



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de maestría

**Desarrollo de un controlador adaptable para un
intercambiador de calor**

presentada por

Ing. Luis Enrique Hernandez Melendez

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ciencias en Ingeniería
Electrónica**

Director de tesis

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez

Codirector de tesis

Dr. Jarniel García Morales

Cuernavaca, Morelos, México. Septiembre de 2025.



Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Departamento de Ingeniería Electrónica

Cuernavaca, Mor; 20/AGOSTO/2025

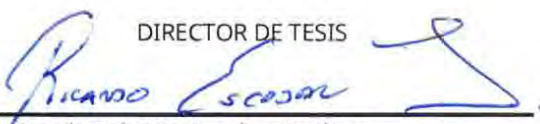
Oficio No. DIE/108/2025

Asunto: Aceptación de documentos.

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Luis Enrique Hernandez Melendez**, con número de control **M23CE013** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado “ **DESARROLLO DE CONTROL ADAPTABLE EN INTERCAMBIADOR DE CALOR**”, y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

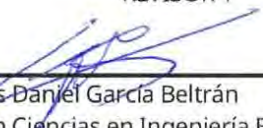
DIRECTOR DE TESIS


Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 7534115

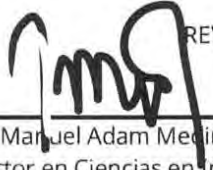
CODIRECTOR DE TESIS


Dr. Jarniel García Morales
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 11106825

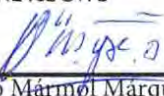
REVISOR 1


Dr. Carlos Daniel García Beltrán
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 8699605

REVISOR 3


Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 5992003

REVISOR 2


Dr. Enrique Quintero Marmol Márquez
Doctor en Ciencias en Ingeniería Química
C.p. Cédula profesional 10259407

Mtra. Verónica Sotelo Boyas, Jefa del Departamento de Servicios Escolares
Estudiante
JGM/kmqh



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 2224,
e-mail: die@cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico





Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 24/junio/2025

Oficio No. SAC/149/2025

Asunto: Autorización de impresión de tesis

INRI EMMANUEL CRUZ BELTRÁN
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"ESTRATEGIAS DISTRIBUIDAS PARA EL MAPEO Y LOCALIZACION SIMULTANEA"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

"Conocimiento y Tecnología al Servicio de México"

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



c.c.p. Departamento de Ingeniería Electrónica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104,
e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx | tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico



Dedicatoria

A mis padres

A Juana Melendez Espinoza y Eriberto Barrera Vazquez por su amor, apoyo y confianza incondicional, por estar a mi lado en todo momento de mi vida, por su consejo, por enseñarme que con esfuerzo, trabajo y constancia todo es posible, por ser mi ejemplo a seguir y porque sin usted no sería lo que soy.

A mi esposa

A Ana Seli Santana Marquina por traer a mi vida el amor, la felicidad y el equilibrio que estaba buscando, para mostrarme que siempre estaremos juntos, por su apoyo y aliento para alcanzar nuevas metas, para su comprensión, paciencia y compromiso, por ser mi amigo y compañero inseparable.

A mis hermanos

A Tania Angelica Barrera Melendez y Erick Barrera Melendez por lo que hemos compartido, por estar juntos en tiempos difíciles, porque siempre puedo contar con ellos.

Agradecimientos

A mi esposa por el amor, cariño, apoyo y paciencia que me brindan y por todos los momentos que hemos vivido como familia.

A mis padres y hermanos por todo el amor, apoyo y confianza que me han brindado, y por todo lo que hacen por mí. Siempre les estaré agradecido.

Al Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez por brindarme su confianza y apoyo incondicional, además de la excelente labor como guía de este trabajo.

A mis revisores por cada uno de los valiosos comentarios y acertadas correcciones que ayudaron a enriquecer este trabajo.

Al Tecnológico Nacional de México y al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico por brindarme las herramientas necesarias para mi desarrollo profesional, así como, por cada una de las amables atenciones que recibí durante mi estancia.

Al CONAHCYT por el apoyo económico que me brindaron para la realización del trabajo.

Resumen

Esta investigación presenta el diseño de un control adaptable para un sistema dinámico con el fin de desarrollar una solución innovadora para controlar la temperatura del agua caliente de un intercambiador de calor a pesar de las incertidumbres y condiciones cambiantes (perturbaciones). El sistema de control considera un filtro de Kalman, con el objetivo de diseñar e implementar un controlador adaptable eficiente, capaz de adaptarse a diferentes escenarios y aplicaciones, mejorando el desempeño y la estabilidad del sistema en tiempo real. El sistema de control adaptable propuesto fue diseñado para garantizar un rendimiento eficiente y estable, incluso cuando las temperaturas de entrada varían. El trabajo de investigación presenta la implementación experimental del Filtro de Kalman Extendido Dual (DEKF) y de un controlador adaptable. La implementación se realizó utilizando herramientas computacionales como MATLAB y LabVIEW, así como una tarjeta de adquisición de datos NI DAQ 6008 para interactuar con el sistema físico. Se realizaron pruebas experimentales en condiciones reales, comparando el comportamiento del sistema en escenarios de equipo limpio y sucio, evaluando el impacto en el coeficiente de transferencia de calor. Los resultados muestran que el sistema de control adaptable mejora significativamente la regulación de la temperatura de salida del agua caliente, demostrando su capacidad para adaptarse a condiciones dinámicas y mantener un rendimiento óptimo en tiempo real.

Abstract

This research presents the design of an adaptive control for a dynamic system to develop an innovative solution for controlling the hot water temperature of a heat exchanger despite uncertainties and changing conditions (disturbances). The control system considers a Kalman filter. Aiming to design and implement an efficient adaptive controller capable of adapting to different scenarios and applications, improving the system's performance and stability in real-time. The proposed adaptive control system was designed to ensure efficient and stable performance, even when the inlet temperatures vary. The research work presents the experimental implementation of the Dual Extended Kalman Filter (DEKF) and an adaptive controller. The implementation was performed using computational tools such as MATLAB and LabVIEW, as well as an NI DAQ 6008 data acquisition card to interact with the physical system. Experimental tests were conducted under real conditions, comparing the system's behavior in clean and dirty equipment scenarios and evaluating the impact on the heat transfer coefficient. The results show that the adaptive control system significantly improves the regulation of the hot water outlet temperature, demonstrating its ability to adapt to dynamic conditions and maintain optimal performance in real-time.

Índice general

Índice de figuras	VIII
Índice de tablas	IX
Nomenclatura	X
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo general	2
1.2.2. Objetivos específicos	2
1.3. Metas	2
1.4. Justificación	3
1.5. Alcances	3
1.6. Limitaciones	3
1.7. Metodología	3
1.8. Organización del documento	4
2. Estado del arte y marco teórico	6
2.1. Estado del arte	6
2.1.1. Intercambiadores de calor	6
2.1.2. Control adaptable	8
2.1.3. Filtros de Kalman y estimación de parámetros	10
2.1.4. Conclusión del estado del arte	15
2.2. Marco teórico	15
2.2.1. Intercambiador de calor	16
2.2.2. Filtros de Kalman	18

2.2.3. Control adaptable	21
2.2.4. Lemma de Barbalat	25
3. Desarrollo matemático	27
3.1. Diseño del Filtro de Kalman Extendido Dual para la estimación de parámetros	28
3.1.1. Simulación del Filtro de Kalman Extendido Dual	30
3.2. Control adaptable	33
3.2.1. Simulación del Control	38
4. Resultados experimentales	45
4.1. Implementación	46
4.2. Resultados experimentales con ensuciamiento en el sistema	46
4.3. Resultados experimentales sin ensuciamiento en el sistema y con perturba- ción en la entrada de agua de enfriamiento.	52
4.4. Comparativa de los resultados experimentales con y sin ensuciamiento . . .	57
5. Conclusiones y trabajos futuros	62
5.1. Conclusiones	62
5.2. Trabajos futuros	63
Bibliografía	69

Índice de figuras

2.1. Diagrama de bloques del sistema MRAS.	22
2.2. Diagrama de bloques del sistema Self-Tuning.	24
2.3. Diagrama de bloques del sistema Gain Scheduling.	24
3.1. Intercambiador de calor perteneciente al cenidet.	27
3.2. Esquema simple del intercambiador de calor con flujos a contracorriente.	28
3.3. Temperaturas de salida real y estimadas con el DEKF.	31
3.4. Coeficientes de transferencia de calor algebraicos y estimadas con el DEKF.	32
3.5. Temperaturas de salida	39
3.6. Señal de control aplicada durante la prueba.	39
3.7. Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de 0.3 °C.	40
3.8. Señal de control.	41
3.9. Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de 0.5 °C.	41
3.10. Señal de control	42
3.11. Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de 0.5 °C y perturbación en T_{ci}	43
3.12. Señal de control.	43
3.13. Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de 0.5 °C y perturbación en T_{hi}	44
3.14. Señal de control.	44
4.1. Intercambiador de calor con y sin ensuciamiento.	45
4.2. Vista Frontal del programa de LabVIEW.	46
4.3. Temperaturas de entrada del intercambiador con el equipo con ensuciamiento.	47
4.4. Temperaturas de salida del intercambiador con el equipo con ensuciamiento.	48
4.5. Error absoluto de la temperatura del equipo con ensuciamiento.	48
4.6. Señal de control con el equipo con ensuciamiento.	50
4.7. Coeficientes de transferencia de calor del equipo con ensuciamiento.	50

4.8. Voltajes de las válvulas con el equipo con ensuciamiento.	52
4.9. Temperaturas de entrada del intercambiador con el equipo limpio.	53
4.10. Temperaturas de salida del intercambiador con el equipo limpio.	53
4.11. Error absoluto con el equipo limpio.	54
4.12. Señal de control con el equipo limpio.	55
4.13. Coeficientes de transferencia de calor con el equipo limpio.	56
4.14. Voltajes de las válvulas con el equipo limpio.	57
4.15. Comparativa de las temperaturas de salida.	58
4.16. Comparativa de los errores absolutos	58
4.17. Comparativa de las señales de control.	59
4.18. Comparativa del coeficiente de transferencia de calor obtenido con DEKF.	60
4.19. Comparativa del coeficiente de transferencia de calor obtenido con ecuacio- nes algebraicas.	60
4.20. Comparativa de los voltajes de las válvulas.	61

Índice de tablas

3.1. Errores entre las temperaturas medidas y las estimadas del intercambiador de calor.	32
3.2. Errores de los coeficientes de transferencia de calor calculados algebraicamente y con el DEKF.	33
3.3. Condiciones iniciales y parámetros de la simulación.	38
4.1. Puntos de operación en la prueba con el equipo con ensuciamiento.	48
4.2. Errores con el equipo con ensuciamiento.	49
4.3. Errores de los coeficientes de transferencia de calor con el equipo con ensuciamiento.	51
4.4. Errores de la temperatura con el equipo limpio.	55
4.5. Errores de los coeficientes de transferencia de calor con el equipo limpio.	56

Nomenclatura

Notación

T	Temperatura del sistema.
T_{ci}	Temperaturas de entrada al sistema del agua de enfriamiento ($^{\circ}\text{C}$).
T_{hi}	Temperaturas de entrada al sistema del agua de calentamiento ($^{\circ}\text{C}$).
T_{co}	Temperaturas de salida del sistema del agua de enfriamiento ($^{\circ}\text{C}$).
T_{ho}	Temperaturas de salida del sistema del agua de calentamiento ($^{\circ}\text{C}$).
U	Coefficiente de transferencia de calor ($\text{W}/(\text{m}^2 \text{ }^{\circ}\text{C})$).
A	Área de transferencia de calor(m^2).
C_p	Calor específico de agua ($\text{W}/(^{\circ}\text{C kg})$).
V_c	Volumen en sección anular (m^3).
V_h	Volumen en tubo interno (m^3).
W_v	Flujo volumétrico del agua (m^3/s).
W_m	Flujo másico del agua (kg/s).
Q_c	Flujo de calor recibido.
Q_h	Flujo de calor cedido.
$\hat{x}_s^-$	Estimación de los estado.
$\hat{x}_p^-$	Estimación de los parámetros.
$f(\cdot)$	Función de transición del estado que predice el estado siguiente a partir de la estimación anterior.
R	Covarianza del ruido.
Φ	Matriz de covarianza de los errores estimados.
J	Matriz jacobiana.
H_s	Matriz jacobiana para las ecuaciones de salida.
H_p	Matriz jacobiana para los parámetros.
u	Vector de entradas.

y	Vector de salidas.
K	Ganancia de Kalman
$f(x(t))$	Función definida de acuerdo al diseño del sistema de control.
G	Matriz de funciones que depende de la entrada.
$\tilde{u}(t)$	Vector de entradas del sistema.
$\hat{h}(x(t))$	Función que relaciona los estados con la salida.
d	Perturbación del sistema.

Subíndices

c	Agua de enfriamiento.
h	Agua de calentamiento.
ci	Agua de enfriamiento de entrada.
hi	Agua de calentamiento de entrada.
co	Agua de enfriamiento de salida.
ho	Agua de calentamiento de salida.
s	Estados.
p	Parámetros.

Letras griegas.

ρ	Densidad de agua de enfriamiento (kg/m^3).
σ	Matriz de covarianza correspondiente al ruido de salida

Acrónimos

KF	(<i>Kalman Filter</i>): filtro de kalman.
EKF	(<i>Extended Kalman Filter</i>): filtro de kalman extendido.
$DEKF$	(<i>Dual Extended Kalman Filter</i>): filtro de kalman extendido dual.
ECM	error cuadrático medio.

Capítulo 1

Introducción

La optimización de los procesos industriales es un aspecto de importancia en la búsqueda de mayor eficiencia y rendimiento. En este sentido, los intercambiadores de calor juegan un papel fundamental, ya que son dispositivos que facilitan el intercambio de energía térmica entre dos fluidos a diferentes temperaturas (Sateesha et al. (2018)). Sin embargo, el desarrollo de la industria global ha conllevado al diseño de nuevas estrategias de control y supervisión en intercambiadores de calor para reducir su consumo energético y aumentar la efectividad en el proceso térmico. Por esto mismo puede ser un desafío debido a las variaciones en las condiciones de operación y la necesidad de mantener una temperatura adecuada en los fluidos.

En los últimos años, el control adaptable ha surgido como una solución prometedora para abordar los desafíos del control de sistemas complejos y variables. Esta técnica permite ajustar automáticamente los parámetros del sistema de control en función de los cambios en las condiciones de operación, lo que resulta en un mejor rendimiento y una mayor eficiencia. Además, el uso del filtro de Kalman extendido dual (DEKF) ha demostrado ser eficaz en la estimación precisa de los parámetros del proceso, lo cual puede ser de gran utilidad en el control de intercambiadores de calor.

El objetivo de este estudio es proponer un diseño e implementación de un control adaptable para un intercambiador de tubos concéntricos. Para lograr esto, se utiliza el filtro de Kalman Extendido Dual para la estimación de parámetros y estados.

1.1. Planteamiento del problema

Este proyecto de investigación esta enfocado en desarrollo de sistemas de control adaptable para intercambiadores de calor. El problema principal que se abordará en esta investigación es la necesidad de diseñar e implementar un sistema de control adaptable en un intercambiador de calor que tome en cuenta la variabilidad de las condiciones de operación, ya que la falta de adaptabilidad en los sistemas de control puede resultar en un mal rendimiento.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un sistema de control adaptable para un intercambiador de calor.

1.2.2. Objetivos específicos

- Diseñar, programar e implementar un Filtro de Kalman Extendido Dual (DEKF) para estimar los coeficientes de transferencia de calor.
- Diseñar, programar e implementar de un controlador adaptable para el control de temperatura de un intercambiador de calor.

1.3. Metas

- Obtener el diseño, desarrollo en software e implementación de un Filtro Dual Extendido de Kalman (DEKF) para estimar los coeficientes de transferencia de calor en un intercambiador de calor de tubos concéntricos.
- Obtener el diseño, desarrollo en software e implementación de un controlador adaptable para controlar la temperatura de un intercambiador de calor de tubos concéntricos.

1.4. Justificación

El uso de un sistema de control adaptable, combinado con la técnica de estimación del filtro de Kalman extendido dual, puede proporcionar beneficios significativos estimar los coeficientes de transferencia de calor y adaptar la ley de control ante incertidumbres o perturbaciones en el estado controlado. Este trabajo contribuye al avance de investigación de control para intercambiadores de calor.

1.5. Alcances

Diseñar e implementar un controlador que permita manipular el flujo de agua en un intercambiador de calor para la regulación y control de temperaturas. Se analizará y modelará su comportamiento, con la finalidad de desarrollar un sistema de control sistema que pueda adaptarse a los cambios en las condiciones de operación.

1.6. Limitaciones

El presente trabajo de tesis enfrenta las siguientes limitaciones:

- Ruido e incertidumbre: La precisión del Filtro de Kalman Extendido Dual (DEKF) depende de la calidad de las mediciones de temperatura y flujo.
- Capacidades de hardware: La implementación experimental está limitada por las características de la tarjeta de adquisición de datos NI DAQ 6008, como su frecuencia de muestreo y precisión en la conversión analógico-digital. Esto puede influir en la respuesta del sistema de control en tiempo real.
- Rango de condiciones operativas: Las pruebas experimentales se realizaron en un rango limitado de caudales y temperaturas. Esto puede restringir la generalización de los resultados a otros escenarios operativos.

1.7. Metodología

La metodología propuesta busca diseñar e implementar un sistema de control adaptable para un intercambiador de calor, utilizando el filtro DEKF para la estimación de los coeficientes de transferencia de calor. El enfoque se centra en lograr una estimación

precisa de las temperaturas y los coeficientes de transferencia de calor, optimizando así el rendimiento del intercambiador en tiempo real y permitiendo adaptarse a posibles perturbaciones y variaciones en las condiciones de operación.

La metodología propuesta se divide en las siguientes actividades:

1. El proceso se inicia con un estudio del estado del arte relacionado con el filtro de Kalman y el control adaptable.
2. Desarrollar el modelo del DEKF para el intercambiador de calor.
3. Implementar el DEKF para la estimación de los coeficientes de transferencia de calor en el intercambiador mediante simulaciones.
4. Realizar la caracterización de la dinámica de apertura y cierre de las válvulas del control de flujo de agua del intercambiador de calor a partir del voltaje suministrado y una medición visual del flujo, con el objetivo de aproximar la cantidad de flujo en función del voltaje suministrado.
5. Realizar el diseño del controlador adaptable.
6. Realizar simulaciones para validar el rendimiento del sistema propuesto.
7. Llevar a cabo pruebas prácticas para validar la efectividad del sistema en condiciones reales.
8. Elaborar la tesis que documente detalladamente el procedimiento, el desarrollo e implementación del Filtro de Kalman Dual Extendido, así como los resultados y conclusiones del estudio realizado, contribuyendo al conocimiento en el campo del control adaptable aplicado a intercambiadores de calor.

1.8. Organización del documento

La información presentada en este documento se organiza en cinco capítulos. A continuación se describe el contenido de cada capítulo brevemente.

El **Capítulo 2** presenta una revisión exhaustiva del estado del arte, así como el desarrollo del marco teórico, abarcando temas clave como el intercambiador de calor, el filtro

de Kalman, y las técnicas de control adaptable.

En el **Capítulo 3** se presenta el desarrollo y la simulación del modelo matemático del sistema de intercambiador de calor, incluyendo el desarrollo matemático y simulación del Filtro de Kalman y del control adaptable.

En el **Capítulo 4** se presentan las pruebas experimentales realizadas en el intercambiador de calor, utilizando el filtro de Kalman extendido dual y el control adaptable.

En el **Capítulo 5** se presentan las conclusiones del trabajo realizado, junto con los posibles trabajos de investigación futura que podrían derivarse de este estudio.

Capítulo 2

Estado del arte y marco teórico

2.1. Estado del arte

En el desarrollo del estado del arte se busca identificar investigaciones relevantes y técnicas de control utilizadas en intercambiadores de calor. A través de un análisis exhaustivo de estos documentos científicos, se ampliará la comprensión del tema de interés, se explorarán sus aplicaciones en diversos contextos y se aprenderá de las experiencias y los resultados de otros investigadores en este campo. Esto nos permitirá obtener una visión más completa para abordar el tema de tesis.

2.1.1. Intercambiadores de calor

Los intercambiadores de calor son elementos esenciales en numerosos procesos industriales, ya que facilitan el intercambio térmico entre diferentes fluidos. No obstante, su control resulta un desafío debido a las condiciones variables de operación y a la importancia de conservar la temperatura en niveles adecuados.

