



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE APIZACO

**ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES DE FRACTURA EN
MATERIALES MICROESTRUCTURALMENTE DESORDENADOS**

TITULACIÓN INTEGRAL TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERÍA MECATRÓNICA

PRESENTAN:

GUSTAVO HERNÁNDEZ MUÑOZ

JHONATAN FLORES CORTES

ASESORES:

Dr. CARLOS ALBERTO MORA SANTOS

M. C. EFRÉN SÁNCHEZ FLORES



APIZACO, TLAX., SEPTIEMBRE DE 2023



Apizaco, Tlaxcala, 07/septiembre/2023.

Oficio No.: MM/470/2023.

ASUNTO: Liberación de Titulación por Tesis.

MARTIN ROJAS RAMÍREZ
JEFE DEL DEPTO. DE DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES
P R E S E N T E

Por este medio informo que ha sido liberado el siguiente proyecto para Titulación integral:

Alumno:	GUSTAVO HERNÁNDEZ MUÑOZ
Carrera:	INGENIERÍA MECATRÓNICA
No. De Control:	11370719
Nombre del Proyecto:	ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES DE FRACTURA EN MATERIALES MICROESTRUCTURALMENTE DESORDENADOS
Producto:	TITULACIÓN INTEGRAL POR TESIS.

Agradezco de antemano su valioso apoyo en esta importante actividad para la formación profesional de nuestros egresados.



CARLOS ALBERTO MORA SANTOS ASESOR	EREN SÁNCHEZ FLORES REVISOR	JUAN CARLOS CASTAÑEDA GUTIÉRREZ REVISOR

C.p. Oficina de Titulación.-
C.p. Departamento de servicios escolares
C.p. Expediente.- Jefe de proyectos de vinculación Metal-Mecánica

ESF/lhbr*





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Apizaco
División de Estudios Profesionales

Apizaco, Tlax., **21/septiembre/2023**
No. OFICIO: DEP-CT/654/2023

ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

GUSTAVO HERNANDEZ MUÑOZ
EGRESADO DE LA CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA
CON NÚMERO DE CONTROL: 11370719
P R E S E N T E

Por este medio, me permito informar a usted que por aprobación de la comisión revisora asignada para valorar el trabajo que mediante la opción **TITULACIÓN INTEGRAL POR TESIS** cuyo tema es: **"ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES DE FRACTURA EN MATERIALES MICROESTRUCTURALMENTE DESORDENADOS"**, conforme a lo establecido en el procedimiento para la obtención del Título Profesional en el Instituto Tecnológico, la División de Estudios Profesionales a mi cargo le otorga:

AUTORIZACIÓN DE IMPRESION

Debiendo entregar **3** discos del mismo, apropiadamente encuadernados, a la brevedad, para presentar su acto de recepción profesional.

Sin otro particular por el momento, le envió un cordial saludo.

ATENTAMENTE

*Excelencia en Educación Tecnológica»
Pensar para Servir, Servir para Triunfar»*



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
TECNOLÓGICO NACIONAL
DE MÉXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE APIZACO


MARTÍN ROJAS RAMÍREZ
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES

DIVISIÓN DE
ESTUDIOS PROFESIONALES

c.p. archivo



Av. Instituto Tecnológico No. 418, San Andrés Ahuasteppec, Municipio de Tzompantepec,
Tlaxcala, Mex. C.P. 90491 Tel. (241) 4172010 Ext. 304,
e-mail: dep_titulación@apizaco.tecnm.mx



2023
Francisco
VILLA



Apizaco, Tlaxcala, 07/septiembre/2023.

Oficio No.: MM/469/2023.

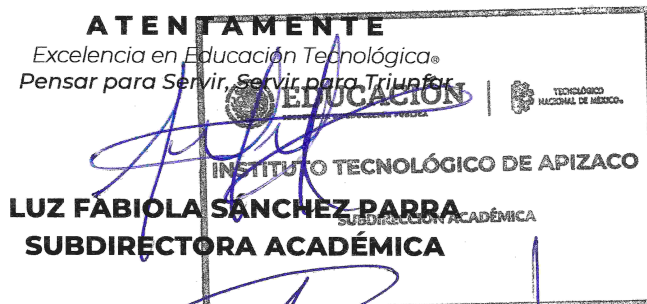
ASUNTO: Liberación de Titulación por Tesis.

MARTIN ROJAS RAMÍREZ
JEFE DEL DEPTO. DE DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES
P R E S E N T E

Por este medio informo que ha sido liberado el siguiente proyecto para Titulación integral:

Alumno:	JHONATAN FLORES CORTES
Carrera:	INGENIERÍA MECATRÓNICA
No. De Control:	11370709
Nombre del Proyecto:	ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES DE FRACTURA EN MATERIALES MICROESTRUCTURALMENTE DESORDENADOS
Producto:	TITULACIÓN INTEGRAL POR TESIS.

Agradezco de antemano su valioso apoyo en esta importante actividad para la formación profesional de nuestros egresados.



CARLOS ALBERTO MORA SANTOS ASESOR	EFREN SANCHEZ FLORES REVISOR	JUAN CARLOS CASTAÑEDA GUTIÉRREZ REVISOR

- C.p. Oficina de Titulación.-
C.p. Departamento de servicios escolares
C.p. Expediente.- Jefe de proyectos de vinculación Metal-Mecánica

ESF/lhbr*





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Apizaco
División de Estudios Profesionales

Apizaco, Tlax., 21/septiembre/2023

No. OFICIO: DEP-CT/654/2023

ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

JHONATAN FLORES CORTES
EGRESADO DE LA CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA
CON NÚMERO DE CONTROL: 11370709
P R E S E N T E

Por este medio, me permito informar a usted que por aprobación de la comisión revisora asignada para valorar el trabajo que mediante la opción **TITULACIÓN INTEGRAL POR TESIS** cuyo tema es: **"ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES DE FRACTURA EN MATERIALES MICROESTRUCTURALMENTE DESORDENADOS"**, conforme a lo establecido en el procedimiento para la obtención del Título Profesional en el Instituto Tecnológico, la División de Estudios Profesionales a mi cargo le otorga:

AUTORIZACIÓN DE IMPRESION

Debiendo entregar **3** discos del mismo, apropiadamente encuadernados, a la brevedad, para presentar su acto de recepción profesional.

Sin otro particular por el momento, le envió un cordial saludo.

ATENTAMENTE

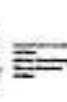
*Excelencia en Educación Tecnológica
Pensar para Servir, Servir para Triunfar*


MARTÍN ROJAS RAMÍREZ
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES

c.p. archivo



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
TECNOLÓGICO NACIONAL
DE MÉXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE APIZACO
ESTUDIOS PROFESIONALES



Av. Instituto Tecnológico No. 418, San Andrés Ahuashuatepec, Municipio de Tzompantepec,
Tlaxcala, Mex. C.P. 90491 Tel. (241) 4172010 Ext. 304,
e-mail: dep_titulación@apizaco.tecnm.mx



2023
Francisco
VILLA

CONTENIDO

I.	INTRODUCCIÓN	1
II.	MARCO TEÓRICO	5
III.	OBJETIVO	17
IV.	OBJETIVOS ESPECIFICOS	17
V.	JUSTIFICACION	18
VI.	ALCANCES Y LIMITACIONES	19
VII.	DESARROLLO DEL PROYECTO	20
	SELECCIÓN Y PREPARACIÓN DE MATERIAL	23
	MEDICIÓN DE PARÁMETROS INICIALES	24
	PRUEBAS AL MATERIAL	25
	CALCULO DE PROPIEDADES MECÁNICAS	26
	ANÁLISIS DE RESULTADOS	27
	CONCLUSIONES	31
	REFERENCIAS	33
	ANEXOS	35

I. INTRODUCCIÓN

El orden y el desorden son conceptos bastante complejos, con excepciones y matices diversos y a veces contradictorios, lo que hace algo difícil darles una definición válida en general. El diccionario lo define como “*falta de organización que provoca una alteración en el funcionamiento normal de las cosas [1]*”, “*estado o situación en que se altera el orden, la calma, el equilibrio o la armonía de algo [2]*”. Más que la definición general de orden, nos interesan una serie de criterios que puedan utilizarse en Física y, en particular, en el efecto de la estructura de los materiales, caracterizadas por la falta de un orden geométrico convencional, en las propiedades necesarias para el diseño y desarrollo de componentes mecánicos que realicen una función especificada.

En primer lugar, es habitual considerar que orden y regularidad son equivalentes, es decir, que pertenecen a la misma categoría y se refieren a objetos de esa categoría. En realidad, la idea de que algo es regular es geométrica y se basa en la idea de que uno o varios elementos geométricos se repiten, mientras que el orden es probabilístico y gira en torno a la idea de unicidad, en el sentido de que una estructura macroscópica dada corresponde a una única configuración microscópica.

Se puede definir la microestructura, como la parte estructural más pequeña de un material que puede manipularse deliberadamente. Aquí, la descripción a escala atómica no suele considerarse parte de la microestructura, ya que el arreglo molecular está determinado por su naturaleza.

En muchos casos, la microestructura sólo puede caracterizarse estadísticamente, por lo que a los materiales que poseen esta microestructura se denominan materiales heterogéneos microestructuralmente aleatorios. Existe una amplia gama de microestructuras aleatorias posibles, desde dispersiones con diversos grados de agrupación hasta medios complejos multifásicos conectados interpenetrantes, tal como los medios porosos. Los materiales heterogéneos aleatorios pueden ser sintéticos y naturales; por ejemplo, los tejidos vivos, como los huesos, los músculos

y los tallos de las plantas, son ejemplos de redes de fibras naturales. Los materiales de fibras manufacturadas son habituales en la industria automovilística y aeroespacial y se utilizan, por ejemplo, en procesos de filtración o aplicaciones médicas.

En materiales heterogéneos de estructural compleja (por ejemplo, el papel), es sabido que la inhomogeneidad estructural tiene una influencia considerable en las propiedades mecánicas, tal como la fractura. El desorden estructural, se manifiesta por si solo en la variación de la densidad de masa, el coeficiente elástico y los esfuerzos locales del material [3]. Estas variaciones se presentan en un orden de rango corto, pero no se han podido correlacionar en escalas mayores (rango largo).

La fractura ha sido uno de los fenómenos que más atención ha traído en la comunidad científica de materiales. Microscópicamente se entiende como la separación interatómica de los materiales, mientras que microscópicamente como la ruptura de dos o más partes de un componente. Bajo estas definiciones, en materiales compuestos es la culminación del proceso de nucleación, propagación, interacción y coalescencia de muchas microgrietas. En las últimas décadas, ha llamado la atención ya que la teoría clásica de Griffith presenta muchas limitantes en su aplicación a materiales heterogéneos [4, 5]. Dos componentes claves en este nuevo desafío son las interacciones de amplio rango y el desorden del material [6, 9].

