

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHIHUAHUA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

***“AUTOLENSÓMETRO BASADO EN UN HAZ
COLIMADO DE LUZ”***

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

***MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA***

PRESENTA:

SANTIAGO ABRAHAM TREJO MALDONADO

**DIRECTOR DE LA TESIS:
DR. GERARDO TRUJILLO SCHIAFFINO**



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



CHIHUAHUA, CHIH., AGOSTO 2020.



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Chihuahua

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Chihuahua, Chih. 18 de agosto de 2020

C. SANTIAGO ABRAHAM TREJO MALDONADO PRESENTE

Por este conducto le comunico que a propuesta del Jurado de Examen, la División de Estudios de Posgrado e Investigación ha concedido autorización para la impresión de su tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica, cuyo título es:

"Autolensómetro basado en un haz colimador de luz"

La tesis presenta el siguiente contenido de capítulos:

- I Introducción
- II Antecedentes
- III Marco teórico
- IV Modelo matemático
- V Modelo experimental
- VI Análisis y validación estadística
- VII Pruebas preliminares y ajuste
- VIII Resultados obtenidos
- IX Conclusiones

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"La técnica por el Engrandecimiento de México"

MTRO. ROGELIO ENRIQUE BARAY ARANA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN





Chihuahua, Chih. 18 de agosto de 2020

MTRO. ROGELIO ENRIQUE BARAY ARANA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
PRESENTE

Por medio de la presente notificamos a usted que en cumplimiento de los requerimientos para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica, el documento de tesis del **C. SANTIAGO ABRAHAM TREJO MALDONADO**, ha sido aprobado y aceptado para su impresión. El título de la tesis es:

"Autolensómetro basado en un haz colimador de luz"

Por lo que proponemos, le sea concedida la autorización de impresión correspondiente.

Agradeciendo la atención a la presente, quedamos de usted:

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"La Técnica por el Engrandecimiento de México"

DR. GERARDO TRUJILLO SCHIAFFINO
DIRECTOR DE TESIS

DRA. DIDIA PATRICIA SALAS PEIMBERT
MIEMBRO DEL JURADO DE EXAMEN

DR. LUIS FRANCISCO CORRAL MARTÍNEZ
MIEMBRO DEL JURADO DE EXAMEN

DR. MARCELINO ANGUIANO MORALES
MIEMBRO DEL JURADO DE EXAMEN





CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Chihuahua el día 18 de agosto de 2020, el que suscribe C. SANTIAGO ABRAHAM TREJO MALDONADO de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, con número de control G18060030, adscrito a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino y cede los derechos del trabajo titulado "Autolensómetro basado en un haz colimador de luz", al Tecnológico Nacional de México y/o Instituto Tecnológico de Chihuahua para su difusión, divulgación, transmisión, reproducción, así como su digitalización con fines académicos y de investigación.

C. SANTIAGO ABRAHAM TREJO MALDONADO





DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

En la ciudad de Chihuahua el día 18 de agosto de 2020, el que suscribe C. SANTIAGO ABRAHAM TREJO MALDONADO de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, con número de control G18060030, adscrito a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta que es autor intelectual de la tesis titulada "Autolensómetro basado en un haz colimador de luz" bajo la dirección del Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino; que el contenido es original y que las fuentes de información consultadas para su fundamentación están debidamente citadas y referenciadas.

C. SANTIAGO ABRAHAM TREJO MALDONADO



“Haz las cosas lo más simple que puedas, pero no te limites a lo simple”.

Albert Einstein

Agradecimientos

A mis padres Juana y Santiago por su apoyo incondicional, por brindarme su amor, su apoyo, sus consejos y sabiduría; por hacerme ver todo lo que puedo lograr y por la dedicación que tienen a sus hijos. Gracias por formarme como una persona responsable, honesta, humilde y sobre todo que siempre tenga presente el valor de la familia.

A mis hermanos Roberto, Yohana y Yoscelyn; por decirme siempre las palabras adecuadas en los momentos precisos, por su ayuda, por creer en mí y enseñarme siempre el valor de hermanos.

A mi novia Selene por su apoyo incondicional, sus consejos y palabras sinceras; por su compañía y amor, gracias por creer en mí.

A mi director de tesis el Dr. Gerardo Trujillo, por ser fuente de conocimientos y consejos, dispuesto siempre a responder preguntas en cualquier momento.

A mis asesores Dra. Didia Salas, Dr. Marcelino Anguiano y Dr. Francisco Corral por su ayuda y consejos. Por sus clases y la disposición que siempre mostraron para aclararme cualquier duda. También agradezco al Dr. Zacarías Malacara por todo su apoyo y por haberme recibido amablemente en su Laboratorio de Interferometría en el Centro de Investigaciones en Óptica.

A la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua por la oportunidad de seguir aprendiendo y crecer como ser humano.

RESUMEN

AUTOLENSÓMETRO BASADO EN UN HAZ COLIMADO DE LUZ

Ing. Santiago Abraham Trejo Maldonado
Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica
División de Estudios de Posgrado e Investigación del
Instituto Tecnológico de Chihuahua
Chihuahua, Chih., 2020
Director de Tesis: Dr. Gerardo Trujillo Schiaffino

La optometría es la ciencia encargada del cuidado primario de la salud visual a través de acciones de prevención, diagnóstico y tratamiento. Una de sus áreas se ocupa del diseño, cálculo, adaptación y control de lentes de contacto y oftálmicas, habiéndose desarrollado a la fecha diversos métodos de medición, que ha sido implementados en lensómetros y auto-lensómetros. Estos sistemas de medición se basan en principios de operación muy diferentes, pero todos ellos con la misma finalidad: medir las distintas propiedades de las lentes oftálmicas.

En la actualidad, en México existen distintos tipos de lensómetros y auto-lensómetros utilizados para medir las características ópticas de las lentes oftálmicas, todos de tecnología extranjera, motivo por el cual los costos y el mantenimiento de los mismos son muy elevados.

El objetivo de esta tesis es desarrollar un sistema óptico computacional capaz de medir de manera automática en lentes oftálmicas, la potencia de esfera y la potencia de cilindro (con su respectiva orientación del eje), utilizando un haz colimado de luz led de alta intensidad.

Para alcanzar este objetivo, se partió de un modelo matemático ya funcional y un nuevo montaje experimental, el cual permitió validar un prototipo de laboratorio para medición de lentes oftálmicas. Las mediciones arrojadas por este sistema óptico cumplen con los requerimientos establecidos por la Norma ISO 8598, la cual establece las tolerancias permitidas en la medición de lentes oftálmicas.

ABSTRACT

AUTOLENSOMETER BASED ON A COLLIMATED BEAM OF LIGHT

Optometry is the science in charge of the primary care of visual health through actions of prevention, diagnosis and treatment. One of its areas deals with the design, calculation, adaptation and control of contact and ophthalmic lenses, having developed various measurement methods to date, which have been implemented in lensometers and auto-lensometers. These measurement systems are based on very different operating principles, but all with the same purpose: to measure the different properties of ophthalmic lenses.

Currently, in Mexico there are different types of lensometers and auto-lensometers used to measure the optical characteristics of ophthalmic lenses, all of foreign technology, which is why their costs and maintenance are very high.

The objective of this thesis is to develop a computational optical system capable of automatically measuring sphere power and cylinder power (with their respective axis orientation) in ophthalmic lenses, using a collimated beam of high intensity led light.

To achieve this objective, we started with a mathematical model that was already functional and a new experimental setup, which allowed us to validate a laboratory prototype for ophthalmic lens measurement. The measurements thrown by this optical system comply with the requirements established by the ISO 8598 Standard, which establishes the tolerances allowed in the measurement of ophthalmic lenses.

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	xiv
LISTA DE TABLAS	xviii
CAPÍTULO I.....	1
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Optometría	1
1.2 Anatomía del ojo humano	1
1.3 La formación de imágenes en el ojo humano	3
1.4 La acomodación del ojo humano	5
1.5 Defectos en el ojo humano.....	6
1.5.1 Miopía.....	6
1.5.2 Hipermetropía	7
1.5.3 Astigmatismo	8
1.5.4 Presbicia	9
1.6 Lentes oftálmicas	9
1.6.1 Lentes monofocales.....	10
1.6.2 Lentes bifocales.....	11
1.6.3 Lentes progresivas	11
CAPÍTULO II.....	13
ANTECEDENTES	13
2.1 Métodos de medición.....	13
2.1.1 Focímetro	13
2.1.2 La prueba de Hartmann.....	14
2.1.3 Métodos geométricos	16
2.1.4 Interferómetro de difracción	17
2.1.5 Interferómetro de Newton.....	17
2.1.6 Interferómetro de desplazamiento lateral.....	17

2.1.7 Prueba de Ronchi	19
2.1.8 Deflectometría de moiré.....	20
2.2 Dispositivos de medición.....	23
2.2.1 Lensómetro	23
2.2.2 Auto-lensómetro	26
2.2.2.1 Nidek	27
2.2.2.2 Visionix	27
2.2.2.3 Topcon.....	28
2.2.2.4 Tomey.....	29
2.2.2.5 Rotlex	29
CAPÍTULO III	30
MARCO TEÓRICO	30
3.1 Propagación de la luz	30
3.1.1 Reflexión de la luz	30
3.1.2 Refracción de la luz.....	31
3.2 Tipos de lentes	32
3.2.1 Lentes esféricas	33
3.2.2 Lentes cilíndricas	34
3.2.3 Lentes esfero-cilíndricas	36
3.3 Potencia óptica	37
3.4 Convención de signos	37
3.5 Trazo de rayos.....	38
3.5.1 Ecuaciones exactas.....	39
3.5.2 Ecuaciones paraxiales	42
3.6 Refracción en una superficie esférica	42
3.7 Refracción en dos superficies esféricas	45
3.8 Formación de imágenes	46
3.9 Ecuación de Gauss	49

3.10 Lentes oftálmicas	50
3.10.1 Visión sencilla.....	50
3.10.2 Lentes oftálmicas corregidas.....	52
3.10.3 Lentes esfero-cilíndricas	53
3.11 Lentes bifocales.....	54
3.12 Lentes progresivas	55
3.13 Lentes de contacto.....	56
3.14 Estándar internacional ISO 8598	57
CAPÍTULO IV	58
MODELO MATEMÁTICO	58
4.1 Análisis matemático.....	58
4.2 Interpretación de medición de potencia en lentes esféricas	59
4.3 Interpretación de medición de potencia en lentes cilíndricas	60
4.4 Interpretación de medición de potencia en lentes esfero–cilíndricas.....	61
CAPÍTULO V	64
MODELO EXPERIMENTAL	64
5.1 Descripción de componentes	64
5.1.1 Iluminación	64
5.1.2 Diafragma tipo iris	64
5.1.3 Lente colimadora plano-convexa	65
5.1.4 Lentes oftálmicas bajo prueba.....	65
5.1.5 Pantalla de proyección	66
5.1.6 Adquisición de imágenes	67
5.1.7 Monturas de sujeción	67
5.2 Montaje experimental	69
5.3 Software desarrollado	70
CAPÍTULO VI	75

ANÁLISIS Y VALIDACIÓN ESTADÍSTICA	75
6.1 Proceso de medición	75
6.2 Estadísticas de los datos.....	76
6.3 Histograma	77
6.3.1 Distribución normal	78
6.3.2 Prueba de bondad de ajuste Chi-cuadrada	82
CAPÍTULO VII.....	85
PRUEBAS PRELIMINARES Y AJUSTES	85
7.1 Pruebas preliminares	85
7.1.1 Prueba con lentes esféricas	85
7.1.2 Prueba con lentes cilíndricas.....	87
7.2 Ajuste	88
7.2.1 Ajuste de datos	90
CAPÍTULO VIII	92
RESULTADOS OBTENIDOS	92
8.1 Resultado de prueba con lentes esféricas.....	92
8.2 Resultado de prueba con lentes cilíndricas	93
8.3 Resultado de prueba con lentes esfero-cilíndricas	93
CAPÍTULO IX.....	96
CONCLUSIONES.....	96
9.1 Conclusiones sobre el modelo matemático	96
9.2 Conclusiones sobre el modelo experimental.....	96
9.3 Conclusiones sobre los resultados	97
9.4 Conclusiones generales	98
9.5 Trabajo futuro	98
REFERENCIAS	99
ANEXO 1	103

HOJAS DE DATOS DEL LED SILED MODELO LED-P3Y120-120/41	103
ANEXO 2	104
HOJA DE DATOS DEL DIAFRAGMA TIPO IRIS	104
ANEXO 3	105
HOJA DE DATOS DE LA LENTE COLIMADORA EDMUND OPTICS MODELO 32972.....	105
ANEXO 4	106
HOJA DE DATOS DEL MALETÍN DE PRUEBAS GILRAS MODELO GR TL18....	106
ANEXO 5	108
HOJA DE DATOS DE LA CÁMARA POINTGREY MODELO CHAMELEON CMLN- 13S2C.....	108
ANEXO 6	111
HOJA DE DATOS DE LA LENTE DOBLE GAUSS 35 MM MODELO 54-689	111
ANEXO 7	112
VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN DE CHI-CUADRADA	112
APÉNDICE A	113
SOFTWARE DEL SISTEMA (CÓDIGO FUENTE).....	113
APÉNDICE B.....	120
CÓDIGO EN MATLAB® PARA CÁLCULO DE MODELOS ESTADÍSTICOS, PRUEBA CHI-CUADRADA, ERROR, EXACTITUD Y PRECISIÓN	120

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO I

Figura 1.1	Anatomía externa del ojo humano.	1
Figura 1.2	Anatomía interna del ojo humano.	2
Figura 1.3	Formación de imágenes en el ojo humano.	5
Figura 1.4	Acomodación del ojo humano.	5
Figura 1.5	a) Ojo con miopía y b) Corrección.	7
Figura 1.6	a) Ojo con hipermetropía y b) Corrección.	7
Figura 1.7	a) Ojo emétrope y b) Ojo astígmata.	8
Figura 1.8	a) Ojo con astigmatismo y b) Corrección.	8
Figura 1.9	Presbicia en el ojo humano.	9
Figura 1.10	Lentes monofocales.	10
Figura 1.11	Lente bifocal.	11
Figura 1.12	Configuraciones de lentes bifocales.	11
Figura 1.13	Lente progresiva.	12

CAPÍTULO II

Figura 2.1	Medición de potencia con un focímetro.	13
Figura 2.2	Variación del focímetro para medir lentes progresivas.	14
Figura 2.3	Arreglos de la prueba de Hartmann: (a) Arreglo rectangular, (b) Arreglo radial y (c) Arreglo helicoidal.	15
Figura 2.4	Prueba de Hartmann para medir las aberraciones en un espejo astronómico.	15
Figura 2.5	Posición de los puntos de los patrones de Hartmann de referencia (círculos) y de prueba (cruces).	16
Figura 2.6	Desplazamiento lateral de dos frentes de onda.	18
Figura 2.7	Interferómetro de desplazamiento lateral para medición de lentes oftálmicas.	18
Figura 2.8	Interferómetro de desplazamiento lateral utilizado por Wyant y Smith.	19
Figura 2.9	Geometría de la prueba Ronchi utilizando una rejilla frente a un espejo.	19
Figura 2.10	Análisis de la prueba Ronchi desde el punto de vista físico.	20
Figura 2.11	Deflectómetro de moiré.	21
Figura 2.12	Deflectómetro de Moiré de Glatt y Kafri para distancia focal corta.	22

Figura 2.13	Dispositivo Hartmann-Moiré.	23
Figura 2.14	Lensómetro comercial.	24
Figura 2.15	Sección transversal de un Lensómetro. a) Ocular ajustable, b) Retícula, c) Lente objeto, d) Telescopio de Kepler, e) Apoyo de la lente, f) Lente a analizar, g) Lente estándar, h) Objetivo iluminado, i) Fuente luminosa, j) Colimador, k) Palanca de ajuste de ángulo, l) Tambor de alimentación (+20 y -20 dioptrías), m) Botón de la escalera del prisma.	24
Figura 2.16	Sistema interno de un lensómetro.	26
Figura 2.17	Auto-lensómetro.	27

CAPÍTULO III

Figura 3.1	Reflexión de la luz.	30
Figura 3.2	Tipos de Reflexión.	31
Figura 3.3	Refracción de la luz.	32
Figura 3.4	Refracción a diferentes índices de refracción.	32
Figura 3.5	Generación de superficie esférica.	33
Figura 3.6	Tipos de lentes esféricas.	34
Figura 3.7	a) Lente cilíndrica convergente y b) Lente cilíndrica divergente.	35
Figura 3.8	Lente cilíndrica convexa.	35
Figura 3.9	Lente cilíndrica cóncava.	36
Figura 3.10	Lente esferocilíndrica, a) eje y b) contraeje.	36
Figura 3.11	Refracción de un rayo meridional en una superficie esférica.	38
Figura 3.12	Triángulo formado por los puntos PBC.	39
Figura 3.13	Triángulo formado por los puntos PAC.	40
Figura 3.14	Relación entre los ángulos de los triángulos PBC y PAC.	41
Figura 3.15	Refracción de una imagen en una superficie esférica.	43
Figura 3.16	Refracción en dos superficies esféricas.	45
Figura 3.17	Objeto real – Imagen real, más pequeña e invertida.	47
Figura 3.18	Objeto real – Imagen real, igual e invertida.	47
Figura 3.19	Objeto real – Imagen real, más grande e invertida.	48
Figura 3.20	Objeto real – Imagen en infinito.	48
Figura 3.21	Objeto real – Imagen en infinito, virtual, más grande y derecha.	48
Figura 3.22	Objeto real – Imagen virtual, más pequeña y derecha.	49
Figura 3.23	Formación de imagen a la misma distancia que el objeto.	50
Figura 3.24	Compensación con lentes oftálmicas. a) Hipermetropía y b) Miopía.	50
Figura 3.25	Parámetros utilizados para el diseño de las lentes oftálmicas.	51

Figura 3.26	Representación esquemática para una lente oftálmica corregida en potencia.	52
Figura 3.27	Parámetros ópticos en una lente esferocilíndrica.	53
Figura 3.28	Tipos comunes de lentes bifocales.	55
Figura 3.29	Mapas de distribución de potencia en una lente progresiva.	56
Figura 3.30	Sistema óptico generado al usar una lente de contacto.	57
 CAPÍTULO IV		
Figura 4.1	Trazo de rayos en lente oftálmica bajo prueba.	58
Figura 4.2	Interpretación en lentes esféricas: a) imagen de referencia, b) imagen producida al colocar una lente esférica positiva e c) imagen producida al colocar una lente esférica negativa.	60
Figura 4.3	Interpretación en lentes cilíndricas: a) imagen de referencia, b) imagen producida al colocar una lente cilíndrica positiva e c) imagen producida al colocar una lente cilíndrica negativa.	60
Figura 4.4	Interpretación en lentes esfero-cilíndricas: a) imagen de referencia, b) imagen producida al colocar una lente esfero-cilíndrica de +4.00 D, +4.00 D 0°, c) imagen producida al colocar una lente esfero-cilíndrica de -4.00 D, -4.00 D 0°.	62
Figura 4.5	Combinación de las potencias de a) potencia de esfera (+2.00 D), b) potencia de cilindro (+1.00 D), c) potencia esfero-cilíndrica de +3.00 D, +2.00 D 0°.	63
Figura 4.6	Combinación de las potencias de a) potencia de esfera (+3.00 D), b) potencia de cilindro (-1.00 D), c) potencia esfero-cilíndrica de +3.00 D, +2.00 D 90°.	63
 CAPÍTULO V		
Figura 5.1	LED-P3Y120-120/41.	64
Figura 5.2	Diafragma tipo iris.	65
Figura 5.3	Lente colimadora.	65
Figura 5.4	Maletín de prueba GilRAS GR TL18.	66
Figura 5.5	Pantalla de proyección de acrílico.	66
Figura 5.6	Adquisición de imágenes: a) cámara PointGrey 54-689 y b) lente doble Gauss de 35 mm.	67
Figura 5.7	Montura para led de alta potencia.	67
Figura 5.8	Montura de anillo de tres tornillos.	68
Figura 5.9	Montura tipo barra.	68
Figura 5.10	Soporte fijos de filtros.	68
Figura 5.11	Montaje experimental.	69
Figura 5.12	Panel frontal del software desarrollado.	71

Figura 5.13	Diagrama de flujo del programa desarrollado.	72
	Diagrama de flujo del programa desarrollado (Continuación).	73
	Diagrama de flujo del programa desarrollado (Continuación).	74
CAPÍTULO VI		
Figura 6.1	Histograma de valores de potencias registrados.	77
Figura 6.2	Histograma de valores de ángulos registrados.	78
Figura 6.3	Histograma de valores de potencia con curva de distribución.	79
Figura 6.4	Histograma de valores de ángulo con curva de distribución.	79
Figura 6.5	Distribución normal.	80
Figura 6.6	Probabilidad normalizada de la potencia.	81
Figura 6.7	Probabilidad normalizada del ángulo.	81
Figura 6.8	Prueba de Chi-cuadrada de la potencia en MATLAB®.	83
Figura 6.9	Prueba de Chi-cuadrada del ángulo en MATLAB®.	84
CAPÍTULO VII		
Figura 7.1	Resultados obtenidos de la medición de potencia en lentes esféricas.	86
Figura 7.2	Resultados obtenidos del error de medición en lentes esféricas.	86
Figura 7.3	Resultados obtenidos de la medición de potencia en lentes cilíndricas.	87
Figura 7.4	Resultados obtenidos del error de medición en lentes cilíndricas.	88
Figura 7.5	Selección del vecino más cercano para la interpolación <i>nearest</i> .	90
CAPÍTULO VIII		
Figura 8.1	Resultados obtenidos para lentes esféricas.	92
Figura 8.2	Resultados obtenidos para lentes cilíndricas.	93

LISTA DE TABLAS

CAPÍTULO II

Tabla 2.1	Especificaciones para la serie Nidek LM.	27
Tabla 2.2	Especificaciones para la serie Visionix VL.	28
Tabla 2.3	Especificaciones Topcon serie LM.	28
Tabla 2.4	Especificaciones Topcon CL200 y EZ200.	28
Tabla 2.5	Especificaciones del autolensómetro Tomey.	29
Tabla 2.6	Especificaciones del autolensómetro Rotlex.	29

CAPÍTULO VI

Tabla 6.1	Datos de potencias y ángulos registrados.	76
Tabla 6.2	Datos estadísticos.	76
Tabla 6.3	Resultados de prueba de ajuste Chi-cuadrada.	83

CAPÍTULO VII

Tabla 7.1	Valores de ejemplo para la aplicación de compensación <i>nearest</i> .	89
Tabla 7.2	Medición de lentes cilíndricas positivas.	91

CAPÍTULO VIII

Tabla 8.1	Resultados obtenidos para lentes esfero-cilíndricas.	94
-----------	--	----

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta una descripción de los fundamentos teóricos de técnicas de la optometría, la anatomía del ojo humano, formación de imágenes, defectos refractivos en el ojo humano y lentes oftálmicas.

1.1 Optometría

La optometría es la ciencia que estudia el sistema visual, se encarga del cuidado primario de este mismo, sus alteraciones no patológicas, acciones de prevención, diagnóstico, corrección y su solución, así como las normas de salud e higiene visual a cargo del optometrista.

1.2 Anatomía del ojo humano

De los cinco sentidos, la vista es el más utilizado. El ojo es el órgano principal del sistema visual, que capta las imágenes y las convierte en señales eléctricas hacia el nervio óptico. Estas señales se interpretan por el cerebro como imágenes procesadas de nuestro entorno.

El ojo es una esfera de aproximadamente 25 mm de diámetro con un peso aproximado de 8 gramos. Las Figuras 1.1 y 1.2 muestran la anatomía externa e interna del ojo humano:

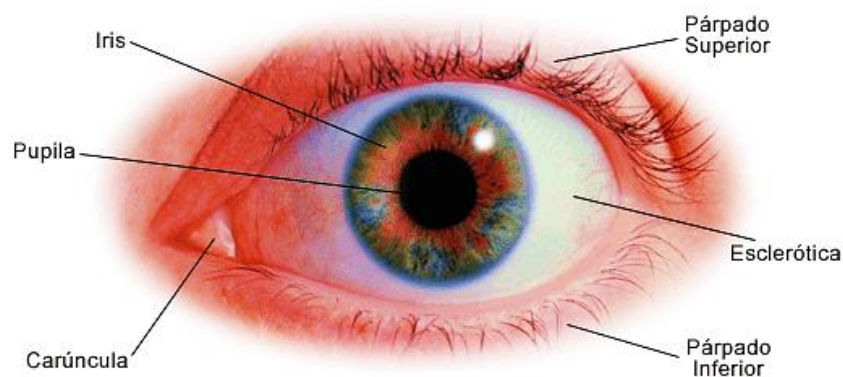


Figura 1.1 Anatomía externa del ojo humano.

Iris. - Diafragma musculoso, opaco y contráctil, situado delante del cristalino del ojo, es parcialmente el responsable de regular la cantidad de luz que ingresa al ojo, es la parte coloreada del ojo.

Pupila. - Abertura en el centro del iris a través de la cual pasa la luz hacia la retina.

Carúncula. - Pequeña porción de color rojo en la esquina del ojo que contiene glándulas sebáceas y sudoríparas.

Párpado superior. - Pliegue de piel que cubre la parte superior frontal del globo ocular cuando se cierra.

Párpado inferior. - Pliegue de piel que cubre la parte inferior frontal del globo ocular cuando se cierra.

Esclerótica. - Porción blanca visible del globo ocular. Los músculos que mueven el globo ocular se unen a la esclerótica.

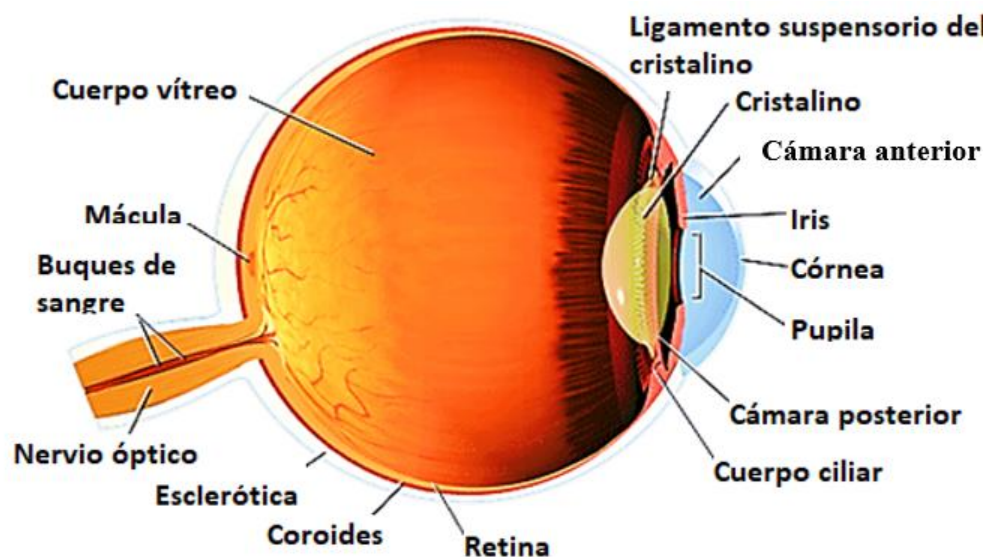


Figura 1.2 Anatomía interna del ojo humano.

Algunas de las características principales de las partes internas del ojo humano son:

Cuerpo vítreo (humor vítreo). - Sustancia transparente, gelatinosa que se haya en el globo del ojo, entre el cristalino y la retina.

Mácula. - La porción de enfoque del ojo que permite ver detalles claramente.

Buques de sangre (vasos sanguíneos). - Tubos capilares (arterias y venas) que transportan sangre desde y hacia el ojo.

Nervio óptico. - Conjunto de fibras nerviosas que conectan la retina con el cerebro. El nervio óptico conduce las variaciones de las señales de luz visible hacia el área del cerebro (la corteza visual) que convierte dichas señales en imágenes.

Coroides. - Membrana delgada, rica en sangre que se encuentra entre la retina y la esclerótica y es responsable del suministro de sangre a la retina.

Retina. - Capa nerviosa sensible a la luz que recubre la parte posterior del ojo. La retina capta la luz y crea impulsos que son enviados a través del nervio óptico al cerebro.

Cristalino. - Estructura transparente situada detrás de la pupila en forma de lente biconvexa cuya función es hacer converger los rayos de luz de manera que formen imágenes sobre la retina.

Ligamento suspensorio. - Serie de fibras que conectan el cuerpo ciliar del ojo con el cristalino, manteniéndolo en su lugar.

Cámara anterior. - Sección anterior del ojo que contiene el humor acuoso, el cual aporta nutrientes al ojo y a los tejidos circundantes.

Córnea. - Superficie transparente de forma convexa que cubre la parte frontal del ojo protegiendo al iris y al cristalino. Posee propiedades ópticas de refracción y debe ser transparente.

Cámara posterior. - Parte posterior del interior del ojo.

Cuerpo ciliar. - Parte del ojo que produce el humor acuoso y contiene además al músculo ciliar.

1.3 La formación de imágenes en el ojo humano

La vista de un ojo normal, enfocado a infinito (de 5 metros en adelante) está en reposo, relajado, lo que indica que el ojo humano para ver de lejos no necesita ningún esfuerzo.

Cuando el ojo está enfocado a infinito, y si no hay alguna variación en su sistema óptico, ve borrosos los objetos cercanos.

Cuando el ojo enfoca a una distancia próxima, los músculos ciliares entran en acción y provocan un aumento de espesor en el cristalino, incrementando en consecuencia su potencia y consiguiendo el enfoque correcto. Este mecanismo se llama acomodación.

Los rayos de luz reflejados por los objetos y que inciden en el ojo, son enfocados sobre la retina gracias al poder de refracción de la córnea y del cristalino principalmente [1].

De estos dos elementos refractores, la córnea tiene el mayor poder refractivo, alrededor del 70%. Sin embargo, mientras que la potencia de la córnea es constante, la potencia del cristalino depende de la capacidad de acomodación de los músculos ciliares, proceso por el cual el poder refractivo del ojo cambia para permitir que los objetos cercanos o distantes sean igualmente enfocados en la retina. El diámetro del haz de luz entrante es controlado por el iris, quien define la máxima apertura del ojo [2] [3].

El ojo funciona como órgano receptor del aparato visual. Los rayos luminosos que llegan al ojo son enfocados por la córnea y el cristalino para formar la imagen invertida, real y reducida del objeto sobre la capa fotosensible de conos y bastones retinianos. El enfoque es llevado a cabo por la alteración de la convexidad del cristalino.

En la posición de descanso, con el músculo ciliar en relajación, el cristalino está aplanado por la tensión elástica de la zona nula.

La contracción del músculo ciliar, especialmente en las fibras externas meridionales, hace que se desplacen hacia delante las coroides y el cuerpo ciliar. Esto relaja la tensión de la zona nula y permite que el cristalino, que es elástico, aumente su convexidad y con ello su capacidad de refracción, ver Figura 1.3.

El cerebro interpreta estas señales mediante un complejo mecanismo en el que intervienen millones de neuronas responsables de revertir la imagen registrada en la retina [4].

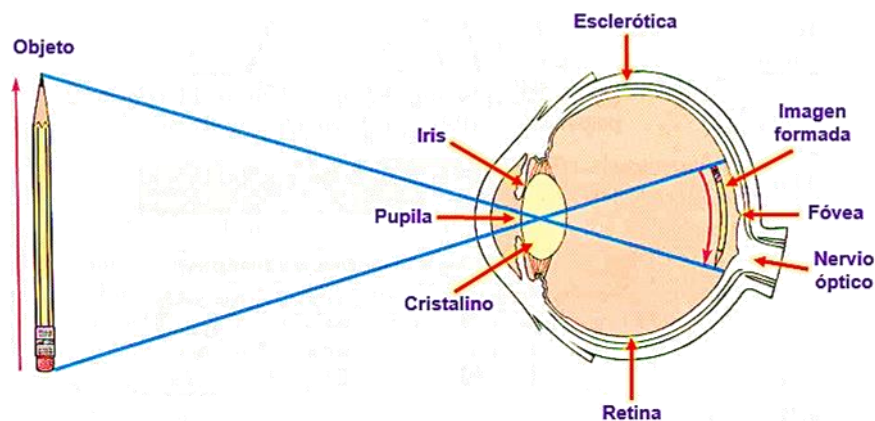


Figura 1.3 Formación de imágenes en el ojo humano.

1.4 La acomodación del ojo humano

Se conoce como un cambio óptico dinámico de la potencia dióptrica del ojo o como el proceso en el que el cristalino permite al ojo enfocar objetos tanto cercanos como lejanos. El aumento en la potencia óptica se consigue mediante el incremento en las curvaturas de las superficies anterior y posterior del cristalino, así como del espesor del mismo, gracias a la contracción del músculo ciliar, como se puede apreciar en la Figura 1.4.

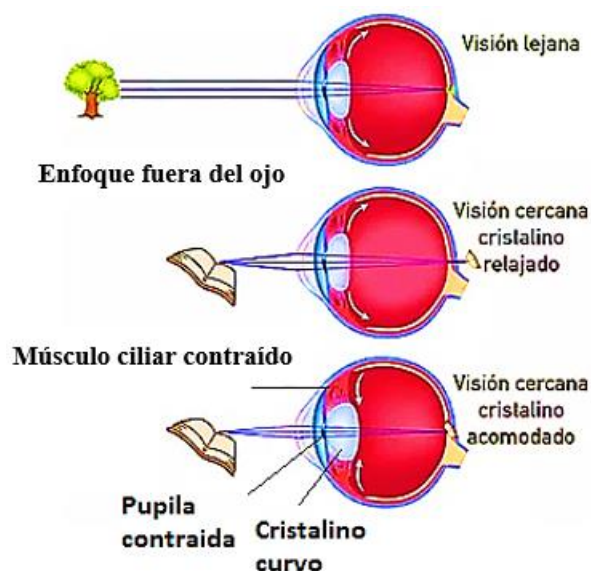


Figura 1.4 Acomodación del ojo humano.

- Los objetos alejados más allá de lo que se considera el infinito óptico (de 5 metros en adelante), quedan enfocados sobre la retina. Este fenómeno se produce debido a que, en su estado relajado, el ojo está preparado para enfocar objetos lejanos.
- Cuando los objetos se acercan hacia el ojo, éste debe presentar acomodación para mantener una imagen claramente enfocada de los mismos, sobre la retina.

Existen límites de acomodación de la imagen, por lo cual, incluso con una acomodación máxima del cristalino la imagen se saldrá de foco, en otras palabras, se verá borrosa. La distancia más próxima a la cual se puede ver con claridad un objeto con una acomodación completa, se denomina punto cercano.

La capacidad de acomodación va disminuyendo conforme avanza la edad, esto se presenta más comúnmente a partir de los 40 años en adelante, denominándose a esta pérdida de capacidad acomodativa: presbicia.

1.5 Defectos en el ojo humano

Algunos de los problemas con la visión del ojo humano que hoy en día se denominan de forma más amplia ametropías, ya eran conocidos desde la antigüedad. Sin embargo, a inicios del siglo XV, se descubrió que estos problemas podían ser compensados por medio de lentes. En un principio, estos problemas eran tratados en base a prueba y error ya que no se contaba con las herramientas adecuadas y todavía era poco el conocimiento. Posteriormente, se fueron desarrollando las bases de la compensación óptica y sus diferentes formas de representación. En la mayoría de los casos generalmente se presentan en mayor o menor grado, algunos de los errores refractivos más comunes tales como: miopía, hipermetropía, astigmatismo y presbicia [5].

1.5.1 Miopía

La miopía ocasiona dificultad para ver de lejos, la imagen se ve borrosa y desenfocada, esto es debido a una curvatura excesiva del cristalino. Esto quiere decir que cuando el ojo está en relajación, la luz converge y enfoca antes de la retina, por lo tanto, en lugar de formarse el punto de la imagen sobre la retina, se forma un círculo borroso.

En la Figura 1.5 se observa un ojo con miopía y la corrección de la misma a través de una lente divergente [5] [6].

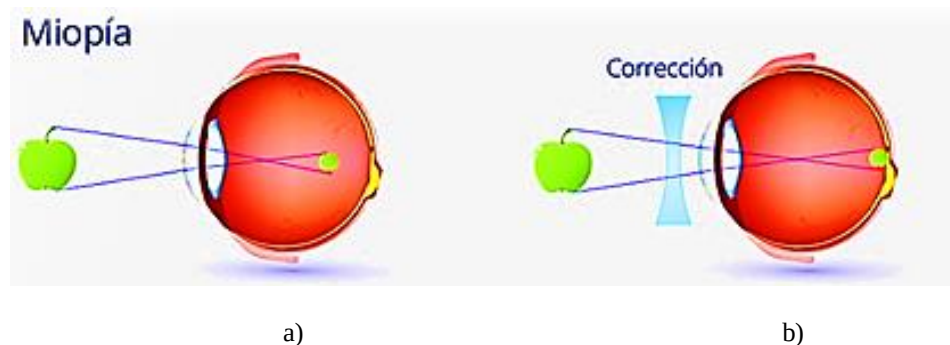


Figura 1.5 a) Ojo con miopía y b) Corrección.

1.5.2 Hipermetropía

La hipermetropía se trata de un defecto refractivo inverso al de la miopía, consiste en la imposibilidad de ver con claridad los objetos cercanos y se debe a la falta de convergencia del cristalino, es un defecto del ojo en el que el punto focal se forma detrás de la retina y no sobre ella.

En este caso los rayos de luz que inciden en el ojo procedente de infinito, convergen en un punto situado detrás de la retina.

Con el paso del tiempo el cristalino pierde su capacidad de acomodación y ya no resulta posible una visión clara de objetos cercanos [5] [6]. En la Figura 1.6 se observa el efecto de la hipermetropía y su corrección mediante el uso de una lente convergente.