Existen diversos trabajos realizados en el intercambiador de calor, siendo uno de ellos la estimación en línea de los coeficientes de transferencia de calor presentada en (Escobar et al. (2009)). En este trabajo se presentaron los resultados experimentales de la estimación de los estados y parámetros de un intercambiador de calor de tubos concéntricos con flujos a contracorriente (IC). Esto se consiguió a través del uso de un modelo dinámico reducido basado en ecuaciones algebraicas, junto con la aplicación de un observador adaptable. Los resultados obtenidos indicaron que el coeficiente de transferencia de calor depende tanto de la temperatura como de la dinámica del flujo. Además, al estimar de manera individual el coeficiente de transferencia de calor para cada fluido y considerarlo en un modelo simplificado, fue posible realizar la estimación de los estados con un error mínimo. Por otro lado, en (Escobar (2012)), se presentó un diseño de control tolerante a fallas (FTC) específicamente para un intercambiador de calor helicoidal de tubos concéntricos con flujos a contracorriente (evaporador). El objetivo principal del diseño fue proporcionar una herramienta eficiente para implementar un sistema de control capaz de

detectar y aislar fallas, permitiendo que el intercambiador de calor continúe operando bajo condiciones de falla hasta el remplazo del sensor dañado. Otro trabajo relacionado fue propuesto en (Carbot-Rojas et al. (2015)) en donde se realizó una validación experimental de un sistema de control tolerante a fallas del actuador utilizando un sensor virtual aplicado en un intercambiador de calor de tubo doble. En este trabajo, se logró detectar una falla en el actuador, aislarlo y mantener el control de temperatura del agua caliente utilizando un actuador secundario. Sin embargo, para mantener la temperatura requerida, el control reduce el flujo de la variable controlada. Se estableció una restricción en el flujo de agua caliente para garantizar su eficiente funcionamiento. Las ventajas de este método son que no se requieren medidores de flujo físico, el proceso puede ser controlado incluso en caso de una falla del actuador, y el intercambiador de calor puede recuperar sus condiciones nominales si se reemplaza el actuador dañado. Otro tipo de control utilizado en intercambiadores de calor, es el utilizado en (Escobar-Jimenez et al. (2016)), donde se presentó un enfoque de control predictivo utilizando un modelo de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) en un intercambiador de calor de doble tubo. Este control incorporó un sistema FDI que consistía en un observador no lineal adaptable y la señal de control generada por el modelo de control predictivo (MPC). Los resultados mostraron que el control basado en seguimiento del modelo tuvo un mayor impacto en la capacidad del proceso en comparación con el control basado en MPC. Relacionando con sistemas de control automático, en (Álvarez et al. (2020)) se realizó una revisión sobre el control de la temperatura en intercambiadores de calor tipo coraza-tubo, como parte de un estudio llevado a cabo en la industria de la región del Valle del Cauca. En esta investigación, se identificaron varias deficiencias en la ingeniería de control de los intercambiadores de calor, entre las cuales se destacan: el desconocimiento del modelo, la falta de experiencia en la selección de estrategias de control, una deficiente sintonización de los algoritmos de control y el desconocimiento de criterios de evaluación de desempeño. Estas deficiencias revelan la necesidad de mejorar y fortalecer el enfoque de control utilizado en la operación de los intercambiadores de calor en esta región industrial. Otro trabajo relacionado con el control de temperatura en intercambiadores de calor fue el propuesto en (Oravec et al. (2018)), donde se realizó un control predictivo de modelo (MPC) robusto con acción integral para los intercambiadores de calor de carcasa y tubos que forman parte de una red de intercambiadores de calor industrial. Los resultados indican que el MPC robusto aseguró respuestas de control suaves en el seguimiento de consignas y sobrepasos más pequeños en casi todos los experimentos en el rechazo de perturbaciones. Según el criterio de calidad analítico ISE, el MPC robusto superó al control PID convencional en la mayoría de los experimentos, tanto en el seguimiento de consignas como en el rechazo de perturbaciones. El control PID logró mejores resultados solo para algunos intercambiadores de calor. Recientemente en (Vasičkaninová et al. (2021)), se implementó un controlador basado en redes neuronales para regular la temperatura de salida de intercambiadores de calor dispuestos en serie. Se utilizó un algoritmo de retropropagación para entrenar una red neuronal multicapa con tres capas ocultas y una capa de salida. Esto permitió ajustar los pesos de las conexiones entre las neuronas con el objetivo de minimizar el error de salida. Los resultados demostraron que el controlador propuesto logra un rendimiento superior

en comparación con un controlador PID convencional.

2.1.2. Control adaptable

En esta sección, se examinarán diversos documentos que emplean el control adaptable en diferentes contextos y aplicaciones. A través de un análisis de estos documentos científicos, se ampliará la comprensión del control adaptable, explorar su aplicación en diversos contextos y aprender de las experiencias y los resultados de otros investigadores en este campo. Esto nos permitirá obtener una visión más completa y detallada del control adaptable y sus aplicaciones para el desarrollo de este tema de tesis.

En el año 2000 en (Aguilar et al. (2000)), se implementó un algoritmo PID adaptable que es capaz de auto-ajustar los parámetros de control K_p (Proporcional), T_i (Integral), T_d (Derivativo), eliminando la necesidad de la atención de un operador y de esa forma controlar la temperatura de un bombillo manipulando el voltaje suministrado a través de una computadora usando algoritmos genéticos. Por otro lado, en (Zavala-Río et al. (2007)), se implementó un control acotado positivo para regular la temperatura de salida en intercambiador de calor con flujo a contracorriente. El enfoque utilizado en este artículo permitió lograr la regulación de la temperatura utilizando un controlador adaptable simple, evitando la necesidad de retroalimentar todo el vector de estado y sin depender de los parámetros exactos del sistema. Además, se garantizó la positividad y acotación del caudal de entrada utilizando el enfoque propuesto, sin requerir algoritmos de control complejos o pruebas de estabilidad. Los resultados obtenidos fueron respaldados tanto por desarrollos analíticos como por experimentos realizados. Un trabajo más relacionado con el control adaptable fue propuesto en (Sánchez and Giraldo (2010)), donde se presentó un sistema de control que es aplicado cuando no se tiene información detallada de parámetros del sistema en un motor de inducción utilizando un filtro Kalman, se diseñó un controlador PID extendido adaptable usando la técnica de reubicación de polos para controlar la respuesta dinámica y la de estado estable del motor. Relacionado con sistemas de control, en (Arias (2019)), se desarrolló un controlador robusto adaptable para regular la temperatura del agua destilada en un prototipo de intercambiador de calor. Por ello, utilizaron una planta térmica experimental con el fin de evaluar distintas estrategias de control. Se encontró que la ley de control, basada en un modelo matemático predefinido, no siempre logra una estabilización eficiente en un punto de operación. Sin embargo, se mostró una

mejoría a la respuesta de sistema de control adaptable. Específicamente, se observó que la ley de control PI robusto adaptable muestra un mejor desempeño en comparación con otras estrategias. Un sistema de control adaptable, enfocado al control de temperatura es el que se presento en (Lymperopoulos and Ioannou (2020)), donde se propuso un control adaptable distribuido para un sistema de climatización multizona en edificios, que mantenga las temperaturas deseadas en edificios con múltiples zonas, cada una servida por un sistema HVAC. Para esto, el controlador de cada zona se adapta a sus propias condiciones e interactúa con las zonas vecinas sin requerir un conocimiento preciso de los parámetros de todo el sistema. Continuando con los sistemas de control adaptable, en (García-Morales et al. (2022)), se realizó el diseño de un control adaptable para alimentar una mezcla de etanol-gasolina enriquecida con hidrógeno a un motor de combustión interna. El control diseñado presentó una respuesta efectiva a los cambios en el punto de operación, obteniendo un controlador adaptable que mejoró el proceso de combustión interna. Por otro lado en (Abdullah et al. (2019)), se realizó un PID adaptable con una red neuronal para ajustar automáticamente los parámetros del controlador en un intercambiador de calor de carcasa y tubos. En este trabajo se pudo concluir que el controlador PID adaptable de red neuronal (NN-PID) es eficaz para controlar el proceso en términos de cambios en el punto de ajuste en comparación con el controlador PID convencional. En ejemplo de otro tipo de sistemas que se pueden controlar con el control adaptable, es el que se presento en (Dube and Patel (2019)), donde se llevó a cabo un control adaptable utilizando estimaciones del Filtro de Kalman en presencia de perturbaciones para el sistema de un satélite. Los resultados de este trabajo muestran que las estimaciones proporcionadas por el filtro y la ley de control adaptable ayudaron a reducir los errores estimados a cero y llevaron a una convergencia satisfactoria. Otro trabajo relacionado al control de temperatura, es el presentado en (Skorospeshkin et al. (2017)), se realizó un sistema de control automático (ACS) adaptable para la temperatura de condensado de hidrocarburos en un intercambiador de calor. Este ACS consta de un controlador PI y un dispositivo compensador adaptable pseudolineal (PACD) en cascada. Los resultados de este estudio indican que tanto el ACS como el PACD con supresión de amplitud permanecen estables incluso después de aumentar el tiempo de retardo de 10 a 150 s. El ACS adaptable demuestra su efectividad al modificar los parámetros del objeto de control y permite establecer un sistema de control para un objeto con parámetros inestables. Recientemente en (Liu et al. (2020)), los autores desarrollaron un control adaptable para sistemas no lineales conmutados de retroalimentación estricta y con incertidumbre, utilizando una función de Lyapunov de barrera integral para mantener todos los estados dentro de límites específicos.

Empleando la teoría de estabilidad de Lyapunov, se demostró que los estados respetan las restricciones, los errores convergen cerca de cero y todas las señales se mantienen acotadas. Los resultados de la simulación numérica validaron la eficacia de la estrategia de control propuesta.

El término adaptable ha sido ampliamente utilizado no solo en el control, sino también en los observadores. Tal es el caso de un trabajo presentado por (Han et al. (2020)), donde se presentaron cinco observadores distintos, entre ellos un observador adaptable aplicado a un intercambiador de calor/reactor intensificado. En dicho trabajo, se comparan y presentan las actuaciones de estos observadores. El criterio para evaluarlos es el sobreimpulso máximo, que indica la estabilidad del observador, y el tiempo de establecimiento, que revela la velocidad de convergencia. En este caso, el observador adaptable resultó ser la mejor opción para la estimación de estados del intercambiador debido a que tiene la mínima oscilación y la velocidad de convergencia más rápida. Recientemente en (Ghousein et al. (2020)), se desarrolló un observador adaptable para estimar la temperatura de un intercambiador de calor de tubos concéntricos, utilizando mediciones en las fronteras de las tuberías. El método utilizado fue comparado con un observador basado en Lyapunov y un observador backstepping. El observador adaptable mostró un mejor desempeño en estados transitorios y contribuyó a una mejora en la temperatura en los estados estacionarios. En la parte experimental, se demostró la efectividad del observador adaptable para capturar la dinámica en un sistema real.

2.1.3. Filtros de Kalman y estimación de parámetros

En esta sección, se presentan diversos documentos sobre filtros de Kalman y estimación paramétrica. A través de un análisis de los documentos científicos, se expondrá la aplicación de los filtros de Kalman y diferentes métodos de estimación paramétrica en diversos contextos, con el fin de comprender los resultados de otros investigadores en este campo y tener una visión más completa para el desarrollo de este trabajo.

El Filtro de Kalman se ha utilizado en diferentes temas de investigación, por ejemplo, la estimación del estado de carga de las baterías de iones de litio (Rezoug et al. (2021)), en aerogeneradores para diagnóstico de fallas (Idrissi et al. (2018)), intercambiadores de calor, entre otros. Otro tipo de aplicación fue el que se presentó en el trabajo desarrollado por (Jonsson and Palsson (1994)) donde se aplicó un filtro de Kalman extendido para es-

timar parámetros (coeficientes de transferencia de calor) en modelos de intercambiadores de calor. Se logró describir la dinámica del intercambiador bajo diferentes condiciones de trabajo utilizando modelos donde los parámetros dependen del caudal másico y la temperatura, considerando las no linealidades en los intercambiadores de calor. Se proponen cuatro escenarios de transferencia de calor: constante, dependiente del caudal másico, dependiente del caudal másico y de la temperatura, y dependiente linealmente de ambos. Los dos primeros casos requieren un filtro de Kalman estándar, mientras que los últimos dos requieren un filtro de Kalman extendido (EKF). La parametrización del modelo se ajusta utilizando métodos estadísticos, y los hallazgos demuestran que la dependencia del caudal y la temperatura para la transferencia de calor mejora el rendimiento. Además, un modelo con más secciones refleja mejor las consideraciones físicas del sistema, aunque se puede obtener un buen rendimiento con menos secciones. Por otro lado, en (Wenzel et al. (2006)), se desarrolló un estimador basado en el modelo de un estimador de vehículos. En este enfoque, el estimador se realizó utilizando la técnica de Kalman Extendido Dual Extendido, que consiste en utilizar dos Filtros de Kalman Extendido para cada estimación y corrección tanto de estados como parámetros. Aunque estos están interrelacionados en lugar de estar completamente separados. Uno de los filtros se utilizó para la estimación de los estados del sistema, mientras que el otro se utilizó para la estimación de los parámetros del modelo.

En (Zhang et al. (2014)), se realizó la detección y estimación de fallas en sensores para intercambiadores de calor utilizando el Filtro de Kalman Unscented (UKF). La propuesta de detección de fallas se basa en el uso de la secuencia de innovación implementada a través del UKF, el cual se utiliza para generar residuos y determinar una falla en el sensor. Además, se construye la estimación del estado y la función de decisión, permitiendo detectar la presencia de una falla en el sensor a través del uso del UKF, lo que nos brinda información sobre la ubicación exacta de las fallas. Los experimentos realizados en un intercambiador de calor han demostrado la eficacia de este método. El algoritmo propuesto presenta ciertas ventajas, como una menor carga computacional, facilidad de programación, aplicabilidad sencilla, capacidad de generalización, entre otros aspectos positivos.

En Huibo and Jiangbo (2017), se presentó un algoritmo de estimación de parámetros utilizando la descomposición y mínimos cuadrados recursivos (D-RLS) diseñado para sistemas de ecuaciones de error no lineales de entrada. Sin embargo, es importante destacar que este algoritmo calcula un número menor de parámetros en comparación con los enfoques de sobrepresurización y no incorpora variables adicionales en contraposición a los

métodos que separan términos clave.

En Li et al. (2018), se presentó la identificación de parámetros dinámicos un modelo matemático de una batería de ion litio mediante el método de mínimos cuadrados con factor de olvido para monitorear el cambio de estado de la batería de ion litio en tiempo real mediante la estimación de los parámetros dinámicos. Sin embargo, la precisión del modelo de identificación propuesto no es alta en la fase inicial de descarga.

En el trabajo realizado por (Kivanc and Ozturk (2018)), se realizó una estimación multiparámetro utilizando un sistema adaptable de referencia de modelo (MRAS) con el objetivo de mitigar el efecto adverso de la variación de parámetros en el control de velocidad sin sensor de posición de un motor síncrono de imán permanente (PMSM), basado en la estimación de voltaje de avance del estator (FFVE). Se utilizó un esquema de estimación de velocidad y posición del rotor que emplea una estimación de voltaje de avance directo del estátor y una estimación multiparámetro MRAS que incluye la resistencia del estator, la conexión de flujo del rotor y la velocidad del rotor. Los resultados demostraron que el método propuesto exhibe un buen rendimiento en condiciones de carga variable y baja velocidad, además de mostrar robustez frente a errores en los parámetros y perturbaciones de carga.

En (Ebadollahi and Khosroshahi (2018)), se estimaron los estados de un sistema canónico observable de tasa dual, que es un modelo matemático que describe el comportamiento de un sistema dinámico lineal, utilizando el filtro de Kalman, los estados del sistema y el método de Mínimos Cuadrados por Error (LSE). En esta investigación se utilizaron dos algoritmos: el primer algoritmo se empleó para calcular la salida en instantes que no son accesibles, mientras que el segundo se utilizó un modelo auxiliar para obtener la salida. Los resultados obtenidos demostraron que ambos métodos eran altamente eficientes, con un nivel de error aceptable. Aunque el primer algoritmo tenía un error menor en comparación con el segundo, el segundo algoritmo lograba converger más rápidamente. Sin embargo, cuando se incrementó la velocidad de actualización de la entrada en relación con la velocidad de muestreo de la salida, el primer algoritmo ya no pudo converger, por lo que se utilizó el segundo.

En (Li et al. (2019)), se realizó la identificación de parámetros de los coeficientes de los polinomios que describen la estructura de un sistema Hammerstein MISO mediante el

principio de descomposición. Para simplificar el proceso de estimación, se dividió el modelo en dos partes, la primera es con parámetros individuales y la segunda con parámetros bilineales que son más complejos de calcular. Se utilizó una técnica llamada tecnología de conversión de matrices para reconstruir dos modelos de estimación y se propuso un método de estimación de parámetros adaptable que interactúa para identificar los parámetros de manera interactiva. Se demostró la convergencia de la estimación de parámetros utilizando teoría estocástica y el teorema de martingalas. Los resultados presentados muestran que la idea de estimación jerárquica puede realizar una estimación interactiva adecuada para sistemas complejos y acoplados.

En (Shi and O'Brien (2019)), se presentó una técnica de estimación de parámetros y predicción de estados con el Filtro de Kalman Dual Extendido (DEKF) restringido. En este estudio se evaluó un modelo térmico simplificado, utilizando datos de simulación y datos medidos. En términos generales, el algoritmo basado en el DEKF demostró una alta tasa de actualización, lo que implica que los parámetros pudieron actualizarse con frecuencia, aproximadamente la mitad a dos tercios del tiempo de muestreo. Esto significa que la tasa de actualización fue rápida en comparación con técnicas convencionales de filtrado no lineal, además de que contribuyó a una reducción de la carga computacional necesaria. Un trabajo más relacionado con el filtro de Kalman fue propuesto en (Muenthong et al. (2020)), en donde se planteó un enfoque para detectar el ensuciamiento en intercambiadores de calor utilizando el Filtro de Kalman Extendido (EKF) y estimando el coeficiente de transferencia de calor global. A través de la aplicación de diversas técnicas, se pudo concluir que el EKF es capaz de predecir de manera efectiva la tendencia de cambio en el coeficiente de transferencia de calor. Por otro lado, en (Li et al. (2020)), se desarrolló un procedimiento de estimación de parámetros que evalúa las propiedades y los intercambiadores de calor geotérmicos en forma de U. Este término se refiere al diseño de la tubería enterrada en el suelo, facilitando un intercambio eficiente de calor entre el fluido circulante en el sistema y el terreno circundante, mediante una estrategia paso a paso. Esta estrategia implica un enfoque sistemático y secuencial que, en lugar de abordar todos los parámetros simultáneamente, divide el proceso en etapas o pasos distintos, cada uno centrado en un conjunto específico de parámetros. Estos pasos se diseñan para mejorar la eficiencia y la precisión de la estimación. Los análisis de sensibilidad de estos parámetros ayudaron a evaluar cuánto afectan a las respuestas de temperatura y muestran explícitamente cuándo la influencia de los parámetros se mantiene en el período óptimo para la estimación. Los resultados muestran que el método de estimación paso a paso podría generar valores preci-

Los resultados y los datos de ajuste son consistentes con los datos experimentales. Adicionalmente, el cálculo de iteración reduce el impacto de la aleatoriedad y la incertidumbre de los valores iniciales asumidos, lo que hace que los resultados de ajuste converjan hacia los valores reales. Por otro lado, en el trabajo desarrollado por (Vocale et al. (2020)), se realizó un enfoque mejorado de estimación de parámetros para caracterizar intercambiadores de calor utilizando estimación de parámetros la cual permitió la evaluación de las correlaciones de transferencia de calor para el número de Nusselt; además, se presentó un procedimiento para identificar la presencia de transición en el flujo utilizando una metodología denominada procedimiento de alerta de transición, la cual se utilizó para identificar el valor del número de Reynolds en el que se ocurre la transición del régimen de flujo. Los resultados revelaron que los errores relativos aumentan de manera monótona con el nivel de ruido; por lo tanto, el algoritmo de estimación utilizado aquí puede considerarse estable.

En el trabajo presentado por (Mannarayana et al. (2020)), se llevó a cabo un método de solución basado en el filtro de Kalman de cuadratura de orden superior con estado aumentado (SA-CKF) con el vector de estado de ruido aumentado para la estimación del Estado de Carga (SOC) en baterías de ion de litio. Los resultados demuestran que el SA-CKF de 5^o orden propuesto resuelve el problema de estimación del SOC en comparación con el de 4^o orden y el CKF no aumentado, esto debido a que la desviación estándar y el error cuadrático medio en comparación a las otras metodologías utilizadas es más baja, además, al comparar las estimaciones por los diferentes órdenes utilizados, el SA-CKF de 5^o orden converge rápidamente y se mantiene fiel a la señal del SOC.

En el trabajo presentado por (Luo et al. (2020)), se desarrolló la estimación del factor de intercambio de calor total utilizando la teoría de estimación adaptable de la densidad del núcleo. En este trabajo, se empleó un algoritmo numérico que combina el método del gradiente conjugado (CGM) y el método de proyección del gradiente (GPM) para resolver de manera iterativa el modelo de mínimos cuadrados ponderados (WLS). Los resultados mostraron que se evitaron de manera efectiva los efectos de contaminación residual e inundación residual basados en la teoría de estimación de densidad de núcleo adaptable, y que el modelo adaptable de mínimos cuadrados ponderados puede reducir eficazmente la influencia de los valores atípicos en el modelo de identificación.

En el trabajo desarrollado por (Jonsson and Palsson (1994)) se aplicó un filtro de Kalman extendido para estimar parámetros (coeficientes de transferencia de calor) en mo-

delos de intercambiadores de calor. Se logró describir la dinámica del intercambiador bajo diferentes condiciones de trabajo utilizando modelos donde los parámetros dependen del caudal másico y la temperatura, considerando las no linealidades en los intercambiadores de calor. Se proponen cuatro escenarios de transferencia de calor: constante, dependiente del caudal másico, dependiente del caudal másico y de la temperatura, y dependiente linealmente de ambos. Los dos primeros casos requieren un filtro de Kalman estándar, mientras que los últimos dos requieren un filtro de Kalman extendido (EKF). La parametrización del modelo se ajusta utilizando métodos estadísticos, y los hallazgos demuestran que la dependencia del caudal y la temperatura para la transferencia de calor mejora el rendimiento. Además, un modelo con más secciones refleja mejor las consideraciones físicas del sistema, aunque se puede obtener un buen rendimiento con menos secciones.

2.1.4. Conclusión del estado del arte

El estado del arte abarca un estudio de los intercambiadores de calor y su diseño, mostrando distintas formas de modelarlo y los tipos de control que pueden ser aplicados a ellos. Se identificó que los enfoques de control convencional y presentan limitaciones que estos pueden presentar bajo distintas condiciones de operación, fallas en sensores o actuadores y la presencia de no linealidades. Por esta parte, el control adaptable y los observadores adaptables han demostrado ser herramientas útiles para el control y estimación de ciertos parámetros del sistema, proporcionando flexibilidad y robustez frente a incertidumbres y variaciones en los parámetros. Asimismo, el uso de técnicas de estimación paramétrica y de filtros de Kalman, ha permitido una caracterización más precisa de los parámetros, lo cual contribuye directamente al diseño de estrategias de control. En conjunto, estas investigaciones evidencian la tendencia actual hacia la integración de métodos de estimación y control avanzado para mejorar la operación de los intercambiadores de calor, lo que constituye una base para el desarrollo de este trabajo de tesis.

2.2. Marco teórico

A continuación, se proporcionarán algunos conceptos fundamentales que son relevantes para comprender esta investigación. Estos conceptos incluyen intercambiadores de calor, Filtro Kalman y control adaptable, y son fundamentales para adentrarse en el tema en discusión.

