



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TOLUCA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

LIBRO DE TEXTO

**INGENIERÍA ECONÓMICA
INB - 0410**

ING. BENJAMIN FUENTES MORALES

OBJETIVO DEL CURSO

COMPRENDER Y APLICAR LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN PARA HACER EL ANÁLISIS DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PARA LA TOMA DE DECISIONES, DESDE EL PUNTO DE VISTA ECONÓMICO, SOCIAL Y FINANCIERO, CON UN ENFOQUE ÉTICO Y SUSTENTABLE.

INDICE DE CONTENIDO

pag.

CAPITULO 1.- CONCEPTOS Y CRITERIOS ECONÓMICOS Y EL VALOR DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO

1.1.-Introducción a la ingeniería económica	1
1.1.1.-Definición y terminología de Ingeniería Económica	4
1.1.2.-Interés simple e interés compuesto	5
1.1.3.-Equivalencia	8
1.1.4.-Simbología a utilizar	8
1.1.5.-Diagrama de flujo de efectivo	9
1.2.-Factores de interés y su empleo	11
1.2.1.-Factores de pago único	11
1.2.1.1.-Factor valor presente (F/P)	11
1.2.1.2.-Factor valor futuro (P/F)	12
1.2.2.-Factor de serie uniforme	16
1.2.2.1.-Factor valor presente serie uniforme (P/A)	16
1.2.2.2.-Factor de recuperación de capital (A/P)	17
1.2.2.3.-Factor valor futuro serie uniforme (F/A)	17
1.2.2.4.-Factor fondo de amortización (A/F)	19
1.3.-Factores de Gradiente	22
1.3.1.-Factores de gradiente aritmético	22
1.3.2.-Factores de gradiente geométrico	26
1.4.-Factores múltiples	28

CAPITULO 2.-CAPITALIZACIÓN DE INTERÉS

2.1.-Tasa de capitalización	30
2.1.1.-Tasa nominal	30
2.1.2.-Tasa efectiva	31
2.2.-Cálculos para períodos de pago:	33
2.2.1.-Iguales a los períodos de capitalización	33
2.2.2.-Mayores a los períodos de capitalización	36
2.2.3.-Menores a los períodos de capitalización	37
2.3.-Factores de capitalización de interés	39
2.3.1.-Factores de pago único	39
2.3.2.-Factores de serie uniforme	39

CAPITULO 3.-ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN

3.1.-Método del valor presente	41
3.1.1.-Comparación de alternativas con vidas útiles iguales	42
3.1.2.-Comparación de alternativas con vidas útiles diferentes	43
3.1.3.-Costo capitalizado	45
3.1.4.-Comparación de alternativas según el costo capitalizado	47
3.2.-Método del valor anual	50
3.2.1.-Comparación de alternativas con vidas útiles diferentes	51
3.2.2.-Método del valor presente de salvamento	54
3.2.3.-Método de recuperación de capital	54

3.2.4.-Comparación de alternativas por CAUE	56
3.2.5.-Valor anual de una inversión perpetua	56
3.3.-Método de la Tasa Interna de Retorno	58
3.3.1.-Cálculo de la Tasa Interna de Retorno (TIR)para un proyecto único	58
3.3.1.1.-Por medio de valor presente	59
3.3.1.2.-Por medio de valor anual	61
3.3.2.-Análisis incremental	63
3.3.3.-Comparación de alternativas mutuamente excluyentes	63
3.4.-Evaluación de la Razón Beneficio/Costo (B/C)	66
3.4.1.-Clasificación y cálculo de Beneficios, Costos y Beneficios negativos; para un proyecto único	66
3.4.2.-Selección de alternativas mutuamente excluyentes utilizando análisis B/C	69
3.4.3.-Selección de alternativas mutuamente excluyentes usando B/C incremental	70
3.5.-Evaluación de alternativas bajo condiciones de riesgo e incertidumbre	75
3.5.1.-Interpretación de certidumbre, riesgo e incertidumbre	75
3.5.2.-Elementos importantes para la toma de decisiones bajo riesgo	76
3.5.2.1.-Valor esperado	77
 CAPITULO 4.- DEPRECIACIÓN Y ANÁLISIS DESPUES DE IMPUESTOS	
4.1.-Modelos de depreciación	79
4.1.1.-Terminología de depreciación	79
4.1.2.-Depreciación en línea recta	80
4.1.3.-Depreciación por el método de la suma de los dígitos de los años	82
4.1.4.-Depreciación por el método del saldo decreciente y saldo doble decreciente	83
4.1.5.-Métodos de agotamiento	85
4.1.6.-Ley de impuesto sobre la renta	87
4.2.-Análisis Después de Impuestos	90
4.2.1.-Terminología básica para los impuestos sobre la renta	91
4.2.2.-Ganancias y pérdidas de capital	93
4.2.3.-Efectos de los diferentes modelos de depreciación	96
4.2.4.-Tabulación del flujo de caja después de impuestos	97
4.2.5.-Análisis después de impuestos utilizando los métodos VP. VA y TIR	98
 CAPITULO 5.- ANÁLISIS DE REEMPLAZO	
5.1.-Causas de reemplazo	102
5.2.-Técnicas de análisis de reemplazo	103
5.3.-Conceptos de retador y defensor en el análisis de reemplazo	104
5.4.-Modelos de reemplazo de equipo	106
5.5.-Análisis de reemplazo utilizando un horizonte de planificación especificado	107
5.6.-Análisis de R. Cuando la vida útil restante del defensor igual a al del retador	109
5.7.-Análisis de R. Cuando la vida útil restante de defensor mayor al del retador	110
5.8.-Análisis de reemplazo para retención adicional de un año	111
5.9.-Factores de deterioro y obsolescencia	114

5.10.-Determinación del costo mínimo de vida útil	114
---	-----

CAPITULO 6.- ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD E INFLACIÓN

6.1.-La sensibilidad en las alternativas de inversión	118
6.1.1.-Enfoque de análisis de sensibilidad	118
6.1.2.-Determinación de sensibilidad de estimaciones de parámetros	119
6.1.3.-Análisis de sensibilidad utilizando tres estimaciones de parámetros	120
6.2.-Valor esperado y Árbol de Decisión	122
6.2.1.-Variabilidad económica y valor esperado	123
6.2.2.-Cálculo de valor esperado para alternativas	124
6.2.3.-Selección de alternativas utilizando árboles de decisión	124
6.3.-Efectos de la inflación en alternativas	127
6.3.1.-Terminología de inflación y su efecto	127
6.3.2.-Análisis de alternativas considerando la inflación.	129

Anexo 1. Ejercicios adicionales por unidad

Anexo 2. Tablas de factores de interés compuesto

Bibliografía

INTRODUCCIÓN

El presente libro de texto se realizó con la finalidad de proporcionar un apoyo al estudiante de la asignatura de ingeniería económica, y de alguna forma, al catedrático que la imparte, ya que está basado en el programa oficial del plan de estudios 2004, para la carrera de ingeniería industrial en particular, congruente con las demás carreras del Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos (SNIT) que incluyen en su plan de estudios dicha asignatura. Dada la naturaleza de la materia, el tiempo disponible del alumno para cursarla y asistir a la biblioteca, la limitada cantidad de volúmenes bibliográficos, la necesidad de contar con una guía y los ejercicios incluidos en esta obra la hacen realmente útil, particularmente para aquellos que estén interesados en la materia, no obstante que podrán reforzar estos conocimientos investigando en otras fuentes de consulta. Con la finalidad de que el lector se familiarice con los conceptos, terminología y lenguaje propio de esta asignatura, se incluyen algunas fórmulas elementales que facilitan el cálculo económico. Naturalmente que aquí no se abundará en demostraciones puramente matemáticas de todas las fórmulas utilizadas, pero seguramente que si se comprenden las deducciones lógicas mostradas aquí, las demás no tendrán dificultad para aplicarse. En el desarrollo de algunos ejercicios se muestran diferentes formas de abordar y resolver el problema, con lo que se enriquece el conocimiento y experiencia del lector. Asimismo, en el anexo A se presentan algunos ejemplos resueltos a mano y otros con la poderosa herramienta de Excel llamada hoja de cálculo.

Con los conocimientos expuestos en esta obra, el lector podrá comprender y aplicar los criterios de evaluación para hacer el análisis de proyectos de inversión para la toma de decisiones desde el punto de vista social y financiero, con un enfoque ético y sustentable.

El libro está integrado por seis capítulos, de acuerdo al programa oficial de la asignatura de ingeniería económica para el plan de estudios 2004, Cada capítulo contiene los temas de la respectiva unidad programática. En el capítulo uno se da una introducción a la ingeniería económica, se muestra la simbología a utilizar, los conceptos del interés y el valor del dinero en el tiempo que está relacionado con el flujo de efectivo en transacciones económicas y su respectiva equivalencia en el tiempo.

El capítulo dos trata la capitalización de los intereses que están íntimamente relacionados con el tiempo y la frecuencia con que los intereses son pagados y la forma en que los pagos se hacen. Aquí se podrá conocer la forma en que las tasas de interés se pueden manejar y sus equivalencias en el tiempo.

El análisis de las alternativas de inversión se realiza en la unidad tres, con diferentes enfoques que facilitan la comprensión del valor del dinero en el tiempo y que permiten tomar la mejor decisión, sea que se visualice la alternativa con valores actuales, anuales o tasas de rendimiento o análisis de la relación beneficio costo.

La depreciación y el análisis después de impuestos se tratan en el capítulo cuatro que son determinantes en el análisis económico para la toma de decisiones en el

manejo de los bienes de capital, como son la maquinaria y el equipo. Estos análisis son útiles para decidir sobre el reemplazo de los activos de la compañía, lo cual se estudia en el capítulo cinco donde se consideran los factores más importantes como

es la vida útil, el valor de salvamento y los valores de reemplazo de equipo.

Por último, en el capítulo seis, se incluyen algunos aspectos del análisis de sensibilidad, así como la inflación, para hacer el análisis y considerar los cambios que pueden darse en un proyecto de inversión cuando cambia alguna variable, como los precios, los impuestos, la inflación misma, etc.

Para facilitar algunos cálculos laboriosos, se presenta el anexo 2 que contiene las tablas de factores de interés compuesto para algunas tasas de interés y números de periodos. La bibliografía propuesta es la sugerida por el equipo técnico que elaboró el programa, no obstante, el lector podrá reforzar sus conocimientos en las fuentes que mejor convenga a sus intereses.

AGRADECIMIENTO

Deseo expresar mi mas sincero agradecimiento al Ingeniero Luis Flores Pérez, egresado de la Universidad Michoacana de Sn. Nicolás de Hidalgo, por su invaluable aportación en la revisión y sugerencias para esta obra. El Ing. Flores cuenta con más de 23 años de experiencia laboral en la industria, desempeñando diferentes cargos ejecutivos en la administración de operaciones en empresas como Bimbo, DuPont y Bayer de México. En el Instituto Tecnológico de Toluca es auditor interno del sistema de gestión de calidad (SGC), ha desempeñado el cargo de jefe del departamento de planeación y presupuesto, es miembro de la academia de ingeniería industrial y catedrático de diferentes asignaturas de ingeniería Industrial, con lo que su enfoque en las aportaciones hechas a este libro imprime una visión global.

CAPITULO 1

CONCEPTOS Y CRITERIOS ECONÓMICOS, Y EL VALOR DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO

La necesidad de la Ingeniería Económica se encuentra motivada principalmente por el trabajo que llevan a cabo los ingenieros al analizar, sintetizar y obtener conclusiones en proyectos de cualquier envergadura. En otras palabras, la Ingeniería Económica es un punto medular en la toma de decisiones. Tales decisiones implican considerar los elementos básicos de flujo de efectivo, tiempo, tasa de interés, inflación e impuestos.

1.1.-INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA ECONÓMICA.

Naturaleza biambiental de la ingeniería económica

Los ingenieros poseen un cuerpo de leyes físicas sobre las cuales basan su razonamiento para tratar con el medio físico. Leyes tales como la ley de Boyle, la ley de Ohm, las leyes de Newton sobre el movimiento, etc.; todo esto tratado a través de un proceso inductivo. Estas leyes pueden emplearse luego por deducción en situaciones específicas. Están suplementadas por muchas formulas y hechos conocidos, los cuales permiten al ingeniero llegar a conclusiones sobre el medio físico, y que abarca los hechos dentro de límites cercanos.

Se conoce mucho menos, especialmente en el campo cuantitativo, sobre el medio económico o humano. Siendo así que la economía esta asociada con las acciones del hombre, y parece claro que las leyes económicas deben basarse en su comportamiento. Las leyes económicas no pueden ser más exactas que la descripción del comportamiento de los seres humanos, actuando individual o colectivamente.

El deseo de satisfacción en el medio económico y las propuestas de la ingeniería en el medio físico están ligadas entre si por el proceso de producción y de construcción. La figura 1.1 muestra las relaciones existentes entre las propuestas de la ingeniería, producción o construcción y el deseo de satisfacción en dos ambientes.

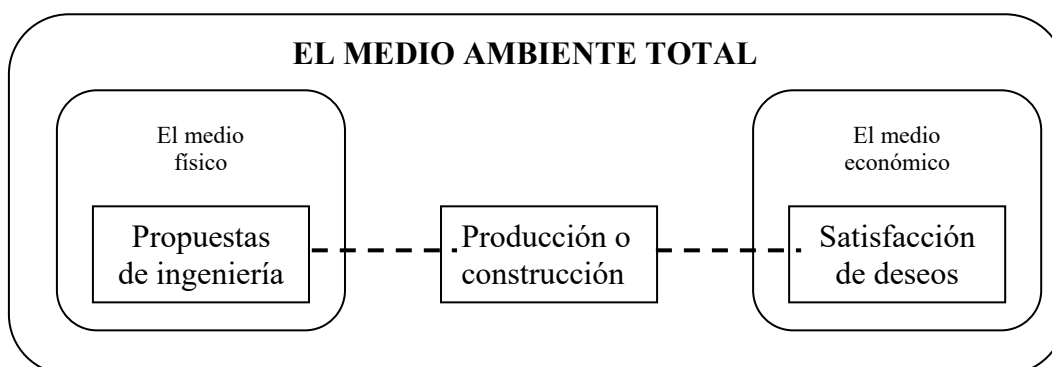


Fig.: 1.1.-Ambiente físico y económico de la ing. económica.

La función más común de la ingeniería es el manejo o la manipulación de los elementos de un medio el físico, para crear la utilidad en el segundo medio, el económico. Los ingenieros están ocupando, de manera creciente, posiciones en las cuales su responsabilidad se extiende para cubrir los factores económicos.

Existen personas, y algunas son ingenieros, que creen que los ingenieros deben limitarse al manejo de las cosas físicas y dejar los aspectos económicos y humanísticos de su profesión en manos de otros; es más, algunos ni siquiera considerarían estos aspectos como del soporte de la ingeniería. Este punto de vista puede deberse en parte al hecho de que quienes se complacen en descubrir y luego emplear las certezas bien ordenadas del medio físico, encuentran difícil adaptar su modo de pensar para considerar la complejidades propias del medio económico.

Los ingenieros pueden entender muy fácilmente la capacidad de análisis, que les es propia para llegar a dominar el aspecto económico involucrado en el empleo de la ingeniería. Aún más, el ingeniero que aspire a tener una posición creativa dentro de su profesión, encontrará que unos buenos conocimientos en el análisis económico le son supremamente útiles. El elevado porcentaje de ingenieros que eventualmente se encontrarán desempeñando posiciones administrativas verán esos conocimientos como una necesidad.

La iniciativa para el empleo de la ingeniería descansa, en buena parte, sobre aquellos que están comprometidos con las consecuencias sociales y económicas. Los ingenieros deben, en consecuencia, para mantener la iniciativa, desempeñarse exitosamente en los segmentos físicos y económicos del medio actual. El objetivo de la ingeniería económica es precisamente, preparar a los ingenieros para hacerle frente efectivamente a **esa naturaleza biambiental** de la utilización de la ingeniería.

En general; en el análisis de proyectos de inversión dentro de su ambiente debe considerar los aspectos o puntos de vista económico, social, financiero y tecnológico.

Consecuentemente; *un diseño o proyecto de ingeniería puede ser lo mejor posible, pero si no es económicamente competitivo, no se construirá.* A menudo se dice que dinero llama dinero.

"El Dinero Hace Dinero"

En el mundo en el que vivimos actualmente, ninguna persona adulta puede vivir sin involucrarse con el manejo de dinero. Por ejemplo, la necesidad de adquirir cierto tipo de bienes para subsistir implica el empleo de dinero. En las sociedades civilizadas cada día es más necesario comprender los términos elementales en el manejo del dinero. Si hoy tenemos un capital y lo invertimos en algo rentable entonces, mañana tendremos más dinero, pero si no se administra adecuadamente ese capital, podemos perderlo.

"El que tiene más saliva come más pinole"

Si se invierte dinero hoy, mañana se habrá acumulado más dinero que el que se invirtió. Asimismo, si determinada persona o compañía encuentra necesario pedir

prestado dinero hoy, mañana la deuda será mayor que la recibida en préstamo, debido al valor del dinero a través del tiempo, llamado interés; por el contrario, el dueño del capital habrá acumulado más dinero. De aquí que; *el interés, es la manifestación o evidencia del valor del dinero en el tiempo.*

Piense en una persona que quiere comprar un mueble para su hogar a quien el vendedor le dice: “Lo que usted desea vale \$100 de contado, pero tenemos un plan de pago con el 15% de enganche y 24 mensualidades de \$6.50; y si usted, en el próximo diciembre, paga otro 20% del valor inicial, entonces podrá elegir entre reducir el monto de las mensualidades restantes, o bien, reducir el número de pagos.

En este tipo de situaciones el comprador muchas veces decide más bien en base a sus gustos, o por una situación económica personal forzada basada en un análisis simple y no en un razonamiento adecuado. En muchos de estos casos el vendedor es quien tiene ventaja, dado que él sabe el alcance de sus propuestas. *El que sabe como se puede manejar el dinero puede tomar mejores decisiones.* Porque ve mejor.

La mayoría de los profesionales de cualquier rama de la Administración y la Ingeniería, en su trabajo, en su vida persona o familiar, se enfrentan a situaciones en las que directa o indirectamente tienen que tomar decisiones que involucran dinero, tales como:

- 1) Aumento de personal eventual o pagos de turnos extras.
- 2) Justificación de un aumento de publicidad, sólo a cambio de ciertos beneficios sobre ventas.
- 3) Creación de un depto. de investigación y desarrollo con beneficio a largo plazo.
- 4) Apertura de nuevas sucursales.
- 5) Elaboración de nuevos productos.
- 6) Reemplazo de maquinaria obsoleta o maquilar por determinado tiempo.
- 7) Financiar el crecimiento de la empresa con préstamo o con utilidades.
- 8) Crear una fabrica totalmente nueva.
- 9) Elegir entre dos procesos alternativos.
- 10)Hacer o comprar.
- 11)Comprar o rentar casa
- 12)Reemplazar el auto por uno nuevo o no
- 13)Cerrar el negocio, etc.

El dinero, como cualquier otro bien, tiene un valor intrínseco. Un hombre puede tener una casa o cambiarla por dinero en efectivo, o tener un auto y cambiarlo por dinero en efectivo. Si este hombre no es dueño de una casa y necesita utilizar una, debe rentarla, es decir, tendrá que pagar por ello; asimismo, si no posee un auto y necesita utilizar uno, debe pagar una renta, no importa si es por media hora, como en el caso de un taxi, o por un día o un mes. Del mismo modo, si este hombre no tiene dinero y lo necesita, debe pagar cierta cantidad por tenerlo.

En general, se puede decir que el uso de bienes ajenos con valor intrínseco implica necesariamente un pago por su uso. Al contrario, si nadie utiliza esos

bienes aún cuando sean necesarios, entonces, su propietario no obtendrá ganancia alguna.

1.1.1 DEFINICIÓN Y TERMINOLOGÍA DE INGENIERÍA ECONÓMICA.

La **Ingeniería Económica** o Análisis Económico en la ingeniería, es un conjunto de técnicas para tomar decisiones de índole económico en el ámbito industrial y comercial, considerando siempre el valor del dinero a través del tiempo. "Es una colección de técnicas matemáticas que simplifican comparaciones económicas para llevar a cabo una aproximación racional y simplificada para evaluar aspectos económicos por métodos diferenciales que facilita tomar la mejor decisión social y financieramente". Es una herramienta de decisión para escoger determinado método o alternativa como el más económico posible.

Para entender mejor la ingeniería económica, es necesario comprender algunos términos tales como:

Alternativa. Solución única para una situación dada. Son opciones independientes que implican una descripción verbal y las mejores estimaciones de parámetros, tales como el costo inicial (incluyendo precio de compra, desarrollo, instalación), vida útil, ingresos y egresos anuales estimados, valor de salvamento (valor de reventa o canje), una tasa de interés (tasa de rendimiento) y posiblemente inflación y efectos del impuesto sobre la renta. Por lo general, las estimaciones de los gastos anuales se agrupan y reciben el nombre de costos anuales de operación (CAO) o costos de mantenimiento y operación (CMO).

Los procedimientos de Ingeniería Económica no ayudan a identificar cuáles son las alternativas; solamente cuando el proceso de identificación de alternativas ha quedado enteramente completo, es que las técnicas de análisis de Ingeniería Económica son de gran valor. En el proceso de toma de decisiones existen también aspectos cualitativos a considerar como la calidad, la confianza, el servicio, etc. y que en conjunto con el análisis producen mejores resultados.

Valor del dinero en el tiempo.- Es el cambio en la cantidad de dinero durante un periodo de tiempo. Es decir, **la variación de la cantidad de dinero en un periodo de tiempo es un concepto determinante en la ingeniería económica.**

Interés(I) o Rédito. Es una medida del **aumento** entre la suma original y la cantidad final debida o acumulado. *Es la evidencia del valor del dinero en el tiempo*, se reitera.

El interés se paga cuando una persona física o moral pide dinero prestado y paga una cantidad mayor. El interés se gana cuando una persona física o moral ahorra, invierte o presta dinero y recibe una cantidad mayor.

Interés = Cantidad Acumulada - Inversión Original = Valor Final - Valor Inicial.

Tasa de Interés ó tasa de rendimiento(i).- Es el porcentaje del monto original acumulado por unidad de tiempo. Es la medida de rentabilidad, o sea, la ganancia sobre la inversión.

$$Tasa.de.interés = \frac{Interés.acumulado.por.unidad.de.tiempo}{Cantidad.original} \times 100\%$$

Capital o Principal. Es la inversión o préstamo original.

Tasa impositiva. Es la tasa o el porcentaje que como impuesto debe pagarse a hacienda (SAT) respecto de la renta o ingreso neto derivado de una actividad económica con fines lucrativos.

Otros términos se irán integrando como lenguaje de ingenieros y administradores en cada uno de los diferentes temas de esta materia.

1.1.2 INTERÉS SIMPLE E INTERÉS COMPUESTO.

Los términos *interés*, *tasa de interés* y *período de interés* son útiles en el cálculo de sumas de dinero equivalentes para un período de interés en el pasado y un período de interés en el futuro. Sin embargo, para más de un período de interés, los términos *interés simple* e *interés compuesto* se tornan importantes.

Interés simple. Es el pago que se hace al propietario del capital por el uso del dinero, en cualquier forma o especie, por un periodo de tiempo determinado. Se calcula utilizando exclusivamente el principal (capital), ignorando cualquier interés sobre el interés generado en los periodos de interés precedentes. La tasa de interés i se expresa en decimal. El interés, y el saldo final se obtienen de la siguiente manera:

$$\text{Interés} = (\text{principal})(\text{tasa de interés})(\text{número de periodos})$$

$$\text{Saldo final después de } n \text{ periodos} = \text{Principal} + \text{interés}$$

Ejemplo 1.1 Pacific Telephone Credit Unión otorgó un préstamo a un miembro del personal de ingeniería para que éste adquiriera un avión a escala dirigido por un radio controlador. El préstamo asciende a \$1,000 por tres años con un interés simple del 5% anual. ¿cuánto debe pagar el ingeniero al final de los tres años?.

Solución. El interés para cada uno de los años es:

$$\text{Interés} = (1,000) (0.05) = \$50, \text{ ver tabla 1.1}$$

El interés total durante tres años es:

$$\text{Interés total} = (1,000) (0.05) (3) = \$150. \text{ Entonces:}$$

El monto del adeudo total después de tres años es: $1,000 + 150 = \$1,150$. La tabla 1.1 muestra el concentrado de los cálculos correspondientes.

Final del año	Cantidad obtenida en préstamo	Interés	Adeudo	Suma pagada
0	\$1,000			
1	-----	\$50	\$1,050	\$ 0
2	-----	\$50	\$1,100	\$ 0
3	-----	\$50	\$1,150	\$1,150

Tabla 1.1.- Cálculo de interés simple

El interés de \$50 ganado en el primer año y el interés de \$50 ganado en el segundo año no generan intereses.

Ejemplo 1.2 Si una persona le presta a otra \$1,000 al 10% de interés por una semana, esta deberá pagar \$100 más al finalizar esa semana. Es decir \$1,100. Si otra persona deposita \$1,000 en un banco que paga 20% de interés anual, pasado el período de capitalización de un año, su capital habrá aumentado de \$1,000 a \$1,200.

Ejemplo 1.3 Si usted deposita \$ 1,000 en un Banco que le pagará un interés del 3% **simple** por cada período de un mes, al término de cada mes tendrá un saldo final igual al que aparece en la tabla 1.2. Los intereses no ganan interés

Período (mes)	Saldo Inicial	Interés	Saldo Final
1	\$1000	\$30	\$1030
2	\$1030	\$30	\$1060
3	\$1060	\$30	\$1090
4	\$1090	\$30	\$1120
5	\$1120	\$30	\$1150
6	\$1150	\$30	\$1180

Tabla 1.2.-Cálculo de interés simple acumulado.

Interés compuesto o capitalizado. El interés generado durante cada período se calcula sobre el principal (capital) más la cantidad acumulada de intereses ganados en el periodo anterior. Es un interés sobre interés. Es decir, el interés gana intereses debido a que se reinvierte al final de cada periodo de interés. Así, el interés para cada periodo se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Interés} = \text{Principal} + (\text{Todos Intereses ganados})(\text{tasa de interés})$$

El valor final acumulado o debido es: **$F = \text{Principal} + \text{Interés}$**

La diferencia fundamental entre el interés simple y el interés compuesto estriba en que en el primero el capital permanece constante, y en el segundo el capital cambia al final de cada período de tiempo (de interés), dado que se agrega o capitaliza el interés.

Ejemplo 1.4 Si se obtiene un préstamo de \$1,000 al 5% de interés anual **compuesto**. Calcule el adeudo total a pagar después de tres años. Ver tabla 1.3.

Periodo (Año)	Saldo inicial	Interés	Saldo final
1	\$1,000.00	\$50.00	\$1,050.00
2	\$1,050.00	\$52.50	\$1,102.50
3	\$1,102.50	\$55.13	\$1,157.63

Tabla: 1.3 Cálculo de interés al 5% anual compuesto anualmente.

Observe que hay una diferencia entre el monto final del ejemplo 1.1 y 1.4; aún cuando es el mismo capital \$1,000 y un mismo periodo de interés de 3 años

Ejemplo 1.5 Si una empresa pide un préstamo de \$5,000 al 8% anual compuesto. Calcule el adeudo total a pagar después de 5 años. Compare con interés simple.

Solución. En la tabla 1.4 se aprecian los valores del capital, intereses y el valor acumulado al final de cada periodo de interés. Y en seguida se muestra el cálculo con interés simple.

Periodo	Valor presente	Intereses	Valor futuro o “F”
1	5,000	5,000 (0.08)	5,400.00
2	5,400.00	5,400(0.08)	5,832.00
3	5,832.00	5,832(0.08)	6,298.56
4	6,298.56	6,298.56(0.08)	6,802.44
5	6,802.44	6,802.44(0.08)	7,346.64

Tabla1.4 valor futuro con interés compuesto, ejemplo 1.5

En contraste, el valor del capital de \$5,000 al final del año cinco con *interés simple* es

$$F_5 = 5,000 + 5,000(0.08)(5) = \$7,000$$

Para ver la diferencia gráficamente entre interés simple y compuesto, en la figura 1.2 se observa el valor de \$1,030 al final de 6 años al 2.4992% \$1,195 vs \$1,185 y muestra que el capital crece más rápidamente con interés compuesto.

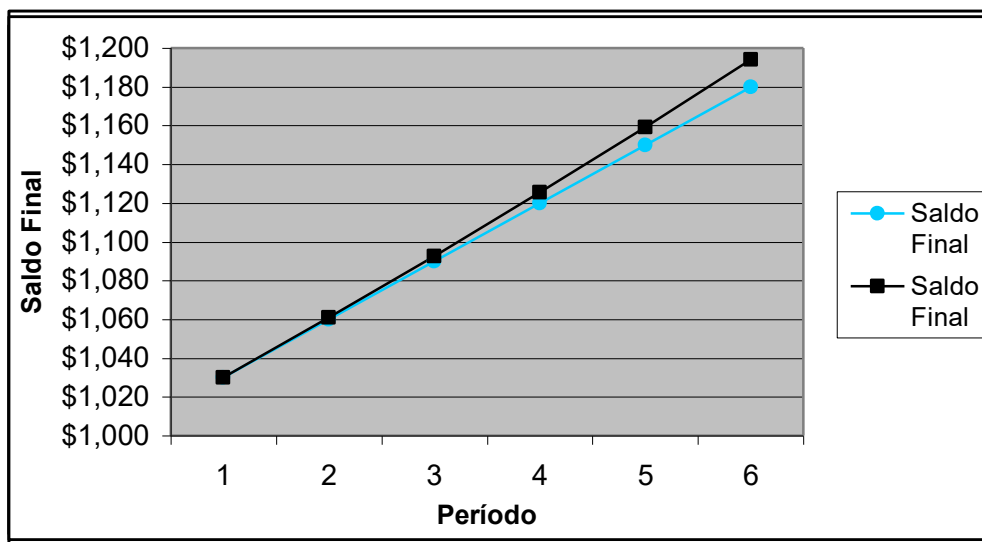


Fig. 1.2.-Comparación de interés simple y compuesto.

1.1.2.1 INTRODUCCIÓN A LAS SOLUCIONES POR COMPUTADORA

Las funciones en una hoja de cálculo de computadora llegan a reducir considerablemente el trabajo a mano o por calculadora de los cálculos equivalentes del *interés compuesto* y los términos P , F , A , i y n . el poder de la

hoja de cálculo electrónica a menudo permite introducir una función predefinida de la hoja de cálculo en una celda y obtener de inmediato la respuesta final. Se puede utilizar cualquier sistema de hoja de cálculo: uno disponible, como Microsoft Excel, o cualquier otro sistema diseñado especialmente con funciones y operadores financieros incorporados, que se ajusta a las necesidades de la empresa. El estudiante que sepa manejar esta herramienta por supuesto que podrá diseñar las fórmulas que resuelvan sus requerimiento. Es importante hacer notar que las funciones o fórmulas disponibles de Excel dependen de la versión o equipo que se tenga disponible. Por ejemplo, una PC con Windows XP, versión 2002 que dispone del software Excel 2003 de office, tiene un formulario o funciones directas para el cálculo de algunos valores como el valor futuro dado un valor presente o una serie de pagos uniformes, una tasa de interés y un determinado número de periodos, o bien para el cálculo de una serie de pagos iguales dado un valor presente, una tasa de interés y el número de periodos, etc. Con esta versión de Excel se resolverán algunos ejemplos.

A manera de ilustración, para quien no tiene conocimientos del manejo de la hoja de cálculo, aquí se presenta la solución mediante fórmula directas de Excel de algunos ejemplos resueltos en forma manual. El **ejemplo 1.4** se resuelve directamente con la función $=VF(tasa;nper;pago;(Va);(Tipo))$, lo que permite que al estar trabajando en la hoja de cálculo con las funciones o fórmulas directas se pueden obtener resultados instantáneos para cualesquier cambio de valor de las variables que nos interesen. Para la solución de este ejemplo, aquí se decidió utilizar arbitrariamente las columnas B y C, celdas de la 3 a la 7. Entonces, en la celda B3 se anota el texto **Préstamo**, en B4 el **número de periodos**, B5 Tasa de interés, en B6 serie de pagos (que aquí no hay) y en B7 Valor futuro. En la celda C3 se captura el valor del préstamo que es \$1000, en C4 el número de periodos que son 3, C5 contiene la tasa que es 5% o 0.05, la celda C6 tendrá un valor de 0 dado que no se está manejando ninguna serie de pagos, y por último en C7 se captura: $=VF(C5;C4;C6;C3)$ y se da enter; con lo que instantáneamente aparece el resultado que es \$ -1,157.63 Note que la fórmula separa cada celda con el signo de puntuación ; y el resultado es negativo que se interpreta como un egreso. Ver flujo de efectivo, sección 1.1.5

Similarmente, para el **ejemplo 1.5** en las celdas: D3,D4,D5,D6 y D7 se tiene P, i, n, A y VF respectivamente. Por consiguiente, en C3,C4,C5,C6 y C7 los valores son \$5,000, 8%, 5, 0 y $=VF(E4;E5;E6;E3)$ respectivamente, con lo que al dar enter se obtiene \$ - 7,346.64

Con esa fórmula, si el préstamo cambia a \$7,000 el resultado inmediato que se obtiene es \$ -11,273.57; si con los datos originales la tasa cambia a 11% , el resultado es \$ - 8,425.29 y si el plazo cambia a 10 años se obtiene un valor futuro de \$ - 10,794.62 Con estos valores se podría prepara una tabla y gráficas que mostraran objetivamente el comportamiento del valor futuro para diferentes valores de las variables que interesen.

1.1.3 EQUIVALENCIA

Los términos equivalentes se utilizan muy a menudo para pasar de una escala a otra. Algunas equivalencias comunes o conversiones son las siguientes:

Longitud: 100 centímetros = un metro,
kilómetro

1,000 metros = un

12 pulgadas = un pie, 3 pies = una yarda, 39.37 pulgadas = 1 metro

Presión: 1 atmósfera = 1 /newton / metro cuadrado = 10^3 pascales = Kilopascal

Muchas medidas equivalentes son una combinación de dos o más escalas. Por ejemplo 110 Km. / hr. Equivalen a 68 millas por hora o a 1.133 millas por minuto, con base en que 1 milla = 1.6093 Km. y en que una Hr. = 60 minutos.

Cuando se consideran juntos, el valor del dinero en el tiempo y la tasa de interés se da el concepto de *equivalencia económica* que implica que **dos sumas diferentes de dinero en diferentes tiempos tienen el mismo valor económico**. Por ejemplo, si la tasa de interés es 6% anual, \$100 hoy equivalen a \$106 dentro de un año a esa tasa.

Esta lógica puede utilizarse también para calcular equivalencias en años anteriores. Por ejemplo: Si se tienen \$106 hoy, estos equivalen a \$100 de hace un año al 6% de interés. Igualmente, \$100 de hoy equivalen a \$94.3396 hace un año a una tasa de interés de 6% anual. Esto es, $100/1.06 = 94.3396$, o sea que \$94.3396 de hace un año equivalen a \$100 de hoy a una tasa del 6% anual. Análogamente, 94.3396 de hoy equivale a 100 dentro de un año. Es decir, $94.3396 + 94.3396(0.06) = 100$

Ejemplo 1.6 Haga los cálculos a una tasa de interés del 5% anual para mostrar cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas y cuáles son falsas.

- a) \$98 hoy es equivalente a \$105.60 dentro de un año
- b) \$200 de hace un año equivalen a \$205 hoy
- c) \$3,000 hoy equivalen a \$3,150 dentro de un año

Solución:

- a) Suma acumulada = $98 + 98 \cdot 0.05 = \$102.90$; por lo tanto, la afirmación es falsa
- b) Inversión requerida hace un año: $= 205.00/1.05 = \$195.24$;
ó $200.00 + 200.00 \cdot 0.05 = 210$ por lo que la afirmación es falsa.
- c) Suma total acumulada = $3,000 + 3,000 \cdot 0.05 = 3,150$; la afirmación es verdadera.

1.1.4 SIMBOLOGÍA A UTILIZAR

Las ecuaciones y procedimientos que facilitan los cálculos en ingeniería económica emplean los siguientes términos y símbolos. Se incluyen tipo de unidades.

P = Valor o cantidad de dinero en un momento denotado como presente o tiempo 0. También **P** recibe el nombre de **valor presente** (VP), valor presente neto (VPN), flujo de efectivo descontado (FED) y costo capitalizado (CC); unidades monetarias.

F = Valor o cantidad de dinero en un tiempo futuro. **F** también recibe el nombre de **valor futuro** (VF); unidades monetarias.

A = **Serie uniforme** de cantidades de dinero consecutivas, iguales y del **final** del periodo, **A** también se denota por valor anual (VA) **n** = Número de **periodos** de interés.

i = **Tasa de interés** o tasa de retorno por periodo.

t = **Tiempo** expresado en periodos.

G = Gradiente aritmético o geométrico.

Esta simbología es básica para comprender y aplicar los conocimientos de la mayor parte del texto, particularmente las dos primeras unidades, sin embargo ésta se irá enriqueciendo conforme sea necesario según avance el contenido temático.

1.1.5.-DIAGRAMA DE FLUJO DE EFECTIVO:

Es la representación de los movimientos, entradas y salidas, de dinero en el tiempo de una operación financiera y se expresa mediante una línea horizontal donde los ingresos son positivos y se representan con una flecha hacia arriba y los egresos se consideran negativos y se representan con una flecha hacia abajo fig. 1.2. Es muy importante considerar el enfoque del flujo de efectivo ya que el sentido y signo de las cantidades de dinero se representan en forma aparentemente opuestas, por ejemplo, para un banco que presta dinero respecto del cliente que recibe el préstamo; donde lo que para el banco es una salida, para el deudor o cliente es una entrada.

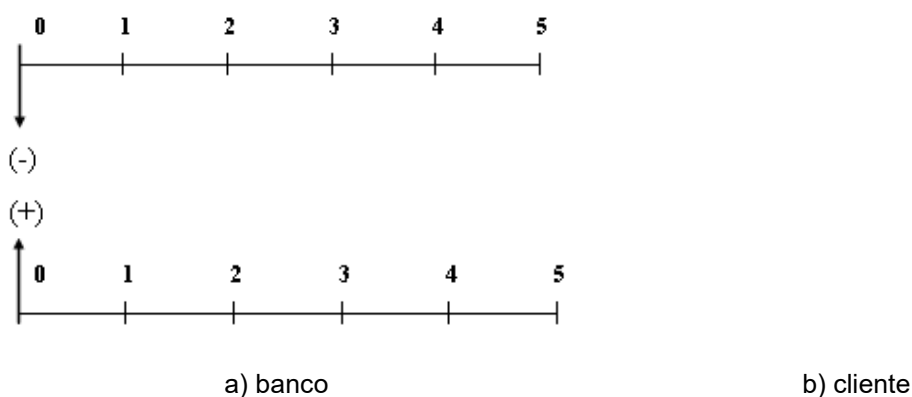


Fig. 1.2: diagrama de flujo de efectivo o de caja: a) banco, b) cliente

Esta representación del flujo de dinero es muy útil para el análisis económico, porque permite una visión clara del movimiento de cantidades de dinero a través del tiempo.

Los datos del flujo de efectivo pueden representar valores de dinero en el pasado, pero si representan valores en el futuro estos datos pueden corresponder a estimaciones, las cuales por su naturaleza contienen cierto grado de incertidumbre que habrá de considerarse en la toma de decisiones(ver sección 3.5), dado que son solo eso: estimaciones de un futuro incierto. Una vez estimadas apropiadamente, las técnicas de este libro orientan el proceso de toma de decisiones. Sin embargo, la exactitud probada con el tiempo de la estimación de entradas y salidas de efectivo de una alternativa claramente determina la calidad del análisis económico y su conclusión.

Los ingresos o entradas pueden constar de los siguientes elementos, dependiendo de la actividad y clase de negocio: Reducciones en los costos de operación, valor de salvamento de activos, recepción del principal de un

préstamo, ahorros en impuestos sobre la renta, ingresos provenientes de la venta de acciones, ahorros o rendimientos de los fondos de capital corporativo, etc. Las salidas de efectivo pueden estar constituidas por los siguientes elementos: Costo de adquisición de activos, costos de diseño de ingeniería, costos de operación, costos de mantenimiento, pagos de interés y del principal de un préstamo, impuestos sobre la renta y costo de actualización.

Ejemplo 1.7 En el siguiente cuadro, Tabla 1.4, se muestran algunos detalles del flujo de efectivo de un semestre para una familia de un cierto nivel socioeconómico. Los valores registrados son simples estimaciones, para efectos de ilustración, por lo que su precisión deja de tener relevancia aquí. Construya el diagrama de flujo de efectivo correspondiente.

Solución. Se obtienen los totales de ingresos y egresos con los que se calcula el saldo. El diagrama de flujo de efectivo se realiza solamente con los valores del saldo, es decir, ingresos menos egresos

INGRESOS:	E	F	M	A	M	J
Sueldo	20,000	9,000	9,000	14,000	9,000	9,000
Negocios	5,000	3,000	6,000	6,000	3,000	5,000
Otros	0.0	4,000	3,000	3,000	4,000	3,500
TOTAL	25,000	16,000	18,000	23,000	16,000	17,500

EGRESOS						
Alimentos	3,000	4,000	2,500	3,000	5,000	4,000
Renta	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000
Ropa	4,000	1,500	0	1,000	1,000	2,500
Escuelas	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000
Servicios	2,700	2,300	1,500	3,500	2,400	1,800
Vacaciones	0.0	0.0	0.0	7000	0.0	0.0
Varios	5,400	2,800	5,500	3,800	2,600	1,000
TOTAL	23,100	18,600	17,500	26,300	19,000	17,300
SALDO	1,900	-2,600	500	-3,300	-3,000	200

Tabla 1.5: Flujo de caja de una familia de cierto nivel socioeconómico

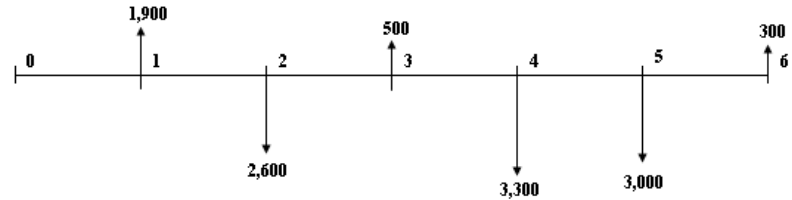
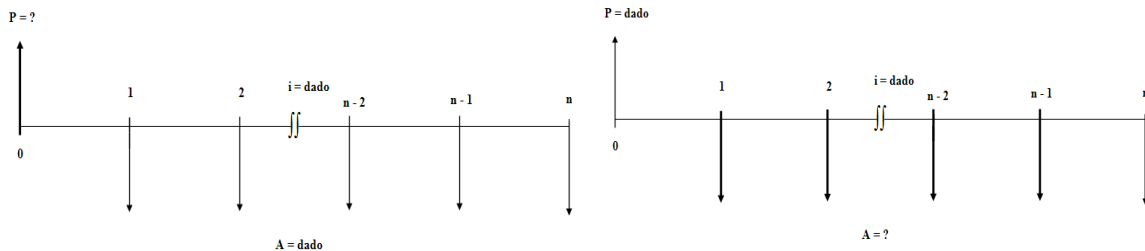


Fig. 1.3: Diagrama de flujo de efectivo de una familia en un semestre (Saldo)

Observe que el diagrama de flujo de caja se elaboró tan solo con los valores del saldo de todos los movimientos de dinero realizados por la familia. En un análisis de los conceptos de cuenta al detalle podría quedar de manifiesto en qué conceptos de ingreso o egreso tendrían que hacerse ajustes en la disciplina del gasto familiar, por ejemplo, en el concepto servicios podría haberse detectado que el gasto de teléfono tiene un gasto mensual de \$1,300 cuando el gasto promedio

debería ser de \$400 para las necesidades familiares, este análisis evitaría caer en problemas económico derivados del mal manejo del flujo de efectivo. Con este ejemplo se observa la utilidad práctica del concepto de flujo de efectivo en la familia, análogo al de cualquier empresa.

La siguiente figura muestra diagramas de flujo de efectivo para los cuales se debe obtener el equivalente ingreso o valor presente " P " para cubrir una serie dada de egresos " A ", y viceversa; dado un valor presente " P " a qué serie uniforme A equivale, dada una tasa de interés i , y un periodo de tiempo n determinado, lo cual se podrá resolver más adelante.



1.2.-FACTORES DE INTERÉS Y SU EMPLEO

Hablar de factores de interés implica hablar de un producto numérico o multiplicación entre factores, tales como P , F , A , F/P , A/P , P/F , Etc.

1.2.1.-FACTORES DE PAGO ÚNICO.

El concepto de pago puede considerarse como entrada o salida de dinero en un flujo de efectivo, ya que puede referirse a un pago propiamente dicho o a un cobro hecho por una persona física o moral; por ejemplo, si usted invierte en un banco, posteriormente recuperará su inversión más los intereses ganados, pero si recibe un préstamo, posteriormente tendrá que pagar el capital mas los intereses por el uso de ese préstamo.

1.2.1.1.-FACTOR VALOR PRESENTE (F/P)

El factor fundamental en la ingeniería económica es el que determina la cantidad futura de dinero F que se acumula después de n períodos (días, meses, años, etc.) a partir de un valor único presente P con *interés compuesto* i una vez por período

Aquí se desarrolla una fórmula que permite la determinación de F que se acumula después de n periodos, a partir de una inversión única P con interés i compuesto una vez por periodo, con la que se facilitarán los cálculos. esto es:

Si $F = P + P*i$; entonces al final del periodo $n = 1, 2, 3$, etc. se tiene:

$$F_1 = P + P*i = P(1+i)^1$$

$$F_2 = F_1 + F_1*i = P + P*i + (P + P*i)*i = P + P*i + P*i + P*i^2 = P(1 + 2*i + i^2) = P(1 + i)^2$$

$$F_3 = F_2 + F_2*i = P(1+i)^3 \dots$$

Por lo que se puede concluir que:

$$F_n = P (1 + i)^n$$

El **factor $(1+i)^n$** se denomina factor de cantidad compuesta de pago único (FCCPU), pero en general se hace referencia a este como el factor F/P . Este es el factor de conversión que cuando se multiplica por P , produce la cantidad futura F de una inversión inicial P después de n períodos, a la tasa i . El diagrama de flujo de efectivo correspondiente se muestra en la fig. 1. 4 a .

Ejemplo 1.8. Retomando el problema del *ejemplo 1.5*. Calcular el valor del adeudo al final de los periodos 5, 3 y 7, aplicando la fórmula anterior, con $i = 8\%$, 8% y 9% respectivamente.

Solución. Sustituyendo los datos se tiene:

$$F_5 = 5,000(1.08)^5 = \$7,346.64$$

$$F_3 = 5,000(1.08)^3 = \$6,298.56$$

$$F_7 = 5,000(1.09)^7 = \$9,140.19$$

Ejemplo 1.9 Jack ha acumulado \$120,000 que desea invertir ahora en un banco. Quiere calcular el valor equivalente después de 6 años cuando planea usar todo el dinero resultante como enganche o pago inicial de una casa de vacaciones en la playa. Suponga una tasa de retorno de 9% anual. Determine la cantidad que podrá pagar como enganche.

Solución. Se encuentra el valor equivalente de P al final del año 6 a una tasa del 8% anual compuesto

$$F_6 = P(1+i)^n = 120,000(1+0.09)^6 = 120,000(1.6771) = \$201252.01$$

1.2.1.2.-FACTOR VALOR FUTURO (P/F).

A partir de la fórmula anterior para calcular un valor futuro después de n períodos a una tasa i se puede deducir matemáticamente que el valor presente dado un valor futuro es:

$$P = F \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Donde el **factor $1/(1+i)^n$** se conoce como el *factor de valor presente, pago único* (FVPPU), o factor P/F . Esta expresión determina el valor presente P de una cantidad futura dada, F , después de n periodos a una tasa de interés i . El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la fig.1.4 b

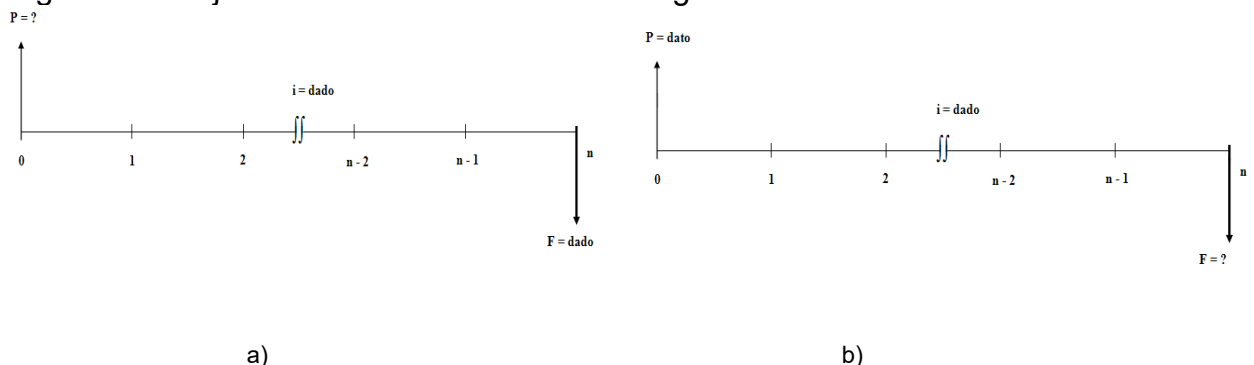


Fig. 1.4 Diagrama de flujo de efectivo para factores de pago único: a) determine F b) determine P

Ejemplo 1.10 Hewlett - Packard realizó un estudio que indica que la reducción de \$50,000 en mantenimiento este año, en una línea de producción, es el resultado del mejoramiento de la tecnología de fabricación de circuitos integrados, con base en diseños que cambian rápidamente. H P considera que este tipo de ahorros vale un 20% anual.

- Encuentre el valor equivalente de este ahorro después de 5 años
- Si el ahorro ocurre ahora, calcule su valor equivalente hace 3 años

Solución.

a) Aplicando la fórmula se tiene. $F = 50,000(1+0.20)^5 = 50,000(2.4883) = \$124,415$

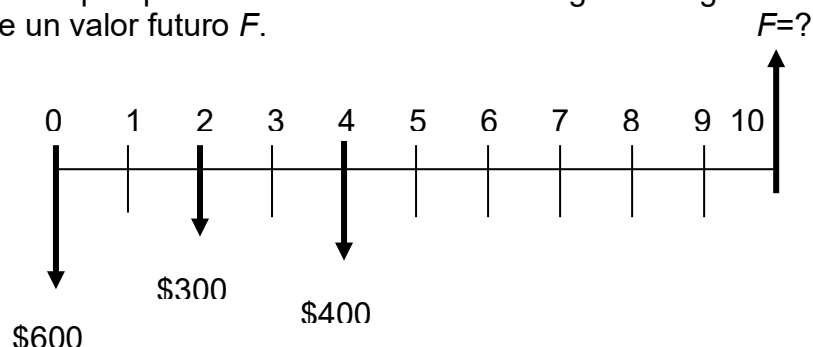
b) El valor presente equivalente del ahorro, hace tres años será

$$P = 50,000/(1+0.20)^3 = 50,000(0.5787) = \$28,935$$

Ejemplo:1.11 Un contratista de baldosas independiente realizó una auditoria de algunos registros viejos y encontró que el **costo** de los suministros de oficina variaba como se muestra en la gráfica (diagrama) siguiente:

Si el contratista desea conocer el valor equivalente en el año 10 de las tres sumas indicadas, solamente ¿Cuál será ese total a una tasa de interés del 5%?

Solución. Desde la perspectiva del contratista en la siguiente figura se indica que debe calcularse un valor futuro F .



Puesto que cada valor es diferente y no tiene lugar cada año, el valor futuro F puede determinarse sumando los costos unitarios individuales equivalentes en el año 10. Por tanto:

$$F = 600(1.05)^{10} + 300(1.05)^8 + 400(1.05)^6 = 600(1.6289) + 300(1.4775) + 400(1.3401) = \$1,956.63.$$

Comentario: El problema también podría resolverse encontrando el valor presente en el año 0 de los costos de \$300 y \$400 mediante los factores P/F , sumados a los 600 y luego encontrando el valor futuro del total en el año 10. Se recomienda al lector hacer este ejercicio y compara resultados.

“NOTACIÓN ESTÁNDAR DE FACTORES Y USO DE LAS TABLAS DE INTERÉS”

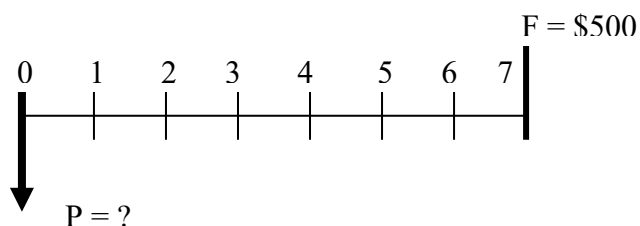
De manera similar a la anterior (puntos: 1.2.1.1 F/P y 1.2.1.2 P/F) se han obtenido los factores para encontrar las equivalencias o valores de **A** (serie uniforme) y **G** (gradiente)

aritmético o geométrico) dado cualquier otro factor o valor. Asimismo, con el objeto de facilitar algunos cálculos en ingeniería económica, se han desarrollado *tablas de factores de interés compuesto* para determinadas tasas de interés i las cuales permiten obtener más rápidamente los resultados deseados.

Se ha adoptado una *notación estándar* para poder utilizar los factores consignados en dichas tablas, evitando con esto la utilización de las fórmulas de los factores correspondientes. Esta notación incluye dos símbolos de flujo de efectivo, la tasa de interés y el número de períodos, su forma general es: $(x/y, i, n)$. La literal **X** representa lo que **se busca**; mientras que la literal **Y** representa el **valor dado**. En consecuencia, la expresión $(F/P, 6\%, 20)$ representa el factor que encuentra la cantidad futura de P en 20 períodos si la tasa de interés es del 6% por período. Este factor es $F/P = 3.2071$, el cual se obtiene de la tabla del 6% donde F/P interseca con $n = 20$.

Obviamente que si no hubiera tablas para 6%, ni manera de interpolar, este valor se podría obtener con la fórmula: $F = P(1+i)^n$ de donde el factor $F/P = (1.06)^{20} = 3.2071$

Ejemplo 1.12 ¿Cuánto dinero deberá gastar una persona ahora con el fin de evitar el gasto de \$500 dentro de siete años si la tasa de interés es del 18% anual?



Solución:

Esto es, hallar un valor presente dado un valor futuro, entonces usando la notación estándar se puede calcular buscando el factor P/F en la tabla del 18% para $n = 7$. Así:

$$P = \$500 (P/F, 18\%, 7) = \$500(0.3139) = \$156.95.$$

Usando la fórmula se tiene que:

$$P = 500 (1/(1+0.18)^7) = \$500(0.3139) = \$156.95$$

Así mismo, se puede probar con la forma estándar y con fórmula, respectivamente, que \$156.95 ahora equivalen a \$500 dentro de 7 años al 18% compuesto anual.

$$F = \$156.95(F/P, 18\%, 7) = \$156.95(3.1855) = \$500.00, \text{ o } 156.95(1.18)^7 = \$500$$

En la tabla 1.6 se han concentrado las fórmulas y notación estándar para calcular valores como F , P , A , G dado un valor o factor. Las fórmulas para A y G se obtienen más adelante sección (1.3.1)

Hallar / Dado	Factor	Ecuación	Fórmula	Función Excel
F/P	$(F/P, i, n)$	$F = P(F/P, i, n)$	$F = P(1+i)^n$	$VF(i, n, A)$
P/F	$(P/F, i, n)$	$P = F(P/F, i, n)$	$P = F \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$	$VA(i, n, VF)$
A/P	$(A/P, i, n)$	$A = P(A/P, i, n)$	$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$	$PAGO(i, n, VA)$
P/A	$(P/A, i, n)$	$P = A(P/A, i, n)$	$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$	$VA(i, n, A)$
A/F	$(A/F, i, n)$	$A = F(A/F, i, n)$	$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$	$PAGO(i, n, VF)$
F/A	$(F/A, i, n)$	$F = A(F/A, i, n)$	$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$VF(i, n, A)$
P_G / G	$(P/G, i, n)$	$P = G(P/G, i, n)$	$P = G \frac{(1+i)^n - in - 1}{i^2(1+i)^n}$	
A_G / G	$(A/G, i, n)$	$A = G(A/G, i, n)$	$A = G \frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}$	
P_g / A $g \neq i$	$(P/A, i, n)$	$P = A(P/A, i, n)$	$Pg = A \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i} \right)^n}{i - g} \right)$	
P_g / A $g = i$	$(P/A, i, n)$	$P = (P/A, i, n)$	$Pg = A \frac{n}{1+i}$	

Tabla 1.6: Relación de fórmulas para flujos de efectivo discretos con composición de final de período

1.2.2.-FACTOR DE SERIE UNIFORME

1.2.2.1.-FACTOR DE VALOR PRESENTE SERIE UNIFORME (P/A)

El valor presente P equivalente de una serie uniforme A de flujo de efectivo al final del período se muestra en la fig. 1.5. La expresión que calcula P dado A es:

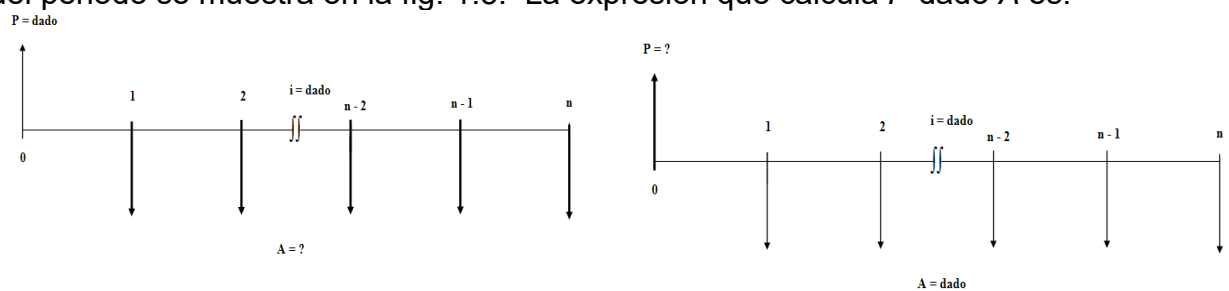


Fig.1. 5.-Diagramas de flujo de efectivo para determinar a) P de una serie uniforme y b) A para un valor P

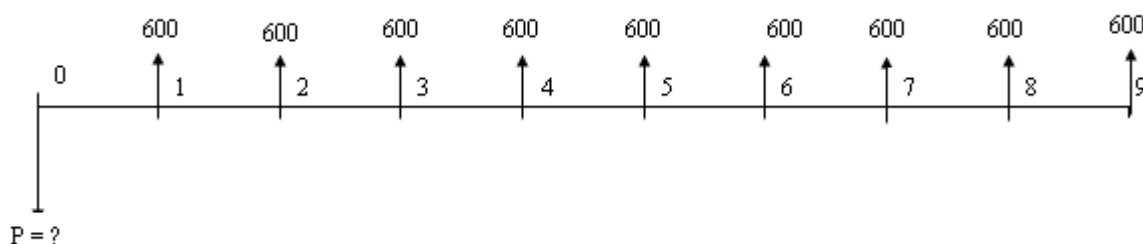
$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad \text{para } i \neq 0.$$

También puede determinarse este valor P considerando cada valor de A de final de periodo como un valor futuro F , calculando su valor presente con el factor P/F para luego sumar los resultados.

El termino entre corchetes de la ecuación anterior es el *factor de valor presente serie uniforme* (FVPSU). Se trata del factor P/A utilizado para calcular el valor P equivalente en el año 0 para una serie uniforme de final de periodo de valores de A , que empiezan al final del periodo 1 y se extienden durante n periodos.

Ejemplo:1.13 ¿Cuánto dinero estaría una persona dispuesta a pagar ahora por una inversión cuyo retorno garantizado sería de \$600 anual durante 9 años empezando el año próximo, a una tasa de interés del 16% anual?

Solución. Al elaborar el diagrama de flujo de efectivo se hace más evidente que debe hallarse P dada una serie uniforme A de final de cada periodo.



Solución. Según el diagrama y la validez de aplicación de la fórmula se debe hallar P dado A , para 9 periodos con $i = 16\%$. Esto es:

$$P = 600 \left[\frac{(1+0.16)^9 - 1}{0.16(1+0.16)^9} \right] = 600(4.6065) = \$2,763.90$$

Estos cálculos podrían abreviarse usando notación estándar, como se ve aquí:

$$P = 600(P/A , 16\% , 9) = 600(4.6065 \text{ de tablas}) = \$2,763.90$$

1.2.2.2.-FACTOR DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL (A/P)

Para invertir la situación, se conoce el valor presente P y se busca la cantidad equivalente A de una serie uniforme fig.1.5. El primer valor A ocurre al final del periodo 1, es decir, un periodo después de que P ocurre. Al despejar A de la ecuación anterior se tiene:

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

El término entre corchetes se denomina *factor de recuperación de capital* (FRC o *factor A/P*). Con él se calcula el valor anual uniforme equivalente A durante n años de una P dada en el año 0, cuando la tasa de interés es i .

Estas fórmulas se establecen con el valor presente P y la primera cantidad uniforme A , con un período de diferencia. Es decir, el valor presente P siempre debe localizarse un periodo antes de la primera A .

Recurriendo al ejercicio anterior, inversamente, se puede ver que un valor presente de \$2,763.90 equivale a una serie uniforme de \$600 al final de cada uno de 9 periodos, a una tasa del 16%. Esto es:

$$A = 2,763.90(A/P, 16\%, 9) = 2,763.90(0.21708) = \$600$$

Ejemplo 1.14 Supóngase que alguien tiene una deuda de \$10,000 la cual debe pagar por medio de abonos mensuales iguales durante 5 años a una tasa del 12% capitalizable mensualmente. ¿De cuanto debe ser cada pago?

Solución.

El número de pagos n es de $5 \times 12 = 60$ y la tasa mensual es $i = 12\%/12 = 1\%$,

$$A = P(A/P, 1\%, 60) = \$10,000(0.022244) = \$222.44 \text{ mensuales.}$$

De la misma manera, se puede ver que esta serie uniforme A de final de cada uno de 60 periodos equivale a un valor presente P de \$10,000, en $n = 0$. Es decir:

$$P = A(P/A, 1\%, 60) = 222.44(44.9550) = \$10,000$$

1.2.2.3.-FACTOR VALOR FUTURO SERIE UNIFORME (F/A)

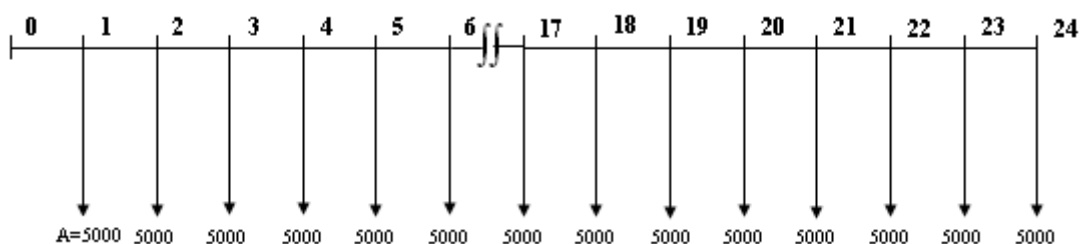
La siguiente fórmula produce el valor futuro F de la serie uniforme A dada, en n períodos a una tasa de interés i . Como se mencionó antes, estas fórmulas están derivadas considerando que **la serie uniforme A se inicia al final del periodo 1 y continúa a lo largo del periodo de la F dada.** Fig.1.5 a

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ es el *factor de cantidad compuesta, serie uniforme (FCCSU)*, o *factor*

F/A el cual cuando se multiplica por una serie uniforme A dada, produce el valor futuro de la serie uniforme.

Ejemplo:1.15 Si usted deposita \$5,000 mensuales, iniciando dentro de un mes, en una cuenta que le paga el 1% mensual. ¿Cuánto tendrá dentro de dos años?. Haga el diagrama de flujo y compruebe el resultado utilizando la fórmula $F = P(1+i)^n$ para llevar cada valor de A al final del año dos, sumándolos consecutivamente.



Solución. El diagrama de flujo de efectivo permite visualizar mejor las cantidades y el tiempo a considerar en el cálculo del valor futuro. Utilizando la fórmula se tiene:

$$F = 5,000 \frac{(1 + 0.01)^{24} - 1}{0.01} = 5,000(26.9734) = 134,867.72$$

La forma estándar con el factor F/A , produce el siguiente resultado::

$$F = A(F/A, i, n) = 5,000(F/A, 1\%, 24) = 5,000(26.9735) = 134,867.50$$

Tomando cada A y llevándola al final del periodo 24, con $F = P(1+i)^n$ como suma:

$$F = 5,000(1.01)^{23} + 5,000(1.01)^{22} + 5,000(1.01)^{21} + 5,000(1.01)^{20} + \dots + 5,000(1.01)^2 +$$

$$5,000(1.01)^1 + 5,000(1.01)^0$$

Factorizando, y sumando los factores F/P para $i = 1\%$ se obtiene que:

$$F = 5,000(1.2572 + 1.2447 + 1.2324 + 1.2202 + 1.2081 + 1.1961 + 1.1843 + \dots + 1.0201 + 1.0100 + 1.000) = 5,000(26.9735) = \$134,867.50$$

Al igual que se mostró en el apartado 1.2.2.1, se pueden resolver los ejemplos 1.14 y 1.15 por medio de la hoja de cálculo, mediante las funciones disponibles en Excel.

