

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TOLUCA

INGENIERÍA QUÍMICA

ASIGNATURA:

MECANISMOS DE TRANSFERENCIA

Presenta:

Pichardo Esquivel Isabel Tomas

Metepec, Estado de México a de de 201

Contenido

UNIDAD 1: CONCEPTOS FUNDAMENTALES4

1.1	Fluido, Flujo	5
1.1.1	Fluido (compresible, incompresible).	5
1.1.2	Flujo (laminar y turbulento; estacionario y no estacionario).....	6
1.2	Reología.....	8
1.2.1	Clasificación de los fluidos	9
1.3	Concentración	9
1.3.1	Concentraciones (masa y molar).....	9
1.3.2	Fracciones (masa y molar)	10
1.3.3	Densidad de flujo (masa y molar)	10
1.3.4	Velocidad media de flujo (molar y másica)	11
UNIDAD 2: ANÁLISIS ADIMENSIONAL		22
1.1	Dimensiones.....	23
1.2	Técnicas de análisis adimensional	25
1.2.1	Normalización (producto de potencias).....	26
1.2.2	Método de Buckingham.....	31
1.3	Grupos Adimensionales y Correlaciones.....	41
1.4	Similitudes y principio de escalamiento	42
UNIDAD 3 TRANSFERENCIA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO		45
3.1	Mecanismos De Transferencia.....	45
3.1.1	Momento, Calor, Masa.	46
3.2	Ley De Newton De Viscosidad.....	48
3.2.1	Deducción	50
3.2.2	Efectos De La Temperatura Y Presión De La Viscosidad	50
3.2.3	Aplicación	53
3.3.1	Conceptos.....	55
3.3.2	Clasificación De Los Fluidos.....	56
3.4	Estimación De La Viscosidad 3.4.1 Modelos Matemáticos	57

3.4.2 Cálculos.....	59
UNIDAD 4 TRANSFERENCIA DE CALOR	62
4.1 Introducción	63
4.1.1 Mecanismos De Transferencia De Calor	63
4.2 Ley De Fourier De La Transferencia De Calor	64
4.2.1 Deducción De La Ley De Fourier.....	65
4.2.2 La Conductividad Térmica Como Función De La Temperatura	66
4.2.3 Cálculo Y Estimación De La Solo Conductividad Térmica En Ólidos, Líquidos, Gases, Mezclas.....	66
4.3 Ley De Newton De Enfriamiento	68
4.3.1 Naturaleza De La Transferencia Por Convección	69
4.3.2 Expresión Matemática De La Ley De Newton.....	70
4.3.3 Conceptos De Coeficiente De Película Newtoniano	70
4.3.4 La Convección Natural Y Forzada	71
4.4 Ley De Stefan- Boltzman De La Radiación 4.4.1 Radiación Térmica Y Espectro Electromagnético	72
4.4.2 Ley De Stefan-Boltzmann	72
UNIDAD 5 TRANSFERENCIA DE MASA . ¡Error! Marcador no definido.	
5.1 Difusión Molecular	¡Error! Marcador no definido.
5.1.1 Deducción de la Ley de Fick	¡Error! Marcador no definido.
5.1.2 Aplicación	¡Error! Marcador no definido.
5.2 Estimación de la Difusividad	¡Error! Marcador no definido.
5.2.1 Modelos Matemáticos.....	¡Error! Marcador no definido.
5.2.2 Cálculo de Difusividades en Mezclas Binarias ¡Error! Marcador no definido.	
5.2.2 Cálculo De Difusividades En Sistemas Líquidos ..¡Error! Marcador no definido.	
UNIDAD 6 TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN	¡Error! Marcador no definido.

6.1 Definición Del Espectro Electromagnético, El Rango De La Radiación Térmica Y Sus Características De Frecuencia E Intensidad De Radiación	¡Error! Marcador no definido.
6.2 Cuerpo Negro	¡Error! Marcador no definido.
6.2.1 Descripción de un Cuerpo negro	¡Error! Marcador no definido.
6.2.2 Cuerpos Reales Y Aprox. De Cuerpo Gris.....	¡Error! Marcador no definido.
6.2.3 La radiación del cuerpo negro	¡Error! Marcador no definido.
6.3 Factor de forma y factor de área en transferencia de calor por radiación	¡Error! Marcador no definido.
6.3.1 Factor de forma	¡Error! Marcador no definido.
UNIDAD 7 TRANSFERENCIA DE CALOR EN SUPERFICIES	
EXTENDIDAS (ALETAS)	¡Error! Marcador no definido.
7.1 Superficies Extendidas de Transferencia de Calor.	¡Error! Marcador no definido.
7.2 Tipos de aletas.....	¡Error! Marcador no definido.
7.2.1 Geometría de aletas.....	¡Error! Marcador no definido.
7.3 Aplicación	¡Error! Marcador no definido.
7.4 Modelos Matemáticos	¡Error! Marcador no definido.
7.5 Casos Para La Transferencia De Calor De Una Aleta.	¡Error! Marcador no definido.
7.5.1 Desempeño De Una Aleta.....	¡Error! Marcador no definido.
7.5.2 Arreglo De Aletas	¡Error! Marcador no definido.
7.6 Eficiencia de la Aleta	¡Error! Marcador no definido.
7.6.1 Rapidez de Disipación de Calor.....	¡Error! Marcador no definido.
7.7 Cálculos.....	¡Error! Marcador no definido.
Referencias	¡Error! Marcador no definido.

UNIDAD 1: CONCEPTOS FUNDAMENTALES

INTRODUCCIÓN

Durante el estudio de los mecanismos de transferencia es importante tener el conocimiento sobre cosas muy básicas pero que sin embargo no pueden pasar desapercibidos, pues durante el desarrollo de las posteriores unidades se van a estar refiriendo estos conceptos constantemente por lo que hay que tener unas definiciones previas antes del contenido de las otras unidad. Es importante que el lector tenga conocimientos previos acerca de temas como la hidrostática y la hidrodinámica, el saber cómo funcionan los cambios que puede tener una sustancia haciendo énfasis en su densidad respecto a los cambios de presión o de densidad así como los tipos de fluidos que existen.

1.1 Fluido, Flujo

Un fluido se define como una sustancia que se deforma continuamente; bajo la acción de un esfuerzo cortante. Una consecuencia importante de esta definición es que cuando un fluido se encuentra. En reposo, no pueden existir esfuerzos cortantes. ‘tanto los líquidos como los gases son fluidos.

Una vez definido el concepto de fluido se podrá entender que es el flujo, el flujo se refiere al acto y consecuencia de fluir o moverse que tiene un fluido.

1.1.1 Fluido (compresible, incompresible).

En mecánica de fluidos, un flujo se clasifica en compresible e incompresible, dependiendo del nivel de variación de la densidad del fluido durante ese flujo. La incompresibilidad es una aproximación y se dice que el flujo es incompresible si la densidad permanece aproximadamente constante a lo largo de todo el flujo. Por lo tanto, el volumen de todas las porciones del fluido permanece inalterado sobre el curso de su movimiento cuando el flujo o el fluido son incompresibles. En esencia, las densidades de los líquidos son constantes y así el flujo de ellos es típicamente incompresible.

Generalmente los fluidos incompresibles son aquellos cuya densidad siempre permanece constante con respecto al tiempo, y tienen la capacidad de oponerse a la compresión del mismo bajo cualquier condición. Esto quiere decir que ni la masa ni el volumen del fluido pueden cambiar. Se pueden observar en las figuras 1.1 y 1.2 representaciones de la referencia que se hace respecto a este tipo de fluidos.

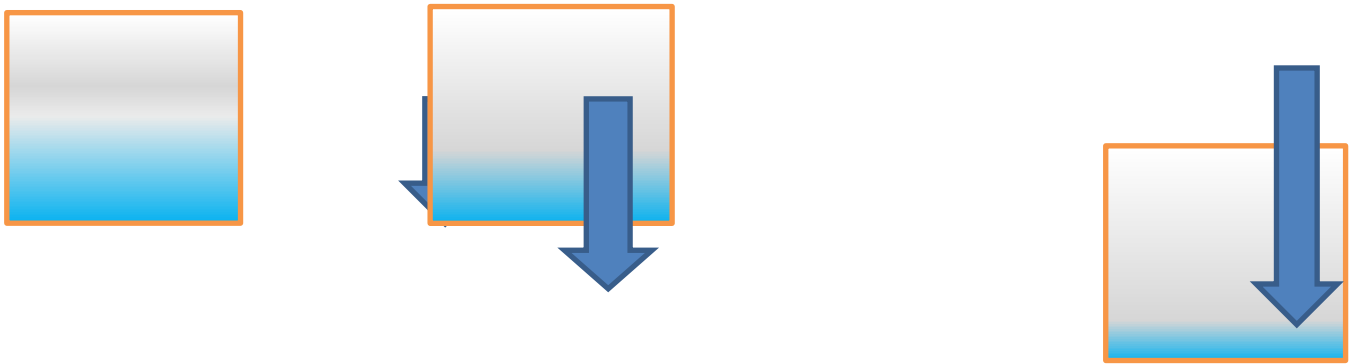


Figura 1.1 Representación gráfica de un fluido compresible



Figura 1.2 Representación gráfica de algunos fluidos incompresibles

1.1.2 Flujo (laminar y turbulento; estacionario y no estacionario)

Flujo laminar: Se le denomina flujo laminar o corriente laminar, al movimiento de un fluido cuando éste es ordenado, estratificado y suave a la vez. En un flujo laminar el fluido se mueve en láminas paralelas sin entremezclarse y cada partícula de fluido sigue una trayectoria suave, llamada línea de corriente. En flujos laminares el mecanismo de transporte lateral es exclusivamente molecular. Es importante mencionar que generalmente este tipo de flujo se da cuando el fluido presenta una baja velocidad o una alta viscosidad. En la figura 1.3 se puede observar el comportamiento de este tipo de fluidos.

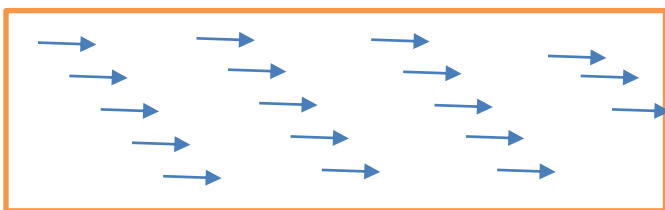


Figura 1.3 visualización del comportamiento de un flujo laminar

Flujo turbulento: Se le denomina flujo turbulento o corriente turbulenta al movimiento de un fluido que se da en forma caótica, en que las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos periódicos, (no coordinados), generalmente se da a velocidades altas de flujo o en viscosidades bajas, lo anterior puede referirse en la figura 1.4.

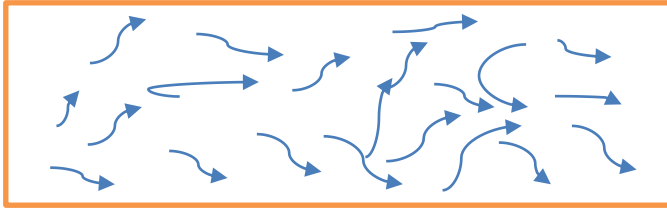


Figura 1.4 visualización del comportamiento de un flujo turbulento

Se ha podido observar cómo es que se da el comportamiento de los diferentes flujos que hay, aunque sin embargo una gran incógnita era tiempos atrás el cómo se podía determinar el flujo el tipo de flujo presente o que se quería obtener en algún proceso, hasta que en 1883 Osborne Reynolds observó que el tipo de flujo adquirido por un fluido que fluye dentro de una tubería depende de la velocidad del líquido, el diámetro de la tubería y de algunas propiedades físicas del fluido.

Así las relacionó en una ecuación donde se obtienen el número de Reynolds e cual es un número adimensional que relaciona las propiedades físicas del fluido, teniendo un criterio el cual nos indica que si el número de Reynolds (Re) es menor que 2100 se dice que es un flujo **laminar**. Si Re está entre los 2100 y los 4000 se habla de un flujo de **transición**. Finalmente si Re es mayor que 4000 se dice que es un flujo **turbulento**. El número de Reynolds puede calcularse mediante la siguiente ecuación:

$$Re = \frac{D * v * \rho}{\mu}$$

Dónde:

Re= Número de Reynolds

D= Diámetro de la tubería o ducto [=] m

V= velocidad promedio del fluido [=] m/s

ρ = Densidad del fluido [=] Kg/m³

μ = Viscosidad del fluido [=] Pa*s

Ejercicio 1.1 Determine el comportamiento de nitrógeno que viaja a una velocidad de 30 m/s en una tubería que tiene 2.5 m de radio, considerando que el Nitrógeno tiene una viscosidad de 180 Pa * s y una densidad de 1250.46 kg/m³.

Para obtener el diámetro se multiplica el radio por dos obteniendo un diámetro de 5m

$$Re = \frac{(5m)(30m/s)(1250.46 Kg/m^3)}{180Pa * s} = 1042 \xrightarrow{\text{por lo tanto es un flujo}} LAMINAR$$

Ejercicio 1.2 Tomando en cuenta el resultado del ejercicio anterior se le pregunta al lector ¿Cuál debería ser la velocidad mínima que debería de tener el fluido para que fuera del tipo turbulento?

Antes de empezar a resolver el ejercicio se debe tomar en cuenta que para que el flujo pueda considerarse de carácter turbulento debe ser equivalente a 5000, por lo cual se tomará el valor del número de Reynolds igual a 5000. Es importante este dato debido a que para tener lo mínimo de velocidad se deben tomar 5000 puesto que es el mínimo valor para considerar un flujo turbulento.

Ahora entendiendo el porqué del tomar ese valor, se procede a despejar la ecuación del número de Reynolds quedando de la siguiente manera:

$$v = \frac{Re * \mu}{D * \rho}$$

Sustituyendo los valores se tendrá el dato de la velocidad mínima:

$$v = \frac{(5000)(180Pa * s)}{(5m)(1250.46 Kg/m^3)} = 143.95 m/s \xrightarrow{\text{por tanto esto es la}} VELOCIDAD MINIMA$$

Ahora una vez comprendido el comportamiento de los flujos respecto a lo antes mencionado se debe hacer una importante aclaración, pues existe otra diferenciación clave para entender y entrar de lleno a los cálculos en posteriores unidades y es el conocer si un flujo es estacionario o no estacionario.

Flujo estacionario: Es aquel flujo que se presenta cuando no existen cambios en las variables termodinámicas de un proceso, esto quiere decir que no cambian el volumen, la temperatura ni la presión o que los cambios de éstas no afectan al proceso.

Flujo no estacionario: Es aquel flujo o proceso que se da cuando los cambios de las variables termodinámicas (presión, volumen y temperatura) pueden afectar al proceso y deben de ser tomadas en cuenta seriamente.

1.2 Reología

La reología es la rama de la física que estudia la relación entre el esfuerzo y la deformación en los materiales que son capaces de fluir. La reología es una parte de la mecánica de medios continuos, y básicamente estudia la deformación y el fluir de la materia.

1.2.1 Clasificación de los fluidos

Antes de entrar de lleno a la clasificación de los fluidos es importante recordar a la gente que existen diversos tipos de clasificaciones, por ejemplo si se hace referencia a la densidad movimiento de moléculas y el estado físico de un fluido se pueden clasificar simplemente en líquidos, gases y vapores; En este texto se hará referencia a la clasificación que se les da relacionándolos con la viscosidad. Esta clasificación estará basada en la definición de la ley de Newton de la viscosidad.

