

# TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO



## Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

### Reporte Final de Año Sabático

B.1 Elaboración de apuntes/B1.2 Elaboración de apuntes de asignaturas:

#### Máquinas Eléctricas y Circuitos Eléctricos I

Periodo:

**02 de septiembre de 2024 al 01 de septiembre de 2025**

Profesor:

**José Alejandro Morones Alba**

Número de dictamen AS-2-212/2024

Aguascalientes, Ags., a 01 Septiembre de 2025

A mi bella esposa  
Laura Cecilia Rodríguez Martínez

## Asignatura 2:

# Circuitos

# Eléctricos I

Clave oficial de la asignatura:  
**ELJ-1002**

Nombre del Programa educativo al que impacta:  
**Ingeniería Eléctrica**

Clave del programa educativo al que impacta:  
**IELE-2010-209**

## **Objetivo general del trabajo propuesto “Circuitos Eléctricos I”**

Dinámicas investigaciones teóricas y de laboratorio para llegar a una rápida comprensión al analizar circuitos eléctricos excitados con corriente directa en régimen permanente y transitorio. Los complementos educacionales (aprendizaje basado en problemas, aprendizaje basado en retos, aprendizaje basado en prácticas de laboratorio y proyecto de asignatura) permiten analizar, comprender y aplicar técnicas y métodos (teoremas) al resolver los circuitos eléctricos.

## **Intención didáctica de la asignatura**

Esta es la primera asignatura que estudian los alumnos, en lo que a Ingeniería Eléctrica se refiere y los conocimientos que en ella se imparten van a ser los pilares en los que se sustenta ésta especialidad.

Se refiere a:

- Los elementos y señales con las que ha de trabajar.
- Métodos y técnicas de análisis a emplear en los circuitos.
- Metodologías y estrategias a utilizar en el estudio.
- Modelado de elementos reales por medio de esquemas y circuitos para su análisis y estudio.
- Metodologías y estrategias a utilizar en la resolución de problemas.
- Particularización de las técnicas para los distintos tipos de fuentes de energía (en especial de corriente continua).
- Métodos para la simulación de circuitos.

El curso está organizado en cinco temas.

En el tema I se abordan los conceptos básicos y las leyes fundamentales de los circuitos eléctricos.

En el tema II se abordan las dos técnicas más importantes del análisis de circuitos (análisis nodal y de lazos).

En el tema III se consideran y aplican los teoremas de circuitos.

En el tema IV se estudian la inductancia y la capacitancia en circuitos de primer orden y

En el tema V se estudian el análisis de circuitos de segundo orden.

## **Aportación de la asignatura al perfil profesional de la asignatura**

Aporta al perfil de la carrera con el conocimiento del comportamiento de los circuitos eléctricos, así como a determinar el manejo y uso de sistemas de medición y la aplicación del análisis de los circuitos eléctricos en el diseño de prototipos, lo cual impacta directamente en la creatividad del alumno y su ejercicio profesional.

## Contribución académica

El objetivo general del trabajo propuesto “Circuitos Eléctricos I” impacta en la competencia general y competencias específicas de la asignatura.

### *Competencia general de la asignatura*

Aplica técnicas y métodos para analizar y resolver circuitos eléctricos resistivos y de primero y segundo orden, comprobando las respuestas experimentalmente y con software de simulación.

### *Competencias específicas a desarrollar en la asignatura*

- |          |  |
|----------|--|
| Tema I   | <b>Conceptos y leyes fundamentales</b><br>Analiza y aplica las leyes fundamentales de la electrodinámica para obtener los parámetros de una red eléctrica.   |
| Tema II  | <b>Técnicas para el análisis de circuitos</b><br>Analiza problemas de circuitos eléctricos para darles solución, empleando las técnicas de nodos, nodos generalizados, mallas y corrientes de lazo y comprueba resultados con programas de simulación.                                 |
| Tema III | <b>Teoremas de circuitos</b><br>Aplica los teoremas fundamentales de redes eléctricas para su análisis y solución.   |
| Tema IV  | <b>Elementos almacenadores de energía y análisis de circuitos de primer orden</b><br>Analiza y relaciona las variables eléctricas en circuitos RL y RC para interpretarlas en aplicaciones prácticas y verifica el comportamiento experimentalmente y con software de experimentación. |
| Tema V   | <b>Análisis de circuitos de segundo orden</b><br>Analiza circuitos de segundo orden alimentados con funciones discontinuas que incluyen condiciones iniciales, para darles solución y verifica experimentalmente y con software de simulación las respuestas.                          |

El trabajo propuesto “Circuitos Eléctricos I” implica ejecutar actividades adecuadas que permiten analizar y comprender los temas de la asignatura logrando la competencia general de la asignatura y competencias específicas a desarrollar en la asignatura logrando un aprendizaje significativo en el estudio de la asignatura “Circuitos Eléctricos I”, contribuyendo al objetivo general y perfil de egreso de la carrera Ingeniería Eléctrica.

Cada complemento educacional contiene los aspectos teóricos-técnicos fundamentales para concretar satisfactoriamente las actividades propuestas.

El trabajo propuesto será de gran beneficio académico para los profesores del departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica y en general a los profesores del sistema.

## Índice

	página
<b>Tema 1 Conceptos y leyes fundamentales</b>	
<b>Apuntes</b>	
1.1 Introducción a los circuitos eléctricos	2
1.2 Sistemas de unidades	3
1.3 Carga, corriente, tensión y potencia	4
1.4 Elementos de un circuito y tipos de circuitos	9
1.5 Ley de Ohm y leyes de Kirchhoff	11
1.6 Análisis de circuitos de una sola trayectoria y de un par de nodos	18
1.7 Combinación de resistencias y fuentes: Serie, paralelo y transformaciones delta estrella y viceversa	19
1.8 Divisores de tensión y corriente	22
1.9 Transformación de fuentes	27
<b>Complementos educativos</b>	
<i>Aprendizaje basado en problemas</i>	
Problema 1 Cálculo de la velocidad de las partículas libres dentro de un conductor (velocidad de arrastre)	30
Problema 2 Aplicación de las leyes de Kirchhoff (circuitos de una sola trayectoria)	32
Problema 3 Divisor de voltaje	34
Problema 4 Circuitos serie	36
Problema 5 Divisor de corriente	41
Problema 6 Circuitos serie-paralelo	43
Problema 7 Transformaciones $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$	51
<i>Aprendizaje basado en retos</i>	
Reto 1 Construcción de la herramienta computacional “transformaciones $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$ (determinación de la resistencia equivalente para un cubo)”	53
<i>Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio</i>	
Práctica 1 Circuitos serie, paralelo y mixtos	59
Práctica 2 Medición de potencia en circuitos serie, paralelo y mixtos	64
Práctica 3 Transformaciones $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$	67
Anexo Solución de las prácticas de laboratorio	70
<b>Tema II Técnicas para el análisis de circuitos</b>	
<b>Apuntes</b>	
2.1 Topología de redes	77
2.2 Método de mallas. Eslabones y análisis de lazos	77
2.3 Método de nodos. Análisis general de nodos	82
<b>Complementos educativos</b>	
<i>Aprendizaje basado en problemas</i>	
Problema 1 Método de mallas	86
Problema 2 Método nodos	89
<i>Aprendizaje basado en retos</i>	
Reto 1 Construcción de la herramienta computacional “Método de mallas”	91

Reto 2	Construcción de la herramienta computacional “Método de nodos”	93
	<i>Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio</i>	
Práctica 1	Método de mallas	97
Práctica 2	Método de nodos	101
	Anexo Solución de las prácticas de laboratorio	104
<b>Tema III Teoremas de circuitos</b>		
<b>Apuntes</b>		
3.1	Linealidad y superposición	108
3.2	Teoremas: de Norton y Thévenin	110
3.3	Teorema de la máxima transferencia de potencia	118
3.4	Teorema de reciprocidad	121
<b>Complementos educacionales</b>		
	<i>Aprendizaje basado en problemas</i>	
Problema 1	Superposición	128
Problema 2	Teorema de Norton	131
Problema 3	Teorema de Thévenin	133
Problema 4	Teorema de la máxima transferencia de potencia	137
	<i>Aprendizaje basado en retos</i>	
Reto 1	Construcción de la herramienta computacional “superposición”	140
Reto 2	Construcción de la herramienta computacional “teorema de Norton”	142
Reto 3	Construcción de la herramienta computacional “teorema de Thévenin”	144
Reto 4	Construcción de la herramienta computacional “teorema de la máxima transferencia de potencia”	146
	<i>Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio</i>	
Práctica 1	Teorema de superposición	151
Práctica 2	Teorema de Norton	155
Práctica 3	Teorema de Thévenin	160
Práctica 4	Teorema de la máxima transferencia de potencia	164
	Anexo Solución de las prácticas de laboratorio	169
<b>Tema IV Elementos almacenadores de energía y análisis de circuitos de primer Orden</b>		
<b>Apuntes</b>		
4.1	La inductancia y la capacitancia: combinación de estos elementos	186
4.2	Circuito RL sin fuente	191
4.3	Circuito RC sin fuente	192
4.4	Funciones singulares:	192
	• Escalón unitario	
	• Impulso unitario	
	• Rampa unitaria	
4.5	Análisis de circuitos RL con fuente constante	194
4.6	La respuesta natural y la respuesta forzada	194
4.7	Análisis de circuitos RL y RC con fuentes constantes	195

### Complementos educativos

#### *Aprendizaje basado en problemas*

Problema 1	El circuito RC. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo	204
Problema 2	El circuito RL. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo	217
Problema 3	Ley de Faraday y ley de Lenz	222

#### *Aprendizaje basado en retos*

Reto 1	Construcción de la herramienta computacional “el circuito RC”	228
Reto 2	Análisis de la herramienta computacional “el circuito RL”	230

#### *Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio*

Práctica 1	El circuito RC	235
Práctica 2	Aspectos introductorios al tema 5	240
Anexo	Solución de las prácticas de laboratorio	246

### Proyecto de asignatura

263

## **Tema V Análisis de circuitos de segundo orden**

### Apuntes

5.1	Análisis de circuitos de segundo orden sin fuentes	273
5.2	Análisis de circuitos de segundo orden con fuentes	273

### Complementos educativos

#### *Aprendizaje basado en problemas*

Problema 1	Análisis transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo	284
Problema 2	Análisis transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo	286
Problema 3	Análisis transitorio del circuito RLC excitado con corriente directa	287
Problema 4	Análisis transitorio del circuito RLC sin fuente “el circuito tanque”	290

#### *Aprendizaje basado en retos*

Reto 1	Análisis de la herramienta computacional “análisis transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna”	295
Reto 2	Construcción de la herramienta computacional “análisis transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna”	298
Reto 3	Construcción de la herramienta computacional “análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque”	308

#### *Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio*

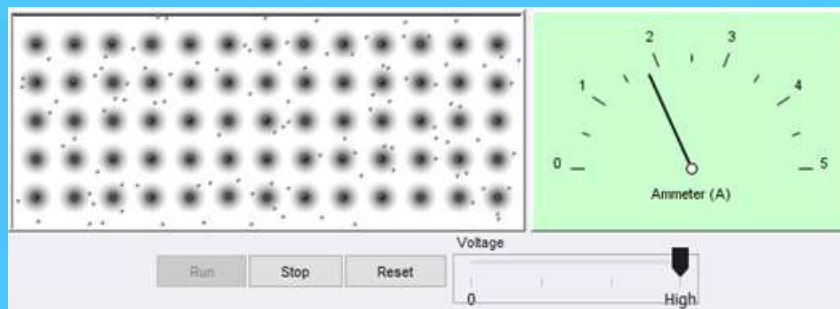
Práctica 1	Análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque	312
Anexo	Solución de las prácticas de laboratorio	319

**Apéndice**

Sistema Internacional de Medidas (SI)	325
Código Eléctrico Nacional	328
Equivalentes R/X	332

## Tema 1

### “Conceptos y leyes fundamentales”



## 1.1 Introducción a los circuitos eléctricos

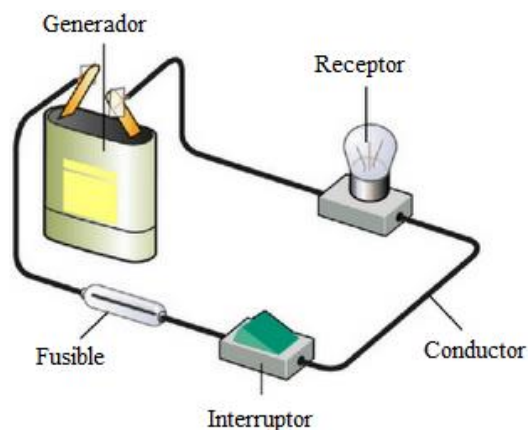
La comprensión de los circuitos eléctricos realmente se inició el 20 de marzo de 1800, cuando el físico italiano Alessandro Guiseppe Antonio Anastasio Volta presentó su creación de la pila eléctrica. Este notable dispositivo le otorgó a Volta la capacidad de generar corriente eléctrica, un flujo de electricidad constante y uniforme, en contraste con la electricidad estática, que era resultado de descargas en dispositivos eléctricos anteriores como el frasco de Leyden y el electróforo ideado por Volta. El frasco de Leyden y el electróforo son dispositivos que generan carga estática de tipo capacitivo.

La notable creación de Volta transformó la manera en que se utiliza la electricidad y proporcionó a la humanidad uno de sus principales avances, la energía eléctrica. Volta fue homenajeado 54 años después de su fallecimiento cuando a la unidad de medida del voltaje o la fuerza electromotriz se le asignó oficialmente el nombre de Volt.

El estudio de circuitos eléctricos se encuentra presente en casi todo el programa de Ingeniería Eléctrica. Se reconoce que todas las disciplinas dentro de esta área, como la electrónica, los sistemas de energía, las comunicaciones, las máquinas eléctricas y la teoría de control, se fundamentan en la teoría de circuitos. La única materia en el plan de estudios de Ingeniería Eléctrica que es más elemental que los circuitos es el Electromagnetismo, y en esta también muchos de los problemas se resuelven usando circuitos eléctricos equivalentes. Por lo tanto, es válido afirmar que materias como Electromagnetismo, Circuitos Eléctricos I, Circuitos Eléctricos II y Mediciones Eléctricas son las más cruciales en el programa académico de un estudiante de Ingeniería Eléctrica.

### ¿Qué es la Electricidad?

Tipo de energía que existe en la naturaleza y que puede generarse de manera artificial, destacándose por su capacidad de transformación (figura 1), ya que puede cambiarse en luz, calor, sonido, entre otros.



*Al aplicarse un **campo eléctrico** en un conductor, fluye una corriente. La intensidad de la corriente que circula a través de un material, dada una cierta diferencia de potencial en el mismo, se ve influenciada por las características y la forma de dicho material.*

Figura 1 El circuito eléctrico.

*"Un **circuito eléctrico** se define como una configuración que facilita el paso continuo de electricidad cuando se aplica un voltaje. Generalmente, está formado por hilos y cables*

*conectados a varios componentes del circuito, como dispositivos (que utilizan la corriente) y resistencias (que la limitan). Para que un circuito eléctrico funcione, la fuente de energía debe contar con dos terminales: uno que tenga carga positiva y otro que tenga carga negativa."*

*"Un **circuito eléctrico** consiste en una red de componentes eléctricos que se conectan entre sí en un camino cerrado, permitiendo que una corriente eléctrica fluya de manera constante"*

La comprensión y aplicación de la electricidad, que fue descubierta alrededor de 500 años antes de Cristo, solo progresó rápidamente a partir de 1800 con la invención de la batería eléctrica por Volta. Antes de ese momento, los fenómenos eléctricos eran simples entretenimientos, tanto que un escritor anterior a Volta llegó a afirmar que "los fenómenos eléctricos, aunque son sumamente interesantes y nuevos, son completamente inútiles y no se puede esperar nada de ellos".

La electricidad es la forma de energía más utilizada porque puede transmitirse a largas distancias, almacenarse y, lo más importante, convertirse en otras energías y viceversa. Todo esto ha influido en la mejora de nuestra calidad de vida con avances tecnológicos como: iluminación del hogar, TV, computadoras, teléfonos móviles, relojes, automóviles, industria y diversos factores de nuestra vida que se pueden aprender simplemente comparándola con la forma de vida de hace 100 años.

**Importancia de la Electricidad.** Es difícil imaginar un mundo sin electricidad. De cientos de maneras influye y afecta nuestra vida diaria. Sin electricidad, la gente tendría que prescindir de los electrodomésticos, que ya se han convertido en parte integrante del hogar. Sin electricidad, la mayoría de las cosas que usamos y disfrutamos hoy no serían posibles. La electricidad ha alcanzado una importancia considerable y hoy es una de las ciencias más complejas e importantes para el desarrollo de la humanidad.

## 1.2 Sistemas de unidades

Para poder medir diferentes cantidades eléctricas se necesita un sistema de unidades de medida, que permita comparar lo que se mide con una unidad de medida estándar como referencia. Entre los diversos sistemas de unidades disponibles se encuentran el llamado Sistema Internacional de Unidades, o SI, adoptado en la XI Conferencia de Pesas y Medidas; Tuvo lugar en París en 1960, actualmente se utiliza en casi todos los países, no se utilizan sistemas antiguos como el cgs (sistema cegesimal de unidades "centímetro-gramo-segundo"), técnicos (sistema de gravedad o gravedad). Debido a lo anterior, en este curso se utilizará el SI como sistema de unidades.

**Sistema SI.** En el sistema internacional de medidas se incorporan seis unidades básicas: el metro, el kilogramo de masa, el segundo y el ampere (MKSA), junto con el grado Kelvin y la candela, que representan temperatura e intensidad luminosa, respectivamente. La tabla 1 muestra la unidad y el símbolo que corresponden a estas seis unidades fundamentales del sistema internacional.

**Unidades Derivadas.** A partir de la conexión entre las unidades básicas se generan las denominadas unidades derivadas. Las unidades eléctricas derivadas más importantes en el Sistema Internacional se presentan en la tabla 2.

Tabla 1 Unidades fundamentales de SI.

Magnitud	Notación	Unidad	Símbolo
Longitud	l	metro	m
Masa	m	kilogramo	Kg
Tiempo	t	segundo	s
Corriente Eléctrica	I	Ampere	A
Temperatura	T	Grado Kelvin	°K
Intensidad Luminosa	I	candela	Cd

Tabla 2 Cantidades derivadas del SI.

Magnitud	Notación	Unidad	Símbolo
Potencial Eléctrico	V	Volt	V
Resistencia Eléctrica	R	Ohm	$\Omega$
Carga Eléctrica	Q	Coulomb	C
Inductancia	L	Henry	H
Capacitancia	C	Farad	F
Frecuencia	f	Hertz	Hz
Potencia Eléctrica	P	Watt	W
Energía, Trabajo	w	Joule	J
Flujo Magnético	$\phi$	Weber	Wb
Fuerza	F	Newton	N
Densidad de Flujo	B	Tesla	T

### 1.3 Carga, corriente, tensión y potencia

#### *Carga y corriente*

Conocemos bien las fuerzas de atracción gravitacional que unen a los cuerpos, las cuales nos mantienen en la superficie terrestre y hacen que una manzana que cae de un árbol llegue al suelo en lugar de subir. No obstante, existen cuerpos que se sienten atraídos entre sí por fuerzas que no están en proporción a sus masas. Además, es evidente que estas fuerzas pueden actuar repeliendo tanto como atrayendo, y son indudablemente diferentes de las fuerzas gravitacionales.

Describimos estas fuerzas indicando que son de tipo eléctrico, originadas por la presencia de cargas. Para entender las fuerzas de atracción y repulsión, sugerimos que existen dos tipos de cargas, una positiva y otra negativa, donde las cargas opuestas se atraen y las cargas similares se rechazan.

Según la teoría moderna, los átomos constituyen la base de toda materia, y estos átomos se forman a partir de un número específico de partículas elementales. Las partículas más relevantes en este contexto son los protones, que poseen carga positiva, y los neutrones, que no tienen carga y se encuentran en el núcleo del átomo, junto con los electrones, que tienen carga negativa y orbitan alrededor del núcleo. En condiciones habituales, un átomo se encuentra en un estado de equilibrio eléctrico, ya que la carga negativa de los electrones compensa la carga positiva de los protones. Las partículas pueden adquirir una carga positiva al perder electrones a otras partículas o volverse negativas al recibir electrones de otras.

Por ejemplo, podemos generar una carga eléctrica negativa en un globo al frotarlo contra nuestro cabello. Este globo se adherirá a una pared o al techo, que están sin carga. En comparación con el globo con carga negativa, tanto la pared como el techo, que son neutros, tienen cargas opuestas.

**Definición:** Coulomb La carga de un electrón es una carga negativa de  $1.60218 \times 10^{-19} \text{C}$ , por lo que 1 coulomb es la carga de aproximadamente  $6.25 \times 10^{18}$  electrones.

El signo que representará la carga será Q o q, utilizando la forma en mayúscula para referirse a cargas que no cambian, como  $Q = 4\text{C}$  (por ejemplo), mientras que la forma en minúscula se usará para cargas que fluctúan a lo largo del tiempo. En esta última situación, podemos subrayar la relación con el tiempo escribiendo  $q(t)$ .

La función principal de un circuito eléctrico es desplazar o transferir cargas a través de caminos designados; este desplazamiento de carga representa una corriente eléctrica, la cual se simboliza con las letras I o i (derivadas de la palabra francesa “intensité”).

**Definición:** Corriente eléctrica Es el número de electrones expresado en coulomb que circula por un conductor en un segundo.

De manera formal, la corriente representa el cambio de la carga en función del tiempo, expresado por:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

	Unidades	Símbolo	
	Ampere = Coulomb /segundo	A = C /s	1

donde:

i	Intensidad de corriente - Ampere (A)
q	Carga que circula por un conductor - Coulomb (C)
t	Tiempo - segundo (s)

La medida fundamental de la corriente eléctrica se conoce como ampere (A), en honor a André Marie Ampère, un físico y matemático francés que desarrolló leyes sobre el electromagnetismo durante la década de 1820. Un ampere equivale a un coulomb por cada segundo.

Un ampere representa a 6250 billones ( $6.25 \times 10^{18}$ ) de electrones que fluyen a través de un conductor durante un segundo.

Un ampere representa a 6250 billones ( $6.25 \times 10^{18}$ ) de electrones que fluyen a través de un conductor durante un segundo.

El instrumento usado para medir intensidad de corriente es el AMPERÍMETRO.

Submúltiplos:

El Kiloampere	1 KA = 1000A
El miliampere	1 mA = $1 \times 10^{-3} \text{A}$
El microampere	1 $\mu\text{A}$ = $1 \times 10^{-6} \text{A}$
El nanoampere	1 nA = $1 \times 10^{-9} \text{A}$

En la teoría de circuitos, se suele considerar que la corriente representa el desplazamiento de cargas positivas. Esta interpretación tiene su origen en Benjamín Franklin, quien pensó que la electricidad se desplazaba desde el polo positivo hacia el negativo. Actualmente entendemos que, en los conductores de metal, la corriente es el desplazamiento de electrones que han sido removidos de las órbitas atómicas del metal. Por lo tanto, es necesario diferenciar entre la corriente convencional (el desplazamiento de cargas positivas) y la corriente real (el movimiento de cargas negativas). A menos que se especifique lo contrario, nos enfocaremos en la corriente convencional.

Consideremos un caso en el que la corriente en el conductor mostrado en la figura 2a es  $I = 3A$ . En otras palabras, 3 Coulombs por segundo fluyen a través de un punto particular en el conductor. Esto se ilustra con una flecha marcada como 3A, que señala que el flujo se dirige de izquierda a derecha. Este escenario es similar al que se presenta en la figura 2b, que muestra una corriente de -3 Coulombs por segundo o -3A moviéndose de derecha a izquierda.



Figura 2 Dos representaciones de la misma corriente.

La imagen 3 ilustra un componente típico de un aumento en el que una corriente  $i$  se mueve desde la parte izquierda hacia la derecha. La cantidad total que ingresa al componente desde el tiempo  $t_0$  hasta  $t$  se calcula al integrar la ecuación 1. El resultado obtenido es:

$$q_T = q(t) - q(t_0) = \int_{t_0}^t i \, dt \quad 2$$

Es importante recordar que, hasta el momento, los componentes de las redes son eléctricamente neutros; en otras palabras, no se puede acumular carga ni positiva ni negativa en un componente. Cualquier carga positiva que ingrese debe ser igual a la carga positiva que salga (o de forma equivalente, la carga negativa que entra debe ser igual en magnitud). De esta manera, la corriente que ingresa a través del terminal izquierdo de la figura 3 debe salir por el terminal derecho.



Figura 3 Corriente fluyendo en un elemento general.

Por ejemplo, considere que el flujo eléctrico que llega a un punto de un componente es  $i = 4t$  A. La cantidad total de carga que pasa por ese punto desde  $t = 0$  hasta  $t = 3s$  es:

$$q = \int_0^3 4t \, dt = 18C$$

### Tensión, energía y potencia

Las cargas en un conductor, cuando se refieren a electrones libres, pueden desplazarse de forma aleatoria. No obstante, para lograr un movimiento organizado de su parte, como ocurre con la corriente eléctrica, es necesario introducir una fuerza externa conocida como fuerza electromotriz. Así se realiza trabajo sobre las cargas.

**Definición:** Tensión o Voltaje Definiremos el voltaje “a través” de un elemento como el trabajo realizado para mover una carga unitaria (+1C) a través del elemento de una terminal a la otra en un campo eléctrico. La unidad de voltaje o diferencia de potencial es el volt (V).

Dado que el voltaje representa la cantidad de joules de trabajo realizado por cada coulomb, podemos afirmar que 1 voltio equivale a 1 joule por coulomb.

Denotaremos un voltaje como  $v$  o  $V$ , y aplicaremos la convención de polaridad +,- que se muestra en la figura 4; es decir, el punto A tiene un voltaje de 3V (por ejemplo) positivo en comparación con el punto B. Al decirlo en términos de diferencia de potencial, el punto A tiene un potencial que supera al de B en 3V.

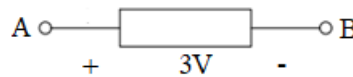


Figura 4 Convención de polaridad en los voltajes.

Se puede explicar el voltaje a través de un componente en referencia a *caídas y elevaciones de voltaje*. En referencia a la figura 4, se presenta una caída de voltaje al moverse de A hacia B. Por otro lado, se experimenta una elevación de voltaje al trasladarse de B hacia A.

Ejemplos de esto se observan en las figuras 5a y 5b, que muestran dos representaciones del mismo voltaje. En 5a, la terminal A presenta +5V en comparación con la terminal B, mientras que en 5b, la terminal B se sitúa a -5V en relación a A (o +5V por debajo de A).

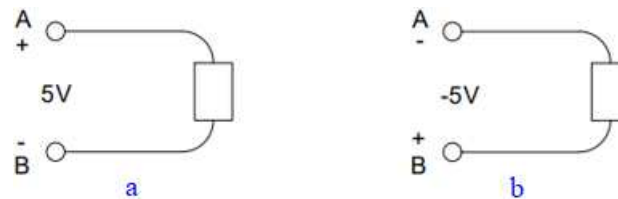


Figura 5 Dos representaciones de voltaje equivalente.

“La tensión indica la diferencia de energía entre dos puntos de un circuito”

El instrumento que permite medir tensiones eléctricas es el VOLTÍMETRO.

Al transferir energía a través de un componente, se realiza un trabajo, como hemos mencionado. En otras palabras, se está proporcionando energía. Para determinar si la energía se está transfiriendo hacia el componente o si este la está enviando al resto del circuito, es necesario conocer tanto la polaridad del voltaje en el componente como la dirección de la corriente a través del elemento. Si una corriente positiva entra por la terminal positiva, esto indica que una fuerza externa está impulsando la corriente, entregando o suministrando energía al componente. En este caso, el componente está recibiendo energía. En cambio, si una corriente positiva sale por la terminal positiva (ingresa a través de la terminal negativa), el componente está proporcionando energía al circuito externo.

Por ejemplo, en la figura 6a, el componente está absorbiendo energía. Esto también ocurre en la imagen 6b. En las imágenes 6c y 6d, una corriente positiva ingresa a través del terminal negativo, por lo tanto, en esas situaciones, el componente está entregando energía en ambas casos.

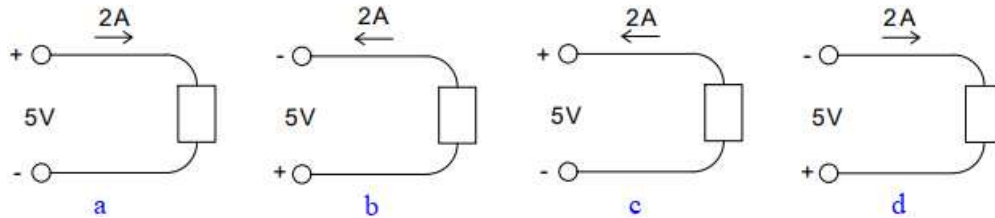


Figura 6 Diferentes relaciones voltaje-corriente.

**Definición:** Potencia La potencia es la razón del consumo de energía.

Formalmente, la potencia es la razón de cambio de la energía respecto al tiempo, dada por:

$$p = \frac{dw}{dt} = vi \quad 3$$

Unidades	Símbolo
$\frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb segundo}}$	$\frac{\text{J}}{\text{C s}}$
Watt = Joule /segundo	W = J/s

Los valores de  $v$  e  $i$  suelen ser funciones en el tiempo, que podemos denotar como  $v(t)$  e  $i(t)$ . Por consiguiente,  $p$  en la ecuación 3 es un valor que cambia con el tiempo. A veces se le denomina *potencia instantánea*, ya que representa la potencia en el momento en que se mide  $v$  e  $i$ .

En conclusión, el elemento típico mostrado en la figura 7 está absorbiendo energía, calculada como  $p = v i$ . Si una de las polaridades de  $v$  o  $i$  (pero no las dos) se invirtiera, el componente comenzaría a proporcionar una potencia  $p = v i$  al circuito externo. Naturalmente, afirmar que un componente suministra una potencia negativa, como  $-10\text{W}$ , es lo mismo que afirmar que está recibiendo una potencia positiva de  $+10\text{W}$ .

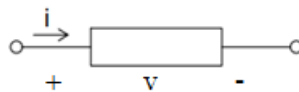


Figura 7 Elemento típico con voltaje y corriente.

Las imágenes 6a y 6b ilustran este concepto, donde el elemento está absorbiendo una energía  $P = (5)(2) = 10\text{W}$ . En las imágenes 6c y 6d, el componente proporciona  $10\text{W}$  al circuito externo, ya que  $2\text{A}$  fluyen desde la terminal positiva, o de forma equivalente,  $-2\text{A}$  ingresan a la terminal positiva.

La energía  $w$  entregada a un elemento entre el tiempo  $t_0$  y  $t$  se define mediante la ecuación 4.

$$w(t) - w(t_0) = \int_{t_0}^t v(t)i(t) dt \quad 4$$

Por ejemplo, la energía entregada al elemento de la figura 7 cuando  $i = 2t$  A y  $v = 6V$ , entre  $t = 0$  y  $t = 2s$  es:

$$w(2) - w(0) = \int_0^2 6(2t)dt = 24J$$

Dado que el lado izquierdo de la ecuación 4 indica la energía proporcionada al componente entre  $t_0$  y  $t$ , podemos entender  $w(t)$  como la energía proporcionada al componente desde el comienzo del tiempo hasta  $t$ , mientras que  $w(t_0)$  representa la energía desde el comienzo del tiempo hasta  $t_0$ . En el instante inicial, que podemos concebir como  $t = -\infty$ , la energía dada al componente es igual a cero; es decir,  $w(-\infty) = 0$ .

Si  $t_0 = -\infty$  en la ecuación 4, entonces tendremos la energía entregada al elemento desde el inicio hasta  $t$ , dada por:

$$w(t) = \int_{-\infty}^t v(t)i(t) dt \quad 5$$

La ecuación 5 es consistente con la ecuación 4 puesto que:

$$w(t) = \int_{-\infty}^t v(t)i(t) dt = \int_{-\infty}^{t_0} v(t)i(t) dt + \int_{t_0}^t v(t)i(t) dt$$

$$w(t) = w(t_0) + \int_{t_0}^t v(t)i(t) dt \quad \text{que es la ecuación 4.}$$

## 1.4 Elementos de un circuito y tipos de circuitos

Es posible organizar los componentes de un circuito en dos grandes categorías: componentes *pasivos* y componentes *activos*, considerando la energía que se les proporciona o que ellos mismos generan.

Se dice que un elemento de un circuito es pasivo si la energía total que le entrega el resto del circuito es siempre no negativa. Es decir, en relación con la ecuación 5, para toda  $t$  tenemos:

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(t) dt = \int_{-\infty}^t v(t)i(t) dt \geq 0 \quad 6$$

Las polaridades de  $v$  e  $i$  se representan de manera similar a lo que se muestra en la imagen 7. Más adelante, como se explicará, entre los componentes pasivos podemos encontrar ejemplos tales como *resistencias*, *condensadores* y *bobinas*.

Pr supuesto, un componente *activo* se define como aquel que no es pasivo; en otras palabras, la ecuación 6 no se aplica en todas las situaciones. Entre los componentes *activos* se encuentran

generadores, pilas y dispositivos electrónicos que necesitan energía. Analizaremos dos componentes activos importantes: la *fente de voltaje independiente* y la *fente de corriente independiente*.

Una *fente de voltaje independiente* es un dispositivo con dos terminales, como una pila o un generador, que mantiene un voltaje específico entre sus terminales. Esta tensión no depende en absoluto de la corriente que pasa a través del dispositivo. El símbolo que representa una fuente con  $v$  voltios entre sus conexiones se ilustra en la figura 8. La polaridad se presenta de la manera indicada, lo que sugiere que la conexión a tiene un potencial más elevado que la conexión b. Por consiguiente, si  $v > 0$ , la conexión a tiene un potencial superior al de la conexión b. Lo contrario es válido sólo si  $v < 0$ .

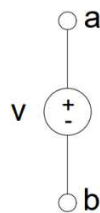


Figura 8 Fuente de voltaje independiente.

En la figura 8, el voltaje  $v$  podría cambiar a lo largo del tiempo o podría permanecer fijo, en cuyo caso lo llamaremos  $V$ . En la figura 9, se presenta un símbolo que se utiliza frecuentemente para indicar una fuente de voltaje constante, como una batería que tiene  $V$  volts entre sus terminales.

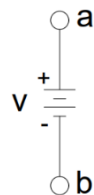


Figura 9 Fuente de voltaje constante.

Una *fente de corriente independiente* es un componente que tiene dos terminales y permite que fluya una corriente determinada. Esta corriente no depende en absoluto del voltaje presente en el componente. En la figura 10 se ilustra el símbolo de una *fente de corriente independiente*, donde  $i$  representa la corriente especificada. La flecha señala la dirección del flujo de corriente.

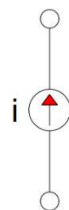


Figura 10 Fuente de corriente independiente.

Las fuentes independientes generalmente funcionan como proveedores de energía al circuito externo en lugar de consumirla. Por lo tanto, si  $v$  representa el voltaje en la fuente y la corriente  $i$  fluye desde la terminal positiva, esto indica que la fuente está suministrando energía al circuito externo, que se calcula como  $p = v i$ . En caso contrario, estará consumiendo energía. Por ejemplo, en la imagen 11a, la batería aporta 24W al circuito externo. En la imagen 11b, está recibiendo 24W, lo cual podría suceder si está en proceso de carga.

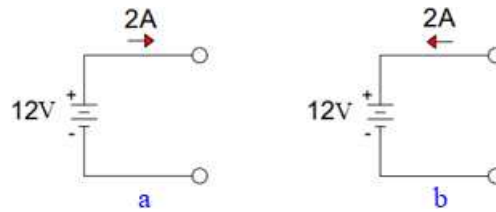


Figura 11 a Fuente que entrega potencia y b Fuente que absorbe potencia.

## 1.5 Ley de Ohm y leyes de Kirchoff

El 11 de septiembre de 1820, la Academia Francesa de Ciencias comunicó al mundo el hallazgo del físico danés Hans Christian Oersted, quien demostró que la electricidad genera un fenómeno magnético. André Marie Ampère se sintió muy conmovido y, en solo siete días, logró repetir el experimento realizado por Oersted, proporcionando además una explicación matemática y descubriendo que las corrientes eléctricas en cables paralelos se atraen o repelen entre sí.

### Ley de Ohm

Georg Simon Ohm, un científico alemán, presentó en 1827 el trabajo titulado “el análisis matemático de la cadena galvánica”. Gracias a su investigación, la medida de resistencia se denomina Ohm. La ley de Ohm establece que la diferencia de potencial a través de un resistor es proporcional a la corriente que lo atraviesa. La constante de proporcionalidad corresponde al valor de la resistencia del resistor en Ohms. El símbolo del resistor en un circuito está representado en la figura 12. Para la corriente y el voltaje indicados, la ley de Ohm se expresa a través de la ecuación 7.

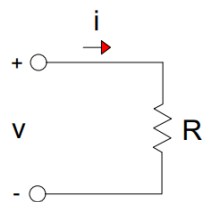


Figura 12 Símbolo del circuito del resistor.

$$v = R i$$
$$1\Omega = 1V/1A$$

7

Dado que R permanece invariable, representa la ecuación de la recta. Por ello, se le llama resistor lineal al componente.

Los resistores que no mantienen su resistencia fija cuando varía la corriente entre sus terminales se denominan resistores no lineales. En estos componentes, la resistencia depende de la cantidad de corriente que pasa a través de ellos. Un ejemplo básico de un resistor no lineal es una bombilla incandescente. Dado que R no es constante, el estudio de circuitos que incluyan resistores no lineales resulta más complicado.

En realidad todos los resistores que se utilizan en la práctica no tienen un comportamiento lineal, ya que las propiedades eléctricas de todos los materiales conductores son influenciadas por aspectos ambientales como la temperatura. No obstante, varios materiales se comportan de manera similar a un resistor lineal perfecto dentro de un rango operativo útil. Nos enfocaremos en este tipo de componentes y los llamaremos simplemente resistores.

La figura 12 indica que si  $i > 0$  (la corriente que entra por la terminal superior), entonces  $v > 0$ . De esta manera, la corriente ingresa por la terminal con mayor potencial y se desplaza hacia la terminal con menor potencial. Consideremos ahora el caso en que  $i < 0$  (la corriente entra por terminal inferior). En este escenario,  $v < 0$ , lo que hace que la terminal inferior tenga un potencial superior al de la terminal superior. En esta situación, la corriente sigue entrando por la terminal con el potencial más alto. Dado que las cargas se mueven de un potencial más alto a uno más bajo al pasar a través del resistor, la energía que pierde una carga  $q$  (energía =  $qv$ ) es absorbida por el resistor en forma de calor. La tasa de cambio en la disipada de energía es, según su definición, la potencia instantánea expresada por la ecuación 8.

$$p(t) = v(t)i(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad 8$$

El gráfico correspondiente a la ecuación 8 aparece en la figura 13 y demuestra que  $p(t)$  representa una función parabólica (por consiguiente, no es lineal) de  $i(t)$  o  $v(t)$ , la cual es siempre positiva. Por lo tanto, la potencia en un momento dado se considera no lineal, aun si la relación entre voltaje y corriente es lineal.

La condición de pasividad, dada por la ecuación 6 es:

$$w(t) = \int_{-\infty}^t v(t)i(t) dt \geq 0$$

Figura 13 Gráfica de la potencia instantánea en un resistor.

Dado que  $p(t)$  es siempre positiva, podemos concluir que la integral anterior también resulta ser positiva, lo que indica que el resistor es un componente pasivo.

Además de su resistencia, un resistor se define también por su habilidad para disipar energía, que es la cantidad máxima de energía que puede soportar sin sufrir daños por exceso de calor. Por lo tanto, si un resistor necesita disipar una energía  $p$ , su capacidad para hacerlo debería ser igual o idealmente menor que  $p$ . La energía considerada en la capacidad de disipación es la energía promedio.

Otra cantidad importante muy útil en el análisis de circuitos es la conductancia, definida por la ecuación 9.

$$G = \frac{1}{R} \quad 9$$

La unidad SI para la conductancia es el **siemens**, representada por S, en honor a los hermanos Werner y William Siemens, dos notables ingenieros alemanes del siglo XIX. Así,  $1\text{S} = 1\text{ A/V}$ . Otra unidad de conductancia, usada ampliamente en algunos países, es el **mho**, que es el ohm escrito al revés. El símbolo para el **mho** es la omega invertida  $\bar{\Omega}$ . En algunas literaturas la unidad de la conductancia se escribe así:  $\Omega^{-1}$ .

Como ejemplo, encontremos la corriente  $i$  y la potencia absorbida por el resistor de  $1\text{K}\Omega$  de la figura 14.

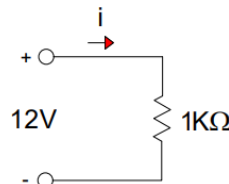


Figura 14 Ejemplo de corriente-voltaje.

Utilizando la ecuación 7, se tiene:

$$i = \frac{V}{R} = VG = 12\text{mA} \quad \text{en corriente directa I}$$

Utilizando la ecuación 8, se tiene:

$$p = (12)(12\text{ mA}) = 144\text{ mW} \quad \text{en corriente directa P}$$

la cual es la mínima capacidad de disipación de potencia requerida por el resistor.

Suponga que ahora reemplazamos la fuente de 12V por el voltaje variante respecto al tiempo de  $v(t) = 10 \cos \omega t$  V, entonces la corriente es

$$i(t) = \frac{10 \cos \omega t}{1\text{ K}\Omega} = 10 \cos \omega t \text{ mA}$$

y la potencia instantánea es:

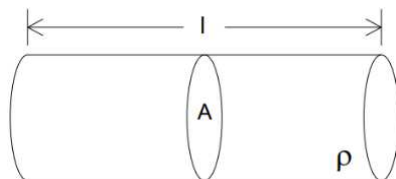
$$p(t) = 0.1 \cos^2 \omega t \text{ W}$$

La cual es siempre no negativa.

**Definición:** Resistencia eléctrica Es la dificultad que opone un cuerpo al paso de los electrones. La resistencia depende del material del cuerpo y de sus dimensiones.

Su unidad y símbolo es el Ohm ( $\Omega$ ) y el instrumento que permite medir resistencias eléctricas es el ÓHMMETRO.

La resistencia eléctrica de un material se puede determinar en función de la resistividad del mismo a través de la fórmula 10.



$$R = \rho \frac{l}{A} \quad 10$$

Donde:

- $\rho$  Resistividad del material ( $\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$  ó  $\Omega \cdot \text{m}$ )
- $l$  Longitud del conductor (m)
- $A$  Sección transversal del conductor ( $\text{m}^2$ )

La resistividad ( $\rho$ ) es una característica fundamental de cada sustancia, cada sustancia posee la suya, indica la dificultad que enfrentan los electrones al moverse a través de ella.

La tabla 3 muestra la resistividad para algunos materiales.

Tabla 3 Resistividad para algunos materiales.

Material	resistividad ( $\rho$ )	Unidades
Plata	0,01	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Cobre	0,0172	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Oro	0,024	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Aluminio	0,0283	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Hierro	0,1	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Estaño	0,139	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Mercurio	0,942	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Madera	De $108 \times 10^6$ a $1.014 \times 10^6$	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Vidrio	1.010.000.000	$\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Una barra de **cobre** de 12 m de longitud y  $20 \text{ mm}^2$  de sección transversal tiene una resistencia de  $0.01032\Omega$ . Si la barra es de **madera** su resistencia es de  $64800000\Omega$ .

Cuando su valor es alto se dice que el material es aislante y cuando su valor es bajo se dice que el material es conductor.

**Definición:** Resistencia eléctrica Es la medida de la capacidad de un elemento para disipar energía de forma irreversible

**Definición:** Resistencia eléctrica La resistencia eléctrica, R, de un material, es una medida de la facilidad con la que fluye la carga dentro del material. Se define a la resistencia eléctrica como la relación del voltaje y la corriente a través del material.

$$R = \frac{E}{I} \quad , \quad \frac{V}{A} = \Omega \quad \text{Ley de Ohm}$$

Para numerosos materiales, como la mayoría de los metales, la resistencia se mantiene uniforme a lo largo de un extenso rango de variaciones de potencial. Esta afirmación se conoce como la Ley de Ohm. Cuando la resistencia de un material permanece constante dentro de ciertos límites de diferencias de potencial, afirmamos que dicho material es óhmico.

Para los materiales óhmicos, la Ley de Ohm establece que la relación V/I es constante.

### Leyes de Kirchoff

Hasta este momento hemos considerado la Ley de Ohm y cómo se puede aplicar para determinar la corriente, el voltaje y la potencia asociados a un resistor. Sin embargo, la Ley de Ohm por sí misma no es suficiente para llevar a cabo el análisis incluso del circuito más sencillo. Debemos considerar dos principios formulados por el físico Gustav Robert Kirchhoff en 1847. Estas dos leyes se conocen como la Ley de Corriente de Kirchhoff y la Ley de Voltaje de Kirchhoff. Ambas leyes, junto con las características en las terminales de los distintos componentes de un circuito, facilitan enfoques sistemáticos para resolver cualquier malla eléctrica.

Un circuito está formado por varios elementos conectados por conductores ideales. Los conductores ideales son cables que no tienen resistencia, permitiendo que la corriente pase sin restricciones, sin almacenar carga o energía. Aquí, se puede pensar en la energía que se acumula completamente dentro de cada componente del circuito, y por ello, se le conoce como circuito de parámetros concentrados.

Un nodo es un lugar donde se unen dos o más partes del circuito. En la figura 15a, se presenta un circuito con tres nodos; a y b están unidos por un conductor ideal, considerándose eléctricamente como un único punto, llamado nodo 1. En la figura 15b, todas las uniones del nodo 1 aparecen representadas en un solo lugar. Se necesita el nodo 3 para conectar la fuente de voltaje independiente y el resistor.

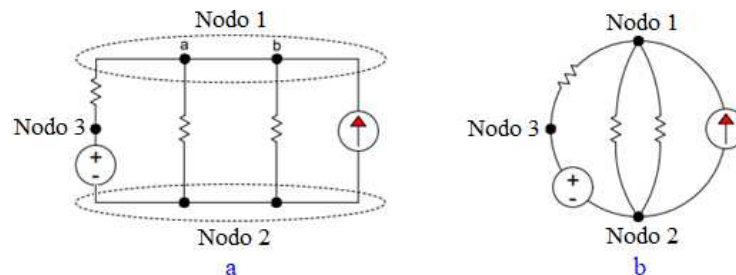


Figura 15 a Circuito de 3 nodos, b Las conexiones en el nodo 1 se muestran en un solo punto.

Con lo anterior estamos preparados para exponer las leyes de Kirchhoff.

La Ley de Corriente de Kirchhoff (LCK) postula que:

La suma de las corrientes que entran a cualquier nodo es igual a la suma de las corrientes que salen del mismo.

Considere la figura 16, al aplicar la LCK se tiene:

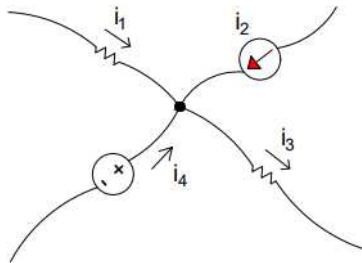


Figura 16 Corrientes fluyendo hacia un nodo.

$$i_1 + i_2 + i_4 - i_3 = 0$$

La ecuación 11 define la forma compacta de la LCK.

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

11

Donde  $i_n$  es la  $n$ -ésima corriente que entra (o sale) del nodo y  $N$  es el número de corrientes de nodo.

Como ejemplo de la LCK, encontremos la corriente  $i$  de la figura 17.

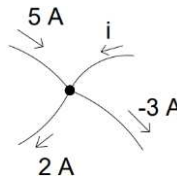


Figura 17 Ejemplo de la LCK.

$$5 + 3 + i - 2 = 0$$

$$i = -6A$$

Pasemos ahora a la ley de Voltaje de Kirchhoff (LVK) la cual postula que:

La suma algebraica de los voltajes alrededor de cualquier trayectoria cerrada es cero.

Para ilustrar la LVK, apliquemos este postulado a la trayectoria cerrada abcd de la figura 18.

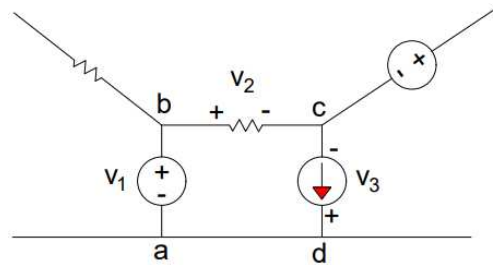


Figura 18 Voltajes alrededor de una trayectoria cerrada o malla.

$$-v_1 + v_2 - v_3 = 0$$

Donde el signo algebraico de cada voltaje se ha considerado positivo al ir de + a - (de mayor a menor potencial) y negativo al ir de - a + (de menor a mayor potencial), al atravesar el elemento. Podríamos también utilizar la convención opuesta y utilizar los términos caídas y elevaciones de voltaje, por lo que al recorrer la malla con la dirección especificada se da una elevación al ir de - a + asignando un signo + y una caída al ir de + a - asignando un signo negativo, por lo que:

$$v_1 - v_2 + v_3 = 0$$

La aplicación de la LVK es independiente de la dirección en la cual se recorra la trayectoria.

La ecuación 12 define la forma compacta de la LVK.

$$\sum_{n=1}^N v_n = 0$$

Donde  $v_n$  es el n-ésimo voltaje en una malla de N voltajes. El signo de cada voltaje se escoge utilizando cualquiera de las dos convenciones.

12

El lado izquierdo de 12 se define como el trabajo necesario para desplazar una unidad de carga a lo largo de la ruta adcba. Un circuito con parámetros concentrados se considera un sistema conservador, lo que indica que el trabajo necesario para trasladar una carga a través de cualquier trayectoria cerrada es 0.

No todos los sistemas que generan electricidad se comportan de manera conservativa. La producción de electricidad, las señales de radio y la luz solar (entre otros ejemplos) son sistemas que no son conservativos.

Como ejemplo de la LVK, encontremos  $v$  del circuito de la figura 19.

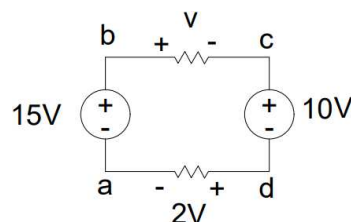


Figura 19 Ejemplo de la LCK.

$$15 - v - 10 - 2 = 0$$

$$v = 3V$$

## 1.6 Análisis de circuitos de una sola trayectoria y de un par de nodos

**Ejemplo 1** Red para el análisis de la LCK y la LVK.

Determine  $i_x$  y  $v_x$  de la red de la figura 20.

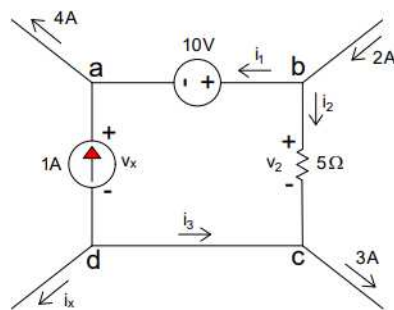


Figura 20 Ejemplo de la LCK y LVK.

**Solución:**

Aplicando la LCK.

Nodo a:

$$1 - 4 + i_1 = 0 \quad \therefore \quad i_1 = 3A$$

Nodo b:

$$-3 + 2 - i_2 = 0 \quad \therefore \quad i_2 = -1A$$

Nodo c:

$$-1 - 3 + i_3 = 0 \quad \therefore \quad i_3 = 4A$$

Nodo d:

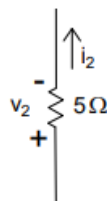
$$-4 - 1 - i_x = 0 \quad \therefore \quad i_x = -5A$$

Aplicando la LVK.

$$\text{Horario:} \quad v_x + 10 + 5 = 0 \quad \therefore \quad v_x = -15V$$

$$V_2 = -5V.$$

Procedimiento 2:  $i_2$  es negativa y podemos cambiar la dirección de la corriente, lo que implica que la polaridad sobre la resistencia de  $5\Omega$  cambie.



Las ecuaciones que resultan al aplicar la LCK al nodo c y d son las mismas. La ecuación que resulta al aplicar la LVK a la malla es la misma. Los resultados son los mismos.

### 1.7 Combinación de resistencias y fuentes: serie, paralelo y transformaciones delta estrella y viceversa

Considere la figura 21.

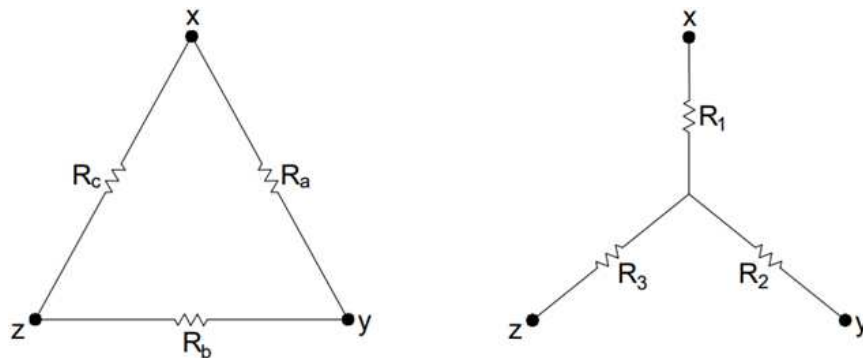


Figura 21 Transformación  $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$ .

#### Transformación delta-estrella

$$R_{xy} = R_1 + R_2 = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \quad 13$$

$$R_{yz} = R_2 + R_3 = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \quad 14$$

$$R_{zx} = R_3 + R_1 = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c} \quad 15$$

$$R_a + R_b + R_c = \phi$$

Restando 14 de 13

$$R_1 - R_3 = \frac{R_a(R_b + R_c)}{\phi} - \frac{R_b(R_a + R_c)}{\phi} \quad 16$$

Sumando 16 y 15

$$2R_1 = \frac{R_a(R_b + R_c)}{\phi} - \frac{R_b(R_a + R_c)}{\phi} + \frac{R_c(R_a + R_b)}{\phi} =$$

$$2R_1 = \frac{R_a R_b + R_a R_c}{\phi} - \frac{R_b R_a + R_b R_c}{\phi} + \frac{R_c R_a + R_c R_b}{\phi} = \frac{2R_a R_c}{\phi}$$

Por lo tanto:

17

$$R_1 = \frac{R_a R_c}{\phi}, \quad R_2 = \frac{R_a R_b}{\phi}, \quad R_3 = \frac{R_b R_c}{\phi}$$

### Transformación estrella-delta

$$R_1 R_2 = \frac{R_a^2 R_b R_c}{\phi^2} \quad R_2 R_3 = \frac{R_a R_b^2 R_c}{\phi^2} \quad R_3 R_1 = \frac{R_a R_b R_c^2}{\phi^2} \quad \left. \vphantom{\frac{R_a R_b R_c^2}{\phi^2}} \right\} 18$$

Sumando miembro a miembro

$$R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 = \frac{R_a^2 R_b R_c}{\phi^2} + \frac{R_a R_b^2 R_c}{\phi^2} + \frac{R_a R_b R_c^2}{\phi^2}$$

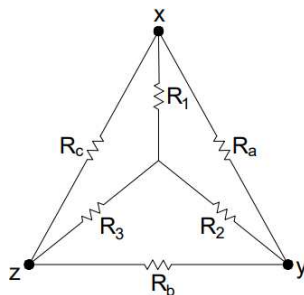
$$R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 = \theta$$

$$\theta = \frac{R_a R_b R_c (R_a + R_b + R_c)}{\phi^2} = \frac{R_a R_b R_c}{\phi} = R_a R_3$$

Por lo tanto:

$$R_a = \frac{\theta}{R_3}, \quad R_b = \frac{\theta}{R_1}, \quad R_c = \frac{\theta}{R_2} \quad 19$$

### Resumen



### Transformación delta-estrella

$$R_a + R_b + R_c = \phi$$

$$R_1 = \frac{R_a R_c}{\phi}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_b}{\phi}$$

$$R_3 = \frac{R_b R_c}{\phi}$$

### Transformación estrella-delta

$$R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 = \theta$$

$$R_a = \frac{\theta}{R_3}$$

$$R_b = \frac{\theta}{R_1}$$

$$R_c = \frac{\theta}{R_2}$$

### Ejemplo 2 Transformaciones $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$ .

Determine la resistencia equivalente ( $R_{ab}$ ) del circuito de la figura 22.

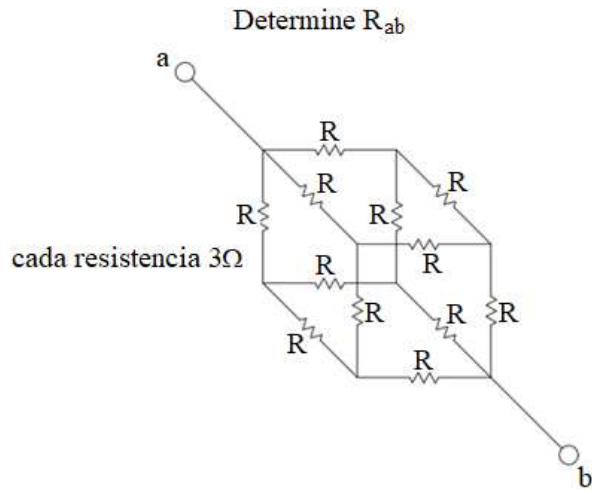
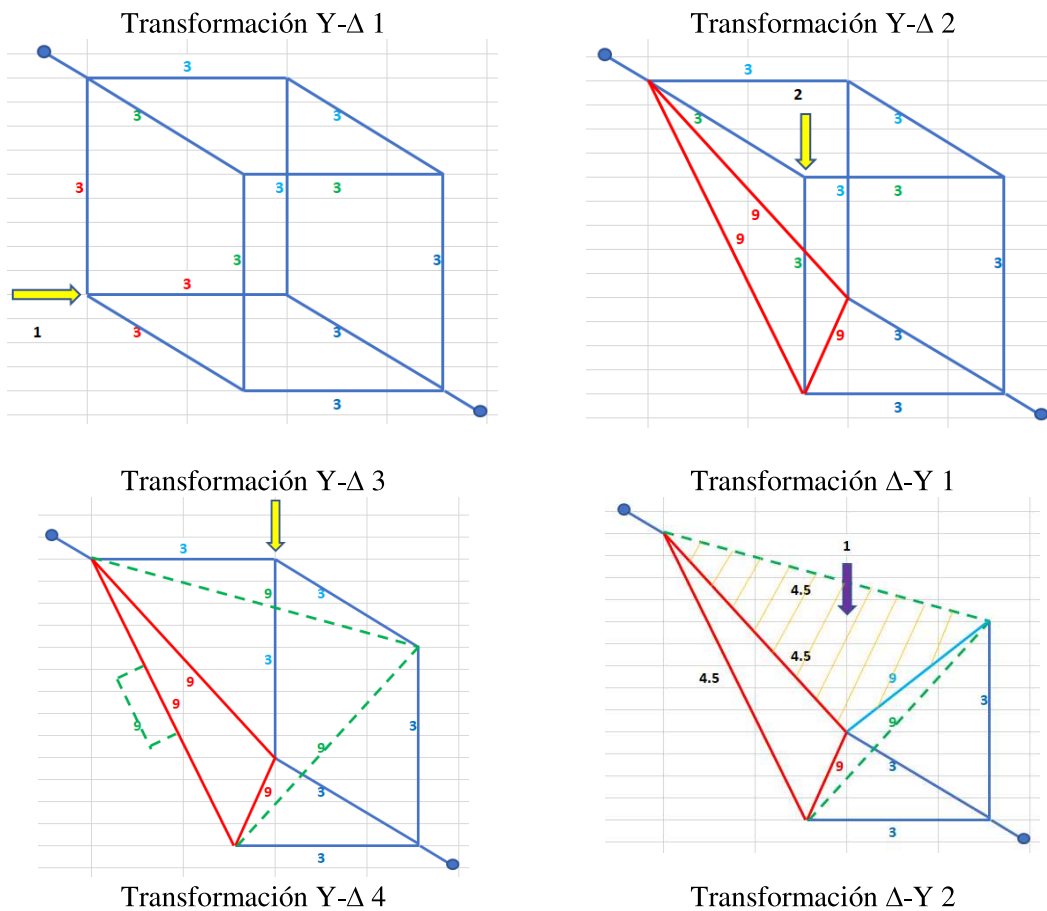
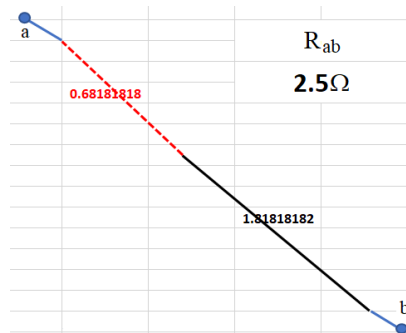
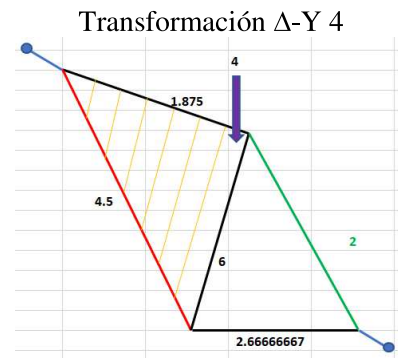
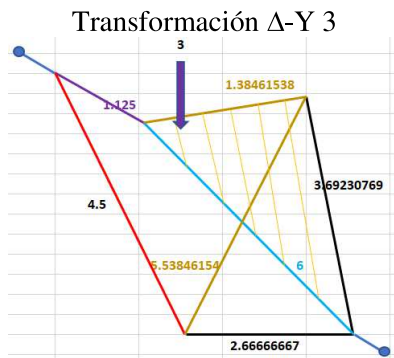
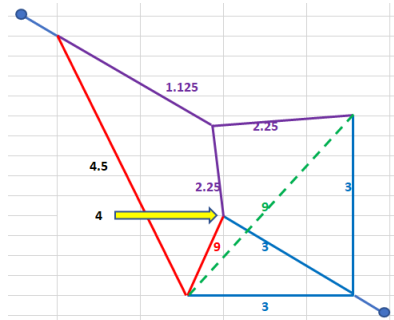


Figura 22 Cubo de resistencias.

Solución:

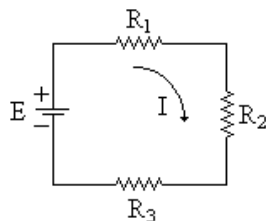




## 1.8 Divisores de tensión y corriente

### Divisor de voltaje

Considere el circuito mostrado en la figura 23.



Ley de Ohm  
 $E = R I$

Figura 23 Divisor de voltaje. Circuito con tres resistencias en serie.

Resolver un circuito implica encontrar los voltajes en puntos específicos del circuito, así como la corriente que circula por cada elemento.

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 \quad \text{"Resistencia equivalente"}$$
$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} \quad 20$$

El voltaje en cada elemento resistivo es:

$$E_{R1} = I R_1 \quad , \quad E_{R2} = I R_2 \quad , \quad E_{R3} = I R_3$$

El voltaje en el n-ésimo resistor es:

$$E_{Rn} = I R_n \quad 21$$

Sustituyendo la ecuación 20 en 21, se tiene:

$$E_{Rn} = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + R_3} E \quad 22$$

Por ejemplo, el voltaje en la resistencia  $R_2$  es:

$$E_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} E$$

Por tanto, el voltaje que aparece en una resistencia de una serie de resistencias conectadas en serie con una fuente de voltaje será el cociente de su resistencia entre la resistencia total. Este circuito demuestra el principio de la división de voltaje y se denomina *divisor de voltaje*.

En general, un divisor de voltaje puede representarse por la ecuación:

$$E_{Rn} = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} E \quad 23$$

Voltaje a través del n-ésimo resistor de N resistores conectados en serie

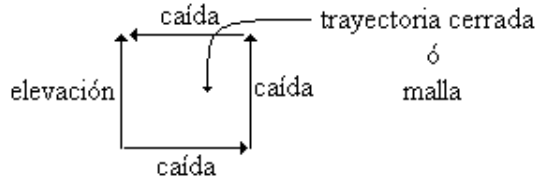
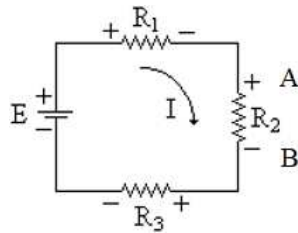
Ley de voltaje de Kirchhoff (Gustav Robert Kirchhoff) "LVK":

La suma algebraica de los voltajes alrededor de una trayectoria cerrada es igual a 0 en todo instante

Aplicando la LVK al circuito en cuestión, se tiene:

1. Ocurre una caída de voltaje durante el movimiento de A a B; mientras que, se da una elevación de voltaje durante el movimiento de B a A.

2. El signo algebraico de cada voltaje se considera negativo al ir de + a - (de mayor a menor potencial) y positivo de - a + (de menor a mayor potencial).



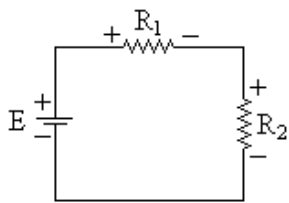
$$E - R_1 I - R_2 I - R_3 I = 0$$

$$E = E_{R1} + E_{R2} + E_{R3}$$

"La suma de los voltajes en los elementos es igual a la tensión de alimentación"

24

**Ejemplo 3** Divisor de voltaje. Considere el circuito mostrado.



Divisor de voltaje. Circuito con dos resistencias en serie.

- Determine  $R_2$  necesaria para que el voltaje a través de  $R_2$  sea la cuarta parte del voltaje de la fuente  $E$ .
- Determine la corriente que fluye si  $E = 12V$  (considere  $R_1 = 9\Omega$ ).
- Determine la potencia disipada por cada resistencia y la potencia suministrada por la fuente.

**Solución:**

a)

$$E_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{1}{4} E$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{4} \quad \therefore R_2 = \frac{R_1}{3}$$

b)

Si  $R_1 = 9\Omega$ , entonces  $R_2 = 3\Omega$

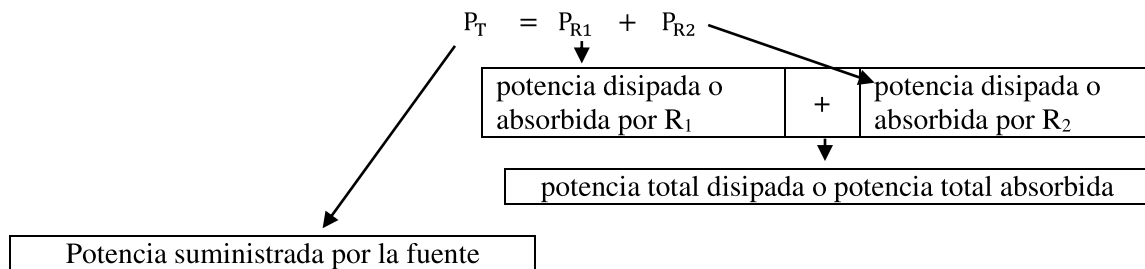
$$R_1 + R_2 = 12\Omega = R_T \quad \therefore I = \frac{12}{12} = 1A \quad E_{R2} = \frac{1}{4} E$$

c)

$$P = E I = \frac{E^2}{R} = I^2 R$$

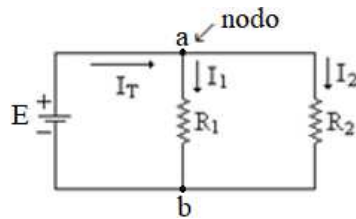
$$E_{R1} = \frac{9}{12} 12 = 9V \quad E_{R2} = \frac{3}{12} 12 = 3V$$

$$P_{R1} = (9)(1) = \frac{9^2}{9} = 1^2 (9) = 9W \quad P_{R2} = (3)(1) = \frac{3^2}{3} = 1^2 (3) = 3W$$



### Divisor de corriente

Considere el circuito mostrado en la figura 24.



Un punto de conexión de dos o más elementos se denomina nodo.

Figura 24 2 resistencias conectadas en paralelo con una fuente de voltaje

Ley de Kirchhoff para corrientes (LCK):

La suma algebraica de las corrientes que entran o salen de un nodo es igual a 0 en todo instante.