Para **1.14** se eligieron arbitrariamente las columnas B y C , con las filas 16 a la 20.

En B16, B17, B18, B20 se capturan los datos de tasa de interés, número de periodos, préstamo y mensualidad respectivamente. En la columna C16, C17, C18 y C20 se capturan los datos de 1%, 60 meses, 10,000 y =PAGO(C16,C17,C18). Al dar enter en C20 se obtiene inmediatamente \$ - 222.44, que son las mensualidades a pagar por ese préstamo a esa tasa de interés a un plazo de 5 años o sea 60 meses.

Si la fórmula se escribe como =(C16;60;10000) también se obtiene el resultado, pudiendo sustituir valores de las variables que interesen tanto en la fórmula como en los valores de las celdas definida en C

Para **1.15** en las columnas D y E se capturan los siguientes textos y datos del problema, para las filas de la 9 a la 13. Esto es: D9, D10, D11, D13 contienen los siguientes textos en orden sucesivo: depósitos, tasa de interés, meses y valor futuro. En las celdas E9, E10, E11, y E13 se capturan: 5000, 1%, 24 y =VF(E10;E11;E9) con lo que al dar enter aparece el resultado de \$ - 134,867.32

Ejemplo:1.16 Si una persona desea pagar US\$ 500 anuales, efectuando una serie de 5 pagos al 8% de interés anual, cuál es el monto que se acumulara al final de los 5 años?.

Solución. Se da por hecho que el primer depósito se hace al final del año 1

$F = 500 \frac{(1 + 0.08)^5 - 1}{0.08} = 500(5.8666) = \$2,933.30$: monto acumulado al final del año 5.

Si el primer depósito de 5 se hiciera al principio del año 1 entonces el saldo sería

$$F = 500(F/P, 8\%, 5) + 500(F/A, 8\%, 4)(F/P, 8\%, 1) = \$3,167.90$$

Ejemplo:1.17 Si una persona deposita en el banco \$7,000 mensuales durante un año, para un ahorro con el 5% de interés mensual, cuanto dinero tendrá al final?.

Solución:

$$F = 7,000 \frac{(1 + 0.05)^{12} - 1}{0.05} = 7,000(15.9171) = \$111,419.70$$

Usando notación estándar se tiene: $F = 7,000(15.9171) = \$111,419.70$

1.2.2.4.-FACTOR FONDO DE AMORTIZACIÓN (A/F)

De la fórmula explicada en la sección anterior se puede deducir matemáticamente la ecuación para determinar la serie de valor uniforme A que sería equivalente a un valor futuro determinado F , a una tasa i por período. fig. 1.6a

$$A = F \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

$\frac{i}{(1 + i)^n - 1}$ es el *factor del fondo de amortización* o *factor (A/F)*

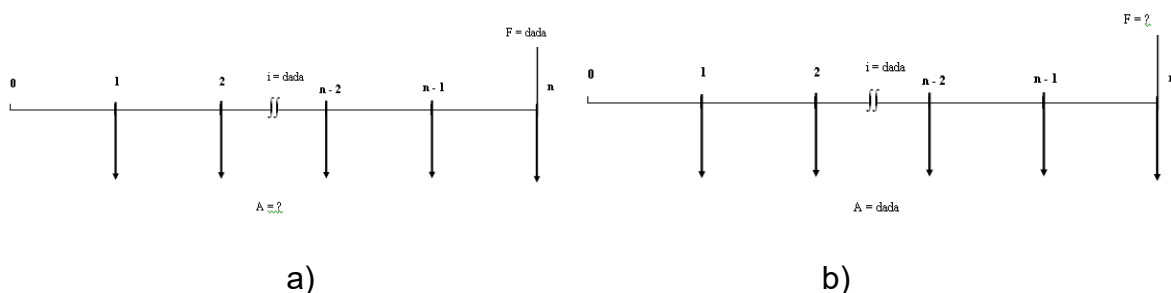


Fig.1.6.- Diagramas de flujo de efectivo para a) determinar A dado F, y b) determinar F dado A

Ejemplo1.18 Si una pareja planea acumular \$250,000 de aquí a tres años para realizar un proyecto familiar. ¿Cuánto deberán depositar mensualmente si el banco les paga el 18% anual compuesto mensualmente?.

Solución. La tasa es $i = 18\%/12 = 1.5\%$ mensual; $n = 36$ meses y $F = \$250,000$. entonces, usando la forma estándar se tiene:

$$A = 250,000(A/F, 1.5\%, 36) = 250,000(0.02115) = \$5,287.50/\text{mes}.$$

Se puede verificar que depositando \$5,287.50 mensuales durante tres años al 18% se tendrán $F = \$250,000$ al final del año 3. Esto es:

$$F = 5,287.5.(F/A, 1.5\%, 36) = 5,287.50(47.276) = \$249,971.85$$

Estos valores son aproximados, debido al redondeo de los datos de los factores.

CÁLCULO DE NÚMERO DE AÑOS DESCONOCIDOS

Para que una serie de flujos de efectivo proporcione una tasa de rendimiento establecida, algunas veces es necesario determinar el número de años (periodos) requeridos. Otras veces se desea saber cuándo determinadas cantidades de dinero estarán disponibles a partir de una inversión propuesta. En ambos casos, la incógnita es n . Para encontrar ésta variable se utilizan técnicas similares a las de las secciones anteriores. Algunos problemas se resuelven directamente para n con una manipulación de las fórmulas de pago único y de serie uniforme. En otros casos, n se calcula usando interpolación en las tablas de interés, como se verá más adelante.

Ejemplo 1.19 Suponga que usted desea saber en qué tiempo puede duplicar una cierta cantidad de dinero al 8% de interés.

Solución. En este caso, si se considera que $F = P(1+i)^n$, se puede despejar n de esta expresión. Si consideramos, por ejemplo, que P es 1, entonces F será 2; así:

$F/P = (1+0.08)^n = 2$. Entonces, $\ln 2 = n \ln (1.08)$, por lo que $n = \ln 2 / \ln 1.08$. esto es, que $n = 0.69314 / 0.07696 = 9.00649$ años (dado que la tasa es anual).

Con estos datos se puede probar que $2 = (1.08)^{9.00649}$

En las tablas del 8% de interés compuesto se ve que $F/P = 2$ se encuentra entre 9 y 10 años, lo que es razonable, dado que el valor calculado es 9.0064 años.

INTERPOLACIÓN DE LAS TABLAS DE INTERÉS.

Cuando es necesario localizar el valor de un factor i o n que no se encuentra en las tablas de interés, el valor deseado puede obtenerse en una de dos formas: **1.**utilizando las fórmulas derivadas concentradas en la tabla 1.6 . **2.** interpolando linealmente entre los valores tabulados u obtenidos. En general, es más fácil y más rápido emplear las fórmulas de una calculadora u hoja de cálculo que ya las tiene programadas. Además, el valor obtenido a través de la interpolación lineal no es tan exacto, ya que las ecuaciones son no lineales. Sin embargo la interpolación resulta suficiente en la mayoría de los casos siempre y cuando los valores de i o n no estén muy distantes entre sí.

El primer paso para interpolar es disponer los valores (**1** y **2**) conocidos y los desconocidos, como se muestra en seguida. Se establece una ecuación proporcional y se resuelve para el valor deseado. Así:

<i>i</i> o <i>n</i>		Factor	
b	a	Tabulado	Valor 1
		Deseado	
		Tabulado	valor 2
		c	
		d	

La ecuación proporcional es: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, por tanto $c = (a/b)d$

donde a, b, c, d representan las diferencias entre los números que se muestran en las tablas de interés. El valor de c de la ecuación anterior se suma o se resta del valor 1, dependiendo de si el valor del factor está aumentando o disminuyendo, respectivamente.

Ejemplo 1.20 Suponga que usted desea acumular a futuro \$175,000 para dar el enganche en la compra de una casa habitación y tiene posibilidades de ahorrar \$9,000 mensuales en una cuenta que paga el 7%. ¿En cuanto tiempo podrá acumular esa cantidad?.

Solución:

Utilizando $A/F = 9,000/175,000 = 0.0514$, se tiene que en la tabla de $i = 7\%$ el factor $A/F = 0.05142$ se encuentra entre 12 y 13 años

<i>n</i>		<i>A/F</i>	
b	a	12	0.05590
		X	
		13	0.04965
		c	
		d	

Ahora bien, de $a/b = c/d$ se tiene que $a = (c/d)b$, entonces:

$$n = 15 + a = 15 + (0.05590 - 0.05142) / (0.05590 - 0.04965) = 12 + 0.00448 / 0.00625 ;$$

Así que $n = 12.7$ años.

Comprobación:

$$250,000 = 9,000(F/A, 7\%, 12.7) = 9,000 \left[\frac{(1.07)^{12.7} - 1}{0.07} \right] = 9,000(19.4489) = \$175,040$$

Este mismo procedimiento de interpolación se puede utilizar para determinar la tasa de interés desconocida.

1.3.- FACTORES DE GRADIENTE.

Algunos proyectos de inversión generan flujos de efectivo que crecen o disminuyen una cierta cantidad constante cada período. Por ejemplo, los gastos de mantenimiento de un determinado equipo se pueden incrementar una cantidad constante cada período. También, es posible que otros proyectos generen flujos que se incrementen un cierto porcentaje constante por cada período. Este último caso se comprende fácilmente cuando se supone que los flujos por el efecto de la inflación crecen un porcentaje constante por período. Análogamente, un auto se puede ir depreciando gradualmente hasta llegar al fin de su vida útil.

A esta razón de crecimiento o disminución constante (cantidad o porcentaje), en ingeniería económica, se le conoce con el nombre de “Gradiente”.

1.3.1 FACTORES DE GRADIENTE ARITMÉTICO (P/G y A/G)

Un gradiente aritmético o uniforme (G) es una serie de flujo de efectivo que aumenta o disminuye en una cantidad constante. Es decir, que el flujo de caja, ingreso o desembolso, cambia en la misma cantidad cada período. La cantidad de aumento o disminución es el gradiente, como se puede apreciar en la fig.1.7. Al desarrollar una formula que se pueda utilizar para gradientes aritméticos o uniformes es conveniente suponer que el primer flujo de la serie se encuentra al final del período 1 y no involucra un gradiente, sino un pago base, esto es que G inicia realmente $n = 2$.

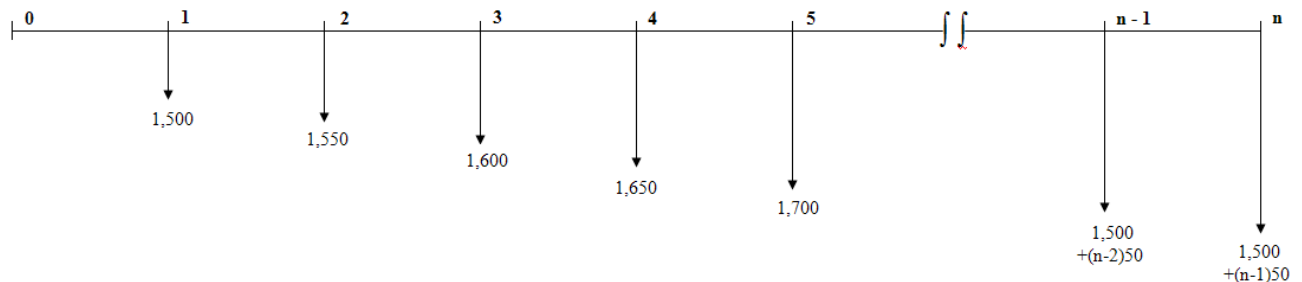


Fig. 1.7.-Serie gradiente aritmético con una cantidad base 1,500 y un gradiente de 50.

El valor de G puede ser positivo o negativo. Si ignoramos el pago base, podríamos construir un diagrama generalizado de flujo de efectivo de gradiente creciente uniforme como se muestra en la figura 1.8.

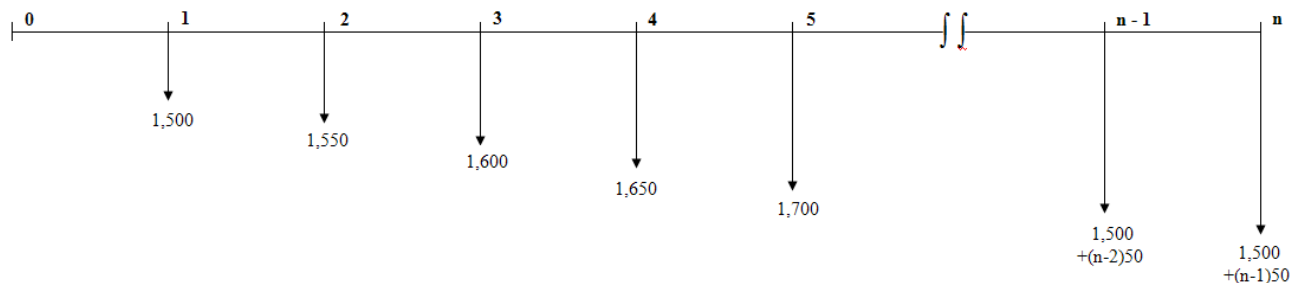


Fig:1.8: Serie de gradiente uniforme ignorando la cantidad base.

En seguida, se muestra la fórmula para la determinación del valor presente P de la serie gradiente uniforme G (aritmético):

$$P = G \left[\frac{1}{i} \right] \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Como $P = F / (1+i)^n$; entonces:

$$\frac{F}{(1+i)^n} = G \left[\frac{1}{i} \right] \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Al despejar F , pasando $(1+i)^n$ al otro lado de la ecuación, se determina la formula para obtener el valor futuro F equivalente de un gradiente aritmético conocido:

$$F = G \left[\frac{1}{i} \right] \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

Ahora; si:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Entonces:

$$A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = G \left[\frac{1}{i} \right] \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

Simplificando: se obtiene la fórmula para

A/G

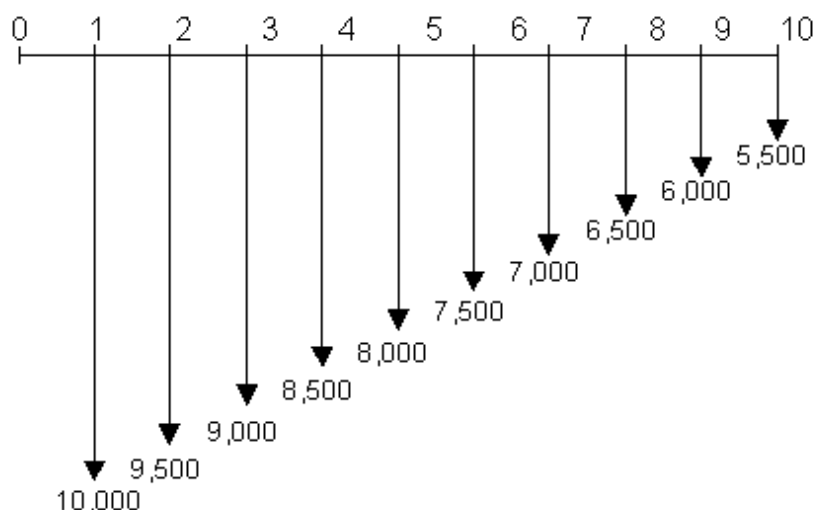
$$A = G \left[\frac{1}{i} \right] \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = G \left[\frac{1}{i} \right] \left[1 - \frac{ni}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Por lo que, en forma más sencilla, el valor de una serie A dado un gradiente G , es:

$$A = G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Ejemplo 1.21 Una persona deposita en una cuenta de ahorros durante 10 años, una cantidad anual que va disminuyendo una cantidad constante de \$ 500 por año. La magnitud del primer deposito que se hace es de \$ 10,000 y el último de \$ 5,500. Si en la cuenta de ahorros se gana un 15% anual. ¿De qué magnitud debe ser un deposito anual constante durante el mismo tiempo para que el monto acumulado sea el mismo?



$$\begin{aligned}
 G &= 500 \\
 A_1 &= 10,000 \\
 i &= 15\% \\
 n &= 10 \\
 A &= -A_1 + A_G
 \end{aligned}$$

Solución. Con la fórmula $A = -A_1 + G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right]$ se tiene:

$$A = -10,000 + 500 \left[\frac{1}{0.15} - \frac{10}{(1+0.15)^{10} - 1} \right] = -10,000 + 1,691.60 = -8,308.40/\text{año}.$$

No hay que olvidar que esta serie uniforme equivalente tiene su primer valor en $n = 1$, así el monto acumulado al final del año 10 es:

$$F = 8,308.40(F/A, 15\%, 10) = 8,308.40(20.3037) = \$168,691.26$$

Una forma más laboriosa de encontrar el valor equivalente F del flujo de efectivo del problema (diagrama) anterior, es llevar cada valor al final del año 10, así; el primer desembolso de \$10,000 gana intereses durante 9 meses, el segundo de \$9,500 tendrá intereses por 8 meses y así sucesivamente, mientras que el último desembolso de 5,500 no gana intereses porque se coloca al final del año 10. Aquí se omite el signo negativo en el entendido que el resultado es negativo dado que se trata de desembolsos. La forma estándar general es $F = P(F/P, i, n)$, entonces:

$$\begin{aligned}
 F &= 10,000(3.5179) + 9,500(3.0590) + 9,000(2.6600) + 8,500(2.3131) + 8,000(2.0114) \\
 &\quad + 7,500(1.7490) + 7,000(1.5209) + 6,500(1.3225) + 6,000(1.1500) + 5,500 \\
 &= \$168,692
 \end{aligned}$$

Entonces, con este valor futuro se obtiene una serie A uniforme de desembolsos equivalente de \$8,308, o sea:

$$A = 168,692.10(A/F, 15\%, 10) = 168,692.10(0.04925) = 8,308$$

Ejercicio: Dado el flujo de caja anterior se obtiene el valor presente P en $n = 0$, de cada una de las cantidades (F), se suman los valores P_i obtenidos sucesivamente, y con esta suma o valor presente se encuentra A , con notación estándar:

$$P = 10,000(P/F, 15\%, 1) + 9,500(P/F, 15\%, 2) + 9,000(P/F, 15\%, 3) + 8,500(P/F, 15\%, 4) \\ + 8,000(P/F, 15\%, 5) + 7,500(P/F, 15\%, 6) + 7,000(P/F, 15\%, 7) + 6,500(P/F, 15\%, 8) + \\ 6,000(P/F, 15\%, 9) + 5,500(P/F, 15\%, 10)$$

$$P = 10,000(0.8696) + 9,500(0.7561) + 9,000(0.6575) + 8,500(0.5718) + 8,000(0.4972) \\ + 7,500(0.4323) + 7,000(0.3759) + 6,500(0.3269) + 6,000(0.2843) + 5,500(0.2472)$$

$P = 41,698.15$: Ahora bien; dado este valor presente hallar A . Esto es:

$$A = 41,698.15(A/P, 15\%, 10) = 41,698.15(0.19925) = 8,308.35$$

Es importante notar que P podría calcularse más rápidamente con fórmulas, y a partir de ahí obtener cualquier otra equivalencia, como F o A , por ejemplo.

$$P = 10,000(P/A, 0.15\%, 10) - \frac{500}{0.15} \left[\frac{(1 + 0.15)^{10} - 1}{0.15(1 + 0.15)^{10}} - \frac{10}{(1 + 0.15)^{10}} \right] = \$41,698.15$$

$$F = 41,698.15(F/P, 15\%, 10) = 41,698.15(4.0456) = \$168,694.00$$

Como se puede apreciar en este ejemplo, con los conocimientos adquiridos hasta este punto es posible aplicarlos al concepto de equivalencia de ingeniería económica en forma más amplia, utilizando fórmulas directas, forma estándar o manejando los valores en forma individual.

Ejemplo 1.22 Una empresa desea prevenir el reemplazo de cierta maquina dentro de 6 años, que es su vida útil, por lo que anualmente deposita en una cuenta que gana el 8%, el importe de la depreciación que deduce como gasto, de sus ingresos o renta anual, empezando con un depósito base de \$35,000 al final del primer año de uso de la máquina, aumentando posteriormente \$5,000 más cada año. ¿Cuánto habrá acumulado en esa cuenta al final de la vida útil de la máquina?. Haga el diagrama de flujo de efectivo.

Solución: El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la fig.1.9.

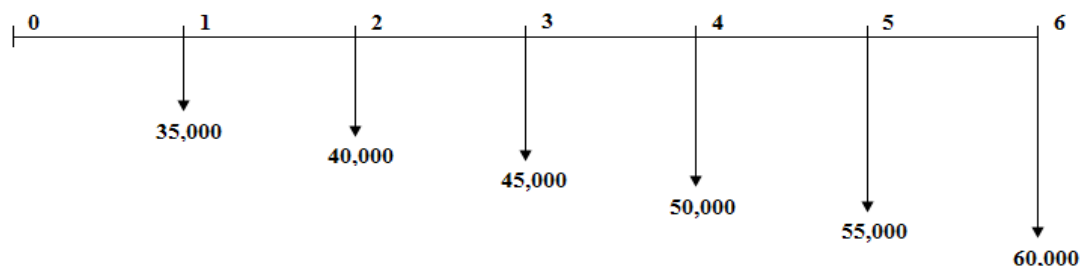


Fig. 1.9.-Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 1.19

$$F = 35,000(F/A, 8\%, 6) + 5,000(F/G, 8\%, 6) = 35,000(7.3359) + 5,000(F/G, 8\%, 6)$$

Dado que no existen valores en tablas del **factor F/G** , debe calcularse éste por medio de la fórmula correspondiente.

$$F/G = 1/i ((1+i)^n - 1)/i - n = 1/0.08 ((1.08)^6 - 1)/0.08 - 6 = 12.5 ((1.5868 - 1)/0.08) - 6$$

$$= 12.5(((0.5868)/0.08) - 6) = 12.5 (7.335 - 6) = 12.5(1.335) = 16.6875; \text{ Por lo tanto:}$$

$$F = 35,000(7.3359) + 5,000(16.6875) = 340,194$$

Adicionalmente a la tabla 1.4 de concentrado de fórmulas aquí se agrega la ecuación para calcular F dado G .

F	G	$(F/G, i, n)$	$F = G (F/G, i, n)$	$F = G \left[\frac{1}{i} \right] \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$
-----	-----	---------------	---------------------	---

1.3.2 FACTORES DE GRADIENTE GEOMÉTRICO.

Algunas veces los flujos de caja cambian en porcentajes constantes en períodos consecutivos de pago, en vez de aumentos o disminuciones constantes de dinero. A estos porcentajes constantes se les conoce como gradiente geométrico, esto se muestra en la figura 1. , donde A representa la cantidad de dinero en el año 1 y j representa al incremento porcentual.

La fig. 1.10, presenta un diagrama de flujo de efectivo para series gradiente geométrica con tasa uniforme de aumento o disminución. La serie empieza en el año 1 con una cantidad inicial A , la cual no se considera una cantidad base, como en el gradiente aritmético. La fórmula para obtener el valor presente de una serie con gradiente geométrico es: $P_g = A1(P/A, g, i, n)$

$$P = A \left[\frac{1 - \left(\frac{1+j}{1+i} \right)^n}{i - j} \right] \quad \text{Sí: } j \neq i \quad P = A \frac{n}{1+i} \quad \text{Sí: } j = i$$

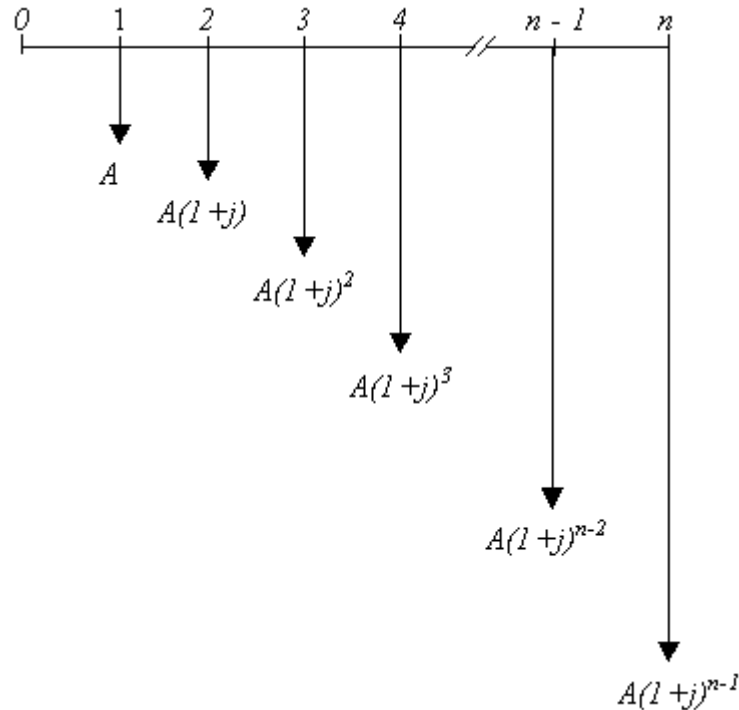


Fig. 1.10- Flujo de efectivo con gradiente geométrico.

Ejemplo 1.23 Los ingenieros del Sea World, una división de Busch Gardens, Inc., desarrollaron una innovación en un deporte acuático existente para hacerlo más excitante. La modificación cuesta sólo \$8,000 y se espera que dure 6 años con un valor de salvamento de \$1,300 para la innovación, consistente en un mecanismo solenoide. Se espera que el costo de mantenimiento sea de \$1,700 el primer año, y que aumente 11% anual en lo sucesivo. Determine el valor presente equivalente de la modificación y del costo de mantenimiento, a efecto de considerarlo en el presupuesto de operación del siguiente período, la tasa de interés aplicable es 8%.

Solución. El valor de salvamento es un flujo de efectivo positivo, mientras que los demás valores son negativos.

$$\begin{aligned}
 P_t &= -8,000 - P_g + 1,300(P/F, 8\%, 6) = -8,000 - \\
 &1,700 \frac{1 - \left(\frac{1+0.11}{1+0.08} \right)^6}{0.08+0.11} + 1,300(0.6302) \\
 &= -8,000 - 1,700(5.9533) + 819.26 = -\$17,301.35
 \end{aligned}$$

Al momento de determinar el valor presente equivalente o valor anual equivalente de una serie de flujos con gradiente geométrico, recordar que el primer flujo de la serie se encuentra al final del período uno y no involucra un gradiente, sino un pago base.

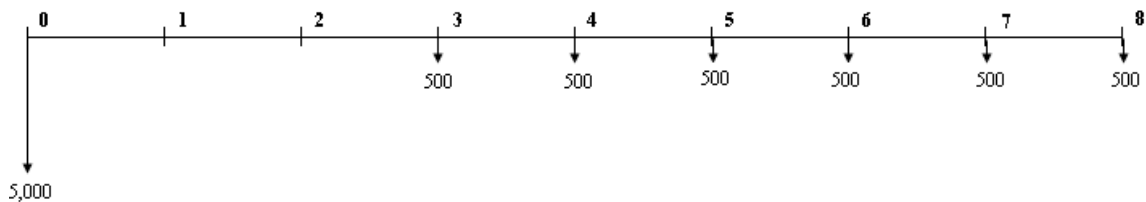
En la tabla 1.6 se muestran las fórmulas, factores y ecuaciones para cálculos con gradientes aritméticos.

1.4.-FACTORES MÚLTIPLES

En algunos casos el flujo de efectivo y los cálculos de sus equivalencias pueden requerir la utilización de factores múltiples, es decir que se requiera simultáneamente varios factores para conocer determinada equivalencia, en virtud de que no existen fórmulas directas para su cálculo.

Ejemplo 1.24 Un grupo de tecnología en ingeniería acaba de comprar un nuevo programa de diseño asistido por computadora (CAD) con \$5,000 de pago inicial, y pagos anuales de \$500 durante 6 años, empezando 3 años después de la fecha de compra. ¿Cuál es el valor presente de los pagos si la tasa de interés es de 18%?

Solución.



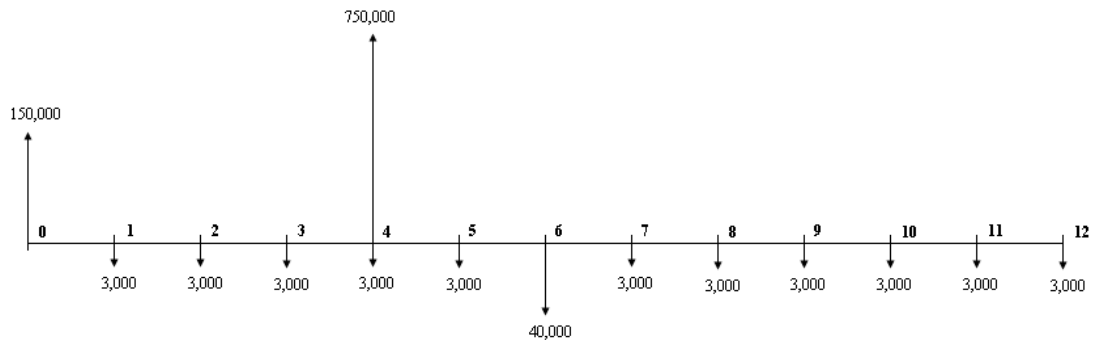
Al construir el diagrama de flujo de efectivo se puede ver más fácilmente la situación y el modo de encontrar la equivalencia, esto es: se tiene $n = 8$ con un desembolso de 5,000 en $n = 0$ y una serie uniforme de 500 a partir de $n = 3$. Así, con el fin de aprovechar la aplicación de las fórmulas se puede encontrara, en primer lugar, el valor equivalente de esa serie en $n = 2$ con: $P_2 = 500(P/A, 18\%, 6)$.

Ese valor equivalente P_2 de la serie uniforme se puede considerar como un valor futuro en $n = 2$ y ahora llevarlo a $n = 0$; con lo que P total sería:

$$\begin{aligned} P_T &= \$5,000 + \$500(P/A, 18\%, 6) (P/F, 18\%, 2) = \$5,000 + \$500(3.4976)(0.7182) \\ &= \$5,000 + 500(2.5119) = \$6,255.95 \end{aligned}$$

Ejemplo 1.25 Suponga que usted adquiere ahora una deuda por \$150,000 y dentro de 4 meses adquiere otra por \$750,000. Un mes después de iniciado el crédito usted empieza a pagar \$3,000 cada mes, durante 11 meses; hace un pago único de \$37,000 al inicio del mes 7. a) Haga el diagrama de flujo correspondiente. b) ¿Cuál es el valor equivalente A de este flujo de efectivo considerando una tasa de interés de 36%?. c) ¿Cuál es el saldo insoluto después de haber realizado esos pagos?

Solución. a) En seguida se muestra el diagrama de flujo de efectivo



b) De acuerdo al diagrama de flujo de efectivo se tiene que $n = 12$ meses. Entonces, se encuentra el valor presente equivalente de 750,000, de 150,000 y de - 37,000, con $i = 36/12 = 3\%$. Una vez determinado ese valor presente se encuentra su serie uniforme equivalente y se suma a la serie de 3,000 cuidando los signos respectivos. Es decir:

$$A = ((150,000 + 750,000(P/F, 3\%, 4) - 37,000(P/F, 3\%, 6))(A/P, 3\%, 12) + 3,000$$

$$A = ((150,000 + 750,000(0.8885) - 37,000(0.8375))(0.10046) + 3,000$$

$$A = (150,000 + 666,375 - 30,987.50)(0.10046) + 3,000 = 785,388(0.10046) + 3,000$$

$$A = 78,000 + 3,000 = 81,900 \text{ mensual.}$$

c) El cálculo del saldo insoluto se puede obtener determinando el equivalente F del adeudo y restarle el correspondiente de los pagos. Es decir: $F_I - F_D$

$$F_I = 150,000(F/P, 3\%, 12) + 750,000(F/P, 3\%, 8) = 150,000(1.4258) + 750,000(1.2668)$$

$$= 213,870 + 950,100 = 1,163,970$$

$$F_D = - 3,000(F/A, 3\%, 12) - 37,000(F/P, 3\%, 6) = - 3,000(14.1920) - 37,000(1.1941)$$

$$= - 42,576 - 44,181.70 = - 86,757.70$$

$$\text{Saldo Insoluto} = F_I - F_D = 1,163,970 - 86,757 = 1,077,212.30$$

CAPITULO 2.

CAPITALIZACIÓN DE INTERÉS

2.1. TASA DE CAPITALIZACIÓN.

En la unidad uno se estableció claramente lo que es la tasa de interés o tasa de retorno, entendiéndose que es el porcentaje por período (año, mes, día, etc.) que la persona que usa el dinero o capital, en cualquiera de sus formas, debe pagar a su propietario. Asimismo el capital o principal es el monto original o valor presente por el que se cobra o paga un interés.

Por otra parte, capitalizar implica convertir en capital una cantidad determinada, es decir, que el interés I ganado de acuerdo a la tasa establecida se suma al capital original en un momento determinado (año, mes, día, etc.). También se trató el interés simple y el interés compuesto cuya diferencia principal es que el interés compuesto incluye interés sobre el interés ganado en el período anterior, mientras que en el interés simple no. Aquí se incluye el concepto de tasa de interés nominal y tasa de interés efectivo, que implica la misma relación entre tasa de interés simple y compuesta. La diferencia principal estriba en que **los conceptos de nominal y efectiva se deben aplicar cuando se calcula el interés compuesto mas de una vez al año.**

2.1.1. TASA NOMINAL

La tasa de interés nominal (r) es una tasa de interés que no considera la capitalización de intereses. Por definición:

$$r = \text{Tasa de interes por período} \times \text{número de períodos}$$

Una tasa nominal r puede fijarse para cualquier periodo, como se dijo antes, para:

1 año, 6 meses, 1 trimestre, 1 mes, 1 semana, 1 día, etc.

Así, se puede calcular el valor equivalente de r para cualquier periodo ya sea menor o mayor.

Ejemplo 2.1 La tasa **nominal** $r = 1.5\%$ **mensual** es la misma que cada una de las siguientes tasas:

- $r = 1.5\%$ mensual $= 1.5\% \times 24 \text{ meses} = 36\%$ por un periodo de 2 años
- $r = 1.5\%$ mensual $= 1.5\% \times 12 \text{ meses} = 18\%$ anual
- $r = 1.5\%$ mensual $= 1.5\% \times 6 \text{ meses} = 9\%$ por medio año
- $r = 1.5\%$ mensual $= 1.5\% \times 3 \text{ meses} = 4.5\%$ trimestral
- $r = 1.5\%$ mensual $= 1.5\% \times 1 \text{ mes} = 1.5\%$ mensual
- $r = 1.5\%$ mensual $= 1.5\% \times 0.230 \text{ meses} = 0.345\%$ semanal

Igualmente: 18% anual $= 1.5\%$ mensual, 36% anual $= 3\%$ mensual, etc.

2.1.2. TASA EFECTIVA

La tasa de interés efectiva (i) es la tasa real aplicable a un período de tiempo establecido. Esta tasa de interés toma en cuenta la acumulación del interés durante el periodo de la tasa nominal correspondiente.

La frecuencia de capitalización de la tasa efectiva se incluye en el enunciado de la tasa nominal. Si la frecuencia de capitalización no se menciona explícitamente, se considera que es la misma que el período de r , en cuyo caso la tasa nominal y efectiva poseen el mismo valor.

Para tomar en cuenta debidamente el valor del dinero en el tiempo, todas las fórmulas de interés, factores, valores tabulados y relaciones de hoja de cálculo deben incluir la tasa de interés efectiva.

Hay dos unidades de tiempo asociadas con un enunciado relativo a una tasa de interés.

Periodo de tiempo (t): es la unidad fundamental de tiempo de la tasa de interés. La unidad de tiempo de *un año es la mas común*, y se da por supuesta a menos que se establezca otra unidad.

Periodo de composición o frecuencia de capitalización (PC): es la unidad de tiempo utilizada para determinar el efecto del interés. Se define por el término de composición (compuesto) en el enunciado de la tasa de interés. *Si no se especifica el periodo se entiende que es de un año*, como se dijo antes.

La frecuencia de composición o de capitalización es el número m ; de veces que se lleva a cabo la composición durante el periodo t . Es decir, que los intereses se reinvierten. Si los intereses se cobran cada determinado tiempo y no se reinvierten entonces no hay capitalización, dado que el capital no crece.

$$TasaEfectivaPorPC = \frac{r\%PorPeriodoDeTiempo.t}{PeriodoDeComposiciónPor.t}$$

$$Tasa\ efectiva\ por\ PC = \frac{r}{m}$$

Ejemplo 2.2 En los siguientes casos, la composición PC es menor que el tiempo t de la tasa r . Calcular la tasa efectiva por período de capitalización:

- a) 9% anual, compuesto trimestralmente.
- b) 9% anual, compuesto mensualmente.
- c) 4.5% semestral, compuesto semanalmente.
- d) 12% anual, compuesto semestralmente

Solución.

La tasa efectiva por período de capitalización PC es r/m , última columna.

r % nominal por t	Periodo de composición	m	Tasa efectiva por PC
9% anual	Trimestre	4	2.25%
9% anual	Mes	12	0.75%
4.5% semestral	Semana 52	26	0.173%
12% anual	Semestre	2	6%

Además del periodo de composición (**PC**) es necesario **considerar la frecuencia de los pagos o de los ingresos**. Por sencillez este recibe el nombre de **periodo de pago (PP)**, entradas o salidas en el flujo de efectivo; por ejemplo: si una compañía deposita dinero cada tres meses en una cuenta que da rendimientos con una tasa de interés nominal de 14%, con período de composición semestral; entonces el período de pago es de un trimestre, mientras que el período de composición es de 6 meses.

Considerando todo lo anterior, y después de algunos desarrollos matemáticos, que no se exponen aquí, se puede obtener la **tasa de interés efectiva para cualquier período**, con la fórmula:

$$i_{\text{efectivo}} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

Con esta ecuación, como dogma de fe, se puede tomar una tasa nominal (r % anual o de cualquier otro periodo) y convertirla en una tasa efectiva i para cualquier periodo que se defina como base.

Ejemplo 2.3 Una tasa de interés de 18% anual con composición mensual, ¿A que tasa de interés efectiva trimestral equivale?

Solución. El interes nominal es $r = 18\%$ anual = 1.5% mensual = 4.5% trimestral nominal ; Si la capitalización es mensual, entonces en un trimestre el interes se compone m veces = 3. Por tanto.

$$i_{\text{efectivo}} = \left(1 + \frac{0.045}{3}\right)^3 - 1 = 0.04568 = 4.568\% \text{ efectiva trimestral}$$

Ejemplo 2.4 Visteon, es una compañía que abastece de partes importantes de automóvil a los fabricantes de automóviles alrededor del mundo. Un ingeniero que pertenece al comité de visteon evalúa propuestas para incorporar maquinaria de medición de la nueva generación a la fábrica. Tres propuestas de venta incluyen las tasas de interés que a continuación aparecen. Visteon hará pagos semestrales exclusivamente. El ingeniero se encuentra confundido respecto a las tasas de interés efectivas (su valor anual y semestral)

Propuesta 1: 9% anual, compuesto trimestralmente.

Propuesta 2: 3% trimestral, compuesto trimestralmente.

Propuesta 3: 8.8% anual, compuesto mensualmente.

a) Determine la tasa efectiva de cada propuesta si se hacen pagos semestrales.

b) ¿Cuáles son las tasas anuales efectivas?

c) ¿Qué propuesta incluye la tasa anual efectiva mas baja?

Solución. En las siguientes tablas se han concentrado los valores correspondientes calculados:

a) Tasas semestrales			
Propuesta	Nominal r	m	Interés efectivo, i
#1	4.5%	2	4.55%
#2	6.0%	2	6.09%
#3	4.4%	6	4.48%

b) Tasas anuales			
Propuesta	Nominal r	m	Interés efectivo, i
#1	9%	4	9.31%
#2	12%	4	12.55%
#3	8.8%	12	9.16%

c) La propuesta 3 incluye la tasa anual efectiva menor de 9.16%, que equivale a una tasa semestral efectiva de 4.48%. Los cálculos se hicieron con $i_{\text{efectivo}} = (1+r/m)^m - 1$

Ejemplo 2.5 Una compañía punto-com planea invertir dinero en un nuevo fondo de capital riesgoso, que actualmente reembolsa el 18 % anual con una frecuencia de capitalización diaria. ¿Cuál es el valor de la tasa de interés efectiva a) anual y b) semestral?

Solución.

a) Al aplicar la ecuación con, $r = 0.18$ y $m = 365$ se tiene:

$$i_{\text{efectiva anual}} = \left(1 + \frac{0.18}{365}\right)^{365} - 1 = 19.716\%$$

b) En este caso, $r = 0.09$ cada 6 meses y $m = 365/2 = 182$ días (entero). Así:

$$i_{\text{efectiva semestral}} = \left(1 + \frac{0.09}{182}\right)^{182} - 1 = 9.415\%$$

2.2. CALCULO PARA PERIODOS DE PAGO (PP):

En los cálculos de equivalencia con porcentajes altos, la frecuencia de los flujos de efectivo no es igual a la frecuencia de la capitalización de los intereses. Por ejemplo, los flujos de efectivo pueden ser mensuales, mientras que la capitalización puede ser anual, trimestral o más frecuente.

2.2.1.-IGUALES A LOS PERIODOS DE CAPITALIZACIÓN (PP = PC).

Si el flujo de efectivo es de **pago único**, hay dos formas de determinar i y n para los factores P/F y F/P , sea que se utilice forma estándar, fórmula u hoja de cálculo.

Método 1: Se determina la tasa de interés efectiva durante el período de composición PC, y se iguala n al número de periodos de composición entre P y F . Las relaciones para calcular P y F son:

$$P = F(P/F, i\% \text{ efectiva por PC, número total de periodos } n)$$

$$F = P(F/P, i\% \text{ efectivo por PC, número total de periodos } n)$$

Por ejemplo, suponga que la tasa establecida de la tarjeta de crédito es una tasa efectiva de 15% anual, compuesto mensualmente. En este caso, PC es igual a un mes. Para calcular P o F a lo largo de un periodo de 2 años, se calcula la tasa

mensual efectiva de 15%, que es $15\%/12 = 1.25\%$ y el total de meses es $2(12) = 24$ meses. Así, los valores 1.25% y 24 se utilizan para calcular los factores P/F y F/P .

Se puede utilizar cualquier período para determinar la tasa de interés efectiva; sin embargo, el PC constituye el mejor fundamento. El valor del PC es mejor porque sólo a lo largo del PC una tasa de interés efectiva tiene el mismo valor numérico que la tasa nominal durante el mismo período del PC.

Método 2: Se determina la tasa de interés efectiva para el período t de la tasa nominal, y sea n igual al número total de periodos utilizando el mismo período t . Las fórmulas para P y F son igual que las del método 1, salvo que el término $i\%$ efectiva por t se sustituye por la tasa de interés.

Nuevamente, en el caso de una tasa de tarjeta de crédito de 15% anual compuesto mensualmente, el período t es de un año. Aquí los valores de i y n son:

$$i\% \text{ efectiva anual} = \left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^{12} - 1 = 16.076\% \text{ anual} \quad \text{y} \quad n = 2 \text{ años.}$$

Entonces, se puede ver que el factor P/F es el mismo por ambos métodos es decir:

Método 1.- $(P/F, 1.25\%, 24) = 0.7422$, de la tabla 5 de factores de interés compuesto

Método 2.- $(P/F, 16.076\%, 2) = \left(\frac{1}{(1 + 0.16076)^2}\right) = 0.7422$, con fórmula.

Como se observa en el método 1, n está dado en mese y el PC también en meses, en el método 2, n esta dado en años y PC en años. Es decir PP = PC.

Ejemplo 2.6 Si una señora deposita \$1,000 hoy, \$3,000, dentro de 4 años y \$1,500 dentro de 6 años, a una tasa de interés de 12% anual compuesto semestralmente, ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta 10 años después?

Solución.

En la fig.2.1 se muestra el diagrama de flujo de efectivo. De acuerdo al periodo de composición, el PP y PC debe ser semestral. Entonces, la tasa de interés i (efectiva) es $12\% / 2 = 6\%$ semestral y $n = 2$ semestres, por 10 años = 20 periodos.

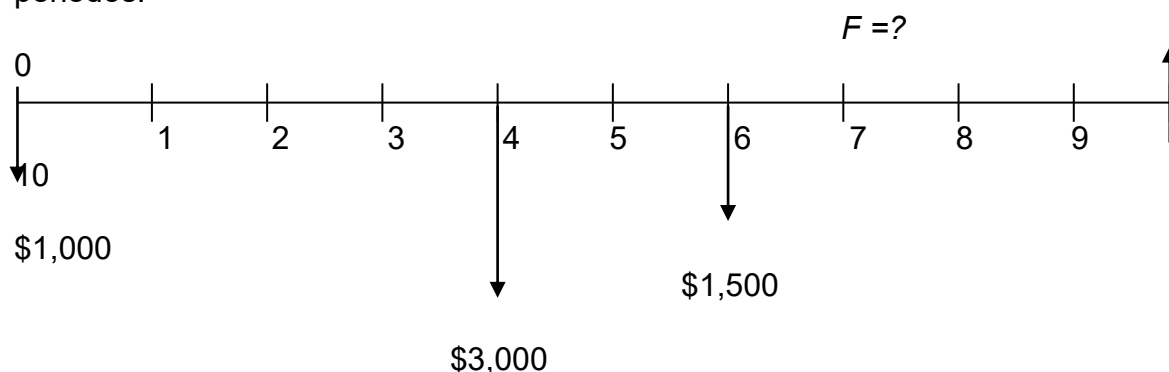


Fig. 2.1 Flujo de efectivo del ejemplo 2.5

Así que:

$$F = 1,000(F/P, 6\%, 20) + 3,000(F/P, 6\%, 12) + 1,500(F/P, 6\%, 8).$$

Utilizando los factores de la tabla 11 para la forma estándar ($i = 6\%$) se tiene:

$$F = 1,000(3.2071) + 3,000(2.0122) + 1,500(1.5938) = \$11,634.40$$

Igualmente si, utilizamos la tasa efectiva anual compuesta semestralmente se obtiene, por lógica, el mismo resultado solo que i es anual y n son años.

$$i.efectivo = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 - 1 = 0.1236 = 12.36\%. \text{ Entonces:}$$

$$F = 1,000(F/P, 12.36\%, 10) + 3,000(F/P, 12.36\%, 6) + 1,500(F/P, 12.36\%, 4)$$

Dado que no existen tablas de factores para una tasa de 12.36%, es necesario utilizar la fórmula:

$$F = P(1+i)^n ; \text{ usando como PP , años y PC , años. con lo que:}$$

$$F = \$1,000(1.1236)^{10} + \$3,000(1.1236)^6 + \$1,500(1.1236)^4$$

$$F = 1,000(3.2071) + 3,000(2.0122) + 1,500(1.5938) = \$11,634.40$$

Cuando se incluyen **series uniformes o gradientes** en la sucesión de flujo de efectivo, el procedimiento es esencialmente el mismo que el del método 2 antes expuesto, salvo que ahora PP queda definido por la frecuencia de los flujos de efectivo. Esto también establece la unidad de tiempo de la tasa de interés efectiva. Por ejemplo, si los flujos de efectivo son *trimestrales*, el PP es un *trimestre* y, por consiguiente, se necesita una tasa de interés efectiva *trimestral*. El valor n es el número total de trimestres. Si PP es igual a un trimestre, 5 años se traducen en un valor de n de 20 trimestres. Esto constituye una aplicación directa de la siguiente directriz general:

Cuando los flujos de efectivo implican una serie (A, G, j, g , etc.) y el período de pago es igual o mayor que el período de capitalización:

- **Se calcula la tasa de interés efectiva i por periodo de pago.**
- **Se determina n como el número total de periodos de pago.**

Al llevar a cabo cálculos de equivalencia para series, sólo estos valores de i y n se pueden utilizar en las tablas de interés, las fórmulas de factores y las funciones de hoja de cálculo. En otras palabras, no hay otras combinaciones que proporcionen respuestas correctas, como en el caso de los flujos de efectivo de pago único.

Ejemplo 2.7 Dados los siguientes planes de pago **A** y tasa nominal r : determine i y n para periodos de capitalización iguales al periodo de pago y calcule **P**.

Solución.

Plan de pago	Tasa nominal (r)	$P = A(P/A, i\%, n)$
\$500 semestrales durante 5 años	6% anual capitalizado semestralmente	$500(P/A, 3\%, 10)$ = $500(8.5302)$ = \$4,262.10
\$75 mensualmente durante 3 años	12% anual capitalizado mensualmente	$75(P/A, 1\%, 36)$ = $75(30.1075)$ = \$2,258.06
\$180 trimestrales durante 15 años	8% anual capitalizado trimestralmente	$180(P/A, 2\%, 60)$ = $180(34.7609)$ = \$6,256.96

En el primer caso PP es semestral; en 5 años $n = 10$ semestres y una tasa $i = 6\% / 2 = 3\%$. semestral. Para el segundo $n = 12 \times 3 = 36$ con $i = 12\% / 12 = 1\%$ mensual. Por último $n = 4$ trimestres $\times$ 15 años = 60 trimestres con $i = 8\% / 4 = 2\%$ trimestral.

Ejemplo 2.8 La señora Moreno quiere comprar un nuevo automóvil por \$85,000. Ella planea solicitar un crédito a su banco por esa cantidad, y pagarlo mensualmente durante 4 años. Si la tasa de interés nominal es del 12% anual capitalizable mensualmente ¿Cuáles serán sus pagos mensuales?

Solución. Como el PP es mensual, el PC será mensual. Entonces $i = 1\%$ y $n = 12(4) = 48$ pagos. Por lo que:

$$A = \$85,000(A/P, 1\%, 48) = \$85,000(0.02639) = \$2,243.15 \text{ por mes}$$

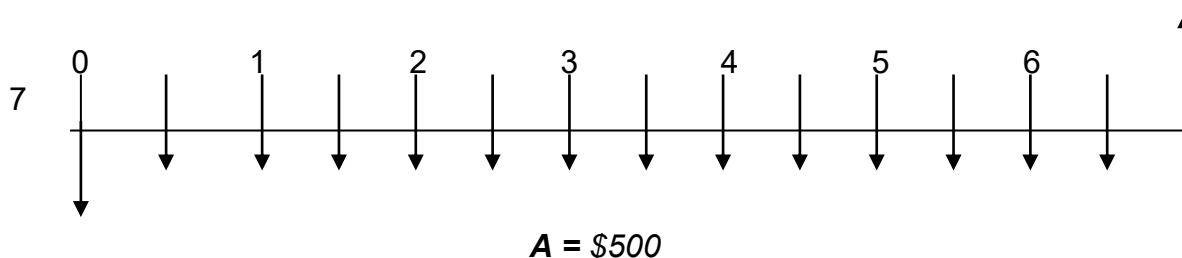
2.2.2.- MAYORES A LOS PERIODOS DE CAPITALIZACIÓN (PP > PC).

El procedimiento es el mismo que para el caso anterior, en que $PP = PC$, tanto para flujos de efectivo únicos como para series uniformes. Aunque de manera implícita se ha considerado el caso en que $PP > PC$, aquí se ilustrará con ejemplos.

Ejemplo 2.9 Si una mujer deposita \$500 cada 6 meses durante 7 años, ¿cuánto dinero tendrá en su cuenta al final del año 7 si la tasa de interés es 20% anual capitalizada trimestralmente?

Solución. La siguiente figura muestra el diagrama de flujo de caja donde el $PP > PC$; (6 > 3) meses o sea 2 y 1 trimestres, donde $n = 7 \times 2 = 14$ semestres. La tasa es $r = 20\%$ anual = 10% semestral = PP , por tanto la tasa efectiva semestral compuesta trimestralmente es 10.25% , como se muestra en los cálculos.

F=?



Siendo n un periodo semestral, debe usarse una tasa **efectiva** semestral con $m = 2$, dado que un semestre tiene 2 trimestres. Entonces:

$$i_{efectivo} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$i_{\text{por 6 meses}} = (1 + 0.10/2)^2 - 1 = 0.1025 = 10.25\%$$

Comentario: El valor $i = 10.25\%$ parece razonable, siendo que se espera una tasa efectiva ligeramente más alta que la tasa nominal del 10% por semestre.

Finalmente, con la tasa efectiva obtenida puede ahora usarse el factor F/P para encontrar el equivalente del primer depósito al final del año 7 y F/A para encontrar el valor futuro de los 13 depósitos restantes, según el diagrama de flujo de efectivo y la validez en la aplicación de las fórmulas. Esto es:

En forma estándar: $F = 500(F/P, 10.25\%, 14) + 500(F/A, 10.25\%, 13)(F/P, 10.25\%, 1)$. No obstante, dado que no hay tablas de factores para $i = 10.25\%$, se tienen que utilizar fórmulas.

$$F = 500(1+0.1025)^{14} + 500 \left[\frac{(1+0.1025)^{13} - 1}{0.1025} \right] (1.1025)^1 = 500(3.9201) + 500(24.93339)(1.1025)$$

$$F = 15,704.54$$

Este mismo resultado se obtendría si cada uno de los valores de la serie uniforme de 500 del flujo de efectivo se lleva al final del periodo 14 con, $F = P(1+i)^n$.

Ahora bien, si se considera que los depósitos inician al final del semestre 1 y terminan al final del (año 7) semestre 14, habría que modificar el diagrama de flujo de efectivo, con lo que al utilizar la fórmula para F/A propia de ese flujo, se tiene:

$F = A(F/A, 10.25\%, 14)$. Dado que no hay tablas de factores para $i = 10.25\%$, se usa la fórmula, con la que se encuentra el factor $F/A = 28.4891$. Esto es:

$$F = 500 \left[\frac{(1+0.1025)^{14} - 1}{0.1025} \right] = 500(28.4890) = 14,244.30$$

Esta diferencia es razonable, debido a los cambios en el flujo de efectivo.

2.2.3. EL PERIODO DE PAGO ES MENOR QUE EL DE CAPITALIZACIÓN.

Hay varios caminos para calcular los valores F o P dependiendo de las condiciones específicas supuestas, respecto a los **interperiodos de capitalización**. Esto se refiere al manejo de los “pagos hechos entre los periodos de capitalización”. Aquí se presenta el caso en que “**no se paga interés**” sobre dinero depositado o retirado entre periodos de capitalización”.

Cualquier cantidad de dinero que se *deposite o retire* entre periodos de capitalización se considera como si se depositara al comienzo del siguiente periodo de capitalización o se retirara al final del periodo de capitalización **anterior**, como sucede en algunas operaciones de los bancos.

Por ejemplo, si el periodo de capitalización fuera un trimestre, las transacciones que muestra la figura **a** se tratarían como la figura **b**. Para encontrar P del flujo de caja representado por la figura **c**, la tasa de interés anual se divide en cuatro y se utiliza el valor apropiado P/F o F/P .

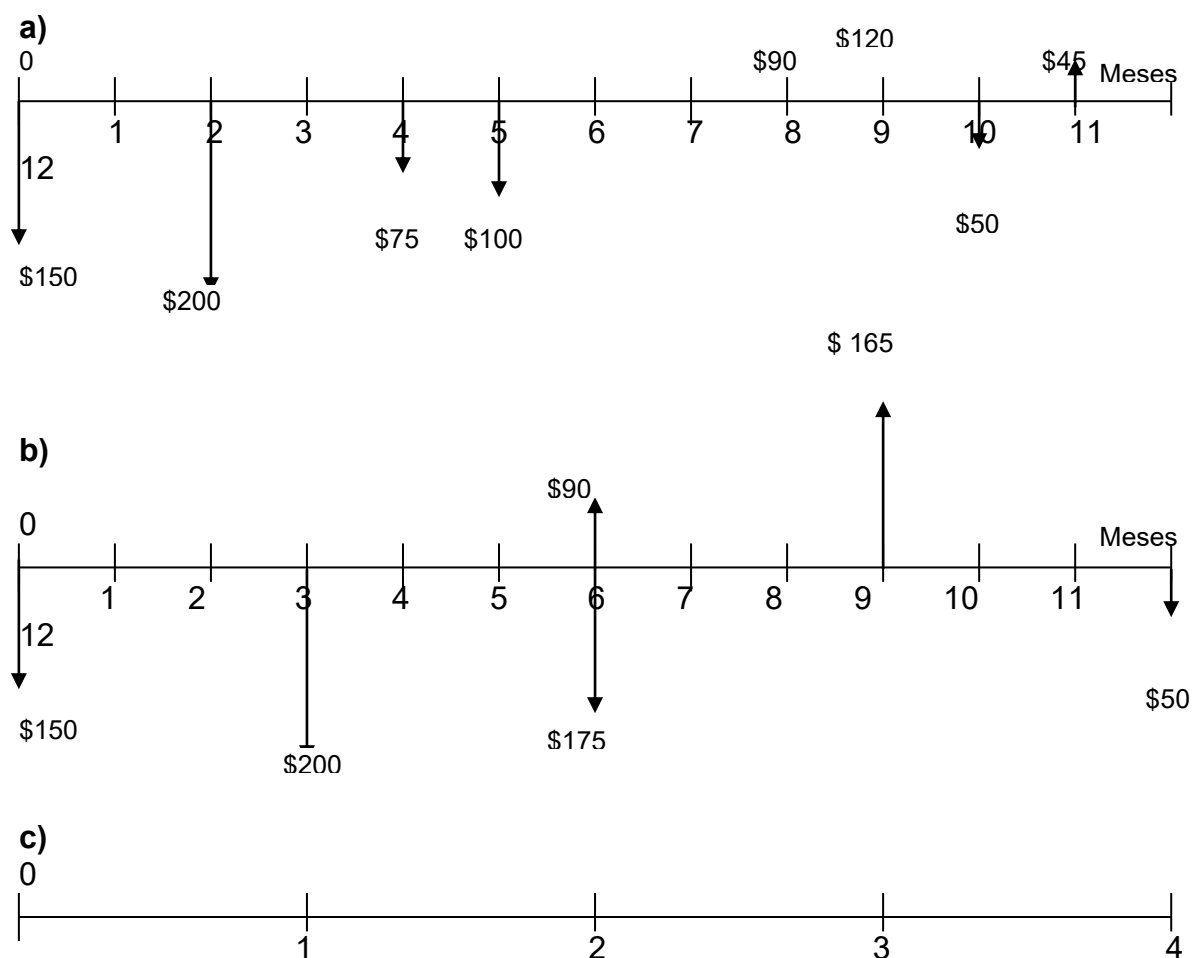


Fig. 2.3.-Flujo de efectivo para depósitos o retiros inter-períodos de capitalización.

Una vez establecido el flujo de caja según las condiciones convenidas, se puede determinar cualquier equivalencia como se ha visto hasta aquí.

Ejemplo 2.10 Un cliente de tarjeta de crédito del Banco Nacional presenta los siguientes movimientos en 4 meses: Al inicio del cuatrimestre tiene un saldo de \$35,000, el día 15 del mes 1 paga \$15,000 y el día 30 hace un cargo por compra de \$10,500, el 16 del segundo mes paga \$7,500; el día 12 del mes 3 paga \$10,000 y el 15 hace una disposición de efectivo por \$3,000, por ultimo, paga \$16,000 el 11 del mes 4 y hace compras por \$4,800. La fecha en que el banco hace el corte de la cuenta es el día 30 de cada mes. El cliente tiene 16 días naturales a partir del corte para hacer el pago mínimo correspondiente al 10% del saldo o bien cualquier otra cantidad mayor. La tasa de interés es del 12% compuesto mensualmente. En caso de que el cliente no pague el mínimo el banco le aplicará un cargo por mora del 36% sobre el mínimo no pagado. ¿Cuál es el saldo al fin del mes 4?

Solución. Como se dijo antes; los pagos realizados entre el mes se consideran como si se depositaran al final del mes y las compras o disposiciones hechas entre el mes (ingresos para el cliente) se consideran como si se hicieran al principio del mes. Se recomienda al interesado hacer el diagrama de flujo de efectivo.

Con esta consideración y tomando $(F/P, 1\%, 1) = 1.0100$ de tablas se tiene:

$$F1 = 35,000(F/P, 1\%, 1) - 4,500 = 30,850$$

$$F2 = F1(F/P, 1\%, 1) - 4,500 = 26,658.50$$

$$F3 = F2(F/P, 1\%, 1) - 5,200 = 21,725.00$$

$$F4 = 21,725(F/P, 1\%, 1) - 16,000 = \text{\$5,942} \text{ que es el } \textbf{saldo} \text{ al final del cuarto mes.}$$

2.3.-FACTORES DE CAPITALIZACIÓN DE INTERÉS:

2.3.1.-FACTORES DE PAGO ÚNICO

Como se vio en el apartado 1.2.1, el concepto de pago único implica que se considere un valor presente P o un valor futuro F para los cuales se puede necesitar el cálculo del factor F/P o P/F , a partir de los cuales se puede encontrar cualquier otra equivalencia como A , G por ejemplo. Los factores se pueden obtener de las tablas, con base en la notación estándar o a partir de las fórmulas: $P/F = 1 / (1+i)^n$ o $F/P = (1+i)^n$.

Ejemplo 2.11 Un inversionista tiene la opción de comprar una extensión de tierra cuyo valor será de \$100,000 dentro de seis años. Si el valor de la tierra (plusvalía) se incrementa un 10% anual, ¿cuánto debería estar dispuesto a pagar el inversionista por la propiedad?

Solución. El valor futuro F es de \$100,000 al 10%. Entonces se trata de encontrar el valor presente P equivalente. Esto se puede facilitar usando la forma estándar y la tabla de factores P/F del 10%:

$$P = \$100,000(P/F, 10\%, 6) = \$100,000(0.5645) = \$56,450$$

Ejemplo 2.12 Una persona solicita \$135,000 a un plazo de 15 años, al 10% de interés, capitalizable mensualmente. ¿Cuánto deberá pagar en una sola exhibición al final del plazo?

Solución. Aquí se debe encontrar el valor futuro dado un valor presente a una tasa del 10.47% efectivo anual compuesto mensualmente. Esto es:

$$F = \$135,000(F/P, 10.47\%, 15) = \$135,000(1.1047)^{15} = \$135,000(4.4531) = \$601,168$$

2.3.2.-FACTORES DE SERIE UNIFORME

Los factores de valor presente serie uniforme P/A y de recuperación de capital A/P ; así como el factor de cantidad compuesta serie uniforme F/A y factor fondo de amortización A/F se trataron en el apartado 1.2.2, que al igual que con los factores de pago único se puede obtener cualquier otra equivalencia del flujo de caja correspondiente.

Ejemplo 2.13 Una tienda de electrodomésticos ofrece un refrigerador, sin enganche y a ocho meses de plazo, al 10% de interés mensual y ocho pagos de 187.45, empezando un mes después de hacer la compra. También ofrece las alternativas de pagarlo de contado al hacer la compra o pagarlo al final de los ocho meses. a) ¿Cuánto tendría que pagar si lo compra de contado?. b) ¿qué cantidad deberá pagar si decide liquidar la compra al final del plazo?

Solución.

a) Se trata de encontrar el valor presente dada una serie de pagos uniformes que empiezan al final del primer mes después de hacer la compra. Esto es:

$$P = 187.45(P/A, 10\%, 8) = 187.45(5.3349) = \$1,000.02$$

b) El valor futuro de una serie de pagos uniforme de \$187.45 mensuales es:

$$F = \$187.45(F/A, 10\%, 8) = \$187.45(11.4359) = \$2,143.65$$

Esto es, que \$1,000.02 de contado o \$2,143.65 dentro de ocho meses equivalen a ocho pagos de \$187.45 al final de cada mes, al 10% de interés mensual. es decir:

$$A = 1,000.02(A/P, 10\%, 8) = \$1,000.02(0.18744) = \$187.45$$

Queda al lector el ejercicio de comprobar la equivalencia del factor A/F

CAPITULO 3

ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN

Como se ha explicado antes, la evaluación económica de una alternativa requiere un flujo de efectivo estimado o conocido durante un periodo de tiempo específico y un criterio para elegir la mejor alternativa. Las alternativas se desarrollan a partir de propuestas para lograr un propósito establecido. Algunos proyectos son económica y tecnológicamente viables, mientras que otros no. Una vez que se definen los proyectos viables, es posible formular alternativas. Por ejemplo, suponga que la empresa Med-supply .com, una abastecedora de material médico por Internet, quiere desafiar a su competencia mediante la disminución significativa del tiempo entre la orden de pedido y la entrega en el hospital o clínica. Se han propuesto tres proyectos: estrechar la red de trabajo con UPS y Fed Ex para logara un tiempo de entrega más corto; asociarse con casas locales de abastecimiento médico en las principales ciudades, para entregar el mismo día, o desarrollar una especie de máquina semejante a un fax tridimensional para envío de artículos de tamaño físico no mayor al de la máquina. Sin embargo, solamente las dos primeras propuestas de proyecto son viables tecnológica y económicamente y factibles de evaluar al momento.

La opción de *no hacer* (NH) regularmente se entiende como una alternativa cuando se realiza la evaluación; y si se requiere que se elija una de las alternativas, no se considera como una opción, a menos que sea obligatorio por seguridad o ley. La selección de una alternativa de “no hacer” se refiere a que se mantiene el enfoque actual, y no se inicia algo nuevo, ningún costo nuevo, ni ingresos o ahorros por dicha alternativa.

Es importante reconocer la *naturaleza o tipo de alternativa*, antes de comenzar una evaluación. El flujo de efectivo determina si las alternativas tienen su base en el ingreso o en el servicio. Todas las alternativas evaluadas en un estudio particular de ingeniería económica deberán ser del mismo tipo.