Fluidos newtonianos:

Un fluido newtoniano es aquel fluido cuya viscosidad puede considerarse constante a través del tiempo. Los fluidos newtonianos son muy sencillos de describir, pues la relación del esfuerzo cortante con su velocidad de deformación es lineal.

Fluidos no newtonianos:

Un fluido no newtoniano es aquel fluido cuya viscosidad varía con la temperatura y la tensión cortante que se le aplica. Como resultado, un fluido no newtoniano no tiene un valor de viscosidad definido y constante, a diferencia de un fluido newtoniano. Un buen ejemplo de un fluido no newtoniano es cuando se hace una mezcla añadiendo almidón de maíz en una taza de agua. Se añade el almidón en pequeñas proporciones y se revuelve lentamente. Cuando la suspensión se acerca a la concentración crítica es cuando las propiedades de este fluido no newtoniano se hacen evidentes. La aplicación de una fuerza con la cucharilla hace que el fluido se comporte de forma más parecida a un sólido que a un líquido. Si se deja en reposo recupera su comportamiento como líquido.

1.3 Concentración

1.3.1 Concentraciones (masa y molar)

Ahora es importante empezar por definir algunas ecuaciones que se estarán refiriendo a lo largo del curso empezando por las concentraciones.

Concentración molar: Se refiere al número de moles de un componente “i” que están presentes en un volumen V del sistema, y matemáticamente se representa de la siguiente manera:

$$C_i = \frac{N_i}{V}$$

Concentración másica: Se refiere a la representación de la masa del componente “i” en un volumen “V” del sistema y se representa de la siguiente manera:

$$\rho_i = C_i * M_i = \frac{m_i}{V}$$

Donde M_i es el peso molecular de los componentes

La concentración total de masa o densidad, es la masa total de la mezcla contenida en la unidad de volumen de está y se define como:

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i$$

Donde n es el número de componentes presentes en la mezcla.

1.3.2 Fracciones (masa y molar)

Después de entender con contundencia las definiciones de concentración ahora es de suma remembranza reconocer que en los procesos es muy difícil que haya existencia si quiera pensar de un componente, pues es más abundante la existencia de una mezcla de gases o líquidos para lo cual entra la definición de las fracciones.

Fracción molar: Se refiere a los moles del componente “i” que están presentes en los moles totales del sistema. Expresándose como sigue:

$$X_i = \frac{C_i}{C}$$

Fracción másica: La fracción másica representa la masa del componente “i” que existe en la masa total del sistema y se calcula con la siguiente expresión:

$$\omega_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i}{\rho}$$

Se debe entender que la suma de todas las fracciones ya sea molar o másica debe de ser igual a uno.

1.3.3 Densidad de flujo (masa y molar)

A partir de los conocimientos previamente definidos se procede a observar como las cantidades molares o másicas pueden atravesar una unidad de área para esto se verá a continuación la definición de ambos casos.

Densidad de flujo molar: Se refiere al número de moles de α que fluyen a través de una unidad de área por unidad de tiempo y se define así:

$$J_A^* = (C_A)(V_A - V^*)$$

Donde $(V_A - V^*)$ es la velocidad de difusión molar en la mezcla.

Densidad de flujo másico: Se refiere a la masa de la especie α que pasa a través de una unidad de área por unidad de tiempo y está definida como:

$$J_A = (\rho_A)(V_A - V)$$

Donde $(V_A - V)$ es la velocidad de difusión másica en la mezcla.

1.3.4 Velocidad media de flujo (molar y másica)

Finalmente solo hay que entender a lo que se refiere la velocidad media de flujo de cantidad de materia que puede atravesar algún ducto transcurriendo el tiempo por lo que lo definiremos de la siguiente manera.

Velocidad media de masa: Es el promedio de todas las velocidades de las moléculas de la especie α en el interior de un pequeño volumen y se denotan de la siguiente manera:

$$v = \sum_{\alpha=1}^n \omega_{\alpha} v_{\alpha}$$

Velocidad media molar: Es el promedio de todas las velocidades de los moles de la especie α en el interior de un pequeño volumen y se representan de la siguiente forma:

$$v^* = \sum_{\alpha=1}^n x_{\alpha} v_{\alpha}$$

Ejercicio 1.3 Se va a transportar gas natural líquido (GNL) de la península de Yucatán a un lugar cerca de las bahías de Quintana Roo por medio de transporte marítimo. La composición molar del GNL comercial es CH₄ 94.9 %, C₂H₆ 0.4%, C₃H₈ 0.6%, CO₂ 0.5%. Determinar:

a) Peso molecular medio de la mezcla del GNL.

Para resolver este inciso se necesita multiplicar el peso molecular de la especie α por sus respectivas fracciones molares teniendo lo siguiente:

$$PM_{mezcla} = (16)(0.949) + (30)(0.004) + (44)(0.006) + (44)(0.005)$$

$$PM_{mezcla} = 15.184 + 1.2 + 0.264 + 0.22 = 16.868 \text{ g/gmol}$$

b) Fracción del peso del metano.

Ahora va a cambiar la fracción debido a que el problema exige la fracción en PESO del metano haciendo referencia a la fracción másica, ocupando una de las ecuaciones previamente vistas se obtendrá lo siguiente:

$$\omega_{CH_4} = \frac{X_{CH_4} PM_{CH_4}}{PM_{mezcla}} = \frac{(16)(0.949)}{16.868} = 0.9$$

c) La concentración másica de la mezcla gaseosa cuando se calienta a 193 K y 1.013x10⁵Pa

Se tomará en cuenta la ecuación de gases ideales para poder resolver este ejercicio, de modo que:

$$PV = nRT$$

Se sabe que la concentración molar es igual a:

$$n = \frac{m}{PM}$$

Sustituyendo la ecuación de moles en la de gases se obtendrá lo siguiente:

$$PV = \frac{m}{PM} RT$$

Si se despeja recordando la ecuación de la concentración másica se obtendrá la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM_{mezcla} * P}{RT}$$

Sustituyendo los valores...

$$\rho = \frac{(16.868 \text{ Kg/Kgmol})(101.3 \text{ KPa})}{(8.3144 \text{ KPa} * \text{m}^3/\text{Kgmol} * \text{K})(193 \text{ K})} = 1.06 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

d) Fracción de masa del propano en ppm

Primero se deberá obtener la fracción másica del propano de la misma forma que se obtuvo la del metano:

$$\omega_{C_2H_8} = \frac{X_{C_2H_8} PM_{C_2H_8}}{PM_{mezcla}} = \frac{(44)(0.006)}{16.868} = 0.015$$

Una vez obtenida la fracción másica se hará una regla de tres basada en

$$1\% \xrightarrow{\text{equivale a}} 10,000 \text{ ppm}$$

$$1.5\% \xrightarrow{\text{equivale a}} ? \text{ ppm}$$

Entonces se obtendrá lo siguiente:

$$\omega_{C_2H_8} = \frac{(10,000 \text{ ppm})(0.015)}{0.01} = 15,600 \text{ ppm}$$

Ejercicio 1.3 Se va a transportar gas natural líquido (GNL) de la península de Yucatán a un lugar cerca de las bahías de Quintana Roo por medio de transporte marítimo. La composición molar del GNL comercial es CH₄ 94.9 %, C₂H₆ 0.4%, C₃H₈ 0.6%, CO₂ 0.5%. Determinar:

a) Peso molecular medio de la mezcla del GNL.

Para resolver este inciso se necesita multiplicar el peso molecular de la especie α por sus respectivas fracciones molares teniendo lo siguiente:

$$PM_{mezcla} = (16)(0.949) + (30)(0.004) + (44)(0.006) + (44)(0.005)$$

$$PM_{mezcla} = 15.184 + 1.2 + 0.264 + 0.22 = 16.868 \text{ g/gmol}$$

b) Fracción del peso del metano.

Ahora va a cambiar la fracción debido a que el problema exige la fracción en PESO del metano haciendo referencia a la fracción másica, ocupando una de las ecuaciones previamente vistas se obtendrá lo siguiente:

$$\omega_{CH_4} = \frac{X_{CH_4} PM_{CH_4}}{PM_{mezcla}} = \frac{(16)(0.949)}{16.868} = 0.9$$

c) La concentración másica de la mezcla gaseosa cuando se calienta a 193 K y 1.013x10⁵Pa

Se tomará en cuenta la ecuación de gases ideales para poder resolver este ejercicio, de modo que:

$$PV = nRT$$

Se sabe que la concentración molar es igual a:

$$n = \frac{m}{PM}$$

Sustituyendo la ecuación de moles en la de gases se obtendrá lo siguiente:

$$PV = \frac{m}{PM} RT$$

Si se despeja recordando la ecuación de la concentración másica se obtendrá la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM_{mezcla} * P}{RT}$$

Sustituyendo los valores...

$$\rho = \frac{(16.868 \text{ Kg/Kgmol})(101.3 \text{ KPa})}{(8.3144 \text{ KPa} * \text{m}^3/\text{Kgmol} * \text{K})(193 \text{ K})} = 1.06 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

d) Fracción de masa del propano en ppm

Primero se deberá obtener la fracción másica del propano de la misma forma que se obtuvo la del metano:

$$\omega_{C_2H_8} = \frac{X_{C_2H_8} PM_{C_2H_8}}{PM_{mezcla}} = \frac{(44)(0.006)}{16.868} = 0.015$$

Una vez obtenida la fracción másica se hará una regla de tres basada en

$$1\% \xrightarrow{\text{equivale a}} 10,000 \text{ ppm}$$

$$1.5\% \xrightarrow{\text{equivale a}} ? \text{ ppm}$$

Entonces se obtendrá lo siguiente:

$$\omega_{C_2H_8} = \frac{(10,000 \text{ ppm})(0.015)}{0.01} = 15,600 \text{ ppm}$$

Ejercicio 1.4 Una mezcla de O₂ y CO₂ a 294°K y 1.519x10⁻⁵ Pa (designando al O₂ como componente A y al CO₂ como componente B).

Datos:

Especie A (O ₂)	X _A =0.4	V _A =0.08 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	M _A =32 $\frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}$
Especie B (CO ₂)	X _B =0.6	V _B = -0.02 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	M _B =44 $\frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}$

$$P=1.519 \times 10^{-5} \text{ Pa}$$

$$T= 294^\circ\text{K}$$

Calcular:

a) Fracción molar de B

Primero hay que entender que la suma de las fracciones es igual a 1, esto fue explicado previamente en la parte teórica

$$X_A + x_B = 1$$

Entonces despejando a X_A ...

$$X_B = 1 - X_A$$

Sustituyendo el valor de X_A se tendrá el valor buscado...

$$X_B = 1 - 0.4 = 0.6$$

b) Peso molecular de la mezcla

Para resolver este inciso es necesario considerar la siguiente ecuación...

$$X_A M_A + X_B M_B = M$$

Sustituyendo en la ecuación se obtendrá el valor del peso molecular medio de la mezcla

$$M = 0.4 \left(32 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}} \right) + 0.6 \left(44 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}} \right) = 39.2 \frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}$$

c) Las concentraciones de masa total y de cada componente en: $\left(\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \right)$

Para dar solución a esta parte se debe considerar la ecuación de gases ideales:

$$PV = nRT$$

De la cual se deberá considerar la relación que existe en los números de moles:

$$n = \frac{m}{M}$$

Entonces se hará una sustitución de la ecuación de número de moles en la de gases ideales:

$$PV = \frac{m(RT)}{M}$$

Ahora despejando para dejar todo en términos de la concentración de masa...

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}$$

Sustituyendo finalmente los datos en la ecuación se obtendrá el resultado

$$\rho = \left(\frac{39.2 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right) \left(\frac{\text{kgmol} \cdot ^\circ\text{K}}{8.31447 \text{ Kpa} \cdot \text{m}^3} \right) \left(\frac{151.9 \text{ Kpa}}{294^\circ\text{K}} \right) = \mathbf{2.4359 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

Cambiando $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \dots$

$$\rho = 2.4359 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{kgmol}}{39.2 \text{ kg}} \right) = \mathbf{0.062 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}}$$

Para obtener concentración de masa por componente

Para ρ_A se tiene...

$$\rho_A = C_A M_A$$

Multiplicando el peso molecular por la fracción:

$$(32)(0.4) = \left(\frac{12.8 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right)$$

Sustituyendo datos:

$$\rho_A = \left(\frac{12.8 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right) \left(\frac{\text{kgmol} \cdot ^\circ\text{K}}{8.31447 \text{ Kpa} \cdot \text{m}^3} \right) \left(\frac{151.9 \text{ Kpa}}{294^\circ\text{K}} \right) = \mathbf{0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

Cambiando $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$

$$\rho_A = 0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{kgmol}}{39.2 \text{ kg}} \right) = \mathbf{0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}}$$

Para ρ_B se tiene...

$$\rho_B = C_B M_B$$

Multiplicando el peso molecular por la fracción:

$$(32)(0.4) = \left(\frac{12.8 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right)$$

Sustituyendo datos:

$$\rho_B = \left(\frac{26.4 \text{ kg}}{\text{kgmol}} \right) \left(\frac{\text{kgmol} \cdot ^\circ\text{K}}{8.31447 \text{ Kpa} \cdot \text{m}^3} \right) \left(\frac{151.9 \text{ Kpa}}{294^\circ\text{K}} \right) = \mathbf{1.6405 \frac{kg}{m^3}}$$

Cambiando $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$

$$\rho_B = 1.6405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{kgmol}}{39.2 \text{ kg}} \right) = \mathbf{0.0418 \frac{kgmol}{m^3}}$$

d) Fracción de peso de A y B

$$w_A = \frac{\rho_A}{\rho} = 0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{0.062 \text{ kgmol}} \right) = \mathbf{0.3225}$$

$$w_B = \frac{\rho_B}{\rho} = 0.0412 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{0.062 \text{ kgmol}} \right) = \mathbf{0.3225}$$

e) Velocidad de difusión de A y B con respecto a la velocidad media de masa $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$

$$v = w_A v_A + w_B v_B$$

Sustituyendo los datos que refiere el problema se puede encontrar sin problema la velocidad media

$$v = (0.3225) \left(0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) + (0.6741) \left(-0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.0123 \frac{m}{s}}$$

De las ecuaciones provenientes de la literatura se podrán obtener fácilmente las velocidades de difusión:

$$v_A - v = 0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0123 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.067 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B - v = -0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.0123 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -\mathbf{0.0323} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

f) Velocidad de difusión de A y B con respecto a la velocidad media molar $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$$v^* = X_A v_A + X_B v_B$$

$$v^* = (0.4) \left(0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) + (0.6) \left(-0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.02} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_A^* - v = 0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{0.06} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B^* - v = -0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -\mathbf{0.04} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

g) Densidad de flujo en función de la densidad de flujo de masa de cada especie con respecto a velocidad media de masa y velocidad media molar. $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$

De igual forma se podrán sacar los valores haciendo sustituciones de las fórmulas reportadas previamente en la parte teórica de la unidad.

$$j_A = \rho_A (v_A^* - v) = 0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.06 \text{ m}}{\text{s}} \right) = \mathbf{0.0477} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$j_B = \rho_B(v_B^* - v) = 1.6405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.04 \text{ m}}{\text{s}} \right) = -0.065 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Para determinar la densidad de flujo en función de las velocidades medias molares de cada especie se deberá hacer igualmente una simple sustitución, pues los valores ya se habían calculado previamente:

$$J_A = C_A(v_A^* - v) = 0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.06 \text{ m}}{\text{s}} \right) = 1.2 \times 10^{-3} \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$J_B = C_B(v_B^* - v) = 0.04 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.04 \text{ m}}{\text{s}} \right) = -1.6 \times 10^{-3} \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

h) Densidad de flujo de masa y molar de cada especie con respecto a ejes estacionarios.

