

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHIHUAHUA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

***“TÉCNICAS PARA LA MEDICIÓN DE RADIO DE
CURVATURA EN UNA ESFERA DE
CALIBRACIÓN PARA TOPOGRAFÍA CORNEAL”***

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

***DOCTOR EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA***

PRESENTA:

M.C. JAIME MISAEL JALIFE CHAVIRA

DIRECTOR DE LA TESIS:

DR. GERARDO TRUJILLO SCHIAFFINO

CO-DIRECTORA:

DRA. PALOMA GUADALUPE MENDOZA VILLEGAS

CHIHUAHUA, CHIH. AGOSTO 2022



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Chihuahua, Chih., 26 de agosto de 2022

**JAIME MISAEL JALIFE CHAVIRA
PRESENTE**

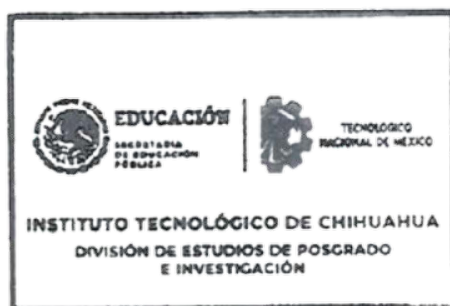
En cumplimiento con los requerimientos para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica y a propuesta de su Comité Tutorial, la División de Estudios de Posgrado e Investigación le concede la autorización para imprimir la tesis titulada **"Técnicas para la medición de radio de curvatura en una esfera de calibración para topografía corneal"**, dirigida por el Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino con el siguiente contenido de capítulos:

- I Conceptos básicos
- II Técnica de anillos sinusoidales
- III Prueba de Hartmann Inversa con referencia escalada
- IV Conclusiones
- V Referencias

ATENTAMENTE
Excelencia en Educación Tecnológica®
"La técnica por el Engrandecimiento de México"



ROGELIO ENRIQUE BARAY ARANA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN





Chihuahua, Chih., 24 de agosto de 2022

ROGELIO ENRIQUE BARAY ARANA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
PRESENTE

En cumplimiento con los requerimientos para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le notificamos que el documento de tesis del alumno **JAIME MISAEL JALIFE CHAVIRA** titulado **"Técnicas para la medición de radio de curvatura en una esfera de calibración para topografía corneal"**, dirigido por el Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino, ha sido aprobado y aceptado para su impresión.

Por lo anterior, proponemos le sea concedida la autorización de impresión correspondiente.

Agradeciendo la atención a la presente, quedamos de usted:

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®
"La técnica por el Engrandecimiento de México"

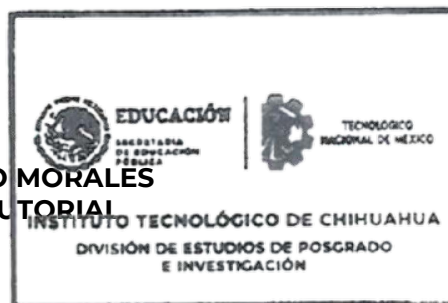
DR. GERARDO TRUJILLO SCHIAFFINO
DIRECTOR DE TESIS

DRA. DIDIA PATRICIA SALAS PEIMBERT
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL

DRA. PALOMA GUADALUPE MENDOZA
VILLEGAS
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL

DR. LUIS FRANCISCO CORRAL MARTÍNEZ
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL

DR. MARCELINO ANGUIANO MORALES
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL





CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Chihuahua el día 26 de agosto de 2022, la que suscribe, JAIME MISAEAL JALIFE CHAVIRA con número de control D18061252, del Doctorado en Ciencias en Ingeniería Electrónica adscrito a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de el Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino y cede los derechos del trabajo titulado ***"Técnicas para la medición de radio de curvatura en una esfera de calibración para topografía corneal"***, al Tecnológico Nacional de México y/o Instituto Tecnológico de Chihuahua para su difusión, divulgación, transmisión, reproducción, así como su digitalización con fines académicos y de investigación.

JAIME MISAEAL JALIFE CHAVIRA





DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

En la ciudad de Chihuahua el día 26 de agosto de 2022, la que suscribe, JAIME MISAEAL JALIFE CHAVIRA con número de control D18061252, del Doctorado en Ciencias en Ingeniería Electrónica adscrito a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta ser autor intelectual del presente trabajo de Tesis titulado ***"Técnicas para la medición de radio de curvatura en una esfera de calibración para topografía corneal"***, bajo la dirección de el Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino; y manifiesta que el contenido es original y que las fuentes de información consultadas para su fundamentación están debidamente citadas y referenciadas.

JAIME MISAEAL JALIFE CHAVIRA



Chihuahua, Chih. a 24 de agosto de 2022.

Dra. María Elena Álvarez-Buylla
Directora de CONACYT.

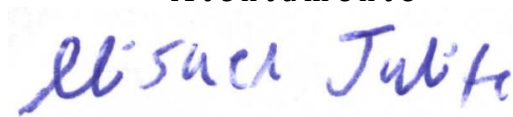
At'n. Lic. Talía Verónica García Aguilar
Coordinadora de Apoyos de Becarios e Investigadores.

P r e s e n t e.

Por este conducto aprovecho la ocasión para saludarlo e informarle que a la fecha he obtenido el Grado de Doctor en Ciencias de Ingeniería Electrónica en la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua. Motivo por el cual agradezco a Conacyt el apoyo brindado al otorgarme una beca-crédito que permitió dedicarme de tiempo completo a la realización de mis estudios de doctorado y de esta manera, lograr el cumplimiento del objetivo principal del convenio establecido.

Sin otro particular por el momento y reiterando nuevamente todo mi agradecimiento, quedo de usted.

A t e n t a m e n t e



M.C. Jaime Misael Jalife Chavira
Ex becario CONACYT No. 62411

Dedicatoria

Primero a JESUCRISTO la imagen del DIOS invisible, el primogénito de toda creación, todo fue creado por medio de él y para él, él es antes que todas las cosas y todas las cosas en el subsisten.

²² »El ojo es la lámpara del cuerpo. Por tanto, si tu visión es clara, todo tu ser disfrutará de la luz. ²³ Pero, si tu visión está nublada, todo tu ser estará en oscuridad. Si la luz que hay en ti es oscuridad, ¿qué densa será esa oscuridad! Mateo 6:22-23

A mi familia: mi esposa Rebeca García Leal, mi madre Gloria Yolanda Chavira Tarango, mi padre Jaime Jalife Ortiz, y mi hermana Gloria Nathaly Jalife Chavira. Por su amor, apoyo y cuidado dúrate esta etapa.

Agradecimientos

Primeramente, agradezco a DIOS Padre, JESUS el hijo y al ESPIRITU consolador, por su dirección, guía y sabiduría para la conclusión de esta tesis.

A mi Esposa Rebeca García Leal por apoyarme desde nuestro noviazgo hasta nuestro matrimonio en esta etapa académica a pesar de los sacrificios que en el transcurso implicaron y por estar siempre a mi lado, eres parte de este logro. Te Amo.

A mi madre Gloria Yolanda Chavira Tarango, esta aventura la comenzamos juntos, donde tú y yo sabemos, gracias por acompañarme, y por tu ayuda incondicional en todo tiempo, finalmente pudimos completar esta etapa.

A mi padre Jaime Jalife Ortiz, gracias por apoyarme y alentarme. A mi hermana Nathaly por siempre darme ánimos y estar con mi madre todo el tiempo que estuve fuera, con el favor de DIOS tu serás la siguiente Dra. hermana.

Al Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino, gracias por creer en mi para la realización de esta tesis, porque a pesar de las circunstancias me brindo la oportunidad, por todas esas sesiones de asesoría donde paso a paso me brindo dirección y consejo para saber hacia dónde conducirse en la investigación, su calidad como ser humano y persona son dignas de reconocer, su carácter siempre amable y su actitud de disposición, fue crucial para poder concluir esta tesis.

A mi codirectora Dra. Paloma Guadalupe Mendoza Villegas por su contribución, a los miembros del comité sinodal: Dra. Didia Patricia Salas Peimbert, Dr. Luis Francisco Corral Martínez, Dr. Marcelino Anguiano Morales, comité tras comité sus comentarios y sugerencias fueron fundamentales para mejorar la investigación y de esta manera concluir satisfactoriamente. A la coordinadora del programa Mtra. Alma Delia Corral Sáenz agradezco su vocación de servicio y solicitud, por siempre atenderme y resolver dudas en lo administrativo desde mi segunda llegada al Tecnológico hasta hoy.

A mis compañeros de programa: gracias Edgar Zendejas Hernández por toda tu ayuda y por esas tardes de platica científica de nuestros proyectos eres muy bueno solo que no te gusta decirlo, Nadia Tornero por tu apoyo en las correcciones al idioma inglés de los papers gracias, Erick Amezcua gracias por tu amistad y puntos de vista asertivos, Moisés ejemplo de entrega y dedicación, Carlos, Abimael, Luis, gracias también por la convivencia académica y extra académica.

Angelica Torres de Ortiz, por su apoyo en materiales, gracias Angie. A mi amigo y Hno. Elier Josué Arvizo Eusebio por esa compañía y amistad en todos estos años.

Finalmente, a los hermanos en las iglesias I.B. Asael Chihuahua y P.I.B. Cd. Juárez por su apoyo en oración a DIOS y enseñanza.

RESUMEN

TÉCNICAS PARA LA MEDICIÓN DE RADIO DE CURVATURA EN UNA ESFERA DE CALIBRACIÓN PARA TOPOGRAFÍA CORNEAL

M.C. Jaime Misael Jalife Chavira

Doctorado en Ciencias en Ingeniería Electrónica

División de Estudios de Posgrado e Investigación del

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Chihuahua, Chih. 2022

Director de Tesis: Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino

El presente trabajo se ubica en el contexto de la optometría específicamente en el área de la topografía corneal y medición del radio de curvatura de la superficie anterior de la córnea humana. Debido a que la córnea es responsable del 70% del poder refractivo del ojo humano es de vital importancia para una adecuada formación de imágenes en la retina. Cuando un ojo logra enfocar adecuadamente los objetos se dice que su condición de visión es emétrope. Cuando un ojo no forma imágenes nítidas sobre la retina se habla de un ojo amétrope. Existen diferentes ametropías como lo son la miopía, hipermetropía o astigmatismo. Además de otro tipo de aberraciones que impiden la correcta formación de imágenes sobre la retina. Una de las maneras de medir cuantitativamente estas aberraciones es mediante aparatos conocidos como topógrafos corneales y oftalmómetros. Existe una gran variedad de equipos basados en diferentes fenómenos y principios ópticos, pero su finalidad es la misma, conocer el estado refractivo de la córnea.

En este trabajo se presentan dos nuevas técnicas para la medición de radios de curvatura de la córnea humana, y se analiza la posibilidad de fusionar los datos arrojados por ambas técnicas a fin de mejorar la precisión y exactitud en la medición.

Es importante mencionar que el alcance de esta tesis se limita únicamente a pruebas en la esfera de prueba para calibración y no en córneas humanas en vivo.

La primera técnica consiste en la proyección de un patrón circular de franjas sinusoidales, y permite calcular el radio de curvatura de los meridianos principales de la esfera de calibración mediante la detección de máximos y mínimos, así como de la aplicación de una ecuación exacta del queratómetro.

La segunda técnica desarrollada está muy relacionada con la ya conocida prueba inversa de Hartmann; y consiste en una variación de la prueba de Hartmann original utilizada en la evaluación de superficies especulares y refractoras de elementos ópticos telescópicos. Esta técnica consiste en la proyección de un patrón cuadrado de puntos concéntricos donde, analizando las aberraciones transversales del patrón de referencia contra el patrón aberrado por la esfera de calibración, se obtiene la reconstrucción del radio de curvatura mediante un algoritmo de integración de Southwell.

Ambas técnicas se caracterizaron estadísticamente, obteniendo resultados de medición de radios de curvatura dentro de la norma internacional ISO 10346 para el caso de la técnica de anillos sinusoidales; y resultados muy superiores a la norma con la segunda técnica relacionada con la prueba inversa de Hartmann.

Realizando una comparación de los resultados obtenidos se determinó que, fusionar los datos de las diferentes técnicas no era lo más adecuado puesto que una técnica fue superior a la otra en precisión. Este trabajo sienta las bases de dos técnicas diferentes para medir el radio de curvatura en superficies esféricas de f/N pequeño. Con las adecuaciones necesarias para mejorar los resultados obtenidos, estas técnicas son potencialmente aplicables a la medición del radio de curvatura en córneas en vivo.

ABSTRACT

TECHNIQUES FOR THE MEASUREMENT OF RADIUS OF CURVATURE IN A CALIBRATION SPHERE FOR CORNEAL TOPOGRAPHY

The present work is located in the field of optometry, specifically in the area of corneal topography and measurement of the radius of curvature of anterior surface of the human cornea. Due to the cornea is responsible for 70% of the refractive power of the human eye, it is of vital importance for proper image formation on the retina. When an eye is able to adequately focus on objects, its vision condition is said to be emmetropic. When an eye does not form sharp images on the retina, it is called an ametropic eye. There are different ametropias such as myopia, hyperopia, or astigmatism. In addition to other types of aberrations that prevent the correct formation of image on the retina. One of the ways to quantitatively measure these aberrations is by devices known as corneal topographers and ophthalmometers. There are different types based on different optical phenomena and principles, but their propose is the same, to know the refractive state of the cornea.

In this work, two new techniques for measuring the radii of curvature of the human cornea are presented, and the possibility of merging the data produced by both techniques is analyzed in order to improve the precision and accuracy of the measurement. It is important to mention that the scope of the thesis is limited only to test in the calibration sphere and not in human corneas in vivo.

The first technique consists of the projection of a circular pattern of sinusoidal fringes, and allows calculating the radius of curvature of the main meridians of the calibration sphere by detecting maximums and minimums, as well as the application of an exact equation of the keratometer.

The second technique developed is closely related to the well-known inverse Hartmann test; and it consist of a variation of the classical Hartmann test used in evaluation of specular and refractive surfaces of telescopic optical elements. This technique consists of the projection of a

square pattern of concentric points where, analyzing the transverse aberrations of the reference pattern against the aberrated pattern by calibration sphere, the reconstruction of the radius of curvature is obtained by means of a Southwell integration algorithm.

Both techniques were statistically characterized, obtaining measurement results of radii of curvature within the international standards ISO 10346 for the case of the sinusoidal ring technique; and results much higher than the norm with the second technique related to the inverse Hartmann test. Making a comparison of the results obtained will show that merging the data from the different techniques was not the most appropriate since one technique was superior to the other in precision. This work lays the foundation for two different techniques to measure the radius of curvature on small f/N spherical convex surfaces. With the necessary adjustments to improve the results obtained, these techniques are applicable to measurement of the radius of curvature in corneas in vivo.

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	<i>xiv</i>
LISTA DE TABLAS	<i>xviii</i>
INTRODUCCIÓN	1
I. CONCEPTOS BÁSICOS Y ANTECEDENTES	3
1.1 El ojo humano	3
1.2 La córnea	4
1.3 Óptica del ojo humano	4
1.4 Estados refractivos del ojo humano	5
1.4.1 Astigmatismo y meridianos principales	6
1.5 Corrección de errores refractivos	7
1.6 Catarata	8
1.7 Queratoplastia	9
1.8 Queratocono	9
1.9 Métodos para medición de radio de curvatura y topografía corneal	10
1.9.1 Técnicas de reflexión especular	12
1.9.1.1 Tomografía de coherencia óptica y topógrafo corneal interferométrico	12
1.9.1.2 Discos de Plácido	15
1.9.1.3 Deflectometría de moiré	16
1.1.1.4 Reflexión LED de color	18
1.9.1.5 Pruebas Nulas	18
1.10 Técnicas por reflexión difusa	21
1.10.1 Perfilometría por transformada de Fourier	21
1.10.2 Imagen de Scheimpflug	22
1.11 Técnicas por formación de imagen	23
1.11.1 Procesamiento de imagen de fotografía convencional	23

II. TÉCNICA DE ANILLOS SINUSOIDALES	25
2.1 Marco teórico	25
2.1.1 Formación de imágenes en superficies especulares esféricas y convexas	25
2.1.2 Potencia refractiva de espejo esférico	26
2.1.3 Potencia catóptrica de espejo convexo	27
2.1.4 Amplificación lateral en espejos esféricos	28
2.1.5 Ecuación aproximada del queratómetro	28
2.1.6 Ecuación de Mendoza	29
2.2 Modelo teórico	32
2.3 Montaje experimental preliminar con anillos binarios	34
2.3.1 Calibración	37
2.3.2 Proyección de patrón	38
2.3.3 Captura de imagen	39
2.3.4 Preprocesamiento de la imagen	40
2.3.5 Análisis de la imagen	41
2.4 Resultados de la ecuación de Mendoza con el primer montaje experimental	42
2.5 Limitantes en la técnica implementada con anillos binarios	44
2.6 Montaje experimental	45
2.6.1 Análisis de la imagen	49
2.6.2 Proceso de fotolitografía de patrón cosenoidal	50
2.6.3 Patrón de anillos sinusoidales	50
2.6.4 Análisis de la captura de intensidad en la esfera	51
2.6.5 Aplicación del teorema de Pitágoras en anillos sinusoidales	52
2.7 Resultados con la ecuación de Mendoza por anillos sinusoidales	53
2.7.1 Aplicación del algoritmo de detección de extremos basado en persistencia	58
2.7.2 Ajuste lineal por mínimos cuadrados	59

III. PRUEBA DE HARTMANN INVERSA CON REFERENCIA ESCALADA	65
3.1 Marco teórico	65
3.1.1 Teoría de la prueba de Hartmann	65
3.1.2 Pantalla Hartmann cuadrada	66
3.1.3 Prueba con referencia escalada	67
3.1.4 Recuperación del frente de onda	67
3.1.4.1 Recuperación de frente de onda por integración trapezoidal	68
3.2.4.2 Recuperación de frente de onda por método zonal	69
3.1.5 Relación señal a ruido	72
3.2 Modelo teórico	73
3.3 Desarrollo del modelo experimental	74
3.3.3 Montaje experimental para obtención del hartmanngrama	74
3.3.2 Montaje experimental para placa Hartmann de referencia	81
3.3.3 Calibración del patrón Hartmann de referencia	82
3.4 Resultados obtenidos por la técnica de Hartmann	84
3.4.1 Reconstrucción de frente de onda de la técnica de Hartmann por referencia escalada	84
3.4.2 Relación señal a ruido del hartmanngrama	87
3.4.3 Graficación del frente de onda	88
3.4.4 Prueba estadística Ji-Cuadrada	90
IV. CONCLUSIONES	95
4.1 Conclusiones generales	95
4.2 Técnica de anillos sinusoidales	95
4.3 Técnica de Hartmann inversa con referencia escalada	95
4.4 Comparación de resultados entre ambas técnicas	96
4.5 Trabajo a futuro	96
REFERENCIAS	98

ANEXOS

A1.	Datos característicos del panel led de anillos sinusoidales	111
A2.	Datos del monitor LED Dell E2016H	112
A3.	Datos del monitor LG M2362D	113
A4.	Hoja de datos cámara Point Grey modelo Chamelon CMLN-13S2C	114
A5.	Hoja de datos de la lente doble Gauss 18 mm #54-857	116
A6.	Hoja de datos de la lente telecéntrica WD 173 mm #62-939	118
A7.	Hoja de datos de la lente computar TEC-M55 f/2.8, 55 mm	121
A8.	Hoja de datos del láser He-Ne 1100 series	122
A9.	Esfera de calibración para topógrafo corneal Maguellan Mapper Nidek®	127

APÉNDICES

AA.	Código de software para generación de anillos cosenoidales	128
AB.	Código de software del primer montaje experimental	129
AC.	Código de software del primer montaje experimental de anillos sinusoidales	131
AD.	Código de software de detección de máximos y mínimos	132
AE.	Algoritmo de reconstrucción zonal de frente de onda	135
AF.	Resultados obtenidos de la medición de radio de curvatura con anillos sinusoidales después de realizar el ajuste	136
AG.	Resultados obtenidos de la medición de radio de curvatura con prueba de Hartmann	137
AH.	Radios de curvatura simulados y porcentaje de error	138

LISTA DE FIGURAS

I. CONCEPTOS BÁSICOS Y ANTECEDENTES	3
Figura 1.1 Anatomía básica del ojo humano.	3
Figura 1.2 Enfoque por la córnea y el cristalino.	5
Figura 1.3 Vista sagital y vista frontal de meridianos principales.	7
Figura 1.4 Presencia de catarata severa.	8
Figura 1.5 Signo de Munson en paciente con queratocono.	9
Figura 1.6 Clasificación de los métodos de topografía corneal.	11
Figura 1.7 Esquemático de un interferómetro Twyman Green.	13
Figura 1.8 Esquemático de un arreglo TD-OCT.	14
Figura 1.9 Proyección de los anillos de Plácido sobre la córnea.	15
Figura 1.10 Efecto moiré producido por dos rejillas idénticas, frente de onda distorsionado modifica el patrón de moiré.	17
Figura 1.11 Principio del funcionamiento de la técnica por reflexión LED.	18
Figura 1.12 Esquema de una prueba cónica nula.	19
Figura 1.13 Esquema de la prueba de Hartmann con superficie elipsoidal.	20
Figura 1.14 Esquema de la prueba de Mendoza.	20
Figura 1.15 Configuración básica de un sistema de perfilómetro por transformada de Fourier.	21
Figura 1.16 Formación de imagen de Scheimpflug con los planos de lente objeto e imagen intersectando en una línea.	22
Figura 1.17 Ejemplo de imágenes tomadas con un teléfono inteligente para la detección de queratocono.	23
II. TÉCNICA DE ANILLOS SINUSOIDALES	25
Figura 2.1 Formación de imagen en espejos esféricos convexos.	25
Figura 2.2 Formación de imagen en un espejo esférico con rayo al centro de curvatura y rayo al foco.	30
Figura 2.3 Diferencia entre la distancia de la imagen virtual l' y el foco de la superficie.	31

Figura 2.4	Formación de imagen en un espejo esférico con los rayos que van del objeto al centro de curvatura.	32
Figura 2.5	Patrón de anillos binarios concéntricos.	33
Figura 2.6	Diagrama esquemático para el cálculo de la altura h' por medio del teorema de Pitágoras.	34
Figura 2.7	Montaje experimental armado en el laboratorio (anillos binarios).	35
Figura 2.8	Divisor de haz.	36
Figura 2.9	Esfera de calibración y sus especificaciones.	36
Figura 2.10	Secuencia de desarrollo para la medición.	37
Figura 2.11	Imagen de la malla de calibración.	37
Figura 2.12	Proyección del patrón mediante monitor LED.	38
Figura 2.13	Icono para dibujar círculos por radio.	38
Figura 2.14	Imagen virtual del patrón proyectado sobre la esfera de calibración.	40
Figura 2.15	Selección de la región de interés anular de la imagen binarizada, b) imagen binaria del anillo concéntrico seleccionado después del preprocesamiento.	41
Figura 2.16	Icono de sub-instrumento para la localización de bordes en la imagen virtual.	42
Figura 2.17	Superficie de la esfera de prueba obtenida con la ecuación exacta del método de Mendoza.	42
Figura 2.18	Mapa dióptrico de la esfera de calibración.	43
Figura 2.19	Panel LED con 9 Watts de potencia.	46
Figura 2.20	Lente telecéntrica.	46
Figura 2.21	Diagrama esquemático del montaje experimental modificado.	47
Figura 2.22	Montaje experimental en el laboratorio.	47
Figura 2.23	Captura imagen objeto.	48
Figura 2.24	Distancia de trabajo.	48
Figura 2.25	Patrón cosenoidal generado digitalmente.	49
Figura 2.26	Montaje para grabado de película.	50
Figura 2.27	Esquema de la intensidad del patrón con los elementos del sistema.	52

Figura 2.28	Esquema de las coordenadas utilizadas para el cálculo de la altura objeto e imagen.	52
Figura 2.29	Patrón de franjas circular retroiluminado.	54
Figura 2.30	Imagen de intensidad con sección de perfil de línea orientada al meridiano secundario.	55
Figura 2.31	Señal correspondiente al medio meridiano secundario del patrón objeto.	55
Figura 2.32	Imagen virtual de patrón formado en la esfera de calibración.	56
Figura 2.33	Señal de la imagen virtual correspondiente a medio meridiano secundario.	56
Figura 2.34	Señal filtrada de imagen virtual correspondiente a medio meridiano.	57
Figura 2.35	Máximos y mínimos encontrados en la señal objeto marcados con puntos rojos para medio meridiano secundario.	58
Figura 2.36	Máximos y mínimos encontrados en la señal objeto marcados con puntos rojos para la segunda sección del medio meridiano secundario.	59
Figura 2.37	Ajuste lineal por mínimos cuadrados a los datos obtenidos en el meridiano primario.	59
Figura 2.38	Ajuste lineal por mínimos cuadrados a los datos obtenidos en el meridiano secundario.	60
Figura 2.39	Ajuste lineal por mínimos cuadrados a los datos obtenidos en el meridiano oblicuo 45°.	60
Figura 2.40	Ajuste lineal por mínimos cuadrados a los datos obtenidos en el meridiano oblicuo 135°.	61
Figura 2.41	Comportamiento del error de mediciones en meridiano primario.	62
Figura 2.42	Comportamiento del error de mediciones en meridiano secundario.	62
Figura 2.43	Comportamiento del error de mediciones en meridiano oblicuo 45°.	63
Figura 2.44	Comportamiento del error de mediciones en meridiano oblicuo 135°.	63
III.	PRUEBA DE HARTMANN INVERSA CON REFERENCIA ESCALADA	65
Figura 3.1	La prueba de Hartmann.	65
Figura 3.2	Patrón cuadrado de Hartmann.	67

Figura 3.3	Frente de onda y trazo de rayos en la prueba de Hartmann.	68
Figura 3.4	Aberraciones transversales en la prueba de Hartmann clásica.	69
Figura 3.5	Diferentes configuraciones para reconstrucción zonal.	70
Figura 3.6	Diagrama esquemático de la prueba inversa de Hartmann.	74
Figura 3.7	Esquema ilustrativo del arreglo en configuración aberrómetro de Tscheriing.	75
Figura 3.8	Distancias entre los componentes.	76
Figura 3.9	Diseño de placa Hartmann cuadrada.	77
Figura 3.10	Montaje de captura de la placa Hartmann cuadrada para referencia.	77
Figura 3.11	Patrón Hartmann grabado en la película fotográfica de alto contraste.	78
Figura 3.12	Placa de vidrio como divisor de haz.	79
Figura 3.13	Panel Led con 12 Watts de potencia.	79
Figura 3.14	Vista superior del arreglo montado en el laboratorio.	80
Figura 3.16	Montaje de captura de la placa Hartmann cuadrada para referencia.	81
Figura 3.17	Resultados de la calibración mediante la función de modelo de distorsión no lineal.	83
Figura 3.17	Imagen de la placa Hartmann cuadrada.	84
Figura 3.19	Patrón Hartmann de referencia binarizado.	85
Figura 3.20	Imagen del hartmanngrama capturado sobre la esfera.	86
Figura 3.21	Hartmanngrama binarizado con identificación de puntos.	87
Figura 3.22	Superposición de hartmanngrama muestreado y arreglo de referencia.	87
Figura 3.23	Valores numéricos del frente de onda reconstruido.	88
Figura 3.24	Gráfica 3D del frente de onda reconstruido.	89
Figura 3.25	Gráfica del frente de onda simulado.	90
Figura 3.26	Gráfica 3D del error de la reconstrucción en porcentaje de error.	90
Figura 3.27	Gráfica de barras y ajuste a una curva Gaussiana para 30 datos de radio de curvatura correspondientes al spot número 15.	93

LISTA DE TABLAS

I.	CONCEPTOS BÁSICOS Y ANTECEDENTES	3
	Tabla 1.1 Dimensiones de la córnea.	4
	Tabla 1.2 Valores de las características relevantes de modelo esquemático del ojo.	5
II.	TÉCNICA DE ANILLOS SINUSOIDALES	25
	Tabla 2.1 Cálculo del radio de curvatura.	43
	Tabla 2.2 Resultados de mediciones de radio de curvatura con la ecuación de Mendoza.	61
	Tabla 2.3 Resultados de mediciones de radio de curvatura con la ecuación aproximada del queratómetro.	64
III.	PRUEBA DE HARTMANN INVERSA CON REFERENCIA ESCALADA	65
	Tabla 3.1 Parámetros de la prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada	94

INTRODUCCIÓN

Sin duda alguna la generación de nuevos conocimientos es el reto principal a que debe enfrentarse todo trabajo de investigación doctoral. Generalmente se piensa que esta generación de conocimiento se circunscribe en el ámbito de la investigación básica a través de nuevas teorías, teoremas o postulados; pero de igual manera, también es muy importante el generar nuevos conocimientos en el ámbito de la investigación aplicada.

El presente trabajo de investigación se ubica en el contexto de la optometría, específicamente en el área de la topografía corneal y medición del radio de curvatura de la superficie anterior de la córnea humana conocida como queratometría. La topografía corneal es un área muy estudiada y desarrollada en el campo de ciencias de la visión y pudiera pensarse no quedan grandes aportaciones por hacer, sin embargo, como se mostrará en esta investigación aún hay mucho trabajo por realizar en la búsqueda de nuevas técnicas y metodologías aplicables en esta área.

La justificación de la presente tesis está basada en que las ametropías de la córnea son un problema de salud visual a nivel mundial y para su correcto diagnóstico y/o tratamiento en ocasiones se hace necesaria la medición del radio de curvatura. Actualmente existen métodos eficaces para medir el radio de curvatura de la superficie anterior de la córnea, sin embargo, presentan limitaciones y desventajas, por lo que hay técnicas que pueden ser mejoradas con los avances en el área, mientras que otras van quedando obsoletas para dar paso a nuevos métodos de medición, cada vez más seguros, confiables y de fácil implementación. Se espera que para el 2030, la población mundial aumente en un 15%, al mismo tiempo que el número de personas que necesitarán alguna solución óptica, la cual se estima que crecerá en un 60%. Para la solución óptica de los errores refractivos, el 75% prefiere lentes oftálmicas, 11% lentes de lectura, 10% lentes de contacto, 4% operaciones quirúrgicas. En todos los casos anteriores, directa o indirectamente interviene la medición de las características refractivas de la superficie corneal. De aquí surge la necesidad de seguir realizando investigación aplicada al desarrollo de una técnica híbrida para topografía corneal que tenga rendimientos semejantes a las que se encuentren en el mercado, pero en un sistema compacto que permita su portabilidad y de un bajo costo.

Por lo tanto, se presenta el desarrollo de dos nuevas técnicas ópticas aplicadas para la medición de radios de curvatura en una esfera de calibración para topografía corneal, estas técnicas han sido denominadas como: **Anillos sinusoidales** y **Prueba de Hartmann inversa con referencia escalada**.

El objetivo originalmente planteado fue, además de desarrollar estas dos técnicas, determinar si mediante la fusión de los datos obtenidos mediante ellas, es posible mejorar la precisión en la medición de radio de curvatura cumpliendo con las normas internacionales establecidas para ello.

Las técnicas descritas en la presente tesis, tanto la de anillos sinusoidales como la prueba inversa de Hartmann no habían sido reportadas anteriormente en la literatura para la aplicación de medición de radio de curvatura en superficies reflectoras convexas de pequeño $f/\#$, por lo que representan un aporte original en el área.

En un afán de presentar esta investigación lo más claro posible, el documento de tesis se ha estructurado en solo cuatro capítulos:

- I. CONCEPTOS BÁSICOS Y ANTECEDENTES.
- II. TÉCNICA DE ANILLOS SINUSOIDALES.
- III. PRUEBA DE HARTMANN INVERSA CON REFERENCIA ESCALADA.
- IV. CONCLUSIONES.

I. CONCEPTOS BÁSICOS Y ANTECEDENTES

1.1 El ojo humano

La visión es el sentido por el cual los seres humanos captan el mayor porcentaje de información del mundo externo, en comparación con cualquier otro sentido [1]. Se estima que las personas perciben más del 80% de toda la información sensorial por medio de la visión [2], resultando en que los ojos se consideran los órganos más importantes de los sentidos. El globo ocular humano está formado por varias estructuras dentro de las cuales se encuentran la córnea, después la cámara anterior que contiene al humor acuoso el cual suple de nutrientes tanto a la córnea como al cristalino y que en conjunto son el sistema de lentes encargados de la refracción y la correcta formación de imágenes en la retina. Después se encuentra la cámara del humor vítreo el cual se encarga de dar estabilidad mecánica y soporte al globo ocular. Al final de las estructuras se encuentra la retina y el nervio óptico que son los encargados de llevar la información al cerebro. En la Figura 1.1 se muestra un esquema con la anatomía del ojo humano [3].

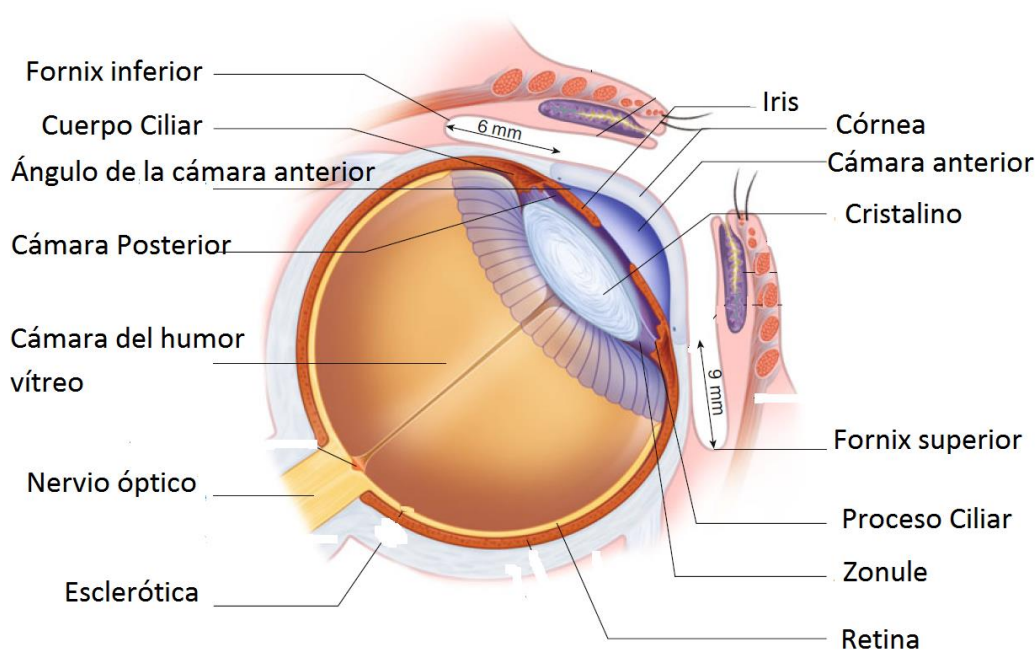


Figura1.1. Anatomía básica del ojo humano[3].

1.2 La córnea

La primera estructura transparente que aparece en el ojo humano es la córnea, que es la superficie en forma de cúpula ubicada en el frente del ojo humano, como se puede apreciar en la Figura 1.1. Esta estructura anatómica es responsable de al menos el 70% del poder refractivo del ojo humano [4] y su potencia refractiva se debe a los cambios en los índices de refracción entre el aire-película lagrimal, curvatura anterior, el espesor de la misma y el cambio de índice de refracción de la córnea [5] a la cámara anterior [6]. La Tabla 1.1 muestra algunas de las dimensiones promedio de la córnea humana.

Tabla 1.1. Dimensiones de la córnea.

Dimensión	Media
Diámetro vertical	11.00 mm
Diámetro horizontal	12.00 mm
Radio de curvatura superficie anterior	7.80 mm
Radio de curvatura superficie posterior	6.50 mm
Espesor central	0.53 mm
Espesor de la zona periférica	0.71 mm

La córnea puede ser dividida arbitrariamente en cinco zonas con diferentes diámetros: apical (3 mm), anular (6 mm), paracentral (8 mm), periférica (11 mm) y limbal (12 mm) [7], [8].

1.3 Óptica del ojo

El enfoque de la luz en una imagen real invertida en la retina es producido por la potencia refractora de la córnea (43.05 D) y el cristalino (19.11 D) como se puede apreciar en la Figura 1.2. La mayor parte del enfoque (cerca de dos terceras partes) se deben a la córnea mientras que la potencia del cristalino es menor debido a que su índice de refracción es solo ligeramente superior que el humor acuoso que lo rodea. En conjunto las dos estructuras anatómicas, tomando en cuenta ambas caras de las superficies y sus espesores, tienen una potencia equivalente de 60.49 Dioptrías [9].

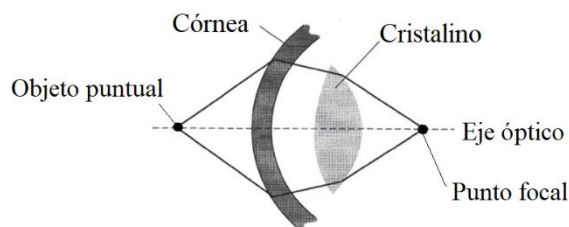


Figura1.2. Enfoque por la córnea y el cristalino [10].

En la Tabla 1.2 se muestra un resumen de los valores de las características más relevantes de estas dos estructuras anatómicas según el modelo de ojo esquemático Gullstrand-Emsley [11].

Tabla 1.2. Valores de las características más relevantes del modelo esquemático del ojo Gullstrand-Emsley.

Parámetro	Valor
-Índices de refracción	
Córnea	1.3760
Humor acuoso	1.3333
Cristalino	1.4160
Humor Vitreo	1.3330
-Separaciones axiales	
Espesor corneal	0.50 mm
Profundidad de cámara anterior	3.60 mm
Espesor del cristalino	3.60 mm
Profundidad de cámara posterior	16.69 mm
-Potencias de las superficies	
Córnea anterior	+48.83 D
Córnea posterior	-5.88 D
Cristalino anterior	+8.27 D
Cristalino posterior	+13.78 D
-Potencia equivalente	+60.49 D

1.4 Estados refractivos del ojo

Idealmente el punto focal del ojo debe estar justo en la retina. Cuando esto ocurre los objetos se enfocarán nítidamente en la retina del ojo creando una condición libre de error de refracción llamada emetropía.

El estado de ametropía se suscita cuando los errores refractivos están presentes o cuando objetos distantes no se enfocan correctamente en la retina. Puede clasificarse ya sea de naturaleza axial si ocurre cuando la longitud axial difiere de la del ojo (es decir el ojo es demasiado largo o corto) o de naturaleza refractiva si ocurre cuando la distancia focal difiere de la del ojo (es decir la potencia es muy fuerte o muy débil). También es posible que exista la combinación de ametropía axial y refractiva si tanto la longitud axial y la distancia focal difieren de las del ojo reducido. La ametropía se puede categorizar por el tipo específico de deficiencia óptica que puede ser: miopía, hipermetropía o astigmatismo, así como sus combinaciones. En el caso del astigmatismo tiene una relación directa con el radio de curvatura de la córnea.

1.4.1 Astigmatismo y meridianos principales

La óptica paraxial de sistemas esféricos formadores de imagen está basada en el concepto de punto objeto y puntos imagen conjugados. La palabra latina *stigmus* significa punto, y los sistemas que forman imágenes de puntos o puntuales son llamadas algunas veces sistemas estigmáticos. Un sistema astigmático forma imágenes de líneas en lugar de imágenes de puntos. Cuando una superficie refractora no es esférica, los rayos de luz no pueden enfocarse en un solo punto; que es el caso de la córnea. Por esta no esfericidad de la córnea, es decir que tiene una curvatura más pronunciada a lo largo de un plano que en otro. Debido a esta no uniformidad en la refracción a través de los meridianos del ojo no puede formar imágenes nítidas simultáneamente de dos líneas perpendiculares, una de las líneas siempre estará desenfocada provocando una visión distorsionada. El astigmatismo es bastante común en el ojo humano. En algunos grupos étnicos más del 80% de las personas tienen algún grado de astigmatismo en sus ojos.

La córnea tiene dos meridianos conocidos como meridianos principales: meridiano primario definido como el meridiano más cercano a 180° y meridiano secundario que se ubica a 90° del meridiano primario. La Figura 1.3 muestra la vista sagital y frontal de ambos meridianos representando un astigmatismo dentro de regla. Existen cuatro tipos de astigmatismo [12]:

Astigmatismo con la regla: Ocurre cuando la curvatura de la córnea es más pronunciada en el meridiano secundario; es decir la curvatura con menor potencia refractora está en el meridiano primario. Este tipo de astigmatismo ocurre en la mayoría de los ojos.

Astigmatismo en contra de regla: Ocurre cuando la curvatura de la córnea es más pronunciada en el meridiano primario; es decir la curvatura con menor potencia refractora se ubica en el meridiano secundario.

Astigmatismo oblicuo: Ocurre cuando los meridianos principales están entre el rango de 30° - 60° o entre 120° - 150° .