***De ingreso.** *Cada alternativa genera costo e ingreso, estimados en el flujo de efectivo.* Estas alternativas generalmente incluyen nuevos sistemas, productos y aquello que requiera capital de inversión para generar ingreso y/o ahorros.

***De servicio.** *Cada alternativa tiene solamente costos estimados en el flujo de efectivo.* Los ingresos o ahorros no son dependientes de la alternativa seleccionada, dado que algunas veces obedecen a iniciativas de tipo legal o por mejoras a la seguridad. Con frecuencia se justifica una mejora en determinado aspecto, aunque los ingresos o ahorros anticipados no sean estimables; en este caso la evaluación se basa solo en los estimados de costo.

La pauta para la selección de alternativas de la siguiente sección está diseñada para ambos tipos de alternativas.

3.1.- MÉTODO DE VALOR PRESENTE

Cuando una cantidad de dinero futura es convertida a un valor presente (VP) equivalente, la magnitud de la cantidad presente es siempre menor que la cantidad

del flujo de caja del cual fue calculada. El método de valor presente es muy popular debido a que los gastos o los ingresos correspondientes al flujo de efectivo se transforman en *dinero equivalente de ahora o valor presente*. En esta

forma, es muy fácil ver la ventaja económica de una alternativa sobre otra; máxime cuando se trata de alternativas con vidas o *servicio iguales*.

Si el flujo de efectivo se refiere a ingresos entonces se elige la alternativa con mayor *VP* y si se trata de gastos se elige la de menor *VP*, es decir la de menor costo. Cuando el flujo de efectivo representa ingresos y egresos es recomendable usar la regla de los signos, y seleccionar la alternativa menos negativa o más positiva, sea que se trate de salidas(costos) o entradas(ingresos) respectivamente. La tasa de interés utilizada deberá ser al menos la tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR)

Los cálculos del valor presente a menudo se denominan como métodos de flujo de caja descontados, FCD. La tasa de interés utilizada para hacer los cálculos se denomina tasa de descuento.

3.1.1 COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS CON VIDAS ÚTILES IGUALES

En esta forma es muy fácil ver la ventaja económica de una alternativa sobre otra, como se mencionó antes. La alternativa con el más bajo valor presente, en costo, debe seleccionarse o la de mas alto valor presente si se trata de ingresos. Esto se puede ver encontrando la equivalencia del flujo de efectivo a valor presente *VP*.

Ejemplo 3.1 Haga una comparación de valor presente de las máquinas de igual servicio (*n*), para las cuales a continuación se muestran los costos y *VS*, si la TMAR es de 10% anual. Se espera que los ingresos para las tres alternativas sean iguales.

Maquina:	Tipo A	Tipo B	Tipo C
Costo inicial, P	\$2,500	\$3,500	\$6,000
Costo anual de operación, CAO	\$900	\$700	\$50
Valor de salvamento, VS	\$200	\$350	\$100
Vida útil, años (<i>n</i>)	5	5	5

Solución. En seguida se obtiene el *VP* de cada alternativa para compararlos y elegir la más económica.

$$P_A = -2,500 - 900 (P/A, 10\%, 5) + 200 (P/F, 10\%, 5) = -\$5,788$$

$$P_B = -3,500 - 700 (P/A, 10\%, 5) + 350 (P/F, 10\%, 5) = -\$5,936$$

$$P_C = -6,000 - 50(P/A, 10\%, 5) + 100(P/F, 10\%, 5) = -\$6,127$$

Los signos indican que se trata de costos. Por tanto, la alternativa que se debe seleccionar es la maquina tipo A, puesto que $P_A < P_B$ y $< P_C$, e indica el menor costo.

Cabe hacer notar que si se tratara de ingresos, los resultados serían positivos y seleccionaríamos la alternativa con mayor valor presente *VP*.

3.1.2 COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS CON VIDAS ÚTILES DIFERENTES

En este caso se utiliza el mismo procedimiento que en 3.1.1 solo que las alternativas deben compararse sobre el mismo numero de periodos, es decir, para igual servicio. Para esto, úsese para todas las alternativas el mismo valor de n , igual al m.c.m de las diferentes vidas útiles.

Ejemplo 3.2 Resolver el ejercicio anterior considerando que la maquina tipo A tiene una vida útil de 3 años mientras que la maquina tipo B es de 6 años y la C 4 años.

Solución. El m.c.m es 12, por lo tanto, el diagrama de flujo de efectivo de la máquina tipo A debe incluir cuatro ciclos, la B dos ciclos y la C tres ciclos. Esto es:

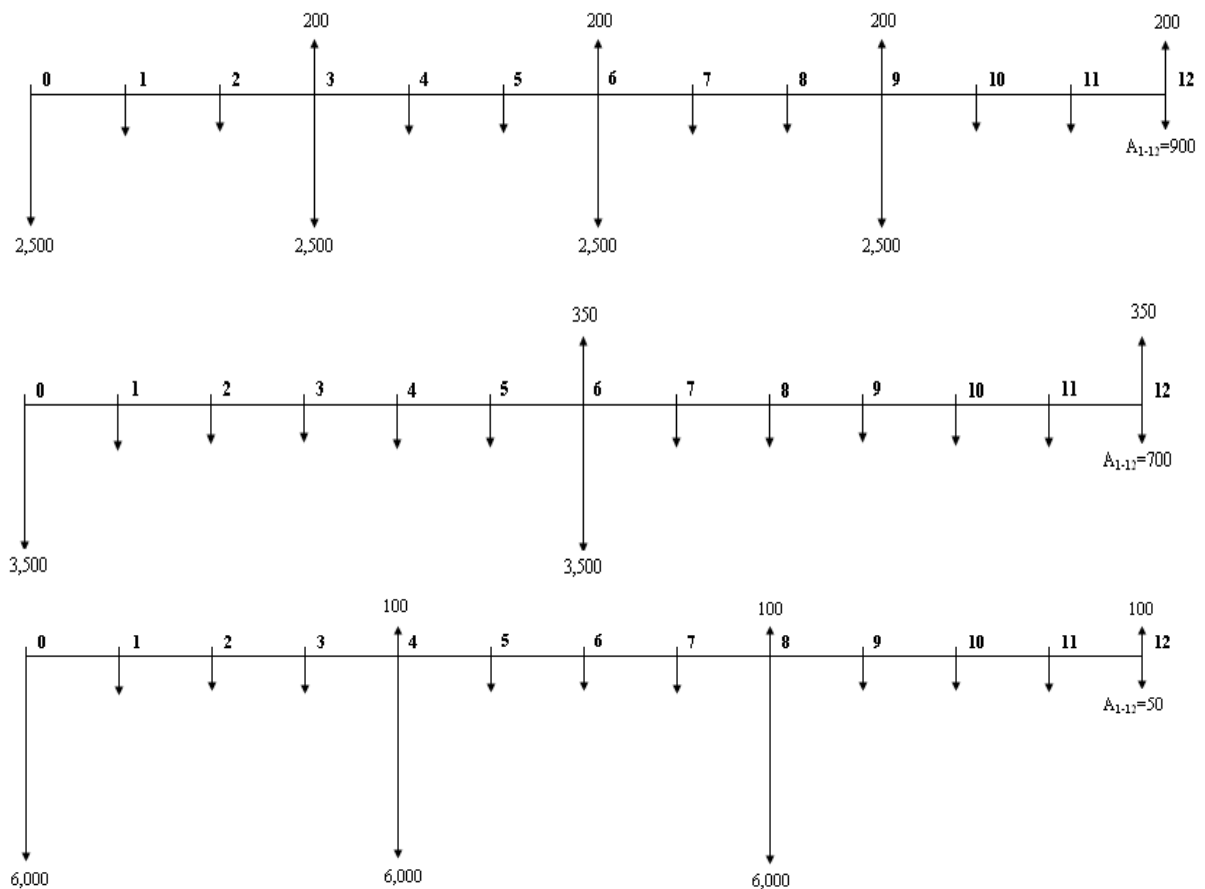


Fig.3.1.-Diagramas de flujo de efectivo con vidas útiles diferentes

Entonces, calculando el VP para cada alternativa se tiene:

$$VP_A = -2,500 - 2,500(P/F, 10\%, 3) - 2,500(P/F, 10\%, 6) - 2,500(P/F, 10\%, 9) - 900(P/A, 10\%, 12)$$

$$+ 200(P/F, 10\%, 3) + 200(P/F, 10\%, 6) + 200(P/F, 10\%, 9) + 200(P/F, 10\%, 12)$$

$$VP_A = -2,500(1 + 0.7513 + 0.5645 + 0.4241) - 900(6.8137)$$

$$+ 200(0.7513 + 0.5645 + 0.4241 + 0.3186)$$

$$VP_A = -2,500(2.7399) - 900(6.8137) + 200(2.0585) = -12,571$$

$$VP_B = -3,500 - 3,500(P/F, 10\%, 6) - 700(P/A, 10\%, 12) + 350(P/F, 10\%, 6) + 350(P/F, 10\%, 12)$$

$$VP_B = -3,500(1+0.5645) - 700(6.81377) + 350(0.5645+0.3186)$$

$$VP_B = -10,245.34 + 313.08 = -9,932$$

$$VP_C = -6,000 - 6,000(P/F, 10\%, 4) - 6,000(P/F, 10\%, 8) - 50(P/A, 10\%, 12)$$

$$+ 100(P/F, 10\%, 4) + 100(P/F, 10\%, 8) + 100(P/F, 10\%, 12)$$

$$VP_C = -6,000(1+0.6830+0.4665) - 50(6.8137) + 100(0.6830+0.4665+0.3186)$$

$$VP_C = -6,000(2.1495) - 340.69 + 100(1.4681) = -13,091$$

Por lo que con estas vidas útiles diferentes, el equipo seleccionado debe ser el B. ya que el valor presente del equipo "B" es el mas bajo. Es decir, el menos negativo.

Ejemplo 3.3 A un ingeniero de proyectos de Environ Care se le asigna poner en marcha una nueva oficina en una ciudad donde ha sido finiquitado el contrato a seis años para tomar y analizar lecturas de niveles de ozono. Dos opciones de arrendamiento están disponibles, cada una con un costo inicial, costo anual de arrendamiento y un estimado de depósitos de rendimiento mostrados a continuación.

	Ubicación A	Ubicación B
Costo inicial, \$	-15,000	- 18,000
Costo anual de arrendamiento, \$	-3,500	-3,100
Rendimiento de depósito, \$	1,000	2,000
Término de arrendamiento, años	6	9

a) Determine que opción de arrendamiento deberá seleccionarse con base en la comparación de valor presente, si la TMAR es del 15% anual.

b) Environ Care tiene una práctica estandarizada de evaluación para todos sus proyectos de un periodo de 5 años. Si se utiliza el período de estudio de 5 años y no se espera que varíe el rendimiento de deposito, ¿qué ubicación deberá seleccionarse?.

c) ¿Qué ubicación deberá seleccionarse durante un periodo de estudio de seis años si el rendimiento de depósito en la ubicación B se estima que será de \$6,000 después de 6 años?

Solución.

a) Puesto que los arrendamientos poseen diferentes términos o vidas, compárense sobre el MCM de 18 años. Para ciclos de vida posteriores al primero, el costo inicial se repetirá en el año cero del nuevo ciclo, que es el último año del

ciclo anterior. Éstos serán los años 6 y 12 para la ubicación A, y el año 9 para la B.

Por comodidad se toman primero todos los flujos negativos y después los positivos. Dado que se trata de costos, se deberá elegir el de menor costo o menos negativo.

$$\begin{aligned} VP_A &= -15,000 - 15,000(P/F, 15\%, 6) - 15,000(P/F, 15\%, 12) - 3,500(P/A, 15\%, 18) \\ &\quad + 1,000(P/F, 15\%, 6) + 1,000(P/F, 15\%, 12) + 1,000(P/F, 15\%, 18) \\ &= -\$45,036 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP_B &= -18,000 - 18,000(P/F, 15\%, 9) - 3,100(P/A, 15\%, 18) \\ &\quad + 2,000(P/F, 15\%, 9) + 2,000(P/F, 15\%, 18) \\ &= -\$41,384 \end{aligned}$$

Se elige la ubicación B, ya que el VP_B es menor que VP_A en términos numéricos.

b) Para un periodo de estudio de 5 años no es necesario repetir algún ciclo de vida. El análisis de VP considerando el diagrama es:

$$VP_A = -15,000 - 3,500(P/A; 15\%, 5) + 1,000(P/F, 15\%, 5) = -\$26,236$$

$$VP_B = -18,000 - 3,100(P/A, 15\%, 5) + 2,000(P/F, 15\%, 5) = -\$27,397$$

La ubicación A es ahora la mejor opción.

c) Para un periodo de estudio de 6 años, el rendimiento del depósito para B será de \$6,000 en el año 6. Entonces el cálculo es:

$$VP_A = -15,000 - 3,500(P/A, 15\%, 6) + 1,000(P/F, 15\%, 6) = -\$27,813$$

$$VP_B = -18,000 - 3,100(P/A, 15\%, 6) + 6,000(P/F, 15\%, 6) = -\$27,138$$

La ubicación B ahora tiene una pequeña ventaja económica, y muy probablemente se deberán considerar factores no económicos para tomar la decisión.

3.1.3 COSTO CAPITALIZADO

El Costo Capitalizado (**CC**) se refiere al valor presente de una alternativa cuya vida útil se supone Infinita ($n = \infty$). Algunos proyectos tales como puente, diques, vías de ferrocarril, represas, se encuentran dentro de esta categoría. Los fondos permanentes de universidades, organizaciones no gubernamentales se evalúan con este método.

Para calcularlo se usa: $CC = VP = P = A / i = VA / i$. de donde obviamente:

$$A = P i = CC(i)$$

El flujo de efectivo, aquí, casi siempre será de dos tipos: *recurrente* o periódico, y no *recurrente*. El CAO de \$50,000 y el costo estimado de reprocesamiento de

\$40,000 cada 12 años son ejemplos de flujo de efectivo recurrente. Casos de flujo de efectivo *no recurrente* son la cantidad inicial de inversión y los estimados *únicos* de flujo de efectivo en el futuro, por ejemplo, \$500,000 en derechos de patente dentro de 2 años

El procedimiento para calcular el CC en un número ∞ de secuencias de flujo de efectivo es:

- 1.-Elabore el diagrama de flujo de efectivo mostrando los flujos *no recurrentes* (una vez) y, al menos, dos ciclos de todos los flujos *recurrentes*.
- 2.-Encuentre el valor presente de todas las cantidades no recurrentes. (Será su CC)
- 3.-Calcule el VA a través de un ciclo de todas las cantidades recurrentes. Agregue esto a todas las cantidades uniformes que ocurran del año 1 al infinito, lo cual resultará en un valor anual uniforme equivalente total.
- 4.-Divida el VA obtenido del paso 3 entre i , para obtener el valor $CC = VA / i$
- 5.-Sume los valores CC obtenidos en los pasos 2 y 4.

Es muy importante elaborar el diagrama de flujo de caja, ya que es buena ayuda, puesto que separa las cantidades recurrente y no recurrentes.

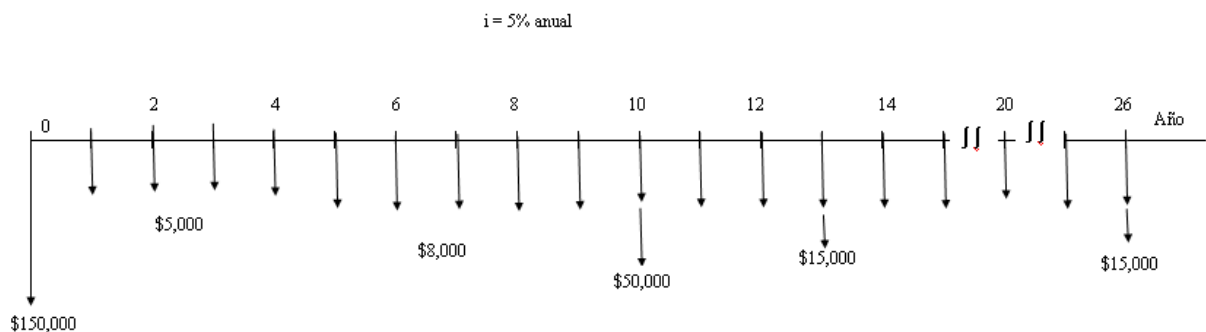
Ejemplo 3.4 La oficina de avalúo de la propiedad para el condado de Marin acaba de instalar equipo nuevo de computo para registrar los valores residenciales de mercado y calcular sus impuestos. El jefe de la oficina quiere conocer el costo total equivalente de todos los costos futuros cuando las tres delegaciones del condado adquieran este sistema de *software*. Si el nuevo sistema se utilizara por un tiempo indefinido, encuentre el valor equivalente a) actual y b) por cada año de aquí en adelante.

El sistema tiene un costo de instalación de \$150,000 y un costo adicional de \$50,000 después de 10 años. El costo del contrato de mantenimiento es de \$5,000 por los primeros 4 años, y aumentará a \$8,000 después de estos 4 años. Además se espera que haya un costo de actualización recurrente de \$15,000 cada 13 años. Suponga que $i = 5\%$ anual para los fondos del condado.

Solución.

a) Atendiendo el procedimiento anterior

1. El diagrama de flujo de efectivo es el siguiente



2. Los costos no recurrentes son \$150,000 ahora y \$50,000 en el año 10, entonces

$$CC_1 = -150,000 - 50,000(P/F, 5\%, 10) = -\$180,695$$

3. Se convierte el costo recurrente de \$15,000 a VA, para un ciclo

$$A_1 = -15,000(A/F, 5\%, 13) = -\$847$$

4. El costo capitalizado para las series de dos mantenimientos anuales es:

$$CC_2 = ((-8,000 - (-5,000)) / 0.05)(P/F, 5\%, 4) = -3,000/0.05(P/F, 5\%, 4) = -\$49,362$$

Dado que la serie de 5,000 = A_2 , será de ahora y hasta el infinito. Las dos series de

costo anual A_1 y A_2 se convierten a costo capitalizado

$$CC_3 = (-847 - 5,000)/0.05 = -\$116,940$$

El costo capitalizado total actual es $CC_T = CC_1 + CC_2 + CC_3 = -\$346,997$

b) El valor equivalente por siempre es $A = P_i = CC(i) = 346,997(0.05) = \$17,350$

Esto quiere decir que la oficina de avalúo del condado de Marin ha comprometido el equivalente de \$17,350 para siempre al operar y dar mantenimiento al *software* de evaluación de propiedades

3.1.4.-COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS SEGÚN COSTO CAPITALIZADO

Para comparar alternativas con base en el CC: Calcule el CC para cada alternativa. Ya que el costo capitalizado representa el valor presente total de financiamiento y mantenimiento dada una alternativa de vida infinita, las alternativas se compararán automáticamente para el mismo número de años (infinito). La alternativa con el menor costo capitalizado representará la más económica.

Ejemplo 3.5 Se encuentran bajo consideración dos ubicaciones para construir un puente que cruce un río. El sitio norte, que conecta una carretera principal estatal con un circuito interestatal alrededor de la ciudad, y aliviará mucho el tráfico vehicular local; las desventajas de este sitio son que el puente agilizará poco la congestión del tráfico local durante las horas de mayor afluencia, y que este tendría que extenderse de una colina a la otra para abarcar la parte más ancha del río, las vías del tren y las carreteras río abajo. Por lo tanto, tendría que ser un puente suspendido. El sitio sur requeriría un trayecto mucho más corto, permitiendo así la construcción de un puente apuntalado, pero requeriría construcción de nuevos caminos.

El puente suspendido costará \$500,000,000 de pesos con un costo de inspección y mantenimiento anual de \$350,000. Además, la cubierta de concreto tendrá que renovarse cada 10 años con un costo de \$1,000,000. Se espera que el puente apuntalado y los caminos cercanos tendrán un costo de \$250,000,000 y un costo

de mantenimiento anual de \$200,000. El puente tendrá que pintarse cada tres años a un costo de \$400,000. También tendrán que limpiarse con chorro de arena cada 10 años a un costo de \$1,900,000. El costo de compra del derecho de paso (indemnizaciones) se espera que sea de \$20,000,000 para el puente suspendido y de \$150,000 000 para el puente apuntalado. Compare las alternativas con base en el costo capitalizado si la tasa de interés es **6%** anual.

Ubicación	A) Puente suspendido	B) Puente apuntalado y caminos
Costo:	\$500,000,000	Costo: \$250,000,000
Costo de insp. y mantto.	\$350,000/año	Costo de mantto. \$200,000/año
Renovación de cubierta*	\$1,000,000	Pintura+ \$400,000
Derecho de paso:	\$20,000,000	Limpieza c/arena \$150,000,000
\$1,900,000c/10a		+ Pintura cada 3 años
*Renovación cada 10 años.		

Solución. A) Con base en los datos, los costos no recurrentes para A son

$$CC1 = 500,000,000 + 20,000,000 = \$520,000,000$$

El costo de operación recurrente es $A1 = \$350,000$

El costo anual equivalente del recubrimiento es

$$A2 = 1,000,000(A/F, 6\%, 10) = 1,000,000(0.07587) = \$75,870$$

$$CC2 = \text{costo capitalizado de costos recurrentes} = (A1 + A2) / i$$

$$= (\$350,000 + \$75,870) / 0.06 = \$7,097,830$$

Costo capitalizado total del puente colgante es $= CCTA = CC1 + CC2$

$$CCTA = \$520,000,000 + 7,097,830 = \mathbf{\$527,097,830}$$

B) Para el puente apuntalado y caminos

$$CC1 = 250,000,000 + 150,000,000 = \$400,000,000$$

$$A1 = 200,000$$

El costo anual de pintura es

$$A2 = 400,000(A/F, 6\%, 3) = 400,000(0.31411) = \$125,644$$

Costo de choro de arena

$$A3 = 1,900,000(A/F, 6\%, 10) = 1,900,000(0.07587) = \$144,153$$

$$CC2 = (200,000 + 125,644 + 144,153) / 0.06 = \$7,829,830$$

$$C_{TB} = 400,000,000 + 7,829,830 = \$407,829,830$$

Por lo tanto, es recomendable el puente apuntalado ya que el costo capitalizado es el más bajo.

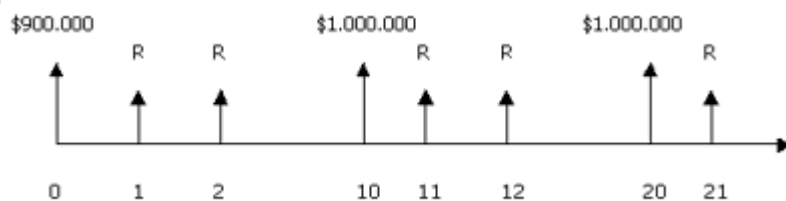
Ejemplo 3.6 Un industrial tiene dos alternativas para comprar una máquina. La primera máquina se la ofrecen con un costo inicial de \$900.000 y tiene una vida útil de 10 años, al final de los cuales deberá ser reemplazada a un costo de \$1.000.000.

La segunda máquina la ofrecen a un costo de \$1.000.000; su vida útil es de 15 años

y su costo de reemplazo es de \$1.500.000. Si se supone que el interés efectivo es del 20%. ¿Cuál máquina debe comprar?

Solución.

1. Como la primera máquina debe ser reemplazada cada 10 años, debe constituirse un fondo, mediante pagos anuales A , aquí llamados R , con el objeto de tener disponibles \$1.000.000 al final de su vida útil, para efectuar el reemplazo sin valor de salvamento o rescate de la máquina inicial. Arbitrariamente el flujo es positivo.



1.1. Se halla el valor de la serie de pagos R :

$$F = R(F/R, 20\%, 10) = 1,000,000 = R(25.9587), \text{ de aquí}$$

$$R = 1,000,000/25.9587 = 38,523$$

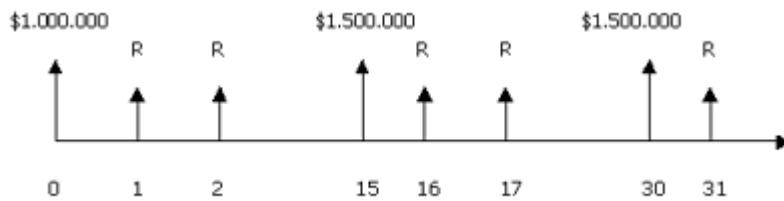
1.2. El Valor Presente de la renta perpetua será:

$$\text{Anualidad (A)} = R/i = 38,523/0.20 = 192,615$$

1.3. Los costos no recurrentes son \$900.000, que están en valor presente, por lo tanto el costo capitalizado es:

$$CC = 900,000 + 192,615 = 1,092,615$$

2. La segunda máquina debe ser reemplazada cada 15 años, también debe constituirse un fondo, mediante pagos anuales R , para tener el dinero necesario de \$1.500.000 al final de su vida útil para efectuar el reemplazo, sin valor de rescate. Se tiene entonces que la gráfica de flujo de efectivo sería:



2.1. Se halla el valor de los pagos. Igual que en 1 los valores del flujo son (+)

$1,500,000 = R(F/A, 20\%, 15) = R(72.0351)$, de donde:

$$R = 1,500,000/72.0351 = 20,823$$

2.2. El Valor Presente de la renta perpetua será: $A = 20,823/0.20 = 104,115$

2.3. Los costos no recurrentes son \$1,000,000 que están en valor presente, por lo tanto el costo capitalizado es:

$$CC = 1,000,000 + 104,115 = 1,104,115$$

Así que la decisión que se tomaría sería por la primera máquina, que es la que tiene el menor costo capitalizado, amén de hacer otras consideraciones pertinentes

3.2 MÉTODO DEL VALOR ANUAL

En muchos estudios de ingeniería económica, el método del VA es el mas recomendable cuando se especifica la TMAR (tasa mínima aceptable de retorno) comparado con el VP, el VF y la tasa de rendimiento, el VA es el valor anual uniforme equivalente de todos los ingresos y desembolsos estimados durante el ciclo de vida del proyecto o alternativa. Al valor anual también se le llama valor anual equivalente (VAE), costo anual equivalente (CAE), equivalente anual (EA) y valor anual uniforme equivalente (VAUE). La alternativa que se elija con el VA siempre será la misma que la elegida con el método de VP, VF o tasa de retorno.

Ejemplo 3.7 El proceso de descabezado, desviscerado y etiquetado manual y mecánico en pequeñas plantas de conservas de pescado requiere analizar la siguiente propuesta. Sustituir maquinaria (A) por mano de obra (B) en las operaciones de descabezado, desviscerado y etiquetado, para pequeñas plantas de conservas en países tropicales. La capacidad de producción es de 10,000 latas de 125 g de sardinas cada 8 horas. En la Tabla 3.1 se muestran las inversiones y costos de operación para cada alternativa. Se adopta como valor temporal del dinero el 10% anual. Bajo estas condiciones, la pregunta que cabe es determinar la decisión más satisfactoria desde el punto de vista económico. Expresar el resultado como valor presente y costo anual uniforme.

	Alternativa A	Alternativa B
Inversión (US\$)	172,930	154,006
Costo de la mano de obra (US\$/año)	42,408	71,714
Costo de mantenimiento (US\$/año)	7,965	7,022
Consumo de electricidad (US\$/año)	1,262	942
Seguros (US\$/año)	1,596	1,398
Vida útil (años)	10	10

Tabla 3.1 Inversión y gastos de operación para las alternativas A y B

Solución. Expresando el resultado como valor presente VP para cada alternativa se tiene:

$$VP_A = 172,930 + (42,408 + 7,965 + 1,262 + 1,596)(P/A, 10\%, 10) = \text{US } \$500,013$$

$$VP_B = 154,006 + (71,714 + 7,022 + 942 + 1,398)(6.1446) = \text{US\$ } 652,185$$

Con estos VP se puede obtener el costo anual uniforme de cada alternativa o VA:

$$VA_A = 500,013(A/P, 10\%, 10) = 500,013(0.16275) = \text{US } \$ 81,377$$

$$VA_B = 652,185(A/P, 10\%, 10) = 652,185(0.16275) = \text{US } \$106,143$$

La ventaja económica de optar por equipos en lugar de mano de obra depende del costo de la mano de obra adicional en relación al desembolso de capital. Con los datos precedentes, la alternativa B de mano de obra intensiva produce un costo superior (30%). Sin embargo, podría considerarse que el beneficio social resultante del aumento de empleo, compensa con plenitud esta desventaja económica, e inclina la balanza para la adopción de técnicas de mano de obra intensiva. Aquí $\$A < \B

3.2.1.-COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS CON VIDAS ÚTILES DIFERENTES.

“El VA debe calcularse exclusivamente para un ciclo de vida. Por lo tanto, no es necesario emplear el MCM de las vidas, como en el caso del análisis del VP y del VF”. El VA durante el ciclo de vida de una alternativa determina el VA para todos los ciclos de vida futuros, **mientras las condiciones del flujo de efectivo no cambien**. En este caso se pueden comparar las alternativas usando un periodo de estudio n que no necesariamente tome en consideración las vidas útiles de las alternativas, sino el tiempo que sea de interés; a este método se le conoce como el enfoque del horizonte de planeación. Si las vidas útiles son iguales el criterio es el mismo.

En el siguiente ejercicio se muestra, como se dijo antes, que el VA equivalente de un proyecto o alternativa es el mismo para uno, dos o más ciclos si las condiciones son las mismas.

Considere que una alternativa X tiene el siguiente flujo de efectivo:

Costo inicial \$450,000, costo anual de operación y mantenimiento \$175,000, ingreso anual \$300,000, valor de rescate \$100,000 y ciclo de vida 4 años. Entonces, el VA para uno, dos o más ciclos con $i = 3\%$ en miles de pesos es:

$$VA_1 = -450(A/P, 3\%, 4) + 25 + 00((A/F, 3\%, 4) = -450(0.26903) + 125 + 00(0.23903) = 27.85$$

$$VA_2 = -450(A/P, 3\%, 8) - 450(P/F, 3\%, 4)(A/P, 3\%, 8) + 125 + 100(P/F, 3\%, 4)(A/P, 3\%, 8) + 100(A/F, 3\%, 8) = 27.85$$

El interesado puede corroborar, como práctica, que $VA_3 = 27.85$

Ejemplo 3.8 A un ingeniero de proyectos de Virón Care se le asigna poner en marcha una nueva oficina en una ciudad donde ha sido finiquitado el contrato a seis años para tomar y analizar lecturas de niveles de ozono. Dos opciones de arrendamiento están disponibles, con los datos mostrados a continuación.

Ubicación	A	B
Costo inicial	-\$15,000	-\$18,000
Costo anual de arrendamiento:	-\$3,500	-\$3,100
Rendimiento de deposito	\$1,000	\$2,000
Termino de arrendamiento, años	6	9

1) Determinar que opción de arrendamiento deberá seleccionarse con base en la comparación del valor presente si el periodo de arrendamiento es de 8 años y la TMAR es de 15% anual. (Horizonte de planeación: 8 años)

2) En Virón se tiene una practica estandarizada de evaluación para todos sus proyectos de un periodo de 5 años y no se espera que varié el rendimiento de deposito, ¿Qué ubicación debería seleccionarse?

3) ¿Qué ubicación deberá seleccionarse durante un periodo de 6 años si el rendimiento de deposito en la ubicación B se estima que será de \$6,000 después de 6 años?

Solución. Dado que los términos de arrendamiento son diferentes, pero el período de planeación es de 8 años, y que, como se ha dicho antes, el VA será el mismo para uno o más ciclos en la respectiva ubicación, entonces sólo se calculará el VA para un ciclo por ubicación.

$$1. VA_A = -15,000(A/P, 15\%, 6) - 3,500 + 1,000(A/F, 15\%, 6) = -15,000(0.26424) - 3,500 + 1,000(0.11424) = -3,963.6 - 3,500 + 114.24 = -\$7,349$$

$$VA_B = -18,000(A/P, 15\%, 9) - 3,100 + 2,000(A/F, 15\%, 9) = -18,000(0.20957) - 3,100 + 2,000(0.05957) = -\$6,687$$

Se elige la ubicación B, ya que el costo es menor en términos de VA.

2. Considerando solamente 5 años y con base en el flujo de efectivo dado se tiene

$$VA_A = -15,000(A/P, 15\%, 5) - 3,500 + 1,000(A/F, 15\%, 5) = -\$7,826$$

$$VA_B = -18,000(A/P, 15\%, 5) - 3,100 + 2,000(A/F, 15\%, 5) = -\$8,172$$

Dadas las consideraciones; la ubicación A es ahora la mejor.

$$3. VA_A = -15,000(A/P, 15\%, 6) - 3,500 + 1,000(A/F, 15\%, 6) = -\$7,349$$

$$VA_B = -18,000(A/P, 15\%, 6) - 3,100 + 6,000(A/F, 15\%, 6) = -\$7,171$$

Por lo que, con ese nuevo rendimiento de depósito, ahora B es recomendable.

Ejercicio adicional. Selección entre las alternativas de Secado natural y mecánico

Analizar el secado natural o mecánico de pescado pequeño de agua dulce en un país de África oriental (Waterman, 1978). La producción anual es de 53 tn, con un rendimiento del 32,5%, trabajando 250 días por año a plena capacidad durante 12 horas por día. El producto es vendido a granel sin embalaje. El *secado mecánico* se efectúa en un túnel de secado a pequeña escala, indirectamente calentado mediante aceite diesel con circulación de aire forzada y el ciclo de secado dura 12 horas. Se estima una vida útil promedio de 10 años. Deben considerarse los consumos de combustible, electricidad y mano de obra.

El *secado al sol* se efectúa en bastidores contruidos en madera y malla de alambre, cuya vida útil es de un año. Se extienden poco más de 5 kg de pescado sobre 1 m² de bastidor y el ciclo de secado dura 5 días. En este procedimiento se emplea el doble de mano de obra. La Tabla 3.2 consigna todos los valores de inversión y costos de las alternativas. Expresar el resultado del análisis como valor presente y costo anual uniforme.

Alternativas de secado	Mecánico C	Natural D
Inversión (US\$)	9,000	720
Costo de la Mano de Obra (US\$/año)	375	750
Costo de Mantenimiento (US\$/año)	1,200	360
Consumo de electricidad (US\$/año)	4,440	-----
Vida útil (años)	10	1

Tabla 3.2 Inversión y costos para secado mecánico y secado natural

Solución. El MCM es 10, entonces se toma $n = 10$ para ambas alternativas

$$VP_C = 9,000 + (375 + 1,200 + 4,440)(P/A, 10\%, 10) = \text{US } \$ 45,960$$

$$VP_D = 720 + (720 + 750 + 360)(P/A, 10\%, 10) = 720 + 1,830(6.1446) = \text{US } \$ 11,964$$

No sería equitativo comparar el valor presente del costo de 10 años de servicio para la alternativa C con el valor presente del costo de un año de servicio para la alternativa D por lo cual que se utilizó el criterio del MCM y una serie uniforme de 1,830 por año durante 10 años para la alternativa D, como se aprecia en la ecuación, con lo que se ve que es mas ventajoso el secado natural.

Los datos para la comparación con valor anual son

$$VA_C = 45,960(A/P, 10\%, 10) = 45,960(0.16275) = \text{US } \$ 7,480$$

$$VA_D = 720 + 750 + 360 = \text{US } \$ 1,830$$

La comparación económica demuestra que el secado natural es mejor ya que tiene una diferencia anual favorable de US\$ 5,650 frente al secado mecánico, aún cuando los cálculos están ajustados por diferencias en la vida útil. Además, en la práctica, cada comparación contiene elementos intangibles. En este caso, para obtener una buena elaboración de productos secados naturalmente en climas tropicales, debemos considerar lo siguiente: temperatura y humedad del aire, materia prima magra o grasa, duración de la temporada de lluvias, características

y condiciones del mercado donde el pescado es comercializado, etc. Si a todos estos elementos se les puede asignar valor monetario, estos podrían incluirse en el análisis cuantitativo y modificar substancialmente el resultado.

No obstante, con respecto al secado de pescado, la diferencia económica a favor del secado natural continúa siendo muy grande en muchas situaciones prácticas, y ésta es la razón para que no se hayan adoptado nuevos métodos tecnológicamente avanzados de secado en países en desarrollo, a pesar del esfuerzo de agencias de desarrollo.

3.2.2 MÉTODO DEL VALOR PRESENTE DE SALVAMENTO.

El método del valor presente de salvamento es el segundo de los métodos para convertir a CAUE los costos de inversión que posean valores de salvamento. El valor presente del valor de salvamento se resta del costo de inversión inicial y la diferencia resultante se analiza para decidir, considerando la vida del activo. La ecuación general es:

$$CAUE = A = [P - VS(P/F, i\%, n)](A/P, i\%, n)$$

Los pasos que se deben seguir en este método son:

- 1.- Calcular el VP del valor de salvamento mediante el factor P/F .
- 2.- Restar el valor obtenido en el paso 1 del costo inicial P .
- 3.- Calcular A sobre la diferencia resultante, para la vida útil del activo.
- 4.- Sumar los costos anuales uniformes al resultado del paso 3.

Ejemplo 3.9 Calcule el CAUE de la maquina que tiene un costo inicial de \$8,000 y un valor de salvamento de \$500 después de 8 años. Los costos anuales de operación (CAO) de la maquina se estiman en \$900 y la tasa de interés es del 6%.

Solución.

Utilizando los pasos señalados anteriormente, la ecuación general y condensando el concepto de factores múltiples, se tiene:

$$CAUE = A = [8,000 - 500(P/F, 6\%, 8)](A/P, 6\%, 8) + 900 = \$2,138$$

Claro que si se tuviera(n) otra(s) alternativa(s) a comprar, se elegiría la de menor costo, o de mayor ingreso según fuera el caso.

3.2.3 MÉTODO DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL

Una alternativa deberá tener las siguientes estimaciones de flujo de efectivo: *Inversión inicial* (P), que representa el costo inicial de todos los activos y servicios necesarios para empezar la alternativa o proyecto. Si parte de la inversión se lleva a cabo durante varios años, estos valores pueden constituir una inversión inicial equivalente (P). *Valor de salvamento* (S), que es el valor Terminal estimado de los activos al final de su vida útil o el valor comercial al final del periodo de estudio; y *Cantidad anual* (A), que es la cantidad anual equivalente de ingresos y egresos.

La recuperación de una cantidad de capital P comprometida para un activo, mas el valor del capital en el tiempo a una tasa de interés particular, constituye un

principio fundamental del análisis económico. **La recuperación de capital (RC) es el costo anual equivalente de la posesión del activo más el rendimiento sobre la inversión inicial.** Así, la RC es:

$$RC = - (P(A/P, i, n) + S(A/F, i, n))$$

Ejemplo 3.10.-Lockeed Marlin está incrementando la fuerza de empuje adicional del motor principal de sus cohetes, con la finalidad de obtener más contratos de lanzamiento de satélites con empresas europeas interesadas en inaugurar nuevos mercados globales de comunicaciones. Se espera que un equipo de rastreo colocado en tierra requiera una inversión de \$13 millones de dólares, de los cuales \$8 millones se comprometen ahora, y los restantes \$5 millones se gastan al final del año 1 del proyecto. Se espera que los gastos de operación anuales para el sistema comiencen a efectuarse el primer año y continúen a razón de \$0.9 millones anuales. La vida útil del rastreador es de 8 años, con un valor de salvamento de \$0.5 millones. Calcule el VA para el sistema, si la TMAR actual de la corporación es de 12% anual.

Solución. Hacer el diagrama de flujo de efectivo y convertirlo a VA con $n = 8$ años. Las unidades están expresadas en millones de dólares.

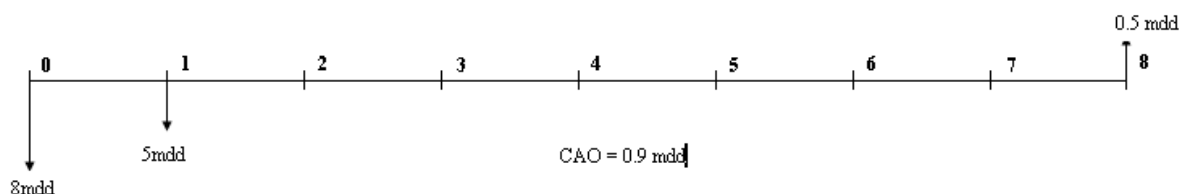


Fig:3.4.-Diagrama de flujo de efectivo del rastreador de satélite

Del diagrama de flujo de efectivo, la aplicación de la fórmula anterior y factorizando $(A/P, 12\%, 8)$ se tiene:

$$\begin{aligned} RC &= (8 + 5(P/F, 12\%, 1)) (A/P, 12\%, 8) - 0.5(A/F, 12\%, 8) \\ &= (8 + 5(0.8929))(0.2013) - 0.5(0.0813) = 12.4645(0.2013) - 0.0406 = 2.47 \end{aligned}$$

Por lo que el rendimiento anual del rastreador debe ser por lo menos de \$2.47mdd.

para recuperar la inversión, más el rendimiento del 12% anual. Esto no incluye el CAO de 0.9/año, así que el VA total es de: $VA = 2.47 + 0.9 = \text{US } \3.37mdd .

Este mismo resultado se logra si se obtiene directamente el VA equivalente del flujo de efectivo completo mostrado en el diagrama.

3.2.4 COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS POR CAUE

El método de comparación de alternativas por CAUE (costo anual uniforme equivalente), que no es más que una serie uniforme "A", considera una técnica sencilla de evaluación. La selección se hace sobre la base de CAUE, escogiendo la alternativa que tenga un menor costo. El CAUE no cambiará mientras no cambie el flujo de efectivo, esto significa que se pueden comparar los CAUE de

diferentes alternativas y elegir la mejor respecto al periodo que interese, no importando que la vida útil sea diferente. Ver sección 3.2.1

Ejemplo 3.11 Los siguientes costos son estimados para tres maquinas usando una tasa de interés de 18% anual. Decida que maquina es la mas conveniente.

Máquina	1	2	3
Cto. Inicial	38,000	40,000	40,000
Cto anual de Mantto.	1,100	1,230	1,520
Cto anual M.O.	13,500	15,500	2,010
Cto adicional gravable	-----	3,600	6,350
Vs	2,900	4,600	6,406
Vida Útil	8	11	9

Solución. Dado que el CAUE, es una serie uniforme que no cambia mientras los costos no se modifiquen, aún cuando el servicio(vida útil) sea diferente, se calcula A sólo para un ciclo de vida para cada máquina y se comparan los costos resultantes.

$$\begin{aligned} CAUE_1 &= 38,000 (A/P, 18\%, 8) + 14,600 - 2,900 (A/F, 18\%, 8) \\ &= 38,000 (0.24524) + 14,600 - 2,900 (0.06324) \\ &= 27,729.92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CAUE_2 &= 40,000(A/P, 18\%, 11) + 20,330 - 4,600(A/F, 18\%, 11) \\ &= 40,000 (0.21478) + 20,330 - 4,600 (0.03478) \\ &= 28,761.212 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CAUE_3 &= 40,000 (0.23239) + 9,880 - 6,406 (0.05239) \\ &= 18,839.99 \end{aligned}$$

Por lo tanto la maquina 3 es la más conveniente, dado que tiene el menor CAUE.

3.2.5 VALOR ANUAL DE LA INVERSIÓN PERPETUA

En esta parte se considera el valor anual equivalente del costo capitalizado. La evaluación de proyectos grandes como el de presas, canales de riego, puentes, entre otros, a gran escala requieren de comparación de alternativas con vidas muy largas, que podrían considerarse como infinitas. En este análisis, el valor anual de la inversión inicial constituye el interés anual perpetuo ganado sobre la inversión inicial, es decir, $A = Pi$; sin embargo, A también es el monto de la recuperación de capital.

Los flujos de efectivo se manejan en la forma convencional del VA; se convierten a cantidades anuales uniformes equivalentes A para un ciclo. Se suman los valores de A a la recuperación de capital RC para determinar el VA total:

$$VA = -RC - A = -(P(A/P, i, n) - S(A/F, i, n)) - A$$

Ejemplo 3.12 Una oficina de reciclaje considera tres propuestas para incrementar la capacidad del canal de desagüe principal, en una región agrícola. La propuesta

A requiere el dragado del canal. La capacidad del canal tendrá que mantenerse en el futuro cerca del flujo máximo para el que fue diseñada. La oficina tiene planes de comprar equipo de dragado y accesorios con un valor de \$650,000. Se espera que el equipo tenga una vida de 10 años con un valor de salvamento de \$17,000. Se estima que los costos anuales de operación serán de \$50,000. Para controlar la maleza en el canal y las orillas, se rociarán herbicidas que no dañan el medio, con un costo anual de \$120,000.

La propuesta B consiste en recubrir el canal con concreto, con un costo de \$4 mill. Se supone que el recubrimiento será permanente, aunque habrá necesidad de un mantenimiento mínimo cada año a un costo de \$5,000. Además, se harán reparaciones del recubrimiento cada 5 años a un costo de \$30,000.

La propuesta C consiste en instalar una nueva tubería por una ruta distinta. Los cálculos son los siguientes: Costo inicial \$6 mill., mantenimiento anual y derecho de paso por \$3,000 y una vida de 50 años. Comparar las alternativas sobre la base de costo anual, utilizando una tasa de interés de 5% anual.

Solución. Como se trata de un proyecto permanente, se calcula el VA para un ciclo de todos los costos recurrentes. Para las propuestas A y C, los valores de RC se determinan para $n_A = 10$ y $n_C = 50$. Para la propuesta B, RC es sencillamente $P(i)$.

Propuesta	A (dragado)	
RC = $650,000(A/P, 5\%, 10) + 17,000(A/F, 5\%, 10)$		\$ 82,824
Coso anual de operación		\$ 50,000
Costo anual de control de maleza		<u>\$120,000</u>
		\$252,824

Propuesta	B (recubrir canal)	
RC = $Pi = 4,000,000(0.05)$		\$200,000
Costo de mantto. anual		\$ 5,000
Costo de reparación del recubrimiento = $30,000(A/F, 5\%, 5)$		<u>\$ 5,429</u>
		\$210,429

Propuesta	C (nueva tubería)	
RC = $6,000,000(A/P, 5\%, 50)$		\$328,680
Costo de mantto. anual		<u>\$ 3,000</u>
		\$331,680

Se elije la propuesta B como resultado de que su costo es menor

Nótese que los valores calculados son costos anuales, independientemente de que las vidas sean diferentes estos serán los mismos para cada ciclo, mientras no cambien las condiciones económicas o flujo de efectivo

3.3 METODO DE LA TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)

La medida de valor económico citada más frecuentemente para un proyecto o alternativa es la tasa de rendimiento (TR), su significado se malinterpreta con facilidad, y los métodos para determinarla muchas veces se aplican de forma incorrecta. Aquí se explica el cálculo de la TR de una serie de flujos de efectivo con base en las ecuaciones de VP, VF o VA. La TR se conoce con muchos otros nombres: Tasa interna de rendimiento(TIR), Retorno sobre la inversión (RSI), Índice de rentabilidad(IR), etc. La determinación de la TR se logra utilizando un proceso de ensayo y error, de forma más rápida, mediante funciones en una hoja de cálculo.

La TR es la tasa de interés pagada sobre saldos insolutos de dinero tomado en préstamo o la tasa de interés ganada sobre el saldo no recuperado de una inversión, de tal manera que el pago o ingreso final, lleva el saldo a cero, considerando intereses.

Dicho de otro modo, es la tasa a la que se recupera la inversión. La Tasa de Retorno se expresa como porcentaje por periodo y siempre es positiva, $i > 0$. Si aparece negativa es que se está perdiendo el capital, es decir, no hay recuperación

3.3.1 CALCULO DE LA (T I R) PARA UN PROYECTO ÚNICO

Ejemplo.3.13 Si se invierten hoy \$1,000 y se tienen prometidos ingresos de \$500 dentro de 3 años y \$1,500 dentro de 5 años. ¿A qué tasa se recuperan los \$1,000?

Solución. Una consideración básica es que los ingresos deben ser mayores a los egresos en flujo de efectivo, por razones lógicas. Así, si se obtiene la equivalencia de los ingresos a valor presente a una tasa i , estos deben ser igual a los egresos, lo cual indica que a esa tasa se ha recuperado la inversión. La fig. 3.5. ilustra el flujo de efectivo, lo cual facilita la comprensión de los cálculos.

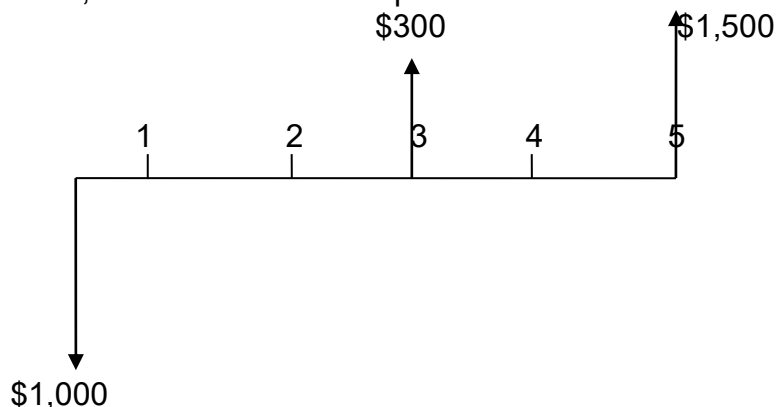


Figura:3.5.-Flujo de caja para determinar el valor de i^*

La ecuación que recupera la inversión es:

$$1,000 = 500(P/F, i^*, 3) + 1,500(P/F, i^*, 5)$$

Definida la ecuación que recupera la inversión, se busca el valor de i^* que la haga correcta. Calculando por ensayo y error $i^* = 16.95\%$

Los cálculos de la Tasa de Retorno son el valor inverso de los cálculos de valor presente usado aquí. Esto es, si se tiene $i^* = 16.95\%$ y se desea calcular P de \$500 dentro de 3 años y \$1,500 dentro de 5 años entonces la equivalencia es:

$$P = 1,000 = 500(P/F, 16.95\%, 3) + 1,500(P/F, 16.95\%, 5)$$

Ejercicio. Probar este resultado utilizando la fórmula $P = F(1/(1+i)^n)$, con lo que se puede ver que $i = 16.95\%$, con un mínimo de error. Más adelante se mostrara un procedimiento que ayudará a obtener mayor precisión, sin menoscabo de la ventaja de usar la herramienta de hoja de cálculo de Excel

3.3.1.1 CALCULO DE LA TR UTILIZANDO VP

En los cálculos de la Tasa de Retorno por este método, el objetivo es hallar la tasa de interés a la cual la suma presente, la suma futura, una serie uniforme o un gradiente son equivalentes.

Para determinar la tasa de retorno i^* de un proyecto el valor presente de los desembolsos P_D , se iguala a el valor presente de los ingresos P_I , es decir

$$P_D = P_I$$

$$0 = -P_D + P_I$$

Aquí las inversiones son desembolsos y los recibos son ingresos.

PROCEDIMIENTO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE TR POR VP:

1. Se dibuja el diagrama de flujo de caja.
2. Se establece la ecuación de la tasa de retorno en la forma $0 = -P_D + P_I$
3. Se seleccionan los valores de i^* por ensayo y error, hasta que se balancee la ecuación, pudiendo ser necesaria la interpolación lineal.

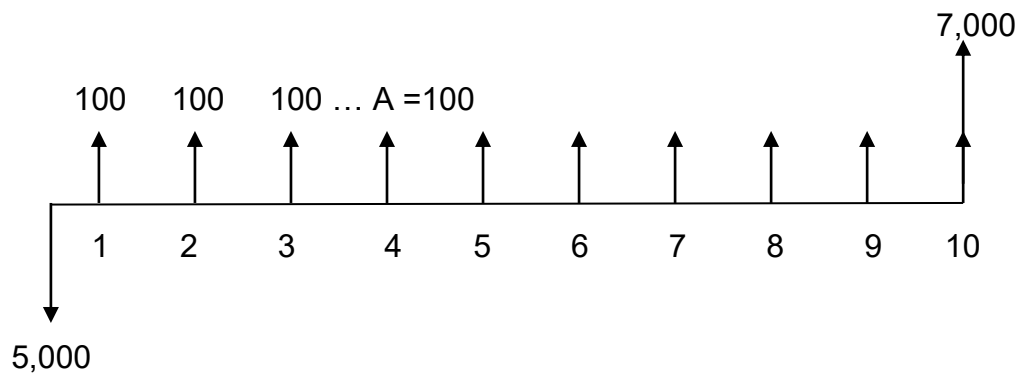
Si el flujo de caja se puede combinar de tal manera que se pudiesen utilizar los ingresos y los desembolsos para calcular un factor único tal como P/F y P/A , etc., sería posible buscar la tasa de interés correspondiente al valor de dicho factor para n periodos usando las tablas. Para combinar el flujo de caja se usa el siguiente procedimiento.

1. Se convierten todos los desembolsos ya sea a cantidades únicas (P , F o A) despreciando el valor del dinero en el tiempo.
2. Se convierten todos los ingresos a cantidades únicas o uniformes, como en el paso uno.
3. Habiendo combinado los desembolsos y los ingresos a cualquier forma P/F o P/A , se utilizan las tablas de interés para hallar la tasa aproximada a la cual el valor de P/F o P/A respectivamente, se satisfacen para el correspondiente valor de n . **La tasa así obtenida es una buena cifra básica para el primer ensayo.**

Es importante reiterar que la tasa de retorno obtenida por este procedimiento **es simplemente un estimado** de la tasa de retorno, dado que el valor del dinero a través del tiempo se ha despreciado.

Ejemplo 3.14 Si se invierten \$5,000 en un fondo el cual se espera que produzca \$100 anuales durante 10 años y \$7,000 al final de los 10 años. ¿Cuál es la tasa de retorno?

Solución. Se utiliza el procedimiento anterior para calcular i^* . La sig. figura muestra el flujo de caja. Aquí las inversiones son desembolsos y los recibos son ingresos.



Utilizando la ecuación $0 = -P_D + P_I$ con un enfoque da valor presente se tiene:

$$0 = -5000 + 100(P/A, i^*, 10) + 7000(P/F, i^*, 10)$$

Con el procedimiento de estimación explicado se determina la tasa de retorno para el primer ensayo. Todos los ingresos se consideran como un solo valor futuro en el año 10, de manera que se pueda utilizar el factor P/F entonces:

$$F = 100(10) + 7,000 = 8,000; \text{ . Entonces el factor: } P/F = 5000/8000 = 0.625$$

Se busca la tasa para la cual $P/F = 0.625$ y se ve que está entre 4% y 5%. Como se ignoró el valor del dinero en el tiempo es razonable pensar que i está más cerca de 5% que de 4%, por lo tanto se empieza el ensayo con 5%
Probando la igualdad con $i = 5\%$ se tiene:

$$0 = -5000 + 100(7.7217) + 7000(0.6139)$$

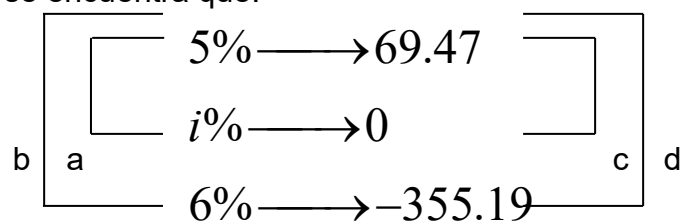
$$0 < 69.47 \quad \text{Esto sugiere que } i \text{ es mayor que } 5\%. \text{ Entonces:}$$

Con $i = 6\%$:

$$0 = -5000 + 100(7.3601) + 7000(0.5584)$$

$0 > -355.19$ Este cambio indica que se ha rebasado el valor de i buscado.

Por interpolación se encuentra que:



Dado que $a/b = b/d$ entonces: $a = 69.47/424.68 = 0.1639$ Por lo que $i = 5 + 0.1639$

La **TR** es: $i^* = 5.1639\%$

Al utilizar las ecuaciones para encontrar P dado A y P dado F en $0 = -P_D + P_I$ con i^* se tiene que se cumple:

$$0 = -5000 + 100(P/A, 5.1639\%, 10) + 7000(P/F, 5.1639\%, 10)$$

Ejercicio. Verificar los cálculos anteriores utilizando las formulas para encontrar P/A y P/F .

3.3.1.2.-CALCULO DE LA TASA INTERNA DE RETORNO POR CAUE o A.

Este método es utilizado preferentemente cuando están considerados flujos anuales uniformes o cuando los flujos de caja se incrementan o decrecen por porcentaje de gradientes constantes. Es importante aclarar que en cualquier caso; sea que se utilice P , F o A , i^* debe ser mayor o igual a la TMRA (tasa mínima de rendimiento aceptable) para que la alternativa sea económicamente viable

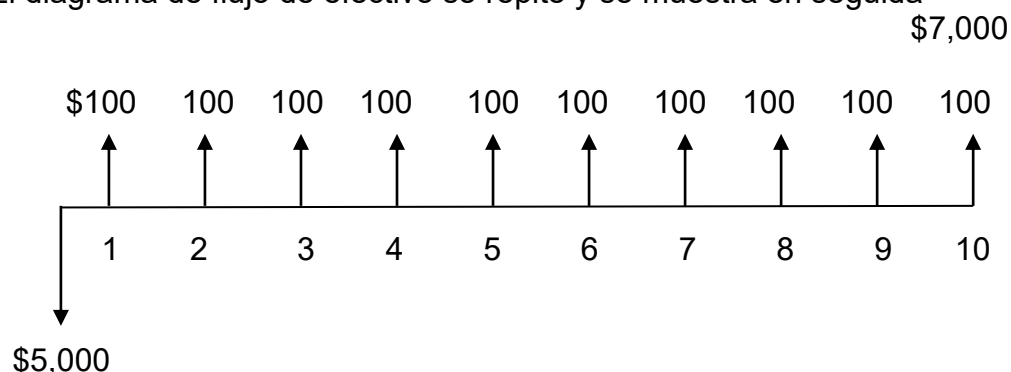
Procedimiento:

- 1.-Se dibuja un diagrama de flujo de efectivo.
- 2.-Se establecen las relaciones para obtener el CAUE de los desembolsos y los ingresos con un i desconocido.
- 3.-Se plantea la ecuación de la tasa de retorno: $0 = -CAUE_D + CAUE_I$
- 4.-Se seleccionan valores de i por ensayo y error hasta que la ecuación se satisfaga

Ejemplo 3.15 Resolver el ejemplo anterior 3.10, usando el criterio de evaluación de serie uniforme o CAUE

Solución. Aquí se va a resolver de acuerdo al procedimiento indicado antes, solo que la primera aproximación se realizará de una manera alternativa que implica la manipulación de la fórmula, no obstante, el lector podrá usar la forma que prefiera

- 1). El diagrama de flujo de efectivo se repite y se muestra en seguida



- 2) Las relaciones de desembolso e ingreso son

$$A_D = 5,000(A/P, i\%, 10),$$

$$A_I = 100 + 7,000(A/F, i\%, 10)$$

- 3) La ecuación de tasa de retorno

$$0 = -5,000(A/P, i\%, 10) + 100 + 7,000(A/F, i\%, 10)$$

Ignorando el valor del dinero en el tiempo, se tiene que $F=100(10) + 7,000 = 8,000$. Para encontrar la primera aproximación se utilizará, opcionalmente, la fórmula:

$F = P(1+i)^n$, Entonces; $8,000 = 5,000(1+i)^{10}$. de donde despejando, $i = (8/5)^{0.10} - 1$

$i = 4.81\%$. Dado que se ignoró el valor del dinero en el tiempo es razonable utilizar como primer valor de $i = 5\%$ por ser el entero superior al valor i encontrado y más cómodo su manejo, en vez de 4.81% . Entonces se prueba la ecuación:

Con $i = 5\%$

$$0 = -5,000(A/P, 5\%, 10) + 100 + 7,000(A/F, 5\%, 10)$$

$$0 = -5,000(0.1295) + 100 + 7,000(0.0795)$$

$$0 < 9.02 \quad \text{Este valor es muy aproximado a 0, pero indica que } i \text{ es mayor}$$

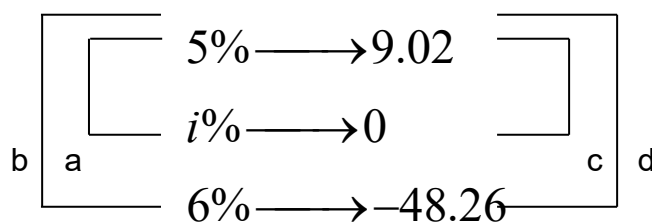
Probando ahora con $i = 6\%$

$$0 = -5,000(A/P, 6\%, 10) + 100 + 7,000(A/F, 6\%, 10)$$

$$0 = -5,000(0.13587) + 100 + 7,000(0.07587)$$

$$0 > -48.25 \quad \text{Se observa cambio de signo, indicando que se ha rebasado el valor de } i.$$

Por interpolación se encuentra que:



$$a/b = c/d; \quad a = (c/d)b = (9.02 - 0)/(9.02 + 48.26) = 0.1574 = 0.16, \text{ con lo que:}$$

$$i = 5 + 0.16 = 5.16\%. \text{ esta cifra aproximada se encontró antes, en el ejemplo 3.10.}$$

3.3.2 EL ANÁLISIS INCREMENTAL

Cuando se consideran dos o más alternativas mutuamente excluyentes, la ingeniería económica es capaz de identificar la alternativa que se considera mejor económicamente, utilizando las técnica VP o VA.

En este apartado se considera ahora el análisis de la tasa de rendimiento global TR

Ejemplo 3.16 Suponga que una compañía utiliza una TMAR de 16% anual, y que la compañía tiene $\$90,000$ disponibles para inversión y que se están evaluando dos alternativas (A y B). La alternativa A requiere una inversión de $\$50,000$ y tiene una tasa interna de rendimiento de 35% anual. La alternativa B requiere $\$85,000$ y tiene una i de 29% anual.

Por intuición se concluye que la mejor alternativa es aquella que produce la tasa de rendimiento más alta, que es la A en este caso. Sin embargo, no necesariamente debe ser así. Aunque A tiene el rendimiento proyectado mas alto, requiere también una inversión inicial que es mucho menor que el dinero total disponible. ¿Qué sucede con el capital de inversión restante? Por lo general, se

supone que los fondos sobrantes se invertirán en la compañía a la TMAR. Utilizando este supuesto, es posible determinar las consecuencias de las inversiones alternativas. Si se selecciona la alternativa A, se invertirán \$50,000 a una tasa de 35% anual. Los \$40,000 restantes se invertirán al 16%. Entonces la tasa de rendimiento sobre el capital total disponible, será el promedio ponderado de estos valores:

Solución

$$TR_A \text{ global} = (50,000 \cdot 0.35 + 40,000 \cdot 0.16) / 90,000 = 0.266 = 26.6\%$$

Si se elige B, la tasa de rendimiento global será:

$$TR_B \text{ global} = (85,000 \cdot 0.29 + 5,000 \cdot 0.16) / 90,000 = 0.283 = 28.30\%$$

Estos cálculos muestran que, aunque la i^* para la alternativa A es mayor, la alternativa B presenta la mejor TR global para la inversión total de \$90,000. Si se realizara una comparación VP o VA utilizando la TMAR $i = 16\%$ anual, se debería elegir la alternativa B. Esto ilustra un hecho importante sobre el método de tasa de rendimiento para comparar alternativas: Bajo algunas circunstancias, los valores de las TR de los proyectos no proporcionan el mismo ordenamiento de alternativas que los análisis de VP o de VA.

3.3.3 COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Como se indicó al inicio de esta unidad, para ayudar a formular alternativas, se categoriza cada proyecto, sea de ingreso o de servicio, como uno de los siguientes:

1.-Mutuamente excluyentes. Sólo uno de los proyectos viables o alternativas puede seleccionarse mediante un análisis económico.

La selección de una alternativa mutuamente excluyente o proyecto viable sucede, por ejemplo, cuando un ingeniero debe escoger el mejor motor diesel de entre varios modelos.

2.-Independientes. Más de un proyecto viable puede seleccionarse a través de un análisis económico.

Esta sección considera la elección entre alternativas múltiples que son mutuamente excluyentes, utilizando el método TR incremental. La aceptación de una alternativa automáticamente excluye la aceptación de cualquier otra. El análisis está basado sobre relaciones VP (o VA) para flujos de efectivo incrementales entre dos alternativas a la vez.

Cuando se aplica el método de la TR incremental, toda la inversión debe rendir al menos la TMAR. Cuando los valores i^* de varias alternativas exceden la TMAR se requiere la evaluación de la TR incremental. (Para alternativas de ingreso, si ni siquiera una $i^* \geq \text{TMAR}$, se selecciona la alternativa de no hacer nada.) Para todas las alternativas (ingreso o servicio), la inversión incremental debe justificarse por separado. Si el rendimiento sobre la inversión adicional iguala o excede la TMAR, entonces debe hacerse la inversión adicional con el propósito de maximizar el rendimiento total del dinero disponible como se analiza en la sección 3.3.2.

Por lo tanto, para el análisis de TR de alternativas múltiples mutuamente excluyentes, se utilizan los siguientes criterios. Seleccione aquella alternativa que:

1. Exija la mayor inversión, y
2. Indique que se justifica la inversión adicional frente a otra alternativa Aceptable.

Una regla importante para aplicar cuando se evalúan alternativas múltiples con el método de TR incremental es que *una alternativa nunca debe compararse con aquella para la cual no se justifica la inversión incremental*.

El procedimiento de evaluación de la TR incremental para múltiples alternativas de vidas iguales se resume en seguida.