2.2.1. Intercambiador de calor

En la industria, la transferencia de calor juega un papel fundamental en diversos procesos como la refrigeración, pasteurización y esterilización. En estos procesos, se utilizan dispositivos especialmente diseñados para elevar o reducir la temperatura de la materia prima o el producto, y se conocen como intercambio de calor. La industria aprovecha las propiedades de la transferencia térmica para garantizar condiciones óptimas en la producción y conservación de alimentos, así como en otros sectores industriales (Álvarez et al. (2020)). Existen diferentes tipos de intercambiadores de calor, los cuales son los siguientes:

Intercambiadores de placas

El intercambiador de calor de placas consiste en un conjunto de placas metálicas ensambladas en un bastidor, conectadas entre sí para permitir el flujo de un fluido. El intercambio de calor se realiza mediante configuraciones de flujo paralelo o contracorriente, donde cada placa tiene canales que inducen la turbulencia del fluido y dependiendo de la dirección del flujo, el fluido frío circula por la parte frontal de la placa, mientras que el fluido caliente fluye por la parte posterior. De acuerdo con lo presentado en (Reyes et al. (2024)), la dinámica de un intercambiador de calor de placas puede ser representado como se muestran en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\rho_c C_{p_c} v_x \frac{\partial T_c}{\partial x} &= k_c \left(\frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} \right), \\ \rho_f C_{p_f} v_x \frac{\partial T_f}{\partial x} &= k_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right).\end{aligned}\tag{2.1}$$

Para solucionar el sistema, se requieren las siguientes condiciones de frontera:

- En $x = 0$: Las temperaturas de entrada son $T_{c,e}$ para el fluido caliente y $T_{f,e}$ para el fluido frío.
- En $x = L$: Se considera gradiente nulo de temperatura en la dirección x :

$$\left. \frac{\partial T_c}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_f}{\partial x} \right|_{x=L} = 0.$$

- En la interfase $y = y_{\min}$: El flujo de calor entre fases es igual en ambas, asegurando equilibrio térmico:

$$k_c \frac{\partial T_c}{\partial y} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial y}.$$

Intercambiadores de tubo y coraza

Un tipo común de intercambiador de calor utilizado en la industria química es el intercambiador de calor de tubo y coraza. En este tipo de intercambiador, uno de los

fluidos fluye a través de los tubos, mientras que el otro fluido circula alrededor de los tubos en la carcasa. Estos intercambiadores se clasifican según el número de pasos que se realizan en la carcasa y los tubos. Por ejemplo, hay intercambiadores en los que todos los tubos forman una configuración en forma de U en la carcasa, lo que se conoce como un paso en la carcasa y dos pasos en los tubos. De manera similar, existen intercambiadores que realizan dos pasos en la carcasa y cuatro pasos en los tubos.

En las siguientes ecuaciones se describen las dinámica del intercambiador de calor, las cual fueron descritas en (Díaz et al. (2020)). En cada sección se realiza un balance de energía, cuyo planteamiento se muestra en la ecuación (2.2) y (2.3), correspondientes a la región del fluido caliente y frío, respectivamente:

$$C_{p1}\rho_1 V_1 \frac{dT_{1avg}}{dt} = C_{p1}\rho_1 Q_c (T_{ec} - T_{sc}) - UA (T_{1avg} - T_{2avg}), \quad (2.2)$$

$$C_{p2}\rho_2 V_2 \frac{dT_{2avg}}{dt} = C_{p2}\rho_2 Q_p (T_{ep} - T_{sp}) + UA (T_{1avg} - T_{2avg}). \quad (2.3)$$

Las temperaturas promedio de cada región se calculan como:

$$T_{1avg} = \frac{T_{ec} + T_{sc}}{2}, \quad T_{2avg} = \frac{T_{ep} + T_{sp}}{2}. \quad (2.4)$$

Intercambiadores de tubos concéntricos

Un intercambiador de calor de tubos concéntricos consiste en dos tubos de diferentes diámetros, colocados uno dentro del otro. Estos tubos pueden estar hechos de materiales distintos. En este tipo de dispositivos, el fluido caliente cede calor cuando pasa a través del tubo interno, mientras que el fluido frío absorbe calor al circular a través de la sección anular o viceversa (Bernuy et al. (2022)).

En la ecuación (2.5) se describe la dinámica del intercambiador de calor, la cual fue retomada de Escobar et al. (2009).

$$\begin{aligned} \frac{dT_{co}}{dt} &= \frac{Wv_c}{V_c} (T_{ci}(t) - T_{co}(t)) + \left(\frac{U_c A_c}{C_{p_c} \rho_c V_c} \right) (T_{ho}(t) - T_{co}(t)), \\ \frac{dT_{ho}}{dt} &= \frac{Wv_h}{V_h} (T_{hi}(t) - T_{ho}(t)) + \left(\frac{U_h A_h}{C_{p_h} \rho_h V_h} \right) (T_{co}(t) - T_{ho}(t)). \end{aligned} \quad (2.5)$$

La estimación del coeficiente de transferencia de calor (U) utilizadas en las ecuaciones de la dinámica del intercambiador de calor puede ser obtenido mediante la aplicación de ecuaciones algebraicas, las cuales son las siguientes:

$$\dot{Q}_{h,c} = W m_{h,c} C_{p_{h,c}} (\Delta T_{Entra-Salida}), \quad (2.6)$$

$$U_{c,h} = \dot{Q}_{c,h} / A (\Delta T_{Salida}). \quad (2.7)$$

Donde:

- $\Delta T_{Entra-Salida}$ es la diferencia de temperaturas entre la entre la salida y la entrada de cada fluido.
- ΔT_{Salida} es la diferencia de temperaturas entre la entre las salidas de cada fluido.

Para obtener el coeficiente de transferencia de calor utilizando ecuaciones algebraicas de acuerdo a la ecuación (2.7), se requiere conocer previamente la cantidad de calor que entra al sistema y la de flujo de calor transferido al fluido de enfriamiento, como se describe en la ecuación (2.6). Con estas variables estimadas ($\dot{Q}_{c,h}$), es posible calcular el coeficiente de transferencia de calor para cada fluido.

2.2.2. Filtros de Kalman

Filtro de Kalman

Es un algoritmo que se basa en el modelo de espacio de estados de un sistema para realizar una estimación óptima del estado y la salida futura. Su función principal es filtrar la señal de salida, eliminando el ruido presente en los datos. Dependiendo del retraso de las muestras que se le ingresen, el filtro de Kalman puede funcionar como un estimador de parámetros o como un filtro exclusivamente. En ambos casos, su objetivo es mejorar la precisión de las estimaciones y reducir la influencia del ruido en los resultados (Ancizar et al. (2013)).

En Ramos Lozano et al. (2025), se describe el funcionamiento del filtro de Kalman, el cual puede dividirse en dos fases: la predicción y la corrección.

En la primera fase, la ecuación (2.8) proporciona la estimación a priori del estado, mientras que la ecuación (2.9) calcula la covarianza del error asociada a dicha estimación:

$$\hat{x}_n = A x_{n-1} + B u_n, \quad (2.8)$$

$$P_n = A P_{n-1} A^T + Q. \quad (2.9)$$

En la fase de corrección, la ecuación (2.10) determina la ganancia de Kalman, la ecuación (2.11) ajusta la estimación del estado incorporando las nuevas mediciones, y la ecuación (2.12) actualiza la covarianza del error para la estimación a posteriori:

$$K_n = P_{n,n-1} H^T (H P_{n,n-1} H^T + R_n)^{-1}, \quad (2.10)$$

$$\hat{x}_n = A \hat{x}_{n,n-1} + K_n (Y_n - H \hat{x}_n), \quad (2.11)$$

$$P_{n|n} = (I - K_n H_k) P_{k|k-1}. \quad (2.12)$$

En estas ecuaciones, K representa la ganancia de Kalman, $P_{n|n}$ la estimación de la incertidumbre para el estado actual, H es la matriz de observación, R_n corresponde a la matriz de incertidumbre de las mediciones y Y_n es el vector de mediciones.

Filtro de Kalman Extendido

Una extensión del filtro de Kalman utilizada para sistemas no lineales, es el Filtro de Kalman Extendido (EKF), el cual consiste en linealizar las ecuaciones de estado. El EKF es un observador utilizado para estimar los estados de un sistema no lineal. Una de las características principales del EKF es su capacidad para transformar un problema de filtrado no lineal en uno lineal mediante la expansión de la serie de Taylor (Marufkhani et al. (2019)). Del EKF es difícil obtener información a priori sobre las condiciones del sistema, lo que dificulta la determinación de las matrices de covarianza del ruido de estimación y del ruido del proceso en el marco del EKF (Madhukar and Prasad (2020)).

Las ecuaciones del Filtro de Kalman Extendido puede describirse mediante dos fases, las cuales son predicción y corrección como se presenta en (Salas Camacho (2022)).

En la etapa de predicción, inicia modelando el sistema no lineal:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{z}_k &= h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k.\end{aligned}\tag{2.13}$$

Si se linealiza $h(\mathbf{x}_k)$ mediante una aproximación de primer orden de la serie de Taylor, se obtiene:

$$h(\mathbf{x}_k) \approx h(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-) + J_h [\mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-],\tag{2.14}$$

donde J_h es el jacobiano de $h(\mathbf{x}_k)$ evaluado en $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$:

$$J_h = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-}.\tag{2.15}$$

En la segunda fase que es de corrección, se calcula la ganancia de Kalman como se presenta en la siguiente ecuación:

$$K_k = P_k^- J_h^T [J_h P_k^- J_h^T + R]^{-1}.\tag{2.16}$$

La estimación a posteriori del vector de estados es:

$$\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k [\mathbf{z}_k - H_k \hat{\mathbf{x}}_k^-].\tag{2.17}$$

La matriz de covarianza se :

$$P_k = [I - K_k H_k] P_k^-.\tag{2.18}$$

Por otro lado, para la función $f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$, la linealización alrededor de $\mathbf{x}_k$ usando la serie

de Taylor de primer orden se expresa como:

$$f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \approx f(\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k) + J_x [\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k], \quad (2.19)$$

donde J_x es el jacobiano de $f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ evaluado en $\hat{\mathbf{x}}_k$ y $\mathbf{u}_k$:

$$J_x = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k}. \quad (2.20)$$

La estimación a priori de los estados se calcula como:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = f(\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k). \quad (2.21)$$

Finalmente, la matriz de covarianza a priori se obtiene mediante:

$$P_{k+1}^- = J_x P_k J_x^T + Q_k. \quad (2.22)$$

Filtro de Kalman Dual Extendido

Otro enfoque que se ha desarrollado para la estimación de estados y parámetros es el DEKF. Esta variante proporciona un procedimiento de inicialización para la estimación combinada de estados y parámetros mediante el uso de dos EKF's en paralelo. El DEKF es una variante del EKF que permite estimar tanto el estado del sistema como los parámetros desconocidos del sistema. Mientras que en el EKF se estima únicamente el estado, en el DEKF se busca estimar tanto el estado como los parámetros desconocidos que pueden afectar el comportamiento del sistema (Wan and Nelson (2003)).

A continuación se presentan las ecuaciones del DEKF presentadas por (Wenzel et al. (2006)), las cuales representan el proceso de predicción, actualización y estimación de los parámetros en el filtro de Kalman Extendido Dual.

Predicción del estado:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{s_k}^- &= f(\hat{x}_{s_{k-1}}^-, u_k, \hat{x}_{p_k}^-), \\ \Phi_{s_k}^- &= J_{s_k} \Phi_{s_{k-1}}^- J_{s_k}^T + R_s. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Corrección de estados:

$$\begin{aligned} K_{s_k} &= \Phi_{s_k}^- H_s^T [\sigma_s + H_s \Phi_{s_k}^- H_s^T]^{-1}, \\ \hat{x}_{s_k} &= \hat{x}_{s_{k-1}}^- + K_{s_k} [y_k - H_s \hat{x}_{s_k}^-], \\ \Phi_{s_k} &= [I - K_{s_k} H_s] \Phi_{s_k}^-. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Predicción de parámetros:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{p_k}^- &= \hat{x}_{p_{k-1}}, \\ \Phi_{p_k}^- &= \Phi_{p_{k-1}}^- + R_p.\end{aligned}\tag{2.25}$$

Corrección de parámetros:

$$\begin{aligned}K_{p_k} &= \Phi_{p_k}^- H_p^T [\sigma_p + H_p \Phi_{p_k}^- H_p^T]^{-1}, \\ \hat{x}_{p_k} &= \hat{x}_{p_k}^- + K_{p_k} [y_k - H_s \hat{x}_{s_k}^-], \\ \Phi_{p_k} &= [I - K_{p_k} H_p] \Phi_{p_k}^-.\end{aligned}\tag{2.26}$$

De las ecuaciones anteriormente presentadas de (2.23-2.26), R_p y R_s son las matrices de covarianza del ruido del proceso especificadas por el usuario para las estimaciones de los de estados y parámetros, respectivamente; σ_s y σ_p son las matrices de covarianza del ruido de salida correspondiente. Mientras que ϕ_s y ϕ_p , son las matrices de covarianza de los errores de estimación.

2.2.3. Control adaptable

Un controlador adaptable es aquel que tiene la capacidad de ajustar su funcionamiento en función de los cambios en la dinámica del sistema y las perturbaciones que se presenten (Peña (2011)). El controlador adquiere una naturaleza no lineal debido al ajuste de los parámetros. Dado que los sistemas no lineales son complicados, es útil enfocarse en tipos específicos de sistemas (Åström and Wittenmark (2013)). Además de su capacidad de adaptación, estos controladores también pueden ser diseñados para aprender o, en otras palabras, recordar. El aprendizaje implica reconocer ciertos patrones y tomar acciones basadas en conocimientos previos o en la "memoria". Los controladores adaptables son extensiones no lineales de los integradores lineales de retroalimentación. En otras palabras, los lazos adaptables generan sus salidas al integrar funciones no lineales del error de seguimiento de las trayectorias (Chairez (2021)).

El control adaptable también se puede definir como un enfoque de diseño adecuado para aplicaciones de alto rendimiento en sistemas de control que presentan incertidumbres paramétricas. Esto significa que, se asumen que las incertidumbres en el sistema dinámico están caracterizadas por un conjunto de parámetros constantes. Sin embargo, el diseño de controladores adaptables requiere un conocimiento preciso de la estructura del sistema que se va a controlar (Kelly et al. (2005)).

Control adaptable basado en modelo

De acuerdo a (J. and Bjorn (1994)), los sistemas adaptables basados en modelo de referencia (MRAS) se emplean con el propósito de mejorar el desempeño de un sistema basándose en un modelo de referencia que indica cómo debería comportarse la salida del sistema en respuesta a una señal de control ideal. Estos sistemas constan de dos lazos de control: uno interno que actúa como un controlador de retroalimentación convencional y otro externo que modifica los parámetros del controlador para minimizar la discrepancia entre la salida real del sistema y la salida prevista por el modelo de referencia. La figura 2.1 muestra un diagrama de bloques del sistema MRAS.

El reto principal en los MRAS radica en encontrar el método adecuado para ajustar los parámetros del sistema de manera que se logre la estabilidad y se reduzca el error lo más cercano a cero.

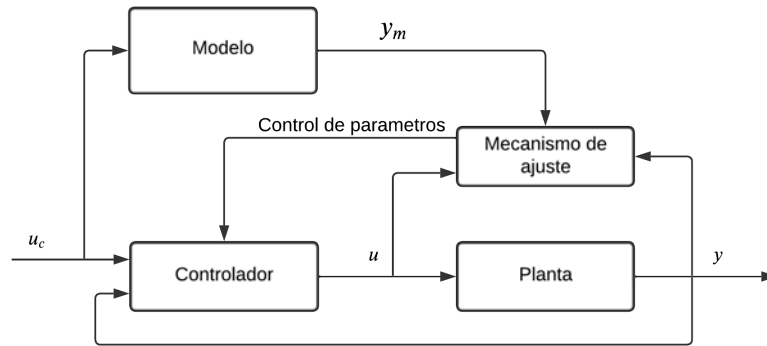


Figura 2.1: Diagrama de bloques del sistema MRAS.

En este tipo de control existe algo llamado la Regla MIT que fue uno de los enfoques iniciales desarrollados para el control adaptable por modelo de referencia. Su nombre proviene del hecho de que fue propuesta en el Laboratorio de Instrumentación del MIT (Massachusetts Institute of Technology).

Para explicar esta regla, se considera un sistema en lazo cerrado con al menos un parámetro ajustable, denotado por θ . El modelo de referencia deseado genera una salida y_m , mientras que el sistema real produce la salida y . Se define el error como $e = y - y_m$.

Se busca ajustar el parámetro θ para que el error se reduzca, minimizando una función de costo como:

$$J(\theta) = \frac{1}{2}e^2. \quad (5.1)$$

Para lograr esto, se propone modificar el parámetro en la dirección del gradiente negativo de J , lo cual lleva a la ley de adaptación:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta}. \quad (5.2)$$

Esta expresión corresponde a la conocida regla MIT. La derivada parcial $\frac{\partial e}{\partial \theta}$, llamada *derivada de sensibilidad*, indica cómo varía el error respecto al parámetro ajustable θ .

Se asume que los parámetros cambian más lentamente que las otras variables del sistema, por lo que la derivada de sensibilidad puede evaluarse considerando a θ constante.

Además de la función de costo cuadrática, también se pueden utilizar otras alternativas. Por ejemplo, si se elige:

$$J(\theta) = |e|, \quad (5.3)$$

entonces el método del gradiente produce la siguiente ley de adaptación:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta} \text{sign}(e). \quad (5.4)$$

Otra posibilidad, común en aplicaciones de telecomunicaciones por su simplicidad computacional, es el algoritmo llamado *sign-sign*:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \text{sign} \left(\frac{\partial e}{\partial \theta} \right) \text{sign}(e). \quad (2.27)$$

Control adaptable por Regulador Self-Tuning (STR)

Es aquel que con ayuda de algoritmos de estimación ajusta parámetros del controlador en función de la respuesta del sistema, un diagrama de bloques de este tipo de sistemas, es como se presenta en la figura 2.2.

De acuerdo a (J. and Bjorn (1994)), el desarrollo de un sistema de control implica una serie de actividades, que incluyen la creación de un modelo, el diseño de una estrategia de control, la implementación y la verificación. El sistema STR busca automatizar varias de estas etapas.

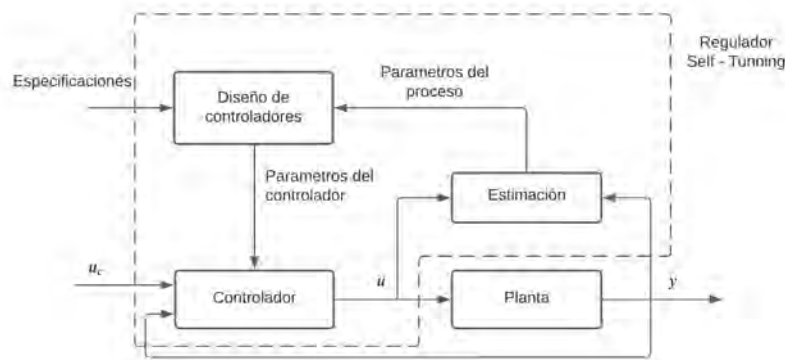


Figura 2.2: Diagrama de bloques del sistema Self-Tuning.

El controlador adaptable self-tuning es un enfoque de control en el que los parámetros de la planta se actualizan, mientras que los valores del regulador se determinan a partir de la solución del problema de diseño.

Para emplear este control, es necesario contar con un modelo del sistema. Las variaciones dentro de él pueden gestionarse integrando un método de diseño de reguladores con un procedimiento de identificación en tiempo real. Es fundamental mantener separadas tanto la parte de identificación como la de control (Godoy Ortega (2011)).

Control adaptable por ganancia programadas (Gain Scheduling)

De acuerdo a Peña (2011), el término Control por Ganancias Programadas se emplea cuando es factible identificar variables medibles que guardan una relación directa con las alteraciones en la dinámica del sistema, permitiendo ajustar los parámetros del controlador. Estos sistemas de control resultan bastante útiles en la reducción de los efectos de las variaciones en los parámetros, un diagrama de estos sistemas se presenta en la figura 2.3.

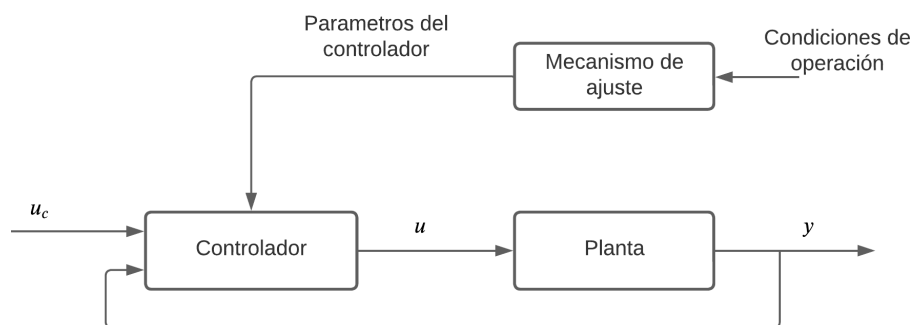


Figura 2.3: Diagrama de bloques del sistema Gain Scheduling.

2.2.4. Lemma de Barbalat

Al examinar la estabilidad de los sistemas autónomos, podemos usar principios conocidos que permiten mostrar la estabilidad a largo plazo, suponiendo que la función obtenida de la derivada de Lyapunov sea negativa definida. No obstante, estas técnicas no son adecuadas para sistemas que no son autónomos, donde las circunstancias son más complejas y con frecuencia es difícil descubrir funciones de Lyapunov con derivados adecuados.

En estas situaciones, el lema de Barbalat se convierte en un instrumento crucial. Aunque es un resultado matemático bastante sencillo, permite analizar el comportamiento asintótico de las funciones y sus derivadas en los sistemas no autónomos. Esto nos permite lograr un equilibrio en estado estacionario, incluso cuando los métodos convencionales fallan.

Para aplicaciones prácticas en control, se usa una versión del lema de Barbalat basada en una función de Lyapunov positiva definida (Eugene et al. (2013)).

Se considera un sistema típico en control adaptable representado por las siguientes ecuaciones diferenciales no autónomas:

$$\begin{aligned}\dot{e} &= -e + (\theta - \theta^*)\phi(t), \\ \dot{\theta} &= -e\phi(t).\end{aligned}\tag{2.28}$$

donde e representa el error del sistema, θ^* es un parámetro constante ideal, y $\phi(t)$ es una señal de entrada que se supone acotada en el tiempo.

Este sistema posee múltiples puntos de equilibrio dados por $(0, \theta^*)^T$. Modela una situación común en la dinámica de error de un sistema con control adaptable de primer orden. El objetivo principal es demostrar que el error $e(t)$ tiende a cero conforme pasa el tiempo, y que el parámetro adaptable $\theta(t)$ permanece acotado.

