



Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de Maestría

**Diseño y desarrollo de un brazo robótico de 5
GDL montado en una silla de ruedas.**

presentada por

Ing. Luis Eduardo Navarrete Zarco

como requisito para la obtención del grado
de

**Maestría en Ciencias de la Ingeniería
Mecánica**

Director de tesis

Dr. Andrés Blanco Ortega

Cuernavaca, Morelos, México. Diciembre de 2023.



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 27/junio/2025

Oficio No. SAC/159/2025

Asunto: Autorización de impresión de tesis

LUIS EDUARDO NAVARRETE ZARCO
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Diseño y desarrollo de un brazo robótico de 5 GDL montado en una silla de ruedas"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

"Conocimiento y Tecnología al Servicio de México"

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104,
e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico





Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Departamento de Ingeniería Mecánica

Cuernavaca, Mor., 27/junio/2025

OFICIO No. DIM/125/2025

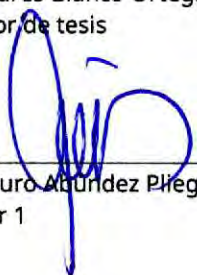
Asunto: Aceptación de documento de tesis

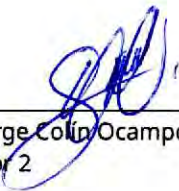
CENIDET-AC-004-M14-OFICIO

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Luis Eduardo Navarrete Zarco con número de control M22CE072, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis de grado titulado "Diseño y desarrollo de un brazo robótico de 5 GDL montado en una silla de ruedas" y hemos encontrado que se han atendido todas las observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.


Dr. Andrés Blanco Ortega
Director de tesis


Dr. Arturo Abundez Pliego
Revisor 1


Dr. Jorge Colín Ocampo
Revisor 2


Dr. Eladio Martínez Rayón
Revisor 3

C.c.p. Depto. Servicios Escolares,
Expediente / Estudiante



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 2108,
e-mail: dir_cenidet@tecnm.mx tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Dedicatoria.

Dedico esta tesis a mis padres, quienes siempre me apoyaron en todo, por su amor incondicional, porque han creído en mí, porque me han guiado por el camino de la perseverancia y sobre todo por ser mis pilares psico-emocionales.

A mis hermanos, por la mayoría de los momentos que hemos estado juntos, por las risas, por el apoyo y el cariño que nos tenemos entre nosotros.

A mis abuelos, con quienes he compartido alegrías y enseñanzas.

A todos mis profesores, quienes han sido responsables de mi formación académica y que llevo parte de su dedicación de enseñanza depositada en mí.

Para ellos es la dedicatoria de tesis, pues es a ellos a quienes les debo mucho por su apoyo incondicional.

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por bríndame el apoyo económico que me permitió realizar este trabajo de tesis, el cual ha sido clave para mi formación y desarrollo académico.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por aceptarme y permitirme continuar con mi formación académica convirtiéndose esta institución en mi segunda casa.

Agradezco a mi familia: principalmente a mis padres, Héctor y Evangelina, los cuales siempre me han brindado su apoyo incondicional para poder lograr y cumplir todos mis objetivos personales y académicos. Con su cariño, ellos son los que me han impulsado a siempre tener y conseguir mis metas, así de mis aspiraciones, con tal de nunca abandonarlas frente a las adversidades. También agradezco el sacrificio con todo lo que no solo me han brindado a mí en cuestión del soporte material y económico para nunca abandonar los estudios y poder concentrarme plenamente en mi formación. A mis hermanos Héctor Ulises y Carlos, por ser mi apoyo en el hogar, convirtiéndose en una base firme en la que he construido mi camino. Al resto de mi familia, por su amor, enseñanza, forma de pensar y por apoyarme siempre en los momentos más inciertos.

A mi asesor, Dr. Andrés Blanco Ortega, debido a su dedicación, a su paciencia, a su guía a través de las correcciones hechas y durante el desarrollo de este proyecto para llegar a este punto tan esperado y anhelado. Todos sus consejos y el apoyo mostrado estarán presentes en mi persona para mi futuro profesional, así como lo fue durante todo el desarrollo de este proyecto de tesis.

A mis revisores, Dr. Arturo Abundez Pliego, Dr. Jorge Colín Ocampo y Dr. Eladio Rodríguez Rayón por sus comentarios, críticas constructivas, sugerencias y valiosas aportaciones durante todas las evaluaciones de avance que ayudaron a desarrollar y mejorar este trabajo.

A mis compañeros de generación y amigos, Salomón Blanco, María Acuña, María de Jesús, Jesús Cortés, Oscar Cirilo, Ignacio Ríos, Rodrigo García, Javier Pérez, Jesús Cruz, Alexa Estrada, María Ramírez, Edgar Sotelo, Sergio Elizalde, Marte Beltrán, Adolfo Saenz, David Quevedo, por su apoyo, amistad y motivación, gracias por las horas compartidas y memorias entre nosotros.

A cada profesor y compañeros del departamento de Ing. Mecánica que pasó por mi camino durante este posgrado, gracias por aportar no solo conocimientos, sino también formas de pensar, cuestionar y construir.

A todos ustedes, gracias.

RESUMEN

En este trabajo se presenta el diseño y desarrollo de un manipulador robótico ligero, desarrollado como auxiliar para personas con discapacidad motriz, incapaces de realizar actividades básicas de la vida diaria (ABVD). Se analizó el estado del arte de dispositivos de asistencia y la antropometría del usuario objetivo, diseñando un sistema que puede integrarse a una silla de ruedas manual.

El desarrollo incluyó modelado cinemático y dinámico, simulación y control mediante PID, validados con pruebas experimentales y análisis estructurales. Los resultados mostraron un seguimiento de trayectorias estable, con tiempos de respuesta adecuados y oscilaciones bajo control.

Este proyecto propone una alternativa técnica viable y de bajo costo frente a otros modelos existentes, destacando su diseño modular, bajo peso y adaptabilidad a una silla de ruedas. En conjunto, el manipulador constituye un avance hacia soluciones accesibles que promuevan la autonomía en las ABVD.

ABSTRACT

This work presents the design and development of a lightweight robotic manipulator, developed as an aid for people with motor disabilities, unable to perform basic activities of daily living (ADLs). The state of the art of assistive devices and the anthropometry of the target user were analyzed, designing a system that can be integrated to a manual wheelchair.

The development included kinematic and dynamic modeling, simulation and PID control, validated with experimental tests and structural analysis. The results showed stable trajectory tracking, with adequate response times and oscillations under control.

This project proposes a viable and low-cost technical alternative to other existing models, highlighting its modular design, low weight and adaptability to a wheelchair. Overall, the manipulator constitutes an advance towards accessible solutions that promote autonomy in ADLs.

Tabla de contenido

Índice de figuras	xii
Índice de tablas	xiv
Nomenclatura y Simbología.....	xv
1. Introducción.....	1
1.1 Motivación	1
1.2 Definición del problema	2
1.3 Justificación del problema	3
1.4 Objetivo general.....	4
1.4.1 Objetivos específicos.....	4
1.5 Organización de la tesis	4
2. Estado del Arte	6
2.1 Historia de la silla de ruedas.	6
2.1.1 Modelos de brazos mecánicos de asistencia.....	7
2.1.2 Conclusiones del estado del arte.....	15
3. Marco Teórico	17
3.1 Discapacidad.....	17
3.2 Distrofia muscular.....	19
3.3 Distrofia muscular de Duchenne.....	20
3.4 Sistemas mecánicos de asistencia enfocados a personas discapacitadas	22
3.5 Antropometría de una persona sentada y dimensiones de sillas de ruedas.....	25
3.5.1 Mediciones de una persona sentada.....	25
3.6 Dimensiones de una silla de ruedas manual	26
3.6.1 Medidas del reposabrazos de una silla de ruedas	26
3.6.2 Distancias antropométricas.....	27

3.7	Algoritmo de Denavit-Hartenberg	27
3.8	Cinemática inversa	29
3.9	Modelo dinámico	30
3.10	Sistema de control en un sistema mecánico.....	31
3.11	Técnicas de control para la manipulación de brazos robóticos.....	31
3.12	Control a pasos.....	34
3.13	Control PID	35
3.13.1	Componentes del control PID.....	35
3.14	Implementación de un control	36
3.15	Programación en Arduino.....	37
3.16	Espacio de trabajo un brazo robótico.....	38
4.	Desarrollo del Brazo Robótico	41
4.1	Diseño del manipulador	41
4.1.1	Descripción del brazo robótico.....	45
4.1.2	Partes del brazo robótico	46
4.1.3	Costo aproximado del prototipo de prueba	48
4.2	Cinemática del manipulador - Algoritmo de Denavit – Hartenberg (D-H).....	49
4.3	Cinemática inversa.....	52
4.3.1	Determinación de las dimensiones de los eslabones	54
4.3.2	Determinación del Espacio de Trabajo.....	55
4.3.3	Posición o colocación del manipulador en la silla de ruedas	56
4.4	Modelo dinámico	58
4.5	Sistema de control.....	61
4.5.1	Control Proporcional Derivativo (PD)	62
4.6	Construcción del prototipo de brazo robótico.....	63

4.6.1	Ensamblaje del circuito con Arduino	63
4.6.2	Interfaz al usuario.....	65
4.6.3	Código para el control del brazo robótico	65
4.6.4	Ensamblaje y conexión por tarjeta myRIO.....	65
4.7	Pruebas físicas para el brazo robótico.....	67
5.	Análisis y Discusión de Resultados	69
5.1	Análisis estructural estático por elemento finito.....	69
5.2	Resultados de simulación de la cinemática directa.....	70
5.3	Resultados de simulación con el modelo matemático	73
5.4	Representación gráfica del espacio de trabajo del manipulador.....	81
5.5	Pruebas experimentales.....	83
5.6	Discusión de resultados.	100
6	Conclusiones y Trabajo Futuro	102
	Referencias	104
	Apéndice A. Modelado Matemático.....	109
	Apéndice B. Piezas del Manipulador	115
	Apéndice C. Longitud del manipulador	135
	Apéndice D. Código de Simulación	137

Índice de figuras

Figura 2.1: Silla de ruedas del rey Felipe II de España (Sunrise Medical, 2018).	6
Figura 2.2: Silla de ruedas de Farfler (Museo Galileo, 2019).	7
Figura 2.3: Brazo robótico KARES II (Zeungnam et al., 2003).	9
Figura 2.4: Brazo robótico a) Manus b) Raptor (Exact Dynamics, 2022).	10
Figura 2.5: Brazo robótico DORA (Ktistakis & Bourbakis, 2015).	11
Figura 2.6: Brazo robótico de asistencia JACO (IEEE Spectrum, 2018).	11
Figura 2.7: Brazo robótico MATS. (Park et al., 2020).	12
Figura 2.8: ASIBOT (Jardón et al., 2008).	13
Figura 2.9: Brazo robótico RAPUD (Wakita et al., 2012).	14
Figura 2.10: HSR (Human Support Robot) (Yamamoto et al., 2019).	14
Figura 2.11: Brazo robótico Stretch (Ackerman, 2023).	15
Figura 3.1: Discapacidades motoras (Cuadrillero, 2016).	17
Figura 3.2: Complicaciones de la discapacidad motora (Todos Somos Uno, 2014).	19
Figura 3.3: Revisión de paciente con DMD (Ramos, 2021).	21
Figura 3.4: Representación ilustrada de paciente con DMD (X-Plain Lite, s.f.).	21
Figura 3.5: Analogía brazo humano-brazo robot (Mercader, 2023).	23
Figura 3.6: Antropometría humana (Guatibonza Amado, 2010).	25
Figura 4.1: Primer diseño del brazo robótico de 5 GDL.	45
Figura 4.2: Coordenadas generalizadas del brazo robótico de 5 GDL.	46
Figura 4.3: Componentes del brazo robótico.	46
Figura 4.4: Sistema de coordenadas definidos por el algoritmo D-H.	50
Figura 4.5: Vista lateral del brazo robótico con los sistemas de coordenadas.	50
Figura 4.6: Manipulador vista superior. θ_1 y θ_2 a 45° .	50
Figura 4.7: Brazo robótico considerando solo 2 eslabones.	52
Figura 4.8: Manipulador montado en el reposabrazos de la silla de ruedas.	57
Figura 4.9: Imagen representativa del manipulador en la parte posterior de la silla de ruedas.	57
Figura 4.10: Imágenes representativas del manipulador a nivel del suelo.	58
Figura 4.11: Coordenadas generalizadas del brazo robótico.	59
Figura 4.12: Diagrama esquemático del brazo robótico.	61
Figura 4.13: Esquema de conexiones eléctricas y asignación de pines.	66
Figura 5.1: Resultados de simulación: a) esfuerzos de von Mises y b) factor de seguridad de un eslabón de perfil modular de aluminio de $l=30\text{cm}$.	69
Figura 5.2: Factor de seguridad del brazo robótico de material de aluminio.	70
Figura 5.3: a) Respuesta de la base móvil. b) Error de desplazamiento de la base móvil.	71

Figura 5.4: a) Respuesta del eslabón 1. b) Error angular del eslabón 1.	71
Figura 5.5: a) Respuesta del eslabón 2. b) Error angular del eslabón 2.	72
Figura 5.6: Respuesta del eslabón 3.	72
Figura 5.7: Respuesta del efector final (pinza).	73
Figura 5.8: Brazo robótico en posición final: $z_1=0.2$ m, $z_3=12^\circ$, $z_5=12^\circ$ y $z_4=90^\circ$.	73
Figura 5.9: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.2$ m.	74
Figura 5.10: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=12^\circ$.	75
Figura 5.11: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=12^\circ$.	75
Figura 5.12: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.3$ m.	76
Figura 5.13: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=45^\circ$.	77
Figura 5.14: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=45^\circ$.	77
Figura 5.15: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.15$ m.	78
Figura 5.16: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=30^\circ$.	79
Figura 5.17: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=30^\circ$.	79
Figura 5.18: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.25$ m.	80
Figura 5.19: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=60^\circ$.	80
Figura 5.20: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=36^\circ$.	81
Figura 5.21: a) Rango de movimiento del brazo, b) Rango de movimiento del antebrazo.	82
Figura 5.22: Espacio de trabajo del brazo robótico.	83
Figura 5.23: Posiciones en las pruebas físicas del brazo robótico.	83
Figura 5.24: Primera prueba de la posición de la base móvil.	84
Figura 5.25: Segunda prueba de la posición de la base móvil.	85
Figura 5.26: Tercera prueba de la posición de la base móvil.	86
Figura 5.27: Cuarta prueba de la posición de la base móvil.	87
Figura 5.28: Quinta prueba de la posición de la base móvil.	88
Figura 5.29: Primera prueba de la posición angular del brazo.	89
Figura 5.30: Segunda prueba de la posición angular del brazo.	91
Figura 5.31: Tercera prueba de la posición angular del brazo.	92
Figura 5.32: Cuarta prueba de la posición angular del brazo.	93
Figura 5.33: Quinta prueba de la posición angular del brazo.	94
Figura 5.34: Primera prueba de la posición angular del antebrazo.	95
Figura 5.35: Segunda prueba de la posición angular del antebrazo.	96
Figura 5.36: Tercera prueba de la posición angular del antebrazo.	97
Figura 5.37: Cuarta prueba de la posición angular del antebrazo.	98
Figura 5.38: Quinta prueba de la posición angular del antebrazo.	99
Figura 5.39: Pruebas físicas del brazo robótico.	99
Figura 5.40: Pruebas físicas de posición con el brazo robótico.	100

Índice de tablas

<i>Tabla 1: Características de los brazos robóticos.</i>	<i>16</i>
<i>Tabla 2: Lista de partes del brazo robótico.</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 3: Costo aproximado de un prototipo de manipulador.</i>	<i>49</i>
<i>Tabla 4: Parámetros de Denavit-Hartenberg del brazo robótico.</i>	<i>51</i>
<i>Tabla 5: Parámetros del brazo robótico.</i>	<i>70</i>

Nomenclatura y Simbología

Nomenclatura

<i>GDL</i>	<i>Grados de libertad.</i>
<i>ABVD</i>	<i>Actividades básicas de la vida diaria.</i>
<i>DORA</i>	<i>Door Opening Robotic Arm.</i>
<i>PerMMA</i>	<i>Personal Mobility and Manipulation Appliance.</i>
<i>RAPUD</i>	<i>Robotic Arm for Persons with Upper Limb DisAbilities.</i>
<i>HSR</i>	<i>Human Support Robot.</i>
<i>DMD</i>	<i>Distrofia Muscular de Duchenne.</i>
<i>DMB</i>	<i>Distrofia muscular de Becker</i>
<i>SCARA</i>	<i>Selective Compliance Assembly Robot Arm</i>
<i>FSHD</i>	<i>Distrofia muscular facioescapulohumeral</i>
<i>EMG</i>	<i>Electromiografía.</i>
<i>BCI</i>	<i>Brain-computer interface.</i>
<i>DC</i>	<i>Corriente directa.</i>
<i>PD</i>	<i>Proporcional derivativo.</i>
<i>PID</i>	<i>Proporcional integral-derivativo.</i>
<i>P</i>	<i>Acción proporcional.</i>
<i>I</i>	<i>Acción integral.</i>
<i>D</i>	<i>Acción derivativa.</i>
<i>DH</i>	<i>Denavit-Hartenberg.</i>

Simbología latina

<i>F</i>	<i>Fuerza</i>
<i>J</i>	<i>Momentos de inercia.</i>
<i>l</i>	<i>longitud de los eslabones.</i>
<i>m</i>	<i>masa del sistema.</i>
<i>me</i>	<i>masa de la base móvil.</i>

X, Y, Z	<i>Sistema de coordenadas fijo.</i>
K_p	<i>Ganancia proporcional.</i>
k_d	<i>Ganancia derivativa.</i>
K_i	<i>Constante ajustable del controlador integral.</i>
u	<i>Entrada de control.</i>
e	<i>Error.</i>
V	<i>Energía potencial del sistema.</i>
K	<i>Energía cinética del sistema.</i>

Simbología griega

θ	<i>Posición angular, desplazamiento angular.</i>
$\dot{\theta}$	<i>Velocidad angular.</i>
$\ddot{\theta}$	<i>Aceleración angular.</i>
τ	<i>Torque.</i>
α, β	<i>Ángulos de posición gráfica.</i>

Capítulo

1

Introducción

1.1 Motivación

Existe una gran cantidad en la población que tienen limitaciones para moverse o caminar debido a la falta total o parcial de sus piernas. La discapacidad de las extremidades inferiores comprende también a aquellas que, aun teniendo sus piernas, no tienen movimiento en éstas, o sus movimientos tienen restricciones que provocan que no puedan desplazarse por sí mismas, de tal forma que necesitan la ayuda de otra persona o de algún instrumento como silla de ruedas, andadera o una pierna artificial (prótesis). Incluye a las personas que tienen limitaciones para desplazarse y que no cuentan con ningún tipo de ayuda. Este subgrupo también incluye a las personas que tienen limitaciones para doblarse, estirarse, agacharse para recoger objetos y todas aquellas discapacidades de movimiento de tronco, cuello y cabeza (excepto parálisis facial); así mismo incluye a las deficiencias musculoesqueléticas que afectan la postura y el equilibrio del cuerpo. Quedan comprendidas también en este subgrupo las personas que tienen carencia o dificultades de movimiento en tronco, cuello y cabeza combinada con la falta de movimiento en las piernas (INEGI, 2025).

La discapacidad de las extremidades inferiores normalmente genera depresión, tristeza y mal humor, ya que impide la realización de muchas de las tareas básicas del día a día. Según indicadores o estadísticas de pacientes que tienen una discapacidad en México, gran parte son limitaciones para caminar o moverse, mayormente de una edad de 30 a 84 años. El INEGI reporta que el número de amputados es cerca de 780 mil. Mientras que la Encuesta Nacional de Salud y Nutrición del 2012 registra que son más de 5 millones de personas las que tienen incapacidad para desplazarse, aunque no distingue los que han sufrido una amputación (Mediprax, 2025).

Este proyecto surge de la iniciativa de desarrollo de tecnología mediante la creación de un dispositivo robotizado para usuarios de sillas de ruedas, personas con discapacidad, para realizar tareas básicas e indispensables en su vida diaria, como beber de una taza o comer con una cuchara.

Durante las últimas décadas se han desarrollado diversos dispositivos robóticos capaces de darle una mayor autonomía a las personas con discapacidades, facilitando las tareas cotidianas con la premisa de aumentar su calidad de vida. Algunos de los ejemplos antecesores como KARES II, JACO, iArm, entre otros, son tomados en cuenta para el diseño del sistema robótico desarrollado en este proyecto.

El diseño del sistema robótico debe estar restringido a ser de bajo peso para no incrementar la inercia de la silla de ruedas–usuario, ya que reduciría el desempeño de las baterías y, por lo tanto, el tiempo de uso de la silla de ruedas. Además, el sistema robótico debe ser resistente para soportar las cargas que se pueden considerar en la asistencia para el usuario. Debe contar también con un sistema de control preciso y suave para los movimientos de asistencia, para evitar movimientos indeseados ante perturbaciones que se pueden presentar.

Lo que se plantea resolver durante el desarrollo de este proyecto es que individuos físicamente imposibilitados puedan recuperar la movilidad por medio de la robótica y sean capaces de llevar a cabo diversas tareas de forma automatizada, lo que consecuentemente conduciría a superar sus restricciones.

1.2 Definición del problema

Se tiene una perspectiva de lo que es la discapacidad en México, malinterpretada como parte de una problemática que, en vez de generar situaciones de inclusión social, ha creado lo contrario, provocando la vulnerabilidad y fragilidad en las relaciones sociales de estas personas.

Actualmente, existen modelos de sillas de ruedas, mejorados a través de los años, con brazos mecánicos en la parte posterior del respaldo, diseñados para brindar independencia y asistencia al usuario. Sin embargo, los dispositivos robóticos disponibles en el mercado son productos que tienen un precio relativamente elevado, lo que los hace inaccesibles para la mayoría de las personas con discapacidad de la población mexicana.

Por lo que, se explora desarrollar un sistema robótico que cubra un área adecuada para dar asistencia al usuario, sea robusto para soportar cargas, manipular objetos de manera suave y

que, además, realice diversas actividades de asistencia de la vida diaria, como dar alimentos con una cuchara, abrir una puerta, peinar, proporcionar un vaso con un líquido, etc. También, se debe considerar en el diseño del sistema robótico que sea ligero y resistente, de manera que no afecte el desempeño del uso de la silla de ruedas-batería.

Para el control del brazo robótico, se tendrá que determinar la cinemática y el modelo matemático que rige la dinámica del sistema, así como desarrollar un sistema de control para que proporcione movimientos suaves.

1.3 Justificación del problema

Según la Organización Mundial de la Salud al 2020, más de 1,000 millones de personas viven en todo el mundo con algún tipo de discapacidad, aproximadamente el 15 % de la población mundial; de ellas, casi 190 millones tienen dificultades en su funcionamiento y requieren con frecuencia servicios de asistencia. Desafortunadamente, el número va en aumento debido al envejecimiento poblacional y al incremento de enfermedades (OMS, 2021).

En México, de acuerdo con el censo de población, un total de 5.7% (un poco más de 7 millones de personas) de la población del país tiene una discapacidad y/o algún problema o condición mental. De las cuales el 41% reporta dificultades en su actividad y en la movilidad (OMS, 2021).

El uso de sistemas mecánicos, como brazos robóticos, en sillas de ruedas para auxiliar a personas discapacitadas, por ejemplo, personas con la enfermedad de distrofia muscular de Duchenne, se justifica por varias razones:

- Aumento de la independencia: La distrofia muscular de Duchenne (DMD) causa una progresiva debilidad muscular, lo que dificulta la realización de tareas diarias y disminuye la autonomía de las personas afectadas.
- Mejora de la calidad de vida: La enfermedad de Duchenne puede limitar significativamente la participación en actividades sociales, recreativas y laborales. Al incorporar sistemas mecánicos en las sillas de ruedas, las personas con DMD pueden superar algunas de estas limitaciones.

- Reducción de la carga física y emocional: Los cuidadores de personas con distrofia muscular de Duchenne a menudo enfrentan desafíos físicos y emocionales significativos al brindar asistencia constante.
- Avances tecnológicos y accesibilidad: Con los avances tecnológicos en el campo de la robótica y la ingeniería, los sistemas mecánicos están volviéndose cada vez más sofisticados, eficientes y accesibles.

1.4 Objetivo general

Diseñar e implementar un brazo robótico de 5 grados de libertad que pueda ser acoplado en una silla de ruedas para que asista a personas con discapacidades, utilizando un sistema de control, para mejorar su autonomía y calidad de vida.

1.4.1 Objetivos específicos

- Diseñar un brazo robótico de 5 GDL de asistencia de bajo peso que pueda acoplarse a una silla de ruedas.
- Construir el prototipo físico del brazo robótico.
- Implementar un sistema de control al brazo mecánico para obtener los movimientos básicos y combinados.
- Diseñar el sistema robótico que sea capaz de tomar y desplazar un objeto (carga) para asistencia al usuario.

1.5 Organización de la tesis

La tesis se organiza en seis capítulos. En el capítulo dos se presenta una revisión del estado del arte sobre dispositivos robóticos acoplados a sillas de ruedas. Posteriormente, en el capítulo tres se presenta el marco teórico y fundamentos básicos de esta investigación. En el capítulo cuatro se presenta el desarrollo del diseño del brazo robótico, su cinemática y su modelado matemático, así como las estrategias de control. En el capítulo cinco se reportan los resultados derivados de las simulaciones de la cinemática y del modelo matemático en lazo cerrado con las estrategias de control. Así como los resultados experimentales con el prototipo físico montado en una silla de ruedas. Finalmente, en el capítulo seis se presentan las conclusiones derivadas del desarrollo de esta investigación. También se plantean trabajos

futuros a realizar para dar seguimiento a esta línea de investigación, así como al desarrollo de este proyecto.

Capítulo

2

Estado del Arte

2.1 Historia de la silla de ruedas.

Las sillas de ruedas son uno de los dispositivos de apoyo médico más efectivos y utilizados en la actualidad. Los modelos disponibles en el mercado son el resultado de una larga serie de modificaciones realizadas a lo largo de los años. Se desconoce su origen exacto y quién fue su inventor, ya que no existe un registro preciso. Sin embargo, historiadores han encontrado evidencias e inscripciones que detallan el uso de dispositivos similares en la antigua Grecia y en China, hacia el siglo VI a.C.

La primera silla de ruedas reconocida fue inventada en 1595 para el rey Felipe II de España (ver Figura 2.1), y recibió el nombre de “silla para inválidos”. Por su parte, la primera silla de ruedas autopropulsada (ver Figura 2.2) fue construida en 1655 por Stephen Farfler, un relojero parapléjico. Esta silla se diseñó sobre un chasis de tres ruedas y se impulsaba mediante manivelas conectadas a la rueda frontal.



Figura 2.1: Silla de ruedas del rey Felipe II de España (Sunrise Medical, 2018).

En Inglaterra, en 1783, John Dawson, originario de la ciudad de Bath, diseñó e inventó una silla de ruedas con dos ruedas grandes y una pequeña. Este modelo recibió su nombre en

honor a dicha ciudad. La principal aportación de Dawson fue la incorporación de una manivela guía unida a la rueda frontal, ver Figura 2.2.



Figura 2.2: Silla de ruedas de Farfler (Museo Galileo, 2019).

Durante la segunda mitad del siglo XIX, la silla de ruedas Bath experimentó numerosas mejoras. Entre 1867 y 1875, se le incorporaron ruedas huecas de goma y aros, similares a las utilizadas en bicicletas, sobre aros metálicas. Posteriormente, en 1881, se introdujeron los aros de propulsión, lo que acercó su diseño al de los modelos contemporáneos (Cooper, 1998).

En 1932, el ingeniero Harry Jennings construyó la primera silla de ruedas plegable fabricada en acero tubular, considerada el antecedente directo de las sillas de ruedas actuales. Este diseño fue desarrollado para su amigo parapléjico Herbert Everest. Ambos fundaron la empresa Everest & Jennings, la cual monopolizó durante años el mercado de las sillas de ruedas (Jennings, 2002).

La primera silla de ruedas eléctrica fue desarrollada por el inventor canadiense George Klein y su equipo de ingenieros, mientras trabajaban para el Consejo Nacional de Investigación de Canadá, en el marco de un programa destinado a asistir a los veteranos heridos tras la Segunda Guerra Mundial. Posteriormente, Everest & Jennings fue de las primeras compañías en producir sillas de ruedas eléctricas a gran escala a partir de 1956 (Klein & Klein, 1995).

2.1.1 Modelos de brazos mecánicos de asistencia

El número de personas con discapacidad ha aumentado de manera alarmante. Independientemente de las causas, es probable que casi todas las personas experimenten alguna forma de discapacidad, ya sea temporal o permanente, a lo largo de su vida. La humanidad, consciente de esta realidad, ha propuesto diversas soluciones desde distintas

áreas de investigación, orientadas a satisfacer las necesidades de las personas con discapacidad. Un ejemplo destacado de estas iniciativas es la mejora en la accesibilidad de los espacios públicos, mediante la adaptación de infraestructuras y la creación de entornos inclusivos.

Entre las soluciones propuestas destacan los robots de asistencia, dispositivos diseñados para cumplir diversas funciones, tales como la realización de tareas funcionales, la transmisión de información, la educación, el entretenimiento y, principalmente, la asistencia directa al usuario. Estos robots interactúan cada vez más con los seres humanos, automatizando procesos y optimizando sectores como la industria, la salud y el comercio. A lo largo de los años, se han desarrollado numerosos prototipos de asistentes robóticos para personas con distintos niveles de discapacidad. En las últimas tres décadas, la investigación en este campo ha progresado significativamente, alcanzando incluso el éxito comercial.

Uno de los primeros intentos de desarrollar telemanipuladores se llevó a cabo en el Case Institute of Technology, a principios de la década de 1960. Este sistema consistía en un exoesqueleto motorizado, montado en el suelo, que era controlado por un operador mediante una fuente de luz instalada en la cabeza. Esta luz activaba sensores ópticos en el entorno, permitiendo ejecutar gestos preprogramados almacenados en cintas magnéticas. Posteriormente, se introdujeron mejoras que posibilitaron el movimiento cartesiano, el control directo de las articulaciones y la incorporación de señales mioeléctricas para la regulación de la velocidad.

Un proyecto emblemático en el campo de la rehabilitación robótica fue el brazo Rancho "Golden", creado en 1969 en el Hospital "Rancho Los Amigos" en Downey, California. Este brazo robótico, de seis grados de libertad (GDL), estaba accionado eléctricamente y montado en una silla de ruedas motorizada. Su control se realizaba mediante una serie de interruptores accionados con la lengua. Los resultados obtenidos en cuanto a su controlabilidad reflejaron tanto los éxitos como las limitaciones del diseño.

Estos primeros desarrollos sentaron las bases de la robótica asistencial, campo que hoy cuenta con una amplia variedad de dispositivos. Las distintas metas de diseño y enfoques han dado lugar a múltiples tipos de robots asistenciales. Diversos estudios han analizado las características y principales especificaciones de los modelos de brazos mecánicos

desarrollados a lo largo del tiempo en distintos países, subrayando la importancia del avance tecnológico y los aspectos susceptibles de mejora.

Un ejemplo destacado es el sistema robótico KARES, desarrollado en 1999 por el Departamento de Ingeniería Eléctrica del KAIST (Corea del Sur) (ver Figura 2.3). Este consiste en un brazo mecánico de 6 GDL, acoplado a una silla de ruedas para brindar apoyo a personas con discapacidad y adultos mayores. La interacción hombre-máquina es un aspecto clave en el diseño de sistemas inteligentes como KARES, donde se prioriza la autonomía del subsistema robótico. El control directo del brazo implica una elevada carga cognitiva, dificultando su uso a personas con limitaciones físicas. Por ello, el sistema incorpora sensores de visión de color para la percepción del entorno y un sensor de fuerza o torque en el efector final. La pinza puede ejercer una fuerza de agarre entre 0.5 y 0.7 kg, soportar una carga útil máxima de 500 g, y su brazo alcanza una longitud de 82 cm. El conjunto tiene un peso total de 22.9 kg, siendo 12.6 kg correspondientes a los seis motores paso a paso (Song *et al.*, 1999) (Zeungnam *et al.*, 2003).



Figura 2.3: Brazo robótico KARES II (Zeungnam *et al.*, 2003).

En Europa, uno de los modelos más comercializados es el brazo Manus (ver Figura 2.4a), fabricado por Exact Dynamics, con un costo aproximado de 30,000 USD (Tsui *et al.*, 2011). Este brazo robótico, comparable en programación a los manipuladores industriales, posee 6 GDL impulsados por servomotores alojados en una base cilíndrica. Se instala sobre las ruedas delanteras de la silla de ruedas y se controla mediante un joystick ubicado junto a la rodilla del usuario, lo que puede resultar incómodo. Posteriormente, la empresa desarrolló otros tres modelos: ARM, AMI y iARM, siendo este último el modelo actual. El iARM es un brazo inteligente de 6 GDL, controlado mediante teclado, joystick o un solo botón, con un peso de

9 kg, alcance de 90 cm y capacidad para levantar hasta 1.5 kg. Su precio es de aproximadamente 15,625 USD (Exact Dynamics, 2022).



Figura 2.4: Brazo robótico a) Manus b) Raptor (Exact Dynamics, 2022).

Otro modelo destacado es el Raptor, ver Figura 2.4b, vigente desde el año 2000 y fabricado por *Applied Resources Corp.* Este brazo, de cuatro GDL y una pinza plana, se monta en el lado derecho de la silla de ruedas. Está construido en polímero, con un peso aproximado de 8 kg. Su control se realiza mediante un joystick o un mando de 10 botones. Al no contar con codificadores, no es posible operarlo en coordenadas cartesianas, lo que representa un compromiso de la empresa para reducir costos.

El sistema Weston, diseñado por el Instituto de Ingeniería Médica de Bath (Reino Unido), incorpora el manipulador Wessex en una silla de ruedas. Su movimiento imita al de un brazo humano, incluyendo actuador vertical, brazo, muñeca y pinza. Su alcance es de 1.2 m en horizontal y 0.5 m en vertical. Fabricado en aluminio extrusionado de 38 x 51 mm, su perfil delgado favorece la visibilidad durante la manipulación. Dispone de cinco motores en la parte superior, uno para la regulación vertical y otro para la pinza, controlados mediante un joystick y una interfaz hombre-máquina. Aunque su tamaño es superior al de otros sistemas, su montaje posterior le permite un mayor rango de trabajo (Hillman *et al.*, 2002, pp. 125-132).

El DORA (Door Opening Robotic Arm) (ver Figura 2.5), un brazo robótico creado en 2003 por estudiantes de la Universidad de Massachusetts Lowell, fue creado con el objetivo de asistir a personas en sillas de ruedas en la apertura de puertas. Este dispositivo económico (2,000 USD) (Hillman *et al.*, 2002, pp. 125-132) utiliza un único motor y tres dedos plásticos

para sujetar la manija. Carece de cámaras o sensores, dependiendo únicamente de un sistema de engranajes planetarios (Ktistakis & Bourbakis, 2015).



Figura 2.5: Brazo robótico DORA (Ktistakis & Bourbakis, 2015).

El brazo JACO (ver Figura 2.6), fabricado por Kinova, puede montarse en una silla de ruedas o mesa, y controlarse mediante un joystick. Con un peso de 6 kg, una apertura máxima de 12 cm y capacidad para levantar hasta 1.5 kg, posee 7 GDL y un alcance de 90 cm. Está fabricado con seis segmentos de fibra de carbono interconectados y una mano de tres dedos, lo que le otorga gran versatilidad. Su precio ronda los 50,000 USD (Schaefer, 2018).



Figura 2.6: Brazo robótico de asistencia JACO (IEEE Spectrum, 2018).

El modelo Mats (ver Figura 2.7), desarrollado por la Universidad Carlos III de Madrid, es un brazo de 5 GDL, con un peso de 11 kg y un alcance de 1.3 m. Totalmente autónomo, funciona con una única fuente de alimentación y cuenta con un diseño simétrico.



Figura 2.7: Brazo robótico MATS. (Park *et al.*, 2020).

PerMMA es un robot de asistencia personal desarrollado recientemente para proporcionar a las personas con discapacidad y a los adultos mayores una mayor asistencia tanto en movilidad como en manipulación, desarrollado en la Universidad de Pittsburgh (EE.UU.). Se compone de 2 brazos Manus para proporcionar una mayor movilidad y manipulación bimanual a las personas con discapacidades en las extremidades inferiores y superiores. Existen 2 generaciones de estas sillas de ruedas (Wang *et al.*, 2013).

- La generación I, se desarrolló para ofrecer a los usuarios y a los cuidadores una manipulación mejorada.
 - Pueden controlar los brazos robóticos desde un panel táctil, un micrófono o incluso un joystick en función de sus capacidades.
- La segunda Gen II se desarrolló para centrarse en el control avanzado de la movilidad.

Cada brazo de 6 GDL y una pinza de dos dedos, tiene un alcance de 0.83 m alrededor del hombro y hasta 1.275 m en vertical, pudiendo levantar hasta 2.5 kg sin extenderse, y está equipado con diversos sensores para ofrecer información en tiempo real.

Asibot, ver Figura 2.8, robot creado en el 2008 por Robotics Lab de la Universidad Carlos III de Madrid (España). Es un brazo robótico de 5 GDL que puede ser acoplado a una silla de ruedas. Construido en aluminio y fibra de carbono, pesa 12 kg, tiene un alcance de 1.3 m y una capacidad de carga de 2 kg. Tiene 1.3 m de alcance a su alrededor, una interfaz con una pantalla táctil de asistente personal digital (PDA); su desarrollo se centra en realizar tareas de manipulación de objetos para asistir a personas con paraplejia (proveer alimentos y

bebidas, lavarle los dientes, afeitarlos, lavarles los dientes, limpieza, entre otros) (Jardón *et al.*, 2008).



Figura 2.8: ASIBOT (Jardón *et al.*, 2008).

RAPUD (*Robotic Arm for Persons with Upper Limb DisAbilities*), ver Figura 2.9, (Wakita *et al.*, 2012) es un brazo robótico desarrollado en el 2010 por el Instituto de Investigación de Sistemas Inteligentes (ISRI) de la Agencia de Ciencia y Tecnología Industrial de Japón (AIST). Cuenta siete grados de libertad en las partes del brazo y la mano (garra); pesa aproximadamente 6 kg y capacidad de carga útil de 0.5 kg. Su sistema de control es intuitivo y personalizable, adaptable a las necesidades y habilidades individuales del usuario. Los controles de la interfaz pueden incluir joysticks, dispositivos táctiles y otros sistemas personalizados. Adopta un mecanismo de expansión y contracción lineal que utiliza un continuo de bloques para ampliar el campo de visión del usuario durante la operación y reducir el número de piezas de agarre (articulaciones) del brazo. Diseñado específicamente para ayudar a personas con discapacidades en las extremidades superiores, brindándoles asistencia en sus actividades diarias y mejorando su autonomía.