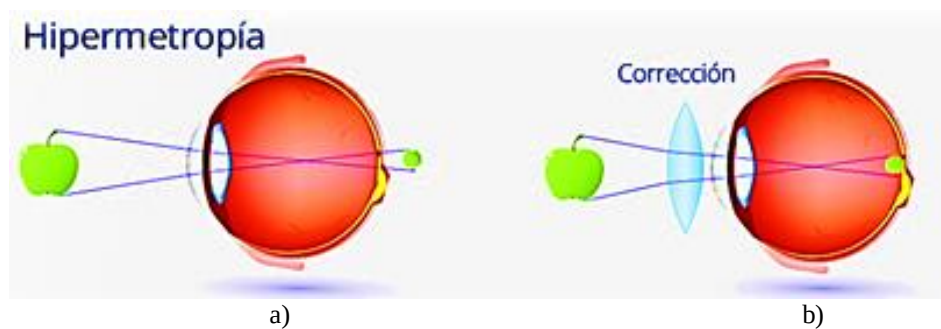


Figura 1.6 a) Ojo con hipermetropía y b) Corrección.

1.5.3 Astigmatismo

El astigmatismo es un defecto en la curvatura de la córnea o el cristalino del ojo, lo que provoca que se vean algo deformadas las imágenes y poco claro el contorno de las cosas. Normalmente, la córnea y el cristalino tienen superficies lisas y esféricas, y en el caso del cristalino, su superficie se curva más y de manera equitativa en todas las direcciones, al enfocar objetos cercanos.

Si dichas curvaturas no fueran uniformes, los rayos de luz no se refractarían correctamente, provocando varios puntos de enfoque, tanto delante como detrás de la retina, como se muestra en la Figura 1.7.



Figura 1.7 a) Ojo emélope y b) Ojo astigmata.

Cuando la córnea tiene una forma irregular se tiene astigmatismo corneal, y cuando la forma del cristalino es la irregular, se tiene astigmatismo lenticular.

En cualquiera de los dos casos, se genera visión borrosa de leve a moderada y/o cansancio de la vista [5] [6].

En la Figura 1.8 se observa un ojo con astigmatismo y la corrección del mismo.

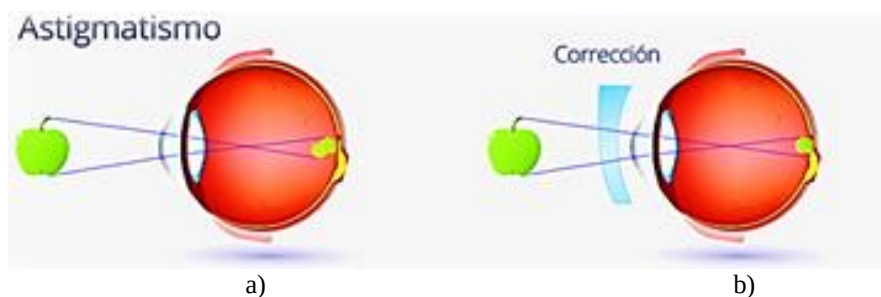


Figura 1.8 a) Ojo con astigmatismo y b) Corrección.

1.5.4 Presbicia

Es un estado del ojo también llamado vista cansada, y se encuentra asociado con la edad. Consiste en la pérdida progresiva y gradual de la elasticidad del cristalino, donde el grado de acomodación ya no resulta suficiente para mantener una visión nítida normal, lo cual se manifiesta por medio de la dificultad para ver con claridad los objetos cercanos. Es decir, con la edad el objeto próximo se aleja de forma progresiva, lo que dificulta ver objetos cercanos claramente [7].

Para obtener una buena visión de los objetos cercanos, el cristalino debe cambiar su forma, debe incrementar su curvatura haciéndose más esférico para aumentar su poder de refracción. Cuando ya no puede hacerlo, la visión cercana se hace borrosa, sin embargo, la visión lejana sigue siendo buena, como se muestra en la Figura 1.9.

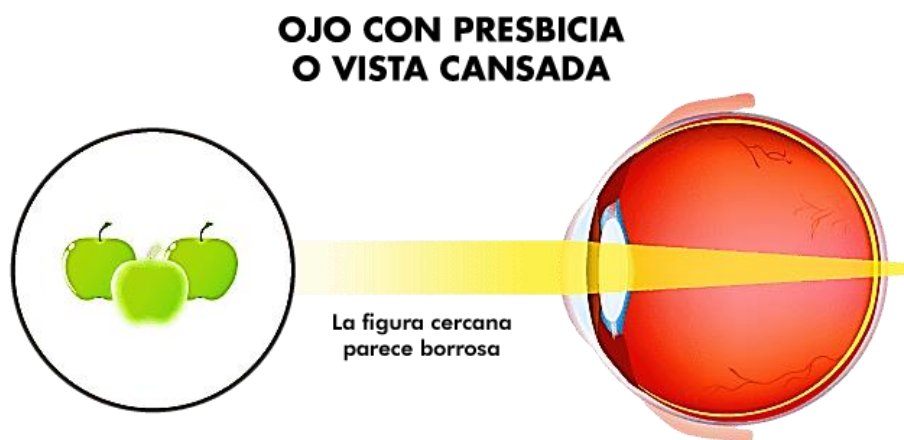


Figura 1.9 Presbicia en el ojo humano.

Puede corregirse con el uso de lentes oftálmicas, que realizan el trabajo de convergencia de las imágenes tal como lo hacía antes el cristalino.

1.6 Lentes oftálmicas

Se definen como medios translúcidos limitados por dos superficies refractivas pulidas con índice refractivo superior al del aire y son utilizadas para corregir el desenfoque visual. En sus superficies se presentan los fenómenos de reflexión y refracción de la luz. Sus propiedades de refracción dependen de su geometría y material de construcción, por lo que resulta importante

conocer todas las características ópticas requeridas al momento de diseñar y fabricar este tipo de lentes.

El propósito de las lentes oftálmicas es formar en la distancia apropiada una imagen virtual del objeto, para que el ojo pueda enfocar sobre la retina una imagen nítida del objeto, compensando con ello el defecto refractivo del ojo.

El objetivo del diseño de lentes oftálmicas, es formar imágenes claras, nítidas y sin aberraciones, conformadas por los rayos refractados por ambas superficies de la lente.

El diseño básico de la lente está determinado por la selección de su curva base (potencia base de la superficie frontal), que sirve como referencia o punto de partida para el cálculo de los parámetros ópticos de las superficies posteriores, según cada ojo [8].

1.6.1 Lentes monofocales

Las lentes de visión sencilla o monofocales son el tipo de lente más común hoy en día, como se muestra en la Figura 1.10.

Están hechas para la corrección de la vista con una sola distancia focal a lo largo de toda la lente.



Figura 1.10 Lentes monofocales.

Estas lentes cuentan con una graduación de esfera (corrige defectos como miopía o hipermetropía), de cilindro (corrige el astigmatismo) o una combinación de ambos en caso de que hubiese problemas refractivos mixtos.

Son utilizadas mayormente por personas menores de 40 años que presentan este tipo de defectos refractivos [9].

1.6.2 Lentes bifocales

Estas lentes tienen dos graduaciones diferentes que corrigen errores o defectos refractivos tanto en la visión cercana (hipermetropía o presbicia) como en la visión lejana (miopía), pero no corrigen visión intermedia.

Anteriormente, eran la mejor solución para la gente que tenía presbicia hasta que se inventaron las lentes progresivas, en la actualidad es un producto en declive [9]. La Figura 1.11 muestra una lente con estas características.

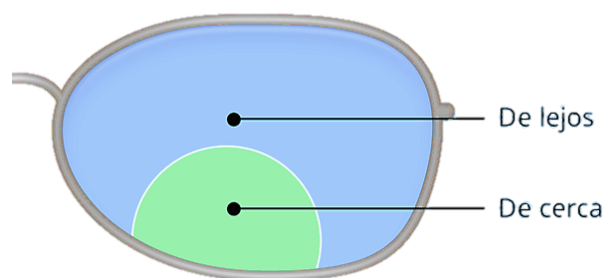


Figura 1.11 Lente bifocal.

Así mismo, este tipo de lentes cuentan con dos configuraciones geométricas para la zona de visión cercana, como se observa en la Figura 1.12.

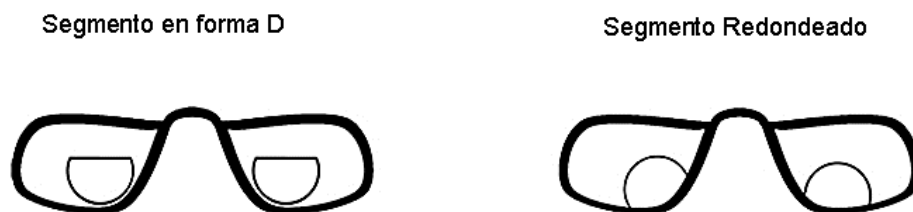


Figura 1.12 Configuraciones de lentes bifocales.

1.6.3 Lentes progresivas

Estos tipos de lentes tienen una graduación progresiva, que abarca el campo cercano, intermedio y lejano. En la Figura 1.13, la parte inferior de la lente está graduada para ver de cerca, la parte central para una visión intermedia y la superior para ver de lejos [9].

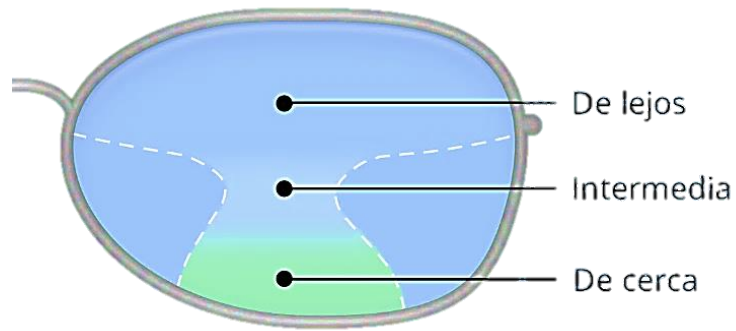


Figura 1.13 Lente progresiva.

Su diseño de curvas múltiples permite incorporar en una misma lente graduaciones progresivas que corrigen las necesidades de visión de objetos ubicados en diferentes distancias, desde los más cercanos hasta los más alejados. Al no presentarse cambios abruptos de potencia refractiva en la superficie de la lente (líneas divisorias), la lente progresiva resulta más estética para personas con presbicia o vista cansada.

CAPÍTULO II

ANTECEDENTES

2.1 Métodos de medición

Existen diferentes tipos de métodos empleados para la medición de aberraciones ópticas en lentes oftálmicas, desde interferómetros, métodos de medición, herramientas de medición óptica, pruebas en base a leyes de la óptica, hasta modificaciones de estos mismos con el propósito de obtener la información necesaria.

2.1.1 Focímetro

También conocido como vertómetro, es un dispositivo óptico capaz de medir la potencia de una lente oftálmica. Consta básicamente de un objetivo que es comúnmente una serie de líneas perpendiculares entre sí, una lente de distancia focal conocida, una retícula y un ocular.

La lente que se quiere medir se coloca en el punto focal de la lente conocida para incluirla al sistema, donde el usuario del lensómetro moverá axialmente el objetivo hasta que se encuentre enfocado de manera simultánea con la anterior. Esto solo ocurre cuando la luz que sale de la lente oftálmica está colimada.

El focímetro es capaz de medir la potencia esférica, cilíndrica y prismática de lentes oftálmicas como se muestra en la Figura 2.1.

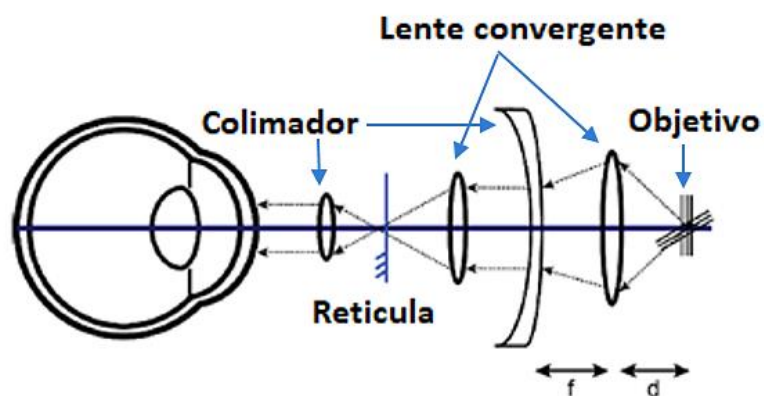


Figura 2.1 Medición de potencia con un focímetro.

Sin embargo Humphrey [10], [11] modificó el focímetro para ser usado en la medición de lentes progresivas, utilizando lentes Álvarez que son lentes de distancia focal variable de forma mecánica y añadiendo un protocolo de movimiento controlado por computadora.

K. Gnanvo y Zong Y. Wu [12] presentaron una variación del focímetro en la que utilizaron un detector de posición que percibe la luz que emerge de la lente oftálmica bajo prueba. Para medir la totalidad de la superficie de la lente, se cuenta con un sistema que sostiene y mueve la lente, permitiendo medir lentes progresivas, ver Figura 2.2.

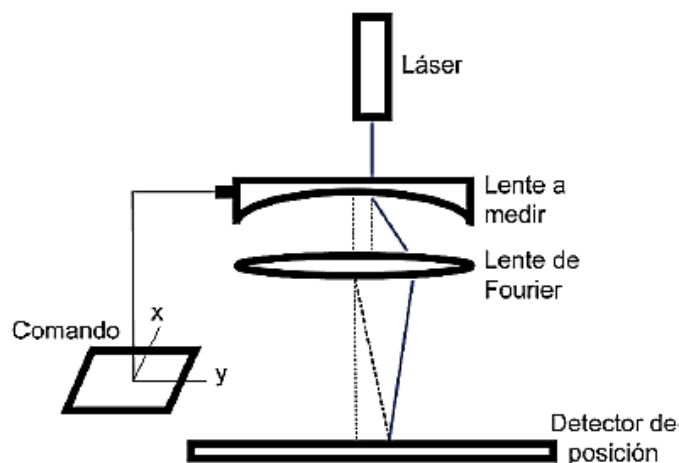


Figura 2.2 Variación del focímetro para medir lentes progresivas.

2.1.2 La prueba de Hartmann

Se utiliza para realizar la medición de la pendiente de un frente de onda o la forma de una superficie óptica y fue inventada por Johannes Franz Hartmann para medir las aberraciones ópticas del espejo primario de un telescopio astronómico en 1900, el cual tiene su antecedente en la prueba de Tscherning para medir los defectos refractivos del ojo humano en 1894.

En la prueba de Tscherning se emplea una pantalla con dos agujeros, mientras que en la prueba de Hartmann se emplea una pantalla con un arreglo de agujeros.

El arreglo de agujeros puede ser cuadrangular, radial o helicoidal, como se puede ver en la Figura 2.3. El más usado suele ser el arreglo cuadrangular.

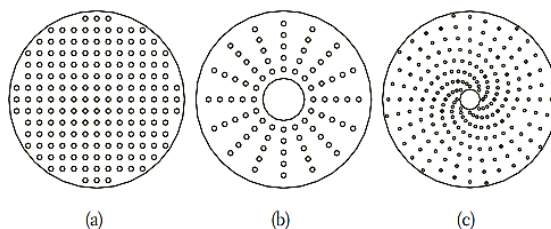


Figura 2.3 Arreglos de la prueba de Hartmann: (a) Arreglo rectangular, (b) Arreglo radial y (c) Arreglo helicoidal.

La configuración básica o de referencia de la prueba de Hartmann que se emplea en la astronomía se muestra en la Figura 2.4, donde la fuente luminosa diverge un frente de onda esférico, que se dirige hacia el espejo de prueba. Antes de llegar al espejo pasa a través de los agujeros de la pantalla de Hartmann, la cual solo deja pasar unos cuantos rayos de luz (tantos como agujeros tenga la pantalla). Los rayos que logran pasar son reflejados en el espejo pasando nuevamente por los agujeros de la pantalla de Hartmann. Estos llegan a la pantalla de observación, que puede ser una pantalla opaca, una película fotográfica o un sensor ccd de una cámara, donde se registra el patrón de Hartmann, es decir, un diagrama de puntos.

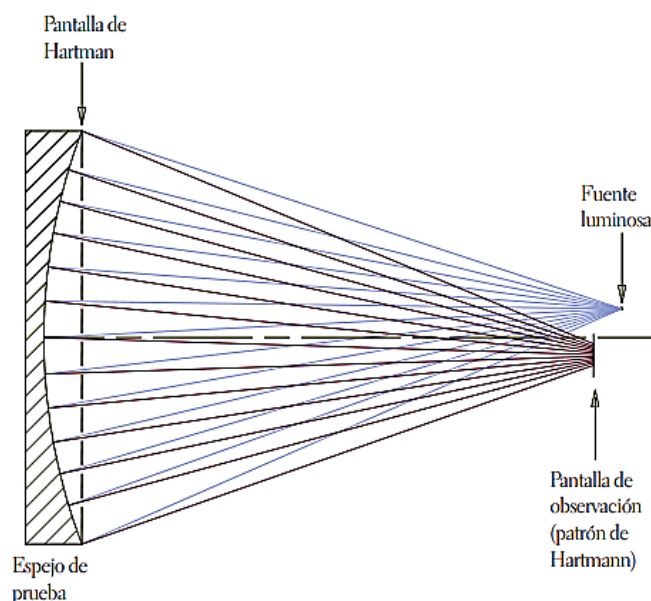


Figura 2.4 Prueba de Hartmann para medir las aberraciones en un espejo astronómico.

Una vez obtenido el diagrama de puntos del patrón de Hartmann, se comparan las posiciones de los puntos del patrón generado (real) con respecto al patrón de referencia (ideal), para medir el frente de onda o aberración del mismo, como se muestra en la Figura 2.5.

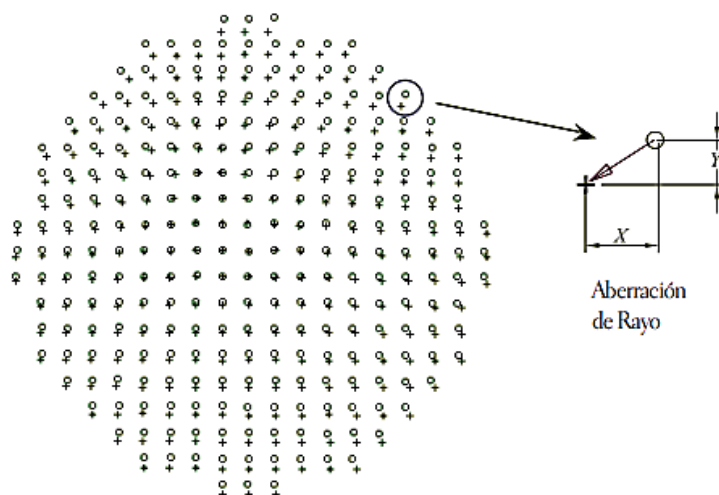


Figura 2.5 Posición de los puntos de los patrones de Hartmann de referencia (círculos) y de prueba (cruces).

El desplazamiento entre los puntos se denomina aberración de rayo y con base en esta cantidad se puede medir la pendiente del frente de onda (o de la superficie óptica de prueba) [13].

Una de las modificaciones de la prueba de Hartmann fue propuesta por Daniel Malacara [14] y su método consiste en utilizar solo cuatro agujeros en vez de una pantalla con muchos agujeros, esta prueba no puede detectar la aberración esférica, pero puede ser útil para: alinear sistemas ópticos, detectar y medir errores de enfoque, o para detectar descentramiento de lentes y coma.

Otra de las modificaciones de la prueba de Hartmann fue propuesta por C. Castenelli, F. Francini y BB. Tribilli [15]. Su método utiliza un escáner circular láser el cual permite la medición directa de la potencia esférica, astigmatismo y desviación prismática. Los datos que se obtienen provienen de la señal de salida de un detector que utiliza la transformada de Fourier.

2.1.3 Métodos geométricos

Mediante métodos geométricos es posible encontrar la potencia de una lente oftálmica. Sergio Barbero y Javier Portilla [16] proponen un marco geométrico para estudiar la ampliación y el desenfoque cuando se mira a través de unos lentes, estos mismos se caracterizan localmente por matrices dióptricas y de ampliación, respectivamente; los cuales se calculan mediante el uso de un nuevo método numérico de dos rayos. Proponen un conjunto de entidades geométricas

asociadas con las matrices diópticas y locales de ampliación, que después analizan en varios ejemplos.

2.1.4 Interferómetro de difracción

Es utilizado para examinar frentes de onda y básicamente consta de una película la cual tiene un pequeño orificio llamado pinhole o disco opaco que difracta la luz al momento de ser iluminado.

Acosta, Chamadoira, Blendowske [17] demostraron que se puede utilizar un interferómetro de difracción modificado para medir la distribución de potencia de diferentes tipos de lentes oftálmicas como lentes convencionales, lentes de contacto rígidas y blandas, lentes progresivas, etc.

2.1.5 Interferómetro de Newton

Es un patrón de interferencia causado por la reflexión de la luz entre dos superficies, una curva y la otra plana, observándose una serie de anillos concéntricos que alternan entre brillantes y oscuros; estos anillos tienen su centro en el punto de contacto entre las dos superficies. Los anillos se forman cuando se ilumina con luz suficientemente coherente (de preferencia monocromática), un espacio estrecho entre ambas superficies. Cuando se coloca la luz blanca se forma un patrón de anillos concéntricos con los colores del arcoíris.

Illueca [18] utiliza este tipo de interferómetro para el control de calidad de las superficies ópticas porque la precisión obtenida con este método resulta ser muy buena. Las dimensiones de los anillos permiten el cálculo de los radios de curvatura de las superficies analizadas y la deformación del patrón de interferencia puede utilizarse para calcular otros parámetros, como el astigmatismo.

2.1.6 Interferómetro de desplazamiento lateral

El interferómetro de desplazamiento lateral no requiere frente de onda de referencia y en él, la interferencia se forma como resultado de dos frentes de onda idénticos y desplazados lateralmente uno del otro, Figura 2.6.

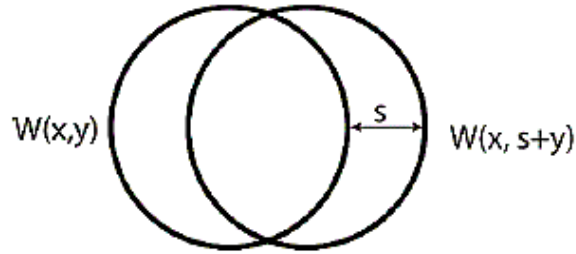


Figura 2.6 Desplazamiento lateral de dos frentes de onda.

Existen varios métodos para construir un interferómetro de desplazamiento lateral, en uno de los más sencillos básicamente se tiene un frente de onda plano que se desplaza en su mismo plano, una de las primeras técnicas propuestas para la caracterización precisa de lentes oftálmicas Figura 2.7.

El principio básico de esta técnica consiste en duplicar un haz de luz y desplazarlo una pequeña cantidad.

El interferograma se genera al hacer interferir ambos haces en un mismo plano.

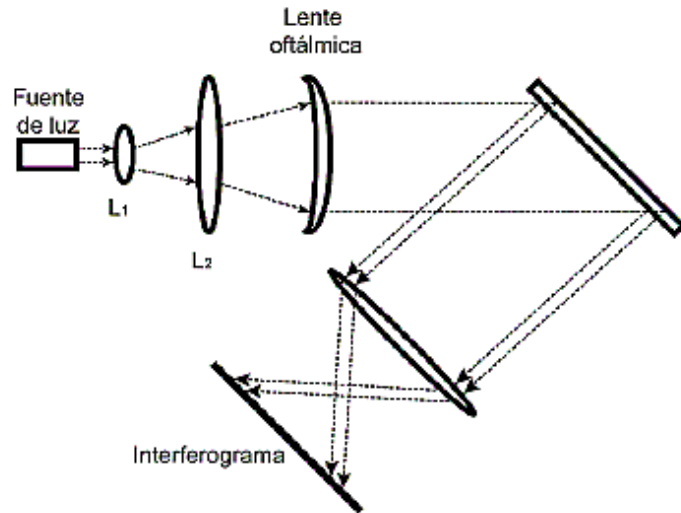


Figura 2.7 Interferómetro de desplazamiento lateral para medición de lentes oftálmicas.

Wyant y Smith [19] presentaron un interferómetro de desplazamiento lateral para medir lentes oftálmicas, específicamente variaciones de potencia presentes en las lentes, Figura 2.8.

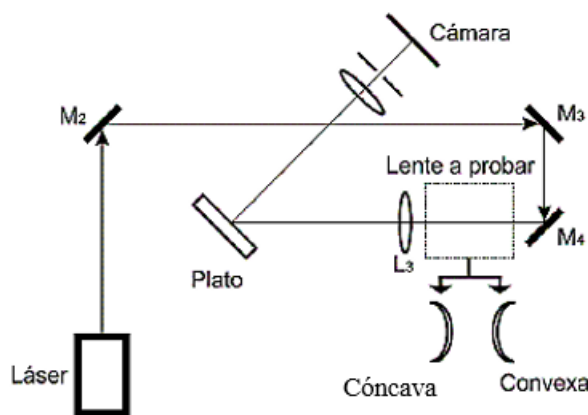


Figura 2.8 Interferómetro de desplazamiento lateral utilizado por Wyant y Smith.

2.1.7 Prueba de Ronchi

La prueba Ronchi es un método que surge de combinar dos rejillas (puede ser una rejilla y su reflexión) y obtener franjas de estas rejillas conocidas como ronchigramas, las cuales pueden ser analizadas desde el punto de vista geométrico y físico, Figura 2.9.

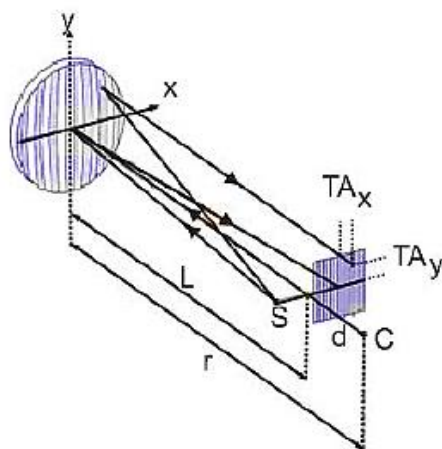


Figura 2.9 Geometría de la prueba Ronchi utilizando una rejilla frente a un espejo.

Desde la óptica geométrica las franjas que se forman al iluminar una rejilla Ronchi se consideran sombras de las bandas oscuras de la rejilla. Desde la óptica física las franjas son interpretadas como sombras de difracción e interferencia.

La rejilla actúa como difractora y produce una imagen desplazada lateralmente, Figura 2.10.

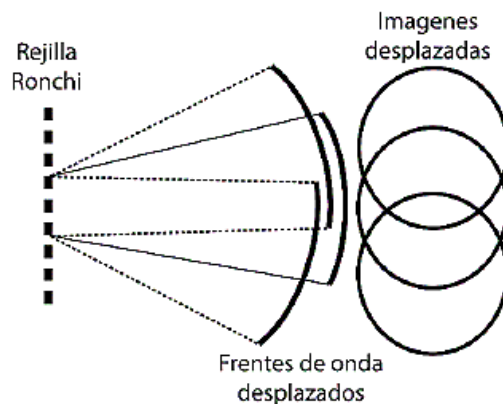


Figura 2.10 Análisis de la prueba Ronchi desde el punto de vista físico.

Para analizar los ronchigramas se utiliza teoría de Fourier. Esta prueba se puede considerar un interferómetro de desplazamiento lateral simple.

González C. y Villegas E. R. [20] proponen modificar la prueba colocando una rejilla cerca del foco de la lente a medir, de manera que se forme un interferograma en la pantalla de observación. Dichos interferogramas cuentan con la información necesaria para medir las aberraciones de la lente.

Carretero L. y Gonzalez C. [21] aplican la prueba a lentes intraoculares situando la rejilla de difracción cerca del punto de imagen del sistema óptico, de manera que la luz que emerge de las rejillas produce franjas de interferencia.

2.1.8 Deflectometría de moiré

Es un método basado en los efectos de Moiré y Talbot, se utiliza para el mapeado de las deflexiones de rayos de luz [22]. Estos efectos producen una serie de franjas que se conocen como patrones de moiré, dichas franjas están directamente relacionadas con la distancia focal de la lente que se esté midiendo. En el caso de la deflectometría de moiré la interferencia producida por la difracción de las rejillas se considera ruido. Un deflectómetro de moiré consta de dos rejillas (G1 y G2) iluminadas con luz coherente.

La lente a medir se coloca antes de las rejillas de manera que distorsione el deflectograma de moiré. La distorsión provocada es proporcional a la deflexión angular de los rayos que inciden y pasan a través de la lente, Figura 2.11.

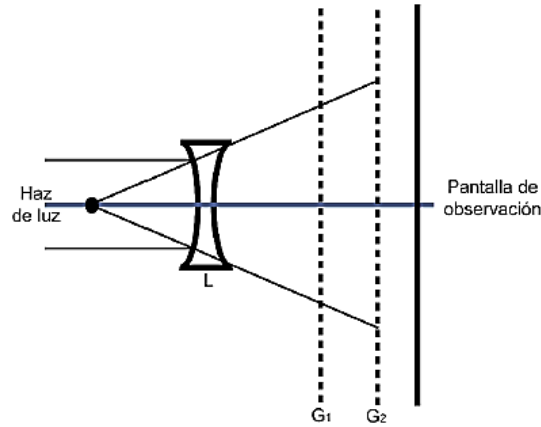


Figura 2.11 Deflectómetro de moiré.

Los deflectogramas permiten calcular la dirección de las franjas utilizando procedimientos que involucran la intensidad de las mismas [23]. Para medir lentes oftálmicas se considera que la rotación de las franjas en un patrón de moiré está directamente relacionada con la distancia focal de la lente. La lente bajo prueba L se coloca antes de las rejillas, la distorsión en el deflectograma es proporcional a la deflexión angular de los rayos que pasan a través de ella.

Glatt y Kafri [24] utilizaron deflectometría de moiré para analizar lentes con distancias focales desde un metro hasta más de 5 metros, como se muestra en la Figura 2.12. Para aplicar su método dividieron las lentes en 3 regiones, distancia focal larga (mayor a 5 m), distancia focal corta (menor a 1 m) y una región intermedia. En la región de longitud focal larga, se puede utilizar el deflectómetro de muaré básico y se puede obtener la longitud focal con la fórmula:

$$f \cong \frac{d}{\theta \tan \alpha} \quad (2.1)$$

Donde f es la distancia focal, d es la distancia entre rejillas, θ es el ángulo de intersección de la dirección de la línea, $\tan \alpha = \frac{h}{r}$, h es desplazamiento marginal y r es la distancia radial desde el eje óptico.

En el caso de la región intermedia ambas rejillas tienen líneas paralelas ($\theta = 0$). La lente convergente producirá un patrón de múltiples líneas como resultado de la falta de coincidencia entre la imagen de la primera rejilla y la segunda rejilla. La longitud focal se puede calcular con:

$$f = d \frac{p'}{p} + 1 \quad (2.2)$$

Donde f es la distancia focal, d es la distancia entre rejillas, p es el periodo de las rejillas, y p' es el periodo del patrón de ritmo.

Para la región de longitud focal corta, una corrección en el elemento en serie con la lente probada debe ser introducida, con el fin de producir un haz de luz colimada. Un espejo o una lente de distancia focal conocida es adecuado. La fórmula para calcular la distancia focal en este caso es:

$$f = R - r \quad (2.3)$$

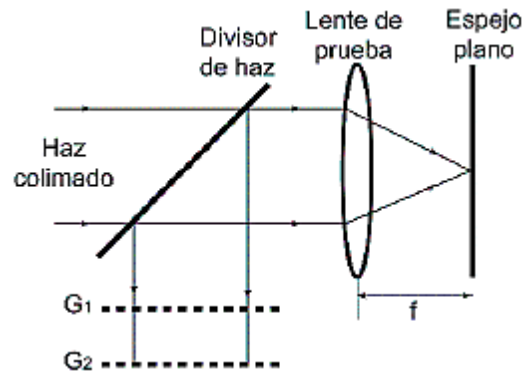


Figura 2.12 Deflectómetro de Moiré de Glatt y Kafri para distancia focal corta.

Keren E. y Kreske K. [25] mejoraron el sistema anterior proponiendo un método universal para medir lentes independientemente de la distancia focal que tengan. El método se basa en el patrón armónico observado utilizando el método infinito de franjas de moiré. Los autores consideran que la apertura a , el número de franjas N , el periodo p y Δ (distancia entre rejillas) son parámetros suficientes para calcular la distancia focal.

Vargas J. y Alonso J. [26] utilizaron deflectometría de moiré para calcular la distancia focal como es percibida por el usuario. El método utiliza una cámara que actúa como pinhole localizado en el punto donde se encontraría el centro de rotación del ojo con respecto a la lente.

Canabal H. y Bernabeu E. [27] desarrollaron y aplicaron un algoritmo automatizado que permite extraer la dirección de las franjas a partir de deflectogramas obtenidos de lentes oftálmicas utilizando deflectometría de moiré.

Wei X. y Thibos L. [28] proponen un dispositivo donde un haz láser colimado pasa por una apertura circular que está ópticamente conjugado con una primer pantalla Hartmann, la segunda pantalla se ubica detrás de la primera y se encuentra rotada. Con ambas pantallas obtienen los deflectogramas de moiré que permiten determinar la potencia esférica y cilíndrica, Figura 2.13.

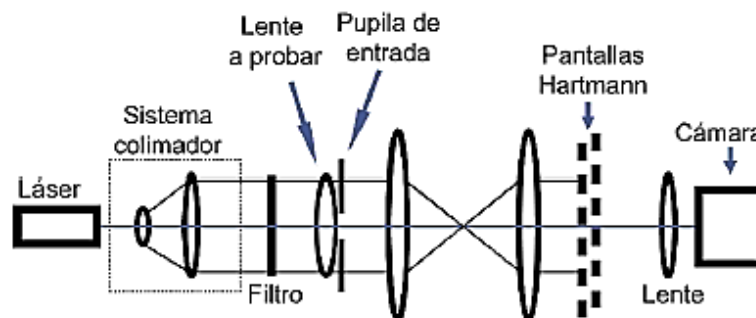


Figura 2.13 Dispositivo Hartmann-Moiré.

2.2 Dispositivos de medición

En la actualidad existen aparatos encargados de medir los parámetros de las lentes oftálmicas (potencia, cilindro, esfera, etc.), basándose en diferentes métodos de medición. Estos equipos de medición son llamados lensómetros.

2.2.1 Lensómetro

El lensómetro es un equipo de diagnóstico que sirve para medir la potencia frontal posterior de una lente común o de contacto, positiva o negativa, en la Figura 2.14 se observa este mismo. Es un instrumento óptico que permite ubicar el centro óptico, medir la potencia dióptrica y determinar la dirección del eje del cilindro, en una lente oftálmica.

La magnitud de la potencia se define como el inverso de la distancia (en metros) que hay entre el vértice posterior de la lente y su foco imagen.

Esto se ha establecido como un parámetro estándar para medir la potencia de las lentes oftálmicas [29] [30].



Figura 2.14 Lensómetro comercial.

Existen 2 tipos de lensómetros, los de observación (subjetivos) y los de proyección (objetivos). La Figura 2.15 muestra las partes más importantes de un lensómetro en una vista transversal.

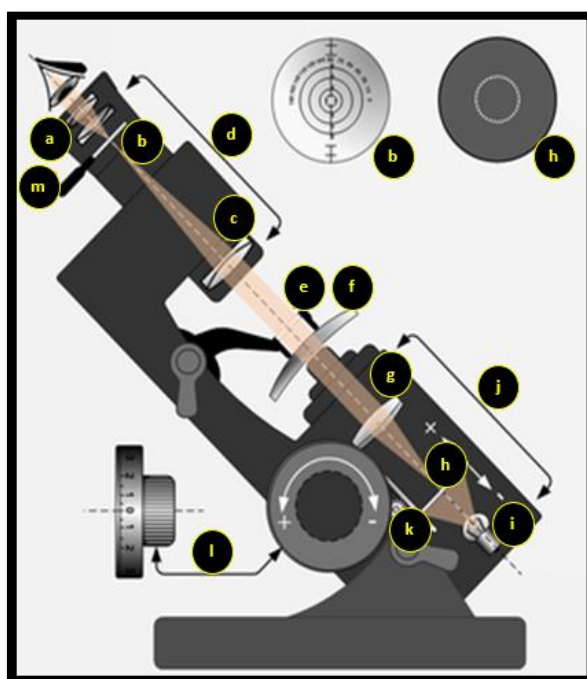


Figura 2.15 Sección transversal de un lensómetro. a) Ocular ajustable, b) Retícula, c) Lente objeto, d) Telescopio de Kepler, e) Apoyo de la lente, f) Lente a analizar, g) Lente estándar, h) Objetivo iluminado, i) Fuente luminosa, j) Colimador, k) Palanca de ajuste de ángulo, l) Tambor de alimentación (+20 y -20 dioptrías), m) Botón de la escalera del prisma.

Dentro de su sistema de funcionamiento interno existen las siguientes partes importantes:

Ocular. - Montado en un mecanismo de enfoque de tipo tornillo, el ocular juega un papel importante en la precisión de sus lecturas. Es esencial que el ocular se enfoque en el ojo individual de cada usuario. Puede estar equipado con un protector de goma para evitar rayar las propias gafas del usuario.

Retícula. - Posee marcas para centrado y orientación de ejes de los meridianos principales de la lente y marcas para medir descentramientos.

Lente objeto. – Ayuda en la formación del telescopio Kepler.

Telescopio de Kepler. – Se diseña de una forma compacta.

Apoyo de la lente. - Se usa para sostener una lente en su lugar, contra la abertura.

Lente a analizar. – En esta parte se coloca la lente a analizar.

Objetivo iluminado. – Se utiliza para dejar pasar un frente de onda esférico.

Fuente luminosa. – Aquí es colocada la fuente de iluminación del lensómetro.

Colimador. - Sistema convergente de 20-25 D, que forma una imagen de la mira, según su posición. Cuando está colocado en cero, sin lente a medir, la mira está en el foco objeto del colimador, y su imagen está en el infinito.

Palanca de ajuste de ángulo. - Se utiliza para elevar o deprimir la posición del instrumento para la altura o postura del individuo.

Tambor de alimentación. - Volante con lecturas de escala numeradas entre +20 y -20 dioptrías.

Botón de la escalera del prisma. - Se utiliza para subir o bajar el nivel de la tabla de anteojos.

Como ya se definió anteriormente, el lensómetro es un instrumento generalmente usado en talleres y gabinetes orto óptico y mide la potencia frontal posterior de lentes oftálmicas, como se observa en la Figura 2.16.

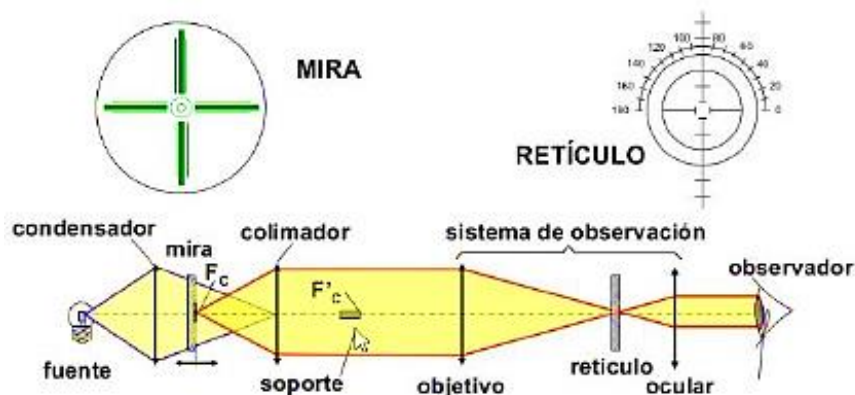


Figura 2.16 Sistema interno de un Lensómetro.

Funcionamiento: El personal capacitado observará a través de la retícula, que consta de dos líneas perpendiculares entre sí y de una línea por arriba que representa los meridianos. Las líneas perpendiculares se observarán de manera difusa primero, pero éstas se irán aclarando a medida que se vayan moviendo las ruedas de las dioptías y ejes (solo si es necesario).

Cuando ambas líneas se hayan aclarado, los valores obtenidos se analizarán con una fórmula matemática, la cual dará como resultados la potencia y el cilindro (con su eje) del lente.

2.2.2 Auto-lensómetro

En los últimos años, se han estado desarrollando aparatos totalmente automáticos, basados en diferentes características de funcionamiento, los cuales ya procesan la información electrónicamente.

Estos cuentan con componentes ópticos modernos y sofisticados sistemas electrónicos y computacionales, todo esto para obtener de manera más eficaz mediciones automáticas, incluso la potencia dióptrica de todo tipo de lentes incluyendo los lentes de contacto, todo esto con muchas modalidades de entrega de información como despliegue de información gráfica, opciones de almacenamiento de información y análisis estadístico.

Posee una pantalla de cristal líquido, con diferentes configuraciones, para el despliegue de gráficos en color. Después de desarrollar la verificación de las lentes, se pueden imprimir todos los datos registrados y la información se puede personalizar con el nombre de la óptica, clínica o laboratorio, en la Figura 2.17 se muestra un ejemplo de este aparato.



Figura 2.17 Auto-lensómetro.

Actualmente existen diversos equipos comerciales de este tipo, algunos son Humphrey, Topcon, Nidek, Visionix, Tomey, Rotlex, etc. Los cuales se basan primordialmente en variaciones de la prueba Hartmann [13].

2.2.2.1 Nidek

Los lensómetros Nidek utilizan el método Hartmann Shack [31] [32], la compañía ofrece diferentes series en sus equipos de autolensómetros: LM500, LM600, LM1000, LM 1200 y LM1800. Estos dispositivos utilizan 108 puntos de medición en el patrón Hartmann con el fin de ofrecer la mayor exactitud. En la Tabla 2.1 se muestran algunas características de este mismo.

Tabla 2.1. Especificaciones para la serie Nidek LM.

Esfera	-25 D a +25 D
Cilindro	0 a ± 10 D
Eje	0° a 180°
Prisma	0 a 20 Δ
Adición	0 a +10 D
Diámetro de medición	5 a 120 mm

2.2.2.2 Visionix

El lensómetro Visionix [33] se basa en una técnica modificada de Hartmann que utiliza un patrón de solo 3 huecos. Visionix presenta las series VL1000 y VL3000. En la Tabla 2.2 se muestran algunas de sus características.

Tabla 2.2. Especificaciones para la serie Visionix VL.

Esfera	-20 D a +20 D
Cilindro	-10 D a +10 D
Eje	0° a 180°
Prisma	0 a 10 Δ
Adición	0 a +10 D

2.2.2.3 Topcon

El LM8/8E es un lensómetro clásico de estilo americano. En la Tabla 2.3 se muestran algunas de sus características.

Tabla 2.3. Especificaciones Topcon serie LM.

Esfera	-25 D a +25 D
Prisma	0 a 6 Δ
Diámetro de medición	24 a 90 mm

Las familias CL200 y EZ200 [34] [35] son una serie de autolensómetros que se basan en una versión modificada de la técnica Hartmann, como se muestra en la Tabla 2.4.

Tabla 2.4. Especificaciones Topcon CL200 y EZ200.

	CL200	EZ200
Esfera	-25 D a +25 D	-15 D a +15 D
Cilindro	0 D a ±10 D	0 D a ±10 D
Eje	1° a 180°	0° a 180°
Prisma	0 a 10 Δ	0 a 10 Δ
Adición	0 a +10 D	0 a +10 D
Diámetro de medición	5 a 100 mm	5 a 100 mm

2.2.2.4 Tomey

Este tipo de lensómetros [36] obtiene las mediciones de la lente a partir de cálculos con el ángulo de incidencia y el grado de refracción de los rayos de luz, así como de la relación entre ambos. En la Tabla 2.5 se muestran algunas de sus características.

Tabla 2.5. Especificaciones del autolensómetro Tomey.

Esfera	-25 D a +25 D
Cilindro	0 D a ± 10 D
Eje	0° a 180°
Prisma	0 a 10 Δ
Adición	-2 D a +10 D
Diámetro de medición	20 a 100 mm

2.2.2.5 Rotlex

El lensómetro Class plus [37] basa su funcionamiento en la deflectometría de moiré para obtener las características de las lentes oftálmicas. En la Tabla 2.6 se muestran algunas características de este mismo.

Tabla 2.6. Especificaciones del autolensómetro Rotlex.

Esfera	-15 D a +15 D
Cilindro	0 D a +8 D
Adición	0 D a +5 D

CAPÍTULO III

MARCO TEÓRICO

3.1 Propagación de la luz

La luz que sale de las fuentes luminosas se propaga en línea recta y en todas direcciones. Cada una de las líneas rectas en las que viaja la luz se llama rayo de luz, el cual representa la dirección de propagación del frente de onda. La velocidad con que se propaga la luz depende del medio que atraviesa, es decir, no es igual en el aire que en el agua. La luz recorre alrededor de 300 000 kilómetros en un segundo, en el vacío.

Cuando la luz incide sobre la interfaz de separación entre dos medios que poseen velocidades de luz diferentes, parte de la energía luminosa se transmite (refracción) y parte se refleja (reflexión).

3.1.1 Reflexión de la luz

Se presenta como el cambio de dirección de los rayos de luz que ocurre en un mismo medio, después de incidir sobre una superficie de un medio distinto, de tal forma que regresa al medio inicial como se puede ver en la Figura 3.1. La reflexión de la luz hace posible que veamos objetos que no emiten luz propia [38]. Este fenómeno se conforma por dos principios o leyes:

Primera: El rayo incidente, el reflejado y la normal a la superficie, en el punto de incidencia están en el mismo plano.

Segunda: El ángulo de incidencia ($\hat{i}$) es igual al ángulo de reflexión ($\hat{r}$).

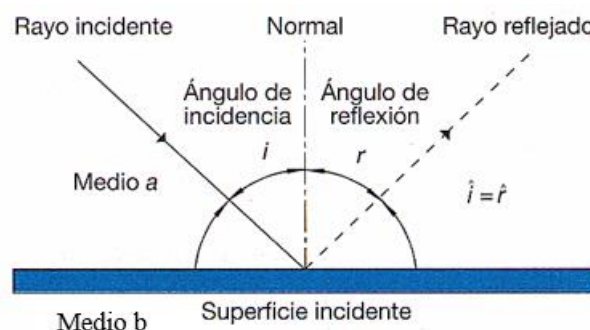


Figura 3.1 Reflexión de la luz.

Según las superficies en las que incidan los rayos de luz, como se ve en la Figura 3.2, la reflexión se puede dividir en:

Reflexión especular: Se produce cuando las superficies son pulidas, los rayos luminosos se reflejan en una sola dirección y de forma ordenada. Por ello se forman imágenes que parecen copias de los objetos.

Reflexión difusa: Se produce cuando las superficies son irregulares. En este caso, los rayos luminosos se reflejan en todas direcciones, lo que no permite la formación de imágenes.

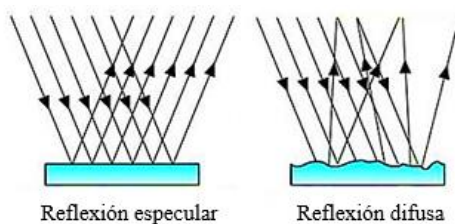


Figura 3.2 Tipos de Reflexión.

3.1.2 Refracción de la luz

Esta se presenta como el cambio de dirección y rapidez de los rayos de luz, que ocurre cuando estos pasan de un medio a otro en el que la luz se propaga con distinta velocidad, debido a los diferentes índices de refracción que presenta el medio ante las diferentes longitudes de onda incidentes [38]. El índice de refracción (n); es un número adimensional, el cual es una medida para saber cuánto se reduce la velocidad de la luz dentro de un medio, este mismo relaciona la velocidad de la luz en el vacío dividido por la velocidad de la luz en el medio.

$$n = \frac{c}{v} \quad (3.1)$$

El fenómeno de refracción se conforma por dos principios o leyes:

Primera: El rayo incidente, el refractado y la normal a la superficie se encuentran en un mismo plano.

Segunda: Se cumple la ley de Snell la cual afirma que el producto del índice de refracción del primer medio (n_1) por el seno del ángulo de incidencia de un rayo (θ_1), es igual al

producto del índice de refracción del segundo medio (n_2) por el seno del ángulo de refracción (θ_2), como se ve en la Figura 3.3.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3.2)$$

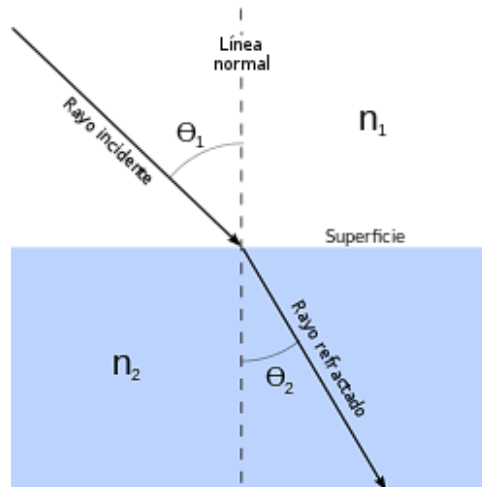


Figura 3.3 Refracción de la luz.

Si un rayo incidente pasa de un medio a otro de mayor índice de refracción, el rayo refractado se acerca a la normal. Pero, si pasa a otro de menor índice de refracción, el rayo refractado se aleja de la normal, esto se puede ver en la Figura 3.4.

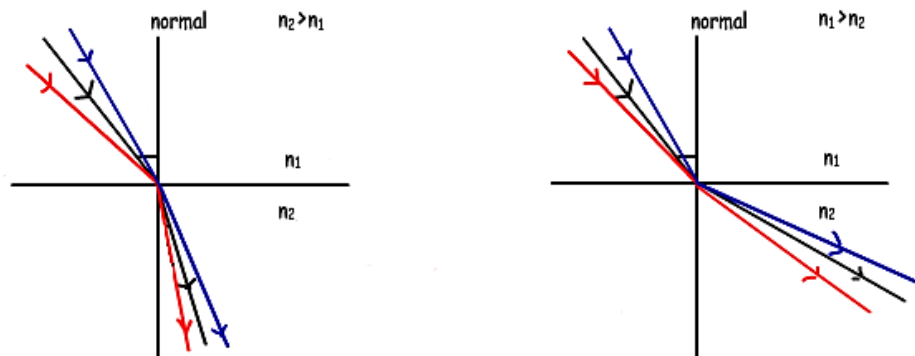


Figura 3.4 Refracción a diferentes índices de refracción.

3.2 Tipos de lentes

En la optometría se utilizan en general dos tipos de lentes (esféricas y cilíndricas) y combinaciones de estas mismas para corregir ametropías (errores de refracción) del ojo:

Lentes esféricas: corrigen la miopía, la hipermetropía y la presbicia.

Lentes cilíndricas: corrigen el astigmatismo.

3.2.1 Lentes esféricas

Las superficies esféricas se generan por la rotación de un arco de circunferencia alrededor de un eje de revolución que pasa por el centro de curvatura, tal y como muestra la Figura 3.5 donde:

Donde AR representa el arco generador, XX' el eje de revolución y C el centro de curvatura de la superficie esférica.

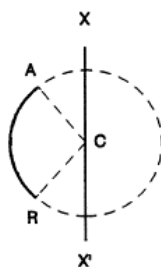


Figura 3.5 Generación de superficie esférica.

La intersección con la superficie esférica de cualquier plano es una sección circular y la mayor circunferencia se obtiene cuando la superficie es seccionada por un plano que contiene el centro de curvatura de dicha superficie [39].

Este tipo de lentes están formadas por dos superficies esféricas o por una superficie plana y otra esférica. Dependiendo de la combinación de estas dos superficies se obtienen distintas lentes, como se muestra en la Figura 3.6.

Cuando las lentes esféricas tienen una o dos superficies convexas se conocen como lentes convexas o positivas (+) y tienen la propiedad óptica de hacer converger los rayos de luz que las inciden, en un punto denominado foco.

Cuando las lentes esféricas; tienen una o dos superficies cóncavas se conocen como lentes cóncavas o negativas (-), éstas tienen la propiedad óptica de hacer diverger los rayos de luz que la inciden, en un punto denominado foco.

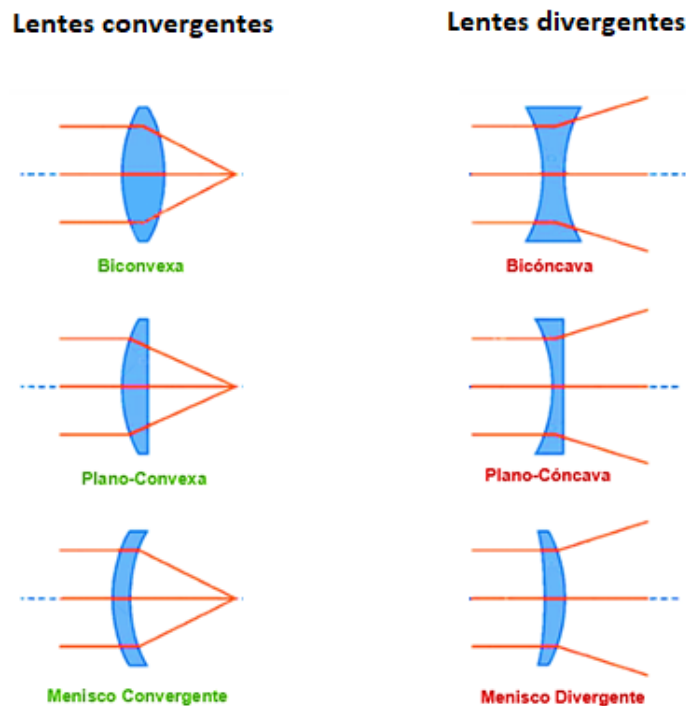


Figura 3.6 Tipos de lentes esféricas.

Las superficies esféricas son las más sencillas de estudiar ya que presentan equivalencia en todos sus meridianos; por lo que, tanto sus propiedades geométricas como ópticas son constantes en todas las secciones de la superficie.

3.2.2 Lentes cilíndricas

Al cortar un cilindro mediante un plano paralelo a su eje de revolución se obtiene una lente cilíndrica formada por dos superficies, una de las cuales es plana y la otra cilíndrica. Estas lentes, reciben también la denominación de planocilíndricas [39].

La intersección de un plano cualquiera que pasa por el centro geométrico de la superficie cilíndrica, se llama meridiano.

Las lentes cilíndricas se dividen en dos tipos: positivas (convergentes) y negativas (divergentes), las cuales podemos ver en la Figura 3.7.

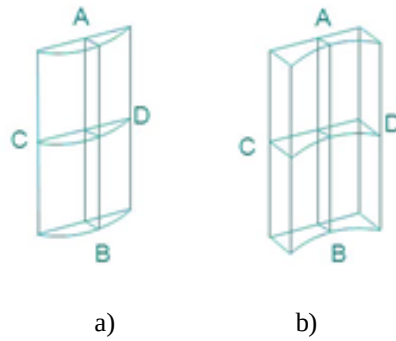


Figura 3.7 a) Lente cilíndrica convergente y b) Lente cilíndrica divergente.

En la Figura 3.7 se pueden observar en cada caso dos secciones: un plano vertical AB y un plano horizontal CD (éste incluye la curvatura máxima). Estas secciones perpendiculares entre sí, forman los meridianos principales de la lente cilíndrica, a los cuales se les llama eje y contraeje respectivamente.

En la Figura 3.8 se observa el comportamiento de los rayos de luz en una lente convexa o positiva, la cual no modifica los rayos que inciden en sentido vertical, pero hace converger los rayos que inciden en sentido horizontal.

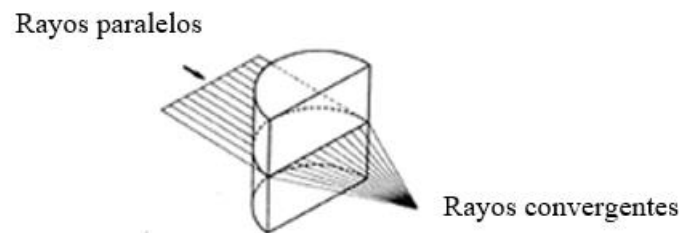


Figura 3.8 Lente cilíndrica convexa.

En la Figura 3.9 se muestra el comportamiento de los rayos de luz en una lente cóncava o negativa, la cual no modifica los rayos que inciden en sentido vertical, pero si actúa sobre los rayos que inciden en el plano horizontal, haciéndolos diverger.

Rayos paralelos

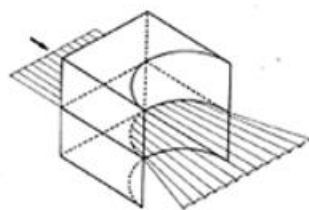
Rayos
divergentes

Figura 3.9 Lente cilíndrica cóncava.

Las lentes cilíndricas son entonces lentes que sólo modifican los rayos de luz que las inciden sobre su cara curva.

3.2.3 Lentes esfero-cilíndricas

Una lente esfero-cilíndrica está formada por dos superficies, una esférica y otra cilíndrica. Al igual que las lentes anteriormente vistas y como se puede observar en la Figura 3.10, las lentes esferocilíndricas contienen 2 meridianos principales el eje y contraeje, constituidas por las secciones E y E-C respectivamente [39].

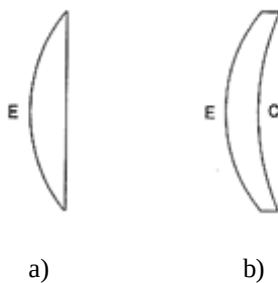


Figura 3.10 Lente esferocilíndrica, a) eje y b) contraeje.

Siguiendo la dirección del eje, este se comporta como una lente plano-esférica, en esta dirección la potencia cilíndrica (P_C) es nula y la potencia esférica (P_E) es la única que actúa.

Siguiendo la dirección del contraeje, la potencia total es la suma de la potencia esférica (P_E) más la cilíndrica (P_C), esto es;

$$P_{total} = P_E + P_C \quad (3.3)$$

Por lo tanto, una lente esferocilíndrica viene definida por sus dos potencias principales, la potencia esférica (P_E) y la potencia cilíndrica (P_C).

3.3 Potencia óptica

En óptica, se denomina potencia óptica a la magnitud física que mide la capacidad de una lente de hacer converger o divergir un haz de luz incidente.

La cual se define como el inverso (recíproco) de la distancia focal f del elemento (una lente), cuyo valor debe estar en metros (m) conforme al sistema internacional de unidades, expresando así la potencia en dioptrías [40].

$$P = \frac{1}{f} \quad (3.4)$$

De esta manera si la distancia focal se expresa en metros, la potencia se expresa en dioptrías, es decir:

$$1 \text{ dioptría} = 1 \text{ m}^{-1}.$$

La potencia mide el mayor o menor grado de convergencia de los rayos emergentes: a mayor potencia mayor convergencia de los rayos. La potencia es positiva para lentes convergentes y negativa para las divergentes.

3.4 Convención de signos

Antes de trabajar con el trazo de rayos es necesario establecer una convención de signos ya que diferentes autores en la literatura obtienen sus modelos matemáticos en base a esto. Para ello se tomará en cuenta de inicio, que la luz viaja de izquierda a derecha. De acuerdo a la Figura 3.11:

Las distancias son positivas (+) para las cantidades: r , L , L' si C , A y B están a la derecha del vértice V de la lente.

Las distancias son negativas (−) para las cantidades: r , L , L' si C , A y B están a la izquierda del vértice V de la lente.

Los ángulos θ_U y θ_U' son positivos girando el eje óptico hacia el rayo en el sentido de las manecillas del reloj.

Los ángulos θ_i e θ_i' son positivos girando la normal a la superficie hacia el rayo en el sentido contrario a las manecillas del reloj.

3.5 Trazo de rayos

Al momento de analizar la propagación de un haz luminoso a través de un sistema óptico, es necesario plantear un modelo geométrico que consiste en aplicar la ley de refracción en la trayectoria que puede seguir un rayo, esta técnica generalmente recibe el nombre de trazo de rayos para superficies centradas en un eje común denominado eje óptico [41].

Un sistema óptico; es una combinación de superficies esféricas o asféricas, posiblemente construidas con materiales de distinto índice de refracción, sumergidas en medios: gaseosos, líquidos, o en aire con aproximadamente $n=1$. Todas las superficies que forman el sistema comparten un eje común o eje óptico, el cual sirve como referencia para los parámetros físicos involucrados.

En la siguiente Figura 3.11 se observa la refracción de un rayo meridional en una superficie esférica la cual separa dos medios (n y n').

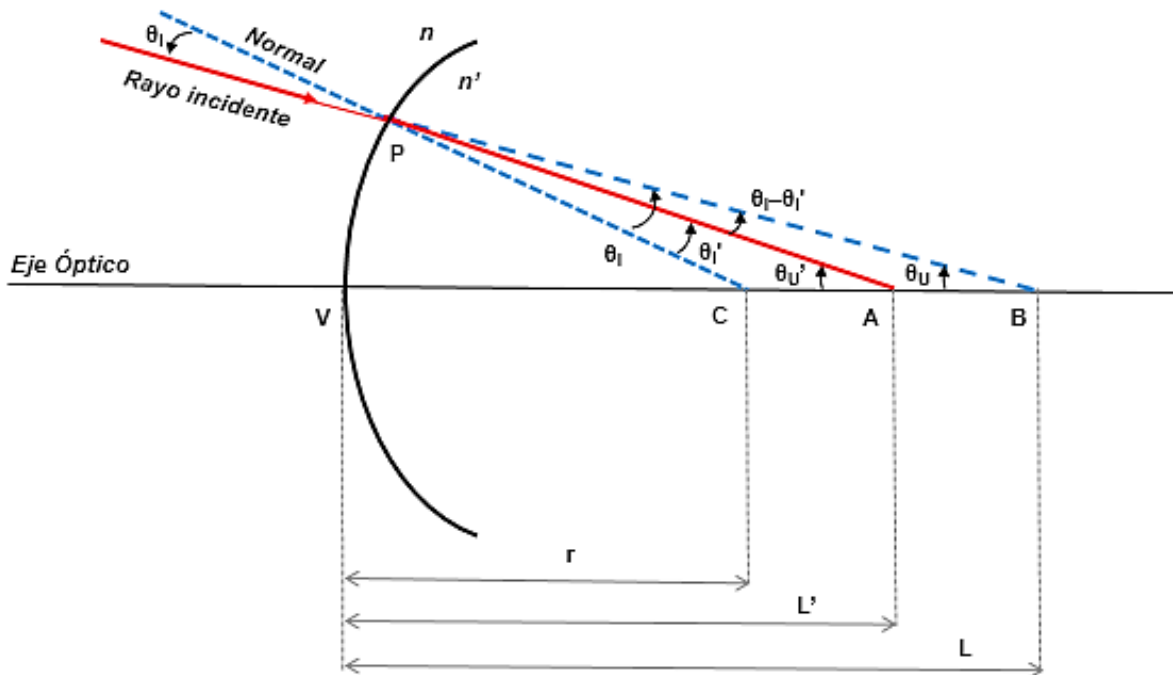


Figura 3.11 Refracción de un rayo meridional en una superficie esférica.

$$\frac{\sin \theta_I}{BC} = \frac{\sin \theta_U}{PC} \quad (3.5)$$

$$BC = L - r \quad (3.6)$$

$$PC = r \quad (3.7)$$

Por lo tanto, la primera ecuación exacta es:

$$\frac{\sin \theta_I}{L - r} = \frac{\sin \theta_U}{r} \quad (3.8)$$

Ahora analizando los puntos PAC de la Figura 3.13:

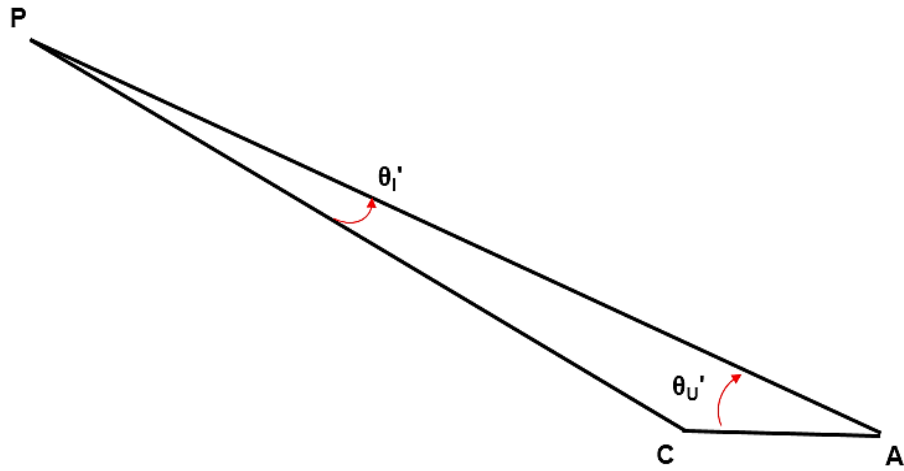


Figura 3.13 Triángulo formado por los puntos PAC.

$$\frac{\sin \theta_I'}{AC} = \frac{\sin \theta_U'}{PC} \quad (3.9)$$

$$AC = L' - r \quad (3.10)$$

$$PC = r \quad (3.11)$$

Por lo tanto, la segunda ecuación exacta es:

$$\frac{\sin \theta_I'}{L' - r} = \frac{\sin \theta_U'}{r} \quad (3.12)$$

Para lograr obtener la tercera ecuación exacta, se analiza la relación entre los triángulos PBC y PAC de la Figura 3.14.

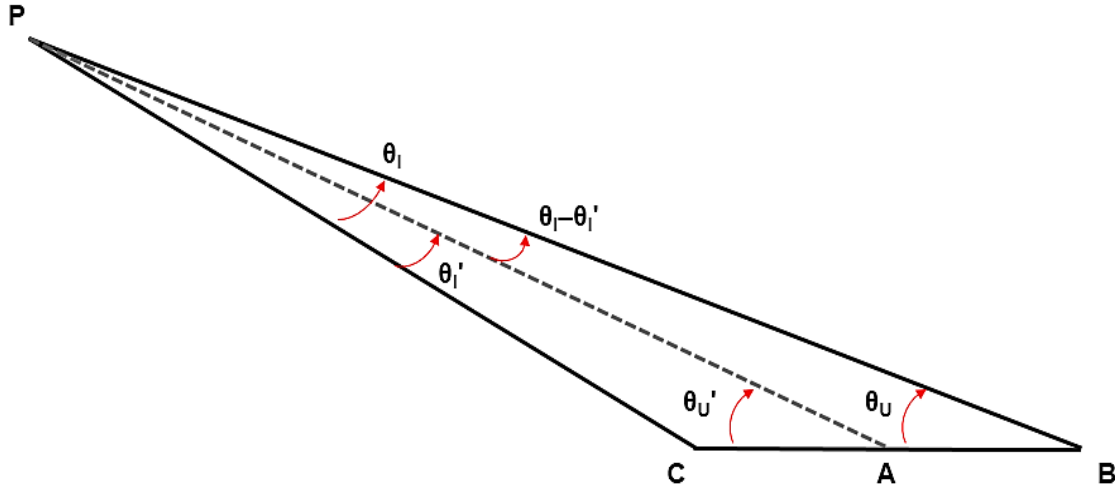


Figura 3.14 Relación entre los ángulos de los triángulos PBC y PAC.

$$\theta_U + \theta_I = \theta_U' + \theta_I' \quad (3.13)$$

Debido a la refracción del rayo, y en base a la Ley de Snell, la cuarta ecuación exacta está dada por la siguiente relación:

$$n \sin \theta_I = n' \sin \theta_I' \quad (3.14)$$

Los parámetros r, n, n' son constantes conocidas. Por otro lado los valores de $L, L', \theta_I, \theta_I', \theta_U, \theta_U'$ son variables. Debido a esto se cuenta con cuatro ecuaciones exactas y seis variables de las cuales por conocimiento del sistema se pueden especificar al menos dos de las siguientes tres posibles:

1. θ_I corresponde al ángulo de incidencia.
2. θ_U correspondiente al ángulo del rayo sin refractar con respecto al eje óptico.
3. L corresponde a la distancia del vértice al punto de intersección entre el eje óptico y el rayo sin refractar.

3.5.2 Ecuaciones paraxiales

Se pueden simplificar las ecuaciones exactas considerando la condición de ángulos pequeños, esto cuando los rayos son muy cercanos al eje óptico, teniendo esto en cuenta se dice que se trabaja bajo las condiciones de Gauss o de la teoría paraxial de rayos [42].

Un ángulo α se le considera pequeño si $\alpha \leq 10^\circ$, entonces el seno y la tangente de un ángulo se aproximan al ángulo mismo (en radianes), y el coseno a 1.

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \theta \quad (3.15)$$

$$\cos \alpha \approx 1 \quad (3.16)$$

De esta manera se tiene que:

$$\begin{array}{lll} \sin \theta_I = i & \sin \theta_U = u & L = l \\ \sin \theta_I' = i' & \sin \theta_U' = u' & L' = l' \end{array}$$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones exactas se obtienen las ecuaciones paraxiales:

$$\frac{i}{l - r} = \frac{u}{r} \quad (3.17)$$

$$\frac{i'}{l' - r} = \frac{u'}{r} \quad (3.18)$$

$$u + i = u' + i' \quad (3.19)$$

$$ni = n'i' \quad (3.20)$$

3.6 Refracción en una superficie esférica

El análisis de la refracción de la luz en superficies esféricas es uno de los más sencillos debido a que estas superficies presentan una equivalencia en todos sus meridianos, por lo tanto sus propiedades geométricas y ópticas son constantes en todas las secciones de la superficie esférica, como se observa en la Figura 3.15 [43].

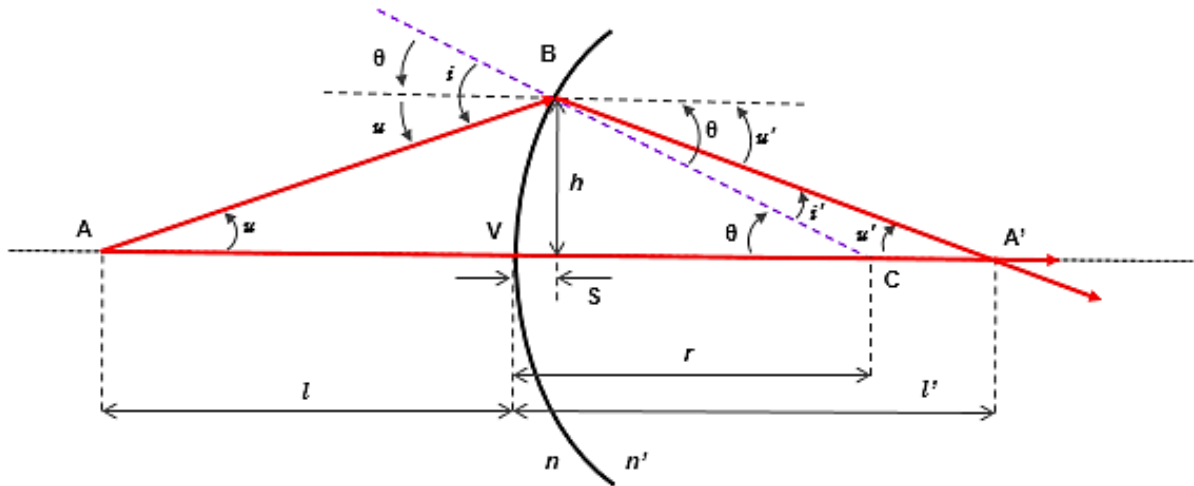


Figura 3.15 Refracción de una imagen en una superficie esférica.

Mediante la Figura 3.15 se puede observar la formación de la imagen (A') de un objeto (A) por la refracción de una superficie esférica convexa donde:

- Tiene un índice de refracción n rodeada por aire (n').
- Un radio r y centro C .
- El vértice de la superficie está dado por el punto V .
- l es la distancia objeto mientras que l' es la distancia imagen.

El rayo incidente $\overline{AB}$ es refractado en la interfaz hacia la normal ($n' > n$) con un ángulo u hacia el eje óptico, al momento de pasar a través de éste se genera un punto A' cuyo ángulo está dado por u' .

De los datos anteriores se tiene que:

Usando el triángulo ABC y la regla donde el ángulo externo es la suma de los dos ángulos internos opuestos, se tiene:

$$i = u + \theta \quad (3.21)$$

Usando el triángulo $A'BC$ y la regla donde el ángulo externo es la suma de los dos ángulos internos apuestos, se tiene:

$$\theta = i' + u' \quad (3.22)$$

Según la ley de refracción:

$$n \sin i = n' \sin i' \quad (3.23)$$

Las tangentes de u , u' , θ son:

$$\tan u = \frac{h}{l + S} \quad (3.24)$$

$$\tan u' = \frac{h}{l' - S} \quad (3.25)$$

$$\tan \theta = \frac{h}{r - S} \quad (3.26)$$

Con aproximación del seno y de la tangente de θ :

$$ni = n'i' \quad (3.27)$$

Si se combina con la ecuación (3.21) da como resultado:

$$i' = \frac{n}{n'}(u + \theta) \quad (3.28)$$

Si se sustituyen estas expresiones se obtiene:

$$n(u + \theta) = n'(\theta - u') \quad (3.29)$$

$$nu + n\theta = n'\theta - n'u' \quad (3.30)$$

$$nu + nu' = \theta(n' - n) \quad (3.31)$$

Volviendo a considerar la aproximación paraxial u , u' y θ , además de despreciar la pequeña distancia S , se tiene:

$$u \approx \tan u = \frac{h}{l} \quad (3.32)$$

$$u' \approx \tan u' = \frac{h}{l'} \quad (3.33)$$

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{h}{r} \quad (3.34)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.32), (3.33) y (3.34) en la ecuación (3.31) se obtiene:

$$\frac{n'h}{l'} + \frac{nh}{l} = \frac{h}{r}(n' - n) \quad (3.35)$$

$$\frac{n'}{l'} + \frac{n}{l} = \frac{(n' - n)}{r} \quad (3.36)$$

3.7 Refracción en dos superficies esféricas

Mediante dos superficies esféricas refractoras de radios C_1 y C_2 hechas de vidrio óptico con índice de refracción n_a , rodeada por un medio de índice n_b y con una separación o espesor d , entre las superficies, como se observa en la Figura 3.16 [44].

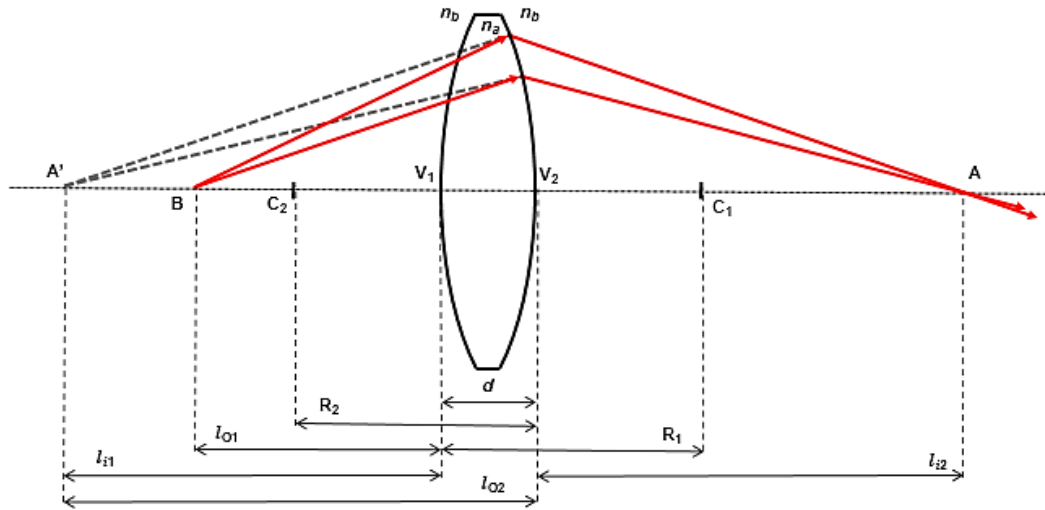


Figura 3.16 Refracción en dos superficies esféricas.

Considerando la ecuación (3.36), las expresiones correspondientes para cada superficie refractora, son:

$$\text{Primera superficie: } \frac{n_b}{l_{o1}} + \frac{n_a}{l_{i1}} = \frac{n_a - n_b}{R_1} \quad (3.37)$$

$$\text{Segunda superficie: } \frac{n_a}{l_{o2}} + \frac{n_b}{l_{i2}} = \frac{n_b - n_a}{R_2} \quad (3.38)$$

Si se considera el hecho de que la distancia objeto dos (l_{o2}) está a la izquierda, por lo tanto, es positiva y si la distancia imagen uno también está a la izquierda, esta será negativa ($-l_{i1}$). Debido a esto se tiene:

$$\frac{n_a}{(-l_{i1} + d)} + \frac{n_b}{l_{i2}} = \frac{n_b - n_a}{R_2} \quad (3.39)$$

Ahora si $n_a > n_b$ y $R_2 < 0$ tal que el lado derecho es positivo, sumando las ecuaciones (3.37) y (3.39) se obtiene:

$$\frac{n_b}{l_{o1}} + \frac{n_a}{l_{i2}} = (n_a - n_b) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{n_a d}{(l_{i1} - d)l_{i1}} \quad (3.40)$$

Considerando el caso de una lente delgada con $d = 0$, si la lente se encuentra en aire, $n_b = 1$ y además, haciendo $n_a = n$ (material de la lente), queda la expresión final que se encuentra en la mayoría de los libros de texto de óptica y física general:

$$\frac{n_b}{l_{o1}} + \frac{n_a}{l_{i2}} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.41)$$

3.8 Formación de imágenes

De cada uno de los puntos del objeto salen miles de rayos que llevan la información del objeto y se concentran en un punto donde se forma su imagen. Si los rayos son paraxiales la imagen es única, en caso contrario se forma una imagen difusa.

La construcción de imágenes en las lentes, se realiza aplicando las tres propiedades siguientes:

1. Todo rayo paralelo al eje principal, se refracta pasando por el foco.
2. Todo rayo que pasa por el centro óptico de la lente, no se desvía.

3. Todo rayo que pasa por el foco, se refracta paralelo al eje principal.

Para localizar el punto imagen correspondiente a un punto objeto, se deben trazar las trayectorias de por lo menos dos de los rayos anteriormente mencionados y donde estos se crucen, se localizará el punto imagen.

Si la distancia del objeto a la lente es l , la distancia de la imagen a la lente es l' y las distancias focales son: f para la distancia objeto y f' para la distancia imagen, se pueden tener diferentes casos, algunos de ellos son:

- 1) Si el objeto está situado entre menos infinito y $2f$, la imagen estará entre f' y $2f'$ y será invertida, real y más pequeña, como se observa en la Figura 3.17.

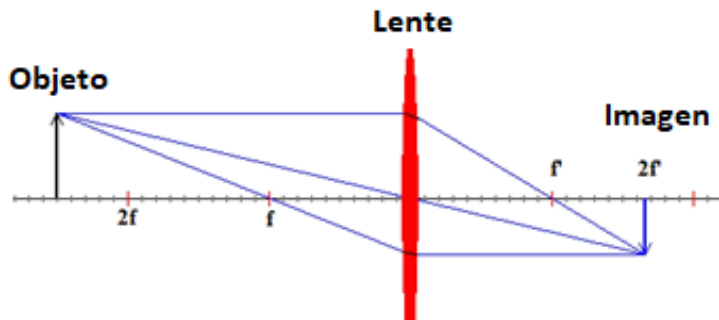


Figura 3.17 Objeto real – Imagen real, más pequeña e invertida.

- 2) Si el objeto está situado en $2f$, la imagen estará en $2f'$, y será igual, invertida y real, como se observa en la Figura 3.18.

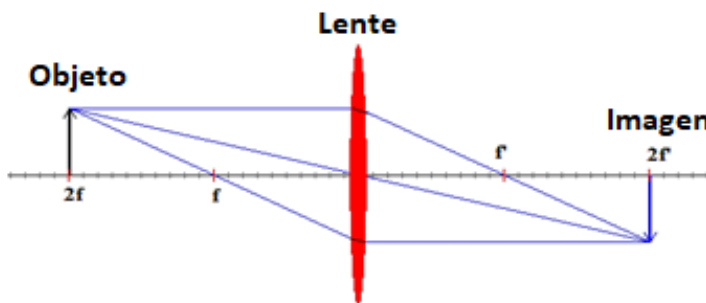


Figura 3.18 Objeto real – Imagen real, igual e invertida.

- 3) Si el objeto está situado entre $2f$ y f , la imagen estará situada más allá de $2f'$ y será mayor, invertida y real, como se observa en la Figura 3.19.

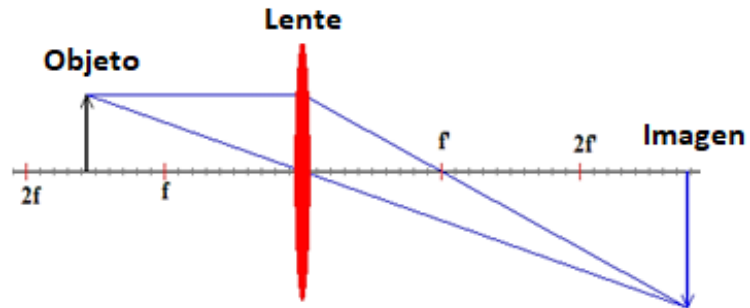


Figura 3.19 Objeto real – Imagen real, más grande e invertida.

- 4) Si el objeto está situado en f la imagen se forma en infinito, como se observa en la Figura 3.20.

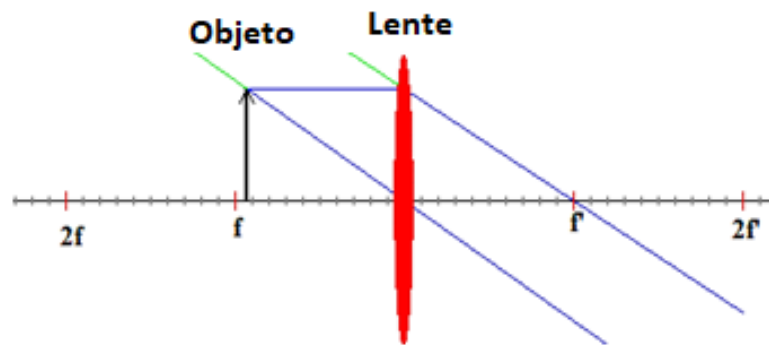


Figura 3.20 Objeto real – Imagen en infinito.

- 5) Si el objeto está situado entre f y la lente, la imagen estará entre f y el infinito y será virtual (la forman las prolongaciones de los rayos), mayor y derecha, como se observa en la Figura 3.21.

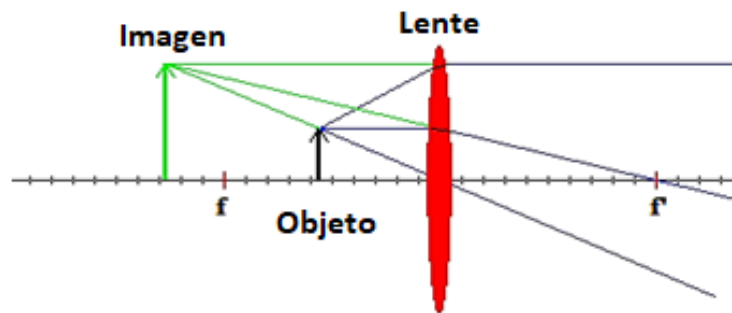


Figura 3.21 Objeto real – Imagen en infinito, virtual, más grande y derecha.

- 6) En cambio, si se cambia el tipo de lente, a una negativa se tiene que en cualquier posición del objeto frente a la lente la imagen siempre será virtual, menor y derecha, como se observa en la Figura 3.22.

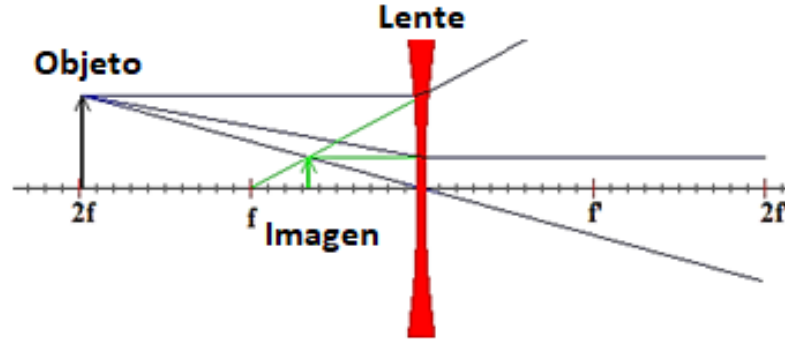


Figura 3.22 Objeto real – Imagen virtual, más pequeña y derecha.

3.9 Ecuación de Gauss

Esta ecuación permite encontrar la distancia de la superficie refractora a la imagen L' o l' , conociendo la distancia L o l de la superficie al objeto, el radio R y los índices de refracción n y n' .

La lente tiene dos puntos focales, uno a la izquierda y otro a la derecha, ambos cuentan con el mismo valor, la diferencia entre ellos es el signo [45].

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.42)$$

Donde:

- F y F' = Distancias focales a la izquierda y derecha del plano principal.
- n_1 = Índice de refracción de la lente.
- R_1 = Radio de la primera superficie.
- R_2 = Radio de la segunda superficie.

Teniendo en cuenta las expresiones de las distancias focales de la Figura 3.23, resulta la denominada ecuación de Gauss para las lentes delgadas.

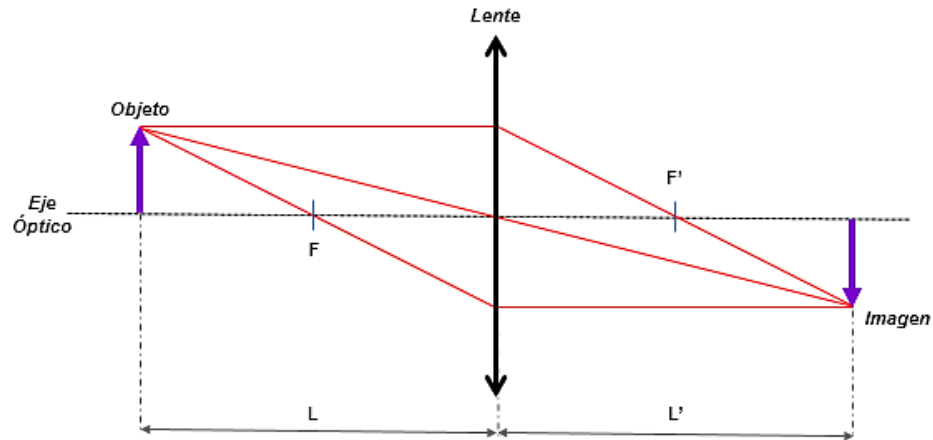


Figura 3.23 Formación de imagen a la misma distancia que el objeto.

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} = \frac{1}{L'} - \frac{1}{L} \quad (3.43)$$

3.10 Lentes oftálmicas

Las lentes oftálmicas son meniscos delgados, colocados en un armazón, a una distancia aproximada de 14 mm frente al ojo [46]. La intención de estas lentes es formar una imagen virtual del objeto observado a la distancia apropiada para que el ojo en relajación pueda enfocarla sobre la retina, compensando con ello el defecto refractivo del ojo.

3.10.1 Visión sencilla

Para compensar un ojo hipermetrope se usa un menisco positivo, como se muestra en la Figura 3.24a, y para compensar un ojo miope se usa un menisco negativo, como se muestra en la Figura 3.24b. En el caso del astigmatismo se utilizan lentes esfero-cilíndricas.

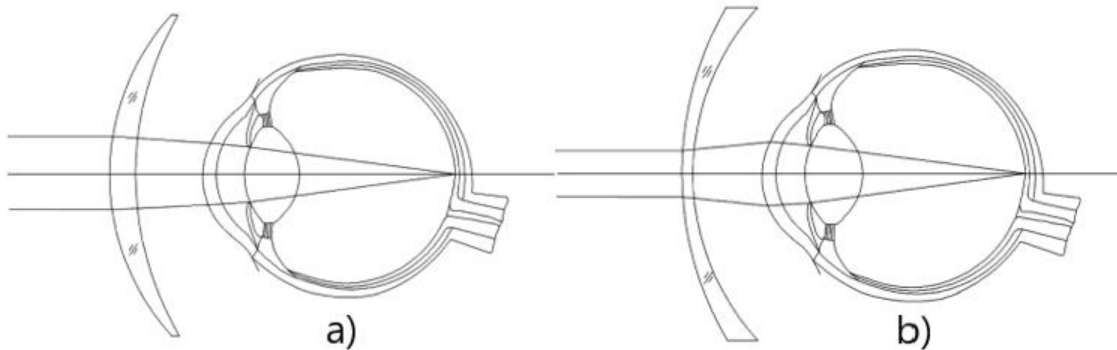


Figura 3.24 Compensación con lentes oftálmicas. a) Hipermetropía y b) Miopía.

Para que una lente oftálmica cumpla con su función es importante que su distancia focal posterior sea la correcta. La Figura 3.25 muestra algunos de los parámetros utilizados en el diseño de las lentes oftálmicas. Para que el ojo relajado pueda enfocar sobre la retina, la imagen debe estar a una distancia L de la superficie de la córnea. Para ello, la lente oftálmica debe tener una distancia focal posterior F_v tal que:

$$F_v = L + d_v \quad (3.44)$$

Donde d_v es la distancia entre el vértice de la lente y la córnea.

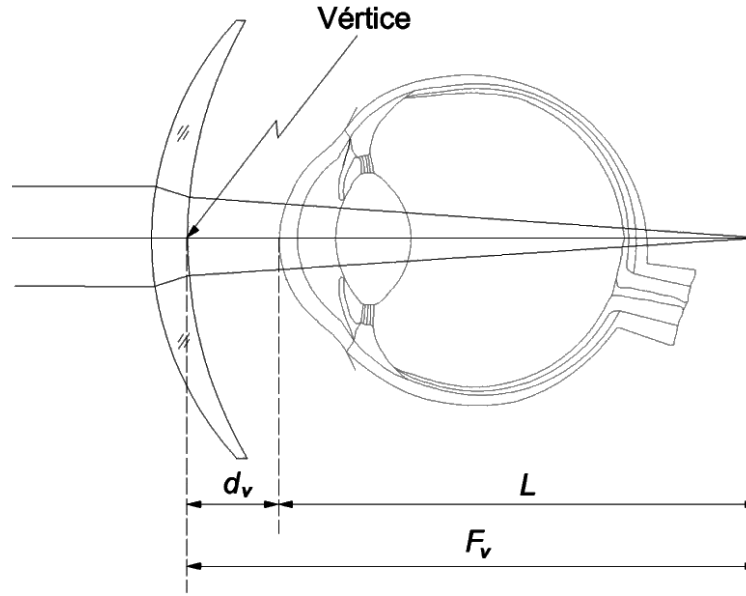


Figura 3.25. Parámetros utilizados para el diseño de las lentes oftálmicas.

Normalmente, las lentes oftálmicas se expresan en términos de su potencia vértice P_v que es el inverso de la distancia focal posterior F_v expresada en metros.

$$P_v = \frac{1}{F_v} \quad (3.45)$$

Para construir una lente oftálmica se parte de la potencia de vértice deseada y la potencia de la superficie frontal P_1 , también llamada potencia base. La potencia de la superficie posterior P_2 se calcula con la expresión.

$$P_2 = P_v - \frac{P_1}{1 - P_1 \frac{t}{1000 n}} \quad (3.46)$$

Donde t es el espesor de la lente en milímetros y n es el índice de refracción del material. En el caso del vidrio oftálmico $n=1.523$.

El espesor t se toma como constante igual a 2 milímetros para lentes de potencia de vértice negativa y se calcula para lentes de potencia vértice positiva con la expresión.

$$t = \frac{D^2 P_v}{8000(n - 1)} + 2.0 \text{ mm} \quad (3.47)$$

Donde D es el diámetro de la lente.

Una vez que se conocen las potencias necesarias en ambas superficies. Se puede calcular el radio r de curvatura correspondiente a cada una de ellas con la expresión.

$$r = \frac{(n - 1)}{p} \quad (3.48)$$

3.10.2 Lentes oftálmicas corregidas

También llamadas lentes con cero error de potencia, son aquellas en las que el usuario, independientemente del ángulo de observación θ , siempre verá la misma potencia a través de la lente. Así, para una lente corregida en potencia bien diseñada, el plano focal es en realidad una superficie focal esférica con centro de curvatura en el centro de rotación del globo ocular, si la lente está mal corregida la superficie focal será diferente a una superficie esférica.

En la Figura 3.26 se muestra este esquema. Cabe mencionar que este tipo de lentes conserva un pequeño error de astigmatismo residual fuera de eje.

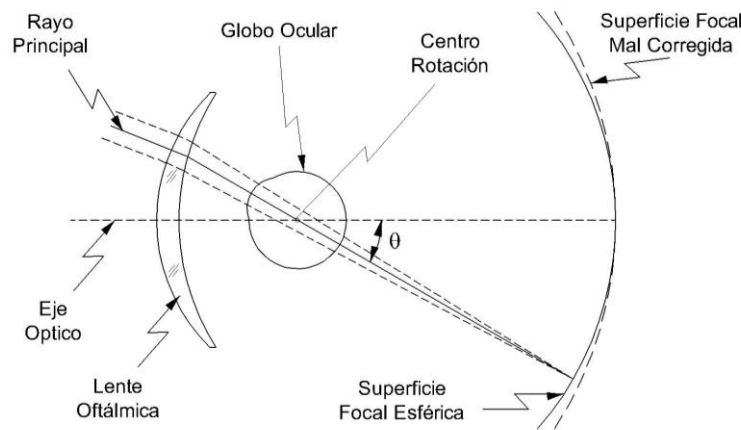


Figura 3.26. Representación esquemática para una lente oftálmica corregida en potencia.

Por otro lado, las lentes oftálmicas corregidas en astigmatismo, también llamadas lentes con cero error de astigmatismo, son diseñada para que independientemente del ángulo de observación θ , el usuario siempre vea el mismo astigmatismo a través de la lente. Cabe mencionar que en este tipo de lentes se conserva un pequeño error de potencia residual fuera de eje.

Los procedimientos para el diseño de este tipo de lentes están plenamente documentados y van desde el uso de las Elipses de Tscherning [47], hasta el trazo de las curvaturas de Petzval sagital y tangencial.

3.10.3 Lentes esfero-cilíndricas

Las lentes esfero-cilíndricas tienen una cara toroidal y se utilizan para corregir astigmatismo. Estas lentes se pueden considerar como una lente esférica superpuesta sobre otra lente cilíndrica cuyo eje puede tener cualquier orientación. Para especificar una de estas lentes se proporciona su potencia esférica, su potencia cilíndrica y la orientación de su eje.

$$\pm \text{esfera} \pm \text{cilindro} \times \text{eje}^\circ$$

Suponiendo que se tiene una lente oftálmica esfero-cilíndrica, como se muestra en la Figura 3.27a, con potencia P_1 sobre un eje θ_1 respecto a la horizontal y una potencia P_2 sobre un eje perpendicular al primero.

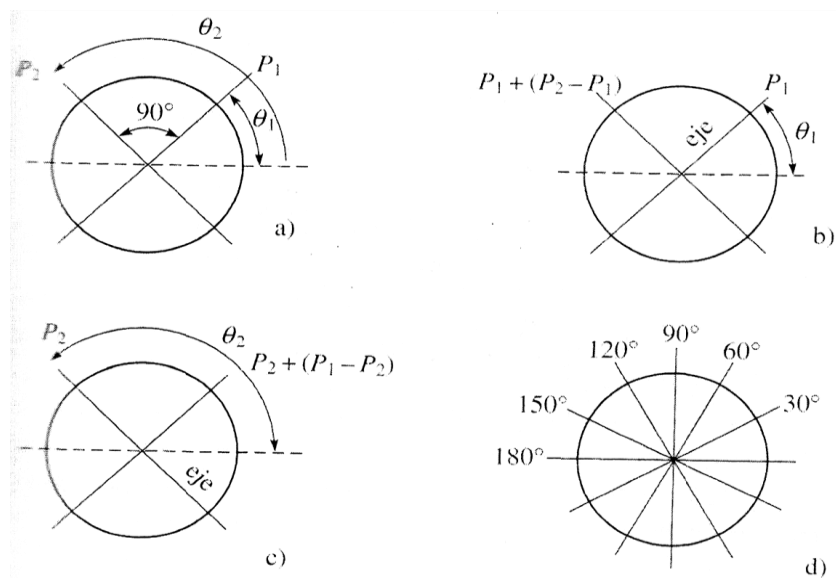


Figura 3.27. Parámetros ópticos en una lente esferocilíndrica.

Esta lente se puede especificar como una graduación de P_1 dioptrías de esfera (DS) y un ($P_2 - P_1$) dioptrías de cilindro (DC) con eje en el ángulo θ_1 grados respecto a la horizontal, como se muestra en la Figura 3.27b.

Otra manera de especificar esta misma lente sería como una graduación esférica de P_2 dioptrías y un cilindro de $P_1 - P_2$ dioptrías con eje en el ángulo θ_2 respecto a la horizontal, como se muestra en la Figura 3.27c.

Por lo tanto, hay dos maneras de especificar la esfera, el cilindro y el eje en lentes esfero-cilíndricas. Debido a que ambas formas son equivalentes, es posible pasar de una a la otra siguiendo tres sencillos pasos:

- a) El nuevo valor de esfera es la suma algebraica de la esfera y cilindro anteriores.
- b) El nuevo valor de cilindro es de la misma magnitud que el anterior, pero con signo contrario.
- c) Se gira el eje anterior 90° .

A este procedimiento se le llama transponer las especificaciones de la lente. Por ejemplo, si tenemos una lente oftálmica con:

$$+2.50 \text{ DS} - 0.50 \text{ DC} \times 60^\circ$$

al transponerla obtenemos:

$$+2.00 \text{ DS} + 0.50 \text{ DC} \times 150^\circ$$

3.11 Lentes bifocales

Cuando se pierde la acomodación debido a la presbicia, se requieren dos graduaciones diferentes: una para visión cercana y otra para visión lejana. Como resultaría muy incómodo tener que estar cambiando de lentes, el problema se resuelve mediante el uso de lentes bifocales las cuales tienen diferente graduación en diferentes zonas de la misma lente. La Figura 3.28 muestra algunos de los estilos más usados de este tipo de lentes.

En esencia hay dos tipos de lentes bifocales las que están formadas por la fusión de dos tipos distintos de material, Figuras 3.28a y 3.28b; y las que son de un solo material, pero tiene dos curvaturas, Figuras 3.28c y 3.28d.

La diferencia de graduación entre las dos zonas de la lente bifocal se denomina adición y siempre es un valor positivo debido a que la zona de visión cercana requiere acortar la distancia focal (aumentar la potencia) con respecto a la zona de visión lejana.

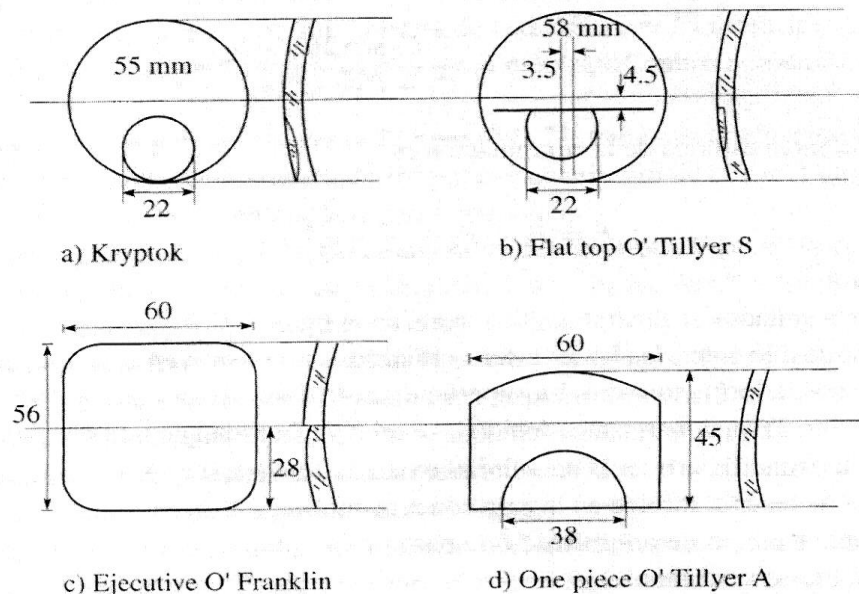


Figura 3.28. Tipos comunes de lentes bifocales.

Un problema que se tiene con las lentes bifocales es que en la frontera entre las dos graduaciones existe un cambio muy brusco, el cual es notorio tanto para el usuario como para un observador externo.

3.12 Lentes progresivas

Las lentes progresivas son una nueva alternativa para sustituir a las lentes bifocales en la corrección de la presbicia. En este tipo de lentes la potencia entre la zona de visión lejana y la zona de visión cercana varía de manera continua generando con ello una región multifocal.

Existen diversos diseños de lentes progresivas como la Omnifocal que varía lentamente la graduación de una zona a la otra o la Varilux que lo hace rápidamente.

Este tipo de lentes tiene la ventaja, comparadas con las bifocales, de que mejoran su apariencia cosmética y proporcionan zonas de visión intermedia entre la lejana y la cercana. Sin embargo, también tienen algunas desventajas: generalmente el canal de transición de potencia progresiva es muy estrecho generando amplias zonas con una gran cantidad de astigmatismo

fuera de dicho canal. La Figura 3.29 muestra los mapas de distribución de potencia y astigmatismo en una lente progresiva.

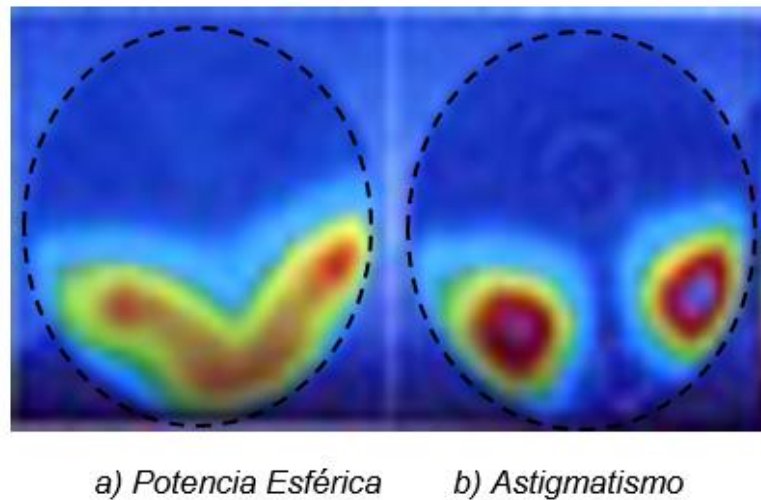


Figura 3.29. Mapas de distribución de potencia en una lente progresiva.

3.13 Lentes de contacto

Las lentes de contacto (también conocidas como pupilentes) son unas lentes correctoras o cosméticas que se ponen en el ojo, concretamente sobre la capa lagrimal que protege y lubrica la córnea. Desde el punto de vista óptico estas lentes tienen tres diferencias esenciales con las lentes oftálmicas ordinarias: no hay separación entre el ojo y la lente, la lente no está fija sobre la cara puesto que se mueve con el ojo y no se incrementa el número de superficies reflectoras.

Las principales ventajas que tienen este tipo de lentes son: no se produce amplificación ni disminución de la imagen, no existen aberraciones en la visión lateral y corrige automáticamente irregularidades en la córnea.

Sus principales desventajas son: costo más elevado, manejo delicado, no todas las personas las toleran y pueden causar problemas de salud en el ojo.

Las lentes de contacto no tienen en su superficie cóncava la misma curvatura de la córnea, esto es para permitir la ventilación y lubricación de la córnea al mismo tiempo que permite una adecuada fijación.

En forma general podemos decir que el sistema óptico completo de la córnea está compuesto por dos lentes: la lente plástica de contacto propiamente dicha y la lente líquida (fluida) que se forma con las lágrimas atrapadas entre la lente de plástico y la córnea, como se muestra en la Figura 3.30.

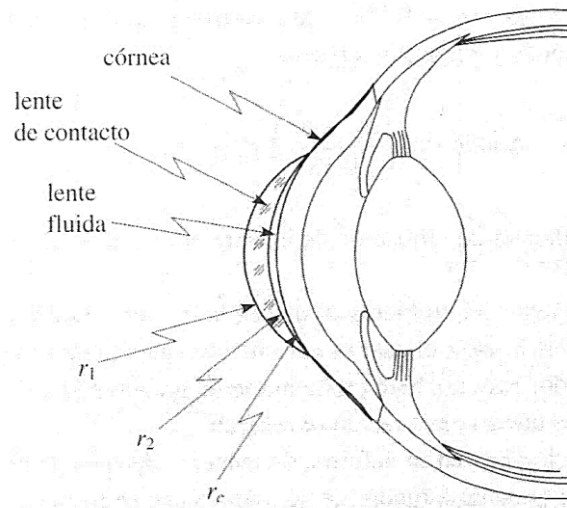


Figura 3.30 Sistema óptico generado al usar una lente de contacto.

Hay dos tipos principales de lentes de contacto: las rígidas y las flexibles (blandas). Las lentes rígidas están fabricadas de acrílico y las lentes flexibles con un material plástico muy suave que tiene la capacidad de absorber mucha agua.

3.14 Estándar internacional ISO 8598

Es de suma importancia mencionar la relevancia de los estándares internacionales para los aparatos encargados de medir la potencia en las lentes oftálmicas [48].

El estándar ISO 8598 especifica definiciones y tolerancias para los focímetros, los cuales incluyen lo siguiente:

La definición de potencia vértice posterior es el recíproco del valor paraxial de la distancia vértice posterior medida en metros.

Las tolerancias de la medición de potencia vértice para un focímetro con un rango de medición de ± 0 a ± 20 D, deberá ser desde ± 0.06 a ± 0.18 D.

CAPÍTULO IV

MODELO MATEMÁTICO

Mediante este trabajo de tesis se busca proporcionar una alternativa confiable y sencilla para la medición de las características ópticas de una lente oftálmica, mediante el uso de un modelo matemático ya comprobado [44] basado en conceptos básicos de trigonometría que permitieron encontrar una relación entre: el cálculo de la potencia dióptrica de una lente oftálmica en función del diámetro del haz de luz colimado que incide sobre la lente bajo prueba, el diámetro del haz refractado y la distancia comprendida entre la lente y la pantalla de proyección.

4.1 Análisis matemático

A continuación, en la Figura 4.1 se muestra el esquema utilizado para el análisis del modelo matemático:

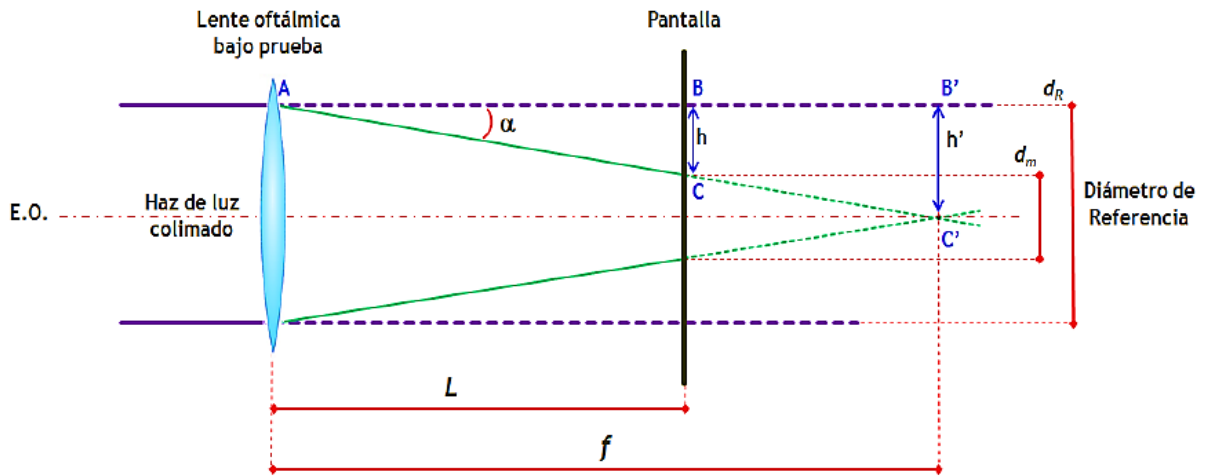


Figura 4.1 Trazo de rayos en lente oftálmica bajo prueba.

En la Figura 4.1 se observa que, al incidir el haz de luz colimado en la lente oftálmica bajo prueba, se genera un spot d_m (diámetro medido) de diferente tamaño que el d_R (diámetro de referencia), a partir de este comportamiento se analizan los siguientes puntos:

Del triángulo ABC

$$\tan \alpha = \frac{h}{L} \quad (4.1)$$

Del triángulo AB'C' $\tan \alpha = \frac{h'}{f}$ (4.2)

De la misma manera se procede a analizar la relación que existe entre las alturas (h y h'), el diámetro de referencia (d_R) y el diámetro medido (d_m):

$$h = \frac{d_R - d_m}{2} \quad (4.3)$$

$$h' = \frac{d_R}{2} \quad (4.4)$$

Después de igualar las ecuaciones (4.1) y (4.2), y despejar la distancia focal f se obtiene:

$$f = \frac{h'L}{h} \quad (4.5)$$

Si se sustituye las ecuaciones (4.3) y (4.4) en la ecuación (4.5), y se sabe que la potencia de una lente oftálmica es inversamente proporcional a la distancia focal de la misma, se obtiene:

$$P = \frac{1}{f} = \frac{(d_R - d_m)}{Ld_R} \quad (4.6)$$

Finalmente en la ecuación (4.6) se observa un modelo matemático directo y sencillo para la medición de la potencia en lentes oftálmicas mediante el uso de conceptos básicos de trigonometría.

4.2 Interpretación de medición de potencia en lentes esféricas

Este tipo de lentes como lo dice su nombre, cuentan únicamente con potencia de esfera. Si se toma como imagen de referencia el resultado de la colimación de una fuente de luz el cual corresponde a la proyección de un patrón circular, colocando enseguida un tipo de lente esférica (positiva o negativa) centrada sobre el eje óptico, la imagen que se crea cuenta con dos características principales, como se observa en la Figura 4.2:

1. Su forma sigue asemejándose a la de un círculo.
2. El cambio que sufre es uniforme, de la misma magnitud en todas direcciones.

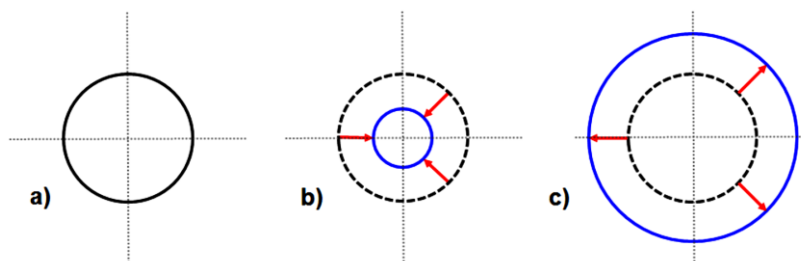


Figura 4.2 Interpretación en lentes esféricas: a) imagen de referencia, b) imagen producida al colocar una lente esférica positiva e c) imagen producida al colocar una lente esférica negativa.

En la Figura 4.2 se muestra el efecto de una lente oftálmica únicamente con potencia de esfera. Si se toma como referencia un círculo con un diámetro dado (color negro) y se coloca una lente esférica positiva, entonces la imagen obtenida es un círculo con un diámetro menor al de referencia, por otro lado, si se coloca una lente esférica negativa se obtiene un círculo con diámetro mayor al del objeto de referencia.

4.3 Interpretación de medición de potencia en lentes cilíndricas

Este tipo de lentes, poseen dos radios de curvatura diferentes, también llamados meridianos principales, perpendiculares entre sí, a su vez se caracterizan por tener una refracción diferente en sus distintos meridianos, por lo tanto, poseen dos potencias distintas, una en la cual tendrá potencia nula (eje del cilindro) y la otra se encuentra ubicada a 90° de dicho eje (contra-eje) en el cual se encuentra la potencia máxima (de cilindro) y su valor es absoluto, justo como se muestra en la Figura 4.3.

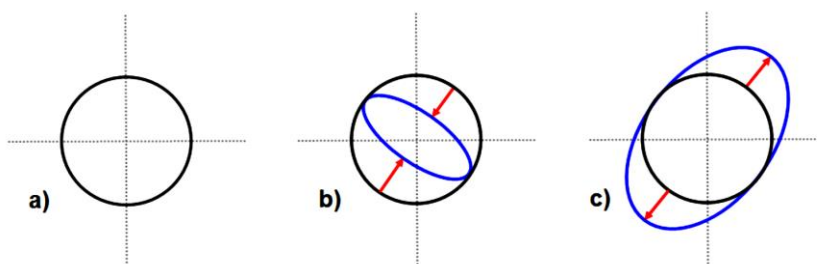


Figura 4.3 Interpretación en lentes cilíndricas: a) imagen de referencia, b) imagen producida al colocar una lente cilíndrica positiva e c) imagen producida al colocar una lente cilíndrica negativa.

En la Figura 4.3 se muestra el efecto de una lente con potencia de cilindro, si se toma como referencia un círculo con un diámetro dado (color negro) y se coloca una lente cilíndrica positiva o negativa se tienen los siguientes resultados:

- Si se coloca una lente cilíndrica positiva, el spot generado será una elipse cuyo diámetro mayor coincide con el diámetro de referencia (potencia nula o eje del cilindro) y su diámetro menor ubicado justo a contra-eje contiene la potencia del cilindro.
- Si se coloca una lente cilíndrica negativa, el spot generado será una elipse cuyo diámetro mayor es más grande que el de referencia (potencia máxima del cilindro) y su diámetro menor resulta ser igual que el de referencia (potencia nula).

En cualquier otro meridiano la potencia se calcula de acuerdo a la siguiente expresión:

$$P_{\theta} = P_C \sin^2 \theta \quad (4.7)$$

Donde:

- P_{θ} = Potencia en el meridiano θ
- θ = Ángulo del meridiano respecto al eje del cilindro
- P_C = Potencia del cilindro

4.4 Interpretación de medición de potencia en lentes esfero–cilíndricas

Este tipo de lentes, poseen dos superficies, una esférica y otra cilíndrica, por lo tanto, cuenta con ambas potencias (esfera y cilindro). Tienen dos meridianos principales, perpendiculares entre sí:

- Primer Meridiano; Es el eje donde la potencia del eje del cilindro es nula y la única potencia presente es la de esfera.
- Segundo Meridiano; Es el contra-eje ubicado a 90° del eje del cilindro y el cual contiene una potencia total que es la suma de las potencias de cilindro y esfera.

En cualquier otro meridiano la potencia se calcula de acuerdo a la siguiente expresión:

$$P_{\theta} = E + C \sin^2 \theta \quad (4.8)$$

Donde:

P_{θ} = Potencia en el meridiano θ

E = Potencia de esfera

θ = Ángulo del meridiano con respecto al eje del cilindro

C = Potencia del cilindro

Por convencionalismo el valor de la graduación de una lente esfero-cilíndrica se prescribe como: Potencia de Esfera, Potencia de Cilindro y Eje. Si se tiene una lente con esfera +3.00 D y cilindro de -2.00 D a 90° quedaría indicada de la siguiente manera: +3.00 D, -2.00 D 90°.

En la Figura 4.4 se muestra el efecto de una lente con potencia de Esfero-Cilíndrica, si se toma como referencia un círculo con un diámetro dado (color negro) y se coloca una lente Esfero-Cilíndrica, con valores de potencias iguales se tienen los siguientes resultados:

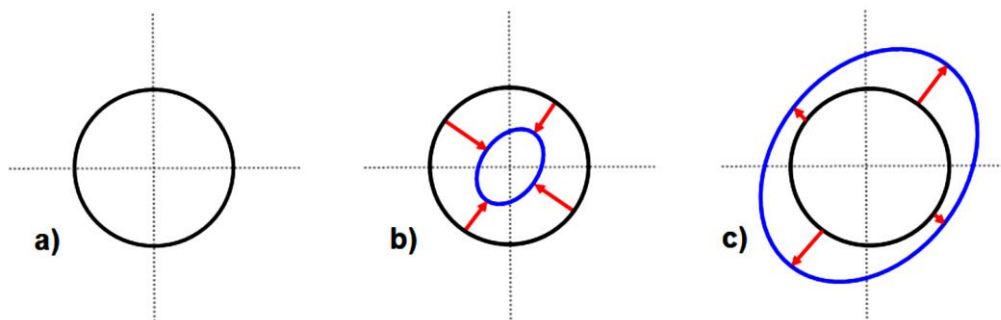


Figura 4.4 Interpretación en lentes esfero-cilíndricas: a) imagen de referencia, b) imagen producida al colocar una lente esfero-cilíndrica +4.00 D, +4.00 D 45° e c) imagen producida al colocar una lente esfero-cilíndrica -4.00 D, -4.00 D 45°.

Sin embargo, cuando se trata de lentes esfero-cilíndricas, se debe considerar que más de una combinación de superficies esféricas y cilíndricas tendrá como resultado una lente esfero-cilíndrica.

Por ejemplo, para un lente de +2.0 D, +1.0 D 0°, indica que se tiene una distribución de potencia en los meridianos principales como se observa en la Figura 4.5.

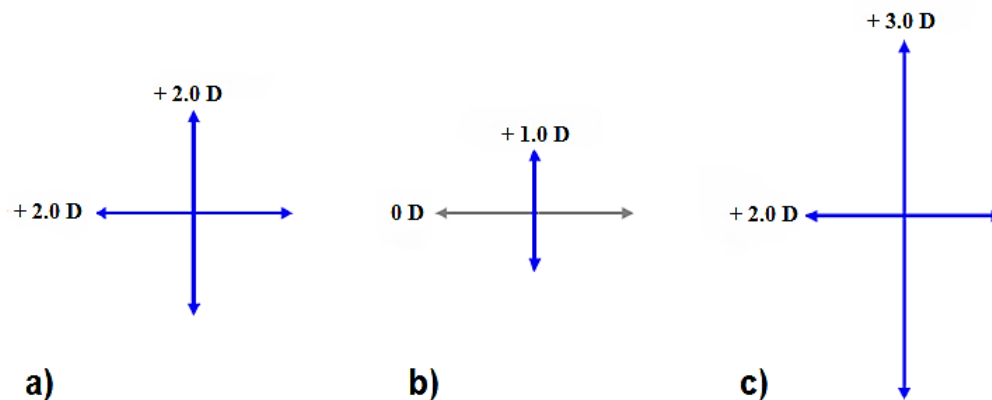


Figura 4.5 Combinación de las potencias de a) potencia de esfera ($+2.00\text{ D}$), b) potencia de cilindro ($+1.00\text{ D}$), c) potencia esfero-cilíndrica ($+3.00\text{ D}$, $+2.00\text{ D } 90^\circ$).

Este tipo de lentes cuentan con una transpuesta, que indica, otra posible combinación de potencias tanto de esfera y de cilindro, las cuales llevan a formar la misma lente esfero-cilíndrica, con la cual se obtienen los mismos resultados. Para obtener la transpuesta de una lente esfero-cilíndrica, se pueden realizar los siguientes pasos:

- Para obtener el valor del cilindro, la potencia de cilindro se mantiene, pero se le cambia el signo y a su eje se le suman 90° .
- Para obtener el valor de esfera, se suman las potencias de esfera y cilindro.

Por ejemplo, para la misma lente de $+2.0\text{ D}$, $+1.0\text{ D } 0^\circ$, la transpuesta correspondiente sería $+3.0\text{ D}$, $-1.0\text{ D } 90^\circ$ como se muestra en la Figura 4.6.

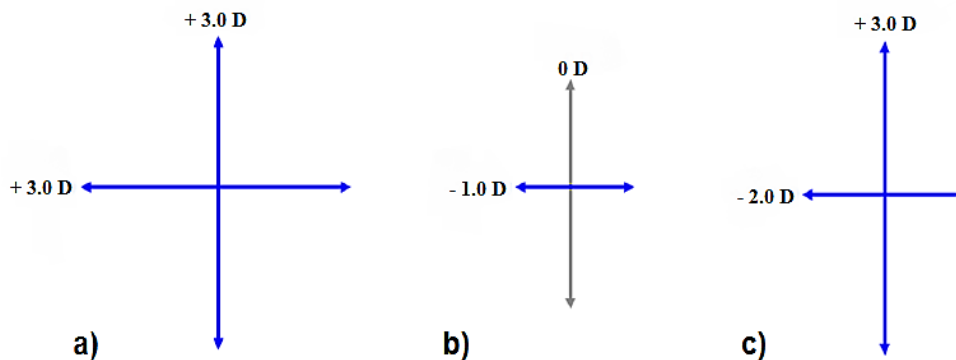


Figura 4.6 Combinación de las potencias de a) potencia de esfera ($+3.00\text{ D}$), b) potencia de cilindro (-1.00 D), c) potencia esfero-cilíndrica ($+3.00\text{ D}$, $+2.00\text{ D } 90^\circ$).

CAPÍTULO V

MODELO EXPERIMENTAL

Para la construcción del autolensómetro se desarrolló la etapa de adquisición y procesamiento de los datos arrojados por el modelo matemático descrito en el capítulo anterior.

Se realizaron dos montajes experimentales de laboratorio los cuales sufrieron cambios, desde su sistema de iluminación hasta llegar al montaje final, el cual se describe a continuación.

5.1 Descripción de componentes

5.1.1 Iluminación

Para lograr una mejor apreciación y contraste hacia: el ojo humano, la cámara y la pantalla de visualización; se decidió utilizar como sistema de iluminación un diodo emisor de luz amarilla de alta intensidad marca SiLed modelo LED-P3Y120-120/41. Este diodo opera con una potencia de 3 W emitiendo un flujo luminoso de 90-120 lúmenes, con una alimentación de 2.0 a 2.8 volts. Las especificaciones técnicas de este dispositivo se encuentran en el Anexo 1. La Figura 5.1 muestra este dispositivo.



Figura 5.1 LED-P3Y120-120/41.

5.1.2 Diafragma tipo iris

Como se mencionó anteriormente es necesario tener un spot con un diámetro determinado (referencia) y para lograrlo, se utilizó un diafragma que consiste en un componente óptico que permite regular la cantidad de luz que entra ya sea a un sensor de imagen o foto sensor. El diafragma tipo iris está formado por una serie de laminillas falciformes de acero, que mediante el movimiento de una palanca lateral se aproximan o alejan entre sí, dejando una

abertura central variable de forma circular. La Figura 5.2 muestra una imagen de este componente y las especificaciones técnicas se encuentran en el Anexo 2.



Figura 5.2 Diafragma tipo iris.

5.1.3 Lente colimadora plano-convexa

Para lograr colimar la luz proveniente del led de alta potencia, se decidió utilizar una lente plano-convexa, marca Edmund Optics, modelo 32972, con un diámetro de 50 mm y con una longitud focal efectiva (EFL) de 100 mm. Las especificaciones técnicas de este dispositivo se encuentran en el Anexo 3. La Figura 5.3 muestra este dispositivo.



Figura 5.3 Lente colimadora.

5.1.4 Lentes oftálmicas bajo prueba

Como objetos de prueba se utilizaron lentes oftálmicas de un maletín de prueba marca GilRAS, modelo GR TL18 el cual contiene un total de 275 lentes oftálmicas entre esféricas, cilíndricas y prismáticas: de cristal óptico montadas en anillos metálicos.

Este kit ofrece un mismo diámetro para todas las lentes, a su vez, hace mención de la potencia dióptrica de cada una, lo cual es muy útil al momento de comparar las potencias de las lentes, con el prototipo propuesto.

Las especificaciones técnicas de este kit de especímenes se encuentran en el Anexo 4. La Figura 5.4 muestra una imagen del maletín de lentes de prueba.



Figura 5.4 Maletín de prueba GilRAS GR TL18.

5.1.5 Pantalla de proyección

Como objeto de proyección, se utilizó una pantalla de acrílico con dimensiones de 10 cm x 10 cm x 5 mm. Con este tipo de pantalla se busca visualizar de una mejor manera los spots formados, el del diámetro de referencia, así como los spots generados por las lentes oftálmicas bajo prueba. En la Figura 5.5 se muestra una imagen de esta componente.

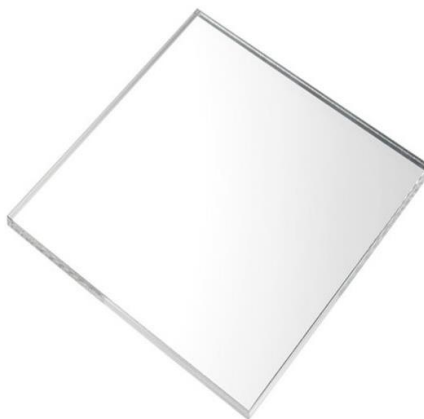


Figura 5.5 Pantalla de proyección de acrílico.

5.1.6 Adquisición de imágenes

Para la adquisición de las imágenes se utilizó una cámara CCD de 1.3 MP, marca PointGrey, modelo Chameleon CMLN-13S2C, con interfaz de salida USB y equipada con una lente doble Gauss de 35 mm de distancia focal, marca Edmund Optics, modelo 54-689. La Figura 5.6 muestra la imagen de esta cámara y su lente. Las especificaciones técnicas de la cámara y la lente se encuentran en los Anexos 5 y 6 respectivamente.



Figura 5.6 Adquisición de imágenes: a) cámara PointGrey 54-689 y b) lente doble Gauss de 35 mm.

5.1.7 Monturas de sujeción

Fueron empleadas distintas monturas de sujeción para sostener las diferentes componentes del montaje experimental.

Para sostener el led de alta potencia se utilizó una montura para sujeción de filtros de 18 mm como la que se muestra en la Figura 5.7.



Figura 5.7 Montura para led de alta potencia.

Para sostener la lente colimadora y dar un mejor soporte a la misma, se utilizó una montura de anillo de tres tornillos de 95 mm como la mostrada en la Figura 5.8.

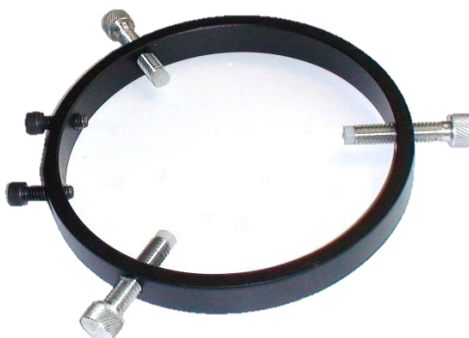


Figura 5.8 Montura de anillo de tres tornillos.

Para sostener las lentes oftálmicas bajo prueba, fueron empleadas monturas para sujeción de lentes tipo barra como se muestra en la Figura 5.9.



Figura 5.9 Montura tipo barra.

Para sostener la pantalla de acrílico se utilizó un soporte para sujeción de filtros de 100 mm como la que se muestra en la Figura 5.10.



Figura 5.10 Soporte fijos de filtros.

5.2 Montaje experimental

Mediante la utilización de las componentes anteriormente descritas y algunos otros accesorios adicionales tales como bases, postes y rieles; se construyó el montaje experimental propuesto, ver esquema en la Figura 5.11.

De izquierda a derecha se tiene: el diodo emisor de luz (LED) color amarillo el cual es energizado con una fuente regulada de 2.5 volts, colocado antes de un diafragma tipo iris. La montura con la lente colimadora está ubicada detrás del diafragma a una distancia de 56 mm, permitiendo como su nombre lo indica, colimar la luz emitida por el diodo emisor de luz. Posterior a esto se encuentra una montura donde se colocaron para su análisis, las lentes oftálmicas en un rango de ± 20 D. Luego se localiza la pantalla de acrílico donde se observaron los patrones generados: de referencia y por las lentes oftálmicas. La cámara CCD con su lente doble Gauss está posicionada con una distancia de trabajo de 330 mm de la pantalla de acrílico con el fin de lograr un enfoque adecuado.

Como se puede apreciar el montaje experimental es sencillo de implementar, lo cual representa una de las principales ventajas del prototipo propuesto.

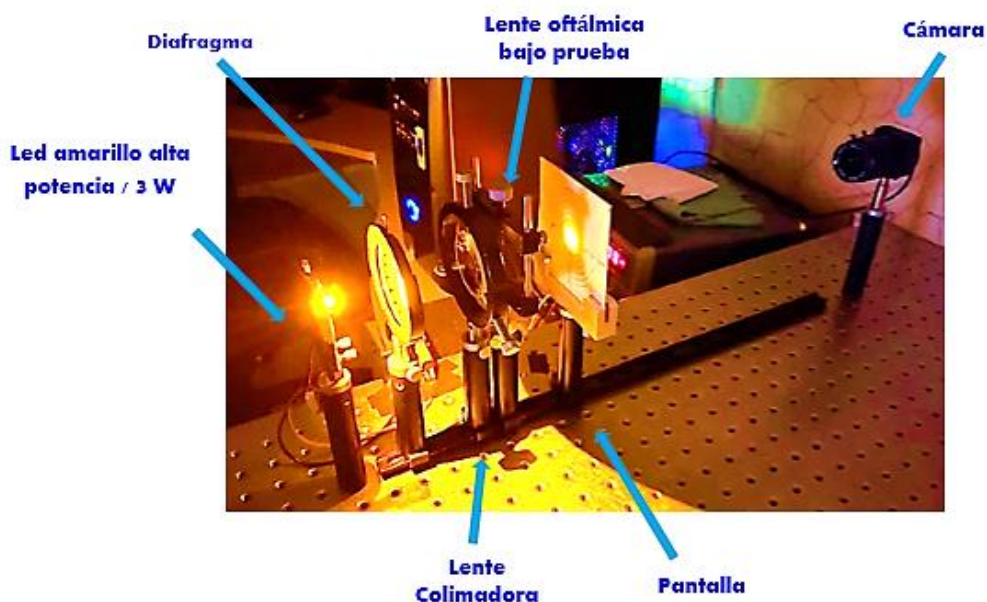


Figura 5.11 Montaje experimental.

Las imágenes capturadas por la cámara son enviadas a través de una conexión de interfaz USB a una computadora donde, son procesadas utilizando el lenguaje de programación LabVIEW™ con las funciones especializadas de IMAQ Vision™.

5.3 Software desarrollado

Para poder medir en la práctica las lentes oftálmicas, fue necesario desarrollar un software especializado el cual obtiene las imágenes generadas en el montaje experimental y aplica las expresiones del modelo teórico descrito en el capítulo 4. Lo anterior permite calcular la potencia de esfera, la potencia de cilindro y la orientación del eje de la lente oftálmica bajo prueba.

Este software fue desarrollado en el lenguaje de programación gráfica LabVIEW™ utilizando funciones especializadas de IMAQ Vision™ y funciones propias del software de programación.

En la Figura 5.12 se muestra el panel frontal o interfaz de usuario del programa desarrollado. Se puede observar que el sistema es capaz de diferenciar entre los 3 tipos de lentes (esféricas, cilíndricas y esfero-cilíndricas) y mostrar los valores medidos de acuerdo al caso.

Esta interfaz de usuario es muy amigable y fácil de utilizar. En la primera sección se selecciona el tipo de operación que se desea realizar por medio de un selector: medición o calibración.

- **Calibración:** Esta operación se realiza sin la lente oftálmica y sirve para tomar los valores de referencia cada vez que se modifique algo en el montaje, o simplemente como parte de la inicialización del sistema; acción recomendada en cualquier equipo comercial que establece la calibración cada 90 días.
- **Medición:** Esta operación se realiza con la lente oftálmica colocada en la montura.

Una vez seleccionada la operación deseada solo se oprime el botón Iniciar.



Figura 5.12 Panel frontal del software desarrollado.

El interfaz cuenta del lado derecho con un área gráfica, donde muestra la imagen capturada y procesada, cuenta también con 4 indicadores luminosos:

- Un indicador verde, el cual se enciende cuando se ha realizado y completado la calibración.
- Un indicador azul, el cual se enciende para señalar que la lente medida es esférica.
- Un indicador amarillo, el cual se enciende para señalar que la lente medida es cilíndrica.
- Un indicador rojo, el cual se enciende para señalar que se trata de lente esfero-cilíndrica.

Para el caso de lentes esféricas, el valor de la potencia se muestra en un cuadro de texto debajo de su indicador. Para el caso de lentes cilíndricas, se muestran 2 valores, el de potencia y el de orientación, esto en un cuadro de texto debajo de su indicador. Para el caso de lentes esfero-cilíndricas se muestran 2 opciones de la misma lente, la primera su forma normal y la segunda su transpuesta; así mismo estas cuentan con 3 valores, el valor de la potencia de esfera, el valor de la potencia de cilindro y su orientación, esto en el cuadro de texto ubicado debajo de su indicador.

Por último, la interfaz cuenta con un botón de alto ubicado en la parte inferior, el cual tiene la función de detener cualquier ejecución que se esté realizando, saliendo así del programa.

El código fuente del programa personalizado se encuentra en el Apéndice A, en él se puede observar su contenido y las funciones antes mencionadas.

El diagrama de flujo o lógica de este programa se muestra en la Figura 5.13.

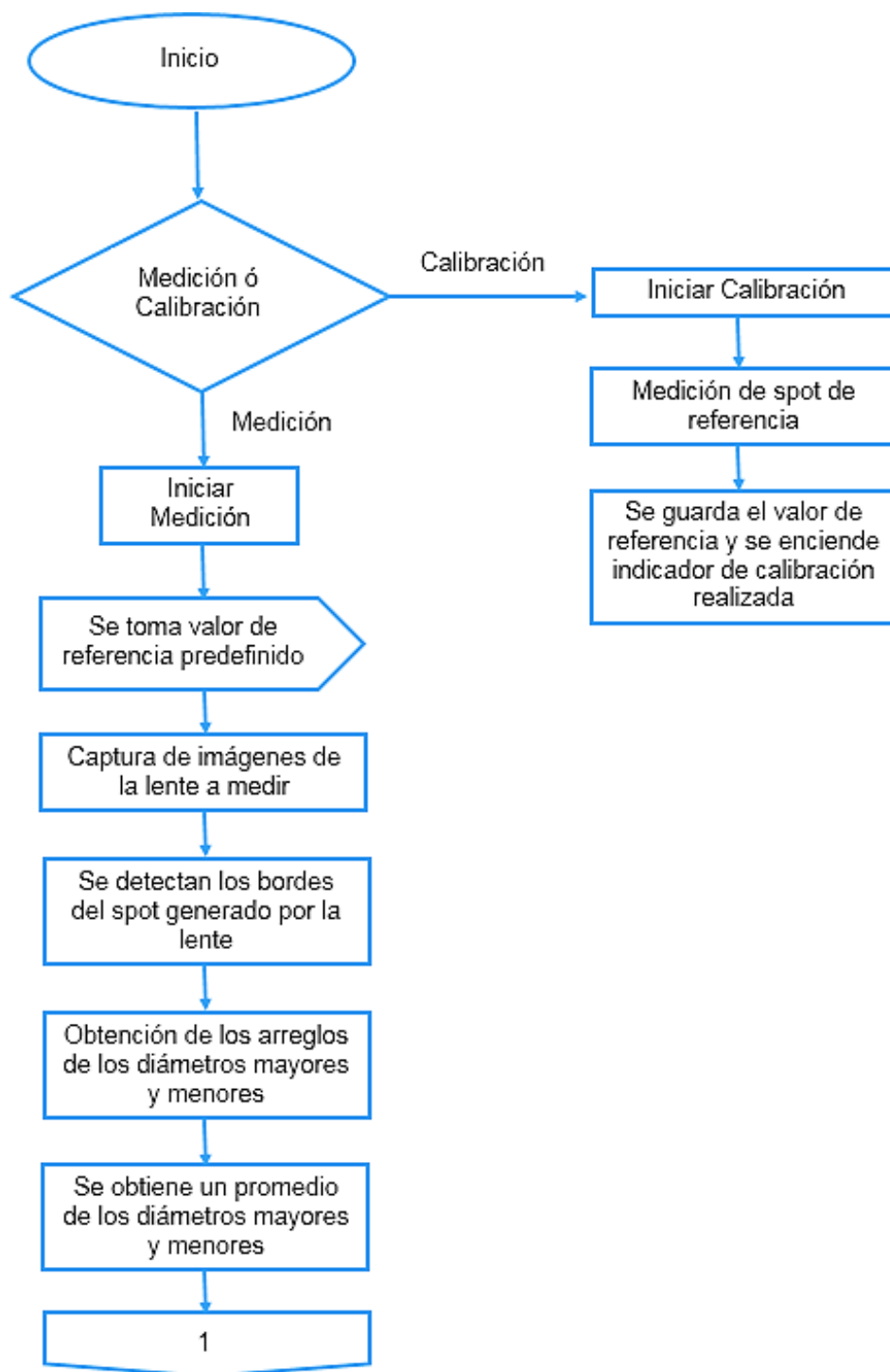


Figura 5.13 Diagrama de flujo del programa desarrollado.

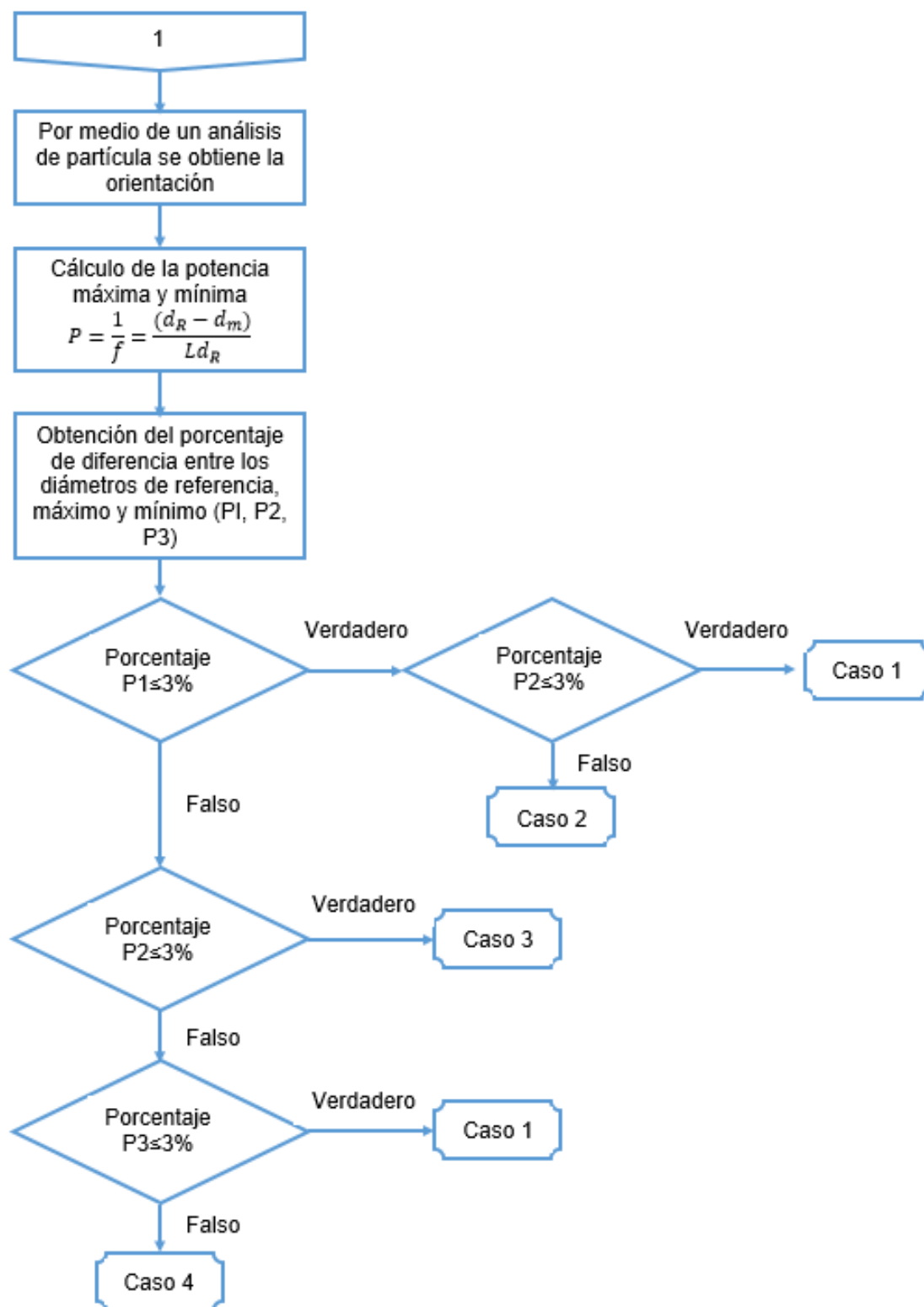


Figura 5.13 Diagrama de flujo del programa desarrollado (Continuación).

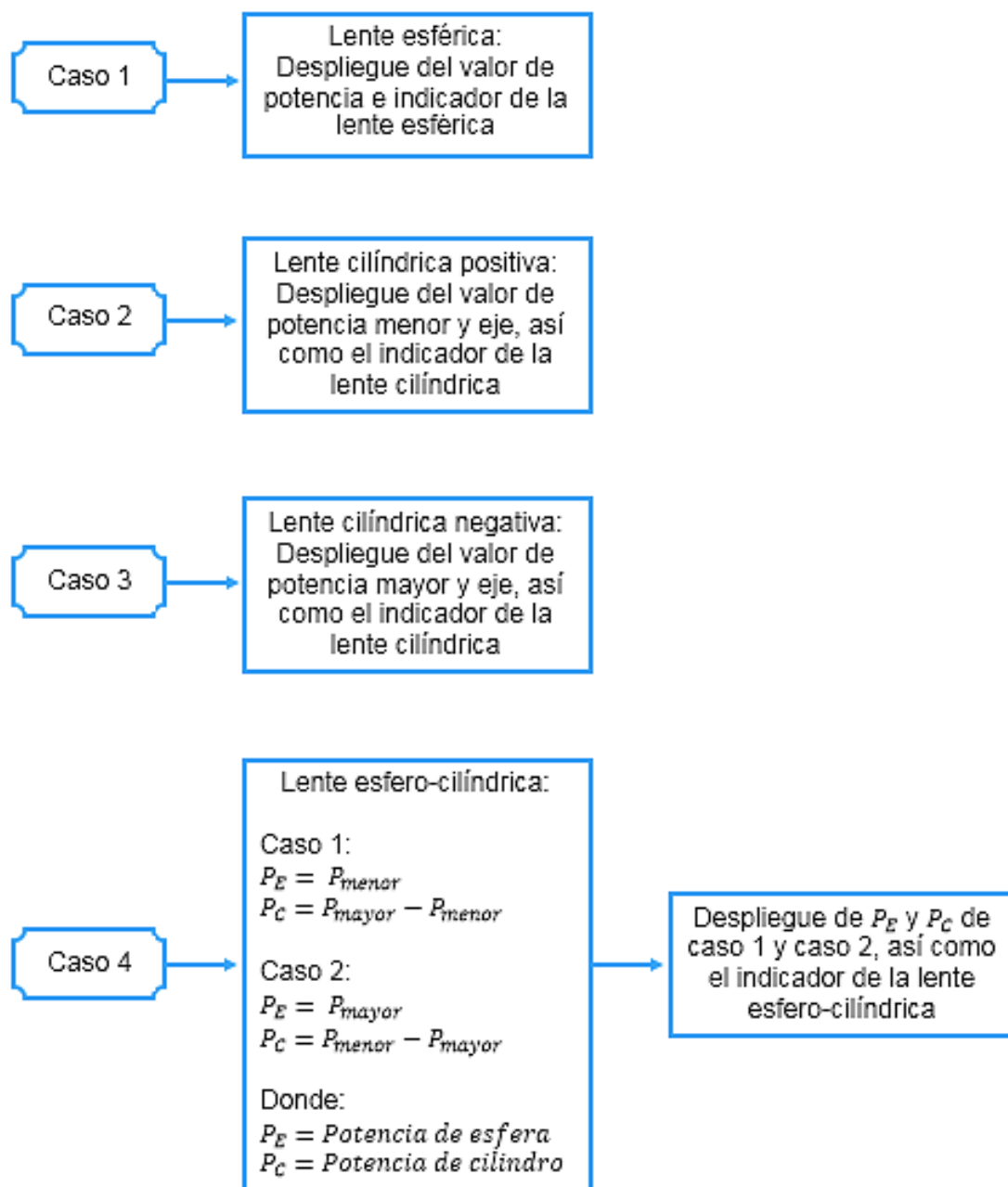


Figura 5.13 Diagrama de flujo del programa desarrollado (Continuación).

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS Y VALIDACIÓN ESTADÍSTICA

Se realizó un análisis y validación estadística del modelo matemático [44], lo anterior con el fin de observar el comportamiento de los resultados y determinar la exactitud y precisión del prototipo de autolensómetro implementado. A continuación, se hace una descripción del análisis realizado y de los resultados obtenidos.

6.1 Proceso de medición

Para realizar las pruebas fue necesario establecer las condiciones en las cuales se realizó el proceso de medición. Se determinó que se realizarían 40 mediciones de una misma lente, en este caso cilíndrica de 3.5 D 16.5°. Las mediciones se obtuvieron con la luz apagada, a continuación, se describe el proceso de medición utilizado.

- a. Inicializar el software de medición en LabVIEW ®.
- b. Encender la cámara y esperar 5 segundos.
- c. Encender el led y esperar 10 segundos.
- d. Ejecutar el software de calibración.
- e. Esperar a que termine el software de calibración.
- f. Registrar el valor de referencia de potencia y ángulo correspondiente.
- g. Colocar la lente oftálmica bajo prueba y esperar 10 segundos.
- h. Ejecutar el software de medición.
- i. Esperar a que termine el software de medición.
- j. Registrar el valor de la potencia y ángulo correspondiente.
- k. Cerrar el software.
- l. Apagar la cámara.
- m. Apagar el led.
- n. Esperar 20 segundos.

Después de realizar la medición y esperar 20 segundos se repitió el proceso y se obtuvieron de esta manera 40 mediciones de potencias y ángulos. En la Tabla 6.1 se muestran los valores de las potencias y ángulos registrados.

Tabla 6.1 Datos de potencias y ángulos registrados.

Potencia	Ángulo	Potencia	Ángulo	Potencia	Ángulo	Potencia	Ángulo
3.499	16.672	3.521	16.725	3.512	16.679	3.500	16.669
3.513	16.786	3.495	16.791	3.500	16.636	3.504	16.667
3.508	16.625	3.510	16.578	3.498	16.743	3.494	16.645
3.516	16.717	3.488	16.688	3.504	16.734	3.506	16.687
3.525	16.741	3.502	16.579	3.490	16.643	3.493	16.645
3.515	16.678	3.498	16.736	3.505	16.641	3.512	16.725
3.522	16.793	3.502	16.700	3.490	16.654	3.532	16.665
3.505	16.618	3.506	16.614	3.504	16.842	3.502	16.589
3.519	16.738	3.510	16.697	3.519	16.659	3.508	16.625
3.515	16.788	3.518	16.602	3.503	16.665	3.512	16.752

Una vez obtenidas y registradas las 40 mediciones, se utilizaron los valores de las potencias y ángulos para evaluar los resultados y validar la técnica desarrollada. Utilizando el software MATLAB® se calcularon los parámetros estadísticos de los datos obtenidos, se analizó el comportamiento de dichos datos y se realizaron las pruebas para determinar si se presentaba una distribución normal; calculando con ello el error de la medición, la precisión y la exactitud del sistema desarrollado. A continuación, se muestran los cálculos realizados y los resultados obtenidos.

6.2 Estadísticas de los datos

La estadística descriptiva se utiliza para analizar un conjunto de datos y obtener valores que describan las características más importantes de este conjunto. Para los datos obtenidos registrados se calculó la media aritmética, la mediana y la desviación estándar [49], tanto para el valor de las potencias como para los ángulos, esto mismo se presenta en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2 Datos estadísticos.

	Potencia	Ángulo
Media aritmética	3.5069 D	16.6858°
Mediana	3.5055 D	16.6750°
Desviación estándar	±0.0102 D	±0.0640°

6.3 Histograma

Mediante un histograma se logra mostrar de forma gráfica el comportamiento de los datos. Éste mismo contiene tanto los datos registrados en intervalos o categorías como la frecuencia con la que se presenta cada uno de los intervalos.

En el eje X del histograma se muestran los diferentes intervalos o categorías que están presentes en el conjunto de datos y en el eje Y se muestra la frecuencia con la que se repite cada categoría.

Para los datos registrados se obtuvieron dos histogramas (potencias y ángulos) que se muestran en las Figuras 6.1 y 6.2.

En los histogramas se puede observar y analizar de forma general el tipo de distribución de los datos.

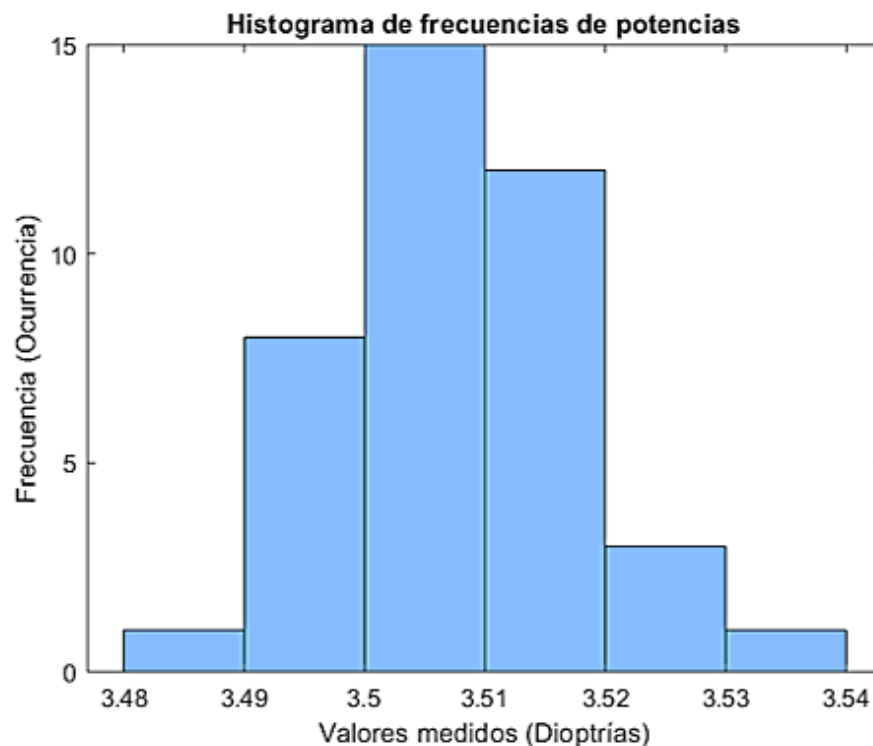


Figura 6.1 Histograma de valores de potencias registrados.

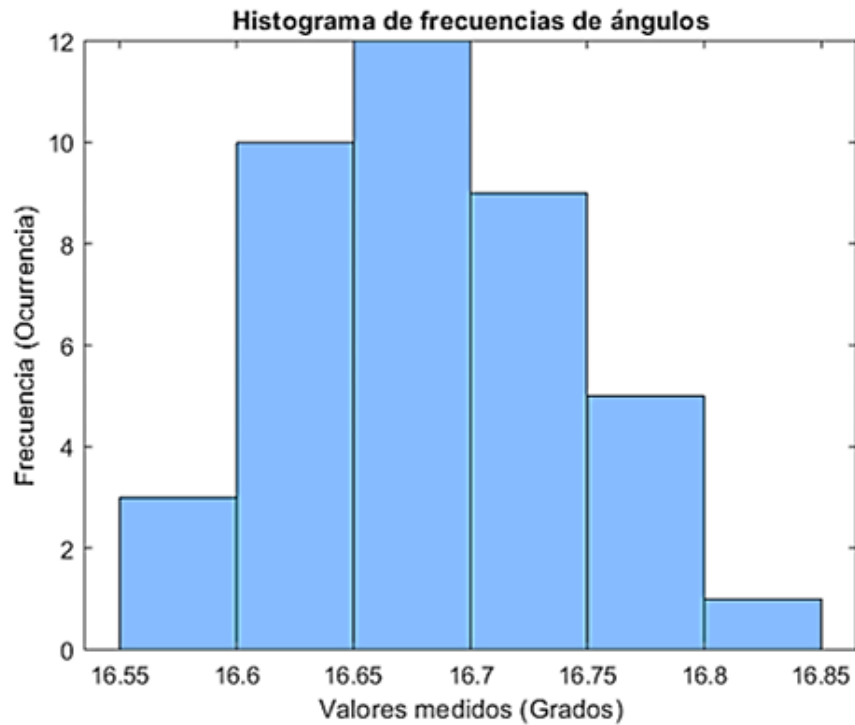


Figura 6.2 Histograma de valores de ángulos registrados.

6.3.1 Distribución normal

De acuerdo a los histogramas obtenidos de los datos registrados se puede deducir de manera gráfica en ambos casos, que cuentan con una distribución normal ya que la media y mediana coinciden con el valor central, el valor central es mayor y los valores disminuyen hacia los extremos.

Mediante MATLAB[®] se pueden observar los histogramas de los datos tanto de potencias como de ángulos, a los cuales se logra sobreponer la curva de distribución correspondiente, esto se logra observar en las Figuras 6.3 y 6.4, donde se muestran los histogramas de los valores registrados con su curva de distribución correspondiente.

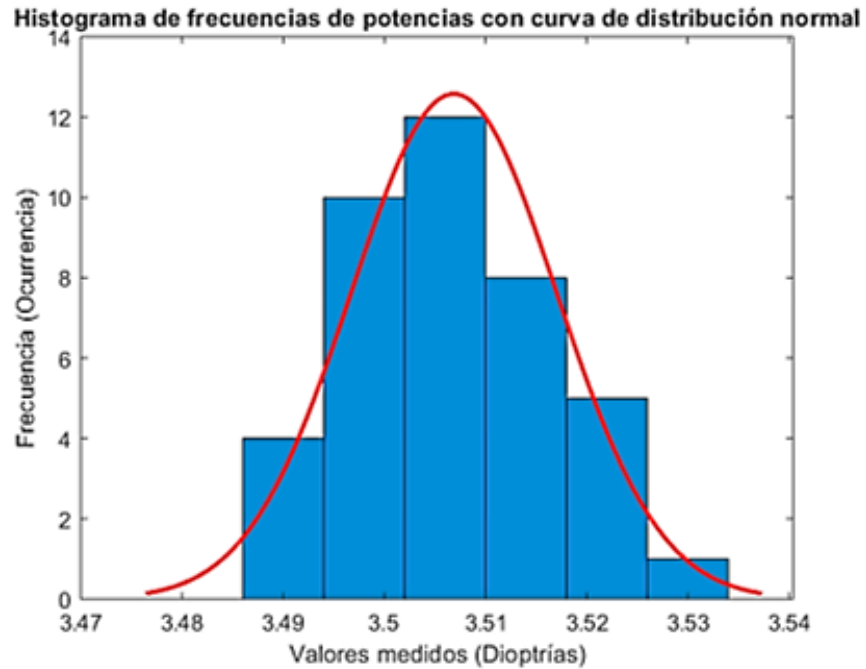


Figura 6.3 Histograma de valores de potencia con curva de distribución.

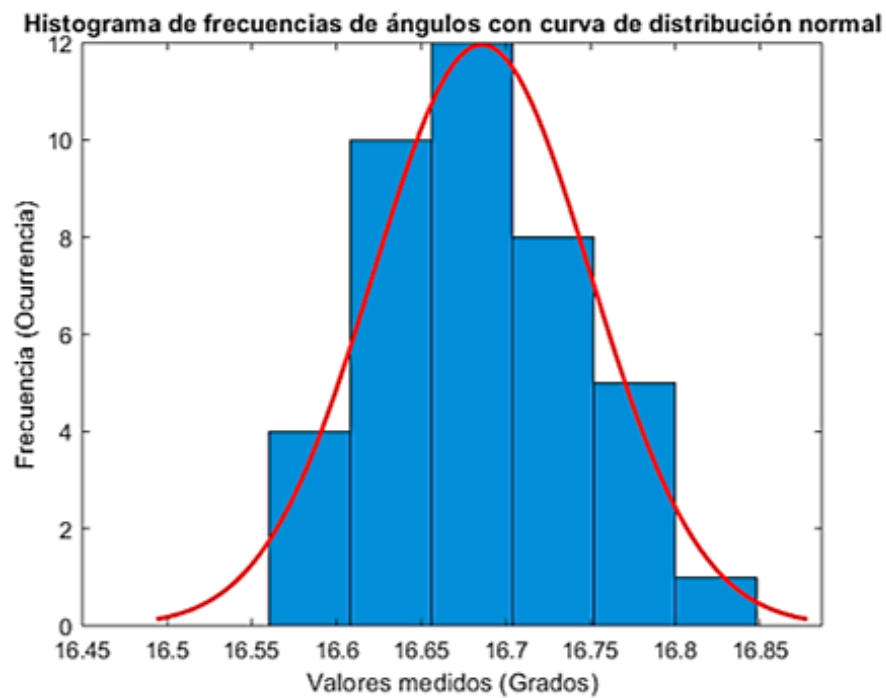


Figura 6.4 Histograma de valores de ángulo con curva de distribución.

Una distribución normal, como se muestra en la Figura 6.5, consta de varias propiedades las cuales son:

- La moda, que es el punto sobre el eje horizontal donde la curva tiene su punto máximo, ocurre en $x = \mu$.
- La curva es simétrica alrededor de un eje vertical a través de la media μ .
- La curva tiene sus puntos de inflexión en $x = \mu \pm \sigma$, es cóncava hacia abajo si $\mu - \sigma < x < \mu + \sigma$, y es cóncava hacia arriba en otro caso.
- La curva normal se aproxima al eje horizontal de manera asintótica, conforme se aleja de la media en cualquier dirección.
- El área total bajo la curva y sobre el eje horizontal es igual a uno [49].

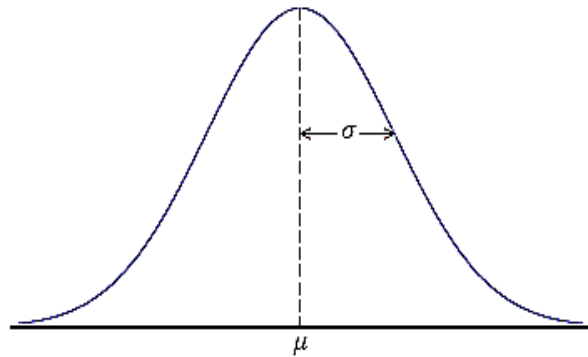


Figura 6.5 Distribución normal.

Tomando en cuenta las propiedades anteriores, se puede apreciar que en ambos casos se cumple con las propiedades de una distribución normal, donde la media (punto máximo de la curva) de la potencia y el ángulo son: $\mu = 3.5069 D$ y $\mu = 16.6858^\circ$ respectivamente, y los puntos de inflexión de la potencia y el ángulo se encuentran en: $x = 3.5069 \pm 0.0102$ y $x = 16.6858 \pm 0.0640$ respectivamente.

Se obtuvieron unas gráficas de la probabilidad normalizada para comprobar si el conjunto de datos se aproximaba a una distribución normal. Los datos registrados de la potencia y el ángulo se graficaron junto con su distribución normal teórica respectivamente, si los puntos de los datos se aproximan a la normal se asumió que efectivamente se tiene una distribución normal, esto se muestra en las Figuras 6.6 y 6.7, donde se muestran las gráficas de probabilidad normalizada y se puede observar que los datos efectivamente se aproximan a la normal, por lo que se determinó una distribución normal, en ambos casos.

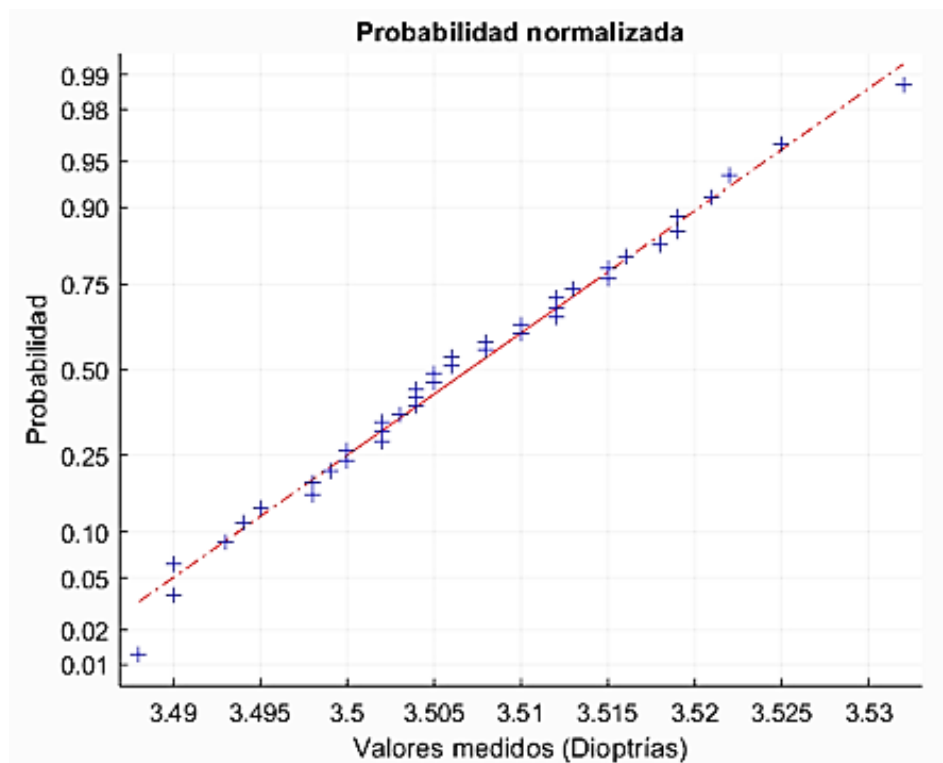


Figura 6.6 Probabilidad normalizada de la potencia.

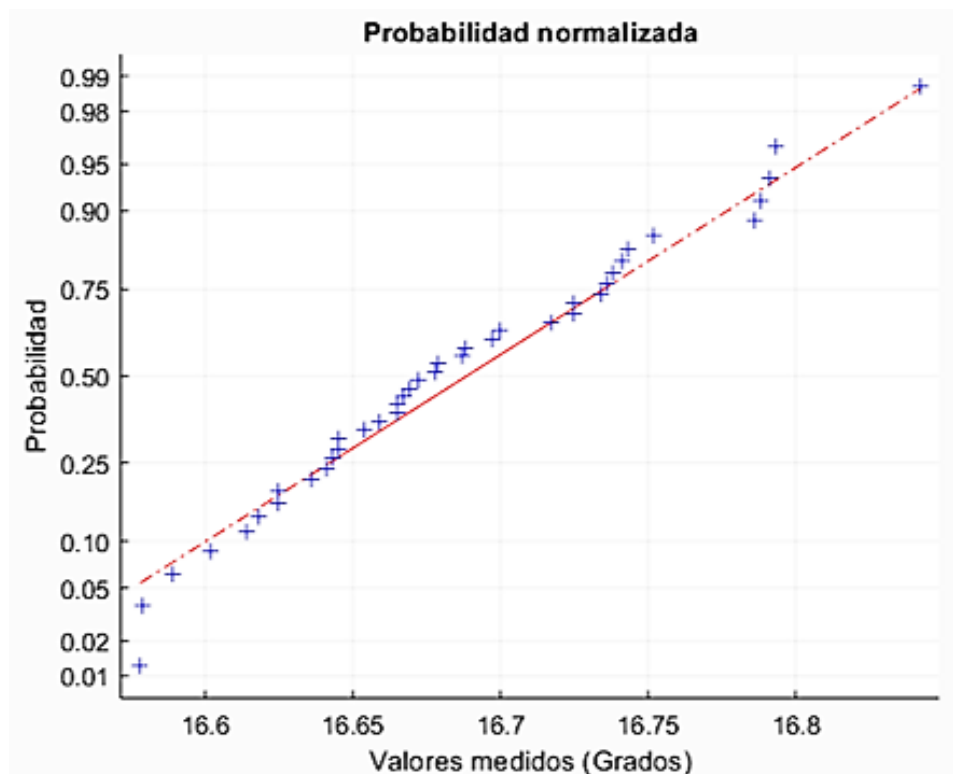


Figura 6.7 Probabilidad normalizada del ángulo.

Donde:

— . — . — Representa la distribución normal teórica respectivamente.

⊕ Representa los puntos de los valores medidos respectivamente.

Una vez que se logró apreciar la distribución de los datos gráficamente se realizó una prueba de bondad de ajuste para poder verificar el tipo de distribución de los datos.

6.3.2 Prueba de bondad de ajuste Chi-cuadrada

Las pruebas de bondad de ajuste permiten verificar que la población de la cual proviene una muestra tenga una distribución especificada o supuesta, además esta prueba puede ser aplicable a variables aleatorias discretas o continuas.

La prueba de Chi-cuadrada χ^2 se basa en el nivel de ajuste que existe entre la frecuencia de ocurrencia de las observaciones en una muestra observada y las frecuencias esperadas, que se obtienen a partir de la distribución hipotética.

- Si las frecuencias observadas se acercan a las frecuencias esperadas, se dice que se tiene un buen ajuste.
- Si las frecuencias observadas difieren de manera considerable de las frecuencias esperadas el ajuste es deficiente.
- Un buen ajuste conduce a la aceptación del modelo propuesto para la población, mientras que un ajuste deficiente conduce a un rechazo del modelo.

Para llevar a cabo la prueba de bondad de ajuste Chi-cuadrada se utilizó el software de MATLAB®, donde se utilizó la función *chi2gof(x)*, ésta permite determinar si un conjunto de datos tiene una distribución normal, donde el resultado de la prueba es cero, si lo anterior es correcto.

En la Tabla 6.3 se muestran los resultados obtenidos de la prueba de bondad de ajuste Chi-cuadrada, para la potencia y el ángulo.

Tabla 6.3 Resultados de prueba de ajuste Chi-cuadrada.

	Potencia	Ángulo
Grados de libertad	3	3
Nivel de significancia	5%	5%
Valor estadístico	1.8512	1.5198

Si se compara el valor estadístico de la potencia y del ángulo, con el valor correspondiente de χ^2 que se muestra en el Anexo 7, se observa que $1.8512 \leq 7.815$ y $1.5198 \leq 7.815$, por lo tanto se puede afirmar que los resultados obtenidos presentan una distribución normal.

En las Figura 6.8 y 6.9, se muestra el resultado de las pruebas y se confirma que los datos tienen una distribución normal.

`[chi,p,st]=chi2gof (p)`

```
>> [chi,p,st]=chi2gof (p)
```

```
chi =
```

```
0
```

```
p =
```

```
0.6039
```

```
st =
```

```
chi2stat: 1.8512
```

```
df: 3
```

```
edges: [3.4880 3.4968 3.5012 3.5056 3.5100 3.5144 3.5320]
```

```
O: [6 5 9 6 4 10]
```

```
E: [6.4186 5.1036 6.4787 6.8354 5.9939 9.1698]
```

Figura 6.8 Resultados de la prueba de Chi-cuadrada de la potencia en MATLAB®.

```
[chi,p,st]=chi2gof (a)
```

```
>> [chi,p,st]=chi2gof (a)
```

```
chi =
```

```
0
```

```
p =
```

```
0.6777
```

```
st =
```

```
chi2stat: 1.5198
```

```
df: 3
```

```
edges: [16.5780 16.6308 16.6572 16.6836 16.7100 16.7364 16.8420]
```

```
O: [8 6 8 4 5 9]
```

```
E: [7.8096 5.2971 6.3512 6.4395 5.5212 8.5813]
```

Figura 6.8 Resultados de la prueba de Chi-cuadrada del ángulo en MATLAB®.

En el Apéndice B se muestra el código del programa desarrollado en MATLAB® para realizar la evaluación estadística.

CAPÍTULO VII

PRUEBAS PRELIMINARES Y AJUSTES

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en las pruebas preliminares, se describen las dificultades que se presentaron durante dichas pruebas y las observaciones efectuadas sobre los resultados obtenidos.

Por otro lado, se describen los ajustes realizados al software desarrollado, esto con el fin de garantizar mejores resultados en la medición.

7.1 Pruebas preliminares

Con el fin de determinar qué tan bien se apega el modelo experimental desarrollado al modelo teórico propuesto se realizaron algunas pruebas preliminares. Para las pruebas preliminares en el caso de lentes esféricas se seleccionaron lentes con potencia de ± 7 D y en el caso de lentes cilíndricas se seleccionaron lentes con potencia dentro del rango de ± 0.50 a ± 6 D. Lo anterior ya que lentes con potencia menor de ± 0.50 D no pudieron ser medidas, debido a que el sistema a pesar de proporcionar resultados correctos con respecto a su potencia, las considera como lentes esféricas.

En base a los resultados de estas pruebas se pudo determinar la necesidad de realizar algún tipo de ajuste o compensación al modelo experimental que permitiera llevar los resultados finales dentro de la norma ISO 8598, la cual establece que para una medición de lentes oftálmicas en el rango de 0.00 a ± 20.00 D, el error máximo permitido es de ± 0.06 D a ± 0.18 D, respectivamente.

7.1.1 Prueba con lentes esféricas

Se midió una serie de 52 lentes esféricas en el rango de -7.00 D a $+7.00$ D de la caja de prueba Gilras TL18. La figura 7.1 muestra el valor de las potencias de esfera medidas con respecto a una línea recta que muestra el ajuste ideal.

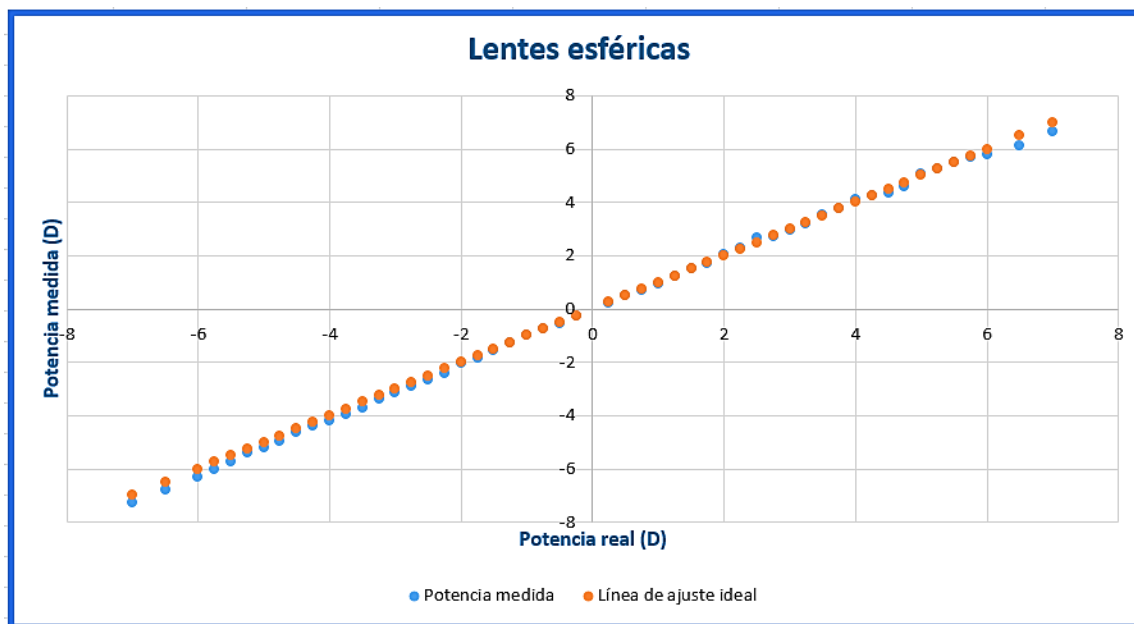


Figura 7.1 Resultados obtenidos de la medición de potencia en lentes esféricas.

Si bien, las mediciones realizadas no corresponden exactamente con la línea de ajuste, si es muy notorio que el comportamiento es aparentemente lineal y el error parece ser relativamente pequeño. Para una mejor evaluación del error en las mediciones y sobre todo para determinar si se cumple con la norma ISO 8598, se realizó la gráfica mostrada en la Figura 7.2, donde se muestran el error presente en la medición y los límites de error marcados por la norma.

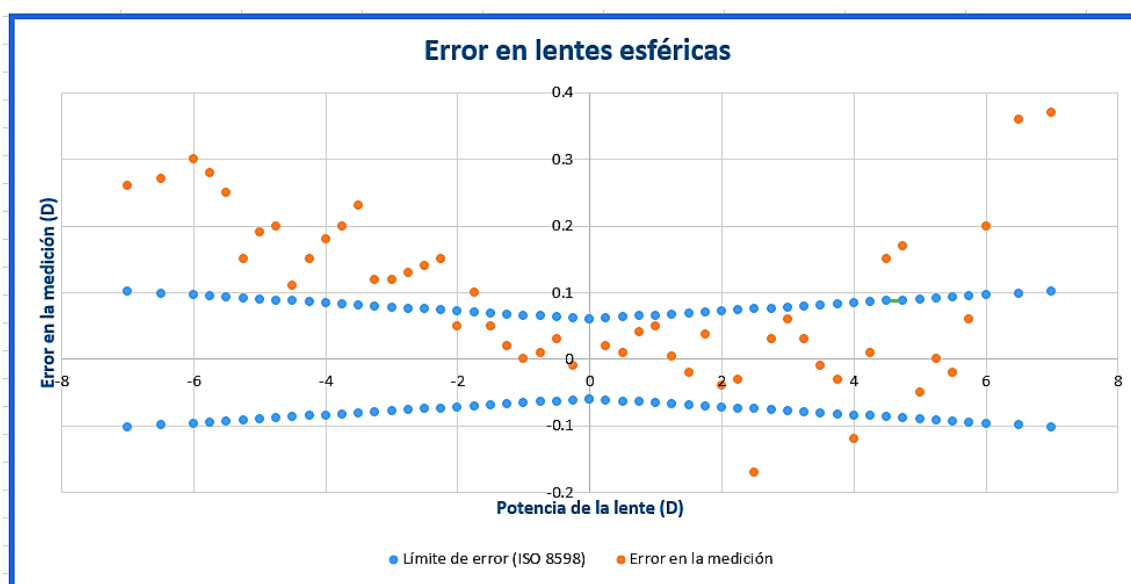


Figura 7.2 Resultados obtenidos del error de medición en lentes esféricas.

Al graficar el error y compararlo con el rango de tolerancia establecido por la norma ISO 8598, se observa que el error obtenido en este tipo de lentes no es aceptable de acuerdo a las especificaciones de la norma.

7.1.2 Prueba con lentes cilíndricas

Para esta prueba preliminar se midió una serie de 38 lentes cilíndricas en el rango de -6.00 D a -0.50 D y de +0.50 D a +6.00 D, de la caja de prueba Gilras TL18.

A diferencia de las lentes esféricas que amplifican la imagen con la misma magnitud en todas las direcciones, las lentes cilíndricas cuentan con dos meridianos principales, uno en el cual la amplificación es igual a 1 y otro ubicado a 90° donde se encuentra la potencia de cilindro y la amplificación será diferente a 1. De esta manera, el sistema que se utiliza puede hacer diferencia entre las lentes esféricas y cilíndricas, para de esta manera obtener el tipo de lente que está midiendo. La Figura 7.3 muestra el valor de las potencias de esfera medidas con respecto a una línea recta que muestra el ajuste ideal.

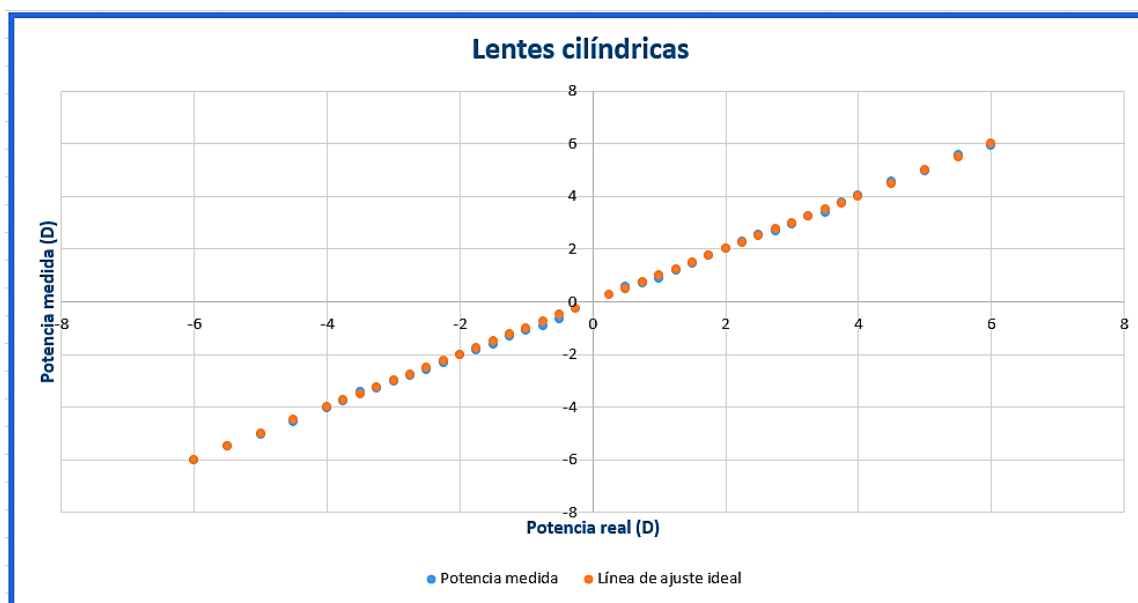


Figura 7.3 Resultados obtenidos de la medición de potencia en lentes cilíndricas.

Para una mejor evaluación del error en las mediciones de lentes cilíndricas y sobre todo para determinar si se cumple con la norma ISO 8598, se realizó la gráfica mostrada en la Figura 7.4, donde se muestran el error presente en la medición y los límites de error marcados por la norma.

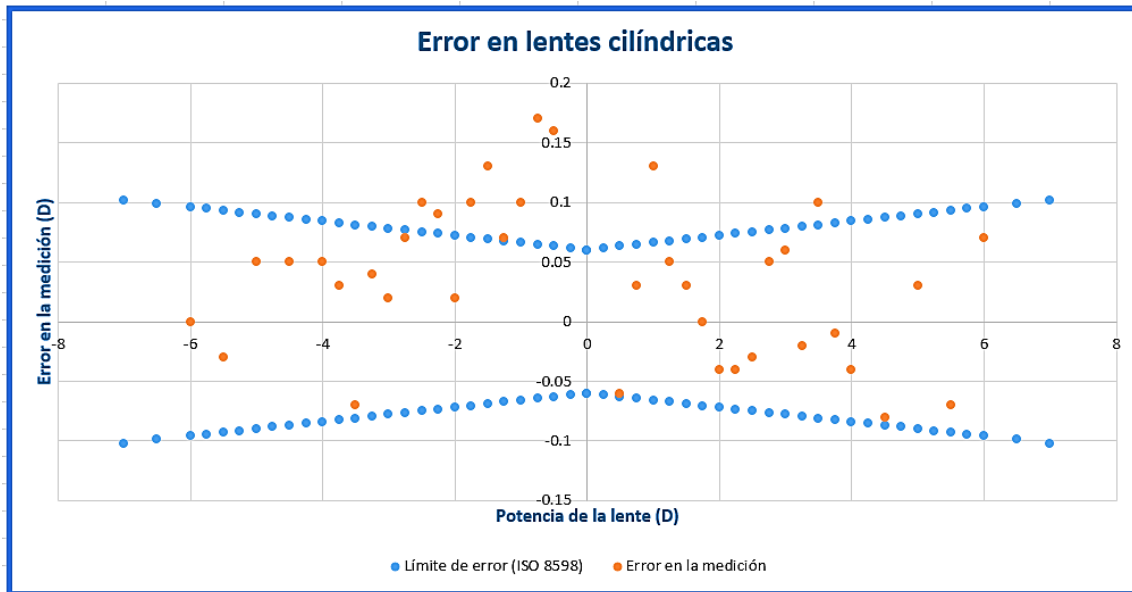


Figura 7.4 Resultados obtenidos del error de medición en lentes cilíndricas.

Se observó que igual que en el caso de lentes esféricas, el error en lentes cilíndricas al ser graficado y comparado con el rango de tolerancia establecido por la norma ISO 8598, no es aceptable de acuerdo a las especificaciones de la norma, por este motivo se tomó la decisión de seleccionar un método de compensación, el cual ajuste de manera eficiente tanto lentes esféricas como cilíndricas y de esta manera reducir el error dentro del rango permitido.

7.2 Ajuste

Con los resultados logrados en las pruebas preliminares se identificaron los errores obtenidos en las mediciones en cada tipo de lente y se decidió compensar el sistema mediante el método de interpolación *nearest*, el cual permitió la completa corrección del error de las mediciones.

La interpolación *nearest* o interpolación por el vecino más cercano, es un método simple de interpolación multivariable en una o más dimensiones y sus características son:

- Es un método básico.
- Requiere un tiempo de procesado bajo.
- Solo tiene en cuenta un píxel: el más cercano al punto interpolado.
- Simplemente aumenta el tamaño de cada píxel.

Este método de interpolación consta de cuatro elementos primordialmente: dato de entrada (x_i), matriz de datos previamente obtenida (x), matriz de datos reales (z) y dato de salida (z_i). Funciona de la siguiente manera:

- Primero se toma el dato de entrada (x_i) que se desea interpolar; este dato pasa a ser analizado dentro de una matriz de datos previamente obtenida (x).
- Después dentro de esta matriz (x) se busca el dato vecino más cercano al dato de entrada (x_i) y una vez que lo encuentra, este dato vecino es comparado con la matriz de datos reales correspondiente (z).
- Por último, una vez comparado y correspondido el dato vecino dentro de la matriz (z), se entrega un dato como salida (z_i).

Este método define para cada una de las lentes cuál es el valor real y cuál es el valor obtenido. De manera que cuando se toma una medición el sistema analiza, cuál es el vecino más cercano dentro de los valores obtenidos y cuál sería el dato correspondiente entre los valores reales.

Para explicar de manera más clara este concepto podemos tomar el siguiente ejemplo, en el cual se seleccionan valores hipotéticos de una serie de mediciones de potencia, contra valores reales de estos mismos, como se muestra a continuación en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1 Valores de ejemplo para la aplicación de compensación *nearest*.

Valor real (z)	Valor medido ($\bar{x}$)
-7.00 D	-6.9485 D
-6.75 D	-6.6899 D
-6.50 D	-6.4887 D

Si al medir una lente se obtiene como resultado $x_i = -6.65$ D, se busca el vecino más cercano entre los datos de la matriz (x) como se muestra en la Figura 7.5.



Figura 7.5 Selección del vecino más cercano para la interpolación *nearest*.

Como se puede observar en la figura anterior el valor vecino más cercano es -6.6899 D por lo tanto el valor de potencia interpolado es $z_i = -6.75\text{ D}$.

Es importante hacer notar que la graduación de potencia en lentes oftálmicas no es un valor continuo, sino que, realiza pasos de 0.25 D y el uso de la interpolación *nearest*, es el método más adecuado para este sistema.

Por otro lado, también es conveniente recordar que tanto el modelo matemático como el modelo teórico desarrollado, parten de ecuaciones válidas para lentes delgadas por lo cual se espera que el error se incremente considerablemente cuando se midan lentes con potencias grandes, tanto positivas como negativas, que corresponden más bien a lentes gruesas.

7.2.1 Ajuste de datos

Teniendo en cuenta el funcionamiento del método de interpolación *nearest* para compensar el sistema, se hizo el siguiente proceso con los datos de las mediciones realizadas.

Para esto en la Tabla 7.2 se muestran algunos de los valores de potencia medidos por el autolensometro desarrollado y su valor de potencia real.

Tabla 7.2 Medición de lentes cilíndricas positivas.

Lentes Cilíndricas +	
Valor de potencia real	Valor de potencia medido
0.50 D	0.56 D
0.75 D	0.72 D
1.00 D	0.87 D
1.25 D	1.20 D
1.50 D	1.47 D
1.75 D	1.75 D
2.00 D	2.04 D
2.25 D	2.29 D
2.50 D	2.53 D
2.75 D	2.70 D
3.00 D	2.94 D
3.25 D	3.27 D
3.50 D	3.40 D
3.75 D	3.76 D
4.00 D	4.04 D
4.50 D	4.58 D
5.00 D	4.97 D
5.50 D	5.57 D
6.00 D	5.93 D

Como se observa en la Tabla 7.2, a pesar de que los valores medidos no son totalmente iguales a los valores reales, se puede apreciar que son muy parecidos además de que entre los valores medidos conservan una separación aproximada de 0.25 D, con lo cual se puede concluir que el autolensómetro desarrollado tiene la capacidad de distinguir cada tipo de lente con una resolución mínima de 0.25 D.

Una vez que la lente oftálmica ha sido medida, el software determina qué tipo de lente es, esto mediante una serie de comparaciones entre sus 2 meridianos principales, como se muestra en el Apéndice A. Después este valor de potencia se compara con la tabla de valores de potencia medidos previamente registrada y determina cual es el valor más cercano a este mismo, de tal manera que a la salida del sistema obtenemos el valor de potencia real y estándar correspondiente.

Teniendo en cuenta el funcionamiento de un autolensómetro comercial, el cual, al momento de realizar alguna medición, esta misma no es de forma continua, sino que presenta saltos mínimos de 0.25 D, ya que esta cantidad es la mínima resolución que el ojo humano puede distinguir entre cada lente oftálmica, por lo tanto, de esta manera podemos compensar el sistema y ajustar los valores medidos de cada lente oftálmica a su valor real y estándar.

CAPÍTULO VIII

RESULTADOS OBTENIDOS

Debido a que la norma ISO 8598 establece la tolerancia en la medición de potencia de lentes oftálmicas para un rango total de ± 20 D, al utilizar la interpolación *nearest* para compensar y ajustar las mediciones en lentes oftálmicas tanto esféricas como cilíndricas, se obtuvo que el error después de compensación fue de cero en todas las mediciones, ubicándose dentro de los parámetros marcados por la norma ISO. Para lograr esto fue necesario realizar las pruebas del sistema propuesto con el método de compensación escogido, con el fin de determinar si los resultados obtenidos cumplían con la norma.

8.1 Resultado de prueba con lentes esféricas

Se procedió a realizar una serie de pruebas con las lentes oftálmicas esféricas en el rango de ± 7 D. En la Figura 8.1 se muestran los resultados obtenidos después de la compensación *nearest*.

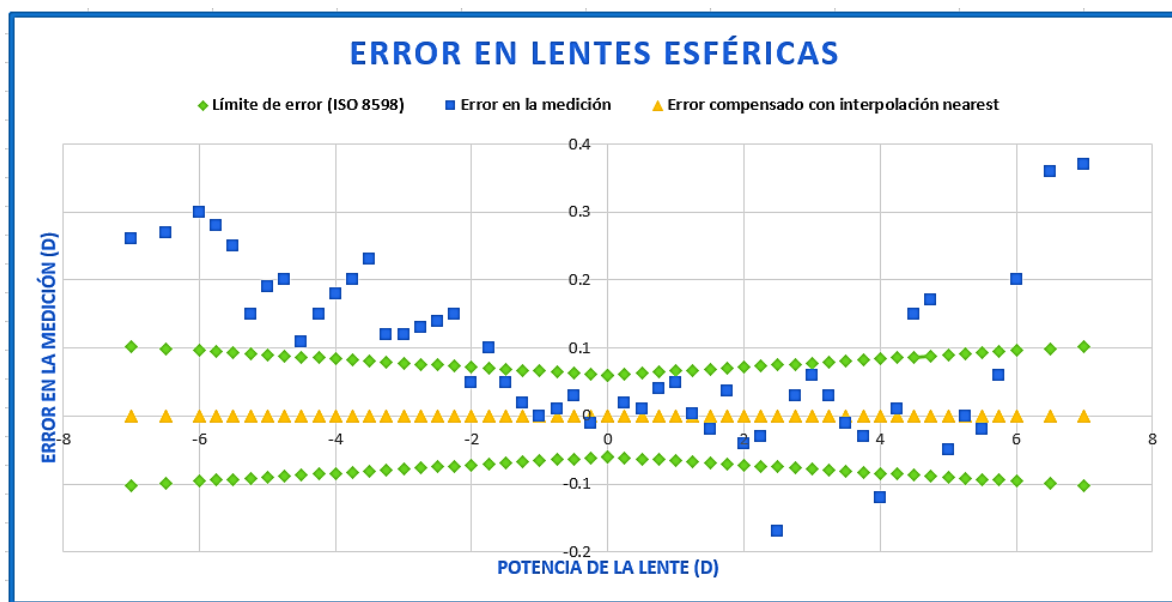


Figura 8.1 Resultados obtenidos para lentes esféricas.

Como resultado final de esta prueba se observa en la figura anterior, que fue posible compensar el error que se presentaba en cada medición y de esta manera llevarlo hasta 0 D en el 100% de las lentes del rango seleccionado de ± 7 D.

8.2 Resultado de prueba con lentes cilíndricas

Se procedió a realizar una serie de pruebas con las lentes oftálmicas cilíndricas en el rango de ± 0.50 D a ± 6 D. La Figura 8.2 muestra los resultados obtenidos después de la compensación *nearest*.

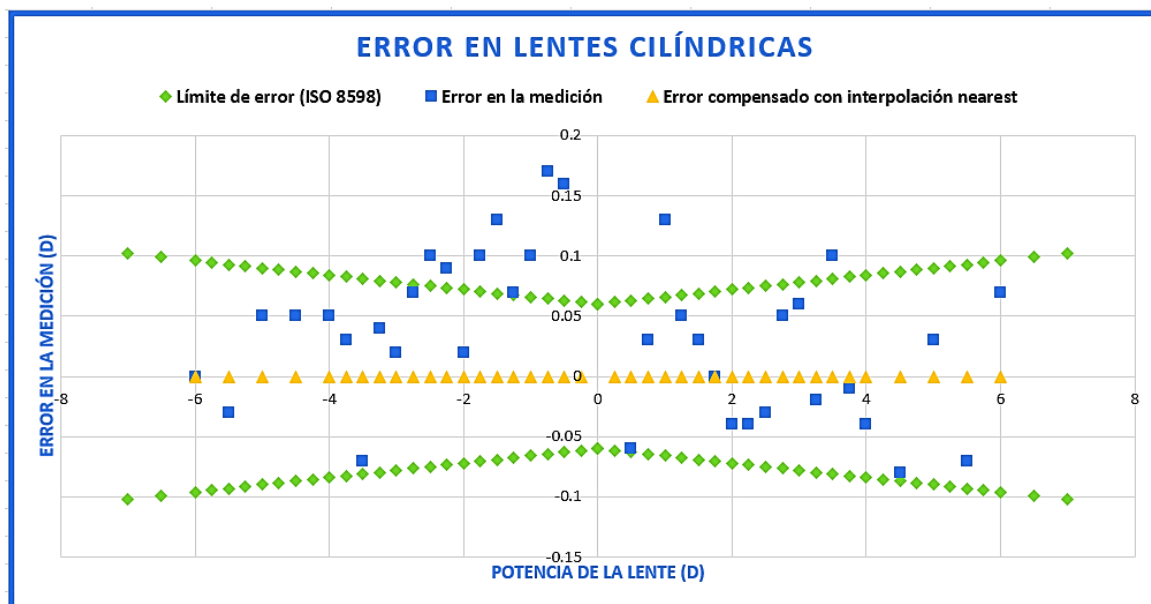


Figura 8.2 Resultados obtenidos para lentes cilíndricas.

Como resultado final de esta prueba se observa en la figura anterior, que fue posible compensar el error que se presentaba en cada medición y de esta manera llevarlo hasta 0 D en el 100% de las lentes del rango seleccionado.

8.3 Resultado de prueba con lentes esfero-cilíndricas

Se procedió a realizar una serie de pruebas utilizando lentes esfero-cilíndricas. Se tomaron 8 lentes de diferentes valores a las cuales se les midió la potencia de esfera, potencia de cilindro y el eje. Para corroborar si la medición del eje en este tipo de lentes era la correcta (por tratarse de lentes sin ninguna base o sin haber sido recortadas), se procedió a realizar la medición con el software desarrollado y con Vision Assistant de manera simultánea, a fin de comprobar que fuera el mismo resultado.

La Tabla 8.1 muestra los valores reales de potencia de esfera y cilindro de las lentes analizadas, así como los valores medidos con el autolensómetro LM-500 de Nidek y los valores arrojados por el autolensómetro desarrollado en esta tesis.

Tabla 8.1 Resultados obtenidos para lentes esfero-cilíndricas.

Valor real	Valor con Nidek LM-500	Valor con autolensómetro desarrollado
(-3.00 D, +2.00 D 15°)	(-3.00 D, +2.00 D 15°)	(-3.25 D, +2.00 D 15°)
(+1.50 D, +1.00 D 15°)	(+1.50 D, +1.00 D 15°)	(+1.50 D, +1.00 D 15°)
(-3.75 D, +2.50 D 15°)	(-3.50 D, +2.50 D 15°)	(-3.75 D, +2.50 D 15°)
(+0.75 D, +2.00 D 15°)	(+0.75 D, +2.00 D 15°)	(+0.75 D, +2.00 D 15°)
(-2.00 D, -1.50 D 15°)	(-2.00 D, -1.50 D 15°)	(-2.25 D, -1.50 D 15°)
(-1.25 D, +2.75 D 15°)	(-1.25 D, +2.75 D 15°)	(-1.25 D, +2.75 D 15°)
(-1.25 D, +2.75 D 15°)	(-1.25 D, +2.75 D 15°)	(-1.25 D, +2.75 D 15°)
(-0.50 D, -2.00 D 15°)	(-0.50 D, -2.00 D 15°)	(-0.50 D, -2.00 D 15°)

En la tabla anterior se observan algunas diferencias (marcadas en negritas) entre los valores reales de las lentes, los medidos con el LM-500 de Nidek y los medidos con el autolensómetro propuesto.

Como se aprecia en la tabla anterior, dos de las mediciones de potencia de esfera realizadas con el autolensómetro propuesto, difieren ligeramente de sus valores reales. En el caso del autolensómetro LM-500 de Nidek se observa una medición incorrecta también en la potencia de esfera, esto a pesar de tratarse de un equipo comercial que cumple con todas las normas ISO 8598.

Los errores de medición del autolensómetro propuesto se derivan de tres aspectos principalmente:

- El prototipo de autolensómetro desarrollado y el modelo matemático en el cual fue basado, parten del análisis de lentes delgadas, por lo que al tratarse de lentes esfero-cilíndricas su espesor se ve incrementado.

- En un estudio y análisis realizado por P. Mendoza [50], menciona que ciertos autolensómetros comerciales ven afectadas sus mediciones por variaciones en la intensidad de la fuente de iluminación, lo que puede provocar que el autolensómetro desarrollado esté sujeto a estas mismas afectaciones.
- La montura utilizada en el prototipo desarrollado está diseñada específicamente para sujetar lentes delgadas y en el caso de las lentes esfero-cilíndricas, algunas de éstas no se acoplaban adecuadamente a dicha montura. Existe la posibilidad de introducir un error técnico y humano, lo que refleja diferencias en las mediciones.

CAPÍTULO IX

CONCLUSIONES

9.1 Conclusiones sobre el modelo matemático

El principal objetivo de este trabajo de investigación fue diseñar un prototipo de autolensómetro para medir la potencia dióptrica de diferentes tipos de lentes oftálmicas: esféricas, cilíndricas y esfero-cilíndricas, así como el eje (orientación) del cilindro de las lentes cilíndricas y esfero-cilíndricas.

Este prototipo debía utilizar un modelo matemático ya comprobado, capaz de medir la potencia dióptrica de lentes oftálmicas derivado de la fórmula de Gauss para lentes delgadas.

Por tratarse de un modelo simple y de bajo costo computacional, se decidió utilizarlo en la medición de lentes oftálmicas no delgadas, compensando los valores de las mediciones realizadas para eliminar el error o reducirlo a rangos aceptables.

El prototipo debía implementarse con componentes prácticos y de bajo costo, seleccionando aquellas que más se ajustaran al modelo matemático utilizado y además se encontraran disponibles en el laboratorio de óptica.

9.2 Conclusiones sobre el modelo experimental

Para el desarrollo del prototipo de autolensómetro aquí propuesto, se tuvo que realizar una serie de cambios al montaje original, el que permitió validar el modelo matemático utilizado. Es importante mencionar que se implementaron diferentes configuraciones prácticas, pero para propósitos de esta tesis, solo se documenta el montaje experimental descrito en secciones anteriores.

Los cambios se basaron principalmente en la sustitución de algunos de los componentes. Inicialmente se utilizaba la cámara Pixelink PL_B774U, pero debido a problemas técnicos se decidió cambiar a la cámara Point Grey: Chameleon CMLN-13S2C. Otro de los componentes que se cambió fue la lente colimadora, esto con la intención de reducir el tamaño del prototipo, ya que inicialmente se usaba una lente colimadora con distancia focal de 24 cm la cual fue

sustituida por otra de lente de 10 cm de distancia focal. El siguiente cambio realizado fue la pantalla de observación, ya que cuando se realizaban las primeras pruebas de alineación se observó que ésta era demasiado opaca, lo cual afectaba directamente en las mediciones sustituyéndose con otra más clara. El último de los cambios fue la fuente de iluminación, es decir, inicialmente se usaron diferentes tipos de ledes con el fin de encontrar aquél que diera una mejor nitidez a los spots proyectados en la pantalla de observación y cuya luminancia no se viera afectada por la distancia led-pantalla.

Después de realizar los cambios mencionados y los ajustes necesarios, el montaje experimental del prototipo de autolensómetro, cumple con lo requerido para brindar una opción más de medición de potencia de lentes oftálmicas, diferente a los sistemas ya existentes. Se trata de un diseño experimental sencillo, robusto, de costo razonable y confiable. Para validar esto último se utilizó como instrumento patrón el equipo comercial: Autolensómetro Nidek LM-500.

9.3 Conclusiones sobre los resultados

Los resultados desplegados en las mediciones de potencia esférica tuvieron un error de 0 D en todo el rango de medición analizado (± 7 D). De la misma manera, en el caso de las mediciones de lentes cilíndricas en donde se medía la potencia cilíndrica y eje, se obtuvo un error de 0 D en todo el rango de medición analizado (-6 D a -0.25 D y +0.25 a +6 D), demostrando que el sistema es competitivo con equipos comerciales.

Sin embargo, en el caso de las lentes esfero – cilíndricas, las mediciones realizadas en un juego de pruebas de 8 lentes de valores diversos se obtuvo un error de 0.25 D en dos de ellas. Como ya se mencionó, este error puede ser atribuido a tres factores: el modelo matemático está basado en un análisis de lentes delgadas, a la intensidad de la fuente de iluminación y al diseño de la montura utilizada en las mediciones.

Dado que todo prototipo es susceptible de mejora, el autolensómetro aquí presentado puede mejorarse y sufrir cambios que optimicen aún más su funcionamiento. Sin embargo, en su estado actual al día de hoy, resulta competitivo con equipos comerciales gracias a su bajo costo, pocos requerimientos computacionales y resultados arrojados, ya que brinda datos comprendidos

dentro del rango de error permitido por la norma ISO 8598, estándar que establece y rige la construcción de equipos de medición de potencia de lentes oftálmicas.

9.4 Conclusiones generales

El prototipo de autolensómetro desarrollado cumple exitosamente con los objetivos y metas planteados al inicio de este proyecto de tesis, ya que, partiendo de un modelo matemático sencillo, se logró implementar un sistema de medición experimental robusto, práctico y económico.

Además, debido a que las diferencias en los resultados arrojados con respecto a los valores verdaderos, caen dentro del rango de error permitido por la norma ISO 8598 se concluye que, es ampliamente factible convertir el presente prototipo de laboratorio en un autolensómetro comercial, posicionándolo como una opción más de competencia entre los equipos comerciales que actualmente se encuentran en el mercado.

9.5 Trabajo futuro

Al concluir el desarrollo del presente prototipo de autolensómetro, se observó que es posible realizar algunas mejoras o modificaciones que permitan optimizar aún más el sistema, mismas que se mencionan a continuación.

Con el fin de mejorar el diseño del prototipo de autolensómetro, es posible cambiar ciertos componentes del montaje con el fin de reducir aún más su tamaño, por ejemplo, se pueden utilizar lentes con distancias focales más cortas, lo que además añade la ventaja de que el prototipo sea menos susceptible a la falta de intensidad luminosa, debido a la distancia que recorre la luz led.

Para poder realizar un equipo comercial competitivo ante otros productos el mercado, es necesario diseñar y maquilar un gabinete que pueda contener todos los componentes del prototipo, en la orientación adecuada y protegidos de cualquier interferencia u obstrucción.

Por último, sería muy recomendable patentar este desarrollo tecnológico en colaboración con P. Mendoza [50], ya que ofrece una configuración diferente basada en un modelo matemático original.

REFERENCIAS

- [1] J. Schwiegerling, "Ocular Function" en *Field Guide to Visual and Ophthalmic Optics*, SPIE The international Society for Optical Engineering, 2004, pp. 1-25.
- [2] G. Smith y David A. Atchison, "The eye" en *The Eye and Visual Optical Instruments*, Cambridge University Press, 1997, pp. 291-316.
- [3] David A. Atchison y G. Smith, "The human eye: an overview - The pupil" en *Optics of the human eye*, Butterworth- Heinemann, 2000, pp. 3-29.
- [4] S. H. Sshwartz, "The vergence relationship" en *Geometrical and Visual Optics: A clinical Introduction*, McGraw-Hill, 2002, pp. 29-45.
- [5] Walter D. Furlan, Javier G. Monreal y Laura M. Escrivá, "Refracción ocular. Acomodación y ametropías" en *Fundamentos de Optometría*, vol. 2a Edición, Universidad de Valencia, 2009, pp. 15-75.
- [6] D. T. Azar, *Cirugía Refractiva*, Elsevier Mosby, 2008.
- [7] P. M. Cinta, "Presbicia" en *Óptica Fisiológica*, Complutense, 2006, pp. 179-185.
- [8] A. K. Bhootra, "Ophthalmic Lens Material and Design" en *Ophthalmic Lenses*, Jaypee Brothers Medical Publishers, 2009, pp. 8-25.
- [9] Joan S. Arqués y Marta F. Bel, "Lentes oftálmicas multifocales" en *Tecnología Óptica Lentes Oftálmicas, Diseño y Adaptación*, Alfaomega, 2000, pp. 187-228.
- [10] W. Humphrey, "Lensmeter utilizing non-parallel light". Patente 4, 182,572, 8 Enero 1980.
- [11] W. Humphrey, "Lensometer with guided lens movement for progressive addition lens". Patente 5, 303,022, 12 Abril 1994.
- [12] K. Gnanvo, Zong Y. Wu, Jean-Louis de B. de la Tognaye y Liren Liu, "Large aperture automatic focimeter for the measurement of optical power and other optical characteristics of ophthalmic lenses", *Applied Optics*, vol. 41, pp. 5997-6005, 2002.
- [13] Y. M. Barbosa, "La prueba de Hartmann en ciencias de la visión", *Cien. Tecno. Salud. Vis. Ocul.*, vol. 10, nº 1, pp. 149-165, enero- junio 2012.
- [14] D. Malacara, "Testing and centering of lenses by means of a Hartmann test with four holes", *Optical Engineering*, vol. 31, nº 7, pp. 1551-1555, Julio 1992.

- [15] C. Castellini, F. Francini y B. Tiribilli, "Hartmann test modification for measuring ophthalmic progressive lenses", *Applied Optics*, vol. 33, n° 19, pp. 4120-4124, Julio 1994.
- [16] Sergio Barbero y Javier Portilla, "Geometrical interpretation of dioptric blurring and magnification in ophthalmic lenses", *Optical Society of America*, vol. 23, n° 10, pp. 13185-13199, Mayo 2015.
- [17] Acosta E., Chamadoira S. y Blendowske R., "Modified point diffraction interferometer for insoection an evaluation of ophthalmic components", *JOSA A.*, vol. 23, n° 3, pp. 632-367, Marzo 2006.
- [18] Illueca C., Vazquez C., Hernández C. y Viqueira V., "The use of Newton's rings for characterising ophthalmic lenses", *Ophthalmic & physiological optics*, vol. 18, n° 4, pp. 360-371, Julio 1998.
- [19] Wyant J. C. y Smith F. D., "Interferometer for measuring power distributions of ophthalmic lenses" *Applied Optics*, vol. 14, pp. 1607-1612, 1975.
- [20] González C., Villegas E. R., Carretero L. y Fimia A., "Ronchi test for testing the powers of bifocal intraocular lenses", *Ophthalmic Physiol, Opt.*, vol. 17, pp. 161-163, 1997.
- [21] Carretero L., González C., Fimia A. y Pascual I., "Application of the Ronchi test to intraocular lenses: A comparison of theoretical and measured results", *Applied Optics*, vol. 32, pp. 4132-4137, 1993.
- [22] Quiroga, J., Crespo D. y Bernabeu E., "Fourier transform method for automatic processing of morié defelctograms", *Optical Engineering*, vol. 38, pp. 974-982, 1999.
- [23] Hector Canabal, J. Antonio Quiroga y E. Bernabeu, "Automatic precessing in moiré deflectometry by focal fringe direction calculation", *Applied Optics*, vol. 37, pp. 5894-5901, 1998.
- [24] Ilana G. y O. Kafri, *The Physics of Moiré Metrology*, New York: Wiley, 1989.
- [25] Keren E., Kreske K. y Kafri O., "Universal method for determining the focal legth of optical systems by moiré defletometry", *Applied Optics*, vol. 27, pp. 1383-1385, 1988.
- [26] Vargas J., Gómez-Pedrero J., Alonso J. y Quiroga J., "Defletometric method for the measurement of user power for ophthalmic lenses", *Applied Optics*, vol. 49, pp. 5125-5132, 2010.

- [27] Héctor Canabal, J. Antonio Quiroga y E. Bernabeu, “Automatic processing in moiré deflectometry by focal fringe direction calculation”, *Applied Optics*, vol. 37, pp. 5894-5901, 1998.
- [28] Wei X., Van Heugten T. y Thibos L., “Validation of a Hartmann-moiré wavefront sensor with large dynamic range”, *Opt. Exp.*, vol. 17, pp. 14180 1-14180 5, 2009.
- [29] D. Malacara, “Instrumentos usados en oftalmología y optometría” en *Óptica Básica*, Ediciones Científicas Universitarias, 2015, pp. 191-193.
- [30] M. M. Corral, “El frontocómetro” en *Instrumentos Ópticos y Optométricos*, Universidad de Valencia, 1998, pp. 247-262.
- [31] T. Kanijo, “Lens meter”. Patente US20050190360A1, 1 Septiembre 2005.
- [32] Kajino T. y Ohmori Y., “Lens meter”. Patente US20080291433A1, 27 Noviembre 2008.
- [33] M. Abitbol, “Lens meter”. Patente US005855074, 27 Octubre 2005.
- [34] Yanagi E. y Nakamura S., “Lens meter”. Patente US007280191, 26 Enero 2005.
- [35] Yanagi E. y Nakamura S., “Lens meter”. Patente US20050162642, 26 Enero 2005.
- [36] S. Toshiyuki, “Lens meter”. Patente EP1469 297 B1, 26 Enero 2005.
- [37] E. Keren, “Lens meter”. Patente US005355210, 2005.
- [38] Eugene Hecht, “Propagación de la luz” en *Óptica*, Madrid: Addison-Wesley, 1999, pp. 86-140.
- [39] Joan S. Arqués, Marta F. Bel y Carlos Illueca C., “Lentes esféricas – Lentes astigmáticas” en *Tecnología óptica: Lentes oftálmicas, diseño y adaptación*, Barcelona: Ediciones UPC, 2001, pp. 55-108.
- [40] Joseph W. Kane y Morton M. Sternheim, “Espejos, lentes e instrumentos ópticos” en *Física*, 2ª Edición ed., España: Editorial Reverte, 2007, pp. 555-582.
- [41] Alejandro C. Rodríguez y Gonzalo U. Serrano, *Óptica Geométrica. Resumen de conceptos y formulas*, INAOE, Puebla, 2005.
- [42] C. A. Adelina Felipe, *Manual de óptica geométrica*, Valencia: Universidad de Valencia, 1998.

- [43] Hugh D. Young, Roger A. Freedman y Francis Weston Sears, “Óptica Geométrica” en *Física Universitaria*, vol. 2, Addison-Wesley, 2009, pp. 1157-1196.
- [44] Maria M. Landeros Martínez, “Medición De Esfera Y Cilindro En Lentes Oftálmicas Usando Un Haz Colimado De Luz Láser”, tesis, Chihuahua, Chih., 2019.
- [45] Juan L. Antón, Dulce M. Andrés y Javier Barrio, “La luz y sus propiedades” en *Física 2º Bachillerato*, Editex, 2017, pp. 228-247.
- [46] Daniel Malacara y Zacarías Malacara, *Handbook of Lens Design*, 1th edición, Marcel Dekker, 1994.
- [47] D. A. Atchison, “Spectacle Lens Design: a Review”, *Applied Optics*, vol. 31(19), 3579-3585, 1992.
- [48] ISO 8598. “Optics and Optical Instruments: Focimeters”, Geneva, Suiza, 1996.
- [49] Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers y Keying Ye, *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*, México: Pearson, 2012.
- [50] Paloma G. Mendoza Villegas, “Medición de esfera, cilindro y eje en lentes oftálmicas por variación de amplificación lateral”, tesis, Chihuahua, Chih., 2015.

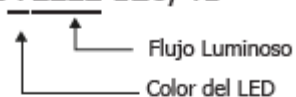
ANEXO 1

HOJAS DE DATOS DEL LED SILED MODELO LED-P3Y120-120/41



LED DE POTENCIA 3W

LED-P3YLLLL-120/41



Especificaciones

Tipo de LED: POTENCIA de 3W

Ángulo de apertura: 120 grados

Encapsulado transparente

Base para disipador de calor

Temperatura de operación: - 35 a 60 °C

Corriente nominal: 750mA

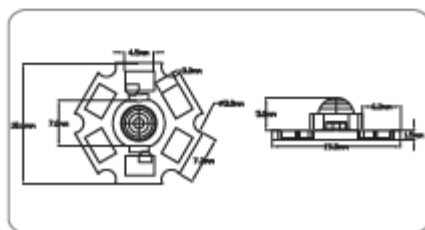
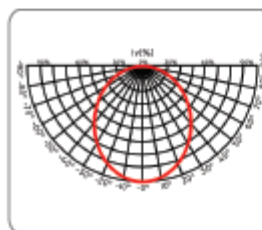
Temperatura de soldadura sin plomo: 260°C

5 seg. máximo

Número de chips internos: 1

Y Colores disponibles	Longitud de onda [nm] / Temperatura de Color [Tc]	Voltaje de Operación [V]		Consumo [W]	Flujo Luminoso [lm]	
		Min	Máx		Min	Máx
R	600-650	2.2	2.8	3.0	90	120
G	490-540	3.2	4.0	3.0	140	200
B	450-500	3.2	4.0	3.0	30	60
Y	550-600	2.0	2.8	3.0	90	120
WW	3000-5000 K	3.2	3.8	3.0	80	120
W	5000-7000 K	3.2	3.8	3.0	110	200

Dimensiones

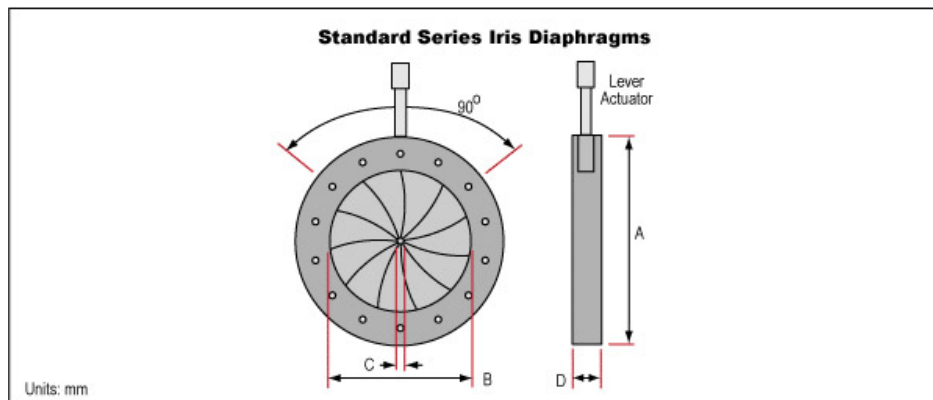
Curva de Distribución
luminosa

LLLL=Flujo Luminoso Máx

Nota:
Es necesario dotar al LED de un disipador de calor adecuado con el fin de mantenerlo dentro de la temperatura de operación especificada, de lo contrario una temperatura excesiva causará una degradación o daño permanente.

ANEXO 2

HOJA DE DATOS DEL DIAFRAGMA TIPO IRIS



Outside Diameter A	Maximum Aperture B	Minimum Aperture C	Thickness D
10.0	5.0	0.60	4.50

Minimum Aperture (mm):	0.6	Maximum Aperture (mm):	5.0
Outer Diameter (mm):	10.0	Construction:	Brass Housing, Blue Tempered Steel Leaves
Lever Diameter (mm):	1.50	Lever Length (mm):	7.50
Number of Leaves:	6.00	Thickness (mm):	4.50
Type of Lever:	Pin		

ANEXO 3

HOJA DE DATOS DE LA LENTE COLIMADORA EDMUND OPTICS MODELO
32972

Diameter (mm):	50.00 +0.0/-0.025	Effective Focal Length EFL (mm):	100.00
Back Focal Length BFL (mm):	93.41	Coating:	Uncoated
Substrate:	N-BK7	Surface Quality:	40-20
Power (P-V) @ 632.8nm:	1.5λ	Irregularity (P-V) @ 632.8nm:	λ/4
Focal Length Tolerance (%):	±1	Centering (arcmin):	<1
Center Thickness CT (mm):	10.00	Center Thickness Tolerance (mm):	±0.1
Edge Thickness ET (mm):	3.55	Radius R ₁ (mm):	51.68
Clear Aperture CA (mm):	49.0	f/#:	2
Numerical Aperture NA:	0.25	Focal Length Specification Wavelength (nm):	587.6
Type:	Plano-Convex Lens	Bevel:	Protective bevel as needed
Wavelength Range (nm):	350 - 2200		

ANEXO 4

HOJA DE DATOS DEL MALETÍN DE PRUEBAS GILRAS MODELO GR TL18

CONCAVE(-) SPHERE				CONVEX(+) SPHERE			
List	pcs	List	pcs	List	pcs	List	pcs
0.12	2	5.00	2	0.12	2	5.00	2
0.25	2	5.25	2	0.25	2	5.25	2
0.37	2	5.50	2	0.37	2	5.50	2
0.50	2	5.75	2	0.50	2	5.75	2
0.75	2	6.00	2	0.75	2	6.00	2
1.00	2	6.50	2	1.00	2	6.50	2
1.25	2	7.00	2	1.25	2	7.00	2
1.50	2	7.50	2	1.50	2	7.50	2
1.75	2	8.00	2	1.75	2	8.00	2
2.00	2	8.50	2	2.00	2	8.50	2
2.25	2	9.00	2	2.25	2	9.00	2
2.50	2	10.00	2	2.50	2	10.00	2
2.75	2	11.00	2	2.75	2	11.00	2
3.00	2	12.00	2	3.00	2	12.00	2
3.25	2	13.00	2	3.25	2	13.00	2
3.50	2	14.00	2	3.50	2	14.00	2
3.75	2	15.00	2	3.75	2	15.00	2
4.00	2	16.00	2	4.00	2	16.00	2
4.25	2	18.00	2	4.25	2	18.00	2
4.50	2	20.00	2	4.50	2	20.00	2
4.75	2			4.75	2		

CONCAVE(-) CYLINDER		CONVEX(+) CYLINDER		PRISM		ACCESSORY	
List	pcs	List	pcs	List	pcs	Specification	pcs
0.25	2	0.25	2	0.50	2	Occluder	1
0.50	2	0.50	2	1.00	2	Pin hole	2
0.75	2	0.75	2	2.00	2	Slit	2
1.00	2	1.00	2	3.00	2	Green filter lens	1
1.25	2	1.25	2	4.00	2	Red filter lens	1
1.50	2	1.50	2	5.00	1	Blue filter lens	1
1.75	2	1.75	2	6.00	1	Maddox white	1
2.00	2	2.00	2	8.00	1	Maddox red	1
2.25	2	2.25	2	10.00	1	Plane lens	1
2.50	2	2.50	2			Crossed line	1
2.75	2	2.75	2			Frosted lens	1
3.00	2	3.00	2			CCX 0.25	1
3.25	2	3.25	2			CCX 0.50	1
3.50	2	3.50	2			Polarized lens	2
3.75	2	3.75	2				
4.00	2	4.00	2				
4.50	2	4.50	2				
5.00	2	5.00	2				
5.50	2	5.50	2				
6.00	2	6.00	2				

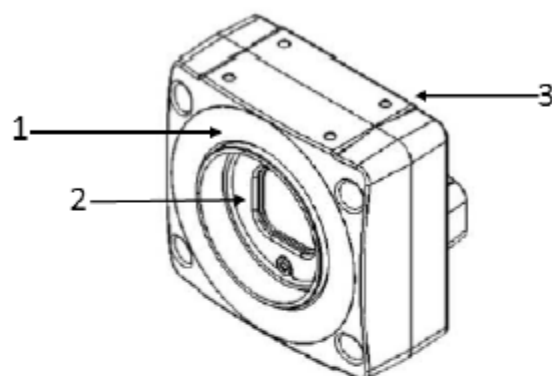
ANEXO 5

HOJA DE DATOS DE LA CÁMARA POINTGREY MODELO CHAMELEON CMLN-13S2C

Model	Version	MP	Imaging Sensor
CMLN-13S2C-CS CMLN-13S2M-CS	Color Mono	1.3 MP	■ Sony ICX445 CCD, 1/3", 3.75 μm ■ Global Shutter ■ 18 FPS at 1296 x 964

	All Chameleon Models
Imaging Performance (EMVA 1288)	See the Imaging Performance Specification , which includes quantum efficiency, saturation capacity (full well depth), read noise, dynamic range and signal to noise ratio.
A/D Converter	12-bit
Video Data Output	8-bit and 16-bit digital data
Image Data Formats	Y8, Y16 (monochrome), 8-bit and 16-bit Raw Bayer data (color)
Partial Image Modes	Pixel binning and region of interest (ROI) modes
Image Processing	Color/Greyscale conversion, gamma, lookup table, white balance
Shutter	Global shutter; Automatic/manual/one-push/extended shutter modes 0.01 ms to >10 seconds (extended shutter mode)
Gain	Automatic/manual/one-push modes 0 dB to 24 dB
Gamma	0.50 to 4.00
White Balance	Automatic/manual/one-push modes
Digital Interface	5-pin Mini-B USB2.0 digital interface for camera control, video data transmission, and power
Transfer Rates	480 Mbit/s
GPIO	7-pin JST GPIO connector, 4 pins for trigger and strobe, 1 pin +3.3 V, 1 VEXT pin for external power
External Trigger Modes	IIDC Trigger Modes 0, 1, 3, and 14
Synchronization	Via external trigger or software trigger
Memory Channels	3 memory channels for custom camera settings
Flash Memory	256 KB non-volatile memory
Dimensions	25.5 mm x 44 mm x 41 mm (excluding lens holder and connectors)
Mass	37 grams (without optics or tripod mounting bracket)
Power Consumption	2 W, 4.745 to 5.25 V via Mini-B USB 2.0 interface or JST 7-pin GPIO connector
Machine Vision Standard	IIDC v1.31
Camera Control	Via FlyCapture SDK, CSRs, or third party software

Chameleon Physical Description



1. Lens holder (CS-mount)

Attach any CS-mount lens or other optical equipment.
See [Lens Mounting](#)

2. Glass/IR filter system

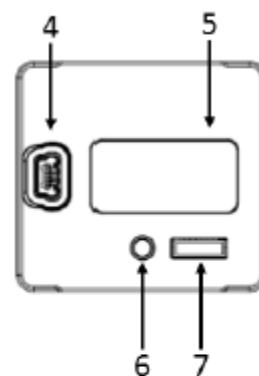
See [Dust Protection](#) and [Infrared Cut-Off Filters](#)

3. M2x2 mounting holes

See [Mounting with the Case or Mounting Bracket](#)

4. USB 2.0 Mini-B vertical connector

The camera uses a USB 2.0 Mini-B vertical connector.
See [USB 2.0 Connector](#)



5. Camera Label

Contains camera information such as model name, serial number and required compliance information.

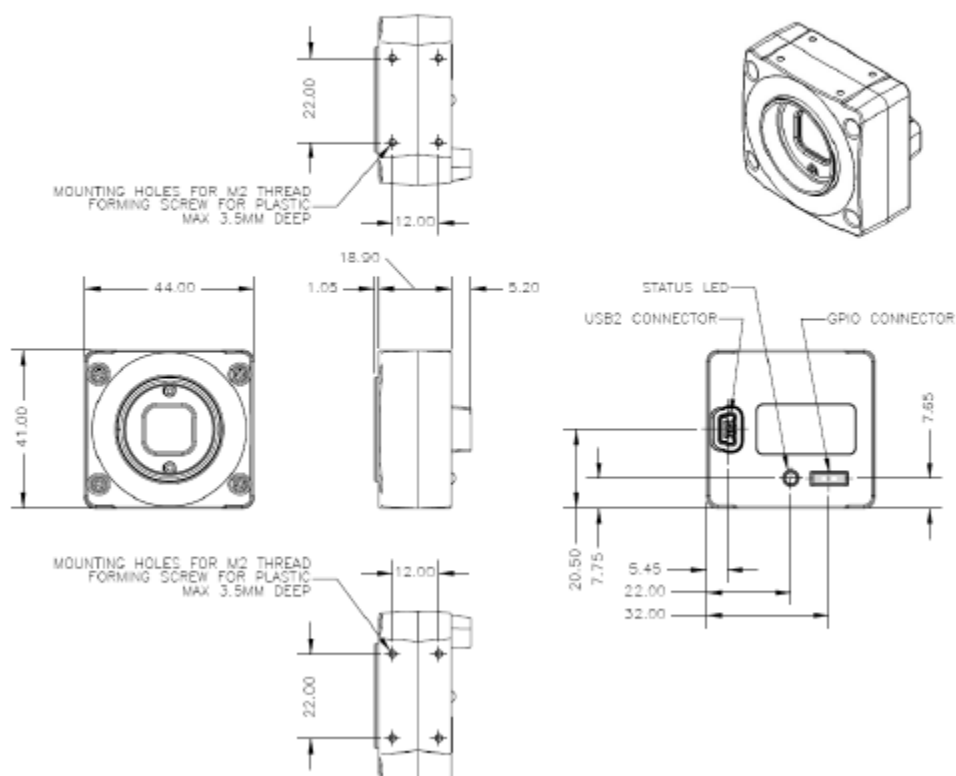
6. Status LED

This light indicates the current state of the Chameleon operation. See [Status Indicator LED](#)

7. General Purpose I/O connector

The 7-pin GPIO connector is used for external triggering, strobe output or digital I/O. See [Input/Output Control](#)

Chameleon Dimensions

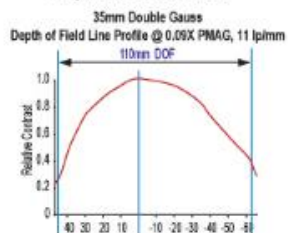


ANEXO 6

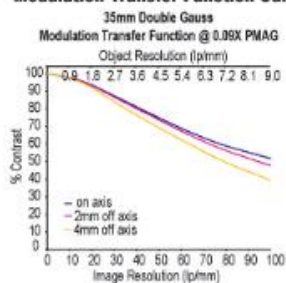
HOJA DE DATOS DE LA LENTE DOBLE GAUSS 35 MM MODELO 54-689

Focal Length FL (mm):	35	Maximum Sensor Format:	1"
Field of View @ Max Sensor Format:	89.4mm - 20.8°	Aperture (f/#):	f/4 - Closed
Working Distance (mm):	240 - ∞	Coating:	MgF ₂ (400-700nm)
Coating Specification:	R _{avg} ≤ 1.75% @ 400 - 700nm	Distortion (%):	<0.3 @ 400mm WD
Field of View, 1" Sensor:	89.4mm - 20.8°	Field of View, 1/1.8" Sensor:	50.3mm - 11.8°
Field of View, 1/2" Sensor:	44.7mm - 10.5°	Field of View, 1/2.5" Sensor:	40.5mm - 9.5°
Field of View, 1/3" Sensor:	33.5mm - 7.9°	Field of View, 1/4" Sensor:	25.1mm - 5.9°
Field of View, 2/3" Sensor:	61.5mm - 14.4°	Filter Thread:	M37.0 x 0.75
Mount:	C-Mount	Primary Magnification PMAG:	0X - 0.15X
Type:	Fixed Focal Length Lens	Weight (g):	142

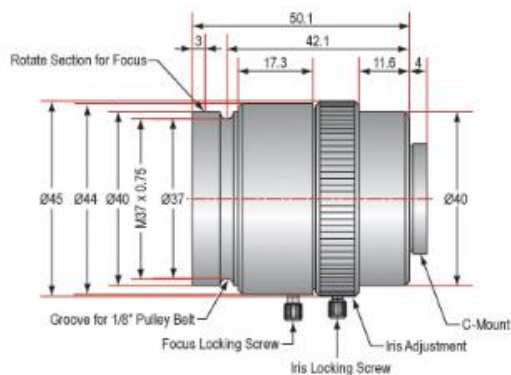
Depth of Field Curves



Modulation Transfer Function Curves



35mm MVO® Focusing Double Gauss Macro Imaging Lens



ANEXO 7

VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN DE CHI-CUADRADA

g	p										
	0.001	0.025	0.05	0.1	0.25	0.5	0.75	0.9	0.95	0.975	0.999
1	10.827	5.024	3.841	2.706	1.323	0.455	0.102	0.016	0.004	0.001	0
2	13.815	7.378	5.991	4.605	2.773	1.386	0.575	0.211	0.103	0.051	0.002
3	16.266	9.348	7.815	6.251	4.108	2.366	1.213	0.584	0.352	0.216	0.024
4	18.466	11.143	9.488	7.779	5.385	3.357	1.923	1.064	0.711	0.484	0.091
5	20.515	12.832	11.07	9.236	6.626	4.351	2.675	1.61	1.145	0.831	0.21
6	22.457	14.449	12.592	10.645	7.841	5.348	3.455	2.204	1.635	1.237	0.381
7	24.321	16.013	14.067	12.017	9.037	6.346	4.255	2.833	2.167	1.69	0.599
8	26.124	17.535	15.507	13.362	10.219	7.344	5.071	3.49	2.733	2.18	0.857
9	27.877	19.023	16.919	14.684	11.389	8.343	5.899	4.168	3.325	2.7	1.152
10	29.588	20.483	18.307	15.987	12.549	9.342	6.737	4.865	3.94	3.247	1.479
11	31.264	21.92	19.675	17.275	13.701	10.341	7.584	5.578	4.575	3.816	1.834
12	32.909	23.337	21.026	18.549	14.845	11.34	8.438	6.304	5.226	4.404	2.214
13	34.527	24.736	22.362	19.812	15.984	12.34	9.299	7.041	5.892	5.009	2.617
14	36.124	26.119	23.685	21.064	17.117	13.339	10.165	7.79	6.571	5.629	3.041
15	37.698	27.488	24.996	22.307	18.245	14.339	11.037	8.547	7.261	6.262	3.483
16	39.252	28.845	26.296	23.542	19.369	15.338	11.912	9.312	7.962	6.908	3.942
17	40.791	30.191	27.587	24.769	20.489	16.338	12.792	10.085	8.672	7.564	4.416
18	42.312	31.526	28.869	25.989	21.605	17.338	13.675	10.865	9.39	8.231	4.905
19	43.819	32.852	30.144	27.204	22.718	18.338	14.562	11.651	10.117	8.907	5.407
20	45.314	34.17	31.41	28.412	23.828	19.337	15.452	12.443	10.851	9.591	5.921
21	46.796	35.479	32.671	29.615	24.935	20.337	16.344	13.24	11.591	10.283	6.447
22	48.268	36.781	33.924	30.813	26.039	21.337	17.24	14.041	12.338	10.982	6.983
23	49.728	38.076	35.172	32.007	27.141	22.337	18.137	14.848	13.091	11.689	7.529
24	51.179	39.364	36.415	33.196	28.241	23.337	19.037	15.659	13.848	12.401	8.085
25	52.619	40.646	37.652	34.382	29.339	24.337	19.939	16.473	14.611	13.12	8.649
26	54.051	41.923	38.885	35.563	30.435	25.336	20.843	17.292	15.379	13.844	9.222
27	55.475	43.195	40.113	36.741	31.528	26.336	21.749	18.114	16.151	14.573	9.803
28	56.892	44.461	41.337	37.916	32.62	27.336	22.657	18.939	16.928	15.308	10.391
29	58.301	45.722	42.557	39.087	33.711	28.336	23.567	19.768	17.708	16.047	10.986
30	59.702	46.979	43.773	40.256	34.8	29.336	24.478	20.599	18.493	16.791	11.588
35	66.619	53.203	49.802	46.059	40.223	34.336	29.054	24.797	22.465	20.569	14.688
40	73.403	59.342	55.758	51.805	45.616	39.335	33.66	29.051	26.509	24.433	17.917
45	80.078	65.41	61.656	57.505	50.985	44.335	38.291	33.35	30.612	28.366	21.251
50	86.66	71.42	67.505	63.167	56.334	49.335	42.942	37.689	34.764	32.357	24.674
55	93.167	77.38	73.311	68.796	61.665	54.335	47.61	42.06	38.958	36.398	28.173
60	99.608	83.298	79.082	74.397	66.981	59.335	52.294	46.459	43.188	40.482	31.738
65	105.988	89.177	84.821	79.973	72.285	64.335	56.99	50.883	47.45	44.603	35.362
70	112.317	95.023	90.531	85.527	77.577	69.334	61.698	55.329	51.739	48.758	39.036
75	118.599	100.839	96.217	91.061	82.858	74.334	66.417	59.795	56.054	52.942	42.757
80	124.839	106.629	101.879	96.578	88.13	79.334	71.145	64.278	60.391	57.153	46.52
85	131.043	112.393	107.522	102.079	93.394	84.334	75.881	68.777	64.749	61.389	50.32
90	137.208	118.136	113.145	107.565	98.65	89.334	80.625	73.291	69.126	65.647	54.156
95	143.343	123.858	118.752	113.038	103.899	94.334	85.376	77.818	73.52	69.925	58.022
100	149.449	129.561	124.342	118.498	109.141	99.334	90.133	82.358	77.929	74.222	61.918

APÉNDICE A

SOFTWARE DEL SISTEMA (CÓDIGO FUENTE)

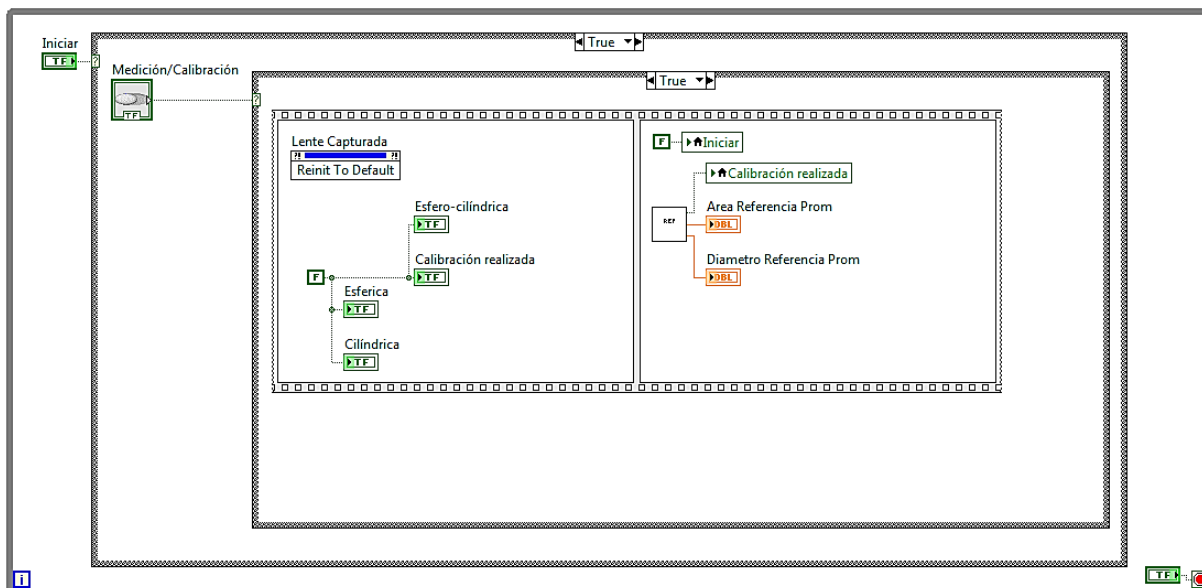


Figura A1. Pantalla donde se ajustan parámetros para la calibración y se obtienen los datos de la calibración.

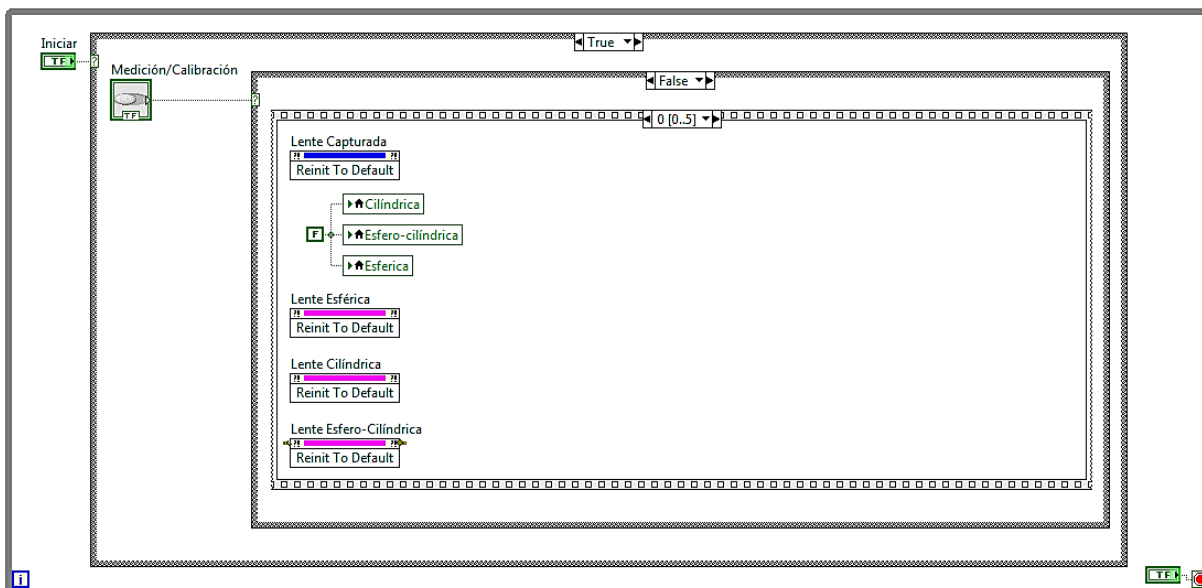


Figura A2. Pantalla donde se ajustan parámetros para la medición.

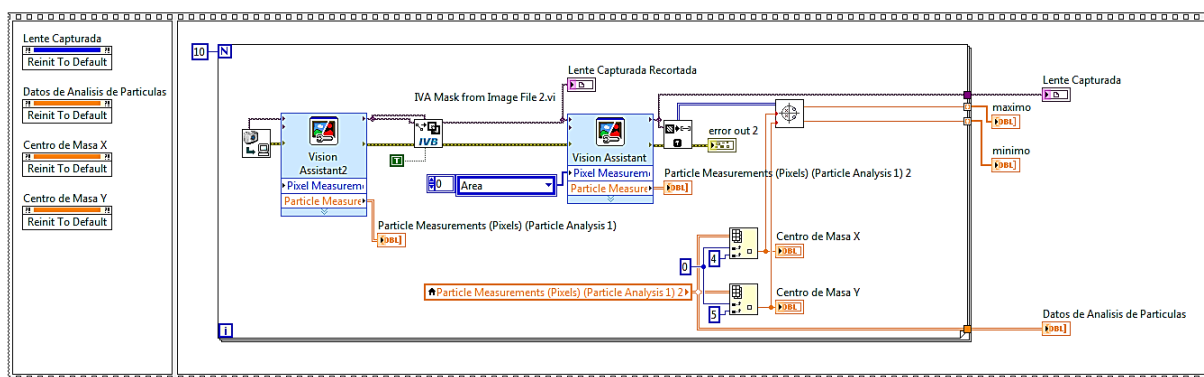


Figura A3. Pantalla donde se realiza el procesamiento de la imagen tomada por medio de detección de bordes y se arrojan los resultados obtenidos.

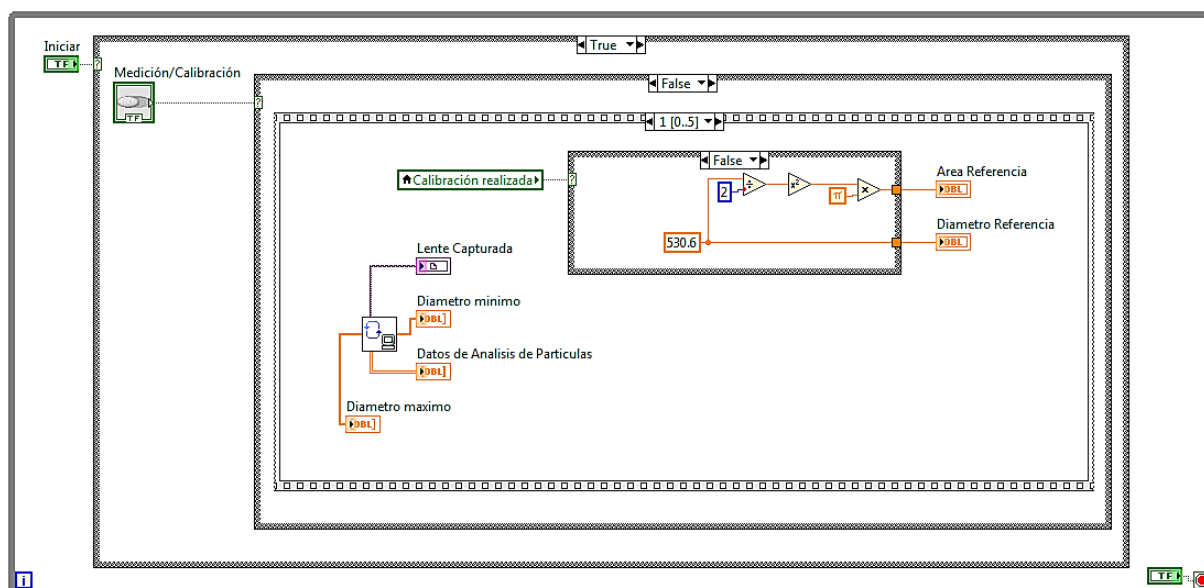


Figura A4. Pantalla donde se obtiene un arreglo del diámetro mayor y menor del spot medido, de igual manera se define el diámetro de referencia sin calibración.

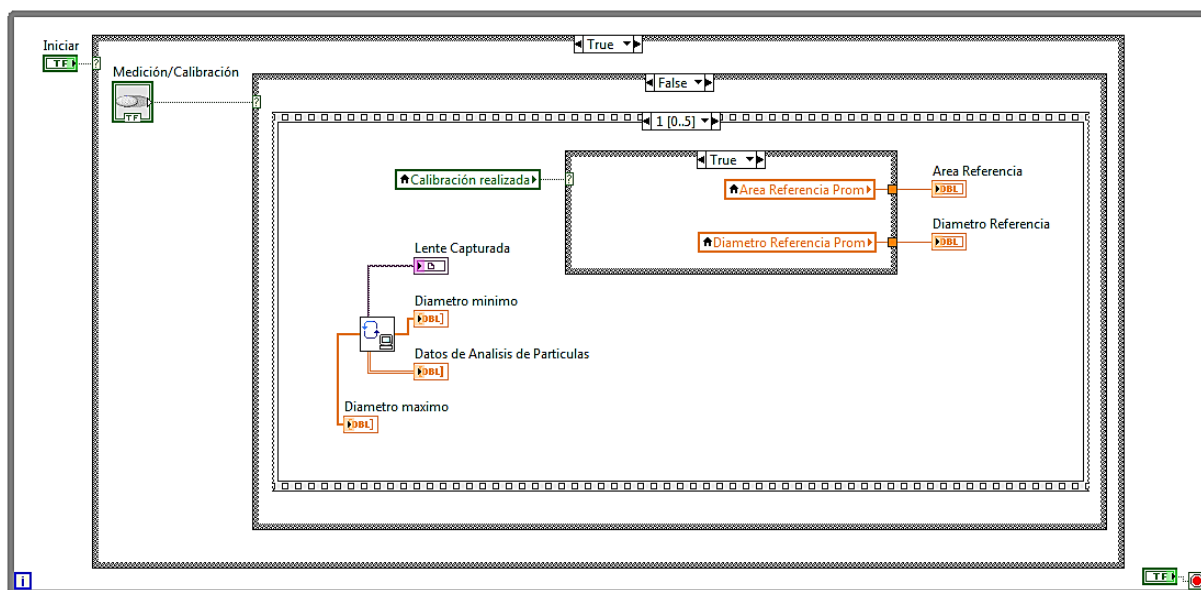


Figura A5. Pantalla donde se obtiene un arreglo del diámetro mayor y menor del spot medido, de igual manera se define el diámetro de referencia con calibración.

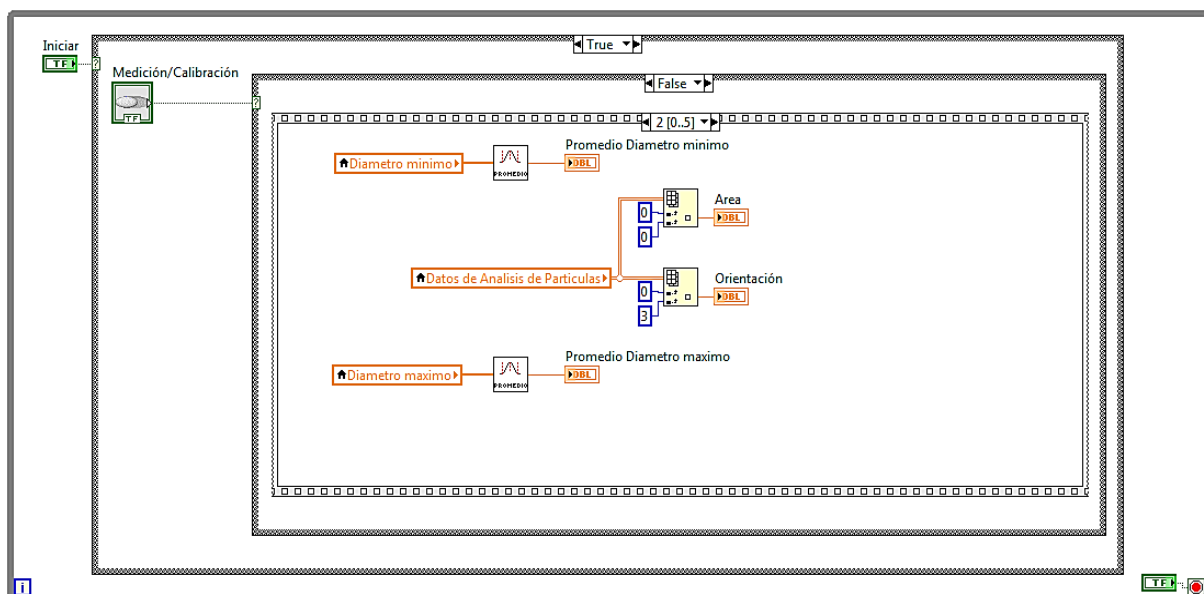


Figura A6. Pantalla donde se realiza un promedio de los diámetros mayores y menores, así como la obtención de la orientación.

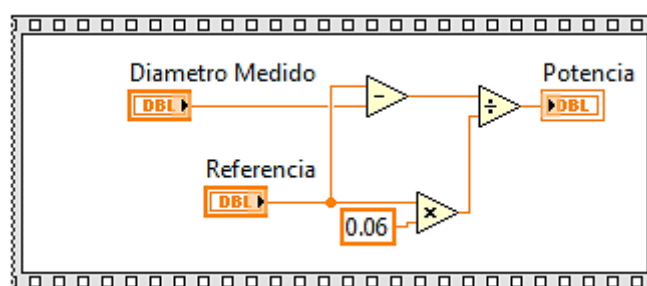


Figura A7. Pantalla donde se realiza el cálculo de la potencia por medio del modelo matemático propuesto.

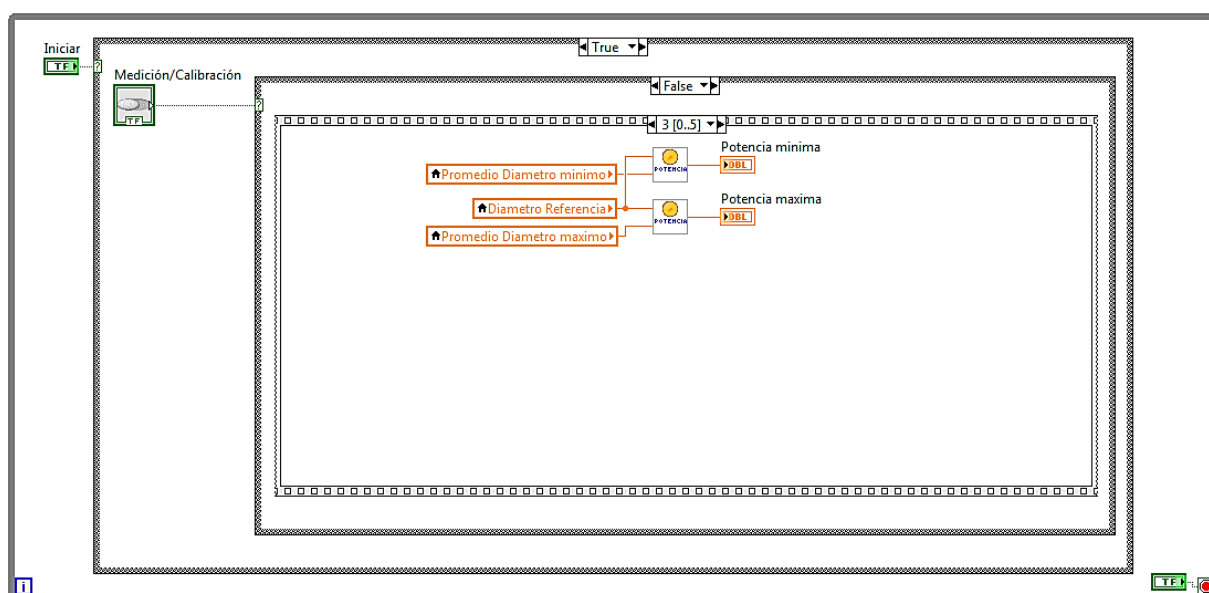


Figura A8. Pantalla donde se obtiene la potencia máxima y mínima.

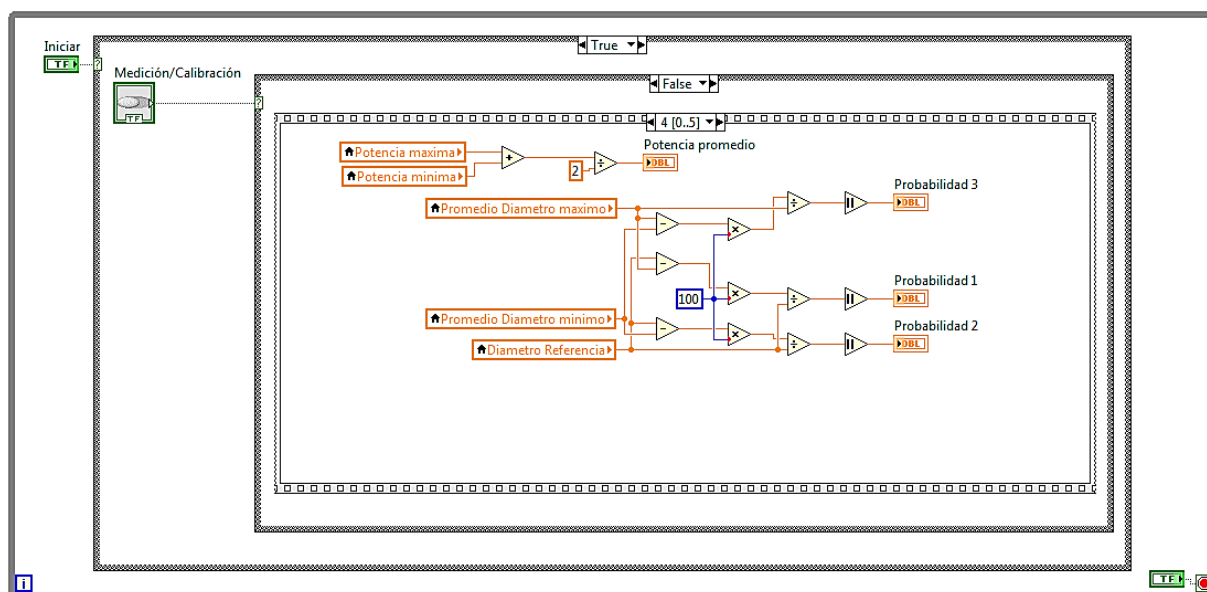


Figura A9. Pantalla donde se realiza el cálculo de las probabilidades de ocurrencia de los diferentes casos, así como el cálculo de la potencia promedio.

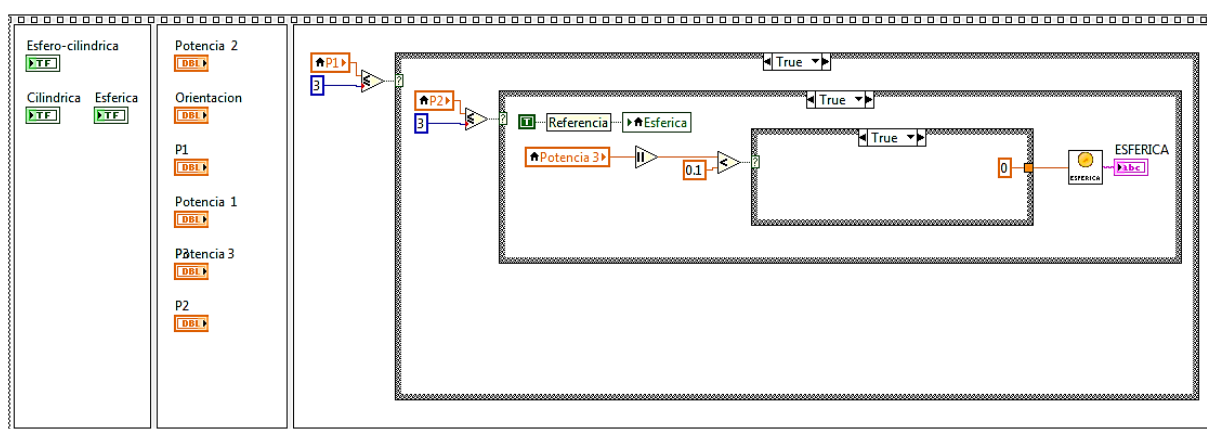


Figura A10. Pantalla donde se define que el spot medido corresponde a la referencia.

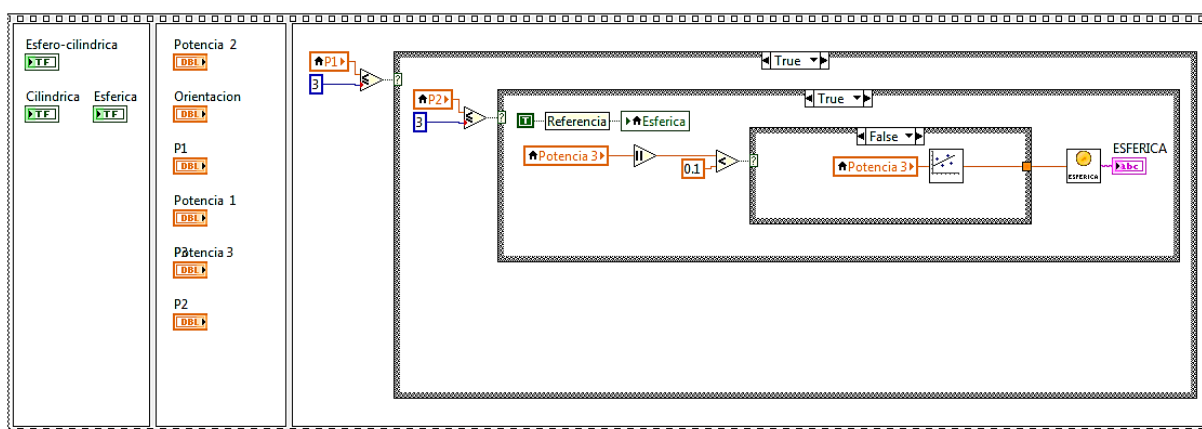


Figura A11. Pantalla donde se define que el spot medido corresponde a una lente esférica y su compensación.

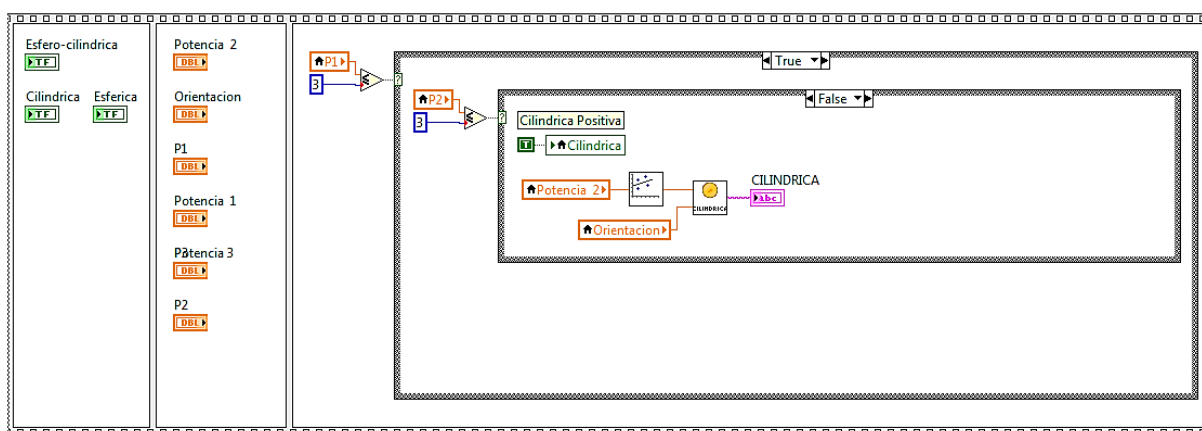


Figura A12. Pantalla donde se define que el spot medido corresponde a una lente cilíndrica positiva y su compensación.

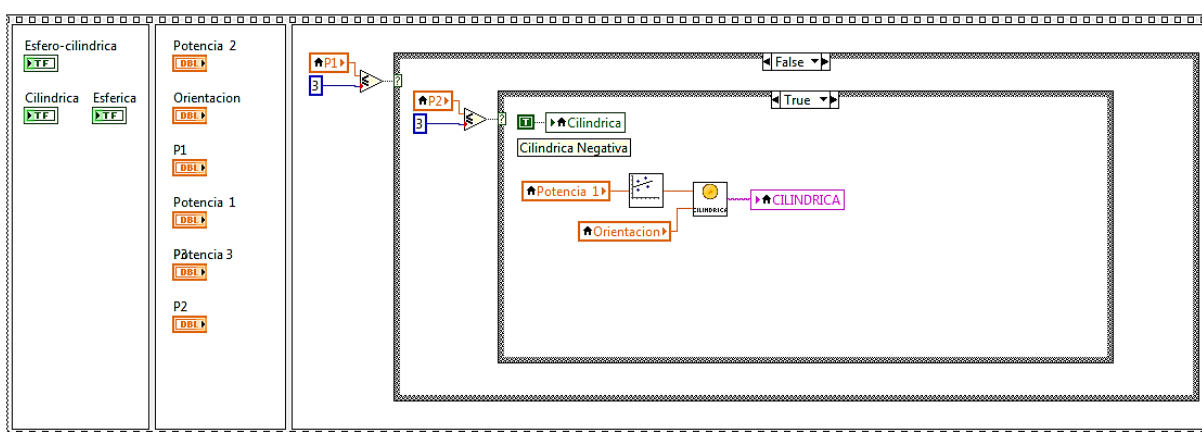


Figura A13. Pantalla donde se define que el spot medido corresponde a una lente cilíndrica negativa y su compensación.

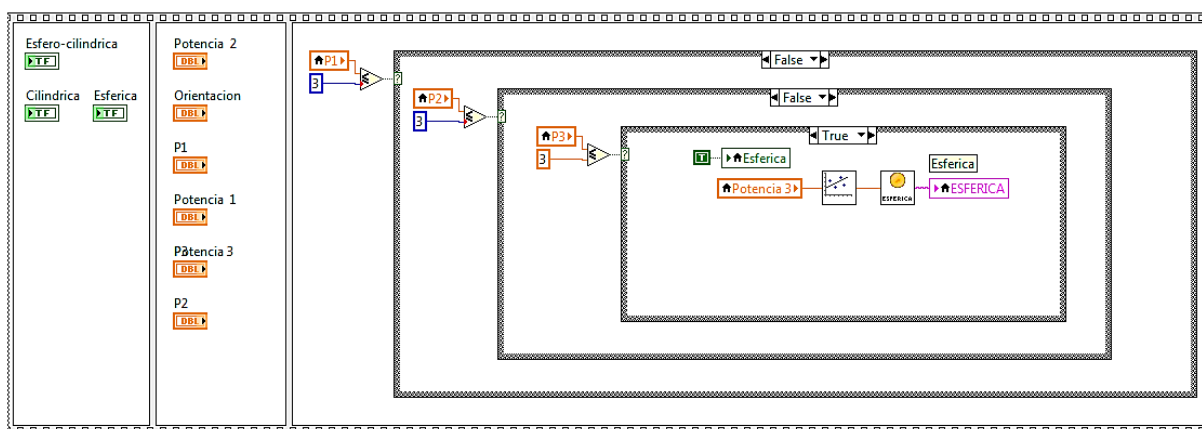


Figura A14. Pantalla donde se define que el spot medido corresponde a una lente esférica y su compensación.

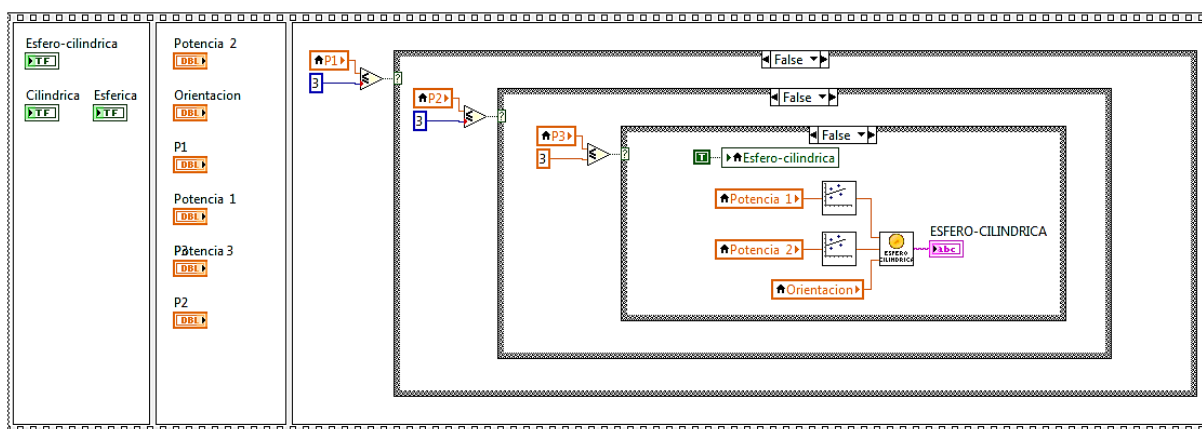


Figura A15. Pantalla donde se define que el spot medido corresponde a una lente esfero-cilíndrica y su compensación.

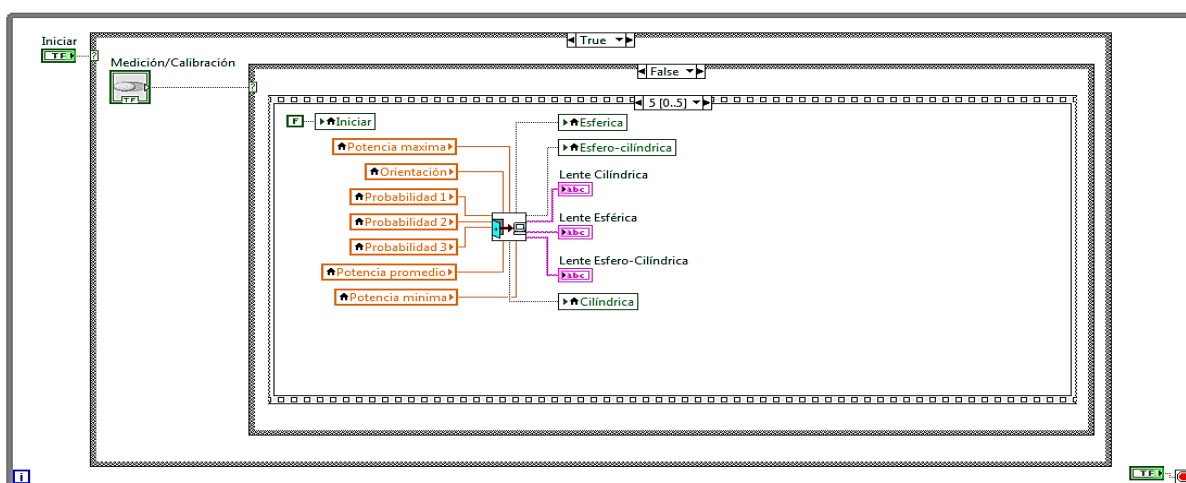


Figura A16. Pantalla donde se despliega los resultados de la medición, en forma de indicadores y cuadros de texto.

APÉNDICE B

**CÓDIGO EN MATLAB® PARA CÁLCULO DE MODELOS ESTADÍSTICOS,
PRUEBA CHI-CUADRADA, ERROR, EXACTITUD Y PRECISIÓN**

```
%% Valores de potencia medidos
```

```
p= [3.499, 3.513, 3.508, 3.516, 3.525, 3.515, 3.522, 3.505, 3.519, 3.515, 3.521, 3.495, 3.510,  
3.488, 3.502, 3.498, 3.502, 3.506, 3.510, 3.518, 3.512, 3.500, 3.498, 3.504, 3.490, 3.505, 3.490,  
3.504, 3.519, 3.503, 3.500, 3.504, 3.494, 3.506, 3.493, 3.512, 3.532, 3.502, 3.508, 3.512];
```

```
%% Valores de ángulo medidos
```

```
a= [16.672, 16.786, 16.625, 16.717, 16.741, 16.678, 16.793, 16.618, 16.738, 16.788, 16.725,  
16.791, 16.578, 16.688, 16.579, 16.736, 16.700, 16.614, 16.697, 16.602, 16.679, 16.636,  
16.743, 16.734, 16.643, 16.641, 16.654, 16.842, 16.659, 16.665, 16.669, 16.667, 16.645,  
16.687, 16.645, 16.725, 16.665, 16.589, 16.625, 16.752];
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%% Análisis de valores de potencia medidos
```

```
%% Calculo de media, mediana y desviación estándar
```

```
Media_p= mean (p)
```

```
Mediana_p= median (p)
```

```
Desviación_p= std (p)
```

```
%% Histograma de datos medidos
```

```
figure;
```

```
histogram (p);
```

```
ylabel ('Frecuencia (Ocurrencia)');
```

```
xlabel ('Valores medidos (Dioptías)');
```

```
title ('Histograma de frecuencias de potencias');
```

```
%% Histograma con curva de distribución normal
```

```
figure;
```

```
histfit (p,6);
```

```
ylabel ('Frecuencia (Ocurrencia)');
```

```
xlabel ('Valores medidos (Dioptías)');
```

```
title ('Histograma de frecuencias de potencias con curva de distribución normal');
```

```
%% Grafica de la distribución acumulada
```

```
figure;
```

```
norm= normcdf (sort(p), Media_p, Desviación_p);
```

```
plot (sort (p), norm);
```

```
ylabel ('Probabilidad');
```

```
xlabel ('Valores medidos (Dioptías)');
```

```
title ('Distribución acumulada');
```

```
%% Grafica de la probabilidad normalizada de los datos
```

```
figure;
```

```
normplot (p);
```

```
ylabel ('Probabilidad');
```

```
xlabel ('Valores medidos (Dioptías)');
```

```
title('Probabilidad normalizada');
%%Prueba de bondad de ajuste chi-cuadrada
[chi,p,st]=chi2gof (p)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Análisis de valores de ángulo medidos
%% Calculo de media, mediana y desviación estándar
Media_a= mean (a)
Mediana_a= median (a)
Desviación_a= std (a)
%% Histograma de datos medidos
figure;
histogram (a);
ylabel ('Frecuencia (Ocurrencia)');
xlabel ('Valores medidos (Grados)');
title ('Histograma de frecuencias de ángulos');
%% Histograma con curva de distribución normal
figure;
histfit (a,6);
ylabel ('Frecuencia (Ocurrencia)');
xlabel ('Valores medidos (Grados)');
title ('Histograma de frecuencias de ángulos con curva de distribución normal');
%% Grafica de la distribución acumulada
figure;
norm= normcdf (sort(a), Media_a, Desviación_a);
plot (sort (a), norm);
ylabel ('Probabilidad');
xlabel ('Valores medidos (Grados)');
title ('Distribución acumulada');
%% Grafica de la probabilidad normalizada de los datos
figure;
normplot (a);
ylabel ('Probabilidad');
xlabel ('Valores medidos (Grados)');
title('Probabilidad normalizada');
%%Prueba de bondad de ajuste chi-cuadrada
[chi,p,st]=chi2gof (a)
```