Para este fin, se propone una función de Lyapunov de forma cuadrática y que crece radialmente:

$$V(e, \theta) = e^2 + (\theta - \theta^*)^2.\tag{2.29}$$

Esta función es positiva definida. Calculamos su derivada temporal usando las ecuaciones del sistema:

$$\dot{V}(e, \theta) = 2e\dot{e} + 2(\theta - \theta^*)\dot{\theta}.\tag{2.30}$$

Sustituyendo $\dot{e}$ y $\dot{\theta}$ obtenemos:

$$\dot{V}(e, \theta) = 2e(-e + (\theta - \theta^*)\phi(t)) + 2(\theta - \theta^*)(-e\phi(t)) = -2e^2. \quad (2.31)$$

Como $\dot{V} = -2e^2 \leq 0$, la función V es no creciente y está acotada inferiormente por cero. Esto implica que $V(t)$ tiende a un valor finito. En consecuencia, las variables $e(t)$ y $\theta(t)$ permanecen acotadas para todo tiempo.

Además, como V es acotada e integrable, y $\dot{V}$ es continua (ya que depende de funciones acotadas y suaves), se puede aplicar el Lema de Barbalat. Este establece que si una función diferenciable acotada posee derivada uniforme continua e integrable, entonces su derivada tiende a cero. Así:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (-2e^2(t)) = 0. \quad (2.32)$$

De esto se deduce que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (2.33)$$

Es decir, el error e tiende asintóticamente a cero, mientras que θ se mantiene acotado. Esto valida la estabilidad del sistema bajo la ley de adaptación propuesta.

Capítulo 3

Desarrollo matemático

En este capítulo se presentará el diseño matemático del filtro de Kalman y el control adaptable, junto con sus respectivas simulaciones de cada uno de ellos. Antes de realizar el desarrollo matemático, se mostrará el equipo sobre el cual se aplicarán estos algoritmos. En la Figura 3.1 se presenta el intercambiador de calor real empleado en este trabajo.

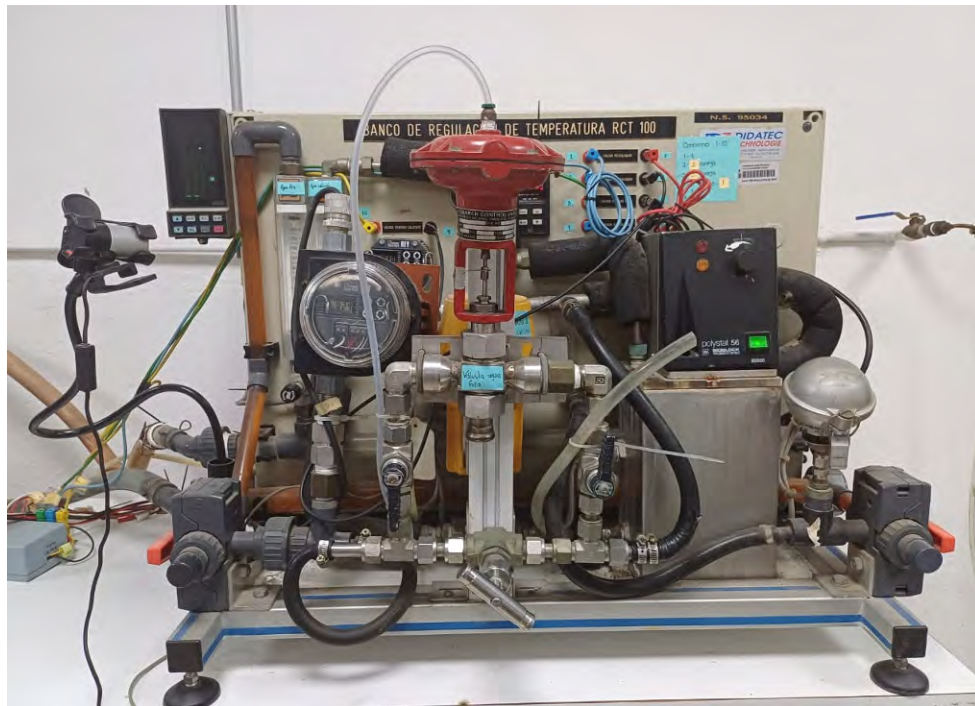


Figura 3.1: Intercambiador de calor perteneciente al cenidet.

Un esquema simplificado que muestra la dinámica del intercambiador de calor se presenta en la Figura (3.2), cuyas ecuaciones matemáticas que describen su dinámica se muestran en (2.5-2.7).

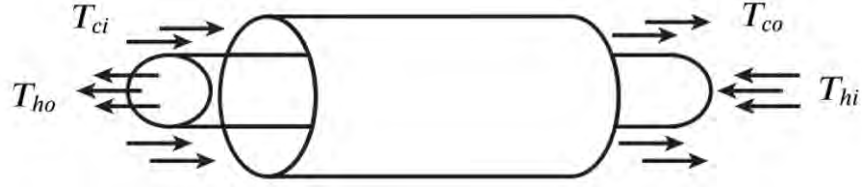


Figura 3.2: Esquema simple del intercambiador de calor con flujos a contracorriente.

3.1. Diseño del Filtro de Kalman Extendido Dual para la estimación de parámetros

En esta sección se presenta el diseño del DEKF presentado por Wenzel et al. (2006) para la estimación de estados y parámetros del intercambiador de calor de tubos concéntricos.

Para la implementación de el DEKF, se define el vector de entrada u y el vector de salida y , de la siguiente manera:

$$u = \begin{bmatrix} Wv_c \\ Wv_h \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$y = \begin{bmatrix} T_{co} \\ T_{ho} \end{bmatrix} = H_s x_s. \quad (3.2)$$

Los vectores de estado y parámetro que comprenden los estados del sistema y los parámetros desconocidos del intercambiador, respectivamente, como se muestra a continuación:

$$x_s = \begin{bmatrix} T_{co} \\ T_{ho} \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

$$x_p = \begin{bmatrix} U_c \\ U_h \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Para el diseño del DEKF, se inicia con la predicción de estados, para la cual se realiza una discretización del sistema utilizando el método de Euler, como se presenta en la ecuación (3.5):

$$\hat{x}_s^- = \begin{bmatrix} \hat{T}_{co}^- \\ \hat{T}_{ho}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{co}(t_{k-1}) \\ \hat{T}_{ho}(t_{k-1}) \end{bmatrix} + \delta \begin{bmatrix} \frac{Wv_c}{V_c} (T_{ci}(k) - T_{co}(k)) + \left(\frac{\dot{U}_c A_c}{C p_c \rho_c V_c} \right) (T_{ho}(k) - T_{co}(k)) \\ \frac{Wv_h}{V_h} (T_{hi}(k) - T_{ho}(k)) + \left(\frac{\dot{U}_h A_h}{C p_h \rho_h V_h} \right) (T_{co}(k) - T_{ho}(k)) \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Donde δ es el paso de integración.

Usando las ecuaciones presentadas en (2.5) que representan la dinámica del sistema, las matrices Jacobianas J_s y H_s para las ecuaciones de los estados y las salidas se obtienen, de la siguiente manera.

$$J_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Wv_c}{V_c} - \frac{U_c A_c}{\rho_c C p_c V_c} & \frac{U_c A_c}{\rho_c C p_c V_c} \\ \frac{U_h A_h}{\rho_h C p_h V_h} & -\frac{Wv_h}{V_h} - \frac{U_h A_h}{\rho_h C p_h V_h} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

$$H_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Sustituyendo la ecuación (3.6) en la ecuación (2.23) para obtener $\Phi_s(k)^-$, tenemos la ecuación (3.8).

$$\Phi_s(k)^- = \begin{bmatrix} -\frac{Wv_c}{V_c} - \frac{U_c A_c}{\rho_c C p_c V_c} & \frac{U_c A_c}{\rho_c C p_c V_c} \\ \frac{U_h A_h}{\rho_h C p_h V_h} & -\frac{Wv_h}{V_h} - \frac{U_h A_h}{\rho_h C p_h V_h} \end{bmatrix} \Phi_s^-(k-1) \begin{bmatrix} -\frac{Wv_c}{V_c} - \frac{U_c A_c}{\rho_c C p_c V_c} & \frac{U_c A_c}{\rho_c C p_c V_c} \\ \frac{U_h A_h}{\rho_h C p_h V_h} & -\frac{Wv_h}{V_h} - \frac{U_h A_h}{\rho_h C p_h V_h} \end{bmatrix}^T + R_s. \quad (3.8)$$

Para la corrección de los estados tenemos que:

$$K_s(k) = \Phi_s^-(k) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T \left[\sigma_s + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Phi_s^-(k) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T \right]^{-1}, \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{co}(k) \\ \hat{T}_{ho}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{co}^-(k) \\ \hat{T}_{ho}^-(k) \end{bmatrix} + K_s(k) \left[\begin{bmatrix} T_{co}(k) \\ T_{ho}(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{T}_{co}^-(k) \\ \hat{T}_{ho}^-(k) \end{bmatrix} \right], \quad (3.10)$$

$$\Phi_s(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - K_s(k) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Phi_s^-(k). \quad (3.11)$$

Reescribiendo las ecuaciones para la predicción de parámetros presentadas en (2.25), obtenemos la ecuación (3.12).

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_c^-(k) \\ \hat{U}_h^-(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_c(k-1) \\ \hat{U}_h(k-1) \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

$$\Phi_p^-(k) = \Phi_p^-(k-1) + R_p. \quad (3.13)$$

Nótese que se requiere la matriz H_p para la ecuación presentada en (2.26), la cual puede simplificarse de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} H_p &= H_s \cdot \frac{\partial f(\hat{x}_s, \hat{x}_p)}{\partial \hat{x}_p}, \\ &= H_s \begin{bmatrix} \frac{A_c}{\rho_c C_{p_c} V_c} (\hat{T}_{ho}(k) - \hat{T}_{co}(k)) & 0 \\ 0 & \frac{A_h}{\rho_h C_{p_h} V_h} (\hat{T}_{co}(k) - \hat{T}_{ho}(k)) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Realizando la sustitución de variables correspondiente para la corrección de parámetros, tenemos que:

$$\begin{aligned} K_p(k) &= \Phi_p^-(k) \begin{bmatrix} \frac{A_c}{\rho_c C_{p_c} V_c} (\hat{T}_{ho}(k) - \hat{T}_{co}(k)) & 0 \\ 0 & \frac{A_h}{\rho_h C_{p_h} V_h} (\hat{T}_{co}(k) - \hat{T}_{ho}(k)) \end{bmatrix}^T \\ &\quad \left[\sigma_p + \begin{bmatrix} \frac{A_c}{\rho_c C_{p_c} V_c} (\hat{T}_{ho}(k) - \hat{T}_{co}(k)) & 0 \\ 0 & \frac{A_h}{\rho_h C_{p_h} V_h} (\hat{T}_{co}(k) - \hat{T}_{ho}(k)) \end{bmatrix} \right]^{-1} \\ &\quad \Phi_p^-(k) \begin{bmatrix} \frac{A_c}{\rho_c C_{p_c} V_c} (\hat{T}_{ho}(k) - \hat{T}_{co}(k)) & 0 \\ 0 & \frac{A_h}{\rho_h C_{p_h} V_h} (\hat{T}_{co}(k) - \hat{T}_{ho}(k)) \end{bmatrix}^T \Big]^{-1}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_c(k) \\ \hat{U}_h(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_c(k)^- \\ \hat{U}_h(k)^- \end{bmatrix} + K_p(k) \left[\begin{bmatrix} T_{co}(k) \\ T_{ho}(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{T}_{co}^-(k) \\ \hat{T}_{ho}^-(k) \end{bmatrix} \right], \quad (3.16)$$

$$\Phi_p(k) = \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - K_p(k) \begin{bmatrix} \frac{A_c}{\rho_c C_{p_c} V_c} (\hat{T}_{ho}(k) - \hat{T}_{co}(k)) & 0 \\ 0 & \frac{A_h}{\rho_h C_{p_h} V_h} (\hat{T}_{co}(k) - \hat{T}_{ho}(k)) \end{bmatrix} \right] \Phi_p^-(k). \quad (3.17)$$

3.1.1. Simulación del Filtro de Kalman Extendido Dual

En este apartado se presenta la simulación del DEKF aplicado a un intercambiador de calor de flujo a contracorriente. El objetivo de la simulación es evaluar la capacidad

del DEKF para estimar tanto las temperaturas en distintos puntos del sistema como el coeficiente de transferencia de calor. Para la simulación, se utilizó una serie de datos experimentales obtenidos del intercambiador de calor bajo diferentes condiciones operativas. Esta serie incluye mediciones de temperatura en distintos puntos del sistema, así como otras variables relevantes para la modelación térmica. El modelo matemático del intercambiador de calor se basa en ecuaciones de balance de energía y transferencia de calor, que describen la evolución de las temperaturas en función del flujo de fluido y las propiedades térmicas del sistema. Dicho modelo se emplea dentro del DEKF, donde se actualizan tanto los estados como los parámetros mediante el proceso de predicción y corrección del filtro.

La implementación del DEKF se realizó en MATLAB utilizando una tira de datos del intercambiador de calor, donde se configuraron las matrices de estado, covarianza y ruido, considerando incertidumbres en las mediciones y en la dinámica del sistema.

En la figura 3.3 se puede observar el comportamiento de las temperaturas del flujo de agua fría y caliente de salida. En la figura se muestran las estimaciones realizadas bajo las condiciones de operación antes mencionadas mediante el filtro de Kalman (representados por una línea verde discontinua) y mediante ecuaciones algebraicas (representados por una línea azul continua). Como se puede observar en la figura ambas temperaturas presentaron una dinámica muy similar a la dinámica de la temperatura real de cada uno de los fluidos.

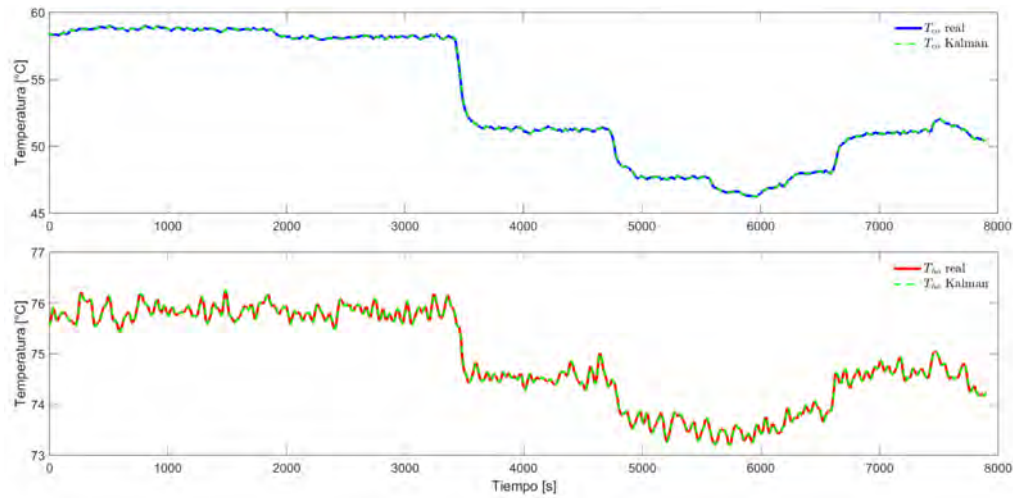


Figura 3.3: Temperaturas de salida real y estimadas con el DEKF.

En la Tabla 3.1, se presentan los errores medios absolutos entre las temperaturas medidas y las estimadas, además del error cuadrático medio (ECM) obtenidos en la estimación de las temperaturas del intercambiador de calor. Estos errores fueron ordenados teniendo

en cuenta los cambios de referencia realizados durante la prueba.

Tabla 3.1: Errores entre las temperaturas medidas y las estimadas del intercambiador de calor.

Temperatura [°C]	Error Agua fría	Error Agua caliente	ECM Agua fría	ECM Agua caliente
75.55	0.0040	0.0106	0.00003	0.00017
74.60	0.0089	0.0099	0.00033	0.00015
73.70	0.0058	0.0105	0.00087	0.00015
74.50	0.0067	0.0093	0.00097	0.00015
75.20	0.0084	0.0111	0.00030	0.00018

En la figura 3.4 se puede observar el comportamiento de los coeficiente de transferencia de calor. En la figura se muestran las estimaciones realizadas bajo las condiciones de operación antes mencionadas mediante el filtro de Kalman (representados por una línea verde discontinua) y mediante ecuaciones algebraicas (representados por una línea azul continua). Como se puede observar en la figura ambos coeficientes presentaron una dinámica muy similar a la dinámica de la temperatura de cada uno de los fluidos. Además, de su estrecha relación y dependencia con los flujos de alimentación de agua. El coeficiente con mayor variación fue el correspondiente al flujo de agua fría, ya que esta es la variable controlada. En cambio, el coeficiente del flujo de agua caliente se mantuvo dentro de un rango entre $1100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ y $1500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$.

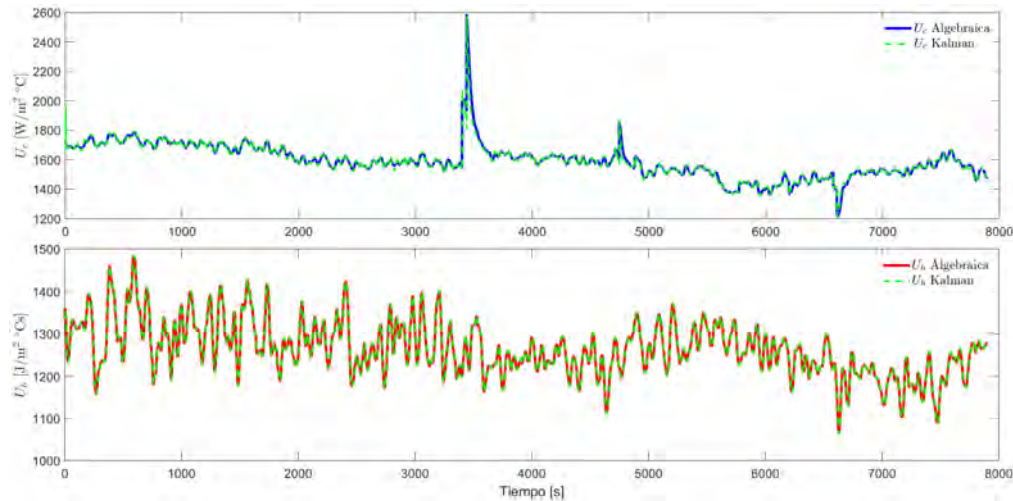


Figura 3.4: Coeficientes de transferencia de calor algebraicos y estimados con el DEKF.

En la Tabla 3.2, se presentan los errores medios absolutos entre los coeficientes obtenidos utilizando las ecuaciones algebraicas y el filtro de Kalman, además, los ECM obtenidos

en la estimación del coeficiente de transferencia de calor. Estos errores fueron ordenados teniendo en cuenta los cambios de punto de operación realizados durante la prueba. En los resultados, se observa que el error de estimación del coeficiente de calor en el flujo de agua fría es consistentemente mayor que del flujo de agua caliente. Este comportamiento puede atribuirse a la variación del flujo de alimentación del agua fría debida a los cambios de puntos de operación del intercambiador de calor.

Tabla 3.2: Errores de los coeficientes de transferencia de calor calculados algebraicamente y con el DEKF.

Temperatura [°C]	Error Agua fría	Error Agua caliente	ECM Agua fría	ECM Agua caliente
75.55	7.3219	3.8553	175.1560	23.1257
74.60	13.1819	2.6294	1206.1000	10.9028
73.70	7.2508	2.5192	181.4086	9.2796
74.50	8.7739	2.4042	185.9183	10.6033
75.20	13.1608	3.7076	797.4464	21.1453

La simulación del DEKF permitió evaluar su desempeño en la estimación de temperaturas y del coeficiente de transferencia de calor en un intercambiador de calor de flujo a contracorriente. Los resultados obtenidos muestran que el DEKF logró estimaciones precisas, con errores absolutos y cuadrados medios (ECM) bajos tanto para las temperaturas como para los coeficientes de transferencia de calor.

Los coeficientes de transferencia de calor estimados presentaron una fuerte dependencia con los flujos de agua, y se observó que el coeficiente asociado al flujo de agua fría mostró mayor variabilidad debido a que esta es la variable controlada. En contraste, el coeficiente del flujo de agua caliente se mantuvo dentro de un rango más estable. Estos resultados confirman la capacidad del DEKF para capturar las dinámicas térmicas del sistema y reflejar cambios en las condiciones operativas, lo que es esencial para su aplicación en el control adaptable.

Los resultados obtenidos permitirán validar la capacidad del DEKF para proporcionar estimaciones precisas. Además, esta simulación servirá como base para la implementación experimental del filtro en el sistema físico.

3.2. Control adaptable

La ecuación de un modelo no lineal en la forma general presentada por Yan et al. (2009) es la que se muestra en la ecuación (3.18).

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t)) + G\tilde{u}(t), \\ y(t) &= \hat{h}(x(t)).\end{aligned}\tag{3.18}$$

Para el diseño de la ley de control, el modelo consiste en dos variables de estado $(x_1, x_2) = (T_{co}, T_{ho})$, una variable manipulable (Wv_c) y dos salidas (T_{co} y T_{ho}). A partir de esta definición y presentando el sistema de la misma forma que en la ecuación (3.18), se obtiene la ecuación (3.19).

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\hat{U}_c A_c}{C_{p_c} \rho_c V_c} T_{ho}(t) - T_{co}(t) \\ \frac{\hat{U}_h A_h}{C_{p_h} \rho_h V_h} T_{co}(t) - T_{ho}(t) \end{bmatrix}}_f + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{T_{ci}(t) - T_{co}(t)}{V_c} & 0 \\ 0 & \frac{T_{hi}(t) - T_{ho}(t)}{V_h} \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} Wv_c \\ Wv_h \end{bmatrix}}_{\tilde{u}},\tag{3.19}$$

$$y = \hat{h}(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ h(x) \end{bmatrix}.\tag{3.20}$$

Donde tenemos que $h(x) = -\frac{Wm_h C_{p_h}(x_2 - T_{hi})}{U_h A_h} + x_1$.

