



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de Maestría

**Control tolerante a fallas basado en observadores
distribuidos para sistemas multi-agente aplicado a
múltiples sistemas autónomos**

presentada por

Ing. Dryden Gilberto Estrada Téllez

como requisito para la obtención del grado de
**Maestro en Ciencias en Ingeniería
Electrónica**

Director de tesis
Dr. Manuel Adam Medina

Cuernavaca, Morelos, México. Julio de 2025.



Educación

Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Departamento de Ingeniería Electrónica

Cuernavaca, Mor; 09/junio/2025

Oficio No. DIE/099/2025

Asunto: Aceptación de documentos.

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Dryden Gilberto Estrada Téllez, con número de control M23CE098 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **"Control tolerante a fallas basado en observadores distribuidos para sistemas multi-agentes aplicado a múltiples sistemas autónomos"**, y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 5992003

REVISOR 1

Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez
Doctor en Ingeniería
Cédula profesional 3431842

REVISOR 2

Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo
Doctora en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 9968714

C.p. Mtra. Verónica Sotelo Boyas. Jefa del Departamento de Servicios Escolares
Estudiante
JGM/kmqh



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 2224,
e-mail: die@cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico





Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 04/julio/2025

Oficio No. SAC/176/2025

Asunto: Autorización de impresión de tesis

DRYDEN GILBERTO ESTRADA TÉLLEZ
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Control tolerante a fallas basado en observadores distribuidos para sistemas multi-agentes aplicado a múltiples sistemas autónomos"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

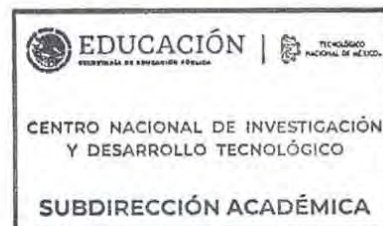
Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

"Conocimiento y Tecnología al Servicio de México"

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



c.c.p. Departamento de Ingeniería Electrónica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104,
e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx | tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis padres,

por ser pilar fundamental en mi formación personal y académica. Su esfuerzo, dedicación y ejemplo de perseverancia han sido fuente constante de inspiración.

Agradezco profundamente su apoyo incondicional y los valores que me han inculcado, los cuales han sido determinantes para alcanzar esta meta.

Los amo. Este logro también es suyo.

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a Dios por haberme dado la fortaleza para superar cada reto, por acompañarme en cada paso de este camino y por permitirme llegar hasta aquí.

Agradezco profundamente al Dr. Manuel Adam Medina por su valiosa guía como asesor de este trabajo. Su conocimiento, exigencia académica y acompañamiento constante fueron fundamentales para el desarrollo de esta investigación.

Extiendo mi agradecimiento a los doctores Gerardo Vicente Guerrero Ramírez y Gloria Lilia Osorio Gordillo, quienes además de fungir como revisores de este proyecto, fueron también mis profesores durante la maestría. Tanto ellos como el Dr. Adam han sido una fuente de inspiración, sembrando en mí la inquietud y el interés por continuar con mis estudios de doctorado.

De manera especial, agradezco a Arturo Daniel Espinosa Pedroza, Jesús Avelino Vázquez Trejo e Isay Huicochea Ríos por su apoyo, colaboración y aportaciones técnicas durante el desarrollo de este trabajo. Su acompañamiento ha sido clave para la consolidación de este proyecto.

Agradezco sinceramente al Dr. Fermi Guerrero Castellanos y al Mtro. Natalio Mendoza Robles por haberme permitido integrarme a sus actividades en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP). Su confianza y disposición fueron muy significativas para mi formación académica y profesional. Agradezco también a la BUAP por haberme abierto las puertas durante esta etapa de mi formación.

Reconozco con gratitud al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), mi institución de origen, por brindarme el espacio, las herramientas y el entorno académico para realizar esta investigación.

También agradezco a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECiHTI) por el apoyo económico a través de la beca otorgada, el cual fue indispensable para la realización de mis estudios de maestría.

A mis amigos y compañeros de maestría, de todas las áreas del CENIDET, gracias por su amistad, compañía y solidaridad en cada etapa del camino. Su presencia hizo esta experiencia académica mucho más enriquecedora y significativa.

Agradezco de corazón a mis padres, hermanos, familia y seres queridos, por su amor, paciencia y apoyo incondicional. Su confianza en mí ha sido la fuerza que me ha sostenido en cada desafío.

Resumen

En este trabajo se presenta el diseño y aplicación de un esquema de Control Tolerante a Fallas (CTF) basado en observadores distribuidos aplicado a Sistemas Multi-agente (SMA) compuestos por vehículos aéreos no tripulados (UAVs por sus siglas en inglés). El enfoque propuesto permite mantener la formación y estabilidad del sistema incluso en presencia de fallas en los actuadores de los agentes.

Se emplea un observador Proporcional-Integral (PI) con el objetivo de estimar en tiempo real los estados y fallas del SMA. Las estimaciones del observador se incorporan en un algoritmo de consenso líder-seguidor, el cual ajusta las señales de control de cada agente para contrarrestar los efectos de las fallas, haciendo la función de un CTF activo. El sistema se modela mediante una representación Lineal Invariante en el Tiempo (LTI por sus siglas en inglés), obtenida a partir de la simplificación del modelo no lineal de un cuadricóptero operando en hover. Esta simplificación permite estructurar el esquema de control basado en observador, cuyas ganancias se obtienen con la solución de una desigualdad matricial lineal (LMI por sus siglas en inglés).

La validación del esquema de control propuesto se realiza mediante simulaciones en un escenario compuesto por una flota de ocho UAVs, con un líder virtual como referencia. Se analizan casos con fallas positivas y negativas en el rotor de un agente, las cuales ocasionan un empuje mayor o menor al valor nominal. Además se evalúa la capacidad del observador PI para detectar dichas variaciones y la efectividad del controlador para preservar la formación establecida.

Abstract

This work presents the design and application of a Fault Tolerant Control (FTC) scheme based on distributed observers applied to Multi-Agent Systems (MAS) composed of unmanned aerial vehicles (UAVs). The proposed approach allows maintaining system formation and stability even in the presence of agent actuator failures.

A Proportional-Integral (PI) observer is used to estimate in real time the states and faults of the SMA. The observer's estimates are incorporated into a leader-follower consensus algorithm, which adjusts the control signals of each agent to counteract the effects of faults, performing the function of an active CTF. The system is modeled using a Linear Time Invariant (LTI) representation, obtained from the simplification of the nonlinear model of a quadcopter operating in hover. This simplification allows structuring the observer-based control scheme, whose gains are obtained with the solution of a linear matrix inequality (LMI).

The validation of the proposed control scheme is performed by simulations in a scenario composed by a fleet of eight UAVs, with a virtual leader as a reference. Cases with positive and negative failures in the rotor of an agent are analyzed, showing the ability of the PI observer to correctly estimate the failures and the effectiveness of the controller to maintain the desired formation.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	2
1.1.1. Estrategias de control en sistemas multi-agente	2
1.1.2. Estimación de fallas en sistemas multi-agente	3
1.1.3. Control tolerante a fallas en sistemas multi-agente	3
1.1.4. Análisis del estado del arte	4
1.2. Planteamiento del problema	5
1.3. Justificación	5
1.4. Objetivos	6
1.4.1. Objetivo general	6
1.4.2. Objetivos específicos	7
1.5. Propuesta de Solución	7
1.6. Estructura del documento	8
 2. Marco Teórico	 9
2.1. Sistemas multi-agente	9
2.1.1. Algoritmo de consenso	11
2.1.2. Control de formación	11
2.2. Teoría de grafos	12
2.2.1. Matriz de adyacencias y matriz Laplaciana	12
2.3. Sistemas LTI	12
2.4. Control basado en observador	13
2.4.1. Controlabilidad	13
2.4.2. Observabilidad	14
2.5. Control tolerante a fallas	15
2.5.1. Diagnóstico de fallas	15

3. Modelado dinámico de un cuadricóptero	16
3.1. Modelo dinámico no lineal del cuadricóptero	16
3.2. Modelo LTI	18
4. Control de seguimiento de referencia para líder virtual	21
4.1. Control PI de seguimiento de referencia	21
4.1.1. Análisis de estabilidad	22
4.1.2. Resultados de simulación	23
5. Diseño de un esquema de control líder-seguidor basado en observador para un sistema multi-agente sometido a fallas en actuador	28
5.1. Descripción del sistema	28
5.2. Error de estimación de estados	30
5.3. Error de estimación de fallas	31
5.4. Error de sincronización	32
5.5. Análisis de estabilidad de Lyapunov	35
6. Control de formación del sistema multi-agente	40
6.1. Control tolerante a fallas para sistema multi-agente LTI	45
6.1.1. Sistema multi-agente afectado por falla en actuador	45
6.1.2. Sistema multi-agente con tolerancia a fallas	50
7. Conclusiones	53
7.1. Contribución	53
7.2. Producción científica derivada de esta tesis	54
7.3. Trabajos futuros	55

Lista de tablas

1.	Aproximación de funciones trigonométricas para ángulos pequeños (en radianes) . .	19
2.	Parámetros del UAV FlameWheel 450 (DJI-F450).	24
3.	Condiciones iniciales de los agentes y sus observadores.	42
4.	Escenario de falla del SMA.	45

Lista de figuras

1.1. Esquema de control tolerante a fallas líder-seguidor basado en observador para sistemas multi-agentes.	7
2.1. Ejemplo de arquitectura centralizada	10
2.2. Ejemplo de arquitectura distribuida	10
4.1. Trayectoria del líder virtual en el eje z	25
4.2. Entradas de control del líder virtual.	25
4.3. Velocidades angulares de cada rotor.	26
6.1. Grafo de comunicación del SMA.	41
6.2. Referencia en z de los seguidores.	43
6.3. Trayectorias de los seguidores y el líder.	43
6.4. Error de estimación de estados.	44
6.5. Ángulos de Euler del SMA y el líder virtual.	44
6.6. Leyes de control del SMA	45
6.7. Velocidades afectadas por falla.	46
6.8. Leyes de control afectadas por falla.	46
6.9. Trayectorias con falla positiva.	47
6.10. p_z con falla positiva.	47
6.11. Trayectorias con falla negativa.	48
6.12. p_z con falla negativa.	48
6.13. Fallas estimadas en las velocidades.	49
6.14. Fallas estimadas en las entradas de control.	49
6.15. Reconfiguración de falla positiva.	50
6.16. Reconfiguración de falla negativa.	51
6.17. Trayectorias con CTF.	51
6.18. Reconfiguración de las velocidades.	52
6.19. Reconfiguración de las leyes de control.	52

Nomenclatura

Símbolos y unidades

p_x, p_y, p_z	Posición del UAV en los ejes x , y y z (m).
v_x, v_y, v_z	Velocidades traslacionales en los ejes x , y y z (m/s).
ϕ	Ángulo de rotación en el eje x (roll) (rad).
θ	Ángulo de rotación en el eje y (pitch) (rad).
ψ	Ángulo de rotación en el eje z (yaw) (rad).
p, q, r	Velocidades angulares en los ejes x , y , z respectivamente (rad/s).
u_ϕ, u_θ, u_ψ	Momentos de control aplicados en roll, pitch y yaw (N·m).
u_z	Fuerza de empuje total generada por los rotores (N).
m_s	Masa total del UAV (kg).
J_x, J_y, J_z	Momentos de inercia del UAV en los ejes x , y y z (kg·m ²).
g	Aceleración de la gravedad (9.81 m/s ²).
b	Coefficiente de empuje (N/(rad/s) ²).
d	Coefficiente de arrastre (Nm/(rad/s) ²).

Notación referente a vectores y matrices

$P > 0$	Matriz P positiva definida.
$P < 0$	Matriz P negativa definida.
I	Matriz identidad de dimensiones adecuadas.
P^{-1}	Matriz inversa de P
P^T	Matriz transpuesta de P .
$\text{He}\{A\}$	Representa la matriz Hermitiana.
$*$	Representa los elementos simétricos dentro de una matriz.
$\otimes$	Denota el producto de Kronecker.

Acrónimos y subíndices

SMA	Sistema Multi-Agente.
UAV	Vehículo Aéreo No Tripulado.
CTF	Control Tolerante a Fallas.
PI	Proporcional-Integral.
LTI	Sistema Lineal Invariante en el Tiempo.
i	Índice del agente en cuestión.
j	Índice del agente vecino.
l	Índice del líder virtual.

Capítulo 1

1. Introducción

A medida que la tecnología avanza, surge la necesidad de actualizar continuamente las soluciones para enfrentar desafíos cada vez más complejos. Entre las innovaciones más prometedoras en el campo de la ingeniería se encuentran los SMA. Estos sistemas están compuestos por múltiples subsistemas dinámicos autónomos, denominados agentes, que son independientes, capaces de percibir su entorno y realizar acciones. Cada agente en un SMA puede intercambiar información con sus vecinos, lo que les permite coordinarse para alcanzar objetivos comunes [1]. Los agentes pueden ser vehículos submarinos, terrestres o aéreos según su aplicación [2]. La capacidad de actuar de manera independiente y de comunicarse con otros agentes es fundamental para la realización de misiones que requieren cooperación. Esta coordinación permite que los sistemas multi-agentes aborden tareas que serían difíciles para un solo agente[3]. Gracias a su versatilidad, los SMA han demostrado ser valiosos en diversas áreas de la ingeniería como la robótica o los enjambres de drones [4][5].

El correcto funcionamiento de estos sistemas no solo exige una coordinación efectiva, sino también una tolerancia ante fallas imprevistas. Una falla se define como un comportamiento irregular en la dinámica del sistema en comparación con su comportamiento nominal [6] y puede presentarse en sensores, donde se pueden observar errores o mal funcionamiento en los dispositivos de medición; en los actuadores, que son los componentes que ejecutan las acciones del sistema; o en la planta, que se refiere a desviaciones en los parámetros del sistema. Las fallas pueden ser causadas por interrupciones en la comunicación, conexiones inadecuadas o fallas mecánicas [7].

Las fallas causan degradación en el rendimiento del sistema llevando a situaciones de inestabilidad [8], lo que resalta la importancia de la estimación de fallas. Este proceso consiste en identificar en línea el tipo, la magnitud y el momento en que ocurre la falla, proporcionando información esencial para el análisis del sistema [9].

Este trabajo presenta un diseño de control tolerante a fallas en actuadores utilizando observadores PI para la estimación de estados y fallas en un sistema multi-agentes aplicado a vehículos aéreos no tripulados.

La estimación de fallas no solo permite identificar irregularidades en el sistema, sino que también es un componente esencial en el diseño de un control tolerante a fallas. Un CTF tiene como objetivo garantizar la estabilidad y el desempeño del sistema incluso en presencia de fallas, ajustando las señales de control en función de la información obtenida de la estimación.

1.1. Estado del arte

Los sistemas multi-agentes requieren de interacción y coordinación entre ellos para cumplir sus objetivos. Sin embargo, esta interdependencia los hace vulnerables a que si un agente presenta fallas en actuadores, la estabilidad y el desempeño del SMA completo se ve comprometida. Para garantizar su correcto funcionamiento, es fundamental el desarrollo de estrategias de control, métodos de estimación de fallas y esquemas de control tolerante a fallas.

El control en SMA permite establecer la estabilidad y coordinación entre agentes, mientras que la estimación de fallas es un elemento clave para la detección de anomalías, proporcionando la información necesaria para reducir su impacto mediante el CTF. Avances recientes en enjambres de UAVs, como se muestra en [10, 11, 12, 13, 14], complementan estas estrategias mediante metodologías para control de formación, evasión de colisiones, sincronización temporal y resiliencia ante interrupciones.