El papel es un material heterogéneo de fibras generalmente insertadas en soluciones poliméricas en estructura de redes complejas. Las fibras varían considerablemente entre especie y especie, dependiendo de dónde se extrajeron; algunas de las propiedades mecánicas principales del papel tal como el módulo elástico, la elongación y termo fluencia están en función de las propiedades de ellas [10]. El origen de la inhomogeneidad del papel recae en el proceso de formación. Las propiedades del papel son generalmente anisotrópicas debido a una orientación preferencial de las fibras en la dirección de fabricación conocida como Machine Direction (MD) y la resultante transversa Cross Direction (CD), por lo que cualquier

intento para predecir el comportamiento mecánico del papel necesariamente debe estar basado en un arreglo medido o asumido de las fibras en la hoja [11].

Debido a su heterogeneidad causada por el arreglo complejo de las fibras, el papel ha encontrado muchas aplicaciones en el estudio de fenómenos de medios desordenados [29]. Tal es el caso del efecto del desorden durante la propagación de grietas. Se han hecho algunos estudios experimentales empíricos [13] y varios tipos de modelos [7, 14 - 18] principalmente con base en las variaciones de masa por unidad de área, para relacionar el efecto del arreglo desordenado de las fibras durante la propagación de grietas con la resistencia macroscópica del material, pero las proyecciones de densidad absoluta densidad/masa no han sido un buen descriptor para extrapolar el comportamiento del material entre su microestructura y la escala macro ya que es difícil determinar la porosidad y la trayectoria neta de las fibras.

En este trabajo se estudian las propiedades de fractura en papel artesanal. La hipótesis recae en que las propiedades mostrarían un comportamiento anisotrópico en el plano. El estudio se limitará a las propiedades de resistencia y fractura obtenidas a partir de las curvas de esfuerzo – deformación unitaria resultantes de pruebas a carga axial hasta alcanzar la ruptura.

El trabajo se desarrollará iniciando con el marco teórico en el que se presentan los fundamentos conceptuales que permitan el entendimiento del presente trabajo. Posteriormente, se darán los objetivos, general y específicos, la justificación, los alcances y limitaciones que direccionarán el estudio.

En el apartado del desarrollo del proyecto se presentan la preparación del material, selección y preparación de especímenes, la metodología para la realización de pruebas, la obtención de datos y cálculo de parámetros de fractura. Finalmente, con base en toda la información recabada, se hará un análisis de resultados, los cuales no llevarán a discernir una conclusión

Cabe mencionar que aun cuando se caracterizan las propiedades mecánicas de este material, el objeto de estudio es la física del comportamiento de ellas y no el

comportamiento del material, ya que este trabajo es parte del proyecto de “ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS EN MATERIALES DE MICROESTRUCTURA COMPLEJA” y los resultados obtenidos en este trabajo permitirán entender el rol que juega el desorden microestructural durante el proceso de propagación de grietas.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE RESISTENCIA DE LOS MATERIALES

Los materiales utilizados por la humanidad se encuentran en forma natural y artificialmente, no obstante, en cualquiera de los casos, estos sufren alguna modificación o tratamiento para cumplir con la función deseada en aplicaciones determinadas. Por lo tanto, al elegir uno, se deben seleccionar conociendo los requisitos de carga y medio ambiente bajo los que debe funcionar cada componente, las propiedades que han de tomarse en cuenta y los límites de funcionalidad que deben imponerse a su aplicación. Las propiedades mecánicas pueden definirse específicamente como aquellas que tienen que ver con el comportamiento de un material bajo fuerzas aplicadas.

Todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo (fuerzas de superficie), Fig. 1, incluidas las fuerzas reactivas causadas por los soportes, así como el peso propio del cuerpo debido a su masa, son consideradas como fuerzas externas. Además, como un cuerpo estable en reposos está en equilibrio, las fuerzas que actúan sobre deben satisfacer las ecuaciones del equilibrio estático.

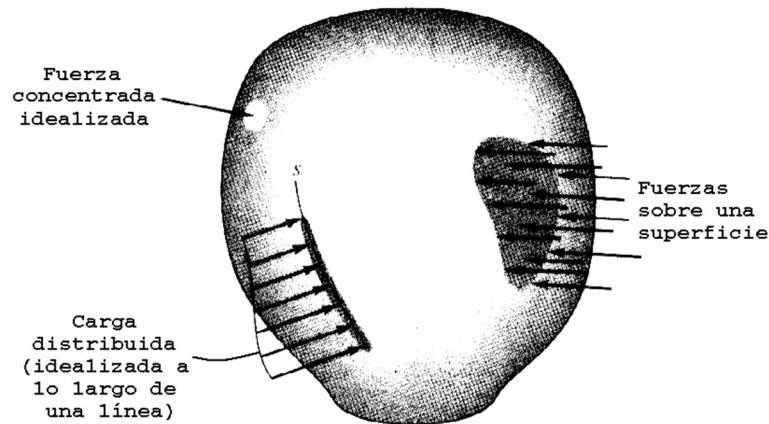


Fig. 1 Fuerzas de superficie de un cuerpo.

Uno de los problemas principales de la ciencia e ingeniería de los materiales es la investigación de la *resistencia interna de un cuerpo*; es decir, la naturaleza de las fuerzas que se generan dentro de un cuerpo para equilibrar el efecto de las fuerzas externas aplicadas.

Las propiedades mecánicas de resistencia se determinan a partir de ensayos destructivos de especímenes sometidos a cargas axiales a tensión o compresión. Para realizar un ensayo de tensión o compresión, se fabrica una probeta del material con forma y tamaño “estándar”, de sección transversal constante.

Antes de realizar la prueba, los especímenes se marcan y miden la longitud calibrada l_0 y sección transversal A_0 correspondientes sobre la longitud uniforme de la probeta. Después se usa una máquina de ensayos para cargar el material a una rapidez lenta y constante hasta que ésta falla. La máquina está diseñada para proporcionar la carga y desplazamientos durante dicho proceso con los cuales se determinan las propiedades mecánicas de resistencia del material en cuestión, como se muestra en la figura 2.

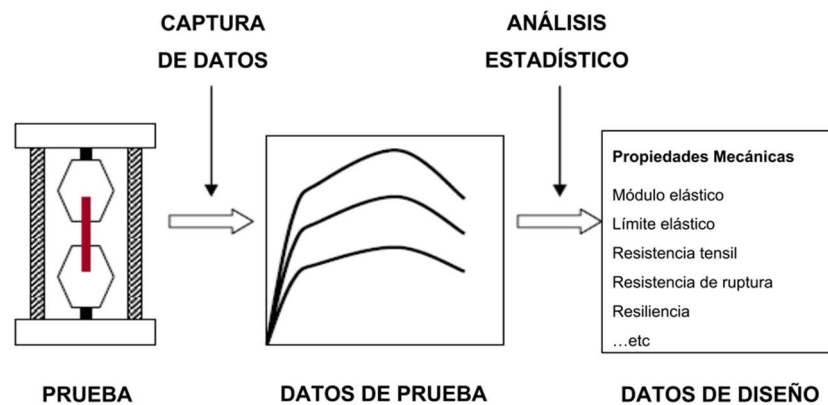


Figura 2 Ensayo típico a tensión en una máquina universal de pruebas.

Por lo tanto, se tiene:

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{l_0} = \frac{l_0 - l_0}{l_0} \quad (2)$$

Donde σ y ε se llaman esfuerzo y deformación, respectivamente.

El grado con que una estructura se deforma depende de la magnitud de la fuerza impuesta. Todos los materiales poseen una zona en la que la fuerza es proporcional a la deformación, a esta se llama región elástica; e implica que cuando el material

es cargado y descargado, este no sufre deformaciones permanentes que impidan su función de servicio. Aquí la relación esfuerzo – deformación unitaria es la siguiente:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3)$$

Esta relación se conoce con el nombre de *Ley de Hooke*, y la constante de proporcionalidad, E es el módulo de elasticidad, o *Módulo de Young*. Cuando se cumple que la deformación es proporcional a la tensión, la deformación se denomina *deformación elástica*.

En algunos materiales a medida que la fuerza aumenta, se alcanza un punto en el que la deformación dejará de ser elástica y pasará a ser permanente; es decir, el material pierde su forma original sin recuperarse al retirar la carga, aquí se dice que la deformación es plástica y la relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria es no lineal (figura 3). El valor del esfuerzo crítico necesario para iniciar la deformación plástica se conoce como *límite elástico* del material, σ_y .

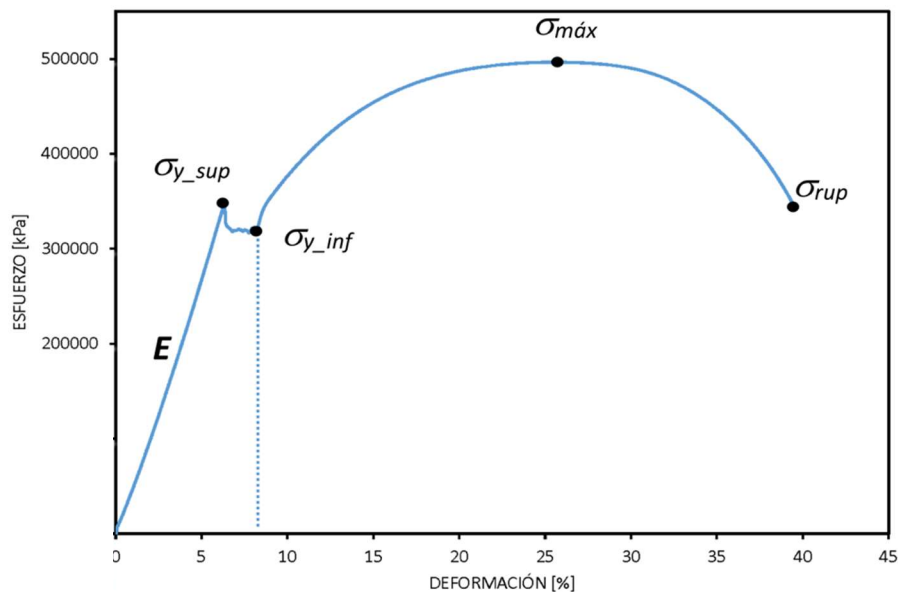


Figura 3 Parámetros de resistencia a través del diagrama de esfuerzo-deformación unitaria.

Después de iniciarse la deformación plástica, la fuerza necesaria para continuar la deformación en los metales aumenta hasta un máximo, la cual es el esfuerzo máximo en la curva de esfuerzo-deformación ingenieriles ($\sigma_{máx}$), a este se le

denomina *esfuerzo de tensión*. Durante este crecimiento de resistencia los metales presentan un fenómeno de endurecimiento por deformación. Posterior al valor más alto de resistencia, el esfuerzo decrece hasta alcanzarse la ruptura catastrófica del material. En metales ocurre en la estricción. El esfuerzo de fractura o bien de rotura corresponde a la resistencia en la fractura (σ_{rup}).