Aplicando la LCK al nodo **a** (o al nodo **b**), se tiene:

$$I_T - I_1 - I_2 = 0$$

$$I_T = I_1 + I_2 \quad \text{25}$$

$$E_{R1} = R_1 I_1 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{E_{R1}}{R_1}$$

$$E_{R2} = R_2 I_2 \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{E_{R2}}{R_2}$$

Sustituyendo  $I_1$  e  $I_2$  en la ecuación 25, se tiene:

$$I_T = \frac{E_{R1}}{R_1} + \frac{E_{R2}}{R_2}$$

La característica de este tipo de circuito es que el voltaje E aparece en cada uno de los elementos en paralelo, por lo tanto:

$$I_T = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} = G_1 E + G_2 E = (G_1 + G_2) E \quad 26$$

$$\frac{1}{R} = G \quad \Omega^{-1} \text{ ó mhos} \quad \text{"El recíproco de la resistencia se llama conductancia"}$$

$$G_T = G_1 + G_2 \quad \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad 27$$

De la ecuación 27 se deduce la resistencia total o equivalente para un circuito con dos resistencias conectadas en paralelo es:

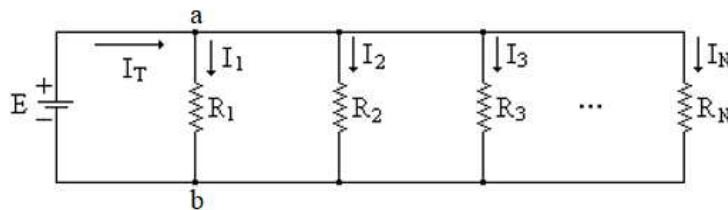
$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad 28$$

La ecuación 28 también se puede escribir así:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad 29$$

"Resistencia total o equivalente de 2 resistencias conectadas en paralelo"

En general, para N resistencias conectadas en paralelo:



N resistencias conectadas en paralelo con una fuente de voltaje

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}} \quad 30$$

"Resistencia total o equivalente de N resistencias conectadas en paralelo"

El circuito analizado se llama *divisor de corriente* puesto que divide la corriente de la fuente.

**Ejemplo 4** Divisor de corriente.

Considere el circuito de la figura 20.  $R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 20\Omega$  y  $E = 100V$ . Determine las corrientes en cada resistencia.

**Solución:**

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 6.666\Omega$$
$$I_{R1} = \frac{E}{R_1} = 10A$$

$$I_T = \frac{E_{R1}}{R_1} + \frac{E_{R2}}{R_2} = \frac{E}{R_T} = 15 A$$
$$I_{R2} = \frac{E}{R_2} = 5A$$

### 1.9 Transformación de fuentes

De la ecuación 26, se tiene:

$$I_1 = G_1 E$$
$$I_2 = G_2 E$$
31

Despejando E de la ecuación 26, se tiene:

$$E = \frac{I_T}{G_1 + G_2}$$
32

Sustituyendo la ecuación 32 en la ecuación 31, se tiene:

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I_T$$
$$I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I_T$$
33

la corriente de la fuente se divide entre las conductancias  $G_1$  y  $G_2$  proporcionalmente a sus valores de conductancia

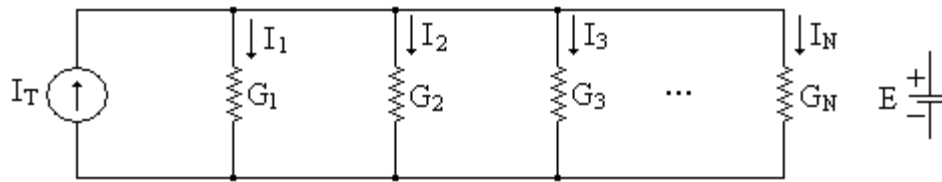
Y como  $G_1 = \frac{1}{R_1}$  y  $G_2 = \frac{1}{R_2}$ , se tiene:

$$\frac{G_1}{G_1 + G_2} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$
$$\frac{G_2}{G_1 + G_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Las corrientes  $I_1$  e  $I_2$  en términos de las resistencias es:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_T$$
$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_T$$
34

Considerando el análisis anterior, el caso general es:



N conductancias conectadas en paralelo con una fuente de corriente  $I_T$ .

La corriente total es:

$$I_T = (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N)E = E \sum_{n=1}^N G_n \quad 35$$


La conductancia total es:

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N = \sum_{n=1}^N G_n \quad 36$$

$$G_T = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} = \frac{1}{R_T} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n}$$

La corriente a través de cada elemento es:

$$I_n = \frac{G_n}{G_T} I_T \quad 37$$



**Complementos educativos**



**Tema 1**

## Aprendizaje basado en problemas

### Referencias:

#### Diseño del complemento: Problema 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7

“Tema 1” de la asignatura “Máquinas Eléctricas”  
M. C. José Alejandro Morones Alba  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

### Problema 1 Cálculo de la velocidad de las partículas libres dentro de un conductor (velocidad de arrastre)

La velocidad de las partículas libres dentro de un conductor “velocidad de arrastre” se calcula empleando la ecuación **i**[1].

$$v_d = \frac{J}{nq_e} \quad \text{i}$$

donde:

$v_d$	velocidad de arrastre de las partículas libres (m/s)
$J$	densidad de corriente ( $A/m^2$ )
$n$	densidad de átomos por unidad de volumen (átomos/ $m^3$ )
$q_e$	carga del electrón ( $1.60218 \times 10^{-19} C$ )

$n$  se calcula usando la ecuación **ii**.

$$n = \frac{N_A \rho_m}{M} \quad \text{ii}$$

donde:

$N_A$	constante de Avogadro ( $6.03 \times 10^{23}$ átomos/mol)
$\rho_m$	densidad del material ( $Kg/m^3$ )
$M$	masa molar del material ( $Kg/mol$ )

[1] *FÍSICA VOLUMEN 2*

David Halliday, Robert Resnick, Kenneth S. Krane  
Compañía Editorial Continental, S.A de C.V México  
ISBN 0-471-54804-9

La tabla **i** muestra un fragmento del código eléctrico nacional, el cual fija las corrientes máximas seguras o no peligrosas para alambres de Cu aislados con hule.

Tabla *i* Fragmento del código eléctrico nacional.

Calibre <sup>a</sup>	Diámetro in	Diámetro mm	Diámetro mils	Área CM	Área mm <sup>2</sup>	Kilos (Kg) por 1000m	Carga en amperes (I) A
18	0.0403	1.024	40.3	1524.09	0.823	7.32	3
19	0.0359	0.912	35.9	1288.81	0.653	5.8	2.25
20	0.032	0.813	32	1024	0.5189	4.6	2

<sup>a</sup> una manera de identificar el diámetro del alambre

40 calibres

Para corrientes superiores que las indicadas en la tabla *i* el conductor disipa más potencia lo que implicaría su destrucción.

a) Calcule la velocidad de arrastre, Vd, para un conductor de cobre (Cu) calibre 19 considerando corrientes de 1, 2.25 y 3A.

**Solución:**

La tabla *i* muestra que la velocidad se triplica si la corriente se triplica.

Tabla *i* Cálculo de la velocidad de arrastre para un conductor de Cu calibre 19.

$\rho_m$	M	M	n	e <sup>-</sup> libres		n		
Kg/m <sup>3</sup>	gr/mol	Kg/mol	átomos/m <sup>3</sup>	1		e <sup>-</sup> /m <sup>3</sup>		
8960	63.545644	0.063545644	8.50236E+28			8.50236E+28		
	<b>Código</b>							
I	D	D	A	J	Vd	Vd	Vd	Vd
A	in	mm	m <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>	m/s	cm/s	cm/h	mm/s
1	0.0359	0.91186	6.5305E-07	1531277.102	1.12E-04	0.011240948	40.46741344	0.112409482
2.25				3445373.479	2.53E-04	0.025292133	91.05168024	0.252921334
3				4593831.305	3.37E-04	0.033722845	121.4022403	0.337228445

b) Calcule la corriente máxima segura I para alambres de plata (Ag), aluminio (Al) y oro (Au) para el calibre 19. Considere la tabla *i* como referencia.

**Solución:**

La tabla *ii* muestra la propuesta para calcular la corriente máxima segura I para alambres de Ag, Al y Au para el calibre 19.

La velocidad de los electrones en la plata es mayor que la velocidad de arrastre de los electrones en el cobre, aún, cuando por los alambres fluye la misma corriente. Esto es, un número más pequeño de portadores de carga debe moverse más rápidamente en la plata, en consecuencia la red se desplaza más rápidamente. El mejor metal conductor es la plata, le siguen el oro, el cobre y el aluminio.

Tabla *ii* Propuesta para calcular la corriente máxima segura  $I$  para alambre de Ag, Al y Au para el calibre 19.

Material	$\rho_m$	M	M	n	$e^-$ libres	n	factor
	Kg/m <sup>3</sup>	gr/mol	Kg/mol	átomos/m <sup>3</sup>		e <sup>-</sup> /m <sup>3</sup>	
Cu	8960	63.545644	0.063545644	8.50236E+28	1	8.50236E+28	1
Ag	10490	107.868151	0.107868151	5.86408E+28	1	5.86408E+28	1.449906412
Al	2700	26.981538	0.026981538	6.03413E+28	3	1.81024E+29	0.46968199
Au	19300	196.966552	0.196966552	5.90857E+28	1	5.90857E+28	1.438988747

Calibre				
19	Código			
$I_{cu}$	D	D	A	J
A	in	mm	m <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>
2.25	0.0359	0.91186	6.5305E-07	3445373.479
Vd	factor	Material	I	
cm/h			A	
91.05168024	1	Cu	2.25	
132.016415	1.449906412	Ag	3.262289427	
42.76533433	0.46968199	Al	1.056784477	
131.0223433	1.438988747	Au	3.23772468	

Independientemente del calibre, el factor no cambia.  
 Es posible calcular el factor usando n o la Vd.

**Problema 2 Aplicación de las leyes de Kirchhoff (circuitos de una sola trayectoria)**

Redes para el análisis de la LCK y la LVK.

a) Encontrar  $i$  y  $v_{ab}$  de la red mostrada en la figura i.

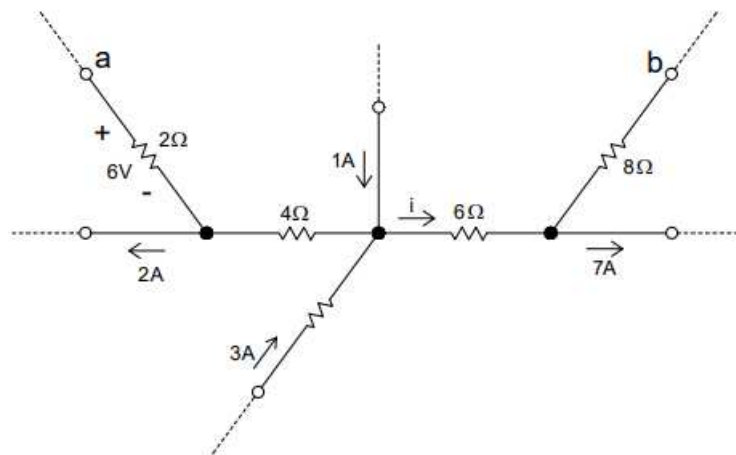
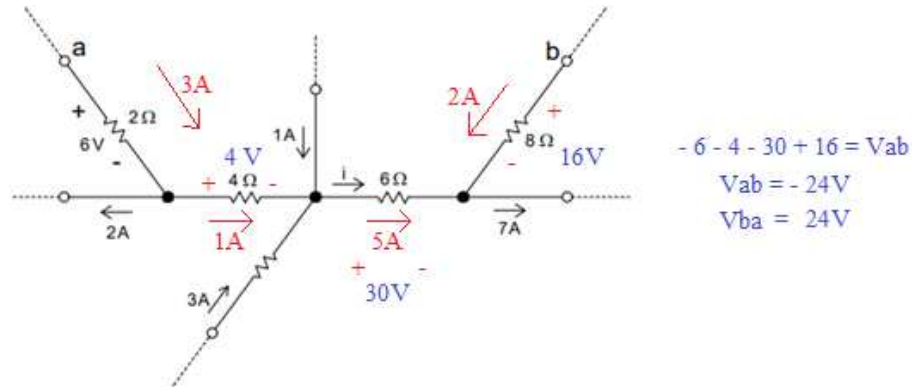


Figura i

**Solución:**



b) Calcular  $i$  de la red mostrada en la figura ii.

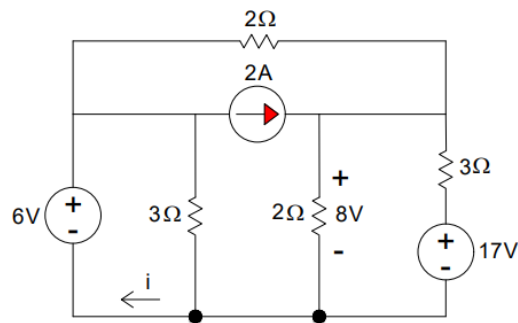
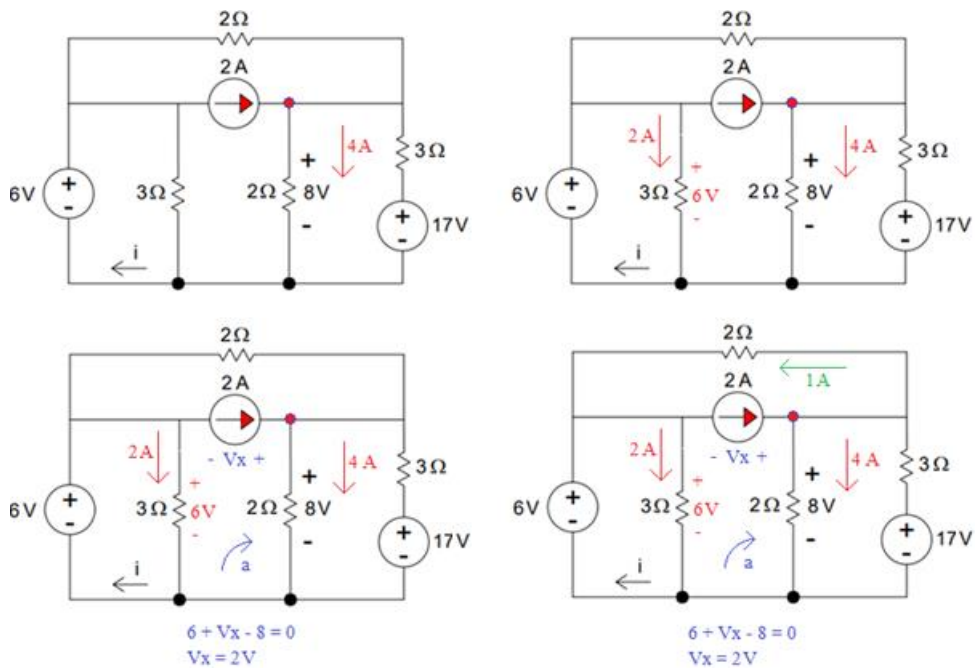
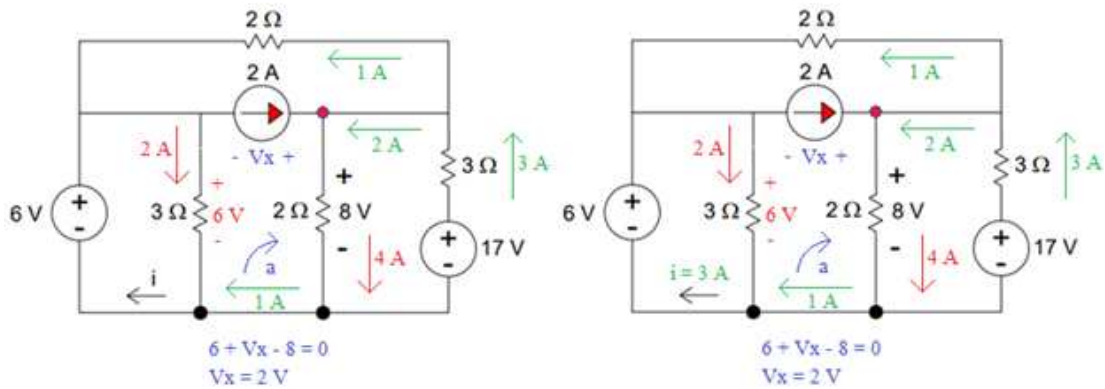


Figura ii

Solución:





La fuente de tensión de 17V puede colocarse como incógnita ( $V_y$ ). Para calcularla usamos la LVK, así:

$$\text{Horario: } 8 + 9 = V_y, \text{ por lo tanto } V_y = 17V$$

### Problema 3 Divisor de voltaje

Resuelva los siguientes problemas:

1) En el circuito de la figura iii, halle el voltaje  $E_{R3}$  y la corriente  $I$ , y demuestre que la potencia entregada a las 3 resistencias es igual a la suministrada por la fuente.

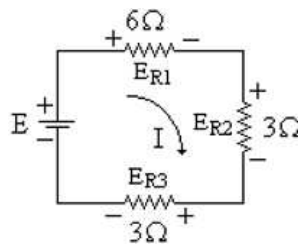


Figura iii

**Solución:**

$$E_{R3} = \frac{3}{12}E = \frac{E}{4} \quad V$$

$$I = \frac{E}{12} \quad A$$

$$P_{R1} = I^2 R_1 = \left(\frac{E}{12}\right)^2 R_1 = \frac{E^2}{144} 6 = \frac{E^2}{24} \quad W$$

$$P_{R2} = I^2 R_2 = \left(\frac{E}{12}\right)^2 R_2 = \frac{E^2}{144} 3 = \frac{E^2}{48} \quad W$$

$$P_{R3} = I^2 R_3 = \frac{E^2}{48} \quad W$$

$$P_T = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = \frac{E^2}{R_T} = \frac{E^2}{12} \quad W$$

2) Considere el divisor de voltaje de la figura iv cuando  $R_{sal} = 6\Omega$ . Se desea que la potencia de salida en  $R_{sal} = 6\Omega$  sea de 6W. Halle el voltaje  $E_{R_{sal}}$  y el voltaje de la fuente E.

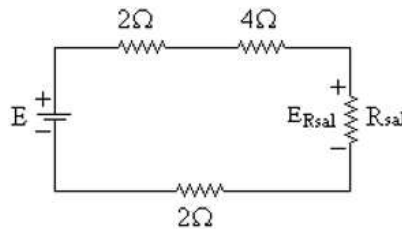


Figura iv

**Solución:**

$$P_{R_{sal}} = I^2 R_{sal} \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{P_{R_{sal}}}{R_{sal}}} = 1A$$

$$E = R_T I = 14V$$

$$E_{R_{sal}} = \frac{6}{14} 14 = 6V$$

3) Considere de nuevo el divisor de voltaje de la figura iv. Determine la  $R_{sal}$  necesaria si se desea que:

$$\frac{E_{R_{sal}}}{E} = \frac{1}{6}$$

**Solución:**

$$E_{R_{sal}} = \frac{R_{sal}}{8 + R_{sal}} E$$

$$\frac{1}{6} = \frac{R_{sal}}{8 + R_{sal}} \quad \therefore \quad R_{sal} = \frac{8}{5} \Omega$$

4) Considere de nuevo el divisor de voltaje de la figura iv. Determine la  $R_{sal}$  necesaria de forma que la mitad de la potencia proporcionada por la fuente la absorba  $R_{sal}$ .

**Solución:**

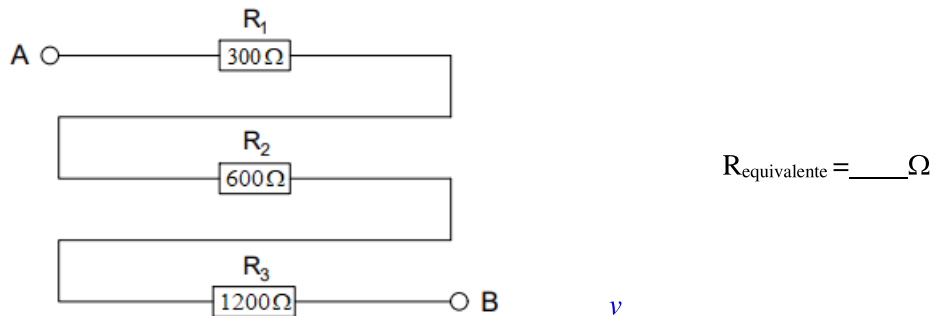
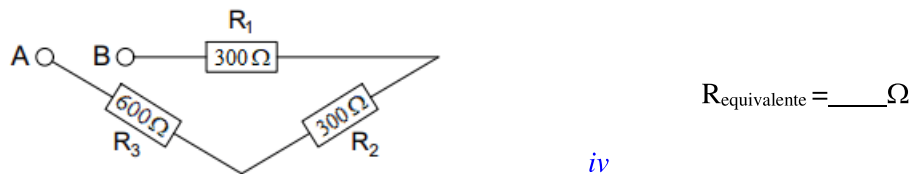
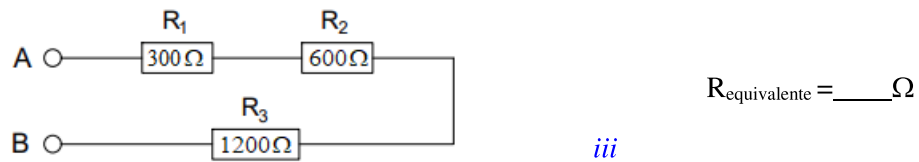
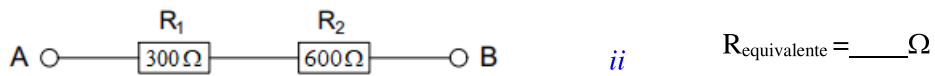
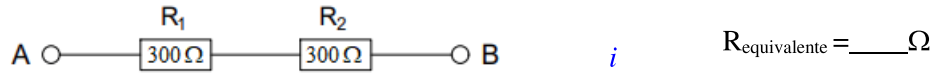
$$8 + R_{sal} = R_T$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad \therefore \quad R_{sal} = 8\Omega$$

**Problema 4 Circuitos serie**

Resuelva los siguientes problemas:

1) Determine el valor de la única resistencia equivalente entre los puntos A y B para cada circuito que se encuentra conectado en serie. Registre sus cálculos en los espacios designados para tal propósito.



**Solución:**

Circuito	$R_{\text{equivalente}}$
<i>i</i>	600Ω
<i>ii</i>	900Ω
<i>iii</i>	2100Ω
<i>iv</i>	1200Ω
<i>v</i>	2100Ω

2) Los términos “circuito abierto”, “corto circuito” y “corto circuito directo” se usan con frecuencia cuando se habla de electricidad.

**P1** ¿Cuál es el valor de la resistencia de un circuito abierto?

**P2** ¿Cuál es el valor de la resistencia de un corto circuito?

**P3** ¿Qué es lo que significa un “corto circuito directo”?

**P4** Cuando un interruptor se abre, ¿es alta o baja su resistencia entre sus terminales?

**P5** ¿Cuál es (idealmente) la resistencia de un interruptor cerrado?

**Solución:**

**P1** Infinito

**P2** Muy bajo

**P3** Una trayectoria en donde la resistencia es aproximadamente  $0 \Omega$

**P4** Alta

**P5**  $0 \Omega$

3) El circuito mostrado en la figura v cuenta con cinco resistencias y tres interruptores. Para cada una de las distintas posiciones del interruptor (cerrado o abierto) indicadas en la tabla ii, determine el valor de la resistencia entre los puntos A y B. Dibuje un diagrama del circuito equivalente y anote los cálculos en el área designada para cada condición.

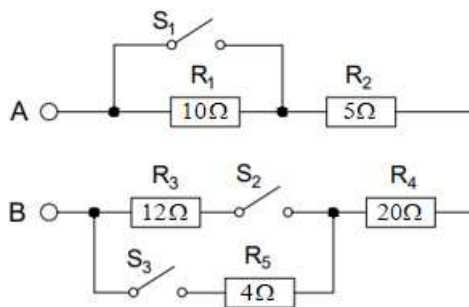


Figura v 5 resistencias y 3 interruptores.

Tabla ii Condición del interruptor y cálculo de la  $R_{equivalente}$ .

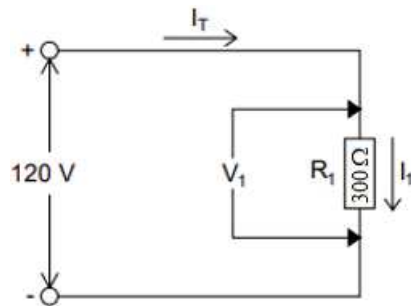
Caso	Interruptores (abiertos)	Interruptores (cerrados)	$R_{equivalente}$
1	$S_1$ $S_2$ $S_3$	-	_____ $\Omega$
2	$S_1$ $S_2$	$S_3$	_____ $\Omega$
3	$S_3$	$S_1$ $S_2$	_____ $\Omega$
4	$S_1$ $S_3$	$S_2$	_____ $\Omega$

Solución:

Tabla ii Condición del interruptor y cálculo de la  $R_{equivalente}$ .

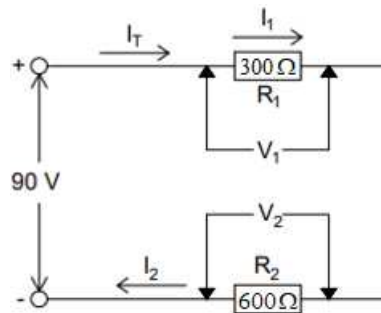
Caso	$R_{equivalente}$
1	$\infty\Omega$
2	$39\Omega$
3	$37\Omega$
4	$47\Omega$

4) Calcule los valores de voltaje y corriente indicados en cada uno de los siguientes circuitos conectados en serie. Anote sus resultados en los espacios correspondientes.



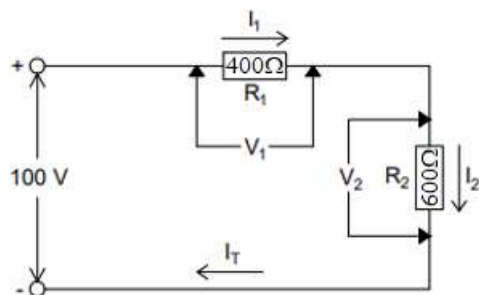
$$\begin{aligned} V_1 &= \\ I_1 &= \\ I_T &= \end{aligned}$$

vi



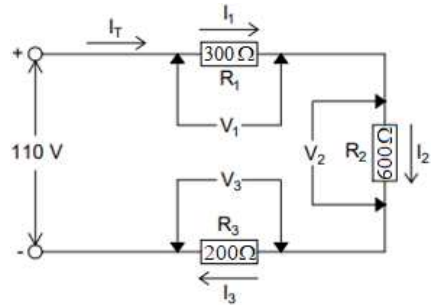
$$\begin{aligned} V_1 &= \\ V_2 &= \\ I_T &= \\ I_1 &= \\ I_2 &= \end{aligned}$$

vii



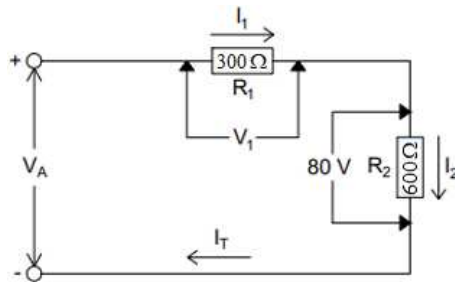
$$\begin{aligned} I_T &= \\ I_1 &= \\ I_2 &= \\ V_1 &= \\ V_2 &= \end{aligned}$$

viii



$$\begin{aligned} I_T &= \\ I_1 &= \\ I_2 &= \\ I_3 &= \\ V_1 &= \\ V_2 &= \\ V_3 &= \end{aligned}$$

*ix*



$$\begin{aligned} I_2 &= \\ I_1 &= \\ V_1 &= \\ V_A &= \\ I_T &= \end{aligned}$$

*x*

**Solución:**

Circuito	Resultados	Circuito	Resultados
<i>vi</i>	$V_1 = 120V$ $I_1 = 0.4A$ $I_T = 0.4A$	<i>ix</i>	$I_2 = 0.1A$ $I_1 = 0.1A$ $I_2 = 0.1A$ $I_3 = 0.1A$ $V_1 = 30V$ $V_2 = 60V$ $V_3 = 20V$
<i>vii</i>	$V_1 = 30V$ $V_2 = 60V$ $I_T = 0.1A$ $I_1 = 0.1A$ $I_2 = 0.1A$	<i>x</i>	$I_2 = 0.133A$ $I_1 = 0.133A$ $V_1 = 40V$ $V_A = 120V$ $I_T = 0.133A$
<i>viii</i>	$I_T = 0.1A$ $I_1 = 0.1A$ $I_2 = 0.1A$ $V_1 = 40V$ $V_2 = 60V$		

5) Considere los circuitos *vi*, *vii*, *viii*, *ix* y *x*. a) Calcule la potencia disipada en cada elemento de resistencia, b) Calcule la suma de potencias PT disipadas por todas las resistencias del circuito y c) Calcule la potencia proporcionada por la fuente ( $P_S = E_{entrada} \times I_T$ ). Anote los valores en los espacios correspondientes.

Circuito	Resultados	Resultado
<i>vi</i>	$P_{R1} =$ $P_T =$	$P_s =$
<i>vii</i>	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_T =$	$P_s =$
<i>viii</i>	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_T =$	$P_s =$
<i>ix</i>	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_{R3} =$ $P_T =$	$P_s =$
<i>x</i>	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_T =$	$P_s =$

**Solución:**

Circuito	Resultados	Resultado
<i>vi</i>	$P_{R1} = 48W$ $P_T = 48W$	$P_s = 48W$
<i>vii</i>	$P_{R1} = 3W$ $P_{R2} = 6W$ $P_T = 9W$	$P_s = 9W$
<i>viii</i>	$P_{R1} = 4W$ $P_{R2} = 6W$ $P_T = 10W$	$P_s = 10W$
<i>ix</i>	$P_{R1} = 3W$ $P_{R2} = 6W$ $P_{R3} = 2W$ $P_T = 11W$	$P_s = 11W$
<i>x</i>	$P_{R1} = 5.32W$ $P_{R2} = 10.64W$ $P_T = 15.96W$	$P_s = 15.96W$

- a) Si se sabe que **1 W de potencia eléctrica se convierte en 3.43 BTU de calor por hora**, calcule los BTU de calor que se desprenden de un tostador con una capacidad nominal de 600 W.
- b) Si las dos resistencias del circuito 2 del ejercicio 5 fueran del mismo tamaño, ¿Cuál se calentaría más?
- c) Una lámpara incandescente de 100 W, cuando está fría (apagada), tiene una resistencia cuyo valor es sólo  $\frac{1}{12}$  del que tendría si estuviera caliente (encendida)
- 6) i ¿Cuál es la corriente de la lámpara y su resistencia en caliente cuando se conecta a una fuente de 120 V?
- ii ¿Cuál es la resistencia en frío de esta lámpara?
- iii ¿Cuál es la corriente instantánea de la lámpara en el momento en que se enciende?
- iv ¿Cuál es la potencia que disipa la lámpara en este instante?

**Solución:**

- i  $I = 100 / 120 = 0.833A$
- ii  $R_{caliente} = P/I^2 = 144.115\Omega$ ,  $R_{frío} = 144.115/12 = 12.009\Omega$
- iii  $I = 120/12.009 = 9.992A$
- iv  $P = 120 \times 9.992 = 1199.04W$

### Problema 5 Divisor de corriente

Resuelva los siguientes problemas:

- 1) En el circuito de la figura vi hallar a) la corriente en cada rama, b) el circuito equivalente y c) el voltaje E. Las resistencias son:  $R_1 = \frac{1}{2}\Omega$ ,  $R_2 = \frac{1}{4}\Omega$  y  $R_3 = \frac{1}{8}\Omega$ .

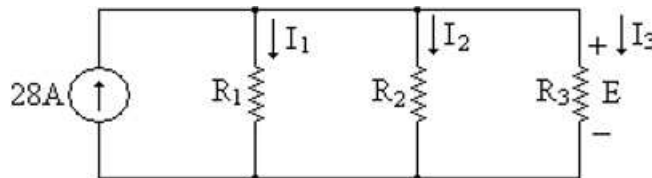


Figura vi

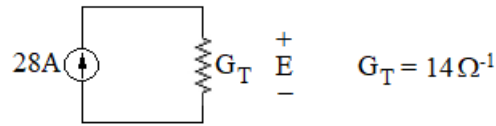
**Solución:**

a)

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 = 14S$$

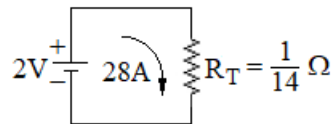
$$I_{R1} = \frac{G_1}{G_T} I_T = \frac{2}{14} 28 = 4A, \quad I_{R2} = \frac{G_2}{G_T} I_T = \frac{4}{14} 28 = 8A, \quad I_{R3} = \frac{G_3}{G_T} I_T = \frac{8}{14} 28 = 16A$$

b)



c)

$$E = RI = \frac{I_T}{G_T} = \frac{28}{14} = 2V$$



2) En la figura [vii](#) aparece una red de resistencias en paralelo de un circuito integrado usado en tarjetas electrónicas de circuitos impresos. Este circuito integrado mide 2cm X 0.7cm y cada resistencia es de un 1 kΩ. Halle el circuito equivalente de la red y determine la corriente en cada resistencia cuando  $I_T = 1\text{mA}$ .

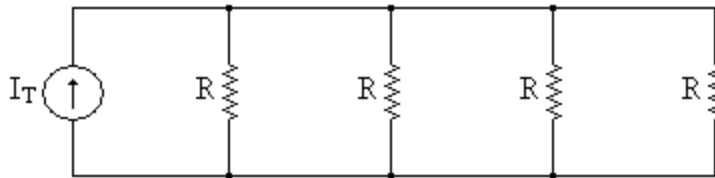
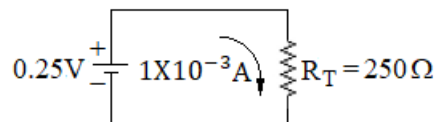
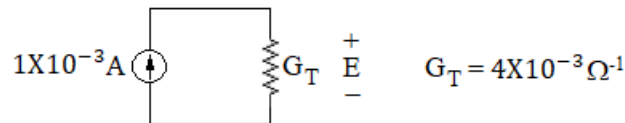


Figura [vii](#)

**Solución:**

$$G_T = G(4) = 4 \times 10^{-3} \Omega^{-1}$$

$$I_R = \frac{G}{G_T} I_T = \frac{1 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}} 1 \times 10^{-3} = 2.5 \times 10^{-4} \text{A}$$



3) Halle la resistencia en paralelo  $R_T$  para el circuito de la figura [viii](#) cuando  $R_1 = 4\Omega$  y  $R_2 = 2\Omega$ . Determine también el voltaje  $E$ .

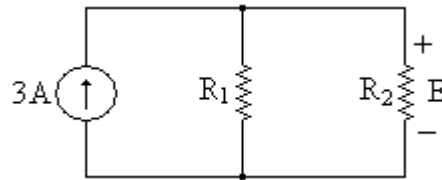


Figura VIII

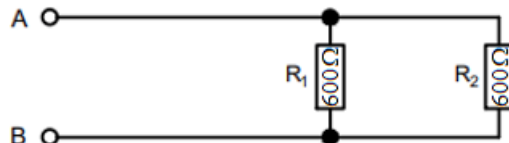
Solución:

$$R_T = \frac{8}{6} = 1.333\Omega, \quad G_T = \frac{1}{R_T} = 0.75\Omega^{-1}, \quad E = \frac{I_T}{G_T} = \frac{3}{0.75} = 4V$$

**Problema 6 Circuitos serie-paralelo**

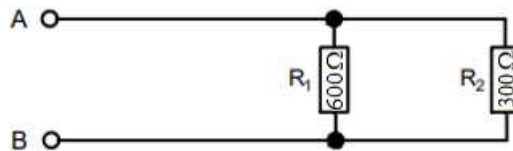
Resuelva los siguientes problemas:

1) Calcule el valor de la única resistencia equivalente entre las terminales A y B para cada uno de los siguientes circuitos conectados en paralelo. Anote sus cálculos en los espacios proporcionados con este fin.



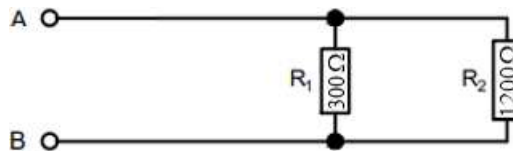
$R_{\text{equivalente}} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$

*xi*



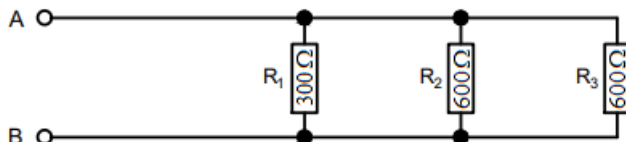
$R_{\text{equivalente}} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$

*xii*



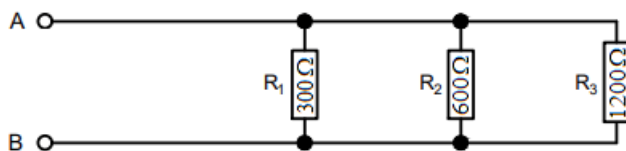
$R_{\text{equivalente}} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$

*xiii*



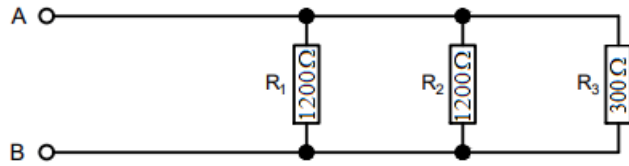
$R_{\text{equivalente}} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$

*xiv*



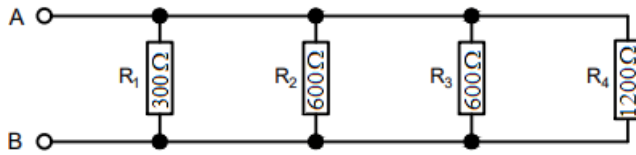
$R_{\text{equivalente}} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$

*xv*



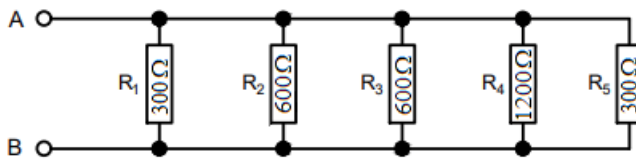
$R_{\text{equivalente}} = \text{---}\Omega$

*xvi*



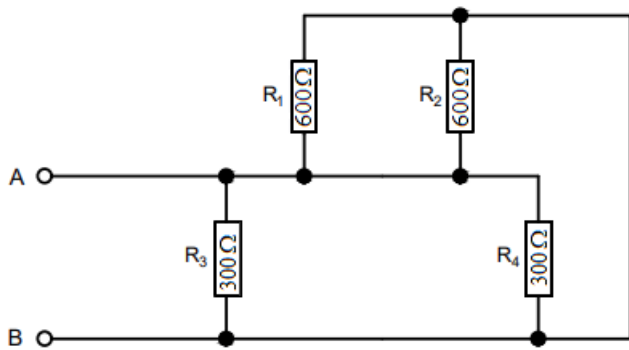
$R_{\text{equivalente}} = \text{---}\Omega$

*xvii*



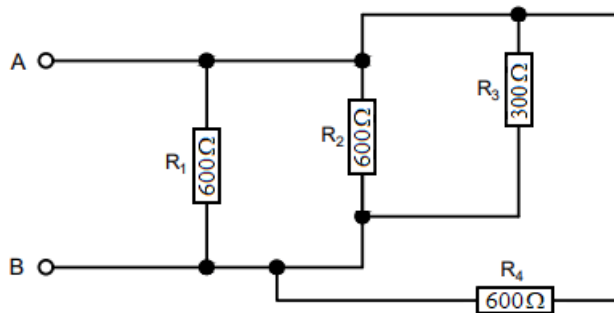
$R_{\text{equivalente}} = \text{---}\Omega$

*xviii*



$R_{\text{equivalente}} = \text{---}\Omega$

*xix*



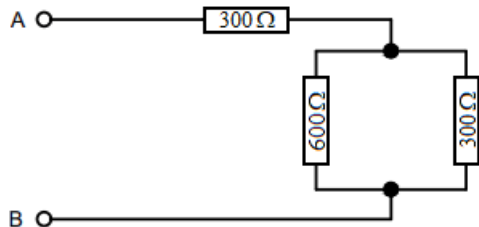
$R_{\text{equivalente}} = \text{---}\Omega$

*xx*

**Solución:**

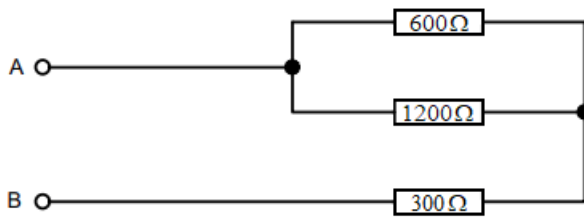
Circuito	$R_{\text{equivalente}}$	Circuito	$R_{\text{equivalente}}$
<i>xi</i>	300Ω	<i>xvi</i>	200Ω
<i>xii</i>	200Ω	<i>xvii</i>	133.33Ω
<i>xiii</i>	240Ω	<i>xviii</i>	92.3Ω
<i>xiv</i>	150Ω	<i>xix</i>	100Ω
<i>xv</i>	171.43Ω	<i>xx</i>	120Ω

2) Calcule el valor de la única resistencia equivalente entre las terminales A y B para cada uno de los siguientes circuitos conectados en serie-paralelo (circuitos mixtos). Anote sus cálculos en los espacios proporcionados con este fin.



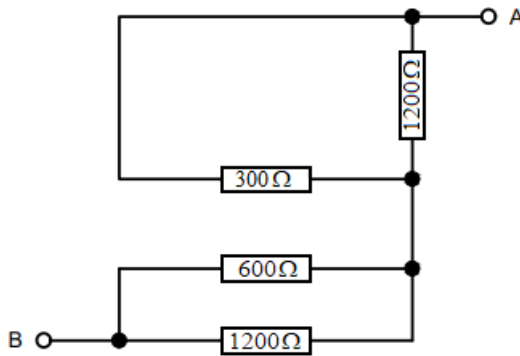
$R_{\text{equivalente}} = \_\_\_\_\_\_ \Omega$

xxi



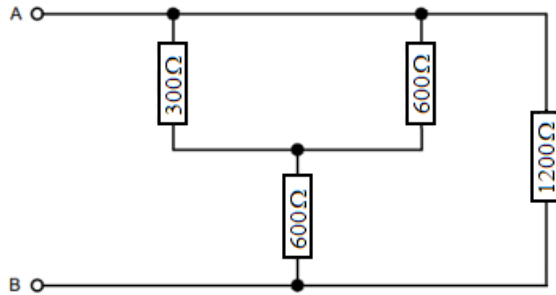
$R_{\text{equivalente}} = \_\_\_\_\_\_ \Omega$

xxii



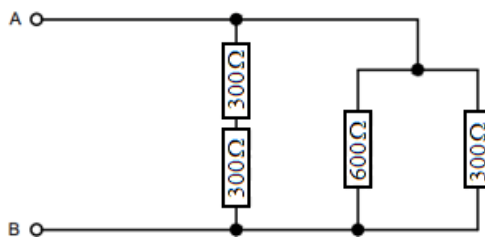
$R_{\text{equivalente}} = \_\_\_\_\_\_ \Omega$

xxiii



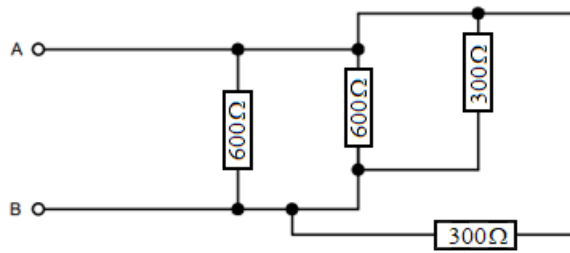
$R_{\text{equivalente}} = \_\_\_\_\_\_ \Omega$

xxiv



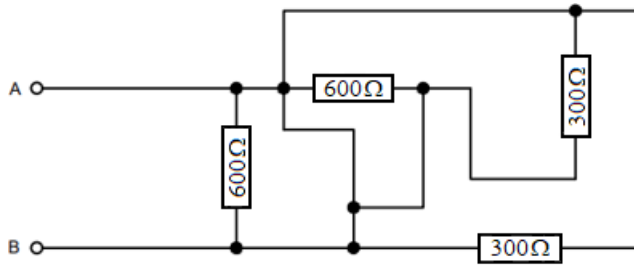
$R_{\text{equivalente}} = \_\_\_\_\_\_ \Omega$

xxv



$R_{\text{equivalente}} = \_\_\_\_ \Omega$

xxvi



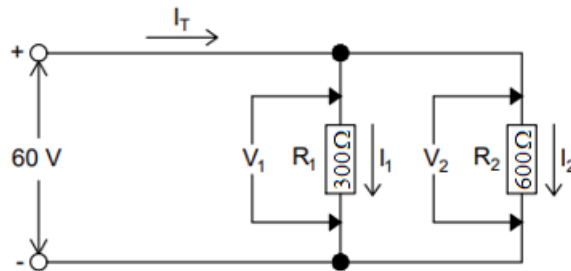
$R_{\text{equivalente}} = \_\_\_\_ \Omega$

xxvii

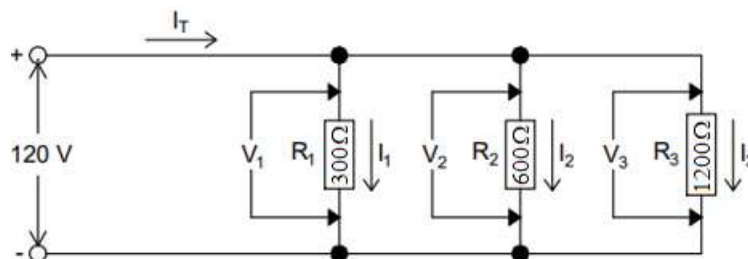
Solución:

Circuito	$R_{\text{equivalente}}$	Circuito	$R_{\text{equivalente}}$
xxi	500Ω	xxv	150Ω
xxii	700Ω	xxvi	100Ω
xxiii	640Ω	xxvii	0Ω
xxiv	480Ω		

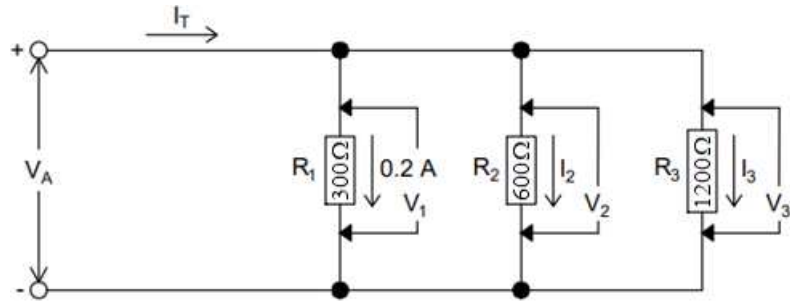
3) Calcule los valores de voltaje y corriente indicados en cada uno de los siguientes circuitos conectados en serie-paralelo. Anote sus resultados en los espacios correspondientes.



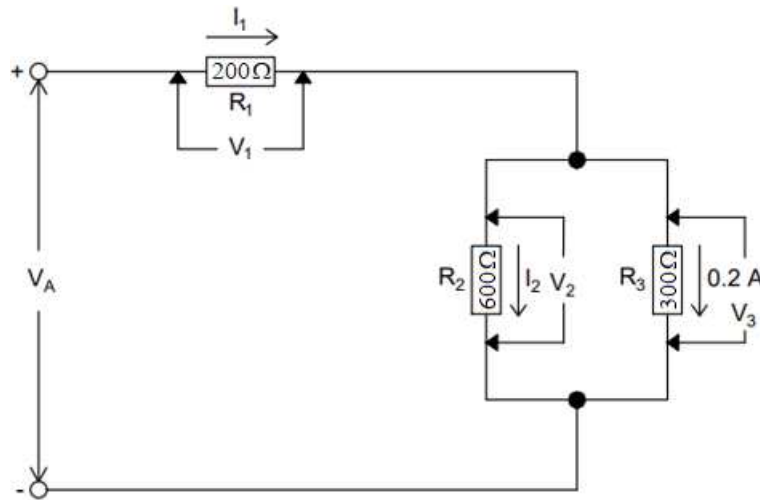
xxviii



xxix



xxx



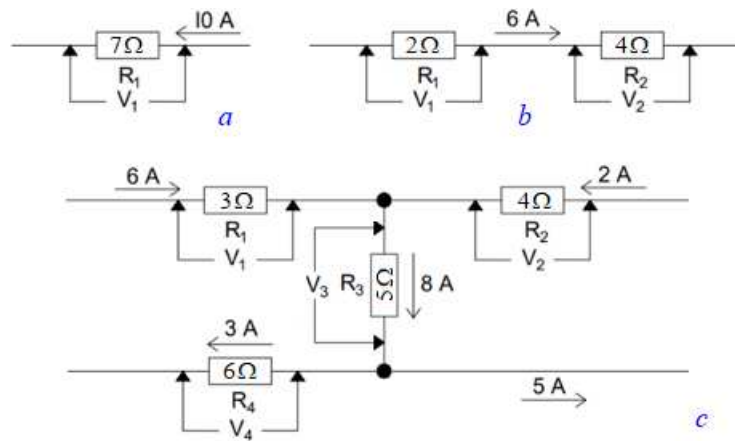
xxx

Circuito	Resultados	Circuito	Resultados
xxiii	$V_1 =$	xxx	$V_1 =$
	$V_2 =$		$V_2 =$
	$R_T =$		$V_3 =$
	$I_1 =$		$V_A =$
	$I_2 =$		$I_2 =$
	$I_T =$		$I_3 =$
xxix	$V_1 =$	xxx	$V_2 =$
	$V_2 =$		$V_3 =$
	$V_3 =$		$I_2 =$
	$R_T =$		$I_1 =$
	$I_1 =$		$V_1 =$
	$I_2 =$		$V_A =$
	$I_3 =$		
	$I_T =$		

Solución:

Circuito	Resultados	Circuito	Resultados
<i>xxiii</i>	$V_1 = 60 \text{ V}$	<i>xxx</i>	$V_1 = 60 \text{ V}$
	$V_2 = 60 \text{ V}$		$V_2 = 60 \text{ V}$
	$R_T = 200 \ \Omega$		$V_3 = 60 \text{ V}$
	$I_1 = 0.2 \text{ A}$		$V_A = 60 \text{ V}$
	$I_2 = 0.1 \text{ A}$		$I_2 = 0.1 \text{ A}$
	$I_T = 0.3 \text{ A}$		$I_3 = 0.05 \text{ A}$
<i>xxix</i>	$V_1 = 120 \text{ V}$	<i>xxxi</i>	$V_2 = 60 \text{ V}$
	$V_2 = 120 \text{ V}$		$V_3 = 60 \text{ V}$
	$V_3 = 120 \text{ V}$		$I_2 = 0.1 \text{ A}$
	$R_T = 171.4 \ \Omega$		$I_1 = 0.3 \text{ A}$
	$I_1 = 0.4 \text{ A}$		$V_1 = 60 \text{ V}$
	$I_2 = 0.2 \text{ A}$		$V_A = 120 \text{ V}$
	$I_3 = 0.1 \text{ A}$		
$I_T = 0.7 \text{ A}$			

4) En la siguiente figura indique la polaridad del voltaje aplicado a cada resistencia (cuando la corriente fluye en el sentido en ella señalada), además calcule los voltajes a través de cada una de las resistencias.



**Solución:**

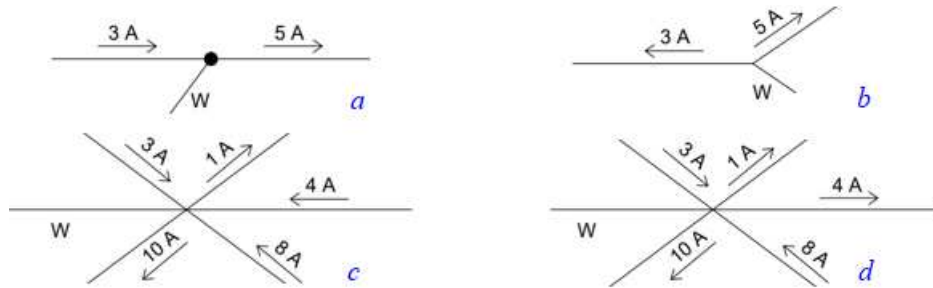
*a*  $V_1 = 70 \text{ V}$ .                      - +

*b*  $V_1 = 12 \text{ V}$  y  $V_2 = 24 \text{ V}$ .                      + -                      + -

*c*  $V_1 = 18 \text{ V}$ ,  $V_2 = 8 \text{ V}$ ,  $V_3 = 40 \text{ V}$  y  $V_4 = 18 \text{ V}$ .

+ -                      - +  
 +  
 -  
 - +

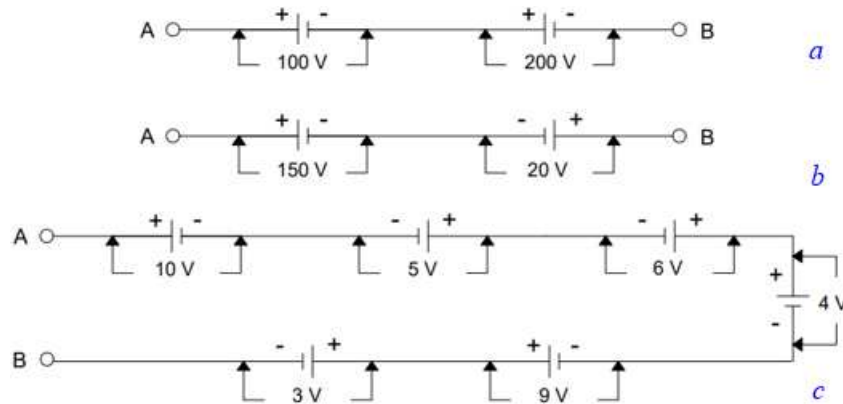
5) a) Indique la intensidad de corriente que fluye (también señale el sentido) por el conductor W en cada uno de los circuitos de la siguiente figura.



**Solución:**

- a* 2 A (hacia el nodo)
- b* 8 A (hacia el nodo)
- c* 4 A (hacia afuera del nodo)
- d* 4 A (hacia el nodo)

b) Indique el valor del voltaje (y su polaridad) entre las terminales A y B de los circuitos mostrados en la siguiente figura.



**Solución:**

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
300 V	130 V	-
+ -	+ -	3 V
		+

6) Considere los circuitos *xxiii*, *xxix*, *xxx* y *xxxi*. a) Calcule la potencia disipada en cada elemento de resistencia, b) Calcule la suma de potencias  $P_T$  disipadas por todas las resistencias del circuito y c) Calcule la potencia proporcionada por la fuente ( $P_S = E_{\text{entrada}} \times I_T$ ). Anote los valores en los espacios correspondientes.

Circuito	Resultados	Potencia disipada	Potencia suministrada
<i>xxiii</i>	$V_1 =$ $V_2 =$ $R_T =$ $I_1 =$ $I_2 =$ $I_T =$	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_T =$	$P_S =$
<i>xxix</i>	$V_1 =$ $V_2 =$ $V_3 =$ $R_T =$ $I_1 =$ $I_2 =$ $I_3 =$ $I_T =$	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_{R3} =$ $P_T =$	$P_S =$
<i>xxx</i>	$V_1 =$ $V_2 =$ $V_3 =$ $V_A =$ $I_2 =$ $I_3 =$ $I_T =$	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_{R3} =$ $P_T =$	$P_S =$
<i>xxxi</i>	$V_2 =$ $V_3 =$ $I_2 =$ $I_1 =$ $V_1 =$ $V_A =$	$P_{R1} =$ $P_{R2} =$ $P_{R3} =$ $P_T =$	$P_S =$

**Solución:**

Circuito	Resultados	Potencia disipada	Potencia suministrada
<i>xxiii</i>	$V_1 = 60 \text{ V}$ $V_2 = 60 \text{ V}$ $R_T = 200 \Omega$ $I_1 = 0.2 \text{ A}$ $I_2 = 0.1 \text{ A}$ $I_T = 0.3 \text{ A}$	$P_{R1} = 12 \text{ W}$ $P_{R2} = 6 \text{ W}$ $P_T = 18 \text{ W}$	$P_S = 18 \text{ W}$

Circuito	Resultados	Potencia disipada	Potencia suministrada
xxix	$V_1 = 120 \text{ V}$ $V_2 = 120 \text{ V}$ $V_3 = 120 \text{ V}$ $R_T = 171.4 \Omega$ $I_1 = 0.4 \text{ A}$ $I_2 = 0.2 \text{ A}$ $I_3 = 0.1 \text{ A}$ $I_T = 0.7 \text{ A}$	$P_{R1} = 48 \text{ W}$ $P_{R2} = 24 \text{ W}$ $P_{R3} = 12 \text{ W}$ $P_T = 84 \text{ W}$	$P_S = 84 \text{ W}$
xxx	$V_1 = 60 \text{ V}$ $V_2 = 60 \text{ V}$ $V_3 = 60 \text{ V}$ $V_A = 60 \text{ V}$ $I_2 = 0.1 \text{ A}$ $I_3 = 0.05 \text{ A}$ $I_T = 0.35 \text{ A}$	$P_{R1} = 12 \text{ W}$ $P_{R2} = 6 \text{ W}$ $P_{R3} = 3 \text{ W}$ $P_T = 21 \text{ W}$	$P_S = 21 \text{ W}$
xxxi	$V_2 = 60 \text{ V}$ $V_3 = 60 \text{ V}$ $I_2 = 0.1 \text{ A}$ $I_1 = 0.3 \text{ A}$ $V_1 = 60 \text{ V}$ $V_A = 120 \text{ V}$	$P_{R1} = 18 \text{ W}$ $P_{R2} = 6 \text{ W}$ $P_{R3} = 12 \text{ W}$ $P_T = 36 \text{ W}$	$P_S = 36 \text{ W}$

**Problema 7 Transformaciones  $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$**

Resuelva el problema mostrado en la figura ix.

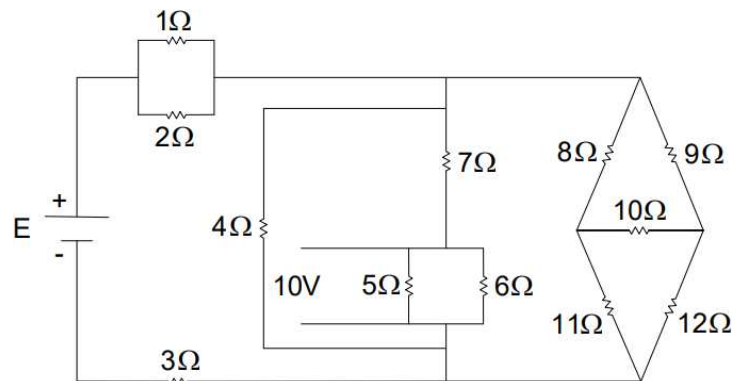
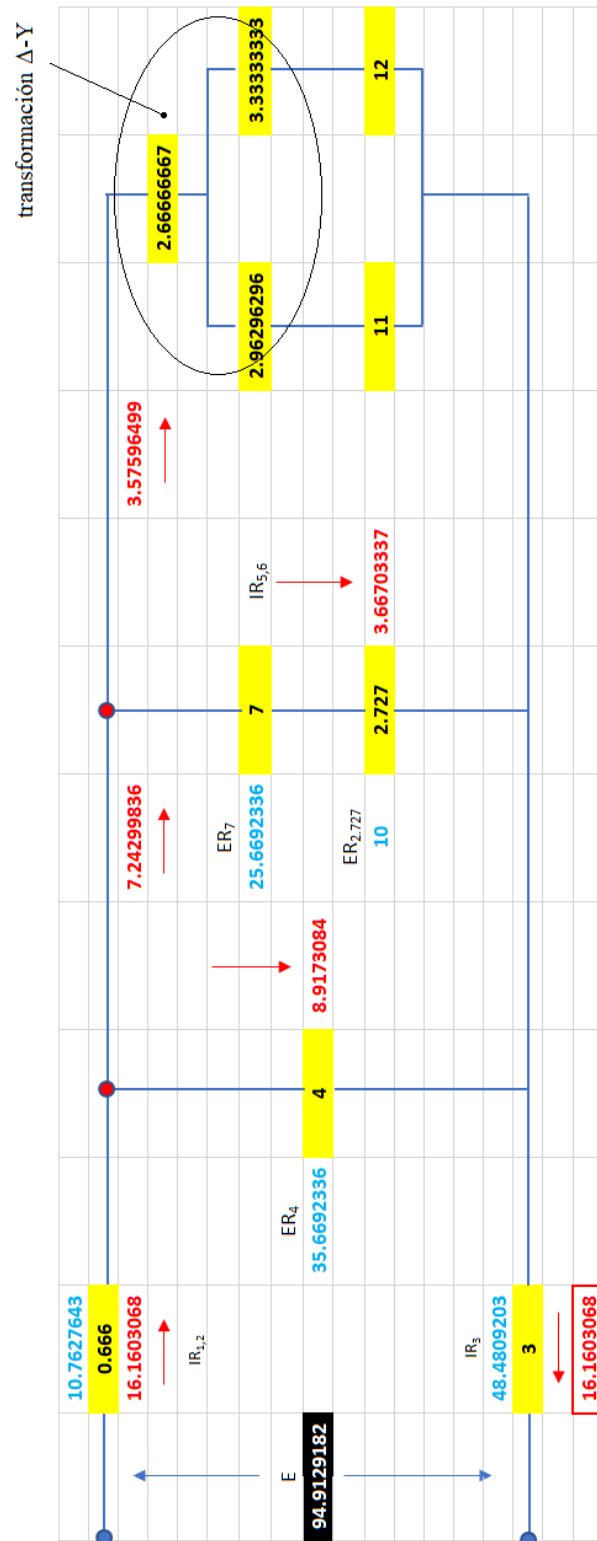


Figura ix.

**Solución:**



## Aprendizaje basado en retos

*Referencia:*

**Diseño del complemento:**

**Reto 1**

“**Tema 1**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

Cualquier herramienta computacional se diseña en términos de un modelo matemático. La frase “construcción de la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente el estudiante construye la herramienta computacional, obviamente el profesor revisa y corrige (si hubiera errores) el trabajo del estudiante hasta que concreta lo que el profesor ha definido como final.

### **Reto 1 Construcción de la herramienta computacional “transformaciones $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$ (determinación de la resistencia equivalente para un cubo)”**

Esta herramienta computacional permite determinar la resistencia equivalente para el circuito mostrado en la figura 22 (las resistencias pueden tener cualquier valor óhmico). Considere el caso mostrado en la figura x. Al efectuar las transformaciones, los vértices a y b (nodos a y b) no deben desaparecer (el proceso puede iniciar en cualquier vértice).

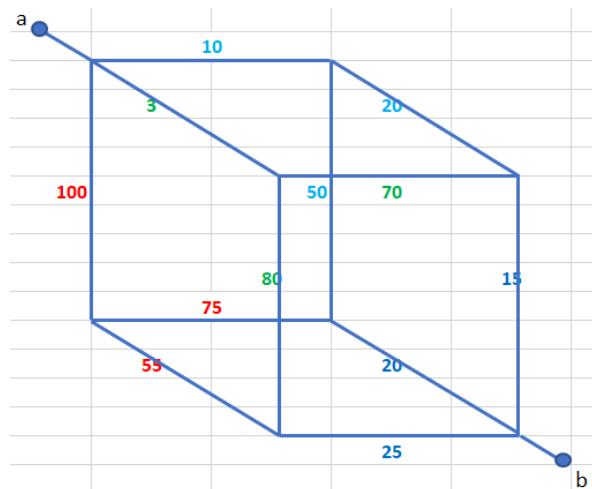


Figura x Cubo de resistencias.

La herramienta computacional determina la resistencia equivalente  $R_{ab}$  usando el procedimiento mostrado en la solución del ejemplo 2. La figura xi muestra los resultados de las transformaciones.

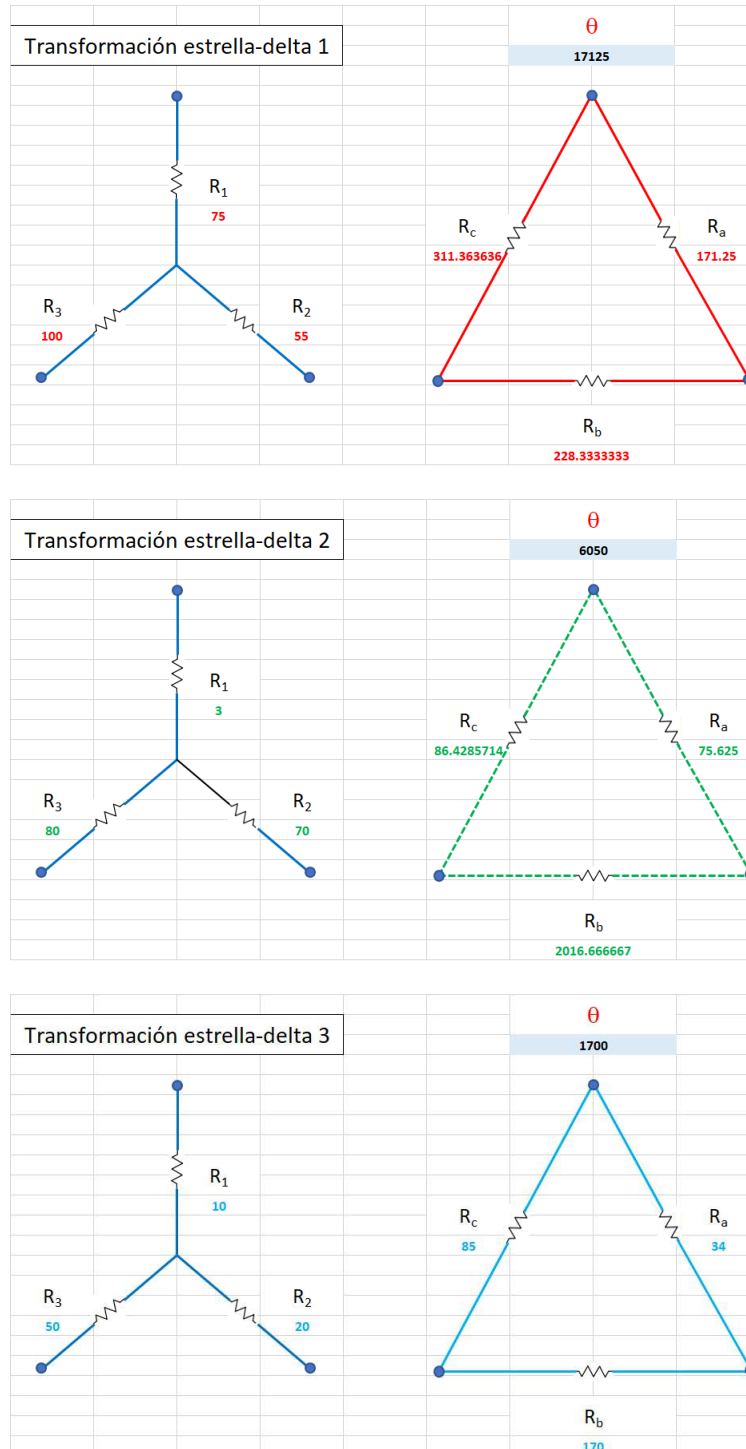
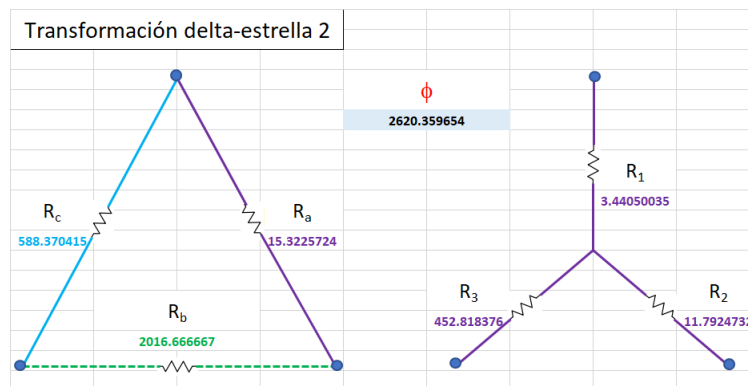
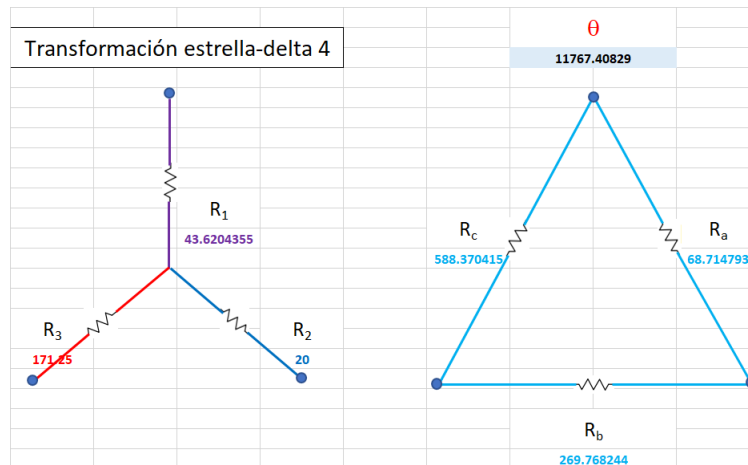
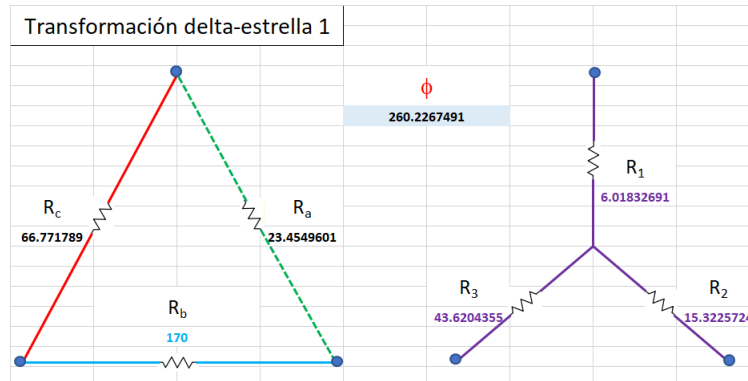
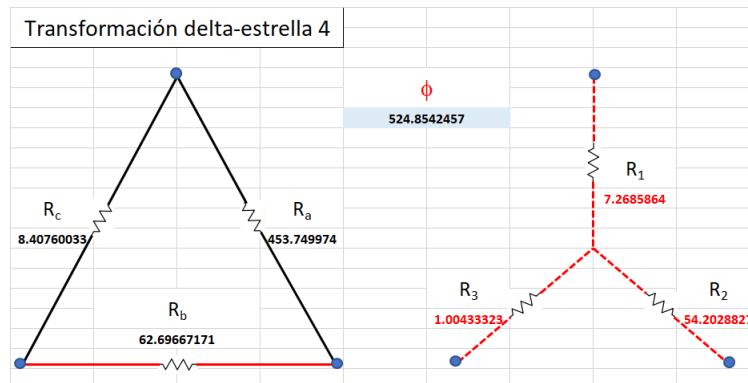
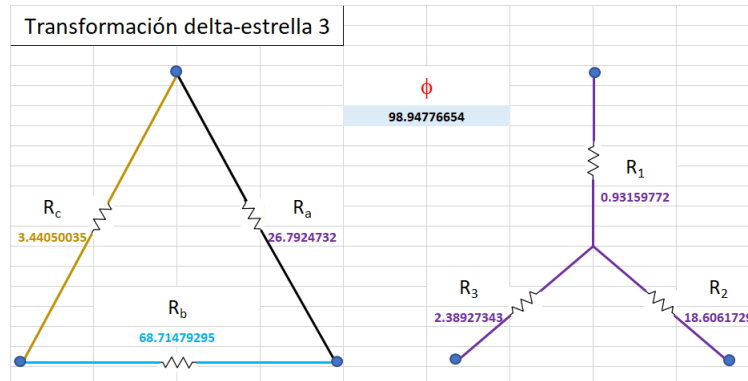


Figura xi Resultados de las transformaciones.