Astigmatismo irregular: Ocurre cuando los meridianos principales de la córnea en su conjunto no son perpendiculares entre sí. Aunque todos los ojos tienen al menos una pequeña cantidad de astigmatismo irregular, este término se usa clínicamente solo para córneas muy irregulares, como las que ocurren con queratocono o cicatrices corneales.

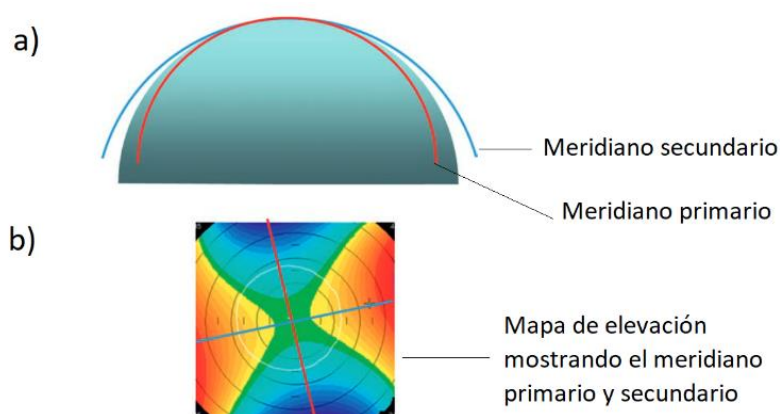


Figura 1.3. a) Vista sagital, b) vista frontal de meridianos principales [8].

1.5 Corrección de errores refractivos

Según datos de la OMS los errores refractivos representan el 53% de las discapacidades visuales [13] y existen principalmente tres maneras de corregir este tipo de discapacidades visuales, dos de las cuales consisten en colocar componentes refractivos que compensen los errores tal y como lo son las lentes oftálmicas (gafas) o las lentes de contacto, en la segunda

alternativa, donde para una adecuada prescripción es necesario conocer el radio de curvatura de la córnea [14], [15]; teniendo ambas opciones un mercado con un valor multimillonario [16], [17]. Un tratamiento alternativo a estas dos opciones es la cirugía refractiva, la cual mediante un láser de baja potencia se modifica permanentemente la forma de la córnea, para la cual es necesaria una planeación quirúrgica guiada por topografía corneal [18]. Dentro de las soluciones ópticas para la corrección de errores refractivos, la cirugía refractiva representa el 4%, mientras que los lentes de contacto tienen el 10% y las lentes oftálmicas el 75% [19]. Los porcentajes se deben en gran medida a que las gafas son la solución más económica y de fácil acceso.

1.6 Catarata

La catarata es otra afección del sistema óptico, en la cual el cristalino comienza a nublarse progresivamente (Figura 1.4) lo que ocasiona una casi nula formación de imagen en la retina pudiendo incluso en los casos más severos causar la ceguera.

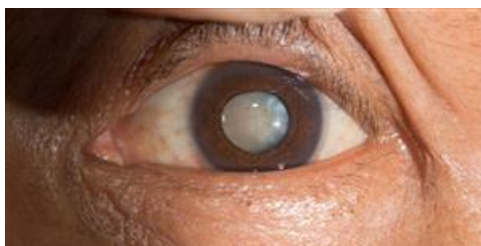


Figura 1.4. Presencia de catarata severa [20].

La catarata es responsable del 48% de los casos de ceguera a nivel mundial [21]. Este padecimiento puede ser tratado satisfactoriamente con cirugía en la cual se realiza la remoción del cristalino dañado por un implante de lente intraocular. En México se estima que 309,000 personas tienen problemas de catarata [22] y se realizan 1,530 cirugías por cada millón de habitantes, cifra que debería ser al menos el doble [23], lo que permite ver el claro rezago existente en esta área, siendo la principal razón la falta de recursos económicos debido a que este tipo de tratamientos quirúrgicos se hace en instituciones privadas, donde los pacientes sufragan los gastos de la cirugía que suelen ser costosos. Para una correcta planeación quirúrgica y selección adecuada de la potencia de la lente intraocular es necesario calcular la potencia total

de la córnea conociendo los radios de curvatura posterior y anterior, los cuales son obtenidos mediante topografía corneal o queratometría.

1.7 Queratoplastia

Cuando por diferentes causas, la transparencia de la córnea se ve afectada y complicada de tratar médicamente, existe la opción de realizar un trasplante de córnea conocido como queratoplastia penetrante. Dentro de la normatividad y protocolos establecidos en la guía de práctica clínica IMSS-541-11, se establece que dentro de los estudios preoperatorios del receptor de trasplante de córnea debe incluir la medición del grosor corneal [24]. Esta medición puede ser determinada mediante la topografía corneal. En México durante el 2017 se realizaron 3,823 trasplantes de córnea y en el tercer trimestre del 2018 se encontraban en lista de espera 6,611 receptores [25].

1.8 Queratocono

El queratocono es una enfermedad crónica, degenerativa no inflamatoria que causa modificación a la superficie normal de la córnea tendiendo a una forma de cono, como se puede apreciar en la Figura 1.5.



Figura 1.5. Forma de cono de la córnea en paciente con queratocono [26].

Aproximadamente de 1:400 a 1:200 personas la padecen a nivel mundial [27], mientras que en los Estados Unidos 54.4 de cada 100,000 personas tienen la enfermedad [28]. En México existe una prevalencia del 1.8% [29]. Los procedimientos de diagnóstico incluyen un examen con lámpara de hendidura, historial oftálmico, paquimetría, medición de los valores queratométricos y tomografía corneal computarizada.

1.9 Métodos para medición de radio de curvatura y topografía corneal

La medición del radio de curvatura de la córnea humana continúa siendo un parámetro de suma importancia a la hora de evaluar el estado de refracción del ojo humano y se continúa utilizando en los diferentes casos mencionados en las secciones anteriores. Hoy en día esta medición puede ser adquirida por diferentes equipos oftalmológicos como los son: auto-queratorefractómetros, oftalmómetros o sofisticados equipos de topografía corneal. Existen diferentes tipos de métodos para obtener la topografía de la córnea, algunos de ellos se implementan actualmente en dispositivos médicos que cuentan con la aprobación por las autoridades regulatorias competentes como la FDA (*Federal Drug Administration*); sin embargo, otros métodos aún no han alcanzado la viabilidad comercial. De forma general, se pueden clasificar en dos grupos según el principio físico de funcionamiento: ópticos y no ópticos. Los métodos ópticos pueden clasificarse por el fenómeno utilizado para medir la superficie de la córnea: reflexión especular, reflexión difusa, esparcimiento de luz y formación de imágenes, mientras que las no ópticas son la ecografía digital y resonancia magnética. Realizando una búsqueda documental en el estado del arte se propuso la clasificación de las técnicas ópticas mostrada en la Figura 1.6, dicha clasificación fue publicada en la revista Óptica Pura y Aplicada de la Sociedad Española de Óptica [30].

Cada método presenta variantes en modalidades y configuraciones, así como ventajas y desventajas. De tal manera, se puede decir que no existe un método de medición perfecto, todos tienen errores asociados con limitaciones inherentes a la técnica y al funcionamiento del sistema de medición. En las siguientes subsecciones se describe brevemente en qué consisten algunas de las técnicas, así como algunas de las investigaciones más relevantes en el campo.

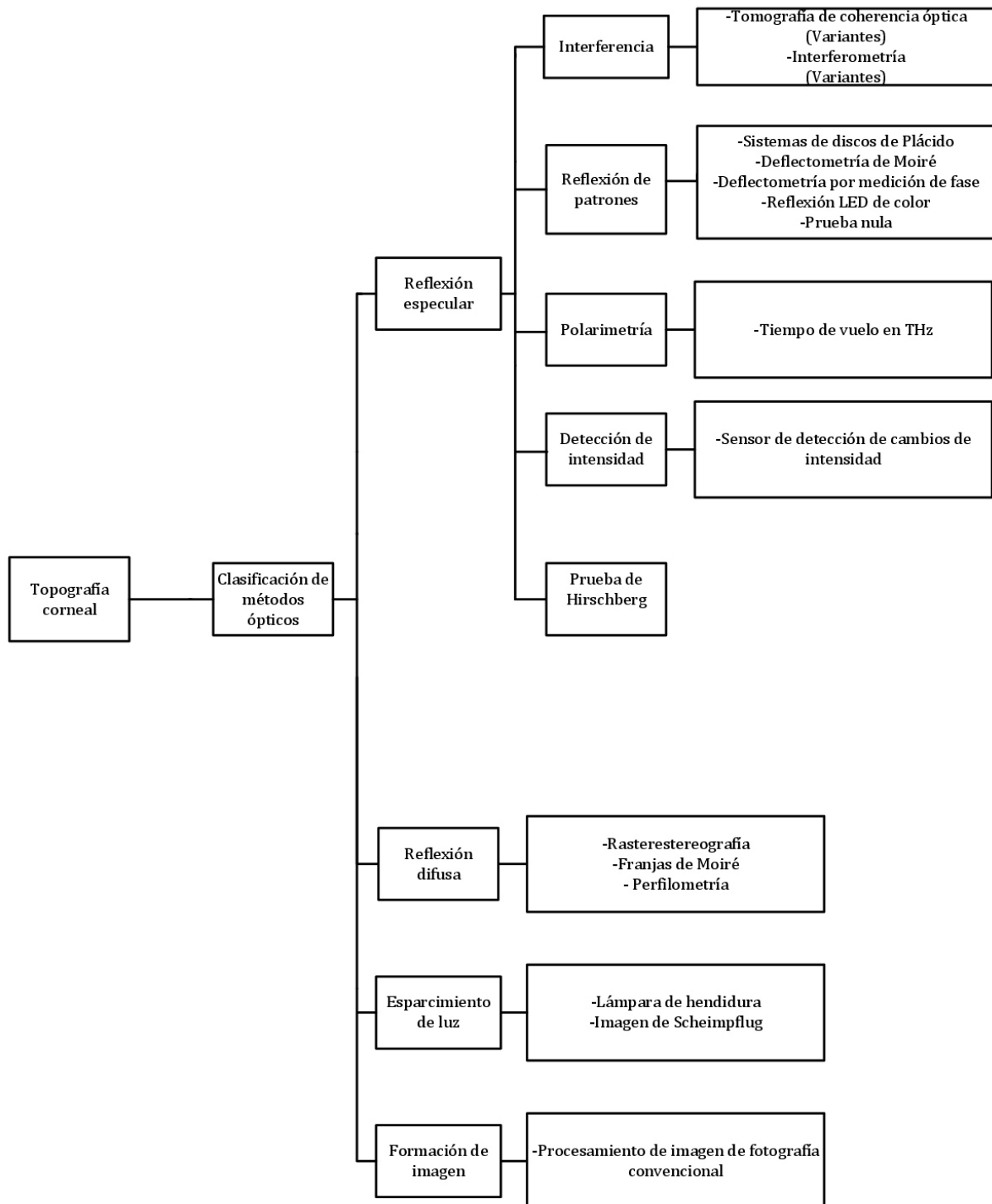


Figura1.6. Clasificación de los métodos para topografía corneal.

1.9.1 Técnicas de reflexión especular

En este tipo de técnicas engloba a todas aquellas que, mediante el uso de algún tipo de iluminación sobre la córnea, esta formará sobre ella misma o sobre un detector una imagen lo suficientemente nítida para analizar la información de la superficie corneal que hay en ella. Esto mediante la reflexión de los rayos incidentes a un ángulo igual al de su incidencia.

1.9.1.1 Tomografía de coherencia óptica y topógrafo corneal interferométrico

La tomografía de coherencia óptica (*OCT Optical Coherence Tomography*, por sus siglas en inglés) y los topógrafos corneales interferométricos (*ICT Interferometric Corneal Topographer*, por sus siglas en inglés) utilizan el fenómeno de interferencia para la obtención de la superficie corneal. El fenómeno de interferencia resulta de la superposición de dos o más ondas electromagnéticas. La intensidad del campo resultante I_{tot} está dada por la suma de las intensidades de los campos que actúan de manera separada de tal manera que la intensidad total I_{tot} se puede expresar como se muestra en la ecuación 1.1.

$$I_{tot} = 2I (1 + \cos(2\vec{k} \cdot \vec{r})) . \quad (1.1)$$

Esta expresión describe la intensidad resultante de la interferencia como una variación cosenoidal, que visualmente resulta en bandas brillantes conocidas como franjas de interferencia. La diferencia de fase está directamente relacionada con las longitudes de camino óptico entre la fuente y el punto de observación conocida como la diferencia de caminos ópticos (*OPD Optical Path Difference*, por sus siglas en inglés). La diferencia de fase cambiará cada 2π cuando la OPD incremente en una longitud de onda y a lo largo de una franja la diferencia de fase será constante. El fenómeno de interferencia se ha utilizado para realizar una amplia gama de mediciones de precisión por medio de interferómetros ópticos [31]. En el caso de los ICT se basan en que la córnea actúa como un espejo convexo, el patrón de franjas puede ser interpretado como un mapa de contorno de elevación de superficie cuando la diferencia entre dos franjas consecutivas es igual a la diferencia de elevación de la mitad de la longitud de onda

utilizada en el interferómetro. Uno de los interferómetros más utilizados para la medición de la topografía corneal es la configuración de Twyman Green [32] que se muestra en la Figura 1.7.

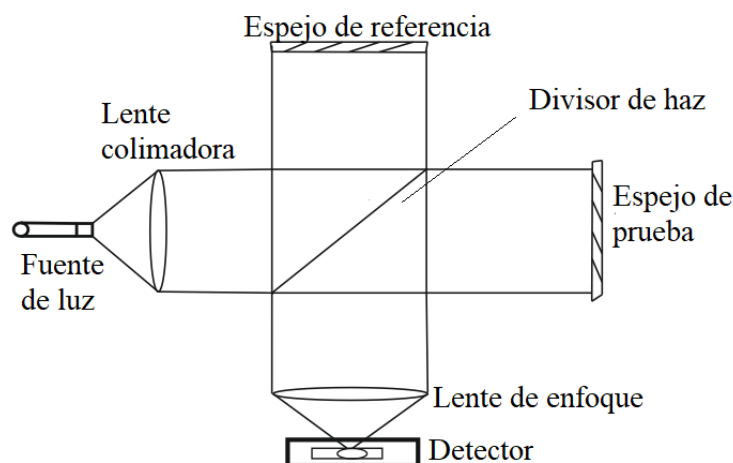


Figura 1.7 Esquemático de un interferómetro Twyman Green.

Recientemente D. Micali y Greivenkamp [33] reportaron la reconstrucción de la topografía corneal utilizando un par de interferómetros Twyman-Green por división de polarización. Este interferómetro tenía un rango dinámico de superficie de $256\ \mu\text{m}$, una resolución espacial de $6\ \mu\text{m}$, una resolución de altura absoluta de $5\ \mu\text{m}$ y una resolución de $25\ \text{nm}$ en altura relativa por lo que excede la resolución y precisión de otros sistemas topográficos comerciales basados en anillos de Plácido.

Los ICT son los sistemas que ofrecen mayor sensibilidad en la medición de la elevación de la superficie corneal sin embargo su principal desventaja es que su implementación suele ser muy costosa porque se deben de mantener bajo control diferentes factores físicos que alteran la medición tales como la temperatura, vibraciones, alineación de la superficie bajo prueba; además del requerimiento computacional para el procesamiento de los datos.

La tomografía de coherencia óptica tuvo sus orígenes en la década de los noventa [34]. Dentro de las aplicaciones de la tomografía de coherencia óptica en el área clínica oftalmológica se encuentra principalmente las imágenes de retina, paquimetría, y mapas de elevación del epitelio [35]-[37]. No obstante, el uso y aplicación de la OCT para realizar mediciones de la

topografía corneal continúa siendo limitada. La OCT se puede dividir en dos tipos: la basada en el dominio del tiempo (TD-OCT) y la del dominio de Fourier (FD-OCT). En el caso de la TD-OCT la configuración óptica más comúnmente utilizada es un interferómetro de Michelson, ver Figura 1.8.

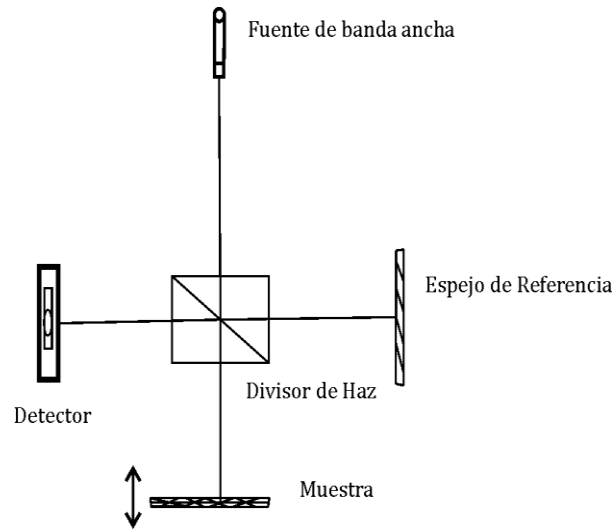


Figura 1.8. Esquemático de un arreglo TD-OCT.

Se obtendrá una señal sinusoidal en el detector cuando la diferencia entre las longitudes de camino óptico del espejo de referencia coincida con alguna capa de la superficie bajo prueba. La envolvente del patrón de interferencia proporciona el perfil axial de la muestra. Para obtener el perfil en tres dimensiones se realiza un barrido del haz de luz de referencia o bien de la superficie bajo prueba (lo cual resulta una desventaja de la TD-OCT, por la poca viabilidad para obtener imágenes en tiempo real). Al mismo tiempo se puede realizar un escaneo con el espejo de referencia para perfilar la superficie de prueba axialmente. Los diferentes escaneos se pueden clasificar en tipos A, B y C [38]. La expresión matemática que describe la intensidad en el detector asumiendo una fuente monocromática está dada por la ecuación 1.2:

$$I_{\text{detector}} = I_r + I_s + 2\text{Re}\gamma(z)_{11}\sqrt{I_r I_s}\cos(2\pi f_D t) \quad (1.2)$$

donde, I_r e I_s son las intensidades de los brazos de referencia y muestras respectivamente, $\gamma(z)_{11}$ es la función normalizada del grado complejo de coherencia, f_D es el corrimiento Doppler

de frecuencia. Sin embargo, la obtención de imágenes mediante TD-OCT implica un desarrollo matemático más complicado [39] porque se utilizan fuentes de luz de baja coherencia para obtener lo que se conoce como interferencia de baja coherencia (*LCI Low Coherence Interference*, por sus siglas en inglés), generalmente con longitudes de 800 – 850 nm y 1310 nm de acuerdo a los límites de exposición establecidos por la ANSI [40] con anchos de banda de 50 nm, debido a que estas longitudes presentan una absorción mínima en los tejidos orgánicos por la cantidad de agua contenida en ellos tal y como lo indica la ventana terapéutica [41]. La OCT presenta distintas desventajas como la velocidad de adquisición de las imágenes [42], [43], y la distorsión de campo [44], entre otras. Ha sido objeto de numerosas investigaciones con la finalidad de obtener la superficie corneal a partir de las imágenes adquiridas por distintas variantes de la técnica [45]-[48]. Actualmente existe un equipo comercial que ofrece módulos de software que generan mapas de curvatura a partir de imágenes OCT [49].

1.9.1.2 Discos de Plácido

El sistema Plácido proyecta la imagen de un conjunto de anillos iluminados sobre la córnea (Figura 1.9a), la imagen de los anillos se forma aproximadamente 4 mm por detrás del vértice corneal (Figura 1.9b). La imagen de los anillos iluminados es capturada mediante una cámara digital y enviada a una computadora para su procesamiento. La Figura 1.9c muestra una vista frontal de los discos de Plácido.

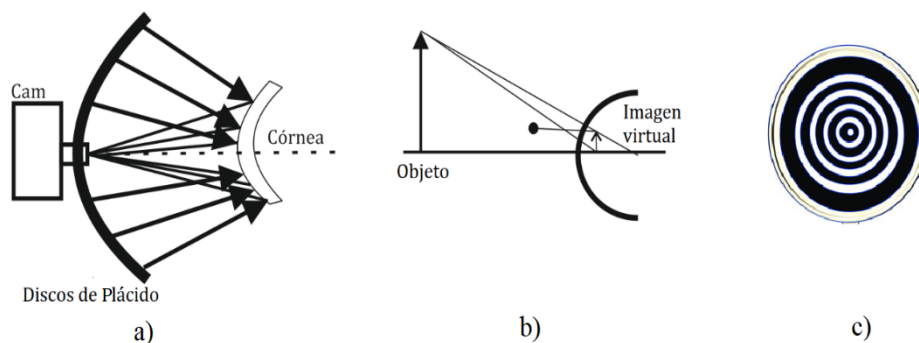


Figura 1.9. a) Proyección de los anillos de Plácido sobre la córnea, b) Imagen virtual formada por los anillos, c) vista frontal de los discos.

La forma de determinar el radio de curvatura de la córnea es mediante las transiciones de los anillos reflejados brillantes y oscuros. La forma y su tamaño dan información de la curvatura

local de la córnea, en la imagen reflejada cuanto más pequeña sea la distancia de un anillo al centro de todos los anillos mayor será la curvatura de la córnea e inversamente, entre más grande sea la distancia de un anillo al centro, menor será la curvatura, además de que entre menor sea la distancia entre anillos más grande será la curvatura e, inversamente, entre más grande sea la distancia entre anillos más plana será la curvatura.

Las principales desventajas de esta técnica son la distorsión por conversión de coordenadas [50] y error de rayos sesgados causado por el hecho de que la luz que sale de los anillos de Plácido tiende a divergir, de tal manera que no es posible saber cuál es el punto correspondiente entre la fuente y el punto en la imagen, porque se asume que el punto de la fuente está contenido en un plano meridional, lo cual solo es aplicable a superficies rotacionales simétricas [51].

Otro de los problemas que presenta esta técnica es la falta de cobertura de toda el área de la superficie corneal, la mayoría de los equipos basados en anillos de Plácido no cubren al 100% la superficie de la córnea cuyo diámetro es alrededor de 11-12 mm [52].

Además, debido a la naturaleza de los anillos de Plácido, el centro exacto de la córnea no se puede medir directamente, si no que hace una extrapolación basada en la forma de las zonas circunvecinas, aunque es poco probable que la curvatura cambie de manera considerable en la zona central de la córnea [53]. Otra de las limitaciones es que no obtiene información acerca de la superficie posterior de la córnea, de tal manera que esta técnica queda inhabilitada para obtener mapas paquimétricos.

1.9.1.3. Deflectometría de Moiré

La deflectometría de moiré consiste en la aparición de un patrón cuando dos rejillas se colocan a un ángulo pequeño entre ellas y separadas por una distancia d como se muestra en la Fig. 1.10. Para la deflectometría de moiré se deben colocar dos rejillas de Ronchi idénticas con una cierta separación p entre sus líneas. Cuando éstas son exactamente paralelas se podrá observar líneas infinitas ya sea brillantes u oscuras. Cuando se induce un pequeño ángulo θ entre las rejillas aparecerá un patrón de franjas separadas. La separación p'' entre los segmentos donde están presentes las franjas brillantes y oscuras se puede denotar mediante la ecuación 1.3:

$$p'' = \frac{p}{2 \sin(\theta/2)} = \frac{p}{\theta} \quad (1.3)$$

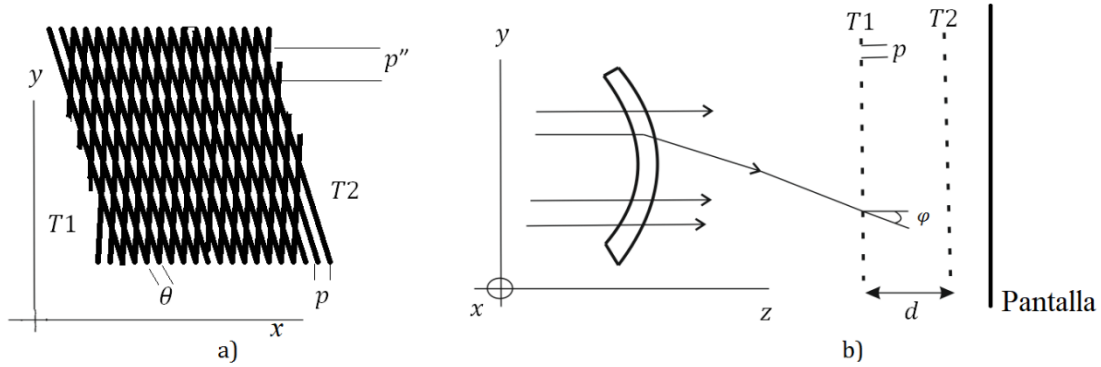


Figura 1.10. a) Efecto moiré producido por dos rejillas idénticas, b) frente de onda distorsionada modifica el patrón de moiré.

La manera en que este fenómeno es utilizado para realizar mediciones es colocando un objeto de prueba en este caso el ojo, el cual va a ser un objeto de fase. Cuando el haz de luz colimado pase a través de la córnea se distorsionará causando que la imagen de la primera y la segunda rejilla se distorsionen, cambiando así el patrón de moiré. A partir del desplazamiento h de una franja con respecto a una posición de referencia es posible conocer el ángulo de deflexión y se puede denotar mediante la ecuación 1.4.

$$\varphi = \frac{h\theta}{d} \quad (1.4)$$

donde d es la distancia entre las dos rejillas. Este se conoce como el modo finito de la deflectometría de moiré.

El único trabajo encontrado en la literatura aplicando la técnica de deflectometría de moiré a la medición de la topografía corneal es el publicado por Rottenkolber et all. [54] en el cual reportan la obtención del radio de curvatura de una córnea humana, obteniendo resultados equiparables a los obtenidos por un queratómetro comercial.

1.9.1.4. Reflexión LED de color

Esta técnica [55] funciona bajo el principio de trazado de rayos punto a punto combinado con la segunda imagen de Purkinje [56]. Como se muestra en la Figura 1.11, se proyectan sobre un área corneal de 8,5 mm alrededor de 700 LEDs de color rojo, verde y amarillo. Esta técnica tiene una precisión submicrométrica superior a $0.8 \mu\text{m}$. El principio de funcionamiento es la triangulación. La principal ventaja es el tiempo de captura de la imagen, ya que no se ve afectado por los artefactos de los movimientos oculares. J. Kanellopoulos [57] en su estudio concluyó que esta técnica ofrece una alta especificidad para la determinación de irregularidades de la córnea. G. Fuentes [58] informó recientemente que existe una fuerte correlación entre los valores de astigmatismo y SimK de un equipo basado en esta tecnología y otro basado en la técnica Slit-Scan.

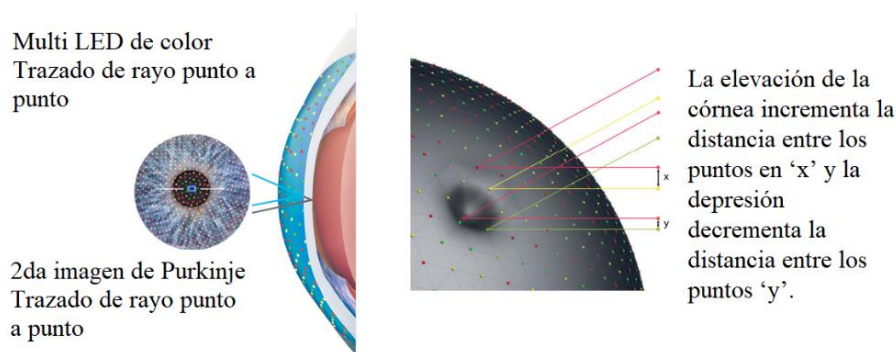


Figura 1.11. Principio del funcionamiento de la técnica por reflexión LED de color [59], [60].

1.9.1.5. Prueba Nula

Las pruebas nulas consisten en una representación directa de las desviaciones de la superficie medida con respecto a una superficie ideal y se realiza el cálculo de la variable de interés se realiza en función de las diferencias entre ambas superficies. Existen diferentes investigaciones que utilizan la prueba nula para aproximar la superficie corneal, y a continuación, se describen algunas de ellas.

M. Campos et al. [61]-[66] a partir del 2011 propuso un nuevo diseño de prueba nula basado en una pantalla cónica con un arreglo de puntos en forma de gota, (Figura 1.12), donde mediante la reflexión de éstos en la superficie bajo prueba aparecen en forma de un arreglo ordenado de puntos en una imagen que es capturada con una cámara CCD. En su última publicación [67] reportó el cambio de la pantalla a su modalidad negativa porque les permitía tener una mejor cobertura de la superficie corneal. Evaluaron el topógrafo corneal cónico en córneas humanas de dos individuos diferentes comparándolo con los resultados arrojados por un topógrafo corneal comercial Atlas 9000. Se generaron mapas de: elevación, mapas tangenciales y mapas sagitales y de curvatura, donde se obtuvieron resultados muy similares al topógrafo corneal comercial para un sujeto de prueba. En este estudio concluyeron que su topógrafo puede obtener la reconstrucción de la forma de la superficie corneal con una exactitud de $5.9 \mu\text{m}$ a $20.3 \mu\text{m}$. Sin embargo, reconocieron la necesidad del rediseño de la carcasa para su utilización con diferentes morfologías de rostro humano y así evitar desalineamientos que afecten la medición como fue el caso del individuo dos, donde los resultados obtuvieron mayores diferencias que el topógrafo comercial. Pero mencionan algunas ventajas como el hecho de no requerir un diseño óptico especializado lo que lo hace fácil de implementar y de bajo costo.

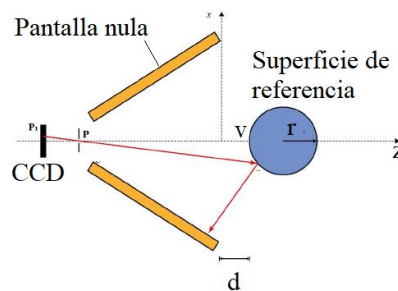


Figura 1.12. Esquema de una prueba cónica nula [65].

Mejía et al. [68], [69] propusieron una modificación a la pantalla plana que normalmente se utiliza en la prueba de Hartmann, ellos usaron una pantalla elipsoidal con una distribución de orificios que produce un arreglo cuadrado de puntos separados 0.4 mm en direcciones x, y (Figura 1.13). Para generar los mapas de elevación y los mapas de curvatura utilizaron la distorsión del patrón de Hartman que correspondía a la superficie bajo prueba en comparación con una esfera de referencia y por medio de un algoritmo basado en la Transformada de Fourier y un ajuste con polinomios de Zernike, obtuvieron la sagita de la superficie y los mapas de

elevación. Los resultados que presentaron fueron confiables en comparación con un topógrafo comercial basado en anillos de Plácido en mediciones realizadas a un individuo, pero la comparación fue cualitativa porque las mediciones fueron hechas bajo distintas condiciones. Mencionaron como posible mejora a su sistema el utilizar coeficientes de polinomios de Zernike de orden superior para representar de una manera más adecuada las irregularidades en la forma de la córnea, además de que para incrementar la resolución es necesario la construcción de más elipsoides con mayor densidad de puntos.

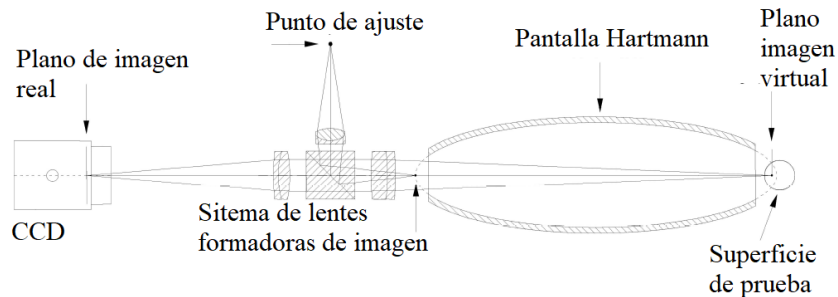


Figura 1.13. Esquema de la prueba de Hartmann con superficie elipsoidal.

Mendoza-Villegas et al. [70] propusieron una prueba alternativa, que es rápida y de bajo costo debido a la configuración y a los principios matemáticos aplicados. Se basa en la óptica geométrica, específicamente, el principio de que la formación de los rayos de una imagen en un espejo esférico sigue una línea recta. A partir de las ecuaciones de los rayos, que forman la imagen y el punto donde los rayos se intersectan, se calcula el radio de curvatura de una esfera de calibración. La Figura 1.14 muestra un esquema del montaje utilizado.

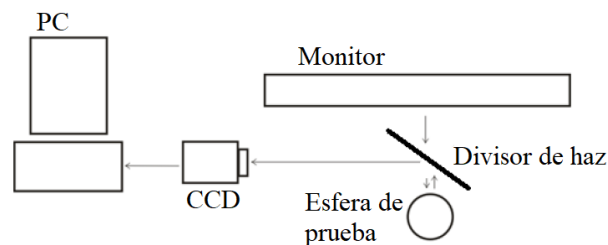


Figura 1.14. Esquema de la prueba de Mendoza [70].

1.10 Técnicas de reflexión difusa

1.10.1 Perfilometría por transformada de Fourier

La perfilometría por transformada de Fourier fue propuesta por Takeda [71] y ha sido utilizada para la reconstrucción tridimensional de objetos y es uno de los métodos más importantes para la adquisición de imágenes tridimensionales. Este método está basado en la proyección de un patrón de franjas sobre un objeto, la imagen con las franjas distorsionadas por el objeto se captura mediante una cámara digital la cual contiene toda la información del perfil tridimensional del objeto. De acuerdo con la Figura 1.15 [72] hay un plano ficticio R el cual sirve como referencia para medir la altura $h(x, y)$.

El patrón de franjas proyectado en el objeto y capturado por la cámara se puede expresar mediante la ecuación 1.5:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) * \cos[2 * \pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (1.5)$$

donde $g(x, y)$ es la intensidad en el punto (x, y) , $a(x, y)$ es la luz retroesparcida, $b(x, y)$ es el contraste entre las franjas, f_0 es la frecuencia fundamental del patrón de franjas y $\varphi(x, y)$ es la distorsión de fase entre los valores de π a $-\pi$. El eje x es la línea que representa en plano R y el eje y es perpendicular al eje x . Para un objeto con una cierta variación de altura descrita por la función $h(x, y)$, el patrón de franjas capturadas estará distorsionado y contendrá la información tridimensional del objeto.

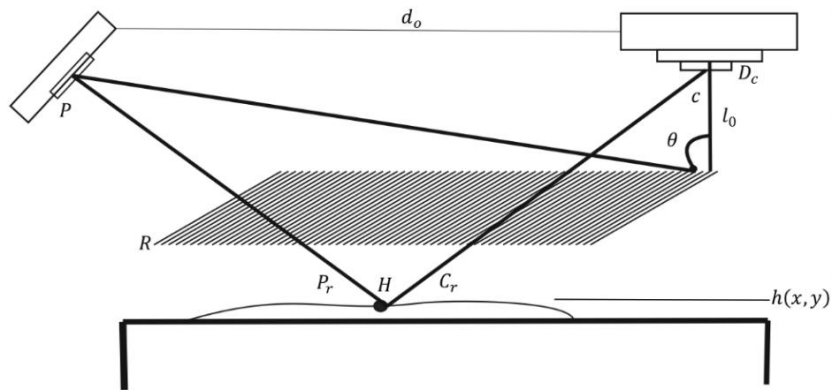


Figura1.15. Configuración básica de un sistema de perfilómetro por transformada de Fourier.

1.10.2 Imagen de Scheimpflug

En aplicaciones convencionales de formación de imágenes, el plano objeto, el plano de las lentes y el plano imagen son paralelos entre ellos. El sistema de imagen Scheimpflug difiere de los sistemas convencionales en que el plano objeto, plano de las lentes y el plano imagen intersectan en una línea como se muestra en la Figura 1.16. La principal ventaja de la geometría de este sistema es que se alcanza una gran profundidad de foco. El principio de este sistema ha sido utilizado ampliamente en oftalmología para obtener imágenes de todo el segmento anterior del ojo, desde la superficie anterior de la córnea hasta la superficie posterior del cristalino. El sistema dual de imagen Scheimpflug consiste en dos cámaras, una localizada al centro dedicada a la detección del tamaño de la pupila y para controlar la fixtura, la otra está montada en un riel rotatorio que toma imágenes en ángulos de 0° a 180° . Esta configuración dual puede obtener el espesor corneal además de que se pueden obtener otros datos biométricos del segmento anterior y promediarse para compensar la mala alineación involuntaria, de tal manera que se obtiene un valor correcto de la medición del lugar correspondiente. Un sistema comercial (Penta Cam) es capaz de tomar 50 imágenes Scheimpflug en un tiempo menor a los dos segundos. Cada imagen posee 500 puntos de elevación. Cada mapa de elevación cubre todo el segmento anterior del ojo incluyendo la superficie anterior y posterior y es capaz de generar 25,000 puntos de elevación para cada superficie. Estudios recientes [73], [74] demuestran la utilidad de los parámetros arrojados por esta técnica en el diagnóstico y seguimiento de Queratocono. Además, mediante la modalidad de tomografía corneal que ofrece esta técnica se puede monitorear el riesgo de ectasia por medio de parámetros otorgados por esta modalidad [75], [76].

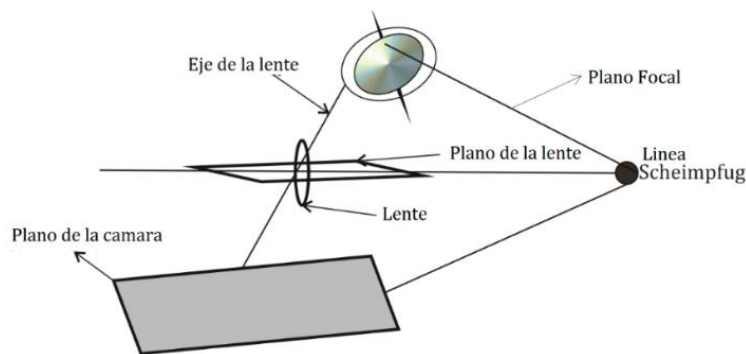


Figura 1.16. Formación de Imagen de Scheimpflug con los planos de lente objeto e imagen intersectando en una línea.

1.11 Técnicas por formación de imagen

1.11.1. Procesamiento de imagen de fotografía convencional

Recientemente, ha existido un interés en el desarrollo de aplicaciones médicas para teléfonos inteligentes; la razón se debe a todas las ventajas de usar este tipo de plataformas digitales como portabilidad, accesibilidad y bajo costo. La oftalmología no ha sido la excepción; últimamente se han reportado el uso de teléfonos móviles para la detección de patologías topográficas.

B. Askarian et al. [77] propusieron una técnica para obtener la curvatura de la córnea, adoptando el método de detección de pendiente de las imágenes capturadas con la cámara de un teléfono celular de 8 megapíxeles y una resolución de 3264x2448 píxeles, como se muestra en la Figura 1.17.



Figura 1.17 Ejemplo de imágenes tomadas con un teléfono inteligente para la detección de queratocono [77].

El análisis de las imágenes consiste en un pre procesamiento, que incluye un recorte de la sección de interés (córnea) a una escala de grises y una rotación de imagen de 90°. Identifican el borde de la córnea mediante la detección de bordes y una dilatación morfológica que se desarrolló para obtener un límite suavizado. Después del pre procesamiento, se implementó una clasificación de ojos con queratocono y de ojos sanos utilizando la pendiente de la curvatura de la córnea. El método que propusieron fue detectar la pendiente para medir la curvatura de la córnea en diferentes ángulos con N puntos diferentes. El algoritmo clasifica los ojos según cada valor de la pendiente muestreada cada 10°. Para evaluar su método, realizaron un estudio con 10 participantes (20 ojos) en los que seis fueron diagnosticados con queratocono y 14 estaban

sanos. El método propuesto detecta el queratocono grave, avanzado y moderado con una precisión del 93%, 86% y 67% respectivamente, tomando como referencia diagnósticos previamente realizados por oftalmólogos.

II. TÉCNICA DE ANILLOS SINUSOIDALES

La primera técnica propuesta para la medición de radios de curvatura en la esfera de calibración para topografía corneal fue denominada como técnica de anillos sinusoidales y se basa en el uso de una variante de los anillos de Plácido analizados a través de la ecuación propuesta por Mendoza-Villegas et al. [70], la cual será referida en adelante como: ecuación de Mendoza.

2.1 Marco teórico

Los conceptos teóricos en que se basa el desarrollo de esta nueva técnica son: formación de imágenes en superficies especulares esféricas y convexas, potencia refractiva de espejos esféricos, potencia catóptrica de espejo convexo, amplificación lateral en espejos esféricos, ecuación aproximada del queratómetro y la ecuación de Mendoza.

2.1.1 Formación de imágenes en superficies especulares esféricas y convexas

La reflexión especular ocurre cuando una superficie es lisa y la reflexión está involucrada en la formación de imágenes. Bajo condiciones de propagación rectilínea, la dirección en que viaja la luz puede ser representada por líneas rectas llamados rayos. La trayectoria de los rayos en un espejo esférico se muestra en la Figura 2.1.