Se tienen ecuaciones extraídas del libro de Bird que facilitan el cálculo, después los datos calculados previamente se volverán a utilizar para obtener los valores requeridos:

$$n_A = \rho_A v_A = 0.7954 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.08 \text{ m}}{\text{s}} \right) = 0.063 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$n_B = \rho_B v_B = 1.6405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.02 \text{ m}}{\text{s}} \right) = -0.0328 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$N_A = C_A v_A = 0.020 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{0.08 \text{ m}}{\text{s}} \right) = 1.6 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$N_B = C_B v_B = 0.04 \frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3} \left(\frac{-0.02 \text{ m}}{\text{s}} \right) = -8 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Ejercicio 1.5 Se analiza un GN resultando

SUSTANCIA	ANÁLISIS VOLUMÉTRICO
CO ₂	4%
CH ₄	77%

C ₂ H ₆	5%
N ₂	14%

Determine las siguientes propiedades de la mezcla:

a) Fracción molar de C₂H₆

$$X_{\text{C}_2\text{H}_6} = \frac{5\%}{100\%} = \mathbf{0.05}$$

b) Fracción en peso del N₂

$$\text{CO}_2 = (0.04)(1 \text{ mol}) = 0.04 \text{ mol} \left(\frac{0.044 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = \mathbf{0.00176 \text{ kg}}$$

$$\text{CH}_4 = (0.77)(1 \text{ mol}) = 0.77 \text{ mol} \left(\frac{0.016 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = \mathbf{0.01232 \text{ kg}}$$

$$\text{C}_2\text{H}_6 = (0.05)(1 \text{ mol}) = 0.05 \text{ mol} \left(\frac{0.030 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = \mathbf{0.0015 \text{ kg}}$$

$$\text{N}_2 = (0.14)(1 \text{ mol}) = 0.14 \text{ mol} \left(\frac{0.028 \text{ kg}}{\text{mol}} \right) = \mathbf{0.00392 \text{ kg}}$$

$$m_T = \mathbf{0.0156 \text{ kg}}$$

$$w_{\text{N}_2} = \frac{0.00392 \text{ kg}}{0.0156 \text{ kg}} = \mathbf{0.251}$$

c) Peso molecular medio de la mezcla

$$V = \frac{nRT}{P} = \left(\frac{1 \text{ mol}}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} \right) \left(\frac{8.31447 \text{ KPa m}^3}{\text{kmol } ^\circ\text{K}} \right) (273^\circ\text{K}) \left(\frac{1000 \text{ Pa}}{1 \text{ KPa}} \right) \left(\frac{1 \text{ kmol}}{1000 \text{ mol}} \right) \\ = \mathbf{0.0224 \text{ m}^3}$$

$$c = \frac{n}{v}$$

$$c_{\text{CH}_4} = \frac{n}{v} = \frac{0.77 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = \mathbf{34.375 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}}$$

$$c_{\text{CO}_2} = \frac{n}{v} = \frac{0.04 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = \mathbf{1.7857 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}}$$

$$c_{N_2} = \frac{n}{v} = \frac{0.14 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = 6.25 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$c_{C_2H_6} = \frac{n}{v} = \frac{0.05 \text{ mol}}{0.0224 \text{ m}^3} = 2.2321 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$c_T = 44.6428 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{0.0156 \text{ kg}}{0.0224 \text{ m}^3} = 0.6964 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Peso medio de la mezcla

$$M = \frac{\rho}{c_T} = 0.6964 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{\text{m}^3}{44.6428 \text{ mol}} \right) = 0.0155 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

d) Presión parcial de cada uno de los componentes si la presión es 1500 mmHg

$$CH_4 = (0.77) (1500 \text{ mmHg}) = 1155 \text{ mmHg}$$

$$CO_2 = (0.04) (1500 \text{ mmHg}) = 60 \text{ mmHg}$$

$$C_2H_6 = (0.05) (1500 \text{ mmHg}) = 75 \text{ mmHg}$$

$$N_2 = (0.14) (1500 \text{ mmHg}) = 210 \text{ mmHg}$$

UNIDAD 2: ANÁLISIS ADIMENSIONAL

La idea de consistencia dimensional se puede usar de otra manera, por medio de un procedimiento conocido como análisis dimensional, para agrupar las variables de una situación dada en parámetros carentes de dimensión, menos numerosos que las variables originales. Este procedimiento resulta muy útil en los trabajos experimentales en los que el

número de variables significativas, en sí, representa una enfadosa tarea de correlación. Si se combinan las variables para formar un número menor de parámetro sin dimensión, se minimiza la tarea de reducción de los datos experimentales.

1.1 Dimensiones

En el análisis dimensional se deben establecer ciertas dimensiones como fundamentales y expresar todas las demás en términos de éstas. Todas las cantidades significativas en cuanto a la transferencia de momento se pueden expresar, ocasionalmente, en términos de M (masa), L (longitud) y t (tiempo). El análisis adimensional en ocasiones, requerirá del uso de otras dos importantes dimensiones que pueden ser tanto T (temperatura) como Q (calor).

Algunas variables importantes relacionadas con la transferencia de momento están dadas en la siguiente tabla:

TABLA 1.1 tabla de análisis adimensional con algunas variables importantes relacionadas con la transferencia de momento

VARIABLE	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Masa	M	M
Longitud	L	L
Área	A	L^2
Volumen	V	L^3
Tiempo	t, θ	θ
Velocidad	v	L/θ
Aceleración gravitacional	g	L/θ^2
Difusividad térmica	α	L^2/θ
Flujo Volumétrico (Caudal)	q	L^3/θ
Flujo Másico	m	M/θ
Resistencia Térmica	R	$T\theta^3/ML^2$

Velocidad de Deformación	ε	$1/\theta$
Velocidad angular	ω	$1/\theta$
Viscosidad cinemática	$\dot{\mu}$	L^2/θ
Diámetro	D	L
Fuerza	F	ML/θ^2
Presión	P	$M/L\theta^2$
Potencia	ϕ	ML^2/θ^3
Trabajo, Energía	W	ML^2/θ^2
Densidad	ρ	M/L^3
Temperatura	T	T
Calor específico, Capacidad calorífica	c	$L^2/T\theta^2$
Conductividad térmica	κ	$Q/LT\theta$
Cortante por área unitaria	τ	$M/L\theta^2$
Frecuencia	f	$1/\theta$
Viscosidad	μ	$M/L\theta$
Tensión superficial	Σ	M/θ^2
Velocidad sónica	$\dot{v}$	L/θ
Compresibilidad	z	$L\theta^2/M$
Capacidad Calorífica	Cp	Q/MT
Coefficiente de Expansión Térmica	β	$1/T$

Dilatación Térmica

Coeficiente de Transferencia de Calor	h	$Q/\theta LT^2$
Calor	Q	ML^2/θ^2
Energía Interna	e	L^2/θ^2
Entalpía	i	L^2/θ^2

1.2 Técnicas de análisis adimensional

El análisis adimensional se basa en la noción de la homogeneidad dimensional, es decir, que todos los términos en una ecuación deben tener las mismas dimensiones, y también sirve para revisar la consistencia de las unidades de cualquier ecuación.

Antes de infiltrarse en las diferentes técnicas de análisis adimensional es importante revisar algunos ejercicios para comprender el objetivo de una manera más práctica.

Ejercicio 12.1 Determine las unidades que tienen 9/5 y 32 en la ecuación de conversión de grados centígrados a grados Fahrenheit.

$$T = \frac{9^\circ T}{5} + 32$$

Dónde:

$T [=] ^\circ F$ y $^\circ T [=] ^\circ C$

$(^\circ F) = 9/5 (^\circ C)$

$9/5 [=] (^\circ F)/(^\circ C)$ $(^\circ F) = \frac{(\circ F)(^\circ C)}{(\circ C)} + 32$

Ejercicio 12.2 Verifique la consistencia dimensional de:

$$\frac{d}{dt}[\rho \Delta h] = -\rho q$$

Dónde:

$\rho [=] \text{lbm/ft}^3$ $\Delta [=] \text{ft}^2$

$h [=] \text{ ft}$

$t [=] \text{ s}$

$q [=] \text{ ft}^3/\text{s}$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\text{lbm} * \text{ft}^2 * \text{ft}}{\text{ft}^3} \right] = \frac{-\text{lbm} * \text{ft}^3}{\text{ft}^3 * \text{s}}$$

$$-\frac{\text{lbm}}{\text{s}} = -\frac{\text{lbm}}{\text{s}}$$

1.2.1 Normalización (producto de potencias)

Es de suma remembranza indicar que el método de normalización considerado un método sencillo se basa en la creación de ecuaciones a partir de los exponentes que se puedan presentar dentro de un análisis adimensional, para realizar el método previamente señalado es importante seguir una serie de pasos para facilitar la aplicación de este.

Pasos para la normalización

1. Identificar y tabular las variables de interés.
2. Determinar el número de grupos adimensionales mediante la expresión: $G = V - D$.
3. Escribir las variables como producto de potencia.
4. Elevar las dimensiones de cada variable a la misma potencia de la variable.
5. Desarrollar las ecuaciones, escribiendo una ecuación para cada dimensión de tal manera que la suma algebraica de los exponentes sea igual a cero.
6. Desarrollar las ecuaciones lineales algebraicas para los exponentes, respecto a los exponentes seleccionados arbitrariamente.
7. Cada exponente determina un grupo adimensional diferente ($n_1, n_2, \dots, n_n$)

Una vez conociendo el proceso que debe llevarse a cabo para lograr una contundente normalización es importante resolver algunos ejercicios.

Ejercicio 12.3 Se debe suponer que un fluido está corriendo a través de un tubo que lleva un flujo isotérmico. Las variables que afectan a la pérdida de presión debida a la fricción son:

Diámetro del tubo, Longitud del tubo, Densidad del fluido, velocidad del fluido, viscosidad del fluido. Determine los grupos adimensionales restantes tomando como cabeceras de grupo a la pérdida de presión debida a la fricción, la longitud y la viscosidad del fluido.

TABLA 1.2 análisis dimensional para el ejercicio 12.3

Variable	Símbolo	Dimensión
Diámetro del tubo	D	L
Longitud del tubo	l	L
Densidad del tubo	ρ	ML^{-3}
Velocidad del fluido	V	$L\theta^{-1}$
Viscosidad del fluido	μ	$ML^{-1}\theta^{-1}$
Presión debida a la fricción	P	$M\theta^{-2} L^{-1}$

$G = 6 - 3 = 3$ Por lo que habrá 3 grupos adimensionales (N_1, N_2, N_3)

$$N_1, N_2, N_3 = D^a L^b \rho^c v^d \mu^e \Delta P^f$$

$$N_1^0, N_2^0, N_3^0 = L^a L^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \left(\frac{L}{\theta}\right)^d \left(\frac{M}{L\theta}\right)^e \left(\frac{M}{L\theta^2}\right)^f$$

$$L: \quad 0 = a + b - 3c + d - e - f \dots\dots 1$$

$$M: \quad 0 = c + e + f \dots\dots 2$$

$$\theta: \quad 0 = -d - e - 2f \dots\dots 3$$

De 2 se despeja a “c” quedando...

$$c = -e - f$$

De 3 se despeja a “d” obteniendo...

$$d = -e - 2f$$

Sustituyendo c y d en 1 y despejando a “a” se tiene...

$$a = -b - e$$

Una vez obtenidos los datos exponenciales previamente calculados se procede a reescribir la ecuación adimensional, de tal forma que:

$$D^{-b-e} l^b \rho^{-e-f} v^{-e-2f} \mu^e \Delta P^f = N_1, N_2, N_3$$

Después por el principio de superposición se obtendrá el análisis de los tres grupos adimensionales en cuestión.

$$N_1 = \left(\frac{l}{D}\right)^b = \frac{L}{L} \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

$$N_2 = \left(\frac{\mu}{D * \rho * v}\right)^e = \left(\frac{\frac{M}{L\theta}}{\frac{L * M * L}{\theta * L^3}}\right)^e = \left(\frac{\frac{M}{L\theta}}{\frac{M}{L\theta}}\right)^e \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

$$N_3 = \left(\frac{\Delta P}{\rho * v^2}\right)^f = \left(\frac{\frac{M}{L\theta^2}}{\frac{M * L^2}{\theta^2 * L^3}}\right)^f = \left(\frac{\frac{M}{L\theta^2}}{\frac{M}{L\theta^2}}\right)^f \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

Ejercicio 12.4 La potencia que se necesita para hacer funcionar un compresor varía de acuerdo con el diámetro de este, su velocidad angular, su rapidez de flujo volumétrico, la densidad del fluido y la viscosidad. Encuentre una relación entre estas variables por medio del análisis dimensional. Se deberán tomar como cabeceras de grupo a la potencia, a la velocidad angular y a la viscosidad del fluido.

TABLA 1.3 análisis dimensional para el ejercicio 12.4

Variable	Símbolo	Dimensión
Potencia	φ	ML^2/θ^3
Diámetro del compresor	D	L
Velocidad angular del fluido	ω	$1/\theta$
Rapidez del flujo volumétrico	q	L^3/θ
Densidad del fluido	ρ	M/L^3
Viscosidad del fluido	μ	$M/L\theta$

G= 6-3=3 Por lo que se comprueba la existencia de tres grupos adimensionales

$$N_1, N_2, N_3 = \varphi^a D^b \omega^c q^d \rho^e \mu^f$$

$$N_1^0, N_2^0, N_3^0 = \left(\frac{ML^2}{\theta^3}\right)^a * L^b * \left(\frac{1}{\theta}\right)^c * \left(\frac{L^3}{\theta}\right)^d * \left(\frac{M}{L^3}\right)^e * \left(\frac{M}{L\theta}\right)^f$$

$$M: 0 = a + e + f \dots 1$$

$$L: 0 = 2a + b + 3d - 3e - f \dots 2$$

$$\theta: 0 = -3a - c - d - f \dots 3$$

Despejando a “e” en 1...

$$e = -a - f$$

Despejando a “d” en 3...

$$d = -3a - c - f$$

Despejando a “b” en 2...

$$b = 4a + 3c + f$$

La ecuación adimensional general queda de la siguiente manera:

$$\varphi^a D^{4a+3c+f} \omega^c q^{-3a-c-f} \rho^{-a-f} \mu^f = N_1, N_2, N_3$$

Por principio de superposición se demuestran los grupos adimensionales existentes en el proceso

$$N_1 = \left(\frac{P * D^4}{\rho * q^3}\right)^a = \left(\frac{\frac{ML^2 * L^4}{\theta^3}}{\frac{M * L^9}{L^3 * \theta^3}}\right)^a = \left(\frac{\frac{ML^6}{\theta^3}}{\frac{ML^6}{\theta^3}}\right)^a \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

$$N_2 = \left(\frac{\omega * D^3}{q}\right)^c = \left(\frac{\frac{L^3}{\theta}}{\frac{L^3}{\theta}}\right)^c \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

$$N_3 = \left(\frac{D * \mu}{q * P}\right)^f = \left(\frac{\frac{L * M}{L^3 * \theta}}{\frac{L^3 * M}{\theta * L^3}}\right)^f = \left(\frac{\frac{M}{\theta}}{\frac{M}{\theta}}\right)^f \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

Ejercicio 12.5: Utilizando las variables del ejemplo anterior realizar la determinación de grupos adimensionales pero tomando como cabeceras de grupo a: diámetro del tubo, densidad del fluido, viscosidad del fluido.