Continuación de la figura xi.



Continuación de la figura xi.

## Rúbrica para evaluar las prácticas de laboratorio

### Portada

La portada debe contener:

1. Nombre de la institución
2. Carrera
3. Número y nombre la práctica
4. Nombre de los estudiantes
5. Nombre del profesor
6. Fecha de entrega

En el encabezado aparece mi nombre, esto es así porque un servidor diseño la propuesta. Cuando ustedes envíen su documento deberán quitar mi nombre e incluir el encabezado (si desean incluirlo), pie de página (si desean incluirlo), logotipos (si desean incluirlos).

### **Introducción**

Lo que se indique en la práctica.

20%

### **Objetivos**

Incluir los objetivos indicados en la práctica.

### **Material y equipo**

Incluir la lista indicada en la práctica mencionando las especificaciones técnicas del equipo.

### **Discusión de resultados:**

Al reportar resultados calculados de las prácticas de laboratorio deben utilizar 3 cifras de precisión.

1 Deben respetar la propuesta metodológica de la práctica para mostrar resultados sin tener que repetir la redacción de los procedimientos y sin mostrar los circuitos eléctricos.

30%

2 Deben hacer observaciones (2 o más por objetivo) de los experimentos propuestos en los procedimientos (*esta redacción es en equipo*). Estas observaciones se indican en cada objetivo.

10%

### **Conclusiones**

Deben incluir conclusiones por objetivos y son individuales.

Cada conclusión debe ser redactada en un párrafo de 5 renglones completos (el espaciado, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman).

La conclusión es una redacción técnica haciendo referencia a la introducción, ecuaciones, cálculos y comportamientos gráficos.

20%

### **Demostración práctica**

Deben redactar en cada objetivo (sin incluir diagramas eléctricos, cálculos, etc) que fue lo que se hizo y que interpretas de la demostración práctica del objetivo (*esta redacción es en equipo*). Cada demostración práctica debe ser redactada en un párrafo de 8 renglones completos (el espaciado, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman). Esta sección depende de lo que haga un servidor en las demostraciones prácticas ejecutadas en el laboratorio.

20%

## Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio

### Práctica 1

#### Circuitos serie, paralelo y mixtos

Objetivo:

- 1 Calcular y medir la resistencia óhmica en circuitos serie, paralelo y mixtos.

### Introducción

Todos los materiales tienen resistencia eléctrica, aunque en diferentes niveles. Los materiales que poseen una resistencia eléctrica baja, como el aluminio, la plata o el cobre, se denominan **conductores**. Por otro lado, los materiales que cuentan con una resistencia eléctrica alta son conocidos como **aisladores**; ejemplos de esto son el caucho, el vidrio y los plásticos. Entre estas dos categorías principales, hay una amplia gama de materiales y aleaciones con resistencia eléctrica que no es extremadamente alta ni muy baja. No es posible establecer una línea divisoria entre los conductores y los aisladores. Cuando un material presenta una resistencia eléctrica baja, se dice que tiene poca resistencia eléctrica. El ohm ( $\Omega$ ) es la unidad de medida de la resistencia eléctrica.

### Resistencias en serie

La resistencia total es igual a la suma de los valores individuales de las resistencias cuando se conectan en serie. Por ende, la resistencia total entre las terminales A y B es de  $900\Omega$  si se conectan en serie una resistencia de  $300\Omega$  con otra de  $600\Omega$  (figura a).

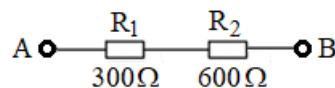


Figura a Dos resistencias conectadas en serie.

Se pueden reemplazar las dos resistencias ( $R_1$  y  $R_2$ ) entre los terminales A y B por una única resistencia ( $R_3$ ), que tenga un valor de  $900$  ohmios. La resistencia equivalente (figura b) es la que puede reemplazar las dos resistencias originales, conocida como  $R_3$ .

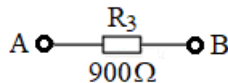


Figura b Resistencia equivalente.

La resistencia equivalente a varias resistencias conectadas en serie se encuentra mediante la ecuación a.

$$R_{\text{equivalente}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad \text{a}$$

### Resistencias en paralelo

Si dos o más resistencias están conectadas entre sí en paralelo entre los terminales A y B, la resistencia equivalente será siempre inferior a la de menor valor. La lógica de esta afirmación se expondrá a través del análisis de la figura c.

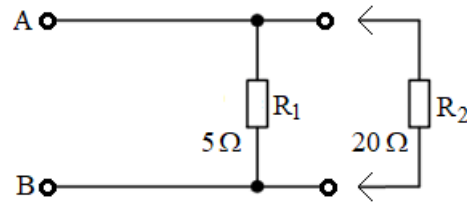


Figura c Conexión de R<sub>2</sub> a R<sub>1</sub> en paralelo.

En la figura c, en primer lugar se conecta una resistencia de 5Ω (R<sub>1</sub>) entre los bornes A y B. Si se añade paralelamente otra resistencia de 20Ω (R<sub>2</sub>) a la de 5Ω, resulta claro que la resistencia al paso de corriente entre A y B disminuirá con respecto a lo anterior. Esto es porque ahora la corriente tiene la posibilidad de seguir una trayectoria que antes no estaba disponible cuando el circuito solo tenía la resistencia de 5Ω. La fórmula b se utiliza para calcular la resistencia equivalente de múltiples resistencias conectadas en paralelo.

$$\frac{1}{R_{\text{equivalente}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad \text{b}$$

Para el caso particular en que se tienen sólo 2 resistencias en paralelo, la resistencia equivalente única se determina por medio de la ecuación c.

$$R_{\text{equivalente}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{c}$$

Considere el tema 1.8. En el caso del divisor de corriente muestre la demostración matemática de las ecuaciones b y c.

### Material y equipo utilizado

Equipo Lab-Volt  
2 Módulo de resistencia ✓

Otros:  
5 Resistencia de diferente valor óhmico  
3 Interruptor  
1 Multímetro  
Cables

### Metodología

#### Objetivo 1

1) El circuito de la figura d tiene 5 resistencias y 3 interruptores. Para cada una de las diferentes condiciones del interruptor (abierto o cerrado) dadas en la tabla a, calcule y mida el valor de la resistencia entre las terminales A y B.

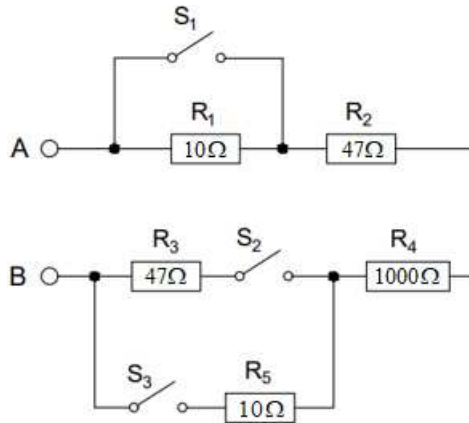


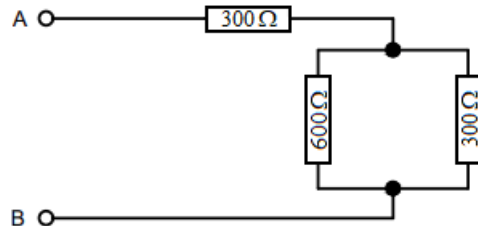
Figura d 5 resistencias y 3 interruptores.

Tabla a Condición del interruptor, cálculo y medición de la resistencia equivalente.

Interruptores (abiertos)	Interruptores (cerrados)	Cálculo y medición de la resistencia equivalente	
S <sub>1</sub>	-	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>2</sub>	-	Medición	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>3</sub>	-		R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	Medición	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>3</sub>	S <sub>1</sub>	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>	Medición	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω
S <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>	Medición	R <sub>equivalente</sub> = _____ Ω

2) Calcule y mida el valor de la única resistencia equivalente entre las terminales A y B para cada uno de los siguientes circuitos conectados en serie-paralelo (circuitos mixtos).

1



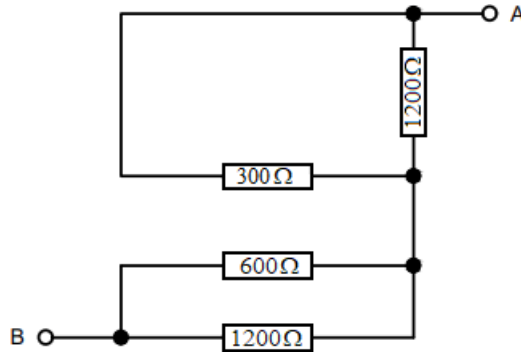
Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

2



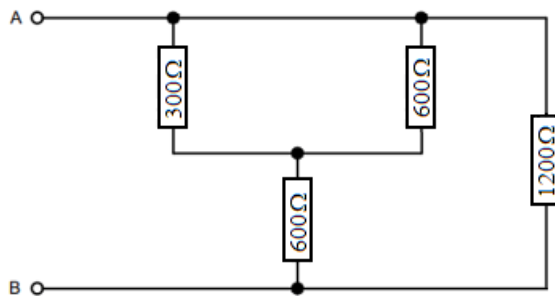
Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

3



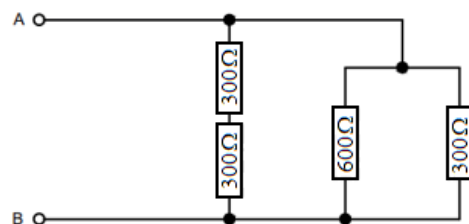
Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

4



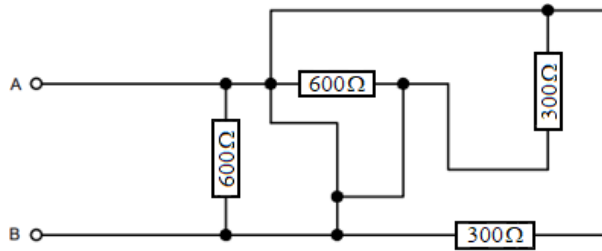
Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

5



Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = \text{_____ } \Omega$$

**P1** ¿Cuál sería la resistencia equivalente si las tres secciones del módulo de resistencia se conectaran en paralelo?

**P2** ¿Es este el valor de resistencias más bajo que se puede obtener con el módulo?

**P3** ¿Cuál es el más alto valor de resistencia que puede ofrecer el módulo?

### Sugerencias didácticas

Verifique continuidad en los interruptores y cables.

### Reporte del equipo:

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

**Referencia:**

**Diseño del complemento:  
Práctica 1**

“**Tema 1**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”  
M. C. José Alejandro Morones Alba  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

**Experimento de laboratorio No. 1 “Resistencias equivalentes en serie y en paralelo”,  
Experimento de laboratorio No. 2 “Resistencias en paralelo” y  
Experimento de laboratorio No. 3 “Resistencias en serie y en serie-paralelo”  
Experimentos base para el diseño del complemento: Práctica 1**

**EXPERIMENTOS CON EQUIPO ELÉCTRICO**

Theodore Wildi, Michael J. De Vito  
Editorial Limusa, México. 1975  
Lab-Volt, Sistemas Educativos

## Práctica 2

### Medición de potencia eléctrica en circuitos serie, paralelo y mixtos

Objetivo:

- 1 Calcular y medir la potencia eléctrica en circuitos serie, paralelo y mixtos.

### Introducción

Muestre simulaciones usando Proteus para medir tensiones, corrientes y potencias para los circuitos considerados en la metodología.

### Material y equipo utilizado

Equipo Lab-Volt

- 1 Módulo de suministro de potencia ✓
- 1 Módulo de resistencia

Otros:

- 1 Multímetro ✓
- 1 Amperímetro ✓
- 1 Wattmetro ✓
- Cables

### Metodología

#### Objetivo 1

1) Circuito serie. Considere el circuito de la figura a. Use los valores calculados del **complemento: Problema 4 inciso 4** y regístrelos en la tabla a. Conecte el circuito y mida la corriente, tensiones y potencias, registre los valores en la tabla b.

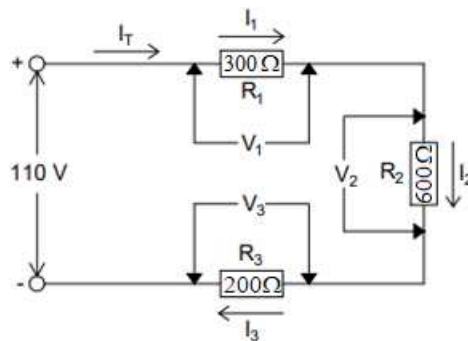


Figura a Circuito serie excitado con corriente directa.

Tabla a Valores calculados para el circuito de la figura a.

I	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
A	V	V	V	W	W	W	W

Tabla b Valores medidos para el circuito de la figura a.

I	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
A	V	V	V	W	W	W	W

2) Circuito paralelo. Considere el circuito de la figura b. Use los valores calculados del **complemento: Problema 6 inciso 3** y regístrelos en la tabla c. Conecte el circuito y mida la tensión, corrientes y potencias, registre los valores en la tabla d.

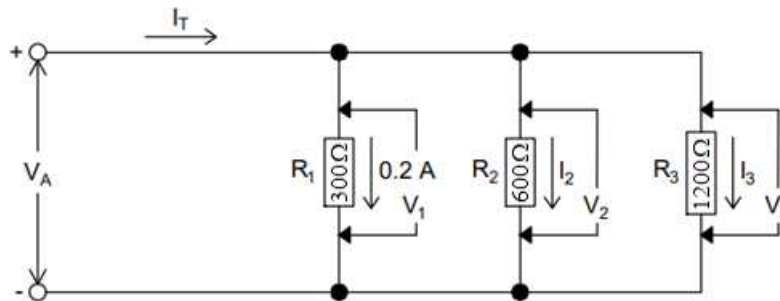


Figura b Circuito paralelo excitado con corriente directa.

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

V <sub>A</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>T</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
V	A	A	A	A	W	W	W	W
	0.2							

Tabla d Valores medidos para el circuito de la figura b.

V <sub>A</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>T</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
V	A	A	A	A	W	W	W	W
	0.2							

3) Circuito mixto. Considere el circuito de la figura c. Use los valores calculados del **complemento: Problema 6 inciso 3** y regístrelos en la tabla e. Conecte el circuito, mida las corrientes, tensiones y potencias, registre los valores en la tabla f.

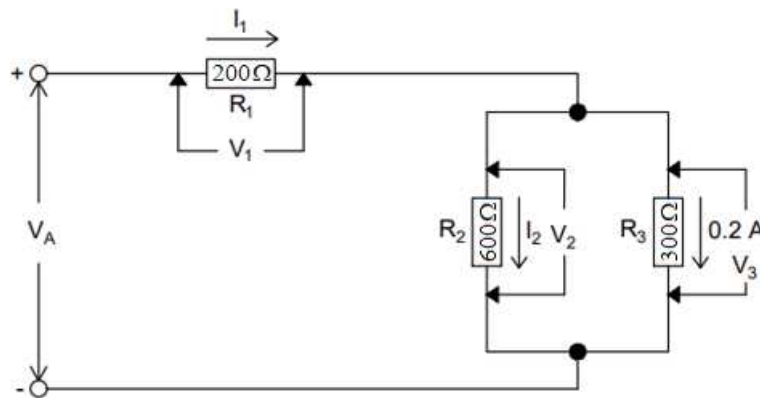


Figura c Circuito mixto excitado con corriente directa.

Tabla e Valores calculados para el circuito de la figura c.

$V_A$	$I_1 = I_T$	$I_2$	$I_3$	$V_1$	$V_2 = V_3$	$P_{R1}$	$P_{R2}$	$P_{R3}$	$P_S$
V	A	A	A	V	V	W	W	W	W
			0.2						

Tabla f Valores medidos para el circuito de la figura c.

$V_A$	$I_1 = I_T$	$I_2$	$I_3$	$V_1$	$V_2 = V_3$	$P_{R1}$	$P_{R2}$	$P_{R3}$	$P_S$
V	A	A	A	V	V	W	W	W	W
			0.2						

### Sugerencias didácticas

Verifique las conexiones y los alcances de los instrumentos de medición.

Verifique continuidad en los interruptores y cables.

### Reporte del equipo:

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

### *Referencia:*

#### **Diseño del complemento:**

#### **Práctica 2**

“**Tema 1**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del

Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

**Experimento de laboratorio No. 2 “Resistencias en paralelo” y  
Experimento de laboratorio No. 3 “Resistencias en serie y en serie-paralelo”**

**Experimentos base para el diseño del complemento: Práctica 2**

*EXPERIMENTOS CON EQUIPO ELÉCTRICO*

Theodore Wildi, Michael J. De Vito

Editorial Limusa, México. 1975

Lab-Volt, Sistemas Educativos

### Práctica 3

#### Transformaciones $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 1**.

Objetivo:

- 1 Medir la resistencia óhmica para un cubo y los primeros tres equivalentes.

#### Material y equipo utilizado

- 1 Multímetro
- 12 Resistencia de carbón 100 $\Omega$
- Cables

#### Metodología

##### Objetivo 1

- 1) Considere el circuito de la figura a, calcule la resistencia  $R_{ab}$  y muestre el valor en la tabla a.

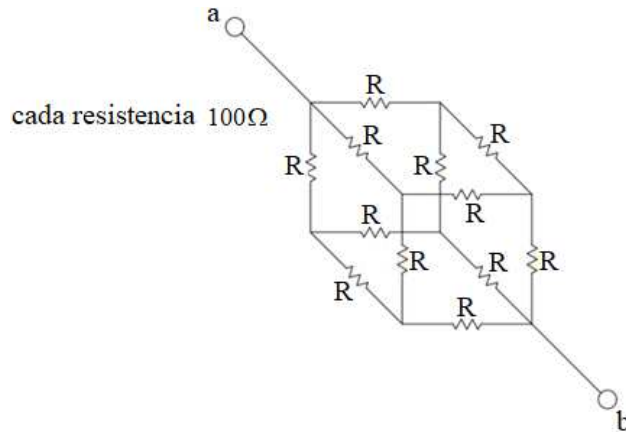


Figura a Cubo de resistencias.

Calcule y mida la resistencia entre las terminales a y b, registre los valores en la tabla a. Muestre en la figura b la fotografía del circuito indicando las terminales a y b.

Tabla a Resistencia del cubo.

$R_{teoría}$	$R_{práctica}$
$\Omega$	$\Omega$

#### Insertar figura

Figura b Cubo de resistencias, cada resistencia 100 $\Omega$ .

Mida la resistencia del primer equivalente (figura c), registre el valor en la tabla b. Muestre en la figura d la fotografía del primer equivalente indicando las terminales a y b.

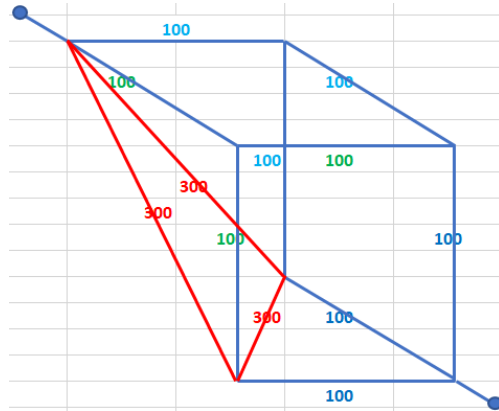


Figura c Primer equivalente.

Tabla b Resistencia del primer equivalente.

R
$\Omega$

**Insertar figura**

Figura d Primer equivalente.

Mida la resistencia del segundo equivalente (figura e), registre el valor en la tabla c. Muestre en la figura f la fotografía del segundo equivalente indicando las terminales a y b.

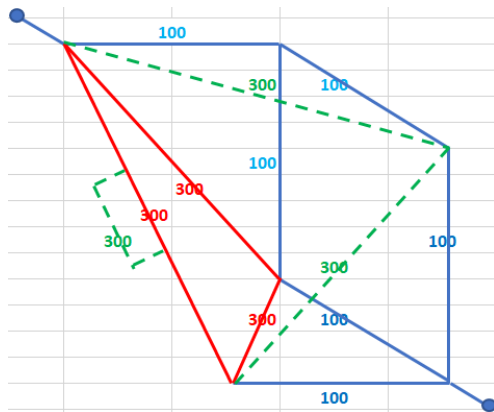


Figura e Segundo equivalente.

Tabla c Resistencia del segundo equivalente.

R
$\Omega$

**Insertar figura**

Figura f Segundo equivalente.

Mida la resistencia del tercer equivalente (figura g), registre el valor en la tabla d. Muestre en la figura h la fotografía del tercer equivalente indicando las terminales a y b.

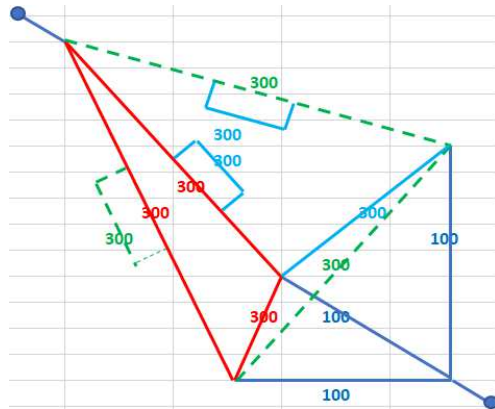


Figura g Tercer equivalente.

Tabla d Resistencia del tercer equivalente.

R
$\Omega$

**Insertar figura**

Figura h Tercer equivalente.

**Sugerencias didácticas**

Analice el **complemento: Reto 1** para construir correctamente los equivalentes solicitados en este complemento.

**Reporte del equipo:**

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio. Para este complemento:

**Discusión de resultados:**

40%

**Conclusiones**

20%

**Demostración práctica**

20%

20%

**Referencia:**

**Diseño del complemento:**

**Práctica 3**

“**Tema 1**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del

Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

## **Anexo**

### **Solución de las prácticas de laboratorio**

**Práctica 1**  
*Circuitos serie, paralelo y mixtos*

**Discusión de resultados:**

**Objetivo 1**

1)

Tabla a Condición del interruptor, cálculo y medición de la resistencia equivalente.

Interruptores (abiertos)	Interruptores (cerrados)	Cálculo y medición de la resistencia equivalente	
S <sub>1</sub>	-	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = ∞ Ω
S <sub>2</sub>	-	Medición	R <sub>equivalente</sub> = ∞ Ω
S <sub>3</sub>	-		R <sub>equivalente</sub> = ∞ Ω
S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = 1067 Ω
S <sub>2</sub>		Medición	R <sub>equivalente</sub> = 1064 Ω
S <sub>3</sub>	S <sub>1</sub>	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = 1094 Ω
	S <sub>2</sub>	Medición	R <sub>equivalente</sub> = 1092.7 Ω
S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	Cálculo	R <sub>equivalente</sub> = 1104 Ω
S <sub>3</sub>		Medición	R <sub>equivalente</sub> = 1104.6 Ω

2)

1

Cálculo  
 R<sub>equivalente</sub> = 500 Ω

Medición  
 R<sub>equivalente</sub> = 502 Ω

2

Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = 640 \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = 638.6 \Omega$$

3

Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = 480 \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = 477 \Omega$$

4

Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = 150 \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = 151.5 \Omega$$

5

Cálculo

$$R_{\text{equivalente}} = 0 \Omega$$

Medición

$$R_{\text{equivalente}} = 0 \Omega$$

**P1** ¿Cuál sería la resistencia equivalente si las tres secciones del módulo de resistencia se conectaran en paralelo? **57.142Ω.**

**P2** ¿Es este el valor de resistencias más bajo que se puede obtener con el módulo? **Si.**

**P3** ¿Cuál es el más alto valor de resistencia que puede ofrecer el módulo? **3600Ω.**

## Práctica 2

### *Medición de potencia eléctrica en circuitos serie, paralelo y mixtos*

#### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

1)

Tabla a Valores calculados para el circuito de la figura a.

I	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
A	V	V	V	W	W	W	W
0.1	30	60	20	3	6	2	11

Tabla b Valores medidos para el circuito de la figura a.

I	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
A	V	V	V	W	W	W	W
0.09	29.9	60	19.4	3.2	5.9	2.1	11.3

2)

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

V <sub>A</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>T</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
V	A	A	A	A	W	W	W	W
60	0.2	0.1	0.05	0.35	12	6	3	21

Tabla d Valores medidos para el circuito de la figura b.

V <sub>A</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>T</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
V	A	A	A	A	W	W	W	W
60.2	0.2	0.09	0.055	0.36	11.9	6.2	3	21.4

3)

Tabla e Valores calculados para el circuito de la figura c.

V <sub>A</sub>	I <sub>1</sub> = I <sub>T</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub> = V <sub>3</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
V	A	A	A	V	V	W	W	W	W
120	0.3	0.1	0.2	60	60	18	6	12	36

Tabla f Valores medidos para el circuito de la figura c.

V <sub>A</sub>	I <sub>1</sub> = I <sub>T</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub> = V <sub>3</sub>	P <sub>R1</sub>	P <sub>R2</sub>	P <sub>R3</sub>	P <sub>S</sub>
V	A	A	A	V	V	W	W	W	W
119.7	0.29	0.09	0.19	59	59.7	17.8	5.9	11.9	35.6

### Práctica 3

#### Transformaciones $\Delta$ -Y y Y- $\Delta$

#### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

1)

Tabla a Resistencia del cubo.

$R_{teoría}$	$R_{práctica}$
$\Omega$	$\Omega$
83.333	82.9

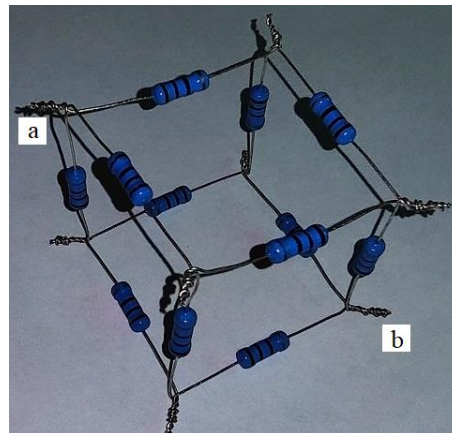


Figura b Cubo de resistencias, cada resistencia  $100\Omega$ .

Tabla b Resistencia del primer equivalente.

R
$\Omega$
82.7

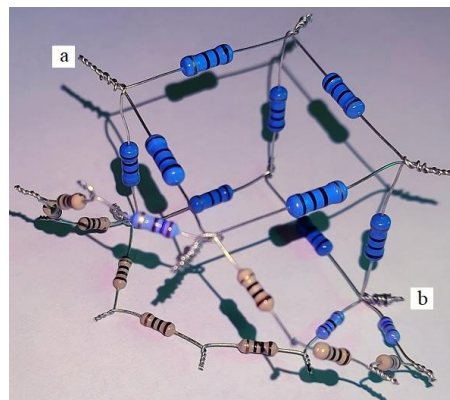


Figura d Primer equivalente.

Tabla c Resistencia del segundo equivalente.

R
$\Omega$
83.7

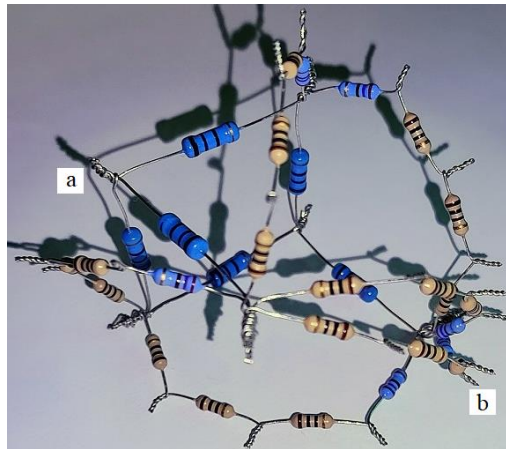


Figura f Segundo equivalente.

Tabla d Resistencia del tercer equivalente.

R
$\Omega$
83.5

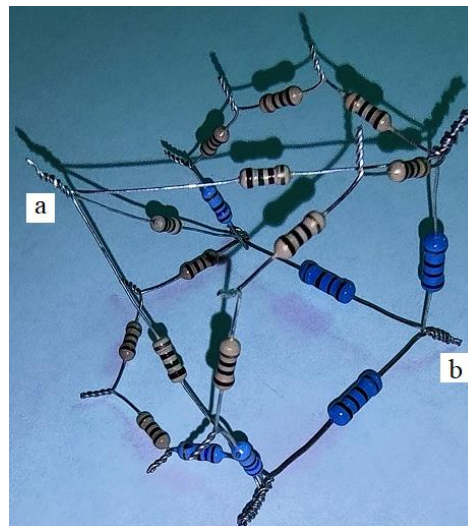
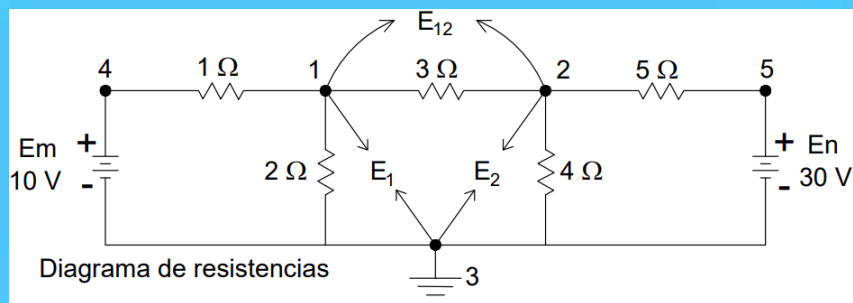


Figura h Tercer equivalente.

## Tema 2

### “Técnicas para el análisis de circuitos”



## 2.1 Topología de redes

En el tema I consideramos métodos de análisis de circuitos sencillos, de los cuales recordemos que son aquellos que pueden describirse mediante una sola ecuación. El análisis de circuitos más generales está vinculado con la solución de un conjunto de ecuaciones simultáneas como se verá durante la unidad.

En este tema, analizaremos métodos sistemáticos para elaborar y resolver las ecuaciones que se presentan en el análisis de circuitos más complejos. Tomaremos en cuenta dos métodos generales: el primero, fundamentado en la ley de voltajes de Kirchhoff (método: análisis de mallas o corrientes cíclicas de Maxwell) y el segundo, basado en la ley de corrientes de Kirchhoff (método: análisis a través de las tensiones en los nodos o análisis nodal). La LVK produce ecuaciones en las que las incógnitas son las corrientes, mientras que la LCK produce ecuaciones con voltajes como incógnitas.

## 2.2 Método de mallas. Eslabones y análisis de lazos.

Se escogen lazos cerrados o mallas al principio para usar este método, a los cuales se les asigna una corriente eléctrica. Estos lazos o mallas se conocen como corrientes de malla o corrientes cíclicas de Maxwell.

Dado que las corrientes de malla son las incógnitas del circuito que se va a estudiar, se utilizan las ecuaciones descriptivas obtenidas al aplicar la LVK a las mallas. Cuando se aplica la LVK a una malla, se obtiene una ecuación de malla, es decir, una ecuación que relaciona las corrientes de dicha malla.

Considere el siguiente circuito de la figura 1.

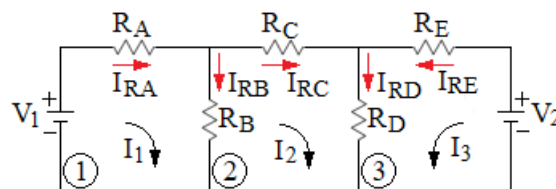


Figura 1 Circuito de 3 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Se entiende por corriente de malla a aquella que circula alrededor de una malla. La corriente de malla tiene la posibilidad de ser la corriente total en un elemento de la misma o bien una parte de ella. Las corrientes del circuito son  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , y sus direcciones se indican. Las corrientes de los elementos son la suma de las corrientes de malla, es decir:

Análisis:

$$\text{en } R_A \Rightarrow I_1 = I_{RA} \quad , \quad I_{RA} = I_{RB} + I_{RC}$$

$$\text{en } R_C \Rightarrow I_2 = I_{RC}$$

$$\text{en } R_B \Rightarrow I_{RB} = I_1 - I_2 = I_{RA} - I_{RC}$$

$$\text{en } R_E \Rightarrow I_3 = I_{RE}$$

$$\text{en } R_D \Rightarrow I_{RD} = I_{RC} + I_{RE} \quad , \quad I_{RD} = I_2 + I_3 = I_{RC} + I_{RD}$$

Las ecuaciones de malla del circuito de la figura a son:

$$R_A I_1 + R_B (I_1 - I_2) = V_1$$

$$R_C I_2 + R_D (I_2 + I_3) + R_B (I_2 - I_1) = 0$$

$$R_E I_3 + R_D (I_3 + I_2) = V_2 \text{ ————— } 1$$

El método abreviado para escribir las ecuaciones de malla es:

$$(R_A + R_B) I_1 - R_B I_2 = V_1$$

$$(R_B + R_C + R_D) I_2 - R_B I_1 + R_D I_3 = 0$$

$$(R_D + R_E) I_3 + R_D I_2 = V_2 \text{ ————— } 2$$

Planteamiento en forma general:

$$\left. \begin{aligned} R_{11} I_1 \pm R_{12} I_2 \pm R_{13} I_3 &= V_1 \\ \pm R_{21} I_1 + R_{22} I_2 \pm R_{23} I_3 &= V_2 \\ \pm R_{31} I_1 \pm R_{32} I_2 + R_{33} I_3 &= V_3 \end{aligned} \right\} 3$$

Donde:

$R_{11}$  Resistencia propia de la malla e igual a la suma de las resistencias por las que circula la corriente  $I_1$ .

$R_{12}$  Resistencia de la malla 1,2 e igual a la suma de las resistencias de la rama común a las mallas 1 y 2.

**"Resolver un circuito es encontrar las intensidades con sus direcciones de circulación encada una de las ramas o calcular las caídas de tensión en cada uno de los componentes del circuito".**

De acuerdo con el modelo matemático propuesto, se suponen corrientes de malla y se determinan las corrientes de malla.

*Regla de Cramer*

Este método es aplicable únicamente en sistemas lineales no homogéneos, en los cuales el número de variables sea igual al número de ecuaciones y además debiendo ser un sistema compatible y determinado.

“Si un sistema de ecuaciones lineales tiene solución, le daremos nombre de compatible o consistente”, “En caso de admitir una solución se dice que el sistema es determinado”.

De acuerdo con la regla de Cramer, la solución del sistema está indicada por las siguientes relaciones:

$$X_1 = \frac{|A_1|}{|A|}, X_2 = \frac{|A_2|}{|A|}, \dots, X_n = \frac{|A_n|}{|A|}$$

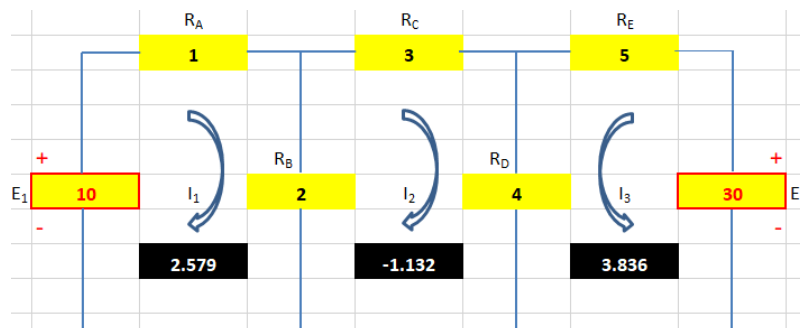
Donde  $|A|$  es el determinante formado con los coeficientes de las variables y  $|A_n|$  es el determinante que se obtiene de reemplazar la  $n$ -ésima columna de  $|A|$  por la columna de los términos independientes.

### Ejemplo 1 Corrientes de malla.

- Considere el circuito de la figura 1 y suponga que  $R_A = 1\Omega$ ,  $R_B = 2\Omega$ ,  $R_C = 3\Omega$ ,  $R_D = 4\Omega$ ,  $R_E = 5\Omega$ ,  $V_1 = 10V$  y  $V_2 = 30V$ . Determine las corrientes de malla y las corrientes en cada elemento.
- Compruebe empleando la LVK.

### Solución:

Considere las siguientes direcciones de las corrientes de malla.



Planteamiento:

$$\begin{aligned} 3I_1 - 2I_2 + 0I_3 &= 10 \\ -2I_1 + 9I_2 + 4I_3 &= 0 \\ 0I_1 + 4I_2 + 9I_3 &= 30 \end{aligned}$$

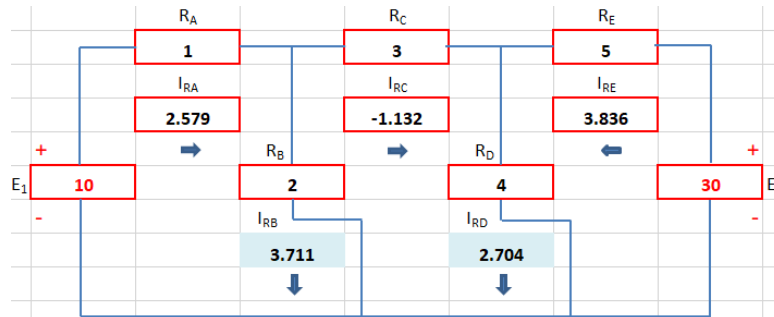
Corrientes de malla:

$$I_1 = 2.578A \quad I_2 = -1.132A \quad I_3 = 3.836A$$

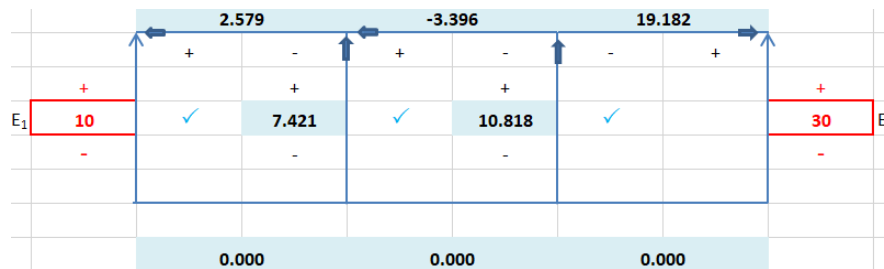
Corrientes en los elementos resistivos:

$$I_{R_1} = I_1 = 2.578A \quad I_{R_2} = I_1 - I_2 = 3.71A \quad I_{R_3} = I_2 = -1.132A$$

$$I_{R_4} = I_2 + I_3 = 2.704A \quad I_{R_5} = I_3 = 3.836A$$

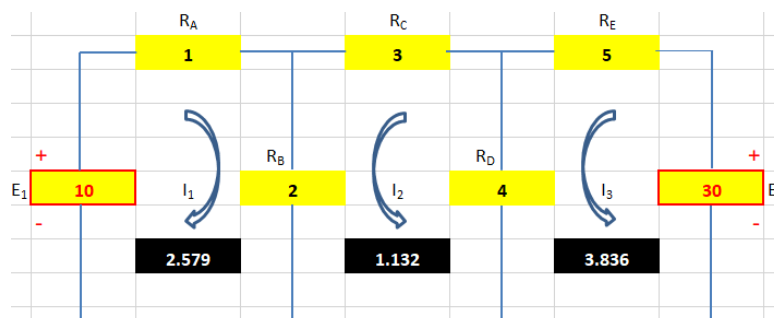


Comprobación.



Cambio en la dirección de la corriente de malla  $I_2$ .

Solución:



Planteamiento.

$$3I_1 + 2I_2 + 0I_3 = 10$$

$$2I_1 + 9I_2 - 4I_3 = 0$$

$$0I_1 - 4I_2 + 9I_3 = 30$$

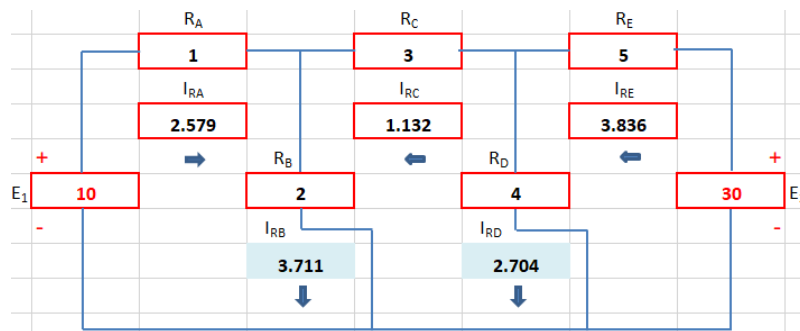
Corrientes de malla.

$$I_1 = 2.578 \text{ A} \quad I_2 = 1.132 \text{ A} \quad I_3 = 3.836 \text{ A}$$

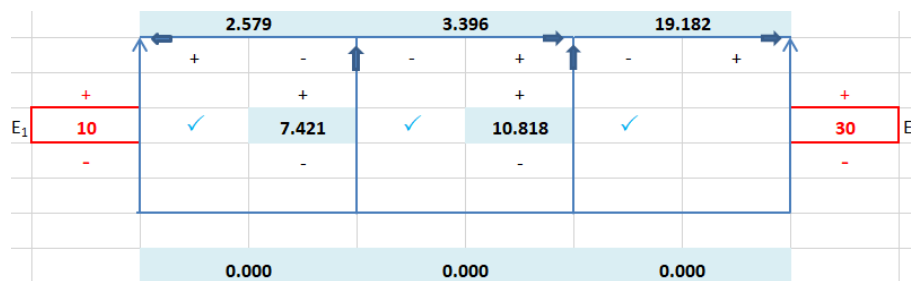
Corrientes en los elementos resistivos.

$$I_{R_1} = I_1 = 2.578 \text{ A} \quad I_{R_2} = I_1 + I_2 = 3.71 \text{ A} \quad I_{R_3} = I_2 = 1.132 \text{ A}$$

$$I_{R_4} = I_2 + I_3 = 2.704 \text{ A} \quad I_{R_5} = I_3 = 3.836 \text{ A}$$

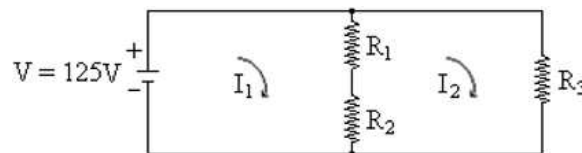


Comprobación.



Ejemplo 2 Corrientes de malla.

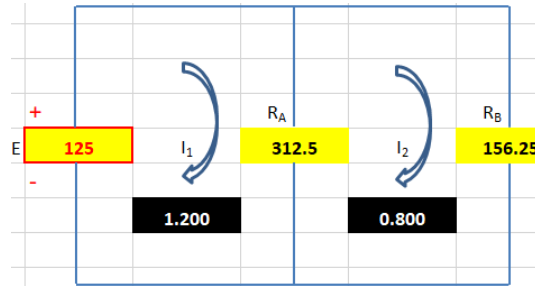
Considere el circuito mixto de la figura 2. Determine las corrientes de malla, las corrientes en cada elemento y compruebe.



$$R_1 = R_2 = R_3 = 156.25 \Omega$$

Figura 2 Circuito mixto.

Solución:



$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_2)I_1 - (R_1 + R_2)I_2 &= V \\ -(R_1 + R_2)I_1 + (R_1 + R_2 + R_3)I_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{Ecuaciones de malla}$$

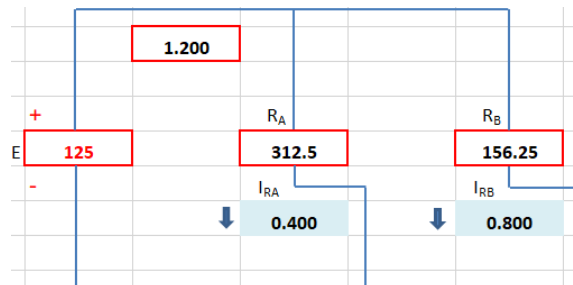
Aplicando la regla de Cramer:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V & -(R_1 + R_2) \\ 0 & (R_1 + R_2 + R_3) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + R_2) & -(R_1 + R_2) \\ -(R_1 + R_2) & (R_1 + R_2 + R_3) \end{vmatrix}}$$

$$I_1 = 1.2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} (R_1 + R_2) & V \\ -(R_1 + R_2) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + R_2) & -(R_1 + R_2) \\ -(R_1 + R_2) & (R_1 + R_2 + R_3) \end{vmatrix}}$$

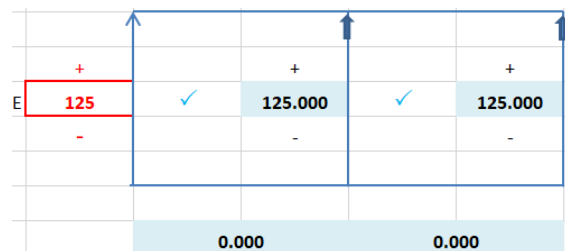
$$I_2 = 0.8 \text{ A}$$



La corriente total es  $I_1$ .

La corriente a través de  $R_1$  y  $R_2$  es:  $I_1 - I_2 = 0.4\text{A}$ . Y la corriente a través de  $R_3$  es  $I_2$ .

Comprobación.



### 2.3 Método de nodos. Análisis general de nodos.

Este método consiste en calcular las tensiones en los nodos principales respecto al nodo de referencia. En un circuito con N nodos, existirán N-1 nodos principales, de los cuales algunos pueden ser conocidos si se tienen fuentes de voltaje.

Se conoce como tierra al nodo de referencia, que está en potencial cero o tierra, y los nodos principales pueden tener un potencial superior a cero.

Dado que las tensiones en los nodos son las incógnitas del circuito, se consiguen las ecuaciones descriptivas utilizando la LCK en dichos nodos. La utilización de la LCK en un nodo principal genera una ecuación de este tipo, es decir, una ecuación que relaciona las tensiones del mismo.

Suponemos que todas las corrientes fluyen desde los nodos principales para resolver un circuito utilizando este método.

Considere el siguiente circuito de la figura 3.

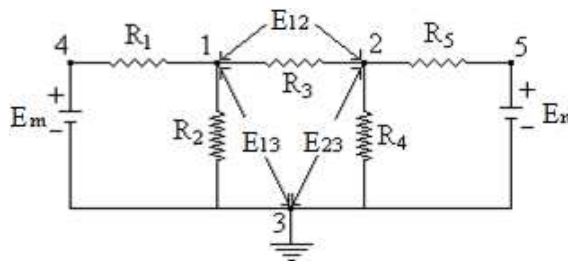


Figura 3 Circuito de 3 mallas y 2 fuentes de alimentación.

- 1 y 2 Nodos principales desconocidos
- 4 y 5 Nodos principales conocidos
- 3 Nodo de referencia

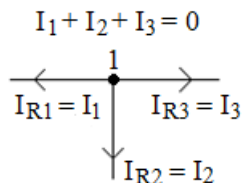
$$E_{12} = E_1 - E_2 \quad (\text{la existencia de un voltaje se define entre 2 nodos})$$

La corriente en la resistencia 3 es  $I_{R_3} = \frac{E_{12}}{R_3}$ . En forma análoga:

$$E_{13} = E_1 - E_3 \quad I_{R_2} = \frac{E_1}{R_2} \quad E_{23} = E_2 - E_3 \quad I_{R_4} = \frac{E_2}{R_4}$$

Análisis:

Aplicando la LCK al nodo 1, se tiene:



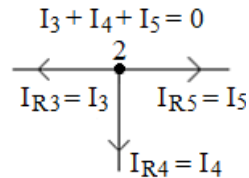
$$\frac{E_{1m}}{R_1} + \frac{E_1}{R_2} + \frac{E_{12}}{R_3} = 0$$

$$\frac{E_1 - E_m}{R_1} + \frac{E_1}{R_2} + \frac{E_1 - E_2}{R_3} = 0$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)E_1 - \frac{1}{R_3}E_2 = \frac{1}{R_1}E_m$$

$$(G_1 + G_2 + G_3)E_1 - G_3E_2 = G_1E_m \quad \text{--- 4}$$

Aplicando la LCK al nodo 2, se tiene:

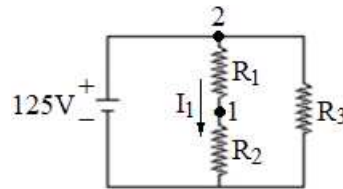


$$(G_3 + G_4 + G_5)E_2 - G_3E_1 = G_5E_n \quad \text{--- 5}$$

4 y 5 son las ecuaciones de nodo y forman un sistema de ecuaciones lineales, donde las incógnitas son  $E_1$  y  $E_2$ .

### Ejemplo 3 Tensiones en los nodos.

Para el circuito de la figura 5 determine la tensión de nodo y las corrientes en cada resistencia.



$$R_1 = R_2 = R_3 = 156.25\Omega$$

Figura 5 Circuito paralelo.

Solución:



$$\frac{E_{12}}{R_1} + \frac{E_1}{R_2} = 0$$

$$\frac{E_1 - E_2}{R_1} + \frac{E_1}{R_2} = 0$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)E_1 = \frac{1}{R_1}E_2$$

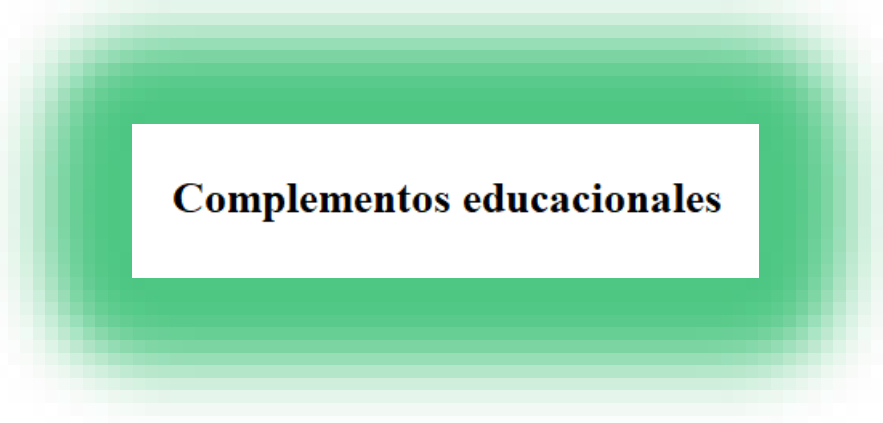
$$E_1 = 62.5V$$

$$I_{R1} = \frac{E_{21}}{R_1} = \frac{125 - 62.5}{156.25} = 0.4A$$

$$I_{R2} = \frac{62.5}{156.25} = 0.4A$$

$$I_{R3} = \frac{125}{156.25} = 0.8A$$

$$I_T = 1.2A$$



**Complementos educativos**



**Tema 2**

**Aprendizaje basado en problemas**

**Referencias:**

**Diseño del complemento:  
 Problema 1 y 2**

“**Tema 1**” de la asignatura “**Máquinas Eléctricas**”  
 M. C. José Alejandro Morones Alba  
 Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
 Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

**Problema 1 Método de mallas**

Para los circuitos de las figuras i, ii y iii a) Determine las corrientes de malla y las corrientes en cada resistencia y b) Compruebe aplicando la LVK.

1)

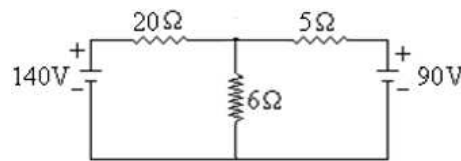
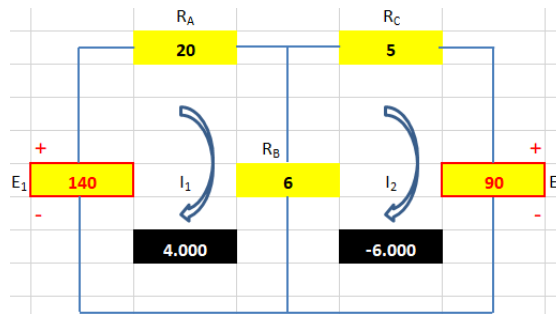


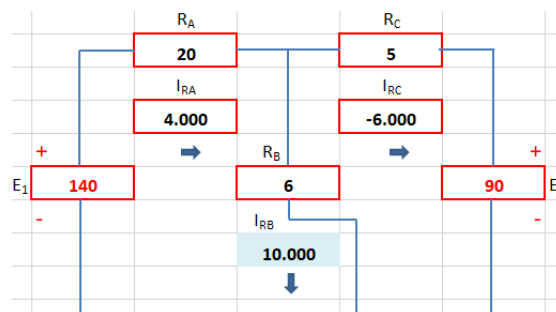
Figura i

**Solución:**

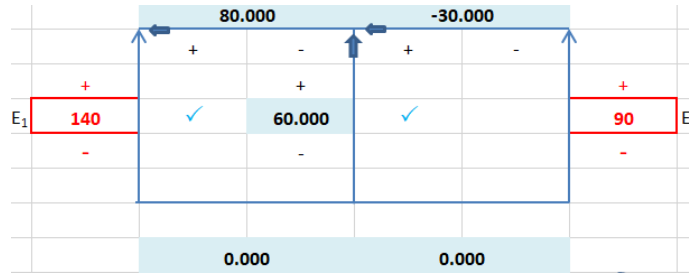
a)



26	$I_1$	-6	$I_2$	=	140
-6	$I_1$	11	$I_2$	=	-90



b)



2)

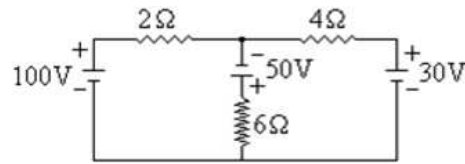
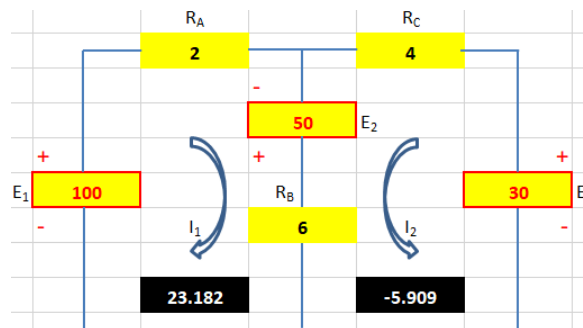


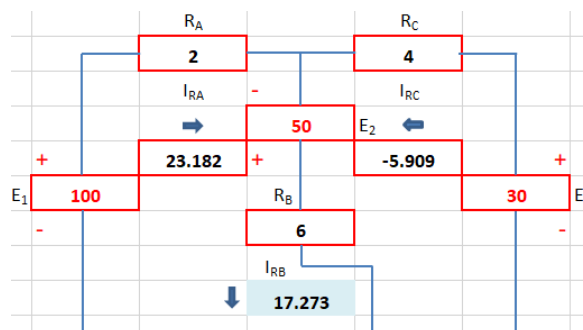
Figura ii

Solución:

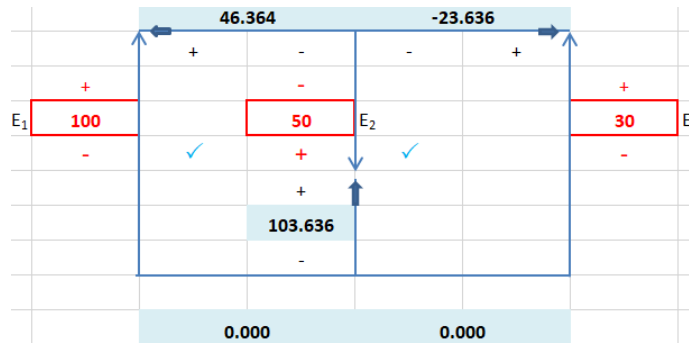
a)



8	$I_1$	6	$I_2$	=	150
6	$I_1$	10	$I_2$	=	80



b)



3)

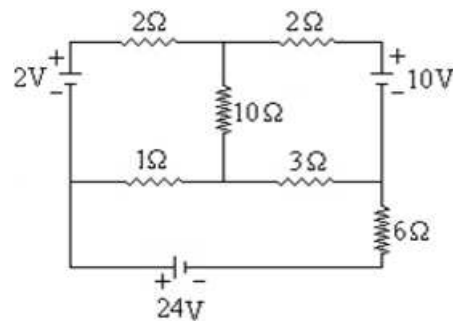
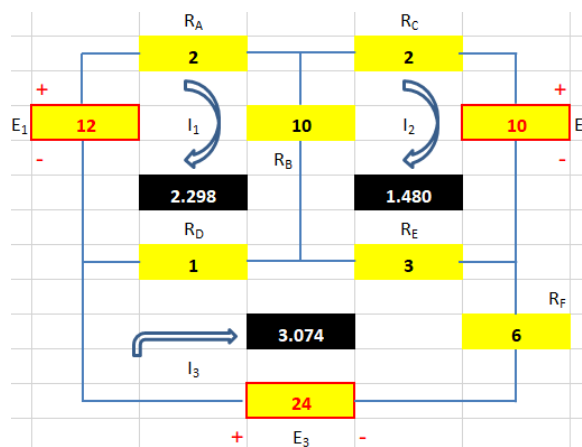


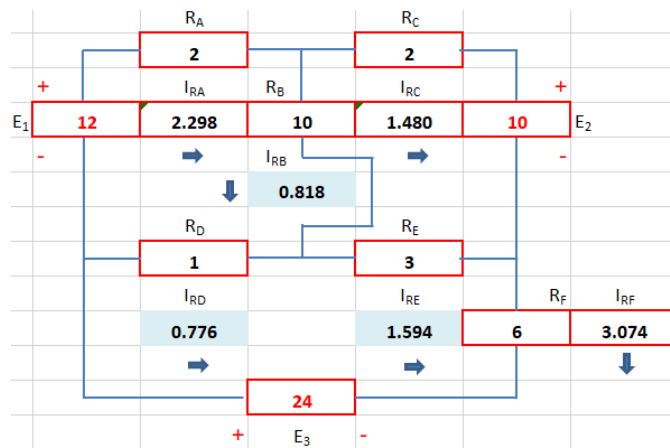
Figura iii

Solución:

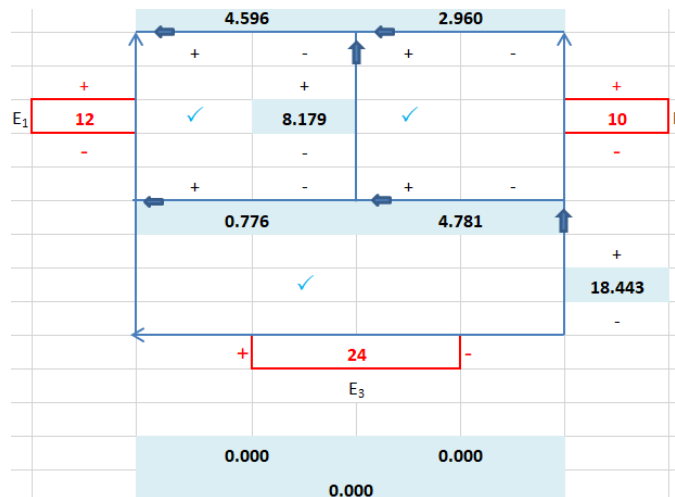
a)



13	$I_1$	-10	$I_2$	-1	$I_3$	=	12
-10	$I_1$	15	$I_2$	-3	$I_3$	=	-10
-1	$I_1$	-3	$I_2$	10	$I_3$	=	24



b)



**Problema 2 Método de nodos**

Para el circuito de la figura iv determine la tensión de nodo y las corrientes en cada resistencia.

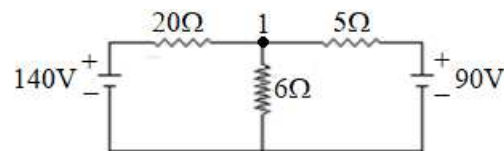
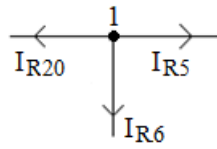


Figura iv

**Solución:**



$$\frac{E_{1m}}{20} + \frac{E_1}{6} + \frac{E_{1n}}{5} = 0$$

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right) E_1 = \frac{140}{20} + \frac{90}{5}$$

$$E_1 = 60V$$

$$I_{R6} = \frac{60}{6} = 10A$$

$$I_{R20} = \frac{140 - 60}{20} = 4A$$

$$I_{R5} = \frac{90 - 60}{5} = 6A$$

Aprendizaje basado en retos

Referencia:

Diseño del complemento:  
 Reto 1 y 2

“Tema 2” de la asignatura “Circuitos Eléctricos I”  
 M. C. José Alejandro Morones Alba  
 Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
 Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

Cualquier herramienta computacional se diseña en términos de un modelo matemático. La frase “construcción de la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente el estudiante construye la herramienta computacional, obviamente el profesor revisa y corrige (si hubiera errores) el trabajo del estudiante hasta que concreta lo que el profesor ha definido como final.

Reto 1 Construcción de la herramienta computacional “método de mallas”

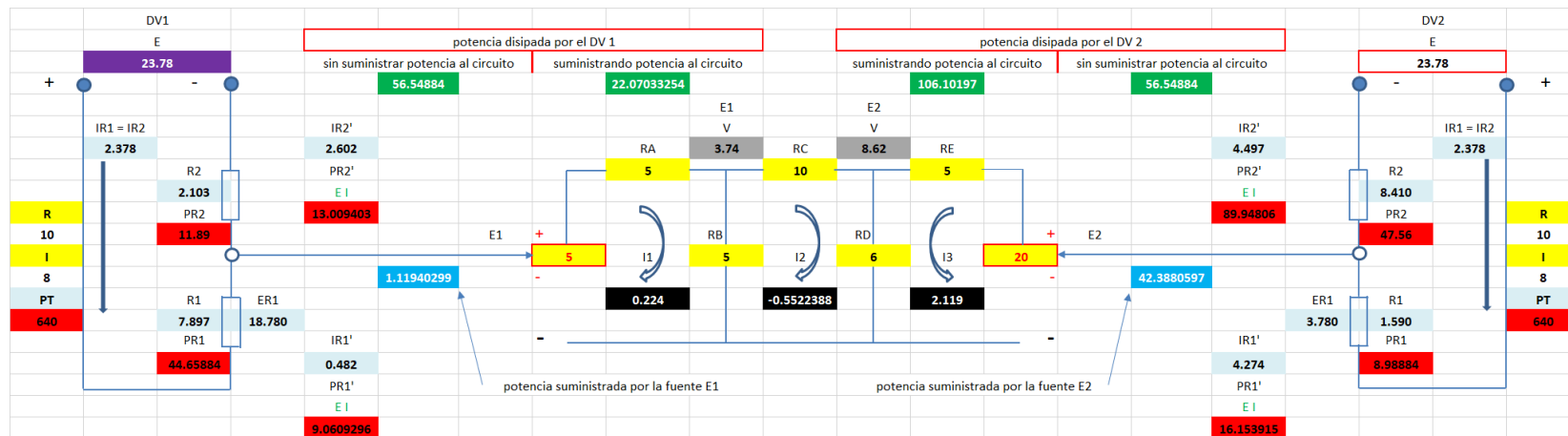


Figura viii Diseño de la herramienta computacional del complemento: Reto 1.

Esta herramienta computacional permite analizar el **complemento: Práctica 1** y resuelve el circuito de la figura 1. La herramienta computacional considera 2 divisores de tensión a conectar al circuito de la figura 1. La figura **viii** muestra el diseño de esta herramienta computacional, los voltajes de las fuentes  $E_1$  y  $E_2$  y los valores de las resistencias del circuito a analizar están disponibles en el laboratorio.

La figura **ix** muestra las potencias del circuito.

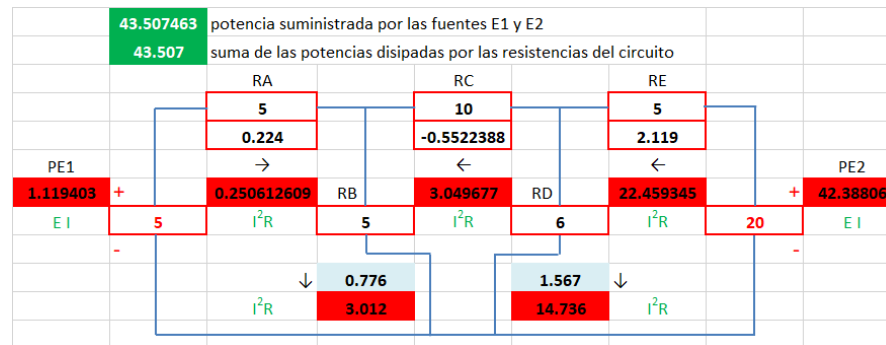


Figura ix Potencias del circuito.

La figura **x** muestra la comprobación.

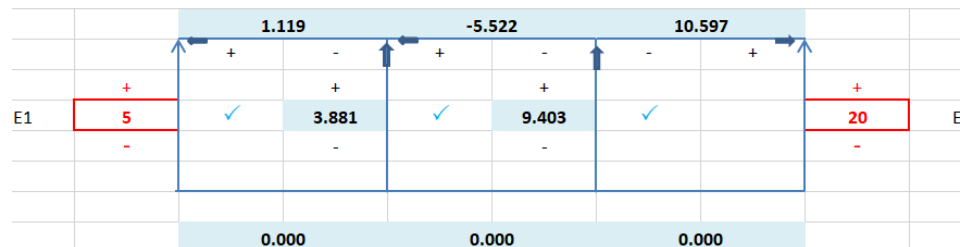


Figura x Comprobación.

**Reto 2 Construcción de la herramienta computacional “método de nodos”**

Esta herramienta computacional permite analizar el **complemento: Práctica 2** y resuelve el circuito de la figura 3. La figura xi muestra el diseño de la herramienta computacional, observe como los valores de las fuentes  $E_1$  y  $E_2$  y los parámetros del circuito son los mismos que los circuito de la figura 1, por lo que el análisis de los divisores de tensión es el mismo. La herramienta computacional permite hacer corrección en los elementos resistivos por efecto de temperatura.

