



INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE HUATUSCO

**Aplicación de Diseño de Experimentos (DoE) para el
análisis de retención térmica en un dispositivo
ahorrador de gas.**

OPCIÓN I

Tesis

**PARA OBTENER EL TITULO DE:
Ingeniero Industrial.**

PRESENTA:

Edgar Isaí Luna Munguía.

**DIRECTORA DE TRABAJO RECEPCIONAL
M.I. Ana Laura Piña Martínez**

HUATUSCO, VER.

Noviembre 2018.



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Instituto Tecnológico Superior de Huatusco



Huatusco, Ver., a 25 de Octubre de 2018.

Edgar Isai Luna Munguía.
PASANTE DE LA CARRERA DE
INGENIERIA INDUSTRIAL.
PRESENTE.

En relación a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación que después de haber sido analizado exhaustivamente la **TESIS** titulada:

"Aplicación de diseño de experimentos (DoE) para análisis de retención térmica en un dispositivo ahorrador de gas."

Se le notifica que a mi juicio este cumple con los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes de la **TESIS**, por lo que se autoriza su impresión.

ATENTAMENTE.

ING. DAVID GERARDO VELASCO GONZÁLEZ
DIRECTOR DEL I.TSH.



INSTITUTO TECNOLÓGICO
SUPERIOR DE HUATUSCO
CLAVE 3001700102
DIRECCION GENERAL



Avenida 25 poniente num. 100 Col. Reserva Territorial
Huatusco, Veracruz, México. C.P. 94100
Tel. (01 273-734-40-00), e-mail: itsh.huatusco@hotmail.com
www.itshuatusco.edu.mx



Scanned by CamScanner

***“He aprendido que las metas las fijas tú.
Que si quieres algo de verdad tienes que superar tus dudas,
Vencer tus miedos, alejarte de quienes te dicen que no eres capaz
Y atreverte a realizar todos tus sueños sin que nada ni nadie te detenga.”***

- Edgar Isaí Luna M.

A mis padres.

Agradecimientos

A Dios por darme la habilidad.

*A mis padres Maximino y Lourdes por ser mi ejemplo a seguir
Y apoyarme todo el tiempo.*

*M.I. Ana Laura Piña Martínez
Asesora de Titulación.*

Índice

1. Introducción	9
1.1. Antecedentes	10
1.2. Descripción del problema	11
1.3. Planteamiento del problema	11
1.4. Objetivos de la investigación.	12
1.4.1. Objetivo General.....	12
1.4.2. Objetivos Específicos.....	12
1.5. Justificación de la investigación.....	12
1.6. Alcances y limitaciones.	13
1.7. Hipótesis	13
1.7.1. Hipótesis Nula	13
1.7.2. Hipótesis Alternativa.....	13
2. Marco teórico.....	14
2.1 Introducción al Diseño de Experimentos.	15
2.2 Definiciones.	17
2.3 Experimentos con un solo factor y análisis de varianza.	19
2.4 Etapas en el Diseño Experimental.	21
I. Planeación y realización	22
II. Análisis.....	23
III. Interpretación	23
IV. Control y conclusiones finales	23
2.5 Diseño completamente al azar y anova.....	24
2.6 ANOVA para el diseño completamente al azar (DCA).....	28

2.7 Comparaciones o pruebas de rango múltiples.....	35
I. Método LSD (diferencia mínima significativa).....	36
II. Método de Tukey	39
III. Método de Duncan.....	40
3. <i>Desarrollo experimental.</i>	43
3.1 Planeación.....	44
a) Encontrar un problema de calidad	44
b) Determinar cuáles factores deben estudiarse o investigarse	44
c) Elegir la(s) variable(s) de respuesta que serán medidas en cada punto del diseño y verificar que se mide de manera confiable.	45
d) Seleccionar el diseño experimental adecuado a los factores que se tienen y al objetivo del experimento.	46
e) Planear y organizar el trabajo experimental.	46
f) Realizar el experimento.	47
4. <i>Análisis de resultados e interpretación</i>	59
5. <i>Conclusiones</i>.....	62
5.1 Conclusiones.....	63
6. <i>Bibliografía.</i>	64
<i>Bibliografía</i>.....	65

Índice de Tablas

Tabla 1. Anova de un solo factor.....	21
Tabla 2. Diseño completamente al azar.....	26
Tabla 3. Diseño completamente al azar.....	26
Tabla 4. Tabla de Anova para el DCA.....	33
Tabla 5. ANOVA para los métodos de ensamble.....	33
Tabla 6. Detalles de los cálculos para el ANOVA en el DCA para el tiempo de ensamble.....	34
Tabla 7. Aplicación de la prueba LSD a métodos	38
Tabla 8. Resultado de Hipótesis	40
Tabla 9. Resumen de los resultados.....	42
Tabla 10.- Variables de respuesta.	46
Tabla 11. Toma de muestras con recipiente de peltre	48
Tabla 12. Toma de muestras con recipiente de Barro.	51
Tabla 13. Toma de muestras con recipiente de aluminio.....	53
Tabla 14. Tabla de promedios para análisis de varianza con un solo factor.	56

Índice de Ilustraciones.

Ilustración 1. Tipos de diseños de investigación experimental.	18
Ilustración 2. Clasificación de experimentos de un factor.	21
Ilustración 3. Ciclo Deming y los Experimentos.	24
Ilustración 4. Variación total en sus componentes en un DCA	28
Ilustración 5. Representación de efectos de los tratamientos en el DCA.	28
Ilustración 6. Recipientes utilizados para mediciones.	45
Ilustración 7. Grafica retención de temperatura en dispositivo de peltre.	50
Ilustración 8. Grafica de retención de temperatura en dispositivo de barro.	53
Ilustración 9. Grafica de retención de temperatura en dispositivo de Aluminio.	56
Ilustración 10. Toma de muestra con recipiente de aluminio y dispositivo ahorrador de gas.	57
Ilustración 11. Toma de retención de calor en dispositivo ahorrador de gas, mediante termómetro digital (Industrial).	58
Ilustración 12. Toma de muestra con recipiente de barro y dispositivo ahorrador de gas.	58

1. Introducción

1.1. Antecedentes

Como individuos tomamos decisiones que afectan la forma y la cantidad en la que, por nuestras actividades, se consume energía y, por lo tanto, se emiten gases de efecto de invernadero. Algunas de estas decisiones son cotidianas y tienen que ver con la forma en que operamos los dispositivos que consumen energía. Aquí nuestros hábitos determinan si desperdiciamos o no energía.

Uno de los factores es la falta de conciencia e información en el uso responsable y eficiente de la energía y otros recursos.

Todos los días, muchas veces sin notarlo, desperdiciamos agua, alimentos, electricidad, gas, combustibles líquidos y muchos productos más que son necesarios para nuestro bienestar.

El objetivo de la presente investigación es conocer el promedio de retención térmica en un dispositivo elaborado a base de barro que se adapte en la estufa disminuyendo el nivel de flama utilizada en la cocción de los alimentos y por consiguiente el consumo de gas.

El dispositivo generará un campo térmico que permitirá calentar ciertos alimentos después de tener la estufa encendida, aprovechando la energía remanente almacenada en las paredes de este accesorio.

Para analizar el material que da como resultado el punto óptimo de la variable de respuesta, se aplicará la técnica de Diseño de Experimentos (DDE).

Es importante hacer mención que para dicho dispositivo la patente se solicitó en Enero de 2011 y otorgada en Octubre de 2017, describiendo que el material con el cual fue elaborado el dispositivo es de acero inoxidable pero por el alto costo se utilizó un material alternativo, realizado a base de barro, esto permite que las personas puedan adquirirlo fácilmente debido a su bajo costo.

1.2. Descripción del problema.

En la actualidad es prácticamente indispensable el uso de gas LP en las diversas actividades realizadas en los hogares, esto genera el alto consumo del mismo, provocando un constante desembolso económico debido al bajo rendimiento y control de este combustible.

Aunque existen algunos dispositivos que intentan disminuir y controlar el consumo del gas LP, el costo de los mismos es muy alto. El dispositivo tomado como referencia para realizar este proyecto está elaborado de acero inoxidable y su precio es de \$300.00 pesos (Martínez A. L., 2011) cada pieza lo cual genera una baja demanda en su adquisición debido que la mayoría de la población no puede comprarlo a consecuencia de su alto costo. Así mismo, dicho dispositivo no cuenta con un análisis previo que permita conocer el tiempo promedio en la retención de la energía calorífica en el dispositivo.

Una alternativa para permitir un mayor acceso a la población de este tipo de dispositivo ahorrador, es la elaboración del mismo utilizando como material el barro. Al ser el barro una materia prima con propiedades de retención calorífica se espera mejorar el desempeño del dispositivo, ofreciéndole así a la población una alternativa para utilizar de manera eficiente el combustible empleado.

1.3. Planteamiento del problema

No existe un análisis que permita conocer el tiempo de retención de la energía calorífica utilizando un dispositivo elaborado a base de barro en las estufas convencionales, las cuales utilizan gas LP para su correcto funcionamiento

1.4. Objetivos de la investigación.

1.4.1. Objetivo General.

Conocer el tiempo de retención de energía calorífica generado por el dispositivo ahorrador de gas elaborado a base de barro, siguiendo la metodología de Diseño y Análisis de Experimentos.

1.4.2. Objetivos Específicos.

Los objetivos del presente estudio son:

- Analizar y comprobar la retención de calor considerando tres diferentes recipientes elaborados con diferentes materiales utilizando el dispositivo ahorrador de gas elaborado a base de barro.
- Identificar el tipo de material del recipiente (Peltre, Barro y Aluminio) a utilizar que provoque la retención por un mayor tiempo de la energía calorífica generada.
- Realizar un análisis de varianza utilizando los resultados de las muestras obtenidas del experimento.

1.5. Justificación de la investigación.

El precio por llenar un tanque de gas licuado de petróleo (LP) de 30 kilos se incrementó en 86.1 pesos en el año reciente, según cifras de la Comisión Reguladora de Energía (CRE). Datos del organismo muestran que el costo promedio por kilo de gas LP en cilindro observado a escala nacional subió de 16.11 a 18.98 pesos entre el 15 de junio del año pasado y el mismo día de este mes, incremento de 2.87 pesos por kilo. (Miranda, 2018.)

Debido al alza de precio en el combustible de gas LP, es necesario buscar alternativas que permitan generar un ahorro económico en los hogares y una opción son los dispositivos ahorradores de gas, es por ello que se fabricó un accesorio elaborado a base de barro, el cual permite que las familias puedan tener un fácil acceso a él, esto debido a bajo costo por el material utilizado. Al analizar el tiempo de retención de la energía calorífica se puede considerar utilizarla en la cocción de otros alimentos.

1.6. Alcances y limitaciones.

El experimento está expuesto a variables de ruido como la humedad o temperatura ambiente, los cuales pueden alterar el funcionamiento óptimo del dispositivo.

1.7. Hipótesis

1.7.1. Hipótesis Nula

No existen diferencias significativas entre la retención calorífica promedio al utilizar diferentes tipos de materiales para la cocción de alimentos (Peltre, Barro, Aluminio) en conjunto con el dispositivo ahorrador de gas elaborado a base de barro.

1.7.2. Hipótesis Alternativa

Si existen diferencias significativas entre la retención calorífica promedio al utilizar diferentes tipos de materiales para la cocción de alimentos (Peltre, Barro, Aluminio) en conjunto con el dispositivo ahorrador de gas elaborado a base de barro.

2. Marco teórico

2.1 Introducción al Diseño de Experimentos.

Investigadores de prácticamente todos los campos de estudio llevan a cabo experimentos, generalmente para descubrir algo acerca de un proceso o sistema particular (Montgomery D. , 2004). Las personas realizan experimentos frecuentemente, por ejemplo; trabajadores de una ciudad buscan el camino más corto y/o rápido para llegar a trabajar, en cada casa se experimenta con las recetas de cocina para mejorar el sabor de los platillos o se analizan distintas alternativas para mejorar el estado físico (Ryan, 2007). En la industria, la experimentación suele utilizarse básicamente en dos áreas: el diseño y la mejora de procesos y productos. La experimentación proporciona en estos casos la descripción aproximada de cómo se comportan los procesos y/o productos, restringida a una sesión de interés. La mejora de los procesos es generalmente el objetivo hasta que este alcanza el nivel deseado (Ryan, 2007). Pero, la mayoría de los problemas industriales, están acondicionados por el tiempo y el presupuesto, lo que supone una limitación importante a la hora de experimentar. Por eso todas las empresas deberían intentar responder antes de realizar sus experimentos la siguiente pregunta: ¿cómo puedo obtener de los experimentos la mayor información posible y de la manera más eficiente? (García, 2015). En el diseño experimental, se identifican los efectos de las variables controlables e incontrolables del producto. Este enfoque minimiza las variaciones en las dimensiones y propiedades del producto y finalmente lleva la media al nivel deseado (Kalpakjian, 2006).

