



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de Doctorado

**Control pasivo de vibraciones en aerogeneradores
utilizando tecnología de rigidez negativa**

presentada por

M. C. Cuauhtémoc Mazón Valadez

como requisito para la obtención del grado de
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis

Dr. Jorge Colín Ocampo

Codirector de tesis

Dr. Eduardo Barredo Hernández

Cuernavaca, Morelos, México. Diciembre de 2025.



Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 02/diciembre/2025

Oficio No. SAC/277/2025

Asunto: Autorización de impresión de tesis

CUAUHTÉMOC MAZÓN VALADEZ
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Control pasivo de vibración en aerogeneradores utilizando tecnologías de rigidez negativa"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

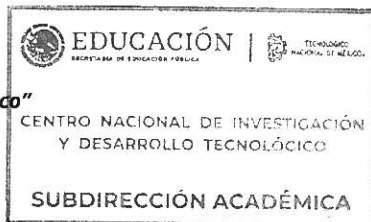
Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

"Conocimiento y Tecnología al Servicio de México"

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104,
e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico





Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Departamento de Ingeniería Mecánica

Cuernavaca, Mor., a 25 de noviembre de 2025

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE
ARANDA

ATn: **DR. MIGUEL ANGEL CHAGOLLA**

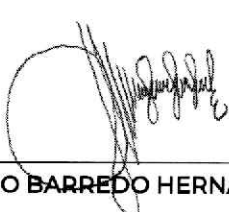
PRESIDENTE DEL CLAUSTRO DOCTORAL
DEL DEPARTAMENTO DE ING. MECÁNICA

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del estudiante **Cuauhtémoc Mazón Valadez** manifiestan que después de haber revisado el documento de tesis titulado "**Control pasivo de vibración en aerogeneradores utilizando tecnologías de rigidez negativa**" realizado bajo la dirección del Dr. Jorge Colín Ocampo y la Codirección del Dr. Eduardo Barredo Hernández el trabajo se ACEPTA para proceder a su impresión.

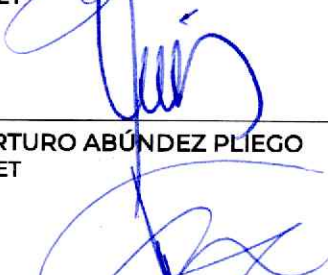
ATENTAMENTE



DR. JORGE COLÍN OCAMPO
CENIDET



DR. EDUARDO BARREDO HERNÁNDEZ



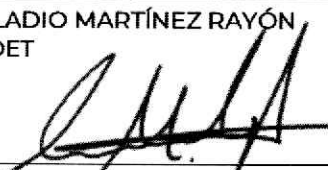
DR. ARTURO ABÚNDEZ PLIEGO
CENIDET



DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
CENIDET



DR. RAFAEL CAMPOS AMEZCUA
CENIDET



DR. JOSÉ GABRIEL MENDOZA LARIOS
U. DE LA MIXTECA

c.c.p: Mtra. Veronica sotelos Boyas Jefa del Departamento de Servicios Escolares
c.c.p: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza Subdirector Académico
c.c.p: Expediente



2025
Año de
La Mujer
Indígena

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 1421,
e-mail: dim@cenidet.tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Agradecimientos

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET). Esta institución me brindó las herramientas, el entorno académico y el apoyo para llevar a cabo este trabajo de investigación, así como para mi formación durante el programa de Doctorado en Ciencia en Ingeniería Mecánica.

Agradezco profundamente el apoyo de la beca otorgada por la ahora Secretaría de Ciencias, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI), cuyo respaldo económico hizo posible la realización de esta tesis y la culminación de mis estudios de posgrado.

Extiendo un especial reconocimiento al Dr. Jorge Colín Ocampo, por su valiosa dirección, orientación y constante apoyo durante el desarrollo de esta investigación. Su experiencia y compromiso académico fueron fundamentales para la culminación exitosa de este trabajo.

De igual manera, agradezco a la codirección y acompañamiento del Dr. Eduardo Barredo Hernández, cuya guía y apoyo académico facilitaron el avance y la organización de este proyecto.

Quiero dedicar un agradecimiento y homenaje especial al fallecido Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz Wasik, cuya dedicación, entusiasmo y brillantes ideas aportaron significativamente a la revisión y desarrollo de este proyecto de investigación. Su legado académico y humano permanecerá como una fuente de inspiración y ejemplo en mi trayectoria profesional y personal.

Finalmente, mi más profundo agradecimiento a mi familia, por su amor, paciencia y comprensión en cada etapa de este camino. Además, a mis compañeros y amigos, por su apoyo moral, colaboración y motivación constante. Estos fueron esenciales para culminar esta tesis y alcanzar el logro de Doctorado en Ciencias en Ingeniería Mecánica.

Resumen

En esta investigación se aborda el estudio, modelado y control pasivo de vibraciones en aerogeneradores mediante absorbedores de alto rendimiento basados en la inercia rotacional y la tecnología de rigidez negativa para mejorar la estabilidad y alargar la vida útil de estas estructuras. Los aerogeneradores, al estar sometidos a condiciones ambientales variables como cargas aerodinámicas complejas, experimentan vibraciones que pueden comprometer su desempeño, eficiencia y durabilidad. De acuerdo con esta problemática, en este trabajo se plantea una metodología que combina modelos matemáticos, técnicas de optimización y comprobaciones numéricas mediante simulaciones coherentes y fundamentadas.

Se realizó el estudio de la dinámica de los dispositivos NS-NIDVA (absorbedores dinámicos de vibración basados en la inercia rotacional y la tecnología de rigidez negativa), donde se propone un análisis novedoso que simplifica el modelado de los absorbedores dinámicos de vibración. Esta metodología propuesta permitió la reducción de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico de este tipo de sistemas, sin alterar la respuesta dinámica de la estructura primaria y produciendo un modelo general de la dinámica de los absorbedores. Posteriormente, se presenta una metodología del proceso de optimización para los dispositivos NS-NIDVA, mediante la utilización de criterios de estabilidad y metodologías de optimización existentes en la literatura, como la metodología extendida del punto fijo y los criterios de rendimiento H_∞ y H_2 . Esto se logró mediante la aplicación de restricciones severas, técnicas numéricas y el método metaheurístico de enjambre de partículas, para encontrar de manera eficaz los parámetros ideales para el correcto funcionamiento de los dispositivos NS-NIDVA.

Asimismo, se determinó un modelo simplificado de la dinámica de aerogeneradores basado en los parámetros físicos del aerogenerador NREL 5MW. En este modelo se agregan las interacciones entre los álabes, la góndola y la torre, permitiendo evaluar la respuesta de este tipo de estructuras bajo diferentes condiciones de carga. Los resultados preliminares mostraron que el modelado propuesto representa de manera eficiente el comportamiento del aerogenerador en el plano de referencia (zx), donde se logra reproducir el comportamiento realista de esta estructura bajo condiciones de cargas aerodinámicas. Por otro lado, el comportamiento en el plano (zy) presentó algunas limitaciones, derivadas por una representación ineficiente del efecto rotacional de los álabes. Sin embargo, a pesar de esta ineficiencia, las simulaciones realizadas con el software de OpenFast demuestran que el análisis en el plano (zx), es una alternativa realista y robusta para representar la dinámica del sistema sin recurrir a modelos complejos.

Finalmente, la investigación se centró en el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA a lo largo de la torre del aerogenerador. Las simulaciones finales demostraron la efectividad de estos dispositivos en el control pasivo de vibraciones en aerogeneradores, especialmente cuando el aerogenerador es sometido a cargas armónicas, ruido blanco gaussiano y las cargas aerodinámicas cuando el aerogenerador opera en su primera velocidad nominal (6.9 RPM). Sin embargo, se identificó que bajo ciertas condiciones de operación del aerogenerador (segunda velocidad nominal 12.1 RPM y a la frecuencia natural de la torre 19.51 RPM), el comportamiento no es favorable. En este caso, la interacción de las cargas aerodinámicas supera la eficiencia de este sistema de control pasivo de vibraciones. A pesar de esto, los resultados obtenidos en esta investigación sientan las bases para futuras investigaciones en el área de ingeniería de control estructural y energías renovables.

Por lo tanto, esta tesis tiene un aporte significativo en los campos relacionados al control de vibraciones estructurales y de aerogeneradores, al integrar tres aspectos fundamentales: la simplicidad del modelado matemático de los absorbedores dinámicos de vibración y de los aerogeneradores; la metodología propuesta mediante simulaciones numéricas y el algoritmo de enjambre de partículas para determinar parámetros óptimos de los absorbedores de vibración; y la comprobación mediante las simulaciones numéricas del modelo de aerogenerador propuesto. Esto sienta las bases de futuras estrategias de control mediante una metodología sólida, flexible y replicable que puede servir para investigaciones futuras relacionadas con el control de vibraciones y energías renovables.

Abstract

This research analyzes the study, modeling, and passive vibration control of wind turbines using high-performance absorbers on rotational inerters and negative stiffness technology, with the aim of enhancing stability and extending the service life of these structures. Wind turbines, being subjected to variable climatic conditions and complex aerodynamic loads, experience vibrations that can compromise their performance, efficiency, and durability. In response to this problem, this research proposes a methodology that combines mathematical models, optimization techniques, and numerical validation through coherent and well-founded simulations.

First, the dynamics of NS-NIDVA devices (Dynamic Vibrations Absorbers based on Rotational Inertia and Negative Stiffness Technology) were studied. A novel analysis is proposed that simplifies the modeling of dynamic vibration absorbers. The proposed methodology allows for the reduction of the differential equations that describe the dynamic behavior of this type of system, without altering the dynamic response of the primary structure, and generates a general model of the absorber's dynamics. Subsequently, an optimization methodology for NS-NIDVA devices is presented, employing stability criteria and optimization methodologies found in the literature, such as the extended fixed-point method, H_∞ and H_2 performance criteria. This is achieved through the implementation of strict constraints, numerical techniques, and the particle swarm optimization (PSO) in order to efficiently determine the ideal parameters for the correct functioning of the NS-NIDVA devices.

Second, a simplified model of wind turbine dynamics is developed based on the physical parameters of the NREL 5MW wind turbine. This model incorporates the interactions between the blades, nacelle, and tower, enabling the evaluation of the structural response under various loading conditions. Preliminary results showed that the proposed model efficiently represents the behavior of the wind turbine in the (zx) reference plane, successfully reproducing the realistic response of this structure under aerodynamic loads. On the other hand, the behavior in the (zy) plane presented certain limitations, derived from inefficiencies in representing the rotational effect of the blades. However, this limitation, simulations performed with OpenFast software demonstrate that the analysis in the (zx) plane is a realistic and robust alternative to represent the system dynamics without resorting to complex models.

Finally, the third stage of the research focused on coupling the NS-NIDVA devices along the height of the wind turbine tower. The final simulations demonstrated the effectiveness of these devices in the passive control of vibrations in the wind turbines, especially when the turbine is subjected to harmonic loads, Gaussian white noise, and aerodynamics loads when operating at its first nominal speed (6.9 RPM). However, it was identified that under certain operating conditions of the wind turbine (specifically at the second nominal speed, 12.1 RPM, and the tower's static natural frequency, 19.51 RPM), the performance is no favorable. In this case, the interaction of aerodynamics loads exceeds the efficiency of the passive vibration control system. Despite this, the results obtained provide the foundation for future research in the field of structural control engineering and renewable energy.

Therefore, this thesis makes a significant contribution to the fields of structural vibration control and wind turbine engineering by integrating three fundamental aspects: the simplicity of the mathematical modeling of both the dynamic vibration absorbers and the wind turbine; the proposed methodology using numerical simulations and the particle swarm optimization algorithm to determine optimal absorber parameters; and the validation through numerical simulations of the

proposed wind turbine model. This establishes the foundation for future control strategies based on a solid, flexible, and replicable methodology that can serve future research related to vibration control and renewable energy.

Tabla de contenido

Resumen	i
Abstract	iii
Tabla de contenido.....	v
Acrónimos y abreviaciones	ix
Simbología	ix
Índice de figuras	xvi
Índice de tablas.....	xxvii
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1. Estado del arte	2
1.1.1. Absorbedores dinámicos de vibración convencionales y basados en el inersor.....	3
1.1.2. Absorbedores dinámicos de vibración con la tecnología de rigidez negativa	8
1.1.3. Aplicación de absorbedores dinámicos de vibración en aerogeneradores.....	10
1.1.4. Conclusiones del estado del arte.....	13
1.2. Planteamiento del problema	15
1.3. Justificación	16
1.4. Objetivo general	17
1.4.1. Objetivos específicos.....	17
1.5. Hipótesis	18
1.6. Alcances y limitaciones	18
1.7. Metodología propuesta	19
1.8. Metas y productos esperados	20
1.9. Equipos y software	20
Capítulo 2 Fundamentos teóricos.....	21
2.1. Ecuaciones de movimiento y obtención de la respuesta de estado estable	21
2.1.1. Formulismo de Euler-Lagrange.....	21
2.1.2. Modelado convencional de los DVAs	22
2.1.3. Simplificación del modelado aplicando el concepto de admitancia mecánica.....	23
2.2. Técnicas de optimización en DVAs para sistemas de 3 Gdl.....	24
2.2.1. Metodología extendida del punto fijo EFPT	24
2.2.2. Normativa H_2	27
2.2.3. Normativa H_∞	29
2.2.4. Criterios adicionales para el proceso de optimización	32

2.2.4.1. Criterio de estabilidad en el plano complejo y la metodología de Routh-Hurwitz	33
2.2.4.2. Solución de sistemas de ecuaciones no lineales	34
2.2.4.3. Verificación de un punto estacionario mediante los valores propios de la matriz hessiana	39
2.3. Fundamentos teóricos de aerodinámica y software de simulación	40
2.3.1. Perfiles aerodinámicos.....	41
2.3.2. Simulación del viento	42
2.3.3. Cargas aerodinámicas	45
2.3.4. Simulación del viento con TurbSim	46
2.3.5. Estudio de aerogeneradores con OpenFast.....	49
2.4. Aerogenerador de referencia de la investigación (NREL 5MW)	51
2.4.1. Propiedades físicas del aerogenerador.....	52
2.4.2. Propiedades aerodinámicas	54
2.5. Fundamentos teóricos adicionales para el modelado de aerogeneradores	55
2.5.1. Integración numérica por el método del trapecio	56
2.5.2. Teoría base de rotodinámica	57
2.5.2.1. Método directo.....	57
2.5.2.2. Diagrama de Campbell	59
2.5.3. Método de integración directa de Newmark.....	60
2.5.4. Análisis e interpretación de señales estocásticas	62
Capítulo 3 Modelado adimensional de los dispositivos NS-NIDVAs.....	63
3.1. Descripción general del modelo	63
3.2. Modelado de los dispositivos NS-NIDVAs	64
3.2.1. Metodología tradicional de modelado	64
3.2.2. Usos de la admitancia mecánica para la simplificación del modelado.....	67
3.2.3. Extensión del concepto de admitancia mecánica (Admitancia Global)	69
3.2.4. Comprobación de la metodología propuesta para la simplificación del modelado.....	75
3.3. Optimización de los dispositivos NS-NIDVAs	77
3.3.1. Metodología ETPF	77
3.3.2. Calibración de los parámetros óptimos de la ETPF utilizando criterios de estabilidad.....	82
3.3.3. Criterio de rendimiento H_2	90
3.3.3.1. Minimización del índice de rendimiento I_a mediante la metodología de enjambre de partículas.....	93

3.3.4. Criterio de rendimiento H_{∞}	97
3.3.5. Comparación con los valores descritos en la literatura bajo el criterio de rendimiento H_{∞}	102
3.3.5.1. Parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVA descritos en la literatura	102
3.3.5.2. Discusión de los parámetros óptimos determinados por el análisis numérico propuesto y los resultados descritos en la literatura.....	104
Capítulo 4 Modelado aerodinámico en aerogeneradores de eje horizontal	115
4.1. Descripción general del modelo	115
4.2. Cálculo de las velocidades absolutas de la estructura principal	116
4.3. Obtención del sistema de ecuaciones dinámico	119
4.4. Evaluación del aerogenerador NREL 5MW en el modelado propuesto.....	123
4.4.1. Obtención de parámetros del sistema matricial de ecuaciones dinámicas	123
4.4.2. Comprobación de la dinámica del aerogenerador con OpenFast	124
4.5. Respuesta estructural bajo cargas armónicas.....	130
4.6. Respuesta estructural bajo cargas estocásticas	134
4.6.1. Excitación por ruido blanco gaussiano	134
4.6.2. Excitación por cargas aerodinámicas	139
4.6.2.1. Formulación de las cargas inducidas por el viento.....	140
4.6.2.2. Simulaciones de las cargas normal y tangencial de los álabes	141
4.6.2.3. Evaluación de las cargas aerodinámicas en el modelo propuesto y comprobación con OpenFast.....	147
Capítulo 5 Evaluación de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica del aerogenerador y comparación de resultados	153
5.1. Acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica del aerogenerador	153
5.1.1. Descripción general del modelado	153
5.1.2. Ecuaciones de movimiento del aerogenerador con los dispositivos NS-NIDVAs	154
5.1.3. Parametrización de los dispositivos NS-NIDVA.....	158
5.2. Comparación de la dinámica del sistema bajo cargas armónicas	159
5.2.1. Comparación de resultados de los dispositivos NS-NIDVA	161
5.2.1.1. Resultados del álabe colectivo en la dirección del ala plano (zx).....	161
5.2.1.2. Resultados de la torre en la dirección Frente-Atrás plano (zx).....	163
5.3. Excitación por ruido blanco gaussiano.....	165
5.3.1. Resultados a 6.9 RPM	167
5.3.2. Resultados a 12.1 RPM	169
5.3.3. Resultados a 19.1 RPM	170

5.4. Excitación por cargas aerodinámicas	171
5.4.1. Resultados a 6.9 RPM	173
5.4.2. Resultados a 12.1 RPM	174
5.4.3. Resultados a 19.1 RPM	176
Conclusiones y trabajos futuros	178
Conclusiones de la investigación.....	178
Trabajos futuros	179
Referencias	181
Apéndice A: Gráficas comparativas de los parámetros adimensionales óptimos de los dispositivos NS-NIDVA	190
Dispositivo NS-NIDVA C3	190
Dispositivo NS-NIDVA C4	191
Dispositivo NS-NIDVA C6	192
Apéndice B: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas.....	193
Apéndice C: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones ruido blanco gaussiano	195
Apéndice D: Gráficas de barras de los resultados de las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 y q_6 de la respuesta del sistema bajo ruido blanco gaussiano	199
D.1. Velocidad de rotación de los álabes (6.9 RPM).....	199
D.2. Velocidad de rotación de los álabes (12.1 RPM).....	202
D.3. Velocidad de rotación de los álabes (19.51 RPM).....	205
Apéndice E: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas aerodinámicas.....	209
Apéndice F: Gráficas de barras de los resultados de las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 y q_6 de la respuesta del sistema bajo condiciones de carga aerodinámica	213
F.1. Velocidad de rotación de los álabes (6.9 RPM).....	213
F.2. Velocidad de rotación de los álabes (12.1 RPM).....	216
F.3. Velocidad de rotación de los álabes (19.51 RPM).....	219

Acrónimos y abreviaciones

BINS	Amortiguador de rigidez negativa e inersor tipo cuerda de arco.	NREL	National Renewable Energy Laboratory.
C1	Configuración 1.	NSGA-II	Análisis de optimización multiobjetivo en el dominio de la frecuencia con el algoritmo genético.
C2	Configuración 2.	NS-LVDVA	DVA de tipo palanca con rigidez negativa no conectada a tierra.
C3	Configuración 3.	NS-NIDVA	Absorbedores no tradicionales basados en el inersor y la tecnología de rigidez negativa.
C4	Configuración 4.	Núm.	Numerador.
C5	Configuración 5.	PNSD	Dispositivos de rigidez negativa.
C6	Configuración 6.	PSD	Función de densidad espectral de potencia.
CPDVA	Amortiguador de masa sintonizada tipo péndulo.	PSO	Algoritmo de enjambre de partículas.
CVT	Mecanismo de transmisión variable continua.	PTDM	Amortiguador de masa sintonizada tipo péndulo.
Den.	Denominador.	PZTMD	Absorbedor de vibración tipo piezoeléctrico sintonizado.
DVA	Absorbedores dinámicos de vibración.	RIDTMD	Amortiguador de masa sintonizada con inercia rotacional.
EMSD	Amortiguador de derivación electromagnética.	RPM	Revoluciones por minuto.
ETPF	Metodología extendida del punto fijo.	SMA-TMDI	Amortiguador de masa sintonizada con inersor y memoria de forma.
FRF	Frequency Response Function.	SMNS	Resorte de rigidez negativa basado en el esfuerzo normal de Maxwell.
Gdl.	Grados de libertad.	TCLD	Amortiguador de líquido sintonizado tipo columna
H_{∞}	Criterio de rendimiento H-infinito.	TDL	Amortiguador de líquido sintonizado.
H_2	Criterio de rendimiento H-2.	THPI	Inersor de tipo palanca sintonizado.
IAM	Mecanismo de amplificación inercial.	TID	Amortiguador sintonizado con inersor.
IBD	Absorbedores basados en el inersor.	TLCDI	Amortiguador de líquido sintonizado tipo columna basado en el inersor.
ID	Amortiguador basado en el inersor.	TLIS	Amortiguador de líquido sintonizado basado en el inersor.
IDVA	Absorbedor dinámico de vibración basado en el inersor.	TMD	Amortiguador de masa sintonizada.
IN-DVA	Absorbedor no tradicional basado en la tecnología de rigidez negativa y el inersor.	TMDI	Amortiguador de masa sintonizada con inersor.
ISDVA	DVA tipo serie con conexión a tierra con el inersor.	TMS	Resorte magnético de torción.
Max.	Maximización.	TVM	Amortiguador viscoso de masa sintonizada.
Min.	Minimización.		
NES	Nonlinear Energy Sink.		
NESI	Nonlinear Energy Sink con inersor.		
NIDVA	Absorbedor dinámico de vibración no tradicional basado en el inersor de alto rendimiento.		

Simbología

Alfabeto en español

a	Factor de inducción de velocidad axial.
-----	---

a'	Factor de inducción de velocidad tangencial.	$c_{1,C6}$	Amortiguamiento primario ideal del dispositivo NS-NIDVA C6.
α_i	Coefficientes del primer polinomio de las metodologías de optimización.	c_2	Segundo amortiguador del DVA.
$\tilde{\alpha}_i$	Coefficientes del segundo polinomio de las metodologías de optimización.	$c_{2,C3}$	Amortiguamiento secundario ideal del dispositivo NS-NIDVA C3.
A	Parte real del numerador de la función de transferencia.	$c_{2,C4}$	Amortiguamiento secundario ideal del dispositivo NS-NIDVA C4.
A_{Ci}	Parte real del numerador de la función de transferencia dispositivos NS-NIDVAs.	$c_{2,C6}$	Amortiguamiento secundario ideal del dispositivo NS-NIDVA C6.
$A_{Ci}(j\omega)$	Función de admitancia mecánica.	c_s	Amortiguamiento de la estructura primaria.
$A_g(s)$	Admitancia mecánica global para absorbedores basados en el inersor.	$\tilde{c}$	Cuerda.
$A_{g,IBD}(s)$	Admitancia mecánica global para absorbedores de masa sintonizada con conexión a tierra.	$\hat{c}_1$	Coefficiente individual de la partícula.
$A_{g,TMDG}(s)$	Admitancia mecánica global para absorbedores tipo serie con conexión a tierra.	$\hat{c}_2$	Coefficiente grupal de la partícula.
$A_{g,TSG}(s)$	Admitancia mecánica global.	C	Parte real del denominador de la función de transferencia.
$A_i(s)$	Sub-admitancias mecánicas.	$\{\tilde{C}\}$	Vector proveniente de los coeficientes del numerador de la función de transferencia.
$[A]$	Matriz de A.	$[C]$	Matriz de amortiguamiento.
b	Inertancia.	$[C_a]$	Matriz de amortiguamiento del aerogenerador.
b_{C3}	Inertancia ideal del dispositivo NS-NIDVA C3.	C_{Ci}	Parte real del denominador de la función de transferencia de los dispositivos NS-NIDVAs.
b_{C4}	Inertancia ideal del dispositivo NS-NIDVA C4.	$[C_{Ci}]$	Matriz de amortiguamiento del dispositivo NS-NIDVA C3, C4 y C6.
b_{C6}	Inertancia ideal del dispositivo NS-NIDVA C6.	C_D	Coefficiente de arrastre.
B	Parte imaginaria del numerador de la función de transferencia.	C_L	Coefficiente de sustentación.
B_{Ci}	Parte imaginaria del numerador de la función de transferencia dispositivos NS-NIDVAs.	C_N	Coefficiente normal.
$\{\tilde{B}\}$	Vector para el análisis de Lyapunov.	C_T	Coefficiente tangencial.
c	Amortiguamiento.	D	Parte imaginaria del denominador de la función de transferencia.
c_1	Primer amortiguador del DVA.	$Coh_{i,n}$	Función de coherencias de la simulación del viento.
$c_{1,C3}$	Amortiguamiento primario ideal del dispositivo NS-NIDVA C3.	$\tilde{D}$	Energía de disipación.
$c_{1,C4}$	Amortiguamiento primario ideal del dispositivo NS-NIDVA C4.	$\tilde{D}_{C3}$	Energía de disipación del dispositivo NS-NIDVA C3.

$\tilde{D}_{C4}$	Energía de disipación del dispositivo NS-NIDVA C4.	$H_m(j\Omega)$	Magnitud del sistema en estado estable.
$\tilde{D}_{C6}$	Energía de disipación del dispositivo NS-NIDVA C6.	$H_m(j\Omega)_{Ci}$	Magnitud del sistema en estado estable de los dispositivos NS-NIDVAs.
D_{Ci}	Parte imaginaria del denominador de la función de transferencia dispositivos NS-NIDVAs.	$H_m(s)$	Magnitud del sistema en el dominio de Laplace.
E	Energía proporcional de la respuesta.	$H(P_c)$	Matriz hessiana.
E_b	Módulo de elasticidad de álabes i .	H_{ref}	Altura de referencia de la turbina del aerogenerador.
E_t	Módulo de elasticidad de la torre.	i	Variable de numeración.
f	Función.	I_a	Índice de rendimiento.
$\hat{f}$	Frecuencia.	$I_{a,Ci}$	Índice de rendimiento de los dispositivos NS-NIDVA.
f_i	Funciones del sistema del criterio de rendimiento H_{∞} .	$I_e(r)$	Momento de inercia del álabes i en la dirección del canto.
f_n	Función invertida de la función de transferencias del sistema.	$I_f(r)$	Momento de inercia del álabes i en la dirección del ala.
$f_{n,Ci}$	Función invertida de la función de transferencias del sistema de los dispositivos NS-NIDVA.	$I_t(z)$	Momento de inercia de la torre.
$f(n)_{PDF}$	Función de probabilidad de densidad espectral.	j	Número imaginario.
$f(t)$	Fuerza aplicada del sistema.	$J(v)$	Matriz jacobiana del conjunto de funciones.
F	Fuerza.	k	Rigidez.
F_c	Fuerza centrífuga.	k_1	Rigidez del primer resorte del DVA.
F_g	Fuerza gravitatoria.	$k_{1,C3}$	Rigidez del primer resorte ideal del dispositivo NS-NIDVA C3.
$\{F(t)\}$	Vector de fuerzas.	$k_{1,C4}$	Rigidez del primer resorte ideal del dispositivo NS-NIDVA C4.
$F_{t+\Delta t}^*$	Fuerza efectiva.	$k_{1,C6}$	Rigidez del primer resorte ideal del dispositivo NS-NIDVA C6.
g	Gravedad.	k_2	Rigidez del segundo resorte del DVA.
$\hat{g}(t)$	Posición del líder del enjambre de partículas.	$k_{2,C3}$	Rigidez del segundo resorte ideal del dispositivo NS-NIDVA C3.
h	Altura de eje rotacional de la turbina del aerogenerador.	$k_{2,C4}$	Rigidez del segundo resorte ideal del dispositivo NS-NIDVA C4.
$h_{Ci}(j\Omega)$	Función de acoplamiento de la admitancia mecánica.	$k_{2,C6}$	Rigidez del segundo resorte ideal del dispositivo NS-NIDVA C6.
H_{max}	Máxima amplitud del sistema.	k_{be}	Rigidez por la energía de deformación del álabes i en la dirección del canto.

k_{bf}	Rigidez por la energía de deformación del álabes i en la dirección del ala.	$m_{1,C3}$	Masa primaria ideal del dispositivo NS-NIDVA C3.
$k_{ge,eg}$	Rigidez por el efecto centrífugo del álabes i en la dirección del canto.	$m_{1,C4}$	Masa primaria ideal del dispositivo NS-NIDVA C4.
$k_{ge,fp}$	Rigidez por el efecto centrífugo del álabes i en la dirección del ala.	$m_{1,C6}$	Masa primaria ideal del dispositivo NS-NIDVA C6.
$k_{gr,eg}$	Rigidez por la fuerza gravitatoria del álabes i en la dirección del canto.	$m_b(r)$	Densidad por unidad de longitud del álabes.
$k_{gr,fp}$	Rigidez por la fuerza gravitatoria del álabes i en la dirección del ala.	m_n	Masa de la góndola.
k_n	Rigidez negativa.	m_s	Masa de la estructura primaria.
$k_{n,C3}$	Rigidez negativa ideal del dispositivo NS-NIDVA C3.	$m_t(z)$	Densidad por unidad de longitud de la torre.
$k_{n,C4}$	Rigidez negativa ideal del dispositivo NS-NIDVA C4.	$[M]$	Matriz de masa.
$k_{n,C6}$	Rigidez negativa ideal del dispositivo NS-NIDVA C6.	$[M_a]$	Matriz de masa del aerogenerador.
k_s	Rigidez de la estructura primaria.	$[M_{Ci}]$	Matriz de masa de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6.
$k_{t,fa}$	Rigidez de la torre en la dirección Frente-Atrás.	n	Variable de numeración.
$k_{t,ss}$	Rigidez de la torre en la dirección Lado-Lado.	$\vec{p}$	Posición de la partícula.
$[K]$	Matriz de rigidez.	P_c	Punto crítico.
$[K]^*$	Rigidez efectiva.	$\vec{p}_i(t)$	Posición actual de la partícula.
$[K_a]$	Matriz de rigidez del aerogenerador.	$\hat{p}_i(t)$	Mejor posición de la partícula.
$[K_{Ci}]$	Matriz de rigidez de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6.	P_D	Fuerza de arrastre.
l_{in}	Términos de la matriz de Lyapunov.	P_L	Fuerza de sustentación.
L	Lagrangiano.	P_N	Fuerza normal.
$\hat{L}$	Longitud entre nodos.	$P_{Ni}(r, t)$	Fuerza normal dependiente de cada perfil aerodinámico a lo largo del álabes i y su rotación.
$[\tilde{L}]$	Matriz solución de Lyapunov.	P_T	Fuerza tangencial.
L_c	Parámetro de escala de coherencia.	$P_{Ti}(r, t)$	Fuerza tangencial dependiente de cada perfil aerodinámico a lo largo del álabes i y su rotación.
L_k	Parámetro de escala integral.	q	Relación de rigidez negativa y el resorte 1.
m	Masa.	q_{opt}	Relación de rigidez negativa y el resorte 1.
m_1	Masa primaria del absorbedor.	$q(t)$	Coordenada generalizada.

$q_i(t)$	Coordenadas generalizadas del sistema.	T_{C3}	Energía cinética del dispositivo NS-NIDVA C3.
$q_1(t)$	Desplazamiento del álabes 1 en la dirección perpendicular al canto.	T_{C4}	Energía cinética del dispositivo NS-NIDVA C4.
$q_2(t)$	Desplazamiento del álabes 2 en la dirección perpendicular al canto.	T_{C6}	Energía cinética del dispositivo NS-NIDVA C6.
$q_3(t)$	Desplazamiento del álabes 3 en la dirección perpendicular al canto.	T_a	Energía cinética del aerogenerador.
$q_4(t)$	Desplazamiento del álabes 1 en la dirección perpendicular al ala.	T_b	Energía cinética del álabes i .
$q_5(t)$	Desplazamiento del álabes 2 en la dirección perpendicular al ala.	T_{nac}	Energía cinética de la góndola.
$q_6(t)$	Desplazamiento del álabes 3 en la dirección perpendicular al ala.	T_t	Energía cinética de la torre.
$q_7(t)$	Desplazamiento de la torre en la dirección Frente-Atrás.	$\hat{u}$	Componente del viento en el eje de referencias X .
$q_8(t)$	Desplazamiento de la torre en la dirección Lado-Lado.	$u_{bi(x)}$	Desplazamiento del álabes i en el eje local x .
$Q_i(t)$	Fuerza aplicada en la coordenada generalizada.	$u_{bi(y)}$	Desplazamiento del álabes i en el eje local y .
$Q_{i,wind}$	Carga aerodinámica que afecta a las coordenadas generalizadas q_1 , q_2 y q_3 .	$u_{bi(z)}$	Desplazamiento del álabes i en el eje local z .
$Q_{i+3,wind}$	Carga aerodinámica que afecta a las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 y q_6 .	u_{nac}^{fa}	Desplazamiento de la góndola en la dirección Frente-Atrás.
$Q_{7,wind}$	Carga aerodinámica que afecta a la coordenada generalizada q_7 .	u_{nac}^{ss}	Desplazamiento de la góndola en la dirección Lado-Lado.
$Q_{8,wind}$	Carga aerodinámica que afecta a la coordenada generalizada q_8 .	u_t^{fa}	Desplazamiento de la torre en la dirección Frente-Atrás.
r	Unidad infinitesimal del álabes.	u_t^{ss}	Desplazamiento de la torre en la dirección Lado-Lado.
r_{min}	Valor mínimo de relacionado con la amplitud bajo en criterio de rendimiento H_{∞} .	$\hat{v}$	Componente del viento en el eje de referencias Y .
$\hat{r}_{1,2}$	Vector de valores aleatorios.	v_n	Variables del sistema.
R	Longitud total de los álabes.	$\vec{v}$	Velocidad de la partícula.
s	Variable de Laplace.	$\vec{v}_i(t)$	Velocidad actual de la partícula i .
$S_{in}(f)$	Matriz espectral del viento.	$\vec{v}_i(t+1)$	Nueva velocidad de la partícula i .
$S_K(f)$	Modelo espectral.	$v^{(p)}$	Aproximación de la solución de sistemas de ecuaciones no lineales.
t	Tiempo.	$v(t)$	Velocidad del viento.
t_{max}	Tiempo máximo de interacciones.	$\vec{v}(t)$	Componente de velocidad de la turbulencia del viento.
T	Energía cinética.	$\bar{v}(z)$	Velocidad media del viento.

v_{bi}	Velocidad absoluta de álabes i .	w_{min}	Coefficiente de inercia mínimo de la partícula.
$v_{bi(x)}$	Velocidad del álabes i en el eje x .	$Y_i(s)$	Admitancia mecánica.
$v_{bi(y)}$	Velocidad del álabes i en el eje y .	x	Eje de referencia local horizontal del aerogenerador.
$v_{bi(z)}$	Velocidad del álabes i en el eje z .	$x_1(t)$	Desplazamiento de la masa primaria del DVA.
$\bar{v}_{hub}$	Velocidad media del viento a la altura del eje de la turbina.	$x_2(t)$	Desplazamiento de la primera terminal del inersor del DVA.
v_{nac}	Velocidad absoluta de la góndola.	$x_3(t)$	Desplazamiento de la segunda terminal del inersor del DVA.
v_{nac}^{fa}	Velocidad de la góndola en la dirección Frente-Atrás.	$x_s(t)$	Desplazamiento de la estructura primaria.
v_{nac}^{ss}	Velocidad de la góndola en la dirección Lado-Lado.	$\{x(t)\}$	Vector de desplazamientos.
v_t	Velocidad absoluta de la torre.	x_{pico}	Valor pico absoluto.
v_t^{fa}	Velocidad de la torre en la dirección Frente-Atrás.	$P(95)$	Percentil 95.
v_t^{ss}	Velocidad de la torre en la dirección Lado-Lado.	x_{RMS}	Valor cuadrático medio.
V	Energía potencial.	X	Eje de referencia global horizontal del aerogenerador.
V_a	Energía potencial del aerogenerador.	y	Eje de referencia local lateral del aerogenerador.
V_b	Energía potencial del álabes.	Y	Eje de referencia global lateral del aerogenerador.
V_{C3}	Energía potencial del dispositivo NS-NIDVA C3.	z	Eje de referencia local vertical del aerogenerador.
V_{C4}	Energía potencial del dispositivo NS-NIDVA C4.	$\tilde{z}$	Altura de la turbina sobre el nivel del suelo.
V_{C6}	Energía potencial del dispositivo NS-NIDVA C6.	z_0	Longitud de rugosidad de la superficie.
V_{rel}	Velocidad relativa del viento.	Z	Eje de referencia vertical global del aerogenerador.
V_{ref}	Velocidad media de referencia.	Z_1	Primera variable gaussiana.
V_t	Energía potencial de la torre.	Z_2	Segunda variable gaussiana.
w	Inercia de la partícula.	Alfabeto griego	
$\hat{w}$	Componente del viento en el eje de referencias Z .	α	Ángulo de ataque.
w_t	Coefficiente de inercia en el tiempo de la partícula.	$\hat{\alpha}$	Decremento de la coherencia.
w_{max}	Coefficiente de inercia máximo de la partícula.	$\tilde{\alpha}$	Constante de integración Newmark.

β	Relación de masa estructural-IDVA.	μ_{opt}	Relación de masa óptima IDVA-inersor.
$\tilde{\beta}$	Constante de integración Newmark.	ρ	Densidad del aire.
γ_i	Valores propios.	σ	Desviación estándar.
$\gamma_{g,ci}(j\Omega)$	Función de admitencia global en el dominio de la frecuencia de los dispositivos NS-NIDVA.	σ_K	Desviación estándar en las componentes de velocidad de viento $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$.
Γ_i	Raíces de un polinomio.	ϕ	Ángulo de flujo.
δ	Relación de rigidez resorte 1-2 del dispositivo NS-NIDVA.	$\phi_e(r)$	Forma modal del álabe i perpendicular al canto.
δ_{opt}	Relación de rigidez óptima resorte 1-2 del dispositivo NS-NIDVA.	$\phi_f(r)$	Forma modal del álabe i perpendicular al ala.
δW_{wind}	Trabajo que realiza las cargas del viento en los álabes.	$\phi_{t,fa}(z)$	Forma modal de la torre en la dirección Frente-Atrás.
Δ_i	Menores principales.	$\phi_{t,ss}(z)$	Forma modal de la torre en la dirección Lado-Lado.
Δ_t	Incremento de tiempo.	$\Psi_i(t)$	Ángulo acimut.
$\Delta_{\bar{u}}$	Escala de turbulencia.	ω	Frecuencia de excitación.
$\epsilon^{(p)}$	Corrección de error de la raíz.	ω_s	Frecuencia natural de la estructura primaria
ζ	Relación de amortiguamiento.	ω_1	Frecuencia natural del IDVA.
ζ_b	Relación de amortiguamiento estructural de álabe.	ω_b	Velocidad angular del álabe.
ζ_t	Relación de amortiguamiento estructural de la torre.	Ω	Relación de frecuencia forzada.
ζ_s	Relación de amortiguamiento estructural.	Ω_1	Primera frecuencia resonante.
ζ_1	Relación de amortiguamiento del amortiguado 1 del DVA.	Ω_2	Segunda frecuencia resonante.
ζ_2	Relación de amortiguamiento del amortiguado 2 del DVA.	Ω_3	Tercera frecuencia resonante.
$\zeta_{2,opt}$	Relación de amortiguamiento óptima del amortiguado 2 del DVA.	Ω_P	Primera frecuencia invariante.
η	Relación de frecuencias no amortiguadas de la estructura primaria y el IDVA.	Ω_Q	Segunda frecuencia invariante.
η_{opt}	Relación óptima de frecuencias no amortiguadas de la estructura primaria y el IDVA.	Ω_R	Tercera frecuencia invariante.
θ	Ángulo de cabeceo.	Ω_S	Cuarta frecuencia invariante.
μ	Relación de masa IDVA-inersor.		

Índice de figuras

Figura 1-1. (a) Modelo esquemático del TMD clásico propuesto por Ormondroyd y Den Hartog; (b) FRF del DVA clásico donde se presentan las frecuencias invariantes al factor de amortiguamiento (modificado de [15]).	4
Figura 1-2. (a) Redes mecánicas basadas en el inersor, (b) Diagrama esquemático basado en el concepto de admitancia mecánica, (c) FRF comparativa entre los IDVAs propuestos por Hu y Chen contra el TMD clásico (modificado de [51]).	7
Figura 1-3. a) Diagramas esquemáticos de las configuraciones IN-DVA propuestos por Wang et al. con base en los DVAs descritos por Den Hartog, Asami, Ren y Wang, b) FRF comparativa entre los IN-DVAs, c) FRF comparativa de DVA de Ren agregando efectos de inercia, rigidez negativa y el IN-DVA (modificado de [4]).	9
Figura 1-4. Modelado del aerogenerador descrito por Murtagh et al. [90]; (a) Diagrama esquemático del modelado estructural del aerogenerador con TMD clásico, (b) FRF relacionada con la velocidad angular de la turbina, incluyendo y excluyendo el efecto del TMD clásico.	10
Figura 1-5. Modelado lineal propuesto por Hu et al. [59]: (a) Diagrama esquemático del aerogenerador con IDVA, (b) FRF de la turbina en la parte superior de la torre, (c) FRF del efecto de la carga inducida en el aerogenerador por el oleaje marino.	11
Figura 1-6. Implementación de DVAs en los álabes de un aerogenerador: (a) Diagrama esquemático del álabes a analizar, (b) FRF comparativa entre los absorbedores de vibración [94].	12
Figura 1-7. Evaluación de los dispositivos NS-NIDVA descritos por Barredo et al. [89].	16
Figura 1-8. Ideología de la implementación de los dispositivos NS-NIDVA en aerogeneradores.	17
Figura 2-1. Representación vectorial de los principales componentes del sistema dinámico de ecuaciones (modificado de [102]).	22
Figura 2-2. Simplificación de redes mecánicas con base en el concepto de admitancia global.	24
Figura 2-3. Tendencias de la relación de amortiguamiento de la FRF de una estructura con DVA basado en un sistema de tres Gdl.: (a) Ubicación de las frecuencias invariantes del sistema, (b) Calibración de las frecuencias invariantes mediante la metodología ETPF.	26
Figura 2-4. Proceso gráfico para la obtención de la relación de amortiguamiento óptimo basado en las frecuencias resonantes: (a) Ubicación de las frecuencias resonantes, (b) Respuesta optimizada por la metodología EFPT.	26
Figura 2-5. Respuesta de la FRF óptima por el criterio de rendimiento H_{∞} de un sistema de 3 Gdl. (modificado de [22]).	30
Figura 2-6.(a) Respuesta de la función f_n , (b) comportamiento de r [22].	30
Figura 2-7. Ubicación de los polos (●) y la respuesta correspondiente a la Ec. (2.42).	33
Figura 2-8. Ejemplo de un punto de silla [106].	40
Figura 2-9. Componentes principales de los perfiles aerodinámicos (modificado de [108])	41
Figura 2-10. Idealización de la turbulencia del viento en un aerogenerador [107].	43

Figura 2-11. Ilustración del perfil de campo de viento tridimensional que cubre a la turbina del aerogenerador [113].	44
Figura 2-12. Composición general del álabe i. (a) Discretización del álabe de la turbina, (b) i^{th} elementos del álabe, (c) Sección del elemento del álabe sometido a la carga aerodinámica y la velocidad de giro de la turbina [111].	45
Figura 2-13. Orientación del espacio tridimensional del análisis del flujo de viento generado por TurbSim [113].	47
Figura 2-14. Diagrama de flujo de proceso del funcionamiento general de TurbSim (modificado de [114]).	48
Figura 2-15. Resultados de las componentes espectrales de velocidad del viento en las direcciones x, y, y z.	48
Figura 2-16. Diagrama del flujo del proceso de simulación de OpenFast [115].	50
Figura 2-17. Constitución de los álabes del aerogenerador NREL 5MW: (a) Contornos base de los perfiles aerodinámicos, (b) Representación visual de los álabes en función de los perfiles aerodinámicos.	55
Figura 2-18. Ilustraciones de la regla del trapecio, (a) Aplicación básica, (b) Aplicación múltiple con segmentos iguales, (c) Aplicación múltiple con segmentos desiguales, (d) Nomenclatura para aplicación múltiple (modificado de [117]).	57
Figura 2-19. Principales características del diagrama de Campbell (modificado de [118]).	60
Figura 2-20. Diagrama esquemático de la aceleración lineal mediante la metodología de integración directa de Newmark [119].	60
Figura 3-1. Diagrama esquemático de los dispositivos NS-NIDVAs: (a) NS-NIDVA C4, (b) NS-NIDVA C3, (c) NS-NIDVA C6 (modificado de [89]).	63
Figura 3-2. Diagrama esquemático simplificado por el concepto de admitancia mecánica de los dispositivos NS-NIDVAs, (a) Red mecánica C3, (b) Red mecánica C4, (a) Red mecánica C6. ...	68
Figura 3-3. Idealización mediante la representación de los DVAs como una función de amortiguamiento equivalente (modificado de [121]).	69
Figura 3-4. Analogía de simplificación del diagrama esquemático de los DVAs a un sistema de un Gdl. (a) diagrama del TMD clásico, (b) diagrama del TMD tipo serie, (c) diagrama general de los DVAs basados en la topología de las redes mecánicas usando el concepto de admitancia mecánica, (d) diagrama simplificado por la admitancia global (modificado de [121]).	70
Figura 3-5. Diagrama de flujo comparativo del modelado convencional vs. El modelado propuesto basado en la admitancia global, que se utiliza para obtener la FRF de sistemas acoplados con DVAs basado en las topologías de las redes mecánicas (modificado de [121]).	73
Figura 3-6. Diagrama esquemático de la estructura primaria de un Gdl. acoplado con la función de admitancia global, (a) Diagrama del dispositivo NS-NIDVA C3, (b) Diagrama del dispositivo NS-NIDVA C4, (c) Diagrama del dispositivo NS-NIDVA C6.	74
Figura 3-7. Comparación de las FRFs de los dispositivos NS-NIDVAs obtenidas por los distintos tipos de metodologías que se abordaron para la obtención del modelado del sistema: (a) FRFs del NS-NIDVA C3 con acercamiento al segundo punto resonante, (b) FRFs del NS-NIDVA C4 con	

acercamiento al segundo punto resonante, (c) FRFs del NS-NIDVA C6 con acercamiento al segundo punto resonante.	76
Figura 3-8. FRF de la variación $q \in [-1,0]$ y $\beta=0.1$ de los dispositivos NS-NIDVAs: (a) NS-NIDVA C3, (b) NS-NIDVA C4, (c) NS-NIDVA C6.....	81
Figura 3-9. Evaluación de las raíces en el plano complejo de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6 de acuerdo con los intervalos de operación del parámetro q obtenidos por el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz.....	85
Figura 3-10. Evaluación de las raíces en el plano complejo de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6, de acuerdo a los intervalos de operación del parámetro q formulados por la Ec. (3.68).....	87
Figura 3-11. Evaluación de la FRF del dispositivo NS-NIDVA C3 considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y la variación del parámetro q , de acuerdo al ajuste de sus intervalos de operación.	87
Figura 3-12. Evaluación de la FRF del dispositivo NS-NIDVA C4 considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y la variación del parámetro q , de acuerdo al ajuste de sus intervalos de operación.	88
Figura 3-13. Evaluación de la FRF del dispositivo NS-NIDVA C6 considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y la variación del parámetro q , de acuerdo al ajuste de sus intervalos de operación.	88
Figura 3-14. Comportamiento de los parámetros óptimos del sistema obtenidos por la metodología ETPF y el análisis de estabilidad del sistema: (a) Dispositivo NS-NIDVA C3, (a) Dispositivo NS-NIDVA C4, (a) Dispositivo NS-NIDVA C6.	89
Figura 3-15. FRF adimensional de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6.	90
Figura 3-16. Implementación del criterio de rendimiento H_2 en el dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$: (a) Gráfico de convergencia de la minimización de índice de rendimiento $I_{a,C3}$ de acuerdo con la evaluación del algoritmo PSO, (b) FRF promedio de los parámetros óptimos y la respuesta del sistema basado en el dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$	94
Figura 3-17. Respuesta de la FRF de los dispositivos NS-NIDVAs de acuerdo con el criterio de rendimiento H_2 : (a) Dispositivos NS-NIDVA C3, (b) Dispositivo NS-NIDVA C4, (c) Dispositivo NS-NIDVA C6.....	96
Figura 3-18. Comprobación del programa numérico de calibración de los puntos resonantes bajo el criterio de rendimiento H_∞ : (a) FRF optimizada de TMD clásico, (b) Evaluación de la función f_n del TMD clásico.	98
Figura 3-19. Obtención de los parámetros óptimos del dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$ (Resultados obtenidos por el software propuesto para solucionar el criterio de rendimiento H_∞ en los dispositivos NS-NIDVA): (a) FRF de la configuración evaluada, (b) Función f_n	100
Figura 3-20. FRF de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_∞ de cada condición de análisis en el intervalo de $\beta \in [0.01, 0.1]$, con incrementos de 0.1, (a) Dispositivo NS-NIDVA C3, (b) Dispositivo NS-NIDVA C4, (c) Dispositivo NS-NIDVA C6.	101
Figura 3-21. Diagrama del procedimiento de optimización de los dispositivos NS-NIDVA con base en la literatura.	103
Figura 3-22. FRF de los datos descritos en la literatura de la implementación del índice de rendimiento H_∞ en los dispositivos NS-NIDVAs [89]: (a) Configuración C3, (b) Configuración C4, (c) Configuración C6.....	104

Figura 3-23. Diagrama de flujo del procedimiento de optimización propuesto para los dispositivos NS-NIDVAs.....	105
Figura 3-24. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro μ para el dispositivo NS-NIDVA C3.	106
Figura 3-25. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro δ para el dispositivo NS-NIDVA C3.....	106
Figura 3-26. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro μ para el dispositivo NS-NIDVA C4.	107
Figura 3-27. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro δ para el dispositivo NS-NIDVA C4.....	107
Figura 3-28. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro ζ_2 para el dispositivo NS-NIDVA C4.....	107
Figura 3-29. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro μ para el dispositivo NS-NIDVA C6.	108
Figura 3-30. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro δ para el dispositivo NS-NIDVA C6.....	108
Figura 3-31. FRF comparativos del dispositivo NS-NIDVA C3 entre los resultados obtenidos y los datos descritos en la literatura.	109
Figura 3-32. FRF comparativos del dispositivo NS-NIDVA C4 entre los resultados obtenidos y los datos descritos en la literatura.	109
Figura 3-33. FRF comparativos del dispositivo NS-NIDVA C6 entre los resultados obtenidos y los datos descritos en la literatura.	110
Figura 3-34. Evaluación gráfica de los valores mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C3: (a) primer punto mínimo (Ω_1), (b) segundo punto mínimo (Ω_2) y tercer punto mínimo (Ω_3).	112
Figura 3-35. Evaluación gráfica de los valores mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C4: (a) primer punto mínimo (Ω_1), (b) segundo punto mínimo (Ω_2) y tercer punto mínimo (Ω_3).	113
Figura 3-36. Evaluación gráfica de los valores mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C6: (a) primer punto mínimo (Ω_1), (b) segundo punto mínimo (Ω_2) y tercer punto mínimo (Ω_3).	114
Figura 4-1. Diagrama esquemático del aerogenerador propuesto para esta investigación modificado de las referencias [8, 109-112].	116
Figura 4-2. Cinemática de la turbina de un aerogenerador de eje horizontal.....	116
Figura 4-3. Diagrama de análisis rotacional de los álabes.	118
Figura 4-4. Simulación en OpenFast de los primeros modos de vibración del aerogenerador NREL 5MW visualizado en ACDC: (a) Modo de vibración de la torre Frente-Atrás, (b) Modo de vibración de la torre Lado-Lado, (c) Modo de vibración de los álabes perpendicular al ala y (d) Modo de vibración de los álabes perpendicular al canto.....	125

Figura 4-5. Diagrama de Campbell determinado a partir de la simulación de aerogenerador NREL 5MW en OpenFast (características dimensionales y físicas existentes en OpenFast).	125
Figura 4-6. Diagrama del Campbell determinado a partir de la simulación de aerogenerador NREL 5MW en OpenFast (restricción a 8 coordenadas generalizadas y conservando las características dimensionales y físicas de OpenFast).	126
Figura 4-7. Diagrama del Campbell determinado a partir de la simulación de aerogenerador NREL 5MW en OpenFast (restricción y modificación de las características dimensionales, físicas y coordenadas generalizadas para asemejarse al modelo propuesto).	126
Figura 4-8. Diagrama de Campbell del modelo propuesto del aerogenerador terrestre NREL 5MW.	127
Figura 4-9. Obtención de la frecuencia natural colectiva en la dirección del ala del modelo propuesto.	127
Figura 4-10. Obtención de la frecuencia natural colectiva en la dirección del canto del modelo propuesto.	128
Figura 4-11. Comparación de la frecuencia lado-lado de la torre del modelo propuesto vs. OpenFast.	128
Figura 4-12. Comparación de la frecuencia frente-atrás de la torre del modelo propuesto vs. OpenFast.	128
Figura 4-13. Comparación de la frecuencia del canto del álabes del modelo propuesto vs. OpenFast.	129
Figura 4-14. Comparación de la frecuencia del ala del álabes del modelo propuesto vs. OpenFast.	129
Figura 4-15. FRF de las coordenadas generalizadas $q_{4,5,6}(t)$ y la FRF promedio de estas, de acuerdo con el método directo (respuesta del álabes en la dirección del ala).	130
Figura 4-16. FRF de la coordenada generalizada $q_7(t)$, de acuerdo con el método directo (respuesta de la torre en la dirección frente-atrás).	131
Figura 4-17. FRF de las coordenadas generalizadas $q_{1,2,3}(t)$ y la FRF promedio de estas, de acuerdo con el método directo (respuesta del álabes en la dirección del canto).	131
Figura 4-18. FRF de la coordenada generalizada $q_8(t)$, de acuerdo con el método directo (respuesta de la torre en la dirección lado-lado).	132
Figura 4-19. Respuesta en el dominio del tiempo de las tres frecuencias resonantes de la Figura 4-15 (recuadros color verde), que describe el comportamiento del desplazamiento promedio de los álabes en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.	132
Figura 4-20. Respuesta en el dominio del tiempo de las tres frecuencias resonantes de la Figura 4-16 (recuadros color verde), que describe el comportamiento del desplazamiento de la torre en la dirección frente-atrás del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.	133
Figura 4-21. Respuesta en el dominio del tiempo de las primeras dos frecuencias resonantes de la Figura 4-17 (recuadros color azul), que describe el comportamiento del desplazamiento promedio de los álabes en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.	133

Figura 4-22. Respuesta en el dominio del tiempo de las tres frecuencias resonantes de la Figura 4-18 (recuadros color azul), que describe el comportamiento del desplazamiento de la torre en la dirección lado-lado del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.	133
Figura 4-23. Componentes fundamentales del GWN, (a) distribución gaussiana, (b) muestras no correlacionadas en el tiempo.	135
Figura 4-24. Señal espectral de ruido blanco gaussiano de la carga que se implantó en el modelado propuesto del aerogenerador terrestre.	135
Figura 4-25. Distribución gaussiana de la señal de ruido blanco base para las simulaciones con el modelo propuesto del aerogenerador terrestre.	136
Figura 4-26. Respuesta en desplazamiento del álabe 1 en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	137
Figura 4-27. Respuesta en desplazamiento del álabe 2 en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	137
Figura 4-28. Respuesta en desplazamiento del álabe 3 en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	137
Figura 4-29. Respuesta en desplazamiento del álabe 1 en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	138
Figura 4-30. Respuesta en desplazamiento del álabe 2 en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	138
Figura 4-31. Respuesta en desplazamiento del álabe 3 en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	138
Figura 4-32. Respuesta en desplazamiento de la torre en la dirección Frente-Atrás del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	139
Figura 4-33. Respuesta en desplazamiento de la torre en la dirección Lado-Lado del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.	139
Figura 4-34. Resultados de la simulación para determinar las componentes de velocidad del flujo del viento mediante TurbSim.	141
Figura 4-35. Resultados de la evaluación de los coeficientes de arrastre y de sustentación del aerogenerador NREL 5MW con base en los perfiles aerodinámicos de los álabes del aerogenerador: (a) Evaluación de los coeficientes de sustentación, (b) Evaluación de los coeficientes de arrastre, (c) Evaluación del coeficiente de sustentación entre el de arrastre.	142
Figura 4-36. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del canto (q_1), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	143

Figura 4-37. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del canto (q_2), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	143
Figura 4-38. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del canto (q_3), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	143
Figura 4-39. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del ala (q_4), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	143
Figura 4-40. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del ala (q_5), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	144
Figura 4-41. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del ala (q_6), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	144
Figura 4-42. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Frente-Atrás (q_7), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.....	144
Figura 4-43. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Lado-Lado (q_8), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	144
Figura 4-44. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del canto (q_1), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	144
Figura 4-45. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del canto (q_2), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	144
Figura 4-46. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del canto (q_3), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	145
Figura 4-47. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del ala (q_4), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	145
Figura 4-48. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del ala (q_5), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	145
Figura 4-49. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del ala (q_6), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	145
Figura 4-50. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Frente-Atrás (q_7), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.....	145
Figura 4-51. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Lado-Lado (q_8), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	145
Figura 4-52. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del canto (q_1), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	146
Figura 4-53. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del canto (q_2), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	146
Figura 4-54. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del canto (q_3), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	146
Figura 4-55. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del ala (q_4), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	146

Figura 4-56. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del ala (q_5), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	146
Figura 4-57. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del ala (q_6), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	146
Figura 4-58. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Frente-Atrás (q_7), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.....	147
Figura 4-59. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Lado-Lado (q_8), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.	147
Figura 4-60. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_4 ,	148
Figura 4-61. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_5 ,	148
Figura 4-62. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_6 ,	148
Figura 4-63. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_7 ,	148
Figura 4-64. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_1 ,	149
Figura 4-65. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_2 ,	149
Figura 4-66. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_3 ,	149
Figura 4-67. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_8 ,	149
Figura 4-68. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_4 ,	149
Figura 4-69. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_5 ,	149
Figura 4-70. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_6 ,	150
Figura 4-71. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_7 ,	150
Figura 4-72. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_1 ,	150
Figura 4-73. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_2 ,	150
Figura 4-74. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_3 ,	150

Figura 4-75. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_8 ,	150
Figura 4-76. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_4 ,	151
Figura 4-77. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_5 ,	151
Figura 4-78. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_6 ,	151
Figura 4-79. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_7 ,	151
Figura 4-80. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_1 ,	151
Figura 4-81. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_2 ,	151
Figura 4-82. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_3 ,	152
Figura 4-83. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_8 ,	152
Figura 5-1. Diagrama esquemático del acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en la torre de aerogenerador base.	154
Figura 5-2. Caso de estudio en específico donde se presenta cómo se realizó el análisis comparativo de las FRFs de las respuestas en el plano (zx) del álabes colectiva en la dirección al ala de la dinámica base del aerogenerador y el modelo NREL 5MW-NS-NIDVA en los tres casos de acoplamiento.	159
Figura 5-3. Caso de estudio en específico donde se presenta cómo se realizó el análisis comparativo de las FRFs de las respuestas en el plano (zx) de la torre en la dirección Frente-Atrás de la dinámica base del aerogenerador y el modelo NREL 5MW-NS-NIDVA en los tres casos de acoplamiento.	160
Figura 5-4. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álabes del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 6.9 RPM del aerogenerador.	161
Figura 5-5. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álabes del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 12.1 RPM del aerogenerador.	162
Figura 5-6. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álabes del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde la torre presenta una mayor influencia.	162

Figura 5-7. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álabes del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde los álabes presentan una mayor influencia.....	163
Figura 5-8. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 6.9 RPM del aerogenerador.....	163
Figura 5-9. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 12.1 RPM del aerogenerador.....	164
Figura 5-10. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde la torre presenta una mayor influencia.	164
Figura 5-11. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde los álabes presentan una mayor influencia.	165
Figura 5-12. Caso de estudio en específico de cómo se realizó el análisis comparativo de las respuestas comparativas en el dominio del tiempo de la coordenada generalizada q_i del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA de acuerdo a los casos de estudio planteados. Acoplamiento de los absorbedores: (a) en la parte superior de la torre, (b) al 75% de la torre y (c) a la mitad de la torre.	166
Figura 5-13. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.	167
Figura 5-14. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.	168
Figura 5-15. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.	168
Figura 5-16. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.	169

Figura 5-17. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.	169
Figura 5-18. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.	170
Figura 5-19. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.	170
Figura 5-20. Comparación del valor P(95)) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.	171
Figura 5-21. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.	171
Figura 5-22. Caso de estudio en específico de cómo se realizó el análisis comparativo de las respuestas comparativas en el dominio del tiempo de la coordenada generalizada q_7 del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA de acuerdo a los casos de estudio planteados. Acoplamiento de los absorbedores: (a) En la parte superior de la torre (100 %), (b) Al 75 % de la torre y (c) A la mitad de la torre al 50 %.	172
Figura 5-23. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM. ..	173
Figura 5-24. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM. ..	174
Figura 5-25. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.....	174
Figura 5-26. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.	175
Figura 5-27. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.	175

Figura 5-28. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.....	175
Figura 5-29. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.	176
Figura 5-30. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.	176
Figura 5-31. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.....	177

Índice de tablas

Tabla 1-1. Alternativas de diseño de los absorbedores dinámicos de vibración.	3
Tabla 1-2. Disposiciones físicas del inersor.	4
Tabla 1-3. Alternativas de diseño de los IDVAs.....	6
Tabla 2-1. Búsqueda de la solución del sistema de ecuaciones no lineales (Ec. (2.53)) por Newton-Raphson.	36
Tabla 2-2. Propiedades básicas del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).	52
Tabla 2-3. Propiedades básicas del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).	52
Tabla 2-4. Propiedades distribuidas en los álabes del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).	53
Tabla 2-5. Propiedades generales de la góndola y de la nariz de aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).	53
Tabla 2-6. Propiedades generales de la torre del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).	54
Tabla 2-7. Propiedades distribuidas de la torre del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).	54
Tabla 2-8. Propiedades aerodinámicas de los álabes del aerogenerador NREL 5MW [116].	55
Tabla 3-1. Datos extraídos de la literatura de los valores de los parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVAs [89].....	75
Tabla 3-2. Condiciones de estabilidad del parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C3 utilizando la metodología de Routh-Hurwitz.	84
Tabla 3-3. Condiciones de estabilidad del parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C4 utilizando la metodología de Routh-Hurwitz.	84

Tabla 3-4. Condiciones de estabilidad del parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C3 utilizando la metodología de Routh-Hurwitz.	84
Tabla 3-5. Intervalos de operación del parámetro q de los dispositivos NS-NIDVAs, de acuerdo con el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz.	84
Tabla 3-6. Condiciones obtenidas de la Ec. (3.68) y la metodología ETPF para el dispositivo NS-NIDVA C3.	86
Tabla 3-7. Condiciones obtenidas de la Ec. (3.68) y la metodología ETPF para el dispositivo NS-NIDVA C4.	86
Tabla 3-8. Condiciones obtenidas de la Ec. (3.68) y la metodología ETPF para el dispositivo NS-NIDVA C6.	86
Tabla 3-9. Intervalos de operación del parámetro q de los dispositivos NS-NIDVAs, de acuerdo con la Ec. (3.68).	86
Tabla 3-10. Resultados de los parámetros óptimos obtenidos por el algoritmo PSO para la minimización del índice de rendimiento $I_{a,C3}$, para el dispositivo NS-NIDVA C3.	94
Tabla 3-11. Resultados de los parámetros óptimos obtenidos por el algoritmo PSO para la minimización del índice de rendimiento $I_{a,C4}$, para el dispositivo NS-NIDVA C4.	94
Tabla 3-12. Resultados de los parámetros óptimos obtenidos por el algoritmo PSO para la minimización del índice de rendimiento $I_{a,C6}$, para el dispositivo NS-NIDVA C6.	95
Tabla 3-13. Comprobación de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_2 mediante la evaluación de los eigenvalores de la matriz Hessiana para el dispositivo NS-NIDVA C3.	96
Tabla 3-14. Comprobación de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_2 mediante la evaluación de los eigenvalores de la matriz Hessiana para el dispositivo NS-NIDVA C4.	97
Tabla 3-15. Comprobación de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_2 mediante la evaluación de los eigenvalores de la matriz Hessiana para el dispositivo NS-NIDVA C6.	97
Tabla 3-16. Resultados obtenidos por el criterio de rendimiento H_∞ para el dispositivo NS-NIDVA C3.	100
Tabla 3-17. Resultados obtenidos por el criterio de rendimiento H_∞ para el dispositivo NS-NIDVA C4.	100
Tabla 3-18. Resultados obtenidos por el criterio de rendimiento H_∞ para el dispositivo NS-NIDVA C6.	101
Tabla 3-19. Parámetros óptimos reportados en la literatura del criterio de rendimiento H_∞ para la configuración C3 de los dispositivos NS-NIDVAs [89].	102
Tabla 3-20. Parámetros óptimos reportados en la literatura del criterio de rendimiento H_∞ para la configuración C4 de los dispositivos NS-NIDVAs [89].	103
Tabla 3-21. Parámetros óptimos reportados en la literatura del criterio de rendimiento H_∞ para la configuración C6 de los dispositivos NS-NIDVAs [89].	103

Tabla 3-22. Puntos mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C3 para cada incremento de β considerando los parámetros óptimos obtenidos y los datos de la literatura.....	111
Tabla 3-23. Puntos mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C4 para cada incremento de β considerando los parámetros óptimos obtenidos y los datos de la literatura.....	112
Tabla 3-24. Puntos mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C6 para cada incremento de β considerando los parámetros óptimos obtenidos y los datos de la literatura.....	113
Tabla 4-1. Integrales del modelo dinámico del aerogenerador de 3 álabes de eje horizontal.	123
Tabla 4-2. Solución de las integrales descritas en la Tabla 4-1.	124
Tabla 4-3. Error porcentual medio entre las frecuencias naturales determinadas a partir del modelo propuesto, utilizando las simulaciones de OpenFast como referencia.	129
Tabla 5-1. Parámetros físicos del dispositivo NS-NIDVA para la implementación en el aerogenerador NREL 5MW.....	159
Tabla 5-2. Respuestas bases del análisis porcentual comparativo de acuerdo con los casos de estudio planteados.....	161
Tabla 5-3. Métricas base de los casos de estudio comparativo de la dinámica estructural del modelado propuesto del aerogenerador NREL 5MW en condiciones de ruido blanco gaussiano.	167
Tabla 5-4. Métricas base de los casos de estudio comparativo de la dinámica estructural del modelado propuesto del aerogenerador NREL 5MW en condiciones de cargas aerodinámicas.	173

Capítulo 1 Introducción

El crecimiento acelerado de la industria de energía renovable ha impulsado el desarrollo y la optimización de los aerogeneradores, que juegan un papel fundamental en la transición hacia las fuentes de energía sustentables. Sin embargo, el diseño y funcionamiento de estos sistemas enfrentan muchos problemas técnicos. Entre los cuales se encuentran las vibraciones inducidas en el aerogenerador causadas por las cargas aerodinámicas, condiciones meteorológicas adversas y la dinámica propia del sistema. Estas vibraciones indeseadas pueden comprometer la integridad estructural de los aerogeneradores, reduciendo su vida útil e incrementando los costos de operación y mantenimiento.

Para mitigar estos efectos perjudiciales, se han implementado diversas estrategias de control y reducción de vibraciones, tanto activas como pasivas. Una posible solución se encuentra en los disipadores de energía cinética, como los absorbedores dinámicos de vibración (DVA por sus siglas en inglés). Estos dispositivos han demostrado ser una alternativa efectiva y eficiente para la mitigación de vibraciones en estructuras mecánicas y civiles.

Los DVAs se han implementado en sistemas de control pasivos, activos y semi-activos con la finalidad de mejorar su eficiencia. Cada uno de estos sistemas presenta ventajas y desventajas. Los sistemas de control activos y semi-activos tienen la capacidad de adaptarse en tiempo real a las condiciones de operación, ya que están gobernados por leyes de control, lo que encarece su fabricación. Por otro lado, los sistemas de control pasivo son más sencillos y no requieren de fuerzas externas para su funcionamiento, lo que los hace más accesibles y de menor costo. Esta es una de las principales razones por las que los DVAs han sido ampliamente investigados en el control pasivo de vibraciones. Sin embargo, estos dispositivos son efectivos solo en un rango limitado de frecuencia. Esta problemática se ha tratado de resolver mediante la modificación de los DVAs, implementando novedosas alternativas de diseño como, por ejemplo, el uso de las topologías de las redes mecánicas basadas en elementos como la masa, el resorte, el amortiguador y el dispositivo denominado como inersor. El inersor es un dispositivo que amplifica la inercia efectiva de un sistema sin aumentar su masa física. Esta peculiaridad mejoró de forma significativa a los DVAs, incrementando el ancho de frecuencia de operación y la atenuación vibratoria. A pesar de estos avances, estudios recientes han demostrado que la tecnología de rigidez negativa puede incrementar de forma más eficiente a los DVA en el control pasivo de vibraciones. La rigidez negativa agrega un efecto elástico inusual a los sistemas, donde la rigidez aparente disminuye con el desplazamiento. Esta característica permite absorber y disminuir las vibraciones de un sistema de manera más efectiva en comparación con los sistemas pasivos tradicionales.

Tomado en cuenta lo anterior, los DVAs basados en el inersor y la tecnología de rigidez negativa han surgido como una innovación prometedora en el campo de control pasivo de vibraciones. Es evidente suponer que la implementación de este tipo de dispositivo en los aerogeneradores podría mitigar las cargas inducidas en estas estructuras. Sin embargo, el diseño y la optimización de estos dispositivos presentan desafíos específicos debido a la complejidad del sistema, la variabilidad de las condiciones ambientales y la interacción con otros elementos estructurales.

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal examinar el uso de DVAs basados en el inersor y la tecnología de rigidez negativa en aerogeneradores, con un enfoque de optimización del diseño de los DVAs y la evaluación de su impacto en la reducción de vibraciones.

Para ello, se llevó a cabo un estudio basado en el modelado matemático y simulaciones numéricas, con el fin de determinar las condiciones óptimas de operación de los DVAs que fueron seleccionados como caso de estudio.

En resumen, esta investigación busca generar el conocimiento en el campo de la ingeniería estructural aplicada en aerogeneradores, tratando de brindar una solución viable para la mitigación de vibraciones utilizando los DVAs basados en el inersor y la tecnología de rigidez negativa, esperando que los hallazgos obtenidos en esta investigación contribuyan al desarrollo de aerogeneradores más resistentes a las cargas inducidas en estos sistemas de energía renovable.

1.1. Estado del arte

El análisis de vibraciones es un aspecto fundamental en el diseño mecánico y estructural, especialmente cuando las estructuras están sometidas a cargas internas y/o externas que las excitan a una determinada frecuencia. Si esta frecuencia coincide con la frecuencia natural de la estructura, se produce el fenómeno de resonancia, lo que aumenta la amplitud de las vibraciones, provocando daños irreversibles en las estructuras. Un ejemplo claro de este fenómeno es el colapso del puente Tacoma en 1940, causado por la resonancia inducida por los vórtices del viento. Por esta razón, y con el objetivo de controlar la amplitud de las vibraciones en estas estructuras, las investigaciones en ingeniería civil y mecánica han desarrollado novedosos sistemas de amortiguamiento. Estos dispositivos de control de vibraciones se pueden clasificar en sistemas de control pasivos, activos y semiactivos. Entre ellos, los sistemas de control pasivo de vibraciones destacan por su simplicidad, ya que no están gobernados por leyes de control ni sensores que puedan complicar su funcionamiento.

Entre los sistemas de control pasivo de vibraciones más relevantes en la comunidad científica se encuentran los absorbedores dinámicos de vibración (DVA por sus siglas en inglés). Estos dispositivos mecánicos están diseñados de modo que las frecuencias naturales del sistema resultante se alejen de la frecuencia de excitación; por ese motivo están sintonizados a la frecuencia de operación del sistema y son efectivos dentro de una banda angosta de frecuencia.

Además, existen diversas configuraciones o arreglos de estos dispositivos, que operan tanto mecánica como eléctricamente. En la Tabla 1-1, se muestran de forma generalizada algunos de los dispositivos dinámicos de control vibratorio, describiendo su funcionamiento con algunas observaciones generales. Es importante mencionar que la finalidad de esta investigación no es el estudio global de estos sistemas; por lo tanto, la revisión del estado del arte abordó las investigaciones de la literatura que se basan en los siguientes puntos clave: las modificaciones del DVA convencional; los absorbedores dinámicos de vibración basados en el inersor y las topologías de las redes mecánicas; los absorbedores dinámicos de vibración basados en la tecnología de rigidez negativa; los absorbedores basados en el inersor y la tecnología de rigidez negativa y, finalmente, las investigaciones relacionadas con los absorbedores en el control pasivo de vibraciones en sistemas de generación de energía eólica.

Tabla 1-1. Alternativas de diseño de los absorbedores dinámicos de vibración.

Acrónimos	DVA	Concepto de funcionalidad	Observaciones
TMD	Amortiguador de masa sintonizada.	Sistema basado en la transferencia de energía vibratoria de la estructura primaria a la masa del absorbedor mediante la conexión mecánica de elementos como el resorte, amortiguador e inersor para disipar la energía cinética provocada por una fuerza de excitación armónica y/o aleatoria.	Sistemas basados en el DVA: - DVA clásico (configuración en paralelo del resorte y el amortiguamiento) [1]. - DVA tradicionales y no tradicionales [2]. - IDVA (absorbedor basado en el inersor) [3]. - NDVA (basado en la rigidez negativa) [4]. - IN-DVA (basado en el inersor y la rigidez negativa) [4]. - ISDVA (conexión en serie o paralelo de dos o más TMD clásicos) [5]. - RIDTMD (basado en inercia rotacional) [6]. - TID (amortiguadores de inersores sintonizados) [7].
PTDM [8]	Amortiguador de masa sintonizada tipo péndulo.	Este absorbedor disipa la energía cinética por medio del movimiento de un péndulo.	Este tipo de absorbedor es implementado principalmente en estructuras estacionarias. Existen configuraciones de este dispositivo que agregan los efectos de rigidez, amortiguamiento e inercia. Además, se puede restringir su movimiento de acuerdo a su sistema de anclaje.
CPDVA [9]	Amortiguador de masa sintonizada de péndulo centrífugo.	Basado en el efecto Coriolis, este tipo de absorbedor almacena la energía residual del volante de inercia para posteriormente devolverla al sistema rotodinámico.	Las aplicaciones de este tipo de absorbedor están enfocadas en el área de rotodinámica como sistemas de control pasivo de vibraciones.
TDL [10]	Amortiguador de líquido sintonizado.	Consiste en un tanque parcialmente lleno de un líquido (normalmente agua) cercano a la parte superior de una estructura mediante sujeción rígida o flexible. Cuando el tanque se excita debido al movimiento estructural, el fluido comienza un movimiento turbulento que agrega fuerzas inerciales desfasadas al movimiento de la estructura, ayudando a disipar y controlar las vibraciones.	Se puede anexar el efecto de la inercia a este tipo de absorbedor. Sin embargo, tienen ciertas complicaciones de análisis por su comportamiento no lineal y su baja relación de amortiguamiento que puede proveer al sistema primario.
TLCD [11]	Amortiguador tipo columna de líquido sintonizado.	Tiene el mismo principio fundamental de los TDL con la peculiaridad que el tanque de depósito tiene forma de herradura, esto controla la turbulencia del líquido logrando un movimiento más uniforme y haciendo más eficiente el absorbedor tipo TDL.	Extensión de los TDL implementados en estructuras estacionarias para atenuar las vibraciones provocadas por la turbulencia del aire y los movimientos sísmicos.
EMSD [12]	Amortiguador de derivación electromagnética.	Consiste en la utilización de un circuito eléctrico mediante un transductor eléctrico (dispositivo que transforma la energía eléctrica en desplazamiento tipo lineal por medio de un pistón en ambas direcciones cambiando el sentido de polarización eléctrica).	Este absorbedor simula el comportamiento de los DVA mediante un circuito en serie LR (configuración de resistencia e inductancia eléctrica) o LRC (configuración de resistencia, inductancia y capacitancia eléctrica). Además, el absorbedor está diseñado con base en un transductor tipo actuador.
PZTMD [13]	Absorbedor de vibración tipo piezoeléctrico sintonizado.	Circuito eléctrico con piezoeléctrico hecho de cuarzo que, al estar sujeto a una corriente eléctrica, produce vibraciones en el cuarzo, simulando el comportamiento dinámico del DVA.	Es una alternativa interesante que simula el comportamiento del DVA clásico. Por ser un piezoeléctrico de tipo lenteja, no tiene partes móviles y cuenta con ajuste de control activo. Además, tienen similitudes con el EMSD.

1.1.1. Absorbedores dinámicos de vibración convencionales y basados en el inersor

Los DVAs fueron mencionados por primera vez por Hermann Frahm en 1911 [14], al describir un dispositivo auxiliar compuesto por una masa suspendida por resortes, destinado al control pasivo de vibración en aplicaciones de ingeniería mecánica y sistemas marítimos. Posteriormente, Ormondroyd y Den Hartog [1] mejoraron el DVA añadiendo un amortiguamiento viscoso en paralelo con el resorte, lo que ayudó a disipar de manera más eficiente la energía cinética de la estructura primaria (ver Figura 1-1 (a)). Más adelante, Den Hartog [15] estableció la primera metodología de optimización para determinar los parámetros óptimos del DVA. Este procedimiento analiza la respuesta dinámica en estado estable en el dominio de la frecuencia, o función de respuesta en frecuencia (FRF por sus siglas en inglés), determinando las frecuencias independientes del factor de amortiguamiento, tal como se describe en la Figura 1-1 (b). Esta metodología se conoce actualmente como la teoría del punto fijo. De acuerdo con dicha teoría, se logró el control de vibraciones en un intervalo de frecuencias con parámetros sintonizados, dando origen al

amortiguador de masa sintonizada, o *Tuned Mass Damper* (TMD), conocido hoy en día como TMD clásico.

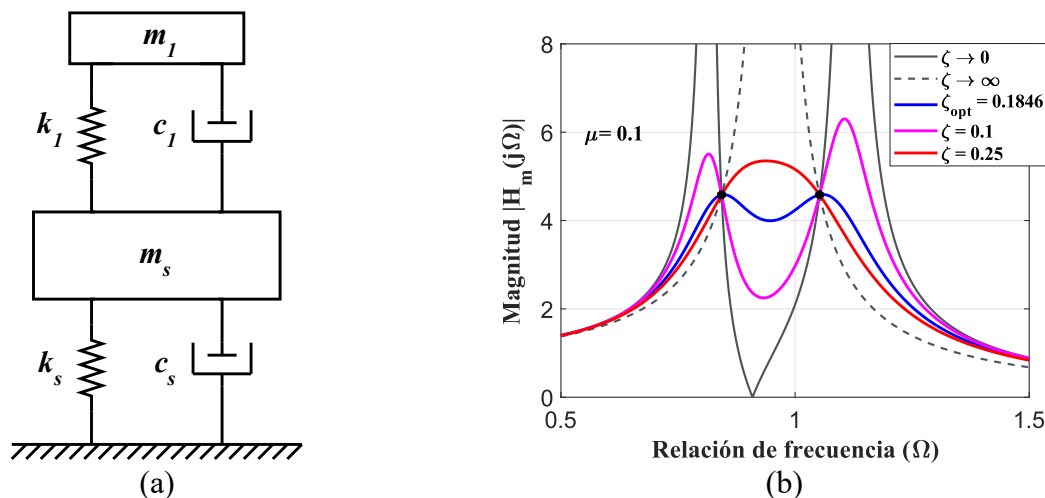


Figura 1-1. (a) Modelo esquemático del TMD clásico propuesto por Ormondroyd y Den Hartog; (b) FRF del DVA clásico donde se presentan las frecuencias invariantes al factor de amortiguamiento (modificado de [15]).

Durante las últimas dos décadas, las investigaciones se han orientado a aumentar tanto la robustez como el rendimiento de los DVAs a través de varios diseños. Por ejemplo, los TMDs no tradicionales con conexión a tierra [16, 17], el TMD basado en el modelo de Maxwell [18, 19], el TMD de múltiples grados de libertad con movimientos de translación y de rotación [20, 21], múltiples TMDs configurados tanto en serie como en paralelo [22, 23], entre otros diseños. Sin embargo, en la mayoría de los casos, para aumentar la atenuación vibratoria del absorbedor pasivo, significaba un considerable incremento en la masa física del DVA o un sistema de suspensión mejorado, limitando el rendimiento de control del DVA.

Posteriormente, con la incorporación de un nuevo dispositivo mecánico denominado inersor, Smith [24] demostró que se puede modificar la inercia efectiva de un sistema sin alterar su masa física. De hecho, diferentes alternativas de diseños del inersor han sido propuestas por la comunidad científica [25] (ver Tabla 1-2). Entre las cuales se incluyen: el inersor mecánico tipo cremallera-piñón [26], el inersor mecánico tipo tornillo-bola [27], el inersor mecánico con inercia variable a través del mecanismo de transmisión variable continua (CVT) [27-29], el inersor hidráulico basado en mecanismos de rectificación del movimiento del flujo de fluido [30, 31] y el inersor híbrido llamado electrohidráulico [32].

Tabla 1-2. Disposiciones físicas del inersor.

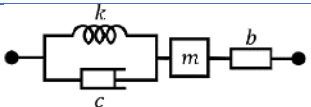
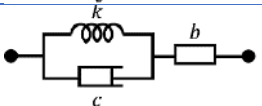
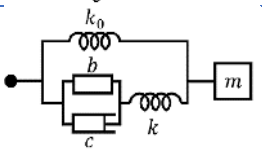
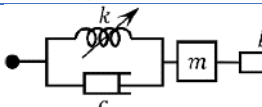
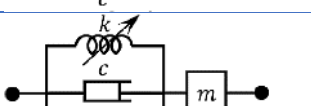
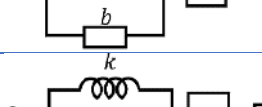
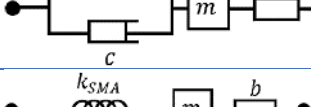
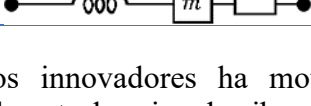
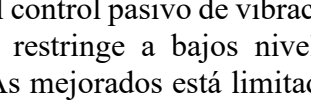
Tipo de inersor	Función de inercia	Representación esquemática	Componentes principales
Cremallera-piñón [26]	$b = \left(\frac{r_2}{r_1 r_3} \right)^2 I$		1. Terminal 1. 2. Terminal 2. 3. Cremallera. 4. Piñón y engranaje. 5. Volante de inercia.
Tornillo-bola [27]	$b = \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2 I$		1. Terminal 1. 2. Terminal 2. 3. Volante de inercia. 4. Tornillo. 5. Rodamiento. 6. Tuerca-balín Balines.

Electrohidráulico $b = \left(\frac{A}{D}\right)^2 I$		7. Cuerda del tornillo. 1. Terminal 1. 2. Terminal 2. 3. Pistón. 4. Cilindro. 5. Conectores hidráulicos. 6. Motor. 7. Volante de inercia. 8. Fluido.
Fluido tipo helicoidal [31] $b = \rho l_h \frac{A_1^2}{A_2}$		1. Terminal 1. 2. Terminal 2. 3. Pistón. 4. Cilindro. 5. Fluido. 6. Canal helicoidal.
Electromagnético [32] $b = (Bl)^2 C_a$		1. Terminal 1. 2. Terminal 2. 3. Flecha ferromagnética. 4. Embobinado. 5. Resistencia eléctrica. 6. Capacitor. 7. Inductor.
Inertancia variable [29] $b = \frac{4}{d_p^2} I_{eq}$ $I_{eq} = (I_1 + i^2 I_2)$		1. Engrane. 2. Eje conductor. 3. Rodamientos. 4. Perfiles de aluminio. 5. Placa de montaje del CVT. 6. Eje conductor. 7. Soportes de ejes. 8. Polea. 9. Cama. 10. Resortes. 11. Mecanismo de tornillo. 12. Balines. 13. Ajustador. 14. Base sistema de control. 15. Volante de inercia.

Cuando el inersor se conecta con el DVA, el aumento del efecto de amplificación inercial del dispositivo puede ser proporcionado por la inertancia de este innovador componente mecánico. Por esta razón, existen diversas investigaciones sobre el DVA basado en el inersor, o IDVA (por sus siglas en inglés), que incluyen estudios como los siguientes: el uso de las topologías de las redes mecánicas para la disipación de energía vibratoria [33-35]; la propuesta de Ikago et al. [36] sobre el amortiguador de masa sintonizada (TVM); y los experimentos de Pietrosanti et al. [37], quienes demostraron que la conexión de un inersor acoplado al TMD reduce significativamente los desplazamientos de estructuras estacionarias. Parte del experimento implicó el uso de un dispositivo diseñado por Marian y Giaralis [33], llamado Tuned-Mass-Damper-Inerter (TMDI).

Otras alternativas de diseño para mejorar los TMDI se basan en mecanismos de amplificación inercial (IAM) [38], el enfoque Nonlinear Energy Sink (NES) [39, 40], TMDI basado en el modelo de Maxwell [41] y otros tipos de dispositivos como los Tuned Liquid Inerter System (TLIS) [10] y tuned liquid column damper-inerter (TLCIDI) [11]. Además, Ma et al. [3] presentaron una recopilación literaria de diversas configuraciones de IDVAs con distintas aplicaciones y estudios experimentales que se presentan de forma resumida en la Tabla 1-3.

Tabla 1-3. Alternativas de diseño de los IDVAs.

Acrónimo	Nombre	Referencia	Representación esquemática
IDVA	Absorbedor dinámico de vibración basado en el inersor.	Hu y Chen [34].	Ver figura 1-2.
TMDI	Amortiguador de masa sintonizada con inersor conectado a tierra mecánica.	Marian y Giaralis [33]	
TID	Amortiguador sintonizado con inersor.	Lazar et al. [42]	
RIDTMD	Amortiguador de masa sintonizada con doble inercia rotacional.	Garrido et al. [6]	
THPI	Inersor de tipo placa sintonizado.	Ma et al. [43]	
NESI	Nonlinear Energy Sink con inersor conectado a tierra mecánica.	Javidialesaadi y Wierschem [39]	
NESI	Nonlinear Energy Sink.	Zhang et al. [44]	
TLIS	Amortiguador de líquido sintonizado con inersor.	Zhao et al. [10]	
TLCDI	Amortiguador de líquido sintonizado de tipo columna.	Wang et al. [11]	
SMA-TMDI	Amortiguador de masa sintonizada con inersor y memoria de forma.	Tiwari et al. [45]	

Efectivamente, el uso de los IDVAs basados en conceptos innovadores ha motivado recientemente a la comunidad científica, ya que son efectivos para el control pasivo de vibraciones. Sin embargo, el rendimiento dinámico de estos dispositivos se restringe a bajos niveles de inercia del inersor, lo cual significa que la robustez de los IDVAs mejorados está limitada. De acuerdo con la literatura, los sistemas DVAs basados en dos grados de libertad (Gdl.) pueden ser más robustos que los sistemas IDVAs mejorados para el control de vibraciones de estructuras primarias; estos sistemas son conocidos como TMDs configurados en serie o paralelos [46]. Investigaciones propuestas por Cao y Li [47]; Zhou et al. [48]; mejoraron los sistemas DVAs en paralelo y serie con base en la tecnología TMDI, incrementando su robustez y el rendimiento de supresión vibratorio.

Además, Asami et al. [22, 46] presentaron la forma de implementar los criterios de rendimiento H_∞ y H_2 para este tipo de absorbedores con base en la metodología propuesta por Nishihara y Asami para el TMD clásico [49]. Sin embargo, el rendimiento dinámico de estos dispositivos está limitado a niveles bajos de inercia. De hecho, para niveles altos de inercia, el TMDI presenta un mal funcionamiento y la masa se vuelve perjudicial para las estructuras aisladas en la base [50]. Recientemente, Barredo et al. [5] observaron características dinámicas similares del DVA tipo serie con conexión a tierra con el inersor denominado ISDVA, y concluyeron que el ISDVA tiene el mismo comportamiento dinámico que el absorbedor de vibraciones dinámico pasivo no tradicional basado en inersor de alto rendimiento llamado NIDVA C4.

Los NIDVAs utilizan la capacidad de mejoramiento de amortiguamiento de las configuraciones de las redes mecánicas basadas en inersores, las cuales fueron propuestas por Hu y Chen para mejorar la eficacia del TMD clásico [34, 51]. Esto lo realizaron con base en el análisis de seis configuraciones de redes mecánicas (ver Figura 1-2 (a)) y el modelado matemático. Conforme a la metodología de la admitancia mecánica, determinaron las configuraciones de red mecánicas más eficientes por medio de la comparación de la FRF de las redes mecánicas con la del DVA. En las Figuras 1-2 (b) y 1-2 (c), se muestra el diagrama esquemático general de los IDVAs y las FRFs de cada configuración que analizó.

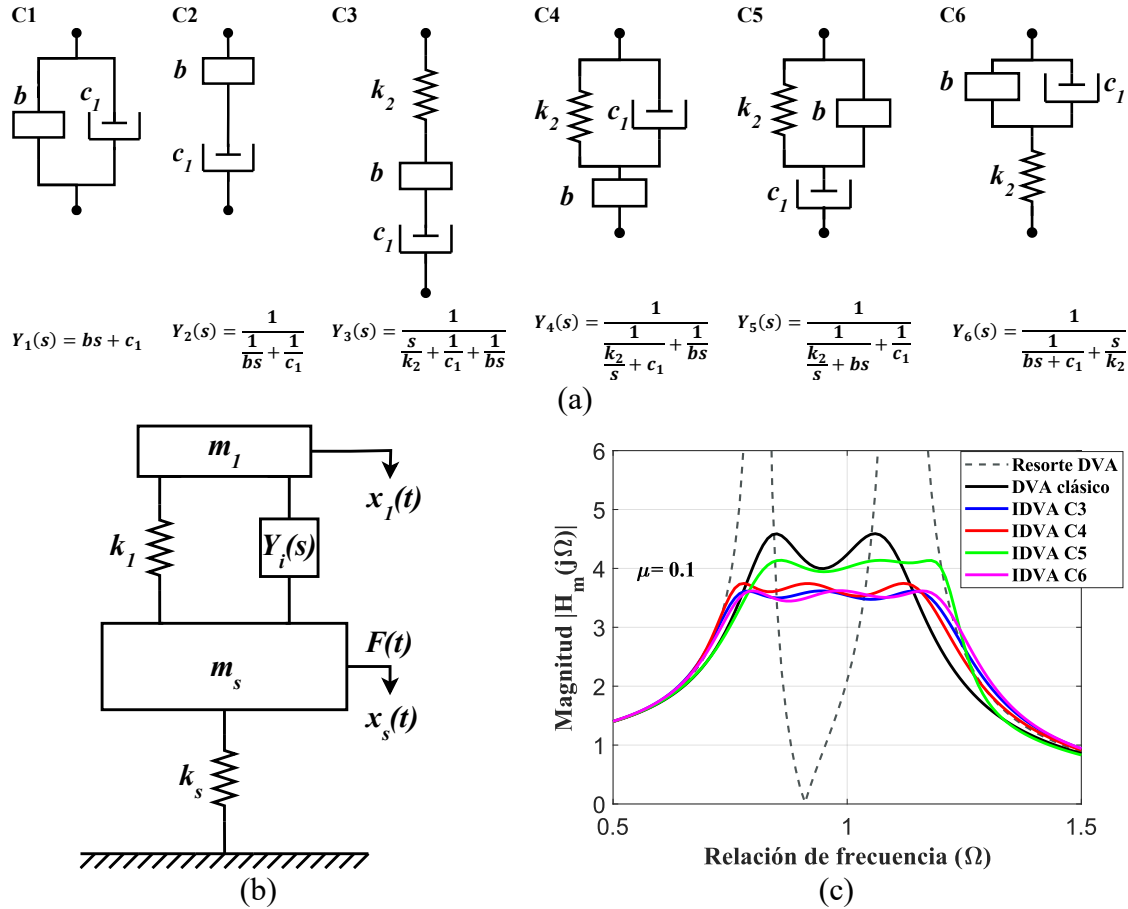


Figura 1-2. (a) Redes mecánicas basadas en el inersor, (b) Diagrama esquemático basado en el concepto de admitancia mecánica, (c) FRF comparativa entre los IDVAs propuestos por Hu y Chen contra el TMD clásico (modificado de [51]).

Según este estudio, Hu y Chen mostraron que las configuraciones más efectivas de la topología de las redes mecánicas que utilizan el inersor son las configuraciones de la red C3 [52], red C4 o Tuned-Inerter-Damper (TID) [7] y la red C6 o Tuned-Viscous-Mass-Damper (TVMD) [53]. Debido a su robustez y buen rendimiento en la mitigación de vibraciones, estas configuraciones de redes mecánicas han sido objeto de numerosas investigaciones en diversas aplicaciones, tales como: sistema de suspensión automotriz utilizando un TID [54], cables [42], estructuras de ingeniería civil [55], supresión de vibración en estructuras tipo viga Euler-Bernoulli [56], minimización del movimiento estocástico de tanques de almacenamiento de combustible [57], mejoramiento de capacidad de amortiguamiento en estructuras de turbina de viento [58-60] y plataformas petroleras semisumergibles [43].

Sin embargo, a pesar de que las redes mecánicas mejoran el rendimiento dinámico del DVA clásico, también están limitadas por la relación de masa fija del absorbedor. Por ello, diversas investigaciones han abordado esta restricción, buscando aumentar el rendimiento mecánico de los DVAs mediante la implementación de otras tecnologías, como es el caso del dispositivo de rigidez negativa (PNSD).

1.1.2. Absorbedores dinámicos de vibración con la tecnología de rigidez negativa

La rigidez negativa se produce cuando la fuerza aplicada a un sistema provoca un desplazamiento en dirección opuesta a la fuerza aplicada, generando inestabilidad en el sistema, en lugar de restaurarlo, como ocurre en la rigidez positiva [61]. Esta tecnología fue mencionada por primera vez en la década de 1950 por Molyneux, quien la propuso en la aplicación de sistemas de aislamiento de vibraciones mediante resortes inclinados y rigidez nula [62]. Más adelante, en diseños de aisladores como los propuestos por Platus y David [63]; Mizuno et al. [64]; y Cimellaro et al. [65]. Todos estos sistemas se basaban en mecanismos de amortiguamiento simples, utilizando barras y resortes para generar rigidez negativa, complementada con rigidez positiva como apoyo en los aisladores.

Existen investigaciones que demuestran que la rigidez negativa es eficaz para la atenuación de vibraciones, ya que reduce la frecuencia natural y proporciona una fuerza de apoyo a la estructura primaria [66]. Este concepto ha motivado a los investigadores a desarrollar dispositivos capaces de generar el efecto de rigidez negativa. En la literatura, se han diseñado teórica y experimentalmente varios mecanismos de rigidez negativa. Estos incluyen el de resorte oblicuo [67]; el resorte magnético de torsión (TMS) [68]; estructuras mecánicas simétricas de rigidez negativa en paralelo con rigidez positiva [69]; el resorte de rigidez negativa basado en el esfuerzo normal de Maxwell (SMNS) [70]; estructuras mecánicas de metamateriales [71]; sistema de rigidez binaria [72]; y los dispositivos magnéticos de rigidez negativa [73, 74].

Cuando la tecnología de rigidez negativa se emplea en el diseño del DVA, se mejora la capacidad de atenuación de vibraciones. Esto se debe a que la fuerza generada por el dispositivo de rigidez negativa está en fase con la fuerza de inercia. Esto significa que, desde el punto de vista físico, el efecto inercial de la masa del DVA puede amplificarse al aumentar el valor de rigidez negativa [75]. Por esta razón, en los últimos años la comunidad científica ha implementado esta tecnología para mejorar los DVAs ya existentes en investigaciones tales como: Shen et al. [76] llevaron a cabo un proceso de optimización de un nuevo DVA basado en un elemento de rigidez negativa conectado a tierra, junto con un mecanismo de palanca. Huang et al. [77] aplicaron un DVA con rigidez negativa a un sistema de transmisión de potencia mecánica para minimizar la transmisibilidad de vibración en ejes de propulsión, el cual demostró una mejora del 10 % en comparación con el DVA clásico.

Shi y Zhu [78] realizaron un estudio comparativo sobre las características dinámicas producidas por el aislador basado en rigidez negativa en comparación con las producidas por un amortiguador basado en el inersor (ID). Florakis et al. [79] Investigaron el aislamiento de edificaciones de varios pisos implementando sistemas de control de vibraciones de rigidez negativa, como el KDamper [80, 81] y sus derivados [82, 83]. En este estudio se empleó el análisis de optimización multiobjetivo en el dominio de la frecuencia con el algoritmo genético (NSGA-II) empleando dos enfoques: la minimización del desplazamiento y la aceleración; y la minimización de los valores RMS. Los resultados demostraron que los dispositivos KDampers optimizados reducen los

desplazamientos de la base. Baduidana y Kenfack [84] propusieron el DVA de tipo palanca con rigidez negativa no conectada a tierra (NS-LVDVA).

Por su parte, Wang et al. [4] propusieron cuatro tipos de absorbedores no tradicionales con base en la tecnología de rigidez negativa y el inersor denominados IN-DVA (ver Figura 1-3 (a)). Estos investigadores demostraron que los IN-DVAs tienen un alto rendimiento en la supresión de la vibración aleatoria de banda ancha al combinar los efectos dinámicos del inersor y la tecnología de rigidez negativa, tal y como se muestra en las Figuras 1-3 (b) y (c).

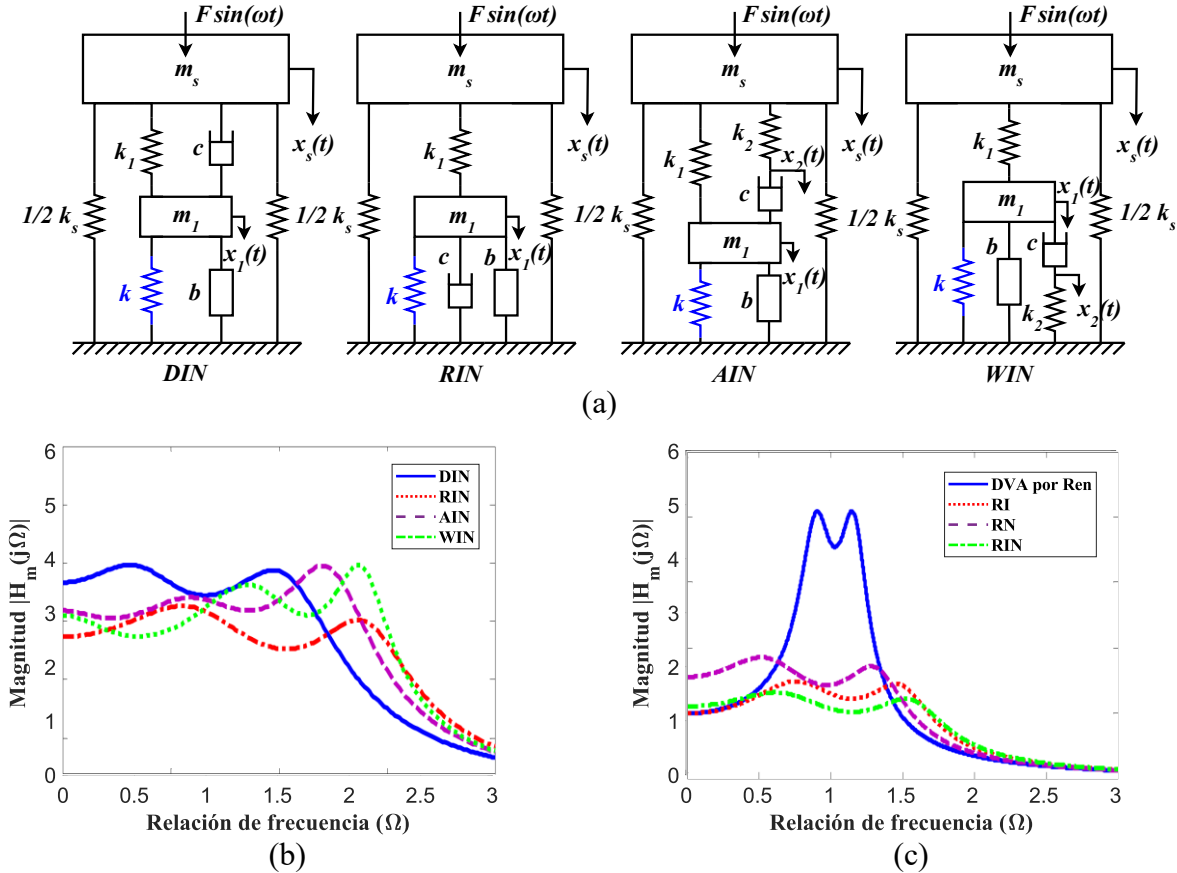


Figura 1-3. a) Diagramas esquemáticos de las configuraciones IN-DVA propuestos por Wang et al. con base en los DVAs descritos por Den Hartog, Asami, Ren y Wang, b) FRF comparativa entre los IN-DVAs, c) FRF comparativa de DVA de Ren agregando efectos de inercia, rigidez negativa y el IN-DVA (modificado de [4]).

Con base en este estudio, se demostró que el uso combinado del inersor y la tecnología de rigidez negativa abrió nuevas posibilidades para el diseño de los DVA más eficientes y versátiles. En los últimos años se han propuesto novedosos dispositivos, tales como: el DVA de tres elementos basado en el inersor y la rigidez negativa [85]; los absorbedores basados en el inersor y la rigidez negativa (NSIBI) [86]; amortiguadores de palanca, cable y estabilizadores basados en el inersor y la rigidez negativa [87]; los absorbedores no tradicionales con base en la tecnología de rigidez negativa y el inersor denominados IN-DVA [4]; los amortiguadores de rigidez negativa e inersor tipo cuerda de arco (BINSO) [88].

Uno de los dispositivos más prometedores en la literatura son los absorbedores no tradicionales basados en el inersor y la tecnología de rigidez negativa (NS-NIDVAs), propuestos por Barredo et al. [89]. Estos dispositivos combinan la configuración en serie del DVA clásico con las topologías

de las redes mecánicas basadas en el inersor (NIDVAs) y la tecnología de rigidez negativa. Esta configuración del DVA mejoró significativamente la eficiencia del DVA pasivo, logrando una reducción superior al 50 % en la reducción de la magnitud vibratoria y la expansión del ancho de banda operativo efectivo entre el 46 % y el 82 %, en comparación con otros dispositivos de alto desempeño. Estos resultados demuestran que las limitaciones de DVA relacionadas con la masa física pueden ser superadas al incorporar masa efectiva mediante la dinámica del inersor y el apoyo de la rigidez negativa.

1.1.3. Aplicación de absorbedores dinámicos de vibración en aerogeneradores

Por otra parte, en las últimas décadas, el desarrollo y expansión de la energía eólica como fuente renovable ha llevado a la fabricación de aerogeneradores de gran escala, con estructuras más grandes, álabes más largos y mayor potencial de trabajo. Sin embargo, este crecimiento conlleva desafíos importantes, principalmente en lo relacionado con las vibraciones estructurales inducidas por cargas aerodinámicas, efectos giroscópicos, fuerzas centrífugas, oleaje marítimo (en el caso de los aerogeneradores offshore) y condiciones ambientales impredecibles. Estas vibraciones afectan de forma significativa la durabilidad, eficiencia y estabilidad operativa de estos dispositivos. Una de las soluciones para mitigar estos efectos es con el uso de sistemas de control pasivo de vibraciones, entre los cuales destaca el uso de los DVAs. Esto debido a su simplicidad, bajo consumo energético y efectividad comprobada en otros tipos de estructuras.

Uno de los estudios relevantes en esta línea de investigación fue propuesto por Murtagh et al. [90], quienes analizaron la implementación del TMD en un modelo simplificado de aerogenerador. En su investigación, discretizaron las partes principales del aerogenerador, considerando la torre como un elemento flexible compuesto por múltiples secciones y la góndola como una masa rígida ubicada en la parte superior. Este modelo permitió representar con fidelidad la interacción entre los elementos estructurales bajo excitación dinámica. Además, consideraron agregar efectos como la rigidez inducida por la fuerza centrífuga de la rotación de los álabes, el peso del sistema y las cargas aerodinámicas derivadas por la turbulencia del viento. En esta investigación, el TMD fue analizado en la parte superior de la torre, y mediante la FRF utilizando la transformada de Fourier, se observó una atenuación de las vibraciones, demostrando el potencial que tiene el TMD clásico como una solución efectiva en el control de vibraciones en aerogeneradores. En la Figura 1-4 (a), se muestra el diagrama esquemático general que fue propuesto por Murtagh et al. [90], y en la Figura (b), se muestra la FRF resultante de su investigación.

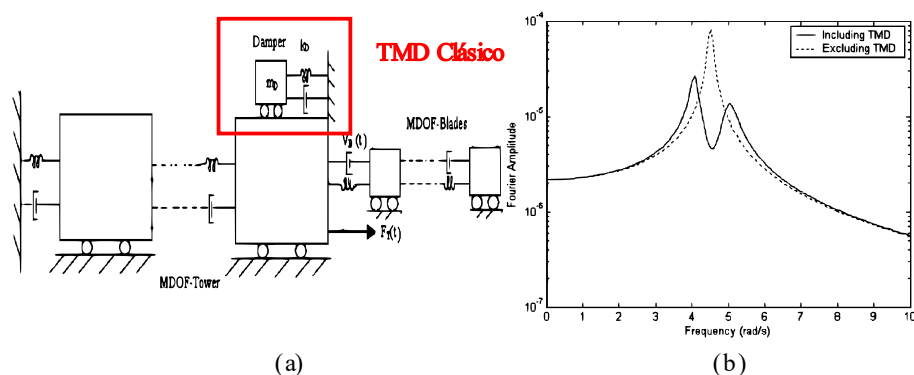


Figura 1-4. Modelado del aerogenerador descrito por Murtagh et al. [90]; (a) Diagrama esquemático del modelado estructural del aerogenerador con TMD clásico, (b) FRF relacionada con la velocidad angular de la turbina, incluyendo y excluyendo el efecto del TMD clásico.

Posteriormente, Arrigan et al. [91] estudiaron el uso de amortiguadores semiactivos de masa sintonizada (STMD) en los álabes de la turbina, donde consideraron un modelo de flexibilidad basado en vigas tipo Euler-Bernoulli. Usando el método de Frobenius y el formulismo de Euler-Lagrange, desarrollaron un modelo dinámico que fue corroborado de forma analítica. Posteriormente, Arrigan y sus colaboradores evaluaron el rendimiento del STMD bajo cargas constantes y condiciones de turbulencia. Los resultados confirmaron la efectividad del dispositivo en la mitigación de vibraciones en los álabes, lo que contribuyó a reducir el desgaste prematuro y las cargas de fatiga en la turbina eólica. En una línea similar, Lackner y Rotea [92] desarrollaron una herramienta de simulación estructural basada en el código aeroelástico FAST-CS (módulo para el análisis estructural de fatiga, aerodinámica, estructuras y turbulencia en aerogeneradores), que permite incorporar la dinámica de TMDs en aerogeneradores tanto en forma pasiva, semiactiva como activa. Este método ayudó a analizar a detalle cómo el TMD afecta la góndola del aerogenerador en diferentes condiciones de operación, lo que permitió mejorar su ubicación y optimizar los parámetros del TMD.

Por su parte, Hu et al. [93] introdujeron el uso de IDVAs en aerogeneradores marinos flotantes. En su estudio, el IDVA se colocó en la góndola del aerogenerador y se modeló usando la configuración C4 de las redes mecánicas. Se presentó un método para ajustar parámetros y así maximizar el amortiguamiento modal del sistema, utilizando el modelo lineal de aerogenerador NREL 5-MW y simulaciones con el código FAST-SC. Los resultados demostraron reducciones significativas de las cargas inducidas por el viento y el oleaje, y una mejora general del rendimiento dinámico. En investigaciones posteriores, Hu et al. [59] ampliaron su enfoque al evaluar las configuraciones C3, C4 y C6 de los IDVAs. Donde propusieron un método de optimización eficiente basado en un modelo simplificado que considera el acoplamiento estructural entre el viento, el oleaje y la respuesta dinámica del sistema. Utilizaron también una función objetivo que integra la deflexión longitudinal de la torre y realizaron simulaciones numéricas bajo condiciones variables. En las Figuras 1-5 (a) a (c), se muestran algunos de los resultados obtenidos de las investigaciones de Hu y sus colaboradores.

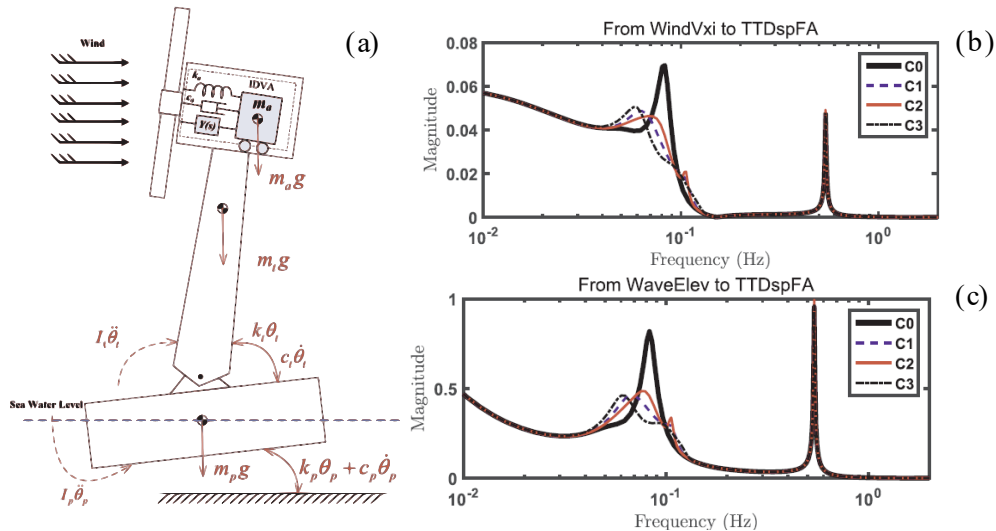


Figura 1-5. Modelado lineal propuesto por Hu et al. [59]: (a) Diagrama esquemático del aerogenerador con IDVA, (b) FRF de la turbina en la parte superior de la torre, (c) FRF del efecto de la carga inducida en el aerogenerador por el oleaje marino.

Donde en la Figura 1-5 (a), se presenta el diagrama esquemático general base de sus investigaciones. En las Figuras 1-5 (b) y (c) se muestran las FRFs que obtuvieron, donde consideraron la influencia de la velocidad de viento en la turbina y las vibraciones inducidas por el oleaje marino. Se observa, además, una reducción de aproximadamente un 40 % en la amplitud correspondiente a la primera frecuencia natural, en comparación con el aerogenerador sin el sistema IDVA. Estos resultados demuestran mejoras sustanciales en el rendimiento del aerogenerador, validando la eficacia de los dispositivos IDVA para una posible implementación práctica en aerogeneradores.