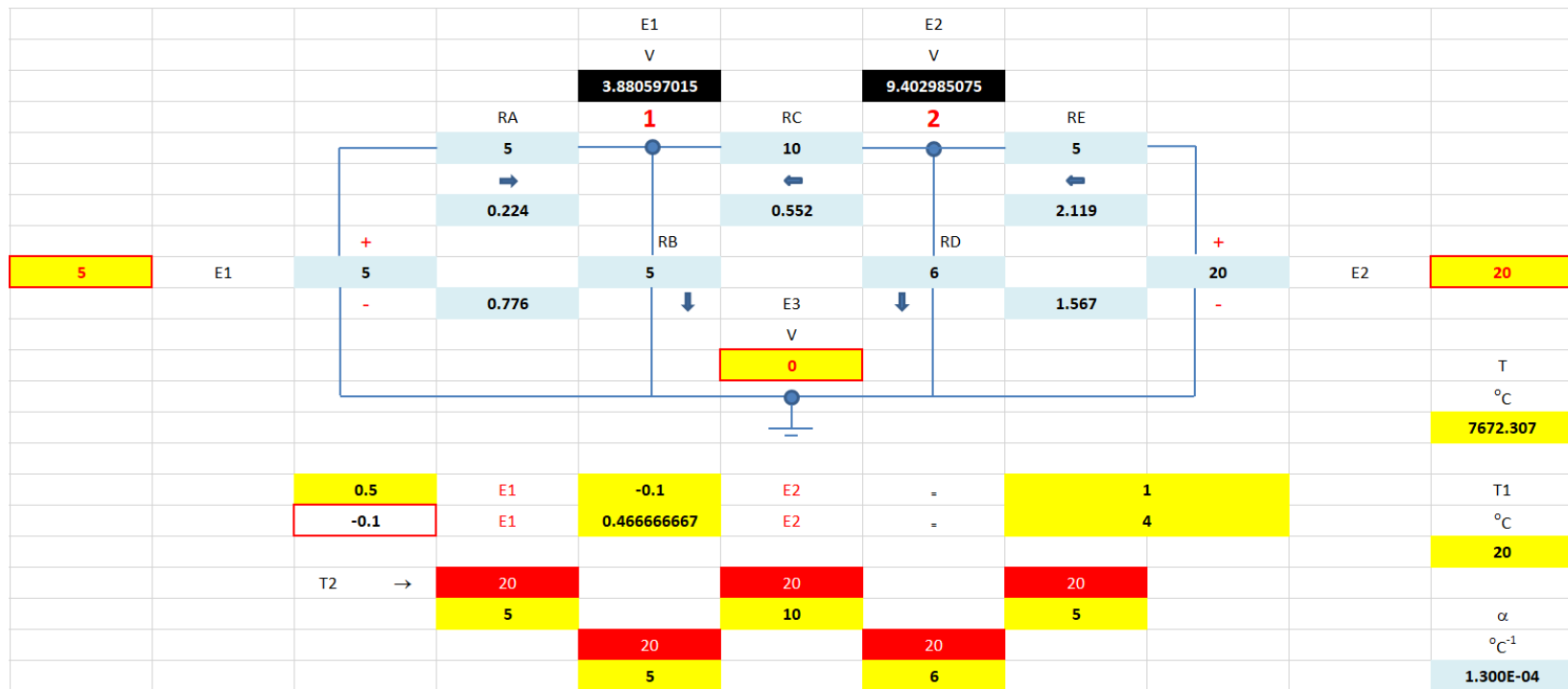


Figura xi Diseño de la herramienta computacional del **complemento: Reto 2**.

Matemáticamente es posible suponer que la tensión del nodo de referencia sea diferente de 0. Los resultados se muestran en la figura xii.

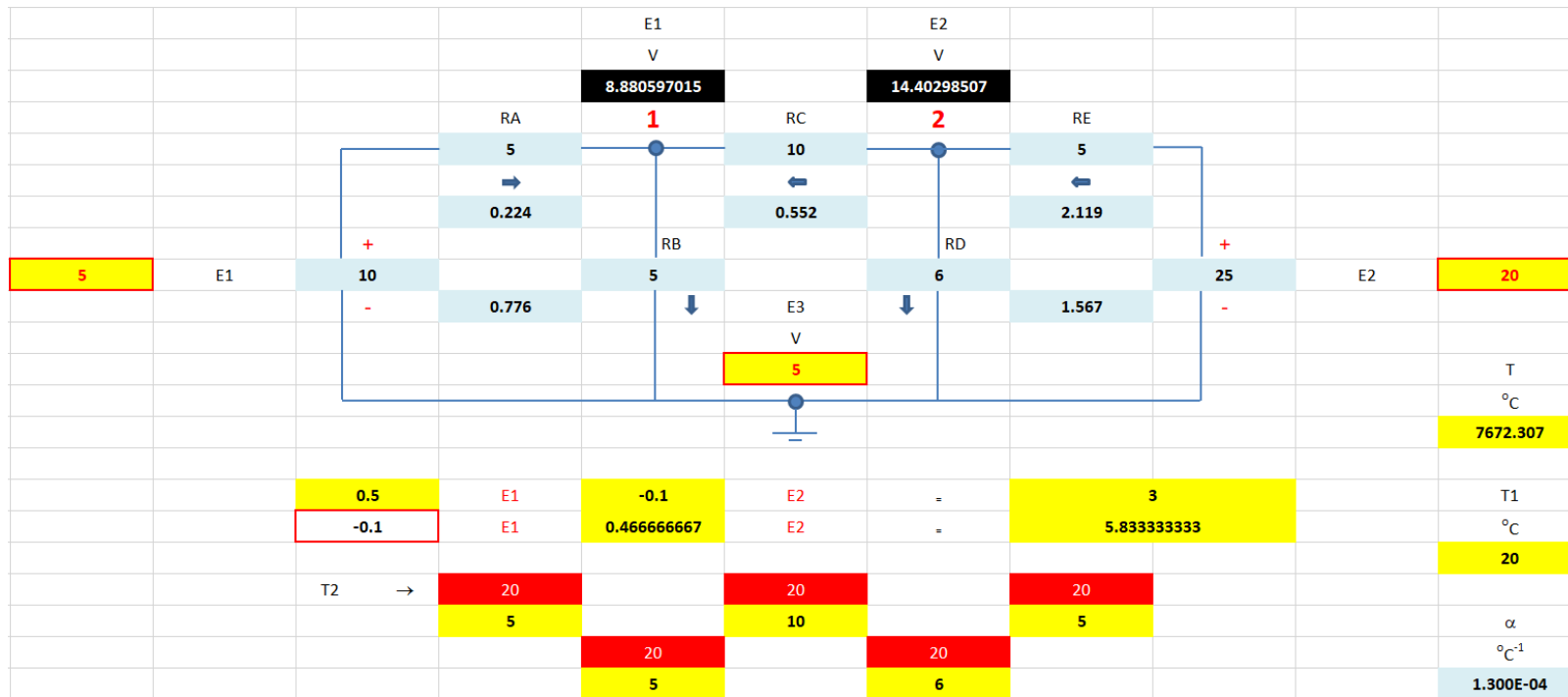


Figura xii El voltaje del nodo de referencia es diferente de 0.

Observe como los voltajes de las fuentes  $E_1$  y  $E_2$  y las tensiones de nodo subieron 5V (obviamente no son valores reales); sin embargo, las corrientes en los elementos resistivos son iguales que las corrientes de la figura ix.

## Rúbrica para evaluar las prácticas de laboratorio

### Portada

La portada debe contener:

1. Nombre de la institución
2. Carrera
3. Número y nombre la práctica
4. Nombre de los estudiantes
5. Nombre del profesor
6. Fecha de entrega

En el encabezado aparece mi nombre, esto es así porque un servidor diseño la propuesta. Cuando ustedes envíen su documento deberán quitar mi nombre e incluir el encabezado (si desean incluirlo), pie de página (si desean incluirlo), logotipos (si desean incluirlos).

### **Introducción**

Lo que se indique en la práctica.

20%

### **Objetivos**

Incluir los objetivos indicados en la práctica.

### **Material y equipo**

Incluir la lista indicada en la práctica mencionando las especificaciones técnicas del equipo.

### **Discusión de resultados:**

Al reportar resultados calculados de las prácticas de laboratorio deben utilizar 3 cifras de precisión.

1 Deben respetar la propuesta metodológica de la práctica para mostrar resultados sin tener que repetir la redacción de los procedimientos y sin mostrar los circuitos eléctricos.

30%

2 Deben hacer observaciones (2 o más por objetivo) de los experimentos propuestos en los procedimientos (*esta redacción es en equipo*). Estas observaciones se indican en cada objetivo.

10%

### **Conclusiones**

Deben incluir conclusiones por objetivos y son individuales.

Cada conclusión debe ser redactada en un párrafo de 5 renglones completos (el espaciamento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman).

La conclusión es una redacción técnica haciendo referencia a la introducción, ecuaciones, cálculos y comportamientos gráficos.

20%

### **Demostración práctica**

Deben redactar en cada objetivo (sin incluir diagramas eléctricos, cálculos, etc) que fue lo que se hizo y que interpretas de la demostración práctica del objetivo (*esta redacción es en equipo*). Cada demostración práctica debe ser redactada en un párrafo de 8 renglones completos (el espaciamento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman). Esta sección depende de lo que haga un servidor en las demostraciones prácticas ejecutadas en el laboratorio.

20%

## Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio

### Práctica 1

#### Método de mallas

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 1**.

Objetivo:

- 1 Analizar y comprender el método de mallas (corrientes cíclicas de Maxwell).

### Introducción

Muestre en la figura a la herramienta computacional utilizada en este complemento.

#### Insertar figura

Figura a Herramienta computacional.

Construya el circuito de la figura a usando Proteus (muestre la simulación en la figura b), el circuito debe mostrar todos y cada uno de los valores mostrados por la herramienta computacional utilizada en este complemento excepto potencias.

#### Insertar figura

Figura b Circuito a emplear en este complemento usando Proteus.

### Material y equipo utilizado

- 1 Módulo de suministro de potencia (Mesa de trabajo) ✓
- 7 Resistencias de alambre (diferentes valores) ✓
  - 3  $10\Omega$ , 8A
  - 3  $5\Omega$ , 6A
  - 1  $6\Omega$ , 5A
- 2 Multímetro
- 1 Amperímetro
- Cables

### Metodología

#### Objetivo 1

1) Considere el circuito de la figura c. Proponga valores para las tensiones y regístrelos en la tabla a. También, proponga valores para las resistencias (use los valores medidos) y regístrelos en la tabla b, indique en la tabla b las corrientes de placa de los reóstatos usados.

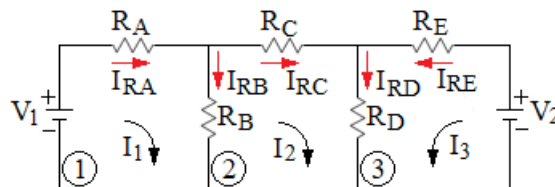


Figura c Circuito de 3 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$V_1$	$V_2$
$V$	$V$

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$	$R_D$	$R_E$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$I_{RD}$	$I_{RE}$
A	A	A	A	A

2) Use los valores propuestos de las tablas a y b y el **complemento: Reto 1** para obtener las corrientes de malla y las corrientes en las resistencias, registre los valores en la tabla c.

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$I_{RD}$	$I_{RE}$
A	A	A	A	A

3) Conecte el circuito de la figura c usando los valores propuestos de las tablas a y b, mida las tensiones y corrientes y registre los valores en la tabla d.

Tabla d Valores medidos para el circuito de la figura c.

$V_1$	$V_2$	$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$I_{RD}$	$I_{RE}$
$V$	$V$	A	A	A	A	A

### Sugerencias didácticas

Construir el **complemento: Reto 1** para analizar y comprender el método de mallas es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (datos y cálculos), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento. La herramienta computacional resuelve el circuito a analizar calculando corrientes, voltajes y potencias.

Los valores calculados de la tabla c no deben superar los valores propuestos de la tabla b.

La figura d muestra la mesa de trabajo ULE y los 4 circuitos con las que cuenta. Para el **complemento educacional: Práctica 1 y Práctica 2** use el circuito C (24 Vcd).

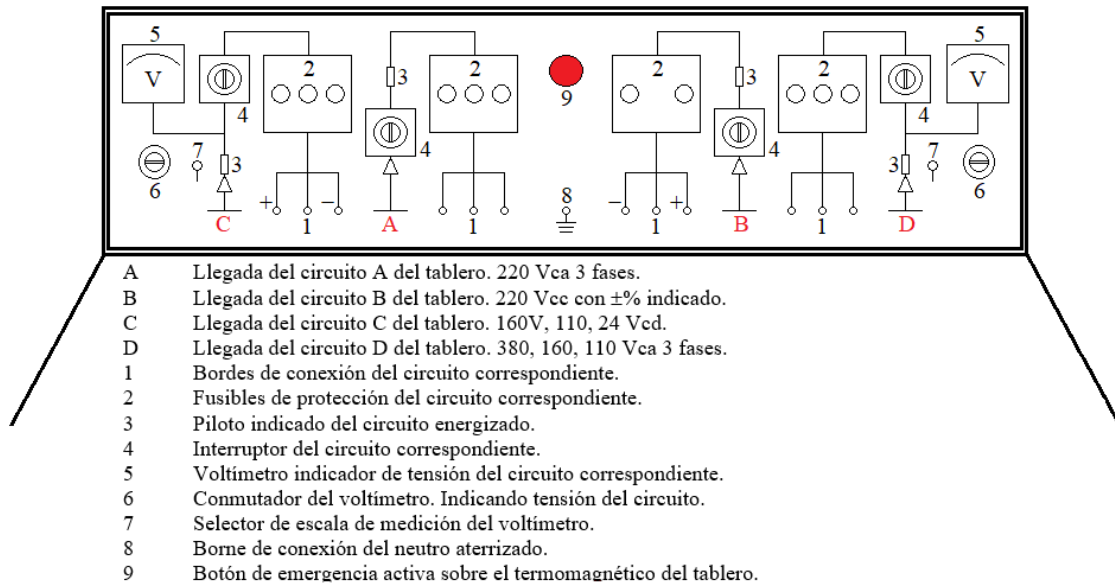


Figura d Módulo de suministro de potencia (mesa ULE).

No conecte el circuito de la figura c a las terminales a y b (figura e), una vez que el circuito queda interconectado la tensión en las fuentes es la misma, aún cuando inicialmente los valores de las fuentes sean diferentes (primero se fija la tensión  $E_1$  y posteriormente la tensión  $E_2$  con el circuito a analizar desconectado de las fuentes). Lo anterior podría implicar la destrucción de algún elemento conectado a las fuentes de alimentación.

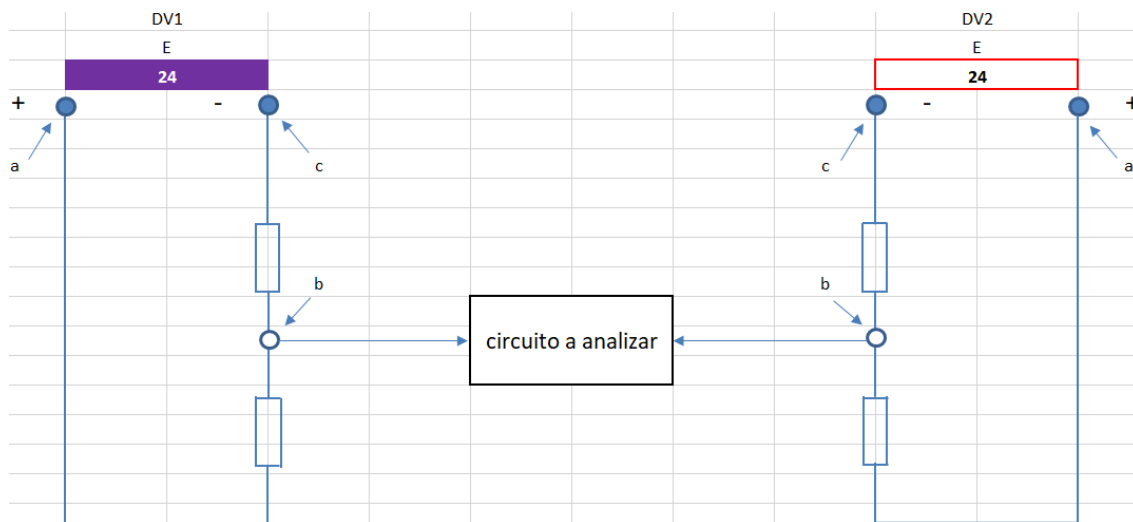


Figura e Terminales a utilizar para ejecutar el complemento.

El circuito a analizar debe conectarse entre las terminales b y c, lo anterior implica que las tensiones sean diferentes y las mismas que las definidas inicialmente.

Verifique el estado de los reóstatos de alambre y cables. Los cables utilizados en el laboratorio soportan 10A (valor especificado por el fabricante).

Verifique las conexiones y los alcances de los instrumentos de medición.

**Reporte del equipo:**

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

*Referencia:*

**Diseño del complemento:**

**Práctica 1**

**“Tema 2”** de la asignatura **“Circuitos Eléctricos I”**

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

## Práctica 2

### Método de nodos

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 2**.

Objetivo:

- 1 Analizar y comprender el método de nodos.

### Introducción

Muestre en la figura a la herramienta computacional utilizada en este complemento.

### Insertar figura

Figura a Herramienta computacional.

### Material y equipo utilizado

- 1 Módulo de suministro de potencia (Mesa de trabajo)
- 7 Resistencias de alambre (diferentes valores)
  - 3  $10\Omega$ , 8A
  - 3  $5\Omega$ , 6A
  - 1  $6\Omega$ , 5A
- 2 Multímetro
- 1 Amperímetro
- Cables

### Metodología

#### Objetivo 1

1) Considere el circuito de la figura b. Proponga valores para las tensiones y regístrelos en la tabla a. También, proponga valores para las resistencias (use los valores medidos) y regístrelos en la tabla b, indique en la tabla b las corrientes de placa de los reóstatos usados.

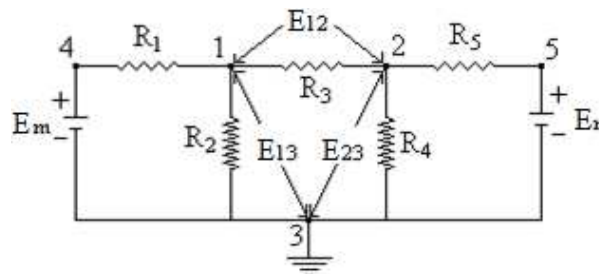


Figura b Circuito de 3 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_m$	$E_n$
V	V

Tabla **b** Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura **b**.

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
$I_{R1}$	$I_{R2}$	$I_{R3}$	$I_{R4}$	$I_{R5}$
A	A	A	A	A

2) Use los valores propuestos de las tablas **a** y **b** y el **complemento: Reto 2** para obtener la corriente en las resistencias, la tensión en los nodos 1 y 2 y registre los valores en la tabla **c**.

Tabla **c** Valores calculados para el circuito de la figura **b**.

$I_{R1}$	$I_{R2}$	$I_{R3}$	$I_{R4}$	$I_{R5}$	$E_1$	$E_2$
A	A	A	A	A	V	V

3) Conecte el circuito de la figura **b** usando los valores propuestos de las tablas **a** y **b**, mida las tensiones  $E_m$ ,  $E_n$ ,  $E_1$  y  $E_2$  y registre los valores en la tabla **d**.

Tabla **d** Valores medidos para el circuito de la figura **b**.

$E_m$	$E_n$	$E_1$	$E_2$
V	V	V	V

**P1** ¿Es importante corregir resistencia por efecto de temperatura para verificar las tensiones de nodo?

**P2** ¿Por qué se consideró en la herramienta computacional de este complemento corrección por efecto de temperatura?

### Sugerencias didácticas

Construir el **complemento: Reto 2** para analizar y comprender el método de nodos es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (datos y cálculos), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento. La herramienta computacional resuelve el circuito a analizar calculando corrientes, potencias y tensiones de nodo.

Analice las sugerencias didácticas del **complemento: Práctica 1**.

**Reporte del equipo:**

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

*Referencia:*

**Diseño del complemento:**

**Práctica 2**

“**Tema 2**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

## **Anexo**

### **Solución de las prácticas de laboratorio**

**Práctica 1**  
**Método de mallas**

**Discusión de resultados:**

**Objetivo 1**

1)

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$V_1$	$V_2$
V	V
5	20

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$	$R_D$	$R_E$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
5	5	10	6	5
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$I_{RD}$	$I_{RE}$
A	A	A	A	A
6	6	8	5	6

2)

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$I_{RD}$	$I_{RE}$
A	A	A	A	A
0.224	0.776	-0.552	1.567	2.119

3)

Tabla d Valores medidos para el circuito de la figura c.

$V_1$	$V_2$	$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$I_{RD}$	$I_{RE}$
V	V	A	A	A	A	A
5	20	0.22	0.76	0.54	1.57	2.2

**Práctica 2**  
**Método de nodos**

**Discusión de resultados:**

**Objetivo 1**

1)

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_m$	$E_n$
V	V
5	20

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
5	5	10	6	5
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$I_{RD}$	$I_{RE}$
A	A	A	A	A
6	6	8	5	6

2)

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{R1}$	$I_{R2}$	$I_{R3}$	$I_{R4}$	$I_{R5}$	$E_1$	$E_2$
A	A	A	A	A	V	V
0.224	0.776	-0.552	1.567	2.119	3.880	9.402

3)

Tabla d Valores medidos para el circuito de la figura b.

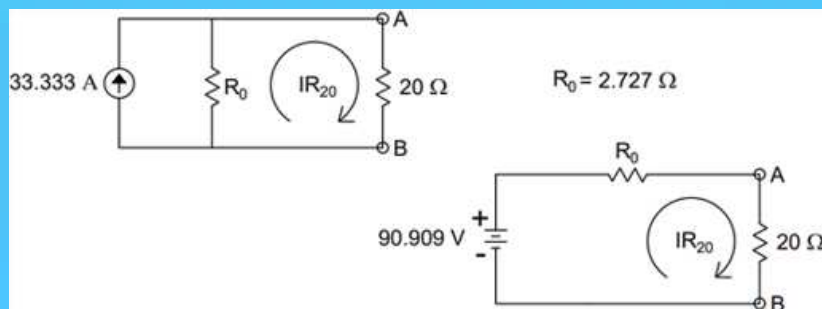
$E_m$	$E_n$	$E_1$	$E_2$
V	V	V	V
5	20	3.8	9.5

**P1** ¿Es importante corregir resistencia por efecto de temperatura para verificar las tensiones de nodo? **No, los valores medidos son muy aproximados a los valores calculados.**

**P2** ¿Por qué se consideró en la herramienta computacional de este complemento corrección por efecto de temperatura? **Para tratar de predecir el valor de cada resistencia considerada en el circuito a analizar con el propósito de aproximar los valores calculados con relación a los valores medidos.**

## Tema 3

### “Teoremas de circuitos”



### 3.1 Linealidad y superposición

Si un circuito tiene 2 o más entradas se puede encontrar las corrientes y voltajes debidos a cada entrada actuando por sí misma (es decir, considerando a las demás anuladas) y sumar las respuestas correspondientes para obtener la respuesta total.

**Ejemplo1** linealidad y superposición.

Considere el circuito de la figura 1. Determine la corriente en cada resistencia.

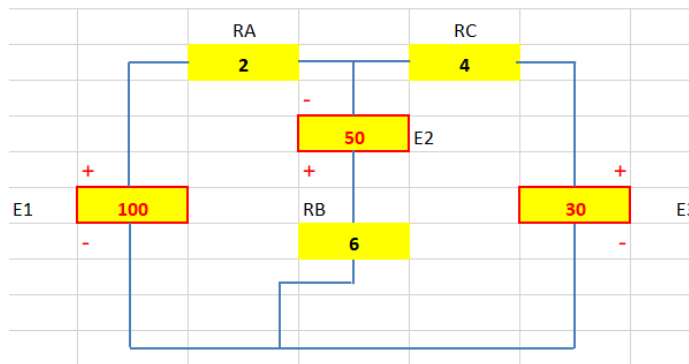
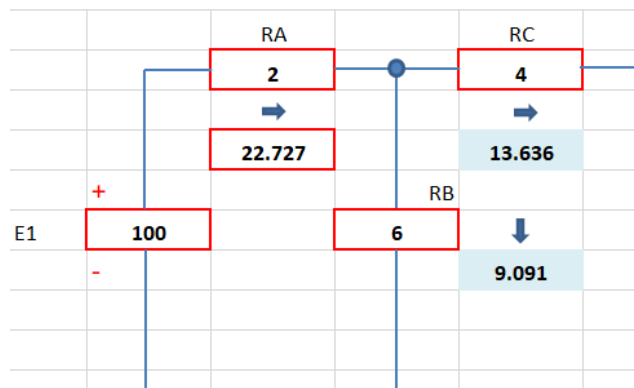
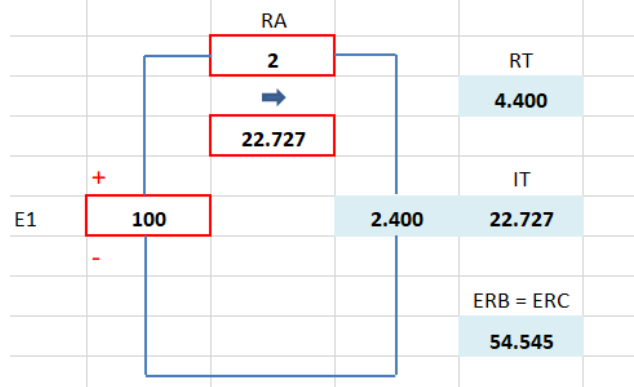


Figura 1 Circuito de 2 mallas y 3 fuentes de alimentación.

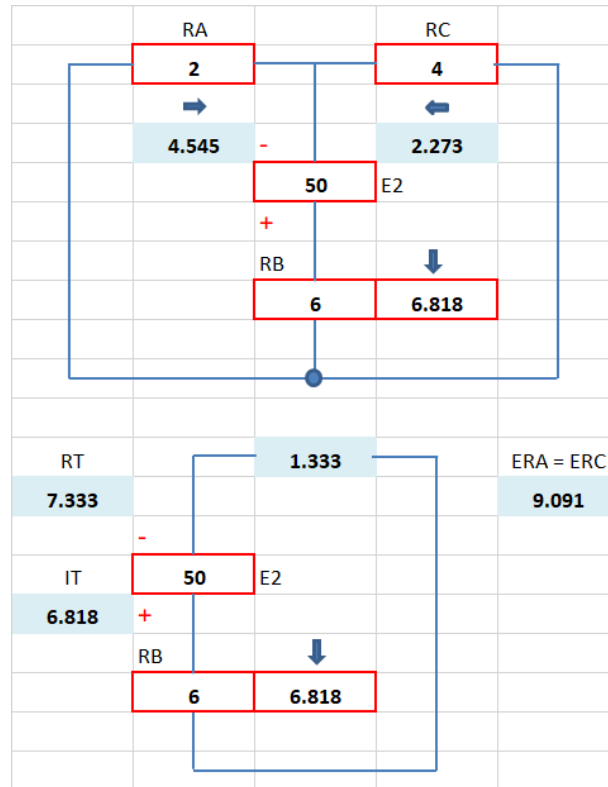
**Solución:**



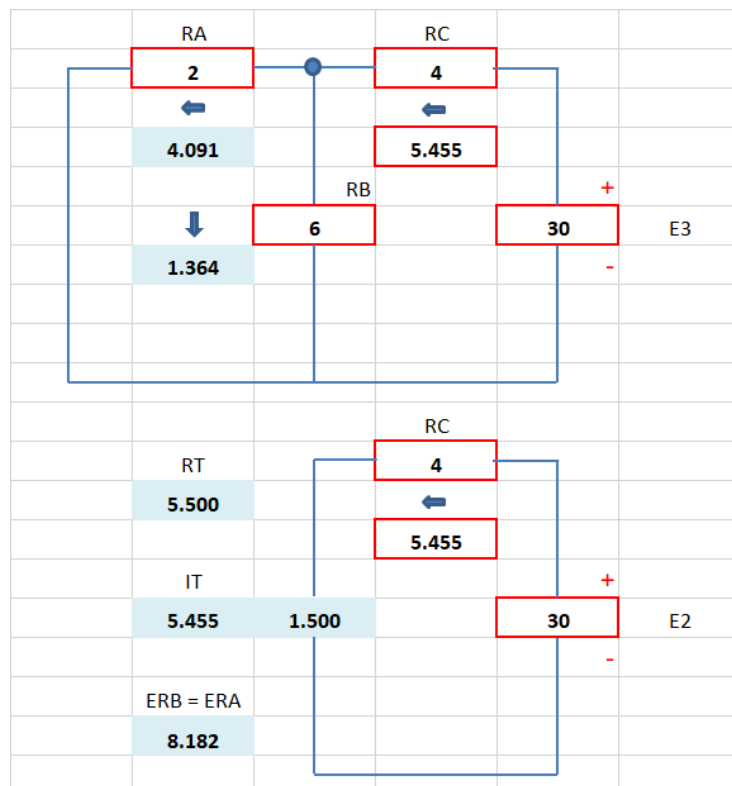
Anulando las fuentes E2 y E3



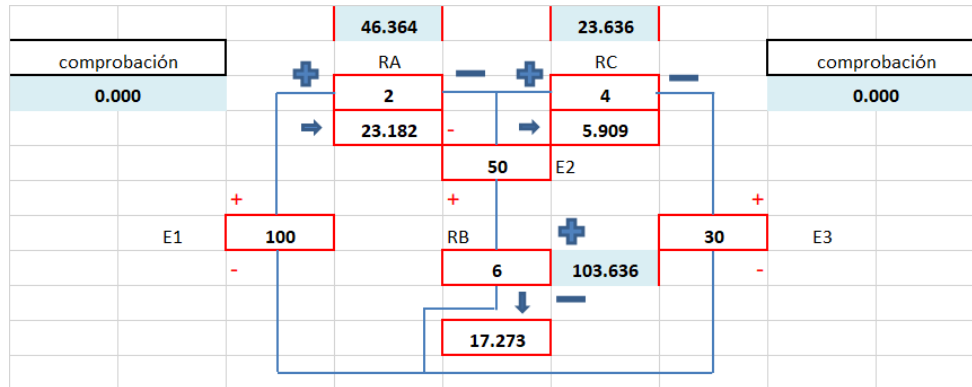
Anulando las fuentes E1 y E3



Anulando las fuentes E1 y E2



Cálculo de corrientes en cada resistencia y comprobación.



### 3.2 Teoremas de: Norton y Thévenin

#### Teorema de Norton

El teorema de Norton sostiene que cualquier circuito lineal activo puede ser reemplazado por una única fuente de corriente constante  $I_o$ , que es igual a la del corto circuito en las terminales A y B (figura 2), con una resistencia en paralelo equivalente a la resistencia equivalente medida desde las terminales A y B.

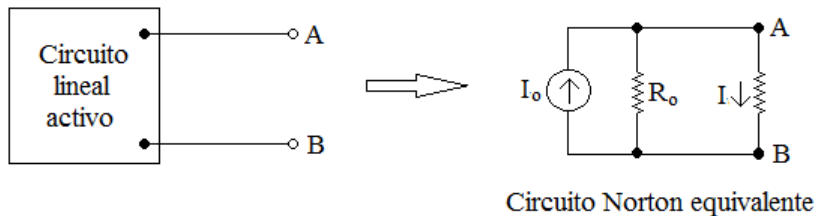


Figura 2 Teorema de Norton.

Procedimiento:

- 1 Se escoge el elemento o conjunto de elementos que se van a estudiar.
- 2 Estos elementos se desconectan de la red, dejando únicamente dos bornes en circuito abierto.
- 3 Para determinar la corriente  $I_o$ , se aplican las leyes de Kirchoff y de Ohm, cortocircuitando las terminales A y B.
- 4 La tensión de las fuentes de la red se disminuye a cero y se determina el valor de la resistencia equivalente  $R_o$ .
- 5 Se construye el circuito Norton equivalente conectando los elementos que fueron separados y se examina la red resultante.

**Ejemplo 2** Teorema de Norton.

Considere el circuito de la figura 3 y determine la corriente en cada resistencia.

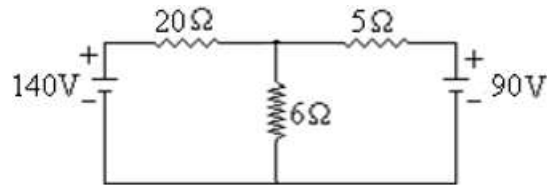
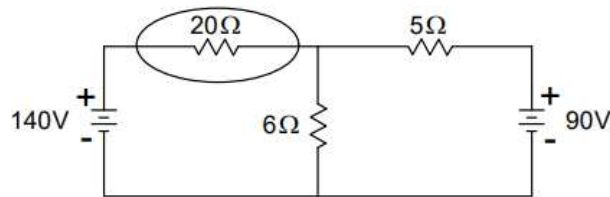


Figura 3 Circuito de 2 mallas y 2 fuentes de alimentación.

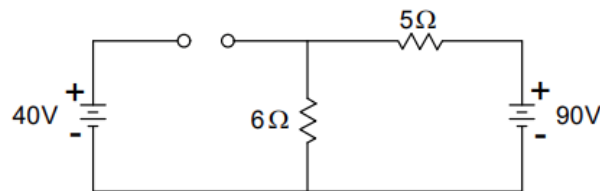
**Solución:**

Para la resistencia de 20Ω.

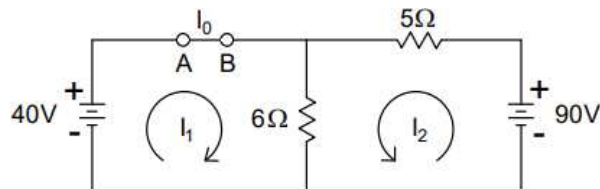
Paso 1



Paso 2



Paso 3

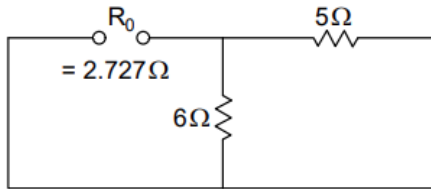


$$6I_1 + 6I_2 = 140$$

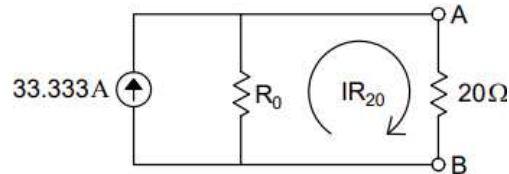
$$6I_1 + 11I_2 = 90$$

$$I_1 = I_0 = 33.333A \quad I_2 = -10A$$

Paso 4



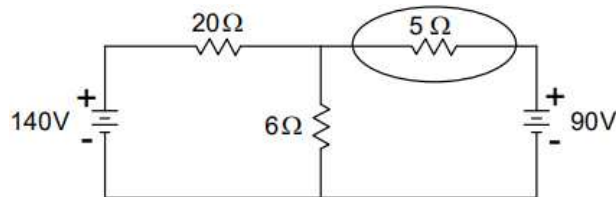
Paso 5



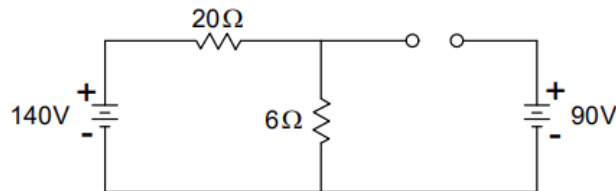
$$I_{R_{20}} = \frac{2.727(33.333)}{2.727 + 20} = 4A$$

Para la resistencia de 5Ω.

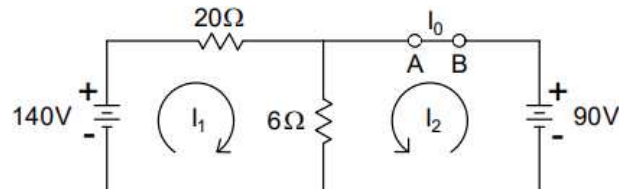
Paso 1



Paso 2

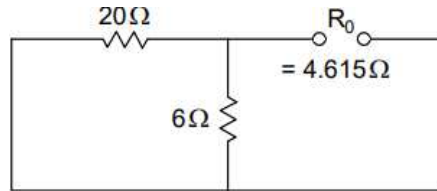


Paso 3

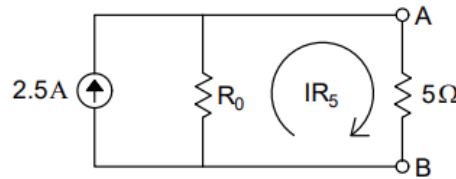


$$\begin{aligned} 26I_1 + 6I_2 &= 140 \\ 6I_1 + 6I_2 &= 90 \\ I_2 = I_0 &= 12.5A \quad I_1 = 2.5A \end{aligned}$$

Paso 4



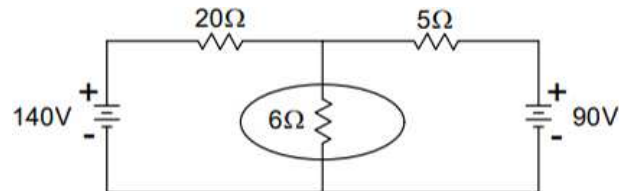
Paso 5



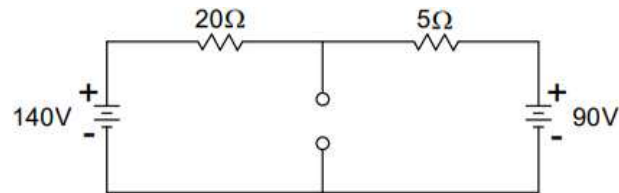
$$I_{R_{20}} = \frac{4.615(12.5)}{4.615 + 5} = 6A$$

Para la resistencia de  $6\Omega$ .

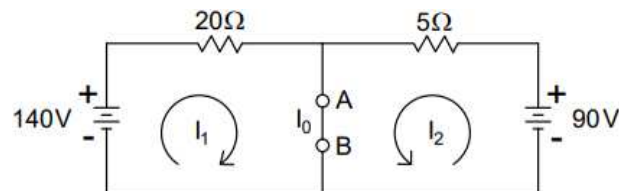
Paso 1



Paso 2

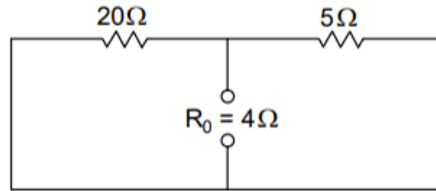


Paso 3

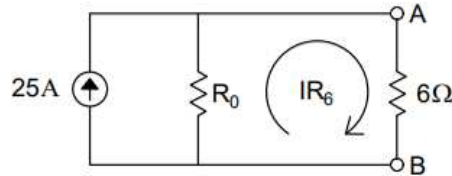


$$\begin{aligned} 20I_1 &= 140 \\ 5I_2 &= 90 \\ I_1 &= 7A \quad I_2 = 18A \quad I_0 = 25A \end{aligned}$$

Paso 4



Paso 5



$$I_{R_{20}} = \frac{4(25)}{4 + 6} = 10A$$

### Teorema de Thévenin

Según el teorema de Thévenin, es posible reemplazar cualquier circuito lineal activo por una única fuente de voltaje  $E_o$ . Esta fuente debe tener una fuerza electromotriz equivalente a la que presentan las terminales A y B (figura 4) cuando están en circuito abierto. Además, su resistencia interna será igual a la resistencia equivalente obtenida de las terminales A y B, sustituyendo todas las fuentes de fuerza electromotriz por sus respectivas resistencias internas.

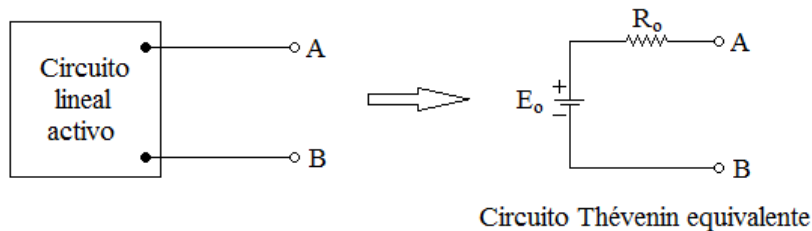


Figura 4 Teorema de Thévenin.

Procedimiento:

- 1 Se escoge el elemento o conjunto de elementos que se van a estudiar.
- 2 Estos elementos se desconectan de la red, dejando únicamente dos bornes en circuito abierto.
- 3 Empleando las leyes de Kirchhoff y de Ohm, se calcula la tensión  $E_o$  del circuito abierto en los terminales A y B.
- 4 La tensión de las fuentes de la red se disminuye a cero y se determina el valor de la resistencia equivalente  $R_o$ .

- 5 Se construye el circuito Thévenin equivalente conectando los elementos que fueron separados y se examina la red resultante.

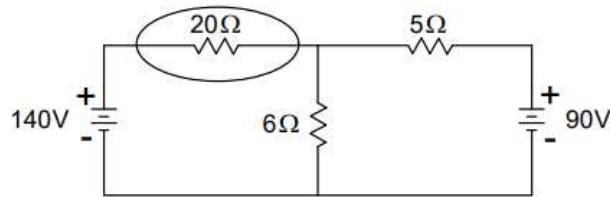
**Ejemplo 3** Teorema de Thévenin.

Considere el circuito de la figura 3 y determine la corriente en cada resistencia.

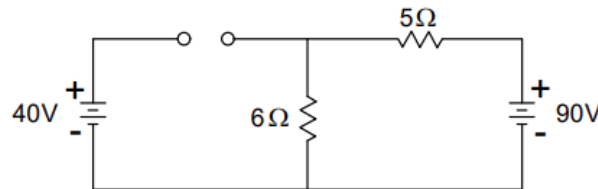
**Solución:**

Para la resistencia de  $20\Omega$ .

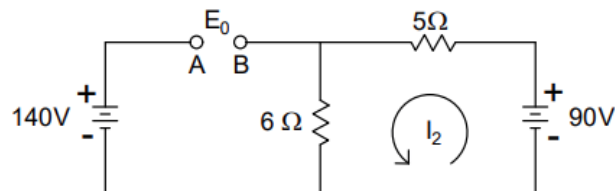
Paso 1



Paso 2



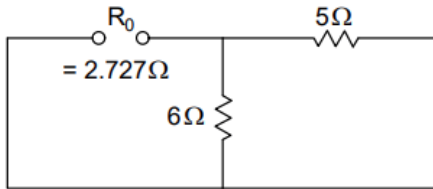
Paso 3



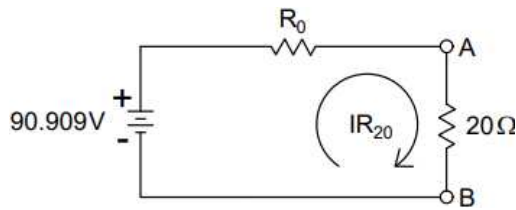
$$I_2 = \frac{90}{11} = 8.181A$$



Paso 4



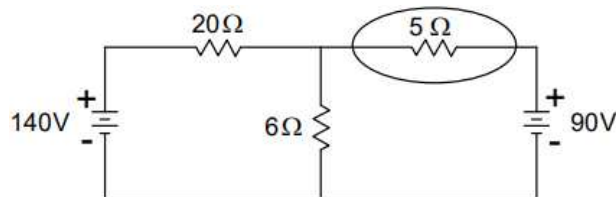
Paso 5



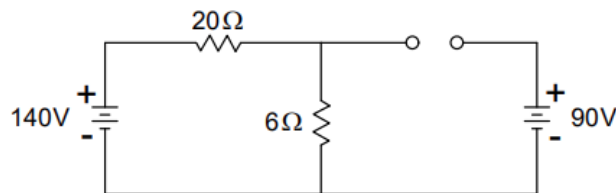
$$I_{R_{20}} = \frac{90.909}{2.727 + 20} = 4A$$

Para la resistencia de  $5\Omega$ .

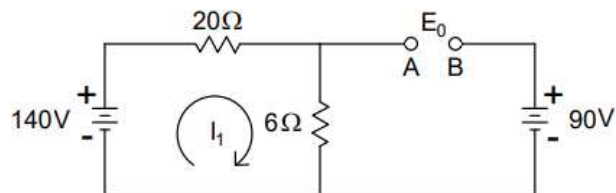
Paso 1



Paso 2



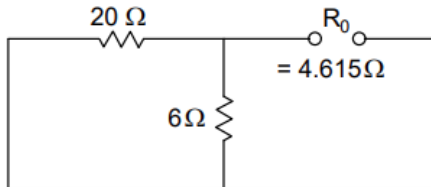
Paso 3



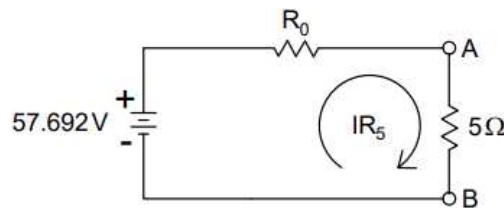
$$I_1 = \frac{140}{26} = 5.384 A$$



Paso 4



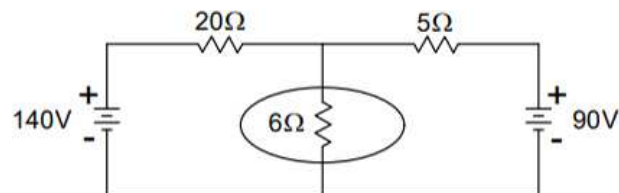
Paso 5



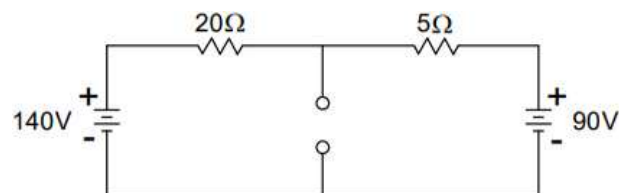
$$I_{R_{20}} = \frac{57.692}{4.615 + 5} = 6A$$

Para la resistencia de 6Ω.

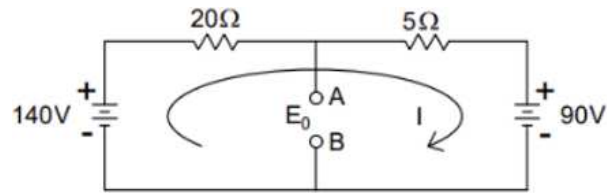
Paso 1



Paso 2



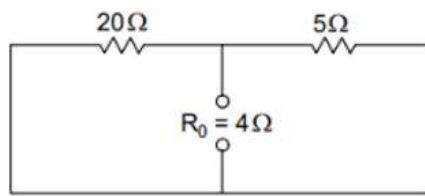
Paso 3



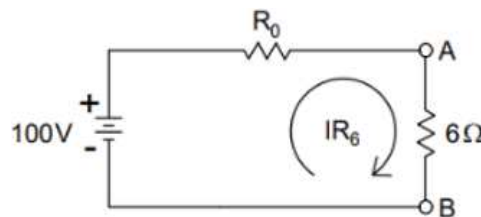
$$I = \frac{50}{25} = 2A$$



Paso 4



Paso 5



$$I_{R_6} = \frac{100}{4 + 6} = 10A$$

### 3.3 Teorema de la máxima transferencia de potencia

#### Fuente de voltaje práctica

El voltaje en las fuentes independientes no depende en absoluto de la corriente que pasa a través del elemento; esto es, se trata de componentes ideales. Por ejemplo, una batería de 12 V ideal proporciona 12 V entre sus terminales sin importar la carga que se conecte entre ellas. No obstante, una batería práctica real de 12 V entrega 12 V cuando sus terminales están en circuito abierto, y suministra un voltaje inferior a 12 V cuando la corriente fluye por sus terminales. Por lo tanto, una fuente de voltaje práctica muestra que cuando la corriente fluye por sus terminales, existe una caída interna de voltaje. Esta caída reduce el voltaje entre los terminales.

El modelo matemático de la figura 5, que incluye una resistencia interna  $R_g$  en serie con una fuente ideal  $E_g$ , puede ser utilizado para representar una fuente práctica. El voltaje  $E$  visto desde las terminales de la fuente depende ahora de la corriente  $I$  extraída de la fuente, es fácil ver que:

$$E = E_g - R_g I \quad 1$$

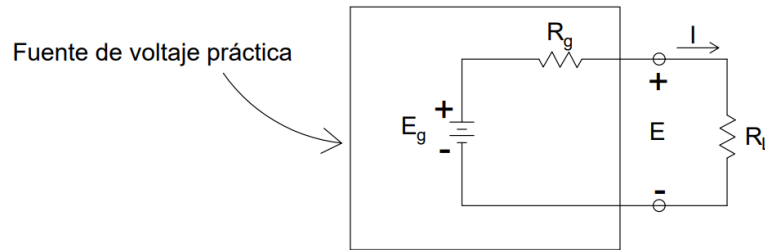


Figura 5 Fuente de voltaje práctica conectada a una carga  $R_L$ .

Por lo tanto, en condiciones de circuito abierto ( $I = 0$ ), se cumple que  $E = E_g$  y en condiciones de corto circuito ( $E = 0$ ),  $I = E_g/R_g$ . Si  $R_g > 0$ , como ocurre en una fuente práctica, esta nunca podrá proporcionar una corriente infinita, al contrario de lo que hace una fuente ideal.

La resistencia de carga  $R_L$ , en una fuente de voltaje práctica determinada (con valores fijos de  $E_g$  y  $R_g$  según se muestra en la figura 5), es la que regula el flujo de corriente por los terminales. La corriente de carga es:

$$I = \frac{E_g}{R_g + R_L} \quad 2$$

Por división de voltaje tenemos:

$$E = \frac{R_L E_g}{R_g + R_L} \quad 3$$

Por lo tanto, cuando modificamos  $R_L$ ,  $I$  y  $E$  también cambian. La figura 6 presenta la característica de  $E$  contra  $R_L$ , comparado con el caso ideal. Cuando  $R_L$  es mucho mayor que  $R_g$ ,  $E$  se aproxima a su valor ideal  $E_g$  (si  $R_L$  es infinito, lo que equivale a un circuito abierto, entonces  $E = E_g$ ).

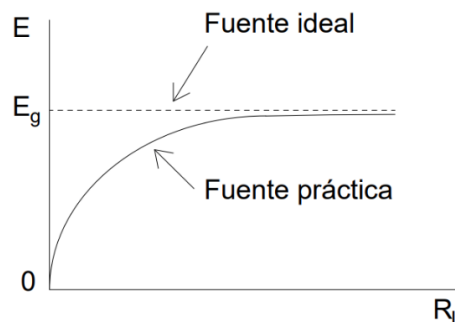
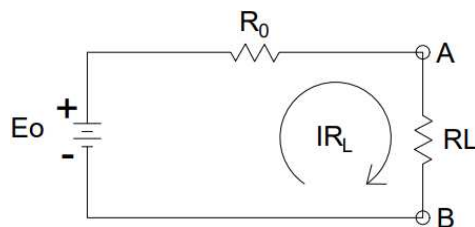


Figura 6 Características de una fuente de voltaje práctica y una ideal.

Teorema de la máxima transferencia de potencia

En la teoría de circuitos existen numerosas aplicaciones en las que se busca conseguir la máxima potencia que pueda ofrecer una fuente práctica. Es sencillo, empleando el teorema de Thévenin, determinar la potencia máxima que puede suministrar una fuente y cómo cargarla para conseguir dicha potencia máxima.

Considere el circuito equivalente del teorema de Thévenin y una resistencia de carga  $R_L$ . La potencia  $P_L$  entregada al resistor  $R_L$  es:



$$P_L = \left( \frac{E_0}{R_0 + R_L} \right)^2 R_L$$

Esta es la cantidad que deseamos hacer máxima

Puesto que se supone que es una fuente dada,  $E_0$  y  $R_0$  están prefijadas, y así  $P_L$  es una función de  $R_L$ . Para maximizar  $P_L$  hacemos  $\frac{dP_L}{dR_L} = 0$  y se resuelve para  $R_L$ . Por lo tanto a partir de  $P_L$  obtenemos:

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{(R_0 + R_L)^2 E_0^2 - E_0^2 R_L [2(R_0 + R_L)(1)]}{(R_0 + R_L)^4}$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{(R_0 + R_L)[(R_0 + R_L)E_0^2 - 2E_0^2 R_L]}{(R_0 + R_L)^4} = \frac{(R_0 + R_L)E_0^2 - 2E_0^2 R_L}{(R_0 + R_L)^3}$$

Maximizando  $P_L$

$$0 = \frac{(R_0 + R_L)E_0^2 - 2E_0^2 R_L}{(R_0 + R_L)^3}$$

$$(R_0 + R_L)E_0^2 = 2E_0^2 R_L$$

$$R_0 + R_L = 2R_L$$

Lo cual da como resultado

$$R_0 = R_L$$

6

La resistencia que disipa el calor en mayor proporción será equivalente a la resistencia  $R_0$  del circuito teórico de Thévenin. En otras palabras, se denomina teorema de máxima transferencia de potencia a la afirmación que indica que una fuente práctica proporciona la máxima potencia cuando la resistencia interna de dicha fuente es igual a la carga  $R_L$ . La máxima potencia que puede proveer la fuente de voltaje a la carga se determina de la siguiente manera:

$$P_{Lmax} = \frac{E_0^2}{4R_0}$$

7

**Ejemplo 4** Teorema de la máxima transferencia de potencia.

Considere el circuito de la figura 7.

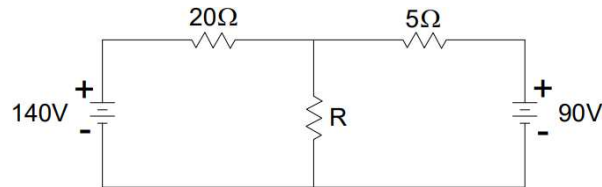


Figura 7 Circuito para analizar el teorema de la máxima transferencia de potencia.

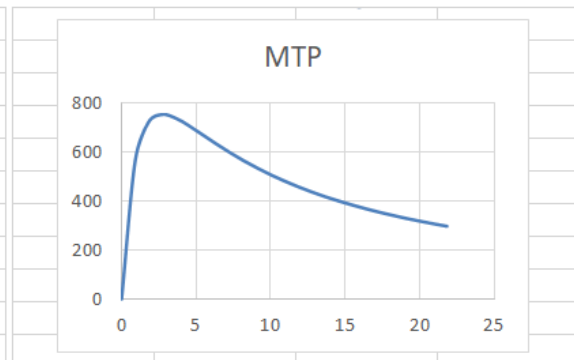
- Determine la resistencia que disipará la máxima potencia en forma de calor.
- Compruebe.

**Solución:**

$$R = 4\Omega$$

Comprobación:

R	I	P
0	25	0
0.5	22.2222222	246.91358
1	20	400
1.5	18.1818182	495.867769
2	16.6666667	555.555556
2.5	15.3846154	591.715976
3	14.2857143	612.244898
3.5	13.3333333	622.222222
4	12.5	625
4.5	11.7647059	622.83737
5	11.1111111	617.283951
5.5	10.5263158	609.418283
6	10	600
6.5	9.52380952	589.569161
7	9.09090909	578.512397
7.5	8.69565217	567.10775
8	8.33333333	555.555556
8.5	8	544
9	7.69230769	532.544379
9.5	7.40740741	521.262003
10	7.14285714	510.204082
10.5	6.89655172	499.40547
11	6.66666667	488.888889
11.5	6.4516129	478.668054
12	6.25	468.75



**3.4 Teorema de reciprocidad**

Considere el siguiente circuito de la figura 8.

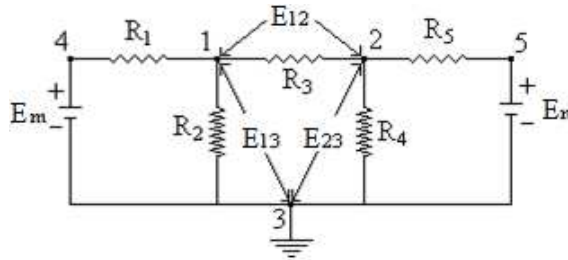


Figura 8 Circuito de 3 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Para obtener las ecuaciones de nodo se tendrá que seguir los siguientes pasos:

- Se escoge un nodo de referencia para un circuito que tiene  $N+1$  nodos y se establecen los voltajes de los otros nodos en relación con el nodo de referencia.
- Transformar cada fuente de voltaje en serie con una resistencia a una fuente de corriente equivalente en paralelo con dicha resistencia, el elemento conectado en paralelo con la fuente de corriente ahora será una conductancia. Todas las resistencias del circuito ahora serán conductancias.

Considerando el diagrama de conductancias el planteamiento general es:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & \dots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & \dots & G_{2n} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & \dots & G_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & G_{n3} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

$[G_{\text{nodo}}]$                        $E$                        $I$   
 Matriz de conductancias de nodo    Voltajes de nodo                      Corrientes de nodo

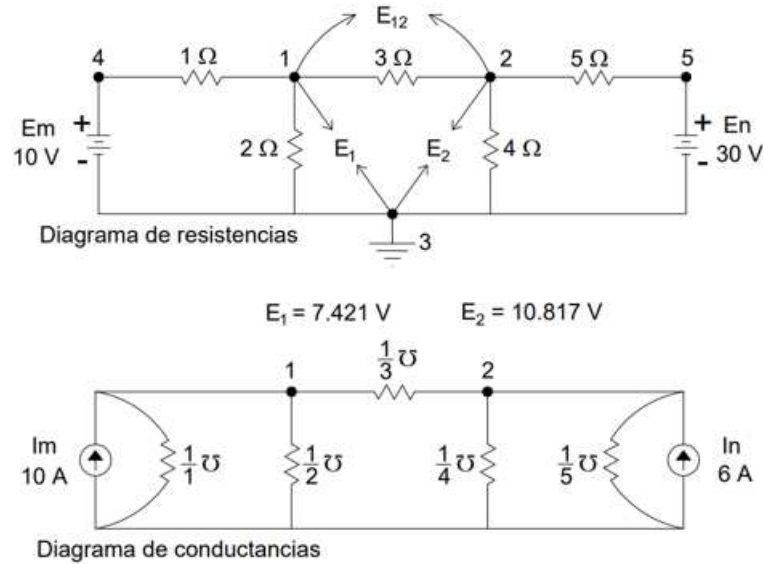
De los elementos de  $[G_{\text{nodo}}]$ :

- $G_{kk}$                       suma de las conductancias conectadas en el nodo  $k$
- $G_{kn}$                        $-($ suma de las conductancias entre el nodo  $k$  y el nodo  $n$
- $G_{kn} = G_{nk}$                       Esto significa que la matriz es simétrica

Ejemplos 5, 6 y 7 Teorema de reciprocidad.

5 Considere el circuito de la figura 8 y suponga que  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 3\Omega$ ,  $R_4 = 4\Omega$ ,  $R_5 = 5\Omega$ ,  $V_1 = 10V$  y  $V_2 = 30V$ . Determine las tensiones de nodo y las corrientes en cada elemento.

**Solución:**



Planteamiento (usando el procedimiento 2).

$$\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) E_1 - \frac{1}{3} E_2 = \frac{1}{1} 10 = 10$$

$$-\frac{1}{3} E_1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) E_2 = \frac{1}{5} 30 = 6$$

$$E_1 = 7.421 \text{ V} \quad E_2 = 10.817 \text{ V}$$

$$I_{R_3} = \frac{E_{12}}{R_3} = \frac{E_1 - E_2}{R_3} = -1.132 \text{ A}$$

El signo negativo indica que debe cambiarse la dirección de la corriente.

La corriente no sale del nodo 1, entra al nodo 1

6 Para el circuito de la figura 9 determine las tensiones de nodo.

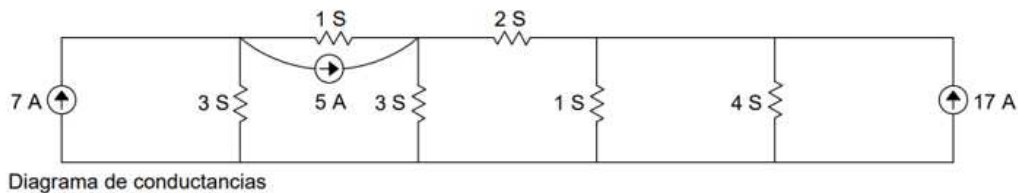
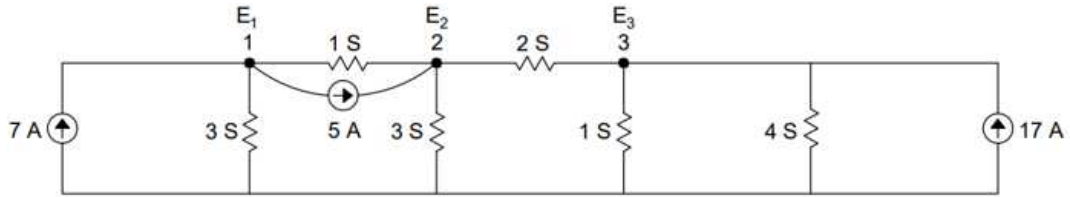


Figura 9

Solución:



Puesto que hay 3 nodos principales, habrá 3 ecuaciones de nodo.

$$\begin{aligned} 4E_1 - 1E_2 + 0E_3 &= 2 \\ -1E_1 + 6E_2 - 2E_3 &= 5 \\ 0 - 2E_2 + 7E_3 &= 17 \end{aligned}$$

$$E_1 = 1V \quad E_2 = 2V \quad E_3 = 3V$$

Ahora que tenemos los voltajes de nodo podemos analizar por completo el circuito. Por ejemplo, si queremos la corriente en el elemento 2S hacemos:

$$I_{G_2} = (3 - 2)2 = 2A$$

Resuelva: La fuente de corriente de 5A se suprime. Determine las tensiones de nodo.

Solución:

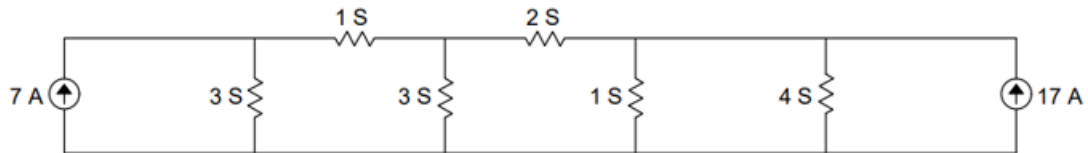


Diagrama de conductancias

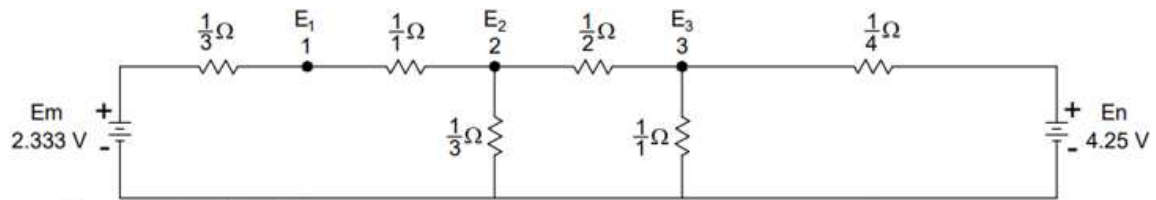
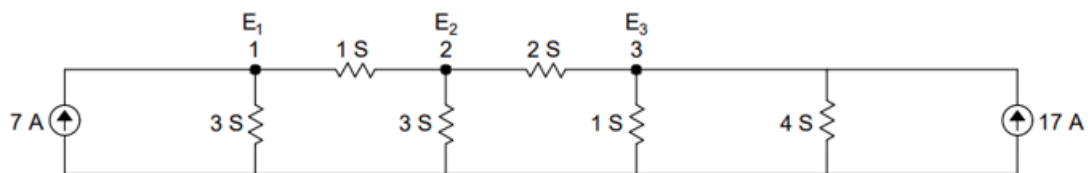


Diagrama de resistencias

$$\begin{aligned} 4E_1 - 1E_2 + 0E_3 &= 7 \\ -1E_1 + 6E_2 - 2E_3 &= 0 \\ 0 - 2E_2 + 7E_3 &= 17 \end{aligned}$$

$$E_1 = 2.068 \text{ V} \quad E_2 = 1.275 \text{ V} \quad E_3 = 2.793 \text{ V}$$

La corriente en la resistencia conectada entre la fuente  $E_m$  y el nodo 1 es:

$$I_{R_{1/3}} = \frac{2.333 - 2.068}{1/3} = 0.795 \text{ A}$$

La corriente en la resistencia conectada entre el nodo 1 y el nodo 2 es:

$$I_{R_1} = \frac{2.068 - 1.275}{1/1} = 0.795 \text{ A}$$

Resuelva: La fuente de corriente de 5A se suprime. Transforme las fuentes de corriente a fuentes de voltaje. Determine las tensiones de nodo.

Solución:

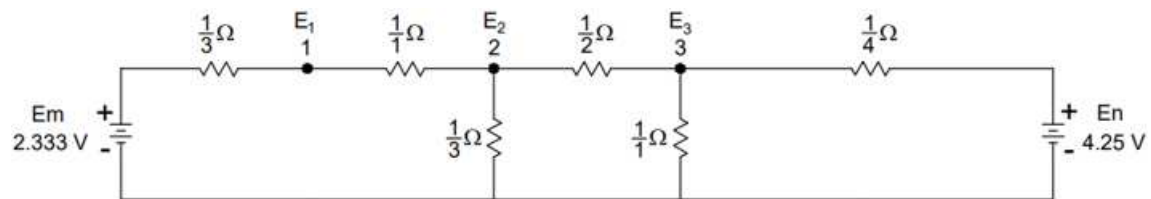


Diagrama de resistencias

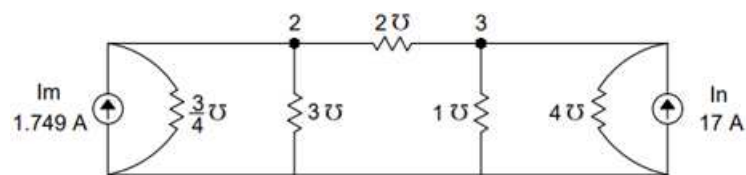
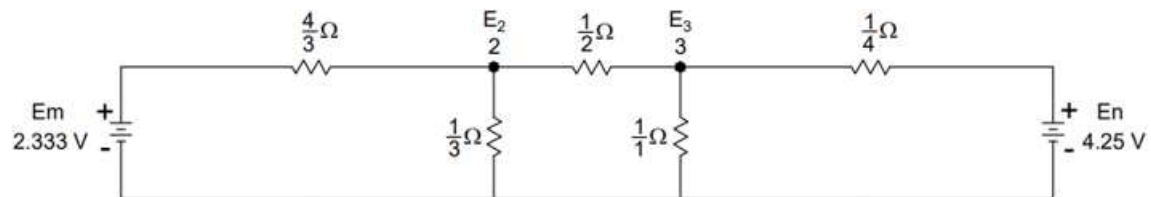


Diagrama de conductancias

$$\left(\frac{3}{4} + 3 + 2\right) E_1 - 2E_2 = 1.749$$

$$-2E_1 + 7E_2 = 17$$

$$E_2 = 1.275 \text{ V} \quad E_3 = 2.793 \text{ V}$$

7 Para el circuito de la figura 10 determine las tensiones de nodo y la corriente I.

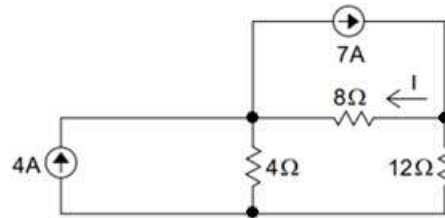
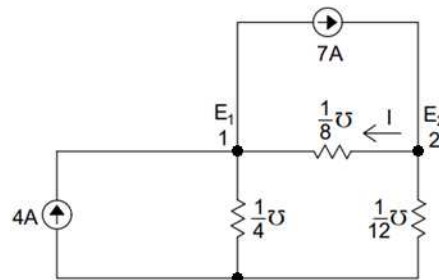


Figura 10

Solución:

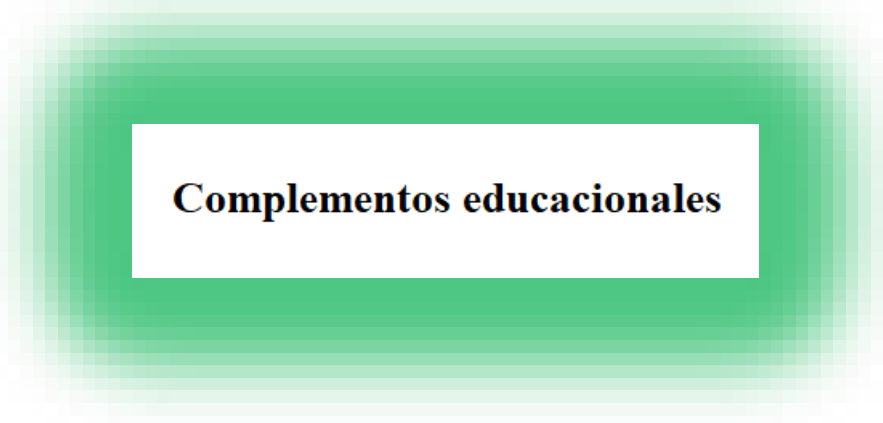


$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) E_1 - \frac{1}{8} E_2 = -3$$

$$-\frac{1}{8} E_1 + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right) E_2 = 7$$

$$E_1 = 4V \quad E_2 = 36V$$

$$I = \frac{36 - 4}{8} = 4A$$



**Complementos educativos**



**Tema 3**

## Aprendizaje basado en problemas

Referencias:

Diseño del complemento:

Problema 1, 2, 3 y 4

“Tema 1” de la asignatura “Circuitos Eléctricos I”

M. C. José Alejandro Morones Alba

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
 Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

### Problema 1 Superposición

a) Considere el circuito de la figura i. Determine la corriente en cada resistencia.