Para el diseño de la ley de control, asumimos que existen incertidumbres constantes de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1 + g_1 \tilde{u}_1 + d_1, \\ \dot{x}_2(t) &= f_2 + g_2 \tilde{u}_2 + d_2.\end{aligned}\tag{3.21}$$

Usando las ecuaciones del balance de energía del intercambiador de calor tenemos la ecuación (3.22):

$$\begin{aligned}\dot{T}_{co}(t) &= \frac{\hat{U}_c A_c}{C_{p_c} \rho_c V_c} (T_{ho}(t) - T_{co}(t)) + \frac{Wv_c}{V_c} (T_{ci}(t) - T_{co}(t)) + d_1, \\ \dot{T}_{ho}(t) &= \frac{\hat{U}_h A_h}{C_{p_h} \rho_h V_h} T_{co}(t) - T_{ho}(t) + \frac{Wv_h}{V_h} (T_{hi}(t) - T_{ho}(t)) + d_2.\end{aligned}\tag{3.22}$$

Definiendo el error, solo tomamos en cuenta el error en la segunda variable de estado, ya que es la que deseamos controlar. Así, tenemos que $e_2 = y_2 - r$, donde r es el set point. La dinámica del error de la variable de estado a controlar está definida por la derivada del error, $\dot{e}_2 = \dot{y}_2$.

$$\begin{aligned}
\dot{e}_2 &= \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2} \dot{x}_2, \\
&= \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2} f_2 \right) + \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} g_1 \tilde{u}_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2} g_2 \tilde{u}_2 \right) + \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} d_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2} d_2 \right), \\
&= \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \left(\frac{\hat{U}_c A_c}{C p_c \rho_c V_c} T_{ho}(t) - T_{co}(t) \right) + \frac{\partial h}{\partial x_2} \left(\frac{\hat{U}_h A_h}{C p_h \rho_h V_h} T_{co}(t) - T_{ho}(t) \right) \right) \\
&+ \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \left(\frac{T_{ci}(t) - T_{co}(t)}{V_c} \right) W v_c + \frac{\partial h}{\partial x_2} \left(\frac{T_{hi}(t) - T_{ho}(t)}{V_h} \right) W v_h \right) \\
&+ \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} d_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2} d_2 \right). \tag{3.23}
\end{aligned}$$

Reescribiendo la ecuación (3.23) con un cambio de variable, queda de la siguiente forma.

$$\dot{e}_2 = l_k f + l_{k2} g_2^T \tilde{u}_2 + l_{k1} g_1^T \tilde{u}_1 + l_k \theta. \tag{3.24}$$

Donde:

- $l_k = \begin{bmatrix} l_{k1} & l_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{bmatrix}.$
- $f = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\hat{U}_c A_c}{C p_c \rho_c V_c} T_{ho}(t) - T_{co}(t) & \frac{\hat{U}_h A_h}{C p_h \rho_h V_h} T_{co}(t) - T_{ho}(t) \end{bmatrix}^T.$
- $\theta = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 \end{bmatrix}^T.$

Se considera que el valor para $l_{ki} g_i$ depende de las variables de estado x . Por lo tanto, asumimos que $l_{ki} g_i$ y g_i existe para cada rango de las variables de estado. Así que las ecuaciones anteriores pueden ser reescritas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_2 &= l_{k1} g_1^T \left[(l_{k1} g_1^T)^{-1} l_k f + (l_{k1} g_1^T)^{-1} l_{k2} g_2^T \tilde{u}_2 + \tilde{u}_1 + (l_{k1} g_1^T)^{-1} (l_k \theta) \right], \\
&= \left[\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0 \right) \left(\frac{T_{ci}(t) - T_{co}(t)}{V_c} \ 0 \right)^T \right] \left[\left(\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0 \right) \left(\frac{T_{ci}(t) - T_{co}(t)}{V_c} \ 0 \right)^T \right)^{-1} \right. \\
&\quad \left(\frac{\hat{U}_c A_c}{C p_c \rho_c V_c} T_{ho}(t) - T_{co}(t) \ \frac{\hat{U}_h A_h}{C p_h \rho_h V_h} T_{co}(t) - T_{ho}(t) \right) \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ \frac{\partial h}{\partial x_2} \right) \\
&\quad + \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0 \right) \left(\frac{T_{ci}(t) - T_{co}(t)}{V_c} \ 0 \right)^T \right)^{-1} \left(\left(0 \ \frac{\partial h}{\partial x_2} \right) \left(0 \ \frac{T_{hi}(t) - T_{ho}(t)}{V_h} \right)^T \begin{pmatrix} 0 \\ W v_h \end{pmatrix} \right) \\
&\quad \left. + \begin{pmatrix} W v_c \\ 0 \end{pmatrix} + \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0 \right) \left(\frac{T_{ci}(t) - T_{co}(t)}{V_c} \ 0 \right)^T \right)^{-1} \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ \frac{\partial h}{\partial x_2} \right) \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \right]. \tag{3.25}
\end{aligned}$$

Dado que θ es un parámetro desconocido, como se menciona en el lema de Barbalat, la dinámica del error en lazo cerrado para una ley de control adaptable con un parámetro desconocido se calcula de la siguiente manera Eugene et al. (2013).

$$\dot{e} = -e + \Theta\psi. \quad (3.26)$$

Donde Θ es el parámetro del error y ψ es una función acotada del tiempo t de tal forma que nuestro sistema queda representado de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= -Ce_2 + (\theta - \hat{\theta})^T l_k^T, \\ &= -C(y_2 - r) + \left(\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{pmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Donde $C > 0$ representa una constante.

Una vez propuesta la dinámica del error en lazo cerrado para una ley de control adaptable con un parámetro desconocido, se sustituye en la ecuación (3.25) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} -C \cdot e_2 + (\theta - \hat{\theta}) l_k^T &= l_{k1} g_1^T \left[(l_{k1} g_1^T)^{-1} l_k f + (l_{k1} g_1^T)^{-1} l_{k2} g_2^T \tilde{u}_2 \right. \\ &\quad \left. + \tilde{u}_1 + (l_{k1} g_1^T)^{-1} (l_k \theta) \right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Reescribiendo:

$$\begin{aligned} &-C(y_2 - r) + \left(\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{pmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{bmatrix}^T \\ &= \left[\begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ci}(t) - T_{co}(t) \\ V_c \end{pmatrix} 0 \right)^T \left[\begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ci}(t) - T_{co}(t) \\ V_c \end{pmatrix} 0 \right)^T \right]^{-1} \\ &\quad \left(\frac{\tilde{U}_c A_c}{C p_c \rho_c V_c} T_{ho}(t) - T_{co}(t) \frac{\tilde{U}_h A_h}{C p_h \rho_h V_h} T_{co}(t) - T_{ho}(t) \right) \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{pmatrix} \\ &\quad + \left(\begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ci}(t) - T_{co}(t) \\ V_c \end{pmatrix} 0 \right)^T \right]^{-1} \left(\begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{hi}(t) - T_{ho}(t) \\ V_h \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} 0 \\ W v_h \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} W v_c \\ 0 \end{pmatrix} + \left(\begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{ci}(t) - T_{co}(t) \\ V_c \end{pmatrix} 0 \right)^T \right]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \Bigg]. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Despejando $\tilde{u}_1$ de la ecuación (3.28), la señal de control puede ser representada como se muestra en la ecuación número (3.30), ya que solo hay una entrada de control $\tilde{u}_1$.

$$\begin{aligned}
\tilde{u}_1 &= -C(l_{k1}g_1^T)^{-1}e_2 - (l_{k1}g_1^T)^{-1}l_k f - (l_{k1}g_1^T)^{-1}l_{k2}g_2^T\tilde{u}_2 - (l_{k1}g_1^T)^{-1}(l_k\hat{\theta}), \\
&= -C\left(\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0\right)\left(\frac{T_{ci}(t)-T_{co}(t)}{V_c} \ 0\right)^T\right)^{-1}(y_2 - r) - \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0\right)\left(\frac{T_{ci}(t)-T_{co}(t)}{V_c} \ 0\right)^T\right)^{-1} \\
&\quad \left(\left(\frac{\dot{U}_c A_c}{C p_c \rho_c V_c} T_{ho}(t) - T_{co}(t) \ \frac{\dot{U}_h A_h}{C p_h \rho_h V_h} T_{co}(t) - T_{ho}(t)\right)\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ \frac{\partial h}{\partial x_2}\right)\right) \\
&\quad - \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0\right)\left(\frac{T_{ci}(t)-T_{co}(t)}{V_c} \ 0\right)^T\right)^{-1}\left(\left(0 \ \frac{\partial h}{\partial x_2}\right)\left(0 \ \frac{T_{hi}(t)-T_{ho}(t)}{V_h}\right)^T\left(Wv_h^0\right)\right) \\
&\quad - \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ 0\right)\left(\frac{T_{ci}(t)-T_{co}(t)}{V_c} \ 0\right)^T\right)^{-1}\left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \ \frac{\partial h}{\partial x_2}\right)\begin{pmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{pmatrix} \Bigg].
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Para poder estimar el parámetro desconocido θ se define la siguiente ecuación de Lyapunov considerando que $\dot{V} \leq 0$.

$$V = \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2q}(\theta - \hat{\theta})^T(\theta - \hat{\theta}), \tag{3.31}$$

$$\dot{V} = e_2 \dot{e}_2 + \frac{1}{q}(\theta - \hat{\theta})^T(-\dot{\hat{\theta}}). \tag{3.32}$$

Dado que V es una función continua de e , $\hat{\theta}$, esto garantiza que $V(0)$ está acotado para cualquier valor inicial de $e(0)$, $\hat{\theta}(0)$, es decir, $V(0) < \infty$. Sustituyendo la ecuación (3.27) en (3.32) tenemos que:

$$\dot{V} = e_2 \left(-C e_2 + (\theta - \hat{\theta})^T \cdot \tilde{l}_k^T \right) + \frac{1}{q}(\theta - \hat{\theta})^T(-\dot{\hat{\theta}}), \tag{3.33}$$

$$\dot{V} = -C e_2^2 + e_2 (\theta - \hat{\theta})^T \tilde{l}_k^T + \frac{1}{q}(\theta - \hat{\theta})^T(-\dot{\hat{\theta}}), \tag{3.34}$$

$$\dot{V} = -C e_2^2 + \frac{1}{q}(\theta - \hat{\theta})^T \left(q \tilde{l}_k^T e_2 - \dot{\hat{\theta}} \right). \tag{3.35}$$

Considerando de la ecuación (3.35), que $\dot{V} \leq 0$ y $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$. La ley de actualización paramétrica es la siguiente.

$$\left(ql_k^T e_2 - \dot{\hat{\theta}}\right) = 0, \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= (ql_k^T e_2), \\ &= \left(q \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h}{\partial x_2} \right]^T (y_2 - r)\right). \end{aligned} \quad (3.37)$$

Donde el término q representa la tasa de adaptación o velocidad de cambio, la cual debe ser $q > 0$.

3.2.1. Simulación del Control

En este apartado se mostraran la simulación del control adaptable en el intercambiador de calor, para esto se tomó en cuenta el flujo máximo de agua fría que puede suministrar el intercambiador de calor , el cual es de $1.3333 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$.

Para la simulación se utilizaron los siguientes parámetros y condiciones iniciales:

Parámetro	Valor
T_{ci}	30 °C
T_{hi}	78.4 °C
T_{co}	50 °C
T_{ho}	74 °C
ρ_c	988.0088 kg/m^3
ρ_h	975.4234 kg/m^3
Cp_c	4179.8 W/Ckg
Cp_h	4191.0 W/Ckg
Parámetros constantes	
A_c	0.154 m^2
A_h	0.124 m^2
V_c	0.000135 m^3
V_h	$1.5512 \times 10^{-5} \text{ m}^3$
Wv_h	$1.6666 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

Tabla 3.3: Condiciones iniciales y parámetros de la simulación.

Los demás datos, como ρ y Cp , entre otros, fueron calculados dentro de la simula-

ción con la ayuda de la función XSteam (Holmgren (2007)), proporcionando valores en cada iteración. El punto de referencia utilizado para T_{ho} fue de 74 °C, realizándose posteriormente un cambio de referencia a 73 °C (figura 3.5) y considerando una perturbación constante de 2 °C en T_{ci} para observar el comportamiento de la ley de control (figura 3.6) y el efecto en las temperaturas.

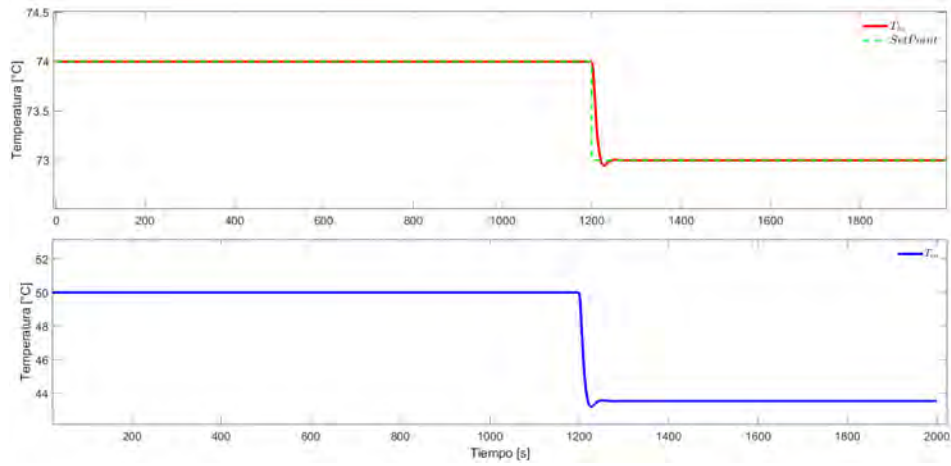


Figura 3.5: Temperaturas de salida

Como se puede observar, la temperatura de T_{ho} se encuentra en su punto de referencia. Posteriormente, al realizar el cambio de referencia se genera un pequeño pico en la temperatura para luego estabilizarse.

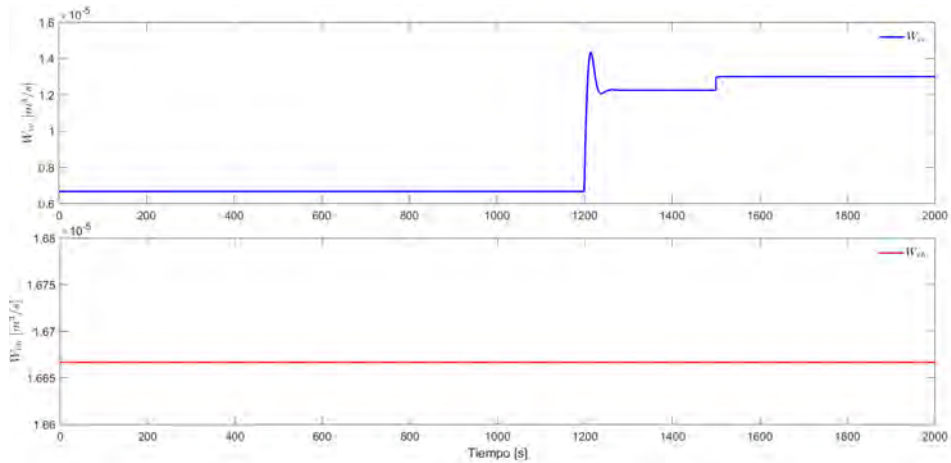


Figura 3.6: Señal de control aplicada durante la prueba.

El comportamiento general de la señal de control, como se puede observar, muestra que

el flujo suministrado para cada setpoint y la perturbación presentada en T_{ci} se encuentra aún dentro del rango de operación del intercambiador de calor. Aunque se presentan algunos sobretiro en la gráfica, estos no afectarían demasiado al sistema físico debido a su rapidez. Además, estos no podrían suavizarse más sin comprometer el flujo controlado.

Otras pruebas fueron realizadas, además de que se agregó ruido blanco al sistema simulado, este ruido estaba dentro de un rango de $-0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

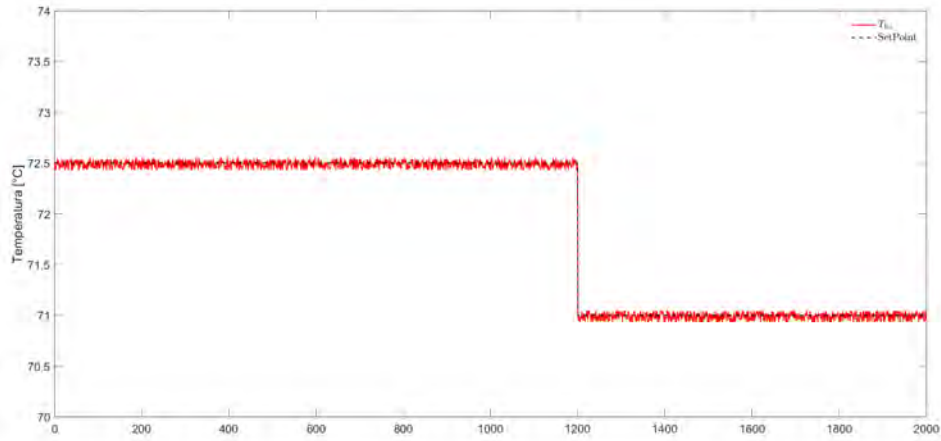


Figura 3.7: Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Como se puede observar, la temperatura inicial del agua caliente en $72.3\text{ }^{\circ}\text{C}$. Esta temperatura es en su estado estable para el agua caliente. Después, se hizo un cambio en la referencia a 71°C para la temperatura del agua caliente, en el cual la temperatura se mantuvo alrededor de $71\text{ }^{\circ}\text{C}$ esto debido a las perturbaciones.

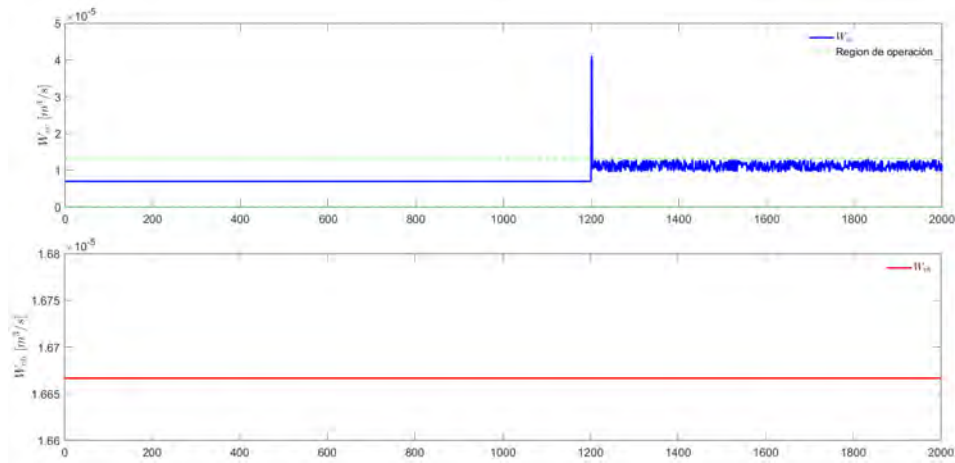


Figura 3.8: Señal de control.

En la figura (3.8) se presenta el comportamiento de la señal de control. Como se puede observar, la señal obtenida es constante; sin embargo, al realizar el cambio de referencia, esta empieza a variar. El sobretiro que se aprecia es debido al cambio repentino en la referencia. No obstante, después regresa a su región de operación dada por el intercambiador de calor. Si bien esta señal puede verse de esa manera, en la simulación se puede observar que controla la temperatura deseada.

Otra prueba realizada fue modificando el ruido. En este caso, el ruido aumentó un poco más, manteniéndose en un rango de $-0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y modificando el punto de operación de $74.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $73.5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

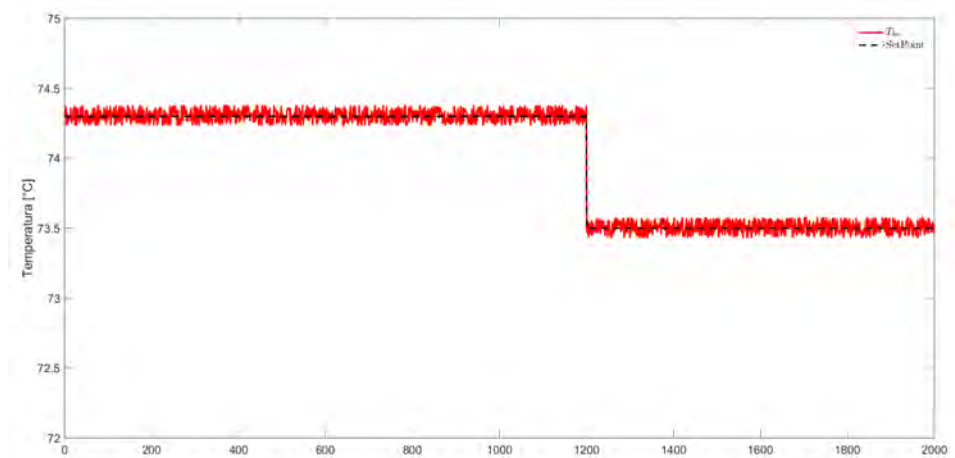


Figura 3.9: Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Como se puede observar, la temperatura de T_{ho} llega al punto de operación deseado, variando un poco debido al ruido. En cuanto a la ley de control mostrada en la figura (3.10), se puede observar que el sobretiro se mantiene presente siempre que se realiza el cambio de referencia. Sin embargo, después la señal se mantiene dentro del rango de operación del intercambiador.

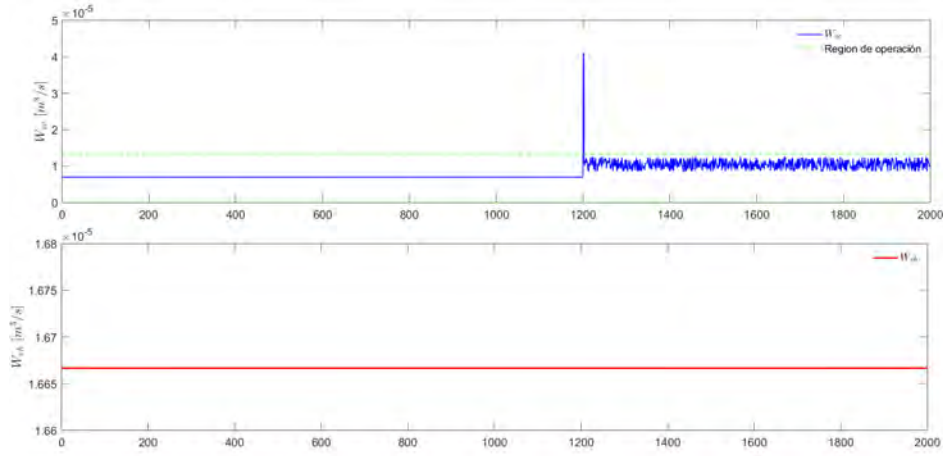


Figura 3.10: Señal de control

Las siguientes pruebas realizadas fueron agregando una perturbación a la temperatura T_{ci} . En este caso, el ruido mantuvo en un rango de $-0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y el punto de operación a $73.5\text{ }^{\circ}\text{C}$. La perturbación agregada fue de un grado centígrado más a la temperatura de entrada de agua fría, tal que $T_{ci} = 31.6\text{ }^{\circ}\text{C}$, teniendo como resultado la figura (3.11) donde se muestra en la grafica superior la dinámica de la temperatura de T_{ho} donde esta llega al punto de referencia deseado, variando un poco debido a la perturbación. Además, en la gráfica inferior muestra la temperatura de salida del agua de enfriamiento T_{co} en la que se observa que la perturbación no fue demasiado grande para mostrar un cambio significativo en la temperatura.