Por otro lado, Zhang et al. [94] exploraron la protección de los álabes frente a cargas dinámicas mediante la aplicación del DVA basado en la inercia rotacional (RIDTMD) y los TMDI. Se utilizaron modelos de 2 y 3 Gdl. respectivamente, basados también en el aerogenerador NREL 5-MW. En la comparación del rendimiento dinámico, el RIDTMD proporcionó un decremento alrededor del 15 % de atenuación vibratoria en comparación con el TMD clásico. En la Figura 1-6 (a), se presentan las configuraciones de los DVAs que fueron implementados en la investigación junto con su diagrama esquemático de los álabes, mientras que en la Figura 1-6 (b), se muestra la FRF comparativa entre los absorbedores.

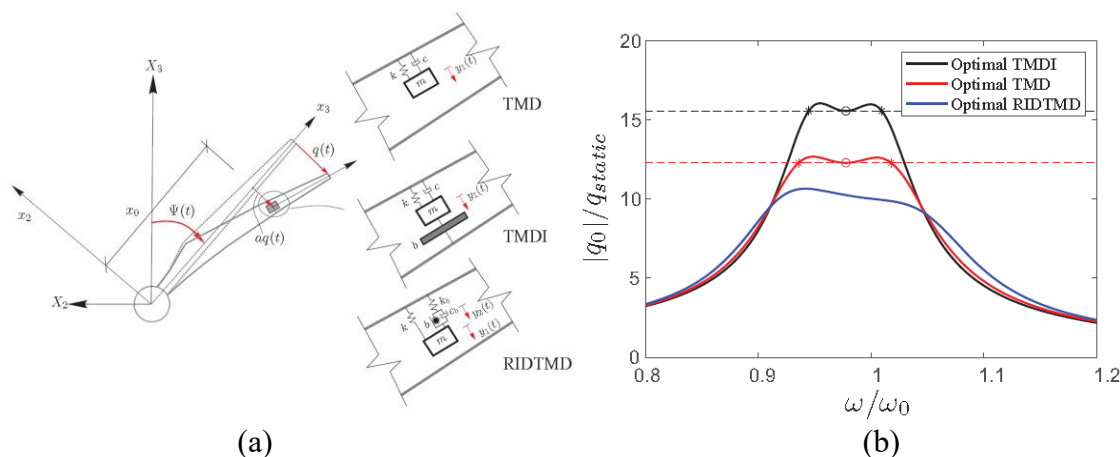


Figura 1-6. Implementación de DVAs en los álabes de un aerogenerador: (a) Diagrama esquemático del álabes a analizar; (b) FRF comparativa entre los absorbedores de vibración [94].

Además de estas investigaciones, se han estudiado otras tecnologías, como la implementación de absorbedores de columna de líquido sintonizado (TLCD) en los álabes, propuesta por Chen et al. [95]. Este enfoque permite una respuesta adaptativa del sistema, y se basó en criterios de sintonización de las frecuencias modales del sistema, obteniendo como resultado una metodología que facilita un diseño robusto y eficaz de los TLCDs acoplados en los álabes para la supresión vibratoria de cargas aerodinámicas. Por otro lado, en el ámbito de aerogeneradores marinos flotantes, Jahangiri et al. [8] desarrollaron un modelo tridimensional complejo que incorpora el DVA tridimensional tipo péndulo (3D-PTMD) y el DVA de dos dimensiones (2PTMD). Estos dispositivos fueron colocados estratégicamente en la góndola y la base del mástil. Sus modelos dinámicos incluyeron hasta 17 Gdl. Las simulaciones mostraron una reducción de hasta 50 % en la vibración de la torre, especialmente en la frecuencia dominante del sistema.

Por otra parte, existen trabajos como los de Larsen et al. [12], que propusieron una red analógica tipo RCL en serie, equivalente a la configuración de las topologías de las redes mecánicas C3, la cual mostró superioridad en el análisis teórico frente al TMD tipo péndulo, especialmente en el

aerogenerador marítimo tipo monopilote. En una línea de investigación similar, nuevamente Zhang et al. [96] analizaron el comportamiento vibratorio de aerogeneradores tipo mástil utilizando el absorbedor RIDTMD, confirmando su capacidad de supresión vibratoria con el modelo de aerogenerador NREL 5-MW y el código FAST-SC. Chen et al. [97] exploraron la implementación de múltiples TMD distribuidos a lo largo de la torre para mejorar la robustez del sistema sin necesidad de incrementar la masa total del absorbedor. Este arreglo demostró ser más eficiente en términos de desempeño estructural frente a condiciones severas de cargas. Finalmente, Kapasakalis et al. [98] propusieron una configuración innovadora basada en absorbedores con rigidez negativa e inersores, utilizando conceptos de aislamiento sísmico y redes mecánicas. Sus resultados indicaron una reducción del desplazamiento vibratorio de entre el 2.38% y el 6.39% con relación a sus predecesores, evidenciando el potencial de estas tecnologías emergentes para su aplicación en aerogeneradores.

En conjunto, estas investigaciones reflejan el significativo avance que ha tenido la aplicación de los DVAs en sistemas eólicos. Se ha demostrado que tanto las configuraciones tradicionales como las más actualizadas son capaces de mejorar el desempeño estructural de aerogeneradores bajo distintas condiciones operativas. A medida que estos sistemas se vuelven más sofisticados, la integración de nuevas tecnologías mecánicas y de control ofrece un amplio campo de investigación para la mejora continua en la eficiencia y confiabilidad de la energía eólica. A continuación, se presentan las conclusiones generales de esta revisión bibliográfica.

1.1.4. Conclusiones del estado del arte

Con base en la revisión del estado del arte, se presentan las siguientes conclusiones, considerando los siguientes puntos claves:

- Evolución y diversificación de los dispositivos DVAs en el control pasivo de vibraciones: A lo largo de la revisión de la literatura, se ha puesto en evidencia que los DVAs presentan una línea de investigación en constante evolución dentro del campo de la ingeniería mecánica y estructural. Originalmente, estos dispositivos fueron diseñados como una solución sencilla y confiable para reducir vibraciones en estructuras, pero con el tiempo han incorporado tecnologías innovadoras, incluyendo fluidos, componentes electrónicos y configuraciones complejas de redes mecánicas. Esta diversificación ha permitido significativamente su eficacia, adaptabilidad y robustez ante diferentes condiciones operativas en el control pasivo de vibraciones.
- Tecnologías clave que marcan la diferencia en los DVAs: Uno de los aspectos más interesantes en la evolución de los DVAs ha sido la introducción de nuevas tecnologías que aprovechan principios físicos de forma innovadora. Dos de las más prometedoras son el inersor y la rigidez negativa. El inersor es un componente que, sin la necesidad de agregar una masa física al sistema, permite simular una masa mayor desde el punto de vista dinámico. Esto permite una mejora significativa en la capacidad de disipación de energía sin comprometer el peso total de DVA. Por otro lado, la rigidez negativa es un concepto que, aunque parece contradictorio, permite modificar la forma en que el DVA absorbe la energía vibratoria del sistema. Al introducir una fuerza que actúa en fase con la dinámica del DVA (en lugar de oponerse a ella, como lo hace la rigidez tradicional), se consigue reducir la amplitud de vibración de la estructura. Además, se puede aumentar el rango de

frecuencias en las que este tipo de dispositivos de control pasivo de vibraciones es efectivo. Por lo tanto, es evidente que la combinación de estas tecnologías en el DVA ha dado lugar a una nueva generación de sistemas de control pasivo de vibraciones, que puede reducir hasta un 50 % y ampliar su rango de funcionamiento en frecuencias entre un 46 % y un 82 % más que los DVAs convencionales. Esto demuestra que, mediante el diseño inteligente y el uso creativo de principios físicos, se pueden superar las limitaciones impuestas a los DVAs por factores como el peso de este dispositivo mecánico.

- Aplicación en sistemas de energía eólica y potencial en la reducción de vibraciones en aerogeneradores: En el área de energías renovables, especialmente en la generación de energía eólica, las vibraciones causadas por el viento, las cargas dinámicas y las turbulencias pueden provocar daños permanentes en las estructuras. Esto puede reducir la eficiencia aerodinámica, aumentando así los costos operativos y de mantenimiento. Por esta razón, la aplicación de DVAs como control pasivo de vibraciones en aerogeneradores, especialmente aquellos basados en las topologías de las redes mecánicas y la tecnología de rigidez negativa, se ha identificado como una alternativa viable y eficaz para la mitigación de vibraciones en múltiples sistemas: la torre, la góndola y los álabes. Aunque hay pocas aplicaciones prácticas en la literatura, los resultados teóricos y de simulación muestran que el comportamiento dinámico del sistema mejora cuando se usan los DVAs correctamente. Por lo tanto, la posibilidad de adaptar estos sistemas de control de vibraciones en aerogeneradores en condiciones de cargas variables los posiciona como una solución prometedora en el contexto de turbinas de gran escala y parques eólicos marinos, donde las condiciones operativas son altamente exigentes.

Con base en lo anterior, se concluye que las tecnologías emergentes basadas en el inersor, rigidez negativa y configuraciones de las topologías de las redes mecánicas representan un cambio innovador en el diseño de los absorbedores dinámicos de vibración. Su capacidad para ampliar su rango de frecuencia, disminuir la masa física requerida y mejorar la eficiencia energética del sistema los convierte en una solución competitiva en el estudio del control pasivo de vibraciones en la ingeniería estructural moderna. Aunque las investigaciones aún se encuentran en desarrollo, los resultados actuales son prometedores, mejorando la seguridad y el rendimiento de infraestructuras críticas, con un impacto potencial en sectores clave para el futuro, como la transición hacia fuentes de energía más limpias. Por lo tanto, lo que empezó como una solución simple en el control de vibraciones se perfila hoy como un campo de innovación de amplio alcance.

1.2. Planteamiento del problema

El cambio climático y la necesidad urgente de alternativas realistas de fuentes de energía han impulsado un crecimiento exponencial en la investigación y desarrollo de energías renovables, destacándose particularmente la energía eólica. La expansión de los parques eólicos, tanto terrestres como marinos, ha generado la necesidad de instalaciones de aerogeneradores de gran escala, cuya eficiencia y viabilidad resultan fundamentales para garantizar la vida útil y el bajo mantenimiento en este tipo de estructuras. Entre los modelos más utilizados y estudiados en la literatura se encuentran los aerogeneradores de eje horizontal con tres álabes, debido a su alta eficiencia, facilidad de mantenimiento y adaptabilidad a diversos entornos.

Sin embargo, este crecimiento acelerado también plantea múltiples desafíos técnicos y estructurales. Uno de los principales problemas se relaciona con las vibraciones inducidas por las cargas aerodinámicas, condiciones climáticas adversas, efectos giroscópicos, fuerzas centrífugas y, en el caso de los aerogeneradores marítimos, el oleaje y las corrientes oceánicas. Estas vibraciones no solo comprometen la integridad estructural de los componentes principales del aerogenerador (álabes, torre y góndola), sino que también afectan a la durabilidad de los sistemas y la eficiencia en el proceso de transformación de la energía cinética en eléctrica. La transferencia vibratoria a los componentes internos del aerogenerador puede generar impactos significativos en el mantenimiento, reducir la vida útil de los componentes e incluso provocar fallas catastróficas si no se controla de manera adecuada. Ante esta problemática, el control de vibraciones ha sido objeto de numerosos estudios e innovaciones tecnológicas, donde destacan los absorbedores dinámicos de vibración (DVAs) y su amplia variedad de diseños basados en los componentes mecánicos como el resorte, el amortiguador, la masa y el inersor. No obstante, muchas de estas soluciones presentan limitaciones en cuanto a adaptabilidad, eficiencia bajo condiciones variables y costos de implementación. Además, la mayoría de las investigaciones no han explorado en profundidad el potencial de nuevas tecnologías emergentes como el uso de la rigidez negativa o estructuras de absorción basadas en DVA con propiedades no lineales, las cuales, según la evidencia bibliográfica, pueden mejorar considerablemente la capacidad de control y la reducción de vibraciones.

Por otro lado, la unión de estos dispositivos en los componentes estructurales de los aerogeneradores y su capacidad para adaptarse a variaciones en las cargas y condiciones operativas siguen siendo temas abiertos a la investigación. La integración de tecnologías innovadoras, como la combinación de la tecnología de rigidez negativa con los DVAs, podría ofrecer mejoras significativas en la mitigación de vibraciones, alargar la vida útil de sus componentes, reducir costos y aumentar la eficiencia de los aerogeneradores. Por todas estas razones, es necesario crear, analizar e implementar soluciones avanzadas para controlar vibraciones usando tecnologías innovadoras, como la rigidez negativa en los DVAs. Por lo tanto, como primera etapa, es necesario llevar a cabo análisis teóricos como numéricos que permitan validar la eficacia de estos dispositivos en la reducción de vibraciones estructurales, optimizar sus parámetros de funcionamiento y evaluar su impacto en la durabilidad, el rendimiento y la operación segura de aerogeneradores a gran escala.

1.3. Justificación

Como se menciona anteriormente, la problemática que se plantea en esta investigación proviene del cambio climático y la creciente demanda de energías renovables y cómo ha impulsado un aumento significativo en la investigación y el desarrollo de tecnologías eólicas, particularmente en la implementación de parques eólicos de gran escala. Sin embargo, este acelerado crecimiento trae consigo desafíos técnicos significativos, especialmente aquellos relacionados con las vibraciones inducidas por cargas aerodinámicas, efectos climáticos adversos y cargas internas de la propia estructura. Estas vibraciones presentan una amenaza directa a la integridad estructural, la durabilidad y la eficiencia operativa de las turbinas, pudiendo generar fallos catastróficos, reducir la vida útil de los componentes y elevar los costos de mantenimiento.

Aunque varios estudios han tratado el control de vibraciones con DVAs, muchas de estas soluciones tienen limitaciones, especialmente en su capacidad para adaptarse a condiciones variables, eficiencia en un amplio rango de frecuencia y costos asociados a su implementación. Además, estudios recientes han mostrado que tecnologías nuevas, como la rigidez negativa, combinadas con las redes mecánicas basadas en el inersor en los DVA, tienen un gran potencial para mejorar el control y la atenuación vibratoria. En particular, los dispositivos denominados NS-NIDVA, que combinan la rigidez negativa e inersores de alto desempeño, han mostrado un rendimiento superior en la atenuación vibratoria, logrando una reducción cercana al 60 % en los niveles de vibración y manteniendo un rango estable en el dominio de la frecuencia.

Este avance, gracias a investigaciones recientes de Barredo et al. [89], muestra que usar la tecnología de rigidez negativa en los sistemas NIDVAs puede mejorar su capacidad para la atenuación vibratoria. Esto se ilustra de manera gráfica en la Figura 1-7, que describe un resumen gráfico de la eficiencia de los dispositivos NS-NIDVAs.

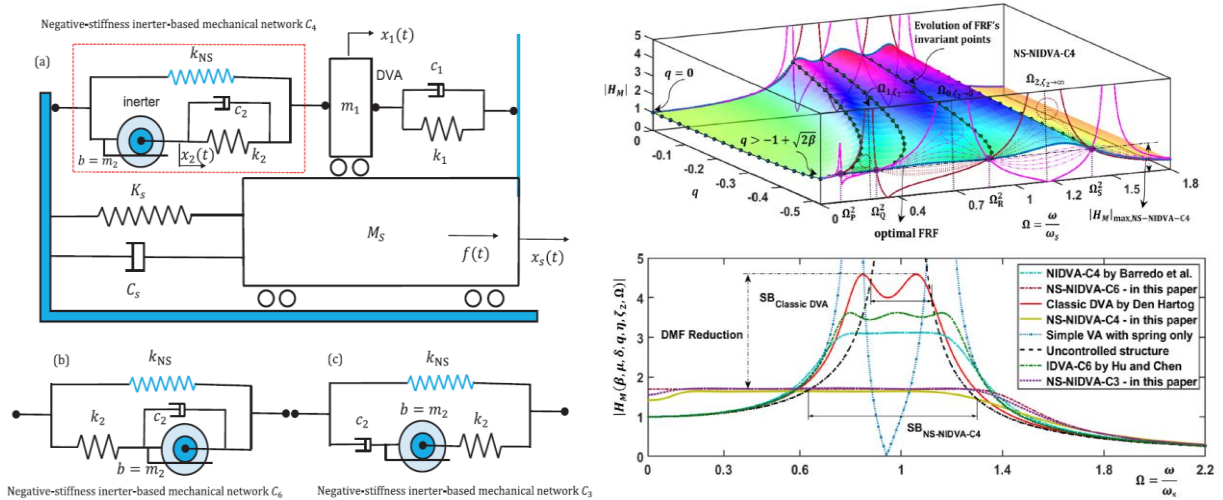


Figura 1-7. Evaluación de los dispositivos NS-NIDVA descritos por Barredo et al. [89].

Además, la utilización de configuraciones de topologías de redes mecánicas específicas, como las C3, C4 y C6, en estos dispositivos puede ser una solución nueva y efectiva para reducir las vibraciones en aerogeneradores. La implementación de estos dispositivos en estructuras eólicas de gran escala, además de mejorar la resistencia y estabilidad de sus componentes, tiene el potencial de extender la vida útil, reducir costos de mantenimiento y aumentar la eficiencia y seguridad operacional, contribuyendo así a una extracción sostenible y confiable de la energía eólica ante los

desafíos del cambio climático y la demanda energética mundial. Esta ideología de implementación de los dispositivos NS-NIDVA en los aerogeneradores de eje horizontal con tres álabes se presenta en la Figura 1-8.

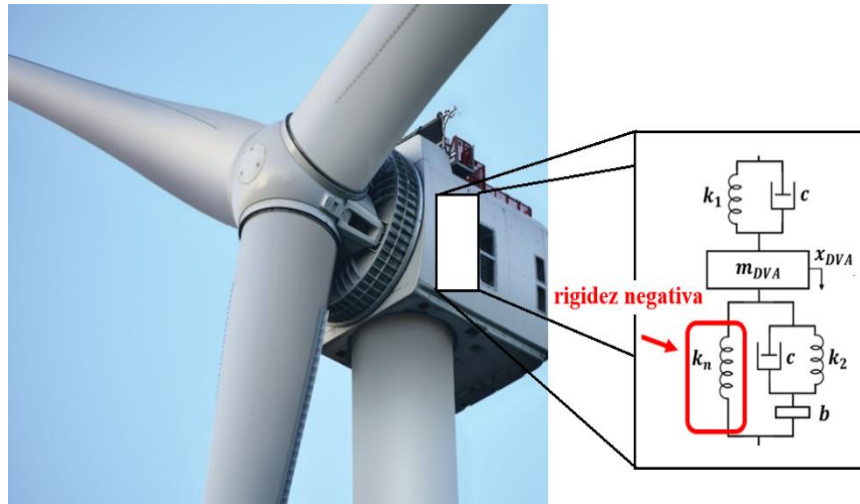


Figura 1-8. Ideología de la implementación de los dispositivos NS-NIDVA en aerogeneradores.

De acuerdo con lo anterior, se presentan los siguientes objetivos, hipótesis de solución, alcances y limitaciones de este trabajo de investigación.

1.4. Objetivo general

Diseñar absorbedores de vibración utilizando la combinación de redes mecánicas basadas en inercia rotacional con la tecnología de rigidez negativa para el control pasivo de vibraciones en aerogeneradores.

1.4.1. Objetivos específicos

1. Obtener el modelo dinámico adimensional de los dispositivos anti-vibratorios acoplados a la masa modal del aerogenerador.
2. Evaluación de los dispositivos anti-vibratorios en tres ubicaciones del aerogenerador (base, torre de elevación y góndola).
3. Aplicar la técnica extendida del punto fijo (EFPT) con el objetivo de obtener el diseño óptimo del sistema propuesto.
4. Aplicar el criterio de optimización H_∞ para evaluar el rendimiento del dispositivo bajo vibración armónica.
5. Aplicar el criterio de optimización de máxima estabilidad dinámica para evaluar el rendimiento del dispositivo bajo vibración transitoria.
6. Aplicar el criterio de optimización H_2 para evaluar el rendimiento del dispositivo bajo vibración estocástica estacionaria (Band-Limited Gaussian White Noise or stationary stochastic process).

7. Realizar las simulaciones numéricas en el dominio del tiempo considerando los parámetros óptimos obtenidos a partir de los tres criterios de optimización, considerando tanto ruido blanco gaussiano como cargas armónicas.
8. Utilizar un algoritmo de optimización para minimizar la varianza de la respuesta espectral de la estructura primaria del sistema.

1.5. Hipótesis

“Demostrar analíticamente que las redes mecánicas basadas en la inercia rotacional y el efecto de rigidez negativa pueden mitigar por lo menos una forma modal de un aerogenerador sujeto a vibración de banda ancha”.

Para demostrar la hipótesis:

- Se acoplarán los dispositivos de la red mecánica basada en el inersor C3, C4 y C6 junto con la tecnología de rigidez negativa a la dinámica de un aerogenerador. Luego, se utilizará el formulismo de Euler-Lagrange para sistemas no conservativos con el objetivo de obtener las ecuaciones de movimiento del sistema dinámico acoplado.
- Se analizará la ubicación más eficiente del sistema anti-vibratorio en el aerogenerador, considerando tres ubicaciones principales; estas son: en la base, la góndola y los álabes. Esto se realizará para atenuar el modo de vibración dominante de la estructura del sistema dinámico acoplado.
- Para reducir el modelado, se implementará la impedancia mecánica para determinar 3 modelos globales, un modelo por cada ubicación a analizar.
- Se implementará la metodología EFPT para determinar una solución algebraica cercana a la optimización implementando criterios de estabilidad.
- Se implementará el criterio de rendimiento H_{∞} para minimizar la vibración de tipo armónica.
- Se implementará el criterio de rendimiento H_2 para minimizar la energía total de vibración, el cual también minimiza la vibración de banda ancha.
- Se tomarán en consideración parámetros físicos de al menos un aerogenerador para el diseño de los dispositivos anti-vibratorios. Luego, se realizarán simulaciones numéricas tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

1.6. Alcances y limitaciones

Alcances:

- Simulación numérica en Matlab de la estructura del aerogenerador acoplado a los dispositivos anti-vibratorios.
- Optimización de los parámetros estructurales de los dispositivos de absorción de vibración.

- Simulaciones numéricas mediante código FAST y el aerogenerador NREL 5-MW.
- Análisis de estabilidad dinámica.
- Reportar por lo menos un artículo en revistas indexadas en el JCR (Journal Citation Report).
- Escribir la tesis con base en los resultados obtenidos.

Limitaciones:

- Análisis cuantitativo del mejoramiento dinámico en la supresión de vibración de los dispositivos propuestos acoplados al aerogenerador.
- Análisis paramétrico del desajuste de los parámetros óptimos de los absorbedores basados en la tecnología de rigidez negativa, utilizando simulación de sensibilidad paramétrica Monte-Carlo.
- Análisis en el dominio del tiempo y de frecuencia con el objetivo de calcular el mejoramiento del ancho de banda de supresión de vibración.

1.7. Metodología propuesta

1. Realizar una revisión continua del estado del arte de sistemas mecánicos que utilicen efectos de rigidez negativa.
2. Modelar matemáticamente el absorbedor basado en redes mecánicas con efectos de rigidez negativa.
3. Analizar el comportamiento del sistema propuesto para aplicar la técnica de los puntos fijos extendida.
4. Analizar los índices de rendimiento H_{∞} y H_2 con el objetivo de evaluar el rendimiento del sistema.
5. Analizar la estabilidad del sistema utilizando el criterio de estabilidad dinámica de Routh Hurwitz.
6. Determinar los modelos matemáticos de los aerogeneradores acoplados a los dispositivos de red mecánica C3, C4 y C6.
7. Aplicar los criterios de rendimiento dinámico mencionados anteriormente.
8. Realizar las simulaciones numéricas en Matlab-Simulink.
9. Realizar la Optimización utilizando el software MapleSoft.

1.8. Metas y productos esperados

Metas:

- Generar el conocimiento necesario para incrementar el rendimiento de estructuras sujetas a vibración de banda ancha a través del uso de redes mecánicas inteligentes.
- Obtener los parámetros de diseño mecánico óptimo del dispositivo propuesto para fines de construcción y evaluación experimental del sistema.

Productos esperados:

- Retribuciones sociales.
- Un artículo publicado en revistas JCR.
- Tesis de doctorado.

1.9. Equipos y software

Computadora para el procesamiento de matemática simbólica en MapleSoft, simulaciones numéricas en Matlab y simulaciones en software de OpenFast.

Capítulo 2 Fundamentos teóricos

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos principales que respaldan el desarrollo de este proyecto de investigación, organizado en secciones que abarcan aspectos esenciales de la dinámica de sistemas de control pasivo de vibraciones y la aerodinámica de aerogeneradores.

En las Secciones 2.1 y 2.2 se exploran los fundamentos teóricos relacionados con el modelado matemático de la dinámica adimensional de sistemas de control pasivo de vibraciones, específicamente para sistemas de 3 grados de libertad. Se tratan temas como el análisis dinámico del sistema y la simplificación del modelado usando el concepto de admitancia mecánica. También se presentan las metodologías de sintonización del DVA, incluyendo el análisis de estabilidad del sistema y las técnicas de optimización, como la metodología extendida del punto fijo (ETPF) y los criterios de rendimiento H_∞ y H_2 . En las Secciones 2.3 a 2.5 se explican los conceptos necesarios para entender la aerodinámica de los aerogeneradores, desde los principios básicos de la aerodinámica aplicados en los perfiles de los álabes hasta las propiedades físicas y aerodinámicas del aerogenerador que se tomó en cuenta como caso de estudio. Además, se presenta una explicación del uso de los softwares especializados en simulación y la aerodinámica en aerogeneradores que se utilizaron. Finalmente, en la Sección 2.6 se cubren los conceptos básicos sobre los fundamentos relacionados con las metodologías de integración y la teoría de vibraciones, los cuales son necesarios para realizar las simulaciones numéricas para evaluar el aerogenerador.

2.1. Ecuaciones de movimiento y obtención de la respuesta de estado estable

En el estudio de sistemas mecánicos, existen diversos métodos para determinar las ecuaciones de movimiento, los cuales dependen del enfoque utilizado. Entre los métodos más comunes y eficientes está el formulismo de Euler-Lagrange, que se destaca por su capacidad para manejar sistemas con coordenadas generalizadas y restricciones. Las ecuaciones de movimiento también pueden determinarse mediante las leyes de Newton o el principio de Hamilton. En esta investigación, se decidió usar el formulismo de Euler-Lagrange para obtener las ecuaciones de movimiento, puesto que es apropiado para el análisis adimensional y estructural del aerogenerador. Este enfoque permitió abordar de manera más rigurosa los aspectos dinámicos del sistema, facilitando la comprensión del modelado matemático.

2.1.1. Formulismo de Euler-Lagrange

El formulismo de Euler-Lagrange es una herramienta fundamental de la mecánica clásica para obtener las ecuaciones de movimiento de un sistema físico [99]. Este enfoque se deriva del principio de D'Alembert (extensión del trabajo virtual), permitiendo formular las ecuaciones de movimiento de un sistema en términos del análisis de energías (energía cinética T , potencial V y de disipación $\tilde{D}$), sin tener la necesidad de conocer directamente las fuerzas que actúan sobre él. Existen dos variaciones de ecuaciones de este formulismo.

La primera se basa en un sistema conservativo.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T(t, q(t), \dot{q}(t))}{\partial \dot{q}_i(t)} - \frac{\partial T(t, q(t), \dot{q}(t))}{\partial q_i(t)} + \frac{\partial V(t, q(t))}{\partial q_i(t)} = Q_i(t) \quad (2.1)$$

Y la segunda considera la energía de disipación del sistema:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i(t)} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i(t)} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{D}}{\partial \dot{q}_i(t)} \right) = Q_i(t) \quad \therefore \quad L = T - V \quad (2.2)$$

Donde $q_i(t)$ representa las coordenadas generalizadas del sistema, $Q_i(t)$ es la fuerza aplicada en la coordenada generalizada y L se define como el Lagrangiano, que es la diferencia de la energía cinética y la potencial. Utilizando las ecuaciones (Ecs.) (2.1) y (2.2) en combinación con el análisis de energías, se puede obtener el sistema de ecuaciones de la dinámica del sistema. Donde, para un sistema de n grados de libertad, la forma general de la ecuación de movimiento es:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.3)$$

Donde:

- $\{x(t)\} \in \mathbb{R}^n$: Vector de desplazamientos.
- $[M] \in \mathbb{R}^{n \times n}$: Matriz de masa.
- $[C] \in \mathbb{R}^{n \times n}$: Matriz de amortiguamiento.
- $[K] \in \mathbb{R}^{n \times n}$: Matriz de rigidez.
- $\{F(t)\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$: Vector de fuerzas externas.

2.1.2. Modelado convencional de los DVAs

Una vez determinado el sistema de ecuaciones que describe la dinámica del sistema, es necesario analizar su comportamiento dinámico. Este análisis puede realizarse en el dominio del tiempo mediante métodos numéricos de integración [100] o en el dominio de la frecuencia utilizando el sistema matricial de ecuaciones o, alternativamente, mediante la obtención algebraica de la función de transferencia del sistema [101]. Para el modelado convencional de los DVAs, se emplea como base la metodología de la función de transferencia, ya que a partir de esta función se derivan las funciones objetivo utilizadas para los procesos de optimización de los DVAs.

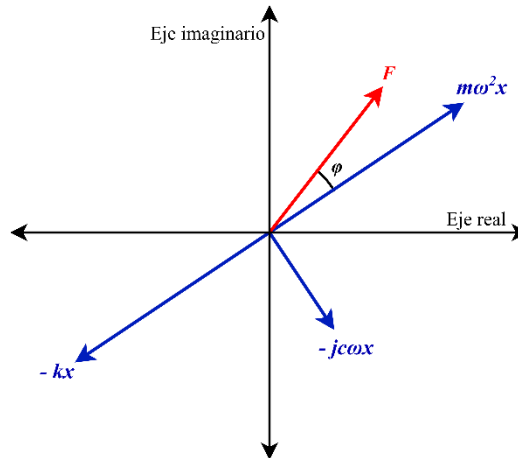


Figura 2-1. Representación vectorial de los principales componentes del sistema dinámico de ecuaciones (modificado de [102]).

Esta metodología se centra en el concepto de impedancia mecánica, que utiliza la representación vectorial de las funciones armónicas en el plano complejo, tal y como se muestra en la Figura 2-1.

Esta representación ofrece una solución para analizar la dinámica del sistema. Considerando que el vector fuerza es $F = e^{j\omega t}$, y dado que existe un desfase en la respuesta respecto a la fuerza de excitación, representado por el ángulo ϕ , los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración pueden expresarse de la siguiente manera:

$$x(t) = X(j\omega)e^{j(\omega t - \phi)}, \quad \dot{x}(t) = X(j\omega)\omega e^{j(\omega t - (\phi + \frac{\pi}{2}))}, \quad \ddot{x}(t) = -X(j\omega)\omega^2 e^{j(\omega t - (\phi + \pi))} \quad (2.4)$$

Resultando:

$$\text{Masa} = -m\omega^2 X(j\omega), \quad \text{Inertancia} = -b\omega^2 X(j\omega), \quad \text{Amortiguamiento} = jc\omega X(j\omega), \quad \text{Rigidez} = kX(j\omega) \quad (2.5)$$

Llevando a cabo un cambio de variable en la Ec. (2.5) considerando la metodología de la transformada de Laplace para condiciones de estado estable, donde $s = j\omega$, se obtiene.

$$\text{Masa} = ms^2 X(s), \quad \text{Inertancia} = bs^2 X(s), \quad \text{Amortiguamiento} = csX(s), \quad \text{Rigidez} = kX(s) \quad (2.6)$$

Al sustituir la solución propuesta de la Ec. (2.4), en términos de la Ec. (2.6), se simplifica y se puede resolver el sistema de ecuaciones de la siguiente forma:

$$\{X(s)\}[A] = \{F(s)\}, \quad \therefore \{X(s)\} = [A]^{-1}\{F(s)\} \quad (2.7)$$

Donde:

$$[A] = [M]s^2 + [C]s + [K]$$

Obsérvese que las soluciones de la Ec. (2.7), dependerán de los grados de libertad y el vector de fuerza del sistema.

2.1.3. Simplificación del modelado aplicando el concepto de admitancia mecánica

En los sistemas mecánicos basados en los DVAs, pueden presentarse estructuras matemáticas complejas y difíciles de analizar debido a las diferentes configuraciones de redes mecánicas, las cuales se componen de elementos como resortes, amortiguadores e inersores. Además de la existencia de múltiples alternativas de diseño para estos dispositivos, lo que incrementa la complejidad del análisis. Una alternativa común consiste en simplificar el modelado mediante el uso de analogías, como la propuesta por Hu y Chen [34], quienes introdujeron el concepto de admitancia mecánica para la simplificación de las topologías de las redes mecánicas en los DVAs. De acuerdo con este concepto, las redes mecánicas basadas en el resorte, amortiguador e inersor pueden ser representadas como un disipador de energía en función de la velocidad. Suponga que las expresiones descritas en la Ec. (2.6), se igualan con el efecto del amortiguamiento, resultando en las siguientes expresiones:

$$c = ms, \quad c = bs, \quad c = \frac{k}{s} \quad (2.8)$$

Las expresiones que se describen en la Ec. (2.8) se pueden sumar en configuraciones serie-paralelo obteniendo una expresión global que, al ser multiplicada por la velocidad, cada elemento de la red mecánica retornará a su expresión original descrita en la Ec. (2.6). En la Figura 2-2, se

muestran algunas redes mecánicas con su respectiva admitancia mecánica como un disipador de energía.

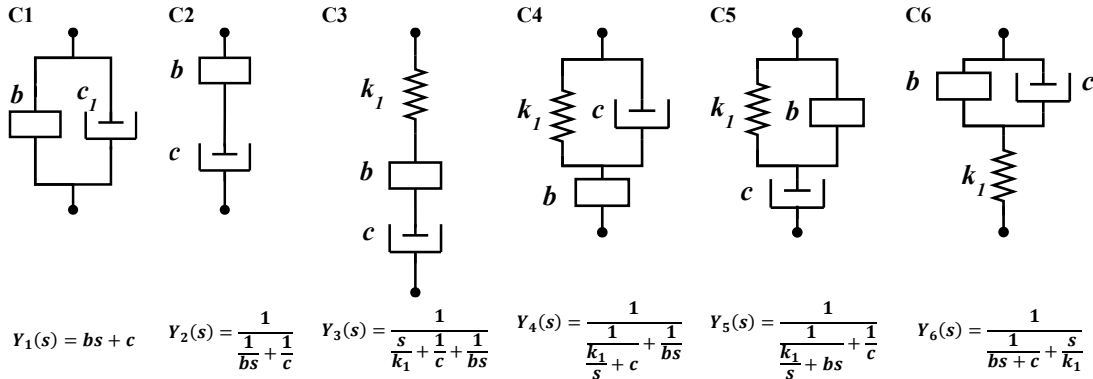


Figura 2-2. Simplificación de redes mecánicas con base en el concepto de admitancia global.

2.2. Técnicas de optimización en DVAs para sistemas de 3 Gdl

En esta sección, se describen de forma simplificada los pasos necesarios para implementar las técnicas de optimización en los absorbentes dinámicos de vibración DVAs basados en estructuras de tres grados de libertad, enfatizando en la solución de sistemas de ecuaciones no lineales y una aproximación de solución considerando una metodología metaheurística conocida como enjambre de partículas.

2.2.1. Metodología extendida del punto fijo EFPT

Para que un DVA tenga un comportamiento eficiente, es necesario sintonizarlo en función de sus variables adimensionales. Una solución aproximada puede ser obtenida de forma analítica mediante la metodología EFPT [35]. Esta metodología se basa en la obtención de expresiones matemáticas para cada variable adimensional del sistema en función de una o más variables independientes. Por lo anterior, se presenta la siguiente expresión:

$$\text{Min}_{v_1, v_2, \dots, v_n} \left(\text{Max}_{\Omega \in [\Omega_P, \Omega_Q, \Omega_R, \Omega_S]} H_m(j\Omega) \right) \quad (2.9)$$

La Ec. (2.9) representa la minimización de la máxima magnitud $H_m(j\Omega)$ del sistema, mediante la calibración de las frecuencias invariantes (Ω_P , Ω_Q , Ω_R , Ω_S) en función de las variables adimensionales (v_1 , v_2 , $\dots$, v_n). Para realizar este proceso de normalización, se realiza el siguiente procedimiento:

- I. Obtención de los polinomios en función de la relación de frecuencia (Ω), las tendencias de la relación de amortiguamiento (ζ) y la magnitud no amortiguada del sistema $H_m(j\Omega)$.

Existen dos polinomios característicos que se pueden obtener de la respuesta de estado estable de un sistema. El primero se determina igualando los extremos de ζ , cuando $\zeta \rightarrow 0$ y $\zeta \rightarrow \infty$.

$$H_m(j\Omega)_{\zeta \rightarrow 0} = \pm H_m(j\Omega)_{\zeta \rightarrow \infty} \quad (2.10)$$

Obteniendo dos posibles soluciones:

1. Una solución trivial.
2. Un polinomio de cuarto grado en función de la frecuencia Ω (ver Ec. (2.11)).

$$a_0\Omega^4 + a_1\Omega^3 + a_2\Omega^2 + a_3\Omega + a_4 = 0 \quad (2.11)$$

Donde a_i representa los coeficientes del polinomio que dependen de los parámetros adimensionales del sistema. Por otra parte, el segundo polinomio se determina a partir de la magnitud del sistema $H_m(j\Omega)$ y al evaluar la FRF en $\zeta \rightarrow \infty$.

$$H_m^2(j\Omega) = H_m(j\Omega)_{\zeta \rightarrow \infty}^2 \quad (2.12)$$

Obteniendo el polinomio de cuarto grado.

$$\tilde{a}_0\Omega^4 + \tilde{a}_1\Omega^3 + \tilde{a}_2\Omega^2 + \tilde{a}_3\Omega + \tilde{a}_4 = 0 \quad (2.13)$$

Donde $\tilde{a}_i$ representa los coeficientes del segundo polinomio en función de las variables adimensionales.

II. Obtención del sistema de ecuaciones para la calibración de las frecuencias invariantes.

Para los polinomios descritos en las Ecs. (2.11) y (2.13), se debe de determinar un sistema de ecuaciones que relacione los parámetros adimensionales del sistema. Esto se realiza mediante la obtención de las raíces de cada polinomio. Para determinar estas raíces, se implementan las fórmulas de Vieta. Estas fórmulas relacionan las raíces (Γ_i) de un polinomio con los coeficientes de este (para este caso en particular para a_i y $\tilde{a}_i$). Específicamente, si el polinomio es de grado n , sus coeficientes son los polinomios simétricos elementales de sus raíces. Las fórmulas de Vieta para los polinomios de cuarto grado de las Ecs. (2.11) y (2.13) están dadas por las siguientes expresiones:

$$\left[-\frac{a_1}{a_0} = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 = -\frac{\tilde{a}_1}{\tilde{a}_0} \right] \quad \therefore \quad \frac{a_1}{a_0} = \frac{\tilde{a}_1}{\tilde{a}_0} \quad (2.14)$$

$$\left[\frac{a_2}{a_0} = \Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_1\Gamma_3 + \Gamma_1\Gamma_4 + \Gamma_2\Gamma_3 + \Gamma_2\Gamma_4 + \Gamma_3\Gamma_4 = \frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0} \right] \quad \therefore \quad \frac{a_2}{a_0} = \frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0} \quad (2.15)$$

$$\left[-\frac{a_3}{a_0} = \Gamma_1\Gamma_2\Gamma_3 + \Gamma_1\Gamma_2\Gamma_4 + \Gamma_1\Gamma_3\Gamma_4 + \Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4 = -\frac{\tilde{a}_3}{\tilde{a}_0} \right] \quad \therefore \quad \frac{a_3}{a_0} = \frac{\tilde{a}_3}{\tilde{a}_0} \quad (2.16)$$

$$\left[\frac{a_4}{a_0} = \Gamma_1\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4 = \frac{\tilde{a}_4}{\tilde{a}_0} \right] \quad \therefore \quad \frac{a_4}{a_0} = \frac{\tilde{a}_4}{\tilde{a}_0} \quad (2.17)$$

De acuerdo con las fórmulas de Vieta, se obtiene el sistema de ecuaciones descrito en las Ecs. (2.14) a (2.17). Este sistema se resuelve mediante un análisis de sustitución e igualación de ecuaciones, hasta determinar las funciones correspondientes a cada parámetro adimensional del sistema. La solución resultante cumple con las condiciones necesarias para calibrar las frecuencias invariantes (Ω_P , Ω_Q , Ω_R , Ω_S) a la misma magnitud $H_m(j\Omega)$. Este procedimiento puede observarse de forma gráfica en la Figura 2-3 (a) y (b), donde se muestra cómo se realiza la ubicación y normalización de las frecuencias invariantes siguiendo este procedimiento.

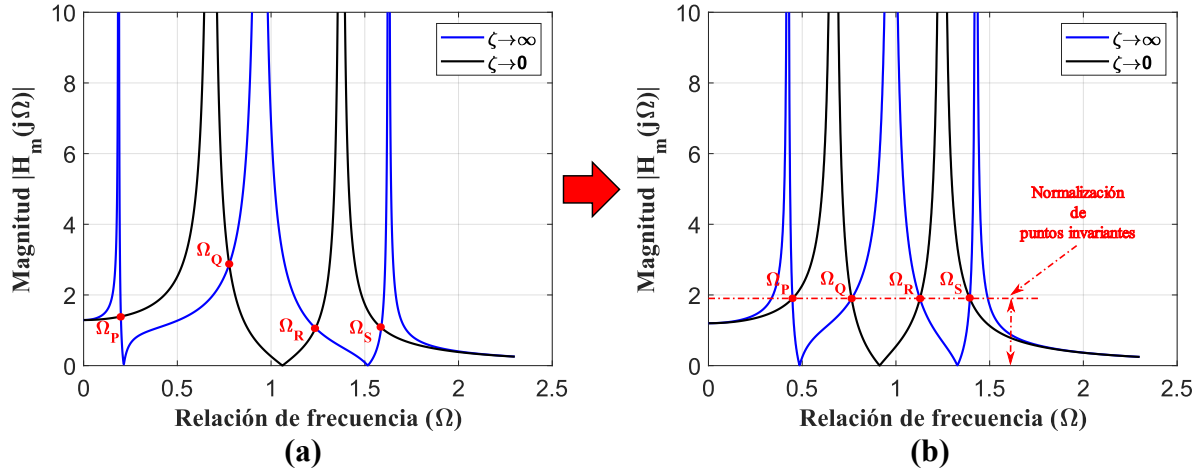


Figura 2-3. Tendencias de la relación de amortiguamiento de la FRF de una estructura con DVA basado en un sistema de tres Gdl.: (a) Ubicación de las frecuencias invariantes del sistema, (b) Calibración de las frecuencias invariantes mediante la metodología ETPF.

III. Obtención de la función de la relación de amortiguamiento óptimo.

Una vez calibradas las frecuencias invariantes de la FRF de la estructura primaria, se puede encontrar una fórmula para la relación de amortiguamiento óptimo. Para este procedimiento es necesario identificar las tres frecuencias centrales asociadas a las frecuencias invariantes $\Omega_{1,3,\zeta \rightarrow \infty}$ y $\Omega_{2,\zeta \rightarrow 0}$, las cuales representan los puntos de máxima amplitud del sistema, tal y como se muestra en la Figura 2-4 (a). Estas frecuencias se determinan cuando $|H_m(j\Omega)|_{\zeta \rightarrow \infty}$ y $|H_m(j\Omega)|_{\zeta \rightarrow 0}$, utilizando las funciones de los parámetros óptimos del sistema y despejando en función de ζ . Finalmente, para calcular el factor de amortiguamiento óptimo, se determina el valor RMS de los factores de amortiguamiento producidos en las tres frecuencias invariantes.

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{\zeta_{\Omega_{1,\zeta \rightarrow \infty}}^2 + \zeta_{\Omega_{2,\zeta \rightarrow 0}}^2 + \zeta_{\Omega_{3,\zeta \rightarrow \infty}}^2}{3}} \quad (2.18)$$

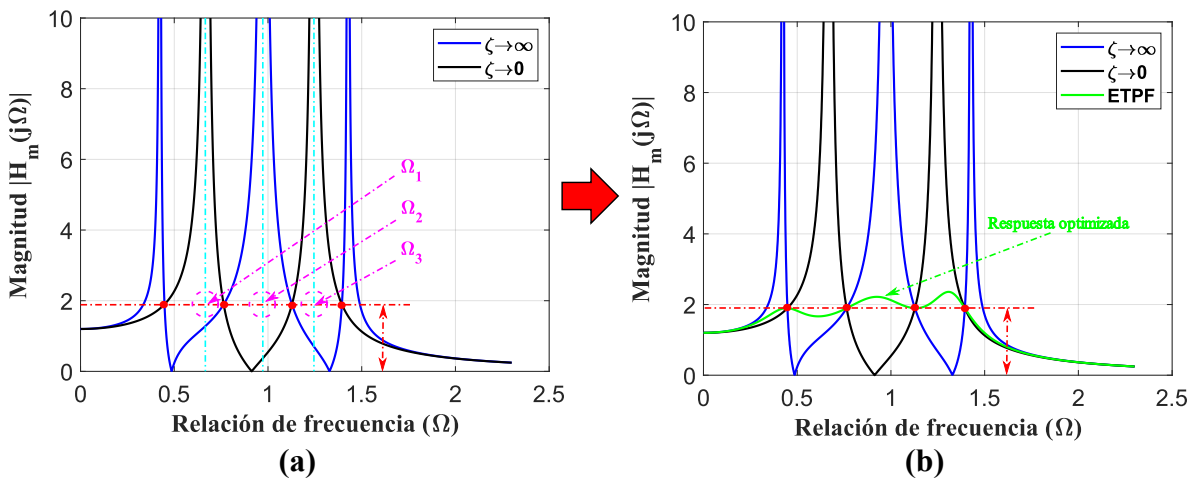


Figura 2-4. Proceso gráfico para la obtención de la relación de amortiguamiento óptimo basado en las frecuencias resonantes: (a) Ubicación de las frecuencias resonantes, (b) Respuesta optimizada por la metodología EFPT.

Una solución aproximada a la Ec. (2.18) puede obtenerse al excluir el punto resonante central $\Omega_{2,\zeta \rightarrow 0}$. Esta simplificación es válida únicamente para relaciones de masa relativamente pequeñas, entre el 1 % y el 10 % con respecto a la masa de la estructura primaria. Esto se debe a que el efecto de amortiguamiento proporcionado por dichas frecuencias es considerablemente menor en comparación con las frecuencias $\Omega_{1,3,\zeta \rightarrow \infty}$ y, por lo tanto, puede considerarse despreciable. En la Figura 2-4 (b) se presenta la respuesta ideal obtenida por la metodología EFPT, donde se observa la calibración de las frecuencias invariantes y el comportamiento de la respuesta de estado estable considerando los parámetros óptimos determinados por esta metodología.

2.2.2. Normativa H_2

La formulación de la metodología del criterio de rendimiento H_2 , se basó en las investigaciones realizadas por Asami et al. [46] y Scheibe y Smith [103]. Esta normativa se centra en el análisis de energías del sistema. Parte del análisis de la función de transferencia en el dominio de Laplace, que de acuerdo con un DVA basado en sistemas de 3 Gdl se puede expresar de forma simbólica como:

$$|H_m(s)|^2 = \frac{\tilde{a}_5 s^5 + \tilde{a}_4 s^4 + \tilde{a}_3 s^3 + \tilde{a}_2 s^2 + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0}{s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{Núm}{Den} \quad (2.19)$$

Donde ahora $\tilde{a}_i$ y a_i son los coeficientes del numerador y el denominador de la función de transferencia del sistema con DVAs. La energía total de vibración se puede obtener mediante la siguiente integral impropia:

$$I_a = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_m(s)|^2 ds = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{a}_5 s^5 + \tilde{a}_4 s^4 + \tilde{a}_3 s^3 + \tilde{a}_2 s^2 + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0}{s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} ds \quad (2.20)$$

Donde I_a representa el índice de rendimiento de la energía vibratoria del sistema. La solución de la Ec. (2.20) se puede calcular mediante el teorema de integración por residuo, integración numérica o mediante la solución única de la ecuación de Lyapunov. Para este caso se propone la solución algebraica de la ecuación de Lyapunov. Esta solución parte del siguiente enfoque:

$$I_a = \|\{\tilde{C}\}(sj - [A])^{-1}\{\tilde{B}\}\|^2 = \{\tilde{C}\}[\tilde{L}]\{\tilde{C}\}^T \quad (2.21)$$

Donde la matriz $[\tilde{L}]$ es la solución única de la ecuación de Lyapunov que puede obtenerse resolviendo la siguiente ecuación:

$$[A][\tilde{L}] + [\tilde{L}][A]^T + \{\tilde{B}\}\{\tilde{B}\}^T = 0 \quad (2.22)$$

Donde $[A]$, $\{\tilde{B}\}$ y $[\tilde{L}]$ se definen simbólicamente como:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 \end{bmatrix}, \quad \{\tilde{B}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad [\tilde{L}] = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & l_{14} & l_{15} & l_{16} \\ l_{12} & l_{22} & l_{23} & l_{24} & l_{25} & l_{26} \\ l_{13} & l_{23} & l_{33} & l_{34} & l_{35} & l_{36} \\ l_{14} & l_{24} & l_{34} & l_{44} & l_{45} & l_{46} \\ l_{15} & l_{25} & l_{35} & l_{45} & l_{55} & l_{56} \\ l_{16} & l_{26} & l_{36} & l_{46} & l_{56} & l_{66} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

De la sustitución de las matrices de la Ec. (2.23) en la (2.22) se obtiene una matriz cuadrada de 6 x 6. Donde cada término de esta matriz representa una ecuación de un sistema reducido de 21 ecuaciones.

$$\begin{aligned}
2l_{12} &= 0, & l_{22} + l_{13} &= 0, & l_{23} + l_{14} &= 0, & l_{24} + l_{15} &= 0, & l_{16} + l_{25} &= 0 \\
2l_{23} &= 0, & l_{24} + l_{33} &= 0, & l_{25} + l_{34} &= 0, & l_{26} + l_{35} &= 0, & 2l_{34} &= 0 \\
2l_{45} &= 0, & l_{35} + l_{44} &= 0, & l_{36} + l_{45} &= 0, & l_{46} + l_{55} &= 0, & 2l_{56} &= 0 \\
-a_0 l_{11} - a_1 l_{12} - a_2 l_{13} - a_3 l_{14} - a_4 l_{15} - a_5 l_{16} + l_{26} &= 0 \\
-a_0 l_{12} - a_1 l_{22} - a_2 l_{23} - a_3 l_{24} - a_4 l_{25} - a_5 l_{26} + l_{36} &= 0 \\
-a_0 l_{13} - a_1 l_{23} - a_2 l_{33} - a_3 l_{34} - a_4 l_{35} - a_5 l_{36} + l_{46} &= 0 \\
-a_0 l_{14} - a_1 l_{24} - a_2 l_{34} - a_3 l_{44} - a_4 l_{45} - a_5 l_{46} + l_{56} &= 0 \\
-a_0 l_{15} - a_1 l_{25} - a_2 l_{35} - a_3 l_{45} - a_4 l_{55} - a_5 l_{56} + l_{66} &= 0 \\
-2a_0 l_{16} - 2a_1 l_{26} - 2a_2 l_{36} - 2a_3 l_{46} - 2a_4 l_{56} - 2a_5 l_{66} + 1 &= 0
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Al sustituir ecuaciones, el sistema descrito en la Ec. (2.24), se reduce a un sistema de seis ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} -a_0 & -a_2 & -a_4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & -a_5 & 0 & 0 \\ 0 & -a_0 & -a_2 & -a_4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & -a_3 & -a_5 & 0 \\ 0 & 0 & -a_0 & a_2 & a_4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2a_1 & -2a_3 & -2a_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} \\ l_{13} \\ l_{15} \\ l_{26} \\ l_{46} \\ l_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

La solución de este sistema de ecuaciones genera los términos de la matriz solución de Lyapunov.

$$\begin{aligned}
l_{11} &= \frac{-a_0 a_4 a_5^2 + a_1 a_4^2 a_5 + a_2^2 a_5^2 - a_2 a_3 a_4 a_5 + a_0 a_3 a_5 - 2a_1 a_2 a_5 - a_1 a_3 a_4 + a_2 a_5^2 + a_1^2}{2a_0(a_0^2 a_5^3 - 2a_0 a_1 a_4 a_5^2 - a_0 a_2 a_3 a_5^2 + a_0 a_3^2 a_4 a_5 + a_1^2 a_4^2 a_5 + a_1 a_2^2 a_5^2 - a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 3a_0 a_1 a_3 a_5 - a_0 a_3^3 - 2a_1^2 a_2 a_5 - a_1^2 a_3 a_4 + a_1 a_2 a_3^2 + a_1^3)} \\
l_{13} &= \frac{-a_2 a_5^2 + a_3 a_4 a_5 + a_1 a_5 - a_3^2}{2a_0^2 a_5^3 - 4a_0 a_1 a_4 a_5^2 - 2a_0 a_2 a_3 a_5^2 + 2a_0 a_3^2 a_4 a_5 + 2a_1^2 a_4^2 a_5 + 2a_1 a_2^2 a_5^2 - 2a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 6a_0 a_1 a_3 a_5 - 2a_0 a_3^3 - 4a_1^2 a_2 a_5 - 2a_1^2 a_3 a_4 + 2a_1 a_2 a_3^2 + 2a_1^3} \\
l_{15} &= \frac{a_0 a_5^2 - a_1 a_4 a_5 + a_1 a_3}{2a_0^2 a_5^3 - 4a_0 a_1 a_4 a_5^2 - 2a_0 a_2 a_3 a_5^2 + 2a_0 a_3^2 a_4 a_5 + 2a_1^2 a_4^2 a_5 + 2a_1 a_2^2 a_5^2 - 2a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 6a_0 a_1 a_3 a_5 - 2a_0 a_3^3 - 4a_1^2 a_2 a_5 - 2a_1^2 a_3 a_4 + 2a_1 a_2 a_3^2 + 2a_1^3} \\
l_{26} &= \frac{a_0 a_3 a_5 - a_1 a_2 a_5 + a_1^2}{2a_0^2 a_5^3 - 4a_0 a_1 a_4 a_5^2 - 2a_0 a_2 a_3 a_5^2 + 2a_0 a_3^2 a_4 a_5 + 2a_1^2 a_4^2 a_5 + 2a_1 a_2^2 a_5^2 - 2a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 6a_0 a_1 a_3 a_5 - 2a_0 a_3^3 - 4a_1^2 a_2 a_5 - 2a_1^2 a_3 a_4 + 2a_1 a_2 a_3^2 + 2a_1^3} \\
l_{46} &= \frac{a_0 a_1 a_5 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 + a_1 a_2 a_3}{2a_0^2 a_5^3 - 4a_0 a_1 a_4 a_5^2 - 2a_0 a_2 a_3 a_5^2 + 2a_0 a_3^2 a_4 a_5 + 2a_1^2 a_4^2 a_5 + 2a_1 a_2^2 a_5^2 - 2a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 6a_0 a_1 a_3 a_5 - 2a_0 a_3^3 - 4a_1^2 a_2 a_5 - 2a_1^2 a_3 a_4 + 2a_1 a_2 a_3^2 + 2a_1^3} \\
l_{66} &= \frac{a_3^2 a_5^2 - 2a_0 a_1 a_4 a_5 - a_0 a_2 a_3 a_5 + a_0 a_3^2 a_4 + a_1^2 a_4^2 + a_1 a_2^2 a_5 - a_1 a_2 a_3 a_4 + a_0 a_1 a_3 - a_1^2 a_2}{2a_0^2 a_5^3 - 4a_0 a_1 a_4 a_5^2 - 2a_0 a_2 a_3 a_5^2 + 2a_0 a_3^2 a_4 a_5 + 2a_1^2 a_4^2 a_5 + 2a_1 a_2^2 a_5^2 - 2a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 6a_0 a_1 a_3 a_5 - 2a_0 a_3^3 - 4a_1^2 a_2 a_5 - 2a_1^2 a_3 a_4 + 2a_1 a_2 a_3^2 + 2a_1^3}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Suponiendo que:

$$\begin{aligned}
l_{22} &= -l_{13}, & l_{33} &= -l_{24}, & l_{24} &= -l_{15} \\
l_{44} &= -l_{35}, & l_{35} &= -l_{26}, & l_{55} &= -l_{46}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

La matriz solución de Lyapunov puede expresarse como:

$$[\tilde{L}] = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & l_{13} & 0 & l_{15} & 0 \\ 0 & l_{22} & 0 & l_{24} & 0 & l_{26} \\ l_{13} & 0 & l_{33} & 0 & l_{35} & 0 \\ 0 & l_{24} & 0 & l_{44} & 0 & l_{46} \\ l_{15} & 0 & l_{35} & 0 & l_{55} & 0 \\ 0 & l_{26} & 0 & l_{46} & 0 & l_{66} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

Retornando a la Ec. (2.21), donde el vector $\{\tilde{C}\}$ está dado por los coeficientes $\tilde{a}_i$ de la Ec. (2.19).

$$\{\tilde{C}\} = \{\tilde{a}_0 \quad \tilde{a}_1 \quad \tilde{a}_2 \quad \tilde{a}_3 \quad \tilde{a}_4 \quad \tilde{a}_5\} \quad (2.29)$$

La solución de la integral definida de la Ec. (2.20) se puede expresar de la siguiente forma:

$$I_a = \frac{-\tilde{a}_5^2 a_0^3 a_5^2 + Q_1 a_0^2 + ((-a_4^2 \tilde{a}_5^2 + \tilde{a}_5^2 a_2 + (2\tilde{a}_3 \tilde{a}_5 - \tilde{a}_4^2) a_4 - 2\tilde{a}_1 \tilde{a}_5 + 2\tilde{a}_2 \tilde{a}_4 - \tilde{a}_3^2) a_1^2 + Q_2 a_1 + Q_3) a_0 - \tilde{a}_0^2 Q_4}{2a_0 (-a_0^2 a_5^3 + (2a_4 a_5^2 - 3a_5 a_3) a_1 + a_3 (a_2 a_5^2 - a_3 a_4 a_5 + a_3^2)) a_0 - Q_4 a_1} \quad (2.30)$$

Donde:

$$Q_1 = ((2a_4 \tilde{a}_5^2 - 2\tilde{a}_3 \tilde{a}_5 + \tilde{a}_4^2) a_5 - a_3 \tilde{a}_5^2) a_1 + (-2\tilde{a}_0 \tilde{a}_4 + 2\tilde{a}_1 \tilde{a}_3 - \tilde{a}_2^2) a_5^2 - 2a_3 \left(-\frac{1}{2} \tilde{a}_5^2 a_2 + \tilde{a}_1 \tilde{a}_5 - \tilde{a}_2 \tilde{a}_4 + \frac{1}{2} \tilde{a}_3^2 \right) a_5 - a_3^2 (a_4 \tilde{a}_5^2 - 2\tilde{a}_3 \tilde{a}_5 + \tilde{a}_4^2)$$

$$Q_2 = (-\tilde{a}_5^2 A_2^2 + (2\tilde{a}_1 \tilde{a}_5 - 2\tilde{a}_2 \tilde{a}_4 + \tilde{a}_3^2) a_2 + (2\tilde{a}_0 \tilde{a}_4 - 2\tilde{a}_1 \tilde{a}_3 + \tilde{a}_2^2) a_4 - 2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 + \tilde{a}_1^2) a_5 - 2a_3 \left(-\frac{1}{2} a_4 \tilde{a}_5^2 + \tilde{a}_3 \tilde{a}_5 - \frac{1}{2} \tilde{a}_4^2 \right) a_2 + \tilde{a}_0 \tilde{a}_4 - \tilde{a}_1 \tilde{a}_3 + \frac{\tilde{a}_2^2}{2}$$

$$Q_3 = ((2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 - \tilde{a}_1^2) a_2 + \tilde{a}_0^2 a_4) a_5^2 - a_3 ((2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 - \tilde{a}_1^2) a_4 + \tilde{a}_0^2) a_5 + a_3^2 (2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 - \tilde{a}_1^2)$$

$$Q_4 = a_1^2 + ((a_4^2 - 2a_2) a_5 - a_3 a_4) a_1 + a_2 (a_2 a_5^2 - a_3 a_4 a_5 + a_3^2)$$

La función que se describe en la Ec. (2.30) representa la energía vibratoria de un sistema de tres grados de libertad y puede ser aplicado a otros tipos de sistemas que cumplan con la forma de la Ec. 2.19. Las condiciones que minimizan el índice I_a , se expresan como:

$$\frac{\partial I_a}{\partial v_1} = 0, \quad \frac{\partial I_a}{\partial v_2} = 0, \quad \frac{\partial I_a}{\partial v_3} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial I_a}{\partial v_n} = 0 \quad (2.31)$$

Es necesario mencionar que resolver el sistema no lineal de ecuaciones descrito en la Ec. (2.31) representa un desafío considerable, debido al número de variables del sistema. Tomando esto en consideración, en la Sección 2.2.4 de este documento se describen alternativas para solucionar sistemas de ecuaciones no lineales y la alternativa de minimización utilizando la metodología metaheurística del algoritmo de enjambre de partículas (PSO).

2.2.3. Normativa H_∞

El criterio de rendimiento H_∞ fue formulado por Nishihara et al. [49] para sistemas de DVAs convencionales y reformulado por Asami et al. [22] para DVAs en configuraciones de tipo serie y paralelo. Este criterio se basa en la minimización de la máxima amplitud producida en las frecuencias resonantes de la FRF de un sistema. En la Figura 2-5, se puede ver que en un sistema con DVAs tipo serie hay tres frecuencias resonantes (Ω_1 , Ω_2 y Ω_3). Estas frecuencias son picos locales de la función y es necesario modificar estas frecuencias por medio de una calibración para reducir su respuesta de amplitud.

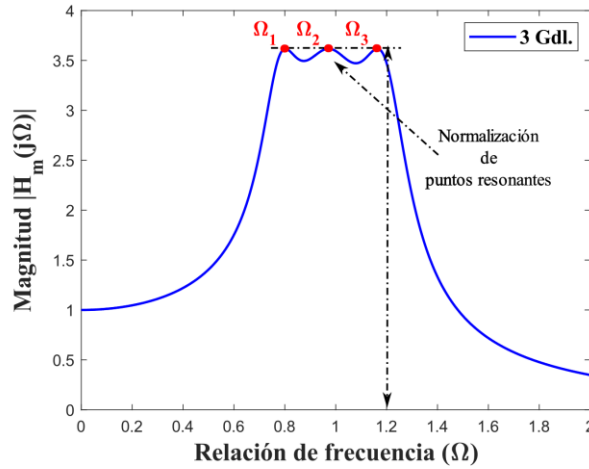


Figura 2-5. Respuesta de la FRF óptima por el criterio de rendimiento H_∞ de un sistema de 3 Gdl. (modificado de [22]).

La calibración se logra al invertir la FRF y convertir las frecuencias resonantes en mínimos locales mediante la siguiente expresión.

$$|H_m(j\Omega)|^2 = \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2} = \frac{\text{Núm}}{\text{Den}} \quad \therefore f_n = \text{Den} - \frac{\text{Núm}}{H_{max}^2} \quad (2.31)$$

Donde, $H_{max}^2 = 1/(1 - r^2)$ representa la máxima amplitud del sistema. En la Figura 2-6 (a), se muestra el comportamiento ideal de la función f_n , una vez aplicada la norma H_∞ . Donde se puede observar la existencia de tres mínimos locales (Ω_1 , Ω_2 y Ω_3). Por otro lado, la Figura 2-6 (b) muestra cuando el decremento $dr = 0$ de la función de r es un mínimo local de H_{max} .

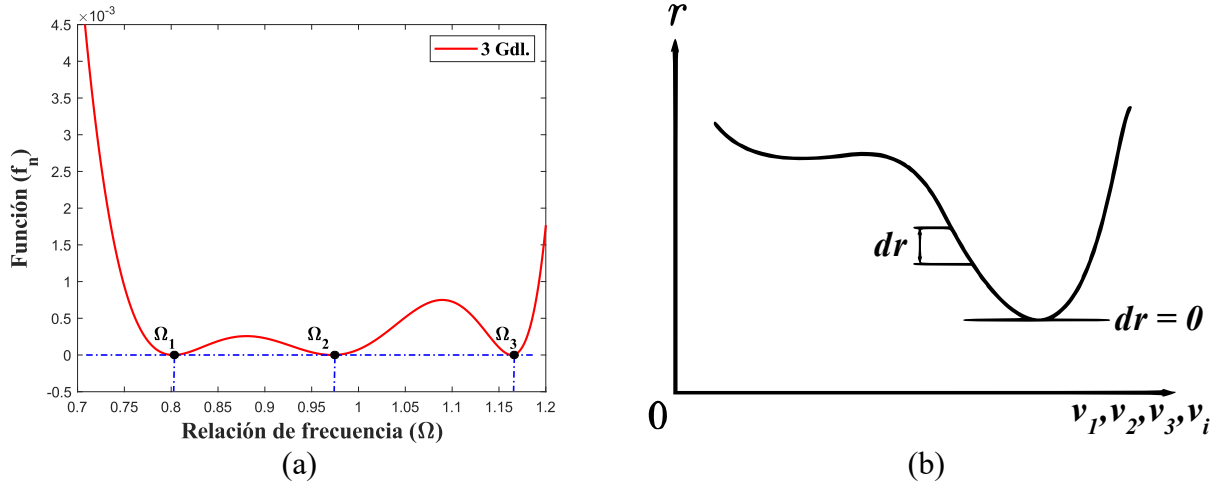


Figura 2-6.(a) Respuesta de la función f_n , (b) comportamiento de r [22].

La función f_n descrita en la Ec. (2.31), es un polinomio de sexto grado en términos de Ω . De este polinomio se obtienen las tres raíces (Ω_1 , Ω_2 y Ω_3). Suponiendo que $\Omega_H = \Omega^2$, la función f_n puede expresarse como:

$$f_n = (\Omega_H - \Gamma_1)^2(\Omega_H - \Gamma_2)^2(\Omega_H - \Gamma_3)^2 \quad (2.32)$$

Donde las raíces $\Gamma_i = \Omega_i^2$. Expandiendo la Ec. (2.32) se obtiene:

$$f_n = \Omega_H^6 + a_1\Omega_H^5 + a_2\Omega_H^4 + a_3\Omega_H^3 + a_4\Omega_H^2 + a_5\Omega_H + a_6 \quad (2.33)$$

Donde:

$$\begin{aligned} eqn1: a_1 &= -2\Gamma_1 - 2\Gamma_2 - 2\Gamma_3 \\ eqn2: a_2 &= \Gamma_1^2 + (4\Gamma_2 + 4\Gamma_3)\Gamma_1 + \Gamma_2^2 + 4\Gamma_2\Gamma_3 + \Gamma_3^2 \\ eqn3: a_3 &= -2(\Gamma_2 + \Gamma_3)\Gamma_1^2 - 2(\Gamma_2^2 + 4\Gamma_2\Gamma_3 + \Gamma_3^2)\Gamma_1 - 2\Gamma_2\Gamma_3(\Gamma_2 + \Gamma_3) \\ eqn4: a_4 &= (\Gamma_2^2 + 4\Gamma_2\Gamma_3 + \Gamma_3^2)\Gamma_1^2 + 4\Gamma_2\Gamma_3(\Gamma_2 + \Gamma_3)\Gamma_1 + \Gamma_2^2\Gamma_3^2 \\ eqn5: a_5 &= -2\Gamma_3\Gamma_1((\Gamma_2 + \Gamma_3)\Gamma_1 + \Gamma_2\Gamma_3)\Gamma_2 \\ eqn6: a_6 &= \Gamma_1^2\Gamma_2^2\Gamma_3^2 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Los coeficientes a_i de la Ec. (2.34) representan la relación de las raíces con los coeficientes de un polinomio mónico de sexto grado. Partiendo de las fórmulas de Vieta y considerando los coeficientes de la Ec. (2.34) como un sistema de seis ecuaciones, se determinaron las siguientes suposiciones:

- De las ecuaciones eqn1, eqn5 y eqn6 se obtuvieron las siguientes expresiones:

$$-\frac{a_1}{2} = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 \quad (2.35)$$

$$-\frac{a_5}{2\sqrt{a_6}} = \Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_1\Gamma_3 + \Gamma_2\Gamma_3 \quad (2.36)$$

$$\sqrt{a_6} = \Gamma_1\Gamma_2\Gamma_3 \quad (2.37)$$

- Se obtuvo la Ec. (2.38) a partir de las Ecs. (2.35) con (2.36), y se determinó la Ec. (2.39) usando las Ecs. (2.35), (2.36) y (2.37).

$$\frac{a_1^2}{4} + \frac{a_5}{\sqrt{a_6}} = \Gamma_1^2 + \Gamma_2^2 + \Gamma_3^2 \quad (2.38)$$

$$\frac{a_1a_5 - 12a_6}{4\sqrt{a_6}} = \Gamma_1^2\Gamma_2 + \Gamma_1^2\Gamma_3 + \Gamma_2^2\Gamma_1 + \Gamma_3^2\Gamma_1 + \Gamma_2^2\Gamma_3 + \Gamma_3^2\Gamma_2 \quad (2.39)$$

- De las Ecs. (2.35), (2.36) y (2.37) también se obtuvo:

$$\frac{a_5^2}{4a_6} + a_1\sqrt{a_6} = \Gamma_1^2\Gamma_2^2 + \Gamma_1^2\Gamma_3^2 + \Gamma_2^2\Gamma_3^2 \quad (2.40)$$

- Al sustituir las Ecs. (2.37) y (2.38) en la eqn2 se obtuvo:

$$f_1 = (4a_2 - a_1^2)\sqrt{a_6} + 4a_5 = 0 \quad (2.41)$$

- Por la sustitución de las Ecs. (2.37) y (2.39) en eqn3 se obtuvo:

$$f_2 = 4a_6 + 2a_3\sqrt{a_6} + a_1a_5 = 0 \quad (2.42)$$

- Al sustituir las Ecs. (2.35), (2.37) y (2.40) en la eqn4 se obtuvo:

$$f_3 = 4a_6 + 2a_3\sqrt{a_6} + a_1a_5 = 0 \quad (2.43)$$

Las Ecs. (2.41) a la (2.43) representan los mínimos locales de la función f_n . La solución de este sistema de ecuaciones no lineales calibrará los puntos resonantes y reducirá la respuesta FRF de un sistema de 3 Gdl., determinando tres posibles soluciones para los parámetros adimensionales. Sin embargo, al ser una función multivariable que excede la cantidad de parámetros adimensionales de las ecuaciones de los puntos resonantes, es necesario determinar las funciones faltantes para minimizarlos. Esto se logra determinando las condiciones bajo las cuales la diferencial de r con respecto al sistema de parámetros a optimizar es cero para cada una de las funciones f_i , obteniendo para el caso particular de los DVAs de 3 Gdl. el siguiente arreglo de la matriz jacobiana:

$$\begin{bmatrix} dr \\ dr \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial f_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial r}{\partial f_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial r}{\partial f_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_1} & \frac{\partial f_1}{\partial v_2} & \frac{\partial f_1}{\partial v_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial v_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_1} & \frac{\partial f_2}{\partial v_2} & \frac{\partial f_2}{\partial v_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial v_n} \\ \frac{\partial f_3}{\partial v_1} & \frac{\partial f_3}{\partial v_2} & \frac{\partial f_3}{\partial v_3} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial v_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dr \\ dr \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

La Ec. (2.44) se cumple con cualquier determinante menor 3x3 igualado a cero de la matriz jacobiana. De esta manera, se derivaron las ecuaciones necesarias para igualar y minimizar las alturas de los tres puntos resonantes. Este método se cumple bajo la condición previa de la existencia de tres puntos resonantes para un sistema de tres grados de libertad. Sin embargo, es concebible que en la respuesta en frecuencia optimizada no haya tres puntos de resonancia; pueden ser cuatro, dos o uno, y siguiendo la metodología se pueden determinar las funciones de f_i . Para los sistemas de cuatro y dos puntos resonantes, las funciones f_i son las siguientes:

- Para dos puntos resonantes:

$$f_1 = a_1\sqrt{a_4} - a_3 = 0, \quad f_2 = \frac{a_1^2}{4} + 2\sqrt{a_4} - a_2 = 0 \quad (2.45)$$

- Para cuatro puntos resonantes:

$$\begin{aligned} f_1 &= (a_1^3 - 4a_1a_2 + 8a_3)\sqrt{a_8} - 8a_7 = 0 \\ f_2 &= (a_1^4 - 8a_2a_1^2 + 16a_2^2 - 64a_4)\sqrt{a_8} + 32a_1a_7 + 128a_8 = 0 \\ f_3 &= a_1^2a_7 + 8a_5\sqrt{a_8} - 8a_8a_1 - 4a_2a_7 = 0 \\ f_4 &= (a_1^2 - 4a_2)\sqrt{a_8}a_8 + 4a_6a_8 - a_7^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

2.2.4. Criterios adicionales para el proceso de optimización

En esta sección se presentan los fundamentos teóricos adicionales que son esenciales para la correcta aplicación de las metodologías de optimización para poder determinar los parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVAs, considerando la sintonización de la metodología EFPT con base en criterios de estabilidad y metodologías para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales para las normativas H_2 y H_∞ .

2.2.4.1. Criterio de estabilidad en el plano complejo y la metodología de Routh-Hurwitz

La característica más importante del comportamiento dinámico de un sistema es la estabilidad absoluta, es decir, si este es estable o inestable. Se podría decir que un sistema dinámico está en equilibrio si, en ausencia de cualquier perturbación o entrada, la salida permanece en el mismo estado. La estabilidad puede ser determinada a partir de la ubicación de los polos (raíces características) en lazo cerrado de la función de transferencia en el plano s , si los polos se encuentran en el semiplano derecho del plano s , el comportamiento dinámico tenderá exponencialmente a crecer y, por consecuencia, el sistema será inestable. Por otro lado, si los polos de lazo cerrado se encuentran del lado izquierdo del plano s , la respuesta dinámica correspondiente terminará por alcanzar el equilibrio, representando un sistema estable [101]. Supóngase un modelo de vibración libre de un sistema masa, resorte y amortiguador descrito por la Ec. (2.47).

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 = s^2 + 2\zeta\omega_s s + \omega_s^2 \quad (2.47)$$

Las raíces o polos de la Ec. (2.47) son:

$$\Gamma_1, \Gamma_2 = -\zeta\omega_s \pm j\omega_s\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.48)$$

La solución general de la Ec. (2.47) se determina como:

$$x(t) = X_1 e^{\Gamma_1 t} + X_2 e^{\Gamma_2 t} \quad (2.49)$$

Donde X_1 y X_2 son constantes. Observando las Ec. (2.48), (2.49) y la Figura 2-7, se pueden ver las siguientes observaciones:

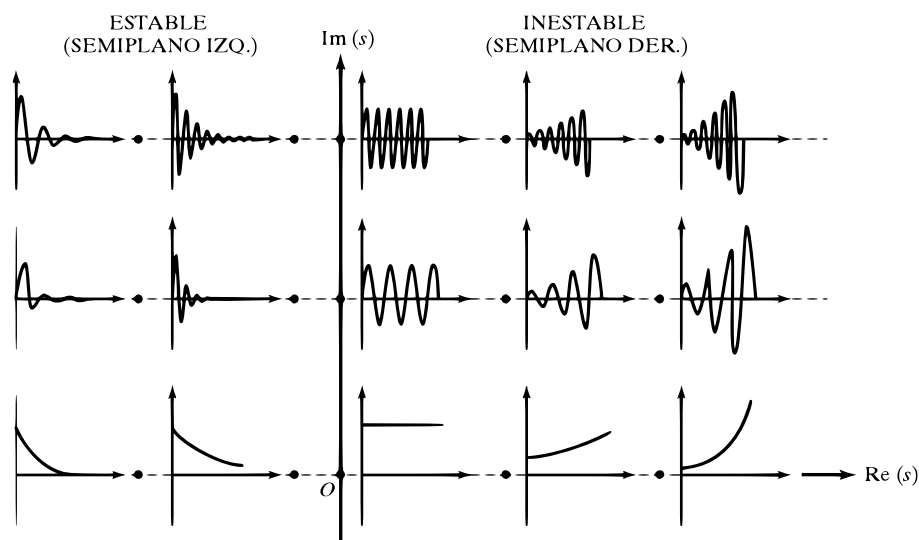


Figura 2-7. Ubicación de los polos (•) y la respuesta correspondiente a la Ec. (2.42).

- Si la parte imaginaria de los polos es cero, la respuesta correspondiente no oscilará.
- Si la parte imaginaria de los polos es diferente de cero, la respuesta oscilará.
- Cuanto más a la izquierda queden las raíces en el plano s más rápido decrecerá la respuesta correspondiente.

- Cuanto mayor sea la parte imaginaria de la raíz, más alta será la frecuencia de oscilación de la respuesta correspondiente.

Se dice que un polinomio es de Hurwitz si y solo si los coeficientes reales del polinomio tienen raíces con parte real negativa. Para determinar si un polinomio es de Hurwitz, existen varios criterios; entre ellos se encuentran el de Routh-Hurwitz, las condiciones de Lienard-Chipart, el teorema de Hermite-Biehler, el teorema de Leonhard-Mihailov, el test de estabilidad y el algoritmo de Routh. Cada uno de ellos, desde diferentes enfoques y con distintas herramientas matemáticas, ofrece condiciones necesarias para obtener la localización de las raíces características de un polinomio [104]. Para esta investigación se aborda el criterio de Routh-Hurwitz, que es un criterio algebraico y es el criterio más conocido. Dado un polinomio con coeficientes reales, como se aprecia en la Ec. (2.50).

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0 \quad (2.50)$$

El determinante de Hurwitz asociado a este polinomio tendrá la siguiente forma:

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & a_n & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \dots & a_{n-1} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & a_{n-2} & a_n & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & a_{n-3} & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-4} & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix} \quad (2.51)$$

Para todas las raíces que tienen partes reales negativas, es necesario y suficiente que los menores principales de Δ_i sean positivos. Los menores principales sucesivos son los determinantes siguientes:

$$\Delta_1 = |a_1|, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_i = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & \dots & a_{2i-1} \\ a_0 & a_2 & \dots & a_{2i-2} \\ 0 & a_1 & \dots & a_{2i-3} \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & a_i \end{vmatrix} \quad (i = 3, 4, \dots, n-1) \quad (2.52)$$

Si todos estos determinantes son positivos y se ha supuesto que $a_0 > 0$, el estado de equilibrio del sistema cuya ecuación característica se obtiene mediante la Ec. (2.50) es asintóticamente estable.

2.2.4.2. Solución de sistemas de ecuaciones no lineales

Un sistema de ecuaciones se considera no lineal cuando al menos una de sus incógnitas no es de primer grado. Este tipo de sistemas puede involucrar ecuaciones polinómicas de grado n , así como funciones con raíces, logaritmos, exponenciales o trigonométricas. La solución de estos sistemas se puede obtener mediante métodos de sustitución, reducción, igualación o procedimientos numéricos. Sin embargo, en ocasiones la complejidad de estos sistemas dificulta la obtención de una solución cerrada, generando múltiples o ninguna solución viable del sistema. Esta característica dificulta el proceso de optimización de los criterios mencionados en las Secciones 2.2.2 y 2.2.3 de este documento, puesto que es indispensable la solución de sistemas de ecuaciones no lineales para identificar los parámetros óptimos que minimicen el comportamiento

dinámico en estructuras sometidas a condiciones de vibración. Por esta razón, en esta sección se muestran las alternativas que se utilizaron para minimizar la respuesta de estado estable del sistema analizado.

Metodología de Newton-Raphson

De acuerdo con la literatura [22] y [46], el método más utilizado para resolver los sistemas de ecuaciones no lineales generados por los criterios de rendimiento H_∞ y H_2 , es mediante la metodología de Newton-Raphson. Esta metodología se ha utilizado como base para la mayoría de los softwares de programación para determinar de forma numérica la solución de los sistemas de ecuaciones no lineales, implementando comandos como el “fsolver”. Este método se describe de manera general considerando un sistema no lineal de n ecuaciones.

$$f(v) = \begin{cases} f_1(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0 \\ f_2(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0 \\ \dots \\ f_n(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

Suponiendo que se ha encontrado la aproximación p -ésima de la solución de la Ec. (2.52).

$$v^{(p)} = (v_1^{(p)}, v_2^{(p)}, \dots, v_n^{(p)}) \quad (2.54)$$

Las raíces exactas de la Ec. (2.54), puede expresarse como.

$$v = v^{(p)} + \epsilon^{(p)} \quad (2.55)$$

Donde $\epsilon^{(p)} = (\epsilon_1^{(p)}, \epsilon_2^{(p)}, \dots, \epsilon_i^{(p)})$ es la corrección (error de la raíz), por consecuencia.

$$f(v + \epsilon^{(p)}) = 0 \quad (2.56)$$

Suponiendo que el sistema de la Ec. (2.53), es continuo y diferenciable en un dominio convexo que contiene a v y $v^{(p)}$, se puede desarrollar el primer miembro de la Ec. (2.56) en potencias del vector $\epsilon^{(p)}$ limitándose a los términos lineales.

$$f(v^{(p)} + \epsilon^{(p)}) = f(v^{(p)}) + f'(v^{(p)})\epsilon^{(p)} = 0 \quad (2.57)$$

De la Ec. (2.57) se deduce que la derivada $f'(v)$ es considerada como la matriz jacobiana del conjunto de funciones $f_1, f_2, \dots, f_n$ con respecto a las variables $v_1, v_2, \dots, v_n$, es decir:

$$f'(v) = J(v) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_1}(v) & \frac{\partial f_1}{\partial v_2}(v) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial v_n}(v) \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_1}(v) & \frac{\partial f_2}{\partial v_2}(v) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial v_n}(v) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial v_1}(v) & \frac{\partial f_n}{\partial v_2}(v) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial v_n}(v) \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial v_j} \right] (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.58)$$

Por lo tanto, la Ec. (2.57), en su forma extendida, es un sistema lineal en las correcciones $\epsilon^{(p)}$ para $p = 1, 2, \dots, n$ con la matriz $J(v)$. Como consecuencia, esta ecuación se puede expresar de la siguiente forma.

$$f(v^{(p)}) + J(v^{(p)}) \epsilon^{(p)} = 0 \quad (2.59)$$

Donde:

$$\epsilon^{(p)} = -[J(v^{(p)})]^{-1} f(v^{(p)}) \quad (2.60)$$

En consecuencia:

$$v^{(p+1)} = v^{(p)} - [J(v^{(p)})]^{-1} f(v^{(p)}) \quad (p = 1, 2, \dots, n) \quad (2.61)$$

(Nota: Para la aproximación de orden cero $v^{(0)}$ se puede tomar un valor aproximado de la raíz deseada). Para una mejor comprensión de este punto, considérese el siguiente ejemplo de solución de sistemas de ecuaciones no lineales.

Ejemplo 1: Obtención de las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones.

$$f(v) = \begin{cases} v_1 + 3 \log(v_1) - v_2^2 = 0 \\ 2v_1^2 - v_1 v_2 - 5v_1 + 1 = 0 \end{cases} \quad (2.62)$$

Las curvas definidas por la Ec. (2.62) se interceptan aproximadamente en los puntos $M_1 = (1.4, -1.5)$ y $M_2 = (3.4, 2.2)$. Iniciando el procedimiento con la aproximación inicial.

$$v^{(0)} = [3.4, 2.2]^T \quad (2.63)$$

Sustituyendo los valores iniciales de la Ec. (2.63) en las Ecs. (2.58) y (2.62).

$$f(v^{(0)}) = [0.154, -0.36], \quad J(v^{(0)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_1}(v) & \frac{\partial f_1}{\partial v_2}(v) \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_1}(v) & \frac{\partial f_2}{\partial v_2}(v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.38 & -4.4 \\ -6.4 & 1.4 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Utilizando la Ecs. (2.60), (2.61) y (2.64), se obtiene:

$$v^{(1)} = [3.489, 2.263]^T, \quad \epsilon^{(1)} = [0.0899, -0.0633]^T \quad (2.65)$$

Las aproximaciones subsiguientes se determinan de forma análoga considerando $v^{(i)}$ como el valor $v^{(0)}$ hasta minimizar el error de la raíz $\epsilon^{(p)}$, como se muestra en la Tabla 2-1.

Tabla 2-1. Búsqueda de la solución del sistema de ecuaciones no lineales (Ec. (2.53)) por Newton-Raphson.

i	x_1	ϵ_1	x_2	ϵ_2
0	3.4	0.0899	2.2	-0.0633
1	3.4899	-0.0008	2.2633	-0.0012
2	3.4891	-0.0016	2.2621	-0.0050
3	3.4875	0.0002	2.2616	0.0001

Aproximación de la solución de sistemas de ecuaciones no lineales con base en la optimización metaheurística.

Una metaheurística es un método heurístico diseñado para resolver problemas computacionales generales, utilizando parámetros proporcionados por el usuario y procedimientos genéricos y abstractos de manera eficiente. Entre estos métodos se encuentra la optimización por enjambre de

partículas (PSO, por sus siglas en inglés). Este método, descrito alrededor de 1995 por Kennedy y Eberhart [105], se inspira en el comportamiento de los enjambres de insectos en la naturaleza. Trasladando esta misma idea al campo de la computación en forma de algoritmo, se pueden optimizar diversos sistemas. Supóngase que se tiene una función desconocida.

$$f(v_1, \dots, v_n) \quad (2.66)$$

El objetivo, como es habitual en optimización, es encontrar los valores $v_1, \dots, v_n$ ideales para los cuales la Ec. (2.66) represente el mínimo o el máximo de la función f . El PSO se basa en una búsqueda aleatoria, situando partículas al azar en el espacio de exploración, pero permitiéndoles moverse a través de él siguiendo reglas que consideran tanto el conocimiento personal de cada partícula como el conocimiento global del enjambre. Cada partícula (individuo) tiene una posición $\vec{p}$ en el espacio de búsqueda y una velocidad $\vec{v}$ que determina su movimiento a través del espacio. Además, idealizando el comportamiento físico de una partícula, esta tiene una inercia w que mantiene la dirección del movimiento, así como un cambio de velocidad o aceleración que dependen principalmente de dos características:

- Cada partícula es atraída hacia la mejor ubicación, que ella personalmente ha encontrado como individuo (Pbest).
- Cada partícula es atraída hacia la mejor ubicación que ha sido encontrada por el conjunto de partículas en el espacio de búsqueda (Gbest).

Aunque existen variaciones, en términos generales, la estructura de un algoritmo PSO para una función multivariable se puede realizar mediante los siguientes pasos:

i. Creación del enjambre.

La creación del enjambre inicial de n partículas debe ser de forma aleatoria en el espacio o región de análisis de la función objetivo. Donde cada partícula consta de cuatro elementos. Una posición que representa una combinación específica de valores de las variables, el valor de la función objetivo en esa posición, una velocidad que indica la dirección y magnitud del desplazamiento de la partícula, y un registro de la mejor posición que ha alcanzado hasta el momento.

ii. Evaluación de la función objetivo.

Se realiza el cálculo del valor de la función objetivo en la posición que ocupa cada partícula en ese preciso momento. Cada partícula almacena también el mejor valor en el que ha estado hasta el momento, generando un historial de la partícula.

iii. Actualización de la posición y la velocidad de la partícula.

Este paso es el más importante, puesto que la actualización de la partícula permite al algoritmo buscar el mejor resultado deseado. Donde la velocidad de cada partícula del enjambre se actualiza empleando la siguiente ecuación.

$$\vec{v}_i(t+1) = w\vec{v}_i(t) + \hat{c}_1\hat{r}_1(\hat{p}_i(t) - \vec{p}_i(t)) + \hat{c}_2\hat{r}_2(\hat{g}(t) - \vec{p}_i(t)) \quad (2.67)$$

Donde:

$\vec{v}_i(t + 1)$: Velocidad de la partícula i en el momento $t + 1$ (la nueva velocidad).

$\vec{v}_i(t)$: Velocidad de la partícula i en el momento t (velocidad actual).

w : Coeficiente de inercia: Reduce o aumenta la velocidad de la partícula.

$\hat{c}_1$: Coeficiente individual de la partícula.

$\hat{r}_{1,2}$: Vector de valores aleatorios entre 0 y 1 de la longitud igual a la del vector de velocidad.

$\hat{p}_i(t)$: Mejor posición en la que ha estado la partícula i hasta el momento.

$\vec{p}_i(t)$: Posición de la partícula i en el momento t .

$\hat{c}_2$: Coeficiente grupal de las partículas.

$\hat{g}(t)$: Posición del líder del enjambre de partículas.

Para comprender cómo se relaciona la Ec. (2.67) con el movimiento de la partícula, resulta de utilidad diferenciar las tres partes de la ecuación.

- $w\vec{v}_i(t)$ es la componente de inercia, responsable de mantener a la partícula en movimiento en la dirección en la que se ha estado desplazando hasta ahora. El valor recomendado de w suele ser entre 0.8 y 1.2. Si $w < 1$, la partícula va desacelerando a medida que avanzan las interacciones, reduciendo la exploración de las partículas, pero mejorando la convergencia hacia el óptimo de forma más rápida. En contraste, si $w > 1$, la partícula se acelera, lo que permite explorar más zonas del espacio de la función, pero dificulta la convergencia.
- $\hat{c}_1\hat{r}_1(\hat{p}_i(t) - \vec{p}_i(t))$ es la componente cognitiva, responsable de que la partícula tenga una tendencia de movimiento contraria al enjambre. El coeficiente individual de la partícula $\hat{c}_1$ suele estar acotado en el intervalo de $[0,2]$, siendo 2 el valor recomendado. $\hat{r}_1$ es un vector de valores aleatorios entre 0 y 1 que aporta el comportamiento estocástico al movimiento de las partículas, mejorando la capacidad del enjambre de partículas para salir de mínimos locales de la función objetivo.
- $\hat{c}_2\hat{r}_2(\hat{g}(t) - \vec{p}_i(t))$ es la componente social, responsable de que la partícula tenga una tendencia a seguir al líder del enjambre. Puede interpretarse como el conocimiento colectivo donde el líder del enjambre puede cambiar de acuerdo a la evaluación de la función objetivo. El coeficiente grupal de las partículas $\hat{c}_2$ suele estar acotado en el intervalo de $[0,2]$, siendo 2 el valor recomendado. $\hat{r}_2$ es un vector de valores aleatorios entre 0 y 1 que aporta el comportamiento estocástico al movimiento de las partículas, mejorando la capacidad del enjambre de partículas para salir de mínimos locales de la función objetivo.

La magnitud relativa entre el coeficiente individual y el grupal de la partícula permite regular el comportamiento exploratorio del algoritmo. Cuanto mayor es el valor de $\hat{c}_1$ respecto de $\hat{c}_2$, mayor independencia de movimiento tendrá cada partícula, permitiendo una mayor exploración, pero incrementa el tiempo de convergencia. Por el contrario, cuanto mayor es el valor de $\hat{c}_2$ respecto de $\hat{c}_1$, las partículas tendrán una tendencia a seguir al líder, reduciendo la exploración, pero acelerando la convergencia.

Una vez calculada la nueva velocidad, se puede actualizar la posición de la partícula sustituyendo la Ec. (2.67) en la siguiente expresión.

$$\vec{p}_i(t+1) = \vec{p}_i(t) + \vec{v}_i(t+1) \quad (2.68)$$

Uno de los principales problemas del algoritmo PSO es que las partículas a veces se mueven demasiado rápido, saliendo de los límites del espacio de búsqueda y, por lo tanto, no pueden llegar a la mejor zona de la función objetivo. Por esta razón existen diferentes modificaciones en el algoritmo PSO, en las cuales se encuentra la reducción lineal del coeficiente de inercia w . Esta estrategia consiste en reducir el coeficiente de inercia conforme se avanza en las interacciones del algoritmo. En las primeras interacciones, las partículas tienen una gran capacidad de exploración y, a medida que avanza el proceso de interacción, se va reduciendo la velocidad, favoreciendo a la convergencia. La ecuación de la reducción lineal del coeficiente de inercia se puede expresar como:

$$w_t = (w_{max} - w_{min}) \frac{t_{max} - t}{t_{max}} + w_{min} \quad (2.69)$$

Donde:

w_t : Coeficiente de inercia en la interacción t .

w_{max} : Coeficiente de inercia máximo. Valor de inicio del algoritmo. Valor recomendado: 0.9.

w_{min} : Coeficiente de inercia mínimo. Valor que alcanza en la última interacción. Valor recomendado: 0.4.

t_{max} : Tiempo máximo de interacciones.

iv. Criterio de parada del algoritmo.

En este punto se seleccionan las condiciones de frontera para mejorar el tiempo de cómputo y hacer más eficiente el algoritmo PSO.

2.2.4.3. Verificación de un punto estacionario mediante los valores propios de la matriz hessiana

Cuando se implementa una técnica de optimización, es necesario corroborar los resultados obtenidos con la finalidad de tener la certeza de haber encontrado los valores ideales para el dispositivo a diseñar. Para el caso de la normativa H_2 , una forma eficaz de comprobar que los valores óptimos de los parámetros del sistema representan un mínimo local o global de la función I_a es mediante la naturaleza de un punto estacionario conocido como el valor crítico de una función [106]. La naturaleza de un valor crítico se determina a partir de la formación de la matriz hessiana.

$$H(P_c) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial v_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial v_1 \partial v_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial v_1 \partial v_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial v_2 \partial v_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial v_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial v_2 \partial v_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial v_n \partial v_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial v_n \partial v_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial v_n^2} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Donde f , es la función a analizar, P_c es el punto crítico (valores obtenidos por optimización) y v_n son los parámetros del sistema. Una vez determinada la matriz hessiana, se calculan sus valores propios γ_i el signo de estos valores determinará la naturaleza de sus puntos críticos.

- Si todos los valores propios de $H(P_c)$ son positivos, f tiene un mínimo relativo en P_c .
- Si todos los valores propios de $H(P_c)$ son negativos, f tiene un máximo relativo en P_c .
- Si $H(P_c)$ tiene valores positivos y negativos, f tiene un punto de ensilladura en P_c .

Un punto de silla o ensilladura es el punto sobre una superficie en el que la pendiente es cero, pero no se trata de un extremo local (máximo o mínimo). Es el punto sobre una superficie en el que la elevación es máxima en una dirección y mínima en la dirección perpendicular. El nombre proviene del parecido con una silla de montar de las superficies en torno a un punto de silla (ver Figura 2-8).

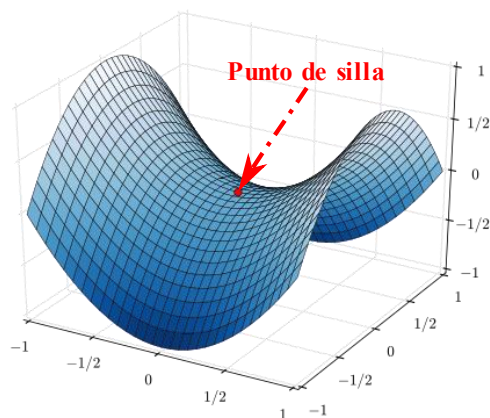


Figura 2-8. Ejemplo de un punto de silla [106].

2.3. Fundamentos teóricos de aerodinámica y software de simulación

En el diseño y evaluación del desempeño de un aerogenerador, el estudio teórico de la aerodinámica es una etapa fundamental. Este análisis proporciona información sobre los principios físicos que rigen la interacción entre el flujo de aire y los álabes de la turbina y permite anticipar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de operación. Antes de realizar simulaciones computacionales, primero es necesario establecer un marco de referencia teórico que fundamente las decisiones del modelado, permita interpretar los resultados y garantizar soluciones consistentes. Por esta razón, en esta sección se describen los principios teóricos y herramientas computacionales esenciales para el análisis aerodinámico en aerogeneradores de eje horizontal. Se tratan temas como los perfiles aerodinámicos de los álabes y las cargas que actúan sobre ellos, así como los métodos de simulación de viento que inciden en el aerogenerador. También se ofrece una breve explicación sobre cómo se utiliza el software especializado como TurbSim, que ayuda a crear condiciones de viento realistas, y OpenFast, que se usa para modelar el comportamiento dinámico avanzado de los aerogeneradores. Esta base teórica y computacional es clave para comprender cómo la influencia del flujo del aire genera las cargas aerodinámicas en los álabes del aerogenerador.

2.3.1. Perfiles aerodinámicos

Los perfiles aerodinámicos son la base del diseño de los álabes de un aerogenerador, puesto que determinan la forma en que se genera la sustentación a partir del flujo de aire. En esta sección se describen las características geométricas principales (cuerda, espesor, curvatura, ángulo de ataque) y su influencia sobre los coeficientes de arrastre y sustentación.

Los perfiles aerodinámicos son geometrías específicas utilizadas para generar fuerzas mecánicas como resultado del movimiento relativo entre el perfil y el flujo circundante del fluido [107]. En particular, las secciones transversales de los álabes de la turbina del aerogenerador se conforman principalmente por perfiles aerodinámicos. Las dimensiones de los álabes, principalmente su longitud y ancho, están determinadas por el rendimiento aerodinámico requerido, la potencia máxima deseada del rotor, las propiedades asignadas al perfil y consideraciones estructurales de resistencia. Por estas razones, es necesario abordar los conceptos fundamentales asociados con los perfiles aerodinámicos. En la Figura 2-9 se presentan los elementos característicos de un perfil aerodinámico.

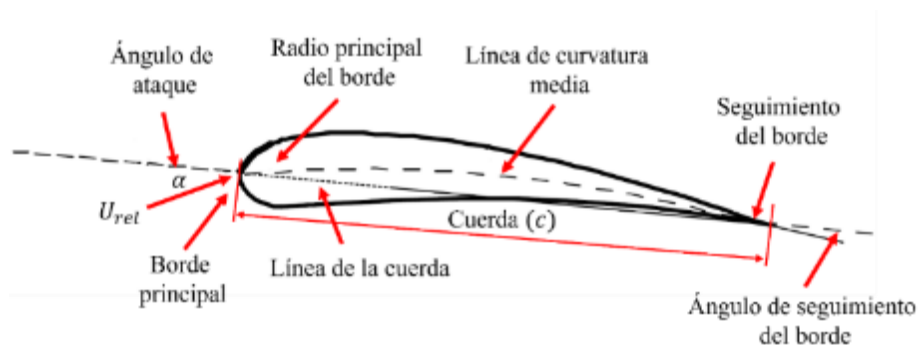


Figura 2-9. Componentes principales de los perfiles aerodinámicos (modificado de [108])

Donde estos elementos son:

- La línea de la curvatura media, que se define como un lugar geométrico de los puntos equidistantes entre la superficie superior e inferior del perfil. Los extremos de esta línea corresponden al borde de ataque (punto más al frente del perfil) y al borde de salida (punto más hacia atrás del perfil).
- La línea de la cuerda es el segmento rectilíneo que une el borde de ataque con el borde de salida. La cuerda se denota como $\tilde{c}$, es la longitud de dicha línea.
- La curvatura se refiere a la distancia, medida perpendicularmente a la línea de la cuerda, entre esta y la línea de la curva media. El espesor del perfil se define como la distancia entre las superficies superior e inferior, también medida perpendicularmente a la línea de la cuerda.
- Ángulo de ataque α , se define como el ángulo comprendido entre la dirección del viento relativo V_{rel} y la línea de la cuerda del perfil.

Todas estas características geométricas influyen directamente en la forma en que el aire fluye sobre el perfil, y por lo tanto en la generación de las fuerzas aerodinámicas. Las más relevantes

para el análisis del desempeño de los álabes de un aerogenerador de eje horizontal son la sustentación P_L , que impulsa el giro de la turbina, y el arrastre P_D que representa una pérdida de eficiencia energética.

Estas fuerzas se definen como:

$$P_L = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 \tilde{c} C_L, \quad P_D = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 \tilde{c} C_D \quad (2.71)$$

Donde:

P_L : Es la fuerza de sustentación.

P_D : Es la fuerza de arrastre.

C_L : Coeficiente de sustentación.

C_D : Coeficiente de arrastre.

ρ : es la densidad del aire.

V_{rel} : Es la velocidad relativa del flujo.

c : Cuerda.

La obtención de los coeficientes C_L y C_D se realiza de forma experimental o mediante simulaciones que consideran la influencia del flujo sobre el perfil aerodinámico. La eficiencia aerodinámica de dicho perfil está determinada por la relación de C_L/C_D , la cual debe maximizarse para mejorar la conversión de la energía cinética en energía mecánica. En perfiles con una curvatura adecuada, es posible obtener mayores valores de sustentación sin un aumento significativo en el arrastre, lo cual es deseable para el rendimiento del aerogenerador. Además, el comportamiento de estos coeficientes está altamente influenciado por el ángulo de ataque α . A bajos valores de α el flujo permanece adherido sobre la superficie del perfil, resultando en altos valores de C_L y bajos valores de C_D . Sin embargo, al superar el ángulo crítico, se produce el fenómeno de desprendimiento del flujo, disminuyendo drásticamente la sustentación y aumentando el arrastre. Por lo tanto, en resumen, la forma y características geométricas de los perfiles aerodinámicos que constituyen los álabes de un aerogenerador influyen de forma directa en los coeficientes de arrastre y sustentación, y, por lo tanto, en su eficiencia.

2.3.2. Simulación del viento

Puesto que el viento es un fenómeno altamente variable, su correcta representación es esencial para la simulación realista de aerogeneradores. En esta sección se incluye el modelo espectral IEC Kaimal, así como las condiciones de límite típicas, como los perfiles de viento, para una correcta simulación.

El origen de las cargas aerodinámicas se debe al flujo de aire que interactúa con una estructura, en este caso, con la torre y los álabes del aerogenerador. La región o campo del viento que incide sobre la turbina varía tanto en el espacio como en el tiempo, debido a la turbulencia atmosférica, tal y como se muestra en la Figura 2-10. En esta figura, se observa que la velocidad media del viento aumenta con la altura, tomando como referencia el origen del sistema de coordenadas global. Esta velocidad del viento puede representarse como la suma de una componente media constante, $\bar{v}(\bar{z})$ y una componente turbulenta $\tilde{v}(t)$.

$$v(t) = \bar{v}(\tilde{z}) + \tilde{v}(t) \quad (2.72)$$

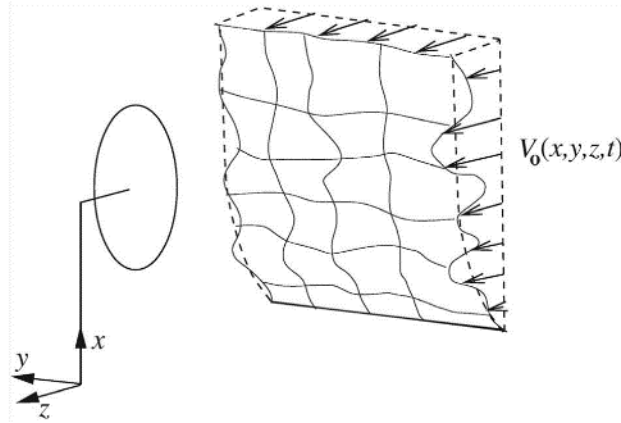


Figura 2-10. Idealización de la turbulencia del viento en un aerogenerador [107].

En las investigaciones realizadas por Jahangiri [8, 109-112], adoptaron el perfil del viento logarítmico para el cálculo de la velocidad media, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\bar{v}(z) = V_{ref} \frac{\log(\tilde{z}/z_0)}{\log(H_{ref}/z_0)} \quad (2.72)$$

Donde V_{ref} es la velocidad media en la altura de referencia H_{ref} ; $\tilde{z}$ la altura sobre el nivel del suelo; z_0 la longitud de rugosidad de la superficie. Por otra parte, la cizalladura del viento genera una variación sinusoidal de la velocidad del viento a lo largo del álabes, con una frecuencia correspondiente a la rotación de la turbina. Las fluctuaciones turbulentas, superpuestas a la velocidad media, también provocan una variación temporal de la velocidad del viento y, en consecuencia, en el ángulo de ataque.

Por lo tanto, para simular el comportamiento de una turbina eólica mediante un código aeroelástico, es fundamental generar un campo de viento realista a partir de series temporales. Para el cálculo de estas series, se debe contar con un campo de viento que represente correctamente las variaciones espaciales y temporales, incluyendo los efectos de la turbulencia, la cizalladura y la interacción del flujo con el aerogenerador. Existen diferentes modelos que describen la turbulencia del viento mediante funciones de densidad espectral de potencia o por sus siglas en inglés (PSD). En este caso en particular se utilizó el modelo espectral IEC Kaimal. Este modelo se usa en la norma IEC 61400-1, que es la que se aplica en el diseño de las turbinas eólicas y ayuda a simular el viento realista que un aerogenerador puede encontrar, especialmente cuando el viento no tiene un flujo constante. La ecuación que rige este modelo espectral es:

$$S_K(f) = \frac{4\sigma_K^2 L_K / \bar{v}(\tilde{z})}{(1 + 6\hat{f} L_K / \bar{v}(\tilde{z}))^{5/3}}, \quad L_K = \begin{cases} 8.10\Delta_{\hat{u}}, & K = \hat{u} \\ 2.70\Delta_{\hat{u}}, & K = \hat{v} \\ 0.66\Delta_{\hat{u}}, & K = \hat{w} \end{cases}, \quad \begin{matrix} \sigma_{\hat{v}} = 0.8\sigma_{\hat{u}} \\ \sigma_{\hat{w}} = 0.5\sigma_{\hat{u}} \end{matrix} \quad (2.72)$$

Donde σ_K representa la desviación estándar en las tres componentes de viento descritas por $K = \hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$; $\hat{f}$ es la frecuencia; L_K es el parámetro de escala integral definido por el parámetro de escala de la turbulencia $\Delta_{\hat{u}}$.

Adicionalmente, para simular correctamente el historial temporal de la velocidad del viento, es importante considerar que estas series temporales no son diferentes entre sí. Por ello, se requiere el uso de funciones de coherencia, ya que la dependencia de las señales está influenciada tanto por la distancia física entre dos puntos como por su frecuencia. El contenido de alta frecuencia en una serie temporal está asociado con pequeños vórtices, cuya influencia espacial es limitada. Por el contrario, el contenido de baja frecuencia está relacionado con estructuras turbulentas de gran escala que abarcan un mayor volumen de flujo. En consecuencia, una función de coherencia debe considerar tanto la distancia $\hat{L}$ entre los puntos i, n como la frecuencia $\hat{f}$. La función de coherencia para la componente $\hat{u}$ en los modelos espectrales definidos por la norma IEC 61400-1 se expresa como:

$$Coh_{i,n} = \exp \left(-\hat{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\hat{f}\hat{L}}{\bar{v}_{hub}} \right)^2 + \left(\frac{0.12\hat{L}}{L_c} \right)^2} \right) \quad (2.73)$$

Donde $\hat{\alpha}$ es el decremento de la coherencia; $\bar{v}_{hub}$ es la velocidad media del viento a la altura del eje y L_c es el parámetro de escala de coherencia. Comúnmente, las Ecs. (2.72) y (2.73) se utilizan en la metodología conocida como el método de Sandía para generar numéricamente un campo tridimensional de turbulencia del viento. Este método se basa en la formulación matemática propuesta por Shinosuka, la cual permite obtener series temporales en n puntos ubicados en el plano perpendicular ubicado en la dirección de la velocidad media del viento. Como resultado, se obtiene una matriz espectral S simétrica de dimensiones $i \times n$, cuya diagonal principal contiene los espectros automáticos correspondientes a cada uno de los n puntos, mientras que las diagonales restantes contienen los espectros cruzados.

$$S_{in}(f) = Coh_{i,n} \sqrt{S_{ii}(f)S_{nn}(f)} \quad (2.74)$$

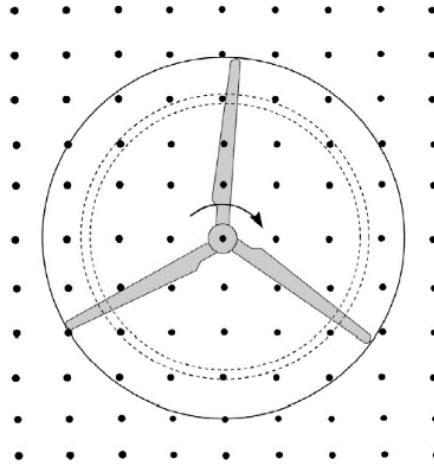


Figura 2-11. Ilustración del perfil de campo de viento tridimensional que cubre a la turbina del aerogenerador [113].

En la Figura 2-11 se muestra, de manera conceptual, cómo se genera el campo de viento en los álabes del aerogenerador utilizando el método de Sandía, considerando además la discretización de los puntos determinada por la matriz espectral. Cabe destacar la complejidad de este tipo de análisis, así como el hecho de que, en la actualidad, existen diversos softwares especializados que

permiten simular la turbulencia del viento. En este caso en particular, se empleará el software TurbSim [113], cuya descripción se presenta en la Sección 2.3.4.

2.3.3. Cargas aerodinámicas

Las cargas aerodinámicas son fuerzas generadas por la interacción entre el viento y los perfiles de la turbina del aerogenerador. Esta sección presenta el análisis de dichas cargas, distinguiendo entre las componentes de arrastre y sustentación, y su proyección sobre los ejes estructurales de los álabes. Se incluye la formulación basada en la teoría del momento del álabe (Blade Element Momentum - BEM).

El flujo de aire sobre un perfil aerodinámico genera una distribución de fuerzas a lo largo de la superficie. A medida que la velocidad de flujo aumenta sobre la cara convexa del perfil, se produce una disminución de la presión promedio en ese lado, conocido como lado de succión, en comparación con el lado cóncavo o de presión. Al mismo tiempo, la fricción viscosa entre el aire y la superficie ralentiza parcialmente el flujo en las cercanías de la superficie. Estos efectos generan cargas en los álabes. Para calcular estas cargas aerodinámicas que actúan en los álabes de un aerogenerador, se emplea la teoría Blade Element Momentum (BEM), la cual combina la teoría del momento con la teoría de elementos de álabes. Entre los parámetros que se incluyen para este análisis se encuentran las propiedades geométricas de la turbina (números de álabes, torsión, distribución de la cuerda y perfiles aerodinámicos), la velocidad del viento y la rotación de los álabes. En la Figura 2-12 se presenta una vista general de la composición de álabe de un aerogenerador, seccionado por los distintos perfiles aerodinámicos, donde se observa, además, la influencia del flujo de aire en los álabes y las cargas aerodinámicas que se generan.

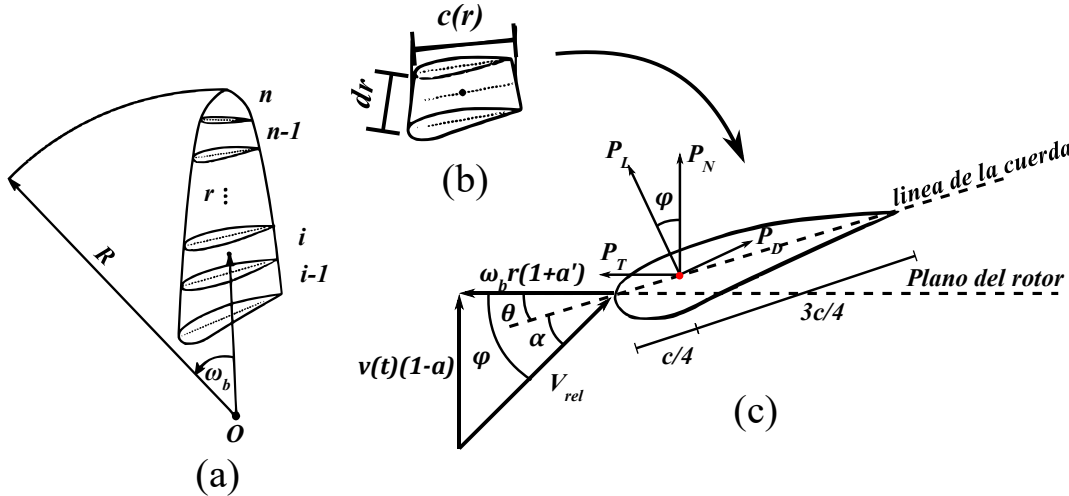


Figura 2-12. Composición general del álabe i . (a) Discretización del álabe de la turbina, (b) i^{th} elementos del álabe, (c) Sección del elemento del álabe sometido a la carga aerodinámica y la velocidad de giro de la turbina [111].

