluso mide de cierta manera hasta qué punto una empresa puede liquidar activos rápidamente para cubrir pasivos a corto plazo.

2.3.5 Beta

Una medida utilizada en finanzas es Beta y representada comúnmente con la letra griega β . Esta métrica, es una medida de la volatilidad o riesgo comparado con un punto de referencia del mercado y, se calcula con la Ecuación 2-6.

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2 R_M} \quad \text{Ecuación 2-6}$$

donde: β_i = Beta de un activo.

$Cov(R_i, R_M)$ = covarianza entre rendimiento del activo i y rendimiento del mercado.

$\sigma^2(R_M)$ = Varianza de los rendimientos del mercado.

Beta tiene diferentes interpretaciones y es utilizada y en una gran variedad de métodos de análisis financiero; uno que nos ocupa en este trabajo es el que sigue:

$\beta = 1$, la volatilidad de una acción coincide con el mercado.

$\beta > 1$, indica una gran volatilidad.

$\beta < 1$, indica menor volatilidad.

Para el caso de portafolios de inversión se utiliza β en la Ecuación 2-7 la cual refleja que la ponderación de todos los activos utilizados en un portafolio debe ser igual a la unidad.:

$$\sum_{i=1}^N X_i \beta_i = 1 \quad \text{Ecuación 2-7}$$

Donde:

β_i = Beta de la acción i en el Portafolio de inversión

X_i = Proporción del valor de mercado del título i.

2.4 Pronósticos

Los pronósticos utilizan datos históricos (series de tiempo) para realizar estimaciones informadas que sirven para determinar la dirección de las tendencias futuras. Los tomadores de decisiones utilizan la previsión para determinar cómo asignar sus inversiones, presupuestos o gastos previstos para un período de tiempo próximo.



Figura 2-2 Metodología general para un pronóstico

2.4.1 Métodos de suavizamiento exponencial

Holt (1957) y Winters (1960) ampliaron el método de Holt para capturar la estacionalidad. El método estacional de Holt-Winters comprende la ecuación de pronóstico y tres ecuaciones de suavizado: una para el nivel, una para la tendencia y otra para el componente estacional, con los correspondientes parámetros de suavizado, y que utilizamos para denotar la frecuencia de la estacionalidad, es decir, el número de estaciones en un año. Por ejemplo, para datos trimestrales y para datos mensuales.

Existen diversos métodos que se pueden aplicar según la serie a resolver, entre esos métodos podemos mencionar:

Método de suavizamiento exponencial simple

Método de tendencia lineal de Holt

Métodos de tendencia amortiguada

Método aditivo de Holt-Winters

Método multiplicativo de Holt-Winters

Método amortiguado de Holt-Winters

De manera particular el método amortiguado ofrece ventajas sobre otros métodos de suavizamiento exponencial en ciertos escenarios debido a su capacidad para modelar patrones de datos con tendencia y estacionalidad, al tiempo que considera una tendencia de amortiguación. Este método puede manejar datos con tendencia y estacionalidad, lo que lo hace efectivo con series de tiempo con patrones cambiantes, brinda mayor precisión en el largo plazo, el método se adapta a los datos con patrones repetitivos y se puede adaptar el ajuste de amortiguación y así controlarla suavidad de la tendencia en función de la variabilidad de los datos [15].

Tabla 2-1 Modelo amortiguado de Holt-Winters
$l_t = y_t/s_{t-m} + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta) \phi b_{t-1}$ $s_t = \gamma \frac{y_t}{(l_{t-1} + \phi b_{t-1})} + (1 - \gamma)s_{t-m}$

La ecuación de pronóstico se expresa como sigue

$$\hat{Y}_{t+h} = [l_t + \phi b_t + \phi^2 b_t + \phi^3 b_t + \dots + \phi^n b_t] s_{t+h-m(k+1)} \quad \text{Ecuación 2-8}$$

Donde l_t representa el nivel de la serie al tiempo t , b_t denota la pendiente del tiempo t , s_t expresa el componente estacional de la serie en el tiempo t , y m representa el número de temporadas o estaciones en un año; mientras que α, β, γ son los parámetros de suavizamiento y ϕ es el parámetro de amortiguamiento, con valores $0 \leq \phi \leq 1$.

Los métodos más popularmente empleados se muestran en la Tabla 2-2. Todos ellos pueden obtener pronósticos puntuales, pero también pueden predecir valores probables para un intervalo de predicción. Un modelo estadístico es un proceso estocástico (o aleatorio) de generación de datos que puede producir una distribución de predicción completa.

Tabla 2-2 Clasificación de métodos de suavizamiento exponencial

Componente de tendencia	Componente estacional		
	(Ninguno)	(Aditivo)	(Multiplicativo)
N (Ninguno)	(N,N)	(N,A)	(N,M)
A (Aditivo)	(A,N)	(A,A)	(A,M)
A _d (Aditivo amortiguado)	(A _d ,N)	(A _d ,A)	(A _d ,M)

Algunos de estos métodos son utilizados con otros nombres:

Método abreviado	Método
(N,N)	Suavizamiento exponencial simple
(A,N)	Método lineal de Holt
(A _d ,N)	Método de la tendencia amortiguada aditiva
(A,A)	Método aditivo de Holt-Winters
(A,M)	Método de Holt-Winters multiplicativo
(A _d ,M)	Método de Holt-Winters amortiguado

2.4.2 Modelos Box & Jenkins

George E. P. Box y Gwilym Jenkins integraron el conocimiento existente y los autores desarrollaron una metodología iterativa de tres etapas para la identificación, estimación y verificación de series de tiempo, enfoque al que se le dio el nombre metodología Box & Jenkins la cual es diferente de la mayoría de los métodos porque no supone ningún patrón particular en los datos de las series que se van a analizar.

Tiene un enfoque iterativo para identificar un modelo posible a partir de una clase general de modelos. Luego, el modelo elegido se compara con datos históricos para verificar que describe la serie con exactitud. El modelo estará correctamente ajustado si los residuos son primordialmente pequeños, están distribuidos de manera aleatoria y carecen de información relevante. El proceso se repite usando un nuevo modelo diseñado para mejorar el original, si

el modelo elegido no es satisfactorio. Este procedimiento iterativo continúa hasta que se encuentra un modelo satisfactorio como se representa en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

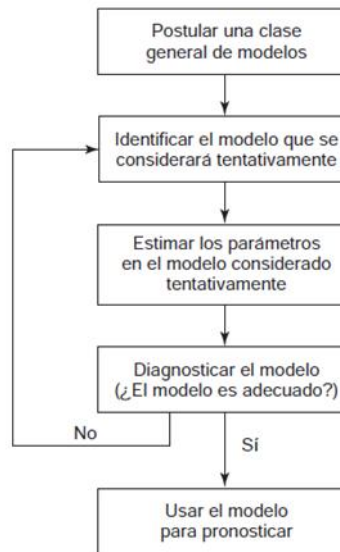


Figura 2-3 Modelo Box & Jenkins

Con la llegada de computadoras de buen desempeño, se popularizó el uso de los modelos autorregresivos integrados de promedios móviles (ARIMA) y sus extensiones, éstos son una clase de modelos lineales que son capaces de representar tanto series de tiempo estacionarias como no estacionarias. Los modelos ARIMA dependen mucho de los patrones de autocorrelación en los datos [11].

2.4.2.1 Modelos ARMA / ARIMA

Los modelos ARMA (*Autoregressive Moving Average*) son utilizados para pronosticar series de tiempo estacionarias, es decir, series cuyas propiedades estadísticas no cambian con el tiempo. ARMA combina dos componentes: el componente autorregresivo (AR) y el componente de media móvil (MA) [10], [16]. La ecuación básica del modelo ARMA (p, q) es:

$$\hat{Y}_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad \text{Ecuación 2-9}$$

Donde: Y_t : Serie de tiempo t , c es una constante, ϕ_i son los coeficientes auto regresivos, θ_i Son los coeficientes de media móvil, ε_t es considerado ruido en el tiempo t , p y q son los órdenes de los componentes AR y MA, respectivamente.

Los modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) son un modelo de análisis de series de tiempo que permite trabajar con datos estacionarios, con tendencia, series cíclicas y pronósticos a mediano plazo [17]. La mayoría de las series son no estacionarias. Si se desea ajustar una serie que no es estacionaria se requiere retirar la fuerte de la variación, así también, implica que la serie tiene en su comportamiento una tendencia de tipo polinomial no determinista (no estacionariedad homogénea), entonces se pueden tomar las diferencias de las series de tal forma de obtener una serie estacionaria [18]. ARIMA combina tres componentes: el componente autorregresivo (AR), el componente de media móvil (MA), y el componente de integración (I). La representa el modelo básico del modelo ARIMA(p, d, q) es:

$$Y'_t = c + \phi_1 Y'_{t-1} + \phi_2 Y'_{t-2} + \dots + \phi_p Y'_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad \text{Ecuación 2-10}$$

Donde Y'_t es la serie de tiempo después de aplicar d diferenciaciones para convertir la serie en estacionaria.

2.4.2.2 Otros modelos de la familia ARMA

ARIMA Estacional (SARIMA), es una extensión de ARIMA que se utiliza para modelar series de tiempo con patrones estacionales. Agrega componentes estacionales a la ecuación ARIMA para capturar las fluctuaciones estacionales en los datos [10].

Modelos de Componentes No Observables (UCM), permiten descomponer una serie de tiempo en componentes no observables, como tendencia, estacionalidad y ciclos, y modelarlos por separado [19].

Modelos de Espacio de Estado (State Space Models) representan la evolución de una serie de tiempo como un proceso no observado en un espacio de estado, que luego se mapea a las observaciones. El filtro de Kalman se utiliza comúnmente para estimar los estados no observados [19], [20].

Modelos ARMA/GARCH para la Volatilidad se utilizan para modelar la volatilidad de series de tiempo financieras. ARMA se combina con GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) para modelar la volatilidad cambiante en el tiempo.

Modelos de Regresión ARIMA (ARIMA-X) incorporan variables exógenas (regresores) en un modelo ARIMA para capturar influencias externas en la serie de tiempo.

2.4.3 Descomposición estacional y de tendencia

La Descomposición estacional y de tendencia usando *Loess* (STL) es un método eficiente para la descomposición de series, *Loess* es un método para estimar relaciones no lineales. El método STL fue desarrollado por Cleveland et. al. en 1990 [21].

STL tiene varias ventajas sobre los métodos de descomposición clásicos, SEATS y X11: manejará cualquier tipo de estacionalidad, no solo datos mensuales y trimestrales. Permite que el componente estacional cambie con el tiempo, y el usuario puede controlar la tasa de cambio, así como el suavizamiento de tendencia. Puede ser resistente a los valores atípicos (es decir, el usuario puede especificar una descomposición robusta), de modo que las observaciones inusuales ocasionales no afecten las estimaciones de los componentes estacionales y de tendencia-ciclo. Sin embargo, afectarán al componente restante.

Por otro lado, STL tiene algunas desventajas. En particular, no maneja automáticamente la variación del día de negociación o del calendario, y solo proporciona facilidades para descomposiciones aditivas. Es posible obtener una descomposición multiplicativa tomando primero registros de los datos y luego transformando hacia atrás los componentes. Las descomposiciones entre aditivas y multiplicativas se pueden obtener usando una transformación de Box-Cox de los datos con $0 < \lambda < 1$. A un valor de $\lambda < 1$ le corresponde

a la descomposición multiplicativa mientras que $\lambda = 1$, es equivalente a una descomposición aditiva.

Los dos parámetros principales que hay que elegir cuando se utiliza el STL son la ventana de tendencia-ciclo y la ventana estacional. Estos parámetros controlan la rapidez con la que pueden cambiar los componentes de tendencia-ciclo y estacionales. Los valores más pequeños permiten cambios más rápidos.

Como se mencionó anteriormente, antes de que se pueda construir un modelo, se debe verificar si la serie de tiempo es o no estacionaria. Hay dos formas principales de determinar si una serie de tiempo es estacionaria.

Estadísticas móviles: Se obtiene la media móvil y la desviación estándar móvil si éstas permanecen constantes en la serie de tiempo, entonces la serie es estacionaria. Un análisis visual puede ser realizado para series de un tamaño no muy grande; en este caso el eje del tiempo representa las abscisas y el valor de la acción a analizar se coloca en el eje de las ordenadas; si el valor de las acciones o el valor del promedio móvil de una ventana pequeña (por ejemplo 3, 5 o 7 períodos), entonces la serie de tiempo es estacionaria; desafortunadamente un análisis visual no siempre puede ser realizado.

Prueba de Dickey-Fuller: la serie de tiempo se considera estacionaria si el p-valor es bajo (de acuerdo con la hipótesis nula) y los valores críticos en intervalos de confianza del 1%, 5%, 10% son lo más cercanos posible a las estadísticas Dickey Fuller.

2.5 Combinación de pronósticos

En 1963 Barnard [22] aplicó nuevos métodos de control de calidad, utiliza el método Box Jenkins y el método de Brown para obtener una mejor aproximación. Bates y Granger [23] proponen utilizar varios métodos de pronóstico en una combinación ponderada con pesos w a determinar en términos del error de cada uno de los métodos individuales; ese método, es comúnmente conocido como el método de Bates y fue inicialmente probado usando métodos

de suavizamiento exponencial de Brown. La forma de comparar $n \geq 2$ métodos en el método de Bates es determinando el error MSE para todos los métodos para la serie considerada en un período de evaluación; acto seguido los métodos se combinan de forma que cada uno participa en el pronóstico en términos de la precisión correspondiente a su MSE.

Un ejemplo proporcionado por Bates es cuando n es exactamente 2 para el cual el pronóstico que se obtienen con la conjunción de exactamente dos métodos se determina con la Ecuación 2-11.

$$C = k\hat{x}_1 + (1 - k)\hat{y}_2 \quad \text{Ecuación 2-11}$$

Donde

C : Es el pronóstico obtenido con la combinación

$\hat{x}_1$: Es el valor de pronóstico 1

$\hat{y}_2$: Es el valor de pronóstico 2

k : Peso del pronóstico del método 1, cuyo valor depende de su MSE.

$(1 - k)$: Peso del pronóstico del método 2, cuyo valor depende de su MSE.

Así mismo es necesario calcular la varianza combinada de los errores como:

$$\sigma_c^2 = k^2\sigma_1^2 + (1 - k)^2\sigma_2^2 + 2\rho k\sigma_1(1 - k)\sigma_2 \quad \text{Ecuación 2-12}$$

Donde:

k : es el peso proporcional dado al primer conjunto de pronósticos

ρ : es el coeficiente de correlación entre los errores.

La elección de k debe hacerse para que los errores de los pronósticos combinados sean pequeños (minimizar la varianza general, σ_c^2)

Acomodando términos para k

$$k = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad \text{Ecuación 2-13}$$

Para la ecuación anterior es necesario calcular la correlación.

$$\rho_{xy} = \frac{\sum(e_x - \hat{e}_x)(e_y - \hat{e}_y)}{\sqrt{\sum(e_x - \hat{e}_x)^2 \sum(e_y - \hat{e}_y)^2}} \quad \text{Ecuación 2-14}$$

Donde:

e_x conjunto de errores del método 1.

e_y conjunto de errores del método 2.

$\hat{e}_x$ media de errores del método 1.

$\hat{e}_y$ media de errores del método 2.

No obstante que la estrategia de Bates se plantea para $n \geq 2$ métodos de pronóstico participantes den la combinación, el ejemplo presentado para solo 2 ecuaciones debe extenderse para un mayor número de métodos. Para ello no basta con extender las ecuaciones presentadas por Bates para n métodos, sino que además se requiere ajustar los pesos para que diversos horizontes de planeación; esto se debe a que las distribuciones en el futuro no tienen por lo general los mismos valores de media y desviación estándar que para los periodos de tiempo de aprendizaje de los métodos.

2.5.1 Comparación de métodos.

Una vez que se han llevado a cabo los pronósticos de los métodos individuales, es necesario evaluarlos y compararlos para determinar su efectividad, para ello se emplea el *scoring*.

El *scoring* implica el uso de métricas de evaluación de pronósticos, como el MAE, MSE, MAPE o SMAPE, entre otros, para medir la calidad de los pronósticos generados por diferentes métodos. Estas métricas cuantifican la discrepancia entre los valores pronosticados y los valores reales en los datos históricos.

El objetivo del *scoring* es identificar el método o combinación de métodos que produce los pronósticos más precisos en función de las métricas de evaluación. Los métodos que obtienen puntuaciones más bajas en estas métricas suelen considerarse más efectivos y precisos en la predicción de futuros eventos. El *scoring* es esencial en la toma de decisiones relacionadas con la selección de métodos de pronóstico y la construcción de modelos de combinación de

pronósticos, ya que permite determinar cuáles son los métodos más confiables y adecuados para un conjunto de datos particular.