El paso 2 se aplica sólo a alternativas de ingreso, puesto que la primera alternativa se compara con NH (no hacer) cuando se estiman los flujos de efectivo del ingreso. Los términos *defensor* y *retador* son dinámicos en cuanto a que se refieren, respectivamente, a la alternativa que actualmente se tiene (defensor) y a aquella que se está evaluando para la aceptación con base en Δi^* . Los pasos para la solución a mano o por computadora son como sigue:

1. Ordene las alternativas desde la *inversión inicial menor hasta la mayor*. Registre la estimación de flujos de efectivo anual para cada alternativa de vida igual.

2. *Sólo para alternativas de ingreso*: Calcule i^* para la primera alternativa. De hecho esto hace a NH el defensor, y a la primera alternativa, el retador. Si $i^* < \text{TMAR}$, elimine la alternativa y vaya a la siguiente. Repita esto hasta que $i^* \geq \text{TMAR}$ por primera vez, y defina esta alternativa como el defensor. La siguiente alternativa es ahora el retador. Vaya al paso 3. Primero calcule la i^* para todas las alternativas,

usando la función TIR, y seleccione como el defensor la primera para la cual $i \geq \text{TMAR}$. Denomínela como el defensor y vaya al paso 3.

4. Determine el flujo de efectivo incremental entre el retador y el defensor utilizando la relación:

$$\text{Flujo de efectivo incremental} = \text{flujo de efectivo retador} - \text{flujo de efectivo defensor}$$

4. Calcule Δi^* para la serie de flujos de efectivo incremental utilizando una ecuación basada en VP o en VA.

5. Si $\Delta i^* \geq \text{TMAR}$, el retador se convierte en el defensor y se elimina el defensor anterior. Por el contrario, si $\Delta i^* < \text{TMAR}$, se descarta el retador y el defensor se mantiene contra el próximo retador.

6. Repita los pasos 3 a 5 hasta que solamente quede una alternativa. Esta es la seleccionada.

Observe que sólo se compran dos alternativas a la vez.

Ejemplo 3.17 Caterpillar Corporation quiere construir una instalación para almacenaje de piezas de repuesto cerca de Phoenix, Arizona. Un ingeniero de planta ha identificado cuatro diferentes opciones de ubicación. En la siguiente tabla se detallan el costo inicial de edificación de cimientos y prefabricación, así como las estimaciones de flujo de efectivo neto anual. Esta serie, varía debido a diferencias en mantenimiento, costos de mano de obra, cargos de transporte, etc.

Si la TMAR es de 10%, utilice el análisis de TR incremental para seleccionar la mejor ubicación desde el punto de vista económico.

Ubicación	A	B	C	D
Costo inicial. \$	-200,000	-275,000	-190,000	-350,000
Flujo de efectivo anual. \$	+ 22,000	+ 35,000	+ 19,500	+ 42,000
Vida útil, años	30	30	30	30

Tabla 3.3 Estimaciones para cuatro ubicaciones posibles de construcción. Ejem. 3.13

Solución. Los sitios son alternativas de ingreso. Aplicando el procedimiento anterior:

1. En la tabla 3.4 se ordenan las alternativas por costo inicial creciente
2. Se compara la ubicación C con NH. La relación TR incluye sólo el factor P/A .

$$0 = -190,000 + 19,500(P/A, i^*, 30)$$

La columna 1 presenta el valor de factor $(P/A, 10\%, 30)$ de $190,000/19,500 = 9.7436$ y de $\Delta i^*_c = 9.63\%$ (interpolando el valor 9.7436 que está entre 9% y 10%, $n = 30$). Puesto que $9.63\% < 10\%$, se elimina la ubicación C. Por tanto ahora se compara A con NH, y la columna 2 muestra que $P/A = 9.0909$, $\Delta i^*_A = 10.49\%$, lo cual elimina la alternativa de no hacer nada, el defensor es ahora A y el retador B.

3. La serie de flujo de efectivo incremental, la columna 3, y Δi^* para una comparación B a A se determina a partir de:

$$\begin{aligned} 0 &= -275,000 - (-200,000) + (35,000 - 22,000)(P/A, \Delta i^*, 30) \\ &= -75,000 + 13,000(P/A, \Delta i^*, 30) \end{aligned}$$

4. De acuerdo con las tablas de interés, se debe buscar el factor P/A en la TMAR, que es $(P/A, 10\%, 30) = 9.4269$. Ahora, cualquier valor P/A mayor que 9.4269 indica que Δi^* será inferior al 10% y es inaceptable. Para fines de referencia, $\Delta i^* = 17.28\%$

5. La alternativa B se justifica incrementalmente (nuevo defensor), eliminando así la alternativa A.

6. Al compara Δ con B (pasos 3 y 4) se genera la relación VP; $0 = -75,000 + 7,000(P/A, \Delta i^*, 30)$ y un valor P/A de 10.7143, $\Delta i^* = 8.55\%$. Se elimina la ubicación D y solo permanece la alternativa B, que se elige.

Comentario.

Una alternativa siempre debe compararse incrementalmente con una alternativa aceptable y la alternativa de no hacer nada puede resultar la única aceptable.

Ubicación	C	A	B	D
Costo inicial. \$	-190,000	-200,000	-275,000	-350,000
Flujo de efectivo. \$	+19,500	+22,000	+35,000	+42,000
Alternativas comparadas	C a NH	A a NH	B a A	D a B
Costo incremental. \$	-190,000	-200,000	-75,000	-75,000
Flujo de efectivo incremental. \$	+19,500	+22,000	+13,000	+7,000
$(P/A, \Delta i^*, 30)$	9.7436	9.0909	5.7692	10.7143
$\Delta i^* (\%)$	9.63	10.49	17.28	8.55

¿Se justifica el incremento?	No	Sí	Sí	No
Alternativa seleccionada	NH	A	B	B

Tabla 3.4 Cálculo de tasa de rendimiento incremental para 4 alternativas Ejem 3.17

3.4 -EVALUACIÓN DE LA RAZÓN BENEFICIO / COSTO (B/C)

Los métodos de evaluación vistos hasta ahora normalmente se aplican a alternativas del sector privado, es decir a empresas y negocios lucrativos y no lucrativos. En este apartado se presenta y analiza la naturaleza económica de las alternativas en el sector público, donde los propietarios y usuarios(beneficiarios) son los ciudadanos del país, estado, municipio o comunidad.

El método de evaluación de la razón B/C para la comparación de alternativas frecuentemente se utiliza en conjunto con el análisis del valor presente, valor futuro o costo anual. Se basa en la relación de los beneficios a los costos **B/C** asociados con un proyecto particular y este será atractivo si los beneficios derivados de su implantación exceden los costos asociados.

3.4.1.-CLASIFICACIÓN Y CALCULO DE LOS BENEFICIOS, COSTOS Y CONTRABENEFICIOS; PARA UN PROYECTO ÚNICO

Existen diferencias sustanciales entre las características y evaluación económica, respecto del sector privado y del público. La razón beneficio costo pretende dar objetividad al análisis económico de proyectos gubernamentales.

Los proyectos del sector público los financian los ciudadanos y tienen como objetivo principal proveer servicios buscando el bienestar público y no las ganancias.

Las vidas largas de los proyectos públicos frecuentemente promueven el uso del método del costo capitalizado, donde el infinito se utiliza para n , y los costos anuales se calculan con la fórmula $A = P(i)$. Al crecer n , especialmente para más de 30 años, se reducen las diferencias con el valor A calculado.

Antes de calcular una relación B/C, deben establecerse todos los beneficios, costos y contra beneficios(beneficios negativos) que se utilizan en el calculo, deben identificarse, y convertirse a una unidad monetaria de equivalencia común, (VP, VF, o VA) a la tasa de descuento(interés) dada.

Los **costos** son la estimación de gastos para la entidad gubernamental para la construcción, operación y mantenimiento del proyecto, menos cualquier valor de salvamento.

Beneficios; son las ventajas que experimentará el público o propietario.

Contrabeneficios: desventajas para el público cuando se lleva a cabo el proyecto en consideración, estas pueden ser simplemente desventajas económicas indirectas.

Es difícil estimar y coincidir en lo relacionado con el impacto económico de los beneficios y contrabeneficios para una alternativa del sector público.

Por ejemplo, suponga que se recomienda una desviación alrededor del área congestionada de una población. ¿Cuánto beneficiará al conductor, en pesos por

minuto de manejo, poder evitar -mediante esta desviación- 5 semáforos manejando a un promedio de velocidad de 50 km/hr., en comparación con la velocidad promedio actual al pasar por dichos semáforos que es de 30km/hr., y deteniéndose en dos semáforos en promedio 45 segs. en cada uno?. Las bases y normas para la estimación de beneficios son siempre difíciles de establecer y verificar, en relación con los estimados de flujo de efectivo de los ingresos del sector privado. Los contrabeneficios de una alternativa que se acumulan también resultan difíciles de estimar. De hecho, quizás el contrabeneficio mismo se desconozca en el momento de llevar a cabo la evaluación.

El punto de vista del análisis en el sector público deberá determinarse antes de que se efectúen los cálculos de costos, beneficios y contrabeneficios, y antes de que se plantee y se lleve a cabo la evaluación. Existen diversos puntos de vista para cualquier situación, y las diferentes perspectivas pueden alterar la clasificación del flujo de efectivo.

Existen ejemplos críticos de proyectos públicos que al iniciar su ejecución son abortados debido al mal manejo o consideración de los aspectos sociales.

Ejemplo 3.18 El comité de proyecto para incremento del capital (CPIC) de una ciudad formado por ciudadanos, recomendó la emisión de bonos por \$5 mill. Para la compra de un terreno para preservar áreas verdes de baja altitud y el hábitat de la vida silvestre cerca de la ciudad en rápida expansión, cuya población es de 60,000 habitantes. Los urbanizadores se opusieron rápidamente a la propuesta por la reducción del terreno disponible para desarrollo comercial. El ingeniero en jefe y el director de desarrollo económico de la ciudad realizaron los siguientes cálculos preliminares para algunas áreas obvias, considerando las consecuencias de la iniciativa en mantenimiento, parques, desarrollo comercial e inundaciones, sobre un horizonte de planeación de 15 años. La inexactitud de dichos cálculos se hace muy clara en el informe dirigido al ayuntamiento de la ciudad. Si se lleva a cabo la iniciativa de adquisición, los estimados son los siguientes:

1.-Costo anual de \$5 mill. por 15 años en bonos al 6%	= \$ 4,200,000 (1-14 años)
	\$ 800,000(año 15)
2.-Mantenimiento anual, seguimiento y admón. anual	\$ 750,000 + 10%
3.- Presupuesto anual para el desarrollo de parques	\$ 500,000 (años 5-10)
4.-Pérdida anual en desarrollo comercial	\$2,000,000(años 8-10)
5.-Reducción de impuestos por reducción de ventas, i/n=8	\$ 275,000 +5%año 8
6.-Ingreso municipal/año por uso de parques, eventos, i/n=6	\$ 100,000 +12%año6
7.-Ahorros en proyectos de control de inundaciones	\$ 300,000(años3-10)
	\$ 1,400,000(año10-15)

8.-Daños a la propiedad (personas y ciudad) por no inundac. \$ 500,000(años10-15)

Identifique tres diferentes puntos de vista para el análisis económico de la propuesta y clasifique los cálculos consecuentemente.

Solución. Existen muchas perspectivas; aquí se presentan 3 puntos de vista:
1) Ciudadanos, 2) Presupuesto para la ciudad y 3) Desarrollo económico.

1: *Habitantes de la ciudad.* Objetivo: Maximizar la calidad y bienestar de los ciudadanos, siendo la familia y el vecindario la preocupación fundamental.

Costos: 1, 2, 3. Beneficios: 6, 7, 8. Contrabeneficios: 4, 5.

2: *Presupuesto para la ciudad.* Objetivo: Asegurarse de que el presupuesto se encuentre equilibrado y sea de suficiente magnitud para ofrecer servicios a la ciudad en rápido crecimiento.

Costos: 1, 2, 3, 5 Beneficios: 6, 7, 8. Contrabeneficios: 4.

3: *Desarrollo económico.* Objetivo: Promover un nuevo desarrollo económico, comercial e industrial para la creación y conservación de empleos.

Costos: 1, 2, 3, 4, 5. Beneficios: 6, 7, 8. Contrabeneficios: Ninguno.

La clasificación de los estimados 4 (pérdida de desarrollo comercial) y 5 (pérdida por reducción de impuestos por ventas) cambia dependiendo de la perspectiva del análisis económico.

Los contrabeneficios pueden incluirse o pasarse por alto en un análisis, lo que puede marcar una diferencia importante en la aceptación o rechazo de una alternativa del sector público.

3.4.2.-SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS B/C.

Existen diversas variaciones de la razón B/C; sin embargo, el enfoque fundamental es el mismo. Aquí se consideran, para el análisis, la relación B/C *convencional*, la relación *modificada* y la *diferencia* B - C. Si la razón o la diferencia es ≥ 1.0 entonces el proyecto es recomendable.

La razón o relación convencional B/C se calcula de la siguiente manera:

$$B/C_{\text{convencional}} = \text{VP de beneficios} / \text{VP de costos}$$

$$B/C_{\text{convencional}} = \text{VA de beneficios} / \text{VA de costo}$$

Simplificando

$$B/C = \frac{\text{Beneficios} - \text{contrabeneficios}}{\text{costos}} = \frac{B - CB}{C}$$

La relación modificada es:

$$B/C = \frac{\text{Beneficio} - \text{Contrabeneficio} - \text{Costo.de.M.y.O}}{\text{Inversión.Inicial}}$$

Ejemplo 3.19 La fundación Ford está contemplando una asignación por \$15 mill. en

becas para escuelas públicas para desarrollar nuevas formas de enseñar principios de ingeniería, que preparen mejor a los estudiantes. Las becas se otorgaran por un período de 10 años y generaran un ahorro estimado de \$1.5 mill. anuales, en salarios de personal docente y otros gastos relacionados con los estudiantes. La fundación utiliza una tasa de rendimiento de 6% anual para las becas otorgadas.

Puesto que el nuevo programa compartirá fondos con ciertas actividades en curso, se ha estimado que se destinaran \$200,000 para apoyo de dichas actividades. Para hacer exitoso el programa, la fundación incurrirá en gastos de operación anual de \$500,000 de su presupuesto regular de M&O. Emplee el método de B/C convencional, el modificado y B - C para determinar si el programa de becas se justifica en términos económicos.

Solución. Utilizando el valor anual como base unitaria equivalente.

VA del costo de inversión \$15,000,000(A/P,6%,10) = \$2,038,050

VA de beneficio = \$1,500,000

VA de contrabeneficio = \$ 200,000

VA del costo de M&O = \$ 500,000

$$B/C_{\text{Convencional}} = (1,500,000 - 200,000) / (2,038,050 + 500,000) = 0.51$$

Dado que $B/C < 1$, el proyecto no se justifica

$$B/C_{\text{Modificado}} = (1,500,000 - 200,000 - 500,000) / 2,038,050 = 0.39$$

Como se esperaba: El proyecto no se justifica

$$B - C = 1,500,000 - 200,000 - 500,000 - 2,038,050 = - \$1.24\text{mill.}$$

Tampoco se justifica el proyecto, por consecuencia lógica, ya que: $B - C < 0$.

3.4.3 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES UTILIZANDO ANÁLISIS B/C INCREMENTAL.

El procedimiento fundamental para elegir una de entre tres o mas alternativas mutuamente excluyentes con el análisis B/C es esencialmente el mismo que para el análisis **TR** incremental. La razón B/C incremental(convencional) se determina al utilizar los cálculos de VP, VA o VF, y la alternativa de costo extra se justifica si dicha razón $B/C < 1.0$. La regla de elección es la siguiente:

Si $B/C_{\text{incremental}} \geq 1.0$, se elige la alternativa de mayor costo, debido a que el costo adicional es justificable económicamente.

Si $B/C_{\text{incremental}} < 1.0$, se elige la alternativa de menor costo.

Para llevar a cabo un análisis B/C incremental se requiere la comparación de cada alternativa sólo con otra alternativa, para la cual el costo incremental ya esté justificado.

Pasos para realizar el análisis de la razón B/C convencional para dos alternativas:

- 1.-Determine los costos equivalentes totales para ambas alternativas.
- 2.-Ordene las alternativas por costo equivalente total, de menor a mayor. Calcule los costos incrementales ΔC para la alternativa de mayor costo. Este es el denominador en B/C
- 3.-Determine los beneficios equivalentes totales y cualquier contrabeneficio estimado para ambas alternativas. Calcule los beneficios incrementales (ΔB) para la alternativa de mayor costo. Es decir, $\Delta(B - BC)$ si se consideran los contrabeneficios
- 4.-Calcule la razón B/C incremental con $(B - BC)/C$.
- 5.-Utilice la guía para elegir la alternativa de mayor costo si $B/C \geq 1.0$

Ejemplo 3.20 Una ciudad recibió, de dos consultores de arquitectura, diseños para una nueva ala de cuartos para pacientes en el hospital municipal. Uno de los diseños deberá aceptarse para publicarse en la licitación de construcción. Los costos y beneficios son los mismos en la mayoría de las categorías, pero el director de finanzas del ayuntamiento decidió que los tres cálculos que aparecen a continuación deberán considerarse para ver qué diseño se recomendará, al comité pro-mejora del hospital la próxima semana, y para presentarse a la ciudadanía en la reunión convocada para ello.

Diseño		A	B
Costo de construcción,	\$	10,000,000	
15,000,000			
Costo de mantto de la construcción/ año	\$	35,000	
35,000			
Costo de uso por paciente por año.	\$	450,000	
200,000			

El costo estimado de uso, por paciente es el pago sobre el seguro de cobertura, usualmente permitido para una habitación de hospital. La tasa de descuento es de 5% y la vida del edificio se estima en 30 años:

- a) Aplique el análisis convencional B/C para elegir el diseño A o B.
- b) Suponga que una vez que los 2 diseños se den a conocer, el hospital privado de la ciudad vecina presentará una queja porque el diseño A reducirá los ingresos de su hospital por aproximadamente \$500,000 anuales, como consecuencia de que alguna de las características de las cirugías diurnas del diseño A duplicarán la demanda de servicios. Posteriormente, la asociación de comerciantes de esta ciudad vecina argumenta que la alternativa B podría reducir sus ingresos anuales por \$400,000, debido a que se eliminará un lote completo usado por sus patrocinadores como estacionamiento. El director de finanzas de la ciudad indicó que dichas quejas entrarán en la evaluación como contrabeneficios de los respectivos diseños. Reelabore el análisis B/C para ver si la decisión económica continúa siendo la misma al tomar en cuenta los contrabeneficios.

Solución. a) Puesto que la mayoría de los flujos de efectivo se han anualizado, la razón B/C incremental utilizará valores VA.

1. $VA_A = 10,000,000(A/P, 5\%, 30) + 35,000 = \$ 685,000$
 $VA_B = 15,000,000(A/P, 5\%, 30) + 55,000 = \$1,030,750$
2. El diseño B posee el mayor VA de costos, de manera que será la alternativa a justificar de modo incremental. El valor del costo incremental es:
 $C = VA_B - VA_A = \$345,250$
3. El VA de los beneficios se deriva de los costos de uso por paciente, ya que estos provienen del público. Los beneficios para el análisis B/C no son los costos mismos, sino la diferencia si se elige el diseño B. El menor costo por uso anual es el beneficio positivo para el diseño .
 $B = Uso_A - Uso_B = \$450,000 - \$200,000 = \$250,000$ anuales.
4. La razón B/C incremental es:
 $B/C = \$250,000/\$345,250 = 0.72$
5. Dado que $B/C < 1.0$ Los costos adicionales asociados a B no se justifican. Por tanto se elige el diseño A para la licitación de construcción.

b) Puesto que los contrabeneficios del diseño B son \$100,000 menos que los del diseño A, esta diferencia se suma a los \$250,000 de beneficios de B, dando \$350,000

Entonces: $B/A = \$350,000/345,250 = 1.01$

El diseño B se encuentra ligeramente favorecido al considerar los contrabeneficios....

La alternativa NH (no hacer nada) es otra opción, dados posibles conflictos políticos.

Cuando las **alternativas** son **múltiples**(> 2) y excluyentes se emplea prácticamente el mismo procedimiento que para dos alternativas con pequeñas variantes. Pasos:

1. Determine el costo total equivalente para todas las alternativas. (emplee VA para vidas diferentes)
2. Ordene las alternativas, de menor a mayor, por costo equivalente total
3. Determine los beneficios equivalentes totales para cada alternativa
4. *Estime únicamente beneficios directos*: calcule la razón B/C para la primera alternativa según el orden. (NH es el defensor y la primer alternativa el retador)
 Si $B/C < 1.0$, elimine al retador y vaya al siguiente retador. Repita esto hasta que

$B/C \geq 1.0$. se elimina el defensor, y la siguiente alternativa es ahora el retador

5. Calcule los costos incrementales y beneficios incrementales usando las relaciones

$$\Delta C = \text{costo del retador} - \text{costo del defensor}$$

$$\Delta B = \text{beneficio del retador} - \text{beneficio del defensor}$$

6. Calcule el B/C incremental para el primer retador comparado con el defensor

$$B/C = \Delta B/\Delta C$$

Si el B/C incremental ≥ 1.0 , el retador se convierte en defensor, y se elimina el

defensor anterior. De lo contrario, elimine al retador y el defensor permanece frente al siguiente retador

7. Repita los pasos 5 y 6 hasta que solamente quede una alternativa, que será la elegida.

En todos los pasos anteriores, los contrabeneficios incrementales pueden analizarse reemplazando ΔB con $\Delta(B-CB)$, como en la razón B/C convencional.

Ejemplo 3.21 La comisión de parques y jardines de la ciudad, están en busca de un urbanizador que ubique un gran parque con un lago en un área apropiada. Se otorgarán incentivos económicos. En respuesta a una convocatoria lanzada a los principales constructores de parques acuáticos, se recibieron cuatro propuestas. Una de esas propuestas será aceptada por la comisión y será propuesta al gobierno para su construcción.

Las directrices aprobadas y los incentivos económicos ofrecen a los candidatos de la industria del entretenimiento recibir hasta \$500,000 en efectivo como incentivo para el primer año y un 10% de esta cantidad cada año durante 8 años en reducción de impuestos a la propiedad. Todas las propuestas satisfacen los requisitos de estos dos incentivos. Cada propuesta incluye una prestación por la que los residentes del municipio se beneficiaran de las cuotas rebajada de entrada al parque. Esta rebaja de las cuotas tendrá un periodo de vigencia tan prolongado como los incentivos de reducción de impuestos a la propiedad. La comisión ha calculado las cuotas de entrada totales anuales incluyendo el descuento para los residentes locales. Asimismo, la comisión ha estimado los ingresos por impuestos por ventas adicionales que se esperan por los cuatro diseños del parque. Dichos cálculos y los costos del incentivo inicial y la rebaja de impuestos anual del 10% se resumen en la parte superior de la siguiente tabla.

Efectúe un análisis y lleve a cabo un estudio B/C incremental y determine qué propuesta de construcción del parque es la mejor desde un punto de vista económico. La tasa de descuento empleada por la comisión encargada de la evaluación es de 7% anual. ¿ Pueden utilizarse las directrices de los incentivos vigentes para aceptar la propuesta ganadora?

Propuesta:	1	2	3	4
Incentivo inicial	250,000	350,000	500,000	
800,000				
Costo del incentivo en impuestos/año	25,000	35,000	50,000	
80,000				
Cuotas de entrada para los residentes/año	500,000	450,000	425,000	
250,000				
Impuestos por ventas adicionales/año	310,000	320,000	320,000	
340,000				
Periodo de estudio, años	8	8	8	
8				

VA de costos totales	66,867	93,641	133,735	
213,976				

Alternativas comparadas	2 vs 1	3 vs 2	4 vs
2			
Costo incremental ΔC , \$/año		26,747	40,120
120,360			
Rebaja en la cuota de entrada, \$/año		50,000	25,000
200,000			
Impuestos por ventas extras, \$/año		10,000	0
20,000			
Beneficios incrementales ΔB , \$año		60,000	25,000
220,000			
Razón B/C incremental		2.24	0.62
1.83			
¿Se justifica el incremento?	Sí	No	Sí
Alternativa elegida	2	2	4

Solución. Un punto de vista adoptado para llevar a cabo el análisis es el de considerar un contratista de la localidad o del estado, ya que las propuestas cumplen iguales requisitos. Se debe llevar a cabo un análisis B/C incremental para comparar las dos alternativas al mismo tiempo. El paso 4 no se aplica aquí. Los datos aparecen en la segunda parte de la tabla anterior. El desarrollo es el siguiente.

1. Para cada alternativa, el monto de recuperación de capital durante 8 años se encuentra determinado y sumado al costo del incentivo de impuestos anuales a la propiedad. Para la propuesta 1 ,
 $VA \text{ de los costos totales} = \text{incentivo inicial}(A/P, 7\%, 8) + \text{costo de impuestos}$

$$= 250,000(A/P, 7\%, 8) + 25,000 = \$66,867$$

2. Las alternativas se ordenan según el costo total de VA
3. El beneficio anual de una alternativa es el beneficio incremental de las cuotas de entrada y las cantidades de impuestos por venta, calculada en paso 5
4. Este no se incluye.
5. La tabla muestra los costos incrementales calculados con la ecuación ΔC . En el caso de la comparación entre 2 y 1

$$\Delta C = \text{costo del retador} - \text{costo del defensor} = 93,614 - 66,867 = \$ 26,747$$

Los beneficios incrementales para una alternativa son la suma de las cuotas de entrada de los residentes comparada con la suma de las cuotas de la alternativa con los siguientes costos más bajos, más el incremento en ingresos por impuestos a las ventas por encima de los correspondientes a la alternativa siguiente de menor costo. Por consiguiente, los beneficios se determinan incrementalmente para cada alternativa. Por ejemplo, cuando se compara la propuesta 2 vs. 1, las cuotas de entrada de los residentes se reducen en \$50,000 anuales y los ingresos en impuestos por ventas se incrementan en \$10,000. Entonces, el beneficio total es la suma de ambos: 460,000 por año.

6. En el caso de la comparación entre 2 y 1 , se tiene

$$B/C = \Delta B/\Delta C = 60,000/26,747 = 2.24$$

La alternativa 2 evidentemente está justificada desde una perspectiva incremental. La alternativa 1 se elimina, y la alternativa 3 es el nuevo retador para el defensor 2.

7. Este proceso se repite para el caso de la comparación entre 3 y 2, el cual posee una razón B/C incremental de 0.62, como consecuencia de que los beneficios incrementales son considerablemente menores que el incremento en costos. Por lo tanto, se elimina la propuesta 3, y la comparación entre 4 y 2 da como resultado:

$$B/C = 220,000/ 120,360 = 1.83$$

Como $B/C > 1.0$, se conserva la propuesta 4. Como la propuesta 4 es la única alternativa que se conserva, es la elegida.

La recomendación para la alternativa 4 requiere un incentivo inicial de \$800,000, que excede el límite de \$500,000 aprobados. La comisión tendrá que solicitar al gobierno que haga una excepción en las directrices. Si la excepción no se aprueba, se acepta la propuesta 2.

Ejemplo 3.22 Se han sugerido 4 ubicaciones diferentes para un edificio, de las cuales solo se escogerá una. Los datos de cada sitio se detallan en la tabla 3.2. Los flujos de caja anuales varían debido a los costos de mano de obra y costos de transporte, que hacen que se produzcan diferentes ingresos y desembolsos. La TMAR es de 10% anual.

Localización

	A	B	C	D
Costo de construcción	- \$200,000	- 275,000	- 190,000	- 350,000
Flujo de caja FC	+ \$ 22,000	+ 35,000	+ 19,500	+ 42,000
Vida. Años.	30	30	30	30

Tabla: 3.2.-Cuatro alternativas de localización de un edificio

Solución. Según el procedimiento descrito antes:

1.-El VP equivalente del (FC) para la localización A es: $VP_A = 22,000(P/A, 10\%, 30)$

$VP_A = 22,000(9.4269) = 207,392$, y así para las demás...

2.-Se ordenan de menor a mayor costo equivalente. Ver siguiente tabla.

3.-Los beneficios y contrabeneficios adicionales no se dan.

4.-Se calcula la relación B/C para la primera alternativa del nuevo orden...o sea C.

Esta se elimina porque $B/C < 1.0$. Luego se compara B con A obteniendo el beneficio incremental: $329,945 - 207,392 = 122,553$. Igualmente D con B = 65,989:

5.-Costo incremental de esas comparaciones es: Para B = $275,000 - 200,000 = 75,000$

Beneficio incremental: $122,551/75,000 = 1.64$ para B y 0.88 para D Entonces B es ok.

	C	A	B	D
Costo de construcción	-\$190,000	-\$200,000	-\$275,000	-\$350,000
Flujo de caja (FC)	\$19,500	\$22,000	\$35,000	\$42,000
Valor presente VP del FC	\$183,826	\$207,392	\$329,945	\$395,934
Relación B/C total	0.97	1.03	1.20	1.13
Proyectos comparados	*****	*****	B CON A	D CON B
Beneficio incremental	*****	*****	\$122,551	\$65,989
Costo incremental	*****	*****	\$75,000	\$75,000
B/C Incremental	*****	*****	1.64	0.88
Proyecto seleccionado	*****	*****	B	B

3.5 EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS BAJO RIESGO E INCERTIDUMBRE.

En esta parte se ampliará la capacidad para analizar variaciones de estimaciones, considerar la probabilidad y toma de decisiones bajo riesgo. Las bases analizadas incluyen distribuciones de probabilidades, propiedades de valor esperado y de dispersión, para considerar variaciones en ingeniería económica.

No obstante que el estudiante de ingeniería ya está familiarizado con los elementos más importantes de variaciones y probabilidad, esto le podrá servir de repaso, además de que se presentan enfoques a los temas analizados en las primeras unidades.

3.5.1 INTERPRETACIÓN DE CERTIDUMBRE RIESGO E INCERTIDUMBRE.

Todas las cosas en el mundo varían, unas con respecto a otras, a través del tiempo y con entornos diferentes. En la propia definición de ingeniería económica se percibe la aproximación de cálculo. Se garantiza que ocurrirán variaciones en la ingeniería económica debido a su énfasis en la toma de **decisiones para el futuro**, todos los números y estimaciones aquí desarrollados han sido ciertos, es decir no se han considerado variaciones en las cantidades dentro de los cálculos de VP, VA, TR o de cualquier relación utilizada.

Por ejemplo, la estimación de que el flujo de efectivo del año próximo será de + \$4,500 es de certidumbre. Se pueden observar resultados con un alto grado de certidumbre o nivel de confianza, pero incluso ello depende de la exactitud y precisión de la escala o del instrumento de medición.

El hecho de permitir que un parámetro de estudio de ingeniería económica varíe, implica que se introduce riesgo y este produce incertidumbre.

Riesgo: El riesgo está presente cuando se anticipa que habrá dos o mas valores observables para un parámetro y es posible estimar la probabilidad de que cada valor ocurra. Por ejemplo, cuando considera una estimación de flujo de

efectivo anual tiene 50-50 de probabilidad de ser -\$1,000 o +\$500, la decisión se toma bajo riesgo.

Incertidumbre: Significa que hay dos o mas valores observables, aunque las probabilidades de su ocurrencia no pueden estimarse o nadie esta dispuesto a asignar las posibilidades. En el análisis de incertidumbre con frecuencia se hace referencia a los valores observables como *estados de la naturaleza*. Por ejemplo, si la inflación durante los próximos 2 a 4 años en México son: Permanece baja, aumenta 5 a 10% cada año o aumenta 20 a 50% anualmente. Si absolutamente no hay indicación de que los tres valores sean probables por igual, o de que uno es más probable que los otros, ésta es una afirmación de que indica la toma de decisiones bajo incertidumbre.

Toma de decisiones bajo certidumbre: En las unidades anteriores se realizaron e ingresaron estimaciones deterministas (certidumbre) a las expresiones de las medidas de valor VP, VA, VF, TR, B/C y la toma de decisiones se basa en los resultados. Los valores estimados pueden considerarse como los que ocurrirán mas probablemente con toda la posibilidad ubicada en la estimación de un solo valor.

Toma de decisiones bajo riesgo: Ahora se tiene en cuenta formalmente el elemento de posibilidad. Sin embargo, es más difícil tomar una decisión clara porque el análisis intenta tener en cuenta la *variación*. Se permitirá que varíen uno a más parámetros en una alternativa. En lo fundamental, hay dos formas de considerar el riesgo en un análisis: 1) Análisis de valor esperado y 2) análisis mediante simulación.

Toma de decisiones bajo incertidumbre: Cuando las posibilidades no se conocen para los estados de la naturaleza (o valores) identificados de los parámetros inciertos, el uso de toma de decisiones con base en el valor esperado bajo riesgo antes esbozado no es una opción. Es difícil determinar cuál criterio utilizar.

Si fuera posible acordar que cada estado es igualmente probable, entonces todos los estados tendrían la misma posibilidad y la situación se reduce a una toma de decisiones bajo riesgo, ya que pueden determinarse los valores esperados.

En un análisis de ingeniería económica, los valores de parámetros observados en el futuro variarán respecto del valor estimado en el momento del estudio; aunque no todos los parámetros deberán considerarse como probabilísticas (o bajo riesgo). Aquellos que son estimables con un grado de certidumbre relativamente elevado deberán fijarse para el estudio.

3.5.2 ELEMENTOS IMPORTANTES PARA LA TOMA DE DECISIONES

Algunos fundamentos de probabilidad y estadística son esenciales para realizar correctamente la toma de decisiones bajo riesgo mediante el análisis de valor esperado.

Variable aleatoria (o variable) Es una característica o parámetro que puede tomar un valor cualquiera entre diversos valores, se clasifican en *discretas* y *continuas*. Las discretas tienen diversos valores aislados y específicos, mientras que las continuas pueden asumir cualquier valor entre dos límites establecidos, llamados rango de la variable.

La vida estimada de un activo es una variable discreta. Como ejemplo, puede estimarse que n tenga los valores de 3, 5, 10 o 15 años y no otros. La tasa de rendimiento es un ejemplo de una variable continua; i puede variar entre -100% a ∞ .

Probabilidad Es un número entre 0 y 1.0 que expresa la probabilidad en forma decimal de que una variable aleatoria tome cualquier valor de aquellos identificados para ésta. Por lo común, las probabilidades se identifican como $P(X_i)$ o $P(X = X_i)$ e indica la probabilidad de que la variable X tome el valor de X_i . (para una variable continua la probabilidad de que tome un solo valor es cero)

Distribución de probabilidad Esta describe la forma como se distribuye la probabilidad en los diferentes valores de una variable. Las distribuciones de variables discretas son significativamente diferentes a las distribuciones de variables continuas, como el lector debe recordar. Los valores de probabilidad individual se expresan como

$$P(X_i) = \text{probabilidad de que } X \text{ sea igual a } X_i$$

La distribución puede desarrollarse en una de dos formas: enumerando cada valor de probabilidad para cada valor de variable posible o mediante una descripción matemática que establezca la probabilidad en términos de los posibles valores de la variable.

3.5.2.1 VALOR ESPERADO

Dos medidas o propiedades muy importantes de una variable aleatoria son el valor esperado y la desviación estándar, entre otras. Si se conociera la totalidad de la población para una variable, estas propiedades se calcularían directamente. Puesto que en general no se conocen, lo común es usar las muestras aleatorias para estimarlas usando la media de la muestra y su desviación estándar, respectivamente.

En seguida se muestra una muy breve introducción a la interpretación de y cálculo de estas propiedades usando una muestra aleatoria de tamaño n de la población.

	Medida verdadera de la población		Estimación de la muestra	
	<i>Símbolo</i>	<i>Nombre</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Nombre</i>
Valor esperado	μ o $E(X)$	Mu o media verdadera	$\bar{X}$	Media muestral
Desviac. Estándar	σ o $\sqrt{\text{Var}(x)}$	Sigma o desviación	S o $\sqrt{S^2}$	Desviac. St. n

El valor esperado es el promedio esperado de largo plazo que resultará si la variable es objeto de muestreo muchas veces.

El valor esperado de la población no se conoce, puesto que la población misma no se conoce por completo, de manera que su μ se estima mediante $E(X)$ de una distribución o mediante la media de la muestra ($\bar{X}$). Las siguientes fórmulas se utilizan para población y para muestra.

Población: μ

Distribución de probabilidades: $E(X) = \sum X_i P(X_i)$

Muestra: $\bar{X} = \frac{\text{suma.de.los.valores.de.la.muestra}}{\text{tamaño.de.la.muestra}}$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{\sum f_i X_i}{n}$$

Ejemplo 3.23 Un ingeniero de la empresa Pacific NW, está pensando probar hipótesis sobre facturas de electricidad residencial en los países americanos del norte y asiáticos. La variable de interés es X, la factura residencial mensual es en dólares. Se reunieron dos muestras pequeñas de diferentes países de Norteamérica y Asia. Estime el valor esperado de la población de facturas. ¿Parece que las muestras (desde un punto de vista no estadístico) se hubieran obtenido de una población de facturas de electricidad o de dos poblaciones diferentes?.

Muestra 1, Norteamericanos	US\$	40	66	75	92	107	159	275
Muestra 2, Asiáticos	US\$	84	90	104	187	190		

Solución

$$\text{Muestra 1: } n = 7 \quad \sum X_i = 814 \quad \bar{X} = 116.29$$

$$\text{Muestra 2: } n = 5 \quad \sum X_i = 655 \quad \bar{X} = 131.00$$

Con base únicamente en pequeños promedios muestrales, la diferencia aproximada de US\$ 15, que es menor del 10% de la factura promedio mas pequeña, no parece lo suficientemente grande para concluir que las dos poblaciones son diferente. De cualquier manera, aquí se aprecia un procedimiento par determinar el valor esperado, que en este caso es la media de la muestra y que en determinado momento podría formar parte del flujo de efectivo a considerar en un análisis económico de una alternativa de interés.

CAPITULO 4

DEPRECIACIÓN Y ANÁLISIS DESPUÉS DE IMPUESTOS

Las inversiones de capital de una compañía en equipo, vehículos, edificios y maquinaria son comúnmente cobrados o recuperados a través de la deducción como gastos, que impacta en los impuestos, llamada depreciación o recuperación de capital.

Depreciación. Es la pérdida de valor de un activo por razón del paso del tiempo, por obsolescencia o por su uso durante su vida útil. La depreciación disminuye el impuesto sobre la renta dado que se considera como un gasto que forma parte de las deducciones que se hacen de la renta. Esto es, los impuestos a pagar son:

$$\text{Impuestos} = (\text{renta} - \text{deducciones}) \text{ Tasa impositiva.}$$

4.1 MODELOS DE DEPRECIACIÓN

4.1.1. TERMINOLOGÍA DE LA DEPRECIACIÓN

Los siguientes son términos útiles en el proceso de depreciación:

- **Valor en libros (VL):** Representa la diferencia entre la inversión inicial no depreciada en libros de una compañía, después del cargo por depreciación a la fecha en que fue restada de su valor inicial.
- **Valor comercial o valor en el mercado:** Cantidad estimada que ingresaría si el activo se vendiera en el mercado.
- **Costo inicial:** Es el costo de instalación de un activo, incluyendo el precio de compra, despacho e instalación y otros costos directos depreciables, para que este listo el activo para su uso.
- **Periodo de recuperación, vida útil o vida depreciable:** Es la vida del activo n (años), para propósito de depreciación e impuestos,
- **Tasa de depreciación o tasa de recuperación:** fracción del costo inicial que se retira cada año (dt) por concepto de depreciación en los libros de la compañía.
- **Valor de Salvamento:** Es el valor estimado en el mercado al final de la vida útil del activo.
- **Activo:** Es un bien que la empresa tiene y que requiere para su operación. Particularmente, los activos fijos o bienes de capital como los mencionados al inicio de este apartado, son activos depreciables. En contraste, un terreno es un activo pero este no es depreciable.

En la revisión de las leyes impositivas, las tasas de recuperación pueden variar, por lo que es necesario mantenerse al tanto de estas variaciones a efecto de considerarlas en el análisis económico. Los principios y formas de estos métodos de recuperación permanecen constantes, variando solo las condiciones particulares de cada empresa.

Existen diferentes técnicas aprobadas para la depreciación de activos:

- Método de línea recta (LR) (el mas empleado).
- Método de la suma de los dígitos de los años (SDA).

- Método de saldo decreciente (SD).
- Método del saldo doblemente decreciente (SDD) (donde el valor en libros disminuye a cero más rápido.).

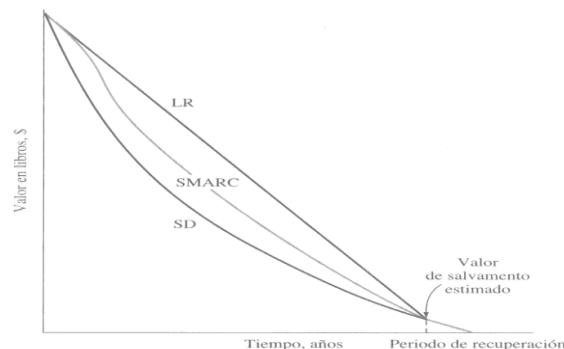


Fig. 4.1. Forma general de las curvas de valor en libros para diferentes modelos de depreciación

Como se puede apreciar en la gráfica de la figura 4.1, las técnicas o métodos muestran característica particulares, lo cual se podrá confirmar más adelante

4.1.2. DEPRECIACIÓN EN LINEA RECTA.

Este método se basa en que el valor del activo en libros disminuye en línea recta con el tiempo, en cada año se tiene el mismo costo de depreciación. La depreciación anual se calcula dividiendo el costo inicial ó base del activo no ajustado (B), en vez de P, menos su valor de salvamento por su vida útil:

$$D_t = \frac{B - VS}{n}$$

Donde:

t = años (1, 2, 3, ..., n).

D_t = Cargo por depreciación anual.

B = Costos inicial ó base no ajustada.

VS = Valor de salvamento.

n = Vida depreciable esperada ó periodo de recuperación.

Debido a que el activo es depreciado la misma cantidad cada año, el Valor en Libros después de t años será igual al costo inicial del activo menos la depreciación anual t veces:

$$VL_t = B - t D_t$$

La Tasa de Depreciación (d_t) es igual para cada año t.

$$(d_t) = 1/n.$$

Ejemplo 4.1: Si un activo tiene un costo inicial de \$50,000 y un valor de salvamento de \$10,000 después de 5 años:

- Calcule la depreciación anual.
- Calcule y dibuje el valor en libros del activo después de cada año, utilizando la depreciación por LR.

Solución. a) La depreciación anual es:

$$D_t = \left(\frac{B - VS}{n} \right) = \left(\frac{50,000 - 10,000}{5} \right) = \$8,000$$

Anuales, para cada uno de los 5 años.

b) El valor en libros del activo después de cada año aparece en la siguiente tabla, y en seguida se muestra la gráfica correspondiente.

VL ₁ =	50,000 - (1) (8,000)	=	\$ 42,000
VL ₂ =	50,000 - (2) (8,000)	=	\$ 34,000
VL ₃ =	50,000 - (3) (8,000)	=	\$ 26,000
VL ₄ =	50,000 - (4) (8,000)	=	\$ 18,000
VL ₅ =	50,000 - (5) (8,000)	=	\$ 10,000 = VS

La gráfica de VL_t contra t se da en la fig. 6.2.

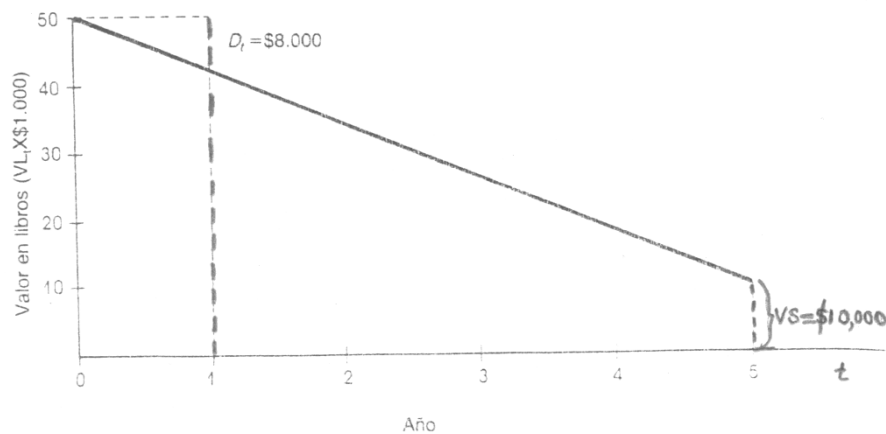


Fig 6.2 Gráfico de valor en libros (L.R.).

Ejemplo 4.2: Un equipo comercial que cuesta \$12,000 tiene una vida útil de 8 años con un valor de salvamento de \$2,000. Calcule:

- La cuantía de depreciación en línea recta para cada año.
- Determine el valor en libros después de 3 años.
- Cuál es la tasa de depreciación.

Solución. a) La depreciación anual es:

$$D_t = (B - V_s)/n = (12,000 - 2,000)/8 = \$1,250$$

b) Valor en libros del activo después del año 3:

VL ₃ =	12,000 - (3) (1,250)	=	\$ 8,250
-------------------	----------------------	---	----------

c) La tasa de depreciación es:

$$(d_t) = 0.125$$

4.1.3. MÉTODO DE LA SUMA DE LOS DÍGITOS DE LOS AÑOS (SDA).

Este método es una técnica de depreciación mediante la cual gran parte del valor del activo se amortiza en el primer tercio de su vida útil, sin embargo, no es tan rápido como por el método de Saldo Doble Decreciente (SDD) o el Sistema Modificado de Recuperación de Costos, o el sistema acelerado de recuperación de costos (SARC)

La mecánica del método consiste en calcular inicialmente la suma de los dígitos de los años, desde 1 hasta n. El número obtenido representa la suma de los dígitos de los años (S)

El costo de la depreciación para cualquier año dado se obtiene multiplicando el costo inicial del activo menos su valor de salvamento (B - VS), por la razón del número de años que restan de vida útil al activo a la suma de los dígitos de los años.

$$D_t = \frac{\text{Años depreciables restantes}}{\text{Suma de los dígitos de los años}} \times (B - VS)$$

$$D_t = \frac{n - t + 1}{S} \times (B - VS)$$

$$S = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Por ejemplo, para determinar la depreciación para el cuarto año de un activo que tiene una vida útil de 8 años, el numerador de D_t es $8 - 4 + 1 = 5$ y el denominador $S = 36$.

El valor en libros para cualquier año dado puede calcularse sin necesidad de hacer cálculos para determinar la depreciación año tras año, como sigue.

$$VL_t = B - \frac{t(n - \frac{t}{2} + 0.5)}{S} \times (B - VS)$$

La tasa de depreciación d , a la cual se deprecia cada año es:

$$D_t = \frac{n - t + 1}{S}$$

Ejemplo 4.3 Calcule los costos de depreciación y el valor en libros para los años 1, 2 3 y 4 para un electro - óptico con B = \$25.000. VS =\$4.000 y 8 años de vida útil. Compare con el método de LR.

Solución. La suma de los dígitos de los años es $S=36$ y la cantidad anual de depreciación para los 3 primeros años es:

$$D_1 = \frac{(8-1+1)}{36} (25.000 - 4.000) = \$4\,667.36$$

$$D_2 = (7/36)/21.000 = \$4.083$$

$$D_3 = (6/36)/21.000 = \$3\,500$$

$$D_4 = (5/36)/21,000 = \$2,916.66$$

$$VL_1 = \$20,333$$

$$VL_2 = \$16,250$$

$$VL_3 = \$12,750$$

$$VL_4 = \$9,833$$

Ejercicio. Hacer los cálculos por LR. comparar y comentar

Como se mencionó antes y se puede haber constatado los diferentes modelos de depreciación tienen variantes que los hacen más o menos apropiados para cada necesidad en particular.

Ejemplo 4.4. Peter compró un shelby por \$100,000. que tiene una vida de depreciación de 10 años. El valor de salvamento es de \$10,000. ¿cual es la depreciación para el año 1 y el año 9?

Solución. Se aplica directamente la fórmula dada para este método, esto es

$$D_1 = ((10 - 1 + 1) / 55) (100,000 - 10,000) = \$16,364$$

$$D_9 = ((10 - 9 + 1) / 55) (100,000 - 10,000) = \$3,273$$

4.1.4 MÉTODO DE SALDO DECRECIENTE (SD) Y SALDO DOBLE DECRECIENTE (SDD)

El método de depreciación de saldo decreciente (SD), de porcentaje fijo o uniforme, es una técnica de amortización rápida. El costo de depreciación de cada año se determina multiplicando un porcentaje fijo (uniforme) d , por el valor en libros de cada año.

El máximo porcentaje de depreciación que se permite es de 200% (doble) de la tasa en línea recta. Cuando se utiliza esta tasa, el método se conoce como Saldo Doblemente Decreciente (SDD).

La tasa uniforme de saldo es: $d_M = 2/n$

La depreciación D para el año t es la tasa uniforme d veces el valor en libros al final del año inmediatamente anterior, o sea:

$$D_t = (d) VL_{t-1}$$

Si el valor en libros VL_{t-1} , no se conoce, el costo de la depreciación es:

$$D_t = (d) B (1-d)^{t-1}$$

El valor en los libros para el año t es:

$$VL_t = B (1-d)^t$$

Como el valor de salvamento en los métodos de saldo decreciente no se hace cero, un valor implícito de salvamento VS después de n años puede calcularse como sigue:

$$VS \text{ implícito} = VL_n = B (1-d)^n$$

Ejemplo 4.5.- Considerando el método de SDD. Suponga que un activo tiene un costo inicial de \$ 25,000 y un valor de salvamento esperado de \$ 4,000 después de 12 años. Calcule su depreciación y el valor de libros para los años: 1, 4 y el valor implícito de salvamento después de 12 años.

Solución. La tasa de depreciación es:

$$d = \frac{2}{n} = \frac{2}{12} = 0.1667 \text{ Anual}$$

a) Para el primer año, la depreciación y el valor en libros es:

$$D_1 = (0.1667) (25000) (1 - 0.1667)^{1-1} = \$4,167.50$$

$$VL_1 = 25,000(1 - 0.1667)^1 = \$20,832.50$$

b) Para el año 4, nuevamente utilizando las ecuaciones dadas y $d = 0.1667$

$$D_4 = 0.1667 (25,000) (1 - 0.1667)^{4-1} = \$2,411.46$$

$$VL_4 = 25,000(1 - 0.1667)^4 = \$12,054.40$$

c) Utilizando la ecuación $VS \text{ implícito} = VL_n = B(1-d)^n$, el valor de salvamento en $n=12$ años es:

$$VS \text{ implícito} = VL_{12} = 25,000(1 - 0.1667)^{12} = \$2,802.57$$

En vista de que el valor de salvamento anticipado es \$4,000, el activo puede ser completamente depreciado antes de los 12 años de vida útil. Sin embargo después de que el VL alcanza \$4,000, ningún cargo por depreciación puede efectuarse.

Ejemplo 4.6. Un equipo para enfriamiento por inmersión de componentes electrónicos tiene un valor instalado de \$182,000 con un valor de comercialización de \$50,000 después de 18 años. Para los años 2 y 18, determine el cargo de depreciación anual usando depreciación SD y depreciación SDD, así como el valor en libros.

Solución.

Tasa de depreciación para SD, $d = 1/n = 1/18 = 0.0556$

Tasa de depreciación para SDD, $d = 2/n = 2/18 = 0.1111$

a) Cargo de depreciación por SD, para el año 2 es: $D_t = (d)B(1-d)^{t-1}$

$$D_2 = (0.0556) (182,000) (1- 0.0556)^{2-1} = \$9,557$$

El valor en libros es: $VL_t = B(1-d)^t$

$$VL_2 = 182,000(1 - 0.0556)^2 = 182,000(0.8918) = \$162,324.22$$

Cargo de depreciación y VL_t por SDD

$$D_2 = (0.1111) (182,000) (1- 0.1111)^{2-1} = \$17,973.73$$

$$VL_2 = 182,000(1- 0.1111)^2 = \$143,806.06$$

b) Para el año 18 el Cargo de depreciación y valor en libros por SD

$$D_{18} = (0.0556) (182,000)(1- 0.0556)^{17} = \$3,826$$

$$VL_{18} = 182,000(1 - 0.0556)^{18} = 182,000(0.3571) = \$64,994.85$$

Por SDD:

$$D_{18} = (0.1111) (182,000)(1- 0.1111)^{17} = \$2,730.76$$

$$VL_{18} = 182,000(1- 0.1111)^{18} = \$21,848.60$$

Al hacer un análisis comparativo de estos resultados se ve la aceleración de D_t

4.1.5 MÉTODOS DE AGOTAMIENTO.

El agotamiento, es similar a la depreciación, pero es aplicable a los recursos naturales, ya que cuando se extraen, éstos no pueden reemplazarse o comprarse de nuevo, igual que una máquina, una estructura, una computadora. El agotamiento es aplicable a recursos extraídos de minas, pozos, canteras, depósitos geotérmicos, bosques y similares. Hay dos métodos de agotamiento: a) por costos y b) porcentual.

a) *Por costos* Se basa en el nivel de actividad o uso, no en el tiempo. Se puede aplicar a la mayoría de los recursos naturales. El *factor* de agotamiento por costo para el año t denotado por (p_t) es la razón del costo inicial del recurso con respecto al número estimado de unidades recuperables.

$$P_t = \frac{\text{Costo.inicial}}{\text{Capacidad.de.recursos}}$$

El cargo por agotamiento anual es (p_t) multiplicado por el uso ó volumen del año. *El Agotamiento por costos total no puede exceder al costo inicial del recurso.* Si la capacidad de la propiedad se estima nuevamente en algún año futuro, se determina un nuevo factor de agotamiento por costos, con base en la cantidad no

agotada y en la nueva estimación de capacidad. El *cargo* por agotamiento anual es:

$$\text{Cargo por agotamiento anual} = p_1 \times \text{volumen de cosecha por año}$$

Ejemplo 4.7: Se han negociado los derechos para cortar madera en una extensión del bosque en propiedad privada por \$700,000. Se estima que se pueden obtener 350 millones de pies de tabla de madera.

1. Determinar el agotamiento durante los 2 años iniciales, si se cortan 15 y 22 millones de pies de tabla de madera.
2. Después de los 2 años, los pies de madera recuperables son 450 millones. Calcule el nuevo factor de agotamiento por costos durante el año 3 y posteriores.

Solución. 1) Obtener p_t

$$p_t = \frac{\$700,000}{350} = \$2,000 \text{ por millón de pies de tabla}$$

Cargo por *agotamiento anual* = $p_1 \times$ volumen del año

Cargo por agotamiento 1 = $\$2,000 \times 15 = \$30,000$ millones de pies de tabla

Cargo por agotamiento 2 = $\$2,000 \times 22 = \$44,000$ millones de pies de tabla

Después de 2 años se ha agotado un total de \$74,000, de los \$700,000 de la inversión original quedando \$626,000. Más la estimación de 450 millones de pies de tabla queda un total de 413 millones de pies de tabla ($450 - 15 - 22 = 413$) el nuevo (p_t) para el año 3 y consecutivos es:

$$p_t = \frac{\$626,000}{413} = \$1,516 \text{ por cada millón de pies de tabla}$$

b) *Agotamiento porcentual (% Agot)*: Es una consideración especial dada para recursos naturales. Cada año puede agotarse un porcentaje constante dado del ingreso bruto del recurso, entonces anualmente la cantidad agotada se calcula como:

$$\text{Valor del agotamiento porcentual} = \text{porcentaje} \times \text{ingreso bruto de la propiedad}$$

Utilizando el *Agotamiento porcentual* los cargos totales por agotamiento pueden exceder el costo inicial sin límite. El *Agotamiento porcentual* se prefiere debido a la posibilidad de descontar más del costo original de la inversión

La ley exige que se prefiera el *Agotamiento por costos*, si el *Agotamiento porcentual* es menor en cualquier año. De esta manera **se deben calcular ambos montos de agotamiento y aplicar cada año:**

$$\text{Agotamiento anual} = \begin{cases} \% \text{ Agot} & \text{si } \% \text{ Agot} \geq \% \text{ agot} \\ \$ \text{ Agot} & \text{si } \% \text{ Agot} < \% \text{ agot} \end{cases}$$

Como referencia, aquí se insertan algunos agotamientos porcentuales anuales para ciertos depósitos naturales en las leyes impositivas estadounidenses: (Los % cambian de tiempo a tiempo.)

Depósitos	%
Azufre, uranio, plomo, níquel, zinc, algunos otros metales y minerales	22
Oro, plata, cobre, mineral de hierro, depósitos geotérmicos, Pozos de petróleo y gas (casos especiales)	15
La mayoría de otros minerales y minerales metálicos	14
Carbón, lignito, cloruro de sodio	10
Gravilla, arena, turba, algunas rocas	5

Ejemplo 4.8: Se compró una mina de oro por \$ 10 millones, que tiene un ingreso bruto anticipado de \$ 5 millones anualmente durante los años 1 a 5 y de \$ 3 millones anuales después del año 5. Si los cargos de agotamiento no exceden al 50% del impuesto gravable. Calcule las cantidades de agotamiento anuales para la mina. ¿Cuánto tiempo tardará recuperar la inversión inicial a $i=0\%$?

Solución. Si el % de agotamiento para el oro es del 15%

$$\text{Año 1 a 5: } 0.15(5 \text{ millones}) = \$750,000.$$

$$\text{Año 5 a...: } 0.15(3 \text{ millones}) = \$450,000.$$

El valor de agotamiento en los primeros 5 años es de 3.75 millones ($750,000 \times 5$), suponiendo que la mina da un valor de agotamiento de 6.25 millones en los años posteriores.

$$\text{El número de años es: } 5 + \frac{\$6.25 \text{ millones}}{\$450,000} = 5 + 13.89 = 18.89 \approx 19 \text{ años.}$$

4.1.6 LEY DEL IMPUESTO SOBRE LA RENTA

Se llama Renta al producto del capital, del trabajo o de la combinación de ambos. Puede distinguirse para los efectos impositivos la renta bruta, que es el ingreso total percibido sin deducción alguna. Este concepto, renta bruta, es un aspecto muy importante a considerar en los análisis de ingeniería económica en virtud de que influye en el flujo de efectivo real de una alternativa a estudiar. Para una empresa determinada, un ingreso (bruto) por concepto de ventas o un egreso por concepto de compra de materia prima, sin considerar impuestos, no son flujos reales. Ver ejm. 4.9

De la siguiente lista de **leyes fiscales** mexicanas, la ley del impuesto sobre la renta es la que aquí se debe tomar en consideración para efecto de análisis de alternativas de inversión, como se ha mencionado.

1. ley de ingresos de la federación
2. ley de impuesto empresarial tasa única
3. ley del impuesto a los depósitos en efectivo
4. ley del impuesto sobre la renta
5. ley del impuesto al valor agregado
6. ley federal del impuesto sobre automóviles nuevos
7. ley del impuesto especial sobre producción y servicios
8. ley federal de derechos
9. ley del impuesto sobre tenencia o uso de vehículos
10. ley aduanera
11. ley de comercio exterior
12. ley del servicio de administración tributaria
13. ley federal de los derechos del contribuyente
14. ley de coordinación fiscal
15. ley federal de procedimiento contencioso administrativo
16. ley federal del presupuesto y responsabilidad hacendaria
17. ley orgánica del tribunal fed. de justicia fiscal y administrativa

Esta ley es elaborada y aprobada por el congreso general (cámara de diputados y cámara de senadores) decretada por el presidente de los estados unidos mexicanos y publicada en el diario oficial de la federación para su cumplimiento.

El **título I** en su **artículo 1o.** establece que las personas físicas y morales, están obligadas al pago del impuesto sobre la renta en los siguientes casos:

- I. Las residentes en México, respecto de todos sus ingresos cualquiera que sea la ubicación de la fuente de riqueza de donde procedan.
- II. Los residentes en el extranjero que tengan un establecimiento permanente(lugar de negocio) en el país(México) respecto de los ingresos atribuibles a dicho establecimiento permanente.
- III. Los residentes en el extranjero(extranjeros), respecto de los ingresos procedentes de fuentes de riqueza situadas en territorio nacional(México), cuando no tengan un establecimiento permanente en el país, o cuando teniéndolo, dichos ingresos no sean atribuibles a este.

Artículo 2o. Para los efectos de esta ley, se considera establecimiento permanente cualquier lugar de negocios en el que se desarrollen, parcial o totalmente, actividades empresariales o se presten servicios personales independientes tales como sucursales, agencias, oficinas, fábricas, talleres, instalaciones, minas, canteras o cualquier lugar de exploración, extracción o explotación de recursos naturales.

No obstante lo dispuesto en el párrafo anterior, cuando un residente en el extranjero actúe en el país a través de una persona física o moral, distinta de un

agente independiente, se considerará que el residente en el extranjero tiene un establecimiento permanente en el país, en relación con todas las actividades que dicha persona física o moral realice para el residente en el extranjero, aún cuando no tenga en territorio nacional un lugar de negocios o para la prestación de servicios, si dicha persona ejerce poderes para celebrar contratos a nombre o por cuenta del residente en el extranjero tendientes a la realización de las actividades de éste en el país, que no sean de las mencionadas en el artículo tercero de esta ley.

Lo anterior es sólo un fragmento del contenido del artículo tercero de esta ley, lo que pone de manifiesto la precisión con que se establecen las leyes así como la necesidad de una correcta interpretación.

Son ingresos de un establecimiento empresarial los provenientes de la actividad empresarial desarrollada, los honorarios y aquellos que deriven de la prestación de un servicio personal independiente. También por la enajenación de mercancías o bienes inmuebles en territorio nacional.

Persona Moral según la Ley del ISR son consideradas personas morales las sociedades mercantiles, organismos descentralizados con actividad empresarial, instituciones de crédito, sociedades y asociaciones civiles. Estas tienen una razón social o nombre, con el que se identifica a la empresa, como por ejemplo "PROEN SA O POCESADORA Y ENVASADORA S.A.", INMACO O INSTALACIÓN Y MANTENIMIENTO S.A, etc.

Las personas físicas son ciudadanos que realizan actividades independientes o que pueden contratar a tercero para efecto de realizar su actividad en las que una persona exclusivamente es la responsable ante la autoridad, estas deben registrarse en hacienda dentro de algún régimen, como el de honorarios, pequeño comerciante, micro empresa, servicios profesionales, etc.

Los impuestos que habrá de pagar la empresa serán aplicados de acuerdo al resultado fiscal o utilidad fiscal, el cual se obtiene disminuyendo de la totalidad de los ingresos acumulables obtenidos en el ejercicio las deducciones autorizadas por la Ley. Muchas de estas deducciones las debe considerar el ingeniero o analista de ingeniería económica como parte del flujo de efectivo, tales como inversiones, costos de operación, depreciación, ganancia de capital, pérdida de capital, merma en los inventarios, etc.

Es importante considerar también, que las leyes establecen la exención del pago de impuestos para cierto tipo de actividades, por lo que es necesario tomar en cuenta la legislación respectiva en vigor, ya que estas están sujetas a modificaciones a través del tiempo. Léase miscelánea fiscal.

4.2- ANÁLISIS DESPUÉS DE IMPUESTOS.

Como se ha dicho, la responsabilidad social y legal que tiene toda empresa con fines lucrativos es el pago de los impuestos federales, estatales y municipales a

que haya lugar, tal como el Impuesto Sobre la Renta (I.S.R.), lo que tiene un efecto en el análisis económico de alternativas de inversión.

Por todo lo anterior y dada la naturaleza interdisciplinaria de la ingeniería industrial, el ingeniero industrial debe establecer la comunicación pertinente con el contador responsable ante la ley en la organización, a efecto de que se consideren dichos impuestos, por lo que es muy importante que el ingeniero industrial conozca y comprenda el lenguaje de la contabilidad.

El término *flujo de efectivo neto (FEN)* se identifica como el mejor cálculo del flujo de efectivo real por año y se determina como la entrada de efectivo menos la salida de efectivo. El monto anual del *FEN* se emplea para realizar la evaluación de alternativas utilizando los métodos de VP, VA, TR y B/C. Ahora que se toman en consideración el impacto sobre el flujo de efectivo la depreciación y los impuestos relacionados, aumenta la terminología. En vez de usar *FEN* se utilizará *flujo de efectivo antes de impuestos (FEAI)* y *flujo de efectivo después de impuestos (FEDI)*. Estos son flujos de efectivo de las *estimaciones reales* de las entradas y salidas de dinero de la empresa, como consecuencia de la alternativa que se estudie.

Una vez que se desarrollan los cálculos para *FEDI*, se realiza la evaluación económica aplicando los mismos métodos y los criterios de elección aplicados en secciones anteriores, sin embargo el análisis se realiza sobre los cálculos del *FEDI*

El cálculo anual del *FEAI* deberá incluir la inversión de capital inicial y el valor de salvamento para los años en que ocurran. Al incorporar los conceptos de ingreso bruto y gastos de operación, el *FEAI* se define como:

$$\begin{aligned} \text{FEAI} &= \text{ingreso bruto} - \text{gastos} - \text{inversión inicial} + \text{valor de salvamento} \\ &= \text{IB} - \text{GO} - \text{P} + \text{VS} \end{aligned}$$

Una vez que se calculan los impuestos de acuerdo a la ley, el flujo de efectivo después de impuestos anual es:

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{impuestos}$$

Más que utilizar una tasa de retorno inflada antes de impuestos debe considerarse el impacto del impuesto sobre la renta en los cálculos de la tasa de retorno, valor presente o costo anual uniforme equivalente, por medio del flujo de caja después de impuestos. "El retorno mínimo requerido económicamente justifica un proyecto calculado utilizando análisis después de impuestos". Debe tomarse en cuenta que las leyes de impuestos cambian continuamente y que un análisis después de impuestos da una mejor estimación del retorno, costos anuales e ingresos esperados de un proyecto.