De acuerdo con la Figura 2-12 (c), la velocidad relativa V_{rel} puede expresarse por la combinación de dos componentes: la velocidad axial $v(t)(1-a)$ y la tangencial $\omega_b r(1+a')$.

$$V_{rel} = \sqrt{(v(t)(1-a))^2 + (\omega_b r(1+a'))^2} \quad (2.75)$$

Donde a y a' son los factores de inducción de la velocidad axial y tangencial, respectivamente. Por otro lado, el ángulo de flujo ϕ se puede expresar como:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{v(t)(1 - a)}{\omega_b r(1 + a')} \quad (2.76)$$

El ángulo de ataque α entre V_{rel} y línea de la cuerda se obtiene a partir de:

$$\alpha = \phi - \theta \quad (2.77)$$

Donde θ es la suma del ángulo de cabeceo y la torsión predeterminada por el perfil aerodinámico. Además, es necesario considerar las componentes debidas a las cargas normal y tangencial. Estas componentes se derivan del análisis de las cargas de sustentación y arrastre, descritas en la Ec. (2.71) de la Sección 2.3.1. De acuerdo con los coeficientes de sustentación y de arrastre, los coeficientes normal y tangencial se pueden expresar como:

$$C_N = C_L \cos \phi + C_D \sin \phi, \quad C_T = C_L \sin \phi - C_D \cos \phi \quad (2.78)$$

Por lo tanto, las fuerzas normal y tangencial se calculan como:

$$P_N = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 \hat{C}_N, \quad P_T = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 \hat{C}_T, \quad (2.79)$$

Estas cargas permiten descomponer las fuerzas aerodinámicas totales en componentes relacionadas con el comportamiento estructural y dinámico de los álabes. Por lo tanto, son fundamentales para el acoplamiento de las cargas inducidas por la turbulencia del viento en el modelado aerodinámico del aerogenerador en esta investigación. Dichas componentes fueron determinadas a partir de simulaciones computacionales, utilizando los softwares TurbSim y OpenFast, cuyo funcionamiento se describe brevemente en las siguientes secciones.

2.3.4. Simulación del viento con TurbSim

TurbSim es una herramienta desarrollada por el NREL que permite generar campos de viento sintéticos tridimensionales para ser utilizados en simulaciones aeroelásticas. Esta sección explica las configuraciones del software, incluyendo la selección de modelos espectrales, la definición de la clase de terreno (clases de turbulencias) y la estructura espacial y temporal de las salidas generadas. Se enfatiza su integración con herramientas como OpenFast para simulación acoplada en aerogeneradores bajo condiciones de viento realistas. Las series temporales se obtienen de esta teoría, considerando las características geométricas de los álabes y las condiciones de operación.

Con el propósito de proporcionar a los diseñadores de aerogeneradores la capacidad de realizar simulaciones avanzadas utilizando códigos de diseño aeroelástico, y al mismo tiempo considerar entornos de entrada turbulentos que reflejen de manera realista los efectos dinámicos del flujo atmosférico sobre la estructura de las turbinas, el Laboratorio Nacional de Energías Renovable (NREL, por sus siglas en inglés) desarrolló la herramienta de simulación de turbulencia estocástica de flujo de entrada conocida como TurbSim [113].

TurbSim permite generar campos de viento tridimensionales con componentes turbulentos coherentes espacial y temporalmente, lo cual es esencial para la realización de simulaciones aerodinámicas precisas. El modelo estocástico utilizado se basa en un método modificado de Sandía. Este método genera las tres componentes del espectro de la velocidad del viento

(longitudinal, lateral y vertical) en las direcciones del sistema de referencia. Estos campos de vientos son representados en una malla tridimensional que se inclina con respecto al eje horizontal y vertical, como se describe en la Figura 2-13.

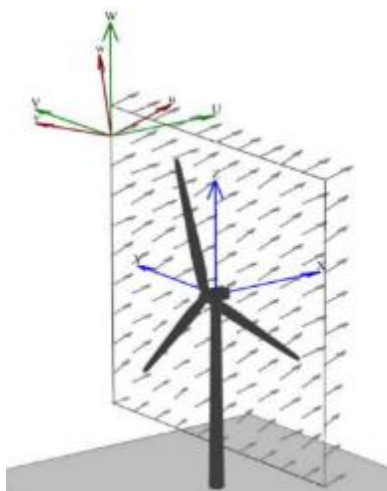


Figura 2-13. Orientación del espacio tridimensional del análisis del flujo de viento generado por TurbSim [113].

El funcionamiento general de TurbSim se basa en una serie de archivos de entrada (extensión .dat)) que permite configurar diferentes parámetros para la simulación de la turbulencia atmosférica. Estos parámetros incluyen:

- Perfil de velocidad media del viento: TurbSim permite simular diversas alternativas de los perfiles de velocidad media de viento, entre las cuales se incluyen: el perfil basado en la ley de potencia, el logarítmico para el viento y el agua, con base en la norma IEC, el API, así como la opción de un perfil definido por el usuario. Estas configuraciones permiten adaptar la simulación a diferentes condiciones atmosféricas y entornos específicos.
- Clase de intensidad de turbulencia: TurbSim permite simular las intensidades de turbulencia del viento según las normas IEC, que se clasifican en tres categorías: “A”, “B” y “C”, donde “A” representa la condición más turbulenta, seguida por “B” (moderada) y la clase “C” (menos turbulenta).
- Modelos de densidad espectral de potencia: entre los cuales se encuentran los modelos IEC de Kaimal y Von Karman, el modelo SMOOTH para terrenos lisos y los modelos espectrales NREL.
- Funciones de coherencia espacial que mide cuánto se parecen entre sí las variaciones turbulentas del viento en los distintos puntos separados en el espacio.
- Altura de referencia y características topográficas.
- Duración y resolución temporal de la simulación.

Una vez configurados estos parámetros, TurbSim genera archivos binarios de viento (formato .bts)) que contienen las componentes del flujo en cada punto del plano del viento. El diagrama de flujo del proceso de simulación se presenta en la Figura 2-14.

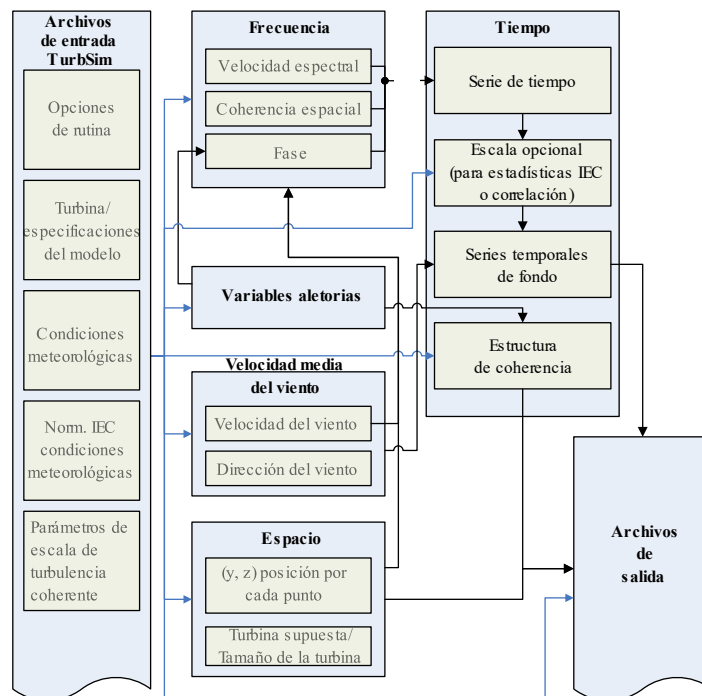


Figura 2-14. Diagrama de flujo de proceso del funcionamiento general de TurbSim (modificado de [114]).

Además, TurbSim permite visualizar los espectros de la velocidad generados en cada componente del viento, como se ilustra en la Figura 2-15, donde se muestran los resultados de una simulación de viento considerando una altura de 90 m, una intensidad de turbulencia tipo A, considerando un perfil de viento logarítmico a una velocidad media de 12 m/s, y considerando el modelo espectral IEC Kaimal.

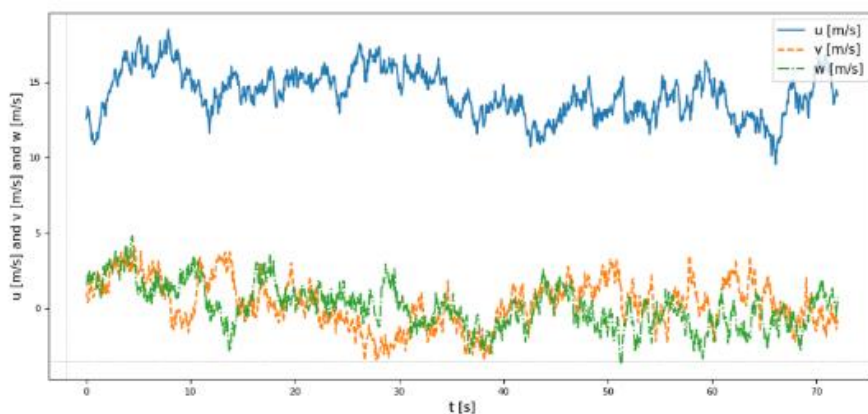


Figura 2-15. Resultados de las componentes espectrales de velocidad del viento en las direcciones x, y, y z.

Otra de las peculiaridades que tiene el software TurbSim es su compatibilidad con OpenFast mediante la integración del archivo de salida (.bts). Este archivo generado por TurbSim se acopla con el módulo de AeroDyn que se encarga del análisis de la aerodinámica de los aerogeneradores. Durante la simulación, OpenFast interpola los valores de la velocidad del viento sobre las secciones de los álabes de la turbina, considerando su posición y movimiento a lo largo del tiempo. Esta

interacción permite capturar los efectos dinámicos del viento sobre el comportamiento estructural, las cargas transitorias, la respuesta aeroelástica del sistema y su eficiencia energética.

2.3.5. Estudio de aerogeneradores con OpenFast

OpenFast es una herramienta de simulación avanzada para el análisis de aerogeneradores, que considera el acoplamiento aero-hidro-servo-elástico del sistema. En esta sección se detalla su estructura modular, destacando los componentes encargados del modelado aerodinámico (AeroDyn) y estructural (ElastoDyn); se analiza su capacidad para realizar simulaciones en el dominio del tiempo, incorporando condiciones de viento generadas por TurbSim.

OpenFast es un paquete de software de código abierto diseñado específicamente para las simulaciones del comportamiento aerodinámico en aerogeneradores. Establecido en el año 2017, este software surge como la evolución del código FAST v8, con el objetivo de consolidarse como una herramienta de modelado comunitario desarrollada y utilizada por laboratorios de investigación, el sector industrial y el ámbito académico. Su desarrollo y mantenimiento están a cargo de un equipo especializado del Laboratorio Nacional de Energías Renovables de Estados Unidos de América (NREL). Este equipo tiene como meta garantizar que OpenFast sea un software eficiente, debidamente documentado y autosostenible [115]. OpenFast se caracteriza por ser una herramienta multifísica, capaz de llevar a cabo simulaciones no lineales en el dominio del tiempo, lo que permite representar de forma precisa la dinámica acoplada de turbinas eólicas. Para lograr esto, el software integra múltiples módulos computacionales especializados en diferentes fenómenos físicos, tales como:

- Aerodinámica.
- Hidrodinámica.
- Dinámica estructural.
- Sistemas de control (servo).
- Sistemas eléctricos.

La inclusión de diferentes módulos permite hacer simulaciones aero-hidro-servo-elásticas totalmente integradas, que son importantes para comprender cómo se comportan las turbinas bajo diferentes condiciones de operación. El funcionamiento general del software se muestra en la Figura 2-16, donde se presenta el diagrama de flujo del proceso de simulación de OpenFast. Además, es necesario mencionar que, al igual que TurbSim, OpenFast opera mediante la modificación de archivos (.dat), los cuales contienen la configuración del modelado. En estos archivos se pueden ajustar las propiedades del aerogenerador.

Para llevar a cabo una simulación completa, es necesario modificar principalmente los siguientes archivos clave:

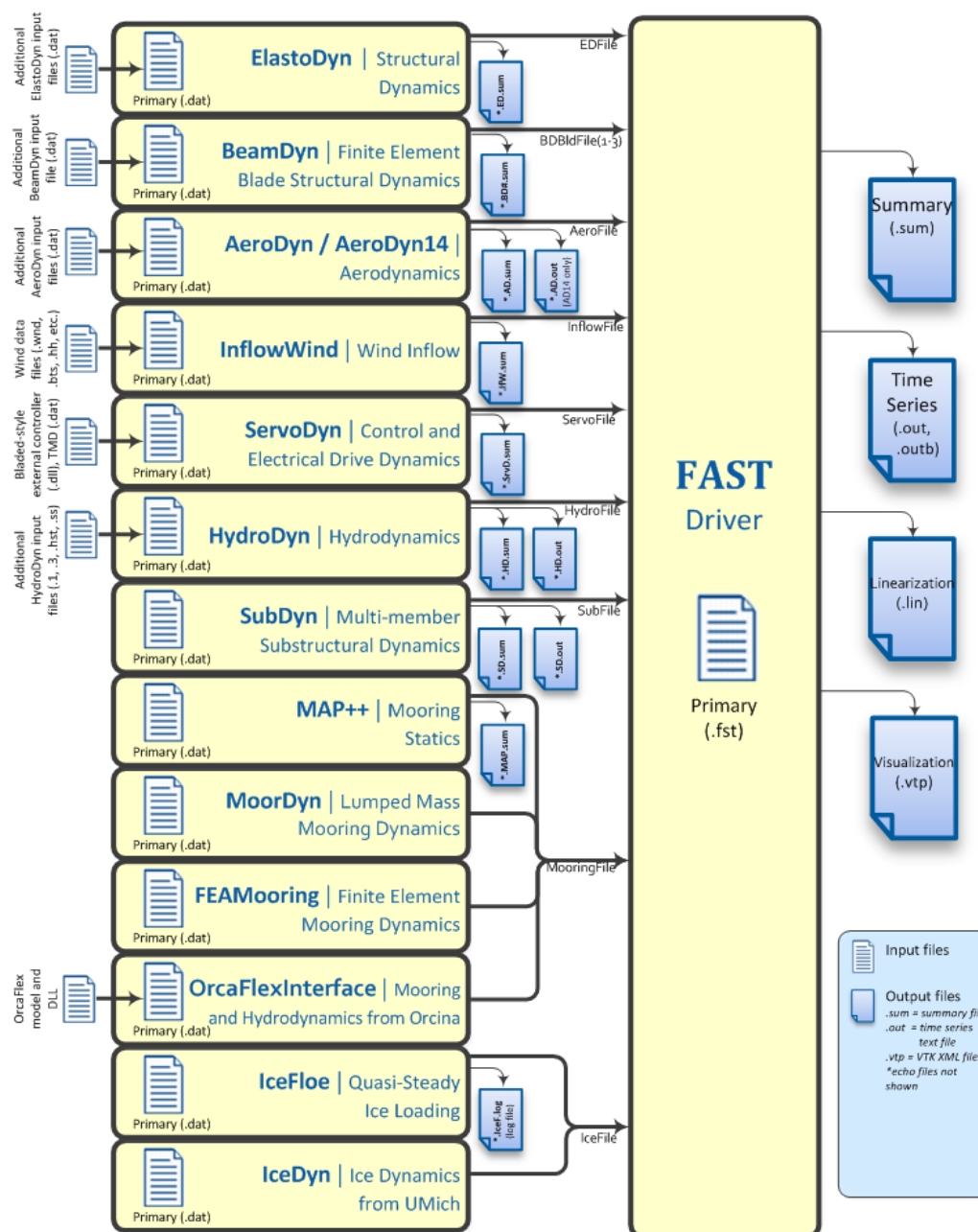


Figura 2-16. Diagrama del flujo del proceso de simulación de OpenFast [115].

- El archivo (.fst), es el archivo principal de la configuración del entorno de simulación de OpenFast. Este archivo define los parámetros globales de la simulación, como el tiempo total, el paso temporal y la activación de los módulos específicos (aerodinámica, dinámica estructural, viento, control, etc.). Además, establece la ruta de archivos de entrada correspondientes a cada submodelo, permitiendo una integración modular y flexible de los distintos componentes que describen el comportamiento aero-hidro-elástico de la turbina eólica.
- El archivo (AeroDyn.dat), corresponde al archivo de entrada principal del módulo aerodinámico dentro del marco de simulación de OpenFast. Este archivo define los

parámetros necesarios para el análisis de las cargas aerodinámicas sobre los álabes de la turbina del aerogenerador. Incluye el acceso al modelo BEM, las correcciones por pérdidas en la punta y el buje del álabe, la distribución aerodinámica a lo largo de los álabes (geometría, ángulo de torsión y perfil aerodinámico), así como las rutas de los archivos de perfiles (airfoils). La correcta configuración de este archivo es fundamental para representar con precisión las interacciones aerodinámicas en la turbina y el flujo de viento.

- El archivo (ElastoDyn.dat), es el archivo de entrada principal del módulo estructural de OpenFast. Este módulo se encarga de modelar la dinámica estructural del rotor, la torre y el conjunto de la turbina mediante un enfoque de cuerpos flexibles y rígidos. El archivo define propiedades físicas como la masa, el momento de inercia, rigideces, amortiguamiento, longitudes y condiciones de frontera. También permite la activación de los grados de libertad asociados al movimiento del rotor, la torre y la góndola. Configurar correctamente este archivo es fundamental para medir de manera precisa la respuesta dinámica de la turbina frente a excitaciones aerodinámicas y gravitatorias.
- El archivo (ServoDyn.dat), este archivo de entrada principal de OpenFast es el encargado de modelar los sistemas de control y actuación de la turbina eólica. Este archivo define la lógica del control del pitch de los álabes y del generador, así como las configuraciones de sensores, frenos, actuadores y la interfaz con controles externos. Puede incluir controladores básicos de la velocidad y el pitch. La correcta configuración de este archivo permite simular el comportamiento dinámico de la turbina bajo condiciones operativas realistas, incluyendo respuestas ante cambios de viento, arranques, frenados y eventos de seguridad.

Una de las principales ventajas de OpenFast es su versatilidad para simular una amplia variedad de configuraciones del aerogenerador, entre las que se incluyen: turbinas de eje horizontal con dos y tres álabes, control de regulación de pérdidas, turbinas a favor o en contra del viento, turbinas instaladas tanto en tierra firme como en entornos marinos, sobre estructuras de fondo fijo o plataformas flotantes. Por esta capacidad de adaptación, OpenFast se ha consolidado como una de las herramientas más utilizadas en el ámbito de la investigación de energía eólica, al proporcionar un entorno flexible y preciso para la simulación dinámica de turbinas.

2.4. Aerogenerador de referencia de la investigación (NREL 5MW)

En el campo de investigación y simulación de aerogeneradores, resulta indispensable la utilización de modelos de referencia estandarizados que permitan validar herramientas numéricas, comparar resultados entre distintas metodologías y analizar con precisión el comportamiento dinámico de las turbinas eólicas bajo diversas condiciones de operación. En este sentido, el modelo NREL 5MW se ha consolidado como un aerogenerador estándar ampliamente reconocido y empleado por la comunidad científica y la industria. Esto se debe a que proporciona un conjunto completo de datos estructurales, aerodinámicos y de control representativos de aerogeneradores de gran potencia utilizados a nivel comercial [8, 12, 58-60, 90-98, 107-112, 116].

Este aerogenerador fue desarrollado por el Laboratorio Nacional de Energías Renovables de Estados Unidos de América (NREL), con el propósito de establecer una base técnica robusta y de acceso libre que sirviera como un punto de partida para el análisis detallado de aerogeneradores tanto terrestres como marinos [116]. Su diseño conceptual está basado en tecnologías reales,

recopiladas a partir de proyectos académicos e industriales, lo que garantiza su aplicabilidad y realismo. Además, su documentación accesible ha hecho más fácil su uso en diferentes plataformas de simulación aeroelástica, como OpenFast. Esto lo convierte en una herramienta fundamental para el desarrollo de modelos de control, análisis estructural, diseño de componentes y estudios de comportamiento en distintas condiciones de operación. Por estas razones, en el presente trabajo de investigación se usa el modelo de aerogenerador NREL 5 MW como base de estudio para la realización de simulaciones numéricas y análisis dinámicos orientados al desarrollo y diseño de estrategias de control de vibraciones. En las Secciones 2.4.1 y 2.4.2 se presentan tanto sus propiedades físicas como sus propiedades aerodinámicas.

2.4.1. Propiedades físicas del aerogenerador

El aerogenerador NREL 5MW es una turbina eólica de eje horizontal, con tres álabes y control de velocidad variable mediante paso colectivo (pitch control). Está diseñado para operar en condiciones marinas o terrestres, y cuenta con un sistema de transmisión a alta velocidad. Las propiedades físicas principales del aerogenerador se resumen en la Tabla 2-2.

Tabla 2-2. Propiedades básicas del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).

Propiedades generales del aerogenerador NREL 5MW	
Clasificación	5 MW
Orientación del rotor, Configuración	Upwind, 3 Álabes
Control	Velocidad variable, Pitch colectivo
Transmisión	Alta velocidad, caja de cambios multivariable
Diámetro del rotor y la nariz	126 m, 3 m
Altura de la nariz	90 m
Velocidad de viento de corte de entrada, nominal y corte de salida	3 m/s, 11.4 m/s, 25 m/s
Velocidad del rotor de corte de entrada y nominal	6.9 rpm, 12.1 rpm
Velocidad pico nominal	80 m/s
Voladizo, Inclinación del eje, Precono	5 m, 5°, 2.5°
Masa del rotor	110,000 kg
Masa de la góndola	240,000 kg
Masa de la torre	347,460 kg
Ubicación del centro de masa global	(-0.2 m, 0.0 m, 64.0 m)

Las propiedades generales de los álabes, como la masa total, momentos de inercia y centro de masa, se presentan en la Tabla 2-3.

Tabla 2-3. Propiedades básicas del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).

Propiedades generales de los álabes del aerogenerador NREL 5MW	
Longitud	61.5
Factor de escala de la masa	4.536 %
Masa total	17,740 kg
Segundo momento de inercia (respecto de la raíz)	11,776,047 kg m ²
Primer momento de inercia (respecto de la raíz)	363,231 kg m
Centro de masa local (respecto de la raíz a lo largo del eje de precono)	20.475 m
Relación de amortiguamiento estructural (todos los modos)	0.477465 %

Además, la turbina consta de 3 álabes de 61.5 m de longitud, con propiedades estructurales distribuidas a lo largo del eje longitudinal. Estas propiedades incluyen la densidad de la masa por unidad de longitud, rigidez a la flexión en las direcciones del canto y del ala, detalladas en la Tabla 2-4.

Tabla 2-4. Propiedades distribuidas en los álabes del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).

Propiedades de los álabes							
Envergadura del aspa	Masa por unidad de longitud (kg/m)	Rigidez Ala (Nm ²)	Rigidez Canto (Nm ²)	Envergadura del aspa	Masa por unidad de longitud (kg/m)	Rigidez Ala (Nm ²)	Rigidez Canto (Nm ²)
0	678.935	1.81E+10	1.81E+10	0.52358	253.207	5.35E+08	2.55E+09
0.00325	678.935	1.81E+10	1.81E+10	0.5561	241.666	4.09E+08	2.33E+09
0.01951	773.363	1.94E+10	1.96E+10	0.58862	220.638	3.15E+08	1.83E+09
0.03577	740.55	1.75E+10	1.95E+10	0.62115	200.293	2.39E+08	1.58E+09
0.05203	740.042	1.53E+10	1.98E+10	0.65366	179.404	1.76E+08	1.32E+09
0.06829	592.496	1.08E+10	1.49E+10	0.68618	165.094	1.26E+08	1.18E+09
0.08455	450.275	7.23E+09	1.02E+10	0.7187	154.411	1.07E+08	1.02E+09
0.10081	424.054	6.31E+09	9.14E+09	0.75122	138.935	9.09E+07	7.98E+08
0.11707	400.638	5.53E+09	8.06E+09	0.78376	129.555	7.63E+07	7.10E+08
0.13335	382.062	4.98E+09	6.88E+09	0.81626	107.264	6.11E+07	5.18E+08
0.14959	399.655	4.94E+09	7.01E+09	0.84878	98.776	4.95E+07	4.55E+08
0.16585	426.321	4.69E+09	7.17E+09	0.8813	90.248	3.94E+07	3.95E+08
0.18211	416.82	3.95E+09	7.27E+09	0.89756	83.001	3.47E+07	3.54E+08
0.19837	406.186	3.39E+09	7.08E+09	0.91382	72.906	3.04E+07	3.05E+08
0.21465	381.42	2.93E+09	6.24E+09	0.93008	68.772	2.65E+07	2.81E+08
0.23089	352.822	2.57E+09	5.05E+09	0.93821	66.264	2.38E+07	2.62E+08
0.24715	349.477	2.39E+09	4.95E+09	0.94636	59.34	1.96E+07	1.59E+08
0.26341	346.538	2.27E+09	4.81E+09	0.95447	55.914	1.60E+07	1.38E+08
0.29595	339.333	2.05E+09	4.50E+09	0.9626	52.484	1.28E+07	1.19E+08
0.32846	330.004	1.83E+09	4.24E+09	0.97073	49.114	1.01E+07	1.02E+08
0.36098	321.99	1.59E+09	4.00E+09	0.97886	45.818	7.55E+06	8.51E+07
0.3935	313.82	1.36E+09	3.75E+09	0.98699	41.669	4.60E+06	6.43E+07
0.42602	294.734	1.10E+09	3.45E+09	0.99512	11.453	2.50E+05	6.61E+06
0.45855	287.12	8.76E+08	3.14E+09	1	10.319	1.70E+05	5.01E+06
0.49106	263.343	6.81E+08	2.73E+09	-	-	-	-

Las formas modales dominantes de los álabes en las direcciones del canto y el ala están definidas por funciones polinómicas de sexto orden en función de la posición fraccionada, como se indican a continuación:

$$\phi_e(r) = -0.6952\bar{r}^6 + 2.3760\bar{r}^5 - 3.5772\bar{r}^4 + 2.5337\bar{r}^3 + 0.3627\bar{r}^2 \quad (2.80)$$

$$\phi_f(r) = -2.2555\bar{r}^6 + 4.7131\bar{r}^5 - 3.2452\bar{r}^4 + 1.7254\bar{r}^3 + 0.0622\bar{r}^2 \quad (2.81)$$

En cuanto a la góndola y la nariz (donde ocurre el acoplamiento de los álabes), que albergan los componentes claves como el generador y la caja de engranajes, sus propiedades geométricas, de masa e inercia están detalladas en la Tabla 2-5.

Tabla 2-5. Propiedades generales de la góndola y de la nariz de aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).

Propiedades de la góndola y la nariz	
Elevación del rumbo de guiñada sobre el suelo	87.6 m
Distancia vertical a lo largo del eje de guiñada desde el cojinete de guiñada hasta el eje	1.96256 m
Distancia a lo largo del eje desde el centro del cubo al eje de guiñada	5.01910 m
Distancia a lo largo del eje desde el centro del cubo hasta el cojinete principal	1.912 m
Masa de la nariz	56780 kg
Inercia de la nariz sobre el eje de baja velocidad	115,926 kg m ²
Masa de la góndola	240,000 kg
Inercia de la góndola respecto al eje de guiñada	2,607,890 kg m ²
Centro de masa de la góndola ubicado a sotavento del eje de guiñada	1.9 m
Centro de masa de la góndola ubicado sobre el cojinete de guiñada	1.75 m
Constante de rigidez torsional equivalente Nacelle-Yaw-Actuator	9,028,320,000 Nm/rad

Constante de amortiguamiento torsional equivalente Nacelle-Yaw-Actuator	19,160,000 Nm/(rad/s)
Tasa de giro nominal de la góndola	0.3 °/s

Finalmente, la torre, modelada como una estructura cónica tubular con propiedades estructurales distribuidas en la altura, presenta sus propiedades generales en la Tabla 2-6 y las propiedades estructurales distribuidas fraccionariamente en la Tabla 2-7.

Tabla 2-6. Propiedades generales de la torre del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).

Propiedades generales de la torre	
Altura sobre el suelo	87.6 m
Masa total	347,460 m
Localización del centro de masa (Respecto a la línea central de la torre)	38.234 m
Relación de amortiguamiento estructural	1 %

Tabla 2-7. Propiedades distribuidas de la torre del aerogenerador NREL 5MW (modificado de [116]).

Propiedades de la torre			
Distancia fraccional	Densidad de masa (kg/m)	Rigidez Ala (Nm ²)	Rigidez Canto (Nm ²)
0	4306.51	4.74E+11	4.74E+11
0.1	4030.44	4.13E+11	4.13E+11
0.2	3763.45	3.58E+11	3.58E+11
0.3	3505.52	3.08E+11	3.08E+11
0.4	3256.66	2.64E+11	2.64E+11
0.5	3016.86	2.25E+11	2.25E+11
0.6	2786.13	1.90E+11	1.90E+11
0.7	2564.46	1.59E+11	1.59E+11
0.8	2351.87	1.33E+11	1.33E+11
0.9	2148.34	1.10E+11	1.10E+11

Los modos de vibración de la torre en las direcciones adelante-atrás y lado-lado se representan mediante las siguientes funciones polinomiales:

$$\phi_{t,fa}(z) = -2.5040\bar{z}^6 + 6.2275\bar{z}^5 - 5.6202\bar{z}^4 + 2.1963\bar{z}^3 + 0.7004\bar{z}^2 \quad (2.82)$$

$$\phi_{t,ss}(z) = -2.2555\bar{z}^6 + 4.7131\bar{z}^5 - 3.2452\bar{z}^4 + 1.7254\bar{z}^3 + 0.0622\bar{z}^2 \quad (2.83)$$

2.4.2. Propiedades aerodinámicas

Las propiedades aerodinámicas del aerogenerador NREL 5MW están definidas a lo largo de los álabes en 19 nodos distribuidos. En cada nodo se especifican la posición radial, el ángulo de torsión (twist), la longitud de la cuerda y el perfil aerodinámico utilizado, información que se presenta en la Tabla 2-8. Estos perfiles aerodinámicos se basan en combinaciones de la serie DU (Delft University) y NACA, optimizados para las condiciones operativas reales de la turbina.

Por otra parte, la distribución y composición de los perfiles a lo largo del álabe se muestran en la Figura (2-17), donde se ilustran la geometría de los álabes y los distintos tipos de perfiles que conforman la sección aerodinámica.

Tabla 2-8. Propiedades aerodinámicas de los álabes del aerogenerador NREL 5MW [116].

Propiedades aerodinámicas distribuidas en los álabes				
Nodo	Pos. (m)	Twist (°)	Chord (m)	Airfoil
1	0	13.31	3.542	Cylinder1.dat
2	1.3667	13.31	3.542	Cylinder1.dat
3	4.1	13.31	3.854	Cylinder1.dat
4	6.8333	13.31	4.167	Cylinder2.dat
5	10.25	13.31	4.557	DU40_A17.dat
6	14.35	11.48	4.652	DU35_A17.dat
7	18.45	10.16	4.458	DU35_A17.dat
8	22.55	9.01	4.249	DU30_A17.dat
9	26.65	7.8	4.007	DU25_A17.dat
10	30.75	6.54	3.748	DU25_A17.dat
11	34.85	5.36	3.502	DU21_A17.dat
12	38.95	4.19	3.256	DU21_A17.dat
13	43.05	3.13	3.01	NACA64_A17.dat
14	47.15	2.32	2.764	NACA64_A17.dat
15	51.25	1.53	2.518	NACA64_A17.dat
16	54.6667	0.86	2.313	NACA64_A17.dat
17	57.4	0.37	2.086	NACA64_A17.dat
18	60.1333	0.11	1.419	NACA64_A17.dat
19	61.5	0	0.961	NACA64_A17.dat

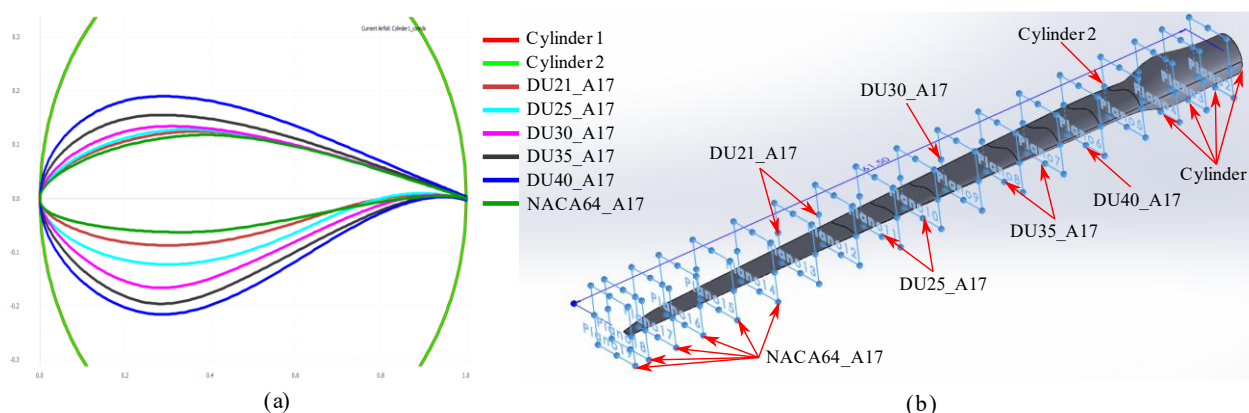


Figura 2-17. Constitución de los álabes del aerogenerador NREL 5MW: (a) Contornos base de los perfiles aerodinámicos, (b) Representación visual de los álabes en función de los perfiles aerodinámicos.

2.5. Fundamentos teóricos adicionales para el modelado de aerogeneradores

El modelo dinámico de un aerogenerador requiere el uso de herramientas numéricas y conceptos teóricos que permitan representar adecuadamente el comportamiento estructural y vibratorio del sistema. Para ello, se emplean diversos métodos de integración numérica y análisis modal que faciliten la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales, la obtención de frecuencias naturales y la evaluación de sistemas ante diferentes condiciones de carga.

Entre las técnicas relevantes que se utilizaron como base de estudio en esta investigación se encuentra el método del trapecio, utilizado para la integración de las propiedades del aerogenerador, así como la teoría base de rotodinámica para la obtención de las frecuencias naturales y el mapeo de estas mediante el diagrama de Campbell. Además, se emplea el método de integración directa de Newmark para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales del aerogenerador en el dominio del tiempo y poder analizar la respuesta transitoria ante las cargas complejas. Todos estos fundamentos esencialmente se describen en las Secciones 2.5.1 a la 2.5.3.

2.5.1. Integración numérica por el método del trapecio

Al analizar y modelar el comportamiento de un aerogenerador, a menudo es necesario calcular integrales definidas que muestran el comportamiento acumulativo de algunas variables, como las propiedades físicas y aerodinámicas de la estructura de estos dispositivos. En muchos casos, estas integrales no pueden resolverse de manera analítica debido a la naturaleza de sus datos o la complejidad de las funciones involucradas. Por esta razón, se hace uso de métodos numéricos de integración, siendo la regla del trapecio la más destacada por su sencillez y precisión aceptable para una variedad de aplicaciones en ingeniería.

La regla del trapecio es un método de integración numérica perteneciente a la familia de fórmulas de Newton-Cotes, utilizadas para aproximar el valor de integrales definidas cuando la función del integrando es conocida únicamente en un conjunto de puntos discretos o cuando su forma analítica es demasiado compleja para una integración exacta [117]. La regla del trapecio se basa en la idea de aproximar el área bajo la curva de una función $f(x)$, en el intervalo $[a, b]$, mediante la suma de sus áreas de trapecios. En lugar de evaluar exactamente la integral:

$$\int_a^b f(x) dx \quad (2.84)$$

Se aproxima esta área, calculando el área de un trapecio formado por la recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$. Esta regla establece tres condiciones de implementación que se muestran de forma ilustrativa en la Figura 2-18, las cuales son:

- Forma básica (un solo intervalo).

Si se considera únicamente un subintervalo $[a, b]$ la integral se aproxima por:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)] \quad (2.85)$$

- Forma general (varios subintervalos o segmentos a la misma distancia).

Cuando el intervalo $[a, b]$ se divide en n subintervalos de igual longitud $h = (b-a)/n$, se aplica la siguiente formula:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)] \quad (2.86)$$

Donde:

$x_0 = a$, $x_n = b$ y $f(x_i)$ son los valores de los puntos intermedios.

- Forma para segmentos desiguales.

En muchos casos, como ocurre con datos experimentales o mallas no uniformes, los segmentos no son iguales. En este caso, se aplica la regla del trapecio en forma segmentada, calculando la contribución de cada subintervalo de manera individual.

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n h_i [f(x_{i-1}) + f(x_i)] \quad (2.87)$$

Donde $h_i = x_i - x_{i-1}$ es la longitud del subintervalo i , y $f(x_i)$ son los valores de la función en los puntos extremos de cada subintervalo.

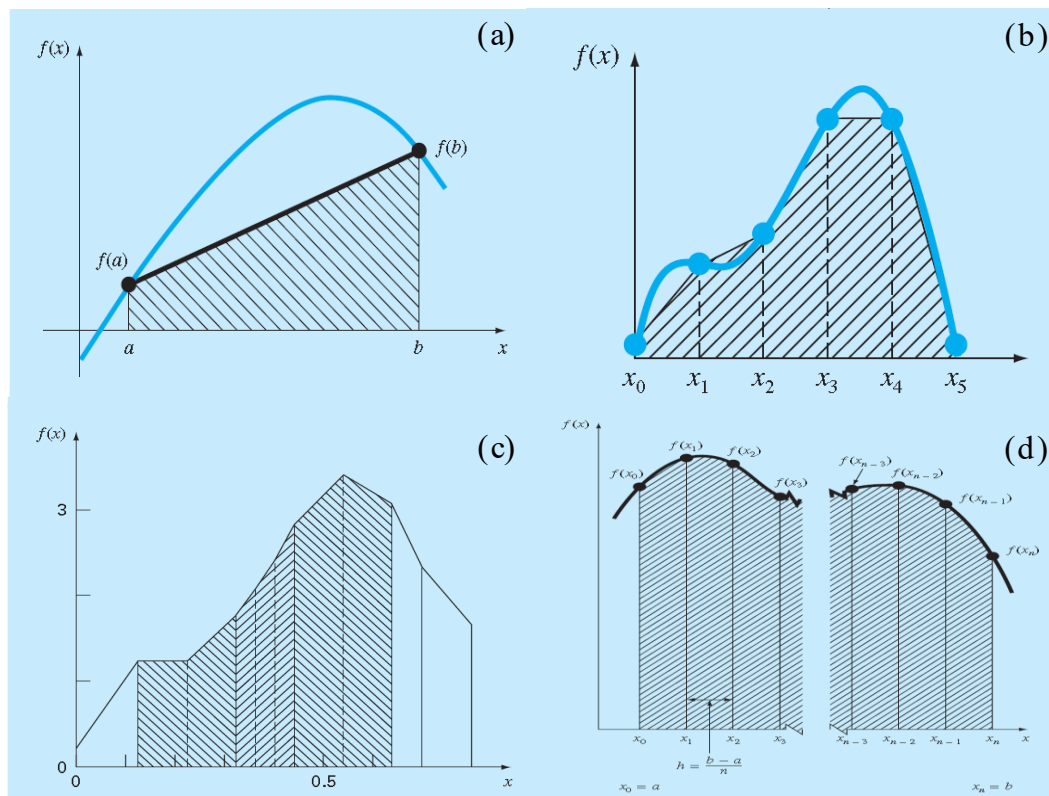


Figura 2-18. Ilustraciones de la regla del trapecio, (a) Aplicación básica, (b) Aplicación múltiple con segmentos iguales, (c) Aplicación múltiple con segmentos desiguales, (d) Nomenclatura para aplicación múltiple (modificado de [117]).

2.5.2. Teoría base de rotodinámica

El análisis rotodinámico conforma una parte esencial del estudio dinámico de sistemas rotativos como turbinas, generadores y aerogeneradores. Su objetivo es predecir el comportamiento dinámico del rotor a diferentes velocidades de giro y condiciones de excitación, considerando efectos como el giroscópico, la rigidez centrífuga y las interacciones rotor-estator. Entre las herramientas más importantes se encuentran el método directo para la obtención de frecuencias naturales y el diagrama de Campbell. En las Secciones 2.5.2.1 a 2.5.2.3 se presenta una breve explicación de estos métodos basada en la literatura de Lalanne y Ferraris [118].

2.5.2.1. Método directo

El método directo es una herramienta fundamental en el análisis dinámico de sistemas lineales, puesto que permite calcular directamente las frecuencias naturales, modos de vibración y las FRF del sistema, a partir de sus propiedades físicas representadas por las matrices de masa $[M]$, rigidez $[K]$ y amortiguamiento $[C]$ [118]. Este enfoque parte de la ecuación general de la dinámica de un cuerpo descrita por la Ec. (2.3) Sección 2.1.1 de este documento. De acuerdo con este método, nuevamente se propone una solución tipo exponencial para resolver el sistema de ecuaciones.

$$\{x(t)\} = X e^{\omega t} \quad (2.88)$$

Al sustituir la Ec. (2.88) en (2.3), se obtiene:

$$(\omega^2[M] + \omega[C] + [K])X = 0 \quad (2.89)$$

Usando la siguiente identidad.

$$[M]X = [M]X \quad (2.90)$$

La solución de la Ec. (2.89) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega X \\ X \end{Bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & -[K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega X \\ X \end{Bmatrix} \quad (2.91)$$

Rescribiendo la Ec. (2.91).

$$[A]\{\hat{X}\} = \lambda[B]\{\hat{X}\} \quad (2.92)$$

Donde:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C(\Omega)] \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & -[K] \end{bmatrix}, \quad \lambda = \frac{1}{\omega}, \quad \{\hat{X}\} = \begin{Bmatrix} \omega X \\ X \end{Bmatrix}$$

Las soluciones del problema de eigenvalores y eigenvectores definido en la Ec. (2.91) se obtiene mediante una técnica interactiva simultánea. Dado que las matrices $[A]$ y $[B]$ involucradas en el problema son reales, los eigenvalores resultantes son, en general, complejos y aparecen en pares conjugados complejos. Estos valores permiten determinar la frecuencia natural de cada modo de vibración. En la práctica, este análisis puede realizarse de manera eficiente mediante el uso del comando eig de Matlab, el cual permite resolver problemas de la forma descrita en la Ec. (2.92) proporcionando el conjunto de eigenvalores complejos λ_i y sus respectivos eigenvectores $\{X_i\}$. A partir de estos resultados, se pueden calcular:

- Las frecuencias naturales de la estructura $\omega_i = j m(\omega_i)$.
- Los modos de vibración asociados a partir de los vectores propios $\{\hat{X}_i\}$.
- La estabilidad del sistema evaluando el signo de la parte real de ω_i .

Por otro lado, este método además puede determinar la respuesta del sistema sujeta a cargas armónicas. Considerando nuevamente la Ec. (2.3) y la fuerza de excitación armónica en sus componentes trigonométricas.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = f_1 \sin \omega t + f_2 \cos \omega t \quad (2.93)$$

Proponiendo una solución de la forma:

$$P = P_1 \sin \omega t + P_2 \cos \omega t \quad (2.94)$$

Identificando los términos correspondientes al $\sin \omega t$ y el $\cos \omega t$, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} [K] - [M]\omega^2 & -\omega[C] \\ \omega[C] & [K] - [M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (2.95)$$

Donde la solución de la Ec. (2.95) puede expresarse como:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K] - [M]\omega^2 & -\omega[C] \\ \omega[C] & [K] - [M] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

Esta ecuación se resolverá para cada incremento de ω , generando así las FRFs, de cada coordenada generalizada.

2.5.2.2. Diagrama de Campbell

El diagrama de Campbell es una representación gráfica ampliamente utilizada en el análisis dinámico de los sistemas rotodinámicos. Su función principal es representar el cambio de las frecuencias naturales del sistema en función de la velocidad de rotación del rotor, permitiendo identificar condiciones críticas de operación, como resonancias e inestabilidad.

La estructura del diagrama se compone principalmente de dos gráficos:

- Las curvas de frecuencias naturales del sistema, obtenidas a partir del análisis modal o de elementos finitos. Estas frecuencias pueden variar debido a efectos giroscópicos, rigidez centrífuga y condiciones de soporte.
- Las líneas de excitación, también conocidas como órdenes armónicos (1x, 2x, 3x, ...), que representan las frecuencias forzadas generadas por los componentes del rotor, desbalances o desequilibrios en el sistema. Estas líneas son rectas con pendiente constante, ya que su frecuencia crece proporcionalmente con su velocidad.

El aspecto más importante de este diagrama es la identificación de las intersecciones entre las curvas de estos dos gráficos. Estas intersecciones son llamadas velocidades críticas, en las que la frecuencia de excitación coincide con la frecuencia del sistema (efecto de resonancia). Además, en sistemas donde los efectos giroscópicos son relevantes, la frecuencia natural puede dividirse en dos modos: el forward (precesión al sentido de rotación del rotor) y el backward (precesión en sentido contrario). Estos modos se comportan de forma distinta con respecto al incremento de velocidad: el forward general aumenta su frecuencia, mientras que el backward tiende a disminuirla. En la Figura 2-19, se presenta un gráfico representativo del diagrama de Campbell, donde se muestran las características mencionadas anteriormente.

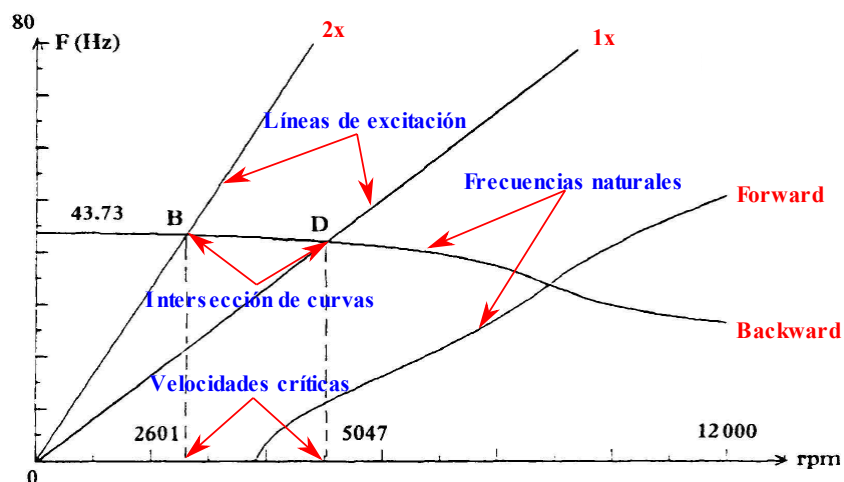


Figura 2-19. Principales características del diagrama de Campbell (modificado de [118]).

2.5.3. Método de integración directa de Newmark

El método de integración directa de Newmark es una técnica ampliamente utilizada en el análisis dinámico de sistemas estructurales. Este método permite resolver el sistema de ecuaciones de la forma general de la dinámica estructural mencionada anteriormente en la Ec. (2.3) de la Sección 2.1.1. Este método se basa en la suposición de que la aceleración varía linealmente en cada incremento de tiempo Δt . Esta hipótesis permite establecer expresiones aproximadas para los desplazamientos y velocidades en el instante $t + \Delta t$, a partir de los valores en el instante actual y los parámetros numéricos $\tilde{\alpha}$ y $\tilde{\beta}$, que definen cómo la aceleración entra en las ecuaciones de velocidad y desplazamiento al final de cada paso de tiempo. Donde la configuración para representar un comportamiento de aceleración lineal es:

$$\tilde{\beta} = \frac{1}{6}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{1}{2} \quad (2.97)$$

Este esquema, conocido como método de aceleración lineal, proporciona una aproximación de la respuesta dinámica del sistema en condiciones de cargas externas. La suposición de aceleración lineal dentro del intervalo Δt se presenta en la Figura 2-20, donde se muestra cómo se integra la aceleración en el tiempo bajo esta suposición [119].

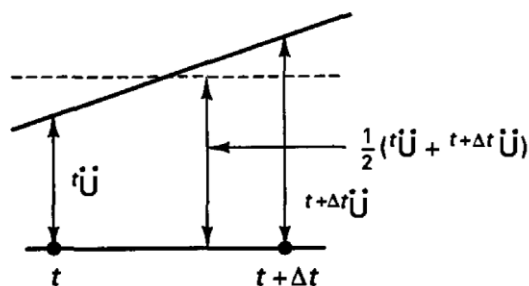


Figura 2-20. Diagrama esquemático de la aceleración lineal mediante la metodología de integración directa de Newmark [119].

Los pasos generales para la correcta implementación de este método, se muestran a continuación:

- Preparación inicial del sistema: En este punto se definen los valores de las matrices estructurales del sistema y el vector de fuerzas.
- Inicialización de las condiciones iniciales: En este punto se establecen los valores iniciales para el desplazamiento X_0 , la velocidad $\dot{X}_0$ y la aceleración $\ddot{X}_0$.
- Definición de parámetros del análisis: En este punto se define el incremento del tiempo Δt y los parámetros $\tilde{\alpha} = 1/2$ y $\tilde{\beta} = 1/6$.
- Cálculo de las constantes de integración de la metodología.

Se determinan los valores de las siguientes constantes para simplificar las ecuaciones:

$$a_0 = \frac{1}{\tilde{\alpha}\Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}\Delta t}, \quad a_2 = \frac{1}{\tilde{\alpha}\Delta t}, \quad a_3 = \frac{1}{2\tilde{\alpha}} - 1, \quad a_4 = \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}} - 1, \quad (2.98)$$

$$a_5 = \Delta t^2 \left(\frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\alpha}} - 2 \right), \quad a_6 = \Delta t(1 - \tilde{\beta}), \quad a_7 = \tilde{\beta}\Delta t$$

- Formación de la matriz de rigidez efectiva.

Se determina la matriz de rigidez efectiva que incorpora el efecto dinámico con la siguiente ecuación:

$$[K]^* = [K] + a_0[M] + a_1[C] \quad (2.99)$$

- Factorización de la matriz de rigidez efectiva.

Realización del proceso de triangulación.

$$[K]^*: [K]^* = LDL^T \quad (2.100)$$

- Determinación de la solución en cada paso de tiempo

Cálculo de la fuerza efectiva.

$$F_{t+\Delta t}^* = F_{t+\Delta t} + [M](a_0X_t + a_2\dot{X}_t + a_3\ddot{X}_t) + [C](a_1X_t + a_4\dot{X}_t + a_5\ddot{X}_t) \quad (2.101)$$

Solución para el desplazamiento en $t + \Delta t$.

$$[K]^*X_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t}^* \quad (2.102)$$

Cálculo de la aceleración.

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = a_0(X_{t+\Delta t} - X_t) - a_2\dot{X}_t - a_3\ddot{X}_t \quad (2.103)$$

Cálculo de la velocidad.

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \dot{X}_t + a_6\ddot{X}_t + a_7\ddot{X}_{t+\Delta t} \quad (2.104)$$

2.5.4. Análisis e interpretación de señales estocásticas

Cuando una estructura está sujeta a cargas aleatorias, como las producidas por el viento, su comportamiento dinámico puede ser complicado de describir. El análisis de señales estocásticas permite analizar este tipo de respuestas y, en este caso en particular, evaluar la eficiencia del sistema de control de vibraciones que se requiere implementar en la dinámica de un aerogenerador. En este caso, el análisis comparativo de las señales estocásticas se basa en el dominio del tiempo y se trata de evitar el desfase de las señales. Esto garantiza una evaluación confiable aun cuando el acoplamiento de sistemas de control de vibraciones provoque un posible desfase de las señales.

La magnitud promedio de la respuesta se mide de acuerdo con el valor cuadrático medio (RMS), que se puede expresar como:

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t x^2(t) dt} \quad (2.105)$$

Que representa la amplitud promedio de la vibración y es proporcional a la energía medida del movimiento; si el valor RMS disminuye al acoplar el control de vibraciones, se puede concluir que el dispositivo está reduciendo la respuesta estructural [120]. Otra medida útil es el valor pico absoluto, que puede expresarse como:

$$x_{pico} = \max(|x(t)|) \quad (2.106)$$

Que representa el desplazamiento máximo que experimenta la estructura durante la exposición a la vibración. Sin embargo, este valor puede ser afectado por la incertidumbre del comportamiento estocástico del sistema y, por lo tanto, se complementa con el percentil 95 del valor absoluto que se puede expresar como:

$$P(|x(t)| \leq X_{95}) = 0.95 \quad (2.107)$$

Esta ecuación indica el valor alto típico de la vibración, excluyendo los valores extremos de corta duración. Por último, de acuerdo con la Ec. (2.105) se puede determinar la energía proporcional de la respuesta.

$$E = \int_0^t x^2(t) dt \quad (2.108)$$

Que representa el contenido energético total de la vibración a lo largo del tiempo. Una reducción en la energía total después de acoplar el sistema de control de vibraciones indicaría que existe una transferencia de energía del sistema principal, mitigando la vibración del sistema. Por último, para cuantificar la eficiencia del sistema de control de vibraciones, se realiza una comparación de los resultados obtenidos de la respuesta estructural base R_b con los del sistema de control de vibraciones R_a .

$$\%R = 100 \times \frac{R_b - R_a}{R_b} \quad (2.109)$$

Donde a valores positivos de $\%R$ indicaría una reducción o mejora de la respuesta, mientras que a valores negativos revelaría un aumento no deseado de la vibración del sistema.

Capítulo 3 Modelado adimensional de los dispositivos NS-NIDVAs

En este capítulo se describe de forma sistemática cómo se llevó a cabo el modelado adimensional de los dispositivos NS-NIDVAs (absorbedores no tradicionales basados en el inersor y la tecnología de rigidez negativa), con el objetivo de facilitar una mejor comprensión del análisis, diseño y el proceso de optimización. Se comienza con una descripción general del modelo físico. Luego, se presenta una explicación detallada de la dinámica de los dispositivos. Se consideran métodos tradicionales y enfoques que utilizan el concepto de admitancia mecánica, herramienta que fue fundamental para la simplificación del modelado matemático. Posteriormente, se aborda la optimización de estos dispositivos implementando metodologías de optimización como la ETPF (Extensión de la teoría del punto fijo), los criterios de rendimiento H_2 y H_∞ , evaluando su efectividad frente a datos reportados en la literatura, permitiendo obtener parámetros adimensionales óptimos para mejorar la robustez de los NS-NIDVAs en la mitigación de vibraciones estructurales en un amplio rango de condiciones dinámicas.

3.1. Descripción general del modelo

Los dispositivos NS-NIDVA se obtienen cuando las redes mecánicas basadas en el inersor y la rigidez negativa representan una conexión a tierra de la masa del TMD clásico, como se muestra en la Figura 3-1. Las redes mecánicas que se utilizan en estos dispositivos se basan en las configuraciones C3, C4 y C6 que, de acuerdo con Hu y Chen [51], representan las configuraciones más eficientes de la literatura.

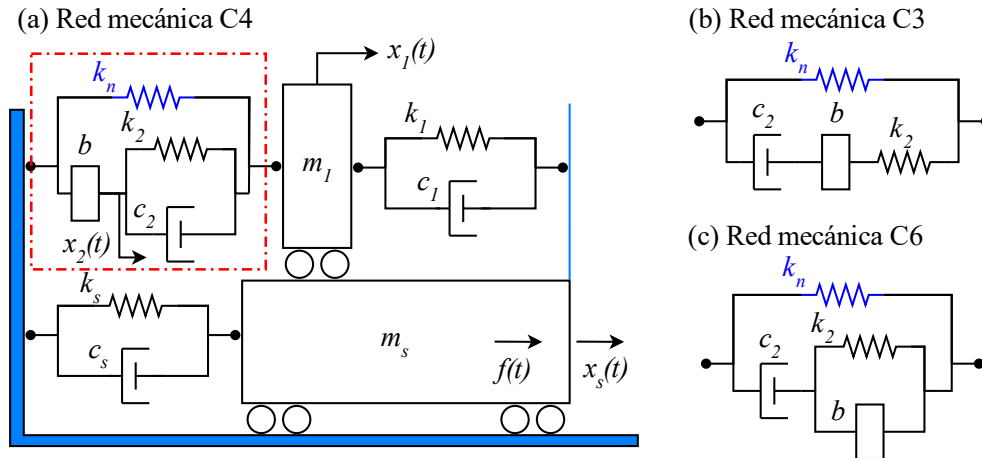


Figura 3-1. Diagrama esquemático de los dispositivos NS-NIDVAs: (a) NS-NIDVA C4, (b) NS-NIDVA C3, (c) NS-NIDVA C6 (modificado de [89]).

Donde:

- $m_{s,1}$: Representan la masa de la estructura y del DVA, respectivamente.
- b : Inertancia del inersor.
- $k_{s,1,2,n}$: Rigidez estructural, del resorte 1, 2 y la rigidez negativa, respectivamente.
- $c_{s,1,2}$: Amortiguamiento estructural y de los amortiguadores 1 y 2, respectivamente.

- $x_{s,1,2}(t)$: Desplazamientos de la estructura, la masa del IDVA y el inersor respectivamente.
- $f(t)$: Fuerza aplicada al sistema.

3.2. Modelado de los dispositivos NS-NIDVAs

En esta sección se trata el desarrollo del modelo dinámico de los dispositivos NS-NIDVAs. Comienza con la explicación del análisis tradicional que se usa para representar la dinámica de sistemas mecánicos complejos. A partir de ello, se justifica la necesidad de adoptar enfoques que permitan simplificar el proceso de modelado sin comprometer la precisión del análisis. En este sentido, se introduce el uso de la admitancia mecánica como una herramienta útil para facilitar y simplificar el modelado de la dinámica de los NS-NIDVAs. Este método permite reemplazar las expresiones diferenciales complejas de las redes mecánicas por una función algebraica en el dominio de la frecuencia, facilitando el análisis e integración de los dispositivos NS-NIDVAs dentro de un sistema general.

Luego, se presenta una ampliación del concepto de la admitancia mecánica que permite ampliar el acoplamiento de diferentes opciones de diseño de los DVAs. La metodología propuesta se justifica mediante fundamentos matemáticos y se realiza una comparación con datos de la literatura y los dispositivos NS-NIDVAs.

3.2.1. Metodología tradicional de modelado

Utilizando el análisis convencional de acuerdo con la literatura [89] y los fundamentos teóricos, se analizaron las tres configuraciones mecánicas de los dispositivos NS-NIDVAs. Con fines demostrativos, se utilizó el dispositivo NS-NIDVA C3 como ejemplo y describir el proceso de obtención de las ecuaciones de movimiento, así como la obtención de la función de transferencia de la estructura primaria. Utilizando la teoría descrita en la Sección 2.1.1. Mediante el formulismo de Euler-Lagrange, las energías del dispositivo NS-NIDVA C3 se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_s \dot{x}_s^2(t) + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2(t) + \frac{1}{2} b (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t))^2 \\ V &= \frac{1}{2} k_s x_s^2(t) + \frac{1}{2} k_1 (x_s(t) - x_1(t))^2 + \frac{1}{2} k_2 (x_1(t) - x_2(t))^2 + \frac{1}{2} k_n x_1^2(t) \\ \tilde{D} &= \frac{1}{2} c_s \dot{x}_s^2(t) + \frac{1}{2} c_1 (\dot{x}_s(t) - \dot{x}_1(t))^2 + \frac{1}{2} c_2 \dot{x}_3^2(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Aplicando el formulismo de Euler-Lagrange con base en la Ec. (2.2), se obtuvo el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s(t) + (c_s + c_1) \dot{x}_s(t) - c_1 \dot{x}_1(t) + (k_s + k_1) x_s(t) - k_1 x_1(t) &= f(t) \\ m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1 (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_s(t)) + (k_1 + k_2 + k_n) x_1(t) - k_1 x_s(t) - k_2 x_2(t) &= 0 \\ b (\ddot{x}_2(t) - \ddot{x}_3(t)) + k_2 (x_2(t) - x_1(t)) &= 0 \\ b (\ddot{x}_3(t) - \ddot{x}_2(t)) + c_2 \dot{x}_3(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Rescribiendo el sistema de ecuaciones de las Ec. (3.2) en función de parámetros adimensionales, los cuales se presentan a continuación.

$$j = \sqrt{-1}, \quad \Omega = \omega/\omega_s, \quad \beta = m_1/m_s, \quad \mu = b/m_1, \quad \delta = k_2/k_1, \quad q = k_n/k_1 \quad (3.3)$$

$$\eta = \omega_1/\omega_s, \quad \omega_s^2 = k_s/m_s, \quad \omega_1^2 = k_1/m_1, \quad \zeta_s = c_s/2\sqrt{k_s m_s}, \quad \zeta_1 = c_1/2\sqrt{k_1 m_1}, \quad \zeta_2 = c_2/2\sqrt{k_1 m_1}$$

Estas variables representan la relación de frecuencia forzada (Ω), relación de masa estructural-IDVA (β), IDVA-inersor (μ), relación de rigidez resorte 1-2 (δ), relación de rigidez negativa con la rigidez del resorte 1 (q), las relaciones de amortiguamiento (ζ_s), (ζ_1) y (ζ_2), y la relación de frecuencia no amortiguada de la estructura primaria y el IDVA (η). Sustituyendo la Ec. (3.3) en (3.2), el sistema de ecuaciones en el dominio de la frecuencia se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_s(t)/\omega_s^2 + 2\zeta_s/\omega_s \dot{x}_s(t) + 2\zeta_1\eta\beta/\omega_s (\dot{x}_s(t) - \dot{x}_1(t)) + x_s(t) + \eta^2\beta(x_s(t) - x_1(t)) &= f(t)/k_s \\ \ddot{x}_1(t)/\omega_s^2 + 2\zeta_1\eta/\omega_s (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_s(t)) + \eta^2(x_1(t) - x_s(t)) + \delta\eta^2(x_1(t) - x_2(t)) + q\eta^2x_1(t) &= 0 \\ \mu/\omega_s^2 (\ddot{x}_2(t) - \ddot{x}_3(t)) + \delta\eta^2(x_2(t) - x_1(t)) &= 0 \\ \mu/\omega_s^2 (\ddot{x}_3(t) - \ddot{x}_2(t)) + 2\zeta_2\eta/\omega_s \dot{x}_3(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

La Ec. (3.4) se puede representar en forma matricial como sigue:

$$\left(\frac{1}{\omega_s^2}\right)[M_{C3}]\{\ddot{x}(t)\} + \left(\frac{1}{\omega_s}\right)[C_{C3}]\{\dot{x}(t)\} + [K_{C3}]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.5)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \{F(t)\} &= \begin{Bmatrix} f(t)/k_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{\ddot{x}(t)\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s(t) \\ \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{x}(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{Bmatrix}, \quad \{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_s(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{Bmatrix}, \\ [M_{C3}] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & -\mu \\ 0 & 0 & -\mu & \mu \end{bmatrix}, \quad [C_{C3}] = \begin{bmatrix} 2\beta\eta\zeta_1 + 2\zeta_s & -2\beta\eta\zeta_1 & 0 & 0 \\ -2\eta\zeta_1 & 2\eta\zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\eta\zeta_2 \end{bmatrix}, \\ [K_{C3}] &= \begin{bmatrix} 1 + \beta\eta^2 & -\beta\eta^2 & 0 & 0 \\ -\eta^2 & \eta^2(1 + q + \delta) & -\delta\eta^2 & 0 \\ 0 & -\delta\eta^2 & \delta\eta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

De acuerdo con la Sección 2.1.2, la solución propuesta para una fuerza de excitación armónica del vector de desplazamientos es $\{x(t)\} = \{X(j\Omega)\}e^{-j\omega t}$. Por lo tanto, la solución del sistema de ecuaciones de la Ec. (3.5) es:

$$\{X(j\Omega)\} = [G(j\Omega)]^{-1}\{F\} \quad (3.6)$$

Donde:

$$[G(j\Omega)] = -\Omega^2[M_{C3}] + j\Omega[C_{C3}] + [K_{C3}]$$

Obteniendo la matriz inversa de $[G(j\Omega)]$ y considerando el desplazamiento de x_s , el comportamiento adimensional de la estructura primaria para la red mecánica NS-NIDVA C3 puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\frac{X(j\Omega)k_s}{f_0} = H_m(j\Omega)_{ci} = \sqrt{\frac{A_{ci}^2 + B_{ci}^2}{C_{ci}^2 + D_{ci}^2}} \quad \therefore i = 3, 4, 6 \quad (3.7)$$

Donde:

$$\begin{aligned} A_{C3} &= -\eta([4\zeta_1\zeta_2 + \mu(1+q)]\eta^2 - \Omega^2\mu)\delta - 4\Omega^2\mu\zeta_1\zeta_2\Omega \\ B_{C3} &= -2(-\delta\zeta_2(1+q)\eta^4 + [(\mu+1)\delta + \mu(1+q)]\zeta_2 + \mu\delta\zeta_1]\Omega^2\eta^2 - \Omega^4\mu\zeta_2) \\ C_{C3} &= -(\mu\Omega^5[4\zeta_1(\beta+1)\eta + \zeta_s]\zeta_2 + \eta\delta) - ([4\zeta_1\{(\mu\beta + \beta + 1)\delta + q\mu\beta\}\zeta_2 + \mu\delta(q + \beta + 1)]\eta^2 \\ &\quad + 4\zeta_s[(\mu+1)\delta + \mu(1+q)]\zeta_2 + \mu\delta\zeta_1]\eta + \mu(4\zeta_1\zeta_2 + \delta))\eta\Omega^3 + \eta^3\Omega\{q\beta(4\zeta_1\zeta_2 + \mu)\eta^2 + 4\zeta_s\zeta_2(1+q)\eta \\ &\quad + 4\zeta_1\zeta_2 + \mu(1+q)\}\delta) \\ D_{C3} &= 2\{([(\zeta_2 + (\beta+1)\zeta_1)\mu + \zeta_s]\eta^2 + \zeta_s(4\zeta_1\zeta_2 + \delta)\eta + (-\Omega^2 + 1)\zeta_2)\mu + \delta\eta^2\zeta_2\Omega^4 \\ &\quad - ([(\mu\beta + \beta + q + 1)\eta^2 + 4\zeta_1\eta\zeta_s + \mu + 1]\zeta_2 + (\eta^2q\beta\zeta_1 + \zeta_s(1+q)\eta + \zeta_1)\mu)\delta + \mu\zeta_2\{\eta^2q\beta + q + 1\}\} \\ &\quad \eta^2\Omega^2 + \delta\eta^4\zeta_2(\eta^2q\beta + q + 1)\} \end{aligned}$$

Siguiendo el mismo procedimiento, los términos del comportamiento adimensional de la estructura primaria para los dispositivos NS-NIDVA C4 y NS-NIDVA C6 son los siguientes:

Para NS-NIDVA C4:

$$\begin{aligned} A_{C4} &= \delta(1+q)\eta^4 - \Omega^2\{(\mu+1)\delta + \mu(1+q) + 4\zeta_1\zeta_2\}\eta^2 + \Omega^4\mu \\ B_{C4} &= 2\eta\Omega[(-\mu-1)\Omega^2 + \eta^2(1+q)]\zeta_2 - \zeta_1(\Omega^2\mu - \delta\eta^2) \\ C_{C4} &= \beta\delta\eta^6q + [(-\beta(q+\delta)\mu + (-q-\beta-1)\delta - 4q\beta\zeta_1\zeta_2)\Omega^2 + \delta(1+q)]\eta^4 - 4\{(1+q)\zeta_2 + \delta\zeta_1\}\Omega^2\zeta_s\eta^3 \\ &\quad + \Omega^2[4\beta\zeta_1\zeta_2 + \beta + \delta + q + 1)\mu + \delta + (4\zeta_1\beta + 4\zeta_1)\zeta_2]\Omega^2 + (-q - \delta - 1)\mu - 4\zeta_1\zeta_2 - \delta]\eta^2 \\ &\quad + 4((\zeta_1 + \zeta_2)\mu + \zeta_2)\Omega^4\zeta_s\eta - \Omega^6\mu + \Omega^4 \\ D_{C4} &= \Omega\{2([(\zeta_2 + (\beta+1)\zeta_1)\mu + \zeta_s]\eta + \zeta_s\mu)\Omega^4 - 2([(\zeta_2 + \zeta_1(q+\delta))\beta\mu + (q+\beta+1)\zeta_2 + \delta\zeta_1(\beta+1)]\eta^2 \\ &\quad + \{(1+\delta+q)\mu + 4\zeta_1\zeta_2 + \delta\}\zeta_s\eta + (\zeta_1 + \zeta_2)\mu + \zeta_2)\eta\Omega^2 + 2\eta^3\{q\beta(\delta\zeta_1 + \zeta_2)\eta^2 + \zeta_s\delta(1+q)\eta \\ &\quad + (1+q)\zeta_2 + \delta\zeta_1\}\} \end{aligned}$$

Para NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned} A_{C6} &= \delta(q+1)\eta^4 - \Omega^2\{(\mu+1)\delta + 4\zeta_1\zeta_2 + \mu(q+1)\}\eta^2 + \Omega^4\mu \\ B_{C6} &= 2\Omega\eta[(q+\delta+1)\zeta_2 + \delta\zeta_1]\eta^2 - \Omega^2(\mu\zeta_1 + \zeta_2) \\ C_{C6} &= -\Omega^6\mu + [(\mu+1)\delta + \mu(q+\beta+1) + 4\zeta_1\zeta_2(\beta+1)]\eta^2 + 4\zeta_s(\mu\zeta_1 + \zeta_2)\eta + \mu]\Omega^4 \\ &\quad + [(-4\beta\zeta_1\zeta_2 - \mu\beta - \beta - q - 1)\delta - q\beta(4\zeta_1\zeta_2 + \mu)]\eta^4 - 4\zeta_s\{(\zeta_1 + \zeta_2)\delta + \zeta_2(q+1)\}\eta^3 \\ &\quad + \{(-\mu-1)\delta + (-q-1)\mu - 4\zeta_1\zeta_2\}\eta^2]\Omega^2 + \beta\delta\eta^6q + \delta(q+1)\eta^4 \\ D_{C6} &= -2\Omega(-\beta\{(q+\delta)\zeta_2 + q\delta\zeta_1\}\eta^5 - \zeta_s\delta(1+q)\eta^4 + [(q+\beta+\delta+1)\zeta_2 + \zeta_1\{(\beta\mu + \beta + 1)\delta + q\mu\beta\}] \\ &\quad \Omega^2 + (-q - \delta - 1)\zeta_2 - \delta\zeta_1)\eta^3 + \Omega^2\{(1+\mu)\delta + 4\zeta_1\zeta_2 + \mu(1+q)\}\zeta_s\eta^2 - \Omega^2[[(\zeta_2 + (\beta+1)\zeta_1)\mu]\Omega^2 \\ &\quad - \mu\zeta_1 - \zeta_2]\eta - \Omega^4\mu\zeta_s) \end{aligned}$$

Considerando que el amortiguamiento histérico c_s y el amortiguamiento viscoso c_1 son despreciables en comparación con el efecto de disipación de energía del amortiguamiento viscoso

c_2 , los términos de la respuesta adimensional descrita en la Ec. (3.7) puede ser simplificada para cada una de las redes mecánicas.

Para el NS-NIDVA C3:

$$\begin{aligned} A_{C3} &= -2\zeta_2[-\eta^4\delta(1+q) + \Omega^2\{(\mu+1)\delta + (1+q)\mu\}\eta^2 - \Omega^4\mu] \\ B_{C3} &= \{\mu\Omega\delta(1+q)\eta^3 - \mu\eta\Omega^3\delta\} \\ C_{C3} &= -2\zeta_2(-\beta\delta\eta^6q + [\{(\beta\mu + \beta + q + 1)\delta + \beta q\mu\}\Omega^2 - \delta(1+q)]\eta^4 - [\{(q + \beta + 1)\mu \\ &\quad + (\mu + 1)\delta\}\Omega^2 + (-\mu - 1)\delta - (1+q)\mu]\Omega^2\eta^2 + \Omega^6\mu - \Omega^4\mu) \\ D_{C3} &= \delta\eta[\beta\eta^4q + \{(-q - \beta - 1)\Omega^2 + q + 1\}\eta^2 + \Omega^4 - \Omega^2]\mu \end{aligned} \quad (3.8)$$

Para el NS-NIDVA C4:

$$\begin{aligned} A_{C4} &= \eta^4\delta(1+q) - \Omega^2\{(\mu+1)\delta + (1+q)\mu\}\eta^2 + \Omega^4 \\ B_{C4} &= 2\eta\Omega\zeta_2\{(-\mu - 1)\Omega^2 + (1+q)\eta^2\} \\ C_{C4} &= \beta\delta\eta^6q + [\{(-\beta\mu - \beta - q - 1)\delta - \beta q\mu\}\Omega^2 + \delta(1+q)]\eta^4 + [\{(\mu + 1)\delta + (q + \beta + 1)\mu\}\Omega^2 \\ &\quad + (-\mu - 1)\delta - (1+q)\mu]\Omega^2\eta^2 - \Omega^6\mu + \Omega^4 \\ D_{C4} &= 2\eta\{(\mu + 1)\Omega^4 + [(-\mu - 1)\beta - q - 1]\eta^2 - \mu - 1\}\Omega^2 + \eta^2(\beta\eta^2q + q + 1)\Omega\zeta_2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Para el NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned} A_{C6} &= \eta^4\delta(1+q) - \Omega^2\{(\mu+1)\delta + (1+q)\mu\}\eta^2 + \Omega^4 \\ B_{C6} &= 2\Omega\eta\zeta_2\{(q + \delta + 1)\eta^2 - \Omega^2\} \\ C_{C6} &= \beta\delta\eta^6q + [\{(-\beta\mu - \beta - q - 1)\delta - \beta q\mu\}\Omega^2 + \delta(1+q)]\eta^4 + [\{(\mu + 1)\delta + (q + \beta + 1)\mu\}\Omega^2 \\ &\quad + (-\mu - 1)\delta - (1+q)\mu]\Omega^2\eta^2 - \Omega^6\mu + \Omega^4 \\ D_{C6} &= 2\zeta_2(\beta(q + \delta)\eta^4 + \{(-q - \beta - \delta - 1)\Omega^2 + q + \delta + 1\}\eta^2 + \Omega^4 - \Omega^2)\eta \end{aligned} \quad (3.10)$$

Los coeficientes simplificados descritos en las Ecs. (3.8) a la (3.10) para la Ec. (3.7), se implementaron más tarde en todas las secciones de este capítulo.

3.2.2. Usos de la admitancia mecánica para la simplificación del modelado

Como se muestra en la sección anterior, el análisis tradicional de comportamiento dinámico de un sistema conlleva un análisis exhaustivo del diagrama esquemático, el análisis de energías, el cálculo de las ecuaciones de movimiento y la obtención de la respuesta de estado estable del sistema en el dominio de la frecuencia para cada caso de estudio. Este método hace que la metodología convencional de análisis dinámico de un sistema mecánico sea ineficiente cuando se requiere evaluar múltiples casos de estudio, como el caso de las diferentes alternativas de diseño de los NS-NIDVAs.

Teniendo esto en cuenta, Hu y Chen [51] propusieron una metodología que reduce las ecuaciones de movimiento del sistema mediante la introducción del concepto de admitancia mecánica. Esta metodología establece que cualquier configuración de las topologías de las redes mecánicas puede representarse como un disipador de energía en función de la velocidad. En

consecuencia, el diagrama esquemático mostrado en la Figura 3-1 puede simplificarse y representarse de la siguiente manera.

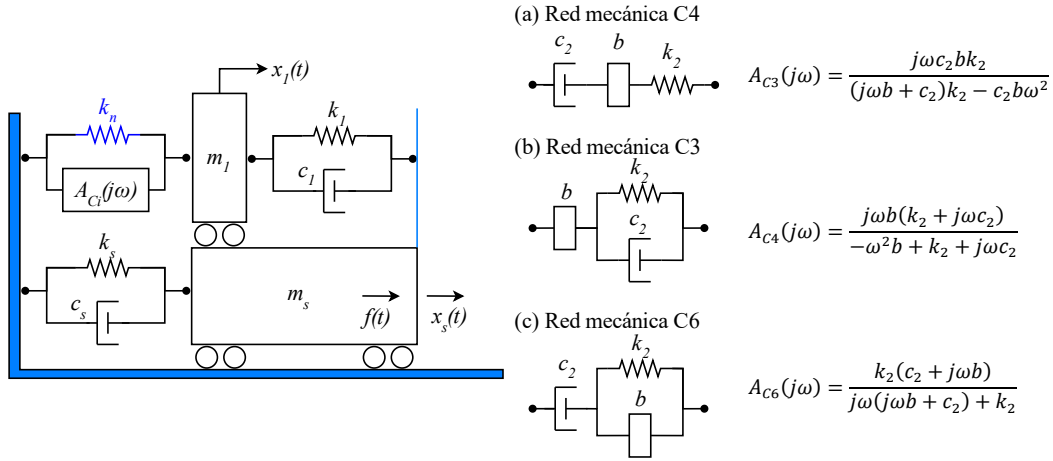


Figura 3-2. Diagrama esquemático simplificado por el concepto de admitancia mecánica de los dispositivos NS-NIDVAs, (a) Red mecánica C3, (b) Red mecánica C4, (c) Red mecánica C6.

Como puede observarse en la Figura 3-2, el diagrama esquemático se simplifica representando las redes mecánicas del dispositivo NS-NIDVA en la función $A_{Ci}(j\omega)$. Esto provoca una reducción de las coordenadas generalizadas a analizar resultando en un modelo general de 2 Gdl que puede expresarse de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s(t) + k_s x_s(t) + k_1(x_s(t) - x_1(t)) &= f(t) \\ m_l \ddot{x}_1(t) + A_{Ci}(j\omega) \dot{x}_1(t) + k_1(x_1(t) - x_s(t)) + k_n x_1(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Donde $A_{Ci}(j\omega)$, representa la admitancia mecánica de las redes mecánicas C3, C4, C6 o cualquier otra configuración de red que se requiera utilizar en este tipo de absorbedor. Sustituyendo los parámetros adimensionales descritos en la Ec. (3.3), el sistema de ecuaciones de la Ec. (3.11) se reescribe en función de los parámetros adimensionales.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_s(t) / \omega_s^2 + x_s(t) + \eta^2 \beta (x_s(t) - x_1(t)) &= f(t) / k_s \\ \ddot{x}_1(t) / \omega_s^2 + h_{Ci}(j\Omega) / \omega_s \dot{x}_1(t) + \eta^2 (x_1(t) - x_s(t)) + q \eta^2 x_1(t) &= 0 \quad i = 3, 4, 6 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Donde:

$$\begin{aligned} h_{C3}(j\Omega) &= \frac{2\zeta_2 \eta^2 \mu j \Omega \delta}{(\Omega j \mu + 2\eta \zeta_2) \delta \eta - 2\zeta_2 \mu \Omega^2}, \quad h_{C4}(j\Omega) = \frac{\mu \eta \Omega (j \delta \eta - 2\zeta_2 \Omega)}{2j \Omega \zeta_2 \eta - \Omega^2 \mu + \delta \eta^2}, \\ h_{C6}(j\Omega) &= \frac{\delta \eta^2 (\Omega j \mu + 2\eta \zeta_2)}{j \Omega (\Omega j \mu + 2\eta \zeta_2) + \delta \eta^2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Para una fuerza de excitación armónica ($e^{j\omega t}$), la solución de la Ec. (3.12) para el desplazamiento primario $x_s(t)$ es:

$$\frac{X(j\Omega)k_s}{f_0} = H_m(j\Omega)_{Ci} = \frac{j\Omega h_{Ci}(j\Omega) - \Omega^2 + \eta^2(1+q)}{(\beta \eta^2 - \Omega^2 + 1)(j\Omega h_{Ci}(j\Omega) - \Omega^2 + \eta^2(1+q)) - \beta \eta^4} \quad (3.14)$$

La Ec. (3.14) representa la respuesta dinámica general de la masa primaria del sistema acoplado con los dispositivos NS-NIDVAs. Esta expresión tiene la particularidad de permitir la sustitución de las funciones descritas en la Ec. (3.13), que al expandir y determinar su valor absoluto genera una respuesta equivalente a su correspondiente a la Ec. (3.7) de cada dispositivo NS-NIDVA.

3.2.3. Extensión del concepto de admitancia mecánica (Admitancia Global)

Como se mencionó en la Sección 3.2.2, el concepto de la admitancia mecánica permite representar una red mecánica mediante una función que refleja el efecto de un elemento de amortiguamiento equivalente. En este enfoque, la fuerza generada por la admitancia mecánica depende de la velocidad del sistema y reduce la cantidad de sus ecuaciones de movimiento. Esto facilita el tratamiento matemático para obtener la respuesta de estado estable o la FRF. A partir de este concepto, surge la idea de representar cualquier tipo de DVA con base en una función de amortiguamiento equivalente. Esta hipótesis se ilustra de forma representativa en la Figura 3-3.

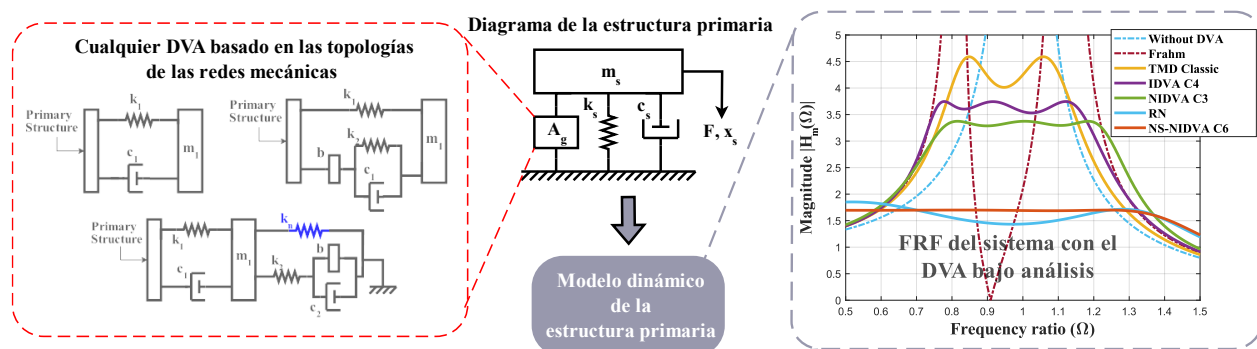


Figura 3-3. Idealización mediante la representación de los DVAs como una función de amortiguamiento equivalente (modificado de [121]).

Para evaluarla, se analizaron el TMD Clásico y el TMD tipo serie, los cuales constituyen los esquemas básicos de la mayoría de los diseños de DVAs presentes en la literatura. Usando estos dos tipos de DVAs, se creó una metodología de simplificación basada en el concepto de la admitancia mecánica, tal y como se muestra en la Figura 3-4. En esta figura se describe cómo se puede representar eficazmente el TMD clásico (Figura 3-4 (a)) y el TMD serie (Figura 3-4 (a)) en función del diagrama general mostrado en la Figura 3-4 (c).

Este diagrama de aplicación universal permite evaluar diferentes configuraciones de DVAs de manera sencilla. En este diagrama, los elementos mecánicos k_i y c_i pueden sustituirse por el término $A_i(s)$, denotado como sub-admitancia mecánica. Esta representa un acoplamiento virtual entre los elementos de masa m_i . Donde, es necesario destacar que la sub-admitancia $A_i(s)$ no se limita solo a configuraciones en paralelo k_i y c_i , sino que abarca diferentes posibilidades de redes mecánicas que combinan los elementos mecánicos como el resorte, amortiguador, inersor y rigidez negativa (se invita al lector a revisar la ref. [121], donde la metodología se describe con más detalle).

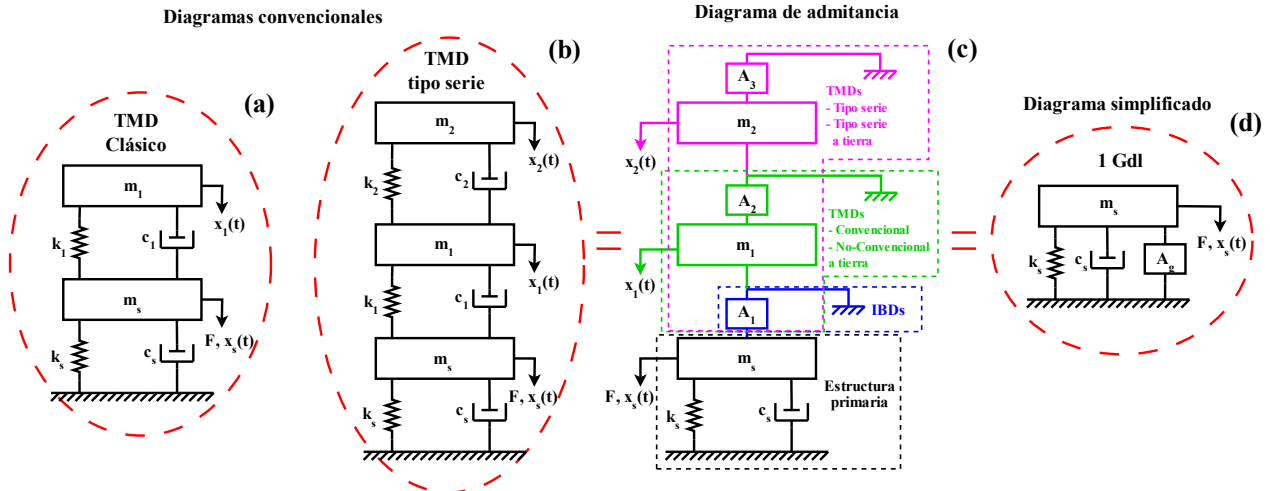


Figura 3-4. Analogía de simplificación del diagrama esquemático de los DVAs a un sistema de un Gdl. (a) diagrama del TMD clásico, (b) diagrama del TMD tipo serie, (c) diagrama general de los DVAs basados en la topología de las redes mecánicas usando el concepto de admitancia mecánica, (d) diagrama simplificado por la admitancia global (modificado de [121]).

Además, basándose en el diagrama esquemático de la Figura 3-4 (c), la mayoría de las alternativas de diseño de los DVAs pueden ser categorizadas en:

- Absorbedores basados en el inersor (IBDs): Dispositivos representados por el término $A_1(s)$ conectado entre la masa de la estructura primaria m_s y la conexión a tierra.
- TMD convencionales: Dispositivos representados por el término $A_1(s)$ conectado entre las masas m_s y m_1 .
- TMD no convencionales: Se añade al TMD convencional el término $A_2(s)$ como un elemento mecánico que actúa como una conexión entre la masa m_1 a tierra.
- TMD tipo serie: En este caso, el término $A_2(s)$ funciona como la conexión entre las masas m_1 y m_2 .
- TMD tipo serie con conexión a tierra: Se añade el término $A_3(s)$ como una conexión entre la masa m_2 a tierra.
- Casos especiales: DVAs que no entran en las categorías mencionadas anteriormente.

En este diagrama esquemático también es importante notar la conexión secuencial en serie entre las masas m_i y las Sub-admitancias $A_i(s)$. Estas conexiones forman efectivamente una nueva red mecánica, lo que sugiere que el concepto de admitancia mecánica podría aplicarse nuevamente. Sin embargo, debido a las complejidades introducidas por los desplazamientos de las masas y los posibles movimientos internos dentro de las sub-admitancias, el concepto de la admitancia mecánica por sí solo resulta insuficiente. Por lo tanto, es necesario un enfoque más refinado para analizar estas conexiones y comprender plenamente el comportamiento dinámico del sistema. Esto puede lograrse generalizando el diagrama esquemático de la Figura 3-4 (c) en un sistema simplificado de un Gdl, como se muestra en la Figura 3-4 (d). En este diagrama esquemático, los efectos de las masas m_i y las Sub-admitancias $A_i(s)$ se consolidan a una función general que fue denominada como admitancia global, denotada por $A_g(s)$. Este innovador concepto simplifica de forma eficaz la completa conexión en serie, reduciéndola a una función de amortiguamiento resultante que puede

integrarse perfectamente en el análisis estructural de sistemas de un Gdl. El planteamiento matemático para la obtención de la función de admitancia global se describe a continuación:

Considerando el diagrama esquemático del TMD no convencional de la Figura 3-4 (c), las ecuaciones de movimiento que rigen a este sistema basado en las sub-admitancias A_i se puede expresar como:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + A_1(s)(\dot{x}_s(t) - \dot{x}_1(t)) + k_s x_s(t) &= F \\ m_1 \ddot{x}_1(t) + A_1(s)(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_s(t)) + A_2(s) \dot{x}_1(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones de acuerdo con el comportamiento armónico en el dominio de Laplace, se obtienen las siguientes funciones de transferencia.

$$\begin{aligned} \frac{X_s(s)}{F(s)} &= \frac{m_1 s + A_1(s) + A_2(s)}{m_1 m_s s^3 + ((m_1 + m_s)A_1(s) + A_2(s)m_s + c_s m_1)s^2 + (A_1(s)(A_2(s) + c_s) + A_2(s)c_s + k_s m_1)s + k_s(A_1(s) + A_2(s))} \\ \frac{X_1(s)}{F(s)} &= \frac{A_1(s)}{m_1 m_s s^3 + ((m_1 + m_s)A_1(s) + A_2(s)m_s + c_s m_1)s^2 + ((A_2(s) + c_s)A_1(s) + A_2(s)c_s + k_s m_1)s + k_s(A_1(s) + A_2(s))} \end{aligned} \quad (3.16)$$

De manera similar, el TMD tipo serie con conexión a tierra se soluciona de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + A_1(s)(\dot{x}_s(t) - \dot{x}_1(t)) + k_s x_s(t) &= F \\ m_1 \ddot{x}_1(t) + A_1(s)(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_s(t)) + A_2(s)(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2(t) + A_2(s)(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + A_3(s) \dot{x}_2(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Las funciones de transferencia resultantes de la Ec. (3.17) son:

$$\begin{aligned} \frac{X_s(s)}{F(s)} &= \frac{(m_1 m_2 s^2 + ((m_1 + m_2)A_2(s) + A_1(s)m_2)s + A_1(s)A_2(s))}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} \\ \frac{X_1(s)}{F(s)} &= \frac{A_1(s)(m_2 s + A_2(s) + A_3(s))}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} \\ \frac{X_2(s)}{F(s)} &= \frac{A_1 A_2}{\alpha_0 s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= m_1 m_2 m_s, \quad \alpha_1 = m_2(m_1 + m_s)A_1(s) + m_s(m_1 + m_2)A_2(s) + m_1(A_3(s)m_s + c_s m_2) \\ \alpha_2 &= [(m_1 + m_2 + m_s)A_1(s) + A_3(s)m_s + c_s m_1 + c_s m_2]A_2(s) + (A_3(s)m_1 + A_3(s)m_s + c_s m_2)A_1(s) \\ &\quad + m_1(A_3(s)c_s + k_s m_2) \\ \alpha_3 &= [(A_3(s) + c_s)A_1(s) + A_3(s)c_s + k_s m_1 + k_s m_2]A_2(s) + (A_3(s)c_s + k_s m_2)A_1(s) + A_3(s)k_s m_1, \\ \alpha_4 &= ((A_1(s) + A_3(s))A_2(s) + A_1(s)A_3(s))k_s \end{aligned}$$

Por otra parte, la ecuación que rige la dinámica del diagrama esquemático de la Figura 3-4 (d) es.

$$m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) + A_g(s) \dot{x}_s(t) = F \quad (3.19)$$

Donde su función de transferencia resultante se expresa como:

$$\frac{X_s(s)}{F(s)} = \frac{1}{m_s s^2 + (c_s + A_g(s))s + k_s} \quad (3.20)$$

Donde el parámetro $A_g(s)$ en las Ecs. (3.19) y (3.20) representan la admitancia global asociada a cualquier alternativa de diseño de los DVAs basado en la topología de las redes mecánicas. Para determinar una relación matemática de la admitancia global del sistema general, es crucial simplificar primero los sistemas de ecuaciones descritos en las Ecs. (3.15) y (3.17), expresándolas de forma reducida. Esto se logra aplicando el método de sustitución rescribiendo estas ecuaciones de la siguiente manera:

- TMD no convencional:

$$m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) + m_1 \ddot{x}_1(t) + A_2(s) \dot{x}_1(t) = F \quad (3.21)$$

- TMD tipo serie con conexión a tierra:

$$m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) + m_1 \ddot{x}_1(t) + m_2 \ddot{x}_2(t) + A_3(s) \dot{x}_2(t) = F \quad (3.22)$$

Suponiendo que la Ec. (3.19) se toma como referencia y se superpone con las Ecs. (3.21) y (3.22), resulta evidente que los términos ($m_s \ddot{x}_s(t)$, $c_s \dot{x}_s(t)$, $k_s x_s(t)$) correspondientes en cada ecuación representan los componentes de la estructura primaria. Por lo tanto, los términos adicionales en cualquiera de las Ecs. (3.21) y (3.22) están relacionados con los componentes del DVA, que reflejan la influencia del absorbedor en la dinámica del sistema. Por lo tanto, aislando estos términos, es posible construir las siguientes ecuaciones base de la admitancia global.

$$A_{g,IBD}(s) \dot{x}_s(t) = A_1(s) \dot{x}_s(t) \quad (3.23)$$

$$A_{g,TMDG}(s) \dot{x}_s(t) = m_1 \ddot{x}_1(t) + A_2(s) \dot{x}_1(t) \quad (3.24)$$

$$A_{g,TSG}(s) \dot{x}_s(t) = m_1 \ddot{x}_1(t) + m_2 \ddot{x}_2(t) + A_3(s) \dot{x}_2(t) \quad (3.25)$$

Donde la Ec. (3.23) corresponde a los absorbedores basados en el inersor (IBD), la Ec. (3.24) los amortiguadores de masa sintonizada con conexión a tierra (TMDG) y la Ec. (3.25) los amortiguadores de masa sintonizada tipo serie con conexión a tierra (TSG). Aplicando la transformada de Laplace y expresando el resultado en términos de $A_g(s)$, se obtuvieron las admitancias globales primarias para el IBD (Ec. (3.26)), TMDG (Ec. (3.27)) y TSG (Ec. (3.28)).

$$A_{g,IBD}(s) = A_1(s) \quad (3.26)$$

$$A_{g,TMDG}(s) = \frac{X_1(s)m_1s + A_2(s)X_1(s)}{X_s(s)} \quad (3.27)$$

$$A_{g,TSG}(s) = \frac{X_1(s)m_1s + X_2(s)m_2s + X_2(s)A_3(s)}{X_s(s)} \quad (3.28)$$

Obsérvese que las Ecs (3.26) a la (3.28) dependen de los desplazamientos $X_i(s)$ relacionados a cada sistema asociado a los DVA analizados respectivamente. Estos desplazamientos se obtienen de las funciones de transferencias descritas en las Ecs. (3.16) y (3.18). Llevando a cabo el análisis de sustitución de la Ec. (3.16) en (3.27) y la Ec. (3.18) en (3.28) se obtienen las siguientes expresiones.

$$A_{g,TMDG}(s) = \frac{A_1(s)(m_1s + A_2(s))}{m_1s + A_1(s) + A_2(s)} \quad (3.29)$$

$$A_{g,TSG}(s) = \frac{A_1(s)(m_1 m_2 s^2 + ((m_1 + m_2)A_2(s) + A_3(s)m_1)s + A_2(s)A_3(s))}{m_1 m_2 s^2 + ((m_1 + m_2)A_2(s) + m_2 A_1(s) + A_3(s)m_1)s + (A_1(s) + A_3(s))A_2(s) + A_1(s)A_3(s)} \quad (3.30)$$

En la práctica, las Ecs. (3.26), (3.29) y (3.30) facilitan el modelado de sistemas acoplados con DVAs que generen sistemas de ecuaciones de dos y de tres Gdl. Esto permite conectar la estructura primaria a cualquier alternativa de diseño de los DVAs basado en las configuraciones IBD, TMDG o TSG y modelarlo como un sistema de un Gdl. Además, es fundamental tener en cuenta que, si el DVA seleccionado carece de una conexión a tierra, las ecuaciones (3.29) y (3.30) pueden simplificarse estableciendo $A_2 = 0$ para $A_{g,TMDG}(s)$ y $A_3 = 0$ para $A_{g,TSG}(s)$, respectivamente.

De esta manera, con base en el análisis teórico de esta metodología, como se muestra en la Figura 3-5, se puede conceptualizar que cualquier DVA basado en la topología de las redes mecánicas puede representarse mediante la metodología de admitancia global. Este enfoque simplifica el estudio de la dinámica de sistemas de control de vibraciones al centrarse exclusivamente en la dinámica de la estructura primaria y reinterpretando el DVA como una función de amortiguamiento equivalente, manteniendo la eficiencia computacional sin sacrificar la precisión del modelo dinámico. Esto ofrece una alternativa accesible y práctica para analizar sistemas de control de vibraciones sin sacrificar la calidad de la representación dinámica.

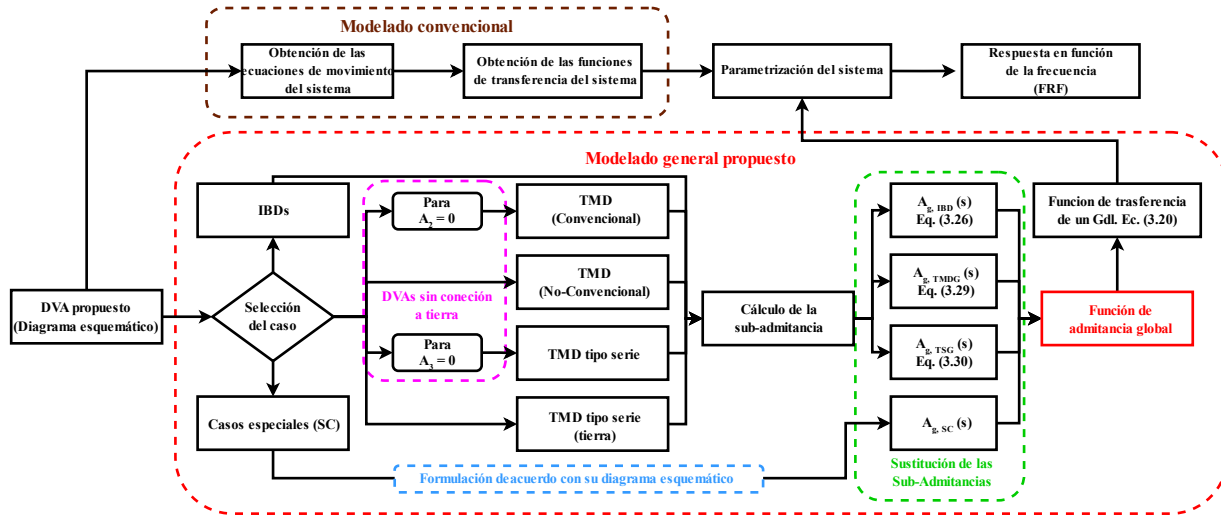


Figura 3-5. Diagrama de flujo comparativo del modelado convencional vs. El modelado propuesto basado en la admitancia global, que se utiliza para obtener la FRF de sistemas acoplados con DVAs basado en las topologías de las redes mecánicas (modificado de [121]).

La metodología propuesta fue corroborada con el análisis de 45 alternativas de diseño del DVA que se encuentran descritas a detalle en la ref. [121]. Nuevamente se le invita al lector a revisar esta referencia si requiere más información sobre esta metodología.

Retomando el análisis de modelado de los dispositivos NS-NIDVAs mediante la metodología de la admitancia global, el diagrama esquemático de estos dispositivos puede representarse como se muestra en la Figura 3-6. En esta figura se presenta un diagrama esquemático general de la estructura primaria acoplado con la función $A_{g,Ci}(s)$ correspondiente a cada dispositivo, en este caso, los dispositivos NS-NIDVAs.

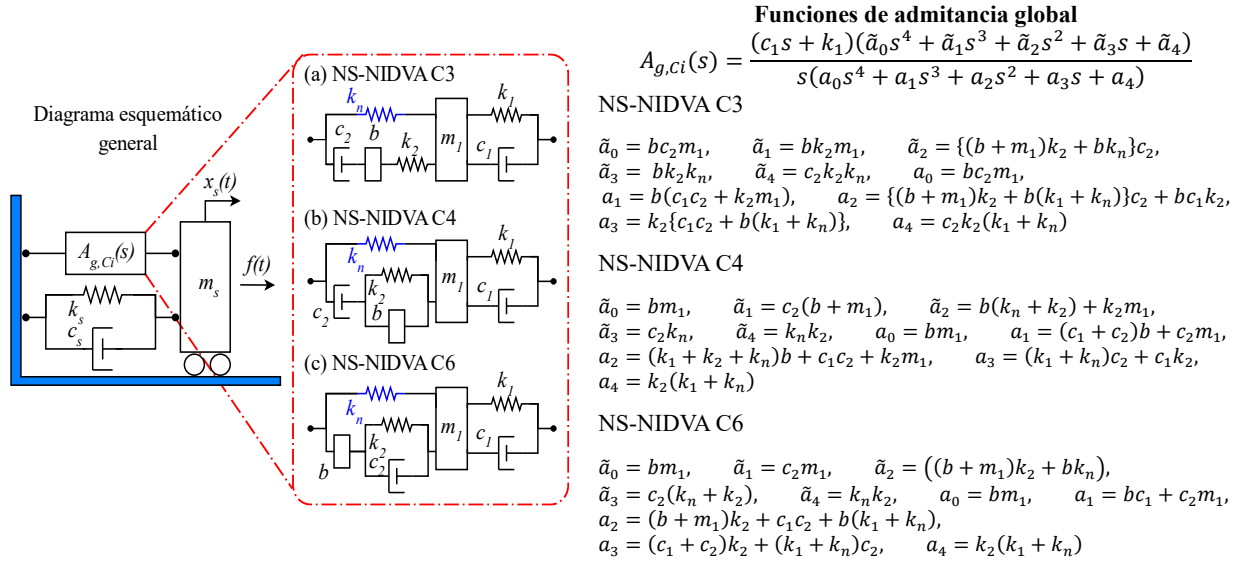


Figura 3-6. Diagrama esquemático de la estructura primaria de un Gdl. acoplado con la función de admitancia global, (a) Diagrama del dispositivo NS-NIDVA C3, (b) Diagrama del dispositivo NS-NIDVA C4, (c) Diagrama del dispositivo NS-NIDVA C6.

De este diagrama esquemático, la ecuación que rige la dinámica del sistema se puede expresar de la siguiente forma.

$$m_s \ddot{x}_s(t) + (c_s + A_{g,Ci})\dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) = F \quad (3.31)$$

Aplicando metodología de Laplace para un sistema en estado estable la función de transferencia resultante es.

$$\frac{X_s(s)}{F(s)} = \frac{1}{m_s s^2 + (c_s + A_{g,Ci}(s))s + k_s} \quad (3.32)$$

Donde $A_{g,Ci}(s)$, representa las funciones de admitancia global mostradas en el lado izquierdo de la Figura 3-6. A continuación, de la misma manera que en las secciones 3.2.1 y 3.2.2, se procede con el análisis de parametrización según la Ec. (3.3), rescribiendo la Ec. (3.32) en.

$$\frac{X(j\Omega)k_s}{f} = H_m(j\Omega)_{Ci} = \frac{1}{1 - \Omega^2 + j\Omega(\beta\gamma_{g,Ci}(j\Omega) + 2\zeta_s)} \quad (3.33)$$

Donde la forma general de las funciones de admitancia global es:

$$\gamma_{g,Ci}(j\Omega) = \frac{\eta(\tilde{a}_0 \Omega^5 + \tilde{a}_1 \Omega^4 + \tilde{a}_2 \Omega^3 + \tilde{a}_3 \Omega^2 + \tilde{a}_4 \Omega + \tilde{a}_5)}{\Omega(a_0 \Omega^4 + a_1 \Omega^3 + a_2 \Omega^2 + a_3 \Omega + a_4)}, \quad i = 3,4,6 \quad (3.34)$$

Donde los coeficientes $\tilde{a}_i$ y a_i para cada dispositivo NS-NIDVA son:

- NS-NIDVA C3

$$\begin{aligned} \tilde{a}_0 &= 4\mu\zeta_2\zeta_1, & \tilde{a}_1 &= -j2\mu\eta(\delta\zeta_1 + \zeta_2), & \tilde{a}_2 &= -\eta^2[4\{(\mu + 1)\delta + q\mu\}\zeta_1\zeta_2 + \delta\mu] \\ \tilde{a}_3 &= j2\eta^3[\{(\mu + 1)\delta + q\mu\}\zeta_2 + \delta\mu\zeta_1], & \tilde{a}_4 &= \delta q\eta^4(4\zeta_1\zeta_2 + \mu), & \tilde{a}_5 &= -j2\delta\eta^5 q\zeta_2 \\ a_0 &= 2\mu\zeta_2, & a_1 &= -j\mu(4\zeta_1\zeta_2 + \delta)\eta, & a_2 &= -2\eta^2[\{(\mu + 1)\delta + \mu(q + 1)\}\zeta_2 + \mu\zeta_1], \\ a_3 &= j\delta\eta^3\{4\zeta_1\zeta_2 + \mu(q + 1)\}, & a_4 &= 2\delta\zeta_2\eta^4(q + 1) \end{aligned}$$

- NS-NIDVA C4

$$\begin{aligned}\tilde{a}_0 &= 2\zeta_1\mu, & \tilde{a}_1 &= -j\eta\{\mu + 4\zeta_1\zeta_2(\mu + 1)\}, & \tilde{a}_2 &= -2\eta^2[\zeta_1\{(q + \delta)\mu + \delta\} + \zeta_2(\mu + 1)] \\ \tilde{a}_3 &= j\eta^3\{4\zeta_1q\zeta_2 + (q + \delta)\mu + \delta\}, & \tilde{a}_4 &= 2q\eta^4(\delta\zeta_1 + \zeta_2), & \tilde{a}_5 &= -j\delta\eta^5q \\ a_0 &= \mu, & a_1 &= -j2\eta\{(\zeta_1 + \zeta_2)\mu + \zeta_2\}, & a_2 &= -\eta^2\{(q + \delta + 1)\mu + 4\zeta_1\zeta_2 + \delta\} \\ a_3 &= j2\eta^3\{(q + 1)\zeta_2 + \delta\zeta_1\}, & a_4 &= \delta\eta^4(q + 1)\end{aligned}$$

- NS-NIDVA C6

$$\begin{aligned}\tilde{a}_0 &= 2\mu\zeta_1, & \tilde{a}_1 &= -j\eta(4\zeta_1\zeta_2 + \mu), & \tilde{a}_2 &= -2\eta^2[(\mu + 1)\delta + \mu q]\zeta_1 + \zeta_2, \\ \tilde{a}_3 &= j\eta^3\{4\zeta_2(q + \delta)\zeta_1 + (\mu + 1)\delta + \mu q\}, & \tilde{a}_4 &= 2\eta^4\{\delta q\zeta_1 + \zeta_2(q + \delta)\}, & \tilde{a}_5 &= -j\delta\eta^5q \\ a_0 &= \mu, & a_1 &= -j2\eta(\mu\zeta_1 + \zeta_2), & a_2 &= -\eta^2\{(\mu + 1)\delta + 4\zeta_1\zeta_2 + \mu(q + 1)\}, \\ a_3 &= j2\eta^3\{(\zeta_1 + \zeta_2)\delta + \zeta_2(q + 1)\}, & a_4 &= \delta\eta^4(q + 1),\end{aligned}$$

Al realizar el proceso de sustitución de las Ecs. (3.34) en la (3.33), y aplicando las condiciones de análisis correspondientes a los dispositivos NS-NIDVAs ($\zeta_s = \zeta_1 = 0$), se obtienen las expresiones de la magnitud del sistema de cada dispositivo, que son equivalentes a las obtenidas en la Ec. (3.7), Sección 3.2.1. La comprobación de esta metodología se muestra a continuación.

3.2.4. Comprobación de la metodología propuesta para la simplificación del modelado

En esta sección se realiza la comprobación computacional de la metodología propuesta para la simplificación del modelado dinámico de los dispositivos NS-NIDVAs. El objetivo es verificar que las expresiones obtenidas a partir del modelado simplificado reproducen con precisión el comportamiento de la metodología convencional y el concepto de admitancia mecánica bajo las condiciones de estudio establecidas. Para ello, se implementan una comparación numérica y se evalúa la coherencia entre los resultados obtenidos mediante el modelado completo y sus versiones de simplificación.

Para la comprobación computacional de la metodología de modelado propuesta, se seleccionaron datos descritos en la literatura, que describen los valores óptimos de los parámetros adimensionales de los dispositivos NS-NIDVAs obtenidos bajo el criterio de rendimiento H_∞ . Estos datos se muestran en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1. Datos extraídos de la literatura de los valores de los parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVAs [89].

Parámetros adimensionales	β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$
NS-NIDVA C3	0.1	12.73538	-0.605494	1.522036	0.9342	0.320654
NS-NIDVA C4	0.1	11.002598	-0.425923	1.993364	0.045964	0.513669
NS-NIDVA C6	0.1	0.316594	-0.659952	1.454698	0.486543	0.305162

Estos datos fueron seleccionados considerando una relación de masa entre los NS-NIDVAs y la estructura primaria de $\beta = 0.1$ para cada dispositivo, con el objetivo de evaluar la FRF en el intervalo de relación de frecuencia forzada $\Omega \in [0, 2.5]$, utilizando incrementos de 0.001. Los resultados obtenidos se presentan en los gráficos de la Figura 3-7.