2.6 Evaluación de la precisión del pronóstico.

No solo es importante establecer una técnica de pronóstico, es necesario evaluarla mediante una métrica que nos permita diferenciar la precisión entre métodos. Establecer una medida de evaluación permite de una forma objetiva de evaluar cuál precisos son los pronósticos en comparación con los valores reales, lo anterior evita la subjetividad en la evaluación. Las métricas ayudan a identificar áreas donde los pronósticos pueden necesitar mejoras, permiten optimizar la gestión de recursos y reducir costos innecesarios.

Al utilizar medidas de precisión, es posible realizar un seguimiento del desempeño de los pronósticos a lo largo del tiempo y detectar tendencias o cambios en la precisión, lo que puede ser esencial para la adaptación a nuevas circunstancias [15], [24], [25].

2.6.1 Error de frecuencia media

MFE (Mean Frequency Error) es una medida que se obtiene con valores reales y los valores predichos. Así, se anulan los positivos y negativos que se han creado al subestimar o sobreestimar las predicciones de los valores reales. Por lo anterior se considere una métrica *naive*. Con esta métrica, se puede identificar si las predicciones realizadas están subestimadas o sobreestimadas. Un valor positivo de MFE indica que las predicciones son inferiores a los valores reales. Del mismo modo, el resultado de un valor negativo es una indicación de que las predicciones son superiores a los valores reales en su conjunto. Utilizando esta métrica, no es posible saber nada sobre la desviación presente entre los valores reales y los pronosticados.

$$MFE = \frac{1}{n} \sum_{I=1}^n (Y_i - \hat{Y}_h) \quad \text{Ecuación 2-15}$$

Donde:

Y_i : se refiere a los puntos de datos reales con marca de tiempo de la variable objetivo.

$\hat{Y}_h$: se refiere a las predicciones realizadas por el modelo de previsión de series temporales para la variable objetivo.

2.6.2 Error Cuadrático Medio

El *Mean Squared Error* (MSE) es una métrica que considera el cuadrado de los términos de error y se toma su media. En general, el MSE se utiliza como función de error en la configuración de la regresión que luego se optimiza para obtener los parámetros óptimos del modelo. En ocasiones, MSE sería la mejor elección de función de error que MAE como función de error porque MAE no es diferenciable en su valor mínimo, como resultado, no obtenemos los parámetros óptimos del modelo. Una consideración del MSE es que el cuadrado de los términos de error de las unidades del MSE es diferente del valor real.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_h)^2 \quad \text{Ecuación 2-16}$$

2.6.3 Raíz cuadrada del error cuadrático medio

El *Root mean square error* (RMSE) se utiliza para ajustar en una escala como la de los valores reales se considera la raíz del MSE.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_h)^2} \quad \text{Ecuación 2-17}$$

2.6.4 Error medio absoluto

Mean Absolute Error (MAE) representa la desviación media absoluta, esta métrica ayuda a superar la deficiencia causada por el MFE. Ya que en lugar de considerar la media de las diferencias entre los valores reales y los pronosticados, consideramos los valores absolutos de los términos de error y luego se toma la media de ellos. De este modo, los positivos y los negativos no se anulan entre sí. Utilizando esta métrica, es posible conocer en promedio de cuánto se desvían las predicciones de los valores reales. Para llegar a cualquier conclusión mediante la estimación de esta métrica, de debe tener en cuenta la escala de los valores reales. Si la escala de los valores reales es de un solo dígito y que el valor de MAE resulta ser de 2.2, sería inaceptable una desviación semejante en las predicciones. Por el contrario, si la escala de los valores reales es de miles y el valor MAE resulta ser el mismo 2.2, se considera que las predicciones realizadas son buenas. Así que, se debe tener en cuenta la escala de los valores reales en la evaluación. Para superar esta deficiencia, consideramos en términos de porcentajes de los valores reales lo que nos lleva a otra métrica: MAPE.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_h|$$

Ecuación 2-18

2.6.5 Error absoluto medio a escala.

El MASE (Mean Absolute Scaled Error) se expresa como la diferencia entre los errores absolutos medios de los pronósticos y el modelo de referencia, escalados por la variabilidad histórica de la serie. Esto permite comparar la precisión de los pronósticos en diferentes unidades de tiempo y series temporales. Es el MAE dividido por el MAE del modelo *naive*. El modelo ingenuo es aquel que predice el valor en el punto temporal t como el valor histórico anterior. Escalando por este error se puede evaluar lo bueno que es el modelo comparado con el modelo *naive*. Si el MASE es superior a 1, el modelo es peor que el modelo *naive*. Cuanto menor sea el MASE, mejor es el modelo en comparación con el modelo *naive*.

$$MASE = \frac{MAE}{MAE_{naive}} \quad \text{Ecuación 2-19}$$

MASE es inmune al problema al que se enfrenta el Error Medio Porcentual Absoluto (MAPE) cuando la salida real de la serie temporal en cualquier paso temporal es cero. En esta situación, MAPE da una salida infinita, que no tiene sentido. MASE es independiente de la escala de la previsión, ya que se define utilizando la relación de errores en el pronóstico.

2.6.6 Error Porcentual Absoluto Medio

Con la métrica *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) se tiene una mejor comprensión de la evaluación, ya que considera los porcentajes de los términos de error absoluto con los valores reales. Al hacerlo, no requiere considerar la escala de los valores reales. Como el MAPE está en porcentaje, se obtiene información sobre la precisión de nuestras predicciones.

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_1^n \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_h}{Y_i} \right| \quad \text{Ecuación 2-20}$$

2.6.7 Error Porcentual Absoluto Medio Simétrico

Existen algunas versiones diferentes del *Symmetric Mean Absolute Percentage Error* (sMAPE). Una versión popular y comúnmente aceptada agrega valores absolutos a ambos términos en el denominador para tener en cuenta que el sMAPE no está definido cuando tanto el valor real como el pronóstico son iguales a 0.

Algunas ventajas de emplear sMAPE es que puede ser expresado como un porcentaje, además soluciona la deficiencia del MAPE original: tiene los límites inferiores (0%) y superior (200%).

Entre sus deficiencias, se puede mencionar que resulta inestable cuando tanto el valor real como el pronóstico están muy cerca de cero. Cuando sucede, nos ocuparemos de la división

por un número muy cercano a cero. Es posible que tome valores negativos, por lo que la interpretación de un "error de porcentaje absoluto" puede ser engañosa. El rango de 0% a 200% no es tan intuitivo de interpretar, por lo tanto, a menudo se omite la división por 2 en el denominador de la fórmula sMAPE. Siempre que el valor real o el pronóstico tenga el valor 0, sMAPE alcanzará automáticamente el valor del límite superior. Mientras arregla la asimetría de lo ilimitado, sMAPE introduce otro tipo de asimetría delicada causada por el denominador de la fórmula. Por ejemplo, en el primero tenemos $A = 100$ y $F = 120$. El sMAPE es 18.2%. Ahora un caso muy similar, en el que tenemos $A = 100$ y $F = 80$. Aquí salimos con el sMAPE del 22,2%.

El sMAPE se mide con las ecuaciones Ecuación 2-21 y Ecuación 2-22:

$$sMAPE = \left[\frac{2}{n} * \sum_{t=n+1}^{n+h} \frac{|Y_i - \hat{Y}_i|}{|Y_i| + |\hat{Y}_i|} \right] * 100 (\%)$$

Ecuación 2-21

O como alternativa:

$$sMAPE = \left[\frac{1}{n} * \sum_{t=n+1}^{n+h} \frac{|Y_i - \hat{Y}_i|}{(|Y_i| + |\hat{Y}_i|)/2} \right] * 100 (\%)$$

Ecuación 2-22

Donde:

n es el número de observaciones en la serie de tiempo

Y_i es el valor real en el tiempo t .

$\hat{Y}_i$ es el valor pronosticado en el tiempo t

2.7 Pronóstico combinado basado en aceptación por umbrales.

La combinación de pronósticos es una técnica que resulta útil en diversas áreas sin embargo el principal obstáculo al momento de utilizar esta estrategia radica en la forma de combinar los métodos de pronóstico pues al tener 3 o más métodos se vuelve una tarea engorrosa. muchas propuestas han aparecido sin embargo aquí utilizaremos el modelo de combinación de pronósticos conocido como *Threshold Accepting* [26].

Esta metodología propone el ensamble de una gran cantidad de métodos de pronóstico y utiliza el algoritmo TA para optimizar la ponderación de cada método, los resultados arrojaron que al compararlo con los métodos individuales y con otros que aparecen en la competencia M4 [27] [28], este obtiene resultados similares o superiores que los mejores métodos individuales del ensamble.

Este modelo además de estar disponible y ser modificable, es robusto y comprobó tener un buen desempeño por lo cual será utilizado para la realización de este trabajo.

2.8 Modelos de integración de portafolio

Las herramientas y teorías disponibles para guiar a los analistas en la selección e integración de activos en un portafolio son diversas, pero pocas han tenido un impacto tan profundo como la Teoría Moderna de la Cartera de Markowitz, ésta transformó la estrategia de inversión al introducir el concepto de diversificación y la relación entre riesgo y recompensa. Aunque la teoría de Markowitz se centra en los principios de construcción y optimización de carteras, la aplicación práctica de estos principios implica la integración de diversos activos en una cartera de inversión bien equilibrada. La integración de portafolios es el proceso de aplicar la Teoría Moderna de Portafolios para crear carteras que se ajusten a los objetivos financieros y la tolerancia al riesgo de un inversor, lo que constituye una extensión práctica del trabajo pionero de Markowitz en la gestión de carteras.

El diseño de un portafolio de inversión es básicamente un problema de optimización con dos objetivos principales [29], [30]: maximizar del rendimiento y minimizar del riesgo.

$$\begin{aligned}
 \text{Maximizar } R(x) &= \sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \\
 \text{Minimizar } V(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij}x_ix_j \\
 \text{Sujeto a } \sum_{i=1}^n x_i &= 1 \\
 x_{i,j} &= 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned}$$

Ecuación 2-23

Donde

x_i : fracción (o peso) del capital con que contribuye el activo i,

R_i : rendimiento del activo i,

σ_{ij} : covarianza de los rendimientos de los activos i y j,

$V(x)$: varianza del rendimiento de la cartera,

$R(x)$: retorno de inversión.

Dado lo anterior, una manera de evaluar rápidamente los activos y reducir un problema multiobjetivo a mono objetivo es usar una relación que involucre tanto la maximización de los rendimientos y la administración del riesgo.

El Ratio de Sharpe es una medida del rendimiento ajustado al riesgo de una inversión o cartera. Fue desarrollado por el premio Nobel William F. Sharpe [31], [32] y se utiliza para comparar el rendimiento de las carteras de inversión con su nivel de riesgo. La fórmula del Ratio de Sharpe es:

$$SR = \frac{Rp - Rfr}{\sigma_p}$$

Ecuación 2-24

Donde,

Rp: rendimiento del portafolio.

Rfr: rendimiento de la inversión libre de riesgo

σ_p : volatilidad del portafolio

El modelo de optimización de portafolio empleado para este trabajo está basado tanto en el modelo media varianza de Markowitz, así como en el modelo de Sharpe, así como en el trabajo mostrado en [9].

$$\max SR = \frac{E(R_{pf}) - R_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \sigma_i \sigma_j x_i x_j \rho_{ij}}}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Ecuación 2-25

$$\sum_{i=1}^n E(R_{pf}) > R_f$$

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \sigma_i \sigma_j x_i x_j \rho_{ij} \leq \Phi_{max}^2$$

$$0 < x_i \leq 1$$

donde Φ_{max} es la tasa máxima de riesgo permitida. Típicamente el valor de riesgo máximo permitido es 0.3.

donde

$E(R_{pf})$ es el rendimiento esperado del portafolio,

σ_{pf} es el riesgo del portafolio,

x_i, x_j activos i & j del portafolio,

σ_i, σ_j la desviación estándar del activo i & j ,

ρ_{ij} la correlación del activo i & j , y

Φ_{max}^2 la tasa de riesgo máxima permitida (MRRA).

Para integrar portafolios, Markowitz propone cuatro fases para la creación de portafolios [33]: Análisis fundamental de aspectos macro y microeconómicos, estimación de sus rendimientos esperados, varianzas (volatilidad) y covarianzas, establecer la frontera eficiente y las curvas de indiferencia del inversor, y por último establecer la determinación del mejor portafolio a través de un método heurístico de optimización.

Aún con la metodología de Markowitz, existen omisiones sobre ciertos pasos a realizar, por lo que este trabajo de investigación basándose en el trabajo seminal de Markowitz y otros

autores como Landazuri [34], propone una metodología alternativa en la cual no solamente selecciona activos para integrar un portafolio, sino que además pronostica y optimizan dicho portafolio.

El modelo matemáticos propuesto, utilizado para este trabajo están basado en el modelo de Markowitz, y que derivó en el trabajo previo presentado en [9] y que a su vez, los modelos de contraste fueron tomados de [35], [36], [37]. Estos modelos son:

Modelo de Yu

$$\min F(R) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} + \left(\sum_{i=1}^n \mu_i x_i - \gamma \right)^2 \quad \text{Ecuación 2-26}$$

Modelo Gilli

$$\begin{aligned} \min F(R) &= \sigma^2(R) + p(\gamma - E(R)) \\ p &= \begin{cases} \frac{\sigma^2(R)_{max} - \sigma^2(R)_{min}}{\gamma - \bar{R}} & \text{when } \gamma > E(R) \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 2-27}$$

Modelo Masese

$$\begin{aligned} \text{Min } \sigma^2(R) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \\ \text{Subject to} \\ x_i^{inf} &\leq x_i \leq x_i^{sup} \\ n_{inf} &\leq n_{sup} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 2-28}$$

Como ya se mencionó, estos modelos han sido probados y brindan opciones confiables en la selección de activos y en la optimización de portafolios.

2.9 Algoritmos

2.9.1 Aceptación por umbrales

Threshold Accepting, o TA por sus siglas en inglés, es un algoritmo que acepta malas soluciones en función de un umbral, tiene una estructura incluso más simple que el conocido enfoque de recocido simulado. La eficiencia del algoritmo se demostró mediante resultados computacionales relacionados con el problema del viajante de comercio [38]. El algoritmo básico se presenta en el Algoritmo 1.

Algoritmo 2.1 <i>Threshold Accepting</i> Clásico	
1	Initialize: n_{steps} , α , convergence = false; $k = 1$
2	Compute threshold sequence T_r . Compute $f(x^{old}) = f(x^r)$.
3	Randomly generate a current solution $x^{new} \in X$
4	while convergence = false do
5	for $i = 1:n_{steps}$ do
6	Generate $x^n \in N(x^c)$ and compute $\Delta = f(x^{new}) - f(x^{old})$
7	if $\Delta < T_k$ then $x^{new} = x^{old}$
8	end for
9	$k = k + 1$
10	$T_k = \alpha T_k$
11	if $\Delta \leq e$, or $k \geq N_{max}$, convergence = true
12	end while
13	$x^{sol} = x^{old}$

2.9.2 Algoritmos genéticos.

John Holland propuso los Algoritmos Genéticos (AG) en 1975 [39]. Estos algoritmos imitan a la naturaleza para resolver problemas complejos [9]. Seleccionan soluciones del espacio de los problemas considerados. Básicamente, un AG evoluciona una población de individuos (soluciones) mediante operaciones de selección similares a las de la evolución biológica (por ejemplo, mutación y/o *cross over*). El procedimiento del AG clásico se muestra en el algoritmo siguiente.

Algoritmo 2.2 Algoritmo genético clásico	
1	Set first gen $i = 0$
2	Begin /* Produce new generation */
3	Begin /* Reproductive cycle */
4	Select two individuals, X_1 y X_2 of $P(i)$,
5	Crossing point random selection.
6	Cross X_1 y X_2 getting two offspring X_{h1} , X_{h2} .
7	Insertion X_{h1} y X_{h2} in $P(i)$
8	Mutation random τ elements of $P(i)$;
9	Compute fitness function (i) of τ elements,
10	Order individuals best evaluated in $P(i)$.
11	Limit the population to its original size.
12	End
13	IF convergence = true or gen = max generation
14	End

2.9.3 Algoritmo recocido simulado.

El algoritmo de recocido simulado (*simulated annealing*, SA) fue introducido de forma independiente por varios investigadores. El concepto fue introducido por primera vez por M. N. Rosenbluth y A. W. Rosenbluth en 1953 [40], pero el algoritmo en su forma actual fue desarrollado por S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, y M. P. Vecchi en 1983 [41], así como por V. Černý en 1985 [42].

El recocido simulado es un algoritmo probabilístico de optimización inspirado en el proceso de recocido en metalurgia, en el que los materiales se calientan y luego se enfrían lentamente para eliminar defectos y reducir estados energéticos. El algoritmo imita este proceso para encontrar una solución óptima a un problema.