4.2.1.-TERMINOLOGIA BASICA PARA LOS IMPUESTOS SOBRE LA RENTA.

A continuación se describen algunos términos básicos de impuestos útiles en estudios de ingeniería económica. La participación de personas físicas o morales en actividades económicas con fines lucrativos implica el pago de impuestos,

como retribución a la sociedad de donde se obtiene el ingreso. Además, *ninguna institución gubernamental sobrevive sin alguna forma de ingreso por impuestos.*

Renta. Son todos los ingresos, entradas o ganancias de determinada actividad económica.

Renta bruta. Es el total de todos los ingresos provenientes de fuentes que generan renta o entradas en una empresa, incluyendo todos los rubros como ventas de activos, regalías, permisos también conocido como **ingreso bruto (IB)**, ingresos que se declaran en el estado de resultados.

Impuesto sobre la renta (ISR). Es el monto de los impuestos con base en el ingreso bruto que debe declararse al organismo gubernamental correspondiente. Los pagos del impuesto sobre la renta de una empresa generalmente se realizan trimestralmente, y el último pago del año se presenta con la declaración tributaria anual. Los impuestos son flujos de efectivo reales.

Gastos de operación (GO), incluyen todos los costos corporativos en que se incurre en las transacciones de un negocio. Esto incluye el costo anual de operación y el costo de mantenimiento y operación para las alternativas de ingeniería económica

Ingreso o renta gravable (IG). Es el monto a partir del cual se calculan los impuestos. En el caso de las corporaciones, la depreciación y los gastos de operación son deducibles de impuestos, por lo tanto.

$$\text{IG} = \text{Ingreso Bruto} - \text{Gastos} - \text{Depreciación}$$

$$= \text{IB} - \text{GO} - \text{D}$$

Tasa de impuestos (T). Es un porcentaje, o equivalente decimal, del ingreso gravable que se debe en impuestos. La tasa de impuestos, tabulada de acuerdo con el nivel de IG, es progresiva, es decir las tasas son mayores conforme el IG aumenta. La fórmula general para el cálculo de impuestos emplea el valor T aplicable de la siguiente forma.

$$\text{Impuestos} = \text{Ingreso Gravable}(\text{tasa de impuestos aplicable}) = \text{IG}(T)$$

Utilidad neta después de impuestos (UNDI) es el monto remanente anual restando los impuestos sobre la renta del ingreso gravable de la empresa.

$$\text{UNDI} = \text{Ingreso Gravable} - \text{impuestos} = \text{IG} - (\text{IG})(T) = (\text{IG})(1 - T)$$

Esta es la cantidad de dinero reembolsado o recuperado por la empresa como resultado del capital invertido durante el año. Se trata de un componente del análisis del valor agregado después de impuestos.

A manera de ejemplo, en seguida se plantea un ejercicio para el cálculo de impuestos, con tasas impositivas propuestas para diferentes rangos. Los valores a calcular son los de las columnas 4 y 5 de la tabla 4.1. Los IG y resultados están en \$ mdp.

Tabla 4.1 Tabulado de impuestos máximos incurridos para diferentes límites

Limites (IG) Máx.	Rango(IG)	Tasa(T)	Impuesto Máx. p/Rango	Impuesto
\$ 1 – 50,000	\$50,000	0.15	\$7,500	\$7,500
50,001-75,000	\$25,000	0.25	6,250	13,750
75,001-100,000	25,000	0.34	8,500	22,250
100,001-335,000	235,000	0.39	91,650	113,900
335,001-10 mill	9.865mill	0.34	3,354,100	3,468,000
De 10 a15 mil	5 mill	0.35	1,750,000l	5,218,000
De 15 a 18.33 mill	3.33 mill	0.38	1,265,400	6,483,400
Más de 18.33 mill	ilimitado	0.35	ilimitado	ilimitado

Aquí se observa que un negocio con un IG anual de \$50,000 posee una tasa marginal del 15%, sin embargo, un negocio con un IG \$100,000 paga el 15% por los primeros \$50,000, el 25% por los siguientes \$25,000, y el 34% sobre el resto. O sea:

$$\text{Impuestos} = 0.15(50,000) + 0.25(25,000) + 0.34(25,000) = \$22,250$$

El sistema de tasa de impuestos graduada o progresiva ofrece una ligera ventaja a los negocios que generan pequeños ingresos gravables.

En la práctica, existen muchas circunstancias que requieren diferentes enfoques para la solución de los resultados deseados, lo que implica procedimientos racionales y lógicos.

Ejemplo 4.9 Una persona había acumulado ahorros por la cantidad de \$100,000, por lo que decidió de entre diferentes alternativas invertir ese capital en un banco, en el que después de establecer conversaciones con un ejecutivo de cuenta sobre condiciones generales, se estableció que el pago por esa inversión sería del 3.4% a un plazo de 7 días. El cliente realizó sus cálculos y obtuvo que al final del periodo tendría un saldo de \$100,066.11. Al finalizar el periodo, el cliente recibe el estado de cuenta en el que aparece un saldo de \$100,056.39. a)¿Cómo pudo obtener ese saldo el cliente?, b)¿cuál es la razón de la diferencia entre el saldo del banco y el del cliente?, c)considerando que la tasa impositiva es de 0.5%, diga cuál es el saldo correcto.

Solución.

a)El cliente realizó sus cálculos considerando $i = 0.034/360 = 0.009444\%$, con lo que se obtiene un saldo final de $F_7 = 100,000 + 100,000(0.000094444)(7) = \$100,066.11$

b)no obstante ese cálculo, como se indicó en este apartado, el cliente ha ignorado que si su inversión le produce ganancias o mayor riqueza está obligado al pago de impuestos, además de que el banco está obligado también a retener esos impuestos y enterarlos a la instancia gubernamental recaudadora, por lo que dado que no se ha descontado el impuesto el saldo es incorrecto, debido esa omisión.

c)considerando la tasa impositiva se obtiene una tasa efectiva de $3.4\% - 0.5\% = 2.9\%$

Esta tasa implica que $i = 0.029/360 = 0.008055\%$, con lo que el saldo correcto es:

$$F_7 = 100,000(1 + 0.00008055 \times 7) = \$100,056.39$$

No es ocioso hacer notar la importancia de la precisión numérica en los decimales, ya que un redondeo corto impactará en los resultados.

Con el fin de facilitar el cálculo de impuestos y el flujo de efectivo después de impuestos se ha insertado aquí una tabla de tasas impositivas de nuestra legislación, que pueden servir de ejemplo para realizar algunos cálculos al respecto.

Los impuestos se deben calcular con base en las tablas de tasas tributarias. Una razón para utilizar la tasa de impuestos efectiva es que los impuestos estatales son deducibles en los cálculos de los impuestos federales. $T_e = T_{\text{est}} + (1 - T_{\text{est}})T_{\text{fed}}$

Ejemplo 4.10 Para un año en particular la compañía robot inteligente, tiene una renta bruta de \$2,250,000 con gastos y depreciación por \$1,950,000. Calcular el pago de los impuestos federales que deben cancelarse, es decir, pagarse durante el año.

Solución.

Se calcula la renta o ingreso gravable y se aplica la tasa de los impuestos utilizando la tabla tributaria aplicable. Para este caso ilustrativo se considera una tasa del 35%.

$$IG = 2,250,000 - 1,950,000 = 300,000$$

$$\text{Impuesto} = 300,000(0.35) = 105,000$$

Esto significa que el flujo de efectivo muestra un ingreso neto, en particular para ese año, de \$105,000 y no de \$2,250,000.

4.2.2 GANANCIAS Y PÉRDIDAS DE CAPITAL

Las situaciones relativas a impuestos analizadas aquí son el resultado de la venta de activos depreciables antes, durante o después de su periodo de recuperación, lo cual tiene implicaciones en los impuestos, por lo que estas situaciones tributarias deben considerarse en el análisis económico después de impuestos, en activos de alta inversión. La clave es la magnitud del precio de venta relativo al valor en libros en el momento de la venta del activo y el costo inicial de este. Para esto es necesario tomar en cuenta los siguientes conceptos

Ganancias de capital(GC). Es la ganancia generada al vender una propiedad depreciable que excede su costo inicial o base no ajustada(lo no depreciado).

$$\text{Ganancia de capital} = \text{precio de venta} - \text{costo inicial}$$

$$GC = PV - P$$

Ya que las ganancias de capital a futuro son difíciles de predecir, generalmente no se detallan en un estudio económico después de impuestos. Los activos que con el paso del tiempo incrementan su valor constituyen una excepción, como es el caso de edificios y terrenos

Recobro de depreciación (RD). Ocurre cuando el activo depreciable se vende por una cantidad mayor que el valor actual en libros.

Recobro de depreciación = precio de venta - valor en libros

$$RD = PV - VL_t$$

Cuando el precio de venta excede al costo inicial, se presenta también una ganancia de capital y el ingreso gravable debido a la venta es la ganancia más el recobro de depreciación

Pérdida de capital (PC). Es cuando el precio neto de venta de un activo depreciable es menor que el valor actual en libros de dicho activo.

Pérdida de capital = valor en libros - precio de venta.

$$PC = VL_t - PV$$

Un análisis económico generalmente no considera la pérdida de capital, debido simplemente a que no se puede calcular para una alternativa específica. Sin embargo, en un estudio de reemplazo después de impuestos deberá tomar en cuenta cualquier pérdida de capital si el defensor debe cambiarse a un precio *sacrificio*.

Las ganancias o pérdidas de capital resultantes de la venta de cierto tipo de activos reciben un tratamiento fiscal especial. Dichos activos son:

- Activos de capital (bonos, acciones, propiedades personales)
- Propiedad depreciable (edificios, equipo)
- Bienes raíces (terrenos)

Otro concepto importante que podría resultar útil tomar en cuenta en un análisis de ingeniería económica es la “*pérdida de operación*” que existe cuando en un año hay pérdida neta en lugar de ganancia neta, lo cual si ocurre es posible considerar a posteriori. Es decir en el ejercicio o ejercicios siguientes se harán los ajustes de acuerdo a ley y los reglamentos aplicables.

Depreciación recuperada (D.R.)- cualquier excedente entre el precio de venta neto y el valor en libros de un activo de capital depreciable, considerándose ésta como una renta gravable ordinaria, no como una renta de capital.

Depreciación recuperada = valor en libros - precio de venta neto

a) Tratamiento tributario para pérdidas y ganancias de capital.

Las ganancias o pérdidas de capital a largo y corto plazo son comúnmente utilizadas en los análisis económicos para depreciación de activos cuando se lleva a cabo un estudio de reemplazo después de impuestos, cuando se pronostican planes de venta para un activo.

Cualquier pérdida neta sobre ganancia neta no puede utilizarse para reducir el ingreso gravable, pero puede llevarse hacia 3 años atrás y hacia delante por 5 años.

La depreciación recuperada puede incluirse en los estudios después de impuestos y en la tasa efectiva impositiva. Si el activo se vende con una pérdida a corto plazo, la pérdida neta se utiliza para reducir el ingreso gravable en el año en que ocurre la venta.

Como se ve, las pérdidas de capital pueden influir en futuros años fiscales; una pérdida operacional puede ser llevada atrás y adelante hasta que la pérdida esté completamente agotada, pero en cualquier caso la suma reclamada no puede exceder la renta gravable. En consecuencia el flujo de caja antes y después de impuestos es:

$$FCAI = \text{ingreso bruto} - \text{gastos.}$$

$$R.G. = FCADI - \text{DEPRECIACIÓN.}$$

$$\text{IMPUESTOS} = (R.G.)T$$

$$FCDI = FCAI - \text{IMPUESTOS.}$$

Ejemplo 4.10 Una nueva compañía, Control de sistemas inteligentes S.A. espera registrar un ingreso bruto de \$500,000, gastos y depreciación de \$300,000 en el próximo año fiscal. Utilizando una tasa efectiva incremental de impuestos del 35%, calcule los impuestos esperados para las siguientes situaciones: (a) Se anticipa que se vende equipo con unas ganancias a largo plazo de \$25,000 y unas pérdidas a largo plazo de \$10,000, y (b) Se anticipan ganancias a largo plazo de \$10,000 y pérdidas a largo plazo de \$25,000. No se predicen más ganancias o pérdidas.

Solución. a) El término de ganancia neta a largo plazo (GNLP) de \$15,000 es tasado como ingreso ordinario. Entonces:

$$\text{Impuesto} = (RG + GNLP)T = (500,000 - 300,000 + (25,000 - 10,000))0.35 = \$75,250$$

b) La pérdida neta a largo plazo de 15,000 se tasa como pérdida ordinaria, por tanto

$$\text{Impuesto} = (500,000 - 300,000 + (10,000 - 25,000))0.35 = \$64,750$$

4.2.3 EFECTOS DE LOS DIFERENTES MODELOS DE DEPRECIACIÓN

Es importante comprender por qué las tasas de depreciación acelerada dan a la empresa una ventaja tributaria, con respecto al método de LR con el mismo periodo de recuperación. Al existir tasas mayores en los primeros años del periodo de recuperación se requieren menos impuestos debido a que es mayor la reducción en el ingreso gravable. Para evaluar el efecto tributario de los diferentes modelos de depreciación se utiliza el criterio de *minimizar el valor presente de los impuestos totales*. Es decir, para un periodo de recuperación n , se debe elegir la tasa de depreciación que produzca el mínimo valor presente para impuestos.

$$VP_{\text{impuesto}} = \sum_{t=1}^n (\text{impuestos en el año } t) (P/F, i, t)$$

Esto equivale a maximizar el valor presente de la depreciación total VP_D .

$$VP_D = \sum_{t=1}^n D_t (P/F, i, t)$$

Se comparan ahora cualesquiera dos modelos de depreciación diferentes, suponiendo lo siguiente: 1) una tasa de impuestos constante de un solo valor, 2) el *FCAI* excede cada monto de depreciación anual, 3) el método reduce el valor en libros hasta llegar al mismo valor de salvamento y 4) se utiliza el mismo periodo de recuperación. Sobre la base de estas suposiciones se cumple lo siguiente:

1. Los impuestos totales pagados son iguales para todos los modelos de depreciación
2. El valor presente de los impuestos es menor para los impuestos de depreciación acelerada

Ejemplo 4.11 Se ha hecho la propuesta de comprar un nuevo equipo este año. Las características del plan de compra son:

$B = \$ 50,000$

$VS = 0$

$n = 5$ años

Ingreso esperado = $\$ 28,000 - 1,000 t$ ($t = 1, 2, 3, 4, 5$)

Desembolso esperado = $\$ 9,500 + 500 t$

Con una tasa tributaria efectiva de 40% y depreciación en LR. Tabular el *FCDI*.

Solución. La siguiente tabla detalla toda la información tributaria y el *FCDI* para el activo usando las ecuaciones anteriores. La depreciación en línea recta es: $50,000 / 5 = 10,000$ anuales.

Considerando todos los conocimientos adquiridos hasta ahora es fácil comprender los cálculos de la siguiente tabla.

Año	(1) Ingreso	(2) Egresos	(3) FCAI	(4) Depreciación LR	(5)=(4-3) RG	(6) Impuestos	(7)=(3-6) FCDI
0		50,000	-50,000				-50,000
1	27,000	10,000	17,000	10,000	7,000	2,800	14,200
2	26,000	10,500	15,500	10,000	5,500	2,200	13,300
3	25,000	11,000	14,000	10,000	4,000	1,600	12,400
4	24,000	11,500	12,500	10,000	2,500	1,000	11,500
5	23,000	12,000	11,000	10,000	1,000	400	10,600

Tabla 4.1 Información tributaria y *FCDI* para un activo

Algunos cálculos, según fórmulas, para las diferentes columnas son:

- 1).- $28,000 - 1,000.(1) = 27,000$; $28,000 - 1,000.(2) = 26,000$, ... Etc.
- 2).- $9,500 + 500 (1) = 10,000$; $9,500 + 500 (2) = 10,500$, Etc.
- 3).- $27,000 - 10,000 = 17,000$; $26,000 - 10,500 = 15,500$,Etc.
- 4).- $50,000 / 5 = 10,000$
- 5).- $RG = FCAI - D = 17,000 - 10,000 = 7,000$; $15,500 - 10,000 = 5,500$, ...Etc.
- 6).- $Impuestos = RG (T) = 7,000 (0.40) = 2,800$; $5,500 (0.40) = 2,200$, ...Etc.
- 7).- $FCDI = FCAI - impuestos = 17,000 - 2,800 = 14,200$; $15,500 - 2,200 = 13,300$

4.2.4.-TABULACIÓN DE FLUJO DE CAJA DESPUÉS DE IMPUESTOS.

La financiación de una operación se puede hacer mediante la inversión de fondos de la compañía (capital contable) o por medio de préstamos. Comúnmente se

combinan estas alternativas no obstante que los intereses asociados a la deuda son deducibles de impuestos. Las fórmulas utilizadas para tabular el efecto de los impuestos en términos del *FCDI* son:

$$RG = FCAI - \text{DEPRECIACIÓN} - \text{INTERESES.}$$

$$FCDI = FCAI - \text{IMPUESTOS} - \text{INTERESES} - \text{PRINCIPAL (o capital contable)}$$

Limites IG	Rango IG	Tasa de impuestos <i>T</i>	Impuesto máximo para el rango	Impuesto máximo incurrido
\$1-50 000	\$50 000	.15	\$7 500	\$7 500
\$50 001-75 000	25 000	.25	6 250	13 750
\$75 001-100 000	25 000	.34	8 500	22 250
\$100 001-335 000	235 000	.39	91 650	113 900
\$335 001-10 mil	9.665 mil	.34	3.2861 mil	3.4 mil
De \$10 a 15 mil	5 mil	.35	1.75 mil	5.15 mil
De \$15 a 18.33 mil	3.33 mil	.38	1.267 mil	6.417 mil
Mas de \$18.33 mil	Ilimitado	.35	Ilimitado	Ilimitado

Tabla 4.2 Tasas de impuestos sobre la renta corporativa

Ejemplo 4.12 Si el departamento OnStart tiene una renta bruta anual de \$2,750 000 con gastos y depreciación totales de \$1 950 000. a) calcule el impuesto sobre la renta federal de la compañía. b) calcule el total de los impuestos estatales y federales si la tasa de impuestos estatal es de 8% y se aplica 34% para la tasa promedio del impuesto federal.

Solución.

a) Se calcula la RG y el impuesto sobre la renta (I) empleando las tasas que aparecen en la tabla anterior.

$$RG = \text{Renta bruta} - \text{gastos} - \text{depreciación}$$

$$RG = 2\,750\,000 - 1\,950\,000 = \$800\,000$$

$$I = 50\,000(0.15) + 25\,000(0.25) + 25\,000(0.34) + 235\,000(0.39) + (800\text{m} - 335\text{m})(0.34) = \$272\,000$$

b) En 4.2.1 se indicó que los impuestos estatales son deducibles de los impuestos federales, por tanto, se asume que la tasa de 34% incluye el 8% de impuesto estatal. Entonces el impuesto es

$$\text{Impuesto} = 800,000(0.34) = \$272,000$$

4.2.5.-ANÁLISIS DESPUÉS DE IMPUESTOS UTILIZANDO LOS METODOS DE VALOR PRESENTE, VALOR ANUAL Y TASA INTERNA DE RETORNO.

Se establece la TMAR después de impuestos requerida empleando la tasa de interés de mercado, la tasa de impuestos efectiva de la corporación y su costo de capital promedio. La estimación del FEDI se utiliza para calcular el VA o VP con la TMAR después de impuestos. Cuando se presentan valores del FEDI positivos y negativos, el resultado del VP o VA < 0 indica que no se logra la TMAR.

A) Método de valor anual

Si se comparan alternativas mutuamente excluyentes, la selección del proyecto utiliza los siguientes criterios:

a) Si los valores de los ingresos y costos son estimados, el proyecto con mayor valor de VA, ofrece el mayor retorno en exceso de la tasa requerida.

b) Si solamente los costos son los estimados y el signo positivo es utilizado para identificar los costos, el proyecto con el menor valor positivo de VA ofrece el mejor retorno en exceso de la tasa requerida.

Un valor negativo de VP o VA indica que la alternativa no genera la tasa de retorno requerida.

Ejemplo 4.13: Para los valores estimados de FCDI presentados en seguida, utilice un 7% anual como tasa de retorno después de impuestos y por el análisis VA seleccione el plan económicamente más favorable

Plan X		Plan Y	
AÑO	FCDI	AÑO	FCDI
0	\$-28,800	0	\$-50,000
1-6	5,400	1	14,200
7-10	2,040	2	13,300
10	2,792	3	12,400
		4	11,500
		5	10,600

Solución.

a) Utilizando el 7% de retorno, los costos e ingresos estimados, se obtienen los valores para las relaciones de VA.

$$VA_X = (-28,800 + 5,400(P/A, 7\%, 6) + 2,040(P/A, 7\%, 4)(P/F, 7\%, 6) + 2,792(P/F, 7\%, 10))(A/P, 7\%, 10) = \$421,78$$

$$VA_Y = (-50,000 + 14,200(P/F, 7\%, 1) + 13,300(P/F, 7\%, 2) + 12,400(P/F, 7\%, 3) + 11,500(P/F, 7\%, 4) + 10,600(P/F, 7\%, 5))(A/P, 7\%, 5) = \$327,070$$

Se selecciona el mayor valor, dado que estos resultados representan ingresos. Esto es, de acuerdo con estos resultados, se elige el plan X en vista de que ambos valores de VA son positivos y el VA_X es el mayor.

B) Método de valor presente

Si se usara el análisis de valor presente, un horizonte de 10 años debe ser considerado para calcular $VP = VA(P/A, 7\%, 10)$, en virtud de que éste es el m.c.m. como se vió en 3.1.2. Por supuesto, el plan X vuelve a ser seleccionado por tener el mayor VP, como se puede observar en seguida:

$$VP_X = -28,000 + 5,400(P/A, 7\%, 6) + 2,040(P/A, 7\%, 4)(P/F, 7\%, 6) + 2,792(P/F, 7\%, 10) = \$3,762$$

$$VP_Y = -50,000 - 50,000(P/F, 7\%, 5) + 14,200(P/F, 1) + 13,300(P/F, 7\%, 2) + 12,400(P/F, 7\%, 3) + 11,500(P/F, 7\%, 4) + 10,600(P/F, 7\%, 5) + 14,200(P/F, 7\%, 6) + 13,300(P/F, 7\%, 7) + 12,400(P/F, 7\%, 8) + 11,500(P/F, 7\%, 9) + 10,600(P/F, 7\%, 10) = -87,938 + 85,650 = \$2,288$$

Comentario. A efecto de facilitar la verificación de estos resultados se recomienda al lector elaborar los diagramas de flujo de efectivo. Puede referirse a los datos de las fórmulas aplicadas

C) Método de la tasa de retorno.

En este apartado se muestran ejemplos para un solo proyecto y se utiliza el criterio de VP del FCDI para obtener el valor i , no obstante que, podría usarse otro criterio como método más apropiado.

Ejemplo 4.14 El presidente de una compañía de manufactura de fibra óptica proyecta gastar \$50,000 en una máquina con 5 años de vida útil y depreciarla en línea recta. Se tiene proyectado un FCAI de \$20,000 y se aplica una tasa incremental tributaria de 50%. Calcule el valor de i^* para este proyecto.

Solución. El FCDI en el año cero es - \$50,000 y para los años 1 a 5, $FCDI = FCAI - \text{impuestos}$. Esto es, $FCDI = 20,000 - (20,000 - 10,000)(0,5) = \$15,000 = A$. Usando el criterio de VP se tiene que

$$0 = -50,000 + 15,000(P/A, i^*, 5)$$

De donde el factor $(P/A, i^*, 5) = 3.3333$, facilita el cálculo de i . Por interpolación

$i^* = 15.25\%$ es la tasa de retorno después de impuestos.

Comentario. Si hubiera que comparar con otra alternativa mediante el criterio de tasa de retorno, obviamente se elegiría la alternativa con la tasa de retorno más ventajosa

Ejemplo 4.15 Se estima que cierta maquinaria nueva costara \$180,000 ya instalada. Se espera tener desembolsos netos de operación de \$36,000 por año durante 10 años y un valor de rescate de \$30,000 al final del décimo año.

- a) ¿Cuál es la Tasa Interna de Rendimiento (TIR) antes de impuestos?
- b) ¿Haga una tabulación del flujo de efectivo y calcule la TIR después de impuestos usando el método de depreciación en línea recta y la tarifa de impuesto de 48%?

Solución. La ecuación de la tasa de retorno i es:

a) $0 = -\$180\,000 + \$36\,000(P/A, i\%, 10) + \$30\,000(P/F, i\%, 10)$

Para $i = 15\%$

$$-\$180\,000 + \$36\,000(5.019) + \$30\,000(.2472) = +\$7\,950$$

Para $i = 20\%$

$$-\$180\,000 + \$36\,000(4.192) + \$30\,000(.1615) = -\$24\,180$$

$$i = \text{TIR} = 15\% + [7950 / (7950 + 24180)](20\% - 15\%) = 16.2\%$$

b) Depreciación anual = $(\$180\,000 - \$30\,000) / 10 = \$15\,000$

A		B	C A+B	D -C*48%	E A+D
FLUJO DE EFECTIVO ANTES DE IMPUESTOS		DEPRECIACION	INGRESO GRAVABLE	FLUJO DE EFECTIVO DEBIDO AL IMPUESTO SOBRE LA RENTA	FLUJO DE EFECTIVO DESPUES DE IMPUESTOS
AÑOS	EFFECTIVO				
0	-\$180 000	-\$15 000	+\$21 000	-\$10 080	-\$180 000
1-10	+\$36 000				+\$25 920
10	+\$30 000				+\$30 000

$0 = - \$180\,000 + \$25,920(P/A, i\%, 10) + \$30\,000(P/F, i\%, 10)$
 Por tanteo, $i = \text{TIR} = 8.9\%$. Sustituyendo este valor se prueba la validez de i
 El análisis después de impuestos da una mejor perspectiva a la decisión.

CAPITULO 5

ANÁLISIS DE REEMPLAZO

Uno de los análisis de ingeniería económica que se llevan a cabo con mayor frecuencia es el de reemplazar o conservar un activo o sistema que se encuentre en uso corriente. En realidad, la cuestión fundamental en general no es si se reemplaza el activo o no, sino cuándo debe hacerse. Por lo común, primero se toma la decisión económica de conservar o reemplazar ahora, aunque finalmente habrá un momento en el que el reemplazo sea inminente, lo cual debe ser planeado convenientemente.

El análisis de reemplazo sirve pues para averiguar si un equipo esta operando de manera económica o si los costos de operación pueden disminuirse, adquiriendo un nuevo equipo. Asimismo se puede averiguar si el equipo actual debe ser reemplazado de inmediato o es mejor esperar unos años, antes de cambiarlo.

5.1 CAUSAS DE REEMPLAZO

El resultado del proceso de evaluación de una alternativa es la selección y la implementación de un *proyecto, activo o servicio* planeado para una vida económica. Es necesario determinar cómo se selecciona, y cuándo la alternativa podrá ser reemplazada por determinada razón. Hay dos razones básicas para considerar el reemplazo de un activo fijo: el *deterioro físico* y la *obsolescencia*, aunque estas a su vez involucran otras causas más específicas como la *insuficiencia*, el *mantenimiento excesivo* y la *eficiencia decreciente*. Asimismo, es probable que en algunas circunstancias el reemplazo obedezca a cuestiones subjetivas o cualitativas, como la imagen, que puede traer efectos en la competitividad de la empresa. No obstante, el análisis desde el punto de vista de ingeniería económica implica contestar las siguientes preguntas:

- ¿Ha sido alcanzada la vida útil del activo o proyecto?
- ¿Hay alguna alternativa que podría aceptarse como un reemplazo?
- ¿Es apropiado el rendimiento económico del sistema o activo actual?
- ¿La obsolescencia y competencia internacional reducen la competitividad?

Algunas consideraciones adicionales que deben hacerse son las siguientes:

Rendimiento disminuido. Debido al deterioro físico, la capacidad esperada de rendimiento a un nivel de *confiabilidad* (estar disponible y funcionar correctamente cuando sea necesario) o *productividad* (funcionar a un nivel dado de calidad y cantidad) no se está logrando, por lo cual los costos de operación y mantenimiento, los desechos y la reelaboración tienden a incrementarse, así como la pérdida de ventas, la disminución de la calidad y seguridad.

Requisitos modificados. El equipo o sistema existente no puede cumplir con los nuevos requisitos de exactitud, velocidad u otras especificaciones.

Obsolescencia. La competencia internacional y el rápido avance tecnológico pueden ser la causa de la baja competitividad de los equipos o sistemas actuales, por lo que debe mantenerse una actualización con estos avances para anticiparse en los análisis económicos.

Los cálculos en el análisis de reemplazo deben considerar los impuestos y la depreciación de los activos en cuestión.

5.2 TECNICAS DE ANÁLISIS DE REEMPLAZO

En la toma de decisiones para la reposición de un activo se puede hacer un análisis de alternativas utilizando diferentes enfoques como valor anual, valor presente, etc.

Valor anual. Se utiliza como principal medida económica de comparación entre el activo actual y el(los) activo(s) propuesto(s) como alternativa(s) de reemplazo. Si el valor anual **A** representa sólo los costos entonces se elegirá como mejor opción la alternativa de menor costo. Sin embargo, si en el análisis se consideran los flujos de efectivo, egresos e ingresos, de las alternativas en cuestión entonces deben analizarse los resultados cuidadosamente para tomar la decisión correcta.

Vida útil económica. Para una alternativa, es el número de años en los que se presenta el **A** de costo más bajo o flujo de efectivo equivalente más ventajoso económicamente.

Costo inicial. Es el monto de la inversión inicial **P** tanto para el activo actual o en uso como para la(s) alternativa(s) de reemplazo. El valor comercial actual es el cálculo correcto de **P** para el activo existente. El valor justo de mercado puede obtenerse de valuadores profesionales, revendedores o liquidadores que conozcan el valor de los activos usados. Asimismo debe considerarse el valor actual **P** del(los) activo(s) definido(s) como alternativa(s) de reemplazo, mas todos los costos involucrados.

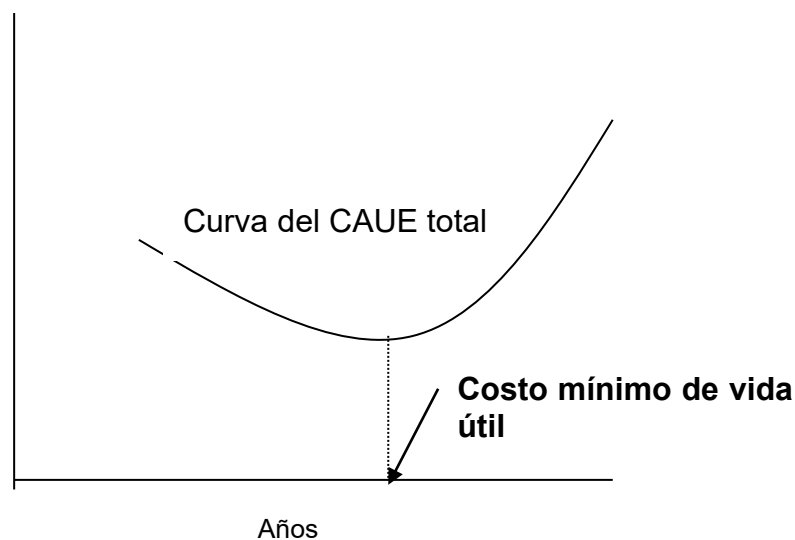
Los siguientes indicadores son conceptos que se valúan en un activo cada año

Incremento del costo anual de operación y mantenimiento

Decrecimiento del precio realizable o valor de salvamento

Decrecimiento del costo de inversión inicial en términos de CAUE

CAUE, \$ Año



Un análisis lógico de esta gráfica indica que después de la vida útil de un activo, los costos de mantenimiento y operación se incrementan.

5.3 CONCEPTO DE RETADOR Y DEFENSOR EN EL ANÁLISIS DE REEMPLAZO

Dentro de la terminología utilizada en ingeniería económica aquí se integran dos términos mas, que son: **defensor** y **retador**, denominaciones usadas para dos alternativas mutuamente excluyentes en el análisis de reemplazo o reposición. El *defensor* es el activo actualmente instalado o en uso, y el *retador* es el posible reemplazo. Un análisis de reemplazo compara estas dos alternativas. El retador será el mejor cuando se haya elegido como la mejor opción de reemplazo respecto del defensor.

Un análisis de reemplazo se llevará a cabo más objetivamente si el analista asume una actitud que tome en cuenta el *punto de vista de un asesor* de la compañía o de quien utiliza al defensor, esto es, actúa como una *persona externa*; es decir, se supone que en la actualidad no se posee ni se utiliza ningún activo y se debe escoger entre la(s) alternativa(s) del retador(es) y la alternativa del defensor.

De esta manera para “comparar” el defensor, es necesario pagar el precio actual del mercado para el activo en uso. Entonces se utiliza el valor comercial presente como el costo inicial P de el defensor, también habrá un valor de salvamento asociado VS , una vida útil n y un costo anual de operación CAO para el defensor. Aunque los valores pueden ser todos diferentes de los datos originales, puesto que se utiliza la información actualizada y no precisamente la original.

En el análisis de reemplazo es importante considerar, en algunos casos, el cálculo que se conoce como Costo Amortizado del activo y se calcula como:

$$\text{Costo Amortizado} = \text{Valor actual de Libros} - \text{Valor de Renta}$$

El valor actual en libros es la inversión restante después de que la cantidad total de amortización se ha cargado a la fecha; es decir, el valor en libros es el valor corriente del activo como lo establecen los procedimientos contables aceptados.

Si se han hecho estimaciones incorrectas sobre la utilidad o valor comercial del activo (como es posible, puesto que nada es exacto en lo que se refiere a estimaciones futuras) existe un **costo** amortizado positivo, que no se puede recuperar, un costo amortizado es el resultado de una mala decisión tomada en algún tiempo pasado, y decisiones económicas pasadas no deben tener influencia en las decisiones presentes. Sin embargo, algunos analistas tratan de “recuperar” erróneamente el costo amortizado del defensor sumándolo al costo inicial del retador. Esto penaliza al retador, haciendo parecer más altos los costos que lo que realmente son, exponiendo la validez de la conclusión. El costo amortizado, más bien, debería ser cargado a una cuenta denominada “Capital NO recuperado” o como se guste, que finalmente se refleja en el estado de ganancias y pérdidas para el año en que se causó el costo amortizado. Por lo tanto, en el análisis de reemplazo el costo amortizado no debe incluirse en la comparación económica. El siguiente ejemplo ilustra los datos correctos a utilizarse en el análisis de reemplazo.

Ejemplo 5.1 Hace tres años se compró una volqueta por \$ 12,000 con una vida estimada de 8 años, un valor de salvamento de \$ 1,600 y un costo anual de operación de \$ 3,000. el valor actual en libros es de \$ 8,100.

Ahora se ofrece un retador de \$ 11,000 y un valor de canje de \$ 7,500 por una volqueta vieja, la compañía estima que el retador tendrá una vida útil de 10 años,

un valor de salvamento de \$ 2,000 y los costos anuales de operación \$ 1,800 por año. Se hacen estimaciones nuevas, sobre la volqueta vieja como sigue: valor de salvamento realizable de \$ 2,000; vida útil restante de 3 años y los mismos costos de operación. ¿Qué valores deben usarse para P, n, VS y CAO de cada activo?

Solución. Cuando utilizamos el punto de vista del consultor, sólo la información reciente o actualizada es aplicable. Esta aparece en el siguiente cuadro:

Defensor	Retador
P = \$ 7,500	P = \$ 11,000
CAO = \$ 3,000	CAO = \$ 1,800
VS = \$ 2,000	VS = \$ 2,000
n = 3 años	n = 3 años

El costo original de \$ 12,000, el valor de salvamento estimado de \$ 1,600 y los 5 años restantes de vida útil del defensor no se utilizan ahora; solamente los datos actualizados.

En este caso el costo amortizado para el defensor es:

$$\text{Costo amortizado} = 8,100 - 7,500 = \$ 600$$

Estos \$ 600 no se suman al costo inicial del retador, puesto que con ello se tratarían de “cubrir errores pasados de estimación y se castiga al retador, ya que el costo de capital que se debería recuperar cada año sería mayor debido al aumento del costo inicial .

Ejemplo 5.2 Paradise Isle, un hotel de isla tropical, compró hace tres años una máquina para hacer hielo, de la más reciente tecnología, por \$15,000 con una vida estimada de 10 años, un valor de salvamento del 20% del precio de compra y un CAO de \$3,000 anuales. La depreciación ha reducido el costo inicial a su valor actual en libros a \$ 8,000. Un nuevo modelo de \$11,000, acaba de ser anunciado. El gerente del hotel estima la vida de la nueva máquina en 10 años, el valor de salvamento en \$2,000 y un CAO de \$1,800 anuales. El vendedor ha ofrecido una cantidad de intercambio de \$7,500 por el defensor de 3 años de uso. Con base en experiencias de la maquina actual, las estimaciones revisadas son: vida restante, 3 años; valor de salvamento, \$2,000 y el mismo CAO de \$3,000.

Si se realiza el estudio de reposición; ¿qué valores de P, n, VS y CAO son correctos para cada maquina de hielo?

Solución. Desde la perspectiva del asesor, use solamente las estimaciones más recientes. Estas aparecen en la siguiente tabla:

Defensor	Retador
P = \$7,500	P = \$11000
CAO = \$3,000	CAO = \$11,800
VS = \$2,000	VS = \$2,000
N 0 3 años	N = 10 años

Nuevamente aquí, el costo original del defensor de \$15,000, el valor de salvamento estimado de \$2,400. lo 7 años restantes de vida y el valor de \$8,000 en libros no son relevantes para el análisis de reposición del defensor contra el retador.

5.4 MODELOS DE REEMPLAZO DE EQUIPO

En un estudio de reposición se consideran diversos modelos, cada uno de los cuales toma en cuenta un enfoque tal como: vida útil, flujo de caja, P, CAO, VA, etc., tomando en cuenta el período de tiempo o años en que tendrá efecto la decisión.

Horizonte de planeación específico o periodo de estudio es el número de años utilizado en los análisis económicos para comparar un defensor y un retador, se puede utilizar cualquier método de evaluación con la información más actual como se vio en el apartado 5.3.

Enfoque de vida económica. Cuando se lleva a cabo un análisis de reemplazo, el mejor valor para n deberá determinarse utilizando las estimaciones de costo actual. La mejor estimación de vida se le denomina *vida útil económica o vida de costo mínimo*.

La vida útil económica VUE es el número de años n en que son mínimos los costos del valor anual uniforme equivalente (VA), tomando en consideración las estimaciones de costo más actualizadas, durante todos los años que el activo pudiera proporcionar el servicio.

Para llevar a cabo correctamente un análisis de reemplazo, es importante que se determine la VUE del retador, así como la VUE del defensor.

Ejemplo 5.3 Hace tres años que una planta de procesos químicos instaló un sistema con un costo de \$20,000 para remover los contaminantes de las aguas de desperdicio que se descargan a un río cercano. El sistema actual no tiene ya valor de salvamento y costará \$14,500 operarlo el próximo año, con unos costos de operación que se espera crezcan a una tasa de \$500 anuales de allí en adelante. Se ha diseñado un nuevo sistema para reemplazar al existente y se espera que una vez instalado tendrá un costo de \$10,000. Se estima que el nuevo sistema tendrá un costo de operación de \$9,000 durante el primer año y que luego crecerá a una tasa de 1,000 anuales. Se espera que el nuevo sistema tendrá una vida útil de 12 años. El valor de salvamento del nuevo sistema será nulo en cualquier momento, después de instalado. ¿Debe la empresa reemplazar el sistema de control de contaminantes existente si su tasa mínima atractiva de retorno es de 12%?

Solución. el costo inicial del sistema actual de \$20,000 debe ignorarse. Encontrar la vida económica del sistema viejo, considerando $P = 0$ y $VS = 0$. Con lo que el VA es:

$VA = 14,500 + 500(A/G, 12\%, n)$. Obviamente que para el primer año $VA = 14,500$

Se determina la vida económica para el sistema nuevo o retador y se compara económicamente con el defensor. En este caso se calculan los costos para los primeros 6 años. Los datos aparecen en la siguiente tabla, después de una breve guía:

$$A = 10,000(A/P, 12\%, 1) + 9,000 = 11,200 + 9,000 = \$20,200$$

$$A = 10,000(A/P, 12\%, 2) + 9,000 + 1,000(A/G, 12\%, 1) = \$15,388$$

:

n	Recuperación de capital con retorno	Costos anuales equivalentes de op	Costo anual equivalente total
1	11,200	9,000	20,200
2	5,917	9,471	15,388
3	4,164	9,920	14,084
4	3,292	10,360	13,652
5	2,774	10,770	13,544*
6	2,432	11,170	13,602

La vida económica para el retador es de 5 años que corresponde al menor VA. Comparando con el VA del defensor que es mayor a 14,500 se desprende que debe reemplazarse el sistema de control de contaminantes.

Igualmente, podría tratarse de análisis de reemplazo por insuficiencia, por mantenimiento excesivo, flujo de caja, etc. en cuyo caso también habría que hacer los cálculos y análisis respectivos.

5.5 ANÁLISIS DE REEMPLAZO UTILIZANDO UN HORIZONTE DE PLANEACION ESPECÍFICO

El horizonte de planeación específico o periodo de estudio es el número de años utilizado en los análisis económicos para comparar un defensor y un retador.

Cuando se lleva a cabo un análisis de reemplazo durante un periodo fijo, resulta esencial que los cálculos para determinar los valores de VA sean exactos y se utilicen en el estudio. Esto es de particular importancia para el defensor, ya que si no se cumple con la siguiente condición se estará violando, la suposición de comparación de servicios iguales.

Cuando la vida restante del defensor es mas breve que la del periodo de estudio, el costo de suministrar los servicios del defensor, a partir del final de su vida restante esperada hasta el final del periodo de estudio, debe calcularse con tanta exactitud como sea posible e incluirse en el análisis de reemplazo.

Generalmente se presenta una de estas situaciones:

- 1) La vida útil restante anticipada del defensor es igual ala vida útil del retador.
- 2) La vida útil del retador es mayor que la del defensor.

Analizando ambas posibilidades en orden se tiene que: si el defensor y el retador tienen vidas útiles iguales, se puede utilizar cualquier método de evaluación con la información más actual.

El siguiente ejemplo compara la propiedad contra el alquiler de una camioneta.

Ejemplo 5.4 La Compañía de Transportes la Cigüeña posee dos camionetas que se han deteriorado mas de lo esperado. Mantener las camionetas o alquilarlas sobre una base anual son las opciones de reemplazo. Las dos camionetas se compraron hace dos años en \$60,000 cada una. La Compañía piensa en retener las camionetas por diez años mas. El valor comercial de una camioneta con dos

años de uso es de \$42,000 y para una con doce años de uso es de \$8,000. los costos anuales de combustible, mantenimiento impuestos etc. , son de \$ 12,000 al año. El costo de alquiler es de \$90,000 al año (pagos al finalizar el año) con costos anuales de operación de \$14,000. ¿Debe la Compañía alquilar todas sus camionetas si se requiere una tasa de retorno de 12% anual?.

Solución. Considere una vida útil de 10 años para camioneta propia (defensor) y para la camioneta alquilada (retador).

Defensor	Retador
P = \$42,000	Costo de alquiler por año = \$90,000
CAO = \$12,000	CAO = \$14,000
VS = \$ 8,000	
n = 10 años	n = 10 años

El CAUE calculado para el defensor utiliza como inversión inicial \$42,000.

$$\begin{aligned}
 CAUE_D &= P(A/P, i\%, n) - VS(A/F, i\%, n) + CAO \\
 &= \$42,000(A/P, 12\%, 10) - \$8,000(A/F, 12\%, 10) + \$12,000 \\
 &= \$42,000(0.17698) - \$8,000(0.05698) + \$12,000 \\
 &= \$ 18,977
 \end{aligned}$$

El CAUE para el retador es:

$$CAUE_R = \$90,000 + \$14,000 = \$23,000$$

Conclusión. Dados los costos anuales calculados, la firma debe retener las dos camionetas propias.

Ejemplo 5.5 Un gerente trabaja para Lockheed-Martin (LMCO) en la división de mantenimiento de aviones. Se prepara para lo que él y su supervisor esperan que resulte un nuevo contrato de defensa a 10 años con la Fuerza aérea para aviones de carga C-5. Una pieza esencial del equipo para operaciones de mantenimiento que consiste en un sistema de diagnósticos de circuitos con aplicación para la aviación. El sistema actual se compró hace 7 años con un contratista anterior. No tiene costos de recuperación de capital restantes y los siguientes cálculos son confiables: valor comercial actual \$70,000, vida restante de 3 años mas, no hay valor de salvamento y el CAO = \$30,000 anuales. Las únicas opciones para el sistema consisten en reemplazarlo o conservarlo los 3 años completos que le quedan.

El gerente descubrió que solo existe un buen sistema retador con las siguientes estimaciones de costos: costo inicial de \$ 750.000, 10 años de vida $S = 0$ y el CAO = \$50,000 anuales. El estimado del gerente sobre el costo inicial de este sistema para dentro de 3 años es de \$900,000, además los \$50,000 anuales del CAO constituyen la mejor estimación en este momento. La empresa LMCO trabaja con una tasa anual de 10%. Realice un análisis de reemplazo para el periodo fijo del contrato de 10 años.

Solución.

RETADOR: $P = \$750,000$ $CAO = \$50,000$
 $n = 10 \text{ AÑOS}$ $S = 0$

$$VA_R = \$750,000(A/P, 10\%, 10) + \$50,000 = \mathbf{\$172,063}$$

DEFENSOR: Valor comercial = \$70,000 $CAO = \$30,000$
 $n = 10 \text{ AÑOS}$ $S = 0$

$$VA_D = [\$70,000 + \$30,000(P/A, 10\%, 3)](A/P, 10\%, 10) = \$23,534$$

Este es el valor anual equivalente del defensor para $n = 10$ años, pero de aquí a tres años se reemplazaría por un retador de \$900,000 (del año 4 al 10) para el que los costos equivalentes de recuperación de capital RC y VA son:

$$RC = 900,000(A/P, 10\%, 10) = \$146,475.$$

Entonces el costo equivalente del retador para los 7 años siguientes es:

$$VA = (146,475 + 50,000)(F/A, 10\%, 7)(A/F, 10\%, 10) = \$116,966; \text{ con lo que el total es}$$

$$VA_R = \$23,534 + 116,966 = \mathbf{\$140,500}$$

La opción de conservar al defensor tres años y luego reemplazarlo por el retador es más ventajosa $\$140,500 < \$182,063$.

5.6 CUANDO LA VIDA ÚTIL RESTANTE DEL DEFENSOR ES IGUAL A LA DEL RETADOR

El enfoque del flujo de caja condiciona que el defensor y el retador tienen las mismas vidas útiles, se supone cero el costo inicial del defensor y se resta el valor de canje(VS) del costo inicial del retador. Se recuerda que éste enfoque puede utilizarse cuando las vidas útiles del defensor y el retador son las mismas o cuando la comparación se hace sobre un mismo horizonte de planeación específico.

Ejemplo 5.6 Un activo de 9 años de uso puede reemplazarse con uno de dos activos nuevos; la información se da en la tabla siguiente, y considerando una tasa mínima atractiva de retorno del 17%, determinar la opción más económica.

	Defensor	Retador 1	Retador 2
Costo Inicial	-----	\$ 10 000	\$ 18 000
Valor de canje del defensor	-----	\$ 3 500	\$ 2 500
CAO	\$ 3 000	\$ 1 500	\$ 1 200
VS	\$ 500	\$ 1 000	\$ 500
Vida útil	5	5	5

Solución. Con base en lo asentado en el primer párrafo de este apartado, se procede al cálculo de costo anual uniforme como sigue. Se usan signos positivos para los costos.

$$CAUE_D = 3\,000 - 500 (A/F, 17\%, 5) = 3\,000 - 500(0.14256) = \$ 2,928$$

$$CAUE_{R1} = 6\,500 (A/P, 17\%, 5) - 1\,000 (A/F, 17\%, 5) + 1\,500 = \$ 3,389$$

$$CAUE_{R2} = 15\,500 (A/P, 17\%, 5) - 500 (A/F, 17\%, 5) + 1\,200 = \$ 5,984$$

Por tanto, como el CAUE de los retadores es mayor que el del defensor, se debe mantener el activo y rechazar la oferta de cambiarlo, por el momento.

Ejemplo 5.7 Considere el problema del ejemplo 5.3 con el agregado de que una alternativa más es la compra de camionetas. La compra de dos camionetas nuevas tiene un costo de total de \$160,000, el costo anual de operación y mantenimiento de una camioneta es de \$5,000, la vida útil de una camioneta nueva es de 10 años y el valor de rescate o salvamento es de \$20,000. ¿Cuál es la mejor alternativa?

Solución. Usando nuevamente el criterio de valor anual, signos negativo para los costos y positivos para los ingresos se tiene que:

Defensor D	Rentar R1	Comprar R2
P = 42,000	Renta = 9,000	P = 80,000
CAO = 12,000	CAO = 14,000	CAO&M = 5,000
VS = 8,000	0.0	VS = 20,000
n = 10	n = 10	n = 10

$$VA_D = -P(A/P, 12\%, n) - CAO + VS(A/F, 12\%, n) - CAO$$

$$= -42,000(0.17698) - 12,000 + 8,000(0.05698) = -\$18,977$$

$$VA_{R1} = -\$9,000 - 14,000 = -\$23,000$$

$$VA_{R2} = -80,000(0.17698) - 5,000 + 20,000(0.05698) = -\$18,019$$

Con base en los resultados se ve que la firma debe comprar las camionetas nuevas ya que VA_D y VA_{R1} son numéricamente superiores a VA_{R2} . Aún cuando la diferencia es relativamente pequeña entre rentar y comprar, seguramente hay más consideraciones cualitativas en pro de la compra.

5.7 CUANDO LA VIDA ÚTIL RESTANTE DEL DEFENSOR ES MAYOR A LA DEL RETADOR

Cuando un defensor puede ser reemplazado por un retador que tiene una vida estimada diferente de la vida restante del defensor, debe determinarse la longitud del periodo de estudio. Es práctica común utilizar un periodo de estudio igual a la vida del activo de vida más larga. Luego, se aplicara el VA para el activo de vida más corta a lo largo de todo e periodo de estudio, lo cual implica que el servicio realizado por dicho activo puede adquirirse con el mismo valor VA después de su vida esperada. En el siguiente ejemplo la vida del defensor es menor a la del retador, pero al fina de este se hace la consideración de una vida mayor a la del retador. Lo más común es que el retador tenga una vida útil mayor a la de defensor, no obstante, cuando aparece el caso contrario habrá que revisar la

apreciación que se tiene de la situación, particularmente el aspecto del desarrollo tecnológico y la obsolescencia.

Ejemplo 5.8 Un municipio es propietario de un selector de material reciclable que ha utilizado durante 3 años. Con base en cálculos recientes el activo tiene un costo de operación y mantenimiento de \$5,200 por año durante su vida restante estimada de 5 años. La reposición por un selector mejorado tiene un costo inicial de \$ 25,000, un valor de salvamento estimado de \$3,800, una vida proyectada de 12 años y un costo anual de operación de \$720. La ciudad utiliza un TMAR del 10% anual. Si se planea conservar el nuevo selector durante toda su vida estimada, ¿debe la ciudad reemplazar el activo?

Solución. Dado que el retador tiene una vida útil de 12 años, este dato se toma como n . Suponga que el VA de \$ 5,200 del defensor es una buena estimación del costo equivalente anual para obtener el mismo nivel de selección de material reciclable después de los cinco años de vida restante del defensor.

$$VA_D = - \$5,200$$

$$VA_R = -25,000(A/P, 10\%, 12) + 3,800(A/F, 10\%, 12) - 720 = - \$4,211$$

La compra de un nuevo selector cuesta aproximadamente \$1,000 menos por año, durante los últimos cinco años del defensor, por lo que se recomienda el reemplazo.

Vamos a considerar que la vida útil del defensor fuera originalmente de 18 años, y no 8 como se desprende de la información. Se mantienen los mismos costos de \$5,200.

Si las condiciones para el retador no cambian, entonces los costos para los años 13 a 15 serán también de \$4,211, como se ha demostrado en la sección 3.2.1, por lo cual la decisión sería la misma.

Ejemplo 5.9 Reconsidere la situación del ejemplo 5.7, aunque utilizando ahora un periodo de estudio acortado de 5 años correspondiente a la vida restante del defensor. La administración de la ciudad especifica 5 años, ya que le preocupa que los progresos realizados en la tecnología de reciclaje han llegado a cuestionar la

conservación de un equipo operacionalmente bueno. Suponga que el valor de salvamento estimado del retador permanecerá en \$3,800 después de 5 años.

Solución. El análisis de VA es el mismo, excepto que se permite un periodo de 5 años para que el retador recupere la inversión de capital de \$25,000 y un retorno del 10%.

$$VA_D = -\$5,200$$

$$VA_R = \$ -25,000(A/P, 10\%, 5) + 3,800(A/F, 10\%, 5) - 720 \\ = -\$6,693$$

En estas condiciones parece recomendable seleccionar el defensor. No obstante, habría que considerar aspectos complementarios como el VS del defensor y retador, en ambos ejemplos.

5.8 ANÁLISIS DE REEMPLAZO PARA RETENCIÓN ADICIONAL DE UN AÑO

Cuando un activo actualmente poseído está próximo al final de su vida útil o ha demostrado una utilidad en deterioro para la compañía, un problema común es determinar si deberá reemplazarse por un retador o retenerlo en servicio un año más. En tal caso no es correcto comparar los costos del defensor y retador sobre sus vidas útiles restantes anticipadas. Por el contrario, el procedimiento del CAUE del diagrama siguiente, fig. 5.1, puede usarse para calcular primero el $CAUE_R$ y el costo del defensor $C_D(t)$ para $t = 1$, donde:

$CAUE_R$ = Valor del CAUE para el retador

$C_D(t)$ = Valor del CAUE para el defensor para el próximo año, donde $t = 1$

Si $C_D(1) \leq CAUE_R$, reténgase el defensor un año más porque su costo es menor. Si $C_D(1) > CAUE_R$, el costo del retador también debe ser menor que el $CAUE_D$ para su vida útil restante. El procedimiento de la figura 5.1 establece que si $CAUE_D \leq CAUE_R$ el defensor se retiene un año más todavía. En ambos casos es posible continuar el análisis para futuros años $t = 2, 3, \dots$, hasta el año en que seleccione al retador o se alcance la vida útil del defensor. Obsérvese que solamente cuando el costo del retador es menor que el costo del defensor para el próximo año, se selecciona el retador.

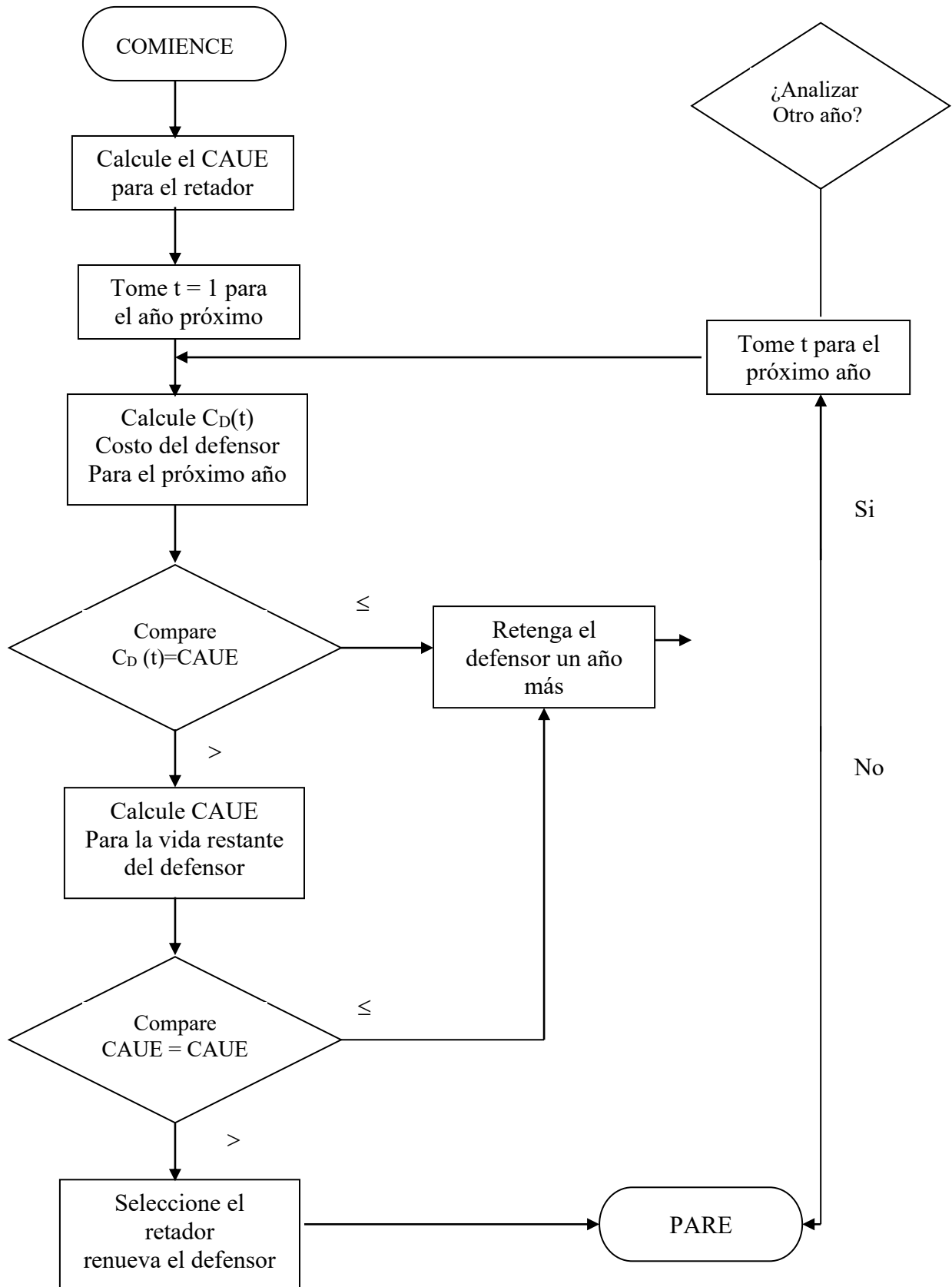


Figura 5.1.Procedimiento utilizado para un análisis de reemplazo para un año adicional

Ejemplo 5.10 La compañía de ventas Yosivendo generalmente conserva el automóvil del agente vendedor durante 5 años. Debido a la compra de autos que se hizo exactamente hace dos años, los cuales se han deteriorado mucho más rápidamente de lo esperado, la administración a preguntado si es más económico retener y mantener la flotilla durante un año más y luego reemplazarla, retenerla durante dos años más y luego reemplazarla, o conservarla durante 3 años o más, ¿o resulta más barato reemplazar este año la flotilla por autos nuevos, más confiables?. Ejecute el análisis de reemplazo con $i = 20\%$ para un automóvil defensor y un retador típicos, que tiene el costo estimado según se detallan a continuación:

Poseído actualmente Defensor	Valor comenzado año	Costo anual de operación	Posible reemplazo Retador
Año próximo (3)	\$ 3,800	\$ 4,500	Costo inicial \$ 8,700
Año subsiguiente (4)	\$ 2,800	\$ 5,000	Costo operación \$ 3,900/ año
Último año (5)	\$ 500	\$ 5,500	Vida útil, años 5
Vida restante en años	3		Valor de salvamento \$ 1,800
Valor de salvamento al cabo de 3 años o más	\$ 500		

Solución. Siguiendo el procedimiento de la figura 5.1

1) PARA RETENCIÓN DEL AÑO PRÓXIMO

Calculemos el CAUE para el retador sobre 5 años y el costo del defensor para el año siguiente solamente ($t = 1$)

$$CAUE_R = 8,700 (A/P, 20\%, 5) - 1,800 (A/F, 20\%, 5) + 3,900 = \$ 6,567$$

$$C_D(1) = 3,800 (A/P, 20\%, 1) - 2,800 (A/F, 20\%, 1) + 4,500 = \$ 6,260$$

En vista de que $C_D(1) < CAUE_R$, reténgase durante el año próximo el auto defendido.

2) PARA RETENCIÓN DOS AÑOS SIGUIENTES

El $CAUE_R$, ya esta previamente calculado, por lo que sólo calcularemos $C_D(2)$

$$C_D(2) = 2,800 (A/P, 20\%, 1) - 500 (A/F, 20\%, 1) + 5,000 = \$ 7,860$$

Ahora $C_D(2) > CAUE_R$, por lo tanto se calcula $CAUE_D$ para los dos años restantes de la vida útil del defensor.

$$CAUE_D = 2,800 (A/P, 20\%, 2) - 500 (A/F, 20\%, 2) + 5,000 + 500 (A/G, 20\%, 2) = \$ 6,833$$

Puesto que el retador es mas barato durante los 2 años restantes, se selecciona y reemplaza al defensor después de un año más de servicio. Es decir, se retiene un año más **1)** y después se reemplaza **2)**.

5.9 FACTORES DE DETERIORO U OBSOLESCENCIA

Los activos fijos, al igual que muchos otros bienes de una organización tienden a deteriorarse debido a su uso, a efectos de factores ambientales, al maltrato o al paso del tiempo. A consecuencia del deterioro físico de las partes, el activo no tiene una capacidad de desempeño a un nivel esperado de confiabilidad o de productividad. En general, esta situación genera mayores costos de operación, de desecho y de adaptación, deficiente calidad, ventas perdidas y mayores gastos de mantenimiento.

La competencia internacional y la tecnología de automatización rápidamente cambiante, hacen que los sistemas y activos utilizados en la actualidad funcionen en forma aceptable pero menos productiva que el nuevo equipo o sistema que llega al mercado, como es el caso de los computadores y las comunicaciones. La reposición debida a la obsolescencia siempre es un desafío, pero la gerencia puede desear emprender un análisis formal para determinar si el equipo recién ofrecido puede ayudar a la compañía a lograr los compromisos actuales o abrir nuevas áreas de mercado.

Son varios los factores que deben tomarse en cuenta en los estudios de reemplazo. Una vez que se ha establecido la perspectiva apropiada para ellos, no debe haber problema en su consideración en el análisis de reemplazo. Aquí se mencionan seis factores y su concepto.

1. Reconocimiento y aceptación de los errores del pasado

Dado que un estudio de reemplazo tiene que ver con el futuro, cualquier error de estimación que se haya cometido debe reconocerse y superarse inteligentemente.

2. Costos sumergidos

En los estudios de reemplazo solo deben considerarse los flujos de efectivo del presente y del futuro. Los costos sumergidos no tienen relevancia para las decisiones de reemplazo, excepto en el caso que tengan que ver con el ISR.

3. Valor del activo existente y el punto de vista externo

Este factor implica la consideración del punto de vista externo para hacer la estimación actualizada y racional del monto de la inversión del activo existente

4. Vida económica del activo que se propone para el reemplazo (retador)

La vida económica de un activo minimiza el CAUE de poseerlo y operarlo, y con frecuencia es menor que la vida útil u física

5. Vida económica restante del defensor

Es frecuente que la vida económica del defensor sea de un año

6. Consideraciones de impuesto sobre la renta

Generalmente, el reemplazo origina ganancias o pérdidas en la venta de activos depreciables y tienen relación con el ISR

5.10 DETERMINACIÓN DEL COSTO MÍNIMO DE VIDA ÚTIL

A veces, en la práctica no se conocen las vidas útiles del defensor ni del retador, ni puede estimarse muy razonablemente. El tiempo que un activo permanece en servicio podría extenderse con el mantenimiento adecuado y otras acciones.

No obstante, es posible que se desee conocer el número de años que un activo proyecto debe conservarse en servicio para minimizar su costo total,

considerando el valor del dinero en el tiempo y los requerimientos de retorno. Como se vio en el apartado 5.4, este tiempo en años es un valor n y se denomina de varias maneras incluyendo el *costo mínimo de vida útil*, *vida de servicio económico*, *vida de costo mínimo*, *tiempo de retiro* o *tiempo de reposición*. A este respecto, la vida útil del activo tiene que ser considerada, sin importar como fue determinada. En muchos de los ejemplos vistos aquí se ha supuesto que la vida de un activo se conoce o esta dada. Independientemente de cómo se calcule, el valor n es el número de años que el activo rinde a un mínimo costo anual ejemplo 5.3. Una forma de estimar n es mediante los cálculos convencionales de CAUE. Para encontrar el costo mínimo de vida útil, se aumenta el valor de la vida útil, llamada k , desde 1 hasta el máximo valor esperado para el activo N , esto es, $k = 1, 2, \dots, N$. Para cada valor de k se determina su $CAUE_k$ usando

$$CAUE_k = P(A/P, i\%, k) - VS_k(A/F, i\%, k) + \left[\sum_{j=1}^k CAO_j(P/F, i\%, j) \right] (A/P, i\%, k)$$

donde:

VS_k = valor de salvamento si el activo se retiene k años

CAO_j = costo anual de operación durante el año j ($j = 1, 2, \dots, k$)

El costo mínimo de vida es el valor k que hace el $CAUE_k$ más pequeño. El correspondiente valor $k = n$ y el $CAUE_k$ puede utilizarse en el análisis de evaluación de alternativas y reemplazos.