Figura 2.9: Brazo robótico RAPUD (Wakita *et al.*, 2012).

El HSR (*Human Support Robot*) (ver Figura 2.10) (Yamamoto *et al.*, 2019) es un robot asistencial diseñado en el año 2012 por Toyota, fabricado para asistir a las personas en el entorno doméstico. Diseño compacto y elegante, con una altura aproximada de 1.43 m. Equipado con ruedas para su desplazamiento y cuenta con una interfaz gráfica para facilitar la comunicación y la interacción con los usuarios. Puede realizar una variedad de tareas domésticas, como recoger y entregar objetos, abrir puertas, encender y apagar luces, operar electrodomésticos y proporcionar asistencia básica en actividades cotidianas. Posee una variedad de sensores y cámaras para reconocer objetos y navegar por el entorno de manera segura. Su interfaz de usuario es de manera intuitiva, permitiendo a los usuarios usar comandos controlando las acciones del robot de manera manual o autónoma.



Figura 2.10: HSR (Human Support Robot) (Yamamoto *et al.*, 2019).

Stretch (Ackerman, 2023) es un brazo robótico pequeño, ligero. Diseñado por Charlie Kemp, inspirado en el robot PR2 de la compañía robótica *Willow Garage*. Kemp percibió que esta clase de robots tenían el potencial de cambiar las vidas, ya que había sufrido un ataque de

apoplejía causado por un defecto congénito, convirtiéndose en una persona sin habla y con tetraplejía. Con la colaboración de *Georgia Tech*, y *Willow Garage*, se desarrolló el surgimiento de un proyecto llamado “*Robots for Humanity*”. Kemp en 2016 diseñó un nuevo robot, aprovechando años de avances en hardware y potencia informática para igualar funcionalmente al PR2, pero de forma sencilla, segura y asequible. El robot *Stretch* (ver Figura 2.11) es un brazo robótico, con los GDL suficientes para moverse; su diseño minimalista facilita la manipulación móvil mediante una interfaz sencilla conectada a un ordenador portátil. Este manipulador tiene un precio de 20,000 dólares, lo que lo convierte en uno de los más asequibles en el mercado actual.

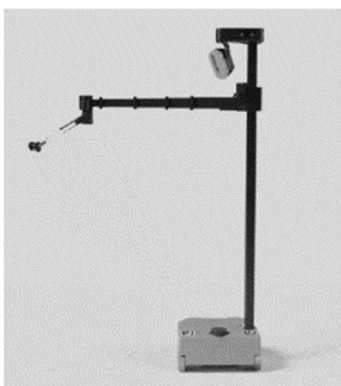


Figura 2.11: Brazo robótico *Stretch* (Ackerman, 2023).

2.1.2 Conclusiones del estado del arte

El progreso tecnológico de los robots de asistencia ha sido significativo, motivado por la creación de nuevas interfaces que simplifican el funcionamiento de los manipuladores y la automatización en aumento de estos sistemas.

La mayor parte de los robots de asistencia son producidos en otros países, lo que conlleva elevados gastos de importación. A nivel nacional, un porcentaje significativo de los brazos mecánicos se destina al sector industrial. En la Tabla 1 se resumen las características principales de los brazos robóticos diseñados para la asistencia de personas con discapacidad en las extremidades superiores. Como se observa en la Tabla 1, la mayoría de estos brazos cuenta con más de seis grados de libertad, lo que incrementa su costo debido al uso de actuadores y sensores avanzados. Además, este incremento se traduce en un mayor consumo energético y un peso considerable, lo cual afecta directamente la autonomía de las sillas de ruedas al reducir la duración de sus baterías.

Tabla 1: Características de los brazos robóticos.

Brazo robótico	Desarrollador, Origen	GDL	Año	Peso del brazo	Interfaces predeterminadas	Carga útil máxima
KARES II (Song <i>et al.</i> , 1999) (Zeungnam <i>et al.</i> , 2003)	Departamento de ingeniería eléctrica KAIST, Korea	6 GDL	1999	22.9 kg.	-Interfaces cognitivas (movimiento de barbilla, cabeza, ojos etc.) -Sensores de visión a color, sensores de fuerza o torque.	500 g
Manus (Tsui <i>et al.</i> , 2011)	<i>Exact Dynamics</i> , Europa	6 GDL	1998	13 kg.	-Joystick -Botonera	1.5 kg.
iARM (Exact Dynamics, 2022)	<i>Exact Dynamics</i> , Europa	6 GDL		9 kg.	-Joystick -Botonera	1.5 kg.
Raptor (Exact Dynamics, 2022)	Applied Resources	4 GDL	2000	8 kg.	-Joystick -Botonera -Controlador interpretador y traductor de movimiento	1 kg.
JACO (Schaefer, 2018) (IEEE Spectrum, 2018)	Kinova, Canadá	1. 6 GDL 2. 7 GDL	2010	1. 4.4 kg. 2. 6 kg.	-Joystick -Botonera	1.5 kg.
Weston (Hillman <i>et al.</i> , 2002)	Instituto de Ingeniería Médica de Bath, Reino Unido	7 GDL	--	--	-Joystick -Visual/cámara	
Mats (Park <i>et al.</i> , 2020)	Laboratorio de robótica de la Universidad Carlos III, España	5 GDL	2003	11 kg.	-Manipulador autónomo	1.5 kg.
PerMMA (Wang <i>et al.</i> , 2013)	Universidad Carnegie Mellon, Universidad de Pittsburg, EUA.	12 GDL (6 GDL en cada brazo)	2009	26 kg.	-Joystick -Visual/cámara	2.5 kg. /por brazo
ASIBOT (Jardón <i>et al.</i> , 2008)	Laboratorio de robótica de la Universidad Carlos III, España	5 GDL	2008	12 kg.	-PDA -Joystick -Comando de voz -Autónomo	2 kg.
RAPUD (Wakita <i>et al.</i> , 2012)	<i>Intelligent Systems Research Institute</i> (AIST) Japón	7 GDL	2010	6 kg.	-Joystick, -Botonera	0.454 kg.
HSR (Ackerman, 2023)	Toyota, Japón.	5 GDL	2012	31.75 kg.	-PDA, -Visual/cámara -Sensores, -Comando de voz -Autónomo	4 kg.

Capítulo

3

Marco Teórico

3.1 Discapacidad

La discapacidad motora (ver Figura 3.1) se define como la dificultad en el movimiento o limitante del movimiento que se le presenta a una persona, implicando la disminución de la movilidad total o parcial de uno o más miembros del cuerpo, imposibilitando la participación en actividades propias de la vida cotidiana. Limitando las actividades físicas y mentales.



Figura 3.1: Discapacidades motoras (Cuadrillero, 2016).

Las principales consecuencias que puede generar la discapacidad motriz son varias, entre ellas: movimientos incontrolados, dificultades de coordinación, alcance limitado, fuerza reducida, habla no inteligible, dificultad con la motricidad fina y/o gruesa.

La discapacidad no significa incapacidad; la mayoría de las personas con discapacidades puede trabajar, jugar, aprender y gozar de una vida saludable y plena. Los aparatos para movilidad asistida y la tecnología asistencial pueden hacer más fáciles las tareas diarias.

Los factores que pueden influir en el desarrollo y la salud de un individuo, especialmente durante las etapas iniciales de la vida, se pueden clasificar por causas prenatales, causas perinatales y causas postnatales.

1. Las causas prenatales son aquellas que se adquieren antes del nacimiento o durante el embarazo. Pueden ser causados por:

- a. Enfermedades infecciosas o metabólicas que puede tener la madre durante el embarazo.
 - b. Deficiente desarrollo de las células cerebrales.
 - c. Trastornos patológicos en la madre (convulsiones, enfermedades de riñones, incompatibilidad de factor RH, rubeola, desnutrición, fumar, alcohol y droga).
 - d. Factores hereditarios.
 - i. Distrofia muscular de Duchenne.
 - ii. Osteogénesis imperfecta.
 - e. Malformaciones congénitas.
 - i. Espina bífida.
 - ii. Agenesias.
 - iii. Parálisis cerebral.
2. Las causas perinatales son aquellas que aparecen en el mismo momento de nacer.
Pueden ser causados por:
- 2.1. Falta de oxígeno prolongado o la obstrucción de las vías respiratorias.
 - 2.2. Dificultad del parto (mayor duración, “anoxia”).
 - 2.3. Daños en el cerebro en el momento del parto (por ejemplo: daño con fórceps).
 - 2.4. Parto prematuro.
3. Las causas postnatales son aquellas que aparecen una vez que el bebé ya ha nacido.
Pueden ser causados por:
- 3.1. Infecciones de la infancia, acompañadas de temperaturas altas (meningitis).
 - 3.2. Falta de oxigenación (ahogamiento).
 - 3.3. Golpes y accidentes (traumatismo craneoencefálico).
 - 3.4. Envenenamiento.

Las complicaciones que se pueden presentar en una persona con discapacidad motora (ver Figura 3.2):

- Dificultad para moverse o desplazarse.
- Problemas de la comunicación.
- Problemas intelectuales (Problemas con el procesamiento de información).



Figura 3.2: Complicaciones de la discapacidad motora (Todos Somos Uno, 2014).

Para la apropiada gestión del tipo de discapacidad que presentan los pacientes, es necesario medir el tiempo de compromiso motor, el cual es un indicador que contempla la cantidad de tiempo en la que una persona realiza una actividad física. Esto con la finalidad de brindar una mejor evaluación y designar el grado de severidad.

3.2 Distrofia muscular

La distrofia muscular se refiere a un grupo de trastornos genéticos que causan debilidad muscular progresiva y desgaste con el tiempo. La enfermedad se caracteriza por la degeneración de las fibras musculares, lo que provoca debilidad muscular y, a la larga, la pérdida de la función muscular.

Existen varios tipos de distrofia muscular, siendo la más común la distrofia muscular de Duchenne (DMD). La DMD está causada por una mutación en el gen que codifica para una proteína llamada distrofina, importante para mantener la estructura de las fibras musculares.

Otros tipos de distrofia muscular son la distrofia muscular de Becker (DMB), la distrofia muscular facioescapulohumeral (FSHD) y la distrofia miotónica, entre otras. Cada tipo de distrofia muscular tiene sus propios síntomas y evolución.

En la actualidad no existe cura para la distrofia muscular, pero las opciones de tratamiento como la fisioterapia, los dispositivos de asistencia y los medicamentos pueden ayudar a controlar los síntomas y mejorar la calidad de vida. Los investigadores también trabajan activamente en el desarrollo de nuevos tratamientos y terapias para ralentizar o detener la progresión de la enfermedad.

Existen muchos otros tipos de distrofia muscular además de la distrofia muscular de Duchenne y la distrofia muscular de Becker. Algunos de ellos son:

1. Distrofia muscular congénita: se trata de un grupo de distrofias musculares hereditarias que se producen al nacer o en la primera infancia y están causadas por mutaciones genéticas que afectan a la producción de proteínas musculares.
2. Distrofia muscular de Emery-Dreifuss: es un tipo raro de distrofia muscular que afecta a los músculos esqueléticos y al corazón, y se caracteriza por debilidad muscular progresiva y rigidez articular.
3. Distrofia muscular facioescapulohumeral (FSHD): es una distrofia muscular hereditaria que afecta principalmente a los músculos faciales, de los hombros y de los brazos.
4. Distrofia muscular miotónica: es un trastorno muscular hereditario que causa debilidad y contracciones musculares involuntarias, así como otros síntomas como cataratas, problemas cardíacos y cognitivos.
5. Distrofia muscular de cinturas: grupo de distrofias musculares hereditarias que afectan principalmente a los músculos de las caderas y los hombros.
6. Distrofia muscular oculofaríngea: es una distrofia muscular hereditaria que afecta principalmente a los músculos de los ojos y la garganta.
7. Distrofia muscular de la cintura escapular y pélvica: es un grupo de distrofias musculares hereditarias que afectan a los músculos de la cintura escapular y pélvica.

Cada tipo de distrofia muscular tiene sus propios síntomas y patrones de herencia. Es importante trabajar con un equipo médico especializado para obtener un diagnóstico y un tratamiento adecuados para cualquier tipo de distrofia muscular.

3.3 Distrofia muscular de Duchenne

La distrofia muscular de Duchenne (DMD) (ver Figura 3.3) es el tipo más común de distrofia muscular y afecta aproximadamente a 1 de cada 5.000 nacimientos masculinos en todo el

mundo. Es un trastorno genético causado por una mutación en el gen que codifica para una proteína llamada distrofina, importante para mantener la estructura de las fibras musculares.

La DMD afecta principalmente a los varones, ya que la mutación genética se localiza en el cromosoma X. Las niñas también pueden ser portadoras de la mutación y tienen un 50% de probabilidades de transmitirla a sus hijos. Sin embargo, las niñas tienen muchas menos probabilidades de desarrollar síntomas de la enfermedad.



Figura 3.3: Revisión de paciente con DMD (Ramos, 2021).

Los síntomas de la DMD tienden a manifestarse entre los 3 y 5 años y evolucionan de manera acelerada. Los niños con DMD tienen dificultades para andar, correr, sufrir caídas frecuentes y presentar debilidad muscular en piernas, caderas y pelvis. A medida que la enfermedad avanza, puede afectar a los músculos de los brazos, el cuello y el sistema respiratorio, dificultando la respiración (ver Figura 3.4). La mayoría de los afectados necesitan una silla de ruedas en la adolescencia. Las complicaciones respiratorias y cardíacas también pueden poner en peligro la vida en las fases avanzadas de la enfermedad.



Figura 3.4: Representación ilustrada de paciente con DMD (X-Plain Lite, s.f.).

Actualmente no existe cura para la DMD, pero tratamientos como los esteroides, la fisioterapia y los dispositivos de asistencia pueden ayudar a controlar los síntomas y mejorar la calidad de vida. Los investigadores también trabajan activamente en el desarrollo de nuevos tratamientos, como la terapia génica y la terapia de omisión de exones, para ralentizar o detener la progresión de la enfermedad.

3.4 Sistemas mecánicos de asistencia enfocados a personas discapacitadas

Los robots de asistencia a discapacitados son dispositivos robóticos diseñados específicamente para proporcionar apoyo y ayudar a las personas con discapacidades físicas o cognitivas en la realización de tareas diarias, mejorar su autonomía y calidad de vida.

Los robots de asistencia a discapacitados pueden tener una variedad de funciones y características, dependiendo de las necesidades particulares de cada individuo. Algunas de las tareas en las que pueden proporcionar asistencia incluyen:

- 1) Movilidad: Los robots de asistencia pueden ayudar a las personas discapacitadas en su movilidad, ya sea proporcionando soporte para caminar, utilizando sillas de ruedas motorizadas o incluso ayudando en la transferencia de una posición a otra.
- 2) Actividades de la vida diaria: Estos robots pueden asistir en la realización de tareas cotidianas, tales como: comer, beber, vestirse, asearse e incluso en actividades más complejas como cocinar o limpiar.
- 3) Comunicación: Algunos robots de asistencia están diseñados para ayudar en la comunicación de personas con discapacidades del habla o del lenguaje, proporcionando interfaces de comunicación alternativas o facilitando la interacción con otros dispositivos o sistemas.
- 4) Rehabilitación y terapia: Los robots de asistencia también pueden ser utilizados en programas de rehabilitación y terapia para ayudar a las personas discapacitadas a recuperar habilidades motoras o cognitivas. Estos robots pueden proporcionar ejercicios guiados, monitorear el progreso y adaptarse a las necesidades individuales de cada paciente.

Estos robots están equipados con sensores, actuadores y sistemas inteligentes que les permiten interactuar con su entorno y responder de manera adaptativa a las necesidades y capacidades de las personas discapacitadas.

Además de estas funciones principales, los robots de asistencia a discapacitados a menudo incluyen características de seguridad, como la detección de obstáculos y la prevención de colisiones, así como interfaces intuitivas de usuario para facilitar la interacción y el control por parte del usuario.

Para la idealización de los movimientos del brazo mecánico se toma como referencia la movilidad de la anatomía y conexiones que posee un brazo humano. Por lo tanto, en varios estudios, se nombra a distintos elementos que componen al robot con su análogo biológico (ver Figura 3.5).

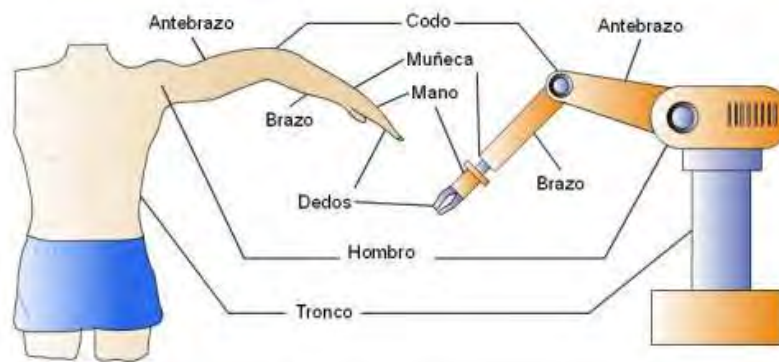


Figura 3.5: Analogía brazo humano-brazo robot (Mercader, 2023).

Los componentes que forman al brazo mecánico son:

- Manipulador o estructura mecánica: Formado por series de elementos estructurales sólidos o eslabones unidos por articulaciones que permiten el movimiento entre cada dos eslabones consecutivos. Estos enlaces pueden ser rígidos o flexibles, dependiendo del diseño y la aplicación del brazo. La estructura debe ser lo suficientemente resistente para soportar las cargas y movimientos requeridos. Proporcionando, al menos, un GDL en cada articulación. Partes del manipulador:
 - Cuerpo
 - Brazo
 - Muñeca

- Garra (actuador final).
- Articulaciones: Las articulaciones permiten el movimiento relativo entre los enlaces del brazo. Las articulaciones más comunes son de revolución (rotación) y las prismáticas (desplazamiento lineal).
 - Actuadores: Son los dispositivos que generan el movimiento en las articulaciones del brazo robótico. Los actuadores más utilizados son los motores eléctricos, como los motores de corriente continua (DC) o los motores paso a paso. Estos motores proporcionan el par y la velocidad necesarios para mover las articulaciones.
- Controlador: Regula cada uno de los movimientos del manipulador, los cálculos, las acciones, el procesamiento de la información y el almacenamiento de programas. Se encarga de recibir y enviar señales a otras máquinas o herramientas.
- Dispositivos de entrada y salida: Permiten introducir y ver los datos del controlador; permiten dar comunicación entre el usuario y la computadora para el manejo de un soporte de información.
 - Sensores: Los sensores son componentes importantes para el control y la retroalimentación del brazo robótico. Algunos sensores comunes incluyen encoders para medir la posición angular de las articulaciones, sensores de fuerza o torque para medir las interacciones con objetos, sensores de proximidad para detectar objetos cercanos, y sensores de visión para la detección y seguimiento de objetos.
 - Software de control: El software de control es esencial para programar y controlar el brazo robótico. Puede incluir algoritmos de cinemática directa e inversa para calcular las posiciones y trayectorias de las articulaciones, algoritmos de planificación de movimientos, interfaces de usuario para la interacción con los usuarios y la programación de tareas, entre otros.
- Fuente de alimentación: El brazo robótico requiere una fuente de energía para alimentar los motores, sensores y otros componentes eléctricos. Esto puede incluir baterías, fuentes de alimentación internas o externas, y sistemas de gestión de energía.

3.5 Antropometría de una persona sentada y dimensiones de sillas de ruedas

3.5.1 Mediciones de una persona sentada

Debido a diferentes tipos de discapacidades, es indispensable tener una guía o una estandarización de la inclusión de una recolección o de un manual de medidas antropométricas básicas, esto con tal de ser aplicadas al diseño de dispositivos, espacios u objetos que puedan ser utilizados por este sector de la población para su auxilio. De igual manera, cada persona es diferente; específicamente en México, existen diferentes medidas en la mayoría de los usuarios de la población con una discapacidad, por lo que existen estos estudios antropométricos con tal de tener una variabilidad dependiendo de la discapacidad en cuestión.

Los datos de antropometría se utilizan en el diseño de sillas de ruedas para asegurar que la silla sea cómoda y segura para el usuario. También, se utilizan para determinar las dimensiones de la silla, como la altura del asiento, la profundidad del asiento, la altura del respaldo y la altura de los reposabrazos. Asimismo, se utilizan para determinar la posición óptima del usuario en la silla. Por ejemplo, la altura del asiento se determina en función de la longitud de las piernas del usuario, mientras que la profundidad del asiento se determina en función de la longitud del muslo.

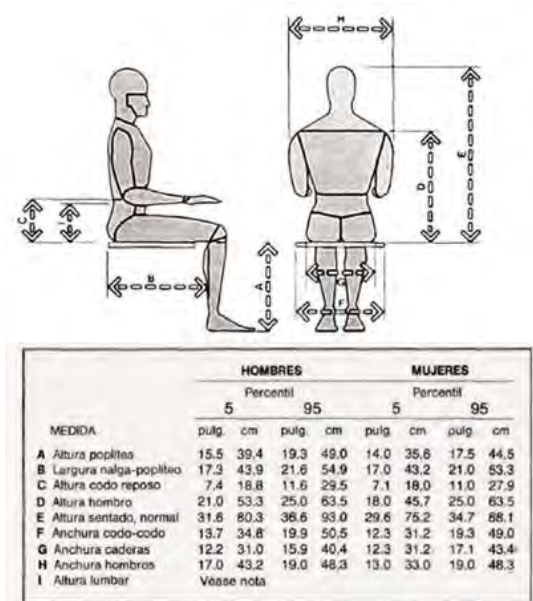


Figura 3.6: Antropometría humana (Guatibonza Amado, 2010).

3.6 Dimensiones de una silla de ruedas manual

Las dimensiones de una silla de ruedas pueden variar según el modelo. Sin embargo, las dimensiones estándar de una silla de ruedas manual suelen ser las siguientes:

- Ancho total: 60 cm a 70 cm.
- Ancho del asiento: 40 cm a 50 cm (el ancho del asiento puede variar dependiendo del tamaño y la configuración de la silla).
- Profundidad del asiento: 40 cm a 45 cm.
- Altura del respaldo: 40 cm a 45 cm (dependiendo del diseño de la silla).
- Altura del asiento desde el suelo: Aproximadamente 45 cm a 50 cm.
- Longitud total (con los reposapiés extendidos): 90 cm a 110 cm.

Es importante tener en cuenta que estas medidas son aproximadas y pueden variar según el fabricante y las características específicas de cada modelo.

3.6.1 Medidas del reposabrazos de una silla de ruedas

Para el cumplimiento de este proyecto es necesario tener en cuenta las medidas de un reposabrazos de sillas de ruedas, esto con la finalidad de ser capaz de anclar el brazo robótico a una silla de ruedas, de tal manera de que pueda ser usado de forma universal.

La altura de los reposabrazos se determina en función de la altura del usuario y la altura del asiento. Los reposabrazos deben ser lo suficientemente altos para proporcionar soporte al usuario, pero no tan altos que interfieran o sean estorbosos. La longitud de los reposabrazos debe ser lo suficientemente largos para proporcionar soporte al usuario.

Haciendo comparativas con diferentes sillas de ruedas, la longitud promedio aproximada de la estructura del reposabrazos, ronda los 30 a 38 cm de longitud, el espacio o el ancho para el soporte de los brazos del reposabrazos está en un promedio de 5 a 8 cm de ancho y el espesor o ancho de la estructura del reposabrazos es de 3 a 5 cm aproximadamente. Estas medidas suelen ser parte de las normativas en el diseño de las sillas de ruedas, pueden variar dependiendo de la comodidad y de la funcionalidad en la estructura de la silla de ruedas.

3.6.2 Distancias antropométricas

Para calcular las distancias antropométricas de un hombre promedio sentado en una silla de ruedas, utilizamos las medidas estándares basadas en los valores antropométricos de un hombre adulto promedio. Con esto, se detalló una estimación de las medidas de un hombre promedio y las distancias desde el reposabrazos de la silla de ruedas a el objetivo deseado. Las medidas antropométricas promedio de un hombre adulto son las siguientes:

- Altura promedio: Aproximadamente 1.75 metros.
- Altura de los hombros (sentado): Alrededor de 1.15 metros.
- Longitud de la pierna (sentado): Aproximadamente 1 metro desde el asiento hasta el talón.
- Longitud del torso (sentado): Aproximadamente 60 cm.
- Distancia desde el codo hasta la muñeca (brazo descansando): Aproximadamente 40 cm.

Por lo tanto, la estimación de la distancia del reposabrazos a la boca de un usuario (objetivo a llegar) sería entre 35 a 45 cm, dependiendo de la altura del reposabrazos. Esto partiendo que la boca de un hombre promedio suele estar a unos 50-60 cm sobre el nivel del asiento y completamente erguido, por lo que desde el reposabrazos que generalmente está a unos 20-25 cm por encima del asiento, nos daría esa distancia.

3.7 Algoritmo de Denavit-Hartenberg

Es el planteamiento matemático que determina la cinemática directa del robot.

Se define como la metodología que determina la posición de un efector final al proporcionar movimientos definidos a cada articulación. Esta técnica es utilizada para describir y analizar la cinemática directa e inversa en sistemas mecánicos, como los brazos robóticos. Fue desarrollado por Jacques Denavit y Richard Hartenberg en la década de 1950 y se ha convertido en un estándar ampliamente utilizado en la robótica.

El algoritmo de Denavit-Hartenberg se basa en una convención de asignación de marcos de referencia a las articulaciones y enlaces de un brazo robótico. Por lo que a cada articulación

se le asigna un Sistema de Referencia Local con origen en un punto Q_i y ejes ortonormales $\{X_i, Y_i, Z_i\}$, comenzando con un primer sistema de referencia fijo e inmóvil dado por los ejes $\{X_0, Y_0, Z_0\}$, anclado a un punto fijo Q_0 de la base sobre la que está montada toda la estructura de la cadena. A continuación, se describen los pasos del algoritmo:

1. Numerar los eslabones móviles del mecanismo robótico desde 1 hasta “n”. Asignar al bastidor el número 0.
2. Numerar cada articulación desde 1 hasta “n”
3. Situar el eje z_i para cada articulación $i+1$, para i desde 0 hasta $n-1$. Los ejes z_i para articulaciones rotatorias son el eje de giro. Para articulaciones prismáticas es el eje de movimiento.
4. Ubicar el origen del bastidor (O) en algún punto conveniente del eje z_0 . Los ejes x_0 y y_0 deben ser dextrógiros.
5. Ubicar los sistemas de coordenadas (O_i) de cada articulación. El origen O_i se localiza en la intersección del eje z_i con la normal común a z_{i-1} y z_i . Si los ejes z_i y z_{i-1} se intersecan, el origen se coloca en la intersección. Si z_i y z_{i-1} son paralelos y la articulación i es rotacional, se coloca el origen en la articulación ($d_i = 0$). Si z_i y z_{i-1} son paralelos y la articulación i es prismática se coloca el origen en un punto extremo de la articulación i .
6. Ubicar el eje x_i sobre la normal que une los ejes z_{i-1} y z_i , definiendo el lado positivo del eje desde la articulación $i - 1$ hacia la articulación i .
7. Colocar los ejes y_i de manera que todos los sistemas sean dextrógiros.
8. Colocar el sistema O_n en el extremo del último eslabón. El eje z_n debe coincidir con z_{n-1} y el eje x_n debe ser normal a z_{n-1} y z_n
9. Construir la tabla de parámetros DH para cada articulación, de tal forma que:
 - θ_i es el ángulo que se debe rotar alrededor de z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.

- d_i es la distancia que debería desplazarse O_{i-1} para que x_i y x_{i-1} queden alineados. Esta distancia se mide a lo largo de z_{i-1} .
- a_i es la distancia a lo largo de x_i que debería desplazarse O_{i-1} para que coincida con O_i .
- α_i es el ángulo que debería rotarse alrededor de x_i para que O_{i-1} coincida con O_i .

10. Obtener las matrices de transformación T_i^{i-1} .

$$T_i^{i-1} = \begin{pmatrix} c(\theta_i) & -s(\theta_i)c(\alpha_i) & s(\theta_i)s(\alpha_i) & a_i c(\theta_i) \\ s(\theta_i) & c(\theta_i)c(\alpha_i) & -c(\theta_i)s(\alpha_i) & a_i s(\theta_i) \\ 0 & s(\alpha_i) & c(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Donde: $c(\theta_i) = \cos \theta_i$, $s(\theta_i) = \sin \theta_i$, $c(\alpha_i) = \cos \alpha_i$, $s(\alpha_i) = \sin \alpha_i$.

11. Determinar la matriz de localización del efector final.

$$T_i^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 \dots T_i^{i-1} \quad (3.2)$$

3.8 Cinemática inversa

La cinemática inversa es el proceso matemático utilizado para determinar las posiciones y orientaciones de los componentes móviles de un sistema mecánico, como los eslabones de un brazo robótico, con base en la posición final deseada del extremo del robot. Resolviendo la problemática de determinar las coordenadas articulares necesarias para colocar el extremo de un robot en una posición y orientación específicas en el espacio.

En el contexto de un brazo robótico, la cinemática directa se encarga de calcular la posición y orientación del extremo del robot (efector final) en función de las variables articulares, como ángulos o longitudes de las articulaciones. La cinemática inversa, por otro lado, realiza el proceso inverso; dada una posición y orientación deseada para el extremo del robot, determina los valores necesarios para las variables articulares que lograrán esa posición final.

La cinemática inversa es esencial para el control preciso de los brazos robóticos, ya que permite planificar y ejecutar movimientos específicos en el espacio de trabajo. Este proceso

implica el uso de funciones matemáticas y algoritmos para resolver las ecuaciones que relacionan las coordenadas espaciales y las variables articulares del robot. La complejidad de la cinemática inversa puede variar según la arquitectura del robot.

3.9 Modelo dinámico

En el contexto de la robótica, un modelo dinámico se refiere a una representación matemática que describe el comportamiento dinámico de un robot en términos de fuerzas, torques, velocidades y aceleraciones. Este modelo es esencial para comprender cómo un robot se moverá y reaccionará a las fuerzas aplicadas en diferentes situaciones.

El modelo dinámico de un robot tiene en cuenta las relaciones entre las variables de entrada y salida del sistema, considerando aspectos como la masa de los componentes, la distribución de masa, las inercias, las fuerzas y momentos externos. Los modelos dinámicos pueden ser utilizados para predecir el movimiento futuro del robot en respuesta a ciertas entradas o para diseñar estrategias de control que permitan al robot cumplir con tareas específicas.

Hay dos formas comunes de expresar los modelos dinámicos de un robot:

Ecuaciones de Euler-Lagrange: Estas ecuaciones describen la dinámica del sistema en términos de energía cinética y potencial. Permiten obtener las ecuaciones de movimiento del robot en función de las variables de estado y sus derivadas con respecto al tiempo.

Ecuaciones Newton-Euler: Estas ecuaciones se basan en las leyes de Newton y se utilizan para modelar el movimiento de cada eslabón del robot. Proporcionan un enfoque más intuitivo al dividir el análisis en dos etapas: el cálculo de las fuerzas y momentos en cada eslabón y luego la determinación de las aceleraciones resultantes.

La obtención de un modelo dinámico preciso puede ser compleja debido a la variabilidad en la estructura y características de los robots. Sin embargo, una vez obtenido, el modelo dinámico puede ser fundamental para el diseño de algoritmos de control y para la simulación del comportamiento del robot bajo diversas condiciones operativas. Estos modelos también son útiles en la planificación de trayectorias y en la optimización de la energía utilizada por el robot.

3.10 Sistema de control en un sistema mecánico

En el contexto de un sistema mecánico o un brazo robótico, el control se refiere al proceso de regular y gestionar el movimiento, la posición o el comportamiento del sistema. El control tiene como objetivo lograr un rendimiento deseado, cumplir con ciertas tareas o seguir una trayectoria específica. En otras palabras, el control implica tomar decisiones y aplicar acciones para influir en el comportamiento del sistema mecánico y lograr los objetivos deseados.

El control se logra mediante la implementación de algoritmos y técnicas de control, y la interacción entre diferentes componentes, como sensores, actuadores y controladores. Los componentes clave involucrados en el control de un brazo robótico incluyen:

1. Sensores
2. Actuadores
3. Controlador
4. Algoritmos y técnicas de control: Los algoritmos y técnicas de control son el conjunto de reglas y lógicas que guían el comportamiento del sistema. Pueden incluir controladores PID, controladores de retroalimentación de estado, controladores basados en aprendizaje automático o controladores basados en inteligencia artificial, entre otros. Estos algoritmos y técnicas determinan cómo se calculan las señales de control en función de la información de los sensores y los objetivos del sistema.

En el control de un sistema mecánico o un brazo robótico, el objetivo principal es lograr un movimiento preciso, un posicionamiento adecuado y un comportamiento estable y seguro. Esto implica diseñar y ajustar los algoritmos de control, seleccionar y configurar los sensores adecuados, y elegir los actuadores apropiados para cumplir con los requisitos de la aplicación específica.

3.11 Técnicas de control para la manipulación de brazos robóticos.

Existen diversas técnicas de control que pueden ser empleadas para la manipulación de brazos robóticos destinados al auxilio de personas con discapacidad.

- 1) Control por retroalimentación de fuerza: Este método permite al brazo robótico detectar la fuerza ejercida sobre él durante la interacción con el entorno o con la persona. Esto es especialmente útil en aplicaciones donde se requiere un contacto suave y seguro con el usuario, como en la asistencia en la ingesta de alimentos. El control por retroalimentación de fuerza ajusta la fuerza y el torque aplicados por el robot en respuesta a la resistencia detectada, evitando así lesiones o daños.
- 2) Control basado en visión por computadora: Mediante cámaras y algoritmos de procesamiento de imágenes, el brazo robótico puede identificar objetos, personas y gestos. Esta técnica es útil para adaptarse a diferentes situaciones y necesidades del usuario. Por ejemplo, el robot puede reconocer la posición de la boca del usuario para dirigir de manera consecuente el movimiento del brazo durante la alimentación.
- 3) Control basado en señales electromiográficas (EMG): Las señales EMG capturan la actividad eléctrica de los músculos y pueden utilizarse para interpretar los movimientos deseados del usuario. Esta técnica es especialmente relevante para personas con discapacidades motoras, ya que les permite controlar el brazo robótico utilizando señales generadas por su propio sistema neuromuscular. El usuario puede, por ejemplo, contraer ciertos músculos para indicar al robot que realice determinados movimientos, como acercar la mano a la boca para la ingesta de líquidos.
- 4) Control basado en interfaces cerebro-ordenador (BCI): Esta técnica permite controlar el brazo robótico utilizando señales cerebrales. A través de dispositivos como electrodos colocados en el cuero cabelludo, el robot puede interpretar los patrones de actividad cerebral del usuario y traducirlos en comandos de control. Esto es especialmente beneficioso para personas con discapacidades severas de movimiento, ya que les brinda una forma directa de interactuar con el entorno mediante la actividad cerebral.
- 5) Control adaptativo y predictivo: Estos métodos permiten al brazo robótico ajustar su comportamiento en función de las condiciones del entorno y del usuario. Por ejemplo, el robot puede aprender y adaptarse a las preferencias y habilidades del usuario con el tiempo, mejorando así su capacidad de asistencia. Además, el control predictivo puede anticipar los movimientos del usuario y realizar ajustes proactivos para garantizar una interacción fluida y segura.

- 6) Control por reconocimiento de voz: Esta técnica permite al usuario controlar el brazo robótico utilizando comandos de voz. Mediante el reconocimiento de patrones de voz, el robot puede interpretar las instrucciones del usuario y ejecutar las acciones correspondientes. Por ejemplo, el usuario puede indicar verbalmente al robot que se acerque un vaso con líquido a su boca para la ingesta.
- 7) Control háptico: El control háptico proporciona retroalimentación táctil al usuario a través del brazo robótico, permitiéndole sentir la fuerza, la textura y la resistencia de los objetos con los que interactúa. Esta retroalimentación háptica puede ser especialmente útil para personas con discapacidades sensoriales, ya que les brinda una mayor percepción y comprensión del entorno. Por ejemplo, el usuario puede sentir la presión ejercida por el robot al agarrar un vaso, lo que le ayuda a ajustar su agarre de manera adecuada.
- 8) Control basado en gestos y movimientos corporales: Esta técnica utiliza sensores de movimiento para detectar los gestos y movimientos del usuario, permitiéndole controlar el brazo robótico de manera intuitiva y natural. Por ejemplo, el usuario puede realizar movimientos con su mano o brazo para indicar al robot qué acción debe realizar, como llevarse un vaso a la boca o alejar un objeto.
- 9) Control por aprendizaje automático e inteligencia artificial: Estos métodos permiten al brazo robótico aprender de la experiencia y adaptarse dinámicamente a nuevas situaciones y usuarios. Mediante algoritmos de aprendizaje automático, el robot puede mejorar su rendimiento y precisión con el tiempo, así como anticipar las necesidades y preferencias del usuario. Por ejemplo, el robot puede aprender a reconocer los patrones de movimiento del usuario y ajustar su comportamiento en consecuencia para proporcionar una asistencia más efectiva y personalizada.
- 10) Control colaborativo y cooperativo: Esta técnica permite al brazo robótico interactuar de manera colaborativa y cooperativa con el usuario para realizar tareas de forma conjunta. Por ejemplo, el robot puede detectar cuando el usuario está intentando realizar una acción y proporcionar asistencia activa para completarla de manera eficiente y segura. Esto es especialmente útil en situaciones donde se requiere una interacción cercana y coordinada entre el robot y el usuario, como en la alimentación asistida.

Estas técnicas de control pueden combinarse y adaptarse según las necesidades específicas de cada usuario y aplicación, proporcionando así una mayor flexibilidad y eficacia en la asistencia a personas con discapacidad mediante brazos robóticos auxiliares. La elección de la técnica más adecuada dependerá de las necesidades específicas del usuario, así como de las características y limitaciones del entorno en el que se utilizará el robot.

3.12 Control a pasos

El control a pasos de un brazo robótico implica el uso de motores paso a paso para controlar los movimientos del brazo. Los motores paso a paso son dispositivos electromecánicos que convierten señales eléctricas en movimientos angulares discretos, conocidos como "pasos". Cada paso corresponde a un ángulo específico de rotación del motor.