G= 6-3=3 Por lo que se comprueba la existencia de tres grupos adimensionales

Para este ejercicio se saltaran parte de los primeros pasos que se han realizado, puesto que no cambia realmente nada hasta que se hacen los despejes de las ecuaciones dimensionales para dejar a unas variables en términos de las otras, por lo tanto teniendo las ecuaciones dimensionales....

$$L: 0 = a + b - 3c + d - e - f \dots\dots\dots 1$$

$$M: 0 = c + e + f \dots\dots\dots 2$$

$$\theta: 0 = -d - e - 2f \dots\dots\dots 3$$

Si despejamos a “d” en la ecuación 3....

$$d = -e - 2f$$

Si despejamos a “f” en la ecuación 2...

$$f = -c - e$$

Sustituyendo “f” en la ecuación que tienen como objeto a “d”...

$$d = e + 2c$$

Si despejamos a b en la ecuación 1 y a su vez sustituimos “d” y “f”...

$$b = -a - e$$

Por lo que si sustituimos los exponentes se tendrá lo siguiente...

$$D^a l^{-a-e} \rho^c v^{e+2c} \mu^e \Delta P^{-c-e} = N_1^0, N_2^0, N_3^0$$

Por principio de superposición se obtendrán los grupos adimensionales:

$$N_1 = \left(\frac{D}{l}\right)^a = \left(\frac{L}{L}\right) \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

$$N_2 = \left(\frac{\rho v^2}{\Delta P}\right)^c = \left(\frac{\frac{ML^2}{L^3 T^2}}{\frac{M}{LT^2}}\right)^1 = \left(\frac{\frac{M}{LT^2}}{\frac{M}{LT^2}}\right) \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

$$N_3 = \left(\frac{v\mu}{\rho \Delta P}\right)^e = \left(\frac{\frac{L * M}{T * LT}}{\frac{L * M}{LT^2}}\right) = \left(\frac{\frac{M}{T^2}}{\frac{M}{T^2}}\right) \xrightarrow{\text{por lo tanto es}} ADIMENSIONAL$$

1.2.2 Método de Buckingham

Una situación general en la cual se puede emplear ventajosamente el análisis dimensional es aquella en la cual no hay ninguna ecuación diferencial principal que pueda aplicarse obviamente. En una situación como ésta, se necesita un procedimiento más general. Este procedimiento se conoce con el nombre de método de Buckingham.

El paso inicial para la aplicación del método de Buckingham requiere del listado de las variables significativas para un problema dado. Después, es necesario determinar el número de parámetros adimensionales en los que se pueden combinar las variables. Este número se puede determinar utilizando el teorema π de Buckingham, que establece lo siguiente:

1. El número de grupos sin dimensión que se utilizan para describir una situación dada que involucre a n variables es igual a $n - r$, donde r es el rango de la matriz dimensional de las variables. Por lo que:

$$i = n - r$$

Dónde:

i = número de grupos independientes, adimensionales

n = número de variables implicadas

r = rango de la matriz

2. Elegir el grupo recurrente tomando en cuenta:
 - a. Cada una de las dimensiones fundamentales deben aparecer por lo menos en una de las variables.
 - b. No es posible formar un grupo adimensional a partir de alguna o todas las variables del grupo recurrente.
3. Se debe tomar cada una de las $(n-r)$ variables restantes e incorporarlas en un grupo adimensional, combinándolas con el conjunto recurrente (repetir esto tantas veces sea posible).
4. Construir los $(n-r)$ grupos π
5. Resolver cada grupo π de forma análoga al producto de potencia.

Básicamente lo antes mencionado es el procedimiento general para hacer una adimensionalización por este método. Se necesitará tener una buena comprensión del método de normalización para no tener problemas con la metodología de Buckingham, además de tener un buen manejo del álgebra matricial. A continuación se procederá a resolver ejercicios.

Ejercicio 12.6 En un proceso se desea preparar un análisis adimensional, en el cual se ha podido observar que las variables que intervienen son la potencia, el diámetro, la velocidad angular, la rapidez del flujo volumétrico, la densidad del fluido y su viscosidad. Si se tomarán la potencia, la velocidad angular y la viscosidad como cabeceras de grupo determine los grupos adimensionales existentes.

Tabla 1.4 tabla para análisis adimensional del ejercicio 12.5

Variable	Símbolo	Dimensión
Potencia	φ	ML^2/θ^3
Diámetro	D	L
Velocidad angular	ω	$1/\theta$
Rapidez del flujo volumétrico	q	L^3/θ
Densidad del fluido	ρ	M/L^3
Viscosidad	μ	$M/L\theta$

Ahora se construirá la matriz...

Dimension	Φ	D	ω	q	ρ	μ
L	2	1	0	3	-3	-1
M	1	0	0	0	1	1
θ	-3	0	-1	-1	0	-1

Resolviendo la matriz...

$$\begin{pmatrix} +2 & +1 & +0 & +3 & -3 & -1 \\ +1 & +0 & +0 & +0 & +1 & +1 \\ -3 & +0 & -1 & -1 & +0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{obtener rango}} \begin{pmatrix} +1 & +0 & +0+0 & +1 & +1 \\ +0 & +1 & +0+0 & -5 & -3 \\ +0 & +0 & +1+1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Así que $i = 6 - 3 = 3$ por lo que habrá tres grupos π (π_1, π_2, π_3)

$$\pi_1 = D^a q^b \rho^c \varphi$$

$$\pi_2 = D^d q^e \rho^f \omega$$

$$\pi_3 = D^g q^h \rho^i \mu$$

Para $\pi_1...$

$$L^a \left(\frac{L^3}{\theta} \right)^b \left(\frac{M}{L^3} \right)^c \left(\frac{ML^3}{\theta^3} \right) = L^0, M^0, \theta^0$$

Se obtendrán las siguientes ecuaciones...

$$L: a + 3b - 3c + 2 = 0$$

$$M: c + 1 = 0$$

$$\Theta: -b - 3 = 0$$

Resolviendo el sistema...

$$b = -3, a = 4, c = -1$$

Sustituyendo...

$$\pi_1 = \frac{D^4 * \varphi}{q^3 * \rho} = \left(\frac{\frac{L^4 * M * L^2}{\theta^3}}{\frac{L^9 * M}{\theta^3 * L^3}} \right) = \left(\frac{\frac{M * L^6}{\theta^3}}{\frac{M * L^6}{\theta^3}} \right) \xrightarrow[\text{por lo tanto el grupo } \pi \text{ es}]{\text{ADIMENSIONAL}}$$

Para $\pi_2...$

$$L^d \left(\frac{L^3}{\theta} \right)^e \left(\frac{M}{L^3} \right)^f \left(\frac{1}{\theta} \right) = L^0, M^0, \theta^0$$

$$L: d + 3e - 3f = 0$$

$$M: f = 0$$

$$\Theta: -e - 1 = 0$$

Por lo tanto

$$e = -1, f = 0, d = 3$$

$$\pi_2 = \frac{D^3 * \rho^0 * \omega}{q} = \left(\frac{\frac{L^3}{\theta}}{\frac{L^3}{\theta}} \right) \xrightarrow[\text{por lo tanto el grupo } \pi \text{ es}]{\text{ADIMENSIONAL}}$$

Para $\pi_3...$

$$L^g \left(\frac{L^3}{\theta} \right)^h \left(\frac{M}{L^3} \right)^i \left(\frac{M}{L\theta} \right) = L^0, M^0, \theta^0$$

$$L: g + 3h - 3i - 1 = 0$$

$$M: i + 1 = 0$$

$$\Theta: -h - 1 = 0$$

Entonces los valores son:

$$h=-1, i=1, g=1$$

$$\pi_3 = \frac{L * \mu}{q * \rho} = \left(\frac{L * M}{L^3 * \theta} \right) = \left(\frac{M}{\theta} \right) \xrightarrow{\text{por lo tanto el grupo } \pi \text{ es}} ADIMENSIONAL$$

Ejercicio 12.7 Se desea saber cuáles son los principales grupos adimensionales para facilitar un proceso industrial en el cual intervienen tanto los diámetros de las tuberías como su longitud, su rugosidad, los cambios de la presión, la velocidad del flujo, la viscosidad del fluido y su respectiva densidad, se debe considerar que el rango de la matriz tiene un valor de tres y que las cabeceras de grupo serán los cambios de presión, la rugosidad de la tubería y la respectiva viscosidad del fluido.

Variable	Símbolo	Dimensión
Diámetro de la tubería	D	L
Longitud de la tubería	L	L
Rugosidad de la tubería	ε	L
Cambios de presión	ΔP	$M/\theta^2 L^1$
Velocidad del flujo	v	L/θ
Viscosidad del fluido	μ	$M/L\theta$
Densidad del fluido	ρ	M/L^3

Una vez ordenados los datos se procede a determinar los grupos pi

$$\pi = 7 - 3 = 4$$

Entonces tomando en cuenta las cabeceras que sugiere el problema se procede a lo siguiente...

$$\pi_1 = D^a v^b \rho^c L$$

$$\pi_2 = D^d v^e \rho^f \varepsilon$$

$$\pi_3 = D^g v^h \rho^i \mu$$

$$\pi_4 = D^j v^k \rho^l \Delta P$$

Para π_1

$$L: a + b - c + 1 = 0$$

$$\Theta: -b = 0$$

$$M: c = 0$$

Por lo tanto $a = -1$ y el grupo queda de la siguiente manera para la resolución...

$$\pi_1 = D^{-1} v^0 \rho^0 L$$

Por principio de superposición se obtendrá el grupo π_1 ...

$$\pi_1 = \left(\frac{l}{D} \right) = \frac{L}{L} \xrightarrow{\text{por lo tanto el grupo } \pi \text{ es}} ADIMENSIONAL$$

Para π_2 ...

$$L: d + e - f + 1 = 0$$

$$\Theta: -e = 0$$

$$M: f = 0$$

Por lo tanto $d = -1$ y se tendrá la ecuación para el segundo grupo π_2 de la siguiente forma...

$$\pi_2 = D^{-1} v^0 \rho^0 \varepsilon$$

Entonces aplicando el principio de superposición...

$$\pi_2 = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right) = \frac{L}{L} \xrightarrow{\text{por lo tanto el grupo } \pi \text{ es}} ADIMENSIONAL$$

Para π_3

$$L: g + h - 3i - 1 = 0$$

$$\Theta: -h - 1 = 0$$

$$M: i + 1 = 0$$

Entonces resolviendo el sistema se tendrá que $h = -1, g = -1$ y $i = -1$ por lo que el grupo π quedará de la siguiente manera:

$$\pi_3 = D^{-1}v^{-1}\rho^{-1}\mu$$

Teniendo esta expresión se procede a aplicar el principio de superposición...

$$\pi_3 = \left(\frac{\mu}{Dv\rho}\right) = \left(\frac{\frac{M}{L\theta}}{\frac{L * L * M}{\theta L^3}}\right) = \left(\frac{\frac{M}{L\theta}}{\frac{M}{L\theta}}\right) \xrightarrow{\text{por lo tanto el grupo } \pi \text{ es}} ADIMENSIONAL$$

Para π_4 ...

$$L: j + k - 3l - 1 = 0$$

$$\Theta: -k - 2 = 0$$

$$M: l + 1 = 0$$

Una vez resolviendo el sistema de ecuaciones se tendrá que: $j = 0, k = -2$ y $l = -1$ entonces sustituyendo en las potencias que representan al grupo π se tendrá lo siguiente:

$$\pi_4 = D^0v^{-2}\rho^{-1}\Delta P$$

Entonces se aplicará una vez más el principio de superposición quedando el grupo dimensional como se muestra a continuación

$$\pi_4 = \left(\frac{\Delta P}{\rho v^2}\right) = \left(\frac{\frac{M}{L\theta^2}}{\frac{M * L^2}{L^3\theta^2}}\right) = \left(\frac{\frac{M}{L\theta^2}}{\frac{M}{L\theta^2}}\right) \xrightarrow{\text{por lo tanto el grupo } \pi \text{ es}} ADIMENSIONAL$$

EJERCICIO 12.8 Retomando el ejercicio número 3, pero haciendo un cambio de cabeceras p , W y M

Variable	Símbolos	Dimensionales
1.- Potencia.....	p	ML^2/θ^3
2.- Diámetro.....	D	L
3.- V angular.....	W	$1/\theta$
4.- R del flujo Vol.....	q	L^3/θ
5.- D. del fluido.....	P	M/L^3
6.-Viscosidad.....	M	$M/L\theta$

Paso 1. Si existen n variable el número de grupos adimensionales será:

$$i = n - r$$

Donde r es el rango de la matriz dimensional de las variables.

$$n = 6$$

	p	D	W	q	P	M
L	2	1	0	3	-3	-1
M	1	0	0	0	1	1
θ	-3	0	-1	-1	0	-1

$$r = 3$$

$$i = 6 - 3 \Rightarrow i = 3$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & -3 & 1 \\ -3 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$i = \pi_1, \quad \pi_2, \quad \pi_3$$

$$D^a q^b P^c p = \pi_1$$

$$D^d q^e P^f W = \pi_2$$

$$D^g q^h P^l M = \pi_3$$

$$\begin{aligned}
 \text{Para } \pi_1 &= l^a \left(\frac{L^3}{\theta}\right)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \frac{ML^2}{\theta} = L^0 M^0 \theta^0 \\
 \text{Para } L: L^a L^{3b} L^{-3c} L^{-2} &= L^0 & a + 3b - 3c + 2 &= 0 \dots 1 \\
 \text{Para } M: M^C M^1 &= M^0 & C + 1 &= 0 \dots 2 \\
 \text{Para } \theta: \theta^{-b} \theta^{-3} &= \theta^0 & -b - 3 &= 0 \dots 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{despejando } c && \text{despejando } b \\
 &c = -1 && b = -3
 \end{aligned}$$

sustituuyendo c y b en ec. 1

$$\begin{aligned}
 a - 9 + 3 + 5 &= 5 \\
 a - 4 &= 0 \\
 19 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\pi_1 = \theta: \theta^{-3a} \theta^{-b} = \theta^0 \qquad -3a - b = 0$$

$$\begin{aligned}
 &\text{despejando} \\
 2a + 0b - 3c &= -1 && c = 1/5 \\
 a + 0b + c &= 0 && b = 3/5 \\
 -3a - b + 0c &= 0 && a = -1/5
 \end{aligned}$$

$$\pi_1 = ap^{-1/5} p^{1/5} D = \pi_1$$

$$\pi_1 = \frac{\frac{L}{\theta^{3/5}}}{\frac{M^{1/5}}{L^{3/5}}} \frac{L}{M^{1/5} L^{2/5}} \frac{w^{3/5} p^{1/5} D = \pi_1}{p^{1/5}} =$$