En general con cada año que pasa de uso de un activo, se observan las siguientes tendencias:

- El valor anual equivalente al costo anual de operación (CAO) (identificado como VA de CAO) aumenta. También puede hacerse referencia al CAO&M).
- El valor anual equivalente de la inversión inicial del activo o costo inicial disminuye (curva VA de inversión en la figura).
- La cantidad de intercambio o valor de salvamento real se reduce con relación al costo inicial. Este efecto esta incluido en la curva VA de inversión.

Tales factores hacen que la curva VA total del activo disminuya para algunos años y aumente de allí en adelante. La curva VA total se determina utilizando la siguiente relación durante un número k de años.

VA total = VA de la inversión + VA del CAO

El valor VA mínimo total indica el valor n durante la vida de servicio económico, el valor n cuándo la reposición es lo más económico. Ésta debe ser la vida del activo estimada utilizada en un análisis de ingeniería económica, si se considera solamente la economía

Valor anual

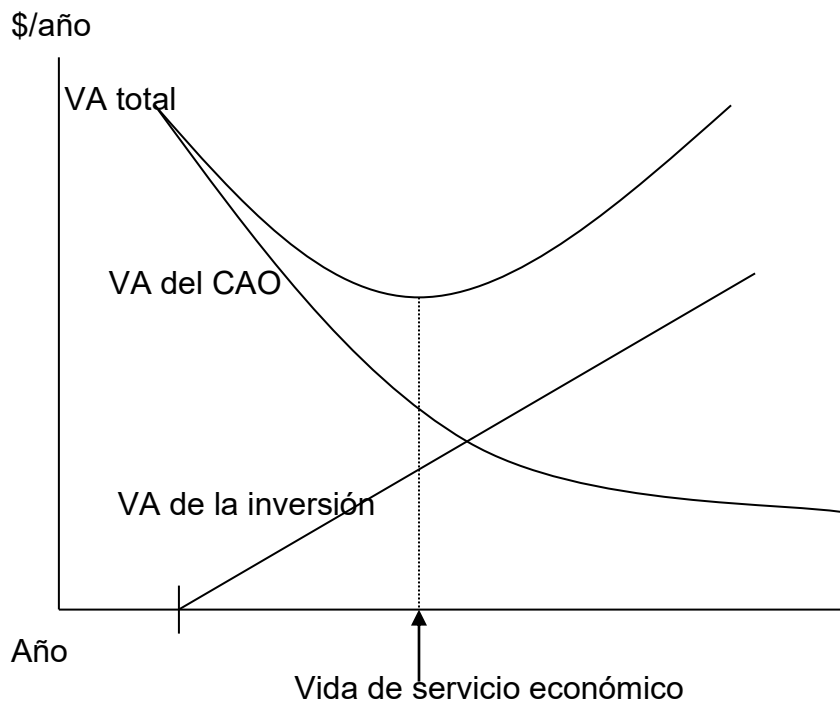


fig. 5.2 Curva de costo total anual par i%

Ejemplo 5.11 La reposición temprana de un activo de 3 años de edad se encuentra bajo consideración. Su valor de mercado actual es de \$13,000. Los valores de salvamento estimados y los costos anuales de operación durante los próximos 5 años se dan en la sig tabla columnas 2 y 3 respectivamente. ¿Cuál es la vida de servicio económico de este defensor si se requiere un retorno del 10% por año?

1	2	3	4	5	(6) = 4 + 5
Vida, k años	VS _k	CAO (J = 1 a 5)	Recuperación de capital	Costos anuales de operación equivalentes	VA _k
1	\$9,000	\$-2,500	\$-5,300	\$-2,500	\$-7,800
2	8,000	-2,700	-3,681	-2,595	-6,276
3	6,000	-3,000	-3,415	-2,717	-6,132*
4	2,000	-3,500	-3,670	-2,886	-6,556
5	0	-4,500	-3,429	-3,150	-6,579

Solución. La columna 4 de la tabla, proporciona la recuperación de la inversión de \$13,000 más el valor del retorno del 10% utilizando los dos primeros términos en la ecuación dada. La columna 5 da el CAO equivalente para k años utilizando el ultimo termino en la ecuación VA_k. La suma es el VA_k que aparece en la columna 6. Como ilustración para el calculo de K = 3 es:

$$\begin{aligned}
 VA_3 &= -13,000(A/P, 10\%, 3) + 6,000(A/F, 10\%, 3) - [2,500(P/F, 10\%, 1) + \\
 &\quad 2,700(P/F, 10\%, 2) + 3,000(P/F, 10\%, 3)](A/P, 10\%, 3) \\
 &= \$ -3,415 - 2,717 = - \$6,132.20
 \end{aligned}$$

El costo VA mínimo es de \$6,132*por año, para $k = 3$, lo que indica que la vida restante anticipada deben ser 3 años. El signo negativo del resultado solo indica que es un costo.

Ejemplo 5.12 Utilizando los datos del ejemplo 5.10, resolver el problema, considerando que la reposición temprana de un activo de 2 años se encuentra bajo consideración.

$$\begin{aligned} VA_2 &= 13,000(A/P, 10\%, 2) - 6,000(A/F, 10\%, 2) + \\ &\quad [2,500(P/F, 10\%, 1) + 2,700(P/F, 10\%, 2)](A/P, 10\%, 2) \\ &= 7490 - 2857.14 + 2595.26 = \$7,228.50 \end{aligned}$$

El costo VA mínimo es de \$ 7,228.50 por año, para $k = 2$. Aquí se invirtieron los signos correspondientes al flujo de efectivo, en el entendido de que se trata de un costo.

CAPITULO 6

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD E INFLACIÓN.

6.1 LA SENSIBILIDAD EN LAS ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN.

En el análisis económico se utilizan estimaciones del futuro para ayudar a tomar decisiones. Ya que el punto de referencia de los ingenieros economistas es el futuro, las estimaciones pueden ser incorrectas en algún grado, por lo que los errores se hacen evidentes al hacer el análisis económico

El efecto de la variación en el estimado utilizado puede determinarse por medio del análisis de sensibilidad; algunos de los factores comúnmente investigados son: TMAR, vida económica, todo tipo de costos, periodo para efectos tributarios y otros factores. Usualmente, un factor varía a la vez y es independiente de los otros factores asumidos. Esta suposición no es correcta en la mayoría de los casos de la vida real, pero es necesaria en vista de que matemáticamente no es posible estimar con toda seguridad.

Otra forma de estimar las variaciones es a través del análisis probabilístico, considerando el riesgo presentado en la alternativa. Un árbol de decisiones y los cálculos simples de valor esperado se pueden hacer para descubrir la más probable y mejor decisión.

6.1.1 ENFOQUE DE ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.

El análisis de sensibilidad es un estudio para ver en que manera se altera la decisión económica si varían ciertos factores. Por ejemplo, la variación en la TMAR puede no alterar una decisión cuando todas las propuestas comparadas produjeran un retorno mucho mayor que la TMAR. Sin embargo, si hay un cambio crítico en la vida útil económica, la decisión es sensible a las estimaciones de la vida útil. Por otro lado, si se considera en una decisión de reemplazo que la inflación para el próximo año será de 5 % y se registra una inflación de 12%, seguramente este cambio repercutirá en el flujo de efectivo, es decir será sensible a dicho cambio.

Un análisis de sensibilidad indicará los parámetros que más afectan el resultado en un proyecto económico, además de aquellos factores que pudieran llegar a tener poca incidencia en el resultado final. Así, si el efecto de un cambio en un parámetro repercute significativamente sobre la decisión, se dice que hay sensibilidad, pero si el cambio en un parámetro no afecta o influye en la decisión entonces no hay sensibilidad. Por ejemplo, si aumenta el precio de la carne en un 40%, esto será muy sensible a la demanda, pues disminuirán las ventas por la baja en la demanda.

Generalmente, las variaciones en los valores de vida útil, los costos anuales, los ingresos, etc. son el resultado de variaciones en el precio de compra, de la operación a diferentes niveles de capacidad, de la inflación, etc.

Es muy ilustrativo hacer un diagrama de sensibilidad del valor presente, del costo anual o de la tasa de retorno contra el factor estudiado, es decir ver como cambia el flujo de efectivo al cambiar un factor determinado. Se pueden comparar dos proyectos respecto a un factor dado y el punto de equilibrio calculado, el costo

beneficio, el retorno sobre la inversión, etc. También se puede aprovechar la utilización de programas de computadora especialmente preparados para este análisis, o sistemas de hoja de cálculo que pueden ofrecer más de una base de comparación, como gráficos y tabulados.

6.1.2 DETERMINACIÓN DE SENSIBILIDAD DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Hay un procedimiento general que debe seguirse al efectuar un análisis de sensibilidad, que consta de los siguientes pasos:

- 1.- Determinar que factor(es) varía(n) mas fácilmente del valor esperado.
- 2.- Seleccionar el intervalo e incremento probable de variación para cada factor.
- 3.- Seleccionar un método de evaluación, tal como VP, CAUE o tasa de retorno, que se usara para evaluar la sensibilidad de cada factor.
- 4.- Calcular los resultados para el paso 3 y si desea hacer una grafica.

Los resultados del análisis de sensibilidad mostraran los factores que deben estimarse cuidadosamente recopilando más información cuando sea necesario.

Ejemplo 6.1 La compañía Futuro está considerando la compra de una nueva pieza de maquinaria automática por \$90,000 con un valor de salvamento de cero y un flu-jo de caja anticipado antes de impuestos de \$29,000 - 2,000 k (k = 1,2; n) anual. La TMAR de la compañía ha variado de 10% a 30% para diferentes tipos de inversiones. La vida útil económica de una maquinaria semejante varía de 6 a 12 años. Utilice el análisis CAUE para investigar la sensibilidad de variación a) de la TMAR utilizando $n = 10$ y b) la vida útil económica, suponiendo una TMAR de 15%.

Solución. a) Permitir que i cambie en un 5% de incremento será suficiente para propósitos de sensibilidad. Considerando 10%, y utilizando los -\$2,000 de gradiente de en el flujo de caja.

$$P = -90,000 + 27,000(P/A, 10\%, 10) - 2,000(P/G, 10\%, 10)$$

$$P = -90,000 + 27,000(6.1446) - 2,000(22.8913) = \$ 30,122$$

$$CAUE = P(A/P, 10\%, 10) = 30,122(0.16275) = \$4,902$$

Similarmente, utilizando incrementos de 5%, otros resultados par P y CAUE son:

i	P	CAUE
10%	\$30,122	\$4,902
15%	11,548	2,301
20%	-2,576	-614
25%	-13,570	-3,800
30%	-22,303	-11,631

Estos resultados muestran una variación importante respecto de la TMAR DE 10% por lo que tanto P como CAUE son sensibles a los cambios de la TMAR.

b) Usando incrementos de dos años, los valores de CAUE con $i = 15\%$ son:

n	P	CAUE
6	\$ -3,692	\$ - 975
8	6,195	1,380
10	11,548	2,301
12	13,986	2,580

Con lo que se observa la sensibilidad al variar la vida útil de 8 a 10 años, dado que hay un incremento del 86.40% en el valor equivalente de P . Esto es:

$$(11,548 - 6,195)/6,195 = 86.40\%$$

Pueden realizarse cálculos similares con diferentes tasas, entre 10% y 30%

6.1.3 ANALISIS DE SENSIBILIDAD UTILIZANDO TRES ESTIMACIONES DE PARAMETROS.

Es posible examinar a cabalidad las ventajas y desventajas económicas entre tres alternativas para cada parámetro una estimación *pesimista*, *una muy probable* y *una optimista*. Dependiendo de la naturaleza de un parámetro, la estimación pesimista puede ser el menor valor (por ejemplo la vida de la alternativa) o el valor más grande (como el costo inicial de un activo). El analista debe escoger la decisión que representa la situación económica como él mejor la entienda; esto involucra una ponderación subjetiva de los factores.

Dicho enfoque nos permite estudiar la sensibilidad de la selección de las medidas de valor y de las alternativas, dentro de un rango preestablecido de variación para cada parámetro. En general, cuando se calcula la medida de valor para un parámetro o una alternativa particular, se utiliza la estimación más probable para todos los demás parámetros.

Ejemplo 6.2 Una planta empacadora de carne debe decidir entre tres formas de enfriar jamones cocinados, las estimaciones son: pesimista(**P**), razonable(**R**) y optimista(**O**) como se muestra en la siguiente tabla. Utilizando una TMAR antes de impuestos del 15% determine la alternativa más económica por el análisis CAUE.

Solución. A efecto de no confundir la simbología y signos, en el encabezado de la tabla de alternativas, el valor P se denota por C.I. Los resultados se concentran en el siguiente cuadro. Como guía se muestran algunos cálculos para la alternativa 1 para las estimaciones **Pesimista**, **Razonable** y **Optimista**. Los costos CI y CAO se consideran positivos y VS negativo, con esto el resultado es positivo aunque es un costo. En seguida de la tabla se muestra una guía para los cálculos. Queda al interesado la tarea de corroborar los demás valores, como práctica.

	C.I	V.S	CAO	n
ALTERNATIVA 1				
P	80.000	24.000	8.000	12
R	80.000	18.000	6.000	9
O	80.000	14.000	4.000	7
ALTERNATIVA 2				
P	69.000	19.000	7.000	9
R	69.000	15.000	5.000	6
O	69.000	11.000	3.000	4
ALTERNATIVA 3				
P	95.000	35.000	11.000	11
R	95.000	35.000	8.000	7
O	95.000	35.000	5.000	4

P) $VP_{A-1} = 80,000 - 24,000(P/F, 15\%, 12) = 75,514.40$

$CAUE_{A-1} = 8,000 + 75,514.40(A/P, 15\%, 12) = 21,930.89$

R) $VP_{A-1} = 80,000 - 18,000(P/F, 15\%, 9) = 74,882.60$

$CAUE_{A-1} = 6,000 + 74,882.60(A/P, 15\%, 9) = 21,693.14$

O) $VP_{A-1} = 80,000 - 14,000(P/F, 15\%, 7) = 74,737.40$

$CAUE_{A-1} = 4,000 + 74,737.40(A/P, 15\%, 7) = 21,963.88$

VALORES DEL CAUE PARA LAS TRES ESTIMACIONES			
ESTRATEGIA	A-1	A-2	A-3
P	21,930	22.328	27.714
R	21.693	21.517*	27.671
O	21.963	24.966	31.266

* Por lo tanto, la mejor alternativa es la **A - 2** en virtud de que tiene el CAUE razonable es más bajo.

6. 2 VALOR ESPERADO Y ARBOL DE DECISION

El uso de probabilidad y los cálculos que de ella hace el ingeniero economista no son muy comunes; la razón de esto no es la dificultad en la realización de los cálculos o en su comprensión, sino la dificultad para obtener los valores reales probabilísticos. El economista debe entenderse con valores de vida útil y monetarios *futuros e inciertos*. Frecuentemente la confiabilidad en información pasada, si existe, para valores de flujo de caja futuros es incorrecta. Sin embargo,

la experiencia y el buen criterio pueden usarse a menudo conjuntamente con el valor esperado para evaluar la deseabilidad de un proyecto. El valor esperado puede interpretarse como un resultado promedio a largo plazo si se repitiese muchas veces el proyecto. Sin embargo, aun para una comparación única, el valor esperado es significativo.

El valor esperado puede calcularse con:

$$E(X) = \sum_{i=1}^m XP(X) \quad \text{donde}$$

X = valor específico de la variable

P(X) = probabilidad de que ocurra un valor específico X

Una explicación mucho más detallada de probabilidad y valores esperados puede encontrarse en cualquier texto sobre probabilidad y estadística. Aquí se asume que el estudiante de ingeniería ya tiene esos conocimientos.

Si X representa los flujos de caja, algunos pueden ser negativos, como el costo inicial de un activo o la inversión inicial de un proyecto. Si el valor esperado es negativo, el resultado total se espera que sea un egreso. Sin embargo, E = -\$1,500 indica una posición de pérdida (flujo de caja negativo como ingreso)

Muchas alternativas de problemas de evaluación requieren una serie de decisiones donde el resultado de una decisión es importante para el paso siguiente. Cuando un analista puede *claramente definir cada alternativa económica y requiere la cantidad explícita del riesgo involucrado*, es de gran ayuda formular la situación y practicar la evaluación utilizando el enfoque de árbol de decisión. Un árbol de decisión incluye:

- *Alternativas aprovechables para decidir

- *Posibles salidas resultantes de una decisión

- *La probabilidad que resulte de cada salida

- *Estimativos de valores económicos (costo o ingreso) para cada salida

- *Valores económicos de cada decisión

- *Decisiones que pueden maximizar el ingreso esperado o minimizar el costo esperado. Se abundará sobre árboles de decisión en el apartado 6.2.3

6.2.1 VARIABILIDAD ECONOMICA Y VALOR ESPERADO

El valor esperado $E(X)$ es una idea fundamental en el estudio de las distribuciones de probabilidad. Para obtener el valor esperado de una variable aleatoria discreta, se multiplica cada valor que la variable puede tomar por la probabilidad de presentación de ese valor y luego se suman esos productos. Es un promedio del pasado de los resultados que se esperan en el futuro. El valor esperado *pesa* cada resultado posible con respecto a la frecuencia con que se espera se que presente. En consecuencia, las presentaciones más comunes tienen asignado un peso mayor que las menos comunes. Esto se puede comprender mejor si nos referimos a una gráfica de distribución de frecuencias.

El valor esperado también puede ser obtenido a partir de estimaciones subjetivas. En ese caso, el valor esperado no es más que la representación de las convicciones personales acerca del resultado posible.

En muchas situaciones, encontraremos que es más conveniente, en términos de los cálculos que se deben hacer, representar la distribución de probabilidad de

una variable aleatoria de una manera algebraica. Al hacer esto, podemos llevar a cabo cálculos de probabilidad mediante la sustitución de valores numéricos directamente en una fórmula algebraica.

Ejemplo 6.3 Análisis del problema de Miguel para la adquisición de su automóvil. El problema de Miguel es decidir si compra un carro nuevo o uno usado. Para este problema las matrices de costo y de oportunidad para diferentes vida n fueron:

MATRIZ DE COSTO					PERDIDA DE OPORTUNIDAD		
	N	U				N	U
<1	\$4,000	\$5,000			<1	0	\$1,000
1-4	\$4,000	\$3,000			1-4	\$1,000	0
>4	\$4,000	\$2,000			>4	\$2,000	0

Donde:

N : Comprar un automóvil Nuevo; U : Adquirir un carro Usado ;

El carro usado dura menos de 1 año; El automóvil usado dura entre 1 y 4 años.;

El automóvil usado dura más de 4 años

Solución. Para este problema hay que recordar que el enfoque maximin es apropiado para utilizarse en una matriz de pago, y un enfoque minimax es la técnica adecuada para una matriz de costo. Por consiguiente, para la matriz de costo de Miguel la solución minimax es N ya que su valor máximo es más pequeño que el valor máximo de U. Por otra parte, cuando se aplica la solución minimax a la matriz de perdidas de oportunidad, la mejor acción es U. *Dado que los datos son costos, se omite el signo -*

6.2.2 CALCULO DE VALOR ESPERADO PARA ALTERNATIVAS

Para determinar la mejor acción utilizando el criterio del valor esperado se requiere obtener las probabilidades de los diversos eventos. Suponiendo que Miguel selecciona como evento más probable al 1-4 y le asigna un peso de 100. Siente además que respecto a este numero los pesos para <1 y <4 deberán ser 40 y 60 respectivamente. Entonces la suma de los pesos es 200 y se obtiene que $P(<1) = 40/200 = 0.2$; $P(1-4) = 0.5$; $P(4) = 0.3$

Una vez se han calculado estas probabilidades pueden ser aplicadas a la matriz de costo o a la de perdida de oportunidad para determinar la mejor acción. En este caso se le aplicaran a la matriz de costo, *con signos positivos*, y este es el resultado:

$$E(N) = 4,000 * 0.2 + 4,000 * 0.5 + 4,000 * 0.3 = 4,000$$

$$E(U) = 5,000 * 0.2 + 3,000 * 0.5 + 2,000 * 0.3 = 3,100$$

Y la mejor acción es U. Se puede notar que se seleccionó la acción con el valor esperado mínimo, ya que se está trabajando con una matriz de costos.

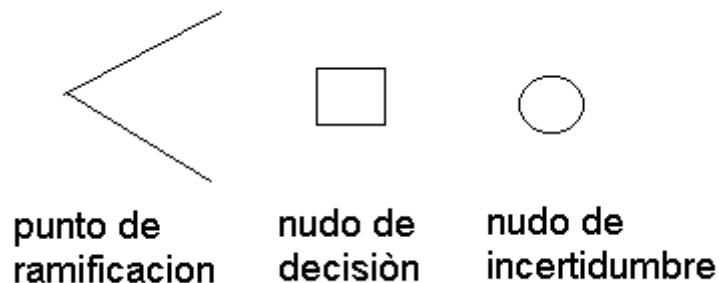
6.2.3 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS UTILIZANDO ÁRBOLES DE DECISIÓN

Los árboles de decisión, redes o diagramas de flujo de decisión, son medios para ilustrar y facilitar el análisis de problemas que suponen decisiones secuenciales, en donde el resultado de una etapa es importante para la toma de decisiones de la siguiente etapa. Estos árboles de decisión permiten al decisor descomponer un problema grande y complejo en una serie de problemas más pequeños y sencillos, como en la evaluación de alternativas. El diagrama tiene ramas para cada alternativa posible de una decisión dada y una rama para cada resultado posible. Cuando hay costos y beneficios asociados con cada rama, y se estiman las probabilidades de cada resultado posible, el análisis del árbol de decisión permite aclarar las elecciones y sus riesgos. Un árbol de decisión incluye:

- + Más de una etapa de selección de alternativas
- + La selección de una alternativa en una etapa que conduce a otra etapa
- + Resultados esperados de una decisión en cada etapa
- + Estimaciones de probabilidad para cada resultado
- + Estimaciones del valor económico para cada resultado
- + Medida del valor como criterio de selección, tal como $E(VP)$

El árbol de decisión se construye de izquierda a derecha, e incluye cada decisión y resultado posible. Un cuadro representa un nodo de decisiones con las alternativas posibles que se indican en las ramas que salen del nodo de decisión. (Ver siguientes figuras). Un círculo representa un nodo de probabilidad con resultados posibles y probabilidades estimadas en las ramas.

Generalmente, cada rama de un árbol tiene algún valor económico estimado como costo o ingreso y se muestran a la derecha de cada rama de resultados finales. Los valores del flujo de efectivo y probabilidades en cada rama de resultados se utilizan para calcular el valor económico esperado de cada rama de decisión. Este proceso se explicará en la presentación de un ejemplo.



Para utilizar el árbol de decisiones con la finalidad de evaluar y seleccionar alternativas, es necesaria la siguiente información adicional para cada rama:

A) Probabilidad estimada de que cada resultado puede ocurrir. Estas probabilidades deben sumar 1.0 para cada conjunto de resultados que se generan de una decisión.

B) Información económica para cada alternativa de decisión y resultado posible, tal como inversión inicial y flujos de efectivo estimados.

Las decisiones se toman a partir de la estimación de probabilidad y la estimación del valor económico para cada rama de resultados, como VP a una tasa i .

El procedimiento general para resolver el árbol mediante análisis VP es:

1. Empiece en la parte superior derecha del árbol y determine el VP para cada rama de resultados, considerando el valor del dinero en el tiempo.
2. Calcule el valor esperado para cada alternativa de decisión

$$E(\text{decisión}) = \sum (\text{estimación de resultado VP})p(\text{de resultado})$$

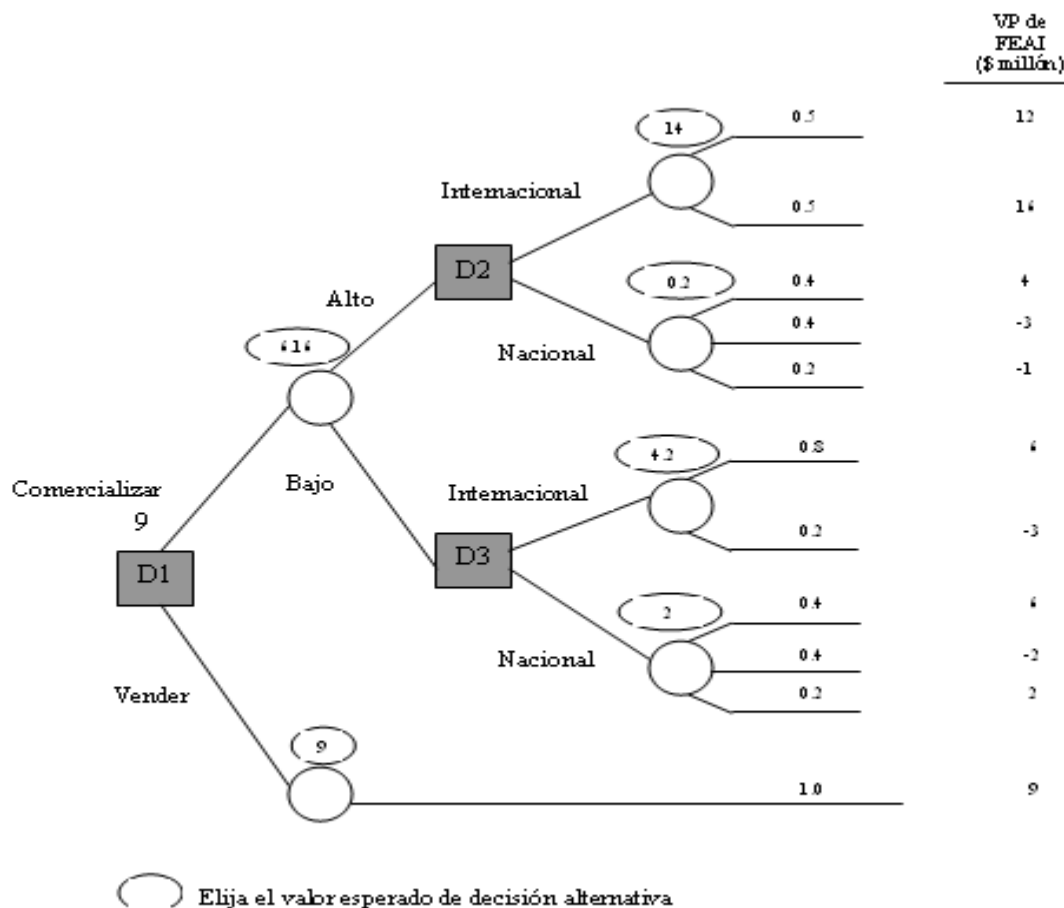
Donde la sumatoria incluye los resultados de todas las salidas para cada alternativa de decisión y p es la probabilidad de ocurrencia.

3. En cada nodo de decisión, seleccione el mejor valor $E(\text{de decisión})$: el costo mínimo o el valor máximo (si se estiman los ingresos y egresos).

4. Continúe moviéndose a la izquierda del árbol hacia la decisión de las raíces para seleccionar la mejor alternativa

5. Trace la mejor ruta de decisiones de regreso a través de árbol.

Ejemplo 6.4 Se requiere decidir entre comercializar o vender un nuevo invento. Si se comercializa el invento, la siguiente decisión es realizarlo a nivel internacional o nacional. Suponga que los detalles de las ramas de resultados producen el árbol de decisiones de la figura 6.1. Para cada resultado se indican las probabilidades y el VP de *FEAI* (flujo de efectivo antes de impuestos) en millones de pesos. Determine la mejor decisión en el nodo D1.



6.3 EFECTOS DE LA INFLACIÓN EN LAS ALTERNATIVAS

Un incremento o disminución en la cantidad de dinero o crédito sin el correspondiente incremento o disminución en la cantidad de bienes y servicios, causa cambios en el precio de esos bienes y servicios. Esto ocurre porque el valor del dinero en circulación cambia. Los términos *inflación* y *deflación* son utilizados para describir cambios de precios de venta en esas condiciones. Hiperinflación, inflación de mercado, inflación declarada, inflación reprimida e inflación real son términos particulares que se refieren a diferentes circunstancias de este fenómeno económico.

La *inflación es la continua y persistente alza en el nivel general de los precios* y se mide mediante un índice del costo de diversos bienes y servicios. Los aumentos reiterados de los precios erosionan el poder adquisitivo del dinero y de los demás activos financieros que tienen valores fijos, creando así serias distorsiones económicas e incertidumbre, y la pérdida del cálculo económico. Este fenómeno corresponde a un desorden del gasto respecto de la producción, puesto que se gasta más de lo que se produce.

La principal causa de la inflación es que la demanda excede la oferta, forzando el aumento de los precios y de los salarios así como el costo de los materiales, los costos de operación y los financieros.

Dicho en términos macroeconómicos, si el gasto total de la sociedad excede al gasto total necesario para mantener el nivel de ocupación plena, entonces se produce la inflación. En otras palabras, la inflación es causada por el exceso de demanda total agregada sobre la producción de bienes y servicios.

Dentro de este contexto, en particular, la inflación puede ser provocada por la presión de un movimiento de alza en los costos de producción o por el alza en los precios de los factores de producción como los salarios, etc.

Por el contrario, si dentro del proceso socioeconómico se observa que hay una baja generalizada de los precios de los bienes y servicios, entonces se está pasando por un fenómeno denominado deflación, que es lo menos común. Estos conceptos serán de gran utilidad para comprender su efecto en los análisis económicos, dado que en los flujos de efectivo considerados hasta ahora no se ha tomado en cuenta el *factor inflación* y realmente tiene un efecto muy importante, ya que si se considera únicamente la tasa de interés, el equivalente P , F , A , etc. de dinero no corresponde a un valor real de dinero corriente.

6.3.1 TERMINOLOGÍA DE LA INFLACIÓN Y SU EFECTO

La mayoría de las personas están bien conscientes del hecho de que \$200 hoy no permiten comprar la misma cantidad de lo que se compraba con \$200 en 1995 o en 1990 y mucho menos de lo que se compraba en 1970. Esto se debe principalmente a la inflación. La inflación ocurre por que el valor del dinero ha cambiado, se ha reducido. El valor del dinero es menor y, como resultado se necesitan más pesos para menos bienes y/o servicios. Quiere decir que la capacidad de compra del dinero ha disminuido.

Para hacer comparaciones entre cantidades de dinero que ocurren en diferentes periodos de tiempo, los diferentes valores de dinero deben primero ser convertidos a dinero que tenga el mismo poder de compra o dinero a valor constante.

Para que el dinero en un periodo de tiempo t_1 pueda comprar el mismo valor en otro periodo de tiempo t_2 , se necesita utilizar la siguiente ecuación generalizada para conocer su equivalencia:

$$\text{Pesos.en.el.periodo } t_1 = \frac{\text{Pesos.en.el.periodo } t_2}{\text{Inflación entre } t_1 \text{ y } t_2}$$

Si los pesos en el periodo t_1 se denomina pesos de hoy y los pesos en el periodo t_2 son llamados pesos de entonces, y f representa la tasa de inflación por periodo y n es el numero de periodos de tiempo entre t_1 y t_2 , la ecuación anterior se convierte en:

$$\text{Pesos.de.hoy} = \frac{\text{Pesos.de.entonces}}{(1 + f)^n} \quad \text{de aquí se desprende}$$

que:

$$\text{Pesos.futuros} = \text{Pesos.de.hoy}(1 + f)^n$$

Es correcto expresar cantidades futuras (infladas) en pesos de valor constante, y viceversa, mediante la aplicación de las últimas dos ecuaciones.

Ejemplo 6.5 El precio de un determinado producto en un cierto lugar es de \$22.3 en agosto de 2007. Si durante el año pasado la inflación fue de 4% en promedio, en pesos de valor constante del año pasado. ¿Cuál es el costo equivalente de 2006?

Solución. Tal como se ha venido haciendo, el valor presente para agosto 2006 es:

$$P = 22.3(1/1.04) = \$21.4$$

El precio pronosticado para 2008, con la misma inflación es:

$$F = 22.3(1.04) = \$23.2$$

Después de que una cantidad de dinero en diferentes periodos de tiempo es expresada como valores constantes de pesos (de hoy), por las ecuaciones anteriores (*pesos de hoy y pesos futuros*), las cantidades equivalentes presentes, futuras o anuales pueden determinarse utilizando la tasa de interés real i como se ha venido haciendo.

En la tabla 6.1 se muestran los cálculos involucrados en un ejercicio donde se ha supuesto una *inflación de 4% anual*. La columna 2 indica el incremento que durante cada uno de los próximos cuatro años ha sufrido el costo de un artículo que hoy cuesta \$5,000. El costo en valor futuro aparece en la columna 3. En la columna 4 se muestra el costo de pesos de valor constante (de hoy) = pesos de entonces / $(1 + f)^n$. La columna 5 muestra el valor presente calculado a una tasa de *interés real $i = 10\%$ anual*. Cada columna contiene un encabezado que por sí mismo guía el cálculo.

Una conclusión del análisis de la tabla 6.1 es que: Para $f = 4\%$, dentro de 4 años, los \$5,000 de hoy se incrementarían hasta \$5,849; mientras que \$5,000 dentro de 4 años tienen ahora un valor solamente de \$3,415 de valor constante, a una tasa de interés real de 10%

(1) Año n	(2) Aumento de costo debido a la inflación	(3) Costo en pesos futuros	(4) = (3)/(1.04) ⁿ Costo futuro en dinero constante (de hoy)	(5) = (4)($P/F, 10\%, n$) Valor presente a i real de 10%
0		\$5,000	\$5,000	\$5,000
1	$\$5,000(0.04) = \200	5,200	$5,200 / (1.04)^1 = 5,000$	4,545
2	$5,200(0.04) = 208$	5,408	$5,408 / (1.04)^2 = 5,000$	4,132
3	$5,408(0.04) = 216$	5,624	$5,624 / (1.04)^3 = 5,000$	3,757
4	$5,624(0.04) = 225$	5,849	$5,849 / (1.04)^4 = 5,000$	3,415

Tabla 6.1 Cálculo de valor presente usando dinero de hoy (redondeando)

Un método alternativo menos complicado para considerar la inflación en los análisis de valor presente implica fórmulas de interés ajustadas por cuenta de inflación. Estas son:

$$P = F \frac{1}{1 + i + f + if}$$

Si $i + f + if$ se define como i_f , o *tasa de interés ajustada* la ecuación se convierte en:

$$P = F \frac{1}{(1 + i_f)^n} = F(P/F, i_f, n) \quad \text{donde}$$

i = tasa de interés real y f = tasa de inflación

Para una tasa de interés real de 10% y una tasa de inflación de 4%, la tasa de interés inflada es:

$$i_f = 0.10 + 0.04 + 0.10(0.04) = 0.144 = 14.4\%$$

Entonces:

$$VP_1 = 5,200(1/1.144) = 4,545$$

:

$$VP_4 = 5,849(1/(1.144)^4) = 3,415$$

Que son los mismos resultados de la tabla 6.1 para $n = 1$ y $n = 4$, respectivamente

6.3.2 ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS CONSIDERANDO LA INFLACIÓN

El valor presente P , valor futuro F , serie uniforme A , gradiente G y su equivalente puede calcularse tomando en cuenta los conceptos y las fórmulas expuestas a partir del apartado (6.3), con lo que se considera la tasa de inflación y su efecto en el flujo de efectivo, lo que lo puede hacer más confiable el reiterado flujo de efectivo. Para ilustrar esto, en seguida se presentan algunos ejemplos de análisis de alternativas que toman en cuenta la inflación.

Ejemplo 6.6 Una empresa administrada por un ex alumno de Ingeniería Industrial del Instituto tecnológico de Toluca desea efectuar un donativo a su alma mater. Hay disponibles tres opciones:

- A. \$60,000 ahora.
- B. \$15,000 anuales durante 8 años empezando dentro de 1 año.
- C. \$50,000 dentro de tres años y otros \$80,000 dentro de 5 años.

Desde la perspectiva del I. tecnológico, se desea elegir el plan que maximice el poder de compra del donativo. El director del tecnológico ha pedido al jefe de departamento de Ingeniería Industrial que evalúe los planes y que considere la inflación en los cálculos. Si la donación gana 10% real y se espera que la tasa de inflación promedie 3% anual. ¿Cuál plan debe aceptar?

Solución. Una manera de evaluación es estimar el VP de cada plan para hacer la comparación. Usando la fórmula ajustada se tiene.

$$i_f = 0.10 + 0.03 + 0.10(0.03) = 13.3\%$$

$$VP_A = \$60,000$$

$$VP_B = 15,000(P/A, 13.3\%, 8) = 15,000(4.7508) = \$71,262$$

$$VP_C = 50,000(P/F, 13.3\%, 3) + 80,000(P/F, 13.3\%, 5) = \$77,227$$

Puesto que el VP de C es mayor en términos de pesos actuales, se elige "C"

Ejemplo 6.7 Si se considera una tasa de mercado de 10% durante un periodo de 7 años. a) ¿Cuál es el valor al final de esos 7 años de \$1,000 de hoy? b) Si la tasa de inflación es de 4% anual promedio, calcule el valor constante(real) con poder de compra del valor acumulado obtenido en el inciso a), c) Si los \$1,000 no ganan interés y la inflación es del 4%. ¿Cuánto costarán los \$1,000?

Solución. a) Al considerar una tasa de mercado se entiende que esta tiene implícita la tasa de inflación. Por tanto, la cantidad real acumulada es

$$F = P(1 + i_j)^n = 1,000(F/P, 10\%, 7) = \$1,948$$

b) La cantidad acumulada se debe deflacionar dividiéndola entre $(1+f)^n$, entonces

$$F = 1,948/(1.04)^7 = 1,948/1.3159 = \$1,481$$

Esto quiere decir que en 7 años el poder de compra de \$1,000 se ha incrementado pero sólo hasta \$1,481 debido a la inflación. Es decir ha perdido \$467 que representa 24% menos que 1,948, debido al 4% de la inflación.

b) Para comprar dentro de 7 años lo que hoy compra \$1,000, se requerirán \$1,316

$$F = 1,000(1.04)^7 = 1,000(1.3160) = 1,316$$

Ejemplo 6.8 Abbott Chemical desea determinar si se debe pagar ahora o más tarde por el mejoramiento de sus instalaciones de producción. Si la compañía selecciona el plan A, se comprará el equipo necesario ahora por \$20,000. Sin

embargo, si la compañía selecciona el plan I, no se comprar ahora sino hasta dentro de 3 años, y se espera que el costo aumente rápidamente hasta \$34,000. La TMAR (real) no ajustada por inflación es de 12% anual y la tasa de inflación se estima en 3% anual. Determine si la compañía debe comprar ahora o mas adelante considerando la inflación

Solución. La tasa ajustada es $i_f = 0.12 + 0.3 + 0.12(0.03) = 0.1536 = 15.36\%$

Se utiliza el criterio de calculo del VF para el plan A a fin de determinar el importe futuro necesario. El plan I aun cuesta \$34,000 dentro de 3 años.

$$F_A = -20,000(F/P, 15.36\%, 3) = \$-30,704$$

$$F_I = \$-34,000$$

Por tanto se elige el plan A.

Las consideraciones hechas hasta ahora solo son algunos ejemplos de la importancia que tiene la inflación en el análisis de proyectos de inversión y en la efectividad de las decisiones tomadas.

Con esta sección, se ha terminado el desarrollo del contenido temático del programa de la asignatura denominada ingeniería económica, dentro del que se han expuesto los conceptos fundamentales de cada uno de los temas, además de que se resolvieron ejercicios y ejemplos que facilitaron la comprensión práctica de dichos conceptos, expresando algunos comentarios pertinentes en los casos que se consideró necesario. Con los conocimientos adquiridos aquí el estudiante será capaz de resolver problemas de ingeniería económica para una mejor toma de decisiones tanto en el ámbito profesional como en el personal o familiar. Queda a criterio del lector interesado, complementar la información de algún tema de interés en alguna otra fuente de consulta, para lo cual se presenta al final de este libro de texto, una bibliografía.

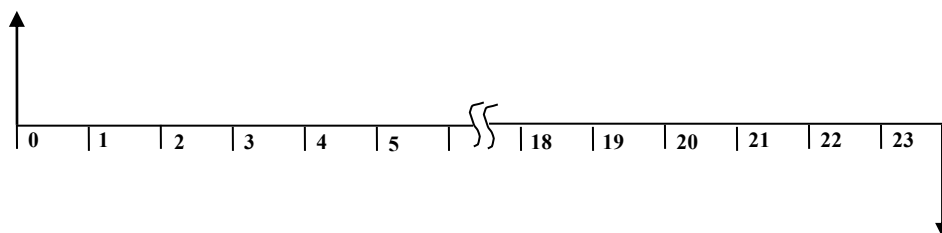
ANEXO 1

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

La siguiente relación de ejercicios están precedidos por un número, donde el primer dígito se refiere a el capítulo o unidad del programa y el segundo dígito corresponde a un número progresivo por capítulo.

Ejercicio 1.1 Jack ha acumulado \$12,000 que desea invertir ahora. Quiere calcular el valor equivalente después de 24 años, cuando planea usar todo el dinero resultante como enganche o pago inicial de una casa de vacaciones en una isla. Suponga una tasa de retorno de 8% anual para cada uno de los 24 años.

Solución. Los símbolos y sus valores son: $P=\$12\,000$, $F=?$, $i=8\%$ anual, $n=24$ años



$$F = P(1+i)^n = 12,000(1+0.08)^{24} = 12\,000(6.341181) = \mathbf{\$76\,094.17}$$

Como se dijo en el apartado 1.1.2.1, Excel es una herramienta poderosa para facilitar los cálculos en ingeniería económica. Aquí la fórmula $=VF(i\%;n;P)$ produce F .

Ejercicio 1.2. Un censor de proximidad unido a la punta de un endoscopio reduciría riesgos durante la cirugía ocular al alertar a los cirujanos sobre la ubicación del tejido retinal crítico. Si cierto cirujano oftalmólogo espera que, al usar esta tecnología, evitará demandas legales por \$0.5 y \$1.25 millones dentro de 2 y 5 años, respectivamente ¿Cuánto estaría dispuesto a gastar ahora, si sus costos extraordinarios por las demandas serían tan solo de 10% de la cantidad total de la demanda? Use una tasa de Interés del 8% anual.

Solución. Para 2 años: $P = F(P/F, 8\%, 2) = F/(1+i)^2 = 0.5/(1+0.08)^2 = \mathbf{0.4286}$
 Para 5 años: $P = F(P/F, 8\%, 5) = F/(1+i)^5 = 1.25/(1+0.08)^5 = \mathbf{0.8507}$

$$PT=1.2793 = 1,279,300 ; \text{ Por lo tanto el 10\% sería: } \mathbf{\$127,930}$$

Ejercicio 1.3. Una compañía independiente de mudanzas quiere tener suficiente dinero para comprar un nuevo camión en 4 años. Si la unidad costará \$250 000. Cuanto debería la compañía apartar cada año si la cuenta gana 10% al año?

Solución. $A=F(A/F, 10\%, 4) = 250\,000(.10/(1+0.10)^4-1) = 250\,000(.10/0.4641)$
 $= \mathbf{53,867.70}$

Ejercicio 1.4 Una persona contrajo una deuda hace tres años y hoy tiene un saldo insoluto de \$13,000 ¿De cuanto fue la deuda original el interés es 18%?

Solución. Se trata de encontrar el valor equivalente P de \$13,000 de hoy hace 2 años al 18%. Entonces:

$$P = 13,000(1/(1+0.18)^2) = 13,000(0.7182) = \$9,336.60$$

Ejercicio 2.1. Para una tasa de Interés del 18% anual compuesta mensualmente, calcule la tasa de Interés nominal por a) 2 meses, b) 6 meses y c) 2 años

Solución. 18% anual = 18%/12 mensual = 1.5% mensual. Por tanto:

$$a) r=(1.5)(2) = 3\% , \quad b) r=(1.5)(6) = 9\% , \quad c) r=(1.5)(24) = 36\%$$

Ejercicio 2.2. Si un estudiante del Instituto Tecnológico de Toluca deposita \$700 cada 6 meses, en el transcurso de su carrera (5 años), para gastos de titulación. ¿Cuánto dinero tendrá después de que haga el último depósito, si la tasa de Interés es del 16% anual capitalizada trimestralmente?

Solución. $n = (5)(2) = 10$ semestres , $m = 2$, $r = 16\%/2 = 8\%$ semestral

$i=(1+r/m)^m-1 = (1 + 0.08/2)^2 - 1 = 8.16\%$ semestral compuesto trimestralmente, entonces

$$F = 700(F/A, 1.0816, 10) = 700(14.5971) = \mathbf{\$10,217.97}$$

Ejercicio 2.3 Un señor compró una casa habitación hace tres años con un valor comercial de \$900,000; mas gastos generales de: estudio crediticio \$5,000, Seguro de vida \$25,000 y escrituración \$37,000. El pago inicial fue del 40% del valor comercial del inmueble más los gastos generales. Firmó un contrato de financiamiento del saldo, comprometiéndose a pagar \$9,126 mensuales durante 7.5 años a una tasa del 12%. Si a partir de hoy el señor puede pagar 13,000 mensuales y renegociar su deuda con el fin de liquidar su adeudo antes de los 7.5 pactados originalmente. ¿En qué tiempo liquidaría la deuda?

Solución. El crédito o financiamiento recibido fue de $P = \$900,000(0.60) = \$540,000$

La tasa de interés es de 12%/ 12 = 1% mensual, $n = 7.5(12) = 90$ meses. Entonces debe $90 - 36 = 54$ mensualidades. El equivalente hoy de esa serie es de

$$P' = 9,126(P/A, 1\%, 54) = 9,126 \left[\frac{(1 + 0.01)^{54} - 1}{0.01(1 + 0.01)^{54}} \right] = 9,126 \frac{0.7114}{0.0171} = 9,126(41.5686)$$

= \$379,355. Este valor equivalente se liquidará en n' años a razón de \$13,000 mensuales. O sea:

\$379,355 = \$13,000(P/A, 1%, 54); De donde $P/A = 29.1811$; Entonces en la tabla de 1% de factores de interés (anexo 2) este factor se encuentra entre 34 y 35 años. Por lo tanto, interpolando se encuentra que $n = \mathbf{34.67 \approx 35 \text{ meses}}$. Comprobando:

$$\$379,355 = 13,000(P/A, 1\%, 34.67) = 13,000(29.1775) = 379,307.50 \approx \$379,355$$

Ejercicio 3.1 Suponga que usted ha ganado una beca de \$2,000 mensuales para sostener sus estudios durante el próximo año. Si el CONACYT le puede depositar al inicio del año el importe total anual en un banco que le pagará el 12% de interés, capitalizable mensualmente, con la condición de que usted haga un retiro de \$2,000 el día primero de cada mes, de tal manera que en el último retiro el saldo quede en cero pesos. ¿Qué cantidad deberán depositarle?. Compruebe el resultado con los retiros mensuales.

Solución. Se debe calcular el valor presente P equivalente a la serie de 12 pagos o retiros del día primero de cada mes, con $i = 1\%$. Los primeros \$2,000 que se retiran obviamente no generan interés alguno, por tanto la ecuación es:

$$P = 2,000 + 2,000(P/A, 1\%, 11) = 2,000 + 2,000(10.3676) = \$22,735$$

Al probar este resultado se tiene que: $A = (22,735.20 - 2,000)(A/P, 1\%, 11) = \$2,000$ ó

$$A = (P - 2,000) \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = (22,735.20 - 2,000) \frac{0.01(1.01)^{11}}{(1.01)^{11} - 1} = 20,735.20(0.096454) = 2,000$$

En la siguiente tabla se muestra el flujo de efectivo o movimientos de la cuenta.

Periodo	Mes	Saldo inicia 1	Retiro 2	Saldo 3 = 1 - 2	Interés 4 = 3×0.01	Saldo fin 5 = 3 + 4
1	E	22,735.20	- 2,000	20,735.20	207.35	20,942.55
2	F	20,942.55	- 2,000	18,942.55	189.42	19,131.97
3	M	19,131.97	- 2,000	17,131.97	171.31	17,303.28
4	A	17,303.28	- 2,000	15,303.28	153.03	15,456.31
5	M	15,456.31	- 2,000	13,456.31	134.56	13,590.87
6	J	13,590.87	- 2,000	11,590.87	115.90	11,706.77
7	J	11,706.77	- 2,000	9,706.77	97.06	9,803.83
8	A	9,803.83	- 2,000	7,803.83	78.03	7,881.86
9	S	7,881.86	- 2,000	5,881.86	58.81	5,940.67
10	O	5,940.67	- 2,000	3,940.67	39.40	3,980.07
11	N	3,980.07	- 2,000	1,980.07	19.80	1,999.87
12	D	1,999.87	- 2,000	- 0.13	0.00	0

Al igual que se comentó en el ejercicio 1.1, la hoja de cálculo de Excel facilita los cálculos y la elaboración automática e inmediata de la tabla anterior. Como ejemplo, podría utilizarse la fila 5 y a partir de la columna B iniciar los encabezados por columna de dicha tabla como período, mes, saldo inicial, etc.

Así, en B6 se inicia con los valores de n a partir de 1 y se arrastra con el cursor estos periodos hasta 12. En C6 se captura manualmente los meses, mientras que en D6 se registra el valor del depósito inicial. En E6 debe registrarse el valor constante del importe que se retira al inicio de cada mes que es \$2000. F6 es una función o fórmula que calcula el saldo nuevo como $=D6 - E6$. En G6 se calcula el interés con $=F6*0.01$. H6 calcula el saldo final con $F6 + G6$. Por último, debe actualizar el valor del saldo inicial en D7 que es $=H6$. preparado todo esto, se ejecutan los cálculo con enter.

Ejercicio 3.2 Hace cinco años usted adquirió una deuda por \$400,000 a un plazo de diez años, a una tasa del 18% sobre saldos insolutos capitalizable mensualmente. Si ha estado pagando puntualmente, y ahora usted quiere liquidar su deuda. a)¿Cuánto tendrá que pagar? y b)¿Cuánto se ahorra de interese?.

Solución. a) A diez años $n = 120$ meses, $i = 1.5\%$ mensual y ha pagado 60 mese. Por tanto, falta liquidar 60 documentos. Los pagos mensuales que debe estar haciendo son de:

$$A = 400,000(A/P, 1.5\%, 120) = 400,000(0.01802) = \$7,208/\text{mes}.$$

Entonces habrá que calcular el valor presente de 60 pagos pendientes. Esto es

$$P = 7,208(P/A, 1.5\%, 60) = 7,208(39.3803) = \$283,853 . \text{ Que es lo que debe pagar.}$$

$$\text{b) Ahorro: } F_{60} - P_{60} = 7,208(F/A, 1.5\%, 60) - 283,853 = 693,510 - 283,853 = \$409,957$$

Ejercicio 3.3 Se desea saber, con base en un criterio económico, cuál de las siguientes alternativas es más conveniente para adquirir un equipo cuyos datos se muestran a continuación. Use el método de comparación de VP considerando una tasa de interés del 24% anual compuesto mensualmente.

Equipo	1	2
Costo inicial	50,000	80,000
Costo mensual de operación	1,000	2,000
Valor de salvamento	5,000	8,000
Vida útil	6 meses	1 año

Solución. Por conveniencia se puede manejar los periodos y la tasa en meses. Esto es: $i = 2\%$ mensual y $n = 12$ meses(mcm). Así, el valor presente de E_1 y E_2 es:

$$\begin{aligned} VP_1 &= -50,000 - 50,000(P/F, 2\%, 6) - 1,000(P/A, 2\%, 12) + 5,000((P/F, 2\%, 6) + (P/F, 2\%, 12)) \\ &= -50,000 - 50,000(0.888) - 1,000(10.5753) + 5,000(0.888 + 0.7885) = - \\ &\mathbf{\$96,593} \end{aligned}$$

$$VP_2 = -80,000 - 2,000(P/A, 2\%, 12) + 8,000(P/F, 2\%, 12) = - \mathbf{\$94,842}$$

Es recomendable es adquirir el equipo 2 en virtud de que tiene el menor VP.

Ejercicio 3.4 Una maquiladora está estudiando la posibilidad de invertir \$3,500,000 para iniciar un proyecto que tendrá una duración de 10 años, el cual requiere de una inversión adicional de \$100,000 anuales. Los ingresos que podría

recibir por la maquila son de \$100,000 anuales, \$2,000,000 al inicio del año 5 y \$3,000,000 al final del año 10. utilizando el método de VP, encuentre la tasa de recuperación de capital y compruebe el resultado.

Solución. Los 100,000 de ingresos y egresos se anulan con lo que la ecuación de flujo de efectivo en mdp es:

$$0 = -3.5 + 2(P/F, i\%, 4) + 3(P/F, i\%, 10)$$

Si $P = 3.5$ y $F = 2 + 3 = 5$. Entonces, de $F = P(1+i)^n$ y $F/P = 5/3.5 = 1.4285$ por tanto

$(1+i)^{10} = 1.4285$, de donde $1+i = (1.4285)^{0.10}$, por lo que $i = 1.0363 - 1 = 3.6\%$

Dado que se ignoró el valor del dinero en el tiempo, es aceptable una primera estimación de $i = 4\%$ y no 3.6% .

Con $i = 4\%$

$$0 < -3.5 + 2(P/F, 4\%, 4) + 3(P/F, 4\%, 10) = .0.2364$$

Con $i = 5\%$

$$0 > -3.5 + 2(P/F, 5\%, 4) + 3(P/F, 5\%, 10) = -0.0129$$

Interpolando se encuentra que $i^* = 4.94\%$. Comprobando:

$$= 2(1/(1.0494)^4) + 3(1/(1.0494)^{10}) = 3.5012 \approx 3.5$$

Ejercicio 3.5 Se propone el análisis del siguiente caso y comentar los puntos de vista. En una revista comercial y de servicios del valle de Toluca aparece el anuncio de una empresa "x" que entre otras cosas dice:

Hey, hey... ¿nadie te presta? ¡Cuál crisis!
Crédito para casa, terrenos, negocios, capital de trabajo, autos, pago de deudas, etc.

¡Aunque usted no lo crea!... Visítenos y se convencerá. Crédito mínimo \$150,000

Montos	Pagos mensuales
\$150,000	\$1,305
\$300,000	\$2,603
\$500,000	\$4,347
\$1,000,000	\$8,649

Esta información junto con un nombre, domicilio y teléfonos parece atractiva, más aún si quien la lee el anuncio tiene necesidades financieras de cualquier tipo, y no tiene facilidades para su financiamiento, y hasta por simple curiosidad.

Una persona interesada en la oferta, que requiere \$1,000,000 para un proyecto comercial, acude al centro de atención para solicitar mayor información y en la entrevista con un funcionario de ventas obtiene los siguientes datos para los montos de préstamo y pagos dados: El plazo es de 12 años, no hay una tasa de interés definida, al aceptar el trámite del préstamo debe iniciarse el pago de las mensualidades al principio del mes, las cuales irán creciendo a razón de 0.4% mensual. Una vez que la empresa tiene la evidencia del cumplimiento de pagos por el cliente, en cualquier momento podrá asignarle el monto solicitado mediante sorteo, o bien podrá entrar en subasta, sugiriendo 12 pagos para garantizar la

asignación del crédito. Al momento de asignarle el préstamo se le bonifica el primer pago o mensualidad que realizó el cliente y se le cobra una cuota de apertura de \$3,896, \$7,783, \$12,792 o \$25,899 si se trata de un préstamo de \$150,000, \$300,000, \$500,000 o \$1,000,000 respectivamente. En realidad el cliente tiene la opción de un crédito bancario al 24% de interés compuesto mensualmente. En ningún caso se cobrará penalización si el cliente decide pagar el crédito por anticipado. Considerando un periodo de estudio de 2 años ¿cual es la opción más económica?.

Ejercicio 3.6 Una empresa financiera, que no es un banco propiamente dicho, reparte volantes que entre otras cosas dice:

<i>Si pides</i>	<i>Solo pagas</i>
\$ 4,000	\$ 98
\$ 5,000	\$122
\$ 8,000	\$196

Los efectivos te prestamos de \$1,500 a \$50,000 hasta en 24 horas(sujeto a aprobación de ...)

Esta es toda la información expuesta en el volante. No especifica la frecuencia de los pagos. En una entrevista con un promotor de crédito éste informa que la tasa de interés es del 4.8% mensual fijo, los pagos del volante son semanales durante 2 años y se cobra el 8% de comisión por apertura. A solicitud del cliente respecto a un préstamo de \$50,000 el promotor presenta el siguiente plan de pagos mensuales:

Plazo	Pago mensual
24	\$ 5,280
18	\$ 6,048
12	\$ 7,564

¿Cómo se componen esas cantidades mensuales propuestas por el promotor?
¿qué cuestiones y comentarios hay que hacer al respecto?

Solución. De acuerdo a la información proporcionada, el importe mensual a pagar es:

$A = \text{Capital} + \text{interés} + \text{comisión} = 50,000/24 + 50,000(0.048) + (50,000 \cdot 0.08)/24$
 $= 2,083.33 + 2,400.00 + 166.67 = \$4,650$ Obviamente estos son cálculos simples dado que no se establecen otras condiciones de pago, no contemplan el pago de impuestos, ni consideran el valor del dinero en el tiempo como se ha visto en este texto, por lo que resultan incongruentes las cifras. Esta cantidad es menor a la estipulada por el promotor, lo que hará necesario renegociar o precisar los conceptos omitidos, y tomar la decisión de aceptar o no el crédito.

El valor del dinero en el tiempo para esta operación puede obtenerse calculando la tasa de interés con la información base dada. Esto es, usando el factor A/P se tiene:

Con $P = 50,000$, $A = 5,280$ y $n = 24$ se tiene que el factor $A/P = 0.10578$

Entonces, con base en las tablas de interés compuesto, este factor se encuentra entre el 9% y 10%. Factorizando se tiene que $i = 9.33\%$ mensual $\approx 112\%$. Es evidente con esto la necesidad de ser analíticos antes de tomar decisiones financieras y evitar deslumbrarse con información tendenciosa.

Con relación a la información expuesta en el volante, al hacer un análisis similar para un préstamo de \$4,000 con pagos de \$98 semanales durante 2 años, con el factor $P/A = 40.8162$ se tiene que la tasa de interés es 228.28%, o sea:

$i = 228.28\%/104 \text{ bianual} = 2.195\% \text{ semanal}$, y $4,000 = 98(P/A, i, 104)$. Esto es:

$$4,000 = 98 \left[\frac{(1.02195)^{104} - 1}{0.02195(1.02195)^{104}} \right] = 3,998.85 \approx \$4,000. \text{ Esta tasa de interés,}$$

realmente se refiere al valor del dinero en el tiempo para el cliente, pero la empresa financiera seguramente debe considerar el impuesto que debe retener por ley.

Ejercicio 4.1 Un activo tiene un costo de adquisición de \$65,000. La instalación y puesta en marcha cuesta \$15,000, su vida útil es de 10 años y tiene un valor de salvamento de \$10,000 determinar la depreciación y el valor en libros para los años 4, 7 y 10 utilizando el método de la SDA.

Solución. $B = 65,000 + 15,000 = 80,000$,
entonces:

$$S = 10(10 + 1)/2 = 55,$$

$$D_4 = (80,000 - 10,000)((10 - 4 + 1)/55) = \$8,909$$

$$D_7 = (80,000)((10 - 7 + 1)/55) = \$5,090$$

$$D_{10} = 80,000(1/55) = \$1,272$$

$$VL_4 = 80,000 - 4(8,909) = \$44,364$$

$$VL_7 = 80,000 - 7(5,090) = \$44,370$$

$$VL_{10} = 80,000 - 10(1,272) = \$67,280$$

Ejercicio 4.2 Un activo tiene un costo inicial de \$5,000 y un valor de salvamento estimado de \$1,000. la vida estimada es de 5 años. A) ¿cuál es la depreciación durante su vida?, b) ¿cuál es la tasa de depreciación?, y c) cuál es la depreciación en el año 3?

Solución. a) Obviamente, la depreciación es $D = 5,000 - 1,000 = \$4,000$

b) La tasa es $1/5 = 20\%$

c) La depreciación es igual para cada año. Esto es: $D_3 = (5,000 - 1,000)/5 = \800

Ejercicio 5.1 La empresa Cibertec S. A. Posee 20 computadoras para servicio al público y cree que es necesario actualizar su equipo por razones de competitividad. Comprar las máquinas o rentarlas son las opciones de reemplazo. La 20 máquinas se compraron hace 2 años en \$160,000 con una vida útil de 4 años. Actualmente

cada computadora puede venderse en \$4,000, pero dentro de 2 años sólo valdrían \$500 cada una. Los costos de operación y mantenimiento son de \$4,000 mensuales por las 20 máquinas. Comprar ahora 20 computadoras tienen un costo de \$120,000, un costo de operación y mantenimiento de \$150 mensuales por máquina, una vida útil de 3 años y un valor de salvamento de \$3,000 por computadora. Por otra parte, la renta de computadoras tiene un costo de \$470 mensuales c/u y un costo mensual de operación y mantenimiento de \$100 por máquina. Debe la empresa comprar nuevas computadoras, rentarlas o quedarse un año o dos más con las actuales?. Use una tasa de retorno de 15%.

Solución. La siguiente tabla muestra los datos de cada alternativa, usando A...

Alternativa	D	R1	R2
P\$	4,000	6,000	470/mes
CAO&M mensual \$	200	150	100
VS\$	500	3,000	0
n años	2	3	3

$P_D = \$160,000/20 = 8,000/u$, $n = 4$ años, $CAO\&M = 4,000/20 = 200$ mensual y $VS = 500$

$P_{R1} = \$120,000/20 = 6,000/u$, $n = 3$ años, $CAO\&M = 150$ mensual y $VS = 3,000$

Calculo del valor anual equivalente para los siguientes 2 años:

$A_D = 4,000(A/P, 1.25\%, 24) + 200 - 500(A/F, 1.25\%, 24) = \378

$A_{R1} = 6,000(A/P, 1.25\%, 24) + 150 - 3,000(A/F, 1.25\%, 24) = \333

$A_{R2} = 470 + 100 = \$570$

De acuerdo a estos resultados, es recomendable comprar nuevas maquinas

Ejercicio 5.2 Un año después de haber adquirido un motor de 10 HP para mover un transportador de banda en una mina de carbón, se decidió doblar la longitud de la banda. La nueva banda requiere 20 HP. La potencia requerida puede suministrarse bien agregando un segundo motor de 10 HP o reemplazando el actual por uno de 20 HP.

El costo del motor actual instalado es de \$420 y tiene una eficiencia de 88% con carga total. Se puede adquirir ahora un motor idéntico al anterior e instalarlo todo por \$440. un motor de 20 HP con eficiencia de 90 % tiene un costo de adquisición e instalación de \$780. el motor actual de 10 HP será aceptado por \$270 como parte del pago del motor de 20 HP. Los costos actuales por kilovatio-hora son de \$0.03 y se espera que el sistema de transporte esté en operación 2,000 horas anuales.

Los costos de operación y mantenimiento, excepto por corriente eléctrica, se estiman para cada uno de los motores de 10 HP en \$35 anuales y para el motor de 20 HP en \$50 anuales. Los impuestos y los seguros se calculan en un 1% del precio de compra. La tasa de interés será del 6%. Las vidas de servicio de los

nuevos motores so de 10 años. El motor actual se considera con una vida total de 11 años. El error en la estimación de vidas útiles es mínimo.

Solución. Considerando la **alternativa A** como la compra de un motor de 20 HP por \$780 y el retiro del motor actual por \$270, y un criterio de comparación de costo anual se tiene que:

Recuperación de capital con retorno: $(780 - 156)(A/P, 6\%, 10) + 156(0.06) = 94.16$
 Costo de la corriente: $(20 \text{ hp}/0.9)(0.746 \text{ kw/hp})(0.03/\text{kw-hr})(2,000) = 994.67$
 Costo de operación y mantto: 50.00
 Seguros e impuestos: $780(0.01) = \underline{\text{.....}7.80}$
 Costo total anual equivalente: $\$1,146.30$

La alternativa B implica la adquisición de un motor adicional de 10 HP por \$440. el costo anual es:

Motor actual de 10 hp

Recuperación de capital con retorno: $(270-84)(A/P, 6\%, 10) + 84(0.06) = 30.32$
 Costo de la corriente: $(10/0.88)(0.746)(0.03)(2,000) = 508.64$
 Costo de operación y mantenimiento = 35.00
 Impuestos y seguros $420(0.01) = 4.20$

Motor nuevo de 10 hp

Recuperación de capital con retorno: $(440 - 88)(A/P, 6\%, 10) + 88(0.06) = 53.12$
 Costo de la corriente: $(10/0.88)(0.746)(0.03)(2,000) = 508.64$
 Costo de operación y mantto. 35.00
 Impuestos y seguros: $440(0.01) = \underline{\text{.....}4.40}$
 Costo total anual equivalente: $\$1,179.32$

Sobre la base de estos resultados se ve que es más conveniente reemplazar el motor actual por uno de 20 HP. Aunque la diferencia es de \$32 anual, habrá que considerar su significado en el sentido más amplio, además de las ventajas que puede traer el nuevo motor respecto a la eficiencia.

Ejercicio 6.1 Supóngase que un hombre de 50 años de edad está tratando de prepararse mejor para su retiro. Piensa hacerlo cuando tenga 65 años y estima que puede vivir confortablemente con 10,000 USD en términos de dólares de hoy. Se estima que la tasa futura de inflación será del 6% anual y que el hombre en cuestión está dispuesto a invertir sus economías al 8% compuesto anualmente. ¿Qué cantidad igual debe economizar este hombre cada año hasta su retiro, para poder hacer desembolsos que le permitan vivir tan confortablemente como lo desea durante un periodo de 5 años a partir de su retiro?