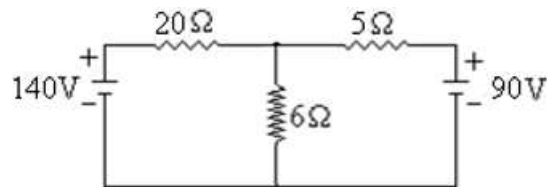
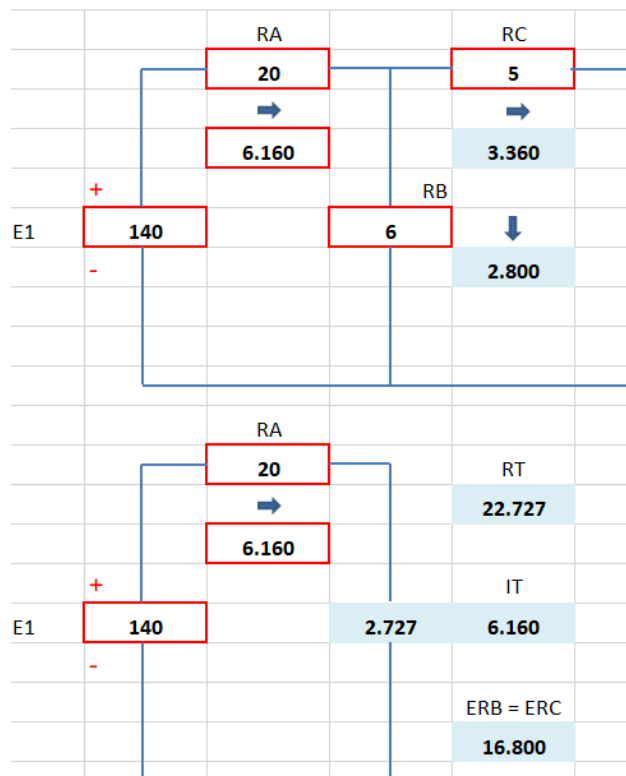
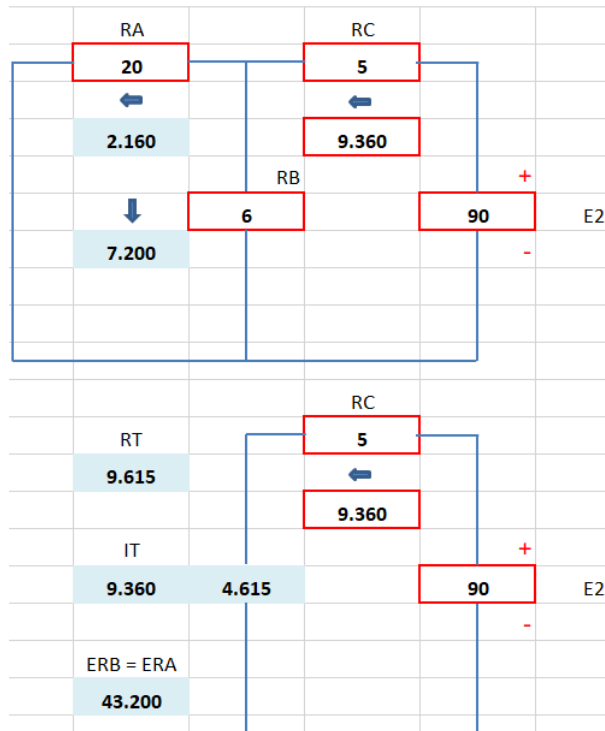


Figura i Circuito de 2 mallas y 2 fuentes de alimentación.

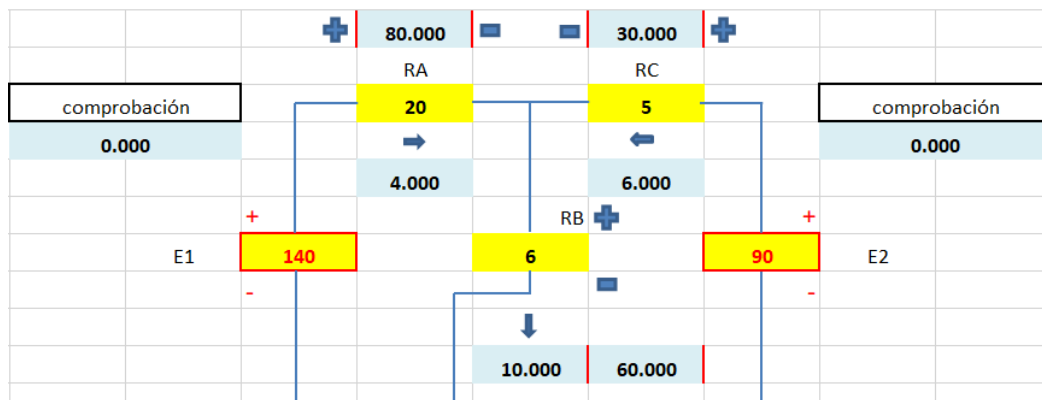
Solución:



Anulando la fuente E1



Cálculo de corrientes en cada resistencia y comprobación.



b) Considere el circuito de la figura ii. Suponga que  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 3\Omega$ ,  $R_4 = 4\Omega$ ,  $R_5 = 5\Omega$ ,  $E_m = 10V$  y  $E_n = 30V$ . Determine las corrientes en cada resistencia.

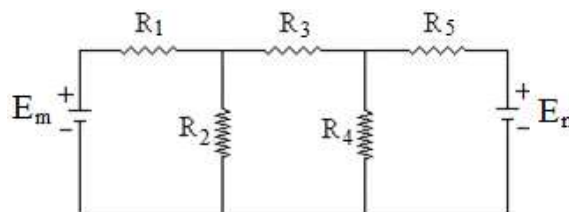
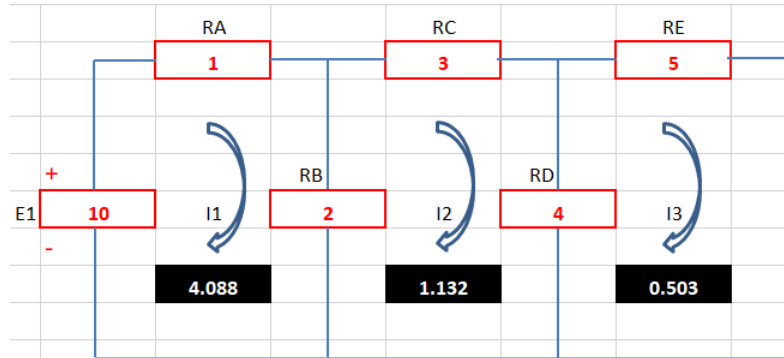
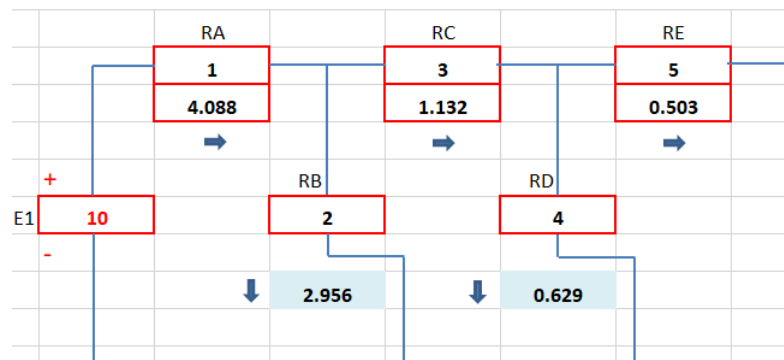


Figura ii Circuito de 3 mallas y 2 fuentes de alimentación.

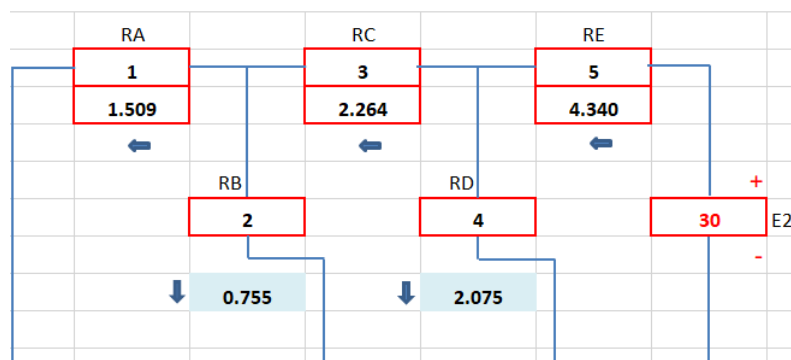
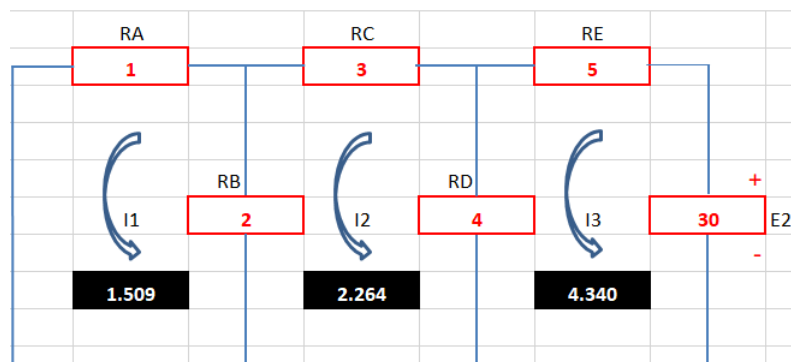
Solución:



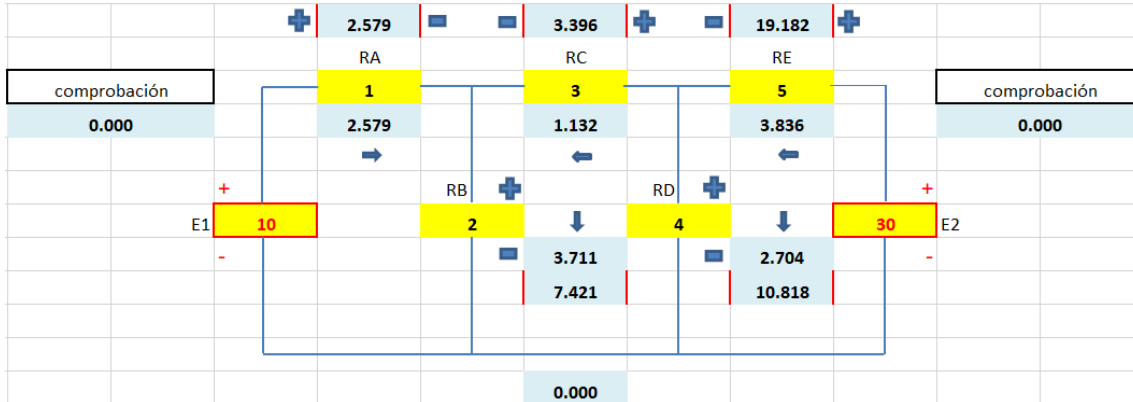
Anulando la fuente E2



Anulando la fuente E1



Cálculo de corrientes en cada resistencia y comprobación.

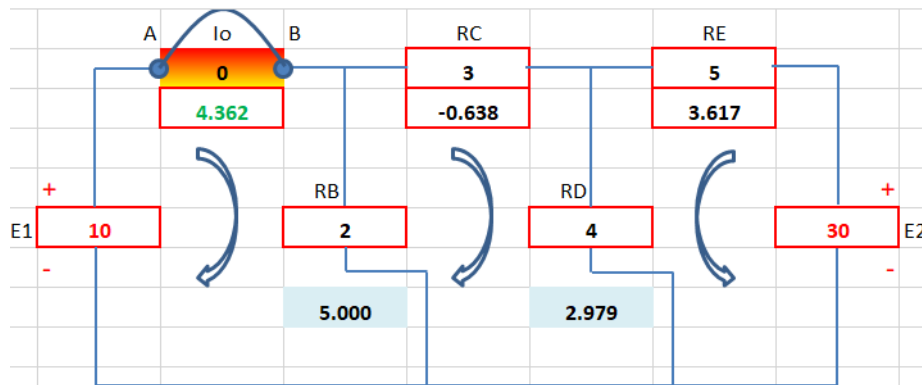


### Problema 2 Teorema de Norton

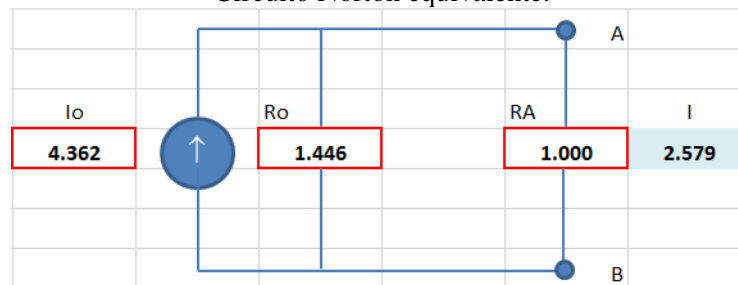
Considere el circuito de la figura ii. Suponga que  $R_1 = R_A = 1\Omega$ ,  $R_2 = R_B = 2\Omega$ ,  $R_3 = R_C = 3\Omega$ ,  $R_4 = R_D = 4\Omega$ ,  $R_5 = R_E = 5\Omega$ ,  $V_1 = E_m = 10V$  y  $V_2 = E_n = 30V$ . Calcule la corriente en cada resistencia.

**Solución:**

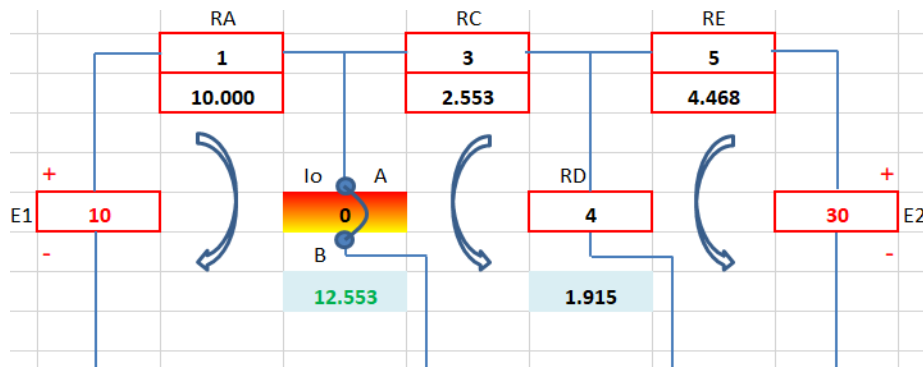
Para  $R_A$ .



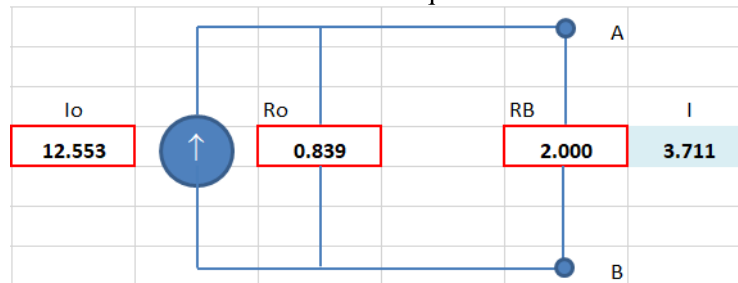
Circuito Norton equivalente.



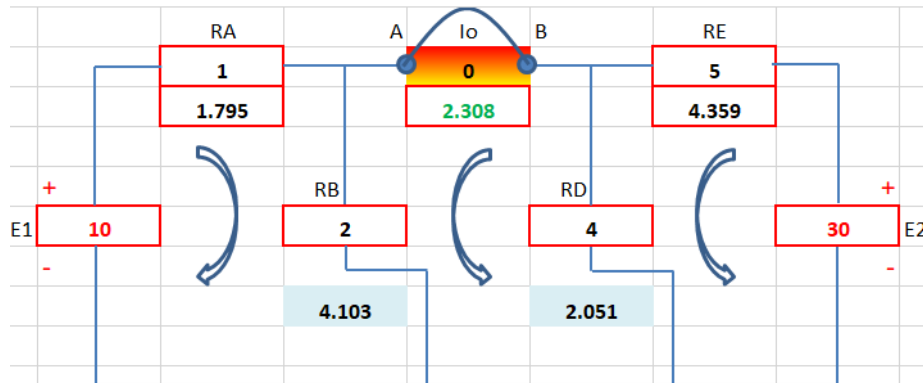
Para  $R_B$ .



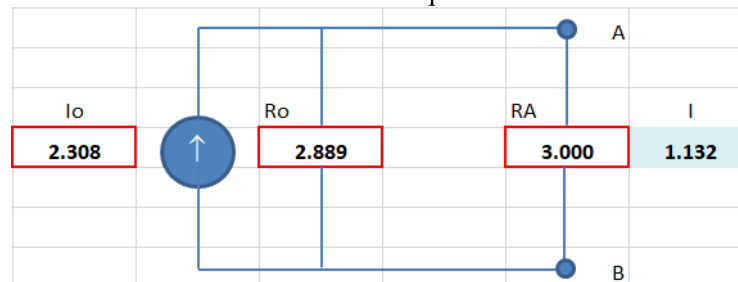
Circuito Norton equivalente.



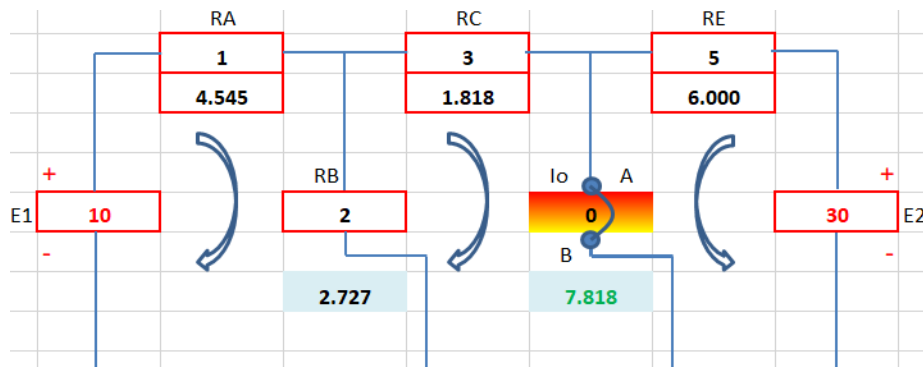
Para  $R_C$ .



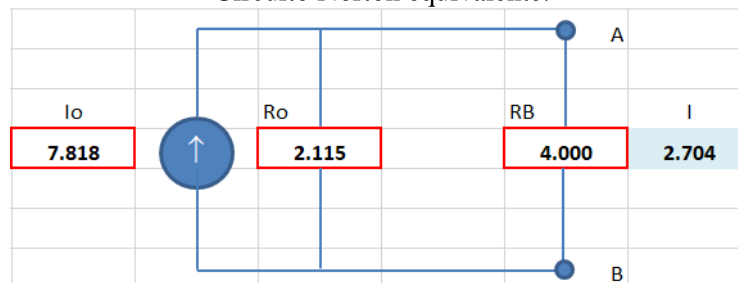
Circuito Norton equivalente.



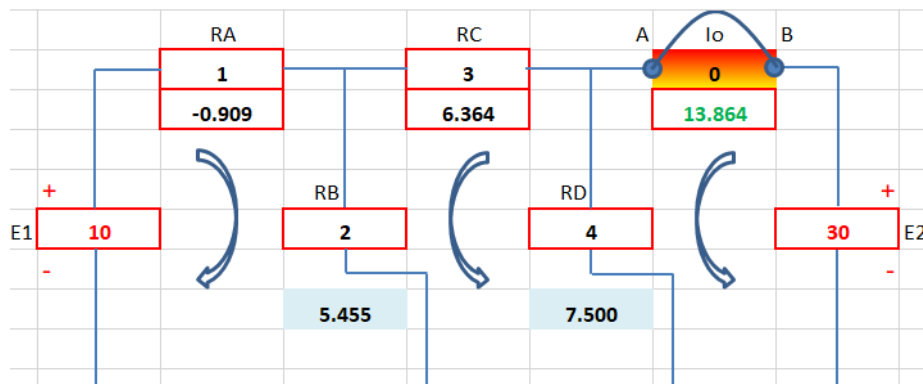
Para  $R_D$ .



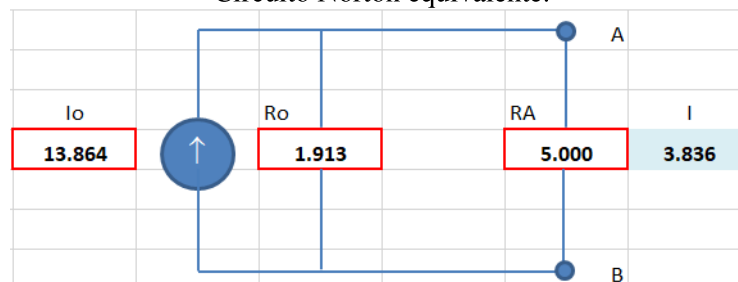
Circuito Norton equivalente.



Para  $R_E$ .



Circuito Norton equivalente.

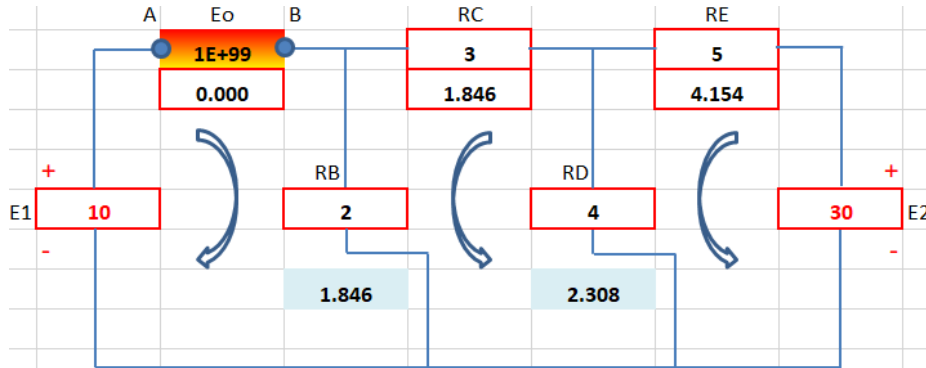


### Problema 3 Teorema de Thévenin

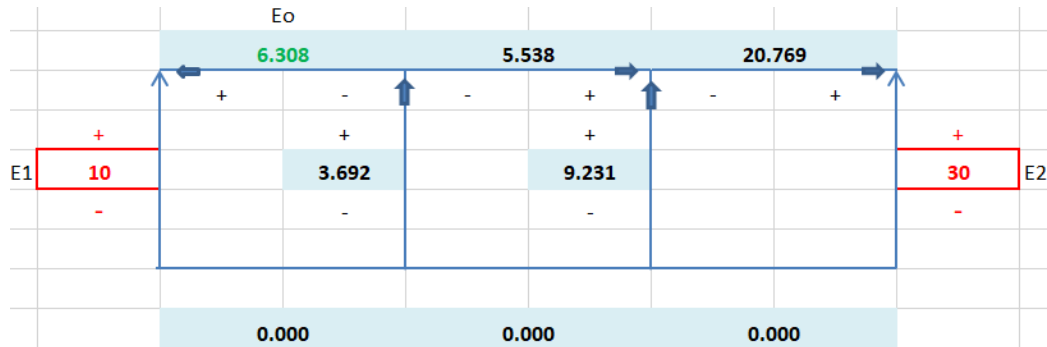
- a) Considere el circuito de la figura ii. Suponga que  $R_1 = R_A = 1\Omega$ ,  $R_2 = R_B = 2\Omega$ ,  $R_3 = R_C = 3\Omega$ ,  $R_4 = R_D = 4\Omega$ ,  $R_5 = R_E = 5\Omega$ ,  $V_1 = E_m = 10V$  y  $V_2 = E_n = 30V$ . Calcule la corriente en  $R_A$ ,  $R_B$  y  $R_D$ .

Solución:

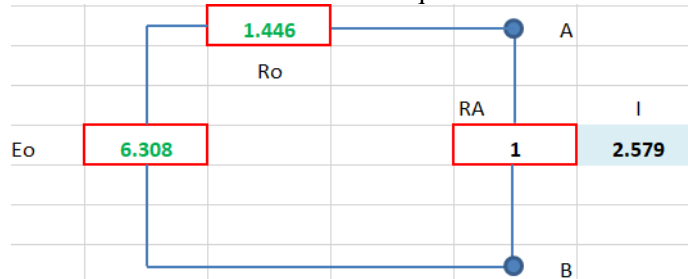
Para  $R_A$ .



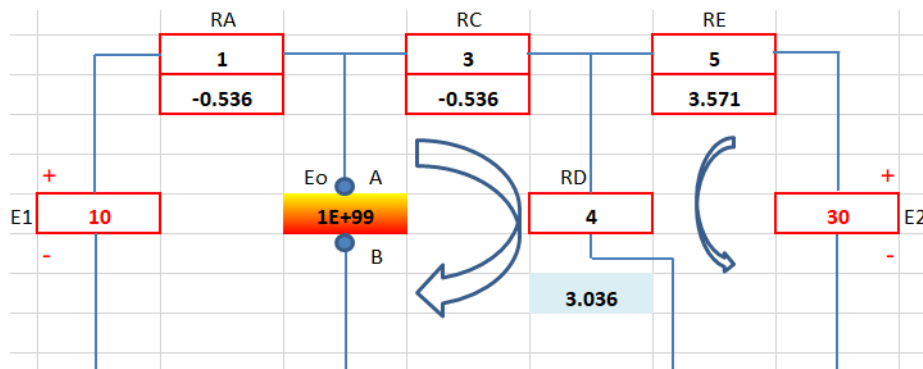
Comprobación.



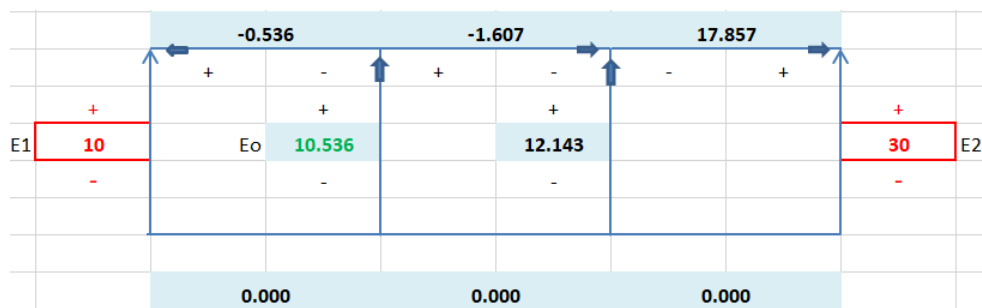
Circuito Thévenin equivalente.



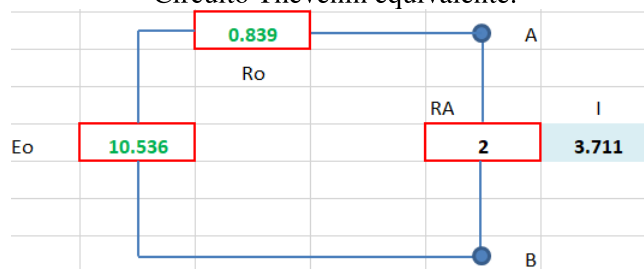
Para  $R_B$ .



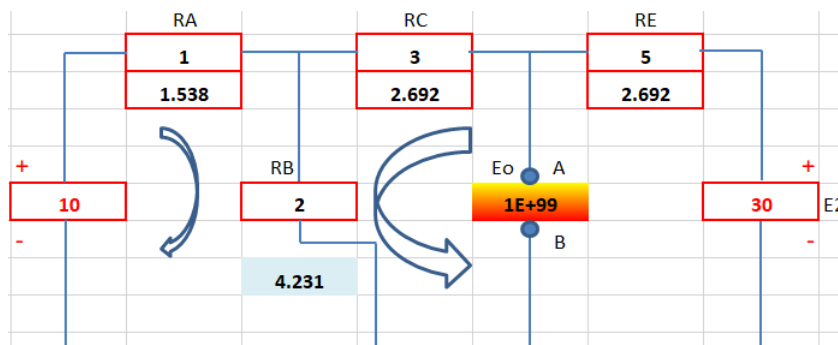
Comprobación.



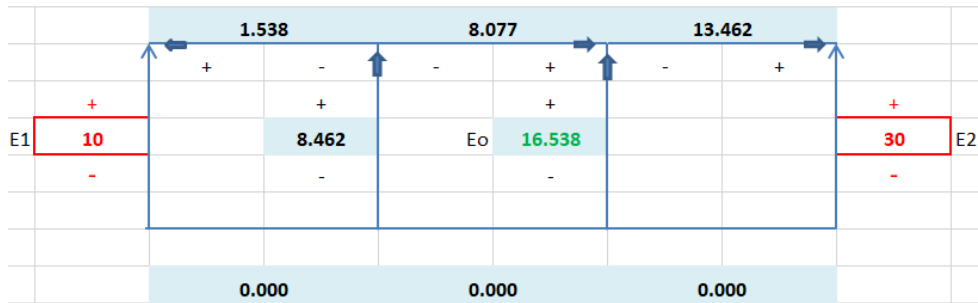
Circuito Thévenin equivalente.



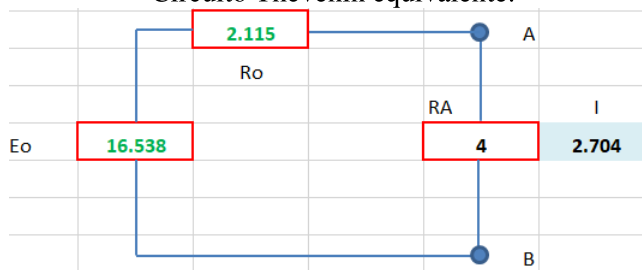
Para  $R_D$ .



Comprobación.



Circuito Thévenin equivalente.



b) Considere el circuito de la figura iii. Determine la corriente  $I_{R_6}$ .

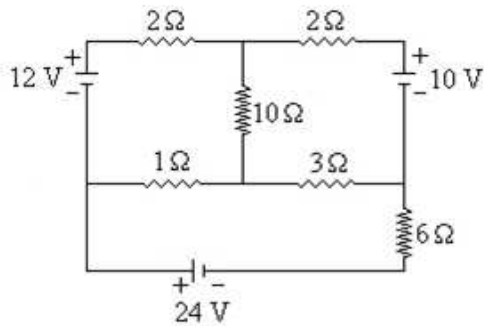
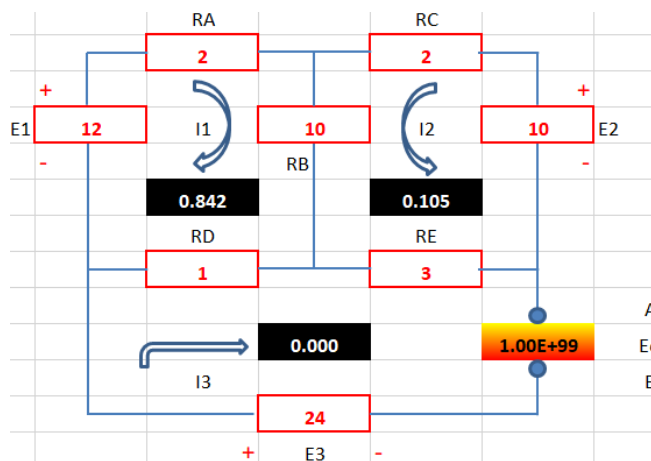
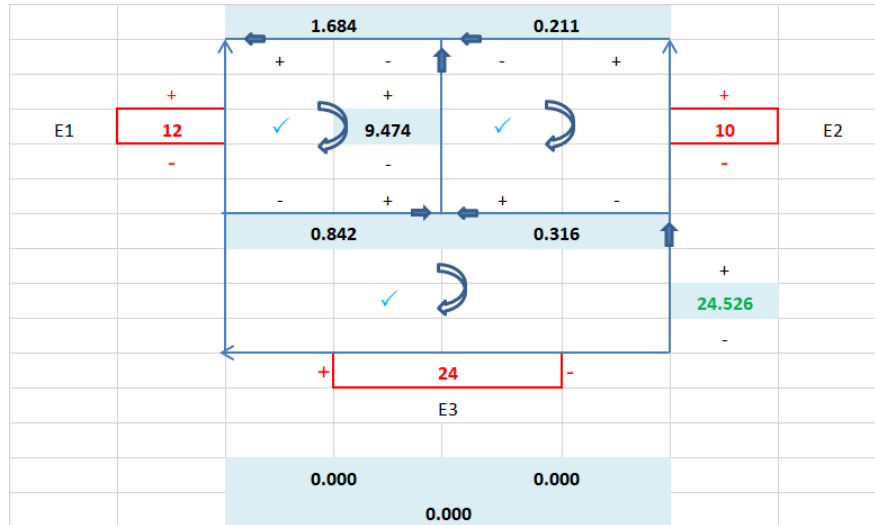


Figura iii Circuito de 3 mallas y 2 fuentes de alimentación.

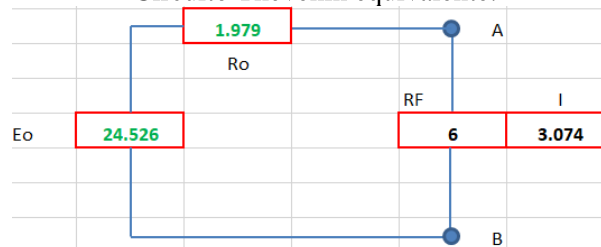
Solución:



Comprobación.



Circuito Thévenin equivalente.



#### Problema 4 Teorema de la máxima transferencia de potencia

Considere los circuitos de las figuras iv y v.

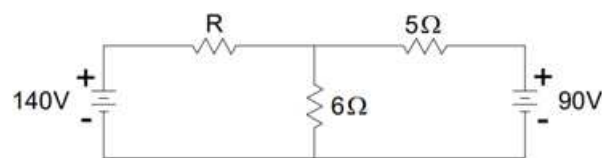


Figura iv

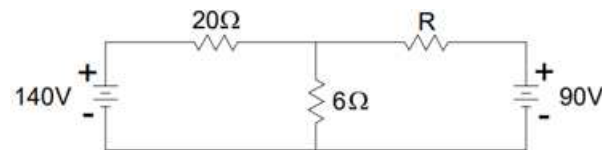


Figura v

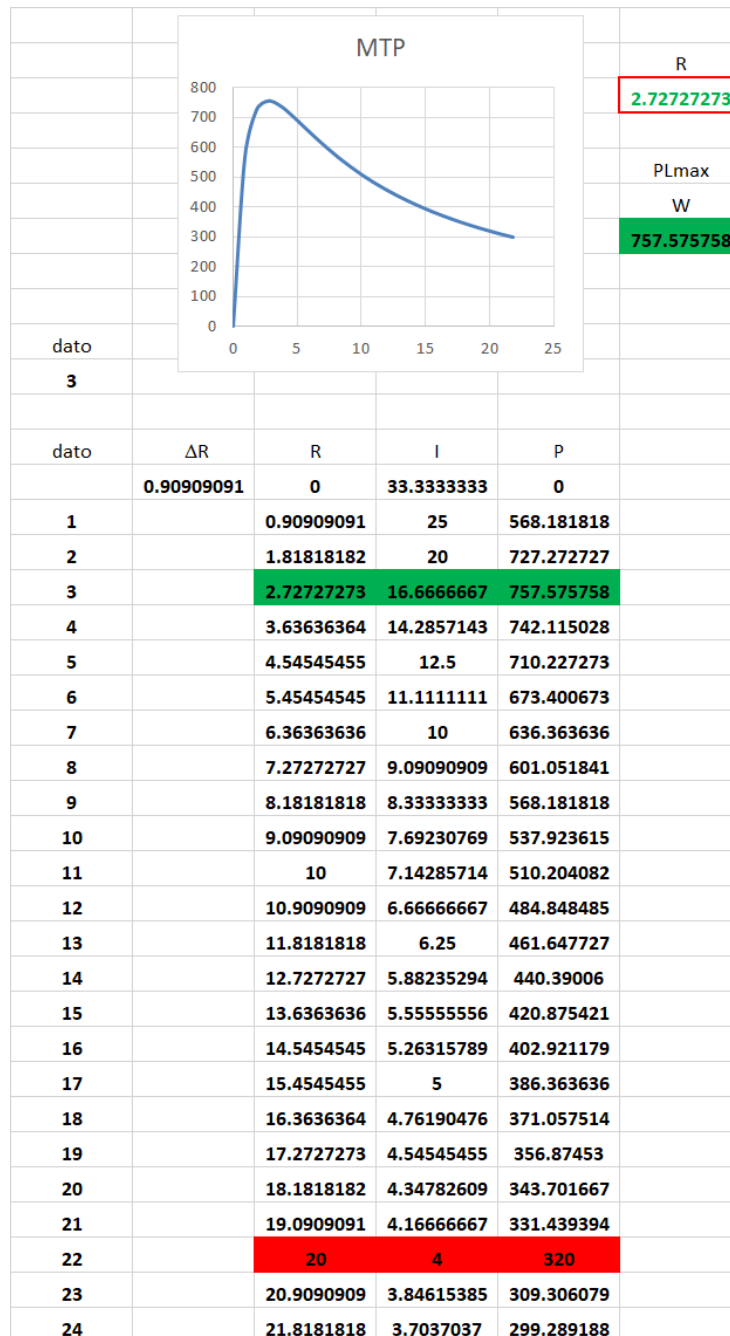
- Determine la resistencia que disipará la máxima potencia en forma de calor.
- Compruebe.

**Solución:**

Circuito de la figura iv.

$$R = 2.727\Omega$$

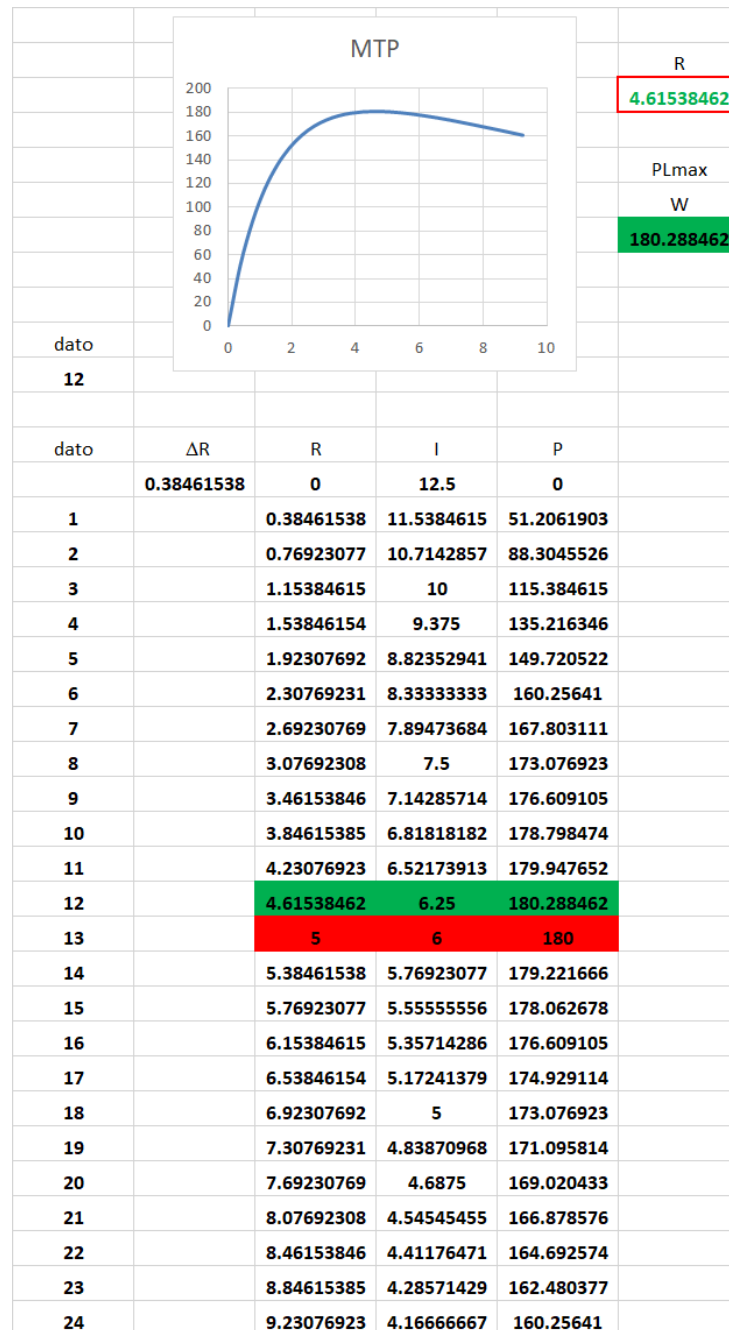
Comprobación:



Circuito de la figura v.

$$R = 4.615\Omega$$

Comprobación:



## Aprendizaje basado en retos

*Referencia:*

**Diseño del complemento:  
Reto 1, 2, 3 y 4**

**“Tema 1”** de la asignatura **“Circuitos Eléctricos I”**  
*M. C. José Alejandro Morones Alba*  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

Cualquier herramienta computacional se diseña en términos de un modelo matemático. La frase “construcción de la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente el estudiante construye la herramienta computacional, obviamente el profesor revisa y corrige (si hubiera errores) el trabajo del estudiante hasta que concreta lo que el profesor ha definido como final.

### **Reto 1 Construcción de la herramienta computacional “superposición”**

Esta herramienta computacional permite analizar el **complemento: Práctica 1** y resuelve el circuito de la figura **i**. La herramienta computacional considera 2 divisores de tensión a conectar al circuito de la figura **i**. La figura **vi** muestra el diseño de esta herramienta computacional, los voltajes de las fuentes  $E_1$  y  $E_2$  y los valores de las resistencias del circuito a analizar están disponibles en el laboratorio.

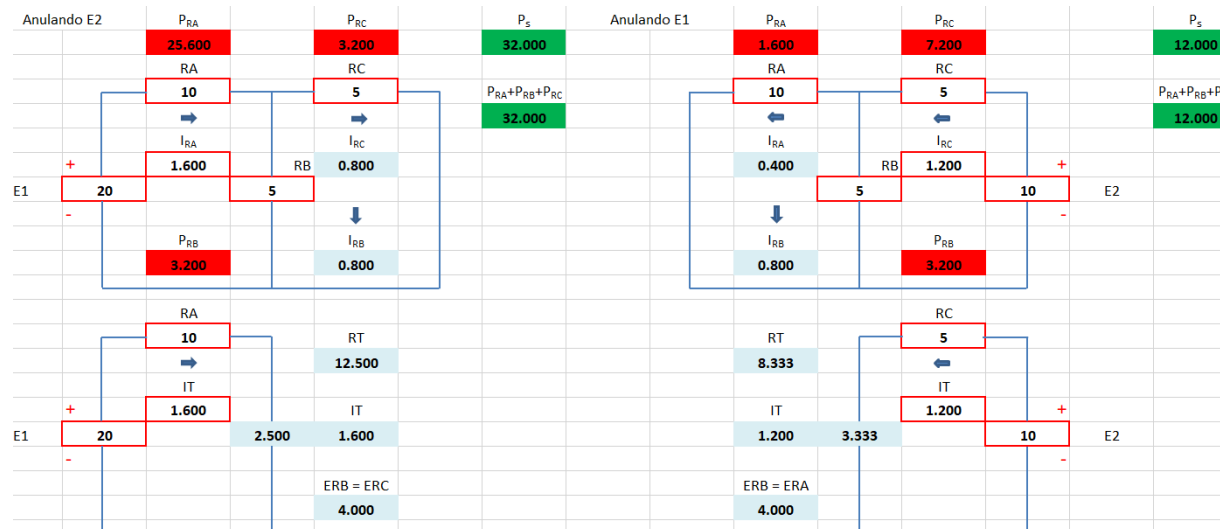
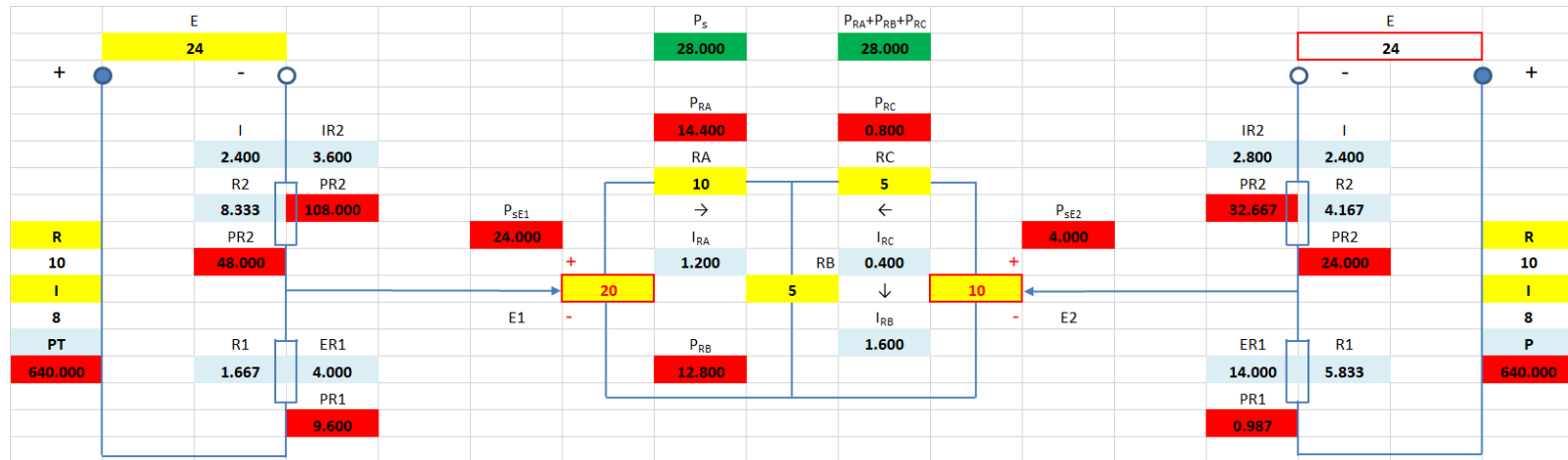
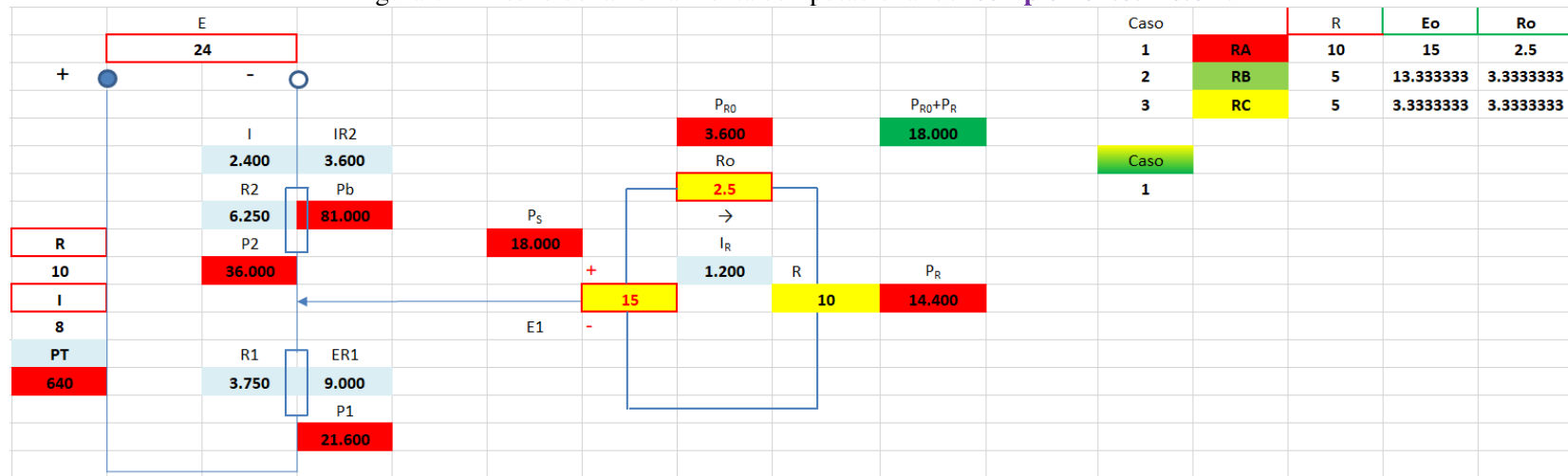


Figura vi Diseño de la herramienta computacional del complemento: Reto 1.



Figura viii Diseño de la herramienta computacional del complemento: Reto 2.



Continuación de la figura viii.

La figura ix muestra los pasos 1 a 5 del Teorema de Norton aplicado al elemento resistivo  $R_A$  (por ejemplo). La herramienta computacional permite seleccionar la aplicación del Teorema de Norton a cualquiera de los 3 elementos resistivos.

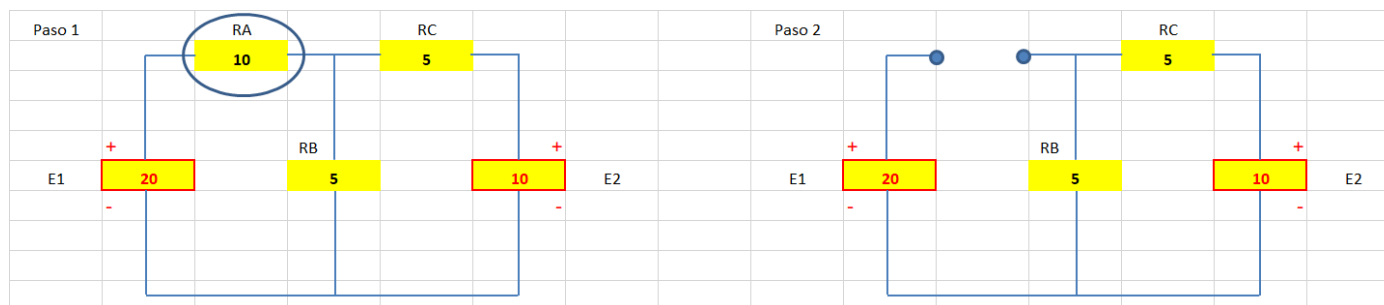
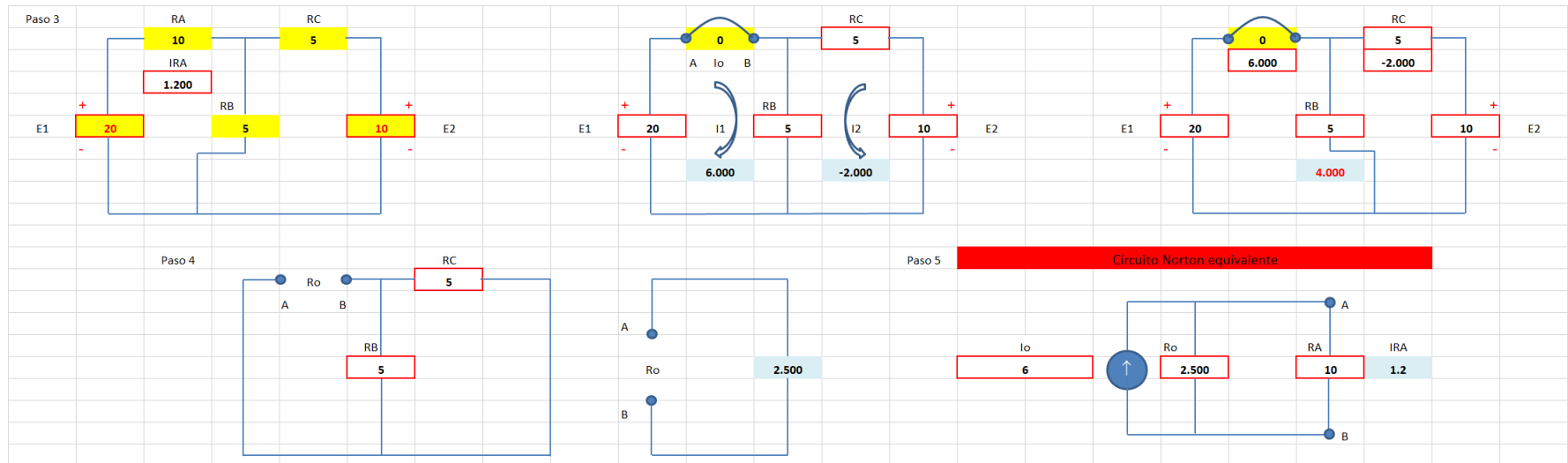


Figura ix Pasos 1 a 5 del Teorema de Norton aplicado al elemento resistivo  $R_A$ .



Continuación de la figura ix.

### Reto 3 Construcción de la herramienta computacional “Teorema de Thévenin”

Esta herramienta computacional permite analizar el **complemento: Práctica 3** y resuelve el circuito de la figura i. La herramienta computacional considera 2 divisores de tensión a conectar al circuito de la figura i. La figura x muestra el diseño de esta herramienta computacional, los voltajes de las fuentes E1 y E2 y los valores de las resistencias del circuito a analizar están disponibles en el laboratorio.

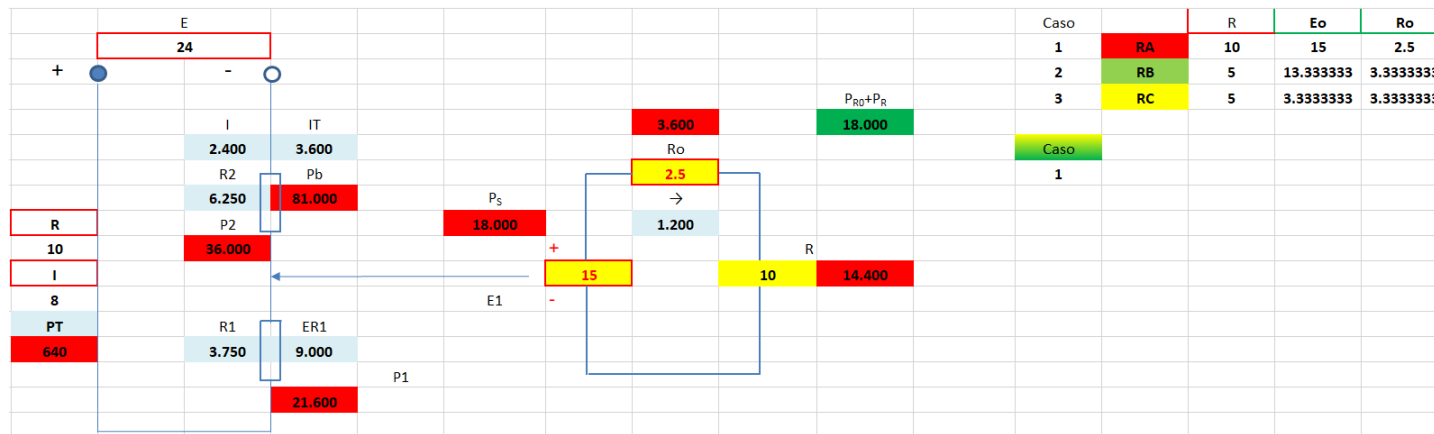
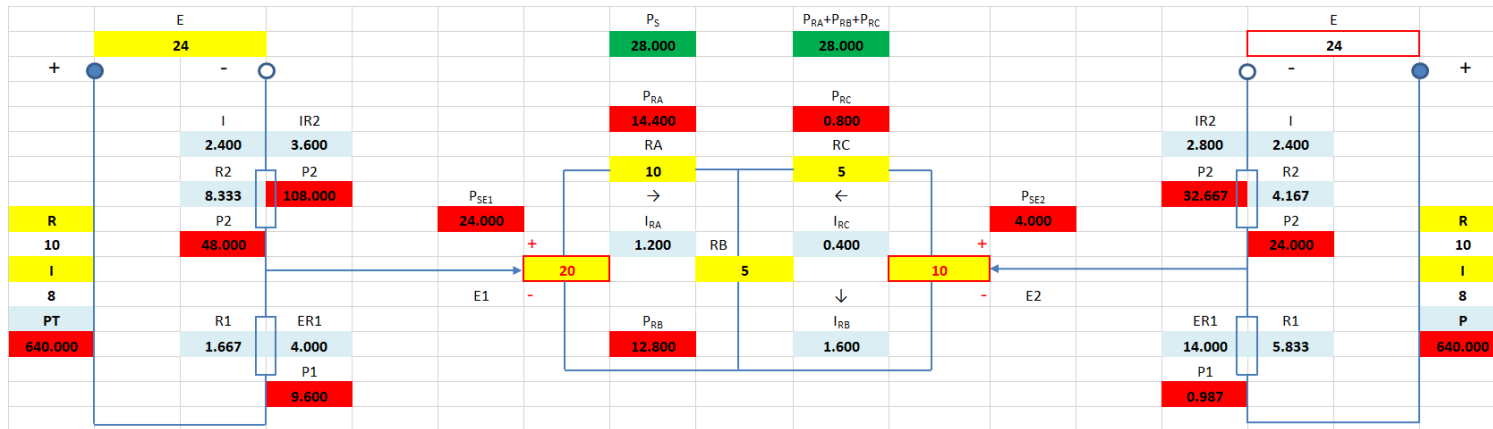


Figura x Diseño de la herramienta computacional del **complemento: Reto 3**.

La figura xi muestra los pasos 1 a 5 del Teorema de Thévenin aplicado al elemento resistivo  $R_A$  (por ejemplo). La herramienta computacional permite seleccionar la aplicación del Teorema de Thévenin a cualquiera de los 3 elementos resistivos.

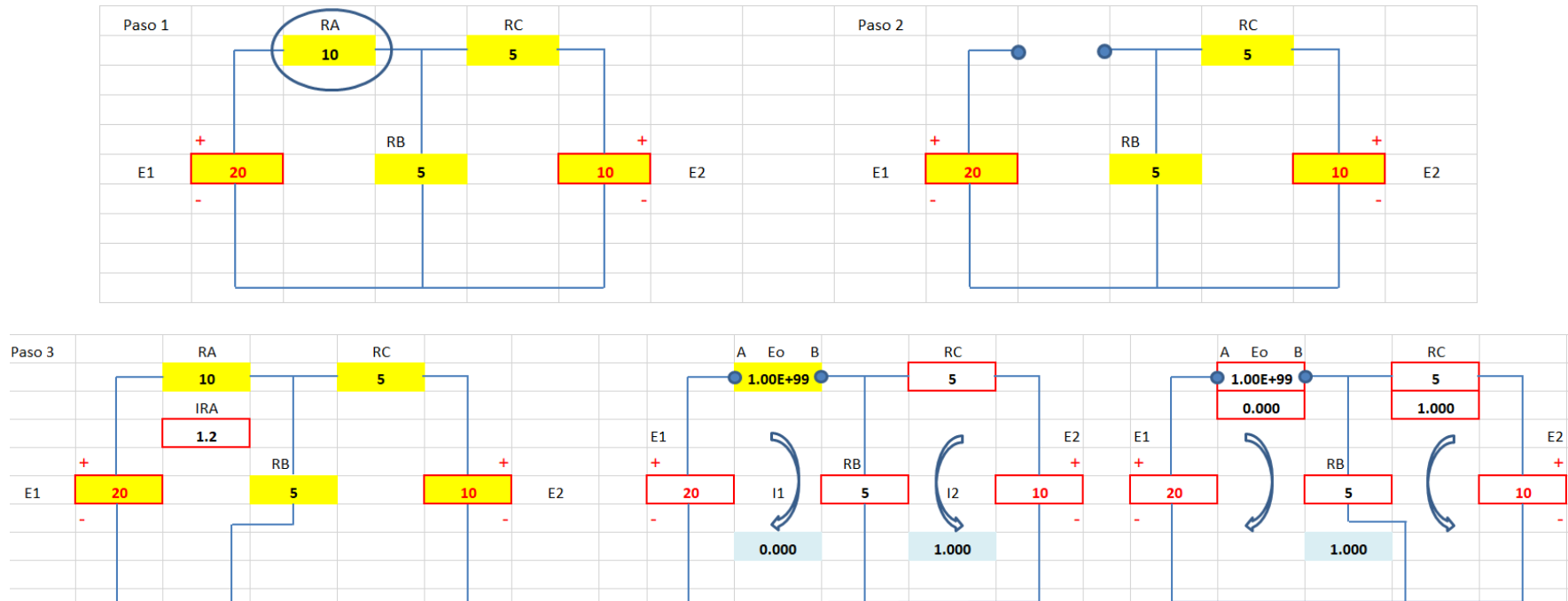


Figura xi Pasos 1 a 5 del Teorema de Thévenin aplicado al elemento resistivo  $R_A$ .

#### Reto 4 Construcción de la herramienta computacional “Teorema de la máxima transferencia de potencia”

Esta herramienta computacional permite analizar el **complemento: Práctica 4** y resuelve el circuito de la figura i. La herramienta computacional considera 2 divisores de tensión a conectar al circuito de la figura i. La figura xii muestra el diseño de esta herramienta computacional, los voltajes de las fuentes E1 y E2 y los valores de las resistencias del circuito a analizar están disponibles en el laboratorio.

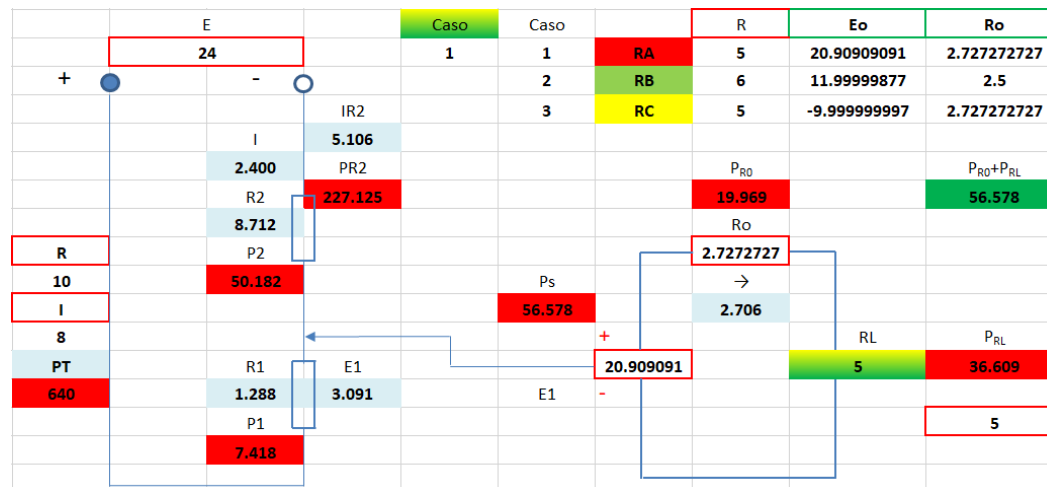
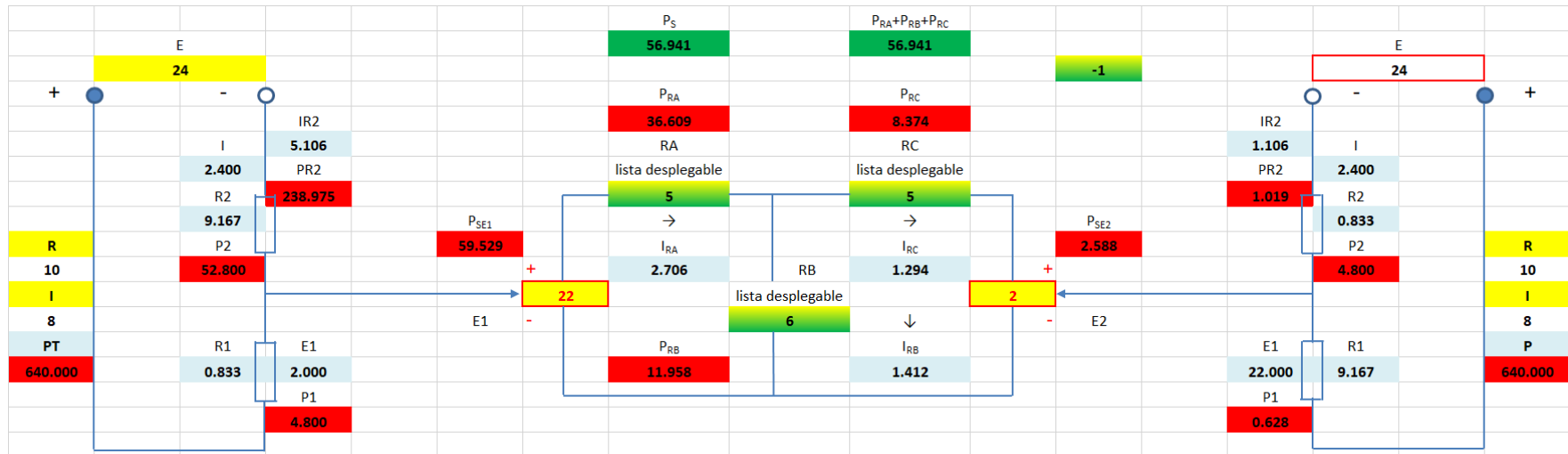


Figura xii Diseño de la herramienta computacional del complemento: Reto 4.

La figura [xiii](#) muestra la comprobación.

dato	dato	RL	$I_{RL}$	$P_{RL}$
12	0	0	7.6666667	0
$\Delta RL$	1	0.2272727	7.0769231	11.382464
0.227	2	0.4545455	6.5714286	19.628942
	3	0.6818182	6.1333333	25.648485
	4	0.9090909	5.75	30.056818
	5	1.1363636	5.4117647	33.280906
	6	1.3636364	5.1111111	35.622896
	7	1.5909091	4.8421053	37.300428
	8	1.8181818	4.6	38.472727
	9	2.0454545	4.3809524	39.257885
	10	2.2727273	4.1818182	39.744553
	11	2.5	4	40
	12	2.7272727	3.8333333	40.075758
	13	2.9545455	3.68	40.011636
	14	3.1818182	3.5384615	39.838623
	15	3.4090909	3.4074074	39.580995
	16	3.6363636	3.2857143	39.257885
	17	3.8636364	3.1724138	38.884445
	18	4.0909091	3.0666667	38.472727
	19	4.3181818	2.9677419	38.032353
	20	4.5454545	2.875	37.571023
	21	4.7727273	2.7878788	37.094916
	22	5	2.7058824	36.608997
	23	5.2272727	2.6285714	36.117254
	24	5.455	2.5555556	35.622896
	25	5.682	2.4864865	35.128495
	26	5.909	2.4210526	34.636112
	27	6.136	2.3589744	34.147391
	28	6.364	2.3	33.663636
	29	6.591	2.2439024	33.185874
	30	6.818	2.1904762	32.714904

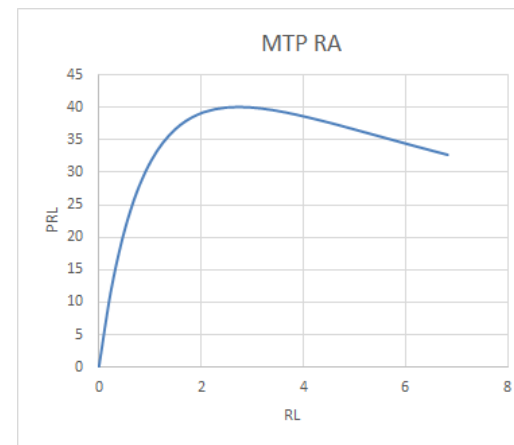


Figura [xiii](#) Comprobación. MTP aplicada al elemento resistivo  $R_A$ .

## Rúbrica para evaluar las prácticas de laboratorio

### Portada

La portada debe contener:

1. Nombre de la institución
2. Carrera
3. Número y nombre la práctica
4. Nombre de los estudiantes
5. Nombre del profesor
6. Fecha de entrega

En el encabezado aparece mi nombre, esto es así porque un servidor diseño la propuesta. Cuando ustedes envíen su documento deberán quitar mi nombre e incluir el encabezado (si desean incluirlo), pie de página (si desean incluirlo), logotipos (si desean incluirlos).

### **Introducción**

Lo que se indique en la práctica.

20%

### **Objetivos**

Incluir los objetivos indicados en la práctica.

### **Material y equipo**

Incluir la lista indicada en la práctica mencionando las especificaciones técnicas del equipo.

### **Discusión de resultados:**

Al reportar resultados calculados de las prácticas de laboratorio deben utilizar 3 cifras de precisión.

1 Deben respetar la propuesta metodológica de la práctica para mostrar resultados sin tener que repetir la redacción de los procedimientos y sin mostrar los circuitos eléctricos.

30%

2 Deben hacer observaciones (2 o más por objetivo) de los experimentos propuestos en los procedimientos (*esta redacción es en equipo*). Estas observaciones se indican en cada objetivo.

10%

### **Conclusiones**

Deben incluir conclusiones por objetivos y son individuales.

Cada conclusión debe ser redactada en un párrafo de 5 renglones completos (el espaciamiento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman).

La conclusión es una redacción técnica haciendo referencia a la introducción, ecuaciones, cálculos y comportamientos gráficos.

20%

### **Demostración práctica**

Deben redactar en cada objetivo (sin incluir diagramas eléctricos, cálculos, etc) que fue lo que se hizo y que interpretas de la demostración práctica del objetivo (*esta redacción es en equipo*). Cada demostración práctica debe ser redactada en un párrafo de 8 renglones completos (el espaciamiento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman). Esta sección depende de lo que haga un servidor en las demostraciones prácticas ejecutadas en el laboratorio.

20%

## Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio

### Práctica 1

#### Teorema de superposición

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 1**.

Objetivo:

- 1 Analizar y comprender el teorema de superposición.

### Introducción

Muestre en la figura a la herramienta computacional utilizada en este complemento.

#### Insertar figura

Figura a Herramienta computacional.

Construya el circuito de la figura a usando Proteus (muestre la simulación en la figura b), el circuito debe mostrar todos y cada uno de los valores mostrados por la herramienta computacional utilizada en este complemento excepto potencias.