1.1.1. Estrategias de control en sistemas multi-agente

La estabilidad y coordinación en SMA dependen de estrategias de control eficientes. En [4], se propone un control basado en observadores distribuidos para SMA LPV, garantizando estabilidad mediante la teoría de Lyapunov. Además, [3] desarrolla un protocolo de consenso para SMA bajo perturbaciones acotadas, mientras que [15] aborda el consenso con retardos en la comunicación desde el dominio de la frecuencia.

En [16] y [17] proponen estrategias basadas en observadores distribuidos y sincronización para un consenso líder-seguidor. Por otro lado, [18] introduce un control robusto tolerante a perturbaciones externas y fallas en actuadores, mientras que [19, 20] abordan esquemas predictivos y de adaptación.

Además, [21] examina distintas topologías de comunicación y el uso de visión artificial para mejorar la cooperación de UAVs en vuelo en formación. Otros trabajos relevantes incluyen estrategias de control tolerante ante fallas de comunicación [22, 23], y enfoques óptimos como los propuestos en [24] y [25] para SMA lineales.

1.1.2. Estimación de fallas en sistemas multi-agente

La estimación de fallas es clave para detectar y compensar irregularidades en SMA. Una herramienta fundamental para ello es el uso de observadores. En [26], se presenta una estrategia basada en observadores PI distribuidos, aplicada a un SMA con fallas en actuadores. Por otra parte, [27] introduce un método de control basado en activación por eventos. En [10, 19] proponen diagnósticos basados en señales de corriente y aprendizaje profundos. En [12], se introduce el uso de aprendizaje por refuerzo multi-agente para adaptación progresiva ante fallas.

1.1.3. Control tolerante a fallas en sistemas multi-agente

El CTF es esencial para garantizar un funcionamiento aceptable ante la presencia de fallas en sensores y actuadores. En [28] se muestra una revisión sobre el control cooperativo con tolerancia a fallas en UAVs, otra revisión se hizo en [7], donde se explican estrategias de diagnóstico y de control tolerante a fallas en UAVs. En [29, 11, 18], se proponen esquemas de consenso líder-seguidor, observadores y filtros de Kalman para garantizar. Además, [30] presenta una estrategia basada en control H_∞ que optimiza la formación de UAVs incluso con actuadores fallando.

De manera complementaria, [31] introduce una solución de planificación de trayectorias en FANETs para misiones críticas, mientras que [32] aborda estrategias de estimación y coordinación enfocadas en VTOLs con fallas suaves y agresivas. En [33] se emplea un control activado por eventos para

enfrentar fallas de comunicación, y en [34] se estudian esquemas de CTF en SMA heterogéneos no lineales.

Asimismo, [35] plantea una estrategia resiliente frente a ataques cibernéticos, mientras que [36, 1, 37] exploran distintas arquitecturas basadas en observadores y control distribuido para lograr tolerancia a fallas en SMA LPV y LTI.

1.1.4. Análisis del estado del arte

El análisis del estado del arte en el control tolerante a fallas en sistemas multi-agentes (SMA) muestra un campo en constante cambio, lleno de avances y desarrollos importantes. La estabilidad y robustez de estos sistemas se han abordado utilizando controles basados en observadores distribuidos y la teoría de Lyapunov, lo cual ha demostrado ser efectivo para mantener estos sistemas bajo control. El diagnóstico y la tolerancia a fallas, especialmente en vehículos aéreos no tripulados (UAVs), ha sido un área importante de investigación. Las estrategias para diagnosticar y controlar fallas en sensores y actuadores, así como los protocolos de consenso para coordinar estos sistemas en medio de perturbaciones y retrasos, han mejorado significativamente la resiliencia y eficiencia de los SMA.

Un área de oportunidad es el desarrollo de un control tolerante a fallas basado en observadores distribuidos en forma de sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI). Este enfoque podría mejorar a los SMA en la detección y compensación de fallas, proporcionando una base sólida para su implementación en aplicaciones prácticas.

1.2. Planteamiento del problema

Los SMA gracias a su capacidad para la realización de diversas tareas de manera simultánea en diferentes ámbitos como el transporte de cargas, agricultura, vigilancia o espectáculos visuales cuando son compuestos por vehículos aéreos no tripulados [4] [38], dependen en gran medida de sus sensores y actuadores para operar sin la necesidad de pilotaje [28]. Los actuadores son los componentes responsables de ejecutar las acciones necesarias para el movimiento y control preciso de cada agente, sin embargo la estabilidad del sistema en conjunto puede verse comprometida en la presencia de una falla en actuador de algún agente [7].

Para garantizar el buen desempeño del sistema multi-agente, es crucial el diseño de un control tolerante a fallas [39] [40]. Este esquema debe ser capaz de detectar, localizar y compensar automáticamente las fallas en los actuadores para mantener la funcionalidad de los UAVs [26].

El diseño de un esquema de control tolerante a fallas líder-seguidor basado en observadores se presenta como una solución prometedora para compensar las fallas en actuadores presentes en el sistema. El uso de observadores en este contexto es fundamental para estimar en tiempo real los estados del sistema y sus fallas presentes, lo cual es vital para conocer el tiempo en el que éstas se presentan, en qué agente y su magnitud para ajustar las acciones de control y poder compensar las fallas a las que sean sometidos los agentes [29].

La problemática central de este trabajo radica en mantener la formación de una flota de ocho UAVs cuando uno de los agentes presenta una falla en uno de sus rotores, lo compromete la estabilidad de toda la formación.

1.3. Justificación

El creciente uso de sistemas multi-agentes, especialmente aquellos conformados por vehículos aéreos no tripulados, ha generado nuevas demandas en cuanto a confiabilidad, autonomía y robustez operativa. Estos sistemas están siendo implementados en aplicaciones críticas como logística aérea, monitoreo agrícola, misiones de búsqueda y rescate, y despliegues coordinados en espectáculos u

operaciones militares. En tales contextos, la pérdida de funcionalidad de uno o más agentes debido a fallas en los actuadores puede comprometer no solo el éxito de la misión, sino también la seguridad de la operación en su conjunto.

Ante esta problemática, el desarrollo de estrategias de control tolerante a fallas se vuelve indispensable. Particularmente, los enfoques que combinan la observación distribuida de estados y fallas con esquemas de control líder-seguidor permiten diseñar soluciones escalables, adaptables y con alta resiliencia ante perturbaciones internas. La implementación de observadores PI distribuidos permite estimar en tiempo real no solo el estado del sistema, sino también la presencia, localización y magnitud de fallas, facilitando una reconfiguración oportuna del control.

Este trabajo se justifica en la necesidad de garantizar el mantenimiento de la formación y el desempeño coordinado de un SMA ante condiciones adversas. La propuesta se alinea con las tendencias actuales en ingeniería de control y robótica cooperativa, y ofrece una solución viable y eficiente con potencial de implementación práctica en flotas reales de UAVs. Además, contribuye al fortalecimiento de los fundamentos teóricos y aplicados del control distribuido, aportando al avance del estado del arte en sistemas autónomos resilientes. El uso de un modelo lineal invariante en el tiempo (LTI) como base de diseño permite formular el esquema de control y observación bajo un marco matemático bien definido, facilitando la síntesis de leyes de control y condiciones de estabilidad mediante LMIs y garantizando que los resultados puedan generalizarse y aplicarse a sistemas dinámicos de naturaleza similar.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Desarrollar un esquema de observación distribuida para estimar los estados y fallas en sistemas multi-agentes e implementar un control tolerante basado en la información estimada de las fallas aplicado a sistemas autónomos.

1.4.2. Objetivos específicos

- Desarrollar un algoritmo de observación distribuida que permita la estimación de fallas en vehículos autónomos.
- Compensar las fallas en el sistema multi-agente LTI.
- Validar la efectividad del control tolerante a fallas propuesto en un sistema multi-agente a través de simulaciones, evaluando la capacidad de mantener la formación en presencia de fallas positivas y negativas en actuadores.

1.5. Propuesta de Solución

Para abordar la problemática del control de formación en sistemas multi-agentes bajo fallas, se propone el desarrollo de un esquema de control tolerante a fallas líder-seguidor basado en observadores PI distribuidos, el cual permitirá la coordinación efectiva de una flotilla de UAVs para mantener una formación prediseñada y seguir una trayectoria específica enfrentando fallas en actuadores, garantizando un desempeño estable.

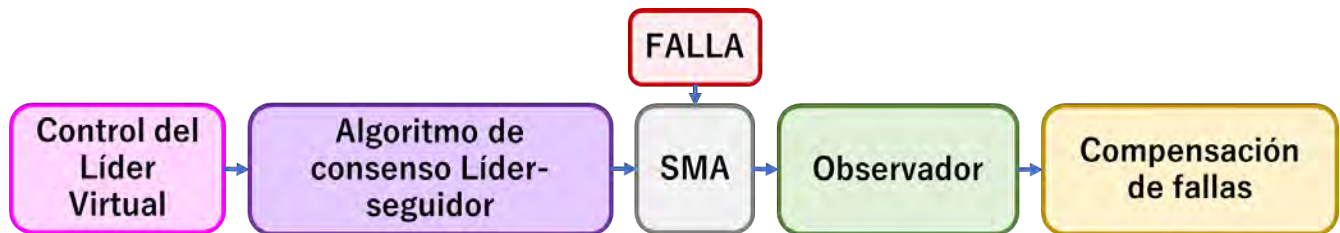


Figura 1.1: Esquema de control tolerante a fallas líder-seguidor basado en observador para sistemas multi-agentes.

Este esquema de control se basará en la comunicación entre cada agente con sus vecinos, permitiendo una coordinación efectiva, utilizando un algoritmo de consenso para la convergencia de los agentes hacia un comportamiento colectivo deseado, como el mantenimiento de una formación específica. El líder de los agentes será un líder virtual, el cual tendrá un controlador proporcional integral para asegurar que se guíe a los agentes.

1.6. Estructura del documento

Los capítulos de este documento están organizados de la siguiente manera:

- **Capítulo 2: Marco teórico.** Se definen los conceptos fundamentales relacionados con los SMA, algoritmo de consenso, control de formación, teoría de grafos, sistemas LTI, y principios básicos de control tolerante a fallas y diagnóstico de fallas.
- **Capítulo 3: Modelado dinámico de un cuadricóptero.** Se describe el modelo dinámico no lineal de un cuadricóptero y se llega a su forma linealizada LTI, la cual se utilizará para el diseño de los esquemas de control del líder virtual y del SMA.
- **Capítulo 4: Control de seguimiento para un líder virtual.** Se presenta el diseño de un esquema de control proporcional-integral (PI) para seguimiento de trayectoria. Se incluye el análisis de estabilidad y simulaciones.
- **Capítulo 5: Diseño del esquema de control líder-seguidor tolerante a fallas.** Se desarrolla el controlador líder-seguidor basado en un observador PI distribuido, se modela el SMA, se definen los errores de estimación y se propone una LMI a resolver para la obtención de las ganancias del control y del observador.
- **Capítulo 6: Resultados de simulación.** Se muestran los resultados de los distintos escenarios simulados, incluyendo el comportamiento nominal del sistema en formación octogonal, el caso con fallas y la aplicación del esquema tolerante a fallas.
- **Capítulo 7: Conclusiones y trabajos futuros.** Se presentan las conclusiones generales del trabajo de investigación, los artículos científicos derivados de esta tesis, y se proponen líneas de investigación futuras.

Capítulo 2

2. Marco Teórico

2.1. Sistemas multi-agente

Los sistemas multi-agente son sistemas compuestos por varios subsistemas dinámicos autónomos llamados agentes. Cada uno de estos agentes es capaz de operar de manera independiente, percibiendo su entorno mediante sensores, ejecutando acciones mediante actuadores, y tomando decisiones locales basadas en algoritmos de control [1].

En un sistema multi-agente, los integrantes (agentes) están interconectados mediante una red de comunicación que les permite intercambiar información con sus vecinos. A través de esta interacción, los agentes pueden coordinar sus acciones para alcanzar un objetivo común o mantener una formación específica [41]. Este comportamiento cooperativo se logra mediante el diseño de algoritmos de consenso y leyes de control distribuidas que garantizan que los agentes trabajen como una unidad coordinada.

El intercambio de información en el SMA cuenta con dos principales arquitecturas [2]:

- **Centralizada:**

En este tipo de arquitectura, se cuenta con un agente central, el cual recibe la información sobre los estados de los demás integrantes del sistema y es el encargado de procesar y distribuir las señales de control hacia los agentes subordinados.

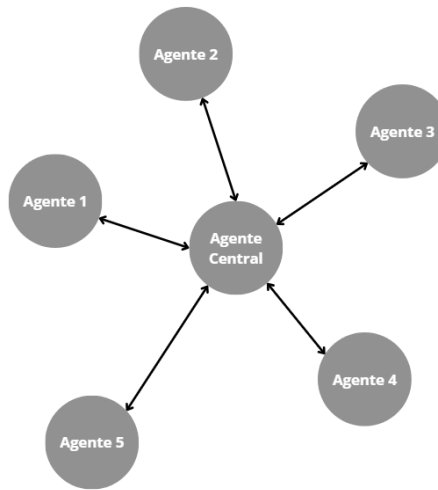


Figura 2.1: Ejemplo de arquitectura centralizada

■ **Distribuida:**

En esta arquitectura, no existe un único agente encargado de tomar decisiones globales. En su lugar, cada agente realiza intercambios de información únicamente con sus vecinos directos, y las decisiones de control se generan localmente con base en dicha información. A mayor número de agentes, y siempre que la conectividad entre ellos esté garantizada, se puede alcanzar un comportamiento colectivo eficiente mediante algoritmos como el consenso.

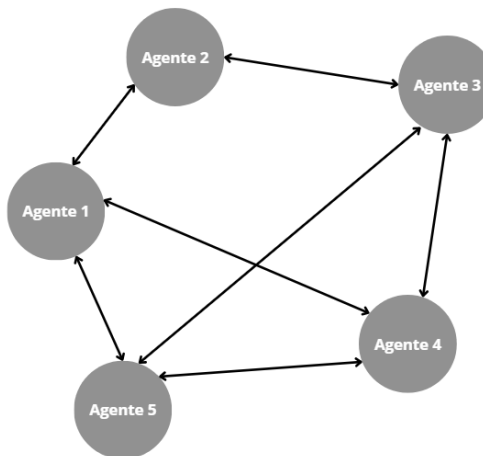


Figura 2.2: Ejemplo de arquitectura distribuida

2.1.1. Algoritmo de consenso

El algoritmo de consenso es un mecanismo fundamental en los sistemas multi-agente que permite a un conjunto de agentes alcanzar un acuerdo sobre ciertas variables de interés, como la posición, la velocidad o el estado general del sistema [15]. Este proceso se basa en la comunicación local entre agentes vecinos y busca garantizar que, a partir de información distribuida, todos los agentes converjan hacia un valor común o comportamiento colectivo deseado.

Existen diferentes variantes de algoritmos de consenso, entre las cuales destacan las siguientes:

- **Consenso líder-seguidor:**

En este enfoque, se designa un agente como líder, quien posee la referencia o trayectoria objetivo. Los agentes seguidores ajustan sus estados en función de la información recibida del líder y de sus vecinos [33].