El algoritmo parte de una solución inicial y le introduce pequeños cambios aleatorios. Cada nueva solución se evalúa y, si es mejor que la actual, se acepta. Si es peor, aún puede aceptarse con una probabilidad que disminuye con el tiempo. Esto permite al algoritmo explorar a fondo el espacio de soluciones y evitar quedarse atascado en óptimos locales al principio. A medida que el algoritmo avanza, el parámetro "temperatura", que controla la probabilidad de aceptar soluciones peores, disminuye gradualmente. Este programa de enfriamiento ayuda al algoritmo a centrarse en el ajuste fino y la convergencia hacia la mejor solución posible.

El recocido simulado se ha aplicado con éxito a diversos problemas de optimización complejos, como el problema del viajante de comercio, la programación de trabajos y el diseño de redes.

Algoritmo 2.3 Recocido simulado clásico	
1	Simulated Annealing (T_i, T_f, α)
2	$T_k = T_i$
3	$s_{current} = \text{random initial solution}$
4	while $T_k \geq T_f$ do
5	while Metropolis lenght do
6	$s_{new} = \text{generateNeighbor}(s_{current})$
7	$\Delta = E(s_{new}) - E(s_{current})$
8	if $\Delta < 0$ then
9	$s_{current} = s_{new}$
10	else if $e^{-\Delta/T_k} < \text{random}(0,1)$ then
11	$s_{current} = s_{new}$
12	end if
13	end while
14	$T_k = \alpha * T_k$
15	end while
16	end Simulated Annealing

2.10 Algoritmos de selección y ponderación de activos

2.10.1 GENPO

Genetic Population algorithm (GENPO). Se trata de un Algoritmo Genético donde la población inicial está conformada aleatoriamente por un conjunto de pesos en el rango (0,1); además, la suma de estos pesos debe ser uno. La función objetivo se aplica para cada individuo de la población generada por el algoritmo. A continuación, se generan las siguientes generaciones, eligiendo una o dos soluciones, dependiendo del operador genético utilizado: cruce o mutación, respectivamente.

El mejor individuo de la generación i se compara con los de la generación $i-1$. El proceso se repite cada vez que se genera una nueva población. Este proceso se realiza para determinar si el número de generaciones alcanza el número máximo permitido sin mejora, que se utiliza como criterio de parada.

El resultado del algoritmo es una cartera con los mejores activos y la proporción de inversión aplicada en cada uno de ellos. Esta combinación de activos presenta la mejor relación beneficio-riesgo y la menor correlación, lo que conduce a la mayor diversificación de la cartera. Lo anterior se muestra en el Algoritmo 2.4 GENPO .

Algoritmo 2.4 GENPO

```

1:  Begin /* GENPO */
2:    Set first gen  $i = 0$ 
3:    Generate initial population (portfolio)  $P(i)$ 
4:    Compute Sharpe Ratio (SR) evaluation initial for each individual  $SR(i)$ 
5:    While Converge = False or  $i < \text{MaxGen}$  do
6:      Begin /* Produce new generation */
7:        Begin /*Reproductive cycle */
8:          Select two individuals (portfolios),  $X_1$  y  $X_2$  of  $P(i)$ ,
9:          Crossing point random selection.
10:         Cross  $X_1$  y  $X_2$  getting two offspring  $X_{h1}$  ,  $X_{h2}$ .
11:         Insertion  $X_{h1}$  y  $X_{h2}$  in  $P(i)$ 
12:         Mutation random  $\tau$  elements of  $P(i)$ ;
13:         Compute fitness function (i) of  $\tau$  elements,
14:         Order individuals best evaluated in  $P(i)$ .
15:         Limit the population to its original size.
16:        End
17:        Save best individual of the population  $P(i)$ 
18:        If  $SR(i+1) < SR(i) + \text{tolerance}$  then /* if SR doesn't grow enough */
19:           $\text{gamma} = \text{gamma} + 1$       /* gamma counter grow */
20:        If  $\text{gamma} \geq \text{conv}$  then /*conv=generations number without improv SR */

```

```

21      Convergence=TRUE
22:    End
23:    End while
24:    i=i+1
25:    If i>MaxGen then
26:      Converge: = TRUE
27:    End

```

2.10.2 TAIPO

En el Algoritmo 2.5 muestra el algoritmo TAIPO. Estos y el algoritmo SAIPO tienen un ciclo de temperatura y un ciclo *Metropolis*. TAIPO tiene un parámetro adicional en la línea 1: una tasa de tolerancia decreciente δ . Al igual que en SAIPO, en el algoritmo TAIPO se aplica una perturbación a la solución actual para generar una nueva solución en la línea 7. Sin embargo, en este algoritmo, si se produce una perturbación en la solución actual, se genera una nueva solución. No obstante, en este algoritmo, si la nueva solución es peor, la solución actual se sustituye si la diferencia no supera una determinada tolerancia (T_{ol}) o umbral (línea 9), que disminuye multiplicando su valor anterior por δ en la línea 17. Al principio, Tol tiene un valor igual a T_k (línea 4), lo que implica que, a altas temperaturas, la nueva solución será generalmente aceptada como la solución actual. Es decir, durante el procesamiento del 90% de las temperaturas, T_{ol} tiene el mismo valor de T_k ; en este caso, δ es igual a 1. Para el resto de las temperaturas, δ toma el valor de 0,96, obtenido por experimentación, haciendo el proceso más restrictivo en las últimas iteraciones.

Algoritmo 2.5 TAIPO

```

1:  Parameters ( $T_i, T_f, \alpha, L_k, \beta, \delta$ )
2:  Generate random initial solution  $X_c = X_{best}$ 
3:   $s_c = f(X_n) = SRneg = s_{best}$ 
4:   $k = 0; Tol_k = T_i = T_k$ 
5:  while  $T_k \geq T_f$  do
6:    while  $k < L_k$  do
7:       $X_n = Perturbation(X_c); s_n = f(X_n)$ 
8:       $\Delta = s_n - s_c$ 
9:      if  $\Delta < Tol_k$  then

```

```

10:       $S_c = S_n; X_c = X_n$ 
11:      if  $s_c < s_{best}$  then
12:           $s_{best} = s_c; X_{best} = X_c$ 
13:      end if
14:      end if
15:       $k = k + 1$ 
16:  end while
17:   $Tol_{k+1} = \delta * Tol_k$ 
18:   $L_{k+1} = \beta * L_k$ 
19:   $T_{k+1} = \alpha * T_k$ 
20: end while
21:   $SR = -s_{best}$ 
22:  return  $SR, X_{best}$ 
23: end TAIPO

```

2.10.3 SAIPO

El algoritmo SAIPO utiliza como función objetivo el valor negativo del Sharpe Ratio, mostrado en Ecuación 2-25.

SAIPO (Algoritmo 2.6) recibe como parámetros iniciales (línea 1) una temperatura inicial (T_i), una temperatura final (T_f), una tasa de enfriamiento α , una longitud de ciclo interno L_k , y un coeficiente de incremento de ciclo interno β . En la línea 2, se genera una solución inicial aleatoria, representada por X_c , que es una cartera con pesos aleatorios. A continuación, en la línea 3, se calcula el valor negativo del Sharpe Ratio. En la línea 4, la temperatura actual T_k toma el valor de la temperatura inicial T_i . En la línea 5, comienza el ciclo principal, que se ejecuta hasta que la temperatura actual es mayor o igual que la temperatura final. En la línea 6, comienza el ciclo *Metropolis*. En la línea 7, se genera una nueva solución aplicando una perturbación a la solución actual. Esta nueva solución se compara con la solución actual, calculando en la línea 8 la diferencia entre ambas soluciones. Cuando esta diferencia es negativa (línea 9), se acepta la nueva solución en la línea 10; si esta nueva solución es mejor que la mejor encontrada anteriormente, se acepta como la mejor solución global en la línea 12. Alternativamente, si la diferencia es mayor o igual a cero, la nueva solución se acepta aplicando el criterio de aceptación de Boltzmann en la línea 14. En la línea 19, el número de iteraciones del ciclo *Metropolis* (L_k) aumenta, multiplicando su valor anterior por β . En la línea 20, la temperatura actual T_k disminuye multiplicando su valor por el valor α .

Finalmente, en la línea 22, se calcula el Sharpe Ratio multiplicando su valor negativo por -1. Por último, en la línea 23, se genera la salida del algoritmo.

Algoritmo 2.6 SAIPO

```

1:  Parameters ( $T_i, T_f, \alpha, L_k, \beta$ )
2:    Generate random initial solution  $X_c = X_{best}$ 
3:     $s_c = f(X_n) = SR_{neg} = s_{best}$ 
4:     $k = 0; T_i = T_k$ 
5:    while  $T_k \geq T_f$  do
6:      while  $k < L_k$  do
7:         $X_n = Perturbation(X_c); s_n = f(X_n)$ 
8:         $\Delta = s_n - s_c$ 
9:        if  $\Delta < 0$  then
10:          $s_c = s_n; X_c = X_n$ 
11:         if  $s_c < s_{best}$  then
12:            $s_{best} = s_c; X_{best} = X_c$ 
13:         end if
14:         else if  $random(0,1) < e^{-\Delta/T_k}$  then
15:            $s_c = s_n; X_c = X_n$ 
16:         end if
17:          $k = k + 1$ 
18:       end while
19:        $L_{k+1} = \beta * L_k$ 
20:        $T_{k+1} = \alpha * T_k$ 
21:     end while
22:      $SR = -s_{best}$ 
23:     return  $SR, X_{best}$ 
24:  end SAIPO

```

Para mayores detalles de los algoritmos mostrados, consultar las páginas 7-16 en [9].

2.11 Estado del arte.

En esta sección, se presenta una revisión exhaustiva del estado del arte, proporcionando una visión integral de los avances y desarrollos más recientes en el campo de la creación de portafolios de inversión. Se examinan las investigaciones pioneras, las metodologías innovadoras y las aplicaciones prácticas que han configurado la trayectoria actual de la

disciplina. Esta exploración no solo destaca las contribuciones significativas de diversos estudiosos, sino que también identifica las lagunas existentes en la literatura que esta investigación busca abordar. Al establecer el contexto académico y profesional en el que se inserta este trabajo, se sientan las bases para la argumentación y análisis subsiguientes, subrayando la relevancia y la necesidad imperante de esta investigación.

Tabla 2-3 Estado del arte			
Año	Autor	Trabajo	Descripción
2020	Puerto et al	Clustering and portfolio selection problems: A unified framework	A través de MILP y basado en el modelo media varianza y Ratio de Sharpe, realiza <i>clustering</i> y selección de activos para conformar portafolios. Experimenta de diversos mercados.
2023	Aibo Zhang	Portfolio Optimization of Stocks – Python-Based Stock Analysis	Basándose en el modelo media varianza y Ratio de Sharpe, aplica simulación Montecarlo para selección de activos dentro de la frontera eficiente en mercado Chino
2020	Van-Dai Ta Chuan-Ming Liu, et. al.	Portfolio Optimization-Based Stock Prediction Using Long-Short Term Memory Network in Quantitative Trading	Construye portafolios de inversión apoyándose en una red LSTM para predecir valores del SP500 y posterior emplea una simulación Montecarlo para optimizar el portafolio.
2019	Cesarone et al	An optimization–diversification approach to portfolio selection	Elabora portafolios con activos de NASDAQ, SP500 y FSTE100, aplicando una formulación pseudo booleana y heurísticas <i>multigreedy</i>
2021	Tomasz Kaczmarek and Katarzyna Perez	Building portfolios based on machine learning predictions	Al modelo de media varianza y <i>Hierarchical Risk Parity</i> (HRP), aplican <i>Random Forest</i> para predicción de precios y seleccionar los de mayor rendimiento para la creación de portafolios

Los trabajos analizados en el estado del arte buscan todos, en alguna medida, la creación de portafolios, cada unos con sus ventajas y desventajas. En la tabla siguiente se hace una breve

comparativa de los puntos más relevantes a contrastar entre esta metodología y los trabajos analizados en el estado del arte.

	Limpieza de datos	Portafolio inicial	Pronóstico	Rebalanceo (optimización)	Multi portafolio
Puerto et al				X	X
Aibo Zhang		X			
Van-Dai Ta Chuan-Ming Liu, et. al.		X	X	X	
Cesarone et al			X	X	X
Tomasz Kaczmareka and Katarzyna Perez			X	X	
Purata et al.	X	X	X	X	X

Este trabajo busca ser una metodología robusta, confiable y que entregue resultados de calidad. En capítulos subsecuentes, se muestra el desarrollo de la metodología, los paso a seguir, así como los resultados obtenidos y su discusión.

3 Metodología

En este capítulo se desarrollan las metodologías, los algoritmos y estrategias para la creación y optimización del portafolio, así como para su pronóstico. En ambos casos utilizaremos propuestas que han demostrado su eficiencia y eficacia en estos temas, cabe destacar que debido a la naturaleza del análisis de la gran cantidad de activos del SP500, que se requerirán ciertas variaciones y adaptaciones para lograr el objetivo.

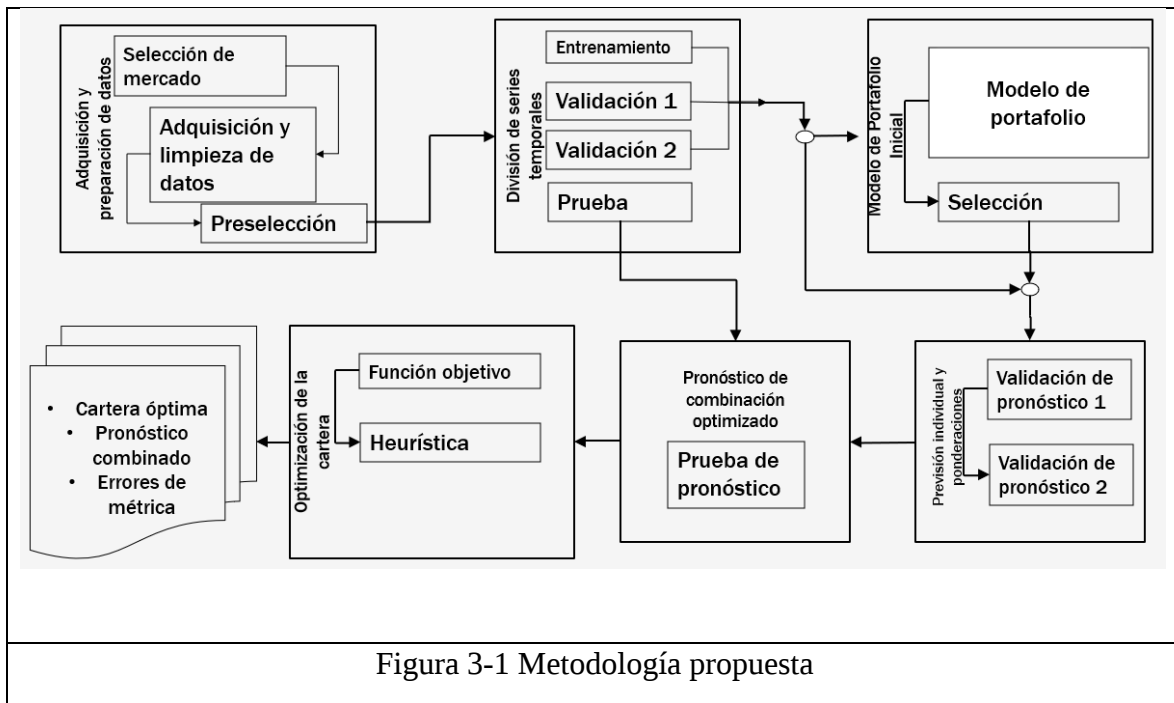
Se presentará un esquema general para la resolución del problema seguido de la descripción de cada etapa.

3.1 Metodología Propuesta para Integración del Portafolio

Este trabajo desarrolla una metodología de selección activos para integrar portafolios de inversión que se encuentran en la frontera eficiente con el máximo beneficio y mínimo riesgo en corto y mediano plazo. La metodología está representada por la Figura 3-1.

La metodología propuesta en este trabajo, para la integración y optimización de portafolio consiste en lo siguiente:

- Paso 1: Estudio técnico de activos. Se busca desarrollar un método para analizar de una manera semiautomática una gran cantidad de activos identificando los mejores candidatos a ingresar en la selección de activos. Esta etapa corresponde a una preselección de activos que no se ha publicado en las metodologías existentes.
- Paso 2: Seleccionar los instrumentos de inversión que integrarán el portafolio de inversión a partir del resultado del estudio técnico del paso 1.
- Paso 3: Calcular individualmente rendimiento, varianza, covarianza, relaciones beta, así como indicadores relevantes financieros relevantes. Entre estos últimos se encuentran: Ratio de Sharpe, ROCE, P/E Ratio, EPS y tasa de liquidez.
- Paso 4: Establecer ponderaciones para estimar la inversión. Para este caso empleamos el algoritmo TAIPO, el cual a través de un algoritmo heurístico por umbrales permite la creación de portafolios de inversión.
- Paso 5: Calcular el riesgo rendimiento, varianza y diversidad de las diferentes combinaciones de portafolios.
- Paso 6: Seleccionar el portafolio que mejor se ajuste a los criterios y métricas del inversionista.
- Paso 7: Construir la frontera eficiente de Markowitz del portafolio de inversión.