Las formas de falla pueden clasificarse como dúctiles por un lado y frágiles en el otro. En el primer caso, la rotura del material está precedida por una gran deformación que se produce durante un período de tiempo relativamente largo y puede estar asociada con fluencia o flujo plástico. La rotura frágil, por el contrario, va precedida de una pequeña deformación y suele ser repentina. Los defectos desempeñan un rol importante en los mecanismos de ambos tipos de falla; los asociados con la falla dúctil difieren significativamente de los que influyen en la fractura frágil. Para las fallas dúctiles, que están dominadas por la fluencia antes de la rotura, los defectos importantes (dislocaciones, espaciamientos de los límites de granos, átomos sustitucionales e intersticiales, precipitados) tienden a distorsionar y deformar los planos de la red cristalina. Sin embargo, la fractura frágil, que tiene lugar antes de que se produzca cualquier flujo plástico apreciable, se inicia en defectos más grandes, como inclusiones, muescas afiladas, rayones superficiales o grietas (figura 4).

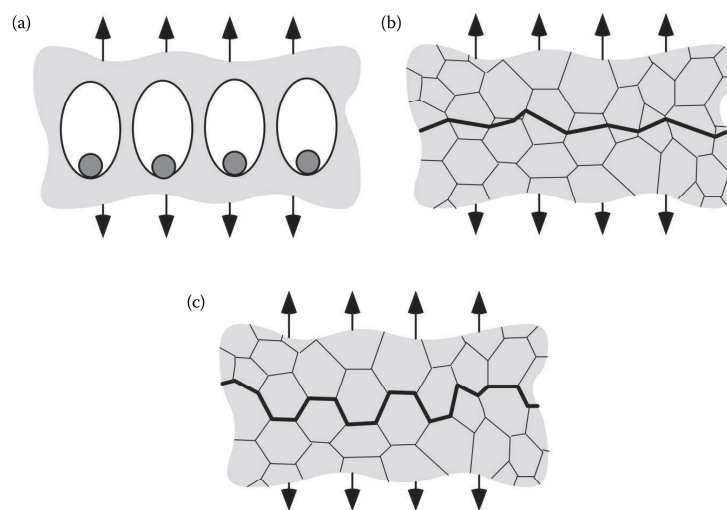


Figura 4 Micromecanismos de fractura básicos en metales: (a) fractura dúctil; (b) clivaje; (c) fractura intergranular [19].

2.2 MECÁNICA DE LA FRACTURA

La Mecánica de la Fractura (MF) es la rama de la mecánica que se encarga del estudio de la respuesta y falla de estructuras como una consecuencia de iniciación y propagación de grietas, relaciona el tamaño y forma de una grieta y las fuerzas o cargas que conducen a la fractura de un componente de forma y dimensiones definidas [19, 20]. Los conceptos de esta rama que se derivaron antes de 1960 fueron para materiales homogéneos que obedecen solo a la Ley de Hook, aunque en 1948 se propusieron correcciones para comportamientos de plasticidad en pequeña escala [21, 22]. Desde 1960 se desarrollaron teorías para involucrar el comportamiento no-lineal de los materiales tal como: la plasticidad, viscoplasticidad, viscoelasticidad y así; sin embargo, todos estos resultados fueron extensiones de la *Mecánica de la Fractura Lineal Elástica*, la cual se fundamentó en la teoría clásica de la Elasticidad, donde a los materiales se le idealiza como homogéneos y continuos [23].

La MF intenta proporcionar respuestas cuantitativas a las preguntas siguientes:

1. ¿Cuál es la resistencia residual del material en función del tamaño de grieta?
2. ¿qué tamaño de grieta puede ser permisible bajo las condiciones de carga?
3. ¿Cuánto tiempo tarda en crecer una grieta, desde un cierto tamaño inicial al máximo permisible?

Para ello, se apoya en dos criterios básicos: el de esfuerzos y de energía.

Principio de energía

En cualquier tipo de material, las fuerzas presentes (interatómicas, en el nivel más básico) están asociadas a una cantidad (capacidad) inherente del sistema para permitir el desplazamiento de un átomo y por tanto, realizar un *trabajo*. Esta capacidad es un indicativo de la energía que posee dicho material para realizar un trabajo. Dependiendo de la naturaleza de las fuerzas que existen en el material, la energía puede ser cinética, potencial, eléctrica, química, térmica, etc.

La **energía potencial** mide la capacidad que tiene un material para realizar un trabajo en función exclusivamente de su posición o estado, puede pensarse como la energía almacenada en el material, o como una medida del trabajo que el material puede entregar. La energía elástica es un ejemplo de la energía potencial que es debida al estado o configuración del objeto.

Cuando una placa está bajo la influencia de una carga, los extremos están libres, por tanto, la carga realiza el trabajo y proporciona energía a la placa (la energía en la placa incrementa); mientras que, cuando la placa está sujeta a una razón de desplazamiento, los extremos están fijos y la carga no ejerce trabajo, entonces la placa proporciona (libera o disipa) la energía.

Con base en el criterio de energía potencial, Griffith [24] estableció que **“el inicio o crecimiento de una grieta puede ocurrir si la energía requerida para formar un incremento adicional de tamaño de grieta da puede ser liberada por el sistema”**.

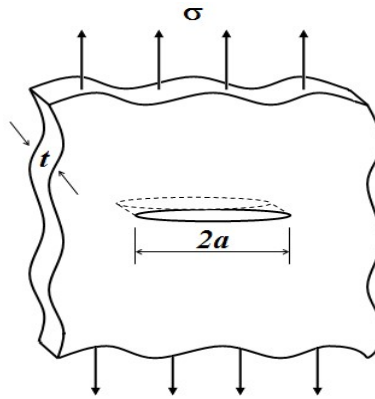


Figura 5 Modelo de Fractura de Griffith.

Considere una placa de espesor unitario con una grieta central bajo la influencia de una carga a tensión (figura 5). El trabajo hecho en el espécimen se almacena como energía potencial. Si hay extensión de la grieta, esta es también almacenada como energía de superficie de las superficies nuevas de las grietas formadas, por tanto, el balance de energía es:

$$\frac{dE}{da} = \frac{dE}{da} (U - F + W_s) = 0 \quad \text{ó} \quad \frac{dE}{da} (U - F) = - \frac{dW_s}{da} \quad (4)$$

donde E = Energía total del sistema
 U = Energía elástica contenida en la placa.
 F = Trabajo realizado por la fuerza externa
 W_s = Energía para la formación de la grieta

En otras palabras, en incremento de la energía potencial del material (de trabajo y la energía elástica) debe proporcionar la energía para la extensión de la grieta creciente. De la ecuación (4) se puede definir lo siguiente:

- La energía potencial por unidad de longitud de extensión de grieta es usualmente referida como *Razón de Energía Liberada G* ó *Fuerza de Extensión de la Grieta* [25]:

$$G = \frac{dE}{da} (F - U) \quad (5)$$

- La energía requerida para la extensión de la grieta por unidad de longitud de la extensión de la grieta es por definición la Resistencia al Crecimiento de la Grieta:

$$R = \frac{dW_s}{da} \quad (6)$$

En materiales verdaderamente frágiles esta energía es la energía de superficie necesaria para crear nuevas superficies γ_s , entonces $W_s = 2\gamma_s a$, donde:

$$R = \frac{dW_s}{da} = 2\gamma_s \quad (7)$$

La extensión de la grieta resulta en una disminución de la rigidez del sólido.

1.3.1 Principio de intensidad de esfuerzos

La mecánica de la fractura está basada en la suposición de que todos los materiales contienen grietas a partir de las cuales la falla inicia.

La evaluación de la vida remanente de un elemento o componentes de una máquina requiere del conocimiento de la redistribución de esfuerzos causados por la introducción de grietas en conjunto con las condiciones de su crecimiento. Las

grietas llevan a una intensificación de esfuerzos en la vecindad de la punta de la grieta que puede expresarse matemáticamente como:

$$\sigma_{ij} = -\frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad (8)$$

Donde r, θ Coordenadas polares cilíndricas de un punto con respecto a la punta de la grieta

K Factor de intensidad de esfuerzos.

Un análisis dimensional muestra que K^1 está relacionado linealmente con el esfuerzo y directamente relacionado a la raíz cuadrada de la longitud característica de la longitud de la grieta a . Por lo tanto, en forma general, el factor de intensidad de esfuerzos está dado por:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot f(a/W) \quad (9)$$

Donde $f(a/W)$ es un parámetro adimensional que depende de la geometría del espécimen y de la grieta [26].

Para una placa infinita con una grieta central de longitud $2a$, $f(a/W) = 1$ y así $K = \sigma\sqrt{\pi a}$. Para este caso, G (1.5), se tiene $G = \pi\sigma^2 a/E$. Combinando K y G , la relación resulta como:

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (10)$$

Con base en el criterio de balance de energía de Griffith, la extensión de la grieta ocurrirá cuando K alcance un valor crítico K_c . Por lo tanto, aplicando la modificación de Irwin G_c es:

$$G_c = \frac{K_c^2}{E} \quad (11)$$

¹ El factor de intensidad de esfuerzos K es esencialmente diferente del factor de concentración de esfuerzos, ya que este último es una relación adimensional que describe el incremento del nivel de esfuerzos relativo al esfuerzo nominal.

Que es válida para cualquier geometría.

2.3 MATERIALES HETEROGÉNEOS

Los materiales utilizados por la humanidad se encuentran en forma natural y artificialmente, no obstante, en cualquiera de los casos, estos sufren alguna modificación o tratamiento para cumplir con la función deseada en aplicaciones determinadas.

Los materiales pueden clasificarse con base en las fases presentes en monofásicos o polifásicos o bien, en homogéneos y heterogéneos. En esta última, el material se considera compuesto por dominios de diferentes materiales tal como un compuesto; o, el mismo material (misma composición química) en diferentes fases, por ejemplo, un policristal. Una fase puede definirse como cualquier parte, lo cual incluye el total, de un sistema físicamente homogéneo dentro de sí mismo y delimitado por una superficie que lo separa de cualquier otra parte. El agua puede existir como un gas, un líquido y un sólido. Estas son tres fases diferentes; bajo diversas condiciones de temperatura y presión, se forman diferentes estructuras cristalinas en el hielo (es decir, diferentes celdas unitarias). A estas se les reconoce como hielo I, II, III y así.

Materiales Compuestos

Un compuesto es un material estructural que consiste en la combinación de dos o más constituyentes (fases) con propiedades específicas diferentes, por lo que es un material heterogéneo. Los constituyentes son combinados macroscópicamente y no son solubles uno con el otro. Uno de estos es llamado fase de refuerzo debido a que en la mayoría de los casos sus propiedades mecánicas tal como la rigidez, la resistencia de cedencia, los parámetros de endurecimiento, etc., tienen valores mayores que de la fase en que es insertado, llamada matriz. Los refuerzos pueden ser en forma de fibras, partículas o laminados, mientras que la matriz generalmente es continua. La selección de cada componente queda determinada por la función

deseada de la estructura. En la Figura 6 se muestra esquemáticamente la clasificación de los materiales compuestos.