- **Consenso sin líder:**

En este esquema, no existe un agente con autoridad central. En su lugar, todos los agentes actualizan sus estados basándose únicamente en el intercambio de información con sus vecinos directos. A través de iteraciones sucesivas, el sistema converge hacia un valor común de manera descentralizada.

2.1.2. Control de formación

El control de formación es una técnica en la cual los integrantes de un sistema multi-agente, ajustan sus posiciones y distancias relativas para formar patrones geométricos específicos [40]. Se divide en dos categorías principales: la producción de formación, donde los agentes alcanzan un patrón sin una referencia grupal, y el seguimiento de formación, donde los agentes siguen una referencia grupal predeterminada.

2.2. Teoría de grafos

El intercambio de información existente entre los agentes se representa por medio de grafos [2]. Un grafo es compuesto por nodos representando a los agentes y aristas representando el flujo de información en el SMA.

Un grafo directo $\mathcal{G}$ es un par $(\mathcal{V}, \mathcal{E})$, donde $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_N\}$ es un conjunto de nodos y $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ es el conjunto de aristas. Para una arista (v_i, v_j) , la información fluye desde el nodo v_i hacia el nodo v_j , es decir, v_j recibe datos de v_i . El conjunto de vecinos del nodo v_i se denota como N_i cuya cardinalidad es llamada grado del nodo v_i .

2.2.1. Matriz de adyacencias y matriz Laplaciana

La matriz de adyacencia se define como $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$. Sus elementos son $a_{ii} = 0$ en la diagonal y $a_{ij} > 0$ si hay un arista de v_i a v_j , si no, $a_{ij} = 0$.

La matriz Laplaciana L es calculada como $L_{ii} = \sum_{j \neq i}^N a_{ij}$ y $L_{ij} = -a_{ij}$ para $i \neq j$.

La matriz de adyacencia es una matriz cuadrada en la que N representa la cantidad total de nodos. Esta matriz se caracteriza porque su diagonal principal contiene únicamente ceros, y un valor positivo en a_{ij} indicando que el nodo i obtiene información proveniente del nodo j . Por su parte, la matriz Laplaciana se construye tomando en su diagonal principal la suma del número de conexiones que tiene cada nodo, mientras que los elementos fuera de la diagonal corresponden a los valores negativos de la matriz de adyacencias.

2.3. Sistemas LTI

Los sistemas Lineales Invariantes en el Tiempo son ampliamente utilizados en el análisis y diseño de sistemas de control debido a su estructura matemática simple y su capacidad para modelar una amplia variedad de procesos dinámicos [42]. La característica fundamental de estos sistemas es que sus parámetros permanecen constantes a lo largo del tiempo.

Un sistema LTI en espacio de estados puede representarse mediante las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (2.1)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (2.2)$$

donde:

- $x(t)$ es el vector de estados, que describe la dinámica del sistema.
- $u(t)$ es el vector de entradas.
- $y(t)$ es el vector de salidas.
- A es la matriz de parámetros.
- B es la matriz de entrada.
- C es la matriz de salida.

2.4. Control basado en observador

Los estados de un sistema de control no siempre son medibles directamente, por lo cual es de gran utilidad el emplear observadores para estimar aquellos estados no medidos basándose en las entradas y salidas del sistema. Para la implementación de los controles basados en observadores, es necesario que el sistema cumpla con las propiedades de observabilidad y controlabilidad.

2.4.1. Controlabilidad

Un sistema lineal es completamente controlable si es posible llevarlo desde cualquier estado inicial hasta cualquier otro estado deseado en un intervalo de tiempo finito mediante una señal de entrada

apropiada [42]. Esta propiedad es esencial para asegurar que las acciones de control puedan influir en todos los modos dinámicos del sistema.

Para determinar si un sistema LTI es controlable, se construye la matriz de controlabilidad U :

$$U = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

donde n representa el número de estados del sistema. El sistema es controlable si y solo si la matriz U tiene rango completo, es decir, si $\text{rango}(U) = n$.

2.4.2. Observabilidad

Un sistema es observable si es posible determinar completamente su estado interno en un tiempo finito, con base en las señales de entrada y las salida [9]. Esta propiedad permite diseñar observadores que repliquen internamente la dinámica del sistema.

La verificación de la observabilidad se realiza a través de la matriz de observabilidad O , definida como:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Al igual que en el caso de la controlabilidad, el sistema es observable si y solo si $\text{rango}(O) = n$.

2.5. Control tolerante a fallas

Se denomina falla a un comportamiento anormal en el sistema que sobrepasa los límites permitidos para considerar un funcionamiento apropiado en el sistema (umbral) [43]. Para que exista un buen desempeño en el sistema a pesar de las irregularidades, es requerida la aplicación de un control tolerante a fallas [44].

Un control tolerante a fallas es una estrategia de control utilizada para que un sistema continúe con su operación satisfaciendo su objetivo de control de manera segura, a pesar de que uno o más de sus componentes se vean afectados por una falla [8].

En el contexto de los sistemas multi-agentes, el control tolerante a fallas implica la capacidad de mantener la coordinación de los agentes sin tener grandes repercusiones por algún elemento dañado como un sensor o actuador de los agentes individuales.

2.5.1. Diagnóstico de fallas

El diagnóstico de fallas consiste en la identificación y localización de fallas en sensores o actuadores de un sistema para asegurar su operatividad. El propósito del diagnóstico de fallas es detectar, localizar y estimar la magnitud de un valor irregular en el sistema [45].

Entre las estrategias más comunes para la estimación de fallas se encuentra el uso de observadores [46], los cuales mediante las entrada y salidas del sistema son capaces de estimar tanto las variables de estado, como las anomalías del sistema.

Capítulo 3

3. Modelado dinámico de un cuadricóptero

3.1. Modelo dinámico no lineal del cuadricóptero

En este trabajo se utiliza el modelo matemático de un vehículo aéreo no tripulado, enfocándose específicamente en el caso de un cuadricóptero.

El comportamiento dinámico del cuadricóptero se describe mediante un modelo no lineal basado en las ecuaciones de Newton-Euler, el cual toma en cuenta tanto las traslaciones como las rotaciones del cuerpo rígido [47].

Las ecuaciones que rigen la evolución temporal de las variables de estado del sistema son:

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_x &= v_x, \\
 \dot{v}_x &= (\cos(\psi) \sin(\theta) \cos(\phi) + \sin(\psi) \sin(\phi)) \frac{1}{m_s} u_z, \\
 \dot{p}_y &= v_y, \\
 \dot{v}_y &= (\sin(\psi) \sin(\theta) \cos(\phi) - \cos(\psi) \sin(\phi)) \frac{1}{m_s} u_z, \\
 \dot{p}_z &= v_z, \\
 \dot{v}_z &= -g + (\cos(\theta) \cos(\phi)) \frac{1}{m_s} u_z, \\
 \dot{\phi} &= p + (\sin(\phi) \tan(\theta)) q + (\cos(\phi) \tan(\theta)) r, \\
 \dot{p} &= (qr(J_y - J_z) + u_\phi) \frac{1}{J_x} \\
 \dot{\theta} &= \cos(\phi) q - \sin(\phi) r,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{q} &= (pr(J_z - J_x) + u_\theta) \frac{1}{J_y}, \\ \dot{\psi} &= (\sin(\phi)q + \cos(\phi)r) \frac{1}{\cos(\theta)}, \\ \dot{r} &= (pq(J_x - J_y) + u_\psi) \frac{1}{J_z}\end{aligned}$$

En estas ecuaciones, p_x , p_y y p_z representan la posición del vehículo en los ejes x , y y z , respectivamente, mientras que v_x , v_y y v_z son las velocidades de traslación en dichos ejes. Los ángulos ϕ , θ y ψ corresponden a las orientaciones del dron en roll, pitch y yaw, respectivamente, y sus velocidades angulares son p , q y r . Las constantes J_x , J_y y J_z representan los momentos de inercia, m_s es la masa total del cuadricóptero, y g es la aceleración gravitacional. Las entradas u_z , u_ϕ , u_θ y u_ψ representan el empuje del dron y torques en roll, pitch y yaw.

Las entradas de control pueden definirse en términos de las velocidades angulares de los rotores de un UAV, por lo tanto, es posible expresar las entradas como [48]:

$$u = \Gamma \Omega^2, \tag{3.1}$$

donde $\Omega = [\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4]^T$ es el vector de velocidades angulares y $\Omega^2 = [\Omega_1^2, \Omega_2^2, \Omega_3^2, \Omega_4^2]^T$ denota el vector formado por los cuadrados de cada componente de Ω y Γ es la matriz de coeficientes definida como:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ -bl & 0 & bl & 0 \\ 0 & -bl & 0 & bl \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix}, \tag{3.2}$$

donde b , d , y l son el coeficiente de empuje, el coeficiente de arrastre y la longitud del brazo del cuadricóptero, respectivamente. Dado que u y Γ son conocidos, Ω puede escribirse como:

$$\Omega = \sqrt{\Gamma^{-1}u}, \quad (3.3)$$

De esta manera se obtiene el valor de las velocidades angulares de los rotores a partir de las entradas de control calculadas para el UAV.

3.2. Modelo LTI

El modelo no lineal del cuadricóptero se puede simplificar a una forma lineal tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- Las variaciones de los ángulos ϕ y θ se consideran pequeñas, con valores menores a 0.17 rad ($\approx 10^\circ$), y el ángulo ψ se mantiene constante, es decir, $\psi = 0$.
- La dinámica de los ejes x y y se desacopla de la dinámica del eje z bajo condiciones de vuelo estable o en suspensión (*hover*), lo cual implica que el empuje total generado por los rotores compensa el peso del vehículo, es decir, $u_z \approx m_s g$.
- Cuando los ángulos de inclinación son pequeños (< 0.17 rad), se pueden aplicar aproximaciones trigonométricas de primer orden como $\sin(\theta) \approx \theta$ y $\cos(\theta) \approx 1$. Estas aproximaciones son válidas ya que θ se expresa en radianes, por lo que $\sin(\theta)$ se aproxima a θ y $\cos(\theta)$ permanece cercano a la unidad. La validez de estas aproximaciones se muestra en la Tabla 1, donde se observa que para valores angulares menores a 0.17 rad la diferencia es mínima.

Tabla 1: Aproximación de funciones trigonométricas para ángulos pequeños (en radianes)

Ángulo (rad)	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$
0.0000	0.0000	1.0000
0.0175	0.0175	0.9998
0.0524	0.0523	0.9986
0.0873	0.0872	0.9962
0.1222	0.1219	0.9925
0.1745	0.1736	0.9848

Con estas suposiciones, el modelo lineal del UAV se describe de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{j_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{j_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j_z} \end{bmatrix}$$

,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El vector de estados $x(t) \in \mathbb{R}^{12}$ está compuesto por $x(t) = [p_x, v_x, p_y, v_y, p_z, v_z, \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]^T$; el vector de entradas $u(t) \in \mathbb{R}^4$ agrupa las señales de control aplicadas al sistema, dado por $u(t) = [u_z, u_\phi, u_\theta, u_\psi]^T$; y el vector de salidas $y(t) \in \mathbb{R}^6$ contiene $y(t) = [p_x, p_y, p_z, \phi, \theta, \psi]^T$. Por lo tanto, las matrices que describen el comportamiento dinámico del sistema tienen las siguientes dimensiones: $A \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$, $B \in \mathbb{R}^{12 \times 4}$, y $C \in \mathbb{R}^{6 \times 12}$.

Capítulo 4

4. Control de seguimiento de referencia para líder virtual

4.1. Control PI de seguimiento de referencia

El diseño de un control PI para el líder virtual es esencial para establecer una referencia de altitud para los agentes. El esquema de control PI garantiza que el líder virtual mantenga una altitud específica, lo que sirve como referencia para el resto de los agentes en el sistema.

La ley de control PI utilizada se expresa como:

$$u(t) = -K_P e - K_I \int e \, dt,$$

La referencia está dada por el siguiente vector:

$$r = \left[0, 0, 0, 0, z_{ref}, \dot{z}_{ref}, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right]^T,$$

El sistema opera con un vector de estados $x_l \in \mathbb{R}^{12}$, cuya estructura es equivalente a la del vector de estados x definido para cada agente, ya que ambos representan la dinámica de un cuadricóptero. No obstante, la notación x_l se emplea específicamente para distinguir los estados correspondientes al líder virtual dentro de la formación. La matriz de salida se define como $C \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$, considerando la totalidad de los estados del sistema. Por lo tanto, el error del sistema se calcula como:

$$e = r - Cx_l, \tag{4.1}$$

donde el vector de error resultante es $e \in \mathbb{R}^{12}$. Realizando un cambio de variable considerando las siguientes ecuaciones,

$$\dot{\zeta} = e, \tag{4.2}$$

$$\zeta = \int e, \quad (4.3)$$

El sistema en lazo cerrado, se expresa como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_l \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{12 \times 12} \\ -C & 0_{12 \times 12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_l \\ \zeta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ 0_{12 \times 12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_P & -K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & 0_{12 \times 12} \\ 0_{12 \times 12} & I_{12 \times 12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_l \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

Donde las ganancias $K_P \in \mathbb{R}^{4 \times 12}$ y $K_I \in \mathbb{R}^{4 \times 12}$. Se define el vector $\dot{\bar{x}}_l = \begin{bmatrix} x_l^T & \zeta^T \end{bmatrix}^T$, y se llega a la siguiente ecuación:

$$\dot{\bar{x}}_l = (\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C})\bar{x}_l. \quad (4.5)$$

En la que las matrices extendidas del sistema en lazo cerrado se definen como:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_{12 \times 12} \\ -C & 0_{12 \times 12} \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0_{4 \times 12} \end{bmatrix},$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_P & -K_I \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0_{12 \times 12} \\ 0_{12 \times 12} & I_{12} \end{bmatrix}.$$

4.1.1. Análisis de estabilidad

El análisis de estabilidad mediante el método de Lyapunov es una técnica fundamental para determinar la estabilidad de sistemas dinámicos. Para ello, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \bar{x}_l^T P \bar{x}_l,$$

donde $P \in \mathbb{R}^{24 \times 24}$ es una matriz constante, simétrica y definida positiva, y $\bar{x}_l$ representa el vector de estados del sistema aumentado.

Para que esta función garantice estabilidad, debe cumplir las siguientes condiciones:

- $V > 0$ esto indica que la función es definida positiva.
- Su derivada $\dot{V}$ debe ser definida negativa, es decir, $\dot{V} < 0$.
- Evaluada en cero debe ser igual a cero $V(0) = 0$

Definiendo la derivada de Lyapunov como:

$$\dot{V} = \dot{\bar{x}}_l^T P \bar{x}_l + \bar{x}_l^T P \dot{\bar{x}}_l < 0, \quad (4.6)$$

Sustituyendo :

$$\dot{V} = \bar{x}_l^T [(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C}^T)P + P(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C})] \bar{x}_l < 0, \quad (4.7)$$

Pre-multiplicando por $\bar{P} = \bar{P}^{-1}$ y post-multiplicando por $\bar{P}^{-1}$ para evitar bilinealidades y posteriormente agrupar en un solo término las incógnitas obtenemos:

$$\bar{P}(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C})^T + (\bar{A} - \bar{B}\bar{K}\bar{C})\bar{P} < 0, \quad (4.8)$$

Reescribiendo , considerando $He\{M\} = M + M^T$ y realizando el siguiente cambio de variable para evitar bilinealidades $\bar{K} = \bar{\Gamma}\bar{P}^{-1}\bar{C}^{-1}$ se llega a la siguiente LMI a resolver para obtener las ganancias del controlador PI.

$$He\{\bar{A}\bar{P} - \bar{B}\bar{\Gamma}\} < 0. \quad (4.9)$$

4.1.2. Resultados de simulación

Para calcular las ganancias K_P y K_I , se utilizó el software Matlab con el toolbox SDTP3, encontrando la solución a la LMI (4.9). Una vez que se obtuvieron las ganancias, se simuló el sistema utilizando el modelo no lineal del cuadricóptero.