Solución. El hombre en cuestión requiere 10,000 USD por año a partir de los 66 años hasta la edad de 70 años, medidos en términos de dólares de hoy que tiene 50 años. Por tanto el monto requerido será a partir del fin del año 16. los cálculos aparecen en la siguiente tabla que muestra el aumento requerido por inflación:

Final del año año	Edad	Dólares requeridos al final del año n para suministrar \$10,000 por año, en dólares de hoy cuando la inflación es de 6% por
16	66	$\$10,000(F/P,6,16) = 10,000(2.540) = \$25,400$
17	67	$\$10,000(F/P,6,17) = 10,000(2.693) = \$26,930$
18	68	$\$10,000(F/P,6,18) = 10,000(2.854) = \$28,540$
19	69	$\$10,000(F/P,6,19) = 10,000(3.026) = \$30,260$
20	70	$\$10,000(F/P,6,20) = 10,000(3.207) = \$32,070$

Con estos valores futuros, el flujo de caja que refleja ahora los dólares requeridos para hacer las compras es el siguiente. Debido a que el dinero tiene el poder de generar ganancias se debe calcular las cantidades que deben invertirse para que con los intereses puedan cubrir los retiros necesarios. Esto es, en $n = 15$ F/A y P/F es:

$$\begin{aligned}
 &A(F/A, 8\%, 15) \\
 &25,400(P/F, 8, 1) + 26,930(P/F, 8, 2) + 28,540(P/F, 8, 3) + 30,260(P/F, 8, 4) + 32,070(P/F, 8, 5) \\
 &A(27.1521) = 25,400(0.9259) + 26,930(0.8573) + 28,540(0.7938) + 30,260(0.7350) + \\
 &32,070(0.6806) \\
 &A(27.1521) = 113,327, \text{ de donde } A = 113.327/27.1521 = \$4,174 \text{ por año}
 \end{aligned}$$

NEXO 2

**TABLAS DE FACTORES
DE
INTERÉS COMPUESTO**

Tablas de factores de interés compuesto

0.25%		TABLA 1 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					0.25%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0025	0.9975	1.00000	1.0000	1.00250	0.9975		
2	1.0050	0.9950	0.49938	2.0025	0.50188	1.9925	0.9950	0.4994
3	1.0075	0.9925	0.33250	3.0075	0.33500	2.9851	2.9801	0.9983
4	1.0100	0.9901	0.24906	4.0150	0.25156	3.9751	5.9503	1.4969
5	1.0126	0.9876	0.19900	5.0251	0.20150	4.9627	9.9007	1.9950
6	1.0151	0.9851	0.16563	6.0376	0.16813	5.9478	14.8263	2.4927
7	1.0176	0.9827	0.14179	7.0527	0.14429	6.9305	20.7223	2.9900
8	1.0202	0.9802	0.12391	8.0704	0.12641	7.9107	27.5839	3.4869
9	1.0227	0.9778	0.11000	9.0905	0.11250	8.8885	35.4061	3.9834
10	1.0253	0.9753	0.09888	10.1133	0.10138	9.8639	44.1842	4.4794
11	1.0278	0.9729	0.08978	11.1385	0.09228	10.8368	53.9133	4.9750
12	1.0304	0.9705	0.08219	12.1664	0.08469	11.8073	64.5886	5.4702
13	1.0330	0.9681	0.07578	13.1968	0.07828	12.7753	76.2053	5.9650
14	1.0356	0.9656	0.07028	14.2298	0.07278	13.7410	88.7587	6.4594
15	1.0382	0.9632	0.06551	15.2654	0.06801	14.7042	102.2441	6.9534
16	1.0408	0.9608	0.06134	16.3035	0.06384	15.6650	116.6567	7.4469
17	1.0434	0.9584	0.05766	17.3443	0.06016	16.6235	131.9917	7.9401
18	1.0460	0.9561	0.05438	18.3876	0.05688	17.5795	148.2446	8.4328
19	1.0486	0.9537	0.05146	19.4336	0.05396	18.5332	165.4106	8.9251
20	1.0512	0.9513	0.04882	20.4822	0.05132	19.4845	183.4851	9.4170
21	1.0538	0.9489	0.04644	21.5334	0.04894	20.4334	202.4634	9.9085
22	1.0565	0.9466	0.04427	22.5872	0.04677	21.3800	222.3410	10.3995
23	1.0591	0.9442	0.04229	23.6437	0.04479	22.3241	243.1131	10.8901
24	1.0618	0.9418	0.04048	24.7028	0.04298	23.2660	264.7753	11.3804
25	1.0644	0.9395	0.03881	25.7646	0.04131	24.2055	287.3230	11.8702
26	1.0671	0.9371	0.03727	26.8290	0.03977	25.1426	310.7516	12.3596
27	1.0697	0.9348	0.03585	27.8961	0.03835	26.0774	335.0566	12.8485
28	1.0724	0.9325	0.03452	28.9658	0.03702	27.0099	360.2334	13.3371
29	1.0751	0.9301	0.03329	30.0382	0.03579	27.9400	386.2776	13.8252
30	1.0778	0.9278	0.03214	31.1133	0.03464	28.8679	413.1847	14.3130
36	1.0941	0.9140	0.02658	37.6206	0.02908	34.3865	592.4988	17.2306
40	1.1050	0.9050	0.02380	42.0132	0.02630	38.0199	728.7399	19.1673
48	1.1273	0.8871	0.01963	50.9312	0.02213	45.1787	1 040.06	23.0209
50	1.1330	0.8826	0.01880	53.1887	0.02130	46.9462	1 125.78	23.9802
52	1.1386	0.8782	0.01803	55.4575	0.02053	48.7048	1 214.59	24.9377
55	1.1472	0.8717	0.01698	58.8819	0.01948	51.3264	1 353.53	26.3710
60	1.1616	0.8609	0.01547	64.6467	0.01797	55.6524	1 600.08	28.7514
72	1.1969	0.8355	0.01269	78.7794	0.01519	65.8169	2 265.56	34.4221
75	1.2059	0.8292	0.01214	82.3792	0.01464	68.3108	2 447.61	35.8305
84	1.2334	0.8108	0.01071	93.3419	0.01321	75.6813	3 029.76	40.0331
90	1.2520	0.7987	0.00992	100.7885	0.01242	80.5038	3 446.87	42.8162
96	1.2709	0.7869	0.00923	108.3474	0.01173	85.2546	3 886.28	45.5844
100	1.2836	0.7790	0.00881	113.4500	0.01131	88.3825	4 191.24	47.4216
108	1.3095	0.7636	0.00808	123.8093	0.01058	94.5453	4 829.01	51.0762
120	1.3494	0.7411	0.00716	139.7414	0.00966	103.5618	5 852.11	56.5084
132	1.3904	0.7192	0.00640	156.1582	0.00890	112.3121	6 950.01	61.8813
144	1.4327	0.6980	0.00578	173.0743	0.00828	120.8041	8 117.41	67.1949
240	1.8208	0.5492	0.00305	328.3020	0.00555	180.3109	19 399	107.5863
360	2.4568	0.4070	0.00172	582.7369	0.00422	237.1894	36 264	152.8902
480	3.3151	0.3016	0.00108	926.0595	0.00358	279.3418	53 821	192.6699

Tablas de factores de interés compuesto

0.5%		TABLA 2 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					0.5%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0050	0.9950	1.00000	1.0000	1.00500	0.9950		
2	1.0100	0.9901	0.49875	2.0050	0.50375	1.9851	0.9901	0.4988
3	1.0151	0.9851	0.33167	3.0150	0.33667	2.9702	2.9604	0.9967
4	1.0202	0.9802	0.24813	4.0301	0.25313	3.9505	5.9011	1.4938
5	1.0253	0.9754	0.19801	5.0503	0.20301	4.9259	9.8026	1.9900
6	1.0304	0.9705	0.16460	6.0755	0.16960	5.8964	14.6552	2.4855
7	1.0355	0.9657	0.14073	7.1059	0.14573	6.8621	20.4493	2.9801
8	1.0407	0.9609	0.12283	8.1414	0.12783	7.8230	27.1755	3.4738
9	1.0459	0.9561	0.10891	9.1821	0.11391	8.7791	34.8244	3.9668
10	1.0511	0.9513	0.09777	10.2280	0.10277	9.7304	43.3865	4.4589
11	1.0564	0.9466	0.08866	11.2792	0.09366	10.6770	52.8526	4.9501
12	1.0617	0.9419	0.08107	12.3356	0.08607	11.6189	63.2136	5.4406
13	1.0670	0.9372	0.07464	13.3972	0.07964	12.5562	74.4602	5.9302
14	1.0723	0.9326	0.06914	14.4642	0.07414	13.4887	86.5835	6.4190
15	1.0777	0.9279	0.06436	15.5365	0.06936	14.4166	99.5743	6.9069
16	1.0831	0.9233	0.06019	16.6142	0.06519	15.3399	113.4238	7.3940
17	1.0885	0.9187	0.05651	17.6973	0.06151	16.2586	128.1231	7.8803
18	1.0939	0.9141	0.05323	18.7858	0.05823	17.1728	143.6634	8.3658
19	1.0994	0.9096	0.05030	19.8797	0.05530	18.0824	160.0360	8.8504
20	1.1049	0.9051	0.04767	20.9791	0.05267	18.9874	177.2322	9.3342
21	1.1104	0.9006	0.04528	22.0840	0.05028	19.8880	195.2434	9.8172
22	1.1160	0.8961	0.04311	23.1944	0.04811	20.7841	214.0611	10.2993
23	1.1216	0.8916	0.04113	24.3104	0.04613	21.6757	233.6768	10.7806
24	1.1272	0.8872	0.03932	25.4320	0.04432	22.5629	254.0820	11.2611
25	1.1328	0.8828	0.03765	26.5591	0.04265	23.4456	275.2686	11.7407
26	1.1385	0.8784	0.03611	27.6919	0.04111	24.3240	297.2281	12.2195
27	1.1442	0.8740	0.03469	28.8304	0.03969	25.1980	319.9523	12.6975
28	1.1499	0.8697	0.03336	29.9745	0.03836	26.0677	343.4332	13.1747
29	1.1556	0.8653	0.03213	31.1244	0.03713	26.9330	367.6625	13.6510
30	1.1614	0.8610	0.03098	32.2800	0.03598	27.7941	392.6324	14.1265
36	1.1967	0.8356	0.02542	39.3361	0.03042	32.8710	557.5598	16.9621
40	1.2208	0.8191	0.02265	44.1588	0.02765	36.1722	681.3347	18.8359
48	1.2705	0.7871	0.01849	54.0978	0.02349	42.5803	959.9188	22.5437
50	1.2832	0.7793	0.01765	56.6452	0.02265	44.1428	1035.70	23.4624
52	1.2961	0.7716	0.01689	59.2180	0.02189	45.6897	1113.82	24.3778
55	1.3156	0.7601	0.01584	63.1258	0.02084	47.9814	1235.27	25.7447
60	1.3489	0.7414	0.01433	69.7700	0.01933	51.7256	1448.65	28.0064
72	1.4320	0.6983	0.01157	86.4089	0.01657	60.3395	2012.35	33.3504
75	1.4536	0.6879	0.01102	90.7265	0.01602	62.4136	2163.75	34.6679
84	1.5204	0.6577	0.00961	104.0739	0.01461	68.4530	2640.66	38.5763
90	1.5666	0.6383	0.00883	113.3109	0.01383	72.3313	2976.08	41.1451
96	1.6141	0.6195	0.00814	122.8285	0.01314	76.0952	3324.18	43.6845
100	1.6467	0.6073	0.00773	129.3337	0.01273	78.5426	3562.79	45.3613
108	1.7137	0.5835	0.00701	142.7399	0.01201	83.2934	4054.37	48.6758
120	1.8194	0.5496	0.00610	163.8793	0.01110	90.0735	4823.51	53.5508
132	1.9316	0.5177	0.00537	186.3226	0.01037	96.4596	5624.59	58.3103
144	2.0508	0.4876	0.00476	210.1502	0.00976	102.4747	6451.31	62.9551
240	3.3102	0.3021	0.00216	462.0409	0.00716	139.5808	13416	96.1131
360	6.0226	0.1660	0.00100	1004.52	0.00600	166.7916	21403	128.3236
480	10.9575	0.0913	0.00050	1991.49	0.00550	181.7476	27588	151.7949

Tablas de factores de interés compuesto

0.75%		TABLA 3 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					0.75%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0075	0.9926	1.00000	1.0000	1.00750	0.9926		
2	1.0151	0.9852	0.49813	2.0075	0.50563	1.9777	0.9852	0.4981
3	1.0227	0.9778	0.33085	3.0226	0.33835	2.9556	2.9408	0.9950
4	1.0303	0.9706	0.24721	4.0452	0.25471	3.9261	5.8525	1.4907
5	1.0381	0.9633	0.19702	5.0756	0.20452	4.8894	9.7058	1.9851
6	1.0459	0.9562	0.16357	6.1136	0.17107	5.8456	14.4866	2.4782
7	1.0537	0.9490	0.13967	7.1595	0.14717	6.7946	20.1808	2.9701
8	1.0616	0.9420	0.12176	8.2132	0.12926	7.7366	26.7747	3.4608
9	1.0696	0.9350	0.10782	9.2748	0.11532	8.6716	34.2544	3.9502
10	1.0776	0.9280	0.09667	10.3443	0.10417	9.5996	42.6064	4.4384
11	1.0857	0.9211	0.08755	11.4219	0.09505	10.5207	51.8174	4.9253
12	1.0938	0.9142	0.07995	12.5076	0.08745	11.4349	61.8740	5.4110
13	1.1020	0.9074	0.07352	13.6014	0.08102	12.3423	72.7632	5.8954
14	1.1103	0.9007	0.06801	14.7034	0.07551	13.2430	84.4720	6.3786
15	1.1186	0.8940	0.06324	15.8137	0.07074	14.1370	96.9876	6.8606
16	1.1270	0.8873	0.05906	16.9323	0.06656	15.0243	110.2973	7.3413
17	1.1354	0.8807	0.05537	18.0593	0.06287	15.9050	124.3887	7.8207
18	1.1440	0.8742	0.05210	19.1947	0.05960	16.7792	139.2494	8.2989
19	1.1525	0.8676	0.04917	20.3387	0.05667	17.6468	154.8671	8.7759
20	1.1612	0.8612	0.04653	21.4912	0.05403	18.5080	171.2297	9.2516
21	1.1699	0.8548	0.04415	22.6524	0.05165	19.3628	188.3253	9.7261
22	1.1787	0.8484	0.04198	23.8223	0.04948	20.2112	206.1420	10.1994
23	1.1875	0.8421	0.04000	25.0010	0.04750	21.0533	224.6682	10.6714
24	1.1964	0.8358	0.03818	26.1885	0.04568	21.8891	243.8923	11.1422
25	1.2054	0.8296	0.03652	27.3849	0.04402	22.7188	263.8029	11.6117
26	1.2144	0.8234	0.03498	28.5903	0.04248	23.5422	284.3888	12.0800
27	1.2235	0.8173	0.03355	29.8047	0.04105	24.3595	305.6387	12.5470
28	1.2327	0.8112	0.03223	31.0282	0.03973	25.1707	327.5416	13.0128
29	1.2420	0.8052	0.03100	32.2609	0.03850	25.9759	350.0867	13.4774
30	1.2513	0.7992	0.02985	33.5029	0.03735	26.7751	373.2631	13.9407
36	1.3086	0.7641	0.02430	41.1527	0.03180	31.4468	524.9924	16.6946
40	1.3483	0.7416	0.02153	46.4465	0.02903	34.4469	637.4693	18.5058
48	1.4314	0.6986	0.01739	57.5207	0.02489	40.1848	886.8404	22.0691
50	1.4530	0.6883	0.01656	60.3943	0.02406	41.5664	953.8486	22.9476
52	1.4748	0.6780	0.01580	63.3111	0.02330	42.9276	1 022.59	23.8211
55	1.5083	0.6630	0.01476	67.7688	0.02226	44.9316	1 128.79	25.1223
60	1.5657	0.6387	0.01326	75.4241	0.02076	48.1734	1 313.52	27.2665
72	1.7126	0.5839	0.01053	95.0070	0.01803	55.4768	1 791.25	32.2882
75	1.7514	0.5710	0.00998	100.1833	0.01748	57.2027	1 917.22	33.5163
84	1.8732	0.5338	0.00859	116.4269	0.01609	62.1540	2 308.13	37.1357
90	1.9591	0.5104	0.00782	127.8790	0.01532	65.2746	2 578.00	39.4946
96	2.0489	0.4881	0.00715	139.8562	0.01465	68.2584	2 853.94	41.8107
100	2.1111	0.4737	0.00675	148.1445	0.01425	70.1746	3 040.75	43.3311
108	2.2411	0.4462	0.00604	165.4832	0.01354	73.8394	3 419.90	46.3154
120	2.4514	0.4079	0.00517	193.5143	0.01267	78.9417	3 998.56	50.6521
132	2.6813	0.3730	0.00446	224.1748	0.01196	83.6064	4 583.57	54.8232
144	2.9328	0.3410	0.00388	257.7116	0.01138	87.8711	5 169.58	58.8314
240	6.0092	0.1664	0.00150	667.8869	0.00900	111.1450	9 494.12	85.4210
360	14.7306	0.0679	0.00055	1 830.74	0.00805	124.2819	1 3312	107.1145
480	36.1099	0.0277	0.00021	4 681.32	0.00771	129.6409	1 5513	119.6620

Tablas de factores de interés compuesto

1%	TABLA 4 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							1%
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0100	0.9901	1.00000	1.0000	1.01000	0.9901		
2	1.0201	0.9803	0.49751	2.0100	0.50751	1.9704	0.9803	0.4975
3	1.0303	0.9706	0.33002	3.0301	0.34002	2.9410	2.9215	0.9934
4	1.0406	0.9610	0.24628	4.0604	0.25628	3.9020	5.8044	1.4876
5	1.0510	0.9515	0.19604	5.1010	0.20604	4.8534	9.6103	1.9801
6	1.0615	0.9420	0.16255	6.1520	0.17255	5.7955	14.3205	2.4710
7	1.0721	0.9327	0.13863	7.2135	0.14863	6.7282	19.9168	2.9602
8	1.0829	0.9235	0.12069	8.2857	0.13069	7.6517	26.3812	3.4478
9	1.0937	0.9143	0.10674	9.3685	0.11674	8.5660	33.6959	3.9337
10	1.1046	0.9053	0.09558	10.4622	0.10558	9.4713	41.8435	4.4179
11	1.1157	0.8963	0.08645	11.5668	0.09645	10.3676	50.8067	4.9005
12	1.1268	0.8874	0.07885	12.6825	0.08885	11.2551	60.5687	5.3815
13	1.1381	0.8787	0.07241	13.8093	0.08241	12.1337	71.1126	5.8607
14	1.1495	0.8700	0.06690	14.9474	0.07690	13.0037	82.4221	6.3384
15	1.1610	0.8613	0.06212	16.0969	0.07212	13.8651	94.4810	6.8143
16	1.1726	0.8528	0.05794	17.2579	0.06794	14.7179	107.2734	7.2886
17	1.1843	0.8444	0.05426	18.4304	0.06426	15.5623	120.7834	7.7613
18	1.1961	0.8360	0.05098	19.6147	0.06098	16.3983	134.9957	8.2323
19	1.2081	0.8277	0.04805	20.8109	0.05805	17.2260	149.8950	8.7017
20	1.2202	0.8195	0.04542	22.0190	0.05542	18.0456	165.4664	9.1694
21	1.2324	0.8114	0.04303	23.2392	0.05303	18.8570	181.6950	9.6354
22	1.2447	0.8034	0.04086	24.4716	0.05086	19.6604	198.5663	10.0998
23	1.2572	0.7954	0.03889	25.7163	0.04889	20.4558	216.0660	10.5626
24	1.2697	0.7876	0.03707	26.9735	0.04707	21.2434	234.1800	11.0237
25	1.2824	0.7798	0.03541	28.2432	0.04541	22.0232	252.8945	11.4831
26	1.2953	0.7720	0.03387	29.5256	0.04387	22.7952	272.1957	11.9409
27	1.3082	0.7644	0.03245	30.8209	0.04245	23.5596	292.0702	12.3971
28	1.3213	0.7568	0.03112	32.1291	0.04112	24.3164	312.5047	12.8516
29	1.3345	0.7493	0.02990	33.4504	0.03990	25.0658	333.4863	13.3044
30	1.3478	0.7419	0.02875	34.7849	0.03875	25.8077	355.0021	13.7557
36	1.4308	0.6989	0.02321	43.0769	0.03321	30.1075	494.6207	16.4285
40	1.4889	0.6717	0.02046	48.8864	0.03046	32.8347	596.8561	18.1776
48	1.6122	0.6203	0.01633	61.2226	0.02633	37.9740	820.1460	21.5976
50	1.6446	0.6080	0.01551	64.4632	0.02551	39.1961	879.4176	22.4363
52	1.6777	0.5961	0.01476	67.7689	0.02476	40.3942	939.9175	23.2686
55	1.7285	0.5785	0.01373	72.8525	0.02373	42.1472	1 032.81	24.5049
60	1.8167	0.5504	0.01224	81.6697	0.02224	44.9550	1 192.81	26.5333
72	2.0471	0.4885	0.00955	104.7099	0.01955	51.1504	1 597.87	31.2386
75	2.1091	0.4741	0.00902	110.9128	0.01902	52.5871	1 702.73	32.3793
84	2.3067	0.4335	0.00765	130.6723	0.01765	56.6485	2 023.32	35.7170
90	2.4486	0.4084	0.00690	144.8633	0.01690	59.1609	2 240.57	37.8724
96	2.5993	0.3847	0.00625	159.9273	0.01625	61.5277	2 459.43	39.9727
100	2.7048	0.3697	0.00587	170.4814	0.01587	63.0289	2 605.78	41.3426
108	2.9289	0.3414	0.00518	192.8926	0.01518	65.8578	2 898.42	44.0103
120	3.3004	0.3030	0.00435	230.0387	0.01435	69.7005	3 334.11	47.8349
132	3.7190	0.2689	0.00368	271.8959	0.01368	73.1108	3 761.69	51.4520
144	4.1906	0.2386	0.00313	319.0616	0.01313	76.1372	4 177.47	54.8676
240	10.8926	0.0918	0.00101	989.2554	0.01101	90.8194	6 878.60	75.7393
360	35.9496	0.0278	0.00029	3 494.96	0.01029	97.2183	8 720.43	89.6995
480	118.6477	0.0084	0.00008	11 765	0.01008	99.1572	9 511.16	95.9200

Tablas de factores de interés compuesto

1.25%		TABLA 5 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					1.25%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0125	0.9877	1.00000	1.0000	1.01250	0.9877		
2	1.0252	0.9755	0.49680	2.0125	0.50939	1.9631	0.9755	0.4969
3	1.0380	0.9634	0.32920	3.0377	0.34170	2.9265	2.9023	0.9917
4	1.0509	0.9515	0.24536	4.0756	0.25786	3.8781	5.7569	1.4845
5	1.0641	0.9398	0.19506	5.1266	0.20756	4.8178	9.5160	1.9752
6	1.0774	0.9282	0.16153	6.1907	0.17403	5.7460	14.1569	2.4638
7	1.0909	0.9167	0.13759	7.2680	0.13009	6.6627	19.6571	2.9503
8	1.1045	0.9054	0.11963	8.3589	0.13213	7.5681	25.9949	3.4348
9	1.1183	0.8942	0.10567	9.4634	0.11817	8.4623	33.1487	3.9172
10	1.1323	0.8832	0.09450	10.5817	0.10700	9.3455	41.0973	4.3975
11	1.1464	0.8723	0.08537	11.7139	0.09787	10.2178	49.8201	4.8758
12	1.1608	0.8615	0.07776	12.8604	0.09026	11.0793	59.2967	5.3520
13	1.1753	0.8509	0.07132	14.0211	0.08382	11.9302	69.5072	5.8262
14	1.1900	0.8404	0.06581	15.1964	0.07831	12.7706	80.4320	6.2982
15	1.2048	0.8300	0.06103	16.3863	0.07353	13.6005	92.0519	6.7682
16	1.2199	0.8197	0.05685	17.5912	0.06935	14.4203	104.3481	7.2362
17	1.2351	0.8096	0.05316	18.8111	0.06566	15.2299	117.3021	7.7021
18	1.2506	0.7996	0.04988	20.0462	0.06238	16.0295	130.8958	8.1659
19	1.2662	0.7898	0.04696	21.2968	0.05946	16.8193	145.1115	8.6277
20	1.2820	0.7800	0.04432	22.5630	0.05682	17.5993	159.9316	9.0874
21	1.2981	0.7704	0.04194	23.8450	0.05444	18.3697	175.3392	9.5450
22	1.3143	0.7609	0.03977	25.1431	0.05227	19.1306	191.3174	10.0006
23	1.3307	0.7515	0.03780	26.4574	0.05030	19.8820	207.8499	10.4542
24	1.3474	0.7422	0.03599	27.7881	0.04849	20.6242	224.9204	10.9056
25	1.3642	0.7330	0.03432	29.1354	0.04682	21.3573	242.5132	11.3551
26	1.3812	0.7240	0.03279	30.4996	0.04529	22.0813	260.6128	11.8024
27	1.3985	0.7150	0.03137	31.8809	0.04387	22.7963	279.2040	12.2478
28	1.4160	0.7062	0.03005	33.2794	0.04255	23.5025	298.2719	12.6911
29	1.4337	0.6975	0.02882	34.6954	0.04132	24.2000	317.8019	13.1323
30	1.4516	0.6889	0.02768	36.1291	0.04018	24.8889	337.7797	13.5715
36	1.5639	0.6394	0.02217	45.1155	0.03467	28.8473	466.2830	16.1639
40	1.6436	0.6084	0.01942	51.4896	0.03192	31.3269	559.2320	17.8515
48	1.8154	0.5509	0.01533	65.2284	0.02783	35.9315	759.2296	21.1299
50	1.8610	0.5373	0.01452	68.8818	0.02702	37.0129	811.6738	21.9295
52	1.9078	0.5242	0.01377	72.6271	0.02627	38.0677	864.9409	22.7211
55	1.9803	0.5050	0.01275	78.4225	0.02525	39.6017	946.2277	23.8936
60	2.1072	0.4746	0.01129	88.5745	0.02379	42.0346	1 084.84	25.8083
72	2.4459	0.4088	0.00865	115.6736	0.02115	47.2925	1 428.46	30.2047
75	2.5388	0.3939	0.00812	123.1035	0.02062	48.4890	1 515.79	31.2605
84	2.8391	0.3522	0.00680	147.1290	0.01930	51.8222	1 778.84	34.3258
90	3.0588	0.3269	0.00607	164.7050	0.01857	53.8461	1 953.83	36.2855
96	3.2955	0.3034	0.00545	183.6411	0.01795	55.7246	2 127.52	38.1793
100	3.4634	0.2887	0.00507	197.0723	0.01757	56.9013	2 242.24	39.4058
108	3.8253	0.2614	0.00442	226.0226	0.01692	59.0865	2 468.26	41.7737
120	4.4402	0.2252	0.00363	275.2171	0.01613	61.9828	2 796.57	45.1184
132	5.1540	0.1940	0.00301	332.3198	0.01551	64.4781	3 109.35	48.2234
144	5.9825	0.1672	0.00251	398.6021	0.01501	66.6277	3 404.61	51.0990
240	19.7155	0.0507	0.00067	1 497.24	0.01317	75.9423	5 101.53	67.1764
360	87.5410	0.0114	0.00014	6 923.28	0.01264	79.0861	5 997.90	75.8401
480	388.7007	0.0026	0.00003	31 016	0.01253	79.7942	6 284.74	78.7619

Tablas de factores de interés compuesto

1.5%		TABLA 6 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					1.5%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0150	0.9852	1.00000	1.0000	1.01500	0.9852		
2	1.0302	0.9707	0.49628	2.0150	0.51128	1.9559	0.9707	0.4963
3	1.0457	0.9563	0.32838	3.0452	0.34338	2.9122	2.8833	0.9901
4	1.0614	0.9422	0.24444	4.0909	0.25944	3.8544	5.7098	1.4814
5	1.0773	0.9283	0.19409	5.1523	0.20909	4.7826	9.4229	1.9702
6	1.0934	0.9145	0.16053	6.2296	0.17553	5.6972	13.9956	2.4566
7	1.1098	0.9010	0.13656	7.3230	0.15156	6.5982	19.4018	2.9405
8	1.1265	0.8877	0.11858	8.4328	0.13358	7.4859	25.6157	3.4219
9	1.1434	0.8746	0.10461	9.5593	0.11961	8.3605	32.6125	3.9008
10	1.1605	0.8617	0.09343	10.7027	0.10843	9.2222	40.3675	4.3772
11	1.1779	0.8489	0.08429	11.8633	0.09929	10.0711	48.8568	4.8512
12	1.1956	0.8364	0.07668	13.0412	0.09168	10.9075	58.0571	5.3227
13	1.2136	0.8240	0.07024	14.2368	0.08524	11.7315	67.9454	5.7917
14	1.2318	0.8118	0.06472	15.4504	0.07972	12.5434	78.4994	6.2582
15	1.2502	0.7999	0.05994	16.6821	0.07494	13.3432	89.6974	6.7223
16	1.2690	0.7880	0.05577	17.9324	0.07077	14.1313	101.5178	7.1839
17	1.2880	0.7764	0.05208	19.2014	0.06708	14.9076	113.9400	7.6431
18	1.3073	0.7649	0.04881	20.4894	0.06381	15.6726	126.9435	8.0997
19	1.3270	0.7536	0.04588	21.7967	0.06088	16.4262	140.5084	8.5539
20	1.3469	0.7425	0.04325	23.1237	0.05825	17.1686	154.6154	9.0057
21	1.3671	0.7315	0.04087	24.4705	0.05587	17.9001	169.2453	9.4550
22	1.3876	0.7207	0.03870	25.8376	0.05370	18.6208	184.3798	9.9018
23	1.4084	0.7100	0.03673	27.2251	0.05173	19.3309	200.0006	10.3462
24	1.4295	0.6995	0.03492	28.6335	0.04992	20.0304	216.0901	10.7881
25	1.4509	0.6892	0.03326	30.0630	0.04826	20.7196	232.6310	11.2276
26	1.4727	0.6790	0.03173	31.5140	0.04673	21.3986	249.6065	11.6646
27	1.4948	0.6690	0.03032	32.9867	0.04532	22.0676	267.0002	12.0992
28	1.5172	0.6591	0.02900	34.4815	0.04400	22.7267	284.7958	12.5313
29	1.5400	0.6494	0.02778	35.9987	0.04278	23.3761	302.9779	12.9610
30	1.5631	0.6398	0.02664	37.5387	0.04164	24.0158	321.5310	13.3883
36	1.7091	0.5851	0.02115	47.2760	0.03615	27.6607	439.8303	15.9009
40	1.8140	0.5513	0.01843	54.2679	0.03343	29.9158	524.3568	17.5277
48	2.0435	0.4894	0.01437	69.5652	0.02937	34.0426	703.5462	20.6667
50	2.1052	0.4750	0.01357	73.6828	0.02857	34.9997	749.9636	21.4277
52	2.1689	0.4611	0.01283	77.9249	0.02783	35.9287	796.8774	22.1794
55	2.2679	0.4409	0.01183	84.5296	0.02683	37.2715	868.0285	23.2894
60	2.4432	0.4093	0.01039	96.2147	0.02539	39.3803	988.1674	25.0930
72	2.9212	0.3423	0.00781	128.0772	0.02281	43.8447	1 279.79	29.1893
75	3.0546	0.3274	0.00730	136.9728	0.02230	44.8416	1 352.56	30.1631
84	3.4926	0.2863	0.00602	166.1726	0.02102	47.5786	1 568.51	32.9668
90	3.8189	0.2619	0.00532	187.9299	0.02032	49.2099	1 709.54	34.7399
96	4.1758	0.2395	0.00472	211.7202	0.01972	50.7017	1 847.47	36.4381
100	4.4320	0.2256	0.00437	228.8030	0.01937	51.6247	1 937.45	37.5295
108	4.9927	0.2003	0.00376	266.1778	0.01876	53.3137	2 112.13	39.6171
120	5.9693	0.1675	0.00302	331.2882	0.01802	55.4985	2 359.71	42.5185
132	7.1370	0.1401	0.00244	409.1354	0.01744	57.3257	2 588.71	45.1579
144	8.5332	0.1172	0.00199	502.2109	0.01699	58.8540	2 798.58	47.5512
240	35.6328	0.0281	0.00043	2 308.85	0.01543	64.7957	3 870.69	59.7368
360	212.7038	0.0047	0.00007	14 114	0.01507	66.3532	4 310.72	64.9662
480	1 269.70	0.0008	0.00001	84 580	0.01501	66.6142	4 415.74	66.2883

Tablas de factores de interés compuesto

2%		TABLA 7 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					2%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0200	0.9804	1.00000	1.0000	1.02000	0.9804		
2	1.0404	0.9612	0.49505	2.0200	0.51505	1.9416	0.9612	0.4950
3	1.0612	0.9423	0.32675	3.0604	0.34675	2.8839	2.8458	0.9868
4	1.0824	0.9238	0.24262	4.1216	0.26262	3.8077	5.6173	1.4752
5	1.1041	0.9057	0.19216	5.2040	0.21216	4.7135	9.2403	1.9604
6	1.1262	0.8880	0.15853	6.3081	0.17853	5.6014	13.6801	2.4423
7	1.1487	0.8706	0.13451	7.4343	0.15451	6.4720	18.9035	2.9208
8	1.1717	0.8535	0.11651	8.5830	0.13651	7.3255	24.8779	3.3961
9	1.1951	0.8368	0.10252	9.7546	0.12252	8.1622	31.5720	3.8681
10	1.2190	0.8203	0.09133	10.9497	0.11133	8.9826	38.9551	4.3367
11	1.2434	0.8043	0.08218	12.1687	0.10218	9.7868	46.9977	4.8021
12	1.2682	0.7885	0.07456	13.4121	0.09456	10.5753	55.6712	5.2642
13	1.2936	0.7730	0.06812	14.6803	0.08812	11.3484	64.9475	5.7231
14	1.3195	0.7579	0.06260	15.9739	0.08260	12.1062	74.7999	6.1786
15	1.3459	0.7430	0.05783	17.2934	0.07783	12.8493	85.2021	6.6309
16	1.3728	0.7284	0.05365	18.6393	0.07365	13.5777	96.1288	7.0799
17	1.4002	0.7142	0.04997	20.0121	0.06997	14.2919	107.5554	7.5256
18	1.4282	0.7002	0.04670	21.4123	0.06670	14.9920	119.4581	7.9681
19	1.4568	0.6864	0.04378	22.8406	0.06378	15.6785	131.8139	8.4073
20	1.4859	0.6730	0.04116	24.2974	0.06116	16.3514	144.6003	8.8433
21	1.5157	0.6598	0.03878	25.7833	0.05878	17.0112	157.7959	9.2760
22	1.5460	0.6468	0.03663	27.2990	0.05663	17.6580	171.3795	9.7055
23	1.5769	0.6342	0.03467	28.8450	0.05467	18.2922	185.3309	10.1317
24	1.6084	0.6217	0.03287	30.4219	0.05287	18.9139	199.6305	10.5547
25	1.6406	0.6095	0.03122	32.0303	0.05122	19.5235	214.2592	10.9745
26	1.6734	0.5976	0.02970	33.6709	0.04970	20.1210	229.1987	11.3910
27	1.7069	0.5859	0.02829	35.3443	0.04829	20.7069	244.4311	11.8043
28	1.7410	0.5744	0.02699	37.0512	0.04699	21.2813	259.9392	12.2145
29	1.7758	0.5631	0.02578	38.7922	0.04578	21.8444	275.7064	12.6214
30	1.8114	0.5521	0.02465	40.5681	0.04465	22.3965	291.7164	13.0251
36	2.0399	0.4902	0.01923	51.9944	0.03923	25.4888	392.0405	15.3809
40	2.2080	0.4529	0.01656	60.4020	0.03656	27.3555	461.9931	16.8885
48	2.5871	0.3865	0.01260	79.3535	0.03260	30.6731	605.9657	19.7556
50	2.6916	0.3715	0.01182	84.5794	0.03182	31.4236	642.3606	20.4420
52	2.8003	0.3571	0.01111	90.0164	0.03111	32.1449	678.7849	21.1164
55	2.9717	0.3365	0.01014	98.5865	0.03014	33.1748	733.3527	22.1057
60	3.2810	0.3048	0.00877	114.0515	0.02877	34.7609	823.6975	23.6961
72	4.1611	0.2403	0.00633	158.0570	0.02633	37.9841	1 034.06	27.2234
75	4.4158	0.2265	0.00586	170.7918	0.02586	38.6771	1 084.64	28.0434
84	5.2773	0.1895	0.00468	213.8666	0.02468	40.5255	1 230.42	30.3616
90	5.9431	0.1683	0.00405	247.1567	0.02405	41.5869	1 322.17	31.7929
96	6.6929	0.1494	0.00351	284.6467	0.02351	42.5294	1 409.30	33.1370
100	7.2446	0.1380	0.00320	312.2323	0.02320	43.0984	1 464.75	33.9863
108	8.4883	0.1178	0.00267	374.4129	0.02267	44.1095	1 569.30	35.5774
120	10.7652	0.0929	0.00205	488.2582	0.02205	45.3554	1 710.42	37.7114
132	13.6528	0.0732	0.00158	632.6415	0.02158	46.3378	1 833.47	39.5676
144	17.3151	0.0578	0.00123	815.7545	0.02123	47.1123	1 939.79	41.1738
240	115.8887	0.0086	0.00017	5 744.44	0.02017	49.5686	2 374.88	47.9110
360	1 247.56	0.0008	0.00002	62 328	0.02002	49.9599	2 482.57	49.7112
480	13 430	0.0001			0.02000	49.9963	2 498.03	49.9643

Tablas de factores de interés compuesto

3%		TABLA 8 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					3%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0300	0.9709	1.00000	1.0000	1.03000	0.9709		
2	1.0609	0.9426	0.49261	2.0300	0.52261	1.9135	0.9426	0.4926
3	1.0927	0.9151	0.32353	3.0909	0.35353	2.8286	2.7729	0.9803
4	1.1255	0.8885	0.23903	4.1836	0.26903	3.7171	5.4383	1.4631
5	1.1593	0.8626	0.18835	5.3091	0.21835	4.5797	8.8888	1.9409
6	1.1941	0.8375	0.15460	6.4684	0.18460	5.4172	13.0762	2.4138
7	1.2299	0.8131	0.13051	7.6625	0.16051	6.2303	17.9547	2.8819
8	1.2668	0.7894	0.11246	8.8923	0.14246	7.0197	23.4806	3.3450
9	1.3048	0.7664	0.09843	10.1591	0.12843	7.7861	29.6119	3.8032
10	1.3439	0.7441	0.08723	11.4639	0.11723	8.5302	36.3088	4.2565
11	1.3842	0.7224	0.07808	12.8078	0.10808	9.2526	43.5330	4.7049
12	1.4258	0.7014	0.07046	14.1920	0.10046	9.9540	51.2482	5.1485
13	1.4685	0.6810	0.06403	15.6178	0.09403	10.6350	59.4196	5.5872
14	1.5126	0.6611	0.05853	17.0863	0.08853	11.2961	68.0141	6.0210
15	1.5580	0.6419	0.05377	18.5989	0.08377	11.9379	77.0002	6.4500
16	1.6047	0.6232	0.04961	20.1569	0.07961	12.5611	86.3477	6.8742
17	1.6528	0.6050	0.04595	21.7616	0.07595	13.1661	96.0280	7.2936
18	1.7024	0.5874	0.04271	23.4144	0.07271	13.7535	106.0137	7.7081
19	1.7535	0.5703	0.03981	25.1169	0.06981	14.3238	116.2788	8.1179
20	1.8061	0.5537	0.03722	26.8704	0.06722	14.8775	126.7987	8.5229
21	1.8603	0.5375	0.03487	28.6765	0.06487	15.4150	137.5496	8.9231
22	1.9161	0.5219	0.03275	30.5368	0.06275	15.9369	148.5094	9.3186
23	1.9736	0.5067	0.03081	32.4529	0.06081	16.4436	159.6566	9.7093
24	2.0328	0.4919	0.02905	34.4265	0.05905	16.9355	170.9711	10.0954
25	2.0938	0.4776	0.02743	36.4593	0.05743	17.4131	182.4336	10.4768
26	2.1566	0.4637	0.02594	38.5530	0.05594	17.8768	194.0260	10.8535
27	2.2213	0.4502	0.02456	40.7096	0.05456	18.3270	205.7309	11.2255
28	2.2879	0.4371	0.02329	42.9309	0.05329	18.7641	217.5320	11.5930
29	2.3566	0.4243	0.02211	45.2189	0.05211	19.1885	229.4137	11.9558
30	2.4273	0.4120	0.02102	47.5754	0.05102	19.6004	241.3613	12.3141
31	2.5001	0.4000	0.02000	50.0027	0.05000	20.0004	253.3609	12.6678
32	2.5751	0.3883	0.01905	52.5028	0.04905	20.3888	265.3993	13.0169
33	2.6523	0.3770	0.01816	55.0778	0.04816	20.7658	277.4642	13.3616
34	2.7319	0.3660	0.01732	57.7302	0.04732	21.1318	289.5437	13.7018
35	2.8139	0.3554	0.01654	60.4621	0.04654	21.4872	301.6267	14.0375
40	3.2620	0.3066	0.01326	75.4013	0.04326	23.1148	361.7499	15.6502
45	3.7816	0.2644	0.01079	92.7199	0.04079	24.5187	420.6325	17.1556
50	4.3839	0.2281	0.00887	112.7969	0.03887	25.7298	477.4803	18.5575
55	5.0821	0.1968	0.00735	136.0716	0.03735	26.7744	531.7411	19.8600
60	5.8916	0.1697	0.00613	163.0534	0.03613	27.6756	583.0526	21.0674
65	6.8300	0.1464	0.00515	194.3328	0.03515	28.4529	631.2010	22.1841
70	7.9178	0.1263	0.00434	230.5941	0.03434	29.1234	676.0869	23.2145
75	9.1789	0.1089	0.00367	272.6309	0.03367	29.7018	717.6978	24.1634
80	10.6409	0.0940	0.00311	321.3630	0.03311	30.2008	756.0865	25.0353
84	11.9764	0.0835	0.00273	365.8805	0.03273	30.5501	784.5434	25.6806
85	12.3357	0.0811	0.00265	377.8570	0.03265	30.6312	791.3529	25.8349
90	14.3005	0.0699	0.00226	443.3489	0.03226	31.0024	823.6302	26.5667
96	17.0755	0.0586	0.00187	535.8502	0.03187	31.3812	858.6377	27.3615
108	24.3456	0.0411	0.00129	778.1863	0.03129	31.9642	917.6013	28.7072
120	34.7110	0.0288	0.00089	1 123.70	0.03089	32.3730	963.8635	29.7737

Tablas de factores de interés compuesto

4%		TABLA 9 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					4%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0400	0.9615	1.00000	1.0000	1.04000	0.9615		
2	1.0816	0.9246	0.49020	2.0400	0.53020	1.8861	0.9246	0.4902
3	1.1249	0.8890	0.32035	3.1216	0.36035	2.7751	2.7025	0.9739
4	1.1699	0.8548	0.23549	4.2465	0.27549	3.6299	5.2670	1.4510
5	1.2167	0.8219	0.18463	5.4163	0.22463	4.4518	8.5547	1.9216
6	1.2653	0.7903	0.15076	6.6330	0.19076	5.2421	12.5062	2.3857
7	1.3159	0.7599	0.12661	7.8983	0.16661	6.0021	17.0657	2.8433
8	1.3686	0.7307	0.10853	9.2142	0.14853	6.7327	22.1806	3.2944
9	1.4233	0.7026	0.09449	10.5828	0.13449	7.4353	27.8013	3.7391
10	1.4802	0.6756	0.08329	12.0061	0.12329	8.1109	33.8814	4.1773
11	1.5395	0.6496	0.07415	13.4864	0.11415	8.7605	40.3772	4.6090
12	1.6010	0.6246	0.06655	15.0258	0.10655	9.3851	47.2477	5.0343
13	1.6651	0.6006	0.06014	16.6268	0.10014	9.9856	54.4546	5.4533
14	1.7317	0.5775	0.05467	18.2919	0.09467	10.5631	61.9618	5.8659
15	1.8009	0.5553	0.04994	20.0236	0.08994	11.1184	69.7355	6.2721
16	1.8730	0.5339	0.04582	21.8245	0.08582	11.6523	77.7441	6.6720
17	1.9479	0.5134	0.04220	23.6975	0.08220	12.1657	85.9581	7.0656
18	2.0258	0.4936	0.03899	25.6454	0.07899	12.6593	94.3498	7.4530
19	2.1068	0.4746	0.03614	27.6712	0.07614	13.1339	102.8933	7.8342
20	2.1911	0.4564	0.03358	29.7781	0.07358	13.5903	111.5647	8.2091
21	2.2788	0.4388	0.03128	31.9692	0.07128	14.0292	120.3414	8.5779
22	2.3699	0.4220	0.02920	34.2480	0.06920	14.4511	129.2024	8.9407
23	2.4647	0.4057	0.02731	36.6179	0.06731	14.8568	138.1284	9.2973
24	2.5633	0.3901	0.02559	39.0826	0.06559	15.2470	147.1012	9.6479
25	2.6658	0.3751	0.02401	41.6459	0.06401	15.6221	156.1040	9.9925
26	2.7725	0.3607	0.02257	44.3117	0.06257	15.9828	165.1212	10.3312
27	2.8834	0.3468	0.02124	47.0842	0.06124	16.3296	174.1385	10.6640
28	2.9987	0.3335	0.02001	49.9676	0.06001	16.6631	183.1424	10.9909
29	3.1187	0.3207	0.01888	52.9663	0.05888	16.9837	192.1206	11.3120
30	3.2434	0.3083	0.01783	56.0849	0.05783	17.2920	201.0618	11.6274
31	3.3731	0.2965	0.01686	59.3283	0.05686	17.5885	209.9556	11.9371
32	3.5081	0.2851	0.01595	62.7015	0.05595	17.8736	218.7924	12.2411
33	3.6484	0.2741	0.01510	66.2095	0.05510	18.1476	227.5634	12.5396
34	3.7943	0.2636	0.01431	69.8579	0.05431	18.4112	236.2607	12.8324
35	3.9461	0.2534	0.01358	73.6522	0.05358	18.6646	244.8768	13.1198
40	4.8010	0.2083	0.01052	95.0255	0.05052	19.7928	286.5303	14.4765
45	5.8412	0.1712	0.00826	121.0294	0.04826	20.7200	325.4028	15.7047
50	7.1067	0.1407	0.00655	152.6671	0.04655	21.4822	361.1638	16.8122
55	8.6464	0.1157	0.00523	191.1592	0.04523	22.1086	393.6890	17.8070
60	10.5196	0.0951	0.00420	237.9907	0.04420	22.6235	422.9966	18.6972
65	12.7987	0.0781	0.00339	294.9684	0.04339	23.0467	449.2014	19.4909
70	15.5716	0.0642	0.00275	364.2905	0.04275	23.3945	472.4789	20.1961
75	18.9453	0.0528	0.00223	448.6314	0.04223	23.6804	493.0408	20.8206
80	23.0498	0.0434	0.00181	551.2450	0.04181	23.9154	511.1461	21.3718
85	28.0436	0.0357	0.00148	676.0901	0.04148	24.1085	526.9384	21.8569
90	34.1193	0.0293	0.00121	827.9833	0.04121	24.2673	540.7369	22.2826
96	43.1718	0.0232	0.00095	1 054.30	0.04095	24.4209	554.9312	22.7236
108	69.1195	0.0145	0.00059	1 702.99	0.04059	24.6383	576.8949	23.4146
120	110.6626	0.0090	0.00036	2 741.56	0.04036	24.7741	592.2428	23.9057
144	283.6618	0.0035	0.00014	7 066.55	0.04014	24.9119	610.1055	24.4906

Tablas de factores de interés compuesto

5%		TABLA 10 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						5%
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0500	0.9524	1.00000	1.0000	1.05000	0.9524		
2	1.1025	0.9070	0.48780	2.0500	0.53780	1.8594	0.9070	0.4878
3	1.1576	0.8638	0.31721	3.1525	0.36721	2.7232	2.6347	0.9675
4	1.2155	0.8227	0.23201	4.3101	0.28201	3.5460	5.1028	1.4391
5	1.2763	0.7835	0.18097	5.5256	0.23097	4.3295	8.2369	1.9025
6	1.3401	0.7462	0.14702	6.8019	0.19702	5.0757	11.9680	2.3579
7	1.4071	0.7107	0.12282	8.1420	0.17282	5.7864	16.2321	2.8052
8	1.4775	0.6768	0.10472	9.5491	0.15472	6.4632	20.9700	3.2445
9	1.5513	0.6446	0.09069	11.0266	0.14069	7.1078	26.1268	3.6758
10	1.6289	0.6139	0.07950	12.5779	0.12950	7.7217	31.6520	4.0991
11	1.7103	0.5847	0.07039	14.2068	0.12039	8.3064	37.4988	4.5144
12	1.7959	0.5568	0.06283	15.9171	0.11283	8.8633	43.6241	4.9219
13	1.8856	0.5303	0.05646	17.7130	0.10646	9.3936	49.9879	5.3215
14	1.9799	0.5051	0.05102	19.5986	0.10102	9.8986	56.5538	5.7133
15	2.0789	0.4810	0.04634	21.5786	0.09634	10.3797	63.2880	6.0973
16	2.1829	0.4581	0.04227	23.6575	0.09227	10.8378	70.1597	6.4736
17	2.2920	0.4363	0.03870	25.8404	0.08870	11.2741	77.1405	6.8423
18	2.4066	0.4155	0.03555	28.1324	0.08555	11.6896	84.2043	7.2034
19	2.5270	0.3957	0.03275	30.5390	0.08275	12.0853	91.3275	7.5569
20	2.6533	0.3769	0.03024	33.0660	0.08024	12.4622	98.4884	7.9030
21	2.7860	0.3589	0.02800	35.7193	0.07800	12.8212	105.6673	8.2416
22	2.9253	0.3418	0.02597	38.5052	0.07597	13.1630	112.8461	8.5730
23	3.0715	0.3256	0.02414	41.4305	0.07414	13.4886	120.0087	8.8971
24	3.2251	0.3101	0.02247	44.5020	0.07247	13.7986	127.1402	9.2140
25	3.3864	0.2953	0.02095	47.7271	0.07095	14.0939	134.2275	9.5238
26	3.5557	0.2812	0.01956	51.1135	0.06956	14.3752	141.2585	9.8266
27	3.7335	0.2678	0.01829	54.6691	0.06829	14.6430	148.2226	10.1224
28	3.9201	0.2551	0.01712	58.4026	0.06712	14.8981	155.1101	10.4114
29	4.1161	0.2429	0.01605	62.3227	0.06605	15.1411	161.9126	10.6936
30	4.3219	0.2314	0.01505	66.4388	0.06505	15.3725	168.6226	10.9691
31	4.5380	0.2204	0.01413	70.7608	0.06413	15.5928	175.2333	11.2381
32	4.7649	0.2099	0.01328	75.2988	0.06328	15.8027	181.7392	11.5005
33	5.0032	0.1999	0.01249	80.0638	0.06249	16.0025	188.1351	11.7566
34	5.2533	0.1904	0.01176	85.0670	0.06176	16.1929	194.4168	12.0063
35	5.5160	0.1813	0.01107	90.3203	0.06107	16.3742	200.5807	12.2498
40	7.0400	0.1420	0.00828	120.7998	0.05828	17.1591	229.5452	13.3775
45	8.9850	0.1113	0.00626	159.7002	0.05626	17.7741	255.3145	14.3644
50	11.4674	0.0872	0.00478	209.3480	0.05478	18.2559	277.9148	15.2233
55	14.6356	0.0683	0.00367	272.7126	0.05367	18.6335	297.5104	15.9664
60	18.6792	0.0535	0.00283	353.5837	0.05283	18.9293	314.3432	16.6062
65	23.8399	0.0419	0.00219	456.7980	0.05219	19.1611	328.6910	17.1541
70	30.4264	0.0329	0.00170	588.5285	0.05170	19.3427	340.8409	17.6212
75	38.8327	0.0258	0.00132	756.6537	0.05132	19.4850	351.0721	18.0176
80	49.5614	0.0202	0.00103	971.2288	0.05103	19.5965	359.6460	18.3526
85	63.2544	0.0158	0.00080	1 245.09	0.05080	19.6838	366.8007	18.6346
90	80.7304	0.0124	0.00063	1 594.61	0.05063	19.7523	372.7488	18.8712
95	103.0347	0.0097	0.00049	2 040.69	0.05049	19.8059	377.6774	19.0689
96	108.1864	0.0092	0.00047	2 143.73	0.05047	19.8151	378.5555	19.1044
98	119.2755	0.0084	0.00042	2 365.51	0.05042	19.8323	380.2139	19.1714
100	131.5013	0.0076	0.00038	2 610.03	0.05038	19.8479	381.7492	19.2337

Tablas de factores de interés compuesto

6%		TABLA 11 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						6%
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0600	0.9434	1.00000	1.0000	1.06000	0.9434		
2	1.1236	0.8900	0.48544	2.0600	0.54544	1.8334	0.8900	0.4854
3	1.1910	0.8396	0.31411	3.1836	0.37411	2.6730	2.5692	0.9612
4	1.2625	0.7921	0.22859	4.3746	0.28859	3.4651	4.9455	1.4272
5	1.3382	0.7473	0.17740	5.6371	0.23740	4.2124	7.9345	1.8836
6	1.4185	0.7050	0.14336	6.9753	0.20336	4.9173	11.4594	2.3304
7	1.5036	0.6651	0.11914	8.3938	0.17914	5.5824	15.4497	2.7676
8	1.5938	0.6274	0.10104	9.8975	0.16104	6.2098	19.8416	3.1952
9	1.6895	0.5919	0.08702	11.4913	0.14702	6.8017	24.5768	3.6133
10	1.7908	0.5584	0.07587	13.1808	0.13587	7.3601	29.6023	4.0220
11	1.8983	0.5268	0.06679	14.9716	0.12679	7.8869	34.8702	4.4213
12	2.0122	0.4970	0.05928	16.8699	0.11928	8.3838	40.3369	4.8113
13	2.1329	0.4688	0.05296	18.8821	0.11296	8.8527	45.9629	5.1920
14	2.2609	0.4423	0.04758	21.0151	0.10758	9.2950	51.7128	5.5635
15	2.3966	0.4173	0.04296	23.2760	0.10296	9.7122	57.5546	5.9260
16	2.5404	0.3936	0.03895	25.6725	0.09895	10.1059	63.4592	6.2794
17	2.6928	0.3714	0.03544	28.2129	0.09544	10.4773	69.4011	6.6240
18	2.8543	0.3503	0.03236	30.9057	0.09236	10.8276	75.3569	6.9597
19	3.0256	0.3305	0.02962	33.7600	0.08962	11.1581	81.3062	7.2867
20	3.2071	0.3118	0.02718	36.7856	0.08718	11.4699	87.2304	7.6051
21	3.3996	0.2942	0.02500	39.9927	0.08500	11.7641	93.1136	7.9151
22	3.6035	0.2775	0.02305	43.3923	0.08305	12.0416	98.9412	8.2166
23	3.8197	0.2618	0.02128	46.9958	0.08128	12.3034	104.7007	8.5099
24	4.0489	0.2470	0.01968	50.8156	0.07968	12.5504	110.3812	8.7951
25	4.2919	0.2330	0.01823	54.8645	0.07823	12.7834	115.9732	9.0722
26	4.5494	0.2198	0.01690	59.1564	0.07690	13.0032	121.4684	9.3414
27	4.8223	0.2074	0.01570	63.7058	0.07570	13.2105	126.8600	9.6029
28	5.1117	0.1956	0.01459	68.5281	0.07459	13.4062	132.1420	9.8568
29	5.4184	0.1846	0.01358	73.6398	0.07358	13.5907	137.3096	10.1032
30	5.7435	0.1741	0.01265	79.0582	0.07265	13.7648	142.3588	10.3422
31	6.0881	0.1643	0.01179	84.8017	0.07179	13.9291	147.2864	10.5740
32	6.4534	0.1550	0.01100	90.8898	0.07100	14.0840	152.0901	10.7988
33	6.8406	0.1462	0.01027	97.3432	0.07027	14.2302	156.7681	11.0166
34	7.2510	0.1379	0.00960	104.1838	0.06960	14.3681	161.3192	11.2276
35	7.6861	0.1301	0.00897	111.4348	0.06897	14.4982	165.7427	11.4319
40	10.2857	0.0972	0.00646	154.7620	0.06646	15.0463	185.9568	12.3590
45	13.7646	0.0727	0.00470	212.7435	0.06470	15.4558	203.1096	13.1413
50	18.4202	0.0543	0.00344	290.3359	0.06344	15.7619	217.4574	13.7964
55	24.6503	0.0406	0.00254	394.1720	0.06254	15.9905	229.3222	14.3411
60	32.9877	0.0303	0.00188	533.1282	0.06188	16.1614	239.0428	14.7909
65	44.1450	0.0227	0.00139	719.0829	0.06139	16.2891	246.9450	15.1601
70	59.0759	0.0169	0.00103	967.9322	0.06103	16.3845	253.3271	15.4613
75	79.0569	0.0126	0.00077	1300.95	0.06077	16.4558	258.4527	15.7058
80	105.7960	0.0095	0.00057	1746.60	0.06057	16.5091	262.5493	15.9033
85	141.5789	0.0071	0.00043	2342.98	0.06043	16.5489	265.8096	16.0620
90	189.4645	0.0053	0.00032	3141.08	0.06032	16.5787	268.3946	16.1891
95	253.5463	0.0039	0.00024	4209.10	0.06024	16.6009	270.4375	16.2905
96	268.7590	0.0037	0.00022	4462.65	0.06022	16.6047	270.7909	16.3081
98	301.9776	0.0033	0.00020	5016.29	0.06020	16.6115	271.4491	16.3411
100	339.3021	0.0029	0.00018	5638.37	0.06018	16.6175	272.0471	16.3711

Tablas de factores de interés compuesto

7%	TABLA 12 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto							7%
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0700	0.9346	1.00000	1.0000	1.07000	0.9346		
2	1.1449	0.8734	0.48309	2.0700	0.55309	1.8080	0.8734	0.4831
3	1.2250	0.8163	0.31105	3.2149	0.38105	2.6243	2.5060	0.9549
4	1.3108	0.7629	0.22523	4.4399	0.29523	3.3872	4.7947	1.4155
5	1.4026	0.7130	0.17389	5.7507	0.24389	4.1002	7.6467	1.8650
6	1.5007	0.6663	0.13980	7.1533	0.20980	4.7665	10.9784	2.3032
7	1.6058	0.6227	0.11555	8.6540	0.18555	5.3893	14.7149	2.7304
8	1.7182	0.5820	0.09747	10.2598	0.16747	5.9713	18.7889	3.1465
9	1.8385	0.5439	0.08349	11.9780	0.15349	6.5152	23.1404	3.5517
10	1.9672	0.5083	0.07238	13.8164	0.14238	7.0236	27.7156	3.9461
11	2.1049	0.4751	0.06336	15.7836	0.13336	7.4987	32.4665	4.3296
12	2.2522	0.4440	0.05590	17.8885	0.12590	7.9427	37.3506	4.7025
13	2.4098	0.4150	0.04965	20.1406	0.11965	8.3577	42.3302	5.0648
14	2.5785	0.3878	0.04434	22.5505	0.11434	8.7455	47.3718	5.4167
15	2.7590	0.3624	0.03979	25.1290	0.10979	9.1079	52.4461	5.7583
16	2.9522	0.3387	0.03586	27.8881	0.10586	9.4466	57.5271	6.0897
17	3.1588	0.3166	0.03243	30.8402	0.10243	9.7632	62.5923	6.4110
18	3.3799	0.2959	0.02941	33.9990	0.09941	10.0591	67.6219	6.7225
19	3.6165	0.2765	0.02675	37.3790	0.09675	10.3356	72.5991	7.0242
20	3.8697	0.2584	0.02439	40.9955	0.09439	10.5940	77.5091	7.3163
21	4.1406	0.2415	0.02229	44.8652	0.09229	10.8355	82.3393	7.5990
22	4.4304	0.2257	0.02041	49.0057	0.09041	11.0612	87.0793	7.8725
23	4.7405	0.2109	0.01871	53.4361	0.08871	11.2722	91.7201	8.1369
24	5.0724	0.1971	0.01719	58.1767	0.08719	11.4693	96.2545	8.3923
25	5.4274	0.1842	0.01581	63.2490	0.08581	11.6536	100.6765	8.6391
26	5.8074	0.1722	0.01456	68.6765	0.08456	11.8258	104.9814	8.8773
27	6.2139	0.1609	0.01343	74.4838	0.08343	11.9867	109.1656	9.1072
28	6.6488	0.1504	0.01239	80.6977	0.08239	12.1371	113.2264	9.3289
29	7.1143	0.1406	0.01145	87.3465	0.08145	12.2777	117.1622	9.5427
30	7.6123	0.1314	0.01059	94.4608	0.08059	12.4090	120.9718	9.7487
31	8.1451	0.1228	0.00980	102.0730	0.07980	12.5318	124.6550	9.9471
32	8.7153	0.1147	0.00907	110.2182	0.07907	12.6466	128.2120	10.1381
33	9.3253	0.1072	0.00841	118.9334	0.07841	12.7538	131.6435	10.3219
34	9.9781	0.1002	0.00780	128.2588	0.07780	12.8540	134.9507	10.4987
35	10.6766	0.0937	0.00723	138.2369	0.07723	12.9477	138.1353	10.6687
40	14.9745	0.0668	0.00501	199.6351	0.07501	13.3317	152.2928	11.4233
45	21.0025	0.0476	0.00350	285.7493	0.07350	13.6055	163.7559	12.0360
50	29.4570	0.0339	0.00246	406.5289	0.07246	13.8007	172.9051	12.5287
55	41.3150	0.0242	0.00174	575.9286	0.07174	13.9399	180.1243	12.9215
60	57.9464	0.0173	0.00123	813.5204	0.07123	14.0392	185.7677	13.2321
65	81.2729	0.0123	0.00087	1 146.76	0.07087	14.1099	190.1452	13.4760
70	113.9894	0.0088	0.00062	1 614.13	0.07062	14.1604	193.5185	13.6662
75	159.8760	0.0063	0.00044	2 269.66	0.07044	14.1964	196.1035	13.8136
80	224.2344	0.0045	0.00031	3 189.06	0.07031	14.2220	198.0748	13.9273
85	314.5003	0.0032	0.00022	4 478.58	0.07022	14.2403	199.5717	14.0146
90	441.1030	0.0023	0.00016	6 287.19	0.07016	14.2533	200.7042	14.0812
95	618.6697	0.0016	0.00011	8 823.85	0.07011	14.2626	201.5581	14.1319
96	661.9766	0.0015	0.00011	9 442.52	0.07011	14.2641	201.7016	14.1405
98	757.8970	0.0013	0.00009	10 813	0.07009	14.2669	201.9651	14.1562
100	867.7163	0.0012	0.00008	12 382	0.07008	14.2693	202.2001	14.1703