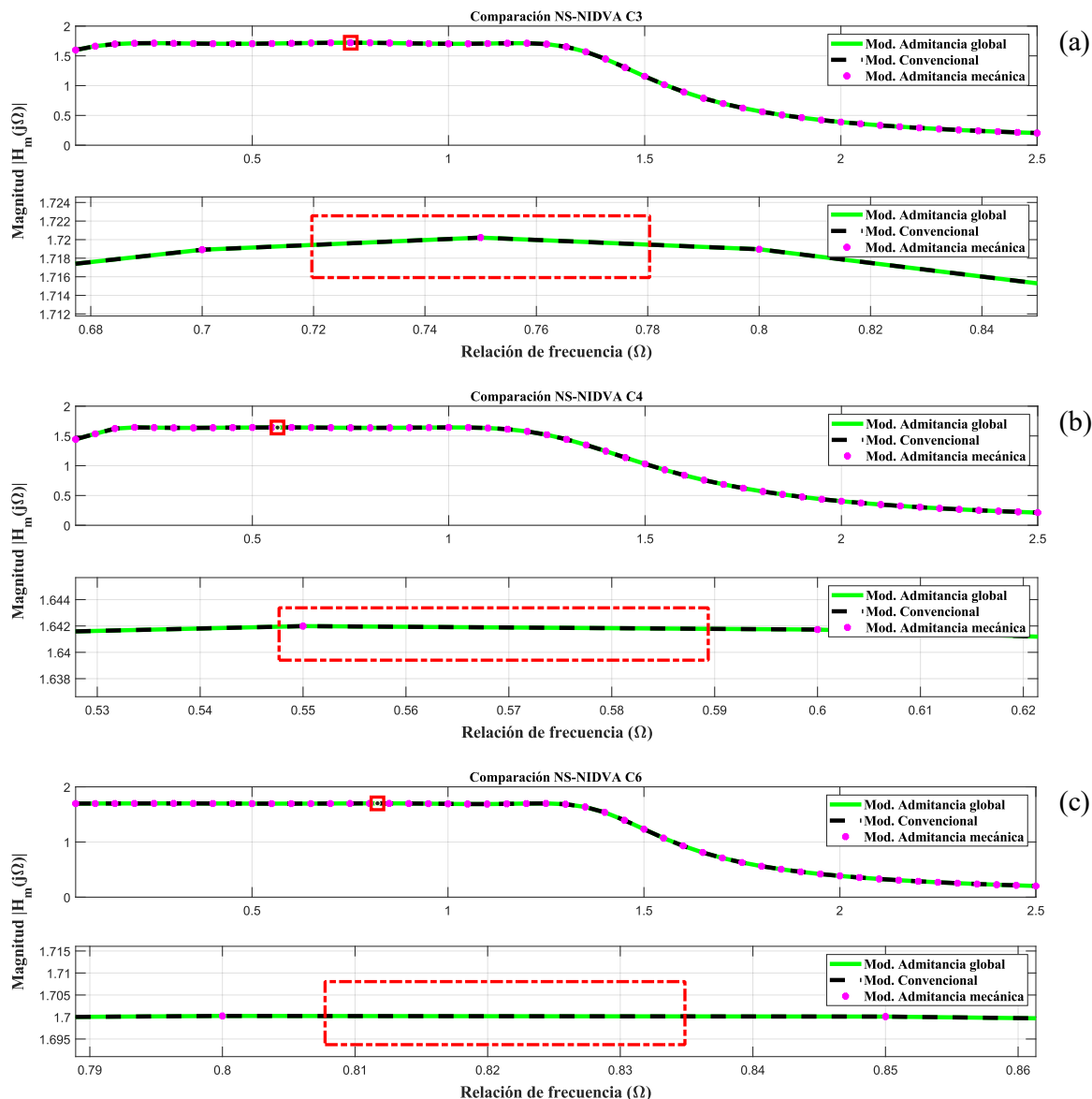


Figura 3-7. Comparación de las FRFs de los dispositivos NS-NIDVAs obtenidas por los distintos tipos de metodologías que se abordaron para la obtención del modelado del sistema: (a) FRFs del NS-NIDVA C3 con acercamiento al segundo punto resonante, (b) FRFs del NS-NIDVA C4 con acercamiento al segundo punto resonante, (c) FRFs del NS-NIDVA C6 con acercamiento al segundo punto resonante.

La comparación del análisis FRF de cada dispositivo NS-NIDVA muestra una relación entre los métodos de modelado matemático. En todas las configuraciones descritas en las Figuras 3-7 (a) a la (b), la respuesta vibratoria de la estructura primaria, calculada mediante el método de la admitancia global, coincide con el modelado convencional y el modelo por admitancia mecánica. Esta consistencia se observa en todo el rango de frecuencias, incluso cerca de los picos resonantes. Esto indica que la metodología propuesta captura con precisión la dinámica del sistema acoplado con los NS-NIDVAs. Más importante aún, esta similitud sugiere que la función de admitancia global puede modelar redes mecánicas complejas manteniendo la simplicidad computacional, una ventaja clave sobre los enfoques tradicionales.

3.3. Optimización de los dispositivos NS-NIDVAs

En esta sección se desarrolla el proceso de optimización de los dispositivos NS-NIDVAs, con el objetivo de mejorar su rendimiento en el control de vibraciones mediante el ajuste preciso de sus parámetros adimensionales. Para esto, se utilizaron métodos analíticos y numéricos, encontrando las mejores configuraciones óptimas que garanticen la estabilidad y la eficiencia de estos dispositivos en la atenuación de vibraciones. El proceso de la optimización comienza con la implementación de la metodología extendida del punto fijo (ETPF) y criterios de estabilidad, utilizadas como base para establecer las condiciones iniciales del sistema y facilitar el proceso de optimización. Posteriormente, se evalúan los criterios de rendimiento H_2 y H_∞ . Se comparan los resultados con referencias de la literatura, reforzando el proceso de optimización aplicado y proporcionando así una metodología sólida para el diseño eficiente de los dispositivos NS-NIDVA, y resaltando su potencial en aplicaciones de control de vibraciones.

3.3.1. Metodología ETPF

Una vez determinadas las FRFs de los dispositivos NS-NIDVAs, se procedió a aplicar la metodología ETPF. Con base en los fundamentos teóricos de la Sección 2.2.1, se analizaron individualmente cada uno de estos dispositivos. Nuevamente, se tomará como ejemplo el dispositivo NS-NIDVA C3 para describir detalladamente cómo se aplicó la metodología.

A partir de la respuesta adimensional del dispositivo NS-NIDVA C3, obtenida de la Ec. (3.7), se determinó el polinomio que caracteriza las tendencias de la relación de amortiguamiento $\zeta_2 \rightarrow 0$ y $\zeta_2 \rightarrow \infty$ (véase Ec. (2.21)). Dicho polinomio puede expresarse de la siguiente forma:

$$a_0\Omega^8 + a_1\Omega^6 + a_2\Omega^4 + a_3\Omega^2 + a_4 = 0 \quad (3.35)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_0 &= -2\mu, & a_1 &= [2\{(\mu + 1)\delta + \mu(2q + \beta + 2)\}\eta^2 + 2\mu] \\ a_2 &= (-2[\{\mu(q + 1 + \beta) + 2q + \beta + 2\}\delta + \{q^2 + (2\beta + 2)q + \beta + 1\}\mu]\eta^4 + 2\{(-\mu - 1)\delta - 2(q + 1)\mu\}\eta^2) \\ a_3 &= ([\{(2\beta q + \beta)\mu + 2q^2 + (4\beta + 4)q + 2\beta + 2\}\delta + 2q\mu\beta(q + 1)]\eta^6 + 2\{(\mu + 2)\delta + (q + 1)\mu\}(q + 1)\eta^4) \\ a_4 &= -2\delta(q + 1)\eta^6(\beta\eta^2q + q + 1) \end{aligned}$$

Por otra parte, a partir de la Ec. (2.13), se obtuvo el polinomio característico correspondiente a la magnitud no amortiguada del sistema, el cual se expresa como:

$$\tilde{a}_0\Omega^4 + \tilde{a}_1\Omega^3 + \tilde{a}_2\Omega^2 + \tilde{a}_3\Omega + \tilde{a}_4 = 0 \quad (3.36)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_0 &= H_m^2(j\Omega), & \tilde{a}_1 &= -2\{1 + (q + 1 + \beta)\eta^2\}H_m^2(j\Omega) \\ \tilde{a}_2 &= (-1 + [1 + \{\beta^2 + (4q + 2)\beta + (q + 1)^2\}\eta^4 + (4q + 2\beta + 4)\eta^2]H_m^2(j\Omega)) \\ \tilde{a}_3 &= -2[(\beta\eta^2q + q + 1)\{1 + (q + 1 + \beta)\eta^2\}H_m^2(j\Omega) - q - 1]\eta^2 \\ \tilde{a}_4 &= \{(\beta\eta^2q + q + 1)H_m(j\Omega) - q - 1\}\eta^4\{(\beta\eta^2q + q + 1)H_m(j\Omega) + q + 1\} \end{aligned}$$

Relacionando los coeficientes de los polinomios de las Ecs. (3.35) y (3.36) mediante la teoría de las fórmulas de Vieta se obtienen.

De la Ec. (2.14) se obtiene:

$$\eta^2 = -\frac{\mu}{(\beta - \delta)\mu - \delta} \quad (3.37)$$

De la Ec. (2.15) se obtiene:

$$H_m^2(j\Omega) = -\frac{(\mu\beta - \mu\delta - \delta)^2}{\mu^2(-\delta q + \beta - \delta)} \quad (3.38)$$

De la Ec. (2.16) se obtiene:

$$H_m^2(j\Omega) = \frac{4(q+1)((-\mu-1)\delta + \mu\beta)^2}{\mu(2(\mu+1)(q+1)\delta^2 + ((2q^2 - 3\beta + 4q + 2)\mu - 2\beta)\delta - 2\mu\beta(q+1))} \quad (3.39)$$

De la Ec. (2.17) se obtiene:

$$H_m^2(j\Omega) = \frac{((-\mu-1)\delta + \mu\beta)^2(q+1)^2}{(\delta(q+1) - \beta)((\mu+1)(q+1)\delta - \mu\beta)\mu} \quad (3.40)$$

Las Ecs. (3.37) a (3.40) conforman un sistema de ecuaciones, el cual se resuelve mediante el análisis de sustitución de la siguiente forma:

Por la sustitución de la Ec. (3.38) en (3.39) se obtiene:

$$\delta = \frac{\sqrt{9\left(\mu + \frac{2}{3}\right)^2 \beta^2 - 4\mu(q+1)^2(\mu+2)\beta + 4\mu^2(q+1)^4 + (2q^2 + 3\beta + 4q + 2)\mu + 2\beta}}{4(\mu+1)(q+1)} \quad (3.41)$$

Por la sustitución de la Ec. (3.38) en (3.40) se obtiene:

$$\delta = \frac{(q^2 + \beta + 2q + 1)\mu}{q\mu + \mu + q + 1} \quad (3.42)$$

Por la igualación de las Ecs. (3.41) y (3.42) se obtiene:

$$\mu_{opt} = \frac{2\beta}{q^2 - \beta + 2q + 1} \quad (3.43)$$

La expresión correspondiente a la Ec. (3.43) es la primera función asociada a los parámetros óptimos obtenidos mediante esta metodología. A partir de esta expresión, es necesario realizar una serie de sustituciones con el fin de obtener las expresiones restantes de los parámetros adimensionales. Tal y como se describe a continuación:

Por la sustitución de la Ec. (3.43) en (3.22).

$$\delta_{opt} = \frac{2\beta}{q+1} \quad (3.44)$$

Por la sustitución de las Ecs. (3.43) y (3.44) en (3.38).

$$H_m(j\Omega)_{opt} = \sqrt{\frac{(1 + q^2 + (-\beta + 2)q)^2}{\beta(q + 1)^2}} \quad (3.45)$$

Por la sustitución de las Ecs. (3.43) y (3.44) en (3.37).

$$\eta_{opt} = \sqrt{\frac{q + 1}{1 + q^2 + (-\beta + 2)q}} \quad (3.46)$$

Las expresiones definidas en las Ecs. (3.43) a la (3.46) satisfacen las condiciones necesarias que deben cumplir los parámetros adimensionales del dispositivo NS-NIDVA C3 para lograr la calibración de las frecuencias invariantes en esta configuración de absorbedor. Además, como se menciona en la metodología ETPF, es necesario determinar una expresión de la relación de amortiguamiento óptima. Esta expresión debe permitir ajustar la trayectoria de la FRF, de manera que el cruce entre las frecuencias invariantes ocurra de forma suave, evitando cambios bruscos en la FRF. El procedimiento para obtener la expresión de la relación de amortiguamiento se detalla a continuación:

Para la relación de amortiguamiento óptima, se retoma la Ec. (3.7) y se sustituyen en ella los parámetros óptimos calculados previamente, según las Ecs. (3.43) a (3.46). A partir de la ecuación resultante es posible obtener una expresión general para la relación de amortiguamiento ζ_2 .

$$\zeta_2 = \sqrt{\frac{\Omega^2(q^2 + 1 + (-\beta + 2)q)\beta^2}{(q^2 + 1 + (-\beta + 2)q)^2(q + 1)\Omega^4 - 2(q^2 + 1 + (-\beta + 2)q)(q + 1)(q^2 + \beta + 2q + 1)\Omega^2 + (q^2 - \beta + 2q + 1)^2(q + 1)}} \quad (3.47)$$

Como se observa en la Ec. (3.47) el parámetro ζ_2 depende de los parámetros β , q y la relación de frecuencia forzada Ω . Para obtener una expresión racional de ζ_2 , es necesario proponer frecuencias de análisis, tal como se describe en el punto III de la Sección 2.2.1. En el caso de estos dispositivos, se seleccionaron dos frecuencias centrales dentro del rango de las frecuencias invariantes: las dos frecuencias resonantes de los extremos (Ω_1 y Ω_3). Estas frecuencias se obtienen cuando la magnitud $H_m(j\Omega)_{\zeta \rightarrow 0}$, donde se derivan del siguiente polinomio.

$$(q^2 + 1 + (-\beta + 2)q)^2\Omega^4 - 2\Omega^2(q^2 + 1 + (-\beta + 2)q)\left(q^2 + 2q + \frac{1}{2}\beta + 1\right) + (q + 1)^4 = 0 \quad (3.48)$$

De la Ec. (3.48) se obtienen las dos frecuencias resonantes de los extremos (Ω_1 y Ω_3).

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\beta}\sqrt{4q^2 + \beta + 8q + 4} - 2q^2 - \beta - 4q - 2}{2q\beta - 2q^2 - 4q - 2}} \quad (3.49)$$

$$\Omega_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{\beta}\sqrt{4q^2 + \beta + 8q + 4} + 2q^2 + \beta + 4q + 2}{2 + 2q^2 + (-2\beta + 4)q}} \quad (3.50)$$

Realizando de manera independiente la sustitución de las Ecs. (3.49) y (3.50) en (3.47) se obtienen las siguientes expresiones de la relación de amortiguamiento ζ_2 .

$$\zeta_{2,\Omega_1} = \sqrt{-\frac{\beta(\sqrt{\beta}\sqrt{4q^2 + \beta + 8q + 4} - 2q^2 - \beta - 4q - 2)}{(q + 1)(-6q^2 + \sqrt{\beta}\sqrt{4q^2 + \beta + 8q + 4} + \beta - 12q - 6)}} \quad (3.51)$$

$$\zeta_{2,\Omega_3} = \sqrt{-\frac{\beta(\sqrt{\beta}\sqrt{4q^2 + \beta + 8q + 4} + 2q^2 + \beta + 4q + 2)}{(q+1)(\sqrt{\beta}\sqrt{4q^2 + \beta + 8q + 4} + 6q^2 - \beta + 12q + 6)}} \quad (3.52)$$

Determinando el promedio de las Ecs. (3.51) y (3.52), se obtiene la expresión óptima para el parámetro ζ_2 que puede expresarse como:

$$\zeta_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\beta(q^4 + 4q^3 + 6q^2 - \frac{1}{6}\beta^2 + 4q + 1)}{(q+1)^3(9q^2 - 4\beta + 18q + 9)}} \quad (3.53)$$

Usando el mismo procedimiento para conseguir los parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVA C4 y C6, se obtuvieron las siguientes expresiones:

- Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

$$\begin{aligned} \mu_{opt} &= \frac{2\beta}{q^2 - 2\beta + 2q + 1}, & \delta_{opt} &= \frac{2\beta(-2\beta + (q+1)^2)}{(q+1)^3} \\ H_m(j\Omega)_{opt} &= \sqrt{\frac{(q-\beta+1)^2(q+1)^2}{((q+1)^2 - \beta)\beta}}, & \eta_{opt} &= \sqrt{\frac{1}{q-\beta+1}}, \\ \zeta_{2,opt} &= \sqrt{\frac{4(q^2 + 2q - \frac{5}{4}\beta + 1)\beta^3}{(q+1)^5(q^2 - \beta + 2q + 1)}} \end{aligned} \quad (3.54)$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned} \delta_{opt} &= \frac{(-(1+q) + \sqrt{(q+1)^2 + 8\beta})}{2}, & \mu_{opt} &= \frac{-q-1 + \sqrt{(1+q)^2 + 8\beta}}{q+1 + \sqrt{(1+q)^2 + 8\beta}} \\ H_m(j\Omega)_{opt} &= \sqrt{\frac{(\sqrt{(1+q)^2 + 8\beta} - 2\beta + 1 + q)^2}{4\beta}}, & \eta_{opt} &= \sqrt{\frac{2}{\sqrt{(q+1)^2 + 8\beta} - 2\beta + 1 + q}} \\ \zeta_{2,opt} &= \sqrt{\frac{(-1-q + \sqrt{(q+1)^2 + 8\beta})^4}{32\beta(\sqrt{(q+1)^2 + 8\beta} + 1 + q)}} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Estas expresiones de los parámetros óptimos del sistema, al igual que las obtenidas para el dispositivo NS-NIDVA C3, dependen de dos parámetros adimensionales: β y q . A partir del análisis de estos parámetros, se estableció lo siguiente.

El parámetro β representa la relación entre la masa del dispositivo NS-NIDVA m_1 y la masa de la estructura primaria m_s . Se trata de una variable independiente del sistema, con valores reales y positivos, cuya obtención puede realizarse de forma directa a partir de las propiedades físicas de sus componentes. Esta característica, junto con su estabilidad en el análisis dinámico, lo hace un parámetro ideal para controlar la intensidad de vibraciones según el porcentaje de masa que se le asigna a los dispositivos NS-NIDVAs. Por otra parte, el parámetro q describe la relación entre la rigidez positiva k_1 y la rigidez negativa k_n . A diferencia de β este parámetro, puede inducir desplazamientos adicionales en el sistema, lo que, en caso de no estar debidamente sintonizado con

el comportamiento dinámico de los NS-NIDVAs, puede generar inestabilidad en la FRF, disminuyendo la efectividad del control de vibraciones de estos dispositivos. Este efecto se muestra en las Figuras 3-8 (a) a 3-8 (c), donde se presentan las FRFs de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6, respectivamente. La evaluación se realizó considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y una variación del parámetro q en el intervalo $[-1,0]$, con incrementos de 0.001.

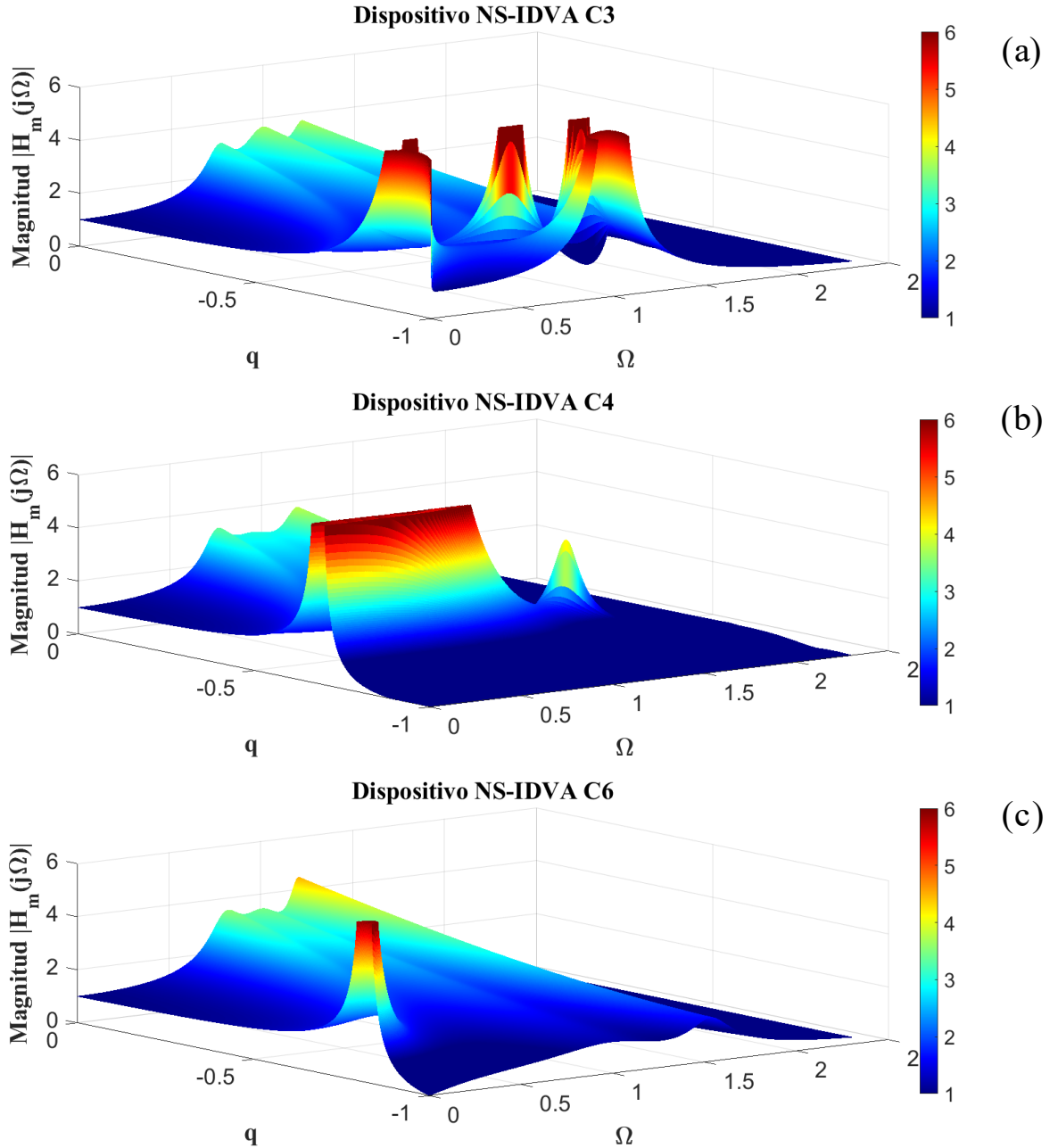


Figura 3-8. FRF de la variación $q \in [-1,0]$ y $\beta=0.1$ de los dispositivos NS-NIDVAs: (a) NS-NIDVA C3, (b) NS-NIDVA C4, (c) NS-NIDVA C6.

Estas gráficas permiten observar claramente el efecto de la variación de q sobre la estabilidad y eficiencias del sistema. Por esta razón es indispensable realizar un proceso de ajuste del parámetro q , e identificar los intervalos de operación donde este parámetro no provoque inestabilidad en el

sistema. Este procedimiento se realizó de acuerdo con el análisis de criterios de estabilidad que se describe a detalle en la siguiente sección.

3.3.2. Calibración de los parámetros óptimos de la ETPF utilizando criterios de estabilidad

Para determinar los intervalos de trabajo donde el parámetro q no crea problemas de inestabilidad en los dispositivos NS-NIDVAs, se llevó a cabo un análisis de estabilidad en cada dispositivo. Este análisis proviene del polinomio característico del denominador de la función de transferencia. Para obtener este polinomio, se realiza un retorno de la Ec. (3.7) en el dominio de Laplace s .

$$a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + a_5 s + a_6 = 0 \quad (3.56)$$

Donde los coeficientes del polinomio de la Ec. (3.56) para cada uno de los dispositivos NS-NIDVA son los siguientes:

- Para el dispositivo NS-NIDVA C3:

$$\begin{aligned} a_0 &= 2\mu\zeta_2, & a_1 &= \delta\eta\mu, & a_2 &= 2[(q + \beta + \delta + 1)\mu + \delta]\eta^2 + \mu\zeta_2 \\ a_3 &= \eta\{1 + (q + \beta + 1)\eta^2\}\mu\delta, & a_4 &= 2\zeta_2\eta^2[(\beta\mu + \beta + q + 1)\eta^2 + \mu + 1]\delta + \mu(\beta\eta^2q + q + 1) \\ a_5 &= \delta\eta^3\mu(\beta\eta^2q + q + 1), & a_6 &= 2\eta^4\delta\zeta_2(\beta\eta^2q + q + 1) \end{aligned} \quad (3.57)$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

$$\begin{aligned} a_0 &= \mu, & a_1 &= 2\eta\zeta_2(\mu + 1), & a_2 &= [(q + \beta + \delta + 1)\mu + \delta]\eta^2 + \mu \\ a_3 &= 2[(\mu + 1)\beta + q + 1]\eta^2 + \mu + 1\eta\zeta_2 \\ a_4 &= [(\beta\mu + \beta + q + 1)\eta^2 + \mu + 1]\delta + \mu(\beta\eta^2q + q + 1)\eta^2 \\ a_5 &= 2\eta^3\zeta_2(\beta\eta^2q + q + 1), & a_6 &= \eta^4\delta(\beta\eta^2q + q + 1) \end{aligned} \quad (3.58)$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned} a_0 &= \mu, & a_1 &= 2\eta\zeta_2, & a_2 &= [(q + \beta + \delta + 1)\mu + \delta]\eta^2 + \mu \\ a_3 &= 2\{1 + (q + \beta + \delta + 1)\eta^2\}\eta\zeta_2, \\ a_4 &= [(\beta\mu + \beta + q + 1)\eta^2 + \mu + 1]\delta + \mu(\beta\eta^2q + q + 1)\eta^2 \\ a_5 &= 2\{\beta(q + \delta)\eta^2 + q + \delta + 1\}\eta^3\zeta_2, & a_6 &= \eta^4\delta(\beta\eta^2q + q + 1) \end{aligned} \quad (3.59)$$

Según la Sección 2.2.4.1, se puede saber si una función de transferencia es estable observando la ubicación de las raíces características en el plano complejo del polinomio descrito en la Ec. (3.56). Se considera que este polinomio es un polinomio Hurwitz (es decir, el sistema es estable) si, y solo si, todas las raíces de la Ec. (3.56) se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo. Para comprobar la estabilidad de los dispositivos NS-NIDVAs, se llevó a cabo la evaluación de sus respectivos polinomios mediante el criterio de Routh-Hurwitz, utilizando el cálculo de los menores principales, como se describe en las Ecs. (2.50) a (2.52) de los fundamentos teóricos. Los menores principales para un polinomio de sexto grado pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= a_1 > 0, & \Delta_2 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0, & \Delta_3 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0, & \Delta_4 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix} > 0, \\
 \Delta_5 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 \end{vmatrix} > 0, & \Delta_6 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \end{vmatrix} > 0
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

Realizando la sustitución por separado de las Ecs. (3.57) a (3.59) en (3.60) para cada dispositivo NS-NIDVA, y calculando el determinante de cada mínimo principal, se obtuvieron:

- Para el dispositivo NS-NIDVA C3:

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= \delta \eta \mu > 0, & \Delta_2 &= 2\delta^2 \eta^3 \mu \zeta_2 (\mu + 1) > 0, & \Delta_3 &= 2\delta^3 \eta^6 \mu^3 \zeta_2 (q + 1) > 0, \\
 \Delta_4 &= 4\delta^4 \mu^3 \zeta_2^2 \eta^{10} \{(\mu + 1)\beta + (q + 1)^2\} > 0, & \Delta_5 &= 4\delta^5 \mu^5 \beta \{1 + (\beta \eta^2 + 1)q\} \zeta_2^2 \eta^{13} > 0, \\
 \Delta_6 &= 8\delta^6 \mu^5 \beta \{1 + (\beta \eta^2 + 1)q\}^2 \zeta_2^3 \eta^{17} > 0
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= 2(\mu + 1)\zeta_2 \eta > 0, & \Delta_2 &= 2((q + \delta + 1)\mu^2 + 2\mu\delta + \delta)\zeta_2 \eta^3 > 0, \\
 \Delta_3 &= 4\mu^2((\mu + 1)\beta + (q + 1)^2)\zeta_2^2 \eta^6 > 0, \\
 \Delta_4 &= 4\zeta_2^2 \mu^2 \eta^8 \left(\left[\eta^2 (\mu + 1)^2 \beta^2 + 2(\mu + 1) \left\{ (q + 1)\eta^2 + \frac{\mu}{2} + \frac{1}{2} \right\} \beta + \eta^2 (q + 1)^3 \right] \delta + \beta \mu^2 (\beta \eta^2 q + q + 1) \right) > 0, \\
 \Delta_5 &= 8\beta \{1 + (\beta \eta^2 + 1)q\}^2 \mu^4 \zeta_2^3 \eta^{11} > 0, & \Delta_6 &= 8\zeta_2^3 \beta \{1 + (\beta \eta^2 + 1)q\}^3 \mu^4 \delta \eta^{15} > 0
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= 2\zeta_2 \eta > 0, & \Delta_2 &= 2\delta \eta^3 \zeta_2 > 0, & \Delta_3 &= 4\delta^2 \eta^6 \zeta_2^2 > 0, \\
 \Delta_4 &= (q + 1) > 0, & \Delta_5 &= 8\beta \delta^4 \eta^{15} \zeta_2^3 > 0, & \Delta_6 &= (1 + (\beta \eta^2 + 1)q) > 0
 \end{aligned} \tag{3.63}$$

Las Ecs. (3.61) a (3.63) deben contener las condiciones necesarias donde el parámetro q no provoque inestabilidad en los dispositivos NS-NIDVAs. Las Tablas 3-2 a la 3-4 muestran las condiciones para cada dispositivo NS-NIDVA. Estas condiciones se obtuvieron al sustituir los parámetros óptimos determinados por la metodología ETPF (Ecs. (3.43), (3.44), (3.46), (3.53), (3.54), (3.55)) en las Ecs. (3.61) a (3.63).

- Para el dispositivo NS-NIDVA C3:

Tabla 3-2. Condiciones de estabilidad del parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C3 utilizando la metodología de Routh-Hurwitz.

#	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Condición
1	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	-1	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$q > -\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$ $q > -1$ o $q \in (-1,0]$
2	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	--	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$	$q > \frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{-\beta}}}{6} - 1$
3	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	--	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$-\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$q > -\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$
4	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	--	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$	$q > \frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1$
5	$\sqrt{-\beta} - 1$	--	$\sqrt{-\beta} - 1$	--	--	--	$q > \sqrt{-\beta} - 1$
6	$-\sqrt{-\beta} - 1$	--	$-\sqrt{-\beta} - 1$	--	--	--	$q > -\sqrt{-\beta} - 1$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

Tabla 3-3. Condiciones de estabilidad del parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C4 utilizando la metodología de Routh-Hurwitz.

#	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Condición
1	$-\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$-\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$-\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$-\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$-\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$-\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$q > -\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$
2	$\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$\frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$	$q > \frac{\sqrt{5}\sqrt{\beta}}{2} - 1$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

Tabla 3-4. Condiciones de estabilidad del parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C3 utilizando la metodología de Routh-Hurwitz.

#	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Condiciones
1	--	--	--	-1	--	$-\frac{\sqrt{3\beta}}{3} - 1$	$q > -1$ o $q \in (-1,0]$ $q > -\frac{\sqrt{3\beta}}{3} - 1$
2	--	--	--	--	--	$\frac{\sqrt{3\beta}}{3} - 1$	$q > \frac{\sqrt{3\beta}}{3} - 1$

Los resultados obtenidos por el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz, para cada dispositivo NS-NIDVA son:

Tabla 3-5. Intervalos de operación del parámetro q de los dispositivos NS-NIDVAs, de acuerdo con el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz.

NS-NIDVA C3	NS-NIDVA C4	NS-NIDVA C6
$\frac{\sqrt[3]{6^4\sqrt{\beta}}}{6} - 1 < q_{C3} \geq 0$	$\frac{\sqrt{5\beta}}{2} - 1 < q_{C4} \geq 0$	$\frac{\sqrt{3\beta}}{3} - 1 < q_{C6} \geq 0$

Los intervalos descritos de la Tabla 3-5 deben cumplir las condiciones necesarias donde el parámetro q no genere inestabilidad en la dinámica de cada dispositivo NS-NIDVA. Esto se puede corroborar evaluando las raíces del polinomio descrito de la Ec. (3.56), considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y una variación del parámetro q en los intervalos descritos en la Tabla 3-5 para cada dispositivo NS-NIDVA respectivamente. Tal y como se muestra en la Figura 3-9.

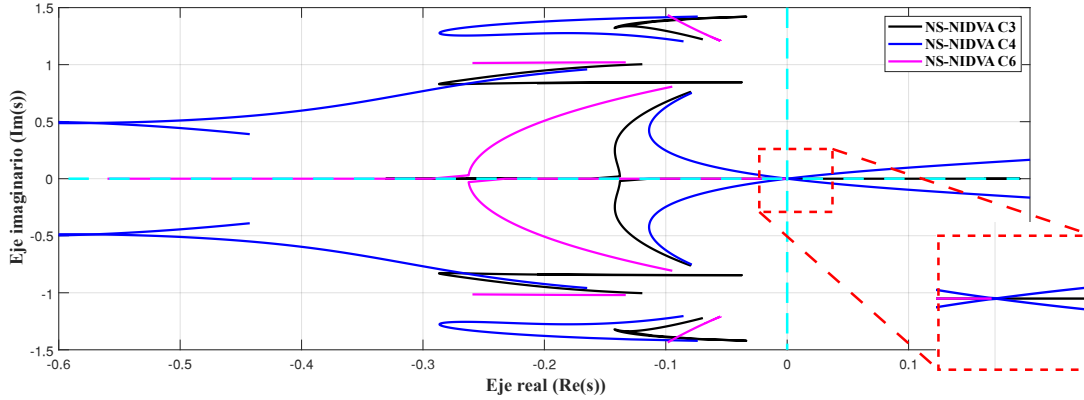


Figura 3-9. Evaluación de las raíces en el plano complejo de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6 de acuerdo con los intervalos de operación del parámetro q obtenidos por el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz.

Las gráficas descritas en la Figura 3-9 demuestran que las raíces de la configuración C6 de los dispositivos NS-NIDVA se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo. Esto demuestra que efectivamente el intervalo obtenido para el parámetro q por este criterio de estabilidad cumple las condiciones necesarias para estabilizar el dispositivo NS-NIDVA C6. Sin embargo, por otra parte, las gráficas también demuestran que las raíces de las configuraciones C3 y C4 de los dispositivos NS-NIDVAs aún se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo. Este efecto sucede cuando existe el acercamiento al límite inferior de los intervalos de operación del parámetro q . Por lo tanto, fue necesario reajustar los intervalos de operación del parámetro q . Para lograr este objetivo, se evaluaron los sistemas basados en los dispositivos NS-NIDVAs sin considerar la fuerza de excitación. Esto debido a que, en la ausencia de una fuerza de excitación, el dispositivo acoplado que provee el efecto de rigidez negativa tiene una precarga centralizada; este efecto produce un desplazamiento en el sistema primario. Para evitar inestabilidades en el sistema acoplado, el desplazamiento del sistema primario tiene que ser controlado. Esto se puede lograr mediante la igualación de los cuadrados de la respuesta adimensional evaluada en $\Omega = 0$ y la magnitud óptima de cada dispositivo NS-NIDVA. Por lo tanto, la Ec. (3.7) puede expresarse de la siguiente forma:

$$H_m(j\Omega)_{Ci,\Omega=0} = \frac{\eta_{Ci}^2(1+q)}{(\beta\eta_{Ci}^2 + 1)\eta_{Ci}^2(1+q) - \beta\eta_{Ci}^4} \quad (3.67)$$

$$H_m(j\Omega)_{Ci,\Omega=0}^2 = H_m(j\Omega)_{opt,Ci}^2 \quad i = 3,4,6 \quad (3.68)$$

Realizando la sustitución de los parámetros óptimos obtenidos de la metodología ETPF para cada dispositivo NS-NIDVA en las Ecs. (3.67) y (3.68) se obtuvieron nuevos intervalos de operación para el parámetro q ; estas condiciones se muestran en las Tablas 3-6 a la 3-8.

Tabla 3-6. Condiciones obtenidas de la Ec. (3.68) y la metodología ETPF para el dispositivo NS-NIDVA C3.

#	Función	Condiciones
1	$-1 + \sqrt{\beta}$	$q > -1 + \sqrt{\beta}$
2	$-1 - \sqrt{\beta}$	$q > -1 - \sqrt{\beta}$
3	$\frac{\beta}{2} - 1 + \frac{\sqrt{\beta^2 - 4\beta}}{2}$	$q > \frac{\beta}{2} - 1 + \frac{\sqrt{\beta^2 - 4\beta}}{2}$
4	$\frac{\beta}{2} - 1 - \frac{\sqrt{\beta}\sqrt{\beta - 4}}{2}$	$q > \frac{\beta}{2} - 1 - \frac{\sqrt{\beta}\sqrt{\beta - 4}}{2}$

Tabla 3-7. Condiciones obtenidas de la Ec. (3.68) y la metodología ETPF para el dispositivo NS-NIDVA C4.

#	Función	Condiciones
1	-1	$q > -1$ o $q \in (-1, 0]$
2	$\beta - 1$	$q > \beta - 1$
3	$-1 + \sqrt{2}\sqrt{\beta}$	$q > -1 + \sqrt{2}\sqrt{\beta}$
4	$-1 - \sqrt{2}\sqrt{\beta}$	$q > -1 - \sqrt{2}\sqrt{\beta}$

Tabla 3-8. Condiciones obtenidas de la Ec. (3.68) y la metodología ETPF para el dispositivo NS-NIDVA C6.

#	Función	Condiciones
1	$\beta - 3$	$q > \beta - 3$
2	$-1 + \sqrt{\beta}$	$q > -1 + \sqrt{\beta}$
3	$-1 - \sqrt{\beta}$	$q > -1 - \sqrt{\beta}$
4	$-1 + \frac{\sqrt{14\beta + 6\sqrt{5}\beta}}{2}$	$q > -1 + \frac{\sqrt{14\beta + 6\sqrt{5}\beta}}{2}$
5	$-1 - \frac{\sqrt{14\beta + 6\sqrt{5}\beta}}{2}$	$q > -1 - \frac{\sqrt{14\beta + 6\sqrt{5}\beta}}{2}$
6	$-1 + \frac{\sqrt{14\beta - 6\sqrt{5}\beta}}{2}$	$q > -1 + \frac{\sqrt{14\beta - 6\sqrt{5}\beta}}{2}$
7	$-1 - \frac{\sqrt{14\beta - 6\sqrt{5}\beta}}{2}$	$q > -1 - \frac{\sqrt{14\beta - 6\sqrt{5}\beta}}{2}$

En esta ocasión los intervalos de operación que fueron seleccionados para cada dispositivo NS-NIDVAs son:

Tabla 3-9. Intervalos de operación del parámetro q de los dispositivos NS-NIDVAs, de acuerdo con la Ec. (3.68).

NS-NIDVA C3	NS-NIDVA C4	NS-NIDVA C6
$-1 + \sqrt{\beta} < q_{C3} \leq 0$	$-1 + \sqrt{2}\sqrt{\beta} < q_{C4} \leq 0$	$-1 + \sqrt{\beta} < q_{C6} \leq 0$

Evaluando las raíces del polinomio de la Ec. (3.56), considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y la variación del parámetro q de acuerdo con los intervalos de operación descritos en la Tabla 3-9, se obtuvieron los siguientes resultados.

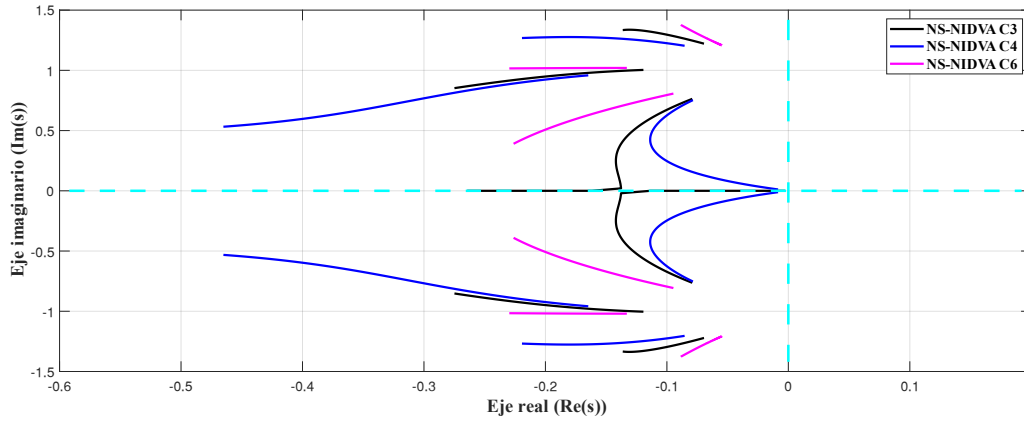


Figura 3-10. Evaluación de las raíces en el plano complejo de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6, de acuerdo a los intervalos de operación del parámetro q formulados por la Ec. (3.68).

Como se muestran en las gráficas de la Figura 3-10, el ajuste de los intervalos de operación del parámetro q , basado en el planteamiento de la Ec. (3.68), provoca que todas las raíces de cada dispositivo NS-NIDVAs se ubiquen en el semiplano izquierdo del plano complejo. Esto indica que la dinámica de dichos dispositivos debería presentar un comportamiento estable. Esta afirmación se respalda en las evaluaciones gráficas de las Figuras 3-11 a 3-13, donde se ilustra el procedimiento de ajuste de los intervalos de operación del parámetro q en función de la FRF de cada dispositivo NS-NIDVA.

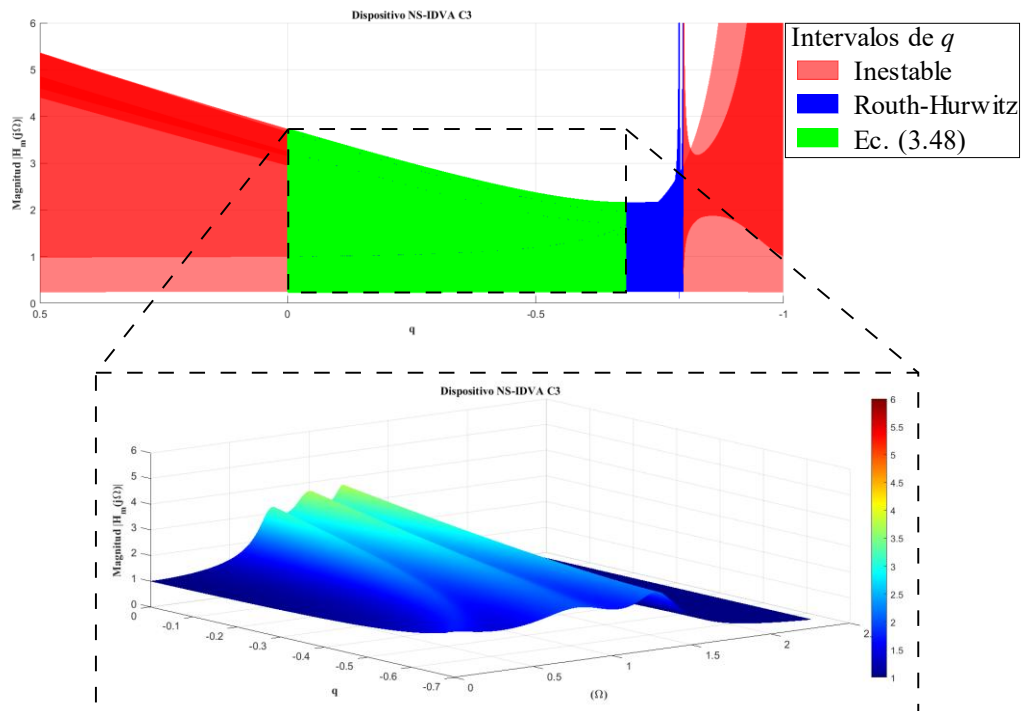


Figura 3-11. Evaluación de la FRF del dispositivo NS-NIDVA C3 considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y la variación del parámetro q , de acuerdo al ajuste de sus intervalos de operación.

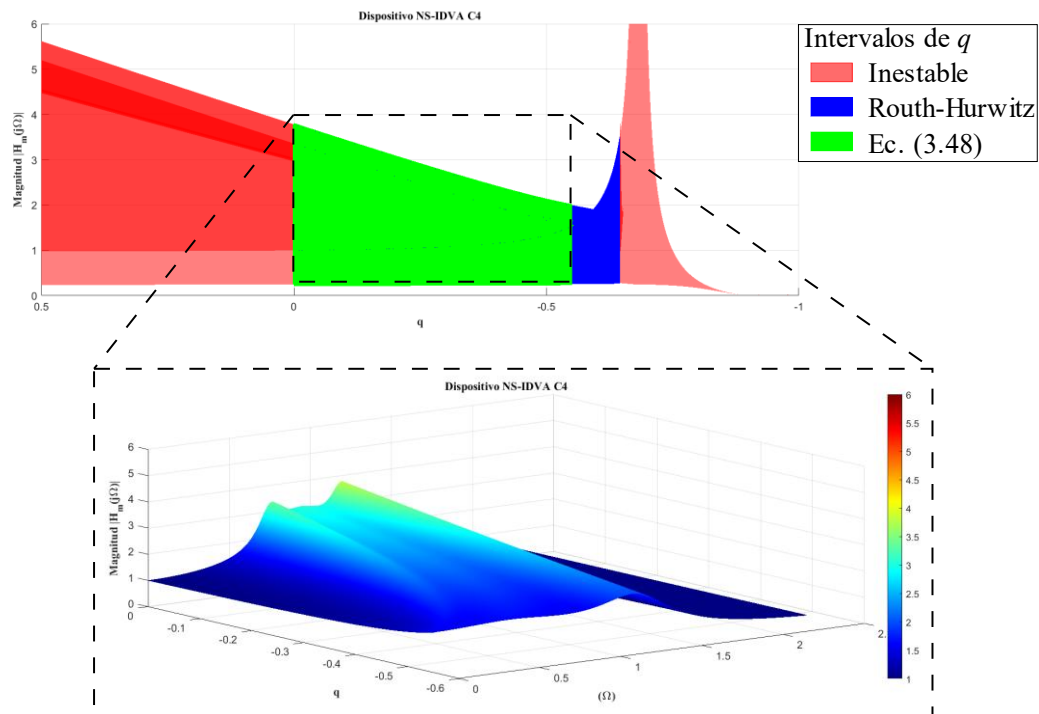


Figura 3-12. Evaluación de la FRF del dispositivo NS-NIDVA C4 considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y la variación del parámetro q , de acuerdo al ajuste de sus intervalos de operación.

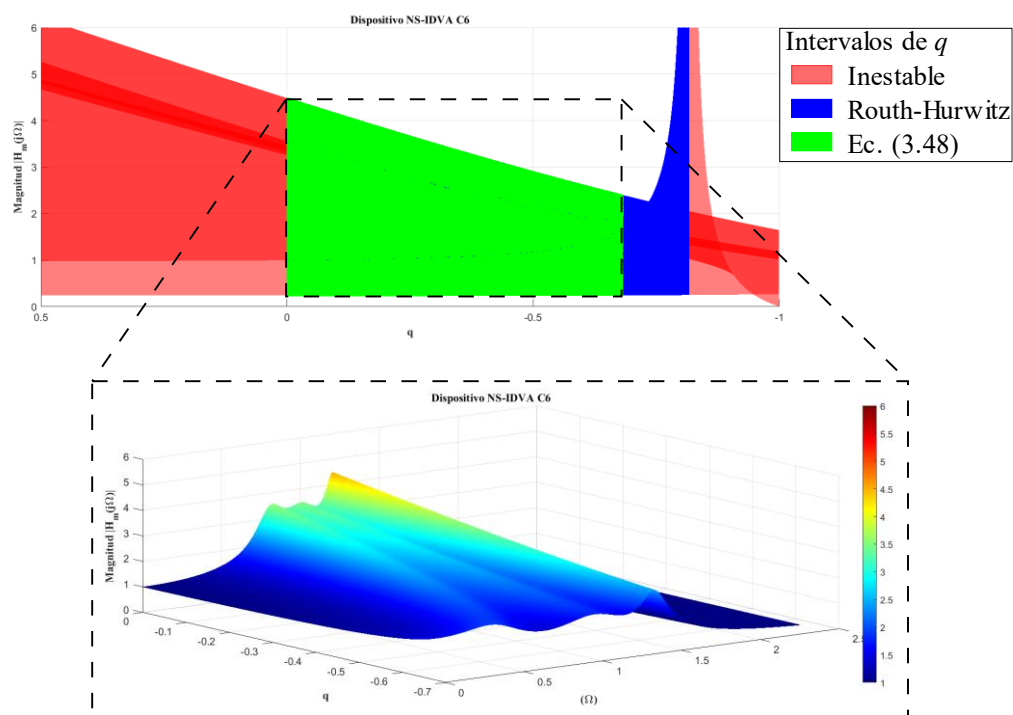


Figura 3-13. Evaluación de la FRF del dispositivo NS-NIDVA C6 considerando un valor constante de $\beta = 0.1$ y la variación del parámetro q , de acuerdo al ajuste de sus intervalos de operación.

Una vez determinados los límites de operación del parámetro q , se procedió a evaluar las funciones correspondientes a los parámetros óptimos obtenidos mediante la metodología ETPF para cada dispositivo NS-NIDVA. Esta evaluación se realizó sustituyendo el límite inferior del rango efectivo de operación del parámetro q , descritos en la Tabla 3-9, en las Ecs. (3.43) a (3.46) y (3.53) a (3.55). Asimismo, se evaluó el intervalo del parámetro $\beta \in [0,0.1]$. Los resultados de esta evaluación se presentan en las Figuras 3-14 (a) a la (c).

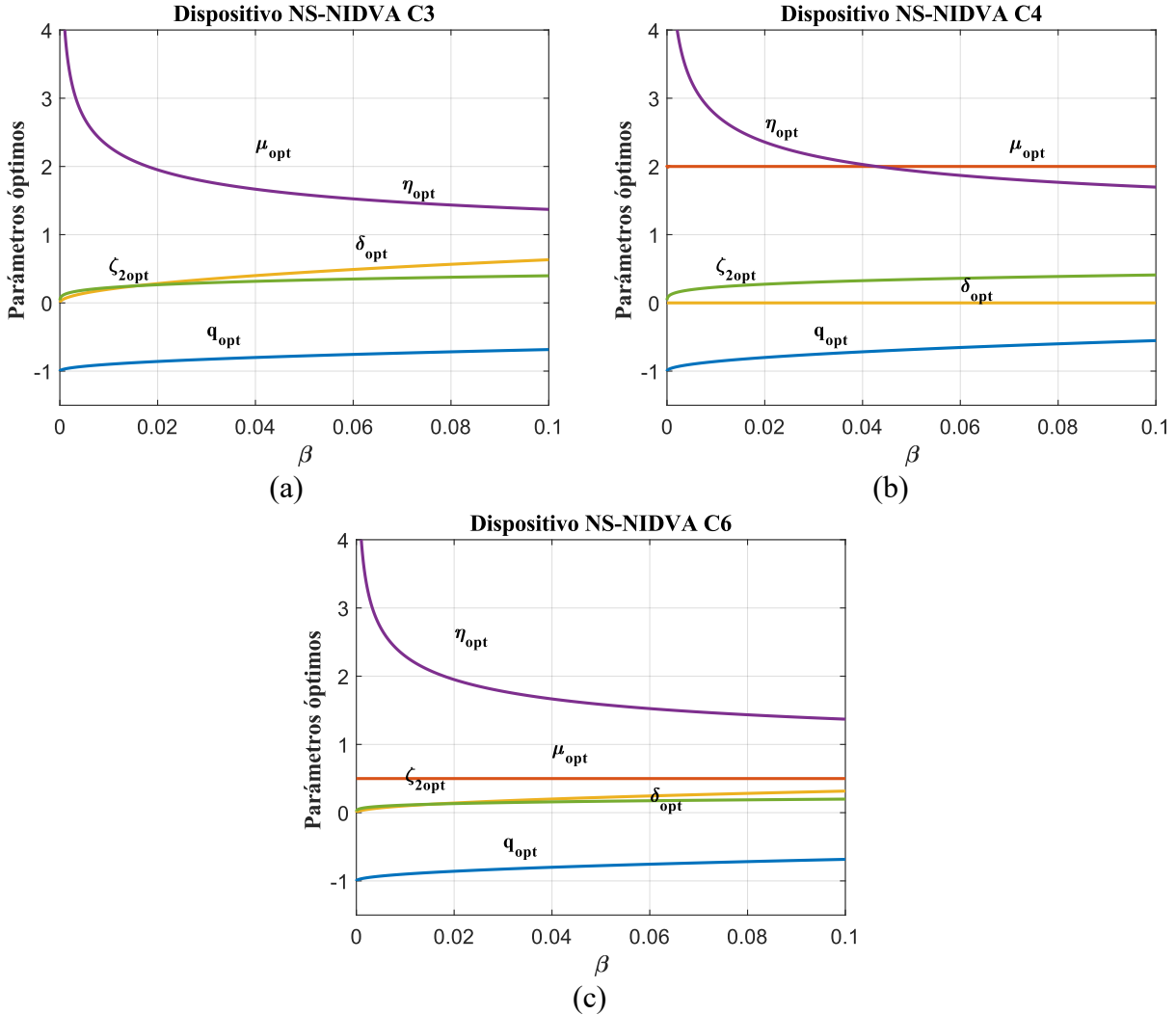


Figura 3-14. Comportamiento de los parámetros óptimos del sistema obtenidos por la metodología ETPF y el análisis de estabilidad del sistema: (a) Dispositivo NS-NIDVA C3, (a) Dispositivo NS-NIDVA C4, (a) Dispositivo NS-NIDVA C6.

Como se puede observar en las Figuras 3-14 (a) a (c), el comportamiento de los parámetros óptimos obtenidos mediante la combinación de la metodología ETPF y el análisis de estabilidad del sistema muestran un comportamiento estable dentro del intervalo de evaluación del parámetro β , lo cual demuestra que la aplicación de estas técnicas fue realizada de manera adecuada. No obstante, en la Figura 3-14 (a) se observa la ausencia del gráfico correspondiente al parámetro μ_{opt} para el dispositivo NS-NIDVA C3. Esto se debe a que, al sustituir algebraicamente el límite inferior de $q_{c3} = -1 + \sqrt{\beta}$ en la Ec. (3.43), la expresión resulta indefinida. Sin embargo, el comportamiento de esta función presenta una tendencia lineal constante que puede aproximarse al

comportamiento del parámetro μ_{opt} del dispositivo NS-NIDVA C4 debido a que son expresiones algebraicas equivalentes. Con base en lo anterior, la FRF de cada dispositivo NS-NIDVA se presentan en la Figura 3-15, donde se puede observar el comportamiento de la magnitud del sistema $H_m(j\Omega)$ conforme a la relación de masa $\beta = 0.1$.

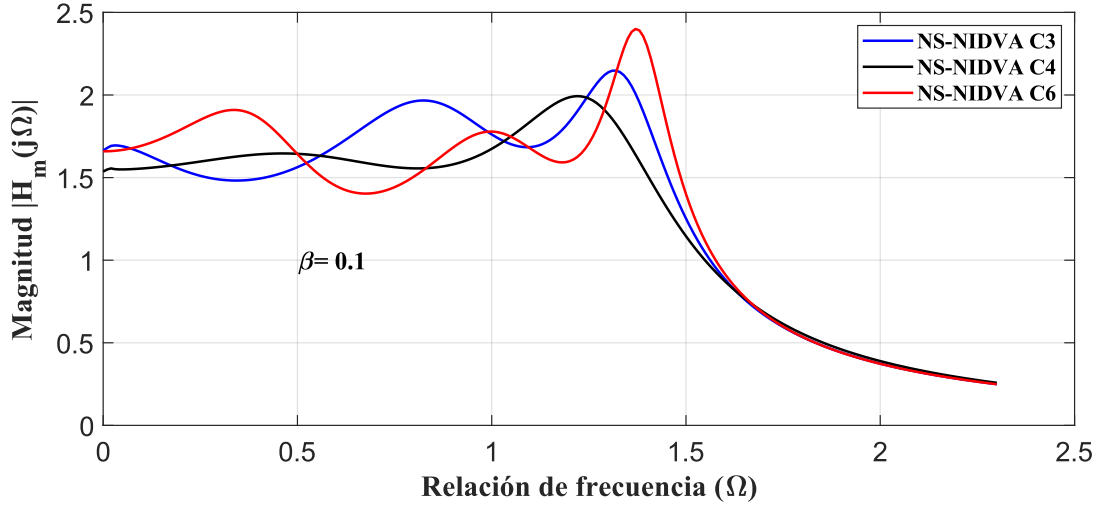


Figura 3-15. FRF adimensional de los dispositivos NS-NIDVA C3, C4 y C6.

3.3.3. Criterio de rendimiento H_2

Una vez determinadas las expresiones algebraicas óptimas de los parámetros adimensionales de los dispositivos NS-NIDVAs con la metodología ETPF y el análisis de estabilidad, se llevó a cabo la implementación del criterio de rendimiento H_2 . Esto se realizó, primero calculando el índice de rendimiento I_a para cada uno de los dispositivos NS-NIDVA, como se menciona en la Sección 2.2.2 de este documento. Este procedimiento se llevó a cabo de la siguiente manera:

Se realizó el retorno de la respuesta de estado estable descrita en la Ec. (3.7) mediante el cambio de variable $s = j\Omega$, con lo cual se obtuvo la función de transferencia en el dominio de Laplace para cada dispositivo NS-NIDVA. Obteniendo las siguientes funciones:

$$|H_{m,ci}(s)|^2 = \frac{\tilde{a}_4 s^4 + \tilde{a}_3 s^3 + \tilde{a}_2 s^2 + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0}{a_6 s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad i = 3, 4, 6 \quad (3.39)$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C3:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_0 &= 2\delta\zeta_2(q+1)\eta^4, & \tilde{a}_1 &= \mu\delta(q+1)\eta^3, & \tilde{a}_2 &= 2((\mu+1)\delta + \mu(q+1))\zeta_2\eta^2, \\ \tilde{a}_3 &= \delta\eta\mu, & \tilde{a}_4 &= 2\mu\zeta_2, & a_0 &= 2\beta\delta\eta^6q\zeta_2 + 2\delta\zeta_2(q+1)\eta^4, & a_1 &= \{\beta\delta\eta^5\mu q + \delta(q+1)\mu\eta^3\}, \\ a_2 &= [2\{(\beta\mu + \beta + q + 1)\delta + q\mu\beta\}\zeta_2\eta^4 + 2\{(\mu+1)\delta + \mu(q+1)\}\zeta_2\eta^2], \\ a_3 &= \{(q + \beta + 1)\delta\mu\eta^3 + \mu\delta\eta\}, \\ a_4 &= [2\{(\mu+1)\delta + \mu(q + \beta + 1)\}\zeta_2\eta^2 + 2\mu\zeta_2], & a_5 &= \mu\delta\eta, & a_6 &= 2\mu\zeta_2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

$$\tilde{a}_0 = \delta(q+1)\eta^4, \quad \tilde{a}_1 = 2\zeta_2(q+1)\eta^3, \quad \tilde{a}_2 = \{(q + \delta + 1)\mu + \delta\}\eta^2, \quad \tilde{a}_3 = 2\zeta_2(\mu+1)\eta, \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned}\tilde{a}_4 &= \mu, & a_0 &= \beta\delta\eta^6q + \delta(q+1)\eta^4, & a_1 &= \{2\beta\eta^5q\zeta_2 + 2(q+1)\zeta_2\eta^3\}, \\ a_2 &= [\{\beta(q+\delta)\mu + (q+\beta+1)\delta\}\eta^4 + \{(q+\delta+1)\mu + \delta\}\eta^2], \\ a_3 &= \{2(\beta\mu + \beta + q + 1)\zeta_2\eta^3 + 2\zeta_2(\mu+1)\eta\}, & a_4 &= [\{(q+\beta+\delta+1)\mu + \delta\}\eta^2 + \mu], \\ a_5 &= 2\zeta_2(\mu+1)\eta, & a_6 &= \mu,\end{aligned}$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned}\tilde{a}_0 &= \delta(q+1)\eta^4, & \tilde{a}_1 &= 2\zeta_2(q+\delta+1)\eta^3, & \tilde{a}_2 &= \{(\mu+1)\delta + \mu(q+1)\}\eta^2, \\ \tilde{a}_3 &= 2\eta\zeta_2, & \tilde{a}_4 &= \mu, & a_0 &= \beta\delta\eta^6q + \delta(q+1)\eta^4, & a_1 &= \{2\beta\zeta_2(q+\delta)\eta^5 + 2(q+\delta+1)\zeta_2\eta^3\}, \\ a_2 &= [\{(\beta\mu + \beta + q + 1)\delta + q\mu\beta\}\eta^4 + \{(\mu+1)\delta + \mu(q+1)\}\eta^2], \\ a_3 &= \{2(q+\beta+\delta+1)\zeta_2\eta^3 + 2\zeta_2\eta\}, & a_4 &= [\{(\mu+1)\delta + \mu(q+\beta+1)\}\eta^2 + \mu], \\ a_5 &= 2\eta\zeta_2, & a_6 &= \mu,\end{aligned}\tag{3.42}$$

Obsérvese que la Ec. (3.39) tiene la misma forma que la Ec. (2.19). Por lo tanto, siguiendo el procedimiento de la Sección 2.2.2, el índice de rendimiento I_a para cada dispositivo NS-NIDVA se puede expresar de la siguiente manera:

$$I_{a,Ci} = \frac{-\tilde{a}_5^2 a_0^3 a_5^2 + Q_1 a_0^2 + ((-a_4^2 \tilde{a}_5^2 + \tilde{a}_5^2 a_2 + (2\tilde{a}_3 \tilde{a}_5 - \tilde{a}_4^2) a_4 - 2\tilde{a}_1 \tilde{a}_5 + 2\tilde{a}_2 \tilde{a}_4 - \tilde{a}_3^2) a_1^2 + Q_2 a_1 + Q_3) a_0 - \tilde{a}_0^2 Q_4}{2a_0(-a_0^2 a_5^3 + ((2a_4 a_5^2 - 3a_5 a_3) a_1 + a_3(a_2 a_5^2 - a_3 a_4 a_5 + a_3^2)) a_0 - Q_4 a_1)}\tag{3.43}$$

$$\begin{aligned}Q_1 &= \{(2a_4 \tilde{a}_5^2 - 2\tilde{a}_3 \tilde{a}_5 + \tilde{a}_4^2) a_5 - a_3 \tilde{a}_5^2\} a_1 + (-2\tilde{a}_0 \tilde{a}_4 + 2\tilde{a}_1 \tilde{a}_3 - \tilde{a}_2^2) a_5^2 - 2a_3 \left(-\frac{1}{2} \tilde{a}_5^2 a_2 + \tilde{a}_1 \tilde{a}_5 - \tilde{a}_2 \tilde{a}_4 + \frac{1}{2} \tilde{a}_3^2\right) a_5 \\ &\quad - a_3^2 (a_4 \tilde{a}_5^2 - 2\tilde{a}_3 \tilde{a}_5 + \tilde{a}_4^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_2 &= \{-\tilde{a}_5^2 A_2^2 + (2\tilde{a}_1 \tilde{a}_5 - 2\tilde{a}_2 \tilde{a}_4 + \tilde{a}_3^2) a_2 + (2\tilde{a}_0 \tilde{a}_4 - 2\tilde{a}_1 \tilde{a}_3 + \tilde{a}_2^2) a_4 - 2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 + \tilde{a}_1^2\} a_5 - 2a_3 \\ &\quad \left\{ \left(\left(-\frac{1}{2} a_4 \tilde{a}_5^2 + \tilde{a}_3 \tilde{a}_5 - \frac{1}{2} \tilde{a}_4^2 \right) a_2 + \tilde{a}_0 \tilde{a}_4 - \tilde{a}_1 \tilde{a}_3 + \frac{\tilde{a}_2^2}{2} \right) \right\}\end{aligned}$$

$$Q_3 = \{(2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 - \tilde{a}_1^2) a_2 + \tilde{a}_0^2 a_4\} a_5^2 - a_3 \{(2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 - \tilde{a}_1^2) a_4 + \tilde{a}_0^2\} a_5 + a_3^2 (2\tilde{a}_0 \tilde{a}_2 - \tilde{a}_1^2)$$

$$Q_4 = a_1^2 + \{(a_4^2 - 2a_2) a_5 - a_3 a_4\} a_1 + a_2 (a_2 a_5^2 - a_3 a_4 a_5 + a_3^2)$$

Donde los coeficientes $\tilde{a}_i$ y a_i para cada dispositivo NS-NIDVA son:

- Para el dispositivo NS-NIDVA C3:

Coeficientes $\tilde{a}_i$:

$$\tilde{a}_0 = \frac{\delta(1+q)\eta^4}{\mu}, \quad \tilde{a}_1 = \frac{\delta\eta^3(1+q)}{2\zeta_2}, \quad \tilde{a}_2 = \frac{\{(\mu+1)\delta + \mu(1+q)\}\eta^2}{\mu}, \quad \tilde{a}_3 = \frac{\delta\eta}{2\zeta_2},\tag{3.44}$$

$$\tilde{a}_4 = 1, \quad \tilde{a}_5 = 0$$

Coeficientes a_i :

$$\begin{aligned}a_0 &= \frac{2\beta\delta\eta^6q\zeta_2 + 2\delta\zeta_2(1+q)\eta^4}{2\mu\zeta_2}, & a_1 &= \frac{\beta\delta\eta^5\mu q + \delta(1+q)\mu\eta^3}{2\mu\zeta_2}, \\ a_2 &= \frac{2\zeta_2\{(\beta\mu + \beta + q + 1)\delta + q\mu\beta\}\eta^4 + 2\{(\mu+1)\delta + \mu(1+q)\}\zeta_2\eta^2}{2\mu\zeta_2} \\ a_3 &= \frac{(q+\beta+1)\delta\mu\eta^3 + \delta\mu\eta}{2\mu\zeta_2}, & a_4 &= \frac{2\{(\mu+1)\delta + \mu(q+\beta+1)\}\zeta_2\eta^2 + 2\mu\zeta_2}{2\mu\zeta_2}, & a_5 &= \frac{\delta\eta}{2\zeta_2}\end{aligned}\tag{3.45}$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

Coefficientes $\tilde{a}_i$:

$$\tilde{a}_0 = \frac{\delta(q+1)\eta^4}{\mu}, \quad \tilde{a}_1 = \frac{2\zeta_2(q+1)\eta^3}{\mu}, \quad \tilde{a}_2 = \frac{\{(q+\delta+1)\mu+\delta\}\eta^2}{\mu}, \quad \tilde{a}_3 = \frac{2\zeta_2(\mu+1)\eta}{\mu}, \quad (3.46)$$

$$\tilde{a}_4 = 1, \quad \tilde{a}_5 = 0$$

Coefficientes a_i :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\beta\delta\eta^6q + \delta(q+1)\eta^4}{\mu}, & a_1 &= \frac{2\beta\eta^5q\zeta_2 + 2\zeta_2(q+1)\eta^3}{\mu}, \\ a_2 &= \frac{\{\beta(q+\delta)\mu + \delta(q+\beta+1)\}\eta^4 + \{(q+\delta+1)\mu + \delta\}\eta^2}{\mu}, \\ a_3 &= \frac{2(\beta\mu + \beta + q + 1)\zeta_2\eta^3 + 2\zeta_2(\mu+1)\eta}{\mu}, & a_4 &= \frac{\{(q+\beta+\delta+1)\mu + \delta\}\eta^2 + \mu}{\mu}, \\ a_5 &= \frac{2\zeta_2(\mu+1)\eta}{\mu} \end{aligned} \quad (3.47)$$

- Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

Coefficientes $\tilde{a}_i$:

$$\tilde{a}_0 = \frac{\delta(1+q)\eta^4}{\mu}, \quad \tilde{a}_1 = \frac{2\zeta_2(q+\delta+1)\eta^3}{\mu}, \quad \tilde{a}_2 = \frac{((\mu+1)\delta + \mu(1+q))\eta^2}{\mu}, \quad \tilde{a}_3 = \frac{2\zeta_2\eta}{\mu}, \quad (3.48)$$

$$\tilde{a}_4 = 1, \quad \tilde{a}_5 = 0.$$

Coefficientes a_i :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\beta\delta\eta^6q + \delta(1+q)\eta^4}{\mu}, & a_1 &= \frac{2\beta\zeta_2(q+\delta)\eta^5 + 2\zeta_2(q+\delta+1)\eta^3}{\mu}, \\ a_2 &= \frac{((\beta\mu + \beta + q + 1)\delta + q\mu\beta)\eta^4 + ((\mu+1)\delta + \mu(1+q))\eta^2}{\mu}, \\ a_3 &= \frac{2\zeta_2(q+\beta+\delta+1)\eta^3 + 2\zeta_2\eta}{\mu}, & a_4 &= \frac{((\mu+1)\delta + \mu(q+\beta+1))\eta^2 + \mu}{\mu}, & a_5 &= \frac{2\zeta_2\eta}{\mu} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Una vez determinado el índice de rendimiento $I_{a,Ci}$, fue necesario establecer los valores de los parámetros adimensionales del sistema que minimicen dicho índice para cada dispositivo NS-NIDVA. De acuerdo con el criterio de rendimiento H_2 , las condiciones necesarias para minimizar el índice de rendimiento $I_{a,Ci}$ en cada dispositivo NS-NIDVA son las siguientes:

$$\frac{\partial I_{a,Ci}}{\partial \mu} = 0, \quad \frac{\partial I_{a,Ci}}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial I_{a,Ci}}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial I_{a,Ci}}{\partial \delta} = 0, \quad \frac{\partial I_{a,Ci}}{\partial \zeta_2} = 0 \quad i = 3, 4, 6 \quad (3.50)$$

La Ec. (3.50) representa el sistema de ecuaciones no lineales que debe resolverse para determinar los valores óptimos de los parámetros que minimizan el índice $I_{a,Ci}$. Sin embargo, al tratarse de un sistema multivariable, no se pudo garantizar la convergencia hacia una solución mediante los métodos convencionales, lo que imposibilita obtener una respuesta exacta. Por esta razón, se consideró el uso de metodologías heurísticas, con el objetivo de resolver esta problemática y encontrar soluciones aproximadas de los valores óptimos de los parámetros del sistema para cada dispositivo NS-NIDVA.

3.3.3.1. Minimización del índice de rendimiento I_a mediante la metodología de enjambre de partículas

En este caso, se seleccionó la metodología de optimización de enjambre de partículas, como se mencionó previamente en la Sección 2.2.4.2 de este documento. Esta técnica se basa en el comportamiento colectivo de un enjambre de partículas aleatorias, cuyo objetivo es encontrar la combinación óptima de parámetros que permita determinar las condiciones ideales de una función objetivo. En particular, la problemática a resolver corresponde a minimizar el índice de rendimiento $I_{a,Ci}$, descrito en la Ec. (3.43), por lo que esta expresión se adopta como función objetivo para el tratamiento mediante esta metodología. El procedimiento se llevó a cabo de la siguiente manera:

- Se implementó el algoritmo PSO siguiendo la metodología descrita en la Sección 2.2.4.2. Las condiciones principales del algoritmo fueron las siguientes: Se consideró un enjambre compuesto por 100 partículas, cada una representando los parámetros adimensionales correspondientes al sistema de los dispositivos NS-NIDVAs. Se emplearon coeficientes de influencia individual y grupal con valores $c_1 = c_2 = 2$, y se realizaron 1000 iteraciones del movimiento de cada partícula. Además, se establecieron límites inferiores y superiores para el momento de inercia de las partículas en 0.2 y 0.9, respectivamente.
- Las condiciones para la evaluación de los índices de rendimiento $I_{a,Ci}$ fueron las siguientes: Se analizaron los índices de rendimiento de cada dispositivo NS-NIDVA considerando un intervalo de operación de la relación de masa $\beta \in [0.01, 0.1]$, con incrementos de 0.01. Se impusieron las siguientes restricciones de análisis: Los parámetros adimensionales $[\mu, \delta, \eta, \zeta_2]$ debían ser mayores o iguales a cero, ya que sus soluciones deben de representar valores reales y positivos. En el caso particular del parámetro q , sus restricciones se definieron con base en el análisis de estabilidad realizado previamente, cuyos intervalos son: $q_{C3} \in (-1 + \sqrt{\beta}, 0]$, $q_{C4} \in (-1 + \sqrt{2\beta}, 0]$ y $q_{C6} \in (-1 + \sqrt{\beta}, 0]$.
- Con la finalidad de verificar el correcto funcionamiento del algoritmo PSO, se realizó una evaluación cíclica de 100 iteraciones, en las cuales se determinaron los valores de los parámetros óptimos para cada dispositivo NS-NIDVA mediante este algoritmo. Posteriormente, se llevó a cabo un análisis estadístico basado en la desviación estándar, con el fin de evaluar la confiabilidad del algoritmo propuesto en la minimización del índice de rendimiento $I_{a,Ci}$.
- Una vez obtenidos los parámetros óptimos, se procedió a la comprobación de los resultados mediante la verificación de los puntos estacionarios, utilizando los valores propios de la matriz hessiana. Este análisis permitió confirmar si los resultados obtenidos efectivamente corresponden a un mínimo del índice de rendimiento $I_{a,Ci}$.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación. Primero, en la Figura 3-16, se muestra el funcionamiento del algoritmo PSO para el dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$ de manera ejemplificada. En la Figura 3-16 (a) se describe de forma gráfica la respuesta promedio del ciclo de iteraciones de las repeticiones del algoritmo PSO y de cómo, al irse incrementando las interacciones relacionadas con el movimiento de la partícula, el algoritmo PSO encuentra los valores de los parámetros óptimos que minimizan de forma eficiente el índice de rendimiento $I_{a,Ci}$.

Por otra parte, en la Figura 3-16 (b) se muestra la respuesta resultante la FRF del dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$, donde se puede observar el comportamiento decreciente de los picos resonantes del sistema que es característico de la normativa H_2 .

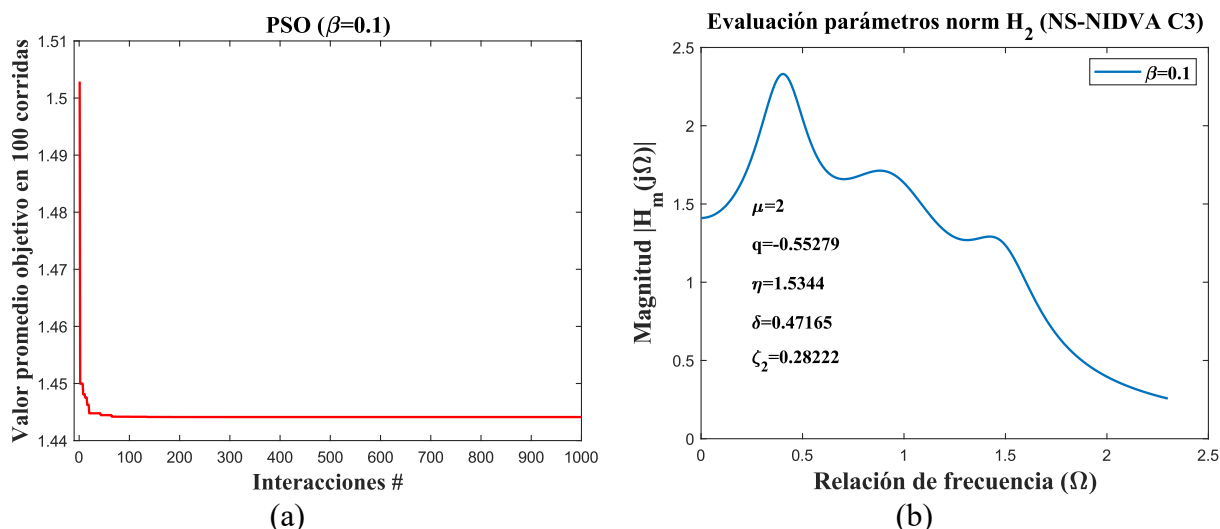


Figura 3-16. Implementación del criterio de rendimiento H_2 en el dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$: (a) Gráfico de convergencia de la minimización de índice de rendimiento $I_{a,C3}$ de acuerdo con la evaluación del algoritmo PSO, (b) FRF promedio de los parámetros óptimos y la respuesta del sistema basado en el dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$.

En las Tablas 3-10 a 3.12, se muestran los resultados obtenidos para los parámetros óptimos para cada dispositivo NS-NIDVA.

Tabla 3-10. Resultados de los parámetros óptimos obtenidos por el algoritmo PSO para la minimización del índice de rendimiento $I_{a,C3}$, para el dispositivo NS-NIDVA C3.

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	$I_{a,opt}$	σ
0.01	2	-0.85857864	2.45030126	0.14691536	0.15675435	1.79237774	2.35E-12
0.02	2	-0.8	2.09820033	0.20839328	0.18661892	1.72557378	4.12E-13
0.03	2	-0.75505103	1.92383799	0.2558256	0.20677515	1.6743785	1.76E-13
0.04	2	-0.71715729	1.81342761	0.29598466	0.22247691	1.63124805	9.27E-14
0.05	2	-0.68377223	1.73522509	0.33148957	0.23555484	1.59326093	4.61E-14
0.06	2	-0.65358984	1.67614345	0.36368047	0.24688334	1.55891903	2.76E-14
0.07	2	-0.62583426	1.6296051	0.39335101	0.25695427	1.5273324	2.07E-14
0.08	2	-0.6	1.5918714	0.42101603	0.26607411	1.49792113	1.36E-14
0.09	2	-0.57573593	1.56062988	0.44703112	0.2744478	1.47028235	1.04E-14
0.1	2	-0.5527864	1.53435884	0.47165325	0.2822197	1.44412262	7.20E-15

Tabla 3-11. Resultados de los parámetros óptimos obtenidos por el algoritmo PSO para la minimización del índice de rendimiento $I_{a,C4}$, para el dispositivo NS-NIDVA C4.

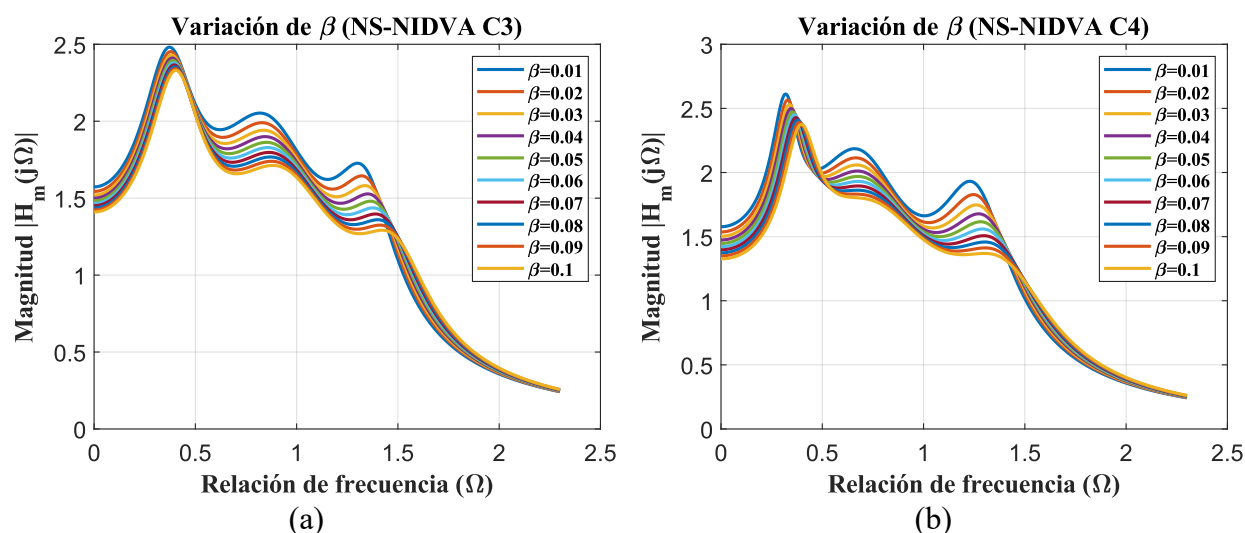
β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	$I_{a,opt}$	σ
0.01	2	-0.84013176	2.63925847	0.03913168	0.12885848	1.8111816	5.56E-12
0.02	2	-0.77204221	2.27018659	0.0554425	0.15625812	1.7327638	7.02E-13
0.03	2	-0.71866413	2.08999309	0.06811846	0.1758745	1.67250064	2.83E-13
0.04	2	-0.67266561	1.97785454	0.07899093	0.19200836	1.62158004	1.10E-13
0.05	2	-0.63118161	1.90014534	0.08878101	0.20617989	1.57658558	6.83E-14
0.06	2	-0.59271648	1.84304858	0.09787056	0.21913021	1.53576131	3.30E-14
0.07	2	-0.55635265	1.79965937	0.10649977	0.2312901	1.4980601	1.84E-14
0.08	2	-0.52146266	1.76608897	0.1148392	0.24293997	1.46279545	1.30E-14
0.09	2	-0.48757867	1.73996894	0.12302288	0.25427806	1.42948601	8.42E-15
0.1	2	-0.45432654	1.7197789	0.13116529	0.26545303	1.39777653	5.76E-15

Tabla 3-12. Resultados de los parámetros óptimos obtenidos por el algoritmo PSO para la minimización del índice de rendimiento $I_{a,C6}$, para el dispositivo NS-NIDVA C6.

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	$I_{a,opt}$	σ
0.01	0.5	-0.89426072	2.4565881	0.11942892	0.1484694	1.74784258	1.68E-15
0.02	0.5	-0.85015747	2.10553048	0.16981111	0.17765436	1.68231435	1.53E-15
0.03	0.5	-0.81607475	1.93253368	0.20905596	0.19765589	1.63201032	1.41E-15
0.04	0.5	-0.78710388	1.82376261	0.24269211	0.21346321	1.58954835	1.28E-15
0.05	0.5	-0.76133173	1.74750441	0.27289675	0.22683007	1.55206563	1.43E-15
0.06	0.5	-0.73776215	1.69073406	0.30083053	0.2386084	1.51808967	1.28E-15
0.07	0.5	-0.7157836	1.64696699	0.32724077	0.24929381	1.4867406	1.11E-15
0.08	0.5	-0.69496986	1.61260339	0.35269712	0.25921738	1.45743869	1.06E-15
0.09	0.5	-0.6749816	1.58554946	0.37772612	0.26863437	1.42977265	1.77E-15
0.1	0.5	-0.65626155	1.56043464	0.40100286	0.2769996	1.40345635	7.61E-16

Con base en la información presentada en las Tablas 3-10 a 3-12, se identifica la existencia de una restricción adicional asociada a los dispositivos NS-NIDVA. Esta restricción implica el truncamiento del parámetro adimensional μ , dado que, en ausencia de un control adecuado sobre dicho parámetro, el algoritmo PSO no logra converger hacia una solución coherente en el proceso de minimización de los índices de rendimiento $I_{a,Ci}$. Este problema también se puede ver en las tendencias de comportamiento de los parámetros óptimos obtenidos por la metodología ETPF y el análisis de estabilidad (véase Figura 3-14, Sección 3.3.2). En consecuencia, se establecen límites específicos para el parámetro μ , siendo estos $\mu = 2$ para los dispositivos NS-NIDVA C3 y C4, y $\mu = 0.5$ para el dispositivo NS-NIDVA C6.

Asimismo, los resultados mostrados en estas Tablas indican que la desviación estándar obtenida bajo cada condición de análisis del algoritmo PSO es inferior a 1E-12, lo cual demuestra la eficiencia del algoritmo en la convergencia del proceso de minimización de los índices de rendimiento $I_{a,Ci}$. En las Figuras 3-17 (a) a la (c) se presentan las FRFs de cada dispositivo NS-NIDVA, determinadas a partir de la sustitución de los parámetros óptimos especificados en las Tablas 3-10 a la 3-12 en la Ec. (3.7).



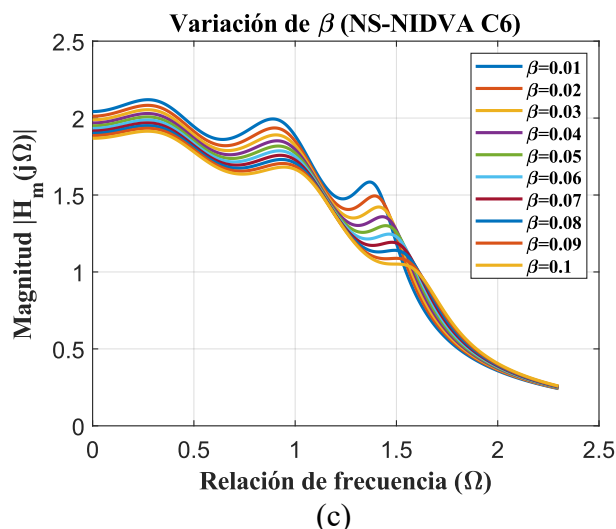


Figura 3-17. Respuesta de la FRF de los dispositivos NS-NIDVAs de acuerdo con el criterio de rendimiento H_2 : (a) Dispositivos NS-NIDVA C3, (b) Dispositivo NS-NIDVA C4, (c) Dispositivo NS-NIDVA C6.

Finalmente, se presentan los resultados obtenidos de la verificación del proceso de minimización de los índices de rendimiento $I_{a,ci}$. Esta verificación se llevó a cabo mediante la evaluación de los puntos críticos, a partir del cálculo de los eigenvalores de la matriz hessiana, la cual se describe en la siguiente ecuación:

$$H_{I_{a,ci}}(a) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \mu^2} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \mu \partial q} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \mu \partial \eta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \mu \partial \delta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \mu \partial \zeta_2} \\ \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial q \partial \mu} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial q \partial \eta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial q \partial \delta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial q \partial \zeta_2} \\ \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \eta \partial \mu} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \eta \partial q} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \eta \partial \delta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \eta \partial \zeta_2} \\ \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \delta \partial \mu} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \delta \partial q} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \delta \partial \eta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \delta^2} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \delta \partial \zeta_2} \\ \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \zeta_2 \partial \mu} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \zeta_2 \partial q} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \zeta_2 \partial \eta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \zeta_2 \partial \delta} & \frac{\partial^2 I_{a,ci}}{\partial \zeta_2^2} \end{bmatrix} \quad i = 3, 4 \text{ y } 6. \quad (3.51)$$

De acuerdo con la Ec. (3.51) y el análisis de los valores propios, se obtuvieron los resultados correspondientes para cada dispositivo NS-NIDVA y para cada caso de estudio. Estos resultados se presentan en las Tablas 3-13 a la 3-15.

Tabla 3-13. Comprobación de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_2 mediante la evaluación de los eigenvalores de la matriz Hessiana para el dispositivo NS-NIDVA C3.

β	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
0.01	0.03973863	4.12566963	34.516653	70.124727	314.680433
0.02	0.04154633	4.98603935	16.4021301	47.1135448	154.839313
0.03	0.04299077	5.24249427	10.679319	37.2404791	101.966831
0.04	0.04424379	5.01520475	8.26163519	31.4158754	75.7151337
0.05	0.04536942	4.38801149	7.30536491	27.4618572	60.0780314
0.06	0.04639898	3.69082445	6.91509321	24.5521161	49.7359545
0.07	0.04734989	3.1042306	6.67809517	22.2948376	42.4145346
0.08	0.04823244	2.63987803	6.47219867	20.4770943	36.9787061
0.09	0.04905279	2.27306881	6.26406751	18.9718813	32.7986613
0.1	0.04981449	1.97986672	6.04507517	17.6981138	29.4966929

Tabla 3-14. Comprobación de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_2 mediante la evaluación de los eigenvalores de la matriz Hessiana para el dispositivo NS-NIDVA C4.

β	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
0.01	0.04711334	3.02431053	55.7396485	309.264891	417.913109
0.02	0.04945908	3.48540805	33.4168189	156.875582	205.560123
0.03	0.05100336	3.56067991	24.1796087	104.554334	135.727307
0.04	0.05202531	3.45498676	19.0398291	77.7031889	101.099914
0.05	0.05259391	3.25189328	15.7588128	61.2417202	80.3867743
0.06	0.05270581	2.99801038	13.4792697	50.077043	66.5535323
0.07	0.0523171	2.72316324	11.7936375	41.9923193	56.616301
0.08	0.05135337	2.44714813	10.4812453	35.8611277	49.0990116
0.09	0.04971358	2.18279165	9.41233892	31.0483094	43.1898904
0.1	0.04727394	1.9379046	8.50648341	27.1680547	38.4063986

Tabla 3-15. Comprobación de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_2 mediante la evaluación de los eigenvalores de la matriz Hessiana para el dispositivo NS-NIDVA C6.

β	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
0.01	2.10594184	3.66026878	14.9577312	243.388047	415.304054
0.02	1.9442063	4.29836094	9.79367853	113.239476	213.650289
0.03	1.80807841	4.44128297	7.64996052	71.0486462	145.128525
0.04	1.68446078	4.30037672	6.5079087	50.4411016	110.335245
0.05	1.56710775	3.98531517	5.83656091	38.3397457	89.1727262
0.06	1.4522825	3.60037297	5.38045348	30.4352728	74.8832145
0.07	1.33713894	3.20992499	5.00831093	24.8967694	64.5471468
0.08	1.21880925	2.83166885	4.66931787	20.8125741	56.692059
0.09	1.07715119	2.41771828	4.3431718	17.5092168	50.5031689

La información presentada en las Tablas 3-13 a la 3-15 muestra que los eigenvalores para cada caso de estudio de los dispositivos NS-NIDVA son positivos. Según la teoría de evaluación de puntos estacionarios de una función, estos resultados indican que los parámetros óptimos obtenidos mediante la metodología basada en el algoritmo PSO corresponden, efectivamente, a un mínimo de la función objetivo asociada a los respectivos índices de rendimiento $I_{a,Ci}$ de cada dispositivo NS-NIDVA. Por lo tanto, los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta para la minimización del índice de rendimiento I_a , representan una alternativa eficaz y confiable para el diseño no solo de los dispositivos NS-NIDVA, sino también de cualquier diseño de DVA.

3.3.4. Criterio de rendimiento H_∞

Una vez finalizado el proceso de aplicación del criterio de rendimiento H_2 en los dispositivos NS-NIDVAs, se procedió a implementar el criterio de rendimiento H_∞ en dichos dispositivos. Esta metodología de optimización se llevó a cabo siguiendo el procedimiento descrito por Asami et al. [22], el cual se resume en la Sección 2.2.3 de este documento. De acuerdo con esta metodología, el primer paso consiste en obtener la función f_n de cada dispositivo NS-NIDVA. Esta expresión se determina al sustituir la Ec. (3.7) de la Sección 3.2.1 en la Ec. (2.31) de la Sección 2.2.3. Las expresiones resultantes de cada dispositivo se presentan de manera general en la siguiente ecuación:

$$f_{n,Ci} = \Omega_H^6 + a_1\Omega_H^5 + a_2\Omega_H^4 + a_3\Omega_H^3 + a_4\Omega_H^2 + a_5\Omega_H + a_6 \quad (3.51)$$

Donde los coeficientes a_i son expresiones algebraicas en función de los parámetros adimensionales del sistema ($\beta, \mu, q, \eta, \delta, \zeta_2$). Como se menciona en la metodología de criterio de rendimiento H_∞ , el polinomio de la Ec. (3.51) representa el comportamiento invertido de la FRF

del sistema general de los dispositivos NS-NIDVA. Este cambio en el comportamiento del sistema provoca que los puntos resonantes de la FRF se conviertan en mínimos locales de la función f_n , tal y como se ejemplifica en la Figura 2-6 de la Sección 2.2.3. En dicha Figura, los puntos Ω_1 , Ω_2 y Ω_3 representan las raíces reales de la Ec. (3.51). De acuerdo con la metodología, la calibración de los puntos resonantes se logrará únicamente si la magnitud de estas raíces tiende a cero.

Por esta razón, para cumplir con esta condición, este criterio de rendimiento implementa las fórmulas de Vieta y la formación de la matriz jacobiana para formular las funciones $f_1, f_2, \dots, f_i$. Dichas funciones conforman un sistema de ecuaciones no lineales cuya estructura depende de los parámetros adimensionales del sistema. La resolución de este sistema permite determinar las condiciones específicas que deben cumplir dichos parámetros para lograr la calibración adecuada de los puntos resonantes. Como consecuencia, se podría garantizar que la magnitud de las raíces de la función f_n sean aproximadamente cercanas a cero, cumpliendo con lo establecido en el criterio de rendimiento H_∞ . Sin embargo, nuevamente se presenta el desafío de resolver un sistema de ecuaciones no lineales multivariable. A diferencia del criterio de rendimiento H_2 , la función objetivo descrita en la Ec. (3.51) plantea un problema de minimización multiobjetivo, lo cual dificulta la convergencia a una solución mediante el uso del algoritmo PSO. Debido a esta limitación, fue necesario adoptar un enfoque numérico basado en la metodología del criterio de rendimiento H_∞ , el cual se fundamenta en la calibración de los puntos resonantes a través de un proceso iterativo de búsqueda y ajuste con base en la FRF de los dispositivos NS-NIDVA. Este código se desarrolló a partir de un sistema acoplado con el TMD clásico y fue validado conforme al criterio de rendimiento H_∞ .

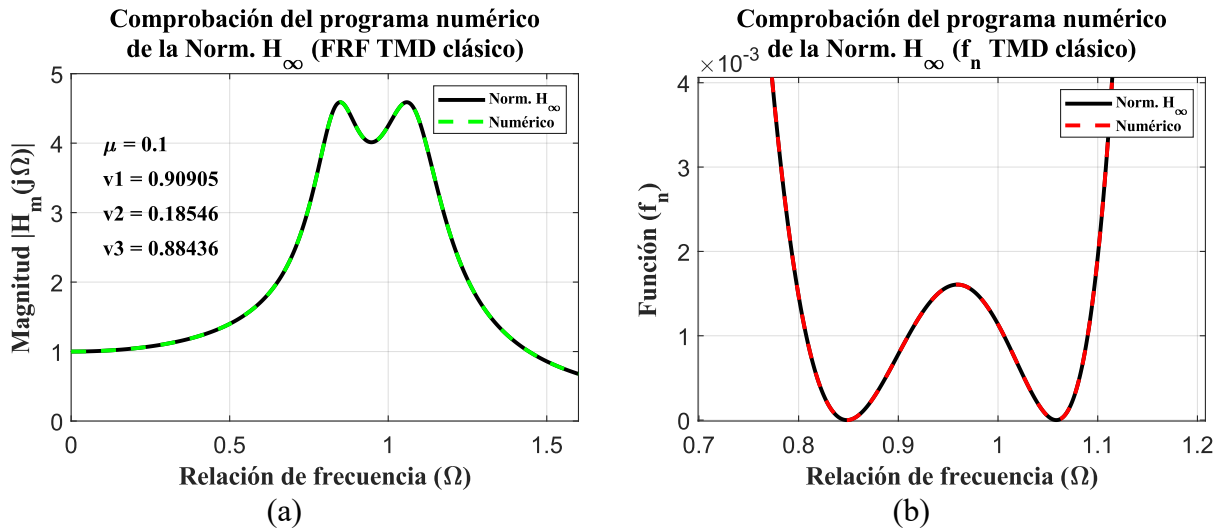


Figura 3-18. Comprobación del programa numérico de calibración de los puntos resonantes bajo el criterio de rendimiento H_∞ : (a) FRF optimizada de TMD clásico, (b) Evaluación de la función f_n del TMD clásico.

La verificación se muestra gráficamente en las Figuras 3-18 (a) y (b). En la Figura 3-18 (a) se presenta la FRF del TMD clásico, comparando el análisis según la metodología descrita en la Sección 2.2.3 con el análisis numérico de acuerdo al código computacional. En este gráfico se observa que la respuesta numérica reproduce con gran precisión los resultados del criterio de rendimiento H_∞ , logrando una calibración efectiva de los puntos resonantes. Por otro lado, la Figura 3-18 (b) muestra la evaluación gráfica de la función f_n , donde también se observa una correlación entre el comportamiento numérico y la metodología basada en H_∞ . Por lo tanto, esto

demuestra que el programa numérico es una herramienta eficaz para la calibración de los puntos resonantes en sistemas con dispositivos DVA, manteniendo la eficiencia del enfoque de H_∞ y evitando el análisis de ecuaciones no lineales multivariable, una dificultad común en el análisis de los dispositivos NS-NIDVAs.

De acuerdo con lo anterior, el proceso de la calibración de los puntos resonantes de cada dispositivo NS-NIDVA se determinó considerando los siguientes puntos:

- Para poder analizar los dispositivos NS-NIDVA, se consideraron los parámetros adimensionales del sistema con NS-NIDVA, sus restricciones del parámetro q , y se realizó un programa con el apoyo de Matlab para el ajuste y calibración de los puntos resonantes para sistemas de 3 Gdl.
- Se tomaron como valores iniciales los parámetros óptimos determinados según el criterio de rendimiento H_2 . Para ello, se consideraron las restricciones establecidas para el parámetro μ , siendo $\mu = 2$ para los dispositivos NS-NIDVA C3 y C4, y $\mu = 0.426$ para el dispositivo NS-NIDVA C6. Este cambio de parámetro μ fue debido a que el valor del 0.5 restringía severamente esta configuración, provocando ineficiencia en su FRF.
- El proceso de optimización se realizó considerando un rango de evaluación de la relación de masa $\beta \in [0.01, 0.1]$, con incrementos de 0.01. Esto con la finalidad de realizar una comparación exhaustiva con datos descritos en la literatura.
- Con el objetivo de determinar soluciones coherentes para los parámetros óptimos del sistema, se realizó un ajuste de estos mediante el control de regiones de análisis para cada parámetro adimensional $(q, \delta, \eta, \zeta_2)$. En el caso de los dispositivos NS-NIDVA C3 y C4, se consideró una región de análisis de ± 0.3 respecto al valor inicial, mientras que para la configuración C6 se utilizó una región de ± 0.21 . Cabe destacar que no se definió una región de análisis para el parámetro μ , ya que este fue restringido a un valor fijo para cada dispositivo NS-NIDVA cuando se aplicó el criterio de rendimiento H_2 .

Los resultados obtenidos se presentan a continuación. En la Figura 3-19, se ejemplifican los resultados del análisis numérico del criterio de rendimiento H_∞ para los dispositivos NS-NIDVA C3, considerando una relación de masa $\beta = 0.1$. En la Figura 3-19 (a) se presenta la FRF obtenida, donde se pueden ver los puntos resonantes del sistema, lo que valida la metodología utilizada. Por otro lado, en la Figura 3-19 (b) se presenta la función f_n correspondiente a los mismos parámetros óptimos, en la cual cada mínimo alcanza una magnitud cercana a cero. Estos resultados demuestran que el software numérico propuesto y las restricciones utilizadas para la obtención de los parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVA, bajo el criterio de rendimiento H_∞ , pueden seguir con fidelidad la metodología propuesta por Asami et al. [22].

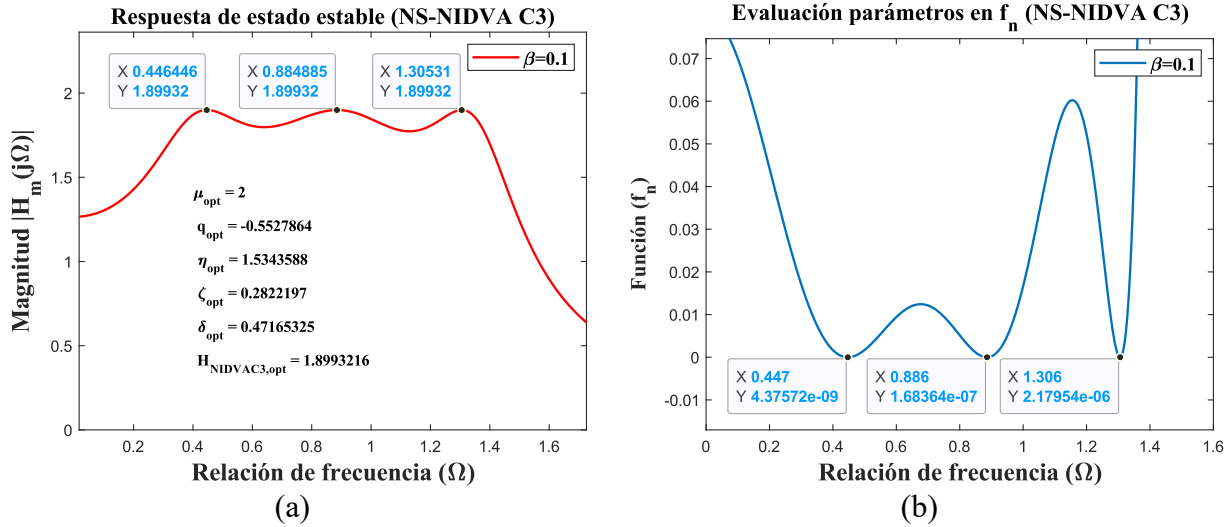


Figura 3-19. Obtención de los parámetros óptimos del dispositivo NS-NIDVA C3 para $\beta = 0.1$ (Resultados obtenidos por el software propuesto para solucionar el criterio de rendimiento H_∞ en los dispositivos NS-NIDVA): (a) FRF de la configuración evaluada, (b) Función f_n .

Las Tablas 3-16 a 3-18 muestran los parámetros óptimos para las configuraciones C3, C4 y C6 de los dispositivos NS-NIDVA, tomando en cuenta el rango de evolución de $\beta \in [0.01, 0.1]$, con incrementos de 0.01. Donde se puede observar nuevamente la restricción del valor fijo para el parámetro μ en cada dispositivo NS-NIDVA. Donde es necesario mencionar que, en el caso de la configuración C6, el parámetro μ requirió un ajuste de su valor de 0.5 a 0.426. Esto fue debido a que la restricción definida en la normativa H_2 fue muy severa para la normativa H_∞ .

Tabla 3-16. Resultados obtenidos por el criterio de rendimiento H_∞ para el dispositivo NS-NIDVA C3.

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	r_{min}
0.01	2	-0.8488957	2.31615532	0.16330441	0.14946976	0.88508553
0.02	2	-0.78631004	1.96966629	0.23087111	0.17772334	0.8794422
0.03	2	-0.73827813	1.7955283	0.2827077	0.1966551	0.87481684
0.04	2	-0.69778455	1.68357802	0.32638785	0.21129329	0.87070116
0.05	2	-0.66212684	1.60300253	0.36478201	0.22338718	0.86690141
0.06	2	-0.62986854	1.54106216	0.39954967	0.23377731	0.86331106
0.07	2	-0.6002135	1.49135119	0.43144273	0.24292548	0.85987742
0.08	2	-0.57267137	1.45020793	0.46103643	0.25117713	0.85655985
0.09	2	-0.54669259	1.41537476	0.48905705	0.25864024	0.85333137
0.1	2	-0.52219415	1.38535942	0.51536561	0.26552325	0.85017279

Tabla 3-17. Resultados obtenidos por el criterio de rendimiento H_∞ para el dispositivo NS-NIDVA C4.

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	r_{min}
0.01	2	-0.82008851	2.57264874	0.03998858	0.1538481	0.88980352
0.02	2	-0.74502187	2.19456699	0.0565809	0.18366224	0.88308512
0.03	2	-0.68715013	2.0055593	0.06934321	0.20390687	0.87748783
0.04	2	-0.6381716	1.88465568	0.08012284	0.21972858	0.87243784
0.05	2	-0.59490815	1.7980323	0.08962992	0.2328912	0.86771433
0.06	2	-0.55560074	1.73182308	0.0982568	0.24435972	0.86320445
0.07	2	-0.51936649	1.67892785	0.10621025	0.25452466	0.85884114
0.08	2	-0.48553157	1.63539008	0.11362873	0.26372776	0.85458055
0.09	2	-0.45367664	1.59872027	0.12060887	0.27215133	0.85039218
0.1	2	-0.42340543	1.56732351	0.12724223	0.27999582	0.84625354

Tabla 3-18. Resultados obtenidos por el criterio de rendimiento H_∞ para el dispositivo NS-NIDVA C6.

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	r_{min}
0.01	0.426	-0.89575849	2.36539381	0.12570369	0.15697255	0.86022242
0.02	0.426	-0.85260652	2.01276766	0.17772967	0.18681078	0.85293408
0.03	0.426	-0.81950327	1.83573361	0.2176224	0.20686066	0.84693155
0.04	0.426	-0.79160459	1.72203203	0.25123753	0.2224009	0.84156835
0.05	0.426	-0.76702784	1.6402714	0.28083321	0.23526516	0.83659543
0.06	0.426	-0.74479443	1.57746875	0.3075586	0.24630626	0.83188557
0.07	0.426	-0.72438399	1.52714072	0.33214815	0.25611158	0.8235987
0.08	0.426	-0.70537867	1.48552485	0.35501442	0.26490867	0.81644323
0.09	0.426	-0.68752195	1.4503265	0.3764672	0.27291361	0.80882025
0.1	0.426	-0.67064091	1.42003605	0.39674791	0.28029719	0.80068548

Además, en las Figuras 3-20 (a) a la (c) se muestran las FRFs resultantes de este proceso de optimización bajo el criterio de rendimiento H_∞ . En estas figuras se puede observar que cada configuración analizada tiene el comportamiento característico de la metodología, reflejado en la calibración de los puntos resonantes. Asimismo, se aprecia un comportamiento uniforme a medida que se incrementa el parámetro β . Esto reafirma la eficiencia de la metodología propuesta y la obtención numérica de los parámetros óptimos para este criterio de rendimiento.

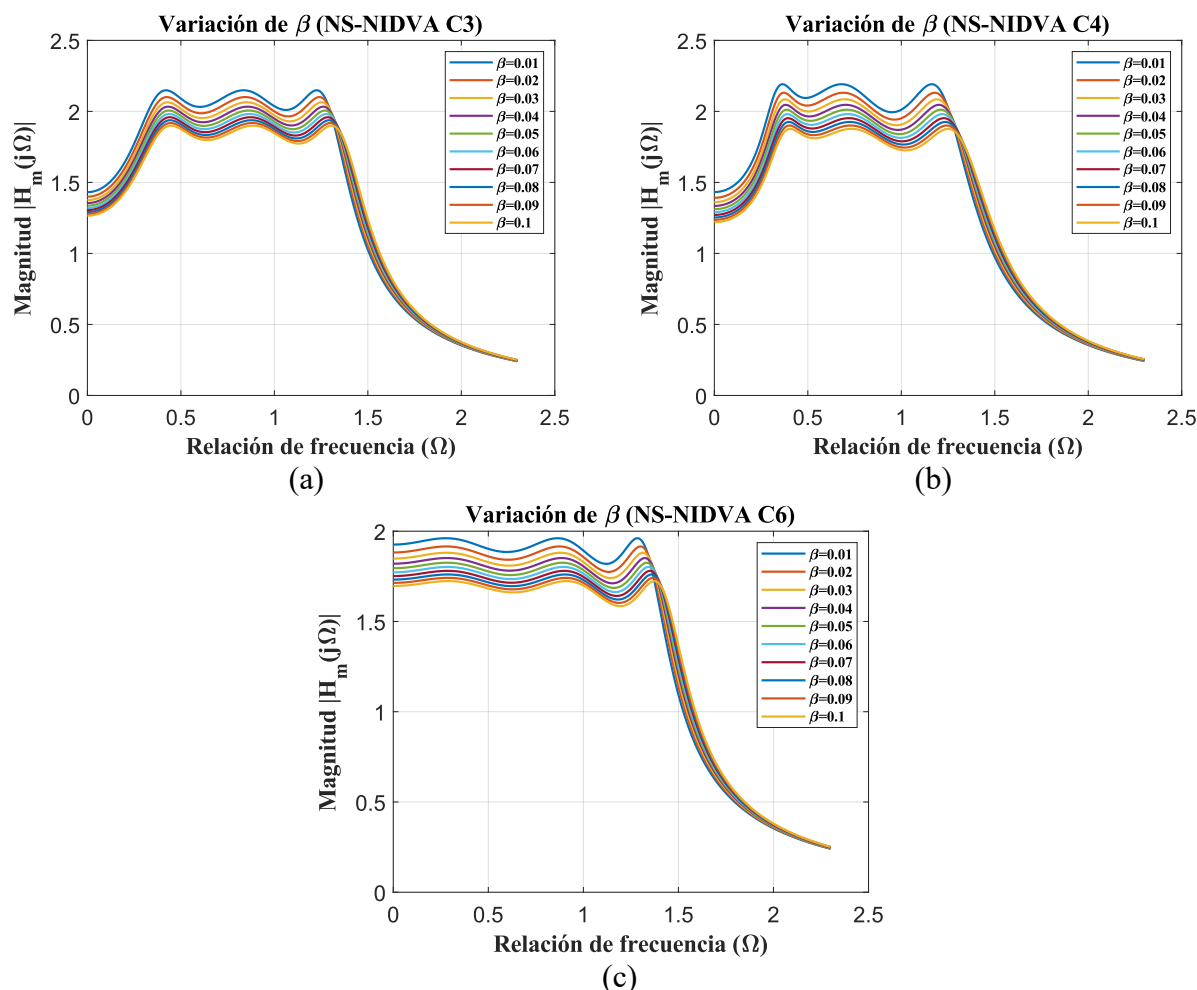


Figura 3-20. FRF de los parámetros óptimos determinados por el criterio de rendimiento H_∞ de cada condición de análisis en el intervalo de $\beta \in [0.01, 0.1]$, con incrementos de 0.1, (a) Dispositivo NS-NIDVA C3, (b) Dispositivo NS-NIDVA C4, (c) Dispositivo NS-NIDVA C6.

3.3.5. Comparación con los valores descritos en la literatura bajo el criterio de rendimiento H_∞

En esta sección se presenta un análisis comparativo entre los resultados obtenidos mediante el enfoque numérico propuesto y los parámetros óptimos reportados en la investigación previa relacionada con el diseño y optimización de los dispositivos NS-NIDVAs, utilizando como criterio de evaluación el criterio de rendimiento H_∞ . En la Sección 3.3.5.1, se recopilan y se presentan de manera resumida los resultados del diseño de los dispositivos NS-NIDVA que se han reportado en la literatura. Estos resultados sirvieron como punto de partida y referencia para corroborar y conceptualizar los resultados obtenidos de este capítulo de la tesis. Luego, en la Sección 3.3.5.2, se lleva a cabo una discusión sobre los mejores parámetros encontrados mediante el análisis numérico propuesto, comparándolos con los datos que se encuentran en la literatura. Esta comparación permite identificar las posibles ventajas, limitaciones y posibles mejoras del método propuesto, así como evaluar su consistencia y aplicabilidad en el diseño de sistemas de control pasivo de vibraciones bajo el enfoque H_∞ .

3.3.5.1. Parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVA descritos en la literatura

El diseño de los dispositivos NS-NIDVA fue propuesto por Barredo et al. [89], quienes propusieron una metodología sistemática para la obtención de los parámetros óptimos de estos dispositivos. Esta metodología se basó en la implementación del índice de rendimiento H_∞ utilizando un modelo que describe el comportamiento de la dinámica de estos dispositivos. El proceso de optimización lo llevaron a cabo en dos etapas. En la primera, hicieron una aproximación usando la metodología ETPF, añadiendo restricciones de estabilidad (criterio de Routh-Hurwitz) para garantizar un adecuado comportamiento dinámico del sistema. Posteriormente, en la segunda etapa, utilizaron la metodología propuesta por Asami et al. [22] para la implementación directa de H_∞ , permitiendo mejorar la solución algebraica que propusieron por la metodología ETPF. Los parámetros óptimos determinados a partir de este procedimiento se presentan en las Tablas 3-19 a 3-21 para cada configuración de los dispositivos NS-NIDVA, respectivamente.

Tabla 3-19. Parámetros óptimos reportados en la literatura del criterio de rendimiento H_∞ para la configuración C3 de los dispositivos NS-NIDVAs [89].

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	r_{min}
0.01	1.614058	-0.842055	2.281841	0.149762	0.145563	0.891179
0.02	2.752345	-0.798055	2.008754	0.260904	0.18449	0.871334
0.03	3.619036	-0.75689	1.866858	0.378769	0.210899	0.860821
0.04	5.07653	-0.735882	1.771672	0.46186	0.235547	0.849672
0.05	6.809878	-0.707635	1.721815	0.591793	0.257057	0.841924
0.06	8.799792	-0.688413	1.66579	0.668552	0.273334	0.834329
0.07	9.934801	-0.666786	1.617501	0.733489	0.285942	0.828288
0.08	11.296884	-0.646958	1.579707	0.800532	0.299353	0.82257
0.09	11.998742	-0.62183	1.558867	0.906685	0.311691	0.817999
0.1	12.73538	-0.605494	1.522036	0.9342	0.320654	0.812069

Tabla 3-20. Parámetros óptimos reportados en la literatura del criterio de rendimiento H_∞ para la configuración C4 de los dispositivos NS-NIDVAs [89].

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	r_{min}
0.01	4.99951	-0.804823	2.99643	0.027457	0.264775	0.883313
0.02	5.699353	-0.739237	2.548545	0.034066	0.305082	0.874435
0.03	5.930403	-0.682108	2.34169	0.039459	0.338605	0.859178
0.04	6.753407	-0.633651	2.238906	0.041456	0.376675	0.850041
0.05	6.916512	-0.593327	2.140681	0.045069	0.397007	0.841529
0.06	6.513678	-0.57429	2.00476	0.050324	0.385538	0.833724
0.07	6.979838	-0.523962	2.001672	0.053526	0.426334	0.825491
0.08	7.473658	-0.49931	1.950771	0.052734	0.439129	0.816575
0.09	7.342921	-0.462043	1.921443	0.06113	0.45694	0.808448
0.1	11.002598	-0.425923	1.993364	0.045964	0.513669	0.793408

Tabla 3-21. Parámetros óptimos reportados en la literatura del criterio de rendimiento H_∞ para la configuración C6 de los dispositivos NS-NIDVAs [89].

β	μ_{opt}	q_{opt}	η_{opt}	δ_{opt}	$\zeta_{2,opt}$	r_{min}
0.01	0.301051	-0.892027	2.427138	0.158506	0.173255	0.858242
0.02	0.303814	-0.846766	2.069897	0.225661	0.206395	0.850484
0.03	0.294968	-0.811511	1.895034	0.282694	0.229678	0.844404
0.04	0.301196	-0.783345	1.77226	0.31968	0.245379	0.838276
0.05	0.310369	-0.758287	1.68642	0.353165	0.259	0.832823
0.06	0.328004	-0.736987	1.608881	0.367861	0.265734	0.827342
0.07	0.311374	-0.714082	1.568262	0.414772	0.280684	0.82242
0.08	0.322735	-0.696772	1.517618	0.430303	0.288187	0.81741
0.09	0.32158	-0.677533	1.483941	0.458389	0.296708	0.812944
0.1	0.316594	-0.659952	1.454698	0.486543	0.305162	0.808602

Además, en la Figura 3-21, se presenta un diagrama de flujo del proceso seguido por Barredo et al., en el cual se resumen de manera más clara las etapas del procedimiento de optimización, desde la formulación del modelo hasta la obtención de los parámetros finales.

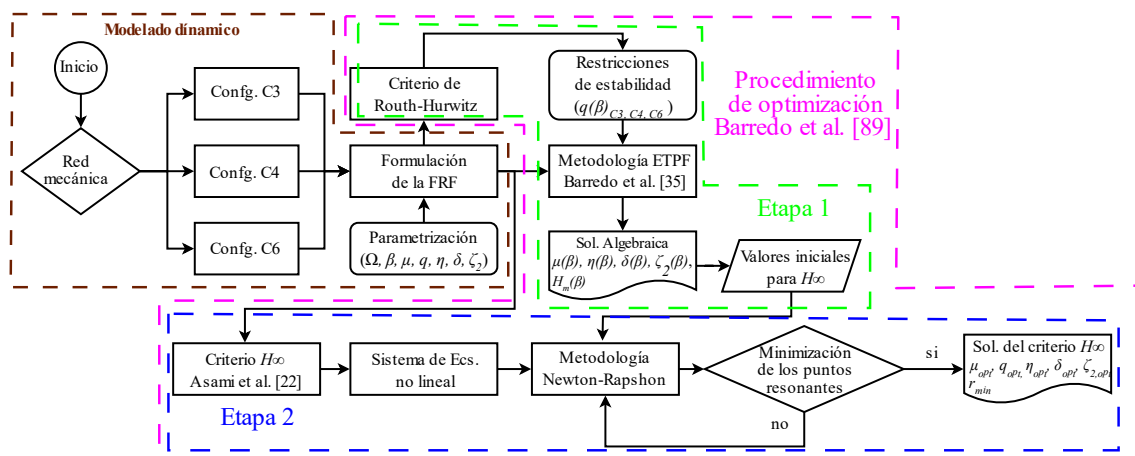


Figura 3-21. Diagrama del procedimiento de optimización de los dispositivos NS-NIDVA con base en la literatura.

Por otra parte, en las Figuras 3-22 (a) a (c), se presentan las FRFs correspondientes a cada configuración de los dispositivos NS-NIDVAs. Estas gráficas permiten ver el impacto del proceso de optimización que llevaron a cabo, así como la reducción en la amplitud de vibración logradas en dicha investigación.

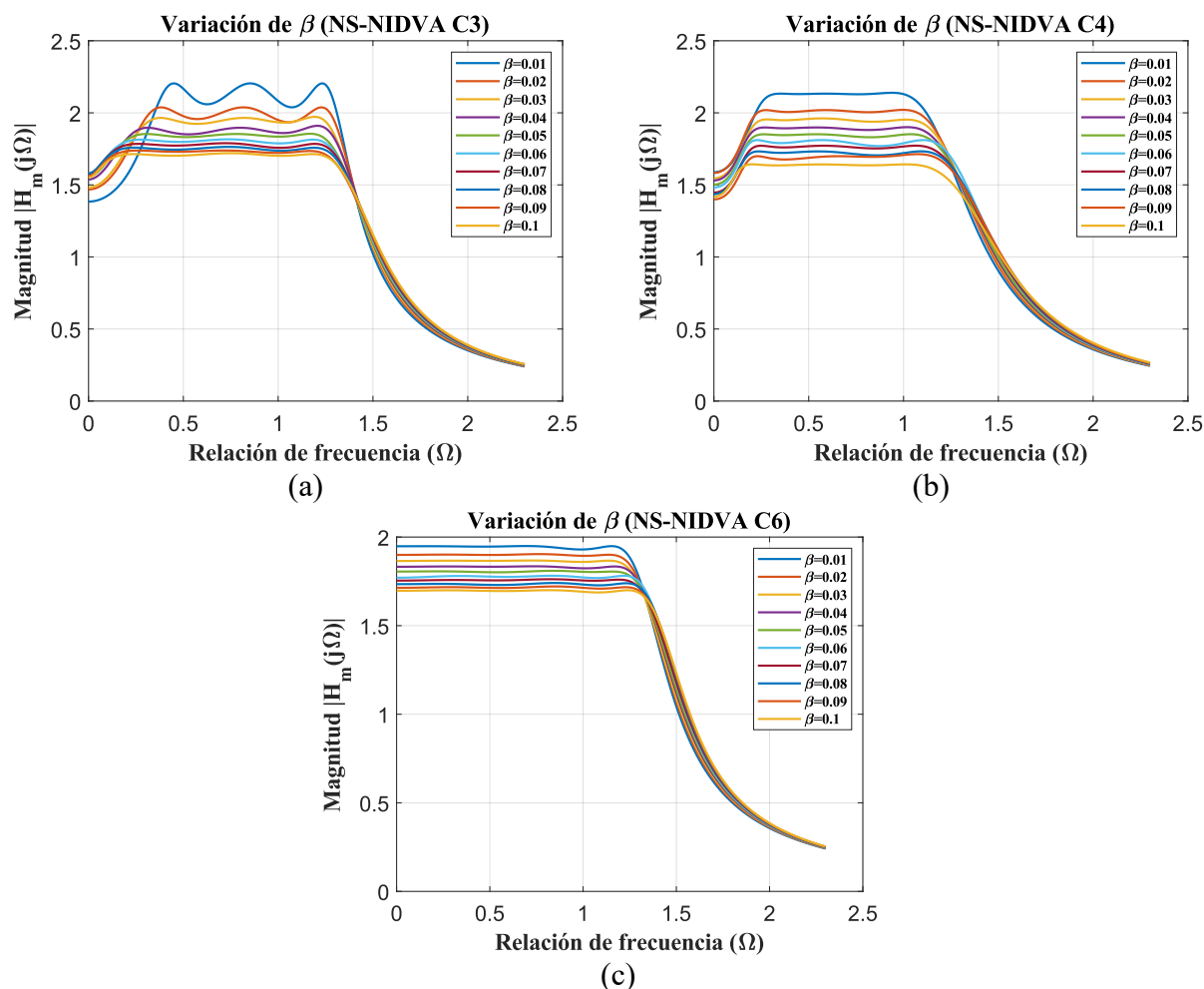


Figura 3-22. FRF de los datos descritos en la literatura de la implementación del índice de rendimiento H_∞ en los dispositivos NS-NIDVAs [89]: (a) Configuración C3, (b) Configuración C4, (c) Configuración C6.

Estos resultados muestran un comportamiento característico del índice de rendimiento H_∞ , así como el aumento en el rango de frecuencias operativas y la mejora en la atenuación vibratoria de los dispositivos NS-NIDVAs.

3.3.5.2. Discusión de los parámetros óptimos determinados por el análisis numérico propuesto y los resultados descritos en la literatura

Una vez recopilados los datos reportados en la literatura, se procedió a comparar estos con los resultados obtenidos mediante el análisis numérico desarrollado en esta tesis. Esto se realizó tomando los siguientes criterios:

- Se realizó una comparación entre el procedimiento de optimización propuesto y el de la literatura. Para ello, se elaboró un diagrama de flujo de la metodología propuesta, siguiendo las similitudes con el diagrama de la Figura 3-21 de la sección anterior. En la Figura 3-23, se presenta dicho diagrama de flujo.

En esta figura se observa que el procedimiento propuesto se compone de tres etapas. La primera etapa, al igual que el procedimiento reportado de la literatura, se basa en una estimación de los

parámetros óptimos mediante la implementación de la metodología ETPF y el cumplimiento de las restricciones de estabilidad del parámetro q (ver Figura 3-21, recuadro color verde). La segunda etapa se distingue del procedimiento reportado en la literatura, al agregar una etapa adicional fundamentada por el índice de rendimiento H_2 , en el cual se emplea el algoritmo PSO y se consideran tanto las restricciones de estabilidad como aquellas derivadas de la metodología ETPF (véase Figura 3-21, recuadro en color azul). Esta incorporación tiene como propósito mejorar la estimación de los parámetros óptimos del sistema. Posteriormente, en la tercera etapa se describe el procedimiento numérico correspondiente al criterio de rendimiento H_∞ . En este proceso, los valores obtenidos a partir del criterio H_2 se utilizan como condiciones iniciales, y se realiza una búsqueda numérica orientada a la calibración y a la minimización de los puntos resonantes. A partir de los resultados obtenidos bajo este procedimiento, se concluye que la metodología propuesta en esta tesis impone restricciones más estrictas y añade una etapa complementaria al procedimiento de la literatura, con el fin de obtener una solución coherente y consistente con el criterio de rendimiento H_∞ .

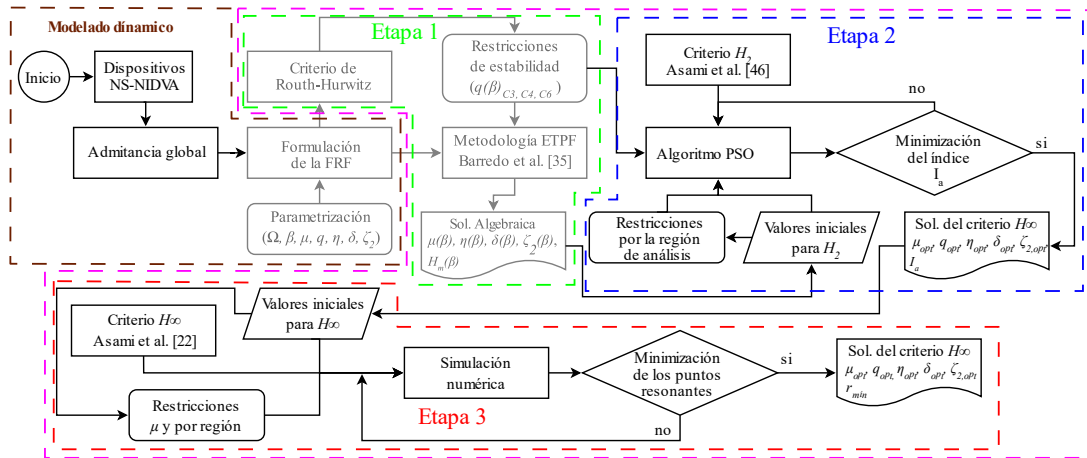


Figura 3-23. Diagrama de flujo del procedimiento de optimización propuesto para los dispositivos NS-NIDVAs.

- Se llevó a cabo un análisis comparativo de cada parámetro adimensional óptimo de los dispositivos NS-NIDVA ($\mu, q, \eta, \delta, \zeta_2, r_{min}$) en cada incremento de β en el intervalo $[0.01, 0.1]$. Los resultados indican que la mayoría de los parámetros adimensionales de los dispositivos NS-NIDVA muestran una tendencia similar frente al incremento del parámetro β (estos gráficos comparativos se muestran en el apéndice A). Sin embargo, algunos parámetros presentan variaciones significativas que deben ser analizadas con mayor detalle.

En el dispositivo NS-NIDVA C3, los parámetros μ y δ muestran un comportamiento distinto respecto a los datos descritos en la literatura.

El parámetro μ (ver Figura 3-24), según la literatura, muestra un incremento exponencial a medida que β aumenta, mientras que los resultados obtenidos por la metodología propuesta μ permanecen constantes. Esta diferencia se debe a la restricción impuesta por el comportamiento de la función algebraica de la metodología ETPF en el parámetro μ . Internamente, los datos de la literatura indican que μ tiene un incremento del 688.84 % cuando β varía de 0.01 a 0.1, mientras que en el enfoque propuesto es del 0 %. Por otro lado, en la comparación del valor final de μ entre ambos enfoques en $\beta = 0.1$, se presenta que el valor reportado en la literatura ($\mu = 12.73538$) es

aproximadamente 536 % mayor que el valor propuesto ($\mu = 2$), evidenciando una variación significativa entre ambos procedimientos.

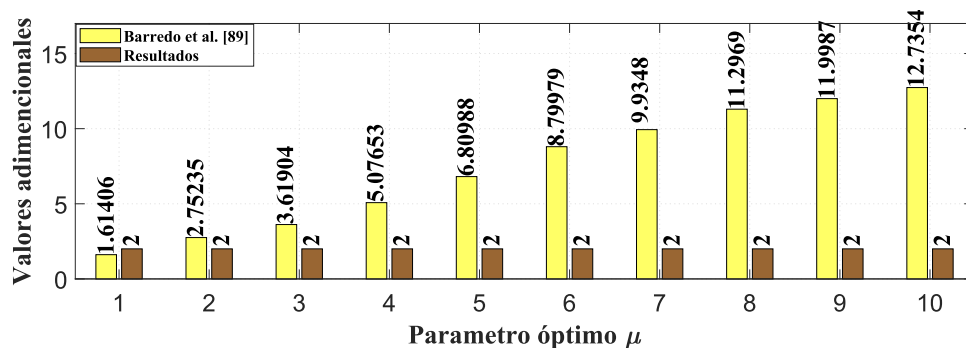


Figura 3-24. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro μ para el dispositivo NS-NIDVA C3.

En cuanto al parámetro δ (ver Figura 3-25), ambos enfoques muestran un crecimiento debido al aumento de β . Sin embargo, en la literatura δ incrementa un 523 %, mientras que en los datos propuestos lo hace en un 215.53 %, mostrando un comportamiento más estable. Adicionalmente, la comparación de los valores finales de δ en $\beta = 0.1$, presenta un incremento del 134.45 %, siendo el valor de la literatura significativamente mayor.

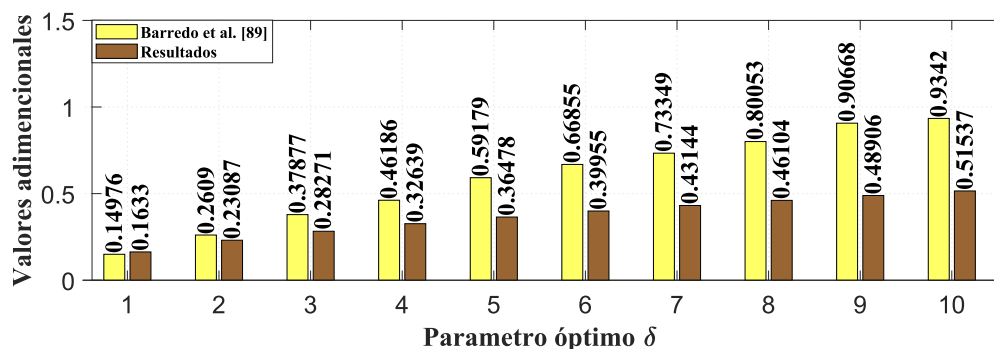


Figura 3-25. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro δ para el dispositivo NS-NIDVA C3.

Para el dispositivo NS-NIDVA C4, los parámetros que muestran una variación significativa son μ , δ y ζ_2 .

El parámetro μ muestra (ver Figura 3-26), al igual que en el dispositivo NS-NIDVA C3, un incremento exponencial en los datos reportados en la literatura a medida que aumenta β . Específicamente, en la literatura presenta un incremento interno del 120.07 %, mientras que, en los resultados propuestos μ permanece constante. Además, la comparación del valor final de μ cuando $\beta = 0.1$ entre ambos procedimientos revela un porcentaje de 450.12 % mayor que el valor propuesto.

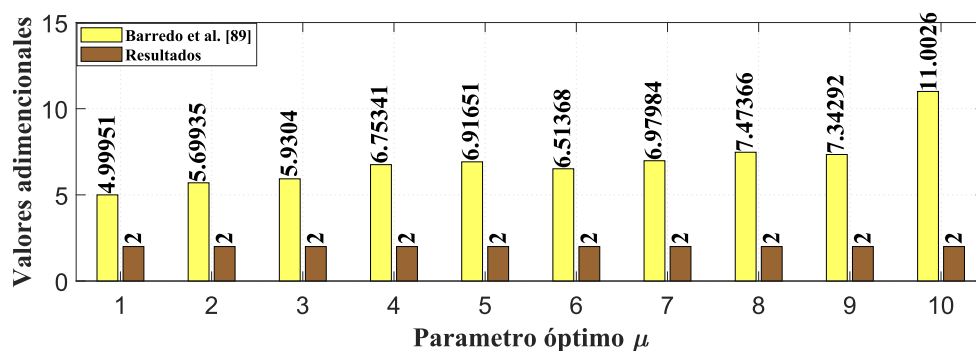


Figura 3-26. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro μ para el dispositivo NS-NIDVA C4.

En cuanto al parámetro δ (ver Figura 3-27), se observa un incremento mayor en los resultados propuestos en comparación con los datos reportados en la literatura, con porcentajes internos de 218.19 % y 67.40 %, respectivamente. La comparación de los valores finales de δ cuando $\beta = 0.1$, entre ambos métodos, indica una diferencia del 176.83 %, siendo el valor propuesto más elevado.

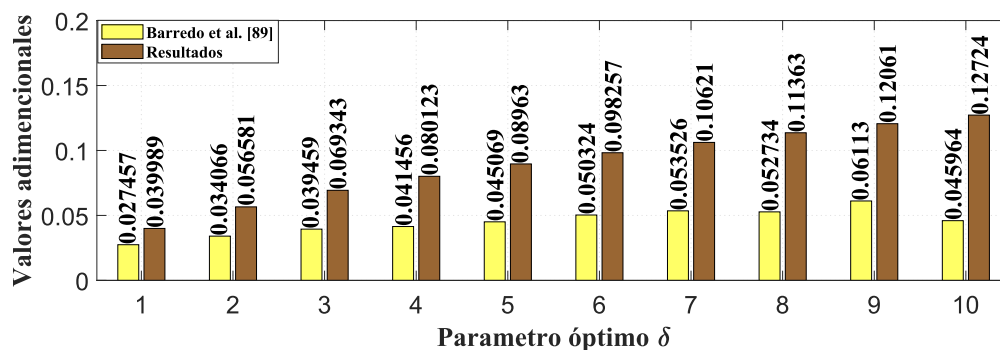


Figura 3-27. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro δ para el dispositivo NS-NIDVA C4.

Por otro lado, para el parámetro ζ_2 (ver Figura 3-28), el mayor incremento se presenta en los datos descritos en la literatura, con un incremento del 94% frente al 81.99% de los resultados propuestos. La comparación final de ζ_2 en $\beta = 0.1$ muestra una diferencia del 83.45%, siendo nuevamente el valor de la literatura más alto.

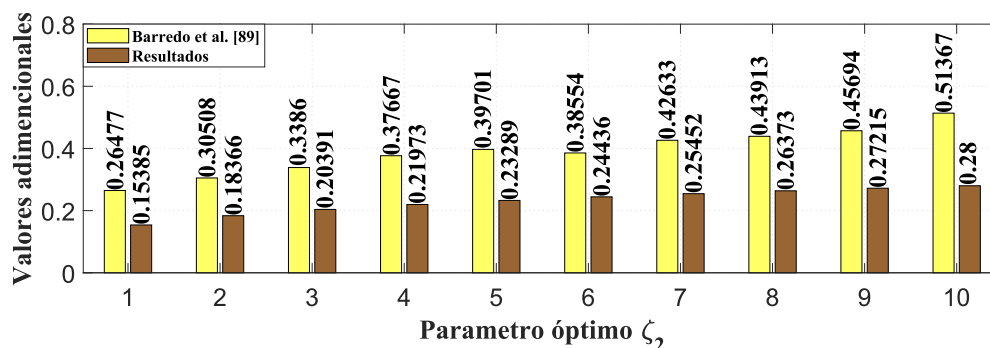


Figura 3-28. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro ζ_2 para el dispositivo NS-NIDVA C4.

En el dispositivo NS-NIDVA C6, los parámetros que presentan un cambio significativo son μ y δ .

En cuanto al parámetro μ (ver Figura 3-29), ambos procedimientos presentan un comportamiento relativamente constante. En el enfoque interno existe una mínima variación del 5.16 % en los datos descritos en la literatura, mientras que en los resultados propuestos μ permanece constante. Al comparar los valores finales de μ , cuando $\beta = 0.1$, se observa una diferencia del 34.55 %, siendo el valor menor el correspondiente al de la literatura.

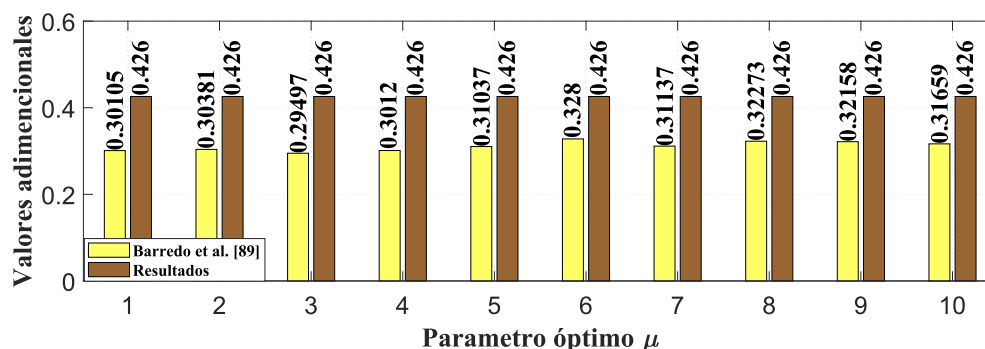


Figura 3-29. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro μ para el dispositivo NS-NIDVA C6.

Por otra parte, el parámetro δ (ver Figura 3-30) presenta un incremento en ambos enfoques conforme aumenta β . Internamente, en los datos de la literatura δ aumenta un 206.94 %, mientras que los resultados propuestos aumentan el 215.63 %. Además, la comparación de los valores finales de δ en $\beta = 0.1$ revela un incremento del 22.63 %, siendo el valor de la literatura significativamente mayor.

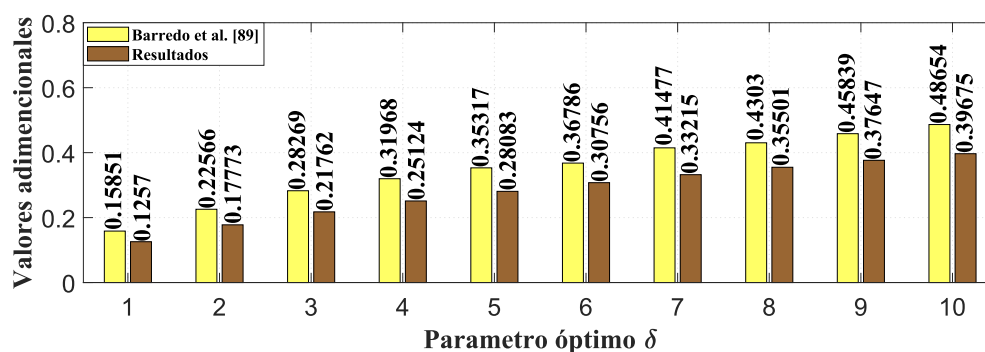


Figura 3-30. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro δ para el dispositivo NS-NIDVA C6.

Con relación a este criterio de comparación, los resultados demuestran que puede haber varias posibles soluciones al criterio de rendimiento H_{∞} mediante la variación de los parámetros adimensionales del sistema. Esto puede ocurrir debido a que no existe una solución exacta de este criterio en los dispositivos NS-NIDVA. En el caso de la comparación de los parámetros adimensionales en las configuraciones C3 y C4 de estos dispositivos, se observa una mejora significativa de los valores del parámetro μ , según los reportados en la literatura, al aplicar el truncamiento de este parámetro, tal y como se establece en la metodología propuesta. Por otro lado, en la configuración C6, la comparación de parámetros revela que, en términos de eficiencia de

parámetros, los datos presentados en la literatura tienen un comportamiento más idealizado que aquellos que se obtuvieron por la metodología propuesta.

- Posteriormente, se llevó a cabo la comparación de las FRFs de cada dispositivo NS-NIDVA. En este caso, se compararon cinco condiciones del parámetro β , utilizando los parámetros óptimos obtenidos por ambos procedimientos (resultados propuestos y resultados de la literatura). Esto con el fin de visualizar las tendencias de la FRF conforme se incrementa este parámetro. Las condiciones del parámetro β corresponden a los valores de 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 y 0.1 respectivamente, tal y como se muestran en las Figuras 3-31 a 3-33.

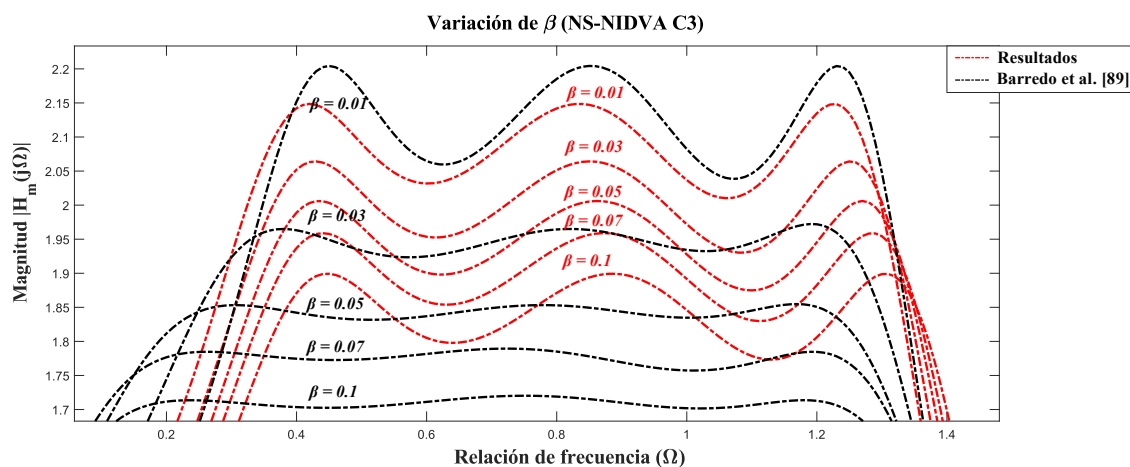


Figura 3-31. FRF comparativos del dispositivo NS-NIDVA C3 entre los resultados obtenidos y los datos descritos en la literatura.

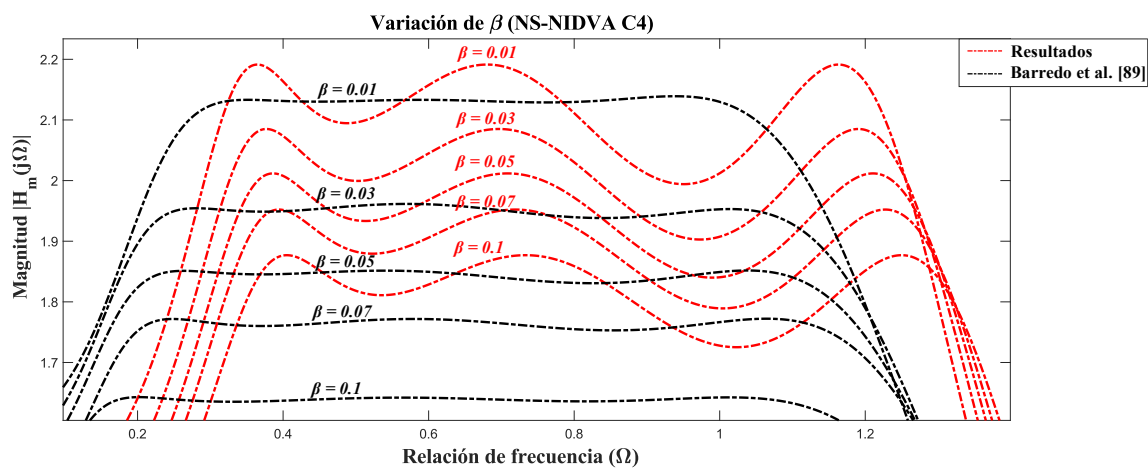


Figura 3-32. FRF comparativos del dispositivo NS-NIDVA C4 entre los resultados obtenidos y los datos descritos en la literatura.

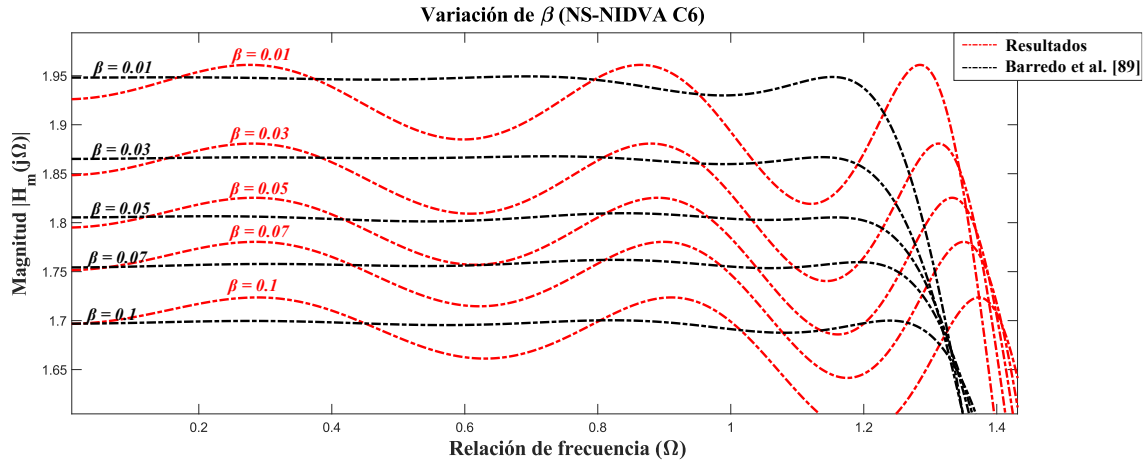


Figura 3-33. FRF comparativos del dispositivo NS-NIDVA C6 entre los resultados obtenidos y los datos descritos en la literatura.

A partir del análisis visual de las FRF de las configuraciones C3, C4 y C6 de los dispositivos NS-NIDVAs, se puede ver que ambos enfoques muestran una reducción en la magnitud de las vibraciones que depende del incremento de β . Sin embargo, su comportamiento general de las FRF difiere entre los parámetros óptimos reportados en la literatura y los obtenidos mediante la metodología propuesta en esta tesis. A continuación, se mencionan tres aspectos claves en los que se evidencian estas diferencias:

- La magnitud del sistema: Como se muestra en las Figuras 3-31 a 3-33, las FRF de los parámetros óptimos reportados en la literatura muestran una atenuación más eficiente de la magnitud vibratoria en comparación con las FRF obtenidas mediante la metodología propuesta en esta investigación.
- Ancho de banda y comportamiento lineal: Las FRFs obtenidas de los parámetros reportados en la literatura presentan un comportamiento más plano e idealizado, así como un mayor ancho de banda en frecuencia. Esto puede interpretarse como una respuesta más conveniente, en comparación con los resultados propuestos en esta tesis.
- Proporcionalidad con base en el incremento de β : las FRFs obtenidas por los resultados propuestos en esta investigación presentan un comportamiento uniforme conforme se incrementa β , a diferencia de las FRFs obtenidas por los valores descritos en la literatura.

Como una conclusión general de la comparación entre la metodología propuesta y la metodología descrita en la literatura, se afirma que ambas presentan ventajas y desventajas que influyen en el rendimiento del control de vibraciones. Por un lado, los parámetros óptimos reportados en la literatura presentan un incremento excesivo del parámetro μ conforme aumenta β , lo cual presenta una limitación práctica. En cambio, la metodología propuesta en este trabajo introduce un truncamiento controlado en dicho parámetro, evitando el incremento excesivo del parámetro μ , lo que podría facilitar su implementación en condiciones reales. Por otro lado, las FRFs obtenidas a partir de los datos reportados en la literatura presentan un comportamiento más idealizado y suave, lo que puede ser favorable para las aplicaciones en el control pasivo de vibraciones. En cambio, las FRFs generadas mediante la metodología propuesta muestran un comportamiento más irregular, lo que indica una mayor sensibilidad a la variación de los

parámetros del sistema, pero también podría ser una respuesta más realista bajo condiciones dinámicas.

En resumen, una comparación cuantitativa entre estos resultados no permite determinar de manera eficaz cuál de las metodologías es más eficiente. Por esta razón, fue necesario implementar un criterio de comparación más riguroso, basado en la metodología del criterio de rendimiento H_{∞} , con la finalidad de verificar y tener la certeza de determinar cuál de las metodologías se ajusta de manera más adecuada a los principios de esta teoría.

De acuerdo con el criterio de rendimiento H_{∞} para una correcta calibración de los puntos resonantes, es necesario cumplir con ciertos requisitos:

- Se debe determinar una solución del sistema de ecuaciones no lineales generado por la cantidad de parámetros adimensionales del sistema. Esta solución debe ser aproximadamente igual a cero. Sin embargo, esto representa una problemática en el análisis de los dispositivos NS-NIDVA. Esto debido a que se ha comprobado que no es posible determinar una solución exacta para su sistema de ecuaciones no lineales. Por tanto, este requisito no se puede usar como punto de referencia para corroborar qué metodología es más consistente al criterio de rendimiento H_{∞} .
- Por otro lado, existe otra alternativa para determinar la correcta calibración de los puntos resonantes. Esto se puede realizar mediante el análisis gráfico de la función f_n [22]. De acuerdo con el criterio de H_{∞} , la calibración se realizará de manera adecuada si los mínimos locales de la función f_n tienden a valores cercanos a cero, tal y como se muestra en la Figura 2-6 de la Sección 2.2.3 del Capítulo 2. Donde se ilustra gráficamente este requisito de calibración.

Tomando en consideración estos requisitos, se implementó la evaluación gráfica de la función f_n como criterio de comparación entre la solución propuesta y los resultados reportados en la literatura del criterio H_{∞} . Esta comparación se llevó a cabo mediante la recopilación de los valores mínimos de la función f_n , obtenidos por la sustitución de los parámetros óptimos propuestos (ver Tablas 3-16 a 3-18 de la Sección 3.3.4) y los reportados en la literatura (ver Tablas 3-19 a 3-21 de la Sección 3.3.5.1) en la Ec. (3.51) de la Sección 3.3.4. Los valores resultantes se presentan en las Tablas 3-22 a 3-24 y de forma gráfica en las Figuras 3-34 a la 3-36 para cada dispositivo NS-NIDVA.

Tabla 3-22. Puntos mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C3 para cada incremento de β considerando los parámetros óptimos obtenidos y los datos de la literatura.

β	Mínimos de la función f_n (NS-NIDVA C3)			Barredo et al. [89]		
	Resultados obtenidos					
	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0.01	-3.12684E-10	7.92120E-09	3.55328E-07	-1.14178E-08	-1.02523E-07	-1.19735E-07
0.02	5.05369E-09	4.11890E-09	5.30244E-07	3.57008E-08	-2.81073E-06	3.30173E-06
0.03	2.73912E-08	-1.58812E-09	5.20447E-07	-7.79342E-08	-2.34298E-06	-1.31812E-02
0.04	2.99642E-09	4.62194E-08	3.82476E-07	5.60216E-07	-1.27811E-05	-8.28742E-02
0.05	5.39210E-09	4.39119E-08	3.46398E-08	1.41710E-06	-1.28146E-05	-2.81898E-02
0.06	5.03815E-08	4.83997E-09	1.86148E-07	-3.89369E-07	-2.59289E-02	-2.67547E-04
0.07	2.91939E-08	1.37972E-07	1.26002E-06	8.42579E-06	-8.11179E-02	4.13473E-04
0.08	1.74557E-07	1.18695E-07	2.69488E-06	-4.48095E-08	-1.61452E-01	7.56084E-02
0.09	5.56354E-07	3.79872E-05	1.38478E-07	-1.18334E-05	-9.62114E-03	4.94669E-01
0.1	4.37572E-09	1.68364E-07	2.17954E-06	-6.51683E-06	-3.91582E-01	-1.70269E-02

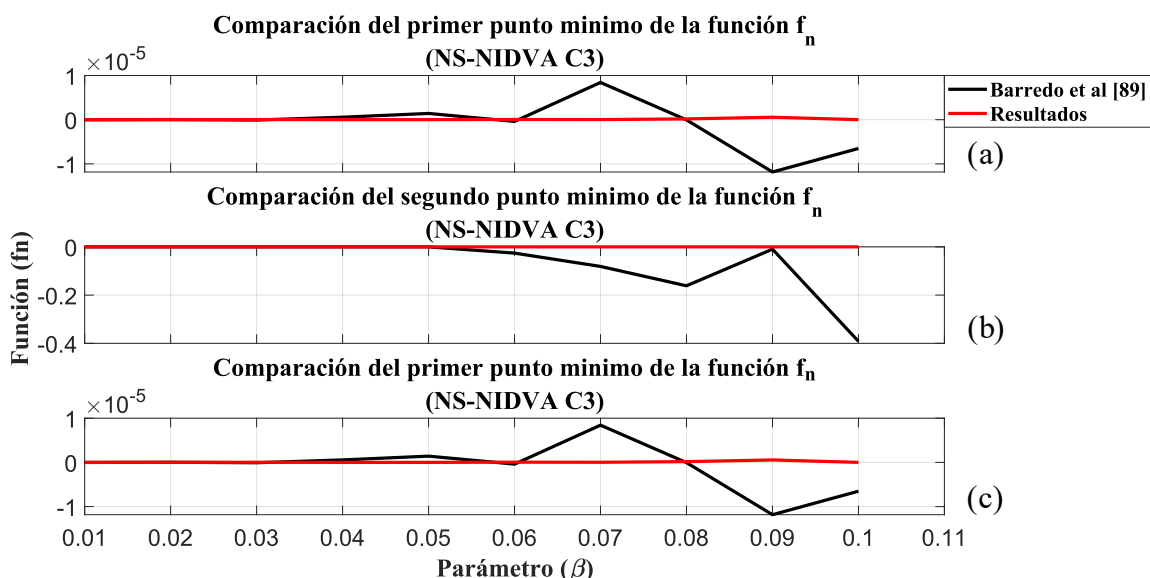


Figura 3-34. Evaluación gráfica de los valores mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C3: (a) primer punto mínimo (Ω_1), (b) segundo punto mínimo (Ω_2) y tercer punto mínimo (Ω_3).

Para el caso del dispositivo NS-NIDVA C3 (Tabla 3-22 y Figura 3-34), los puntos mínimos de la función f_n , determinados a partir del procedimiento propuesto en esta investigación, tienen un comportamiento lineal horizontal cercano a cero que se encuentra entre el intervalo de $1\text{E-}05$ y $-1\text{E-}09$; esto indica que la metodología propuesta para la configuración C3 cumple de manera eficiente el criterio de rendimiento H_∞ . Por el contrario, los resultados relacionados con los parámetros reportados en la literatura para esta configuración tienen un comportamiento más disperso, que se encuentra en el intervalo $1\text{E-}01$ y $-1\text{E-}02$, esto sugiere que dichos parámetros no satisfacen adecuadamente el criterio de rendimiento H_∞ , y, por lo tanto, solo podrían considerarse como una solución cercana a este criterio.

Tabla 3-23. Puntos mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C4 para cada incremento de β considerando los parámetros óptimos obtenidos y los datos de la literatura.

Mínimos de la función f_n (NS-NIDVA C4)						
β	Resultados obtenidos			Barredo et al. [89]		
	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0.01	3.84326E-08	7.80652E-08	1.47549E-06	-9.39973E-07	6.16481E-05	-6.16680E-02
0.02	1.17544E-07	5.29771E-08	6.19382E-06	3.67149E-03	-2.09818E-05	-4.84182E-02
0.03	6.47202E-10	1.82813E-07	5.89415E-06	-6.49634E-07	-1.77483E-02	3.79209E-02
0.04	1.82411E-08	1.95532E-08	3.36658E-07	9.03416E-07	-2.09818E-05	-9.80096E-02
0.05	1.29796E-08	1.09968E-07	4.56582E-06	7.83495E-07	-1.03837E-03	-3.55959E-02
0.06	2.42617E-07	-6.99164E-09	4.72090E-06	3.29351E-07	-3.61465E-05	-1.15153E-05
0.07	3.12205E-08	8.28286E-08	1.01861E-05	1.85034E-07	-3.77621E-05	-3.66284E-02
0.08	6.42745E-10	-5.53101E-09	5.97928E-06	7.78257E-08	-4.49183E-05	-4.84182E-02
0.09	1.37214E-07	8.83050E-08	-4.10825E-07	1.13038E-07	-7.46620E-04	-1.71097E+00
0.1	5.12823E-09	1.19858E-07	-1.98811E-07	7.92901E-07	1.95328E-02	1.33476E-01

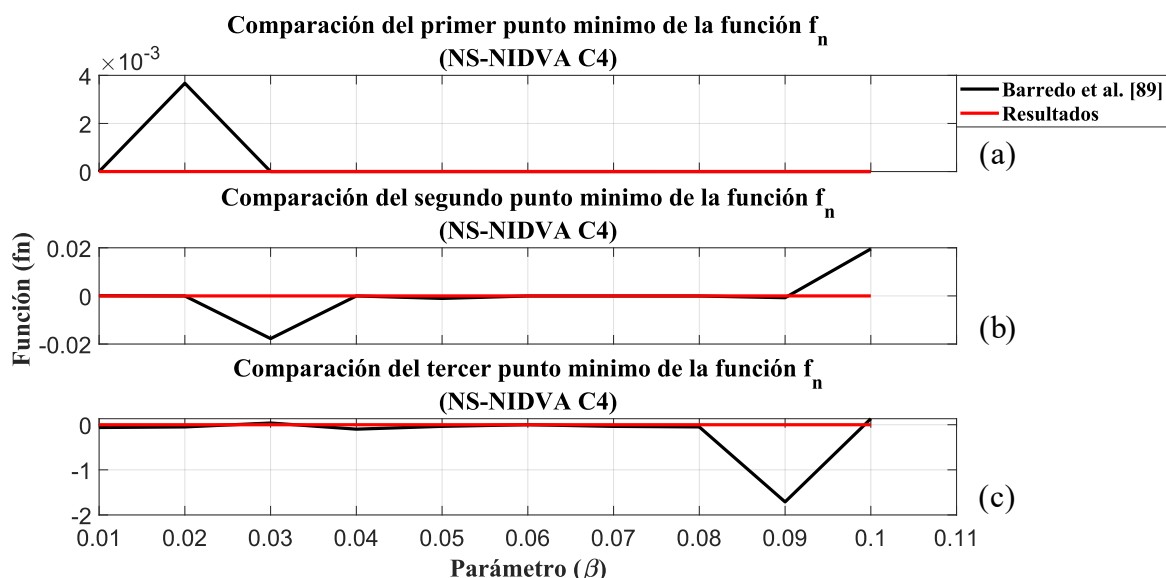


Figura 3-35. Evaluación gráfica de los valores mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C4: (a) primer punto mínimo (Ω_1), (b) segundo punto mínimo (Ω_2) y tercer punto mínimo (Ω_3).

De manera similar a la configuración C3, los valores mínimos de la función f_n para la configuración C4 de los dispositivos NS-NIDVA presentan resultados consistentes con el criterio de rendimiento H_∞ . En el caso de los resultados propuestos en esta investigación, presentan un comportamiento lineal horizontal cercano a cero en un intervalo que oscila entre $1\text{E-}05$ y $-1\text{E}07$, lo que nuevamente demuestra que la metodología propuesta se acopla de forma eficiente al criterio H_∞ . Por el contrario, los valores obtenidos mediante los datos reportados en la literatura presentan dispersión entre sus datos entre los intervalos $1\text{E-}01$ y $-1\text{E-}02$. Esto indica que los parámetros reportados en la literatura para esta configuración tampoco representan una solución ideal bajo el criterio de H_∞ .

Tabla 3-24. Puntos mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C6 para cada incremento de β considerando los parámetros óptimos obtenidos y los datos de la literatura.

Mínimos de la función f_n (NS-NIDVA C6)						
β	Resultados obtenidos			Barredo et al. [89]		
	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0.01	6.37720E-10	6.02419E-08	2.60990E-07	-3.05675E-07	-1.05621E-04	-5.73110E-05
0.02	2.63223E-08	4.81879E-08	9.14988E-07	-2.83667E-07	-3.76046E-04	1.71084E-04
0.03	2.91012E-09	-2.49939E-10	9.18766E-07	2.09335E-07	-1.82604E-04	-4.82591E-05
0.04	3.13334E-08	9.13302E-08	1.44981E-07	1.10173E-07	-1.65973E-04	2.90974E-06
0.05	2.36840E-08	3.02025E-08	1.94448E-07	2.22328E-07	-6.02802E-04	3.14024E-04
0.06	2.47985E-07	1.36665E-07	1.37652E-06	-4.02394E-07	-2.55511E-04	-3.62729E-04
0.07	1.00439E-08	1.05414E-07	2.00618E-06	-5.72441E-07	-9.37421E-04	-5.78879E-04
0.08	-6.21302E-12	1.07324E-07	9.17729E-08	4.42313E-07	-1.11606E-03	-1.05641E-03
0.09	1.53428E-08	1.03948E-08	2.94343E-08	-2.84999E-07	-9.99571E-04	5.67750E-05
0.1	1.40785E-08	1.97718E-07	8.28288E-07	-6.73477E-07	-1.85559E-04	-1.40184E-04

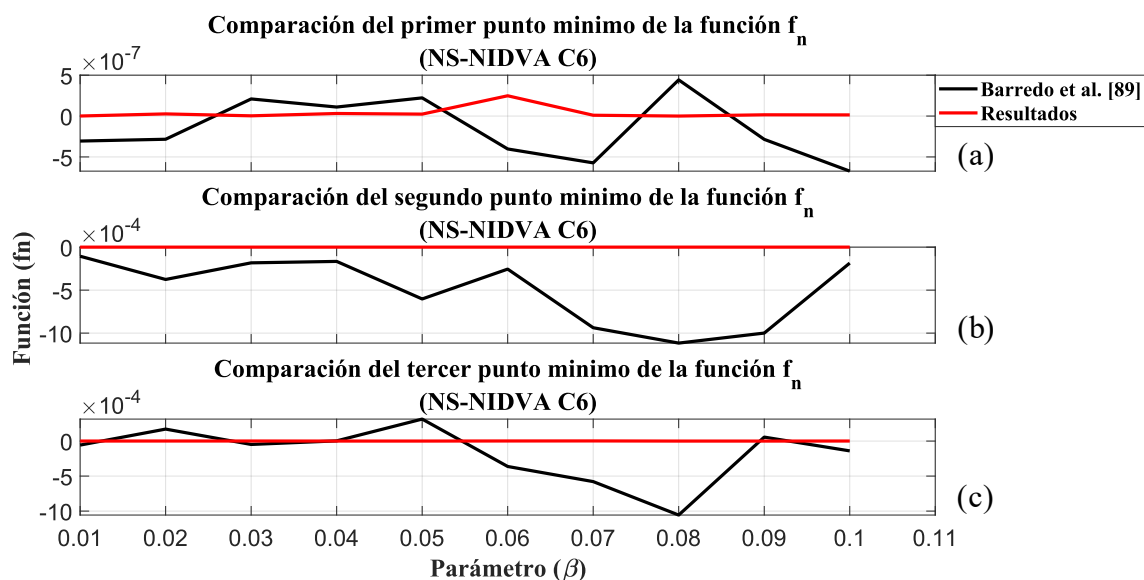


Figura 3-36. Evaluación gráfica de los valores mínimos de la función f_n del dispositivo NS-NIDVA C6: (a) primer punto mínimo (Ω_1), (b) segundo punto mínimo (Ω_2) y tercer punto mínimo (Ω_3).

Finalmente, los resultados de los valores mínimos de la función f_n para el dispositivo NS-NIDVA C6 demuestran que los resultados obtenidos en esta investigación presentan un intervalo más reducido que en las otras configuraciones, que oscila entre $1\text{E}-06$ y $-1\text{E}-10$. Por otro lado, los valores resultantes de los parámetros reportados en la literatura para esta configuración oscilan entre el intervalo de $1\text{E}-04$ y $-1\text{E}-4$. Aunque la dispersión de parámetros no es tan elevada como en las configuraciones anteriores, siguen siendo superiores a los parámetros propuestos en esta investigación. Por lo tanto, esto sugiere que los parámetros reportados en la literatura del diseño optimizado de los dispositivos NS-NIDVAs pueden ser considerados como una aproximación del criterio de rendimiento H_∞ , aunque con menor precisión que los obtenidos numéricamente en esta tesis.

En resumen, los resultados y las discusiones confirman que el procedimiento propuesto es efectivo para diseñar y obtener los parámetros óptimos de los dispositivos NS-NIDVA. De acuerdo con la discusión planteada, se demuestra que el procedimiento propuesto en esta tesis tiene una mayor eficiencia en comparación con la metodología reportada en la literatura, particularmente en términos de fidelidad con el criterio de rendimiento H_∞ . Este descubrimiento apoya el uso del método sugerido en el diseño de otros tipos de absorbedores para el control pasivo de vibraciones, y crea nuevas posibilidades para investigaciones futuras que busquen mejorar el rendimiento y la eficacia de estos sistemas.

Capítulo 4 Modelado aerodinámico en aerogeneradores de eje horizontal

En este capítulo se desarrolla un modelo dinámico general para aerogeneradores de eje horizontal de 3 álabes, considerando tanto la dinámica estructural como los efectos de aerodinámica inducidos por el viento. El modelo incluye el análisis de las velocidades absolutas de la estructura, las cuales son necesarias para determinar el sistema de ecuaciones de la dinámica del aerogenerador. Como caso de estudio, se implementan los parámetros físicos y aerodinámicos del aerogenerador de referencia NREL 5MW, obteniendo los parámetros requeridos para verificar el modelo propuesto mediante simulaciones con el software OpenFast. Posteriormente, se analiza la respuesta estructural del sistema ante distintos tipos de excitación. Primero se consideran cargas armónicas para evaluar frecuencias naturales y puntos resonantes. Luego se incorporan cargas estocásticas, incluyendo el ruido blanco gaussiano y cargas aerodinámicas variables inducidas por el viento. Estas últimas se modelan a partir de sus componentes normales y tangenciales de los álabes, permitiendo evaluar su impacto en la dinámica del sistema.

4.1. Descripción general del modelo

Para evaluar el rendimiento de los dispositivos NS-NIDVAs en un aerogenerador, se realizó un modelo aerodinámico básico que describe el comportamiento de un aerogenerador de tres álabes de eje horizontal. Este modelo se basa en los trabajos reportados en la literatura de Jahangiri et al. [8, 109-112], que ofrecen un análisis general detallado de un aerogenerador de tipo mono-pilote de 12 a 17 Gdl. En estos modelos consideraron los desplazamientos lineales de los álabes y de la torre, así como de la sub-estructura del mono-pilote, esto mediante la simplificación de sus coordenadas generalizadas en dos componentes lineales y dos angulares. Sin embargo, para fines prácticos de esta investigación, se realizó una versión simplificada de 8 Gdl. Esta versión propuesta incluye los 6 desplazamientos lineales de los álabes y los dos desplazamientos de la torre. En la Figura 4-1, se presenta el diagrama esquemático que se tomó como base en la deducción del modelo propuesto.

En el diagrama de esta figura se describe un aerogenerador tipo terrestre cuyo sistema de coordenadas globales (X, Y, Z) se encuentra ubicado en la base de la torre, específicamente en el acoplamiento a tierra. A partir de esta referencia, se definen las coordenadas generalizadas que representan los desplazamientos relevantes del sistema. Las coordenadas $q_1(t)$, $q_2(t)$ y $q_3(t)$, representan los desplazamientos de los álabes en la dirección perpendicular al canto, mostrados en el plano global ZY . Por otro lado, las coordenadas $q_4(t)$, $q_5(t)$ y $q_6(t)$, representan los desplazamientos perpendiculares del ala, mostrados en el plano ZX . En cuanto a la torre, las coordenadas $q_7(t)$ y $q_8(t)$ representan los desplazamientos frente-atrás y lado-lado, respectivamente.

Además, en el caso de la góndola del aerogenerador, se modela como una masa puntual situada en la altura del eje de la turbina. En este punto se supone un eje de referencia local (x, y, z) , el cual permite trasladar todas las coordenadas generalizadas hacia un marco de referencia común. Esta transformación es necesaria para el análisis dinámico del sistema, ya que facilita el cálculo de las velocidades relativas inducidas en los principales componentes del aerogenerador. El cálculo de estas velocidades se describe a detalle en la siguiente sección.

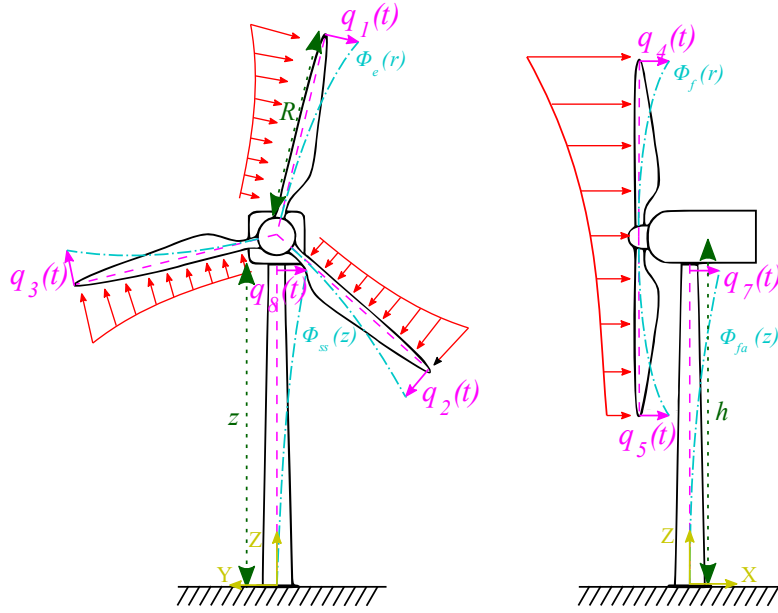


Figura 4-1. Diagrama esquemático del aerogenerador propuesto para esta investigación modificado de las referencias [8, 109-112].

4.2. Cálculo de las velocidades absolutas de la estructura principal

Para determinar las velocidades absolutas del aerogenerador mostrado en la Figura 4-1, es importante primero analizar cómo se mueve este tipo de estructura, especialmente el movimiento relativo de la turbina eólica. Esta turbina está compuesta de tres álabes que idealmente presentan un comportamiento uniforme respecto a su desplazamiento angular. Esto se ilustra en la Figura 4-2, donde se describe la referencia de rotación de los álabes y su distribución.

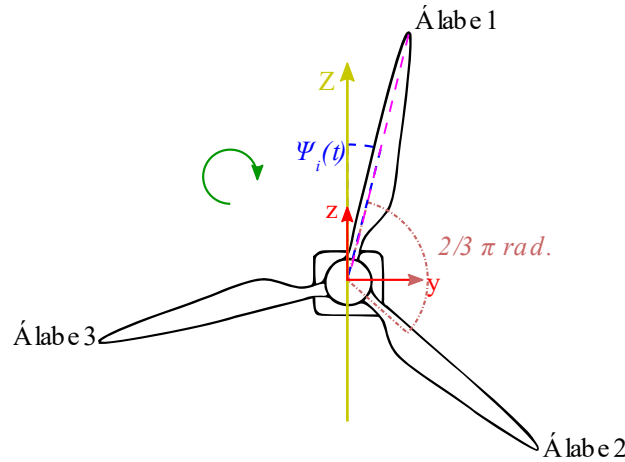


Figura 4-2. Cinemática de la turbina de un aerogenerador de eje horizontal.

En esta figura el ángulo acimut $\Psi_i(t)$ describe la rotación de los álabes en el eje de coordenadas local (x, y, z) con respecto de eje global Z . De acuerdo con esta figura la rotación nominal de los álabes se puede representar como:

$$\Psi_i(t) = \omega_b t + \frac{2\pi}{3}(i - 1), \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.1)$$

Donde ω_b representa la velocidad de giro y t el tiempo. Después de que se definió la Ec. (4.1), se procedió a analizar las velocidades absolutas de cada uno de los componentes clave del aerogenerador. En primer lugar, se llevó a cabo el análisis de las velocidades que actúan sobre la torre, que se determinan a partir de sus desplazamientos lineales y sus modos de vibración. Estos desplazamientos se pueden definir con relación al eje de referencia local, de la siguiente forma.

$$u_t^{fa} = q_7(t) \Phi_{fa}(z) \quad (4.2)$$

$$u_t^{ss} = q_8(t) \Phi_{ss}(z) \quad (4.3)$$

Donde, u_t^{fa} y u_t^{ss} representan los desplazamientos de la torre en el plano xz (Frente-Atrás) y el plano yz (Lado-Lado), respectivamente. Por su parte, $\Phi_{fa}(z)$ representa la forma modal dominante de la torre en el plano xz y $\Phi_{ss}(z)$ en el plano yz . Al derivar las Ecs. (4.2) y (4.3) con respecto al tiempo, se obtienen las componentes de velocidad de la torre.

$$v_t^{fa} = \dot{q}_7(t) \Phi_{fa}(z) \quad (4.4)$$

$$v_t^{ss} = \dot{q}_8(t) \Phi_{ss}(z) \quad (4.5)$$

Con base en las Ecs. (4.4) y (4.5) la velocidad absoluta de la torre se expresa como:

$$v_t = \sqrt{(v_t^{fa})^2 + (v_t^{ss})^2} \quad (4.6)$$

Siguiendo el mismo planteamiento, las velocidades que afectan a la góndola se obtienen a partir de la relación de desplazamientos ubicados en el punto de referencia central de la turbina del aerogenerador. Estos desplazamientos, con base en el sistema de coordenadas local, son:

$$u_{nac}^{fa} = q_7(t) \quad (4.7)$$

$$u_{nac}^{ss} = q_8(t) \quad (4.8)$$

Donde, u_{nac}^{fa} representa el desplazamiento de la góndola en el plano xz (frente-atrás del aerogenerador) y u_{nac}^{ss} representa el desplazamiento en el plano yz (lado-lado del aerogenerador). Al derivar las Ecs. (4.7) y (4.8) con respecto al tiempo, se obtienen las componentes de velocidad de la góndola:

$$v_{nac}^{fa} = \dot{q}_7(t) \quad (4.9)$$

$$v_{nac}^{ss} = \dot{q}_8(t) \quad (4.10)$$

Con base en las Ecs. (4.9) y (4.10) la velocidad absoluta de la góndola es:

$$v_{nac} = \sqrt{(v_{nac}^{fa})^2 + (v_{nac}^{ss})^2} \quad (4.11)$$

Por otra parte, para determinar las componentes de velocidad de los álabes, fue necesario considerar la transformación de las componentes de desplazamiento tanto de la góndola como de los propios álabes. En particular, la transformación de las componentes de desplazamiento de los álabes se llevó a cabo utilizando la representación esquemática de la Figura 4-3.

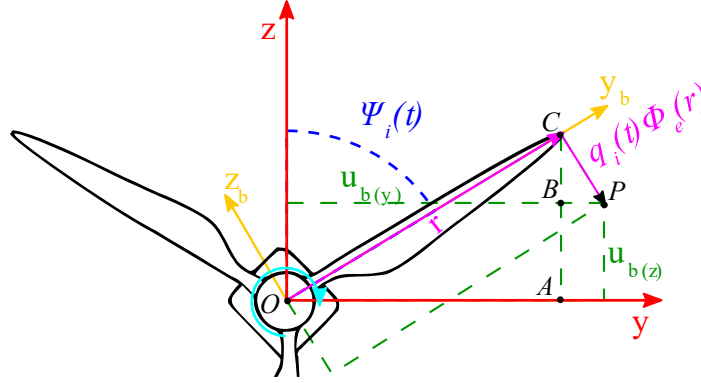


Figura 4-3. Diagrama de análisis rotacional de los álabes.

En esta figura, se define que las componentes de desplazamiento de los álabes se basan en el análisis de rotación de ejes. Esto se debe a que, durante el funcionamiento del aerogenerador, los álabes de la turbina rotan alrededor de su eje, generando la necesidad de transformar las componentes de desplazamiento desde un sistema de referencia en rotación hacia uno fijo, como es el sistema local (x, y, z) . Por lo tanto, con base en lo anterior, las componentes de desplazamiento de los álabes se obtuvieron del sistema de ecuaciones resultante por la simulación de rotación de los álabes, descritas a continuación:

$$\begin{aligned} u_{bi(y)} &= \overline{OA} + \overline{BP} \\ u_{bi(z)} &= \overline{AC} - \overline{BC} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Donde los segmentos $\overline{OA}$, $\overline{BP}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ provienen de los triángulos rectángulos ΔOAC y ΔBPC , representados en el diagrama de la Figura 4-3. A partir de estos triángulos, se determinaron las siguientes expresiones trigonométricas.

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= r \sin \Psi_i \\ \overline{AC} &= r \cos \Psi_i \\ \overline{BC} &= q_i(t) \phi_e(r) \sin \Psi_i \\ \overline{BP} &= q_i(t) \phi_e(r) \cos \Psi_i \end{aligned} \quad (4.13)$$

Donde r representa la unidad infinitesimal de la longitud total del álabe i y $\phi_e(r)$ representa la forma modal dominante del álabe en la dirección perpendicular del canto. Sustituyendo los segmentos de la Ec. (4.13) en el sistema de la Ec. (4.12), se obtienen las componentes de desplazamiento generadas por la rotación de los álabes.

$$u_{bi(y)} = r \sin \Psi_i + q_i(t) \phi_e(r) \cos \Psi_i \quad (4.14)$$

$$u_{bi(z)} = r \cos \Psi_i - q_i(t) \phi_e(r) \sin \Psi_i \quad (4.15)$$

Agregando las componentes de los desplazamientos de la góndola (Ecs. (4.7) y (4.8)) en el sistema de las Ecs. (4.14) y (4.15), se obtienen las componentes totales de desplazamiento del álabe i en las direcciones locales (x, y, z) .

$$u_{bi(x)} = u_{nac}^{fa} + q_{i+3}(t) \phi_f(r) \quad (4.16)$$

$$u_{bi(y)} = u_{nac}^{ss} + r \sin \Psi_i + q_i(t) \phi_e(r) \cos \Psi_i \quad (4.17)$$

$$u_{bi(z)} = r \cos \Psi_i - q_i(t) \phi_e(r) \sin \Psi_i \quad (4.18)$$

Donde $\phi_f(r)$ representa la forma modal dominante del álabe en la dirección perpendicular del ala. Al derivar las Ecs. (4.16) a (4.18) con respecto al tiempo, se obtienen las componentes de velocidad del álabe i :

$$v_{bi(x)} = v_{nac}^{fa} + \dot{q}_{i+3}(t) \phi_f(r) \quad (4.19)$$

$$v_{bi(y)} = v_{nac}^{ss} + \omega_b r \cos \Psi_i + \dot{q}_i(t) \phi_e(r) \cos \Psi_i - \omega_b q_i(t) \phi_e(r) \sin \Psi_i \quad (4.20)$$

$$v_{bi(z)} = -\omega_b r \sin \Psi_i - \dot{q}_i(t) \phi_e(r) \sin \Psi_i - \omega_b q_i(t) \phi_e(r) \cos \Psi_i \quad (4.21)$$

Con base en las Ecs. (4.19) a (4.21) la velocidad absoluta del álabe j se expresa como:

$$v_{bi} = \sqrt{v_{bi(x)}^2 + v_{bi(y)}^2 + v_{bi(z)}^2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.22)$$

Después de establecer las velocidades absolutas de la torre, la góndola y los álabes del aerogenerador, que se indican en las Ecs. (4.6), (4.11) y (4.22) respectivamente. Se llevó a cabo el análisis de las energías internas de la estructura del aerogenerador. En la siguiente sección se describe cómo se llevó a cabo este análisis energético.

4.3. Obtención del sistema de ecuaciones dinámico

Para determinar el sistema de ecuaciones que describe la dinámica del aerogenerador, primero se realizó el análisis de energías internas estructurales de los componentes principales. Este análisis comenzó determinando la energía cinética de la torre, que se puede expresar usando la velocidad absoluta, como se indica en la Ec. (4.6) de la sección anterior, de la siguiente manera:

$$T_t = \frac{1}{2} \int_0^h m_t(z) v_t^2 dz \quad (4.23)$$

Donde la integral definida de la Ec. (4.23) depende de h , que representa la altura total desde la base de la torre hasta el centro del eje de rotación de la turbina, y $m_t(z)$, que representa la densidad por unidad de longitud de la unidad infinitesimal z de la torre. Por otro lado, la energía cinética de la góndola es:

$$T_{nac} = \frac{1}{2} m_n v_{nac}^2 \quad (4.24)$$

Donde m_n representa la masa de la góndola, y v_{nac} la velocidad absoluta de la góndola descrita en la Ec. (4.11) de la sección anterior. Por último, la energía cinética del álabe i se puede expresar con base en la velocidad absoluta mencionada en la Ec. (4.22) de la sección anterior mediante la siguiente integral definida.

$$T_b = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_0^R m_b(r) v_{bi}^2 dr \quad (4.25)$$

Donde R representa la longitud total del álabe i , y $m_b(r)$ la densidad por unidad de longitud de la unidad infinitesimal r . Con base en las Ecs. (4.23) a (4.25) la energía cinética total del aerogenerador se expresa como:

$$T_a = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \int_0^R m_b(r) v_{bi}^2 dr + \frac{1}{2} m_n v_{nac}^2 + \frac{1}{2} \int_0^h m_t(z) v_t^2 dz \quad (4.26)$$

Para el cálculo de la energía potencial total del aerogenerador, primero se analizó la energía potencial debido a la deformación de la torre, así como la energía potencial gravitatoria debida a la masa puntual de la góndola en los planos xz y yz , las cuales se pueden expresar de la siguiente manera:

$$V_t = \frac{1}{2} k_{t,fa} q_7^2(t) + \frac{1}{2} k_{t,ss} q_8^2(t) \quad (4.27)$$

Donde:

$$k_{t,fa} = \int_0^h E_t I_t(z) \phi_{t,fa}''^2(z) dz - m_n g \int_0^h \phi_{t,fa}'^2(z) dz$$

$$k_{t,ss} = \int_0^h E_t I_t(z) \phi_{t,ss}''^2(z) dz - m_n g \int_0^h \phi_{t,ss}'^2(z) dz$$

Posteriormente, se analizó la energía potencial del álabe i . Esto se llevó a cabo considerando, en primer lugar, la energía de deformación de la estructura. De acuerdo con el análisis modal, la rigidez asociada a la energía de deformación de los álabes, en función de sus formas modales, se puede escribir como:

$$k_{be} = \int_0^R E_b I_e(r) (\phi_e''(r))^2 dr \quad (4.28)$$

$$k_{bf} = \int_0^R E_b I_f(r) (\phi_f''(r))^2 dr \quad (4.29)$$

Donde E_b representa el módulo de elasticidad de álabe i , $I_e(r)$ el momento de inercia en la dirección perpendicular al canto y $I_f(r)$ el momento de inercia asociado al ala. Además de la energía de deformación de los álabes, existen dos fuerzas axiales que actúan sobre ellos. Estas fuerzas se deben al efecto centrífugo y el efecto gravitatorio que inciden directamente en los álabes del aerogenerador. Estas fuerzas se pueden expresar de la siguiente forma:

Para el efecto centrífugo, la integral definida que describe esta fuerza es:

$$F_c = \omega_b^2 \int_0^R m_b(r) r dr \quad (4.30)$$

Por otra parte, la fuerza de gravedad se puede expresar como:

$$F_g = -g \cos \Psi_i \int_0^R m_b(r) dr \quad (4.31)$$

Finalmente, con base en las Ecs. (4.30) y (4.31), la rigidez asociada a las fuerzas centrífugas y gravitatorias en el álabe i se puede expresar, en función de sus formas modales, mediante las siguientes integrales dobles:

$$k_{ge,eg} = \omega_b^2 \int_0^R \int_r^R [m_b(r)r dr] (\phi_e'(r))^2 dr \quad (4.32)$$

$$k_{ge,fp} = \omega_b^2 \int_0^R \int_r^R [m_b(r)r dr] (\phi_f'(r))^2 dr \quad (4.33)$$

$$k_{gr,eg} = g \int_0^R \int_r^R [m_b(r) dr] (\phi_e'(r))^2 dr \quad (4.34)$$

$$k_{gr,fp} = g \int_0^R \int_r^R [m_b(r) dr] (\phi_f'(r))^2 dr \quad (4.35)$$

Por lo tanto, de acuerdo con la energía de deformación (Ecs. (4.28) y (4.29)) y las fuerzas axiales (Ecs. (4.32) a (4.35)), la energía potencial total del álabe i se puede expresar como:

$$V_b = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 [(k_{be} + k_{ge,eg} - k_{gr,eg} \cos \Psi_i) q_i^2(t) + (k_{bf} + k_{ge,fp} - k_{gr,fp} \cos \Psi_i) q_{i+3}^2(t)] \quad (4.36)$$

Y, en consecuencia, la energía potencial total del aerogenerador es:

$$V_a = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 [(k_{be} + k_{ge,eg} - k_{gr,eg} \cos \Psi_i) q_i^2(t) + (k_{bf} + k_{ge,fp} - k_{gr,fp} \cos \Psi_i) q_{i+3}^2(t)] + \frac{1}{2} k_{t,fa} q_7^2(t) + \frac{1}{2} k_{t,ss} q_8^2(t) \quad (4.37)$$

Una vez obtenidas la energía cinética y potencial del aerogenerador, se determinaron las ecuaciones de movimiento que rigen la dinámica de esta estructura. Para ello, se implementó el formulismo de Euler-Lagrange considerando la Ec. (2.1) para sistemas conservativos descrita en la Sección 2.1.1 del marco teórico. El sistema de ecuaciones resultante se muestra de manera matricial en función de la ecuación diferencial general para sistemas mecánicos:

$$[M_a]\{\ddot{q}(t)\} + [C_a]\{\dot{q}(t)\} + [K_a]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (4.38)$$

Donde la matriz de masa y el vector de aceleración se definen como:

$$[M_a]\{\ddot{q}(t)\} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{18} \\ 0 & \tilde{m}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{28} \\ 0 & 0 & \tilde{m}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{38} \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_4 & 0 & 0 & \tilde{m}_{47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_4 & 0 & \tilde{m}_{47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_4 & \tilde{m}_{47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{47} & \tilde{m}_{47} & \tilde{m}_{47} & \tilde{m}_7 & 0 \\ \tilde{m}_{18} & \tilde{m}_{28} & \tilde{m}_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \\ \ddot{q}_3(t) \\ \ddot{q}_4(t) \\ \ddot{q}_5(t) \\ \ddot{q}_6(t) \\ \ddot{q}_7(t) \\ \ddot{q}_8(t) \end{Bmatrix} \quad (4.39)$$

Nomenclatura:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_1 &= \int_0^R m_b(r) \phi_e^2(r) dr, & \tilde{m}_{i8} &= \cos \Psi_i \int_0^R m_b(r) \phi_e(r) dr \text{ para } i = 1, 2, 3. \\ \tilde{m}_4 &= \int_0^R m_b(r) \phi_f^2(r) dr, & \tilde{m}_{47} &= \int_0^R m_b(r) \phi_f(r) dr, & \tilde{m}_7 &= 3 \int_0^R m_b(r) dr + \int_0^h m_t(z) \phi_{t,fa}^2(z) dz + m_n, \\ \tilde{m}_8 &= 3 \int_0^R m_b(r) dr + \int_0^h m_t(z) \phi_{t,ss}^2(z) dz + m_n, \end{aligned}$$

La matriz de amortiguamiento generado por efecto giroscópico y el amortiguamiento estructural:

$$[C_a]\{\dot{q}(t)\} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{c}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{c}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{c}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{c}_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{c}_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{c}_7 & 0 \\ \tilde{c}_{81} & \tilde{c}_{82} & \tilde{c}_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{c}_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \dot{q}_3(t) \\ \dot{q}_4(t) \\ \dot{q}_5(t) \\ \dot{q}_6(t) \\ \dot{q}_7(t) \\ \dot{q}_8(t) \end{Bmatrix} \quad (4.40)$$

Nomenclatura:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1 &= 2\zeta_b \sqrt{\tilde{m}_1 \tilde{k}_1}, & \tilde{c}_2 &= 2\zeta_b \sqrt{\tilde{m}_1 \tilde{k}_2}, & \tilde{c}_3 &= 2\zeta_b \sqrt{\tilde{m}_1 \tilde{k}_2}, & \tilde{c}_4 &= 2\zeta_b \sqrt{\tilde{m}_4 \tilde{k}_4}, & \tilde{c}_5 &= 2\zeta_b \sqrt{\tilde{m}_4 \tilde{k}_5}, \\ \tilde{c}_6 &= 2\zeta_b \sqrt{\tilde{m}_4 \tilde{k}_6}, & \tilde{c}_7 &= 2\zeta_t \sqrt{\tilde{m}_7 \tilde{k}_7}, & \tilde{c}_8 &= 2\zeta_t \sqrt{\tilde{m}_8 \tilde{k}_8} \\ \tilde{c}_{8i} &= -2\omega_b \sin \Psi_i \int_0^R m_b(r) \phi_e(r) dr \text{ para } i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

La matriz de rigidez y el vector de desplazamiento son:

$$[K_a]\{q(t)\} = \begin{bmatrix} \tilde{k}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{k}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{k}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{k}_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{k}_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{k}_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{k}_7 & 0 \\ \tilde{k}_{81} & \tilde{k}_{82} & \tilde{k}_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{k}_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \\ q_4(t) \\ q_5(t) \\ q_6(t) \\ q_7(t) \\ q_8(t) \end{Bmatrix} \quad (4.41)$$

Nomenclatura:

$$\begin{aligned} \tilde{k}_1 &= k_{be} + k_{ge,eg} - k_{gr,eg} \cos \Psi_1 - \omega_b^2 \tilde{m}_1, & \tilde{k}_2 &= k_{be} + k_{ge,eg} - k_{gr,eg} \cos \Psi_2 - \omega_b^2 \tilde{m}_1, \\ \tilde{k}_3 &= k_{be} + k_{ge,eg} - k_{gr,eg} \cos \Psi_3 - \omega_b^2 \tilde{m}_1, & \tilde{k}_4 &= k_{bf} + k_{ge,fp} - k_{gr,fp} \cos \Psi_1, \\ \tilde{k}_5 &= k_{bf} + k_{ge,fp} - k_{gr,fp} \cos \Psi_2, & \tilde{k}_6 &= k_{bf} + k_{ge,fp} - k_{gr,fp} \cos \Psi_3, \\ \tilde{k}_{8i} &= -\omega_b^2 \cos \Psi_i \int_0^R m_b(r) \phi_e(r) dr \text{ para } i = 1, 2, 3, & \tilde{k}_7 &= k_{t,fa}, & \tilde{k}_8 &= k_{t,ss} \end{aligned}$$

Finalmente, es necesario evaluar el desempeño propuesto para diferentes situaciones de cargas con la finalidad de demostrar su eficiencia en condiciones físicas. Para ello, en la siguiente sección, se describe cómo se llevó a cabo la comprobación de modelo propuesto del aerogenerador utilizando como referencia los parámetros físicos del aerogenerador NREL 5MW.

4.4. Evaluación del aerogenerador NREL 5MW en el modelado propuesto

En esta sección se describe cómo se llevó a cabo la evaluación de los parámetros físicos del aerogenerador NREL 5MW utilizando el modelo dinámico propuesto, con el objetivo de verificar la formulación matemática y la efectividad para predecir el comportamiento dinámico de aerogeneradores. Para lograr esto, se tratan dos aspectos fundamentales: primero, se describe el procedimiento que se llevó a cabo para determinar las soluciones de las integrales definidas que conforman el modelo matricial propuesto, empleando los parámetros físicos del aerogenerador NREL 5MW con la finalidad de caracterizar el comportamiento estructural. En segundo lugar, se realizó una comprobación de la dinámica del sistema mediante simulaciones comparativas con el software OpenFast. Esta comparación permitió verificar la eficiencia del modelo propuesto antes de llevar a cabo evaluaciones bajo distintas condiciones de carga.

4.4.1. Obtención de parámetros del sistema matricial de ecuaciones dinámicas

Para poder corroborar el modelo propuesto del aerogenerador, es necesario resolver las integrales definidas del sistema matricial de ecuaciones descritas en la Ec. (4.38) de la sección anterior. Este procedimiento se llevó a cabo utilizando las propiedades estructurales del aerogenerador base (aerogenerador NREL 5MW [116]) que están descritas en las Tablas de la Sección 2.4 del Capítulo 2. Como se puede observar, los parámetros físicos descritos en estas tablas presentan la información distribuida, tanto en el elemento del álabe como en el de la torre. Esta información es indispensable para resolver de forma eficiente las integrales generales del modelo dinámico propuesto. Las integrales necesarias para caracterizar al aerogenerador se presentan en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1. Integrales del modelo dinámico del aerogenerador de 3 álabes de eje horizontal.

Integrales del modelado dinámico propuesto			
1. $\int_0^R m_b(r) dr$	2. $\int_0^R m_b(r)\phi_e(r) dr$	3. $\int_0^R m_b(r)\phi_f(r) dr$	
4. $\int_0^R m_b(r)\phi_e^2(r) dr$	5. $\int_0^R m_b(r)\phi_f^2(r) dr$	6. $\int_0^h m_t(z)\phi_{tfa}^2(z) dz$	
7. $\int_0^h m_t(z)\phi_{tss}^2(z) dz,$	8. $\int_0^R E_b I_e(r)(\phi_e''(r))^2 dr$	9. $\int_0^R E_b I_f(r)(\phi_f''(r))^2 dr$	
10. $\int_0^R \int_r^R [m_b(r)r dr](\phi_e'(r))^2 dr$	11. $\int_0^R \int_r^R [m_b(r)r dr](\phi_f'(r))^2 dr$	12. $\int_0^R \int_r^R [m_b(r) dr](\phi_e'(r))^2 dr$	
13. $\int_0^R \int_r^R [m_b(r) dr](\phi_f'(r))^2 dr$	14. $\int_0^h \phi_{tfa}^{\prime 2}(z) dz$	15. $\int_0^h E_t I_t(z)\phi_{tfa}^{\prime 2}(z) dz$	
16. $\int_0^h \phi_{tss}^{\prime 2}(z) dz$	17. $\int_0^h E_t I_t(z)\phi_{tss}^{\prime 2}(z) dz$		

Donde se presentan 17 integrales definidas del sistema. Estas integrales se resolvieron usando la regla trapezoidal de Newton-Cotes, que se explica en la Sección 2.5.1 del Capítulo 2, y se sustituyeron antes las propiedades físicas del aerogenerador NREL 5MW. Los resultados de estas integrales se presentan en la Tabla 4-2.

Tabla 4-2. Solución de las integrales descritas en la Tabla 4-1.

Solución de integrales					
1.	1.760 E04 kg.	2.	3.050 E03 kg.	3.	2.139 E03 kg.
4.	1.415 E03 kg.	5.	9.109 E02 kg.	6.	5.441 E04 kg.
7.	5.441 E04 kg.	8.	6.706 E04 N/m.	9.	1.669 E04 N/m.
10.	2.040 E03 N/m.	11.	1.620 E03 N/m.	12.	45.330 N/m.
13.	32.837 N/m.	14.	0.015 1/m.	15.	1.863 E06 N/m.
16.	0.015 1/m.	17.	1.863 E06 N/m.		

Una vez resueltas las integrales definitivas del sistema, se empleó una verificación de la eficiencia del modelo de aerogenerador propuesto. Para esto, se realizó una comparación con un software especializado en simulaciones aeroelásticas de aerogeneradores. En la siguiente sección se describe con detalle el procedimiento utilizado para corroborar el modelo propuesto, así como una discusión evidenciando sus posibles ventajas y desventajas.

4.4.2. Comprobación de la dinámica del aerogenerador con OpenFast

Después de determinar los valores estructurales para el modelo dinámico del aerogenerador NREL 5MW tipo terrestre, fue necesario corroborar el comportamiento del modelado propuesto para verificar que simula la dinámica estructural del sistema. Para esta comprobación, se empleó el software OpenFast, una herramienta especializada en la simulación de aerogeneradores (ver Sección 2.3.5 del Capítulo 2). La elección de este software de simulación se basa en dos razones. En primer lugar, este software incorpora el modelo de referencia del aerogenerador base de esta tesis (aerogenerador NREL 5MW), que es ampliamente aceptado en la industria y en el área académica, y, en segundo lugar, la estructura modular de este software facilita la extracción detallada de información relacionada con la respuesta aerodinámica del sistema, como desplazamientos, esfuerzos, modos de vibración y otros parámetros importantes. Por lo tanto, estas características resultan ideales para realizar una comparativa con los resultados obtenidos por el modelo propuesto y poder verificar su eficiencia conforme a simulaciones realistas de la aerodinámica del aerogenerador.

Partiendo de esta idea, se llevó a cabo la corroboración del modelo propuesto considerando los siguientes puntos:

- La verificación se llevó a cabo mediante la comparación de las frecuencias naturales de los componentes principales del aerogenerador (los álabes y la torre), utilizando el diagrama de Campbell. Esta metodología se empleó debido a que la estructura del aerogenerador se basa en un sistema rotodinámico donde la influencia de los efectos giroscópicos influye en las frecuencias naturales de los álabes.
- Los diagramas de Campbell se obtuvieron a partir de la versión 3.5.3 de OpenFast, utilizando un proceso de linealización. Para esto, se utilizó el software complementario “ACDC”, que permite visualizar el diagrama de Campbell y los distintos modos de vibración de los componentes principales del aerogenerador, tal y como se presenta en la Figura 4-4. La identificación de estos modos permitió determinar las frecuencias naturales que se utilizaron como referencia para comparar el comportamiento dinámico del modelo propuesto.

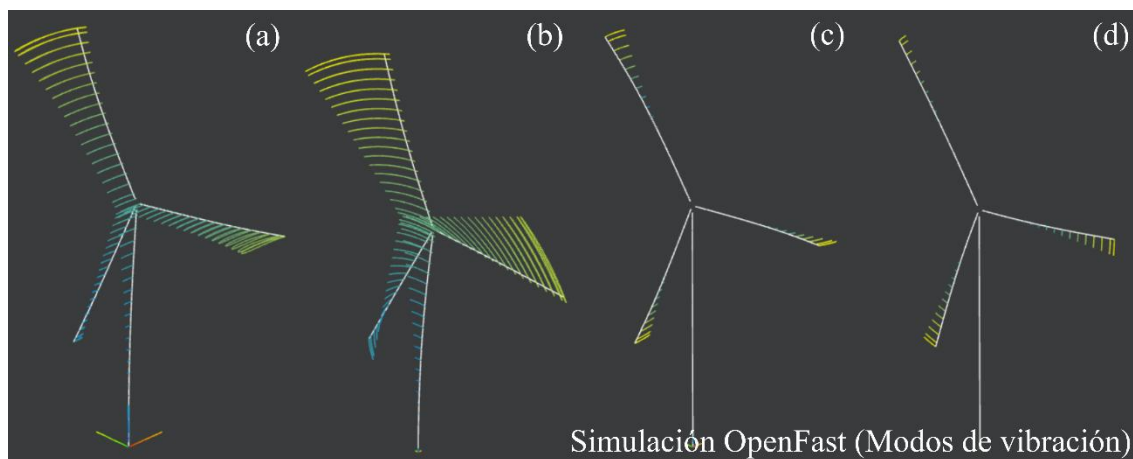


Figura 4-4. Simulación en OpenFast de los primeros modos de vibración del aerogenerador NREL 5MW visualizado en ACDC: (a) Modo de vibración de la torre Frente-Atrás, (b) Modo de vibración de la torre Lado-Lado, (c) Modo de vibración de los álabes perpendicular al ala y (d) Modo de vibración de los álabes perpendicular al canto.

- Los diagramas de Campbell obtenidos se basaron en el ejemplo de linealización 5MW_Land_Linear_Aero de OpenFast, utilizando las siguientes condiciones: se deshabilitó el módulo de AeroDyn para generar los diagramas bajo la influencia de la dinámica de la estructura, y se consideró un intervalo de rotación de los álabes de 0 a 14 revoluciones por minuto, partiendo de una condición inicial de velocidad de cero.
- Se determinaron tres diagramas de Campbell de OpenFast. En el primero, se consideró la influencia de todas las características dimensionales y físicas existentes en OpenFast (ver Figura 4-5). En el segundo diagrama, se restringieron las coordenadas generalizadas tomando en consideración los Gdl. del modelo propuesto, pero sin modificar las dimensiones y características físicas del software (ver Figura 4-6). Finalmente, en el tercer diagrama se excluyeron todas las características dimensionales y coordenadas generalizadas, tratando de asemejar la simulación de OpenFast a las condiciones planteadas del modelo propuesto (ver Figura 4-7).

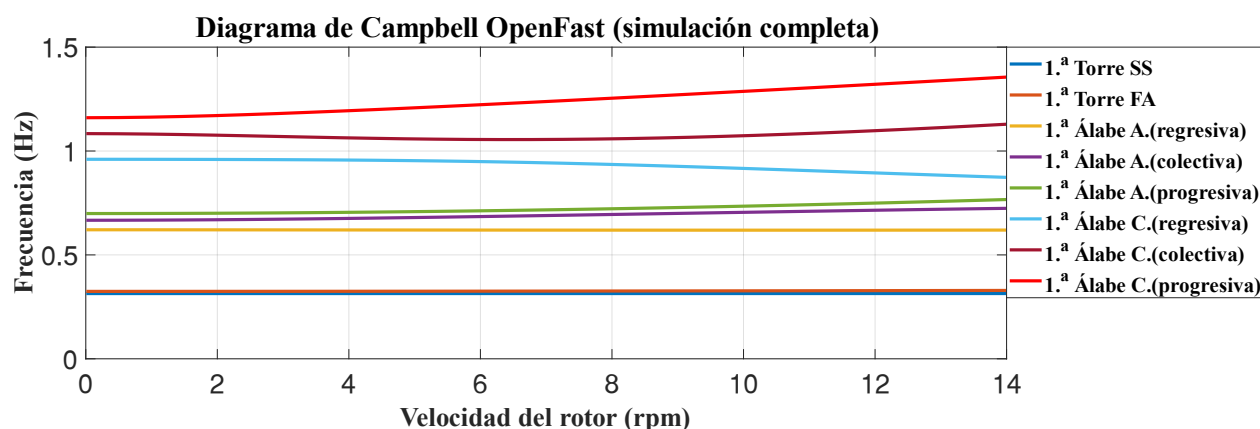


Figura 4-5. Diagrama de Campbell determinado a partir de la simulación de aerogenerador NREL 5MW en OpenFast (características dimensionales y físicas existentes en OpenFast).

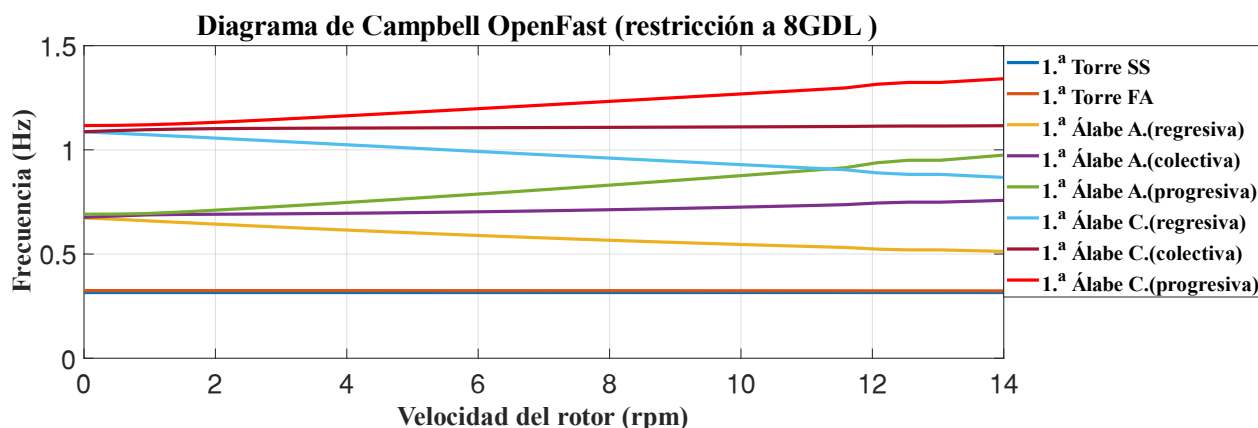


Figura 4-6. Diagrama del Campbell determinado a partir de la simulación de aerogenerador NREL 5MW en OpenFast (restricción a 8 coordenadas generalizadas y conservando las características dimensionales y físicas de OpenFast).

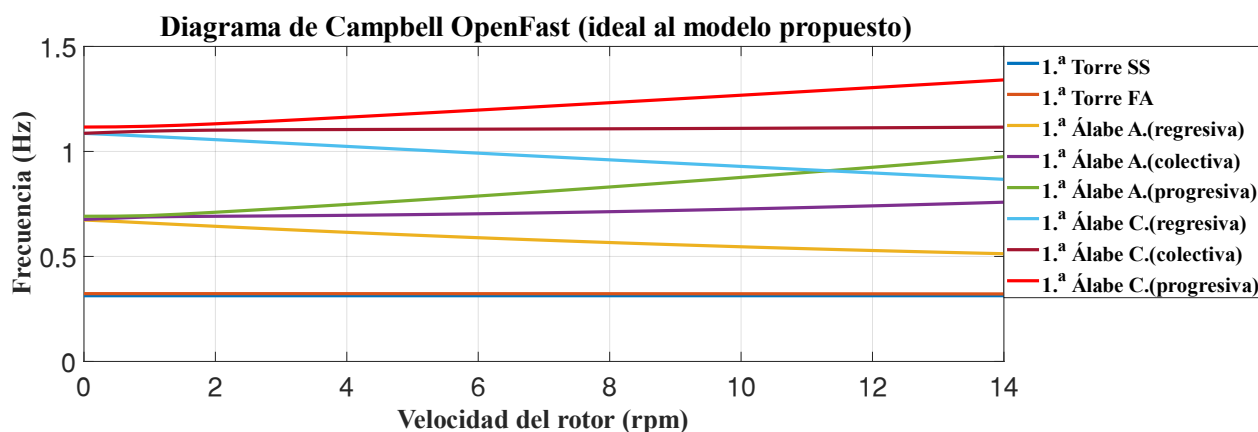


Figura 4-7. Diagrama del Campbell determinado a partir de la simulación de aerogenerador NREL 5MW en OpenFast (restricción y modificación de las características dimensionales, físicas y coordenadas generalizadas para asemejarse al modelo propuesto).

De acuerdo con los diagramas de Campbell de las Figuras 4-5 a 4-7, se observa la existencia de 8 tendencias de frecuencias naturales, donde las dos frecuencias inferiores representan las frecuencias naturales de la torre en la dirección lado-lado y frente-atrás, mientras que las seis frecuencias restantes se asocian a los álabes del aerogenerador en las direcciones del canto y el ala. Las frecuencias de los álabes se representan en tres categorías: frecuencias progresivas, regresivas y colectivas. Las frecuencias progresivas, con base en la teoría de rotodinámica mencionada en la Sección 2.5.2.2 de este documento, se generan por la rotación de los álabes y están asociadas al forward, mientras que las frecuencias regresivas, generadas también por la rotación, se asocian al backward. Por otro lado, las frecuencias colectivas se asocian al comportamiento general de los desplazamientos de los álabes.

- Una vez determinados los diagramas de Campbell de las simulaciones de OpenFast, se determinó el diagrama del modelado propuesto. Esto se realizó utilizando el modelo descrito en la Ec. (4.38) de la Sección 4.3, junto con los resultados de las integrales definidas descritas en la Tabla 4-2 de la Sección 4.4.1. Además, se aplicó la teoría del método directo descrita en la Sección 2.5.2.1 para la obtención de las frecuencias naturales

del modelado propuesto y poder construir el diagrama de Campbell. El diagrama resultante se muestra en la Figura 4-8.

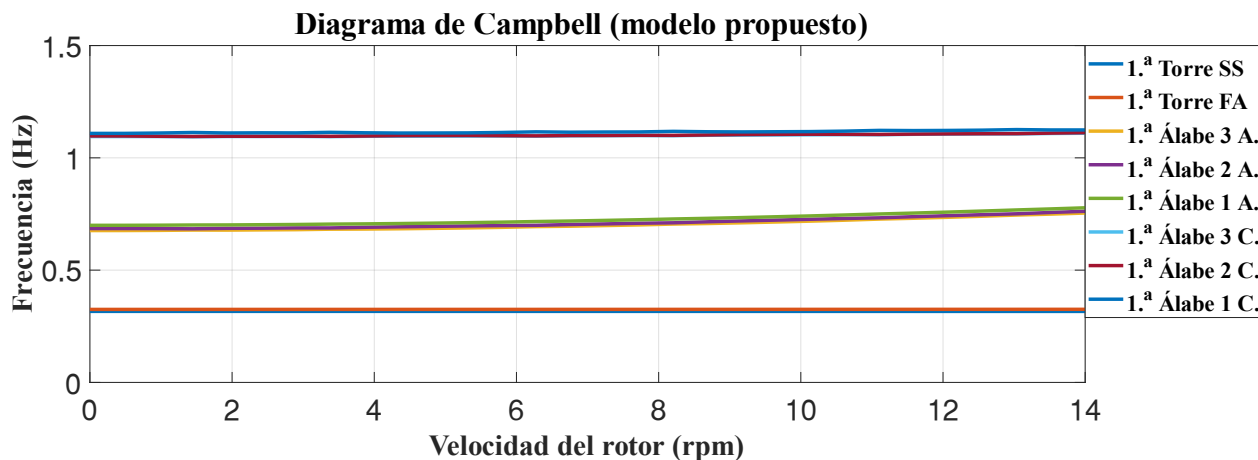


Figura 4-8. Diagrama de Campbell del modelo propuesto del aerogenerador terrestre NREL 5MW.

En la Figura 4-8 se puede observar que, a diferencia de los anteriores diagramas de Campbell, en el diagrama obtenido por el modelo propuesto se presenta la ausencia de las frecuencias progresivas y regresivas del aerogenerador. Esto se produjo por las restricciones de las coordenadas generalizadas y las características del modelo propuesto, haciendo imposible determinar las frecuencias asociadas al forward y al backward de la rotación de los álabes. Además, también es evidente que, en este diagrama, se presentan las frecuencias naturales por separado de álabes en las direcciones del canto y del ala. Por esta razón, es necesario determinar la frecuencia colectiva de los álabes y poder así realizar una comparación con las frecuencias colectivas de las simulaciones con OpenFast. Para esto se realizó el siguiente punto:

- Se realizó una evaluación de las frecuencias naturales de los álabes determinadas con el modelado propuesto. Donde se determinó un promedio de las frecuencias naturales de los álabes en las direcciones del canto y de ala. Este procedimiento se describe de manera gráfica en las Figuras 4-9 y 4-10.

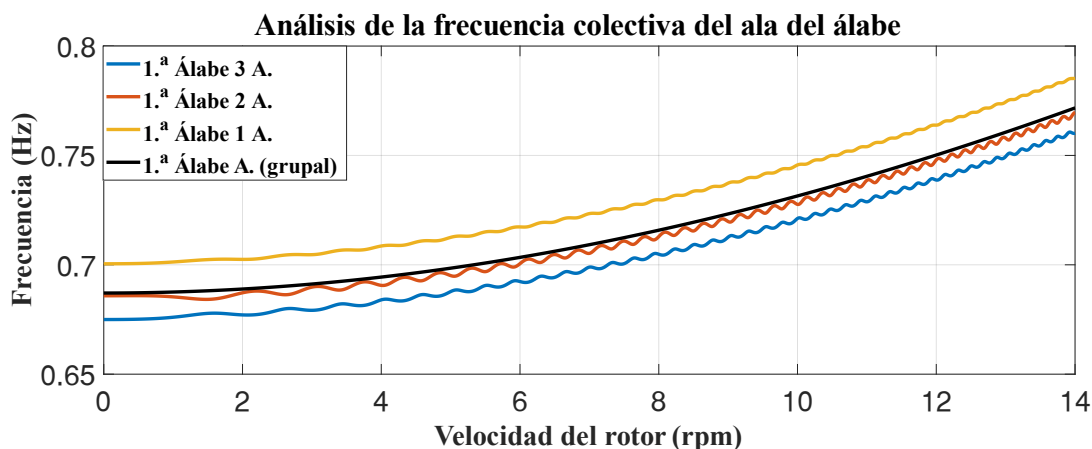


Figura 4-9. Obtención de la frecuencia natural colectiva en la dirección del ala del modelo propuesto.

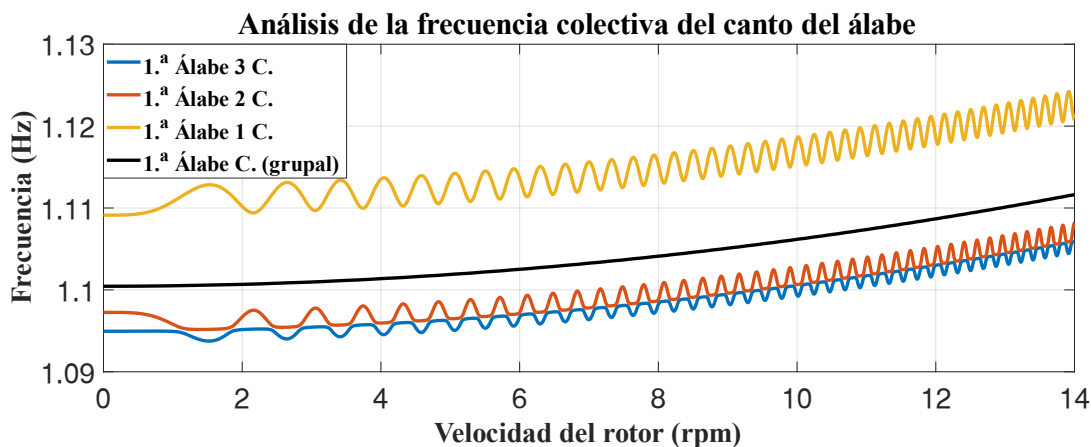


Figura 4-10. Obtención de la frecuencia natural colectiva en la dirección del canto del modelo propuesto.

- Después de determinar las frecuencias colectivas en las direcciones del canto y del ala de los álabes, se realizó la comparación de las frecuencias de cada componente estructural del aerogenerador, usando como referencia las simulaciones de OpenFast. Las frecuencias que se evaluaron fueron en las direcciones lado-lado y frente-atrás de la torre, así como las colectivas de los álabes en las direcciones del canto y del ala. En las Figuras 4-11 a 4-14 se presenta de forma gráfica la evaluación.

Comparación de la frecuencia lado-lado de la torre (OpenFast vs. Modelo propuesto)

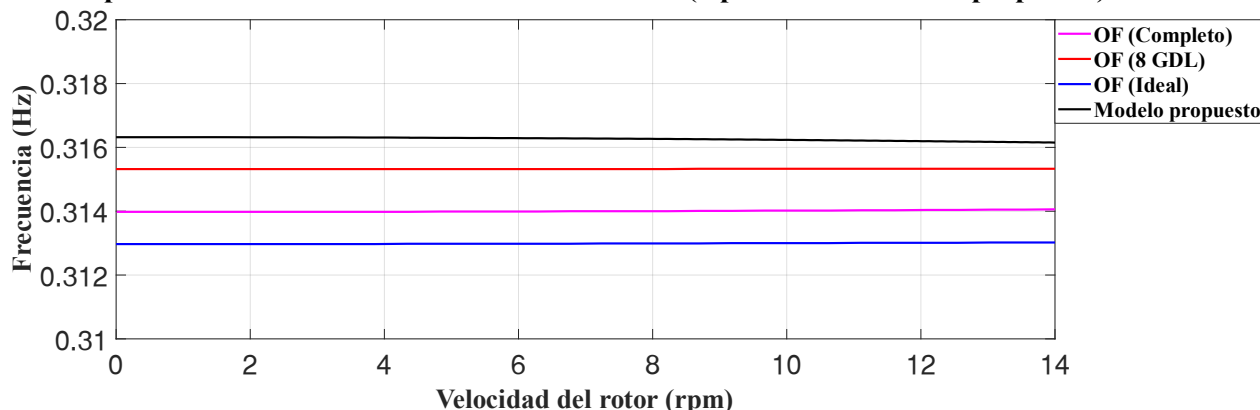


Figura 4-11. Comparación de la frecuencia lado-lado de la torre del modelo propuesto vs. OpenFast.

Comparación de la frecuencia frente-atrás de la torre (OpenFast vs. Modelo propuesto)

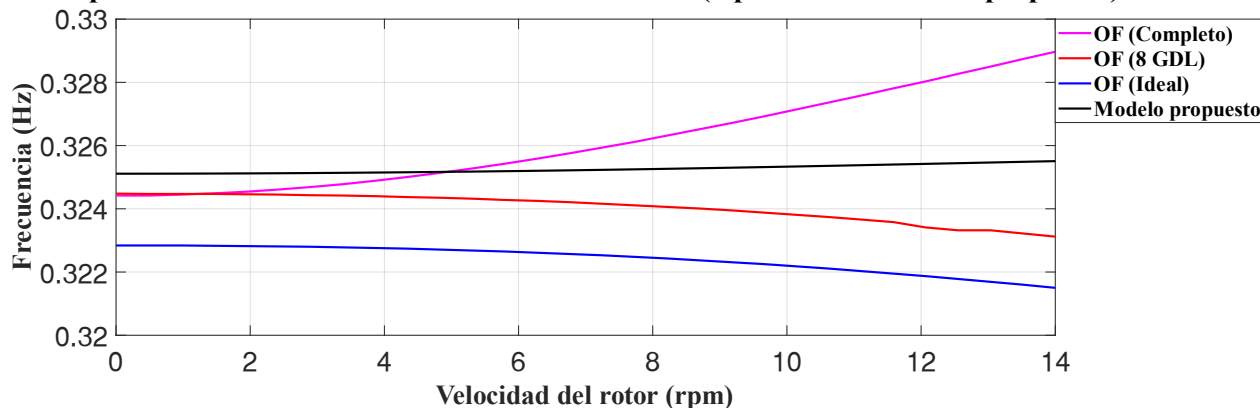


Figura 4-12. Comparación de la frecuencia frente-atrás de la torre del modelo propuesto vs. OpenFast.

Comparación de la frecuencia del canto de los álabes (OpenFast vs. Modelo propuesto)

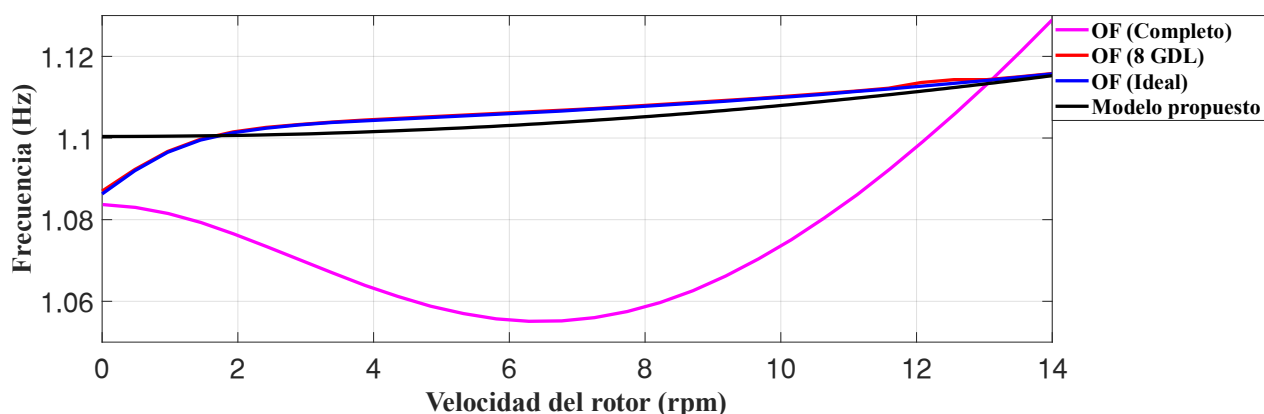


Figura 4-13. Comparación de la frecuencia del canto del álabes del modelo propuesto vs. OpenFast.

Comparación de la frecuencia del ala de los álabes (OpenFast vs. Modelo propuesto)

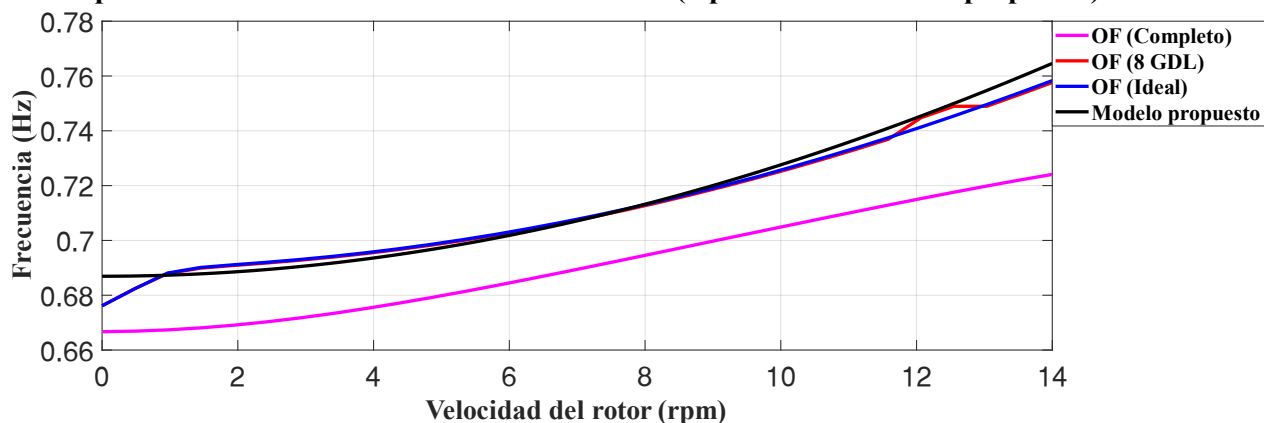


Figura 4-14. Comparación de la frecuencia del ala del álabes del modelo propuesto vs. OpenFast.

Según las Figuras 4-11 a 4-14, se puede ver que las frecuencias naturales del modelo propuesto están dentro del rango de frecuencias naturales obtenidas de las simulaciones numéricas realizadas con OpenFast. Esto indica que la dinámica estructural del aerogenerador terrestre NREL 5MW puede ser aproximada mediante el modelado propuesto en esta tesis. Con el fin de cuantificar el margen de error del modelo propuesto en relación con las simulaciones de OpenFast, se calculó el error porcentual medio. Los resultados se presentan en la Tabla 4-3.

Tabla 4-3. Error porcentual medio entre las frecuencias naturales determinadas a partir del modelo propuesto, utilizando las simulaciones de OpenFast como referencia.

Error porcentual medio			
Frecuencia natural	OpenFast (completo)	OpenFast (8 GDL)	OpenFast (ideal)
1. ^a Lado-lado de la torre.	0.71 %	0.29 %	1.04 %
1. ^a Frente-atrás de la torre.	0.37 %	0.37 %	0.88 %
1. ^a Ala del álabes (colectiva).	3.22 %	0.37 %	0.37 %
1. ^a Canto del álabes (colectiva).	2.83 %	0.23 %	0.23 %

Los resultados de la Tabla 4-3 demuestran que el modelo propuesto reproduce las frecuencias naturales del aerogenerador NREL 5MW con errores inferiores al 1.04 % en comparación con la simulación ideal de OpenFast. Este error porcentual medio es destacable, puesto que la simulación en OpenFast con todas las características físicas y dimensionales del aerogenerador presenta errores de hasta el 3.22 % en las frecuencias de los álabes de dicho aerogenerador. Por otro lado, otra de

las principales ventajas del modelo de 8 Gdl., es su simplicidad de modelado, permitiendo no solo su uso en el análisis estructural convencional, sino que también abre la posibilidad de incorporar sistemas de control pasivo de vibraciones, como es el caso de los dispositivos NS-NIDVAs.

Por lo tanto, el modelo propuesto de 8 Gdl. ofrece una representación eficiente de la dinámica de aerogeneradores y proporciona una plataforma flexible para el análisis y diseño de soluciones de control pasivo de vibraciones.

4.5. Respuesta estructural bajo cargas armónicas

Con el objetivo de analizar la dinámica del aerogenerador base y asegurar la correcta implementación de los dispositivos NS-NIDVAs, se llevó a cabo la caracterización del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de cargas armónicas. Este análisis se realizó tomando en consideración que los álabes se encuentran en reposo (a rotor parado) y que las cargas armónicas se encuentran presentes en todas las coordenadas generalizadas del modelo propuesto. Este procedimiento se describe a continuación:

- Primero se determinaron los diagramas de Bode de las FRF del aerogenerador. Para esto, se implementó la metodología del método directo según la Ec. (2.96) descrita en la Sección 2.5.2.1 del Capítulo 2. Se implementó el modelo propuesto descrito en la Ec. (4.38) de la Sección 4.3 de este Capítulo en el método directo, se obtuvieron las FRF del aerogenerador NREL 5MW. Estos gráficos se presentan en las Figuras 4-15 a 4-18, y están organizados con base en los planos de referencia del eje de coordenadas local del sistema (x, y, z).

En el plano (zx):

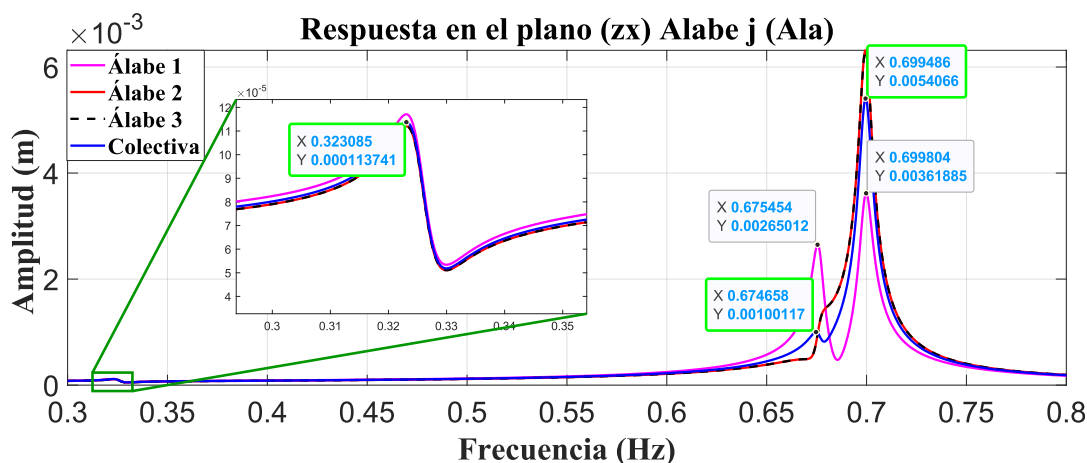


Figura 4-15. FRF de las coordenadas generalizadas $q_{4,5,6}(t)$ y la FRF promedio de estas, de acuerdo con el método directo (respuesta del álabes en la dirección del ala).

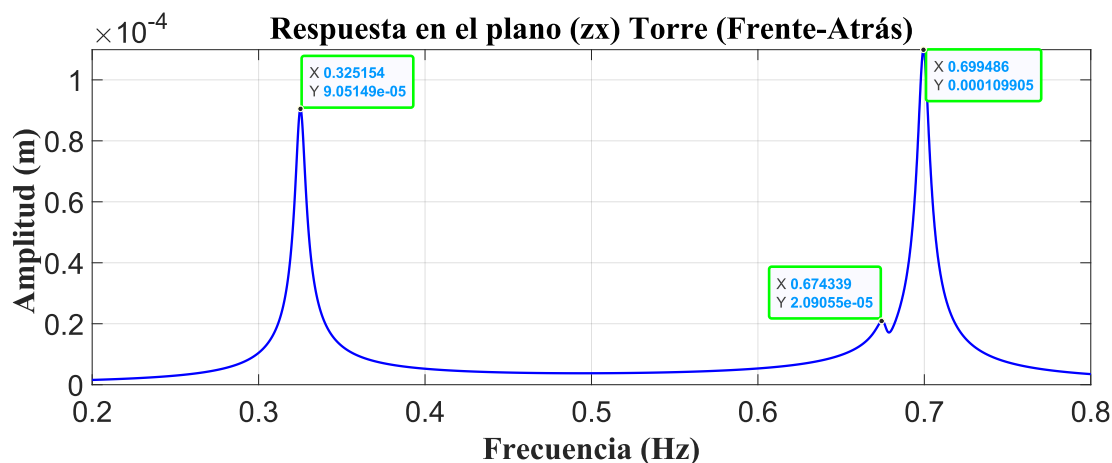


Figura 4-16. FRF de la coordenada generalizada $q_7(t)$, de acuerdo con el método directo (respuesta de la torre en la dirección frente-atrás).

Las FRFs del aerogenerador en el plano (zx) (ver Figuras 4-15 y 4-16) muestran la existencia de tres picos resonantes. Estos picos corresponden a las frecuencias naturales asociadas a los componentes principales del aerogenerador: la primera, a la torre en la dirección frente-atrás (0.325154 Hz); la segunda y tercera, a los álabes, en específico al segundo y tercer álabes (0.674339 Hz) y a la del primer álabes (0.699486 Hz), ambas frecuencias en la dirección del ala del álabes. Asimismo, también se puede observar que estas frecuencias son consistentes en la FRF colectiva de los álabes (ver Figura 4-15) en comparación con la FRF determinada por la coordenada generalizada $q_7(t)$ de las Figuras 4-16 (ver frecuencias de los recuadros color verde). Esto muestra que la relación entre las coordenadas generalizadas en el modelo propuesto es lógica, y que cada coordenada afecta a los distintos modos de vibración de los componentes principales del aerogenerador.

En el plano (zy):

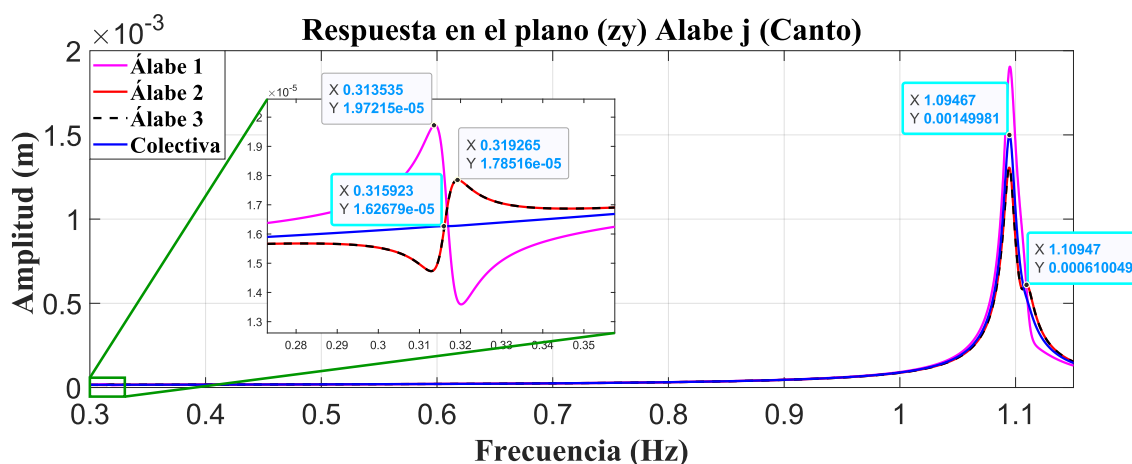


Figura 4-17. FRF de las coordenadas generalizadas $q_{1,2,3}(t)$ y la FRF promedio de estas, de acuerdo con el método directo (respuesta del álabes en la dirección del canto).

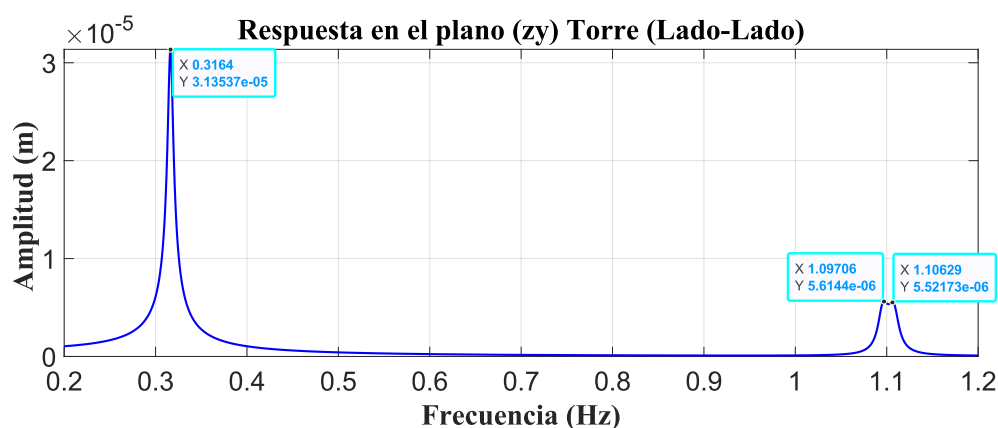


Figura 4-18. FRF de la coordenada generalizada $q_8(t)$, de acuerdo con el método directo (respuesta de la torre en la dirección lado-lado).

De la misma manera que en el plano (zx), las FRF en el plano (zy) (ver Figuras 4-17 y 4-18) muestran tres frecuencias resonantes asociadas al comportamiento de la torre en la dirección lado-lado (0.3164 Hz); la frecuencia del segundo y tercer álabes en la dirección del canto (1.09706 Hz); y la del primer álabes en la dirección del canto (1.10629 Hz), respectivamente. Nuevamente se presenta la coincidencia de las frecuencias naturales de la FRF colectiva de los álabes (ver Figura 4-17) y la FRF de la torre de la Figura 4-18 (ver frecuencias en los recuadros color azul), lo que refuerza la consistencia del modelo propuesto.

- Una vez determinadas las FRF de los componentes del aerogenerador NREL 5MW, se implementó en el modelo propuesto la metodología de integración directa de Newmark, tal como se describe en la Sección 2.5.3 del Capítulo 2. Esto se realizó para determinar la respuesta del aerogenerador base en el dominio del tiempo, que es necesaria para la evaluación del sistema bajo cargas estocásticas. Además, la implementación de esta metodología sirvió como comprobación cruzada con la metodología del método directo.

La implementación del método de Newmark se realizó con un intervalo de tiempo de [0,500] segundos y pasos de 0.001 segundos, buscando garantizar la estabilidad de la respuesta en todos los casos de estudio. Las simulaciones se basaron en las frecuencias naturales indicadas en los recuadros de color verde y azul de las Figuras 4-15 a 4-18. Los resultados obtenidos se presentan en las Figuras 4-19 a 4-22.

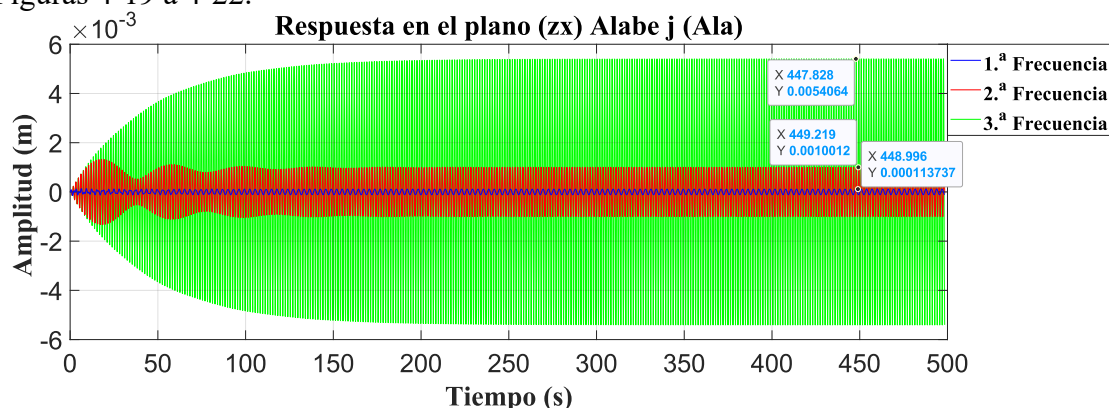


Figura 4-19. Respuesta en el dominio del tiempo de las tres frecuencias resonantes de la Figura 4-15 (recuadros color verde), que describe el comportamiento del desplazamiento promedio de los álabes en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.

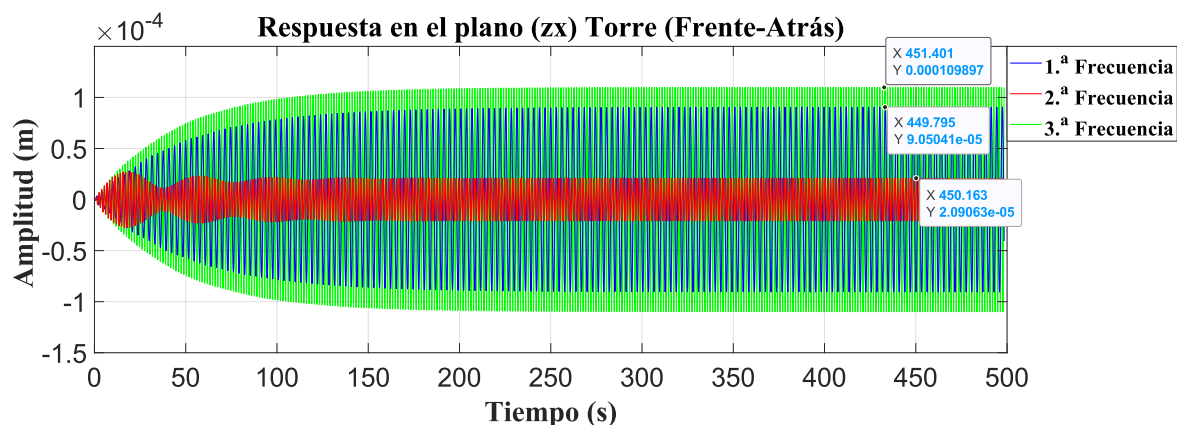


Figura 4-20. Respuesta en el dominio del tiempo de las tres frecuencias resonantes de la Figura 4-16 (recuadros color verde), que describe el comportamiento del desplazamiento de la torre en la dirección frente-atrás del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.

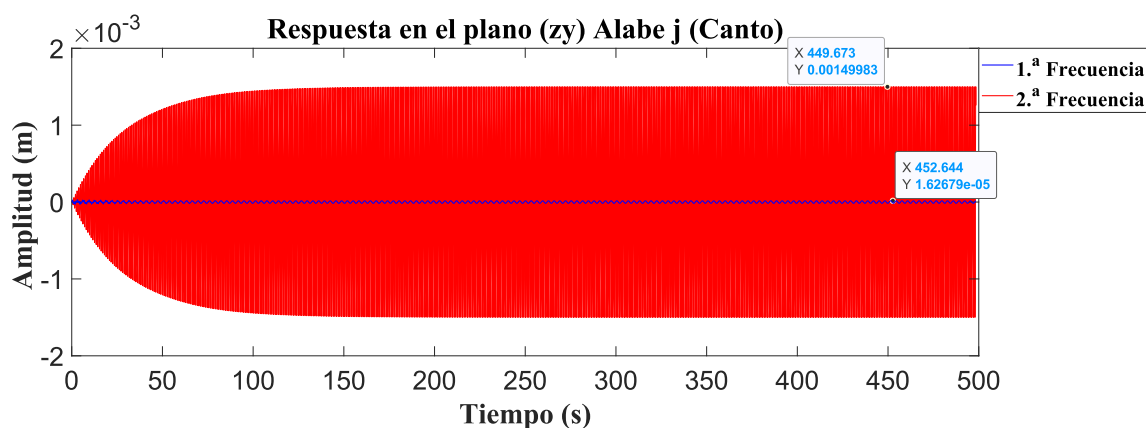


Figura 4-21. Respuesta en el dominio del tiempo de las primeras dos frecuencias resonantes de la Figura 4-17 (recuadros color azul), que describe el comportamiento del desplazamiento promedio de los álabes en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.

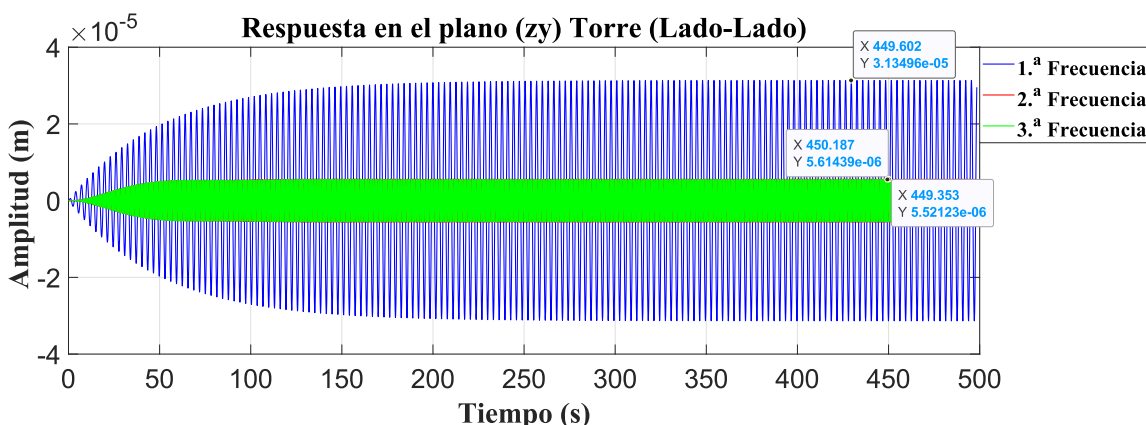


Figura 4-22. Respuesta en el dominio del tiempo de las tres frecuencias resonantes de la Figura 4-18 (recuadros color azul), que describe el comportamiento del desplazamiento de la torre en la dirección lado-lado del aerogenerador NREL 5MW bajo excitación armónica.

Como se puede observar en las Figuras 4-19 a 4-22, las amplitudes de vibración de cada caso de estudio son consistentes con las amplitudes de las referencias presentadas en las Figuras 4-15 a la 4-18. Estos resultados muestran que esta metodología y el método directo se usaron

correctamente en el modelo propuesto, que describe el comportamiento dinámico del aerogenerador NREL 5MW. Por lo tanto, las respuestas obtenidas bajo cargas armónicas, tanto en el dominio de la frecuencia (Figuras 4-15 a 4-18) como en el dominio del tiempo (Figuras 4-15 a 4-18), se utilizaron como valores de referencia para la comparación y evaluación de los dispositivos NS-NIDVAs en el aerogenerador que se describe en el Capítulo 5.

4.6. Respuesta estructural bajo cargas estocásticas

En el análisis estructural y dinámico de aerogeneradores es fundamental considerar el efecto de cargas estocásticas. Estas excitaciones, que pueden incluir los fenómenos naturales como movimientos sísmicos, marítimos y atmosféricos, pueden inducir respuestas complejas en los componentes principales del sistema. Entender y predecir cómo responden las estructuras a cargas aleatorias es esencial para garantizar la integridad, durabilidad y eficiencia del aerogenerador a lo largo de su vida útil, y en este caso, predecir el desempeño de los dispositivos NS-NIDVAs en este tipo de sistemas. Por esta razón, se caracterizan dos fuentes principales de excitación estocástica en el aerogenerador. En primer lugar, la excitación por ruido blanco gaussiano, que se emplea como modelo idealizado para representar procesos aleatorios estacionarios de corta correlación temporal. En segundo lugar, se examina la excitación por cargas aerodinámicas que resultan de la interacción de flujo turbulento del aire en los perfiles aerodinámicos del aerogenerador. En las secciones siguientes de este capítulo, se describe la forma en que se implementaron estas cargas estocásticas en el modelo propuesto.

4.6.1. Excitación por ruido blanco gaussiano

Uno de los métodos más utilizados para modelar cargas estocásticas o aleatorias es el ruido blanco gaussiano, o por sus siglas en inglés (GWN). Este método permite representar de manera simplificada y estadística el comportamiento impredecible de las fuerzas externas que actúan sobre distintos tipos de estructuras, en este caso aerogeneradores. Este tipo de señal aleatoria se caracteriza por tener una distribución normal con media cero, varianza constante y una densidad espectral de potencia uniforme en todas las frecuencias [122]. Esto quiere decir que sus valores instantáneos siguen una distribución gaussiana (ver Figura 4-23 (a)), lo que describe la dispersión estadística de la señal en forma de campana; y, además, conserva una potencia constante en todas sus frecuencias con muestras no correlacionadas entre sí, tal y como se presenta en la Figura 4-23 (b). Esta combinación es ideal para representar procesos estocásticos de alta frecuencia y para simular condiciones de carga no determinadas en etapas iniciales del diseño estructural [123].

El ruido blanco gaussiano puede representarse mediante la función de densidad de probabilidad o por sus siglas en inglés (PDF):

$$f(n)_{PDF} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.42)$$

Donde n es el valor instantáneo del ruido, con media cero y varianza σ^2 . Además, se implementan metodologías como el algoritmo de Box-Muller, que transforma dos variables aleatorias $v_1, v_2 \in (0, 1)$ en dos variables gaussianas independientes:

$$Z_1 = \sqrt{-2 \ln v_1} \cos(2\pi v_2) \quad (4.43)$$

$$Z_2 = \sqrt{-2 \ln v_1} \sin(2\pi v_2) \quad (4.44)$$

Permitiendo generar pares de muestras gaussianas en el dominio del tiempo, que mantienen un estado interno dentro de la distribución normal gaussiana.

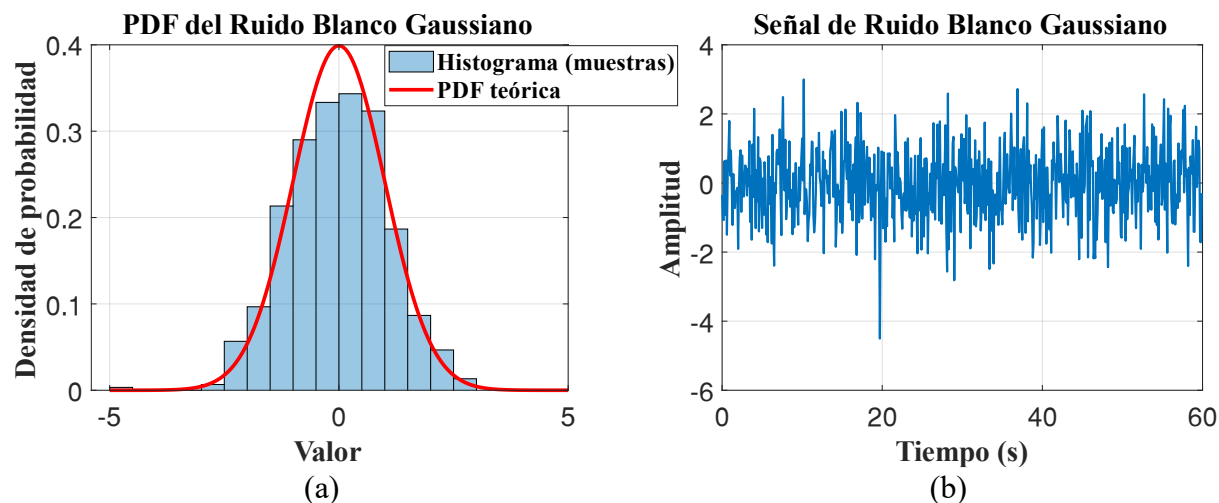


Figura 4-23. Componentes fundamentales del GWN, (a) distribución gaussiana, (b) muestras no correlacionadas en el tiempo.

A partir de lo anterior, se creó una señal de ruido gaussiano básica para utilizarla en el modelo propuesto y analizar cómo se comporta el aerogenerador NREL 5MW bajo esta carga estocástica. El procedimiento que se llevó a cabo para la generación de esta señal se describe a continuación:

- La generación del ruido blanco gaussiano se realizó considerando un intervalo de tiempo de [0,500] segundos, con pasos de 0.001 segundos. Se tomaron en consideración una desviación estándar de uno y una media aritmética de cero. De acuerdo con las Ecs. (4.43) y (4.44), la señal resultante del ruido blanco gaussiano se presenta de manera gráfica en la Figura 4-24.

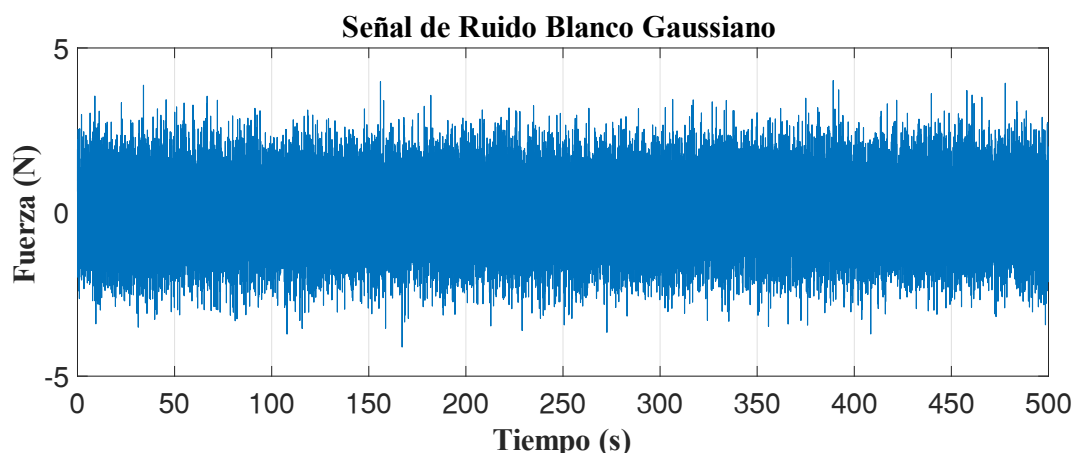


Figura 4-24. Señal espectral de ruido blanco gaussiano de la carga que se implantó en el modelado propuesto del aerogenerador terrestre.

- Una vez generado el ruido gaussiano, se realizó una comprobación de la señal resultante mediante la distribución gaussiana y la función PDF descrita en la Ec. (4.42). El histograma resultante se presenta en la Figura 4-25.

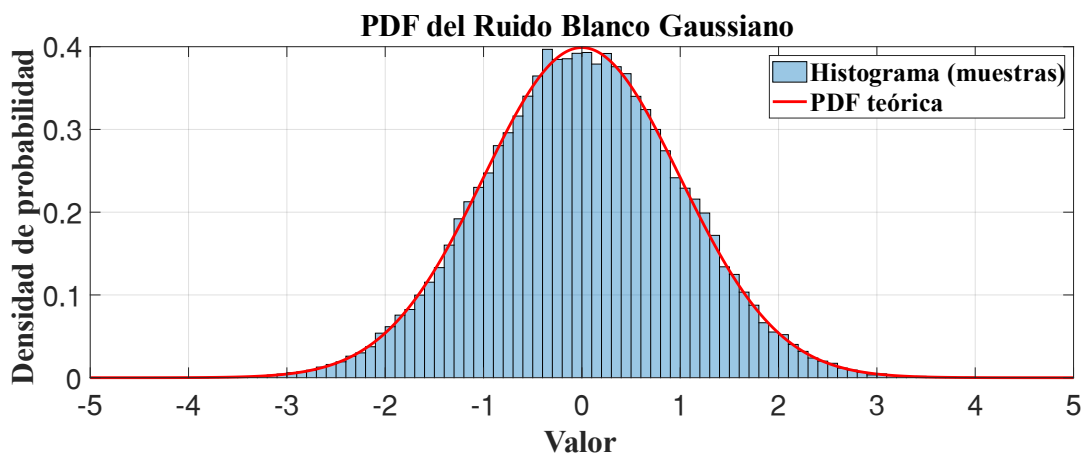


Figura 4-25. Distribución gaussiana de la señal de ruido blanco base para las simulaciones con el modelo propuesto del aerogenerador terrestre.

Los resultados presentados en la distribución gaussiana de la Figura 4-25 demuestran que la generación de la señal base del ruido blanco gaussiano se realizó de manera coherente a su metodología. Además, la señal reportada en la Figura 4-24 sirve con una respuesta base de la carga estocástica para esta investigación.

Después, se llevó a cabo la evaluación de esta carga en el modelo presentado en la Ec. (4.38) de la Sección 4.3 de este capítulo. Para este procedimiento se consideraron los siguientes puntos claves:

- Se realizó la evaluación de ruido gaussiano en el aerogenerador NREL 5MW, considerando una amplificación de la señal base (Figura 4-24) de 10,000 unidades. Esto con la finalidad de verificar el comportamiento del aerogenerador bajo condiciones más realistas.
- La señal resultante se evaluó en las 8 coordenadas generalizadas del modelo propuesto, con el fin de evaluar su comportamiento generado bajo esta carga.
- Se implementó el método de integración directa de Newmark (ver Sección 2.5.3 del Capítulo 2). Las simulaciones de esta metodología se realizaron con un intervalo de tiempo de [0,500] segundos, con pasos de 0.001 segundos. Esto con la finalidad de que la señal de la carga estocástica se enlazara correctamente en la metodología.
- Para las simulaciones del aerogenerador NREL 5MW sometido a ruido blanco gaussiano, se consideró también la rotación constante de la turbina del aerogenerador y se realizaron dos casos de estudio. Las velocidades constantes que se emplearon fueron de 6.9 y 12.1 RPM. Estas velocidades se preseleccionaron de acuerdo con la referencia [116], donde se menciona que estas velocidades son las velocidades nominales de operación del aerogenerador NREL 5MW.

Con base en lo anterior, se obtuvieron los siguientes desplazamientos de los componentes principales del aerogenerador. Estos se presentan en las Figuras 4-26 a 4-33.

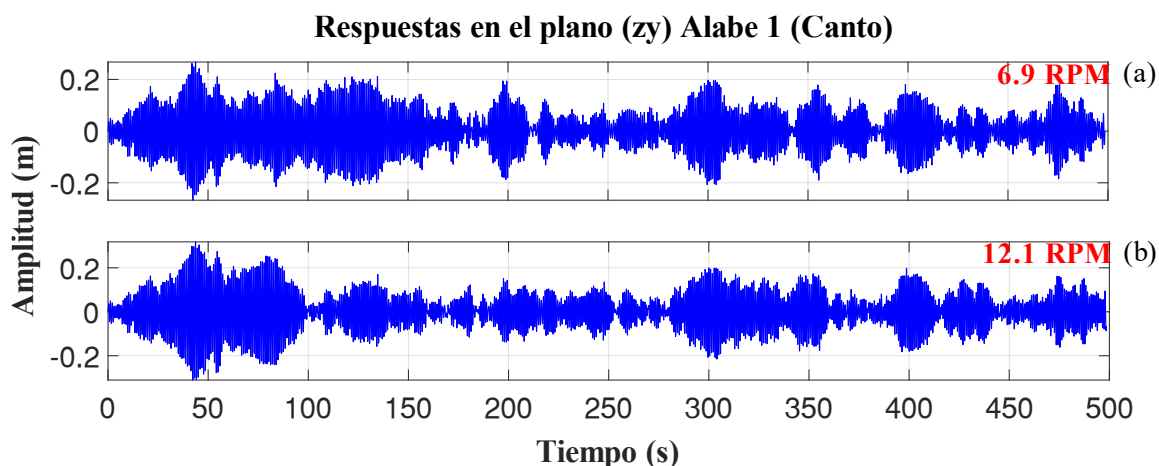


Figura 4-26. Respuesta en desplazamiento del álab 1 en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

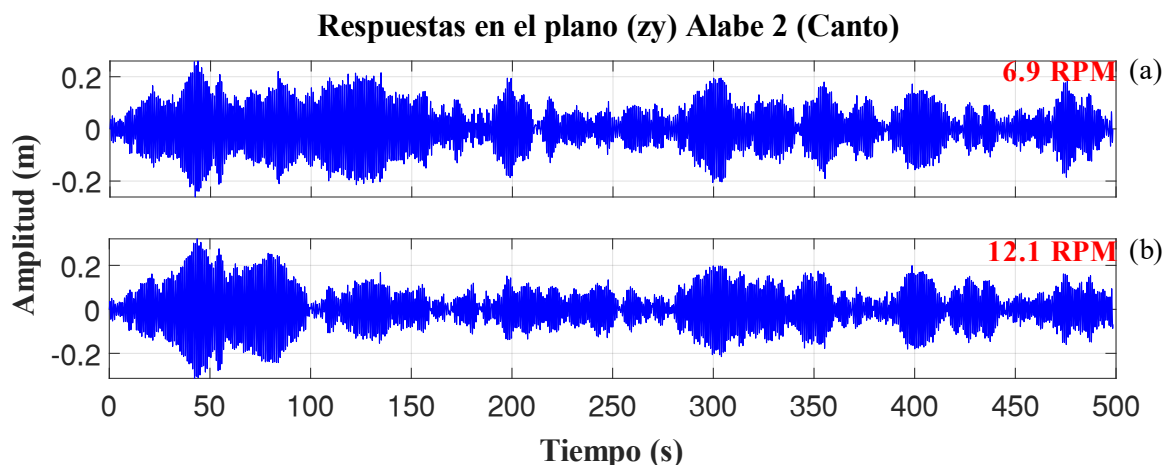


Figura 4-27. Respuesta en desplazamiento del álab 2 en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

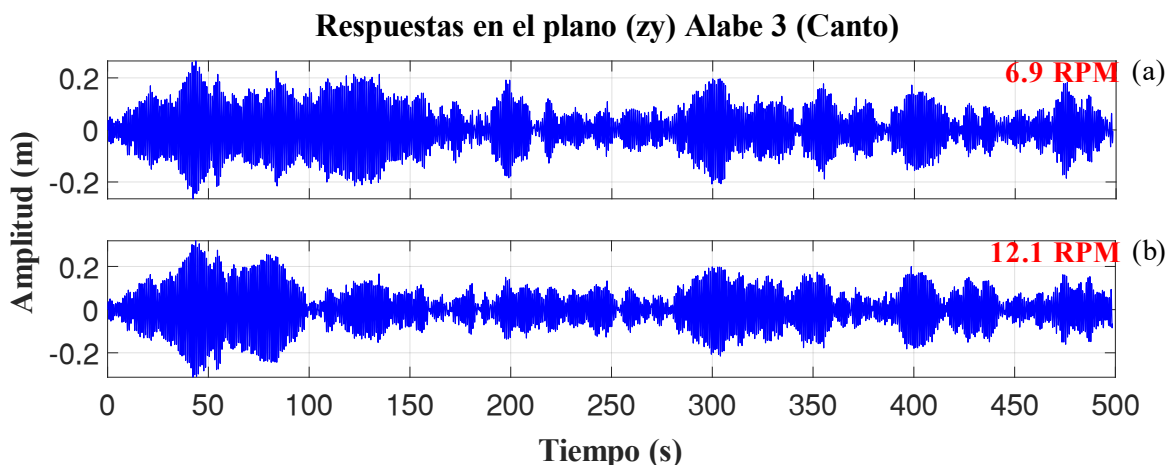


Figura 4-28. Respuesta en desplazamiento del álab 3 en la dirección del canto del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

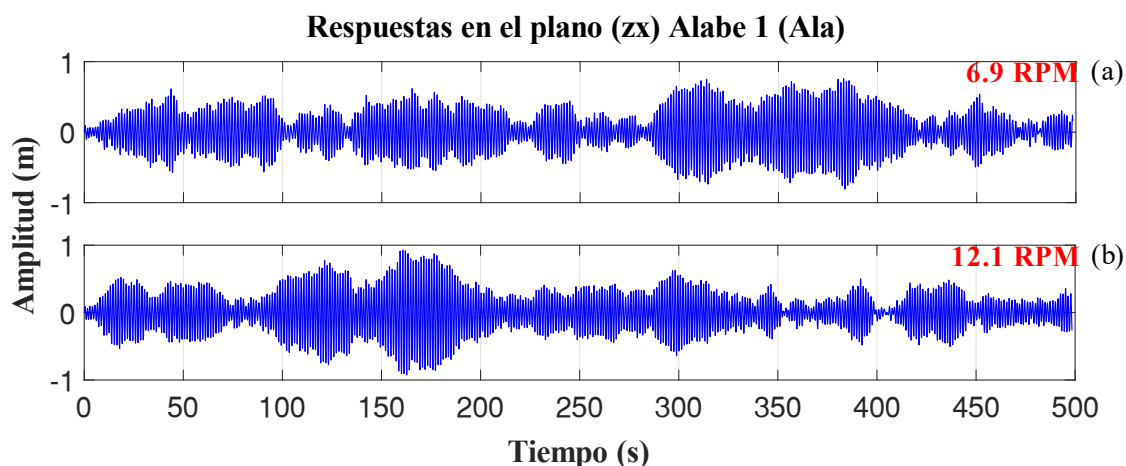


Figura 4-29. Respuesta en desplazamiento del álab 1 en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

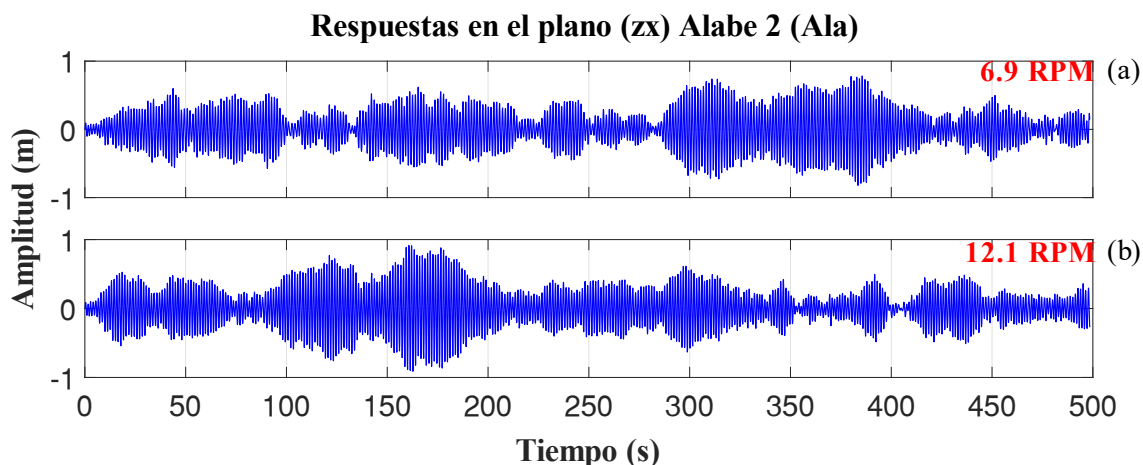


Figura 4-30. Respuesta en desplazamiento del álab 2 en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

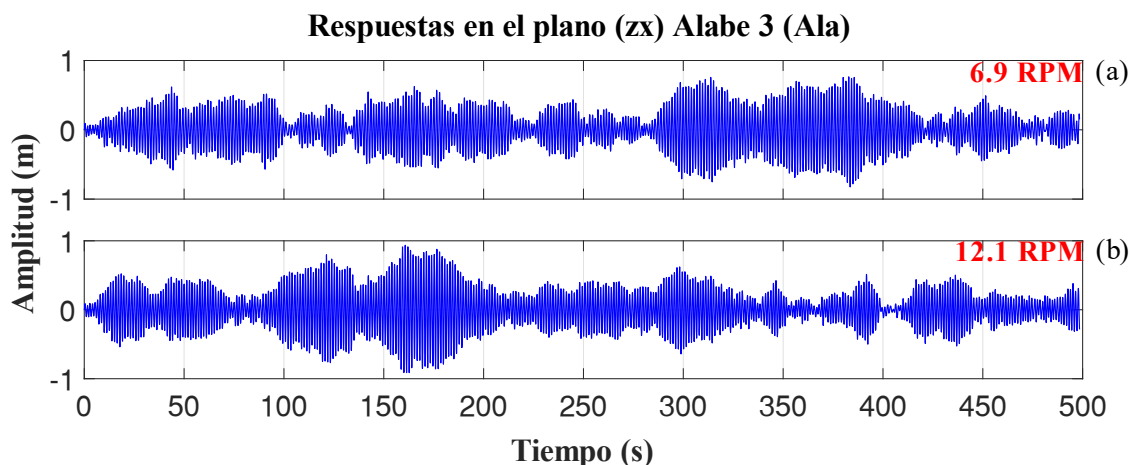


Figura 4-31. Respuesta en desplazamiento del álab 3 en la dirección del ala del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

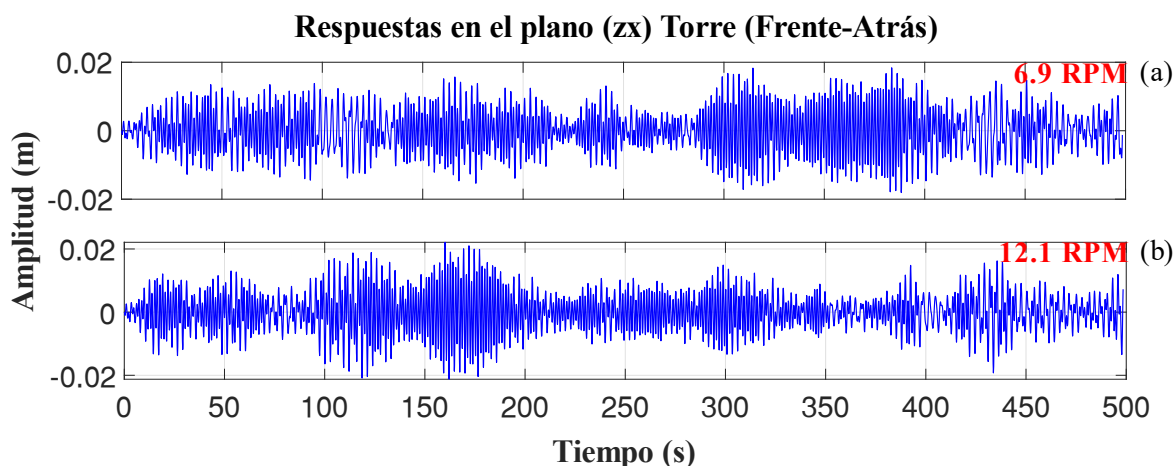


Figura 4-32. Respuesta en desplazamiento de la torre en la dirección Frente-Atrás del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

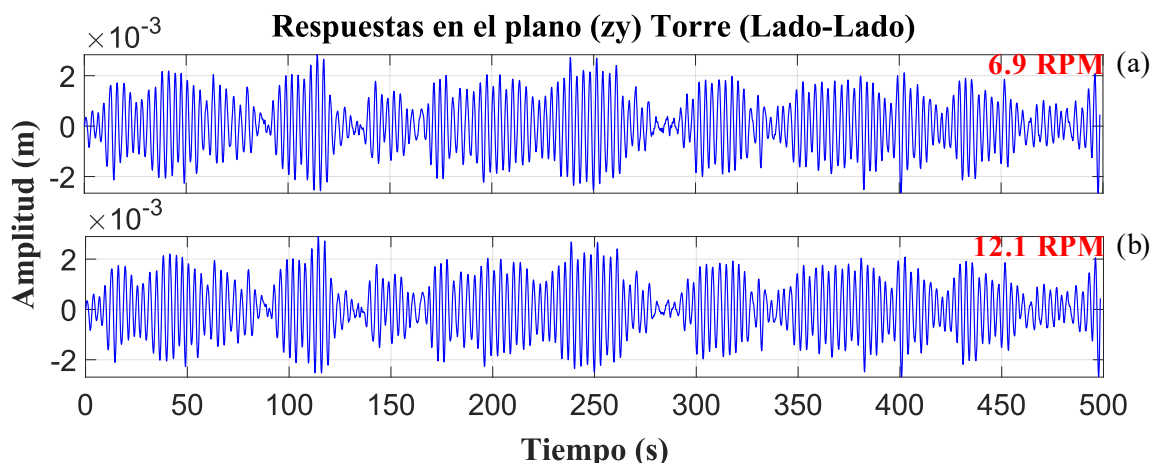


Figura 4-33. Respuesta en desplazamiento de la torre en la dirección Lado-Lado del aerogenerador NREL 5MW, bajo excitación por ruido blanco gaussiano. Para las velocidades nominales: (a) 6.9 RPM y (b) 12.1 RPM.

Los resultados presentados en las Figuras 4-26 y 4-31 muestran que, en los desplazamientos debido a las cargas por ruido blanco gaussiano en los álabes, tanto en la dirección del canto como del ala, existe una influencia por la rotación de los álabes, esto ocurre también en el desplazamiento de la torre en la dirección Frente-Atrás (ver Figura 4-32). Por el contrario, el desplazamiento de la torre en la dirección Lado-Lado no presenta un cambio significativo por esta rotación (ver Figura 4-33). Además, también se puede observar que los desplazamientos de los componentes principales del aerogenerador producidos por la señal de ruido gaussiano amplificado por 10,000 unidades presentan valores que oscilan entre $\pm 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ y $\pm 1 \text{ m}$. Esto quiere decir, que la selección de amplificación de la señal de ruido gaussiano permitió obtener desplazamientos apegados a la realidad del comportamiento dinámico estructural del aerogenerador NREL 5MW. Estos resultados se tomaron como referencia para el análisis comparativo de la implementación de los dispositivos NS-NIDVA que se describen en el Capítulo 5.

4.6.2. Excitación por cargas aerodinámicas

Como se ha mencionado anteriormente en la Sección 2.3.3 del Capítulo 2. En condiciones realistas, los álabes de un aerogenerador están expuestos constantemente a la interacción del viento,

lo que genera las fuerzas conocidas como cargas aerodinámicas. Estas cargas varían con respecto al tiempo debido a la turbulencia del viento, que influye directamente en los perfiles aerodinámicos de los álabes del aerogenerador. En esta sección se describe la manera en que se acoplaron las cargas aerodinámicas en el modelado propuesto y, posteriormente, cómo se evaluaron estas cargas en el aerogenerador NREL 5MW. Esta evaluación permitió analizar la respuesta del sistema bajo esta carga estocástica y proporcionar la información base necesaria para la evaluación de los dispositivos NS-NIDVAs en este tipo de estructuras.

4.6.2.1. Formulación de las cargas inducidas por el viento

Para poder representar las cargas aerodinámicas en el modelo propuesto de la Ec. (4.38) de la Sección 4.3 de este capítulo. Primero, es necesario considerar las propiedades aerodinámicas del aerogenerador NREL 5MW que se mencionan en la Tabla 2.8 de la Sección 2.4.2 del Capítulo 2; en esta tabla se describe que los álabes se componen de 19 secciones (nodos), donde se distribuyen sus propiedades y perfiles aerodinámicos. Esta distribución genera la necesidad de integrar estas propiedades, que de acuerdo con la teoría de aerodinámica (Ec. (2.79) de la Sección 2.3.3 del Capítulo 2) se pueden integrar mediante las componentes de carga normal y tangencial. Donde el trabajo δW_{wind} que realizan estas cargas en los álabes se puede expresar como:

$$\delta W_{wind} = \sum_{i=1}^3 \left\{ \int_0^R P_{Ti}(r, t) (\phi_e(r) \delta q_i(t) + \delta u_{nac}^{ss} \cos \psi_i) dr + \int_0^R P_{Ni}(r, t) (\phi_f(r) \delta q_{i+3}(t) + \delta u_{nac}^{fa}) dr \right\} \quad (4.45)$$

Donde $P_{Tj}(r, t)$ y $P_{Nj}(r, t)$ representan la intensidad de carga del viento tangencial y normal por unidad del álabes j . En términos del principio de trabajo y energía, la fuerza generalizada puede obtenerse derivando el trabajo realizado respecto a la coordenada generalizada.

$$Q_i = \frac{\partial(\delta W_{wt})}{\partial(\delta q_i(t))} \quad (4.46)$$

Aplicando la derivada parcial de la Ec. (4.46) en la Ec. (4.45), se obtienen las fuerzas generalizadas del viento que inciden en los componentes principales del aerogenerador.

$$Q_{i,wind} = \int_0^R P_{Ti}(r, t) \phi_e(r) dr, \quad (4.47)$$

$$Q_{i+3,wind} = \int_0^R P_{Ni}(r, t) \phi_f(r) dr \quad (4.48)$$

$$Q_{7,wind} = \sum_{i=1}^3 \int_0^R P_{Ni}(r, t) dr, \quad (4.49)$$

$$Q_{8,wind} = \sum_{i=1}^3 \cos \psi_i \int_0^R P_{Ti}(r, t) dr \quad (4.80)$$

La Ecs. (4.47) a (4.80) representan las fuerzas que actúan sobre el aerogenerador. Para poder implementar estas ecuaciones en el modelo, fue necesario determinar las cargas normal y tangencial de cada sección de los álabes. Esto se realizó mediante simulaciones con la herramienta de OpenFast. En la siguiente sección se detalla el procedimiento y los criterios para poder solucionar estas integrales definidas.

4.6.2.2. Simulaciones de las cargas normal y tangencial de los álabes

Determinar de manera precisa las cargas aerodinámicas que actúan sobre los álabes de un aerogenerador es fundamental para el diseño, análisis estructural y optimización del rendimiento del sistema. Sin embargo, calcular de forma analítica los coeficientes de sustentación y de arrastre a lo largo de cada uno de los álabes representa un desafío considerable; esto es debido al análisis de flujo tridimensional, los efectos de turbulencia y las variaciones en condiciones realistas de operación. Por estas razones, se optó por el uso de softwares de simulación como TurbSim y OpenFast, programas especializados que permiten modelar la intensidad del viento y la integración de los componentes aerodinámicos y estructurales de los aerogeneradores (ver secciones 2.3.4 y 2.3.5 del Capítulo 2). Estas simulaciones proporcionaron una estimación más realista sobre las cargas normal y tangencial distribuidas sobre los álabes, considerando interacciones complejas que representarían un reto considerable solucionarlos mediante métodos analíticos convencionales. El procedimiento que se llevó a cabo para la realización de las simulaciones se detalla a continuación:

- En primer lugar, se realizó una simulación de viento con el software de TurbSim (ver Sección 2.3.4), que genera un campo de viento de acuerdo con la normativa IEC 61400-1 Ed. 3 [114], utilizando el modelo espectral de Kaimal (IECKA) para representar la distribución de la turbulencia. Se consideró un perfil de viento logarítmico con una velocidad media de 12 m/s a 90 m de altura, que son las condiciones del aerogenerador terrestre NREL 5MW. La simulación predice el comportamiento de una turbulencia media de clase B, situada en un campo cubierto por una malla de 31 x 31 puntos sobre un área de simulación de 155 m de alto por 145 m de ancho, centrado a 90 m a la altura de la góndola, y se consideró un tiempo de simulación de 500 segundos, con incrementos de tiempo de 0.001 segundos. Los resultados que se obtuvieron se presentan en los gráficos de la Figura 4-34.

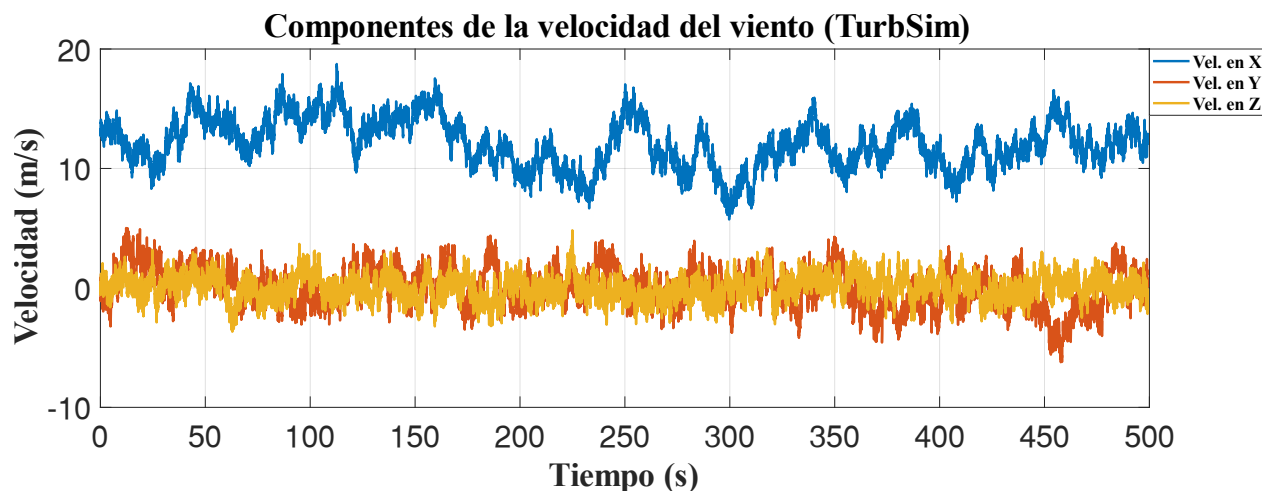


Figura 4-34. Resultados de la simulación para determinar las componentes de velocidad del flujo del viento mediante TurbSim.

Los resultados de la Figura 4-34 describen la velocidad del flujo de viento dividido en sus tres componentes principales de velocidad en el plano global (X, Y, Z). Estas componentes fueron las que se implementaron en OpenFast para poder determinar las componentes de fuerza normal y tangencial de los álabes.

- En segundo lugar, se realizaron simulaciones en el software de OpenFast en relación a la eficiencia energética del aerogenerador NREL 5MW. Esto se realizó con el objetivo de evaluar la dinámica estructural del aerogenerador en condiciones ideales de operación (donde el aerogenerador aprovecha la mayor cantidad de energía cinética del viento). Teniendo esto en consideración, se implementó la velocidad de viento de la Figura 4-30 en OpenFast y se realizaron simulaciones considerando una rotación constante de los álabes a la velocidad nominal de 12.1 RPM. Se hicieron también cambios en el ángulo de inclinación (pitch) de los álabes entre el rango $[-6, 10]$ grados y se obtuvieron los coeficientes de arrastre y de sustentación de los 19 nodos de cada álabe del aerogenerador. Posteriormente, se determinó el promedio de la información obtenida y se determinaron los gráficos que se ilustran en la Figura 4-35 (a) a (c).

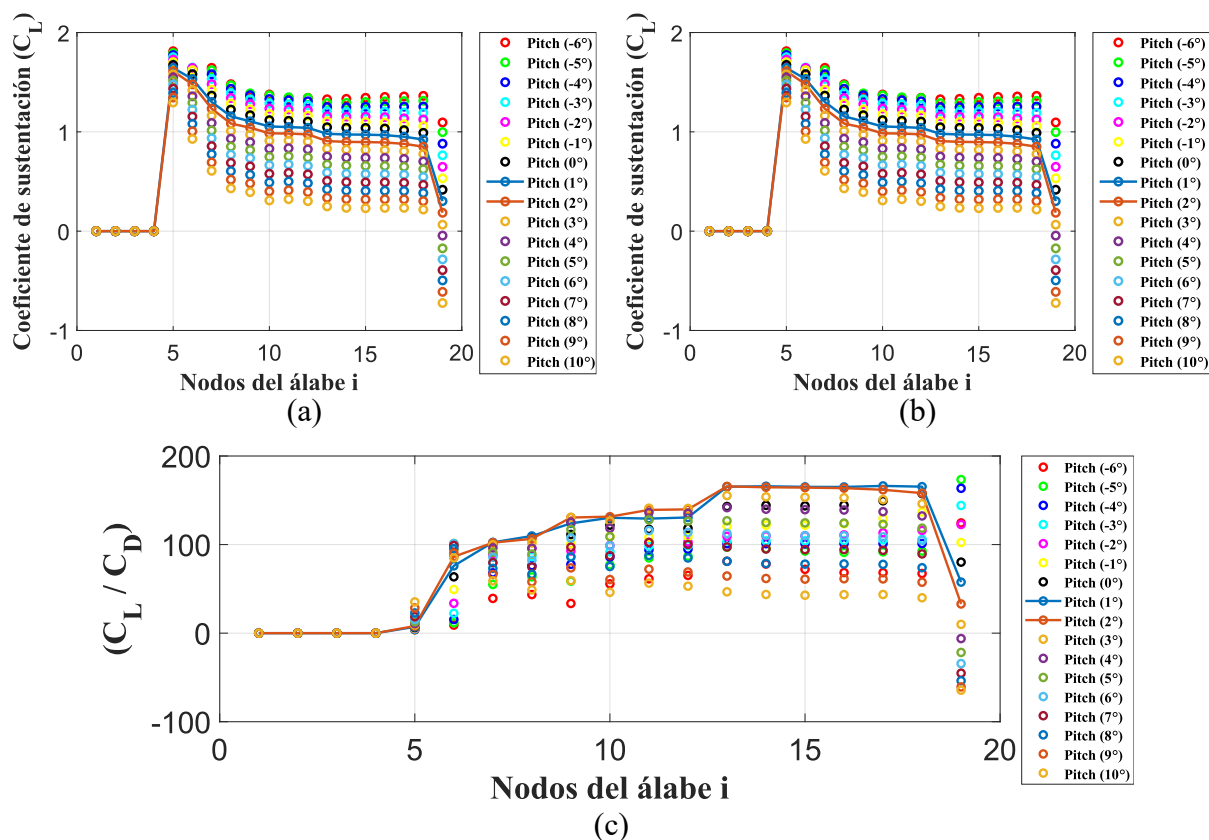


Figura 4-35. Resultados de la evaluación de los coeficientes de arrastre y de sustentación del aerogenerador NREL 5MW con base en los perfiles aerodinámicos de los álabes del aerogenerador: (a) Evaluación de los coeficientes de sustentación, (b) Evaluación de los coeficientes de arrastre, (c) Evaluación del coeficiente de sustentación entre el de arrastre.

Los resultados de la Figura 4-35 demuestran que el ángulo Pitch de 2 grados es el ángulo de inclinación ideal donde se generará la mejor combinación del mayor coeficiente de sustentación y el menor coeficiente de arrastre en los perfiles aerodinámicos de los álabes del aerogenerador NREL 5MW. Esto indica que con esa inclinación los álabes de la turbina de aerogenerador producirán la mayor ganancia energética que puede regenerar este aerogenerador. Por lo tanto, el ángulo Pitch de 2 grados se utilizó como referencia para las simulaciones que determinaron las fuerzas normal y tangencial de los álabes del aerogenerador.

- Posteriormente, considerando los dos puntos anteriores, se realizaron las simulaciones para determinar las componentes de carga normal y tangencial de cada sección de los álabes del aerogenerador NREL 5MW. Estas simulaciones también incluyen los casos de estudio comparativos del diagrama de Campbell de la Sección 4.4.2 (Simulación completa, restricción de 8 Gdl., ideal al modelo propuesto) y los casos de estudio a velocidad constante de las velocidades nominales del aerogenerador de la Sección 4.6.1 (6.9 RPM y 12.1 RPM). Los resultados obtenidos por estas simulaciones se sustituyeron en las Ecs. (4.47) a (4.80), dando como resultado las componentes de carga que inciden en el modelo propuesto. Estos resultados se muestran en las Figuras 4-36 a 4-59.

Resultados de las cargas que inciden en las coordenadas generalizadas del modelo propuesto organizadas de acuerdo con las simulaciones en OpenFast:

Simulación completa.

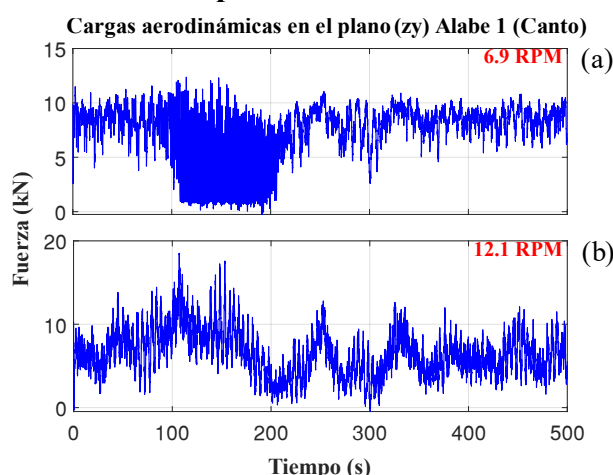


Figura 4-36. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabes 1 en la dirección del canto (q_1), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

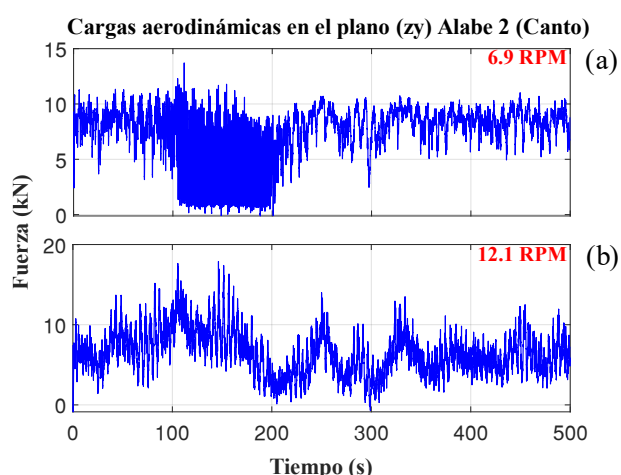


Figura 4-37. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabes 2 en la dirección del canto (q_2), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

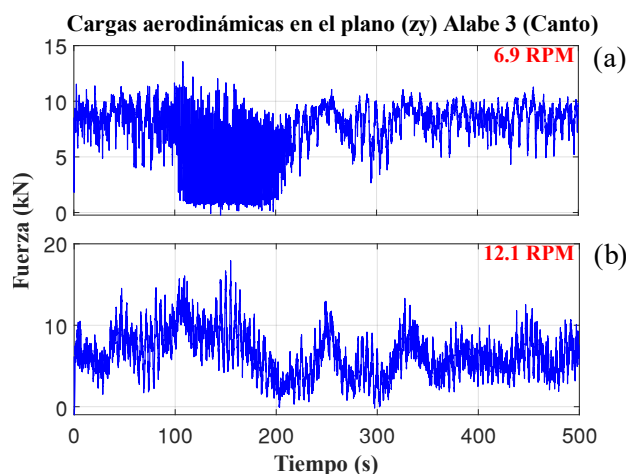


Figura 4-38. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabes 3 en la dirección del canto (q_3), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

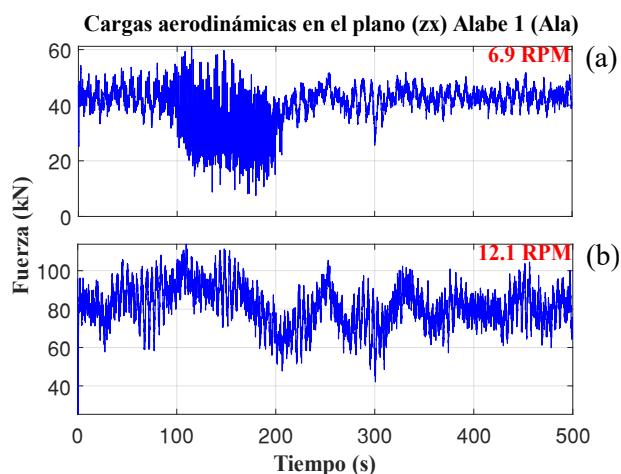


Figura 4-39. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabes 1 en la dirección del ala (q_4), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

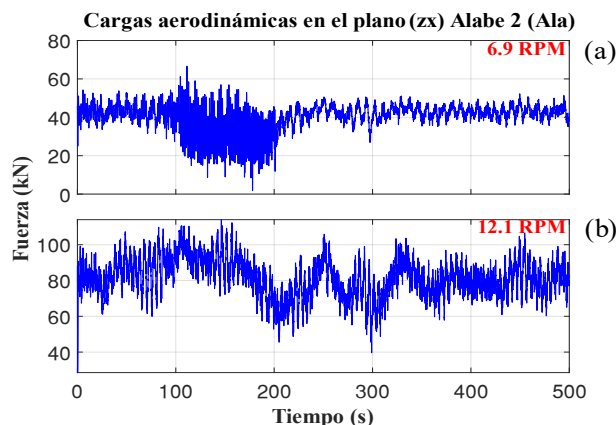


Figura 4-40. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del ala (q_5), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

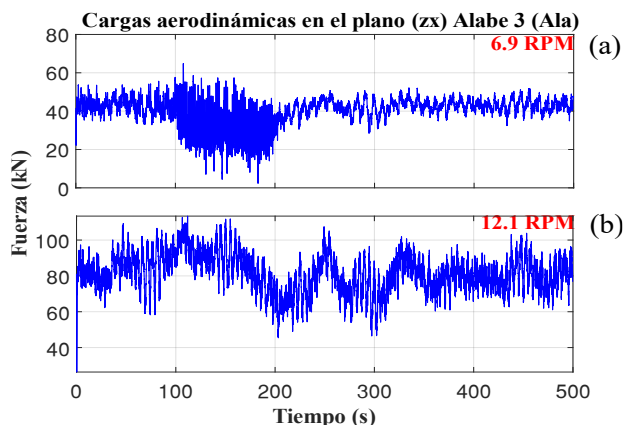


Figura 4-41. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del ala (q_6), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

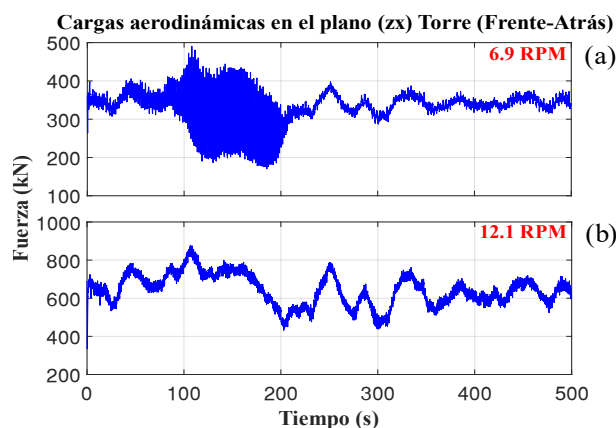


Figura 4-42. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Frente-Atrás (q_7), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

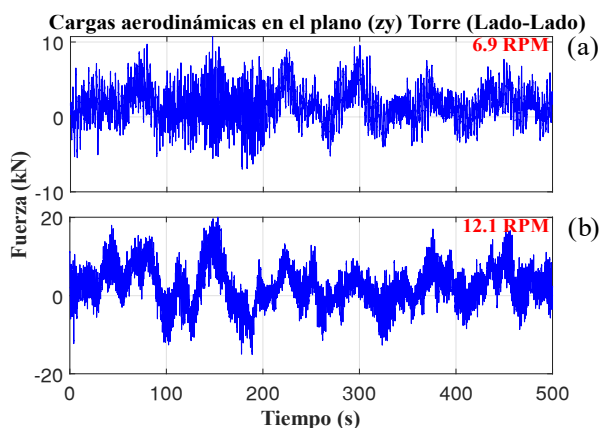


Figura 4-43. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan a la torre en la dirección Lado-Lado (q_8), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Simulación restringiendo el sistema a 8 Gdl.

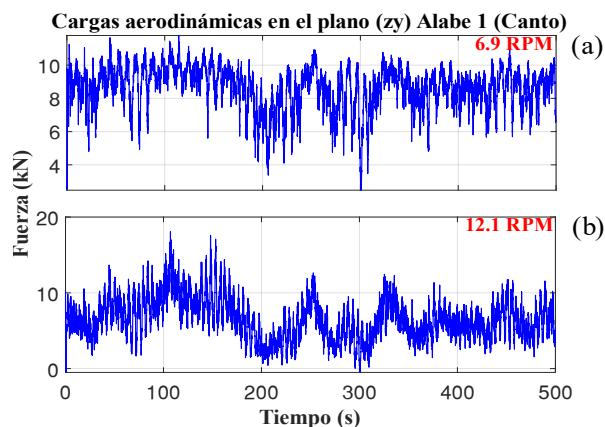


Figura 4-44. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del canto (q_1), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

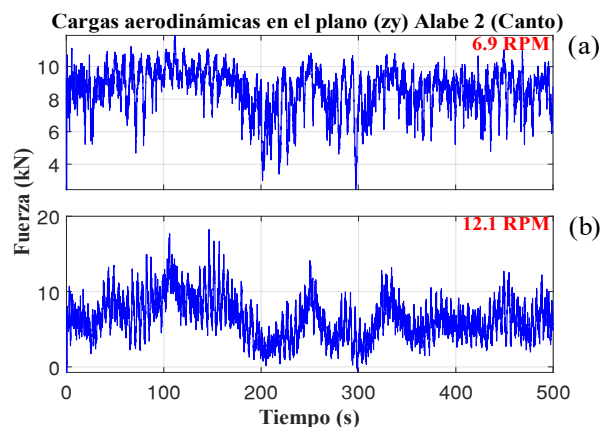


Figura 4-45. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del canto (q_2), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

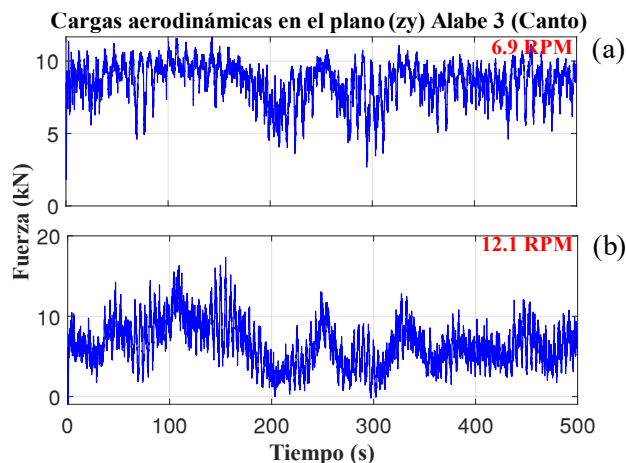


Figura 4-46. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan al álab 3 en la dirección del canto (q_3), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

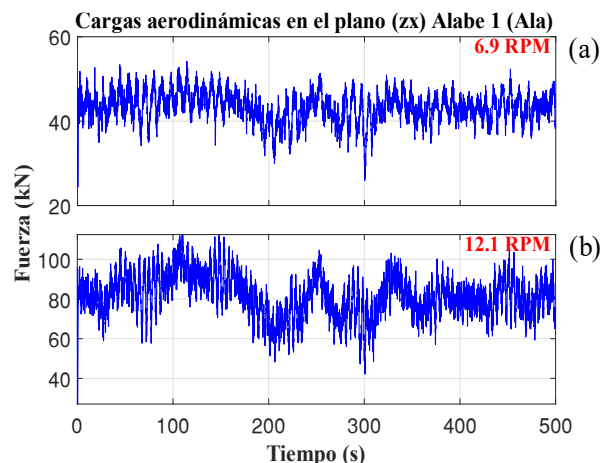


Figura 4-47. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan al álab 1 en la dirección del ala (q_4), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

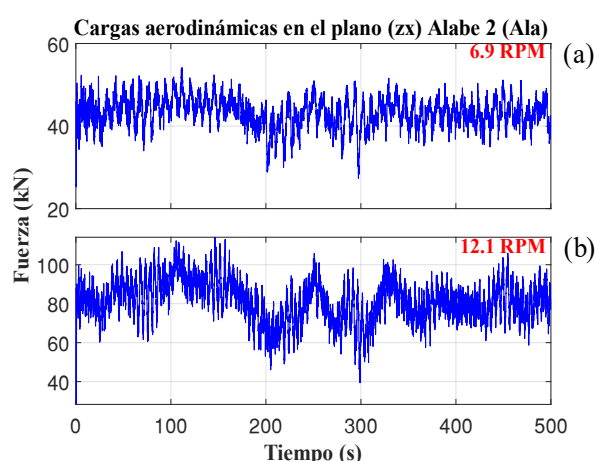


Figura 4-48. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan al álab 2 en la dirección del ala (q_5), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

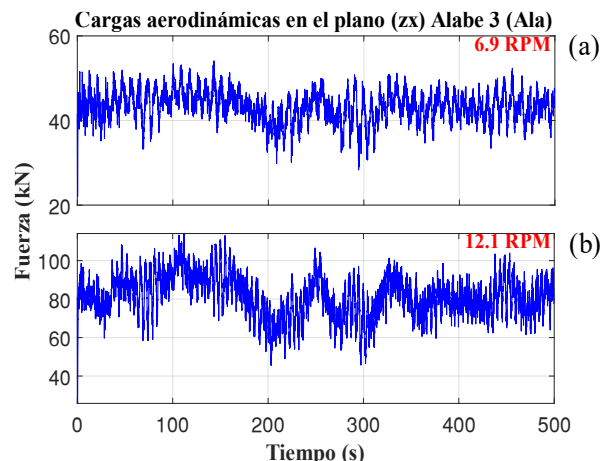


Figura 4-49. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan al álab 3 en la dirección del ala (q_6), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

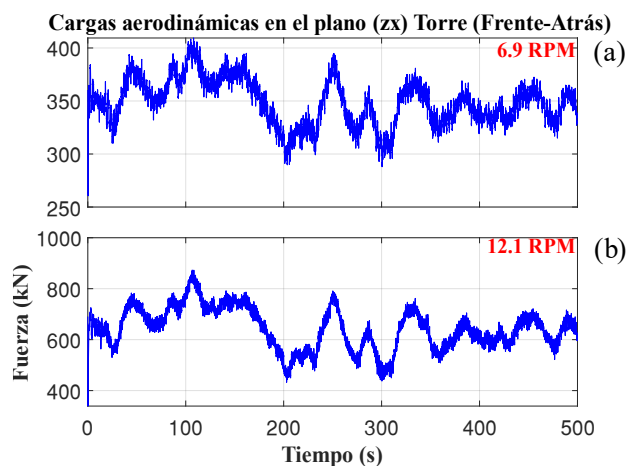


Figura 4-50. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan a la torre en la dirección Frente-Atrás (q_7), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

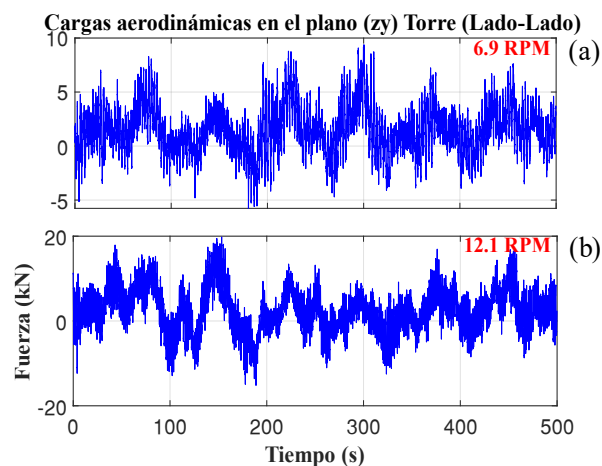


Figura 4-51. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan a la torre en la dirección Lado-Lado (q_8), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Simulación ideal al modelo propuesto.

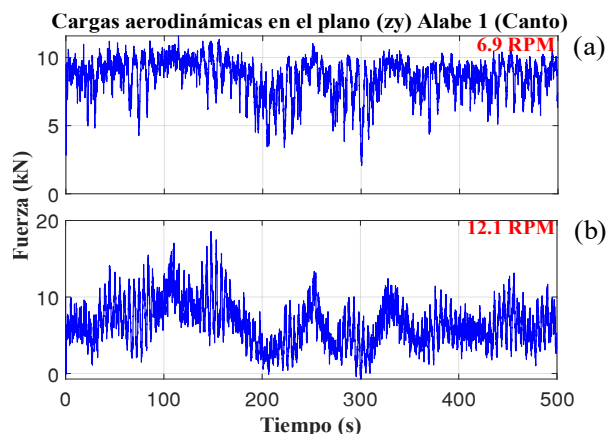


Figura 4-52. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del canto (q_1), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

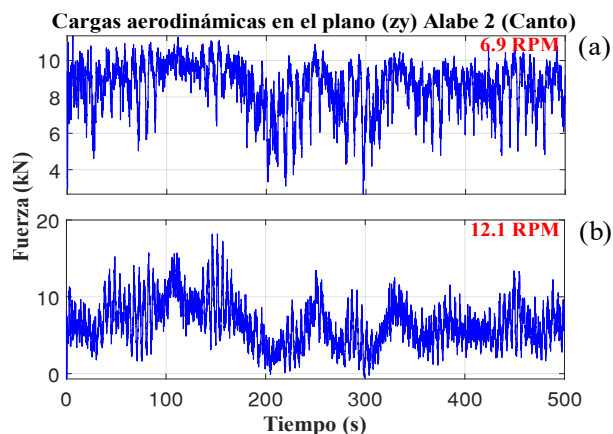


Figura 4-53. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del canto (q_2), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

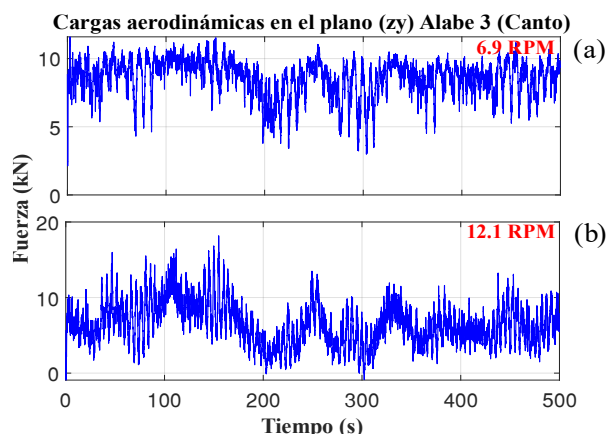


Figura 4-54. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del canto (q_3), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

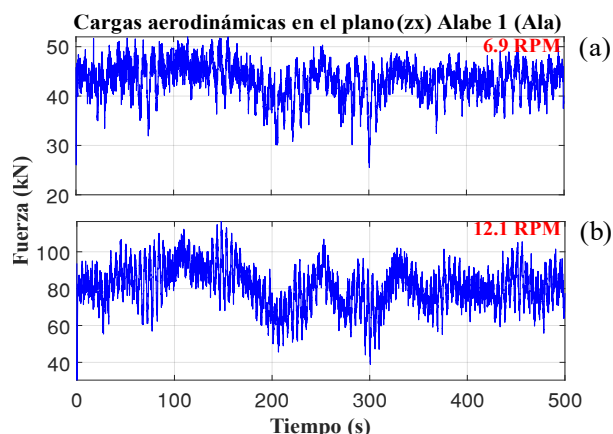


Figura 4-55. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 1 en la dirección del ala (q_4), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

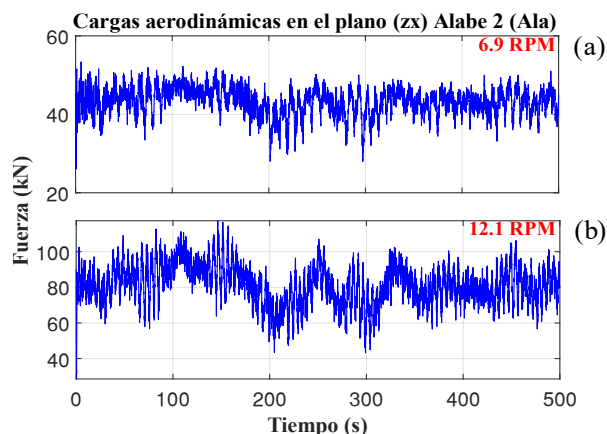


Figura 4-56. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 2 en la dirección del ala (q_5), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

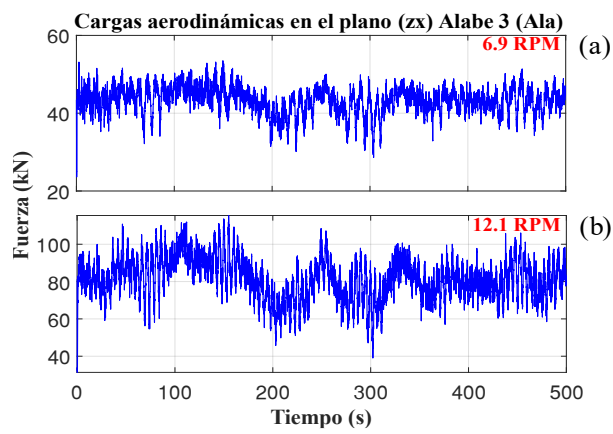


Figura 4-57. Cargas aerodinámicas para el modelado propuesto que afectan al álabe 3 en la dirección del ala (q_6), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

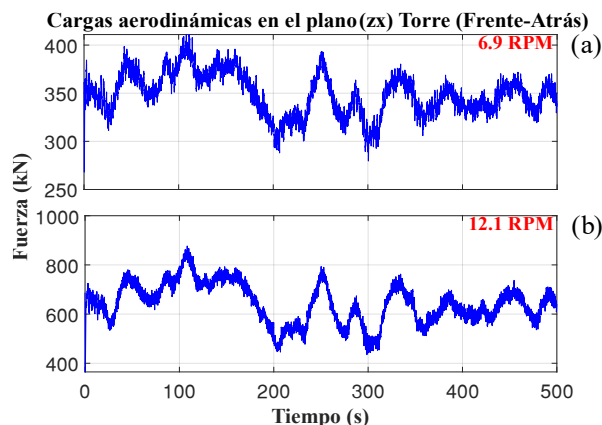


Figura 4-58. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan a la torre en la dirección Frente-Atrás (q_7), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

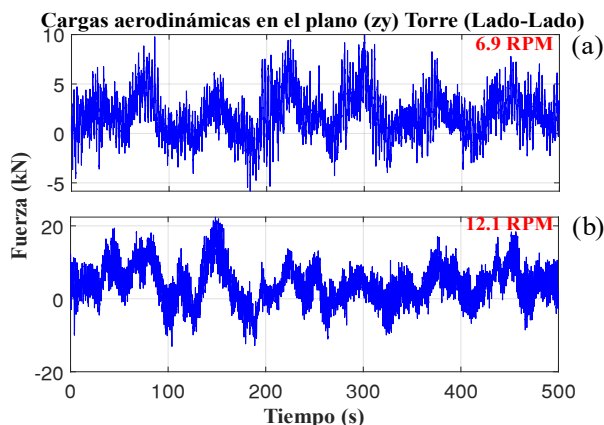


Figura 4-59. Cargas aerodinámicas para el modelo propuesto que afectan a la torre en la dirección Lado-Lado (q_8), (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Los resultados mostrados en las Figuras 4-36 a 4-59 describen el cambio de las cargas que actúan sobre los componentes principales del aerogenerador. Donde a baja velocidad (6.9 RPM) las fuerzas son más estables, mientras que a mayor velocidad (12.1 RPM) su comportamiento es más irregular. Estas cargas fueron de suma importancia para corroborar la aerodinámica del modelo propuesto y demostrar su capacidad para reproducir la respuesta dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones realistas de trabajo. En la siguiente sección, se describe la manera en que se implementaron estas cargas en el modelo propuesto.

4.6.2.3. Evaluación de las cargas aerodinámicas en el modelo propuesto y comprobación con OpenFast

En esta sección se presenta la evaluación de las cargas aerodinámicas determinadas mediante las simulaciones con OpenFast junto con una comparación de los desplazamientos generados por el modelo propuesto y los obtenidos por las simulaciones en OpenFast. Mediante esta comprobación, se determinaron las condiciones de análisis del modelo propuesto, para desempeñar un comportamiento realista de la aerodinámica estructural del aerogenerador NREL 5MW. Además, esta comparación también sirvió para determinar las limitaciones del modelo propuesto y verificar su confiabilidad para las futuras simulaciones estructurales y de control.

Una vez determinadas las cargas que afectan a los principales componentes del aerogenerador (ver Figuras 4-36 a 4-59 de la Sección 4.6.2.2), se llevó a cabo la evaluación de estas cargas en el modelo presentado en la Ec. (4.38) de la Sección 4.3 de este capítulo. Esto se realizó tomando en consideración los siguientes puntos claves.

- Se implementó el método de integración directa de Newmark (ver Sección 2.5.3 del Capítulo 2). Las simulaciones de esta metodología se realizaron con un intervalo de tiempo de [0,500] segundos, con pasos de 0.001 segundos. Esto con la finalidad de que la señal de la carga aerodinámica se enlazara correctamente con la metodología.
- Se implementaron las cargas aerodinámicas de los tres casos de estudio de las simulaciones de OpenFast (simulación completa, restricción a 8 Gdl. y simulación ideal al modelo propuesto) junto con la evaluación constante de las velocidades nominales del

aerogenerador NREL 5MW (6.9 RPM y 12.1 RPM). Esto con la finalidad de demostrar la funcionalidad del modelado propuesto.

- Se determinaron los desplazamientos de todas las coordenadas generalizadas del modelado propuesto y se realizó una comparación con base en los resultados obtenidos por las simulaciones de OpenFast.

Los resultados obtenidos se presentan en las Figuras 4-60 a 4-83. Estas gráficas están organizadas de acuerdo con los planos descritos en la Figura 4.1 de la Sección 4.1 de este capítulo y con base en las simulaciones realizadas en OpenFast.

Simulación completa [Plano de referencia (zx)].

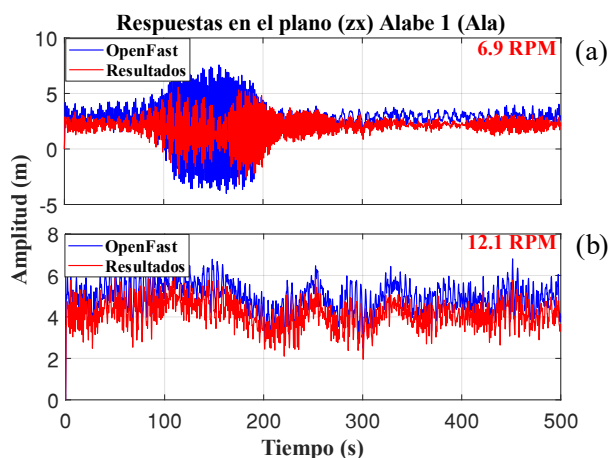


Figura 4-60. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_4 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

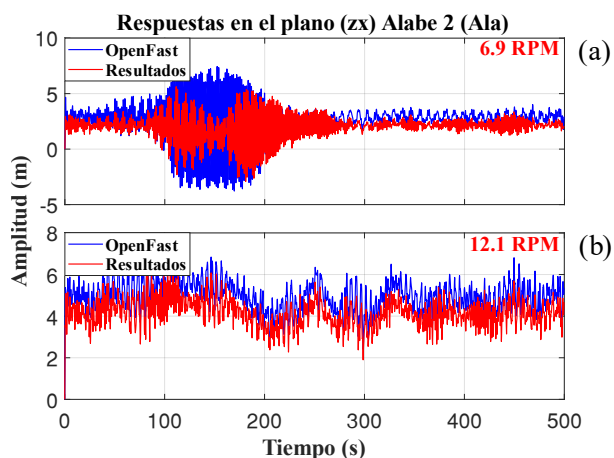


Figura 4-61. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_5 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

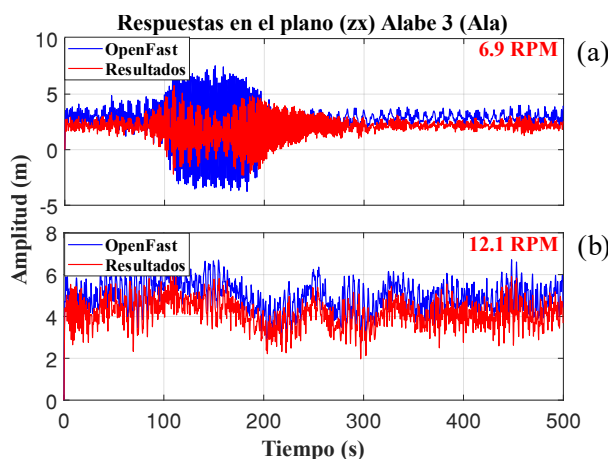


Figura 4-62. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_6 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

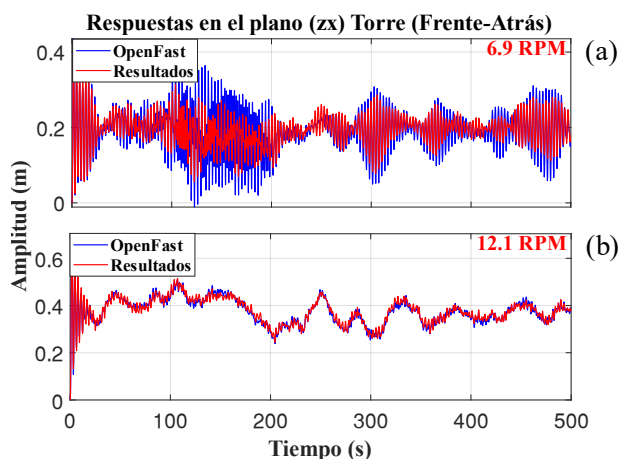


Figura 4-63. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_7 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Simulación completa [Plano de referencia (zy)].

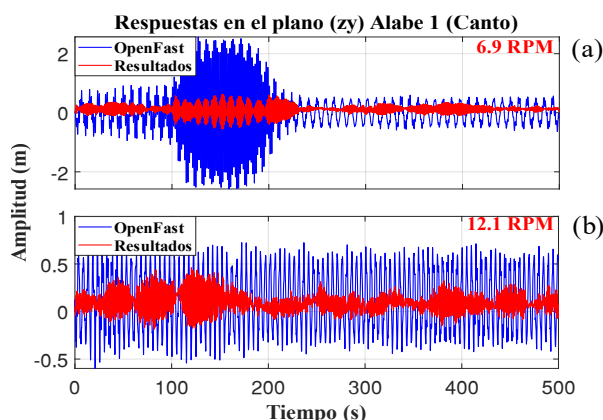


Figura 4-64. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_1 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

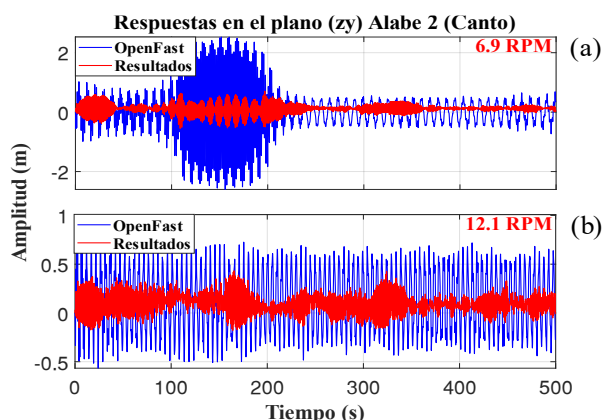


Figura 4-65. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_2 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

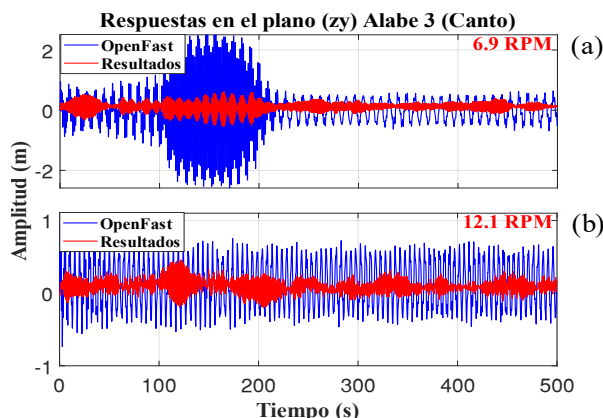


Figura 4-66. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_3 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

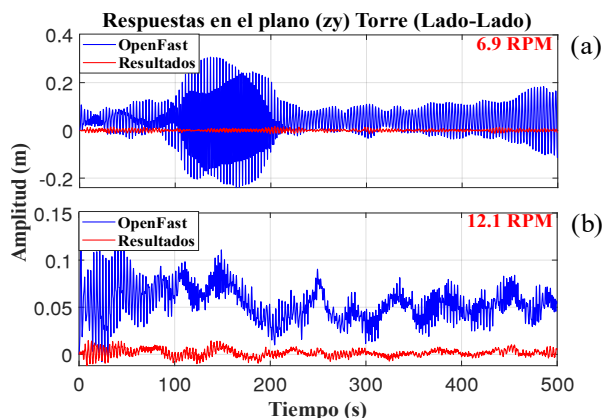


Figura 4-67. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_8 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Simulación restringiendo el sistema a 8 Gdl. [Plano de referencia (zx)].

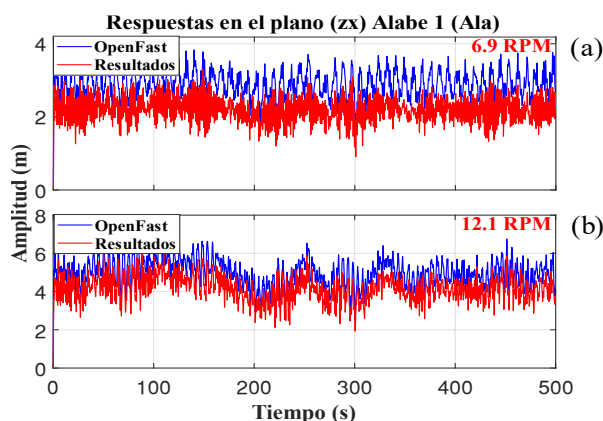


Figura 4-68. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_4 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

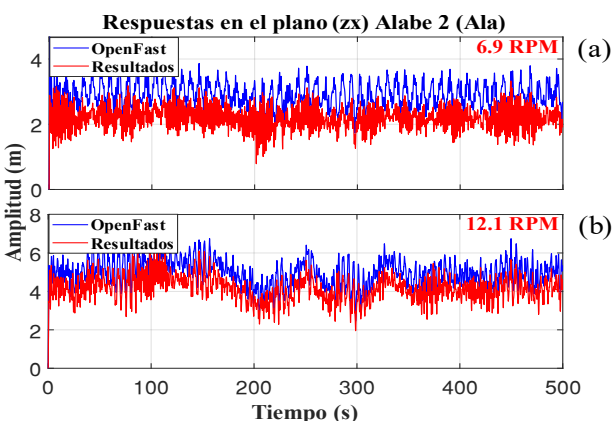


Figura 4-69. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_5 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

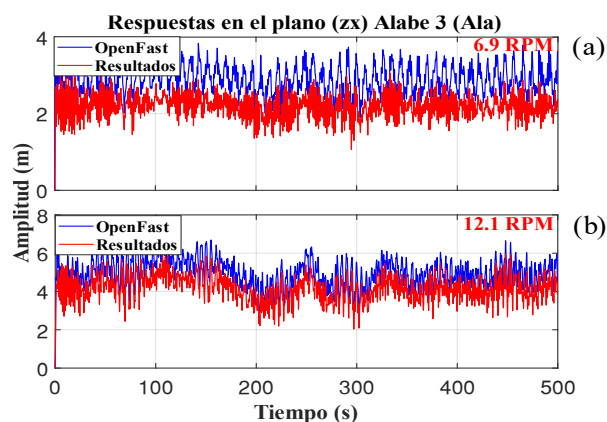


Figura 4-70. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_6 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

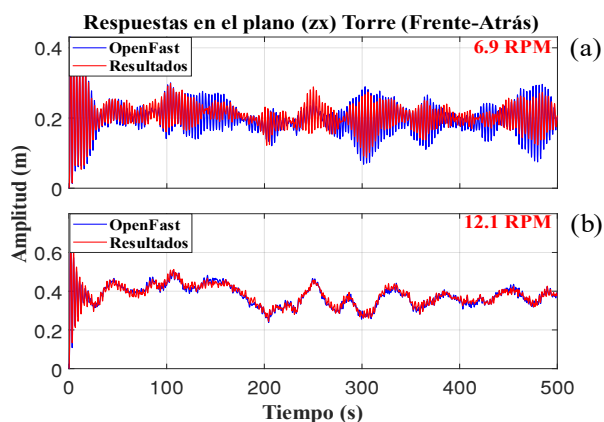


Figura 4-71. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_7 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Simulación restringiendo el sistema a 8 Gdl. [Plano de referencia (zy)].

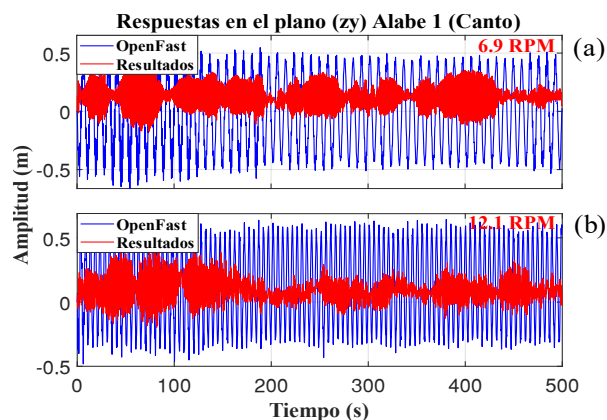


Figura 4-72. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_1 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

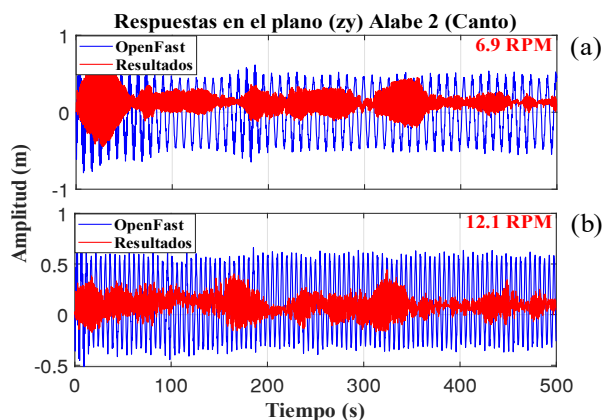


Figura 4-73. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_2 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

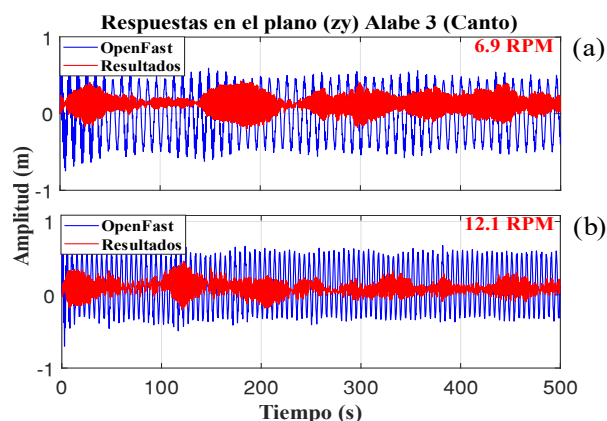


Figura 4-74. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_3 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

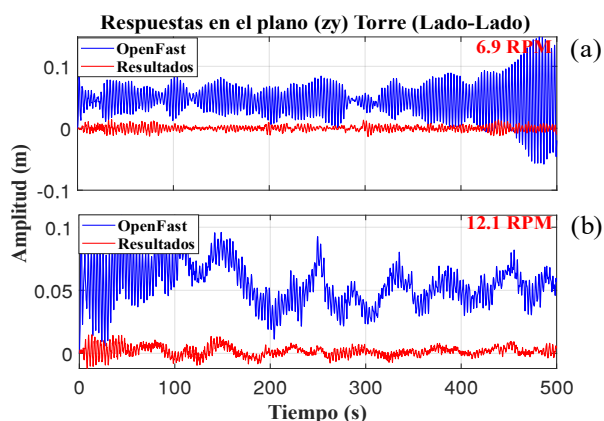


Figura 4-75. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_8 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Simulación ideal al modelo propuesto [Plano de referencia (zx)].

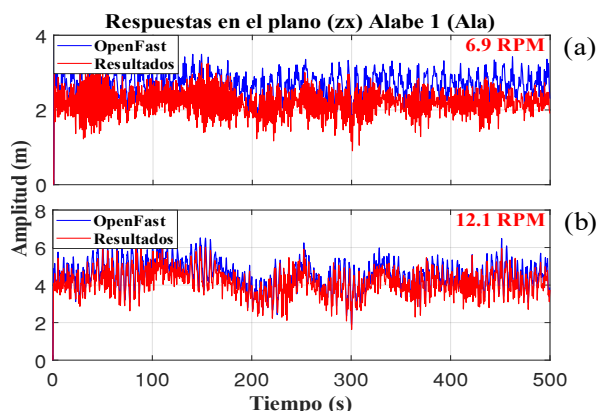


Figura 4-76. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_4 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

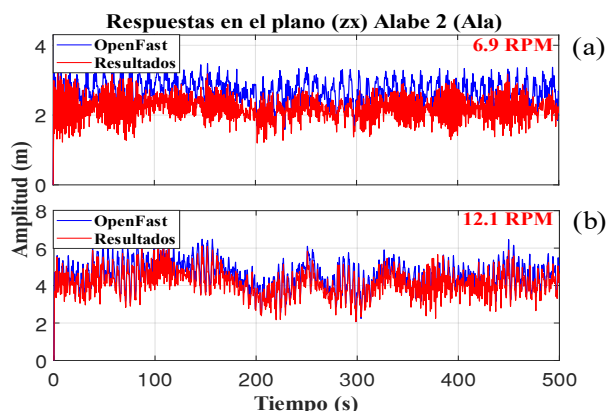


Figura 4-77. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_5 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

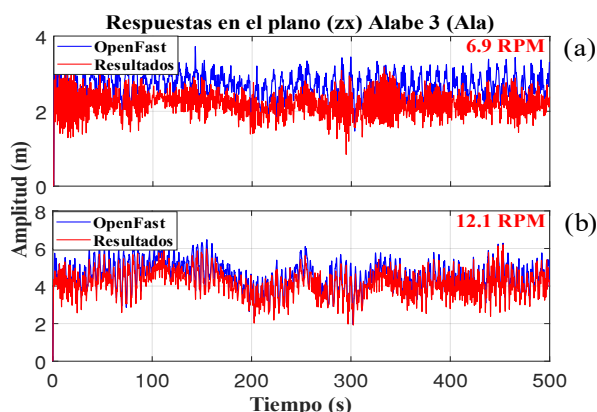


Figura 4-78. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_6 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

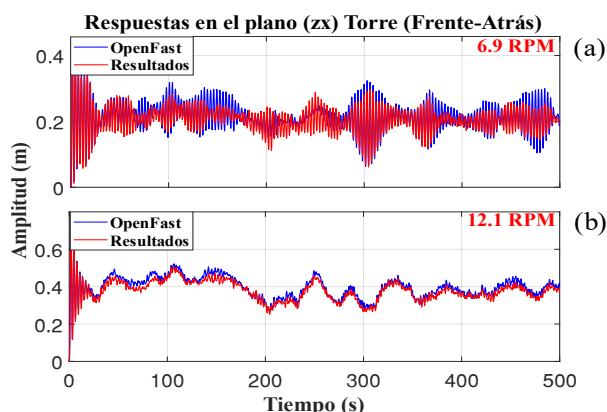


Figura 4-79. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_7 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Simulación ideal al modelo propuesto [Plano de referencia (zy)].

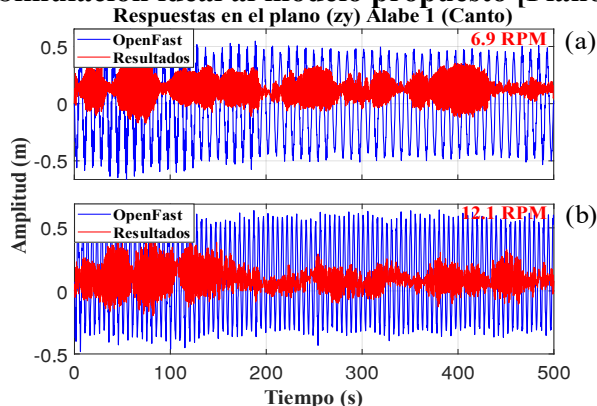


Figura 4-80. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_1 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

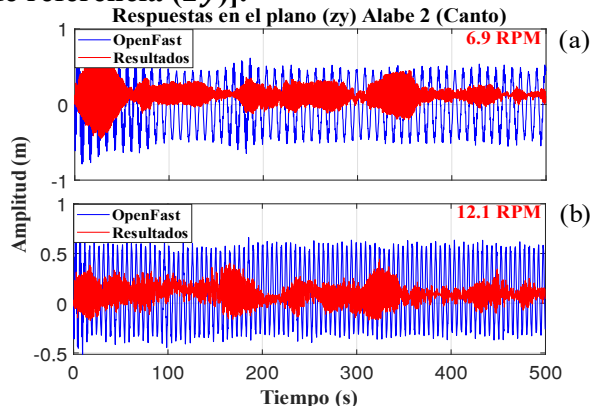


Figura 4-81. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_2 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

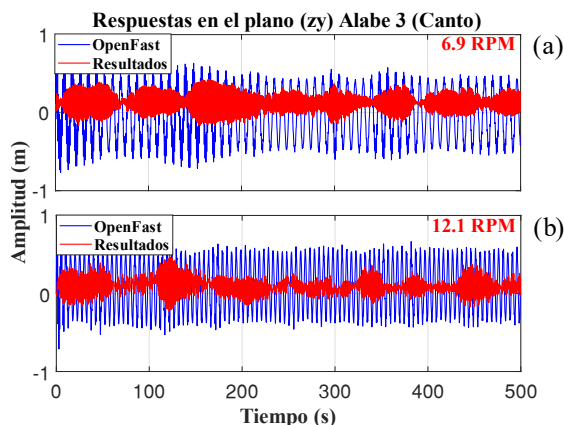


Figura 4-82. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_3 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

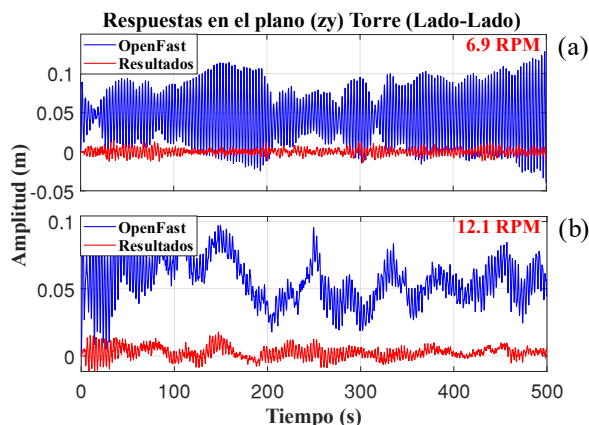


Figura 4-83. Comparación de los resultados del modelo propuesto y las simulaciones de OpenFast del desplazamiento de la coordenada generalizada q_8 , (a) 6.9 RPM, (b) 12.1 RPM.

Los resultados de las Figuras 4-60 a 4-83 se dividen en dos gráficos principales. Los gráficos de color azul representan los desplazamientos determinados por las simulaciones en el software de OpenFast, mientras que los gráficos de color rojo son los resultados obtenidos mediante el modelo propuesto de la Ec. (4.38) de Sección 4.3 de este capítulo. La comparación de estos gráficos demuestra que los desplazamientos analizados en el plano (zx) con relación a las coordenadas generalizadas q_4, q_5, q_6 y q_7 del modelo propuesto tienen buena correlación con los resultados de OpenFast. Esto demuestra que el planteamiento de la dinámica estructural y la aerodinámica del modelado propuesto puede predecir de forma eficiente los modos dominantes de vibración en este plano, tanto en condiciones de velocidad de rotación nominal baja (6.9 RPM) como alta (12.1 RPM). Por el contrario, los desplazamientos analizados en el plano (zy) con relación a las coordenadas generalizadas q_1, q_2, q_3 y q_8 del modelo propuesto presentan mala correlación con los resultados de OpenFast. Este comportamiento indica que el planteamiento actual del modelado propuesto no logra predecir con la misma precisión la dinámica transversal del sistema. Esta diferencia puede atribuirse a que el modelado propuesto no considera de forma eficiente el efecto rotacional de los álabes del aerogenerador. Este fenómeno se evidenció también en la comprobación de las frecuencias naturales mediante los diagramas de Campbell (ver Sección 4.4.2). Donde en la Figura 4-8, se muestra la ausencia del forward y del backward relacionados en los planos (zx) y (zy). Esto sugiere que la rotación de los álabes tiene una mayor influencia en la dinámica transversal del sistema. Por lo tanto, estas limitaciones sugieren que el modelado propuesto necesita ajustes adicionales para representar de forma eficiente los efectos aerodinámicos y estructurales en este plano de referencia.

Con base en estas observaciones, se ajusta el enfoque del modelo propuesto hacia el plano de referencia (zx), donde su comportamiento presenta un comportamiento coherente con las simulaciones de referencia. Por lo tanto, la implementación de los dispositivos NS-NIDVAs se orientó a actuar en las coordenadas generalizadas asociadas a este plano de referencia. En resumen, el modelo propuesto en este capítulo es una herramienta válida y eficiente para el estudio e implementación de sistemas de control pasivo de vibraciones enfocados al plano (zx) de aerogeneradores terrestres. Se sugiere que en trabajos futuros se profundice en mejorar la estructura del modelo. Esto ayudará a que sea más efectivo en el plano de referencia (zy) y a describir mejor el comportamiento aerodinámico del aerogenerador.

Capítulo 5 Evaluación de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica del aerogenerador y comparación de resultados

En este capítulo se presenta el análisis del efecto de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica estructural de un aerogenerador. El objetivo principal de este capítulo es evaluar el desempeño de estos dispositivos como sistemas de control pasivo de vibraciones, con la finalidad de mitigar los diferentes tipos de excitación que afectan al aerogenerador durante su operación. Esto se llevó a cabo mediante un proceso de acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA al modelo propuesto de la dinámica de un aerogenerador terrestre, seguido de una comparación sistemática del comportamiento del sistema bajo diversas condiciones de carga.

En la Sección 5.1 se describe cómo se realizó la integración de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica del aerogenerador, donde se incluye una descripción general del modelo, las ecuaciones de movimiento del sistema acoplado y la parametrización de estos dispositivos con base en las condiciones operativas y los criterios de diseño, tal y como se describen en el Capítulo 3 de esta tesis. Por otro lado, en las Secciones 5.2, 5.3 y 5.4 se realiza una comparación del comportamiento dinámico del sistema con y sin los dispositivos NS-NIDVA, bajo diferentes tipos de excitación: cargas armónicas, ruido blanco gaussiano y cargas aerodinámicas, respectivamente. Además, a lo largo de este capítulo se presentan y se discuten los resultados obtenidos, identificando las principales ventajas y desventajas de los dispositivos NS-NIDVA en el control pasivo de vibraciones en aerogeneradores.

5.1. Acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica del aerogenerador

En esta sección se describe cómo se realizó el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA al modelo dinámico del aerogenerador propuesto. Donde se detalla cómo se realizó el acoplamiento de estos dispositivos en la torre y la góndola del aerogenerador. Además, se describen los sistemas de ecuaciones de movimiento que representan al sistema acoplado y se detalla la forma en que se realizó el proceso de parametrización de estos dispositivos, considerando las condiciones de funcionamiento y criterios técnicos necesarios para su correcta implementación.

5.1.1. Descripción general del modelado

Como se menciona anteriormente, al final del Capítulo 4, el modelo propuesto de la dinámica de un aerogenerador terrestre es válido solo en el plano de referencia (zx). Por esta razón, los dispositivos NS-NIDVA se orientaron en la dirección de este plano. Esto se ilustra en el diagrama esquemático de la Figura 5-1, donde se muestra la vista lateral del aerogenerador junto con las coordenadas generalizadas que predominan en este plano (q_4, q_5, q_6 y q_7). Por otro lado, se observa de manera ideológica cómo se implementaron los dispositivos NS-NIDVA en el aerogenerador, donde describe que el acoplamiento de estos dispositivos se centra a lo largo de la torre en tres ubicaciones principales: al 50 %, 75 % y 100 % de la longitud total de la torre, donde, en el caso

de estudio del 100 %, los dispositivos NS-NIDVA funcionan como si se acoplaran a la góndola del aerogenerador.

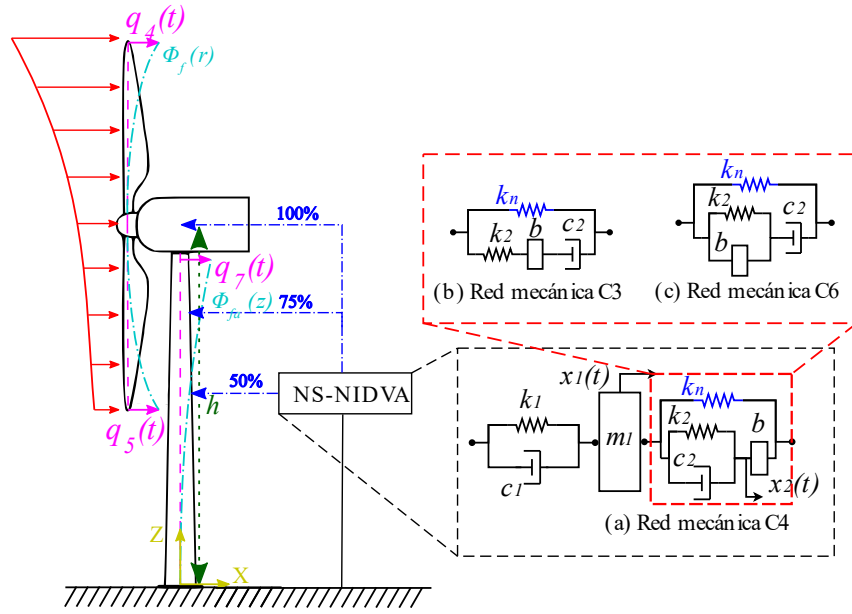


Figura 5-1. Diagrama esquemático del acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en la torre de aerogenerador base.

Tomando esto en consideración, en la siguiente sección se reformula el sistema de ecuaciones del aerogenerador considerando el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA.

5.1.2. Ecuaciones de movimiento del aerogenerador con los dispositivos NS-NIDVAs

Para poder realizar el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en el aerogenerador de acuerdo con la Figura 5-1, primero es necesario evaluar la dinámica de este dispositivo en la torre del aerogenerador. De acuerdo con el modelado propuesto descrito en la Ec. (4.38) de Sección 4.3 del Capítulo 4, el desplazamiento de la torre en el plano (zx) depende de la forma modal dominante $\Phi_{fa}(z)$, que describe el comportamiento de la torre a lo largo de toda su longitud total en este plano. Esta información es de suma importancia, ya que sirve como referencia de los desplazamientos que ocurren en los tres casos de estudio planteados en el diagrama esquemático: 50 %, 75 % y 100 % de la longitud total de la torre. Por lo tanto, teniendo en consideración la forma modal de la torre y el análisis de energías de los dispositivos NS-NIDVAs descrito en la Sección 3.2.1 del Capítulo 3, se reformula el análisis de energías. Este se rescribe para cada configuración de las topologías de las redes mecánicas que se utilizan en los dispositivos NS-NIDVA.

Para el dispositivo NS-NIDVA C3:

$$\begin{aligned}
 T_{C3} &= \frac{1}{2} m_{1,C3} \dot{x}_1^2(t) + \frac{1}{2} b_{C3} (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t))^2 \\
 V_{C3} &= \frac{1}{2} k_{1,C3} (\Phi_{fa}(z) q_7(t) - x_1(t))^2 + \frac{1}{2} k_{2,C3} (x_1(t) - x_2(t))^2 + \frac{1}{2} k_{n,C3} x_1^2(t) \\
 \tilde{D}_{C3} &= \frac{1}{2} c_{1,C3} (\Phi_{fa}(z) \dot{q}_7(t) - \dot{x}_1(t))^2 + \frac{1}{2} c_{2,C3} \dot{x}_3^2(t)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

$$\begin{aligned}
 T_{C4} &= \frac{1}{2} m_{1,C4} \dot{x}_1^2(t) + \frac{1}{2} b_{C4} \dot{x}_2(t)^2 \\
 V_{C4} &= \frac{1}{2} k_{1,C4} (\Phi_{fa}(z) q_7(t) - x_1(t))^2 + \frac{1}{2} k_{2,C4} (x_1(t) - x_2(t))^2 + \frac{1}{2} k_{n,C4} x_1^2(t) \\
 \tilde{D}_{C4} &= \frac{1}{2} c_{1,C4} (\Phi_{fa}(z) \dot{q}_7(t) - \dot{x}_1(t))^2 + \frac{1}{2} c_{2,C4} (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))^2
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned}
 T_{C6} &= \frac{1}{2} m_{1,C4} \dot{x}_1^2(t) + \frac{1}{2} b_{C6} (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))^2 \\
 V_{C6} &= \frac{1}{2} k_{1,C4} (\Phi_{fa}(z) q_7(t) - x_1(t))^2 + \frac{1}{2} k_{2,C4} x_2(t)^2 + \frac{1}{2} k_{n,C6} x_1^2(t) \\
 \tilde{D}_{C6} &= \frac{1}{2} c_{1,C4} (\Phi_{fa}(z) \dot{q}_7(t) - \dot{x}_1(t))^2 + \frac{1}{2} c_{2,C4} (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t))^2
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

En los resultados del análisis de energías, se puede observar que los términos relacionados con la estructura primaria ($\frac{1}{2} m_s \dot{x}_s^2(t)$, $\frac{1}{2} k_s x_1(t)^2$, $\frac{1}{2} c_s \dot{x}_s^2(t)$) son excluidos. Esto es debido a que están implícitos en el modelado del aerogenerador en la coordenada generalizada q_7 . Además, también se puede observar la dependencia de la forma modal $\Phi_{fa}(z)$ y q_7 en las energías potencial y de disipación. Esto ocurre porque los dispositivos NS-NDVA se conectan a la torre del aerogenerador mediante el resorte k_1 y el amortiguador c_1 . Tomado esto en consideración, las energías presentadas en las Ecs. (5.1) a la (5.3) deberían cumplir las condiciones necesarias para poder realizar la evaluación de los dispositivos NS-NIDVA en los tres casos de estudio que se plantearon en el diagrama esquemático de la Figura 5-1.

Al implementar el formulismo de Euler-Lagrange (ver la Ec. (2.2) de la Sección 2.1.1 del Capítulo 2) en las Ecs. (5.1) a (5.2) se obtienen las siguientes matrices relacionadas con la masa, el amortiguamiento y la rigidez de los dispositivos NS-NIDVA:

Para el dispositivo NS-NIDVA C3:

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} m_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{1,C3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{C3} & -b_{C3} \\ 0 & 0 & -b_{C3} & b_{C3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_7 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_7 + c_{1,C3} (\Phi_{fa}(z))^2 & -c_{1,C3} \Phi_{fa}(z) & 0 & 0 \\ -c_{1,C3} \Phi_{fa}(z) & c_{1,C3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{2,C3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_7 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} k_7 + k_{1,C3} (\Phi_{fa}(z))^2 & -k_{1,C3} \Phi_{fa}(z) & 0 & 0 \\ -k_{1,C3} \Phi_{fa}(z) & k_{1,C3} + k_{2,C3} + k_{n,C3} & -k_{2,C3} & 0 \\ 0 & -k_{2,C3} & k_{2,C3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_7 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Para el dispositivo NS-NIDVA C4:

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} m_7 & 0 & 0 \\ 0 & m_{1,C4} & 0 \\ 0 & 0 & b_{C4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_7 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_7 + c_{1,C4} (\Phi_{fa}(z))^2 & -c_{1,C4} \Phi_{fa}(z) & 0 \\ -c_{1,C4} \Phi_{fa}(z) & c_{1,C4} + c_{2,C4} & -c_{2,C4} \\ 0 & -c_{2,C4} & c_{2,C4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_7 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} k_7 + k_{1,C4} (\Phi_{fa}(z))^2 & -k_{1,C4} \Phi_{fa}(z) & 0 \\ -k_{1,C4} \Phi_{fa}(z) & k_{1,C4} + k_{2,C4} + k_{n,C4} & -k_{2,C4} \\ 0 & -k_{2,C4} & k_{2,C4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_7 \\ x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Para el dispositivo NS-NIDVA C6:

$$\begin{bmatrix} \textcolor{red}{m}_7 & 0 & 0 \\ 0 & m_{1,C6} + b_{C6} & -b_{C6} \\ 0 & -b_{C6} & b_{C6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_7 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \textcolor{red}{c}_7 + c_{1,C6} (\Phi_{fa}(z))^2 & -c_{1,C6} \Phi_{fa}(z) & 0 \\ -c_{1,C6} \Phi_{fa}(z) & c_{1,C6} + c_{2,C6} & -c_{2,C6} \\ 0 & -c_{2,C6} & c_{2,C6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_7 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\begin{bmatrix} \textcolor{red}{k}_7 + k_{1,C6} (\Phi_{fa}(z))^2 & -k_{1,C6} \Phi_{fa}(z) & 0 \\ -k_{1,C6} \Phi_{fa}(z) & k_{1,C6} + k_{n,C6} & 0 \\ 0 & 0 & k_{2,C6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_7 \\ x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

En la Ecs. (5.4) a (5.6) se puede notar que el acoplamiento matricial de los dispositivos NS-NIDVA con la dinámica del aerogenerador se realiza en la coordenada generalizada q_7 donde sus componentes de masa, rigidez y amortiguamiento se remarcan de color rojo. Además, se observa que, al acoplar estas matrices, existirá un incremento de la matriz global del sistema por las coordenadas generalizadas de cada dispositivo NS-NIDVA. Tomando esto en consideración, el sistema matricial que componen el aerogenerador y los dispositivos NS-NIDVA se puede expresar como.

$$[M_{a,Ci}] \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} + [C_{a,Ci}] \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + [K_{a,Ci}] \begin{Bmatrix} q(t) \\ x(t) \end{Bmatrix} = \{F(t)\}, \quad i = 1,2,3 \quad (5.7)$$

Donde:

Matrices para el dispositivo NS-NIDVA C3:

$$[M_{a,C3}] \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{28} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & m_{47} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & m_{47} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & m_{47} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{47} & m_{47} & m_{47} & m_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{18} & m_{28} & m_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{1,C3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{C3} & -b_{C3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{C3} & b_{C3} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \\ \ddot{q}_3(t) \\ \ddot{q}_4(t) \\ \ddot{q}_5(t) \\ \ddot{q}_6(t) \\ \ddot{q}_7(t) \\ \ddot{q}_8(t) \\ \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{Bmatrix}$$

$$[C_{a,C3}] \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_7 + c_{1,C3} (\Phi_{fa}(z))^2 & 0 & -c_{1,C3} \Phi_{fa}(z) & 0 & 0 & 0 \\ c_{81} & c_{82} & c_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{1,C3} \Phi_{fa}(z) & 0 & c_{1,C3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{2,C3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \dot{q}_3(t) \\ \dot{q}_4(t) \\ \dot{q}_5(t) \\ \dot{q}_6(t) \\ \dot{q}_7(t) \\ \dot{q}_8(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{Bmatrix}$$

$$[K_{a,C3}] \begin{Bmatrix} q(t) \\ x(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_7 + k_{1,C3}(\Phi_{fa}(z))^2 & 0 & -k_{1,C3}\Phi_{fa}(z) & 0 & 0 \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{1,C3}\Phi_{fa}(z) & 0 & k_{1,C3} + k_{2,C3} + k_{n,C3} & -k_{2,C3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{2,C3} & k_{2,C3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \\ q_4(t) \\ q_5(t) \\ q_6(t) \\ q_7(t) \\ q_8(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{Bmatrix}$$

Matrices para el dispositivo NS-NIDVA C4:

$$[M_{a,C4}] \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{18} & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{28} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{38} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & m_{47} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & m_{47} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & m_{47} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{47} & m_{47} & m_{47} & m_7 & 0 & 0 & 0 \\ m_{18} & m_{28} & m_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{1,C4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{C4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \\ \ddot{q}_3(t) \\ \ddot{q}_4(t) \\ \ddot{q}_5(t) \\ \ddot{q}_6(t) \\ \ddot{q}_7(t) \\ \ddot{q}_8(t) \\ \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$[C_{a,C4}] \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_7 + c_{1,C4}(\Phi_{fa}(z))^2 & 0 & -c_{1,C4}\Phi_{fa}(z) & 0 \\ c_{81} & c_{82} & c_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{1,C4}\Phi_{fa}(z) & 0 & c_{1,C4} + c_{2,C4} & -c_{2,C4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{2,C4} & c_{2,C4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \dot{q}_3(t) \\ \dot{q}_4(t) \\ \dot{q}_5(t) \\ \dot{q}_6(t) \\ \dot{q}_7(t) \\ \dot{q}_8(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$[K_{a,C4}] \begin{Bmatrix} q(t) \\ x(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_7 + k_{1,C4}(\Phi_{fa}(z))^2 & 0 & -k_{1,C4}\Phi_{fa}(z) & 0 \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{1,C4}\Phi_{fa}(z) & 0 & k_{1,C4} + k_{2,C4} + k_{n,C4} & -k_{2,C4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{2,C4} & k_{2,C4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \\ q_4(t) \\ q_5(t) \\ q_6(t) \\ q_7(t) \\ q_8(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}$$

Matrices para el dispositivo NS-NIDVA C6:

$$\begin{aligned}
 [M_{a,C6}] \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{18} & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{28} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{38} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & m_{47} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & m_{47} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & m_{47} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{47} & m_{47} & m_{47} & m_7 & 0 & 0 & 0 \\ m_{18} & m_{28} & m_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{1,C6} + b_{C6} & -b_{C6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{C6} & b_{C6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \\ \ddot{q}_3(t) \\ \ddot{q}_4(t) \\ \ddot{q}_5(t) \\ \ddot{q}_6(t) \\ \ddot{q}_7(t) \\ \ddot{q}_8(t) \\ \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} \\
 [C_{a,C6}] \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_7 + c_{1,C6}(\Phi_{fa}(z))^2 & 0 & -c_{1,C6}\Phi_{fa}(z) & 0 \\ c_{81} & c_{82} & c_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{1,C6}\Phi_{fa}(z) & 0 & c_{1,C6} + c_{2,C6} & -c_{2,C6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{2,C6} & c_{2,C6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \dot{q}_3(t) \\ \dot{q}_4(t) \\ \dot{q}_5(t) \\ \dot{q}_6(t) \\ \dot{q}_7(t) \\ \dot{q}_8(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} \\
 [K_{a,C6}] \begin{Bmatrix} q(t) \\ x(t) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_7 + k_{1,C6}(\Phi_{fa}(z))^2 & 0 & -k_{1,C6}\Phi_{fa}(z) & 0 \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{1,C6}\Phi_{fa}(z) & 0 & k_{1,C6} + k_{n,C6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{2,C6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \\ q_4(t) \\ q_5(t) \\ q_6(t) \\ q_7(t) \\ q_8(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

5.1.3. Parametrización de los dispositivos NS-NIDVA

Una vez que fue determinado el sistema del aerogenerador acoplado con los dispositivos NS-NIDVA, se calcularon los parámetros ideales para que los dispositivos NS-NIDVA funcionaran de la manera correcta en el aerogenerador. Para esto se realizó el despeje de los parámetros adimensionales de los dispositivos NS-NIDVA descritos en la Ec. (3.3) de la Sección 3.2.1 del Capítulo 3, resultando en las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned}
 m_{1,Ci} &= m_7 \beta_{Ci}, & b &= m_7 \beta_{Ci} \mu_{Ci}, & k_{1,Ci} &= \eta_{Ci}^2 k_7 \beta_{Ci}, & k_{2,Ci} &= \delta \eta_{Ci}^2 k_7 \beta_{Ci}, \\
 k_{n,Ci} &= q_{Ci} \eta_{Ci}^2 k_7, & c_{1,Ci} &= 2\zeta_{1,Ci} \sqrt{\eta_{Ci}^2 k_7 \beta_{Ci}^2 m_7}, & c_{2,Ci} &= 2\zeta_{2,Ci} \sqrt{\eta_{Ci}^2 k_7 \beta_{Ci}^2 m_7}, & i &= 1,2,3
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Estas fórmulas dependen de los parámetros adimensionales de los dispositivos NS-NIDVA que se obtuvieron en el proceso de optimización bajo el criterio de rendimiento H_∞ . Estos parámetros se describen en las Tablas 3-16 a 3-18 de la Sección 3.3.4 del Capítulo 3. Realizando las sustituciones necesarias de los parámetros óptimos en la Ec. (5.8), las propiedades físicas del aerogenerador NREL 5MW y considerando los casos de estudio relacionados con el incremento del parámetro β ($\beta = 0.01$, $\beta = 0.05$ y $\beta = 0.1$) se determinó la siguiente tabla:

Tabla 5-1. Parámetros físicos del dispositivo NS-NIDVA para la implementación en el aerogenerador NREL 5MW.

Casos de estudio y parámetros físicos de los dispositivos NS-NIDVA								
NS-NIDVA	Casos de estudio	Parámetros óptimos bajo la normativa H_{∞}						
		$m_{1,Ci}$ (Kg)	b (Kg)	$k_{1,Ci}$ (N/m)	$k_{2,Ci}$ (N/m)	$k_{n,Ci}$ (N/m)	$c_{1,Ci}$ (Ns/m)	$c_{2,Ci}$ (Ns/m)
C3	$\beta = 0.01$	4.040E03	8.080E03	9.143E04	1.493E04	-7.761E04	3.844E02	5.745E03
	$\beta = 0.05$	2.020E04	4.040E04	2.190E05	7.988E04	-1.450E05	1.330E03	2.971E04
	$\beta = 0.1$	4.040E04	8.080E04	3.271E05	1.686E05	-1.708E05	2.299E03	6.105E04
C4	$\beta = 0.01$	4.040E03	8.080E03	1.128E05	4.511E03	-9.251E04	4.269E02	6.569E03
	$\beta = 0.05$	2.020E04	4.040E04	2.755E05	2.469E04	-1.639E05	1.492E03	3.475E04
	$\beta = 0.1$	4.040E04	8.080E04	4.187E05	5.327E04	-1.773E05	2.601E03	7.283E04
C6	$\beta = 0.01$	4.040E03	1.721E03	9.536E04	1.199E04	-8.542E04	3.926E02	6.162E03
	$\beta = 0.05$	2.020E04	8.605E03	2.293E05	6.439E04	-1.759E05	1.361E03	3.202E04
	$\beta = 0.1$	4.040E04	1.721E04	3.437E05	1.364E05	-2.305E05	2.357E03	6.606E04

Los datos descritos en la Tabla 5-1 completan los coeficientes de las matrices del modelo completo del aerogenerador NREL 5MW acoplado con los dispositivos NS-NIDVA (NREL 5MW-NS-NIDVA). En las Secciones 5.2 a 5.4, se describen y se discuten los resultados de las evaluaciones realizadas del modelo propuesto bajo diferentes condiciones de carga.

5.2. Comparación de la dinámica del sistema bajo cargas armónicas

Para la evaluación del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo cargas armónicas, se tomaron en consideración los siguientes puntos basados en los gráficos de las Figuras 5-2 y 5-3.

- Se realizaron comparaciones de las FRF de la respuesta estática (a rotor parado) del NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica del aerogenerador bajo cargas armónicas (Figuras 5-2 y 5-3, gráfica color azul marino; ver Sección 4.5 del Capítulo 4). Estas comparaciones se realizaron de acuerdo con las FRF obtenidas en el plano de referencia (zx), con relación a la respuesta del álabe colectiva (dirección a ala) y la respuesta de la torre (dirección Frente-Atrás).

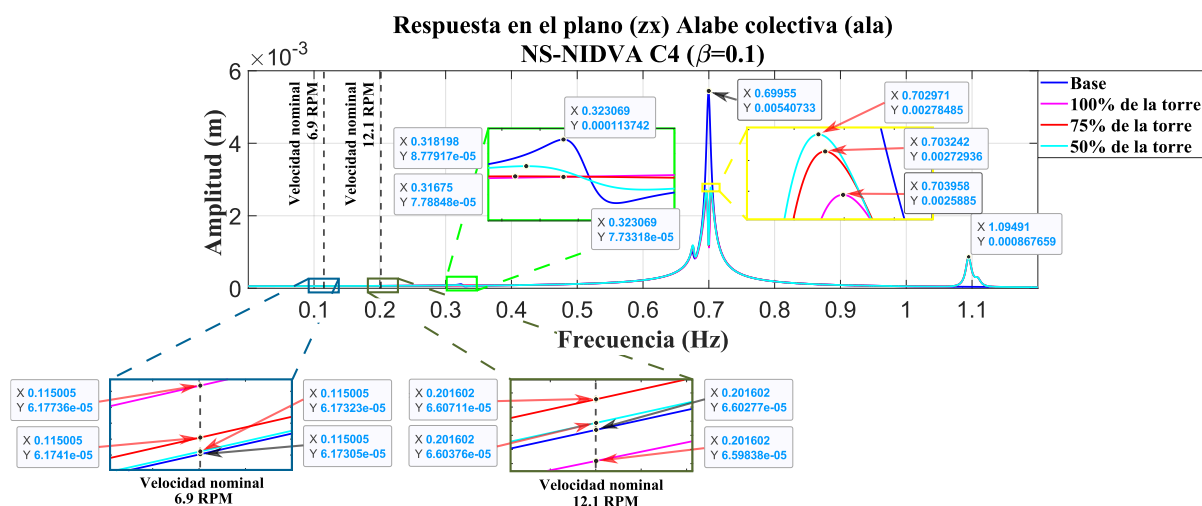


Figura 5-2. Caso de estudio en específico donde se presenta cómo se realizó el análisis comparativo de las FRFs de las respuestas en el plano (zx) del álabe colectiva en la dirección al ala de la dinámica base del aerogenerador y el modelo NREL 5MW-NS-NIDVA en los tres casos de acoplamiento.

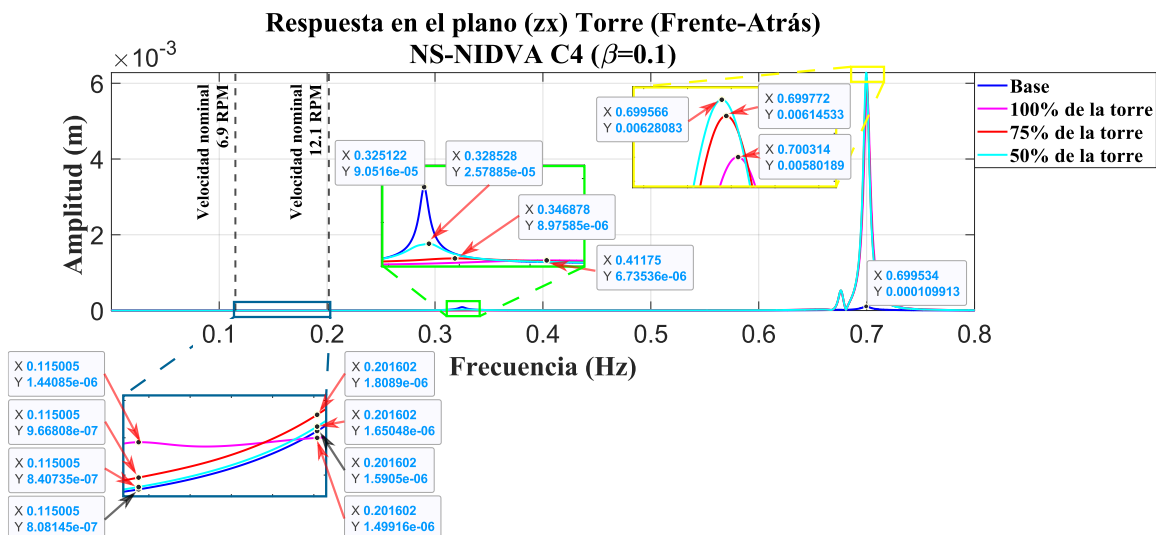


Figura 5-3. Caso de estudio en específico donde se presenta cómo se realizó el análisis comparativo de las FRFs de las respuestas en el plano (zx) de la torre en la dirección Frente-Atrás de la dinámica base del aerogenerador y el modelo NREL 5MW-NS-NIDVA en los tres casos de acoplamiento.

- Se analizaron los tres casos de estudio del acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en el aerogenerador a lo largo de la torre (50 %, 75 % y 100 %). Esto con la finalidad de poder establecer regiones de frecuencia de interés y poder plantear casos de estudio para el análisis de las otras condiciones de carga.
- Se analizaron tres casos de estudio relacionados con la eficiencia de los dispositivos NS-NIDVA de acuerdo con el incremento del parámetro β . Donde los valores seleccionados fueron de 0.01, 0.05 y de 0.1. Esto con la finalidad de determinar cambios relacionados con la eficiencia del sistema de control de vibraciones.
- Se analizaron cuatro frecuencias de interés. La primera y segunda frecuencias de estudio se relacionan con las frecuencias equivalentes de la primera y segunda velocidad nominal del aerogenerador NREL 5MW (recuadros color turquesa y verde oliva en la Figura 5-2; recuadro color turquesa en la Figura 5-3); esto se describe en la ref. [116]. La tercera frecuencia se centra en la primera frecuencia resonante de las FRFs; en esta frecuencia existe la mayor influencia de la torre y la góndola en el sistema (recuadro color verde fosforescente en las Figuras 5-2 y 5-3). La última región se enfoca en analizar la frecuencia resonante que presenta una mayor influencia de los álabes en el sistema (recuadro color amarillo en las Figuras 5-2 y 5-3).
- De acuerdo a las frecuencias de estudio, se determinaron las amplitudes y frecuencias necesarias para realizar un análisis cuantitativo. Este análisis se centró en determinar el porcentaje de error entre las amplitudes de la respuesta base y las determinadas en cada caso de estudio del modelo 5MW-NS-NIDVA. Estos resultados se describen en las Tablas B-1 y B-2 del apéndice B.
- Con fines ilustrativos, los resultados de las Tablas B-1 y B-2 se presentan en formato de gráficas de barras en la siguiente sección (ver Figuras 5-4 a la 5-11). Donde los valores

positivos representan decrementos de la respuesta vibratoria base del sistema, mientras que los negativos representan incrementos de esta respuesta vibratoria, usando como referencia la amplitud base de la dinámica del aerogenerador.

- Los resultados obtenidos se organizaron según las respuestas dinámicas del álabe colectiva en la dirección del ala y de la torre en la dirección Frente-Atrás.

5.2.1. Comparación de resultados de los dispositivos NS-NIDVA

Para la correcta cuantificación de los resultados obtenidos, en la Tabla 5-2 se presentan las amplitudes y frecuencias base que se usaron como referencia para estudiar el comportamiento dinámico del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de cargas armónicas. Estas frecuencias se obtuvieron de las FRFs del alabe colectivo (gráfico azul marino, Figura 5-2) y la torre (gráfico azul marino, Figura 5-3), respectivamente.

Tabla 5-2. Respuestas bases del análisis porcentual comparativo de acuerdo con los casos de estudio planteados.

Frecuencias base de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de carga armónica						
FRF en el plano (zx)	Velocidades nominales del aerogenerador		Frecuencia estática de la torre		Frecuencia estática de los álabes	
	9.6 RPM (0.115 Hz) Desplazamiento (m)	12.1 RPM (0.2017 Hz) Desplazamiento (m)	(Hz)	(m)	(Hz)	(m)
Álabe colectivo	6.1730E-05	6.6027E-05	0.3230	1.1374E-04	0.6995	5.4073E-03
Torre	8.0814E-07	1.5905E-06	0.3251	9.0516E-05	0.6995	1.0991E-04

5.2.1.1. Resultados del álabe colectivo en la dirección del ala plano (zx)

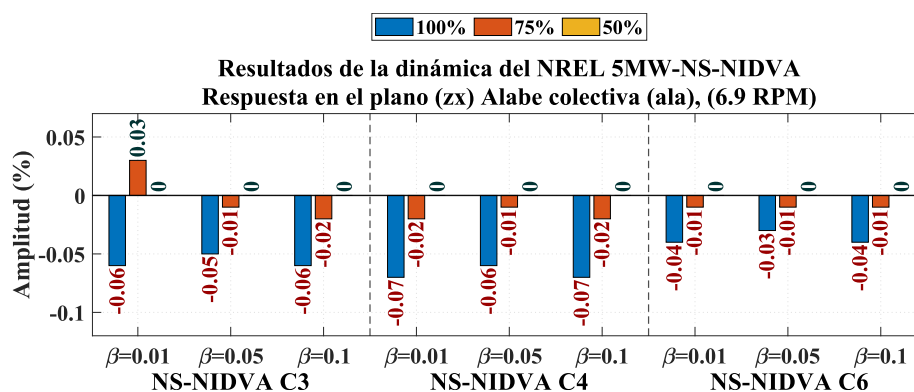


Figura 5-4. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álabes del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 6.9 RPM del aerogenerador.

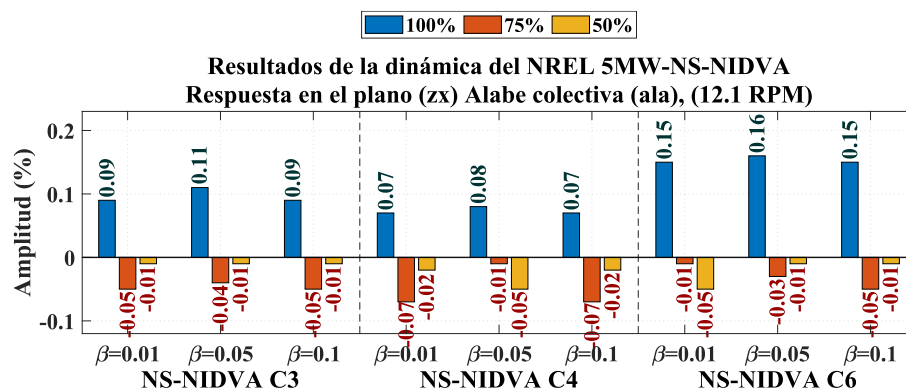


Figura 5-5. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álabes del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 12.1 RPM del aerogenerador.

Los resultados relacionados con las velocidades nominales de 6.9 RPM (0.115 Hz) y 12.1 RPM (0.2016 Hz) en las Figuras 5-4 y 5-5 demuestran que las interacciones del acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en cada caso de estudio plantado presentan cambios en comparación con respuesta base que oscilan -0.07% a 0.16% . Estos incrementos y decrementos en la amplitud de vibración del sistema no muestran cambios importantes en las amplitudes de la FRF del álabes colectiva en la dirección hacia el ala.

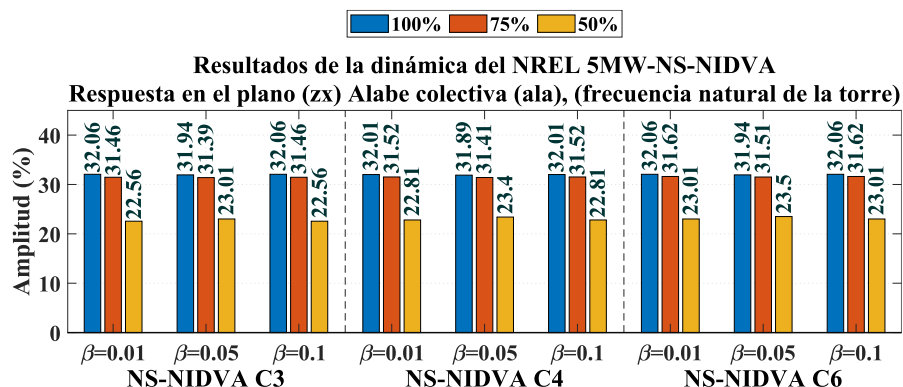


Figura 5-6. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álabes del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde la torre presenta una mayor influencia.

Por otro lado, los resultados descritos en la Figura 5-6 (frecuencia resonante del álabes colectiva donde la torre presenta la mayor influencia) muestran un decremento estable en cada caso de estudio. Donde en los gráficos se observa que, al incrementar el parámetro β de 0.01 a 0.1, las amplitudes de vibración se mantienen constantes. Los valores que oscilan entre el 22 % y 32 %. Esto indica que el incremento de las propiedades de amortiguamiento de estos dispositivos no presenta cambios significativos en esta frecuencia resonante. Por otro lado, la ubicación de los dispositivos NS-NIDVAs al 50 % de la torre presenta una disminución de actuación vibratoria aproximada al 9% en comparación con los otros dos acoplamientos (100 % y 75 % de la longitud de la torre). Esto se puede visualizar en el recuadro color verde fosforescente de la FRF de la Figura 5-2. Donde conforme se incrementa la longitud de acoplamiento del absorbedor, se atenúa este

punto resonante. En resumen, estos resultados sugieren que los dispositivos NS-NIDVA ofrecen una disipación de energía efectiva de hasta el 32.06 % de la amplitud vibratoria y, como consecuencia, eliminan la frecuencia resonante del álabe colectivo donde la estructura de la torre presenta su mayor influencia.

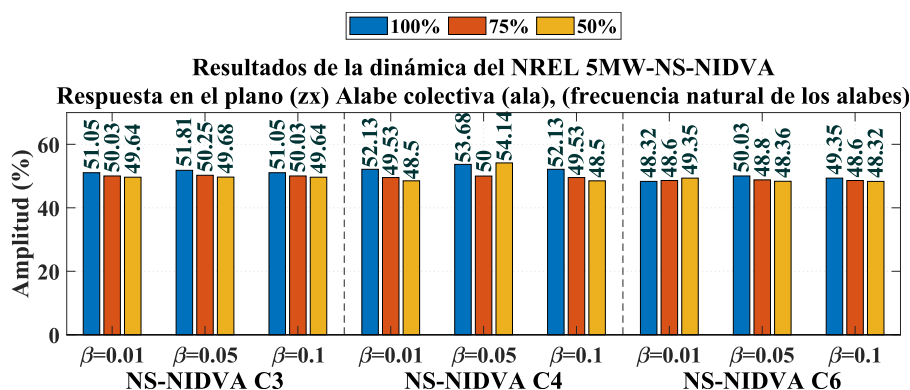


Figura 5-7. Resultados en el plano (zx) del comportamiento colectivo de los álaves del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde los álaves presentan una mayor influencia.

En los resultados de la Figura 5-76 (Frecuencia resonante del álabe colectiva donde los álaves presentan la mayor influencia), al igual que los resultados anteriores, se observa un comportamiento constante en la actuación vibratoria de cada caso de estudio y de cada dispositivo NS-NIDVA. En este caso, las oscilaciones son menores y tienen una mayor reducción de vibraciones, entre el 53.7 % y el 48.3 %. Esto indica una significativa disminución en esta frecuencia resonante y muestra que estos absorbedores son efectivos para reducir la amplitud vibratoria en esta frecuencia resonante. Sin embargo, como se muestra en el recuadro amarillo de la Figura 5-2, se presenta un segundo punto resonante de la misma amplitud y cercano a esta frecuencia para cada dispositivo NS-NIDVA. Esto representa un rango de frecuencias de resonancia efectiva, pero 50 % menor a la amplitud de la frecuencia resonante base.

5.2.1.2. Resultados de la torre en la dirección Frente-Atrás plano (zx)

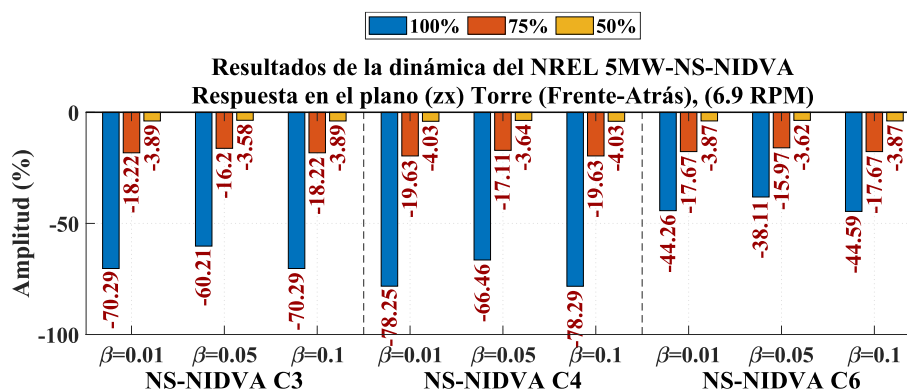


Figura 5-8. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 6.9 RPM del aerogenerador.

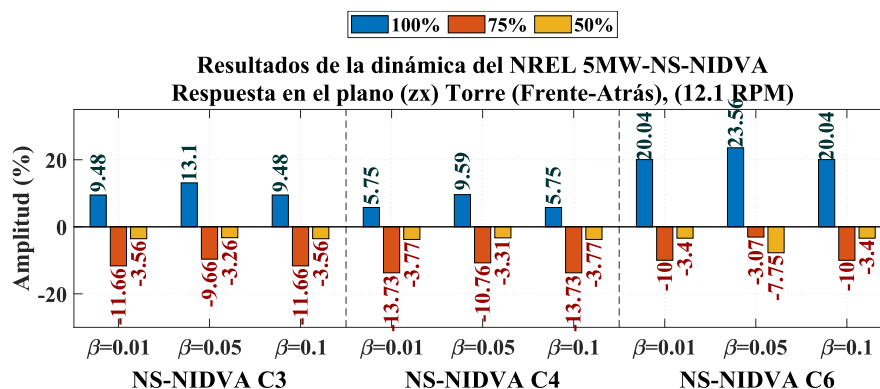


Figura 5-9. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia relacionada a la velocidad nominal de 12.1 RPM del aerogenerador.

Los resultados sobre las velocidades nominales relacionados con las velocidades nominales de 6.9 RPM (0.115 Hz) y 12.1 RPM (0.2016 Hz) en las Figuras 5-8 y 5-9 muestran que hay aumentos repentinos en la amplitud de vibración cuando se conectan los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica de la torre (ver Figura 5-3). En la primera frecuencia (0.115 Hz), el parámetro β causa incrementos importantes en la vibración del aerogenerador, que varían aproximadamente entre -3.60 % y el 79 % de la amplitud de vibración (ver figura 5-8). En la segunda frecuencia (0.2016 Hz), hay una disminución de amplitudes (-14 % al 24 %), lo que mejora la eficiencia de atenuación cuando los dispositivos NS-NIDVA se colocan en la parte superior de la torre (100 %). El comportamiento de estos cambios de amplitud se puede visualizar en el recuadro color turquesa de la Figura 5-3, donde la región de estudio de la FRF de la torre describe un comportamiento creciente y homogéneo a la respuesta base en las condiciones de acoplamiento de los absorbedores al 75 % y 50 % de la torre. Mientras que, al 100 %, su tendencia de respuesta se asemeja a un comportamiento lineal horizontal. Esto estabiliza la FRF, generando una amplitud constante de vibración entre estas dos frecuencias de análisis.

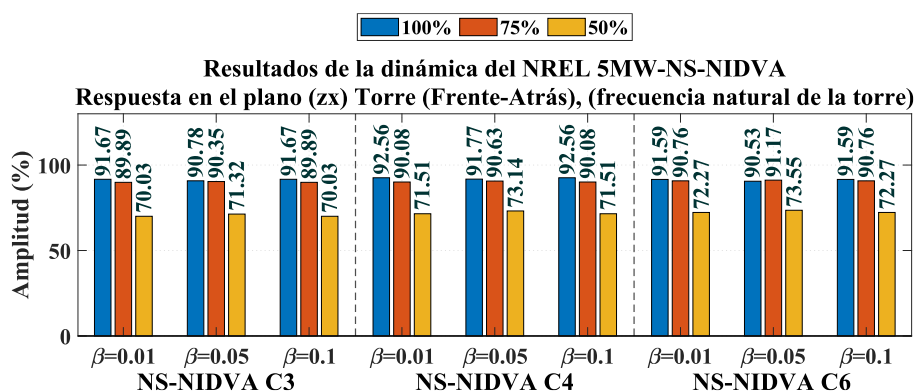


Figura 5-10. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde la torre presenta una mayor influencia.

Por otro lado, los resultados mostrados en la Figura 5-10 de la respuesta de la torre en la primera frecuencia natural de la respuesta base (frecuencia resonante donde la torre presenta una mayor

influencia) ofrecen un comportamiento estable de atenuación vibratoria. Este oscila entre el 70 % y el 93 %. Demostrando una vez más que los dispositivos NS-NIDVA son una alternativa realista que puede mitigar la frecuencia natural de la estructura en la que se instala. Esto se ilustra de forma gráfica en el recuadro color verde fosforescente de la Figura 5-3.

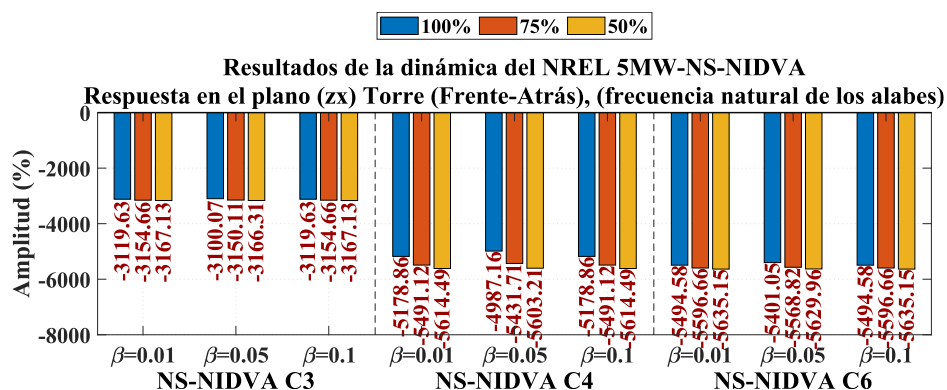


Figura 5-11. Resultados en el plano (zx) del comportamiento de la torre del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas de acuerdo con los casos de estudio: del incremento del parámetro β de los dispositivos NS-NIDVA, la ubicación a lo largo de la torre y la frecuencia resonante donde los álabes presentan una mayor influencia.

Sin embargo, al reducir la frecuencia resonante de la torre, provocó un aumento significativo en la frecuencia relacionada con los álabes del aerogenerador, como se puede ver en los resultados de la Figura 5-11. Donde se observan incrementos de amplitud vibratoria de -3,100 % a -5,636 %, lo que duplica la respuesta en hasta 56.36 veces en comparación con la respuesta base. Esto podría representar complicaciones en el control de vibraciones de este tipo de estructuras si se trabaja en estas frecuencias. Sin embargo, dado que se trata de un análisis estático del aerogenerador, la rotación de los álabes podría ayudar a la amplitud vibratoria en esta frecuencia resonante. En las siguientes secciones se aborda el efecto rotacional de los álabes del aerogenerador para verificar la influencia sobre la dinámica del aerogenerador.

5.3. Excitación por ruido blanco gaussiano

Para evaluar el modelo NREL 5MW-NS-NIDVA en condiciones de ruido blanco gaussiano, se consideraron los siguientes aspectos, basados en los gráficos de la Figura 5-12 y en el Capítulo 4.

- Se hicieron comparaciones en el dominio del tiempo de las respuestas del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA con las respuestas bases de la dinámica del aerogenerador en condiciones de ruido gaussiano (ver Sección 4.6.1 del Capítulo 4). Estas comparaciones se realizaron de acuerdo con las señales resultantes del método de integración directa de Newmark (ver Sección 2.5.3 del Capítulo 2).
- En este análisis se plantearon los siguientes casos de estudio: la utilización de las tres configuraciones de los dispositivos NS-NIDVA (C3, C4 y C6); los incrementos del parámetro β del análisis de optimización (0.01, 0.05 y 0.1); el acoplamiento de los dispositivos en las tres ubicaciones de la torre (100%, 75% y 50%) y el efecto rotacional de los álabes del aerogenerador (6.9 RPM, 12.1 RPM, 19.51 RPM), donde se agregó una

tercera condición de análisis de acuerdo a la velocidad 19.51 RPM que se relaciona con el primer pico resonante del análisis estático de la Sección 5.2.

- Las cargas de ruido gaussiano que se utilizaron en cada coordenada generalizada del sistema se describen en la Figura 4-24 de la Sección 4.6.1 del Capítulo 4, considerando una amplificación de la señal base de 10,000 unidades. Esto con la finalidad de verificar el comportamiento del aerogenerador bajo condiciones más realistas.
- De acuerdo con la justificación de las simulaciones comparativas con OpenFast (Sección 4.6.2.3 de Capítulo 4), las respuestas que se obtuvieron fueron las relacionadas con las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 , q_6 y q_7 , que son los Gdl. relacionados con el plano de referencia (zx).
- La comparación de los resultados obtenidos se realizó por medio de la evaluación de porcentajes del tratamiento de señales aleatorias, de acuerdo con el valor RMS, el percentil 95 (P(95)) y la energía total de cada una de las señales obtenidas (ver recuadro superior de cada gráfico de la Figura 5-12). Esto se describe en la Sección 2.5.3 del Capítulo 2.

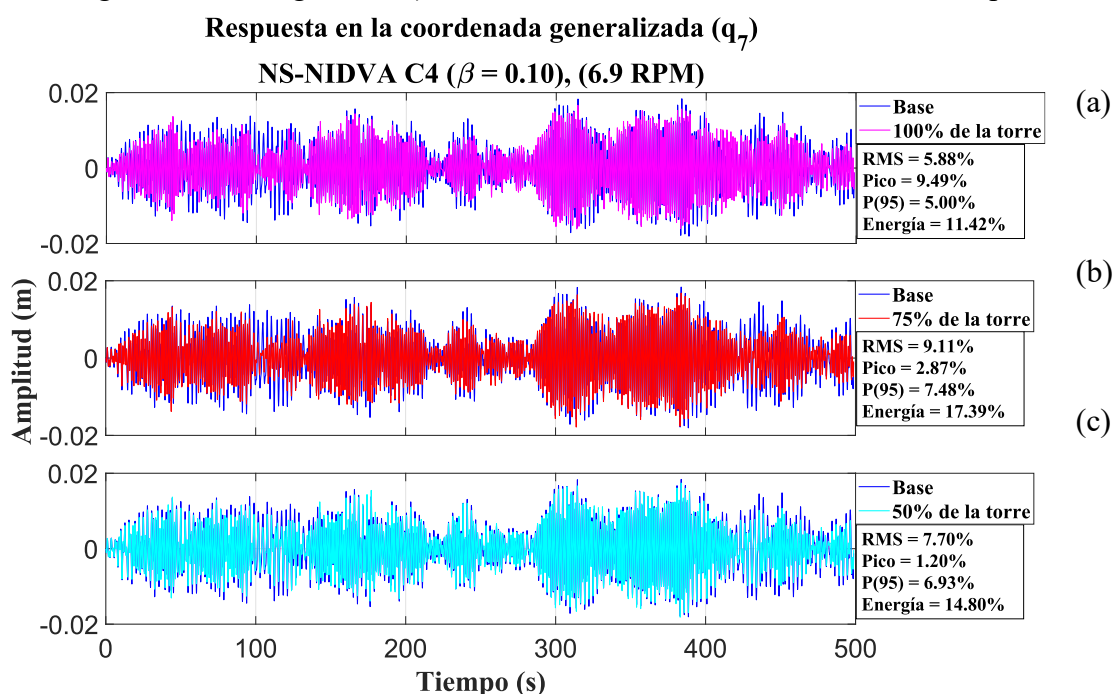


Figura 5-12. Caso de estudio en específico de cómo se realizó el análisis comparativo de las respuestas comparativas en el dominio del tiempo de la coordenada generalizada q_i del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA de acuerdo a los casos de estudio planteados. Acoplamiento de los absorbedores: (a) en la parte superior de la torre, (b) al 75% de la torre y (c) a la mitad de la torre.

- Los resultados se presentan organizados de la siguiente forma: los resultados comparativos entre el modelo NREL 5MW-NS-NIDVA y la señal base de las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 , q_6 y q_7 se muestran en las Tablas B-1 a B-4 del apéndice B, mientras que las gráficas de barras relacionadas con las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 , y q_6 están en el apéndice C. No se discuten estos gráficos a detalle porque la influencia de estas coordenadas de acuerdo con los valores comparativos (valor RMS, P(45) y energía) es relativamente baja,

que oscilan del -3 % al 4 %. En cambio, en la siguiente sección se explican los resultados sobre la coordenada generalizada q_7 , donde los resultados tienen un mayor impacto en la dinámica del aerogenerador.

Para la correcta cuantificación de los resultados, en la Tabla 5-3 se presentan los valores RMS, percentil 95 (P(95)) y energía base que se utilizaron como referencia para analizar el comportamiento dinámico del aerogenerador NREL 5MW en condiciones de ruido blanco gaussiano. Estos valores se presentan de acuerdo con los casos de estudio de las velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador y los desplazamientos estocásticos mostrados en la Figura 4-32, de la Sección 4.6.1 del Capítulo 4.

Tabla 5-3. Métricas base de los casos de estudio comparativo de la dinámica estructural del modelado propuesto del aerogenerador NREL 5MW en condiciones de ruido blanco gaussiano.

Valores base de la dinámica estructural del aerogenerador NREL 5MW en condiciones de ruido blanco gaussiano			
Velocidad de los álabes (RPM)	RMS (m)	P(95) (m)	Energía (m ² .s)
6.9	0.00632	0.01207	0.02002
12.1	0.00617	0.01255	0.01908
19.51	0.00421	0.00825	0.00887

5.3.1. Resultados a 6.9 RPM

Los resultados presentados en la Figura 5-13, de la comparación del valor RMS de la coordenada generalizada q_7 para la condición de trabajo del aerogenerador a 6.9 RPM, muestran reducciones significativas de este valor, que oscilan entre el 2.6 % y el 11.46 %. Donde la configuración con mejor desempeño de atenuación es la configuración del acoplamiento del dispositivo NS-NIDVA C3 acoplado en la parte superior de la torre (100 %) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$. También se puede notar un comportamiento creciente, que se mejora por la posición a lo largo de la torre. Esto es diferente de las configuraciones C4 y C6, donde el comportamiento es más variable.

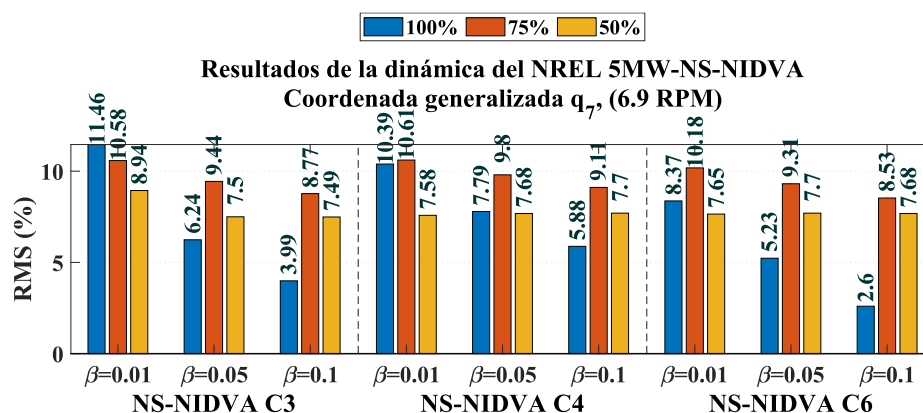


Figura 5-13. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

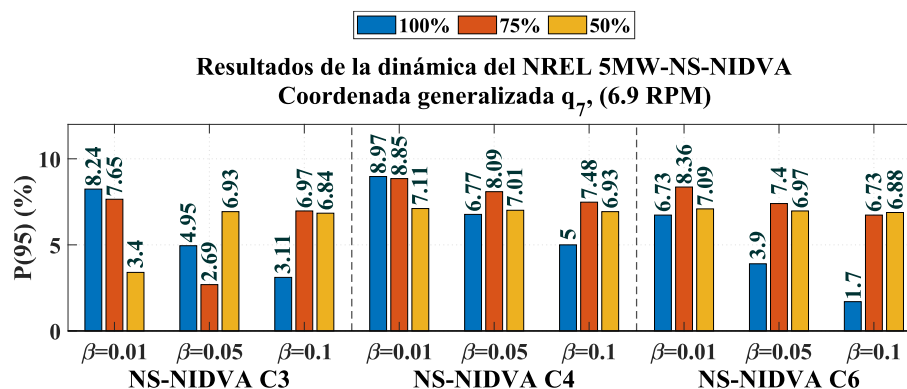


Figura 5-14. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

Por otro lado, el valor $P(95)$ de la Figura 5-14, basado en el mismo caso de estudio, describe decrementos de este valor, que oscilan entre 1.7 % y el 8.97 %. Donde, de acuerdo con este valor, la configuración más eficiente es el dispositivo NS-NIDVA C4 acoplado en la parte superior de la torre (100%) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$. Se puede notar de nuevo la tendencia en aumento relacionada con la conexión de los absorbedores. En este caso, no existe un cambio importante en la posición de absorbedor al 100 % y al 75 % de la longitud de la torre. Además, con relación al incremento del parámetro β se presenta la misma tendencia de la eficiencia del absorbedor que en el valor RMS. Esto indica que no es requerido el incremento de los parámetros óptimos del absorbedor para mitigar eficientemente los desplazamientos de la coordenada generalizada q_7 del aerogenerador bajo la condición de operación de 6.9 RPM.

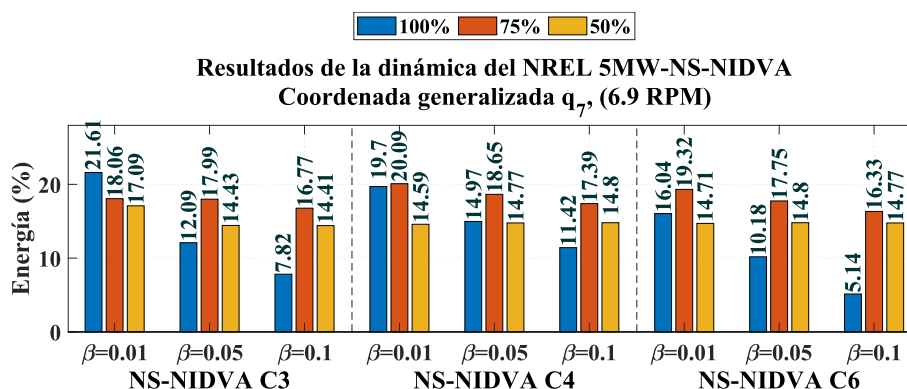


Figura 5-15. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

Los resultados de las Figuras 5-15 relacionados con la disipación energética demuestran que existen oscilaciones entre el 5.14 % y el 21.61 %. Donde la configuración más eficiente es el absorbedor NS-NIDVA C3 acoplado en la parte superior de la torre (100 %) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$. Esto reafirma los resultados del valor RMS y las conjeturas descritas en la discusión del $P(95)$, reafirmando el desempeño sobresaliente de los dispositivos NS-NIDVA en la mitigación de vibraciones en este caso de estudio.

5.3.2. Resultados a 12.1 RPM

Los resultados presentados en la Figura 5-16, de la comparación del valor RMS de la coordenada generalizada q_7 para la condición de trabajo del aerogenerador a 12.1 RPM, muestran reducciones significativas de este valor, que oscilan entre el 5.85 % y el 10.57 %. En este caso de estudio predomina el absorbedor NS-NIDVA C4 acoplado en la parte superior de la torre (100 %) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$. Nuevamente se presenta la condicionante de los parámetros óptimos del absorbedor de $\beta = 0.01$ y el comportamiento creciente del valor RMS conforme se incrementa la ubicación del acoplamiento del absorbedor a lo largo de la torre.

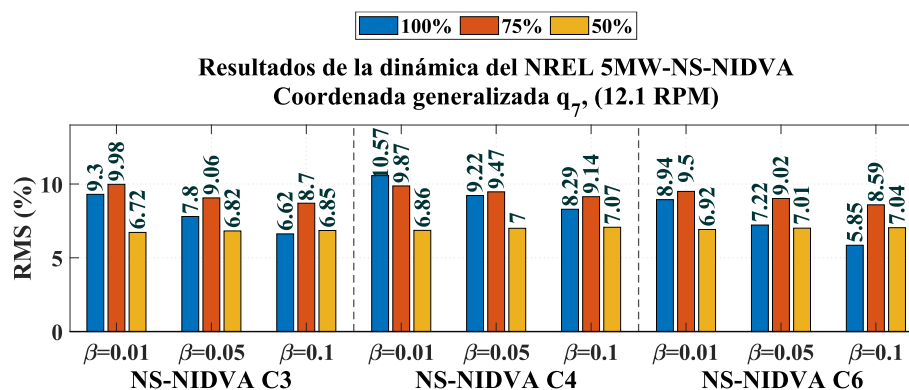


Figura 5-16. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

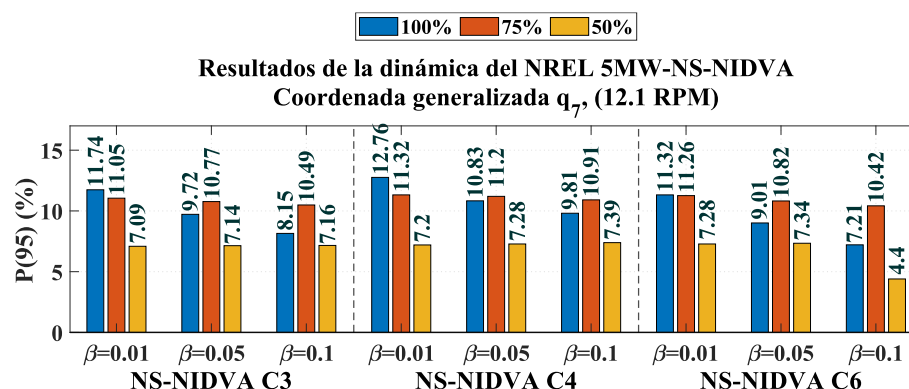


Figura 5-17. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

Los resultados de la Figura 5-17 del valor $P(95)$ en este caso concuerdan con el valor RMS, reafirmando que la configuración más eficiente en este caso de estudio es el absorbedor NS-NIDVA C4 acoplado en la parte superior de la torre (100%) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$. Esto confirma que las métricas que se utilizaron para la realización de estas evaluaciones pueden estar ligadas entre sí, y demostrar cuál de los dispositivos NS-NIDVAs es el más eficiente.

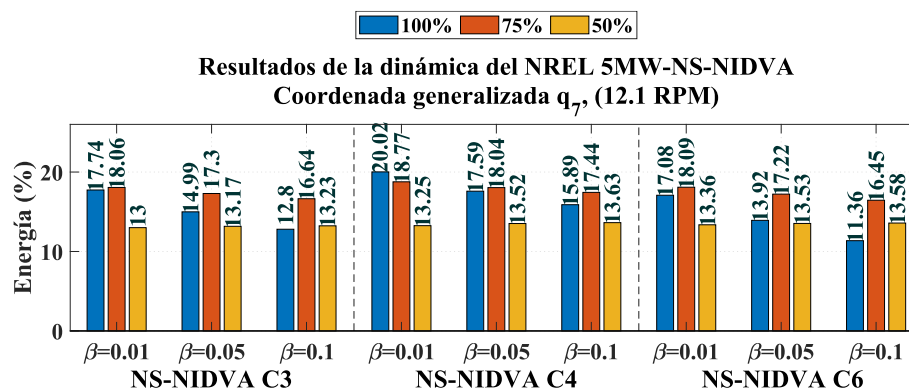


Figura 5-18. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

Por otro lado, la disipación energética que oscila entre el 11.36 % y el 20.02 %, describe una disipación de energía de absorbador NS-NIDVA C4 de hasta 20.02 %. Esto asegura que el acoplamiento de los absorbadores NS-NIDVA puede funcionar para distintas condiciones de funcionamiento del aerogenerador con relación a la rotación de los álabes.

5.3.3. Resultados a 19.1 RPM

Los resultados presentados en la Figura 5-19, de la comparación del valor RMS de la coordenada generalizada q_7 para la condición de trabajo del aerogenerador a 19.51 RPM, muestran reducciones que oscilan entre el 11.21 % y el 18.01 %. Donde la configuración más eficiente es la del absorbador NIDVA C4 acoplado en la parte superior de la torre (100%) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$. Esto muestra que el absorber NS-NIDVA C4 es más efectivo que las configuraciones C3 y C6.

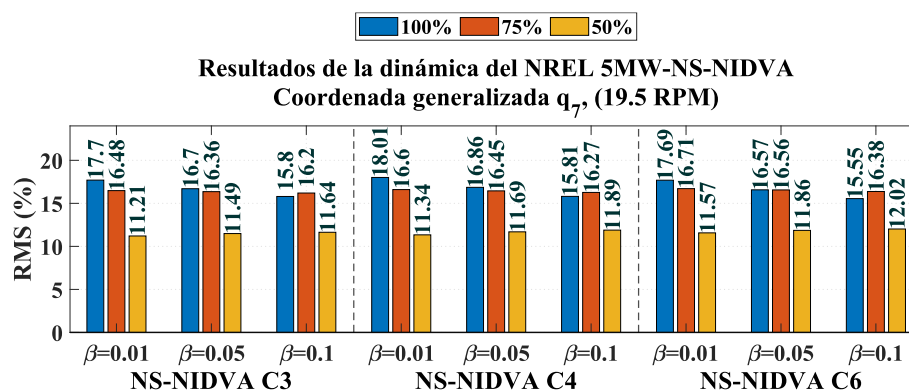


Figura 5-19. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

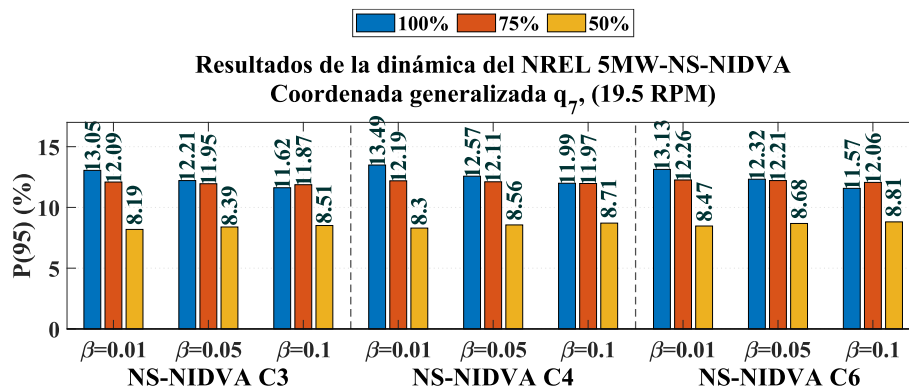


Figura 5-20. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

Con relación a los resultados de la Figura 5-20, muestran las mismas tendencias de comportamiento que asegura que la opción más prometedora es la configuración C4, en la condición de acoplamiento en la parte superior de la torre (100 %) y con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$.

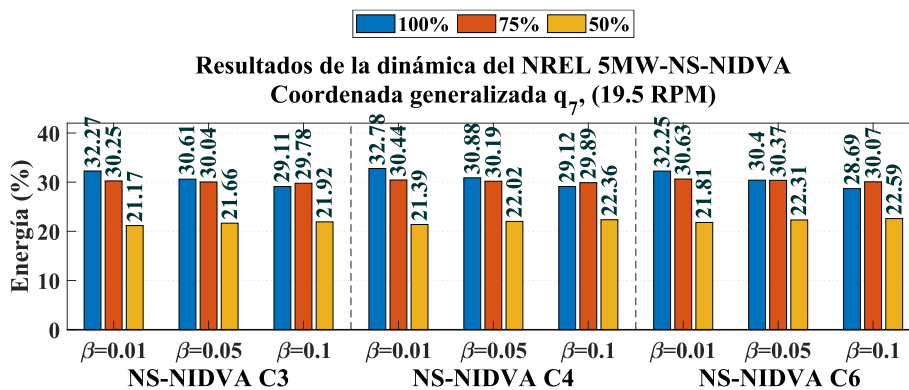


Figura 5-21. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

En esta condición de estudio, la disipación energética tiene un incremento hasta del 32.78 % para la configuración C4 ideal y valores que oscilan entre el 21.17 % y el 32.27 % para las otras configuraciones de absorbedor. En resumen, al comparar la respuesta del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica del aerogenerador, en condiciones de ruido gaussiano, se obtuvieron resultados prometedores en las velocidades seleccionadas para el análisis. Por lo tanto, se puede concluir que conectar los dispositivos NS-NIDVA puede reducir la dinámica del aerogenerador cuando está bajo condiciones de ruido blanco gaussiano. Donde destaca la configuración NS-NIDVA C4 por su efectividad en los tres casos de estudio.

5.4. Excitación por cargas aerodinámicas

Para la evaluación del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas aerodinámicas, se tomaron en consideración los siguientes puntos.

- Se tomaron en cuenta las condiciones de los puntos claves de la Sección 5.3 del análisis bajo ruido blanco gaussiano, implementando todas las condiciones de estudio y la comparación mediante los valores RMS, P(95) y energía.
- Las condiciones de carga aerodinámica que se utilizaron están descritas en las Figuras 4-52 a 4-59 de la Sección 4.6.2.2 del Capítulo 4. Estas cargas aerodinámicas se obtuvieron a través de las simulaciones ideales del modelo propuesto, que se realizaron en OpenFast para las condiciones de operación del aerogenerador a velocidad de 6.9 y 12.1 RPM. Las cargas aerodinámicas para la condición de operación del aerogenerador a la velocidad de 19.51 RPM se determinaron a partir de la misma metodología descrita en esta sección.
- La comparación de resultados se realizó mediante la obtención de los valores RMS, P(95) y energía, tal y como se muestra en la Figura 5-22. Donde se ejemplifica la comparación gráfica de las señales de desplazamiento de cada una de las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 , q_6 y q_7 .

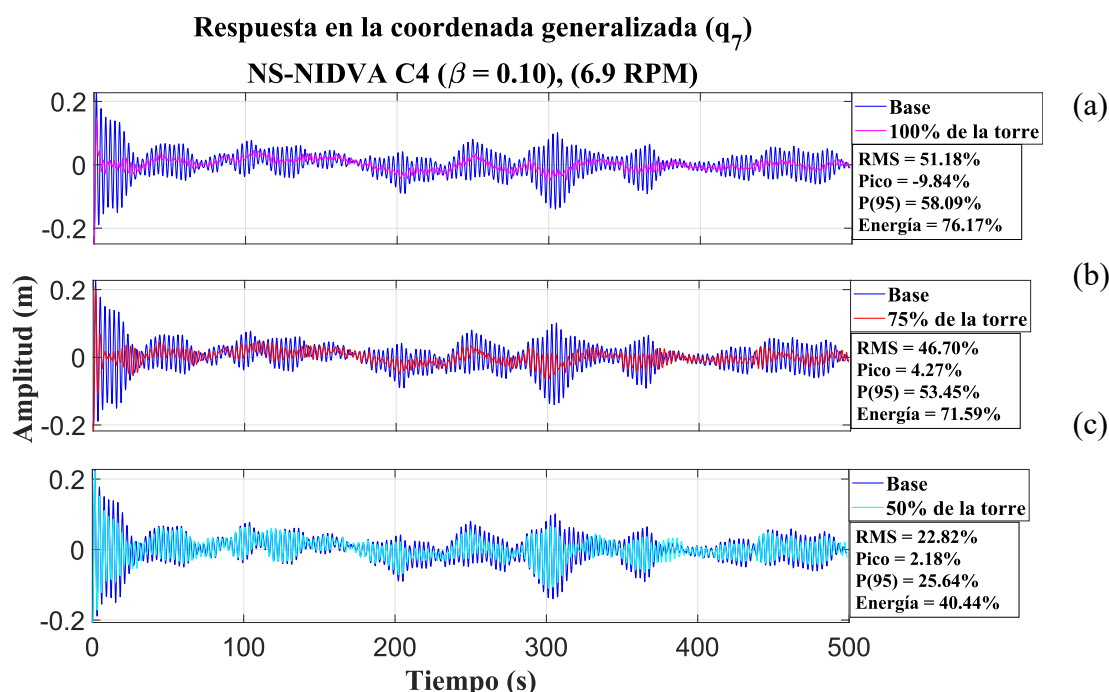


Figura 5-22. Caso de estudio en específico de cómo se realizó el análisis comparativo de las respuestas comparativas en el dominio del tiempo de la coordenada generalizada q_7 del modelo NREL 5MW-NS-NIDVA de acuerdo a los casos de estudio planteados. Acoplamiento de los absorbedores: (a) En la parte superior de la torre (100 %), (b) Al 75 % de la torre y (c) A la mitad de la torre al 50 %.

- La información condensada se presenta en formato de tablas en el Apéndice E y los gráficos de barras relacionados con las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 y q_6 se presentan en las figuras del Apéndice F. La discusión referente a la coordenada generalizada q_6 se presenta en la siguiente sección.

Para la correcta cuantificación de los resultados obtenidos, en la Tabla 5-4 se presentan los valores RMS, percentil 95 (P(95)) y energía base que se usaron como referencia para estudiar el

comportamiento dinámico del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de cargas aerodinámicas. Estos valores de acuerdo con los casos de estudio de las velocidades de rotación de los álabes de aerogenerador y los desplazamientos estocásticos de las Figuras 4-76 a 4-79 de la Sección 4.6.2.3 del Capítulo 4.

Tabla 5-4. Métricas base de los casos de estudio comparativo de la dinámica estructural del modelado propuesto del aerogenerador NREL 5MW en condiciones de cargas aerodinámicas.

Valores base de la dinámica estructural del aerogenerador NREL 5MW bajo cargas aerodinámicas			
Velocidad de los álabes (RPM)	RMS (m)	P(95) (m)	Energía (m ² .s)
6.9	0.03971	0.07717	0.78842
12.1	0.05447	0.09766	1.48359
19.51	0.07545	0.13829	2.84629

5.4.1. Resultados a 6.9 RPM

Los resultados presentados en la Figura 5-23, de la comparación del valor RMS de la coordenada generalizada q_7 para la condición de trabajo del aerogenerador a 6.9 RPM bajo condiciones de carga aerodinámica, muestran reducciones significativas de este valor, que oscilan entre el 20.25 % y el 51.18 %. En este caso de estudio, la configuración con mejor rendimiento de atenuación, es la configuración del acoplamiento del dispositivo NS-NIDVA C4 acoplado en la parte superior de la torre (100%) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.1$. De acuerdo con estos resultados, el incremento del parámetro β demuestra mayor efectividad en condiciones de carga aerodinámica a diferencia de las cargas de ruido gaussiano, incrementando la atenuación vibratoria del desplazamiento de la torre de hasta el 51.18 %.

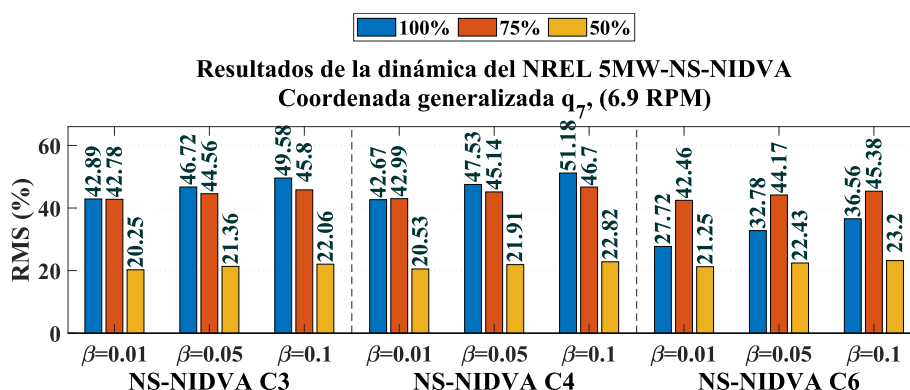


Figura 5-23. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

Los resultados del valor P(95) de la Figura 5-24 muestran correlación con los resultados de los valores RMS. Donde el absorbedor NS-NIDVA C4 acoplado en la parte superior de la torre (100%) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.1$ sigue siendo la configuración más efectiva.

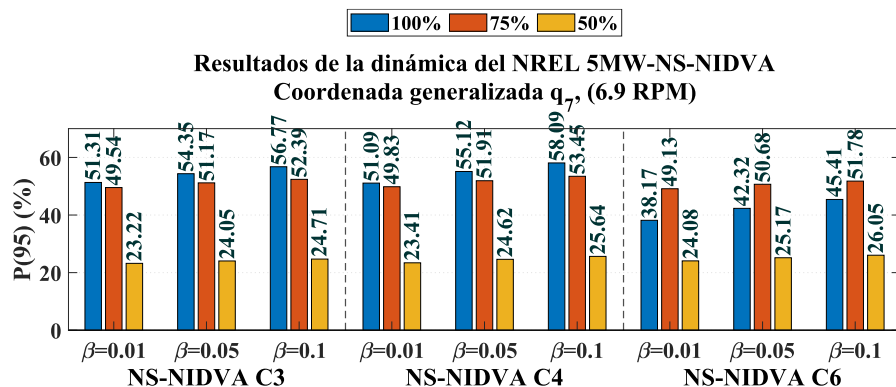


Figura 5-24. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

Asimismo, el análisis de disipación de energía reafirma los resultados del valor RMS y el $P(95)$, demostrando la eficacia de atenuación vibratoria de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica de aerogenerador bajo la condición de operación de 6.9 RPM.

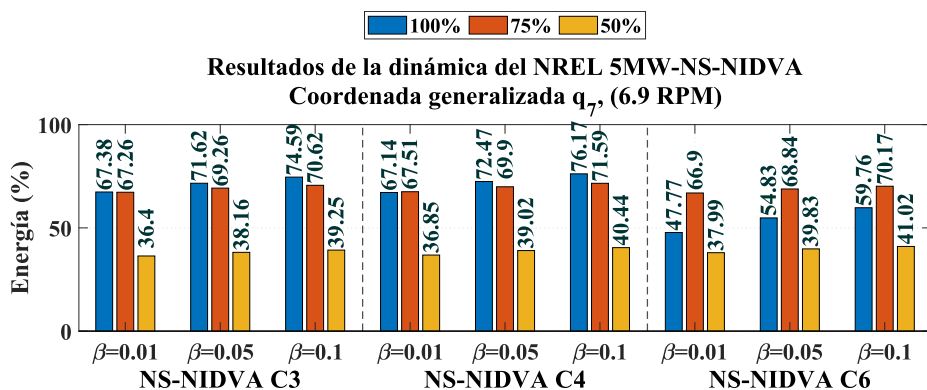


Figura 5-25. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

5.4.2. Resultados a 12.1 RPM

En contraste con los resultados de la sección anterior. Los resultados de los valores RMS de la Figura 5-26 de la coordenada generalizada q_7 para la condición de trabajo del aerogenerador de 12.1 RPM bajo condiciones de carga aerodinámica, demuestran la existencia de incrementos excesivos de la vibración del desplazamiento de la torre, a causa del acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA. Estos incrementos oscilan entre -0.8 % y -74.89 % donde la configuración más ineficiente es la del absorbedor NS-NIDVA C6 acoplado en la parte superior de la torre (100%) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$.

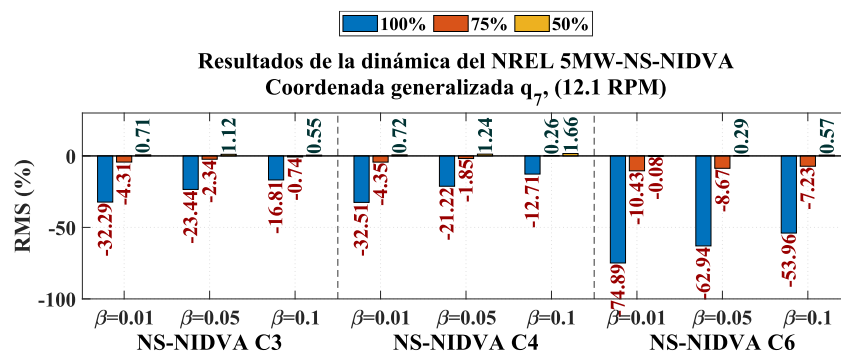


Figura 5-26. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

Los resultados de los incrementos de la amplitud del sistema se confirman en los valores P(95) descritos en la Figura 5-27. Donde, para la misma configuración de absorbedor, se presenta un incremento máximo de este valor de hasta el -84.52 %.

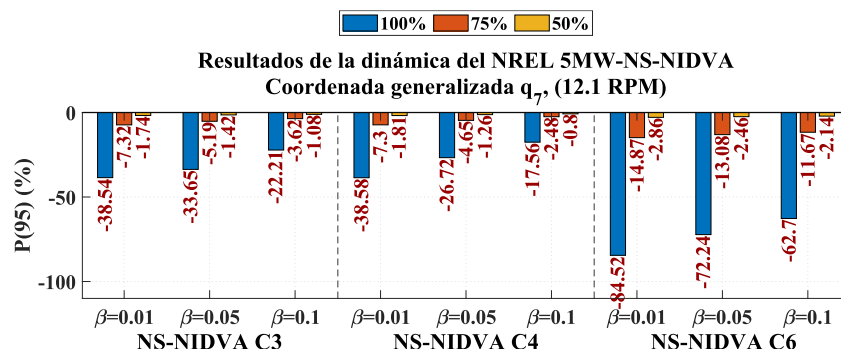


Figura 5-27. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

Los resultados de la disipación energética de la Figura 5-28 reafirman los resultados anteriores, demostrando incrementos de hasta -205.86% en la configuración más ineficiente. Por lo tanto, los resultados bajo este caso de estudio sugieren que el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA en la dinámica del aerogenerador incrementa la amplitud vibratoria de la respuesta base cuando el aerogenerador está operando a 12.1 RPM.

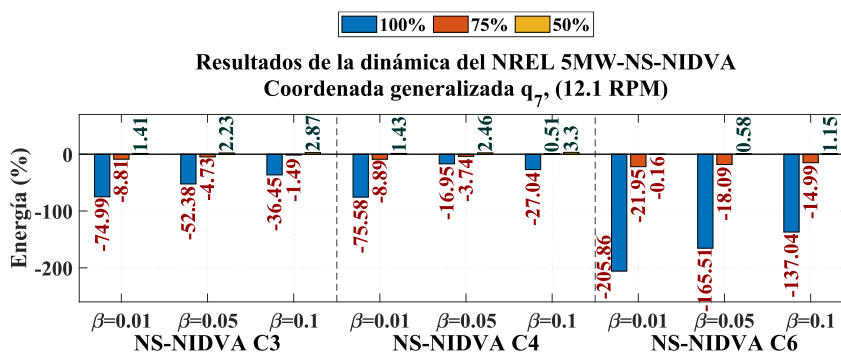


Figura 5-28. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

5.4.3. Resultados a 19.1 RPM

Los resultados de los valores RMS de la Figura 5-29 de la coordenada generalizada q_7 para la condición de trabajo del aerogenerador de 19.51 RPM, bajo condiciones de carga aerodinámica, también demostraron ineficiencia en la atenuación vibratoria, con valores RMS que oscilan entre el -0.02 % y el -83.11 %. Donde la configuración más ineficiente es la del absorbedor NS-NIDVA C6 acoplado en la parte superior de la torre (100%) con los parámetros óptimos de $\beta = 0.01$.

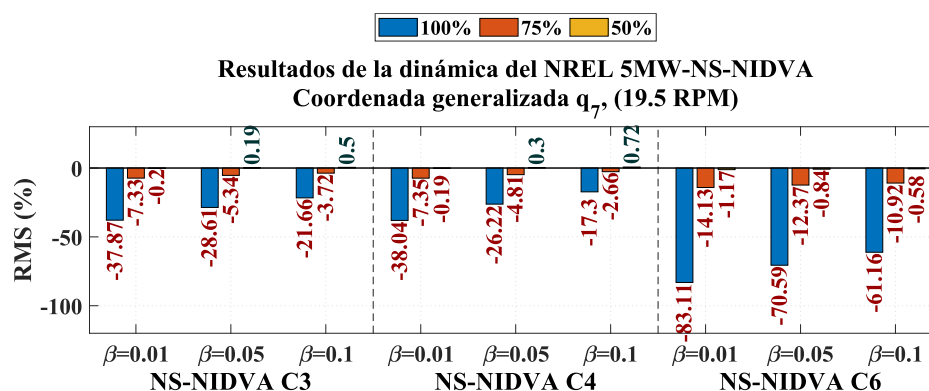


Figura 5-29. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

El valor P(95) de la Figura 5-30 presenta la misma tendencia de comportamiento del valor RMS de este caso de estudio, con incrementos de hasta el -84.8 % de este valor.

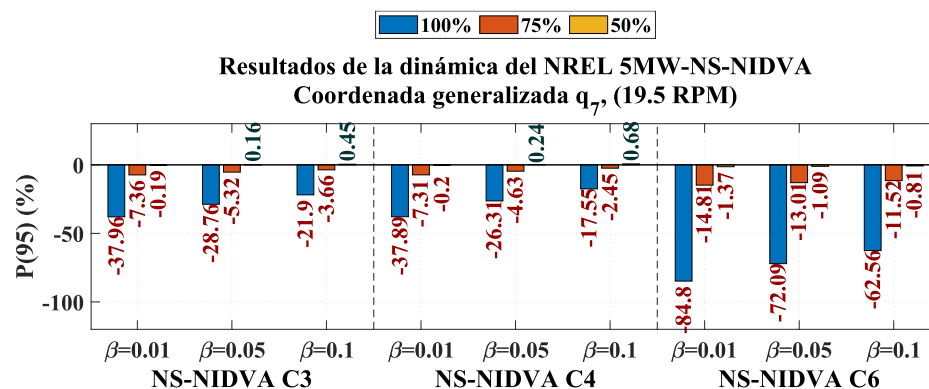


Figura 5-30. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

Nuevamente, el incremento de energía de la Figura 5-31 reafirma los valores anteriores, demostrando que el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA cuando el aerogenerador trabaja a 19.51 RPM perjudica a su dinámica estructural.

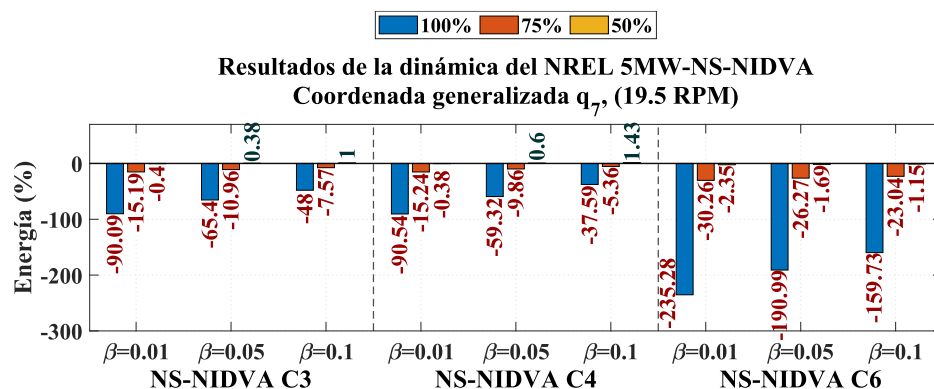


Figura 5-31. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_7 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

Por lo tanto, resumiendo los resultados de la Sección 5.4, del comportamiento aerodinámico del aerogenerador acoplado con los dispositivos NS-NIDVA, se puede concluir que a velocidades de operación bajas (6.9 RPM) el funcionamiento de estos absorbedores es efectivo. Sin embargo, a velocidades altas (12.1 y 19.51 RPM). Estos absorbedores están perjudicando la respuesta estructural del aerogenerador. Esto pudo ser provocado a causa de la influencia de las cargas aerodinámicas que dependen de la rotación de los álabes, lo que modifica la respuesta de los absorbedores, generando un pico resonante cerca de las velocidades de 12.1 y 19.51 RPM, produciendo estos incrementos en la amplitud vibratoria del aerogenerador.

Conclusiones y trabajos futuros

Conclusiones de la investigación

A lo largo de esta investigación se logró desarrollar, corroborar y analizar una metodología integral orientada al modelado, optimización y acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVA para el control pasivo de vibraciones en aerogeneradores terrestres. Los resultados obtenidos muestran que la propuesta es viable, conformando un aporte significativo al estado del arte en el diseño de absorbedores dinámicos avanzados y su aplicación en sistemas estructurales complejos. A partir de los resultados obtenidos en esta investigación, se describen las siguientes conclusiones que representan un aporte a la comunidad científica.

Este trabajo permitió establecer una base teórica sólida y fundamentada de la metodología de admitancia global, resaltando su importancia en el proceso de simplificación del modelado matemático de los absorbedores dinámicos de vibración. Esta simplificación facilita su incorporación en estructuras de múltiples grados de libertad sin comprometer la precisión de los resultados ni la estabilidad numérica de las simulaciones. Aunque esta metodología se podría considerar como un subproducto de esta investigación y no se pudo implementar directamente en el modelado del aerogenerador, debido a que su formulación se desarrolló en el dominio de la frecuencia y no en el dominio del tiempo, su impacto potencial en el análisis de vibraciones continúa siendo significativo. Esta limitación complicó su aplicación bajo condiciones de cargas estocásticas, típicas en simulaciones realistas en aerogeneradores. A pesar de esto, la metodología propuesta resulta de gran utilidad, ya que permite analizar los absorbedores de forma desacoplada, ofreciendo la oportunidad a los investigadores de centrarse en el análisis estructural de la estructura donde se requiere el control de vibraciones para, posteriormente, acoplar la influencia del absorbedor. Esto abre la puerta a investigaciones futuras relacionadas con la admitancia global, que pueden impactar significativamente en el análisis de control de vibraciones.

Asimismo, el proceso de optimización desarrollado en esta tesis, basado en las metodologías existentes en la literatura (método de extensión del punto fijo, análisis de estabilidad y los criterios de rendimiento H_2 y H_∞), demostró ser una herramienta robusta y eficiente. La incorporación de restricciones rigurosas asociadas a los criterios de rendimiento H_2 y H_∞ permitió identificar numéricamente las relaciones óptimas entre los parámetros de los dispositivos NS-NIDVA, a pesar de la complejidad de estos absorbedores, que tienen muchas variables y relaciones no lineales. Dado que obtener soluciones analíticas exactas bajo dichos criterios resulta prácticamente inviable. Por lo tanto, la metodología de investigación propuesta es una alternativa práctica, versátil y de fácil implementación en el diseño de absorbedores dinámicos de vibración que se basen en redes mecánicas complejas.

Por otro lado, la deducción del modelado de aerogenerador terrestre, basado en el aerogenerador de referencia NREL 5MW, permitió describir de manera detallada el comportamiento de este tipo de estructuras bajo diferentes condiciones de carga, incluyendo cargas armónicas, ruido gaussiano y cargas aerodinámicas. Los resultados obtenidos corroboran la eficiencia del modelo propuesto, particularmente en la simulación de los desplazamientos en el plano de referencia (zx). Sin embargo, también se evidenció una ineficiencia en la representación dinámica en el plano (zy), aspecto que requiere mejoras en investigaciones futuras. Adicionalmente, la comparación con las

simulaciones realizadas mediante el software OpenFast confirmó que el modelo desarrollado constituye una herramienta simple, eficiente y suficientemente precisa para el análisis aerodinámico de aerogeneradores, abriendo la puerta a líneas de investigación relacionadas con el análisis de la aerodinámica de este tipo de estructuras.

Finalmente, con base en los modelos relacionados, se construyó un modelo acoplado aerogenerador-NS-NIDVA (NREL 5MW-NS-NIDVA), el cual permitió evaluar de manera directa la efectividad de los dispositivos de control pasivo de vibraciones en el aerogenerador. Los resultados de las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 , q_6 y q_7 demostraron la alta eficiencia de los dispositivos NS-NIDVA en la mitigación de vibraciones cuando el aerogenerador es sometido a cargas armónicas y condiciones de ruido gaussiano. Sin embargo, bajo cargas aerodinámicas, se identificaron ciertas incertidumbres que requieren de un análisis más profundo. En particular, se observó que los absorbedores presentan un desempeño adecuado a bajas velocidades de operación del aerogenerador (6.9 RPM), mientras que a velocidades de operación más elevadas (12.1 y 19.51 RPM), la influencia dominante de las cargas aerodinámicas reduce significativamente la efectividad de los dispositivos, afectando la amplitud de vibración de la estructura principal. Por lo tanto, se concluye que las investigaciones futuras deben enfocarse en ajustar y adaptar los dispositivos NS-NIDVA, para asegurar que funcionen bien en una amplia variedad de velocidades y en condiciones aerodinámicas reales.

Trabajos futuros

El desarrollo de esta investigación ha establecido una base teórica y numérica sólida para el estudio en las áreas de investigación relacionadas con sistemas de control pasivo de vibraciones y el comportamiento aerodinámico en aerogeneradores. Esto mediante la formulación de nuevos métodos de modelado como la formulación de admitancia global y estudios numéricos rigurosos sobre la dinámica estructural en aerogeneradores. Sin embargo, como resultado de las propuestas novedosas de este trabajo y las limitaciones identificadas en cada etapa de la investigación, se plantean varias líneas de investigación futuras que pueden contribuir a mejorar, validar y profundizar los resultados obtenidos en esta tesis.

1. Extensión de la metodología y validación de la admitancia global (Capítulo 3).

La metodología de admitancia global formulada en esta investigación conforma un aporte teórico relevante para el análisis de los absorbedores dinámicos de vibración en el control de vibraciones, abriendo nuevas posibilidades para la simplificación y acoplamiento de estos dispositivos en estructuras complejas. No obstante, la metodología presentada en esta tesis puede ser investigada a mayor profundidad. Por tal motivo, se proponen dos líneas de investigación relacionadas con esta metodología:

La primera línea de investigación es la validación experimental de la metodología de admitancia global. Esto se puede realizar mediante el diseño y construcción de un banco de pruebas experimentales que implemente un sistema de control activo de vibraciones, que puede replicar el comportamiento de múltiples absorbedores dinámicos de vibración, y mediante la obtención de diagramas de Bode en el dominio de la frecuencia, poder determinar la validez de la metodología propuesta.

La segunda línea de investigación se relaciona con la extensión de la admitancia global hacia el dominio del tiempo. Una de las principales limitaciones de la metodología propuesta de la admitancia global es que su solución se determina en el dominio de la frecuencia, lo que dificulta

su estudio para condiciones de cargas estocásticas que varían aleatoriamente en el tiempo. Esta limitación se puede resolver ampliando la metodología al dominio del tiempo utilizando la transformada inversa de la Laplace o determinando una relación acorde a las coordenadas generalizadas de los absorbedores. Esta línea de investigación es muy prometedora, puesto que, al solucionar esta problemática, las limitaciones de simplificación mediante esta metodología representarían una excelente contribución para la comunidad científica.

2. Mejoras en el modelado matemático de la dinámica del aerogenerador (Capítulo 4).

El modelado de la dinámica del aerogenerador, aunque ha demostrado ser adecuado para describir el comportamiento general del sistema en el plano de referencia (zx), puede perfeccionarse mediante la representación precisa de los efectos de rotación y los efectos aeroelásticos de los álabes del aerogenerador. Por lo tanto, la línea futura de investigación relacionada con el modelo de aerogenerador se centra en incorporar una formulación cinemática más rigurosa, que considere las coordenadas generalizadas necesarias para la correcta representación de la rotación de los álabes y los efectos giroscópicos que se producen en los álabes, mejorando la predicción de las respuestas de las coordenadas generalizadas q_1 , q_2 , q_3 y q_8 del plano de referencia (zy).

3. Obtención y análisis estocástico bajo condiciones variables (Capítulo 5).

En relación con los resultados finales de esta tesis, se podrían considerar como resultados base de futuras investigaciones, debido a que estos resultados pueden ampliarse mediante la rotación constante y variable de los álabes del aerogenerador. Por esta razón se plantean líneas relacionadas con las simulaciones de aerogenerador para evidenciar el comportamiento dinámico del aerogenerador acoplado con los dispositivos NS-NIDVA.

Se propone como línea de investigación futura: obtener la FRF bajo condiciones de cargas estocásticas, tanto para las condiciones de ruido blanco gaussiano como para las cargas aerodinámicas. Esto mediante implementación de parámetros energéticos como el valor RMS y la energía de disipación, con la finalidad de evaluar el desempeño de los dispositivos NS-NIDVA de forma más eficiente en la dinámica de aerogenerador bajo diferentes condiciones de rotación de los álabes. Esto permitirá determinar la efectividad de estos absorbedores en la mitigación de vibraciones estructurales, su estabilidad global y la eficiencia energética del sistema, permitiendo determinar estrategias de control pasivo en aerogeneradores.

Referencias

- [1] J. O. a. J. P. D. Hartog, "The Theory of the Dynamic Vibration Absorber," *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1982. [Online]. Available: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:266804060>.
- [2] Y. L. Cheung and W. O. Wong, "H-infinity optimization of a variant design of the dynamic vibration absorber—Revisited and new results," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, no. 16, pp. 3901-3912, 2011/08/01/ 2011, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2011.03.027>.
- [3] R. Ma, K. Bi, and H. Hao, "Inerter-based structural vibration control: A state-of-the-art review," *Engineering Structures*, vol. 243, p. 112655, 2021/09/15/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112655>.
- [4] X. Wang, T. He, Y. Shen, Y. Shan, and X. Liu, "Parameters optimization and performance evaluation for the novel inerter-based dynamic vibration absorbers with negative stiffness," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 463, p. 114941, 2019/12/22/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.114941>.
- [5] E. Barredo, J. G. Mendoza Larios, J. Colín, J. Mayén, A. A. Flores-Hernández, and M. Arias-Montiel, "A novel high-performance passive non-traditional inerter-based dynamic vibration absorber," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 485, p. 115583, 2020/10/27/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115583>.
- [6] H. Garrido, O. Curadelli, and D. Ambrosini, "Improvement of tuned mass damper by using rotational inertia through tuned viscous mass damper," *Engineering Structures*, vol. 56, pp. 2149-2153, 2013/11/01/ 2013, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.08.044>.
- [7] G. Alotta and G. Failla, "Improved inerter-based vibration absorbers," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 192, p. 106087, 2021/02/15/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.106087>.
- [8] V. Jahangiri and C. Sun, "Three-dimensional vibration control of offshore floating wind turbines using multiple tuned mass dampers," *Ocean Engineering*, vol. 206, p. 107196, 2020/06/15/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107196>.
- [9] A. S. Alsuwaiyan and S. W. Shaw, "PERFORMANCE AND DYNAMIC STABILITY OF GENERAL-PATH CENTRIFUGAL PENDULUM VIBRATION ABSORBERS," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 252, no. 5, pp. 791-815, 2002/05/16/ 2002, doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3534>.
- [10] Z. Zhao, R. Zhang, Y. Jiang, and C. Pan, "A tuned liquid inerter system for vibration control," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 164, p. 105171, 2019/12/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.105171>.
- [11] Q. Wang, H. Qiao, D. De Domenico, Z. Zhu, and Y. Tang, "Seismic response control of adjacent high-rise buildings linked by the Tuned Liquid Column Damper-Inerter (TLCDI)," *Engineering Structures*, vol. 223, p. 111169, 2020/11/15/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111169>.
- [12] T. G. Larsen, Z. Zhang, and J. Høgsberg, "Vibration damping of an offshore wind turbine by optimally calibrated pendulum absorber with shunted electromagnetic transducer," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 505, p. 116144, 2021/08/04/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116144>.

- [13] P. Soltani and G. Kerschen, "The nonlinear piezoelectric tuned vibration absorber," *Smart Materials and Structures*, vol. 24, no. 7, p. 075015, 2015/06/04 2015, doi: 10.1088/0964-1726/24/7/075015.
- [14] F. H. (DE), "DEVICE FOR DAMPING VIBRATIONS OF BODIES.," 1911. [Online]. Available: <https://www.freepatentsonline.com/0989958.html>
- [15] "Mechanical Vibrations. Fourth Edition. J. P. Den Hartog. McGraw-Hill, New York, 1956. 67s. 6d," *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, vol. 61, no. 554, pp. 139-139, 1957, doi: 10.1017/S0368393100131049.
- [16] Y. L. Cheung and W. O. Wong, "H2 optimization of a non-traditional dynamic vibration absorber for vibration control of structures under random force excitation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, no. 6, pp. 1039-1044, 2011/03/14/ 2011, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.10.031>.
- [17] M. Z. Ren, "A VARIANT DESIGN OF THE DYNAMIC VIBRATION ABSORBER," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 245, no. 4, pp. 762-770, 2001/08/23/ 2001, doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3564>.
- [18] T. Asami and O. Nishihara, "Analytical and Experimental Evaluation of an Air Damped Dynamic Vibration Absorber: Design Optimizations of the Three-Element Type Model," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 121, no. 3, pp. 334-342, 1999, doi: 10.1115/1.2893985.
- [19] O. Nishihara, "Exact Optimization of a Three-Element Dynamic Vibration Absorber: Minimization of the Maximum Amplitude Magnification Factor," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 141, no. 1, 2018, doi: 10.1115/1.4040575.
- [20] W. Ma, Y. Yang, and J. Yu, "General routine of suppressing single vibration mode by multi-DOF tuned mass damper: Application of three-DOF," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 121, pp. 77-96, 2019/04/15/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.11.010>.
- [21] Y. Yang, W. Dai, and Q. Liu, "Design and implementation of two-degree-of-freedom tuned mass damper in milling vibration mitigation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 335, pp. 78-88, 2015/01/20/ 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.09.032>.
- [22] T. Asami, "Exact Algebraic Solution of an Optimal Double-Mass Dynamic Vibration Absorber Attached to a Damped Primary System," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 141, no. 5, 2019, doi: 10.1115/1.4043815.
- [23] S.-Y. Kim and C.-H. Lee, "Optimum design of linear multiple tuned mass dampers subjected to white-noise base acceleration considering practical configurations," *Engineering Structures*, vol. 171, pp. 516-528, 2018/09/15/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.002>.
- [24] M. C. Smith, "Synthesis of mechanical networks: the inerter," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 10, pp. 1648-1662, 2002, doi: 10.1109/TAC.2002.803532.
- [25] M. C. Smith, "The Inerter: A Retrospective," *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, vol. 3, no. Volume 3, 2020, pp. 361-391, 2020, doi: <https://doi.org/10.1146/annurev-control-053018-023917>.
- [26] C. Papageorgiou, N. E. Houghton, and M. C. Smith, "Experimental Testing and Analysis of Inerter Devices," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 131, no. 1, 2008, doi: 10.1115/1.3023120.
- [27] X. Q. Sun, L. Chen, S. H. Wang, X. L. Zhang, and X. F. Yang, "Performance investigation of vehicle suspension system with nonlinear ball-screw inerter," *International Journal of*

- Automotive Technology*, vol. 17, no. 3, pp. 399-408, 2016/06/01 2016, doi: 10.1007/s12239-016-0041-x.
- [28] P. Brzeski, M. Lazarek, and P. Perlikowski, "Experimental study of the novel tuned mass damper with inerter which enables changes of inertance," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 404, pp. 47-57, 2017/09/15/ 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.05.034>.
- [29] M. Lazarek, P. Brzeski, and P. Perlikowski, "Design and modeling of the CVT for adjustable inerter," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 356, no. 14, pp. 7611-7625, 2019/09/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2018.11.011>.
- [30] S. J. Swift, M. C. Smith, A. R. Glover, C. Papageorgiou, B. Gartner, and N. E. Houghton, "Design and modelling of a fluid inerter," *International Journal of Control*, vol. 86, no. 11, pp. 2035-2051, 2013/11/01 2013, doi: 10.1080/00207179.2013.842263.
- [31] X. Liu, J. Z. Jiang, B. Titurus, and A. Harrison, "Model identification methodology for fluid-based inerters," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 106, pp. 479-494, 2018/06/01/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.01.018>.
- [32] Y. Shen, Y. Liu, L. Chen, and X. Yang, "Optimal design and experimental research of vehicle suspension based on a hydraulic electric inerter," *Mechatronics*, vol. 61, pp. 12-19, 2019/08/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2019.05.002>.
- [33] L. Marian and A. Giaralis, "Optimal design of a novel tuned mass-damper–inerter (TMDI) passive vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems," *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 38, pp. 156-164, 2014/10/01/ 2014, doi: <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2014.03.007>.
- [34] Y. Hu and M. Z. Q. Chen, "Performance evaluation for inerter-based dynamic vibration absorbers," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 99, pp. 297-307, 2015/08/01/ 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.06.003>.
- [35] E. Barredo *et al.*, "Closed-form solutions for the optimal design of inerter-based dynamic vibration absorbers," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 144, pp. 41-53, 2018/08/01/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.05.025>.
- [36] K. Ikago, K. Saito, and N. Inoue, "Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper," *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 41, no. 3, pp. 453-474, 2012/03/01 2012, doi: <https://doi.org/10.1002/eqe.1138>.
- [37] D. Pietrosanti, M. De Angelis, and A. Giaralis, "Experimental study and numerical modeling of nonlinear dynamic response of SDOF system equipped with tuned mass damper inerter (TMDI) tested on shaking table under harmonic excitation," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 184, p. 105762, 2020/10/15/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105762>.
- [38] Z. Cheng, A. Palermo, Z. Shi, and A. Marzani, "Enhanced tuned mass damper using an inertial amplification mechanism," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 475, p. 115267, 2020/06/09/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115267>.
- [39] A. Javidialesaadi and N. E. Wierschem, "An inerter-enhanced nonlinear energy sink," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 129, pp. 449-454, 2019/08/15/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.04.047>.
- [40] X.-F. Geng, H. Ding, J.-C. Ji, K.-X. Wei, X.-J. Jing, and L.-Q. Chen, "A state-of-the-art review on the dynamic design of nonlinear energy sinks," *Engineering Structures*, vol. 313, p. 118228, 2024/08/15/ 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118228>.
- [41] J. Dai, Z.-D. Xu, P.-P. Gai, and Z.-W. Hu, "Optimal design of tuned mass damper inerter with a Maxwell element for mitigating the vortex-induced vibration in bridges,"

- Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 148, p. 107180, 2021/02/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107180>.
- [42] I. F. Lazar, S. A. Neild, and D. J. Wagg, "Vibration suppression of cables using tuned inerter dampers," *Engineering Structures*, vol. 122, pp. 62-71, 2016/09/01/ 2016, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.017>.
- [43] R. Ma, K. Bi, and H. Hao, "Mitigation of heave response of semi-submersible platform (SSP) using tuned heave plate inerter (THPI)," *Engineering Structures*, vol. 177, pp. 357-373, 2018/12/15/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.09.085>.
- [44] Y.-W. Zhang *et al.*, "Nonlinear energy sink with inerter," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 125, pp. 52-64, 2019/06/15/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.08.026>.
- [45] N. D. Tiwari, A. Gogoi, B. Hazra, and Q. Wang, "A shape memory alloy-tuned mass damper inerter system for passive control of linked-SDOF structural systems under seismic excitation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 494, p. 115893, 2021/03/03/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115893>.
- [46] T. Asami, "Optimal Design of Double-Mass Dynamic Vibration Absorbers Arranged in Series or in Parallel," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 139, no. 1, 2016, doi: 10.1115/1.4034776.
- [47] L. Cao and C. Li, "Tuned tandem mass dampers-inerters with broadband high effectiveness for structures under white noise base excitations," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 26, no. 4, p. e2319, 2019/04/01 2019, doi: <https://doi.org/10.1002/stc.2319>.
- [48] S. Zhou, C. Jean-Mistral, and S. Chesne, "Influence of inerters on the vibration control effect of series double tuned mass dampers: Two layouts and analytical study," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 26, no. 10, p. e2414, 2019/10/01 2019, doi: <https://doi.org/10.1002/stc.2414>.
- [49] O. Nishihara and T. Asami, "Closed-Form Solutions to the Exact Optimizations of Dynamic Vibration Absorbers (Minimizations of the Maximum Amplitude Magnification Factors)," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 124, no. 4, pp. 576-582, 2002, doi: 10.1115/1.1500335.
- [50] M. De Angelis, A. Giaralis, F. Petrini, and D. Pietrosanti, "Optimal tuning and assessment of inertial dampers with grounded inerter for vibration control of seismically excited base-isolated systems," *Engineering Structures*, vol. 196, p. 109250, 2019/10/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.05.091>.
- [51] Y. Hu, M. Z. Q. Chen, Z. Shu, and L. Huang, "Analysis and optimisation for inerter-based isolators via fixed-point theory and algebraic solution," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 346, pp. 17-36, 2015/06/23/ 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.02.041>.
- [52] A. Kaveh, M. Fahimi Farzam, and H. Hojat Jalali, "Statistical seismic performance assessment of tuned mass damper inerter," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 27, no. 10, p. e2602, 2020/10/01 2020, doi: <https://doi.org/10.1002/stc.2602>.
- [53] Z. Zhao, Q. Chen, R. Zhang, C. Pan, and Y. Jiang, "Energy dissipation mechanism of inerter systems," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 184, p. 105845, 2020/10/15/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105845>.
- [54] Y. Shen, L. Chen, X. Yang, D. Shi, and J. Yang, "Improved design of dynamic vibration absorber by using the inerter and its application in vehicle suspension," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 361, pp. 148-158, 2016/01/20/ 2016, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.06.045>.

- [55] W. Shen, A. Niyitangamahoro, Z. Feng, and H. Zhu, "Tuned inerter dampers for civil structures subjected to earthquake ground motions: optimum design and seismic performance," *Engineering Structures*, vol. 198, p. 109470, 2019/11/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109470>.
- [56] X. Jin, M. Z. Q. Chen, and Z. Huang, "Minimization of the beam response using inerter-based passive vibration control configurations," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 119, pp. 80-87, 2016/12/01/ 2016, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.10.007>.
- [57] F. Sun, L. Xiao, and O. S. Bursi, "Optimal design and novel configuration of a locally resonant periodic foundation (LRPF) for seismic protection of fuel storage tanks," *Engineering Structures*, vol. 189, pp. 147-156, 2019/06/15/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.03.072>.
- [58] R. Zhang, Z. Zhao, and K. Dai, "Seismic response mitigation of a wind turbine tower using a tuned parallel inerter mass system," *Engineering Structures*, vol. 180, pp. 29-39, 2019/02/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.11.020>.
- [59] Y. Hu, J. Wang, M. Z. Q. Chen, Z. Li, and Y. Sun, "Load mitigation for a barge-type floating offshore wind turbine via inerter-based passive structural control," *Engineering Structures*, vol. 177, pp. 198-209, 2018/12/15/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.09.063>.
- [60] Z. Zhang and B. Fitzgerald, "Tuned mass-damper-inerter (TMDI) for suppressing edgewise vibrations of wind turbine blades," *Engineering Structures*, vol. 221, p. 110928, 2020/10/15/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110928>.
- [61] D. F. Ledezma-Ramirez, "Avances en aislamiento de vibración por impacto usando rigidez no lineal," *Ingeniería Investigación y Tecnología*, vol. 16, no. 2, 05/12 2016. [Online]. Available: <https://www.revistas.unam.mx/index.php/ingenieria/article/view/47900>.
- [62] W. Molyneux, "Supports for vibration isolation," 1957.
- [63] D. L. Platus, "Negative-stiffness-mechanism vibration isolation systems," in *Optomechanical engineering and vibration control*, 1999, vol. 3786: SPIE, pp. 98-105.
- [64] T. Mizuno, T. Toumiya, and M. Takasaki, "Vibration Isolation System Using Negative Stiffness," *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, vol. 46, no. 3, pp. 807-812, 2003, doi: 10.1299/jsmec.46.807.
- [65] G. P. Cimellaro, M. Domaneschi, and G. Warn, "Three-Dimensional Base Isolation Using Vertical Negative Stiffness Devices," *Journal of Earthquake Engineering*, vol. 24, no. 12, pp. 2004-2032, 2020/12/01 2020, doi: 10.1080/13632469.2018.1493004.
- [66] Y. C. Wang and R. S. Lakes, "Extreme stiffness systems due to negative stiffness elements," *American Journal of Physics*, vol. 72, no. 1, pp. 40-50, 2004, doi: 10.1119/1.1619140.
- [67] J. Zhou, Q. Xiao, D. Xu, H. Ouyang, and Y. Li, "A novel quasi-zero-stiffness strut and its applications in six-degree-of-freedom vibration isolation platform," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 394, pp. 59-74, 2017/04/28/ 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.01.021>.
- [68] Y. Zheng, X. Zhang, Y. Luo, Y. Zhang, and S. Xie, "Analytical study of a quasi-zero stiffness coupling using a torsion magnetic spring with negative stiffness," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 100, pp. 135-151, 2018/02/01/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.07.028>.

- [69] T. D. Le and K. K. Ahn, "Experimental investigation of a vibration isolation system using negative stiffness structure," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 70, pp. 99-112, 2013/05/01/ 2013, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.02.009>.
- [70] S. Yuan *et al.*, "Tunable negative stiffness spring using maxwell normal stress," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 193, p. 106127, 2021/03/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.106127>.
- [71] B. Chen, L. Chen, B. Du, H. Liu, W. Li, and D. Fang, "Novel multifunctional negative stiffness mechanical metamaterial structure: Tailored functions of multi-stable and compressive mono-stable," *Composites Part B: Engineering*, vol. 204, p. 108501, 2021/01/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2020.108501>.
- [72] P. R. Kuppens, M. A. Bessa, J. L. Herder, and J. B. Hopkins, "Monolithic binary stiffness building blocks for mechanical digital machines," *Extreme Mechanics Letters*, vol. 42, p. 101120, 2021/01/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.eml.2020.101120>.
- [73] Q. Zhu and K. Chai, "Magnetic Negative Stiffness Devices for Vibration Isolation Systems: A State-of-the-Art Review from Theoretical Models to Engineering Applications," *Applied Sciences*, vol. 14, no. 11, doi: 10.3390/app14114698.
- [74] X. Wang *et al.*, "Self-learning vibration absorber with negative electromagnetic stiffness for variable vibration," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 248, p. 108225, 2023/06/15/ 2023, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108225>.
- [75] H. Xiuchang, S. Zhiwei, and H. Hongxing, "Optimal parameters for dynamic vibration absorber with negative stiffness in controlling force transmission to a rigid foundation," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 152, pp. 88-98, 2019/03/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.12.033>.
- [76] Y. Shen, Z. Xing, S. Yang, and J. Sun, "Parameters optimization for a novel dynamic vibration absorber," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 133, p. 106282, 2019/11/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.106282>.
- [77] X. Huang, Z. Su, and H. Hua, "Application of a dynamic vibration absorber with negative stiffness for control of a marine shafting system," *Ocean Engineering*, vol. 155, pp. 131-143, 2018/05/01/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.02.047>.
- [78] X. Shi and S. Zhu, "A comparative study of vibration isolation performance using negative stiffness and inerter dampers," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 356, no. 14, pp. 7922-7946, 2019/09/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2019.02.040>.
- [79] G. I. Florakis, K. A. Kapasakalis, and E. J. Sapountzakis, "Frequency-domain optimization of seismically isolated structures enhanced with negative stiffness devices," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 228, p. 112375, 2025/04/01/ 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2025.112375>.
- [80] E. J. Sapountzakis, P. G. Syrimi, I. A. Pantazis, and I. A. Antoniadis, "KDamper concept in seismic isolation of bridges with flexible piers," *Engineering Structures*, vol. 153, pp. 525-539, 2017/12/15/ 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.10.044>.
- [81] A. E. Gkikakis, K. A. Kapasakalis, and E. J. Sapountzakis, "Comprehensive design optimization of vertical seismic absorbers incorporating sensitivity and robust analysis: A case study of the KDamper," *Engineering Structures*, vol. 301, p. 117303, 2024/02/15/ 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117303>.
- [82] K. A. Kapasakalis, I. A. Antoniadis, and E. J. Sapountzakis, "Constrained optimal design of seismic base absorbers based on an extended KDamper concept," *Engineering Structures*, vol. 226, p. 111312, 2021/01/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111312>.

- [83] A. Mantakas *et al.*, "Experimental testing and numerical validation of the Extended KDamper: A negative stiffness-based vibration absorber," *Engineering Structures*, vol. 321, p. 118894, 2024/12/15/ 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118894>.
- [84] M. Baduidana and A. Kenfack-Jiotsa, "Analytical H_{∞} Optimization for a Novel Lever-Type Voigt Model-Based Dynamic Vibration Absorber with Ungrounded Negative Stiffness," *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, vol. 13, no. 1, p. 72, 2025/01/11 2025, doi: 10.1007/s42417-024-01723-3.
- [85] T. Gao, J. Li, S. Zhu, X. Yang, and H. Zhao, " H_{∞} Optimization of Three-Element-Type Dynamic Vibration Absorber with Inerter and Negative Stiffness Based on the Particle Swarm Algorithm," *Entropy*, vol. 25, no. 7, doi: 10.3390/e25071048.
- [86] S. Chowdhury, A. Banerjee, and S. Adhikari, "The optimal configuration of negative stiffness inerter-based base isolators in multi-storey buildings," *Structures*, vol. 50, pp. 1232-1251, 2023/04/01/ 2023, doi: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.02.095>.
- [87] N. Su, J. Bian, Z. Zhang, C. Zeng, Z. Chen, and Y. Xia, "Negative-stiffness Inerter-based Outrigger-Cable-Lever-Dampers for towers," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 288, p. 110049, 2025/02/15/ 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2025.110049>.
- [88] N. Su, J. Bian, Z. Chen, and Y. Xia, "Bowstring-type inerter negative stiffness damper for vibration control of slender towers," *Engineering Structures*, vol. 308, p. 118037, 2024/06/01/ 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118037>.
- [89] E. Barredo, G. L. Rojas, J. Mayén, and A. A. Flores-Hernández, "Innovative negative-stiffness inerter-based mechanical networks," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 205, p. 106597, 2021/09/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106597>.
- [90] P. J. Murtagh, A. Ghosh, B. Basu, and B. M. Broderick, "Passive control of wind turbine vibrations including blade/tower interaction and rotationally sampled turbulence," *Wind Energy*, vol. 11, no. 4, pp. 305-317, 2008/07/01 2008, doi: <https://doi.org/10.1002/we.249>.
- [91] J. Arrigan, V. Pakrashi, B. Basu, and S. Nagarajaiah, "Control of flapwise vibrations in wind turbine blades using semi-active tuned mass dampers," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 18, no. 8, pp. 840-851, 2011/12/01 2011, doi: <https://doi.org/10.1002/stc.404>.
- [92] M. A. Lackner and M. A. Rotea, "Passive structural control of offshore wind turbines," *Wind Energy*, vol. 14, no. 3, pp. 373-388, 2011/04/01 2011, doi: <https://doi.org/10.1002/we.426>.
- [93] Y. Hu and M. Z. Q. Chen, "Passive structural control with inerters for a floating offshore wind turbine," in *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, 26-28 July 2017 2017, pp. 9266-9271, doi: 10.23919/ChiCC.2017.8028833.
- [94] Z. Zhang, *INERTER-BASED VIBRATION ABSORBERS FOR ROTATING WIND TURBINE BLADES*. 2020, pp. 1568-1575.
- [95] B. Chen, Z. Zhang, X. Hua, and B. Basu, "Optimal calibration of a tuned liquid column damper (TLCD) for rotating wind turbine blades," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 521, p. 116565, 2022/03/17/ 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116565>.
- [96] Z. Zhang and C. Høeg, "Inerter-enhanced tuned mass damper for vibration damping of floating offshore wind turbines," *Ocean Engineering*, vol. 223, p. 108663, 2021/03/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.108663>.
- [97] D. Chen, S. Huang, C. Huang, R. Liu, and F. Ouyang, "Passive control of jacket-type offshore wind turbine vibrations by single and multiple tuned mass dampers," *Marine*

- Structures*, vol. 77, p. 102938, 2021/05/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2021.102938>.
- [98] K. A. Kapasakalis, I. A. Antoniadis, E. J. Sapountzakis, and A. E. Kampitsis, "Vibration mitigation of wind turbine towers using negative stiffness absorbers," *Journal of Civil Engineering and Construction*, vol. 10, no. 3, pp. 123-139, 2021.
 - [99] Z. F. Fu and J. He, *Modal Analysis*. Butterworth-Heinemann, 2001.
 - [100] K.-J. Bathe, *Finite element procedures*. Klaus-Jurgen Bathe, 2006.
 - [101] S. S. Rao, *Vibraciones mecánicas*. Pearson Educación, 2012.
 - [102] W. W. Seto, *Teoría y problemas de vibraciones mecánicas*. McGraw-Hill Interamericana, 1970.
 - [103] F. Scheibe and M. C. and Smith, "Analytical solutions for optimal ride comfort and tyre grip for passive vehicle suspensions," *Vehicle System Dynamics*, vol. 47, no. 10, pp. 1229-1252, 2009/10/01 2009, doi: 10.1080/00423110802588323.
 - [104] B. Aguirre-Hernández, C. A. Loredó-Villalobos, E. C. Díaz-González, and E. Campos-Cantón, "Estabilidad de sistemas por medio de polinomios Hurwitz," *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, vol. 24, no. 1, pp. 61-77, 01/25 2017, doi: 10.15517/rmta.v24i1.27751.
 - [105] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, 27 Nov.-1 Dec. 1995 1995, vol. 4, pp. 1942-1948 vol.4, doi: 10.1109/ICNN.1995.488968.
 - [106] T. M. Apostol, *Calculus. Vol. II: Multi-variable Calculus and Linear Algebra, with Applications to Differential Equations and Probability* (no. v. 2). Xerox College Publ., 1969.
 - [107] M. O. L. Hansen, *Aerodynamics of wind turbines*, 2nd ed. London ;: Earthscan, 2008.
 - [108] "Aerodynamics of Wind Turbines," in *Wind Energy Explained*, 2009, pp. 91-155.
 - [109] W. Song, C. Sun, Z. Yanhui, V. Jahangiri, Y. Lu, and Q. Han, "Conceptual Study of a Real-Time Hybrid Simulation Framework for Monopile Offshore Wind Turbines Under Wind and Wave Loads," *Frontiers in Built Environment*, vol. 6, 08/26 2020, doi: 10.3389/fbuil.2020.00129.
 - [110] C. Sun and V. Jahangiri, "Mitigation of monopile offshore wind turbines under wind and wave loading Loading," *no. November*, 2017.
 - [111] C. Sun and V. Jahangiri, "Bi-directional vibration control of offshore wind turbines using a 3D pendulum tuned mass damper," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 105, pp. 338-360, 2018/05/15/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.12.011>.
 - [112] V. Jahangiri, "Structural Vibration Control of Offshore Wind Turbines," LSU Doctoral Dissertations. 5596., 2021. [Online]. Available: https://repository.lsu.edu/gradschool_dissertations/5596
 - [113] J. B.J. Jonkman and M.L. Buhl, "TurbSim User's Guide," National Renewable Energy Laboratory, 2006.
 - [114] B. J. Jonkman, "TurbSim User's Guide v2.00.00," National Renewable Energy Laboratory, 2016.
 - [115] B. J. a. J. Jonkman, "FAST v8.16.00a-bjj," 2016.
 - [116] S. B. J. Jonkman, W. Musial, and G. Scott, "Definition of a 5-MW Reference Wind Turbine for Offshore System Development," National Renewable Energy Laboratory, 2009.
 - [117] R. P. C. Steven C. Chapra, "Fórmulas de integración de Newton-Cotes," in *Métodos numéricos para ingenieros*, 5 ed.: Mc Graw Hill, 2007, pp. 619-645.

- [118] M. L. y. G. Ferraris, J. W. Sons, Ed. *Rotordynamics Prediction in Engineering*, 2 ed. 1998.
- [119] K. j. Bathe, "Finite Element Procedures," in *Finite Element Procedures*, P. Hall Ed., 1996, ch. Solution of Equilibrium Equations in Dynamic Analysis, pp. 768-836.
- [120] A. Jones, *Probability, Statistics and Other Frightening Stuff* (Working Guides to Estimating & Forecasting). Routledge, 2018.
- [121] C. Mazón-Valadez *et al.*, "Global Admittance: A New Modeling Approach to Dynamic Performance Analysis of Dynamic Vibration Absorbers," *Vibration*, vol. 8, no. 2, doi: 10.3390/vibration8020019.
- [122] J. B. Roberts and P. D. Spanos, *Random Vibration and Statistical Linearization*. Dover Publications, 2003.
- [123] D. Bhonsle, "Chapter 31 - Suppression of noise signals from computed tomography and ultrasound medical images and performance evaluation," in *Artificial Intelligence in Biomedical and Modern Healthcare Informatics*, M. A. Ansari, R. S. Anand, P. Tripathi, R. Mehrotra, and M. B. B. Heyat Eds.: Academic Press, 2025, pp. 323-337.

Apéndice A: Gráficas comparativas de los parámetros adimensionales óptimos de los dispositivos NS-NIDVA

Dispositivo NS-NIDVA C3

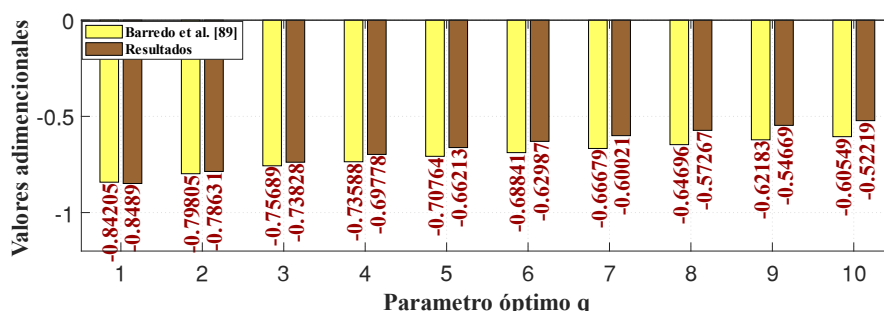


Figura A-1. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C3.

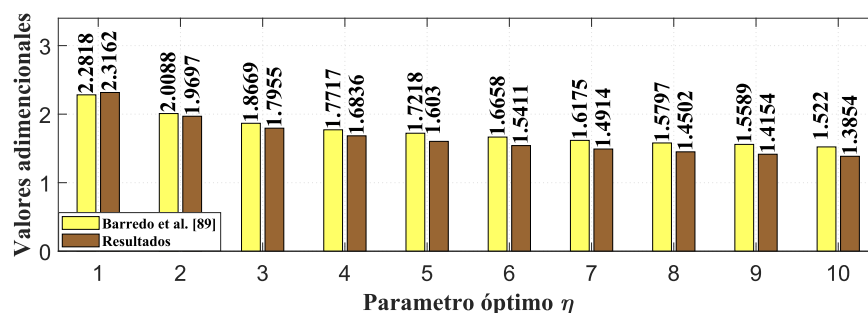


Figura A-2. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro η para el dispositivo NS-NIDVA C3.

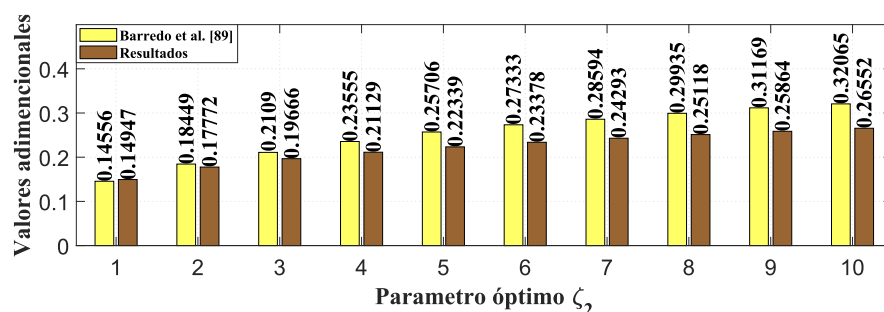


Figura A-3. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro ζ_2 para el dispositivo NS-NIDVA C3.

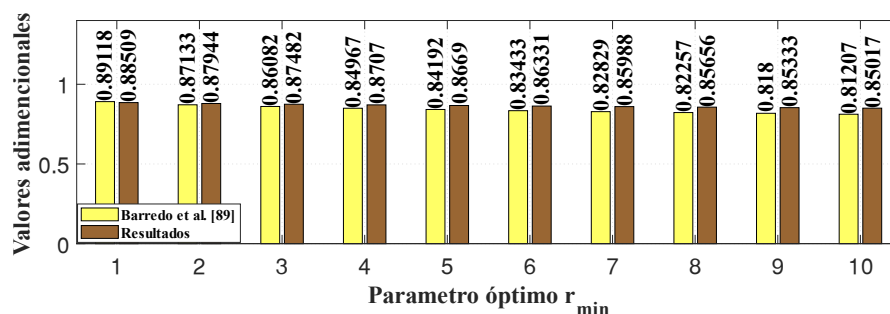


Figura A-4. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro $r_{\min}$ para el dispositivo NS-NIDVA C3.

Dispositivo NS-NIDVA C4

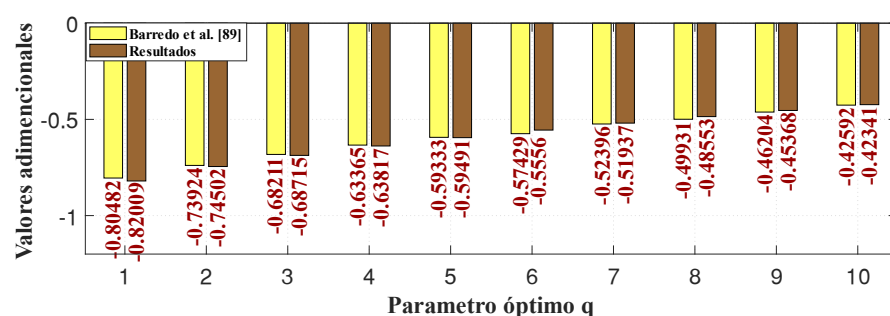


Figura A-5. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C4.

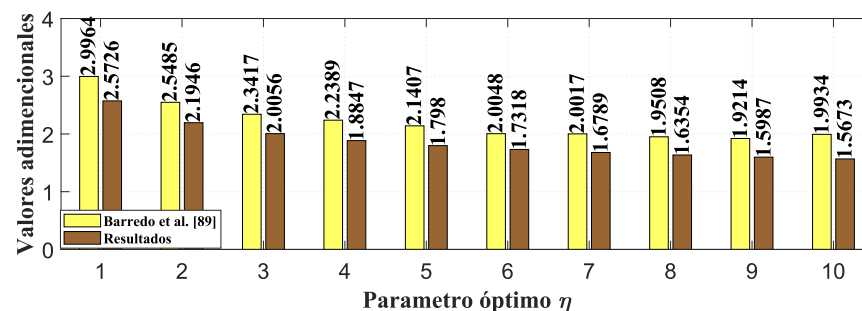


Figura A-6. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro η para el dispositivo NS-NIDVA C4.

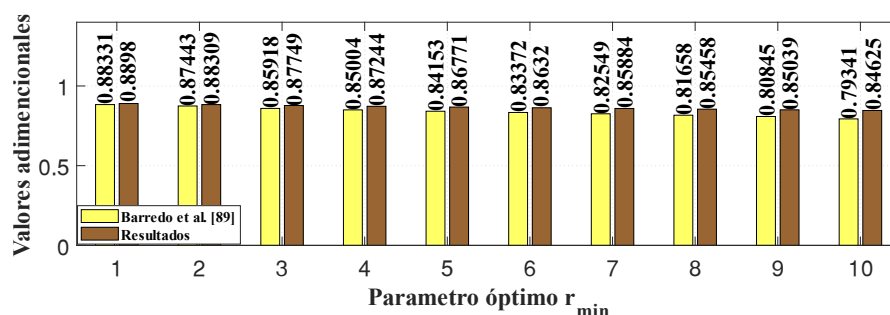


Figura A-7. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro $r_{\min}$ para el dispositivo NS-NIDVA C4.

Dispositivo NS-NIDVA C6

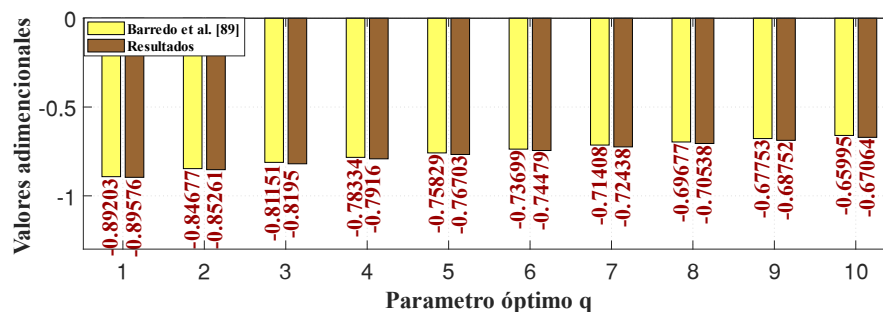


Figura A-8. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro q para el dispositivo NS-NIDVA C6.

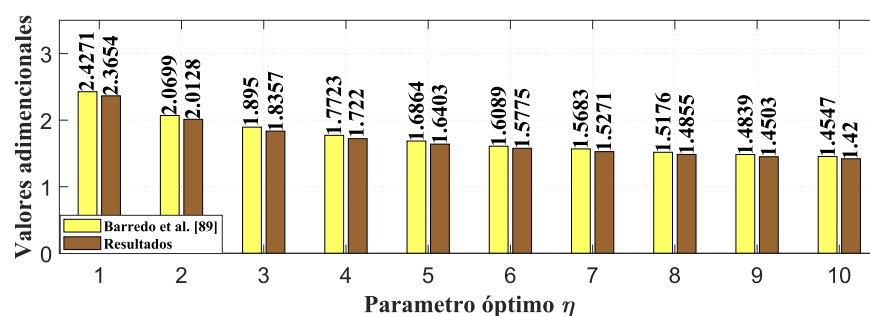


Figura A-9. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro η para el dispositivo NS-NIDVA C6.

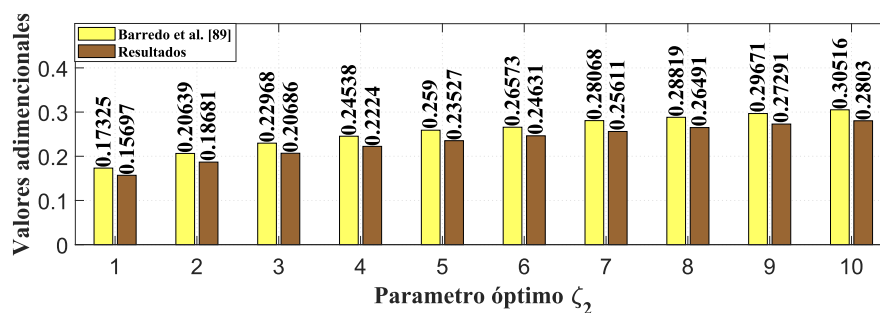


Figura A-10. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro ζ_2 para el dispositivo NS-NIDVA C6.

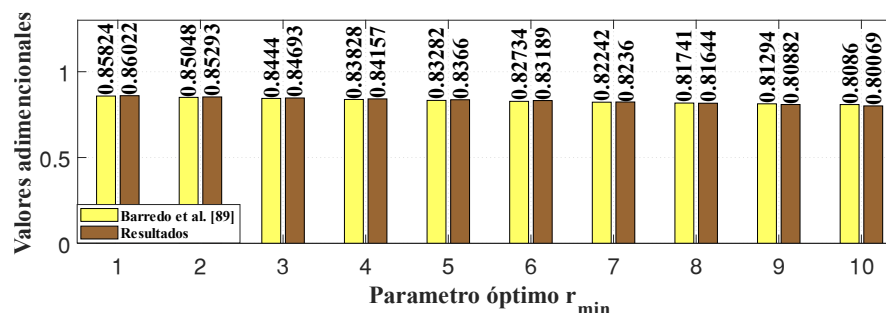


Figura A-11. Comparación de los resultados obtenidos y los reportados en la literatura de los parámetros adimensionales óptimos: parámetro $r_{\min}$ para el dispositivo NS-NIDVA C6.

Apéndice B: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas

Tabla B-1. Resultados de las FRF del análisis dinámico del aerogenerador NREL 5MW junto con la dinámica de los dispositivos NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas. (Álabe colectiva en la dirección del ala, coordenadas generalizadas q_4 , q_5 y q_6).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de carga armónica (Álabe colectiva dirección al ala)								
Casos de estudio			Velocidades nominales del aerogenerador		Frecuencia estática de la torre		Frecuencia estática de los álabes	
			(6.9 RPM) Desplazamiento (m)	12.1 RPM Desplazamiento (m)	(Hz)	(m)	(Hz)	(m)
Respuesta base			6.1730E-05	6.6027E-05	0.3230	1.1374E-04	0.6995	5.4073E-03
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	6.1769E-05	6.5969E-05	0.3230	7.7273E-05	0.7038	2.6469E-03
		75%	6.1710E-05	6.6062E-05	0.3144	7.7954E-05	0.7033	2.7021E-03
		50%	6.1732E-05	6.6036E-05	0.3180	8.8080E-05	0.7031	2.7231E-03
	$\beta = 0.05$	100%	6.1763E-05	6.5957E-05	0.3230	7.7415E-05	0.7043	2.6060E-03
		75%	6.1739E-05	6.6055E-05	0.3173	7.8035E-05	0.7031	2.6899E-03
		50%	6.1732E-05	6.6035E-05	0.3181	8.7570E-05	0.7034	2.7208E-03
	$\beta = 0.1$	100%	6.1769E-05	6.5969E-05	0.3230	7.7273E-05	0.7038	2.6469E-03
		75%	6.1740E-05	6.6062E-05	0.3144	7.7954E-05	0.7033	2.7021E-03
		50%	6.1732E-05	6.6036E-05	0.3180	8.8082E-05	0.7031	2.7231E-03
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	6.1773E-05	6.5983E-05	0.3230	7.7331E-05	0.7039	2.5885E-03
		75%	6.1741E-05	6.6071E-05	0.3167	7.7884E-05	0.7032	2.7293E-03
		50%	6.1732E-05	6.6037E-05	0.3181	8.7791E-05	0.7029	2.7848E-03
	$\beta = 0.05$	100%	6.1767E-05	6.5972E-05	0.3230	7.7464E-05	0.7046	2.5049E-03
		75%	6.1739E-05	6.6036E-05	0.3214	7.8019E-05	0.7034	2.7037E-03
		50%	6.1732E-05	6.6060E-05	0.3181	8.7124E-05	0.7030	2.4800E-03
	$\beta = 0.1$	100%	6.1773E-05	6.5983E-05	0.3230	7.7331E-05	0.7039	2.5885E-03
		75%	6.1741E-05	6.6071E-05	0.3167	7.7884E-05	0.7032	2.7293E-03
		50%	6.1732E-05	6.6037E-05	0.3181	8.7791E-05	0.7029	2.7848E-03
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	6.1754E-05	6.5931E-05	0.3230	7.7275E-05	0.7037	2.7947E-03
		75%	6.1739E-05	6.6036E-05	0.3153	7.7772E-05	0.7031	2.7795E-03
		50%	6.1732E-05	6.6057E-05	0.3179	8.7568E-05	0.7029	2.7390E-03
	$\beta = 0.05$	100%	6.1751E-05	6.5919E-05	0.3230	7.7413E-05	0.7042	2.7021E-03
		75%	6.1738E-05	6.6047E-05	0.3198	7.7904E-05	0.7033	2.7686E-03
		50%	6.1732E-05	6.6035E-05	0.3179	8.7012E-05	0.7029	2.7926E-03
	$\beta = 0.1$	100%	6.1754E-05	6.5931E-05	0.3230	7.7274E-05	0.7037	2.7389E-03
		75%	6.1739E-05	6.6057E-05	0.3155	7.7772E-05	0.7031	2.7794E-03
		50%	6.1732E-05	6.6036E-05	0.3179	8.7568E-05	0.7029	2.7946E-03

Apéndice B: Tablas de resultados de la evaluación de NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de carga armónica

Tabla B-2. Resultados de las FRF del análisis dinámico del aerogenerador NREL 5MW junto con la dinámica de los dispositivos NS-NIDVA bajo condiciones de cargas armónicas. (Torre en la dirección del Frente-Atrás, coordenada generalizada q_7).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de carga armónica (Torre dirección Frente-Atrás)								
Casos de estudio			Velocidades nominales del aerogenerador		Frecuencia estática de la torre		Frecuencia estática de los álabes	
			6.9 RPM Desplazamiento (m)	12.1 RPM Desplazamiento (m)	(Hz)	(m)	(Hz)	(m)
Respuesta base			8.0814E-07	1.5905E-06	0.3251	9.0516E-05	0.6995	1.0991E-04
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	1.3762E-06	1.4397E-06	0.4190	7.5389E-06	0.7002	3.5387E-03
		75%	9.5536E-07	1.7759E-06	0.3437	9.1480E-06	0.6974	3.5772E-03
		50%	8.3958E-07	1.6471E-06	0.3276	2.7125E-05	0.6995	3.5909E-03
	$\beta = 0.05$	100%	1.2947E-06	1.3821E-06	0.4342	8.3435E-06	0.7006	3.5172E-03
		75%	9.3906E-07	1.7441E-06	0.3469	8.7380E-06	0.6998	3.5722E-03
		50%	8.3704E-07	1.6424E-06	0.3280	2.5964E-05	0.6995	3.5900E-03
	$\beta = 0.1$	100%	1.3762E-06	1.4397E-06	0.4190	7.5389E-06	0.7002	3.5387E-03
		75%	9.5536E-07	1.7759E-06	0.3437	9.1480E-06	0.6997	3.5772E-03
		50%	8.3958E-07	1.6471E-06	0.3276	2.7125E-05	0.6995	3.5909E-03
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	1.4405E-06	1.4991E-06	0.4117	6.7333E-06	0.7002	5.8020E-03
		75%	9.6680E-07	1.8089E-06	0.3469	8.9758E-06	0.6997	6.1452E-03
		50%	8.4073E-07	1.6504E-06	0.3285	2.5788E-05	0.6995	6.2808E-03
	$\beta = 0.05$	100%	1.3452E-06	1.4380E-06	0.4302	7.4527E-06	0.7008	5.5913E-03
		75%	9.4640E-07	1.7616E-06	0.3519	8.4801E-06	0.6999	6.0799E-03
		50%	8.3754E-07	1.6431E-06	0.3290	2.4311E-05	0.6995	6.2684E-03
	$\beta = 0.1$	100%	1.4408E-06	1.4991E-06	0.4116	6.7353E-06	0.7002	5.8020E-03
		75%	9.6680E-07	1.8089E-06	0.3466	8.9757E-06	0.6997	6.1452E-03
		50%	8.4073E-07	1.6504E-06	0.3285	2.5788E-05	0.6995	6.2808E-03
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	1.1658E-06	1.2718E-06	0.4339	7.6118E-06	0.7002	6.1490E-03
		75%	9.5092E-07	1.7496E-06	0.3458	8.3611E-06	0.6997	6.2612E-03
		50%	8.3944E-07	1.6445E-06	0.3283	2.5097E-05	0.6995	6.3035E-03
	$\beta = 0.05$	100%	1.1161E-06	1.2157E-06	0.4502	8.5736E-06	0.7007	6.0462E-03
		75%	9.3722E-07	1.6393E-06	0.3494	7.9944E-06	0.6999	6.2306E-03
		50%	8.3737E-07	1.7138E-06	0.3288	2.3940E-05	0.6995	6.2978E-03
	$\beta = 0.1$	100%	1.1685E-06	1.2718E-06	0.4339	7.6118E-06	0.7002	6.1490E-03
		75%	9.5092E-07	1.7496E-06	0.3458	8.3611E-06	0.6997	6.2612E-03
		50%	8.3944E-07	1.6445E-06	0.3283	2.5097E-05	0.6995	6.3035E-03

Apéndice C: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones ruido blanco gaussiano

Tabla C-1. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_4).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_4)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	1.14	-4.57	-2.30	0.48	0.32	0.96	0.29	0.67	0.57
		75%	-1.51	-4.91	-3.04	0.12	0.01	0.25	0.10	0.21	0.19
		50%	-1.61	-4.93	-3.24	0.02	-0.01	0.04	0.02	0.05	0.04
	$\beta = 0.05$	100%	-1.56	-1.51	-3.15	0.79	0.49	1.58	0.42	1.26	0.85
		75%	-0.58	-0.77	-1.16	0.16	-0.02	0.33	0.15	0.33	0.30
		50%	-0.11	-0.20	-0.23	0.03	-0.02	0.05	0.03	0.07	0.06
	$\beta = 0.1$	100%	-1.91	-1.51	-3.86	1.25	0.40	2.49	0.55	1.66	1.10
		75%	-0.79	-1.03	-1.58	0.23	0.10	0.46	0.20	0.48	0.40
		50%	-0.16	-0.26	-0.31	0.03	-0.03	0.07	0.04	0.11	0.08
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	1.19	1.14	2.37	2.36	2.16	4.67	1.02	1.70	2.04
		75%	0.31	0.23	0.62	0.72	0.53	1.44	0.34	0.55	0.68
		50%	0.06	-0.01	0.11	0.14	0.09	0.27	0.07	0.11	0.13
	$\beta = 0.05$	100%	1.23	1.37	2.45	3.35	2.77	6.60	1.38	2.52	2.75
		75%	0.17	0.04	0.33	0.94	0.71	1.87	0.46	0.79	0.93
		50%	0.02	-0.06	0.04	0.17	0.10	0.34	0.09	0.17	0.18
	$\beta = 0.1$	100%	1.85	2.41	3.66	4.58	3.63	8.96	1.74	3.49	3.45
		75%	0.11	-0.03	0.22	1.20	0.99	2.38	0.59	1.09	1.18
		50%	0.00	-0.10	0.00	0.21	0.13	0.42	0.12	0.23	0.23
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	-1.40	-1.68	-2.82	0.17	0.01	0.34	0.20	0.56	0.39
		75%	-0.47	-0.64	-0.94	0.02	-0.09	0.04	0.07	0.17	0.14
		50%	-0.09	-0.16	-0.18	0.00	-0.04	0.00	0.01	0.04	0.03
	$\beta = 0.05$	100%	-2.30	-2.23	-4.65	0.42	-0.03	0.84	0.31	1.19	0.61
		75%	-0.81	-1.03	-1.62	0.03	-0.13	0.07	0.11	0.31	0.23
		50%	-0.16	-0.25	-0.31	0.00	-0.05	0.00	0.02	0.07	0.05
	$\beta = 0.1$	100%	-2.80	-2.26	-5.68	0.85	-0.02	1.70	0.41	1.54	0.81
		75%	-1.07	-1.36	-2.16	0.08	-0.06	0.16	0.16	0.45	0.32
		50%	-0.21	-0.32	-0.42	0.00	-0.06	0.00	0.03	0.10	0.07

Apéndice C: Tablas de resultados de la evaluación de NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de ruido blanco gaussiano

Tabla C-2. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_5).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_5)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	-1.19	-3.97	-2.40	0.48	0.54	0.96	0.29	0.73	0.57
		75%	-1.56	-4.52	-3.14	0.12	0.01	0.25	0.10	0.27	0.19
		50%	-1.66	-4.51	-3.35	0.02	0.02	0.04	0.02	0.07	0.04
	$\beta = 0.05$	100%	-1.62	-0.98	-3.26	0.80	0.49	1.59	0.42	1.21	0.84
		75%	-0.60	-0.70	-1.20	0.16	0.09	0.33	0.15	0.43	0.30
		50%	-0.12	-0.17	-0.23	0.03	0.01	0.05	0.03	0.10	0.06
	$\beta = 0.1$	100%	-1.99	-1.10	-4.02	1.26	0.80	2.51	0.55	1.71	1.09
		75%	-0.81	-0.89	-1.63	0.23	0.21	0.46	0.20	0.57	0.40
		50%	-0.16	-0.22	-0.32	0.03	0.00	0.06	0.04	0.14	0.08
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	1.16	1.28	2.31	2.37	2.33	4.68	1.02	1.73	2.03
		75%	0.30	0.27	0.60	0.72	0.58	1.44	0.34	0.55	0.67
		50%	0.05	0.02	0.11	0.14	0.14	0.27	0.07	0.11	0.13
	$\beta = 0.05$	100%	1.18	1.68	2.34	3.36	2.98	6.62	1.38	2.58	2.74
		75%	0.15	0.12	0.30	0.94	0.87	1.87	0.46	0.84	0.92
		50%	0.02	-0.40	0.03	0.17	0.15	0.34	0.09	0.18	0.18
	$\beta = 0.1$	100%	1.77	2.64	3.50	4.60	3.97	8.99	1.73	3.53	3.44
		75%	0.08	0.11	0.17	1.20	1.19	2.38	0.59	1.13	1.17
		50%	-0.01	-0.07	-0.01	0.21	0.18	0.42	0.12	0.23	0.23
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	-1.43	-1.36	-2.89	0.17	0.19	0.34	0.19	0.63	0.39
		75%	-0.48	-0.61	-0.96	0.02	-0.10	0.04	0.07	0.24	0.14
		50%	-0.09	-0.13	-0.19	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06	0.03
	$\beta = 0.05$	100%	-2.36	-1.63	-4.78	0.43	0.13	0.85	0.30	1.14	0.61
		75%	-0.83	-0.95	-1.66	0.03	-0.01	0.07	0.11	0.41	0.23
		50%	-0.16	-0.22	-0.32	0.00	-0.01	0.00	0.02	0.09	0.05
	$\beta = 0.1$	100%	-2.88	-1.83	-5.85	0.86	0.29	1.71	0.40	1.62	0.80
		75%	-1.10	-1.17	-2.21	0.08	0.06	0.16	0.16	0.54	0.32
		50%	-0.21	-0.29	-0.43	0.00	-0.02	0.00	0.03	0.13	0.07

Apéndice C: Tablas de resultados de la evaluación de NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de ruido blanco gaussiano

Tabla C-3. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_6).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_6)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	-1.65	-4.10	-3.32	0.49	0.30	0.98	0.28	0.61	0.57
		75%	-2.02	-4.41	-4.07	0.13	0.00	0.25	0.10	0.18	0.19
		50%	-2.12	-4.42	-4.29	0.02	0.00	0.04	0.02	0.03	0.04
	$\beta = 0.05$	100%	-1.59	-1.27	-3.22	0.81	0.11	1.62	0.42	1.21	0.84
		75%	-0.59	-0.63	-1.18	0.17	0.17	0.34	0.15	0.32	0.30
		50%	-0.12	-0.18	0.23	0.03	-0.04	0.05	0.03	0.05	0.06
	$\beta = 0.1$	100%	-1.96	-1.13	-3.95	1.28	0.56	2.54	0.55	1.68	1.09
		75%	-0.80	-0.80	-1.61	0.24	0.16	0.47	0.20	0.45	0.40
		50%	-0.16	-0.23	-0.32	0.03	-0.05	0.07	0.04	0.07	0.08
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	1.16	1.25	2.31	2.35	2.03	4.65	1.02	1.66	2.04
		75%	0.30	0.19	0.61	0.72	0.57	1.44	0.34	0.55	0.68
		50%	0.05	-0.01	0.11	0.14	0.09	0.27	0.07	0.10	0.13
	$\beta = 0.05$	100%	1.18	1.51	2.35	3.35	2.44	6.59	1.38	2.50	2.75
		75%	0.15	0.15	0.31	0.94	0.93	1.87	0.46	0.79	0.92
		50%	0.02	-0.05	0.04	0.17	0.08	0.34	0.09	0.13	0.18
	$\beta = 0.1$	100%	1.78	2.69	3.53	4.59	4.00	8.96	1.74	3.33	3.45
		75%	0.09	0.09	0.18	1.20	1.02	2.38	0.59	1.02	1.17
		50%	0.00	-0.11	-0.01	0.21	0.10	0.42	0.12	0.17	0.23
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	-1.42	-1.38	-2.85	0.18	-0.07	0.36	0.19	0.52	0.38
		75%	-0.47	-0.59	-0.95	0.02	-0.09	0.05	0.07	0.15	0.13
		50%	-0.09	-0.14	-0.18	0.00	-0.03	0.00	0.01	0.03	0.03
	$\beta = 0.05$	100%	-2.33	-1.89	-4.72	0.45	-0.37	0.89	0.30	1.12	0.60
		75%	-0.81	-0.85	-1.64	0.04	0.08	0.08	0.11	0.30	0.22
		50%	-0.16	-0.22	-0.32	0.00	-0.07	0.00	0.02	0.04	0.05
	$\beta = 0.1$	100%	-2.85	-1.73	-5.78	0.88	0.16	1.76	0.40	1.57	0.80
		75%	-1.08	-1.08	-2.18	0.09	-0.02	0.18	0.16	0.40	0.31
		50%	-0.21	-0.29	-0.42	0.00	-0.09	0.01	0.03	0.05	0.07

Apéndice C: Tablas de resultados de la evaluación de NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de ruido blanco gaussiano

Tabla C-4. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_7).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de ruido blanco gaussiano (coordenada generalizada q_7)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	11.46	8.24	21.61	9.30	11.74	17.74	17.70	13.05	32.27
		75%	10.58	7.65	18.06	9.98	11.05	18.06	16.48	12.09	30.25
		50%	8.94	3.40	17.09	6.72	7.09	13.00	11.21	8.19	21.17
	$\beta = 0.05$	100%	6.24	4.95	12.09	7.80	9.72	14.99	16.70	12.21	30.61
		75%	9.44	2.69	17.99	9.06	10.77	17.30	16.36	11.95	30.04
		50%	7.50	6.93	14.43	6.82	7.14	13.17	11.49	8.39	21.66
	$\beta = 0.1$	100%	3.99	3.11	7.82	6.62	8.15	12.80	15.80	11.62	29.11
		75%	8.77	6.97	16.77	8.70	10.49	16.64	16.20	11.87	29.78
		50%	7.49	6.84	14.41	6.85	7.16	13.23	11.64	8.51	21.92
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	10.39	8.97	19.70	10.57	12.76	20.02	18.01	13.49	32.78
		75%	10.61	8.85	20.09	9.87	11.32	18.77	16.60	12.19	30.44
		50%	7.58	7.11	14.59	6.86	7.20	13.25	11.34	8.30	21.39
	$\beta = 0.05$	100%	7.79	6.77	14.97	9.22	10.83	17.59	16.86	12.57	30.88
		75%	9.80	8.09	18.65	9.47	11.20	18.04	16.45	12.11	30.19
		50%	7.68	7.01	14.77	7.00	7.28	13.52	11.69	8.56	22.02
	$\beta = 0.1$	100%	5.88	5.00	11.42	8.29	9.81	15.89	15.81	11.99	29.12
		75%	9.11	7.48	17.39	9.14	10.91	17.44	16.27	11.97	29.89
		50%	7.70	6.93	14.80	7.07	7.39	13.63	11.89	8.71	22.36
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	8.37	6.73	16.04	8.94	11.32	17.08	17.69	13.13	32.25
		75%	10.18	8.36	19.32	9.50	11.26	18.09	16.71	12.26	30.63
		50%	7.65	7.09	14.71	6.92	7.28	13.36	11.57	8.47	21.81
	$\beta = 0.05$	100%	5.23	3.90	10.18	7.22	9.01	13.92	16.57	12.32	30.40
		75%	9.31	7.40	17.75	9.02	10.82	17.22	16.56	12.21	30.37
		50%	7.70	6.97	14.80	7.01	7.34	13.53	11.86	8.68	22.31
	$\beta = 0.1$	100%	2.60	1.70	5.14	5.85	7.21	11.36	15.55	11.57	28.69
		75%	8.53	6.73	16.33	8.59	10.42	16.45	16.38	12.06	30.07
		50%	7.68	6.88	14.77	7.04	4.40	13.58	12.02	8.81	22.59

Apéndice D: Gráficas de barras de los resultados de las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 y q_6 de la respuesta del sistema bajo ruido blanco gaussiano

D.1. Velocidad de rotación de los álabes (6.9 RPM)

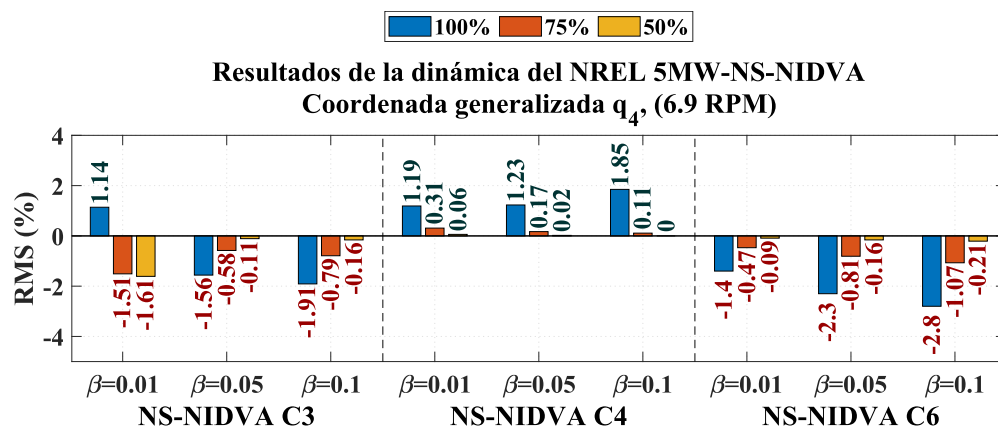


Figura D-1. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

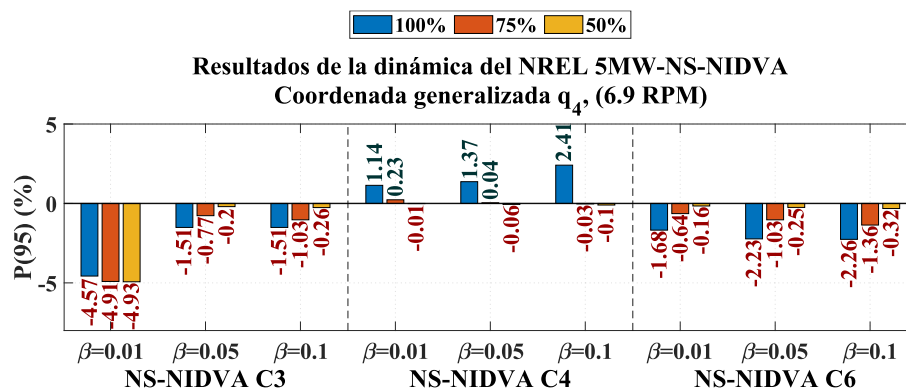


Figura D-2. Comparación del valor P(95) de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

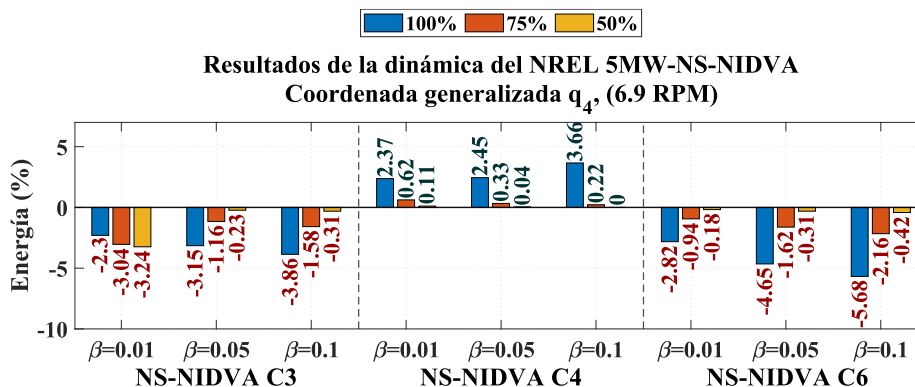


Figura D-3. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

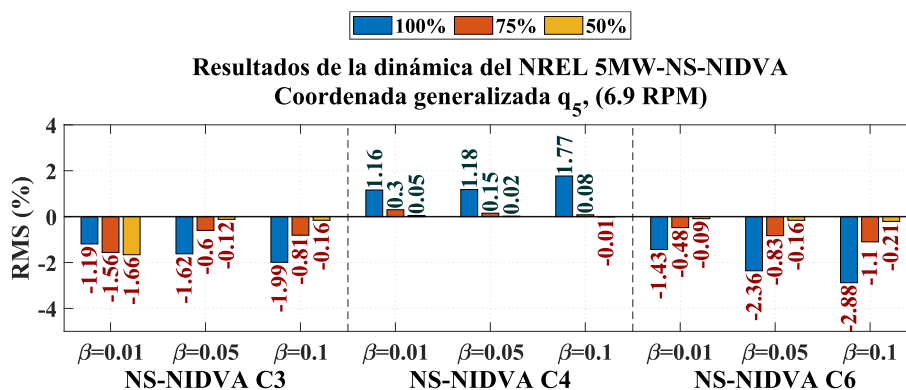


Figura D-4. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

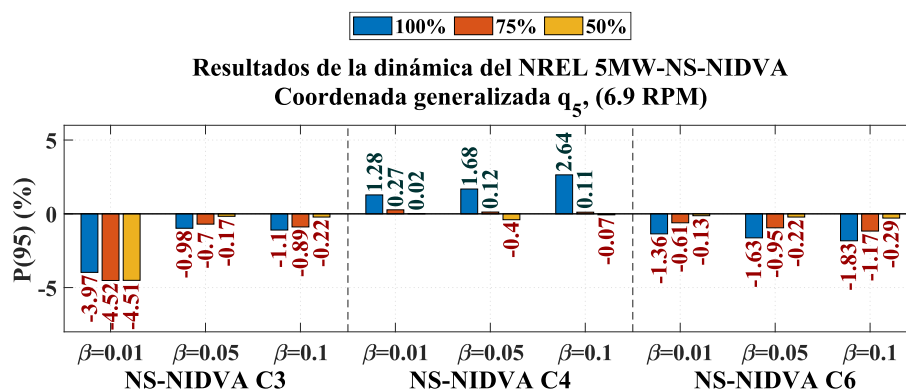


Figura D-5. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

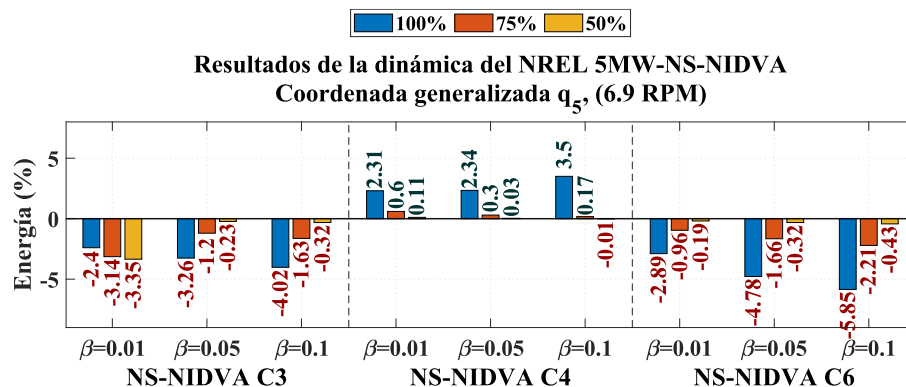


Figura D-6. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

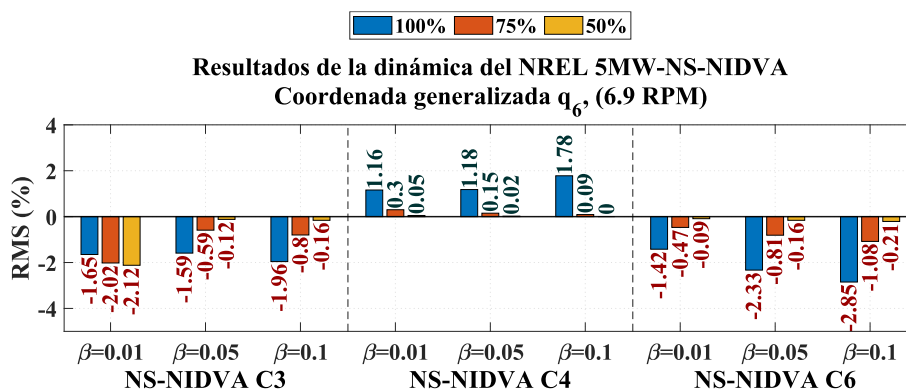


Figura D-7. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

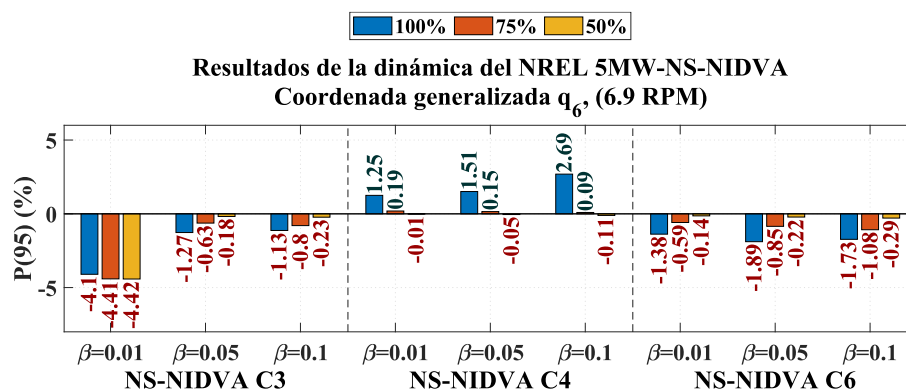


Figura D-8. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

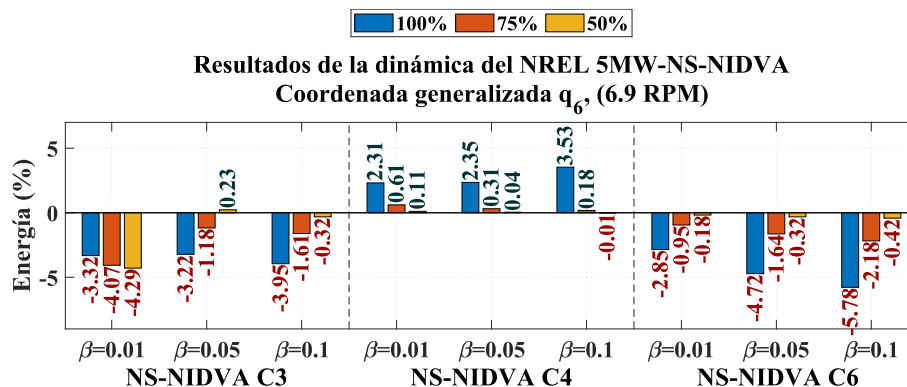


Figura D-9 Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

D.2. Velocidad de rotación de los álabes (12.1 RPM)

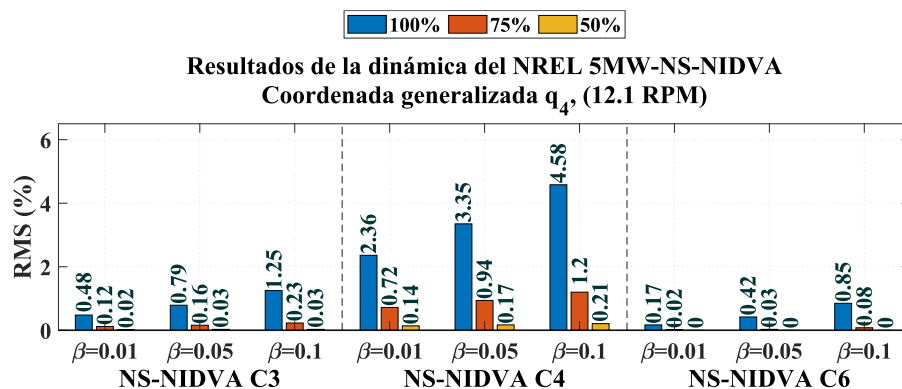


Figura D-10. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

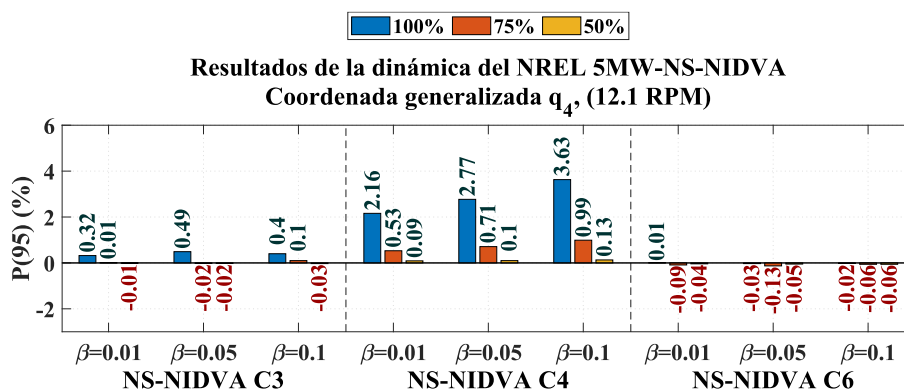


Figura D-11. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

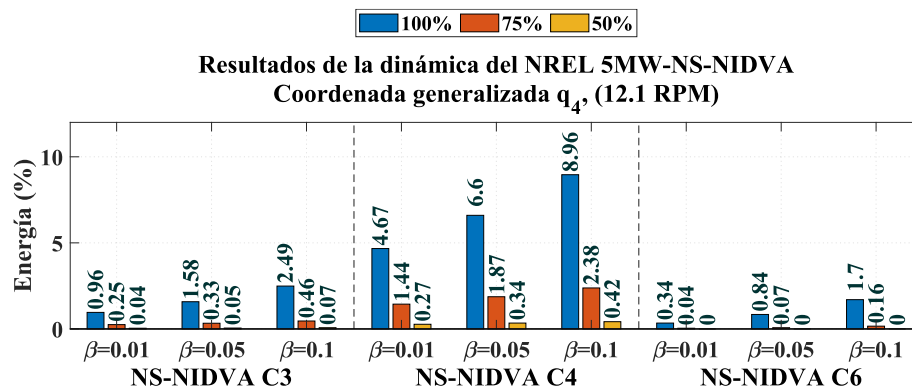


Figura D-12. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

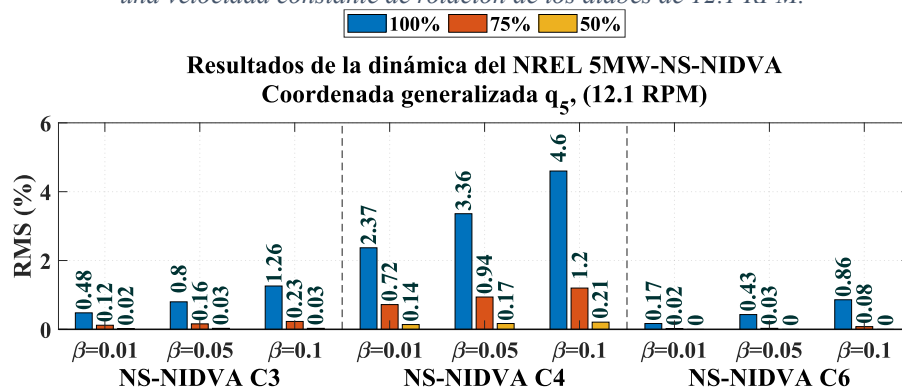


Figura D-13. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

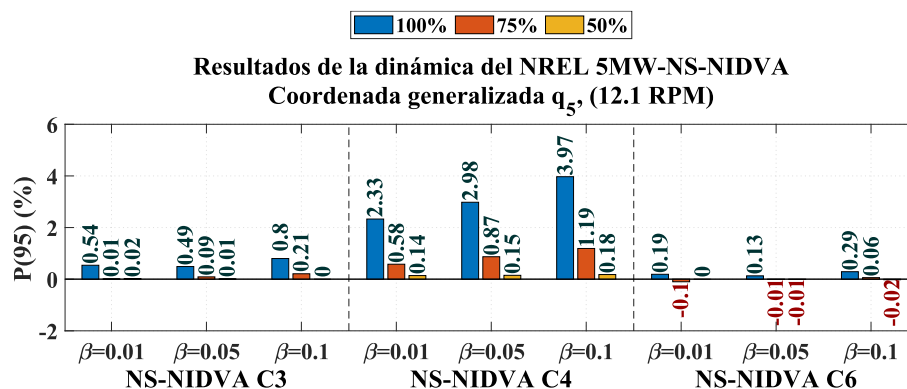


Figura D-14. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

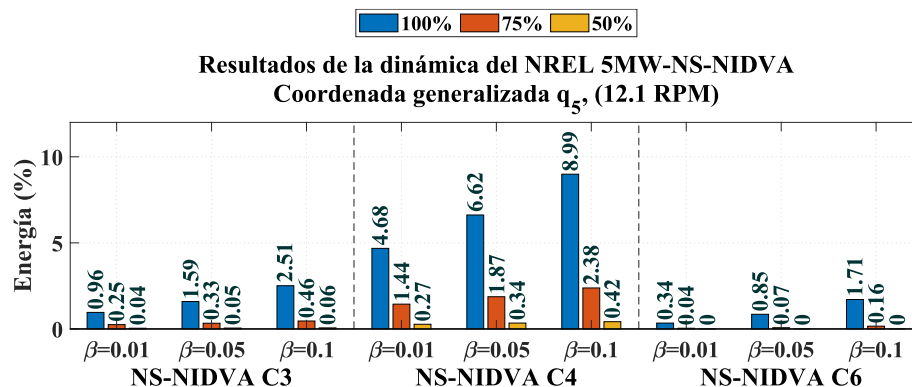


Figura D-15. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

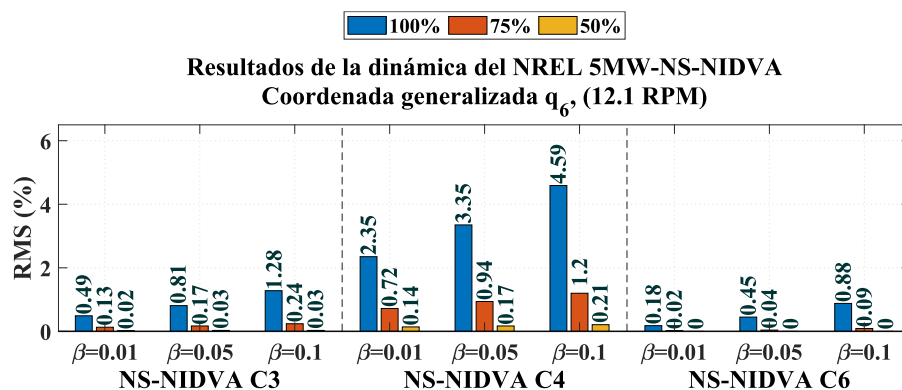


Figura D-16. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

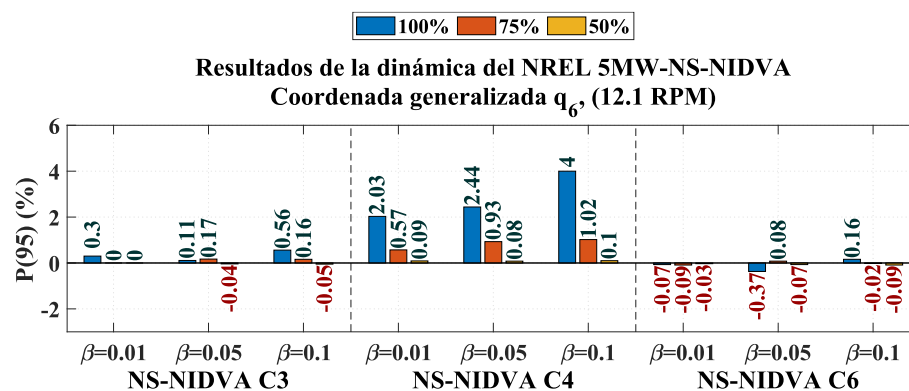


Figura D-17. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

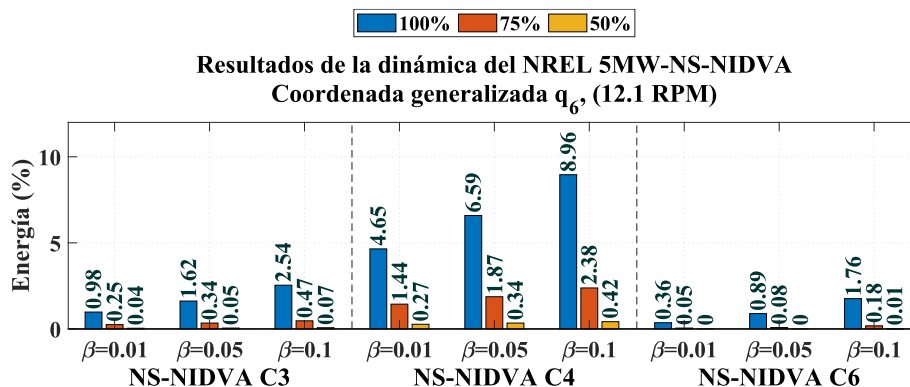


Figura D-18. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

D.3. Velocidad de rotación de los álabes (19.51 RPM)

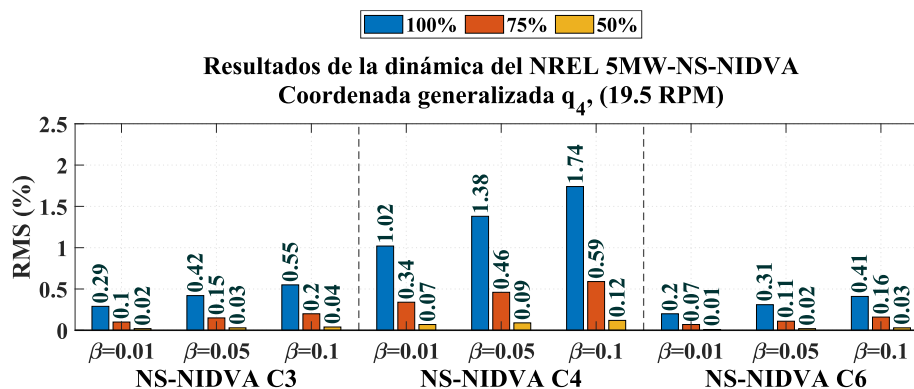


Figura D- 19. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

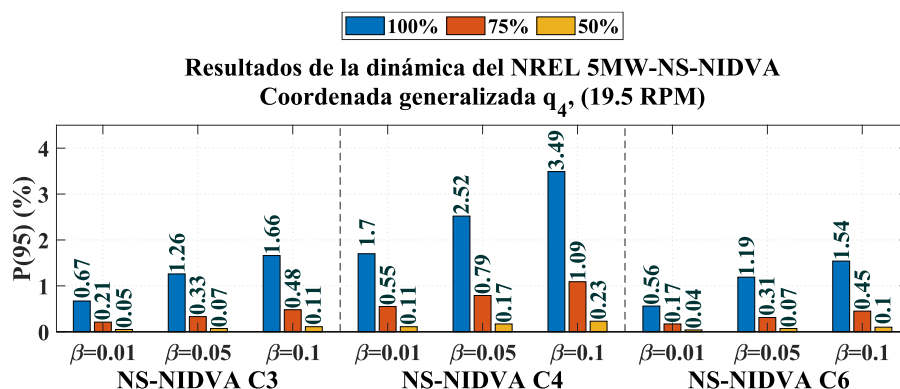


Figura D-20. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

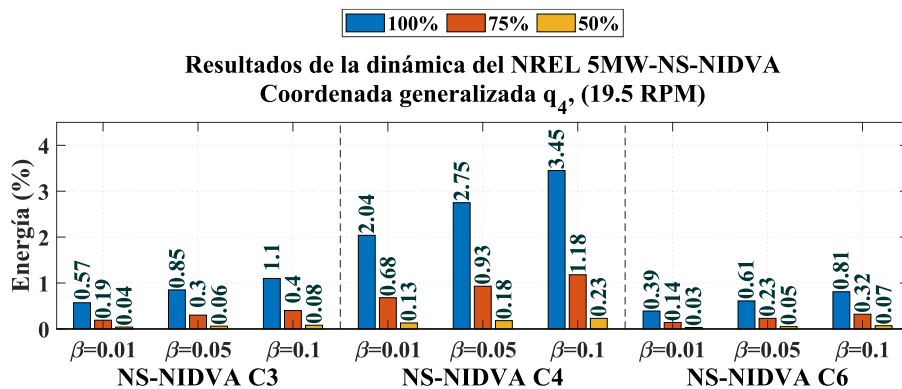


Figura D-21. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

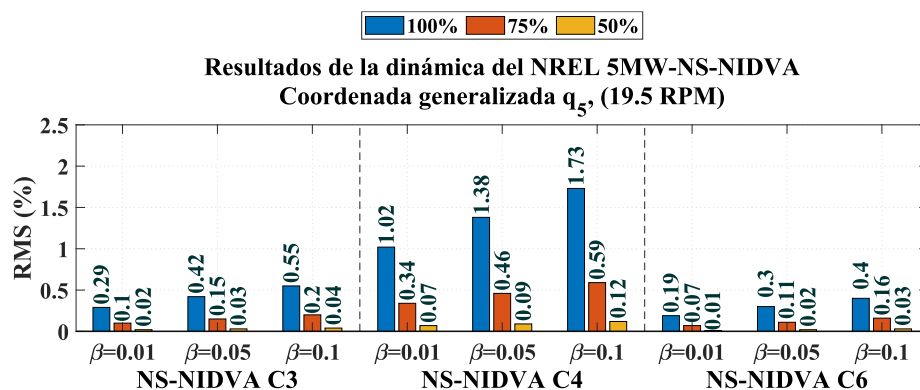


Figura D-22. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

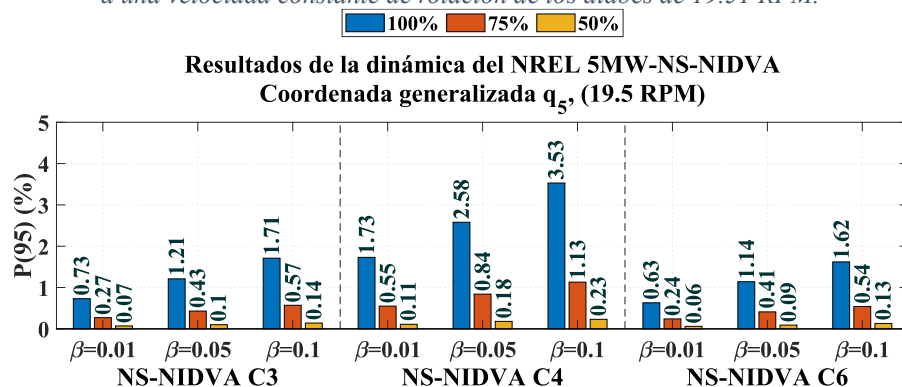


Figura D-23. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

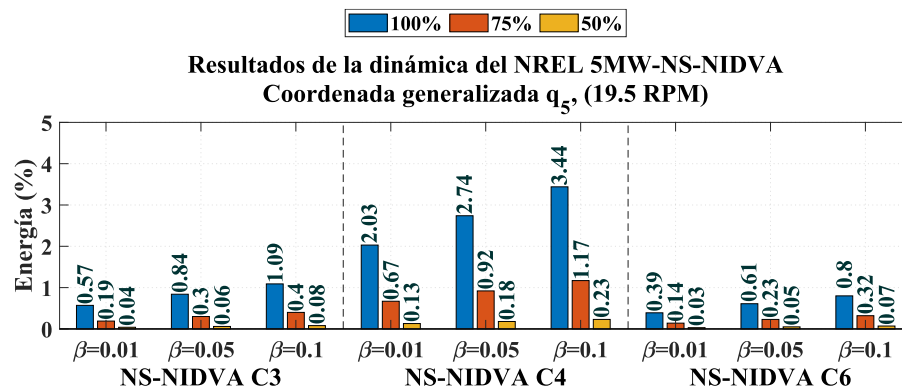


Figura D-24. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

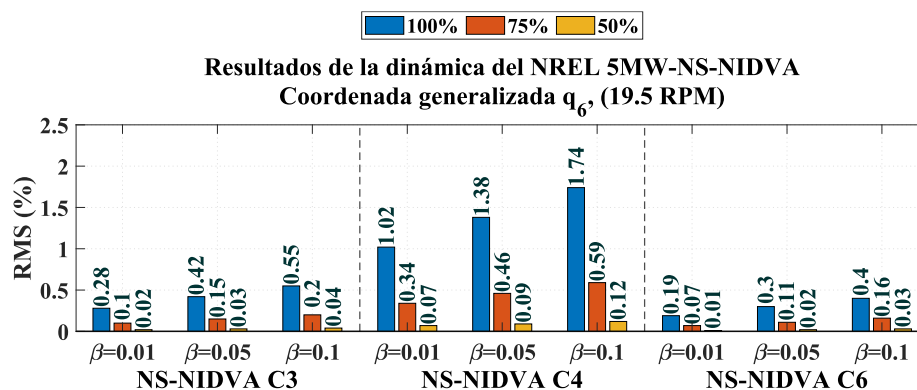


Figura D-25. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

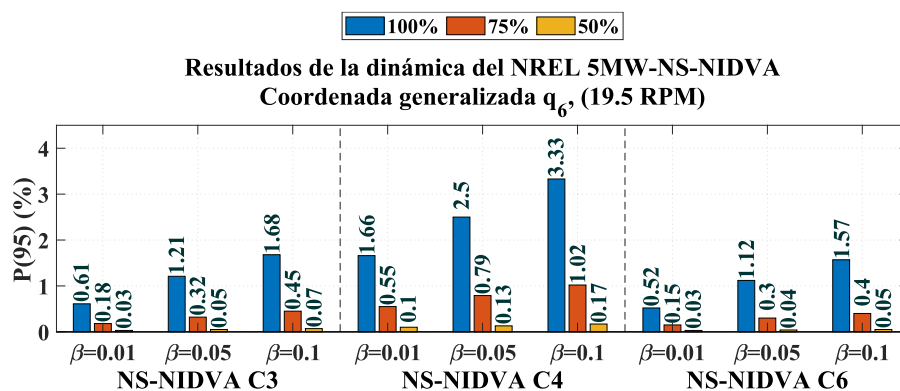


Figura D-26. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

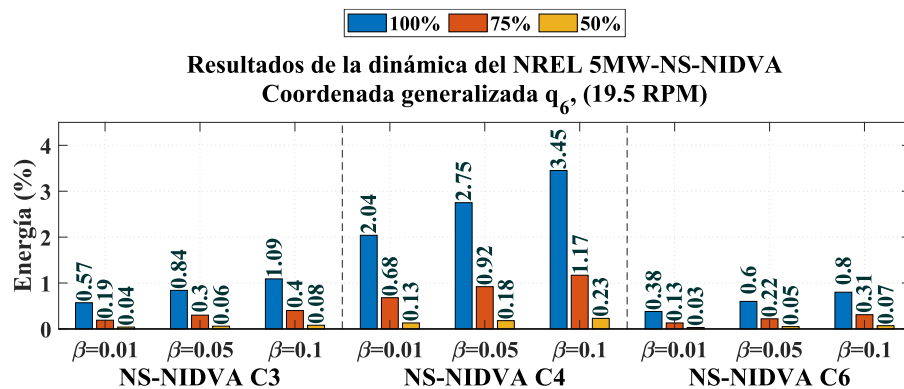


Figura D-27. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo condiciones de ruido blanco gaussiano, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

Apéndice E: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas aerodinámicas

Tabla E-1. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_4).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_4)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	0.54	0.91	1.08	0.12	0.26	0.24	-0.06	-0.13	-0.12
		75%	0.34	0.56	0.67	0.06	0.15	0.11	-0.08	-0.14	-0.17
		50%	0.18	0.10	0.35	0.01	0.12	0.02	-0.07	-0.09	-0.14
	$\beta = 0.05$	100%	0.71	1.18	1.41	0.17	0.36	0.34	-0.03	-0.09	-0.07
		75%	0.40	0.67	0.81	0.07	0.18	0.15	-0.07	-0.17	-0.15
		50%	0.20	0.14	0.40	0.01	0.12	0.03	-0.07	-0.10	-0.15
	$\beta = 0.1$	100%	0.82	1.36	1.64	0.22	0.32	0.43	0.00	-0.20	0.00
		75%	0.46	0.80	0.92	0.09	0.22	0.18	-0.07	-0.19	-0.13
		50%	0.22	0.17	0.45	0.02	0.13	0.04	-0.08	-0.11	-0.15
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	0.75	1.14	1.50	0.19	0.33	0.38	0.05	0.00	0.10
		75%	0.42	0.67	0.83	0.08	0.17	0.16	-0.05	-0.09	-0.09
		50%	0.20	0.12	0.40	0.01	0.12	0.03	-0.07	-0.08	-0.13
	$\beta = 0.05$	100%	0.97	1.46	1.93	0.27	0.36	0.54	0.12	0.02	0.24
		75%	0.51	0.80	1.02	0.11	0.23	0.21	-0.03	-0.11	-0.05
		50%	0.23	0.17	0.46	0.02	0.13	0.04	-0.07	-0.10	-0.13
	$\beta = 0.1$	100%	1.12	1.60	2.22	0.34	0.33	0.69	0.20	-0.04	0.40
		75%	0.59	0.96	1.18	0.13	0.26	0.26	-0.01	-0.11	-0.01
		50%	0.26	0.22	0.52	0.03	0.13	0.05	-0.07	-0.11	-0.13
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	0.53	0.92	1.05	0.12	0.27	0.23	-0.08	-0.13	-0.16
		75%	0.33	0.58	0.66	0.05	0.15	0.11	-0.09	-0.15	-0.18
		50%	0.18	0.10	0.36	0.01	0.12	0.02	-0.07	-0.09	-0.15
	$\beta = 0.05$	100%	0.70	1.15	1.39	0.17	0.35	0.33	-0.05	-0.11	-0.11
		75%	0.40	0.72	0.80	0.07	0.18	0.15	-0.08	-0.19	-0.16
		50%	0.21	0.15	0.42	0.02	0.12	0.03	-0.08	-0.11	-0.15
	$\beta = 0.1$	100%	0.81	1.33	1.61	0.21	0.30	0.43	-0.02	-0.27	-0.04
		75%	0.46	0.80	0.92	0.09	0.23	0.18	-0.07	-0.21	-0.15
		50%	0.23	0.20	0.46	0.02	0.13	0.04	-0.08	-0.11	-0.16

Apéndice E: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas aerodinámicas

Tabla E-2. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_5).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_5)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	0.44	0.52	0.87	0.02	-0.03	0.04	0.02	-0.06	0.03
		75%	0.28	0.15	0.56	0.00	0.00	0.01	-0.03	-0.09	-0.07
		50%	0.17	0.00	0.33	0.01	0.00	0.02	-0.03	-0.06	-0.07
	$\beta = 0.05$	100%	0.57	0.53	1.13	0.08	0.08	0.15	0.09	0.05	0.19
		75%	0.34	0.24	0.69	0.02	-0.03	0.03	-0.01	-0.08	-0.02
		50%	0.19	0.02	0.38	0.01	-0.02	0.03	-0.03	-0.06	-0.05
	$\beta = 0.1$	100%	0.64	0.36	1.27	0.13	0.20	0.27	0.17	0.23	0.33
		75%	0.40	0.27	0.79	0.03	-0.01	0.06	0.01	-0.06	0.02
		50%	0.21	0.03	0.41	0.02	-0.02	0.03	-0.02	-0.05	-0.04
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	0.61	0.67	1.21	0.09	0.06	0.19	0.14	0.09	0.27
		75%	0.34	0.25	0.69	0.03	0.00	0.05	0.01	-0.07	0.01
		50%	0.18	0.01	0.37	0.01	0.01	0.03	-0.02	-0.06	-0.05
	$\beta = 0.05$	100%	0.77	0.56	1.53	0.18	0.29	0.37	0.26	0.32	0.53
		75%	0.43	0.29	0.86	0.05	0.02	0.10	0.04	-0.06	0.09
		50%	0.21	0.03	0.42	0.02	-0.01	0.04	-0.02	-0.05	-0.03
	$\beta = 0.1$	100%	0.84	0.57	1.68	0.28	0.39	0.56	0.39	0.47	0.79
		75%	0.50	0.41	1.00	0.07	0.04	0.14	0.08	0.03	0.16
		50%	0.24	0.06	0.47	0.03	-0.01	0.05	-0.01	-0.05	-0.02
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	0.41	0.54	0.83	0.01	-0.05	0.02	0.00	-0.07	0.01
		75%	0.27	0.14	0.55	0.00	-0.04	0.00	-0.04	-0.08	-0.08
		50%	0.17	-0.01	0.34	0.01	-0.02	0.02	-0.03	-0.06	-0.07
	$\beta = 0.05$	100%	0.55	0.44	1.09	0.07	0.06	0.14	0.08	0.05	0.16
		75%	0.34	0.20	0.68	0.01	-0.04	0.02	-0.02	-0.08	-0.03
		50%	0.19	0.02	0.39	0.01	-0.02	0.03	-0.03	-0.06	-0.06
	$\beta = 0.1$	100%	0.62	0.31	1.23	0.13	0.21	0.27	0.16	0.23	0.32
		75%	0.40	0.27	0.79	0.03	-0.02	0.05	0.01	-0.04	0.01
		50%	0.21	0.03	0.42	0.02	-0.02	0.03	-0.02	-0.06	-0.05

Apéndice E: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas aerodinámicas

Tabla E-3. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_6).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_6)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	0.36	1.16	0.72	-0.07	-0.09	-0.14	0.22	0.37	0.44
		75%	0.21	0.50	0.42	-0.04	-0.04	-0.08	0.17	0.19	0.34
		50%	0.10	0.28	0.19	-0.01	-0.02	-0.02	0.12	0.09	0.24
	$\beta = 0.05$	100%	0.48	1.47	0.95	-0.09	-0.14	-0.18	0.27	0.63	0.55
		75%	0.27	0.58	0.53	-0.06	-0.08	-0.11	0.19	0.26	0.38
		50%	0.11	0.29	0.23	-0.02	-0.02	-0.03	0.13	0.10	0.25
	$\beta = 0.1$	100%	0.54	1.51	1.08	-0.09	-0.23	-0.17	0.33	0.78	0.66
		75%	0.31	0.65	0.63	-0.07	-0.10	-0.13	0.21	0.32	0.41
		50%	0.13	0.30	0.26	-0.02	-0.03	-0.04	0.13	0.11	0.26
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	0.55	1.37	1.10	0.00	0.05	0.01	0.34	0.55	0.67
		75%	0.28	0.58	0.57	-0.02	-0.03	-0.05	0.21	0.24	0.42
		50%	0.11	0.30	0.23	-0.01	-0.02	-0.02	0.13	0.10	0.26
	$\beta = 0.05$	100%	0.70	1.67	1.40	0.00	-0.11	0.01	0.44	0.87	0.87
		75%	0.36	0.72	0.73	-0.03	-0.07	-0.07	0.24	0.34	0.48
		50%	0.14	0.32	0.28	-0.01	0.02	-0.02	0.14	0.12	0.28
	$\beta = 0.1$	100%	0.79	1.93	1.56	0.04	-0.20	0.08	0.54	1.06	1.09
		75%	0.43	0.85	0.86	-0.04	-0.07	-0.08	0.27	0.44	0.55
		50%	0.16	0.29	0.32	-0.01	-0.02	-0.03	0.15	0.13	0.29
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	0.34	1.17	0.68	-0.08	-0.10	-0.16	0.21	0.37	0.41
		75%	0.20	0.54	0.41	-0.05	-0.05	-0.09	0.17	0.19	0.34
		50%	0.10	0.29	0.20	-0.01	-0.02	-0.03	0.12	0.09	0.24
	$\beta = 0.05$	100%	0.45	1.46	0.90	-0.10	-0.15	-0.21	0.26	0.63	0.52
		75%	0.26	0.60	0.52	-0.06	-0.09	-0.13	0.19	0.26	0.37
		50%	0.12	0.29	0.23	-0.02	-0.02	-0.03	0.13	0.11	0.26
	$\beta = 0.1$	100%	0.51	1.57	1.01	-0.10	-0.30	-0.20	0.32	0.79	0.63
		75%	0.31	0.69	0.62	-0.07	-0.11	-0.15	0.20	0.32	0.40
		50%	0.13	0.25	0.27	-0.02	-0.02	-0.04	0.13	0.12	0.27

Apéndice E: Tablas de resultados de la evaluación del NREL 5MW-NS-NIDVA bajo condiciones de cargas aerodinámicas

Tabla E-4. Porcentajes comparativos de la respuesta base del aerogenerador NREL 5MW y el acoplamiento de los dispositivos NS-NIDVAs bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_7).

Resultados del análisis de la dinámica del aerogenerador NREL 5MW bajo condiciones de cargas aerodinámicas (coordenada generalizada q_7)											
Casos de estudios			Velocidades de rotación de los álabes del aerogenerador NREL 5MW								
			6.9 RPM			12.1 RPM			19.51 RPM		
			RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)	RMS (%)	P (95) (%)	Energía (%)
NS-NIDVA C3	$\beta = 0.01$	100%	42.89	51.31	67.38	-32.29	-38.54	-74.99	-37.87	-37.96	-90.09
		75%	42.78	49.54	67.26	-4.31	-7.32	-8.81	-7.33	-7.36	-15.19
		50%	20.25	23.22	36.40	0.71	-1.74	1.41	-0.20	-0.19	-0.40
	$\beta = 0.05$	100%	46.72	54.35	71.62	-23.44	-33.65	-52.38	-28.61	-28.76	-65.40
		75%	44.56	51.17	69.26	-2.34	-5.19	-4.73	-5.34	-5.32	-10.96
		50%	21.36	24.05	38.16	1.12	-1.42	2.23	0.19	0.16	0.38
	$\beta = 0.1$	100%	49.58	56.77	74.59	-16.81	-22.21	-36.45	-21.66	-21.90	-48.00
		75%	45.80	52.39	70.62	-0.74	-3.62	-1.49	-3.72	-3.66	-7.57
		50%	22.06	24.71	39.25	1.45	-1.08	2.87	0.50	0.45	1.00
NS-NIDVA C4	$\beta = 0.01$	100%	42.67	51.09	67.14	-32.51	-38.58	-75.58	-38.04	-37.89	-90.54
		75%	42.99	49.83	67.51	-4.35	-7.30	-8.89	-7.35	-7.31	-15.24
		50%	20.53	23.41	36.85	0.72	-1.81	1.43	-0.19	-0.20	-0.38
	$\beta = 0.05$	100%	47.53	55.12	72.47	-21.22	-26.72	-16.95	-26.22	-26.31	-59.32
		75%	45.14	51.91	69.90	-1.85	-4.65	-3.74	-4.81	-4.63	-9.86
		50%	21.91	24.62	39.02	1.24	-1.26	2.46	0.30	0.24	0.60
	$\beta = 0.1$	100%	51.18	58.09	76.17	-12.71	-17.56	-27.04	-17.30	-17.55	-37.59
		75%	46.70	53.45	71.59	0.26	-2.48	0.51	-2.66	-2.45	-5.36
		50%	22.82	25.64	40.44	1.66	-0.80	3.30	0.72	0.68	1.43
NS-NIDVA C6	$\beta = 0.01$	100%	27.72	38.17	47.77	-74.89	-84.52	-205.86	-83.11	-84.80	-235.28
		75%	42.46	49.13	66.90	-10.43	-14.87	-21.95	-14.13	-14.81	-30.26
		50%	21.25	24.08	37.99	-0.08	-2.86	-0.16	-1.17	-1.37	-2.35
	$\beta = 0.05$	100%	32.78	42.32	54.83	-62.94	-72.24	-165.51	-70.59	-72.09	-190.99
		75%	44.17	50.68	68.84	-8.67	-13.08	-18.09	-12.37	-13.01	-26.27
		50%	22.43	25.17	39.83	0.29	-2.46	0.58	-0.84	-1.09	-1.69
	$\beta = 0.1$	100%	36.56	45.41	59.76	-53.96	-62.70	-137.04	-61.16	-62.56	-159.73
		75%	45.38	51.78	70.17	-7.23	-11.67	-14.99	-10.92	-11.52	-23.04
		50%	23.20	26.05	41.02	0.57	-2.14	1.15	-0.58	-0.81	-1.15

Apéndice F: Gráficas de barras de los resultados de las coordenadas generalizadas q_4 , q_5 y q_6 de la respuesta del sistema bajo condiciones de carga aerodinámica

F.1. Velocidad de rotación de los álabes (6.9 RPM)

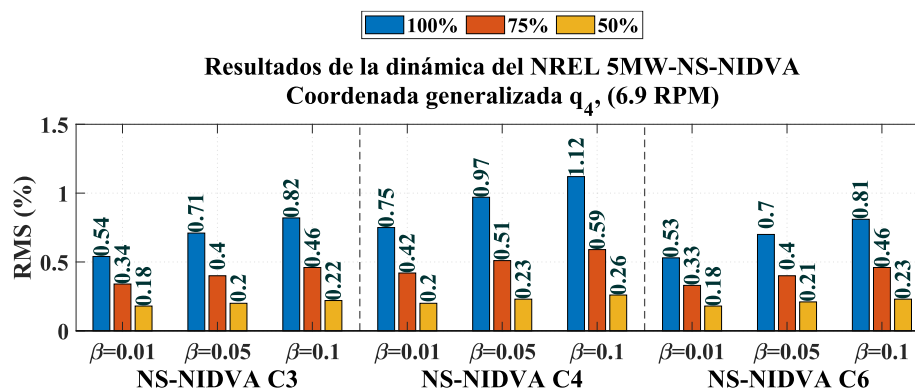


Figura F-1. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

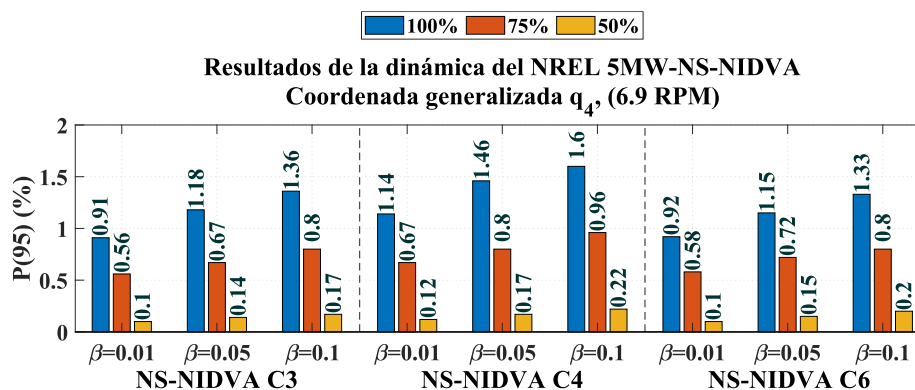


Figura F-2. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

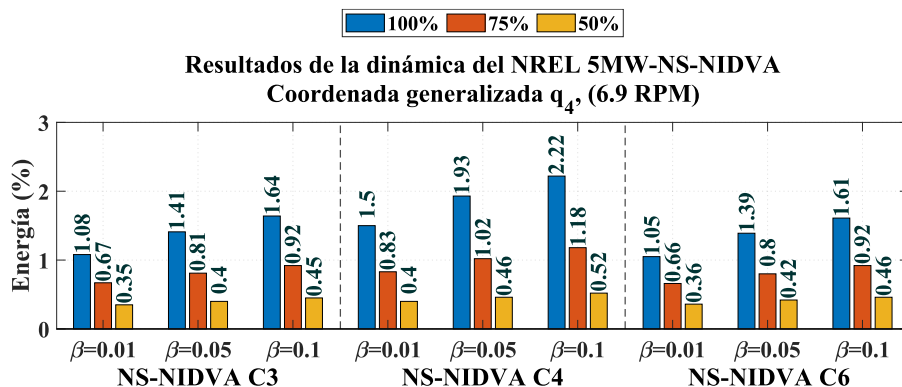


Figura F-3. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

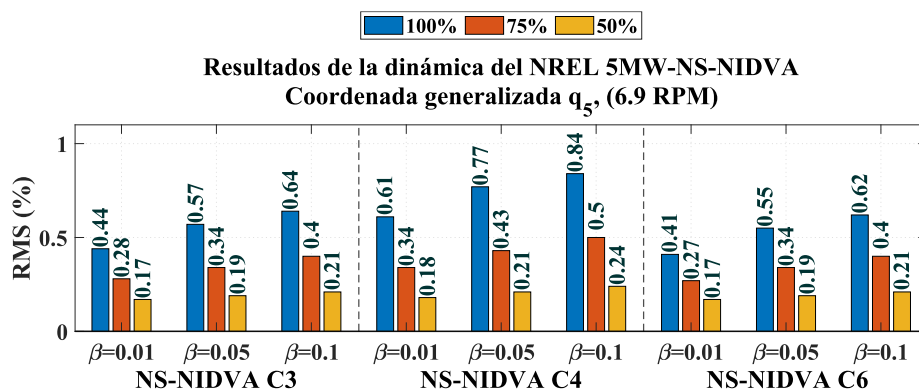


Figura F-4. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

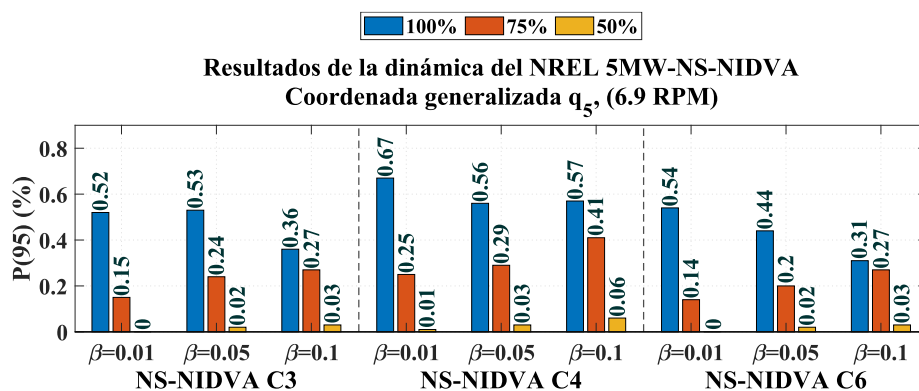


Figura F-5. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

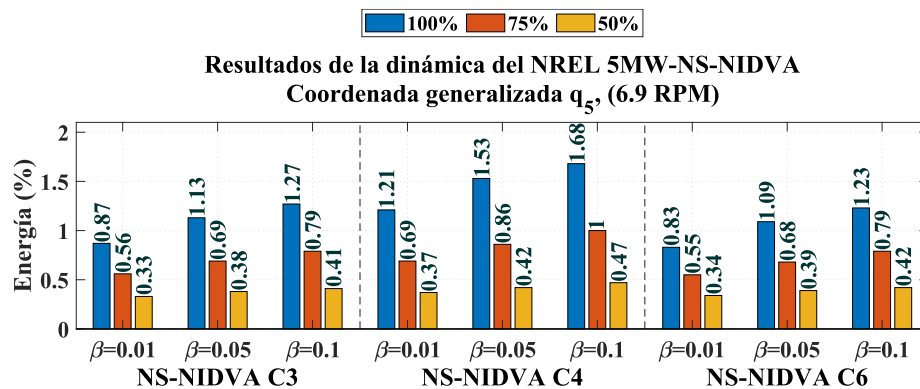


Figura F-6. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

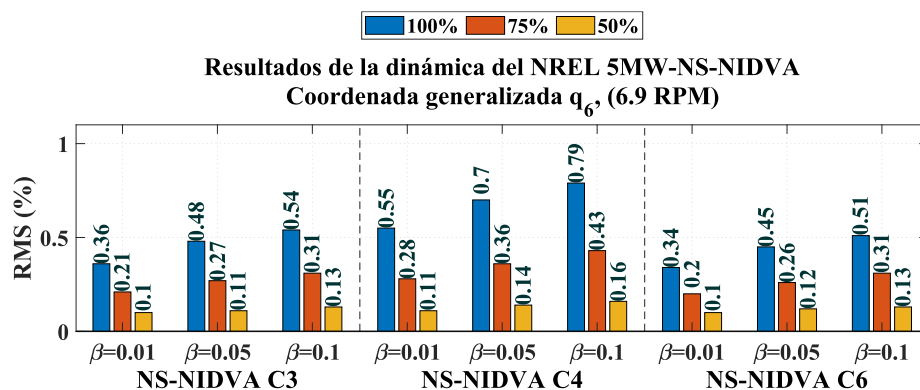


Figura F-7. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

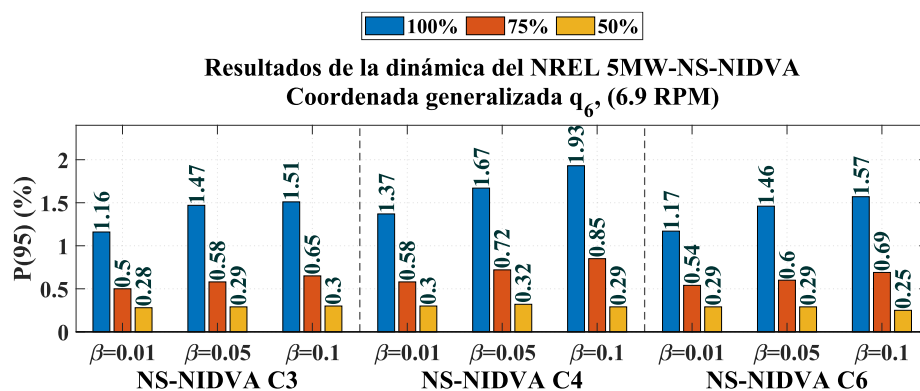


Figura F-8. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

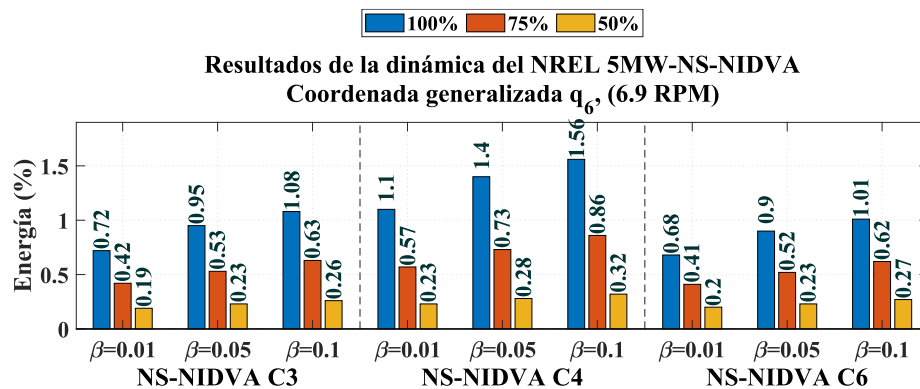


Figura F-9. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 6.9 RPM.

F.2. Velocidad de rotación de los álabes (12.1 RPM)

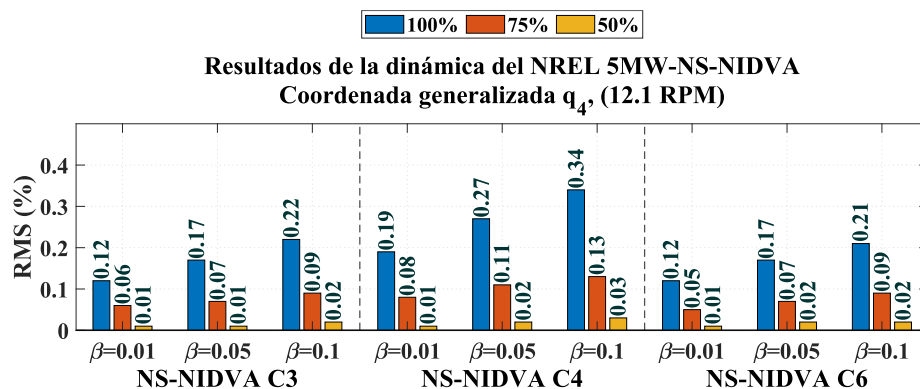


Figura F-10. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

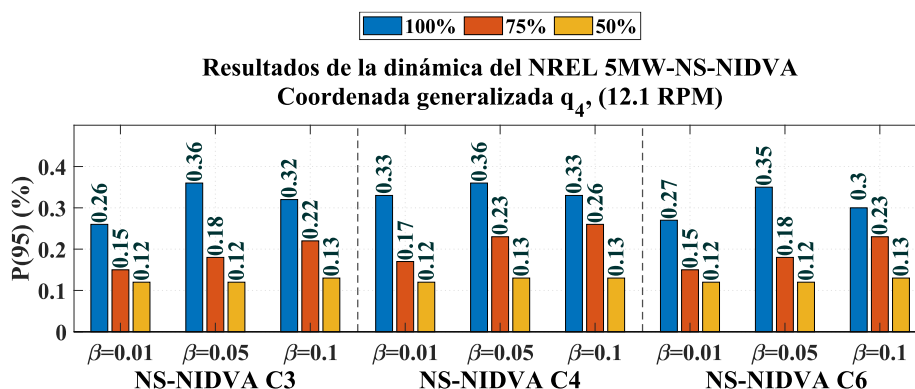


Figura F-11. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

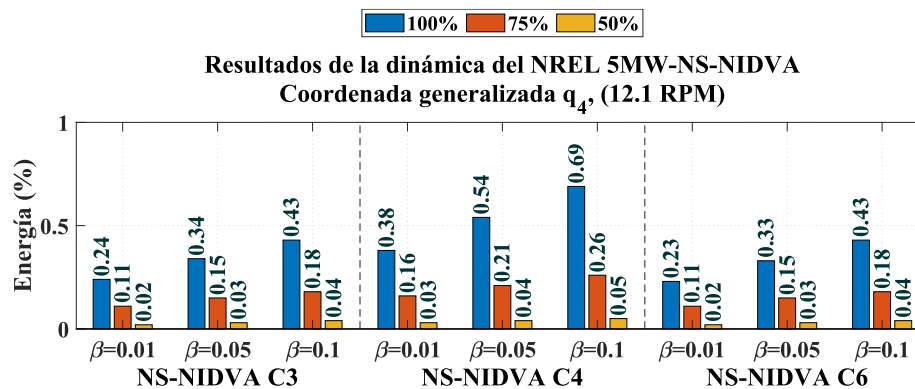


Figura F-12. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

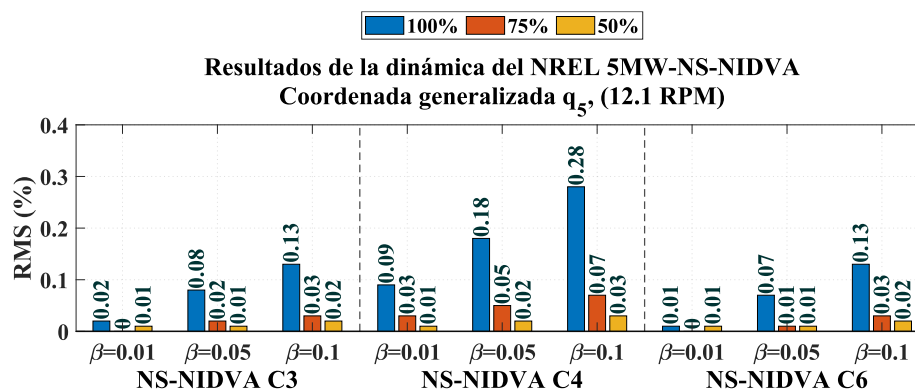


Figura F-13. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

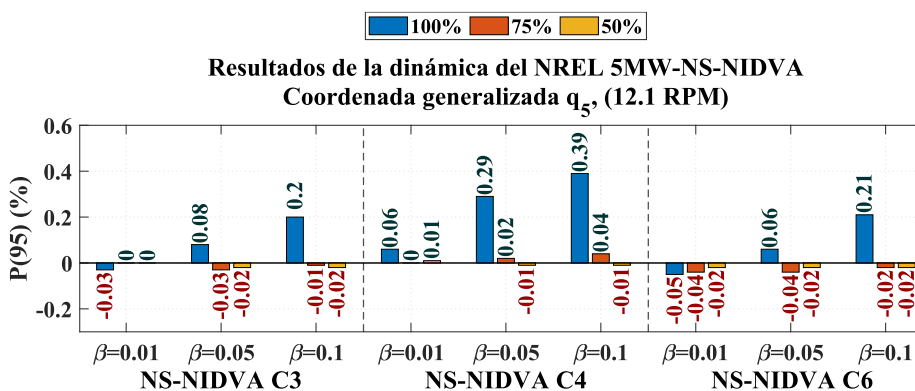


Figura F-14. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

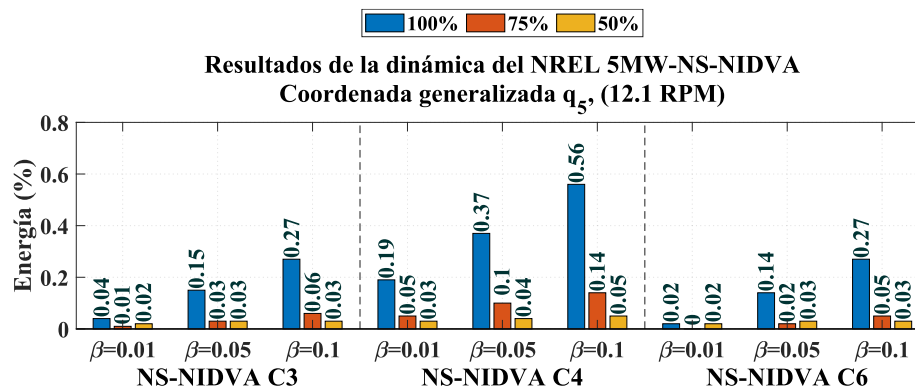


Figura F-15. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

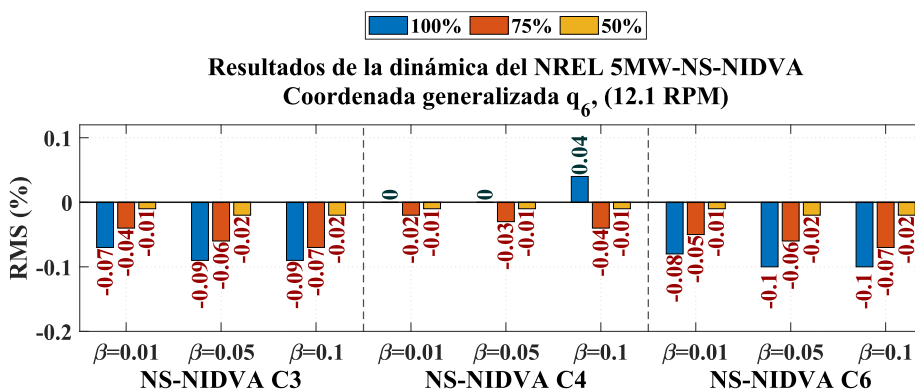


Figura F-16. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

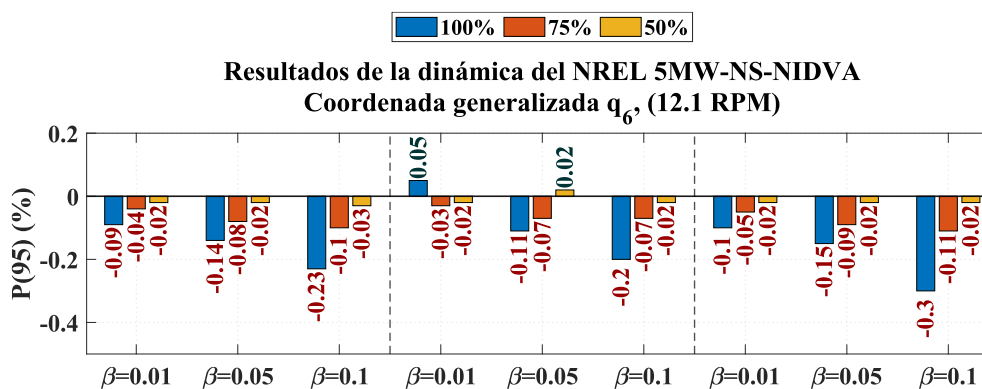


Figura F-17. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

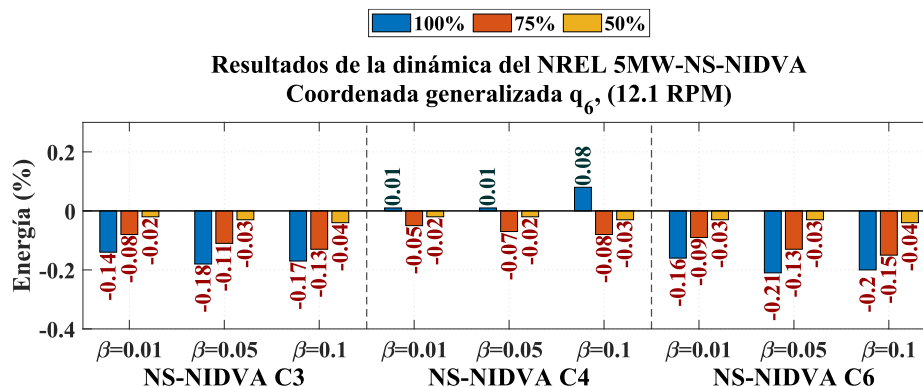


Figura F-18. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 12.1 RPM.

F.3. Velocidad de rotación de los álabes (19.51 RPM)

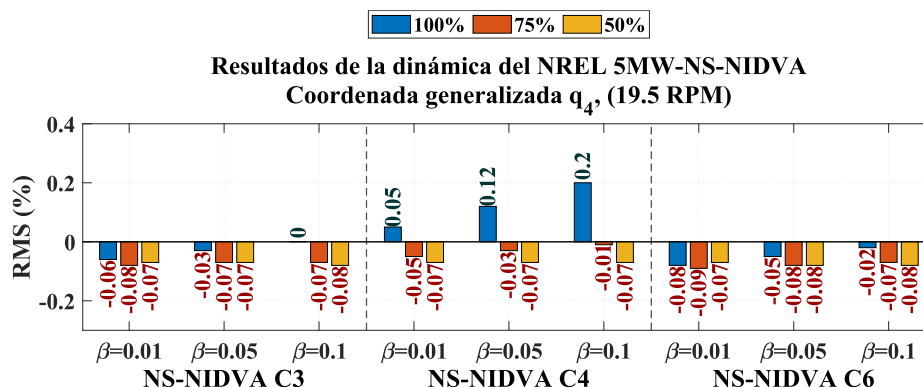


Figura F-19. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

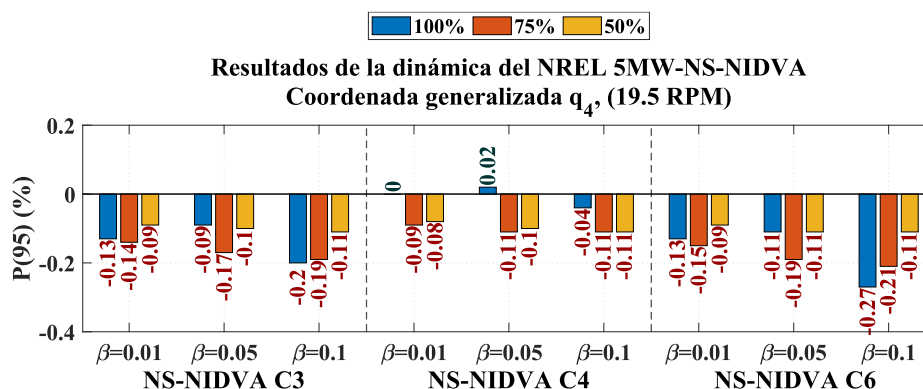


Figura F-20. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

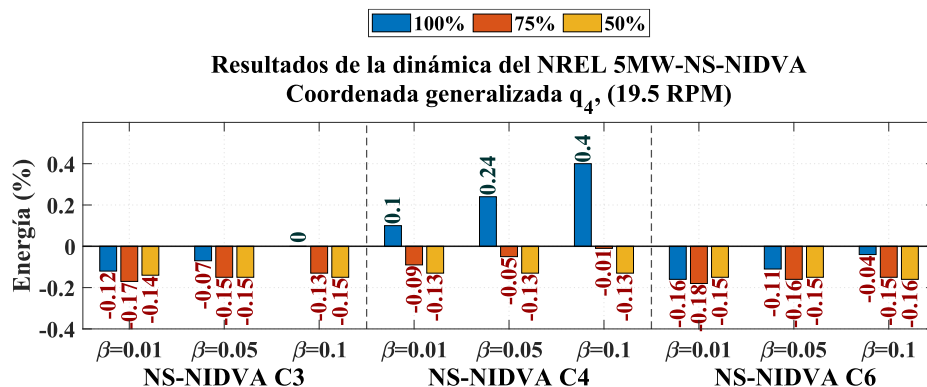


Figura F-21. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_4 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

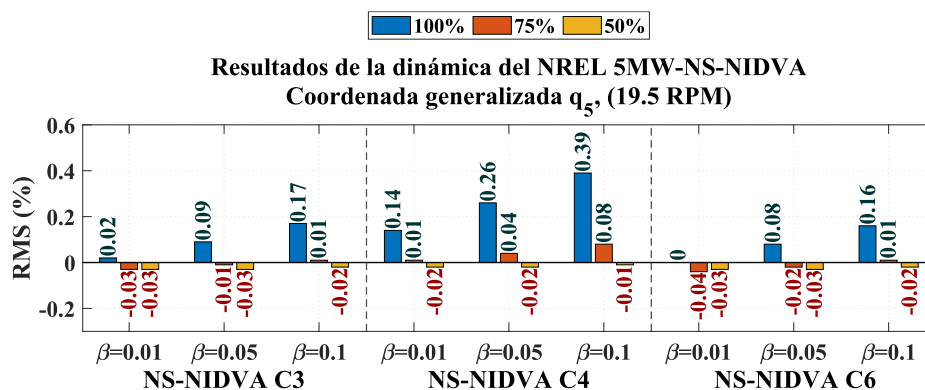


Figura F-22. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

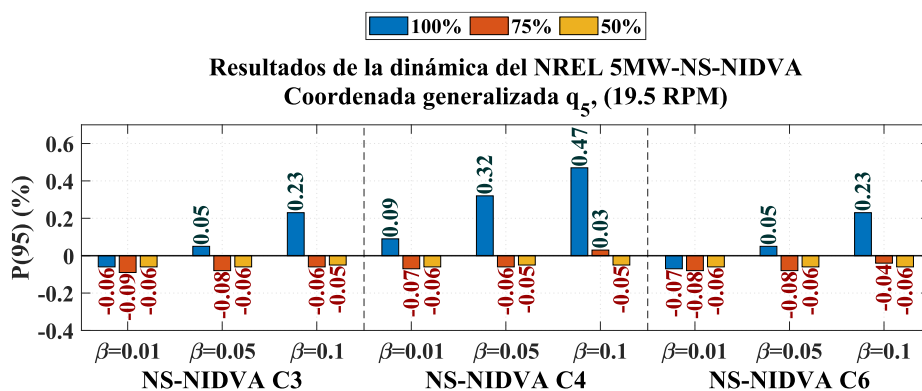


Figura F-23. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

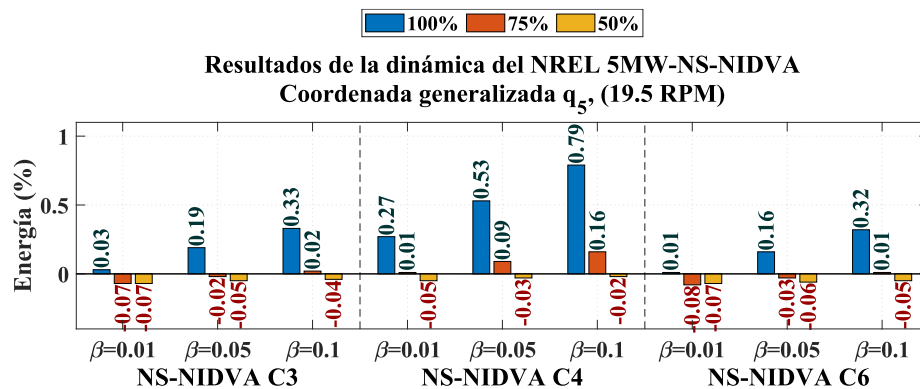


Figura F-24. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_5 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

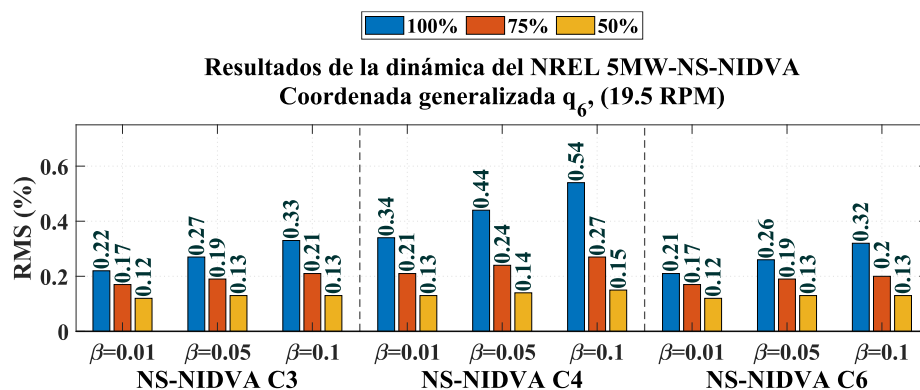


Figura F-25. Comparación del valor RMS de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

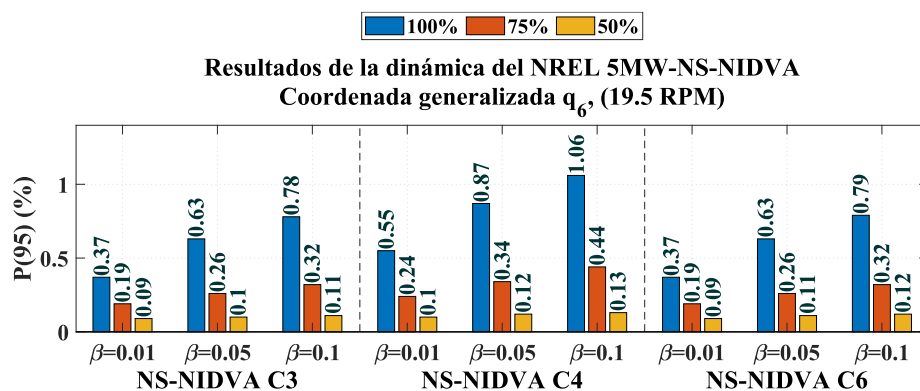


Figura F-26. Comparación del valor $P(95)$ de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.

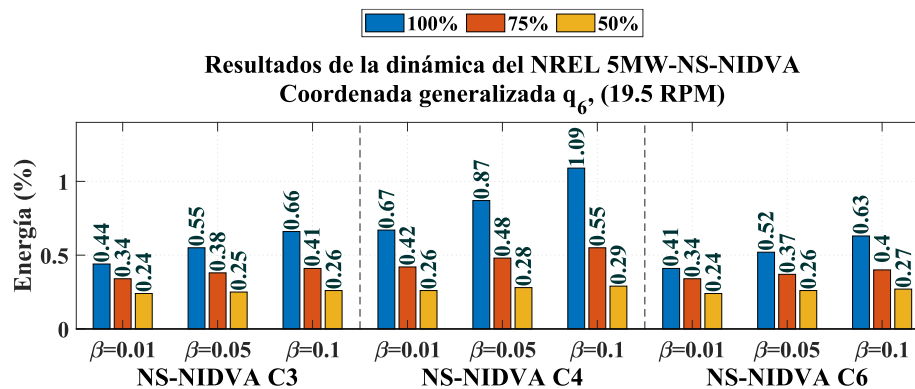


Figura F-27. Comparación de la energía de los resultados obtenidos NREL 5MW-NS-NIDVA con la respuesta base de la dinámica de aerogenerador bajo cargas aerodinámicas, para la coordenada generalizada q_6 a una velocidad constante de rotación de los álabes de 19.51 RPM.