$\therefore \pi_1$ Es adimensional.

$$\pi_2 = \left(\frac{ML^2}{\theta^3}\right)^a \left(\frac{1}{\theta}\right)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \frac{L^3}{\theta} = L^0 M^0 \theta^0$$

$$\begin{aligned}
 * L: L^{2a} L^{-3c} L^3 &= L^0 && 2a - 3c + 3 = 0 \dots 1 \\
 * M: M^a M^c &= M^0 && a + c = 0 \dots 2
 \end{aligned}$$

$$\ast \theta \colon \theta^{-3a}\theta^{-b}\theta^{-1} = \theta^0 \qquad -3a-b-1 = 0 \dots 3$$

$$\begin{aligned} 2a+0b-3c &= -3 \\ a+0b+c &= 0 \\ -3a-b+0c &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= -3/5 \\ b &= 4/5 \\ c &= 3/5 \end{aligned}$$

$$p^{-3/5}W^{-1/5}P^{3/5}q = \pi_2$$

$$\pi_2 = \frac{W^{4/5}P^{3/5}}{p^{3/5}} = \begin{array}{c|c|c|c} L & M^{\frac{3}{5}} & L^3 & \theta^{9/5} \\ \hline \theta^{\frac{4}{5}} & L^{\frac{9}{5}} & \theta & M^{3/5}L^{6/5} \end{array}$$

$$\therefore \pi_2 \text{ Es adimensional}$$

$$\pi_3 = (\frac{ML^2}{\theta^3})^a (\frac{1}{\theta})^b (\frac{M}{L^3})^c (\frac{M}{L\theta}) = L^0M^0\theta^0$$

$$\begin{aligned} \ast L \colon L^{2a}L^{-3c}L^{-1} &= L^0 & 2a-3c-1 &= 0 \dots 1 \\ \ast M \colon M^aM^cM^1 &= M^0 & a+c+1 &= 0 \dots 2 \\ \ast \theta \colon \theta^{-3a}\theta^{-b}\theta^{-1} &= \theta^0 & -3a-b-1 &= 0 \dots 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2a+0b-3c &= 1 \\ a+b+0c &= -1 \\ -3a-b+0c &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= -2/5 \\ b &= 1/5 \\ c &= -3/5 \end{aligned}$$

$$p^{-2/5}W^{1/5}P^{-3/5}M = \pi_3$$

$\frac{L}{\theta^{1/5}}$	$\frac{M}{L\theta}$	$\frac{\theta^{6/5}}{M^{2/5}L^{4/5}}$	$\frac{L^{9/5}}{M^{3/5}}$
--------------------------	---------------------	---------------------------------------	---------------------------

$$\pi_3 = \frac{W^{1/5}M}{p^{-2/5}P^{3/5}} =$$

π_3 Es adimensional.

EJERCICIO 12.9 Del ejercicio anterior se realiza un cambio en las cabeceras ahora tomando: K, D Y M.

Variables	Símbolo	Dimensiones.
Coeficiente de transf. de masa	K	L/t
Coeficiente de difusión	D	L^2/t
Diámetro del disco	d	L
Velocidad angular	a	l/t
Densidad	P	M/L^3
Viscosidad	M	M/Lt

Tomando como cabeceras K, M, D.

$$\begin{matrix} & K & D & d & a & P & M \\ \begin{matrix} M \\ L \\ t \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -3 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$i = 6 - 3 \qquad i = 3 \qquad i = \pi_1, \pi_2, \pi_3$$

$$r = 3$$

$$d^a a^b P^c K = \pi_1$$

$$d^a a^b P^c D = \pi_2$$

$$d^a a^b P^c M = \pi_3$$

$$\pi_1: L^a \left(\frac{1}{t}\right)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \left(\frac{L}{t}\right) = L^0 M^0 t^0$$

$$L: a - 3c + 1 = 0 \dots 1$$

$$M: c = 0$$

$$t: -b - 1 = 0 \dots 2$$

$$b = -1$$

$$a = -1$$

$$\pi_1 = d^{-1} a^{-1} P^0 K$$

$$\frac{K}{da} = \frac{L}{t} \bigg| \frac{L}{L} \bigg| \frac{t}{1} \quad \boxed{\therefore \pi_1 \text{ Es adimensional.}}$$

$$\pi_2: L^a \left(\frac{1}{t}\right)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \left(\frac{M}{Lt}\right) = L^0 M^0 t^0$$

$$L: a - 3c + 1 = 0 \dots 1 \quad a = -2$$

$$M: c + 1 = 0 \dots 2 \quad c = -1$$

$$t: -b - 1 = 0 \dots 3 \quad b = -1$$

$$\pi_2 = d^{-2} a^{-1} P^{-1} M$$

$$\frac{M}{Lt} = \frac{L^3}{L^2} \frac{t}{1} \frac{M}{M} \quad \boxed{= \pi_2 \text{Es adimensional}}$$

$$\pi_3 = L^a \left(\frac{1}{t}\right)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \frac{L^2}{t} = L^0 M^0 T^0$$

$$L = a - 3c + 2 = 0 \dots 1 \quad a = -2$$

$$M = c = 0$$

$$t = -b - 1 \dots 2 \quad b = -1$$

$$\pi_3 = d^{-2} a^{-1} P^0 D$$

$$\pi_3 = \frac{D}{d^2 a} \quad \frac{L^2}{t} \frac{L^2}{L^2} \frac{t}{1} \quad \boxed{\therefore \pi_3 \text{Es adimensional.}}$$

1.3 Grupos Adimensionales y Correlaciones

En la mecánica de fluidos aparece siempre un número determinado de grupos adimensionales. Sabemos que sumatoria de fuerzas que actúan sobre un fluido puede provocar una aceleración del mismo o puede involucrarla en la misma acción

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Las fuerzas que componen la suma de fuerzas son las másicas y las superficiales y se definen de la siguiente manera:

- a) Fuerzas másicas: Son aquellas debidas a la gravedad ($F_m = L^3 * \rho * g$)
- b) Fuerzas superficiales:
 1. Fuerzas normales o de presión ($F_p = L^2 * \Delta P$)
 2. Fuerzas tangenciales o de fricción debido a la viscosidad ($F_{fricción} = L\mu v$)
 3. Fuerzas tangenciales debido a la tensión superficial ($F_\sigma = L_\sigma$)
 4. Fuerzas normales debido a la compresibilidad ($F_k = L^2 k$)

Sumando todas las fuerzas e igualando a la inercia se obtiene lo siguiente:

$$L^3 \rho g + L^2 \Delta P + L \mu v + L \sigma + L^2 k = \varphi v^2 L^2$$

Esta expresión relaciona ocho magnitudes físicas en donde intervienen tres magnitudes básicas (masa, tiempo y longitud) y por lo tanto se han de obtener cinco grupos adimensionales. Dividiendo la ecuación de la sumatoria de fuerzas entre las fuerzas inerciales.

$$\frac{Lg}{v^2} + \frac{\Delta P}{\rho v^2} + \frac{\mu}{L \rho v^2} + \frac{k}{\rho v^2} = 1$$

A cada uno de estos grupos adimensionales se les conoce de otra manera muy particular:

-Número de Reynolds: Es el cociente entre las fuerzas inerciales y las fuerzas de fricción producidas por la viscosidad. En estos flujos influyen los efectos viscosos (flujos internos y flujos en capa límite).

-Número de Euler: Representa la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia y las de presión. Son flujos donde la caída de presión es importante.

-Número de Froude: Es la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia y las de gravedad. Son flujos donde influyen los efectos de la gravedad (flujos con superficie libre).

-Número de Mach: Es la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas inerciales y las de elasticidad, relacionando también la velocidad del sonido en el fluido en cuestión. La compresibilidad es importante en este tipo de flujos.

-Número de Weber: Se refiere a la raíz cuadrada del cociente entre las fuerzas de inercia y las debidas a la caída de la tensión superficial. En estos fluidos la tensión superficial influye de manera importante (se denominan flujos con interfase).

1.4 Similitudes y principio de escalamiento

En el diseño y prueba de equipo grande que se relacione con el flujo de fluidos se acostumbra construir modelos pequeños, geoméricamente semejantes a los prototipos grandes. Los datos experimentales logrados en el modelo a escala se convierten al tamaño normal del prototipo de acuerdo con las necesidades de similitud geométrica, cinemática y dinámica. El siguiente ejemplo ayudará al estudiante a comprender la manera de utilizar los datos obtenidos en el modelo para evaluar las condiciones necesarias para un aparato de tamaño natural.

Existe semejanza geométrica entre dos sistemas cuando la razón entre sus dimensiones significativas es la misma en ambos sistemas.

Existe semejanza cinemática entre dos sistemas geoméricamente semejantes si las velocidades en los mismos puntos están relacionadas entre sí de acuerdo a las siguientes igualdades:

- a) Rectangulares: $\left(\frac{V_X}{V_Y}\right)_1 = \left(\frac{V_X}{V_Y}\right)_2$; $\left(\frac{V_X}{V_Z}\right)_1 = \left(\frac{V_X}{V_Z}\right)_2$
- b) Cilíndricas: $\left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_2$; $\left(\frac{V_\theta}{V_Z}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_Z}\right)_2$
- c) Esféricas: $\left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_r}\right)_2$; $\left(\frac{V_\theta}{V_\phi}\right)_1 = \left(\frac{V_\theta}{V_\phi}\right)_2$

NOTA: Para que exista semejanza cinemática debe de existir forzosamente semejanza geométrica entre los sistemas. Si en estos sistemas los parámetros de fuerzas son iguales entonces se dice que los sistemas son dimensionalmente semejantes.

Ejercicio 12.8 Existe el propósito de construir un aeroplano y debe elevarse la presión en la superficie de este a la resistencia del aire, para este se construyó un modelo de 5 ft de envergadura de alas. Si las pruebas van a hacerse en un túnel de viento usando aire a 70°F y 1 atm se pregunta ¿Qué velocidad debe de tener el aire si las condiciones de temperatura y presión a la que está expuesto el aeroplano son las mismas que las del modelo? El aeroplano debe volar a 25 mi/h y tener una envergadura de alas de 75 ft.

TABLA 1.5 Datos para la semejanza ejercicio 14.1

Datos	Modelo	Prototipo
L	5 ft	75 ft
V	?	25 mi/h

TABLA 1.6 Datos para la semejanza ejercicio 14.1

Datos/Medio:	AIRE	AIRE
T	70°F	70°F
P	1 atm	1 atm
P	0.7495	0.7495
μ	1.225	1.225

Igualando los números de Reynolds:

$$\left(\frac{LVP}{\mu}\right)_m = \left(\frac{LVP}{\mu}\right)_p$$

Despejando a V_m ...

$$V_m = V_p \left(\frac{L_p}{L_m}\right) \left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right) \left(\frac{\mu_p}{\mu_m}\right)$$

Sustituyendo valores se tiene...

$$V_m = 15 \text{ mi/h}$$

Ejercicio 12.9 Se debe determinar el arrastre al que estaría sometido un sonar esférico de 30 cm de diámetro, si se desplaza a una velocidad de 2.57 m/s (5 nudos marítimos) sumergido en el mar ($\rho = 1028,4 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1,57 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), a partir de los datos en un túnel de viento ($\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). El **modelo** tiene 15 cm de diámetro. Calcule:

A) Determine la velocidad requerida en el túnel de viento.

B) Si la fuerza de arrastre sobre el modelo es igual a 24,82 N, evalúe la fuerza a la que estaría sometido el sonar.

Para el inciso A es importante saber que de un análisis adimensional se obtiene la siguiente relación funcional.

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)$$

Que en otras palabras indica:

$$Eu = f(Re)$$

Para que se exista semejanza dinámica se debe cumplir que:

$$Re_m = Re_p$$

Entonces, por definición del Reynolds:

$$\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)_m = Re_p$$

Según los datos del prototipo que aporta el enunciado del problema, se tiene que:

$$Re_p = \frac{2.57 \cdot 0.30}{1.57 \cdot 10^{-6}} = 4.91 \cdot 10^5 = Re_m$$

Entonces de la ecuación adimensional de Reynolds se despeja la velocidad del modelo:

$$V_m = Re_m \frac{v_m}{D_m} = 4.91 \cdot 10^5 \frac{1.46 \cdot 10^{-5}}{0.15} = \mathbf{47.8 \text{ m/s}}$$

Una vez obtenido el inciso A se procederá a contestar el inciso B donde es importante considerar la fuerza sobre el **prototipo**: (sonar). Teniendo en cuenta que a esta velocidad los números de Eu son también iguales, entonces se plantea que:

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2} \right)_m = \left(\frac{F}{\rho V^2 D^2} \right)_p$$

Gracias a esto, se despeja F_p , que es la única incógnita:

$$F_p = F_m \cdot \frac{\rho_p V_p^2 D_p^2}{\rho_m V_m^2 D_m^2} = 24.82 \frac{1028.4 (2.57)^2 (0.3)^2}{1.23 (47.8)^2 (0.15)^2} = \mathbf{240 \text{ N}}$$

UNIDAD 3 TRANSFERENCIA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La transferencia de cantidad de movimiento está caracterizada por estudiar el movimiento de fluidos y las fuerzas que lo producen, a excepción de las fuerzas que actúan a distancia (campo gravitatorio, campo eléctrico). Las fuerzas que actúan sobre un fluido como la presión y el esfuerzo cortante, provienen de una transferencia microscópica a nivel molecular de cantidad de movimiento.

3.1 Mecanismos De Transferencia

Al hablar de transferencia de cualquier propiedad física, ya sea momentum, calor, masa o alguna otra, se puede hablar de tres tipos genéricos de transporte:

- Transporte molecular: Es la transferencia de una propiedad física debida al comportamiento de las moléculas en un sistema.
- Transporte advectivo: Es la transferencia de una propiedad física atribuible únicamente al movimiento global de un fluido, que “acarrea” consigo dicha propiedad. El transporte advectivo es por lo tanto directamente proporcional a la velocidad del fluido.

		MECANISMO	
		transporte molecular	transporte convectivo
PROPIEDAD	momentum	transporte viscoso	arrastre y sustentación
	calor	conducción	convección
	masa	difusión	convección

- Transporte convectivo: También requiere un fluido en movimiento pero involucra una interface. En la mayoría de los casos es una combinación del transporte molecular con el transporte advectivo. A diferencia del transporte advectivo, normalmente no es proporcional a la velocidad del fluido.

Es importante señalar que algunos autores no hacen una distinción clara entre advección y convección, usando en ambos casos el término convección. El transporte advectivo no suele ser analizado como un tipo diferente de transporte, pero es un componente fundamental en el transporte convectivo.

En el caso particular de las tres propiedades físicas de interés en ingeniería química, los transportes moleculares y convectivo reciben nombres específicos:

3.1.1 Momento, Calor, Masa.

Mecanismos de transferencia de momentum

- Transporte viscoso (viscous transport): Se presenta cuando una capa de fluido en movimiento ejerce una fuerza sobre otra capa de fluido que se mueva a diferente velocidad, transfiriéndole parte de su momentum.