El funcionamiento general del control a pasos en un sistema mecánico se describe como:

- Configuración del hardware: Cada articulación del brazo debe tener un motor paso a paso asociado para permitir el control individual de sus movimientos.
- Conexión de los motores paso a paso: Los motores paso a paso se conectan por medio de controladores o drivers de motores paso a paso. El controlador se encarga de recibir las señales de control y alimentación eléctrica, y generar los impulsos necesarios para que los motores realicen los pasos correspondientes.
- Desarrollo del software de control: Necesitarás desarrollar o utilizar un software de control para enviar las señales adecuadas al controlador de motores paso a paso.
- Definición de los movimientos: Implica en determinar la secuencia de pasos necesarios para alcanzar una posición o trayectoria específica.
- Envío de señales al controlador: Estas señales indican la dirección y la cantidad de pasos que deben realizar los motores para alcanzar la posición deseada. Dependiendo del controlador y del software utilizado, esto puede implicar el envío de señales digitales o pulsos de frecuencia con duración específicas.
- Retroalimentación: La incorporación de la retroalimentación en el control a pasos implica en la utilización de sensores de posición, como encoders o sensores de efecto Hall, para medir la posición real de las articulaciones del brazo, ajustando los comandos de movimiento en consecuencia.

3.13 Control PID

El control Proporcional, Integral y Derivativo (PID) es un algoritmo de control clásico ampliamente utilizado en el control de brazos robóticos y otros sistemas dinámicos. El control PID busca ajustar y estabilizar la posición o el movimiento de las articulaciones del brazo robótico mediante el uso de tres componentes principales: la acción proporcional, la acción integral y la acción derivativa.

3.13.1 Componentes del control PID

1. **Acción Proporcional (P):** La acción proporcional genera una salida proporcional al error actual entre la posición deseada y la posición real de una articulación del brazo robótico. El error se calcula como la diferencia entre la posición deseada y la posición actual. La salida proporcional es proporcional al error y se calcula multiplicando el error por un parámetro proporcional (K_p). La salida proporcional es instantánea y proporciona una respuesta rápida para reducir el error actual.
2. **Acción Integral (I):** La acción integral busca reducir el error acumulado a lo largo del tiempo. Toma en cuenta la integral del error a lo largo del tiempo y genera una salida proporcional a esta integral. El objetivo de la acción integral es eliminar el error en estado estacionario y eliminar los efectos de un posible error persistente. La salida integral se calcula multiplicando el error integral por un parámetro integral (K_i).
3. **Acción Derivativa (D):** La acción derivativa tiene en cuenta la tasa de cambio del error y busca predecir el comportamiento futuro del error. La salida derivativa se calcula multiplicando la tasa de cambio del error por un parámetro derivativo (K_d). La acción derivativa ayuda a reducir la velocidad de respuesta del sistema y a mejorar la estabilidad al prevenir oscilaciones excesivas y reducir la sobrecompensación.

La salida total del control PID (3.1) se calcula como la suma ponderada de la salida proporcional, la salida integral y la salida derivativa, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$u(t) = K_p * e(t) + K_i * \int_0^t e(t)dt + K_d * \frac{de(t)}{dt} \quad (3.3)$$

Los parámetros K_p , K_i y K_d deben ser ajustados adecuadamente mediante experimentación y pruebas para obtener un rendimiento óptimo del control. Un buen ajuste de los parámetros garantiza una respuesta rápida y estable del brazo robótico, minimizando el error de posición.

En la implementación práctica del control PID en un brazo robótico, se utilizan sensores para medir la posición actual de las articulaciones. Estos valores de retroalimentación se comparan con los valores deseados y se calcula el error. Luego, el control PID procesa el error y genera las señales de control adecuadas para los actuadores del brazo, como los motores, para corregir el error y lograr la posición o el movimiento deseado.

Es importante destacar que el control PID es un enfoque clásico y tiene limitaciones en sistemas no lineales o con características dinámicas complejas. En tales casos, pueden requerirse técnicas de control más avanzadas o adaptativas para obtener un rendimiento óptimo del brazo robótico.

3.14 Implementación de un control

La implementación de un control hacia brazos robóticos implica varios pasos y consideraciones para su funcionamiento.

1. Configuración del hardware: Asegurándose que el brazo robótico esté correctamente configurado y conectado al sistema. Esto puede implicar la instalación y el montaje físico del brazo, así como la conexión de los motores y los sensores necesarios.
2. Software de control: Se necesitaría el desarrollo o la utilización de un software de control para la comunicación con el brazo robótico. Con el resultado de que este pueda implicar en el desarrollo de un programa personalizado o el uso de bibliotecas y frameworks existentes.
3. Calibración: Antes de la utilización el brazo robótico, es importante calibrar correctamente sus motores y sensores. Esto implica establecer los rangos de movimiento, la velocidad máxima, la precisión y otros parámetros relevantes. La calibración adecuada garantizará un control preciso y seguro del brazo.
4. Control de posición: Uno de los métodos más comunes de control de brazos robóticos es el control de posición. En este enfoque, se define las coordenadas o ángulos deseados para el brazo y envías comandos para moverlo a esas posiciones. En lo que se deriva en la implicación del uso de sensores de retroalimentación para medir la posición actual del brazo y ajustar los comandos en consecuencia.

5. Control de trayectoria: Además del control de posición, también puedes implementar un control de trayectoria. Esto implica definir una trayectoria o ruta para que el brazo robótico siga. De tal manera que se pueda utilizar algoritmos de planificación de trayectorias para generar una secuencia de posiciones intermedias que permitan al brazo moverse suavemente a lo largo de la trayectoria definida.
6. Control de fuerza o torque: En algunos casos, es necesaria la implementación de un control de fuerza o torque en lugar de un control de posición. Esto es especialmente relevante en aplicaciones donde el brazo robótico debe interactuar con objetos o entornos variables. También se puede utilizar los sensores de fuerza o torque para medir las interacciones y ajustar los comandos de movimiento en consecuencia.
7. Interfaz de usuario: Para facilitar la interacción con el brazo robótico, es necesario el desarrollo de una interfaz de usuario intuitiva. La interfaz de usuario permitirá a los usuarios enviar comandos al brazo, ajustar parámetros y monitorear el estado y la posición del brazo en tiempo real.

3.15 Programación en Arduino.

La programación en Arduino es una forma de programar microcontroladores utilizando el entorno de desarrollo integrado (IDE) de Arduino. Aquí tienes algunas generalidades sobre la programación en Arduino:

Lenguaje de programación: Arduino utiliza un dialecto simplificado de C/C++ como su lenguaje de programación principal. Si bien es similar a C/C++, Arduino tiene su propia API y librerías que hacen que sea más fácil interactuar con los periféricos y el hardware.

Estructura del programa: Un programa típico de Arduino consta de dos funciones principales: `setup()` y `loop()`. La función `setup()` se ejecuta una vez al inicio del programa y se utiliza para inicializar el hardware y establecer la configuración inicial. La función `loop()` se ejecuta continuamente después de `setup()` y contiene el código principal del programa.

Librerías: Arduino proporciona una serie de librerías predefinidas que facilitan la interacción con una variedad de periféricos y sensores. Estas librerías permiten a los programadores utilizar funciones de alto nivel para realizar tareas como controlar motores, leer sensores, comunicarse por UART, SPI, I2C, entre otras.

Configuración del pin: Para interactuar con componentes electrónicos externos, es necesario configurar los pines del microcontrolador. En Arduino, esto se hace utilizando funciones como `pinMode()` para configurar si un pin es de entrada o salida, y `digitalWrite()` o `analogWrite()` para establecer el estado de un pin digital (alto o bajo) o la señal de un pin PWM, respectivamente.

Comunicación serial: Arduino es compatible con la comunicación serial, lo que permite enviar y recibir datos desde y hacia una computadora u otros dispositivos externos. Esto se logra utilizando las funciones `Serial.begin()` para inicializar la comunicación serial y `Serial.print()` o `Serial.write()` para enviar datos a través del puerto serial.

Interrupciones: Los microcontroladores de Arduino admiten interrupciones, que son eventos que pueden pausar temporalmente la ejecución del programa principal para manejar tareas importantes en tiempo real. Las interrupciones pueden utilizarse para responder a eventos externos, como cambios en el estado de un pin, o para realizar tareas periódicas utilizando temporizadores internos.

Gestión de la energía: En aplicaciones de bajo consumo de energía o alimentadas por batería, es importante gestionar eficientemente el consumo de energía del microcontrolador y otros componentes del sistema. Arduino ofrece técnicas y librerías para controlar el modo de bajo consumo de energía y optimizar el uso de la batería.

3.16 Espacio de trabajo un brazo robótico

El "espacio de trabajo" (también conocido como "zona de trabajo" o "volumen de trabajo") se refiere al área tridimensional en la cual el brazo puede moverse y realizar sus operaciones. Es esencial entender y definir el espacio de trabajo al diseñar o utilizar un brazo robótico, ya que determina las capacidades y limitaciones del robot en términos de alcance y acceso.

El espacio de trabajo se caracteriza por los límites físicos de movimiento de cada articulación del brazo robótico, considerando restricciones como la longitud de los eslabones, las articulaciones, y cualquier interferencia que pueda ocurrir entre las partes del robot o con el entorno circundante.

Es importante destacar que el espacio de trabajo no solo se define por las dimensiones físicas del brazo, sino también por las restricciones cinemáticas y mecánicas, como ángulos límite y posibles interferencias. Además, en entornos del mundo real, la seguridad juega un papel crucial al definir y operar dentro del espacio de trabajo para evitar colisiones y garantizar un funcionamiento seguro del robot.

Para calcular o determinar el espacio de trabajo de un brazo robótico implica comprender las limitaciones y capacidades de movimiento de cada articulación y eslabón del brazo robótico. Las consideraciones que se deben tener en cuenta para obtener el espacio de trabajo son:

1. Entender la Cinemática del Brazo Robótico:

- Conocer la estructura cinemática del brazo robótico, que incluye el número y tipo de articulaciones, así como las longitudes de los eslabones.
- Comprender cómo se mueven las articulaciones y cómo estos movimientos contribuyen al movimiento general del brazo.

2. Definir las Restricciones Cinemáticas:

- Identificar y entender cualquier restricción en las articulaciones, como límites de ángulos o limitaciones físicas que puedan afectar el movimiento del brazo.

3. Utilizar Modelos Matemáticos:

- Utilizar ecuaciones matemáticas y modelos geométricos para describir la cinemática directa e inversa del brazo robótico.
- Aplicar herramientas matemáticas, como la geometría analítica y la trigonometría, para describir las relaciones espaciales entre las articulaciones y los eslabones.

4. Considerar Configuraciones y Posiciones Extremas:

- Evaluar el espacio de trabajo en posiciones extremas de cada articulación y eslabón para entender las limitaciones y capacidades del brazo robótico en toda su gama de movimiento.

5. Realizar Simulaciones:

- Utilizar software de simulación robótica para modelar y visualizar el comportamiento del brazo robótico en diferentes configuraciones.
- Estas simulaciones pueden proporcionar una representación gráfica del espacio de trabajo y ayudar a identificar posibles problemas o limitaciones.

6. Implementar Pruebas Físicas:

- Realizar pruebas físicas con el brazo robótico en un entorno controlado.
- Utilizar sensores y sistemas de monitorización para registrar y analizar el movimiento real del brazo en diferentes condiciones.

7. Considerar Factores de Seguridad y Colisión:

- Evaluar posibles colisiones con obstáculos o con otras partes del robot durante su movimiento.

Introducir zonas de seguridad y límites adicionales para garantizar un funcionamiento seguro.

Capítulo

4

Desarrollo del Brazo Robótico

4.1 Diseño del manipulador

Para el diseño del manipulador, se inició con una revisión de diferentes modelos de sistemas mecánicos de asistencia y sistemas mecánicos comerciales, esto con la finalidad de que se aportara una propuesta de manipulador viable y funcional.

La creación de un diseño de brazo robótico para personas discapacitadas es una iniciativa que tiene un impacto significativo y justificado por varias razones:

- Mejora de la calidad de vida: Para las personas discapacitadas, la capacidad de realizar actividades de la vida diaria de forma independiente es fundamental para su bienestar y calidad de vida. Un brazo robótico diseñado específicamente para satisfacer las necesidades y capacidades de las personas discapacitadas puede proporcionarles una mayor autonomía y sensación de control sobre su entorno.
- Promoción de la inclusión y la igualdad de oportunidades: La tecnología de asistencia, como los brazos robóticos, desempeña un papel crucial en la promoción de la inclusión y la igualdad de oportunidades para las personas discapacitadas. Al proporcionar herramientas y recursos que les permitan participar plenamente en la sociedad y en el lugar de trabajo, se reduce la brecha entre las personas discapacitadas y las personas sin discapacidad.
- Facilitación de la participación en la fuerza laboral: Un brazo robótico diseñado para personas discapacitadas puede permitirles acceder a oportunidades de empleo que de otra manera podrían resultar inaccesibles. Al proporcionarles la capacidad de realizar tareas laborales específicas de manera eficiente y segura, se abren nuevas posibilidades de carrera y se fomenta su integración en el mercado laboral.
- Apoyo en la rehabilitación y la terapia física: Los brazos robóticos pueden desempeñar un papel importante en la rehabilitación y la terapia física de las personas discapacitadas. Al proporcionar ejercicios personalizados y repetibles, así como

retroalimentación en tiempo real sobre el progreso del paciente, estos dispositivos pueden ayudar a mejorar la función motora y la calidad de vida de las personas con discapacidad.

- Reducción de la carga de cuidado: Para los cuidadores y familiares de personas discapacitadas, la asistencia en las actividades de la vida diaria puede ser física y emocionalmente agotadora. Un brazo robótico diseñado para ayudar en estas tareas puede reducir la carga de cuidado y proporcionar un apoyo adicional, permitiendo a los cuidadores dedicar más tiempo y energía a otras actividades.

La creación de un diseño de brazo robótico para personas discapacitadas es importante porque mejora su calidad de vida, promueve la inclusión y la igualdad de oportunidades, facilita su participación en la fuerza laboral, apoya su rehabilitación y terapia física, y reduce la carga de cuidado para ellos y sus cuidadores. Este tipo de tecnología puede tener un impacto transformador en la vida de las personas discapacitadas, permitiéndoles alcanzar un mayor potencial y vivir de manera más independiente.

Requerimientos y criterios para el diseño de un brazo robótico.

- Requerimientos cinemáticos y estructurales.
 - GDL distribuidos funcionalmente.
 - GDL 1.- Movimiento vertical, desplazamiento lineal arriba y abajo.
 - GDL 2.- Rotación del primer eslabón (Brazo).
 - GDL 3.- Rotación segundo eslabón (Antebrazo).
 - GDL 4.- Rotación garra (Muñeca).
 - GDL 5.- Actuador final (Garra)
 - Espacio de trabajo adecuado. También, se considera la información presentada en la sección 3.6 para definir:
 - Alcance horizontal suficiente para la tarea objetivo.
 - Altura mínima requerida para levantar objetos del plano de trabajo.
 - Eslabones livianos y resistentes.
 - Selección de materiales que balanceen peso, rigidez y costo (aluminio, polímeros reforzados, impresión 3D).
 - Motores adecuados por articulación.

- Cálculo de torques basados en la carga máxima a manipular y el peso propio del brazo.
 - Motores con reductores o servomotores adecuados al grado de precisión y control requerido.
- Requerimientos de control y electrónica.
 - Sistema de control por microcontrolador o FPGA (Arduino, myRIO, STM32, etc.) con capacidad suficiente para gestionar; la lectura de sensores de posición (encoders, potenciómetros), el control simultáneo de motores y actuadores y los algoritmos de control PID o de trayectoria.
 - Fuente de alimentación estable, que sea capaz de alimentar los motores sin caídas de tensión y tener protección ante sobrecorriente o cortocircuitos.
- Requerimientos mecánicos y de transmisión.
 - Acoplamientos que permitan mantenimiento sencillo. - Facilitar sustitución de piezas o ajuste de holguras.
 - Diseño modular o segmentado. - Permite actualizaciones, cambio de configuraciones o pruebas experimentales.
- Criterios recomendables para el brazo robótico:
 - Compatibilidad con controladores de trayectoria y cinemática inversa.
 - Integración de una interfaz de usuario sencilla (joystick, PC, móvil).
 - Capacidad de futura expansión a control sensorial avanzado (visión artificial, sensores de fuerza)

Al inicio, la propuesta consistía en la realización de un manipulador similares a los manipuladores comerciales, partiendo de un punto fijo en la silla. Se decidió que el acoplamiento del manipulador a la silla estuviera localizado al final del “reposabrazos” de la silla, cerca de donde se une esa estructura de la silla con su respaldo o asiento.

El problema con un modelo similar a los manipuladores comerciales es que se tendría que hacer una base lo suficientemente grande y pesada para que actuara de contrapeso en contra del manipulador, lo que no era favorable para el proyecto, ya que uno de los objetivos de la creación del manipulador es que sea ligero y no estorboso para el usuario.

El diseño del brazo robótico desarrollado (ver Figura 4.1) tuvo inspiración en un modelo de robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm), ya que estos modelos de robots son eficaces en la manipulación de objetos, aparte de ser modelos compactos, precisos, versátiles y con un buen rango de movilidad. Otro de los factores, por los cuales se decidió hacer un modelo similar a los robots SCARA es porque la producción y el coste de estos robots es relativamente más bajo comparado con los modelos de sistemas mecánicos de asistencia actuales u otros robots industriales. Conforme el análisis ante diferentes manipuladores, se dan a resaltar las características y razones técnicas de referencia en el diseño del brazo robótico.

Características principales del robot SCARA

- El robot SCARA es un manipulador industrial caracterizado por:
 - Movimiento selectivo en el plano XY (horizontal) con rigidez en Z (vertical).
 - Grados de libertad típicos: 4 (3 rotacionales + 1 lineal).
 - Geometría articulada que permite movimientos rápidos, repetitivos y precisos en tareas de ensamblaje y manipulación.
 - Alta rigidez estructural en el eje vertical y movimientos rápidos y precisos en el plano XY.

Razones técnicas para tomar al SCARA como referencia de diseño.

a) Estructura cinemática eficiente

- Su cinemática en serie en el plano horizontal (dos eslabones y dos articulaciones rotacionales) facilita el cálculo y la implementación de la cinemática inversa.
- Permite un diseño modular y sencillo donde los motores se pueden ubicar estratégicamente para minimizar el peso en los extremos del brazo.

b) Rapidez y precisión en movimientos repetitivos

- La arquitectura SCARA destaca en tareas donde se requiere alta velocidad y precisión, como pick & place, montaje o empaquetado.
- Si el brazo robótico a diseñar debe realizar movimientos repetitivos o tareas de ensamblaje ligero, el modelo SCARA asegura eficiencia energética y mecánica.

c) Rigidez controlada y flexibilidad en tareas horizontales

- El movimiento controlado en XY permite absorber pequeñas tolerancias o errores en el contacto con objetos sin comprometer la estructura.
- Esto es ideal si el brazo debe realizar tareas que involucren cierta interacción con objetos o superficies.

d) Facilidad de construcción y control

- Su estructura articulada permite un diseño de bajo costo comparado con otros tipos de robots industriales (como antropomórficos o cartesianos).
- El control por coordenadas polares es sencillo de programar y puede integrarse con microcontroladores como Arduino o myRIO.

Otra restricción importante de diseño para el prototipo del sistema mecánico es que pueda soportar una carga máxima de 500 g. Esto por los materiales a utilizar en el prototipo de prueba (material de PLA) y con la finalidad de manipular de manera precisa un vaso con llenado de agua al 75 %. Asimismo, la dimensión del diámetro exterior del objeto (envase o vaso) sea menor de 10 cm.



Figura 4.1: Primer diseño del brazo robótico de 5 GDL.

4.1.1 Descripción del brazo robótico

El manipulador propuesto es un sistema robótico de 5 GDL el cual está conformado de 4 eslabones principales: base, brazo, antebrazo y mano (muñeca y garra). En la figura 4.2 se muestran los GDL que son: movimiento prismático (q_1), movimientos de revolución (q_2 , q_3 , q_4) y el efector final (q_5).

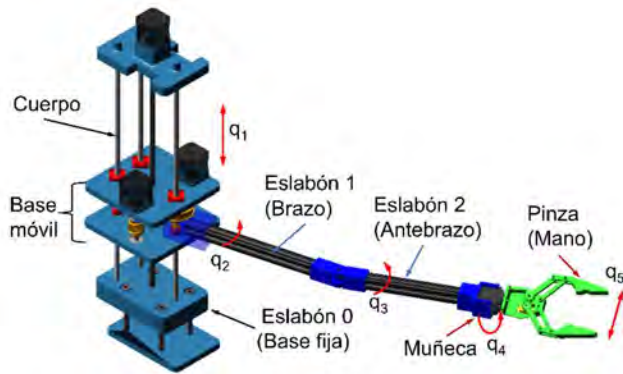


Figura 4.2: Coordenadas generalizadas del brazo robótico de 5 GDL.

4.1.2 Partes del brazo robótico

En la Tabla 2 se muestra el listado de partes y cantidad de piezas que conforman el brazo robótico de 5 GDL. Los dibujos de trabajo (correspondiente a cada No. de plano) de las piezas se encuentran en el Apéndice B.

Las partes del manipulador como se muestran en la Figura 4.3. Está conformado por una base principal con tres ejes verticales y un tornillo tipo ACME. Este tornillo, proporciona una fuerza de fricción que permite sostener la base móvil y la carga que tenga el sistema sin tener que aplicar una fuerza de control. Los demás ejes son guías para el sistema, aparte de brindar estructura y estabilidad al brazo robótico. Dentro de la estructura del manipulador, se hará uso de 2 secciones de perfil modular de aluminio, lo que conformará la mayor parte del brazo y antebrazo del sistema.

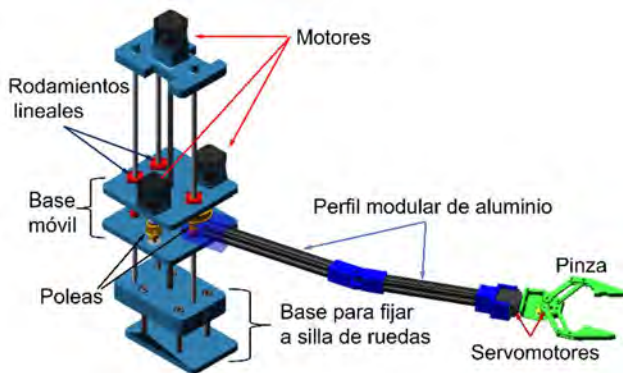


Figura 4.3: Componentes del brazo robótico.

Tabla 2: Lista de partes del brazo robótico.

Nº.	Nombre de parte	Nº. de plano	Fecha	Nº. de usaje	Nº de ensamble
1	Base inferior	M5GDL111	22/03/2023	1	F1
2	Base superior	M5GDL112	22/03/2023	1	F2
3	Base móvil superior	M5GDL113	22/03/2023	1	F3
4	Base móvil inferior	M5GDL114	22/03/2023	1	F4
5	Eje de soporte (8mm)	M5GDL115	22/03/2023	3	F5
6	Tornillo de 8mm	M5GDL116	22/03/2023	1	F6
7	Motor GM25 370	M5GDL117	20/02/2020	1	F7
8	Rodamiento lineal	M5GDL118	27/04/2022	6	F8
9	Unión base-eslabón	M5GDL211	22/03/2023	1	F9
10	Eslabón perfil modular de aluminio	M5GDL212	11/05/2023	2	F10
11	Base eslabón 1- unión 1	M5GDL213	11/05/2023	1	F11
12	Base eslabón 2- unión 2	M5GDL214	11/05/2023	1	F12
13	Cople-Eslabón-Servomotor	M5GDL215	15/05/2023	1	F13
14	Base Garra	M5GDL311	09/04/2023	1	F14
15	Engrane-conector	M5GDL312	09/04/2023	2	F15
16	Conector	M5GDL313	09/04/2023	2	F16
17	Pinza	M5GDL314	09/04/2023	2	F17
18	MG996R	M5GDL315	25/12/2017	1	F18
19	Cople Flexible (0.25in x 8mm)	M5GDL316	25/05/2023	2	F19
20	MG995	M5GDL317	19/06/2023	1	F20
21	Servo-Engrane-Conector	M5GDL318	23/08/2023	1	F21
22	Polea 20T	M5GDL321	13/09/2023	1	F22
23	Polea GT2 20T	M5GDL322	13/09/2023	1	F23
24	Polea 2GT 20T	M5GDL323	13/09/2023	1	F24
25	Base Garra-Servomotor	M5GDL324	13/09/2023	1	F25
26	Motorreductores	M5GDL325	13/06/2024	2	F26

Para este prototipo de prueba, el brazo robótico estará conformado de componentes impresos de material PLA: las bases superior e inferior, las bases móviles, los conectores de los brazos y antebrazos, el conjunto de componentes para la garra. Se utilizarán componentes estándar para minimizar los costos del prototipo, como son: los rodamientos lineales, engranes, poleas, tuercas, tornillos, etc.

4.1.3 Costo aproximado del prototipo de prueba

Para el costo del prototipo, se realizó una investigación acerca de los precios de los diferentes componentes necesarios, la mayoría de los precios vienen de páginas de compraventa en línea (Aliexpress, Mercado Libre, etc.) de manera que se realizó una estimación de los precios sin ningún tipo de oferta y en promedio de diferentes marcas o proveedores. Para un prototipo más funcional se recomienda que las piezas de PLA sean fabricadas de material de aluminio o Nylamid, que presentan mejores propiedades mecánicas y una vida útil más grande.

En el costo aproximado no se considera la mano de obra ni el costo de impresión de las piezas en PLA. Por lo que sería, solo el costo de los componentes estándar y el material requerido para la fabricación de las piezas con impresora 3D. En la Tabla 3 se muestran los costos de los componentes estándar y los materiales utilizados para el prototipo de prueba, resultando en un costo aproximado de MX\$4,500.00.

Tabla 3: Costo aproximado de un prototipo de manipulador.

Estimado del costo del prototipo de brazo robótico

Pieza/Material	Cantidad	Costo	Costo por envío	Cotización aprox.	Cotización real
Filamento 3D	2 rollos	MX\$285 por rollo	MX\$100	MX\$670	MX\$600.00
Perfil Modular	1 pieza de 1 m.	MX\$140 por m.		\$240.00	
		MX\$192 por m.	MX\$552.96	MX\$744.00	MX\$446.10
GM25-370	1 pieza	MX\$277.44	MX\$0.00		MX\$289.15
ServoMotor MG996R	1 pieza	MX\$120.00	MX\$10.47	MX\$130.47	MX\$130.50
MG995	1 pieza	MX\$124.60	MX\$10.47	MX\$135.07	MX\$135.00
Motorreductor	2 piezas	MX\$250.00 por pieza	MX\$0.00	MX\$500.00	MX\$700.00
Varilla	1 pieza de 1.5m.	MX\$262.48	MX\$150.00	MX\$412.48	MX\$350.10
Tornillo (Varilla roscada) 8mm	1 pieza de 0.54m	MX\$395.82	MX\$292.50	MX\$688.00	MX\$239.90
Rod lineales	6 piezas	MX\$22.67 por pieza	MX\$150.78	MX\$286.80	MX\$319.30
Cople flexible	3 piezas	MX\$125.82 por pieza	MX\$292.50	MX\$669.96	MX\$669.96
Polea GT2_20T	2 piezas	MX\$20.94 por pieza	MX\$111.97	MX\$153.85	MX\$80.00
Polea 2GT_20T	1 pieza	MX\$369.24	MX\$0	MX\$369.24	MX\$369.24
				TOTAL:	MX\$4,329.25

4.2 Cinemática del manipulador - Algoritmo de Denavit – Hartenberg (D-H)

Aplicando el algoritmo D-H, para analizar la cinemática directa e inversa de este manipulador (Sección 3.7), se obtuvo la siguiente configuración de sistemas de coordenadas (ver Figura 4.4, Figura 4.5 y Figura 4.6) para determinar los parámetros de D-H.

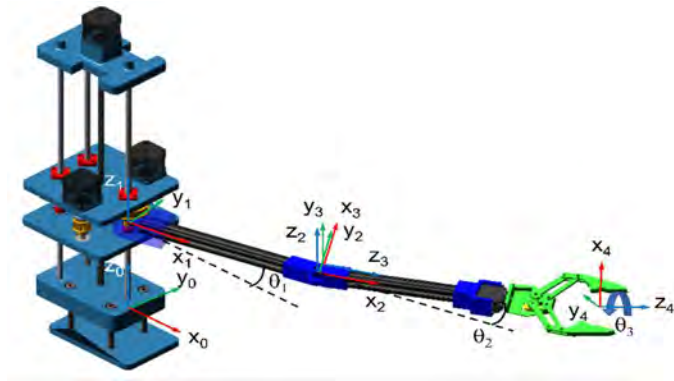


Figura 4.4: Sistema de coordenadas definidos por el algoritmo D-H.

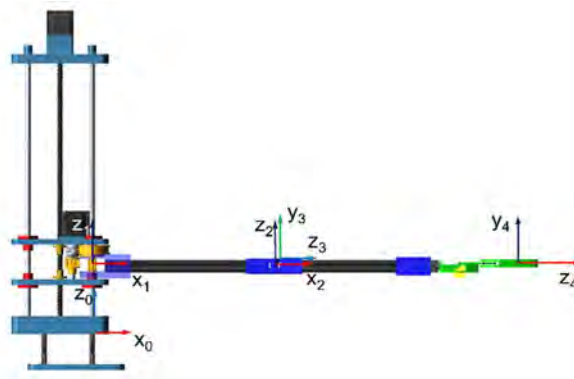


Figura 4.5: Vista lateral del brazo robótico con los sistemas de coordenadas.

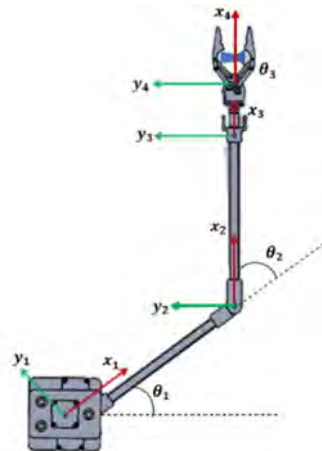


Figura 4.6: Manipulador vista superior. θ_1 y θ_2 a 45° .

Posteriormente, de haber definido los sistemas de coordenadas, se puede determinar la tabla de parámetros de D-H para el brazo robótico (ver Tabla 4). Donde la unión prismática proporciona el movimiento de la base móvil. El segundo movimiento del manipulador es una rotación en el eje de las z , el cual corresponde al movimiento del eslabón 1 (la estructura del

brazo). El tercer movimiento del manipulador es otra rotación en el eje de las z , correspondiente al movimiento del eslabón 2 (el antebrazo) del brazo robótico. El último movimiento del manipulador es una rotación en el eje de las x , perteneciente al movimiento de la muñeca del brazo robótico correspondiente del eslabón 3.

Tabla 4: Parámetros de Denavit-Hartenberg del brazo robótico.

i	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	0	0	z_1	0
2	0	l_1	0	θ_1
3	$\pi/2$	0	0	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$
4	0	0	$l_2 + l_3$	θ_3

Se utilizan los parámetros de D-H para determinar las matrices de transformación correspondientes del manipulador. Una vez obtenidas estas matrices, se hace la multiplicación de estas para la obtención de la localización del efector final del manipulador.

$$T_4^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 \quad (4.1)$$

Finalmente, la localización del efector final está dada por la matriz (4.2):

$$T_4^0 = \begin{pmatrix} C_{\theta_3} C_{(\theta_1+\theta_2)} & -S_{\theta_3} C_{(\theta_1+\theta_2)} & S_{(\theta_1+\theta_2)} & l_1 C_{\theta_1} + (l_2 + l_3) S_{(\theta_1+\theta_2)} \\ C_{\theta_3} S_{(\theta_1+\theta_2)} & -S_{\theta_3} S_{(\theta_1+\theta_2)} & -C_{(\theta_1+\theta_2)} & l_1 S_{\theta_1} - (l_2 + l_3) C_{(\theta_1+\theta_2)} \\ S_{\theta_3} & C_{\theta_3} & 0 & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Donde:

$$S_{\theta_1} = \sin \theta_1, S_{\theta_3} = \sin \theta_3, C_{\theta_3} = \cos \theta_3$$

$$C_{(\theta_1+\theta_2)} = \cos \left(\theta_1 + \theta_2 + \frac{\pi}{2} \right), S_{(\theta_1+\theta_2)} = \sin \left(\theta_1 + \theta_2 + \frac{\pi}{2} \right)$$

4.3 Cinemática inversa

En el cálculo de la cinemática inversa en el manipulador, se colocó un punto final en el espacio, en parte descartando la articulación de la muñeca y de la garra, lo cual, desde una vista en z, se observan dos articulaciones y dos eslabones como referencia del brazo robótico. (ver Figura 4.7) Una vez esquematizado, se escribieron los datos necesarios para de tal manera que se pudiera obtener las variables del sistema, uno de los métodos utilizados fue por medio del teorema de Pitágoras.

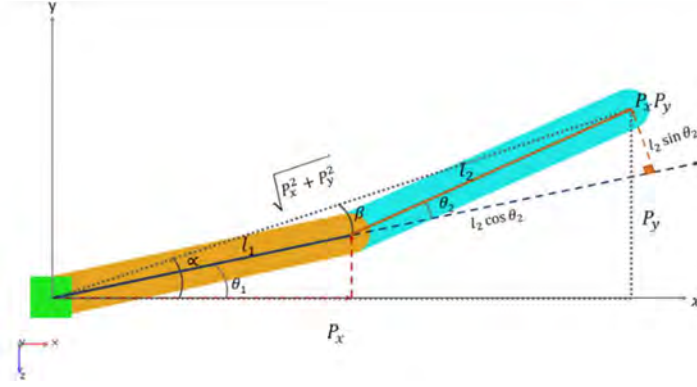


Figura 4.7: Brazo robótico considerando solo 2 eslabones.

Con la escritura de los datos, se obtuvo la siguiente ecuación a resolver:

$$(l_1 + l_2 \cos \theta_2)^2 + (l_2 \sin \theta_2)^2 = P_x^2 + P_y^2 \quad (4.3)$$

Por medio de la resolución de (4.3), se puede determinar el valor de θ_2 .

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \right) \quad (4.4)$$

Para este ejemplo se utilizó el punto en el espacio resultante (x, y) del modelo dinámico, con las variables de θ_1 y $\theta_2 = 12^\circ$, para la comprobación de la cinemática inversa. Se sustituyeron los valores del punto final y la longitud de los eslabones. El resultado de la ecuación para θ_2 fue de 0.22117 que multiplicándolo con $\frac{180}{\pi}$, resulta en los 12° correspondientes a θ_2 .

Para sacar θ_1 también se tienen los datos necesarios, lo primero que se tiene que hacer es sacar α y β , la diferencia resultante nos dará el valor de θ_1 .

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{P_y}{P_x} \right) \quad (4.5)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{l_2 \sin \theta_2}{l_1 l_2 \cos \theta_2} \right) \quad (4.6)$$

$$\theta_1 = \alpha - \beta \quad (4.7)$$

En consecuencia, la resultante de θ_1 es de 0.21007, lo que multiplicándolo por $\frac{180}{\pi}$, resulta en los 12° correspondientes.

La concordancia entre la cinemática directa e inversa del brazo robótico es fundamental para su funcionamiento eficiente y preciso. Por ejemplo, si se utiliza un sistema de visión para determinar la posición de un objeto, se conocerá su ubicación final, por lo que a partir de la cinemática inversa se podrá determinar los ángulos que deben tener los eslabones θ_1 y θ_2 .

Debido a que la cinemática directa se refiere al cálculo de la posición y orientación final del extremo del brazo robótico (la garra o el efector final) a partir de las posiciones y velocidades de sus articulaciones individuales y la cinemática inversa implica calcular las posiciones y velocidades de las articulaciones necesarias para alcanzar una posición y orientación deseada del extremo del brazo robótico.

La importancia de esta concordancia radica en la capacidad de calcular rápidamente las posiciones y velocidades requeridas de las articulaciones del brazo robótico para alcanzar una posición y orientación deseada de su extremo (crucial para un control de movimiento preciso), asegurándose que el brazo robótico pueda realizar tareas con la precisión necesaria. También simplifica la programación, al tener una relación clara entre la cinemática directa e inversa, Los operadores o los algoritmos de control pueden especificar fácilmente las posiciones y orientaciones deseadas del extremo del brazo sin necesidad de realizar cálculos complejos y optimizado el rendimiento del brazo robótico en términos de velocidad, precisión y eficiencia energética, mediante la selección adecuada de trayectorias de movimiento y la minimización de errores en el seguimiento de dichas trayectorias.

Con lo anterior expresado, con el modelo dinámico nos permite diseñar algoritmos de control avanzados que pueden tener en cuenta las dinámicas del sistema, como la inercia, la gravedad y las fricciones, para lograr un control de movimiento más preciso y eficiente. Así mismo, al comprender cómo las fuerzas externas afectan el comportamiento del brazo robótico, se desarrollarán estrategias para evitar colisiones con objetos o personas en el entorno de

trabajo, así como evitar el exceso de esfuerzo en las articulaciones que podría dañar el sistema. También, el modelo dinámico se utiliza en la simulación y planificación de movimiento del brazo robótico para predecir su comportamiento bajo diferentes condiciones de carga y movimiento, resultando en la utilidad para optimizar las trayectorias de movimiento y evaluar el rendimiento del sistema antes de la implementación en el prototipo.

Para una mayor precisión en la creación del manipulador, se puede utilizar la cinemática inversa para obtener los valores ideales para la longitud de los eslabones. Para esto, se debe de definir las posiciones finales, esto con la finalidad de utilizar dichos valores para ser utilizados y determinar las longitudes, considerando las restricciones físicas de ángulos permitidos entre los eslabones.

La ecuación de la cinemática inversa (4.3) se puede representar como:

$$l_1^2 + 2l_1l_2\cos\theta_2 + l_2^2 = P_x^2 + P_y^2 \quad (4.8)$$

Por lo que, al momento de resolver esta ecuación, se observó que los términos de la longitud son directamente proporcionales uno del otro, por consecuente, se tiene que declarar una de las longitudes (l_2) para determinar la otra longitud, con esto, la ecuación resultante de la longitud a obtener es la siguiente:

$$l_1 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - (l_2 \sin \theta_2)^2} - l_2 \cos \theta_2 \quad (4.9)$$

4.3.1 Determinación de las dimensiones de los eslabones

Para la determinación de las dimensiones de los eslabones del brazo robótico se consideró el montaje en la silla de ruedas y la funcionalidad del brazo, por lo que se definió algunos puntos clave del espacio de trabajo, la aplicación de la cinemática inversa, la selección de las longitudes para los eslabones y ajustes que se podrían implementar.