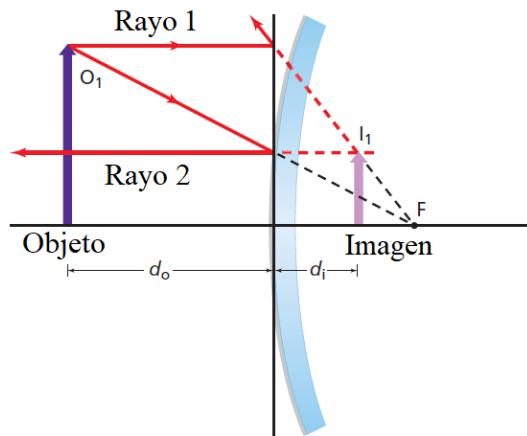


Figura 2.1 Formación de imagen en un espejo esférico convexo [78].

Los rayos reflejados por un espejo convexo siempre divergen. Por lo tanto, los espejos convexos forman imágenes virtuales. Los puntos F y C están por detrás del espejo. En la ecuación del espejo esférico f y d_i son números negativos porque ambos están detrás del espejo. El diagrama de rayos de la Figura 2.1 representa cómo se forma una imagen virtual en el espejo esférico convexo. La figura utiliza dos rayos, pero es importante mencionar que hay un número infinito de rayos. El rayo 1 se acerca al espejo paralelo al eje principal. El rayo reflejado es proyectado a lo largo de una línea recta desde F a través del punto donde el rayo 1 interseca con el espejo. El rayo 2 se dirige al espejo en un camino óptico que si se extendiera detrás del espejo pasaría por el punto F . La parte reflejada del rayo 2 y su línea recta son paralelas al eje principal. Los dos rayos reflejados divergen y las líneas rectas intersecan atrás del espejo en el lugar donde se forma la imagen. Una imagen producida por una superficie especular convexa es una imagen virtual que es vertical (derecha) y más pequeña comparada con el objeto. La ecuación 2.1 es conocida como la ecuación del espejo esférico:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{F} = \frac{2}{R} \quad (2.1)$$

donde F es la distancia focal del espejo, R su radio de curvatura, d_o distancia del objeto al vértice del espejo, d_i distancia del vértice a la imagen virtual.

2.1.2 Potencia refractiva de espejo esférico

A partir de la ecuación 2.2 conocida como la ecuación de vergencia (descripción de la curvatura de un frente de onda óptico) se describe la formación de imagen paraxial por una superficie esférica refractora.

$$V = P + U \quad (2.2)$$

La vergencia generalizada U del frente de onda incidente está dada por la ecuación 2.3:

$$U = n_1/u \quad (2.3)$$

donde n_1 es el índice de refracción del medio en que inicialmente se encuentra la luz y u es el radio de curvatura del frente de onda incidente. El radio de curvatura u del frente de onda incidente es por definición la distancia del objeto hacia la interfaz. La vergencia generalizada V del frente de onda saliente de la interface está dado por la ecuación 2.4 [79]:

$$V = n_2/v \quad (2.4)$$

donde n_2 es el índice de refracción del medio donde la luz se encuentra después de pasar a través de la interface y v es el radio de curvatura del frente de onda dejando la interface. El radio de curvatura del frente de onda v dejando la interface por definición es la distancia imagen. La convención de signos es igual a las lentes delgadas. La ecuación 2.6 provee la relación entre la potencia dióptrica refractiva P de la interface esférica, el radio de curvatura y los índices de refracción n_1 y n_2 por la ecuación 2.5:

$$P = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad (2.5)$$

La distancia r es la distancia desde la interface al centro de curvatura de la superficie esférica refractora. La distancia r es positiva cuando está en la dirección a la que la luz viaja y negativa cuando es opuesta a la dirección a la que la luz viaja cuando sale de la interface. En el caso específico de los espejos se puede considerar que $n_2 = -n_1$ por lo cual:

$$P = \frac{-2n}{r} \quad (2.6)$$

Es decir que la potencia dióptrica solo depende del radio de curvatura y del índice de refracción del medio en el cual se encuentra el espejo.

2.1.3 Potencia catóptrica de espejo convexo

La potencia catóptrica [80] o potencia reflectiva es la capacidad de un espejo para hacer divergir a un punto los rayos que incidan paralelos. La distancia focal f de un espejo se define como la mitad de su radio de curvatura:

$$f = -\frac{r}{2} \quad (2.7)$$

y la potencia reflectiva está definida como el recíproco de la distancia focal:

$$P = \frac{1}{f} \quad (2.8)$$

2.1.4. Amplificación lateral en espejos esféricos

Otra propiedad de los espejos esféricos es la amplificación lateral denotada por la letra M que es cuánto más grande (magnificación) o pequeña (demagnificación) es la imagen virtual comparada con el objeto. En la práctica, ésta es una relación simple de la altura imagen y la altura objeto y utilizando geometría de triángulos esta relación puede definirse en términos de la posición de la imagen y posición objeto o bien, en términos de altura objeto y altura imagen, la ecuación para calcularla es la ecuación 2.9. La amplificación lateral será positiva cuando la imagen es derecha y negativa cuando la imagen esté invertida.

$$M = \frac{h_i}{h_o} = \frac{-d_i}{d_o} \quad (2.9)$$

2.1.5 Ecuación aproximada del queratómetro

Uno de los instrumentos utilizados para la evaluación del estado refractivo del ojo humano es el oftalmómetro también llamado queratómetro, el cual es un dispositivo de no contacto diseñado para medir el tamaño de la imagen virtual formada en la córnea humana y a partir de este dato calcular el radio de curvatura en la parte central de la superficie anterior de la córnea. Al método de examinar la córnea de un paciente con un oftalmómetro se le denomina queratometría.

Dentro de las metas principales de este procedimiento están: calcular la potencia refractiva en dioptrías, determinar la locación, magnitud y dirección del astigmatismo ocular, asistir en la prescripción de lentes de contacto y en algunos casos la medición de la curvatura de la zona óptica trasera de lentes de contacto. El queratómetro está restringido a medir únicamente la zona

apical (3-4 mm de diámetro) dependido de la curvatura corneal [81]. Este tipo de dispositivos puede ser dividido en dos principales grupos: los manuales y los automáticos. Dentro del grupo de los manuales se encuentran los siguientes tipos: Bausch & Lomb, Helmholtz-Littman, Javal-Schiotz, Haag-Streit, Chamber-Inskeep. Los automáticos son los optoelectrónicos automatizados y los autoqueratometrómetros [82]. Las mediciones con los oftalmómetros manuales son afectadas por los movimientos nistagmóides del ojo que es la razón por la cual la mayoría utiliza el principio de doblamiento de imagen través de prismas y pueden subdividirse de una o dos posiciones. El de una posición permite la medición de dos meridianos ortogonales sin necesidad de rotar el instrumento, entre tanto que los queratómetros de dos posiciones requieren la rotación de 90° para la medición de cada meridiano por separado, lo que lo hace más sensible a la detección de astigmatismo irregular [83].

Los oftalmómetros aplican la ecuación aproximada del queratómetro, ecuación 2.10 [83]-[88], para estimar el radio de curvatura basado en la formación de imagen virtual en un espejo esférico convexo por óptica paraxial. Esta ecuación asume que la imagen virtual se forma en el plano focal del espejo, pero en realidad la distancia entre el objeto y la posición donde la imagen virtual se localiza, es más corta que la distancia entre el objeto y el plano focal. Por esta razón el radio de curvatura medido tendrá un valor menor al valor real verdadero. El uso de esta consideración ocasiona un error inherente de hasta el 0.35% [91].

$$r = \frac{2h'l}{h} \quad (2.10)$$

donde r es el radio de curvatura de la superficie esférica, h' es la altura imagen, l la distancia del vértice de la superficie al objeto y h la altura del objeto.

2.1.6 Ecuación de Mendoza

La técnica propuesta por Mendoza-Villegas et al. [70] está basada en la formación de imágenes en espejos esféricos como se muestra en la Figura 2.2. La ecuación de Mendoza es una variante de la ecuación del queratómetro en la que se toma en cuenta el hecho de que dicha ecuación no es exacta por asumir que la distancia (l') comprendida entre el vértice de la

superficie reflectora y la imagen virtual es igual a la distancia focal (f) del espejo esférico, lo cual no es cierto porque existe una diferencia entre las distancias.

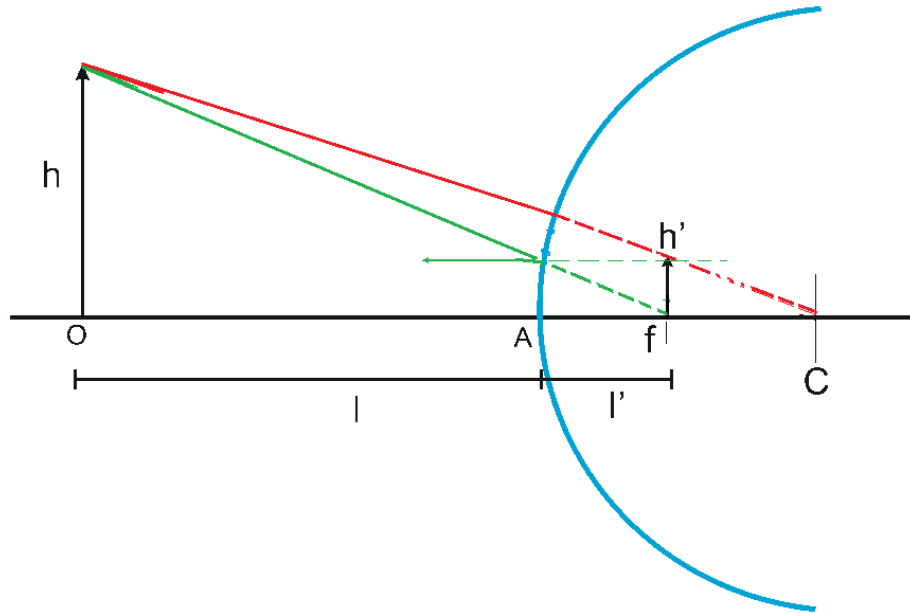


Figura 2.2. Formación de imagen en un espejo esférico con rayo al centro de curvatura y rayo al foco.

La formación de imagen en un espejo esférico establece que la imagen virtual se formará en el foco del mismo. Si se coloca un objeto h a una distancia l del vértice de la superficie se formará una imagen virtual derecha y de menor tamaño a una distancia l' . A través de un análisis paraxial se llega a una expresión conocida como la ecuación aproximada del queratómetro mostrada en la ecuación 2.10.

Sin embargo, esta aproximación no es exacta ya que asume que la imagen virtual se forma en foco. Como se puede observar en la Figura 2.3 existe una diferencia en la localización exacta de la imagen virtual.

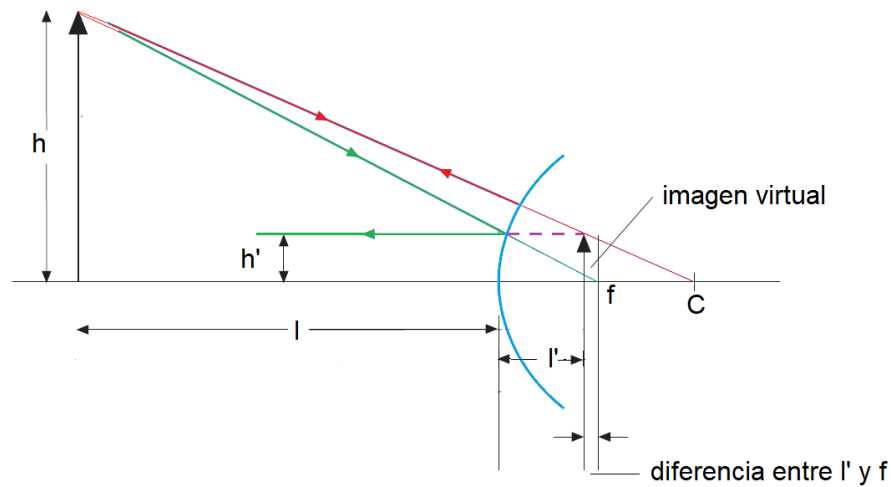


Figura 2.3. Diferencia entre la distancia de la imagen virtual l' y el foco de la superficie.

Debido a que la distancia l' es más pequeña que el foco el valor del radio de curvatura r tomará un valor más pequeño que del que debería ser [92], lo cual puede acarrear errores de hasta 0.03 mm. Por esta razón la ecuación de Mendoza evita la asunción de que la imagen virtual se forma en foco basado en la premisa de que los rayos formadores de imagen en un espejo esférico siguen como camino óptico líneas rectas y utilizando las ecuaciones de las rectas y el punto donde interceptan se obtiene una ecuación exacta.

Como se puede observar en la Figura 2.4 se utilizan dos rayos, uno que van del punto más alto del objeto hacia el foco y otro en dirección al centro de curvatura del espejo, respectivamente.

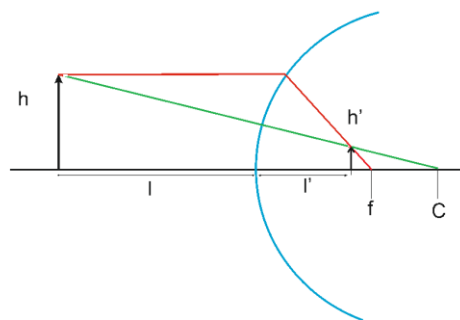


Figura 2.4. Formación de imagen en un espejo esférico con los rayos de van del objeto al centro de curvatura y al foco.

Mediante la premisa de que los rayos de luz que forman la imagen de un objeto en un espejo esférico siguen como trayectoria una línea recta y a partir de un análisis de triángulos semejantes se obtiene la ecuación 2.11 para el radio de curvatura [70]:

$$r = -\frac{2h'l}{h-h'} \quad (2.11)$$

Esta ecuación a su vez está respaldada por la fórmula de Gauss [93]. Comparando la ecuación del queratómetro y la ecuación de Mendoza, ambas difieren en que en el divisor aparece el tamaño de la imagen virtual h' restando al tamaño de la imagen real h , por lo que esa diferencia representa la compensación a la asunción de la ecuación del queratómetro haciendo a la ecuación de Mendoza, una ecuación más exacta.

2.2 Modelo teórico

Como se mencionó anteriormente, en este trabajo de tesis se busca como primera técnica desarrollar la medición del radio de curvatura en una esfera de calibración aplicando la ecuación exacta de Mendoza (ecuación 2.11).

Esta ecuación tiene como variables la altura h del objeto, la altura h' de la imagen y la distancia l del objeto al vértice de la superficie esférica.

Como paso inicial se planteó utilizar un patrón de anillos binarios concéntricos, tipo anillos de Plácido, tal como se muestra en la Figura 2.5, el cual hace las funciones de un objeto real.

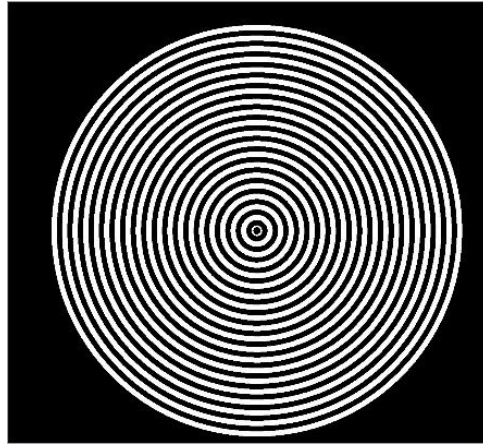


Figura 2.5. Patrón de anillos binarios concéntricos.

Este patrón de anillos colocado a una distancia conocida l del vértice de la esfera de calibración forma una imagen virtual, cada anillo se considera como un objeto de altura conocida h .

La altura h' de la imagen virtual formada en la esfera de calibración se puede calcular fácilmente a través de la distancia euclidiana.

A través de los bordes de todas las circunferencias de un patrón de anillos binarios en la imagen virtual se procede a el cálculo de las alturas h' aplicando el teorema de Pitágoras por medio de la ecuación 2.12 utilizando los bordes y los centroides de la imagen.

$$(x - b)^2 + (y - k)^2 = r^2 \quad (2.12)$$

En la Figura 2.6 el segmento en color verde $(y - k) = h'$ es la altura de la imagen virtual. Conociendo el radio r del círculo, las coordenadas de los bordes en 360° y el centro del círculo (K, B) ; se puede encontrar la altura imagen h' .

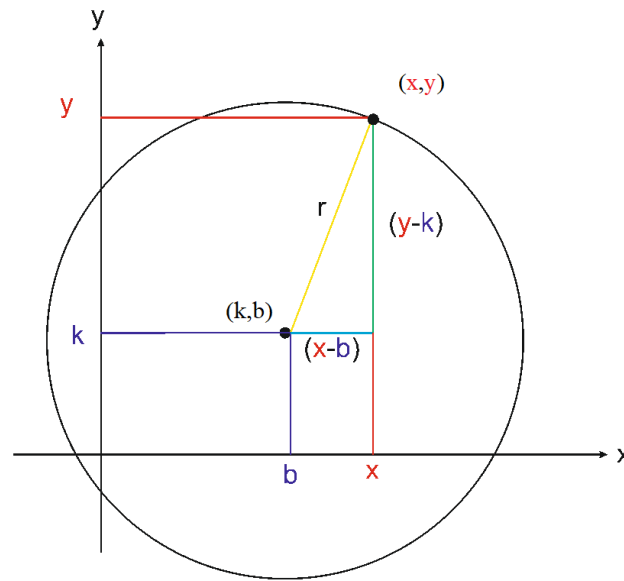


Figura 2.6. Diagrama esquemático para el cálculo de la altura h' por medio del teorema de Pitágoras.

Una vez obtenida la altura se conocen todos los parámetros de la ecuación exacta de Mendoza para el cálculo del radio de curvatura.

2.3 Montaje experimental preliminar con anillos binarios

El método original planteado por Mendoza et al. utiliza diferentes medidas de puntos negros circulares proyectados en un monitor de computadora, sin embargo, es necesario el desplegar 16 tamaños de círculos diferentes con un tiempo de actualización de 8 ms entre cada círculo es decir, un mapeo completo constaba de 128 ms.

Pensando en la aplicación para medir el radio de curvatura en córneas en vivo existen movimientos involuntarios del ojo llamados movimientos nistagmoides los cuales rondan en una velocidad de 45 ms, por lo que cualquier movimiento involuntario de este tipo podría derivar en un muestreo incompleto del área de interés ya que la córnea no estaría en la misma posición durante todo el proceso de medición.

Por esta razón surge la necesidad de llevar a cabo todo el proceso de medición en una sola captura. Para esto se propuso el utilizar un patrón binario de anillos concéntricos en el cual se encuentran los diferentes radios para muestrear el área de interés.

La Figura 2.7a muestra el montaje experimental utilizado, se puede observar en la Figura 2.7b las distancias entre los componentes.

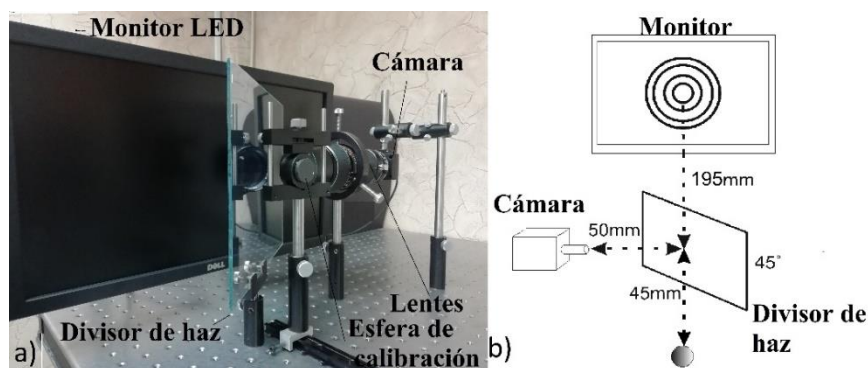


Figura 2.7. a) Montaje experimental armado en el laboratorio, b) esquema con las distancias entre los componentes del sistema de medición.

Para desplegar el patrón de anillo binarios se utilizó un monitor led de la marca Dell® modelo E2016H con un tamaño de pixel de $0.248\mu\text{m} \times 0.248\mu\text{m}$, una resolución nominal de 1440x900 y un tamaño de pantalla de 19.5 pulgadas (las especificaciones técnicas se pueden encontrar en el Anexo A1).

La cámara utilizada fue de la marca Cam Point Grey® modelo Chamelon CMLN-13S2C 1.3 MP CDD sensor Sony 1/3" 1280x960 pixeles efectivos y un tamaño de pixel de $3.75 \times 3.75 \mu\text{m}$ con una interfaz de salida USB (las especificaciones técnicas se pueden encontrar en el anexo A2).

Como lente formadora de imagen se utilizó una lente Computar TEC-M55 f2.8 55 mm y otra lente Hanimar Auto Lens 1:2.8 f=135 mm para lograr una imagen amplificada de la zona de interés a analizar (las especificaciones técnicas completas se encuentran en los Anexos A3 y A4).

Con la finalidad de mantener la ortogonalidad en el sistema se utilizó un divisor de haz de 8x10 pulgadas con una relación de 40R/60T. Este divisor de haz posibilitaría la captura de la imagen sobre la esfera de calibración. La Figura 2.8 muestra una imagen del divisor de haz utilizado.

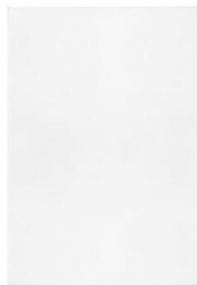


Figura 2.8. Divisor de haz.

Dadas las dimensiones de radio de curvatura anterior de la córnea humana se utilizó una esfera de calibración con un radio de curvatura similar al promedio de la córnea con propiedades de reflexión especular para realizar las pruebas de las técnicas propuestas en la presente tesis. Esta esfera de calibración para topografía corneal de la marca Nidek™ Magellan Mapper (Anexo A5) con un valor de radio de curvatura nominal otorgado por el fabricante de 7.865 mm y 43.91 D de potencia refractora. En la Figura 2.9 se muestra la esfera de calibración y sus características.

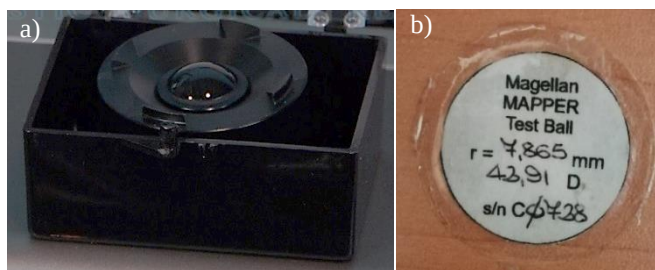


Figura 2.9. (a)Esfera de calibración y (b) sus especificaciones.

La distancia del monitor a la esfera de calibración fue de 190 mm, y la distancia de la cámara al divisor de haz fue de 50 mm, el divisor de haz se orientó a un ángulo de 45° con respecto del monitor, esfera y cámara.

Una vez armado el montaje experimental se prosiguió a realizar la medición siguiendo el diagrama de flujo mostrado en la Figura 2.10.

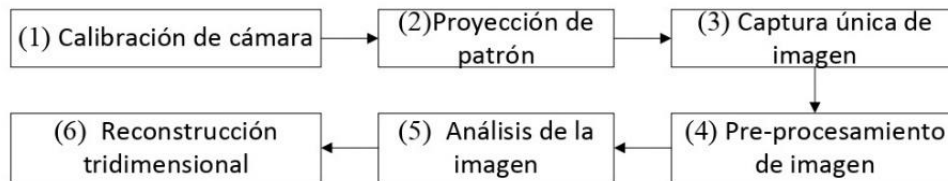


Figura 2.10. Secuencia de desarrollo para la medición.

2.3.1 Calibración

Por definición, la calibración por software de un sistema de visión ocurre cuando previamente se adquiere una imagen digital de un objeto conocido y la imagen adquirida del objeto a analizar son utilizadas para procesar las imágenes subsecuentemente adquiridas [94]. El software utilizado para llevar a cabo la calibración fue NI Vision Assistant TM. Se utilizó una cuadrícula de calibración formada puntos negros equidistantes con una separación de 10 mm entre sus centros en las direcciones (x,y). Para que la malla de calibración cubriera toda el área de interés se escaló la malla original hasta obtener una distancia entre centros de puntos de 2.75 mm. Se aplicó un modelo polinomial de corrección de distorsión utilizando múltiples coeficientes para obtener la corrección más exacta. La imagen de la malla de calibración capturada se muestra en la Figura 2.11.

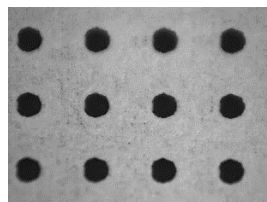


Figura 2.11. Imagen de calibración.

2.3.2 Proyección del patrón de anillos

El patrón de anillos binarios concéntricos se proyectó en el monitor anteriormente mencionado tal y como se puede observar en la Figura 2.12.

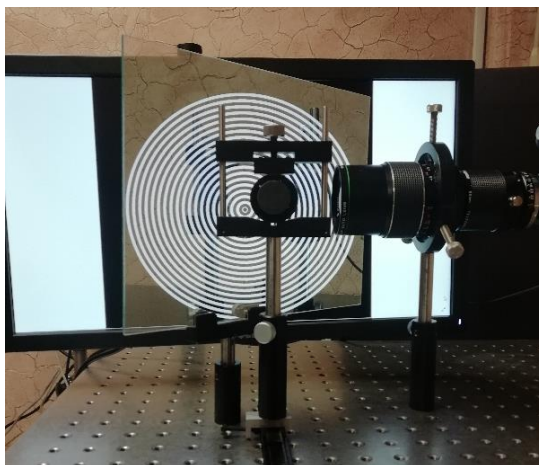


Figura 2.12. Proyección del patrón mediante el monitor led.

El anillo interior más cercano al centro tiene un radio de 2.57 mm mientras que para el exterior es de 152 mm. El radio de los dos primeros anillos consta de 10 y 15 pixeles respectivamente, después se fue incrementando el radio de cada anillo en 15 pixeles. En total se proyectaron 42 anillos espaciados por 15 pixeles entre cada uno, exceptuando los dos primeros con una separación de 5 pixeles. Se alternaron los colores en blanco y negro para su fácil identificación y posterior procesamiento. El patrón binario de anillos concéntricos se diseñó con un programa de LabVIEW® utilizando la función *Draw Circle by Radius*, el cual genera un círculo basado en un radio y un punto central especificado. Como entradas a esta función es el radio que se desea, el centro de pixel, llenar el círculo y el color del círculo, entre otros. En la Figura 2.13 se muestra el icono de la función.

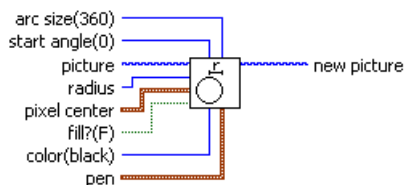


Figura 2.13. Icono dibujar círculo por radio.

Como centro del círculo se eligió la coordenada central de un área de 1260 x 1380 pixeles es decir el pixel central se ubicó en la coordenada (630, 690 pixel).

2.3.3 Captura de Imagen

La captura del patrón iluminado se realizó bajo un ambiente oscuro (iluminación del laboratorio apagada) con la finalidad de eliminar reflexiones parásitas debido a las monturas metálicas y/o a la mesa óptica. Fue mediante una captura única. Es importante mencionar que de los 42 anillos proyectados solo son de interés aquellos que formaron una imagen virtual dentro de los primeros 3 mm de diámetro de la esfera. Siguiendo la ecuación de espejos esféricos [95] y la altura objeto del decimocuarto anillo brillante de 96.72 mm:

$$\frac{n'}{h'} = \frac{n}{h} + \phi \quad (2.13)$$

donde ($n' = -n$) es el índice de refracción negativo que existe enfrente del espejo y ϕ la potencia óptica del espejo ($\phi = -\frac{2n}{r}$). Aplicando la ecuación 2.14 se obtiene una distancia de la imagen virtual desde el vértice de la esfera de -3.8691 mm:

$$\begin{aligned} \frac{n'}{l'} &= \frac{n}{l} + \frac{n' - n}{r} \\ &= \frac{n}{l} - \frac{1}{f} = \frac{1}{-240} + \frac{-1 - 1}{7.865} \\ &= \frac{-1}{240} - \frac{1}{3.9325} = -0.2584 \\ \frac{1}{l'} &= -0.2654 \Rightarrow l' = -3.8691 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Después para obtener la altura de la imagen virtual se aplica la ecuación de la amplificación lateral, ecuación 2.15:

$$\begin{aligned} m &= \frac{h'}{h} = \frac{-l'}{l} \\ h' &= \frac{-l'h}{l} \\ h' &= \frac{-(-3.8691)(96.72)}{240} = 1.559 \text{ mm} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Con estos cálculos solo 26 anillos quedaron dentro del área de interés. En la Figura 2.14 se muestra la imagen de la captura de la imagen virtual en la esfera de calibración.

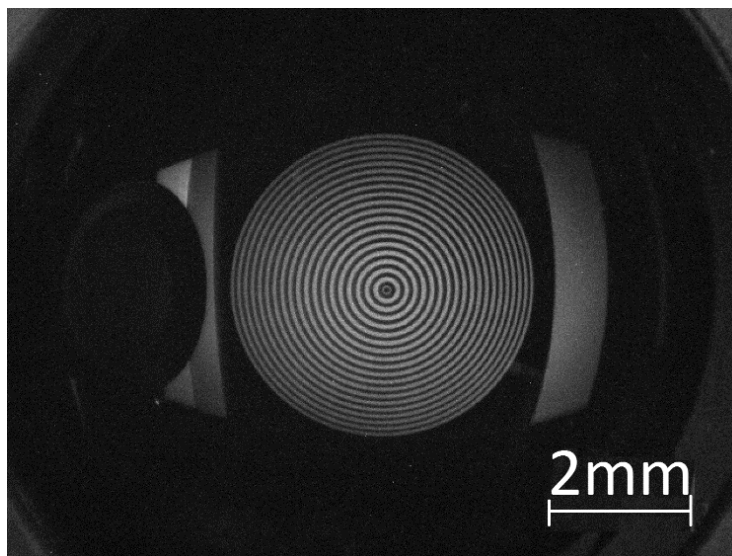


Figura 2.14. Imagen virtual del patrón proyectado sobre la esfera de calibración.

2.3.4 Preprocesamiento de la imagen

En esta etapa primeramente la imagen se sometió a una extracción del plano de luminiscencia para obtener una imagen a escala de grises. Posteriormente se aplicó un filtro Gaussiano de suavizado para eliminar ruido espurio que pudiera afectar la circunferencia de los anillos concéntricos. Después se eligió el algoritmo de binarización Ni-black para obtener una imagen binaria. Una vez con la imagen binarizada se aplicaron regiones de interés para aislar a cada uno de los anillos y realizar el análisis individualmente a cada anillo. Después se aplicaron una serie de funciones morfológicas. Los huecos en los anillos fueron llenados con valor de pixel de 1 mediante la función Fill Hole, luego le sigue la función de Reject Borders para eliminar partículas que tocan el borde de la circunferencia y finalmente se aplica la función Imaq remove particle la cual detecta todas las partículas que son resistentes a un cierto número de erosiones especificadas por el usuario es decir, actúa como un filtro pasa bajas o pasa alta cuando se sospecha que la información de esas partículas está incompleta. Al final del procesamiento se obtienen 26 imágenes binarias de los círculos. En la Figura 2.15a se puede observar la imagen binarizada de todos los anillos y la aplicación de la región de interés anular para aislar uno de los anillos mientras que en la Figura 2.15b se muestra la imagen final del anillo aislado después del preprocesamiento.

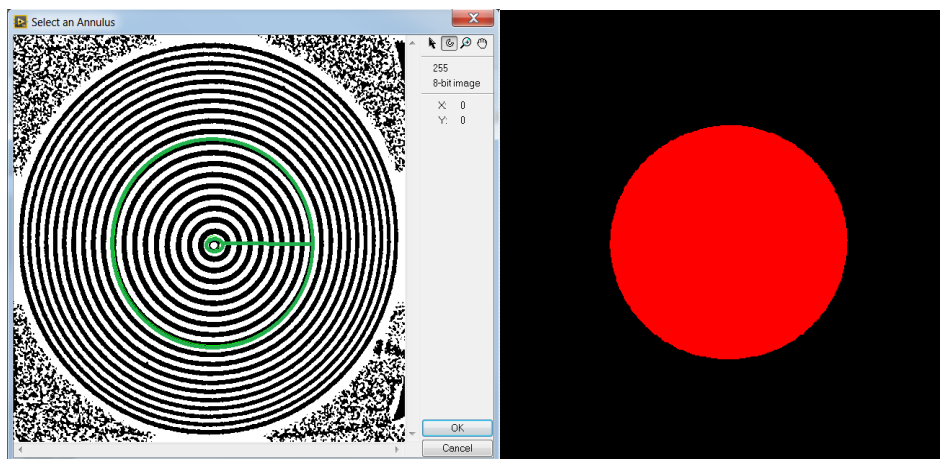


Figura 2. 15. a) Selección de la región de interés anular de la imagen binarizada, b) imagen binaria del anillo concéntrico seleccionado después del preprocesamiento.

2.3.5 Análisis de la imagen

El primer paso del análisis de la imagen es que a las imágenes resultantes del preprocesamiento entran a un algoritmo de análisis de partículas el cual devuelve el número de partículas detectadas en la imagen y las características que se soliciten a la entrada del sub instrumento, y en este caso se solicitó el centro de masa. Una vez obtenido este dato las imágenes son analizadas mediante el algoritmo Find Circular Edge el cual localiza los bordes circulares en un área especificada de búsqueda. Los puntos de intersección se determinan de acuerdo a su contraste y pendiente. Los valores de entrada a este algoritmo son: el umbral de contraste, los centroides del círculo (obtenidos del algoritmo anterior), radio interior y exterior, ángulo de inicio y de terminación. Este algoritmo arroja como valores de salida un arreglo con las coordenadas (x,y) en cada uno de los 360° del borde de la circunferencia. En la Figura 2.16 se muestra el icono del sub-instrumento utilizado para la localización de bordes.

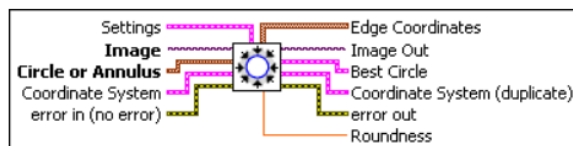


Figura 2.16. Icono de sub-instrumento para la localización de bordes en la imagen virtual.

Finalmente y debido a que los profesionales como los optometristas están más relacionados con el uso de dioptrías queratométricas (D) en vez de radio de curvatura, se obtienen mapas dióptricos aplicando la ecuación 2.16 conocida como la ecuación de potencia dióptrica, asumiendo un índice de refracción $n_2 = 1.3375$ tal y como lo indica la literatura [96], $n_1 = 1$ que es el índice de refracción del aire.

$$P = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad 2.16$$

2.4 Resultados de la ecuación de Mendoza con el primer montaje experimental

La matriz (x,y,z) en la cual las coordenadas (x,y) representaban la ubicación en el plano de un punto de la altura imagen en la esfera y la coordenada (z) el radio de curvatura, fueron representadas mediante una gráfica de superficie en tres dimensiones. En la Figura 2.17 se muestra la superficie de la esfera obtenida aplicando la ecuación exacta del método de Mendoza.

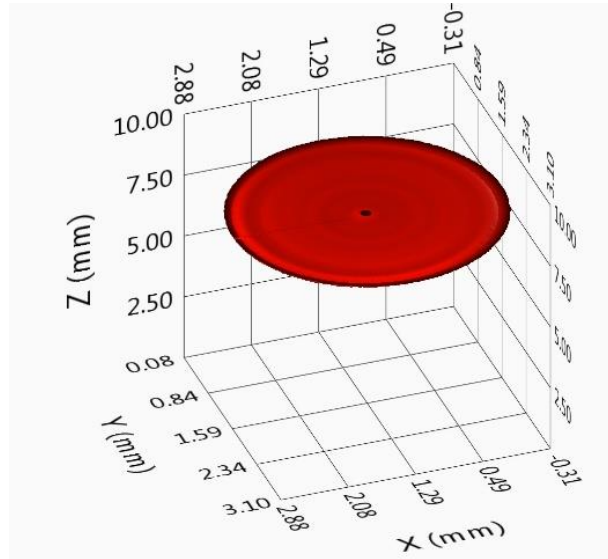


Figura 2.17. Superficie de la esfera de prueba obtenida con la ecuación exacta del método Mendoza.

Aplicando la ecuación 3.6 se obtiene el mapa en dioptrías mostrado en la Figura 2.18.

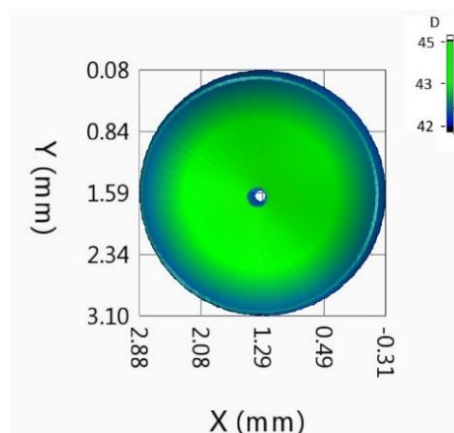


Figura 2.18. Mapa dióptrico de la esfera de calibración.

Además de realizar el análisis con el método de Mendoza también se realizaron los cálculos aplicando la ecuación aproximada del queratómetro. Con la finalidad de evitar un enmascaramiento intrínseco al error promedio, se agregó el error RMS. Los resultados se encuentran resumidos en la Tabla 2.1 que corresponden a la medición de 26 anillos de una sola captura de la imagen.

Tabla 2.1. Cálculo del radio de curvatura.

Análisis	Ecuación Exacta			Ecuación Aproximada		
	r (mm)	Error (mm)	Potencia (D)	r (mm)	Error (mm)	Potencia (D)
Promedio	7.847	0.018	43.01	7.7412	0.124	43.59
RMS	7.842	0.023	43.03	7.4115	0.123	43.62

Los resultados preliminares obtenidos indican que el utilizar la ecuación aproximada otorga un valor de radio de curvatura menor pudiendo alcanzar errores de hasta el 1.56%. Por otra parte, los resultados utilizando la ecuación exacta arrojaron un error RMS de 0.023 mm, es decir, un error del 0.292 %. El valor obtenido con el método propuesto cumple con la norma internacional ISO 10343:2014 la cual establece una exactitud para la medición del radio de curvatura de ± 0.050 mm con queratómetros. Como resultado preliminar muestra una ventaja de esta propuesta sobre los demás queratómetros manuales y/o automáticos que tienen que

compensar el error. Un error del 1.5% en aplicaciones de optometría pueden derivar en una inadecuada prescripción ya sea de lentes oftálmicas o de contacto, lo que puede llegar a ocasionar malestar en el usuario o complicaciones por el uso de lentes de contacto con una curvatura errónea.

2.5 Limitantes en la técnica implementada con anillos binarios

En la metodología descrita anteriormente existen algunas limitaciones generadas por problemas inherentes a las herramientas computacionales utilizadas, las cuales se enumeran a continuación:

- i. Con la finalidad de eliminar ruido espurio generado en la imagen y poder eliminar partículas pequeñas que pudieran causar deformaciones en los círculos concéntricos, se aplicó un filtro alisador el cual reemplaza el valor de cada pixel en la imagen por el promedio en escala de grises de un grupo de pixeles definido por una máscara de filtrado [97]. Sin embargo este tipo de filtro clásico causa un adelgazamiento o desenfoque en bordes y atenuación de detalles [98]. Lo que afecta directamente a los bordes de los anillos concéntricos y por lo tanto al tamaño de los mismos.
- ii. El algoritmo de binarización utilizado (Niblack) [99] realiza una categorización de pixeles la cual afecta significativamente el tamaño de la región de interés, esto debido a que se trata de una imagen a escala de grises discreta que al binarizarla se trunca una región a valor de brillante, cuando no se sabe si pertenecía a la parte oscura y viceversa; lo que afecta el tamaño real de los círculos. El proceso de binarización es indispensable ya que el algoritmo de localización de bordes acepta como entrada únicamente imágenes binarias.
- iii. Debido a que las lentes formadoras de imágenes utilizadas fue necesario recurrir a una calibración, sin embargo, las aberraciones presentes en las lentes no son completamente eliminadas y afectan la exactitud de la medición.
- iv. La medición de la distancia entre componentes se realizó con un flexómetro el cual tiene una incertidumbre alrededor de ± 1 mm por lo que afecta directamente la medición del radio de curvatura al quedar fuera del límite permitido por las normas internacionales, propagándose un error más allá del permitido.

- v. Debido a la aberración esférica inherente en la esfera, los anillos concéntricos en la periferia se verán afectados por esta aberración y no es exacto medir los diámetros de los círculos concéntricos.
- vi. La captura de un patrón digital con una cámara digital discreta puede introducir efectos del fenómeno conocido como moiré.