Figura 6 Clasificación de los materiales compuestos.

El comportamiento mecánico de los compuestos depende principalmente del arreglo de los constituyentes y se estudian desde dos puntos de vista [27]: micromecánicamente donde se examina la interacción entre los materiales que lo forman tal como la resistencia interfacial, la tenacidad a la fractura, fatiga, etc., y macroscópicamente cuya importancia recae en el comportamiento microscópico del compuesto como tal ya que se considera una buena unión entre sus interfases. Debido a que su caracterización se realiza a partir de pruebas mecánicas estandarizadas con base en la medición de cargas y desplazamientos, las propiedades se calculan utilizando la teoría de la elasticidad a través de la Ley de Hooke, donde a diferencia de los materiales comunes donde generalmente se calculan dos constantes, las características básicas de los compuestos dependen de la dirección de los refuerzos y la carga aplicada.

Fractura en materiales heterogéneos

A diferencia de los materiales homogéneos e isotrópicos, la falla en los compuestos generalmente es más bien por una acumulación de daño que por una grieta localizada por lo que en muchos casos la fractura no ocurre por la propagación de una sola grieta macroscópicamente. Dada la heterogeneidad, los compuestos poseen varios tipos de fisuras internas (Fig. 7) tal como rotura de fibras, vacíos en

la matriz, desalineamiento de las fibras, zonas de matriz aglomeradas, interfases desprendidas, etc.; mecanismos que ocurren algunas veces independiente e interactivamente y la predominancia de una u otra puede ser afectada fuertemente por el material o las condiciones de carga. A su vez, estos causan los modos de falla siguientes: fallas de fibras, microagrietamiento de la matriz, delaminación, crecimiento de huecos, etc.

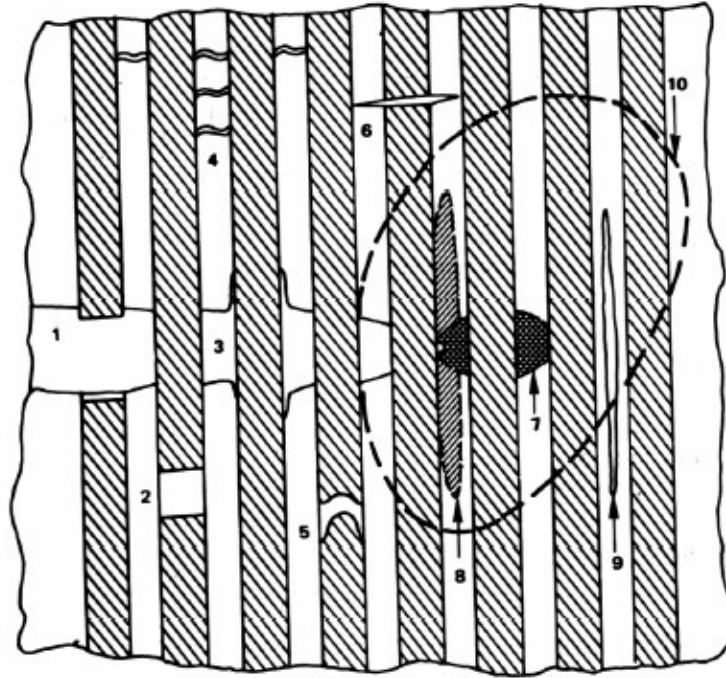


Figura 7 Mecanismos de falla en un material compuesto: 1) fractura de matriz frágil; 2) rotura de fibras; 3) agrietamiento de puenteo; 4) microagrietamiento de la matriz; 5) falla dúctil en la fibra; 6) fractura de la fibra en una fisura con agrietamiento de la matriz; 7) región plástica en la punta de una grieta principal; 8) falla interfacial; 9) falla de matriz longitudinal; 10) zona de falla interlámina en un eje adyacente de una placa [28].

La fractura de los materiales no sólo se ha estudiado desde los conceptos de la mecánica o la ciencia de los materiales, sino también desde mediados del siglo XX desde la física estadística para materiales que, de alguna forma poseen algún tipo de desorden [Herrmann, 1990]. Aquí se usan términos tal como escalamiento, percolación, fractales y así, y se hace énfasis en el rol fundamental que juega el desorden del material en los procesos de ruptura de tal forma que se discuten

propiedades que no lo hace la ingeniería tal como la forma de las grietas o la distribución local de la deformación.

III. OBJETIVO

Estudiar el efecto del arreglo microestructural de las fibras a escala meso en un material heterogéneo de microestructura compleja durante la propagación de grietas a través de sus propiedades mecánicas de resistencia y fractura.

IV. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Determinar las propiedades mecánicas de resistencia en especímenes sin muesca que sirvan como base para el estudio de fractura con diferentes longitudes de grieta inicial.
- Determinar el rol de la microestructura del material en la fractura a través de la variación de longitudes de grieta inicial.

V. JUSTIFICACION

La fractura ha sido uno de los fenómenos que más atención ha traído en la comunidad científica de materiales. Microscópicamente se entiende como la separación interatómica de los materiales, mientras que macroscópicamente como la ruptura de dos o más partes de un componente. En las últimas décadas, ha llamado la atención ya que la teoría clásica de Griffith presenta muchas limitantes en su aplicación a materiales heterogéneos. Dos componentes claves en este nuevo desafío son las interacciones de amplio rango y el desorden del material.

Desde el punto de vista de la física estadística para materiales, se usan términos tal como escalamiento, percolación, fractales y así, y se hace énfasis en el rol fundamental que juega el desorden del material en los procesos de ruptura de tal forma que se discuten propiedades que no lo hace la ingeniería tal como la forma de las grietas o la distribución local de la deformación. Es por ello, que es importante, en primera instancia conocer las propiedades de resistencia y fractura en condiciones normales de prueba, cuya información obtenida será introducida en modelos de mecánica estadística que permitan entender el rol del desorden de este tipo de materiales en la fractura.

El presente trabajo ampliará el conocimiento en el comportamiento de fractura de los materiales compuestos de arreglo microestructural complejo y los modelos desarrollados deberán significar una forma de aproximar el diseño de nuevos materiales compuestos.

VII. DESARROLLO DEL PROYECTO

EL PAPEL COMO MATERIAL MODELO

El papel es uno de los materiales más conocidos en la población ya que como producto tiene una gran cantidad de posibles aplicaciones en actividades tal como la impresión de libros, escritura y la alimentación, etc. La terminología comercial para las calidades de papel y cartón se refiere principalmente a las aplicaciones en las que se utilizan los materiales, no a su estructura.

El papel es un material muy delgado, casi bidimensional compuesto de fibras generalmente insertadas en soluciones poliméricas formando una estructura de redes complejas. Las fibras varían considerablemente entre especie y especie, dependiendo de dónde se extrajeron; algunas de las propiedades mecánicas principales del papel tal como el módulo elástico, la elongación y termo fluencia están en función de las propiedades de ellas [10]. El origen de la inhomogeneidad recae en el proceso de formación; la masa por unidad de área, llamada *gramage*, es usualmente entre 40 y 100 g/m², dependiendo del tipo de papel.

Las propiedades del papel son generalmente anisotrópicas debido a una orientación preferencial de las fibras en la dirección de fabricación conocida como Machine Direction (MD) y la resultante transversa Cross Direction (CD) y la dirección del espesor es la dirección-Z (o, fuera del plano), como se muestra en la figura 8; por lo que, cualquier intento para predecir el comportamiento mecánico del papel necesariamente debe estar basado en un arreglo medido o asumido de las fibras en la hoja [11].

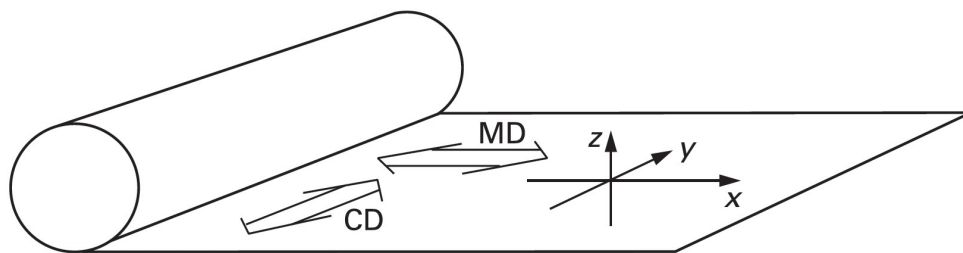


Figura 8 Sistema de coordenadas típico para el papel.

ELABORACIÓN DEL MATERIAL

El uso práctico de un material modelo requiere que:

- El modelo sea tan simple como su aplicación lo admita;
- Los parámetros de material requeridos para el modelo se pueden determinar con bastante facilidad mediante pruebas de materiales.

El material de prueba en este trabajo es el papel, dadas sus propiedades anisotrópicas y desorden microestructural. Existen diferentes tipos de papel, sin embargo, en una clasificación más general, se pueden encontrar dos tipos: artesanal y comercial; en ambos, las propiedades físicas tal como las mecánicas dependen del arreglo microestructural de estos.

Para la creación del papel artesanal, primeramente, se cortaron las hojas del papel y los periódicos a trocitos pequeños (figura 9). Estos se depositaron dentro de un recipiente con agua y lo dejamos remojar por medio día. Siempre serán dos partes de agua por una de papel. Para facilitar que los trozos del papel se vayan deshaciendo se remueve en agua. Entre más fina sea la mezcla obtendremos un papel con menor grano y más fácil será escribir en él.



Figura 9 Papel reciclado troceado

Se añade agua caliente para que se quite la tinta del papel si es que tiene bastante tinta Figura 10.

En un recipiente se coloca la mezcla la cual resulta un poco espesa, para después introducir un marco con malla mosquitera dentro de este recipiente y se retira horizontalmente, procurando que la fina hoja de papel sea más pequeña que el marco (figura 11).



Figura 10 Mezcla de papel reciclado remojado.



Figura 11 Marco para la creación de una hoja reciclada.

Se coloca sobre una superficie plana o una mesa el marco envuelto en toalla. Se puede pasar un rodillo para que termine de escurrir el agua sobrante. Con mucho cuidado se desprende el papel del marco. Al hacerlo el papel se puede ir metiendo entre hojas de periódico para terminar de absorber el agua y secarse.

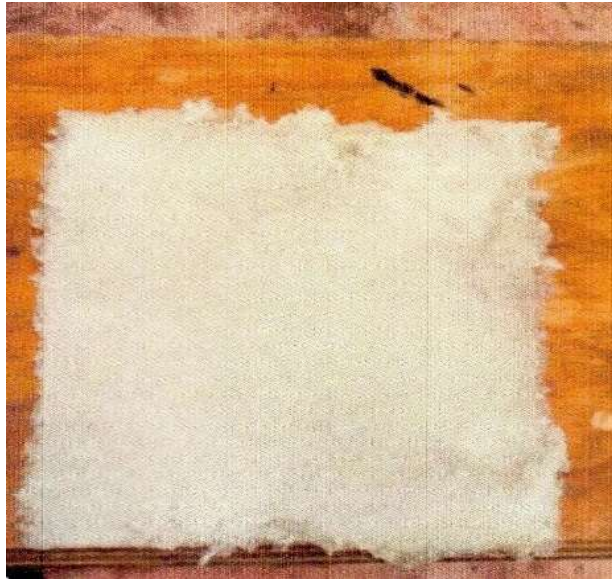


Figura 12 Papel artesanal terminado.