Los métodos utilizados para el diseño experimental son complejos. Comprenden el uso del diseño factorial y de los arreglos ortogonales, que reducen el número de experimentos requeridos. También son capaces de identificar los efectos de variables que no se pueden controlar (llamadas ruido), como los cambios en las condiciones ambientales. El uso de estos métodos produce (a) la rápida identificación de las variables de control (observando los efectos principales), y (b) la habilidad para determinar el mejor método de control del proceso. Algunas veces, el control de estas

variables requiere equipo nuevo o modificaciones importantes al equipo existente (Kalpakjian, 2006).

Es común que estas pruebas o experimentos se hagan sobre la marcha, con base en el ensayo y error, apelando a la experiencia y a la intuición, en lugar de seguir un plan experimental adecuado que garantice una buena respuesta a las interrogantes planteadas. Algo similar ocurre con el análisis de los datos experimentales, donde más que hacer un análisis riguroso de toda la información obtenida y tomar en cuenta la variación, se realiza un análisis informal, “intuitivo”. Es tal el poder de la experimentación que, en ocasiones, se logran mejoras a pesar de que el experimento se hizo con base en el ensayo y error. Sin embargo, en situaciones de cierta complejidad no es suficiente aplicar este tipo de experimentación, por lo que es mejor proceder siempre en una forma eficaz que garantice la obtención de las respuestas a las interrogantes planteadas en un lapso corto de tiempo y utilizando pocos recursos. El diseño estadístico de experimentos es precisamente la forma más eficaz de hacer pruebas.

El diseño de experimentos consiste en determinar cuáles pruebas se deben realizar y de qué manera, para obtener datos que, al ser analizados estadísticamente, proporcionen evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes planteadas, y de esa manera clarificar los aspectos inciertos de un proceso o resolver un problema (Pulido, 2012).

Algunos problemas típicos que pueden resolverse con el diseño y el análisis de experimentos son los siguientes:

1. Comparar a dos o más materiales con el fin de elegir al que mejor cumple los requerimientos.
2. Comparar varios instrumentos de medición para verificar si trabajan con la misma precisión y exactitud.
3. Determinar los factores (las *x* vitales) de un proceso que tienen impacto sobre una o más características del producto final.
4. Encontrar las condiciones de operación (temperatura, velocidad, humedad, por ejemplo) donde se reduzcan los defectos o se logre un mejor desempeño del proceso.
5. Reducir el tiempo de ciclo del proceso.
6. Hacer el proceso insensible o robusto a

oscilaciones de variables ambientales. 7. Apoyar el diseño o rediseño de nuevos productos o procesos. 8. Ayudar a conocer y caracterizar nuevos materiales (Pulido, 2012).

2.2 Definiciones.

El término “experimento”, se refiere a la creación y preparación de lotes de prueba que verifiquen la validez de las hipótesis establecidas sobre las causas de un determinado problema o defecto, objeto de estudio. En un experimento, el experimentador elige ciertos factores para su estudio, los altera deliberadamente de forma controlada y después, observa el efecto resultante (Fundibeq, 2018). Una vez definido el tipo de estudio a realizar y establecer las hipótesis de investigación, el investigador debe concebir la manera práctica y concreta de responder a las preguntas de investigación. Esto implica seleccionar o desarrollar un diseño de investigación y aplicarlo al contexto particular de su estudio. Diseño se refiere al plan o estrategia concebida para responder a las preguntas de investigación. El diseño señala al investigador lo que debe hacer para alcanzar sus objetivos de estudio, contestar las interrogantes que se ha planteado y analizar la certeza de las hipótesis formuladas en un contexto en particular (Martínez M. , 2008).

La metodología estadística por excelencia para optimizar la experimentación se conoce como Diseño de Experimentos, la cual se abrevia como DDE o DOE proveniente de su significado en inglés: “Design of Experiments”. Se define simplemente como un método para aplicar sistemáticamente la estadística al proceso de experimentación. Más precisamente, puede ser definido como realizar un conjunto de pruebas en las cuales se realizan cambios voluntarios a los parámetros de control de un proceso o sistema, para observar e identificar las razones de los cambios en la variable de salida o respuesta del proceso (Montgomery D. , 2004).

De acuerdo al libro análisis y diseño de experimentos, (Pulido, 2012) el diseño de experimentos es la aplicación del método científico para generar conocimiento acerca de un sistema o proceso. Actualmente se utiliza en la industria como un conjunto de

técnicas estadísticas y de ingeniería, con ellas se maximiza la eficacia de los procesos minimizando los costos.

En la literatura esta técnica es también referenciada como diseño factorial. Los conceptos de diseño de experimentos han sido usados desde el trabajo de Fisher (Fisher, 1953). El diseño experimental de acuerdo con el libro Manufactura, Ingeniería y Tecnología (Kalpakjian, 2006), identifica los efectos de las variables controlables (factores) de un producto o proceso e incluye el desarrollo del diseño factorial, combinándolo con los arreglos ortogonales.

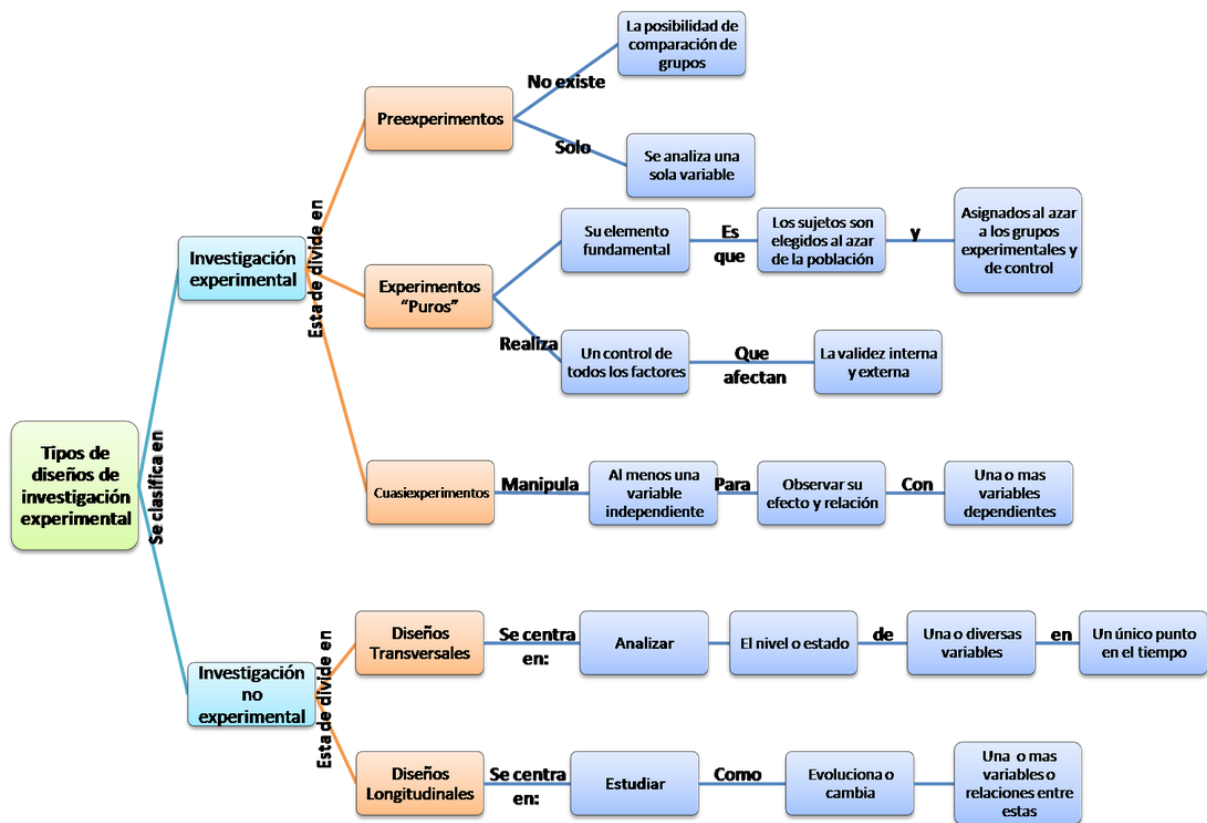


Ilustración 1. Tipos de diseños de investigación experimental.

2.3 Experimentos con un solo factor y análisis de varianza.

El diseño experimental tiene sus orígenes en los trabajos de Ronald Fisher (1890-1962), desarrollados en la Estación Agrícola Experimental de Rothamsted, en el Reino Unido, donde introdujo el concepto de aleatorización y el análisis de varianza. A lo largo de varias décadas, la teoría del diseño de experimentos y sus aplicaciones se consolidó y expandieron, y, en años recientes, recibieron un fuerte impulso por las contribuciones de Genichi Taguchi, un estadístico japonés ampliamente conocido en Occidente (Enrique, Fernando, Hugo Marcelo, & Matias Julian, 2004).

El análisis de la varianza (ANOVA, de su expresión inglesa), debido a R.A. Fisher, surge, poco después de la 1ª Guerra Mundial, como una técnica encaminada a comparar las medias de más de dos poblaciones, que son observadas en circunstancias experimentales no totalmente controlables u homogéneas. En concreto, inicialmente, parte de los trabajos de este autor en investigación agraria y, por ello, ha incorporado términos propios de este campo en su desarrollo teórico: tratamiento, factor, unidad experimental, etc. El problema que se plantea Fisher es cómo estudiar si existen o no diferencias (en términos de media) en la respuesta o reacción que tienen un grupo de unidades experimentales ante distintos tratamientos con un determinado factor. Por eso, un objetivo básico del método es aislar y evaluar la incidencia de los errores achacables al propio experimento.

El ANOVA ha tenido un gran desarrollo y ha dado lugar a una rama con personalidad propia en el campo de la Estadística: el diseño de experimentos (Morillas, 2003). En estadística, el análisis de la varianza (ANOVA, ANalysis Of VAriance, según terminología inglesa) es una colección de modelos estadísticos y sus procedimientos asociados, en el cual la varianza está particionada en ciertos componentes debidos a diferentes variables explicativas. El análisis de la varianza parte de los conceptos de regresión lineal. Un análisis de la varianza permite determinar si diferentes tratamientos muestran diferencias significativas o por el contrario puede suponerse que sus medias poblacionales no difieren. El análisis de la varianza permite superar las limitaciones de hacer contrastes bilaterales por parejas (que son un mal método para determinar si un conjunto de variables con $n > 2$ difieren entre sí (Srinivasan,

Murray, & Schiller, 2007). Si tu variable predictora es categórica y tu variable respuesta es continua, tu diseño se denomina de tipo ANOVA. En terminología ANOVA, los tratamientos son las diferentes categorías de las variables predictoras que se utilizan en el estudio.

En un estudio experimental, los tratamientos representan las diferentes manipulaciones que se llevan a cabo (ej. extracción del néctar de las flores y no extracción o control). En un estudio observacional, los tratamientos representan los diferentes grupos que se quieren comparar (ej. tipos de hábitat). Dentro de cada tratamiento, se realizan múltiples observaciones, y cada una de estas observaciones es una réplica (L., U., & Carlos, 2011). El primer concepto fundamental es que todo valor observado puede expresarse mediante la siguiente función: $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon$ Donde y_{ij} sería el valor observado (variable dependiente), y es el efecto del tratamiento i . μ Sería una constante que en la recta de regresión equivale a la ordenada en el origen, τ_i Es una variable que varía de tratamiento a tratamiento. Es una variable aleatoria que añade a la función cierto error que desvía la puntuación observada de la puntuación pronosticada. Esta ecuación se reescribe frecuentemente como: $SSTOTAL = SSfact + SSerror$ De un factor, que es el caso más sencillo, la idea básica del análisis de la varianza es comparar la variación total de un conjunto de muestras y descomponerla como: $SSTOTAL = SSfact + SSint$ Donde: $SSfact$ Es un número real relacionado con la varianza, que mide la variación debida al "factor", "tratamiento" o tipo de situación estudiado. $SSint$ Es un número real relacionado con la varianza, que mide la variación dentro de cada "factor", "tratamiento" o tipo de situación (Srinivasan, Murray, & Schiller, 2007).