Tablas de factores de interés compuesto

8%	TABLA 13 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						8%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0800	0.9259	1.00000	1.0000	1.08000	0.9259		
2	1.1664	0.8573	0.48077	2.0800	0.56077	1.7833	0.8573	0.4808
3	1.2597	0.7938	0.30803	3.2464	0.38803	2.5771	2.4450	0.9487
4	1.3605	0.7350	0.22192	4.5061	0.30192	3.3121	4.6501	1.4040
5	1.4693	0.6806	0.17046	5.8666	0.25046	3.9927	7.3724	1.8465
6	1.5869	0.6302	0.13632	7.3359	0.21632	4.6229	10.5233	2.2763
7	1.7138	0.5835	0.11207	8.9228	0.19207	5.2064	14.0242	2.6937
8	1.8509	0.5403	0.09401	10.6366	0.17401	5.7466	17.8061	3.0985
9	1.9990	0.5002	0.08008	12.4876	0.16008	6.2469	21.8081	3.4910
10	2.1589	0.4632	0.06903	14.4866	0.14903	6.7101	25.9768	3.8713
11	2.3316	0.4289	0.06008	16.6455	0.14008	7.1390	30.2657	4.2395
12	2.5182	0.3971	0.05270	18.9771	0.13270	7.5361	34.6339	4.5957
13	2.7196	0.3677	0.04652	21.4953	0.12652	7.9038	39.0463	4.9402
14	2.9372	0.3405	0.04130	24.2149	0.12130	8.2442	43.4723	5.2731
15	3.1722	0.3152	0.03683	27.1521	0.11683	8.5595	47.8857	5.5945
16	3.4259	0.2919	0.03298	30.3243	0.11298	8.8514	52.2640	5.9046
17	3.7000	0.2703	0.02963	33.7502	0.10963	9.1216	56.5883	6.2037
18	3.9960	0.2502	0.02670	37.4502	0.10670	9.3719	60.8426	6.4920
19	4.3157	0.2317	0.02413	41.4463	0.10413	9.6036	65.0134	6.7697
20	4.6610	0.2145	0.02185	45.7620	0.10185	9.8181	69.0898	7.0369
21	5.0338	0.1987	0.01983	50.4229	0.09983	10.0168	73.0629	7.2940
22	5.4365	0.1839	0.01803	55.4568	0.09803	10.2007	76.9257	7.5412
23	5.8715	0.1703	0.01642	60.8933	0.09642	10.3711	80.6726	7.7786
24	6.3412	0.1577	0.01498	66.7648	0.09498	10.5288	84.2997	8.0066
25	6.8485	0.1460	0.01368	73.1059	0.09368	10.6748	87.8041	8.2254
26	7.3964	0.1352	0.01251	79.9544	0.09251	10.8100	91.1842	8.4352
27	7.9881	0.1252	0.01145	87.3508	0.09145	10.9352	94.4390	8.6363
28	8.6271	0.1159	0.01049	95.3388	0.09049	11.0511	97.5687	8.8289
29	9.3173	0.1073	0.00962	103.9659	0.08962	11.1584	100.5738	9.0133
30	10.0627	0.0994	0.00883	113.2832	0.08883	11.2578	103.4558	9.1897
31	10.8677	0.0920	0.00811	123.3459	0.08811	11.3498	106.2163	9.3584
32	11.7371	0.0852	0.00745	134.2135	0.08745	11.4350	108.8575	9.5197
33	12.6760	0.0789	0.00685	145.9506	0.08685	11.5139	111.3819	9.6737
34	13.6901	0.0730	0.00630	158.6267	0.08630	11.5869	113.7924	9.8208
35	14.7853	0.0676	0.00580	172.3168	0.08580	11.6546	116.0920	9.9611
40	21.7245	0.0460	0.00386	259.0565	0.08386	11.9246	126.0422	10.5699
45	31.9204	0.0313	0.00259	386.5056	0.08259	12.1084	133.7331	11.0447
50	46.9016	0.0213	0.00174	573.7702	0.08174	12.2335	139.5928	11.4107
55	68.9139	0.0145	0.00118	848.9232	0.08118	12.3186	144.0065	11.6902
60	101.2571	0.0099	0.00080	1 253.21	0.08080	12.3766	147.3000	11.9015
65	148.7798	0.0067	0.00054	1 847.25	0.08054	12.4160	149.7387	12.0602
70	218.6064	0.0046	0.00037	2 720.08	0.08037	12.4428	151.5326	12.1783
75	321.2045	0.0031	0.00025	4 002.56	0.08025	12.4611	152.8448	12.2658
80	471.9548	0.0021	0.00017	5 886.94	0.08017	12.4735	153.8001	12.3301
85	693.4565	0.0014	0.00012	8 655.71	0.08012	12.4820	154.4925	12.3772
90	1 018.92	0.0010	0.00008	12 724	0.08008	12.4877	154.9925	12.4116
95	1 497.12	0.0007	0.00005	18 702	0.08005	12.4917	155.3524	12.4365
6	1 616.89	0.0006	0.00005	20 199	0.08005	12.4923	155.4112	12.4406
98	1 885.94	0.0005	0.00004	23 562	0.08004	12.4934	155.5176	12.4480
100	2 199.76	0.0005	0.00004	27 485	0.08004	12.4943	155.6107	12.4545

Tablas de factores de interés compuesto

9%		TABLA 14 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					9%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0900	0.9174	1.00000	1.0000	1.09000	0.9174		
2	1.1881	0.8417	0.47847	2.0900	0.56847	1.7591	0.8417	0.4785
3	1.2950	0.7722	0.30505	3.2781	0.39505	2.5313	2.3860	0.9426
4	1.4116	0.7084	0.21867	4.5731	0.30867	3.2397	4.5113	1.3925
5	1.5386	0.6499	0.16709	5.9847	0.25709	3.8897	7.1110	1.8282
6	1.6771	0.5963	0.13292	7.5233	0.22292	4.4859	10.0924	2.2498
7	1.8280	0.5470	0.10869	9.2004	0.19869	5.0330	13.3746	2.6574
8	1.9926	0.5019	0.09067	11.0285	0.18067	5.5348	16.8877	3.0512
9	2.1719	0.4604	0.07680	13.0210	0.16680	5.9952	20.5711	3.4312
10	2.3674	0.4224	0.06582	15.1929	0.15582	6.4177	24.3728	3.7978
11	2.5804	0.3875	0.05695	17.5603	0.14695	6.8052	28.2481	4.1510
12	2.8127	0.3555	0.04965	20.1407	0.13965	7.1607	32.1590	4.4910
13	3.0658	0.3262	0.04357	22.9534	0.13357	7.4869	36.0731	4.8182
14	3.3417	0.2992	0.03843	26.0192	0.12843	7.7862	39.9633	5.1326
15	3.6425	0.2745	0.03406	29.3609	0.12406	8.0607	43.8069	5.4346
16	3.9703	0.2519	0.03030	33.0034	0.12030	8.3126	47.5849	5.7245
17	4.3276	0.2311	0.02705	36.9737	0.11705	8.5436	51.2821	6.0024
18	4.7171	0.2120	0.02421	41.3013	0.11421	8.7556	54.8860	6.2687
19	5.1417	0.1945	0.02173	46.0185	0.11173	8.9501	58.3868	6.5236
20	5.6044	0.1784	0.01955	51.1601	0.10955	9.1285	61.7770	6.7674
21	6.1088	0.1637	0.01762	56.7645	0.10762	9.2922	65.0509	7.0006
22	6.6586	0.1502	0.01590	62.8733	0.10590	9.4424	68.2048	7.2232
23	7.2579	0.1378	0.01438	69.5319	0.10438	9.5802	71.2359	7.4357
24	7.9111	0.1264	0.01302	76.7898	0.10302	9.7066	74.1433	7.6384
25	8.6231	0.1160	0.01181	84.7009	0.10181	9.8226	76.9265	7.8316
26	9.3992	0.1064	0.01072	93.3240	0.10072	9.9290	79.5863	8.0156
27	10.2451	0.0976	0.00973	102.7231	0.09973	10.0266	82.1241	8.1906
28	11.1671	0.0895	0.00885	112.9682	0.09885	10.1161	84.5419	8.3571
29	12.1722	0.0822	0.00806	124.1354	0.09806	10.1983	86.8422	8.5154
30	13.2677	0.0754	0.00734	136.3075	0.09734	10.2737	89.0280	8.6657
31	14.4618	0.0691	0.00669	149.5752	0.09669	10.3428	91.1024	8.8083
32	15.7633	0.0634	0.00610	164.0370	0.09610	10.4062	93.0690	8.9436
33	17.1820	0.0582	0.00556	179.8003	0.09556	10.4644	94.9314	9.0718
34	18.7284	0.0534	0.00508	196.9823	0.09508	10.5178	96.6935	9.1933
35	20.4140	0.0490	0.00464	215.7108	0.09464	10.5668	98.3590	9.3083
40	31.4094	0.0318	0.00296	337.8824	0.09296	10.7574	105.3762	9.7957
45	48.3273	0.0207	0.00190	525.8587	0.09190	10.8812	110.5561	10.1603
50	74.3575	0.0134	0.00123	815.0836	0.09123	10.9617	114.3251	10.4295
55	114.4083	0.0087	0.00079	1 260.09	0.09079	11.0140	117.0362	10.6261
60	176.0313	0.0057	0.00051	1 944.79	0.09051	11.0480	118.9683	10.7683
65	270.8460	0.0037	0.00033	2 998.29	0.09033	11.0701	120.3344	10.8702
70	416.7301	0.0024	0.00022	4 619.22	0.09022	11.0844	121.2942	10.9427
75	641.1909	0.0016	0.00014	7 113.23	0.09014	11.0938	121.9646	10.9940
80	986.5517	0.0010	0.00009	10 951	0.09009	11.0998	122.4306	11.0299
85	1 517.93	0.0007	0.00006	16 855	0.09006	11.1038	122.7533	11.0551
90	2 335.53	0.0004	0.00004	25 939	0.09004	11.1064	122.9758	11.0726
95	3 593.50	0.0003	0.00003	39 917	0.09003	11.1080	123.1287	11.0847
96	3 916.91	0.0003	0.00002	43 510	0.09002	11.1083	123.1529	11.0866
98	4 653.68	0.0002	0.00002	51 696	0.09002	11.1087	123.1963	11.0900
100	5 529.04	0.0002	0.00002	61 423	0.09002	11.1091	123.2335	11.0930

Tablas de factores de interés compuesto

10%		TABLA 15 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					10%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1000	0.9091	1.00000	1.0000	1.10000	0.9091		
2	1.2100	0.8264	0.47619	2.1000	0.57619	1.7355	0.8264	0.4762
3	1.3310	0.7513	0.30211	3.3100	0.40211	2.4869	2.3291	0.9366
4	1.4641	0.6830	0.21547	4.6410	0.31547	3.1699	4.3781	1.3812
5	1.6105	0.6209	0.16380	6.1051	0.26380	3.7908	6.8618	1.8101
6	1.7716	0.5645	0.12961	7.7156	0.22961	4.3553	9.6842	2.2236
7	1.9487	0.5132	0.10541	9.4872	0.20541	4.8684	12.7631	2.6216
8	2.1436	0.4665	0.08744	11.4359	0.18744	5.3349	16.0287	3.0045
9	2.3579	0.4241	0.07364	13.5795	0.17364	5.7590	19.4215	3.3724
10	2.5937	0.3855	0.06275	15.9374	0.16275	6.1446	22.8913	3.7255
11	2.8531	0.3505	0.05396	18.5312	0.15396	6.4951	26.3963	4.0641
12	3.1384	0.3186	0.04676	21.3843	0.14676	6.8137	29.9012	4.3884
13	3.4523	0.2897	0.04078	24.5227	0.14078	7.1034	33.3772	4.6988
14	3.7975	0.2633	0.03575	27.9750	0.13575	7.3667	36.8005	4.9955
15	4.1772	0.2394	0.03147	31.7725	0.13147	7.6061	40.1520	5.2789
16	4.5950	0.2176	0.02782	35.9497	0.12782	7.8237	43.4164	5.5493
17	5.0545	0.1978	0.02466	40.5447	0.12466	8.0216	46.5819	5.8071
18	5.5599	0.1799	0.02193	45.5992	0.12193	8.2014	49.6395	6.0526
19	6.1159	0.1635	0.01955	51.1591	0.11955	8.3649	52.5827	6.2861
20	6.7275	0.1486	0.01746	57.2750	0.11746	8.5136	55.4069	6.5081
21	7.4002	0.1351	0.01562	64.0025	0.11562	8.6487	58.1095	6.7189
22	8.1403	0.1228	0.01401	71.4027	0.11401	8.7715	60.6893	6.9189
23	8.9543	0.1117	0.01257	79.5430	0.11257	8.8832	63.1462	7.1085
24	9.8497	0.1015	0.01130	88.4973	0.11130	8.9847	65.4813	7.2881
25	10.8347	0.0923	0.01017	98.3471	0.11017	9.0770	67.6964	7.4580
26	11.9182	0.0839	0.00916	109.1818	0.10916	9.1609	69.7940	7.6186
27	13.1100	0.0763	0.00826	121.0999	0.10826	9.2372	71.7773	7.7704
28	14.4210	0.0693	0.00745	134.2099	0.10745	9.3066	73.6495	7.9137
29	15.8631	0.0630	0.00673	148.6309	0.10673	9.3696	75.4146	8.0489
30	17.4494	0.0573	0.00608	164.4940	0.10608	9.4269	77.0766	8.1762
31	19.1943	0.0521	0.00550	181.9434	0.10550	9.4790	78.6395	8.2962
32	21.1138	0.0474	0.00497	201.1378	0.10497	9.5264	80.1078	8.4091
33	23.2252	0.0431	0.00450	222.2515	0.10450	9.5694	81.4856	8.5152
34	25.5477	0.0391	0.00407	245.4767	0.10407	9.6086	82.7773	8.6149
35	28.1024	0.0356	0.00369	271.0244	0.10369	9.6442	83.9872	8.7086
40	45.2593	0.0221	0.00226	442.5926	0.10226	9.7791	88.9525	9.0962
45	72.8905	0.0137	0.00139	718.9048	0.10139	9.8628	92.4544	9.3740
50	117.3909	0.0085	0.00086	1163.91	0.10086	9.9148	94.8889	9.5704
55	189.0591	0.0053	0.00053	1880.59	0.10053	9.9471	96.5619	9.7075
60	304.4816	0.0033	0.00033	3034.82	0.10033	9.9672	97.7010	9.8023
65	490.3707	0.0020	0.00020	4893.71	0.10020	9.9796	98.4705	9.8672
70	789.7470	0.0013	0.00013	7887.47	0.10013	9.9873	98.9870	9.9113
75	1271.90	0.0008	0.00008	12709	0.10008	9.9921	99.3317	9.9410
80	2048.40	0.0005	0.00005	20474	0.10005	9.9951	99.5606	9.9609
85	3298.97	0.0003	0.00003	32980	0.10003	9.9970	99.7120	9.9742
90	5313.02	0.0002	0.00002	53120	0.10002	9.9981	99.8118	9.9831
95	8556.68	0.0001	0.00001	85557	0.10001	9.9988	99.8773	9.9889
96	9412.34	0.0001	0.00001	94113	0.10001	9.9989	99.8874	9.9898
98	11389	0.0001	0.00001		0.10001	9.9991	99.9052	9.9914
100	13781	0.0001	0.00001		0.10001	9.9993	99.9202	9.9927

Tablas de factores de interés compuesto

11%		TABLA 16 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					11%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1100	0.9009	1.00000	1.0000	1.11000	0.9009		
2	1.2321	0.8116	0.47393	2.1100	0.58393	1.7125	0.8116	0.4739
3	1.3676	0.7312	0.29921	3.3421	0.40921	2.4437	2.2740	0.9306
4	1.5181	0.6587	0.21233	4.7097	0.32233	3.1024	4.2502	1.3700
5	1.6851	0.5935	0.16057	6.2278	0.27057	3.6959	6.6240	1.7923
6	1.8704	0.5346	0.12638	7.9129	0.23638	4.2305	9.2972	2.1976
7	2.0762	0.4817	0.10222	9.7833	0.21222	4.7122	12.1872	2.5863
8	2.3045	0.4339	0.08432	11.8594	0.19432	5.1461	15.2246	2.9585
9	2.5580	0.3909	0.07060	14.1640	0.18060	5.5370	18.3520	3.3144
10	2.8394	0.3522	0.05980	16.7220	0.16980	5.8892	21.5217	3.6544
11	3.1518	0.3173	0.05112	19.5614	0.16112	6.2065	24.6945	3.9788
12	3.4985	0.2858	0.04403	22.7132	0.15403	6.4924	27.8588	4.2879
13	3.8833	0.2575	0.03815	26.2116	0.14815	6.7499	30.9290	4.5822
14	4.3104	0.2320	0.03323	30.0949	0.14323	6.9819	33.9449	4.8619
15	4.7846	0.2090	0.02907	34.4054	0.13907	7.1909	36.8709	5.1275
16	5.3109	0.1883	0.02552	39.1899	0.13552	7.3792	39.6953	5.3794
17	5.8951	0.1696	0.02247	44.5008	0.13247	7.5488	42.4095	5.6180
18	6.5436	0.1528	0.01984	50.3959	0.12984	7.7016	45.0074	5.8439
19	7.2633	0.1377	0.01756	56.9395	0.12756	7.8393	47.4856	6.0574
20	8.0623	0.1240	0.01558	64.2028	0.12558	7.9633	49.8423	6.2590
21	8.9492	0.1117	0.01384	72.2651	0.12384	8.0751	52.0771	6.4491
22	9.9336	0.1007	0.01231	81.2143	0.12231	8.1757	54.1912	6.6283
23	11.0263	0.0907	0.01097	91.1479	0.12097	8.2664	56.1864	6.7969
24	12.2392	0.0817	0.00979	102.1742	0.11979	8.3481	58.0656	6.9555
25	13.5855	0.0736	0.00874	114.4133	0.11874	8.4217	59.8322	7.1045
26	15.0799	0.0663	0.00781	127.9988	0.11781	8.4881	61.4900	7.2443
27	16.7386	0.0597	0.00699	143.0786	0.11699	8.5478	63.0433	7.3754
28	18.5799	0.0538	0.00626	159.8173	0.11626	8.6016	64.4965	7.4982
29	20.6237	0.0485	0.00561	178.3972	0.11561	8.6501	65.8542	7.6131
30	22.8923	0.0437	0.00502	199.0209	0.11502	8.6938	67.1210	7.7206
31	25.4104	0.0394	0.00451	221.9132	0.11451	8.7331	68.3016	7.8210
32	28.2056	0.0355	0.00404	247.3236	0.11404	8.7686	69.4007	7.9147
33	31.3082	0.0319	0.00363	275.5292	0.11363	8.8005	70.4228	8.0021
34	34.7521	0.0288	0.00326	306.8374	0.11326	8.8293	71.3724	8.0836
35	38.5749	0.0259	0.00293	341.5896	0.11293	8.8552	72.2538	8.1594
40	65.0009	0.0154	0.00172	581.8261	0.11172	8.9511	75.7789	8.4659
45	109.5302	0.0091	0.00101	986.6386	0.11101	9.0079	78.1551	8.6763
50	184.5648	0.0054	0.00060	1 668.77	0.11060	9.0417	79.7341	8.8185
55	311.0025	0.0032	0.00035	2 818.20	0.11035	9.0617	80.7712	8.9135
60	524.0572	0.0019	0.00021	4 755.07	0.11021	9.0736	81.4461	8.9762
65	883.0669	0.0011	0.00012	8 018.79	0.11012	9.0806	81.8819	9.0172
70	1 488.02	0.0007	0.00007	13 518	0.11007	9.0848	82.1614	9.0438
75	2 507.40	0.0004	0.00004	22 785	0.11004	9.0873	82.3397	9.0610
80	4 225.11	0.0002	0.00003	38 401	0.11003	9.0888	82.4529	9.0720
85	7 119.56	0.0001	0.00002	64 714	0.11002	9.0896	82.5245	9.0790

Tablas de factores de interés compuesto

12%		TABLA 17 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					12%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1200	0.8929	1.00000	1.0000	1.12000	0.8929		
2	1.2544	0.7972	0.47170	2.1200	0.59170	1.6901	0.7972	0.4717
3	1.4049	0.7118	0.29635	3.3744	0.41635	2.4018	2.2208	0.9246
4	1.5735	0.6355	0.20923	4.7793	0.32923	3.0373	4.1273	1.3589
5	1.7623	0.5674	0.15741	6.3528	0.27741	3.6048	6.3970	1.7746
6	1.9738	0.5066	0.12323	8.1152	0.24323	4.1114	8.9302	2.1720
7	2.2107	0.4523	0.09912	10.0890	0.21912	4.5638	11.6443	2.5512
8	2.4760	0.4039	0.08130	12.2997	0.20130	4.9676	14.4714	2.9131
9	2.7731	0.3606	0.06768	14.7757	0.18768	5.3282	17.3563	3.2574
10	3.1058	0.3220	0.05698	17.5487	0.17698	5.6502	20.2541	3.5847
11	3.4785	0.2875	0.04842	20.6546	0.16842	5.9377	23.1288	3.8953
12	3.8960	0.2567	0.04144	24.1331	0.16144	6.1944	25.9523	4.1897
13	4.3635	0.2292	0.03568	28.0291	0.15568	6.4235	28.7024	4.4683
14	4.8871	0.2046	0.03087	32.3926	0.15087	6.6282	31.3624	4.7317
15	5.4736	0.1827	0.02682	37.2797	0.14682	6.8109	33.9202	4.9803
16	6.1304	0.1631	0.02339	42.7533	0.14339	6.9740	36.3670	5.2147
17	6.8660	0.1456	0.02046	48.8837	0.14046	7.1196	38.6973	5.4353
18	7.6900	0.1300	0.01794	55.7497	0.13794	7.2497	40.9080	5.6427
19	8.6128	0.1161	0.01576	63.4397	0.13576	7.3658	42.9979	5.8375
20	9.6463	0.1037	0.01388	72.0524	0.13388	7.4694	44.9676	6.0202
21	10.8038	0.0926	0.01224	81.6987	0.13224	7.5620	46.8188	6.1913
22	12.1003	0.0826	0.01081	92.5026	0.13081	7.6446	48.5543	6.3514
23	13.5523	0.0738	0.00956	104.6029	0.12956	7.7184	50.1776	6.5010
24	15.1786	0.0659	0.00846	118.1552	0.12846	7.7843	51.6929	6.6406
25	17.0001	0.0588	0.00750	133.3339	0.12750	7.8431	53.1046	6.7708
26	19.0401	0.0525	0.00665	150.3339	0.12665	7.8957	54.4177	6.8921
27	21.3249	0.0469	0.00590	169.3740	0.12590	7.9426	55.6369	7.0049
28	23.8839	0.0419	0.00524	190.6989	0.12524	7.9844	56.7674	7.1098
29	26.7499	0.0374	0.00466	214.5828	0.12466	8.0218	57.8141	7.2071
30	29.9599	0.0334	0.00414	241.3327	0.12414	8.0552	58.7821	7.2974
31	33.5551	0.0298	0.00369	271.2926	0.12369	8.0850	59.6761	7.3811
32	37.5817	0.0266	0.00328	304.8477	0.12328	8.1116	60.5010	7.4586
33	42.0915	0.0238	0.00292	342.4294	0.12292	8.1354	61.2612	7.5302
34	47.1425	0.0212	0.00260	384.5210	0.12260	8.1566	61.9612	7.5965
35	52.7996	0.0189	0.00232	431.6635	0.12232	8.1755	62.6052	7.6577
40	93.0510	0.0107	0.00130	767.0914	0.12130	8.2438	65.1159	7.8988
45	163.9876	0.0061	0.00074	1 358.23	0.12074	8.2825	66.7342	8.0572
50	289.0022	0.0035	0.00042	2 400.02	0.12042	8.3045	67.7624	8.1597
55	509.3206	0.0020	0.00024	4 236.01	0.12024	8.3170	68.4082	8.2251
60	897.5969	0.0011	0.00013	7 471.64	0.12013	8.3240	68.8100	8.2664
65	1 581.87	0.0006	0.00008	13 174	0.12008	8.3281	69.0581	8.2922
70	2 787.80	0.0004	0.00004	23 223	0.12004	8.3303	69.2103	8.3082
75	4 913.06	0.0002	0.00002	40 934	0.12002	8.3316	69.3031	8.3181
80	8 658.48	0.0001	0.00001	72 146	0.12001	8.3324	69.3594	8.3241
85	15 259	0.0001	0.00001		0.12001	8.3328	69.3935	8.3278

Tablas de factores de interés compuesto

14%		TABLA 18 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					14%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1400	0.8772	1.00000	1.0000	1.14000	0.8772		
2	1.2996	0.7695	0.46729	2.1400	0.60729	1.6467	0.7695	0.4673
3	1.4815	0.6750	0.29073	3.4396	0.43073	2.3216	2.1194	0.9129
4	1.6890	0.5921	0.20320	4.9211	0.34320	2.9137	3.8957	1.3370
5	1.9254	0.5194	0.15128	6.6101	0.29128	3.4331	5.9731	1.7399
6	2.1950	0.4556	0.11716	8.5355	0.25716	3.8887	8.2511	2.1218
7	2.5023	0.3996	0.09319	10.7305	0.23319	4.2883	10.6489	2.4832
8	2.8526	0.3506	0.07557	13.2328	0.21557	4.6389	13.1028	2.8246
9	3.2519	0.3075	0.06217	16.0853	0.20217	4.9464	15.5629	3.1463
10	3.7072	0.2697	0.05171	19.3373	0.19171	5.2161	17.9906	3.4490
11	4.2262	0.2366	0.04339	23.0445	0.18339	5.4527	20.3567	3.7333
12	4.8179	0.2076	0.03667	27.2707	0.17667	5.6603	22.6399	3.9998
13	5.4924	0.1821	0.03116	32.0887	0.17116	5.8424	24.8247	4.2491
14	6.2613	0.1597	0.02661	37.5811	0.16661	6.0021	26.9009	4.4819
15	7.1379	0.1401	0.02281	43.8424	0.16281	6.1422	28.8623	4.6990
16	8.1372	0.1229	0.01962	50.9804	0.15962	6.2651	30.7057	4.9011
17	9.2765	0.1078	0.01692	59.1176	0.15692	6.3729	32.4305	5.0888
18	10.5752	0.0946	0.01462	68.3941	0.15462	6.4674	34.0380	5.2630
19	12.0557	0.0829	0.01266	78.9692	0.15266	6.5504	35.5311	5.4243
20	13.7435	0.0728	0.01099	91.0249	0.15099	6.6231	36.9135	5.5734
21	15.6676	0.0638	0.00954	104.7684	0.14954	6.6870	38.1901	5.7111
22	17.8610	0.0560	0.00830	120.4360	0.14830	6.7429	39.3658	5.8381
23	20.3616	0.0491	0.00723	138.2970	0.14723	6.7921	40.4463	5.9549
24	23.2122	0.0431	0.00630	158.6586	0.14630	6.8351	41.4371	6.0624
25	26.4619	0.0378	0.00550	181.8708	0.14550	6.8729	42.3441	6.1610
26	30.1666	0.0331	0.00480	208.3327	0.14480	6.9061	43.1728	6.2514
27	34.3899	0.0291	0.00419	238.4993	0.14419	6.9352	43.9289	6.3342
28	39.2045	0.0255	0.00366	272.8892	0.14366	6.9607	44.6176	6.4100
29	44.6931	0.0224	0.00320	312.0937	0.14320	6.9830	45.2441	6.4791
30	50.9502	0.0196	0.00280	356.7868	0.14280	7.0027	45.8132	6.5423
31	58.0832	0.0172	0.00245	407.7370	0.14245	7.0199	46.3297	6.5998
32	66.2148	0.0151	0.00215	465.8202	0.14215	7.0350	46.7979	6.6522
33	75.4849	0.0132	0.00188	532.0350	0.14188	7.0482	47.2218	6.6998
34	86.0528	0.0116	0.00165	607.5199	0.14165	7.0599	47.6053	6.7431
35	98.1002	0.0102	0.00144	693.5727	0.14144	7.0700	47.9519	6.7824
40	188.8835	0.0053	0.00075	1 342.03	0.14075	7.1050	49.2376	6.9300
45	363.6791	0.0027	0.00039	2 590.56	0.14039	7.1232	49.9963	7.0188
50	700.2330	0.0014	0.00020	4 994.52	0.14020	7.1327	50.4375	7.0714
55	1 348.24	0.0007	0.00010	9 623.13	0.14010	7.1376	50.6912	7.1020
60	2 595.92	0.0004	0.00005	18 535	0.14005	7.1401	50.8357	7.1197
65	4 998.22	0.0002	0.00003	35 694	0.14003	7.1414	50.9173	7.1298
70	9 623.64	0.0001	0.00001	68 733	0.14001	7.1421	50.9632	7.1356
75	18 530	0.0001	0.00001		0.14001	7.1425	50.9887	7.1388
80	35 677				0.14000	7.1427	51.0030	7.1406
85	68 693				0.14000	7.1428	51.0108	7.1416

Tablas de factores de interés compuesto

15%		TABLA 19 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						15%
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme			Gradientes aritméticos		
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1500	0.8696	1.00000	1.0000	1.15000	0.8696		
2	1.3225	0.7561	0.46512	2.1500	0.61512	1.6257	0.7561	0.4651
3	1.5209	0.6575	0.28798	3.4725	0.43798	2.2832	2.0712	0.9071
4	1.7490	0.5718	0.20027	4.9934	0.35027	2.8550	3.7864	1.3263
5	2.0114	0.4972	0.14832	6.7424	0.29832	3.3522	5.7751	1.7228
6	2.3131	0.4323	0.11424	8.7537	0.26424	3.7845	7.9368	2.0972
7	2.6600	0.3759	0.09036	11.0668	0.24036	4.1604	10.1924	2.4498
8	3.0590	0.3269	0.07285	13.7268	0.22285	4.4873	12.4807	2.7813
9	3.5179	0.2843	0.05957	16.7858	0.20957	4.7716	14.7548	3.0922
10	4.0456	0.2472	0.04925	20.3037	0.19925	5.0188	16.9795	3.3832
11	4.6524	0.2149	0.04107	24.3493	0.19107	5.2337	19.1289	3.6549
12	5.3503	0.1869	0.03448	29.0017	0.18448	5.4206	21.1849	3.9082
13	6.1528	0.1625	0.02911	34.3519	0.17911	5.5831	23.1352	4.1438
14	7.0757	0.1413	0.02469	40.5047	0.17469	5.7245	24.9725	4.3624
15	8.1371	0.1229	0.02102	47.5804	0.17102	5.8474	26.6930	4.5650
16	9.3576	0.1069	0.01795	55.7175	0.16795	5.9542	28.2960	4.7522
17	10.7613	0.0929	0.01537	65.0751	0.16537	6.0472	29.7828	4.9251
18	12.3755	0.0808	0.01319	75.8364	0.16319	6.1280	31.1565	5.0843
19	14.2318	0.0703	0.01134	88.2118	0.16134	6.1982	32.4213	5.2307
20	16.3665	0.0611	0.00976	102.4436	0.15976	6.2593	33.5822	5.3651
21	18.8215	0.0531	0.00842	118.8101	0.15842	6.3125	34.6448	5.4883
22	21.6447	0.0462	0.00727	137.6316	0.15727	6.3587	35.6150	5.6010
23	24.8915	0.0402	0.00628	159.2764	0.15628	6.3988	36.4988	5.7040
24	28.6252	0.0349	0.00543	184.1678	0.15543	6.4338	37.3023	5.7979
25	32.9190	0.0304	0.00470	212.7930	0.15470	6.4641	38.0314	5.8834
26	37.8568	0.0264	0.00407	245.7120	0.15407	6.4906	38.6918	5.9612
27	43.5353	0.0230	0.00353	283.5688	0.15353	6.5135	39.2890	6.0319
28	50.0656	0.0200	0.00306	327.1041	0.15306	6.5335	39.8283	6.0960
29	57.5755	0.0174	0.00265	377.1697	0.15265	6.5509	40.3146	6.1541
30	66.2118	0.0151	0.00230	434.7451	0.15230	6.5660	40.7526	6.2066
31	76.1435	0.0131	0.00200	500.9569	0.15200	6.5791	41.1466	6.2541
32	87.5651	0.0114	0.00173	577.1005	0.15173	6.5905	41.5006	6.2970
33	100.6998	0.0099	0.00150	664.6655	0.15150	6.6005	41.8184	6.3357
34	115.8048	0.0086	0.00131	765.3654	0.15131	6.6091	42.1033	6.3705
35	133.1755	0.0075	0.00113	881.1702	0.15113	6.6166	42.3586	6.4019
40	267.8635	0.0037	0.00056	1 779.09	0.15056	6.6418	43.2830	6.5168
45	538.7693	0.0019	0.00028	3 585.13	0.15028	6.6543	43.8051	6.5830
50	1 083.66	0.0009	0.00014	7 217.72	0.15014	6.6605	44.0958	6.6205
55	2 179.62	0.0005	0.00007	14 524	0.15007	6.6636	44.2558	6.6414
60	4 384.00	0.0002	0.00003	29 220	0.15003	6.6651	44.3431	6.6530
65	8 817.79	0.0001	0.00002	58 779	0.15002	6.6659	44.3903	6.6593
70	17 736	0.0001	0.00001		0.15001	6.6663	44.4156	6.6627
75	35 673				0.15000	6.6665	44.4292	6.6646
80	71 751				0.15000	6.6666	44.4364	6.6656
85					0.15000	6.6666	44.4402	6.6661

Tablas de factores de interés compuesto

16%		TABLA 20 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					16%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1600	0.8621	1.00000	1.0000	1.16000	0.8621		
2	1.3456	0.7432	0.46296	2.1600	0.62296	1.6052	0.7432	0.4630
3	1.5609	0.6407	0.28526	3.5056	0.44526	2.2459	2.0245	0.9014
4	1.8106	0.5523	0.19738	5.0665	0.35738	2.7982	3.6814	1.3156
5	2.1003	0.4761	0.14541	6.8771	0.30541	3.2743	5.5858	1.7060
6	2.4364	0.4104	0.11139	8.9775	0.27139	3.6847	7.6380	2.0729
7	2.8262	0.3538	0.08761	11.4139	0.24761	4.0386	9.7610	2.4169
8	3.2784	0.3050	0.07022	14.2401	0.23022	4.3436	11.8962	2.7388
9	3.8030	0.2630	0.05708	17.5185	0.21708	4.6065	13.9998	3.0391
10	4.4114	0.2267	0.04690	21.3215	0.20690	4.8332	16.0399	3.3187
11	5.1173	0.1954	0.03886	25.7329	0.19886	5.0286	17.9941	3.5783
12	5.9360	0.1685	0.03241	30.8502	0.19241	5.1971	19.8472	3.8189
13	6.8858	0.1452	0.02718	36.7862	0.18718	5.3423	21.5899	4.0413
14	7.9875	0.1252	0.02290	43.6720	0.18290	5.4675	23.2175	4.2464
15	9.2655	0.1079	0.01936	51.6595	0.17936	5.5755	24.7284	4.4352
16	10.7480	0.0930	0.01641	60.9250	0.17641	5.6685	26.1241	4.6086
17	12.4677	0.0802	0.01395	71.6730	0.17395	5.7487	27.4074	4.7676
18	14.4625	0.0691	0.01188	84.1407	0.17188	5.8178	28.5828	4.9130
19	16.7765	0.0596	0.01014	98.6032	0.17014	5.8775	29.6557	5.0457
20	19.4608	0.0514	0.00867	115.3797	0.16867	5.9288	30.6321	5.1666
22	26.1864	0.0382	0.00635	157.4150	0.16635	6.0113	32.3200	5.3765
24	35.2364	0.0284	0.00467	213.9776	0.16467	6.0726	33.6970	5.5490
26	47.4141	0.0211	0.00345	290.0883	0.16345	6.1182	34.8114	5.6898
28	63.8004	0.0157	0.00255	392.5028	0.16255	6.1520	35.7073	5.8041
30	85.8499	0.0116	0.00189	530.3117	0.16189	6.1772	36.4234	5.8964
32	115.5196	0.0087	0.00140	715.7475	0.16140	6.1959	36.9930	5.9706
34	155.4432	0.0064	0.00104	965.2698	0.16104	6.2098	37.4441	6.0299
35	180.3141	0.0055	0.00089	1 120.71	0.16089	6.2153	37.6327	6.0548
36	209.1643	0.0048	0.00077	1 301.03	0.16077	6.2201	37.8000	6.0771
38	281.4515	0.0036	0.00057	1 752.82	0.16057	6.2278	38.0799	6.1145
40	378.7212	0.0026	0.00042	2 360.76	0.16042	6.2335	38.2992	6.1441
45	795.4438	0.0013	0.00020	4 965.27	0.16020	6.2421	38.6598	6.1934
50	1 670.70	0.0006	0.00010	10 436	0.16010	6.2463	38.8521	6.2201
55	3 509.05	0.0003	0.00005	21 925	0.16005	6.2482	38.9534	6.2343
60	7 370.20	0.0001	0.00002	46 058	0.16002	6.2492	39.0063	6.2419

Tablas de factores de interés compuesto

18%		TABLA 21 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						18%
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.1800	0.8475	1.00000	1.0000	1.18000	0.8475		
2	1.3924	0.7182	0.45872	2.1800	0.63872	1.5656	0.7182	0.4587
3	1.6430	0.6086	0.27992	3.5724	0.45992	2.1743	1.9354	0.8902
4	1.9388	0.5158	0.19174	5.2154	0.37174	2.6901	3.4828	1.2947
5	2.2878	0.4371	0.13978	7.1542	0.31978	3.1272	5.2312	1.6728
6	2.6996	0.3704	0.10591	9.4420	0.28591	3.4976	7.0834	2.0252
7	3.1855	0.3139	0.08236	12.1415	0.26236	3.8115	8.9670	2.3526
8	3.7589	0.2660	0.06524	15.3270	0.24524	4.0776	10.8292	2.6558
9	4.4355	0.2255	0.05239	19.0859	0.23239	4.3030	12.6329	2.9358
10	5.2338	0.1911	0.04251	23.5213	0.22251	4.4941	14.3525	3.1936
11	6.1759	0.1619	0.03478	28.7551	0.21478	4.6560	15.9716	3.4303
12	7.2876	0.1372	0.02863	34.9311	0.20863	4.7932	17.4811	3.6470
13	8.5994	0.1163	0.02369	42.2187	0.20369	4.9095	18.8765	3.8449
14	10.1472	0.0985	0.01968	50.8180	0.19968	5.0081	20.1576	4.0250
15	11.9737	0.0835	0.01640	60.9653	0.19640	5.0916	21.3269	4.1887
16	14.1290	0.0708	0.01371	72.9390	0.19371	5.1624	22.3885	4.3369
17	16.6722	0.0600	0.01149	87.0680	0.19149	5.2223	23.3482	4.4708
18	19.6733	0.0508	0.00964	103.7403	0.18964	5.2732	24.2123	4.5916
19	23.2144	0.0431	0.00810	123.4135	0.18810	5.3162	24.9877	4.7003
20	27.3930	0.0365	0.00682	146.6280	0.18682	5.3527	25.6813	4.7978
22	38.1421	0.0262	0.00485	206.3448	0.18485	5.4099	26.8506	4.9632
24	53.1090	0.0188	0.00345	289.4945	0.18345	5.4509	27.7725	5.0950
26	73.9490	0.0135	0.00247	405.2721	0.18247	5.4804	28.4935	5.1991
28	102.9666	0.0097	0.00177	566.4809	0.18177	5.5016	29.0537	5.2810
30	143.3706	0.0070	0.00126	790.9480	0.18126	5.5168	29.4864	5.3448
32	199.6293	0.0050	0.00091	1 103.50	0.18091	5.5277	29.8191	5.3945
34	277.9638	0.0036	0.00065	1 538.69	0.18065	5.5356	30.0736	5.4328
35	327.9973	0.0030	0.00055	1 816.65	0.18055	5.5386	30.1773	5.4485
36	387.0368	0.0026	0.00047	2 144.65	0.18047	5.5412	30.2677	5.4623
38	538.9100	0.0019	0.00033	2 988.39	0.18033	5.5452	30.4152	5.4849
40	750.3783	0.0013	0.00024	4 163.21	0.18024	5.5482	30.5269	5.5022
45	1 716.68	0.0006	0.00010	9 531.58	0.18010	5.5523	30.7006	5.5293
50	3 927.36	0.0003	0.00005	21 813	0.18005	5.5541	30.7856	5.5428
55	8 984.84	0.0001	0.00002	49 910	0.18002	5.5549	30.8268	5.5494
60	20 555			114 190	0.18001	5.5553	30.8465	5.5526

Tablas de factores de interés compuesto

20%	TABLA 22 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						20%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0000	0.8333	1.00000	1.0000	1.20000	0.8333		
2	1.4400	0.6944	0.45455	2.2000	0.65455	1.5278	0.6944	0.4545
3	1.7280	0.5787	0.27473	3.6400	0.47473	2.1065	1.6519	0.8791
4	2.0736	0.4823	0.19629	5.3680	0.38629	2.5887	3.2986	1.2742
5	2.4883	0.4019	0.13438	7.4416	0.33438	2.9906	4.9061	1.6405
6	2.9860	0.3349	0.10071	9.9299	0.30071	3.3255	6.5806	1.9788
7	3.5832	0.2791	0.07742	12.9159	0.27742	3.6046	8.2551	2.2902
8	4.2998	0.2326	0.06061	16.4991	0.26061	3.8372	9.9831	2.5756
9	5.1598	0.1938	0.04808	20.7989	0.24808	4.0310	11.4335	2.8364
10	6.1917	0.1615	0.03852	25.9587	0.23852	4.1925	12.8571	3.0739
11	7.4301	0.1346	0.03110	32.1594	0.23110	4.3271	14.2330	3.2893
12	8.9161	0.1122	0.02526	39.5805	0.22526	4.4392	15.4667	3.4841
13	10.6993	0.0935	0.02062	48.4966	0.22062	4.5327	16.5883	3.6597
14	12.8392	0.0779	0.01689	59.1959	0.21689	4.6106	17.6008	3.8175
15	15.4070	0.0649	0.01388	72.0351	0.21388	4.6755	18.5095	3.9588
16	18.4884	0.0541	0.01144	87.4421	0.21144	4.7296	19.3208	4.0851
17	22.1861	0.0451	0.00944	105.9306	0.20944	4.7746	20.0419	4.1976
18	26.6233	0.0376	0.00781	128.1167	0.20781	4.8122	20.6805	4.2975
19	31.9480	0.0313	0.00646	154.7400	0.20646	4.8435	21.2459	4.3861
20	38.3376	0.0261	0.00536	186.6880	0.20536	4.8696	21.7395	4.4643
22	55.2081	0.0181	0.00369	271.0307	0.20369	4.9094	22.5546	4.5941
24	79.4968	0.0126	0.00255	392.4842	0.20255	4.9371	23.1760	4.6943
26	114.4755	0.0087	0.00176	567.3773	0.20176	4.9563	23.6460	4.7709
28	164.8447	0.0061	0.00122	819.2233	0.20122	4.9697	23.9991	4.8291
30	237.3763	0.0042	0.00085	1.181.88	0.20085	4.9789	24.2628	4.8731
32	341.8219	0.0029	0.00059	1.704.11	0.20059	4.9854	24.4598	4.9061
34	492.2235	0.0020	0.00041	2.456.12	0.20041	4.9898	24.6038	4.9308
35	590.6682	0.0017	0.00034	2.948.34	0.20034	4.9915	24.6614	4.9406
36	708.8019	0.0014	0.00028	3.539.01	0.20028	4.9929	24.7108	4.9491
38	1.020.67	0.0010	0.00020	5.098.37	0.20020	4.9951	24.7894	4.9627
40	1.469.77	0.0007	0.00014	7.343.86	0.20014	4.9966	24.8469	4.9728
45	3.657.26	0.0003	0.00005	18.281	0.20005	4.9986	24.9316	4.9877
50	9.100.44	0.0001	0.00002	45.497	0.20002	4.9995	24.9698	4.9945
55	22.645		0.00001		0.20001	4.9998	24.9868	4.9976

Tablas de factores de interés compuesto

22%		TABLA 23 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					22%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.2200	0.8197	1.00000	1.0000	1.22000	0.8197		
2	1.4884	0.6719	0.45045	2.2200	0.67045	1.4915	0.6719	0.4505
3	1.8158	0.5507	0.26966	3.7084	0.48966	2.0422	1.7733	0.8683
4	2.2153	0.4514	0.18102	5.5242	0.40102	2.4936	3.1275	1.2542
5	2.7027	0.3700	0.12921	7.7396	0.34921	2.8636	4.6075	1.6090
6	3.2973	0.3033	0.09576	10.4423	0.31576	3.1669	6.1239	1.9337
7	4.0227	0.2486	0.07278	13.7396	0.29278	3.4155	7.6154	2.2297
8	4.9077	0.2038	0.05630	17.7623	0.27630	3.6193	9.0417	2.4982
9	5.9874	0.1670	0.04411	22.6700	0.26411	3.7863	10.3779	2.7409
10	7.3046	0.1369	0.03489	28.6574	0.25489	3.9232	11.6100	2.9593
11	8.9117	0.1122	0.02781	35.9620	0.24781	4.0354	12.7321	3.1551
12	10.8722	0.0920	0.02228	44.8737	0.24228	4.1274	13.7438	3.3299
13	13.2641	0.0754	0.01794	55.7459	0.23794	4.2028	14.6485	3.4855
14	16.1822	0.0618	0.01449	69.0100	0.23449	4.2646	15.4519	3.6233
15	19.7423	0.0507	0.01174	85.1922	0.23174	4.3152	16.1610	3.7451
16	24.0856	0.0415	0.00953	104.9345	0.22953	4.3567	16.7838	3.8524
17	29.3844	0.0340	0.00775	129.0201	0.22775	4.3908	17.3283	3.9465
18	35.8490	0.0279	0.00631	158.4045	0.22631	4.4187	17.8025	4.0289
19	43.7358	0.0229	0.00515	194.2535	0.22515	4.4415	18.2141	4.1009
20	53.3576	0.0187	0.00420	237.9893	0.22420	4.4603	18.5702	4.1635
22	79.4175	0.0126	0.00281	356.4432	0.22281	4.4882	19.1418	4.2649
24	118.2050	0.0085	0.00188	532.7501	0.22188	4.5070	19.5635	4.3407
26	175.9364	0.0057	0.00126	795.1653	0.22126	4.5196	19.8720	4.3968
28	261.8637	0.0038	0.00084	1 185.74	0.22084	4.5281	20.0962	4.4381
30	389.7579	0.0026	0.00057	1 767.08	0.22057	4.5338	20.2583	4.4683
32	580.1156	0.0017	0.00038	2 632.34	0.22038	4.5376	20.3748	4.4902
34	863.4441	0.0012	0.00026	3 920.20	0.22026	4.5402	20.4582	4.5060
35	1 053.40	0.0009	0.00021	4 783.64	0.22021	4.5411	20.4905	4.5122
36	1 285.15	0.0008	0.00017	5 837.05	0.22017	4.5419	20.5178	4.5174
38	1 912.82	0.0005	0.00012	8 690.08	0.22012	4.5431	20.5601	4.5256
40	2 847.04	0.0004	0.00008	12 937	0.22008	4.5439	20.5900	4.5314
45	7 694.71	0.0001	0.00003	34 971	0.22003	4.5449	20.6319	4.5396
50	20 797		0.00001	94 525	0.22001	4.5452	20.6492	4.5431
55	56 207				0.22000	4.5454	20.6563	4.5445

Tablas de factores de interés compuesto

24%		TABLA 24 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					24%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.2400	0.8065	1.00000	1.0000	1.24000	0.8065		
2	1.5376	0.6504	0.44643	2.2400	0.68643	1.4568	0.6504	0.4464
3	1.9066	0.5245	0.26472	3.7776	0.50472	1.9813	1.6993	0.8577
4	2.3642	0.4230	0.17593	5.6842	0.41593	2.4043	2.9683	1.2346
5	2.9316	0.3411	0.12425	8.0484	0.36425	2.7454	4.3327	1.5782
6	3.6352	0.2751	0.09107	10.9801	0.33107	3.0205	5.7081	1.8898
7	4.5077	0.2218	0.06842	14.6153	0.30842	3.2423	7.0392	2.1710
8	5.5895	0.1789	0.05229	19.1229	0.29229	3.4212	8.2915	2.4236
9	6.9310	0.1443	0.04047	24.7125	0.28047	3.5655	9.4458	2.6492
10	8.5944	0.1164	0.03160	31.6434	0.27160	3.6819	10.4930	2.8499
11	10.6571	0.0938	0.02485	40.2379	0.26485	3.7757	11.4313	3.0276
12	13.2148	0.0757	0.01965	50.8950	0.25965	3.8514	12.2637	3.1843
13	16.3863	0.0610	0.01560	64.1097	0.25560	3.9124	12.9960	3.3218
14	20.3191	0.0492	0.01242	80.4961	0.25242	3.9616	13.6358	3.4420
15	25.1956	0.0397	0.00992	100.8151	0.24992	4.0013	14.1915	3.5467
16	31.2426	0.0320	0.00794	126.0108	0.24794	4.0333	14.6716	3.6376
17	38.7408	0.0258	0.00636	157.2534	0.24636	4.0591	15.0846	3.7162
18	48.0386	0.0208	0.00510	195.9942	0.24510	4.0799	15.4385	3.7840
19	59.5679	0.0168	0.00410	244.0328	0.24410	4.0967	15.7406	3.8423
20	73.8641	0.0135	0.00329	303.6006	0.24329	4.1103	15.9979	3.8922
22	113.5735	0.0088	0.00213	469.0563	0.24213	4.1300	16.4011	3.9712
24	174.6306	0.0057	0.00138	723.4610	0.24138	4.1428	16.6891	4.0284
26	268.5121	0.0037	0.00090	1 114.63	0.24090	4.1511	16.8930	4.0695
28	412.8642	0.0024	0.00058	1 716.10	0.24058	4.1566	17.0365	4.0987
30	634.8199	0.0016	0.00038	2 640.92	0.24038	4.1601	17.1369	4.1193
32	976.0991	0.0010	0.00025	4 062.91	0.24025	4.1624	17.2067	4.1338
34	1 500.85	0.0007	0.00016	6 249.38	0.24016	4.1639	17.2552	4.1440
35	1 861.05	0.0005	0.00013	7 750.23	0.24013	4.1664	17.2734	4.1479
36	2 307.71	0.0004	0.00010	9 611.28	0.24010	4.1649	17.2886	4.1511
38	3 548.33	0.0003	0.00007	14 781	0.24007	4.1655	17.3116	4.1560
40	5 455.91	0.0002	0.00004	22 729	0.24004	4.1659	17.3274	4.1593
45	15 995	0.0001	0.00002	66 640	0.24002	4.1664	17.3483	4.1639
50	46 890		0.00001		0.24001	4.1666	17.3563	4.1653
55					0.24000	4.1666	17.3593	4.1663

Tablas de factores de interés compuesto

25%		TABLA 25 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					25%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.2500	0.8000	1.00000	1.0000	1.25000	0.8000		
2	1.5625	0.6400	0.44444	2.2500	0.69444	1.4400	0.6400	0.4444
3	1.9531	0.5120	0.26230	3.8125	0.51230	1.9520	1.6640	0.8525
4	2.4414	0.4096	0.17344	5.7656	0.42344	2.3616	2.8928	1.2249
5	3.0518	0.3277	0.12185	8.2070	0.37185	2.6893	4.2035	1.5631
6	3.8147	0.2621	0.08882	11.2588	0.33882	2.9514	5.5142	1.8683
7	4.7684	0.2097	0.06634	15.0735	0.31634	3.1611	6.7725	2.1424
8	5.9605	0.1678	0.05040	19.8419	0.30040	3.3289	7.9469	2.3872
9	7.4506	0.1342	0.03876	25.8023	0.28876	3.4631	9.0207	2.6048
10	9.3132	0.1074	0.03007	33.2529	0.28007	3.5705	9.9870	2.7971
11	11.6415	0.0859	0.02349	42.5661	0.27349	3.6564	10.8460	2.9663
12	14.5519	0.0687	0.01845	54.2077	0.26845	3.7251	11.6020	3.1145
13	18.1899	0.0550	0.01454	68.7596	0.26454	3.7801	12.2617	3.2437
14	22.7374	0.0440	0.01150	86.9495	0.26150	3.8241	12.8334	3.3559
15	28.4217	0.0352	0.00912	109.6868	0.25912	3.8593	13.3260	3.4530
16	35.5271	0.0281	0.00724	138.1085	0.25724	3.8874	13.7482	3.5366
17	44.4089	0.0225	0.00576	173.6357	0.25576	3.9099	14.1085	3.6084
18	55.5112	0.0180	0.00459	218.0446	0.25459	3.9279	14.4147	3.6698
19	69.3889	0.0144	0.00366	273.5558	0.25366	3.9424	14.6741	3.7222
20	86.7362	0.0115	0.00292	342.9447	0.25292	3.9539	14.8932	3.7667
22	135.5253	0.0074	0.00186	538.1011	0.25186	3.9705	15.2326	3.8365
24	211.7582	0.0047	0.00119	843.0329	0.25119	3.9811	15.4711	3.8861
26	330.8722	0.0030	0.00076	1 319.49	0.25076	3.9879	15.6373	3.9212
28	516.9879	0.0019	0.00048	2 063.95	0.25048	3.9923	15.7524	3.9457
30	807.7936	0.0012	0.00031	3 227.17	0.25031	3.9950	15.8316	3.9628
32	1 262.18	0.0008	0.00020	5 044.71	0.25020	3.9968	15.8859	3.9746
34	1 972.15	0.0005	0.00013	7 884.61	0.25013	3.9980	15.9229	3.9828
35	2 465.19	0.0004	0.00010	9 856.76	.025010	3.9984	15.9367	3.9858
36	3 081.49	0.0003	0.00008	12 322	0.25008	3.9987	15.9481	3.9883
38	4 814.82	0.0002	0.00005	19 255	0.25005	3.9992	15.9651	3.9921
40	7 523.16	0.0001	0.00003	30 089	0.25003	3.9995	15.9766	3.9947
45	22 959		0.00001	91 831	0.25001	3.9998	15.9915	3.9980
50	70 065				0.25000	3.9999	15.9969	3.9993
55					0.25000	4.0000	15.9989	3.9997

Tablas de factores de interés compuesto

30%		TABLA 26 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					30%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta P/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.3000	0.7692	1.00000	1.0000	1.30000	0.7692		
2	1.6900	0.5917	0.43478	2.3000	0.73478	1.3609	0.5917	0.4348
3	2.1070	0.4552	0.23063	3.9900	0.55063	1.8161	1.5020	0.8371
4	2.8561	0.3501	0.16163	6.1870	0.46163	2.1662	2.5524	1.1783
5	3.7139	0.2693	0.11058	9.0431	0.41058	2.4356	3.6292	1.4903
6	4.8268	0.2072	0.07839	12.7560	0.37839	2.6427	4.6656	1.7654
7	6.2749	0.1594	0.05687	17.5828	0.35687	2.8021	5.6218	2.0063
8	8.1573	0.1226	0.04192	23.8577	0.34192	2.9247	6.4800	2.2156
9	10.6045	0.0943	0.03124	32.0150	0.33124	3.0190	7.2343	2.3963
10	13.7658	0.0725	0.02346	42.6195	0.32346	3.0915	7.8872	2.5512
11	17.9216	0.0558	0.01772	56.4053	0.31772	3.1473	8.4452	2.6833
12	23.2981	0.0429	0.01345	74.3270	0.31345	3.1903	8.9173	2.7952
13	30.2875	0.0330	0.01024	97.6250	0.31024	3.2233	9.3135	2.8895
14	39.3738	0.0254	0.00782	127.9125	0.30782	3.2487	9.6337	2.9685
15	51.1859	0.0195	0.00598	167.2863	0.30598	3.2682	9.9172	3.0344
16	66.5417	0.0150	0.00458	218.4722	0.30458	3.2832	10.1426	3.0892
17	86.5042	0.0116	0.00351	285.0139	0.30351	3.2948	10.3276	3.1345
18	112.4554	0.0089	0.00269	371.5180	0.30269	3.3037	10.4788	3.1718
19	146.1920	0.0068	0.00207	483.9734	0.30207	3.3105	10.6019	3.2025
20	190.0496	0.0053	0.00159	630.1655	0.30159	3.3158	10.7019	3.2275
22	321.1839	0.0031	0.00094	1 067.28	0.30094	3.3230	10.8402	3.2646
24	542.8098	0.0018	0.00055	1 806.00	0.30035	3.3272	10.9433	3.2890
25	705.6410	0.0014	0.00043	2 348.80	0.30043	3.3286	10.9773	3.2979
26	917.3333	0.0011	0.00033	3 054.44	0.30033	3.3297	11.0045	3.3050
28	1 550.29	0.0006	0.00019	5 164.31	0.30019	3.3312	11.0437	3.3153
30	2 620.00	0.0004	0.00011	8 729.99	0.30011	3.3321	11.0687	3.3219
32	4 427.79	0.0002	0.00007	14 756	0.30007	3.3326	11.0845	3.3261
34	7 482.97	0.0001	0.00004	24 940	0.30004	3.3329	11.0945	3.3288
35	9 727.86	0.0001	0.00003	32 423	0.30003	3.3330	11.0980	3.3297

Tablas de factores de interés compuesto

35%		TABLA 27 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					35%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.3500	0.7407	1.00000	1.0000	1.35000	0.7407		
2	1.8225	0.5487	0.42553	2.3500	0.77553	1.2894	0.5487	0.4255
3	2.4604	0.4064	0.23966	4.1725	0.58966	1.6959	1.3616	0.8029
4	3.3215	0.3011	0.15076	6.6329	0.50076	1.9969	2.2648	1.1341
5	4.4840	0.2230	0.10046	9.9544	0.45046	2.2200	3.1568	1.4220
6	6.0534	0.1652	0.06926	14.4384	0.41926	2.3852	3.9828	1.6698
7	8.1722	0.1224	0.04880	20.4919	0.39880	2.5075	4.7170	1.8811
8	11.0324	0.0906	0.03489	28.6640	0.38489	2.5982	5.3515	2.0597
9	14.8937	0.0671	0.02519	39.6964	0.37519	2.6653	5.8886	2.2094
10	20.1066	0.0497	0.01832	54.5902	0.36832	2.7150	6.3363	2.3338
11	27.1439	0.0368	0.01339	74.6967	0.36339	2.7519	6.7047	2.4364
12	36.6442	0.0273	0.00982	101.8406	0.35982	2.7792	7.0049	2.5205
13	49.4697	0.0202	0.00722	138.4848	0.35722	2.7994	7.2474	2.5889
14	66.7841	0.0150	0.00532	187.9544	0.35532	2.8144	7.4421	2.6443
15	90.1585	0.0111	0.00393	254.7385	0.35393	2.8255	7.5974	2.6889
16	121.7139	0.0082	0.00290	344.8970	0.35290	2.8337	7.7206	2.7246
17	164.3138	0.0061	0.00214	466.6109	0.35214	2.8398	7.8180	2.7530
18	221.8236	0.0045	0.00158	630.9247	0.35158	2.8443	7.8946	2.7756
19	299.4619	0.0033	0.00117	852.7483	0.35117	2.8476	7.9547	2.7935
20	404.2736	0.0025	0.00087	1 152.21	0.35087	2.8501	8.0017	2.8075
22	736.7886	0.0014	0.00048	2 102.25	0.35048	2.8533	8.0669	2.8272
24	1 342.80	0.0007	0.00026	3 833.71	0.35026	2.8550	8.1061	2.8393
25	1 812.78	0.0006	0.00019	5 176.50	0.35019	2.8556	8.1194	2.8433
26	2 447.25	0.0004	0.00014	6 989.28	0.35014	2.8560	8.1296	2.8465
28	4 460.11	0.0002	0.00008	12 740	0.35008	2.8565	8.1435	2.8509
30	8 128.55	0.0001	0.00004	23 222	0.35004	2.8568	8.1517	2.8535
32	14 814	0.0001	0.00002	42 324	0.35002	2.8569	8.1565	2.8550
34	26 999		0.00001	77 137	0.35001	2.8570	8.1594	2.8559
35	36 449		0.00001		0.35001	2.8571	8.1603	2.8562

Tablas de factores de interés compuesto

40%		TABLA 28 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto					40%	
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.4000	0.7143	1.00000	1.0000	1.40000	0.7143		
2	1.9600	0.5102	0.41667	2.4000	0.81667	1.2245	0.5102	0.41667
3	2.7440	0.3644	0.22936	4.3600	0.62936	1.5889	1.2391	0.7798
4	3.8416	0.2603	0.14077	7.1040	0.54077	1.8492	2.0200	1.0923
5	5.3782	0.1859	0.09136	10.9456	0.49136	2.0352	2.7637	1.3580
6	7.5295	0.1328	0.06126	16.3238	0.46126	2.1680	3.4278	1.5811
7	10.5414	0.0949	0.04192	23.8534	0.44192	2.2628	3.9970	1.7664
8	14.7579	0.0678	0.02907	34.3947	0.42907	2.3306	4.4713	1.9185
9	20.6610	0.0484	0.02034	49.1526	0.42034	2.3790	4.8585	2.0422
10	28.9255	0.0346	0.01432	69.8137	0.41432	2.4136	5.1696	2.1419
11	40.4957	0.0247	0.01013	98.7391	0.41013	2.4383	5.4166	2.2215
12	56.6939	0.0176	0.00718	139.2348	0.40718	2.4559	5.6106	2.2845
13	79.3715	0.0126	0.00510	195.9287	0.40510	2.4685	5.7618	2.3341
14	111.1201	0.0090	0.00363	275.3002	0.40363	2.4775	5.8788	2.3729
15	155.5681	0.0064	0.00259	386.4202	0.40259	2.4839	5.9688	2.4030
16	217.7953	0.0046	0.00185	541.9883	0.40185	2.4885	6.0376	2.4262
17	304.9135	0.0033	0.00132	759.7837	0.40132	2.4918	6.0901	2.4441
18	426.8789	0.0023	0.00094	1 064.70	0.40094	2.4941	6.1299	2.4577
19	597.6304	0.0017	0.00067	1 491.58	0.40067	2.4958	6.1601	2.4682
20	836.6826	0.0012	0.00048	2 089.21	0.40048	2.4970	6.1828	2.4761
22	1 639.90	0.0006	0.00024	4 097.24	0.40024	2.4985	6.2127	2.4866
24	3 214.20	0.0003	0.00012	8 033.00	0.40012	2.4992	6.2294	2.4925
25	4 499.88	0.0002	0.00009	11 247	0.40009	2.4994	6.2347	2.4944
26	6 299.83	0.0002	0.00006	15 747	0.40006	2.4996	6.2387	2.4959
28	12 348	0.0001	0.00003	30 867	0.40003	2.4998	6.2438	2.4977
30	24 201		0.00002	60 501	0.40002	2.4999	6.2466	2.4988
32	47 435		0.00001		0.40001	2.4999	6.2482	2.4993
34	92 972				0.40000	2.5000	6.2490	2.4996
35					0.40000	2.5000	6.2493	2.4997

Tablas de factores de interés compuesto

50%		TABLA 29 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto						50%
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Factor de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.5000	0.6667	1.00000	1.0000	1.50000	0.6667		
2	2.2500	0.4444	0.40000	2.5000	0.90000	1.1111	0.4444	0.4000
3	3.3750	0.2963	0.21053	4.7500	0.71053	1.4074	1.0370	0.7368
4	5.0625	0.1975	0.12308	8.1250	0.62308	1.6049	1.6296	1.0154
5	7.5938	0.1317	0.07583	13.1875	0.57583	1.7366	2.1564	1.2417
6	11.3906	0.0878	0.04812	20.7813	0.54812	1.8244	2.5953	1.4226
7	17.0859	0.0585	0.03108	32.1719	0.53108	1.8829	2.9465	1.5648
8	25.6289	0.0390	0.02030	49.2578	0.52030	1.9220	3.2196	1.6752
9	38.4434	0.0260	0.01335	74.8867	0.51335	1.9480	3.4277	1.7596
10	57.6650	0.0173	0.00882	113.3301	0.50882	1.9653	3.5838	1.8235
11	86.4976	0.0116	0.00585	170.9951	0.50585	1.9769	3.6994	1.8713
12	129.7463	0.0077	0.00388	257.4927	0.50388	1.9846	3.7842	1.9068
13	194.6195	0.0051	0.00258	387.2390	0.50258	1.9897	3.8459	1.9329
14	291.9293	0.0034	0.00172	581.8585	0.50172	1.9931	3.8904	1.9519
15	437.8939	0.0023	0.00114	873.7878	0.50114	1.9954	3.9224	1.9657
16	656.8408	0.0015	0.00076	1 311.68	0.50076	1.9970	3.9452	1.9756
17	985.2613	0.0010	0.00051	1 968.52	0.50051	1.9980	3.9614	1.9827
18	1 477.89	0.0007	0.00034	2 953.78	0.50034	1.9986	3.9729	1.9878
19	2 216.84	0.0005	0.00023	4 431.68	0.50023	1.9991	3.9811	1.9914
20	3 325.26	0.0003	0.00015	6 648.51	0.50015	1.9994	3.9868	1.9940
22	7 481.83	0.0001	0.00007	14 962	0.50007	1.9997	3.9936	1.9971
24	16 834	0.0001	0.00003	33 666	0.50003	1.9999	3.9969	1.9986
25	25 251		0.00002	50 500	0.50002	1.9999	3.9979	1.9990
26	37 877		0.00001	75 752	0.50001	1.9999	3.9985	1.9993
28	85 223		0.00001		0.50001	2.0000	3.9993	1.9997
30					0.50000	2.0000	3.9997	1.9998
32					0.50000	2.0000	3.9998	1.9999
34					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000
35					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000

FUENTES DE CONSULTA

1. Blank Leland T., Tarquin Anthony J. Ingeniería Económica. Ed. Mc. Graw Hill.
2. Canada John R. Técnicas de Análisis Económico para Administradores e Ingenieros. Ed. Diana.
3. Coss Bu Raúl. Análisis de proyectos de Inversión. Ed. Limusa.
4. Newnan Donald G. Análisis Económico en Ingeniería. Ed. Mc. Graw Hill.
5. Degarmo Paul E. Sullivan G. Bontadelli James A., Wickis Elin M. Ingeniería Económica Ed. Prentice Hall.
6. Park Chan S. Ingeniería Económica Contemporánea. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.
7. Thuesen H. G., Fabrycky W. J., Thuesen G. J. Ingeniería Económica. Ed. Prentice Hall.
8. Smith Gerald W. Ingeniería Económica: Análisis de Gastos de Capital. Ed. Limusa.
9. Baca Urbina Gabriel. Ingeniería Económica . Ed. Mc. Graw Hill.
10. White J. A., Agee M. H., Case K. E. Principles of Engineerig Economic Analysis. Ed. John Wiley and Sons.
11. Guía para la presentación de proyectos. ILPES. Ed. Siglo XXI
12. Guía para la presentación de proyectos de inversión. FONEP. Ed. NAFINSA.
13. Sapag Chain Nassir, Sapag Chain Reynaldo. Fundamentos de preparación y evaluación de proyectos. Ed. Mc. Graw Hill.
14. Baca Urbina Gabriel. Evaluación de proyectos . Ed. Mc. Graw Hill.
15. Manual de Proyectos de D
16. Desarrollo. ONU