El brazo robótico debería alcanzar objetos colocados en una mesa o estructuras similares (0.75 m. de altura aproximadamente), ser capaz de llevar dicho objeto hasta la boca del usuario (1.40 m. de altura aproximadamente cuando está sentado), sobre todo debe ser capaz de moverse sin interferencia de la silla. Con esto se puede llevar a la idea de los puntos clave

del espacio de trabajo. Lo que da como punto inicial la posición de descanso del reposabrazos, el punto de alcance máximo tanto como hacia adelante y hacia los lados para la recolección de objetos, el punto clave final sería la boca del usuario.

Dado que se tiene la ecuación de la cinemática inversa (4.3) que representa la relación entre la longitud de los eslabones l_1 y l_2 y la posición deseada del extremo del brazo $(P_x^2 + P_y^2)$. Si se establece que el robot sea capaz de alcanzar la boca del usuario desde la posición inicial en el descansabrazo, se puede definir qué parte desde una altura inicial de 0.7 metros de altura del reposabrazos a una altura final de 1.4 metros de altura hacia la boca del usuario sentado en la silla de ruedas, de igual manera se define una distancia horizontal desde el reposabrazos hasta la boca con un aproximado de 0.3 metros de distancia, dependiendo de la posición del usuario.

Se define la longitud total necesaria como la distancia entre el origen (reposabrazos) y la boca del usuario representada de la siguiente manera:

$$\delta_{total} = \sqrt{(x_{boca} - x_0)^2 + (y_{boca} - y_0)^2}$$

Sustituyendo valores aproximados la distancia total quedaría $\delta_{total} = 0.76$, lo que significa que la suma de l_1 y l_2 debe ser al menos de 0.76 metros para asegurarse que el brazo llegue a la boca del usuario. En consecuente se podría repartir la longitud total entre l_1 y l_2 . Para el eslabón 1 se seleccionaría una longitud de 0.40 metros y para el eslabón 2 una longitud de 0.36 metros. En caso de ajustes futuros que podría tener el brazo robótico se podría proponer aumentar l_1 para tener un mayor alcance o que l_2 sea más corto si se requiere mayor precisión cerca del usuario.

4.3.2 Determinación del Espacio de Trabajo

Para determinar el espacio de trabajo del robot, se siguió una serie de pasos:

1. Evaluar el rango de $(\cos\theta_2)$ entre $(-1, 1)$.

Esto implica que el término $(l_1 + l_2\cos\theta_2)$ varía entre $(-2l_1l_2)$ y $(2(l_1l_2))$.

2. Encontrar los límites de $(P_x$ y $P_y)$:

Cuando $(\cos\theta_2 = 1)$: $P_x^2 + P_y^2 = (l_1 + l_2)^2$

Cuando ($\cos\theta_2 = -1$): $P_x^2 + P_y^2 = (l_1 - l_2)^2$

3. Definir la región de trabajo: La región donde el efector final puede alcanzar está definida por un anillo circular con radios interiores y exteriores dados por:

$$(l_1 - l_2) \leq \sqrt{(P_x^2 + P_y^2)} \leq (l_1 + l_2)$$

4. Considerar los límites de las articulaciones: Si hay límites adicionales en las articulaciones del brazo (θ_1) y del antebrazo (θ_2), estas deben ser consideradas para refinar el espacio de trabajo.

4.3.3 Posición o colocación del manipulador en la silla de ruedas

Para la realización de este proyecto, se necesitó especificar la posición o la colocación del brazo robótico en la silla de ruedas, debido a que la posición del manipulador puede modificar variables dependientes para su correcto funcionamiento. Lo consiguiente revelo tres posiciones ideales para la colocación del brazo robótico, así como los diferentes puntos que se tomaron a consideración en la realización del proyecto.

1.- Manipulador en el reposabrazos (ver Figura 4.8): La colocación del manipulador en el reposabrazos fue parte de la idea principal de la colocación del brazo robótico, sin embargo, se descubrió simples complicaciones o limitaciones al momento de montar el brazo robótico. Parte de las desventajas que existen al montarlo en esa sección de la silla de ruedas es que limitaría la visibilidad al usuario, el reposabrazos quedaría parcialmente ocupado, lo que podría causar molestias al usuario en su comodidad, como el brazo está cerca del usuario en teoría las dimensiones del brazo también serían cortas por lo que disminuye el rango de alcance del manipulador. Parte de las ventajas que se tiene con la posición son las dimensiones del brazo, lo que le daría una mayor estabilidad al momento del movimiento del manipulador.



Figura 4.8: Manipulador montado en el reposabrazos de la silla de ruedas.

2.- Manipulador detrás de la silla de ruedas (ver Figura 4.9): La idea de la colocación del manipulador en la parte posterior de la silla de ruedas es una propuesta a considerar por la desventaja de la colocación del manipulador en el reposabrazos, además de, que el usuario puede tener una mejor visibilidad en sus alrededores y usar el reposabrazos. Parte de las desventajas que se tiene por la colocación del manipulador detrás de la silla, es que no existe una base sólida para este, por lo que se tendría que crear una base o modificar nuevamente el diseño para que este pueda sujetarse en la silla sin la necesidad del reposabrazos.



Figura 4.9: Imagen representativa del manipulador en la parte posterior de la silla de ruedas.

3.- Manipulador al nivel del suelo (ver Figura 4.10): La colocación del manipulador a un par de centímetros por arriba del suelo es otra propuesta a considerar, así como que el brazo robótico sea un producto independiente de la silla de ruedas, como existen en algunos otros modelos. Sin embargo, este se descartó para la realización en este proyecto, pero se puede

desarrollar en otros proyectos futuros; debido a que su diseño permite solo modificar las dimensiones de sus ejes de soporte y el tornillo central para que el manipulador llegue a la altura deseada del usuario, lo que aumentaría su espacio de trabajo considerablemente.



Figura 4.10: Imágenes representativas del manipulador a nivel del suelo.

4.4 Modelo dinámico

El objetivo del modelo dinámico dentro de la robótica es conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo relacionadas matemáticamente.

Se determinan las variables articulares del brazo robótico, en este caso, se tomó la dinámica desde la base hasta el eslabón más distante, ignorando el movimiento de la muñeca y el efector final (pinza). Por lo que, el número de GDL a considerar en el modelado matemático será de tres (z , θ_1 , θ_2), ver Figura 4.11.

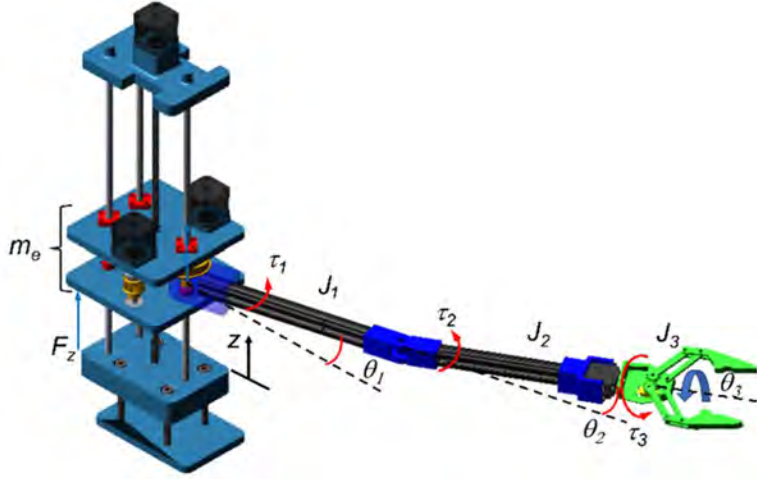


Figura 4.11: Coordenadas generalizadas del brazo robótico.

Tomando en cuenta la Figura 4.11, se establecieron las variables del sistema:

$$q_1 = z; q_2 = \theta_1; q_3 = \theta_2$$

Por medio del establecimiento de las coordenadas generalizadas del sistema, se puede determinar el modelo dinámico del brazo robótico. El cual con el formulismo de Euler Lagrange proporciona las siguientes ecuaciones para el sistema.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} = F_z \quad (4.10)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \tau_1 \quad (4.11)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \tau_2 \quad (4.12)$$

Para la obtención del modelo matemático que rige la dinámica del brazo robótico se requiere determinar la Lagrangiano, el cual está dado por la energía cinética (K) menos la energía potencial (V) del sistema:

$$L = K - V \quad (4.13)$$

La ecuación de la energía cinética del sistema está dada por:

$$k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1 l_1^2)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_2 V_p^2 \quad (4.14)$$

Donde

$$V_p^2 = \dot{X}_p^2 + \dot{Y}_p^2 = l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos\theta_2 + l_1^2\dot{\theta}_1^2$$

La energía potencial del sistema está dada por:

$$v = mgh = m_1gz + m_2gz + m_3gz = (m_1 + m_2 + m_3)gz \quad (4.15)$$

Sustituyendo (4.14) y (4.15) en (4.13) para resolver para cada una de las variables o coordenadas generalizadas con (4.10) - (4.12), por lo que, las ecuaciones finales para el sistema quedaron de la siguiente manera:

La ecuación de la fuerza que se aplicaría en la base móvil:

$$(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{z} + (m_1 + m_2 + m_3)g = F_z \quad (4.16)$$

La ecuación del primer torque que se aplicaría al primer eslabón:

$$\begin{aligned} J_e\ddot{\theta}_1 + (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\theta_2)\ddot{\theta}_2 - (\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2)m_2l_1l_2\sin\theta_2 &= \tau_1 \\ J_e = J_1 + m_1l_1^2 + m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\theta_2 + m_2l_1^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

La ecuación del segundo torque que se aplicaría en el segundo eslabón:

$$(J_2 + m_2l_2^2)\ddot{\theta}_2 + (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\theta_2)\ddot{\theta}_1 + \frac{1}{2}m_2l_1l_2\dot{\theta}_1^2\sin\theta_2 = \tau_2 \quad (4.18)$$

Una vez obtenidas todas las ecuaciones del modelo dinámico, se ordenó de manera matricial, quedando de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{a}(f - F_z) \\ -\frac{(c\tau_2 - d\tau_1 + dh - cm)}{bd - c^2} \\ \frac{(b\tau_2 - c\tau_1 + ch - bm)}{bd - c^2} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Donde:

$$a = m_1 + m_2 + m_3$$

$$d = J_2 + m_2l_2^2$$

$$\begin{aligned}
b &= J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2 & f &= (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g \\
c &= m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 & m &= \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \\
h &= -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2
\end{aligned}$$

4.5 Sistema de control

Como se observa en la Figura 4.12, la base móvil (m_e) tiene un desplazamiento a una distancia z hacia arriba, debido a la fuerza de control F_z proporcionada por un motor en la parte superior de la base fija. Los eslabones 1 y 2, tienen momento de inercia J_1 y J_2 , respectivamente. El eslabón 1 gira un ángulo θ_1 , y el eslabón 2 gira un ángulo θ_2 , al aplicarse los torques τ_1 y τ_2 , respectivamente. La pinza o garra también tiene un momento de inercia J_3 y gira a un ángulo θ_3 cuando se le aplica el torque τ_3 . Para las simulaciones que se realizaron no se consideró el torque de apertura y cierre de la garra.

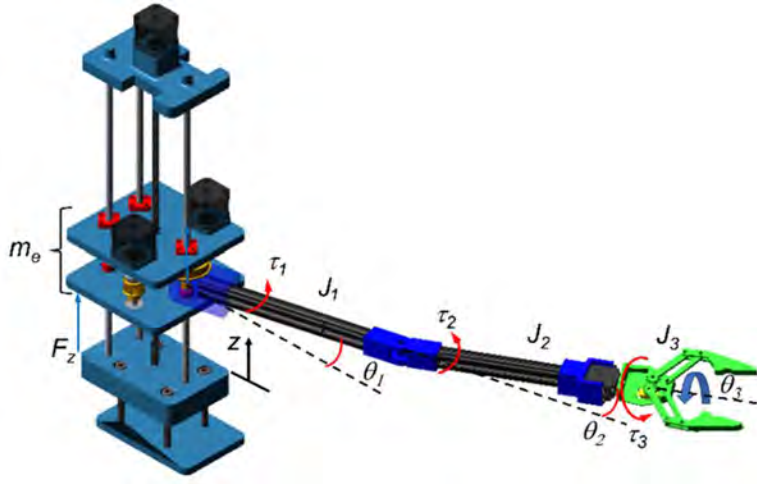


Figura 4.12: Diagrama esquemático del brazo robótico.

Para implementar estrategias de control en el brazo robótico, se consideran uniones activas de manera independiente (coordenadas independientes). Para el modelo matemático (4.18) se consideran las siguientes variables de estado:

$$z_1 = z, z_2 = \dot{z}, z_3 = \theta_1, z_4 = \dot{\theta}_1, z_5 = \theta_2, z_6 = \dot{\theta}_2, z_7 = \theta_3, z_8 = \dot{\theta}_3$$

4.5.1 Control Proporcional Derivativo (PD)

Por lo que, se proponen controladores de tipo Proporcional Derivativo (PD) para el seguimiento de las trayectorias de cada una de las uniones activas, a continuación, se muestran las fórmulas de las trayectorias:

$$F_z = m_e \left(\ddot{z}_d - k_p(z_1 - z_d) - k_d(z_2 - \dot{z}_d) \right) \quad (4.3)$$

$$\tau_1 = J_1 \left(\ddot{z}_{1d} - k_{p1}(z_3 - z_{1d}) - k_{d1}(z_4 - \dot{z}_{1d}) \right) \quad (4.4)$$

$$\tau_2 = J_2 \left(\ddot{z}_{2d} - k_{p2}(z_5 - z_{2d}) - k_{d2}(z_6 - \dot{z}_{2d}) \right) \quad (4.5)$$

$$\tau_3 = J_3 \left(\ddot{z}_{3d} - k_{p3}(z_7 - z_{3d}) - k_{d3}(z_8 - \dot{z}_{3d}) \right) \quad (4.6)$$

Las ganancias de los controladores se establecieron por asignación de polos, y están dadas por:

$$k_p = 225, k_d = 25$$

$$k_{p1} = k_{p2} = k_{p3} = 400$$

$$k_{d1} = k_{d2} = k_{d3} = 30$$

Donde se propone que las trayectorias deseadas $(z_d, z_{1d}, z_{2d}, z_{3d})$ sean un polinomio de Bézier de tercer grado, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= z_0 + (z_f - z_0)(3\mu^2 - 2\mu^3) \\ \mu &= \frac{t - t_0}{t_f - t_0} \\ z_d(t) &= \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sigma(t) & t_0 \leq t \leq t_f \\ z_f & t > t_f \end{cases} \end{aligned} \quad (4.7)$$

El polinomio, para la trayectoria deseada, inicia en un punto (t_0, z_0) para ir a un punto final de manera suave (t_f, z_f) .

La posición del efector final en términos de las articulaciones $\theta_1(z_3)$ y $\theta_2(z_5)$, en el plano xy , se determina con:

$$P_x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.9)$$

$$P_y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.10)$$

4.6 Construcción del prototipo de brazo robótico

Para el montaje del circuito eléctrico para el brazo robótico se utilizaron los siguientes componentes:

Componentes necesarios:

1. Arduino Uno: Microcontrolador que controlará el sistema.
2. Placa CNC Shield: Interfaz para conectar los motores paso a paso y los drivers.
3. Joystick Shield.
4. Motor NEMA 17: Motores a pasos contemplados y utilizados al inicio del proyecto.
5. Motor GM 25-370: Motor con encoder de 12V para el movimiento de la base móvil.
6. Motorreductores: Motores de 12V encargados del movimiento del brazo y antebrazo.
7. Drivers de motores: L298N, controlador de motor bidireccional utilizado para mover motores DC.
8. Dispositivo myRIO: Dispositivo de entrada y salida reconfigurable (RIO) utilizada como procesador para el robot.
9. Servomotor MG995: Para el control de un eje del brazo o pinza.
10. Servomotor MG996R: Para el control de otro eje del brazo o pinza.
11. Fuente de alimentación: Adecuada para los motores, servomotores, drivers y el dispositivo myRIO.
12. Protoboard: Placa de prueba donde se conectarán todos los circuitos y cables del brazo.
13. Cables y conectores: Para realizar todas las conexiones.

4.6.1 Ensamblaje del circuito con Arduino

1. Montaje de la placa CNC Shield y el Joystick Shield en el Arduino Uno:
 - Se coloca la placa CNC Shield directamente sobre la placa Arduino UNO, asegurándose de alinear correctamente los pines digitales y de alimentación.

- Presionar suavemente para que los pines de la Shield entren en los conectores hembra de la placa Arduino.
 - El Joystick Shield se conecta directamente sobre el Arduino Uno, utilizando los pines analógicos y digitales.
2. Conexión de los Drivers de Motores Paso a Paso:
- Se insertan los drivers (L298N) en los sockets de la placa CNC Shield. Asegurarse de orientar correctamente los drivers.
 - Conectar los disipadores de calor en los drivers si es necesario.
3. Conexión de los Motores NEMA 17:
- Se conectan cada motor paso a paso NEMA 17 a los conectores correspondientes en la placa CNC Shield (X, Y, Z).
 - Utilizando los cables de cuatro hilos para los motores paso a paso, asegurándose de que cada cable esté bien conectado a los pines correspondientes del motor y de la placa Shield.
4. Conexión de los Servomotores:
- Se conectan los servomotores MG995 y MG996R a pines PWM en el Arduino Uno. Para este paso se puede usar los pines 9 y 10 para estos servomotores.
 1. Se conecta el cable de señal (normalmente de color amarillo o blanco) del MG995 al pin 9 del Arduino.
 2. Se conecta el cable de señal del MG996R al pin 10 del Arduino.
 - Se conectan los cables de alimentación de los servos (rojo a 5V y negro a GND) al Arduino o a una fuente de alimentación externa si necesitan más potencia.
5. Fuente de Alimentación:
- Se conecta una fuente de alimentación adecuada a la CNC Shield para alimentar los motores paso a paso. Generalmente, una fuente de 12V y 2-3A es suficiente.
 - Asegurándose de conectar la fuente de alimentación correctamente a los terminales de la placa CNC Shield (VCC y GND).
 - Si los servomotores requieren más corriente, se puede usar una fuente de alimentación externa específica para ellos. Conectando la fuente de alimentación externa al Arduino y a los servos, asegurándose de conectar las tierras comunes.
6. Configuración del código en Arduino.
- Cargar el código adecuado en el Arduino Uno para controlar el brazo robótico. Utilizando las bibliotecas como “AccelStepper” para los motores paso a paso y “Servo” para los servomotores.
 - Asegurarse de definir correctamente los pines y configurar la secuencia de pasos para los motores paso a paso.

4.6.2 Interfaz al usuario

- Interfaz física (JoyStick Shield V1.A): Conectada directamente sobre un Arduino UNO, la cual se constituye del joystick con dos ejes analógicos con su botón pulsador (X, Y, K) junto con una botonera adyacente con botones A, B, C, D.
 - Por medio del Joystick se tendrá el control de los motorreductores responsables del movimiento del brazo y del antebrazo del robot.
 - El botón "K" (en el joystick) controlará la apertura y cierre de la garra mediante el servomotor MG995. Cada pulsación alternará entre las funciones de abrir o cerrar.
 - Los botones "A" y "C" (en la botonera) controlarán el sentido de giro del motor NEMA 17; el botón "A" lo hará rotar en sentido horario para la elevación de la base móvil; el botón "C" hará rotar en sentido opuesto para el descenso de la base móvil.
 - Los botones "B" y "D" (en la botonera) controlarán el sentido de giro del servomotor MG996R para el movimiento de la muñeca; el botón "B" girará la muñeca hacia la derecha; el botón "D" girará la muñeca hacia la izquierda.
- Interfaz digital (desde la computadora): Por medio del uso de un CNC shield conectada directamente a un Arduino UNO, este recibirá instrucciones por medio de la computadora para el control de todos los motores y movimientos que se constituyen en el brazo robótico.

4.6.3 Código para el control del brazo robótico

Dentro del Apéndice B se encuentra la programación propuesta en Arduino para el control PID para el brazo robótico de 5 GDL, de tal manera que se encuentran con pequeñas descripciones o notas, así como las bibliotecas utilizadas.

4.6.4 Ensamblaje y conexión por tarjeta myRIO.

La tarjeta NI myRIO se utilizó como unidad principal de control; como está basada en un procesador en tiempo real y una FPGA integrada, permite la adquisición de datos y el control de actuadores, lo cual permitió lograr una cierta precisión y estabilización del brazo robótico.

En el proceso de su ensamblaje se integraron los componentes eléctricos y mecánicos necesarios para la correcta alineación de ejes, la fijación de los motores a sus respectivos soportes y la verificación de los encoders de los motores. Se realizaron las conexiones eléctricas desde la myRIO hacia los drivers y encoders de los motores, garantizando la correcta asignación de pines para las entradas o salidas digitales (DIO) y análogas (AI/AO) según la estructura del brazo robótico. En la Figura 4.13 se detallan las conexiones eléctricas y el mapeo de los pines en la tarjeta myRIO.

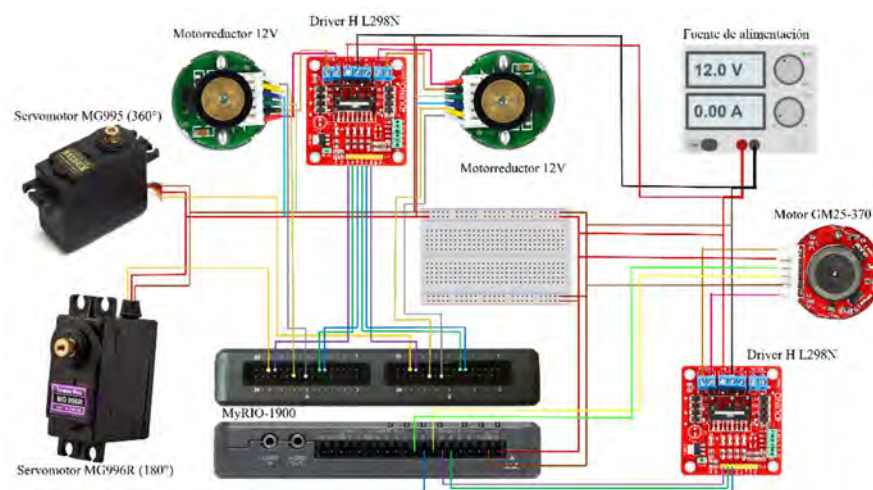


Figura 4.13: Esquema de conexiones eléctricas y asignación de pines.

En la Figura 4.13 se muestran cada una de las conexiones eléctricas de los motores y servomotores de los que está compuesto el brazo robótico, exceptuando parte de la estructura y conexiones mecánicas para su detallada observación. La tarjeta myRIO se utiliza como el cerebro del sistema para controlar señales PWM, lectura de los encoders y control de los drivers. Los servomotores, garra y muñeca, están siendo alimentados por la fuente a través del protoboard y sus señales PWM de control provienen de los pines 27 (A/B) de la myRIO. Los motorreductores del brazo y antebrazo están conectados a un solo driver, mientras que el motor aparte perteneciente a la base móvil del robot se conecta en otro driver, cada uno de los encoders de los motores, están conectados directamente a la tarjeta myRIO para lecturas de posición. Los drivers L298N reciben las señales de control desde la myRIO, controlando cada uno de los motores de forma bidireccional y siendo alimentados por la fuente de alimentación. La protoboard solo se encarga de distribuir las señales de alimentación (Vcc, GND) para el brazo robótico.

4.7 Pruebas físicas para el brazo robótico.

Pruebas de Fuerza del Agarre (Garra - Vaso)

Objetivo: Verificar que el servomotor MG995 ejerce suficiente fuerza para sostener un vaso sin aplastarlo o soltarlo.

- Método:
 - Usar vasos de distintos materiales (plástico, vidrio, metal) y pesos.

Criterios de éxito:

- ✓ El vaso no se resbala de la garra.
- ✓ La garra no aplica presión excesiva que deforme a los vasos frágiles.

Pruebas de Estabilidad del Sistema

Objetivo: Evaluar si el brazo se mantiene estable durante todo el proceso.

- Método:
 - Operar el brazo en distintos ángulos y posiciones.
 - Simular movimientos inesperados (como un ligero empujón).
 - Medir la oscilación y el tiempo de recuperación del sistema.

Criterios de éxito:

- ✓ No hay vibraciones excesivas que dificulten el agarre del vaso.
- ✓ El brazo vuelve a su posición estable tras perturbaciones leves.

Pruebas de Comodidad y Ergonomía para el Usuario

Objetivo: Verificar que el sistema es cómodo y fácil de usar para el usuario.

- Método:
 - Pedir a diferentes personas que usen el sistema y recolectar datos u opiniones.
 - Evaluar si el usuario necesita realizar movimientos adicionales para alinear el vaso con la boca.
 - Medir el tiempo total de ejecución de la tarea.

Criterios de éxito:

- ✓ El usuario no siente incomodidad o fatiga.
- ✓ El sistema permite ingerir agua de manera natural y sin esfuerzo.

Capítulo

5

Análisis y Discusión de Resultados

5.1 Análisis estructural estático por elemento finito

En el diseño de las estructuras de la mayoría de los brazos robóticos se han utilizado cargas de 0.5 Kg a 1.5 kg. En el diseño del brazo robótico propuesto, para verificar la cantidad de peso que puede soportar el sistema, se analizó un tramo de perfil modular de aluminio (6030-T6) del que está conformado los eslabones.

Por lo que, se realizó un análisis de elemento finito en Solid Works a un tramo de 0.25 m de perfil modular. Se le aplicó una fuerza de 9.81 N (1 kg) en uno de sus extremos, se asignó el material de aluminio, se consideró que la gravedad afecta de manera vertical y se fijó el otro de los extremos. Después se generó la malla de elementos de manera automática, elementos tetraédricos, y se ejecutó el estudio. Lo que posteriormente arrojó resultados de esfuerzos de von Mises (Figura 5.1a) con un Factor de Seguridad (FS) de 14 (Figura 5.1b).

Posteriormente, se realizó la prueba de esfuerzos-deformaciones a todo el ensamble del brazo, considerando los dos eslabones, el material de todos los componentes fue de aluminio y resultó un FS de 7.3 (Figura 5.2). Por lo que, en caso de que se requiera soportar cargas entre 1 y 2 kg., se recomienda que los componentes de las articulaciones sean de aluminio y no de PLA, para presentar mayor rigidez.

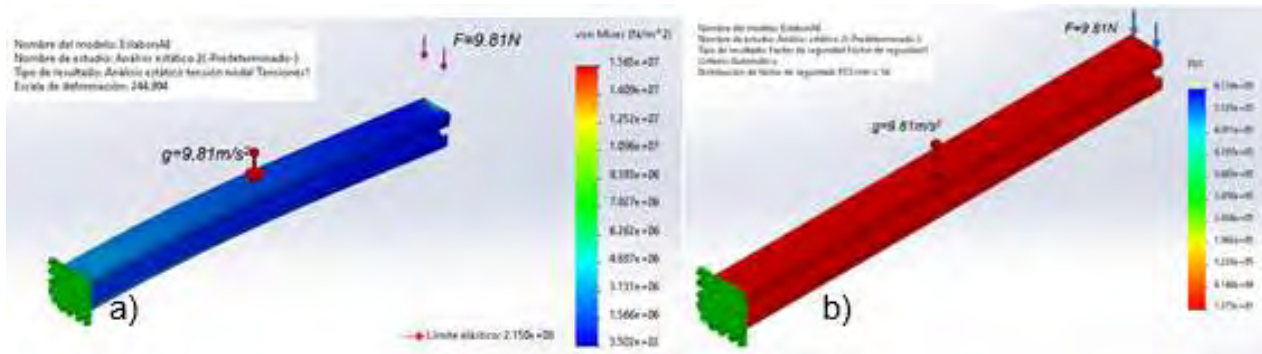


Figura 5.1: Resultados de simulación: a) esfuerzos de von Mises y b) factor de seguridad de un eslabón de perfil modular de aluminio de $l=30\text{cm}$.

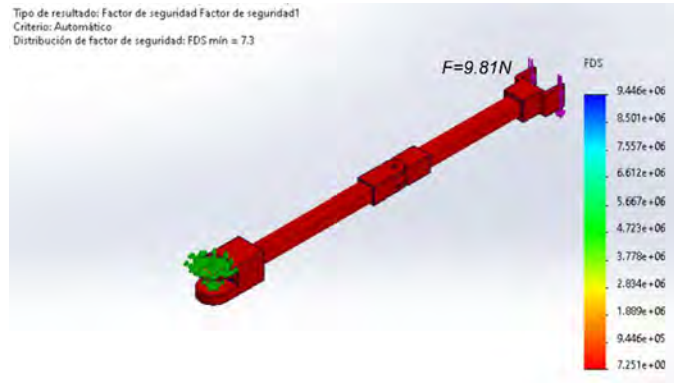


Figura 5.2: Factor de seguridad del brazo robótico de material de aluminio.

5.2 Resultados de simulación de la cinemática directa

Se realizaron unas simulaciones con el prototipo virtual, Figura 4.12, bajo el entorno del software de MSC Adams, para validar la cinemática directa. Se implementó el controlador tipo PD con seguimiento de trayectorias (4.3) - (4.5) para que el efector final (segundo eslabón) sea llevado a una posición final deseada y, además, verificar el desempeño de los controladores propuestos.

Los parámetros de simulación del prototipo se muestran en la Tabla 5. El objetivo de la simulación que se presenta es llevar el efector final desde un punto inicial ($z_0 = 0.05$ m, $z_{30} = z_{50} = z_{70} = 0$) a un punto final ($z_f = 0.2$ m, $z_{3f} = z_{5f} = 12^\circ$, $z_{7f} = 90^\circ$).

Tabla 5: Parámetros del brazo robótico.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
m_e	0.988 kg	l_1	0.284 m
J_1	7×10^{-4} kgm ²	l_2	0.235 m
J_2	4×10^{-4} kgm ²	l_3	0.134 m
J_3	2×10^{-5} kgm ²		

De acuerdo con la cinemática, la matriz de transformación resultante de la multiplicación de las matrices obtenidas de Denavit-Hartenberg (4.2) quedó de la siguiente manera, donde muestra la orientación del brazo y la posición del efector final.

$$T_4^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0.40674 & 0.91354 & 0.61562 \\ 0 & -0.91354 & 0.40674 & 0.20946 \\ 1.0 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

En la Figura 5.3a se muestra el desplazamiento de la base móvil, donde inicia en la posición $z_0=0.05$ m y en 5 segundos se va de manera suave a una posición final de $z_f=0.2$ m; siguiendo la trayectoria deseada y teniendo un error máximo de 0.0015 m, ver Figura 5.3b. También, se muestra la velocidad requerida y el esfuerzo de control, dando un valor promedio de $F_z=17$ N.

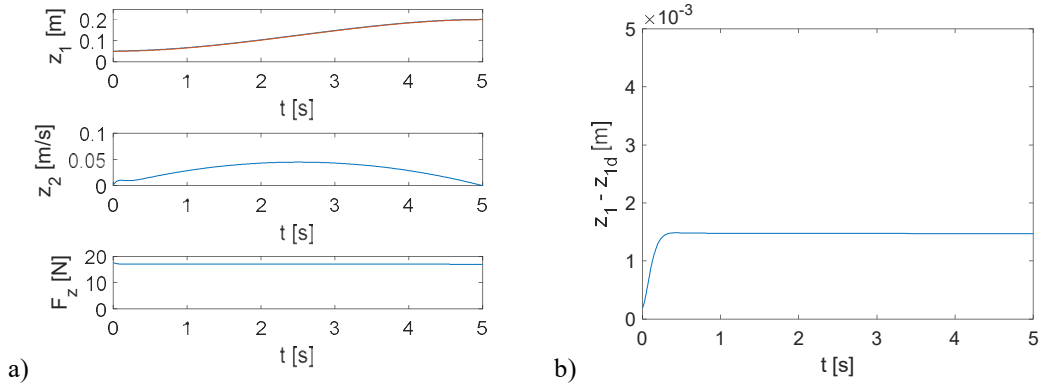


Figura 5.3: a) Respuesta de la base móvil. b) Error de desplazamiento de la base móvil.

En la Figura 5.4a se muestra el desplazamiento angular del eslabón 1 (θ_1), donde inicia en la posición $z_{30}=0$ m y en 5 s se va a una posición final de $z_{3f}=12^\circ$, siguiendo la trayectoria deseada. También, se muestra la velocidad angular requerida y el esfuerzo de control τ_l . En la Figura 5.4b se muestra el error de seguimiento de la trayectoria deseada para z_l .

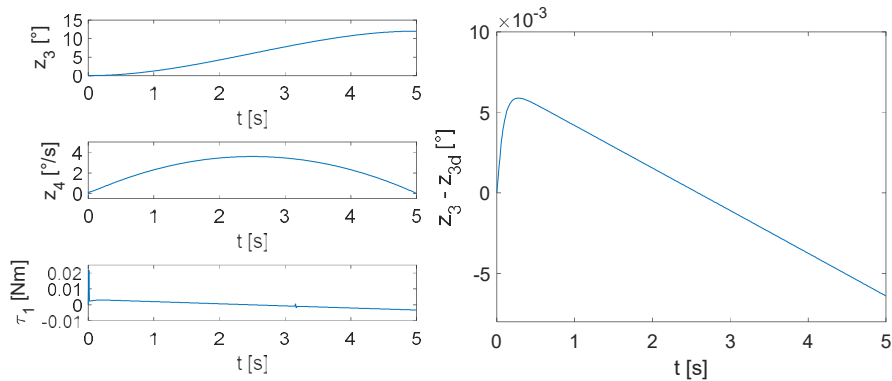


Figura 5.4: a) Respuesta del eslabón 1. b) Error angular del eslabón 1.

En la Figura 5.5a se muestra, de manera similar, el desplazamiento angular del eslabón 2 (θ_2), donde inicia en la posición $z_{50} = 0$ m y en 5 segundos se va a una posición final de $z_{5f} = 12^\circ$, siguiendo la trayectoria deseada. También, se muestra la velocidad angular requerida y el esfuerzo de control τ_2 . El esfuerzo de control es menor al del eslabón 1, por la masa e inercia del eslabón 2, que son menores. Mientras que el esfuerzo de control del eslabón 1, carga todo el brazo. En la Figura 5.5b se muestra el error de seguimiento de la trayectoria deseada para z_5 .

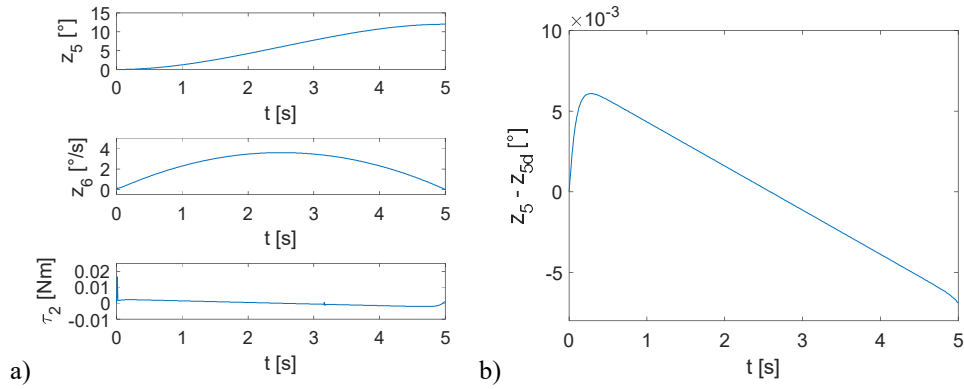


Figura 5.5: a) Respuesta del eslabón 2. b) Error angular del eslabón 2.

Finalmente, en la Figura 5.6 se muestra el desplazamiento angular del eslabón 3 (pinza), donde inicia en la posición $z_{70} = 0$ m y en 5 segundos se va a una posición final de $z_{7f} = 90^\circ$, siguiendo la trayectoria deseada. También, se muestra la velocidad angular requerida y el esfuerzo de control τ_3 . En la Figura 5.7 se muestra la respuesta de posición del efector final, y en la Figura 5.8 se muestra la posición inicial del manipulador, y la posición final al tener los desplazamientos z_1 , z_3 , z_5 y z_7 , mostrados en las Figura 5.3a, 5.4a y 5.5a.

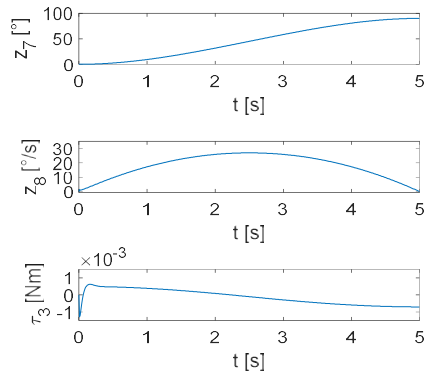


Figura 5.6: Respuesta del eslabón 3.

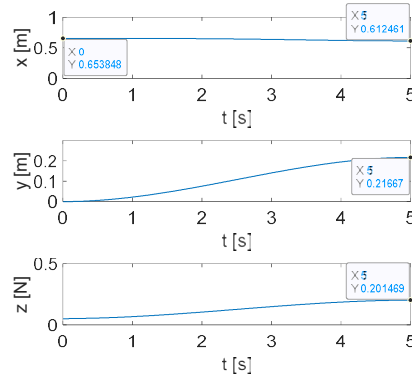


Figura 5.7: Respuesta del efector final (pinza).

Como se puede apreciar de la Figura 5.7 los valores de posición corresponden a los obtenidos con la cinemática directa (5.1).

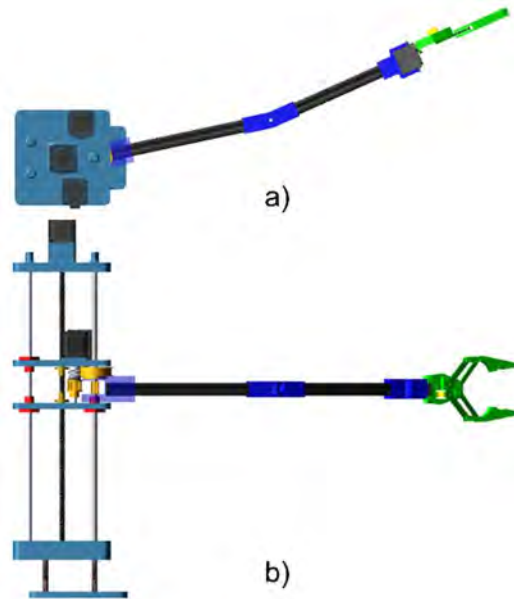


Figura 5.8: Brazo robótico en posición final: $z_1=0.2$ m, $z_3=12^\circ$, $z_5=12^\circ$ y $z_4=90^\circ$.