SELECCIÓN Y PREPARACIÓN DE ESPECÍMENES

El material de prueba es papel artesanal, hecho a base de cartón reciclado. Este se emplea debido a que se asume que la microestructura es totalmente aleatoria, a diferencia del papel común comercial, el cual es sabido posee propiedades anisotrópicas en el plano [30]. Cabe mencionar que este tipo de material se consideró ya que debido al proceso que se lleva a cabo para hacerlo, se conoce que sus propiedades mecánicas son isotrópicas en el plano; es decir, no sigue la anisotropía que posee un material producido industrialmente.

En la figura 13 se puede observar que el espesor muestra una dispersión muy amplia ya que la incertidumbre entre los promedios alcanza hasta un 20%, esto se atribuye a que durante la producción manual del material generalmente los parámetros tal como el espesor y distribución de fibras no es controlado como en los materiales producidos industrialmente; esto obliga a considerar los parámetros individuales de cada espécimen para la obtención de los parámetros de las propiedades del material.

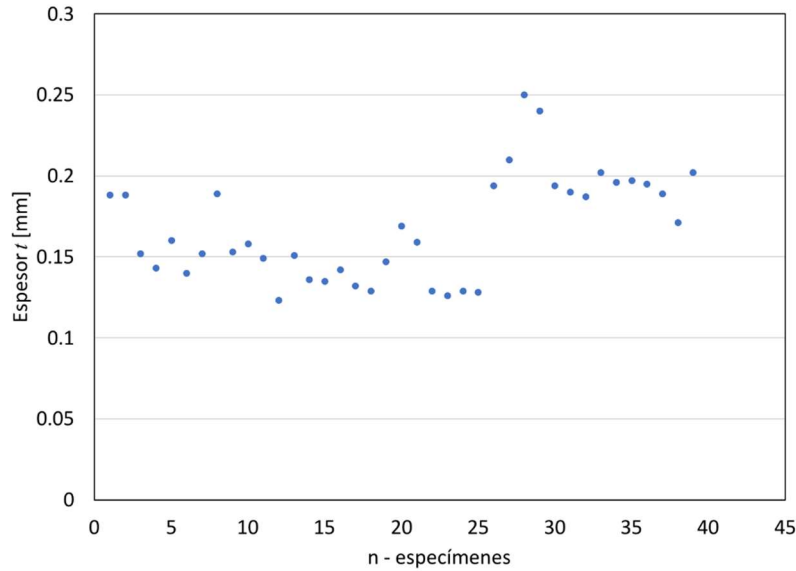


Figura 13 Dispersión del espesor t , medido a través de varios especímenes.

La designación y especificación de especímenes se muestran esquemáticamente en la figura 14. La muesca en los especímenes para estudiar el comportamiento de fractura se realizó con una navaja ultra fina. Las dimensiones mostradas se han considerado con base en trabajos anteriormente realizados, los cuales ha demostrado que éstas son las necesarias y/o suficientes para caracterizar el comportamiento de fractura en medios desordenados tal como el papel.

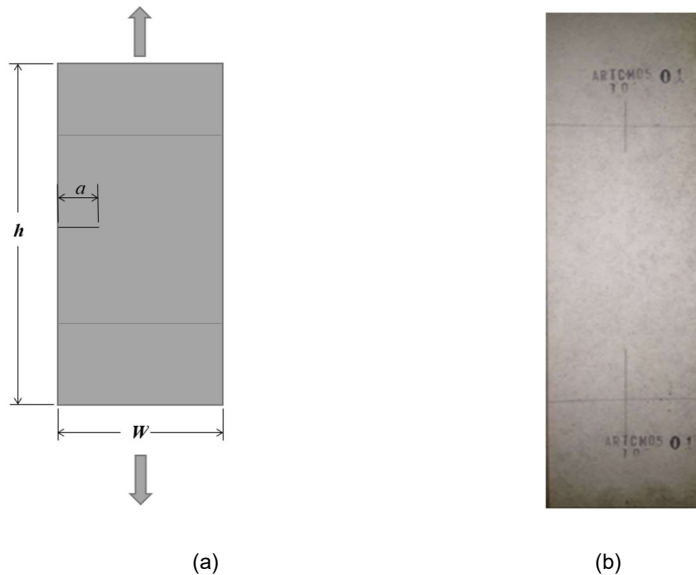


Figura 14 Designación de especímenes típico: a) esquemáticamente; b) imagen de una muestra preparada para prueba ($h = 10$ mm, $W = 50$ mm, sin muesca, $a = 0$).

REALIZACIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES

Los especímenes se sometieron a una carga axial hasta alcanzar su ruptura total; para esto, se utilizó una Máquina Universal de Pruebas electromecánica de 10 KN, a una razón de desplazamiento constante de 1mm/min, a condiciones de medio ambiente con una temperatura de 23.2 ± 0.2 °C y una humedad relativa (HR) de 55.2 ± 0.018 %. Cada probeta se colocó en las mordazas con sumo cuidado ya que lo que se buscaba es no provocar una alteración como es el que llegasen a doblarse (figura 15), esto provocaría que el material pudiese fracturarse por su fragilidad cuando fueran colocadas en las mordazas que sujetarían la probeta afectando las propiedades mecánicas en estudio.

En la figura 16 se muestra la curva de carga desplazamiento típica del material modelo utilizado en este trabajo. En esta puede observarse que el papel muestra un comportamiento lineal elasto-plástico con ruptura catastrófica.

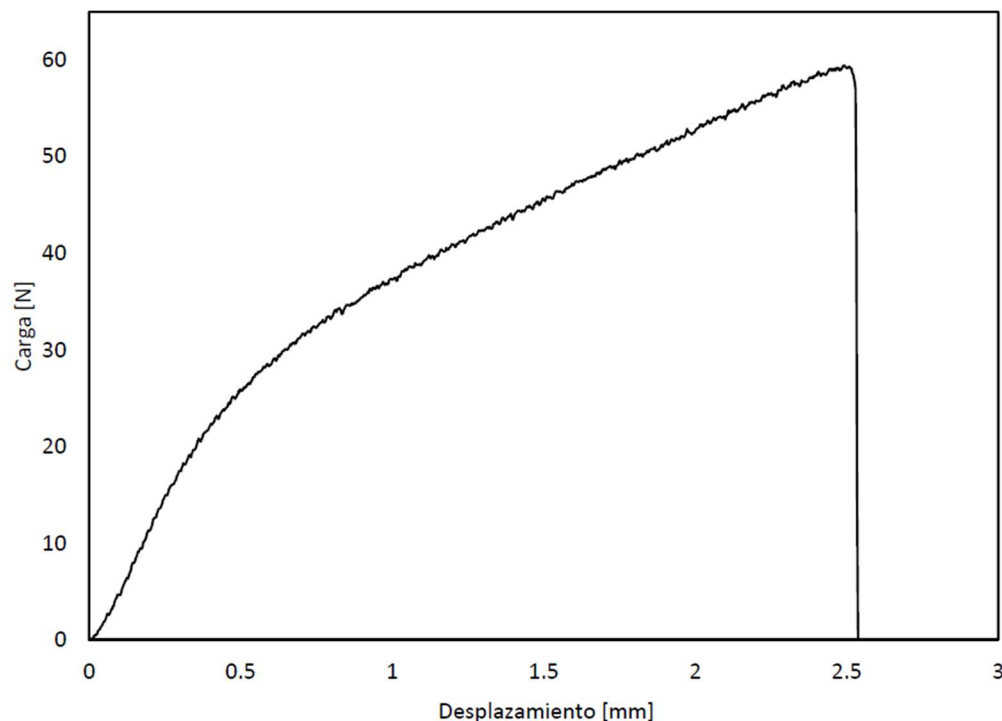


Figura 15 Curva carga – desplazamiento típico de un papel artesanal.

CALCULO DE PROPIEDADES MECÁNICAS.

Bajo las condiciones de prueba descritas anteriormente, la obtención de los parámetros de resistencia y fractura se hizo a partir de las curvas de esfuerzo – deformación unitaria que resultaron de ellas (Anexo I). En ellas se puede observar que existe una dispersión muy grande en las propiedades mecánicas de resistencia. Esto se debe principalmente al proceso de fabricación del material, ya que por mucho cuidado que se considere durante tal, es muy difícil controlar los parámetros de formación.

En la figura 17 se muestran las curvas de esfuerzo - deformación unitarias para diferentes longitudes de grieta inicial. En estas se muestra el efecto que tiene la longitud de grieta. Como puede observarse, los parámetros de resistencia quedan en función de a , mientras que el módulo elástico es independiente de la longitud. Cabe mencionar que, debido a que la energía disipada bajos las condiciones de desplazamiento al cual se sometieron los especímenes, estos parámetros también son dependientes de la longitud inicial. Las propiedades se analizan adelante por separado.

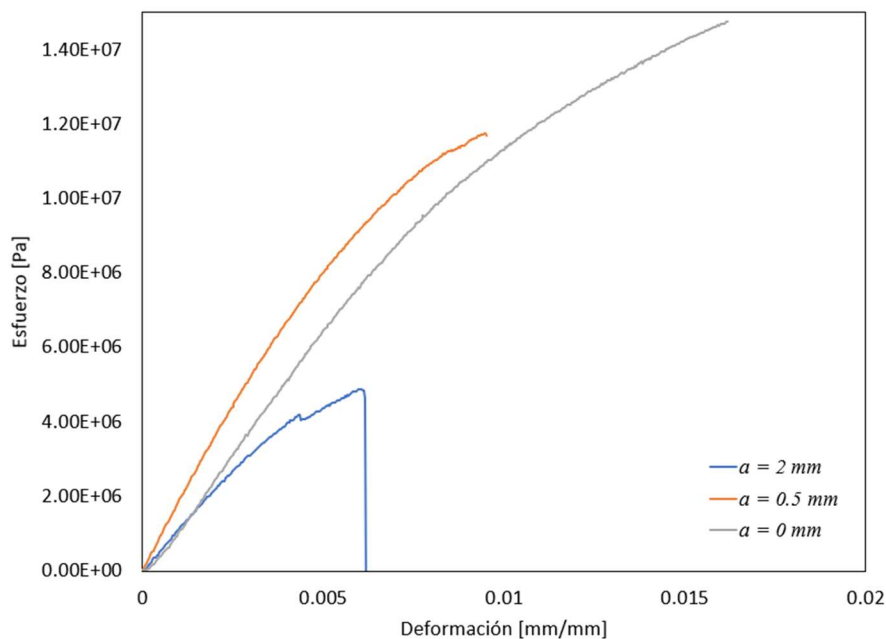


Figura 17 Diagramas de esfuerzo – deformación para diferentes longitudes de grieta inicial a .