Los parámetros del UAV considerado se describen en la siguiente tabla:

Tabla 2: Parámetros del UAV FlameWheel 450 (DJI-F450).

Parámetro	Valor	Unidades
Masa del dron, m_s	0.91	kg
Longitud del brazo, l	0.225	m
Gravedad, g	9.81	m/s ²
Momento de inercia en x , J_x	0.0104	kg·m ²
Momento de inercia en y , J_y	0.0104	kg·m ²
Momento de inercia en z , J_z	0.0196	kg·m ²
Coefficiente de empuje, b	8.3496×10^{-6}	N/(rad/s) ²
Coefficiente de arrastre, d	1.52×10^{-7}	Nm/(rad/s) ²

Las condiciones iniciales se consideraron 0 para los 12 estados y para el vector de referencia se consideró:

$$r = \left[0, 0, 0, 0, z_{ref}, \dot{z}_{ref}, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right]^T.$$

Donde: z_{ref} y $\dot{z}_{ref}$ son las referencias de posición(p_z) y velocidad del líder virtual (v_z).

Para la referencia de la posición se utilizó un polinomio de quinto orden con el propósito de asegurar una trayectoria suave y evitar sobreimpulso [4].

$$z_{ref}(t) = z(0) + \left(\frac{10}{T^3}\right)(z(T) - z(0))t^3 - \left(\frac{15}{T^4}\right)(z(T) - z(0))t^4 + \left(\frac{6}{T^5}\right)(z(T) - z(0))t^5. \quad (4.10)$$

Donde: $z(0) = 0m$ es la posición inicial del líder virtual, $z(T) = 20m$ es la altura deseada, y $T = 5s$ es el tiempo transcurrido entre $z(0)$ y $z(T)$. Y para la referencia de la velocidad $\dot{z}_{ref}(t)$, se deriva (4.10) y se obtiene:

$$\dot{z}_{ref}(t) = \left(\frac{30}{T^3}\right)(z(T) - z(0))t^2 - \left(\frac{60}{T^4}\right)(z(T) - z(0))t^3 + \left(\frac{30}{T^5}\right)(z(T) - z(0))t^4. \quad (4.11)$$

El objetivo del líder virtual es llegar a los 20 m de altura, considerando las condiciones iniciales de la velocidad y aceleración iguales a cero. La Figura 4.1 muestra la trayectoria del líder virtual

y la referencia en el eje z .

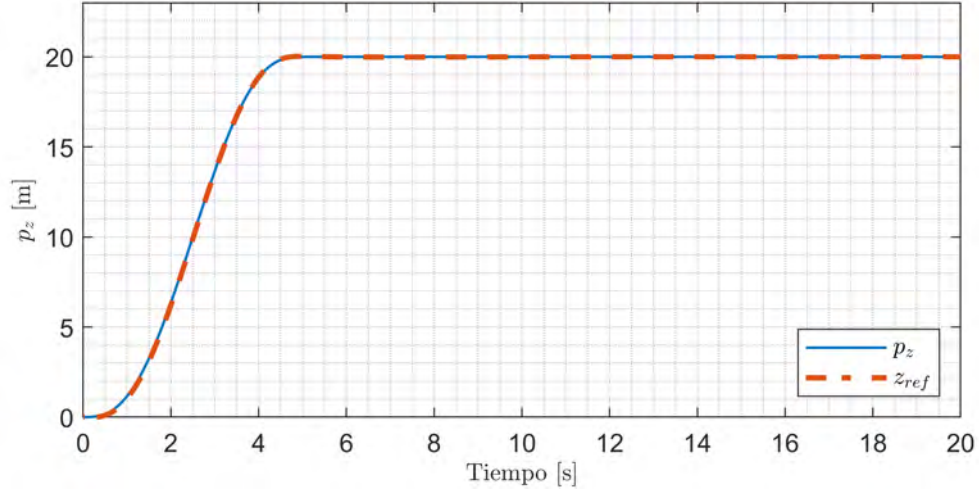


Figura 4.1: Trayectoria del líder virtual en el eje z .

Las entradas de control del líder u_l se muestran en la Figura 4.2

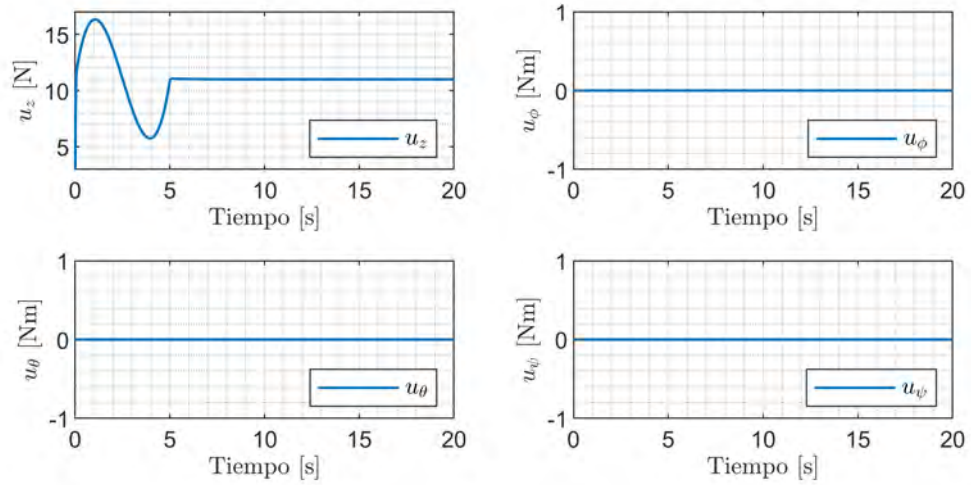


Figura 4.2: Entradas de control del líder virtual.

Las velocidades de los rotores del líder virtual se muestran en la Figura 4.3

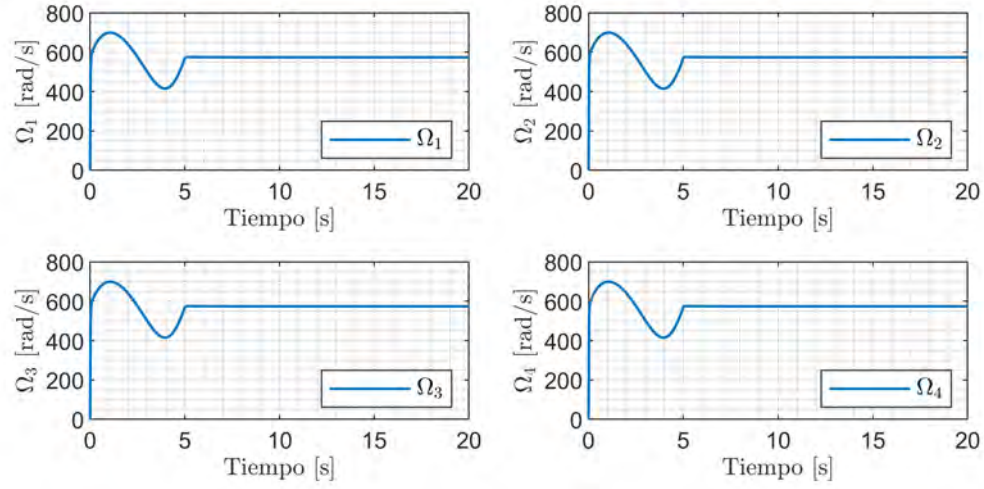


Figura 4.3: Velocidades angulares de cada rotor.

Luego de analizar la trayectoria generada por el líder virtual, se obtiene que la velocidad de *hover* es aproximadamente 517 rad/s.

Entre las especificaciones principales del sistema se tiene:

- Máximo empuje por rotor: 8.34 N
- Velocidad del rotor: 11680 rpm

El empuje total disponible es:

$$\text{Empuje total} = (8.34)(4) = 33.36 \text{ N} \quad (4.12)$$

Y la velocidad máxima del rotor:

$$\text{Velocidad máxima} = 11680 \text{ rpm} \approx 1223 \text{ rad/s} \quad (4.13)$$

Las simulaciones se realizaron considerando al líder virtual en condiciones de hover, de modo que

el empuje nominal de los rotores compensa el peso del UAV ($u_z \approx m_s g$). Esta condición asegura que las referencias de posición y velocidad generadas son físicamente alcanzables.

Capítulo 5

5. Diseño de un esquema de control líder-seguidor basado en observador para un sistema multi-agente sometido a fallas en actuador

5.1. Descripción del sistema

Para llevar a cabo un control de formación en sistemas multi-agentes, se requiere la presencia de un líder virtual, al cual es necesario aplicarle un control para poder estabilizarlo y utilizarlo como modelo de referencia para los seguidores. El principal reto es diseñar un esquema de control líder-seguidor para sistemas multi-agentes sujeto a la presencia de fallas basado en observadores.

Se considera un modelo de sistema multi-agente LTI con fallas en actuadores:

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + B(u_i(t) + f_i(t)), \quad (5.1)$$

$$y_i(t) = Cx_i(t). \quad (5.2)$$

Donde i es el número de agente ($i = 1, 2, 3, \dots, N$); $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entradas, $y_i(t) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas, y $f_i(t) \in \mathbb{R}^m$ representa las fallas en los actuadores del sistema. En este caso que ocupamos el sistema de UAV mostrado anteriormente, se tiene que $n = 12$, $m = 4$ y $p = 6$. Las matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ son constantes y conocidas para todos los agentes del sistema.

Para el consenso líder-seguidor, se utiliza al líder virtual, cuya función es servir como referencia para el resto de los agentes en el sistema, proporcionando una guía para mantener una formación.

La dinámica del líder virtual se describe mediante:

$$\dot{x}_l(t) = Ax_l(t) + Bu_l(t). \quad (5.3)$$

Donde $x_l \in \mathbf{R}^n$ es el vector de estados del líder y $u_l \in \mathbf{R}^m$ su vector de entradas.

Con el propósito de estimar estados y fallas presentes en el SMA, se considera el uso del siguiente observador PI [49]:

$$\dot{\hat{x}}_i(t) = A\hat{x}_i(t) + Bu_i(t) + L_P(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) + B\hat{f}_i(t), \quad (5.4)$$

$$\dot{\hat{f}}_i = L_I(y_i(t) - \hat{y}_i(t)), \quad (5.5)$$

$$\hat{y}_i = C\hat{x}_i(t). \quad (5.6)$$

Donde i representa el observador asociado con el agente i , $\hat{y}_i(t)$ son las salidas estimadas, $\hat{f}_i(t)$ son las fallas estimadas, $L_P \in \mathbf{R}^{n \times p}$ es la ganancia proporcional y $L_I \in \mathbf{R}^{m \times p}$ es la ganancia integral.

Se propone el siguiente algoritmo de consenso líder-seguidor basado en observador:

$$u_i(t) = K \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) + \alpha_i(\hat{x}_i(t) - x_l(t)) \right] + u_l(t) - \hat{f}_i(t). \quad (5.7)$$

Donde $K \in \mathbf{R}^{m \times n}$ representa la ganancia del controlador; $\hat{x}_i(t) \in \mathbf{R}^n$ es el vector de estados estimados del agente i ; $\hat{x}_j(t) \in \mathbf{R}^n$ corresponde al vector de estados estimados de los agentes vecinos; a_i indica la comunicación entre el líder y los demás agentes; y N_i representa el conjunto de agentes vecinos del agente i . Además, a_{ij} es el valor ubicado en la fila i y columna j de la matriz de adyacencias.

A partir del modelo dinámico del SMA con fallas se busca resolver una LMI con el criterio de estabilidad de Lyapunov para obtener las ganancias del controlador y del observador PI tomando en cuenta el error de estimación de estados, sincronización y de estimación de fallas.

5.2. Error de estimación de estados

La diferencia entre los estados del agente i con su respectivo observador, es el error de estimación:

$$e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t), \quad (5.8)$$

Cuya dinámica o cambio con respecto del tiempo es:

$$\dot{e}_i(t) = \dot{x}_i(t) - \dot{\hat{x}}_i(t), \quad (5.9)$$

Sustituyendo (5.1) y (5.4) en (5.9):

$$\dot{e}_i = Ax_i(t) + Bu_i(t) + Bf_i(t) - \left[A\hat{x}_i + Bu_i(t) + L_P(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) + B\hat{f}_i(t) \right], \quad (5.10)$$

Factorizando y simplificando:

$$\dot{e}_i(t) = A(x_i(t) - \hat{x}_i(t)) + B(f_i(t) - \hat{f}_i(t)) - L_P(y_i(t) - \hat{y}_i(t)), \quad (5.11)$$

$$\dot{e}_i(t) = A(x_i(t) - \hat{x}_i(t)) + Be_{f_i}(t) - L_PC(x_i(t) - \hat{x}_i(t)), \quad (5.12)$$

Donde e_f es el error de estimación de fallas que se define en la siguiente subsección.

Posteriormente a la factorización y simplificación, el error dinámico de estimación queda definido en la ecuación (5.13).

$$\dot{e}_i(t) = (A - L_PC)e_i(t) + Be_{f_i}(t). \quad (5.13)$$

5.3. Error de estimación de fallas

El error de estimación de fallas representa la diferencia existente entre la falla real que presenta el sistema, al ser comparada con la falla que estima la parte integral del observador. En la ecuación (5.14) se muestra el error de estimación de fallas.

$$e_{f_i}(t) = f_i(t) - \hat{f}_i(t), \quad (5.14)$$

el error dinámico de estimación de fallas es:

$$\dot{e}_{f_i}(t) = \dot{f}_i(t) - \dot{\hat{f}}_i(t), \quad (5.15)$$

Se considera $\dot{f}(t) = 0$, si existe una falla abrupta, puesto que la derivada con respecto del tiempo de una constante da como resultado cero. Entonces (5.15) puede modificarse como:

$$\dot{e}_{f_i}(t) = -\dot{\hat{f}}_i(t), \quad (5.16)$$

reemplazando (5.5) en (5.16):

$$\dot{e}_{f_i} = -[L_I(y_i(t) - \hat{y}_i(t))], \quad (5.17)$$

al sustituir (5.2) y (5.5) en (5.17) se obtiene:

$$\dot{e}_{f_i} = -L_IC(x_i(t) - \hat{x}_i(t)), \quad (5.18)$$

y al basarse en (5.8), la ecuación (5.18) define finalmente al error dinámico de estimación de fallas como:

$$\dot{e}_{f_i}(t) = -L_ICe_i(t). \quad (5.19)$$

Con el fin de agrupar los errores de estimación de estados $e_i(t)$ y de fallas $e_{f_i}(t)$ se define el vector $\zeta_i(t)$:

$$\zeta_i(t) = \begin{bmatrix} e_i(t) \\ e_{f_i}(t) \end{bmatrix}, \quad (5.20)$$

cuya dinámica es expresada de la siguiente manera:

$$\dot{\zeta}_i(t) = \begin{bmatrix} A - L_p C & B \\ -L_I C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ e_{f_i}(t) \end{bmatrix}, \quad (5.21)$$

modificando (5.21):

$$\dot{\zeta}_i(t) = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ e_{f_i}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_p \\ L_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ e_{f_i}(t) \end{bmatrix}, \quad (5.22)$$

Usando el producto Kronecker para combinar las ecuaciones de todos los agentes en una sola expresión matricial de dimensión global, donde $\zeta(t)$ apila los errores de cada agente.