5.3 Resultados de simulación con el modelo matemático

Para las simulaciones con el modelo matemático, se plantearon diferentes casos de movimiento del brazo robótico, lo cual permite verificar y comprobar el desempeño del control y el modelo matemático del manipulador. El listado de los parámetros utilizados en cuatro simulaciones se muestra a continuación:

1. $z = 0.2 \text{ m}, \theta_1 = 12^\circ \text{ y } \theta_2 = 12^\circ$
2. $z = 0.3 \text{ m}, \theta_1 = 45^\circ \text{ y } \theta_2 = 45^\circ$
3. $z = 0.15 \text{ m}, \theta_1 = 30^\circ \text{ y } \theta_2 = 30^\circ$
4. $z = 0.25 \text{ m}, \theta_1 = 60^\circ \text{ y } \theta_2 = 36^\circ$

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones del modelo dinámico (4.18), con las estrategias de control tipo PD (4.3) - (4.5); considerar el cambio de variables realizado en la sección 4.5. En la Figura 5.9, se puede observar que en la primera gráfica las variables z_1 y z_{1d} se superponen, lo que indica un buen desempeño del controlador tipo PD. Lo mismo ocurre con la velocidad del sistema, representada por z_2 , donde en la gráfica se superpone a z_{2d} , lo que sugiere que se está alcanzando la velocidad propuesta. También se presenta el esfuerzo de control aplicado al sistema, el cual debe ser menor en el prototipo real, puesto que en este modelado no se consideró la fricción del tornillo cuando se eleva y baja la base móvil.

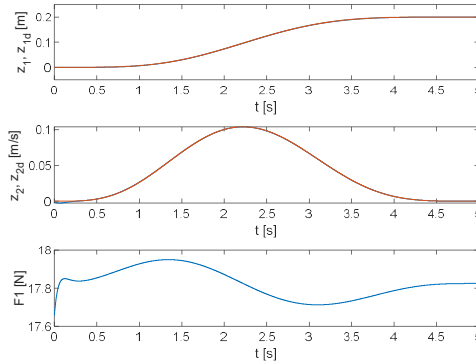


Figura 5.9: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d} = 0.2 \text{ m}$.

En la Figura 5.10 se visualiza un comportamiento similar tanto en la posición angular de θ_1 (representada como z_3) como en la posición deseada de θ_{1d} (representada como z_{3d}). Del mismo modo, se observa un patrón similar en las velocidades angulares, representadas como z_4 y z_{4d} . En la última gráfica, se puede apreciar el esfuerzo de control (τ_1) que se ejercería en el sistema para el eslabón 1.

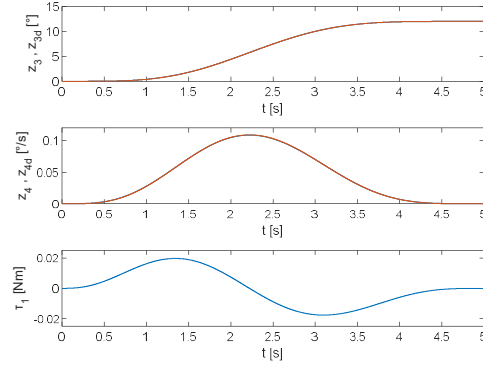


Figura 5.10: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=12^\circ$.

En la Figura 5.11 se presenta la respuesta de la posición angular del sistema del antebrazo z_5 , y la trayectoria angular deseada z_{5d} . Al igual que en las gráficas anteriores, las posiciones angulares concuerdan entre sí, llevando al segundo eslabón a la posición angular deseada. Asimismo, las velocidades angulares coinciden, representadas como z_6 y z_{6d} . En la última gráfica se muestra el torque (τ_2), el cual se ejercería en el sistema para el eslabón 2.

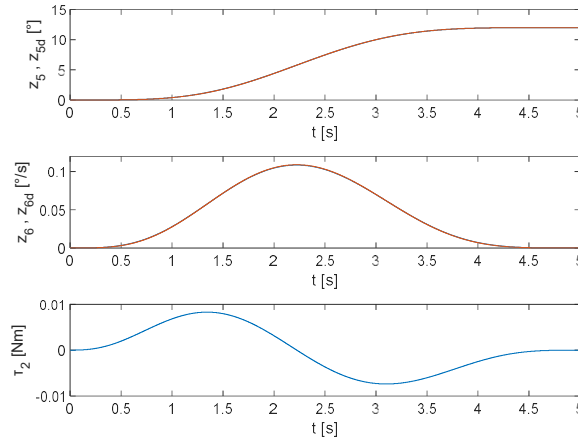


Figura 5.11: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=12^\circ$.

Otros resultados de las simulaciones realizadas, las cuales están puestas en otros casos dentro del espacio de trabajo del manipulador, como se muestra en la Figura 5.12, se puede observar que en la primera gráfica las variables z_1 y z_{1d} de igual manera los datos se superponen,

indicando un buen funcionamiento en relación con el movimiento en z con respecto a su posición final de la base móvil y la posición deseada de la base móvil. Ocurriendo de igual manera con la velocidad del sistema, representada por z_2 , donde en la gráfica mostrada se superpone a z_{2d} . Aunque en la figura pareciera que la fuerza aplicada en la base móvil fuera mayor que en el caso anterior, sobre todo por el hecho de obtener una mayor altitud, se sigue despreciando que la fuerza debe ser menor debido al tornillo que tiene el manipulador.

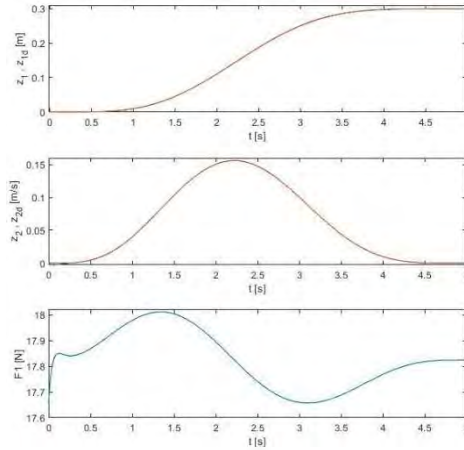


Figura 5.12: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.3$ m.

En el siguiente caso (ver Figura 5.13), se muestra un comportamiento similar tanto en la posición angular de θ_1 (z_3) como en la posición deseada de θ_{1d} (z_{3d}). Al igual que en el caso anterior, se observa un patrón similar en las velocidades angulares, representadas como z_4 y z_{4d} . En la última gráfica, se puede apreciar el torque (τ_1) requerido para el eslabón 1.

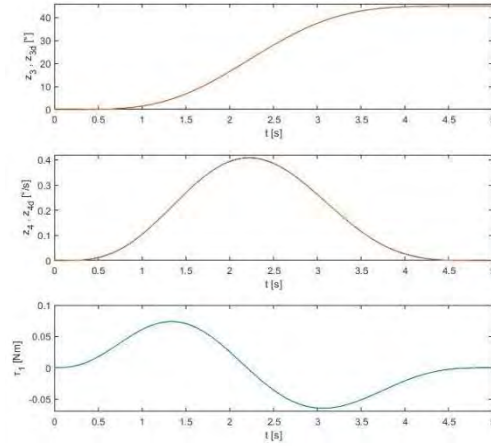


Figura 5.13: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=45^\circ$.

En la Figura 5.14 se presentan las posiciones angulares del sistema del antebrazo en este caso, (z_5 y z_{5d}). Al igual que en las gráficas anteriores, las posiciones angulares concuerdan entre sí, llevando al segundo eslabón a la posición angular requerida, como a la posición angular deseada. Asimismo, las velocidades angulares coincidieron (z_6 y z_{6d}). En la última gráfica de la figura se muestra el torque (τ_2), el cual requiere el eslabón 2.

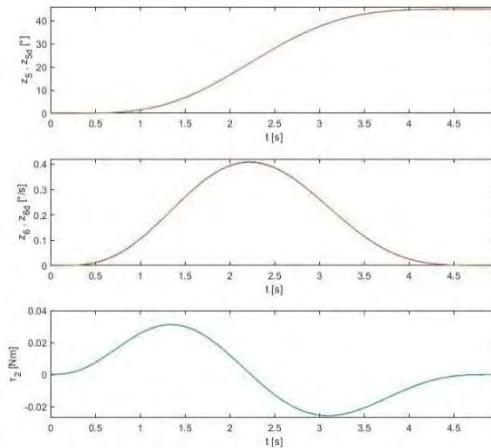


Figura 5.14: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=45^\circ$.

Resultados del tercer caso del brazo robótico:

En la **Figura 5.15: Respuesta de la posición**, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.15\text{m}$. se muestra como las variables de z_1 y z_{1d} se sobreponen en los datos, yendo hacia 0.15 metros desde un punto inicial hasta la variable deseada de la base móvil, mostrando el correcto funcionamiento con relación el movimiento en z de la base móvil. Los datos de la velocidad del sistema coinciden de la misma manera, estos representados por z_2 y z_{2d} .

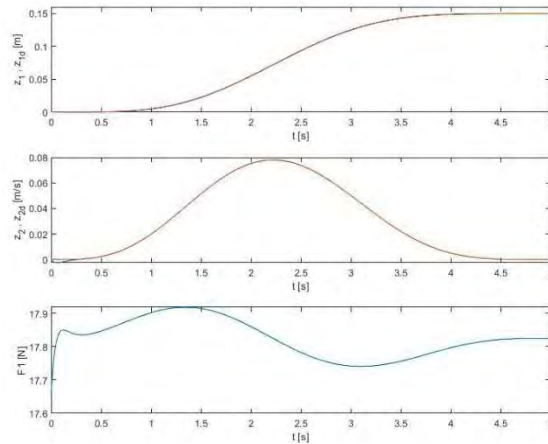


Figura 5.15: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.15\text{m}$.

En Figura 5.16 se muestran los datos de respuesta de la posición angular del brazo, correspondiente a z_3 y z_{3d} , estos se dirigen a la posición deseada de 30° . La grafica para los datos de la velocidad angular, representados por z_4 y z_{4d} , coinciden dentro del sistema de la simulación. En la última grafica de la figura, se muestra el torque requerido para el brazo.

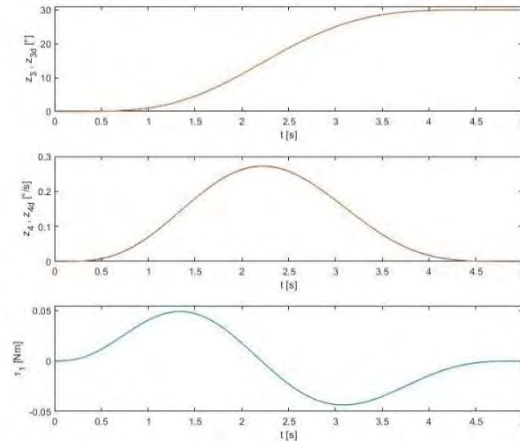


Figura 5.16: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=30^\circ$.

En la Figura 5.17 se muestran los datos de respuesta de la posición angular del antebrazo, correspondiente a z_5 y z_{5d} , estas variables van a la dirección de la posición deseada de 30° . En la segunda grafica de la figura se muestra la velocidad angular lograda para obtener la posición deseada, representados por z_6 y z_{6d} . En la tercera grafica se muestra el torque requerido para el antebrazo.

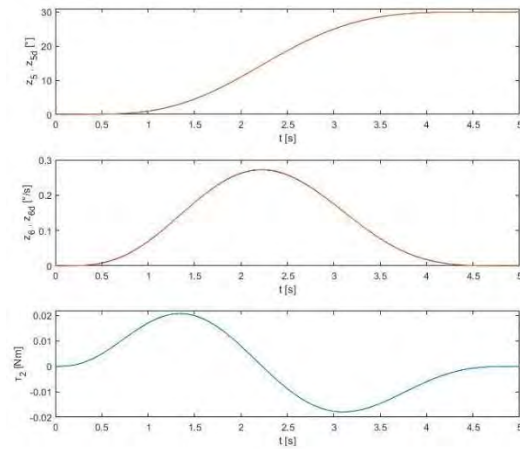


Figura 5.17: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=30^\circ$.

De manera similar a las simulaciones anteriores, en las Figura 5.18 a Figura 5.20 se muestran los resultados del brazo robótico para $z = 0.25 \text{ m}$, $\theta_1 = 60^\circ$ y $\theta_2 = 36^\circ$:

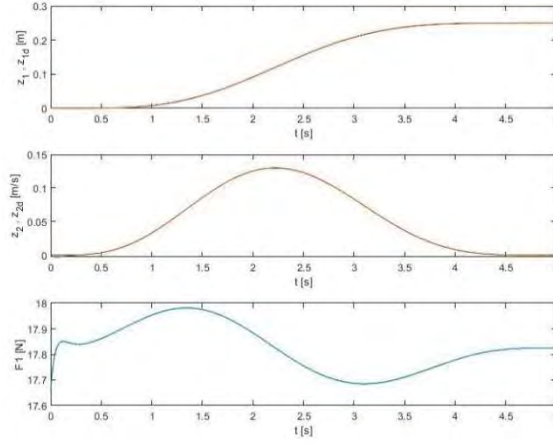


Figura 5.18: Respuesta de la posición, velocidad y fuerza de la base móvil para $z_{1d}=0.25\text{m}$.

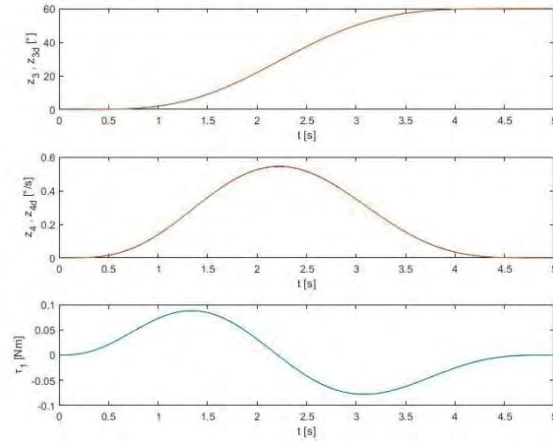


Figura 5.19: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 1 para $z_{3d}=60^\circ$.

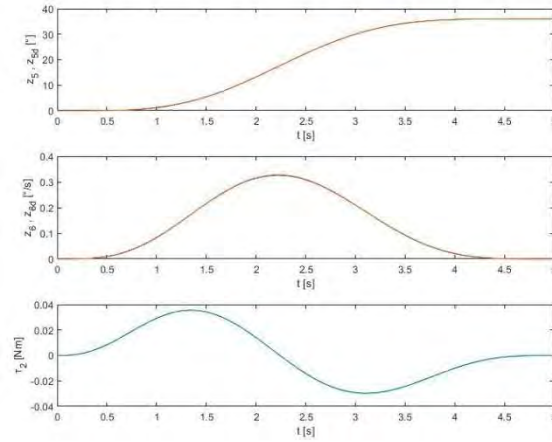


Figura 5.20: Respuesta de la posición angular, velocidad angular y el torque del eslabón 2 para $z_{5d}=36^\circ$.

Medidas del brazo robótico:

Para obtener las dimensiones del brazo robótico, fue necesario resolver la ecuación de la cinemática inversa. Se observó que las longitudes de los eslabones están estrechamente relacionadas entre sí, por lo que se decidió declarar una de ellas como valor fijo para poder determinar la otra. En este caso, se asumió una longitud conocida para el segundo eslabón (l_2), y a partir de ella se calculó la longitud del primer eslabón (l_1), mediante la siguiente ecuación (4.9):

$$l_1 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - (l_2 \sin \theta_2)^2} - l_2 \cos \theta_2$$

Dado que el punto del efector final es conocido ($P_x = 0.40981$ y $P_y = 0.40981$) y se conoce la posición de partida en el descansabrazo de la silla de ruedas, se verificó que el alcance máximo del brazo es de 0.76 m. Por lo tanto, se asignó a l_2 una longitud de 0.36 m, y con esta se calculó l_1 , obteniendo una longitud de 0.40 m.

5.4 Representación gráfica del espacio de trabajo del manipulador

Para visualizar el espacio de trabajo, se puede graficar el anillo circular en el plano xy :

- El anillo tiene un radio interior de $(l_1 - l_2)$ y un radio exterior de $(l_1 + l_2)$.

- Si hay límites en θ_1 y θ_2 , se debe calcular cómo estos límites afectan el espacio de trabajo y recortar el anillo en consecuencia.

Por medio del diseño del modelo físico, se contempló que existen limitaciones físicas en las articulaciones en el brazo y el antebrazo (θ_1 y θ_2). Para la articulación del brazo θ_1 tiene un rango de movimiento a partir de los 15° a 165° debido a limitaciones físicas que están contempladas por el diseño del soporte del primer eslabón para el manipulador (ver Figura 5.21a). Para la articulación del antebrazo θ_2 tiene un rango de movimiento de -55° a 325° debido a las limitaciones físicas por la geometría y se observa en las piezas del “codo”, las que unen los eslabones del manipulador (Figura 5.21b). Estos límites deben implementarse después de calcular la cinemática inversa, ya que los ángulos obtenidos deben ajustarse para estar dentro de estos rangos permitidos.



Figura 5.21: a) Rango de movimiento del brazo, b) Rango de movimiento del antebrazo.

Con base a lo escrito para conseguir el espacio de trabajo del brazo, existen limitaciones físicas del robot, por ejemplo, el brazo robótico tiene un rango de movimiento equivalente a 150° , mientras que el antebrazo tiene un rango de movimiento equivalente a 210° . Tomando en cuestión lo anterior y las longitudes de los eslabones del brazo robótico junto con la cinemática inversa del manipulador, se obtuvo el espacio de trabajo del brazo mostrado en la Figura 5.22.

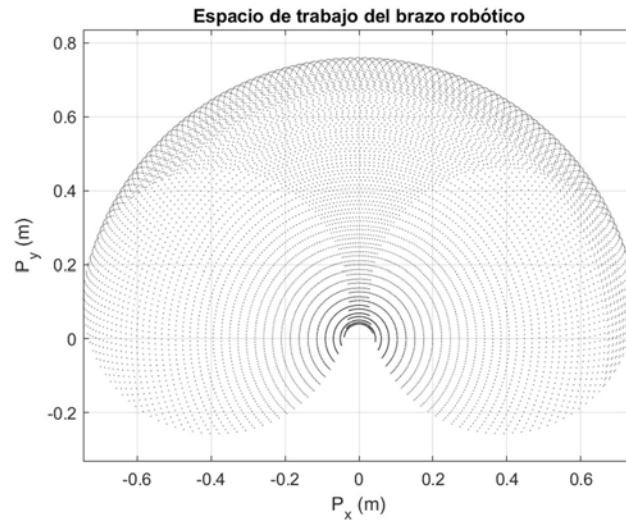


Figura 5.22: Espacio de trabajo del brazo robótico.

5.5 Pruebas experimentales

En esta sección se presentan los resultados de las pruebas con el modelo físico del brazo robótico y con la implementación de las estrategias de control PID (Ver Figura 5.23). Para cada uno de los casos, se posicionó a la base móvil, al eslabón 1 y al eslabón 2 en las partes medias de la carrera para el desplazamiento vertical y angulares, tomando un punto inicial o de referencia. A partir de estas posiciones iniciales se moverán a una posición deseada para realizar tareas.



Figura 5.23: Posiciones en las pruebas físicas del brazo robótico.

En la Figura 5.24 se muestra el comportamiento de la base móvil a lo largo del eje z , al ser sometida a una secuencia de posiciones de referencia z_{ld} en distintos intervalos de tiempo. La trayectoria deseada fue definida en forma escalonada, lo que permitió evaluar la capacidad del sistema para seguir cambios bruscos en la consigna.

La respuesta real z_l refleja el desplazamiento físico de la base móvil, que logra alcanzar cada uno de los niveles deseados con un margen de error aproximado de ± 0.1 cm. Las posiciones de referencia fueron establecidas en la siguiente secuencia: de 0 a 2 cm, luego a -1 cm, seguido por -5 cm, después 5 cm, y finalmente de regreso a 0 cm, con el objetivo de restablecer el sistema a su punto inicial.

Se observa que, alrededor de los 520 segundos, la base móvil presenta una oscilación no deseada, la causa puede ser una fricción en el tornillo que afecta la regulación al valor deseado o posiblemente a una falta de sintonización de las ganancias del controlador. A partir de esta observación, se ajustaron las ganancias del controlador PID con el propósito de mejorar la respuesta del sistema y suprimir o atenuar dichas oscilaciones.

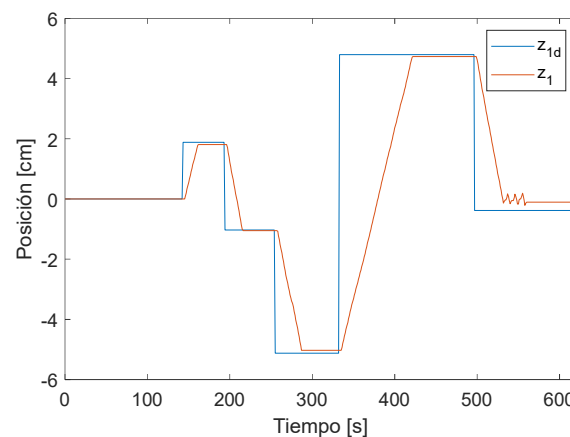


Figura 5.24: Primera prueba de la posición de la base móvil.

En la Figura 5.25 se presenta la respuesta dinámica de la base móvil en el eje z , representada por la variable z_l , en la regulación de un valor de referencia z_{ld} . Esta prueba tiene como objetivo evaluar la precisión y estabilidad del sistema de control implementado.

La secuencia de posiciones deseadas fue establecida de la siguiente forma: de 0 a 7 cm, de 7 a 3 cm, luego a -5 cm, después a -7 cm, y finalmente de regreso a 0 cm. Estas transiciones

permiten observar el desempeño del sistema ante cambios tanto ascendentes como descendentes de magnitud variable.

Durante la ejecución de la prueba, se detectó una oscilación en la respuesta del sistema antes de los 200 segundos, lo cual indicaba una respuesta subamortiguada, posiblemente debido a una configuración inadecuada de las ganancias del controlador PID. Ante esta situación, se procedió a ajustar nuevamente los parámetros del controlador, logrando así eliminar las oscilaciones y obtener una respuesta más estable en los intervalos de tiempo posteriores.

Los resultados muestran una mejora significativa en el seguimiento de la trayectoria deseada, manteniéndose un margen de error bajo y una respuesta sin oscilaciones perceptibles tras la última sintonización del PID.

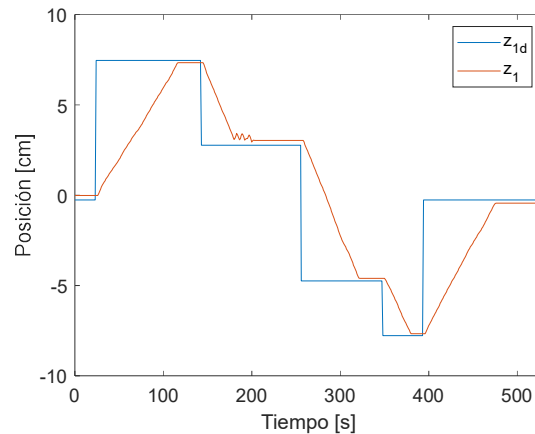


Figura 5.25: Segunda prueba de la posición de la base móvil.

En la Figura 5.26 se presenta la respuesta de la base móvil en el eje z , donde se evalúa la respuesta del sistema de control ante una serie de transiciones escalonadas en la posición de referencia z_{1d} . La respuesta real del sistema, representada por z_1 , muestra que la base móvil llega a los puntos de referencia deseados.

Las posiciones deseadas fueron aplicadas en la siguiente secuencia: de 0 a -5 cm, de -5 a -10 cm, posteriormente a 3 cm, luego a 7 cm, y finalmente de regreso a 0 cm, con el objetivo de

evaluar el rendimiento del sistema ante cambios amplios y de polaridad opuesta, así como verificar su capacidad de retorno a la posición inicial.

Durante los primeros 500 segundos, el sistema mostró una respuesta estable, sin presencia de oscilaciones relevantes, lo cual muestra el desempeño del controlador PID previamente sintonizado. Sin embargo, a partir del segundo 500, se observa una oscilación persistente en la señal z_l . Este comportamiento es resultado de una interferencia física externa: una de las secciones móviles de la base mecánica presentó un atoramiento parcial que restringió el movimiento libre del brazo robótico. Esta condición provocó un esfuerzo adicional por parte del actuador, traducándose en las oscilaciones registradas.

Este evento permitió identificar la importancia de la interacción entre el control y el diseño mecánico, resaltando que, incluso con una correcta sintonización del controlador, factores físicos pueden comprometer el desempeño del sistema. Se realizó una revisión mecánica preventiva para asegurar el correcto desplazamiento de la base móvil en pruebas posteriores.

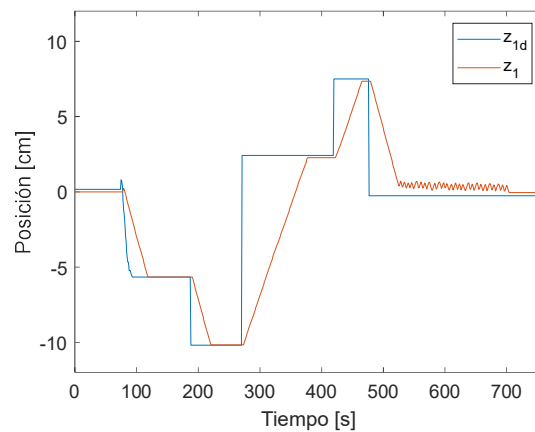


Figura 5.26: Tercera prueba de la posición de la base móvil.

En la Figura 5.27 se muestra la respuesta dinámica de la base móvil frente a una secuencia de posiciones deseadas en el eje z , representadas por la señal z_{ld} , mientras que la señal z_l corresponde a la posición real alcanzada. La trayectoria de referencia incluyó desplazamientos de 0 a 5 cm, de 5 a -5 cm, luego a 7 cm y finalmente de regreso a 0 cm, con

el fin de evaluar la capacidad de seguimiento del sistema ante cambios abruptos en la consigna.

Durante gran parte de la prueba, la base móvil logró seguir con precisión las posiciones deseadas, mostrando un comportamiento estable y un bajo error de seguimiento. Las transiciones entre posiciones se realizaron de forma continua y controlada, evidenciando una correcta sintonización del controlador PID. Sin embargo, hacia la parte final del ensayo, se registró una ligera oscilación alrededor de la posición de retorno (0 cm), antes de que el sistema alcanzara nuevamente la estabilidad. Esta oscilación puede atribuirse a factores dinámicos del sistema o ajustes finos pendientes en el controlador.

En conjunto, el desempeño del sistema fue satisfactorio, demostrando una respuesta robusta en la mayoría del recorrido, con un pequeño margen de mejora en las condiciones de estabilidad final.

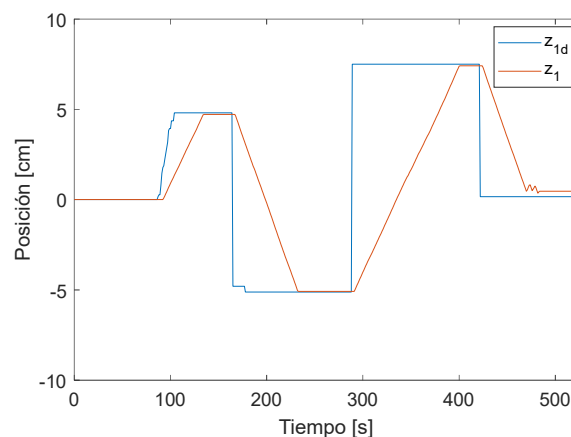


Figura 5.27: Cuarta prueba de la posición de la base móvil.

En la Figura 5.28 se muestra la respuesta de la base móvil en el eje z, frente a una trayectoria deseada compuesta por múltiples transiciones de distinta magnitud y dirección.

La trayectoria fue diseñada para evaluar el rendimiento del sistema de control ante una secuencia de movimientos exigentes, que incluye ascensos, descensos pronunciados y cambios de dirección consecutivos. Las posiciones deseadas fueron: de 0 a 7 cm, de 7 a -7 cm, de -7 a -12 cm, de -12 a 3 cm, de 3 a -2 cm y finalmente de -2 a 0 cm. Este patrón permitió verificar la robustez del controlador ante desplazamientos de gran amplitud y transiciones rápidas entre estados. Durante la mayor parte de la prueba, la base móvil demostró una alta

capacidad de seguimiento, respondiendo con precisión a los cambios impuestos por la trayectoria de referencia. El sistema mostró un buen desempeño dinámico, con un error de seguimiento mínimo y sin sobreimpulsos significativos. En los tramos más exigentes, como el salto de -12 cm a 3 cm, el controlador logró mantener la estabilidad sin comprometer la velocidad de respuesta.

No obstante, al final de la prueba, específicamente durante el retorno de -2 cm a 0 cm, se observó una leve oscilación en la señal de posición real. Este comportamiento transitorio, aunque de pequeña magnitud, sugiere la posibilidad de una mejora adicional en la sintonización del controlador, especialmente en los segmentos donde se requiere mayor estabilidad en el retorno a la posición inicial.

En conjunto, los resultados evidencian que la base móvil cuenta con un sistema de control eficaz para seguir trayectorias complejas en el eje z. Las ligeras desviaciones observadas en las etapas finales representan oportunidades para afinar aún más la respuesta del sistema en escenarios de operación prolongada o bajo perturbaciones.

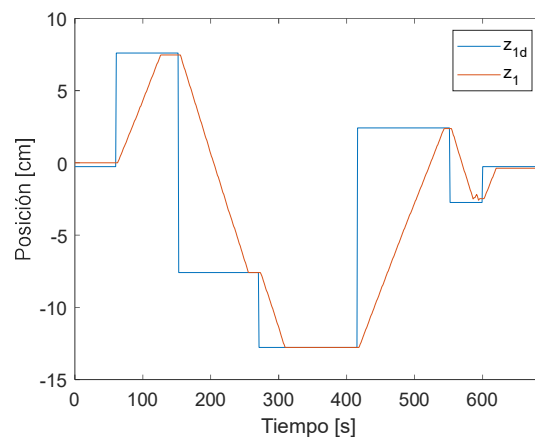


Figura 5.28: Quinta prueba de la posición de la base móvil.

En la Figura 5.29 se presenta el desempeño dinámico del primer eslabón del brazo robótico, análogo al movimiento de un hombro humano, al seguir una secuencia de posiciones angulares deseadas (z_{3d}) bajo la acción de un controlador PID. En esta gráfica, la curva azul

representa la trayectoria angular deseada, mientras que la curva roja muestra la posición angular real (z_3) alcanzada por el sistema durante la prueba física.

El objetivo principal de esta evaluación fue validar la capacidad del controlador para guiar el brazo hacia distintas consignas angulares, garantizando precisión, estabilidad y una respuesta adecuada ante cambios de dirección. Las posiciones deseadas programadas para esta prueba fueron de 0° a 15° , luego de 15° a -15° , y finalmente de -15° de vuelta a 0° , dentro de un margen de error aceptable de $\pm 2^\circ$. Este rango angular simula movimientos de extensión y flexión similares a los que realiza el hombro humano, teniendo en cuenta que el eslabón 1 se encuentra montado en un eje que permite desplazamientos en el plano vertical (eje y).

Durante toda la prueba, el sistema de control mostró un buen desempeño en el seguimiento de trayectorias escalonadas. La transición entre posiciones angulares se realizó con un tiempo de establecimiento adecuado, sin sobreimpulsos significativos ni oscilaciones prolongadas. Se observó que la respuesta del brazo robótico se mantuvo dentro de los límites de tolerancia definidos, incluso en los tramos donde la dirección del movimiento se invertía abruptamente. Esto evidencia que el controlador PID implementado posee la robustez y precisión necesarias para ejecutar desplazamientos angulares amplios con estabilidad y sin pérdidas de control.

Los resultados obtenidos confirman la efectividad del sistema de control en el seguimiento de trayectorias angulares para el eslabón 1.

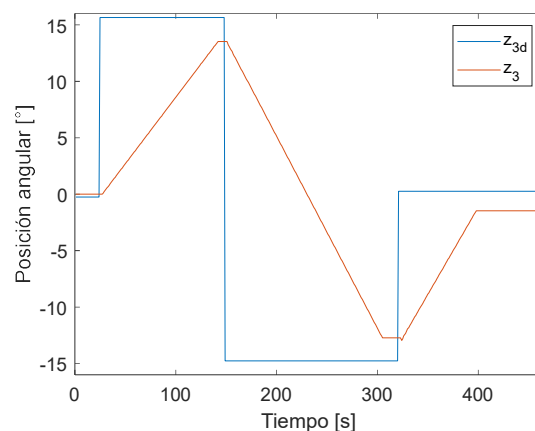


Figura 5.29: Primera prueba de la posición angular del brazo.

En la Figura 5.30 muestra el comportamiento dinámico de uno de los eslabones principales del brazo robótico, responsable del movimiento angular en un eje distinto al representado en la figura anterior. Esta prueba evalúa la capacidad del sistema de control PID en el seguimiento de trayectorias angulares con variaciones bruscas y desplazamientos de gran magnitud. A lo largo de la prueba, se definieron tres consignas angulares consecutivas: 28° , 5° y finalmente 0° , iniciando el movimiento desde una posición de reposo (0°).

En el primer segmento de la prueba, el eslabón inicia su desplazamiento desde 0° hacia la posición deseada de 28° . Este movimiento no se realiza de forma abrupta, sino que sigue una pendiente suave y progresiva, evidenciando una respuesta controlada del sistema. Aunque se aprecia un retardo característico debido a la dinámica del actuador y la inercia del mecanismo, el sistema logra alcanzar la consigna con precisión antes del segundo 300, sin registrar sobreimpulsos notorios ni oscilaciones.

Posteriormente, se establece una nueva consigna de 5° , lo que implica un cambio descendente significativo. El brazo responde con un descenso gradual, siguiendo la pendiente impuesta por la referencia. Al igual que en el ascenso, se observa un retardo natural en la convergencia hacia la nueva posición, atribuible a las limitaciones físicas del sistema, como la masa en movimiento y la fricción mecánica. No obstante, el controlador mantiene un desempeño estable y el eslabón logra alcanzar los 5° aproximadamente al segundo 510.

Finalmente, se introduce una última consigna de 0° , completando el ciclo de prueba. El eslabón se desplaza nuevamente hacia su posición inicial, finalizando con una convergencia aceptable dentro de los márgenes de error previamente definidos. Se evidencia una ligera oscilación transitoria en esta última transición, lo cual podría deberse a la cercanía con el punto de equilibrio del sistema o a una sensibilidad mayor del controlador en zonas cercanas al cero mecánico.

En conjunto, los resultados de esta prueba física validan la eficacia del control PID para manejar trayectorias angulares amplias, cambios abruptos de consigna y condiciones dinámicas variables. La precisión en el seguimiento, así como la estabilidad observada durante toda la prueba, refuerzan la viabilidad del sistema de control implementado para

aplicaciones robóticas donde se requiere un desempeño confiable ante diferentes configuraciones y demandas angulares.

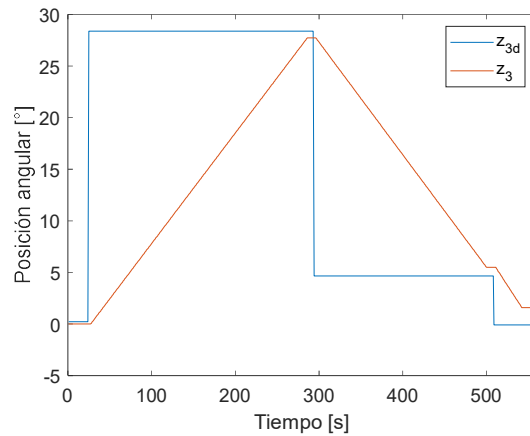


Figura 5.30: Segunda prueba de la posición angular del brazo.

En la Figura 5.31 se muestra la respuesta del eslabón principal del brazo robótico ante una secuencia de tres consignas angulares: -20° , 22° y finalmente 0° , partiendo desde una posición inicial de 0° . Esta prueba tuvo como objetivo evaluar el desempeño del controlador PID frente a desplazamientos angulares amplios y cambios de dirección abruptos.

En primer lugar, el sistema se desplazó de 0° a -20° , alcanzando la consigna de forma progresiva y sin sobreimpulsos significativos. Posteriormente, se estableció una nueva consigna de 22° , lo que exigió una inversión completa del sentido de movimiento. A pesar

de la amplitud del cambio, el eslabón mantuvo un seguimiento preciso y estable. Finalmente, el sistema retornó a 0° , completando el ciclo de prueba sin desviaciones notables.

Los resultados confirman la eficacia del control PID para manejar variaciones angulares amplias con estabilidad, precisión y dentro de los márgenes de error establecidos.

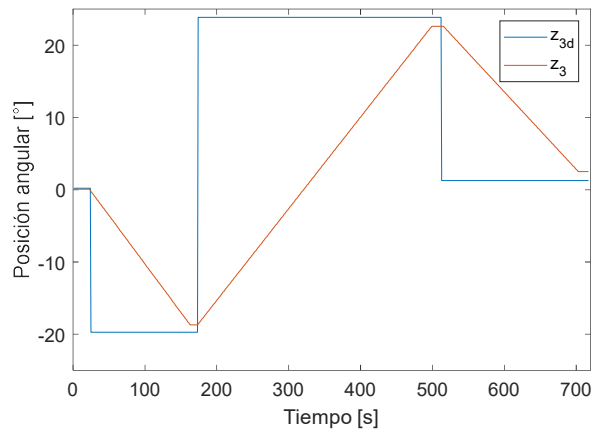


Figura 5.31: Tercera prueba de la posición angular del brazo.

En la Figura 5.32 se ilustra la respuesta dinámica del brazo robótico (z_3), específicamente su posición angular en una secuencia de posiciones angulares deseadas (z_{3d}) a lo largo del tiempo durante la prueba física. Esta prueba fue diseñada para evaluar la precisión y la capacidad de seguimiento del sistema de control ante cambios de dirección y puntos de consigna escalonados y de diferentes magnitudes, abarcando un rango considerable de movimiento angular, incluyendo valores negativos.