Propiedades Elásticas

El módulo elástico, que es una propiedad de rigidez del material, se determinó a partir de la ecuación (3), donde

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (12)$$

Con base en la curva – esfuerzo deformación resultante, esta se determinó en la región lineal elástica considerando un σ_0 posterior al inicio $\sigma = 0$, despreciando los deslizamientos causados por el inicio de la prueba y un σ_f antes del límite elástico, de tal forma que se asegurara que los incrementos de esfuerzo y deformación, respectivamente fueran solo en una región lineal.

Como se muestra en la figura 18, no muestra una variación o dependencia de la longitud de grieta inicial a , ya que como se puede observar, aun cuando la dispersión es grande, el promedio es prácticamente invariable.

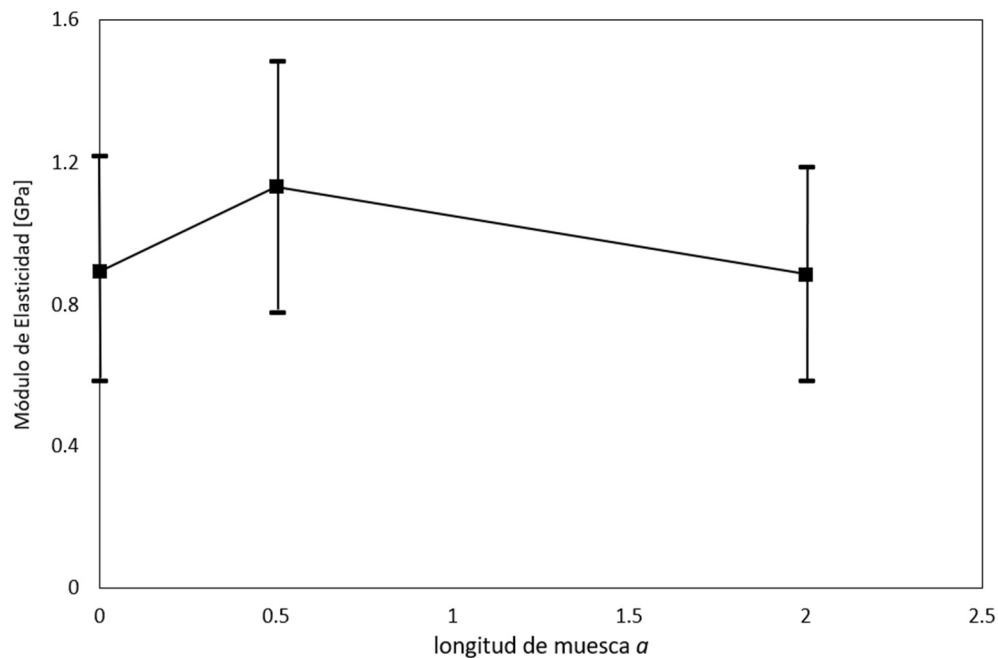


Figura 18 Módulo elástico para diferentes longitudes de grieta inicial a .

La energía potencial mide la capacidad que tiene un material para realizar un trabajo en función exclusivamente de su posición o estado, puede pensarse como la energía almacenada en el material, o como una medida del trabajo que el material

puede entregar. Un ejemplo del primero es la energía potencial de una masa, que se determina en función de su posición (altura) en un campo gravitacional. La energía elástica es un ejemplo de la energía potencial que es debida al estado o configuración del objeto.

Cuando una placa está bajo la influencia de una carga, los extremos están libres, por tanto, la carga realiza el trabajo y proporciona energía a la placa (la energía en la placa incrementa); mientras que, cuando la placa está sujeta a una razón de carga, los extremos están fijos y la carga no ejerce trabajo, entonces la placa proporciona (libera o disipa) la energía.

Por definición, la resiliencia es el área que se encuentra bajo la región elástica de una curva de esfuerzo - deformación y, en el caso del presente trabajo, es la energía elástica que cede el material bajo condiciones de desplazamiento controlado. Con base en la ecuación (16), se determinó este parámetro:

$$U_r = \int_0^{\epsilon_y} \sigma \, d\epsilon \quad (13)$$

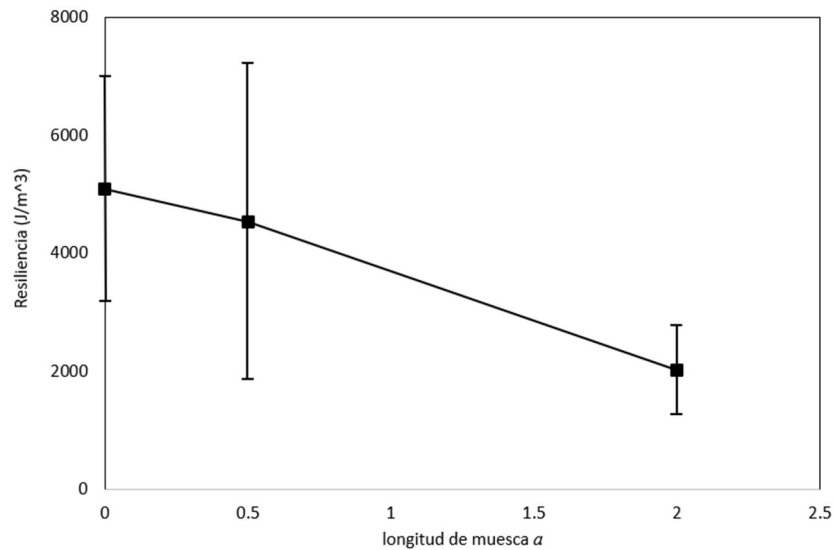


Figura 19 Comportamiento de la Resiliencia bajo diferentes longitudes de muesca inicial α .

Aun cuando el módulo elástico del material es invariable respecto a la longitud inicial de la grieta, como se mencionó anteriormente, al definir la energía como el área bajo la curva de esfuerzo – deformación, la resiliencia es dependiente de la longitud

inicial de la grieta a (figura19). Esto muestra además que no hay relación entre la resiliencia y el módulo elástico.

Fractura del Material

Durante el inicio de la propagación de grietas en el papel, la carga causa un desplazamiento entre fibras y uniones interfibras (consideradas como dos fases distintas en el papel) en ausencia de una matriz, lo cual permite un relajamiento en la fractura del material, hasta que finalmente se alcanza un punto en el cual, bajo el incremento de la carga, inicia la falla catastrófica con el rompimiento de uniones interfibras hasta terminar con el propio de las fibras [12].

Para diferentes longitudes de grietas se ha observado que el fenómeno depende de la escala de observación y del tamaño del espécimen. Es decir, se ha mostrado que cuando la longitud de grieta inicial es pequeña comparado con el ancho de espécimen, el comportamiento de fractura tiende a un material macroscópicamente frágil, mientras que cuando la relación $(a/w) > 0.5$ el comportamiento del desarrollo tiende a la zona de proceso de fractura [31].

En la figura 15 se observó, a través de la curva de esfuerzo – deformación, que el material a escala macro muestra un comportamiento elastoplástico hasta alcanzar la ruptura del material catastrófica y de comportamiento frágil. La figura 20 muestra el proceso de crecimiento de una grieta durante la aplicación de la carga, como puede observarse, no existe o no es perceptible la Zona de Proceso de Fractura, tal como sucede en algunos tipos de papel.

La tenacidad a la fractura, definida como el área bajo la curva durante el proceso de propagación de la grieta, se obtuvo de forma similar que la

$$G = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_r} \sigma d\varepsilon \quad (14)$$

Donde ε_0 y ε_r son la deformación al inicio de la propagación de grietas y deformación de ruptura total, respectivamente. En la figura 3.5 puede observarse que la energía de fractura G es dependiente de la longitud de grieta inicial tiene efecto.

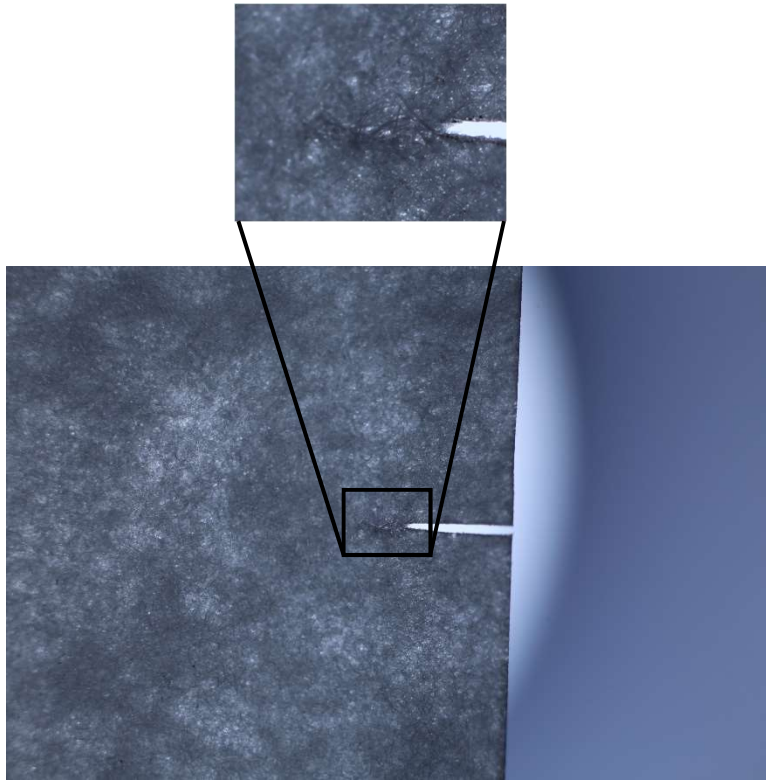


Figura 20 Inicio de la propagación de una grieta en papel artesanal.