Pruebas de significación. El análisis de varianza lleva a la realización de pruebas de significación estadística, usando la denominada distribución F.

Tablas ANOVA. Una vez que se han calculado las sumas de cuadrados, las medias cuadráticas, los grados de libertad y la F, se procede a elaborar una tabla que reúna la información, denominada "Tabla de Análisis de varianza o ANOVA", que adopta la siguiente forma:

Tabla 1. Anova de un solo factor.

Fuente de variabilidad.	Suma de Cuadrados.	Grados de Libertad.	Cuadrado Medio.	F
Intergrupo	SS_{fact}	t-1	$T = \frac{SS_{fact}}{t-1}$	$F = \frac{T}{E}$
Error	SS_{erro}	N-t	$E = \frac{SS_{error}}{N-t}$	
Total	SS_{total}	N-1		

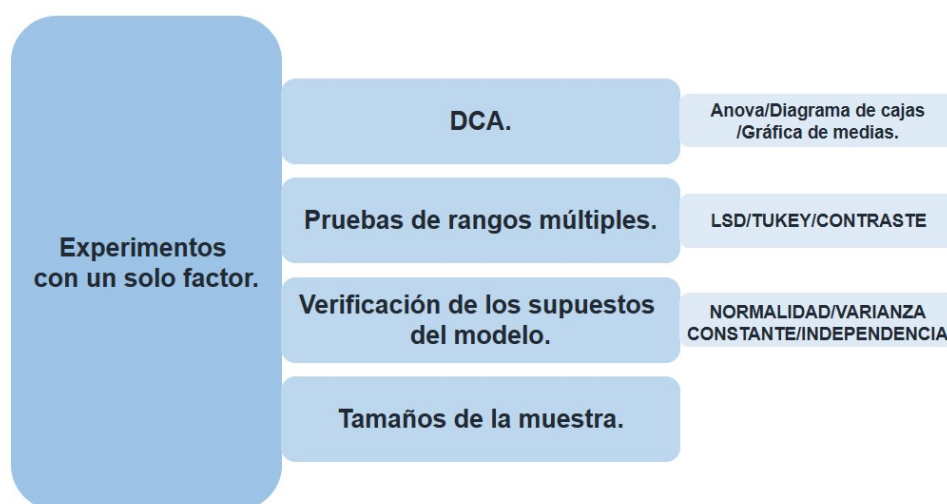


Ilustración 2. Clasificación de experimentos de un factor.

2.4 Etapas en el Diseño Experimental.

Un aspecto fundamental del diseño de experimentos es decidir cuáles pruebas o tratamientos se van a realizar y cuántas repeticiones de cada uno se requieren, de manera que se obtenga la máxima información al mínimo costo posible. El arreglo formado por los diferentes tratamientos que serán corridos, incluyendo las repeticiones, recibe el nombre de matriz de diseño o sólo diseño.

Para que un estudio experimental sea exitoso es necesario realizar, por etapas, diferentes actividades. En este sentido, la etapa más importante y a la que se le debe dedicar mayor tiempo es la planeación. A continuación se describen de manera breve

las etapas del diseño de experimentos con objeto de dar una visión global de lo que implica su correcta aplicación.

I. Planeación y realización

- a) **Entender y delimitar el problema u objeto de estudio.** En la etapa de planeación se deben hacer investigaciones preliminares que conduzcan a entender y delimitar el problema u objeto de estudio, de tal forma que quede claro qué se va a estudiar, por qué es importante y, si es un problema, cuál es la magnitud del mismo.
- b) **Elegir la(s) variable(s) de respuesta que será medida en cada punto del diseño y verificar que se mide de manera confiable.** La elección de esta(s) variable(s) es vital, ya que en ella se refleja el resultado de las pruebas. Por ello, se deben elegir aquellas que mejor reflejen el problema o que caracteriza al objeto de estudio. Además, se debe tener confianza en que las mediciones que se obtengan sobre esas variables sean confiables. En otras palabras, se debe garantizar que los instrumentos y/o métodos de medición son capaces de repetir y reproducir una medición, que tienen la precisión (error) y exactitud (calibración) necesaria. Recordemos que los sistemas de medición son la forma en la que percibimos la realidad, por lo que si éstos son deficientes, las decisiones que se tomen con base en ellos pueden ser inadecuadas.
- c) **Determinar cuáles factores deben estudiarse o investigarse, de acuerdo a la supuesta influencia que tienen sobre la respuesta.** No se trata de que el experimentador tenga que saber a priori cuáles factores influyen, puesto que precisamente para eso es el experimento, pero sí de que utilice toda la información disponible para incluir aquellos que se considera que tienen un mayor efecto.
- d) **Seleccionar los niveles de cada factor, así como el diseño experimental adecuado a los factores que se tienen y al objetivo del experimento.** Este paso también implica determinar cuántas repeticiones se harán para cada tratamiento, tomando en cuenta el tiempo, el costo y la precisión deseada.

- e) **Planear y organizar el trabajo experimental.** Con base en el diseño seleccionado, organizar y planear con detalle el trabajo experimental, por ejemplo, las personas que van a intervenir, la forma operativa en que se harán las cosas, etc.
- f) **Realizar el experimento.** Seguir al pie de la letra el plan previsto en la etapa anterior, y en caso de algún imprevisto, determinar a qué persona se le reportaría y lo que se haría.

II. Análisis

En esta etapa no se debe perder de vista que los resultados experimentales son observaciones muestrales, no poblacionales. Por ello, se debe recurrir a métodos estadísticos inferenciales para ver si las diferencias o efectos muestrales (experimentales) son lo suficientemente grandes para que garanticen diferencias poblacionales (o a nivel proceso). La técnica estadística central en el análisis de los experimentos es el llamado análisis de varianza ANOVA (acrónimo en inglés).

III. Interpretación

Aquí, con el respaldo del análisis estadístico formal, se debe analizar con detalle lo que ha pasado en el experimento, desde contrastar las conjeturas iniciales con los resultados del experimento, hasta observar los nuevos aprendizajes que sobre el proceso se lograron, verificar supuestos y elegir el tratamiento ganador, siempre con apoyo de las pruebas estadísticas.

IV. Control y conclusiones finales

Para concluir el estudio experimental se recomienda decidir qué medidas implementar para generalizar el resultado del estudio y para garantizar que las mejoras se mantengan. Además, es preciso organizar una presentación para difundir los logros.

Lo anterior se resume en el Ciclo Deming, como se observa en la siguiente ilustración:



Ilustración 3. Ciclo Deming y los Experimentos.

2.5 Diseño completamente al azar y anova.

Muchas comparaciones, como las antes mencionadas, se hacen con base en el diseño completamente al azar (DCA), que es el más simple de todos los diseños que se utilizan para comparar dos o más tratamientos, dado que sólo consideran dos fuentes de variabilidad: los *tratamientos* y el *error aleatorio*.

Este diseño se llama *completamente al azar* porque todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo. De esta manera, si durante el estudio se hacen en total N pruebas, éstas se corren al azar, de manera que los posibles efectos ambientales y temporales se vayan repartiendo equitativamente entre los tratamientos.

Ejemplo:

Comparación de cuatro métodos de ensamble. Un equipo de mejora investiga el efecto de cuatro *métodos de ensamble* A , B , C y D , sobre el *tiempo de ensamble* en minutos. En primera instancia, la estrategia experimental es aplicar cuatro veces los cuatro métodos de ensamble en orden completamente aleatorio (las 16 pruebas en orden aleatorio). Los tiempos de ensamble obtenidos se muestran en la tabla. Si se usa el *diseño completamente al azar* (DCA), se supone que, además del método de

ensamble, no existe ningún otro factor que influya de manera significativa sobre la variable de respuesta (tiempo de ensamble).

Por lo general, el interés del experimentador está centrado en comparar los tratamientos en cuanto a sus medias poblacionales, sin olvidar que también es importante compararlos con respecto a sus varianzas. Así, desde el punto de vista estadístico, la hipótesis fundamental a probar cuando se comparan varios tratamientos es:

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \\ H_A : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{1}$$

Con la cual se quiere decidir si los tratamientos son iguales estadísticamente en cuanto a sus medias, frente a la alternativa de que al menos dos de ellos son diferentes. La estrategia natural para resolver este problema es obtener una muestra representativa de mediciones en cada uno de los tratamientos, y construir un estadístico de prueba para decidir el resultado de dicha comparación.

Se podría pensar que una forma de probar la hipótesis nula de la expresión (1) es mediante pruebas T de Student aplicadas a todos los posibles pares de medias; sin embargo, esta manera de proceder incrementaría de manera considerable el error tipo I (rechazar H_0 siendo verdadera). Por ejemplo, supongamos que se desea probar la igualdad de cuatro medias a través de pruebas T de Student. En este caso se tienen seis posibles pares de medias, y si la probabilidad de aceptar la hipótesis nula para cada prueba individual es de $1 - \alpha = 0.95$, entonces la probabilidad de aceptar las seis hipótesis nulas es de $0.956 = 0.73$, lo cual representa un aumento considerable del error tipo I. Aunque se utilice un nivel de confianza tal que $(1 - \alpha) = 0.95$, el procedimiento resulta inapropiado porque se pueden producir sesgos por parte del experimentador.

Tabla 2. Diseño completamente al azar.

Método de ensamble			
A	B	C	D
6	7	11	10
8	9	16	12
7	10	11	11
8	8	13	9

Tabla 3. Diseño completamente al azar.

Tratamientos				
T_1	T_1	T_1	...	T_1
Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	...	Y_{k1}
Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	...	Y_{k2}
Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}	...	Y_{k3}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Y_{1n_1}	Y_{2n_2}	Y_{3n_3}	...	Y_{kn_k}

A continuación veremos la teoría general del diseño y análisis de este tipo de experimentos (DCA), y más adelante se analizarán los datos del ejemplo planteado. Supongamos que se tienen k poblaciones o tratamientos, independientes y con medias desconocidas $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$, así como varianzas también desconocidas pero que se suponen iguales $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$. Las poblaciones pueden ser k métodos de producción, k tratamientos, k grupos, etc., y sus medias se refieren o son medidas en términos de la variable de respuesta.

Se decide realizar un experimento completamente al azar para comparar las poblaciones, en principio mediante la hipótesis de igualdad de medias.

Los datos generados por un diseño completamente al azar para comparar dichas poblaciones se pueden escribir como en la tabla 3. El elemento Y_{ij} en esta tabla es la j -ésima observación que se hizo en el tratamiento i ; n_i es el tamaño de la muestra o las repeticiones observadas en el tratamiento i . Es recomendable utilizar el mismo número de repeticiones ($n_i = n$) en cada tratamiento, a menos que hubiera alguna

razón para no hacerlo.¹ Cuando $n_i = n$ para toda i se dice que el *diseño es balanceado*. El número de tratamientos k es determinado por el investigador y depende del problema particular de que se trata. El número de observaciones por tratamiento (n) debe escogerse con base en la variabilidad que se espera observar en los datos, así como en la diferencia mínima que el experimentador considera que es importante detectar. Con este tipo de consideraciones, por lo general se recomiendan entre 5 y 30 mediciones en cada tratamiento. Por ejemplo, se usa $n = 10$ cuando las mediciones dentro de cada tratamiento tienen un comportamiento consistente (con poca dispersión). En el otro extremo, se recomienda $n = 30$ cuando las mediciones muestran bastante dispersión. Cuando es costoso o tardado realizar las pruebas para cada tratamiento se puede seleccionar un número menor de repeticiones, con lo cual sólo se podrán detectar diferencias grandes entre los tratamientos.

En caso de que los tratamientos tengan efecto, las observaciones Y_{ij} de la tabla 3 se podrán describir con el modelo estadístico lineal dado por:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

Donde μ es el parámetro de escala común a todos los tratamientos, llamado *media global*, τ_i es un parámetro que mide el efecto del tratamiento i y ε_{ij} es el error atribuible a la medición Y_{ij} . Este modelo implica que en el diseño completamente al azar actuarían a lo más dos fuentes de variabilidad: los *tratamientos* y el *error aleatorio*.