De esta forma, la dinámica global del SMA puede representarse de manera compacta como:

$$\dot{\zeta}(t) = (I_N \otimes \bar{A} - \bar{L}\bar{C})\zeta(t),$$

evitando escribir explícitamente N ecuaciones individuales y facilitando el análisis distribuido del sistema.

5.4. Error de sincronización

El error de sincronización es la diferencia entre los estados del i -ésimo agente con los del agente líder:

$$\delta_i(t) = x_i(t) - x_l(t), \quad (5.23)$$

El error dinámico de sincronización es:

$$\dot{\delta}_i(t) = \dot{x}_i(t) - \dot{x}_l(t), \quad (5.24)$$

Reemplazando (5.1) y (5.3) en (5.24):

$$\dot{\delta}_i(t) = Ax_i(t) + B(u_i(t) + f_i(t)) - (Ax_l(t) + Bu_l(t)), \quad (5.25)$$

Factorizando:

$$\dot{\delta}_i(t) = A\delta_i(t) + B(u_i(t) + f_i(t) - u_l(t)), \quad (5.26)$$

Reemplazando (5.7) en (5.26) :

$$\dot{\delta}_i(t) = A\delta_i(t) + BK \left\{ \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) \right] + \alpha_i(\hat{x}_i(t) - x_l(t)) + u_l(t) - \hat{f}_i(t) + f_i(t) - u_l(t) \right\}, \quad (5.27)$$

Restando las entradas $u_l(t)$:

$$\dot{\delta}_i(t) = A\delta_i(t) + BK \left\{ \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) \right] + \alpha_i(\hat{x}_i(t) - x_l(t)) \right\} + Be_{f_i}, \quad (5.28)$$

Despejando (5.8) y aplicándolo al agente vecino j :

$$\hat{x}_i(t) = x_i(t) - e_i(t), \quad (5.29)$$

$$\hat{x}_j = x_j(t) - e_j(t), \quad (5.30)$$

Sustituyendo (5.29) y (5.30) en (5.28):

$$\dot{\delta}_i(t) = A\delta_i(t) + BK \left\{ \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - e_i(t) - (x_j(t) - e_j(t))) \right] + \alpha_i(x_i(t) - e_i(t) - x_l(t)) \right\} + Be_{f_i}, \quad (5.31)$$

Añadiendo en (5.31) la resta de los estados del líder $x_l(t) - x_l(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i(t) = A\delta_i(t) + BK \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - e_i(t) - x_j(t) + e_j(t) + x_l(t) - x_l(t)) \right] \\ + \alpha_i(x_i(t) - e_i(t) - x_l(t)) + Be_{f_i}, \end{aligned} \quad (5.32)$$

Sustituyendo los errores de sincronización de los agentes i y j en (5.32):

$$\dot{\delta}_i(t) = A\delta_i(t) + BK \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(\delta_i(t) + \delta_j(t) - e_i(t) + e_j(t)) \right] + \alpha_i(\delta_i(t) - e_i(t)) + Be_{f_i}, \quad (5.33)$$

Definiendo el vector de errores de sincronización $\delta(t) = [\delta_1^T(t), \delta_2^T(t), \dots, \delta_N^T(t)]^T$, y aplicando el producto de Kronecker se obtiene:

$$\dot{\delta}(t) = (I_N \otimes A)\delta(t) + (\tilde{\mathcal{L}} \otimes BK)(\delta(t) - e_i(t)) + (I_N \otimes B)e_{f_i}(t), \quad (5.34)$$

donde $\tilde{\mathcal{L}} = \mathcal{L} + \Lambda$, siendo $\Lambda = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ una matriz diagonal que incorpora los vínculos con el líder.

Reorganizando términos, se puede factorizar la ecuación como:

$$\dot{\delta}(t) = (I_N \otimes A + \tilde{\mathcal{L}} \otimes BK)\delta(t) - (\tilde{\mathcal{L}} \otimes BK)e_i(t) + (I_N \otimes B)e_{f_i}(t). \quad (5.35)$$

Para un análisis unificado, se define el siguiente vector:

$$z(t) = \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix},$$

De esta forma, la dinámica del sistema multi-agente se expresa como:

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} I_N \otimes A + \tilde{\mathcal{L}} \otimes BK & \begin{bmatrix} -\tilde{\mathcal{L}} \otimes BK & I_N \otimes B \end{bmatrix} \\ 0 & I_N \otimes (\bar{A} - \bar{L}\bar{C}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

Para garantizar la estabilidad del sistema propuesto, es necesario establecer una condición suficiente basada en una función candidata de Lyapunov. A continuación, se presenta un teorema que define los criterios que deben cumplirse mediante una desigualdad matricial lineal (LMI) para asegurar la estabilidad del sistema bajo el esquema de control diseñado.

Teorema 1 *Sea un sistema multi-agente compuesto por N agentes homogéneos, cada uno con dinámica lineal e invariante en el tiempo. Si existen una matriz P , simétrica, definida positiva y constante; una matriz $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$; una matriz $N \in \mathbb{R}^{(n+m) \times p}$; y un escalar $\mu > 0$, tales que se cumple la siguiente desigualdad matricial lineal:*

$$\begin{bmatrix} He \{ A\bar{P}_1 + \lambda_j BM \} & \begin{bmatrix} \underline{0} & B \end{bmatrix} & \lambda_j BM & \underline{0} \\ * & He \{ P_2 \bar{A} - N\bar{C} \} & 0 & I_{m \times n} \\ * & * & -\mu^{-1} \bar{P}_1 & \underline{0} \\ * & * & * & -\mu \bar{P}_1 \end{bmatrix} < 0. \quad (5.37)$$

Entonces las ganancias del control y observador son dadas por las siguientes expresiones: $K = M\bar{P}_1^{-1}$, $L = P_2^{-1}N$ respectivamente. A diferencia de otros enfoques [26], esta propuesta se distingue por el uso de un observador proporcional-integral (PI), lo que permite mejorar la estimación de estados y fallas en sistemas multi-agentes, mientras se realiza el control de formación.

5.5. Análisis de estabilidad de Lyapunov

Para garantizar la estabilidad del control y del observador, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov. (Con el fin de una simplificación visual, se omite la dependencia del tiempo de las

ecuaciones):

$$V(z) = z^T P z > 0, \quad (5.38)$$

Su derivada es:

$$\dot{V}(z) = 2z^T P \dot{z} < 0, \quad (5.39)$$

Donde:

$$P = \begin{bmatrix} I_N \otimes P_1 & 0 \\ 0 & I_N \otimes P_2 \end{bmatrix}, \quad (5.40)$$

Siendo $P = P^T$, $P > 0$ y constante, con $P_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ y $P_2 \in \mathbf{R}^{(n+m) \times (n+m)}$.

Al sustituir (5.36) y (5.40) en (5.39) se obtiene:

$$\dot{V}(z) = 2 \begin{bmatrix} \delta^T & \zeta^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_N \otimes P_1 & 0 \\ 0 & I_N \otimes P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_N \otimes A + \tilde{\mathcal{L}} \otimes BK & \begin{bmatrix} -\tilde{\mathcal{L}} \otimes BK & I_N \otimes B \end{bmatrix} \\ 0 & I_N \otimes (\bar{A} - \bar{L}\bar{C}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad (5.41)$$

Desarrollando (5.41):

$$\begin{aligned} \dot{V}(z) &= 2\delta^T (I_N \otimes P_1) (I_N \otimes A + \tilde{\mathcal{L}} \otimes BK) \delta \\ &+ 2\delta^T (I_N \otimes P_1) \begin{bmatrix} -\tilde{\mathcal{L}} \otimes BK & I_N \otimes B \end{bmatrix} \zeta + 2\zeta^T (I_N \otimes P_2) (I_N \otimes (\bar{A} - \bar{L}\bar{C})) \zeta, \end{aligned} \quad (5.42)$$

Definimos el siguiente cambio de coordenadas:

$$\varphi = (T^T \otimes I_N) \delta, \quad (5.43)$$

$$\phi = (T^T \otimes I_N) e, \quad (5.44)$$

Donde $T \in \mathbf{R}^{N \times N}$, es la transformación lineal de los eigenvalores asociados de la matriz Laplaciana $\tilde{\mathcal{L}} = T^T J T^{-1}$ con $J = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N)$, la cual debe ser definida positiva, invertible y cuadrada. El cambio de coordenadas se hace para que la dinámica del sistema quede expresada en función de los eigenvalores de la matriz Laplaciana, que reflejan cómo se comunican los agentes.

Reescribiendo (5.42) haciendo uso de las matrices hermitianas $He\{A\} = A + A^T$ y sustituyendo las nuevas coordenadas en la derivada de Lyapunov:

$$\begin{aligned} \dot{V}(z) = & \sum_{j=1}^N \varphi_j^T He\{P_1 A + \lambda_j P_1 B K\} \varphi_j \\ & + 2 \sum_{j=1}^N \varphi_j^T \begin{bmatrix} -\lambda_j P_1 B K & P_1 B \end{bmatrix} \phi_j + \sum_{j=1}^N \phi_j^T He\{P_2(\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\} \phi_j, \end{aligned} \quad (5.45)$$

Reescribiendo (5.45) de manera matricial:

$$\dot{V}(z) = \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} \varphi_j^T & \phi_j^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} He\{P_1 A + \lambda_j P_1 B K\} & \begin{bmatrix} -\lambda_j P_1 B K & P_1 B \end{bmatrix} \\ * & He\{P_2(\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_j \\ \phi_j \end{bmatrix}, \quad (5.46)$$

Se realiza un cambio de variable con β pues es donde se determina la estabilidad del sistema en la ecuación 5.46.

$$\beta = \begin{bmatrix} He\{P_1 A + \lambda_j P_1 B K\} & \begin{bmatrix} -\lambda_j P_1 B K & P_1 B \end{bmatrix} \\ * & He\{P_2(\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\} \end{bmatrix}, \quad (5.47)$$

Definimos $P_1^{-1} = \bar{P}_1$ y pre y post multiplicamos β

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_1 & 0 \\ 0 & I_{m \times n} \end{bmatrix} \beta \begin{bmatrix} \bar{P}_1 & 0 \\ 0 & I_{n \times m} \end{bmatrix}, \quad (5.48)$$

Desarrollando (5.48):

$$\begin{bmatrix} He\{A\bar{P}_1 + \lambda_j B K \bar{P}_1\} & \begin{bmatrix} -\lambda_j B K & B \end{bmatrix} \\ * & He\{P_2(\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\} \end{bmatrix} < 0, \quad (5.49)$$

Reescribiendo (5.49) como:

$$\begin{bmatrix} He \{ A\bar{P}_1 + \lambda_j BK\bar{P}_1 \} & \begin{bmatrix} 0 & B \end{bmatrix} \\ * & He \{ P_2(\bar{A} - \bar{L}\bar{C}) \} \end{bmatrix} + He \left\{ \begin{bmatrix} -\lambda_j BK \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times m} \end{bmatrix} \right\} < 0, \quad (5.50)$$

Aplicando la relación de Young [50] a (5.50), es posible tratar los términos bilineales que impiden que la desigualdad sea una LMI. Esta relación establece que, para matrices compatibles X y Y , y un escalar $\mu > 0$, se cumple la siguiente desigualdad matricial:

$$XY + Y^\top X^\top \leq \mu XX^\top + \mu^{-1}Y^\top Y.$$

En este caso, al identificar los siguientes términos:

$$X = \begin{bmatrix} -\lambda_j BK \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times m} \end{bmatrix},$$

se obtiene:

$$He \{ XY \} \leq \mu XX^\top + \mu^{-1}Y^\top Y.$$

Sustituyendo en la desigualdad original se reemplaza:

$$He \left\{ \begin{bmatrix} -\lambda_j BK \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times m} \end{bmatrix} \right\},$$

por el lado derecho de la desigualdad de Young:

$$\mu \begin{bmatrix} -\lambda_j BK \\ 0 \end{bmatrix} \bar{P}_1 \begin{bmatrix} -\lambda_j BK \\ 0 \end{bmatrix}^\top + \mu^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n \times m} \end{bmatrix} \bar{P}_1 \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n \times m} \end{bmatrix}^\top.$$

Dando como resultado:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} He \{ A\bar{P}_1 + \lambda_j B K \bar{P}_1 \} & \begin{bmatrix} 0 & B \end{bmatrix} \\ * & He \{ P_2(\bar{A} - \bar{L}\bar{C}) \} \end{bmatrix} + \mu \begin{bmatrix} -\lambda B K \\ 0 \end{bmatrix} \bar{P}_1 \begin{bmatrix} [-\lambda_j B K]^T & 0 \end{bmatrix}^T \\
& + \mu^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n \times m} \end{bmatrix} \bar{P}_1 \begin{bmatrix} 0 & I_{m \times n} \end{bmatrix}^T < 0.
\end{aligned} \tag{5.51}$$

Utilizando el complemento de Schur [51] obteniendo una LMI de mayor dimensión pero con la capacidad de unificar los productos bilineales, haciendo los cambios de variable $K\bar{P}_1 = M$ y $P_2L = N$ el **Teorema 1** queda demostrado.

Capítulo 6

6. Control de formación del sistema multi-agente

Esta estrategia de control se implementa sobre una flota de ocho UAVs, cuyo objetivo es alcanzar y mantener una formación con disposición octogonal. Para ello, se emplea una ley de control basada en consenso, la cual permite a cada agente sincronizar su movimiento respecto a sus vecinos y a un líder virtual. La expresión general de esta ley de control está dada por [4]:

$$u_i(t) = K \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(S_i(t) - S_j(t)) + \alpha_i(S_i(t) - x_l(t)) \right] + u_l(t), \quad (6.1)$$

donde $S_i(t) = \hat{x}_i(t) - h_i(t)$ representa el estado estimado del agente i desplazado respecto a su posición deseada, y $S_j(t) = \hat{x}_j(t) - h_j(t)$ se define de forma análoga para los agentes vecinos. La matriz H contiene los vectores de posición deseados para cada agente h , de modo que la formación final sea un octágono con el líder en el centro.

La matriz H está definida como:

$$H = \Xi \cdot \begin{bmatrix} \sin(0) & \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) & \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) & \sin(\pi) & \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) & \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) & \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) \\ -\cos(0) & -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & -\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & -\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) & -\cos(\pi) & -\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) & -\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) & -\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

donde $\Xi = 4$ m representa el radio del círculo que inscribe al octágono, determinando así la posición relativa de cada agente respecto al centro.

La comunicación entre los UAVs se describe mediante una topología de comunicación descrita por el grafo mostrado en la Figura 6.1.

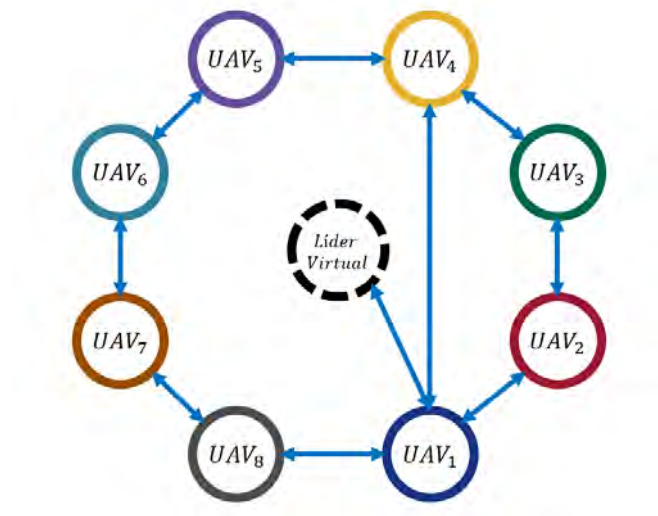


Figura 6.1: Grafo de comunicación del SMA.