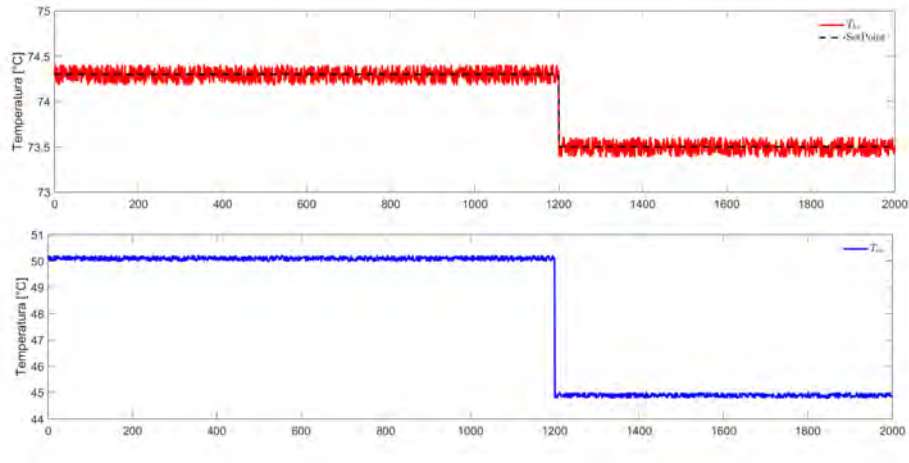


Figura 3.11: Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de 0.5 °C y perturbación en T_{ci} .

En cuanto a la ley de control (3.12), se puede observar que el sobretiro se mantiene presente siempre que se realiza el cambio de referencia. Sin embargo, después la señal se mantiene dentro del rango de operación del intercambiador.

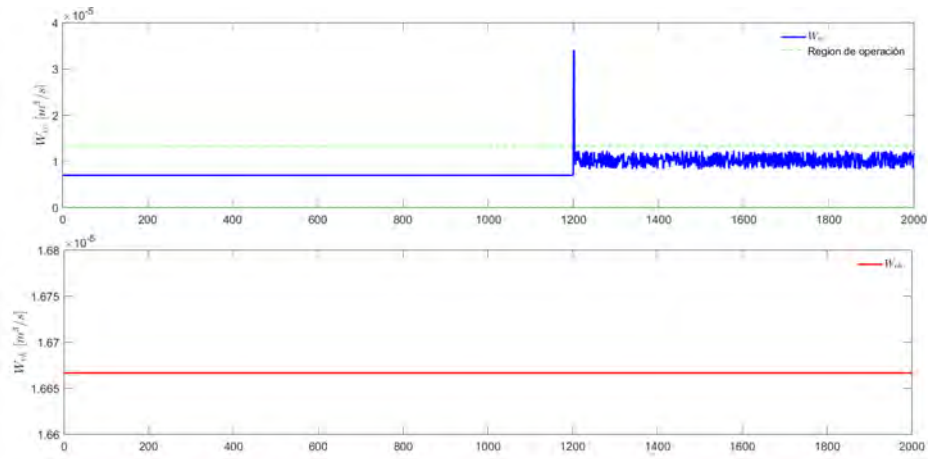


Figura 3.12: Señal de control.

La siguiente prueba es muy similar a la anterior. Sin embargo, la perturbación presentada es de 2 °C más, tal que $T_{ci} = 32.6$ °C, teniendo como resultado la figura (3.13).

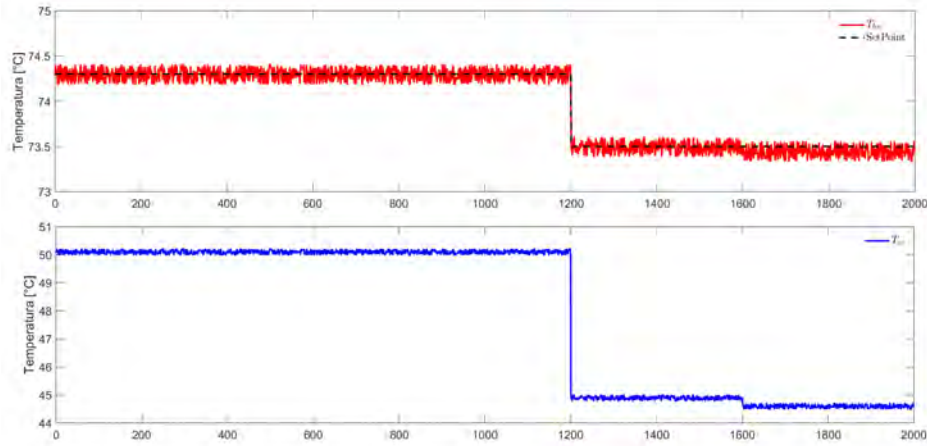


Figura 3.13: Dinámica presentada en T_{ho} con ruido blanco de $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y perturbación en T_{hi} .

Como se puede observar, en la gráfica superior, la temperatura de T_{ho} llega al punto de operación deseado, variando un poco debido a la perturbación. En la gráfica inferior perteneciente a la temperatura de salida del agua de enfriamiento T_{co} , podemos observar que la perturbación ya es un poco más notable para T_{co} . Sin embargo, no fue demasiada para poder mostrar un gran cambio en la temperatura.

En cuanto a la ley de control (3.14), se puede observar que el sobretiro se mantiene presente siempre que se realiza el cambio de referencia. Sin embargo, después la señal se mantiene dentro del rango de operación del intercambiador.

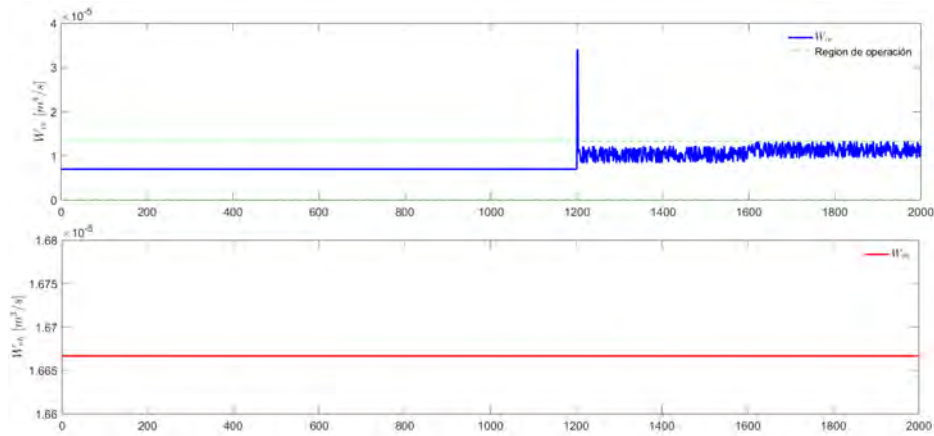


Figura 3.14: Señal de control.

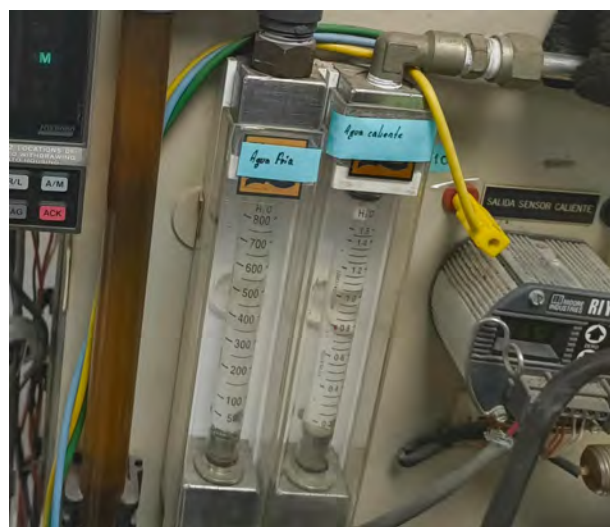
Capítulo 4

Resultados experimentales

Las siguientes pruebas experimentales muestran la capacidad del DEKF para estimar los coeficientes de transferencia de calor en tiempo real y del controlador adaptable para regular de manera eficiente la temperatura de salida de agua caliente en el intercambiador de calor bajo diferentes condiciones de operación. Las pruebas experimentales se desarrollaron bajo dos condiciones de operación. La primera, con el equipo con ensuciamiento, donde existían residuos orgánicos que afectaban a su funcionamiento como se muestra en la figura 4.1a ; y la segunda, con el equipo limpio, es decir, en condiciones óptimas de limpieza como se muestra en la figura 4.1b.



(a) Equipo con ensuciamiento.



(b) Equipo limpio.

Figura 4.1: Intercambiador de calor con y sin ensuciamiento.

4.1. Implementación

Tomando como base el diseño previamente desarrollado del DEKF y el controlador adaptable, se realizó su implementación en el intercambiador de calor. La implementación incluyó el uso de una NI DAQ 6008 para la adquisición de señales y el control de los actuadores. El código de los algoritmos fue inicialmente programado en MATLAB y luego trasladado a un MatScript dentro de LabVIEW, permitiendo la comunicación con el hardware del intercambiador de calor.

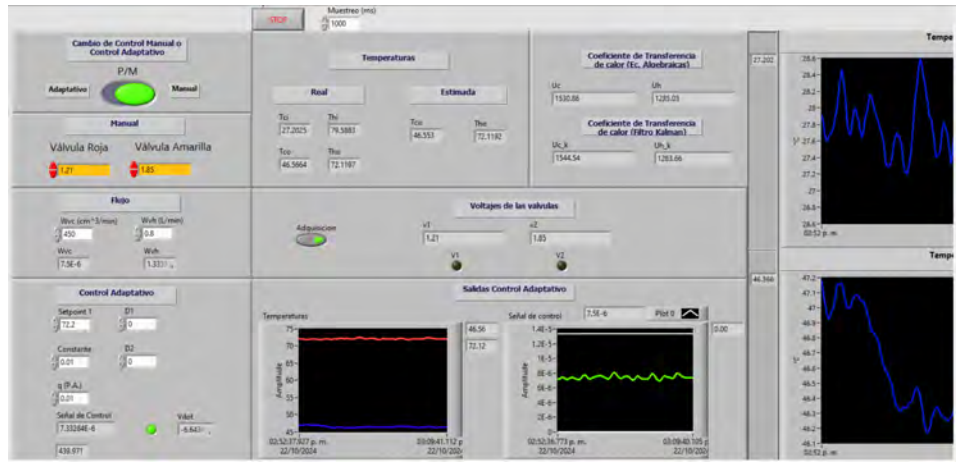


Figura 4.2: Vista Frontal del programa de LabVIEW.

4.2. Resultados experimentales con ensuciamiento en el sistema

Las condiciones utilizadas para las pruebas experimentales con el equipo con ensuciamiento, fueron las siguientes.

- Las temperaturas de entrada T_{ci} oscilaron alrededor de $27.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $28\text{ }^{\circ}\text{C}$ al realizar la prueba a medio día con una desviación estándar de $0.2967\text{ }^{\circ}\text{C}$. Mientras que T_{hi} se mantuvo entre $79.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $80.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ con una desviación estándar de $0.0920\text{ }^{\circ}\text{C}$. Dicho comportamiento de ambas temperaturas se muestra en la figura 4.3.
- El valor de la constante C se mantuvo en 1×10^{-5} .
- El valor de la ganancia de retroalimentación q fue de 0.01 .
- El setpoint inicial fue de $75.55\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- El flujo de agua caliente se mantuvo en $1.33333 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

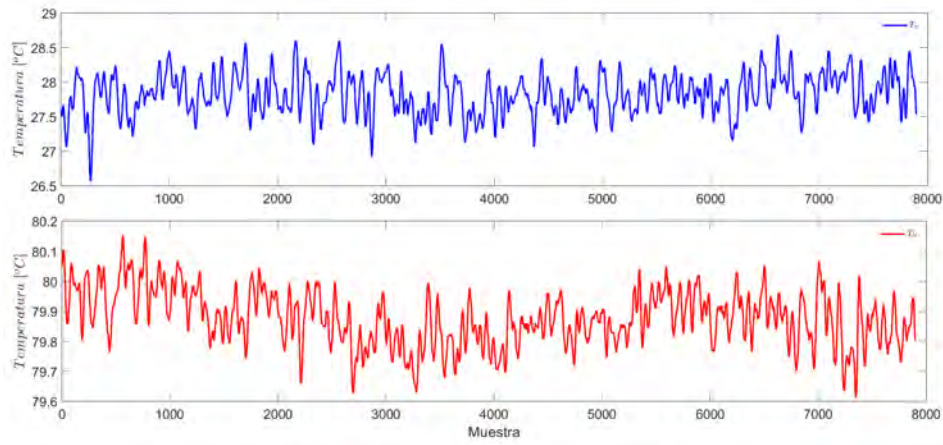
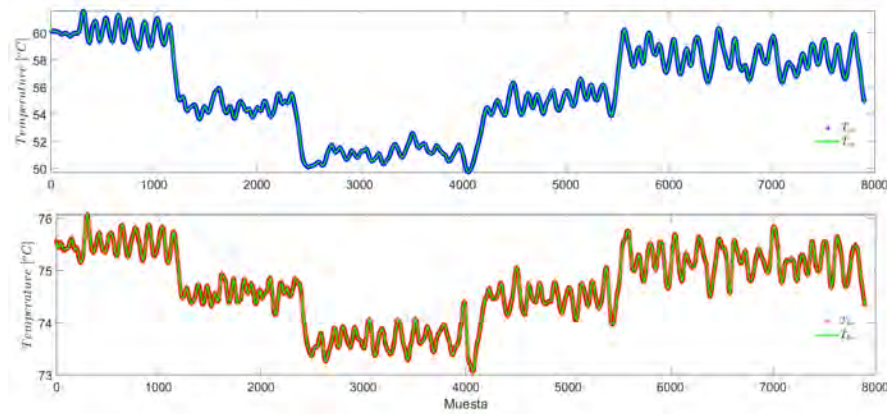


Figura 4.3: Temperaturas de entrada del intercambiador con el equipo con ensuciamiento.

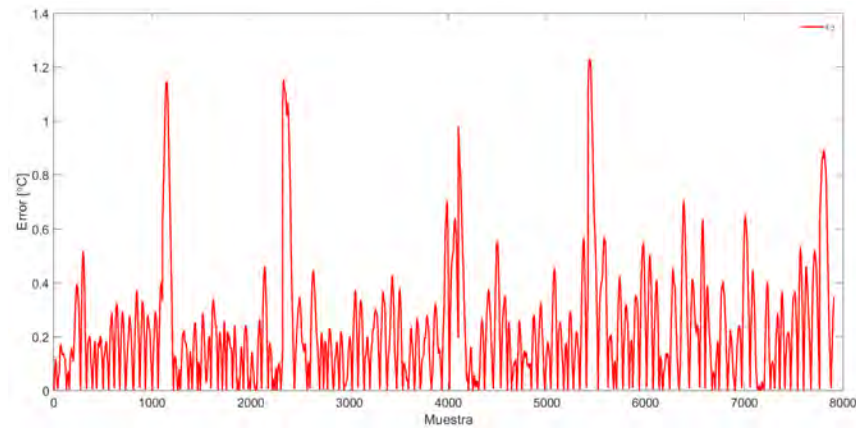
En la figura 4.4, se muestran dos gráficas que representan las temperaturas de salida de agua fría y caliente, T_{co} y T_{ho} , respectivamente. En la gráfica superior, la cual corresponde a T_{co} , se muestra el comportamiento que presentó esta variable durante el desarrollo de la prueba con respecto a los cambios de puntos de operación realizados en la variable T_{ho} . Por otro lado, en la gráfica inferior, la cual corresponde a T_{ho} , donde se muestra la respuesta que presentó esta variable con respecto a los cambios de puntos de operación que se realizaron durante la prueba. Posteriormente, se realizó un cambio de referencia, bajando la temperatura a 74.6 °C. Luego, se redujo aún más la temperatura hasta 73.7 °C. Después, se aumentó nuevamente la temperatura a 74.5 °C, y tras un tiempo, el punto de referencia se ajustó de nuevo para alcanzar los 75.5 °C. Dichos puntos de operación (PO) se resumen en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Puntos de operación en la prueba con el equipo con ensuciamiento.

PO1	PO2	PO3	PO4	PO5
75.55	74.60	73.70	74.50	75.20

**Figura 4.4:** Temperaturas de salida del intercambiador con el equipo con ensuciamiento.

Como se puede observar, la temperatura de agua caliente T_{ho} se mantuvo oscilando alrededor de la referencia, con un error absoluto total menor a $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ la mayor parte del tiempo como se muestra en la figura 4.5, esta oscilación se atribuye a la oscilación que presenta la temperatura de entrada de agua caliente T_{hi} , la cual como se mostró en la figura 4.3 también oscila. T_{hi} presenta este comportamiento oscilatorio probablemente por el mezclado del agua de recirculación y la que permanece en el tanque de distribución y quizá también a las condiciones actuales del actuador que controla el suministro de agua (válvula de control).

**Figura 4.5:** Error absoluto de la temperatura del equipo con ensuciamiento.

La Tabla 4.2, presenta el error absoluto y el error cuadrático medio (ECM) en cada punto de referencia donde se controló el equipo, así como la desviación estándar y el tiempo de establecimiento para cada caso. Los resultados muestran que, al tomar un promedio del error absoluto en cada caso después del tiempo de establecimiento, éste no supera los 0.3 °C, con una desviación estándar alrededor de 0.3 °C. Esto sugiere que el control se desempeña correctamente en cada caso planteado, ayudando a mejorar la precisión de la temperatura, a pesar de que el equipo con ensuciamiento introduce variaciones en el desempeño del sistema.

Tabla 4.2: Errores con el equipo con ensuciamiento.

Punto de operación	Error	ECM	Desviación estándar [°C]	Tiempo de establecimiento [s]
OP1	0.1727	0.0420	0.2018	-
OP2	0.1323	0.0280	0.1618	222
OP3	0.1977	0.0604	0.2429	285
OP4	0.1878	0.0528	0.2278	249
OP5	0.2312	0.0800	0.2818	270

En Figura 4.6 se muestra la señal de control y su comportamiento a lo largo de la prueba, manteniéndose siempre dentro de la región de operación del intercambiador. El valor inicial de la señal de control fue de $3.622 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Posteriormente, al requerir al sistema disminuir la temperatura del flujo de agua caliente, el flujo de agua de enfriamiento aumentó a $5.85 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Luego, a los 2321 segundos se realizó un nuevo cambio en el punto de operación en T_{ho} a 73.7 °C y el valor del flujo de agua de enfriamiento incrementó a $7.56 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Una vez realizado algunos decrementos en los valores de la referencia cambios de referencia para realizar el enfriamiento del agua caliente en intervalos de alrededor de 0.9 °C en promedio, se procedió a realizar el aumento de la temperatura del agua caliente. A los 4102 segundos se realizó un cambio de referencia a 74.5 °C, ésto generó la disminución del agua de enfriamiento a $5.38 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ para aumentar la temperatura de T_{ho} . Finalmente, a los 5416 segundos se realizó un cambio de referencia a 75.2 °C en T_{ho} , lo que generó que el flujo disminuyera a $3.65 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

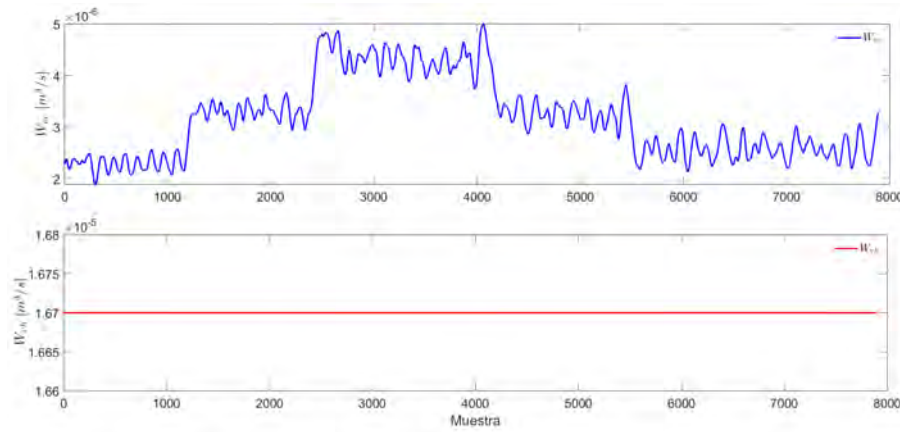


Figura 4.6: Señal de control con el equipo con ensuciamiento.

En la Figura 4.7 se puede observar el comportamiento de los coeficiente de transferencia de calor. En la figura se muestran las estimaciones realizadas bajo las condiciones de operación antes mencionadas mediante el filtro de Kalman (representados por una línea azul y roja continua) y mediante ecuaciones algebraicas (representados por una línea verde discontinua). Como se puede observar en la figura, ambos coeficientes presentaron una dinámica muy similar a la dinámica de la temperatura de cada uno de los fluidos. Además, de su estrecha relación y dependencia con los flujos de alimentación de agua. El coeficiente con mayor variación fue el correspondiente al flujo de agua fría, ya que esta es la variable controlada. En cambio, el coeficiente del flujo de agua caliente se mantuvo dentro de un rango entre $1100 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ y $1300 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$.