La prueba inicia con el brazo en la posición de 0° . Rápidamente, se le comanda a moverse hacia una posición deseada de -39° . El brazo responde ejecutando un movimiento angular descendente y se estabiliza con precisión en -39° , demostrando su capacidad para operar y mantener posiciones en el rango negativo. Posteriormente, la posición deseada cambia de forma escalonada a -12° . El brazo robótico reacciona a este cambio, realizando un movimiento ascendente controlado desde -39° hasta converger a -12° , lo que valida la habilidad del controlador para gestionar transiciones entre posiciones negativas distantes con un buen seguimiento. Finalmente, para concluir la prueba física, la posición angular deseada se establece en 7° . El brazo responde nuevamente con un movimiento ascendente lineal, buscando esta nueva consigna positiva hasta alcanzarla y estabilizarse. A lo largo de toda la

prueba, la posición angular real (z_3) sigue de cerca la trayectoria de la posición deseada (z_{3d}), con una notable precisión y estabilidad, confirmando la efectividad del control.

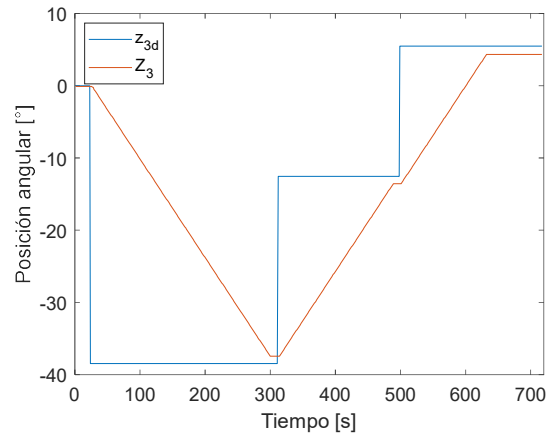


Figura 5.32: Cuarta prueba de la posición angular del brazo.

En la Figura 5.33 se muestra el comportamiento del brazo robótico, específicamente la posición angular en el eje y, durante una secuencia de posiciones angulares predefinidas a lo largo del tiempo. Esta prueba física tuvo como objetivo evaluar la capacidad del sistema para regulación de valores angulares deseados que implican tanto movimientos ascendentes como descendentes, así como transiciones abruptas entre valores deseados.

La prueba inicia con el brazo en la posición de 0° . A partir de ahí, se le comanda a moverse hacia una posición angular de 5° . El brazo responde ejecutando un movimiento ascendente y alcanza esta posición. Posteriormente, la posición deseada cambia abruptamente de 5° a -19° . El brazo robótico reacciona a este cambio con un movimiento descendente extenso, cubriendo un rango considerable de desplazamiento angular hasta estabilizarse cerca de -19° . Este segmento es crucial para demostrar la capacidad del control para manejar grandes cambios de dirección y alcanzar posiciones negativas. A continuación, la posición angular deseada se establece en 22° . El brazo realiza un movimiento ascendente significativo desde -19° hasta alcanzar y mantener esta nueva posición positiva. Finalmente, para concluir la prueba física, la posición angular deseada se ajusta a 0° , y el brazo regresa a su posición inicial. Durante todo el experimento, se observa que la posición angular real del brazo sigue

de cerca la trayectoria de la posición angular deseada, demostrando un control robusto a lo largo de los distintos movimientos y transiciones.

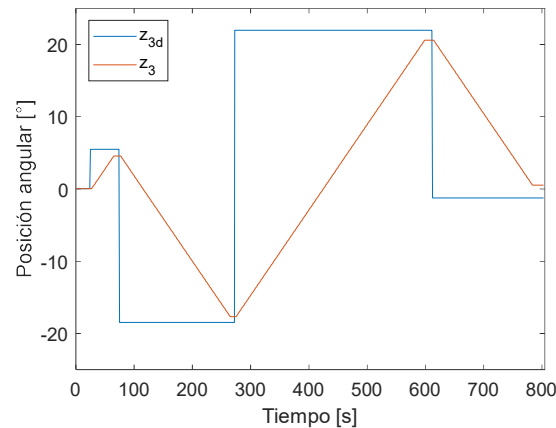


Figura 5.33: Quinta prueba de la posición angular del brazo.

En la Figura 5.34 se ilustra el comportamiento del eslabón 2 del brazo robótico, el cual es análogo al antebrazo humano y, por ende, su articulación simula el movimiento del codo. Esta gráfica representa la posición angular (z_{5d}) del eslabón en función del tiempo, en respuesta a una serie de posiciones angulares deseadas (z_5). El sistema de control implementado es de tipo PID, y su objetivo en esta prueba física fue demostrar su capacidad para guiar el eslabón 2 de manera controlada entre diferentes consignas angulares.

La prueba inicia con el eslabón 2 en una posición angular de 0° , desde donde la posición deseada se establece en 15° . Se observa que el antebrazo robótico responde rápidamente, realizando un movimiento ascendente y alcanzando los 15° . Este segmento inicial valida la capacidad de respuesta del sistema ante un cambio de referencia tipo escalón. Posteriormente, la posición angular deseada cambia de 15° a -15° . Durante este movimiento, el eslabón 2 ejecuta una trayectoria angular descendente con un seguimiento demostrando el desempeño del controlador PID para un rango de movimiento más grande. Este cambio de 15° a -15° abarca el movimiento de flexión y extensión completo del "codo" robótico.

Finalmente, la prueba concluye con un cambio en la posición angular deseada de -15° a 0° , retornando el eslabón 2 a su posición inicial. El brazo responde adecuadamente a esta última consigna, estabilizándose nuevamente en 0° . A lo largo de todo el experimento, la estrecha

correspondencia entre la posición angular real y la deseada, validando el control PID para los movimientos angulares análogos a los del codo humano en el brazo robótico.

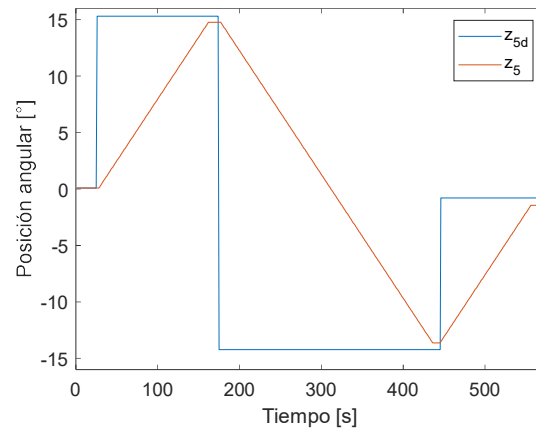


Figura 5.34: Primera prueba de la posición angular del antebrazo.

En la Figura 5.35 se muestra el movimiento angular del antebrazo del brazo robótico, representando su posición real (z_5) en respuesta a una serie de posiciones angulares deseadas (z_{5d}) establecidas de manera escalonada a lo largo del tiempo.

La prueba inicia con el antebrazo en la posición de 0° . Desde esta posición, se establece una primera posición angular de 14° . El brazo responde con un movimiento ascendente, acercándose a la posición deseada con un cierto tiempo de respuesta, lo cual es observable por la rampa gradual de θ_r hacia θ_d . Una vez que la posición se estabiliza en este primer punto, la posición angular se incrementa de manera escalonada de 14° a 32° . Durante este segmento, se aprecia que la posición real sigue la referencia deseada, aunque con un retraso inherente al sistema dinámico. Finalmente, para completar la prueba, la posición angular deseada retorna de 32° a 0° . El brazo ejecuta un movimiento descendente lineal de vuelta a la posición inicial, demostrando un seguimiento cercano a lo deseado y un asentamiento adecuado. A lo largo de todo el experimento, la figura muestra evidencia de que el antebrazo

robótico es capaz de seguir las posiciones angulares deseadas, lo que valida el desempeño del sistema ante cambios abruptos de posición y un retorno a la posición de origen.

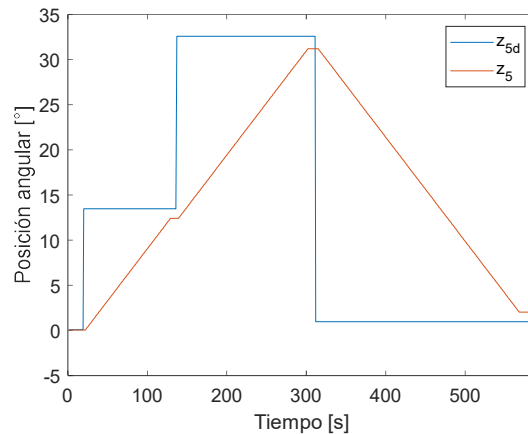


Figura 5.35: Segunda prueba de la posición angular del antebrazo.

En la Figura 5.36 se presenta el comportamiento dinámico del antebrazo del brazo robótico, mostrando su posición angular real (z_5) en respuesta a una secuencia de posiciones angulares deseadas (z_{5d}) a lo largo del tiempo. Esta prueba física fue diseñada para evaluar la capacidad de seguimiento del sistema de control ante una serie de cambios de posición que incluyen tanto movimientos ascendentes como descendentes.

El ensayo comienza con el antebrazo en su posición inicial de 0° . La posición angular deseada se establece en 29° . El antebrazo robótico responde con un movimiento ascendente lineal, exhibiendo un seguimiento de la trayectoria deseada hasta alcanzar los 29° alrededor del segundo 290. Posteriormente, la posición angular deseada cambia de 29° a 10° . El antebrazo reacciona con un movimiento descendente controlado, siguiendo la rampa deseada y llegando a los 10° alrededor del segundo 450. Finalmente, la posición angular deseada se establece en 0° , provocando que el antebrazo complete su movimiento de retorno hasta su posición inicial. Durante todo el experimento, se observa que la posición angular real del antebrazo sigue la trayectoria de la posición deseada, mostrando el desempeño del sistema de control en la

ejecución de movimientos complejos y transiciones rápidas entre diferentes puntos propuestos, incluyendo tanto ascensos como descensos angulares.

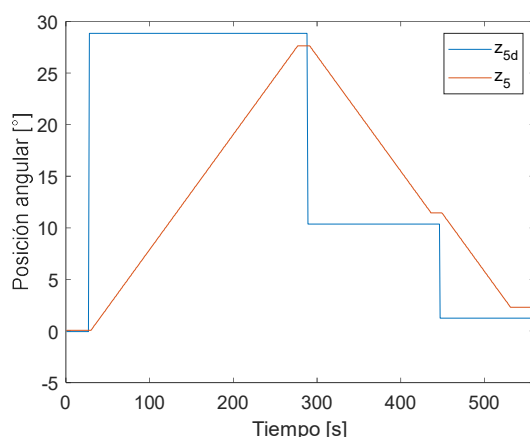


Figura 5.36: Tercera prueba de la posición angular del antebrazo.

En la Figura 5.37 se ilustra el comportamiento dinámico del antebrazo del brazo robótico, mostrando su posición angular real (z_5) en respuesta a una secuencia compleja de posiciones angulares deseadas (z_{5d}) a lo largo del tiempo. Esta prueba física fue diseñada para evaluar la capacidad de seguimiento del sistema de control ante múltiples cambios de dirección y diferentes magnitudes de desplazamiento angular en intervalos variados, poniendo a prueba la movilidad del antebrazo.

La prueba comienza con el antebrazo en su posición inicial de 0° . La posición angular deseada se establece en 23° . El antebrazo robótico responde con un seguimiento de la trayectoria deseada hasta alcanzar los 23° alrededor de los 210 segundos. Este segmento inicial demuestra la habilidad del sistema para alcanzar la posición angular deseada y mantenerla. Posteriormente, la posición angular deseada se modifica de 23° a 7° . El antebrazo reacciona siguiendo la rampa deseada y llegando a los 7° alrededor del segundo 330. Posteriormente, la posición angular deseada se incrementa de 7° a 15° , y el antebrazo responde ascendiendo a esta nueva posición. Inmediatamente después, la posición deseada se cambia de 15° a 23° , lo que el brazo responde a este valor deseado. Finalmente, la posición angular deseada se establece en 0° , provocando que el antebrazo realice su movimiento final de retorno a la posición inicial. Durante todo el experimento, se observa que la posición angular real del antebrazo sigue la trayectoria de la posición deseada, lo que, valida la

funcionalidad del sistema de control en la ejecución de movimientos complejos y transiciones rápidas entre diferentes puntos, incluyendo tanto ascensos como descensos angulares, y cambios frecuentes de dirección.

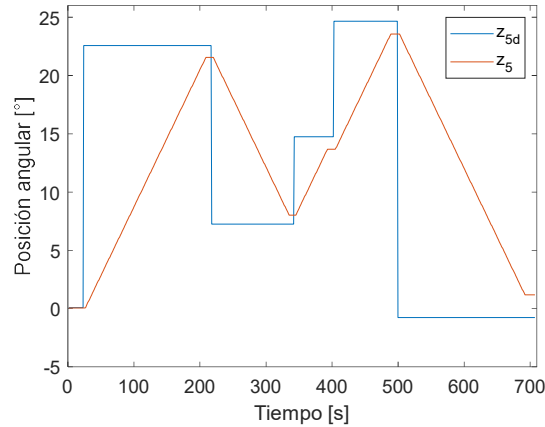


Figura 5.37: Cuarta prueba de la posición angular del antebrazo.

En la Figura 5.38 se ilustra el comportamiento dinámico del antebrazo del brazo robótico, mostrando su posición angular real (z_5) en respuesta a una secuencia de posiciones angulares deseadas (z_{5d}) a lo largo del tiempo. Esta prueba física fue diseñada para evaluar la capacidad de seguimiento del sistema de control ante cambios significativos de dirección y magnitud en las posiciones angulares.

La prueba comienza con el antebrazo en su posición inicial de 0°. A partir de este punto, la posición angular deseada se establece en -15°. El antebrazo robótico responde con un movimiento descendente lineal, exhibiendo un seguimiento de la trayectoria deseada hasta alcanzar los -15° alrededor del segundo 140. Esta sección inicial demuestra la habilidad del sistema para alcanzar una nueva posición angular en el rango negativo y mantenerla. Una vez que el brazo se estabiliza cerca de los -15°, la posición angular deseada cambia a 26°. El antebrazo reacciona con un movimiento ascendente cubriendo un amplio rango de desplazamiento angular hasta aproximarse a los 26° alrededor del segundo 470. Posteriormente, la posición angular se incrementa de 26° a 33°. El brazo continúa su movimiento ascendente para alcanzar esta nueva posición. Finalmente, la posición angular deseada se establece en 0°, provocando que el antebrazo realice su movimiento final de retorno a la posición inicial. Durante todo el experimento, se observa que la posición angular

real del antebrazo sigue la trayectoria de la posición deseada, validando la capacidad de respuesta del sistema de control en la ejecución de movimientos complejos y transiciones rápidas entre diferentes puntos, incluyendo tanto rangos angulares negativos como positivos.

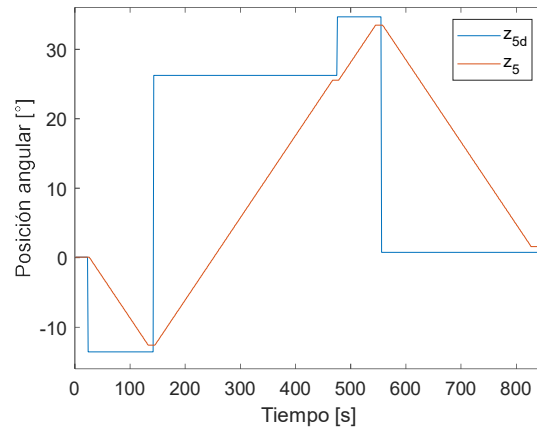


Figura 5.38: Quinta prueba de la posición angular del antebrazo.



Figura 5.39: Pruebas físicas del brazo robótico.

En las pruebas físicas del brazo robótico (ver Figura 5.39), en la verificación de la fuerza de agarre de la garra y la capacidad de alzar los vasos propuestos de distintos materiales. La garra del brazo tiene la capacidad de levantar una carga máxima de 5 kg, de preferencia utilizar vasos con cierta rugosidad y no lisos o uniformemente cilíndricos para tener un buen agarre. El brazo tiene una buena estabilidad para el proceso de mover objetos de lugar, puede operar en distintas posiciones y ángulos, con este tipo de control no se presentaron oscilaciones que pudieran afectar al usuario. En la Figura 5.40 se muestra el caso de un

usuario utilizando el brazo robótico para agarrar un vaso y acercarlo al usuario para simular que tomará algún líquido.



Figura 5.40: Pruebas físicas de posición con el brazo robótico.

5.6 Discusión de resultados.

El costo final del brazo robótico, teniendo en consideración los componentes utilizados, componentes estándar (rodamientos lineales, tuercas, poleas, bandas, ejes y tornillos), el perfil de aluminio y considerando la impresión de algunos de estos componentes con PLA/ABS. Se tuvo un precio aproximado de MXN\$4,500.00. Considerando que las piezas de PLA en este prototipo se requieren que sean de aluminio, puede incrementar su costo.

El brazo robótico propuesto presenta ventajas técnicas como su diseño modular, el uso de perfiles de aluminio y componentes estándar. El uso del tornillo en el eje z, coadyuva a que el esfuerzo de control sea mínimo para soportar y trasladar las cargas, evitando que se requiera actuadores de mayor capacidad y costo. Así como el reducir el consumo de energía, la cual se tomaría de la alimentación principal si fuera una silla eléctrica automatizada, reduciendo su tiempo de movilidad.

Por otra parte, el control por PID en las pruebas dinámicas demostró un comportamiento estable en la regulación de valores deseados, sin sobreimpulsos significativos, lo cual es esencial para la seguridad del usuario. Sin embargo, para tener un mejor desempeño en los movimientos del brazo, se recomienda diseñar un control robusto, ya que las cargas pueden variar de peso. La mano de obra, la manufactura y el proceso de ensamble deben ser

considerados en el costo total del producto. Aun así, su valor resultaría prácticamente económico en comparación con otros modelos en el mercado.

Capítulo

6 Conclusiones y Trabajo Futuro

Se presenta el diseño de un brazo robótico para adaptar en sillas de ruedas como un auxiliar para pacientes que presentan algún tipo de parálisis. El brazo robótico está diseñado para soportar un peso de 1 kg, con un factor de seguridad aproximado de 7. El brazo robótico propuesto, auxiliar para ABVD, resulta ser económico al utilizar componentes estándar, una opción para llevar este tipo de dispositivos a personas de bajos recursos. El tipo de control PID presentó un buen comportamiento al seguimiento de trayectorias, llevando al efector final, desde una posición inicial a una posición final. Las pruebas demostraron que el brazo es funcional en condiciones controladas. Por lo que se recomienda realizar estudios de validación con usuarios reales para evaluar su facilidad de uso, confiabilidad en ambientes cotidianos y grado de aceptación. Además, el diseño se adaptó tomando en cuenta medidas antropométricas promedio, permitiendo al brazo alcanzar objetos ubicados dentro del campo de acción natural del usuario.

El prototipo mostró un desempeño estable bajo condiciones dinámicas, con tiempos de asentamiento adecuados y sin presencia de oscilaciones peligrosas que pudieran comprometer la seguridad del usuario. Las pruebas físicas confirmaron la validez del modelo matemático y de control implementado, destacando la facilidad de adaptación a diferentes trayectorias y posiciones requeridas para las ABVD. Asimismo, se reconoce la importancia de fortalecer el diseño en la interfaz de acoplamiento con la silla de ruedas.

Trabajo Futuro

Como trabajo futuro para el seguimiento y desarrollo de un prototipo funcional se propone:

- Implementar un sistema de visión para detectar los objetos, su posición y orientación para que con la cinemática inversa se determine los ángulos requeridos para desplazar el manipulador y tomar dicho objeto; para posteriormente llevarlo a un punto deseado.
- Implementar estrategias de control robustas ante incertidumbre paramétrica y perturbaciones.

- Desarrollar e implementar interfaces más intuitivas como control por voz, gestos o señales mioeléctricas (EMG), que permitan al usuario operar el manipulador sin necesidad de botones físicos.
- Implementar sensores de fuerza/par para mejorar la sensibilidad al contacto del efector final, permitiendo ajustar la fuerza de agarre según el tipo de objeto y prevenir daños o caídas.
- Explorar e implementar técnicas de aprendizaje por refuerzo o aprendizaje supervisado para optimizar trayectorias o reconocer patrones de uso y adaptarse al estilo de cada usuario.

Referencias

- Ackerman, E. (2023, October 17). This robot could be the key to helping people with disabilities. *IEEE Spectrum*. <https://spectrum.ieee.org/stretch-assistive-robot>
- Alqasemi, R., & Dubey, R. (2007). Combined mobility and manipulation control of a newly developed 9-DOF wheelchair-mounted robotic arm system. In *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 4524–4529). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2007.364176>
- Arévalo, V., Galindo, C., Blanco, J. L., Fernández, J. A., González, J., & Muñoz, A. (2007). Silla de ruedas robótica para dar más independencia a su usuario. *Actas de las XXVIII Jornadas de Automática*, 233–240.
- Barrientos, A., Peñín, L. F., Balaguer, C., & Aracil, R. (2017). *Fundamentos de robótica*. McGraw-Hill Interamericana de España.
- Beaudoin, M., Miller, W. C., Latulippe, K., Demers, L., Giesbrecht, E., Mihailidis, A., & Mortenson, W. B. (2018). Impacts of robotic arm use on individuals with upper extremity disabilities: A scoping review. *Canadian Journal of Occupational Therapy*, 85(5), 397–407. <https://doi.org/10.1177/0008417418820878>
- Borboni, A., Maddalena, M., Rastegarpanah, A., Saadat, M., & Aggogeri, F. (2016). Kinematic performance enhancement of wheelchair-mounted robotic arm by adding a linear drive. In *2016 IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications (MeMeA)* (pp. 1–6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/MeMeA.2016.7533770>
- Carroll, A. N. (2005). *History of assistive devices: From manual to powered mobility*. TechAssist Press.
- Casals Gelpi, A. (2021). Robótica y tecnología como soporte a la discapacidad. *Universitat de Barcelona i Edicions Saragossa*.
- Clouatre, J., Doyon, C., Bouffard, J., & Campeau-Lecours, A. (2021). Preliminary development of SIARA (Six-DoF Assistive Robotic Arm). *ResearchGate*. https://www.researchgate.net/publication/353954160_Preliminary_Development_of_SIARA_Six-DoF_Assistive_Robotic_Arm
- Cooper, R. R. (1998). *Wheelchairs: A history*. J. H. Smith & Sons.
- Cuadrillero, O. S. (2016). Trastornos asociados a discapacidad motora. *Atendiendo Necesidades*. <http://atendiendonecesidades.blogspot.com/2012/11/trastornos-asociados-discapacidad-motora.html>
- Ehrlich, M., Müller, M., Li, X., & Indiveri, G. (2022). Adaptive control of a wheelchair mounted robotic arm with neuromorphically integrated velocity readings and online-learning. *Frontiers in Neuroscience*, 16, Article 1007736. <https://doi.org/10.3389/fnins.2022.1007736>
- Exact Dynamics. (n.d.). iARM Academic Edition. <http://iarmrobot.com/>

- Evolución e historia de las sillas de ruedas. (2018). *Sunrise Medical*.
<https://www.sunrisemedical.es/blog/historia-silla-de-ruedas>
- Font, D., Bonet, J., Palleja, T., & Tresanchez, M. (2014). A proposal for automatic fruit harvesting by combining a low cost stereovision camera and a robotic arm. *Sensors*, 14, 11557–11579.
<https://doi.org/10.3390/s140711557>
- Gorgues, J. (2005). Selección y adaptación de sillas de ruedas convencionales. *Offarm*, Elsevier.
- Guatibonza Amado, M. I. (2010, 22 de diciembre). Medidas para diseñar sillas o asientos. *Muebles Domóticos*. <https://mueblesdomoticos.blogspot.com/2010/12/medidas-para-disenar-sillas-o-asientos.html>
- Gull, M., Bai, S., Mrachacz-Kersting, N., & Blicher, J. (2018). WEXO: Smart wheelchair exoskeleton for ALS patients. *ResearchGate*.
https://www.researchgate.net/publication/341256311_WEXO_Smart_Wheelchair_Exoskeleton_for_ALS_Patients
- Hillman, M., Covill, D., & Codd, M. (2002). The Weston wheelchair mounted assistive robot—The design story. *Robotica*, 20(2), 125–132. <https://doi.org/10.1017/S0263574701003897>
- IEEE. (2018). 2018 IEEE 5th International Conference on Smart Instrumentation, Measurement and Application (ICSIMA). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICSIMA.2018.8688743>
- IEEE Spectrum. (2018). JACO. *Robots: Your Guide to the World of Robotics*.
<https://robots.ieee.org/robots/jaco/>
- INEGI. (2021). Estadísticas a propósito del Día Internacional de las Personas con Discapacidad (Datos nacionales). *INEGI*.
<https://www.inegi.org.mx/contenidos/programas/accesibilidad/2021>
- INEGI. (2025). Clasificación de tipo de discapacidad-histórica.
https://www.inegi.org.mx/contenidos/clasificadoresycatalogos/doc/clasificacion_de_tipo_de_discapacidad.pdf
- Institute for Manufacturing Engineering and Automation, Fraunhofer. (2015). Care-O-bot 3 - History. <https://www.care-o-bot.de/en/care-o-bot-3/history.html>
- Jardón, A., Martínez, S., González, J., & Balaguer, C. (2008). Asibot: Robot portátil de asistencia a discapacitados. Concepto, arquitectura de control y evaluación clínica. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 5(2), 48–59.
[https://doi.org/10.1016/S1697-7912\(08\)70144-4](https://doi.org/10.1016/S1697-7912(08)70144-4)
- Jennings, J. H. (2002). Folding wheelchairs and the birth of Everest & Jennings. *Journal of Rehabilitation Technology*, 12(4), 23–29.
- Karmamobility España. (2020, April). Historia de la silla de ruedas. *Karma Mobility España*.
<https://www.karmamobility.es/2020/04/historia-de-la-silla-de-ruedas/>
- Klein, G., & Klein, E. M. (1995). Development of the first power wheelchair. *Canadian Journal of Medical Engineering*, 5(2), 45–52.

- Ktistakis, I. P., & Bourbakis, N. G. (2015). A survey on robotic wheelchairs mounted with robotic arms. In *2015 National Aerospace and Electronics Conference (NAECON)* (pp. 1–5). IEEE. <https://doi.org/10.1109/NAECON.2015.7443079>
- Laffont, I., Guerraz, M., Dubois, B., De Seze, M., & Froger, J. (2009). Evaluation of a graphic interface to control a robotic grasping arm: A multicenter study. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 90(10), 1740–1748. <https://doi.org/10.1016/j.apmr.2009.05.009>
- Mahoney, R. M. (2001). The Raptor wheelchair robot system. In *Integration of Assistive Technology in the Information Age* (pp. 135–141).
- Maheu, V., Archambault, P. S., Frappier, J., & Routhier, F. (2011). Evaluation of the JACO robotic arm: Clinico-economic study for powered wheelchair users with upper-extremity disabilities. In *2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics* (pp. 1–5). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICORR.2011.5975397>
- Mayoral Arzaba, E. H. (2017). Automatización de una celda robótica con retroalimentación visual. *Benemérita Universidad Autónoma de Puebla*. <https://repositorioinstitucional.buap.mx/handle/20.500.12371/640>
- McGrath, J. (2015). The care-O-bot 3 robot helps seniors live independently. *Digital Trends*. <https://www.digitaltrends.com/home/the-care-o-bot-3-robot-helps-seniors-live-independently/>
- Mercader, J. (2023, January 7). Presentación robótica. *SlideShare*. <https://es.slideshare.net/jpolo3/presentaci-robotica>
- México, M. (2024, May 24). Discapacidad en México—Población con limitaciones para caminar o moverse. *Mediprax*. <https://mediprax.mx/discapacidad-en-mexico/>
- Minor Martínez, A., & Martínez Méndez, R. (n.d.). Tonatiuh, el primer robot asistente quirúrgico desarrollado en México. *Academia.edu*. <https://www.academia.edu>
- Morín-Castillo, M. M., Martínez-Arias, A. D., Velázquez-Domínguez, L. P., & Velázquez-Martínez, R. A. (2019). Prototipo de silla de ruedas dirigida usando parpadeos. *Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica*, 40(1), 1–13. <https://doi.org/10.17488/rmib.40.1.2>
- Museo Galileo. (2019). Il triciclo meccanico EN. *Mostre - Museo Galileo*. <https://mostre.museogalileo.it/motus/en/il-triciclo-meccanico-en.html>
- Ordoñez, H. M., Moctezuma, M., Arriaga, C., & Portillo, J. (2015). *Robótica: Análisis, modelado, control e implementación*. OmniaScience.
- Park, D., Hoshi, Y., & Kemp, C. C. (2020). Active robot-assisted feeding with a general-purpose mobile manipulator: Design, evaluation, and lessons learned. *Robotics and Autonomous Systems*, 124, 103344. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.103344>
- Picelli, A., Melotti, C., Origano, F., Neri, R., Waldner, A., Smania, N., & Santilli, V. (2014). Robot-assisted arm training in patients with Parkinson's disease: A pilot study. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 11(1), 28. <https://doi.org/10.1186/1743-0003-11-28>

- Pulikottil, T. B., Caimmi, M., D'Angelo, M. G., Biffi, E., Pellegrinelli, S., & Tosatti, L. M. (2018). A voice control system for assistive robotic arms: Preliminary usability tests on patients. In *2018 7th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (Biorob)* (pp. 167–172). IEEE. <https://doi.org/10.1109/BIOROB.2018.8487200>
- Ramos, E. (2021, 8 de octubre). Distrofia muscular de Duchenne, el tipo más frecuente en niños. *Selecciones México*. <https://selecciones.com.mx/distrofia-muscular-de-duchenne-el-tipo-mas-frecuente-en-ninos/>
- Robear, R. (n.d.). Robear, el robot enfermero que ayuda a los ancianos. *Robots Japoneses*. <https://www.robotsjaponeses.net/robear-el-robot-enfermero-que-ayuda-a-los-ancianos/>
- Rodríguez, C. F., Quintero, H., & Aschner, H. (2005). Movimiento del brazo humano: De los tres planos a las tres dimensiones. *Revista de Ingeniería*, (22), 36–44. <https://doi.org/10.16924/revinge.22.4>
- Rozas Llontop, D. A., Sánchez, J. A. C., Cruzado, J. R. F., & Pacco, J. L. V. (2020). Mechatronics design and simulation of anthropomorphic robotic arm mounted on wheelchair for supporting patients with spastic cerebral palsy. In *2020 IEEE International Conference on Engineering Veracruz (ICEV)* (pp. 1–6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICEV50249.2020.9289665>
- Rulik, I., Tien, D., & Kemp, C. C. (2022). Control of a wheelchair-mounted 6DOF assistive robot with chin and finger joysticks. *Frontiers in Robotics and AI*, 9, Article 885610. <https://doi.org/10.3389/frobt.2022.885610>
- Saenz, A. (2009, December 14). Robotic arm opens doors for wheelchairs (video). *Singularity Hub*. <https://singularityhub.com/2009/12/14/robotic-arm-opens-doors-for-wheelchairs-video/>
- Schaefer, K. (2018). Tools for SMA individuals: The Jaco robotic arm—SMA News Today Forums. *SMA News Today*. <http://smanewstoday.com/forums/forums/topic/tools-for-sma-individuals-the-jaco-robotic-arm/>
- Sholahuddin, A., Novita, D., & Setiana, D. (2020). Wheelchair and robotic arm controls using Gyro Sensor. *Computer Science and Information Technologies*, 1(3), 121–125. <https://doi.org/10.11591/csit.v1i3.p121-125>
- Song, W-K., Lee, H., & Bien, Z. (1999). KARES: Intelligent wheelchair-mounted robotic arm system using vision and force sensor. *Robotics and Autonomous Systems*, 28(1), 83–94. [https://doi.org/10.1016/S0921-8890\(99\)00031-7](https://doi.org/10.1016/S0921-8890(99)00031-7)
- Spong, M. W., Vidyasagar, M., & Hutchinson, S. (2004). *Robot dynamics and control*. Wiley.
- Stegner, L., Senft, E., & Mutlu, B. (2023). Situated participatory design: A method for in situ design of robotic interaction with older adults. In *Proceedings of the 2023 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems* (pp. 334:1–334:15). ACM. <https://doi.org/10.1145/3544548.3580893>
- Sunny, M. S., Sandesh, S. K., & Kemp, C. C. (2021). Eye-gaze control of a wheelchair mounted 6DOF assistive robot for activities of daily living. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 18, Article 162. <https://doi.org/10.1186/s12984-021-00940-9>

- Tanaka, H., Yoshikawa, M., Oyama, E., Wakita, Y., & Matsumoto, Y. (2013). Development of assistive robots using International Classification of Functioning, Disability, and Health: Concept, applications, and issues. *Journal of Robotics*, 2013, Article 608191. <https://doi.org/10.1155/2013/608191>
- TODOS SOMOS UNO. (2014). Corren riesgo 8 niños con parálisis cerebral por fundador de albergue. *Todos Somos Uno*. <https://todossomosuno.com.mx/portal/corren-riesgo-8-ninos-con-paralisis-cerebral-por-fundador-de-albergue/>
- Tsui, K. M., Yanco, H. A., Kontak, D., & Beliveau, L. (2011). 'I want that': Human-in-the-loop control of a wheelchair-mounted robotic arm. *Applied Bionics and Biomechanics*, 8(1), 127–147. <https://doi.org/10.1155/2011/698079>
- Wang, H., Lee, H., Yang, G., & Bien, Z. (2013). Performance evaluation of the personal mobility and manipulation appliance (PERMMA). *Medical Engineering & Physics*, 35(11), 1613–1619. <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2013.05.008>
- Wakita, Y., Yoon, W.-K., & Yamanobe, N. (2012). User evaluation to apply the robotic arm RAPUD for an upper-limb disabilities Patient's Daily Life. En *2012 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)* (págs. 1482-1487). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ROBIO.2012.6491178>
- World Health Organization. (2021). Disability. *World Health Organization*. https://www.who.int/health-topics/disability#tab=tab_1
- X-Plain lite. (s.f.) Distrofia muscular de Duchenne In *PatEdu.com X-Plain lite*. http://www.patedu.com/spanish/interactive/muscular-dystrophy-duchenne/section1_page2 (Accessed: 22 July 2025).
- Yamamoto, T., Terada, K., Ochiai, A., & Hirano, S. (2019). Development of human support robot as the research platform of a domestic mobile manipulator. *Robomech Journal*, 6, Article 4. <https://doi.org/10.1186/s40648-019-0132-3>
- Zeungnam, B., Song, W.-K., Lee, H., Bien, Z., & Kwak, S. H. (2003). Development of a wheelchair-based rehabilitation robotic system (KARES II) with various human-robot interaction interfaces for the disabled. In *Proceedings of the 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2003)* (pp. 1200–1205). IEEE. <https://doi.org/10.1109/AIM.2003.1225462>

Apéndice A. Modelado Matemático

En este apéndice se presenta el desarrollo para la obtención de las ecuaciones del modelo matemático del brazo robótico.