La matriz de comunicación con el líder virtual se denota por $\Lambda = \text{diag}(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ y la matriz laplaciana $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Las condiciones iniciales del sistema y del observador correspondiente para cada UAV, incluyendo las condiciones iniciales del líder, se presentan en la Tabla 3. En el caso del líder virtual $\hat{p}_x, \hat{p}_y$ y $\hat{p}_z$ no aplican pues no cuenta con observador. Las condiciones iniciales para las velocidades de traslación, ángulos y velocidades angulares se consideran cero.

Tabla 3: Condiciones iniciales de los agentes y sus observadores.

Agente	p_x	p_y	p_z	$\hat{p}_x$	$\hat{p}_y$	$\hat{p}_z$
1	1.5	-5	0	2.5	-5.5	0
2	1	-5	0	1.5	-6	0
3	0.5	-5	0	1	-4.5	0
4	0	-5	0	-0.5	-4.5	0
5	-0.5	-5	0	-1	-5.5	0
6	-1	-5	0	-1.5	-6	0
7	-1.5	-5	0	-2.5	-5.5	0
8	-2	-5	0	-3	-4.5	0
Líder virtual	0	0	0	-	-	-

Para calcular las ganancias del controlador y del observador PI, se utilizó el software Matlab con el toolbox SDPT3 para encontrar la solución de la LMI (5.37). Para este caso específico, se estableció heurísticamente un valor de $\mu = 0.02$.

El líder virtual cumple la función de un modelo de referencia, el cual sirve como una guía, el cual el SMA debe de seguir. En la Figura 6.2 se muestran las trayectorias en el eje z de los agentes y del líder.

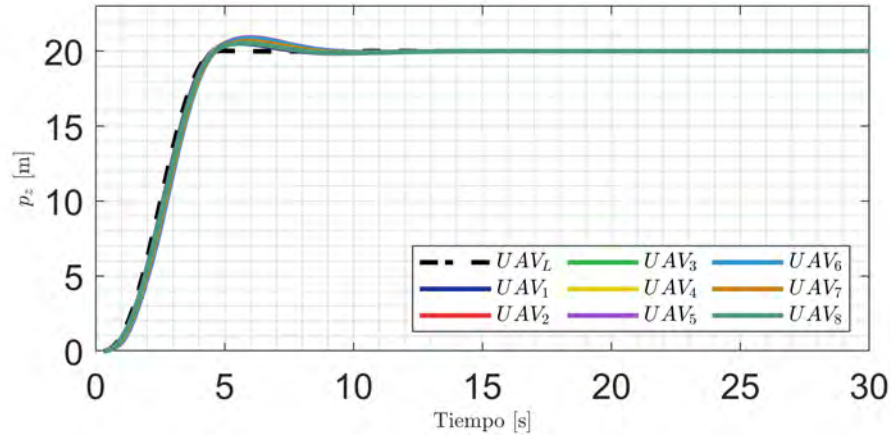


Figura 6.2: Referencia en z de los seguidores.

Las trayectorias recorridas de los UAVs se muestran en la Figura 6.3, donde se aprecia la formación octagonal que tienen los agentes, ubicando al líder virtual en el centro.

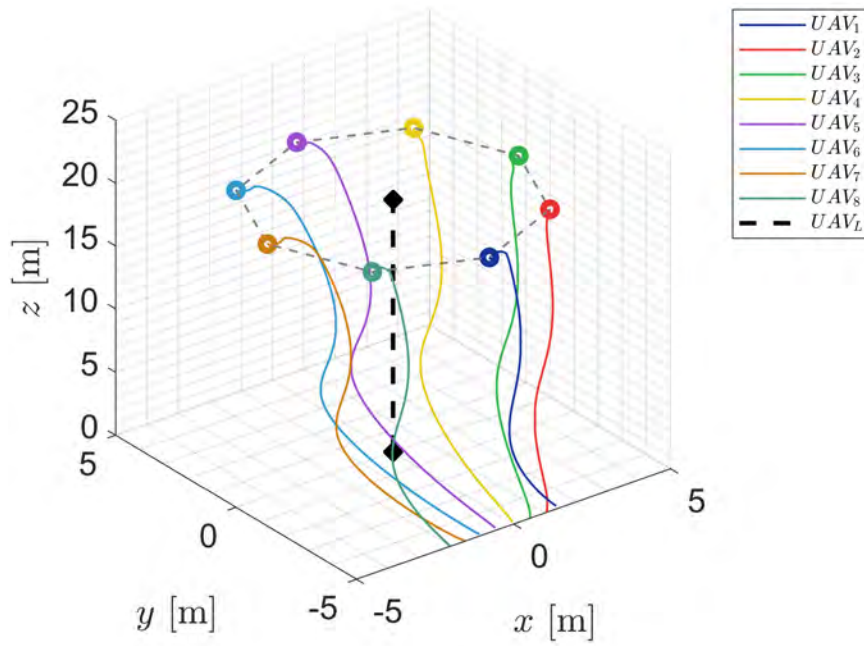


Figura 6.3: Trayectorias de los seguidores y el líder.

El error de estimación de estados del sistema multi-agentes se grafica en la Figura 6.4

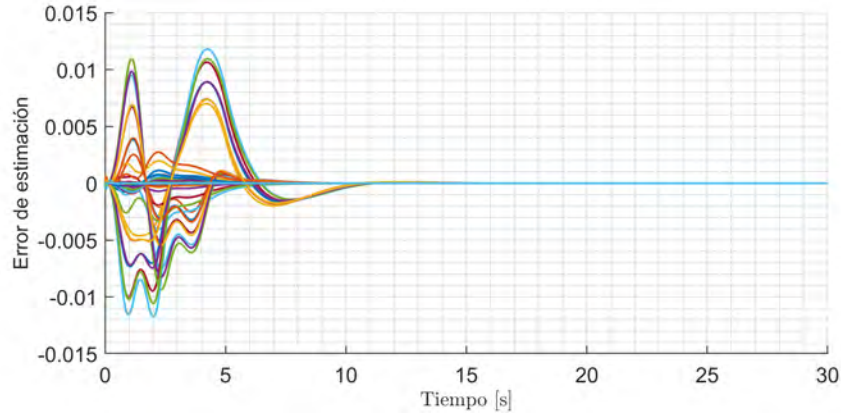


Figura 6.4: Error de estimación de estados.

En la figura 6.5 se observa cómo los ángulos de Euler de todos los UAVs convergen hacia los valores del líder virtual, manteniéndose cercanos a cero, lo que es coherente con un estado de hover estable.

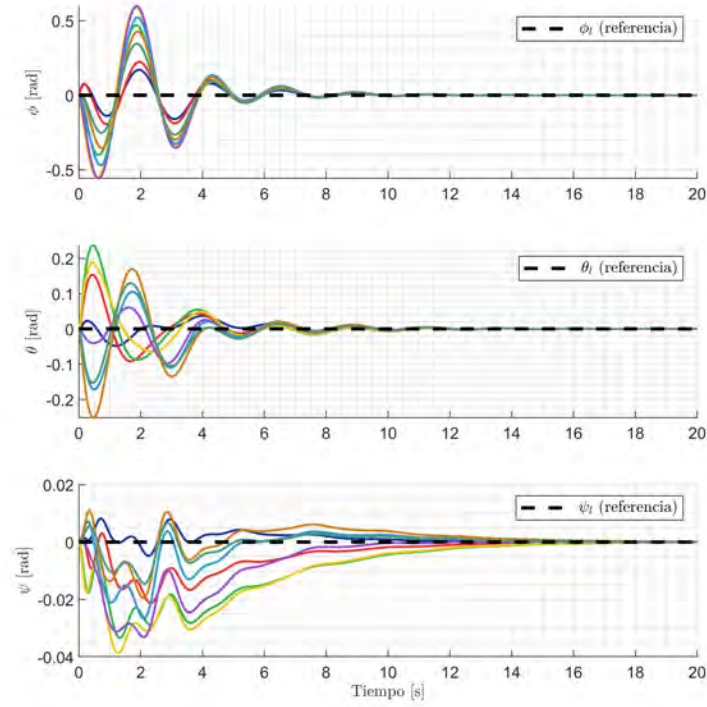


Figura 6.5: Ángulos de Euler del SMA y el líder virtual.

La Figura 6.6 muestra la evolución de las entradas de control del SMA: torques y empuje en la condición de la formación en hover.

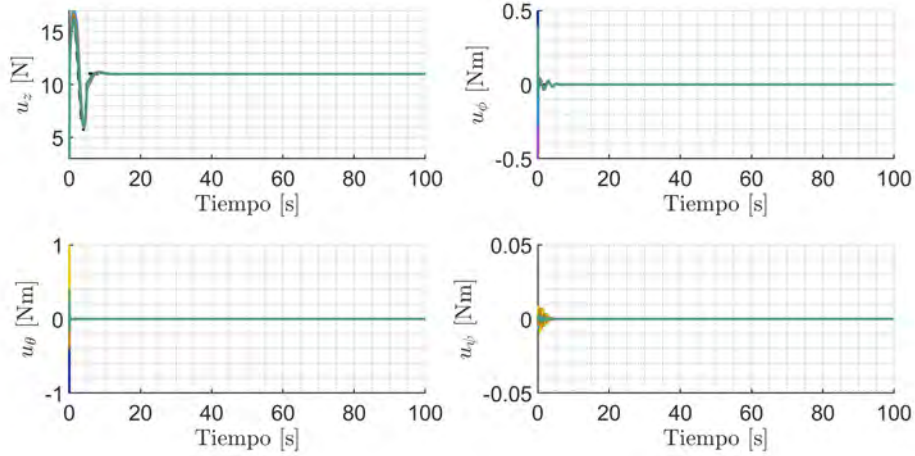


Figura 6.6: Leyes de control del SMA

6.1. Control tolerante a fallas para sistema multi-agente LTI

6.1.1. Sistema multi-agente afectado por falla en actuador

En el escenario presentado en este trabajo, el rotor 1 del agente 6 es sometido a una falla abrupta tanto positiva como negativa. En la Tabla 4 se muestra la magnitud y tiempo de la falla a la que será sometida el agente 6.

Tabla 4: Escenario de falla del SMA.

Agente	Magnitud de falla	Tiempo inicial (s)	Tiempo final (s)
6	$+10\% \Omega_1$	20	40
6	$-10\% \Omega_1$	60	80

En la Figura 6.7 se muestra al agente 6 afectado por el $\pm 10\%$ de la velocidad del rotor 1 durante todo el tiempo de vuelo que consta de 100 segundos.

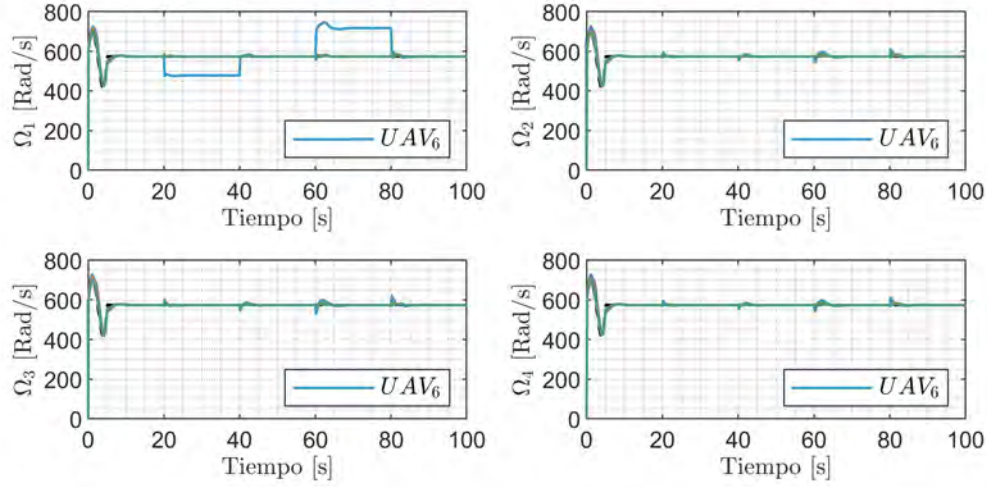


Figura 6.7: Velocidades afectadas por falla.

En la Figura 6.8 se aprecia cómo las fallas en las velocidades angulares de los rotores, afectan a las entradas de los agentes, teniendo un mayor impacto en el empuje y los torques en pitch y yaw.

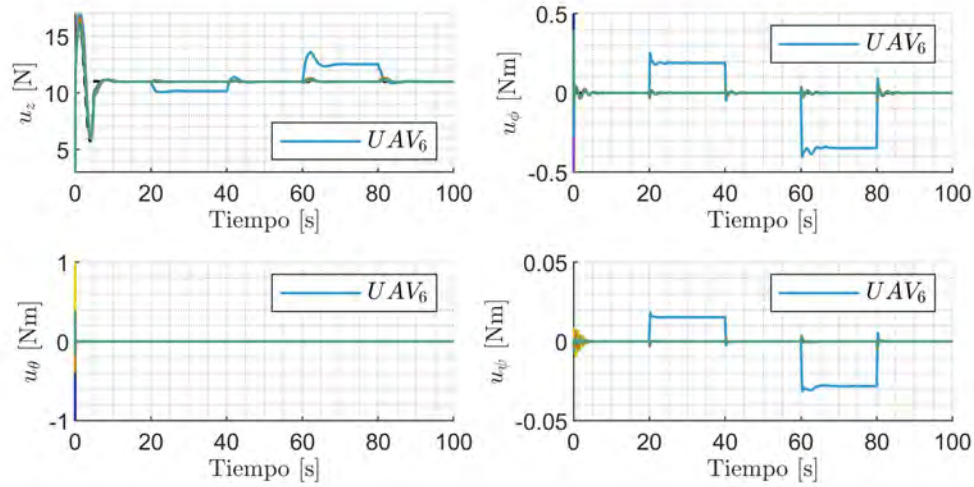


Figura 6.8: Leyes de control afectadas por falla.

En la Figura 6.9 se muestran las trayectorias del sistema multi-agente con falla positiva.

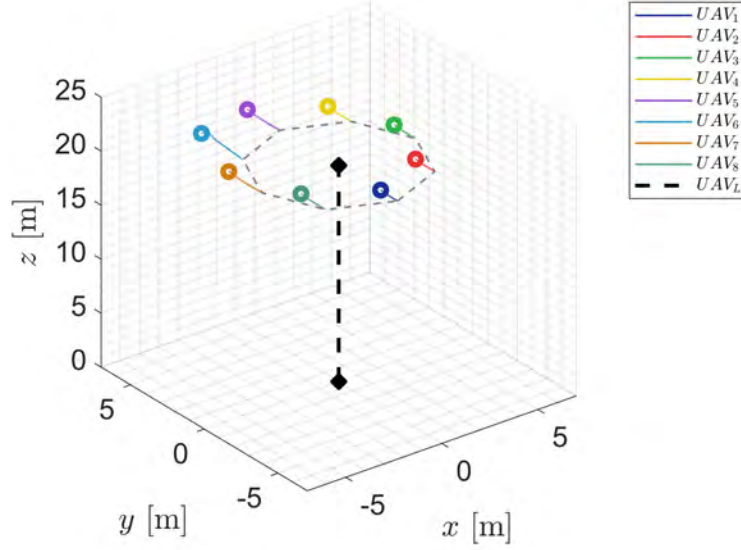


Figura 6.9: Trayectorias con falla positiva.