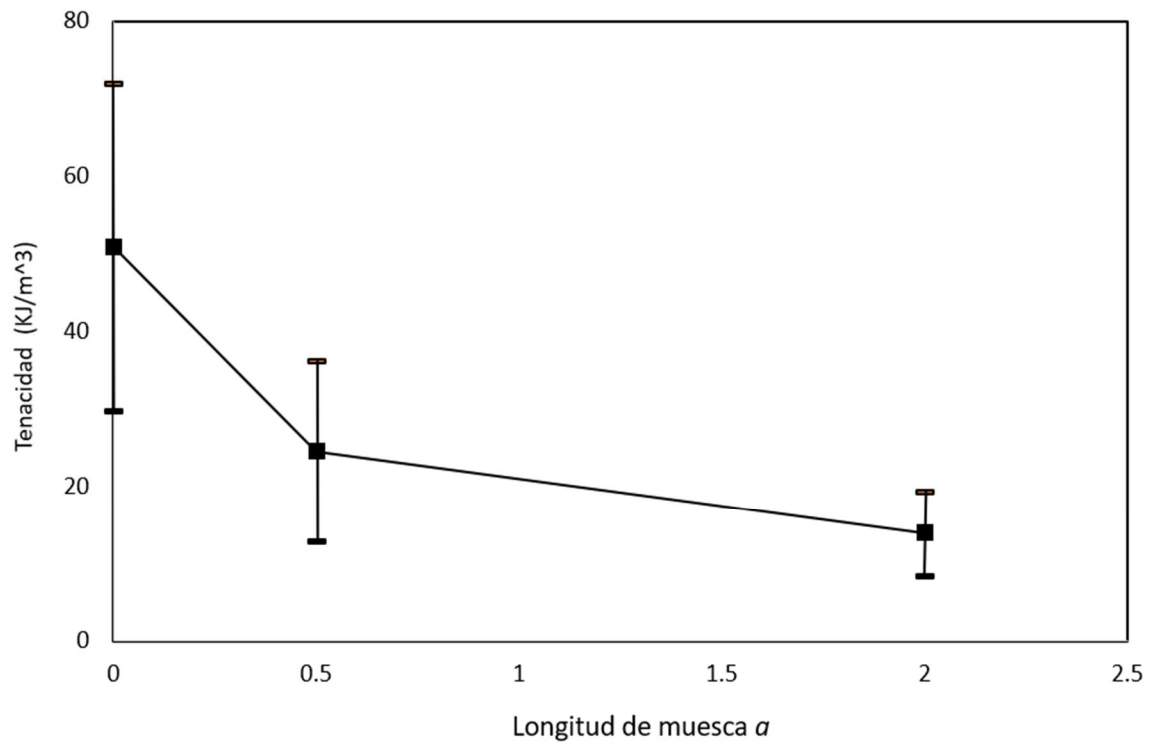


Figura 21 Tenacidad bajo diferentes longitudes de muesca inicial a .

CONCLUSIONES

En este trabajo se hizo el estudio del efecto del arreglo microestructural de las fibras a escala meso en un material heterogéneo de microestructura compleja durante la propagación de grietas a través de sus propiedades mecánicas de resistencia y fractura. El fenómeno físico de la inestabilidad de la propagación de grietas de interés en el presente trabajo ocurre en una escala meso (1 mm a 30 cm). Este fenómeno se estudió con base en los diagramas de esfuerzo – deformación unitaria producidos a través de diferentes longitudes de grieta inicial. El material de prueba empleado en este trabajo fue el papel artesanal hecho a base de cartón reciclado, dadas sus propiedades anisotrópicas y desorden microestructural.

Con base en los resultados obtenidos, se puede concluir lo siguiente:

- El material posee un comportamiento lineal elasto-plástico con ruptura catastrófica, es decir, durante la propagación de grietas, no se observó zona plástica o de proceso de fractura frente la punta de la grieta. Bajo las condiciones de prueba descritas se pudo observar que existe una dispersión muy grande en las propiedades mecánicas de resistencia. Esto se debe principalmente al proceso de fabricación del material, ya que por mucho cuidado que se considere durante tal, es muy difícil controlar los parámetros de formación.
- Con base en las curvas de esfuerzo – deformación, se demostró que los parámetros de resistencia quedan en función de la longitud inicial de grieta a , mientras que el módulo elástico E es independiente de la variación de esta.
- Aun cuando el módulo elástico del material es invariable respecto a la longitud inicial de la grieta, se observó que, al definir la energía como el área bajo la curva de esfuerzo – deformación, la resiliencia y la tenacidad a la fractura son dependientes de la longitud inicial de la grieta a . Esto muestra además que no hay relación entre la resiliencia y el módulo elástico.

Finalmente, se pudo observar que el papel artesanal no sigue el comportamiento de un papel producido industrialmente, ya que el segundo, generalmente posee

propiedades anisotrópicas en el plano y sus propiedades no varía respecto al tamaño de longitud de grieta inicial.

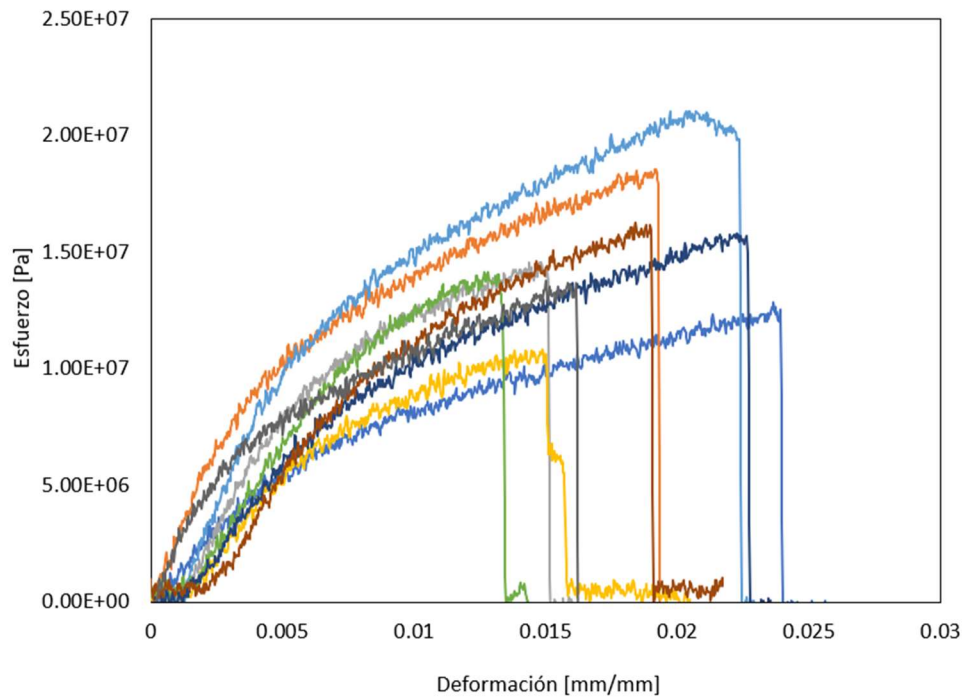
Con base en los resultados obtenidos, este trabajo abre una puerta más para estudiar el efecto del desorden en el fenómeno físico de la inestabilidad del crecimiento de grietas a diferentes escalas de observación, dirección preferencial de las fibras tipos de materiales y considerando diferentes materiales para la fabricación de papel artesanal.

REFERENCIAS

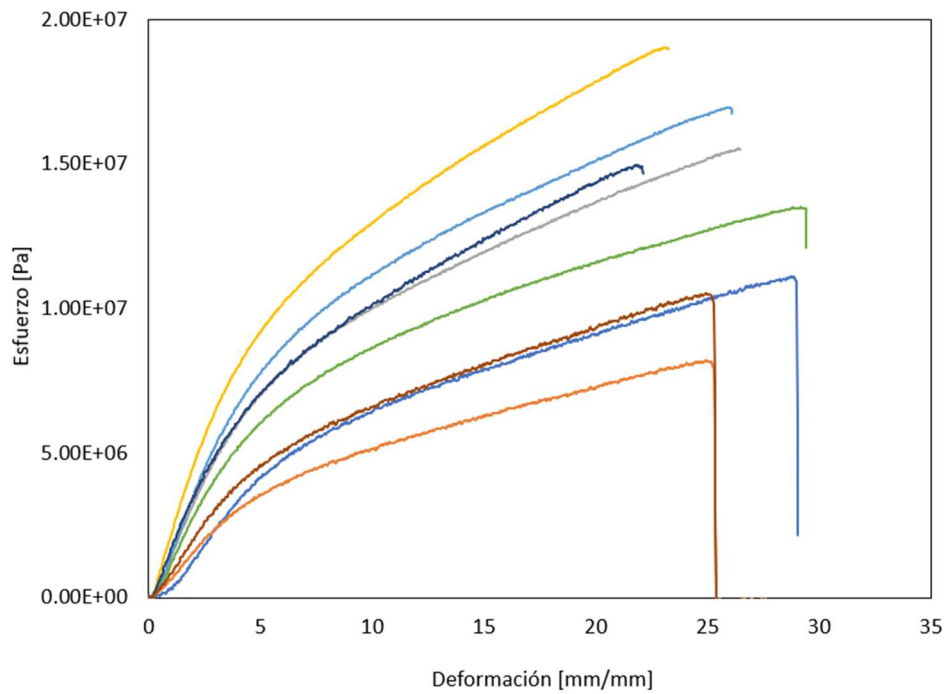
- [1] Desorden. (2016). Gran Diccionario de la Lengua Española. Recuperado el 25 de mayo 2024 de <https://es.thefreedictionary.com/desorden>
- [2] Desorden (2019). Diccionario del Español de México (DEM), 2 edición. Recuperado el 25 de mayo de 2024 de <https://dem.colmex.mx/ver/desorden>, El Colegio de México, A.C.
- [3] Torquato, S. (2002). Random Heterogeneous Materials: Microstructure and Macroscopic Properties. Springer Science+Business Media, Inc.
- [4] Bonamy, D., & Bouchaud, E. (2011). Failure of heterogeneous materials: A dynamic phase transition?. Physics Reports, 498(1), 1-44.
- [5] Alava, M. J., Nukala, P. K., & Zapperi, S. (2006). Statistical models of fracture. Adv. in Phys., 55(3-4), 349-476.
- [6] Herrmann, H. J., Roux, S. (1990). Statistical models of the fracture of disordered media. Elsevier Science Publishers B. V.
- [7] Hristopoulos, D. T., Uesaka, T. (2004). Structural disorder effects on the tensile strength distribution of heterogeneous brittle materials with emphasis on fiber networks. Phys. Rev. B. 70, 064108.
- [8] Alava, M. J., Nukala, P. K., & Zapperi, S. (2008). Role of disorder in the size scaling of material strength. Phys. Rev Lett., 100(5), 055502.
- [9] Girard, L., Weiss, J., Amitrano, D. (2012). Damage-clusters distributions and size effects on strength in compressive failure. Phys. Rev. Lett. 108, 225502.
- [10] Turrado, S. J., Ramirez P., R., Perez, R. S. (1996). Fiber properties and their influence on paper structure, pp. 45-55. In R. Allan G. G, J. J. (Ed.): Interactive Paper, Proceedings of SPIE, Guadalajara, Mex.
- [11] Cox, H. L. (1952). The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. Brit. J. Appl. Phys. 3, 72-79.
- [12] Mora Santos, Carlos A. Susarrey, H. O., Flores L., V., Bedolla H., J., Mendoza N. M. A. (2013). Failure stress in notched paper sheets. Key Engng. Mats., 417-424.
- [13] Nordhagen, H., Erikse, O., Gregersen, O. W. (2008). Strength variations in paper containing a sharp notch. Nord. Pulp Pap. Res. J. 23, 189-194.
- [14] Karttunen, M. E. J., Niskanen, K. J., Kaski, K. (1994). Fracture in mesoscopic disordered systems. Phys. Rev. B. 49, 9453-9459.
- [15] Curtin, W. A. (1998). Size scaling of strength in heterogeneous materials. Phys. Rev. Lett. 80, 1445-1448.
- [16] Balankin, A. S., Susarrey, O., Bravo, A., Galicia, M. A. (1999). Mecánica de las grietas auto-afines en hojas de papel fragilizado – Rev. Mex. Fís. 45, 388-392.
- [17] Phoenix, S. L., Beyerlein, I. J. (2000). Distributions and size scalings for strength in a one-dimensional random lattice with load redistribution to nearest and next-nearest neighbors. Phys. Rev. E. 62, 1622-1645.