#### Insertar figura

Figura b Circuito a emplear en este complemento usando Proteus.

### Material y equipo utilizado

- 1 Módulo de suministro de potencia (mesa de trabajo)
- 5 Resistencias de alambre (diferentes valores)
  - 3  $10\Omega$ , 8A
  - 2  $5\Omega$ , 6A
- 2 Multímetro
- 1 Amperímetro
- Cables

### Metodología

#### Objetivo 1

1) Considere el circuito de la figura c. Proponga valores para las tensiones y regístrelos en la tabla a. También, proponga valores para las resistencias (use los valores medidos) y regístrelos en la tabla b, indique en la tabla b las corrientes de placa de los reóstatos usados.

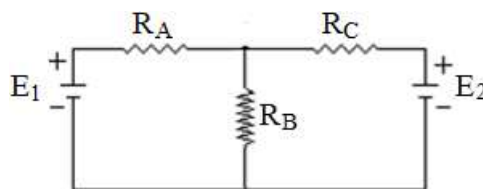


Figura c Circuito de 2 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

2) Use los valores propuestos de las tablas a y b y el **complemento: Reto 1** para calcular la corriente en cada resistencia, registre los valores en la tabla c.

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura c.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

3) Conecte el circuito de la figura c usando los valores propuestos de las tablas a y b, mida las tensiones y corrientes y registre los valores en la tabla d.

Tabla d Valores medidos para el circuito de la figura c.

$E_1$	$E_2$	$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	V	A	A	A

4) Considere el circuito de la figura d. Utilice el valor propuesto de tensión  $E_1$  y resistencias de la metodología 1, use el **complemento: Reto 1** para calcular la corriente en cada resistencia y registre los valores en la tabla e.

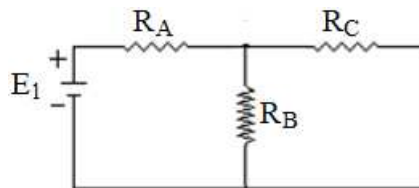


Figura d Circuito de 2 mallas y 1 fuente de alimentación.

Tabla e Valores calculados para el circuito de la figura d.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

5) Conecte el circuito de la figura d y usando los valores propuestos de las tablas a y b, mida la tensión y corrientes, registre los valores en la tabla f.

Tabla f Valores medidos para el circuito de la figura d.

$E_1$	$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	A	A	A

6) Considere el circuito de la figura e. Utilice el valor propuesto de tensión y resistencias de la metodología 1, use el **complemento: Reto 1** para calcular la corriente en cada resistencia y registre los valores en la tabla g.

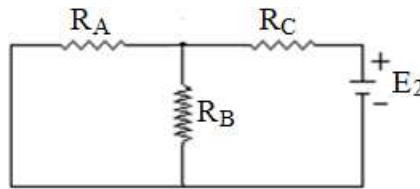


Figura e Circuito de 2 mallas y 1 fuente de alimentación.

Tabla g Valores calculados para el circuito de la figura e.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

7) Conecte el circuito de a figura e y usando los valores propuestos, mida la tensión y corrientes, registre los valores en la tabla h.

Tabla h Valores medidos para el circuito de la figura e.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$E_2$
A	A	A	V

8) Use los **valores** de las tablas f y h (valores medidos) y calcule la corriente en las resistencias, registre los valores en la tabla j.

Tabla j Valores calculados (usando valores medidos) para el circuito de la figura c.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

Compare las tablas c y j. **P1** ¿Es aproximadamente igual la corriente en las resistencias?

**P2** ¿Es válida la afirmación “Si un circuito tiene 2 o más entradas se puede encontrar las corrientes y voltajes debidos a cada entrada actuando por sí misma (es decir, considerando a las demás anuladas) y sumar las respuestas correspondientes para obtener la respuesta total”?

### Sugerencias didácticas

Construir el **complemento: Reto 1** para analizar y comprender el teorema de superposición es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo

satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (datos y cálculos), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento. La herramienta computacional resuelve el circuito a analizar calculando corrientes, voltajes y potencias.

Los valores calculados de las tablas **c**, **g** y **e** no deben superar los valores propuestos por el fabricante de la tabla **b**.

El circuito de la figura **c** debe conectarse como se muestra en la figura **f**.

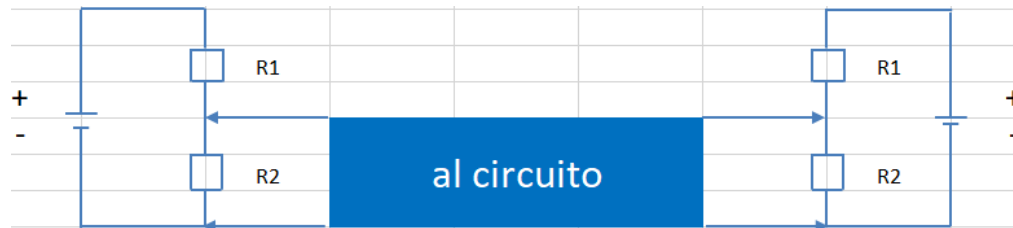


Figura **f** Terminales a utilizar para ejecutar el complemento.

Para las metodologías **5** y **7** los circuitos de las figuras **d** y **e** se pueden conectar a las tensiones  $E_{R1}$  ó  $E_{R2}$  (el circuito ya no está interconectado).

Verifique el estado de los reóstatos de alambre y cables. Los cables utilizados en el laboratorio soportan 10A (valor especificado por el fabricante).

Verifique las conexiones y los alcances de los instrumentos de medición.

### **Reporte del equipo:**

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

**Referencia:**

**Diseño del complemento:**

**Práctica 1**

“**Tema 3**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

## Práctica 2

### Teorema de Norton

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 2**.

Objetivo:

- 1 Analizar y comprender el teorema de Norton.

### Introducción

Muestre en la figura a la herramienta computacional utilizada en este complemento.

### Insertar figura

Figura a Herramienta computacional.

### Material y equipo utilizado

- 1 Módulo de suministro de potencia (mesa de trabajo)
- 5 Resistencias de alambre (diferentes valores)
  - 3  $10\Omega$ , 8A
  - 2  $5\Omega$ , 6A
- 2 Multímetro
- 1 Amperímetro
- Cables

### Metodología

#### Objetivo 1

1) Considere el circuito de la figura b. Proponga valores para las tensiones y regístrelos en la tabla a. También, proponga valores para las resistencias (use los valores medidos) y regístrelos en la tabla b, indique en la tabla b las corrientes de placa de los reóstatos usados.

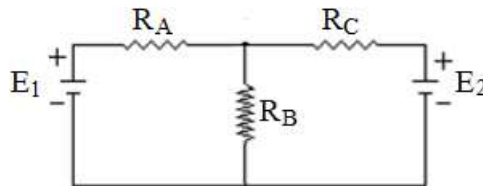


Figura b Circuito de 2 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

Para las metodologías 2 a 7 usará el **complemento: Reto 2**.

2) Use los valores propuestos de las tablas a y b para calcular la corriente en cada resistencia, registre los valores en la tabla c. La tabla c permite determinar si el circuito puede energizarse o no.

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

3) Aplique el paso 1 (el Teorema de Norton se aplicará al elemento resistivo  $R_A$ ) y muestre el circuito en la figura c.

**Insertar figura**  
Figura c Paso 1.

4) Aplique el paso 2 y muestre el circuito en la figura d.

**Insertar figura**  
Figura d Paso 2.

5) Aplique el paso 3 y muestre el circuito en la figura e (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2.). Al calcular la corriente  $I_o$  aplique la técnica que desee y registre el valor en la tabla d.

**Insertar figura**  
Figura e Paso 3. El circuito fue resuelto utilizando el teorema de superposición. Circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2.

Tabla d Valor calculado para el circuito de la figura e.

$I_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

6) Aplique el paso 4 (cálculo de la resistencia  $R_o$ ) y registre el valor en la tabla e. Muestre el circuito inicial en la figura f.

**Insertar figura**  
Figura f Paso 4.

Tabla e Valor calculado para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$

7) Aplique el paso 5 y muestre el equivalente Norton en la figura g. Calcule la corriente  $I_{RA}$  y registre el valor en la tabla f.

**Insertar figura**

Figura g Paso 5, equivalente Norton.

Tabla f Valor calculado para el circuito de la figura g.

$I_{RA}$
A

8) Conecte el circuito de la figura b usando los valores propuestos de las tablas a y b. Mida las tensiones  $E_1$  y  $E_2$  y la corriente  $I_{RA}$ , registre los valores en la tabla g.

Tabla g Valores medidos para el circuito de la figura b.

$E_m$	$E_n$	$I_{RA}$
V	V	A

9) Conecte el circuito de la figura e. Mida las tensiones  $E_1$  y  $E_2$  y la corriente  $I_o$ , registre los valores en la tabla h.

Tabla h Valor medido para el circuito de la figura e.

$E_m$	$E_n$	$I_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	V	A	A	A

10) Conecte el circuito de la figura f y mida la resistencia  $R_o$ . Registre el valor en la tabla i.

Tabla i Valor medido para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$

11) Use los valores medidos de las metodologías 9 y 10 y muestre en la figura h el circuito equivalente Thévenin incluyendo el divisor de tensión 1. Registre el valor calculado de la tensión  $E_o$  en la tabla j.

**Insertar figura**

Figura h Equivalente Thévenin incluyendo el divisor de tensión 1.

Tabla **j** Valor calculado para el circuito de la figura **h**.

$E_o$
V

**12)** Conecte el circuito de la figura **h** y mida  $I_{RA}$ , registre el valor en la tabla **k**.

Tabla **k** Valor medido para el circuito de la figura **h**.

$I_{RA}$
A

Compare las tablas **c** y **k**. **P1** ¿Es aproximadamente igual la corriente en las resistencias?

**P2** ¿Es válida la afirmación “El teorema de Norton establece que cualquier circuito lineal activo puede ser sustituido por una sola fuente de corriente constante  $I_o$  igual a la de corto circuito en las terminales A, B teniendo en paralelo una resistencia igual a la resistencia equivalente tomada desde las terminales A, B”?

### Sugerencias didácticas

Construir el **complemento: Reto 2** para analizar y comprender el Teorema de Norton es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (datos y cálculos), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento. La herramienta computacional resuelve el circuito a analizar calculando corrientes, voltajes y potencias. La herramienta computacional permite seleccionar la aplicación del Teorema de Norton a cualquiera de los 3 elementos resistivos.

Los valores calculados de las tablas **c** y **d** no deben superar los valores propuestos por el fabricante de la tabla **b**.

Los circuitos de las figuras **b** y **e** deben conectarse como se muestra en la figura **f** del **complemento: Práctica 1**.

Para la metodología **12**, el circuito de la figura **g** se puede conectar a las tensiones  $E_{R1}$  ó  $E_{R2}$  (el circuito ya no está interconectado).

Verifique el estado de los reóstatos de alambre y cables. Los cables utilizados en el laboratorio soportan 10A (valor especificado por el fabricante).

Verifique las conexiones y los alcances de los instrumentos de medición.

### Reporte del equipo:

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

***Referencia:***

**Diseño del complemento:  
Práctica 2**

**“Tema 3”** de la asignatura **“Circuitos Eléctricos I”**  
*M. C. José Alejandro Morones Alba*  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

### Práctica 3

#### Teorema de Thévenin

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 3**.

Objetivo:

- 1 Analizar y comprender el teorema de Thévenin.

#### Introducción

Muestre en la figura a la herramienta computacional utilizada en este complemento.

#### Insertar figura

Figura a Herramienta computacional.

#### Material y equipo utilizado

- 1 Módulo de suministro de potencia (mesa de trabajo)
- 5 Resistencias de alambre (diferentes valores)
  - 3  $10\Omega$ , 8A
  - 2  $5\Omega$ , 6A
- 2 Multímetro
- 1 Amperímetro
- Cables

#### Metodología

##### Objetivo 1

1) Considere el circuito de la figura b. Proponga valores para las tensiones y regístrelos en la tabla a. También, proponga valores para las resistencias (use los valores medidos) y regístrelos en la tabla b, indique en la tabla b las corrientes de placa de los reóstatos usados.

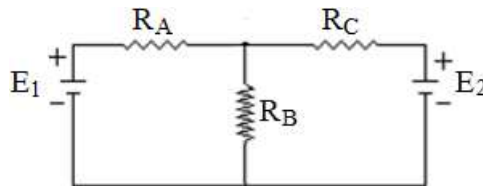


Figura b Circuito de 2 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

Para las metodologías 2 a 7 usará el **complemento: Reto 3**.

2) Use los valores propuestos de las tablas a y b para calcular la corriente en cada resistencia, registre los valores en la tabla c. La tabla c permite determinar si el circuito puede energizarse o no.

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

3) Aplique el paso 1 (el Teorema de Thévenin se aplicará al elemento resistivo  $R_A$ ) y muestre el circuito en la figura c.

**Insertar figura**

Figura c Paso 1.

4) Aplique el paso 2 y muestre el circuito en la figura d.

**Insertar figura**

Figura d Paso 2.

5) Aplique el paso 3 y muestre el circuito en la figura e (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2.). Al calcular la tensión  $E_o$  aplique la técnica que desee y registre el valor en la tabla d.

**Insertar figura**

Figura e Paso 3. El circuito fue resuelto utilizando el teorema de superposición. Circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2.

Tabla d Valor calculado para el circuito de la figura e.

$E_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	A	A

6) Aplique el paso 4 (cálculo de la resistencia  $R_o$ ) y registre el valor en la tabla e. Muestre el circuito inicial en la figura f.

**Insertar figura**

Figura f Paso 4.

Tabla e Valor calculado para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$

7) Aplique el paso 5 y muestre el equivalente Thévenin en la figura g. Calcule la corriente  $I_{RA}$  y registre el valor en la tabla f.

**Insertar figura**

Figura g Paso 5, equivalente Thévenin.

Tabla f Valor calculado para el circuito de la figura g.

$I_{RA}$
A

8) Conecte el circuito de la figura b usando los valores propuestos de las tablas a y b. Mida las tensiones  $E_1$  y  $E_2$  y la corriente  $I_{RA}$ , registre los valores en la tabla g.

Tabla g Valores medidos para el circuito de la figura b.

$E_m$	$E_n$	$I_{RA}$
V	V	A

9) Conecte el circuito de la figura e. Mida las tensiones  $E_1$  y  $E_2$  y la tensión  $E_o$ , registre los valores en la tabla h.

Tabla h Valor medido para el circuito de la figura e.

$E_m$	$E_n$	$E_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	V	V	A	A

10) Conecte el circuito de la figura f y mida la resistencia  $R_o$ . Registre el valor en la tabla i.

Tabla i Valor medido para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$

11) Use los valores medidos de las metodologías 9 y 10 y muestre en la figura h el circuito equivalente Thévenin incluyendo el divisor de tensión 1.

**Insertar figura**

Figura h Equivalente Thévenin incluyendo el divisor de tensión 1.

12) Conecte el circuito de la figura h y mida  $I_{RA}$ , registre el valor en la tabla k.

Tabla k Valor medido para el circuito de la figura h.

$I_{RA}$
A

Compare las tablas c y k. **P1** ¿Es aproximadamente igual la corriente en las resistencias?

**P2** ¿Es válida la afirmación “El teorema de Thévenin establece que cualquier circuito lineal activo puede ser sustituido por una sola fuente de voltaje  $E_o$  que posea una fuerza electromotriz equivalente e igual a la de las terminales A, B en circuito abierto con una resistencia interna igual a la equivalente tomada de las terminales A, B, sustituyendo todas las fuentes de fuerza electromotriz por sus resistencias internas”?

### Sugerencias didácticas

Construir el **complemento: Reto 3** para analizar y comprender el Teorema de Thévenin es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (datos y cálculos), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento. La herramienta computacional resuelve el circuito a analizar calculando corrientes, voltajes y potencias. La herramienta computacional permite seleccionar la aplicación del Teorema de Thévenin a cualquiera de los 3 elementos resistivos.

Los valores calculados de las tablas c y d no deben superar los valores propuestos por el fabricante de la tabla b.

Los circuitos de las figuras b y e deben conectarse como se muestra en la figura f del **complemento: Práctica 1**. Para la metodología 12, el circuito de la figura g se puede conectar a las tensiones  $E_{R1}$  ó  $E_{R2}$  (el circuito ya no está interconectado).

Verifique el estado de los reóstatos de alambre y cables. Los cables utilizados en el laboratorio soportan 10A (valor especificado por el fabricante). Verifique las conexiones y los alcances de los instrumentos de medición.

### Reporte del equipo:

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

*Referencia:*

**Diseño del complemento:  
Práctica 3**

“**Tema 3**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

## Práctica 4

### Teorema de la máxima transferencia de potencia

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 4**.

Objetivo:

- 1 Analizar y comprender el teorema de la máxima transferencia de potencia.

## Introducción

Muestre en la figura a la herramienta computacional utilizada en este complemento.

### Insertar figura

Figura a Herramienta computacional.

## Material y equipo utilizado

- 1 Módulo de suministro de potencia (mesa de trabajo)
- 7 Resistencias de alambre (diferentes valores)
  - 3  $10\Omega$ , 8A
  - 3  $5\Omega$ , 6A
  - 1  $6\Omega$ , 5A
- 2 Multímetro
- 1 Amperímetro
- Cables

## Metodología

### Objetivo 1

1) Considere el circuito de la figura b. Proponga valores para las tensiones y regístrelos en la tabla a. También, proponga valores para las resistencias (use los valores medidos) y regístrelos en la tabla b, indique en la tabla b las corrientes de placa de los reóstatos usados.

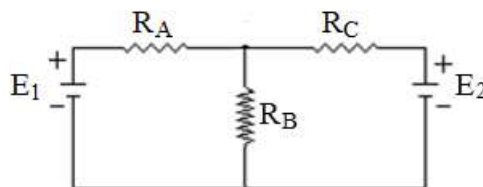


Figura b Circuito de 2 mallas y 2 fuentes de alimentación.

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V

Tabla **b** Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura **b**.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

Para las metodologías **2** y **3** usará el **complemento: Reto 4**.

**2)** Use los valores propuestos de las tablas **a** y **b** para calcular las corrientes en cada resistencia, registre los valores en la tabla **c** (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2). La tabla **c** permite determinar si el circuito puede energizarse o no.

Tabla **c** Valores calculados para el circuito de la figura **b**.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A

**3)** El teorema de la máxima transferencia de potencia (MTP) se aplicara al elemento resistivo  $R_A$ . Su aplicación se dividirá en dos partes.

**Parte a**

**i)** Usando los valores propuestos de las tablas **a** y **b** calcule la potencia que se disipa en forma de calor en la resistencia  $R_A$  (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2), muestre en la tabla **d** el resultado.

Tabla **d** Valor calculado.

$P_{RA}$
W

**ii)** Use el paso 4 del teorma de Thévenin y calcule  $R_o$ , muestre el resultado en la tabla **e**.

Tabla **e** Valor calculado.

$R_o$
$\Omega$

**iii)** Use el valor calculado de la tabla **e** por el valor  $R_A$  de la tabla **b** y calcule los valores indicados en la tabla **f** (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2). Para fijar el valor de la resistencia  $R_o$  utilice la sección variable del reóstato de alambre.

Tabla **f** Valores calculados.

$I_{Ro}$	$P_{Ro}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	W	A	A

**iv)** La resistencia que disipará la máxima potencia en forma de calor es  $R_o$ , para confirmar lo anterior, suponga 2 valores de resistencia de carga  $R_L$  por debajo de  $R_o$  y 2 valores de resistencia de carga  $R_L$  por encima de  $R_o$  (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2). Muestre los resultados en la tabla **g** (recuerde que ningún valor de corriente debe superar los valores propuestos por el fabricante de la tabla **b**).

Tabla **g** Valores calculados.

$R_L$	$I_{RL}$	$P_{RL}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
$\Omega$	A	W	A	A
$R_o$				

**v)** En la figura **c** muestre la solución del circuito para el caso  $R_L = R_o$  (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2).

**Insertar figura**

Figura **c** Solución del circuito para el caso  $R_L = R_o$  (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2).

**vi)** Conecte el circuito de la figura **c** y fije  $R_L$  en términos de los valores supuestos de la tabla **g**. Mida los valores indicados en la tabla **h**.

Tabla **h** Valores medidos.

$R_L$	$I_{RL}$	$P_{RL}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
$\Omega$	A	W	A	A
$R_o$				

**Parte b**

**vii)** Use el paso 5 del teorema de Thévenin (equivalente de Thévenin conectado al divisor de tensión 1). Calcule la corriente y la potencia en  $R_A$ , muestre en la tabla **i** los resultados.

Tabla **i** Valores calculados.

$I_{RA}$	$P_{RA}$
A	W

**viii)** Use el valor calculado de la tabla **e** por el valor  $R_A$  de la tabla **b** y calcule los valores indicados en la tabla **j** (equivalente de Thévenin conectado al divisor de tensión 1). Para fijar el valor de la resistencia  $R_o$  utilice la sección variable del reóstato de alambre.

Tabla **j** Valores calculados.

$I_{R_o}$	$P_{R_o}$
A	W

**ix)** La resistencia que disipará la máxima potencia en forma de calor es  $R_o$ , para confirmar lo anterior, suponga 2 valores de resistencia de carga  $R_L$  por debajo de  $R_o$  y 2 valores de resistencia de carga  $R_L$  por encima de  $R_o$  (equivalente de Thévenin conectado al divisor de tensión 1). Muestre los resultados en la tabla **k** (recuerde que ningún valor de corriente debe superar los valores propuestos por el fabricante de la tabla **b**).

Tabla **k** Valores calculados.

$R_L$		$I_{RL}$	$P_{RL}$
$\Omega$		A	W
$R_o$			

**x)** En la figura **d** muestre la solución del circuito para el caso  $R_L = R_o$  (equivalente de Thévenin conectado al divisor de tensión 1).

**Insertar figura**

Figura **d** Solución del circuito para el caso  $R_L = R_o$  (equivalente de Thévenin conectado al divisor de tensión 1).

**xi)** Conecte el circuito de la figura **d** y fije  $R_L$  en términos de los valores supuestos de la tabla **k**. Mida y registre los valores indicados en la tabla **l**.

Tabla **l** Valores medidos.

$R_L$	$I_{RL}$	$P_{RL}$
$\Omega$	A	W
$R_o$		

**4)** Compruebe. Use los valores de las tablas **h** y **l** y grafique  $P_{RL}$  vs  $R_L$  (use solo una gráfica para obtener los 2 comportamientos). Muestre los comportamientos en la figura **e**.

### Insertar figura

Figura e  $P_{RL}$  vs  $R_L$ , MTP aplicada al elemento resistivo  $R_A$  empleando los valores medidos.

**P1** ¿Es válida la afirmación “La resistencia que disipa mayor cantidad de calor será igual a la resistencia  $R_0$  del circuito equivalente del teorema de Thévenin”? Explique.

### Sugerencias didácticas

Construir el **complemento: Reto 4** para analizar y comprender el Teorema de la máxima transferencia de potencia es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (datos y cálculos), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento. La herramienta computacional resuelve el circuito a analizar calculando corrientes, voltajes y potencias. La herramienta computacional permite seleccionar la aplicación del Teorema de la máxima transferencia de potencia a cualquiera de los 3 elementos resistivos.

Los valores calculados de las tablas **c, f, g, i, j y k** no deben superar los valores propuestos por el fabricante de la tabla **b**.

El circuito de la figura **c** debe conectarse como se muestra en la figura **f** del **complemento: Práctica 1**.

El circuito de la figura **d** se puede conectar a las tensiones  $E_{R1}$  ó  $E_{R2}$  (el circuito ya no está interconectado).

Verifique el estado de los reóstatos de alambre y cables. Los cables utilizados en el laboratorio soportan 10A (valor especificado por el fabricante).

Verifique las conexiones y los alcances de los instrumentos de medición.

### Reporte del equipo:

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

*Referencia:*

**Diseño del complemento:  
Práctica 4**

“**Tema 3**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”  
*M. C. José Alejandro Morones Alba*  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

## **Anexo**

### **Solución de las prácticas de laboratorio**

## Práctica 1

### Teorema de superposición

#### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

1)

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V
20	10

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
10	5	5
$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A
8	6	6

2)

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura c.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A
1.2	1.6	0.4

3)

Tabla d Valores medidos para el circuito de la figura c.

$E_1$	$E_2$	$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	V	A	A	A
20.1	10	1.19	1.59	0.41

4)

Tabla e Valores calculados para el circuito de la figura d.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A
1.6	0.8	0.8

5)

Tabla f Valores medidos para el circuito de la figura d.

$E_1$	$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	A	A	A
20	1.58	0.79	0.78

6)

Tabla g Valores calculados para el circuito de la figura e.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A
0.4	0.8	1.2

7)

Tabla h Valores medidos para el circuito de la figura e.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$	$E_2$
A	A	A	V
0.4	0.79	1.21	10.1

8)

Tabla j Valores calculados (usando valores medidos) para el circuito de la figura c.

$I_{RA}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A
1.19	1.58	0.43

Compare las tablas c y j. **P1** ¿Es aproximadamente igual la corriente en las resistencias? **Si.**

**P2** ¿Es válida la afirmación “Si un circuito tiene 2 o más entradas se puede encontrar las corrientes y voltajes debidos a cada entrada actuando por sí misma (es decir, considerando a las demás anuladas) y sumar las respuestas correspondientes para obtener la respuesta total”? **Si.**

## Práctica 2 Teorema de Norton

### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

1)

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V
20	10

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
10	5	5
$I_{R_A}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
A	A	A
8	6	6

2)

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{R_A}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
A	A	A
1.2	1.6	0.4

3)

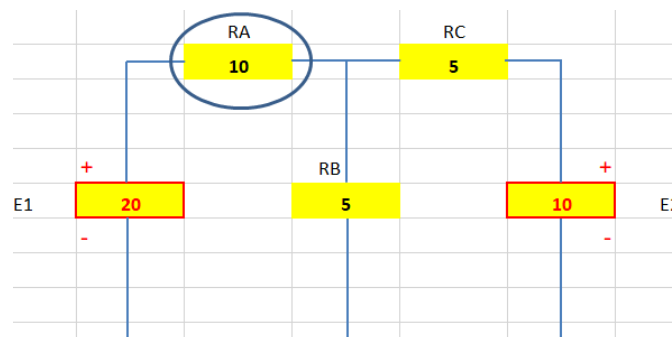


Figura c Paso 1.

4)

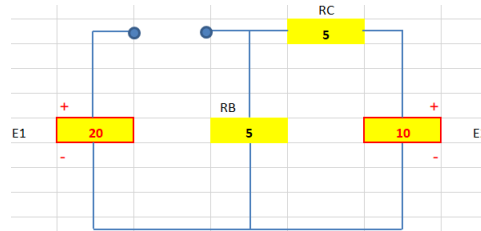


Figura d Paso 2.

5)

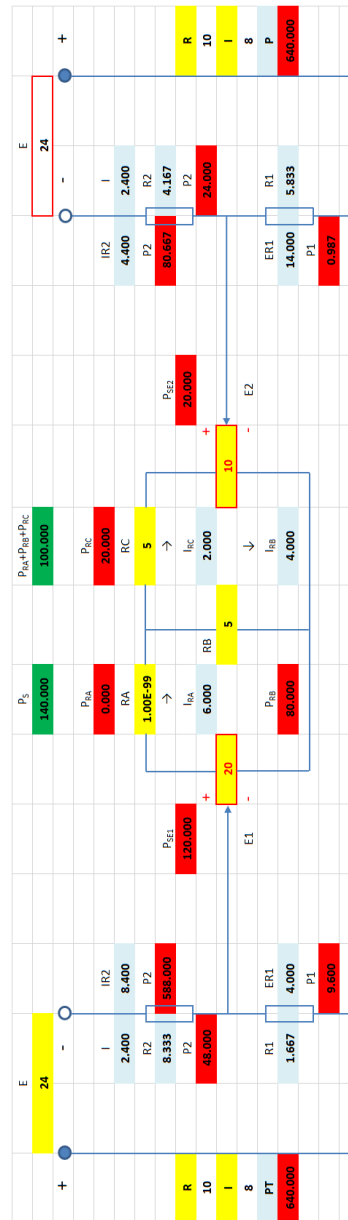


Figura e Paso 3. El circuito fue resuelto utilizando el teorema de superposición. Circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2.

Tabla d Valor calculado para el circuito de la figura e.

$I_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
A	A	A
6	4	2

6)

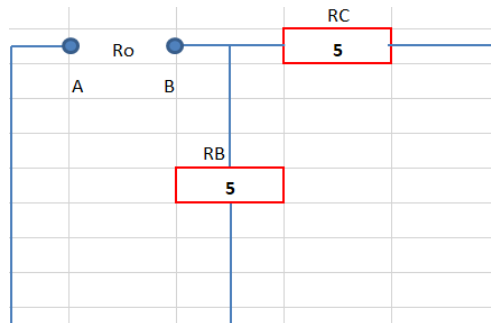


Figura f Paso 4.

Tabla e Valor calculado para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$
2.5

7)

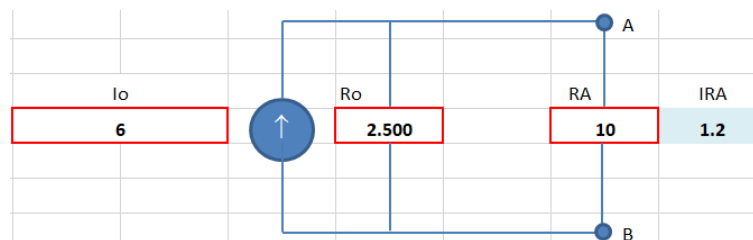


Figura g Paso 5, equivalente Norton.

Tabla f Valor calculado para el circuito de la figura g.

$I_{RA}$
A
1.2

8)

Tabla g Valores medidos para el circuito de la figura b.

$E_m$	$E_n$	$I_{RA}$
V	V	A
20	10	1.19

9)

Tabla h Valor medido para el circuito de la figura e.

$E_m$	$E_n$	$I_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	V	A	A	A
20	20	6	4	2

10)

Tabla i Valor medido para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$
2.5

11)

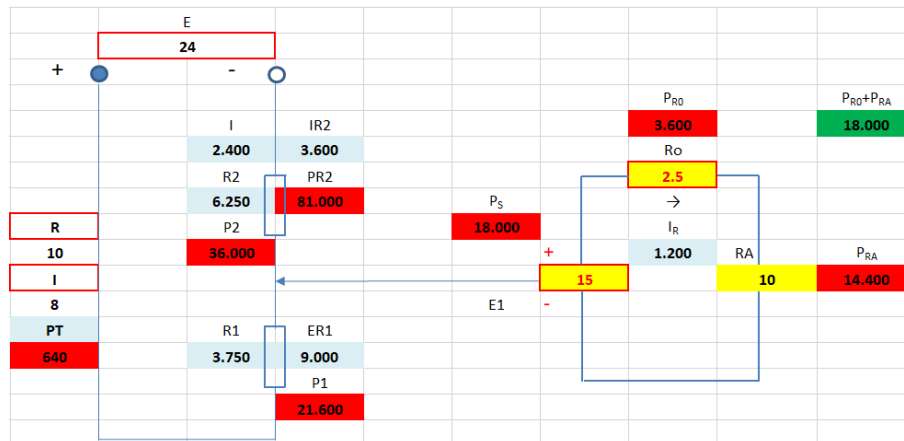


Figura h Equivalente Thévenin incluyendo el divisor de tensión 1.

Tabla j Valor calculado para el circuito de la figura h.

$E_o$
V
15

12)

Tabla k Valor medido para el circuito de la figura h.

$I_{RA}$
A
1.19

Compare las tablas c y k. **P1** ¿Es aproximadamente igual la corriente en las resistencias? **Si**.

**P1** ¿Es válida la afirmación “El teorema de Norton establece que cualquier circuito lineal activo puede ser sustituido por una sola fuente de corriente constante  $I_o$  igual a la de corto circuito en las terminales A, B teniendo en paralelo una resistencia igual a la resistencia equivalente tomada desde las terminales A, B”? **Si**.

### Práctica 3 Teorema de Thévenin

#### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

1)

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V
20	10

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
10	5	5
$I_{R_A}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
A	A	A
8	6	6

2)

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{R_A}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
A	A	A
1.2	1.6	0.4

3)

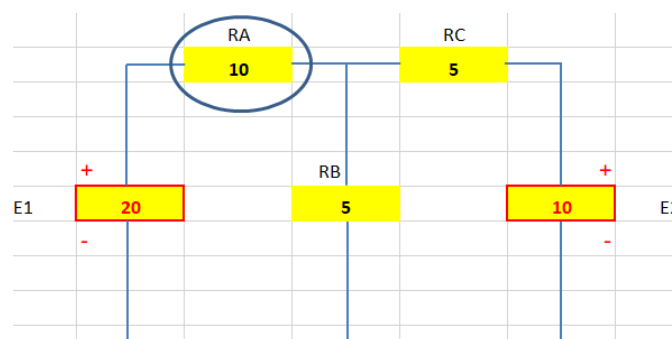


Figura c Paso 1.

4)

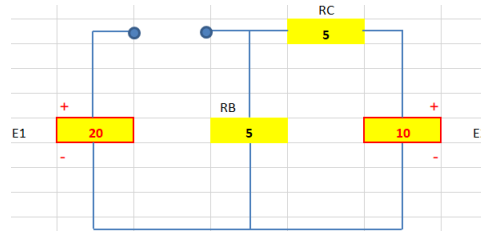


Figura d Paso 2.

5)

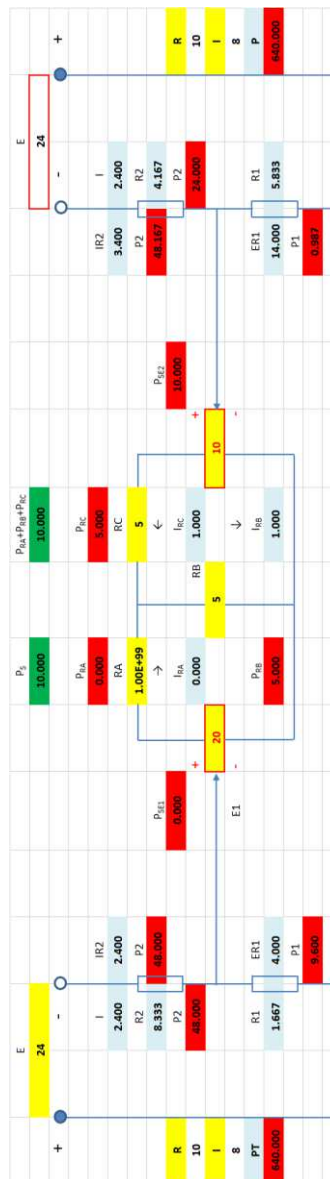


Figura e Paso 3. El circuito fue resuelto utilizando el teorema de superposición. Circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2.

Tabla d Valor calculado para el circuito de la figura e.

$E_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	A	A
15	1	1

6)

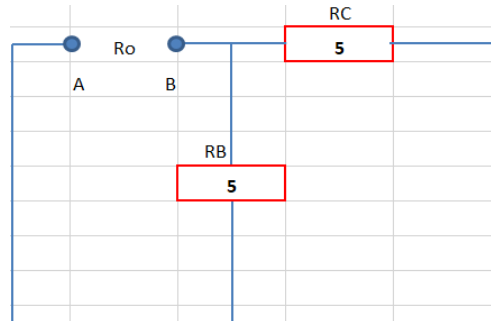


Figura f Paso 4.

Tabla e Valor calculado para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$
2.5

7)

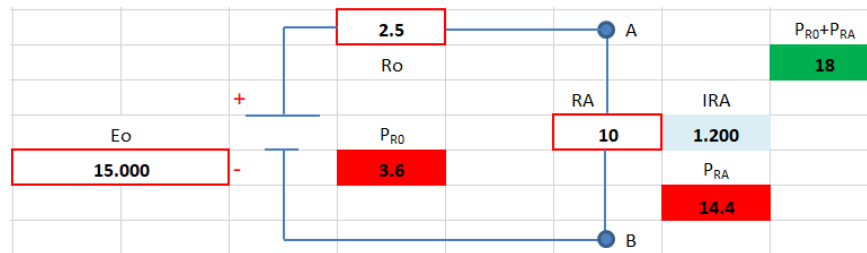


Figura g Paso 5, equivalente Thévenin.

Tabla f Valor calculado para el circuito de la figura g.

$I_{RA}$
A
1.2

8)

Tabla g Valores medidos para el circuito de la figura b.

$E_m$	$E_n$	$I_{RA}$
V	V	A
20	10	1.19

9)

Tabla h Valor medido para el circuito de la figura e.

$E_m$	$E_n$	$E_o$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
V	V	V	A	A
20	10	14.98	0.99	1

10)

Tabla i Valor medido para el circuito de la figura f.

$R_o$
$\Omega$
2.5

11)

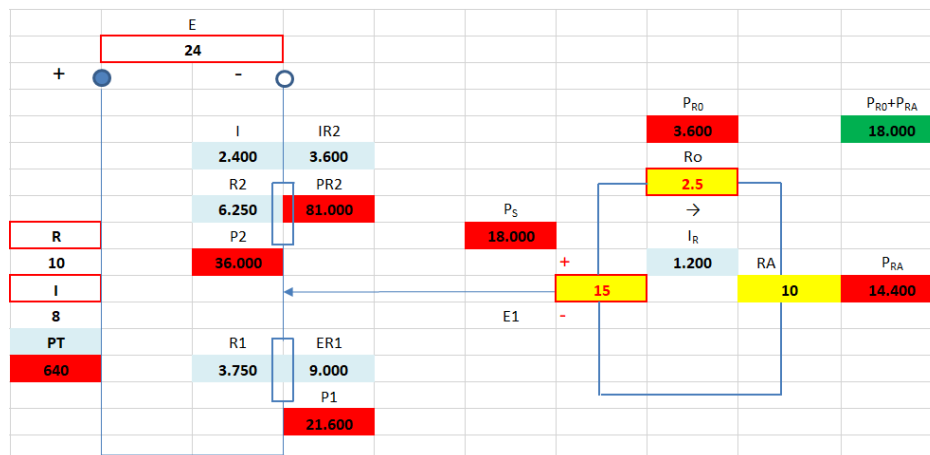


Figura h Equivalente Thévenin incluyendo el divisor de tensión 1.

12)

Tabla k Valor medido para el circuito de la figura h.

$I_{RA}$
A
1.19

Compare las tablas c y k. **P1** ¿Es aproximadamente igual la corriente en las resistencias? **Si.**

**P2** ¿Es válida la afirmación “El teorema de Thévenin establece que cualquier circuito lineal activo puede ser sustituido por una sola fuente de voltaje  $E_o$  que posea una fuerza electromotriz equivalente e igual a la de las terminales A, B en circuito abierto con una resistencia interna igual a la equivalente tomada de las terminales A, B, sustituyendo todas las fuentes de fuerza electromotriz por sus resistencias internas”? **Si.**

## Práctica 4

### Teorema de la máxima transferencia de potencia

#### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

1)

Tabla a Valores propuestos para las tensiones del circuito de la figura b.

$E_1$	$E_2$
V	V
22	2

Tabla b Valores propuestos para las resistencias del circuito de la figura b.

$R_A$	$R_B$	$R_C$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
5	6	5
$I_{R_A}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
A	A	A
6	5	6

2)

Tabla c Valores calculados para el circuito de la figura b.

$I_{R_A}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
A	A	A
2.706	1.412	1.294

3)

#### Parte a

i)

Tabla d Valor calculado.

$P_{R_A}$
W
36.609

ii)

Tabla e Valor calculado.

$R_o$
$\Omega$
2.727

iii)

Tabla f Valores calculados.

$I_{R_o}$	$P_{R_o}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
A	W	A	A
3.833	40.076	1.924	1.909

iv)

Tabla g Valores calculados.

$R_L$	$I_{R_L}$	$P_{R_L}$	$I_{R_B}$	$I_{R_C}$
$\Omega$	A	W	A	A
1.363	5.111	35.623	2.505	2.606
1.818	4.6	38.473	2.273	2.327
$R_o$	3.833	40.076	1.924	1.909
3.863	3.172	38.884	1.624	1.549
5	2.706	36.609	1.412	1.294

v)

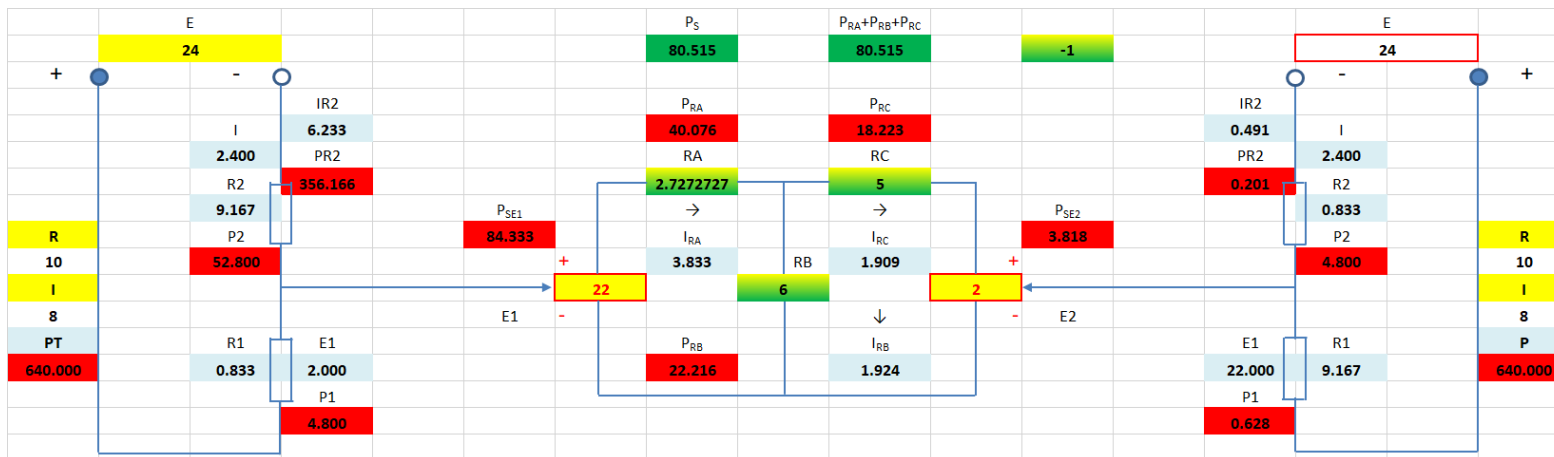


Figura c Solución del circuito para el caso  $R_L = R_o$  (circuito conectado al divisor de tensión 1 y 2).

vi)

Tabla h Valores medidos.

$R_L$	$I_{RL}$	$P_{RL}$	$I_{RB}$	$I_{RC}$
$\Omega$	A	W	A	A
1.36	5.1	35	2.5	2.6
1.81	4.6	38	2.2	2.3
$R_o$	3.8	40	1.9	1.9
3.86	3.1	38	1.6	1.5
5	2.7	36	1.4	1.2

**Parte b**

vii)

Tabla i Valores calculados.

$I_{RA}$	$P_{RA}$
A	W
2.706	36.609

viii)

Tabla j Valores calculados.

$I_{Ro}$	$P_{Ro}$
A	W
2.727	40.076

ix)

Tabla k Valores calculados.

$R_L$	$I_{RL}$	$P_{RL}$
$\Omega$	A	W
1.363	5.111	35.623
1.818	4.6	38.473
$R_o$	3.833	40.076
3.863	3.172	38.884
5	2.706	36.609

x)

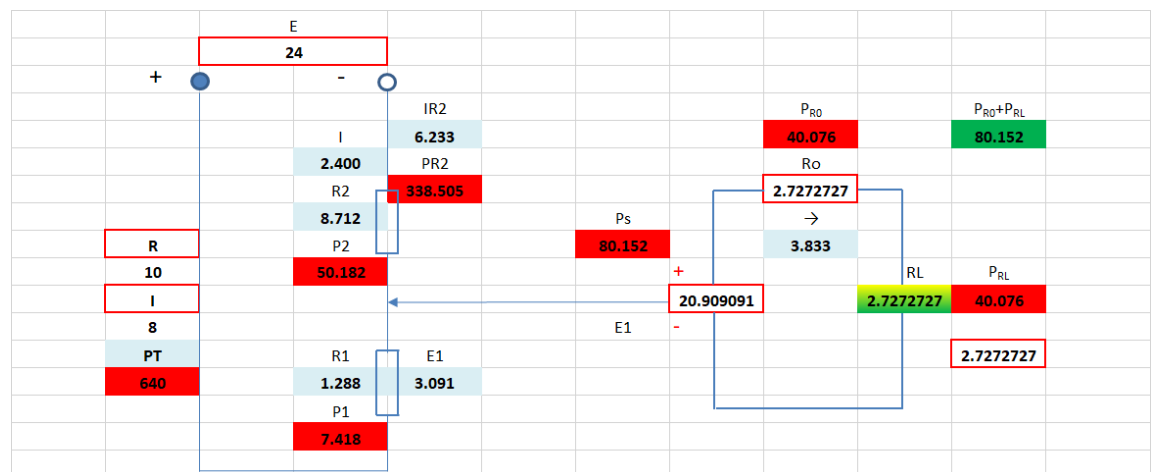


Figura d Solución del circuito para el caso  $R_L = R_o$  (equivalente de Thévenin conectado al divisor de tensión 1).

xi)

Tabla 1 Valores medidos.

$R_L$	$I_{RL}$	$P_{RL}$
$\Omega$	A	W
1.36	5.2	34
1.81	4.7	37
$R_o$	3.9	39
3.86	3.2	37
5	2.8	35

4)

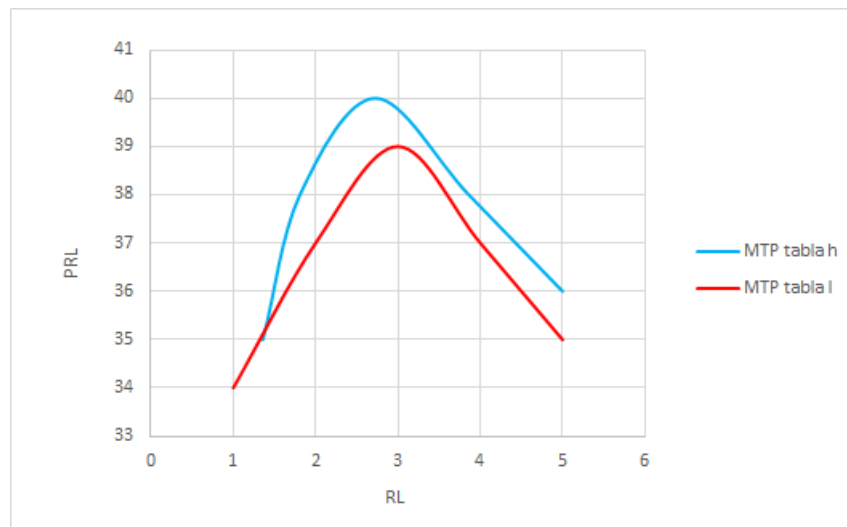
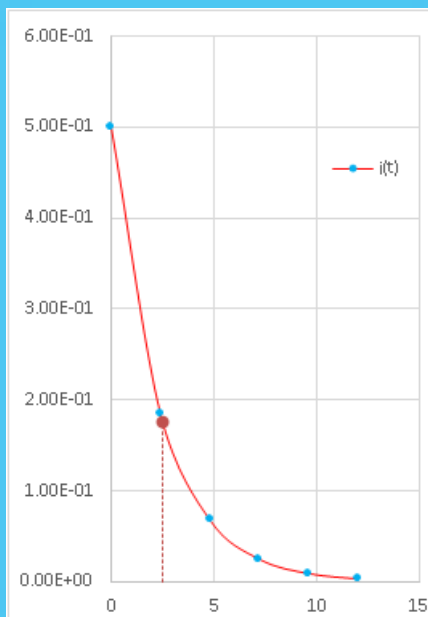


Figura e  $P_{RL}$  vs  $R_L$ , MTP aplicada al elemento resistivo  $R_A$  empleando los valores medidos.

**P1** ¿Es válida la afirmación “La resistencia que disipa mayor cantidad de calor será igual a la resistencia  $R_0$  del circuito equivalente del teorema de Thévenin”? **Si**, Explique. **La potencia máxima es entregada por una fuente práctica cuando la carga  $R_L$  es igual a la resistencia interna de la fuente, a esta declaración se le llama teorema de la máxima transferencia de potencia.**

## Tema 4

### “Elementos almacenadores de energía y análisis de circuitos de primer orden”



## 4.1 La inductancia y la capacitancia: combinación de estos elementos

### Capacitores.

Un capacitor es un componente de dos terminales formado por dos cuerpos que conducen la electricidad y están separados por un material no conductor. Se le llama aislante o dieléctrico a ese tipo de material que no conduce. Debido al dieléctrico, las cargas no tienen la capacidad de trasladarse de un cuerpo conductor a otro en el interior del aparato. Por lo tanto, estas pueden ser transportadas entre los cuerpos conductores a través de un sistema de circuitos externos que se conectan a las terminales del capacitor. La figura 1 ilustra un tipo muy sencillo de capacitor, al que se le llama capacitor de placas paralelas. Los cuerpos conductores son unos elementos rectangulares y planos que se encuentran separados por un material dieléctrico.

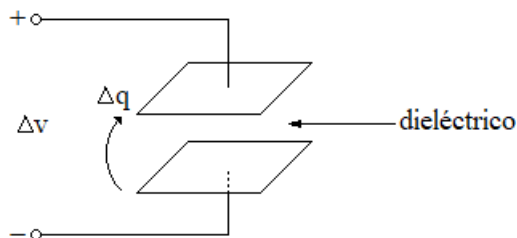


Figura 1 Capacitor de placas paralelas.

Para caracterizar la relación carga-voltaje del equipo, trasladaremos la carga de una placa a otra. Imaginemos, por ejemplo, que con un circuito externo extraemos una carga pequeña que llamaremos  $\Delta q$  de la placa inferior a la superior. Esto, naturalmente, deja una carga negativa en la placa inferior y deposita una positiva en la superior. Dado que desplazar estas cargas implica separar las de distinto signo (tenga presente que las de diferente signo se atraen entre sí), se realiza un trabajo menor y la placa superior alcanza un potencial al que llamaremos  $\Delta v$ , en comparación con la placa inferior.

Por lo tanto, si se transfiere un elemento de carga  $\Delta q$ , la diferencia de potencial entre las placas aumentará en la misma proporción que la carga transferida. Esto indica que un cambio en el voltaje entre las terminales de una magnitud  $\Delta v$  causa un cambio proporcional en la carga de la placa superior de una magnitud  $\Delta q$ . Por lo tanto, la carga es directamente proporcional a la diferencia de potencial. Esto quiere decir que si un voltaje en terminales  $v$  se corresponde con una carga  $q$  en el capacitor (siendo  $+q$  la de la placa de arriba y  $-q$  la de la placa de abajo), el capacitor ha sido *cargado* al voltaje  $v$ , que es proporcional a la carga  $q$ . Por lo tanto, se puede escribir:

$$q = Cv \quad 1$$

Donde  $C$  es la constante de proporcionalidad, también llamada capacitancia del dispositivo, medida en coulombs por volt. El Farad (F) es la unidad de capacitancia, nombrado así en homenaje al célebre físico británico Michael Faraday. Los capacitores que cumplen con la ecuación 1 se llaman capacitores lineales porque su relación entre carga y voltaje es la ecuación de una línea recta que tiene una pendiente  $C$ .

Es importante observar en el ejemplo anterior que la carga neta dentro del capacitor siempre es 0. Las cargas que se extraen de una placa se presentan siempre en la otra, lo que hace que la carga total siga siendo 0. Podemos ver, además, que las cargas que se van de una terminal ingresan a la siguiente. Esta circunstancia concuerda con la condición de que en cualquier dispositivo de dos terminales, la corriente que entra por una debe salir por la otra.

Puesto que la corriente se define como la razón de cambio de la carga, diferenciando 1, se encuentra que:

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad 2$$

La cual es la relación corriente-voltaje de un capacitor.

La figura 2 ilustra el símbolo de circuitos del condensador y la convención voltaje-corriente que satisface la ecuación 2. Es evidente que desplazar una carga  $\Delta q$ , de acuerdo con la figura 2, desde el conductor inferior hacia el superior implica un flujo de corriente en dirección a la terminal superior. El desplazamiento de esta carga provoca que la terminal superior se vuelva más positiva que la inferior por un valor de  $\Delta v$ , lo que satisface la convención representada en la figura 2. Si se cambia la polaridad del voltaje o el sentido de la corriente, la corriente que ingresa al terminal positivo es  $-i$  y por lo tanto la ecuación 2 queda como:

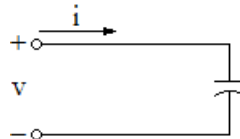


Figura 2 Símbolo de circuito de un capacitor.

$$i = -C \frac{dv}{dt}$$

**Ejemplo 1** Suponga que el voltaje en un capacitor de  $1\mu\text{F}$  es  $v = 6 \cos 2000t$ , entonces la corriente es:

$$i = C \frac{dv}{dt} = 10^{-6} (-12000 \sin 2000t) \text{ A} = -12 \sin 2000t \text{ mA}$$

Si  $v$  es constante, la corriente  $i$  es cero. En consecuencia, un capacitor se comporta como si fuera un circuito abierto cuando hay voltaje de corriente continua. Por otro lado, la corriente que fluye entre sus terminales será más alta mientras más rápido se modifique  $v$ .

*Almacenamiento de energía en capacitores.* La separación de cargas en las placas del capacitor se da junto con el voltaje entre los terminales del mismo. Estas cargas están sometidas a fuerzas eléctricas. La fuerza que ejerce sobre una unidad de carga positiva es lo que se define como *campo eléctrico*, una cantidad fundamental en la teoría electromagnética. Por lo tanto, las fuerzas que se ejercen sobre las cargas de un condensador pueden verse como el efecto de un campo eléctrico. Por este motivo, se afirma que la energía almacenada o acumulada en un condensador está depositada en el campo eléctrico.

La energía almacenada en un capacitor es:

$$w_C(t) = \frac{1}{2} C v(t)^2 \quad \text{J} \quad 3$$

Considerando la ecuación 3, vemos que la  $w_C(t) \geq 0$ . Por tanto, considerando la ecuación 1, el capacitor es un elemento de circuito pasivo. En términos de la carga en el dispositivo, las ecuaciones 1 y 3 dan

$$w_C(t) = \frac{1}{2} C \left( \frac{q(t)}{C} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q(t)^2}{C} \quad \text{J} \quad 4$$

El capacitor ideal, a diferencia del resistor, no puede disipar energía alguna. La energía que se almacena en el dispositivo puede ser así recuperada.

**Ejemplo 2** Considere un capacitor de 1F el cual tiene un voltaje de 10V, la energía almacenada es 50J. Suponga que el capacitor no está conectado a un circuito; entonces no puede fluir corriente, y la carga, el voltaje y la energía almacenada son constantes. Si ahora conectamos un resistor a través del capacitor, fluirá una corriente hasta que toda la energía (50J) se absorba como calor por el resistor y el voltaje a través de la combinación sea 0.

### **Inductores.**

Las propiedades eléctricas del capacitor son el producto de las fuerzas que se dan entre las cargas eléctricas. Así como las cargas estáticas se afectan mutuamente, las cargas en movimiento o corrientes también tienen un impacto entre ellas. La presencia de un campo magnético es lo que define la fuerza que se siente entre dos alambres conductores de corriente. Por otro lado, el *campo magnético* puede describirse como un *flujo magnético* que genera rutas cerradas alrededor de las corrientes eléctricas. Por supuesto, la corriente eléctrica es el origen del flujo.

Un inductor es un aparato de dos terminales que está compuesto por un hilo conductor enrollado. En el modelo simple de la figura 3 se puede observar que una corriente que fluye por el dispositivo genera un flujo magnético  $\phi$  que crea trayectorias cerradas, las cuales encierran las espiras (vueltas) del inductor.

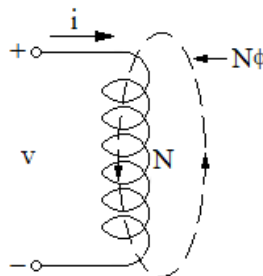


Figura 3 Modelo simple de un inductor.

Suponga que la bobina tiene  $N$  vueltas y que el flujo  $\phi$  atraviesa cada una de ellas. En este caso, el flujo total de las  $N$  vueltas de la bobina es:

$$\lambda = N\phi \quad 5$$

Este flujo es comúnmente conocido como *flujo concatenado*. El weber (wb), nombrado así por el físico alemán Wilhelm Weber, es la unidad de medida del flujo magnético.

En el inductor lineal, la cantidad de flujo es directamente proporcional a la corriente que pasa por encima del dispositivo. Así que podemos escribir:

$$\lambda = Li \quad 6$$

Donde  $L$  es la inductancia medida en weber por amperio, que representa la constante de proporcionalidad. La unidad de  $1 \text{ Wb/A}$  se denomina Henry (H), en honor al físico estadounidense Joseph Henry.

En la ecuación 6, observamos que si  $i$  aumenta, también lo hace  $\lambda$ . La bobina genera voltaje a medida que aumenta la corriente (los cambios en el flujo magnético son los que producen voltajes). La ley de inducción electromagnética, que fue descubierta por Michael Faraday, señala que el voltaje es equivalente a la tasa de cambio temporal del flujo magnético total. Matemáticamente, la ley es:

$$v = \frac{d\lambda}{dt} \quad 7$$

Utilizando la ecuación 6 en 7 da:

$$v = L \frac{di}{dt} \quad 8$$

Si  $i$  se incrementa, se establece un voltaje entre las terminales del inductor, cuya polaridad se muestra en la figura 3. Este voltaje se opone a un incremento de  $i$ .

El símbolo de circuitos y la convención corriente-voltaje del inductor se muestra en la figura 4.

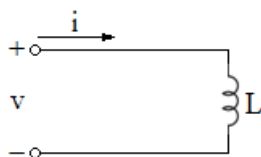


Figura 4 Símbolo de circuitos de un inductor.

La ecuación 8 indica que el voltaje  $v$  es 0 si la corriente  $i$  permanece constante. En consecuencia, un inductor se comporta como un cortocircuito frente a la corriente directa. Por otra parte, a medida que  $i$  varíe con más rapidez, el voltaje entre sus terminales será mayor.

*Almacenamiento de energía en inductores.* Cuando una corriente  $i$  atraviesa un inductor, se genera un flujo concatenado total  $\lambda$  que recorre las vueltas de la bobina, formando así el dispositivo. Al igual que se hace el trabajo de mover cargas entre las placas de un condensador, es preciso llevar a cabo un trabajo parecido para generar el flujo en el inductor. Se afirma que, en esta situación, la energía o el trabajo necesarios se almacenan en el campo magnético.

La energía almacenada en un inductor, está dada por:

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i(t)^2 \quad \text{J} \quad 9$$

Considerando la ecuación 9, vemos que la  $w_L(t) \geq 0$ . Por tanto, al igual que el capacitor, la bobina es un elemento pasivo. El inductor ideal, como el capacitor ideal, no disipa potencia alguna. Por tanto la energía almacenada en el inductor se puede recuperar.

**Ejemplo 3** Considere un inductor de 2H que conduce una corriente de 5A. La energía almacena es 25J. Suponga que el inductor, por medio de un circuito externo, se conecta en paralelo con un resistor. En este caso, fluye una corriente a través de la combinación inductor-resistor hasta que la energía previamente almacenada en el inductor (25J) es absorbida por el resistor y la corriente es 0.

*Capacitor práctico.* A diferencia de los capacitores ideales, disipan en general una pequeña cantidad de potencia. Esto se debe principalmente a las *corrientes de dispersión* que ocurren dentro del material dieléctrico del dispositivo. Los dieléctricos prácticos tienen una conductancia diferente de cero, lo cual permite que una corriente *ohmica* fluya entre las placas del capacitor. Esta corriente se incluye con facilidad en un circuito equivalente del dispositivo colocando una resistencia en paralelo con una capacitancia ideal, como se muestra en la figura 5. En esta figura,  $R_C$  representa las pérdidas óhmicas del dieléctrico y  $C$  la capacitancia. La resistencia de dispersión  $R_C$  es inversamente proporcional a la capacitancia  $C$ . Por tanto, el producto de la resistencia de dispersión y la capacitancia  $R_C C$ , cantidad que con frecuencia dan los fabricantes, es útil para especificar las pérdidas en el capacitor.

En comparación con los capacitores ideales, las capacitancias disipan normalmente una cantidad mínima de potencia. Esto se produce, sobre todo, a causa de las *corrientes de dispersión* que tienen lugar en el material dieléctrico del dispositivo. Los dieléctricos prácticos tienen una conductancia distinta de cero, lo que posibilita el paso de una *corriente ohmica* entre las placas del condensador. Es sencillo incluir esta corriente en un circuito equivalente del aparato, poniendo una resistencia en paralelo con una capacitancia ideal, tal como se ilustra en la figura 5. En esta figura,  $C$  es la capacitancia y  $R_C$  son las pérdidas óhmicas del dieléctrico. La capacitancia  $C$  es inversamente proporcional a la resistencia de dispersión  $R_C$ . Por ende, el producto de ambas,  $R_C C$ , que suele proporcionar el fabricante, es útil para determinar las pérdidas en el capacitor.

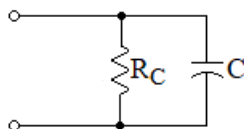


Figura 5 Circuito equivalente simple de un capacitor práctico.

Los capacitores de cerámica (es decir, de titanio de bario), de Mylar, de teflón y de poliestireno son ejemplos comunes. Estos tipos se pueden encontrar en escalas de valores de capacitancia que van desde 100 pF hasta 1  $\mu$ F, con tolerancias del 3, el 10 y el 20%. Los productos de resistencia y capacitancia de estos tipos se encuentran en la escala de  $10^3\Omega$ -F (cerámica) a  $4 \times 10^6\Omega$ -F (teflón). El capacitor electrolítico es otro tipo que brinda valores más altos de C. Este capacitor tiene valores de 1 a 100,000  $\mu$ F y está construido con placas polarizadas de óxido de tantalio o de óxido de aluminio. Los productos resistencia-capacitancia están en la escala de 10 a  $10^3\Omega$ -F, lo que sugiere que los electrolíticos disipan más que los no electrolíticos. Asimismo, dado que los capacitores electrolíticos poseen polarización, es necesario conectarlos al circuito con la polaridad correcta de voltaje. Si se emplea la polaridad equivocada, el óxido se verá reducido y es posible que haya una transmisión excesiva entre las placas.

*Inductor práctico.* Por lo general, disipan un pequeño porcentaje de potencia. Esta disipación es consecuencia de las pérdidas óhmicas vinculadas al alambre que compone la bobina del inductor, así como de las pérdidas en el núcleo a causa de corrientes inducidas que surgen en el núcleo sobre el cual se enrolla la bobina. Como se ilustra en la figura 6, es posible construir un circuito equivalente de un inductor al situar una resistencia en serie con dicho inductor ideal. En esta imagen, L simboliza la inductancia y  $R_L$  representa las pérdidas óhmicas.

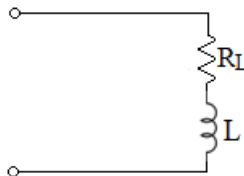


Figura 6 Circuito equivalente simple de un inductor práctico.

Los inductores se pueden encontrar con valores que van desde 100H hasta 1 $\mu$ H. Se logran valores altos de inductancia utilizando una gran cantidad de vueltas y materiales de núcleos ferrosos (como hierro). Por lo tanto, la resistencia en serie aumenta conforme crece la inductancia.

**Combinación de la inductancia y la capacitancia.** La inductancia y la capacitancia son dos componentes esenciales en la teoría de circuitos eléctricos. Como se ha demostrado, ambos son capaces de almacenar energía en un circuito. Pero, ¿qué ocurre cuando se combinan? El circuito resonante, también denominado circuito tanque, es la respuesta. Este es fundamental en numerosas aplicaciones de la electrónica moderna.

En un circuito resonante, la capacitancia y la inductancia están ajustadas a una misma frecuencia, lo que posibilita el almacenamiento de energía entre ambas. La energía se desplaza de forma cíclica entre la capacitancia y la inductancia cuando se introduce una señal en un circuito resonante, lo que provoca que la corriente del circuito se incremente. Para numerosos aparatos electrónicos, como los filtros de señal, los osciladores, las radios y los televisores, resulta vital entender la conexión entre la capacitancia y la inductancia en un circuito resonante.

## 4.2 Circuito RL sin fuente

El tema se encuentra contenido en el subtema 4.7, su aplicación se muestra en el **complemento: Problema 1.**

### 4.3 Circuito RC sin fuente

El tema se encuentra contenido en el subtema 4.7, su aplicación se muestra en el **complemento: Problema 2**.

### 4.4 Funciones singulares:

- Escalón unitario
- Impulso unitario
- Rampa unitaria

Las funciones excitadoras cuyos valores cambian abruptamente se llaman funciones singulares. Hay muchas funciones singulares útiles en análisis de circuitos.

Una de las más importantes es el *escalón unitario*, así denominada por el ingeniero inglés Oliver Heaviside. La función escalón unitario es aquella que es igual a 0 para todo valor negativo de su argumento y que es igual a 1 para todo valor positivo de su argumento. Si denominamos la función escalón unitario mediante el símbolo  $u(t)$ , entonces tenemos como descripción matemática de la función a

$$\begin{aligned} u(t) &= 0, & t < 0 \\ u(t) &= 1, & t > 0 \end{aligned} \quad 10$$

En la gráfica de las expresiones 10, mostrada en la figura 7, vemos que en  $t = 0$ ,  $u(t)$  cambia abruptamente de 0 a 1.

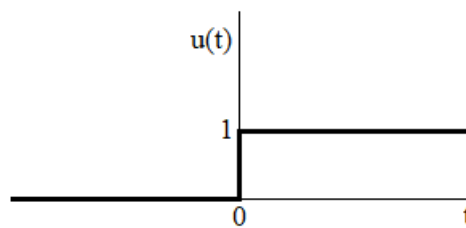


Figura 7 Gráfica de la función escalón unitario  $u(t)$ .

Se puede usar la función escalón unitario para representar voltajes o corrientes con discontinuidades finitas. Por ejemplo, se representa un escalón de voltaje de  $V$  volts mediante el producto  $Vu(t)$ . Es claro que este voltaje es 0 cuando  $t < 0$ , y es  $V$  volts cuando  $t > 0$ . En la figura 8a se muestra una fuente de escalón de  $V$  volts. En la figura 8b se muestra un circuito equivalente de esta fuente. Existe un corto circuito para  $t < 0$ , y el voltaje es, por supuesto, 0. Para  $t > 0$ , aparece un voltaje  $V$  entre las terminales. Se ha supuesto en el modelo que la acción del interruptor ocurre en el tiempo 0.

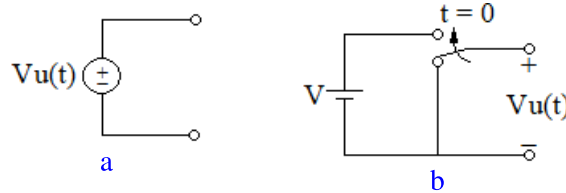


Figura 8 a Fuente de escalón de voltaje de V volts, b Circuito equivalente.

En la figura 9a se muestra una fuente de escalón de I amperes. En la figura 9b se muestra un circuito equivalente de esta fuente. Existe un corto abierto para  $t < 0$ , y la corriente es 0. Para  $t > 0$ , la acción del interruptor origina que fluya una corriente en terminales de I amperes.

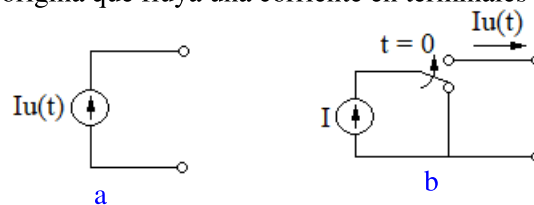


Figura 9 a Fuente de escalón de corriente de I amperes, b Circuito equivalente.

La función **impulso unitario**  $\delta(t)$ , también conocida como Delta de Dirac, tiene un papel fundamental en el análisis de señales. La misma está definida de la siguiente manera:

$$\delta_t = \begin{cases} \infty; & t = 0 \\ 0; & t \neq 0 \end{cases} \quad 11$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Esta señal se puede ver como un pulso rectangular de área unidad, ancho  $\epsilon$  y altura  $1/\epsilon$ , tal como se muestra en la figura 10.

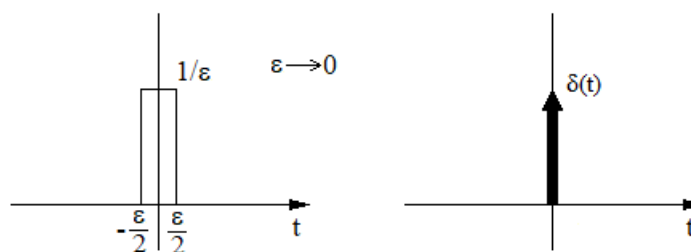


Figura 10 Impulso unitario.