En la Figura 6.10 se muestra directamente cómo afecta la falla en la altura de los agentes del segundo 20 al 40, superando la referencia indicada con la línea punteada del líder virtual.

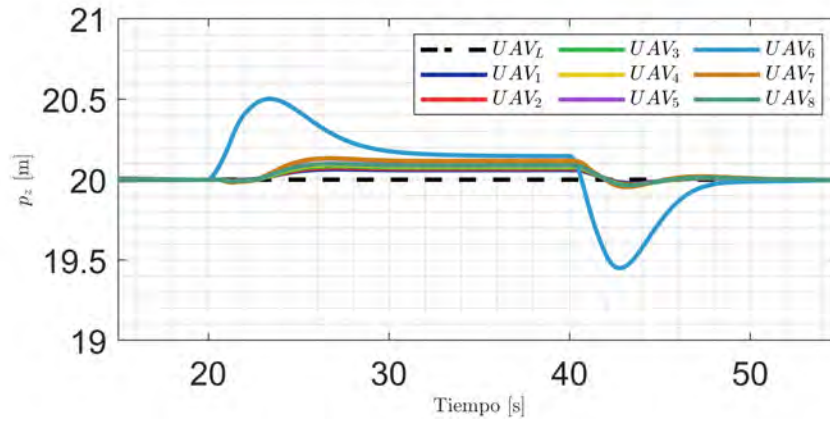


Figura 6.10: p_z con falla positiva.

En la Figura 6.11 se observan las trayectorias del SMA cuando falla el 10 % en el agente 6.

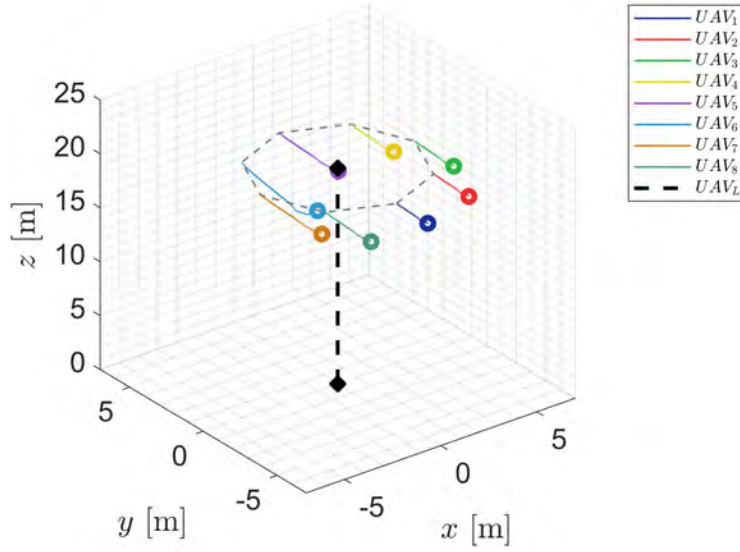


Figura 6.11: Trayectorias con falla negativa.

En la Figura 6.12 se muestra cómo afecta la falla negativa del agente 6 en la altura de los agentes, teniendo un decremento con respecto a la referencia.

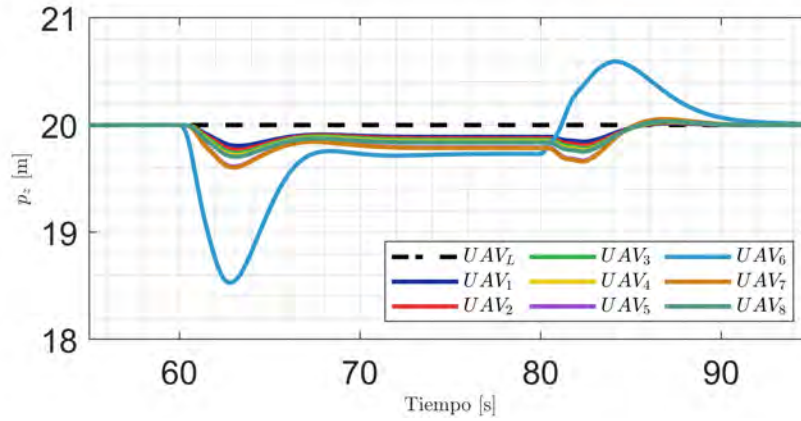


Figura 6.12: p_z con falla negativa.

La estimación de las fallas en las velocidades angulares del agente 6 se presenta en la Figura 6.13.

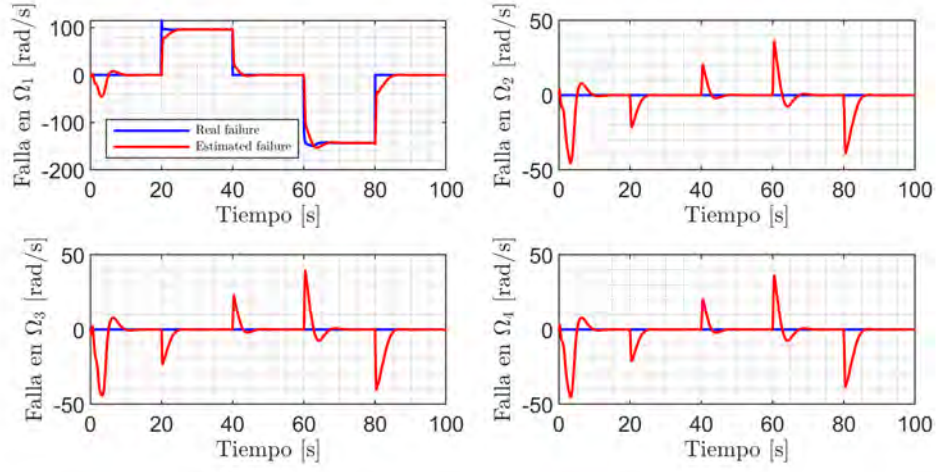


Figura 6.13: Fallas estimadas en las velocidades.

En la Figura 6.14 se muestran las fallas estimadas en las entradas de control u .

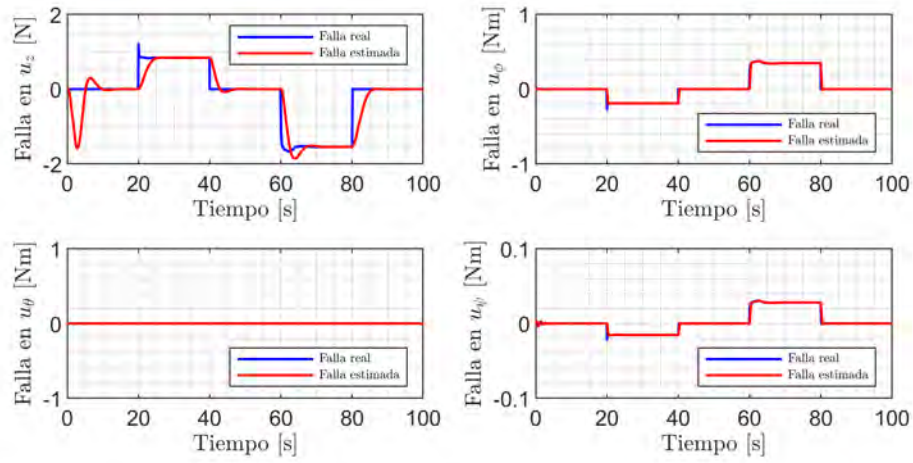


Figura 6.14: Fallas estimadas en las entradas de control.

6.1.2. Sistema multi-agente con tolerancia a fallas

Una vez obtenidas las fallas estimadas a través del observador, es posible incorporar dicha información en el algoritmo de consenso. Esta integración permite modificar las señales de control de cada agente, ajustando su comportamiento para compensar el efecto de las fallas detectadas.

La incorporación de las fallas estimadas permite que, tras el diagnóstico, el sistema active un esquema de control tolerante a fallas. Este control compensa la pérdida de efectividad en los actuadores afectados y garantiza que la formación global de los UAVs continúe siguiendo la trayectoria deseada, aun ante perturbaciones o fallos locales.

La Figura 6.15 muestra la respuesta en la posición p_z del SMA ante una falla positiva en el rotor del sexto agente. El incremento de empuje provoca una desviación inicial, pero el CTF logra que el UAV afectado y la formación recuperen la altura de referencia en el eje z .

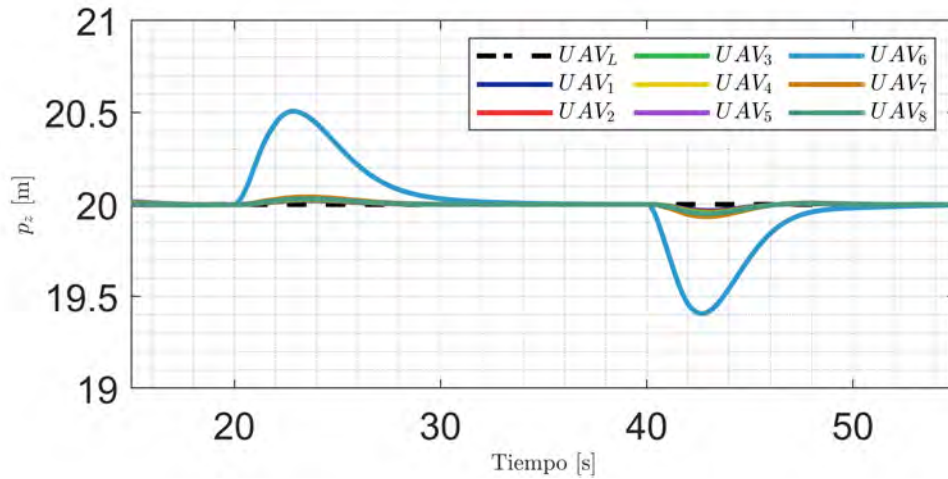


Figura 6.15: Reconfiguración de falla positiva.

En la Figura 6.16 se grafica la acción del CTF en la altura de los agentes ante la presencia de la falla negativa.

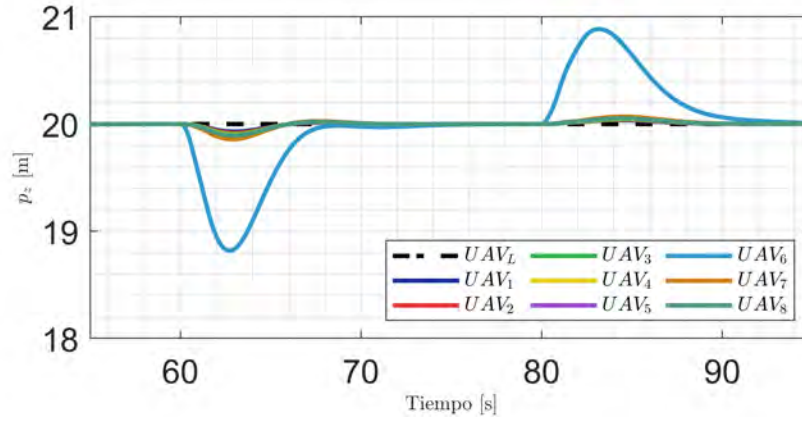


Figura 6.16: Reconfiguración de falla negativa.

Las trayectorias del SMA con el CTF, se muestran en la Figura 6.17 detallando cómo es que el agente seis es quien pasa por el proceso de falla y compensación sin romper la formación completa del SMA.

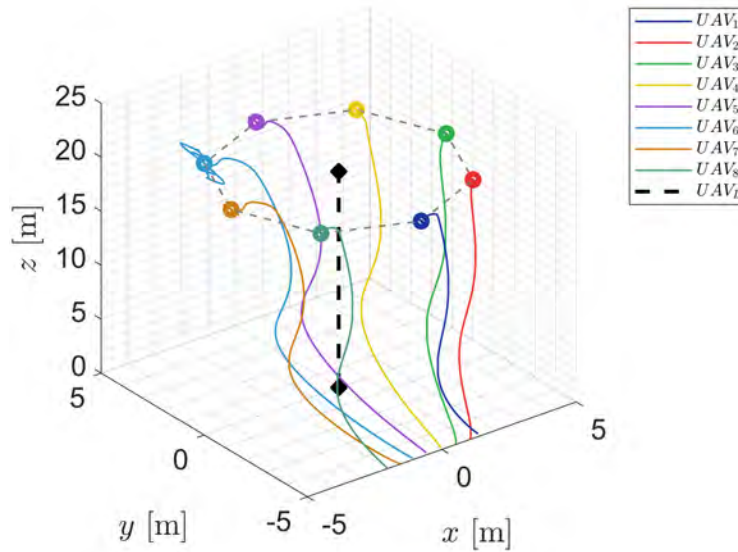


Figura 6.17: Trayectorias con CTF.

En la Figura 6.18 se presentan las velocidades angulares con su correspondiente reconfiguración por la aplicación del CTF.

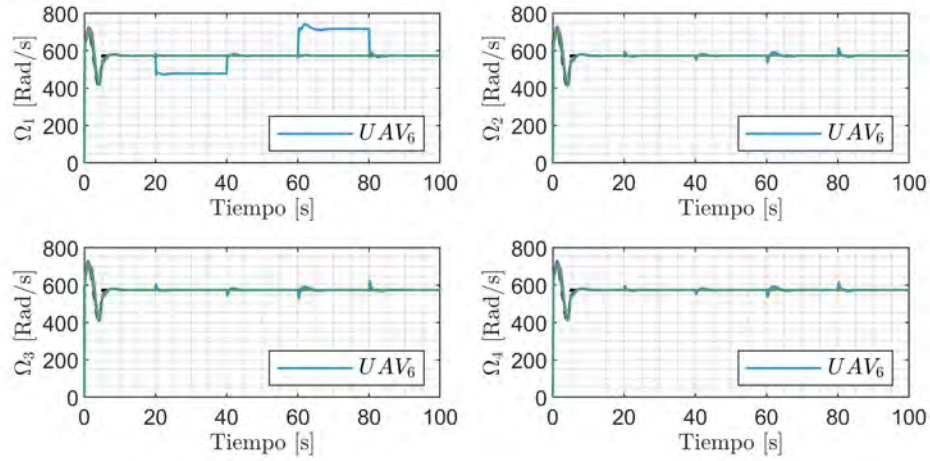


Figura 6.18: Reconfiguración de las velocidades.

Las leyes de control reconfiguradas son mostradas en la Figura 6.19

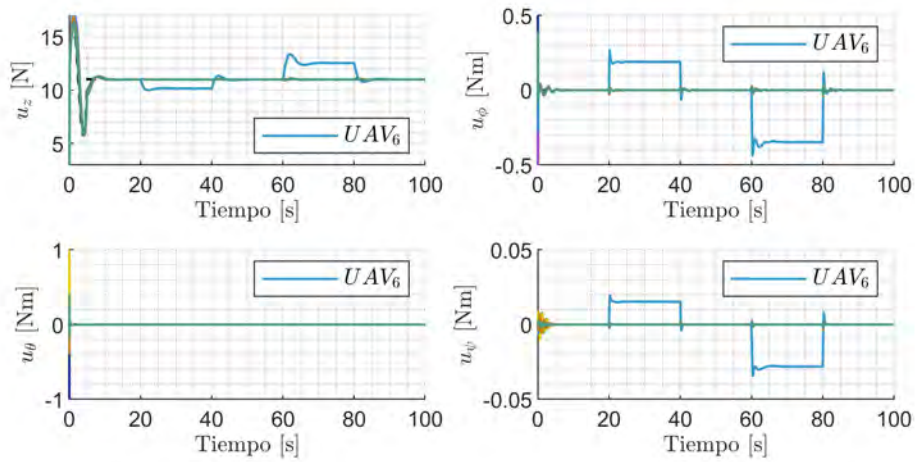


Figura 6.19: Reconfiguración de las leyes de control.