Debido a estas limitantes en el sistema propuesto, se consideró abordar el problema con otro enfoque similar al utilizado en perfilometría por proyección de franjas con un patrón de una manera continua, es decir, no dependerá de un arreglo de píxeles discretos, pero respetando el análisis desde la perspectiva de la óptica geométrica a fin de preservar la simplicidad del sistema.

2.6 Montaje experimental con anillos sinusoidales

El segundo montaje experimental es parecido al montaje experimental anterior con dos cambios fundamentales con respecto a los componentes utilizados en el primer montaje.

El primero de ellos es el cambio del patrón binario desplegado en el monitor, el cual se sustituyó por el uso de un patrón cosenoidal grabado en una película fotográfica e iluminado con un panel LED de la marca LOVI con 9 watts de potencia, una temperatura de color 6500 K y un flujo luminoso de 480 lm, las especificaciones técnicas se encuentran en el Anexo A7. Las dimensiones del panel son de 120 x 120 cm², con un área de iluminación efectiva de 10 x 10 cm² y cuenta con una doble capa de difusores. La Figura 2.19 muestra una imagen del dispositivo.



Figura 2.19. Panel LED de 9 Watts de potencia.

El segundo cambio es en la lente formadora de imagen debido a que como se mencionó antes, las lentes anteriores se debían calibrar para poder minimizar los efectos de distorsión de las mismas, sin embargo, dicha calibración no elimina por completo las aberraciones. Por esta razón en este nuevo montaje se utilizó una lente telecéntrica de la marca Edmund Optics modelo TechSpec® #62-932, la cual tiene una distancia de trabajo de 173 mm y una amplificación primaria de 0.5x, las especificaciones técnicas completas de esta lente se encuentran en el Anexo A6. La Figura 2.20 muestra esta lente.



Figura 2.20. Lente telecéntrica.

La Figura 2.21 muestra un diagrama esquemático del montaje experimental modificado.

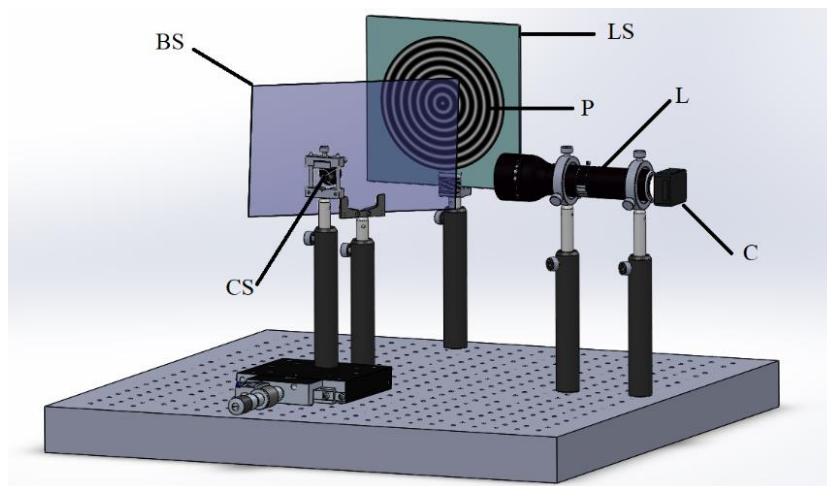


Figura 2.21. Diagrama esquemático del montaje experimental modificado.

Los elementos son los siguientes: CS (esfera de calibración), L (lente telecéntrica), C (cámara CCD), P (patrón grabado en película fotográfica), BS (divisor de haz) y LS (fuente de iluminación).

La Figura 2.22 muestra el arreglo experimental montado en el laboratorio.

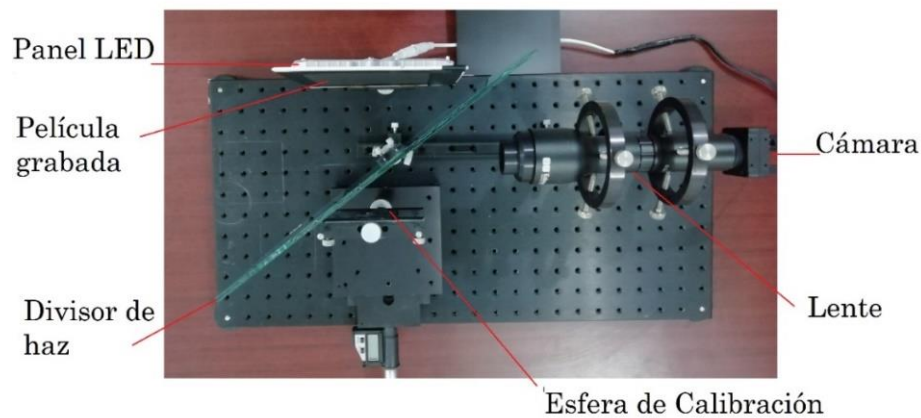


Figura 2.22. Montaje experimental en el laboratorio.

Además del montaje experimental para la captura de la imagen virtual fue necesario implementar un segundo montaje para la captura del patrón objeto y su posterior caracterización.

En dicho montaje se utilizó la misma cámara, pero con una lente diferente. La lente utilizada fue una lente doble Gauss Edmund Optics con una distancia focal de 18 mm. La Figura 2.23 muestra la captura de la imagen objeto.



Figura 2.23. Captura de imagen objeto.

La distancia de trabajo utilizada entre la lente y el patrón objeto fue de 482.6 mm, como se muestra en la Figura 2.24.

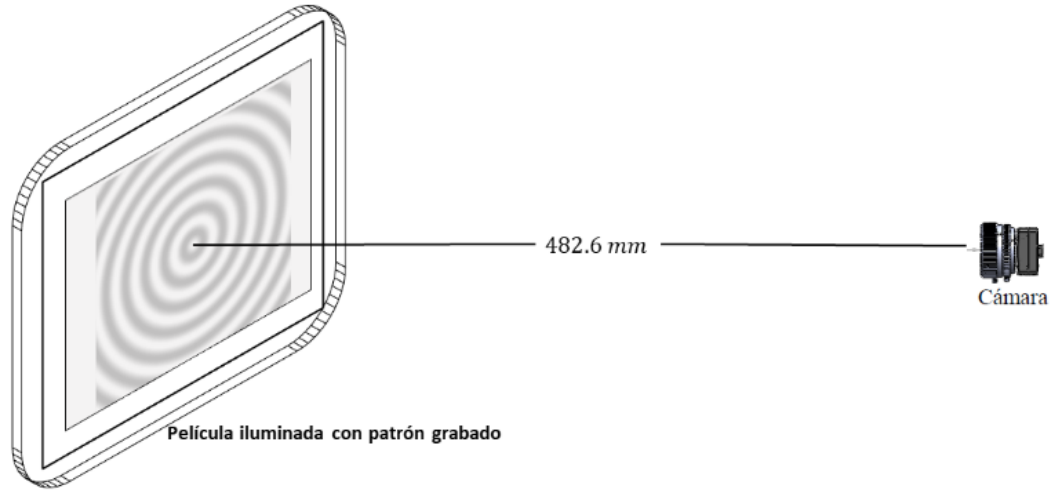


Figura 2.24. Distancia de trabajo.

2.6.1 Análisis de la imagen

El segundo patrón consistió en un patrón de franjas circulares cosenoidales generado mediante un programa de computadora en Matlab® elaborado por el M.C. Edgar Zendejas y puede consultarse en el Apéndice AA. La idea para utilizar este patrón es evitar el tener que realizar la binarización y alterar el tamaño de los círculos. Al tratarse de un coseno este tendrá máximos y mínimos en cada periodo del patrón. Con la finalidad de obtener un muestreo de la superficie lo suficientemente eficaz se decidió proyectar 7 periodos dando un total de 14 puntos entre máximos y mínimos. Se decidió este número que tiene 10 anillos menos que los equipos comerciales basados en anillos de Plácido que miden un área dos veces más grande. El patrón se generó mediante la ecuación 2.17 y se muestra en la Figura 2.25.

$$f(x^p, y^p) = a^p + b^p \cos(2\pi \cdot r(x^p, y^p)/R) \quad (2.17)$$

donde a^p , b^p denotan el valor medio y la modulación de las franjas respectivamente, R es el periodo de las franjas en píxeles, (x^p, y^p) son las coordenadas en el plano del monitor, y

$$r(x_p, y_p) = \sqrt{(x^p - x^{p0})^2 + (y^p - y^{p0})^2} \quad (2.18)$$

donde $(x^p - y^p)$ denota la fase cero en pixeles que es el centro geométrico de la imagen.

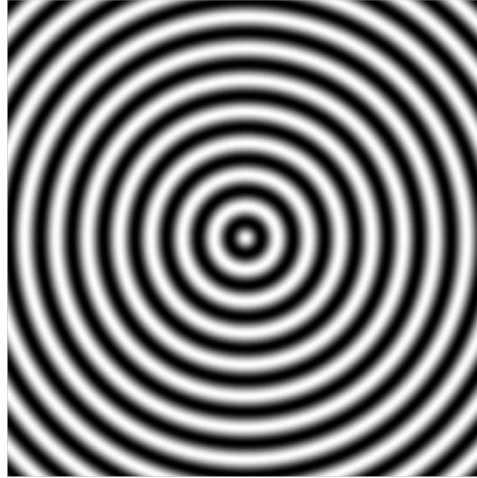


Figura 2.25. Patrón cosenoidal generado digitalmente.

2.6.2 Proceso de fotolitografía de patrón cosenoidal

Con la finalidad de generar un patrón de anillos cosenoidales que fuese totalmente análogo y continuo, es decir no discreto, se procedió a realizar el grabado del mismo en película fotográfica en blanco y negro. El proceso que se utilizó para el grabado se conoce como fotolitografía óptica que es la tecnología para reproducir patrones utilizando luz [100]. Para llevar a cabo este proceso en la película se utilizó una cámara de gran formato marca Linhoff Technika 4x5" con una lente Press Xenar 4.7/127 Schneider Kreuznach, la cual formó la imagen de la película escalada al tamaño del formato de la misma, para lo cual se colocó a una cierta distancia determinada enfrente del monitor. Como se muestra en la Figura 2.26.



Figura 2.26. Montaje para grabado de película.

Tomando en cuenta las propiedades de la película se ajustó la intensidad de la pantalla a la ideal para obtener una transmitancia óptima de la película además de controlar la apertura numérica de la cámara y el tiempo de exposición. Con lo anterior, se lograba una adecuada formación de imagen con muy poca pérdida de información. Después se prosiguió al revelado de la película.

2.6.3 Patrón de anillos sinusoidales

Debido a que este patrón es una variación de intensidades en escala de grises, se utilizó la película Kodak Tri-X Pan EMUL 6121 de 4x5 pulgadas² [101] el cual tiene una especificación de definición de sensibilidad de medio grabador ISO 320/26 [102] que equivale aproximadamente a un tamaño de grano de 1 a 2 μm [103] y una resolución de 100 líneas por milímetro. Gracias a su tamaño de grano tan fino permite la reproducción de imágenes de alta calidad en escala de grises. Para el despliegue del patrón se utilizó una pantalla de televisión LCD marca LG® modelo MD2362D con una resolución nativa de 1920 x 1080 pixeles y tamaño de pixel cuadrado 0.265 mm (H) x 0.265 (V) mm, cuyas especificaciones técnicas se pueden consultar en el Anexo A3.

2.6.4 Análisis de la captura de intensidad en la esfera de calibración

El análisis de la intensidad capturada por la cámara CCD de la imagen virtual formada en la esfera de calibración está dada por la Figura 3.21 y se puede dividir en tres pasos:

- (1) **Proyección de franjas:** por medio del panel LED de iluminación se generará una intensidad de fondo denotada por la letra β_1 , a su vez esta intensidad proveniente del panel LED se atenuará con la transmitancia de la película γ en la cual está grabado el patrón de franjas circular: $\cos(2\pi \cdot \frac{r(x^p, y^p)}{R})$ con una intensidad I^p inicial, y valor medio de 128 y amplitud de 128.
- (2) **Reflexión de las franjas:** está dada por la reflectancia de la esfera de calibración α_1 .
- (3) **Adquisición de franjas:** punto a punto por el sensor CCD a través de la lente y se denota por la ecuación 2.19. Esta es una descripción general y no toma en cuenta las pérdidas de intensidad debido a la transmitancia y reflectancia del divisor de haz.

$$I(x, y) = \alpha(x, y) \left\{ a^p + b^p \cos(2\pi \cdot \frac{r(x^p, y^p)}{R}) + \beta_1 \gamma \right\} \quad (2.19)$$

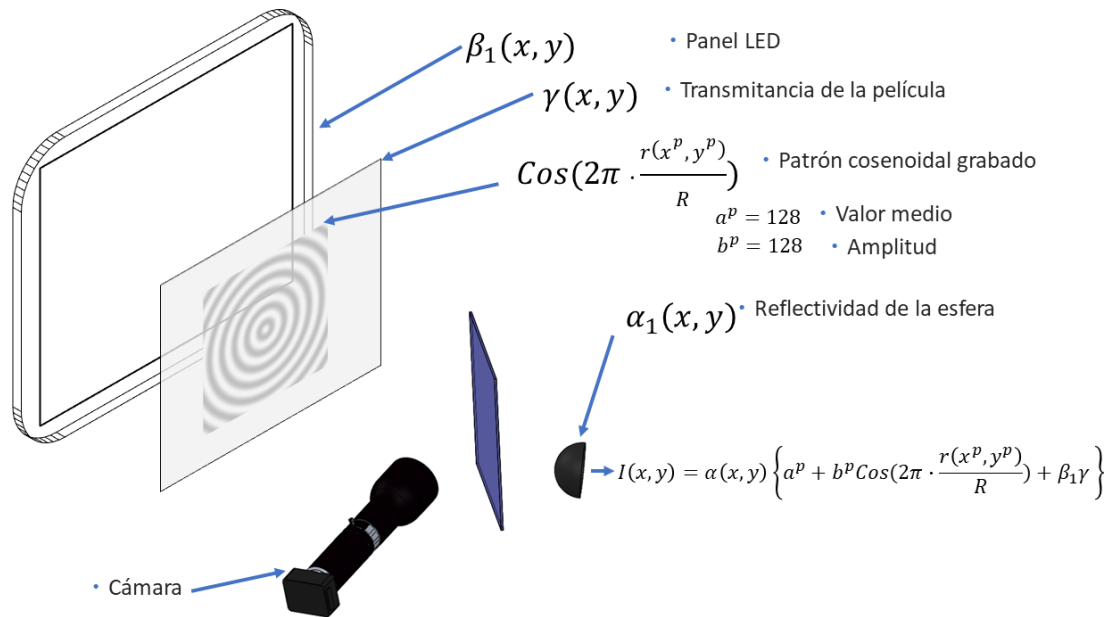


Figura 2.27. Esquema de la intensidad del patrón de franjas con los elementos del sistema.

2.6.5. Aplicación del teorema de Pitágoras en anillos sinusoidales

La manera en que se obtuvieron las alturas objeto e imagen en la prueba de anillos sinusoidales fue muy similar a la anterior aplicando el teorema de Pitágoras, solo que en vez de

obtener las coordenadas (x,y) por medio del algoritmo de detección de bordes, se extrajeron los máximos y mínimos de las señales obtenidas por medio de un perfil de línea radial. En la Figura 2.28 se muestra un esquema de cómo se obtuvieron las alturas imagen y las alturas objetos por medio del teorema de Pitágoras.

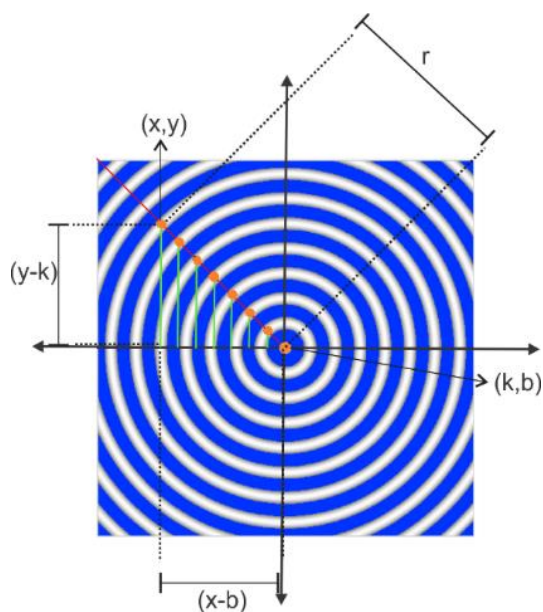


Figura 2.28. Esquema de las coordenadas utilizadas para el cálculo de la altura objeto e imagen.

Los puntos en color naranja representan los máximos de la señal cosenoidal de los cuales se extraen las coordenadas (x,y) . Con estas coordenadas y conociendo la coordenada del centro de la imagen (k,b) se calculan las alturas objeto e imagen virtual o los radios del patrón en los diferentes máximos y mínimos.

2.7. Resultados con la ecuación de Mendoza por anillos sinusoidales

Como primer resultado del montaje experimental fue la imagen capturada del patrón objeto la cual se muestra en la Figura 2.29. La imagen se presenta en formato de escala de grises para un valor de pixel de 8 bits. Con esta imagen se procedió a realizar el cálculo de la altura objeto mediante el teorema de Pitágoras explicado en la sección 2.6.5.

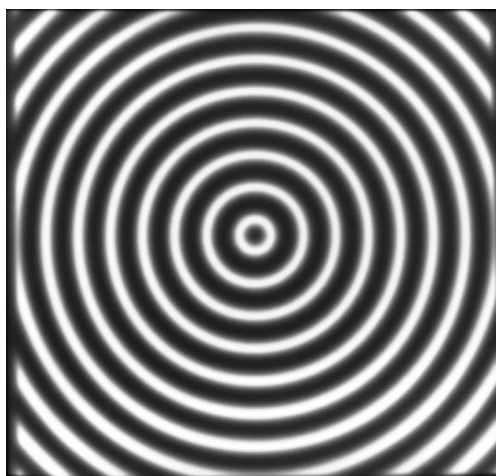


Figura. 2.29. Patrón de franjas circular retroiluminado.

En la Figura 2.30 se muestra la imagen en una gráfica de intensidad en el panel frontal de LabVIEW del software desarrollado que realizaba el barrido de perfil de línea radial para extraer la señales en los meridianos de interés. La línea en color rojo representa la orientación y longitud del perfil de línea extraído en la imagen, esta línea se desplazaba radialmente a través de los 360° del patrón quedando definido por el usuario el ángulo de interés a donde quería realizar el análisis. El perfil de línea se realizó implementado un algoritmo basado en el método de Bresenham [104] para el trazado de líneas en dispositivos gráficos y cuya calidad más apreciada es que solo realiza cálculos con valores de pixeles enteros. Al trazar una línea recta en un plano no hay problemas a la hora de fijar dos puntos y seguir una línea recta, sin embargo, cuando se opera sobre un sistema mapeado como es el caso de los arreglos de pixeles en un sensor CCD en filas y columnas, ya que en las líneas trazadas no horizontales ni verticales siempre cortará los pixeles por donde pase, dividiéndolo en dos áreas de diferente tamaño. El principio de funcionamiento de un algoritmo de este tipo consiste en que una vez conocida la distancia que la línea va a recorrer en cada eje, es decir, la distancia que separa a los límites de la línea recta, se comparan entre sí y el eje en el que se recorra más distancia avanzará siempre una unidad en cambio para el otro eje, en ocasiones será un avance de una unidad cuando recorra un tramo inclinado y cuando recorra un tramo recto el avance será cero.

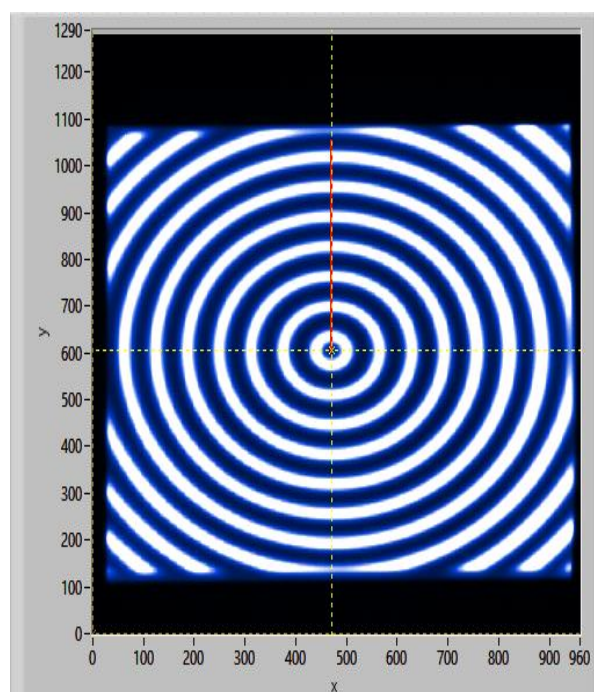


Figura 2.30. Imagen de intensidad con sección de perfil de línea orientada al meridiano secundario.

En la Figura 2.31 se muestra la señal extraída correspondiente a medio meridiano secundario.

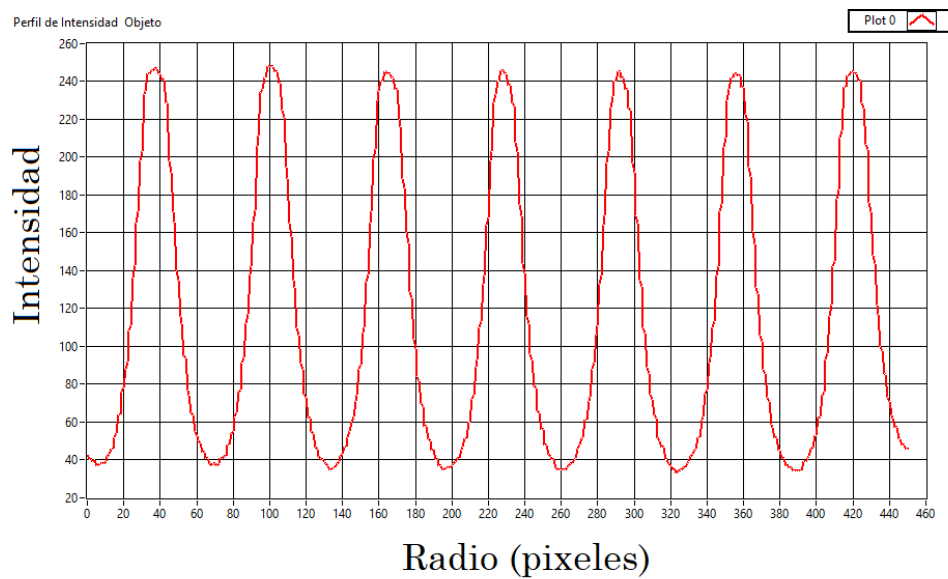


Figura 2.31. Señal correspondiente al medio meridiano secundario del patrón objeto.

En la Figura 2.32 se muestra la imagen virtual del patrón formada en la esfera de calibración, al igual que la imagen de patrón objeto se muestra en escala de grises con una profundidad de pixel de 8 bits.

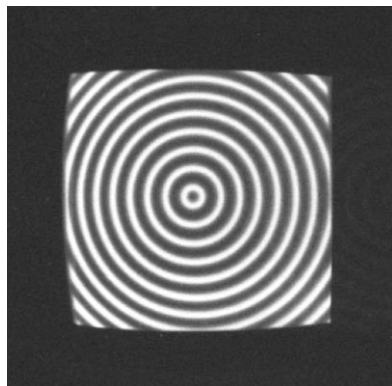


Figura 2.32. Imagen virtual de patrón formado en la esfera de calibración.

En la Figura 2.33 se muestra la señal obtenida de la extracción del perfil de línea del medio meridiano secundario.

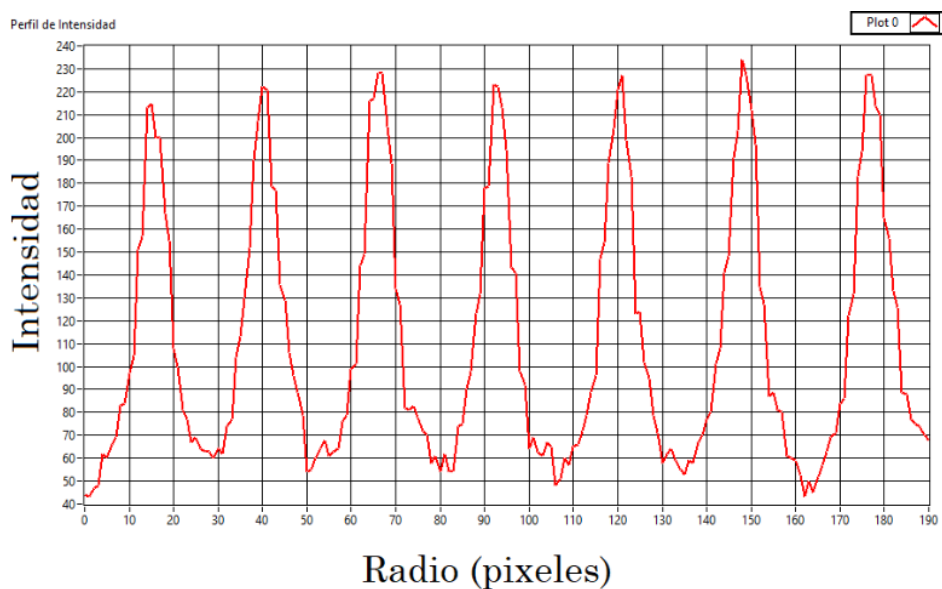


Figura 2.33. Señal de la imagen virtual correspondiente a medio meridiano secundario.

Como se puede observar en la gráfica de la señal ésta contiene ruido sobre todo en los valles que se localizan en las intensidades oscuras. Este ruido puede asociarse tanto a la cámara como a el uso del divisor de haz. La presencia de este ruido en la señal es perjudicial para el algoritmo

de detección de máximos y mínimos ya que puede mover la localización de un mínimo o un máximo a una posición que no sea la mínima y de esa manera restarle exactitud al sistema de medición propuesto. Para evitar el desplazamiento en la posición de los mínimos fue necesaria la implementación de un filtro alisador. Los filtros alisadores sirven entre otras cosas para eliminar el ruido generado en las imágenes. El tipo de ruido que presentan las señales obtenidas del sistema de medición propuesto consiste en pequeñas transiciones bruscas en niveles de grises, es por eso que al efectuar un promedio se eliminan dichas transiciones. En este tipo de filtro los pixeles son multiplicados por distintos coeficientes dando más importancia a algunos pixeles ya que se multiplica por el coeficiente más alto. El pixel del centro es el que tiene más importancia ya que se multiplica por el coeficiente más alto. Los resultados obtenidos después del filtro no afectan la posición de la señal en el espacio, ya que al realizar el promedio no se alteran las posiciones de los pixeles sino solo se reemplaza el valor de cada pixel. El filtro aplicado fue un alisador Gaussiano con un tamaño de Kernel de 3x3. En la Figura 2.34 se muestra la gráfica de la señal después de aplicar el filtrado.

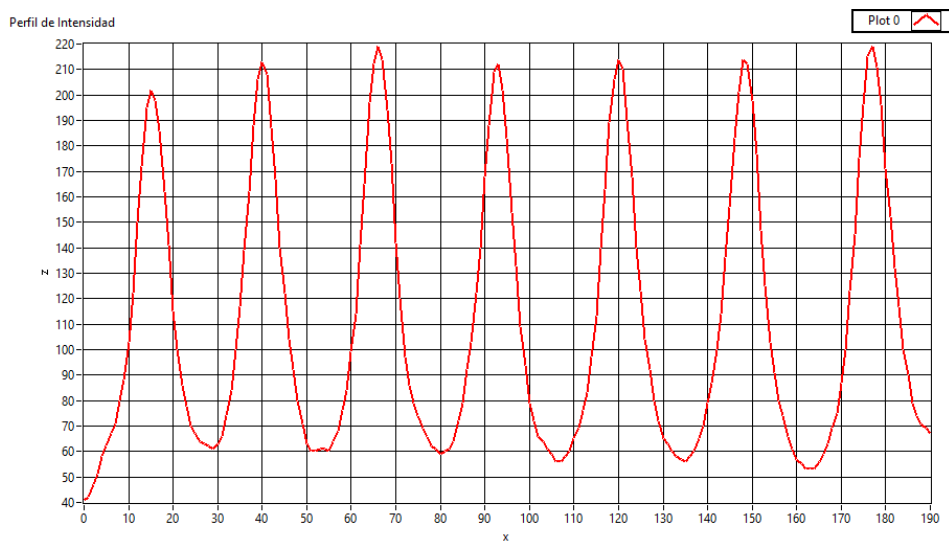


Figura 2.34. Señal de imagen virtual correspondiente a medio meridiano filtrada.

2.7.1 Aplicación del algoritmo de detección de extremos basado en persistencia

Después de haber extraído las señales de interés de los meridianos principales fue necesario aplicar un algoritmo para encontrar extremos locales y su persistencia en arreglos de señales

unidimensionales, los cuales son emparejados y almacenados de acuerdo a su persistencia, dando como resultado los índices de los máximos y mínimos encontrados de acuerdo a un valor de umbral de persistencia previamente definido por el usuario. Es importante mencionar que este algoritmo es de dominio público [105]. En las Figuras 2.35 y 2.36 se muestran las gráficas con los máximos y mínimos encontrados en cada una de las señales objeto e imagen virtual. A partir del índice de cada máximo y mínimo se buscaron las coordenadas de los píxeles (x,y) en la imagen que correspondían al índice encontrado para de esta manera contar con las coordenadas que ubicaban en el espacio de la imagen a cada máximo y mínimo y aplicar el teorema de Pitágoras. El umbral de persistencia utilizado en el algoritmo fue de 20, con el cual todos los 13 mínimos y máximos de cada señal fueron encontrados de manera eficiente.

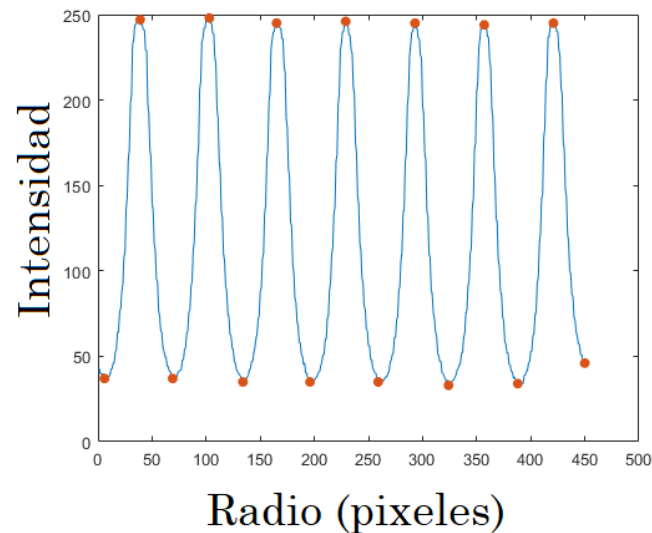


Figura 2.35. Máximos y mínimos encontrados en la señal objeto marcados con puntos rojos para medio meridiano secundario.

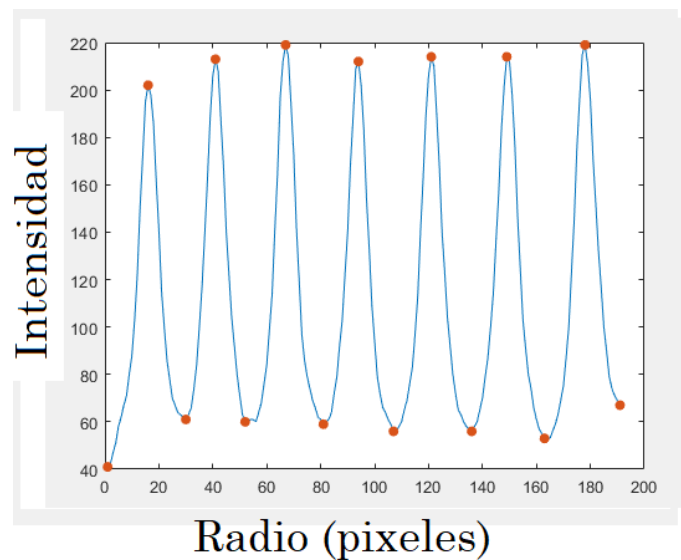


Figura 2.36. Máximos y mínimos encontrados marcados con puntos rojos para medio meridiano secundario.

2.7.2 Ajuste lineal por mínimos cuadrados realizado a las mediciones

Las mediciones arrojadas por el sistema carecían de la exactitud especificada por la norma internacional ISO 10343 que regula los queratómetros y establece una exactitud de ± 50 micrómetros. Por esta razón fue necesaria la aplicación de un ajuste lineal por mínimos cuadrados que permitiera compensar las mediciones realizadas y así cumplir con la norma especificada. En las Figuras 2.37 a la 2.40 se muestran los datos crudos obtenidos, su ajuste y el ajuste ideal.

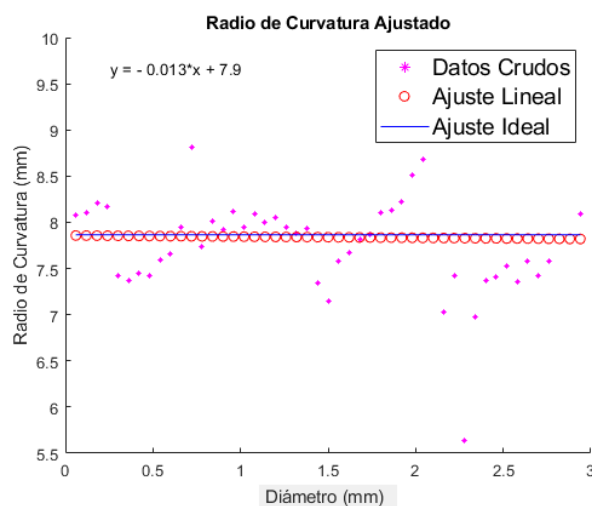


Figura 2.37. Ajuste lineal por mínimos cuadrados, a los datos obtenidos del meridiano primario.

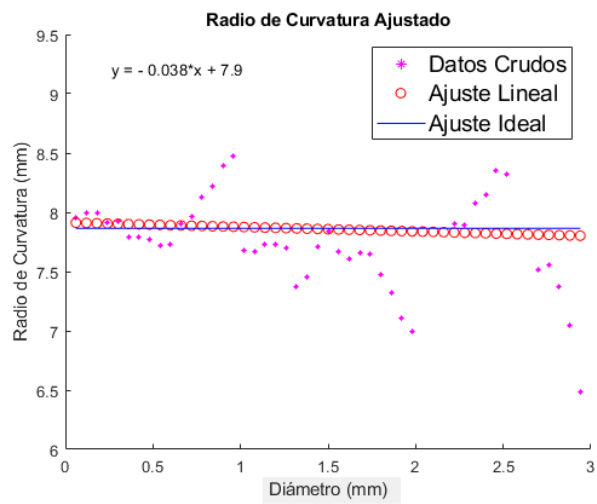


Figura 2.38. Ajuste lineal por mínimos cuadrados, a los datos obtenidos del meridiano secundario.

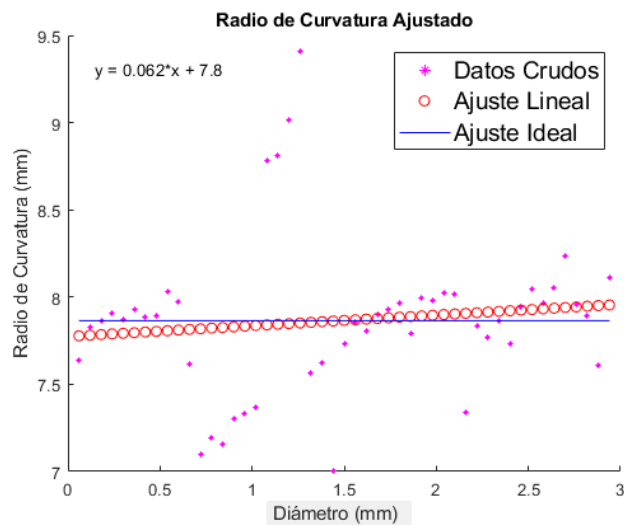


Figura 2.39. Ajuste lineal por mínimos cuadrados, a los datos obtenidos del meridiano oblicuo 45°.

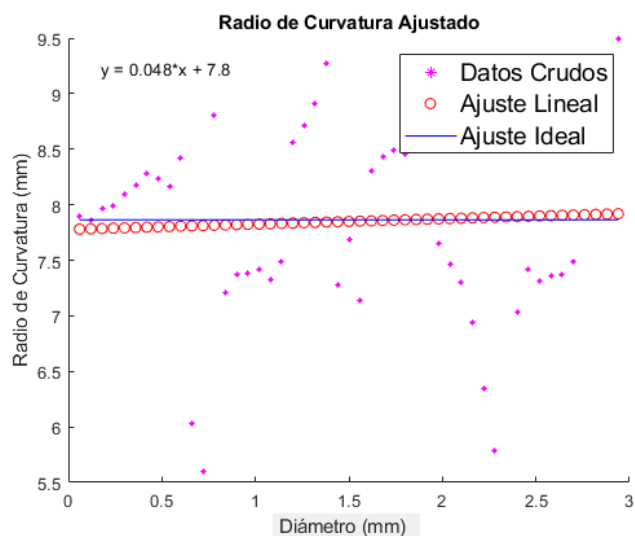


Figura 2.40. Ajuste lineal por mínimos cuadrados, a los datos obtenidos del meridiano oblicuo 135°.

El análisis se realizó con dos imágenes y un número total de 52 mediciones por meridiano.

La Tabla 2.2. muestra los resultados de mediciones de radio de curvatura obtenidos mediante el uso de la ecuación de Mendoza.

Tabla 2.2. Resultados de mediciones de radio de curvatura con la ecuación de Mendoza.

Meridiano	Radio de curvatura RMS (mm)	Error RMS (mm)	Radio de curvatura promedio (mm)	Error (mm)	Potencia (D)	Error	2 σ
Primario (180°)	7.83847	0.0311301	7.83845	0.026593	43.0573	0.1721	0.03
Secundario (90°)	7.85736	0.0139087	7.85735	0.011515	42.9536	0.0769	0.02
Oblicuo (45°)	7.84844	0.0298887	7.8484	0.024724	43.003	0.1648	0.03
Oblicuo (135°)	7.8176	0.0511061	7.81758	0.047423	43.1723	0.2825	0.05

La norma internacional ISO 10343 establece como exactitud de medición dos veces la desviación estándar de ± 0.050 mm. Como se puede observar en la Tabla 2.2 en todos los

meridianos medidos se cumplió con el requerimiento, es decir, los valores obtenidos estuvieron dentro de la norma después de realizar el ajuste y utilizando la ecuación exacta del método de Mendoza. Para observar el comportamiento del error se tomaron 52 mediciones de radio de curvatura, luego a cada medición se le restó el valor nominal y se obtuvo el error RMS, error medio y la desviación estándar del error. En las Figuras 2.41 a la 2.44 se presentan las gráficas del error en comparación con las líneas en color azul que representan el error límite permitido por la norma.

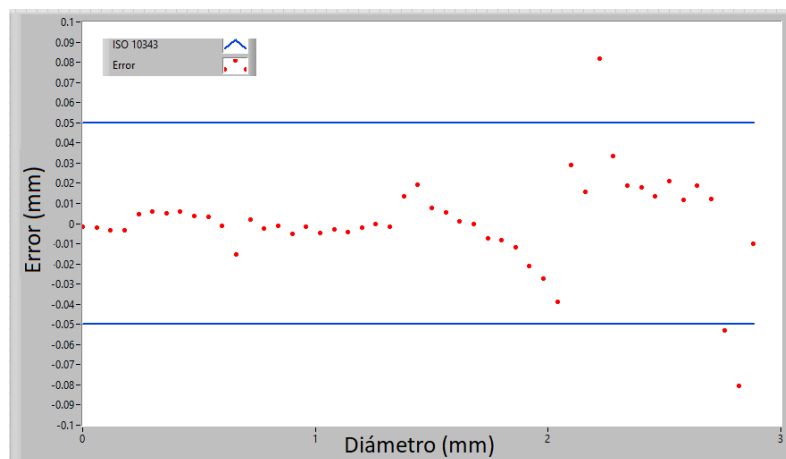


Figura 2.41. Comportamiento del error de mediciones en meridiano primario (180°).

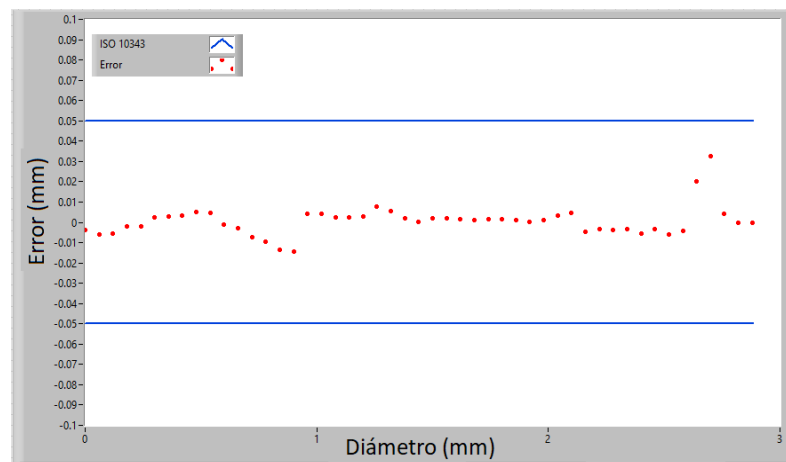


Figura 2.42. Comportamiento del error de mediciones en meridiano secundario (90°).