La media global m de la variable de respuesta no se considera una fuente de variabilidad por ser una constante común a todos los tratamientos, que hace las veces de punto de referencia con respecto al cual se comparan las respuestas medias de los tratamientos.

Si la respuesta media de un tratamiento particular m_i es “muy diferente” de la respuesta media global m , es un síntoma de que existe un efecto de dicho tratamiento, ya que como se verá más adelante, $\tau_i = \mu_i - \mu$. La diferencia que deben tener las medias entre sí para concluir que hay un efecto (que los tratamientos son diferentes), nos lo dice el análisis de varianza (ANOVA).

2.6 ANOVA para el diseño completamente al azar (DCA)

El *análisis de varianza* (ANOVA) es la técnica central en el análisis de datos experimentales.

La idea general de esta técnica es separar la variación total en las partes con las que contribuye cada fuente de variación en el experimento. En el caso del DCA se separan la variabilidad debida a los tratamientos y la debida al error. Cuando la primera predomina “claramente” sobre la segunda, es cuando se concluye que los tratamientos tienen efecto (*b*), o dicho de otra manera, las medias son diferentes. Cuando los tratamientos no dominan contribuyen igual o menos que el error, por lo que se concluye que las medias son iguales (*a*).

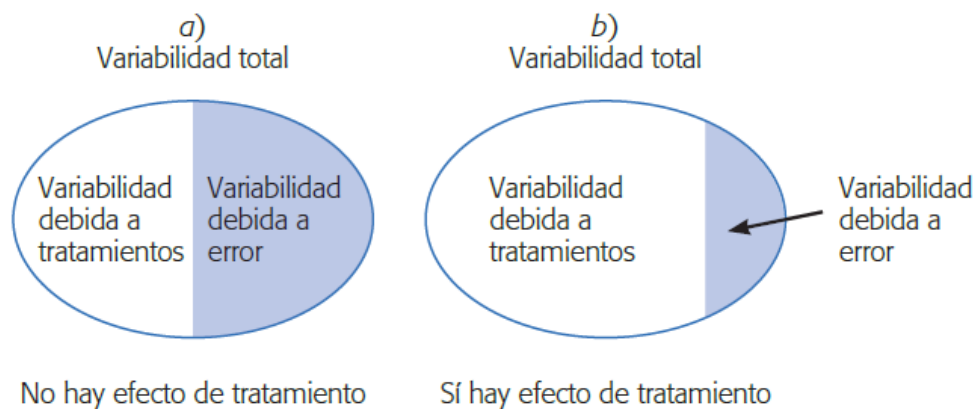


Ilustración 4. Variación total en sus componentes en un DCA

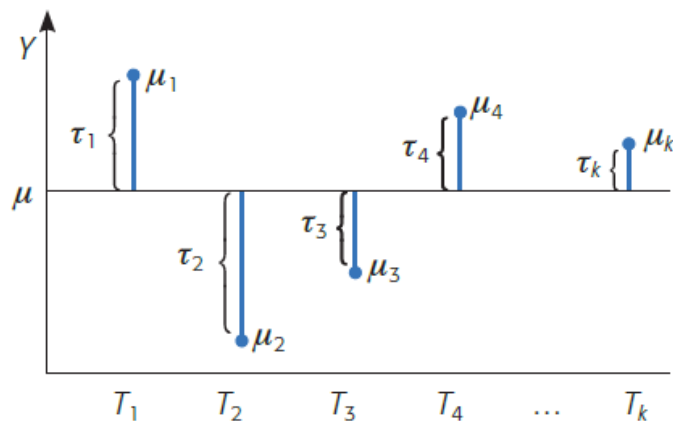


Ilustración 5. Representación de efectos de los tratamientos en el DCA.

Con el análisis del DCA se introduce alguna notación que simplifica la escritura de las expresiones involucradas en dicho análisis.

Notación de puntos

Sirve para representar de manera abreviada cantidades numéricas que se pueden calcular a partir de los datos experimentales, donde Y_{ij} representa la j -ésima observación en el tratamiento i , con $i = 1, 2, \dots, k$ y $j = 1, 2, \dots, n_i$. Las cantidades de interés son las siguientes:

$Y_{i\bullet}$ = Suma de las observaciones del tratamiento i .

$\bar{Y}_{i\bullet}$ = Media de las observaciones del i -ésimo tratamiento.

$Y_{\bullet\bullet}$ = Suma total de las $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ mediciones.

$\bar{Y}_{\bullet\bullet}$ = Media global o promedio de todas las observaciones.

Note que el punto indica la suma sobre el correspondiente subíndice. Así, algunas relaciones válidas son,

$$Y_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}; \bar{Y}_{i\bullet} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}}{n_i}; Y_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$$
$$\bar{Y}_{\bullet\bullet} = \frac{Y_{\bullet\bullet}}{N}; i = 1, 2, \dots, k$$

Donde $N = \sum_{i=1}^k n_i$ es el total de observaciones.

ANOVA

El objetivo del análisis de varianza en el DCA es probar la hipótesis de igualdad de los tratamientos con respecto a la media de la correspondiente variable de respuesta:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

$$H_A : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j$$

(3)

La cual se puede escribir en forma equivalente como:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k = 0$$

$$H_A : \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i$$
(4)

Donde τ_i es el efecto del tratamiento i sobre la variable de respuesta. Si se acepta H_0 se confirma que los efectos sobre la respuesta de los k tratamientos son estadísticamente nulos (iguales a cero), y en caso de rechazar se estaría concluyendo que al menos un efecto es diferente de cero.

La equivalencia de las hipótesis (3) y (4) se deduce directamente del modelo asociado al diseño (ecuación 2).

Para probar la hipótesis dada por las relaciones (3) o (4) mediante la técnica de ANOVA, lo primero es descomponer la variabilidad total de los datos en sus dos componentes: la variabilidad debida a tratamientos y la que corresponde al error aleatorio, como se hace a continuación.

Una medida de la variabilidad total presente en las observaciones de la tabla 4 es la *suma total de cuadrados* dada por,

$$SC_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N}$$

Donde $Y_{..}$ es la suma de los $N \sum_{i=1}^k n_i$ datos en el experimento. Al sumar y restar adentro del paréntesis la media del tratamiento i , $(\bar{Y}_{i.})$:

$$SC_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \left[(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}) + (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) \right]^2$$

y desarrollando el cuadrado, la SCT se puede partir en dos componentes como:

$$SC_T = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$$

Donde el primer componente es la suma de cuadrados de tratamientos (SCTRAT) y el segundo es la suma de cuadrados del error (SCE). Al observar con detalle estas sumas

de cuadrados se aprecia que la SC_{TRAT} mide la variación o diferencias entre tratamientos, ya que si éstos son muy diferentes entre sí, entonces la diferencia $\overline{Y_{t_i}} - \overline{Y_{..}}$ tenderá a ser grande en valor absoluto, y con ello también será grande la SC_{TRAT} . Mientras que la SC_E mide la variación dentro de tratamientos, ya que si hay mucha variación entre las observaciones de cada tratamiento entonces $\overline{Y_{t_i}} - \overline{Y_{..}}$ tenderá a ser grande en valor absoluto. En forma abreviada, esta descomposición de la suma total de cuadrados se puede escribir como:

$$SC_T = SC_{TRAT} + SC_E \quad (5)$$

Como hay un total de $N = \sum_{i=1}^{n_i} n_i$ observaciones, la SC_T tiene $N - 1$ grados de libertad. Hay k tratamientos o niveles del factor de interés, así que SC_{TRAT} tiene $k - 1$ grados de libertad, mientras que la SC_E tiene $N - k$. Los grados de libertad que corresponden a los términos de la igualdad (5) cumplen una relación similar dada por:

$$N - 1 = (k - 1) + (N - k)$$

Las sumas de cuadrados divididas entre sus respectivos grados de libertad se llaman cuadrados medios. Los dos que más interesan son el cuadrado medio de tratamientos y el cuadrado medio del error, que se denotan por

$$CM_{TRAT} = \frac{SC_{TRAT}}{k - 1} \text{ y } CM_E = \frac{SC_E}{N - k}$$

Los valores esperados de los cuadrados medios están dados por

$$E(CM_E) = \sigma^2 \text{ y } E(CM_{TRAT}) = \sigma^2 + \frac{\sum_{i=1}^k n_i \tau_i^2}{N - k} \quad (6)$$

En estas expresiones se aprecia que cuando la hipótesis nula es verdadera, ambos cuadrados medios estiman la varianza σ^2 , ya que el segundo término de la expresión para el $E(CM_{TRAT})$ sería igual a cero. Con base en este hecho se construye el estadístico de prueba como sigue: se sabe que SC_E y SC_{TRAT} son independientes, por lo que SC_E/σ^2 y SC_{TRAT}/σ^2 son dos variables aleatorias independientes con

distribución ji-cuadrada con $N - k$ y $k - 1$ grados de libertad, respectivamente. Entonces, bajo el supuesto de que la hipótesis H_0 (relaciones 3 y 4) es verdadera, el estadístico

$$F_0 = \frac{CM_{TRAT}}{CM_E} \quad (7)$$

sigue una distribución F con $(k - 1)$ grados de libertad en el numerador y $(N - k)$ grados de libertad en el denominador. De las ecuaciones (3.6) y (3.7) se deduce que si F_0 es grande, se contradice la hipótesis de que no hay efectos de tratamientos; en cambio, si F_0 es pequeño se confirma la validez de F_0 . Así, para un nivel de significancia α prefijado, se rechaza H_0 si $F_0 > F_{\alpha, k-1, N-k}$, donde $F_{\alpha, k-1, N-k}$ es el percentil $(1 - \alpha) \times 100$ de la distribución F . También se rechaza si H_0 el valor- $p < \alpha$, donde el valor- p es el área bajo la distribución $F_{\alpha, k-1, N-k}$ a la derecha del estadístico F_0 , es decir, el valor $-p = P(F > F_0)$.

Toda la información necesaria para calcular el estadístico F_0 hasta llegar al valor- p se escribe en la llamada *tabla de análisis de varianza* (ANOVA). En esta tabla, las abreviaturas significan lo siguiente: FV = fuente de variabilidad (efecto), SC = suma de cuadrados, GL = grados de libertad, CM = cuadrado medio, F_0 = estadístico de prueba, valor- p = significancia observada. Debemos señalar que el caso particular de comparar dos tratamientos suponiendo varianzas desconocidas pero iguales, también se puede analizar con el ANOVA y se obtiene el mismo valor del valor- p que con la prueba T . Es fácil comprobar que el estadístico t_0 de la prueba T elevado al cuadrado es igual al estadístico F_0 (7) de la prueba F del ANOVA.

Tabla 4. Tabla de Anova para el DCA.

FV	SC	GL	CM	F0	Valor-p
Tratamientos	$SC_{TRAT} = \sum_{I=1}^K \frac{Y_{I.}^2}{n_i} - \frac{Y^2}{N}$	k-1	$CM_{TRAT} = \frac{SC_{TRAT}}{K-1}$	$\frac{CM_{TRAT}}{CM_E}$	$P(F > F_0)$
Error	$SC_E = SC_T - SC_{TRAT}$	N-k	$CM_E = \frac{SC_E}{N-k}$		
Total	$SC_{TRAT} = \sum_{I=1}^K \sum_{j=1}^{n_j} Y_{ij}^2 - \frac{Y^2}{N}$	N-1			

Comparación de cuatro métodos de ensamble.

Consideremos los datos del DCA dados en el ejemplo, donde el interés era comparar cuatro métodos de ensamble en cuanto al tiempo promedio en minutos que requiere cada uno de ellos. Se hicieron cuatro observaciones del tiempo de ensamble en cada método. Los resultados se muestran en la tabla 3.1. Una manera de comparar los métodos de ensamble (tratamientos) es probar la hipótesis:

$$H_0 : \tau_A = \tau_B = \tau_C = \tau_D = 0 \quad (8)$$

$$H_A : \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i = A, B, C, D$$

En caso de no rechazar H_0 se concluye que los tiempos promedio de los cuatro métodos de ensamble son estadísticamente iguales; pero si se rechaza, se concluye que al menos dos de ellos son diferentes. En la tabla 5 se muestra el análisis de varianza correspondiente, en donde se aprecia que el valor del valor- $p = 0.0018$ es menor que $\alpha = 0.05$, por lo que se rechaza H_0 en este nivel de significancia en particular. No obstante, también se rechazaría para cualquier otro nivel de significancia

Tabla 5. ANOVA para los métodos de ensamble.

FV	SC	GL	CM	F0	Valor-p
Tratamientos	69.5	3	23.17	9.42	0.0018
Error	29.5	12	2.46		
Total	99	15			

prefijado, α , que cumpla con $\alpha > 0.0018$, ya que en esos casos el estadístico de prueba $F_0 = 9.42$ caería en la región de rechazo.

Cálculos manuales

1. Suma total de cuadrados o variabilidad total de los datos:

$$SC_T = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N} = 1620 - \frac{156^2}{16} = 99.0$$

2. Suma de cuadrados de tratamientos o variabilidad debida a la diferencia entre métodos de ensamble:

$$SC_{TRAT} = \sum_{i=1}^4 \frac{Y_{i.}^2}{4} - \frac{Y_{..}^2}{N} = \frac{(29^2 + 34^2 + 51^2 + 42^2)}{4} - \frac{156^2}{16} = 69.5$$

3. Suma de cuadrados del error o variabilidad dentro de métodos de ensamble:

$$SC_E = SC_T - SC_{TRAT} = 99 - 69.5 = 29.5$$

Tabla 6. Detalles de los cálculos para el ANOVA en el DCA para el tiempo de ensamble

Métodos de ensamble					Operaciones Básicas	
Observaciones	⇒	A	B	C	D	$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 Y_{ij}^2 = 6^2 + 7^2 + \dots + 9^2 = 1620$ = suma de los cuadrados de todas las observaciones o datos.
		6	7	11	10	
		8	9	16	12	
		7	10	11	11	
		8	8	13	9	
Total por tratamiento ($Y_{j.}$)	⇒	29	34	51	42	$Y_{..} = \sum_{i=1}^4 \sum_{ji} Y_{ij} = 6 + 7 + \dots + 9 = 56$ suma de los datos
Número de datos en cada tratamiento (n_j)	⇒	4	4	4	4	$N = \sum_{i=j}^4 n_i = 16$ total de mediciones.
Media muestral por tratamiento ($\hat{Y}_{j.}$)	⇒	7.25	8.5	12.75	10.5	$\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N} = \frac{156}{16} = 9.75$ media global.
Desviaciones respecto a la media global (τ_i)	⇒	-2.5	-1.25	3	0.75	$\hat{\tau}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ efecto estimado del método i

4. Cuadrados medios de tratamientos y del error (efecto ponderado de cada fuente de variación):

$$CM_{TRAT} = \frac{SC_{TRAT}}{k-1} = \frac{69.5}{3} = 23.17 \text{ y } CM_E = \frac{SC_E}{N-k} = \frac{29.5}{12} = 2.46$$

5. Estadístico de prueba:

$$F_0 = \frac{CM_{TRAT}}{CM_E} = \frac{23.17}{2.46} = 9.42$$

Con toda esta información se procede a llenar la tabla de ANOVA. El valor de la significancia observada o valor- p es el área bajo la curva de la distribución F_3 , 12 a la derecha de $F_0 = 9.42$, lo cual es difícil de calcular de forma manual. Sin embargo, cuando esto no sea posible, recordemos que otra forma de rechazar o no una hipótesis es comparar el estadístico de prueba contra un número crítico de tablas. En el caso de las tablas de la distribución F , se lee que el valor crítico para $\alpha = 0.05$ es $F_{0.5,3,12} = 3.49$. Como $F_0 = 9.42 > F_{0.5,3,12} = 3.49$, entonces se rechaza H_0 , con lo cual se concluye que sí hay diferencia o efecto de los métodos de ensamble en cuanto a su tiempo promedio.

2.7 Comparaciones o pruebas de rango múltiples

Después de que se rechazó la hipótesis nula en un análisis de varianza, es necesario ir a detalle y ver cuáles tratamientos son diferentes. A continuación veremos tres estrategias distintas para ir a ese detalle.

Comparación de parejas de medias de tratamientos

Cuando no se rechaza la hipótesis nula $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots \mu_K = \mu$, el objetivo del experimento está cubierto y la conclusión es que los tratamientos no son diferentes. Si por el contrario se rechaza H_0 , y por consiguiente se acepta la hipótesis alternativa $H_A \neq \mu_j$ para algún $i \neq j$, es necesario investigar cuáles tratamientos resultaron diferentes, o cuáles provocan la diferencia. Como se acaba de ilustrar en la gráfica de medias, estas interrogantes se responden probando la igualdad de todos los posibles pares de medias, para lo que se han propuesto varios métodos, conocidos como *métodos de comparaciones múltiples* o *pruebas de rango múltiple*. La diferencia primordial entre los métodos radica en la potencia que tienen para detectar las diferencias entre las medias. Se dice que una prueba es más potente si es capaz de detectar diferencias más pequeñas.

I. Método LSD (diferencia mínima significativa)

Método LSD

Una vez que se rechazó H_0 en el ANOVA, el problema es probar la igualdad de todos los posibles pares de medias con la hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_i &= \mu_j \\ H_A : \mu_i &\neq \mu_j \end{aligned} \quad (9)$$

para toda $i \neq j$. Para k tratamientos se tienen en total $k(k - 1)/2$ pares de medias. Por ejemplo, si $k = 4$ existen $4 \times 3/2 = 6$ posibles pares de medias. El estadístico de prueba para cada una de las hipótesis dadas, es la correspondiente diferencia en valor absoluto entre sus medias muestrales $|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j|$. Se rechaza la hipótesis $H_0: \mu_i = \mu_j$ si ocurre que

$$|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| > t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{CM_E \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} = LSD \quad (10)$$

donde el valor de $t_{\alpha/2, N-k}$ se lee en las tablas de la distribución T de Student con $N - k$ grados de libertad que corresponden al error, el CM_E es el cuadrado medio del error y se obtiene de la tabla de ANOVA, n_i y n_j son el número de observaciones para los tratamientos i y j , respectivamente. La cantidad LSD se llama *diferencia mínima significativa* (*least significant difference*), ya que es la diferencia mínima que debe existir entre dos medias muestrales para considerar que los tratamientos correspondientes son significativamente diferentes. Así, cada diferencia de medias muestrales en valor absoluto que sea mayor que el número LSD se declara significativa. Note que si el diseño es balanceado, es decir, si $n_1 = n_2 = \dots = n_k = n$, la diferencia mínima significativa se reduce a:

$$LSD = t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{2CM_E/n} \quad (11)$$

En caso de rechazar H_0 se acepta la hipótesis alternativa $H_A : \mu_i \neq \mu_j$, la cual nos dice que las medias de los tratamientos i y j son diferentes. El método LSD tiene una potencia importante, por lo que en ocasiones declara significativas aun pequeñas diferencias.

Ejemplo

Ilustremos esta prueba continuando con el ejemplo de los métodos de ensamble, en el cual, con el ANOVA se rechazó la hipótesis $H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$ y se acepta que al menos un par de medias de tratamientos (métodos de ensamble) son diferentes entre sí. Para investigar cuáles pares de medias son estadísticamente diferentes se prueban los seis posibles pares de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_A = \mu_B \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_A \neq \mu_B \\ H_0 : \mu_A = \mu_C \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_A \neq \mu_C \\ H_0 : \mu_A = \mu_D \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_A \neq \mu_D \\ H_0 : \mu_B = \mu_C \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_B \neq \mu_C \\ H_0 : \mu_B = \mu_D \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_B \neq \mu_D \\ H_0 : \mu_C = \mu_D \quad \text{vs.} \quad H_A : \mu_C \neq \mu_D \end{aligned} \quad (12)$$

En el ANOVA se observa que los grados de libertad del error son $N - k = 12$, y que el cuadrado medio del error es $CM_E = 2.46$. Si usamos una significancia predefinida de $\alpha = 0.05$, de la tabla de la distribución T de Student con 12 grados de libertad, se obtiene que $t_{0.025,12} = 2.18$. Como en cada tratamiento se hicieron $n = 4$ pruebas, entonces:

$$LSD = t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{2CM_E/n} = 2.18 \sqrt{\frac{2 \times 2.46}{4}} = 2.42$$

La decisión sobre cada una de las seis hipótesis listadas arriba se obtiene al comparar las correspondientes diferencias de medias muestrales en valor absoluto con el número $LSD = 2.42$. Se declaran significativas aquellas diferencias que son mayores a este número. Los resultados se muestran en la tabla, de donde se concluye que $\mu_A = \mu_B, \mu_B = \mu_D, \mu_C = \mu_D$, mientras que $\mu_A \neq \mu_B, \mu_B \neq \mu_D, \mu_C \neq \mu_D$.

Tabla 7. Aplicación de la prueba LSD a métodos

Diferencia poblacional	Diferencia muestral en valor absoluto	Decisión
$\mu_A - \mu_B$	$1.25 < 2.42$	No significativa
$\mu_A - \mu_C$	$* 5.50 > 2.42$	Significativa
$\mu_A - \mu_D$	$* 3.25 > 2.42$	Significativa
$\mu_B - \mu_C$	$* 4.25 > 2.42$	Significativa
$\mu_B - \mu_D$	$2.00 < 2.42$	No significativa
$\mu_C - \mu_D$	$2.25 < 2.42$	No significativa

De manera específica, los intervalos en la gráfica de medias (*means plot*) con el método LSD se obtienen con:

$$\bar{Y}_{i.} \pm t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{\frac{CM_E}{n_i}}$$

De esta forma, si dos intervalos se traslapan, entonces no habrá diferencias entre las medias de los tratamientos correspondientes. Note que $\sqrt{CM_E/n}$ se está considerando como el error estándar o desviación estándar de la correspondiente media muestral.

II. Método de Tukey

Método Tukey

Un método más conservador para comparar pares de medias de tratamientos es el *método de Tukey*, el cual consiste en comparar las diferencias entre medias muestrales con el valor crítico dado por:

$$T_{\alpha} = q_{\alpha}(k, N - k) \sqrt{CM_E/n_i}$$

donde CM_E es el cuadrado medio del error, n es el número de observaciones por tratamiento, k es el número de tratamientos, $N - k$ es igual a los grados de libertad para el error, α es el nivel de significancia prefijado y el estadístico $q_{\alpha}(k, N - k)$ son puntos porcentuales de la distribución del rango estudentizado, que se obtienen de la correspondiente tabla en el apéndice. Se declaran significativamente diferentes los pares de medias cuya diferencia muestral en valor absoluto sea mayor que T_{α} . A diferencia de los métodos LSD y Duncan, el método de Tukey trabaja con un error a muy cercano al declarado por el experimentador.

Ejemplo

Para aplicar el método de Tukey al ejemplo de los métodos de ensamble, a partir del ANOVA, se toma la información pertinente y de las tablas del rango estudentizado dadas en el apéndice, para $\alpha = 0.05$, se obtiene $q_{0.05}(4, 12) = 4.20$, de manera que el valor crítico es:

$$T_{0.05} = q_{0.05}(4, 12) \sqrt{CM_E/n} = 4.20 \times \sqrt{2.46/4} = 3.27$$

que al compararlo con las diferencias de medias muestrales, los resultados sobre las seis hipótesis son:

Tabla 8. Resultado de Hipótesis

Diferencia poblacional	Diferencia muestral	Decisión
$\mu_A - \mu_B$	$1.25 < 3.27$	No significativa
$\mu_A - \mu_C$	$*5.50 > 3.27$	Significativa
$\mu_A - \mu_D$	$3.25 > 3.27$	No significativa
$\mu_B - \mu_C$	$*4.25 > 3.27$	Significativa
$\mu_B - \mu_D$	$2.00 < 3.27$	No significativa
$\mu_C - \mu_D$	$2.25 < 3.27$	No significativa

De esta tabla se concluye que $\mu_A = \mu_B = \mu_D$, $\mu_C = \mu_D$, $\mu_A \neq \mu_C$ y $\mu_B \neq \mu_C$. Observe que esta prueba no encuentra diferencia entre los métodos de ensamble A y D, la cual sí se detectó con el método LSD. Esto es congruente con el hecho de que la prueba de Tukey es menos potente que la prueba LSD, por lo que las pequeñas diferencias no son detectadas como significativas. Asimismo, el riesgo de detectar una diferencia que no existe es menor con el método de Tukey. En la práctica, después de que se ha rechazado H_0 con el ANOVA, conviene aplicar ambos métodos (LSD y Tukey) u otros, cuando haya dudas sobre cuál es el tratamiento ganador. Cuando la diferencia entre dos tratamientos es clara, ambos métodos coinciden.

III. Método de Duncan

Método de Duncan

En este método para la comparación de medias, si las k muestras son de igual tamaño, los k promedios se acomodan en orden ascendente y el error estándar de los promedios se estima con: $S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{CM_E In}$. Si alguno o todos los tratamientos tienen tamaños diferentes, se reemplaza n por la media armónica de las $\{n_i\}$, que está dada por,

$$n_{AR} = \frac{k}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i}}$$

Nótese que cuando $n_1 = n_2 = \dots n_k = n$, ocurre que $n_{AR} = n$. De la tabla de rangos significantes de Duncan dada en el apéndice, se obtienen los valores críticos $r_\alpha(p, l)$, $p = 2, 3, \dots, k$, donde α es el nivel de significancia prefijado y l son los grados de libertad para el error. Con estos $k - 1$ valores se obtienen los rangos de significancia mínima dados por

$$R_p = r_\alpha(p, l) S_{\bar{Y}_i}; p = 2, 3, \dots, k$$

Las diferencias observadas entre las medias muestrales se comparan con los rangos R_p de la siguiente manera: primero se compara la diferencia entre la media más grande y la más pequeña con el rango R_k . Luego, la diferencia entre la media más grande y la segunda más pequeña se compara con el rango R_{k-1} . Estas comparaciones continúan hasta que la media mayor se haya comparado con todas las demás. Enseguida, se compara la diferencia entre la segunda media más grande y la media menor con el rango R_{k-1} . Después, la diferencia entre la segunda media más grande y la segunda más pequeña se compara con el valor de R_{k-2} , y así sucesivamente hasta que se comparan los $k(k - 1)/2$ pares de medias posibles con el rango que les corresponda.

En las comparaciones donde la diferencia observada es mayor que el rango respectivo, se concluye que esas medias son significativamente diferentes. Si dos medias caen entre otras dos que no son muy diferentes, entonces esas dos medias poblacionales también se consideran estadísticamente iguales.

Ejemplo

De nuevo, supongamos que interesa probar las seis hipótesis dadas para los cuatro métodos de ensamble. En la tabla de ANOVA (tabla 6) se lee que $CM_E = 2.46$, lo cual se basa en 12 grados de libertad. Así, el error estándar de cada promedio es $S_{\bar{Y}_i} = \sqrt{CM_E/n} = \sqrt{2.46/4} = 0.78$, dado que se hicieron $n = 4$ observaciones en cada tratamiento. De la tabla de rangos significantes de Duncan, para $\alpha = 0.05$ y 12 grados de libertad, se leen los rangos $r_{0.05}(2, 12) = 3.08$, $r_{0.05}(3, 12) = 3.23$ y $r_{0.05}(4, 12) = 3.33$.

Con esta información, los rangos mínimos significantes son:

$$R_2 = r_{0.05}(2, 12)S_{\bar{Y}_i} = (3.08)(0.78) = 2.40$$

$$R_3 = r_{0.05}(3, 12)S_{\bar{Y}_i} = (3.23)(0.78) = 2.52$$

$$R_4 = r_{0.05}(4, 12)S_{\bar{Y}_i} = (3.33)(0.78) = 2.60$$

Estos rangos se comparan con las diferencias de medias de acuerdo al método descrito arriba.

Las cuatro medias muestrales acomodadas en orden ascendente son: $\bar{Y}_A = 7.25$, $\bar{Y}_B = 8.50$, $\bar{Y}_D = 10.50$ y $\bar{Y}_C = 12.75$. De aquí se obtienen las diferencias en el orden dado por el método de Duncan y se van comparando con el rango correspondiente.

En la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos.

Tabla 9. Resumen de los resultados.

Diferencia Poblacional	Diferencia muestral comparada con su rango Rp	Decisión
$\mu_A - \mu_B$	$12.75 - 7.25 = 5.5 > 2.60 = R_4$	Significativa
$\mu_A - \mu_C$	$12.75 - 8.50 = 3.27 * > 2.52 = R_3$	Significativa
$\mu_A - \mu_D$	$12.75 - 10.50 = 2.25 > 2.40 = R_2$	No significativa
$\mu_B - \mu_C$	$10.50 - 7.25 = 3.25 * > 2.60 = R_4$	Significativa
$\mu_B - \mu_D$	$10.50 - 8.50 = 2.0 < 2.40 = R_2$	No significativa
$\mu_C - \mu_D$	$8.50 - 7.25 = 1.25 < 2.40 = R_2$	No significativa

De esta tabla se concluye que $\mu_A = \mu_B$, $\mu_B = \mu_D$ y $\mu_C = \mu_D$, mientras que $\mu_A \neq \mu_B$, μ_C y $\mu_A \neq \mu_D$, que son las mismas conclusiones que se obtuvieron con el método LSD. En general, las pruebas de Duncan y LSD tienen un desempeño similar.

3. Desarrollo experimental.

3.1 Planeación

a) Encontrar un problema de calidad

El presente trabajo fue realizado en el Instituto Tecnológico Superior de Huatusco, ubicado en la ciudad de Huatusco municipio de Veracruz; Donde las características climatológicas se encuentran entre los 39°C a -3°C. A una altura de 1344 msnm. Al tener un ambiente donde la temperatura varía constantemente, el experimento tendrá diferentes variables de respuesta.

El título de este estudio lleva por nombre: “Aplicación de diseño de Experimentos (DoE) para el análisis de retención térmica en un dispositivo ahorrador de gas”. Donde el objetivo específico es la elaboración y validación de un dispositivo creado a base barro el cual es adaptable a las estufas convencionales cuya función sea la retención de calor, lo cual provoque un ahorro en el consumo de combustible, mismo que se vea reflejado en la parte económica para las personas que hagan uso del mismo.

b) Determinar cuáles factores deben estudiarse o investigarse

En este punto se trabajara con tres recipientes, los cuales son elaborados con diferentes materiales, estos son:

- Barro.
- Aluminio.
- Peltre.

Los cuáles serán colocados sobre el dispositivo ahorrador de gas para obtener los resultados que permitan analizar la retención de calor en cada uno de ellos.



Ilustración 6. Recipientes utilizados para mediciones.

c) Elegir la(s) variable(s) de respuesta que serán medidas en cada punto del diseño y verificar que se mide de manera confiable.

La variable de respuesta considerada para este experimento fue el tiempo en que el dispositivo, después de estar en función en un tiempo determinado regresa a su temperatura ambiente.

d) Seleccionar el diseño experimental adecuado a los factores que se tienen y al objetivo del experimento.

Se realizaron 5 muestras con cada recipiente, se colocó el recipiente con los 250 ml de agua por un tiempo de 6 minutos (Marini, 2018.), el tiempo fue determinado en un estudio previo realizado encontrando en ese tiempo, el tiempo promedio de ebullición del agua bajo las condiciones del experimento. Pasados los 6 min, se procedió a apagar el fuego y monitorear la retención térmica mediante termómetro digital hasta que el recipiente y su contenido regresara a la temperatura ambiente con la que se inició.

Tabla 10.- Factores considerados en el experimento.

Dispositivo	Tiempo de ebullicion	Cantidad de liquido.	Recipiente
Barro	6 minutos	250 ml	Barro
Barro	6 minutos	250 ml	Peltre
Barro	6 minutos	250 ml	Aluminio

e) Planear y organizar el trabajo experimental.

Para este experimento, fueron requeridos los siguientes materiales:

- Cronometro digital
- Dispositivo ahorrador de gas
- Recipientes (Barro, Aluminio, Peltre)
- Termómetro digital
- Estufa y Gas

Al igual que la intervención de 2 personas de las cuales una de ellas era la encargada de realizar la tomas de temperatura mediante el termómetro digital y la otra realizado las mediciones con el cronometro y realizando los registros en la hoja de resultados para posteriormente poder analizar los datos obtenidos.

f) Realizar el experimento.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en dicho experimento, los cuales están complementados con la siguientes tablas, mismas que recaban el número de muestras realizadas, la cantidad de grados centígrados obtenidos en cada toma y su gráfica correspondiente.

Tabla 11. Toma de muestras con recipiente de peltre (Grados °C)

Muestra	Tiempo	Muestra1	Muestra2	Muestra3	Muestra4	Muestra5
0	00:00:00	171	182	176	193	185
1	00:00:30	162	180	174	185	178
2	00:01:00	159	169	169	183	172
3	00:01:30	159	170	170	188	170
4	00:02:00	138	168	170	172	164
5	00:02:30	117	157	150	170	159
6	00:03:00	107	140	137	167	147
7	00:03:30	108	138	110	166	130
8	00:04:00	107.5	119	123	162	129
9	00:04:30	104	110	118	159	124
10	00:05:00	103	105	109	160	118
11	00:05:30	90	98	101	157	114
12	00:06:00	88	95	99	149	119
13	00:06:30	91	94	96	146	109
14	00:07:00	86	87	89	140	104
15	00:07:30	82	82	84	135	99
16	00:08:00	82	83	82	132	95
17	00:08:30	80	80	82	129	94
18	00:09:00	75	80	79	117	95
19	00:09:30	72	76	75	110	92
20	00:10:00	71	78	73	104	89
21	00:10:30	70	72	73	98	87
22	00:11:00	68	70	69	94	88
23	00:11:30	66	68.5	67	90	84
24	00:12:00	64	66	65	88	80
25	00:12:30	62	64	66	83	79
26	00:13:00	60	62	62	79	73
27	00:13:30	59	65	59	79	70
28	00:14:00	58	60	62	77	73
29	00:14:30	56	58.5	57	72	65
30	00:15:00	55	57	55	74	63
31	00:15:30	53	54	54	70	63
32	00:16:00	49	52	50	69	65
33	00:16:30	49	52	49	63	62
34	00:17:00	48	50	50	59	60
35	00:17:30	45	48	48	59	59
36	00:18:00	42.5	46	45	55	60
37	00:18:30	41	44	42	52	58
38	00:19:00	38.5	42	40	57	58
39	00:19:30	44	40	39	50	59
40	00:20:00	43	38	39	50	55
41	00:20:30	42	38	37	49	49.5
42	00:21:00	41	38	37	49	49
43	00:21:30	41	36	39	48	47
44	00:22:00	41	36	35	45	43
45	00:22:30	40	36	35	45	40
46	00:23:00	39	34	35	43	43
47	00:23:30	39	32	35	43	43.5
48	00:24:00	39	32	35	40	43
49	00:24:30	39	31	33	39	43
50	00:25:00	38	30	34	37	40

51	00:25:30	38	30	33	35	40
52	00:26:00	37	30	33	35	40
53	00:26:30	37	30	30	35	40
54	00:27:00	36	31	29	35	30
55	00:27:30	36	28	27	35	39
56	00:28:00	36	28	27	33	35
57	00:28:30	36	28	26	30	33
58	00:29:00	35	28	27	30	33
59	00:29:30	34	28	27	30	33
60	00:30:00	34	28	27	33	30
61	00:30:30	34	27	27	32	30.5
62	00:31:00	33	27	27	32	30
63	00:31:30	33	27	25	30	29
64	00:32:00	33	27	27	30	30
65	00:32:30	33	26	25	30	28
66	00:33:00	33	26	25	35	28
67	00:33:30	32.5	26	25	30	27
68	00:34:00	32	26	25	29	27
69	00:34:30	32	26	25	29	25
70	00:35:00	32	26	24	29	28
71	00:35:30	32	26	24	29	25
72	00:36:00	32	25.5	24	27	25
73	00:36:30	32	25	24	27	25
74	00:37:00	32	25	24	27	25
75	00:37:30	32	25	24	25	25
76	00:38:00	31	25	24	25	24
77	00:38:30	31	25	24	25	24
78	00:39:00	31	25	23	25	25
79	00:39:30	31	25		25	24
80	00:40:00	31	24		25	24
81	00:40:30	31	24		24	24
82	00:41:00	31	24		24	24
83	00:41:30	31	24		24	23
84	00:42:00	30	24		24	
85	00:42:30	30	24		23	
86	00:43:00	30	24			
87	00:43:30	30	24			
88	00:44:00	30	23			
89	00:44:30	30				
90	00:45:00	30				
91	00:45:30	30				
92	00:46:00	30				
93	00:46:30	30				
94	00:47:00	28				
95	00:47:30	29				
96	00:48:00	29				
97	00:48:30	29				
98	00:49:00	29				
99	00:49:30	29				
100	00:50:00	29				
101	00:50:30	29				
102	00:51:00	29				
103	00:51:30	27				
104	00:52:00	28				

105	00:52:30	28				
106	00:53:00	28				
107	00:53:30	28				
108	00:54:00	28				
109	00:54:30	29				
110	00:55:00	28				
111	00:55:30	26.5				
112	00:56:00	27				
113	00:56:30	27				
114	00:57:00	28				
115	00:57:30	27				
116	00:58:00	27				
117	00:58:30	27				
118	00:59:00	26.5				
119	00:59:30	27				
120	00:60:00	26.5				
121	00:60:30	25				
Promedio en minutos		60.5	44	39	42.5	41.5

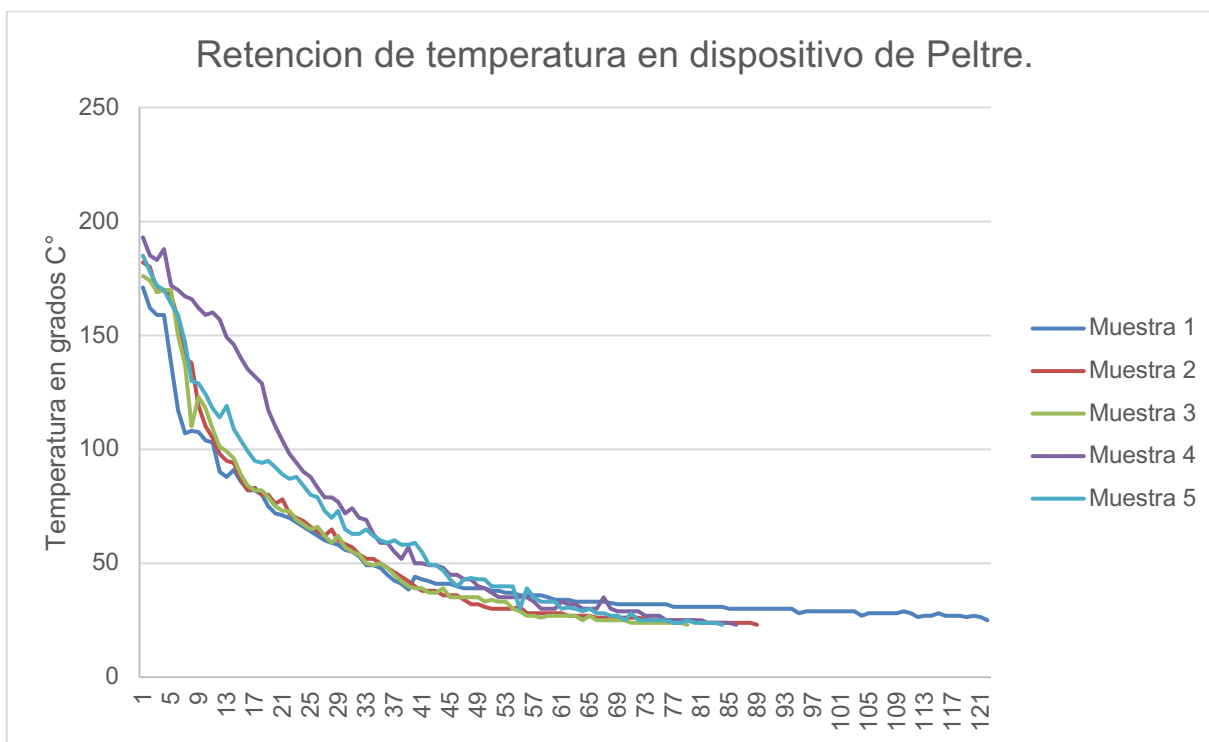


Ilustración 7. Grafica retención de temperatura en dispositivo de peltre.

Tabla 12. Toma de muestras con recipiente de Barro (Grados °C).

Muestra	Tiempo	Muestra1	Muestra2	Muestra3	Muestra4	Muestra5
0	00:00:00	228	239	251	243	246
1	00:00:30	250	230	248	241	230
2	00:01:00	229	229	240	231	221
3	00:01:30	208	215	238	220	202
4	00:02:00	197	201	222	200	198
5	00:02:30	191	193	218	191	189
6	00:03:00	162	182	203	179	179
7	00:03:30	156	179	189	177	168
8	00:04:00	151	170	179	172	160
9	00:04:30	119	166	166	162	152
10	00:05:00	157	157	160	159	144
11	00:05:30	97	125	153	142	136
12	00:06:00	93	111	147	120	130
13	00:06:30	90	117	141	114	122
14	00:07:00	88	94	125	93	117
15	00:07:30	85	90	120	89	111
16	00:08:00	82	84	116	83.5	105
17	00:08:30	79	81	100	77	100
18	00:09:00	72	77	97	75	94
19	00:09:30	70	74	94	72	88
20	00:10:00	69	70	88	68	83
21	00:10:30	62	67	80	66	77
22	00:11:00	56	62	78	64	73
23	00:11:30	60	57	71	62	69
24	00:12:00	61	55	65	60	64
25	00:12:30	53	53	60	59.5	60
26	00:13:00	61	50	58	58	54.5
27	00:13:30	53	57	51	56	50.5
28	00:14:00	56.5	57	51.5	54	48
29	00:14:30	55	55	48	54	46
30	00:15:00	52	52	46	54	46
31	00:15:30	51	50	42	53	45
32	00:16:00	51	48	40	50	45
33	00:16:30	46	46	38	48	44
34	00:17:00	41.5	42.5	36	46	44
35	00:17:30	45.5	43	35	44	44
36	00:18:00	43	43	33	42	43
37	00:18:30	40	40	38	39.5	43
38	00:19:00	43	43	43	40	43
39	00:19:30	39.5	39	39	39	42
40	00:20:00	37	37	37	37	42
41	00:20:30	38	37	37	36	42
42	00:21:00	35	37.5	37	36	40
43	00:21:30	35.5	35	37	35	39
44	00:22:00	34.5	35	37	35	38
45	00:22:30	33	35	37	35	38
46	00:23:00	34	33	37	34	38
47	00:23:30	33.5	33	35	34	38
48	00:24:00	32	32	35	34	38
49	00:24:30	33	32	35	34	37
50	00:25:00	33	30	32	33	37

51	00:25:30	29	29	32	33	37
52	00:26:00	32.5	28	32	33	36
53	00:26:30	30.5	26	31.5	32	36
54	00:27:00	31.5	24	31	32	36
55	00:27:30	30	30	31	32	36
56	00:28:00	31	31	31	31	34
57	00:28:30	31	31	31	31	34
58	00:29:00	32	32	30	30	34
59	00:29:30	30	30	30	30	33
60	00:30:00	30	30	30	29	33
61	00:30:30	30	30	30	29	32
62	00:31:00	29	29	29	29	32
63	00:31:30	29	29	28	29	30
64	00:32:00	28	29	29	29	29
65	00:32:30	29	29	28	29	28
66	00:33:00	25	29	28	27	28
67	00:33:30	26	28	28	27	28
68	00:34:00	25.5	28	27	27	27
69	00:34:30	28	28.5	27	27	27
70	00:35:00	27.5	28	27	26.5	27
71	00:35:30	27.5	28	26.5	26	26.5
72	00:36:00	25	28	26	26	26
73	00:36:30	28	28	26	26	26
74	00:37:00	26.5	27	26	26	26
75	00:37:30	25	27	26	26	26
76	00:38:00	26.5	27	26	26	26
77	00:38:30	26	27	26	26	26
78	00:39:00	25.5	27	26	26	26
79	00:39:30	25	27	26	26	26
80	00:40:00	25	27	25.5	25	25.5
81	00:40:30	25	26	25.5	25	25.5
82	00:41:00	26	26	25	25	25
83	00:41:30	25	26		25	25
84	00:42:00	25	26		25	25
85	00:42:30	25	26		24	
86	00:43:00	25	26		24	
87	00:43:30	25	25		24	
88	00:44:00	25.5	25		24	
89	00:44:30	25	24.5		24	
90	00:45:00	24	24		23	
Promedio en minutos		45	45	41	45	42

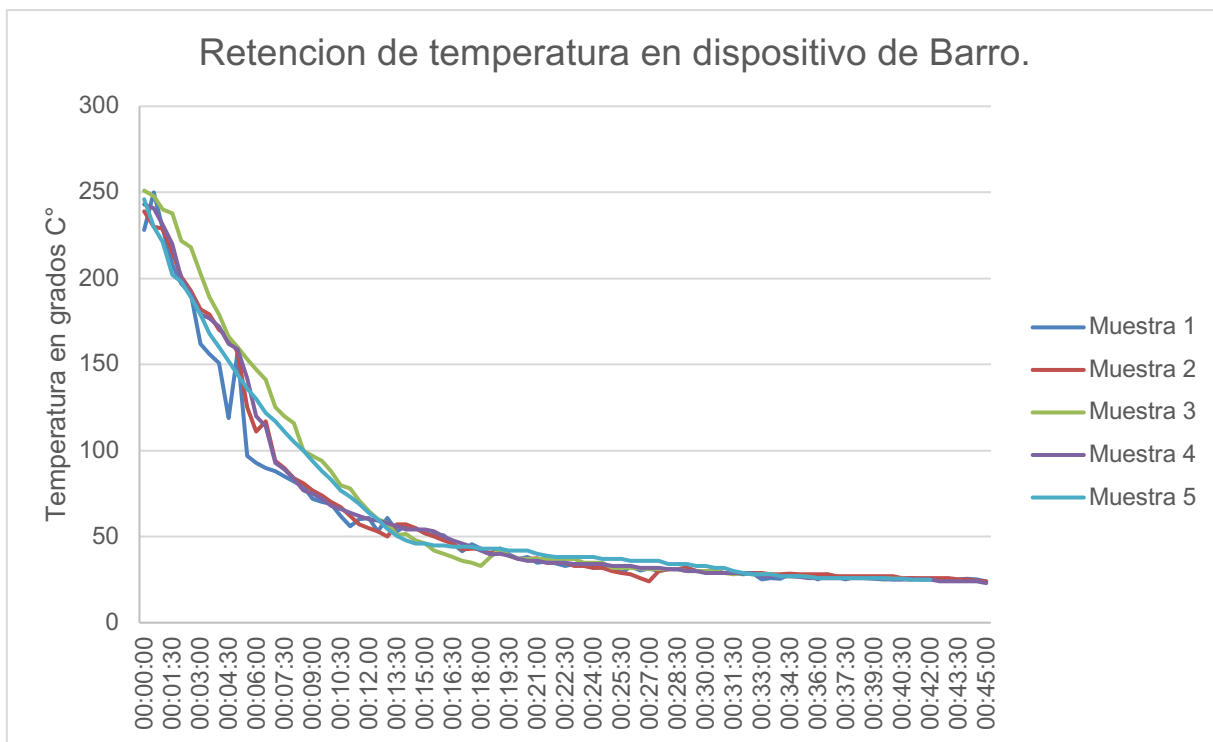


Ilustración 8. Grafica de retención de temperatura en dispositivo de barro.

Tabla 13. Toma de muestras con recipiente de aluminio (Grados °C).