EJEMPLO: Fluido entre dos placas inicialmente en reposo, se pone en movimiento la placa superior, y eventualmente las capas de fluido que se encuentran más abajo se ponen en movimiento. El momentum que tienen ahora lo recibieron de las capas de más arriba, que a su vez lo recibieron de la placa en movimiento.

- Arrastre (drag): Es cuando parte del momentum de un fluido se transfiere por convección a un objeto, convirtiéndose en una fuerza que actúa sobre el objeto en la misma dirección del movimiento del fluido.

EJEMPLO: El viento ejerce una fuerza sobre una persona, que la empuja en la dirección en la que sopla.

- **Sustentación (lift):** Como en el caso del arrastre, el momentum del fluido se transfiere a un objeto, pero ejerce una fuerza perpendicular a la dirección del movimiento del fluido.

EJEMPLO: La fuerza ejercida por el aire sobre las alas de un avión, para mantenerlo suspendidos en el aire. El movimiento relativo del avión y el aire es horizontal, pero la fuerza es vertical.

Mecanismos de transferencia de calor

- **Conducción (conduction):** Es la transferencia de calor por interacción directa entre las moléculas. En una región de mayor temperatura, las moléculas vibran o se mueven con una mayor velocidad. Al chocar o interactuar con las moléculas vecinas de menor temperatura, les transfieren parte de su energía. Se le asocia generalmente con sólidos.

EJEMPLO: Una barra metálica introducida en brasas. Las moléculas del extremo caliente vibran más rápido, interactúan con las moléculas vecinas y les transfieren parte de su energía cinética.

- **Convección (convection):** Es la transferencia de calor en la que un fluido en movimiento recibe o cede energía a una interface. Se presenta cuando una superficie a cierta temperatura está en contacto con un fluido en movimiento a temperatura diferente. Es el resultado combinado de la conducción y la advección. Se divide en convección libre (también llamada natural, en la que el movimiento del fluido se debe a la misma diferencia de temperatura) y en convección forzada (en la que el movimiento del fluido se debe a algún agente externo). Generalmente el calor se transfiere más rápidamente cuando hay convección forzada que cuando es convección libre.

EJEMPLO: Enfriamiento de una taza de café. Es convección libre si no hay corrientes de viento, el aire alrededor y encima de la taza se calienta, disminuye su densidad y tiende a subir, llevándose consigo el calor que recibió de la taza. Una vez que el café está a la misma temperatura que la habitación, deja de haber diferencia de densidades y el aire deja de moverse. Por otro lado, si se le sopla a la taza, o se coloca un ventilador, el aire se mueve debido a ese agente externo, y se trata

de convección forzada. Incluso si el café está frío, se le puede seguir soplando o el ventilador puede seguir funcionando.

- **Radiación (radiation):** Es la transferencia de calor que se realiza a través de ondas electromagnéticas. No requiere de un medio material (se puede transmitir a través del vacío), aunque en muchas ocasiones sí exista de por medio. Éste es un mecanismo de transferencia exclusivo del calor (aunque también se puede transferir momentum por radiación, normalmente no es de importancia en ingeniería química).

EJEMPLO: El calor que recibe la Tierra desde el Sol, se transmite por radiación a través del espacio vacío. También, el calor que se siente al estar frente a una fogata es por radiación, lo que se puede demostrar fácilmente colocando un vidrio entre la fogata y la persona.

Mecanismos de transferencia de masa

- **Difusión (diffusion):** El movimiento aleatorio de las moléculas hace que cambien de lugar constantemente. Esto hace que las moléculas de una sustancia tiendan a pasar de una región de mayor concentración a una de menor concentración.

EJEMPLO: Una gota de tinta en agua, al paso del tiempo se ve más extendida porque se ha difundido.

- **Convección (convection):** Es la transferencia de masa en una interface que involucra un fluido en movimiento y es el resultado combinado de la difusión y la advección. En ocasiones se le denomina “convección de masa” para distinguirla de la transferencia de calor por convección.

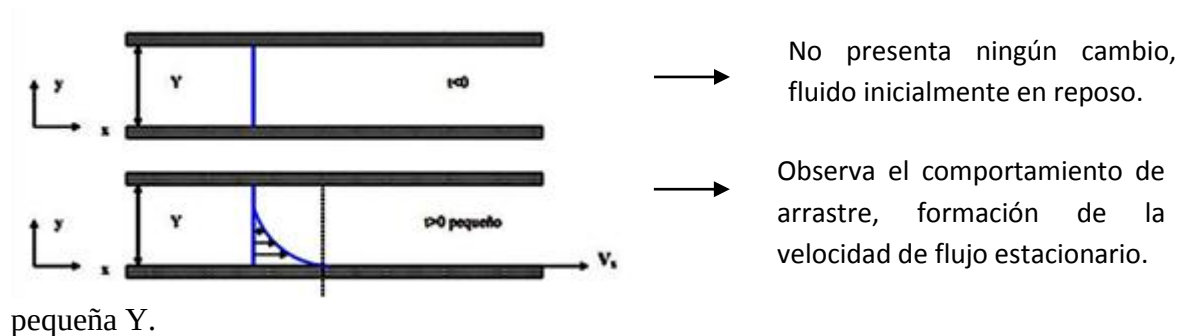
3.2 Ley De Newton De Viscosidad

Un fluido se diferencia de un sólido por su comportamiento cuando éste se somete a una fuerza. La fuerza aplicada tangencialmente se denomina esfuerzo cortante.

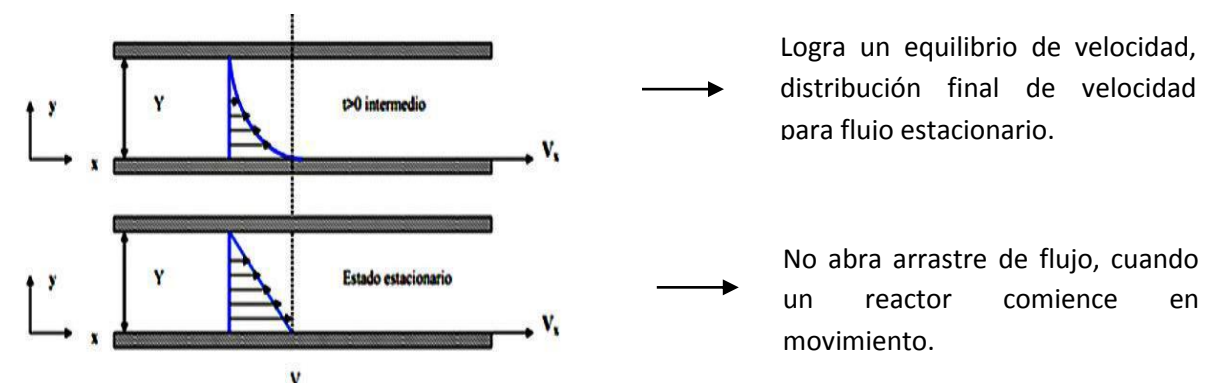
Cuando a un fluido se le aplica un esfuerzo cortante, el fluido exhibe una resistencia al movimiento, conforme continua dicho el fluido tiende a deformarse. Posteriormente fluye y su velocidad aumenta conforme aumenta el esfuerzo crece. La resistencia al movimiento relativo entre las capas adyacentes en el fluido es una de sus propiedades, es la viscosidad; se dice que se presenta un rozamiento entre capas de fluido.

Las capas del fluido próximas a la placa sólida tienen velocidades más lentas que la alejada debida a los procesos. Parte de la energía cinética que poseen las capas se transforma en calor.

Representando un fluido sea líquido o gas, que se encuentra contenido entre dos grandes láminas planas y paralelas, de área A , y que están separadas entre sí por una distancia



Supongamos que inicialmente el sistema se encuentra en reposo, $t < 0$, al aplicar la fuerza tangencial, al cabo del tiempo $t > 0$, la lámina inferior se pone en movimiento en dirección al eje X , con una velocidad constante v .



3.2.1 Deducción

Considerando un fluido (líquido o gas) contenido entre dos grandes laminas planas y paralelas del área A, separadas entre sí por una distancia muy pequeña “y” supongamos que el sistema inicialmente en reposo, pero que al cabo de $t=0$, la lámina inferior se pone en movimiento en dirección al eje “V” con una velocidad constante “V”. A medida que transcurre el tiempo del fluido gana cantidad de movimiento.

Y finalmente se establece un perfil de velocidad en régimen estacionario. Una vez alcanzado dicho estacionario de movimiento, es preciso aplicar la fuerza constante para conservar el movimiento de la lámina inferior que viene dada por expresión.

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y}$$

Newtoniano

La relación entre las fuerzas y la velocidad de desplazamiento lineal. Aquellos fluidos donde el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la rapidez de deformación se denominaran fluidos newtonianos.

No newtoniano

Son aquellos esfuerzos cortantes no directamente proporcionales a la deformación, algunos ejemplos de fluidos son comportamiento no newtoniano la crema dental, grasa, lavaplatos en gel. Estos ejemplos representan un grupo no newtoniano.

3.2.2 Efectos De La Temperatura Y Presión De La Viscosidad

Existen numerosos datos de viscosidad de gases y líquidos puros, reportados en la literatura. Cuando se carece de datos experimentales y no se dispone de tiempo para obtenerlos, la viscosidad puede obtenerse por métodos empíricos, utilizando otros datos de

la sustancia en cuestión. Se presentan dos correlaciones que permiten efectuar dicha estimación y que a su vez proporcionan información sobre la variación de la viscosidad de los fluidos ordinarios con la temperatura y la presión. Estas correlaciones se basan en el análisis de un gran número de datos experimentales de diferentes fluidos, mediante la aplicación del principio de los estados correspondientes.

La viscosidad reducida $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_c}$, que es la viscosidad a una determinada temperatura y presión, dividida por la viscosidad correspondiente al punto crítico. En la figura se ha representado la viscosidad reducida frente a la temperatura reducida, $T_r = \frac{T}{T_c}$ y la presión reducida $P_r = \frac{P}{P_c}$.

Se observa que la viscosidad de un gas tiende hacia un valor límite definido, el límite de baja densidad, cuando la presión tiende hacia cero, a una determinada temperatura; para la mayor parte de los gases, este límite se alcanza prácticamente a la presión de 1 atmósfera. La viscosidad de un gas a baja densidad aumenta con la temperatura, mientras que la de un líquido, disminuye al aumentar esta.

Es $\mu^\# = \frac{\mu}{\mu^0}$ que es la viscosidad a una determinada temperatura y presión, dividida por la viscosidad a la misma temperatura y a la presión atmosférica.

$$P_c^* = \sum_{i=1} x_i P_{ci} \quad T_c^* = \sum_{i=1} x_i T_{ci} \quad \mu_c^* = \sum_{i=1} x_i \mu_{ci}$$

Este método no es muy exacto si las sustancias que forman la mezcla tienen distintas constituciones químicas o sus propiedades críticas difieren notablemente.

MODELO CHAPMAN-ENSKONG

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\text{\AA} \Omega_\mu}$$

Dónde:

$\text{\AA}$ = Parámetro de Lennard-Jones (tabla B-1)

M = Peso molecular

T = Temperatura

μ = Viscosidad

Ω_μ = Para viscosidad

CURTISS DENSIDADES BAJAS

$$\mu_{mezcla} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i \mu_i}{\sum X_i \Phi_{ij}}$$

Dónde:

n= Número de especies químicas.

X_i=Fracción mol del componente i

Donde.

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \right]$$

μ_i= Viscosidad del componente i.

M= Peso molecular.

μ_{mezcla}= Viscosidad de la mezcla

O_{ij} = Número adimensional

WATSÓN

Dónde:

T= temperatura (°K)

T_r= temperatura reducida (adim).

T_c= temperatura critica (°K)

$$T_r = \frac{T}{T_c}$$

P= Presión (atm)

P_r= Presión reducida (adim)

P_c= Presión critica (atm)

$$P_r = \frac{P}{P_c}$$

μ_r= Viscosidad reducida (Watson)

μ_c= Viscosidad critica

μ[#]= Viscosidad reducida (kobayashi)

μ[#]= Viscosidad en condiciones estándar

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_c}$$

$$\mu^{\#} = \frac{\mu}{\mu^0}$$

3.2.3

1.- Resuelve el ejercicio método de siguientes O_2 , N_2 , CH_4 . A presión y $20\text{ }^{\circ}C$

Componente	Po (atm)	Tc (K)	μc (P)	Aplicación
O_2	49.7	154.4	250×10^{-6}	siguiente mediante el Watson para los componentes: 1 atm de
N_2	33.5	126.2	180×10^{-6}	
CH_4	45.3	191.1	159×10^{-6}	

DATOS

- Consultados en la tabla: PARAMETROS DE FUERZA INTERMOLECULAR Y CONSTANTES CRÍTICAS
- Pasar $20\text{ }^{\circ}C$ a $^{\circ}K$
 $^{\circ}K = ^{\circ}C + 273$
 $^{\circ}K = 20\text{ }^{\circ}C + 273$
 $^{\circ}K = \mathbf{293}$
- Sustituir valores en fórmulas de Watson
- Obtener temperatura reducida

Oxígeno

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{293\text{ }^{\circ}K}{154.4\text{ }^{\circ}K} = 1.89$$

Nitrógeno

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{293\text{ }^{\circ}K}{126.2\text{ }^{\circ}K} = 2.32$$

Metano

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{293 \text{ }^\circ\text{K}}{191.1 \text{ }^\circ\text{K}} = 1.53$$

- Obtener presión reducida

Oxigeno

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1 \text{ atm}}{49.7 \text{ atm}} = 0.0201$$

Nitrógeno

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1 \text{ atm}}{33.5 \text{ atm}} = 0.0299$$

Metano

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1 \text{ atm}}{45.3 \text{ atm}} = 0.0220$$

- En base a los valores obtenidos de presión reducida y temperatura reducida obtener μ_r con los datos de la gráfica de Watson.

Oxigeno

$$\mu_r = 0.77$$

Nitrógeno

$$\mu_r = 0.68$$

Metano

$$\mu_r = 0.48$$

- Sustituir valores en formula de viscosidad reducida, despejando a μ

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_c}$$

Sustituir:

$$\mu = \mu_r * \mu_c$$

Oxigeno

$$\mu = \mu_r * \mu_c = (0.77) (250 \times 10^{-6}) = \mathbf{1.925 \times 10^{-4} P}$$

Nitrógeno

$$\mu = \mu_r * \mu_c = (0.68) (180 \times 10^{-6}) = \mathbf{1.224 \times 10^{-4} P}$$

Metano

$$\mu = \mu_r * \mu_c = (0.48) (159 \times 10^{-6}) = 7.632 \times 10^{-5} \text{P}$$

3.3.1 Conceptos

El término REOLOGÍA fue sugerido en 1929 por Eugene Cook Bingham para definir la rama de la Física que tiene por objeto el conocimiento de la deformación o flujo de la materia.

La Reología moderna, además de los comportamientos elástico y viscoso, estudia también sistemas complejos que presentan simultáneamente propiedades elásticas y viscosas, es decir, sustancias visco elásticas.

Son objeto de estudio de la Reología materiales tales como plásticos, fibras sintéticas, pastas, lubricantes, cremas, suspensiones, emulsiones, etc., los cuales constituyen la materia prima de las industrias farmacéutica, cosmética, agroalimentaria, cerámica, de pinturas, de barnices y otras.