La energía cinética del sistema está dada por:

$$k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1 l_1^2)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_2 V_p^2$$

Donde:

$$V_p^2 = \dot{X}_p^2 + \dot{Y}_p^2$$

$$X_p = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$Y_p = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

En lo que en el sistema se necesitaría su derivada con respecto al tiempo.

$$\frac{d}{dt}(l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) = -l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1$$

$$\frac{d}{dt}(l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)) = l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1$$

Posteriormente, se elevaron al cuadrado para determinar la velocidad al cuadrado, requerido en la energía cinética.

$$(-l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1)^2 = l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2) + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1$$

$$(l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1)^2 = l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + 2l_2 l_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1$$

Se sumaron y se simplificaron los productos obtenidos.

$$l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2) + l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) = l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2$$

$$2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2l_2 l_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) = 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2$$

$$l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 + l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2$$

Por lo tanto, y teniendo en cuenta lo anterior, la última parte de la ecuación de la velocidad queda de la siguiente manera:

$$V_p^2 = \dot{X}_p^2 + \dot{Y}_p^2 = l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + l_1^2 \dot{\theta}_1^2$$

La energía cinética del sistema queda de la siguiente forma:

$$k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1 l_1^2)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_2 \left(l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \right)$$

Simplificando y reordenaron términos:

$$k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}(J_2 + m_2 l_2^2)\dot{\theta}_2^2 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2)\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$$

La energía potencial del sistema está dada por:

$$v = mgh = m_1 gz + m_2 gz + m_3 gz = (m_1 + m_2 + m_3)gz$$

Por lo que la ecuación Lagrangiana queda de la siguiente manera:

$$L = k - v = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}(J_2 + m_2 l_2^2)\dot{\theta}_2^2 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2)\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - (m_1 + m_2 + m_3)gz$$

Aplicándose la ecuación de Euler-Lagrange para las tres coordenadas generalizadas, $q_1 = z; q_2 = \theta_1; q_3 = \theta_2$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} = F_1 \qquad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \tau_1 \qquad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \tau_2$$

Se resolvieron de la siguiente manera:

Para la variable z

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = (m_1 + m_2 + m_3)\dot{z}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{z}$$

$$\frac{\partial L}{\partial z} = -(m_1 + m_2 + m_3)g$$

En la cual, sustituyendo en la ecuación 1 da como resultado:

$$(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{z} + (m_1 + m_2 + m_3)g = F_1$$

Para la variable Θ_1

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = (J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2) \dot{\theta}_1 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2) \dot{\theta}_2$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = (J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_2 - (m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2) - (m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0$$

En la cual, sustituyendo en la ecuación 2 da como resultado:

$$(J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_2 - (m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2) - (m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2) = \tau_1$$

Para la variable Θ_2

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = ((J_2 + m_2 l_2^2) \dot{\theta}_2 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2) \dot{\theta}_1)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = ((J_2 + m_2 l_2^2) \ddot{\theta}_2 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1) - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = (-\frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2$$

En la cual, sustituyendo en la ecuación 3 da como resultado:

$$((J_2 + m_2 l_2^2) \ddot{\theta}_2 + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1) + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 = \tau_2$$

Cálculos para la simulación:

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 + m_3 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2 & m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ 0 & m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 & J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g \\ -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \\ \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & c \\ 0 & c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f \\ h \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$a = m_1 + m_2 + m_3$$

$$b = J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 + m_2 l_1^2$$

$$c = m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_2$$

$$d = J_2 + m_2 l_2^2$$

$$f = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g$$

$$h = -m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2$$

$$m = \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2$$

Se despejan las variables de mayor orden para posteriormente hacer una representación del modelo en espacio de estados.

$$\begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & c \\ 0 & c & d \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} F_1 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f \\ h \\ m \end{pmatrix} \right)$$

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & c \\ 0 & c & d \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{bd-c^2} & -\frac{c}{bd-c^2} \\ 0 & -\frac{c}{bd-c^2} & \frac{b}{bd-c^2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a}F_1 \\ d\frac{\tau_1}{bd-c^2} - c\frac{\tau_2}{bd-c^2} \\ b\frac{\tau_2}{bd-c^2} - c\frac{\tau_1}{bd-c^2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{a}f \\ d\frac{h}{bd-c^2} - c\frac{m}{bd-c^2} \\ b\frac{m}{bd-c^2} - c\frac{h}{bd-c^2} \end{pmatrix}$$

Apéndice B. Piezas del Manipulador

4

3

2

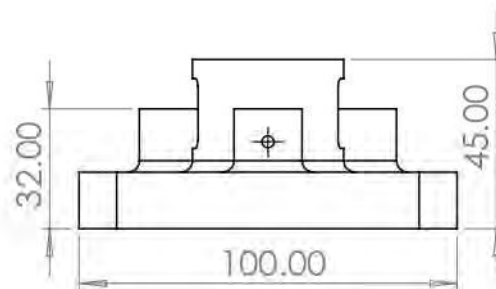
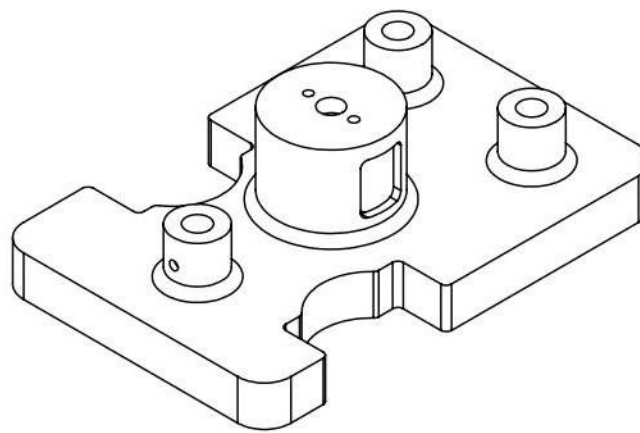
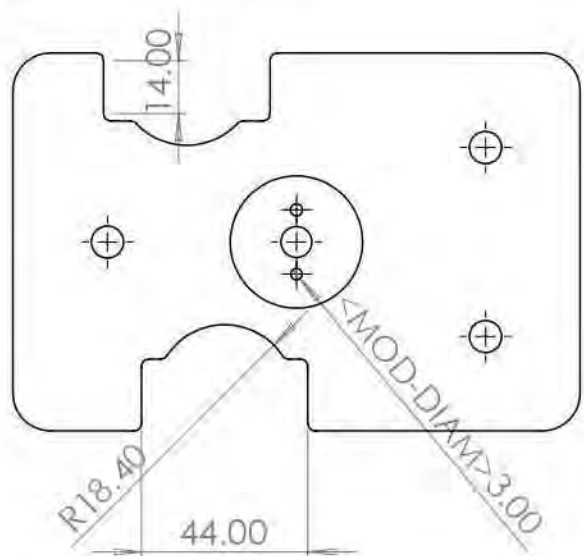
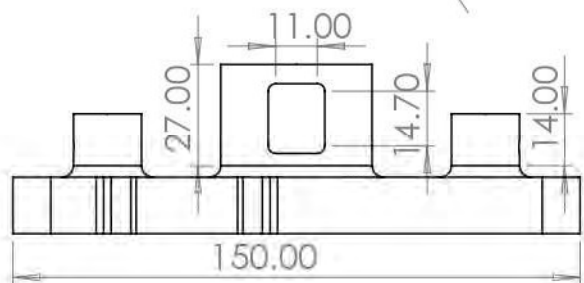
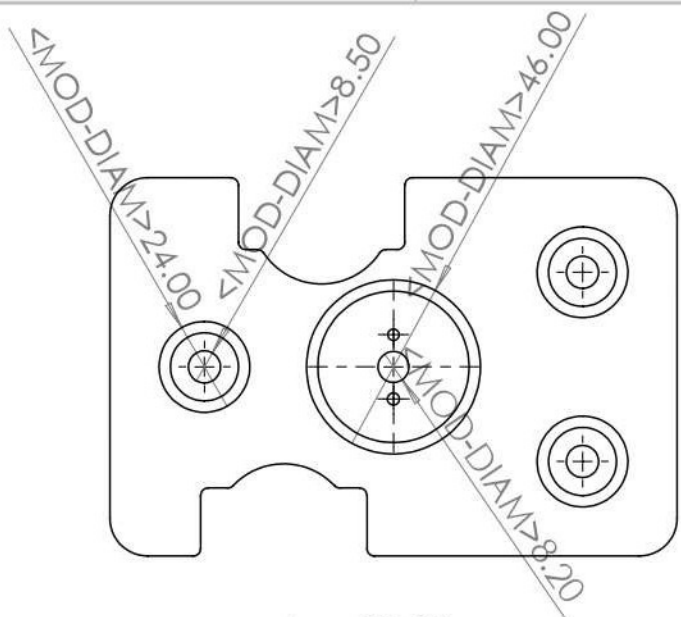
1

D

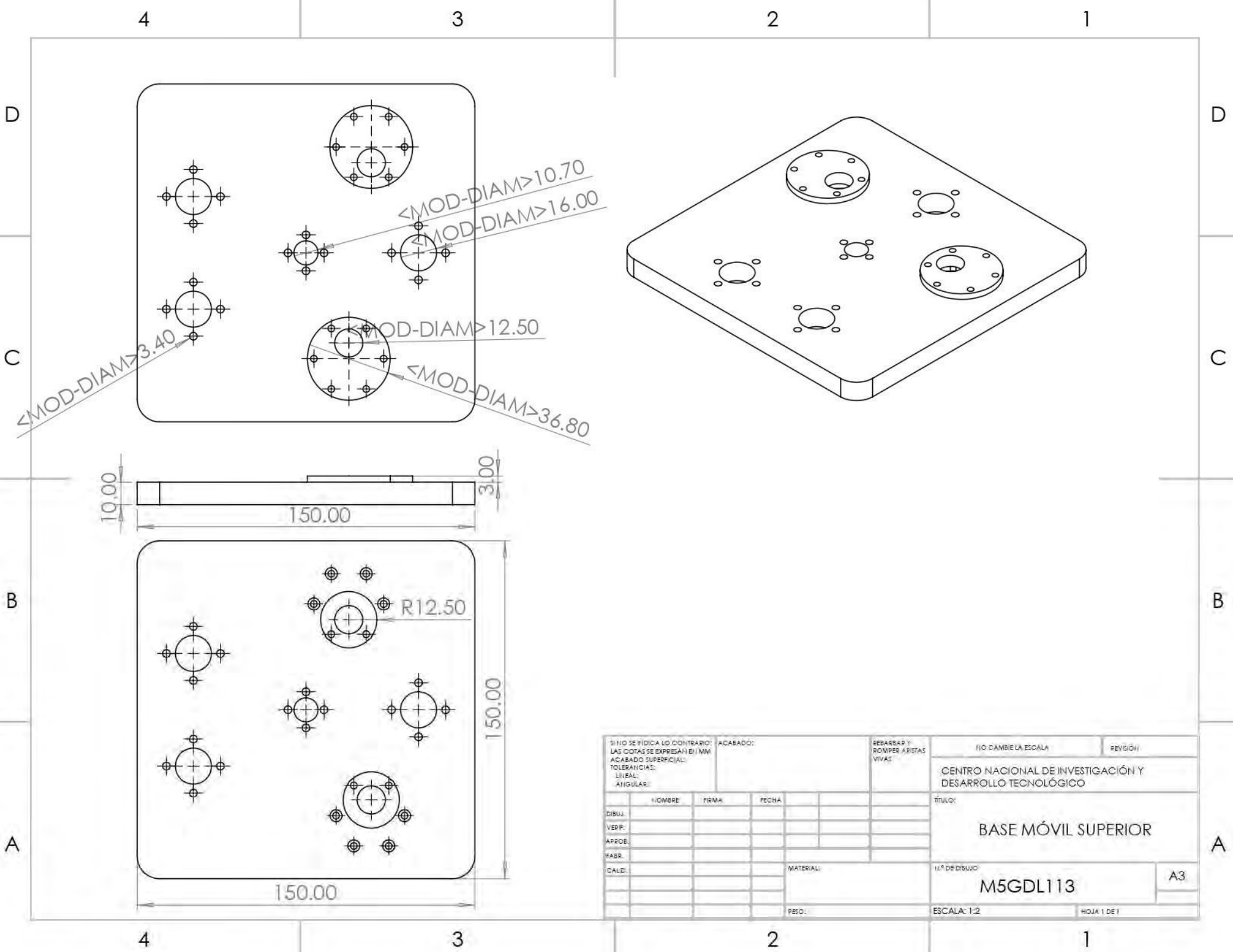
C

B

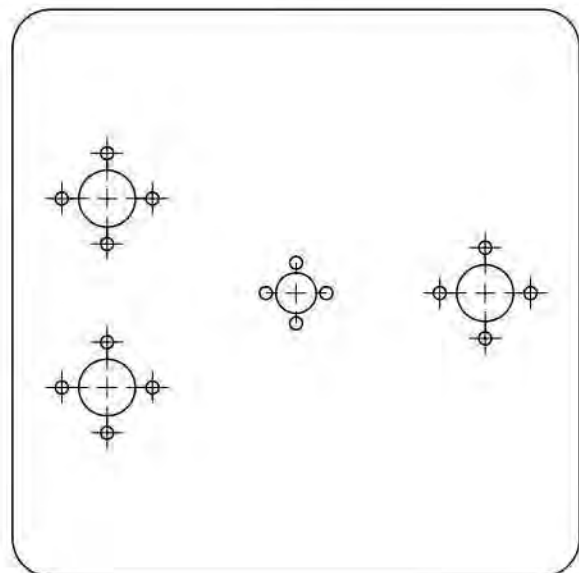
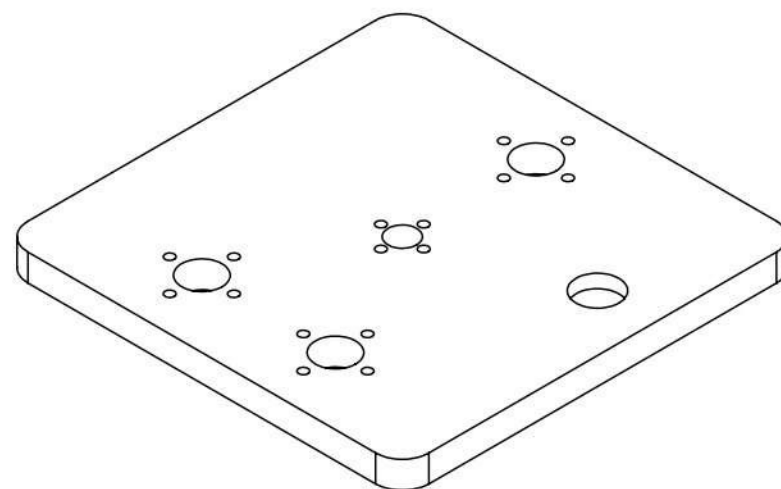
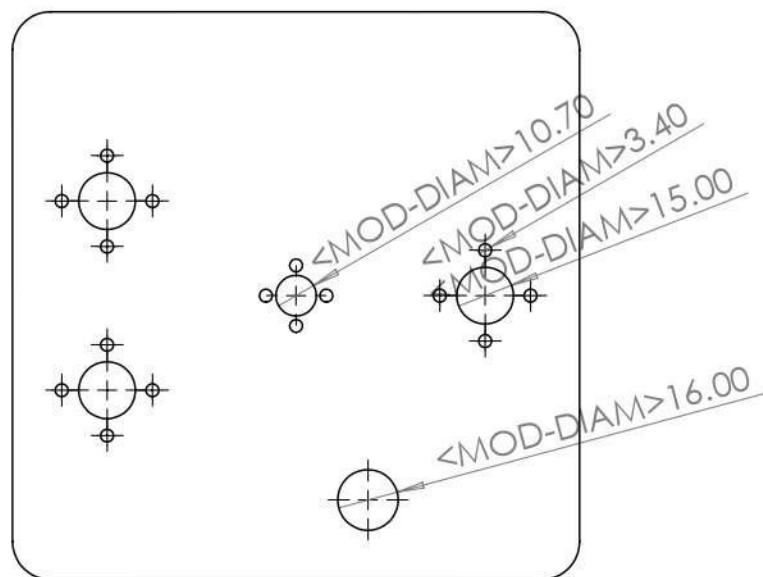
A



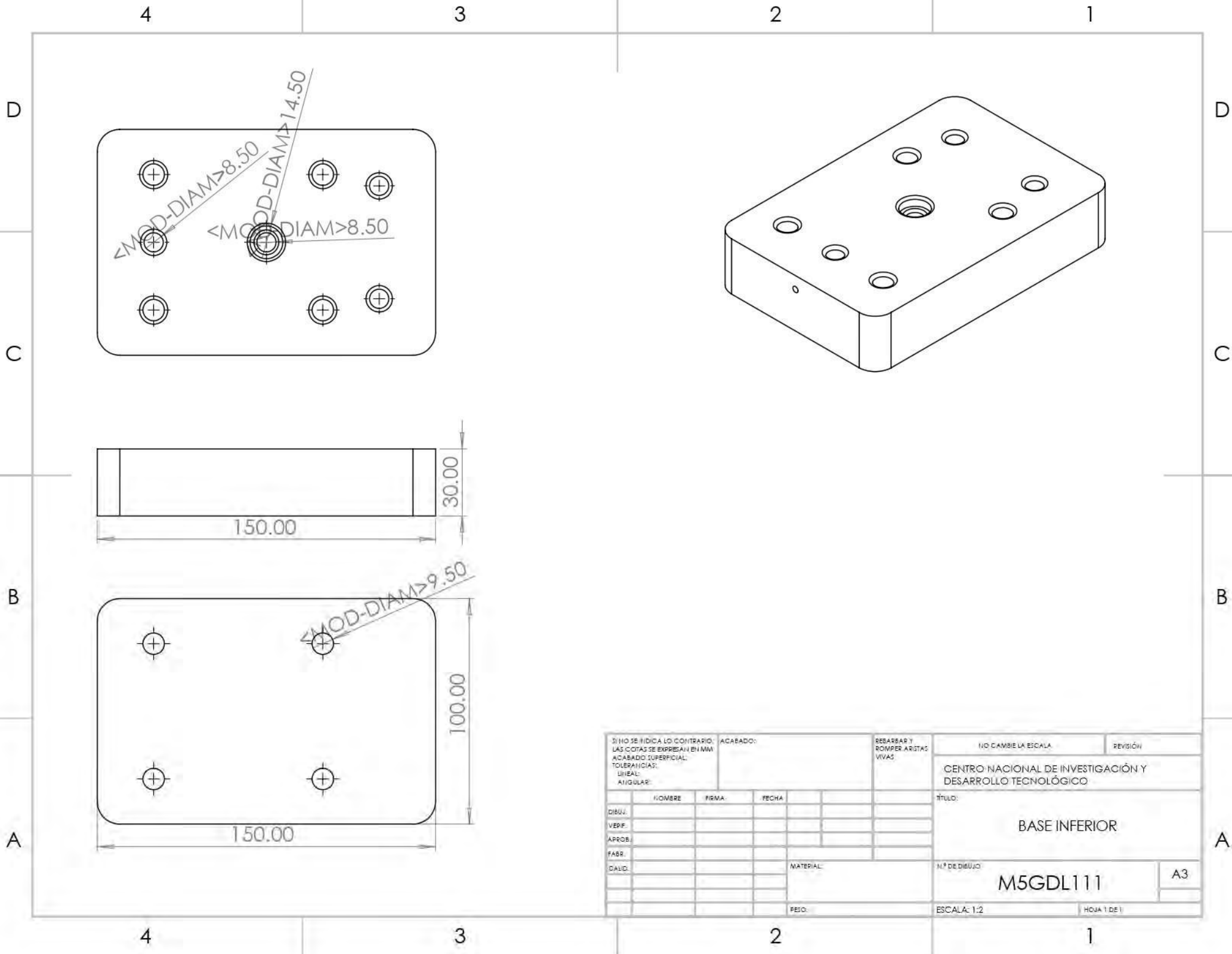
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO, LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:				ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO										TÍTULO:	
Base superior										N.º DE DIBUJO	
M5GDL112										A3	
PESO:										ESCALA: 1:2	
HOJA 1 DE 1											

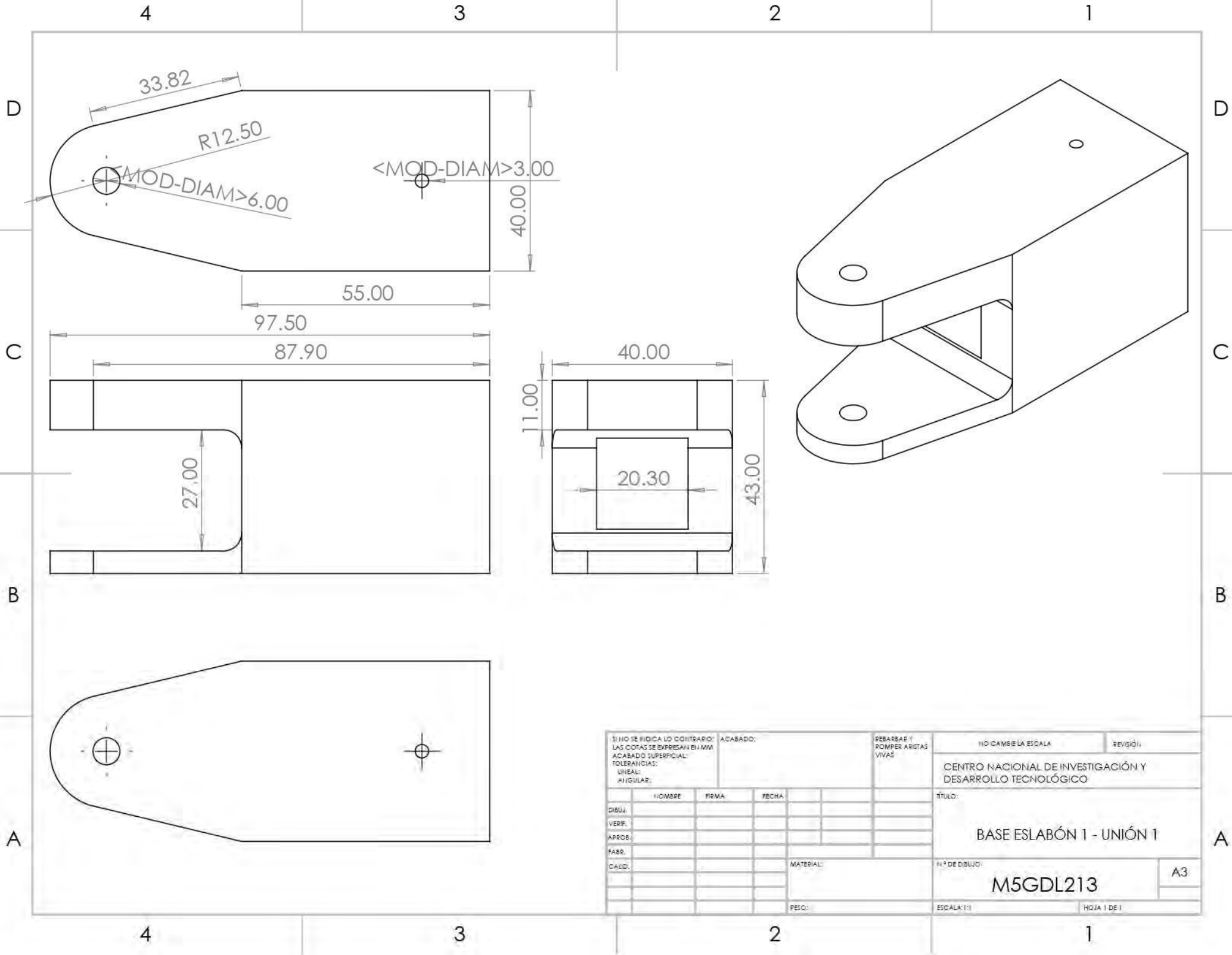


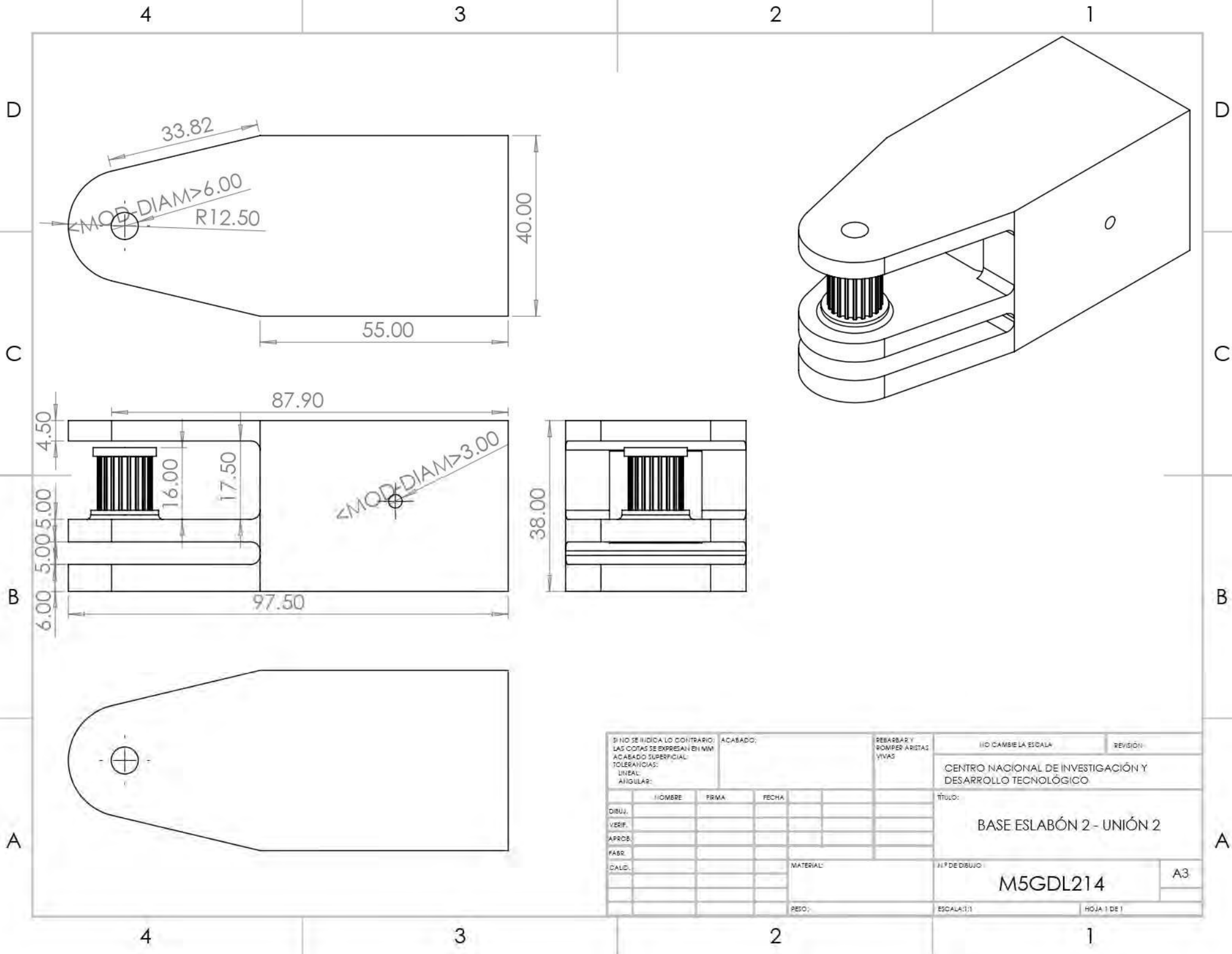
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:				ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
								CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
								TÍTULO:			
								BASE MÓVIL SUPERIOR			
								1.º DE DIBUJO			
								M5GDL113			
								A3			
								</			

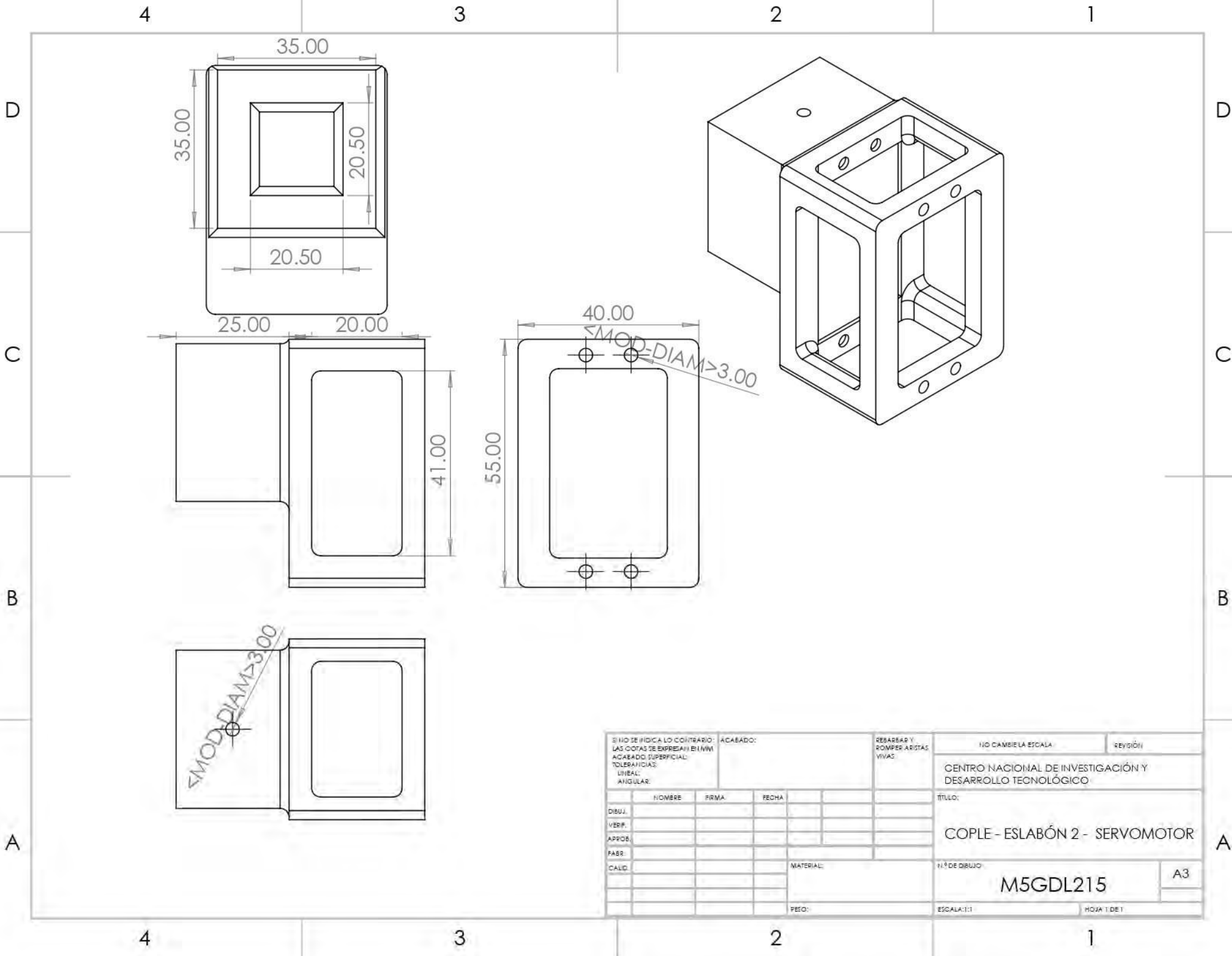


3) NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: UNEAL: ANGULAR:		ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
						CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
						TÍTULO:			
						BASE MÓVIL INFERIOR			
						N.º DE DISEÑO:			
						M5GDL114			
						A3			
						ESCALA: 1:2			
						HOJA 1 DE 1			









4

3

2

1

D

D

C

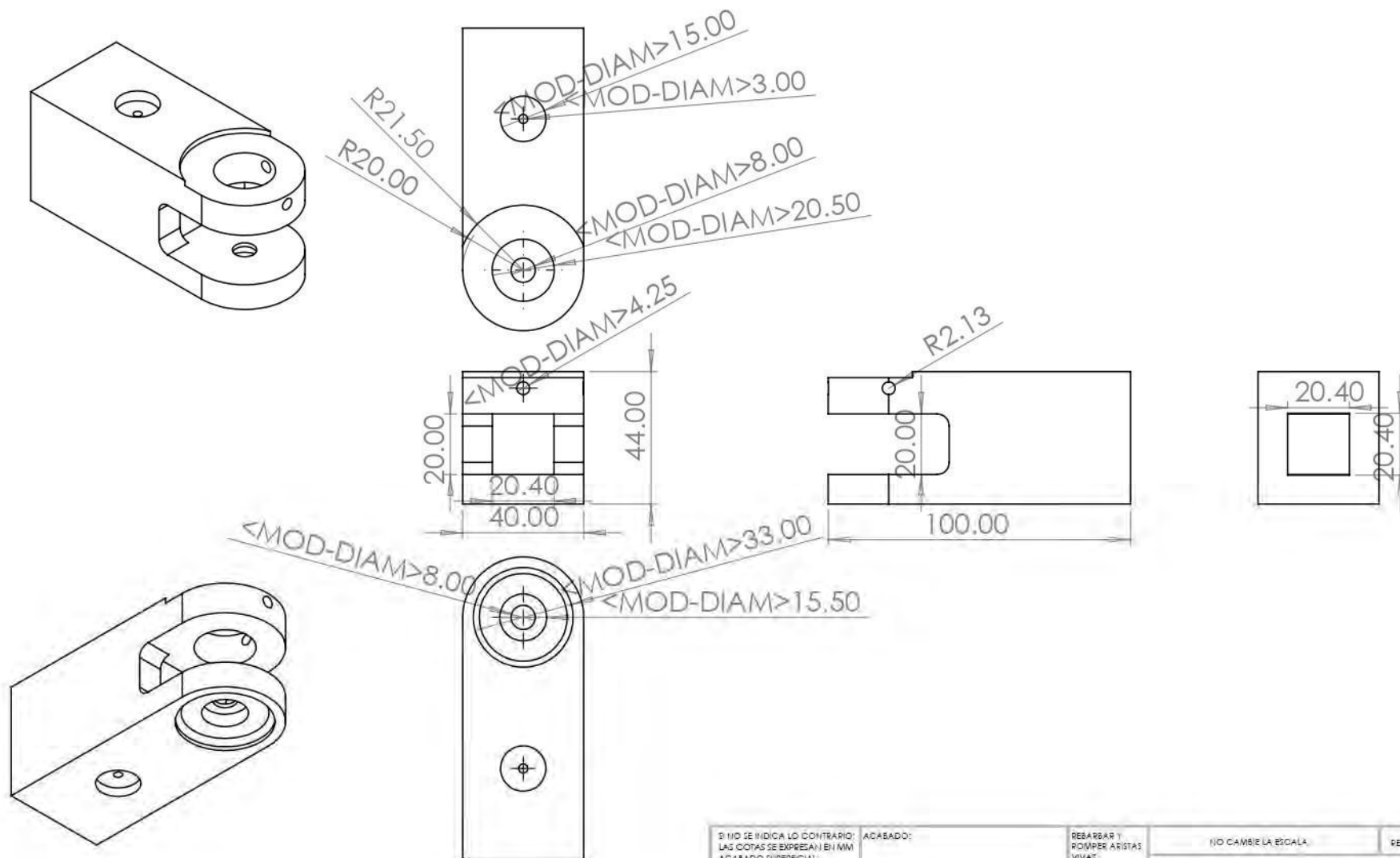
C

B

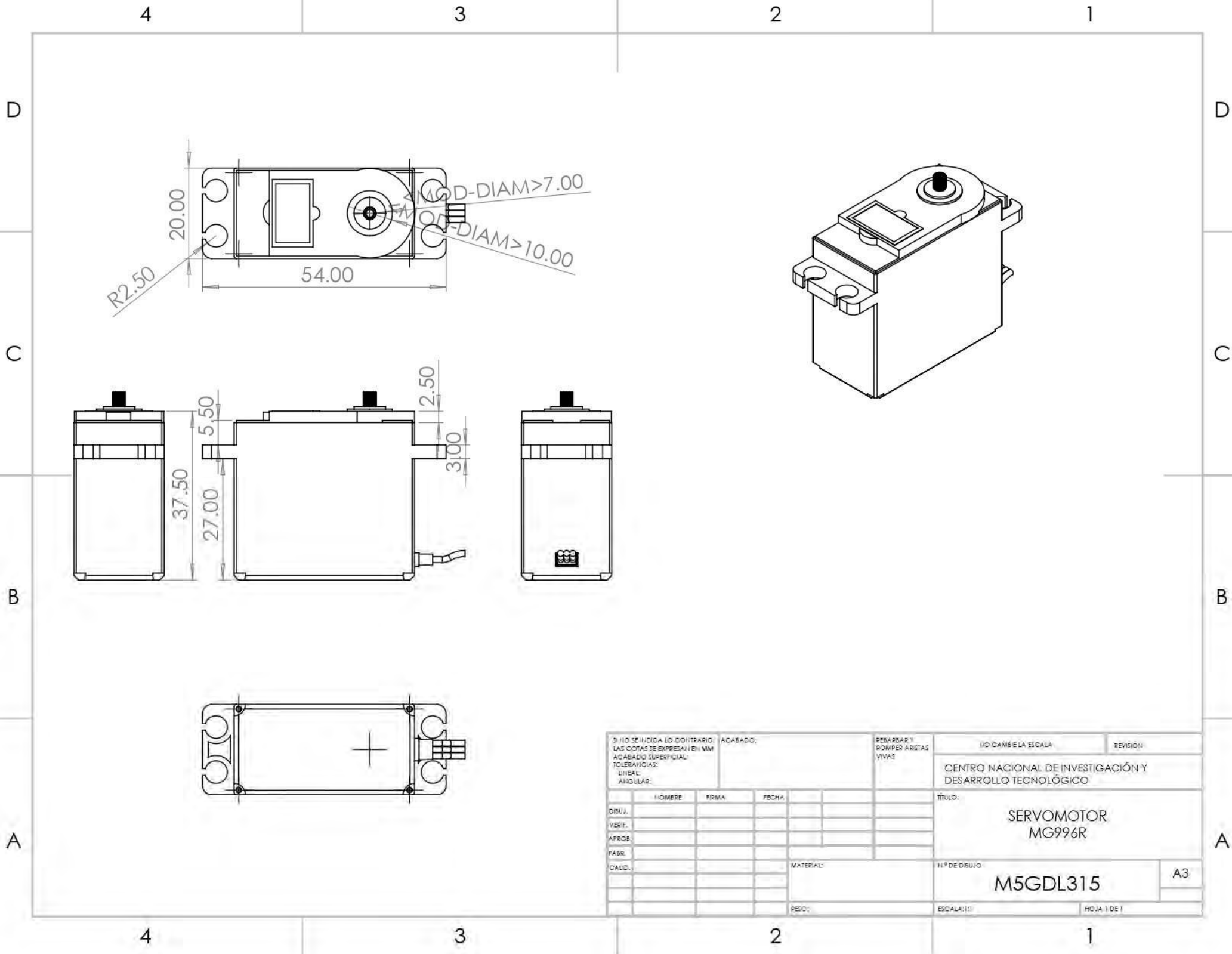
B

A

A



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:		ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
						CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
						TÍTULO:			
						EJE - UNIÓN - ESLABÓN 1			
						11° DE DIBUJO			
						M5GDL211			
						A3			
						ESCALA: 1:2			
						HOJA 1 DE 1			



3) NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:		ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER A RISTAS VIVAS		NO CAMBIAR LA ESCALA		REVISIÓN	
						CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
						TÍTULO:			
						SERVOMOTOR MG996R			
						N.º DE DIBUJO			
						M5GDL315			
						A3			
						ESCALA: 1:1			
						HOJA 1 DE 1			

4

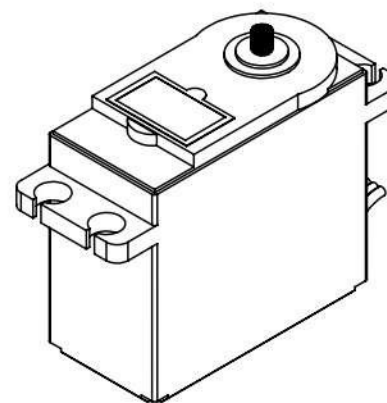
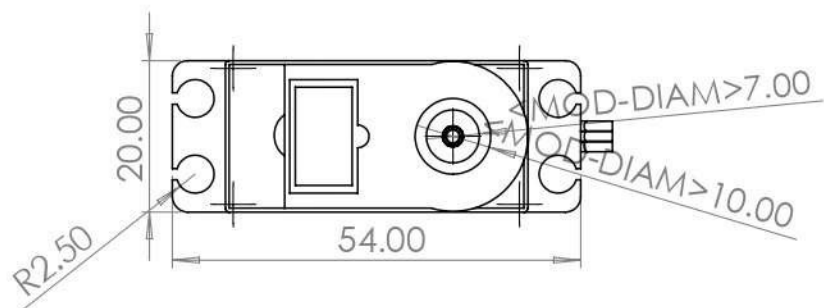
3