3.1.1 Adquisición de datos

Selección de mercado

El primer paso de la metodología consiste en adquirir los datos necesarios para probar y validar los modelos algorítmicos y la primera etapa de este proceso consiste en llevar a cabo la selección de los mercados de donde se tomarán los activos financieros. Este trabajo analizará instancias de los mercados regulados deben cumplir ciertas características:

- Normas y regulaciones, locales, nacionales o internacionales, que determinan cómo debe operar ese mercado.
- Entidades reguladoras o agencias gubernamentales encargada de supervisar y regular ese mercado.
- Transparencia, significa que la información sobre los precios y las transacciones debe ser accesible para todos los participantes del mercado.
- Protección al inversor, es decir, tener medidas para proteger a los inversores, como garantías de depósito y reglas sobre la divulgación de información.

- Integridad del mercado: Los mercados regulados tienen reglas para prevenir y castigar el comportamiento fraudulento y manipulativo, lo que ayuda a mantener la integridad del mercado.

Entre los mercados candidatos a evaluar podríamos mencionar los enlistados en la bolsa de Nueva York, la región europea, la región asiática o los pertenecientes a los países en vías de desarrollo como podrían ser China, Brasil, Rusia entre otros; así mismo como la bolsa mexicana de valores (BMV), estos mercados están brevemente descritos en la siguiente tabla.

Tabla 3-1. Listado de índices y mercados a analizar		
Índice	País	Características
S&P (GSPC o SPX)	Estados Unidos de América	Es uno de los índices más representativos de la economía de Estados Unidos ¹ .
Dow Jones Industrial Average (DJI)	Estados Unidos de América	Da seguimiento al rendimiento de un grupo de 30 de las empresas más grandes y establecidas de Estados Unidos.
Nasdaq Composite (IXIC)	Estados Unidos de América	Este índice incluye todas las empresas que cotizan en la bolsa de valores Nasdaq, muchas de las cuales son empresas de tecnología
DAX	Alemania	Es el principal índice de la bolsa de valores de Alemania.
FTSE 100	Reino Unido	Financial Times Stock Exchange, índice bursátil de referencia de la Bolsa de Londres, compuesto por los 100 principales valores que cotizan.
IBEX 35	España	Está compuesto por las 35 empresas más significativas a nivel de liquidez y capitalización bursátil.
Nikkei 225	Japón	Está compuesto por 225 valores correspondientes a las empresas más grandes y de mayor liquidez que cotizan en la Bolsa de Tokio.
Hang Seng	Hong Kong	Está formado por las empresas más grandes del mercado chino, representando el 65% del total de la Bolsa de China.

BOVESPA	Brasil	Creado en 1968, la capitalización bursátil de las 50 empresas que lo conforman representa el 85% de la capitalización bursátil del total de las emisoras.
IPC	México	Índice que representa a las 60 empresas más grandes y líquidas de todo México

En este caso el analista debe realizar un análisis previo del mercado objetivo, así como establecer el periodo de tiempo a analizar.

Adquisición y limpieza de datos

Los datos correspondientes al precio de cierre de los activos requieren ser adquiridos y consolidados de alguna base de datos, para este trabajo se utilizó la fuente de ‘Yahoo Finace’ [43], así como las librerías de Python: *pandas*, *pandas_datareader* y *yfinance*. [44], [45], [46].

Se obtiene la información de cada uno de los activos candidatos, en este caso consideramos los precios de cierre diarios para conformar la serie de tiempo en un periodo de tiempo determinado.

Ya que es importante tener calidad, limpieza y orden de la información, puesto que, si se ingresa información errónea o faltante, tendremos como resultado conclusiones imprecisas que pueden conducir a graves pérdidas de recursos.

Así mismo los datos deben estar completos es por ello por lo que se deberán aplicar las técnicas necesarias para tener la serie de datos lo más completo posible, algunas de las técnicas empleadas pueden ser la normalización otra transformación de datos, inter o extrapolación, aplicación de promedios simples, promedios móviles o cualquier otra variación que nos permita tener información completa, sin que con ello alteremos la calidad de los datos [47], [48], [49].

La limpieza de datos es el proceso de identificar y corregir o eliminar errores, inconsistencias y duplicados en un conjunto de datos. Este proceso es esencial en el análisis de datos ya que los resultados obtenidos a partir de datos sucios pueden llevar a decisiones erróneas y conclusiones poco precisas [50].

La importancia de realizar estas tareas radica, entre otras cosas a que datos limpios conducen a análisis precisos, reducen el tiempo dedicado al análisis y recordando que cualquier modelo de *machine learning* y/o análisis estadísticos dependen de datos confiables.

De manera general, se consideran el proceso de limpieza de datos los siguientes pasos:

1. Inspeccionar: Datos inesperados, incorrectos, inconsistentes.
2. Limpiar: Remover anomalías.
3. Verificar: Datos, formato y estructura correcta.
4. Reportar: registrar los cambios.

Lo anterior nos lleva a obtener datos de calidad que cumplen los requisitos:

1. Validez. El grado en que los datos se ajustan a las reglas o restricciones.
2. Exactitud. Hay que asegurar que sus datos estén cerca de los valores reales.
3. Integridad. El grado en que se conocen todos los datos requeridos.
4. Consistencia. Hay que asegurar que los datos sean coherentes dentro del mismo conjunto de datos y/o en varios conjuntos de datos.
5. Uniformidad. El grado en que los datos se especifican utilizando la misma unidad de medida.

Preselección de activos

Una vez adquiridas las series su serie de datos candidatos a analizar, sí por ejemplo analizamos una de las bolsas financieras más grandes del mundo tendríamos que analizar más de 500 series de tiempo lo cual nos lleva a consumir una gran cantidad de tiempo y recursos, para agilizar y el proceso de evaluación, aquí se aplica una discriminación de los activos que cumplen un porcentaje de ganancias o de retorno, es decir una tasa de retorno mínimo aceptable, qué bien podría ser una inversión qué nos asegure un rendimiento fijo con un mínimo o nulo riesgo. Gracias a este esquema podemos reducir significativamente el número de activos candidatos a evaluar.

Algoritmo 3.1 Pseudocódigo para la recolección de datos	
1	
2	activos = lista de activos []
3	inicio = fecha de inicio “yyyy-mm-dd”
4	fin = fecha final “yyyy-mm-dd”
5	
6	datos = matriz de datos []
7	
8	para activo en activos:
9	info_activo = obtener_de_yahoo(activo, inicio, fin)[“precio_cierre”]
10	info_activo = nombre en la matriz de datos (nombre= “activo”)
11	datos = concatenar [info_activo, datos]
12	salida de resultados (datos)

3.1.2 Segmentación de las series de tiempo.

La segmentación de las series de tiempo es una práctica importante ya que permite evaluar el rendimiento de los modelos empleando datos conocidos y comparando contra datos no vistos previamente. Cuando se entrena un modelo con una serie de tiempo se espera que pueda realizar predicciones precisas, sin embargo, si se evalúa el modelo con los mismos datos de entrenamiento se puede correr el riesgo de sobre ajuste y solo se memorizan datos de entrenamiento.

Cuando se segmentan los datos en conjunto de entrenamiento validación y prueba, es posible ajustar los parámetros de los modelos para reducir el error en el conjunto de validación, una vez realizado lo anterior se puede valorar el rendimiento del modelo en el conjunto de prueba, el cual contiene datos “nuevos” para el modelo y que no se analizaron previamente.

La segmentación también permite identificar problemas con los datos cómo lo pueden ser valores atípicos o anómalos, lo cual permite tratar y corregir los datos de entrada previo a entrenar los modelos y obtener un modelo final [15], [17], [51].

En esta implementación, la parte de entrenamiento de cada serie temporal se emplea inicialmente para pronosticar la sección de validación, aplicando todos los métodos de pronóstico individuales disponibles. Los resultados de este proceso se utilizan para determinar los métodos más eficaces para pronosticar la sección de validación y para establecer la distribución de ponderaciones para la combinación de estos métodos óptimos. Posteriormente, se evalúa el pronóstico utilizando los datos de validación, y se identifican los métodos más efectivos, junto con la distribución de peso previamente calculada. Los pronósticos resultantes se almacenan y el proceso de optimización con AT se inicia mediante la Validación 1 para la Validación 2. Los pesos se ajustan hasta que no se observe ninguna mejora adicional [26].

3.1.3 Modelo de portafolio inicial

Elaborar un portafolio no es una labor sencilla hoy no recuerdes que puesto que diversos factores pueden influir en la selección evaluación y ponderación de los activos que lo integre, para dicha tarea se requieren de herramientas potentes y confiables que nos permitan analizar una gran cantidad de activos candidatos, así como los datos que lo integran, en este punto se propone el siguiente esquema de análisis para la integración inicial de portafolios.

Función Objetivo y restricciones: una función objetivo la podemos definir como una función matemática empleado para medir el desempeño de un modelo, hoy dicha función está en términos de los valores de entrada del modelo y las etiquetas de salida. Esta función objetivo se emplea para establecer las diferencias entre las predicciones de un modelo y valores verdaderos ya sea igualando, minimizando o maximizando un valor. Por otro lado, las restricciones son un conjunto de condiciones que pueden ser límites en las variables de entrada o relaciones matemáticas entre variables, podemos tener restricciones de igualdad o desigualdad, en el caso de la ponderación de activos una restricción sería que el monto total a invertir entre los diferentes activos seleccionados no puede ser mayor al 100% del monto.

$$max SR = \frac{E(R_{pf}) - MARR}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \sigma_i \sigma_j x_i x_j \rho_{ij}}} \quad \text{Ecuación 3-1}$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{Ecuación 3-2}$$

$$\sum_{i=1}^n E(R_{pf}) > \text{MARR} \quad \text{Ecuación 3-3}$$

$$0 < x_i \leq 1 \quad \text{Ecuación 3-4}$$

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \sigma_i \sigma_j x_i x_j \rho_{ij} \leq \Phi_{max}^2 \quad \text{Ecuación 3-5}$$

Donde $E(R_{pf})$ es el rendimiento esperado, i y j son los activos, σ_{pf} es el riesgo del portafolio, x_i, x_j son la contribución de los activos de los activos i y j ; σ_i, σ_j son la desviación estándar de los activos, ρ_{ij} son las correlaciones entre los activos i y j , y Φ_{max}^2 es la Tasa de Riesgo Máxima Permisible.

El modelo MASIP definido por Ecuación 3-1 a Ecuación 3-5, como mencionamos anteriormente, es una extensión MPT con las siguientes diferencias:

- En la función objetivo, utilizamos el parámetro MARR para representar la Tasa Mínima Aceptable de Retorno que el inversor podría aceptar; en cambio, el modelo de Markowitz utiliza una tasa libre de riesgo.
- La restricción Ecuación 3-3 utiliza el parámetro MARR para ponderar los activos en la cartera.
- La restricción Ecuación 3-5 utiliza el parámetro de riesgo Φ_{max}^2 para definir los activos que integran la cartera. Este parámetro vincula el riesgo asociado con el activo.

Utilizamos el parámetro MARR, que representa un aspecto común utilizado por los tomadores de decisiones para aceptar una inversión; en cambio, el MPT y otros modelos utilizan una tasa libre de riesgo. Además, el promedio es sensible a los valores atípicos y puede verse afectado por fluctuaciones extremas. Por el contrario, el Valor Esperado

(expectativa matemática) se calcula multiplicando cada valor posible por su probabilidad de ocurrencia y sumando los resultados. En resumen, si bien el promedio es una medida básica de la tendencia central, el valor esperado representa con mayor precisión la incertidumbre inherente a los datos.

Heurísticas: son métodos de solución de problemas que emplea técnicas de búsqueda basada en conocimientos previos para encontrar soluciones óptimas o sub óptimas, particularmente usadas en problemas complejos, hoy estos métodos no garantizan una única solución óptima sino más bien soluciones que pueden ser suficientemente buenas para resolver problemas reales. Hoy existe una diversidad de técnicas empleadas que pueden ir desde búsquedas tabú, recocido simulado, algoritmos genéticos, enjambres, partículas, entre otras.

En el estado del arte se utiliza un algoritmo genético para la selección inicial de cartera (GENPO), así como algoritmos basados en umbral de aceptación (TAIPO) y recocido simulado (SAIPO), los cuales fueron probados demostrando un desempeño superior a otros modelos, principalmente enfocados en la gestión de riesgos: Yu, Gilli y Masese [37], [52], [53]. Los últimos modelos se citan en el presente trabajo como modelos YGM. Se analizan los modelos individuales de YGM frente a MASIP. Los resultados de este análisis demuestran el rendimiento de las 12 combinaciones obtenidas entre los modelos YGM y los algoritmos hibridados. Estos resultados muestran que los modelos YGM que utilizan la función objetivo SR máxima aplicando el algoritmo TAIPO obtienen un rendimiento superior [9].

Tabla 3-2 Evaluación cuantitativa de las heurísticas y modelos de portafolio.

Función Objetivo/ Algoritmo	GENPO	SAIPO	TAIPO
max SR	Correlación más baja Sharpe Alto Tiempo de ejecución muy alto	Sharpe alto Tiempo de ejecución promedio Riesgo alto	Sharpe alto Retorno más alto Riesgo medio Tiempo de ejecución promedio Baja correlación
Gilli	Riesgo bajo Tiempo de ejecución alto	Bajo riesgo Tiempo ejecución rápida	Bajo riesgo Tiempo de ejecución promedio
Masese	Tiempo de ejecución alto	Tiempo ejecución rápida	Tiempo de ejecución más rápido.
Yu	Tiempo de ejecución alto	El más bajo retorno Tiempo ejecución rápida Riesgo Alto	Tiempo de ejecución promedio

En este punto nos apoyamos con las heurísticas y los modelos de creación de portafolio presentados en [9] y descritos en la sección 2.8 y 2.9, en el cual los autores ya reportaban las características cuantitativas de cada uno de los algoritmos y sus modelos de creación y optimización de portafolios de inversión, la Tabla 3-2 muestra un análisis cualitativo de éstos, basándose en la experimentación con activos de la bolsa mexicana de valores como los analizados en este trabajo usando las series de tiempo de las acciones cotizadas en la bolsa de valores SP500.

3.1.4 Pesos y validación

En esta etapa se realizan los pronósticos individuales para cada activo y su serie de tiempo, esto empleando cada técnica de pronóstico considerado en el algoritmo, es decir, los n activos seleccionados en el portafolio inicial serán evaluados y pronosticados por los m modelos de pronóstico, esto para cada segmento de la serie de tiempo, es decir, se alimenta a cada uno de los modelos de pronóstico con la sección de entrenamiento de cada uno de los datos de los activos y se compara con la sección de validación, se mide el error y los mejores métodos, los que tengan una evaluación de error menor, se seleccionan y se comparan contra la sección de prueba, que son los datos reales los cual es el modelo no analizó.

Gracias a esto podemos seleccionar a los mejores modelos de pronóstico evaluados y establecer una combinación inicial para pronosticar.

Pronosticar el rendimiento de un portafolio de inversiones es crucial por varias razones, como la identificación y cuantificación de los riesgos asociados con la cartera, la planificación financiera y la evaluación de la estrategia. La previsión permite a los analistas financieros anticiparse y ajustarse a las condiciones cambiantes del mercado, lo que les permite tomar decisiones más oportunas y eficaces.

La sección de pronóstico de la Metodología está respaldada por FCTA (Método combinado de pronóstico con aceptación de umbral) [26], que consiste en ensamblar 14 métodos de pronóstico y un algoritmo mejorado de aceptación de umbrales para ponderar predicciones

individuales. Los métodos de pronóstico involucrados son: Media móvil integrada autorregresiva ARIMA, espacio de estados de suavizado exponencial (ETS), Método de pronóstico de redes neuronales NNetar, Espacio de estados de suavizado exponencial-Box-Cox-ARMA (ETS), STLM con método AR, Pronósticos de caminatas ingenuas y aleatorias con deriva activada, Descomposición de series de tiempo con métodos de suavizado (Theta), Método ingenuo, Media móvil autorregresiva fraccionalmente integrada (ARFIMA), Método Bootstrapping (Bagged), SplinesCubic, Holt, Promedio del modelo de pronóstico basado en características (FFORMA) y Jaganathan.

Cabe destacar que al menos dos de los modelos incorporados, FFORMA [54] y Jaganathan [55], obtuvieron el segundo y cuarto lugar, respectivamente, en la competencia, ya que tanto FFORMA como Jaganathan son métodos de ensamble e hibridación en ciertos casos. En este marco, es fundamental destacar las más de 24,500 series financieras dentro del conjunto de datos, lo que sugiere que la aplicación de FCTA para el análisis de series financieras puede considerarse fiable.