Deformación y Flujo:

La deformación de un cuerpo puede ser clasificada en dos tipos generales: deformación espontánea reversible o elasticidad (Asociada a los sólidos) y deformación irreversible o flujo (Asociada a los líquidos).

Elasticidad:

Un cuerpo es perfectamente elástico si una deformación se presenta instantáneamente con la aplicación de una fuerza y desaparece completa e instantáneamente con la eliminación de la misma.

Los cuerpos elásticos no ideales son aquellos que frente a la aplicación de un esfuerzo presentan una deformación no instantánea, que no desaparece instantáneamente con la eliminación del mismo. Se clasifican en sólidos elásticos completamente recuperables y sólidos elásticos incompletamente recuperables o visco elásticos.

Esfuerzo Cortante (τ):

Esfuerzo es la intensidad, en un punto dado de la superficie de un cuerpo, de las componentes de la fuerza que actúan sobre un plano a través de un punto determinado, por lo que se tienen esfuerzos de tensión, de compresión y de corte, dependiendo si las componentes son tangencialmente hacia fuera o adentro del plano sobre el cual actúan las componentes de la fuerza. El esfuerzo se expresa en unidades de fuerza por unidad de área. La expresión matemática que define el esfuerzo de corte en términos de flujo está dada por la Ley de la viscosidad de Newton, donde se establece el flujo en una sola dirección, paralela al plano.

3.3.2 Clasificación De Los Fluidos

Los visco elásticos son aquellos que presentan una deformación visco elástica y tienen un comportamiento reológico de características de sólido (componente elástico), como de líquido (componente viscoso). Los alimentos sólidos son en mayor o menor medida visco elástico.

Los visco inelásticos son fluidos que al someterlos a un esfuerzo presentan una deformación irreversible o flujo, se les considera fluidos no newtonianos por excelencia. Estos pueden ser clasificados como independientes o dependientes del tiempo.

Los fluidos no newtonianos o visco inelásticos independientes del tiempo son aquellos en que a una temperatura constante, su viscosidad depende únicamente de la magnitud del esfuerzo de corte o del gradiente de deformación.

Son fluidos adelgazantes al corte o pseudoplásticos aquellos en los que la viscosidad disminuye, cuando el gradiente de deformación aumenta. Los fluidos espesantes al corte o dilatantes son aquellos en los que la viscosidad aumenta cuando el gradiente de deformación aumenta. Como por ejemplo el almidón de maíz en agua.

Los fluidos no newtonianos o visco inelásticos dependientes del tiempo se clasifican en tixotrópicos o reopécticos.

Los fluidos tixotrópicos son aquellos en que a una temperatura y gradiente de deformación constante, presentan una disminución del esfuerzo de corte y de viscosidad.

Los reopécticos son aquellos fluidos que a una temperatura y gradiente de deformación constante presentan un aumento en el esfuerzo de corte y en la viscosidad.

Los fluidos plásticos de Bingham son aquellos en que la relación esfuerzo de corte y gradiente de deformación es lineal, pero para esfuerzos de corte pequeños se comportan como sólidos, presentando características elásticas y únicamente por el incremento del esfuerzo de corte hasta un cierto valor el sistema fluye, denominándose fluidos con esfuerzo de corte inicial.

Fluidos plásticos no Bingham son aquellas sustancias plásticas que presentan una relación no proporcional entre el esfuerzo de corte y el gradiente de deformación, y presentan un esfuerzo inicial. Se clasifican en plasto elásticos y plasto inelásticos, si tras ser sometidos al esfuerzo presentan reversibilidad parcial o total a la deformación.

3.4 Estimación De La Viscosidad

3.4.1 Modelos Matemáticos

Modelo de Bingham.

$$\tau_{yx} = -\mu_0 \frac{dv_x}{dy} \pm \tau_0 \quad |\tau_{yx}| \text{ mayor que cero.}$$

$$\frac{dv_x}{dy} = 0, \quad |\tau_{yx}| \text{ menor que } \tau_0$$

Se utiliza el signo + si τ_{yx} es positivo y con signo – si es negativo. Toda sustancia que se comporta de acuerdo con este modelo de dos parámetros se denomina plástico de Bingham;

Permanece rígido mientras el esfuerzo cortante es menor de un determinado valor τ_0 por encima del cual se comporta de forma semejante a un fluido newtoniano. Este modelo resulta suficientemente exacto para muchas pastas y suspensiones finas.

Modelo de Ostwald de Waele.

$$\tau_{yx} = -m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy}$$

Esta ecuación de dos parámetros se conoce también con el nombre de ley de la potencia. Para $n = 1$, se transforma en la ley de la viscosidad de Newton, siendo $m = \mu$; por consiguiente, la desviación del valor de n con respecto a la unidad es una medida del grado de desviación del comportamiento newtoniano. Cuando n es menor que uno, el comportamiento es pesado plástico, mientras que valores superiores a la unidad es dilatante.

Modelo de Eyring.

$$\tau_{yx} = A \operatorname{arcsenh} \left(-\frac{1}{B} \frac{dv_x}{dy} \right)$$

Este modelo de dos parámetros deriva de la teoría cinética de los líquidos de Eyring. El modelo de Eyring predice el comportamiento pseudo plástico para valores finitos de τ_{yx} y tiende asintóticamente a la ley de la viscosidad de Newton cuando τ_{yx} tiende hacia cero,

siendo en este caso
$$\mu = \frac{A}{B}$$

Modelo de Ellis.

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\psi_0 + \psi_1 |\tau_{yx}|^{\alpha-1} \right) \tau_{yx}$$

Este modelo contiene tres parámetros ajustables α, ψ_0, ψ_1 . Si se toma para α un valor mayor que la unidad, el modelo tiende hacia la ley de Newton para valores bajos de τ_{yx} , mientras que si se elige para α un valor menor que la unidad, α la ley de Newton se establece para valores elevados de τ_{yx} . El modelo presenta una gran flexibilidad y en él están comprendidas, como casos particulares, tanto la ley de Newton (para $\psi_1 = 0$), como la ley de la potencia (para $\psi_0 = 0$).

Modelo de Reiner – Philippoff

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\frac{1}{\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + \left(\frac{\tau_{yx}}{\tau_s} \right)^2}} \right) \tau_{yx}$$

Ecuación 1

Este modelo contiene también tres parámetros positivos ajustables $\mu_0, \mu_\infty, \tau_s$. Teniendo en cuenta que frecuentemente se ha observado que el comportamiento newtoniano se presenta tanto para valores muy bajos como muy elevados del gradiente de velocidad, la ecuación 1- ha sido planteada con el fin de que se transforme en estos dos casos límite en la ley de Newton de la viscosidad, haciendo $\mu = \mu_0, \mu = \mu_\infty$, respectivamente.

3.4.2 Cálculos

Ejemplo 1:

Calcular la viscosidad del H₂ a 1 atm de presión y 20 °C por medio del modelo DE CHAMPAN-ENSKONG.

- Formula

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{MT}}{\Lambda \Omega_\mu}$$

- Datos

$$P = 1 \text{ atm}$$

$$T = 20 \text{ °C} = 293 \text{ °K}$$

$$\Lambda = 2.915 \text{ (tabla de parámetros de fuerza intermolecular y constantes críticas)}$$

$$\frac{E}{K} = 38 \text{ °K (tabla de parámetros de fuerza intermolecular y constantes críticas)}$$

$$\frac{KT}{E} = \frac{293 \text{ °K}}{38 \text{ °K}} = \mathbf{7.71}$$

M=2

- Interpolación para conocer el valor de Ω_μ (tabla B-2) mediante el valor de $\frac{KT}{E}$

$\frac{KT}{E}$	Ω_μ
7.0	0.8727
7.71	
8.0	0.8538

- Resultado de interpolación: **0.8592**
- Sustituir datos en la formula

$$\mu = 2.6693 \times 10^5 \frac{\sqrt{(2)(293)}}{(2.915)^2(0.8592)}$$

$$\mu = 8.85 \times 10^{-5} \text{ P}$$

$$\mu = 8.85 \times 10^{-3} \text{ ep}$$

Ejemplo 2:

Predecir la viscosidad de las siguientes mezclas gaseosas por el método de curtiss a 1 atm y 293 K, a partir de datos de los componentes puros a 1 atm y 293 K.

- Datos proporcionados en el problema

Substancia	Fracción molar Xi	Peso Molecular M	Viscosidad $\mu [=] \frac{g}{cm \text{ seg}}$
1=CO ₂	0.133	44.01	1462x 10 ⁻⁷
2=O ₂	0.039	32.0	2031x10 ⁻⁷
3=N ₂	0.828	28.016	1745x 10 ⁻⁷

- Solución

Componente	X_i	M	$\bar{A}$	$\frac{E}{K}$	Viscosidad $\mu [=] \frac{g}{cm \cdot seg}$
1=CO ₂	0.133	44.01	3.996	190	1462x 10 ⁻⁷
2=O ₂	0.039	32.0	3.433	113	2031x10 ⁻⁷
3=N ₂	0.828	28.016	3.681	91.5	1745x 10 ⁻⁷

- Utilizar las formula sustituyendo los valores conocidos

Donde.

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^2$$

i	j	$\frac{M_i}{M_j}$	$\frac{\mu_i}{\mu_j}$	Φ_{ij}	$\sum_{j=1}^3 x_i \Phi_{i,j}$
1	1	1	1	1	
	2	1.375	0.72	0.73	0.763
	3	1.571	0.834	0.727	
2	1	0.727	1.389	1.394	
	2	1	1	1	1.057
	3	1.142	1.158	1.006	
3	1	0.637	1.2	1.37	
	2	0.876	0.864	0.993	1.049
	3	1	1	1	

Dónde:

i, j= componente $\frac{\mu_i}{\mu_j}$ = viscosidades

$\frac{M_i}{M_j}$ = peso molecular

- Sustituyendo en la formula

$$\mu_{mezcla} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_i}{\sum x_i \Phi_{ij}} =$$

$$\frac{(0.133)(1462 \times 10^{-7})}{0.763} + \frac{(0.039)(2031 \times 10^{-7})}{1.057} + \frac{(0.828)(1754 \times 10^{-7})}{1.049} = 1717 \times 10^{-7} \frac{g}{cm \cdot seg}$$

$$= 1717 \times 10^{-7} \frac{g}{cm \cdot seg}$$

4.1 Introducción

4.1.1 Mecanismos De Transferencia De Calor

Conducción

En sólidos, agitación de moléculas más próximas al foco de calor se propaga a las moléculas vecinas sin que se muevan de lugar buenos conductores de calor los metales, conducen con dificultad el calor la madera y el corcho.

Aislamiento térmico es recubrir superficies con materiales que no sean buenos conductores. El calor también puede ser conducido en líquidos y gases los cuales se verifica mediante la transferencia de energía.

Convección

La **convección** es la transmisión de calor por movimiento real de las moléculas de una sustancia. Este fenómeno sólo podrá producirse en fluidos en los que por movimiento natural (diferencia de densidades) o circulación forzada (con la ayuda de ventiladores, bombas, etc.) puedan las partículas desplazarse transportando el calor sin interrumpir la continuidad física del cuerpo.

Radiación

La radiación a la transmisión de calor entre dos cuerpos los cuales, en un instante dado, tienen temperaturas distintas, sin que entre ellos exista contacto ni conexión por otro sólido conductor. Es una forma de emisión de ondas electromagnéticas (asociaciones de campos eléctricos y magnéticos que se propagan a la velocidad de la luz) que emana todo cuerpo que esté a mayor temperatura que el cero absoluto. El ejemplo perfecto de este fenómeno es el planeta Tierra. Los rayos solares atraviesan la atmósfera sin calentarla y se transforman en calor en el momento en que entran en contacto con la tierra.

Radiación térmica:

La radiación térmica tiene básicamente tres propiedades:

- **Radiación absorbida.** La cantidad de radiación que incide en un cuerpo y queda retenida en él, como energía interna, se denomina radiación absorbida. Aquellos cuerpos que absorben toda la energía incidente de la radiación térmica, se denominan cuerpos negros.
- **Radiación reflejada.** Es la radiación reflejada por un cuerpo gris.
- **Radiación transmitida.** La fracción de la energía radiante incidente que atraviesa un cuerpo se llama radiación transmitida.

La asociación mutua de los procesos de emisión, absorción, reflexión y transmisión de energía radiante por diferentes sistemas de cuerpos se conoce como intercambio de energía radiante.

4.2 Ley De Fourier De La Transferencia De Calor

La conducción térmica está determinada por la ley de Fourier, que establece que el flujo de transferencia de calor por conducción en un medio isótropo es proporcional y de sentido contrario al gradiente de temperatura en esa dirección. De forma vectorial:

$$q = -K\nabla T$$

Dónde:

q : es el vector de flujo de calor por unidad de superficie (W m^{-2}).

K : es una constante de proporcionalidad, llamada conductividad térmica ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$).

∇T : es el gradiente del campo de temperatura en el interior del material (K m^{-1}).

De forma integral, el calor que atraviesa una superficie S por unidad de tiempo viene dado por la expresión:

$$\frac{dQ_s}{dt} = \int_s^0 q \cdot dS = -K \int_s^0 \nabla T \cdot dS$$

El caso más general de la ecuación de conducción, expresada en forma diferencial, refleja el balance entre el flujo neto de calor, el calor generado y el calor almacenado en el material.

$$\alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_G}{\rho C_p} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Dónde:

$\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$: es la difusividad térmica,

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$: Operador laplaciano del campo de temperatura, que mide el flujo neto de calor.

$\dot{q}_G$: es el calor generado por unidad de volumen,

ρ : es la densidad del material,

C_p : es el calor específico del material,

$\frac{\partial T}{\partial t}$: es la variación de temperatura con el tiempo.

4.2.1 Deducción De La Ley De Fourier

La ecuación del calor describe cómo se distribuye la temperatura en un cuerpo sólido en función del tiempo y el espacio. El interés en su estudio radica en las múltiples aplicaciones que tiene en diversas ramas de la ciencia. En las matemáticas generales, representa a la típica ecuación en derivadas parciales parabólica y concretamente en la estadística está relacionada con los procesos aleatorios. Por otro lado, en el campo de la química nos predice, entre otros procesos de transferencia de calor, que si juntamos un material a 0° y otro a 100°, rápidamente la temperatura del punto de conexión entre ambos será de 50°.

A continuación deduciremos cómo llegar a la expresión final de la citada ecuación en una dimensión:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

4.2.2 La Conductividad Térmica Como Función De La Temperatura

Para gases monoatómicos

$$K = 1.9891 \times 10^{-4} \left[\frac{\sqrt{T}}{\sigma^2 \Omega_K} \right]$$

Donde K es la conductividad térmica en cal/cm.s.K

4.2.3 Cálculo Y Estimación De La Solo Conductividad Térmica En Ólidos, Líquidos, Gases, Mezclas.

CONDUCTIVIDAD DE GASES PUROS A BAJA PRESIÓN “TEORÍA CINÉTICA DE CHAPMAN-ENSKOG”

$$k = 0.08328 \frac{(T / M)^{0.5}}{\sigma^2 \Omega_k}$$

Se basa en el modelo de Lennard-Jones para la energía potencial de interacción (ϕ) entre dos moléculas del mismo gas:

$$\phi(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

Donde ϵ (energía característica, que suele aparecer dividida entre la constante de Boltzmann κ) y σ (diámetro de colisión) son parámetros específicos del gas (Tabla 2).