2

1

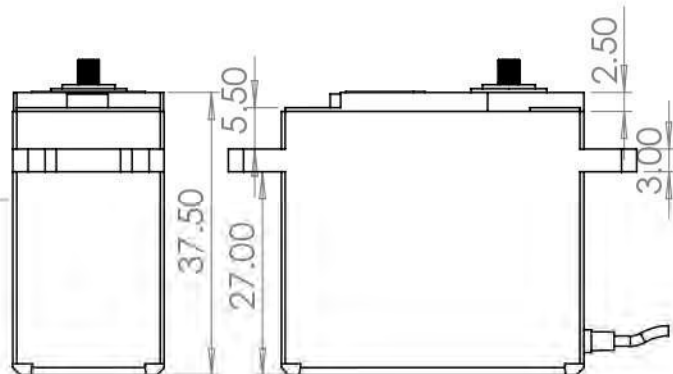
D

D



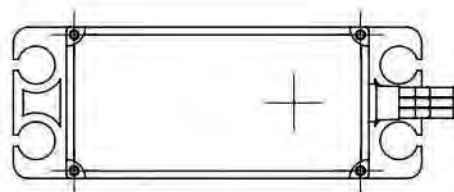
C

C



B

B



A

A

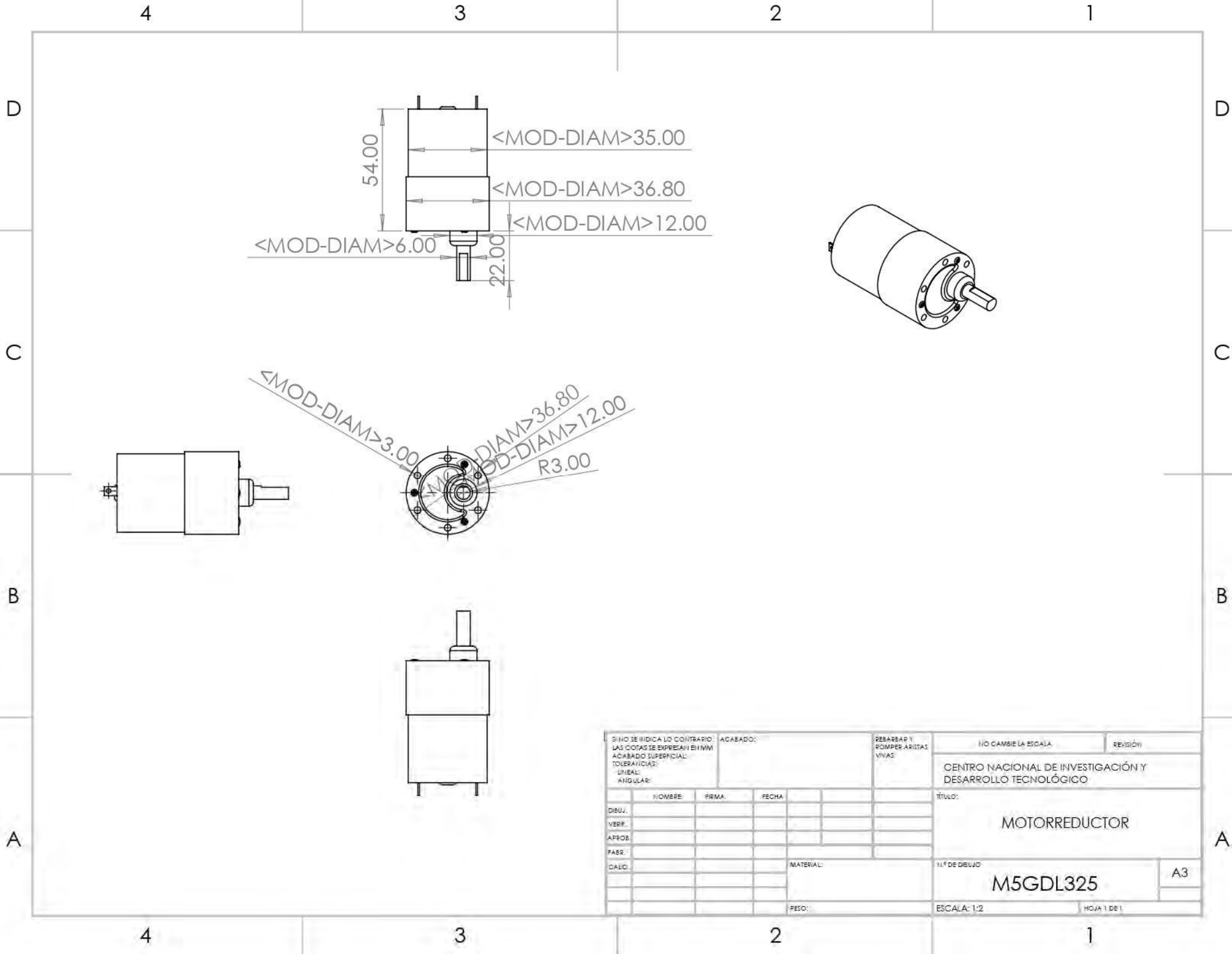
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:				ACABADO:		RESARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
								CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
DIBUJ.				NOMBRE		FIRMA		FECHA		TÍTULO:	
VERIF.										SERVOMOTOR MG995	
APROB.										N.º DE DIBUJO:	
FABR.										M5GDL317	
CALIF.										A3	
										ESCALA: 1:1	
										HOJA 1 DE 1	

4

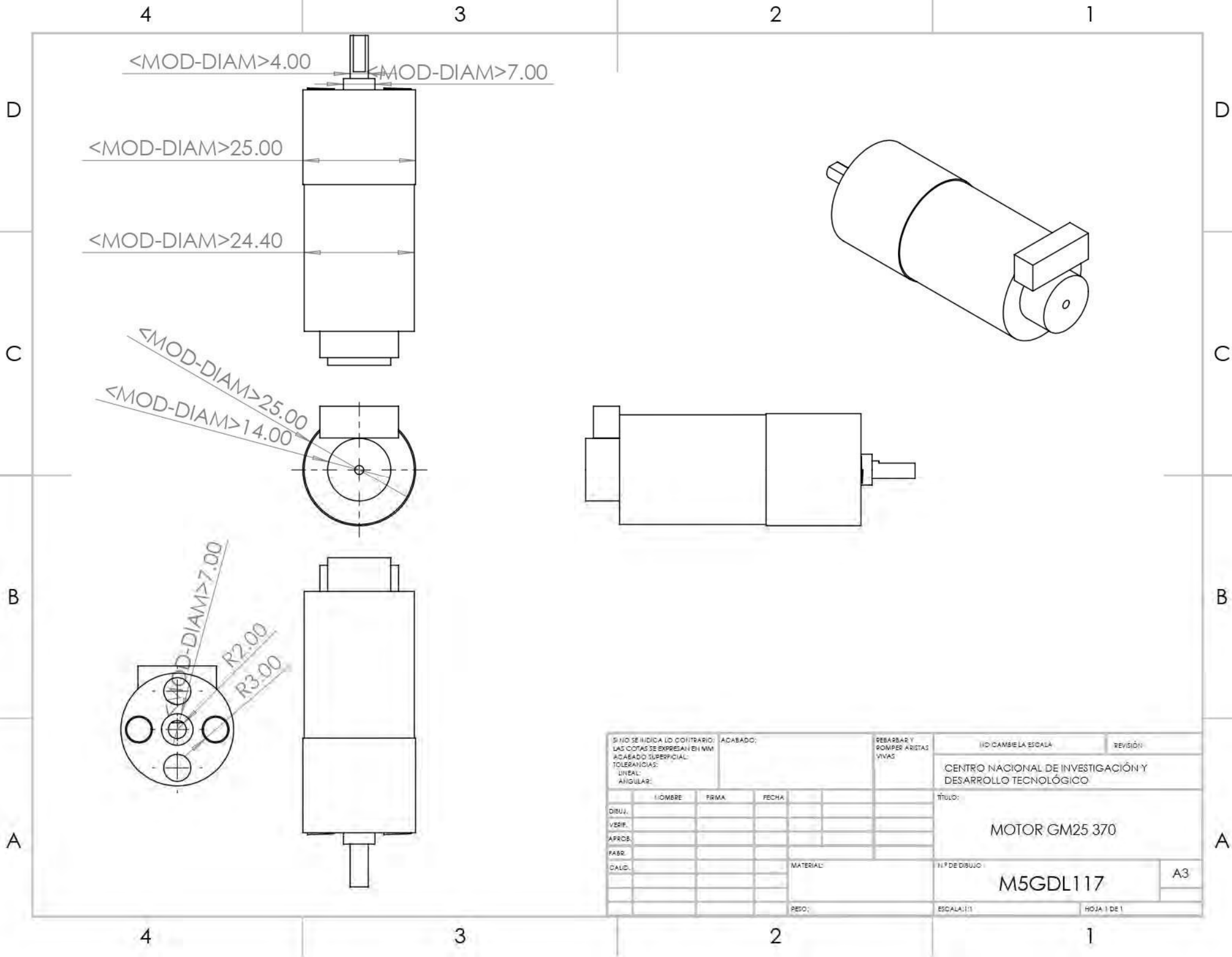
3

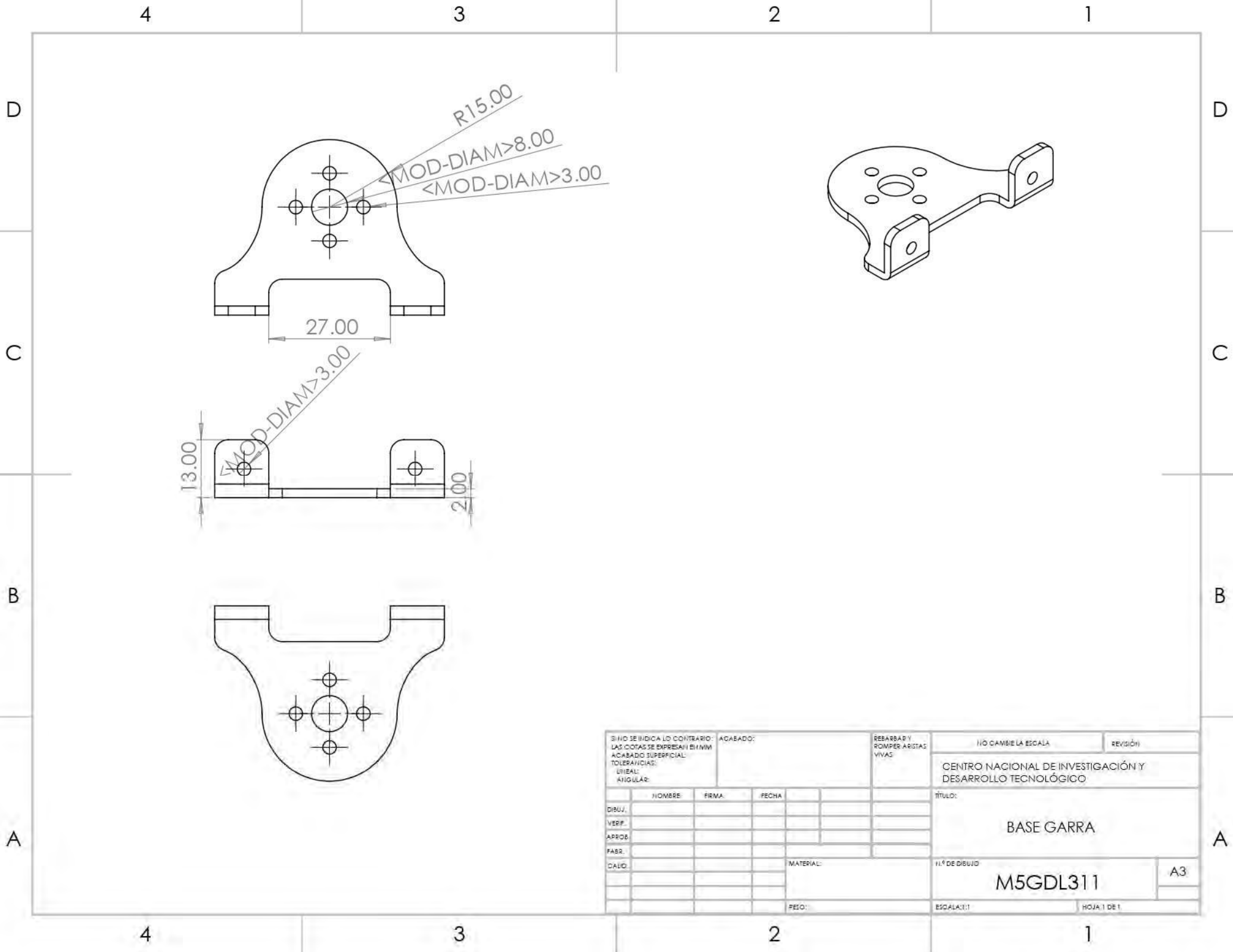
2

1

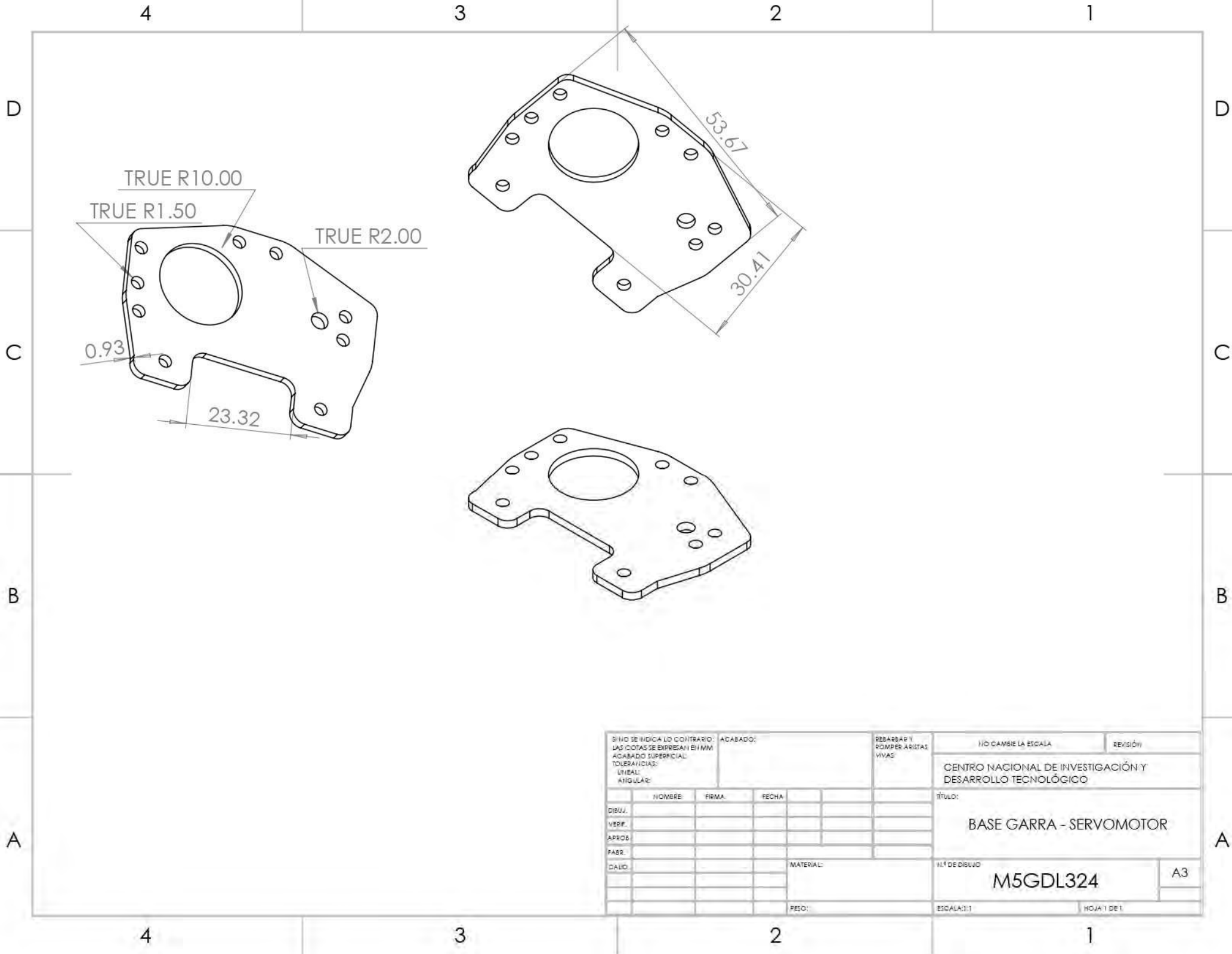


SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:				ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN
							CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO		
							TÍTULO:		
							MOTORREDUCTOR		
							N.º DE DIBUJO		
							M5GDL325		A3
							ESCALA: 1:2		HOJA 1 DE 1





SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:				ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
								CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
								TÍTULO:			
								BASE GARRA			
								N.º DE DIBUJO		A3	
								M5GDL311			
								ESCALA: 1		HOJA 1 DE 1	
PESO:											



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM		ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:						CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
NOMBRE:		FIRMA:		FECHA:		TÍTULO:			
DIBUJ.						BASE GARRA - SERVOMOTOR			
VERIF.									
APROB.									
FABR.									
CALIF.									
				MATERIAL:		N.º DE DIBUJO		A3	
				PEÑO:		ESCALA: 1:1		HOJA 1 DE 1	

4

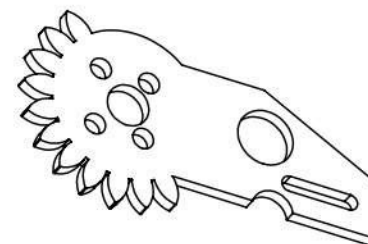
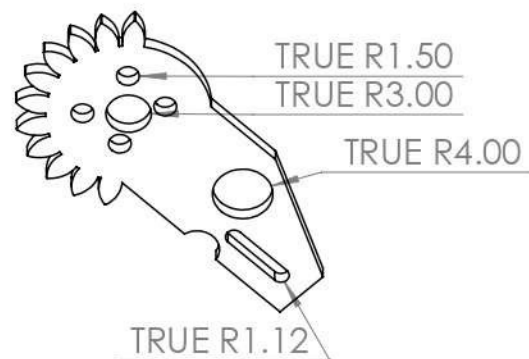
3

2

1

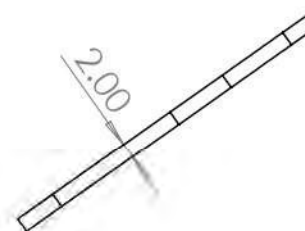
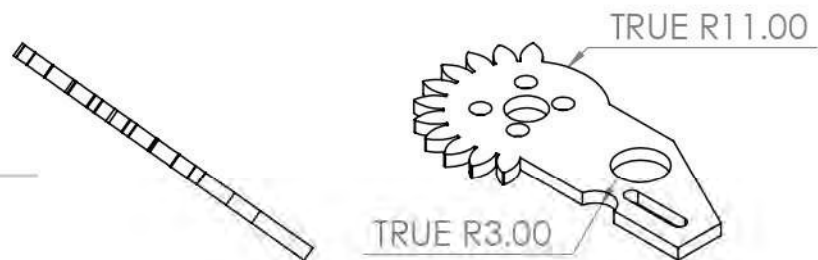
D

D



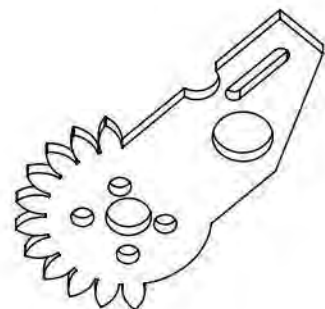
C

C



B

B



A

A

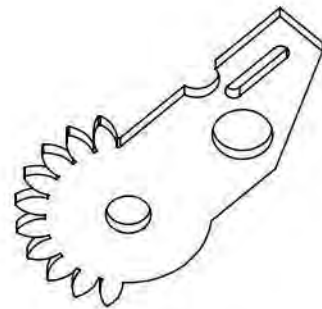
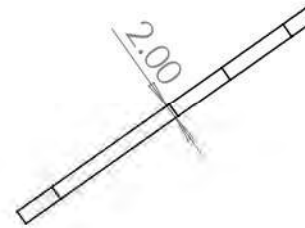
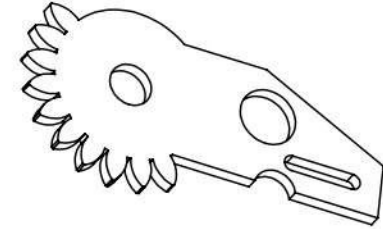
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:				ACABADO:		RESARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS:		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
								CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
								TÍTULO: ENGRANE - CONECTOR			
DIBUJ:				FIRMA		FECHA		N.º DE DIBUJO		A3	
VERIF:											
APROB:											
FABR:											
CALD:											
						MATERIAL:					
						PESO:		ESCALA: 1:1		HOJA 1 DE 1	

4

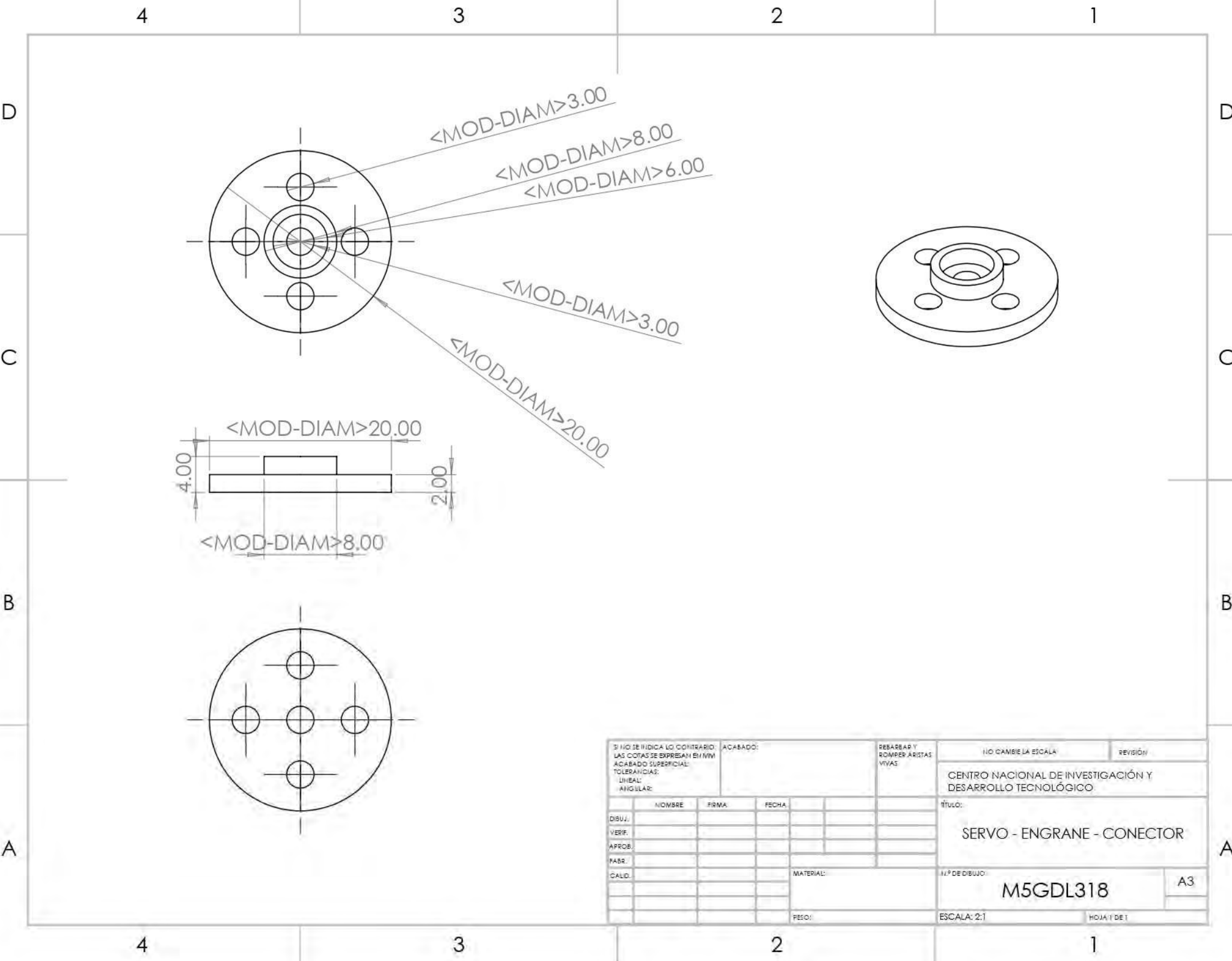
3

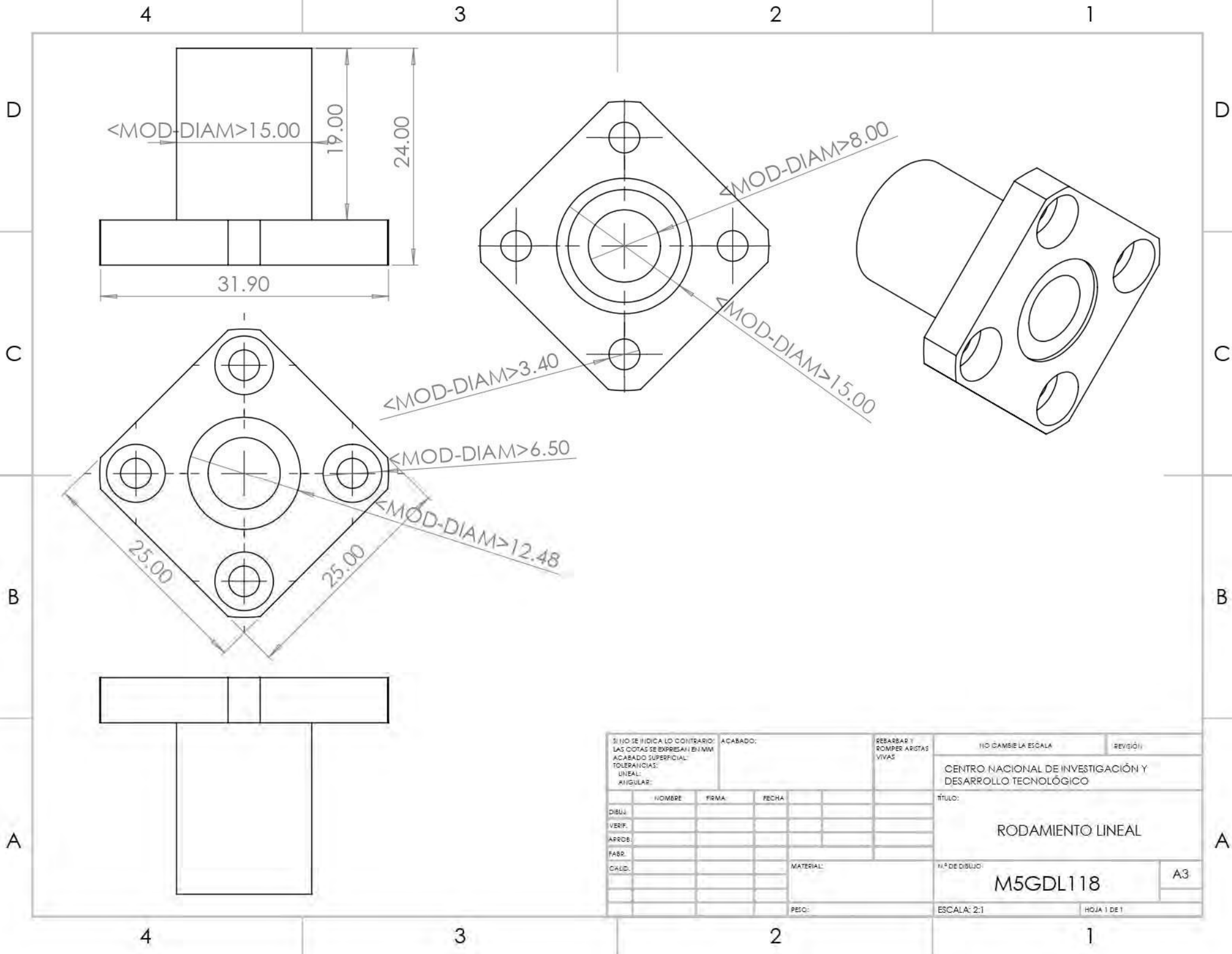
2

1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:		ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
						CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
						TÍTULO:			
						CONECTOR			
DIBUJ.		NOMBRE		FIRMA		FECHA			
VERIF.									
APROB.									
FABR.									
CALC.						MATERIAL:		N.º DE DISEÑO	
								M5GDL313	
								A3	
						#ECO:		ESCALA: 1:1	
								HOJA 1 DE 1	





Apéndice C. Longitud del manipulador

Despeje de l_1

$$(l_1 + l_2 \cos \theta_2)^2 + (l_2 \sin \theta_2)^2 = P_x^2 + P_y^2$$

$$(l_1 + l_2 \cos \theta_2)^2 = P_x^2 + P_y^2 - (l_2 \sin \theta_2)^2$$

$$l_1 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - (l_2 \sin \theta_2)^2} - l_2 \cos \theta_2$$

Con ecuación resuelta:

$$l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2 + l_2^2 = P_x^2 + P_y^2$$

$$2l_1 l_2 \cos \theta_2 = P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2$$

$$(l_1)(2l_2 \cos \theta_2) = P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2$$

$$l_1 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_2 \cos \theta_2}$$

$$l_1 + \frac{l_1^2}{2l_2 \cos \theta_2} = \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_2^2}{2l_2 \cos \theta_2}$$

$$l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2 + l_2^2 = P_x^2 + P_y^2$$

$$2l_1 l_2 \cos \theta_2 = P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2$$

$$(l_2)(2l_1 \cos \theta_2) = P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2$$

$$l_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 \cos \theta_2}$$

$$l_2 + \frac{l_2^2}{2l_1 \cos \theta_2} = \frac{P_x^2 + P_y^2 - l_1^2}{2l_1 \cos \theta_2}$$

Comprobación de la ecuación inversa:

$$P_x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$P_y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$(l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))^2 = (l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos \theta_1)^2$$

$$(l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2))^2 = (l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin \theta_1)^2$$

$$(l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos \theta_1)^2 + (l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin \theta_1)^2$$

$$l_1^2 + 2(\cos \theta_2)l_1 l_2 + l_2^2 = P_x^2 + P_y^2$$

Comprobación de la ecuación:

$$l_1 = 0.3$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$l_2 = 0.3$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{6}$$

$$P_x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.40981$$

$$P_y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = 0.40981$$

$$P_x = 0.40981$$

$$P_y = 0.40981$$

$$(l_1 + l_2 \cos \theta_2)^2 + (l_2 \sin \theta_2)^2 = 0.33588$$

$$(0.40981)^2 + (0.40981)^2 = 0.33589$$

$$l_1 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - (l_2 \sin \theta_2)^2} - l_2 \cos \theta_2 = 0.3$$

Apéndice D. Código de Simulación

Código en Arduino IDE para el control PID del brazo robótico de interfaz digital.

```
#include <PID_v1.h>
#include <Servo.h>
#include <Encoder.h>
#include <AccelStepper.h>
// Pines del Joystick Shield
const int joyXPin = A0;
const int joyYPin = A1;
const int button1Pin = 8; // Motorreductor del brazo
const int button2Pin = 9; // Motorreductor del antebrazo
const int button3Pin = 10; // Motor NEMA 17
// Pines del motor NEMA 17
AccelStepper stepper(AccelStepper::DRIVER, 2, 5); // Pines Step y Dir para NEMA 17
// Motorreductores
const int motor1Pin = 3; // Motorreductor 1 (brazo)
const int motor2Pin = 6; // Motorreductor 2 (antebrazo)
// Pines de los encoders (en caso de que se usen)
Encoder encoder1(7, 8); // Encoder para motorreductor 1 (brazo)
Encoder encoder2(9, 10); // Encoder para motorreductor 2 (antebrazo)
// Variables PID
double Setpoint, Input, Output;
double Kp = 1.0, Ki = 0.05, Kd = 0.25; // Ajustar los valores PID según sea necesario
// Creación de objetos PID
PID myPID1(&Input, &Output, &Setpoint, Kp, Ki, Kd, DIRECT); // PID para motorreductor 1
PID myPID2(&Input, &Output, &Setpoint, Kp, Ki, Kd, DIRECT); // PID para motorreductor 2
// Variables de control
int selectedMotor = 1; // Motor seleccionado inicialmente
void setup() {
  Serial.begin(9600);
  // Configuración del NEMA 17
  stepper.setMaxSpeed(1000);
  stepper.setAcceleration(500);
  // Configuración de los motorreductores (PWM)
  pinMode(motor1Pin, OUTPUT);
  pinMode(motor2Pin, OUTPUT);
  // Configuración del PID
  myPID1.SetMode(AUTOMATIC); // Para motorreductor 1 (brazo)
  myPID2.SetMode(AUTOMATIC); // Para motorreductor 2 (antebrazo)
  // Configuración de los pines del Joystick Shield
```

```

pinMode(button1Pin, INPUT_PULLUP);
pinMode(button2Pin, INPUT_PULLUP);
pinMode(button3Pin, INPUT_PULLUP);
}

void loop() {
  // Leer el estado de los botones para seleccionar el motor
  if (digitalRead(button1Pin) == LOW) {
    selectedMotor = 1; // Motorreductor del brazo
  } else if (digitalRead(button2Pin) == LOW) {
    selectedMotor = 2; // Motorreductor del antebrazo
  } else if (digitalRead(button3Pin) == LOW) {
    selectedMotor = 3; // NEMA 17 para el movimiento vertical
  }
  // Leer el joystick
  int joyX = analogRead(joyXPin);
  int joyY = analogRead(joyYPin);
  // Mapeo de los valores del joystick
  int mappedJoyY = map(joyY, 0, 1023, -100, 100); // Mapeo de valores para la posición
  objetivo
  // Control PID para motorreductores
  if (selectedMotor == 1) {
    // Motorreductor 1 (brazo)
    Input = encoder1.read(); // Obtener la posición actual del encoder
    Setpoint = mappedJoyY; // Posición deseada desde el joystick
    myPID1.Compute(); // Calcular el PID
    analogWrite(motor1Pin, Output); // Aplicar la salida PID al motor
  }
  else if (selectedMotor == 2) {
    // Motorreductor 2 (antebrazo)
    Input = encoder2.read(); // Obtener la posición actual del encoder
    Setpoint = mappedJoyY; // Posición deseada desde el joystick
    myPID2.Compute(); // Calcular el PID
    analogWrite(motor2Pin, Output); // Aplicar la salida PID al motor
  }
  else if (selectedMotor == 3) {
    // Motor NEMA 17
    stepper.move(mappedJoyY); // Mover el NEMA 17 según la entrada del joystick
    stepper.run();
  }
  delay(100); // Pequeña demora para estabilizar la lectura
}

```

Código en Arduino IDE para el joystick con control PID del brazo robótico de interfaz JoyStick Shield V1.A.

```
#include <Servo.h>
#include <PID_v1.h>

// Pines del joystick
const int joyX = A0;
const int joyY = A1;
const int buttonA = 2;
const int buttonB = 3;
const int buttonC = 4;
const int buttonD = 5;
const int buttonK = 8;

// Pines del NEMA 17
const int dirPin = 7;
const int stepPin = 8;

// Servomotores
const int servoGarraPin = 10;
const int servoMunecaPin = 9;
Servo servoGarra, servoMuneca;
int garraPos = 90;
int munecaPos = 90;
bool garraAbierta = false;

// Motorreductores con encoders
const int motor1A = 11;
const int motor1B = 12;
const int encoder1A = 2;
const int encoder1B = 3;
volatile long encoder1Count = 0;

const int motor2A = 5;
const int motor2B = 6;
const int encoder2A = 18;
const int encoder2B = 19;
volatile long encoder2Count = 0;

// Variables PID
double Setpoint1, Input1, Output1;
double Setpoint2, Input2, Output2;
double Kp = 2.0, Ki = 0.5, Kd = 1.0;
PID motor1PID(&Input1, &Output1, &Setpoint1, Kp, Ki, Kd, DIRECT);
PID motor2PID(&Input2, &Output2, &Setpoint2, Kp, Ki, Kd, DIRECT);
```

```

void encoder1() {
  if (digitalRead(encoder1A) == digitalRead(encoder1B))
    encoder1Count++;
  else
    encoder1Count--;
}

void encoder2() {
  if (digitalRead(encoder2A) == digitalRead(encoder2B))
    encoder2Count++;
  else
    encoder2Count--;
}

void setup() {
  pinMode(buttonA, INPUT_PULLUP);
  pinMode(buttonB, INPUT_PULLUP);
  pinMode(buttonC, INPUT_PULLUP);
  pinMode(buttonD, INPUT_PULLUP);
  pinMode(buttonK, INPUT_PULLUP);
  pinMode(dirPin, OUTPUT);
  pinMode(stepPin, OUTPUT);

  servoGarra.attach(servoGarraPin);
  servoMuneca.attach(servoMunecaPin);
  servoGarra.write(garraPos);
  servoMuneca.write(munecaPos);

  pinMode(motor1A, OUTPUT);
  pinMode(motor1B, OUTPUT);
  pinMode(motor2A, OUTPUT);
  pinMode(motor2B, OUTPUT);

  attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(encoder1A), encoder1, CHANGE);
  attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(encoder2A), encoder2, CHANGE);

  motor1PID.SetMode(AUTOMATIC);
  motor2PID.SetMode(AUTOMATIC);
}

void loop() {
  // Control de la base móvil (NEMA 17)
  if (digitalRead(buttonA) == LOW) {
    digitalWrite(dirPin, HIGH);
    digitalWrite(stepPin, HIGH);
    delayMicroseconds(500);
    digitalWrite(stepPin, LOW);
  }
}

```

```

    delayMicroseconds(500);
} else if (digitalRead(buttonC) == LOW) {
    digitalWrite(dirPin, LOW);
    digitalWrite(stepPin, HIGH);
    delayMicroseconds(500);
    digitalWrite(stepPin, LOW);
    delayMicroseconds(500);
}

// Control de la garra con el botón K
if (digitalRead(buttonK) == LOW) {
    delay(200);
    garraAbierta = !garraAbierta;
    garraPos = garraAbierta ? 180 : 90;
    servoGarra.write(garraPos);
    delay(500);
}

// Control de la muñeca y base móvil
static int prevMunecaPos = 90;
if (digitalRead(buttonB) == LOW && munecaPos < 180) {
    munecaPos += 5;
    servoMuneca.write(munecaPos);
    delay(100);
} else if (digitalRead(buttonD) == LOW && munecaPos > 0) {
    munecaPos -= 5;
    servoMuneca.write(munecaPos);
    delay(100);
}

// Ajuste de la base móvil en función de la muñeca
int deltaRot = abs(munecaPos - prevMunecaPos);
if (deltaRot > 0) {
    digitalWrite(dirPin, HIGH);
    for (int i = 0; i < deltaRot; i++) {
        digitalWrite(stepPin, HIGH);
        delayMicroseconds(500);
        digitalWrite(stepPin, LOW);
        delayMicroseconds(500);
    }
} else if (munecaPos < prevMunecaPos) {
    digitalWrite(dirPin, LOW);
    for (int i = 0; i < abs(deltaRot); i++) {
        digitalWrite(stepPin, HIGH);
        delayMicroseconds(500);
        digitalWrite(stepPin, LOW);
        delayMicroseconds(500);
    }
}

```

```

    }
}
prevMunecaPos = munecaPos;

// Control PID de motorreductores
Setpoint1 = map(analogRead(joyX), 0, 1023, -255, 255);
Input1 = encoder1Count;
motor1PID.Compute();
analogWrite(motor1A, Output1 > 0 ? Output1 : 0);
analogWrite(motor1B, Output1 < 0 ? -Output1 : 0);

Setpoint2 = map(analogRead(joyY), 0, 1023, -255, 255);
Input2 = encoder2Count;
motor2PID.Compute();
analogWrite(motor2A, Output2 > 0 ? Output2 : 0);
analogWrite(motor2B, Output2 < 0 ? -Output2 : 0);
}

```