La función impulso unitario  $\delta(t)$  no es una función en el sentido ordinario como se define una función. Una función ordinaria viene especificada para todos sus valores de tiempo  $t$ . La función impulso unitario es cero para todo valor de  $t$ , excepto en  $t = 0$ , y este es el único punto interesante de su dominio, y sin embargo aquí su valor es indefinido. Más útil es definir la función impulso unitario  $\delta(t)$  como una función generalizada. Una función generalizada se define por sus efectos sobre otras funciones, en vez de ser definida por los valores que asume en su dominio.

La función **rampa unitaria** es 0 para valores negativos de  $t$  y tiene una pendiente unitaria para valores positivos de  $t$ .

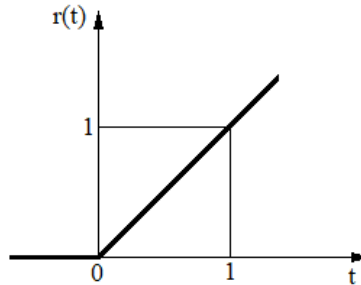


Figura 11 Rampa unitaria.

Las tres funciones singulares (escalón, impulso y rampa) se relacionan por diferenciación de la siguiente manera:

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt} \quad 12$$

$$u(t) = \frac{dr(t)}{dt}$$

O por integración de este modo:

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(t) dt \quad 13$$

$$r(t) = \int_{-\infty}^t u(t) dt$$

#### 4.5 Análisis de circuitos RL con fuente constante

El tema se encuentra contenido en el subtema 4.7, su aplicación se muestra en el **complemento: Problema 2**.

#### 4.6 La respuesta natural y la respuesta forzada

Cuando se hace pasar a un circuito de una condición a otra, sea por un cambio en la tensión aplicada, o por una modificación de uno de sus elementos, se produce un periodo de transición, durante el cual, las corrientes en las ramas y las caídas de tensión en los elementos varían desde sus valores iniciales hasta otros nuevos. Transcurrido este periodo de transición, llamado régimen transitorio, el circuito pasa al estado o régimen permanente.

Las leyes del universo están, en gran parte, escritas en lenguaje de las matemáticas. El álgebra es suficiente para resolver muchos problemas estáticos, pero los fenómenos más interesantes implican cambios y se describen mejor mediante ecuaciones que relacionen cantidades variables. Los modelos dinámicos están fundamentados con ecuaciones diferenciales. Un modelo

matemático es toda igualdad en la que aparecen variables y derivadas o diferenciales de estas variables y representan la relación de cambio de una variable dependiente con una variable independiente.

El estudio de las ecuaciones diferenciales tiene los siguientes fines:

- 1.- Descubrir la ecuación diferencial que describe una situación física.
- 2.- Encontrar la solución apropiada para esa ecuación.

### ***Respuesta completa de un circuito***

La respuesta completa de un circuito dado es la suma de una respuesta natural y una forzada. La respuesta natural se obtiene del circuito no excitado y, por lo tanto, es independiente de las fuentes o excitaciones. La respuesta forzada, por otro lado, depende directamente del tipo de excitación aplicada al circuito, esta respuesta es importante puesto que es la respuesta de estado permanente que se mantiene después de un corto tiempo para que se anule la respuesta natural transitoria.

De lo anterior:

$$i(t) = i_n(t) + i_f(t) \quad , \quad A$$

donde:

$i(t)$ , respuesta completa

$i_n(t)$ , respuesta transitoria

$i_f(t)$ , respuesta forzada o de estado permanente

Al suministrar energía eléctrica a un elemento pasivo de un circuito, este se comportará o responde de una, o más, de estas tres formas. Si la energía la disipa el elemento, es resistivo puro, si la almacena en un campo magnético, es una bobina pura, y si la acumula en un campo eléctrico, es un condensador puro. En la práctica, los componentes de un circuito se comportan de más de una de dichas formas, y muchas veces de las tres simultáneamente, pero lo normal es que predomine uno de los efectos citados sobre los otros.

## **4.7 Análisis de circuitos RL y RC con fuentes constantes**

### **El circuito RC**

Considere el circuito de la figura 12 (**carga del capacitor**).

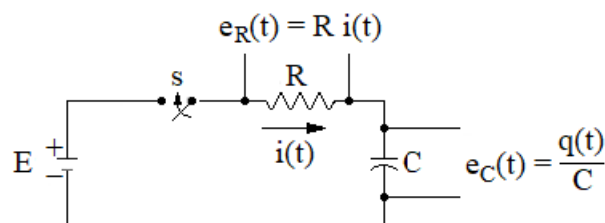


Figura 12 Carga del capacitor.

El modelo que rige el comportamiento del circuito es:

Aplicando la ley de voltaje de kirchhoff se tiene:

$$e_R(t) + e_C(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow q(t) = \int i(t) dt$$

$$Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = E \quad 14$$

Derivando la ecuación 14, se tiene:

$$R \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} = 0 \quad \text{Ecuación diferencial lineal homogénea}$$

La solución de una ecuación diferencial lineal de la forma:

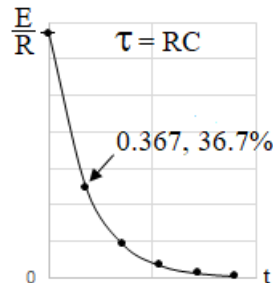
$$b_1(t) \frac{dy(t)}{dt} + b_0(t)y(t) = g(t) \quad x$$

es:

$$y(t) = e^{-\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt} \int e^{\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt} \frac{g(t)}{b_1(t)} dt + C e^{-\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt}$$

Utilizando la solución de la ecuación diferencial x la corriente es:

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC} \quad A$$



15

La constante de tiempo  $\tau$  de una función como la definida en la ecuación 15 es el tiempo para el cual el exponente de "e" es igual a la unidad (sin considerar el signo negativo). Así,  $\tau = RC$  segundos. Para  $1\tau$  (para una constante de tiempo) la cantidad  $e^{-1} = 0.367$ , para este caso, la corriente es el 36.7 % de su valor final. Para  $2\tau$  (para dos constantes de tiempo) la cantidad  $e^{-2} = 0.135$ , para este caso, la corriente es el 13.5 % de su valor final. Después de  $5\tau$ , se considera terminado el régimen transitorio e inicia el régimen permanente en el que la corriente es 0.

Unidades de la constante de tiempo  $\tau = RC$ .

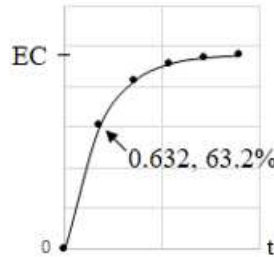
$$\Omega \cdot \frac{C}{V} = \Omega \cdot \frac{A \cdot s}{V} = s$$

Con el conocimiento de la corriente es posible determinar los siguientes comportamientos.

$$q(t) = EC \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad C$$

$$q_n(t) = -ECe^{-\frac{t}{RC}} \quad C$$

$$q_f(t) = EC \quad C$$



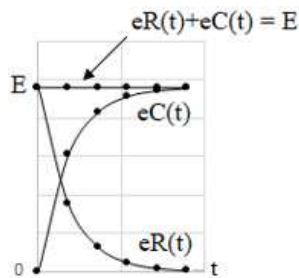
16

La constante de tiempo  $\tau$  de una función como la definida en la ecuación 16 es el tiempo para el cual el exponente de "e" es igual a la unidad (sin considerar el signo negativo). Así,  $\tau = RC$  segundos. Para  $1\tau$  (para una constante de tiempo) la cantidad  $(1 - e^{-1}) = 0.632$ , para este caso, la carga en el capacitor es el 63.2 % de su valor final. Para  $2\tau$  (para dos constantes de tiempo) la cantidad  $(1 - e^{-2}) = 0.864$ , para este caso, la carga en el capacitor es el 86.4 % de su valor final. Después de  $5\tau$ , se considera terminado el régimen transitorio e inicia el régimen permanente en el que la carga en el capacitor es la máxima.

$$e_R(t) = Ee^{-t/RC} \quad V$$

$$e_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad V$$

$$e_R(t) + e_C(t) = E \quad V$$

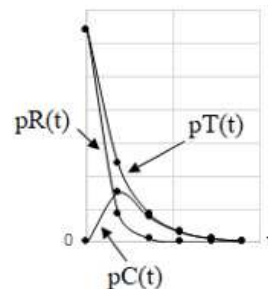


17, 18 y 19

$$p_R(t) = e_R(t)i(t) \quad W$$

$$p_C(t) = e_C(t)i(t) \quad W$$

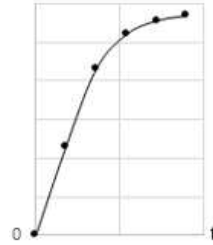
$$p_R(t) + p_C(t) = p_T(t) \quad W$$



20, 21 y 22

La potencia transitoria en el capacitor tiene su valor inicial y final nulos y es la potencia que corresponde a la energía almacenada en el campo eléctrico del mismo.

$$w_e(T) = \frac{1}{2} C [e_c(t)^2] \quad \text{J}$$



23

Considere el circuito de la figura 13 (**descarga del capacitor**).

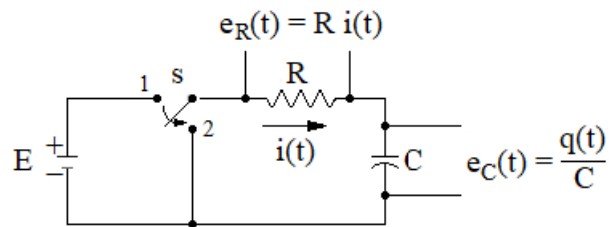


Figura 13 Descarga del capacitor.

El circuito RC tiene el interruptor en la posición 1 el tiempo suficiente para que se establezca el régimen permanente y, en el instante  $t = 0$ , se conmuta a la posición 2. Con el interruptor en esta posición la ecuación del circuito es:

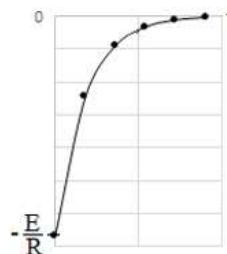
$$Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = 0$$

Derivando

$$R \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} = 0 \quad \text{Ecuación diferencial lineal homogénea}$$

Utilizando la solución de la ecuación diferencial  $x$  la corriente es:

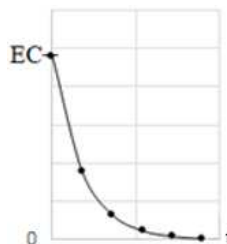
$$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-t/RC} \quad \text{A}$$



24

Con el conocimiento de la corriente es posible determinar los siguientes comportamientos.

$$q(t) = ECe^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{C}$$

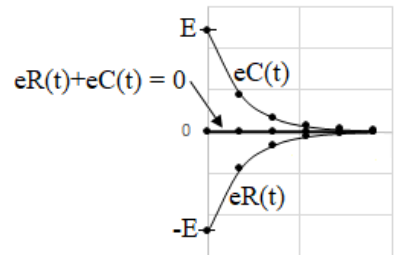


25

$$e_R(t) = -Ee^{-t/RC} \quad V$$

$$e_C(t) = Ee^{-t/RC} \quad V$$

$$e_R(t) + e_C(t) = 0 \quad V$$

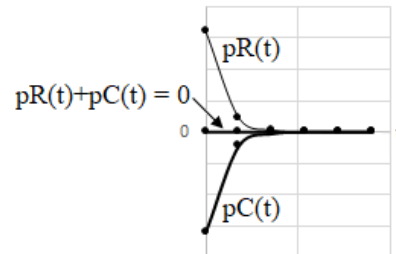


26, 27 y 28

$$p_R(t) = e_R(t)i(t) \quad W$$

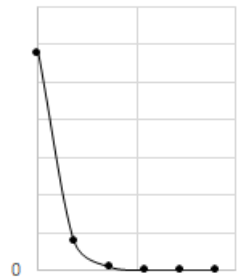
$$p_C(t) = e_C(t)i(t) \quad W$$

$$p_R(t) + p_C(t) = 0 \quad W$$



29, 30 y 31

$$w_C(t) = \frac{1}{2}C[e_C(t)^2] \quad J$$



32

### El circuito RL

Considere el circuito de la figura 14 (creación del campo magnético).

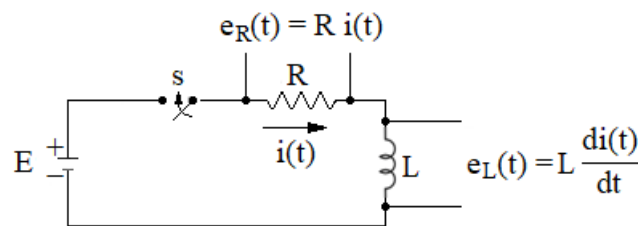


Figura 14 Creación del campo magnético.

El modelo que rige el comportamiento del circuito es:

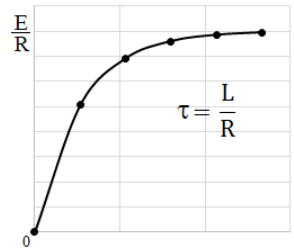
Aplicando la ley de voltaje de kirchhoff se tiene:

$$e_R(t) + e_L(t) = E$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E \quad \text{Ecuación diferencial lineal no homogénea}$$

Utilizando la solución de la ecuación diferencial  $\times$  la corriente es:

$$i(t) = \frac{E}{R} \left[ 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right] \quad \text{A}$$



33

Unidades de la constante de tiempo  $\tau = \frac{L}{R}$ .

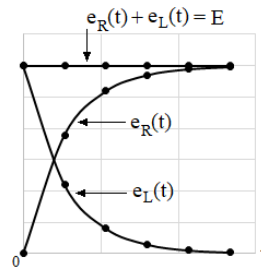
$$\frac{\text{H}}{\Omega} = \frac{1 \text{ v} \cdot \text{s}}{\Omega \cdot \text{A}} = \frac{1 \text{ V} \cdot \text{s}}{\frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \text{A}} = \text{s}$$

Con el conocimiento de la corriente es posible determinar los siguientes comportamientos.

$$e_R(t) = E \left[ 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right] \quad \text{V}$$

$$e_L(t) = E e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{V}$$

$$e_R(t) + e_L(t) = E \quad \text{V}$$

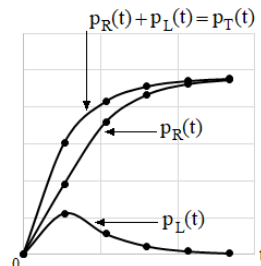


34, 35 y 36

$$p_R(t) = e_R(t)i(t) \quad \text{W}$$

$$p_L(t) = e_L(t)i(t) \quad \text{W}$$

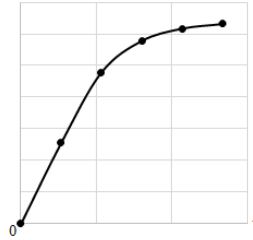
$$p_R(t) + p_L(t) = p_T(t) \quad \text{W}$$



37, 38 y 39

La potencia transitoria en la bobina tiene su valor inicial y final nulos y es la potencia que corresponde a la energía almacenada en el campo magnético de la misma.

$$w_m(t) = \frac{1}{2} L [i(t)^2] \quad \text{J}$$



40

Considere el circuito de la figura 15 (**destrucción del campo magnético**).

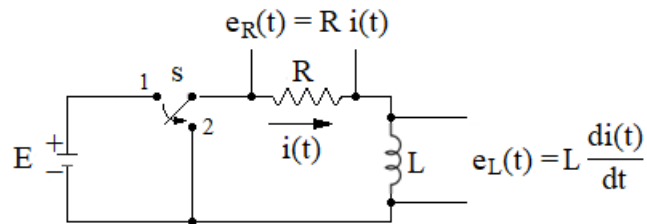


Figura 15 Destrucción del campo magnético.

El circuito RL tiene el interruptor en la posición 1 el tiempo suficiente para que se establezca el régimen permanente y, en el instante  $t = 0$ , se conmuta a la posición 2. Con el interruptor en esta posición la ecuación del circuito es:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = 0 \quad \text{Ecuación diferencial lineal homogénea}$$

Utilizando la solución de la ecuación diferencial  $\times$  la corriente es:

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{A}$$



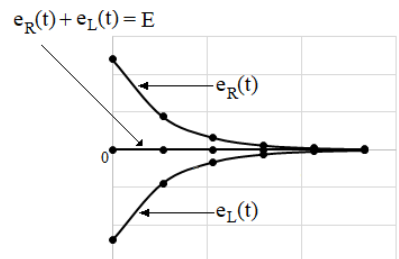
41

Con el conocimiento de la corriente es posible determinar los siguientes comportamientos.

$$e_R(t) = E e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{V}$$

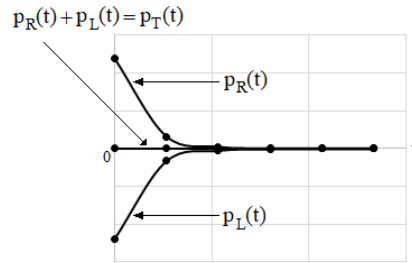
$$e_L(t) = -E e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{V}$$

$$e_R(t) + e_L(t) = 0 \quad \text{V}$$



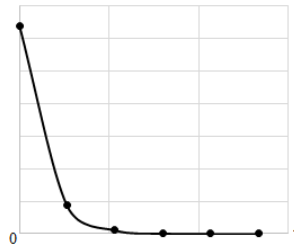
42, 43 y 44

$$p_R(t) = e_R(t)i(t) \quad W$$
$$p_L(t) = e_L(t)i(t) \quad W$$
$$p_R(t) + p_L(t) = p_T(t) \quad W$$

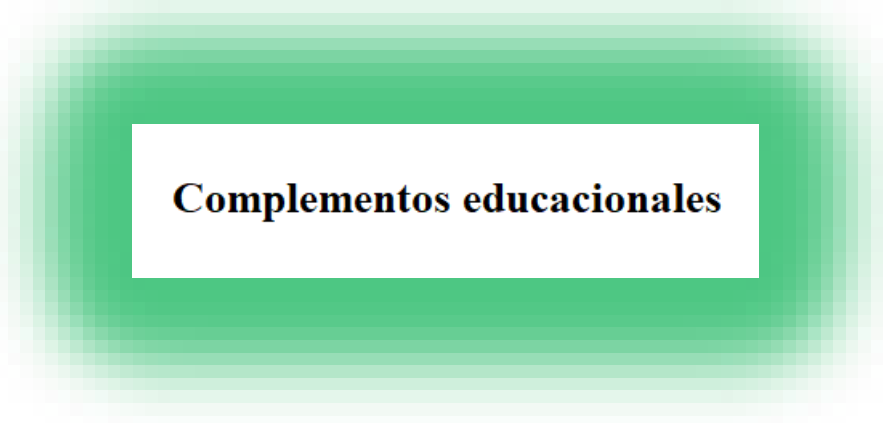


45, 46 y 47

$$w_m(t) = \frac{1}{2}L[i(t)^2] \quad J$$



35



**Complementos educativos**



**Tema 4**

## Aprendizaje basado en problemas

*Referencias:*

**Diseño del complemento:**

**Problema 1, 2 y 3**

“**Tema 1**” de la asignatura “**Máquinas Eléctricas**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

### Problema 1 El circuito RC. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo

Considere el circuito de la figura 13. Los parámetros del circuito se muestran en la tabla i.

Tabla i Parámetros del circuito a analizar.

E	R	C
V	$\Omega$	F
24	180000	1E-3

#### Parte 1:

Use los parámetros de la tabla i y muestre los comportamientos para carga y descarga en las figuras i-ix y x-xviii respectivamente. Además en cada figura inserte el modelo matemático generalizado para obtener las funciones 15 - 23 y 24- 32.

Carga:

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura i  $i(t)$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura ii  $q(t)$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura iii, iv y v  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=E$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura vi, vii y viii  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=p_T(t)$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura ix  $w_e(t)$ .

Descarga:

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura x  $i(t)$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura xi  $q(t)$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura xii, xiii y xiv  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=0$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura xv, xvi y xvii  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=0$ .

**Modelo matemático generalizado**

**Insertar figura**

Figura xviii  $w_e(t)$ .

## Parte 2:

Use los parámetros de la tabla i y la plataforma Proteus para simular el comportamiento para carga y descarga. Construya el circuito mostrado en la figura xix.

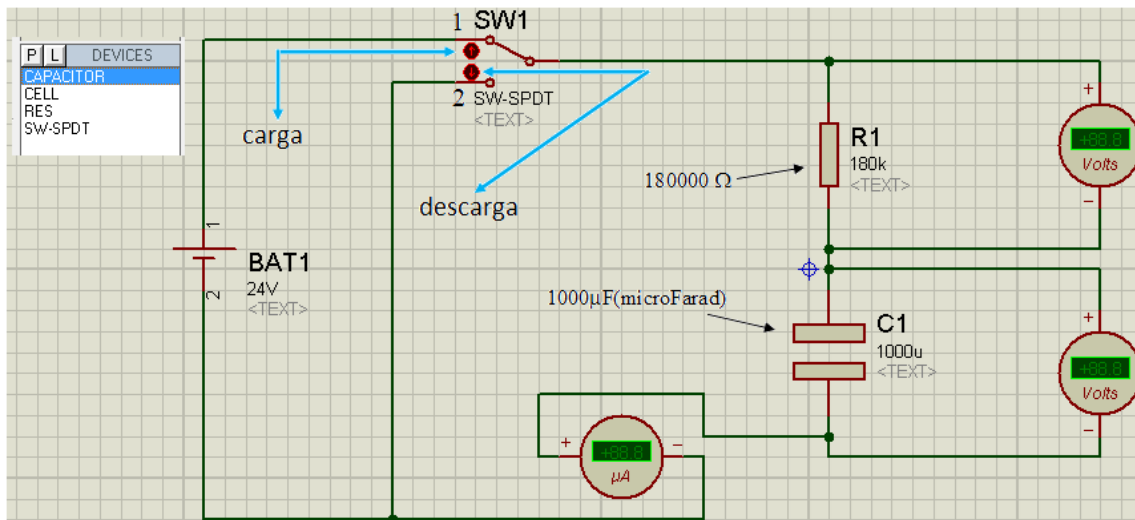


Figura xix Carga y descarga de un capacitor.

Coloque el interruptor en posición 1 para simular y analizar el proceso de carga del capacitor.

El tiempo que debe transcurrir para que el circuito se estabilice es de 900 segundos.

Al presionar el botón ► el tiempo es 0. Para el tiempo 0 y cada 30 segundos debe medir  $i(t)$ ,  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ , registre los valores medidos en la tabla **ii**. Las otras columnas de la tabla **ii** deben calcularse.

Tabla **ii** Carga del capacitor.

tproteus	$i(t)$	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	$q(t)$	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0									
30									
60									
90									
120									
•									
•									
•									
900									

Después de haber transcurrido 900 segundos coloque el interruptor en posición 2 para simular y analizar el proceso de descarga del capacitor.

El tiempo que debe transcurrir para que el circuito o través se estabilice es de 900 segundos en descarga.

Al conmutar el interruptor a posición 2 el tiempo es 0. Para el tiempo 0 y cada 30 segundos debe medir  $i(t)$ ,  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ , registre los valores medidos en la tabla **iii**. Las otras columnas de la tabla **iii** deben calcularse.

Tabla **iii** Descarga del capacitor.

tproteus	$i(t)$	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	$q(t)$	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0									
30									
60									
90									
120									
•									
•									
•									
900									

Muestre los comportamientos para carga y descarga en las figuras **xx-xviii** y **xxix-xxxvii** respectivamente. En las figuras **xx-xviii** y **xxix-xxxvii** grafique también los comportamientos de las figuras **i-ix** y **x-xviii**. Lo anterior con el propósito de comparar resultados.

**Carga:**

**Insertar figura**

Figura **xx**  $i(t)$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxi**  $q(t)$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxii**, **xxiii** y **xxiv**  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t) + e_C(t) = E$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxv**, **xxvi** y **xxvii**  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t) + p_C(t) = p_T(t)$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxviii**  $w_e(t)$ . Proteus.

**Descarga:**

**Insertar figura**

Figura **xxix**  $i(t)$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxx**  $q(t)$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxxi**, **xxxii** y **xxxiii**  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t) + e_C(t) = 0$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxxiv**, **xxxv** y **xxxvi**  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t) + p_C(t) = 0$ . Proteus.

**Insertar figura**

Figura **xxxvii**  $w_e(t)$ . Proteus.

**P1** ¿Los comportamientos de las variables en el tiempo son exactamente iguales? Explique.

**Solución:**

**Parte 1:**

**Carga:**

$$i(t) = J e^{-\int \frac{dt}{RC}} = J e^{-\frac{t}{RC}} \quad A \quad \text{Solución general}$$

Para determinar la constante J hacemos. La ecuación **1** para  $t = 0$  es  $Ri(0) = E$  o bien  $i_0 = i(0) = E/R$ . Sustituyendo el valor de  $i_0$  en la solución se obtiene  $J = E/R$  para  $t = 0$ . Por lo tanto:

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad A \quad \text{Solución particular}$$

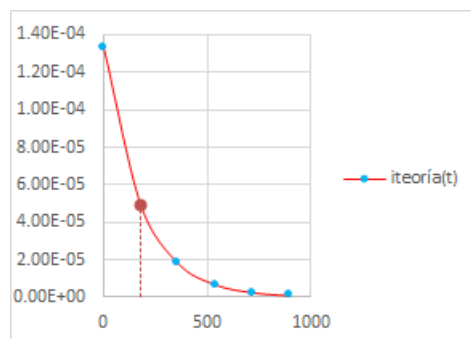


Figura **i**  $i(t)$ .

$$q(t) = \int_0^t i(t) dt = \frac{E}{R} \int_0^t e^{-\frac{t}{RC}} dt$$

$$\int e^u dt = e^u + C$$

$$u = -\frac{t}{RC} \quad \frac{du}{dt} = -\frac{1}{RC} \quad \therefore dt = -RC du$$

$$q(t) = \frac{E}{R} \int_0^t e^u (-RC du) = -EC \left[ e^{-\frac{t}{RC}} \right]_0^t = -EC \left[ e^{-\frac{t}{RC}} - 1 \right] = -EC e^{-\frac{t}{RC}} + EC$$

$$q(t) = EC \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad C$$

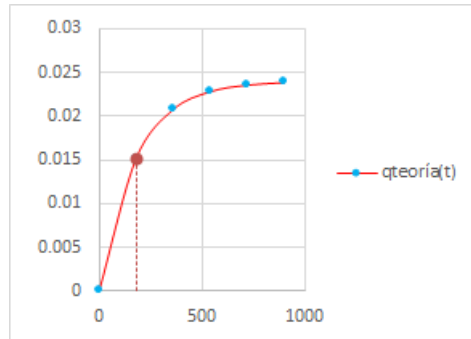


Figura ii q(t).

$$e_R(t) = Ri(t) = E e^{-\frac{t}{RC}} \quad V$$

$$e_C(t) = \frac{q(t)}{C} = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad V$$

$$e_R(t) + e_C(t) = E \quad V$$

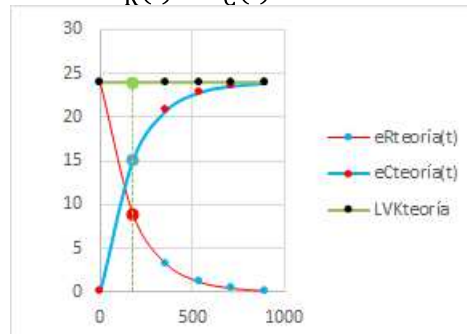


Figura iii, iv y v  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t) + e_C(t) = E$ .

$$p_R(t) = e_R(t)i(t) = \left( E e^{-\frac{t}{RC}} \right) \left( \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \right) = \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{t}{RC}} \quad W$$

$$p_C(t) = e_C(t)i(t) = \left(E - Ee^{-\frac{t}{RC}}\right)\left(\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E^2}{R}e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{E^2}{R}e^{-2\frac{t}{RC}}$$

$$p_C(t) = \frac{E^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-2\frac{t}{RC}}\right) \quad W$$

$$p_T(t) = p_R(t) + p_C(t) = \frac{E^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad W$$

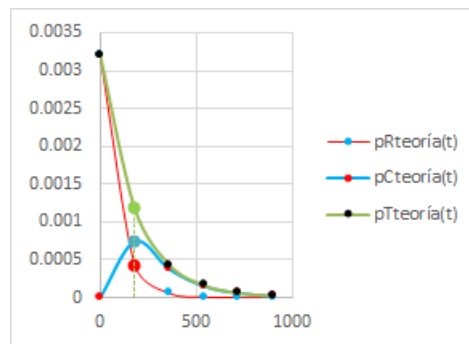


Figura vi, vii y viii  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t) + p_C(t) = p_T(t)$ .

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad w(t) = \int p(t) dt$$

$$w_e(t) = \int_0^{\infty} \frac{E^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt - \int_0^{\infty} \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{t}{RC}} dt$$

$$w_e(t) = \frac{E^2}{R} (-RC) \left[ e^{-\frac{t}{RC}} \Big|_0^{\infty} \right] - \frac{E^2}{R} \left( -\frac{RC}{2} \right) \left[ e^{-2\frac{t}{RC}} \Big|_0^{\infty} \right]$$

$$w_e(t) = -E^2 C (-1) + \frac{E^2}{2} (-1) = \frac{1}{2} C E^2 \quad J$$

Por lo tanto:

$$w_e(t) = \frac{1}{2} C \left[ E - Ee^{-\frac{t}{RC}} \right]^2 = \frac{1}{2} C \left[ E^2 - 2E^2 e^{-\frac{t}{RC}} + E^2 e^{-2\frac{t}{RC}} \right] \quad J$$

El resultado anterior puede obtenerse también si se evalúa:

$$w_e(t) = \int_0^t \frac{E^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt - \int_0^t \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{t}{RC}} dt$$

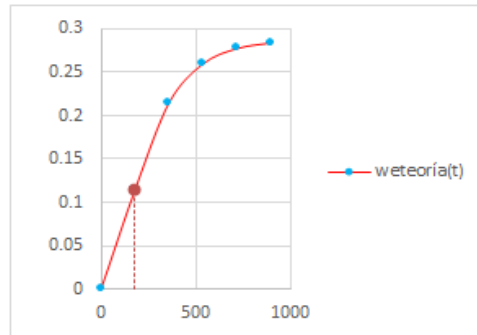


Figura ix we(t).

**Descarga:**

$$i(t) = K e^{-t/RC}$$

Solución general

Para determinar la constante K se hace  $t = 0$  en la solución general y se sustituye la corriente inicial  $i_0$ . Como el condensador se carga a una tensión E con la polaridad indicada, la corriente inicial es opuesta a  $i(t)$ , en consecuencia  $i_0 = -E/R$ , entonces  $K = -E/R$  y la corriente es:

$$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad A$$

Solución particular

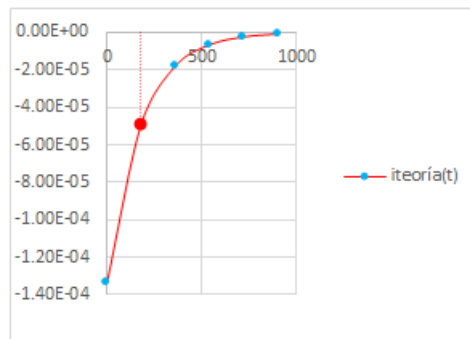


Figura x i(t).

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(t) dt = -\frac{E}{R} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t}{RC}} dt = -\frac{E}{R} (-RC) \left[ e^{-\frac{t}{RC}} \right]_{-\infty}^t = ECe^{-\frac{t}{RC}} \quad C$$

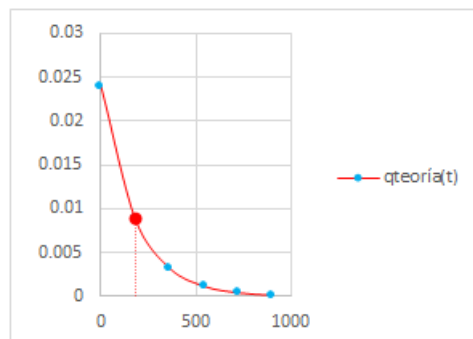


Figura xi q(t).

$$e_R(t) = -E e^{-\frac{t}{RC}} \quad V$$

$$e_C(t) = E e^{-\frac{t}{RC}} \quad V$$

$$e_R(t) + e_C(t) = 0 \quad V$$

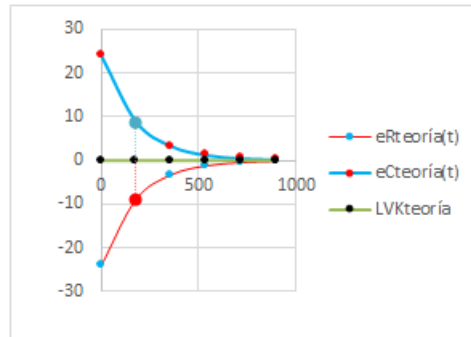


Figura xii, xiii y xiv  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t) + e_C(t) = 0$ .

$$p_R(t) = \left(-E e^{-\frac{t}{RC}}\right) \left(-\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{t}{RC}} \quad W$$

$$p_C(t) = \left(E e^{-\frac{t}{RC}}\right) \left(-\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}\right) = -\frac{E^2}{R} e^{-2\frac{t}{RC}} \quad W$$

$$p_T(t) = p_R(t) + p_C(t) = 0 \quad W$$

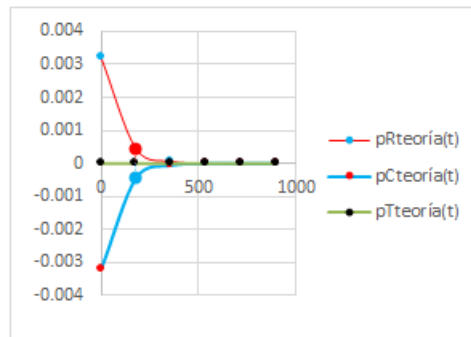


Figura xv, xvi y xvii  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t) + p_C(t) = 0$ .

$$w_e(t) = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} C \left[ E e^{-\frac{t}{RC}} \right]^2 = \frac{1}{2} E^2 C e^{-2\frac{t}{RC}} \quad J$$

Este resultado puede obtenerse también si se evalúa:

$$w_e(t) = \int_{\infty}^t p_C(t) dt$$

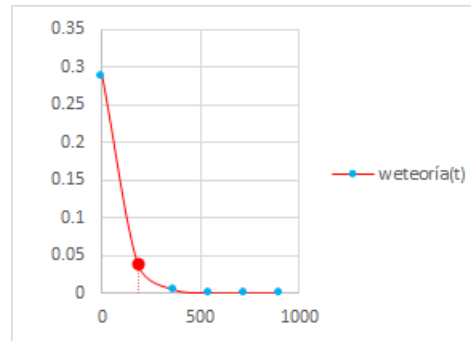


Figura xviii  $w_e(t)$ .

**Parte 2:**

Tabla ii Carga del capacitor.

tproteus	i(t)	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	q(t)	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0	1.33E-04	24	0.03	24.03	0.00003	0.003192	0.00000399	0.00319599	0.00000045
30	1.17E-04	21	2.97	23.97	0.00297	0.002457	0.00034749	0.00280449	0.00441045
60	1.03E-04	18.4	5.55	23.95	0.00555	0.0018952	0.00057165	0.00246685	0.01540125
90	8.99E-05	16.2	7.85	24.05	0.00785	0.00145638	0.00070572	0.0021621	0.03081125
120	7.88E-05	14.2	9.84	24.04	0.00984	0.00111896	0.00077539	0.00189435	0.0484128
150	6.90E-05	12.4	11.6	24	0.0116	0.0008556	0.0008004	0.001656	0.06728
180	6.05E-05	10.9	13.1	24	0.0131	0.00065945	0.00079255	0.001452	0.085805
210	5.30E-05	9.52	14.5	24.02	0.0145	0.00050456	0.0007685	0.00127306	0.105125
240	4.65E-05	8.35	15.6	23.95	0.0156	0.00038828	0.0007254	0.00111368	0.12168
270	4.08E-05	7.32	16.7	24.02	0.0167	0.00029866	0.00068136	0.00098002	0.139445
300	3.57E-05	6.41	17.6	24.01	0.0176	0.00022884	0.00062832	0.00085716	0.15488
330	3.13E-05	5.62	18.4	24.02	0.0184	0.00017591	0.00057592	0.00075183	0.16928
360	2.74E-05	4.93	19.1	24.03	0.0191	0.00013508	0.00052334	0.00065842	0.182405
390	2.40E-05	4.32	19.7	24.02	0.0197	0.00010368	0.0004728	0.00057648	0.194045
420	2.11E-05	3.79	20.2	23.99	0.0202	7.9969E-05	0.00042622	0.00050619	0.20402
450	1.85E-05	3.33	20.7	24.03	0.0207	6.1605E-05	0.00038295	0.00044456	0.214245
480	1.62E-05	2.92	21.1	24.02	0.0211	4.7304E-05	0.00034182	0.00038912	0.222605
510	1.42E-05	2.56	21.4	23.96	0.0214	3.6352E-05	0.00030388	0.00034023	0.22898
540	1.25E-05	2.25	21.8	24.05	0.0218	2.8125E-05	0.0002725	0.00030063	0.23762
570	1.10E-05	1.98	22	23.98	0.022	0.00002178	0.000242	0.00026378	0.242
600	9.65E-06	1.73	22.3	24.03	0.0223	1.6695E-05	0.0002152	0.00023189	0.248645
630	8.49E-06	1.53	22.5	24.03	0.0225	1.299E-05	0.00019103	0.00020401	0.253125
660	7.46E-06	1.34	22.7	24.04	0.0227	9.9964E-06	0.00016934	0.00017934	0.257645
690	6.56E-06	1.18	22.8	23.98	0.0228	7.7408E-06	0.00014957	0.00015731	0.25992
720	5.75E-06	1.03	23	24.03	0.023	5.9225E-06	0.00013225	0.00013817	0.2645
750	5.09E-06	0.92	23.1	24.02	0.0231	4.6828E-06	0.00011758	0.00012226	0.266805
780	4.49E-06	0.81	23.2	24.01	0.0232	3.6369E-06	0.00010417	0.0001078	0.26912
810	3.96E-06	0.71	23.3	24.01	0.0233	2.8116E-06	9.2268E-05	9.508E-05	0.271445
840	3.50E-06	0.63	23.4	24.03	0.0234	2.205E-06	0.0000819	8.4105E-05	0.27378
870	3.10E-06	0.56	23.4	23.96	0.0234	1.736E-06	0.00007254	7.4276E-05	0.27378
900	2.74E-06	0.49	23.5	23.99	0.0235	1.3426E-06	0.00006439	6.5733E-05	0.276125

Tabla iii Descarga del capacitor.

tproteus	i(t)	eR(t)	eC(t)	LVK	q(t)	pR(t)	pC(t)	pT(t)	we(t)
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0	-1.30E-04	-23.3	23.3	0	0.0233	0.003029	-0.003029	0	0.271445
30	-1.14E-04	-20.4	20.4	0	0.0204	0.0023256	-0.0023256	0	0.20808
60	-9.97E-05	-17.9	17.9	0	0.0179	0.00178463	-0.00178463	0	0.160205
90	-8.72E-05	-15.7	15.7	0	0.0157	0.00136904	-0.00136904	0	0.123245
120	-7.64E-05	-13.7	13.7	0	0.0137	0.00104668	-0.00104668	0	0.093845
150	-6.68E-05	-12	12	0	0.012	0.0008016	-0.0008016	0	0.072
180	-5.86E-05	-10.5	10.5	0	0.0105	0.0006153	-0.0006153	0	0.055125
210	-5.13E-05	-9.22	9.22	0	0.00922	0.00047299	-0.00047299	0	0.0425042
240	-4.49E-05	-8.08	8.08	0	0.00808	0.00036279	-0.00036279	0	0.0326432
270	-3.94E-05	-7.08	7.08	0	0.00708	0.00027895	-0.00027895	0	0.0250632
300	-3.45E-05	-6.2	6.2	0	0.0062	0.0002139	-0.0002139	0	0.01922
330	-3.02E-05	-5.42	5.42	0	0.00542	0.00016368	-0.00016368	0	0.0146882
360	-2.65E-05	-4.75	4.75	0	0.00475	0.00012588	-0.00012588	0	0.01128125
390	-2.32E-05	-4.16	4.16	0	0.00416	9.6512E-05	-9.6512E-05	0	0.0086528
420	-2.03E-05	-3.65	3.65	0	0.00365	7.4095E-05	-7.4095E-05	0	0.00666125
450	-1.78E-05	-3.2	3.2	0	0.0032	0.00005696	-0.00005696	0	0.00512
480	-1.56E-05	-2.8	2.8	0	0.0028	0.00004368	-0.00004368	0	0.00392
510	-1.36E-05	-2.45	2.45	0	0.00245	0.00003332	-0.00003332	0	0.00300125
540	-1.20E-05	-2.15	2.15	0	0.00215	0.0000258	-0.0000258	0	0.00231125
570	-1.05E-05	-1.88	1.88	0	0.00188	0.00001974	-0.00001974	0	0.0017672
600	-9.18E-06	-1.65	1.65	0	0.00165	1.5147E-05	-1.5147E-05	0	0.00136125
630	-8.01E-06	-1.44	1.44	0	0.00144	1.1534E-05	-1.1534E-05	0	0.0010368
660	-7.04E-06	-1.26	1.26	0	0.00126	8.8704E-06	-8.8704E-06	0	0.0007938
690	-6.16E-06	-1.11	1.11	0	0.00111	6.8376E-06	-6.8376E-06	0	0.00061605
720	-5.40E-06	-0.97	0.97	0	0.00097	5.238E-06	-5.238E-06	0	0.00047045
750	-4.73E-06	-0.85	0.85	0	0.00085	4.0205E-06	-4.0205E-06	0	0.00036125
780	-4.14E-06	-0.74	0.74	0	0.00074	3.0636E-06	-3.0636E-06	0	0.0002738
810	-3.63E-06	-0.65	0.65	0	0.00065	2.3595E-06	-2.3595E-06	0	0.00021125
840	-3.18E-06	-0.57	0.57	0	0.00057	1.8126E-06	-1.8126E-06	0	0.00016245
870	-2.78E-06	-0.5	0.5	0	0.0005	0.00000139	-0.00000139	0	0.000125
900	-2.44E-06	-0.44	0.44	0	0.00044	1.0736E-06	-1.0736E-06	0	0.0000968

Carga:

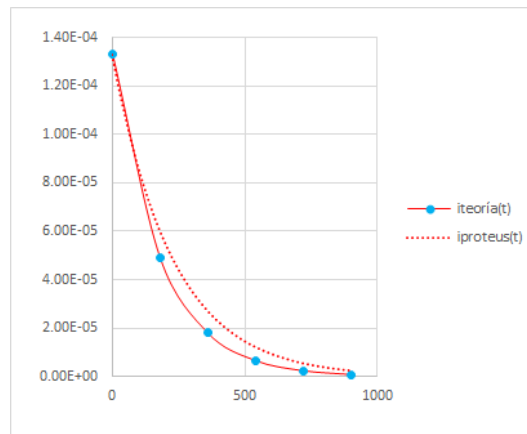


Figura xx i(t). Proteus.

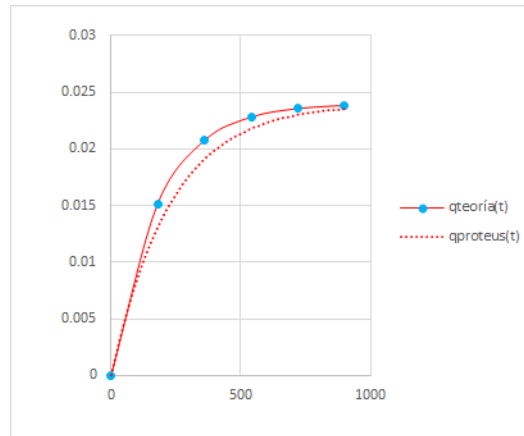


Figura xxi  $q(t)$ . Proteus.

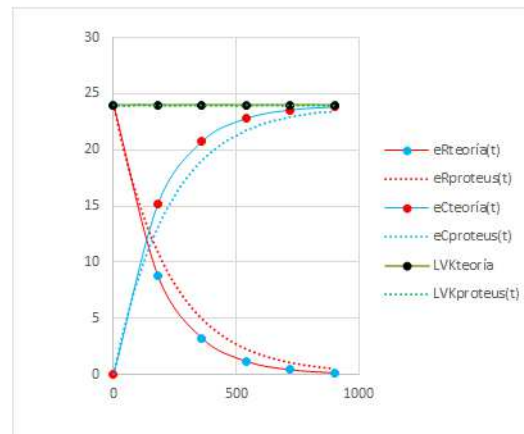


Figura xxii, xxiii y xxiv  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=E$ . Proteus.

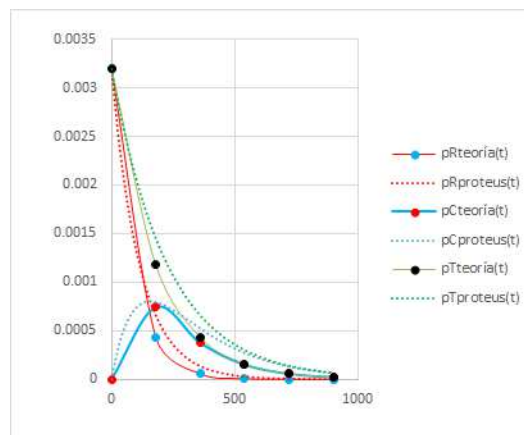


Figura xxv, xxvi y xxvii  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=p_T(t)$ . Proteus.

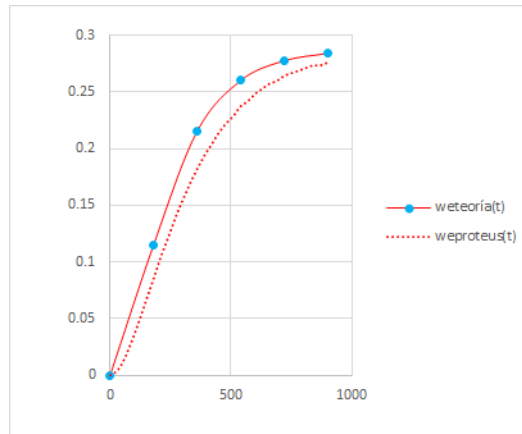


Figura xxviii  $w_e(t)$ . Proteus.

Descarga:

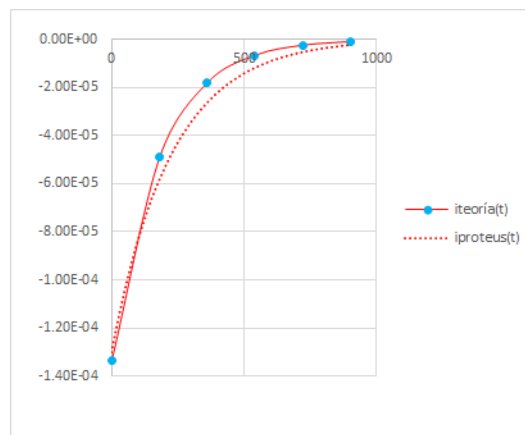


Figura xxix  $i(t)$ . Proteus.

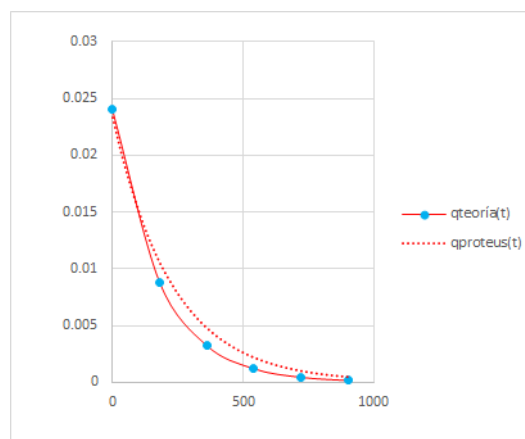


Figura xxx  $q(t)$ . Proteus.

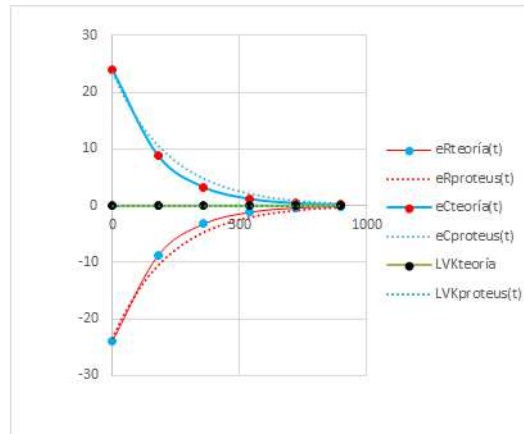


Figura xxxi, xxxii y xxxiii  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=0$ . Proteus.

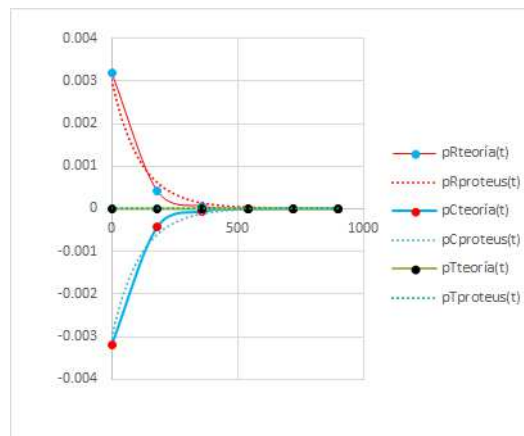


Figura xxxiv, xxxv y xxxvi  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=0$ . Proteus.

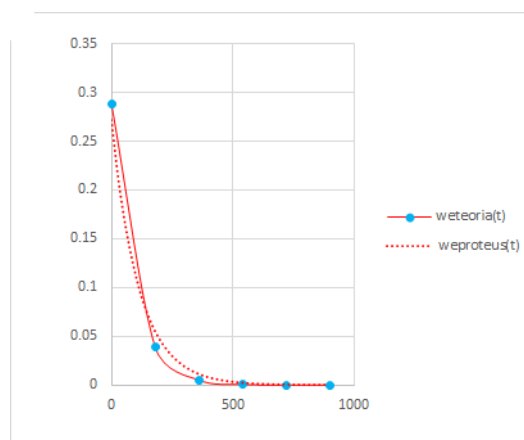


Figura xxxvii  $w_e(t)$ . Proteus.

**P1** ¿Los comportamientos de las variables en el tiempo son exactamente iguales? **No**. Explique. Proteus permite una simulación que no es en tiempo real. El tiempo en Proteus puede modificarse para que transcurra en términos del tiempo real, lo que implicaría que la solución fuera la misma.

## Problema 2 El circuito RL. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo

Considere el circuito de la figura 15. Los parámetros del circuito se muestran en la tabla iv.

Tabla iv Parámetros del circuito a analizar.

E	R	L
V	$\Omega$	H
12	30	0.8

Use los parámetros de la tabla iv y muestre los comportamientos para creación y destrucción del campo magnético en las figuras xxxviii-xxlv y xlvi-lxiii respectivamente. Además en cada figura inserte el modelo matemático generalizado para obtener las funciones 33 - 40 y 41- 48.

### Creación del campo magnético:

#### Modelo matemático generalizado

##### Insertar figura

Figura xxxviii  $i(t)$ .

#### Modelo matemático generalizado

##### Insertar figura

Figura xxxix, xl y xli  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_R(t)+e_L(t)=E$ .

#### Modelo matemático generalizado

##### Insertar figura

Figura lxii, lxiii y lxiv  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_R(t)+p_L(t)=p_T(t)$ .

#### Modelo matemático generalizado

##### Insertar figura

Figura xxlv  $w_e(t)$ .

El circuito RL tiene el interruptor en la posición 1 el tiempo suficiente para que se establezca el régimen permanente y, en el instante  $t = 0$ , se conmuta a la posición 2.

### Destrucción del campo magnético:

#### Modelo matemático generalizado

##### Insertar figura

Figura xlvi  $i(t)$ .

#### Modelo matemático generalizado

##### Insertar figura

Figura lxvii, lxviii y lxix  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_R(t)+e_L(t)=E$ .

#### Modelo matemático generalizado

##### Insertar figura

Figura l, li y lii  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_R(t)+p_L(t)=p_T(t)$ .

### Modelo matemático generalizado

#### Insertar figura

Figura liii  $w_e(t)$ .

Solución:

Creación del campo magnético:

$$i(t) = e^{-\int \frac{R}{L} dt} \int e^{\int \frac{R}{L} dt} \frac{E}{L} dt + C e^{-\int \frac{R}{L} dt}$$

$$i(t) = e^{-\frac{R}{L}t} \int e^{\frac{R}{L}t} \frac{E}{L} dt + C e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(t) = \frac{E}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \left( \frac{L}{R} \right) e^{\frac{R}{L}t} + C e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} + C e^{-\frac{R}{L}t}$$

Solución general

C se determina de la solución general haciendo  $t = 0$ , por lo tanto:

$$i(0) = \frac{E}{R} + C$$

La bobina impide cualquier cambio brusco de corriente, lo que implica que  $i(0) = 0$ , entonces:

$$C = -\frac{E}{R}$$

Por lo que la corriente es:

$$i(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad \text{A}$$

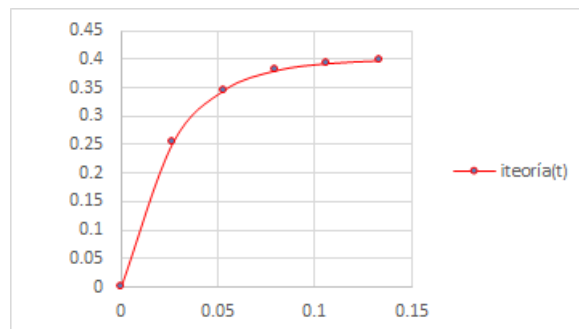


Figura xxxviii  $i(t)$ .

$$e_R(t) = Ri(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad \text{V}$$

$$e_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \frac{d\left[\frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}\right]}{dt} = -L \frac{E}{R} \left(-\frac{R}{L}\right) e^{-\frac{R}{L}t} = E e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{V}$$

$$e_R(t) + e_L(t) = E \quad \text{V}$$

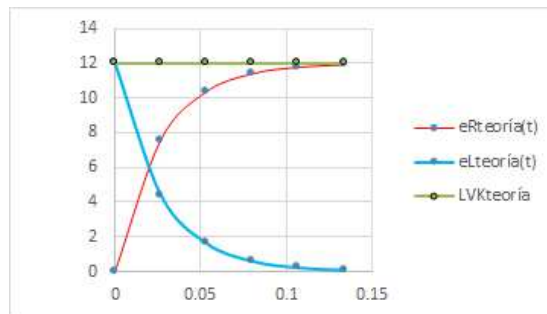


Figura xxxix, xl y xli  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_R(t)+e_L(t)=E$ .

$$p_R(t) = e_R(t)i(t) = \left(E - Ee^{-\frac{R}{L}t}\right) \left(\frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{E^2}{R} - \frac{E^2}{R} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{E^2}{R} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{R}{L}t}$$

$$p_R(t) = \frac{E^2}{R} \left[1 - 2e^{-\frac{R}{L}t} + e^{-2\frac{R}{L}t}\right] \quad \text{W}$$

$$p_L(t) = e_L(t)i(t) = \left(Ee^{-\frac{R}{L}t}\right) \left(\frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{E^2}{R} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{R}{L}t}$$

$$p_L(t) = \frac{E^2}{R} \left(e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-2\frac{R}{L}t}\right) \quad \text{W}$$

$$p_T(t) = p_R(t) + p_L(t) = \frac{E^2}{R} - \frac{E^2}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E^2}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad \text{W}$$

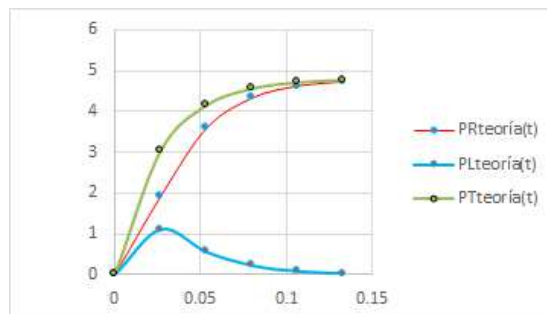


Figura xlii, xliii y xliv  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_R(t)+p_L(t)=p_T(t)$ .

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad w(t) = \int p(t) dt$$

$$w_m(t) = \int_0^\infty p_L(t) dt = \int_0^\infty \left(\frac{E^2}{R} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{R}{L}t}\right) dt = \frac{E^2}{R} \left(-\frac{L}{R}\right) (-1) - \frac{E^2}{R} \left(-\frac{L}{2R}\right) (-1)$$

$$w_m(t) = \frac{E^2}{R^2} L - \frac{1}{2} \frac{E^2}{R^2} L = \frac{1}{2} L I^2$$

Por lo tanto:

$$w_m(t) = \frac{1}{2} L \left[ \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \right]^2 = \frac{1}{2} L \left[ \frac{E^2}{R^2} - 2 \frac{E^2}{R^2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E^2}{R^2} e^{-2\frac{R}{L}t} \right] \quad ]$$

El resultado anterior puede obtenerse también si se evalúa:

$$w_m(t) = \int_0^t \left( \frac{E^2}{R} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{E^2}{R} e^{-2\frac{R}{L}t} \right) dt$$

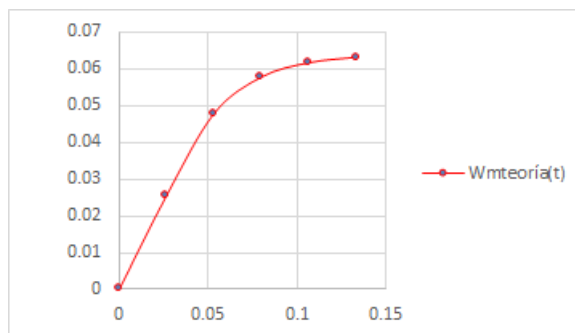


Figura xlv we(t).

El circuito RL tiene el interruptor en la posición 1 el tiempo suficiente para que se establezca el régimen permanente y, en el instante  $t = 0$ , se conmuta a la posición 2.

#### Dstrucción del campo magnético:

$$i(t) = D e^{-\frac{R}{L}t} \quad A$$

Solución general

El circuito tiene una corriente inicial  $i_0 = \frac{E}{R}$ . En el instante  $t = 0$  se conmuta el interruptor a la posición 2 que elimina la fuente y pone en corto circuito a la rama RL en serie. D se determina de la solución general haciendo  $t = 0$ , por lo tanto:

$$i(0) = D = \frac{E}{R}$$

Por lo tanto:

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad A$$

Solución particular

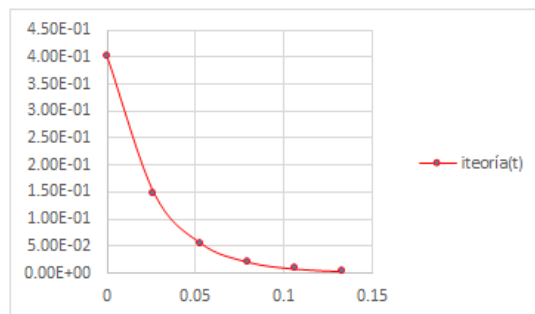


Figura xlvi i(t).

$$e_R(t) = Ee^{-\frac{R}{L}t} \quad V$$

$$e_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \frac{d\left[\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right]}{dt} = L \frac{E}{R} \left(-\frac{R}{L}\right) e^{-\frac{R}{L}t} = -Ee^{-\frac{R}{L}t} \quad V$$

$$e_R(t) + e_L(t) = 0 \quad V$$

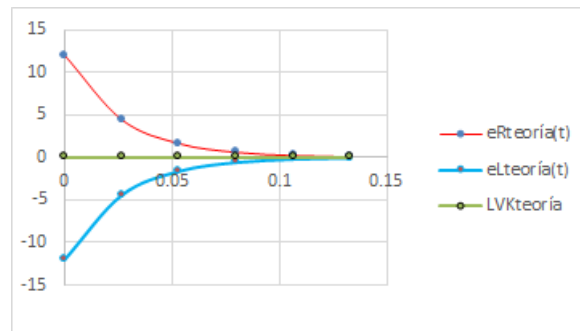


Figura *xlvi*, *xlvii* y *xliv*  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_R(t)+e_L(t)=E$ .

$$p_R(t) = \left(Ee^{-\frac{R}{L}t}\right) \left(\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{E^2}{R}e^{-2\frac{R}{L}t} \quad W$$

$$p_L(t) = \left(-Ee^{-\frac{R}{L}t}\right) \left(\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right) = -\frac{E^2}{R}e^{-2\frac{R}{L}t} \quad W$$

$$p_R(t) + p_L(t) = 0$$

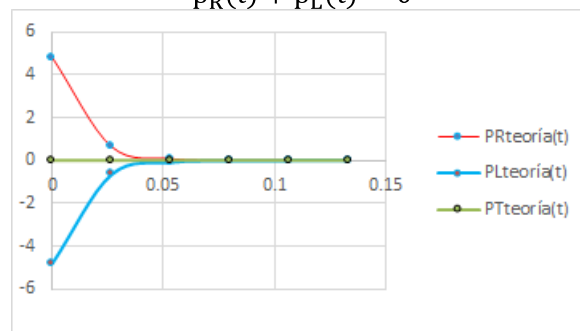


Figura *l*, *li* y *lii*  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_R(t)+p_L(t)=p_T(t)$ .

$$wm(t) = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \left[\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right]^2 = \frac{1}{2} L \frac{E^2}{R^2} e^{-2\frac{R}{L}t} \quad J$$

Este resultado puede obtenerse también si se evalúa:

$$wm(t) = \int_{\infty}^t p_L(t) dt$$

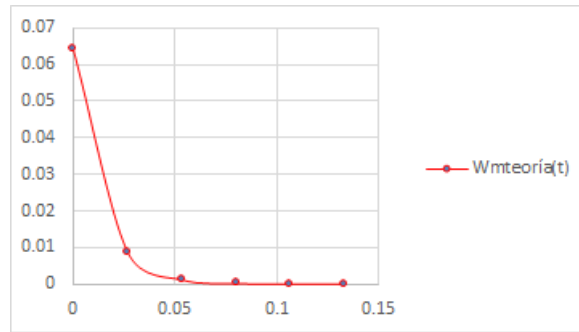


Figura liii  $w(t)$ .

### Problema 3 Ley de Faraday y ley de Lenz

#### Inducción electromagnética

Una corriente eléctrica o una carga en movimiento produce un campo magnético. En 1831 Michael Faraday luego de sucesivos experimentos demostró que se puede crear corriente eléctrica variando el flujo magnético que atraviesa una espira (figura livb). A partir de estos experimentos se han desarrollado los generadores de corriente alterna y corriente directa, el transformador, el teléfono, etc.

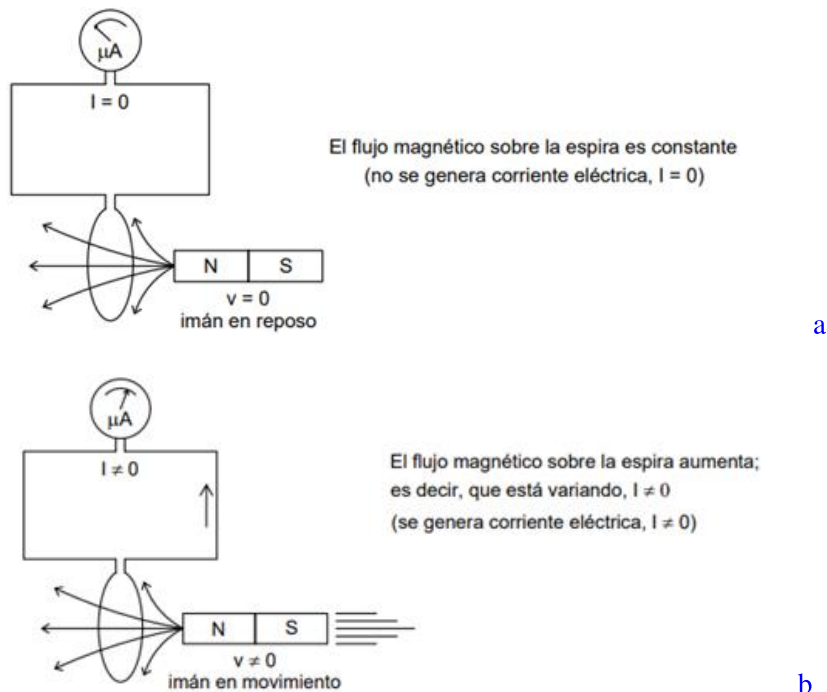


Figura liv Flujo magnético. (a) Imán en reposo y (b) Imán en movimiento.

#### Definición:

**1.- Inducción electromagnética.** Es aquel fenómeno que consiste en generar corriente eléctrica variando el “flujo magnético”. Fue descubierta casi simultáneamente por tres eminentes científicos: el norteamericano Joseph Henry, el inglés Michael Faraday y el ruso Heinrich F.E. Lenz.

**2.- Flujo magnético.** Es una magnitud física escalar que se define como el número de líneas de flujo magnético que atraviesan perpendicularmente a una superficie plana.

→ Si el campo magnético es uniforme y la superficie plana es perpendicular a las líneas de flujo magnético (figura **lv**), se tiene:

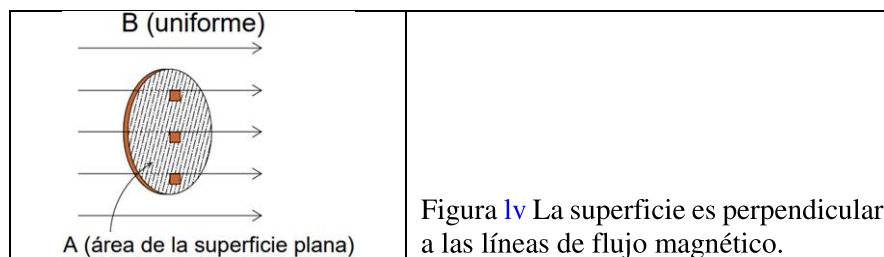
$$\phi_m = B A$$

donde:

B Densidad de flujo magnético (T)

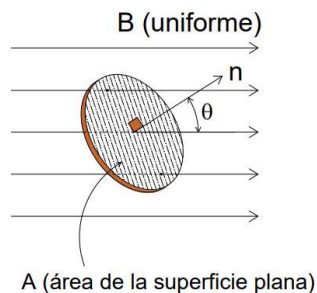
A Área (m<sup>2</sup>)

$\phi_m$  Flujo magnético (Wb)



→ Si el campo magnético es uniforme y si la superficie plana no es perpendicular a las líneas de flujo magnético (figura **lvi**), se tiene:

$$\phi_m = B A \cos \theta$$



$\theta$  es el ángulo que forman los vectores B y n (vector normal a la superficie plana) .

Figura **lvi** La superficie no es perpendicular a las líneas de inducción magnética.

### Ley de Faraday ( $E_{ind}$ )

Fue establecida por el británico Michael Faraday en 1831, ley que permite determinar la fuerza electromotriz inducida en un circuito.

**“La corriente se induce en un conductor, solamente cuando varía el flujo magnético que pasa a través de él”.**

Esto quiere decir, que cuando varía el flujo magnético se induce una diferencia de potencial ( $E_{ind}$ ) la que hace posible que se genere una corriente eléctrica a través del conductor (figura lvii).

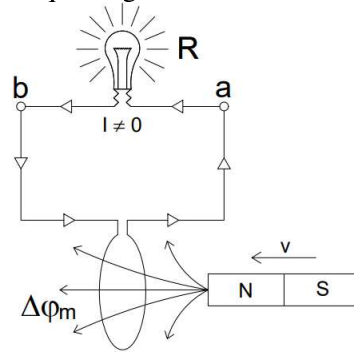


Figura lvii Ley de Faraday.

Matemáticamente y considerando la figura anterior (para una espira):

$$E_{ind} = - \left| \frac{\Delta\phi_m}{\Delta t} \right| \quad \text{i}$$

Donde:

$E_{ind} = V_{ab} = e(t)$	Fuerza electromotriz inducida (V)
$\Delta\phi_m$	Variación del flujo magnético (Wb)
$\Delta t$	Intervalo de tiempo (s)

Si el flujo magnético varía en función del tiempo entonces:

$$E_{ind} = e(t) = -N \frac{d\phi_m}{dt} \quad \text{ii}$$

Donde:

N	Número de espiras
---	-------------------

### Ley de Lenz

$$e(t) = -L \frac{di}{dt} \quad \text{iii}$$

Donde:

$e(t)$	Fuerza electromotriz inducida (V)
L	Autoinducción (H)
$di/dt$	Variación de la corriente con respecto al tiempo (A/s)

Fue establecida por el ruso Heinrich Friedrich Emil Lenz en 1831, la ley permite determinar el sentido de la corriente inducida en un circuito.

### Existen dos casos:

CASO A. *Cuando el flujo magnético ( $\phi_{ext}$ ) sobre la espira “aumenta”.*

En este caso “las líneas del flujo exterior y las líneas del flujo inducido tienen sentidos contrarios”.

El sentido de la corriente se halla con la regla de la mano derecha y con referencia a las líneas del flujo inducido.