CONDUCTIVIDAD DE GASES PUROS A ALTA PRESIÓN

No existe un valor específico de presión a partir del cual se considere "alta". Normalmente los métodos para gases a baja presión comienzan a mostrar desviaciones significativas a presiones de 10 atm o mayores.

CONDUCTIVIDAD DE MEZCLAS DE GASES A BAJA PRESIÓN”MÉTODO DE WILKE”

Este método se basa en las fracciones mol y las conductividades de los componentes puros a la misma temperatura. Para una mezcla binaria, este método se expresa como:

$$k_m = \frac{y_1 k_1}{y_1 + y_2 \Phi_{12}} + \frac{y_2 k_2}{y_2 + y_1 \Phi_{21}}$$

Y para una mezcla multicomponentes, se generaliza a:

$$k_m = \frac{\sum_{i=1}^n y_i k_i}{\sum_{j=1}^n y_j \Phi_{ij}}$$

Φ_{ij} es un parámetro de interacción que depende de las viscosidades de los componentes puros a baja presión, dado por

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2$$

Y corresponde un parámetro simplificado

$$\Phi_{ji} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \frac{M_i}{M_j} \Phi_{ij}$$

4.3 Ley De Newton De Enfriamiento

La transferencia de calor está relacionada con los cuerpos calientes y fríos llamados; fuente y receptor, llevándose a cabo en procesos como condensación, vaporización, cristalización, reacciones químicas, etc. en donde la transferencia de calor, tiene sus propios mecanismos y cada uno de ellos cuenta con sus peculiaridades. La transferencia de calor es importante en los procesos, porque es un tipo de energía que se encuentra en tránsito, debido a una diferencia de temperaturas (gradiente), y por tanto existe la posibilidad de presentarse el enfriamiento, sin embargo esta energía en lugar de perderse sin ningún uso es susceptible de transformarse en energía mecánica por ejemplo; para producir trabajo, generar vapor, calentar una corriente fría, etc. En virtud de lo anterior es importante hacer una introducción al conocimiento de los procesos de transferencia de calor a través de la determinación experimental de la ecuación empírica que relaciona la temperatura de enfriamiento de una cantidad de sustancia con respecto al medio.

La ley de enfriamiento de Newton enuncia que, cuando la diferencia de temperaturas entre un cuerpo y su medio ambiente no es demasiado grande, el calor transferido por unidad de tiempo hacia el cuerpo o desde el cuerpo por conducción, convección y radiación, es aproximadamente proporcional a la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y dicho medio externo, siempre y cuando este último mantenga constante su temperatura durante el proceso de enfriamiento.

La genialidad de Newton se pone de manifiesto nuevamente cuando utilizando un horno de carbón de una pequeña cocina, realizó un sencillo experimento: calentó al rojo vivo un bloque de hierro, al retirarlo lo colocó en un lugar frío y observó cómo se enfriaba el bloque de metal en el tiempo. Sus conjeturas sobre el ritmo al cual se enfriaba el bloque dieron lugar a lo que hoy conocemos con el nombre de ley de enfriamiento de Newton.

Esta ley describe que la razón de pérdida de calor de un cuerpo es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y el medio ambiente que lo circunda. Se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha(T - T_A)$$

Donde a es el coeficiente de intercambio de calor y S el área superficial del cuerpo que se encuentra expuesta al medio ambiente.

Si la temperatura del cuerpo es mayor que la ambiental, entonces deberá experimentar una pérdida de calor, la cual será proporcional a la diferencia de temperaturas, podemos expresar esto en forma diferencial como:

$$dQ = -mC_e dT$$

Donde m es la masa del cuerpo y C_e su calor específico, el signo menos indica una pérdida calorífica. Podemos combinar las ecuaciones anteriores en una forma simplificada:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_A)$$

Donde k es una constante de proporcionalidad conocida como parámetro de enfriamiento y T_A es la temperatura ambiente, que se supone siempre es constante. Resolviendo esta ecuación diferencial para un cuerpo que se enfría desde una temperatura T_0 hasta una temperatura T , obtenemos la temperatura del cuerpo en función del tiempo:

$$T = T_A + (T_0 - T_A)e^{-kt}$$

4.3.1 Naturaleza De La Transferencia Por Convección

Habíamos definido que el calor se transmite por convección en el caso de los fluidos: gases o líquidos, cuando absorben calor en una porción y luego esta porción se desplaza mezclándose con otra más fría cediéndole calor. Este movimiento se denomina corriente de convección y si es provocado por diferencias de densidad debidas a diferencias de temperatura, tenemos, el fenómeno de convección natural. Si, en cambio, el movimiento del fluido se efectúa por medio de un agitador, una bomba o un ventilador, corresponde a la convección forzada.

Cuando un fluido está en contacto con una pared sólida de mayor temperatura, aunque el fluido se encuentra en movimiento turbulento, se forma junto a la pared una película de fluido. Cuanto más turbulenta sea el movimiento, más delgada es la película, también llamada capa límite. El fenómeno de transmisión de calor de la pared al fluido se realiza por conducción a través de la película y a la vez por convección del fluido. En conjunto, el fenómeno es complejo porque la cantidad de calor transmitida dependerá de varios factores concurrentes: como ser la naturaleza del fluido ; el estado del fluido (densidad, viscosidad, calor específico y conductibilidad térmica); de la velocidad del fluido (si es mínima, el movimiento será laminar y si es considerable, turbulento); de que el intercambio de calor provoque evaporación, condensación o formación de la película; de la forma del sólido (pared plana o curva, vertical u horizontal); de la naturaleza de la superficie (rugosa o lisa) y de que el sólido sea buen o mal conductor.

4.3.2 Expresión Matemática De La Ley De Newton

La ley del enfriamiento de Newton o enfriamiento newtoniano establece que la tasa de pérdida de calor de un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y sus alrededores. Fue determinado experimentalmente por Isaac Newton analizando el proceso de enfriamiento y para él la velocidad de enfriamiento de un cuerpo cálido en un ambiente más frío , cuya temperatura es , es proporcional a la diferencia entre la temperatura instantánea del cuerpo y la del ambiente:

$$\frac{dT(t)}{dt} = -T(T - T_m)$$

4.3.3 Conceptos De Coeficiente De Película Newtoniano

El coeficiente de película, coeficiente de convección o coeficiente de transmisión superficial, representado habitualmente como h , cuantifica la influencia de las propiedades del fluido, de la superficie y del flujo cuando se produce transferencia de calor por convección. La transferencia de calor por convección se modela con la Ley del enfriamiento de Newton:

Donde h es el coeficiente de película, A es el área del cuerpo en contacto con el fluido, T_s es la temperatura de la superficie del cuerpo y T_∞ es la temperatura del fluido a cierta distancia del cuerpo, donde ésta y la velocidad del fluido son constantes. El coeficiente de convección depende de múltiples parámetros relacionados con el flujo del fluido a través del cual se da la convección:

- del tipo de convección (forzada o natural),
- del régimen del fluido (laminar o turbulento),
- de la velocidad del flujo,
- de la viscosidad del fluido,
- de la densidad del fluido,
- de la conductividad térmica del fluido,
- del calor específico del fluido,
- del coeficiente de dilatación del fluido,
- de la forma de la superficie de intercambio,
- de la rugosidad de la superficie de intercambio.

4.3.4 La Convección Natural Y Forzada

Convección natural: En la convección natural el flujo resulta solamente de la diferencia de temperaturas del fluido en presencia de la fuerza gravitacional, puesto que la densidad del fluido disminuye con el incremento de temperatura

Convección forzada: En la convección forzada se obliga al fluido a fluir mediante medios externos, como un ventilador o una bomba.

4.4 Ley De Stefan- Boltzman De La Radiación

4.4.1 Radiación Térmica Y Espectro Electromagnético

Se denomina radiación térmica o radiación calorífica a la emitida por un cuerpo debido a su temperatura. Todos los cuerpos emiten radiación electromagnética, siendo su intensidad dependiente de la temperatura y de la longitud de onda considerada.

La materia en un estado condensado (sólido o líquido) emite un espectro de radiación continuo. La frecuencia de onda emitida por radiación térmica es una función de densidad de probabilidad que depende solo de la temperatura.

Los cuerpos negros emiten radiación térmica con el mismo espectro correspondiente a su temperatura, independientemente de los detalles de su composición. Para el caso de un cuerpo negro, la función de densidad de probabilidad de la frecuencia de onda emitida está dada por la ley de radiación térmica de Planck, la ley de Wien da la frecuencia de radiación emitida más probable y la ley de Stefan-Boltzmann da el total de energía emitida por unidad de tiempo y superficie emisora (esta energía depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta).

A temperatura ambiente, vemos los cuerpos por la luz que reflejan, dado que por sí mismos no emiten luz. Si no se hace incidir luz sobre ellos, si no se los ilumina, no podemos verlos. A temperaturas más altas, vemos los cuerpos debido a la luz que emiten, pues en este caso son luminosos por sí mismos. Así, es posible determinar la temperatura de un cuerpo de acuerdo a su color.

4.4.2 Ley De Stefan-Boltzmann

La ley de Stefan-Boltzmann establece que un cuerpo negro *emite* radiación térmica con una potencia emisiva hemisférica total (W/m^2) proporcional a la cuarta potencia de su temperatura:

$$E = \sigma \cdot T_e^4$$

Donde T_e es la
efectiva, es
temperatura
superficie y
constante de
Boltzmann:

Material 1	Material 2	Material 3
Ladrillo refractario	Ladrillo rojo	Asbesto

temperatura
decir, la
absoluta de la
sigma es la
Stefan-

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Esta potencia emisiva de un cuerpo negro (o radiador ideal) supone un límite superior para la potencia emitida por los cuerpos reales. La potencia emisiva superficial de una superficie real es menor que el de un cuerpo negro a la misma temperatura y está dada por:

$$E = \epsilon \cdot \sigma \cdot T_e^4$$

Donde épsilon (ϵ) es una propiedad radiactiva de la superficie denominada emisividad. Con valores en el rango $0 \leq \epsilon \leq 1$, esta propiedad es la relación entre la radiación emitida por una superficie real y la emitida por el cuerpo negro a la misma temperatura. Esto depende marcadamente del material de la superficie y de su acabado, de la longitud de onda, y de la temperatura de la superficie.

Pared compuesta plana

Ejercicio 1:

Calcular la pérdida de calor dada a través de la pared de un horno compuesto por los siguientes materiales

Espesor x1=12 cm	Espesor x2=10cm	Espesor x3=4cm
Ki=0.08595 $\frac{kcal}{hm^{\circ}C}$	Ki=0.54 $\frac{kcal}{hm^{\circ}C}$	Ki=0.129 $\frac{kcal}{hm^{\circ}C}$

NOTA: Los valores de los materiales fueron obtenidos de las tablas de conductividades térmicas

- DATOS

$$T_1 = 190^{\circ}C$$

$$T_4 = 30^{\circ}C$$

$$Sup = 1 \text{ ft}^2$$

$$QT =$$

$$T_2 =$$

$$T_3 =$$

- Calculo de la cantidad de calor

$$QT = \frac{190^{\circ}C - 30^{\circ}C}{\frac{0.12}{(0.08595 \frac{kcal}{hm^{\circ}C})(0.0929m)} + \frac{0.1}{(0.54 \frac{kcal}{hm^{\circ}C})(0.0929m)} + \frac{0.04}{(0.129 \frac{kcal}{hm^{\circ}C})(0.0929m)}}$$

$$QT = \frac{160}{6.84} = 23.36 \frac{kcal}{h} = 92.63 \frac{Btu}{h}$$

- Cálculo de temperatura 1 y 2

$$T_2 = T_1 - QT\left(\frac{x1}{K1A1}\right)$$

- Sustituir en la ecuación

$$T_2 = 190 - \left(23.36 \frac{kcal}{h}\right) \left(\frac{0.12}{\left(0.8595 \frac{kcal}{hm^{\circ}C}\right) (0.0929m)}\right)$$

$$T_2 = 154.89^{\circ}C$$

$$T_1 = 190^{\circ}C$$

Ejercicio 2:

Calcular la cantidad de calor y la de temperaturas en una pared cilíndrica compuesta.

NOTA: Los valores de los materiales fueron obtenidos de las tablas de conductividades térmicas y de la tabla de dimensiones de tubo de acero.

Tubería de cobre	1 capa de caucho (Neopreno)	2 capa poliestireno
3 ½" radio normal	$K2 = 0.19 \frac{w}{mK}$	240-320 K (300 capa)
Cedula 80	Espesor (e)= 2cm	$K3 = 0.028 \frac{w}{mK}$
$K1 = 387.4 \frac{w}{mK}$		E=0.005m

$$T_1 = 480^{\circ}K = 248.88^{\circ}C$$

$$T_4 = 300^{\circ}K$$

$$L = 1m$$

- Sustituir en la formula

$$QT = \frac{T_1 - T_4}{\left(\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi K_1 L} \right) + \left(\frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi K_2 L} \right) + \left(\frac{\ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi K_3 L} \right)}$$

$$QT = Q1 = Q2 = Q3$$

- Definición de radios Cedula 80

$$\emptyset \text{ interno} = 8.545 \text{ cm} = D1$$

$$\emptyset \text{ externo} = 10.16 \text{ cm} = D2$$

$$D3 = \emptyset 3 = 10.16 + 2(2 \text{ cm}) = 14.16$$

$$D4 = \emptyset 4 = 14.16 + 2(0.5 \text{ cm}) = 15.16$$

- Sustituir datos en la fórmula de QT

$$QT = \frac{(480 - 300)^\circ K}{\left(\frac{\ln \frac{0.1016}{0.0854}}{2\pi(387.4 \frac{W}{mK})(1m)} \right) + \left(\frac{\ln \frac{0.1416}{0.1016}}{2\pi(0.19 \frac{W}{mK})(1m)} \right) + \left(\frac{\ln \frac{0.1516}{0.1416}}{2\pi(0.028 \frac{W}{mK})(1m)} \right)}$$

$$QT = 270 \frac{W}{hr}$$

- Obtener temperatura 2, sustituyendo en la formula

$$T_2 = T_1 - QT \left(\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi K_1 L} \right)$$

$$T_2 = 480^{\circ}\text{K} - \left(270 \frac{\text{W}}{\text{hr}}\right) \left(\frac{\text{in } \frac{0.1016\text{m}}{0.8545\text{m}}}{2\pi (387.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{K}})(1\text{m})} \right)$$

$$\mathbf{T_2 = 480.23^{\circ}K}$$

- Obtener temperatura 2, sustituyendo en la formula

$$T_3 = Q_3 \left(\frac{\text{in } \frac{r_4}{r_3}}{2\pi K_3 L} \right) + T_4$$

$$T_3 = \left(270 \frac{\text{W}}{\text{hr}}\right) \left(\frac{\text{in } \frac{0.1516}{0.146}}{2\pi (0.028 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{K}})(1\text{m})} \right) + 300^{\circ}\text{K}$$

$$\mathbf{T_3 = 404.83^{\circ}K}$$