FCTA emplea un conjunto de criterios para evaluar la eficacia de los métodos de predicción, incluida la distribución uniforme, el criterio de ponderaciones normalizadas, el criterio de información bayesiano (BIC) y el criterio de información de Akaike (AIC). Se ha demostrado que estos criterios producen un rendimiento superior en el análisis y la predicción de la serie de competencia M4, que abarca las series financieras.

El proceso de pronóstico se presenta en la Figura 3-2, en esta etapa, se realizan pronósticos individuales para cada activo y sus series temporales, utilizando cada técnica de pronóstico considerada en el algoritmo. Es decir, los n activos seleccionados en la cartera inicial son evaluados y pronosticados por los modelos de pronóstico M . Esto se realiza para cada división de la serie temporal, es decir, cada uno de los modelos de pronóstico se alimenta con la sección de entrenamiento de cada uno de los datos del activo y se compara con la sección de validación. El error se mide para todos los mejores métodos, se seleccionan los que tienen la evaluación de error más baja, y se comparan con la sección de prueba.

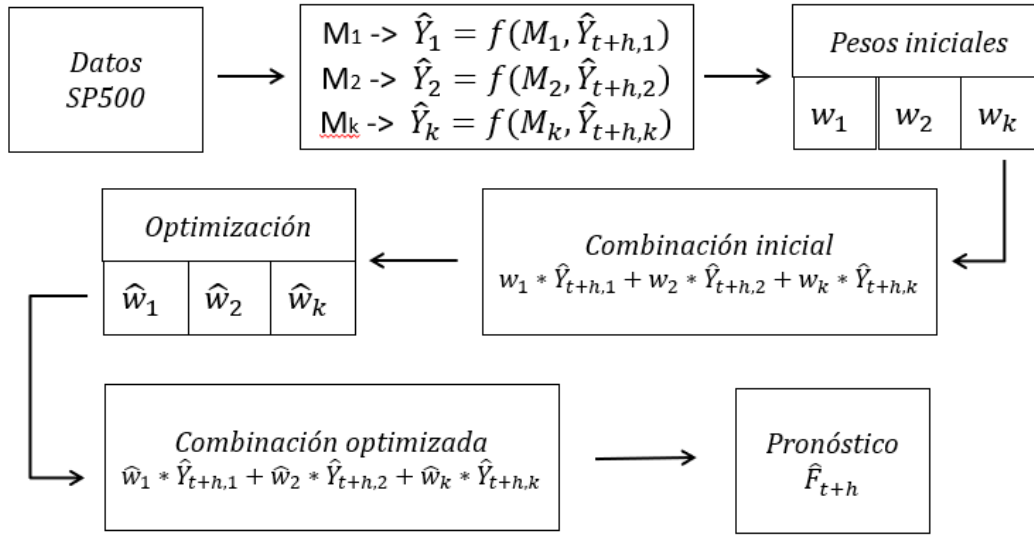


Figura 3-2 Pronóstico combinado

La combinación inicial de métodos de predicción se establece a través de la selección de los mejor evaluados.

A través de experimentos que involucraban pesos mejorados, se observó que una colección de métodos arrojaba resultados superiores en comparación con los métodos individuales. Identificaron qué características eran cruciales para seleccionar los métodos de la combinación. Tenga en cuenta que la combinación más efectiva generalmente se logra cuando se emplean los mejores métodos individuales.

Desde mediados del siglo XX, se han aplicado métodos de predicción por conjuntos [22]; en concreto, Bates [23] propuso utilizar varios métodos de predicción en una combinación ponderada con ponderaciones w que se determinarán en términos del error de cada uno de los métodos individuales. Este método se conoce comúnmente como el método de Bates y se probó inicialmente utilizando los métodos de suavizado exponencial de Brown. La forma de comparar $n \geq 2$ métodos en el método de Bates es determinar el Error Cuadrático Medio (MSE) para todos los métodos de las series consideradas en un período de evaluación; luego se combinan los métodos para que cada uno participe en el pronóstico en términos de la

precisión correspondiente a su MSE. Un conjunto o combinación de pronóstico final se puede expresar como la Ecuación 3-6:

$$\hat{Y}_f = \sum_{i=1}^n w_i \hat{y}_i \quad \text{Ecuación 3-6}$$

Se puede decir que la relación entre el pronóstico combinado $\hat{Y}_f$ and the individual forecast $\hat{y}_i$ y el pronóstico individual $\hat{y}_i$ we have a weight w_i .

Además, la función objetivo se mide utilizando el error porcentual absoluto medio simétrico (sMAPE), una variación de la métrica clásica de error porcentual absoluto medio (MAPE) [55]. Sin embargo, se podrían utilizar otras métricas de error convenientes. La métrica utilizada en este trabajo se expresa en Ecuación 3-7

$$sMAPE = \left[\frac{2}{h} * \sum_{t=n+1}^{n+h} \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{|Y_t| + |\hat{Y}_t|} \right] * 100 (\%) \quad \text{Ecuación 3-7}$$

Donde Y_t es la observación actual de la serie temporal, $\hat{Y}_t$ representa el valor de predicción, h es la cantidad de datos en la serie temporal y representa la longitud del horizonte de predicción. Esta medida ha sido objeto de análisis desde finales de la década de 1980 [28], pero ganó popularidad con las competencias M3 [56], [57] como métrica para comparar varios métodos de predicción. sMAPE es fácil de calcular y comprender y, a diferencia de otros errores, sMAPE considera tanto las sobreestimaciones como las subestimaciones por igual.

Otras métricas de error consideradas para la evaluación son MSE (Ecuación 3-8), Error cuadrático medio (RMSE) **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y Error porcentual absoluto medio (MAPE) en la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2 \quad \text{Ecuación 3-8}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}$$

Ecuación 3-9

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right|$$

Ecuación 3-10

$$Rsquared = 1 - \frac{\sum (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum (Y_t - \bar{Y})^2}$$

Ecuación 3-11

En el contexto de la previsión del aprendizaje automático, la evaluación del rendimiento del modelo está sujeta a la selección de las métricas adecuadas. Este estudio incluye MSE, MAPE y RMSE para evaluar modelos de predicción. MSE se utiliza como una función objetivo debido a su capacidad para penalizar grandes errores, aunque su sensibilidad a los valores atípicos puede ser una desventaja. MAPE, que puede sobrestimar pequeños errores y generar problemas cuando los valores reales están cerca de cero. sMAPE, por otro lado, se utiliza para presentar resultados que son fáciles de entender, ya que proporciona una penalización de error más simétrica en comparación con MAPE [58]. Si bien MSE es útil para optimizar modelos, su interpretación no es intuitiva para los usuarios. Por lo tanto, sMAPE se utiliza para el ajuste del modelo interno, mientras que MSE se utiliza para la comparación de algoritmos. Este enfoque está diseñado para garantizar una evaluación integral y equitativa de los modelos de predicción, alineándose con las prácticas empleadas en las competiciones de predicción de series temporales [55].

El RMSE es útil en los casos en los que los errores grandes son inaceptables porque toma la raíz cuadrada de los errores. Esto hace que el RMSE tenga el mismo tamaño que la variable original, lo que facilita la comprensión del tamaño medio del error. Sin embargo, también puede ser demasiado duro con los errores grandes, lo que puede ser un problema si son raros o no son importantes en el análisis. Los valores atípicos también pueden tener un gran efecto en el RMSE, lo que puede cambiar la forma en que juzgamos el modelo cuando hay valores atípicos [15]. El coeficiente de determinación Rsquared, R2, mide qué tan bien un modelo de pronóstico explica la variabilidad de los datos reales (Ecuación 3-11) [15].

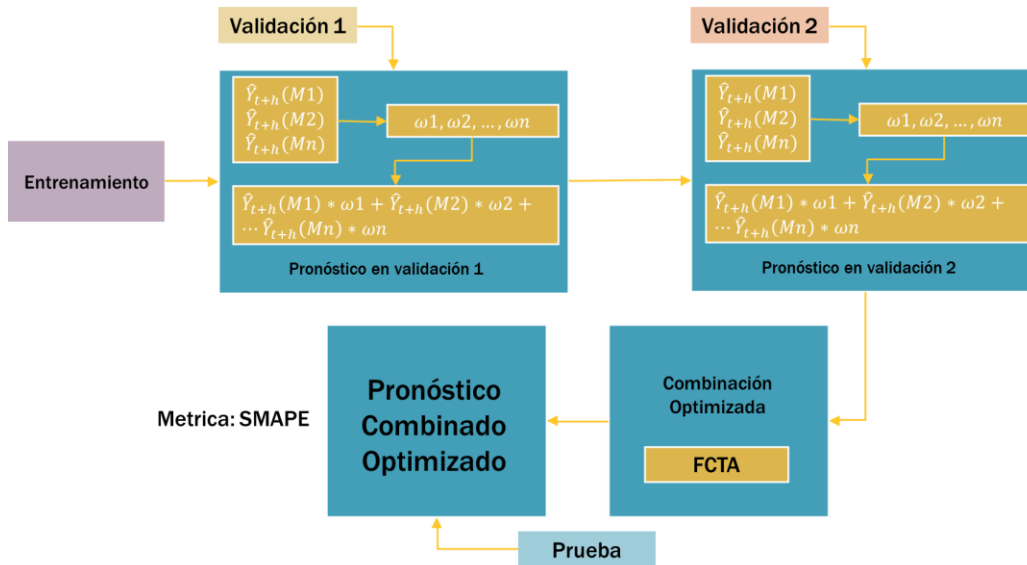


Figura 3-3 Esquema general del proceso de pronóstico FCTA

3.1.5 Pronóstico combinado optimizado

Una vez obtenido una combinación inicial para efectuar un pronóstico, los cuales son los mejores modelos evaluados, es necesario establecer la combinación óptima de los modelos de pronóstico, es decir ponderarlos y que dicha combinación entregue el menor error posible. Para este es necesario echar mano nuevamente de las heurísticas que permitan soluciones, que en este caso tratan de minimizar el error del pronóstico combinado contra datos de prueba reales. Como se mencionó anteriormente es posible valerse de alguno de los métodos heurísticos mencionados.

Figura 3-3 muestra el proceso general de la metodología FCTA. En el primer paso, los datos de entrenamiento de las n series temporales se utilizan en los m métodos de predicción, $\hat{Y}_{t+h}(M1)$. Estos métodos generan una combinación ponderada de métodos para cada serie temporal. A continuación, esta combinación se compara con el segmento de validación 1. El proceso se repite con los datos de la Validación 1. Estos datos se utilizan para pronosticar los

períodos de la validación 2. A continuación, los resultados se comparan con la Validación 2. La división de prueba se aplica para evaluar la previsión combinada optimizada. El análisis de errores en las etapas 1 y 2 selecciona los mejores métodos de pronóstico individuales para cada uno de los activos seleccionados en la cartera inicial, estableciendo así una combinación inicial de métodos de pronóstico. Esta combinación es uniforme cuando se asignan ponderaciones iguales a cada método de predicción.

La combinación inicial de los mejores métodos de predicción entra en la heurística de optimización basada en TA, que ha sido modificada para obtener un rendimiento superior al algoritmo clásico de TA. El algoritmo Threshold Accept Enhanced (TAE) es un algoritmo que incluye un esquema de enfriamiento modificado, un esquema de recalentamiento y equilibrio térmico. Este algoritmo fue probado y muestra un alto rendimiento en series temporales M4 [27].

La salida del algoritmo TAE es la combinación ponderada de los mejores métodos de pronóstico que obtienen el valor mínimo de la métrica de error sMAPE. A continuación, los métodos ponderados se combinan para generar pronósticos, que posteriormente se comparan con la sección de prueba para calcular la métrica de error.

El código del algoritmo se describe a continuación:

Algoritmo 3.1 Código del algoritmo TA modificado	
1	TAE parameters: (Tinitial, Tfinal, α , Lk, β , X0, E0, Ft0NonImprove, elitism, slope)
2	Parameters initialization: Tk Tinitial, Tmin = 0.1, Xold = Xo, α = 0.7, Φ = 0.618
3	MaxY= 10, MaxE= 0.8, Min ζ = -0.001
4	While Tk $\geq$ Tfinal do //External cycle or temperature cycle
5	if (NonImprove = MaxY) then Reheat (Tk) end if
6	While k<Lk //Internal cycle or Metropolis Cycle
7	if elitism<MaxE then
8	Xnew = GenerateNewSolutionRou(Xold) //Roulette Method
9	Else
10	Xnew = GenerateNewSolutionMem (Xold) //Memory Method

```

11          end if
12          Enew = EnergyCalc (Xnew, Ft)
13           $\Delta E = E(X_{\text{new}}) - E(X_{\text{old}})$ 
14          memory = UpdateMemory ( $\Delta E$ , Xold, Xnew)
15          If  $\Delta E < 0$  then
16              Xold = Xnew
17          If Enew < Ebest then
18              Best = (Enew, Xnew)
19          end if
20          Else
21              If  $\Delta E \leq \text{Tolk}$  then
22                  Xold = Xnew
23              If Enew < Ebest then
24                  Best = (Enew, Xnew)
25              end if
26          end if
27          end if; k = k + 1
28          end while
29          Tf = Tk* $\Phi$ ; Update Cooling Speed( $\alpha$ , Tf);
30          Tk+1 =  $\alpha$ *Tk; Tolk+1 = c*Tolk; Lk+1 =  $\beta$ *Lk;
31          slope = SlopeCalc(Tk , Tk+1)
32          if (Tk < Tmin OR slope > Min $\zeta$ ) then stop end if
33      end while
34      return (Best)
35      end Threshold Accepting

```

3.1.6 Portafolio optimizado

Finalizando con la etapa de pronóstico, se procede a emplear los activos seleccionados en el portafolio inicial en el que se incluyen no sólo los datos de las secciones de entrenamiento validación y prueba, sino que también se incluyen los h datos pronosticados que arrojó el

pronóstico combinado optimizado, esto se hace con la finalidad de obtener un último portafolio optimizado y pronosticado, del cual se espera tenga un desempeño superior al portafolio inicial.

A continuación, se muestra en el pseudocódigo de la metodología descrita previamente:

Algoritmo 3.2 Pseudo código de la metodología propuesta	
1:	Market: Time series for portfolio forecasting (assets) Result: Optimal Portfolio Forecast's
2:	Initialization
3:	Markets[] <- Get_Markets(Markets[]) Data_asset[] <- Preprocesing (Markets[])
4:	For i in each asset in Data_asset[]
5:	If profit_Data_asset[] >= MARR #Minimum Acceptable Rate Return
6:	Data[i] <- asset
7:	Data_Train[], Data_validation1[], Data_validation2[], Data_test[] <- splitData(Data[]), Data_Reduced[] <- Data_Train[] + Data_validation1[] + Data_validation2[]
8:	InitialPortfolio[] <- PortfolioSelection(Data_Reduced[] , ObjectiveFunction)
9:	IndividualForecast <- IndividualMethods(InitialPortfolio[])
10:	InitialCombinationMethod[] <- IncludeProcess(IndividualForecast)
11:	CombinationForecast[] <- FCTA(InitialCombinationMethod[], Data_test[])
12:	OptimalPortfolio[] <- PortfolioOptimizer(Data[] + CombinationForecast[], ObjectiveFunction)
13:	Return(OptimalPortfolio[], CombinationForecast[], ErrorMetrics[])

4 Experimentación y Resultados

En esta sección se describen los equipos y recursos materiales empleados para la evaluación de los modelos desarrollados en este trabajo.

Se hace una descripción de las series de tiempo y de las experimentaciones llevadas a cabo para validar el desempeño de los algoritmos de integración de portafolios, de pronóstico y de optimización. De igual forma se presentan y analizan los resultados de las experimentaciones.

4.1 Equipos y material

Los equipos, materiales y datos utilizados durante el desarrollo de esta investigación se describen a continuación.

4.1.1 Equipos de cómputo

Los equipos de cómputo utilizados corresponden a los existentes en laboratorio LANTi del Instituto Tecnológico de Ciudad Madero y son los siguientes:

Intel(R) Core(TM) i7-13620H CPU @ 2.40 GHz, RAM: 16 GB

Intel(R) Xeon(R) Gold 6230 CPU @ 2.10GHz, 2.10 GHz, RAM: 12 GB

4.1.2 Software

El lenguaje de programación, el software libre y comercial utilizados para la implementación de los modelos desarrollados en esta investigación son los siguientes:

Hojas de cálculo, lenguaje R 4.2.0, 64-bit, lenguaje Python 3.9.7 64-bit y las plataformas de desarrollo Rstudio 2022.07.1, Build 554 [59] y SPYDER 5.1.5 [60].

4.2 Adquisición de datos.

4.2.1 Selección de Mercado.

Para evaluar los algoritmos y la metodología de solución propuesta, se utilizó un conjunto de activos y sus series de datos del SP500, compuesto por 479 empresas listadas entre enero de 2020 y finales de febrero de 2025, dando un total de 262 observaciones (precios semanales). Se eligió este período debido a que había una variabilidad significativa en el índice y en las acciones debido a la emergencia sanitaria que afectaba los activos de los Estados Unidos de América y de todo el mundo financiero.

Las justificaciones para utilizar el SP500 son la representatividad y diversificación del mercado (amplia variedad de empresas de diferentes sectores y tamaños), el acceso a datos históricos, la liquidez que permite una negociación fácil y eficiente, comúnmente utilizada como referencia para comparar el rendimiento de una cartera de inversión y, por último, el mercado de valores de EE. UU. goza de una fuerte regulación y estabilidad institucional.

Se desarrolló un programa informático para obtener información sobre los activos del mercado SP500 correspondientes a los precios de cierre diarios del período seleccionado desde el portal Yahoo Finance. Una vez formado el conjunto inicial, se comprobó la cantidad de datos vacíos o no numéricos (NaN), y se descartaron aquellos con datos faltantes que representaban más del 50% del total.

En la primera fase del modelo propuesto se realiza la validación y limpieza de datos, que consiste en verificar que todos los activos cuentan con la información completa y correcta para el periodo a analizar. Las principales tareas que se realizan en esta fase son la detección de datos atípicos y la suplementación de datos en caso de que falten datos al principio, al

final o dentro de la serie. El proceso de complementación se realiza aplicando los métodos de extrapolación (datos faltantes al principio o al final de la serie) e interpolación.

4.2.2 Limpieza de datos.

En esta fase del modelo propuesto se realiza la validación y limpieza de los datos, la cual consiste en verificar que todos los activos cuenten con la información completa y correcta del período a analizar. En esta fase se efectúan diferentes tareas como lo son la detección de datos atípicos, complementación de los datos en caso de tener faltantes ya sea al inicio, final o en el interior de la serie. El proceso de complementación se realiza aplicando los métodos de extrapolación (faltantes en el inicio o final de la serie) e interpolación.

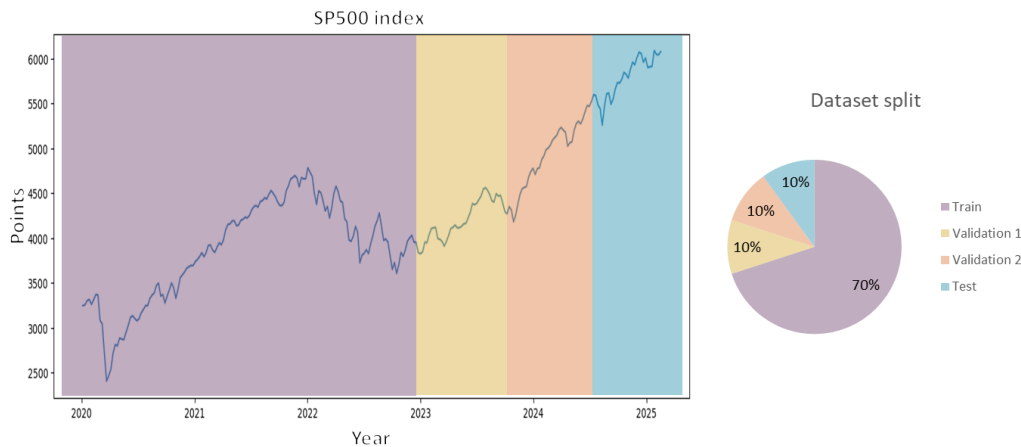


Figura 4-1 SP500 desempeño y segmentación.

Como paso final, se compara el valor esperado de cada activo con la rentabilidad del índice SP500, como se muestra en la Figura 4-1, donde se descartan los activos con una rentabilidad inferior a este valor, ya que los activos que no presenten una rentabilidad superior a este límite no serían de interés para los inversores financieros. Como se mencionó anteriormente, esto ayuda a reducir el tiempo de cómputo, ya que se reduce el conjunto final de datos a analizar.

4.2.3 Segmentación del conjunto de datos

En este punto, se decidió segmentar las series de datos en cuatro secciones: el primer segmento es el conjunto de entrenamiento, que se estableció como el 70% de los datos, es decir, 183 observaciones semanales, dos segmentos de validación, que constan del 10% de las observaciones cada uno, es decir, 26 observaciones cada uno, y finalmente un segmento de prueba equivalente al 10% restante. Decidimos segmentar de esta manera para hacer el conjunto de datos compatible con las técnicas aplicadas en la metodología FCTA para la predicción de datos. Del mismo modo, esta misma segmentación es aplicable en la construcción del portafolio inicial donde los conjuntos de entrenamiento y validación se toman como datos de entrada. Para resumir la segmentación escrita anteriormente se encuentra en la Figura 4-1.

4.2.4 Portafolio inicial.

Para la construcción de la cartera inicial se utiliza el algoritmo TAIPO. Esto ya había sido probado y comparado previamente con otras alternativas, demostrando sus ventajas, como la obtención de altos valores en la ratio de Sharpe así como una buena rentabilidad, además de una baja correlación de activos.

Los hiper parámetros de la metaheurística TAIPO se ajustaron aplicando el método de ajuste analítico descrito en [61] y [9]. Los valores obtenidos para los parámetros son: Temperatura Inicial: 273.8164, Temperatura Final: 0.0000169, Relación de enfriamiento: 0.96, mientras que la longitud del ciclo de equilibrio L , se calcula dinámicamente en función del número de activos y el esquema de temperatura.

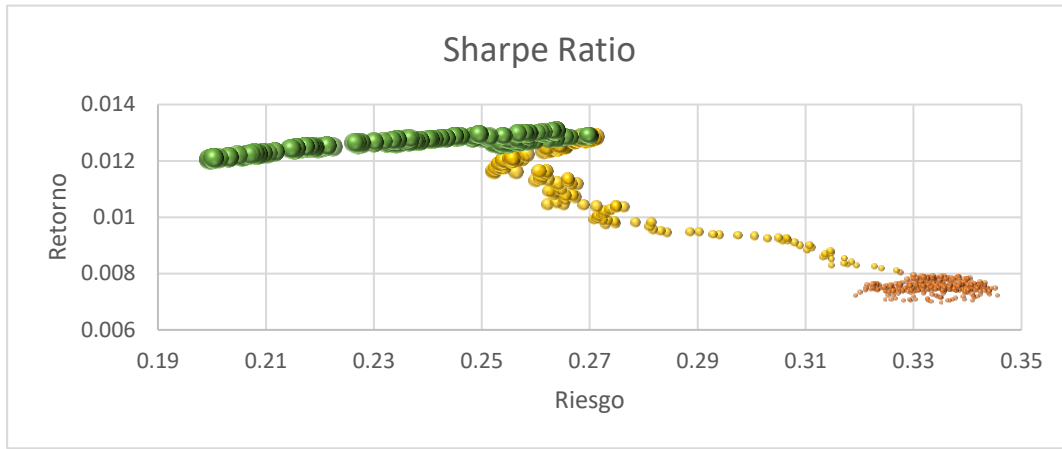
Dado que TAIPO es un algoritmo aproximado, se realizan 30 ejecuciones para obtener el promedio de los indicadores de rendimiento, permitiendo así la selección de activos que maximicen los rendimientos. Los valores promedio obtenidos son: Sharp Ratio (SR): 0.0221, Retorno: 0.0114, Riesgo: 0.2980, Correlación entre activos: 0.2044 y número de activos seleccionados: 57, en términos semanales.

En comparación con el rendimiento del SP500 durante 2024, equivalente a 0,24 por año, el portafolio integrado en esta etapa tiene un rendimiento de 147% por encima del índice.

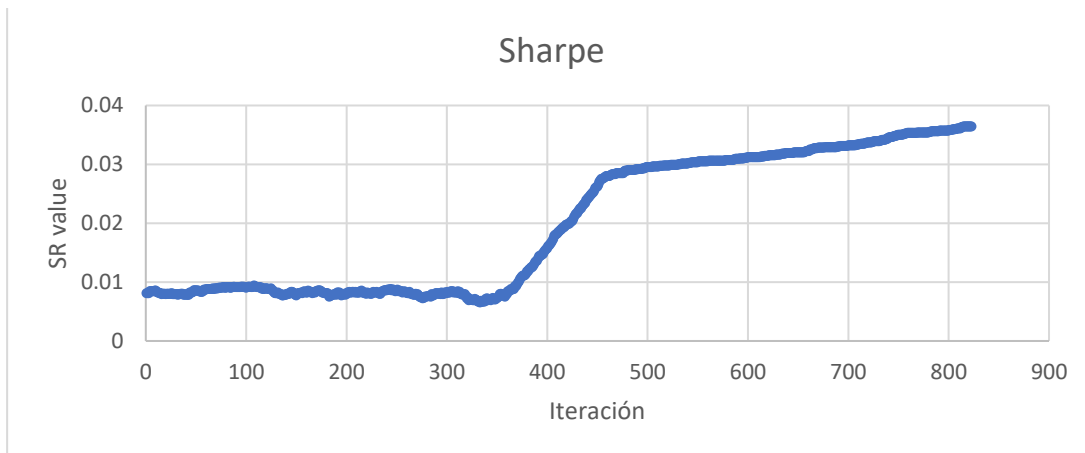
Figura 4-2 Muestra una muestra de los gráficos generados por los resultados del algoritmo. Se puede observar que el Ratio de Sharpe se comporta como se esperaba respecto al algoritmo TAIPO, en las interacciones iniciales, el sistema tolera soluciones subóptimas. Sin embargo, a medida que las iteraciones avanzan bajo el esquema de enfriamiento, el sistema se vuelve menos tolerante a aceptar malas soluciones, identificando en última instancia un valor de SR más alto.

Figura 4-2a presenta el crecimiento del valor del Ratio de Sharpe, que proporciona un ejemplo representativo del rendimiento del algoritmo. El tamaño de las burbujas representa el SR, con burbujas más pequeñas en la parte inferior correspondientes a valores de SR entre 0,0 y 0,01, lo que indica rendimientos más bajos (por debajo de 0,008). En la sección intermedia, los valores de SR oscilan entre 0,01 y 0,0299, con rendimientos que varían entre 0,008 y 0,012. Las burbujas más grandes en la parte superior ilustran la frontera eficiente, que se define como un conjunto de carteras con valores de SR altos por encima de 0,03 y rendimientos superiores a 0,012.

El comportamiento del valor SR, que funciona como criterio de evaluación para el algoritmo TAIPO, se destaca y se muestra en Figura 4-2b. Hasta la iteración 350, los valores exhiben el comportamiento anticipado, aceptando soluciones subóptimas. Sin embargo, después de esta fase inicial, hay una disminución en la aceptación de soluciones subóptimas, lo que lleva a valores de SR mejorados. Observe que desde la iteración 500 hasta la conclusión del proceso, los valores más altos de SR corresponden a la frontera eficiente.



a)



b)

Figura 4-2 Rendimiento del algoritmo en la optimización del valor de la función objetivo basada en Sharpe. a) Riesgo Frontera Eficiente vs Retorno; b) Valores de la relación de Sharpe a través de la ejecución de algoritmos.

4.2.5 Pronóstico del portafolio

Para la previsión inicial de la cartera, aplicamos las herramientas de predicción FCTA [26]. Figura 4-3 muestra el resultado promedio de los catorce métodos de predicción; ejecutamos treinta ejecuciones de acuerdo con el proceso de la FCTA. La métrica sMAPE se presenta para la combinación inicial utilizando una distribución uniforme (sMAPE U) para los pesos. Se obtuvo un valor del 35,28% para esta solución inicial, mientras que la

combinación optimizada (sMAPE O) arroja un valor de sMAPE del 23,60%. Observe que se obtuvo una gran mejora del 49% de sMAPE. El horizonte de pronóstico para este caso se fijó en 7 semanas vista; sin embargo, MASIP funciona para cualquier otro horizonte de pronóstico corto y mediano.

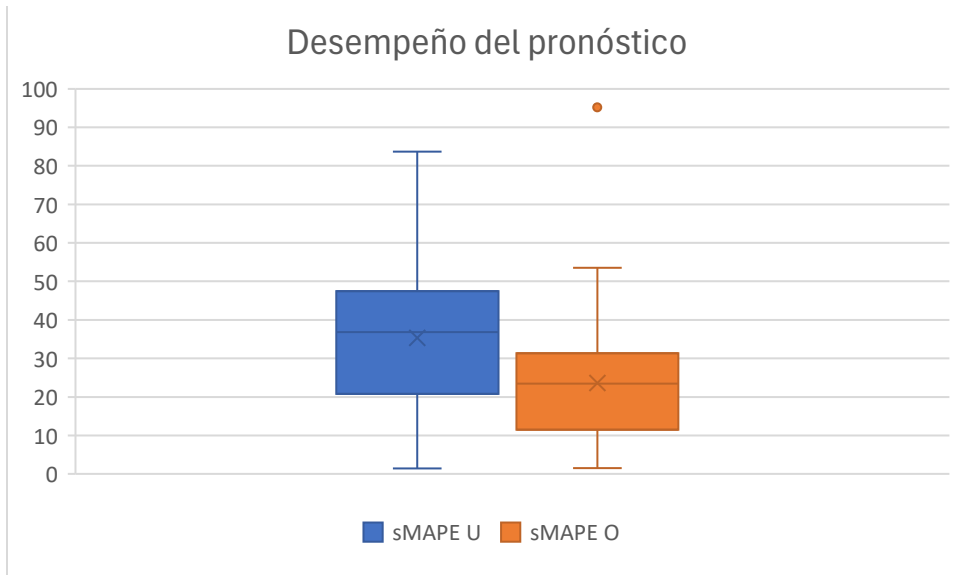


Figura 4-3 Métrica del ensamble de pronóstico.

Como se ilustra en la Tabla 4-1, se presenta una comparación que integra cuatro métricas de error de rendimiento.

Tabla 4-1 Rendimiento de pronóstico

	sMAPE	MSE	RMSE	MAPE	R ²
Mean	23.60	24.46	4.94	54.99	0.143
Std	16.5	16.22	9.03	83.20	0.178

4.2.6 Portafolio final optimizado

En la etapa final de la metodología, se obtienen los pronósticos combinados de los activos. A continuación, se refinan utilizando uno de los algoritmos de integración y funciones objetivo que se han mencionado anteriormente. Para esta fase, se emplea una vez más el algoritmo TAIPO, Sharp Ratio: 0,0359, Retorno: 0,0126, Riesgo: 0,2170, Correlación entre activos: -0,1061 y número de activos seleccionados: 6 incorporando las series temporales completas, así como los pronósticos calculados en la etapa anterior. En términos de rendimiento, la cartera final presenta un aumento del 10,5% en la rentabilidad y una reducción en el valor de correlación en comparación con la cartera inicial. El gráfico de la evolución de la función objetivo basada en Sharpe se muestra en la Figura 4-4.

Figura 4-4a presenta el crecimiento del valor del Ratio de Sharpe, que proporciona un ejemplo representativo del rendimiento del algoritmo. El tamaño de las burbujas representa el Ratio de Sharpe (SR), con burbujas más pequeñas en la parte inferior correspondientes a valores de SR entre 0,0 y 0,0099, lo que indica rendimientos más bajos (por debajo de 0,00756). En la sección intermedia, los valores de SR oscilan entre 0,01 y 0,02, con rendimientos que varían entre 0,0075 y 0,0108. Las burbujas más grandes representan la frontera eficiente, que se define como un conjunto de carteras con altos valores de SR superiores a 0,022 y rendimientos superiores a 0,011. El comportamiento del valor SR se presenta en la Figura 4-4b, que sirve como función de evaluación para el algoritmo TAIPO; Hasta la iteración 250, los valores se comportan como se espera, aceptando soluciones subóptimas. Sin embargo, en algunos períodos futuros, la aceptación de soluciones subóptimas disminuye, lo que resulta en mejores valores de SR. Desde la iteración 310 hasta su finalización, los valores más altos de SR forman la frontera eficiente. Por lo tanto, podemos concluir que el algoritmo encuentra las mejores soluciones y comienza un proceso de estancamiento. Esto significa que después de 20 repeticiones del algoritmo sin encontrar una mejora en la solución, el algoritmo se detiene [9].

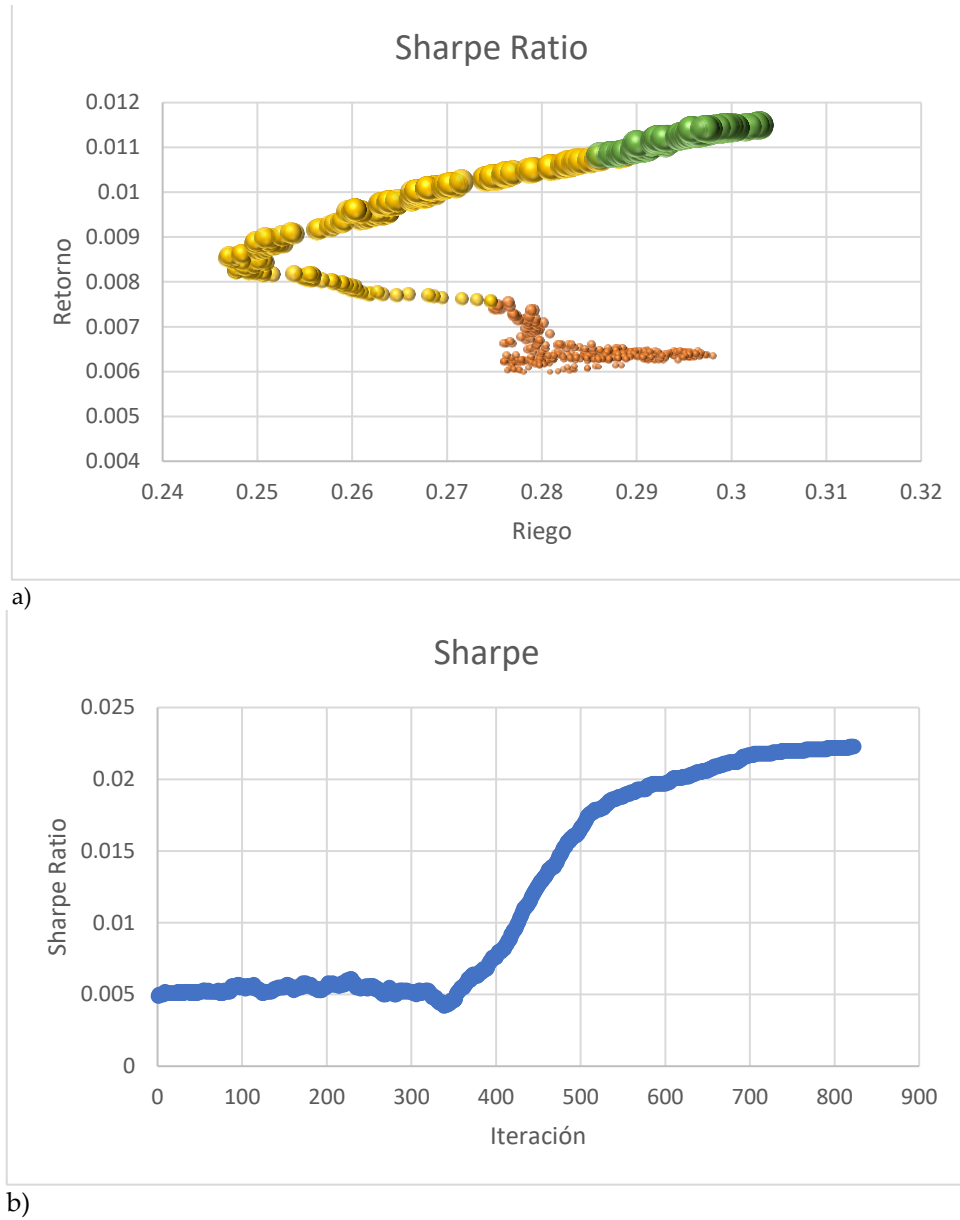


Figura 4-4 La ratio de Sharpe durante la optimización final de la cartera: a) Muestra de carteras de ratio de Sharpe; b) Ratio de Sharpe a través del algoritmo TAIPO.

4.3 Comparación contra estado del arte.

Para validar la metodología propuesta, se comparó MASIP con el modelo de Puerto y Cesarone [62], [63], y utilizamos conjuntos de datos del mercado SP500 de 2005 a 2016. Este período comprende el rango de tiempo más amplio común en ambas obras. Para estos conjuntos de datos, comparamos los resultados promedio de MASIP con los reportados por estos autores en la Tabla 4-2. En las últimas referencias, se realizó un portafolio a 52

semanas considerando una tasa libre de riesgo cero. Las métricas utilizadas en las tres alternativas fueron: el rendimiento esperado, el valor del riesgo, el Ratio de Sharpe y el número de activos. Estos resultados se analizan en las secciones siguientes. Desarrollamos los códigos de programación necesarios para emular las obras de los antiguos autores.

Tabla 4-2 SP500 resultados del estado del arte.

Promedio de resultados	Puerto	Cesarone	MASIP
Retorno esperado	0.002168	0.0026	0.0720
Riesgo	0.0231	0.0279	0.2988
Sharpe Ratio	0.094	0.0931	0.2218
Número de activos	15	10	11

4.3.1 Adquisición de datos.

We gathered datasets between 2005-2016 using Yahoo Finance, comprising, after data cleaning, a preparation dataset of 445 assets and 572 weekly observations. Observations were split into 70% for training, 10% for validation 1 and 2 each, and 10% for testing.

4.3.2 Portafolio inicial.

El algoritmo TAIPO se utiliza para construir la cartera inicial, con el modelo maxSharpe. Tabla 4-3 muestra un análisis de sensibilidad de los resultados medios de las carteras con diferentes tasas mínimas aceptables de rendimiento (MARR). El valor del SR está directamente relacionado con el valor del MARR, ya que a medida que aumenta el valor de retorno, el algoritmo buscará un conjunto de activos que entreguen un mayor rendimiento, también podemos observar que a medida que aumenta la tasa de rendimiento mínima aceptable disminuye el número de activos, esto se debe a que internamente el algoritmo selecciona los activos con mayor rendimiento y que se acercan a ese valor libre de riesgo. Por otro lado, los resultados muestran una ligera reducción en el valor de correlación.

Tabla 4-3 Portafolio inicial aplicando MARR

MARR %	Sharpe	Retorno	Riesgo	Correlación	Activos
15	0.1924	0.0383	0.1842	0.0305	45
20	0.2162	0.0572	0.2467	0.0142	17
25	0.2181	0.0636	0.2697	0.0091	10
30	0.2230	0.0723	0.2983	0.0135	11

La mejora en los valores de SR lograda por el algoritmo TAIPO y la función objetivo se puede ver en Figura 4-5.

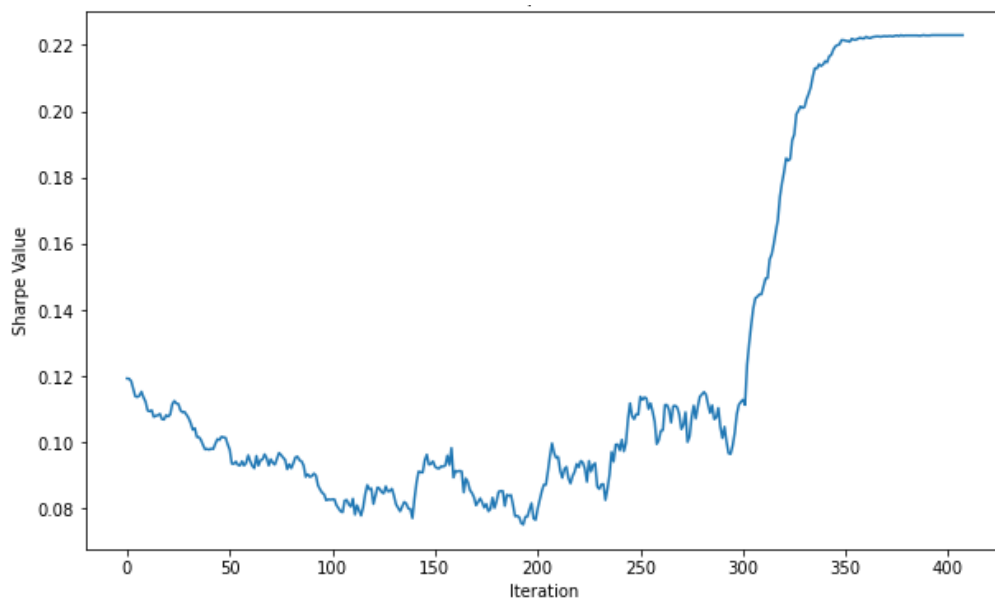


Figura 4-5 Muestra de Ratio de Sharpe en el portafolio inicial.

4.3.3 Predicción de valores y combinación de métodos de pronóstico.

El portafolio inicial se generó con el algoritmo heurístico, y se obtienen pronósticos individuales para cada activo seleccionado a través de los 14 métodos de pronóstico dentro de la metodología FCTA. Se llevaron a cabo una serie de experimentos, variando el horizonte de pronóstico dentro del rango de 1 a 24 semanas.

Tabla 4-4 muestra las diferencias en los valores de las métricas de error de los modelos de combinación de métodos de pronóstico en un esquema de distribución uniforme, sMAPE U, y el contraste con el sMAPE O.

Tabla 4-4 Valores medios de sMAPE en diferentes horizontes de pronóstico.

Horizonte (Semanas)	sMAPE U	sMAPE O	Mejora
1	35.08	15.67	55%
4	10.64	7.74	27%
8	11.6	9.71	16%
24	12.59	11.68	7%

En conclusión, la aplicación del algoritmo FCTA vuelve a arrojar resultados que, al menos en el caso del horizonte de previsión a 1 semana, demuestran una mejora de hasta el 50%.

Como se muestra en Tabla 4-5, se presenta una comparativa que integra cuatro métricas de error de rendimiento.

Tabla 4-5 Desempeño del pronostico

	sMAPE	MSE	RMSE	MAPE	R²
Promedio	13.15	27.47	4.62	74.93	0.241
Desv Std	12.63	27.36	2.51	64.91	0.220

4.3.4 Optimización final del portafolio.

La siguiente sección implica la implementación de procedimientos de reequilibrio u optimización. Para ello, se utiliza el algoritmo TAIPO para obtener resultados comparativos para cada horizonte de previsión, así como para contrastar las ventajas de cada uno de los algoritmos y el caso de estudio. Se hace evidente que a medida que aumenta el horizonte de pronóstico, hay una disminución notable en el índice de Sharpe y en los valores de retorno. Al mismo tiempo, el factor de riesgo experimenta una reducción y el número de activos exhibe una disminución. El rendimiento mostrado en la Figura 4-6, ilustra la evolución del SR dentro del algoritmo para la integración de la cartera final. Las carteras finales generadas a través de esta Metodología exhiben valores de Sharpe superiores a los del estado del arte en el corto plazo, y esta ventaja se potencia aún más una vez que estas carteras han sido

pronosticadas. Como observamos, mantienen o incluso aumentan el SR en los casos presentados.

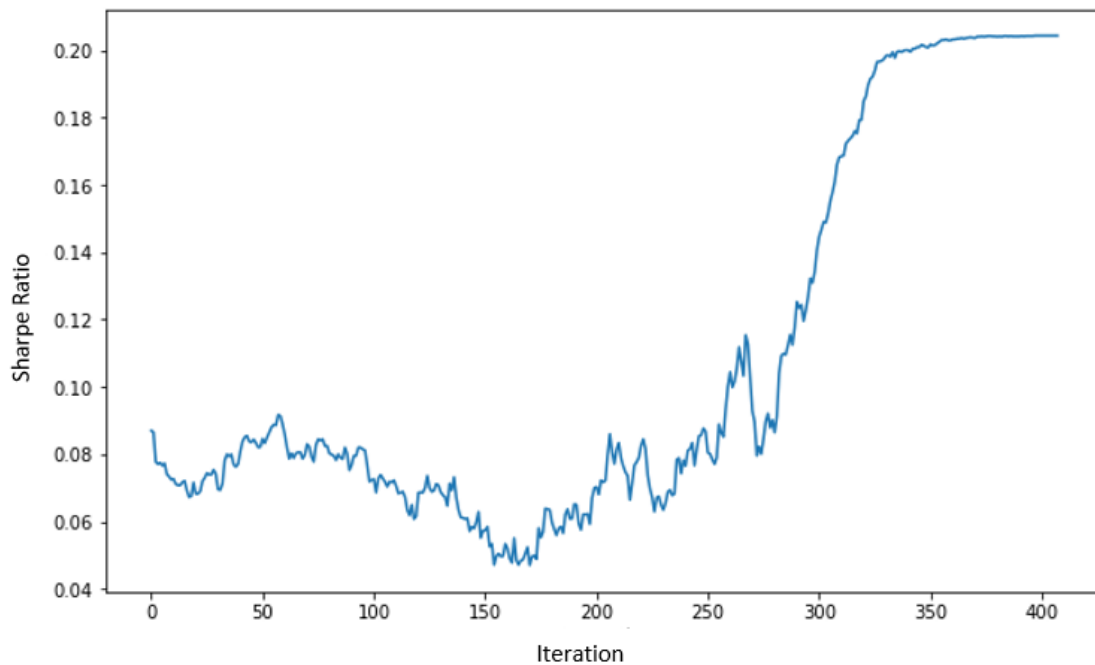


Figura 4-6 Muestra de Ratio de Sharpe en el portafolio final

En la Figura 4-6 se muestran los resultados obtenidos de estos experimentos, priorizando el promedio de los valores de Sharpe más altos encontrados, identificando los algoritmos que lograron un rendimiento superior en términos de retorno. Como se muestra en la Tabla 7, las carteras integradas con horizontes temporales breves, los resultados de rendimiento del modelo MASIP superan el estándar contemporáneo. Por el contrario, en los horizontes de mediano plazo, entre 8 y 24 semanas, el modelo de Cesarone alcanza resultados superiores en términos de RS. Por el contrario, cuando el enfoque se dirige hacia la variable rendimiento, el algoritmo MASIP muestra un rendimiento marcadamente superior en comparación con los otros dos algoritmos. Esta distinción puede atribuirse a las características inherentes del algoritmo MASIP y a los modelos matemáticos empleados. El modelo MASIP está diseñado para optimizar el SR priorizando la maximización del rendimiento.

Tabla 4-6 Final comparison of forecasted values

		Horizonte en Semanas					
		1	2	4	8	12	24
MASIP	Retorno esperado	0.072	0.0721	0.0721	0.06	0.0598	0.0609
	Riesgo	0.2991	0.2989	0.2986	0.2	0.1993	0.2091
	SR	0.2215	0.2218	0.2222	0.1752	0.1746	0.1717
	Num. Activos	11	11	11	7	7	7
PUERTO	Retorno esperado	0.0061	0.0061	0.0061	0.0339	0.0338	0.033
	Riesgo	0.0081	0.0081	0.008	0.0066	0.0065	0.0064
	SR	0.0829	0.0832	0.0839	0.482	0.4845	0.477
	Num. Activos	21	22	22	22	22	20
CESARONE	Retorno esperado	0.0057	0.0056	0.0062	0.0068	0.0068	0.0067
	Riesgo	0.0282	0.0282	0.0321	0.0163	0.0163	0.0161
	SR	0.204	0.2018	0.195	0.4167	0.4171	0.4148
	Num. Activos	15	15	15	15	15	15

Por el contrario, la implementación de la metodología MASIP en los modelos comparados produce resultados análogos o superiores. Esto se evidencia en el caso del enfoque Puerto, donde las predicciones para el mediano plazo (es decir, de 8 a 24 semanas) indican una RS considerablemente superior a las reportadas en la referencia estudiada, llegando hasta 415%. Por el contrario, el modelo de Cesarone muestra consistentemente un rendimiento superior, particularmente en las predicciones a mediano plazo, donde se observan mejoras significativas de hasta el 348% en términos de SR. Como se mencionó anteriormente, la metodología MASIP se puede aplicar con varios modelos, arrojando resultados favorables.

5 Conclusiones y trabajos futuros

Se desarrollaron tres algoritmos para la optimización de portafolios: GENPO basado en Algoritmos Genéticos, SAIPO basado en Simulated Annealing, y TAIPO, que mejora del algoritmo clásico Threshold Accepting (TA). Estos algoritmos fueron comparados con los algoritmos más avanzados, a saber: Los modelos Gilli, Yu y Masese. Esta comparación se realizó sustituyendo la ratio de Sharpe (SR) por las funciones objetivo-utilizadas en estos modelos. Los algoritmos propuestos maximizan la ratio de Sharpe y aplican la tasa de rendimiento Tasa de Rendimiento Mínimo Aceptable (MARR) como restricción esencial. Los algoritmos propuestos fueron diseñados para seleccionar la mejor combinación de activos de cualquier bolsa de valores, como el S&P 500 y cualquier otro mercado de valores. Sin embargo, sólo fueron probados únicamente con conjuntos de datos de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). El resultado óptimo de estos algoritmos se definió como la proporción de cada activo que maximizó la función objetivo.

Los resultados experimentales revelaron que los algoritmos propuestos, GENPO, SAIPO y TAIPO, obtuvieron el portafolio de mayor calidad dentro de cada familia. Al aplicar la restricción MARR, se obtuvo la cartera de mayor calidad. Además, para el mismo algoritmo, cuando se incluyó esta restricción, el tiempo de ejecución fue significativamente más corto. En cuanto a la familia de los AG, el algoritmo GENPO propuesto mostró la mayor calidad en ambos casos, con y sin aplicación de la restricción MARR. Además, GENPO no requirió un tiempo de ajuste excesivo para obtener carteras de alta calidad. Del mismo modo los algoritmos SAIPO, TAIPO y TA mostraron un rendimiento superior con o sin la MARR. Además, tuvieron la correlación media más baja que la de su familia respectiva.