Capítulo 7

7. Conclusiones

En este trabajo, se ha desarrollado un esquema de observación distribuida capaz de estimar fallas en sistema multi-agentes compuesto por vehículos aéreos no tripulados. Este enfoque permite detectar y evaluar el impacto de las fallas en los actuadores, lo que representa un paso fundamental para garantizar un desempeño aceptable del sistema.

Una vez obtenida la estimación de fallas, se aplicó una estrategia de compensación en el sistema multi-agentes. La compensación se realizó mediante la modificación de las señales de control con base en la información obtenida por los observadores, lo que permitió mantener la estabilidad del sistema a pesar de la presencia de fallas en actuadores.

7.1. Contribución

La contribución principal de este trabajo es la propuesta del **Teorema 1**, el cual proporciona las ganancias necesarias para el control y la estimación de estados y fallas en sistemas multi-agentes, con la particularidad de que se emplea un observador PI para dicha tarea.

Este trabajo sienta las bases para futuras investigaciones en el desarrollo de estrategias de control más avanzadas para sistemas multi-agentes. Asimismo, la implementación en plataformas reales, como enjambres de drones o vehículos autónomos, representa un área de interés para evaluar el rendimiento del algoritmo en entornos físicos con fallas y perturbaciones reales.

7.2. Producción científica derivada de esta tesis

Durante el desarrollo de esta tesis de maestría, se generaron los siguientes trabajos académicos como resultado directo de la investigación:

1. **Fault Estimation in Multi-Agent Systems: A Distributed PI Observer Approach.**

Presentado en el *Congreso Internacional de Tecnología y Ciencia Aplicada (CITCA)*, Cuernavaca, 2024. *Resumen:* Este trabajo presenta un enfoque distribuido para la estimación de fallas en sistemas multi-agente sometidos a fallas en actuadores. Se propone el uso de un observador proporcional-integral con el objetivo de estimar tanto los estados como las fallas del sistema. La estabilidad del observador se garantiza mediante la teoría de Lyapunov, y se formula una Desigualdad Matricial Lineal cuya solución permite obtener las ganancias necesarias del observador, asegurando un desempeño efectivo en la estimación de fallas.

2. **Estimación de fallas en empuje mediante un observador PI basado en LMI y su aplicación para un dron tolerante a fallas.** Presentado en el *Congreso Internacional en Tecnología, Innovación y Docencia (CITID)*, Zacatepec, 2025. *Resumen:* Este artículo presenta la estimación de fallas en el empuje de un vehículo aéreo no tripulado, utilizando un observador proporcional-integral cuyas ganancias se determinan mediante la solución de la LMI propuesta en el primer artículo. Se incluyen resultados de simulación y pruebas experimentales que validan la efectividad del enfoque propuesto para sistemas afectados por fallas.

3. **A Review of Multi-Agent Systems for Quadcopter Control: LPV and LTI Approaches.** Presentado en el *Congreso Internacional de Tecnología y Ciencia Aplicada (CITCA)*, Cuernavaca, 2025. *Resumen:* Este artículo ofrece una revisión de estrategias de control multi-agente aplicadas al control de cuadricópteros, con enfoque en los modelos LTI y LPV. Se describe el modelo dinámico del vehículo, se clasifican diferentes arquitecturas y topologías de comunicación, y se analizan las ventajas y limitaciones de cada paradigma de modelado en el diseño de control.

7.3. Trabajos futuros

Como parte de la proyección académica de este trabajo, se encuentra en desarrollo un artículo de revista titulado: *“Fault-Tolerant Control Based on Distributed Observers for Multi-Agent Systems Applied to Multiple Autonomous Systems”*.

Además, se identifican diversas líneas de trabajo que pueden ser exploradas en el futuro:

1. **Implementación en plataformas físicas:** Validar el desempeño del algoritmo propuesto en enjambres reales de UAVs, considerando condiciones del mundo real.
2. **Extensión a sistemas no lineales:** Adaptar el esquema de control tolerante a fallas a modelos no lineales, empleando técnicas de control no lineal o de sistemas con parámetros variantes en el tiempo (LPV).
3. **Estrategias de control predictivo:** Integrar técnicas de control predictivo distribuido que permitan anticiparse a la evolución de las fallas.
4. **Ciberseguridad en sistemas multi-agente:** Explorar la resiliencia del esquema propuesto ante posibles ataques cibernéticos, incorporando mecanismos de detección de intrusos y control resiliente ante manipulaciones maliciosas en la comunicación entre agentes.

Referencias

- [1] Jesus A Vazquez Trejo et al. “Distributed observer-based fault-tolerant leader-following control of multi-agent systems”. En: *IFAC-PapersOnLine* 55.6 (2022), págs. 691-697.
- [2] Frank L Lewis et al. *Cooperative control of multi-agent systems: optimal and adaptive design approaches*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [3] Juan Antonio Vazquez Trejo et al. “Observer-based quadratic boundedness leader-following control for multi-agent systems”. En: *International Journal of Control* 96.5 (2023), págs. 1314-1323.
- [4] Jesus A Vazquez Trejo et al. “Distributed Observer-based Leader-following Consensus Control for LPV Multi-agent Systems: Application to multiple VTOL-UAVs Formation Control”. En: *2023 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE. 2023, págs. 1316-1323.
- [5] Huicochea Rios, Isay Obet et al. “Análisis y Diseño de un Método de Control Cooperativo de Sistemas Autónomos Bajo Degradación de Componentes—Aplicación a una Flota de Drones en Presencia de Degradación de batería.” En: (2024).
- [6] Jin Jiang. “Fault-tolerant control systems-an introductory overview”. En: *Acta Automatica Sinica* 31.1 (2005), págs. 161-174.
- [7] George K Furlas y George C Karras. “A survey on fault diagnosis and fault-tolerant control methods for unmanned aerial vehicles”. En: *Machines* 9.9 (2021), pág. 197.
- [8] Vicenç Puig et al. “Control tolerante a fallos (parte i): Fundamentos y diagnóstico de fallos”. En: *Revista Iberoamericana de automática e informática industrial* 1.1 (2010), págs. 15-31.
- [9] Ke Zhang et al. *Observer-based fault estimation techniques*. Vol. 127. Springer, 2018.
- [10] Xianyi Shang et al. “Research on Fault Diagnosis of UAV Rotor Motor Bearings Based on WPT-CEEMD-CNN-LSTM”. En: *Machines* 13.4 (2025), pág. 287.
- [11] Kenji Fabiano Ávila Okada et al. “Fault-Tolerant Control for Quadcopters Under Actuator and Sensor Faults”. En: *Sensors* 24.22 (2024), pág. 7299.

- [12] Zhiling Jiang et al. “Fault-Tolerant Control for Multi-UAV Exploration System via Reinforcement Learning Algorithm”. En: *Aerospace* 11.5 (2024), pág. 372.
 - [13] Indu Chandran y Kizheppatt Vipin. “Network analysis of decentralized fault-tolerant UAV swarm coordination in critical missions”. En: *Drone Systems and Applications* 12 (2024), págs. 1-15.
 - [14] Yajun Bu, Ye Yan y Yueneng Yang. “Advancement challenges in UAV swarm formation control: A comprehensive review”. En: *Drones* 8.7 (2024), pág. 320.
 - [15] Zahoor Ahmed et al. “Consensus control of multi-agent systems with input and communication delay: A frequency domain perspective”. En: *ISA transactions* 101 (2020), págs. 69-77.
 - [16] Adeel Zaidi et al. “Distributed observer-based leader following consensus tracking protocol for a swarm of drones”. En: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 102.3 (2021), pág. 64.
 - [17] Xinyu Liu et al. “Research on a Distributed Cooperative Guidance Law for Obstacle Avoidance and Synchronized Arrival in UAV Swarms”. En: *Drones* 8.8 (2024), pág. 352.
 - [18] Xun Gu y Enxiang Zhou. “Fault Tolerance Controller Design for the Safety Flight of the Quadcopter: Theory and Implementation”. En: *IEEE Access* (2024).
 - [19] Guanglin Chen et al. “Fault diagnosis of drone motors driven by current signal data with few samples”. En: *Measurement Science and Technology* 35.8 (2024), pág. 086202.
 - [20] Juan Díaz-Téllez et al. “In-ground-effect disturbance-rejection altitude control for multi-rotor uavs”. En: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 109.2 (2023), pág. 27.
 - [21] Qijie Chen et al. “A survey of an intelligent multi-agent formation control”. En: *Applied Sciences* 13.10 (2023), pág. 5934.
 - [22] Jesus Avelino Vazquez Trejo et al. “Robust observer-based leader-following consensus for multi-agent systems”. En: *IEEE Latin America Transactions* 19.11 (2021), págs. 1949-1958.
 - [23] Juan Antonio Vazquez Trejo et al. “Robust formation control based on leader-following consensus in multi-agent systems with faults in the information exchange: Application in a fleet of unmanned aerial vehicles”. En: *IEEE Access* 9 (2021), págs. 104940-104949.
-

- [24] Poorya Shobeiry y Ming Xin. “An Optimal Control Approach for Consensus of General Linear Time-Invariant Multi-Agent Systems”. En: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 143.9 (2021), pág. 091002.
- [25] Juan Antonio Vazquez Trejo et al. “Leader-following formation control for networked multi-agent systems under communication faults/failures”. En: *Advances in Diagnostics of Processes and Systems: Selected Papers from the 14th International Conference on Diagnostics of Processes and Systems (DPS), September 21–23, 2020, Zielona Góra (Poland)*. Springer. 2021, págs. 45-57.
- [26] Beltrán Farrera et al. “Distributed fault estimation of multi-agent systems using a proportional-integral observer: A leader-following application”. En: *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 30.3 (2020), págs. 551-560.
- [27] Juan A Vazquez Trejo et al. “Observer-based event-triggered model reference control for multi-agent systems”. En: *2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE. 2020, págs. 421-428.
- [28] YU Ziquan et al. “A review on fault-tolerant cooperative control of multiple unmanned aerial vehicles”. En: *Chinese Journal of Aeronautics* 35.1 (2022), págs. 1-18.
- [29] Juan Antonio Vazquez Trejo et al. “Observer-based fault-tolerant leader-following control for multi-agent systems”. En: *2021 European Control Conference (ECC)*. IEEE. 2021, págs. 2285-2290.
- [30] Jinlin Li, Fei Guo y Junmin Zhao. “Fixed-wing UAV formation robust fault-tolerant control with switching topologies”. En: *IEEE Access* (2024).
- [31] Jan M Kelner, Wojciech Burzynski y Wojciech Stecz. “Modeling UAV swarm flight trajectories using Rapidly-exploring Random Tree algorithm”. En: *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences* 36.1 (2024), pág. 101909.
- [32] Gerardo Ortiz-Torres et al. “Fault estimation and fault tolerant control strategies applied to VTOL aerial vehicles with soft and aggressive actuator faults”. En: *IEEE Access* 8 (2020), págs. 10649-10661.

- [33] VAZQUEZ TREJO Juan Antonio et al. “Event-triggered leader-following formation control for multi-agent systems under communication faults: application to a fleet of unmanned aerial vehicles”. En: *Journal of Systems Engineering and Electronics* 32.5 (2021), págs. 1014-1022.
 - [34] Meysam Yadegar y Nader Meskin. “Fault-tolerant control of nonlinear heterogeneous multi-agent systems”. En: *Automatica* 127 (2021), pág. 109514.
 - [35] Juan Antonio Vazquez Trejo et al. “Resilient Leader-Following Formation Control For a Fleet of Unmanned Aerial Vehicles Under Cyber-Attacks”. En: *2023 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE. 2023, págs. 731-737.
 - [36] Chao Deng y Guang-Hong Yang. “Distributed adaptive fault-tolerant control approach to cooperative output regulation for linear multi-agent systems”. En: *Automatica* 103 (2019), págs. 62-68.
 - [37] Jianliang Chen et al. “Observer-based consensus control against actuator faults for linear parameter-varying multiagent systems”. En: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 47.7 (2016), págs. 1336-1347.
 - [38] Taha Elmokadem. “Distributed coverage control of quadrotor multi-UAV systems for precision agriculture”. En: *IFAC-PapersOnLine* 52.30 (2019), págs. 251-256.
 - [39] G Ortiz-Torres, P Castillo y J Reyes-Reyes. “An actuator fault tolerant control for vtol vehicles using fault estimation observers: Practical validation”. En: *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE. 2018, págs. 1054-1062.
 - [40] Mohamed A Kamel, Xiang Yu y Youmin Zhang. “Formation control and coordination of multiple unmanned ground vehicles in normal and faulty situations: A review”. En: *Annual reviews in control* 49 (2020), págs. 128-144.
 - [41] Ali Karami Ghanavati y Mohammad Hassan Asemani. “Observer-based consensus control of multi-agent linear parameter varying systems”. En: *Journal of the Franklin Institute* 357.17 (2020), págs. 12125-12142.
 - [42] K. Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003. ISBN: 9788420536781. URL: https://books.google.com.mx/books?id=QK148EPC_m0C.
-

- [43] Alireza Abbaspour et al. “A survey on active fault-tolerant control systems”. En: *Electronics* 9.9 (2020), pág. 1513.
- [44] Arslan Ahmed Amin y Khalid Mahmood Hasan. “A review of fault tolerant control systems: advancements and applications”. En: *Measurement* 143 (2019), págs. 58-68.
- [45] Ke Zhang, Bin Jiang y Vincent Cocquempot. “Adaptive technique-based distributed fault estimation observer design for multi-agent systems with directed graphs”. En: *IET Control Theory & Applications* 9.18 (2015), págs. 2619-2625.
- [46] Jorge Aurelio Brizuela Mendoza et al. “Control Tolerante a Fallas Activo: Estimación y acomodación de fallas en sensores aplicado al modelo LPV de una bicicleta sin conductor”. En: *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 13.2 (2016), págs. 174-185.
- [47] Iman Sadeghzadeh et al. “Linear parameter varying control synthesis: State feedback versus H technique with application to quadrotor ua v”. En: *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. IEEE. 2014, págs. 1099-1104.
- [48] Wang Jun, Yin Xiong-Dong y Tian Yu-Yang. “Fault-tolerant control design of quadrotor UAV based on CPSO”. En: *2018 IEEE 4th International Conference on Control Science and Systems Engineering (ICCSSE)*. IEEE. 2018, págs. 279-283.
- [49] Stephen Paul Linder, Bahram Shafai y Mehrdad Saif. “Estimating and accommodating unknown actuator faults with pi observers”. En: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications (Cat. No. 98CH36104)*. Vol. 1. IEEE. 1998, págs. 461-465.
- [50] Houria Kheloufi et al. “On LMI conditions to design observer-based controllers for linear systems with parameter uncertainties”. En: *Automatica* 49.12 (2013), págs. 3700-3704.
- [51] Stephen Boyd et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM, 1994.



**TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO**

cenidet[®]
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico