



**GOBIERNO DE
MÉXICO**

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programa y Modalidad

**B.1.2 ELABORACIÓN DE APUNTES DE ASIGNATURA MECANISMOS
DE TRANSFERENCIA**

ISABEL TOMÁS PICHARDO ESQUIVEL

No dictamen AS – 2 – 316/2023

Revisores

**Dr. Nicolás Flores Álamo
M. en C. Claudia Delgado Hernández
M. en C. Luz del Carmen Martínez Contreras**

AGOSTO DEL 2024

CONTRIBUCIÓN

La elaboración de este material tiene como objetivo proporcionar un recurso integral para la enseñanza de la materia de **Mecanismos de Transferencia**, facilitando la comprensión y aplicación de los conceptos esenciales en esta área. Este material está diseñado para apoyar tanto a estudiantes como a docentes en el estudio y enseñanza de la transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa, ofreciendo un soporte didáctico que puede ser utilizado por al menos 80 alumnos por semestre en el Instituto Tecnológico de Toluca, así como por una audiencia más amplia a nivel nacional.

Este recurso también está destinado a futuros docentes que impartirán la materia, así como a estudiantes que buscan una comprensión más profunda del curso. Al ser reproducible y distribuible, el material servirá como una herramienta valiosa para reforzar el aprendizaje y recordar los conceptos discutidos en las clases a lo largo del semestre.

La elaboración de los apuntes busca clarificar y estructurar los conceptos que a menudo se encuentran dispersos en diversos textos. Se enfoca en promover un aprendizaje más enfocado y efectivo, integrando diversos métodos para estimular la participación activa, tales como la vista, el oído y el tacto.

Las competencias clave desarrolladas en la materia de Mecanismos de Transferencia incluyen:

- **Análisis de Fenómenos de Transferencia:** Habilidad para analizar los fenómenos de transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa, aplicando principios fundamentales para el diseño, optimización y control de procesos químicos.
- **Comprensión de Procesos:** Capacidad para comprender el comportamiento de materiales y fluidos en contextos de transferencia, promoviendo una mayor capacidad crítica y lógica al evaluar cambios en el movimiento, calor y masa.

El curso se organiza en cinco temas fundamentales. Los primeros cuatro temas se centran en el entendimiento y la descripción de los mecanismos de transferencia. Además, se considera el planteamiento de experimentos sencillos para una mejor

asimilación de los conceptos, así como la aplicación de las leyes de Newton, Fourier y Fick, en contextos industriales y científicos. Este material se propone ser un recurso esencial para la correcta comprensión y aplicación de estos mecanismos, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos en su futura carrera profesional.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	5
1. Análisis dimensional	6
1.1 Técnicas de análisis dimensional	8
1.1.1 Normalización (producto de potencias).....	9
1.1.2 Método de Buckingham.....	13
1.2 Grupos adimensionales y correlaciones.....	21
1.3 Similitudes y principios de escalamiento.	23
2. Transferencia de cantidad de movimiento.....	26
2.1 Mecanismos de transferencia de momentum.	27
2.2 Ley de Newton de la viscosidad.	28
2.3 Reología.....	32
2.4 Estimación de la viscosidad.	40
3. Transferencia de calor.....	49
3.1 Mecanismos de transferencia del calor (conducción, convección y radiación).	49
3.2 Ley de Fourier de la transferencia del calor.	50
3.4 Ley de Newton de enfriamiento.....	53
3.5 Ley de Stefan-Boltzmann de la radiación.	55
4. Transferencia de masa.....	63
4.1 Mecanismos de transferencia de masa.	63
4.2 Expresiones de masa (concentraciones y velocidades).	66
Concentración.....	66
Fracciones (masa y molar).....	67
Velocidad media de flujo (molar y másica).....	68
4.3 Ley de Fick y sus equivalencias.....	81
4.4 Estimación de la difusividad.	84
5. Transferencia convectiva de masa.....	94
5.1 Coeficientes de transferencia convectiva de masa (para contradifusión equimolar); de A, a través de B en reposo y no difusivo, para diversas geometrías.	95
5.2 Correlaciones. Transferencia de masa (en flujo por tuberías, para el flujo turbulento dentro de tuberías, para el flujo en torres de pared húmeda, de flujo paralelo a placas planas, con flujo que pasa por esferas individuales, en lechos empacados, para flujo alrededor de cilindros sencillos)	99
Anexos.....	102
Referencias bibliográficas	107

INTRODUCCIÓN

Estos apuntes se realizaron con el propósito de exponer de una manera concreta y sencilla la mayor parte de los conceptos y principios incluidos en el temario de Mecanismos de Transferencia de la carrera de ingeniería química. El contenido de este texto está redactado lo más claro posible ya que intenta explicar los conceptos relacionados con esta materia, mediante un seguimiento ordenado de los temas involucrados. Además, pretende mostrar la mayor parte del contenido del texto apoyándose en problemas aplicados en ingeniería, gráficas y figuras con el propósito de obtener un mejor entendimiento y aprendizaje de estos conceptos y principios, brindándole al lector interesado en estas áreas del conocimiento, una herramienta con la cual pueda resolver aquellos problemas relacionados con la materia.

Para conocer los fenómenos involucrados en los procesos unitarios en la ingeniería química es fundamental conocer la transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa, en virtud de que aporta las bases para la comprensión y aplicación en el diseño de procesos que durante la formación profesional se estudiarán.

El texto aborda desde la comprensión de los conceptos como fluido, flujo y su clasificación, así como sus diferentes formas de representar la concentración, la interpretación de la temperatura, conductividad y resistencia térmica, e identifica los diferentes mecanismos de transferencia. Se obtienen las correlaciones a partir de los fenómenos involucrados que son usadas para resolver los problemas que analíticamente se plantean. Se determinan a partir de expresiones semiempíricas la viscosidad, conductividad y difusividad en los diferentes tipos de fluidos y particularmente en los sólidos la conductividad. Se incluye el tema de superficies extendidas para definir su comportamiento y uso, concluyendo con la determinación de la transferencia de calor por radiación.

1. Análisis dimensional

El análisis adimensional es una herramienta fundamental en la física y la ingeniería, que se basa en el concepto de consistencia dimensional. Este enfoque permite simplificar y comprender mejor las relaciones entre las variables en un sistema dado. Consiste en agrupar las variables relevantes de una situación en parámetros adimensionales, es decir, sin unidades de medida. Este proceso, también conocido como análisis dimensional, resulta especialmente útil

¿Sabías que el análisis adimensional ayuda a reducir la complejidad de los datos experimentales? El combinar las variables para formar un número menor de parámetros adimensionales, facilita la interpretación de los resultados y simplifica la tarea de correlacionar los datos. Esto es crucial en la investigación científica y en la resolución de problemas de ingeniería, donde la comprensión de las relaciones entre las variables es esencial para tomar decisiones informadas.

en experimentos donde el número de variables a considerar puede ser abrumador. En el análisis dimensional, es crucial definir ciertas dimensiones fundamentales y expresar todas las demás en función de estas. Tradicionalmente, las cantidades significativas relacionadas con la transferencia de momento pueden expresarse en términos de tres dimensiones básicas: masa (M), longitud (L) y tiempo (t). Sin embargo, en ciertas ocasiones, el análisis adimensional puede requerir el uso de otras dos dimensiones importantes: temperatura (T) y calor (Q).

El análisis dimensional y el análisis adimensional son dos herramientas fundamentales que permiten comprender y describir el comportamiento de sistemas complejos.

Por otro lado, el análisis adimensional implica la creación de parámetros adimensionales, también conocidos como números adimensionales, que caracterizan el comportamiento de un sistema independientemente de las unidades de medida utilizadas. Estos parámetros adimensionales son cruciales para la simplificación y generalización de problemas, ya que permiten comparar y clasificar diferentes fenómenos físicos.

Al abordar el estudio de los mecanismos de transferencia, es fundamental considerar diversas dimensiones que influyen en el comportamiento de los sistemas. Estas dimensiones proporcionan un marco de referencia para comprender y analizar los procesos de transferencia de masa, energía y cantidad de movimiento en diferentes contextos.

Algunas dimensiones importantes relacionadas con los mecanismos de transferencia están dadas en la siguiente tabla:

Tabla. Dimensiones importantes relacionadas con los mecanismos de transferencia

VARIABLE	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Masa	M	M
Longitud	L	L
Área	A	L^2
Volumen	V	L^3
Tiempo	t	θ
Velocidad	v	L / θ
Aceleración gravitacional	g	L / θ^2
Difusividad térmica	α	L^2 / θ
Flujo Volumétrico (Caudal)	q	L^3 / θ
Flujo Másico	m	M / θ
Resistencia Térmica	R	$T \theta^3 / ML^2$
Velocidad de Deformación	ε	$1 / \theta$
Velocidad angular	ω	$1 / \theta$
Viscosidad cinemática	μ	L^2 / θ
Diámetro	D	L
Fuerza	F	ML / θ^2
Presión	P	$M / L \theta^2$
Potencia	ϕ	ML^2 / θ^3
Trabajo, Energía	W	ML^2 / θ^2
Densidad	ρ	M / L^3
Temperatura	T	T
Calor específico, Capacidad calorífica	c	$L^2 / T\theta^2$
Conductividad térmica	κ	$Q / LT\theta$
Cortante por área unitaria	τ	$M / L\theta^2$
Frecuencia	f	$1 / \theta$
Viscosidad	μ	$M / L \theta$
Tensión superficial	Σ	M / θ^2
Velocidad sónica	$\dot{v}$	L / θ
Compresibilidad	z	$L\theta^2 / M$

Capacidad Calorífica	Cp	Q / MT
Coeficiente de Expansión Térmica Dilatación Térmica	β	1 / T
Coeficiente de Transferencia de Calor	h	Q / θ LT ²
Calor	Q	ML ² / θ^2
Energía Interna	e	L ² / θ^2

Para concluir este capítulo, tanto el análisis dimensional como el análisis adimensional son herramientas fundamentales en la ingeniería para comprender y describir el comportamiento de sistemas complejos. El análisis dimensional permite simplificar ecuaciones y establecer relaciones entre variables a través de dimensiones fundamentales como la masa, la longitud y el tiempo. Por otro lado, el análisis adimensional ayuda a crear parámetros adimensionales que describen el comportamiento del sistema independientemente de las unidades de medida utilizadas. Al combinar estas técnicas, se logra simplificar la resolución de problemas, interpretar resultados experimentales y diseñar soluciones eficientes en una variedad de campos científicos y de ingeniería.

1.1 Técnicas de análisis dimensional

A través del desarrollo de parámetros adimensionales y la aplicación de escalas de similitud, se puede modelar y predecir el comportamiento de sistemas complejos en una amplia gama de situaciones. A través de ejemplos y ejercicios, se descubrirá cómo estas técnicas brindan una comprensión más profunda y soluciones más efectivas para desafíos de ingeniería y científicos.

El análisis adimensional se basa en la noción de la homogeneidad dimensional, es decir, que todos los términos en una ecuación deben tener las mismas dimensiones, y también sirve para revisar la consistencia de las unidades de cualquier ecuación. Antes de infiltrarse en las diferentes técnicas de análisis adimensional es importante revisar algunos ejercicios para comprender el objetivo de una manera más práctica.

Ejercicio 1: Determine las unidades que tienen 9/5 y 32 en la ecuación de conversión de grados centígrados a grados Fahrenheit.

$$T = \frac{9^{\circ}T}{5} + 32 \quad \text{Dónde: } T [=] ^{\circ}\text{F y } T [=] ^{\circ}\text{C}$$

$$(^{\circ}\text{F}) = 9/5 (^{\circ}\text{C})$$

$$9/5 [=] (^{\circ}\text{F}) / (^{\circ}\text{C})$$

$$(^{\circ}\text{F}) = \frac{(^{\circ}\text{F})(^{\circ}\text{C})}{(^{\circ}\text{C})} + 32$$

Ejercicio 2: Verificar la consistencia dimensional de:

$$\frac{d}{dt}[\rho \Delta h] = -\rho q$$

$$\begin{array}{lll} \rho [=] \text{ lb}_m / \text{ ft}^3 & \Delta [=] \text{ ft}^2 & \\ h [=] \text{ ft} & t [=] \text{ s} & q [=] \text{ ft}^3/\text{ s} \end{array}$$

Donde:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\text{lb}_m * \text{ft}^2 * \text{ft}}{\text{ft}^3} \right] = \frac{-\text{lb}_m * \text{ft}^3}{\text{ft}^3 * \text{s}}$$

$$-\frac{\text{lb}_m}{\text{s}} = -\frac{\text{lb}_m}{\text{s}}$$

A continuación, se examinarán algunas de las técnicas más comunes, como la normalización y el método de Buckingham Pi, se explorará su aplicación en problemas prácticos.

1.1.1 Normalización (producto de potencias)

Es de suma remembranza indicar que el método de normalización considerado un método sencillo se basa en la creación de ecuaciones a partir de los exponentes que se puedan presentar dentro de un análisis adimensional, para realizar el método previamente señalado es importante seguir una serie de pasos para facilitar la aplicación de este.

Pasos para aplicar el método de normalización:

1. Identificar y tabular las variables de interés.
2. Determinar el número de grupos adimensionales mediante la expresión:
 $G = V - D$.
3. Escribir las variables como producto de potencia.
4. Elevar las dimensiones de cada variable a la misma potencia de la variable.
5. Desarrollar las ecuaciones, escribiendo una ecuación para cada dimensión de tal manera que la suma algebraica de los exponentes sea igual a cero.
6. Desarrollar las ecuaciones lineales algebraicas para los exponentes, respecto a los exponentes seleccionados arbitrariamente.
7. Cada exponente determina un grupo adimensional diferente ($n_1, n_2, \dots, n_n$)

Una vez conociendo el proceso que debe llevarse a cabo es importante resolver algunos ejercicios.

Para su desarrollo tomamos los principios del producto de potencia y la experiencia adquirida. Al final tendremos una forma comparativa y práctica para aplicar en los siguientes ejercicios.

EJERCICIO: La rapidez con la que se galvanizan las piezas metálicas en una solución electrolítica, en un disco giratorio, por lo general depende de la rapidez de difusión de la masa de los iones del disco, se cree que el proceso está controlado por las siguientes variables:

VARIABLE	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Coeficiente de transferencia de masa	k	L/θ
Coeficiente de difusión	D	L^2/θ
Diámetro del disco	d	L
Velocidad angular	a	$1/\theta$
Densidad de la solución	ρ	M/L^3
Viscosidad de la solución	μ	$M/L\theta$

Obtener el conjunto de grupos adimensionales de estas variables, donde el coeficiente de transferencia, la viscosidad y el coeficiente de difusión deben encontrarse en grupos separados.

La tabulación anterior refiere el paso 1 del método.

En el paso 2, definiremos el valor de $G = V \cdot D$

Como $V = 6$ y $D = 3$ entonces $G = 3$ que representan 3 grupos adimensionales (N_1, N_2, N_3)

Como tenemos definidas quienes son las cabeceras de grupo entonces:

Cabeceras de grupo k, μ, D

Conjunto recurrente d, a, ρ

Paso 3, planteamos nuestro producto de potencia

$$N_1 = d^a \cdot a^b \cdot \rho^c \cdot k$$

$$N_2 = d^a \cdot a^b \cdot \rho^c \cdot D$$

$$N_3 = d^a \cdot a^b \cdot \rho^c \cdot \mu$$

Paso 4 y 5, desarrollamos ecuaciones y resolvemos para cada grupo

Para $N_1 = d^a \cdot a^b \cdot \rho^c \cdot k$

$$L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 = L^a \cdot \left(\frac{1}{\theta}\right)^b \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \cdot \left(\frac{L}{\theta}\right)$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = a - 3c + 1$$

$$M: 0 = c$$

$$\theta: 0 = -b - 1$$

Resolviendo el sistema:

$$a = -1$$

$$b = -1$$

$$c = 0$$

Para el número adimensional:

$$N_1 = d^{-1} \cdot a^{-1} \cdot \rho^0 \cdot k$$

Por tanto:

$$N_1 = \frac{k}{d \cdot a}$$

Para $N_2 = d^a \cdot a^b \cdot \rho^c \cdot D$

$$L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 = L^a \cdot \left(\frac{1}{\theta}\right)^b \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{L^2}{\theta}\right)$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = a - 3c + 2$$

$$M: 0 = c$$

$$\theta: 0 = -b - 1$$

Resolviendo el sistema:

$$a = -2$$

$$b = -1$$

$$c = 0$$

Para el número adimensional:

$$N_2 = d^{-2} \cdot a^{-1} \cdot \rho^0 \cdot D$$

Por tanto:

$$N_2 = \frac{D}{d^2 \cdot a}$$

Para: $N_3 = d^a \cdot a^b \cdot \rho^c \cdot \mu$

$$L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 = L^a \cdot \left(\frac{1}{\theta}\right)^b \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta}\right)$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = a - 3c - 1$$

$$M: 0 = c + 1$$

$$\theta: 0 = -b - 1$$

Resolviendo el sistema:

$$a = -2$$

$$b = -1$$

$$c = -1$$

Para el número adimensional:

$$N_1 = d^{-2} \cdot a^{-1} \cdot \rho^0 \cdot \mu$$

Por tanto:

$$N_2 = \frac{\mu}{d^2 \cdot a \cdot \rho}$$

Resolvamos un ejercicio planteando cinco dimensiones diferentes (L, M, θ, T, Q).

EJERCICIO: Cuando un fluido se desplaza en un conducto cerrado a una velocidad promedio, donde existe una diferencia de temperatura entre el fluido y la pared del ducto; se ha observado que las siguientes variables integran el proceso: diámetro del tubo, densidad del fluido, viscosidad de fluido, capacidad calorífica del fluido, conductividad térmica del fluido, velocidad, coeficiente de transferencia de calor, diferencial de temperatura. Si tomamos el siguiente orden para elegir las cabeceras de grupo; determinar los grupos adimensionales involucrados en este proceso.

VARIABLE	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Diámetro del tubo	D	L
Densidad del fluido	ρ	M/L^3
Viscosidad del fluido	μ	$M/L \cdot \theta$
Capacidad calorífica del fluido	Cp	$Q/M \cdot T$
Conductividad térmica del fluido	K	$Q/L \cdot \theta \cdot T$
Velocidad	V	L/θ
Coeficiente de transferencia de calor	h	$Q/\theta \cdot T \cdot L^2$
Diferencial de temperatura	ΔT	T

$$G = V - D$$

V = 8 Variables

D = 5 dimensiones

$$G = 8 - 5$$

$$G = 3$$

Por tanto:

Hay 3 grupos adimensionales.

Para los numero adimensionales: $N_i = D^a \cdot \rho^b \cdot \mu^c \cdot Cp^d \cdot k^e \cdot V^f \cdot h^g \cdot \Delta T^h$

$$L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 \cdot T^0 \cdot Q^0$$

$$= L^a \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^b \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta}\right)^c \cdot \left(\frac{Q}{M \cdot T}\right)^d \cdot \left(\frac{Q}{L \cdot \theta \cdot T}\right)^e \cdot \left(\frac{L}{\theta}\right)^f \cdot \left(\frac{Q}{L^2 \cdot \theta \cdot T}\right)^g \cdot (T)^h$$

Creando un sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = a - 3b - c - e + f - 2g \rightarrow 1$$

$$M: 0 = b + c - d \rightarrow 2$$

$$\theta: 0 = -c - e - f - g \rightarrow 3$$

$$T: 0 = -d - e - g + h \rightarrow 4$$

$$\theta: 0 = d + e + g \rightarrow 5$$

Para reducir más las variables:

$$\text{De 5: } e = -d - g \rightarrow 6$$

$$\text{De 4: } 0 = -d - e - g + h$$

$$0 = -d - (-d - g) - g + h$$

$$0 = -d + d + g - g + h \rightarrow h=0 \rightarrow 7$$

$$\begin{aligned}
 \text{De 3: } c &= -e - f - g \\
 c &= -(-d - g) - f - g \\
 c &= d + g - f - g \\
 c &= d - f \rightarrow \mathbf{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{De 2: } 0 &= b + (d - f) - d \\
 0 &= b - f \rightarrow b = f \rightarrow \mathbf{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{De 1: } a &= 3b + c + e - f + 2g \\
 a &= b + g \rightarrow \mathbf{10}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación original para los números adimensionales:

$$N_1, N_2, N_3 = D^{b+g} \cdot \rho^b \cdot \mu^{-b+d} \cdot Cp^d \cdot k^{-d-g} \cdot V^b \cdot h^g \cdot \Delta T^0$$

Para N_1

$$N_1 = D^b \cdot \rho^b \cdot \mu^{-b} \cdot V^b$$

$$N_1 = \left(\frac{D \cdot \rho \cdot \mu}{\mu} \right)^b \rightarrow N_1 = \frac{D \cdot \rho \cdot \mu}{\mu}$$

$$\text{Comprobando: } N_1 = \frac{\frac{L \cdot \frac{M}{L^3} \cdot \frac{L}{\theta}}{\frac{M}{L \cdot \theta}}}{\frac{M}{L \cdot \theta}} \rightarrow N_1 = \frac{L \cdot M \cdot L \cdot L \cdot \theta}{L^3 \cdot L \cdot \theta} \rightarrow \text{ADIMENSIONAL}$$

Para N_2

$$N_2 = \mu^d \cdot Cp^d \cdot k^{-d}$$

$$N_2 = \left(\frac{Cp \cdot \mu}{k} \right)^d \rightarrow N_2 = \frac{Cp \cdot \mu}{k}$$

$$\text{Comprobando: } N_2 = \frac{\frac{\frac{M}{\theta \cdot L} \cdot \frac{Q}{M \cdot T}}{\frac{Q}{T \cdot L \cdot \theta}}}{\frac{Q}{T \cdot L \cdot \theta}} \rightarrow N_2 = \frac{M \cdot Q \cdot \theta \cdot L \cdot T}{L \cdot \theta \cdot M \cdot T \cdot Q} \rightarrow \text{ADIMENSIONAL}$$

Para N_3

$$N_3 = D^g \cdot k^{-g} \cdot h^g$$

$$N_3 = \left(\frac{D \cdot h}{k} \right)^g \rightarrow N_3 = \frac{D \cdot h}{k}$$

$$\text{Comprobando: } N_3 = \frac{\frac{L \cdot \frac{Q}{\theta \cdot L^2 \cdot T}}{\frac{Q}{T \cdot L \cdot \theta}}}{\frac{Q}{T \cdot L \cdot \theta}} \rightarrow N_3 = \frac{L \cdot M \cdot Q \cdot \theta \cdot L \cdot T}{L^2 \cdot \theta \cdot M \cdot T \cdot Q} \rightarrow \text{ADIMENSIONAL}$$

1.1.2 Método de Buckingham

Una situación común en la que el análisis dimensional resulta ventajoso es aquella en la que no es evidente la aplicación directa de una ecuación diferencial principal. En tales casos, se requiere un enfoque más general, conocido como el método de Buckingham.

El primer paso para aplicar el método de Buckingham implica listar las variables significativas para el problema en cuestión. Luego, se determina el número de parámetros adimensionales en los que estas variables pueden combinarse. Este número se calcula utilizando el teorema π de Buckingham, que establece lo siguiente: El número de grupos adimensionales utilizados para describir una situación con n variables es igual a $n - r$, donde r es el rango de la matriz dimensional de las variables. Por lo tanto:

Donde:

$$i = n - r$$

i = número de grupos independientes adimensionales.

n = número de variables involucradas.

r = rango de la matriz.

La elección del grupo recurrente se realiza teniendo en cuenta que cada una de las dimensiones fundamentales debe aparecer al menos una vez en alguna de las variables, y que no es posible formar un grupo adimensional a partir de todas o algunas de las variables del grupo recurrente. Luego, se incorporan las $(n - r)$ variables restantes en grupos adimensionales, combinándolas con el conjunto recurrente, repitiendo este proceso tantas veces como sea posible.

Una vez contruidos los $(n - r)$ grupos π , se resuelve cada uno de ellos de manera análoga al producto de potencias. Este procedimiento general es fundamental para realizar una adimensionalización mediante el método de Buckingham. Se requiere una comprensión sólida del método de normalización para aplicar con éxito la metodología de Buckingham, así como habilidades sólidas en álgebra matricial.

Ahora como con el anterior método, lo aplicaremos paso a paso según señala el método del teorema π . Antes, es importante recordar la obtención del rango de la matriz que es la diferencia con el método anterior:

Para obtener el rango de una matriz, tenemos que recordar lo siguiente:

ELEMENTO PRINCIPAL: también llamado guía, es el primer elemento del renglón distinto de cero leyéndose de izquierda a derecha, ejemplo:

	ELEMENTO PRINCIPAL	RENGLÓN
$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	1	1
	9	2
	6	3
	No hay	4

Propiedades de una matriz reducida

1. El elemento principal de cada renglón distinto de cero es 1.

2. Si un renglón tiene su elemento principal en la columna “c” todos los otros elementos de la columna “C” son ceros.
3. Todo renglón que tiene únicamente ceros (si es que hay un renglón) este debajo de los renglones tienen elementos distintos de cero.
4. Los elementos guía se localizan hacia abajo y a la derecha conforme se ve la matriz.

EJEMPLOS:

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Rango 2} \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{Rango 2} \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Rango 2} \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{Rango 3} \end{array}$$

EJERCICIO: Suponer que un fluido que este corriendo a través de un tubo lizo lleva un flujo isotérmico. Las variables que afectan la perdida de presión debido a la fricción son: Diámetro del tubo, densidad del fluido, velocidad del fluido y viscosidad del fluido.

Determine los grupos adimensionales resultante tomando como cabeceras de grupos a la perdida de presión debido a la fricción, la longitud y la viscosidad del fluido.

Paso 1: Si hay n variables, el número de grupos adimensionales i , es igual a $n-r$ ($i=n-r$), donde r es el rango de la matriz dimensional de las variables. La matriz dimensional se forma al tabular los exponentes de las dimensiones fundamentales que aparecen en cada una de las variables involucradas.

Como en el método anterior, se tabulan las variables, su símbolo y sus dimensiones:

VARIABLE	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Diámetro del tubo	D	L
Longitud del tubo	l	L
Densidad del fluido	ρ	M/L^3
Velocidad	V	L/θ
Viscosidad del fluido	μ	$M/L \cdot \theta$
Presión debida a la fricción	ΔP	$M/\theta^2 \cdot L$

Se forma la matriz dimensional a partir de los exponentes de las dimensiones:

	D	l	ρ	V	μ	ΔP
L	1	1	-3	1	-1	-1
M	0	0	1	0	1	1
θ	0	0	0	-1	-1	-2

A partir de esta matriz dimensional, obtendremos la matriz reducida:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Matriz dimensional

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ Rango } (r) = 3$$

Entonces:

$$i = n - r \quad \therefore \quad i = (D, l, \rho, V, \mu, \Delta P) = 6$$

$$r = 3$$

$$i = 6 - 3 \rightarrow i = 3$$

Grupos adimensionales: π_1, π_2, π_3

Paso 2: Elegir r -variables originales para formar lo que se llama conjunto recurrente. Teniendo en cuenta que:

- Cada una de las dimensiones fundamentales tiene que aparecer por lo menos en una de las variables.*
- No ha de ser posible formar un grupo adimensional a partir de alguna por todas las variables del conjunto recurrente*

Como las cabeceras de grupo son: $l, \mu, \Delta P$

Entonces el conjunto recurrente será: D, ρ, V

Paso 3: Tomar cada una de las variables restantes e incorporarlas en un grupo adimensional combinándola con el conjunto recurrente (repetir esto tantas veces sea necesario).

$$\pi_1 = D \cdot \rho \cdot V \cdot l$$

$$\pi_2 = D \cdot \rho \cdot V \cdot \mu$$

$$\pi_3 = D \cdot \rho \cdot V \cdot \Delta P$$

Paso 4: Construir los grupos π , siendo las únicas variables que aparecen en más de un grupo los que constituyen el conjunto recurrente (si se debe obtener una relación funcional explícita para una variable particular, dicha variable no puede estar incluida en el conjunto recurrente).

$$\pi_1 = D^a \cdot \rho^b \cdot V^c \cdot l$$

$$\pi_2 = D^a \cdot \rho^b \cdot V^c \cdot \mu$$

$$\pi_3 = D^a \cdot \rho^b \cdot V^c \cdot \Delta P$$

Paso 5: Resolver cada grupo π , de forma análoga al método de producto de potencia.

Para π_1

$$\pi_1 = L^a \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^b \cdot \left(\frac{L}{\theta}\right)^c \cdot (L) = L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = a - 3b + c + 1$$

$$M: 0 = b$$

$$\theta: 0 = -c$$

Resolviendo el sistema:

$$a = -1$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

Para el número adimensional:

$$\pi_1 = D^{-1} \cdot \rho^0 \cdot V^0 \cdot l$$

Por tanto:

$$\pi_1 = \frac{l}{D}$$

Para π_2

$$\pi_2 = L^a \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^b \cdot \left(\frac{L}{\theta}\right)^c \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta}\right) = L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = a - 3b + c - 1$$

$$M: 0 = b + 1$$

$$\theta: 0 = -c - 1$$

Resolviendo el sistema:

$$a = -1$$

$$b = -1$$

$$c = -1$$

Para el número adimensional:

$$\pi_2 = D^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot V^{-1} \cdot \mu$$

Por tanto:

$$\pi_2 = \frac{\mu}{D \cdot V \cdot \rho}$$

Para π_3

$$\pi_3 = L^a \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^b \cdot \left(\frac{L}{\theta}\right)^c \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta^2}\right) = L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = a - 3b + c - 1$$

$$M: 0 = b + 1$$

$$\theta: 0 = -c - 2$$

Resolviendo el sistema:

$$a = 0$$

$$b = -1$$

$$c = -2$$

Para el número adimensional:

$$\pi_3 = D^0 \cdot \rho^{-1} \cdot V^{-2} \cdot \Delta P$$

Por tanto:

$$\pi_3 = \frac{\Delta P}{V^2 \cdot \rho}$$

Ejercicio con 5 dimensiones

Las variables importantes de un proceso de transferencia de calor son los siguientes:

VARIABLE	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Densidad del fluido	ρ	M/L^3
Capacidad calorífica del fluido	Cp	$Q/M \cdot T$
Diferencial de temperatura	ΔT	T
Coeficiente de transferencia de calor	h	$Q/\theta \cdot T \cdot L^2$
Conductividad térmica del fluido	K	$Q/L \cdot \theta \cdot T$
Longitud significativa	l	L
Viscosidad del fluido	μ	$M/L \cdot \theta$
Coeficiente de expansión térmica	β	$1/T$
Aceleración gravitacional	g	M/θ^2

Hacer el análisis dimensional para encontrar los grupos adimensionales tomando el orden descendente de acomodo para definir cabeceras de grupo.

Armando matriz dimensional

	ρ	Cp	ΔT	h	k	l	μ	β	g
L	-3	0	0	-2	-1	1	-1	0	0
M	1	-1	0	0	0	0	1	0	1
θ	0	0	0	-1	-1	0	-1	0	-2
T	0	-1	1	-1	-1	0	0	-1	0
Q	0	1	0	1	1	0	0	0	0

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + 4R_2} \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 & -2 & -1 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 & -2 & -1 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & -1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} R_1 \leftrightarrow R_5 \\ R_3 \leftrightarrow R_4 \\ R_4 \leftrightarrow R_2 \\ R_5 \leftrightarrow R_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 & -2 & -1 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & -1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_4 * (-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} R_1 + R_5 \\ R_2 + R_5 \\ R_4 - 2R_5 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rango (r) = 5

Entonces resolvemos el Paso 1:

$$i = n - r \quad \therefore \quad i = (Cp, \rho, h, \Delta T, k, l, \mu, \beta, g) = 9$$

$$r = 5$$

$$i = 9 - 5 \rightarrow i = 4$$

Grupos adimensionales: $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$

Paso 2: Elegir r-variables originales para formar lo que se llama conjunto

Como las cabeceras de grupo son: $Cp, \rho, h, \Delta T$

Entonces el conjunto recurrente será: k, l, μ, β, g

Paso 3:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= k \cdot l \cdot \mu \cdot \beta \cdot g \cdot \rho \\ \pi_2 &= k \cdot l \cdot \mu \cdot \beta \cdot g \cdot Cp \\ \pi_3 &= k \cdot l \cdot \mu \cdot \beta \cdot g \cdot \Delta T \\ \pi_4 &= k \cdot l \cdot \mu \cdot \beta \cdot g \cdot h\end{aligned}$$

Paso 4:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= k^a \cdot l^b \cdot \mu^c \cdot \beta^d \cdot g^e \cdot \rho \\ \pi_2 &= k^a \cdot l^b \cdot \mu^c \cdot \beta^d \cdot g^e \cdot Cp \\ \pi_3 &= k^a \cdot l^b \cdot \mu^c \cdot \beta^d \cdot g^e \cdot \Delta T \\ \pi_4 &= k^a \cdot l^b \cdot \mu^c \cdot \beta^d \cdot g^e \cdot h\end{aligned}$$

Paso 5:

Para π_1

$$\pi_1 = \left(\frac{Q}{L \cdot \theta \cdot T} \right)^a \cdot (L)^b \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta} \right)^c \cdot \left(\frac{1}{T} \right)^d \cdot \left(\frac{M}{\theta^2} \right)^e \cdot \left(\frac{M}{L^3} \right) = L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 \cdot T^0 \cdot Q^0$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}L: 0 &= -a + b - c - 3 \\ M: 0 &= c + e + 1 \\ \theta: 0 &= -a - c - 2e \\ T: 0 &= -a - d \\ Q: 0 &= a\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{aligned}a &= 0 \\ b &= 1 \\ c &= -2 \\ d &= 0 \\ e &= 1\end{aligned}$$

Para el número adimensional:

$$\pi_1 = k^0 \cdot l^1 \cdot \mu^{-2} \cdot \beta^0 \cdot g^1 \cdot \rho$$

Por tanto:

$$\pi_1 = \frac{l \cdot g \cdot \rho}{\mu^2}$$

Para π_2

$$\pi_2 = \left(\frac{Q}{L \cdot \theta \cdot T} \right)^a \cdot (L)^b \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta} \right)^c \cdot \left(\frac{1}{T} \right)^d \cdot \left(\frac{M}{\theta^2} \right)^e \cdot \left(\frac{Q}{M \cdot T} \right) = L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 \cdot T^0 \cdot Q^0$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}L: 0 &= -a + b - c \\ M: 0 &= c + e - 1 \\ \theta: 0 &= -a - c - 2e \\ T: 0 &= -a - d - 1 \\ Q: 0 &= a + 1\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{aligned}a &= -1 \\ b &= 0 \\ c &= 1 \\ d &= 0 \\ e &= 0\end{aligned}$$

Para el número adimensional:

$$\pi_2 = k^{-1} \cdot l^0 \cdot \mu^1 \cdot \beta^0 \cdot g^1 \cdot Cp$$

Por tanto:

$$\pi_2 = \frac{\mu \cdot Cp}{k}$$

Para π_3

$$\pi_3 = \left(\frac{Q}{L \cdot \theta \cdot T} \right)^a \cdot (L)^b \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta} \right)^c \cdot \left(\frac{1}{T} \right)^d \cdot \left(\frac{M}{\theta^2} \right)^e \cdot (T) = L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 \cdot T^0 \cdot Q^0$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = -a + b - c$$

$$M: 0 = c + e$$

$$\theta: 0 = -a - c - 2e$$

$$T: 0 = -a - d + 1$$

$$Q: 0 = a$$

Resolviendo el sistema:

$$a = 0$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 1$$

$$e = 0$$

Para el número adimensional:

$$\pi_3 = k^0 \cdot l^0 \cdot \mu^0 \cdot \beta^1 \cdot g^0 \cdot \Delta T$$

Por tanto:

$$\pi_3 = \Delta T \cdot \beta$$

Para π_4

$$\pi_4 = \left(\frac{Q}{L \cdot \theta \cdot T} \right)^a \cdot (L)^b \cdot \left(\frac{M}{L \cdot \theta} \right)^c \cdot \left(\frac{1}{T} \right)^d \cdot \left(\frac{M}{\theta^2} \right)^e \cdot \left(\frac{Q}{L^2 \cdot \theta \cdot T} \right) = L^0 \cdot M^0 \cdot \theta^0 \cdot T^0 \cdot Q^0$$

Creando el sistema de ecuaciones:

$$L: 0 = -a + b - c - 2$$

$$M: 0 = c + e$$

$$\theta: 0 = -a - c - 2e - 1$$

$$T: 0 = -a - d - 1$$

$$Q: 0 = a + 12$$

Resolviendo el sistema:

$$a = -1$$

$$b = 1$$

$$c = 0$$

$$d = 0$$

$$e = 0$$

Para el número adimensional:

$$\pi_4 = k^{-1} \cdot l^1 \cdot \mu^0 \cdot \beta^0 \cdot g^0 \cdot h$$

Por tanto:

$$\pi_4 = \frac{l \cdot h}{k}$$

EJERCICIO PROPUESTO: Tomando en cuenta un proceso para su análisis adimensional, se consideran como cabeceras a: K, D y μ .

VARIABLES	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Coeficiente de transferencia de masa	K	L / Θ
Coeficiente de difusión	D	L^2 / Θ
Diámetro del disco	d	L
Velocidad angular	a	L / Θ
Densidad	ρ	M / L^3
Viscosidad	μ	$M / L \Theta$

Encuentre los grupos adimensionales relacionados con estas variables por el método de normalización.

EJERCICIO PROPUESTO: Considerar un flujo de agua a través de un tubo cilíndrico. Se necesita entender cómo la velocidad (V) del agua en el tubo depende de varios parámetros: el diámetro del tubo (D), la densidad del agua (ρ), la viscosidad cinemática del agua (ν), y la diferencia de presión entre los extremos del tubo (ΔP). Utilizar el método de Buckingham para encontrar dos expresiones adimensionales que describan cómo la velocidad del agua se relaciona con estos parámetros.

1.2 Grupos adimensionales y correlaciones.

Los grupos adimensionales y las correlaciones juegan un papel crucial en la descripción y comprensión de los mecanismos de transferencia. Los grupos adimensionales son combinaciones de variables físicas que carecen de dimensiones y surgen de la necesidad de expresar relaciones entre diferentes parámetros de un sistema de forma independiente de las unidades de medida utilizadas.

Estos grupos proporcionan información valiosa sobre el comportamiento de un sistema y permiten establecer correlaciones entre diferentes variables que pueden influir en un proceso específico. Por ejemplo, en la transferencia de calor, el número de Nusselt es un grupo adimensional que relaciona las tasas de transferencia de calor convectivo y conductivo, lo que permite predecir el comportamiento de un fluido en contacto con una superficie sólida.

Las correlaciones, por otro lado, son relaciones empíricas o teóricas entre variables que han sido establecidas a partir de datos experimentales o modelos teóricos. Estas relaciones pueden expresarse mediante ecuaciones matemáticas que describen cómo una variable depende de otra, o de varios grupos adimensionales. Por ejemplo, en la mecánica de fluidos, las correlaciones de fricción son ecuaciones que relacionan el coeficiente de fricción de un fluido con el número de Reynolds y otros parámetros relevantes.

En la mecánica de fluidos aparece siempre un número determinado de grupos adimensionales. Sabiendo que la sumatoria de fuerzas que actúan sobre un fluido puede provocar una aceleración del mismo o puede involucrarla en la misma acción

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Las fuerzas que componen la suma de fuerzas son las másicas y las superficiales y se definen de la siguiente manera:

- a) Fuerzas másicas: Son aquellas debidas a la gravedad ($F_m = L^3 * \rho * g$)
- b) Fuerzas superficiales:
 - 1. Fuerzas normales o de presión ($F_p = L^2 * \Delta P$)
 - 2. Fuerzas tangenciales o de fricción debido a la viscosidad ($F_{fricción} = L\mu v$)
 - 3. Fuerzas tangenciales debido a la tensión superficial ($F_\sigma = L_\sigma$)
 - 4. Fuerzas normales debido a la compresibilidad ($F_k = L^2 k$)

Sumando todas las fuerzas e igualando a la inercia se obtiene lo siguiente:

$$L^3 \rho g + L^2 \Delta P + L\mu v + L_\sigma + L^2 k = \rho v^2 L^2$$

Esta expresión relaciona ocho magnitudes físicas en donde intervienen tres magnitudes básicas (masa, tiempo y longitud) y por lo tanto se han de obtener cinco grupos adimensionales. Dividiendo la ecuación de la sumatoria de fuerzas entre las fuerzas inerciales.

$$\frac{Lg}{v^2} + \frac{\Delta P}{\rho v^2} + \frac{\mu}{L\rho v^2} + \frac{k}{\rho v^2} = 1$$

A cada uno de estos grupos adimensionales se les conoce de otra manera muy particular:

GRUPO	DEFINICIÓN	INTERPRETACIÓN
NÚMERO DE BIOT:	$Bi = \frac{hL}{k}$	Relación entre la resistencia térmica interna de un cuerpo sólido y su resistencia térmica superficial
NÚMERO DE FOURIER	$F_o = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{kt}{\rho C_p L^2}$	Tiempo adimensional; relación entre la razón de conducción de calor y la razón de almacenamiento de energía interna en un sólido.
FACTOR DE FRICCIÓN	$f = \frac{\Delta P}{\left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)}$	Caída de presión adimensional para flujos internos a través de ductos
NUMERO DE NUSSELT	$Nu = \frac{hL}{K}$	Relación entre la transferencia de calor por convección y la conducción en una capa de fluido de espesor L o diámetro D.
NUMERO DE PRANDTL	$Pr = \frac{C_p \mu}{k}$	Relación entre la difusividad de cantidad de movimiento molecular y difusividad térmica
NUMERO DE REYNOLDS	$Re = \frac{LV\rho}{\mu}$	Relación entre las fuerzas inerciales y viscosas

TABLA. PARÁMETROS ADIMENSIONALES

Estos parámetros proporcionan una manera eficaz de caracterizar y comparar sistemas físicos que pueden variar en tamaño, forma o condiciones de operación. Además, permiten establecer relaciones simplificadas y leyes de escala que facilitan la predicción del comportamiento de un sistema en diferentes condiciones.

1.3 Similitudes y principios de escalamiento.

En el diseño y prueba de equipo de altas proporciones que se relacione con el flujo de fluidos se acostumbra construir modelos pequeños, geoméricamente semejantes a los prototipos grandes. Los datos experimentales logrados en el modelo a escala se convierten al tamaño normal del prototipo de acuerdo con las necesidades de similitud geométrica, cinemática y dinámica. El siguiente ejemplo ayudará al estudiante a comprender la manera de utilizar los datos obtenidos en el modelo para evaluar las condiciones necesarias para un aparato de tamaño natural. Considerar que:

Existe semejanza geométrica entre dos sistemas cuando la razón entre sus dimensiones significativas es la misma en ambos sistemas.

Existe semejanza cinemática entre dos sistemas geoméricamente semejantes si las velocidades en los mismos puntos están relacionadas entre sí de acuerdo a las siguientes igualdades:

a) Rectangulares: $\left(\frac{V_X}{V_Y}\right)_1 = \left(\frac{V_X}{V_Y}\right)_2$; $\left(\frac{V_X}{V_Z}\right)_1 = \left(\frac{V_X}{V_Z}\right)_2$

b) Cilíndricas: $\left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_2$; $\left(\frac{V_\theta}{V_z}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_z}\right)_2$

c) Esféricas: $\left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_2$; $\left(\frac{V_\theta}{V_\phi}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_\phi}\right)_2$

NOTA: Para que exista semejanza cinemática debe de existir forzosamente semejanza geométrica entre los sistemas. Si en estos sistemas los parámetros de fuerzas son iguales entonces se dice que los sistemas son dimensionalmente semejantes.

EJERCICIO: Existe el propósito de construir un aeroplano y debe elevarse la presión en la superficie de este a la resistencia del aire, para este se construyó un modelo de 5 ft de envergadura de alas. Si las pruebas van a hacerse en un túnel de viento usando aire a 70°F y 1 atm se pregunta ¿Qué velocidad debe de tener el aire si las condiciones de temperatura y presión a la que está expuesto el aeroplano son las mismas que las del modelo? El aeroplano debe volar a 25 mi/h y tener una envergadura de alas de 75 ft.

DATOS	MODELO	PROTOTIPO
-------	--------	-----------

L	5 ft	75 ft
V	?	25 mi/h

DATOS/MEDIO:	AIRE
--------------	------

T	70°F
P	1 atm
ρ	0.7495
μ	1.225

Igualando los números de Reynolds:

$$\left(\frac{LVP}{\mu}\right)_m = \left(\frac{LVP}{\mu}\right)_p$$

Despejando a V_m :

$$V_m = V_p \left(\frac{L_p}{L_m} \right) \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right) \left(\frac{\mu_p}{\mu_m} \right)$$

Sustituyendo valores se tiene...

$$V_m = 15 \text{ mi/h}$$

EJERCICIO: Se debe determinar el arrastre al que estaría sometido un sonar esférico de 30 cm de diámetro, si se desplaza a una velocidad de 2.57 m/s (5 nudos marítimos) sumergido en el mar ($\rho = 1028,4 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1,57 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), a partir de los datos en un túnel de viento ($\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). El modelo tiene 15 cm de diámetro. Calcule:

a) Determine la velocidad requerida en el túnel de viento.

b) Si la fuerza de arrastre sobre el modelo es igual a 24,82 N, evalúe la fuerza a la que estaría sometido el sonar.

Para el inciso A es importante saber que de un análisis adimensional se obtiene la siguiente relación funcional.

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f \left(\frac{\rho V D}{\mu} \right)$$

Que en otras palabras indica:

$$Eu = f(Re)$$

Para que se exista semejanza dinámica se debe cumplir que:

$$Re_m = Re_p$$

Entonces, por definición del Reynolds:

$$\left(\frac{\rho V D}{\mu} \right)_m = Re_p$$

Según los datos del prototipo que aporta el enunciado del problema, se tiene que:

$$Re_p = \frac{2.57 \cdot 0.30}{1.57 \cdot 10^{-6}} = 4.91 \cdot 10^5 = Re_m$$

Entonces de la ecuación adimensional de Reynolds se despeja la velocidad del modelo:

$$V_m = Re_m \frac{\nu_m}{D_m} = 4.91 \cdot 10^5 \frac{1.46 \cdot 10^{-5}}{0.15} = 47.8 \text{ m/s}$$

Una vez obtenido el inciso A se procederá a contestar el inciso B donde es importante considerar la fuerza sobre el prototipo: (sonar). Teniendo en cuenta que a esta velocidad los números de Eu son también iguales, entonces se plantea que:

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2} \right)_m = \left(\frac{F}{\rho V^2 D^2} \right)_p$$

Gracias a esto, se despeja F_p , que es la única incógnita:

$$F_p = F_m \cdot \frac{\rho_p V_p^2 D_p^2}{\rho_m V_m^2 D_m^2} = 24.82 \frac{1028.4 (2.57)^2 (0.3)^2}{1.23 (47.8)^2 (0.15)^2} = 240 \text{ N}$$

EJERCICIO PROPUESTO: La fuerza de arrastre sobre un dirigible debe determinarse mediante ensayos con un modelo a escala reducida. Los ensayos se realizan en un túnel de agua, en donde el modelo de dirigible se fija a un soporte instrumentado con un sensor de fuerza; la velocidad del flujo de agua que incide sobre el modelo, se controla con una bomba de velocidad variable que es la que origina el flujo hacia el modelo. Determine:

1. Cualitativamente los números adimensionales controlantes.
2. Justifique porque se tiene que ensayar el modelo en un túnel de agua.
3. Velocidad a la que se debe ensayar el dirigible modelo en el túnel de agua.
4. Potencia de arrastre del dirigible prototipo.

Datos:

Dirigible: $L_p=20\text{m}$; $U_p=36\text{ km/h}$; aire a 25°C y 1 bar: viscosidad = $15,58 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$; densidad = $1,2\text{ kg/m}^3$

Modelo: $L_m=1\text{m}$; agua, viscosidad = $10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$; densidad = 1000 kg/m^3 , fuerza de arrastre a la velocidad de ensayo = 1649 N .

2. Transferencia de cantidad de movimiento

Los mecanismos de transferencia se refieren a los procesos mediante los cuales ocurre la transferencia de diferentes cantidades físicas, como masa, energía o cantidad de movimiento, entre diferentes regiones de un sistema. Estos mecanismos son fundamentales para comprender una amplia gama de fenómenos físicos y procesos de la ingeniería en áreas como la transferencia de calor, la transferencia de masa y la dinámica de fluidos.

Al hablar de transferencia de cualquier propiedad física, ya sea movimiento, calor o masa, se pueden identificar tres tipos genéricos de transporte:

1. Transporte molecular: Este tipo de transporte implica la transferencia de una propiedad física debido al comportamiento de las moléculas en un sistema. Es el resultado de las interacciones individuales entre las moléculas del fluido y puede ocurrir incluso en ausencia de un movimiento macroscópico del fluido. Por ejemplo, en la difusión de masa, las moléculas se mueven aleatoriamente y se mezclan debido a gradientes de concentración.
2. Transporte advectivo: El transporte advectivo se refiere a la transferencia de una propiedad física que es atribuible únicamente al movimiento global de un fluido. En este caso, la propiedad se transporta junto con el movimiento del fluido, como si fuera "arrastrada" por él. La magnitud de este tipo de transporte es directamente proporcional a la velocidad del fluido. Por ejemplo, en un río, el transporte advectivo puede llevar sedimentos a lo largo de su curso debido al flujo del agua.
3. Transporte convectivo: El transporte convectivo también implica un fluido en movimiento, pero involucra una interfaz, como una superficie sólida o una interfaz de fase. Este tipo de transporte suele ser una combinación del transporte molecular con el transporte advectivo. A diferencia del transporte advectivo, el transporte convectivo no es necesariamente proporcional a la velocidad del fluido. Por ejemplo, en la transferencia de calor en un radiador, el movimiento del fluido puede provocar la mezcla de fluido caliente con fluido frío, aumentando la eficiencia de transferencia de calor.

La transferencia de cantidad de movimiento, también conocida como transferencia de momento, o transferencia de momentum; se centra en el estudio del movimiento de fluidos y las fuerzas que lo generan, excluyendo aquellas que operan a distancia, como el campo gravitatorio o el campo eléctrico. Las fuerzas que influyen en un fluido, como la presión y el esfuerzo cortante, se originan a partir de una transferencia microscópica de cantidad de movimiento a nivel molecular. En esencia, estas fuerzas son el resultado de interacciones entre las partículas individuales del fluido, que se traducen en efectos macroscópicos observables a nivel de sistemas fluidos más grandes.

Dicho en otras palabras y mediante una analogía:

La transferencia de movimiento en los fluidos puede visualizarse como una pista de baile, donde las partículas son como personas que se mueven y chocan entre sí. Cuando dos bailarines chocan en la pista de baile, intercambian energía y cambian su dirección o velocidad. De manera similar, en los fluidos, cuando las partículas chocan entre sí, transfieren parte de su movimiento, lo que afecta la dirección y la velocidad de las partículas cercanas.

En la pista de baile, la presencia de diferentes tipos de bailarines, cada uno con su propio estilo de movimiento, determina la atmósfera y el ritmo de la música. Del mismo modo, en los fluidos, la presencia de diferentes tipos de partículas, como moléculas de diferentes tamaños y formas, así como sus características individuales, como la masa y la velocidad, dan lugar a diferentes comportamientos fluidos. Estos comportamientos se estudian y caracterizan en el siguiente capítulo, donde se exploran los distintos tipos de fluidos, como los newtonianos y los no newtonianos, cada uno con sus propias propiedades y comportamientos específicos. Así como en la pista de baile, donde la interacción entre los diferentes tipos de bailarines crea un ambiente único, en los fluidos, la interacción entre las diferentes partículas da lugar a una variedad de comportamientos fluidos que son fundamentales para comprender y analizar en diversos campos de estudio.

2.1 Mecanismos de transferencia de momentum.

Los mecanismos de transferencia de momentum se refieren a los procesos mediante los cuales la cantidad de movimiento se transfiere entre diferentes partículas, objetos o sistemas en un medio fluido. Estos mecanismos son fundamentales para comprender y analizar fenómenos en áreas como la mecánica de fluidos, la ingeniería de transporte y la dinámica de cuerpos en movimiento.

- **Transporte viscoso:** Este fenómeno se produce cuando una capa de fluido en movimiento ejerce fuerza sobre otra capa de fluido que se desplaza a una velocidad diferente, transfiriéndole parte de su momento. Por ejemplo, consideremos un fluido contenido entre dos placas inicialmente en reposo. Si se pone en movimiento la placa superior, las capas de fluido que se encuentran más abajo eventualmente también se pondrán en movimiento. El momento que ahora poseen estas capas inferiores fue transferido desde las capas superiores, que a su vez lo recibieron de la placa en movimiento.

- **Arrastre:** Este concepto describe el fenómeno en el cual parte del momento de un fluido se transfiere, por convección, a un objeto, generando una fuerza que actúa sobre el objeto en la misma dirección del movimiento del fluido. Por ejemplo, cuando el viento ejerce una fuerza sobre una persona, la empuja en la dirección en la que sopla.

- **Sustentación:** Similar al arrastre, la sustentación implica la transferencia de momento del fluido a un objeto. Sin embargo, en este caso, la fuerza resultante actúa perpendicularmente a la dirección del movimiento del fluido. Un ejemplo típico es la fuerza ejercida por el aire sobre las alas de un avión para mantenerlo en vuelo. Aunque el movimiento relativo del avión y el aire es horizontal, la fuerza ejercida por el aire sobre las alas es vertical, proporcionando la sustentación necesaria para mantener el avión en el aire.

A través de estos procesos, se puede comprender y predecir el comportamiento de los fluidos en una amplia gama de situaciones, lo que permite desarrollar tecnologías más eficientes y seguras. La comprensión de estos mecanismos continúa siendo objeto de investigación y desarrollo, con el objetivo de mejorar la capacidad para controlar y aprovechar el movimiento de los fluidos en beneficio de la sociedad.

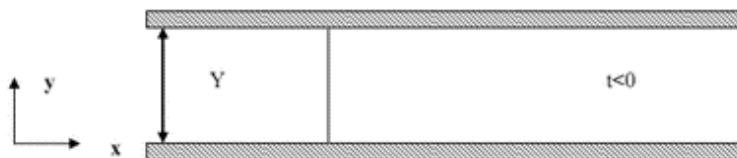
2.2 Ley de Newton de la viscosidad.

Una de las principales teorías que describen la transferencia de cantidad de movimiento es la ley de Newton de la viscosidad. Esta ley postula que la fuerza de corte o esfuerzo cortante ejercido sobre un fluido es directamente proporcional al gradiente de velocidad en la dirección perpendicular al flujo. En otras palabras, la ley de Newton de la viscosidad establece la relación entre la fuerza necesaria para mover las capas de un fluido con diferentes velocidades y la tasa de cambio de velocidad en el fluido.

¿Sabías que la Ley de Newton de la viscosidad es esencial para entender cómo se comportan algunos fluidos bajo ciertas condiciones extremas, como el comportamiento de la lava volcánica?

Aunque la lava es un fluido no newtoniano debido a su viscosidad variable, la ley de Newton de la viscosidad proporciona una base teórica importante para estudiar y predecir su flujo en función de su composición y temperatura.

En la siguiente figura, se muestra un par de placas paralelas largas, cada una de áreas A , separadas por una distancia Y . En el espacio entre ellas se encuentra un fluido, ya sea un gas o un líquido. Este sistema está inicialmente en reposo, pero en el tiempo $t = 0$ la placa inferior se pone en movimiento en la dirección x positiva a una velocidad constante V . A medida que transcurre el tiempo, el fluido adquiere cantidad de movimiento y finalmente se establece el perfil de velocidad lineal en estado estacionario que se observa en la figura.



Fluido inicialmente en reposo.

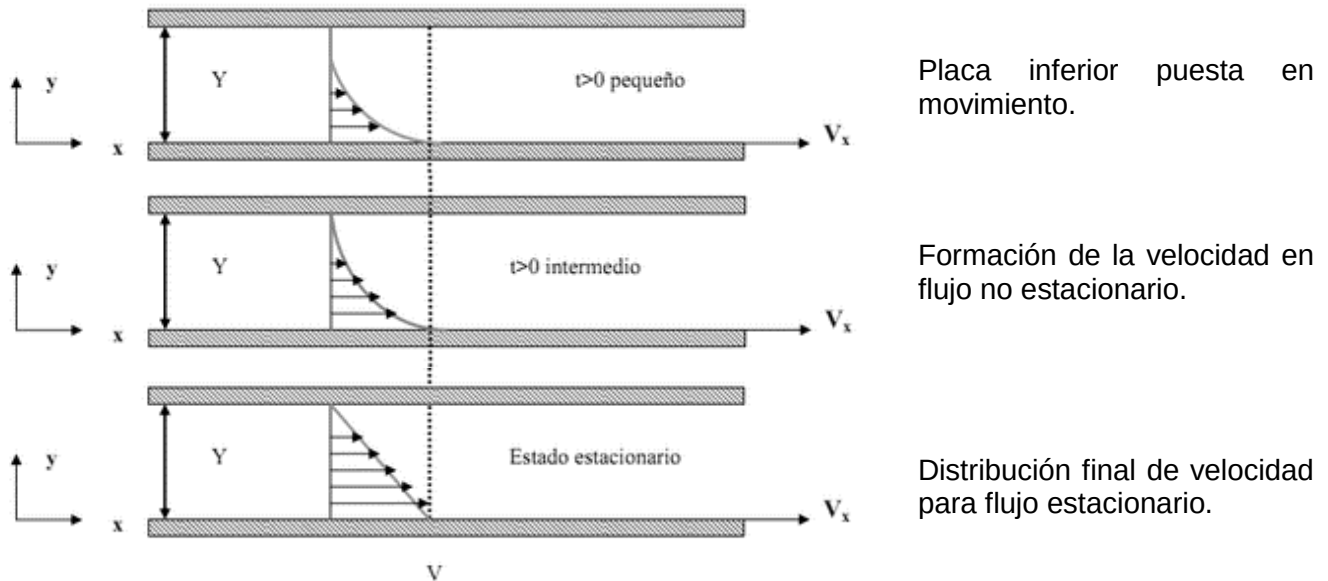


Figura. Generación de movimiento en un fluido.

Cuando se alcanza el estado final de movimiento en estado estacionario, para mantener el movimiento de la placa inferior se requiere una fuerza constante F. El sentido común sugiere que esta fuerza puede expresarse como sigue:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y}$$

Es decir, la fuerza (F) debe ser directamente proporcional al área (A) y a la velocidad (V), e inversamente proporcional a la distancia entre las placas (Y). La constante de proporcionalidad μ es una propiedad del fluido, definida como la viscosidad dinámica.

Esta viscosidad dinámica, es una propiedad crucial en la caracterización de fluidos y juega un papel importante en una amplia variedad de aplicaciones en la industria química y farmacéutica en su ingeniería de proceso. Un fluido con una viscosidad dinámica alta, como la miel o el aceite espeso, fluirá más lentamente que un fluido con una viscosidad dinámica baja, como el agua.

Existen dos categorías importantes que describen cómo los fluidos responden a esfuerzos cortantes y deformaciones. Estas son descritas como 'Fluidos Newtonianos y Fluidos no Newtonianos'.

- Fluidos Newtonianos:

Los fluidos Newtonianos siguen la ley de viscosidad de Newton, lo que significa que su viscosidad dinámica (μ) es constante independientemente del esfuerzo cortante aplicado o la tasa de deformación. Dicho de otra manera, para estos fluidos, el esfuerzo cortante es proporcional a la tasa de deformación, y esta relación es lineal. Ejemplos comunes de fluidos Newtonianos incluyen el agua, el aire y muchos aceites comunes.

- Fluidos no Newtonianos:

Los fluidos no Newtonianos no siguen la ley de viscosidad de Newton y pueden tener una viscosidad dinámica que varía con el esfuerzo cortante aplicado o la tasa de deformación. Dicho de otra manera, estos fluidos pueden exhibir comportamientos viscosos no lineales y se clasifican en diferentes tipos según su respuesta a los esfuerzos aplicados.

Ejemplos de fluidos no Newtonianos incluyen la pintura, la sangre, la pasta de dientes y muchos otros fluidos industriales y biológicos.

Los fluidos no Newtonianos tienen una mayor subclasificación que dependen de su comportamiento a su respuesta a los esfuerzos aplicados

SUBCLASIFICACIÓN DE NO NEWTONIANO	DEFINICIÓN	MODELO MATEMÁTICO		EJEMPLOS
FLUIDOS PSEUDOPLÁSTICOS	Tienen una viscosidad que disminuye con el aumento de la tasa de deformación. Son más fluidos a altas velocidades de corte.	$\tau = K \cdot (\dot{\gamma})^n$	Donde: τ : Esfuerzo cortante. K : Constante de proporcionalidad. $\dot{\gamma}$: Tasa de deformación. n : Índice de pseudoplasticidad.	Pintura, salsa de tomate, sangre.
FLUIDOS DILATANTES	Tienen una viscosidad que aumenta con el aumento de la tasa de deformación. Se vuelven más viscosos a altas velocidades de corte.	$\tau = K \cdot (\dot{\gamma})^{-n}$	Donde: τ : Esfuerzo cortante. K : Constante de proporcionalidad. $\dot{\gamma}$: Tasa de deformación. n : Índice de dilatancia.	Almidón y agua, algunas suspensiones de arcilla.
FLUIDOS BINGHAM	Exhiben un comportamiento similar a un sólido elástico por debajo de un umbral de esfuerzo cortante (llamado límite de fluencia), y se comportan como un fluido viscoso por encima de ese umbral.	$\tau = \tau_0 + \mu \cdot \dot{\gamma}$	Donde: τ : Esfuerzo cortante τ_0 : Límite de fluencia μ : Viscosidad $\dot{\gamma}$: Tasa de deformación	Pastas de dientes, pinturas.
FLUIDOS TIXOTRÓPICOS	Cambian su viscosidad con el tiempo cuando se someten a esfuerzos cortantes repetidos.	No hay un modelo matemático universalmente aceptado para todos los fluidos tixotrópicos, ya que su comportamiento puede variar según la composición y las condiciones de flujo.		Arcilla, algunos geles.
FLUIDOS REOPÉCTICOS	Muestran un comportamiento viscoso que aumenta con el tiempo cuando se someten a un esfuerzo cortante constante.	No hay un modelo matemático universalmente aceptado para todos los fluidos reopécticos, ya que su comportamiento puede variar según la composición y las condiciones de flujo.		Suspensiones de partículas en un medio líquido, como mezcla de maicena y agua.
FLUIDOS VISCOELÁSTICOS	Tienen propiedades tanto viscosas como elásticas. Se deforman bajo esfuerzo cortante, pero también pueden recuperar parte de su forma original.	$\tau(t) = E \cdot \dot{\gamma}(t) + \mu \cdot \ddot{\gamma}(t)$	Donde: $\tau(t)$: Esfuerzo cortante en función del tiempo. E : Módulo elástico del material. $\dot{\gamma}(t)$: Tasa de deformación en función del tiempo. μ : Viscosidad $\ddot{\gamma}(t)$: Segunda derivada de la Tasa de deformación con respecto al tiempo.	Gelatina, pasta de dientes, polímeros.

Las clasificaciones de fluidos no Newtonianos, ofrecen una estructura para comprender cómo cambia la viscosidad y el comportamiento de flujo en respuesta a diferentes condiciones de esfuerzo y tiempo. Esta comprensión es crucial para diseñar y optimizar procesos industriales, como la fabricación de alimentos, la industria farmacéutica, la producción de polímeros, la extracción de petróleo, entre otros.

Al identificar y caracterizar adecuadamente el tipo de fluido presente en un sistema, se puede seleccionar los modelos matemáticos y experimentales más apropiados para describir y predecir su comportamiento. Esto permite desarrollar estrategias de control y manipulación óptimas para garantizar un rendimiento eficiente y seguro del proceso. Además, la comprensión de los fluidos no Newtonianos permite la formulación de nuevos materiales y productos con propiedades específicas, como pinturas que no gotean, geles que cambian de viscosidad con la temperatura o alimentos con texturas mejoradas. Esto impulsa la innovación y el avance en diversos campos tecnológicos y científicos.

2.3 Reología.

La reología es otra rama de la física que estudia el comportamiento de la materia deformable, especialmente los fluidos en respuesta a fuerzas externas como el esfuerzo cortante y la deformación. Esta disciplina desentraña los complejos fenómenos de flujo y deformación que ocurren en una amplia variedad de materiales, desde fluidos simples hasta geles y polímeros.

En este contexto, los fluidos newtonianos, que exhiben una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación, representan un punto de referencia fundamental para comprender las propiedades reológicas de otros tipos de fluidos. Al comprender cómo los fluidos no newtonianos difieren en su comportamiento de los fluidos newtonianos, podemos explorar más a fondo las complejidades de la reología y su aplicación en numerosos campos, desde la ingeniería de procesos hasta la biología y la medicina. En este capítulo, se explorará cómo los principios de la reología se entrelazan con la clasificación de los fluidos (newtonianos y no newtonianos), brindando una perspectiva integral sobre el comportamiento de los materiales deformables en diferentes contextos y condiciones.

Conceptos importantes de la reología

A continuación, se revisarán los conceptos fundamentales de entendimiento para la reología. Al cimentar estos conceptos, se sentarán las bases para comprender mejor los mecanismos de transferencia de momentum en los fluidos, tema central del capítulo. La asimilación de estos conceptos será fundamental para abordar con éxito las complejidades de la transferencia de momentum y sus aplicaciones prácticas en diversos campos de la ingeniería y la ciencia.

Viscosidad y esfuerzo cortante

La viscosidad es una propiedad física que describe la resistencia de un fluido a fluir. En otras palabras, es la medida de la "fuerza de fricción" interna que experimenta un fluido cuando se mueve una capa de fluido adyacente a otra. Cuanto mayor es la viscosidad, más espeso es el fluido y más difícil es su flujo.

El esfuerzo cortante, por otro lado, es la fuerza que actúa sobre una superficie en dirección paralela a esa superficie. En el contexto de la viscosidad, el esfuerzo cortante es la fuerza necesaria para mantener el flujo de un fluido en movimiento, venciendo su resistencia interna.

Estos dos conceptos no son ajenos a la cotidianidad de la vida. Al intentar sacar ketchup de una botella, a menudo se requiere agitarla o aplicar fuerza sobre ella. Esto se debe a la viscosidad del ketchup, que hace que fluya lentamente. El esfuerzo cortante se experimenta al aplicar una fuerza al apretar la botella para superar la resistencia del ketchup y hacer que fluya más fácilmente. Otra aplicación sería con la miel; cuando se vierte en un frasco, fluye lentamente debido a su alta viscosidad. La fuerza necesaria para verter la miel se experimenta como un esfuerzo cortante, ya que se necesita aplicar una fuerza constante para superar la resistencia del fluido y hacerlo fluir.

Comportamiento de flujo

El comportamiento y los tipos de flujo de los fluidos describen cómo se mueven y se comportan en diferentes situaciones. Existen varios tipos de flujo, que van desde el flujo laminar hasta el flujo turbulento, cada uno con características distintivas:

- ❖ Flujo laminar: En el flujo laminar, las capas de fluido se mueven en paralelo, en capas ordenadas y sin mezclarse significativamente. Este tipo de flujo ocurre a velocidades bajas y se caracteriza por patrones de flujo suaves y predecibles. Un ejemplo cotidiano de flujo laminar es el agua que fluye suavemente de un grifo cuando el flujo es bajo y constante.
- ❖ Flujo turbulento: En el flujo turbulento, las capas de fluido se mueven de manera caótica y desordenada, con remolinos y corrientes turbulentas. Este tipo de flujo se produce a velocidades altas y se caracteriza por cambios impredecibles en la velocidad y la dirección del flujo. Un ejemplo común de flujo turbulento es el agua en un río o arroyo rápido, donde las corrientes y los remolinos son evidentes.
- ❖ Flujo de transición: El flujo de transición es una combinación de flujo laminar y turbulento que ocurre cuando un fluido pasa de un tipo de flujo a otro. Este tipo de flujo puede ser intermitente y cambiar dependiendo de varios factores, como la velocidad del fluido y la geometría del conducto. Un ejemplo de flujo de transición es el aire que fluye alrededor de un automóvil en movimiento a diferentes velocidades; en algunas áreas, el flujo puede ser laminar, mientras que en otras puede volverse turbulento.

Es importante destacar que tanto el flujo turbulento como el laminar tienen sus propias aplicaciones y beneficios, y no son necesariamente malos en sí mismos. De hecho,

cada tipo de flujo puede ser utilizado de manera ventajosa para mejorar diversos procesos, incluida la facilitación de reacciones químicas durante el transporte.

Por ejemplo, en algunos casos el flujo laminar puede ser preferible para transportar líquidos viscosos o sensibles al cizallamiento, ya que minimiza la turbulencia y la agitación que podrían alterar la sustancia transportada. Por ejemplo, en la industria farmacéutica, el flujo laminar se utiliza a menudo en sistemas de transporte de líquidos para garantizar la precisión y la uniformidad en la administración de medicamentos.

En cuanto al flujo turbulento, aunque puede parecer más caótico, también tiene sus ventajas. Por ejemplo, el flujo turbulento puede aumentar la mezcla y la agitación en un sistema, lo que puede ser beneficioso para la dispersión de sustancias o la aceleración de reacciones químicas. En aplicaciones donde se necesita una rápida mezcla de fluidos o una transferencia eficiente de calor, el flujo turbulento puede ser preferible. Por ejemplo, en la industria alimentaria, el flujo turbulento se utiliza en muchos procesos de mezcla y agitación para garantizar una distribución uniforme de ingredientes y mejorar la eficiencia de los procesos de producción.

Modelos reológicos

Es interesante observar cómo diferentes fluidos pueden exhibir comportamientos similares bajo ciertas condiciones específicas, lo que permite modelarlos de manera homogénea. Esto se debe a que ciertas características y propiedades de los fluidos, como la viscosidad y la densidad, pueden influir en su comportamiento de una manera predecible y consistente.

Por ejemplo, considerando dos fluidos diferentes, como el agua y el aceite, que tienen viscosidades muy diferentes. Sin embargo, si se encuentran en condiciones de flujo laminar y a una temperatura y presión determinadas, ambos fluidos pueden comportarse de manera similar en términos de su perfil de velocidad y distribución de presión. En este caso, se pueden utilizar modelos matemáticos y reológicos similares para describir el comportamiento de ambos fluidos, lo que simplifica el análisis y la predicción de su flujo.

Además, algunos parámetros clave, como el número de Reynolds, pueden ser similares para diferentes fluidos bajo ciertas condiciones, lo que lleva a comportamientos de flujo comparables. Esto permite que utilizar modelos y técnicas estándar para estudiar y diseñar sistemas que involucran una amplia variedad de fluidos, desde líquidos hasta gases, con una mayor eficiencia y precisión.

Con esto, se puede concluir y entender que los modelos reológicos son herramientas matemáticas que se utilizan para describir y predecir el comportamiento de los materiales bajo diferentes condiciones de flujo y deformación.

- **Modelo de Newton:** Este es el modelo reológico más simple y se basa en la ley de Newton del movimiento. Según este modelo, el esfuerzo cortante en un fluido es directamente proporcional a la velocidad de deformación. Este modelo es aplicable a los fluidos newtonianos, como el agua y el aire a temperaturas y presiones normales.
- **Modelo de Ostwald-de Waele (o ley de la potencia):** Este modelo se utiliza para describir el comportamiento de los fluidos no newtonianos, que exhiben una

relación no lineal entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación. Este modelo es aplicable a fluidos como las suspensiones coloidales y algunos polímeros.

- Modelo de Bingham: Este modelo se utiliza para describir el comportamiento de los fluidos viscoplásticos, que exhiben una región inicial de deformación elástica seguida de una región de fluencia plástica. Según este modelo, el esfuerzo cortante es cero hasta que se alcanza un cierto umbral de esfuerzo cortante conocido como el límite de fluencia, después del cual el fluido fluye como un fluido newtoniano. Este modelo es aplicable a fluidos como pastas de dientes y lodos de perforación.
- Modelo de Herschel-Bulkley: Este modelo es una extensión del modelo de Bingham y describe el comportamiento de los fluidos no newtonianos que exhiben tanto un umbral de esfuerzo como una relación no lineal entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación. Se utiliza comúnmente para caracterizar fluidos viscoplásticos, como pastas y lodos, que tienen una respuesta elástica antes de comenzar a fluir.
- Modelo de Casson: Este modelo describe el comportamiento de los fluidos no newtonianos que exhiben una relación no lineal entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación, pero no tienen un umbral de esfuerzo definido. En lugar de eso, la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación se describe mediante una raíz cuadrada de la relación, lo que proporciona una mejor representación de los fluidos que muestran una transición gradual entre el comportamiento elástico y el plástico. Este modelo se utiliza comúnmente en aplicaciones que involucran alimentos y productos farmacéuticos, donde la textura y la viscosidad son importantes.

Efectos de la temperatura y la presión

La temperatura y la presión son dos variables clave que afectan significativamente la reología de los fluidos. Cambios en estas variables pueden alterar las propiedades físicas y el comportamiento de flujo de un fluido de diversas maneras.

- Efecto de la temperatura: A medida que la temperatura de un fluido cambia, sus propiedades viscosas pueden variar. En muchos casos, un aumento en la temperatura puede disminuir la viscosidad del fluido, lo que resulta en un flujo más fácil o menos resistencia al movimiento. Por otro lado, algunos fluidos pueden experimentar un aumento en la viscosidad con el aumento de la temperatura, lo que se conoce como comportamiento pseudoplástico. Esto ocurre, por ejemplo, en algunos polímeros y soluciones coloidales. En resumen, la temperatura puede influir en la fluidez y la viscosidad del fluido, lo que a su vez afecta su comportamiento de flujo.
- Efecto de la presión: La presión también puede afectar la viscosidad y el comportamiento de flujo de un fluido. En general, un aumento en la presión puede aumentar la viscosidad de un fluido, especialmente en el caso de gases. Sin embargo, para algunos fluidos, como los líquidos, el efecto de la presión

puede ser mínimo o incluso contrario, dependiendo de la composición y las propiedades específicas del fluido. Por ejemplo, en algunos aceites lubricantes, un aumento en la presión puede reducir la viscosidad debido a la compresibilidad del fluido y su capacidad para fluir más fácilmente bajo cargas más altas.

Ejemplo: El agua es un ejemplo común de un fluido cuyo comportamiento puede variar significativamente con cambios en la temperatura y la presión. A temperatura ambiente y presión atmosférica, el agua exhibe un comportamiento fluido típico. Sin embargo, a temperaturas muy bajas o altas, o bajo presiones extremas, el agua puede mostrar comportamientos anómalos, como la formación de hielo a bajas temperaturas o la ebullición a altas temperaturas y presiones. Estos cambios en el comportamiento son el resultado directo de las variaciones en la temperatura y la presión.

LA CONSIDERACIÓN CUIDADOSA Y EL ENTENDIMIENTO DE LAS CONDICIONES DE TEMPERATURA Y PRESIÓN; ES ESENCIAL PARA GARANTIZAR LA PRECISIÓN, LA SEGURIDAD Y LA EFICIENCIA EN EL MANEJO Y LA MANIPULACIÓN DE FLUIDOS.

Propiedades viscoelásticas

Las propiedades viscoelásticas son características de los fluidos que muestran tanto comportamiento viscoso como elástico. Esto significa que estos materiales exhiben tanto la capacidad de deformarse gradualmente bajo una carga constante (comportamiento viscoso) como la capacidad de recuperar su forma original una vez que se elimina la carga (comportamiento elástico).

Para comprender mejor estas propiedades, es útil analizar cómo responden los materiales viscoelásticos a diferentes tipos de fuerzas y deformaciones.

- **Comportamiento viscoso:** Los materiales viscoelásticos tienen la capacidad de fluir lentamente cuando se someten a una fuerza constante o se les aplica una tensión durante un período prolongado de tiempo. Esto se debe a que las moléculas en el material pueden moverse unas sobre otras, lo que resulta en una deformación continua. Un ejemplo cotidiano de este comportamiento es la pasta de dientes, que fluye lentamente cuando se aplica presión sobre ella.
- **Comportamiento elástico:** Al mismo tiempo, los materiales viscoelásticos también muestran propiedades elásticas, lo que significa que pueden recuperar su forma original una vez que se elimina la carga o la fuerza que los deformaba. Esta capacidad de recuperación elástica se debe a la estructura molecular del material, que permite que las moléculas vuelvan a su posición inicial después de la deformación. Un ejemplo común de este comportamiento es el caucho, que puede estirarse bajo tensión, pero luego vuelve a su forma original cuando se suelta.
- **Relajación del estrés:** Un aspecto importante de las propiedades viscoelásticas es la relajación del estrés, que se refiere a la disminución gradual de la tensión en un material viscoelástico con el tiempo cuando se mantiene una deformación constante. Este fenómeno se debe a la reorganización molecular interna en el

material y es fundamental para comprender el comportamiento a largo plazo de los materiales viscoelásticos.

- Historia de carga: Otra característica distintiva de los materiales viscoelásticos es que su respuesta mecánica puede depender de la historia de carga, es decir, de cómo se aplicó la carga y cómo cambió con el tiempo. Esto significa que la respuesta de un material viscoelástico puede variar según su historia de deformación y carga previa.

Al comprender estos principios fundamentales, los ingenieros pueden aplicar de manera efectiva los conceptos de reología en una variedad de industrias y campos de investigación, desde el diseño de materiales hasta la fabricación de productos. En última instancia, el objetivo es utilizar este conocimiento para optimizar procesos, mejorar la calidad de los productos y desarrollar soluciones innovadoras para desafíos tecnológicos y científicos. **No será útil la memorización de esta información.**

Reología de polímeros y suspensiones

Los conceptos previamente abordados en temas como la viscosidad, la deformación, el comportamiento de flujo y los modelos reológicos son fundamentales para comprender y aplicar la reología de polímeros y suspensiones.

En el caso de los polímeros, el entendimiento de la viscosidad y las propiedades viscoelásticas es crucial debido a la naturaleza molecular de los polímeros. La viscosidad dinámica y la viscoelasticidad de los polímeros determinan su capacidad para fluir, deformarse y recuperar su forma original bajo diferentes condiciones de temperatura y presión. Esto es esencial en la formulación y procesamiento de polímeros para diversas aplicaciones industriales, como la fabricación de plásticos, donde se requiere un control preciso del comportamiento del flujo y la deformación durante la producción y el moldeo.

Para el caso de las suspensiones, los conceptos de viscosidad, comportamiento de flujo y modelos reológicos son igualmente importantes. La viscosidad del líquido en la suspensión influirá en su capacidad para dispersar y transportar partículas sólidas, mientras que el comportamiento de flujo determinará la forma en que estas partículas se comportan en la suspensión bajo diferentes condiciones de procesamiento. Los modelos reológicos permiten caracterizar y predecir el comportamiento de las suspensiones en función de parámetros como la concentración de partículas, el tamaño y la forma de las partículas, y las interacciones entre ellas. Esto es esencial en aplicaciones que involucran suspensiones, como la fabricación de pinturas, cosméticos, productos farmacéuticos y productos alimenticios, donde se requiere un control preciso del flujo y la estabilidad de las suspensiones durante la formulación y el procesamiento.

Es fundamental que los estudiantes comprendan la importancia de dominar los conceptos de reología, viscosidad, comportamiento de flujo y modelos reológicos, ya que estos conocimientos son la base para muchas áreas de la ingeniería química y tienen una aplicación directa en materias como Balance de momentum, calor y masa, y en el diseño y operación de reactores químicos.

Al aplicar estos conceptos en la industria, los ingenieros de proceso podrán optimizar los procesos de fabricación, mejorar la calidad de los productos y resolver desafíos tecnológicos de manera más efectiva. Por lo tanto, se recomienda a los estudiantes repasar constantemente estos temas, practicar su aplicación en problemas reales y mantenerse actualizados con los avances en el campo de la reología y la transferencia de momentum. Esto les permitirá desarrollar las habilidades necesarias para enfrentar los desafíos del mundo real y contribuir de manera significativa al progreso y la innovación en la industria química y otros campos relacionados.

ACTIVIDAD: Distribuyan los alumnos del grupo en equipos y desarrollen las siguientes actividades para el mejor entendimiento de los conceptos:

- **VISCOSIDAD Y ESFUERZO CORTANTE**

Desarrollar un experimento donde el equipo pueda explicar cómo varía la velocidad de deformación de un fluido en función del esfuerzo cortante aplicado. Esto puede incluir la manipulación de diferentes viscosidades y la medición de la velocidad de deformación resultante.

- **COMPORTAMIENTO DE FLUJO**

El equipo deberá crear una simulación interactiva que muestre la diferencia entre el flujo laminar y el flujo turbulento. Los estudiantes pueden ajustar parámetros como la velocidad del fluido y la geometría del conducto para observar cómo cambia el régimen de flujo.

- **MODELOS REOLÓGICOS (2 equipos para este tema)**

El equipo diseñará un juego de preguntas y respuestas para que en grupo puedan practicar la aplicación de diferentes modelos reológicos para describir el comportamiento de los fluidos en situaciones específicas. Esto puede incluir preguntas sobre el modelo de Newton, el modelo de Ostwald-de Waele, el modelo de Bingham, modelo Chapman-Enskog, modelo Curtis para densidades bajas. Y el modelo de Watson.

- **EFFECTOS DE LA TEMPERATURA Y LA PRESIÓN**

El equipo deberá realizar un experimento en el laboratorio donde los estudiantes midan la viscosidad de un fluido a diferentes temperaturas y presiones para el mismo tipo de fluido. Luego, pueden analizar cómo estos cambios afectan el comportamiento reológico del fluido y discutir sus observaciones.

- **PROPIEDADES VISCOELÁSTICAS (2 equipos para este tema)**

Los equipos deberán desarrollar una actividad de laboratorio donde los estudiantes analicen el comportamiento viscoelástico de diferentes materiales, como la goma de mascar o la gelatina. Un equipo puede realizar pruebas de estiramiento y compresión para observar cómo estos materiales se deforman y recuperan bajo carga. Mientras que el otro equipo puede realizar pruebas de relajación del estrés e historial de carga.

- **REOLOGÍA DE POLÍMEROS Y SUSPENSIONES**

El equipo tendrá que desarrollar un experimento en el laboratorio donde los estudiantes estudien el comportamiento reológico de diferentes suspensiones y polímeros. Pueden preparar suspensiones con diferentes concentraciones de partículas y polímeros con diferentes pesos moleculares.

2.4 Estimación de la viscosidad.

En esta parte, se abordará el tema de la estimación de la viscosidad. Tras revisar los diferentes modelos reológicos que describen el comportamiento de los fluidos, se procederá a explorar la aplicación práctica de estos modelos para estimar la viscosidad de diversos materiales en distintas condiciones.

Como una ubicación para los lectores abordar las dos técnicas más utilizadas en estos casos que son el método gráfico y el analítico, buscando un acompañamiento práctico para el entendimiento del cálculo.

EJERCICIO: Comenzaremos aplicando el método gráfico donde para ello se requiere el uso de la tabla B1 y las fig. 1.3-1 y 1.3-2 del libro de fenómenos del transporte de Bird y que estarán compartidos en los anexos de los presentes apuntes.

PROBLEMA 1. Calcular la μ de los gases CO_2 y aire a 1 atm y 20°C por el método gráfico.

Las condiciones indican que son gases de baja densidad a baja presión por lo que se empleará el método de Watson [Fig. 1.3-1 (Bird)]

Se utilizan estos datos para la gráfica:

Para CO_2 de la tabla B-1 de Bird

$$T_c = 304.2 \text{ K}$$

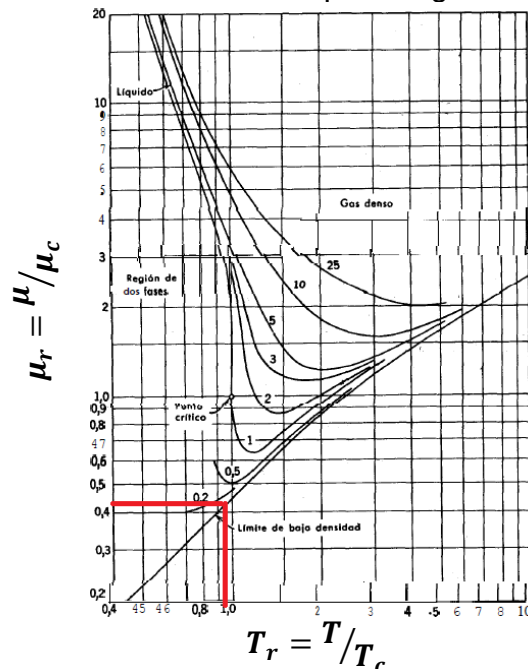
$$P_c = 72.9 \text{ atm}$$

$$\mu_c = 343(\times 10^{-6}) \text{ g/cm} \cdot \text{seg} = \text{Poise}$$

Con estos datos, se calculan las condiciones reducidas:

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{(273.2 + 20) \text{ K}}{304.2 \text{ K}} = 0.9638$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1 \text{ atm}}{72.99 \text{ atm}} = 0.0137$$



Se obtiene una lectura aproximada de $\mu_r \approx 0.43$

De la fórmula: $\mu_r = \mu/\mu_c$ se despeja: $\mu = \mu_c \cdot \mu_r$

Sustituyendo los datos obtenidos:

$$\mu = (0.43)(343 \times 10^{-6} \text{ Poise})$$

$$\mu = 1.4749 \times 10^{-6} \text{ Poise para } \text{CO}_2 \text{ @ } 1 \text{ atm y } 20^\circ\text{C}$$

Para el aire de la tabla B-1 de Bird

$$T_c = 132 \text{ K}$$

$$P_c = 36.4 \text{ atm}$$

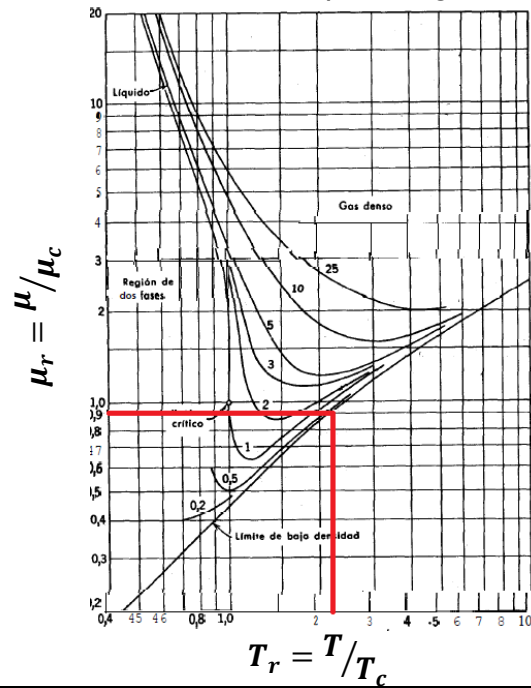
$$\mu_c = 193(\times 10^{-6}) \text{ g/cm} \cdot \text{seg} = \text{Poise}$$

Con estos datos, se calculan las condiciones reducidas:

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{293.2 \text{ K}}{132 \text{ K}} = 2.22$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1 \text{ atm}}{36.4 \text{ atm}} = 0.0275$$

Se utilizan estos datos para la gráfica:



Se obtiene una lectura aproximada de $\mu_r \approx 0.9$

De la fórmula: $\mu_r = \mu/\mu_c$ se despeja: $\mu = \mu_c \cdot \mu_r$

Sustituyendo los datos obtenidos:

$$\mu_{\text{aire}} = (0.9)(193 \times 10^{-6} \text{ Poise})$$

$$\mu_{\text{aire}} = 1.737 \times 10^{-6} \text{ Poise @ 1 atm y } 20^\circ\text{C}$$

EJERCICIO: Calcular la μ de los gases CO₂ y Aire a 30 atm y 55°C por el método gráfico.

Las condiciones indican que son gases de alta densidad a alta presión por lo que se empleará el método de Kobayashi [Fig. 1.3-2 (Bird)]

Para ello, primero se calcula la μ a 1 atm y 55 °C con método de Watson.

Para CO₂ de la tabla B-1 de Bird

$$T_c = 304.2 \text{ K}$$

$$P_c = 72.9 \text{ atm}$$

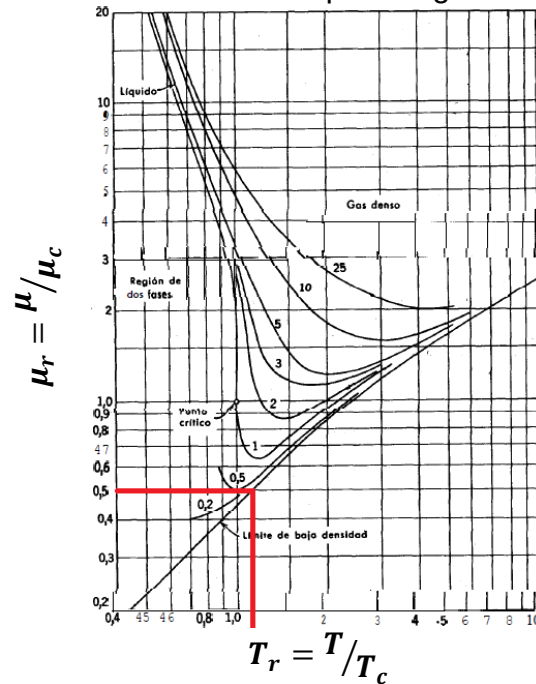
$$\mu_c = 343(\times 10^{-6}) \text{ g/cm} \cdot \text{seg} = \text{Poise}$$

Con estos datos, se calculan las condiciones reducidas:

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{(273.2 + 55) \text{ K}}{304.2 \text{ K}} = 1.078$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1 \text{ atm}}{72.9 \text{ atm}} = 0.0137$$

Se utilizan estos datos para la gráfica:



Se obtiene una lectura aproximada de $\mu_r \approx 0.5$

De la fórmula: $\mu_r = \mu/\mu_c$ se despeja: $\mu = \mu_c \cdot \mu_r$

Sustituyendo los datos obtenidos:

$$\mu = (0.5)(343 \times 10^{-6} \text{ Poise})$$

$$\mu^o = 1.715 \times 10^{-4} \text{ Poise @ 1 atm y } 55^\circ \text{ para CO}_2$$

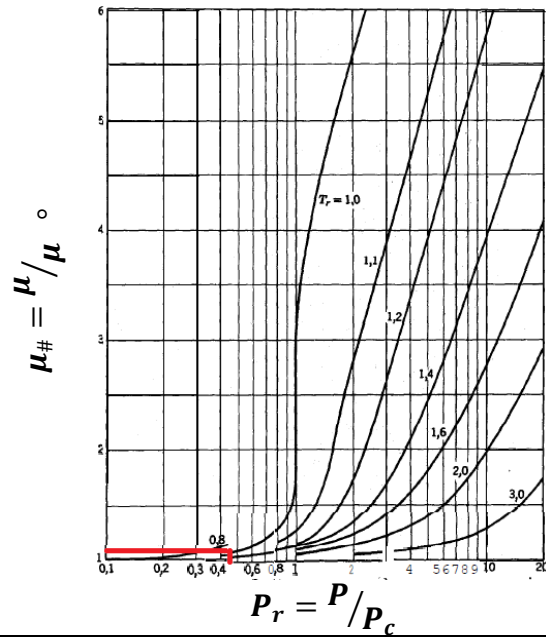
Para hacer la corrección de la presión real, se emplea ahora la gráfica de Kobayashi que es propia para densidades y presiones altas, por lo que:

$$\mu = 1.715 \times 10^{-4} \text{ Poise @ 1 atm y } 55^\circ$$

$$T_r = 1.078$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{30 \text{ atm}}{72.9 \text{ atm}} = 0.4115$$

Se utilizan estos datos para hacer el ajuste a 30 atm con la gráfica de Kobayashi



Se obtiene una lectura aproximada de $\mu_{\#} \approx 0.9$
 De la fórmula: $\mu_{\#} = \mu/\mu_0$ se despeja: $\mu = \mu_0 \cdot \mu_{\#}$
 Sustituyendo los datos obtenidos:
 $\mu_{CO2} = (0.9)(1.715 \times 10^{-4} \text{ Poise})$
 $\mu_{CO2} = 1.543 \times 10^{-4} \text{ Poise @ 30 atm y } 55^{\circ}\text{C}$

Para el aire, así como con el CO_2 se calcula la μ a 1 atm y 55°C .
 Entonces

Para aire de la tabla B-1 de Bird

$$T_c = 132 \text{ K}$$

$$P_c = 36.4 \text{ atm}$$

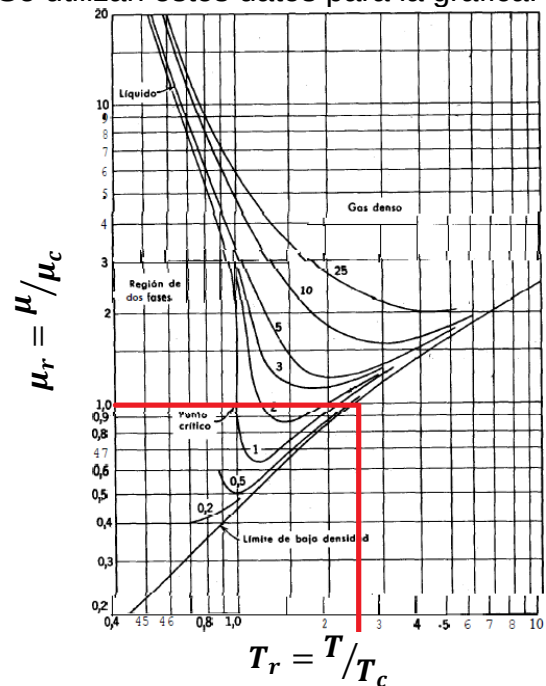
$$\mu_c = 193(\times 10^{-6}) \text{ g/cm} \cdot \text{seg} = \text{Poise}$$

Con estos datos, se calculan las condiciones reducidas:

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{(273.2 + 55)\text{K}}{132 \text{ K}} = 2.486$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1 \text{ atm}}{36.4 \text{ atm}} = 0.0275$$

Se utilizan estos datos para la gráfica:



Se obtiene una lectura aproximada de $\mu_r \approx 1.0$
 De la fórmula: $\mu_r = \mu / \mu_c$ se despeja: $\mu = \mu_c \cdot \mu_r$
 Sustituyendo los datos obtenidos:
 $\mu = (1.0)(193 \times 10^{-6} \text{ Poise})$
 $\mu = 193 \times 10^{-6} \text{ Poise @ 1 atm y } 55^\circ\text{C para el aire}$

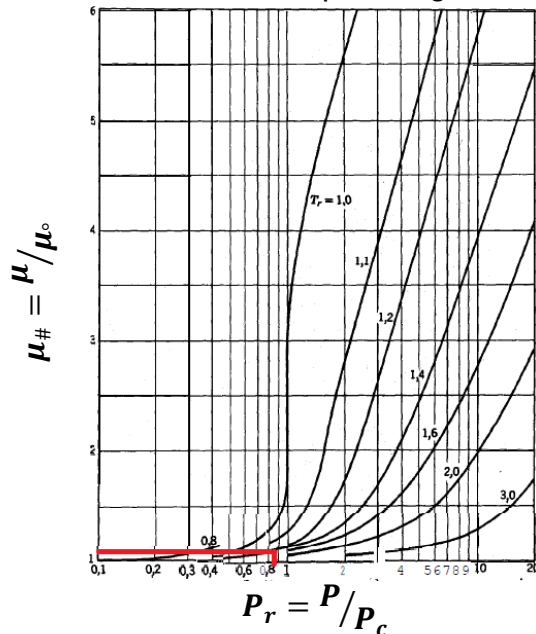
Para hacer la corrección de la presión real, se emplea ahora la gráfica de Kobayashi que es propia para densidades y presiones altas, por lo que:

$$\mu^\circ = 193 \times 10^{-6} \text{ Poise @ 1 atm y } 55^\circ\text{C}$$

$$T_r = 2.486$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{30 \text{ atm}}{36.4 \text{ atm}} = 0.824$$

Se utilizan estos datos para la gráfica:



Se obtiene una lectura aproximada de $\mu_{\#} \approx 1.05$
 De la fórmula: $\mu_{\#} = \mu / \mu^\circ$ se despeja: $\mu = \mu^\circ \cdot \mu_{\#}$
 Sustituyendo los datos obtenidos:
 $\mu_{\text{aire}} = (1.05)(193 \times 10^{-6} \text{ Poise})$
 $\mu_{\text{aire}} = 2.0265 \times 10^{-4} \text{ Poise @ 30 atm y } 55^\circ\text{C}$

Ejercicio propuesto: Calcular la viscosidad (μ) de una mezcla formada por los siguientes gases O_2 , N_2 y CO @ 80°C y 40 atm por el método gráfico.

EJERCICIO: Calcular la viscosidad del H_2 a 1 atm de presión y 20°C por medio del modelo de Champan-Enskog.

$$\text{Formula: } \mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\Lambda \Omega_\mu}$$

Datos:

$$P = 1 \text{ atm}$$

$$T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$$

$\text{\AA} = 2.915$ (tabla de parámetros de fuerza intermolecular y constantes críticas)

$\frac{E}{K} = 38$ °K (tabla de parámetros de fuerza intermolecular y constantes críticas)

$$\frac{KT}{E} = \frac{293 \text{ °K}}{38 \text{ °K}} = \mathbf{7.71}$$

PM=2

Interpolación para conocer el valor de Ω_μ (tabla B-2 anexo) mediante el valor de $\frac{KT}{E}$

$\frac{KT}{E}$	Ω_μ
7.0	0.8727
7.71	
8.0	0.8538

Resultado de interpolación: **0.8592**

Sustituyendo datos en la formula

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{(2)(293)}}{(2.915)^2(0.8592)}$$

$$\mu = \mathbf{8.85 \times 10^{-5} \text{ P}}$$

$$\mu = \mathbf{8.85 \times 10^{-3} \text{ ep}}$$

EJERCICIO Predecir la viscosidad de las siguientes mezclas gaseosas por el método de Curtiss a 1 atm y 293 K, a partir de datos de los componentes puros a 1 atm y 293 K.

- Datos proporcionados en el problema

SUSTANCIA	FRACCIÓN MOLAR x_i	PESO MOLECULAR PM	VISCOSIDAD
1 = CO ₂	0.133	44.01	1462x10 ⁻⁷
2 = O ₂	0.039	32.0	2031x10 ⁻⁷
3 = N ₂	0.828	28.016	1745x10 ⁻⁷

Solución:

COMPONENTE	x_i	PM	$\text{\AA}$	E/K	VISCOSIDAD $\mu [=] \frac{g}{cm \text{ seg}}$
1 = CO ₂	0.133	44.01	3.996	190	1462x10 ⁻⁷
2 = O ₂	0.039	32.0	3.433	113	2031x10 ⁻⁷
3 = N ₂	0.828	28.016	3.681	91.5	1745x10 ⁻⁷

Utilizando las formula sustituyendo los valores conocidos

Dónde: i, j = Componente

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2$$

$\frac{\mu_i}{\mu_j}$ = Viscosidades

$\frac{M_i}{M_j}$ = Peso Molecular

i	j	$\frac{M_i}{M_j}$	$\frac{\mu_i}{\mu_j}$	Φ_{ij}	$\sum_{j=1}^3 x_i \Phi_{i,j}$
1	1	1	1	1	
	2	1.375	0.72	0.73	0.763
	3	1.571	0.834	0.727	
2	1	0.727	1.389	1.394	
	2	1	1	1	1.057
	3	1.142	1.158	1.006	
3	1	0.637	1.2	1.37	
	2	0.876	0.864	0.993	1.049
	3	1	1	1	

Sustituyendo en la formula

$$\mu_{mezcla} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_i}{\sum x_i \Phi_{ij}} =$$

$$\frac{(0.133)(1462 \times 10^{-7})}{0.763} + \frac{(0.039)(2031 \times 10^{-7})}{1.057} + \frac{(0.828)(1754 \times 10^{-7})}{1.049} = 1717 \times 10^{-7} \frac{g}{cm \cdot seg}$$

EJERCICIO La viscosidad del CO, a 45.3 atm y 40.3° C es 1800×10^{-6} poises. Estimar el valor de la viscosidad a 114.6 atm y 40.3° C. utilizando la Gráfica (Kobayashi).

Solución. La temperatura y presión reducidas, correspondientes a las condiciones en las que se conoce la viscosidad, son:

$$T_r = (273,2 + 40,3) / 304,2 = 1,03; P_r = 45,3/72,9 = 0,622$$

En la gráfica se encuentra que $\mu^\# = 1,12$ en estas condiciones; por tanto,

$$\mu^0 = \mu/\mu^\# = 1610 \times 10^{-7} \text{ g cm}^{-1} \text{ seg}^{-1}.$$

La presión reducida en las condiciones deseadas es:

$$P_r = 114,6/72,9 = 1,57 \text{ y } T = \text{es la misma de antes.}$$

En la gráfica se lee $\mu^\# = 3,7$; por tanto, el valor de la viscosidad a 114,6 atm y 40,3° C es

$$\mu = 3,7 \times 1610 \times 10^{-7} = 6000 \times 10^{-7} \text{ g cm}^{-1} \text{ seg}^{-1}.$$

$$\text{El valor experimental es } 5800 \times 10^{-7} \text{ g cm}^{-1} \text{ seg}^{-1}.$$

EJERCICIO Calcule la viscosidad del Nitrógeno molecular (N₂) a 50 °C y 854 atm utilizando el método de Kobayashi.

$$PM = 28.02$$

$$P_c = 33.5 \text{ atm (obtenido de tabla)}$$

$$T_c = 126.2 \text{ K (obtenido de tabla)}$$

$$T = 50 \text{ °C} = 323 \text{ °K}$$

$$P = 854 \text{ atm}$$

$$\mu^\circ = 180 \times 10^{-6} \text{ g / cm s a 1 atm y } 59 \text{ °C}$$

$$\text{Aplicando la ecuación } \mu_c = 7,70 M^{1/2} P_c^{2/3} T_c^{-1/6} \text{ se obtiene:}$$

$$\mu_c = 7,70(28.02)^{1/2}(33.5)^{2/3}(126.2)^{-1/6} = 189 \times 10^{-6} \text{ g/cm s}$$

Calculando la Temperatura y Presión reducida para interpolar en la gráfica Kobayashi se tiene:

$$T_r = 323 \text{ K} / 126.2 \text{ K} = 2.56$$

$$P_r = 854 \text{ atm} / 33.5 \text{ atm} = 25.49$$

En la gráfica Kobayashi se lee que $\mu/\mu^\circ = 2.39 = \mu^\#$ aproximadamente.

Por tanto, el valor estimado de la viscosidad es:

$$\mu = \mu^\# \mu^\circ = (2.39) (180 \times 10^{-6} \text{ Poise}) = 450 \times 10^{-6} \text{ poise o g / cm s}$$

Problemas propuestos:

PROBLEMA PROPUESTO 1: Predecir la viscosidad de las siguientes mezclas gaseosas a 15 atm y 29° K, a partir de datos de los componentes puros a 1 atm y 29°K por el método analítico, ajustar P con gráfica:

SUSTANCIA	FRACCIÓN MOLAR (X)	PESO MOLECULAR (PM)	VISCOSIDAD μ (C/ cm s)
Xe	0.28	131.3	490×10^{-6}
NO	0.42	30.01	258×10^{-6}
N ₂ O	0.30	44.02	322×10^{-6}

PROBLEMA PROPUESTO 2: Calcule la viscosidad del Metano (CH₄) a 366K y 854 atm utilizando el método de Watson.

PROBLEMA PROPUESTO 3: Estimar la viscosidad del benceno líquido, C₆H₆, a 20°C. Se utiliza la Ec. $\mu \frac{Nh}{V} e^{3.8T_b/T}$, juntamente con los siguientes datos:

$$\tilde{N} = 6,023 \times 10^{23} \text{ (gmol)}^{-1}$$

$$h = 6,624 \times 10^{-27} \text{ erg seg o g cm}^2 \text{ seg}^{-1}$$

$$\tilde{V} = 89,0 \text{ cm}^3 \text{ (g-mol)}^{-1} \text{ 'a } 20^\circ\text{C}$$

$$T_b = 273,2 + 80,1 = 353,3 \text{ K}$$

$$T = 273,2 + 20 = 293.2 \text{ K}$$

PROBLEMA PROPUESTO 4: Calcular la viscosidad del CO, a 1 atm y 200, 300, y 800° K utilizando el método de Kobayashi.

3. Transferencia de calor

La transferencia de calor es un proceso presente en la naturaleza y en numerosas aplicaciones tecnológicas, que influye en una amplia gama de fenómenos, desde el clima global hasta el diseño de sistemas de refrigeración y calefacción.

En este contexto, se examinarán los diferentes mecanismos mediante los cuales el calor se transfiere entre sistemas y sustancias, comprendiendo tanto los fundamentos teóricos como las aplicaciones prácticas. Desde la conducción y la convección hasta la radiación térmica, cada mecanismo tiene sus propias características y efectos, que desempeñan un papel crucial en una variedad de procesos y sistemas.

A lo largo de esta sección, se analizará cada mecanismo de transferencia de calor, explorando sus principios físicos subyacentes, sus ecuaciones fundamentales y sus aplicaciones en diversas situaciones. Además, se examinarán ejemplos concretos y casos de estudio que ilustran cómo estos mecanismos operan en el mundo real y cómo pueden ser aprovechados para resolver problemas de ingeniería y optimizar procesos térmicos.

Al profundizar en los mecanismos de transferencia de calor, se ampliará la comprensión de los procesos térmicos en la naturaleza y la tecnología, y se adquirirán las herramientas necesarias para abordar desafíos y diseñar soluciones innovadoras en una amplia gama de campos.

3.1 Mecanismos de transferencia del calor (conducción, convección y radiación).

El calor es una manifestación de energía térmica que se transfiere entre sistemas o sustancias debido a una disparidad de temperatura, y cumple un rol vital en diversos procesos y aplicaciones. Cuando dos cuerpos con temperaturas distintas entran en contacto, el calor fluye de forma natural del cuerpo más cálido al más frío, hasta que ambos alcanzan un equilibrio térmico, nivelando sus temperaturas. Este fenómeno es esencial para entender cómo la energía térmica se distribuye y regula en diferentes entornos, desde sistemas

naturales hasta tecnológicos, abarcando desde el funcionamiento básico de dispositivos de calefacción y refrigeración hasta la regulación climática global.

Dependiendo de la forma en que interactúan los cuerpos con diferencias de temperatura, se pueden identificar tres tipos distintos de transferencia de calor, que hoy en día se conocen y diferencian como conducción, convección y radiación. Cada uno de estos mecanismos de transferencia térmica tiene características únicas y juega un papel crucial en la transmisión de energía térmica en diferentes entornos y aplicaciones.

¿Sabías que existió la teoría del calórico? Popular en el siglo XVIII y principios del XIX, postulaba que el calor era un fluido invisible e indestructible que fluía de un cuerpo caliente a uno frío, causando el aumento de temperatura. Aunque esta teoría fue ampliamente aceptada durante siglos, fue rechazada con el desarrollo de la teoría cinética de los gases y la termodinámica, que explicaban el calor como una forma de energía en lugar de una sustancia material.

❖ **Conducción:**

La conducción es el proceso mediante el cual el calor se transfiere a través de un material o sustancia debido al movimiento de electrones y vibraciones atómicas. En este mecanismo, la energía térmica se transmite de partícula a partícula a medida que las moléculas cercanas ganan o pierden energía cinética.

La velocidad de transferencia de calor por conducción depende de la conductividad térmica del material, su área de sección transversal y el gradiente de temperatura a lo largo del material. Por ejemplo: La cocción de alimentos en una sartén caliente es un ejemplo común de conducción, donde el calor se transfiere desde la superficie caliente de la sartén al interior de los alimentos.

❖ **Convección:**

La convección es el proceso mediante el cual el calor se transfiere a través de un fluido (líquido o gas) debido al movimiento de las moléculas del fluido. Este mecanismo implica la combinación de transferencia de calor por conducción y movimiento del fluido, ya sea natural (debido a diferencias de densidad) o forzada (mediante un ventilador o una bomba).

La velocidad de transferencia de calor por convección depende de la velocidad del fluido, las propiedades térmicas del fluido y las condiciones de flujo. Por ejemplo: La circulación del aire caliente en una habitación calentada por un radiador es un ejemplo de convección, donde el aire caliente asciende y es reemplazado por aire más frío, creando un ciclo de circulación de calor.

❖ **Radiación:**

La radiación es el proceso mediante el cual el calor se transfiere a través del espacio en forma de ondas electromagnéticas, sin necesidad de un medio material. Este mecanismo no requiere contacto directo entre la fuente de calor y el objeto que absorbe el calor, ya que la energía térmica se transmite a través del vacío.

La velocidad de transferencia de calor por radiación depende de la temperatura y las propiedades radiactivas de los objetos involucrados, así como de la distancia entre ellos. Por ejemplo: La radiación solar que calienta la Tierra es un ejemplo importante de transferencia de calor por radiación, donde la energía térmica se transmite desde el Sol a través del espacio hasta nuestro planeta.

3.2 Ley de Fourier de la transferencia del calor.

La ley de Fourier es un principio fundamental en la física que describe la conducción del calor a través de un medio material. Esta ley establece que la cantidad de calor que fluye a través de un material es directamente proporcional al área de la sección transversal a través de la cual se produce el flujo de calor, al gradiente de temperatura a lo largo del material y a la conductividad térmica del material. Matemáticamente, la ley de Fourier se expresa como:

Donde:

Q: cantidad de calor que fluye a través del material por unidad de tiempo (en vatios o julios por segundo).

k: conductividad térmica del material ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$).

A: es el área de la sección transversal a través de la cual se produce el flujo de calor (en metros cuadrados).

$$\dot{Q} = -k A \frac{dT}{dx}$$

$\frac{dT}{dx}$: el gradiente de temperatura a lo largo del material (K m^{-1}).

El signo negativo establece la dirección en la que fluye el calor a lo largo del gradiente de temperatura. Específicamente, indica que el calor fluye en la dirección en la que la temperatura disminuye.

La ecuación del calor describe cómo se distribuye la temperatura en un cuerpo sólido en función del tiempo y el espacio. El interés en su estudio radica en las múltiples aplicaciones que tiene en diversas ramas de la ciencia. En las matemáticas generales, representa a la típica ecuación en derivadas parciales parabólica y concretamente en la estadística está relacionada con los procesos aleatorios. Por otro lado, en el campo de la ingeniería química se usa para predecir, entre otros procesos de transferencia de calor, que si se junta un material a 0°C y otro a 100° , la temperatura del punto de conexión entre ambos tenderá a 50°C .

3.3 Estimación de la conductividad.

La conductividad térmica es una propiedad física de los materiales que describe su capacidad para conducir el calor. Se define como la cantidad de calor que puede pasar a través de un material de un área unitaria en un período de tiempo dado, cuando existe un gradiente de temperatura unitario a través del material.

La conductividad térmica está influenciada por la composición del material. Por ejemplo, los metales suelen tener una alta conductividad térmica debido a la estructura cristalina de sus átomos, mientras que los materiales aislantes como la madera o el poliestireno tienen una conductividad térmica más baja debido a la presencia de aire atrapado en su estructura.

Cuando se quiere calcular el coeficiente de conductividad de un material, se emplean diferentes técnicas y modelos matemáticos que parten de la ley de Fourier. Este apartado se concentra principalmente en el entendimiento de la ley de Fourier directa y algunos métodos analíticos simples.

A continuación, se detalla un sencillo experimento para la determinación analítica del coeficiente de conductividad de calor. Se recomienda el desarrollo del mismo para la posterior resolución del cuestionario planteado.

Determinación de coeficiente de conductividad térmica experimentalmente:

Objetivos:

1. Preparar la muestra del material asegurando su forma geométrica conocida y homogénea.
2. Establecer y controlar una fuente de calor para calentar la muestra de manera controlada.
3. Registrar datos experimentales, incluyendo mediciones de temperatura en intervalos regulares de tiempo.
4. Aplicar la ley de Fourier y métodos analíticos para modelar el proceso de calentamiento de la muestra.
5. Analizar y evaluar los resultados obtenidos, comparándolos con valores de referencia y considerando posibles fuentes de error.

Materiales:

- Muestra de dos materiales a estudiar.
- Instrumento de medición de temperatura (por ejemplo, termómetro).
- Fuente de calor controlable (por ejemplo, calentador eléctrico).
- Cronómetro o reloj.
- Regla o calibrador para medir las dimensiones de la muestra.
- Aislante térmico.

Procedimiento:

1. Preparación del experimento:

1.1 Preparar la muestra del material asegurándose de que tenga una forma geométrica conocida y homogénea.

1.2 Medir las dimensiones de la muestra, como su longitud, área de sección transversal y espesor.

1.3 De ser necesario, colocar la muestra dentro de un aislante térmico para minimizar las pérdidas de calor hacia el entorno.

2. Calibración del sistema:

2.1 Colocar la fuente de calor debajo de la muestra y asegurarse de que esté bien ajustada y controlada.

2.2 Establecer una temperatura inicial conocida en la muestra y medir la temperatura en diferentes puntos.

3. Registro de datos:

3.1 Iniciar el calentamiento y registrar el tiempo transcurrido desde el inicio del experimento.

3.2 Medir la temperatura de la muestra en intervalos regulares de tiempo y registrar los datos en una tabla.

4. Análisis de datos:

4.1 Utilizar la ley de Fourier y las ecuaciones de transferencia de calor para modelar el proceso de calentamiento de la muestra.

4.2 Aplicar métodos analíticos para resolver las ecuaciones y calcular el coeficiente de conductividad térmica del material.

5. Interpretación de resultados:

5.1 Comparar el valor obtenido del coeficiente de conductividad térmica con datos de referencia o valores conocidos de la literatura.

5.2 Analizar la precisión y la fiabilidad de los resultados, considerando posibles fuentes de error y limitaciones del experimento.

5.3 Discutir las implicaciones de los resultados y su relevancia para aplicaciones prácticas o investigaciones futuras.

Cuestionario:

1. ¿Por qué es importante diferenciar entre los coeficientes de transferencia de calor en diferentes materiales y condiciones?
2. ¿Cómo afecta la conductividad térmica de un material a su capacidad para transferir calor?
3. ¿Qué factores influyen en el valor del coeficiente de conductividad térmica de un material?
4. ¿Qué implicaciones tiene una baja conductividad térmica en términos de aislamiento térmico?
5. ¿Cómo se relacionan los coeficientes de transferencia de calor con la eficiencia energética en aplicaciones prácticas?

Estos conocimientos permiten al profesional de la ingeniería química diseñar y optimizar procesos industriales de manera más eficiente y segura. Una aplicación cotidiana en el sector profesional que ilustran la importancia de estos conceptos es el diseño de intercambiadores de calor: El conocimiento de la conductividad térmica de los materiales es crucial para el diseño de intercambiadores de calor eficientes en procesos industriales. Estos equipos se utilizan para transferir calor entre dos corrientes de fluido a diferentes temperaturas, lo que es fundamental en una amplia gama de aplicaciones, desde la refrigeración de productos químicos hasta la generación de energía.

3.4 Ley de Newton de enfriamiento.

La genialidad de Newton se pone de manifiesto nuevamente cuando utilizando un horno de carbón de una pequeña cocina, realizó un sencillo experimento: calentó al rojo vivo un bloque de hierro, al retirarlo lo colocó en un lugar frío y observó cómo se enfriaba el bloque de metal en el tiempo. Sus conjeturas sobre el ritmo al cual se enfriaba el bloque dieron lugar a lo que hoy conocemos con el nombre de ley de enfriamiento de Newton.

La ley de enfriamiento de Newton describe cómo cambia la temperatura de un objeto en función de la diferencia de temperatura entre el objeto y su entorno. Esta ley es fundamental para comprender y predecir el enfriamiento de objetos calientes en un entorno más frío y se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_A)$$

Donde:

$\frac{dT}{dt}$: Tasa de cambio de la temperatura del objeto con respecto al tiempo.

α : coeficiente de intercambio de calor del material.

T : Temperatura del objeto en cualquier momento

T_A : Temperatura ambiente.

El signo negativo establece la dirección en la que fluye el calor a lo largo del gradiente de temperatura. Específicamente, indica que el calor fluye en la dirección en la que la temperatura disminuye.

Si la temperatura del cuerpo es mayor que la ambiental, entonces deberá experimentar una pérdida de calor, la cual será proporcional a la diferencia de temperaturas, se expresa esto en forma diferencial como:

Donde:

$$dQ = -mC_e dT$$

dQ : Diferencia de calor durante el enfriamiento.
 m : masa del objeto.
 C_e : Calor específico del objeto.
 dT : Diferencia de temperatura

Pudiendo combinar las ecuaciones anteriores en una forma simplificada:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_A)$$

Resolviendo esta ecuación diferencial para un cuerpo que se enfría desde una temperatura T_0 hasta una temperatura T , obtenemos la temperatura del cuerpo en función del tiempo:

$$T = T_A + (T_0 - T_A)e^{-kt}$$

Para definirlo mejor, esta es solo una de las formas de interpretación de la transferencia de calor por convección. La transferencia de calor por convección es un proceso mediante el cual el calor se mueve entre un sólido y un fluido en movimiento, como un gas o un líquido. Este movimiento se denomina corriente de convección y si es provocado por diferencias de densidad debidas a diferencias de temperatura, tenemos, el fenómeno de convección natural. Si, en cambio, el movimiento del fluido se efectúa por medio de un agitador, una bomba o un ventilador, corresponde a la convección forzada.

Para una mejor asimilación, considerar la siguiente explicación:

Cuando un fluido está en contacto con una pared sólida de mayor temperatura, aunque el fluido se encuentra en movimiento turbulento, se forma junto a la pared una película de fluido. Cuanto más turbulenta sea el movimiento, más delgada es la película, también llamada capa límite. El fenómeno de transmisión de calor de la pared al fluido se realiza por conducción a través de la película y a la vez por convección del fluido. En conjunto, el fenómeno es complejo porque la cantidad de calor transmitida

dependerá de varios factores concurrentes: como ser la naturaleza del fluido ; el estado del fluido (densidad, viscosidad, calor específico y conductibilidad térmica); de la velocidad del fluido (si es mínima, el movimiento será laminar y si es considerable, turbulento); de que el intercambio de calor provoque evaporación, condensación o formación de la película; de la forma del sólido (pared plana o curva, vertical u horizontal); de la naturaleza de la superficie (rugosa o lisa) y de que el sólido sea buen o mal conductor.

Para una comprensión más profunda de este tema, se recomienda explorar el capítulo sobre transferencia de calor por convección en el libro "Transferencia de Calor" de Yunus A. Çengel y Afshin J. Ghajar. Este libro proporciona una cobertura detallada de los principios fundamentales y las aplicaciones prácticas de la transferencia de calor, incluida la convección, y es una lectura valiosa para los estudiantes y profesionales de la ingeniería térmica.

3.5 Ley de Stefan-Boltzmann de la radiación.

La transferencia de calor por radiación es un proceso fundamental en el cual el calor se transfiere a través de ondas electromagnéticas, como la luz visible, la radiación infrarroja y la radiación ultravioleta. A diferencia de la conducción y la convección, la transferencia de calor por radiación puede ocurrir incluso en el vacío, ya que no requiere la presencia de un medio material para propagarse.

Este proceso se produce debido a la emisión de energía electromagnética por parte de un cuerpo caliente hacia un cuerpo más frío. La cantidad de calor transferido por radiación depende de la diferencia de temperatura entre los cuerpos, así como de las propiedades de emisión y absorción de cada superficie.

La ley de Stefan-Boltzmann de la radiación es un principio fundamental en la física que describe la relación entre la radiación emitida por un cuerpo negro y su temperatura. Esta ley establece que la potencia total emitida por unidad de área de un cuerpo negro es directamente proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

Donde:

$$Q = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Q: Potencia total emitida por el cuerpo negro,
σ: Constante de Stefan-Boltzmann (aproximadamente $5.67 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2 \cdot \text{K}^4$),
A: Área de la superficie del cuerpo negro
T⁴: Temperatura ambiente.

Esta potencia emisiva de un cuerpo negro (o radiador ideal) supone un límite superior para la potencia emitida por los cuerpos reales. La potencia emisiva superficial de una superficie real es menor que el de un cuerpo negro a la misma temperatura y está dada por:

$$Q = \varepsilon \cdot A \cdot T^4$$

Donde:
Q: Potencia total emitida por el cuerpo negro,

ϵ : Propiedad radiactiva de la superficie denominada emisividad. Con valores en el rango $0 \leq \epsilon \leq 1$.

A : Área de la superficie del cuerpo negro

T^4 : Temperatura ambiente.

EJERCICIO: Calcular la perdida de calor y las temperaturas indicadas, dadas a través de la pared de un horno compuesto por los siguientes materiales:

Material 1	Material 2	Material 3
Ladrillo refractario	Ladrillo rojo	Asbesto
Espesor =12 cm	Espesor =10cm	Espesor =4cm
$K_i=0.08595 \frac{kcal}{hm^{\circ}C}$	$K_i=0.54 \frac{kcal}{hm^{\circ}C}$	$K_i=0.129 \frac{kcal}{hm^{\circ}C}$

NOTA: Los valores de los materiales fueron obtenidos de las tablas de conductividades térmicas (anexo)

- DATOS

$$T_1 = 190^{\circ}C$$

$$T_4 = 30^{\circ}C$$

$$\text{Superficie} = 1 \text{ ft}^2$$

$$Q_T = ?$$

$$T_2 = ?$$

$$T_3 = ?$$

- Calculo de la cantidad de calor

$$Q_T = \frac{190^{\circ}C - 30^{\circ}C}{\frac{0.12}{(0.08595 \frac{kcal}{hm^{\circ}C})(0.0929m)} + \frac{0.1}{(0.54 \frac{kcal}{hm^{\circ}C})(0.0929m)} + \frac{0.04}{(0.129 \frac{kcal}{hm^{\circ}C})(0.0929m)}}$$

$$Q_T = \frac{160}{6.84} = 23.36 \frac{kcal}{h} = 92.63 \frac{Btu}{h}$$

- Cálculo de temperatura 1 y 2

$$T_2 = T_1 - QT\left(\frac{x1}{K1A1}\right)$$

- Sustituir en la ecuación

$$T_2 = 190 - \left(23.36 \frac{\text{kcal}}{h} \right) \left(\frac{0.12}{\left(0.8595 \frac{\text{kcal}}{hm^{\circ}C} \right) (0.0929m)} \right)$$

$$T_2 = 154.89^{\circ}C$$

$$T_1 = 190^{\circ}C$$

EJERCICIO: Calcular la cantidad de calor y las temperaturas intermedias en una pared cilíndrica compuesta.

NOTA: Los valores de los materiales fueron obtenidos de las tablas de conductividades térmicas y de la tabla de dimensiones de tubo de acero (anexo B-1).

Tubería de cobre	1 capa de caucho (Neopreno)	2 capa poli estireno
3 ½" radio normal	$K_2 = 0.19 \frac{w}{mK}$	240-320K (300 capa)
Cedula 80	Espesor = 2cm	$K_3 = 0.028 \frac{w}{mK}$
$K_1 = 387.4 \frac{w}{mK}$		Espesor = 0.005m

$$T_1 = 480^{\circ}K = 248.88^{\circ}C$$

$$T_4 = 300^{\circ}K$$

$$L = 1m$$

- Sustituir en la formula

$$QT = \frac{T_1 - T_4}{\left(\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi K_1 L} \right) + \left(\frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi K_2 L} \right) + \left(\frac{\ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi K_3 L} \right)}$$

$$QT = Q1 = Q2 = Q3$$

- Definición de radios Cedula 80

$$\varnothing \text{ interno} = 8.545cm = D1$$

$$\varnothing \text{ externo} = 10.16cm = D2$$

$$D3 = \varnothing 3 = 10.16 + 2(2cm) = 14.16$$

$$D4 = \varnothing 4 = 14.16 + 2(0.5cm) = 15.16$$

- Sustituir datos en la fórmula de QT

$$QT = \frac{(480 - 300)^{\circ}K}{\left(\frac{\text{in } \frac{0.1016}{0.0854}}{2\pi(387.4 \frac{W}{m^2K})(1m)} \right) + \left(\frac{\text{in } \frac{0.1416}{0.1016}}{2\pi(0.19 \frac{W}{m^2K})(1m)} \right) + \left(\frac{\text{in } \frac{0.1516}{0.1416}}{2\pi(0.028 \frac{W}{m^2K})(1m)} \right)}$$

$$QT = 270 \frac{W}{hr}$$

Obtener temperatura 2, sustituyendo en la formula

$$T_2 = T_1 - QT \left(\frac{\text{in } \frac{r_2^2}{r_1}}{2\pi K_1 L} \right)$$

$$T_2 = 480^{\circ}K - \left(270 \frac{W}{hr} \right) \left(\frac{\text{in } \frac{0.1016m}{0.8545m}}{2\pi (387.4 \frac{W}{m^2K})(1m)} \right)$$

$$T_2 = 480.23^{\circ}K$$

Obtener temperatura 3, sustituyendo en la formula

$$T_3 = Q_3 \left(\frac{\text{in } \frac{r_4^4}{r_3}}{2\pi K_3 L} \right) + T_4$$

$$T_3 = \left(270 \frac{W}{hr} \right) \left(\frac{\text{in } \frac{0.1516}{0.146}}{2\pi (0.028 \frac{W}{m^2K})(1m)} \right) + 300 K$$

$$T_3 = 404.83K$$

EJERCICIO: La pared de un horno industrial construido con ladrillo refractario $k=0.6$ BTU/hft $^{\circ}$ F tiene 0.7ft de ancho. La superficie externa se recubre con material aislante de $k=0.04$ BTU/hft $^{\circ}$ F y 0.1ft de grosor, la temperatura de la superficie interior es de 1800 $^{\circ}$ F y la de la superficie exterior es de 100 $^{\circ}$ F. Calcular la transferencia del calor del estado estable por pie cuadrado y la temperatura entre el ladrillo y el aislante.

$$(T_o - T_1) = \frac{qx^0}{k^0} (X_0 - X_1) \dots\dots 1$$

$$(T_o - T_1) = \frac{qx^0}{k'} (X_1 - X_2) \dots\dots 2$$

Sumando 1 y 2

$$T_0 - T_1 + T_1 - T_2 = -qx^0 \frac{X_0 - X_1}{k^0} + \frac{X_1 - X_2}{k'}$$

$$q_0 = \frac{(1800 - 100)^\circ\text{F}}{\frac{0 - 0.7 \text{ ft h ft }^\circ\text{F}}{0.6 \text{ BTU}} + \frac{0.7 - 0.1 \text{ ft h ft }^\circ\text{F}}{0.04 \text{ BTU}}}$$

$$q_0 = \frac{1700^\circ\text{F BTU}}{13.83 \text{ ft}^2 \text{ h }^\circ\text{F}} = 463.72 \frac{\text{BTU}}{\text{ft}^2 \text{ h}}$$

EJERCICIO: Comparar las velocidades de transferencia de calor a través de una muestra de madera de pino blanco cuando la transferencia es transversal a la fibra y cuando es paralela a la fibra. La conductividad térmica para el primer caso es 0.15 W / m°C y para el segundo caso 0.35 W / m°C.

Para: $\Delta T = 1^\circ\text{C}$

Pino transversal $k_t = 0.15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

$$Q_t = k_t \Delta T$$

$$Q_t = 0.15 \text{ J / m s}$$

Pino paralelo $k_p = 0.35 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

$$Q_p = k_p \Delta T$$

$$Q_p = 0.35 \text{ J / m s}$$

Conclusión: Existe mayor transferencia de calor con el pino de fibra en paralelo.

EJERCICIO: Un fluido refrigerante de una unidad de refrigeración construida de acero $k = 40 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ con diámetro externo de 1.5 m, espesor de $\frac{1}{4}$ in y 2 m de altura, debe ser mantenido a una temperatura constante de -16°C . El tanque está localizado en un ambiente de aire acondicionado de 22°C y está aislado con 2 in de poliestireno $k = 0.026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, cuya temperatura externa debe ser mantenida constante e igual a 21°C . El operador ha notado que hubo un aumento de temperatura en el ambiente, debido a un defecto en el termostato del aire acondicionado, ocasionando una variación de 10°C en la temperatura de la superficie externa del aislante térmico. Calcular:

a) La razón de variación de T. C. a través del tanque.

b) El espesor del aislante para las nuevas condiciones ambientales.

Datos: $k = 40 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

$T_t = -16^\circ\text{C}$

$T_{w2} = 31^\circ\text{C}$

$$D_e = 1.5 \text{ m}$$

$$T_{wt} = 21 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$e_t = \frac{1}{4} \text{ in}$$

$$e_{ais} = 2 \text{ in}$$

$$L_t = 2 \text{ m}$$

$$k_{ais} = 0.026 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

$$\text{a) El diámetro interno del tubo} \quad D_i = D_e - 2e_t \quad D_i = 1.4873 \text{ m}$$

Se desprecia el espesor del tubo.

El área media logarítmica del aislante

$$A_{ml} = \frac{2\pi L_l e_{ais}}{\ln\left(1 + \frac{2e_{ais}}{D_e}\right)} \quad A_{ml} = 9.74048 \text{ m}^2$$

$$Q_{lais} = \frac{A_{ml} k_{ais}}{e_{ais}} (T_{wt} - T_l) \quad Q_{lais} = 184.4555 \text{ W}$$

El calor para las nuevas condiciones

$$Q_{2ais} = \frac{A_{ml} k_{ais}}{e_{ais}} (T_{w2} - T_l) \quad Q_{2ais} = 234.30834 \text{ W}$$

$$\Delta Q\% = \frac{Q_{2ais} - Q_{lais}}{Q_{lais}} \quad \Delta Q\% = 27.02703 \%$$

b) El espesor del aislante requerido

$$Q_{tais} = \frac{A_m k_{ais}}{e_r} (T_{w2} - T_l) = \frac{2\pi L_l k_{ais}}{\ln\left(1 + \frac{2e_r}{D_e}\right)} (T_{w2} - T_l)$$

$$A_m = \frac{2\pi L_l e_r}{\ln\left(1 + \frac{2e_r}{D_e}\right)}$$

$$e_r = \frac{D_e}{2} \left[e^{\frac{2\pi L_l k_{ais} (T_{w2} - T_l)}{Q_{tais}}} - 1 \right]$$

$$e_r = 6.51109 \text{ cm}$$

Problemas propuestos:

1.- El muro de una cámara frigorífica de conservación de productos congelados consta de:

Revoco de cemento de 2cm de espesor ($k = 0,8 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^{\circ}\text{C}$)

Ladrillo macizo de 1 pie ($k = 0,6 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^{\circ}\text{C}$)

Corcho expandido ($k = 0,05 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^{\circ}\text{C}$)

Ladrillo hueco de 7 cm de espesor ($k = 1,1 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^{\circ}\text{C}$)

Revoco de cemento de 2 cm de espesor ($k = 0,8 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^{\circ}\text{C}$)

La temperatura del aire interior de la cámara es de -25°C y la del aire exterior 30°C .

Si las pérdidas de calor del muro de la cámara han de ser inferiores a $10 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^2$, determinar:

- a) El coeficiente global de transmisión de calor.
- b) El espesor de aislamiento (corcho) que debe colocarse.
- c) La distribución de temperaturas en el muro.

Los coeficientes de película exterior e interior son 20 y $12 \text{ kcal/h m}^2\text{°C}$ respectivamente.

2.- Por el interior de una tubería de acero, de 17 cm de diámetro exterior y 15 cm de diámetro interior (conductividad térmica de $15 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}\text{°C}$), circula vapor saturado de 60 kg/cm^2 de presión ($T=274\text{°C}$) atravesando un local que se encuentra a 21°C . Los coeficientes de película exterior e interior son de 10 y $2.000 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^2\text{°C}$ respectivamente. Calcular:

- a) Flujo de calor por unidad de longitud.
- b) Espesor de aislante (lana de roca de conductividad térmica $0,048 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}\text{°C}$)
- c) Espesor de aislante necesario para reducir la temperatura superficial exterior hasta un máximo de 50°C .

3.- Considérese un muro compuesto por dos capas cuyas características son las siguientes:

Capa 1: espesor 0.4m , conductividad: $k_1 \equiv 0.9 (1 + 0.006 T) [\text{W} / \text{mK}]$

Capa 2: espesor 0.05m , conductividad $k_2 \equiv 0.04 \text{ W} / \text{mK}$

También es sometido a un flujo solar en la cara exterior de 300 W/m^2 , esta cara se encuentra en contacto con aire de 40°C (Coeficiente convectivo exterior $10 \text{ W/m}^2\text{K}$). La cara interior se encuentra en contacto con aire de 20°C (Coeficiente convectivo interior $5 \text{ W/m}^2\text{K}$). Calcular:

- a) Flujo de calor por unidad de área que atraviesa el muro.
- b) Temperatura en las dos superficies extremas y en la interfase entre las dos capas.

4.- Una tubería de acero de 36 cm de diámetro exterior, 34 cm de diámetro interior y conductividad térmica de $40 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}\text{°C}$, transporta fueloil a 50°C a través de un local que se encuentra a 10°C . Con objeto de mantener constante la temperatura del fueloil, se rodea la tubería con una resistencia eléctrica asimilable a una capa de 1 cm de

material de conductividad térmica $200 \text{ kcal/h}\cdot\text{m}^\circ\text{C}$, y una generación uniforme de calor G . Calcular:

- a) Valor mínimo de G en kcal/h m^3 para que la pérdida de calor del fuel sea nula.
- b) Distribución de temperatura en la tubería y en la resistencia.

Los coeficientes de película en el exterior e interior de la tubería son 15 y 45 $\text{kcal/h}\cdot\text{m}^2\text{C}$ respectivamente.

5.- El elemento combustible de un reactor nuclear está formado por placas de 10cm de espesor ($k = 20 \text{ W / m}\cdot\text{K}$) recubiertas de placas de aluminio de 5cm ($k = 150 \text{ W / m}\cdot\text{K}$). En su cara exterior el aluminio se encuentra a una temperatura impuesta de 300°C .

- a) Calcular la generación interna (W / m^3) que puede haber en el elemento combustible si la temperatura máxima de las placas de aluminio no puede sobrepasar los 450°C .
- b) Calcular la máxima temperatura en el elemento combustible.

6.- La pared de un cilindro está compuesta por dos capas de materiales con conductividad k_A y k_B . Ambos materiales están separados por una resistencia eléctrica muy delgada de muy alta conductividad. Por el interior de la tubería circula un líquido a temperatura T_i y con coeficiente de película h_i . En el exterior la temperatura y el coeficiente de película son respectivamente T_e y h_e .

Obtener la temperatura de la resistencia eléctrica cuando el calor disipado por ésta es nulo.

Obtener la temperatura de la resistencia eléctrica cuando el calor disipado por ésta es $q''_c \text{ (W/m}^2\text{)}$.

4. Transferencia de masa

La transferencia de masa es el proceso mediante el cual se mueven sustancias o componentes químicos de una región a otra, ya sea dentro de un mismo medio o entre diferentes medios. Este proceso puede ocurrir debido a gradientes de concentración, presión o temperatura, incluso; puede ocurrir en diferentes medios, como sólidos, líquidos y gases, y se rige por las mismas leyes básicas que la transferencia de calor y de momento. Sin embargo, a diferencia de la transferencia de calor y de momento, la transferencia de masa implica el movimiento de las moléculas de una sustancia.

Considerar lo siguiente:

- En ciertos ambientes, se puede notar que, con el tiempo, el aroma de una taza de café humeante se disipa y se extiende por toda la habitación, creando una atmósfera fragante. ¿Cómo se produce este proceso?
- En algunas situaciones, como al agregar una gota de tinte a un vaso de agua, se puede observar cómo el color se disemina uniformemente en todo el líquido. ¿Qué impulsa este proceso de dispersión?
- En un acuario, se puede observar cómo las burbujas de oxígeno liberadas por un difusor se disuelven gradualmente en el agua, proporcionando oxígeno a los peces y otros organismos acuáticos. ¿Cómo ocurre este proceso de transferencia de oxígeno del gas al líquido?

Estas interrogantes encuentran respuesta en el entendimiento profundo de los fundamentos y principios de la transferencia de masa; tema que será desarrollado en el siguiente capítulo.

4.1 Mecanismos de transferencia de masa.

Como ya se mencionó anteriormente, la transferencia de masa se refiere al movimiento de componentes químicos de una fase a otra, ya sea en forma de sólido, líquido o gas, y puede ocurrir mediante diversos mecanismos. Uno de los parámetros clave en este proceso es la difusividad molecular, que describe la capacidad de las moléculas para moverse a través de un medio en función de la concentración y el gradiente de concentración. Por otro lado, la convección molecular implica el transporte de masa causado por el movimiento aleatorio de las moléculas en un fluido, lo que puede acelerar significativamente la transferencia de masa en comparación con la difusión molecular pura.

Para comprender mejor la difusividad molecular, es importante considerar la teoría cinética de los gases y la teoría del movimiento browniano. Según la teoría cinética de los gases, las moléculas en un gas se mueven de manera aleatoria y chocan entre sí y con las paredes del recipiente que las contiene. Este movimiento aleatorio resulta en un intercambio constante de energía y momento entre las moléculas, lo que conduce a la difusión de las moléculas a través del gas. Por otro lado, la teoría del movimiento

browniano describe el movimiento aleatorio de partículas suspendidas en un medio fluido. Las moléculas de líquido o gas que rodean a las partículas ejercen fuerzas aleatorias sobre ellas, lo que hace que se muevan de manera errática. Este movimiento browniano es fundamental para la difusión molecular en medios líquidos y gaseosos.

Para la convección molecular, las moléculas se mueven de manera aleatoria debido a la energía térmica del sistema. Estas colisiones entre moléculas conducen a la mezcla y difusión de las especies químicas presentes en el fluido. La convección molecular es especialmente relevante en medios gaseosos y líquidos, donde las moléculas están lo suficientemente cerca como para interactuar entre sí, pero lo suficientemente separadas como para moverse libremente.

Para comprender mejor la convección molecular, es útil considerar conceptos como el coeficiente de difusión y la teoría cinética de los gases. El coeficiente de difusión molecular describe la tasa a la que las moléculas se difunden en un medio, mientras que la teoría cinética de los gases proporciona un marco para comprender el comportamiento de las moléculas en un gas en términos de sus movimientos y colisiones.

Es importante considerar que la convección molecular puede manifestarse de dos formas: convección forzada y convección natural. Ambos tipos de convección implican el movimiento de partículas a nivel molecular, pero difieren en cómo se genera este movimiento y las condiciones que lo acompañan.

- La convección forzada se produce cuando un agente externo aplica una fuerza o impulso al fluido para inducir su movimiento. Esto puede lograrse mediante el uso de dispositivos mecánicos, como bombas o agitadores, que impulsan el fluido a través de un sistema. En la convección forzada, el movimiento del fluido es principalmente dirigido y controlado por la acción del agente externo. Por ejemplo, en un sistema de tuberías donde se utiliza una bomba para bombear agua a través de ellas, la convección forzada impulsa el flujo de agua a lo largo del sistema.
- Por otro lado, la convección natural, también conocida como convección libre o gravedad, se produce debido a diferencias de densidad en el fluido, que a su vez se generan por diferencias de temperatura o composición química. Cuando una región del fluido se calienta, se expande y se vuelve menos densa que las regiones circundantes más frías. Como resultado, esta región más caliente tiende a ascender y es reemplazada por fluido más frío y denso que desciende para ocupar su lugar. Este movimiento ascendente y descendente crea corrientes de convección que pueden transportar calor o sustancias químicas a través del fluido. Por ejemplo, cuando se calienta un líquido en un recipiente, el fluido caliente en la parte superior se desplaza hacia arriba y es reemplazado por el fluido más frío en la parte inferior, creando así un flujo de convección natural.

En los procesos de transferencia de masa, tanto la difusividad molecular como la convectividad molecular están presentes y contribuyen al transporte de sustancias a través de un medio. Sin embargo, la predominancia de uno sobre el otro depende en gran medida de las características específicas del proceso en cuestión.

Recordando que la difusividad molecular es el fenómeno que gobierna la transferencia de masa en sistemas donde las fuerzas de convección son mínimas o despreciables en comparación con los efectos de difusión. Este fenómeno se basa en el movimiento aleatorio de las moléculas que componen el fluido, que tienden a moverse desde regiones de alta concentración hacia regiones de baja concentración, buscando alcanzar un equilibrio. En sistemas donde las diferencias de concentración son la principal fuerza impulsora del transporte, como en la difusión de un gas a través de otro gas o en la difusión de solutos en un líquido, la difusividad molecular es el mecanismo dominante de transferencia de masa.

Por otro lado, la convectividad molecular se vuelve significativa en sistemas donde las fuerzas de convección, ya sea natural o forzada, son predominantes y tienen un impacto significativo en el transporte de masa. La convectividad molecular puede facilitar el transporte de sustancias a través de un medio a una velocidad mucho mayor que la difusión molecular, especialmente en sistemas donde las diferencias de densidad, temperatura o composición del fluido generan corrientes de convección. Ejemplos de esto incluyen la convección natural en la atmósfera terrestre, donde las diferencias de temperatura causan movimientos ascendentes y descendentes de aire que transportan partículas y sustancias, así como la convección forzada en sistemas de tuberías o reactores químicos, donde el fluido es impulsado mecánicamente a través de un sistema para promover el transporte de masa.

Para profundizar en los temas de la difusividad molecular y la convección molecular, se recomienda consultar obras como "Fenómenos del transporte" de Bird, Stewart y Lightfoot, e "Introducción a la Termodinámica en Ingeniería Química" de Smith, Van Ness y Abbott. Estas fuentes bibliográficas proporcionan una explicación detallada de los principios subyacentes a la difusión molecular y su aplicación en la ingeniería química y de procesos.

4.2 Expresiones de masa (concentraciones y velocidades).

Las expresiones de masa son las formas en que se describen las cantidades de sustancias en un sistema y la velocidad a la que estas cantidades cambian con el tiempo. Son importantes para el mecanismo de transferencia de masa porque proporcionan información fundamental sobre cómo las concentraciones de las sustancias varían en función de diferentes parámetros y condiciones.

Estas expresiones son esenciales para entender y cuantificar los procesos de transferencia de masa, ya que permiten calcular tasas de cambio en las cantidades de sustancias a lo largo del tiempo. Por ejemplo, las concentraciones de las sustancias pueden expresarse de diversas maneras, como la concentración molar, la concentración en masa o la fracción molar, lo que proporciona una descripción detallada de la cantidad de sustancia presente en el sistema en relación con su volumen o masa total.

Además, las ecuaciones de velocidad describen cómo las concentraciones de las sustancias cambian con el tiempo y se derivan a partir de principios fundamentales de la transferencia de masa, como la ley de Fick para la difusión. Ecuaciones fundamentales para modelar y predecir el comportamiento de los procesos de transferencia de masa en una variedad de aplicaciones industriales, ambientales y biológicas.

Concentración

Ahora es importante empezar por definir algunas ecuaciones que se estarán refiriendo a lo largo del texto empezando por las concentraciones.

Concentración molar: Se refiere al número de moles de un componente “i” que están presentes en un volumen V del sistema, y matemáticamente se representa de la siguiente manera:

$$C_i = \frac{N_i}{V} \quad 1.2$$

Concentración másica: Se refiere a la representación de la masa del componente “i” en un volumen “V” del sistema y se representa de la siguiente manera:

$$\rho_i = C_i * M_i = \frac{m_i}{V} \quad 1.3$$

Donde M_i es el peso molecular de los componentes

La concentración total de masa o densidad, es la masa total de la mezcla contenida en la unidad de volumen de está y se define como:

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i \quad 1.4$$

Donde n es el número de componentes presentes en la mezcla.

Fracciones (masa y molar)

Después de entender con contundencia las definiciones de concentración ahora es de suma remembranza reconocer que en los procesos es muy difícil que haya existencia si quiera pensar de un componente, pues es más abundante la existencia de una mezcla de gases o líquidos para lo cual entra la definición de las fracciones.

Fracción molar: Se refiere a los moles del componente “i” que están presentes en los moles totales del sistema. Expresándose como sigue:

$$X_i = \frac{C_i}{C} \quad 1.5$$

Fracción másica: La fracción másica representa la masa del componente “i” que existe en la masa total del sistema y se calcula con la siguiente expresión:

$$\omega_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i}{\rho} \quad 1.6$$

Densidad de flujo (masa y molar)

A partir de los conocimientos previamente definidos se procede a observar como las cantidades molares o másicas pueden atravesar una unidad de área para esto se verá a continuación la definición de ambos casos.

Densidad de flujo molar: Se refiere al número de moles de α que fluyen a través de una unidad de área por unidad de tiempo y se define así:

$$J_A^* = (C_A)(V_A - V^*) \quad 1.7$$

Donde $(V_A - V^*)$ es la velocidad de difusión molar en la mezcla.

Densidad de flujo másico: Se refiere a la masa de la especie α que pasa a través de una unidad de área por unidad de tiempo y está definida como:

$$J_A = (\rho_A)(V_A - V) \quad 1.8$$

Donde $(V_A - V)$ es la velocidad de difusión másica en la mezcla

Velocidad media de flujo (molar y másica)

Hay que entender a lo que se refiere la velocidad media de flujo de cantidad de materia que puede atravesar algún ducto transcurriendo el tiempo por lo que lo definiremos de la siguiente manera.

Velocidad media de masa: Es el promedio de todas las velocidades de las moléculas de la especie α en el interior de un pequeño volumen y se denotan de la siguiente manera:

$$v = \sum_{\alpha=1}^n \omega_{\alpha} v_{\alpha} \quad 1.9$$

Velocidad media molar: Es el promedio de todas las velocidades de los moles de la especie α en el interior de un pequeño volumen y se representan de la siguiente forma:

$$v^* = \sum_{\alpha=1}^n x_{\alpha} v_{\alpha} \quad 1.10$$

Nota: Para el desarrollo de los ejercicios en este tema en particular recomiendo el uso de las tablas 1.1, 1.2 y 1.3 donde se describen las notaciones de concentración, velocidades y densidades de flujo resumidas para sistemas binarios.

Ejercicio Se va a transportar gas natural licuado (GNL) de la península de Yucatán a un lugar cerca de las bahías de Quintana Roo por medio de transporte marítimo. La composición molar del GNL comercial es CH₄ 94.9 %, C₂H₆ 0.4%, C₃H₈ 0.6%, CO₂ 0.5%. Determinar:

a) Peso molecular medio de la mezcla del gas natural licuado (GNL).

Para resolver este inciso se necesita multiplicar el peso molecular de la especie α por sus respectivas fracciones molares teniendo lo siguiente:

$$PM_{mezcla} = (16)(0.949) + (30)(0.004) + (44)(0.006) + (44)(0.005)$$

$$PM_{mezcla} = 15.184 + 1.2 + 0.264 + 0.22 = 16.868 \text{ g/gmol}$$

Tabla Notación de concentración en sistemas binarios (Bird)

Definiciones básicas	$\rho = \rho_A + \rho_B = \text{densidad de la solución (g/cm}^3\text{)}$ (A)	
	$\rho_A = c_A M_A = \text{concentración de masa de A (g de A/cm}^3\text{ de solución)}$ (B)	
	$\omega_A = \frac{\rho_A}{\rho} = \text{fracción de masa de A}$ (C)	
	$c = c_A + c_B = \text{densidad molar de la solución (g-mol/cm}^3\text{)}$ (D)	
Definiciones básicas	$c_A = \frac{\rho_A}{M_A} = \text{concentración molar de A (g-mol de A/cm}^3\text{ de solución)}$ (E)	
	$x_A = \frac{c_A}{c} = \text{fracción molar de A}$ (F)	
	$M = \frac{\rho}{c} = \text{peso molecular medio de la mezcla}$ (G)	
Relaciones adicionales, a título de información solamente	$x_A + x_B = 1$ (H)	$\omega_A + \omega_B = 1$ (I)
	$x_A M_A + x_B M_B = M$ (J)	$\frac{\omega_A}{M_A} + \frac{\omega_B}{M_B} = \frac{1}{M}$ (K)
	$x_A = \frac{\frac{\omega_A}{M_A}}{\frac{\omega_A}{M_A} + \frac{\omega_B}{M_B}}$ (L)	$\omega_A = \frac{x_A M_A}{x_A M_A + x_B M_B}$ (M)
	$dx_A = \frac{d\omega_A}{\left(\frac{\omega_A}{M_A} + \frac{\omega_B}{M_B}\right)^2}$ (N)	$d\omega_A = \frac{M_A M_B dx_A}{x_A^2 M_A + x_B^2 M_B}$ (O)
	Tabla 12 (Notación de velocidades en sistemas binarios (Bird))	

Definiciones básicas	$v_A = \text{velocidad de la especie A relativa a coordenadas estacionarias}$ (A)	
	$v_A - v = \text{velocidad de difusión de la especie A relativa a } v$ (B)	
	$v_A - v^* = \text{velocidad de difusión de la especie A relativa a } v^*$ (C)	
	$v = \text{velocidad media de masa} = (1/\rho)(\rho_A v_A + \rho_B v_B) = \omega_A v_A + \omega_B v_B$ (D)	
Relaciones adicionales	$v^* = \text{velocidad media molar} = (1/c)(c_A v_A + c_B v_B) = x_A v_A + x_B v_B$ (E)	
	$v - v^* = \omega_A(v_A - v^*) + \omega_B(v_B - v^*)$ (F)	
	$v^* - v = x_A(v_A - v) + x_B(v_B - v)$ (G)	

Tabla Notación para las densidades de flujo masa y molar en sistemas binarios (Bird)

Magnitud	Con respecto a ejes estacionarios	Con respecto a v	Con respecto a v^*
Definiciones básicas			
Velocidad de la especie A (cm seg^{-1})	(A) v_A	(B) $v_A - v$	(C) $v_A - v^*$
Densidad de flujo de masa de la especie A ($\text{g cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$)	(D) $n_A = \rho_A v_A$	(E) $j_A = \rho_A (v_A - v)$	(F) $j_A^* = \rho_A (v_A - v^*)$
Densidad de flujo molar de la especie A ($\text{g-mol cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$)	(G) $N_A = c_A v_A$	(H) $J_A = c_A (v_A - v)$	(I) $J_A^* = c_A (v_A - v^*)$
Suma de las densidades de flujo de masa ($\text{g cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$)	(J) $n_A + n_B = \rho v$	(K) $j_A + j_B = 0$	(L) $j_A^* + j_B^* = \rho (v - v^*)$
Suma de las densidades de flujo molares ($\text{g-mol cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$)	(M) $N_A + N_B = c v^*$	(N) $J_A + J_B = c (v^* - v)$	(O) $J_A^* + J_B^* = 0$
Densidades de flujo en función de n_A y n_B	(P) $N_A = \frac{n_A}{M_A}$	(Q) $j_A = n_A - \omega_A (n_A + n_B)$	(R) $j_A^* = n_A - x_A \left(n_A + \frac{M_A}{M_B} n_B \right)$
Densidades de flujo en función de N_A y N_B	(S) $n_A = N_A M_A$	(T) $J_A = N_A - \omega_A \left(N_A + \frac{M_B}{M_A} N_B \right)$	(U) $J_A^* = N_A - x_A (N_A + N_B)$
Densidades de flujo en función de j_A y v	(V) $n_A = j_A + \rho_A v$	(W) $J_A = \frac{j_A}{M_A}$	(X) $j_A^* = \frac{M}{M_B} j_A$
Densidades de flujo en función de J_A^* y v^*	(Y) $N_A = J_A^* + c_A v^*$	(Z) $J_A = \frac{M_B}{M} J_A^*$	(AA) $j_A^* = J_A^* M_A$
Relaciones entre las densidades de flujo, a título informativo			

b) Fracción del peso del metano.

Ahora va a cambiar la fracción debido a que el problema exige la fracción en PESO del metano haciendo referencia a la fracción másica, ocupando una de las ecuaciones previamente vistas se obtendrá lo siguiente:

$$\omega_{CH_4} = \frac{X_{CH_4} PM_{CH_4}}{PM_{mezcla}} = \frac{(16)(0.949)}{16.868} = 0.9$$

c) La concentración másica de la mezcla gaseosa cuando se calienta a 193 K y 1.013×10^5 Pa

Se tomará en cuenta la ecuación de gases ideales para poder resolver este ejercicio, de modo que:

$$PV = nRT \quad 1.11$$

Se sabe que la concentración molar es igual a:

$$n = \frac{m}{PM}$$

Sustituyendo la ecuación de moles en la de gases se obtendrá lo siguiente:

$$PV = \frac{m}{PM} RT \quad 1.12$$

Si se despeja recordando la ecuación de la concentración másica se obtendrá la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM_{mezcla} * P}{RT}$$

Sustituyendo los valores...

$$\rho = \frac{(16.868 \text{ Kg/Kgmol})(101.3 \text{ KPa})}{(8.3144 \text{ KPa} * \text{m}^3/\text{Kgmol} * \text{K})(193 \text{ K})} = 1.06 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

d) Fracción de masa del propano en ppm

Primero se deberá obtener la fracción másica del propano de la misma forma que se obtuvo la del metano:

$$\omega_{C_2H_8} = \frac{X_{C_2H_8} PM_{C_2H_8}}{PM_{mezcla}} = \frac{(44)(0.006)}{16.868} = 0.015$$

Una vez obtenida la fracción másica se hará una regla de correspondencia basada en:

$$1\% \xrightarrow{\text{equivale a}} 10,000 \text{ ppm}$$

$$1.5\% \xrightarrow{\text{equivale a}} ? \text{ ppm}$$

Entonces se obtendrá lo siguiente:

$$\omega_{C_2H_8} = \frac{(10,000 \text{ ppm})(0.015)}{0.01} = 15,600 \text{ ppm}$$

Ejercicio Una mezcla de O₂ y CO₂ a 294°K y 1.519x10⁻⁵ Pa (designando al O₂ como componente A y al CO₂ como componente B).

Datos:

Especie A (O₂)	X _A =0.4	V _A =0.08 $\frac{m}{s}$	M _A =32 $\frac{kg}{kgmol}$
Especie B (CO₂)	X _B =0.6	V _B = -0.02 $\frac{m}{s}$	M _B =44 $\frac{kg}{kgmol}$

P=1.519x10⁻⁵ Pa
T= 294°K

Calcular:

a) Fracción molar de B

Primero hay que entender que la suma de las fracciones es igual a 1, esto fue explicado previamente en la parte teórica

$$X_A + x_B = 1$$

Entonces despejando a X_A...

$$X_B = 1 - X_A$$

$$X_B = 1 - 0.4 = 0.6$$

b) Peso molecular de la mezcla

Para resolver este inciso es necesario considerar la siguiente ecuación...

$$X_A M_A + X_B M_B = M$$

Sustituyendo en la ecuación se obtendrá el valor del peso molecular medio de la mezcla

$$M = 0.4 \left(32 \frac{kg}{kgmol} \right) + 0.6 \left(44 \frac{kg}{kgmol} \right) = \mathbf{39.2 \frac{kg}{kgmol}}$$

c) Las concentraciones de masa total y de cada componente en: $\left(\frac{kgmol}{m^3} \right)$

Para dar solución a esta parte se debe considerar la ecuación de gases ideales:

$$PV = nRT$$

De la cual se deberá considerar la relación que existe en los números de moles:

$$n = \frac{m}{M}$$

Entonces se hará una sustitución de la ecuación de número de moles en la de gases ideales:

$$PV = \frac{m(RT)}{M}$$

Ahora despejando para dejar todo en términos de la concentración de masa...

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}$$

Sustituyendo finalmente los datos en la ecuación se obtendrá el resultado

$$\rho = \left(\frac{39.2 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right) \left(\frac{\text{kgmol} \cdot ^\circ\text{K}}{8.31447 \text{ Kpa} \cdot \text{m}^3} \right) \left(\frac{151.9 \text{ Kpa}}{294^\circ\text{K}} \right) = 2.4359 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Cambiando $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$...

$$\rho = 2.4359 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{kgmol}}{39.2 \text{ kg}} \right) = 0.062 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$$

Para obtener la concentración de masa por componente

Para ρ_A se tiene...

$$\rho_A = C_A M_A$$

Multiplicando el peso molecular por la fracción:

$$(32)(0.4) = \left(\frac{12.8 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right)$$

Sustituyendo datos:

$$\rho_A = \left(\frac{12.8 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right) \left(\frac{\text{kgmol} \cdot ^\circ\text{K}}{8.31447 \text{ Kpa} \cdot \text{m}^3} \right) \left(\frac{151.9 \text{ Kpa}}{294^\circ\text{K}} \right) = 0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Cambiando $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$

$$\rho_A = 0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{kgmol}}{39.2 \text{ kg}} \right) = 0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$$

Para ρ_B se tiene...

$$\rho_B = C_B M_B$$

Multiplicando el peso molecular por la fracción:

$$(32)(0.4) = \left(\frac{12.8 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right)$$

Sustituyendo datos:

$$\rho_B = \left(\frac{26.4 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right) \left(\frac{\text{kgmol} \cdot ^\circ\text{K}}{8.31447 \text{ Kpa} \cdot \text{m}^3} \right) \left(\frac{151.9 \text{ Kpa}}{294^\circ\text{K}} \right) = 1.6405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Cambiando $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$

$$\rho_B = 1.6405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{kgmol}}{39.2 \text{ kg}} \right) = 0.0418 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$$

d) Fracción de peso de A y B

$$w_A = \frac{\rho_A}{\rho} = 0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{0.062 \text{kgmol}} \right) = \mathbf{0.3225}$$

$$w_B = \frac{\rho_B}{\rho} = 0.0412 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{0.062 \text{kgmol}} \right) = \mathbf{0.3225}$$

e) Velocidad de difusión de A y B con respecto a la velocidad media de masa $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$$v = w_A v_A + w_B v_B$$

Sustituyendo los datos que refiere el problema se puede encontrar sin problema la velocidad media

$$v = (0.3225) \left(0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) + (0.6741) \left(-0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.0123 \frac{m}{s}}$$

De las ecuaciones provenientes de la literatura se podrán obtener fácilmente las velocidades de difusión:

$$v_A - v = 0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0123 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.067 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B - v = -0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0123 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{-0.0323 \frac{m}{s}}$$

f) Velocidad de difusión de A y B con respecto a la velocidad media molar $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$$v^* = X_A v_A + X_B v_B$$

$$v^* = (0.4) \left(0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) + (0.6) \left(-0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.02 \frac{m}{s}}$$

$$v_A^* - v = 0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{0.06 \frac{m}{s}}$$

$$v_B^* - v = -0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{-0.04 \frac{m}{s}}$$

g) Densidad de flujo en función de la densidad de flujo de masa de cada especie con respecto a velocidad media de masa y velocidad media molar. $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$

De igual forma se podrán sacar los valores haciendo sustituciones de las fórmulas reportadas previamente en la parte teórica de la unidad.

$$j_A = \rho_A (v_A^* - v) = 0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.06 \text{ m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.0477 \frac{kg}{m^2 \cdot s}}$$

$$j_B = \rho_B (v_B^* - v) = 1.6405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.04 \text{ m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{-0.065 \frac{kg}{m^2 \cdot s}}$$

Para determinar la densidad de flujo en función de las velocidades medias molares de cada especie se deberá hacer igualmente una simple sustitución, pues los valores ya se habían calculado previamente:

$$J_A = C_A (v_A^* - v) = 0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.06 \text{ m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{1.2 \times 10^{-3} \frac{kgmol}{m^2 \cdot s}}$$

$$J_B = C_B(v_B^* - v) = 0.04 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.04 \text{ m}}{\text{s}} \right) = -1.6 \times 10^{-3} \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

h) Densidad de flujo de masa y molar de cada especie con respecto a ejes estacionarios.

Se tienen las ecuaciones de las tablas 1.1, 1.2, y 1.3 que facilitan el cálculo, después los datos calculados previamente se volverán a utilizar para obtener los valores requeridos:

$$n_A = \rho_A v_A = 0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.08 \text{ m}}{\text{s}} \right) = 0.063 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$n_B = \rho_B v_B = 1.6405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.02 \text{ m}}{\text{s}} \right) = -0.0328 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$N_A = C_A v_A = 0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.08 \text{ m}}{\text{s}} \right) = 1.6 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$N_B = C_B v_B = 0.04 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.02 \text{ m}}{\text{s}} \right) = -8 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Ejercicio Se analiza un gas natural resultando:

SUSTANCIA	ANÁLISIS VOLUMÉTRICO
CO ₂	4%
CH ₄	77%
C ₂ H ₆	5%
N ₂	14%

Determine las siguientes propiedades de la mezcla:

a) Fracción molar de C₂H₆

$$X_{\text{C}_2\text{H}_6} = \frac{5\%}{100\%} = 0.05$$

b) Fracción en peso del N₂

$$\text{CO}_2 = (0.04)(1 \text{ mol}) = 0.04 \text{ mol} \left(\frac{0.044 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = 0.00176 \text{ kg}$$

$$\text{CH}_4 = (0.77)(1 \text{ mol}) = 0.77 \text{ mol} \left(\frac{0.016 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = 0.01232 \text{ kg}$$

$$\text{C}_2\text{H}_6 = (0.05)(1 \text{ mol}) = 0.05 \text{ mol} \left(\frac{0.030 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = 0.0015 \text{ kg}$$

$$\text{N}_2 = (0.14)(1 \text{ mol}) = 0.14 \text{ mol} \left(\frac{0.028 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = 0.00392 \text{ kg}$$

$$m_T = 0.0156 \text{ kg}$$

$$w_{\text{N}_2} = \frac{0.00392 \text{ kg}}{0.0156 \text{ kg}} = 0.251$$

c) Peso molecular medio de la mezcla

$$V = \frac{nRT}{P} = \left(\frac{1 \text{ mol}}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} \right) \left(\frac{8.31447 \text{ KPa m}^3}{\text{kmol } ^\circ\text{K}} \right) (273^\circ\text{K}) \left(\frac{1000 \text{ Pa}}{1 \text{ KPa}} \right) \left(\frac{1 \text{ kmol}}{1000 \text{ mol}} \right) = \mathbf{0.0224 \text{ m}^3}$$

$$c = \frac{n}{v}$$

$$c_{\text{CH}_4} = \frac{n}{v} = \frac{0.77 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = \mathbf{34.375 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}}$$

$$c_{\text{CO}_2} = \frac{n}{v} = \frac{0.04 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = \mathbf{1.7857 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}}$$

$$c_{\text{N}_2} = \frac{n}{v} = \frac{0.14 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = \mathbf{6.25 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}}$$

$$c_{\text{C}_2\text{H}_6} = \frac{n}{v} = \frac{0.05 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = \mathbf{2.2321 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}}$$

$$c_T = \mathbf{44.6428 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}}$$

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{0.0156 \text{ kg}}{0.0224 \text{ m}^3} = \mathbf{0.6964 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

Peso medio de la mezcla

$$M = \frac{\rho}{c_T} = 0.6964 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{44.6428 \text{ mol}} \right) = \mathbf{0.0155 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}$$

d) Presión parcial de cada uno de los componentes si la presión es 1500 mmHg

$$\text{CH}_4 = (0.77) (1500 \text{ mmHg}) = \mathbf{1155 \text{ mmHg}}$$

$$\text{CO}_2 = (0.04) (1500 \text{ mmHg}) = \mathbf{60 \text{ mmHg}}$$

$$\text{C}_2\text{H}_6 = (0.05) (1500 \text{ mmHg}) = \mathbf{75 \text{ mmHg}}$$

$$\text{N}_2 = (0.14) (1500 \text{ mmHg}) = \mathbf{210 \text{ mm}}$$

Ejercicio Analice la transferencia unidimensional de masa de una mezcla de CO₂ y N₂ a 294°K y una presión de 1.51910⁵Pa designe al CO₂ como gas A y a N₂ como gas B. A partir de las siguientes condiciones:

$$A = \text{CO}_2, B = \text{N}_2$$

$$P = 1.519 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$X_B = 0.55$$

$$V_A = 0.07 \text{ m/s}, V_B = -0.0193 \text{ m/s}$$

$$T = 294 \text{ °K}$$

$$M_A = 44 \text{ Kg/Kgmol}, M_B = 28 \text{ Kg/Kgmol}.$$

Calcular:

a) Fracción molar de A

$$X_A + X_B = 1$$

$$X_A = 1 - X_B$$

$$X_A = 1 - 0.55$$

$$\mathbf{X_B=0.45}$$

b) Peso molecular de la mezcla $\left(\frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}\right)$

$$X_A M_A + X_B M_B = M$$

$$0.45 \left(44 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}\right) + 0.55 \left(28 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}\right) = \mathbf{35.2 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}}$$

c) Las concentraciones de masa total y de cada componente $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$

$$c = \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = \left(\frac{\text{kgmol} \cdot \text{°K}}{8.31447 \text{ Kpa} \cdot \text{m}^3}\right) \left(\frac{151.9 \text{ Kpa}}{294 \text{ °K}}\right) = \mathbf{0.062 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}}$$

$$\rho_A = C_A M_A$$

$$C_A = X_A \cdot c$$

$$C_A = 0.45 \left(0.062 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}\right) = \mathbf{0.0279 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}}$$

$$C_B = 0.55 \left(0.062 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}\right) = \mathbf{0.0341 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}}$$

$$\text{Calculando } \rho_A = C_A M_A$$

$$\rho_A = 0.0279 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{44 \text{ kg}}{\text{kgmol}}\right) = \mathbf{1.2276 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$\rho_B = 0.0341 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{28 \text{ kg}}{\text{kgmol}}\right) = \mathbf{0.9542 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$\rho = \rho_A + \rho_B$$

$$\rho = 1.2276 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 0.9542 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \mathbf{2.1824 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

d) Densidad molar de la solución y la concentración molar de cada componente en $\frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$

$$c = c_A + c_B$$

$$c = 0.0279 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} + 0.0341 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} = 0.062 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$c_A = 0.0279 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$c_B = 0.0341 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

e) La fracción masa de cada componente

$$w_A = \frac{\rho_A}{\rho} = 1.276 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{2.1824 \text{kg}} \right) = \mathbf{0.5625}$$

$$w_B = \frac{\rho_B}{\rho} = 0.9548 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{2.1824 \text{kg}} \right) = \mathbf{0.4375}$$

f) Velocidad y difusión de cada componente relativa a la velocidad media de masa $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$$v = w_A v_A + w_B v_B$$

$$v = (0.5625) \left(0.075 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) + (0.4375) \left(-0.0193 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.033 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v_A - v = 0.075 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.033 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{0.042 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v_B - v = -0.0193 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.033 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{-0.0523 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

g) La velocidad de difusión de A y B con respecto a la velocidad media molar $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$$v^* = X_A v_A + X_B v_B$$

$$v^* = (0.45) \left(0.075 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) + (0.55) \left(-0.0193 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.0231 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v_A^* - v = 0.075 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0231 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{0.0519 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v_B^* - v = -0.0193 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0231 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{-0.0424 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

h) Densidad de flujo molar de cada especie con respecto a ejes estacionarios $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right)$

$$N_A = c_A v_A = 0.0279 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \left(0.075 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{2.09 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}$$

$$N_B = c_B v_B = 0.0341 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \left(-0.0193 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{-6.58 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}$$

- i) Densidad de flujo de masa y molar de cada especie con respecto a ejes estacionarios. $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right)$

$$n_A = \rho_A v_A = 1.2276 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.075 \text{ m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.09207 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}$$

$$n_B = \rho_B v_B = 0.9548 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.0193 \text{ m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{-0.01842 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}$$

- j) Densidad de flujo de masa con respecto a velocidad media en $\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}\right)$

$$j_A = \rho_A (v_A^* - v) = 1.2276 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.0519 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{\text{m}^2}{100^2 \text{ cm}^2} \right) \left(\frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \right) = \mathbf{6.37 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}}$$

$$\begin{aligned} j_B &= \rho_B (v_B^* - v) = 0.9548 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(-\frac{0.0424 \text{ m}}{\text{s}} \right) \left(\frac{\text{m}^2}{100^2 \text{ cm}^2} \right) \left(\frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \right) \\ &= \mathbf{-4.048 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}} \end{aligned}$$

- k) Densidad de flujo en función de las densidades del flujo de cada especie con respecto a ejes estacionarios. $\left(\frac{\text{g}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right)$

$$n_A = N_A v_A = 2.09 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \left(\frac{44 \text{ g}}{\text{mol}} \right) = \mathbf{0.09196 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}$$

$$n_B = N_B v_B = -6.58 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \left(\frac{28 \text{ g}}{\text{mol}} \right) = \mathbf{-0.0184 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}$$

- l) Densidad de flujo en función de la densidad de flujo de cada especie con respecto a la densidad media de masa.

$$\begin{aligned} j_A &= n_A - w_A (n_A - n_B) = \left(\frac{0.09207 \text{ kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right) - 0.4375 \left(\frac{0.09207 - 0.0184 \text{ kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right) \\ &= \mathbf{0.059 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j_B &= n_B - w_B (n_B - n_A) = \left(\frac{-0.0184 \text{ kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right) - 0.4375 \left(\frac{0.09207 - 0.0184 \text{ kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right) \\ &= \mathbf{-0.050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}} \end{aligned}$$

Problemas propuestos:

PROBLEMA 1.- Para una mezcla de N_2 Y O_2 a 408 K y 3.038×10^{-5} pascales designando N_2 como componente A y el O_2 como componente B calcular:

- A) Fracción molar de B
- B) Peso molecular de la mezcla
- C) Concentraciones de masa y cada componente
- D) Fracciones en masa de A y B
- E) Velocidad de difusión de A y B con respecto a la velocidad media de masa.

Condiciones: $X_B = 0.4$ $V_A = 0.08 \text{ m/seg}$ $V_B = -0.02 \text{ m/seg}$

Datos: $N_2 = A$, $O_2 = B$, $P = 3.038 \times 10^{-6}$ pascales, $T = 408 \text{ K}$

PROBLEMA 2.- Fluye agua dentro de un tanque bien agitado a 150 lb/h, se agrega cloruro de sodio a 30 lb/hr. La solución resultante deja el tanque a 120 lb/h; debido a la agitación la concentración de la solución de salida es igual a la del tanque. Hay 100 lb. de agua pura en el tanque al comenzar la operación, y los caudales de entrada y salida se mantienen constantes posteriormente. Calcule la concentración de salida (fracción másica de sal) después de una hora.

PROBLEMA 3.- Calcule la concentración molar de N_2 en un tanque de 16 m³ que se encuentra a 2 atm y 300 K y contiene una mezcla 50% de N_2 y 50% O_2 . Suponga que se puede aplicar la Ley de los gases ideales. De la respuesta en lb. mol /pie³.

PROBLEMA 4.- El ácido residual de un proceso de nitración contiene 15% HNO_3 , 45% de H_2SO_4 , y 40% de H_2O en peso. Este ácido debe ser concentrado hasta 25% HNO_3 , 50% H_2SO_4 , y 25% H_2O . Para ello se dispone de soluciones concentradas de ácido en agua, una de 95% de H_2SO_4 y otra de 85% de HNO_3 . Si 1500 kg de producto final se requieren, encuentre la masa de cada solución concentrada que debe agregarse.

PROBLEMA 5.- Considere un recipiente de forma cilíndrica de dos pies de diámetro y dos de longitud, dispuesto horizontalmente el cual se encuentra abierto a la atmósfera a través de una ranura de 3 in. de ancho por toda su longitud sobre su parte superior. Si este recipiente está lleno hasta la mitad con tolueno líquido, ¿cuál será la pérdida instantánea de tolueno a los alrededores por evaporación? La temperatura es 18.4 °C, la presión es la atmosférica normal. Bajo estas condiciones la presión de vapor del tolueno es 20 mm Hg y su densidad como líquido es 54.1 lb/pie³.

4.2 Ley de Fick y sus equivalencias.

La Ley de Fick describe la difusión de una sustancia a través de un medio, ya sea líquido, gas o sólido. Establece la relación entre la velocidad de difusión de una sustancia y el gradiente de concentración a lo largo de la dirección en la que ocurre la difusión.

La ley de Fick puede expresarse matemáticamente de la siguiente manera:

Donde:

J: flujo de masa, es decir, la cantidad de sustancia que atraviesa una unidad de área en un tiempo dado.

D: coeficiente de difusión, que depende de la naturaleza de la sustancia y del medio a través del cual se difunde.

$$J = -D \frac{dC}{dt}$$

$\frac{dC}{dt}$: gradiente de concentración, que representa la variación de la concentración de la sustancia con respecto a la distancia.

El signo negativo en la ley de Fick indica que la dirección del flujo de masa es opuesta al gradiente de concentración. Es decir, la sustancia se mueve desde regiones de mayor concentración hacia regiones de menor concentración.

Por otro lado; las ecuaciones de velocidad de transferencia de masa son expresiones matemáticas que describen la tasa de transferencia de masa en sistemas donde no se puede aplicar directamente la ley de Fick, como en casos de convección o reacciones químicas. Estas ecuaciones son fundamentales para comprender y modelar la transferencia de masa en sistemas de mayor complejidad. En sistemas donde la transferencia de masa ocurre principalmente por convección, las ecuaciones de velocidad de transferencia de masa incorporan términos adicionales que tienen en cuenta la velocidad del fluido, el área de transferencia y el coeficiente de transferencia de masa. Estos términos adicionales reflejan cómo la velocidad del fluido y otras características del sistema afectan la transferencia de masa.

Por otro lado, en sistemas donde se producen reacciones químicas que involucran transferencia de masa, las ecuaciones de velocidad de transferencia de masa pueden ser aún más complejas y pueden incluir términos que describen la cinética de la reacción química. Estos términos adicionales reflejan cómo la velocidad de reacción afecta la transferencia de masa en el sistema.

En resumen, las ecuaciones de velocidad de transferencia de masa son herramientas poderosas que nos permiten modelar y entender la transferencia de masa en sistemas de mayor complejidad donde la ley de Fick no se puede aplicar directamente. Estas ecuaciones nos permiten predecir y controlar la transferencia de masa en una variedad de aplicaciones industriales y científicas.

EJERCICIO: Una tubería contiene una mezcla de He y N₂ gaseoso a 298 K y 1 atm. de presión total constante en toda la extensión del tubo. En uno de los extremos de éste punto 1, la presión parcial P_{A1} del He es 0.60 atm. En otro extremo, a 20cm. (0.2 m.), $P_{A2}=0.2$ atm. Calcular en unidades SI y CGS el flujo específico de He en estado estacionario cuando el valor de D_{AB} de la mezcla He – N₂ es $0.687 \frac{cm^2}{seg}$.

Solución:

Puesto que la presión total P es constante, entonces c también lo es, y es como sigue para un gas que cumpla la Ley de los gases ideales

$$PV = nRT \dots \dots \dots y \dots \dots \dots \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = c$$

Donde:

$$n = kgmol A + B$$

$$c = \frac{kgmol A + B}{m^3}$$

$$V = m^3 \quad T = K$$

$$R = 8314.3 \frac{m^3 Pa}{kgmol \text{ } ^\circ K} \dots \dots \dots o \dots \dots \dots R = 82057 \times 10^{-3} \frac{m^3 atm}{kgmol \text{ } ^\circ K}$$

En estado estacionario, el flujo J_{AZ} de la ecuación $J_{AZ} = -D_{AB} \left(\frac{dc_A}{dz} \right)$ es constante.

Además, el valor de D_{AB} de un gas también es constante. Reordenando e integrando la ecuación anterior:

$$J_{AZ} \int_{z1}^{z2} dz = -D_{AB} \int_{cA1}^{cA2} dc_A$$

Reordenando, se obtiene:

$$J_{AZ} = \frac{D_{AB}(c_{A1} - c_{A2})}{z_2 - z_1}$$

Con base en la Ley de los gases ideales

$$P_A V = n_A R u T \quad y \quad c_{A1} = \frac{P_{A1}}{R u T} = \frac{n_A}{V}$$

Sustituyendo de nuevo nuestras ecuaciones y se obtiene como resultado una última expresión:

$$J_{AZ} = \frac{D_{AB}(P_{A1} - P_{A2})}{R u T (z_1 - z_2)}$$

Esta es la ecuación final que debe aplicarse y es una fórmula definida para un gas.

Las presiones parciales son:

$$P_{A1} = 0.6 atm = (0.6) \times 1.01325 \times 10^5 = 6.8 \times 10^4 Pa$$

$$P_{A2} = 0.2 atm = (0.2) \times 1.01325 \times 10^5 = 2.027 \times 10^4 Pa$$

Sustituyendo: Sistema internacional

$$J_{AZ} = \frac{(0.687 \times 10^{-4})(6.08 \times 10^4 - 2.027 \times 10^4)}{(8314)(298)(0.20 - 0)}$$

$$J_{AZ} = 5.63 \times 10^{-6} \frac{\text{kgmol A}}{\text{seg m}^2}$$

Ejercicios propuestos:

PROBLEMA 1.- Una tubería contiene una mezcla de CO₂ y O₂ gaseoso a 300 K y 1 atm de presión total constante en toda la extensión del tubo. En un extremo de la tubería (Punto 1), la presión parcial de CO₂ es 0.4 atm, mientras que, en el otro extremo, a una distancia de 15 cm (0.15 m), la presión parcial de CO₂ es 0.2 atm. Calcular el flujo específico de CO₂ en estado estacionario si el coeficiente de difusión de la mezcla CO₂-O₂ es de 0.5 cm²/s.

PROBLEMA 3.- Una mezcla de vapor de agua (H₂O) y nitrógeno (N₂) fluye a través de una tubería a 25°C y 1 atm de presión total. En un extremo de la tubería (Punto 1), la presión parcial del vapor de agua es 0.8 atm. En el otro extremo, a una distancia de 0.1 metros, la presión parcial del vapor de agua es 0.2 atm. Calcular el flujo específico del vapor de agua si el coeficiente de difusión de la mezcla H₂O-N₂ es de 0.6 cm²/s.

PROBLEMA 3.- En un sistema de tuberías, una mezcla de hidrógeno (H₂) y dióxido de carbono (CO₂) fluye a 298 K y 1 atm de presión total constante. En un extremo del sistema (Punto 1), la presión parcial de H₂ es 0.6 atm. En el otro extremo, a una distancia de 0.2 m, la presión parcial de H₂ es 0.3 atm. Calcular el flujo específico de H₂ si el coeficiente de difusión de la mezcla H₂-CO₂ es de 0.8 cm²/s.

PROBLEMA 4.- Una tubería contiene una mezcla de metano (CH₄) y oxígeno (O₂) gaseoso a 25°C y 1 atm de presión total constante. En un extremo de la tubería (Punto 1), la presión parcial de CH₄ es 0.5 atm. En el otro extremo, a una distancia de 0.25 m, la presión parcial de CH₄ es 0.3 atm. Calcula el flujo específico de CH₄ si el coeficiente de difusión de la mezcla CH₄-O₂ es de 0.7 cm²/s.

PROBLEMA 5.- Una mezcla de amoníaco (NH₃) y dióxido de carbono (CO₂) fluye a través de una tubería a 300 K y 1 atm de presión total constante. En un extremo de la tubería (Punto 1), la presión parcial de NH₃ es 0.3 atm. En el otro extremo, a una distancia de 0.3 m, la presión parcial de NH₃ es 0.15 atm. Calcula el flujo específico de NH₃ si el coeficiente de difusión de la mezcla NH₃-CO₂ es de 0.6 cm²/s.

4.3 Estimación de la difusividad.

Para la estimación de la difusividad, se desarrollará el siguiente experimento. Es importante que los equipos de trabajo mantengan en control o en constante medición variables como la temperatura, presión y grado de pureza de los compuestos a utilizar.

La difusividad (también llamado coeficiente de difusión) es la constante de proporcionalidad que aparece en la ley de Fick de la difusión, relacionando la densidad de flujo molar J_A con el gradiente de concentración ∇C_A

$$J_A = -D_{AB} \nabla C_A$$

La difusividad no es una propiedad de una sustancia, ya que no se puede hablar de transferencia de masa en sustancias puras. Es una propiedad de una mezcla, por lo que D_{AB} se refiere a la difusividad de la sustancia A en la sustancia B. Salvo el caso de gases a baja presión, generalmente se tiene que $D_{AB} \neq D_{BA}$. Los rangos típicos de valores para la difusividad varían ampliamente dependiendo del estado físico

Los coeficientes de difusividad molecular se utilizan para estimar el flux de masa de una especie química en un medio determinado, de acuerdo a la Ley de Fick de transferencia de masa. Estos coeficientes se pueden determinar para sistemas en fase gaseosa, líquida o sólida (de menor aplicación).

Modelos

matemáticos

Para el cálculo de la difusividad en mezclas, en sistemas líquidos y la variación de la difusividad, recurrimos a los siguientes modelos matemáticos

Modelo Slattery

Para gases a baja presión y baja densidad

$$\frac{PD_{AB}}{(P_{cA}P_{cB})^{\frac{1}{3}} (T_{cA}T_{cB})^{\frac{5}{12}} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right)^{\frac{1}{2}}} = a \left(\frac{T}{\sqrt{T_{cA} T_{cB}}}\right)^b$$

Como se desea obtener Difusividad, entonces se despeja del modelo anterior

$$D_{AB} = \frac{a \left(\frac{T}{\sqrt{T_{cA} T_{cB}}}\right)^b \left[(P_{cA}P_{cB})^{\frac{1}{3}} (T_{cA}T_{cB})^{\frac{5}{12}} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right)^{\frac{1}{2}} \right]}{P} \quad 5.7$$

Dónde:

$$a = 2.745 \times 10^{-4}$$

$$b = 1.823$$

Para mezclas Binarias
de Gases no polares

$$a = 3.640 \times 10^{-4}$$

$$b = 2.334$$

Para H_2O con un gas
no polar

Dónde:

A = Especie 1

T_c = Temperatura Crítica

B = Especie 2

P_c = Presión Crítica

T = Temperatura

P = Presión

M = Peso molecular

Chapman – Enskog

Para gases a baja densidad

$$cD_{AB} = 2.2646 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{T \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)}}{\sigma_{AB}^2 \Omega_{AB}}$$

$$D_{AB} = 0.0018583 \frac{\sqrt{T^3 \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)}}{P \sigma_{AB}^2 \Omega_{AB}} \quad 5.8$$

Para ambos modelos:

$$D_{AB} = \frac{cm^2}{s}$$

$$T = ^\circ K$$

$$c = \frac{gmol}{cm^3}$$

$$P = atm$$

Para Moléculas no Polares

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2}$$

$$\epsilon_{AB} = \sqrt{\epsilon_A \epsilon_B}$$

$$\frac{\epsilon_{AB}}{k} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{k} \frac{\epsilon_B}{k}}$$

Wilke – Chang

Para difusividad en sistemas líquidos

$$D_{AB} = 7.4 \times 10^{-8} \frac{(\psi_B M_B)^{\frac{1}{2}} T}{\mu v_A^{0.6}} \quad 5.9$$

Dónde:

A = Solute

B = Solvente

v_A = Volumen molar del soluto $\frac{cm^3}{gmol}$

ψ_B	Solvente
2.6	Agua
1.9	Metanol
1.5	Etanol
1.0	Benceno

μ = Viscosidad

T = °K

M_B = Peso molecular del Solvente

ψ_B = Parámetro de asociación de disolvente

Cálculo de difusividades en mezclas binarias

Ejercicio Estimar la difusividad para el sistema D_{AB} CO_2 - N_2O a 300°K y 1 atm de presión, utilizando los modelos Slattery y Chapman-Enskog

Tomamos los datos correspondientes de nuestras tablas de constantes críticas

Especie	M	Tc	Pc
A CO_2	44	304.2	72.9
B N_2O	44	309.7	71.7

Una vez obtenidos los valores, aplicamos nuestros modelos

Slattery

$$D_{AB} = \frac{a \left(\frac{T}{\sqrt{T_{c_A} T_{c_B}}} \right)^b \left[(P_{c_A} P_{c_B})^{\frac{1}{3}} (T_{c_A} T_{c_B})^{\frac{5}{12}} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{P}$$

Dónde:

$$a = 2.745 \times 10^{-4}$$

Para mezclas Binarias
de Gases no polares

Sustituyendo los datos en la expresión

$$D_{AB} = \frac{2.745 \times 10^{-4} \left(\frac{300^\circ K}{\sqrt{(304.2)(309.7)}} \right)^{1.823} \left[[(72.9)(71.7)]^{\frac{1}{3}} [(304.2)(309.7)]^{\frac{5}{12}} \left(\frac{1}{44} + \frac{1}{44} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{1}$$

Resolviendo la expresión

$$D_{AB} = 0.1151$$

Chapman-Enskog

$$D_{AB} = 0.0018583 \frac{\sqrt{T^3 \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)}}{P \sigma_{AB}^2 \Omega D_{AB}}$$

Tomamos datos de tablas de propiedades críticas

ESPECIE	M	σ	$\frac{E}{K}$
A = CO₂	44	3.996	190
B = N₂O	44	3.879	220

Obteniendo nuestras Variables tabla B-2

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} \quad \sigma_{AB} = \frac{(3.996) + (3.879)}{2} \quad \sigma_{AB} = 3.9375$$

$$\frac{\epsilon_{AB}}{k} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{k} \frac{\epsilon_B}{k}} \quad \frac{\epsilon_{AB}}{k} = \sqrt{(190)(220)} \quad \frac{\epsilon_{AB}}{k} = 204.45$$

$$\frac{KT_{AB}}{E} = \frac{T}{\frac{E_{AB}}{K}} \quad \frac{KT_{AB}}{E} = \frac{300}{204.45} \quad \frac{KT_{AB}}{E} = 1.467$$

Ahora necesitamos obtener ΩD_{AB} , así que debemos ir a nuestra tabla de predicción de propiedades de transporte de gases a bajas densidades y obtenemos los siguientes datos

$\frac{KT}{E_{AB}}$	ΩD_{AB}
1.45	1.215
1.467	
1.50	1.198

Como no conocemos un dato, entonces interpolamos a esas condiciones y obtenemos que

$$\Omega D_{AB} = 1.21$$

Ahora sustituimos datos en nuestra expresión

$$D_{AB} = 0.0018583 \frac{\sqrt{(300)^3 \left(\frac{1}{44} + \frac{1}{44} \right)}}{1(3.9375)^2 (1.21)}$$

Resolviendo la expresión, tenemos

$$D_{AB} = \mathbf{0.1097}$$

Cálculo de difusividades en sistemas líquidos

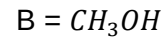
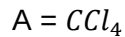
Ejercicio La difusividad líquida de CCl₄ medida por Sherwood fue $1.7 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}$ a 288°K. Determine el parámetro de asociación del metanol, utilizando estos valores experimentales

$$\text{Wilke - Chang} \quad D_{AB} = 7.4 \times 10^{-8} \frac{(\psi_B M_B)^{\frac{1}{2}} T}{\mu v_A^{0.6}}$$

$$D_{AB} = 1.7 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s} \quad \mu_{CH_3OH} = 0.62 \text{ cp}$$

$$T = 288^\circ K$$

$$v = 101.2 \frac{cm^3}{gmol}$$



Como nosotros necesitamos el parámetro de asociación, entonces lo despejamos de nuestra expresión, para así poder calcularlo

$$\psi_B = \frac{\left(\frac{D_{AB} \mu v_A^{0.6}}{7.4 \times 10^{-8} T} \right)^2}{M_B}$$

Sustituyendo datos

$$\psi_B = \frac{\left(\frac{(1.7 \times 10^{-9})(0.62)(101.2)^{0.6}}{7.4 \times 10^{-9}(288)} \right)^2}{32}$$

Ahora, resolviendo la expresión

$$\psi_B = 1.947 \times 10^{-6}$$

Ejercicio: Una esfera de yodo, 1 cm de diámetro, se encuentra en aire estático a 40°C y a 747 mmHg de presión. A esta temperatura la presión de vapor de yodo es de 1.03 mmHg. Se desea determinar la difusividad del sistema de yodo-aire midiendo el índice de sublimación. Estimar la difusividad para el sistema de Yodo-Aire a la temperatura y presión dadas anteriormente.

Solución:

Datos:

$$T = 40^\circ C = 313.15 K$$

$$P = 747 \text{ mmHg} = 0.9828 \text{ atm}$$

	T _c (K)	M	σ (Å)	ε/K
A-AIRE	132	28.7	3.617	97.0
B-YODO	800	253.82	4.982	500

$$D_{AB} = 0.0018583 * \frac{\sqrt{T^3 * \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)}}{P * \sigma_{AB}^2 * \Omega_{AB}}$$

Donde:

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2}$$

$$\frac{\epsilon_{AB}}{K} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{K} * \frac{\epsilon_B}{K}} \text{ Por lo tanto:}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{3.617 + 4.982}{2} = 4.2995$$

$$\frac{\epsilon_{AB}}{K} = \sqrt{97.550} = 230.9761 \text{ Por lo tanto:}$$

$$\frac{K * T}{\epsilon_{AB}} = \frac{313.15}{230.9761} = 1.3557$$

Se interpola con los siguientes valores

$\frac{K * T}{\epsilon_{AB}}$	Ω_{AB}
135	1253
140	1233

$$\Omega_{AB} = \frac{1.233 - 1.253}{1.40 - 1.35} * (1.3557 - 1.35) + 1.253 = 1.25072$$

$$D_{AB} = 0.0018583 * \frac{\sqrt{(313.15)^3 * \left(\frac{1}{28.7} + \frac{1}{253.82}\right)}}{(0.9828) * (4.2995)^2 * (1.25072)} = 0.08925 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Ejercicio: Un tubo contiene CH₄ y He gaseoso a 101.32 KPa de presión y 298 K. En un punto, la presión parcial del metano es P_A=60.79 KPa y en otro 0.002 m de distancia P_{A2}=20.26 KPa. Si la presión total es constante en todo el tubo. Calcule el flujo específico de CH₄ (metano) en estado estacionario para contra difusión equimolar.

	T _c (K)	P _c (atm)	M	σ (Å)	ε/K
A-CH ₄	190.7	45.8	16.04	3.822	137
B-He	5.26	2.26	4.003	2.576	10.2

$$\frac{P * D_{AB}}{(P_{CA} * P_{CB})^{1/3} * (T_{CA} * T_{CB})^{3/12} * \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right)^{1/2}} = 2.745 \times 10^{-4} \left(\frac{T}{\sqrt{T_{CA} * T_{CB}}}\right)^{1.823}$$

$$D_{AB} = \frac{2.745 \times 10^{-4} \left(\frac{T}{\sqrt{T_{CA} * T_{CB}}}\right)^{1.823} * (P_{CA} * P_{CB})^{1/3} * (T_{CA} * T_{CB})^{3/12} * \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right)^{1/2}}{P}$$

$$D_{AB} = 2.745 \times 10^{-4} \left(\frac{298}{\sqrt{190.7 * 5.26}}\right)^{1.823} * (45.8 * 2.26)^{1/3} * (190.7 * 5.26)^{3/12} * \left(\frac{1}{16.04} + \frac{1}{4.003}\right)^{1/2}$$

$$D_{AB} = 0.76334 \text{ cm}^2/\text{s} * \left(\frac{1 \text{ m}^2}{10000 \text{ cm}^2}\right) = 7.6334 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$N_A = \frac{D_{AB} * P}{R * T(Z_2 - Z_1)} * \ln\left(\frac{P - P_{A2}}{P - P_{A1}}\right)$$

$$N_A = \frac{(7.6334 \times 10^{-5})(101325)}{(8314.3)(298)(0.02)} * \ln\left(\frac{101325 - 20260}{101325 - 60790}\right) = 1.0818 \times 10^{-4} \text{ Kg} * \text{mol}/\text{m}^2 * \text{s}$$

$$J_A = N_A - \frac{C_A}{C} (N_A - N_B)$$

$$J_A = N_A - x_A * N_A$$

$$J_A = (1.0818 \times 10^{-4}) - (0.5)(1.0818 \times 10^{-4}) = 5.409 \times 10^{-5} \text{ Kg} * \text{mol}/\text{m}^2 * \text{s}$$

EJERCICIO: Estimar D_{AB} para el sistema argón-oxígeno a 293.2 K y 1 atm de presión total.

Utilizar:

	T_c (K)	P_c (ATM)	M	σ (Å)	ϵ/K
A-ARGÓN	151	48	39.94	3.418	124
B-OXÍGENO	154.4	49.7	32	2.433	113

a) La ecuación de Slattery

$$\frac{P * D_{AB}}{(P_{CA} * P_{CB})^{1/3} * (T_{CA} * T_{CB})^{3/12} * \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right)^{1/2}} = 2.745 \times 10^{-4} \left(\frac{T}{\sqrt{T_{CA} * T_{CB}}}\right)^{1.823}$$

$$D_{AB} = \frac{2.745 \times 10^{-4} \left(\frac{T}{\sqrt{T_{CA} * T_{CB}}}\right)^{1.823} * (P_{CA} * P_{CB})^{1/3} * (T_{CA} * T_{CB})^{3/12} * \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right)^{1/2}}{P}$$

$$D_{AB} = 2.745 \times 10^{-4} \left(\frac{293.2}{\sqrt{151 * 156.4}}\right)^{1.823} * (48 * 49.7)^{1/3} * (151 * 154.4)^{3/12} * \left(\frac{1}{39.94} + \frac{1}{32}\right)^{1/2}$$

$$D_{AB} = 0.1888 \text{ cm}^2/\text{s}$$

b) La ecuación Chapman Enskog

$$D_{AB} = 0.0018583 * \frac{\sqrt{T^3 * \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right)}}{P * \sigma_{AB}^2 * \Omega_{AB}}$$

Donde:

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2}$$

$$\frac{\epsilon_{AB}}{K} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{K} * \frac{\epsilon_B}{K}} \text{ Por lo tanto:}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{3.418 + 3.433}{2} = 3.4255$$

$$\frac{\epsilon_{AB}}{K} = \sqrt{124 * 114} = 118.3722 \text{ Por lo tanto:}$$

$$\frac{K * T}{\epsilon_{AB}} = \frac{293.2}{118.3722} = 2.4769$$

Se interpreta con los valores siguientes:

$\frac{K * T}{\epsilon_{AB}}$	Ω_{AB}
135	1253
140	1233

$$\Omega_{AB} = \frac{0.9996 - 1.0212}{2.50 - 2.40} * (2.4769 - 2.40) + 0.9996 = 1.002464$$

$$D_{AB} = 1.74 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

EJERCICIO: Según se informa en Int. Crit Tables, 5.63, la difusividad del bromoformol en solución diluida en acetona a 25°C, es 2.90 (10⁻⁵) cm²/s. Calcule la difusividad del tícido benzoico en solución diluida a 25°C. Valor informado (Chang y W., J. P. Cham, 59,592(1955) = 2.62 cm²/s.)

Solución:

$$D_{AB} = \frac{(117.3 \times 10^{-18}) * (\Psi * M_B)^{0.5} * T}{\mu * v^{0.5}}$$

Haciendo:

$$K = \frac{(117.3 \times 10^{-18}) * (\Psi * M_B)^{0.5} * T}{\mu}$$

Ya se aproxima al disolvente por ser solución diluida

$$D_{AB} = \frac{K}{V_A^{0.5}} \text{ --- (1)} ; D_{CB} = \frac{K}{V_C^{0.5}} \text{ --- (2)}$$

Igualando expresiones:

$$D_{CB} = D_{AB} * \left(\frac{V_A}{V_C} \right)^{0.6}$$

$$D_{CB} = 2.90 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} * \left(\frac{0.0989}{0.125} \right)^{0.6}$$

$$D_{CB} = 2.5 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

EJERCICIO: Se informa que la difusividad del dióxido de carbono en helio es 5.31 (10⁻⁵) m²/s a 1 atm. Std. 3.2°C. Calcule la difusividad a 1 atm, 225°C Valor informado=14.14 (10⁻⁵) m²/s.

Solución:

$$D_{AB1} = 5.31 (10^{-5}) \text{ m}^2/\text{s}$$

$$T_1 = 3.2^\circ\text{C} + 273 = 276.2 \text{ K}$$

$$P_{t1} = 1 \text{ atm}$$

$$D_{AB1} = \frac{10^{-4} (1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}) T_1^{3/2} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P_{t1} (T_{AB})^2 f \left(\frac{KT_1}{\varepsilon_{AB}} \right) 1}$$

Para el CO₂

$$\left(\frac{\varepsilon}{K} \right) CO_2 = 195.2 \text{ K}$$

Para el H₂

$$\left(\frac{\varepsilon}{K} \right) H_2 = 59.7 \text{ K}$$

$$\frac{\varepsilon_{AB}}{K} = \sqrt{(195.2)(59.7)} = 107.9511 \text{ K}$$

$$\frac{K * T_2}{\epsilon_{AB}} = \frac{276.2 K}{107.9511 K} = 2.3254$$

$$f\left(\frac{K * T_1}{\epsilon_{AB}}\right) = f(2.559) = 0.482$$

Para:

$$P_1 = 1 \text{ atm}$$

$$T_2 = 225^\circ\text{C} + 273 = 498 K$$

$$\frac{K * T_2}{\epsilon_{AB}} = \frac{498 K}{107.9511 K} = 4.613$$

$$f\left(\frac{K * T_2}{\epsilon_{AB}}\right) = f(4.613) = 0.438$$

$$D_{AB2} = \frac{10^{-4} (1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}) T_1^{3/2} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P_{t2} (T_{AB})^2 f\left(\frac{KT_1}{\epsilon_{AB}}\right) 2}$$

Dividiendo (1) entre (2)

$$\frac{D_{AB1}}{D_{AB2}} = \frac{\frac{T_1^{3/2}}{f\left(\frac{KT_1}{\epsilon_{AB}}\right)}}{\frac{T_2^{3/2}}{f\left(\frac{KT_2}{\epsilon_{AB}}\right)}} = \frac{T_1^{3/2} f\left(\frac{KT_2}{\epsilon_{AB}}\right)}{T_2^{3/2} f\left(\frac{KT_1}{\epsilon_{AB}}\right)}$$

$$D_{AB2} = \frac{(D_{AB1}) T_2^{3/2} f\left(\frac{KT_1}{\epsilon_{AB}}\right)}{T_1^{3/2} f\left(\frac{KT_2}{\epsilon_{AB}}\right)} = \frac{5.31(10^{-5}) m^2/s * 0.482}{0.438} \left(\frac{498 K}{276.2 K}\right)^{3/2}$$

$$D_{AB2} = 1.4147 \times 10^{-4} m^2/s$$

Problemas Propuestos

PROBLEMA 1.- Calcule la difusividad de la mezcla gaseosa Anilina-Aire a 1 atm y 0 °C.

PROBLEMA 2.- Calcule la difusividad de la mezcla gaseosa Acetona-Aire a 1 atm y 0 °C.

PROBLEMA 3.- Calcule la difusividad de la mezcla gaseosa Nitrógeno-dióxido de carbono a 1 atm y 25 °C.

PROBLEMA 4.- Calcule la difusividad de la mezcla gaseosa Cloruro de hidrógeno-aire a 200kN/m² y 25 °C.

PROBLEMA 5.- Calcule la difusividad de la mezcla gaseosa Tolueno-aire a 1 atm y 30 °C.

5. Transferencia convectiva de masa

Esta unidad se centrará en el estudio de la transferencia convectiva de masa, principalmente en los coeficientes de transferencia convectiva de masa para contradifusión equimolar. Este proceso implica la transferencia de un componente (A) a través de otro componente (B) en reposo y no difusivo, y se explorará cómo varía para diversas geometrías. Además, examinará las correlaciones asociadas con estos coeficientes para comprender mejor su comportamiento en diferentes condiciones y configuraciones.

También se indagará en la transferencia de masa para diversos escenarios, incluido el flujo por tuberías, el flujo turbulento dentro de tuberías, el flujo en torres de pared húmeda, el flujo paralelo a placas planas, el flujo que pasa por esferas individuales y el flujo alrededor de cilindros sencillos. Cada uno de estos casos presenta desafíos y características únicas que afectan la transferencia de masa, y se analizará cómo se pueden modelar y entender mejor mediante correlaciones específicas.

A lo largo de este capítulo, se estudiarán las bases teóricas de la transferencia de masa convectiva y cómo se aplican en diferentes situaciones prácticas. También se sondearán casos específicos y se proporcionarán ejemplos concretos para ilustrar los conceptos discutidos. Al comprender los principios detrás de la transferencia de masa convectiva y cómo se relacionan con las diversas configuraciones y condiciones, los lectores estarán mejor equipados para abordar los desafíos en una amplia variedad de aplicaciones industriales y tecnológicas.

Para comenzar, la transferencia de masa convectiva es un proceso mediante el cual los componentes de una mezcla se mueven de una región de alta concentración a una de baja concentración debido al transporte del fluido que los contiene. Este transporte se produce principalmente por la advección del fluido, es decir, por el movimiento macroscópico del fluido que arrastra consigo a los componentes. Aquí, los coeficientes de transferencia convectiva de masa juegan un papel crucial al describir la eficiencia con la que ocurre este transporte en diferentes condiciones y geometrías.

En un contexto cotidiano, la transferencia de masa convectiva se observa en situaciones como:

- Difusión de aroma en una habitación: Cuando se cocina en una cocina, los olores de los alimentos se difunden por toda la habitación. Esto ocurre debido al movimiento del aire en la habitación, que transporta las partículas aromáticas desde la cocina hacia otras áreas.
- Secado de la ropa al aire libre: Cuando se cuelga la ropa mojada en un tendedero al aire libre, el agua se evapora y se difunde hacia el aire circundante. Este proceso se acelera por la brisa o el viento, que aumenta la transferencia de masa convectiva.
- Mezcla de gases en una habitación cerrada: En una habitación cerrada, los gases tienden a mezclarse uniformemente debido al movimiento aleatorio de las moléculas y la circulación natural del aire.

En un entorno industrial, la transferencia de masa convectiva también se observa en situaciones más complejas, como:

- Destilación en una torre de fraccionamiento: En una torre de fraccionamiento, la transferencia de masa convectiva es fundamental para separar diferentes componentes de una mezcla líquida. El líquido se introduce en la parte superior de la torre y desciende mientras se encuentra con un flujo ascendente de vapor que arrastra los componentes volátiles hacia arriba.
- Reacción química en un reactor de lecho fluidizado: En un reactor de lecho fluidizado, los reactivos se mezclan con un gas portador y se alimentan al lecho del reactor. Aquí, la transferencia de masa convectiva facilita la dispersión de los reactivos en el lecho, lo que favorece una reacción química eficiente.

Para concluir esta nota introductorio sobre la transferencia de masa convectiva, es importante destacar que los temas aquí abordados sentaron las bases para un estudio más detallado y específico en los subtemas que seguirán a continuación.

5.1 Coeficientes de transferencia convectiva de masa (para contradifusión equimolar); de A, a través de B en reposo y no difusivo, para diversas geometrías.

El estudio de los coeficientes de transferencia convectiva de masa es fundamental para comprender y optimizar los procesos de transferencia de masa en diversas aplicaciones. En la unidad, se exploran los coeficientes de transferencia convectiva de masa en el contexto de la contra difusión equimolar, un fenómeno crucial que se produce cuando dos especies se difunden a través de un medio estático que no contribuye significativamente a la difusión, es decir, un medio en reposo y no difusivo.

Esta unidad se enfoca en analizar cómo la transferencia de masa de una especie, A, a través de otra, B, se ve afectada por diferentes geometrías y configuraciones. Las geometrías consideradas incluyen:

1. Flujo en tuberías: donde se estudia la transferencia convectiva en el interior de tuberías, un escenario común en procesos industriales como el transporte de fluidos.
2. Flujo en torres de pared húmeda: en estas torres, se analizan las características del flujo y cómo la transferencia convectiva de masa se ve afectada por la configuración de las paredes y la presencia de humedad.
3. Flujo paralelo a placas planas: se investiga cómo el flujo de masa ocurre a lo largo de superficies planas y cómo esta disposición geométrica influye en la transferencia convectiva.

4. Flujo a través de esferas individuales y en lechos empacados: se examina la transferencia de masa alrededor de esferas y en lechos empacados, donde la disposición de las partículas afecta significativamente el proceso.
5. Flujo alrededor de cilindros simples: este escenario explora cómo la transferencia de masa se comporta alrededor de cilindros, una configuración que es relevante para una variedad de aplicaciones industriales.

Importancia de la unidad

Comprender los coeficientes de transferencia convectiva de masa es crucial para el diseño y optimización de sistemas donde la transferencia de masa es un proceso clave. Estos coeficientes proporcionan una medida de la eficiencia con la que una especie se transfiere a través de un medio, lo que tiene implicaciones directas en:

- Optimización de procesos industriales: en industrias químicas y de procesos, donde se realizan operaciones como la separación de componentes, la extracción y la absorción, la correcta determinación de los coeficientes de transferencia convectiva puede mejorar la eficiencia y reducir costos operativos.
- Diseño de equipos: los resultados de este capítulo son esenciales para el diseño de equipos y sistemas, como intercambiadores de calor, reactores y torres de enfriamiento, donde la transferencia de masa juega un papel crítico.
- Mejora de la comprensión teórica: la teoría detrás de los coeficientes de transferencia convectiva de masa y su aplicación a diversas geometrías proporciona una base sólida para el análisis y la modelización de fenómenos complejos en la transferencia de masa.

Entonces, la transferencia de masa convectiva ocurre cuando un fluido transporta una sustancia disuelta (solute) de un lugar a otro debido al movimiento del fluido. Este fenómeno es importante en muchos procesos industriales y naturales. Existen dos tipos principales de transferencia convectiva:

1. Convección forzada: ocurre cuando el flujo del fluido es inducido por una fuerza externa, como un ventilador o una bomba. Por ejemplo, en un radiador de calefacción, el aire caliente se mueve por la habitación gracias a un ventilador, distribuyendo el calor.
2. Convección natural: se produce por la diferencia de densidad del fluido debido a variaciones de temperatura, sin necesidad de una fuerza externa. Un ejemplo es el aire caliente que sube cerca de una ventana en un día soleado, creando una corriente de aire natural.

Ejemplos Cotidianos

1. Enfriamiento de una taza de café: cuando se deja una taza de café caliente en una habitación, el calor se transfiere al aire circundante. El aire caliente sube y se mezcla con el aire más frío, enfriando el café.
2. Mezcla de azúcar en agua: al revolver azúcar en un vaso de agua, el movimiento de la cuchara ayuda a que el azúcar se disuelva más rápidamente, distribuyendo el azúcar en el agua.
3. Ventilación en una cocina: un extractor de aire en la cocina elimina vapores y olores al mover el aire a través de un ventilador, ayudando a dispersar los contaminantes.

Cuando la transferencia de masa incluye a un soluto que se disuelve con rapidez constante desde una superficie sólida y después se difunde a un fluido en movimiento, el coeficiente de transferencia convectiva de masa se define así:

$$N_A = k_c (C_{A,S} - C_A)$$

Donde:

N_A : Moles del soluto A que abandonan la intercara por unidad de tiempo y por unidad de área superficial.

k_c : Coeficiente de transferencia convectiva de masa.

$C_{A,S}$: Composición del fluido en equilibrio con el sólido a la temperatura y presión del sistema.

C_A : Composición en algún punto dentro del de la fase fluida.

En el que; el coeficiente de transferencia se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

Donde:

k_c : Coeficiente de transferencia de masa.

D_{AB} : Difusividad del compuesto A en el compuesto B.

$$k_c = (D_{AB} + \epsilon_M)(Z_2 - Z_1)$$

ϵ_M : Espesor de la capa de mezcla. Indica el grosor de la región donde ocurre la mezcla o transferencia de masa dentro del fluido.

$Z_2 - Z_1$: Distancia entre los puntos de referencia de las concentraciones de A y de B.

EJERCICIO: Vaporización de A y transferencia convectiva de masa.

Un gran volumen de gas B puro a 2 atm de presión fluye sobre una superficie de la cual se evapora A puro. El líquido A moja completamente la superficie, que es papel secante. Por tanto, la presión parcial de A en la superficie corresponde a su presión

parcial a 298K que es de 0,20 atm. Se estima que el valor de K'_Y es de $6,78 \times 10^{-5} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{frac mol}$. calcule N_A la velocidad de vaporización y los valores de k_y y k_G .

Datos

$$K'_Y = 6,78 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{frac mol}$$

$$P = 2 \text{ atm}$$

$$P_{A1} = 0,20 \text{ atm}$$

$$P_{A2} = 0 \text{ ATM}$$

$$Y_{A1} = \frac{P_{A1}}{P} = \frac{0,20 \text{ atm}}{2 \text{ atm}} = 0,1$$

$$Y_{A2} = 0$$

Éste es un caso en que A difunde a través de B, donde el flujo de B normal a la superficie es cero, pues B no es soluble en el líquido A. En el gas B puro sabemos que:

$$P_{A1} = 0,20 \text{ atm}$$

$$P_{A2} = 0 \text{ ATM}$$

$$Y_{A1} = \frac{P_{A1}}{P} = \frac{0,20 \text{ atm}}{2 \text{ atm}} = 0,1$$

$$Y_{A2} = 0$$

Podemos usar la ecuación para la transferencia de masa (para contradifusión equimolar) con fracciones mol:

$$N_A = k_y (y_{A1} - y_{A2})$$

Observemos que contamos con un valor de K_Y relacionado con K'_Y , por medio de la expresión:

$$k_y y_{BM} = k'_y$$

El término Y_{BM} es similar a X_{BM} y es igual a:

$$\begin{aligned} Y_{B1} + Y_{A1} &= 1 \\ Y_{B1} &= 1 - Y_{A1} \\ Y_{B1} &= 1 - 0,1 \\ Y_{B1} &= \mathbf{0,90} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{B2} + Y_{A2} &= 1 \\ Y_{B2} &= 1 - Y_{A2} \\ Y_{B2} &= 1 - 0 \\ Y_{B2} &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$y_{BM} = \frac{y_{B2} - y_{B1}}{\ln |y_{B2}/y_{B1}|} \rightarrow Y_{BM} = \frac{1 - 0,90}{\ln(\frac{1}{0,90})} = 0,95$$

Ahora, para la ecuación $k_y y_{BM} = k'_y$ Se despeja a k_y :

$$K_y = \frac{k'_y}{Y_{BM}} \rightarrow K_y = \frac{6,78 \times 10^{-5} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{frac mol}}{0,95} \rightarrow K_y = 7,138 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{frac mol}$$

Ahora para obtener k_G ocupamos la fórmula: $k_G y_{BM} P = k_y y_{BM} \rightarrow k_G = \frac{k_y}{P}$

Sustituyendo valores:

$$k_G = \frac{7,138 \times 10^{-5} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^{-2}}{2 \text{ atm}} \rightarrow k_G = 3,569 \times 10^{-5} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{atm}^{-1}$$

NOTA: Nótese que en este caso, debido a que las concentraciones son diluidas, Y_{BM} , es cercano a 1. O K_y y k'_y , difieren muy poco.

Ahora para calcular N_A hay dos formas posibles de hacerlo:

$N_A = k_y (y_{A1} - y_{A2})$ $N_A = 7,138 \times 10^{-5} (0,10 - 0)$ $N_A = 7,138 \times 10^{-6} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^{-2}$	$N_A = k_G (P_{A1} - P_{A2})$ $N_A = 3,569 \times 10^{-5} (0,20 - 0)$ $N_A = 7,138 \times 10^{-6} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^{-2}$
--	--

Ejercicios propuestos:

EJERCICIO 1: Un gran volumen de gas A puro a 1.5 atm de presión fluye sobre una superficie desde la cual se evapora un líquido B puro. La superficie está totalmente mojada por el líquido B, y la presión parcial de B en la superficie a 310 K es de 0.25 atm. El valor de K'_y es $8.50 \times 10^{-5} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{frac mol}$. Calcula:

1. La velocidad de vaporización N_B .
2. El coeficiente de transferencia convectiva de masa $k_{yy'}$.
3. El coeficiente de transferencia convectiva de masa k_G .

EJERCICIO 2: Un gran volumen de gas C puro a 3 atm de presión fluye sobre una superficie que se encuentra empapada con un líquido D puro. La presión parcial de D en la superficie a 298 K es de 0.10 atm. Se estima que el valor de $K'_y = 5.40 \times 10^{-5} \frac{\text{kgmol}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{frac mol}$. Calcula:

1. La velocidad de vaporización N_D .
2. El coeficiente de transferencia convectiva de masa $k_{yy'}$.
3. El coeficiente de transferencia convectiva de masa k_G .

5.2 Correlaciones. Transferencia de masa (en flujo por tuberías, para el flujo turbulento dentro de tuberías, para el flujo en torres de pared húmeda, de flujo paralelo a placas planas, con flujo que pasa por esferas individuales, en lechos empacados, para flujo alrededor de cilindros sencillos)

En esta unidad final, se abordará un tema crucial en la transferencia de masa: las correlaciones. Este concepto es esencial para entender y modelar el comportamiento de los sistemas en los que ocurre la transferencia de masa en distintas configuraciones y condiciones.

Las correlaciones proporcionan fórmulas empíricas y semiempíricas que permiten predecir la eficiencia y el rendimiento de diversos procesos de transferencia de masa bajo condiciones específicas. Estas correlaciones son fundamentales para el diseño y la optimización de equipos industriales y procesos químicos, ya que traducen las observaciones experimentales en herramientas prácticas para la ingeniería.

La unidad se estructura en torno a varios contextos clave de transferencia de masa:

1. Flujo por tuberías: Se explorará cómo se realiza la transferencia de masa en flujos de tuberías, incluyendo tanto condiciones de flujo laminar como turbulento. Se discutirán las correlaciones específicas que permiten predecir la eficiencia de la transferencia de masa en estas condiciones.
2. Flujo turbulento dentro de tuberías: En este segmento, se profundizará en las correlaciones utilizadas para calcular la transferencia de masa en flujos turbulentos, donde las condiciones de flujo complejo afectan significativamente la transferencia de masa.
3. Torres de pared húmeda: Se examinarán las correlaciones relacionadas con la transferencia de masa en torres de pared húmeda, que son ampliamente utilizadas en procesos de absorción y desorción.
4. Flujo paralelo a placas planas: Este apartado abordará las correlaciones aplicables a la transferencia de masa cuando el flujo se encuentra paralelo a superficies planas, un escenario común en aplicaciones de ingeniería y diseño de procesos.
5. Flujo a través de esferas individuales: Se discutirá cómo las esferas individuales afectan la transferencia de masa y las correlaciones necesarias para modelar este fenómeno en sistemas de partículas esféricas.
6. Lechos empacados: Se analizarán las correlaciones para la transferencia de masa en lechos empacados, donde el flujo pasa a través de una cama de partículas sólidas, crucial para procesos de separación y reacciones catalíticas.

7. Flujo alrededor de cilindros sencillos: Finalmente, se explorarán las correlaciones utilizadas para modelar la transferencia de masa alrededor de cilindros, un caso común en la ingeniería de procesos y en el diseño de equipos.

La comprensión y aplicación de estas correlaciones es esencial para el diseño eficaz y la operación de equipos de transferencia de masa en la industria química. Se proporcionarán ejemplos detallados y se discutirán los fundamentos teóricos detrás de cada tipo de flujo para garantizar una sólida comprensión de cómo aplicar estas herramientas en situaciones prácticas.

EJERCICIO: Transferencia de masa de un líquido en un lecho empacado.

Fluye agua pura a 26.1 °C a una velocidad de $5.514 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$ a través de un lecho empacado con esferas de ácido benzoico de 6.375 mm de diámetro. El área superficial total de las esferas del lecho es de 0.01198 m^2 y la fracción de vacío es de 0.436. El diámetro de la torre es 0.0667 m. La solubilidad del ácido benzoico en agua es $2.948 \times 10^{-2} \text{ kg mol/m}^3$

a) Pronostique el coeficiente de transferencia de masa k , y compárelo con el valor experimental de $4.665 \times 10^6 \text{ m/s}$ de Wilson y Geankoplis (WI).

c) Utilice el valor experimental de k , para predecir a concentración de salida del ácido benzoico en el agua que sale.

Solución:

Como la solución está diluida, se emplean las propiedades físicas del agua: 26.1 °C

Para corregir D_{AB} a 26.1°C usando la ecuación

$$D_{AB} = 1.173 \times 10^{-16} (\varphi M_B)^{\frac{1}{2}} \frac{T}{\mu_B V_A^{0.6}}$$

Considerando que $D_{AB} \propto T/\mu$, tenemos que:

$$D_{AB}(26.1^\circ\text{C}) = (1.21 \times 10^{-9}) \left(\frac{299.1}{298} \right) \left(\frac{0.8940 \times 10^3}{0.8718 \times 10^3} \right) = 1.254 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

El área de corte transversal de la torre = $\left(\frac{\pi}{4} \right) (0.0667)^2$ que es igual a $3.494 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ y entonces

$$v' = (5.514 \times 10^{-7}) / (3.494 \times 10^{-3}) = 1.578 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

Por lo tanto:

$$N_{Sc} = - \frac{\mu}{\rho D_{AB}} - \frac{0.8718 \times 10^{-3}}{996.7 (1.245 \times 10^{-9})} = 702.6$$

El número de Reynolds es:

$$N_{Re} = \frac{D v' \rho}{\mu} = \frac{0.006375(1.578 \times 10^{-4})(996.7)}{0.8718 \times 10^{-3}} = 1.150$$

Si se utiliza la ecuación y se supone que $k_c = k'_c$ para las soluciones diluidas:

$$J_D = \frac{1.09}{\varepsilon} (N_{Re})^{-2/3} = \frac{1.09}{0.436} (1.150)^{-2/3} = 2.277$$

Entonces se aplica la ecuación y se resuelve para obtener:

$$J_D = \frac{k'_c}{v'} (N_{Sc})^{2/3} \rightarrow 2.277 = \frac{k'_c}{1.578 \times 10^{-4}} (702.6)^{2/3}$$

El valor $k'_c = 4.447 \times 10^{-6}$ m/s predicho se compara con el valor experimental de 4.665×10^{-6} m/s. Para el inciso b) se usan las ecuaciones:

$$A k_c = \frac{(C_{Ai} - C_{A1}) - (C_{Ai} - C_{A2})}{\ln \left| \frac{(C_{Ai} - C_{A1})}{(C_{Ai} - C_{A2})} \right|}$$
 Los valores que se sustituyen en la ecuación

son $C_{Ai} = 2.948 \times 10^{-2}$, $C_{A1} = 0$, $A = 0.01198$, $V = 5.514 \times 10^{-7}$.

$$0.01198 k_c = \frac{(2.948 \times 10^{-2} - 0) - (2.948 \times 10^{-2} - C_{A2})}{\ln \left| \frac{2.948 \times 10^{-2} - 0}{2.948 \times 10^{-2} - C_{A2}} \right|}$$

Se resuelve y se obtiene: $C_{A2} = 2.842 \times 10^{-3}$ kg mol/m³m³

Anexos

Figura. La viscosidad reducida $\mu_r = \mu/\mu_c$ como una función de la temperatura reducida para varios valores de la presión reducida (Watson, Bird).

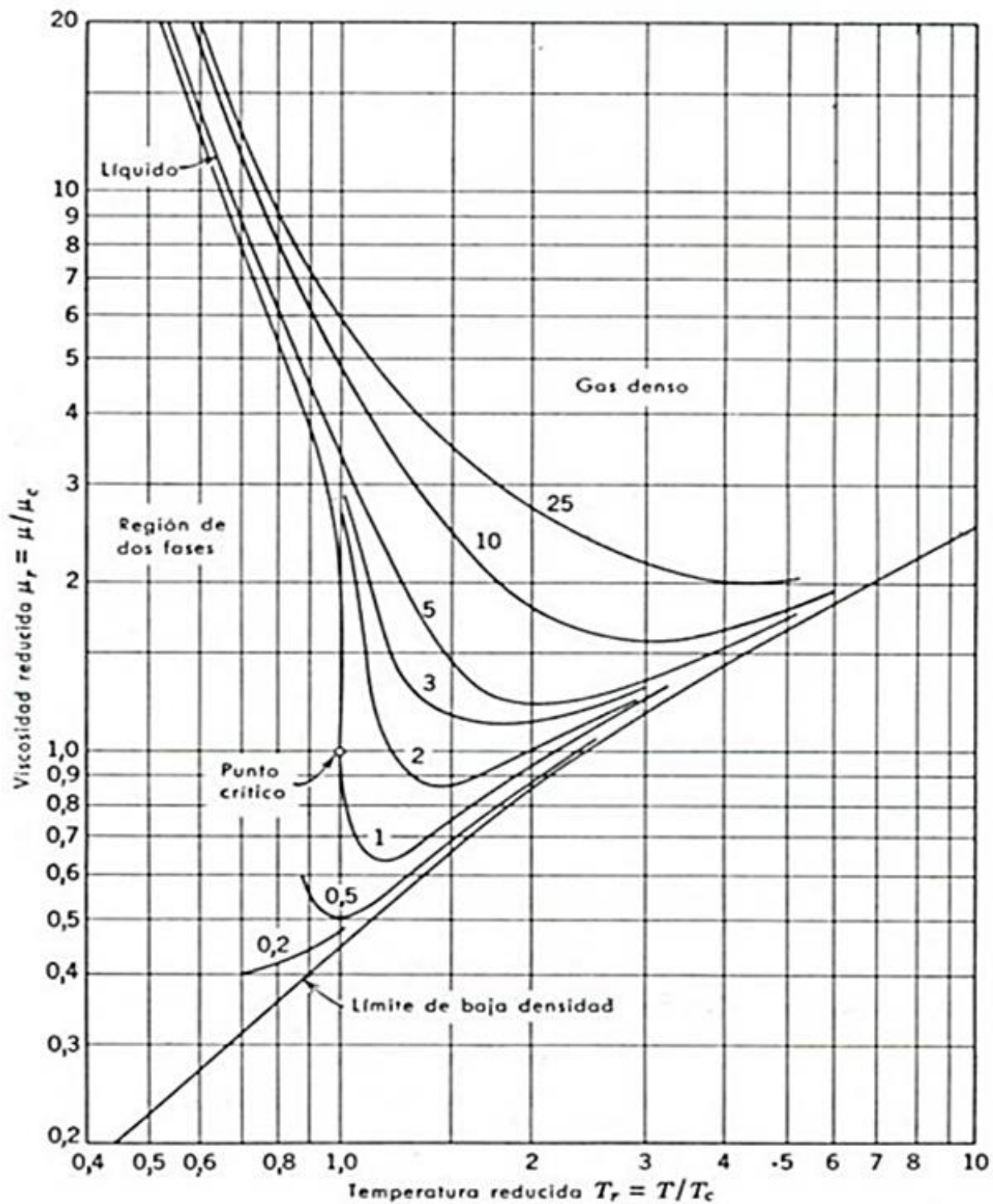


Figura. La viscosidad reducida $\mu^* = \mu/\mu^0$ como una función de presión reducida y la viscosidad dada a una atmosfera de presión y temperatura ambiente (Kobayashi, Bird).

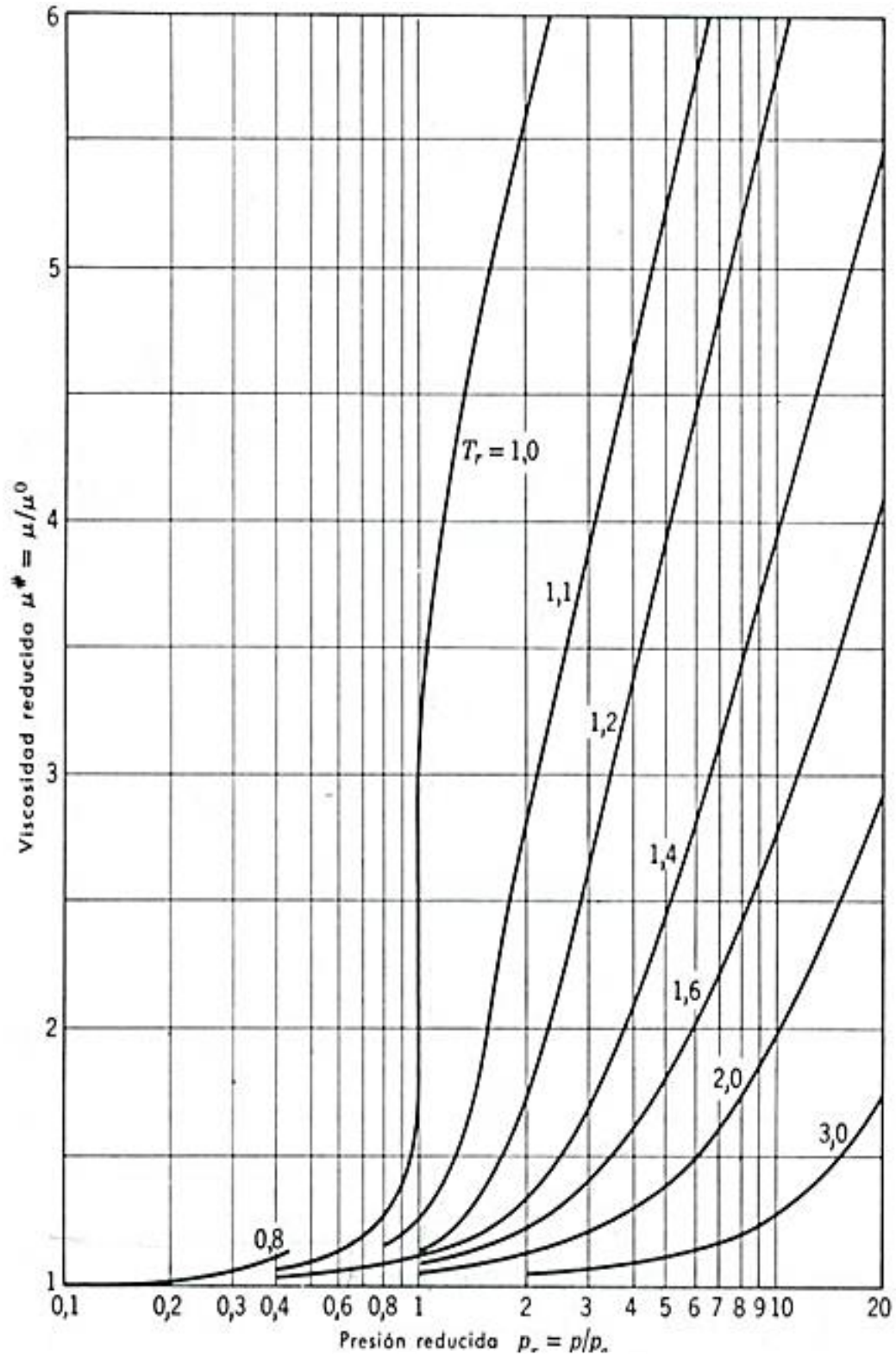


Tabla B-I Parámetros de fuerza intermolecular y constantes críticas

Substancia	Peso Molecular <i>M</i>	Parámetros* de Lennard-Jones		Constantes críticas ^{b,c,d}				
		σ (Å)	ϵ/k (°K)	T_c (°K)	p_c (atm)	$\bar{V}_c$ (cm ³ g-mol ⁻¹)	μ_c (gcm ⁻¹ sec ⁻¹) × 10 ⁶	k_c (calsec ⁻¹ cm ⁻¹ °K ⁻¹) × 10 ⁶
<i>Elementos ligeros:</i>								
H ₂	2,016	2,915	38,0	33,3	12,80	65,0	34,7	—
He	4,003	2,576	10,2	5,26	2,26	57,8	25,4	—
<i>Gases nobles:</i>								
Ne	20,183	2,789	35,7	44,5	26,9	41,7	156,	79,2
Ar	39,944	3,418	124,	151,	48,0	75,2	264,	71,0
Kr	83,80	3,498	225,	209,4	54,3	92,2	396,	49,4
Xe	131,3	4,055	229,	289,8	58,0	118,8	490,	40,2
<i>Substancias poliatómicas sencillas:</i>								
Aire	28,97 ^e	3,617	97,0	132, ^e	36,4 ^e	86,6 ^e	193,	90,8
N ₂	28,02	3,681	91,5	126,2	33,5	90,1	180,	86,8
O ₂	32,00	3,433	113,	154,4	49,7	74,4	250,	105,3
O ₃	48,00	—	—	268,	67,	89,4	—	—
CO	28,01	3,590	110,	133,	34,5	93,1	190,	86,5
CO ₂	44,01	3,996	190,	304,2	72,9	94,0	343,	122,
NO	30,01	3,470	119,	180,	64,	57,	258,	118,2
N ₂ O	44,02	3,879	220,	309,7	71,7	96,3	332,	131,
SO ₂	64,07	4,290	252,	430,7	77,8	122,	411,	98,6
F ₂	38,00	3,653	112,	—	—	—	—	—
Cl ₂	70,91	4,115	357,	417,	76,1	124,	420,	97,0
Br ₂	159,83	4,268	520,	584,	102,	144,	—	—
I ₂	253,82	4,982	550,	800,	—	—	—	—

 Tabla B-I (a) Estimados de parámetros (ϵ/k), (σ)(°K, Å, atm, cm³, mol)

Critical point	$\epsilon/k = 0.75 T_c$	$\sigma = 0.841 V_c^{1/3}$ or $2.44 (T_c/P_c)^{1/3}$
Critical point	$\epsilon/k = 65.3 T_c \bar{z}_c^{3.6}$	$\sigma = \frac{1.866 V_c^{1/3}}{\bar{z}_c^{1.2}}$
Normal boiling point	$\epsilon/k = 1.15 T_b$	$\sigma = 1.18 V_b^{1/3}$
Melting point	$\epsilon/k = 1.92 T_m$	$\sigma = 1.222 V_m^{1/3}$
Acentric factor	$\epsilon/k = (0.7915 + 0.1693 \omega) T_c$	$\sigma = (2.3551 - 0.087 \omega) \left(\frac{T_c}{P_c} \right)^{1/3}$

Tabla B-2 Funciones para la predicción de propiedades de transporte de gases a baja densidad.

$\kappa T/\epsilon$ o $\kappa T/\epsilon_{AB}$	$\Omega_\mu = \Omega_k$ (Para viscosidad y conductividad calorífica)	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (para difu- sividad)	$\kappa T/\epsilon$ o $\kappa T/\epsilon_{AB}$	$\Omega_\mu = \Omega_k$ (Para viscosidad y conductividad calorífica)	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (Para difu- sividad)
0,30	2,785	2,662	2,50	1,093	0,9996
0,35	2,628	2,476	2,60	1,081	0,9878
0,40	2,492	2,318	2,70	1,069	0,9770
0,45	2,368	2,184	2,80	1,058	0,9672
0,50	2,257	2,066	2,90	1,048	0,9576
0,55	2,156	1,966	3,00	1,039	0,9490
0,60	2,065	1,877	3,10	1,030	0,9406
0,65	1,982	1,798	3,20	1,022	0,9328
0,70	1,908	1,729	3,30	1,014	0,9256
0,75	1,841	1,667	3,40	1,007	0,9186
0,80	1,780	1,612	3,50	0,9999	0,9120
0,85	1,725	1,562	3,60	0,9932	0,9058
0,90	1,675	1,517	3,70	0,9870	0,8998
0,95	1,629	1,476	3,80	0,9811	0,8942
1,00	1,587	1,439	3,90	0,9755	0,8888
1,05	1,549	1,406	4,00	0,9700	0,8836
1,10	1,514	1,375	4,10	0,9649	0,8788
1,15	1,482	1,346	4,20	0,9600	0,8740
1,20	1,452	1,320	4,30	0,9553	0,8694
1,25	1,424	1,296	4,40	0,9507	0,8652
1,30	1,399	1,273	4,50	0,9464	0,8610
1,35	1,375	1,253	4,60	0,9422	0,8568
1,40	1,353	1,233	4,70	0,9382	0,8530
1,45	1,333	1,215	4,80	0,9343	0,8492
1,50	1,314	1,198	4,90	0,9305	0,8456
1,55	1,296	1,182	5,0	0,9269	0,8422
1,60	1,279	1,167	6,0	0,8963	0,8124
1,65	1,264	1,153	7,0	0,8727	0,7896
1,70	1,248	1,140	8,0	0,8538	0,7712
1,75	1,234	1,128	9,0	0,8379	0,7556
1,80	1,221	1,116	10,0	0,8242	0,7424
1,85	1,209	1,105	20,0	0,7432	0,6640
1,90	1,197	1,094	30,0	0,7005	0,6232
1,95	1,186	1,084	40,0	0,6718	0,5960
2,00	1,175	1,075	50,0	0,6504	0,5756
2,10	1,156	1,057	60,0	0,6335	0,5596
2,20	1,138	1,041	70,0	0,6194	0,5464
2,30	1,122	1,026	80,0	0,6076	0,5352
2,40	1,107	1,012	90,0	0,5973	0,5256
			100,0	0,5882	0,5170

Referencias bibliográficas

Çengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2014). Transferencia de calor y masa: Un enfoque práctico. McGraw-Hill.

Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2007). Fundamentos de transferencia de calor. Limusa.

Holman, J. P. (2007). Transferencia de calor (8a ed.). McGraw-Hill Interamericana.

Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2006). Fenómenos de transporte. Limusa.

Welty, J. R., Wicks, C. E., Wilson, R. E., & Rorrer, G. L. (2010). Fundamentos de transferencia de momento, calor y masa (5a ed.). Limusa.