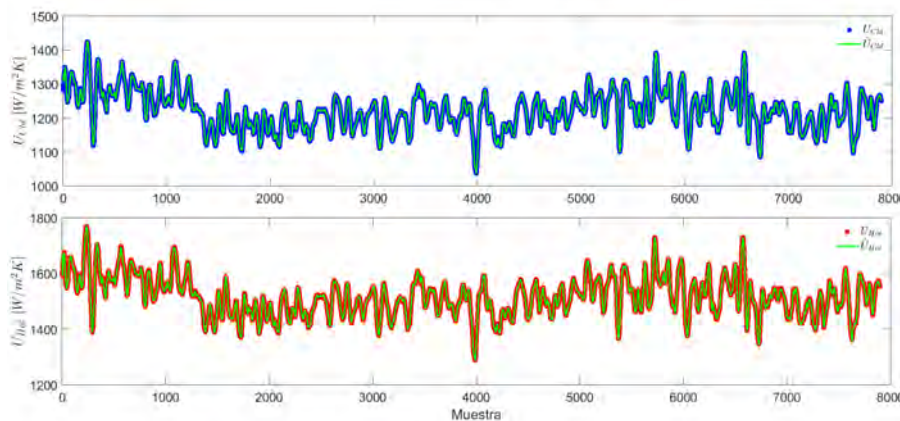


Figura 4.7: Coeficientes de transferencia de calor del equipo con ensuciamiento.

En la tabla 4.3, se presentan los errores medios absolutos entre los coeficientes obteni-

dos utilizando las ecuaciones algebraicas y el filtro de Kalman, además, los ECM obtenidos en la estimación del coeficiente de transferencia de calor. Estos errores fueron ordenados teniendo en cuenta los cambios de referencia realizados durante la prueba. En los resultados, se observa que el error de estimación del coeficiente de calor en el flujo de agua fría es consistentemente mayor que del flujo de agua caliente. Este comportamiento puede atribuirse a la variación del flujo de alimentación del agua fría debida a los cambios de puntos de operación del intercambiador de calor.

Este mayor error en el flujo de agua fría también podría estar relacionado con las variaciones en las condiciones del sistema, como las perturbaciones durante las pruebas. En contraste, el flujo de agua caliente, al ser menos sensible al ajuste directo, muestra errores más pequeños.

Tabla 4.3: Errores de los coeficientes de transferencia de calor con el equipo con ensuciamiento.

Punto de operación	$ e _{\text{Fría}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right]$	$ e _{\text{Caliente}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right]$	$\text{ECM}_{\text{Fría}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right]^2$	$\text{ECM}_{\text{Caliente}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}} \right]^2$
OP1	40.0927	8.0190	2582.5000	104.5553
OP2	26.4748	6.2228	1402.5000	57.5900
OP3	18.8431	5.1467	690.1917	42.8137
OP4	31.5833	5.2769	1337.4000	47.3517
OP5	49.1638	7.3746	3284.2000	89.8513

Debido a que la señal de control es el flujo volumétrico, es necesario convertirla a voltaje para poder abrir o cerrar la válvula de agua fría. Una vez convertido el flujo a voltaje, obtenemos lo que se muestra en la Figura 4.8, donde se puede observar que el voltaje correspondiente al flujo volumétrico de agua caliente se mantiene constante en todo momento, mientras que el voltaje del agua fría varía de acuerdo con el flujo suministrado por la señal de control. A mayor flujo, mayor será el voltaje necesario para abrir la válvula.

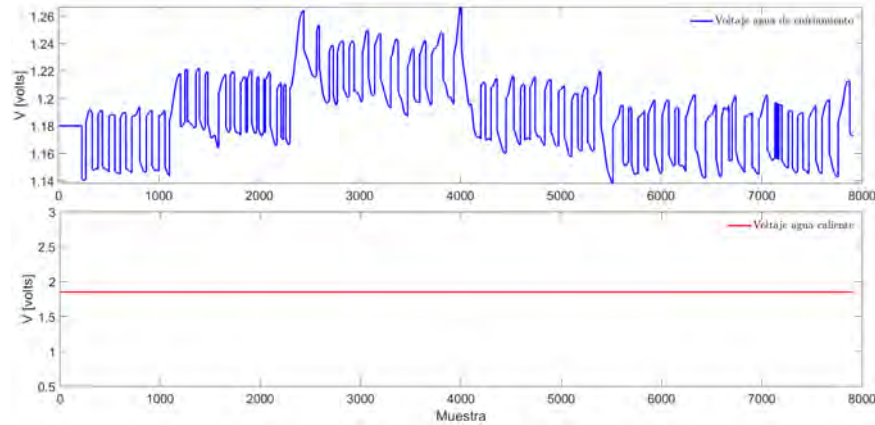


Figura 4.8: Voltajes de las válvulas con el equipo con ensuciamiento.

4.3. Resultados experimentales sin ensuciamiento en el sistema y con perturbación en la entrada de agua de enfriamiento.

Las condiciones utilizadas para las pruebas experimentales con el equipo limpio, fueron las siguientes.

- Las temperaturas de entrada T_{ci} se mantuvieron en aumento de 25 °C hasta llegar alrededor de 29 °C con una desviación estándar de 0.7950 °C. Este transitorio se debe al aumento de la temperatura debido a las condiciones climáticas presentadas, mientras que T_{hi} se mantuvo oscilando entre 79.4 °C y 80.1 °C con una desviación estándar de 0.1099 °C debido a la recirculación del agua caliente. Dicho comportamiento de ambas temperaturas se muestra en la Figura 4.9.
- El valor de la constante C se mantuvo en 0.01.
- El valor de la ganancia de retroalimentación q fue de 0.01.
- El setpoint inicial fue de 75.55 °C.
- El flujo de agua caliente se mantuvo en $1.33333 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

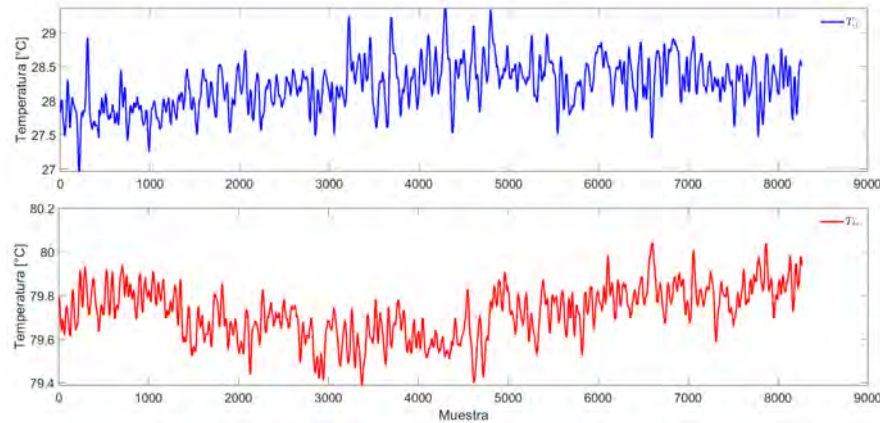


Figura 4.9: Temperaturas de entrada del intercambiador con el equipo limpio.

En la Figura 4.10, se muestran dos gráficas que representan las temperaturas de salida del agua fría y caliente, T_{co} y T_{ho} , respectivamente. En la gráfica superior, la cual corresponde a T_{co} , se muestra el comportamiento que presentó esta variable durante el desarrollo de la prueba con respecto a los cambios de puntos de operación realizados en la variable T_{ho} . Por otro lado, en la gráfica inferior, la cual corresponde a T_{ho} , se muestra la respuesta que presentó esta variable con respecto a los cambios de puntos de operación que se realizaron durante la prueba. Posteriormente, se realizó un cambio de referencia, bajando la temperatura a 74.6 °C. Luego, se redujo aún más la temperatura hasta 73.7 °C. Después, se aumentó nuevamente la temperatura a 74.5 °C, y tras un tiempo, el setpoint se ajustó de nuevo para alcanzar los 75.5 °C. Estos cambios se realizaron satisfactoriamente a pesar de los cambios de temperatura presentados en las entradas del sistema.

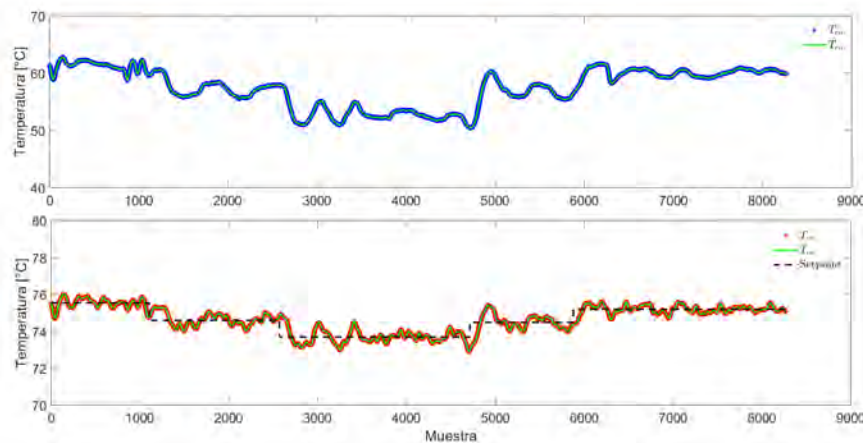


Figura 4.10: Temperaturas de salida del intercambiador con el equipo limpio.

Se observó como la temperatura de agua caliente T_{ho} se mantuvo oscilando alrededor del setpoint con un error absoluto total menor a $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ la mayor parte del tiempo como se muestra en la Figura 4.11. Esta oscilación se atribuye a la oscilación que presenta la temperatura de entrada de agua caliente T_{hi} , la cual, como se mostró en la Figura 4.9 también oscila. T_{hi} presenta este comportamiento oscilatorio probablemente por el mezclado del agua de recirculación y la que permanece en el tanque de distribución y quizá también a las condiciones actuales del actuador que controla el suministro de agua.

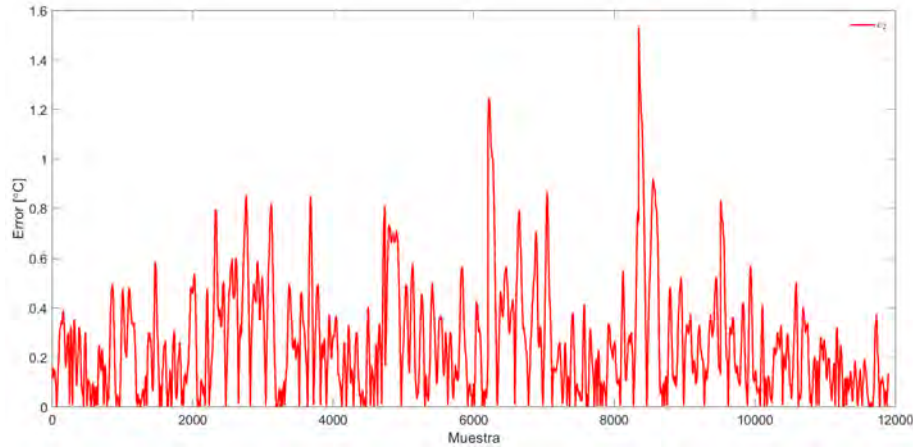


Figura 4.11: Error absoluto con el equipo limpio.

En la Tabla 4.4, se muestran el error absoluto y el error cuadrático medio, segmentados por intervalos de cada punto de referencia utilizado, junto con la desviación estándar y el tiempo de establecimiento correspondiente a cada caso. Los resultados indican que el promedio del error absoluto, una vez alcanzado el tiempo de establecimiento, no excede los $0.25\text{ }^{\circ}\text{C}$, con una desviación estándar cercana a $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$. Esto sugiere que el control funciona adecuadamente en todos los casos analizados, contribuyendo a una mayor precisión en la temperatura, aunque se observaron perturbaciones en las temperaturas de entrada al sistema.

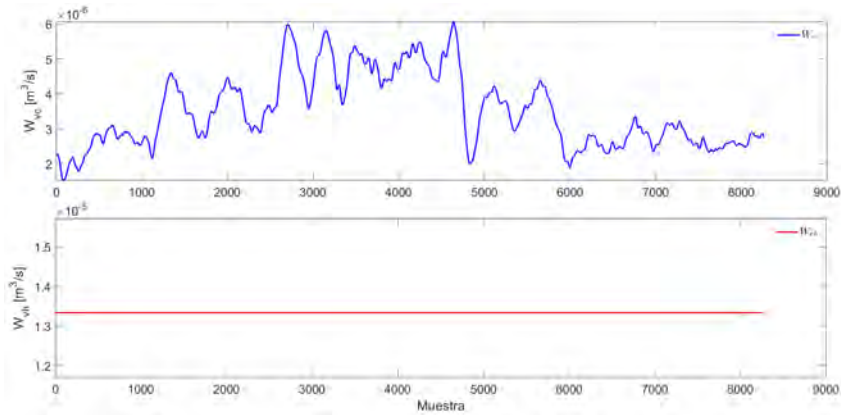
En la Figura 4.12 se muestra la señal de control y su comportamiento a lo largo de la prueba, manteniéndose siempre dentro de la región de operación del intercambiador. La señal comenzó en un valor alrededor de $2.33 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$, posteriormente al requerir al sistema disminuir la temperatura, el flujo de agua de enfriamiento aumentó a $2.81 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Luego, a los 6204 segundos se realizó un nuevo cambio de punto de operación en T_{ho} a $73.7\text{ }^{\circ}\text{C}$ y el valor del flujo del agua de enfriamiento incremento a $4.57 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. A los 8347 segundos, se realizó un cambio de referencia a $74.5\text{ }^{\circ}\text{C}$, esto generó una disminución en el

Tabla 4.4: Errores de la temperatura con el equipo limpio.

Punto de operación	Error	ECM	Desviación estándar [° C]	Tiempo de establecimiento [s]
PO1	0.2264	0.0838	0.2892	-
PO2	0.2191	0.0716	0.2673	344
PO3	0.2492	0.1010	0.3176	353
PO4	0.2522	0.0804	0.2722	392
PO5	0.1522	0.0387	0.1968	311

agua de enfriamiento a $3.43 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ para aumentar la temperatura de T_{ho} . Finalmente, a los 9512 segundos se realizó un cambio de referencia nuevamente a 75.2°C en T_{ho} , lo que generó que el flujo disminuyera a $2.51 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

En conclusión el controlador hizo frente a la perturbación causada por un transitorio en el incremento de la temperatura de agua de enfriamiento y a la causada por la recirculación del agua enfriada al contenedor de suministro. Además, el esfuerzo de control disminuyó debido a que el equipo se encontraba en condiciones óptimas de operación.

**Figura 4.12:** Señal de control con el equipo limpio.

En la Figura (4.13) se puede observar el comportamiento de los coeficientes de transferencia de calor obtenidos bajo las condiciones de operación antes mencionadas. En la figura se muestran las estimaciones realizadas obtenidos mediante el filtro de Kalman (representados por una línea azul y roja continua) y mediante ecuaciones algebraicas (representados por una línea verde discontinua). Como se puede observar en la figura, ambos coeficientes presentaron una dinámica muy similar a la dinámica de la temperatura de cada uno de los fluidos. Además, de su estrecha relación y dependencia con los flujos de alimentación de agua. El coeficiente con mayor variación fue el correspondiente al flujo de agua fría donde

se mantuvo en un rango entre $1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{C}}$ y $2100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{C}}$. En cambio, el coeficiente del flujo de agua caliente se mantuvo dentro de un rango entre $1100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{C}}$ y $1500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{C}}$.

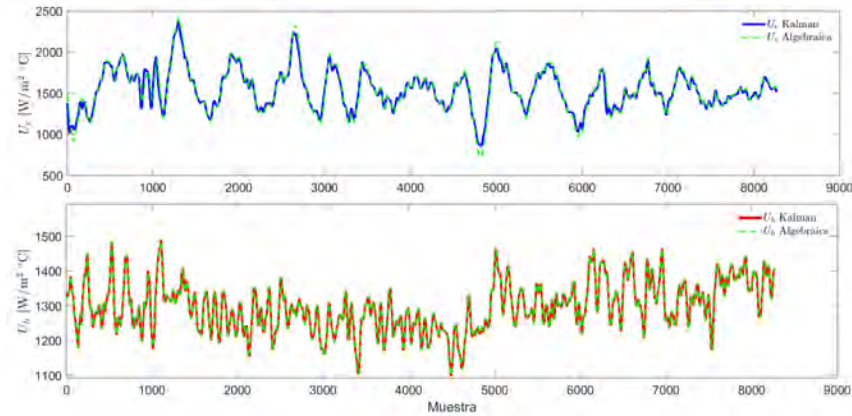


Figura 4.13: Coeficientes de transferencia de calor con el equipo limpio.

En la tabla 4.5, se presentan los errores absolutos y los ECM obtenidos en la estimación del coeficiente de transferencia de calor. Los resultados indican que el error asociado al flujo de agua fría es consistentemente mayor que el del flujo de agua caliente. Esto se debe a que el flujo de agua fría es el parámetro principal que se ajusta para alcanzar la referencia deseada, lo que aumenta la sensibilidad del sistema y, por ende, el error en su medición.

Este error mayor en el flujo de agua fría también puede estar vinculado a variaciones en las condiciones del sistema, como las fluctuaciones en las temperaturas de entrada durante las pruebas. Por otro lado, el flujo de agua caliente, al ser menos sensible a ajustes directos, presenta errores más pequeños.

Tabla 4.5: Errores de los coeficientes de transferencia de calor con el equipo limpio.

Punto de operación	Error Agua fría	Error Agua caliente	ECM Agua fría	ECM Agua caliente
PO1	30.1338	3.6535	5580.9950	14.2511
PO2	19.4062	2.8220	734.5642	11.9851
PO3	21.9788	2.5130	1012.6000	9.8192
PO4	32.7452	2.7036	2256.2000	10.9214
PO5	19.9608	2.9698	1004.3000	14.2511

El voltaje necesario para poder abrir o cerrar la válvula de agua fría se muestra en la Figura 4.14, donde se puede observar que el voltaje correspondiente al flujo volumétrico de agua caliente se mantiene constante en todo momento, mientras que el voltaje del agua

fría varía de acuerdo con el flujo suministrado por la señal de control. A mayor flujo, mayor será el voltaje necesario para abrir la válvula.

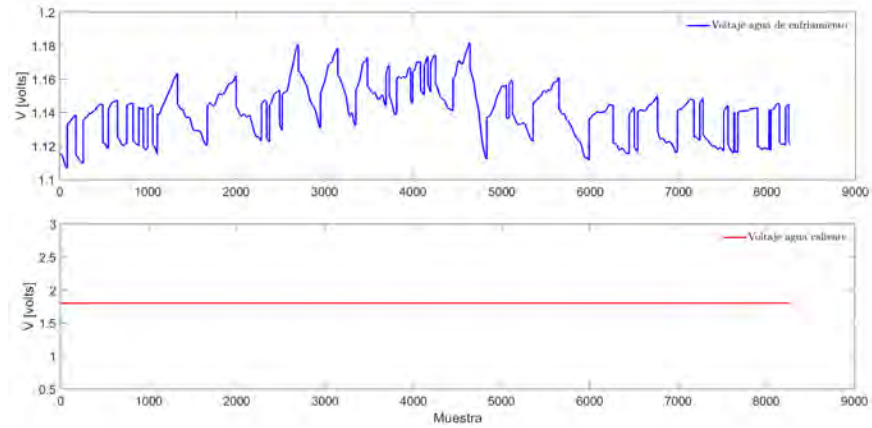


Figura 4.14: Voltajes de las válvulas con el equipo limpio.

4.4. Comparativa de los resultados experimentales con y sin ensuciamiento

Realizando una comparación cualitativa de los datos obtenidos en ambas pruebas experimentales, se presentan los siguientes resultados. En primer lugar, en la Figura 4.15, se realiza la comparación de las temperaturas T_{co} y T_{ho} con el equipo con ensuciamiento y limpio. En la gráfica superior se muestra la temperatura T_{co} donde se puede apreciar la dinámica de las temperaturas cuando el equipo está con ensuciamiento (línea verde) y cuando está limpio (línea azul). En la gráfica inferior se observa la temperatura T_{ho} y la respuesta ante los cambios de setpoint. En ambos casos, se logró controlar la temperatura para alcanzar el setpoint, a pesar de las diferencias en las condiciones de operación de cada caso.

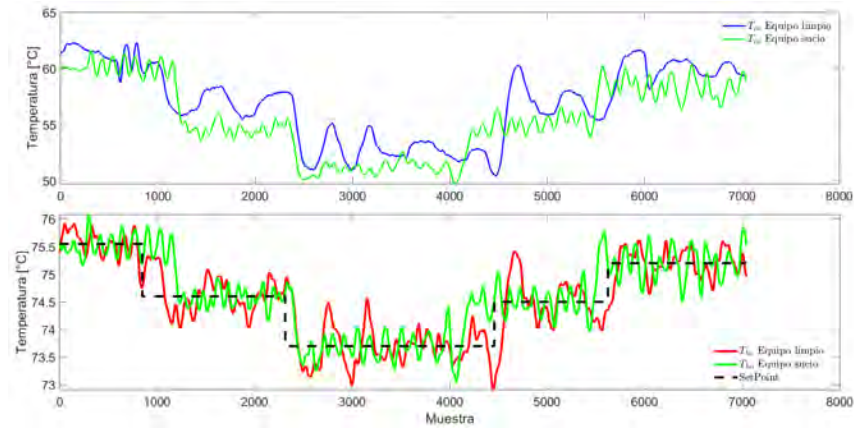


Figura 4.15: Comparativa de las temperaturas de salida.

En la Figura (4.16) se muestra la comparación del error absoluto de la temperatura en cada prueba respecto al setpoint. La línea roja representa el error cuando el equipo estaba limpio, mientras que la línea verde muestra el error cuando el equipo estaba con ensuciamiento. Aunque el error en la prueba con el equipo limpio es mayor, esto se debe a los cambios de temperatura en las entradas del sistema, donde la temperatura T_{ci} aumentó 3 °C respecto a su valor inicial, mientras que T_{hi} osciló 0.4 °C en torno a su media debido a la recirculación del agua del sistema.