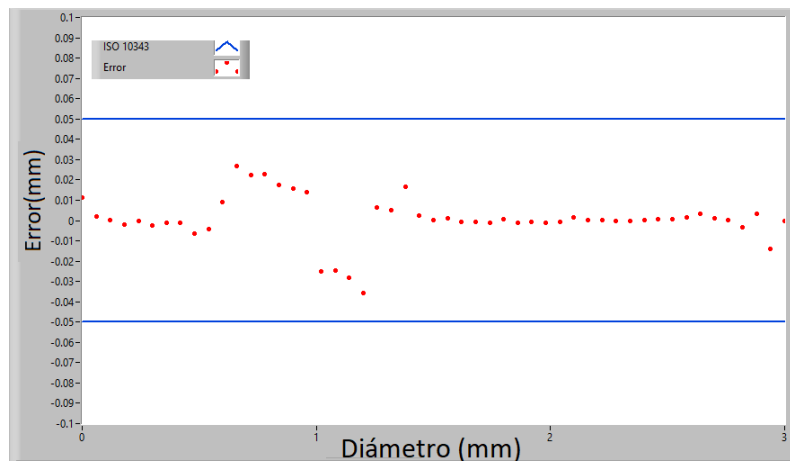


Figura 2.43. Comportamiento del error de mediciones en meridiano oblicuo (45°).

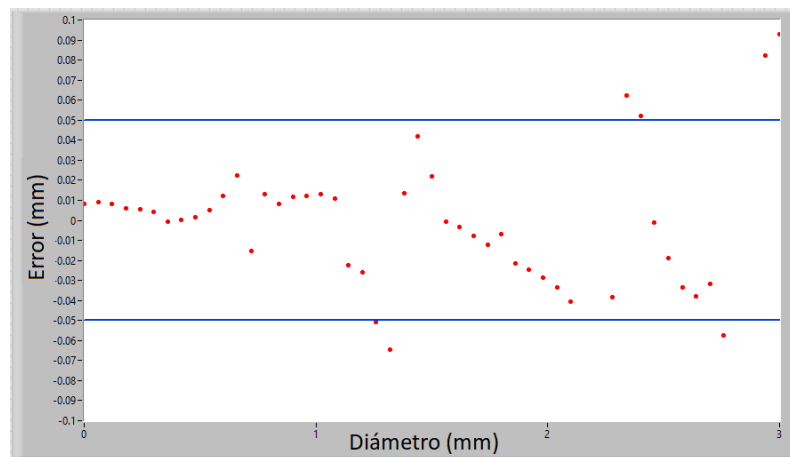


Figura 2.44. Comportamiento del error de mediciones en meridiano oblicuo (135°).

En el caso de las mediciones en el meridiano primario se puede observar que tres mediciones quedaron fuera del límite de la norma, así mismo, en el meridiano oblicuo 135° fueron siete mediciones.

Sin embargo, al no estar muy separadas del límite y presentarse tanto fuera del límite superior como del inferior, cuando se realiza el promedio de todos los errores el valor tenderá al valor del error presente en la mayoría de las mediciones.

Por lo que se puede decir que el sistema de medición propuesto incluyendo el uso de la ecuación exacta del método de Mendoza tiene resultados satisfactorios, una vez aplicado el algoritmo de ajuste lineal por mínimos cuadrados.

No obstante, los resultados de las mediciones obtenidas con la ecuación aproximada, en todos los casos quedan fuera de tolerancia.

Un resumen de dichas medidas se puede visualizar en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Resultados de mediciones de radio de curvatura con la ecuación aproximada del queratómetro.

Meridiano	Radio de curvatura RMS (mm)	Error RMS (mm)	Radio de curvatura promedio (mm)	Error (mm)	Potencia (D)	Error (mm)	2σ
Primario (180°)	7.64688	0.227213	7.64662	0.2183	44.141	1.2823	0.44
Secundario (90°)	7.62154	0.245705	7.62147	0.2435	44.284	1.3866	0.49
Oblicuo (45°)	7.6113	0.25432	7.61128	0.2537	44.342	1.4359	0.43
Oblicuo (135°)	7.5834	0.282156	7.58338	0.2816	44.505	1.5987	0.56

III. PRUEBA DE HARTMANN INVERSA CON REFERENCIA ESCALADA

La segunda técnica propuesta para la medición de radios de curvatura en la esfera de calibración para topografía corneal fue denominada como: Prueba de Hartmann inversa con referencia escalada. En resumen, consiste en utilizar un patrón de spots circulares de distribución cuadrada, grabados sobre una película fotográfica con retroiluminación. Este patrón se refleja sobre la superficie bajo prueba para obtener un patrón deformado, luego se aplica un escalamiento del patrón de referencia para llevarlo a las mismas dimensiones que el patrón deformado y con ello poder aplicar un análisis de Hartmann clásico.

3.1 Marco teórico

Los conceptos teóricos en que se basa el desarrollo de esta nueva técnica son: teoría de la prueba de Hartmann, pantalla Hartmann de distribución cuadrada, prueba de Hartmann con referencia escalada, recuperación del frente de onda y análisis de relación señal-ruido.

3.1.1 Teoría de la prueba de Hartmann

Esta prueba fue descrita por Johannes Franz Hartmann en 1904, y consiste en una pantalla perforada con orificios ordenados en un patrón que es colocada entre una fuente de luz y un sistema óptico bajo prueba (elementos reflejantes o refractivos). Los rayos provenientes de la fuente de luz que inciden en la superficie especular, son reflejados e inciden en la placa fotográfica ubicada en un punto dentro del foco nominal del sistema óptico bajo estudio, como se muestra en la Figura 3.1.

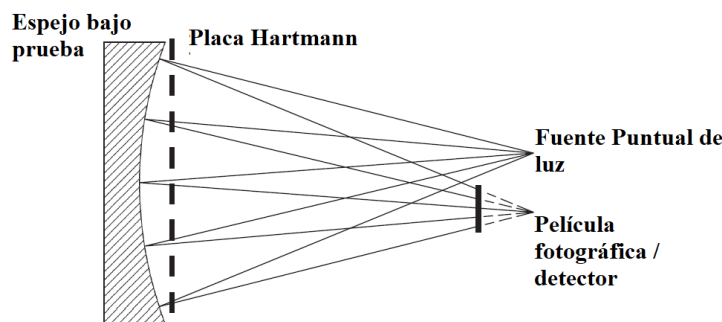


Figura 3.1. La prueba de Hartmann [106].

Comparando la imagen del patrón de referencia (arreglo cuadrado de Hartmann) contra la imagen del patrón de prueba (arreglo de spots reflejados por el espejo), es posible determinar la trayectoria de los rayos y calcular los errores de la pendiente del frente de onda [107].

El funcionamiento de esta prueba tipo pantalla, se basa en que un frente de onda puede ser muestreado en un cierto número de locaciones a través de todo el frente de onda de una manera predeterminada y el mismo puede ser reconstruido cuando los puntos muestreados estén relacionados el uno con el otro. La premisa es que cuando una porción de un frente de onda se inclina con respecto a un frente de onda ideal en esa región, causa que la luz esté fuera del foco a una distancia diferente de la ideal, es decir la luz no se enfoca en la posición ideal. La principal ventaja de esta prueba es su alta precisión, pero su desventaja es la gran cantidad de mediciones que se tienen que hacer para la prueba cuantitativa. Otra ventaja es que es posible remover la simetría radial que presenta la técnica de Plácido y por lo tanto la ambigüedad ocasionada por el sesgo de rayos, ya que existe una relación punto a punto entre la pantalla y la imagen, además de la simplicidad de la técnica en comparación con otros métodos interferométricos que tienen un menor rango dinámico y requieren el control de muchos parámetros durante la prueba, así como una gran cantidad de procesamiento de datos.

3.1.2 Pantalla Hartmann cuadrada

Existen diferentes pantallas de muestreo con un número diferente de orificios y patrones, como por ejemplo las pantallas Hartmann con patrones radial, helicoidal y cuadrado, entre otras. El patrón cuadrado es básicamente un patrón que consiste en un arreglo de puntos equidistantes colocados en las intersecciones de líneas ortogonales, paralelas a los ejes de un sistema de coordenadas cartesiano como se aprecia en la Figura 3.2 [106]. Una de las ventajas de este patrón es que permite la posibilidad de muestrear una superficie de tal manera que atraviesa las características zonales circulares que comúnmente ocurren y muestra áreas iguales sobre la superficie, es decir, no se obtiene un muestreo de la superficie con simetría circular. De esta manera no hay necesidad de hacer asunciones en lo concerniente a la disposición y simetría de los errores al ser detectados, eliminándose la posibilidad de contraer errores artificiales circulares. Además de que se pueden obtener frecuencias de muestreo mucho más altas con respecto a otras geometrías. Con este tipo de pantalla se puede llevar a cabo la medición

independientemente de la existencia de turbulencia aleatoria con o sin la implementación de elementos ópticos adicionales. Otra ventaja es que la pantalla puede fabricarse como una sola unidad rígida por lo que las posiciones de los spots pueden ser controladas con mucha precisión por lo que las características de la pantalla pueden ser conocidas de manera muy confiable.

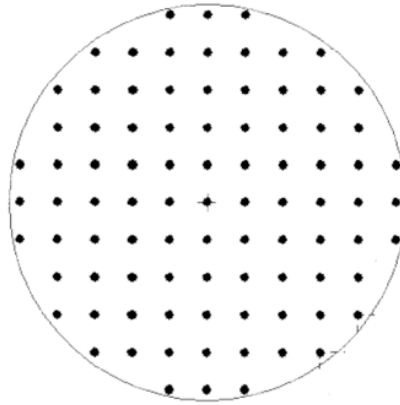


Figura 3.2. Patrón Hartmann cuadrado.

3.1.3 Prueba Hartmann con referencia escalada

Existen diferentes posibilidades a la hora de tomar las posiciones de referencia de los spots en el patrón Hartmann de referencia y una de ellas es generar un arreglo perfecto no aberrado idéntico al de la placa Hartmann de muestreo, pero escalado a un tamaño que se ajuste lo más posible al arreglo de puntos medidos [108].

3.1.4 Recuperación del frente de onda

Existen diferentes métodos de integración para obtener el frente de onda a partir de la información de la superficie muestreada. De manera general estos métodos de integración se pueden dividir en zonales y modales. En el caso de los primeros, se integra la posición de los puntos determinando uno por uno sus centroides. Estos métodos desarrollan una integración numérica de las desviaciones con respecto a sus posiciones ideales (posiciones no aberradas) a partir de la pendiente de un punto con respecto al punto vecino. Estas integraciones pueden ser a lo largo de líneas verticales, horizontales o inclinadas conectando el patrón de puntos, utilizando la integración trapezoidal de Newton o el algoritmo de integración Southwell.

En el caso de los métodos modales se integra el patrón de puntos como un solo conjunto, asumiendo que la deformación del frente de onda puede ser representada por una combinación lineal de funciones analíticas linealmente independientes. Estas funciones pueden ser llamadas aberraciones y tienen diferentes representaciones siendo la más común los polinomios de Zernike.

3.1.4.1. Recuperación de frente de onda por integración trapezoidal

Mediante las ecuaciones propuestas por Rayces [109] se puede encontrar la relación entre el frente de onda aberrado (W) y la desviación del rayo con respecto a la posición del rayo ideal. En este caso, Δx , θ_x es la desviación angular y d es la distancia entre la superficie y el plano de proyección en la Figura 3.3.

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\Delta x}{d} \quad (3.1)$$

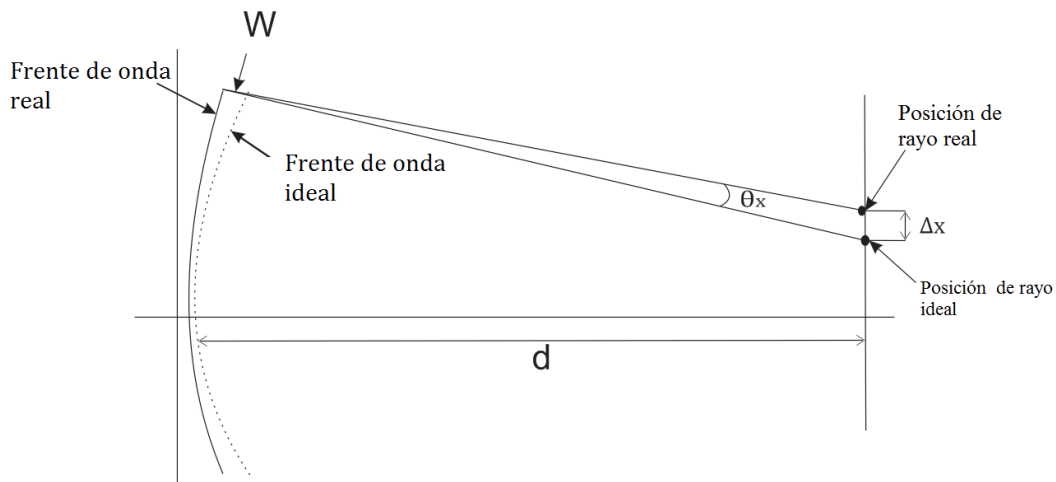


Figura 3.3. Frente de onda y trazo de rayos en la prueba de Hartmann.

El frente de onda se puede obtener mediante la integración de Newton de las aberraciones transversales TA_x, TA_y que se muestran en la Figura 3.4, uniendo los puntos muestreados mediante segmentos rectos.

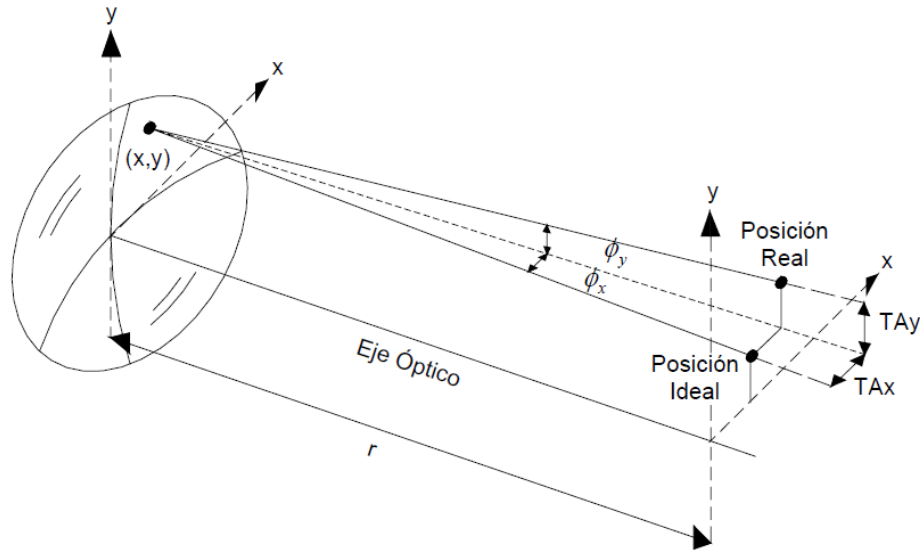


Figura 3.4 Aberraciones transversales en la prueba de Hartmann clásica [110].

Aplicando la regla trapezoidal se obtiene la expresión para la desviación de la superficie en un enésimo punto N, desde la posición que podría tener un punto si el frente de onda fuese ideal y que puede provenir de una esfera de referencia o de un frente de onda plano.

$$\frac{\partial W(x,y)}{\partial x} = \frac{TA_x}{r} = \theta_x(x,y) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial W(x,y)}{\partial y} = \frac{TA_y}{r} = \theta_y(x,y) \quad (3.3)$$

3.1.4.2 Recuperación de frente de onda por método zonal

Se sabe que un frente de onda puede ser reconstruido mediante las pendientes o aberraciones transversales de un patrón Hartmann deformado, conocido como hartmanngrama. Un frente de onda puede ser reconstruido mediante un enfoque zonal o uno modal. En el concepto de reconstrucción zonal el frente de onda es reconstruido en una cierta sub-apertura ajustado por medio de las mediciones de la dirección de las derivadas de fase. En la Figura 3.5 se muestran tres diferentes configuraciones típicas de reconstrucción zonal con placas Hartmann cuadradas.

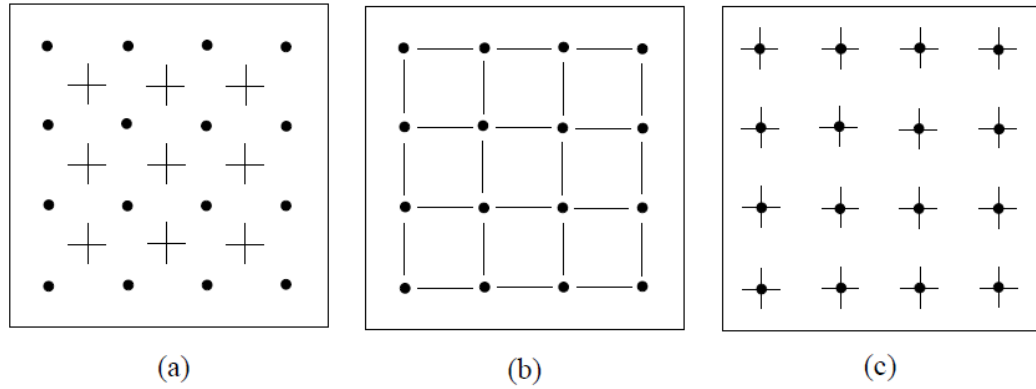


Figura 3.5. Diferentes configuraciones para reconstrucción zonal basadas en (a) Fried, (b) Hudgin, y (c) Southwell [111].

En la configuración (Figura 3.5a) tanto la pendiente ‘x’ como la pendiente ‘y’ son medidas en el mismo punto con un desplazamiento a partir de la placa Hartmann de referencia. En la configuración (Figura 3.5b) la medición de las direcciones de las pendientes ‘x’, ‘y’ no son coincidentes. En la configuración (Figura 3.5c) las pendientes ‘x’, ‘y’ son medidas en el mismo punto donde se estima el frente de onda.

En la presente tesis se implementó una reconstrucción zonal a partir de la configuración de Southwell. En esta configuración, el promedio de las mediciones de una placa de $N \times N$ spots se representa como la diferencia de fase entre dos puntos vecinos separados por una distancia d_s .

$$\frac{S_{i,j+1}^x + S_{i,j}^x}{2} = \frac{W_{i,j+1} - W_{i,j}}{d_s}, (i=1, N; j=1, N-1) \quad (3.4)$$

$$\frac{S_{i,j+1}^y + S_{i,j}^y}{2} = \frac{W_{i,j+1} - W_{i,j}}{d_s}, (i=1, N-1; j=1, N) \quad (3.5)$$

Las ecuaciones 3.4 y 3.5 pueden ser resueltas por un método estándar de mínimos cuadrados para los valores de frente de onda en diferentes lugares. La reconstrucción de Southwell utiliza un método de solución matricial iterativo. De manera general se puede plantear una ecuación matricial donde ‘s’ es un vector columna de mediciones de las aberraciones, ‘w’ es un vector

columna del frente de onda desconocido, C y E son matrices rectangulares dispersas. Por ejemplo, un sensor de 2×2 se escribiría como la ecuación 3.6:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1,1}^x \\ S_{1,2}^x \\ S_{2,1}^x \\ S_{2,2}^x \\ S_{1,1}^y \\ S_{1,2}^y \\ S_{2,1}^y \\ S_{2,2}^y \end{bmatrix} = \frac{1}{d_s} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{1,1} \\ W_{1,2} \\ W_{2,1} \\ W_{2,2} \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Las soluciones a las ecuaciones 3.4 y 3.6 son fáciles cuando la matriz E es una matriz cuadrada con un rango máximo. En este caso la solución de dichas ecuaciones en una inversión matricial corresponde a:

$$w = E^{-1}Cs \quad (3.7)$$

donde E^{-1} denota la matriz inversa de E . En general, el número de puntos medidos es más grande que el número de valores de fase a ser estimados, lo que define un sistema sobreestimado. La matriz rectangular E de $M \times N$ ($M > N$) con $M/2$ el número de puntos medidos y N el número de valores de frente de onda. Si la matriz E tiene también un rango máximo, la solución de las ecuaciones 3.4 y 3.5 es una psuedo inversión de la siguiente manera:

$$w = (E^T E)^{-1} E^T Cs \quad (3.8)$$

En general E es una matriz $M \times N$ con un rango deficiente. En este caso la mejor solución a las ecuaciones 3.4 y 3.5 es aquella con una norma mínima, debido a que dada esta condición hay un número limitado de soluciones debido al error de pistón del frente de onda. La mejor solución puede ser obtenida utilizando una rutina de descomposición de valor singular por medio de la siguiente ecuación:

$$E = UDV^T \quad (3.9)$$

Donde U y V son matrices ortogonales y D es una matriz que contiene los valores de E . La solución entonces es:

$$w = E^+ Cs \quad (3.10)$$

Donde la inversión generalizada E^+ es:

$$E^+ = VD^{-1}U^T \quad (3.11)$$

3.1.5 Relación señal a ruido

Una figura de mérito común que es utilizada cuando se detectan señales, se conoce como la relación señal a ruido (SNR); la cual se define como una cantidad física que refleja la fortaleza relativa de una señal y el ruido, y mide además las intensidades relativas de las porciones de interés y de no interés en una determinada señal [112]. Una ecuación reportada en la literatura [113] para calcular la relación señal a ruido de una imagen es:

$$SNR = \frac{I_{max}}{4\sigma} \quad (3.12)$$

donde I_{max} es la intensidad máxima considerando todos los pixeles de la imagen original y σ es la desviación estándar de los pixeles de la imagen obtenida restando la imagen original de la misma imagen, pero filtrada con un filtro de mediana de 3x3.

La relación señal a ruido (SNR) a menudo tiene diferentes expresiones cuando es utilizada para diferentes aplicaciones. En procesamiento de señales la relación señal a ruido es el número de decibelios (dB) de la potencia de señal con la potencia del ruido que es $10 \log (P_{señal}/P_{ruido})$. Cuando se considera el ruido estadístico, la relación señal a ruido se puede definir como diez veces la desviación estándar de la señal y el ruido.

En despliegue de imágenes (como aplicaciones de televisión), la relación señal a ruido puede ser representada por la relación de la energía, es decir:

$$SNR = 10 \log \left(\frac{V_s^2}{V_n^2} \right) \quad (3.13)$$

Donde V_s^2 es el voltaje de señal, tomando el valor pico a pico; V_n^2 es el voltaje de ruido tomando su valor RMS.

En compresión de imágenes la relación señal a ruido es normalizada y expresada en decibelios para una imagen $r(x, y)$ de tamaño $M \times N$, la relación señal a ruido puede ser calculada por la siguiente ecuación:

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left[\frac{\sum_{x=0}^{n_x-1} \sum_{y=0}^{n_y-1} [r(x, y)]^2}{\sum_{x=0}^{n_x-1} \sum_{y=0}^{n_y-1} [r(x, y) - t(x, y)]^2} \right] \quad (3.14)$$

donde $r(x, y)$ es la imagen de referencia y $t(x, y)$ es la imagen bajo prueba (hartmanngrama original).

3.2 Modelo Teórico

Una superficie reflectora esférica produce imágenes virtuales que son derechas y más pequeñas comparadas con el tamaño del objeto real. Como anteriormente se mencionó la relación del tamaño entre el objeto real y la imagen virtual se conoce como amplificación lateral. La imagen virtual se verá afectada por el defecto llamado aberración esférica que está presente en este tipo de superficies. El principal efecto de este tipo de aberración es que los rayos periféricos se desvían demasiado como para formar una buena imagen. Si la imagen virtual formada no está confinada a la zona central de la superficie esférica, contendrá las aberraciones que estén presentes en la superficie formadora de la imagen. Basados en estas dos premisas se propone una prueba Hartmann por reflexión especular donde la imagen virtual formada por el espejo convexo viene a ser el hartmanngrama que contiene la información de las aberraciones de la superficie. Esta propuesta coincide con el caso de la típica prueba de Hartmann donde una pantalla de gran tamaño se coloca enfrente de la superficie bajo prueba [114], el hartmanngrama es más pequeño y se captura cerca del centro de curvatura de la superficie. La recuperación del frente de onda será implementada comparando el hartmanngrama contra un arreglo ideal no aberrado idéntico a la placa Hartmann que representaría un frente de onda plano perfecto que se convertirá en la referencia [115]. Este patrón de referencia se generará escalando el patrón

perfecto de la placa muestreadora correspondiente al tamaño y factor de amplificación de la imagen virtual pequeña. De esta manera la distribución de puntos en el patrón escalado será equivalente a si el frente de onda hubiese sido reflejado por un espejo plano que genera imágenes perfectas. De tal modo que la prueba se basará en dos distribuciones de puntos: el patrón Hartmann escalado (equivalente a un frente de onda plano) como la referencia y el hartmanngrama que representa el frente de onda esférico aberrado. La Figura 3.6 muestra un esquema del principio de funcionamiento propuesto.

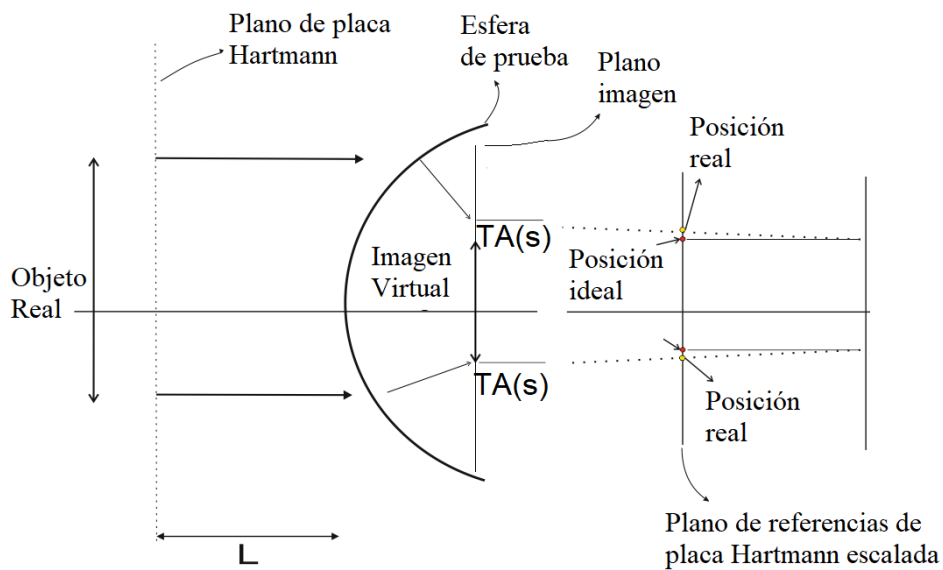


Figura 3.6. Esquema de las coordenadas utilizadas para el cálculo de las alturas objeto e imagen.

3.3 Desarrollo del modelo experimental

Para implementar la técnica de Hartmann es necesario contar con una pantalla de prueba, una fuente de iluminación y un sistema de captura. En esta sección se abordará el diseño de la prueba con la pantalla cuadrada de Hartmann y el montaje experimental para llevar a cabo la prueba.

3.3.1 Montaje experimental para obtención del hartmanngrama

Se propusieron dos arreglos experimentales diferentes, el primero para obtener el hartmanngrama muestreado y otro para generar el arreglo muestreado. En ambos arreglos se

utilizan película fotográfica para generar el patrón de puntos por medio de la fotolitografía óptica. La pantalla Hartmann formará una imagen virtual en la esfera la cual pasará a ser el hartmannograma muestreado. Se optó por utilizar un panel LED para iluminar el patrón a través de una pantalla difusora blanca translúcida tal y como se muestra en el esquema de la Figura 3.7, donde LS es la fuente de iluminación, BS es el divisor de haz, C es la cámara, L la lente telecéntrica, HS la placa Hartmann, CS la esfera de calibración y además un láser He-Ne para una correcta alineación del sistema.

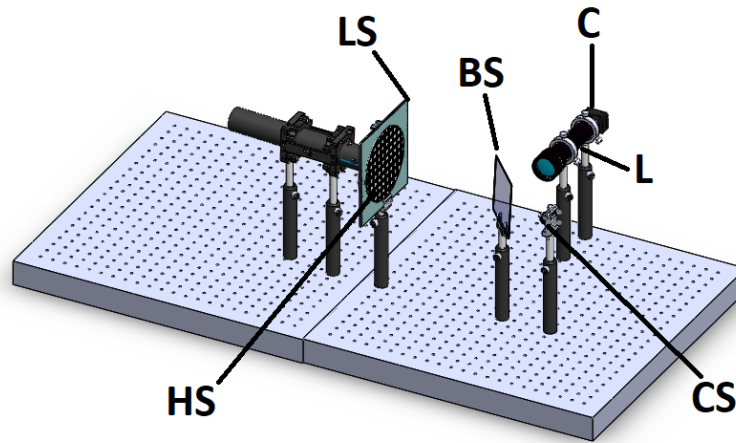


Figura 3.7. Esquema ilustrativo del arreglo en configuración de aberrómetro de Tscherning.

Para conocer la distancia a la que la placa Hartmann tiene que estar ubicada se realizaron los siguientes cálculos utilizando las ecuaciones de formación de imagen en espejos convexos esféricos.

Tomando en cuenta una altura máxima de placa Hartmann de 50 mm (spot más alto del patrón respecto al eje óptico) y aplicando la ecuación:

$$\frac{n'}{h'} = \frac{n}{h} + \phi \quad (3.15)$$

Donde ($n' = -n$) es el índice de refracción negativo del espejo esférico y ϕ la potencia del espejo. Se estableció una distancia objeto de 60 mm al vértice de la esfera y se obtuvo una distancia del vértice a donde se forma la imagen virtual de -3.2863 mm:

$$\frac{n'}{l'} = \frac{n}{l} + \frac{n'-n}{r} \quad (3.16)$$

$$= \frac{n}{h} - \frac{1}{f}$$

$$= \frac{1}{-60} + \frac{-1-1}{7.865}$$

$$= \frac{-1}{60} - \frac{1}{3.9325}$$

$$= -0.2709 \text{ mm}$$

$$\frac{(1)}{l'} = -0.2709$$

$$l' = 3.6906 \text{ mm}$$

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{-l'}{l} \quad (3.17)$$

$$h' = \frac{-l'h}{l} \quad (3.18)$$

$$h' = \frac{-(-3.2863 \text{ mm})(50 \text{ mm})}{60 \text{ mm}} = 3.0755 \text{ mm}$$

Por lo que se establece que para obtener la altura imagen deseada se debe de contar con una distancia de separación de 60 a 70 mm entre la placa Hartmann y el vértice de la esfera.

Las distancias entre los componentes se especifican en la Figura 3.8.

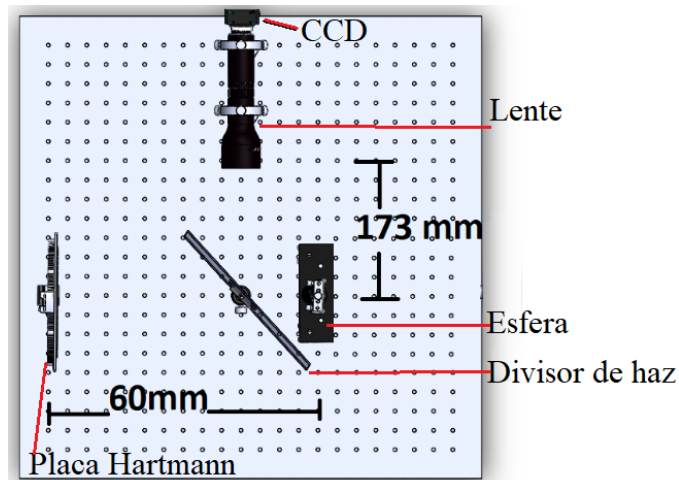


Figura 3.8. Distancias entre los componentes.

Para llevar a cabo la reconstrucción del frente de onda de la esfera de calibración se diseñó una placa cuadrada con un total de 100 spots. La placa fue diseñada siguiendo las dos principales premisas a tomar en cuenta a la hora de diseñar este tipo de placas: la precisión de la prueba será mayor en cuanto más spots contenga la placa y la sensibilidad de la medición será mayor entre mayor sea la distancia entre los spots medidos [116]. Tomando en cuenta las consideraciones antes mencionadas se decidió diseñar la separación entre spots de 5 mm (centro a centro) y una altura de 9 cm, en la Figura 3.9 se muestra el patrón diseñado.

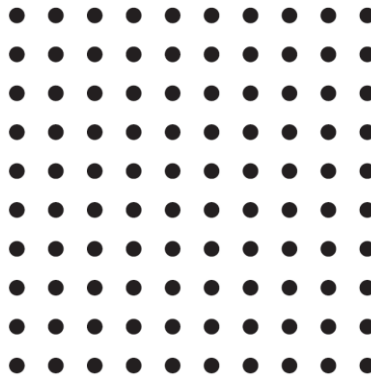


Figura 3.9. Diseño de placa Hartmann cuadrada.

Esta placa Hartmann fue grabada en película fotográfica mediante litografía. Para llevar a cabo este proceso en la película se utilizó la misma cámara de gran formato marca Linhoff Technika 4x5 pulgadas con una lente Press Xenar 4.7/127 Schneider Kreuznach, que se usó en el método de anillos sinusoidales, pero con un monitor diferente, ver Figura 3.10.



Figura 3.10. Montaje para grabado de película.

Tomando en cuenta las propiedades de la película se ajustó la intensidad de la pantalla a la ideal para obtener una transmitancia óptima de la película y con ello lograr una adecuada formación de imagen en la esfera de calibración después del proceso de revelado de la película.

Al tratarse de placas Hartmann, éstas suelen ser binarias por lo que se ocupó una película fotográfica de alto contraste de la marca ILFORD modelo Ortho Plus blanco y negro de alto contraste ISO80/20' de 4x5 pulgadas. Para el despliegue del patrón se utilizó un monitor de computadora de la marca Dell® modelo 1702FP con una pantalla LCD de 17 pulgadas y una resolución nominal de 1280 x 1024 pixeles con una relación de contraste de 350:1500:1 y una brillantez de 200 cd/m².

En la Figura 3.11 se puede observar una imagen del patrón Hartmann cuadrado grabado en la película de alto contraste.

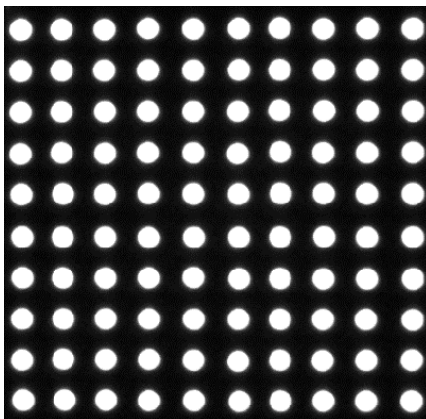


Figura 3.11. Patrón Hartmann grabado en película fotográfica de alto contraste.

El arreglo consta de una variación de la configuración de un aberrómetro de Tscherning el cual consta de un divisor de haz, la placa Hartmann, una cámara CCD de captura y en este caso la esfera de calibración.

Para el montaje experimental se utilizaron casi los mismos componentes del arreglo utilizado en la técnica de anillos sinusoidales, exceptuando el divisor de haz el cual fue remplazado por una placa de vidrio tipo efecto espejo de 6 mm de espesor con características de divisor de haz 85R/15T, la Figura 3.12 muestra esta placa.



Figura 3.12. Placa de vidrio como divisor de haz.

Debido a que la placa de vidrio utilizada atenúa más la intensidad de la luz que emana del panel LED luminiscente, se optó por utilizar una placa luminiscente de mayor potencia para compensar la cantidad de luz atenuada y obtener una correcta formación de imagen. Para ello se utilizó un panel de luz LED de la marca CeLed Photonics Sainztech® con una potencia de 12 W, un flujo luminoso de 840 lm y una temperatura de color de 6500 K. Las dimensiones del panel son de 17 x 17 cm² con un área de iluminación efectiva de 15 x 15 cm² que cuenta con una doble capa de difusores. La Figura 3.13 muestra una imagen del dispositivo.



Figura 3.13. Panel LED de 12 Watts de potencia.

Además, para una correcta alineación de la placa con el patrón se utilizó un láser He-Ne de 20 mW de potencia, un diámetro de haz de 0.68 mm y una longitud de onda de emisión de 632.8 nm.

Para la adquisición de las imágenes se utilizaron la misma lente de la marca Edmund Optics modelo TechSpec® #62-932 y la misma cámara marca Cam Point Grey® modelo Chamelon CMLN-13S2C utilizada en la técnica de anillos sinusoidales.

Como espécimen de prueba se utilizó la misma esfera de calibración marca Nidek™ Magellan Mapper utilizada en la técnica de anillos sinusoidales.

En la Figura 3.14 se muestra una imagen del montaje experimental armado en el laboratorio.

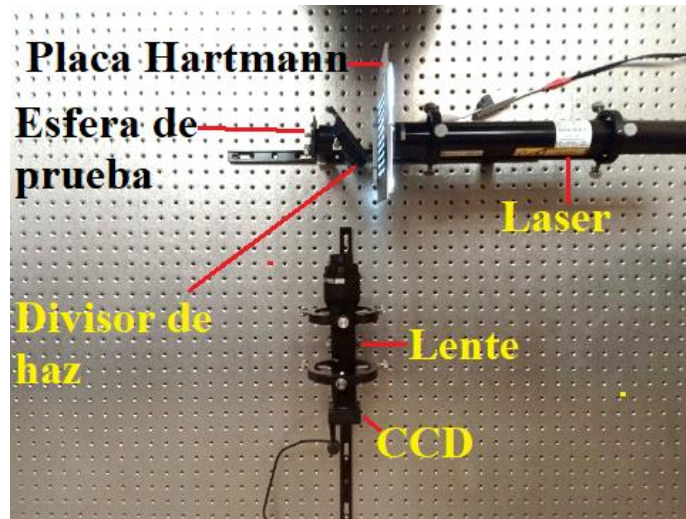


Figura 3.14. Vista superior del arreglo montado en el laboratorio.

Para obtener la resolución de pixel para la configuración de captura de la imagen virtual se siguieron las ecuaciones proporcionadas por el fabricante de las lentes [117], pero se calculó primero la distancia focal de la lente telecéntrica utilizada por medio de la ecuación:

$$f = \frac{h \cdot (WD)}{HFVOV} \quad (3.19)$$

donde la dimensión horizontal del sensor $h = 4.8 \text{ mm}$, la distancia de trabajo de la lente $WD = 173 \text{ mm}$ y el campo de visión horizontal $HFVOV = 9.6 \text{ mm}$. Sustituyendo valores se obtiene una distancia focal de:

$$f = \frac{(4.8 \text{ mm})(173 \text{ mm})}{(9.6 \text{ mm})} = 86.5 \text{ mm}$$

Este valor se sustituye en la ecuación 3.20 para obtener la resolución de pixel de la lente telecéntrica:

$$PR = \frac{Z \cdot (WD)}{f} \quad (3.20)$$

donde Z es el tamaño de pixel, por lo tanto:

$$PR = \frac{(0.00375 \text{ mm})(173 \text{ mm})}{(86.5 \text{ mm})} = 0.075 \text{ mm}$$

3.3.2 Montaje experimental para placa Hartmann de referencia

Con la finalidad de caracterizar la placa Hartmann para obtener la referencia se montó un experimento alternativo que consistió en realizar una captura de la placa Hartmann retroiluminada como se muestra en el esquema de la Figura 3.15. Se utilizó una lente doble Gauss de 18 mm de distancia focal.

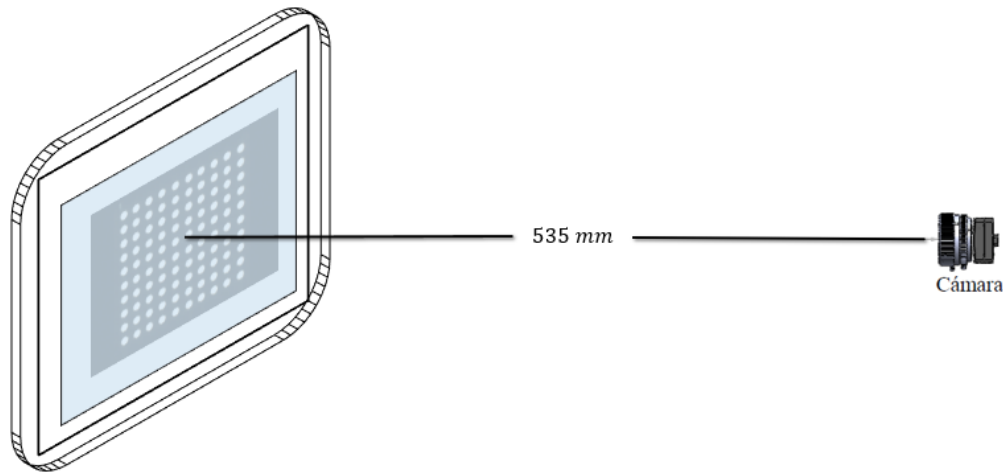


Figura 3.15. Montaje de captura de placa Hartmann cuadrada para referencia.