- [18] Balankin, A. S., Susarrey, O., Mora S. Carlos A., Patiño, J., Yoguez, A., García I., E. (2011). Stress concetration and size effect in fracture of notched heterogeneous material. *Phy. Rev. E* 83, 015101(R).
- [19] Anderson, T. L. (2017). *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. CRC press.
- [20] Janssen, M., Zuidema, J., Wanhill, R. (2009) *Fracture mechanics*, 2nd Ed. Oxfordshire: Spoon Press.
- [21] Irwin, G. R. (1948). Fracture dynamics. In *Fracturing of Metals*. American Society of Metals, 147-166.
- [22] Orowan, E. (1948). Fracture and strength of solids. *Rep. on Prog. and Phys*, Vol II. 185-232.
- [23] Lai, W. M., Rubin, D., Krempl, E. (1993). *Introduction to continuum mechanics*, 3rd Ed. Butterworth Heinemann Ltd.
- [24] Griffith, A. A. (1921). VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans Roy. Soc Lond. Series A*, 221, 163-198.
- [25] Irwin, G. R. (1956). Onset of fast crack propagation in high strength Steel and aluminuom alloys. *Sagamore Research Conference Proceedings*, Vol 2, 286-305.
- [26] Tada, H., Paris, P. C., Irwin, G. R. (2000). *The stress analysis of cracks handbook*, 3rd. Ed. The American Society of Mechanical Engineers. New York, U. S. A.
- [27] Jones, R. M. (1975): *Mechanics of Composite Materials*. McGraw-Hill, Kogakusha, Ltd. Washington, D. C.
- [28] Dharan, C. K. H. (1978). Fracture mechanics of composite materials. *J. Eng. Mat. Tech.* 100, 233-247.
- [29] Alava, M., Niskanen, K. (2006). The Physics of Paper. *Rep. Prog. Phys.* 69, 669-723.
- [30] Alava, M. Niskanen, K. (2008). In-plane tensile properties. In Niskanen, K. ed. *Paper Physics*. Finnish Paper Engineers' Association / Paperi ja Puu Oy, Finland.
- [31] Mora Santos, C. A., Rodriguez Marquez, M. A., Aguilar Vazquez, J., Bedolla Hernandez J. (2023). Evaluación del efecto del desorden y del tamaño inicial de grieta en materiales microestructuralmente desordenados. *Memorias del XXIX Congreso Internacional Anual de la SOMIM*, Ciudad Juárez, Chihuahua, México. DOI: 10.59920/UYDR3961.

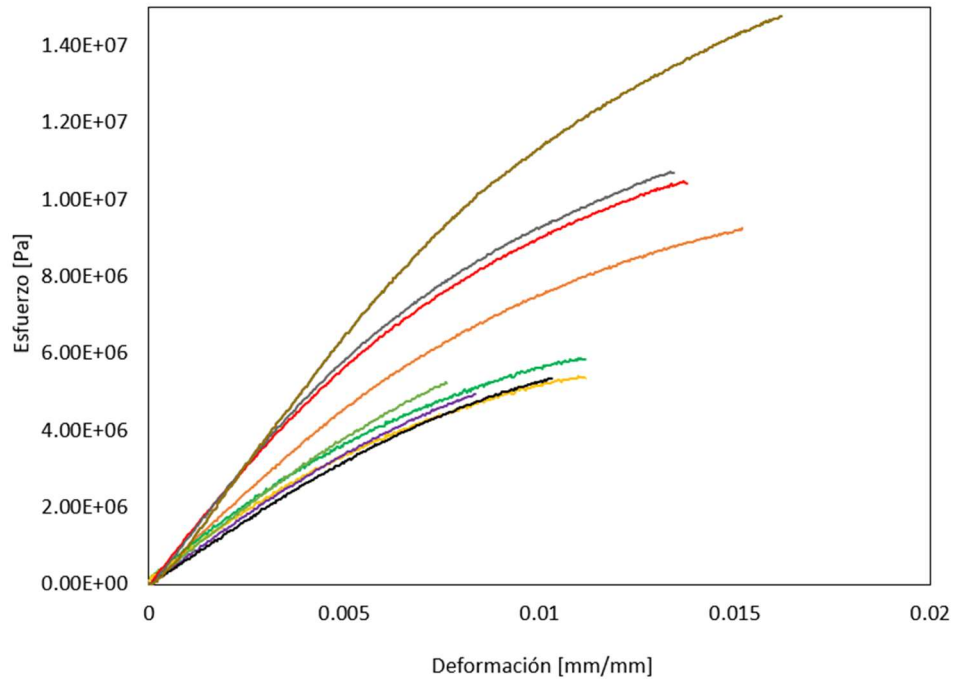
ANEXOS



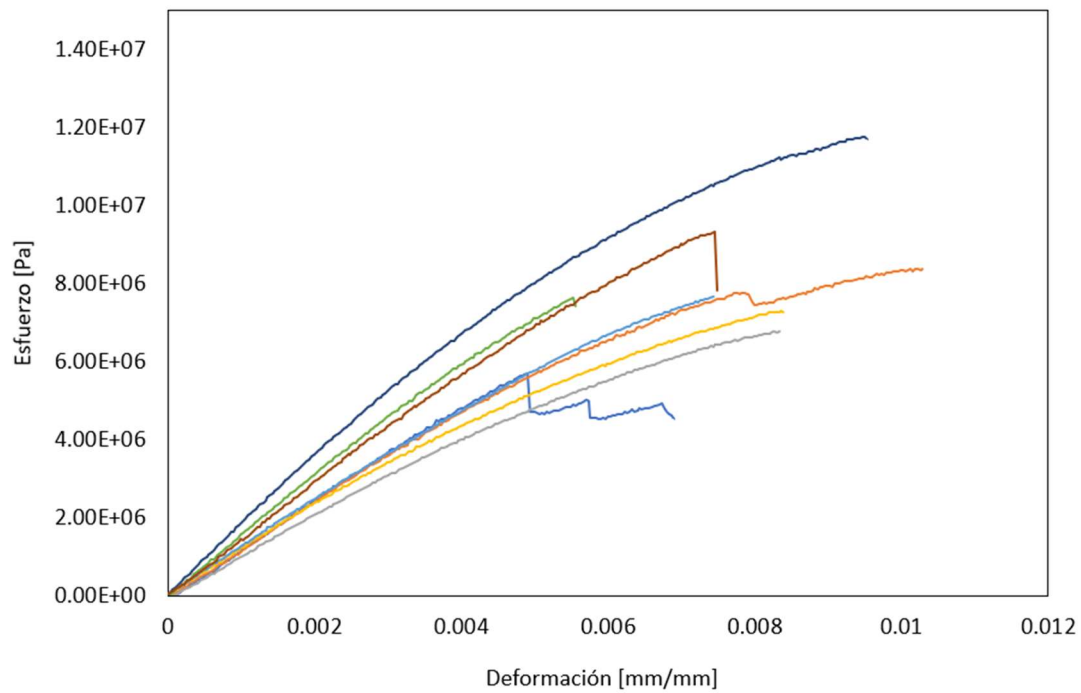
Anexo I Curvas Esfuerzo-deformación para especímenes sin muesca, y $w = 5\text{ mm}$



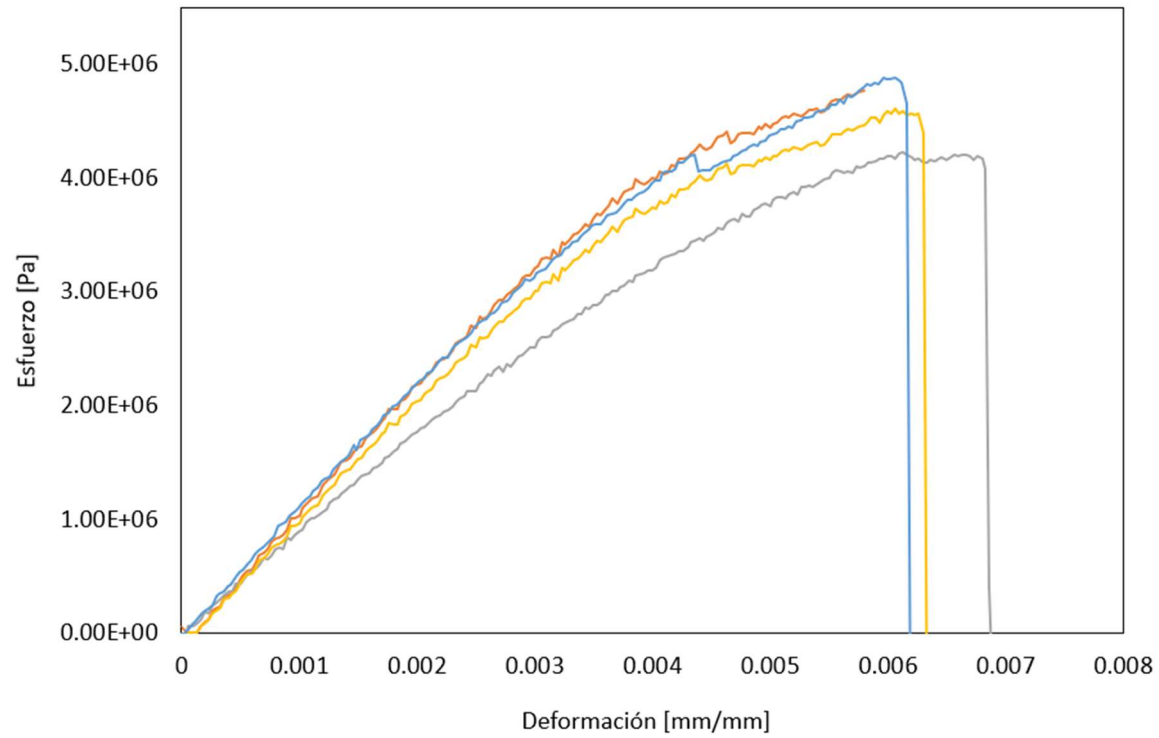
Anexo II Curvas esfuerzo-deformación para especímenes sin muesca y $w = 50\text{ mm}$.



Anexo III Curvas esfuerzo-deformación para especímenes sin muesca a 30°.



Anexo IV Curvas típicas de esfuerzo-deformación para especímenes con $a = 0.5\text{mm}$, $w = 50\text{ mm}$.



Anexo V Curvas típicas de esfuerzo-deformación para especímenes con $a = 2$ mm, $w = 50$ mm.