Muestra	Tiempo	Muestra1	Muestra2	Muestra3	Muestra4	Muestra5
0	00:00:00	195	177	296	267	268
1	00:00:30	190	179	260	260	260
2	00:01:00	192	197	265	262	252
3	00:01:30	185	159	249	251	248
4	00:02:00	153	156	210	248	246
5	00:02:30	136	152	202	243	238
6	00:03:00	147	152	191	239	234
7	00:03:30	133	135.5	181.5	234	228
8	00:04:00	135	125	174	228	220
9	00:04:30	128	121.5	162	217	217
10	00:05:00	123	117	148	212	212
11	00:05:30	117	113	146	206	206
12	00:06:00	113	111	130	193	193
13	00:06:30	108	106	126	190	190
14	00:07:00	103	101	123	187	187
15	00:07:30	97	97	115	173	173
16	00:08:00	91	88	107	166	166
17	00:08:30	88	84	104	165	165
18	00:09:00	85	82	95	132	132
19	00:09:30	82	79	95	127	127
20	00:10:00	78	77	90	121	121
21	00:10:30	75	76	87	98.5	98.5

22	00:11:00	71	70	84	95	95
23	00:11:30	68	68	78	87	87
24	00:12:00	65	65	73	82	82
25	00:12:30	63	64	73	71	71
26	00:13:00	61	61	70	70	70
27	00:13:30	59	59	69	68	68
28	00:14:00	54	55	67	66	66
29	00:14:30	52	52	63	63	63
30	00:15:00	51.5	51	60	60	60
31	00:15:30	45	51	57	58	58
32	00:16:00	51	48	55	57	57
33	00:16:30	36.5	47	54	55	55
34	00:17:00	47	45	54	52	52
35	00:17:30	44	45	52	48	48
36	00:18:00	41.5	44	50	45	45
37	00:18:30	40.5	42	49	43	43
38	00:19:00	37	40	48	41	41
39	00:19:30	32	40	47	39	39
40	00:20:00	28	39	44	38	38
41	00:20:30	39	39	43	37.5	37.5
42	00:21:00	38	37	42	37	37
43	00:21:30	37	37	42	36	36
44	00:22:00	36	36	41	36	36
45	00:22:30	36	36	40	35.5	35.5
46	00:23:00	36	36	39	34	34
47	00:23:30	35.5	34	39	34	34
48	00:24:00	33	33	39	33	33
49	00:24:30	33	33	38.5	32	32
50	00:25:00	31	33	37	31	31
51	00:25:30	30	32	36	31	31
52	00:26:00	29	31	35	30	30
53	00:26:30	28	31	35	30	30
54	00:27:00	28	30	34	28	28
55	00:27:30	30.5	30	34	27.5	27.5
56	00:28:00	29	29	33	27	27
57	00:28:30	29.5	29	33	27	27
58	00:29:00	30	29	32	26	26
59	00:29:30	29	28	32	26	26
60	00:30:00	29	28	31	25	25
61	00:30:30	28	27	31	25	25
62	00:31:00	25	27	31	25	25
63	00:31:30	27	27	30	25	25
64	00:32:00	24	26	30	24	24
65	00:32:30	26	26	29	25	25
66	00:33:00	26	26	29	25	25
67	00:33:30	25.5	25	29	24	24
68	00:34:00	25	25	29	24	24
69	00:34:30	25	25	28	24	24
70	00:35:00	24	25	28	24	24
71	00:35:30	24	25	28	23	23
72	00:36:00	23	25	28	23	23
73	00:36:30	24	24	27	23	23
74	00:37:00	24	24	27	23	23
75	00:37:30	24	24	27	23	23

76	00:38:00	24	24	27	23	23
77	00:38:30	23	24	26	23	23
78	00:39:00	23	23	26	22	22
79	00:39:30	23.5		26		
80	00:40:00	23		26		
81	00:40:30			26		
82	00:41:00			25		
83	00:41:30			25		
84	00:42:00			25		
85	00:42:30			25		
86	00:43:00			25		
87	00:43:30			25		
88	00:44:00			25		
89	00:44:30			24		
90	00:45:00			24		
91	00:45:30			24		
92	00:46:00			24		
93	00:46:30			24		
94	00:47:00			24		
95	00:47:30			24		
96	00:48:00			24		
97	00:48:30			24		
98	00:49:00			24		
99	00:49:30			24		
100	00:50:00			24		
101	00:50:30			23		
Promedio en minutos		40	39	50.5	39	39

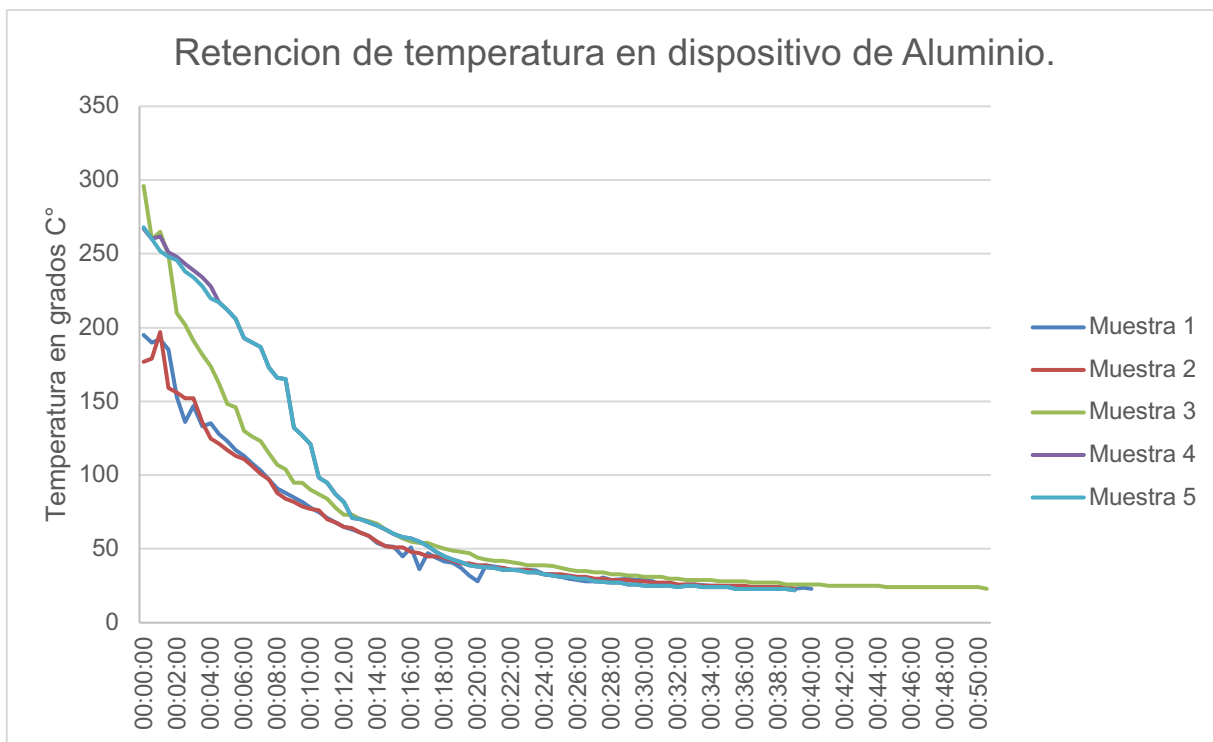


Ilustración 9. Grafica de retención de temperatura en dispositivo de Aluminio.

A continuación se muestra una tabla, la cual contiene los promedios de los datos obtenidos en cada una de las muestras realizadas con los diferentes recipientes, misma que nos permite realizar nuestro análisis de varianza con un solo factor.

Tabla 14. Tabla de promedios para análisis de varianza con un solo factor (minutos).

	Peltre	Barro	Aluminio
1	60.5	45	40
2	44	45	39
3	39	41	50.5
4	42.5	45	39
5	41.5	42	39



Ilustración 10. Toma de muestra con recipiente de aluminio y dispositivo ahorrador de gas.



Ilustración 11. Toma de retención de calor en dispositivo ahorrador de gas, mediante termómetro digital (Industrial).



Ilustración 12. Toma de muestra con recipiente de barro y dispositivo ahorrador de gas.

4. Análisis de resultados e interpretación

A continuación se presenta el análisis de varianza realizado a las pruebas experimentales descritas en capítulo 3

Análisis de varianza de un factor

RESUMEN

Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
Peltre	5	227.5	45.5	73.625
Barro	5	218	43.6	3.8
Aluminio	5	207.5	41.5	25.5

ANÁLISIS DE VARIANZA

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Tipo de recipientes	40.03	2	20.02	0.58	0.5730	3.88
Error	411.70	12	34.31			
Total	451.73	14				

Del ANOVA se observa que la variación total en 15 muestras de este experimento fue de 451.73. De esta cantidad 40.03 se debe a las diferencias entre los tipos de recipientes, y 411.70 corresponde a la diferencia entre retención de calor en cada tipo de recipiente. Al ponderar esto por los correspondientes grados de libertad, se obtienen los cuadrados medios que reflejan la magnitud real de cada fuente de variación. Así vemos que las diferencias debidas al tipo de recipiente es de 20.02 y que el error es de 34.31; Por lo tanto, la segunda es 1.71 veces más grande que la primera, lo cual indica que las diferencias observadas entre los tipos de recipientes no son significativas y que se deben a pequeñas variaciones muestrales (error).

El valor de la significancia observada o valor-p es el área bajo la curva de la distribución $F_{2,12}$ a la derecha de $F_0=0.5834$. Además el valor crítico para $\alpha=0.05$ es $F_{0.05,2,12} = 3.88$. Como $F_0=0.5834 < F_{0.05,2,12} = 3.88$, entonces no se rechaza H_0 , con lo cual se concluye

que no hay diferencia o efecto entre los recipientes utilizados (Peltre, Barro y Aluminio en interacción con el dispositivo) en cuanto a su tiempo promedio de retención.

Dado que no se rechaza la hipótesis nula $H_0 : \mu_{\text{Peltre}} = \mu_{\text{Barro}} = \mu_{\text{Aluminio}} = \mu$, el objetivo del experimento está cubierto y la conclusión es que los tratamientos no son diferentes, por lo tanto no es necesario realizar pruebas de rango múltiples (Método LSD, Método Duncan y Método Tukey).

5. Conclusiones.

5.1 Conclusiones.

Con base a las pruebas realizadas en el desarrollo experimental se comprueba la siguiente hipótesis:

Hipótesis Nula

No existen diferencias significativas entre la retención calorífica promedio al utilizar diferentes tipos de materiales para la cocción de alimentos (Peltre, Barro, Aluminio) en conjunto con el dispositivo ahorrador de gas elaborado a base de barro.

Los cual nos indica que los materiales utilizados para la fabricación de cada recipiente no afectan en el tiempo promedio sobre la retención de energía calorífica en cada uno de ellos, sin embargo la retención obtenida si se logra manifestar y permite generar un ahorro de gas en la cocción de los alimentos.

A pesar de que la hipótesis nula no se rechaza, se puede hacer una recomendación en cuanto al recipiente a utilizar para aprovechar durante un mayor lapso de tiempo la energía calorífica generada.

<i>Recipiente</i>	<i>Tiempo Promedio de retención.(min)</i>	<i>Desviación estándar (min)</i>
Barro	43.6	1.949358869
Aluminio	41.5	5.049752469
Peltre	45.5	8.580501151

Logrando así, reducir el consumo de gas LP, mismo que se ve reflejado económicamente, pues permite prolongar el tiempo duración del combustible.

6. Bibliografía.

- E. Y., F. M., H. Q., & M. P. (2004). *El Diseño Experimental y los métodos de Taguchi: Conceptos y Aplicaciones en la Industria Farmacéutica*.
- Fisher, R. (1953). *Design of Experiments . Analytic Methods for Design Practice .*
- Fundibeq. (12 de Mayo de 2018). *Fundibeq*. Obtenido de http://www.fundibeq.org/opencms/export/sites/default/PWF/downloads/gallery/methodology/tools/disenos_de_experimentos.pdf.
- García, J. C. (2015). *Aplicación de diseño de experimentos para la mejora del proceso de moldeo por inyección de plástico de la pieza*. México.
- Kalpakjian, S. (2006). *Manufacturing Engineering & Technology*. Estados Unidos: Illinois Institute of Technology.
- L. C., U. R., & C. J. (2011). *Introducción al diseño de experimentos*.
- Marini, F. F. (Octubre. de 2018.). *Análisis de Diseño Factorial para la mejora del desempeño de un dispositivo ahorrador de gas*. Huatusco., Veracruz., México.: Instituto Tecnológico Superior de Huatusco.
- Martínez, A. L. (Marzo. de 2011). *Eco-Accesorios Térmicos de Huatusco. Thermo-Fire Ahorrador de gas*. Huatusco., Veracruz., México.: Instituto Tecnológico Superior de Huatusco.
- Martínez, M. (2008). *Diseños experimentales de investigación. Ejercicio Prácticos*.
- Miranda, J. C. (23 de Octubre. de 2018.). *La Jornada. Economía*. Obtenido de <https://www.jornada.com.mx/2018/06/27/economia/026n1eco>
- Montgomery, D. (2004). *Control Estadístico de la Calidad*. Limusa.
- Montgomery, D. (2004). *Diseño y análisis de Experimentos*. Editorial Limusa Wiley.
- Morillas, A. (2003). *Análisis de varianza de un factor*.
- Pulido, H. G. (2012). *Análisis y Diseño de Experimentos*. McGraw-Hill Education.

Ryan, T. (2007). *Modern Experimental Design*. John Wiley & Sons, Inc.

Srinivasan, Murray, & Schiller. (2007). *Schaum's Outline of Theory and Problems of Probability and Statistics*. McGraw Hill.