Para obtener la conversión de píxeles a unidades reales se usaron de nuevo las ecuaciones 3.19 y 3.20, adicionalmente a la ecuación 3.21, también proporcionada por el fabricante [117]:

$$HFVO = \frac{h*(WD)}{f} \quad (3.21)$$

Tomando en cuenta las distancias del montaje de captura y las especificaciones de la lente y cámara utilizadas, se obtiene la resolución de pixel que es el factor de conversión a unidades reales de los pixeles de la cámara: distancia focal de la lente doble Gauss $f = 18$ mm, tamaño de pixel del sensor CCD de la cámara utilizada $Z = 0.00375$ mm, distancia de trabajo $WD = 532$ mm, sustituyendo valores en la ecuación 3.21 se obtiene la resolución del pixel:

$$PR = \frac{(0.00375 \text{ mm}) (532 \text{ mm})}{(18 \text{ mm})} = 0.110 \text{ mm}$$

Sin embargo, este valor se debe escalar a un valor 100 veces más pequeño por lo que la resolución del pixel queda en un valor de $PR = 0.0011$ mm.

3.3.3 Calibración del patrón Hartmann de referencia

Debido a las aberraciones presentes en la lente Symar [118] de la cámara de gran formato utilizada para el grabado del patrón y a la distorsión introducida por la lente doble Gauss que se usó para la captura digital de la placa Hartmann de referencia, fue necesaria una calibración.

La distorsión no lineal es una aberración geométrica causada por los errores ópticos en las lentes de las cámaras. Esto causa que los puntos que están más alejados del eje óptico de la lente aparenten estar más lejos del centro de lo que en realidad están. Cuando la distorsión ocurre la información en la imagen está mal ubicada con respecto al centro del campo de visión, pero la información no está perdida, de tal manera que se puede realizar una calibración espacial.

Además, la posible introducción de distorsión de keystone durante la captura por la incertidumbre mecánica de las monturas de sujeción utilizadas en el montaje para captura digital de la placa Hartmann, hace necesario llevar a cabo una calibración por medio del software Vission Assistant® de National Instruments® y la función IMAQ Learn distortion model, la cual corrige la distorsión de la lente o el desalineamiento del sensor mediante una calibración espacial por medio de funciones no lineales.

La calibración espacial es el proceso de computar transformaciones de valores de píxeles a unidades reales y como una imagen contiene información en píxeles, la calibración espacial permite trasladar la medición de píxeles a unidades reales. Esta conversión es sencilla si se conoce la relación entre píxeles y unidades reales. Por ejemplo, si un píxel es igual a 10 pulgadas. Esta información es utilizada para corregir los errores de perspectiva o la distorsión no lineal.

En el caso de la placa Hartmann utilizada, ésta fue diseñada para que el proceso de demagnificación desde la pantalla de despliegue hasta la película fotográfica tuviera una distancia de separación entre spot de 0.5 mm, esta distancia es utilizada como dato de entrada de la calibración.

En la Figura 3.16 se muestran los resultados de la calibración. Una vez corregida la imagen de referencia de la placa Hartmann se prosiguió con el proceso de cálculo de centroides.

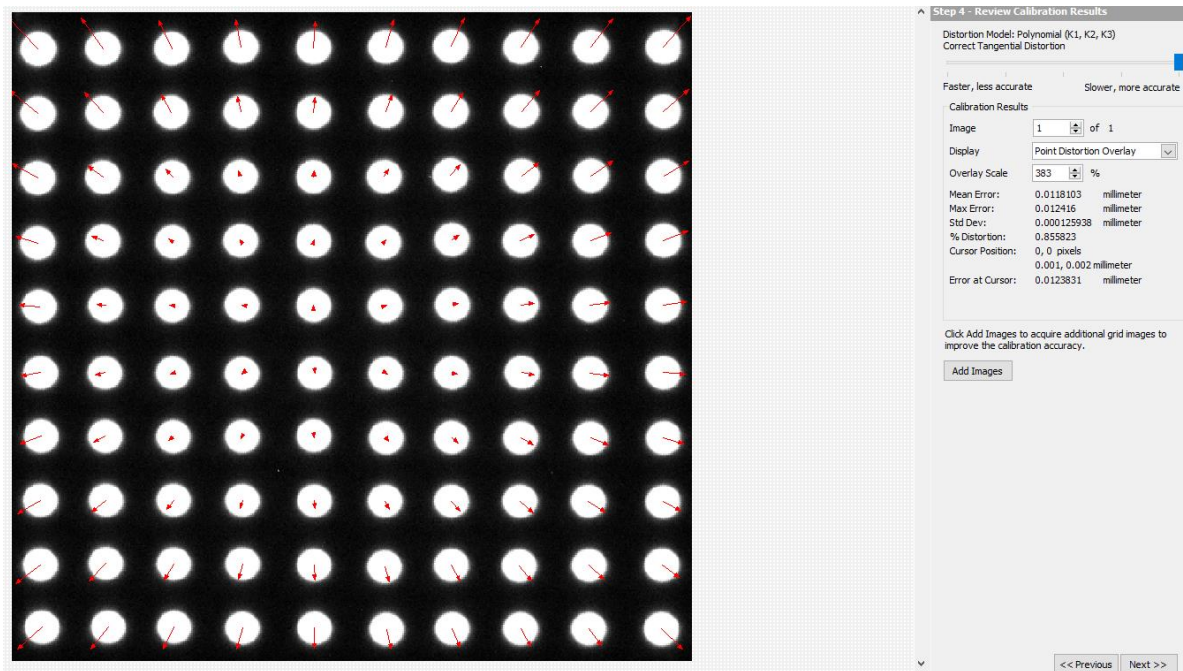


Figura 3.16. Resultados de la calibración mediante la función de modelo de distorsión no lineal.

3.4 Resultados obtenidos por la técnica de Hartmann

3.4.1 Reconstrucción de frente de onda de la técnica de Hartmann por referencia escalada

Primeramente, como resultado de la caracterización a la placa Hartmann de referencia se obtuvo la imagen de la Figura 3.17. A esta imagen se le aplicó un preprocesamiento el cual consistió de los siguientes pasos:

1. Extracción del plano de luminiscencia con la finalidad de obtener la imagen a escala de grises, binarización automática por modelo de inter varianza.
2. Operación morfológica de remoción de partículas pequeñas con un número de 3 iteraciones área cuadrada y una conectividad de 4/8.
3. Cálculo del centroide de cada punto mediante un análisis de partículas.
4. Determinación del centro de la imagen para la resta de cada uno de los centroides para que las coordenadas de todos los centroides tengan como origen el centro de la imagen.

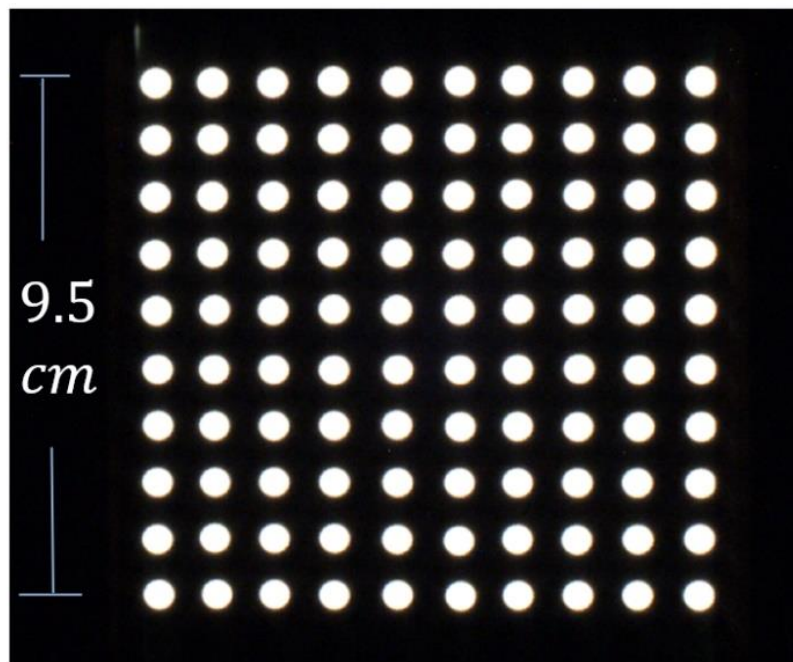


Figura 3.17. Imagen de la placa Hartmann cuadrada.

En la Figura 3.18 se muestra la imagen del patrón Hartmann después del preprocesamiento.

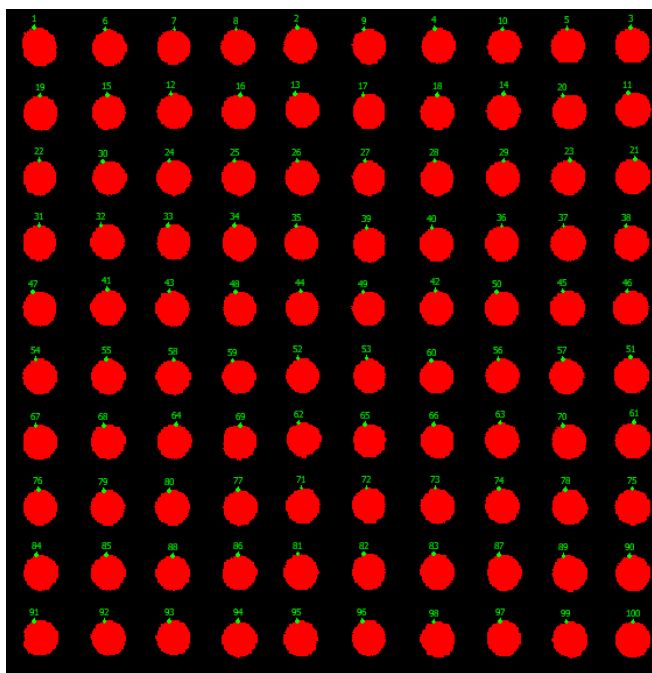


Figura 3.18. Patrón Hartmann de referencia binarizado.

A esta imagen se le realizó un ajuste de escalamiento por medio de la función de *IMAQ Resample* siguiendo una interpolación de orden cero. Dicho ajuste se realizó con el objetivo de obtener un patrón de referencia en configuración de prueba de referencia escalada como lo menciona Malacara [108]. Con este arreglo cuadrado perfecto se calcula la posición de referencia de los spots escalada 1/100 de su tamaño real, es decir se ajustó al tamaño de los spots medidos, pero sin aberración.

En cuanto a los resultados obtenidos sobre la imagen virtual del patrón, es decir el hartmanngrama, la Figura 3.19 muestra la imagen virtual obtenida sobre la esfera de calibración.

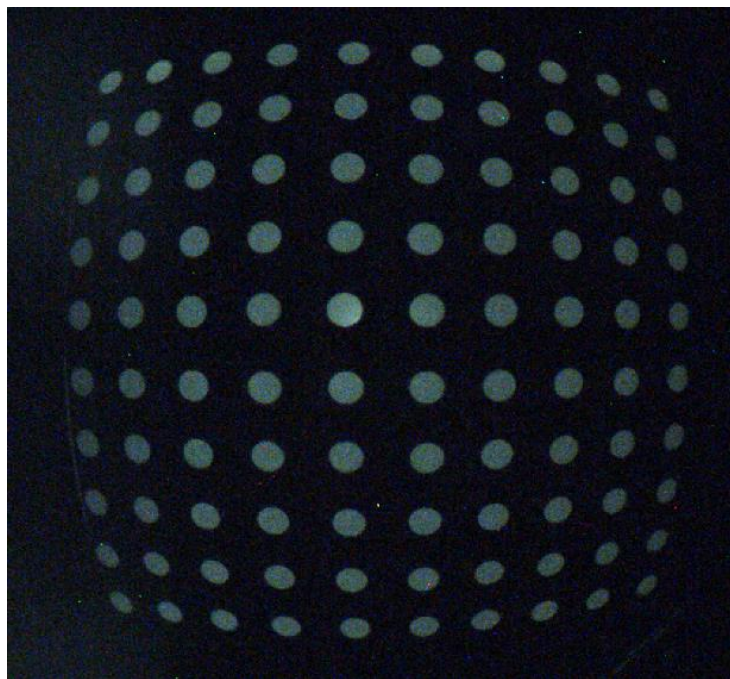


Figura 3.19. Imagen del hartmanngrama capturado sobre la esfera.

A este patrón se le aplicó el mismo preprocesamiento aplicado a la imagen de referencia, excepto el escalamiento ya que esta imagen corresponde al tamaño real del frente de onda a reconstruir.

La Figura 3.20 muestra la imagen del hartmanngrama binarizado y con los puntos identificados. El preprocesamiento de ambas imágenes se desarrolló en el software de Vision Assistant® para visualizar el resultado de cada una de las operaciones en la imagen. Después mediante la función Create LabVIEW vi se convirtió el script de Vision en código de LabView. Dicho código se complementó con funciones básicas para restar las coordenadas (x,y) de los centroides de referencia a las coordenadas (x,y) de los centroides del hartmanngrama, de esta manera se calcularon las aberraciones transversales TAx y TAy .

En la Figura 3.21 se muestra una representación gráfica de cómo se ven ambos patrones sobrepuestos en el mismo eje. El patrón con puntos rojos es la imagen virtual formada por la esfera es decir es el hartmanngrama muestreado. El patrón en color negro es el patrón de referencia escalado no aberrado.

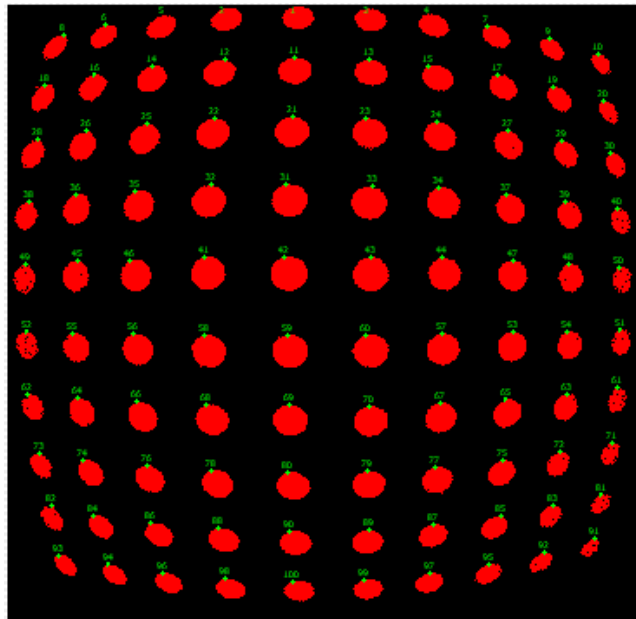


Figura 3.20. Hartmanngrama binarizado con identificación de puntos.

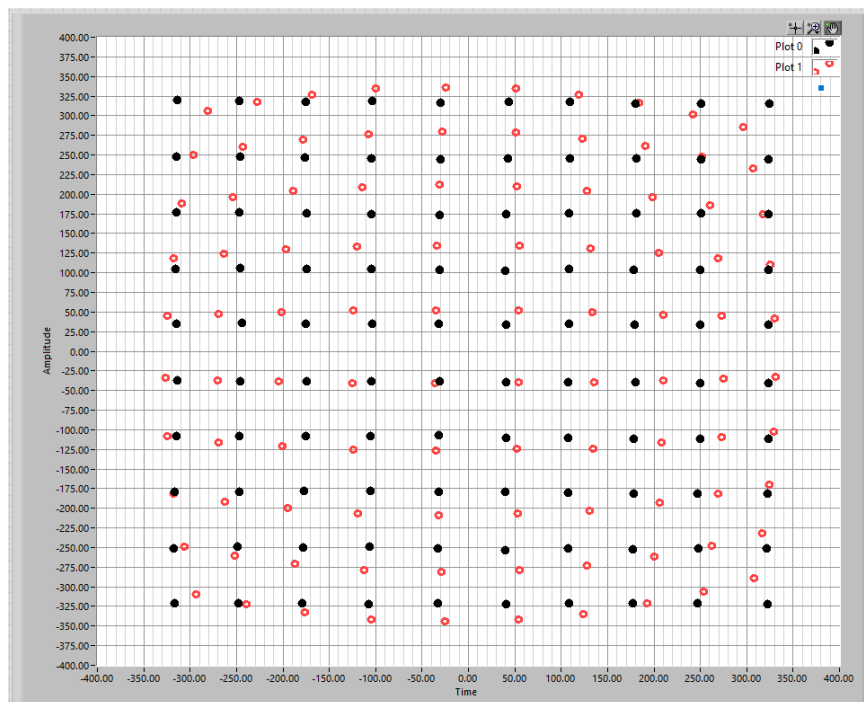


Figura 3.21. Hartmanngrama muestreado y el patrón de referencia en superposición.

3.4.2 Relación señal a ruido del hartmanngrama

La relación señal a ruido utilizando la ecuación 2.27 aplicada a la imagen del hartmanngrama de la Figura 3.20 fue un valor de $SNR = 7.658$. Tomando en cuenta los valores reportados por Adratao et al. [100], el algoritmo implementado para calcular el centro de masa presenta un valor RMS en la detección del centroide por debajo de los 0.2 píxeles para el nivel de relación señal a ruido obtenido en el hartmanngrama, lo cual significa que el algoritmo seleccionado no introducirá errores más allá de los 0.2 píxeles, de tal manera que se puede decir que el algoritmo seleccionado para el cálculo de los centroides es lo suficientemente preciso para posteriormente calcular las aberraciones transversales toda vez que la precisión y exactitud de la reconstrucción zonal dependen en gran medida de una correcta estimación de la localización de los spots.

Los valores obtenidos con la ecuación 2.27 expresan la relación señal a ruido a dimensionalmente sin embargo, usualmente el valor de la relación señal a ruido suele ser presentada en decibeles (dB), por esa razón y aplicando la ecuación 2.28 [119] para ambas imágenes: el hartmanngrama y el hartmanngrama filtrado, el valor fue de $SNR = 14.51$ dB.

3.4.3 Graficación del frente de onda

Una vez obtenidas las aberraciones transversales se aplicó el método de iteración matricial para reconstruir el frente de onda generado por la esfera de calibración mediante el método zonal. En la Figura 3.22 se observa la reconstrucción tridimensional del frente de onda.

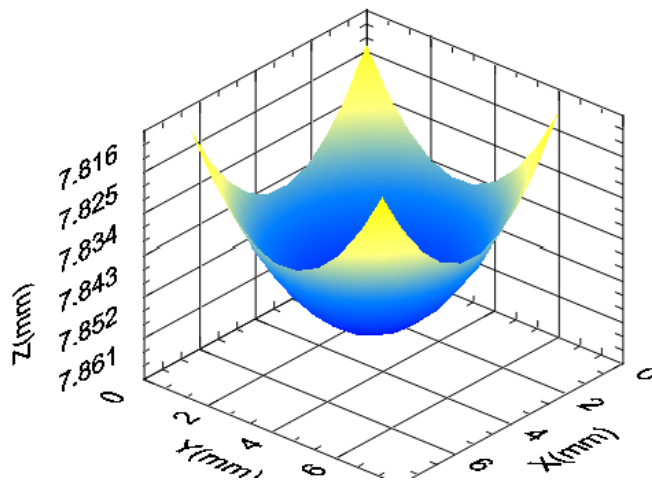


Figura 3.22. Gráfica 3D del frente de onda reconstruido.

En la Figura 3.23 se muestran los valores obtenidos del frente de onda reconstruido.

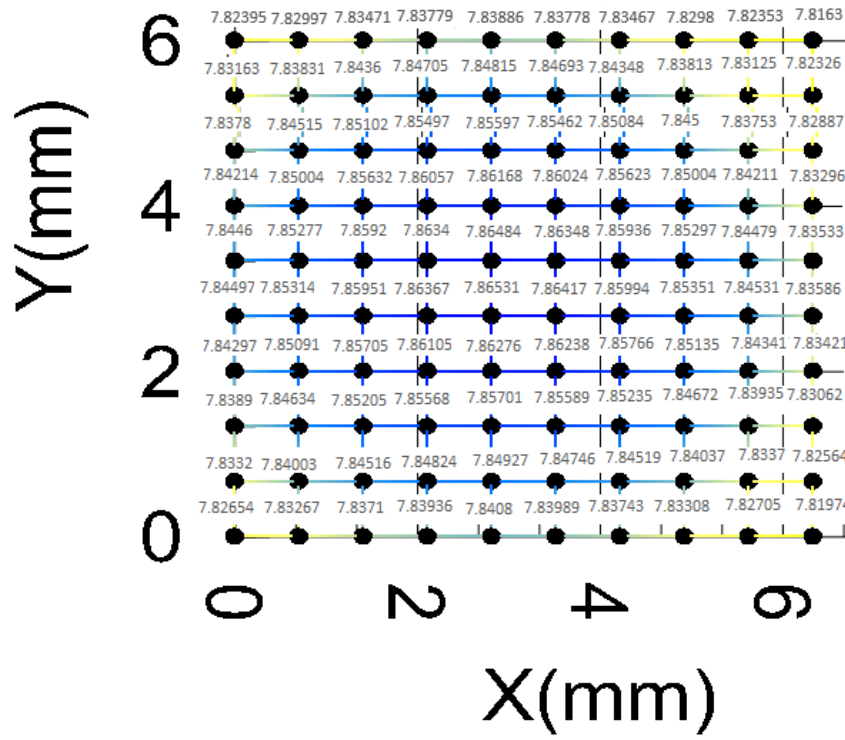


Figura 3.23. Plano 2D con los valores obtenidos de la reconstrucción del frente de onda.

Con la finalidad de comparar los resultados obtenidos con este método de reconstrucción de frente de onda, se simuló un frente de onda esférico con el radio de curvatura nominal de la esfera de calibración. Se utilizó una función binomial de segundo orden con la ecuación 3.22:

$$W_s(x, y) = \frac{1}{2r_s} (x^2 + y^2) \quad (3.22)$$

Sustituyendo los valores de las coordenadas (x,y) con la matriz ajustada al tamaño del hartmanngrama pero sin aberraciones, se obtuvo la reconstrucción presentada en la Figura 3.24.

Con la finalidad de conocer el error en la reconstrucción del frente de onda obtenido se restaron ambos valores de los frentes de onda: simulado y obtenido de manera experimental el cual se presenta en la gráfica de la Figura 3.25 como porcentaje de error.

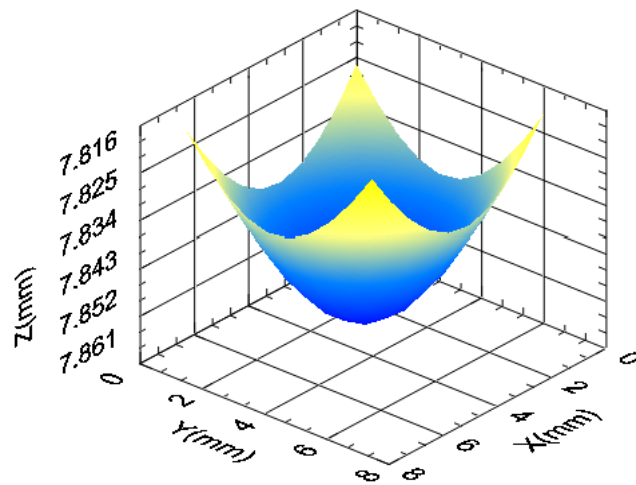


Figura 3.24. Gráfica 3D del frente de onda simulado.

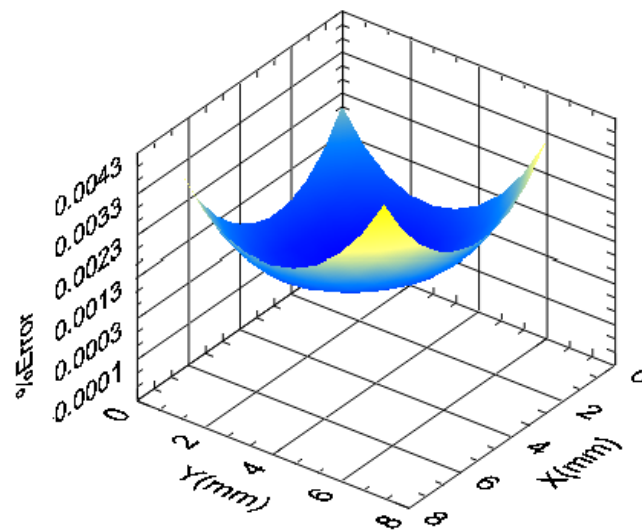


Figura 3.25. Gráfica 3D del error de la reconstrucción en porcentaje de error.

3.4.6 Prueba estadística Ji- Cuadrada

Cuando se desea evaluar el rendimiento de un instrumento de medición se debe de realizar una caracterización estática, la cual se refiere a una situación en la cual la variable de entrada bajo estudio varia dentro de un rango de valores constantes. La relación de datos de entrada y de salida se deben de realizar bajo las mismas condiciones de estado de todas las variables.

Cuando se desea medir cualquiera cantidad física con un instrumento y obtener un valor numérico por lo general se debe de conocer que tan cercano es el valor medido al “valor verdadero” siendo que el valor verdadero se refiere a un valor que fue obtenido con un método ejemplar para la medición de su magnitud y además proviene de una realización ideal del método ejemplar acordado [120], en nuestro caso el valor verdadero es el valor de radio de curvatura de la esfera de calibración otorgado y validado por el fabricante. Para poder realizar declaraciones acerca de la precisión del instrumento de medición es necesario asegurarse de que las mediciones realizadas solo contengan errores debido a la imprecisión (error aleatorio) el cual es en general, diferente para cada toma de medición y que no contengan algún tipo de sesgo o “bias” asociado a un error sistemático el cual aparece de igual forma para cada medición [121]. Una de las maneras de corroborar que las mediciones realizadas no contienen un error sistemático se basa en una de las propiedades de la distribución de probabilidad normal que establece que: “dada alguna observación de N muestras aleatorias e independientes que sigan una distribución normal tales muestras serán imparciales (unbiased) [122]. Con la finalidad de realizar la evaluación de que las mediciones no contengan errores sistemáticos y por consiguiente siguen una distribución normal, se realizaron 30 capturas de hartmanngramas encendiendo y apagando el sistema de medición cada vez que se realizaba una nueva captura. Se evaluaron los resultados de la medición para el spot número 15. El número de las muestras se eligió asumiendo que una muestra de $N = 30$ se considera una muestra representativa del universo, basado en el teorema del límite central propuesto por Pierre-Simon Laplace [123]. Se ha justificado por medio de simulaciones computacionales que siempre que la muestra se base en 30 o más observaciones, se puede suponer con seguridad que la distribución muestral de la media es normal.

Lo consecuente fue constatar que los 30 datos obtenidos de la medición siguieran una distribución normal. Para este propósito se sometieron a la prueba estadística de bondad de ajuste Ji-cuadrada (un procedimiento inferencial usado para determinar si una distribución de frecuencias sigue un determinado tipo de distribución). Se eligió esta prueba por ser bastante sencilla de implementar por medio de la función `chi2gof` de software matemático Matlab®. La prueba Ji-cuadrada de entre algunas aplicaciones puede ser utilizada para probar una hipótesis

nula que una variable categórica tiene una distribución específica [124] (en nuestro caso una distribución normal). Una hipótesis nula es una declaración de status quo o de no cambio y se asume que es verdadero hasta que la evidencia indique lo contrario. La idea detrás de probar este tipo de hipótesis es comparar el número real de observaciones para cada categoría (clase) de datos con el número de observaciones que se esperarían si la hipótesis nula fuera cierta. Si existe una diferencia significativa entre los conteos observados y conteos esperados se tiene evidencia en contra de la hipótesis nula. Existen algunos parámetros a la hora de realizar la prueba Ji-cuadrada los cuales se mencionan a continuación.

-Valor -p: es la probabilidad calculada asumiendo que la hipótesis nula es verdadera, cuanto menor sea el valor-p más fuerte es la evidencia en contra de la hipótesis nula.

-Nivel de significancia: es el valor decisivo para el valor-p y se denota con la letra griega α . Es un nivel de requerimiento de que los datos brinden evidencia en contra de la hipótesis nula tan fuerte que no suceda más de un cierto porcentaje (%) de las veces cuando la hipótesis nula es verdadera.

-Grados de libertad: Los grados de libertad en una prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada es igual al número de clases (grupos) menos 1.

Para encontrar el valor-p se debe de encontrar el valor bajo la distribución Ji-cuadrada a la derecha de la prueba estadística.

Se sabe que para que la prueba Ji-cuadrada éste bien aplicada es necesario que se realice con al menos 5 datos por clase [125]. La función `chi2gof` de la caja de herramientas de estadística en Matlab®, establece la prueba cuando las clases en cualquiera de las colas con un recuento esperado inferior a 5 se agrupan en clases vecinas hasta que el conteo en cada clase de ambos extremos sea al menos 5 [126]. De esta manera se aseguró que los parámetros utilizados fueron los correctos a la hora de realizar la prueba.

La función `chi2gof` da como resultado un valor 0 si no se rechaza la hipótesis nula de que los datos si provienen de una distribución normal y un 1 si la hipótesis nula si rechaza. También la misma función te permite elegir el número de clases a pesar de que la función garantiza definir

el número de clases hasta que al menos todas las clases contengan 5 datos se decidió utilizar cuatro clases. La figura 3.26 muestra un histograma para una prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada con cuatro clases con cada clase con al menos 5 datos.

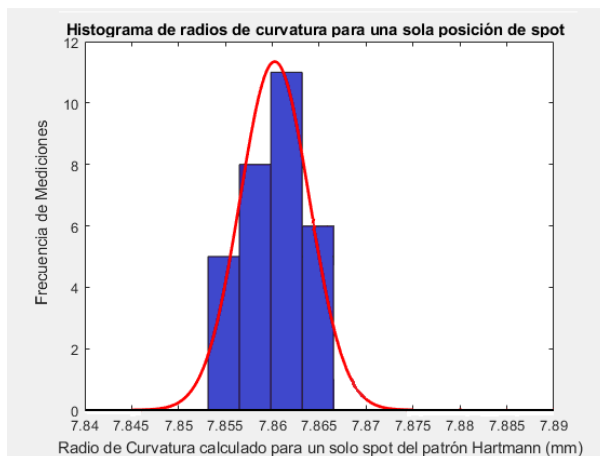


Fig.3.26. Gráfica de barras y ajuste a una curva Gaussiana para 30 datos de radio de curvatura correspondientes al spot número 15 con cuatro clases.

Los 30 datos que se utilizaron para realizar la prueba están disponibles en el apéndice AG así como el código utilizado en Matlab. El resultado de la prueba fue de un cero lo que significa que no se rechaza la hipótesis nula de que los datos siguen una distribución normal con un valor de significancia del 5%.

Tabla 3.1. Parámetros de la prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada.

Ji^2	0.289659
Grados de libertad	3
Clases	[7.853126,7.856477,7.859828,7.863178,7.8665293]
Valor-p	0.961961
Recuento observado de cada clase	[5,8,11,6]
Recuento esperado	[4.621400,9.024285,9.932648,6.421665]
Hipótesis nula	0

IV. CONCLUSIONES

4.1. Conclusiones generales

Se desarrollaron dos nuevas técnicas de medición de curvatura en una esfera de calibración para topografía corneal, las cuales pueden sentar la base para el futuro desarrollo de queratómetros y topógrafos corneales.

4.2. Técnica de anillos sinusoidales

Una de las técnicas más utilizadas para la medición de curvatura en topografía corneal es conocida como los Anillos de Plácido y consiste en una serie de anillos binarios concéntricos colocados sobre una superficie cónica o conicoide, los cuales son reflejados sobre la córnea bajo prueba y la imagen reflejada es analizada utilizando la ecuación aproximada del queratómetro.

La nueva técnica propuesta en esta investigación, consiste en utilizar anillos concéntricos con un perfil sinusoidal grabados sobre una película fotográfica con retroiluminación. Dicho patrón se refleja sobre la superficie bajo prueba y la imagen reflejada es analizada detectando los picos y valles para luego aplicar la ecuación exacta desarrollada por Mendoza. Los resultados obtenidos demostraron mayor precisión que el uso de la ecuación aproximada de los queratómetros comerciales.

La proyección de un patrón de círculos concéntricos sinusoidales no había sido implementada hasta hoy, en la medición del radio de curvatura de pequeñas superficies especulares, esféricas y convexas.

4.3. Técnica de Hartmann con referencia escalada

La prueba de Hartmann clásica es una prueba ampliamente utilizada para la caracterización de grandes espejos cóncavos para telescopios. Consiste en una placa plana con perforaciones que muestrean un haz de iluminación generando un patrón de spots que son reflejados por la superficie bajo prueba. La desviación de estos spots de su posición de referencia, permite la caracterización de la superficie en cuestión.

Su aplicación en el análisis de pequeñas superficies convexas (como la córnea) se ha centrado principalmente en una variante llamada prueba nula donde el patrón de spots se distribuye no sobre un plano, sino sobre alguna superficie tridimensional para generar patrones perfectos no aberrados sobre la superficie bajo prueba.

La segunda nueva técnica propuesta consiste en utilizar un patrón de spots circulares de distribución cuadrada uniforme, grabados sobre una película fotográfica con retroiluminación. Este patrón se refleja sobre la superficie bajo prueba para obtener un patrón deformado, luego se aplica un escalamiento del patrón de referencia para llevarlo a las mismas dimensiones que el patrón deformado y con ello poder aplicar un análisis de Hartmann clásico.

Los resultados obtenidos lograron superar la precisión de un topógrafo comercial.

El escalamiento de referencia en la prueba de Hartmann no había sido utilizado hasta hoy para obtener la medición del radio de curvatura de pequeñas superficies especulares, esféricas y convexas.

4.4. Comparación de resultados entre ambas técnicas propuestas

El error obtenido con la técnica de anillos sinusoidales es de 0.25% del radio de curvatura nominal de la esfera de calibración, tomando como referencia la Norma ISO 10343.

El error obtenido con la técnica de Hartmann con referencia escalada es de 0.18% del radio de curvatura nominal de la esfera de calibración, tomando también como referencia la Norma ISO 10343.

Al ser menor el error obtenido con la técnica de Hartmann, se concluyó que no era necesario realizar una fusión de datos entre ambas técnicas.

4.5. Trabajo futuro

Como resultados de la presente tesis se determinaron nuevos nichos de investigación que pueden mejorar las técnicas de medición propuestas, así como generar nuevas técnicas, por ejemplo:

- Con la finalidad de extender la Técnica de Anillos Sinusoidales más allá de la zona central, se propone modular el patrón cosenoidal para compensar la aberración de esfericidad en la periferia.
- Explorar la aplicación de algoritmos de proyección de franjas en la Técnica de Anillos Sinusoidales.
- Realizar un análisis nodal mediante polinomios de Zernike para cuantificar el radio de curvatura utilizando la Técnica de Hartmann con Referencia Escalada.
- Utilizar otras geometrías de patrones Hartmann no convencionales para obtener mayor número de puntos de muestreo en la superficie.
- Aplicar ambas técnicas en córneas en vivo haciendo algunas adecuaciones al montaje experimental.

REFERENCIAS

- [1] F. Hutmacher, “Why Is There So Much More Research on Vision Than on Any Other Sensory Modality?,” *Front. Psychol.*, vol. 10, p. 10:2246, Oct. 2019, doi: 10.3389/FPSYG.2019.02246/FULL.
- [2] Zeiss, “Why good vision is so important.” <https://www.zeiss.com/vision-care/int/better-vision/health-prevention/why-good-vision-is-so-important.html> (accessed Jan. 08, 2022).
- [3] M. W. Ansari and A. Nadeem, *Atlas of Ocular Anatomy*. Springer, Cham, 2016.
- [4] L. A. Remington, *Clinical anatomy and physiology of the visual system*. Elsevier/Butterworth-Heinemann, 2012.
- [5] P. Sharma and N. Gaur, “Anatomy of cornea and ocular surface,” *Indian J Ophthalmol*, vol. 66, no. 5, pp. 651–652, 2018, doi: 10.4103/ijo.IJO.
- [6] H. Gross, F. Blechinger, and B. Achnert, *Handbook of Optical Systems*, vol. 4. Weinheim, Germany: WILEY-VCH, 2015.
- [7] A. E. R. David J. Schanzlin, Jeffrey B. Robin, *Corneal topography*, no. 1040-8738 (Print). New York, NY: Springer New York, 1992.
- [8] A. Kiliç and C. J. Roberts, *Corneal topography: from theory to practice*. Kugler Publications, 2013.
- [9] D. Palanker and M. S. Blumenkranz, “Retinal Laser Therapy: Biophysical Basis and Applications,” in *Retina Fifth Edition*, vol. 1, W.B. Saunders, 2013, pp. 746–760.
- [10] P. Davidovits, *Physics in biology and medicine*. Elsevier, 2018.
- [11] J. E. sheedy Darryl Meiser, “Introduction To Ophthalmic Optics,” *Carl Zeiss Vis.*, vol. 1, pp. 1–130, 2014.
- [12] K. S. S. Mark E. Wilkinson, *OPTICS REVIEW*. F.E.P. International, 2006.

- [13] R. R. A. Bourne *et al.*, “Magnitude, temporal trends, and projections of the global prevalence of blindness and distance and near vision impairment: a systematic review and meta-analysis,” *Lancet Glob. Heal.*, vol. 5, no. 9, pp. e888–e897, Sep. 2017, doi: 10.1016/S2214-109X(17)30293-0.
- [14] S. Schwartz, *Geometrical and Visual Optics*. McGraw-Hill Medical, 2013.
- [15] J. R. Diaz-Uribe, A. Estrada-Molina, Y. Mejía, and M. Rodriguez Rodriguez, “Corneal Topography by Specular Reflection: Some Challenges and Solutions,” p. LTu3A.1, 2016, doi: 10.1364/laop.2016.ltu3a.1.
- [16] J. J. Nichols, “Contact Lens Spectrum - Contact Lenses 2014,” *Contact Lens Spectr.*, vol. 30, no. January 2015, pp. 22–27, 2015, Accessed: Jun. 05, 2019. [Online]. Available: <https://www.clspectrum.com/issues/2015/january-2015/contact-lenses-2014>.
- [17] Wise Guy Research Consultants Pvt, “GLOBAL OPHTHALMIC LENS MARKET 2017 INDUSTRY TRENDS, SALES, SUPPLY, DEMAND, ANALYSIS & FORECAST TO 2021,” *FEBRUARY 27*, , 2017. <https://www.wiseguyreports.com/about-us> (accessed Jun. 05, 2019).
- [18] M. M. Sinjab and A. B. Cummings, Eds., *Customized Laser Vision Correction*. Cham: Springer International Publishing, 2018.
- [19] C. Shamir Optical Industry Ltd., “Shamir Optical Industry Ltd.,” 2016. https://www.shamir.es/images/About_Shamir/company-presentation/Company_Presentation_5.8.pdf.
- [20] Kierstan Boyd, “¿Qué son las cataratas?,” *American Academy of Ophthalmology*, 2018. <https://www.aao.org/salud-ocular/enfermedades/que-son-las-cataratas> (accessed Jun. 06, 2019).
- [21] C. Juan José Mura, “Cirugía actual de la catarata,” *Rev. Médica Clínica Las Condes*, vol. 21, no. 6, pp. 912–919, Nov. 2010, doi: 10.1016/S0716-8640(10)70615-5.
- [22] P. A. Gomez Bastar *et al.*, “La catarata sigue siendo la principal causa de ceguera en

- economías emergentes, incluyendo México,” *Rev. Mex. Oftalmol.*, vol. 88, no. 4, pp. 208–209, Oct. 2014, doi: 10.1016/j.mexoft.2014.10.001.
- [23] P. Gomez Bastar and V. C. Lansingh, “La catarata sigue siendo la principal causa de ceguera en economías emergentes , incluyendo México Cataract remains the primary cause of blindness in emerging economies , including Bibliografía,” *Rev. Mex. Oftalmol.*, vol. 88, no. 4, pp. 208–9, 2014, [Online]. Available: <http://www.elsevier.es/es-revista-revista-mexicana-oftalmologia-321-articulo-la-catarata-sigue-siendo-principal-S0187451914000973#bib0080>.
- [24] IMSS-54111, “Guía de Referencia Rápida Queratoplastia Penetrante Guía de Práctica Clínica GPC.” <http://www.imss.gob.mx/sites/all/statics/guiasclinicas/541GRR.pdf>.
- [25] CENATRA., “TRASPLANTES Estado Actual de Receptores , Donación y Trasplantes en México 3 ER Trimestre 2018 Total de,” *Cent. Nac. Traspl.*, pp. 1–86, 2018, [Online]. Available: <https://bit.ly/2P2rGGY>.
- [26] W. C. Caccamise, “Munson’s sign,” 2008. <http://webeye.ophth.uiowa.edu/eyeforum/atlas/pages/keratoconus-with-Munsons-sign.html>.
- [27] R. Sharif, S. Bak-Nielsen, J. Hjortdal, and D. Karamichos, “Pathogenesis of Keratoconus: The intriguing therapeutic potential of Prolactin-inducible protein.,” *Prog. Retin. Eye Res.*, vol. 67, pp. 150–167, 2018, doi: 10.1016/j.preteyeres.2018.05.002.
- [28] R. H. Kennedy, W. M. Bourne, and J. A. Dyer, “A 48-year clinical and epidemiologic study of keratoconus.,” *Am. J. Ophthalmol.*, vol. 101, no. 3, pp. 267–73, Mar. 1986, Accessed: Jun. 06, 2019. [Online]. Available: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/3513592>.
- [29] J. E. Valdez-García, R. Sepúlveda, J. J. Salazar-Martínez, and J. F. Lozano-Ramírez, “Prevalence of keratoconus in an adolescent population,” *Rev. Mex. Oftalmol.*, vol. 88, no. 3, pp. 95–98, 2014, doi: 10.1016/j.mexoft.2014.03.002.
- [30] J. Misael Jalife-Chavira, G. Trujillo-Schiaffino, P. Guadalupe Mendoza-Villegas, D.