Con lo anterior podemos decir que:

1. Se ha establecido un modelo eficiente para la selección, análisis, creación del portafolio, pronóstico y optimización que han sido probado no solamente con datos recientes de la bolsa de valores de Nueva York, sino que se logró comparar con un método del estado del arte.
2. Los métodos heurísticos empleados tanto para la creación y optimización del portafolio como para el pronóstico de los activos involucrados han probado ser competitivo y dando resultados superiores a los comparados con los del estado del arte.
3. Metodología de pronósticos FCTA, entregó resultados competitivos, ya que su modelo de ensamble de pronósticos fue probado y mostró en sus métricas de error, ser altamente eficientes.
4. Las evaluaciones experimentales de los algoritmos y los datos utilizados arrojaron resultados sobresalientes tanto en la selección y evaluación de activos, el cálculo del valor de Sharpe y la correlación. Complementando la metodología el pronóstico de los activos participantes en el portafolio, colaborando con ello a la optimización final, dando como resultado un portafolio final ponderado, pronosticado y optimizado.

Este trabajo propone MASIP, una metodología eficiente para invertir carteras. Esta metodología presenta por primera vez todos los elementos necesarios para el diseño de un portafolio: la selección de los mejores activos candidatos para integrar el portafolio, la previsión de los valores de los activos en el horizonte de inversión, incluyendo la mejor selección del método para esta tarea, la integración de los mejores activos en este horizonte y su participación, así como el modelo de optimización considerando nuevas restricciones relacionadas con la tasa de riesgo máxima permitida y las tasas mínimas aceptables de regreso. Se aplicó MASIP a SP500 y se comparó con métodos de última generación.

En cuanto a la fase inicial del proceso de construcción de la cartera, es imperativo identificar a los candidatos más adecuados. Con este fin, MASIP emplea el algoritmo TAIPO, un modelo matemático propuesto y una restricción relacionada con la tasa de rendimiento

más baja aceptable. Este enfoque facilita la identificación de carteras efectivas. En una etapa posterior, MASIP emplea el FCTA para generar pronósticos individuales para cada activo candidato y cada uno de los métodos de predicción, seleccionando aquellos métodos con rendimiento óptimo y ensamblándolos a través del algoritmo TAE para identificar la combinación óptima que minimice el sMAPE y genere horizontes de pronóstico a corto y mediano plazo. Posteriormente, en la etapa final, se implementa un reequilibrio de la cartera, utilizando el algoritmo TAIPO. Esto da como resultado una cartera compuesta por datos previstos y ponderaciones optimizadas.

Las evaluaciones experimentales de los algoritmos y los datos utilizados arrojaron resultados sobresalientes de selección y evaluación de activos con SR, así como el rendimiento esperado. La metodología MASIP se complementó con la previsión de los activos participantes en la cartera, colaborando así en la optimización final, dando como resultado una cartera final ponderada, pronosticada y optimizada.

Se realizó un análisis comparativo entre MASIP y dos modelos alternativos de inversión, el modelo Puerto y el Cesarone. Los resultados de este análisis se priorizaron en función del significado de los valores más altos de Sharpe identificados. Los resultados de este estudio demuestran que el algoritmo MASIP exhibió un rendimiento robusto en términos de rendimientos. A medida que crece el horizonte de pronóstico, los valores de SR y rendimiento caen significativamente, al mismo tiempo que disminuyen el factor de riesgo y el número de activos. Los valores de SR de las carteras creadas superan a los del estado de la técnica, y la previsión mejora esta ventaja. La superioridad del rendimiento de MASIP en relación con los otros dos algoritmos radica en su diseño, que prioriza la maximización del rendimiento a corto plazo para optimizar la SR. Además, la eficacia de la metodología MASIP para mejorar el rendimiento de otras metodologías es evidente a partir de la mejora observada en el rendimiento de la RS. Esta observación apoya el potencial para una mayor experimentación con el mismo enfoque.

Para futuras investigaciones, se propone la aplicación de otros métodos de optimización, incluyendo otras funciones y métricas objetivo, tanto para la preselección de activos como para el rebalanceo de carteras, la experimentación de nuevos métodos o conjuntos de predicción en series temporales financieras, así como la aplicación de la metodología MASIP en otros mercados.

Glosario

LanTI.- Laboratorio Nacional de
Tecnologías de la Información
CONACYT.- Consejo Nacional de
Ciencia y Tecnología.

Spyder IDE.- The Scientific Python
Development Environment

Bibliografía

- [1] D. H. Grimes and N. G. Fosback, “Stock Market Logic: A Sophisticated Approach to Profits on Wall Street.,” *J. R. Stat. Soc. Ser. A*, vol. 140, no. 4, p. 563, 1977, doi: 10.2307/2345307.
- [2] R. C. Merton, “Financial Innovation And Economic Transition,” *Public Policy*, pp. 1–31, 2009.
- [3] R. C. Merton, “An Intertemporal Capital Asset Pricing Model,” *Econometrica*, vol. 41, no. 5, pp. 867–887, Nov. 1973, doi: 10.2307/1913811.
- [4] W. F. Sharpe, “Mutual Fund Performance,” *J. Bus.*, vol. 39, no. 1, pp. 119–138, 1966, doi: 10.5840/bemag199812115.
- [5] L. Pástor, “Portfolio Selection and Asset,” *J. Finance*, vol. 55, no. 1, pp. 179–223, 2000, [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/0022-1082.00204>
- [6] R. H. Thaler, *Advances in Behavioral Finance, Volume II*, vol. II. Princeton University Press. doi: <https://doi.org/10.1515/9781400829125>.
- [7] D. Kahneman and M. Riepe, “Portfolio-Construction-Forum_Kahneman_Aspects-of-investor-psychology,” *Journal of Portfolio Management*. pp. 52–65, 1998.
- [8] IMCA and D. Kahneman, “The Human Side of Decision Making,” *J. Invest. Consult.*, vol. 13, no. 1, pp. 5–14, 2012.
- [9] J. Frausto Solis, J. L. Purata Aldaz, M. González Del Angel, J. González Barbosa, and G. Castilla Valdez, “SAIPO-TAIPO and Genetic Algorithms for Investment Portfolios,” *Axioms*, vol. 11, no. 2, 2022, doi: 10.3390/axioms11020042.
- [10] P. Brockwell and R. Davis, *Introduction to Time Series and Forecasting*. 2002. doi: 10.2307/1271510.
- [11] J. E. Hanke and D. W. Wichern, *Pronósticos en los negocios*, 9a ed. Pearson Educación, 2006, 2010.
- [12] F. A. Richard A Brealey, Stewart C Myers, *Principles of corporate finance*, 13th ed. McGraw-Hill Education, 2019. [Online]. Available: www.mcgraw-hill.co.uk%0D
- [13] B. Graham and D. Dood, *Security analysis*, 6th ed. McGraw-Hill, 2008.
- [14] S. A. Ross, Randolph W. Westerfield, and Jeffrey F. Jaffe, *Finanzas corporativas*,

Novena edi. México: McGRAW-HILL, 2010.

- [15] R. J. Hyndman and G. Athanasopoulos, "Forecasting: Principles and Practice," *Princ. Optim. Des.*, p. 504, 2018, [Online]. Available: <https://otexts.com/fpp2/>
- [16] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, and G. M. Ljung, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. in Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley, 2015. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=rNt5CgAAQBAJ>
- [17] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, and G. C. Reinsel, "Time Series Analysis - Forecasting and Control," *Prentice Hall New Jersey 1994*, vol. SFB 373, no. Chapter 5, pp. 837–900, 1994, doi: 10.1016/j.ijforecast.2004.02.001.
- [18] N. Chávez Quisbert, "Modelos ARIMA," *Rev. Cienc. y Cult.*, vol. 1, pp. 23–30, 1997.
- [19] R. Fildes, A. C. Harvey, M. West, and J. Harrison, "Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 42, no. 11, p. 1031, 1991, doi: 10.2307/2583225.
- [20] S. J. K. James Durbin, *Time Series Analysis by State Space Methods*, Second Edi. Oxford University Press, 2012.
- [21] Robert B Cleveland, William S. Cleveland, Jean E. McRae, and Irma Terpenning, "STL: A Seasonal-Trend decomposition Procedure Based on Loess," *Journal of Official Statistics*, vol. 6, no. 1. pp. 3–73, 1990.
- [22] G. A. Barnard, "New Methods of Quality Control New Methods of Quality Control," *J. R. Stat. Soc.*, vol. 126, no. 2, pp. 255–258, 1963.
- [23] J. M. Bates and A. W. J. Granger, "The Combination of Forecasts," *Oper. Res. Soc.*, vol. 20, no. 4, pp. 451–468, 1969, doi: 10.1017/cbo9780511753961.021.
- [24] R. L. Winkler and S. Makridakis, "The Combination of Forecasts," *J. R. Stat. Soc. Ser. A*, vol. 146, no. 2, pp. 150–157, 1983.
- [25] C. Chatfield, *The Analysis of Time Series: An Introduction, Sixth Edition*. 2016. doi: 10.4324/9780203491683.
- [26] J. Frausto-Solis, L. Rodriguez-Moya, J. González-Barbosa, G. Castilla-Valdez, and M. Ponce-Flores, "FCTA: A Forecasting Combined Methodology with a Threshold Accepting Approach," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2022, 2022, doi: 10.1155/2022/6206037.
- [27] S. Makridakis, E. Spiliotis, and V. Assimakopoulos, "The M4 Competition: Results,

- findings, conclusion and way forward,” *Int. J. Forecast.*, vol. 34, no. 4, pp. 802–808, 2018, doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.06.001.
- [28] S. Makridakis, E. Spiliotis, and V. Assimakopoulos, “The M4 Competition: 100,000 time series and 61 forecasting methods,” *Int. J. Forecast.*, vol. 36, no. 1, pp. 54–74, 2020, doi: 10.1016/j.ijforecast.2019.04.014.
- [29] H. Markowitz, “Portfolio Selection,” *J. Finance*, vol. 7, no. 1, pp. 77–91, 1952, doi: 10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x.
- [30] H. Markowitz, “Foundations of portfolio theory,” *Harry Markowitz Sel. Work.*, vol. 46, no. 2, pp. 481–490, 2009, doi: 10.2307/2328831.
- [31] W. F. Sharpe, “A Simplified Model for Portfolio Analysis,” *Manage. Sci.*, vol. 9, no. 2, pp. 277–293, 1963, doi: 10.1287/mnsc.9.2.277.
- [32] W. F. Sharpe, “Integrated Asset Allocation,” *Financ. Anal. J.*, vol. 43, no. 5, pp. 25–32, 1987, doi: 10.2469/faj.v43.n5.25.
- [33] H. M. Markowitz, “Harry Markowitz: Selected works,” *Harry Markowitz: Selected Works*, pp. 1–701, 2009. doi: 10.1142/6967.
- [34] R. & Landazuri-Aguilera, Yara; Ruiz-Pérez, Roberto; Valenzuela-Reynaga and M. Y. Chávez-Rivera, “Estructura de portafolios de inversión en acciones , caso Bolsa Mexicana,” *Cuadernos de Contabilidad*, pp. 65–95, 2012.
- [35] L. Yu, S. Wang, and K. K. Lai, “Multi-attribute portfolio selection with genetic optimization algorithms,” *INFOR*, vol. 47, no. 1, pp. 23–30, 2009, doi: 10.3138/infor.47.1.23.
- [36] M. Gilli and E. Këlezi, “A heuristic Approach to portfolio optimization,” *Fame*, no. January 2000, p. 14, 2000.
- [37] J. M. Masese, F. Othieno, and C. Njenga, “Portfolio Optimization under Threshold Accepting: Further Evidence from a Frontier Market,” *J. Math. Financ.*, vol. 07, no. 04, pp. 941–957, 2017, doi: 10.4236/jmf.2017.74052.
- [38] G. Dueck and T. Scheuer, “Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm appearing superior to simulated annealing,” *J. Comput. Phys.*, vol. 90, no. 1, pp. 161–175, 1990, doi: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(90\)90201-B](https://doi.org/10.1016/0021-9991(90)90201-B).
- [39] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. University of

- Michigan Press, 1975. [Online]. Available: <https://books.google.com.mx/books?id=JE5RAAAAMAAJ>
- [40] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, and E. Teller, “Equation of state calculations by fast computing machines,” *The Journal of Chemical Physics*, vol. 21, no. 6, pp. 1087–1092, 1953. doi: 10.1063/1.1699114.
 - [41] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, “Optimization by simulated annealing,” *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983. doi: 10.1126/science.220.4598.671.
 - [42] V. Černý, “Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm,” *J. Optim. Theory Appl.*, vol. 45, pp. 41–51, 1985.
 - [43] “Yahoo Finance,” Cotización de acciones. Accessed: Aug. 17, 2023. [Online]. Available: <https://finance.yahoo.com>
 - [44] P. Team, “Pandas.” 2024. [Online]. Available: <https://pandas.pydata.org>
 - [45] T. P. D. Team, “Pandas Data Reader.” 2020. [Online]. Available: <https://pandas-datareader.readthedocs.io/en/latest/#>
 - [46] R. Aroussi, “yfinance.” 2024. [Online]. Available: <https://pypi.org/project/yfinance/>
 - [47] M. Kuhn and K. Johnson, *Feature Engineering and Selection: A Practical Approach for Predictive Models*, 1st ed. Chapman and Hall/CRC, 2019.
 - [48] F. Provost and T. Fawcett, *Data Science for Business: What You Need to Know about Data Mining and Data-Analytic Thinking*, 1st ed. O’Reilly Media, 2013.
 - [49] J. D. Kelleher and B. Tierney, *Data Science*. The MIT Press, 2018.
 - [50] J. W. Osborne, “Data Cleaning Basics: Best Practices in Dealing with Extreme Scores,” *Newborn Infant Nurs. Rev.*, vol. 10, no. 1, pp. 37–43, 2010, doi: 10.1053/j.nainr.2009.12.009.
 - [51] I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville, *Deep Learning*. MIT Press, 2016. [Online]. Available: <http://www.deeplearningbook.org>
 - [52] L. Yu, S. Wang, F. Wen, and K. K. Lai, “Genetic algorithm-based multi-criteria project portfolio selection,” *Ann. Oper. Res.*, vol. 197, no. 1, pp. 71–86, 2012, doi: 10.1007/s10479-010-0819-6.
 - [53] M. Gilli and E. Kellezi, “The Threshold Accepting Heuristic for Index Tracking,” *SSRN Electron. J.*, pp. 1–18, 2011, doi: 10.2139/ssrn.1317358.

- [54] P. Montero-Manso, G. Athanasopoulos, R. J. Hyndman, and T. S. Talagala, “FFORMA: Feature-based forecast model averaging,” *Int. J. Forecast.*, vol. 36, no. 1, pp. 86–92, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2019.02.011>.
- [55] S. Jaganathan and P. K. S. Prakash, “A combination-based forecasting method for the,” *Int. J. Forecast.*, vol. 36, no. 1, pp. 98–104, 2020, doi: [10.1016/j.ijforecast.2019.03.030](https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2019.03.030).
- [56] S. Makridakis, “Accuracy measures: theoretical and practical concerns,” *Int. J. Forecast.*, vol. 9, no. 4, pp. 527–529, 1993, doi: [https://doi.org/10.1016/0169-2070\(93\)90079-3](https://doi.org/10.1016/0169-2070(93)90079-3).
- [57] S. Makridakis and M. Hibon, “The M3-Competition: results, conclusions and implications,” *Int. J. Forecast.*, vol. 16, no. 4, pp. 451–476, 2000, doi: [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(00\)00057-1](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(00)00057-1).
- [58] J. S. Armstrong and G. Franke, *Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners*, 1st ed. Boston, MA, 2001.
- [59] Varios, “RStudio IDE.” Accessed: Mar. 25, 2023. [Online]. Available: <https://www.rstudio.com/categories/rstudio-ide/>
- [60] Varios, “Spyder IDE.” Accessed: Mar. 26, 2023. [Online]. Available: <https://www.spyder-ide.org/>
- [61] J. Frausto-Solis, E. F. Román, D. Romero, X. Soberon, and E. Liñán-García, “Analytically Tuned Simulated Annealing Applied to the Protein Folding Problem BT - Computational Science – ICCS 2007,” Y. Shi, G. D. van Albada, J. Dongarra, and P. M. A. Sloot, Eds., Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2007, pp. 370–377.
- [62] J. Puerto, M. Rodríguez-Madrena, and A. Scozzari, “Clustering and portfolio selection problems: A unified framework,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 117, 2020, doi: [10.1016/j.cor.2020.104891](https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104891).
- [63] F. Cesarone, A. Scozzari, and F. Tardella, “An optimization–diversification approach to portfolio selection,” *J. Glob. Optim.*, vol. 76, no. 2, pp. 245–265, 2020, doi: [10.1007/s10898-019-00809-7](https://doi.org/10.1007/s10898-019-00809-7).