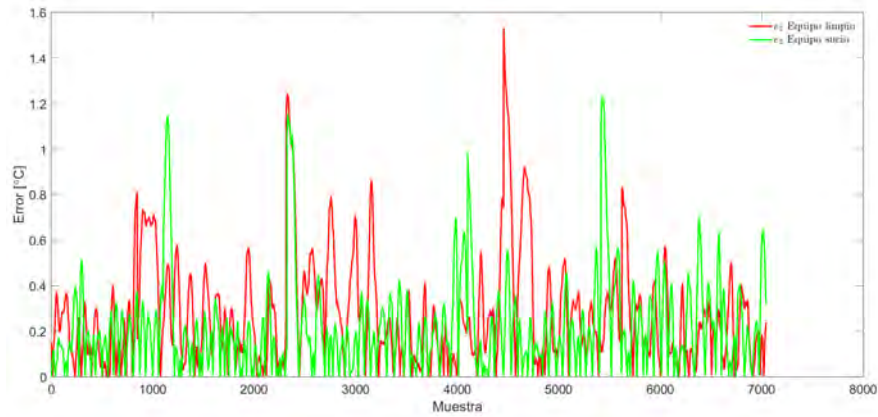


Figura 4.16: Comparativa de los errores absolutos

En la gráfica que se presenta en la Figura 4.17, se puede observar el comportamiento de la señal de control, el cual está delimitado por dos líneas discontinuas de color rojo, las cuales representan la región de operación del flujo de enfriamiento del intercambiador de calor, que van desde $8.3333 \times 10^{-7} \frac{m^3}{s}$ hasta $1.3333 \times 10^{-5} \frac{m^3}{s}$. La línea azul representa

la señal de control cuando el equipo está con ensuciamiento, mientras que la línea verde muestra el comportamiento cuando el equipo está limpio. Como se puede notar, el equipo, al estar con ensuciamiento, requiere un mayor flujo para alcanzar la temperatura deseada, es decir requiere un mayor esfuerzo de control. Mientras que, cuando está limpio, se necesita un menor flujo. Esto indica que, al estar con ensuciamiento, la señal de control debe esforzarse más debido al ensuciamiento causado por el contenido orgánico en las paredes del intercambiador de calor en la entrada del flujo de agua fría, lo cual afecta el funcionamiento del equipo al no permitir un enfriamiento adecuado.

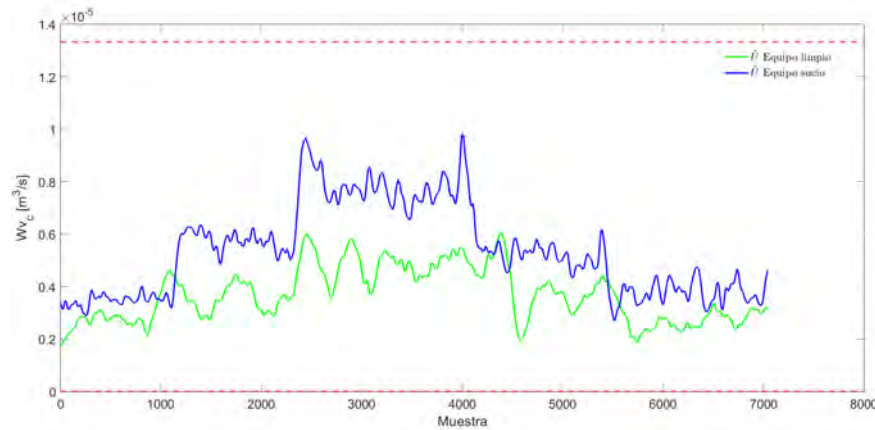


Figura 4.17: Comparativa de las señales de control.

La Figura (4.18) muestra la comparación de los coeficientes de transferencia de calor empleando las ecuaciones del DEKF definidas en las ecuaciones (2.23 - 2.26) tanto para el equipo limpio como para el equipo con ensuciamiento. En la gráfica superior, se observa el coeficiente del agua de enfriamiento, donde una línea azul representa el comportamiento cuando el equipo está limpio. Se puede notar que dicho coeficiente es menor cuando el equipo se encuentra en óptimas condiciones de limpieza que cuando no es así, debido a que, como se mencionó anteriormente, se necesita un flujo menor para alcanzar la temperatura deseada.

En la gráfica inferior se muestra el coeficiente para el agua de calentamiento, donde se observa que el comportamiento de dicho coeficiente no varía significativamente entre las condiciones de equipo limpio y con ensuciamiento, ya que el coeficiente más afectado es el que corresponde al flujo de agua fría debido a que ahí se presenta el ensuciamiento.

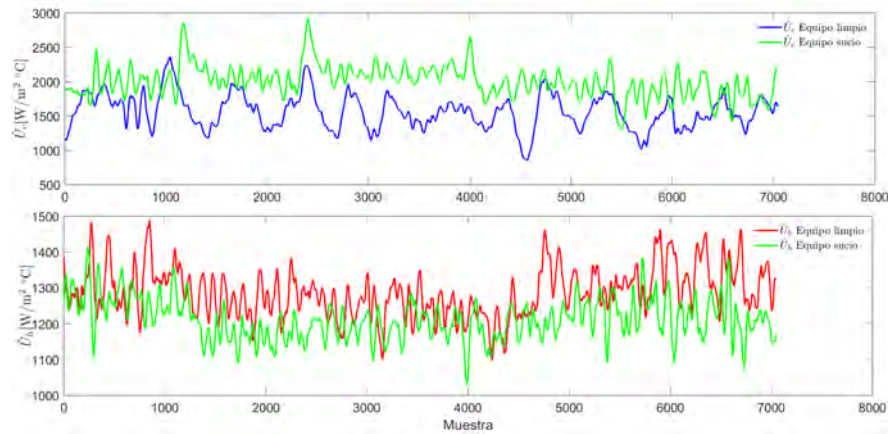


Figura 4.18: Comparativa del coeficiente de transferencia de calor obtenido con DEKF.

La Figura 4.19 muestra la comparación de los coeficientes de transferencia de calor empleando las ecuaciones algebraicas definidas en las ecuaciones (2.6 - 2.7) tanto para el equipo limpio como para el equipo con ensuciamiento. En los gráficos presentados en dicha figura, se puede notar que los resultados obtenidos usando este método son similares a los obtenidos por el DEKF, lo que respalda la precisión del filtro en la estimación de los coeficientes de transferencia de calor en tiempo real.

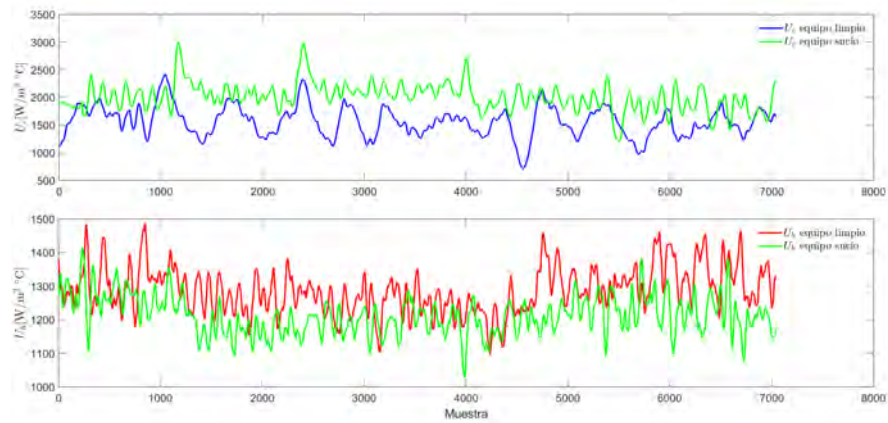


Figura 4.19: Comparativa del coeficiente de transferencia de calor obtenido con ecuaciones algebraicas.

En la Figura 4.20, se presenta el voltaje utilizado por las válvulas. Como se puede observar en la gráfica superior, el voltaje de la válvula del flujo de agua fría, cuando el equipo está con ensuciamiento, se representa con una línea verde, mientras que con una línea azul se muestra el comportamiento cuando el equipo está limpio. Se puede notar

que, en la prueba donde el equipo se encontraba en óptimas condiciones de limpieza, el voltaje requerido es menor, ya que el flujo es también menor en comparación el caso cuando el equipo está con ensuciamiento. Mientras que en la gráfica inferior se muestra el comportamiento del voltaje de la válvula del agua caliente. Este voltaje presenta valores similares, debido a que el ajuste de esta válvula se realiza de forma manual y, en ocasiones, puede variar ligeramente al colocarlo en la medida exacta de flujo.

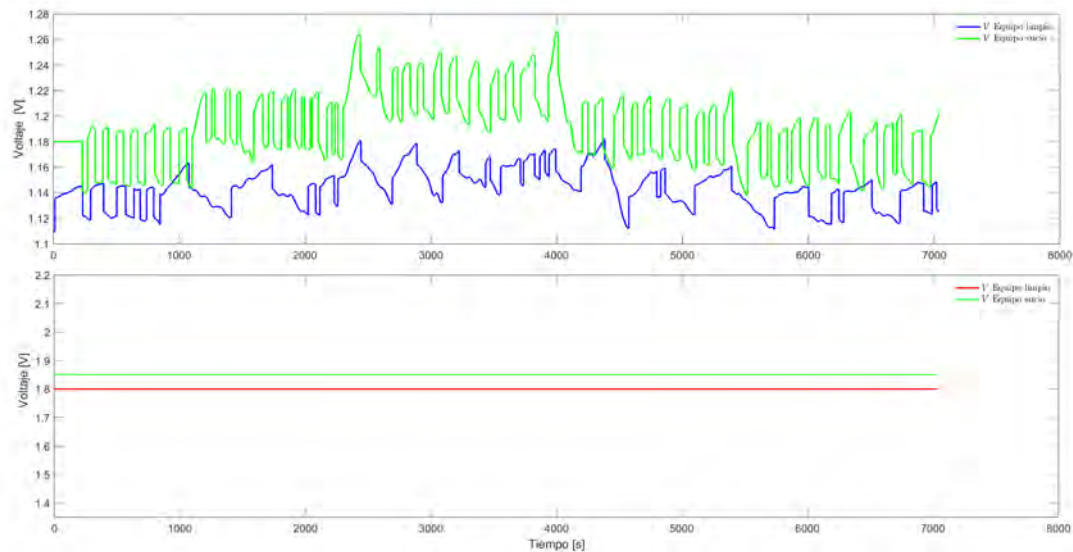


Figura 4.20: Comparativa de los voltajes de las válvulas.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

En este trabajo de investigación se desarrolló e implementó un sistema de control adaptable combinado con un DEKF para estimar los coeficientes de transferencia de calor en tiempo real y controlar la temperatura de salida en un intercambiador de calor. Las pruebas experimentales mostraron que el sistema es capaz de ajustarse de manera efectiva a condiciones variables, manteniendo la temperatura deseada tanto en condiciones de limpieza óptima como cuando el equipo presenta suciedad y obstrucciones.

En lo referente al DEKF, los resultados experimentales mostraron que fue capaz de estimar correctamente los coeficientes de transferencia de calor y las temperaturas bajo distintos estados del intercambiador. Además, se observó que la estimación fue más precisa cuando el equipo se encontraba limpio, manteniendo una correcta estimación incluso ante los diferentes puntos de operación.

Por otro lado, el control adaptable, se comprobó que respondió adecuadamente a los cambios de referencia, alcanzando errores mínimos de 0.1323 °C y máximos de 0.2522 °C. Las perturbaciones durante la prueba no afectaron su desempeño, manteniendo el control de la temperatura dentro de rangos aceptables.

En la comparación entre el equipo limpio y con ensuciamiento, se observó que, en condiciones de suciedad, el sistema necesitaba un mayor flujo de agua fría para alcanzar la temperatura objetivo, lo que resultaba en una mayor demanda en la señal de control. Esto se debe al comportamiento transitorio observado en la temperatura de entrada del agua fría, T_{hi} , y a la variación en la temperatura de entrada del agua caliente, T_{hi} . Estos resultados muestran como el sistema propuesto funciona bajo condiciones operativas variables, ofreciendo un buen rendimiento incluso en presencia de factores que alteran el correcto

funcionamiento del equipo.

5.2. Trabajos futuros

En este trabajo de investigación, se identificaron diversas áreas que plantean oportunidades para futuros temas de investigación, las cuales se mencionan a continuación:

- Proponer un sistema tolerante a fallas que tome en cuenta la variación dentro del coeficiente de transferencia de calor para saber cuando el equipo se encuentra operando en óptimas condiciones y cuando no lo está haciendo.
- Proponer un sistema de control adaptable basado en cálculo fraccionario.

Bibliografía

- Abdullah, Z., Othman, M. H., and Taip, F. S. (2019). Neural network based adaptive pid controller of nonlinear heat exchanger. *2019 IEEE 9th International Conference on System Engineering and Technology, ICSET 2019 - Proceeding*, pages 453–458.
- Aguilar, S., Fuentes, A., Arteaga, F., Castellanos, J., and Rivas, J. (2000). Implementación del algoritmo pid adaptativo para controlar temperatura a través del computador usando algoritmos genéticos.
- Ancizar, J., Cárdenas, C., Antonio, M., Arias, N., and Bravo, A. O. (2013). Análisis y aplicación del filtro de kalman a una señal con ruido aleatorio analysis and application of the kalman filter to a signal with random noise. *Scientia et Technica Año XVIII*, 18.
- Arias, O. L. (2019). Diseño de un controlador robusto adaptable: Regulación de temperatura de un prototipo intercambiador de calor.
- Åström, K. J. and Wittenmark, B. (2013). *Adaptive control*. Courier Corporation.
- Bernuy, B. S., Fernando, L., Uchalín, J. B. P., Toribio, M. A., Huallpachoque, M. C., and Carlos, R. (2022). Influencia de la concentración en masa del nanofluido tio2 en los parámetros de funcionamiento de un intercambiador de calor de tubos concéntricos y tubo coraza.
- Carbot-Rojas, D. A., Escobar, R. F., Gómez-Aguilar, J. F., López-López, G., and Olivares-Peregrino, V. H. (2015). Experimental validation of an actuator fault tolerant control system using virtual sensor: Application in a double pipe heat exchanger. *Chemical Engineering Research and Design*, 104:400–408.
- Chairez, J. A. M. (2021). Control adaptable de sistemas subactuados.

- Díaz, J. G. Á., Viveros, J. M. A., and Urrutia, C. A. (2020). Control de temperatura en intercambiadores de calor tipo coraza-tubo: una revisión realizada a la industria. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 14(27):41–49.
- Dube, D. Y. and Patel, H. G. (2019). Adaptive control of satellite system using kalman estimates in the presence of disturbance. Avestia Publishing.
- Ebadollahi, S. and Khosroshahi, M. (2018). Estimating parameters of a dual-rate observable canonical system by combining kalman filter and least squares error method considering output through interpolation and auxiliary model. 26.
- Escobar, R. (2012). Sistema de control tolerante a fallas en sensores. aplicación a un proceso de purificación de agua integrado a un transformador térmico.
- Escobar, R., Zaragoza, C. A., Romero, D. J., Hernández, D., and Medina, M. A. (2009). Estimación en línea del coeficiente de transferencia de calor en un intercambiador de calor. *Asociación Mexicana de Control Automático*.
- Escobar-Jimenez, R. F., Carbot-Rojas, D. A., Gómez-Aguilar, J. F., Alvarado-Martínez, V. M., Téllez-Anguiano, A. C., and Hernandez-Perez, J. A. (2016). Actuator fault tolerant control based on a mimo-mpc: Application in a double-pipe heat exchanger. 204:86–96.
- Eugene, L., Kevin, W., and Howe, D. (2013). Robust and adaptive control with aerospace applications. *England: Springer-Verlag London*.
- García-Morales, J., Escobar-Jiménez, R. F., Ramos-Negrón, O. J., Carbot-Rojas, D. A., Cervantes-Bobadilla, M., and Gómez-Aguilar, J. F. (2022). Design of an adaptive control to feed hydrogen-enriched ethanol-gasoline blend to an internal combustion engine. *International Journal of Chemical Engineering*, 2022.
- Ghousein, M., Witrant, E., Bhanot, V., and Petagna, P. (2020). Adaptive boundary observer design for linear hyperbolic systems; application to estimation in heat exchangers. *Automatica*, 114:108824.
- Godoy Ortega, J. C. (2011). Control adaptativo en tiempo real. B.S. thesis, QUITO/EPN/2011.

- Han, X., Li, Z., Cabassud, M., and Dahhou, B. (2020). A comparison study of nonlinear state observer design: Application to an intensified heat-exchanger/reactor. pages 162–167.
- Holmgren, M. (2007). X steam, thermodynamic properties of water and steam.
- Huibo, C. and Jiangbo, F. (2017). Decomposition based recursive least squares parameter estimation for input nonlinear equation-error systems. page 2161.
- Idrissi, I., Chafouk, H., El Bachtiri, R., and Khanfara, M. (2018). Bank of extended kalman filters for faults diagnosis in wind turbine doubly fed induction generator. *TELKOMNIKA (Telecommunication Computing Electronics and Control)*, 16(6):2954–2966.
- J., A. K. and Bjorn, W. (1994). *Adaptive Control*.
- Jonsson, G. and Palsen, O. (1994). An application of extended kalman filtering to heat exchanger models.
- Kelly, R., Davila, V. S., and Perez, J. A. L. (2005). *Control of robot manipulators in joint space*. Springer Science & Business Media.
- Kivanc, O. C. and Ozturk, S. B. (2018). Sensorless pmsm drive based on stator feedforward voltage estimation improved with mras multiparameter estimation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23(3):1326–1337.
- Li, L., Ren, X., Zhang, L., and Lv, Y. (2019). Adaptive parameter estimation for miso system using decomposition principle. *Proceedings of 2019 IEEE 8th Data Driven Control and Learning Systems Conference, DDCLS 2019*, pages 310–315.
- Li, M., Zhang, L., and Liu, G. (2020). Step-wise algorithm for estimating multi-parameter of the ground and geothermal heat exchangers from thermal response tests. *Renewable Energy*, 150:435–442.
- Li, R., Yu, J., Zhang, Y., Wang, Z., Lei, Y., and He, J. (2018). Dynamic parameter identification of mathematical model of lithium-ion battery based on least square method.
- Liu, L., Liu, Y.-J., Chen, A., Tong, S., and Chen, C. P. (2020). Integral barrier lyapunov function-based adaptive control for switched nonlinear systems. *Science China Information Sciences*, 63:1–14.

- Luo, X., Jiang, M., Yu, L., Fan, Y., and Zhang, L. (2020). Estimation of total heat exchange factor based on adaptive kernel density estimation theory. pages 1015–1020.
- Lymperopoulos, G. and Ioannou, P. (2020). Building temperature regulation in a multi-zone hvac system using distributed adaptive control. *Energy and Buildings*, 215.
- Madhukar, P. S. and Prasad, L. (2020). State estimation using extended kalman filter and unscented kalman filter. pages 1–4.
- Mannarayana, P. S., Dey, A., and Dey, J. (2020). State of charge estimation of lithium-ion battery using state augmented cubature kalman filter in presence of uncharacterized coloured noise. *Proceedings of 2020 IEEE-HYDCON International Conference on Engineering in the 4th Industrial Revolution, HYDCON 2020*.
- Marufkhani, H., Zadeh, B. J., Hashemirad, S., and Sharifi, I. (2019). Sliding mode controller via extended kalman filters for mobile robot. In *2019 7th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pages 167–174. IEEE.
- Muenthong, S., Chattakarn, S., and Lersbamrungsuk, V. (2020). Fouling detection in heat exchangers using extended kalman filter. volume 778. Institute of Physics Publishing.
- Oravec, J., Bakošová, M., Trafczynski, M., Vasičkaninová, A., Mészáros, A., and Markowski, M. (2018). Robust model predictive control and pid control of shell-and-tube heat exchangers. *Energy*, 159:1–10.
- Peña, M. E. (2011). Control adaptable.
- Ramos Lozano, S., Rodríguez Medina, M. A., Poblano Ojinaga, E. R., and Barraza Contreras, J. M. (2025). Diseño de metodología de análisis de mantenimiento a equipo industrial a través del uso de filtro de kalman y redes bayesianas dinámicas. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 15(30).
- Reyes, P., de Santiago, A., Chávez, O., Rosas, I., and Ambriz, V. (2024). Modelado matemático de un intercambiador de calor de placas planas. *Revista ELECTRO*, 46(1):321–326.
- Rezoug, M. R., Taibi, D., and Benaouadj, M. (2021). State-of-charge estimation of lithium-ion batteries using extended kalman filter. *2021 10th International Conference on Power Science and Engineering, ICPSE 2021*, pages 98–103.

- Salas Camacho, F. A. (2022). Desarrollo de un sistema de detección y localización de fugas basado en filtro de kalman extendido para sistemas de transporte de petróleo crudo aplicado al tramo i del oleoducto norperuano.
- Sateesha, P., Patel, S., Vavhal, P., and Rahate, H. (2018). Design and development of tube in tube helical coil heat exchanger. *International Research Journal of An International Peer Reviewed Open Access Refereed Journal Special Issue*, 2:245–250.
- Shi, Z. and O’Brien, W. (2019). Sequential state prediction and parameter estimation with constrained dual extended kalman filter for building zone thermal responses. *Energy and Buildings*, 183:538–546.
- Skorospeshkin, M. V., Sukhodoev, M. S., Skorospeshkin, V. N., and Rymashevskiy, P. O. (2017). An adaptive control system for a shell-and-tube heat exchanger. *Journal of Physics: Conference Series*, 803:012153.
- Sánchez, S. and Giraldo, E. (2010). Control adaptativo de velocidad usando el filtro de kalman en un motor de inducción. *TecnoLógicas*, pages 31–49.
- Vasičkaninová, A., Bakošová, M., and Mészáros, A. (2021). Control of heat exchangers in series using neural networks. pages 237–242.
- Vocale, P., Bozzoli, F., Mocerino, A., Navickaitė, K., and Rainieri, S. (2020). Application of an improved parameter estimation approach to characterize enhanced heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 147:118886.
- Wan, E. A. and Nelson, A. T. (2003). Dual extended kalman filter methods. *Kalman Filtering and Neural Networks*, pages 123–173.
- Wenzel, T. A., Burnham, K. J., Blundell, M. V., and Williams, R. A. (2006). Dual extended kalman filter for vehicle state and parameter estimation. volume 44, pages 153–171.
- Yan, R., Li, H., Dong, Z. Y., and Tang, H. (2009). Nonlinear control approaches for si engine model with uncertainties. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5440–5445.
- Zavala-Río, A., Astorga-Zaragoza, C. M., and Hernández-González, O. (2007). Bounded positive adaptive control for counterflow heat exchangers. *IFAC Proceedings Volumes*, 40:143–148.

- Zhang, J., Chen, Y., Xiong, J., Zhang, L., and Hou, G. (2014). Sensor fault detection and estimation for heat exchanger using unscented kalman filter. *Proceedings of the 2014 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA 2015*, pages 540–545.
- Álvarez, J. G., Armero, J. M., and Urrutia, C. A. (2020). Control de temperatura en intercambiadores de calor tipo coraza-tubo: una revisión realizada a la industria. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 14:41–49.