- Patricia Salas-Peimbert, and M. Anguiano-Morales Luis Francisco Corral-Martínez, "Optical methods for measuring corneal topography: A Review," *ÓPTICA PURA Y Apl.*, vol. 52, no. 2, pp. 1–26, 2019, doi: 10.7149/OPA.52.2.51016.
- [31] P. Hariharan, *Basics of interferometry*. Elsevier Academic Press, 2007.
- [32] D. Malacara, Z. Malacara, and M. Servn, *Interferogram analysis for optical testing*. Taylor & Francis, 2005.
- [33] J. D. Micali and J. E. Greivenkamp, "Dual interferometer for dynamic measurement of corneal topography," *J. Biomed. Opt.*, vol. 21, no. 8, p. 085007, 2016, doi: 10.1117/1.JBO.21.8.085007.
- [34] D. Huang *et al.*, "Optical Coherence Tomography," *Science (80-.)*, vol. 254, pp. 1178–1181, 1991, doi: 10.1002/ccd.23385.
- [35] M. R. Hee *et al.*, "Optical coherence tomography of the human retina.," *Arch. Ophthalmol. (Chicago, Ill. 1960)*, vol. 113, no. 3, pp. 325–32, Mar. 1995, Accessed: Jun. 08, 2019. [Online]. Available: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/7887846>.
- [36] Y. Li, M. Tang, X. Zhang, C. H. Salaroli, J. L. Ramos, and D. Huang, "Pachymetric mapping with Fourier-domain optical coherence tomography," *J. Cataract Refract. Surg.*, vol. 36, no. 5, pp. 826–831, 2010, doi: 10.1016/j.jcrs.2009.11.016.
- [37] A. Fekry, A. Fayed, A. El Shayeb, and A. M. Hamed, "Corneal epithelial thickness changes as imaged by Fourier-domain optical coherence tomography in eyes with keratoconus," *Benha Med. J.*, vol. 35, no. 2, p. 214, 2018, doi: 10.4103/bmfj.bmfj_46_17.
- [38] M. F. Kraus *et al.*, "Motion correction in optical coherence tomography volumes on a per A-scan basis using orthogonal scan patterns," *Biomed. Opt. Express*, vol. 3, no. 6, p. 1182, 2012, doi: 10.1364/BOE.3.001182.
- [39] M. E. Brezinski, *Optical coherence tomography : principles and applications*. Elsevier Academic Press, 2006.
- [40] "ANSI Z136.3-2011 - American National Standard for Safe Use of Lasers in Health

- Care.”
- https://webstore.ansi.org/standards/lia/ansiz1362011?gclid=CjwKCAjwue3nBRACEiwAkpZhmV4lWC1A7YFqFuOLOjdw5gZWvxFFhb-fTvODw3wKaCiM-Yv6jIQeiRoCHjUQAvD_BwE (accessed Jun. 08, 2019).
- [41] Tuan Vo-Dinh, *Biomedical Photonics Handbook - CRC Press Book*, 1st Editio. CRC pRESS llc, 2003.
- [42] S. Yun, G. Tearney, J. de Boer, N. Iftimia, and B. Bouma, “High-speed optical frequency-domain imaging,” *Opt. Express*, vol. 11, no. 22, p. 2953, 2003, doi: 10.1364/oe.11.002953.
- [43] J. A. I. Michael A. Choma, Marinko V. Sarunic, Changhuei Yang, “Sensitivity advantage of swept source and Fourier domain optical coherence tomography,” *Michael A. Choma, Mar. V. Sarunic, Chang. Yang, Joseph A. Izatt*, vol. 11, no. 18, pp. 2183–2189, 2003, doi: 10.1364/OE.11.002183.
- [44] S. Ortiz *et al.*, “Corneal topography from spectral optical coherence tomography (sOCT),” *Biomed. Opt. Express*, vol. 2, no. 12, p. 3232, 2011, doi: 10.1364/boe.2.003232.
- [45] K. Karnowski, B. J. Kaluzny, M. Szkulmowski, M. Gora, and M. Wojtkowski, “Corneal topography with high-speed swept source OCT in clinical examination,” *Biomed. Opt. Express*, vol. 2, no. 9, p. 2709, 2011, doi: 10.1364/boe.2.002709.
- [46] J. Wagner, D. Goldblum, and P. C. Cattin, “Golden angle based scanning for robust corneal topography with OCT,” *Biomed. Opt. Express*, vol. 8, no. 2, p. 475, 2017, doi: 10.1364/boe.8.000475.
- [47] S. I. Sayegh, “OCT corneal topography within ¼ diopter in the presence of saccadic eye movements,” *Opt. Coherence Tomogr. Coherence Domain Opt. Methods Biomed. XVII*, vol. 8571, no. March 2013, p. 85713D, 2013, doi: 10.1117/12.2007089.
- [48] S. Das, C.-H. Liu, M. Singh, M. D. Twa, and K. V. Larin, “Modified wavelength scanning interferometry for simultaneous tomography and topography of the cornea with Fourier domain optical coherence tomography,” *Biomed. Opt. Express*, vol. 9, no. 9, p. 4443,

- 2018, doi: 10.1364/boe.9.004443.
- [49] F. Hajizadeh, Ed., *Atlas of Ocular Optical Coherence Tomography*. Cham: Springer International Publishing, 2018.
- [50] J. Espinosa, A. B. Roig, D. Mas, C. Hernández, and C. Illueca, “Corneal topography reinterpretation through separate analysis of the projected rings,” *Biophotonics Photonic Solut. Better Heal. Care III*, vol. 8427, p. 84273Q, 2012, doi: 10.1117/12.922762.
- [51] J. J. Snellenburg, B. Braaf, E. A. Hermans, R. G. L. van der Heijde, and V. A. D. P. Sicam, “Forward ray tracing for image projection prediction and surface reconstruction in the evaluation of corneal topography systems,” *Opt. Express*, vol. 18, no. 18, p. 19324, 2010, doi: 10.1364/oe.18.019324.
- [52] L. A. Carvalho, “Feasibility of a Simple and Cost-Effective Wide-Angle Corneal Topography Method for Placido-based Videokeratographs,” in *Biomedical Optics and 3D Imaging OSA 2012*, 2012, pp. 8–10.
- [53] A. Kilic and C. J. Roberts, *Corneal topography: from theory to practice*. Kugler Publications, 2013.
- [54] M. Rottenkolber, H. Podbielska, and B. Group, “Measuring ophthalmologic surfaces by means of moiré deflectometry,” *Opt. Eng.*, vol. 35, no. 4, pp. 1124–1133, 1996.
- [55] T. Dada, N. Midha, and T. Arora, *New investigations in ophthalmology*, 2nd ed. JP Medical Ltd, 2017.
- [56] D. H. (Dondald H. . Kelly, *Visual science and engineering : models and applications*, 1st Editio. M. Dekker, 1994.
- [57] A. J. Kanellopoulos and G. Asimellis, “Color light-emitting diode reflection topography: Validation of keratometric repeatability in a large sample of wide cylindrical-range corneas,” *Clin. Ophthalmol.*, vol. 9, pp. 245–252, 2015, doi: 10.2147/OPTH.S68371.
- [58] G. F. Paez, “Color Light Emitting Diode Reflection Topography- Clinical Applications,” *J. Clin. Exp. Ophthalmol.*, vol. 09, no. 03, pp. 3–7, 2018, doi: 10.4172/2155-

- 9570.1000726.
- [59] “Cassini TCA - Cassini.” <https://i-optics.com/cassini-tca/> (accessed May 15, 2022).
- [60] “i-Optics Cassini.” <https://medicolle.com/i-optics-cassini/> (accessed May 15, 2022).
- [61] M. Campos-García, A. Estrada-Molina, and R. Díaz-Urbe, “New null screen design for corneal topography,” *22nd Congr. Int. Comm. Opt. Light Dev. World*, vol. 8011, p. 801124, 2011, doi: 10.1117/12.903397.
- [62] A. Estrada-Molina, M. Campos-García, and R. Díaz-Urbe, “Sagittal and meridional radii of curvature for a surface with symmetry of revolution by using a null-screen testing method,” *Appl. Opt.*, vol. 52, no. 4, p. 625, 2013, doi: 10.1364/ao.52.000625.
- [63] M. Campos-García, C. Cossio-Guerrero, V. I. Moreno-Oliva, and O. Huerta-Carranza, “Surface shape evaluation with a corneal topographer based on a conical null-screen with a novel radial point distribution,” *Appl. Opt.*, vol. 54, no. 17, p. 5411, 2015, doi: 10.1364/ao.54.005411.
- [64] C. Cossio-Guerrero and M. Campos-García, “Accuracy and sensitivity analysis of the conical null-screen based corneal topographer,” *Curr. Dev. Lens Des. Opt. Eng. XVII*, vol. 9947, no. September 2016, p. 99470Q, 2016, doi: 10.1117/12.2238280.
- [65] A. I. Osorio-Infante, M. Campos-García, and C. Cossio-Guerrero, “Characterization of a conical null-screen corneal topographer,” *Model. Asp. Opt. Metrol. VI*, vol. 10330, no. June 2017, p. 103301E, 2017, doi: 10.1117/12.2270055.
- [66] V. de E. Armengol-Cruz, M. Campos-García, and C. Cossio-Guerrero, “Evaluation of a human corneal surface with the null-screen method,” *Model. Asp. Opt. Metrol. VI*, vol. 10330, no. June 2017, p. 103300Q, 2017, doi: 10.1117/12.2270042.
- [67] D. Aguirre-Aguirre, C. Camargo Fierro, M. Campos-García, and V. E. Armengol-Cruz, “Obtaining the topography of human corneas with the null-screen testing method,” vol. 1069216, no. June, p. 37, 2018, doi: 10.1117/12.2314148.
- [68] Y. Mejía-Barbosa and D. Malacara-Hernández, “Object surface for applying a modified

- Hartmann test to measure corneal topography,” *Appl. Opt.*, vol. 40, no. 31, p. 5778, 2001, doi: 10.1364/ao.40.005778.
- [69] Y. Mejía and J. C. Galeano, “Corneal Topographer Based on the Hartmann Test,” *Optom. Vis. Sci.*, vol. 86, no. 4, pp. 370–381, Apr. 2009, doi: 10.1097/OPX.0b013e3181989589.
- [70] P. G. Mendoza-Villegas, G. Trujillo-Schiaffino, D. P. Salas-Peimbert, and A. Bustillos-Trujillo, “Method of analysis to measure the tangential curvature in a test sphere,” *Seventh Symp. Opt. Ind.*, vol. 7499, p. 74990K, 2009, doi: 10.1117/12.848966.
- [71] M. Takeda and K. Mutoh, “Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes,” *Appl. Opt.*, vol. 22, no. 24, p. 3977, Dec. 1983, doi: 10.1364/AO.22.003977.
- [72] J. R. J. Moya-Morales, J. Pedraza, S. Arriaga, *3D reconstruction : techniques, analysis and new developments*, 1st ed. New York: Nova Science Publishers, Inc, 2016.
- [73] B. De Luis Eguileor, J. E. Argaluz, J. I. P. Zubizarreta, A. S. Carro, and J. E. Ecnarro, “Evaluation of the reliability and repeatability of scheimpflug system measurement in keratoconus,” *Cornea*, vol. 37, no. 2, pp. 177–181, 2018, doi: 10.1097/ICO.0000000000001373.
- [74] Y. Choi, Y. Eom, J. S. Song, and H. M. Kim, “Comparison of Anterior, Posterior, and Total Corneal Astigmatism Measured Using a Single Scheimpflug Camera in Healthy and Keratoconus Eyes,” *Korean J. Ophthalmol.*, vol. 32, no. 3, p. 163, 2018, doi: 10.3341/kjo.2017.0075.
- [75] C. Maps, “3-D Scheimpflug,” *System*, pp. 2010–2012, 2010.
- [76] M. Granito and J. M. Ferreira, “Terapia nutricional proposta para conjuntivite lenhosa: estudo de caso e revisão de literatura,” *Rev Bras Oftalmol*, vol. 75, no. 6, pp. 476–480, 2016, doi: 10.5935/0034-7280.201600.
- [77] B. Askarian, J. W. Chong, F. Tabei, and A. Askarian, “An affordable and easy-to-use diagnostic method for keratoconus detection using a smartphone,” vol. 1057512, no.

- February, p. 37, 2018, doi: 10.1117/12.2293765.
- [78] P. Zitzewitz, *Glencoe Physics: Principles & Problems*, Student Ed. McGraw-Hill, 2004.
 - [79] M. P. Keating, “Geometrical, Physical, and Visual Optics,” *Optom. Vis. Sci.*, vol. 65, no. 12, pp. 989–990, 1988, doi: 10.1097/00006324-198812000-00016.
 - [80] T. G. Troy E. Fannin, *Clinical Optics*, 1st ed. Stoneham, MA: Butterworth-Heinemann, 1987.
 - [81] G. T. Luther L. Fry, Ashok Garg, Francisco Guitérrez-Camona, Suresh K. Pandey, *Clinical Practice in Small Incision Cataract Surgery*. Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 2004.
 - [82] M. Kaschke, K. H. Donnerhacke, and M. S. Rill, *Optical Devices in Ophthalmology and Optometry: Technology, Design Principles and Clinical Applications*, vol. 9783527410. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2014.
 - [83] G. Schmidtman, *Clinical Vision Science - A Concise Guide to Numbers, Laws, and Formulas*, 1st ed. Cham, Switzerland: Springer, 2020.
 - [84] Mco. Mark Rosenfield, Nicola Logan, *Optometry: Science, Techniques and Clinical Management*. New York, USA: Elsevier Health Sciences, 2009.
 - [85] A. Keirl and C. Christie, *Clinical optics and refraction : a guide for optometrists, contact lens opticians, and dispensing opticians*, 1st ed. Philadelphia, PA: Elsevier Health Sciences, 2007.
 - [86] M. J. G. Andrew R. Elkington, Helena J. Frank, *Clinical Optics*, 3th ed. Wiley, 1999.
 - [87] J. S. W. Gregory L. Skuta, Louis B. Cantor, *Basic and Clinical Science Course, Section 3: Clinical Optics.*, San Francisco, CA: American Academy of Ophthalmology, 2012.
 - [88] L. S. Anthony J. Phillips, *Contact Lenses*, Sixth Edit. Louis Miss. USA: Elsevier Inc., 2019.
 - [89] P. Artal, *Handbook of Visual Optics*, vol. 1. Boca Raton, FL: CRC Press, 2017.

-
-
- [90] D. A. G. Smith, *The eye and visual optical instruments*, 1st ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997.
- [91] W. J. Benjamin, *Borish's Clinical Refraction*. St. Louis Miss. USA: Elsevier Health Sciences, 2006.
- [92] W. A. Douthwaite, *Contact Lens Optics and Lens Design*. Elsevier Ltd, 2006.
- [93] PALOMA GUADALUPE MENDOZA VILLEGAS, "MEDICIÓN DE CURVATURA EN UNA ESFERA DE CALIBRACIÓN PARA TOPOGRAFÍA CORNEAL," Instituto Tecnológico de Chihuahua, 2010.
- [94] C. G. Relf, *Image Acquisition and Processing with LabVIEW*, vol. 1, no. 9. 2003.
- [95] T. D. D. Eustace L. Dereniak, *Geometrical and Trigonometric Optics*, 1st. Ed. New York: Cambridge University Press, 2008.
- [96] C. H. D. Gilbert Smolin, Charles Stephen Foster, Dimitri T. Azar, *Smolin and Thoft's The Cornea: Scientific Foundations and Clinical Practice*, 4th ed. Philadelphia, PA: Lippincott Williams & Wilkins, 2005.
- [97] N. I. Corporation, "Manual, NI Vision IMAQ Vision Concepts," *Natl. Instruments*, no. November, pp. 1–19, 2005, [Online]. Available: ni.com/info.
- [98] H. Seddik, "A new family of Gaussian filters with adaptive lobe location and smoothing strength for efficient image restoration," *EURASIP J. Adv. Signal Process.*, vol. 2014, no. 1, pp. 1–11, 2014, doi: 10.1186/1687-6180-2014-25.
- [99] N. V. Concepts, "Thresholding," *NI Vision 2019 for LabVIEW Help*, 2019. <http://zone.ni.com/reference/en-XX/help/370281AG-01/nivisionconcepts/thresholding/#Niblack>.
- [100] M. Mansuripur, *Classical optics and its applications, second edition*, vol. 9780521881692. Cambridge University Press, 2009.
- [101] J. A. McDonald, *Large-format Photography Eastman Kodak Company*, 2nd. Rochester NY: Silver Pixel Press, 1998.

-
-
- [102] T. DATA, “KODAK TRI-X Pan and KODAK TRI-X Pan Professional Films,” Rochester, New York, 1996.
 - [103] University of Rochester Optics 307, “Photographic Film,” Apr. 2004.
<http://www2.optics.rochester.edu/workgroups/cml/opt307/spr04/jidong/index.html>
 (accessed May 12, 2020).
 - [104] “Algoritmo de Bresenham - Wikipedia, la enciclopedia libre.”
https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Bresenham (accessed Jan. 20, 2022).
 - [105] T. Weinkauff, “Extracting and Filtering Minima and Maxima of 1D Functions.”
<https://www.csc.kth.se/~weinkauff/notes/persistence1d.html> (accessed Dec. 15, 2021).
 - [106] D. Malacara, *Optical Shop Testing 3th Ed.*, vol. 26, no. 7. 2007.
 - [107] J. D. Briers, “Optical testing: a review and tutorial for optical engineers,” *Opt. Lasers Eng.*, vol. 32, no. 2, pp. 111–138, 1999.
 - [108] D. Malacara-Hernández and D. Malacara-Doblado, “What is a Hartmann test?,” *Appl. Opt.*, vol. 54, no. 9, p. 2296, 2015, doi: 10.1364/ao.54.002296.
 - [109] J. L. Rayces, “Exact Relation between Wave Aberration and Ray Aberration,” *Opt. Acta Int. J. Opt.*, vol. 11, no. 2, pp. 85–88, 1964, doi: 10.1080/713817854.
 - [110] D. P. S. Peimbert, “Estudios y Aplicaciones sobre la Prueba de Hartmann,” Centro de Investigaciones en Optica, 2006.
 - [111] G. Dai, *Wavefront Optics for Vision Correction*, 1st ed. Bellingham, Washington: SPIE, 2008.
 - [112] Y.-J. Zhang, *Handbook of Image Engineering*. Singapore, Singapore: Springer Nature Singapore Pte Ltd., 2021.
 - [113] S. Adatrao and M. Mittal, “Error analysis in determining the centroids of circular objects in images,” *Comput. Vis. Sci.*, vol. 18, no. 4–5, pp. 145–155, 2017, doi: 10.1007/s00791-017-0286-6.

- [114] F. S. Granados-Agustín, O. Cardona-Núñez, R. Díaz-Urbe, E. Percino-Zacarías, A. M. Zárate-Rivera, and A. Cornejo-Rodríguez, “Analysis of the common characteristics of the Hartmann, Ronchi, and Shack-Hartmann tests,” *Optik (Stuttg)*., vol. 125, no. 2, pp. 667–670, 2014, doi: 10.1016/j.ijleo.2013.07.056.
- [115] J. Mompeán, J. L. Aragón, P. M. Prieto, and P. Artal, “GPU-based processing of Hartmann–Shack images for accurate and high-speed ocular wavefront sensing,” *Futur. Gener. Comput. Syst.*, vol. 91, pp. 177–190, 2019, doi: 10.1016/j.future.2018.09.010.
- [116] G. Hernández-Gómez, Z. Malacara-Hernández, and D. Malacara-Hernández, “Hartmann tests to measure the spherical and cylindrical curvatures and the axis orientation of astigmatic lenses or optical surfaces,” *Appl. Opt.*, vol. 53, no. 6, p. 1191, 2014, doi: 10.1364/ao.53.001191.
- [117] “Understanding Focal Length and Field of View | Edmund Optics.” <https://www.edmundoptics.com/knowledge-center/application-notes/imaging/understanding-focal-length-and-field-of-view/> (accessed Dec. 14, 2021).
- [118] H. Klarmann and F. Cooke, “Optical Activities of Jos Schneider & Co,” *Appl. Opt.*, vol. 13, no. 4, p. 707, 1974, doi: 10.1364/ao.13.000707.
- [119] R. E. W. Gonzalez, Rafael C, *Digital image processing (2nd ed.)*, vol. 55, no. 2. Pearson Prentice Hall, 2004.
- [120] C. Eisenhart, “Realistic evaluation of the precision and accuracy of instrument calibration systems,” *J. Res. Natl. Bur. Stand. Sect. C Eng. Instrum.*, vol. 67C, no. 2, p. 161, 1963, doi: 10.6028/jres.067c.015.
- [121] E. O. Doebelin, *Measurement Systems: Application and Design*, 4th ed. McGraw-Hill, 1990.
- [122] T. J. Mordkoff, “The Assumption(s) of Normality,” 2000. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www2.psychology.uiowa.edu/faculty/mordkoff/GradStats/part 1/I.07 normal.pdf.
- [123] I. M. Sullivan, *Fundamentals of Statistics: Informed Decisions Using Data*, 7th ed. Pearson, 2018.
- [124] D. S. Moore, *The Basic Practice of Statistics*, 4th ed. Macmillan Higher Education, 2007.
- [125] A. W. Bowman, R. B. D’Agostino, and M. A. Stephens, *Goodness-of-Fit Techniques.*, no. 1. New York, NY: MARCEL DEKKER, 1988.
- [126] MatLAB, “StatisticsToolbox,” 2022 <https://www.mathworks.com/help/stats/chi2gof.html>.

ANEXO A1

Datos característicos del panel led anillos sinusoidales



Flujo luminoso	Potencia	Temperatura de color	Dimensiones	Marca y Modelo
480 lm	9W	6500K	120*120*15 mm	Lovi 13009/120

Datos característicos del panel led técnica de Hartmann



ANEXO A2

Datos del Monitor Led Dell E2016H

Especificaciones del panel plano

Número de modelo	E2016H
Tipo de pantalla	Matriz activa - LCD TFT
Tipo de panel	TN
Imagen visible	
Diagonal	494,1 ± 0,02 mm (19,5 ± 0,05 pulgadas)
Área activa horizontal	432,0 ± 1,92 mm (17,0 ± 0,08 pulgadas)
Área activa vertical	239,76 ± 3,42 mm (9,44 ± 0,13 pulgadas)
Área	102552,65 ± 1050 mm ² (158,84 ± 1,56 pulgadas ²)
Densidad de píxeles	0,248 ± 0,022 x 0,248 ± 0,022 mm
Ángulo de visión:	
Horizontal	170°, valor típico
Vertical	160°, valor típico
Salida de luminancia	250 cd/m ² (valor típico)
Relación de contraste	1000 a 1 (valor típico)
Recubrimiento de la cubierta	Antideslumbramiento con recubrimiento reforzado 3H
Retroiluminación	Sistema de barra de luces de LED
Tiempo de respuesta	Valor típico de 5 ms (blanco a negro y negro a blanco)
Profundidad de color	16,7 millones de colores
Gama de colores	82 % (valor típico) *

Especificaciones de la resolución

Número de modelo	E2016H		
Intervalo de exploración			
- Horizontal - Vertical	30 kHz a 83 kHz (automático) 56 Hz a 76 Hz (automático)		
Resolución máxima preconfigurada	1366 x 768 a 60 Hz	1600 x 900 a 60 Hz	1920 x 1080 a 60 Hz

ANEXO A3

Datos del Monitor LG M2362D para proceso de fotolitografía

Panel LCD	Tipo de pantalla	584,2 mm Panorámica (23 pulg.) TFT (Thin Film Transistor - Transistor de película fina) Panel LCD (Liquid Crystal Display - Pantalla de cristal líquido) Tamaño de visibilidad diagonal: 584,2 mm
	Pitch de píxeles	0,265 mm (H) x 0,265 mm (V)
Señal de video	Resolución máxima	1920 x 1080 @ 60 Hz
	Resolución recomendada	1920 x 1080 @ 60 Hz
	Frecuencia horizontal	30 kHz a 83 kHz
	Frecuencia vertical	56 Hz a 75 Hz
	Tipo de sincronización	Sincronización independiente, digital
Conector de entrada		TV, D-Sub analógica, entrada de audio del PC, componente, DVI-D, HDMI*2, CVBS, S-VIDEO
Encendido	Tensión nominal	CA 100-240 ~ 50/60 Hz 1,0 A
	Consumo de energía	En modo de funcionamiento : 55 W (typ.) En modo de suspensión ≤ 1 W (RGB) En modo de desactivación ≤ 1 W
Inclinación	Rango de inclinación	-5° a 15°
Dimensiones (Ancho x Alto x Profundidad)		551,8 mm x 419,5 mm x 221,6 mm (21,72 pulg. x 16,52 pulg. x 8,72 pulg.)
Peso		5,2 kg (11,46 libra)
Condiciones del entorno	temperatura de funcionamiento	10 °C a 35 °C
	Humedad de funcionamiento	20 % a 80 %
	Temperatura de almacenamiento	-10 °C a 60 °C
	Humedad de almacenamiento	5 % a 90 %

ANEXO A4

Hoja de datos Cámara Point Grey® modelo Chameleon CMLN-13S2C

FLIR CHAMELEON®

P/N: CMLN-13Y3C, USB 2.0

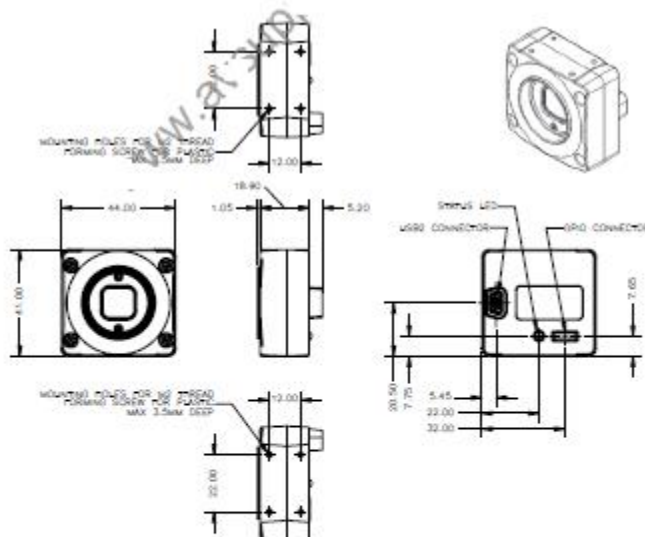


1.3 MP CCD + USB INTERFACE + COMPACT

A high sensitivity Sony EXview HAD CCD* sensor, combined with a high-speed USB 2.0 digital interface, makes the Chameleon an ideal choice for demanding imaging applications such as object and gesture tracking, test and measurement, life and bioscience, augmented reality, multitouch display, security and biometrics, and robot guidance.

KEY FEATURES

- High quality 1.3 MP Sony EXview HAD CCD
- Compact and lightweight
- GPIO for trigger and strobe



www.flir.com/ila



The World's Sixth Sense®

MODEL	VERSION	MP	IMAGING SENSOR
CMLN-13S2M-CS	Mono	1.3 MP	■ Sony ICX445 CCD, 1/3", 3.75 μm ■ Global Shutter ■ 1296x964 at 18 FPS
A/D Converter	12-bit		
Image Data Output	8-bit and 16-bit digital data		
Image Data Formats	Y8, Y16 (monochrome), 8-bit and 16-bit Raw Bayer data (color)		
Partial Image Modes	Pixel binning and region of interest (ROI) modes		
Image Processing	Color/Greyscale conversion, gamma, lookup table, white balance		
Gain	Automatic/Manual/One-Push Gain modes		
	0 dB to 24 dB		
Gamma	0.50 to 4.00		
White Balance	Automatic/manual modes, programmable via software		
Digital Interface	5-pin Mini-B USB2.0 digital interface for camera control, video data transmission, and power		
Transfer Rates	480 Mbit/s		
GPIO	7-pin JST GPIO connector, 4 pins for trigger and strobe, 1 pin +3.3 V, 1 VEXT pin for external power		
External Trigger Modes	IIC Trigger Modes 0, 1, 3, and 14		
Synchronization	Via external trigger or software trigger		
	Global Shutter		
Shutter	Automatic/Manual/One-Push/Extended Shutter modes		
	0.01 ms to >10 seconds (extended shutter mode)		
Image Buffer	32 MB frame buffer		
Memory Channels	3 memory channels for custom camera settings		
Flash Memory	256 KB		
Dimensions	25.5 mm x 44 mm x 41 mm (excluding lens holder and connectors)		
Mass	37 grams (without optics or tripod mounting bracket)		
Power Consumption	2 W, 4.745 to 5.25 V via Mini-B USB 2.0 interface or JST 7-pin GPIO connector		
Camera Specification	IIC v1.31		
Camera Control	via FlyCapture SDK, CSRs, or third party software		
Camera Updates	In-field firmware updates		
Lens Mount	CS-mount (5 mm C-mount adapter included)		
Temperature	Operating: 0° to 45°C; Storage: -30° to 60°C		
Emissions Compliance	CE, FCC, RoHS		
Operating System	Windows XP SP1		
Warranty	One year		

ANEXO A5

Hoja de datos de la lente doble Gauss 18 mm 54-857

TECHSPEC® FOCUSABLE DOUBLE GAUSS IMAGING LENS #54-857 • 18mm FL • f/4

TECHSPEC® DOUBLE GAUSS MACRO IMAGING LENS

Our TECHSPEC® Double Gauss lenses provide high-performance, compact size and exceptional value. Their expanded performance yields image resolution greater than 100 lp/mm on up to a 1/3" sensor. The focus ring and manual iris can lock in place with the included thumbcrevs. Set screws are also included to facilitate a low profile integration in machine vision applications. Mechanical design also allows the focusing movement to be motorized by the user.



Focal Length:	18mm
Minimum Working Distance ¹ :	210mm
Focus Range ¹ (lockable):	210mm - ∞
Length:	32.3mm
Max. Rear Projection:	2.5mm
Filter Thread:	M20.5 x 0.5
Max. Sensor Format:	14.3mm
Camera Mount:	C-mount

Aperture (f/#):	f/4 - f/12
Magnification Range:	0X - 0.08X
Distortion ² :	<2%
Object Space NA ² :	0.0097
No. of Elements (Groups):	6 (4)
AR Coatings:	1/4λ MgF ₂ @ 550nm
Weight:	116g

Sensor Size	1/2"	1/2"	1/4"	3/8"	Sony 3/8" *	1"	1" Sq [†]	3/4"
Field of View ³	70.2mm - 17.5°	78.8mm - 19.6°	88.8mm - 22.0°	108.7mm - 26.8°	104.3mm - 25.8°	199.2mm - 38.4°	139.5mm - 34.0°	NA

1. From front of housing 2. At Min Working Distance 3. Horizontal FOV on standard 4:3 sensor format *6.5 aspect ratio †1:1 aspect ratio Specifications subject to change

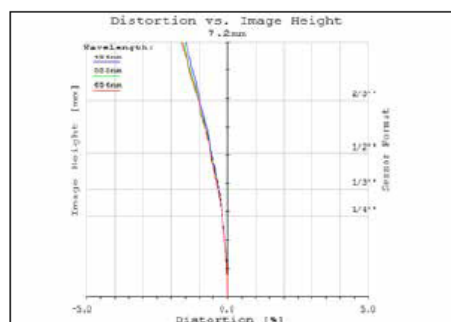


Figure 1: Distortion at the maximum sensor format. Positive values correspond to pincushion distortion, negative values correspond to barrel distortion.

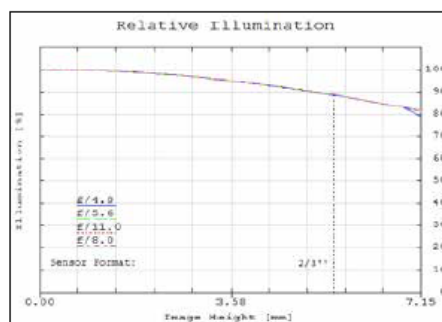


Figure 2: Relative illumination (center to corner)

In both plots, field points corresponding to the image circle of common sensor formats are included. Plots represent theoretical values from lens design software. Actual lens performance varies due to manufacturing tolerances.

Edmund
optics | worldwide

www.edmundoptics.com

© COPYRIGHT 2014 EDMUND OPTICS, INC. ALL RIGHTS RESERVED

**TECHSPEC® FOCUSABLE
DOUBLE GAUSS
IMAGING LENS**
#54-857 • 18mm FL • f/4

MTF & DOF: f/4.0
WD: 210mm

TECHSPEC® DOUBLE GAUSS MACRO IMAGING LENS

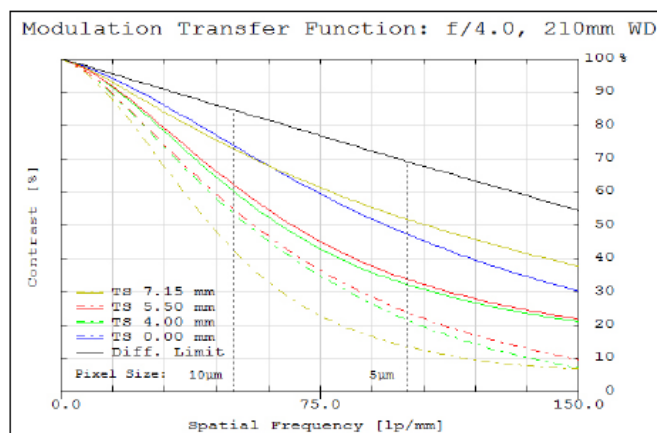


Figure 3: Image space polychromatic diffraction FFT Modulation Transfer Function (MTF) for $\lambda = 486\text{nm}$ to 656nm . Included are Tangential and Sagittal values for field points on center, at 70% of full field and at the maximum sensor format. Solid black line indicates diffraction limit determined by $f/\#$ -defined aperture. Frequencies corresponding to the Nyquist resolution limit of pixel sizes are indicated.

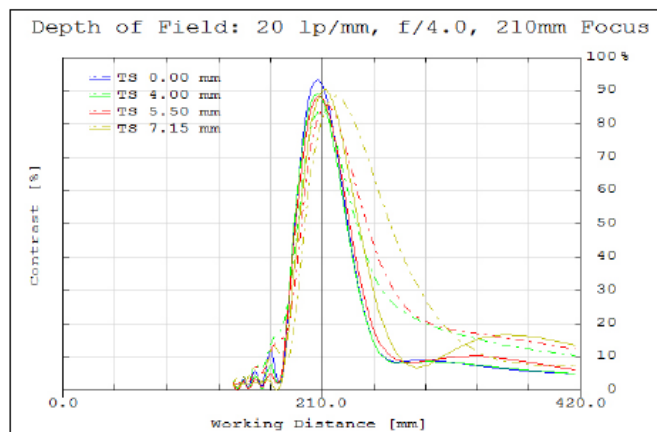


Figure 4: Polychromatic diffraction through focus MTF at 20 linepairs/mm (imagespace). Contrast is plotted to two times the focus distance. Note object spatial frequency changes with working distance.

Plots represent theoretical values from lens design software. Actual lens performance varies due to manufacturing tolerances.

Edmund
optics | worldwide

www.edmundoptics.com

ANEXO A6

Hoja de datos de la lente telecéntrica WD 173 mm #62-932

**TECHSPEC® HIGH PERFORMANCE
TELECENTRIC LENS**
#62-932 • 173mm WD • 0.5X


Our TECHSPEC® High Performance Telecentric Lenses have been designed with the small pixels associated with 5 Megapixel sensors in mind. These highly telecentric lenses produce unparalleled levels of contrast yielding maximum image quality with the highest degree of measurement accuracy. Designed with the lowest $f\#$'s in the industry, these lenses achieve the superior light collection required to solve many of today's applications. A locking iris prevents unintentional lens adjustments in high vibration environments.

TECHSPEC® SILVER SERIES TELECENTRIC LENS

Primary Magnification:	0.5X
Working Distance ¹ :	173mm
Depth of Field ² :	±2.1mm at f10 (20% @ 20 lp/mm)
Length:	174.8mm
Filter Thread:	M46 x 0.75
Max. Sensor Format:	2/5"
Camera Mount:	C-Mount

Telecentricity:	<0.1°
Distortion:	<0.1%
Aperture (f/#):	f/6 - f/22, lockable
Object Space NA:	0.041
Number of Elements (Groups):	10 (7)
AR Coating:	425 - 675nm BBAR
Weight:	430g

Sensor Size	1/4"	1/8"	1/2.8"	1/2"	1/1.8"	2/3"	1"	2/5"
Field of View ³	7.2mm	9.6mm	11.4mm	12.8mm	14.3mm	17.6mm	N/A	N/A

1. From front of housing 2. Image space MTF contrast 3. Horizontal FOV on standard 4:3 sensor format

Specifications subject to change

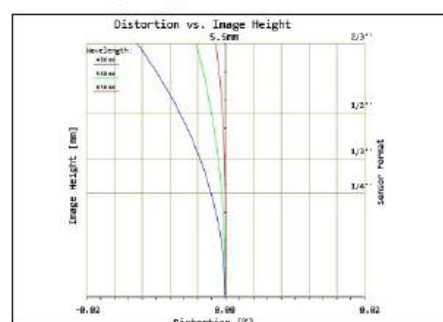


Figure 1: Distortion at the maximum sensor format. Positive values correspond to pincushion distortion, negative values correspond to barrel distortion.

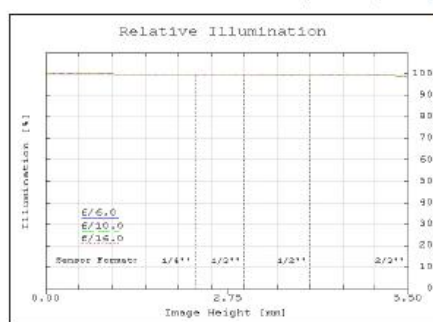


Figure 2: Relative illumination (center to corner)

In both plots, field points corresponding to the image circle of common sensor formats are included. Plots represent theoretical values from lens design software. Actual lens performance varies due to manufacturing tolerances.

eo Edmund
 optics | worldwide

www.edmundoptics.com

© COPYRIGHT 2014 EDMUND OPTICS, INC. ALL RIGHTS RESERVED

**TECHSPEC® HIGH PERFORMANCE
TELECENTRIC LENS**
#62-932 • 173mm WD • 0.5X

MTF & DOF: f/6.0

TECHSPEC® SILVER SERIES TELECENTRIC LENS

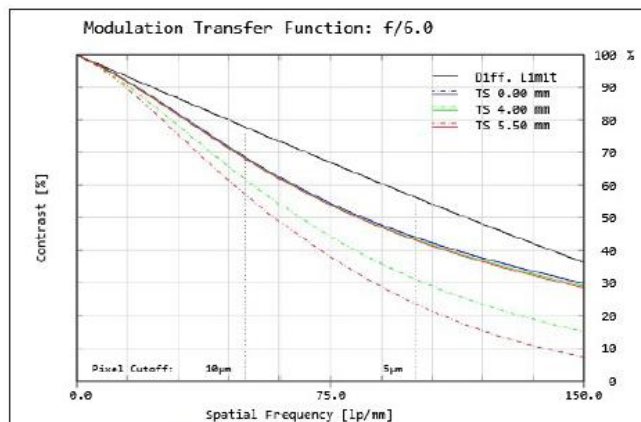


Figure 3: Image space polychromatic diffraction FFT Modulation Transfer Function (MTF) for $\lambda = 486\text{nm}$ to 656nm . Included are tangential and sagittal values for field points on center, at 70% of full field and at the maximum sensor format. Solid black line indicates diffraction limit determined by $f/\#$ -defined aperture. Frequencies corresponding to the Nyquist resolution limit of pixel sizes are indicated.

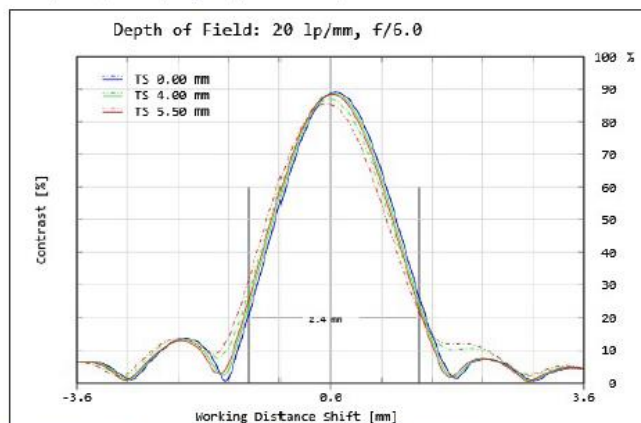


Figure 4: Polychromatic diffraction through-focus MTF at 20 linepairs/mm (imagespace). The depth of field at the maximum sensor format for the plotted frequency and $f/\#$ at 20% contrast is indicated by the measurement box.

Plot represent theoretical values from lens design software. Actual lens performance varies due to manufacturing tolerances.

Edmund
optics | worldwide

www.edmundoptics.com

**TECHSPEC® HIGH PERFORMANCE
TELECENTRIC LENS**
#62-932 • 173mm WD • 0.5X

MTF & DOF: f/10.0

TECHSPEC® SILVER SERIES TELECENTRIC LENS

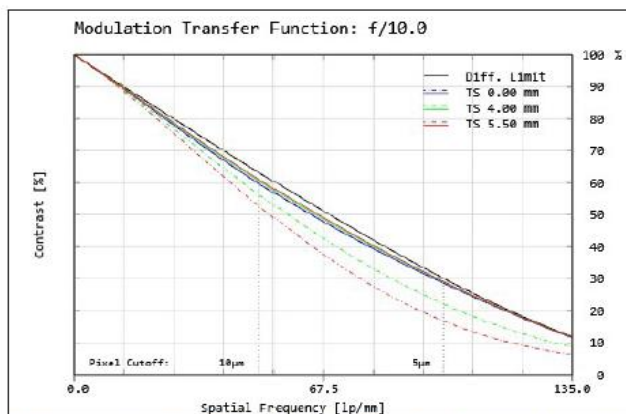


Figure 5: Large space polychromatic diffraction FFT Modulation Transfer Function (MTF) for $\lambda = 486\text{nm}$ to 656nm . Included are tangential and sagittal values for field points on center, at 70% of full field and at the maximum sensor format. Solid black line indicates diffraction limit determined by $f/\#$ -defined aperture. Frequencies corresponding to the Nyquist resolution limit of pixel sizes are indicated.

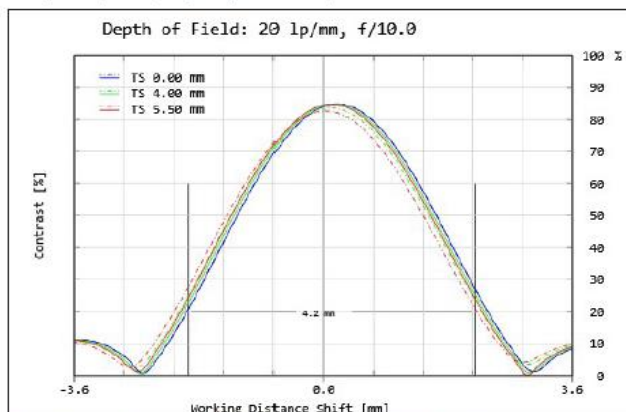


Figure 6: Polychromatic diffraction through focus: MTF at 20 linepairs/mm (imagespace). The depth of field at the maximum sensor format for the plotted frequency and $f/\#$ at 20% contrast is indicated by the measurement box.

Plots represent theoretical values from lens design software. Actual lens performance varies due to manufacturing tolerances.

Edmund
optics | worldwide

www.edmundoptics.com

© COPYRIGHT 2014 EDMUND OPTICS, INC. ALL RIGHTS RESERVED.

ANEXO A7

Hoja de datos de la lente computar TEC-M55 f2.8 55mm

computar**TEC-M55**

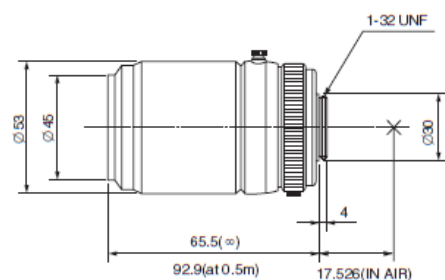
55mm F2.8
for 2/3 type Cameras, Telecentric
C-Mount

Model No.		TEC-M55		Effective	Front	Ø33.0mm	
Focal Length		55mm		Lens Aperture	Rear	Ø13.3mm	
Max. Aperture Ratio		1:2.8		Back Focal Length		29.8mm	
Max. Image Format		8.8mm x 6.6mm(Ø11mm)		Flange Back Length		17.526mm	
Operation Range	Iris	F2.8 - F32C		Mount		C-Mount	
	Focus	0.14m - Inf.		Filter Size		M43 P=0.75mm	
Control	Iris	Manual		Dimensions		Ø53mm x 92.9mm	
	Focus	Manual		Weight		320g	
Object Dimension at M.O.D.		17mm x 13mm					
Angle of View	D	2/3 type	11.5°	1/2 type	8.3°	1/3 type	6.2°
	H		9.2°		6.7°		5.0°
	V		6.9°		5.0°		3.7°
Operating Temperature		-20°C - +50°C					

M.O.D. : Minimum Object Distance

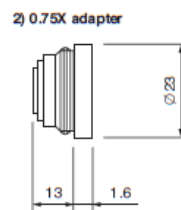
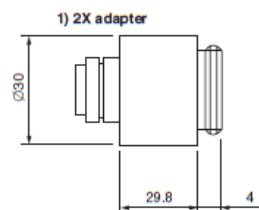
2/3
type

C

Dimensions

f=55mm

Working	Angle of View (H)	
	2/3 type camera	1/2 type camera
5,000mm	700mm	550mm
3,000	400	320
1,000	150	120
500	70	53
300	40	32
200	27	20
140	17	12

Optional Accessory

Specifications subjected to change without any notice.

2004.5

ANEXO A8

Hoja de datos del láser He-Ne



COMMERCIAL LASERS

Helium-Neon Laser Heads

1100 Series



- Key Features**
- Long operating life
 - Low noise
 - Exceptional beam-pointing stability
 - Long-term amplitude stability

The JDS Uniphase 1100 Series red helium-neon laser products offer low noise, high power stability, and long life for the most demanding applications. With more than 1.5 million units sold, JDS Uniphase lasers are the industry standard for many advanced system designs.

JDS Uniphase manufactures helium-neon lasers in the red, green, yellow, and orange wavelengths. All features our patented close-cathode design that rapidly and uniformly distributes discharge heat throughout the laser, resulting in excellent thermal, beam-pointing, and power stability. Our patented field concentrator design ignites the discharge within milliseconds of applying the start voltage. Hard-sealed internal mirrors, small physical size, and low noise result in greater reliability, longer life, and enhanced performance.

All JDS Uniphase helium-neon lasers are manufactured in a dedicated facility using state-of-the-art process control technology. This enables us to achieve higher process yields, and results in dependable lead times and excellent on-time delivery performance.

Applications

- Flow cytometry
- Metrology
- Semiconductor inspection
- Alignment
- Laser-induced fluorescence
- Hematology
- High-speed printing

Compliance

- CDRH 1040.10
- CE

NORTH AMERICA: 800 254-3684

WORLDWIDE: +800 5378-JDSU

WEBSITE: www.jdsu.com

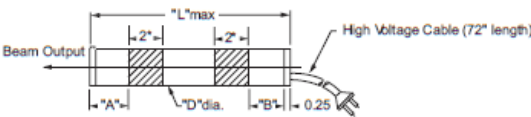


1100 SERIES

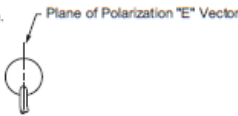
2

1100 Series Laser Heads

(Specifications in inches unless otherwise noted.)



Accessory Housing Holes:
M-3 on 1.38" (34.9 mm) bolt circle.
(1.740" diameter head only)



NORTH AMERICA: 800 254-3684	WORLDWIDE: +800 5378-JDSU	WEBSITE: www.jdsu.com
-----------------------------	---------------------------	-----------------------



1100 SERIES

3

Specifications

Parameter	1101/P	1103/P	1107/P	1108/P	1122/P	1125/P	1135/P	1137/P	1144/P	1145/P	Unit
Optical											
Min. output power (TEM ₀₀)	1.5	2.0	0.8	0.5	2.0	5.0	10.0	7.0	15.0	22.5/21.0	mW
Wavelength	632.8	632.8	632.8	632.8	632.8	632.8	632.8	632.8	632.8	632.8	nm
Mode purity (TEM ₀₀)	>95	>95	>95	>95	>95	>95	>95	>95	>95	>95	%
Beam diameter (1/e ² points, ±3%, TEM ₀₀)	0.63	0.63	0.48	0.48	0.63	0.81	0.68	0.81	0.70	0.70	mm
Beam divergence (TEM ₀₀ , ±3%, mrad - full angle)	1.3	1.3	1.7	1.8	1.3	1.0	1.2	1.0	1.15	1.15	mrاد
Polarization ratio (minimum, P versions)	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	N/A /500:1	-
Longitudinal mode spacing (nominal)	730	730	1090	1090	730	435	320	435	257	257	MHz
Maximum noise (rms, 30 Hz to 10 MHz)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	1.0	0.2	0.5	0.5	%
Max. drift (mean power measured over 8 hours)	±2.5	±2.5	±2.5	±2.5	±2.5	±2.5	±3.0	±2.5	±2.0	±2.0	%
Max. mode sweeping contribution	3	3	10	20	3	2	2	2	1	1	%
Max. warm-up time (minutes to 95% power)	10	10	10	10	10	10	15	10	20	20	min.
Beam pointing stability (from cold start, 25 °C)	N/A	N/A	N/A	N/A	<0.10	<0.10	<0.10	<0.10	<0.20	<0.20	mrاد
Beam pointing stability (after 15 minutes warm-up)	N/A	N/A	N/A	N/A	<0.10	<0.10	<0.02	<0.02	<0.03	<0.03	mrاد
Operating voltage (V DC ±100)	1700	1700	1250	1250	1800	2300	3100	2300	3800	3800	V DC
Operating current (±0.1 mA)	4.9	4.9	4.0	4.0	6.5	6.0	6.5	6.0	6.5	6.5	mA
Dimensions											
L-overall length	9.50	9.50	7.00	7.00	10.71	15.79	19.13	15.79	25.00	25.00	inches
D-mounting diameter (±0.005 inches)	1.245	1.245	1.245	1.245	1.740	1.740	1.740	1.740	1.740	1.740	inches
B-distance: cable end to mounting surface	1.00	1.00	0.75	0.75	1.50	3.00	4.00	3.00	5.00	5.00	inches
A-distance: output end to mounting surface	0.75	0.75	0.50	0.50	1.50	3.00	4.00	3.00	5.00	5.00	inches
CDRH class (head & 1200 Series power supply)	IIIa	IIIa	IIIa	II	IIIa	IIIb	IIIb	IIIb	IIIb	IIIb	-

NORTH AMERICA: 800 254-3684

WORLDWIDE: +800 5378-JDSU

WEBSITE: www.jdsu.com



1100 SERIES

4

Specifications	Continued									
Parameter	1101/P	1103/P	1107/P	1108/P	1122/P	1125/P	1135/P	1137/P	1144/P	1145/P
General										
Maximum starting voltage	10 kV DC									
Mode purity	>95%									
Storage lifetime	Indefinite (hard-sealed)									
Static alignment	Center to outer cylinder within ±0.01 inch. Parallel to outer cylinder within ±1 mR.									
Environmental										
Temperature	-40 to 70 °C (operating), -40 to 150 °C (non-operating)									
Altitude	0 to 10,000 feet (operating), 0 to 70,000 feet (non-operating)									
Relative humidity (no condensation)	0 to 100%									
Shock	25 g for 11 ms, 100 g for 1 ms									
Physical										
Shipping weight	5 lb. (1100 Series heads); 10 lb. (1100 Series head and 1200 Series power supply)									

Ordering Information

For more information on this or other products and their availability, please contact your local JDS Uniphase account manager or JDS Uniphase directly at 1-800-254-3684 in North America and +800-5378-JDSU worldwide or via e-mail at sales@jdsu.com.

Sample: 1122P

NORTH AMERICA: 800 254-3684

WORLDWIDE: +800 5378-JDSU

WEBSITE: www.jdsu.com

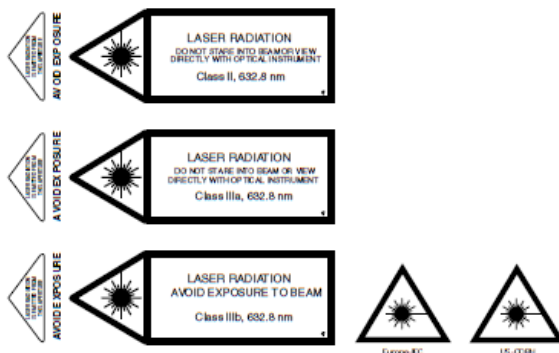


1100 SERIES

5

Warranty

JDS Uniphase helium-neon laser systems are warranted to be free of defects in workmanship and materials for twelve months from the date of shipment.



Regulatory Compliance

The products listed in this bulletin comply to one or more of the following regulatory standards, and may display one or more of the safety labels shown below. Contact your local JDS Uniphase sales representative for additional information on specific products or configurations.



All statements, technical information and recommendations related to the products herein are based upon information believed to be reliable or accurate. However, the accuracy or completeness thereof is not guaranteed, and no responsibility is assumed for any inaccuracies. The user assumes all risks and liability whatsoever in connection with the use of a product or its application. JDS Uniphase reserves the right to change at any time without notice the design, specifications, function, fit or form of its products described herein, including withdrawal at any time of a product offered for sale herein. JDS Uniphase makes no representations that the products herein are free from any intellectual property claims of others. Please contact JDS Uniphase for more information. JDS Uniphase and the JDS Uniphase logo are trademarks of JDS Uniphase Corporation. Other trademarks are the property of their respective holders. ©2005 JDS Uniphase Corporation. All rights reserved. 2/022010 Rev.004.05/05

NORTH AMERICA: 800 254-3684

WORLDWIDE: +800 5378-JDSU

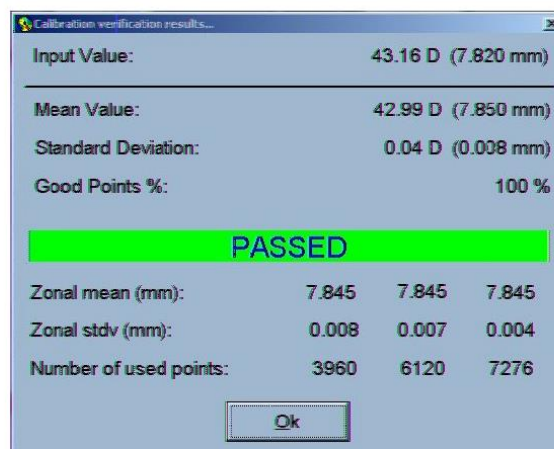
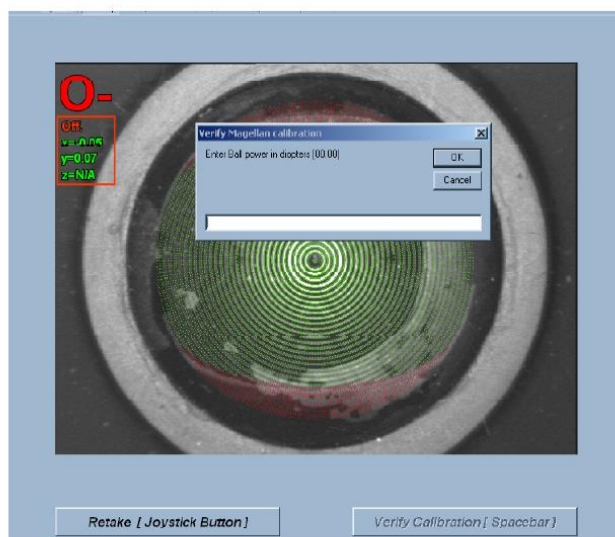
WEBSITE: www.jdsu.com

ANEXO A9

Esfera de calibración para topógrafo corneal Magellan Mapper Nidek®

- Calibration verification: the tool can be found under the Tools drop-down menu.

Align the calibration verification ball found in the package, carefully minimize X, Y misalignment, then capture an image. Select Test Ball in the eye selection dialog and type the power value printed on the ball label.



In case the test fails please contact a Nidek Technologies authorized representative.

APÉNDICE AA

Código de software para generación de anillos cosenoidales

```
% % Circular Fringe Pattern
nsteps=5;
gamma=1.5;

xsize=1024;
ysize=1024;
center = [xsize ysize]/2;
r = zeros(ysize,xsize); % (y,x)
r1=r;
SNR=10000;
for x=1:xsize
    for y=1:ysize
        r(y,x)=( (x-center(1))^2+(y-center(2))^2)^0.5;
    end
end
%
f = zeros(ysize,xsize); % (y,x)
%
A=128;
B=128;
R=68;
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%
%Reference
% %
for x=1:xsize
    for y=1:ysize
        f(y,x)=(A+(B*cos((2*pi*(r(y,x)/R))))^gamma;
    end
end
h(:,:)=awgn(f,SNR,'measured');
I=mat2gray(h(:,:));
imshow(I)
imwrite(I,'Gamma1.5.bmp');
pause(0.5);
```

APÉNDICE AB

Software del primer montaje experimental de anillos binarios

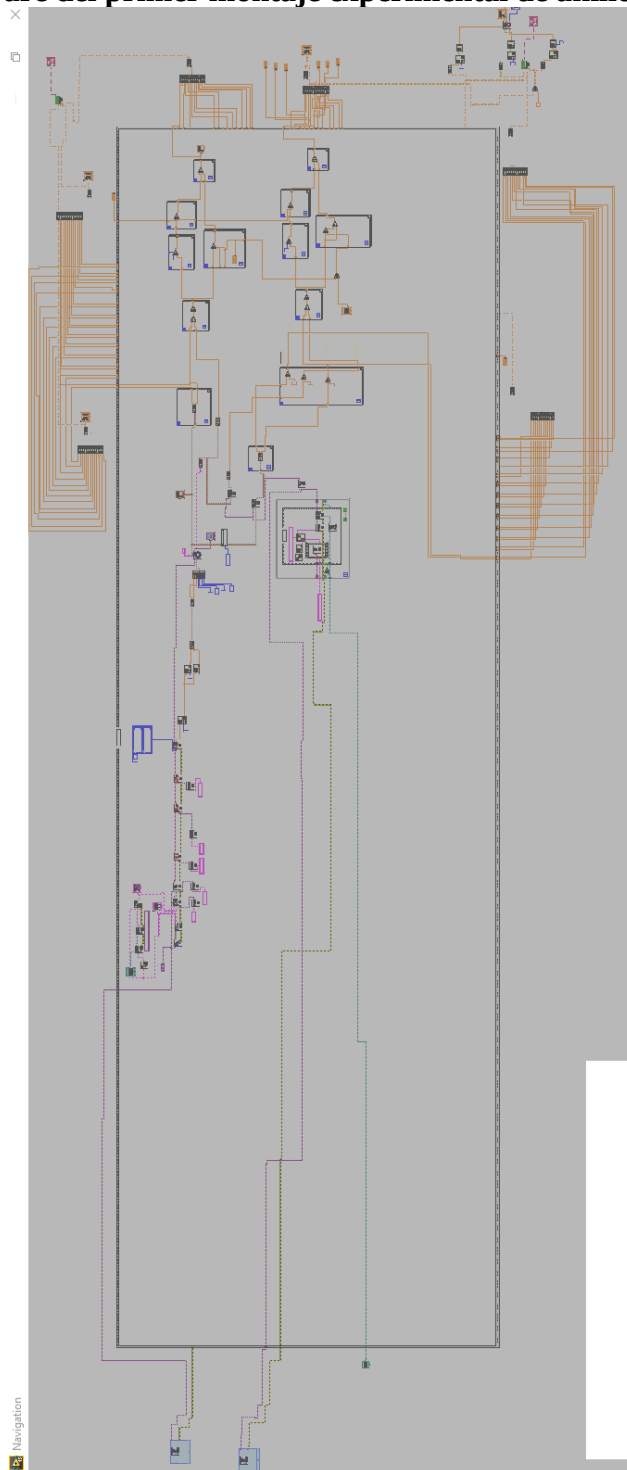


Figura A1. Pantalla de procesamiento y cálculo del radio de curvatura.

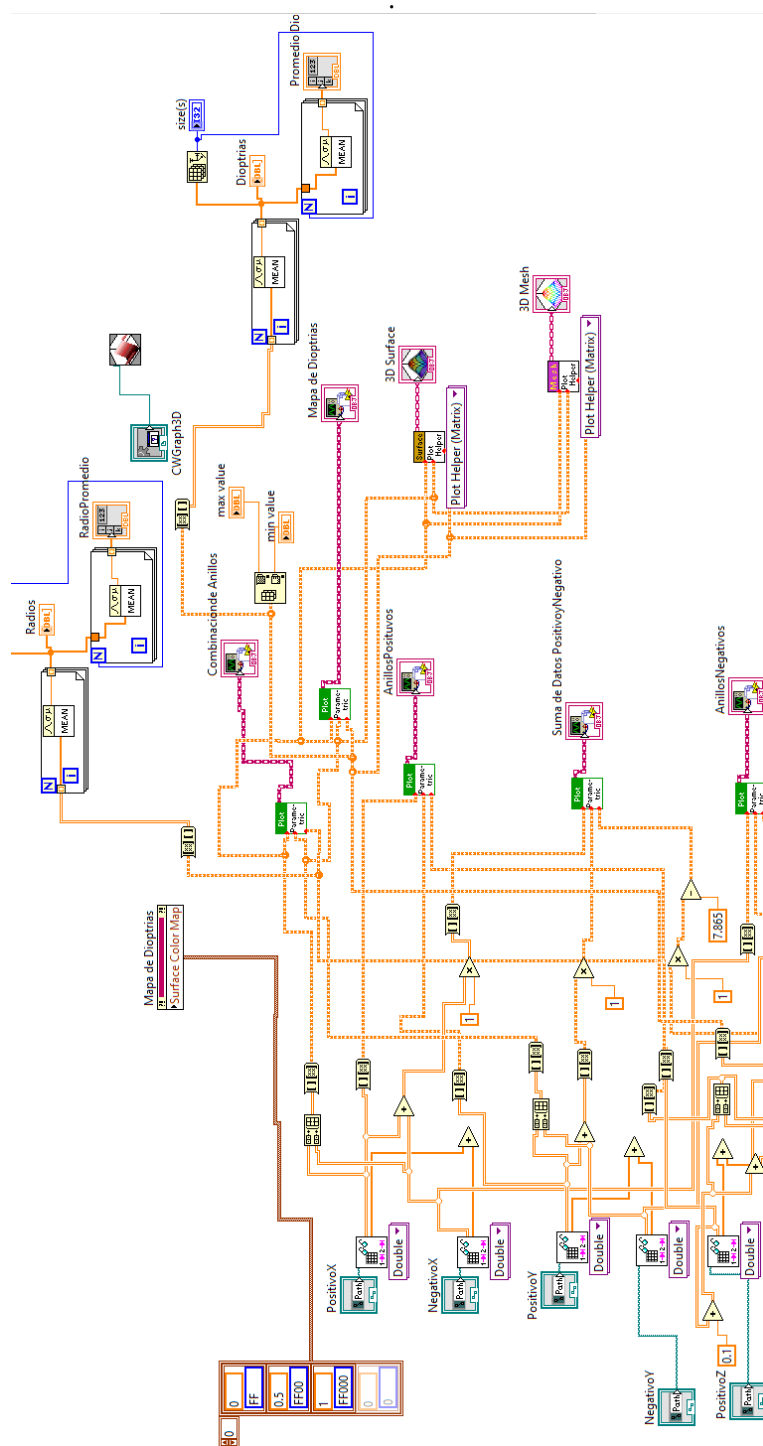


Figura A1. Pantalla de graficación de las mediciones de radio de curvatura y potencia dióptrica.

APÉNDICE AC

Software del primer montaje experimental de anillos sinusoidales

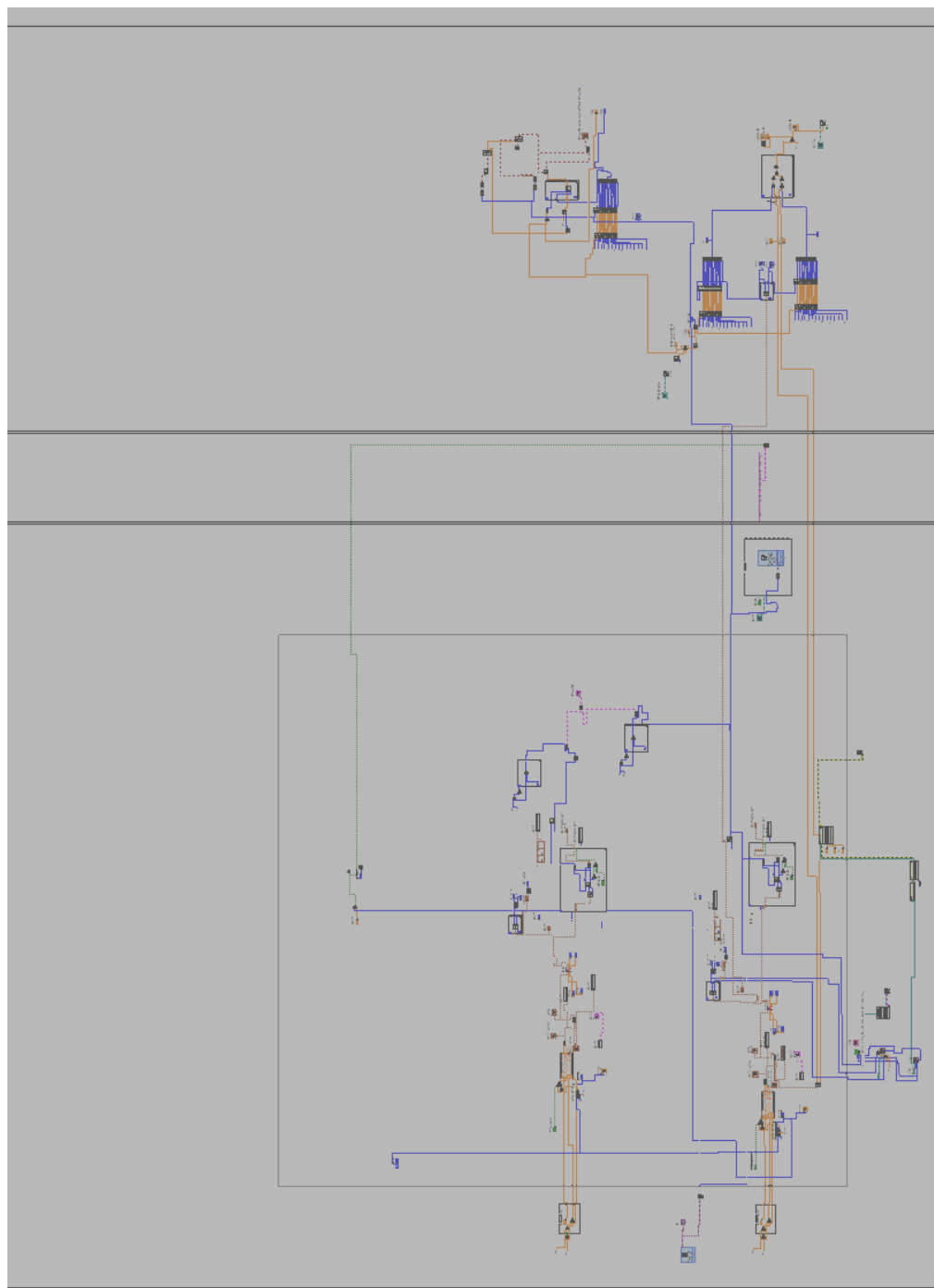


Figura A3. Pantalla de procesamiento de anillos sinusoidales y cálculo de radio de curvatura.

APÉNDICE AD

Software de detección de máximos y mínimos basado en persistencia

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% This is an example for using the Persistence1D class in Matlab
% This example demonstrates the following:
% 1. Compiling run_persistence1d
% 2. Input and output parameters and formats for run_persistence1d
% 3. C++/Matlab interface function calling convention
% 4. Different methods for filtering paired extrema:
%     - Logical indexing
%     - Supplied script filter_features_by_persistence
% 5. Plotting results
%     - Manually
%     - With supplied script plot_data_with_features
%
% Known Issues:
% Pairs structure needs to be transposed manually.
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% clear workspace
clear minIndices maxIndices pairs globalMinIndex globalMinValue data
markers persistence_features threshold

% Compile the mex file.
% If mex is not set up, choose a C++ compatible compiler.
% This was tested on Microsoft Visual Studio 2008 and above.
% This does not compile with Matlab's built-in C compiler.
mex
C:\Users\misae\OneDrive\Desktop\Persistence1D\matlab\run_persistence1d.cpp

% Generate some data
%x = 1:100;
%x = sin(x* 0.1 * pi);

data =
xlsread('C:\Users\misae\OneDrive\Desktop\Persistence1D\matlab\PruebaParaJun
tarlos');

% Input should be in SINGLE precision
single_precision_data = single(data);

% Call persistence1d with five output parameters:
% minIndices - a nX1 vector with indices of all paired local minima
% maxIndices - a nX1 vector with indices of all paired local maxima.
Guaranteed to be the same size as minIndices.
% persistence - a nX1 vector with the persistence of each minimum/maximum
pair. Guaranteed to be the same size as minIndices.
```

```
% globalMinIndex - index of global minimum. The global minimum is never
paired.
% globalMinValue - value of global minimum.

[minIndices, maxIndices, persistence, globalMinIndex, globalMinValue] =
run_persistenceId(single_precision_data);

% Plot all features
figure;
subplot(2,1,1);
plot(data);
title('all extrema');
hold on;

% Add a scatter plot of all found features
extremaIndices = [minIndices ; maxIndices ; globalMinIndex];
markers = data(extremaIndices);
scatter(extremaIndices, markers, 'fill');
hold off;

% Set a threshold for filtering resulting paired extrema
threshold = 20;

% Use logical indexing to find paired features whose persistence
% is bigger than threshold.
persistent_features_logical_index = persistence > threshold;

% Now create a vector with all indices of extrema features
extremaIndices = [min(persistent_features_logical_index);
                  max(persistent_features_logical_index)];

% Or use filter_features_by_persistence to filter the pairs
persistent_features = filter_features_by_persistence(minIndices,
maxIndices, persistence, threshold);
clear extremaIndices;

extremaIndices = [persistent_features(:,1) ;
                  persistent_features(:,2) :];

% Plot only features with persistence > threshold.
subplot(2,1,2);
plot(data);
title(strcat('extrema with persistence > ', num2str(threshold)));
hold on;

% Add a scatter plot with markers on filtered features
markers = data(extremaIndices);
scatter(extremaIndices, markers, 'blue', 'fill');

% The global minimum is not paired, can add it with a different color.
scatter(globalMinIndex, globalMinValue, 'red', 'fill');
```

```
title(strcat('extrema with persistence > ', num2str(threshold)));
hold off;

% Or do the same with plot_data_with_features
figure;
plot_data_with_features(data, [extremaIndices; globalMinIndex]);
ylabel('Intensity (8 Bit Gray Scale level)');
xlabel('Diameter (mm)');
title('Max&Min from Primary Meridian Signal in Object Image');
ax = gca;
ax.FontSize = 13;
%xlim([0 999]);Signal from Object Image
legend({'Signal from Object Image', 'Max&Min
Locations'}, 'Location', 'northwest')
fileID =
fopen('C:\Users\misae\OneDrive\Desktop\PersistencelD\matlab\test2.txt','w')
;
xticks = get(gca, 'xtick') ;
scaling = 0.10 ;
newlabels = arrayfun(@(x) sprintf('%.1f', scaling * x), xticks, 'un', 0);
set(gca, 'xticklabel', newlabels);

fprintf(fileID, '%d\n', extremaIndices, globalMinIndex);
fclose(fileID);

xlswrite('C:\Users\misae\OneDrive\Desktop\PersistencelD\matlab\testdata2.xls',
sx', extremaIndices);
```

APÉNDICE AE

Algoritmo de reconstrucción zonal de frente de onda

```

function W = zonalReconstruction(Sx, Sy, ds)
[n, n] = size(Sx);
S = [reshape(Sx', 1, n*n) reshape(Sy', 1, n*n)]';
E = getE(n);
[U, D, V] = svd(E, 0);
D = pinv(D);
C = getC(n);
W = V*D*U'*C*S;
W = reshape(W', n, n)./ds;
end
% This function obtains the matrix E for zonal reconstruction
%
function E = getE(n)
E = zeros(2*n*(n-1), n*n);
for i = 1:n
    for j = 1:(n-1)
        E((i-1)*(n-1)+j, (i-1)*n+j) = -1;
        E((i-1)*(n-1)+j, (i-1)*n+j+1) = 1;
        E((n+i-1)*(n-1)+j, i+(j-1)*n) = -1;
        E((n+i-1)*(n-1)+j, i+j*n) = 1;
    end
end
end

% This function obtains the matrix C for zonal reconstruction
%
function C = getC(n)
C = zeros(2*n*(n-1), 2*n*n);
for i = 1:n
    for j = 1:(n-1)
        C((i-1)*(n-1)+j, (i-1)*n+j) = 0.5;
        C((i-1)*(n-1)+j, (i-1)*n+j+1) = 0.5;
        C((n+i-1)*(n-1)+j, n*(n+j-1)+i) = 0.5;
        C((n+i-1)*(n-1)+j, n*(n+j)+i) = 0.5;
    end
end
end
end

```

APÉNDICE AF

Resultados obtenidos de la medición de radio de curvatura con anillos sinusoidales después de realizar el ajuste

Tabla D.1 Resultados de mediciones de radio de curvatura con la ecuación exacta de Mendoza.

Radios de Curvatura	Meridiano Primario 180° (mm)	Meridiano Secundario 90° (mm)	Meridiano Oblicuo 45° (mm)	Meridiano Oblicuo 130° (mm)
	7.857162	7.912219	7.815369	7.780285
	7.856382	7.909932	7.816696	7.783179
	7.855602	7.907646	7.818023	7.786074
	7.854823	7.90536	7.81935	7.788969
	7.854043	7.903073	7.820677	7.791863
	7.853263	7.900787	7.822004	7.794758
	7.852483	7.898501	7.823331	7.797652
	7.851704	7.896214	7.824658	7.800547
	7.850924	7.893928	7.825985	7.803442
	7.850144	7.891642	7.827312	7.806336
	7.849365	7.889356	7.828639	7.809231
	7.848585	7.887069	7.829966	7.812125
	7.847805	7.884783	7.831293	7.81502
	7.847026	7.882497	7.83262	7.817915
	7.846246	7.88021	7.833947	7.820809
	7.845466	7.877924	7.835274	7.823704
	7.844687	7.875638	7.836601	7.826598
	7.843907	7.873351	7.837928	7.829493
	7.843127	7.871065	7.839255	7.832388
	7.842347	7.868779	7.840582	7.835282
	7.841568	7.866492	7.841909	7.838177
	7.840788	7.864206	7.843236	7.841071
	7.840008	7.86192	7.844563	7.843966
	7.839229	7.859633	7.84589	7.846861
	7.838449	7.857347	7.847217	7.849755
	7.837669	7.855061	7.848543	7.85265
	7.83689	7.852774	7.84987	7.855544
	7.83611	7.850488	7.851197	7.858439
	7.83533	7.848202	7.852524	7.861333
	7.834551	7.845915	7.853851	7.864228
	7.833771	7.843629	7.855178	7.867123
	7.832991	7.841343	7.856505	7.870017

Apéndices

	7.832211	7.839056	7.857832	7.872912
	7.831432	7.83677	7.859159	7.875806
	7.830652	7.834484	7.860486	7.878701
	7.829872	7.832197	7.861813	7.881596
	7.829093	7.829911	7.86314	7.88449
	7.828313	7.827625	7.864467	7.887385
	7.827533	7.825338	7.865794	7.890279
	7.826754	7.823052	7.867121	7.893174
	7.825974	7.820766	7.868448	7.896069
	7.825194	7.818479	7.869775	7.898963
	7.824414	7.816193	7.871102	7.901858
	7.823635	7.813907	7.872429	7.904752
	7.822855	7.81162	7.873756	7.907647
	7.822075	7.809334	7.875083	7.910542
	7.821296	7.807048	7.87641	7.913436
	7.820516	7.804761	7.877737	7.916331
	7.819736	7.802475	7.879064	7.919225

APÉNDICE AG

Resultados obtenidos de la medición de radio de curvatura con prueba de Hartmann

7.865306	7.862881	7.866529
7.858697	7.856921	7.863150
7.861815	7.856635	7.863384
7.855903	7.855246	7.863277
7.853235	7.862372	7.858207
7.862744	7.858805	7.85806
7.860776	7.856561	7.861041
7.865723	7.860602	7.862120
7.857977	7.862003	7.863166
7.853126	7.864916	7.856224

```
clear all; close all; clc;
```

```
M = [7.865306901 7.858697061 7.861815152 7.855903321 7.853235182
7.862744322 7.860776259 7.86572353 7.857977316 7.853126785 7.862881986
7.856921183 7.856635282 7.855246501 7.862372987 7.8588056 7.856561126
7.860602706 7.862003962 7.86491691 7.866529311 7.863150254 7.863384486
7.863277717 7.858207468 7.85806904 7.861041314 7.862120627 7.863166625
7.856224548];
```

```
y=rms(M);
S=std(M);
m=mean(M);
maxx = max(M);
minn= min(M);
nbis=4;
histfit(M,nbis,'normal')
ylabel('Frecuencia de Mediciones ');
xlabel('Radio de Curvatura calculado para un solo spot del patrón Hartmann
(mm)');
title('Histograma de radios de curvatura para una sola posición de spot');
nparams = 0;
nbins = 4;
[H,p,stats] =
chi2gof(M,'CDF',{@normcdf,mean(M),std(M)},'nbins',nbins,'nparams',nparams,'
emin',0,'Alpha',0.05);
```

APÉNDICE AH

Radios de curvatura simulados y porcentaje de error

Tabla I. Valores de la curvatura del frente de onda simulado.

7.797016	7.810308	7.820277	7.826923	7.830246	7.830246	7.826923	7.820277	7.810308	7.797016
7.810462	7.823753	7.833722	7.840368	7.843691	7.843691	7.840368	7.833722	7.823753	7.810462
7.820584	7.833876	7.843845	7.85049	7.853813	7.853813	7.85049	7.843845	7.833876	7.820584
7.827383	7.840675	7.850644	7.85729	7.860613	7.860613	7.85729	7.850644	7.840675	7.827383
7.830859	7.844151	7.85412	7.860766	7.864089	7.864089	7.860766	7.85412	7.844151	7.830859
7.831013	7.844305	7.854274	7.860919	7.864242	7.864242	7.860919	7.854274	7.844305	7.831013
7.827843	7.841135	7.851104	7.85775	7.861073	7.861073	7.85775	7.851104	7.841135	7.827843
7.821351	7.834642	7.844611	7.851257	7.85458	7.85458	7.851257	7.844611	7.834642	7.821351
7.811535	7.824827	7.834796	7.841442	7.844765	7.844765	7.841442	7.834796	7.824827	7.811535
7.798397	7.811688	7.821657	7.828303	7.831626	7.831626	7.828303	7.821657	7.811688	7.798397

Tabla II. Valores del porcentaje de error en la reconstrucción del frente de onda

0.004148	0.003242	0.002642	0.002262	0.002043	0.001946	0.002008	0.002255	0.002696	0.003371
0.003173	0.002361	0.001842	0.001526	0.001337	0.001241	0.001268	0.001445	0.001797	0.002385
0.002413	0.001691	0.001248	0.000987	0.000829	0.00074	0.000747	0.000871	0.001149	0.001664
0.001801	0.001186	0.000812	0.000601	0.000462	0.000379	0.000394	0.000478	0.000691	0.001159
0.00151	0.000844	0.00051	0.000347	0.000199	9.10E-05	6.32E-05	0.000134	0.000358	0.000821
0.001344	0.000564	0.000319	0.00025	5.88E-06	-0.00013	-0.00017	-8.79E-05	0.000154	0.000634
0.001406	0.00065	0.000243	2.36E-05	-0.00016	-0.00028	-0.00031	-0.00019	8.94E-05	0.000613
0.001653	0.000835	0.000323	1.70E-05	-0.00018	-0.0003	-0.0003	-0.00014	0.000205	0.000791
0.002109	0.001207	0.000606	0.000227	-3.75E-06	-0.00012	-8.60E-05	0.000129	0.000551	0.001217
0.002831	0.001831	0.001142	0.000701	0.000438	0.000322	0.000394	0.000673	0.001182	0.001947