CASO B. Cuando el flujo magnético ( $\phi_{ext}$ ) sobre la espira “disminuye”.

En este caso “las líneas del flujo exterior y las líneas del flujo inducido tienen el mismo sentido”.

**Problema a** Hallar el sentido de la corriente inducida (corriente convencional) en la espira para el observador “P” (figura lviii).

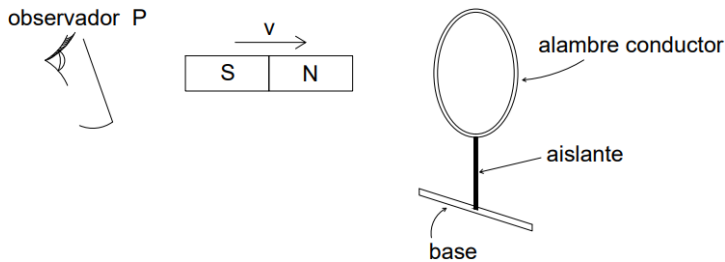


Figura lviii Problema a.

**Solución:** La bobina “ve” un campo magnético que aumenta, lo que implica que las líneas del flujo exterior y las líneas del flujo inducido tienen sentidos contrarios (figura i).

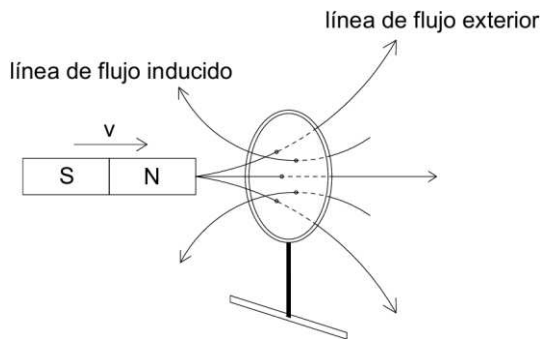


Figura i Caso a. Cuando el flujo magnético ( $\phi_{ext}$ ) sobre la espira “aumenta”.

El sentido de la corriente se halla con la regla de la mano derecha y con referencia a las líneas del flujo inducido, por lo tanto el sentido de la corriente inducida convencional es: antihorario (figura ii).

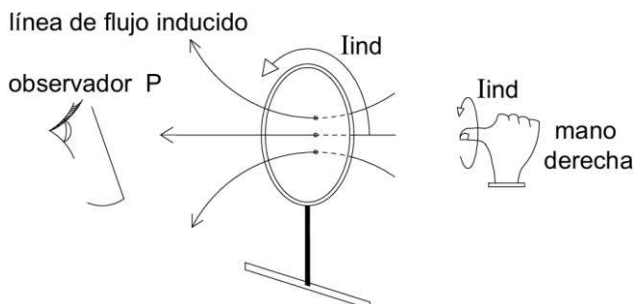


Figura ii El sentido de la corriente inducida convencional es: antihorario.

**Problema b** Un imán de barra descende acercándose a una espira conductora fija (figura *lix*). Para el observador mostrado, ¿Cómo circula la corriente inducida (corriente real) en la espira?

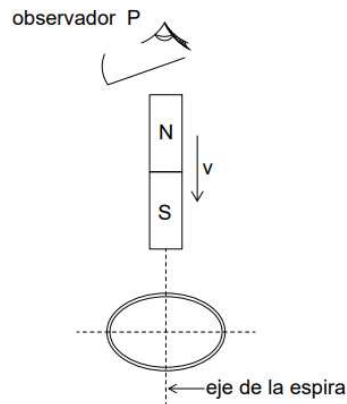


Figura *lix* Problema b.

**Solución:** La bobina “ve” un campo magnético que aumenta, lo que implica que las líneas del flujo exterior y las líneas del flujo inducido tienen sentidos contrarios (figura *iii*).

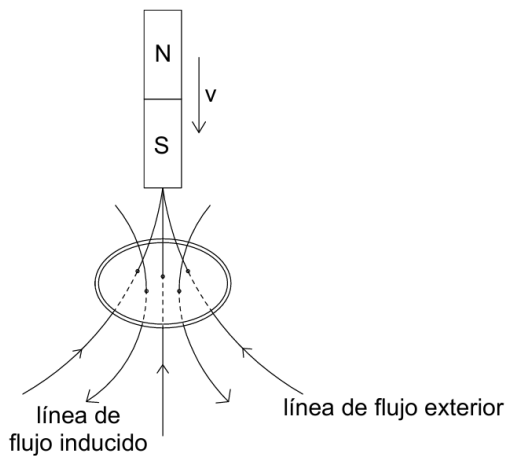


Figura *iii* Caso a. Cuando el flujo magnético ( $\phi_{ext}$ ) sobre la espira “aumenta”.

El sentido de la corriente inducida real es: antihorario (figura *iv*).

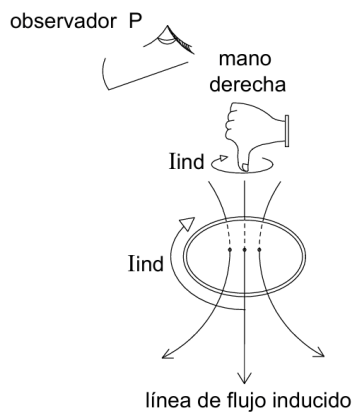


Figura *iv* El sentido de la corriente inducida real es: antihorario.

**Problema c** Determine el sentido de la corriente inducida (corriente convencional) en la espira conductora, para el observador que se muestra (figura 1x).

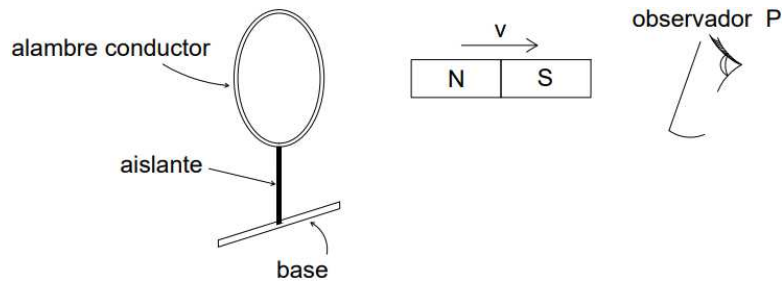


Figura 1x Problema c.

**Solución:** La bobina “ve” un campo magnético que disminuye, lo que implica que las líneas del flujo exterior y las líneas del flujo inducido tienen el mismo sentido (figura v).

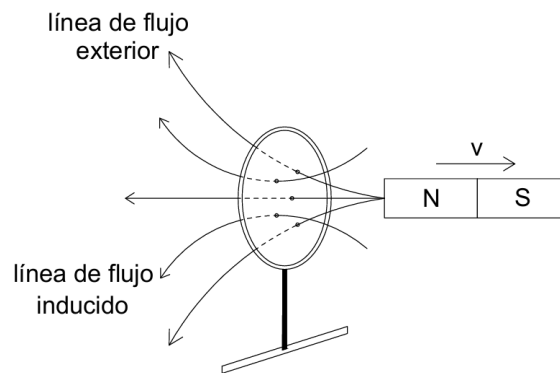


Figura v Caso b. Cuando el flujo magnético ( $\phi_{ext}$ ) sobre la espira “disminuye”.

El sentido de la corriente inducida convencional es: horario (figura vi).

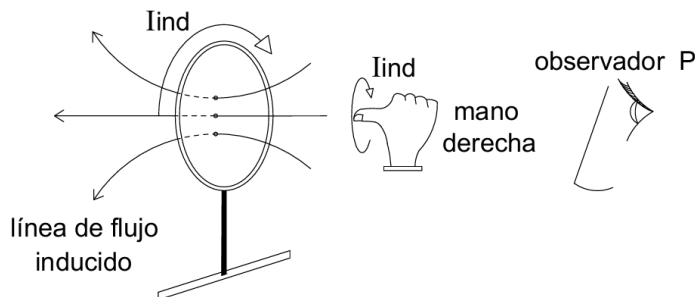


Figura vi El sentido de la corriente inducida convencional es: horario.

## Aprendizaje basado en retos

*Referencia:*

**Diseño del complemento:  
Reto 1 y 2**

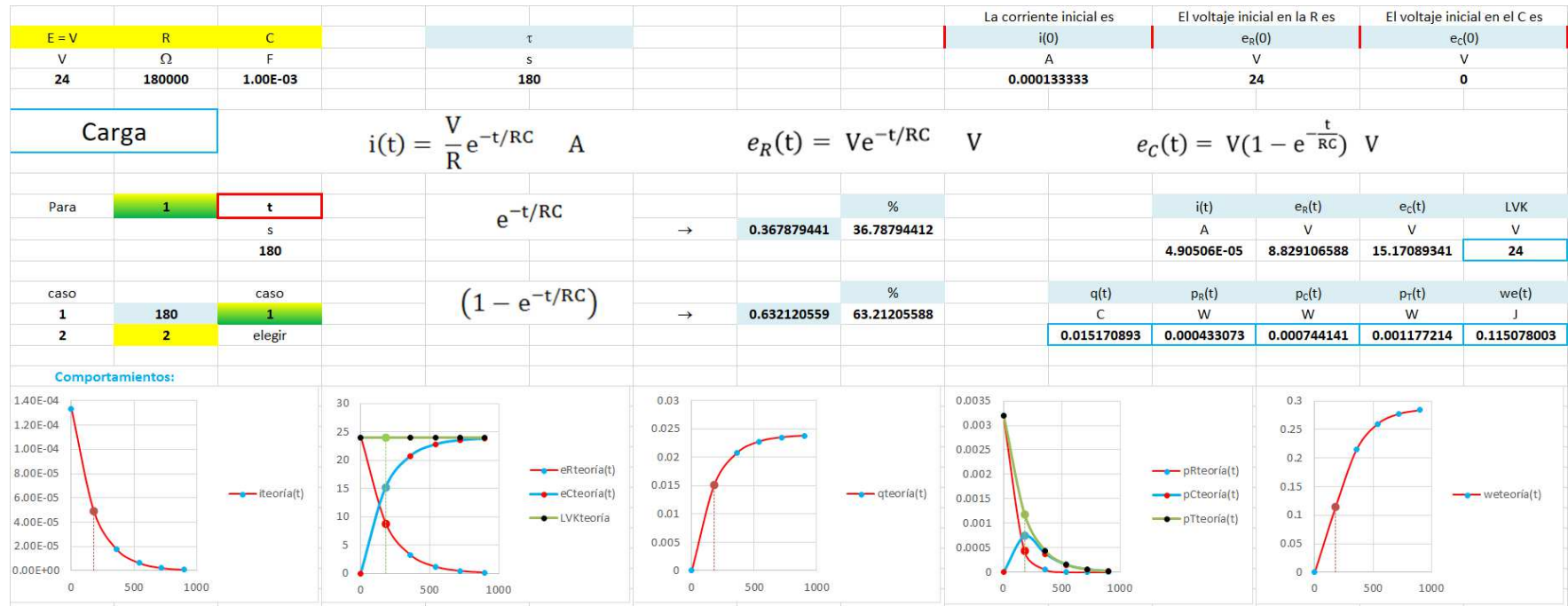
**“Tema 1”** de la asignatura **“Máquinas Eléctricas”**  
*M. C. José Alejandro Morones Alba*  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

Cualquier herramienta computacional se diseña en términos de un modelo matemático. La frase “construcción de la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente el estudiante construye la herramienta computacional, obviamente el profesor revisa y corrige (si hubiera errores) el trabajo del estudiante hasta que concreta lo que el profesor ha definido como final. La frase “analizar la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente mediante el uso de la herramienta computacional explica que hace, de tal manera que el estudiante tiene una idea certera sobre para que sirve.

### **Reto 1 Construcción de la herramienta computacional “el circuito RC”**

Esta herramienta computacional permite analizar el **complemento: Práctica 1** y resuelve el circuito de la figura 2. La figura lxi y lxii muestran el diseño de la herramienta computacional para analizar el comportamiento del circuito RC excitado con corriente directa durante el proceso de carga y descarga respectivamente.



t	$i(t)$	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	$q(t)$	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	Coulomb	W	W	W	J
0	1.33E-04	24	0	24	0	0.0032	0	0.0032	0
180	4.90506E-05	8.829106588	15.17089341	24	0.015170893	0.000433073	0.000744141	0.001177214	0.115078003
360	1.80447E-05	3.248046798	20.7519532	24	0.020751953	5.861E-05	0.000374463	0.000433073	0.215321781
540	6.63828E-06	1.194889641	22.80511036	24	0.02280511	7.93201E-06	0.000151387	0.000159319	0.260036529
720	2.44209E-06	0.439575333	23.56042467	24	0.023560425	1.07348E-06	5.75366E-05	5.861E-05	0.277546805
900	8.98393E-07	0.161710728	23.83828927	24	0.023838289	1.4528E-07	2.14162E-05	2.15614E-05	0.284132018

Figura lxi Carga. Diseño de la herramienta computacional para analizar el comportamiento del circuito RC excitado con corriente directa.

<b>E = V</b>	<b>R</b>	<b>C</b>	<b><math>\tau</math></b>	La corriente inicial es	El voltaje inicial en la R es	El voltaje inicial en el C es
V	$\Omega$	F	s	$i(0)$	$e_R(0)$	$e_C(0)$
24	180000	1.00E-03	180	A	V	V
				-0.000133333	-24	24

**Descarga**

$$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-t/RC} \text{ A}$$

$$e_R(t) = -E e^{-t/RC} \text{ V}$$

$$e_C(t) = E e^{-t/RC} \text{ V}$$
  

Para	1	<b>t</b>	$i(t)$	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK
		s	A	V	V	V
		180	-4.91E-05	-8.829106588	8.829106588	0

caso	1	180	caso	1	$e^{-t/RC}$	$\rightarrow$	0.367879441	%	36.78794412
2	60	elegir							

$q(t)$	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
C	W	W	W	J
0.008829107	0.000433073	-0.000433073	0	0.038976562

**Comportamientos:**

t	$i(t)$	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	$q(t)$	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	Coulomb	W	W	W	J
0	-1.33E-04	-24	24	0	2.40E-02	0.0032	-0.0032	0	0.288
180	-4.90506E-05	-8.829106588	8.829106588	0	0.008829107	0.000433073	-0.000433073	0	0.038976562
360	-1.80447E-05	-3.248046798	3.248046798	0	0.003248047	5.861E-05	-5.861E-05	0	0.005274904
540	-6.63828E-06	-1.194889641	1.194889641	0	0.00119489	7.93201E-06	-7.93201E-06	0	0.000713881
720	-2.44209E-06	-0.439575333	0.439575333	0	0.000439575	1.07348E-06	-1.07348E-06	0	9.66132E-05
900	-8.98393E-07	-0.161710728	0.161710728	0	0.000161711	1.4528E-07	-1.4528E-07	0	1.30752E-05

Figura lxii Descarga. Diseño de la herramienta computacional para analizar el comportamiento del circuito RC excitado con corriente directa.

## Reto 2 Análisis de la herramienta computacional “el circuito RL”

Esta herramienta computacional permite analizar el comportamiento del circuito RL excitado con corriente directa. La figura lxiii y lxiv muestran el diseño de la herramienta computacional para analizar el comportamiento del circuito RL excitado con corriente directa durante el proceso de creación y destrucción del campo magnético respectivamente.

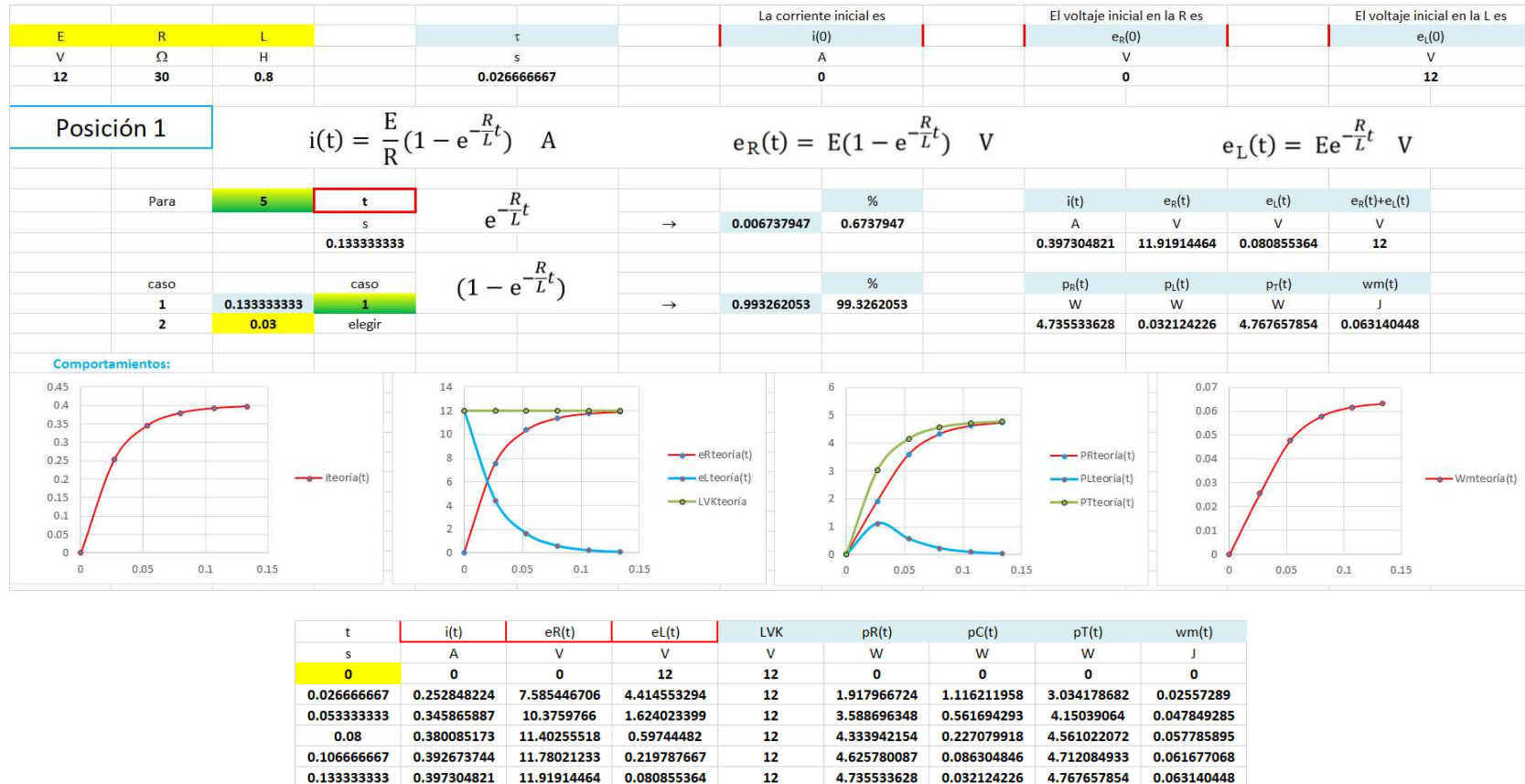


Figura lxiii Creación del campo magnético. Diseño de la herramienta computacional para analizar el comportamiento del circuito RL excitado con corriente directa.

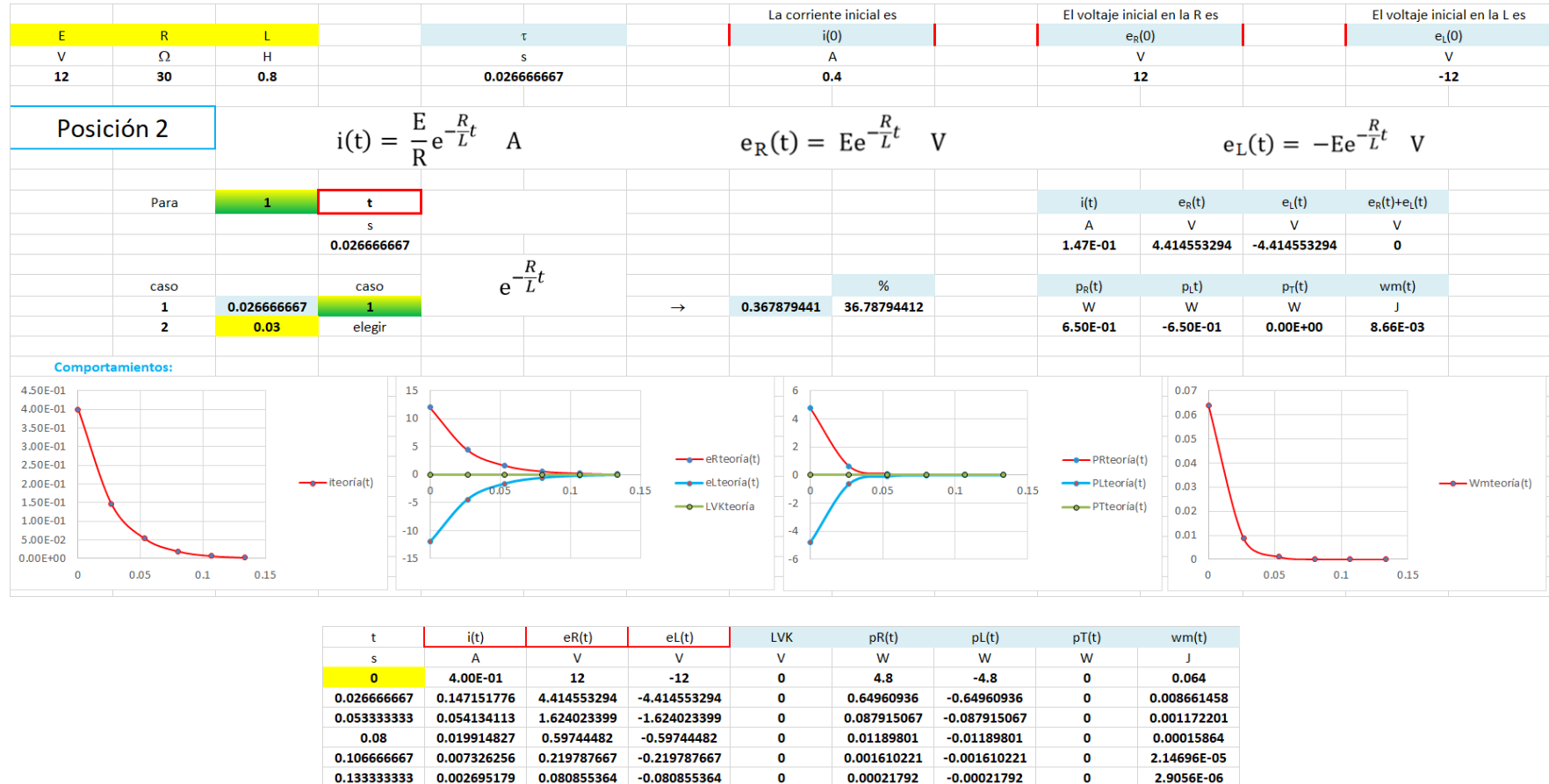


Figura lxiv Destrucción del campo magnético. Diseño de la herramienta computacional para analizar el comportamiento del circuito RL excitado con corriente directa.

## Rúbrica para evaluar las prácticas de laboratorio

### Portada

La portada debe contener:

1. Nombre de la institución
2. Carrera
3. Número y nombre la práctica
4. Nombre de los estudiantes
5. Nombre del profesor
6. Fecha de entrega

En el encabezado aparece mi nombre, esto es así porque un servidor diseño la propuesta. Cuando ustedes envíen su documento deberán quitar mi nombre e incluir el encabezado (si desean incluirlo), pie de página (si desean incluirlo), logotipos (si desean incluirlos).

### **Introducción**

Lo que se indique en la práctica.

20%

### **Objetivos**

Incluir los objetivos indicados en la práctica.

### **Material y equipo**

Incluir la lista indicada en la práctica mencionando las especificaciones técnicas del equipo.

### **Discusión de resultados:**

Al reportar resultados calculados de las prácticas de laboratorio deben utilizar 3 cifras de precisión.

1 Deben respetar la propuesta metodológica de la práctica para mostrar resultados sin tener que repetir la redacción de los procedimientos y sin mostrar los circuitos eléctricos.

30%

2 Deben hacer observaciones (2 o más por objetivo) de los experimentos propuestos en los procedimientos (*esta redacción es en equipo*). Estas observaciones se indican en cada objetivo.

10%

### **Conclusiones**

Deben incluir conclusiones por objetivos y son individuales.

Cada conclusión debe ser redactada en un párrafo de 5 renglones completos (el espaciamento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman).

La conclusión es una redacción técnica haciendo referencia a la introducción, ecuaciones, cálculos y comportamientos gráficos.

20%

### **Demostración práctica**

Deben redactar en cada objetivo (sin incluir diagramas eléctricos, cálculos, etc) que fue lo que se hizo y que interpretas de la demostración práctica del objetivo (*esta redacción es en equipo*). Cada demostración práctica debe ser redactada en un párrafo de 8 renglones completos (el espaciamento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman). Esta sección depende de lo que haga un servidor en las demostraciones prácticas ejecutadas en el laboratorio.

20%

## Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio

### Práctica 1

#### *El circuito RC*

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 1**.

Objetivos:

- 1 Medir el tiempo de carga y descarga de un capacitor de capacitancia conocida y
- 2 Obtener las funciones de corriente, carga, voltaje, potencia y energía (carga y descarga) para comprender el funcionamiento del circuito RC excitado con una fuente de corriente directa.

### Introducción

Grafique las funciones  $i(t)$ ,  $e_R(t)$  y  $e_C(t)$ ,  $e_R(t) + e_C(t) = V$ ,  $q(t)$ ,  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_T(t)$  y  $w_C(t)$  para carga y descarga (ecuaciones **a-i** y **a'-i'**) empleando algún graficador.

### Material y equipo utilizado

- 1 Capacitor, 1000  $\mu\text{F}$  a 25 V
- 1 Resistencia 180  $\text{K}\Omega$  a  $\frac{1}{2}\text{W}$
- 1 Cronómetro
- 1 Amperímetro de cd
- 2 Voltímetros de cd
- 1 Interruptor de dos posiciones
- 1 Protoboard
- Cables

### Metodología

#### Objetivo 1

**1)** Mida la capacitancia del capacitor y la resistencia del elemento resistivo, registre los valores en la tabla **a**.

Tabla **a** Valores medidos. Capacitancia del capacitor y resistencia del elemento resistivo.

C	$i(0)$
F	$\Omega$

**2)** Considere el circuito mostrado en la figura **a**. Registre en la tabla **b** la constante de tiempo del circuito RC empleando los valores de la tabla **a**.

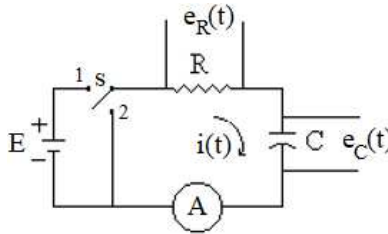


Figura a Circuito RC excitado con una fuente de corriente directa.

Tabla b Valor calculado.  $\tau$ .

$\tau = RC$
s

**3)** *Determinación de la constante de tiempo práctica,  $\tau_{práctica}$ , y cálculo de la resistencia interna del amperímetro,  $R_{interna}$ .* Conecte el circuito de la figura a usando para ello el protoboard.

**3a)** Mida y registre en la tabla c la tensión E y la corriente inicial  $i(0)$  colocando el interruptor en la posición 1, posteriormente desenergice y descargue el capacitor.

Tabla c  $i(0)$ . Valores medidos.

E	$i(0)$
V	A

Observación:

**1** Conecte el capacitor con la polaridad correcta.

**3b)** Use el valor medido  $i(0)$  de la tabla c y calcule el valor de la corriente para una constante de tiempo  $i(1\tau)$ , registre el valor en la tabla d.

Tabla d  $i(1\tau)$ . Valor calculado usando el valor medido de la tabla c.

$i(1\tau) = \frac{i(0)}{e^1}$
A

**3c)** Usando un cronómetro mida y registre en la tabla e la constante de tiempo práctica,  $\tau_{práctica}$ . Coloque el interruptor en la posición 1 y observe la lectura del amperímetro, el cronómetro debe detenerse hasta que se observe en el amperímetro el valor calculado de la tabla d. Posteriormente desenergice y descargue el capacitor.

Tabla e Valor medido.  $\tau_{práctica}$ .

$\tau_{práctica}$
s

3d) Registre en la tabla f el valor calculado de la resistencia interna del amperímetro,  $R_{\text{interna}}$ .

Tabla f Valor calculado.  $R_{\text{interna}}$ .

$R_{\text{interna}} = ( \tau_{\text{práctica}} / C ) - R$
$\Omega$

Observación:

2 No se puede comprobar que  $\tau = RC$  para la resistencia y capacitancia dadas (tabla b), porque el amperímetro tiene cierta resistencia interna que, por estar en serie con R, aumenta considerablemente el tiempo de carga o descarga respecto al predicho.

## Objetivo 2

4) **Carga.** Use el valor de la constante de tiempo práctica  $\tau_{\text{práctica}}$  de la tabla e para calcular el último valor de tiempo de la tabla g. Coloque el interruptor en la posición 1, mida  $i(t)$ ,  $e_R(t)$  y  $e_C(t)$  y registre los valores en la tabla g. Calcule los valores indicados en la tabla g.

Tabla g Carga. Valores medidos y calculados.

Carga (Práctica)									
$t_{\text{práctica}}$	$i(t)$	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	$q(t)$	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0				0	0	0	0	0	0
30				0	0	0	0	0	0
60				0	0	0	0	0	0
90				0	0	0	0	0	0
120				0	0	0	0	0	0
150				0	0	0	0	0	0
180				0	0	0	0	0	0
210				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
900				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0

Observación:

3 Después de  $5\tau_{\text{práctica}}$  el régimen transitorio se considera terminado y entonces el circuito se estabiliza, tanto para carga como para descarga.

Grafique las funciones  $i(t)$ ,  $q(t)$ ,  $e_R(t)$  y  $e_C(t)$ ,  $e_R(t) + e_C(t) = E$ ,  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_T(t)$  y  $w_e(t)$  empleando los valores de la tabla g, muestre los comportamientos para el proceso de carga en las figuras b, c, d, e, f, g, h, i y j. En estas figuras, grafique además los comportamientos teóricos empleando las ecuaciones correspondientes y la resistencia total  $R_T = R + R_{\text{interna}}$ , C y R son los valores medidos de la tabla a y  $R_{\text{interna}}$  a considerar es el valor calculado de la tabla f. Lo anterior con el propósito de comparar resultados.

**Insertar figura**

Figura b  $i(t)$ .

**Insertar figura**

Figura c  $q(t)$ .

**Insertar figura**

Figura d, e y f  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=E$ .

**Insertar figura**

Figura g, h y i  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=p_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura j  $w_e(t)$ .

**5) Descarga.** Considerando el último valor de tiempo de la tabla g conmute el interruptor a la posición 2, mida  $i(t)$ ,  $e_R(t)$  y  $e_C(t)$  y registre los valores en la tabla h. Calcule los valores indicados en la tabla h. El último valor de tiempo a considerar en la tabla h será el último valor de tiempo considerado en la tabla g.

Tabla h Descarga. Valores medidos y calculados.

Descarga (Práctica)									
tpráctica	$i(t)$	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	$q(t)$	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0				0	0	0	0	0	0
30				0	0	0	0	0	0
60				0	0	0	0	0	0
90				0	0	0	0	0	0
120				0	0	0	0	0	0
150				0	0	0	0	0	0
180				0	0	0	0	0	0
210				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
900				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0
•				0	0	0	0	0	0

Grafique las funciones  $i(t)$ ,  $q(t)$ ,  $e_R(t)$  y  $e_C(t)$ ,  $e_R(t) + e_C(t) = E$ ,  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_T(t)$  y  $w_e(t)$  empleando los valores de la tabla h, muestre los comportamientos para el proceso de descarga en las figuras k, l, m, n, o, p, q, r y s. En estas figuras, grafique además los comportamientos teóricos empleando las ecuaciones correspondientes y la resistencia total  $R_T = R + R_{interna}$ , C y R son los valores medidos de la tabla a y  $R_{interna}$  a considerar es el valor calculado de la tabla f. Lo anterior con el propósito de comparar resultados.

**Insertar figura**

Figura k  $i(t)$ .

**Insertar figura**

Figura l  $q(t)$ .

**Insertar figura**

Figura m, n y o  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=E$ .

**Insertar figura**

Figura p, q y r  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=p_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura s  $w_e(t)$ .

**P1** ¿Los comportamientos teóricos y prácticos son iguales? Explique.

**Sugerencias didácticas**

Construir el **complemento: Reto 1** para analizar y comprender el comportamiento del circuito RC excitado con corriente directa es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (cálculos y gráficas de los comportamientos de las variables involucradas), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento.

Polarice (conecte) correctamente el capacitor electrolítico en el circuito de la figura a.

Verifique el estado del amperímetro a usar en el circuito de la figura a.

Polarice (conecte) correctamente los instrumentos de medición al circuito de la figura a.

**Reporte del equipo:**

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

***Referencia:***

**Diseño del complemento:**

**Práctica 1**

“**Tema 4**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del

Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

**Práctica 2**  
**Aspectos introductorios al tema 5**  
*Individual*

Objetivos:

- 1 Cálculo de inductancias y capacitancias equivalentes.
- 2 Creación y destrucción de campos eléctricos y magnéticos y
- 3 Ley de Faraday y ley de Lenz.

**Material y equipo utilizado**

Equipo Lab-Volt

- |  |   |
|--|---|
| 1 Módulo de suministro de potencia EMS8821 | ✓ |
| 1 Módulo inductivo Lab-Volt EMS8321        | ✓ |
| 1 Módulo capacitivo Lab-Volt EMS8331       | ✓ |

Otros:

- |   |   |
|---|---|
| 1 Galvanómetro con sistema motor magnetoeléctrico de bobina móvil       | ✓ |
| 1 Bobina circular 700 vueltas cal 24                                    |   |
| 1 Bobina circular 400 vueltas cal 24                                    |   |
| 1 Imán de neodimio  |   |
| 1 Motor a pasos (el motor tiene acoplado un imán de neodimio en su eje) |   |
| 1 Control del motor paso a paso.  |   |
| Cables  |   |

**Metodología**

**Objetivo 1**

1) Considere el módulo inductivo Lab-Volt EMS8321 (figura a).

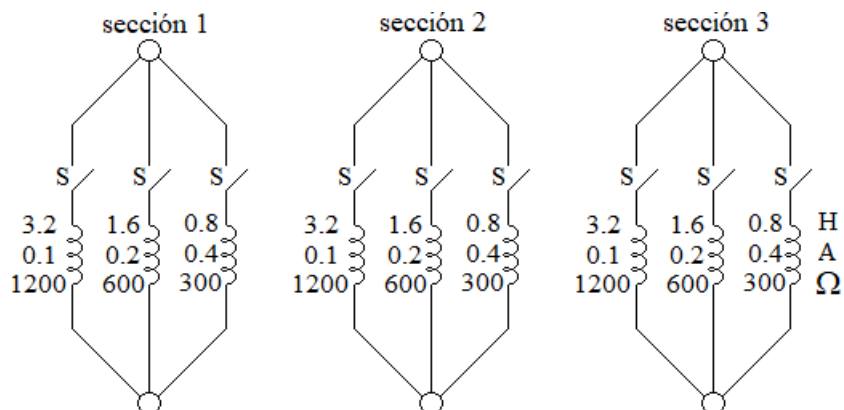


Figura a Modulo inductivo Lab-Volt EMS8321.

1a Calcule la inductancia total mostrando los cálculos para el caso considerado en la tabla a y b.

Tabla a Cálculo de inductancias conectadas en **paralelo-serie**.

4 inductancias (2 en   )	Usando inductancias <b>Cálculos</b> Usando reactancias <b>Cálculos</b>
-----------------------------	---

Tabla b Cálculo de inductancias conectadas en **paralelo**.

4 inductancias	Usando inductancias <b>Cálculos</b> Usando reactancias <b>Cálculos</b>
----------------	---

2) Considere el módulo capacitivo Lab-Volt EMS8331 (figura b).

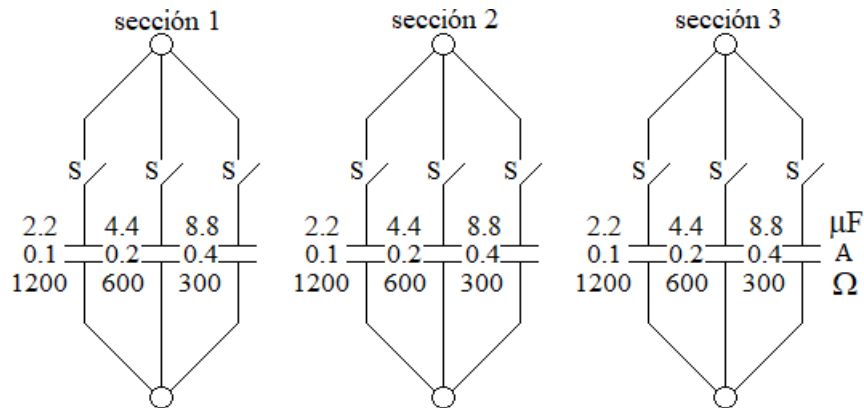


Figura b Módulo capacitivo Lab-Volt EMS8331.

2a) Calcule la capacitancia total, muestre los cálculos para el caso considerado en la tabla c y d.

Tabla c Cálculo de capacitancias conectadas en **paralelo-serie**.

4 capacitancias (2 en   )	Usando capacitancias <b>Cálculos</b> Usando reactancias <b>Cálculos</b>
------------------------------	--

Tabla d Cálculo de capacitancias conectadas en **paralelo**.

4 capacitancias	Usando capacitancias <b>Cálculos</b> Usando reactancias <b>Cálculos</b>
-----------------	--

## Objetivo 2

3) Para explicar lo solicitado a continuación use libros de física o páginas de internet confiables.

Para cada explicación redacte 1 párrafo de 4 a 5 renglones usando letra “times new roman” o “arial” tamaño 11.

**En corriente directa:**

Use un video y muestre en la figura **c** 3 instantes de como una bobina crea su campo magnético.

**Insertar figura**

**Instante 1**

**Insertar figura**

**Instante 2**

**Insertar figura**

**Instante 3**

Figura **c** Creación del campo magnético.

*Explique el proceso en el que el campo magnético se crea.*

Use un video y muestre en la figura **d** 3 instantes de como una bobina destruye su campo magnético.

**Insertar figura**

**Instante 1**

**Insertar figura**

**Instante 2**

**Insertar figura**

**Instante 3**

Figura **d** Destrucción del campo magnético.

*Explique el proceso en el que el campo magnético se destruye.*

Use el video y muestre en la figura **e** 3 instantes de cómo se carga un capacitor. En la figura **x** muestre los componentes del circuito usado.

**Insertar figura**

Figura **x** Componentes del circuito usado. Capacitor excitado con corriente directa.

**P1** ¿Cuál es la tensión aplicada al arreglo de la figura **x**?

**Insertar figura**

**Instante 1**

**Insertar figura**

**Instante 2**

**Insertar figura**

**Instante 3**

Figura **e** Carga del capacitor.

*Explique el proceso en el que el campo eléctrico se crea.*

Considerando el experimento correspondiente **P2** ¿la bolita de unicel representa la carga negativa o la carga positiva? Explique.

Use el video y muestre en la figura **f** 3 instantes de cómo se descarga un capacitor.

**Insertar figura**

**Instante 1**

**Insertar figura**

**Instante 2**

Figura **f** Descarga del capacitor.

*Explique el proceso en el que el campo eléctrico se destruye.*

**En corriente alterna:**

Use un Applet y muestre en la figura **g** como una bobina crea su campo magnético.

**Insertar figura**

Figura **g** Como una bobina crea su campo magnético en corriente alterna.

*Explique el proceso en el que la bobina crea su campo magnético.*

Use el video y muestre en la figura **h** como un capacitor crea su campo eléctrico. En la figura **y** muestre los componentes del circuito usado.

**Insertar figura**

Figura **y** Componentes del circuito usado. Capacitor excitado con corriente alterna.

**P3** ¿Cuál es la tensión aplicada al arreglo de la figura **y**?

**Insertar figura**

Figura **h** Como un capacitor crea su campo eléctrico en corriente alterna.

*Explique el proceso en el que en el que el capacitor crea su campo eléctrico.*

Considere la figura **h** **P4** ¿la bolita de unicel representa la carga negativa o la carga positiva? Explique.

**Objetivo 3**

**4)** Considere las bobinas mostradas en la figura **i**.

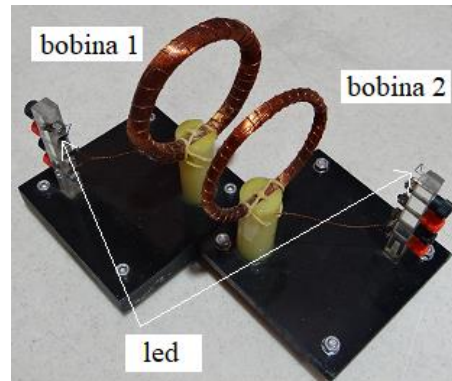


Figura i Bobinas para explicar el experimento de Faraday.

Conecte la bobina 1 al galvanómetro y desplace el imán de neodimio hacia la bobina como se muestra en la figura j.

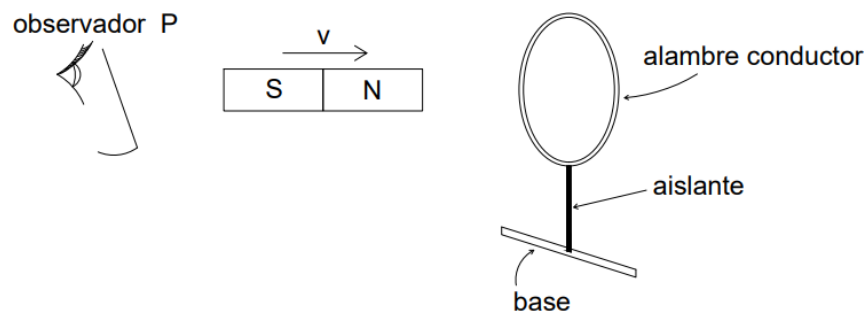


Figura j Experimento de Faraday.

**P5** ¿La deflexión de la aguja fue hacia la izquierda o hacia la derecha?

Ahora, desplace el imán de neodimio en sentido contrario, **P6** ¿La deflexión de la aguja fue hacia la izquierda o hacia la derecha?

Si el imán se desplace en ambas direcciones, **P7** ¿consideraría que se induce en la bobina corriente alterna?

Gire el imán 90° y acérquelo o aléjelo de la bobina, **P8** ¿se induce tensión en la bobina? Explique.

Considere la figura j. Emplee el motor paso a paso mostrado en la figura k (el motor paso a paso tiene acoplado un imán de neodimio en su eje) y use el control del paso a paso para hacer girar el motor paso a paso a diferentes velocidades y observe el instrumento de medición, **P9** ¿se induce en la bobina corriente alterna? **P10** ¿la tensión inducida aumenta con la velocidad?

Invierta el sentido de rotación del motor paso a paso, **P11** ¿cambió la polaridad de la tensión inducida?



Figura k Motor a pasos (el motor paso a paso tiene acoplado un imán de neodimio en su eje).

Use el arreglo de la figura i. Conecte la bobina 1 a una fuente de alimentación de corriente alterna y aplique tal tensión que haga que la corriente en la bobina sea  $I_{rms} = 0.8A$ . Ahora, conecte la bobina 2 al galvanómetro, **P12** ¿la aguja se desplazó hacia un lado y hacia otro? Explique. Reemplace el galvanómetro por cualquiera de los 2 leds, **P13** ¿el led enciende? Explique. Considerando que el circuito opera con corriente alterna **P14** ¿el arreglo de la figura i es un transformador?

Reduzca a cero el voltaje de la fuente de alimentación y desconéctela (mediante su interruptor).

### **Sugerencias didácticas**

Para reportar resultados en las figuras e, f y h debe utilizar los videos obtenidos de las demostraciones prácticas.

### **Reporte del equipo:**

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio. Para este complemento:

#### **Discusión de resultados:**

40%

20%

#### **Conclusiones**

20%

#### **Demostración práctica**

20%

### ***Referencia:***

#### **Diseño del complemento:**

#### **Práctica 2**

“**Tema 4**” de la asignatura “**Circuitos Eléctricos I**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del

Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

## **Anexo**

### **Solución de las prácticas de laboratorio**

## Práctica 1 El circuito RC

### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

1)

Tabla a Valores medidos. Capacitancia del capacitor y resistencia del elemento resistivo.

C	i(0)
F	$\Omega$
1000E-6	180000

2)

Tabla b Valor calculado.  $\tau$ .

$\tau = RC$
s
180

3) Determinación de la constante de tiempo práctica,  $\tau_{práctica}$ , y cálculo de la resistencia interna del amperímetro,  $R_{interna}$ .

3a)

Tabla c i(0). Valores medidos.

E	i(0)
V	A
24.78	0.000132

3b)

Tabla d i(1 $\tau$ ). Valor calculado usando el valor medido de la tabla c.

$i(1\tau) = \frac{i(0)}{e^1}$
A
4.856E-5

3c)

Tabla e Valor medido.  $\tau_{práctica}$ .

$\tau_{práctica}$
s
268

3d)

Tabla f Valor calculado.  $R_{interna}$ .

$R_{interna} = (\tau_{práctica}/C) - R$
$\Omega$
88000

## Objetivo 2

### 4) Carga.

Tabla g Carga. Valores medidos y calculados.

Carga (Práctica)									
práctica	i(t)	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	q(t)	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	we(t)
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0	0.000132	24.78	0.13	24.91	0.00013	0.00327096	0.00001716	0.00328812	0.0000845
30	0.000116	20.89	4	24.89	0.004	0.00242324	0.000464	0.00288724	0.008
60	0.0001	18.16	6.74	24.9	0.00674	0.001816	0.000674	0.00249	0.0227138
90	0.0000879	15.79	9.04	24.83	0.00904	0.00138794	0.00079462	0.00218256	0.0408608
120	0.0000766	13.81	11.09	24.9	0.01109	0.00105785	0.00084949	0.00190734	0.06149405
150	0.0000671	12.08	12.8	24.88	0.0128	0.00081057	0.00085888	0.00166945	0.08192
180	0.0000592	10.67	14.25	24.92	0.01425	0.00063166	0.0008436	0.00147526	0.10153125
210	0.0000522	9.47	15.52	24.99	0.01552	0.00049433	0.00081014	0.00130448	0.1204352
240	0.0000464	8.38	16.56	24.94	0.01656	0.00038883	0.00076838	0.00115722	0.1371168
270	0.0000412	7.45	17.48	24.93	0.01748	0.00030694	0.00072018	0.00102712	0.1527752
300	0.0000371	6.68	18.22	24.9	0.01822	0.00024783	0.00067596	0.00092379	0.1659842
330	0.0000336	6.08	18.86	24.94	0.01886	0.00020429	0.0006337	0.00083798	0.1778498
360	0.0000308	5.57	19.37	24.94	0.01937	0.00017156	0.0005966	0.00076815	0.18759845
390	0.0000283	5.12	19.82	24.94	0.01982	0.0001449	0.00056091	0.0007058	0.1964162
420	0.0000262	4.73	20.22	24.95	0.02022	0.00012393	0.00052976	0.00065369	0.2044242
450	0.0000235	4.24	20.69	24.93	0.02069	0.00009964	0.00048622	0.00058586	0.21403805
480	0.0000214	3.86	21.09	24.95	0.02109	8.2604E-05	0.00045133	0.00053393	0.22239405
510	0.0000194	3.51	21.43	24.94	0.02143	6.8094E-05	0.00041574	0.00048384	0.22962245
540	0.0000177	3.22	21.74	24.96	0.02174	5.6994E-05	0.0003848	0.00044179	0.2363138
570	0.0000164	2.96	21.99	24.95	0.02199	4.8544E-05	0.00036064	0.00040918	0.24178005
600	0.0000152	2.76	22.2	24.96	0.0222	4.1952E-05	0.00033744	0.00037939	0.24642
630	0.0000142	2.57	22.39	24.96	0.02239	3.6494E-05	0.00031794	0.00035443	0.25065605
660	0.0000133	2.41	22.54	24.95	0.02254	3.2053E-05	0.00029978	0.00033184	0.2540258
690	0.0000125	2.26	22.69	24.95	0.02269	0.00002825	0.00028363	0.00031188	0.25741805
720	0.0000118	2.14	22.82	24.96	0.02282	2.5252E-05	0.00026928	0.00029453	0.2603762
750	0.0000112	2.01	22.94	24.95	0.02294	2.2512E-05	0.00025693	0.00027944	0.2631218
780	0.0000106	1.91	23.04	24.95	0.02304	2.0246E-05	0.00024422	0.00026447	0.2654208
810	0.00001	1.82	23.14	24.96	0.02314	0.0000182	0.0002314	0.0002496	0.2677298
840	0.0000096	1.73	23.23	24.96	0.02323	1.6608E-05	0.00022301	0.00023962	0.26981645
870	0.0000091	1.65	23.31	24.96	0.02331	1.5015E-05	0.00021212	0.00022714	0.27167805
900	0.0000087	1.58	23.38	24.96	0.02338	1.3746E-05	0.00020341	0.00021715	0.2733122
930	0.0000083	1.51	23.45	24.96	0.02345	1.2533E-05	0.00019464	0.00020717	0.27495125
960	0.000008	1.46	23.51	24.97	0.02351	0.00001168	0.00018808	0.00019976	0.27636005
990	0.0000077	1.39	23.57	24.96	0.02357	1.0703E-05	0.00018149	0.00019219	0.27777245
1020	0.0000074	1.35	23.62	24.97	0.02362	0.00000999	0.00017479	0.00018478	0.2789522
1050	0.0000072	1.29	23.67	24.96	0.02367	9.288E-06	0.00017042	0.00017971	0.28013445
1080	0.0000069	1.25	23.71	24.96	0.02371	8.625E-06	0.0001636	0.00017222	0.28108205
1110	0.0000066	1.21	23.76	24.97	0.02376	7.986E-06	0.00015682	0.0001648	0.2822688
1140	0.0000065	1.17	23.8	24.97	0.0238	7.605E-06	0.0001547	0.00016231	0.28322
1170	0.0000062	1.13	23.83	24.96	0.02383	7.006E-06	0.00014775	0.00015475	0.28393445
1200	0.0000061	1.1	23.86	24.96	0.02386	0.00000671	0.00014555	0.00015226	0.2846498
1230	0.0000059	1.07	23.9	24.97	0.0239	6.313E-06	0.00014101	0.00014732	0.285605
1260	0.0000058	1.04	23.93	24.97	0.02393	6.032E-06	0.00013879	0.00014483	0.28632245
1290	0.0000056	1.01	23.95	24.96	0.02395	5.656E-06	0.00013412	0.00013978	0.28680125
1320	0.0000054	0.99	23.98	24.97	0.02398	5.346E-06	0.00012949	0.00013484	0.2875202
1350	0.0000053	0.96	24	24.96	0.024	5.088E-06	0.0001272	0.00013229	0.288

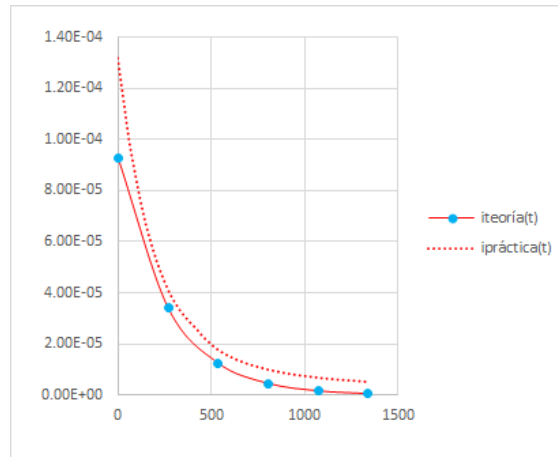


Figura b  $i(t)$ .

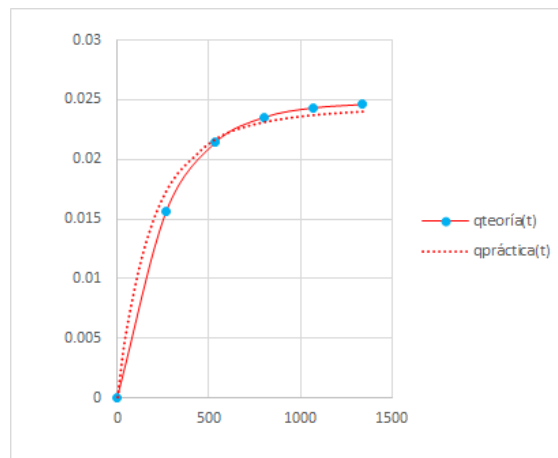


Figura c  $q(t)$ .

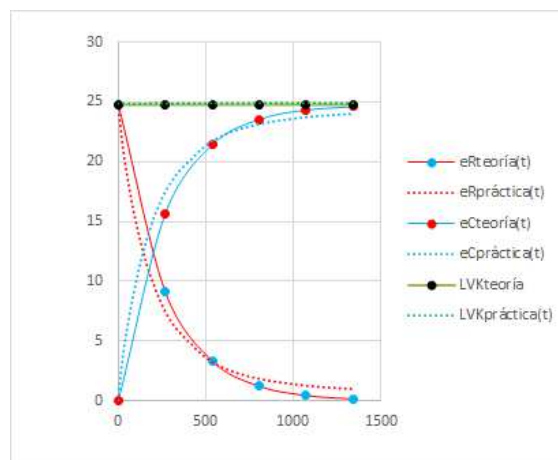


Figura d, e y f  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=E$ .

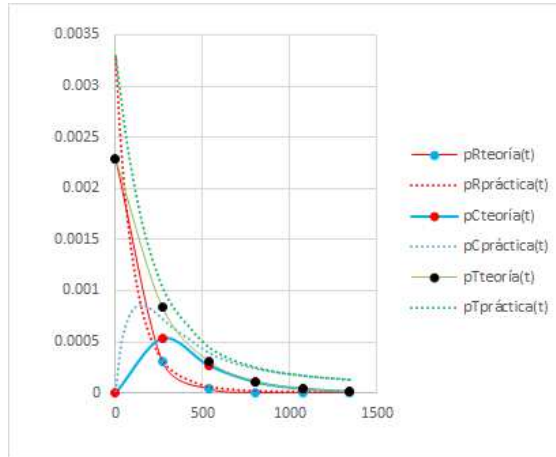


Figura g, h y i  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=p_T(t)$ .

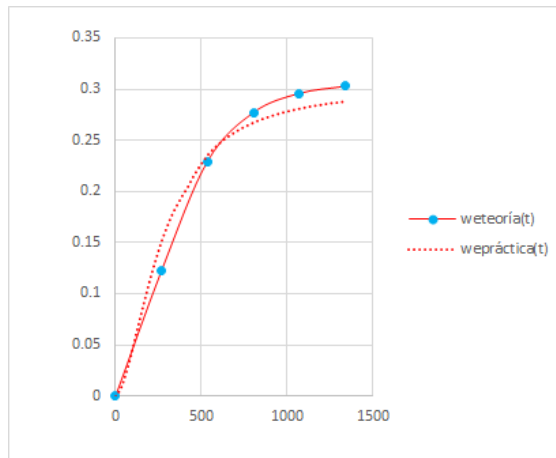


Figura j  $w_e(t)$ .

**5) Descarga.**

Tabla h Descarga. Valores medidos y calculados.

descarga (práctica)									
tpráctica	i(t)	$e_R(t)$	$e_C(t)$	LVK	q(t)	$p_R(t)$	$p_C(t)$	$p_T(t)$	$w_e(t)$
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
0	-0.000132	-24.68	24.68	0	0.02468	0.00325776	-0.00325776	0	0.3045512
30	-0.0001145	-20.78	20.78	0	0.02078	0.00237931	-0.00237931	0	0.2159042
60	-0.0000996	-17.96	18.01	0.05	0.01801	0.00178882	-0.0017938	-4.98E-06	0.16218005
90	-0.0000865	-15.62	15.64	0.02	0.01564	0.00135113	-0.00135286	-1.73E-06	0.1223048
120	-0.0000752	-13.52	13.54	0.02	0.01354	0.0010167	-0.00101821	-1.504E-06	0.0916658
150	-0.0000654	-11.76	11.84	0.08	0.01184	0.0007691	-0.00077434	-5.232E-06	0.0700928
180	-0.0000571	-10.27	10.29	0.02	0.01029	0.00058642	-0.00058756	-1.142E-06	0.05294205
210	-0.0000498	-8.97	8.98	0.01	0.00898	0.00044671	-0.0004472	-4.98E-07	0.0403202
240	-0.0000435	-7.84	7.87	0.03	0.00787	0.00034104	-0.00034235	-1.305E-06	0.03096845
270	-0.0000382	-6.88	6.88	0	0.00688	0.00026282	-0.00026282	0	0.0236672
300	-0.0000336	-6.06	6.09	0.03	0.00609	0.00020362	-0.00020462	-1.008E-06	0.01854405
330	-0.0000296	-5.35	5.37	0.02	0.00537	0.00015836	-0.00015895	-5.92E-07	0.01441845
360	-0.0000263	-4.74	4.76	0.02	0.00476	0.00012466	-0.00012519	-5.26E-07	0.0113288
390	-0.0000234	-4.22	4.24	0.02	0.00424	9.8748E-05	-9.9216E-05	-4.68E-07	0.0089888
420	-0.0000209	-3.77	3.79	0.41	0.00379	7.0642E-05	-7.9211E-05	-8.569E-06	0.00718205
450	-0.0000187	-3.38	3.38	0.34	0.00338	5.6848E-05	-6.3206E-05	-6.358E-06	0.0057122

Continuación de la tabla h.

descarga (práctica)									
tpráctica	i(t)	e <sub>R</sub> (t)	e <sub>C</sub> (t)	LVK	q(t)	p <sub>R</sub> (t)	p <sub>C</sub> (t)	p <sub>T</sub> (t)	w <sub>e</sub> (t)
s	A	V	V	V	C	W	W	W	J
480	-0.0000168	-3.04	3.05	0.32	0.00305	4.5864E-05	-0.00005124	-5.376E-06	0.00465125
510	-0.0000151	-2.73	2.74	0.27	0.00274	3.7297E-05	-4.1374E-05	-4.077E-06	0.0037538
540	-0.0000137	-2.47	2.48	0.24	0.00248	3.0688E-05	-3.3976E-05	-3.288E-06	0.0030752
570	-0.0000124	-2.24	2.25	0.22	0.00225	2.5172E-05	-0.0000279	-2.728E-06	0.00253125
600	-0.0000112	-2.03	2.04	0.19	0.00204	0.00002072	-2.2848E-05	-2.128E-06	0.0020808
630	-0.0000102	-1.85	1.86	0.16	0.00186	0.00001734	-1.8972E-05	-1.632E-06	0.0017298
660	-0.0000094	-1.7	1.7	0.15	0.0017	0.00001457	-0.00001598	-0.00000141	0.001445
690	-0.0000086	-1.55	1.55	0.13	0.00155	1.2212E-05	-0.00001333	-1.118E-06	0.00120125
720	-0.0000078	-1.42	1.43	0.13	0.00143	0.00001014	-1.1154E-05	-1.014E-06	0.00102245
750	-0.0000072	-1.3	1.31	0.11	0.00131	0.00000864	-9.432E-06	-7.92E-07	0.00085805
780	-0.0000066	-1.2	1.2	0.09	0.0012	7.326E-06	-0.00000792	-5.94E-07	0.00072
810	-0.0000061	-1.11	1.11	0.09	0.00111	6.222E-06	-6.771E-06	-5.49E-07	0.00061605
840	-0.0000056	-1.02	1.02	0.08	0.00102	5.264E-06	-5.712E-06	-4.48E-07	0.0005202
870	-0.0000052	-0.94	0.95	0.08	0.00095	4.524E-06	-0.00000494	-4.16E-07	0.00045125
900	-0.0000048	-0.87	0.87	0.06	0.00087	3.888E-06	-4.176E-06	-2.88E-07	0.00037845
930	-0.0000045	-0.81	0.81	0.05	0.00081	0.00000342	-3.645E-06	-2.25E-07	0.00032805
960	-0.0000041	-0.76	0.76	0.06	0.00076	0.00000287	-3.116E-06	-2.46E-07	0.0002888
990	-0.0000038	-0.7	0.7	0.05	0.0007	0.00000247	-0.00000266	-0.00000019	0.000245
1020	-0.0000036	-0.65	0.65	0.04	0.00065	2.196E-06	-0.00000234	-1.44E-07	0.00021125
1050	-0.0000033	-0.61	0.61	0.04	0.00061	1.881E-06	-2.013E-06	-1.32E-07	0.00018605
1080	-0.0000031	-0.57	0.57	0.04	0.00057	1.643E-06	-1.767E-06	-1.24E-07	0.00016245
1110	-0.0000029	-0.53	0.53	0.03	0.00053	0.00000145	-1.537E-06	-8.7E-08	0.00014045
1140	-0.0000027	-0.5	0.5	0.03	0.0005	1.269E-06	-0.00000135	-8.1E-08	0.000125
1170	-0.0000025	-0.47	0.47	0.03	0.00047	0.0000011	-1.175E-06	-7.5E-08	0.00011045
1200	-0.0000024	-0.44	0.44	0.03	0.00044	9.84E-07	-1.056E-06	-7.2E-08	0.0000968
1230	-0.0000022	-0.41	0.41	0.02	0.00041	8.58E-07	-9.02E-07	-4.4E-08	0.00008405
1260	-0.0000021	-0.39	0.39	0.03	0.00039	7.56E-07	-8.19E-07	-6.3E-08	0.00007605
1290	-0.000002	-0.36	0.36	0.01	0.00036	0.0000007	-0.00000072	-0.00000002	0.0000648
1320	-0.0000019	-0.35	0.35	0.02	0.00035	6.27E-07	-6.65E-07	-3.8E-08	0.00006125
1350	-0.0000018	-0.33	0.33	0.33	0.00033	0	-5.94E-07	-5.94E-07	0.00005445

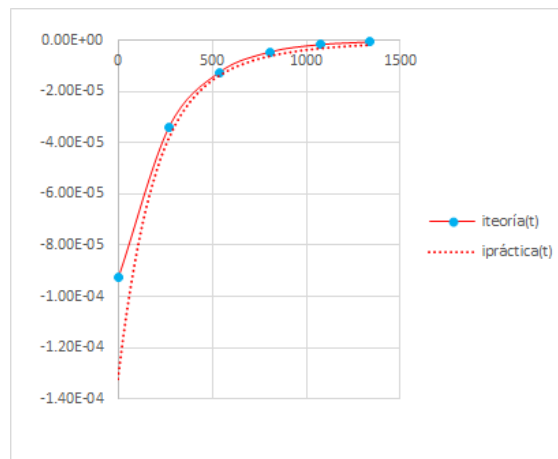


Figura k i(t).

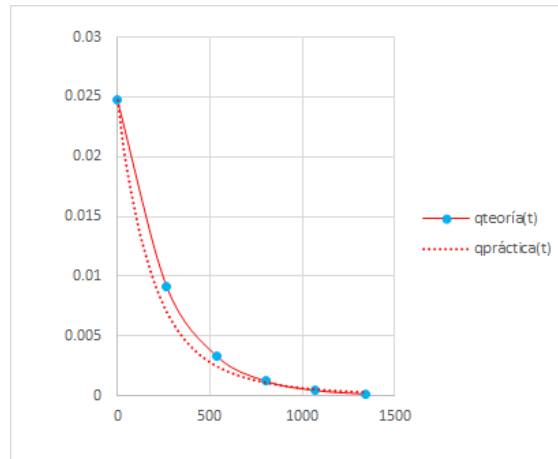


Figura l q(t).

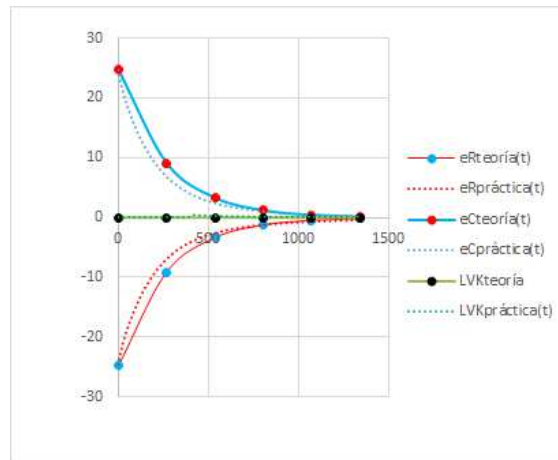


Figura m, n y o  $e_R(t)$ ,  $e_C(t)$ ,  $e_R(t)+e_C(t)=E$ .

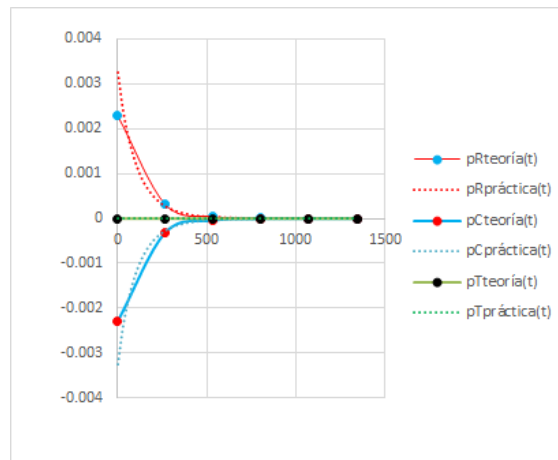


Figura p, q y r  $p_R(t)$ ,  $p_C(t)$ ,  $p_R(t)+p_C(t)=p_T(t)$ .

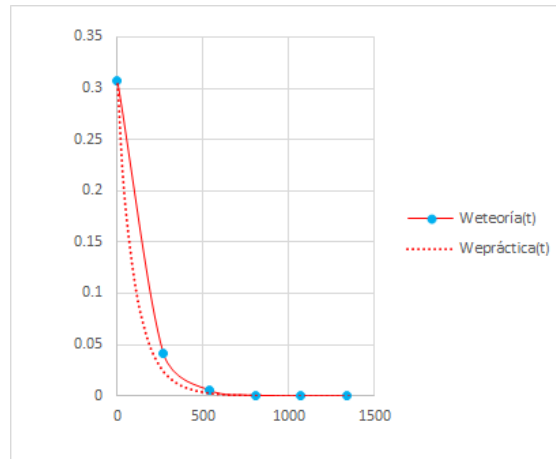


Figura 5  $w_e(t)$ .

**P1** ¿Los comportamientos teóricos y prácticos son iguales? Si. Explique. Los comportamientos no son estrictamente iguales, considero que la  $R_{interna}$  está cambiando en el tiempo; sin embargo, la propuesta para determinar la  $R_{interna}$  es buena, lo que permite entender que la constante de tiempo del circuito  $R_T C$  es diferente a la constante de tiempo del circuito RC.

**Práctica 2**  
*Aspectos introductorios al tema 5*

**Discusión de resultados:**

**Objetivo 1**

1)

1a)

Tabla a Cálculo de inductancias conectadas en **paralelo-serie**.

4 inductancias (2 en    )	Usando reactancias			
	2 en			
	sección 1	sección 1	sección 2	sección 3
	1200	600	600	1200
	$X_{2  } = \frac{1}{\frac{1}{1200} + \frac{1}{600}} = 400\Omega$			
	$X_T = 400 + 600 + 1200 = 2200\Omega$			
	Usando inductancias			
	2 en			
	sección 1	sección 1	sección 2	sección 3
	3.2	1.6	1.6	3.2
$L_{2  } = \frac{1}{\frac{1}{3.2} + \frac{1}{1.6}} = 1.066H$				
$L_T = 1.066 + 1.6 + 3.2 = 5.866H$		$X_T = 377 * 5.866 = 2211.733\Omega$		

Tabla b Cálculo de inductancias conectadas en **paralelo**.

4 inductancias	Usando reactancias			
	4 en			
	sección 1	sección 1	sección 1	sección 2
	1200	600	300	1200
	$X_T = \frac{1}{\frac{1}{1200} + \frac{1}{600} + \frac{1}{300} + \frac{1}{1200}} = 150\Omega$			
	Usando inductancias			
	4 en			
	sección 1	sección 1	sección 1	sección 2
	3.2	1.6	0.8	3.2
	$L_T = \frac{1}{\frac{1}{3.2} + \frac{1}{1.6} + \frac{1}{0.8} + \frac{1}{3.2}} = 0.4H$			
$X_T = 377 * 0.4 = 150.8\Omega$				

2)

2a)

Tabla c Cálculo de capacitancias conectadas en **paralelo-serie**.

4 capacitancias (2 en   )	Usando reactancias			
	2 en			
	sección 1	sección 1	sección 2	sección 3
	1200	600	600	1200
	$X_{2  } = \frac{1}{\frac{1}{1200} + \frac{1}{600}} = 400\Omega$			
	$X_T = 400\Omega + 600\Omega + 1200\Omega = 2200\Omega$			
	Usando capacitancias			
	2 en			
	sección 1	sección 1	sección 2	sección 3
	2.20E-06	4.40E-06	4.40E-06	2.20E-06
$C_{2  } = 2.2E - 6 + 4.4E - 6 = 6.6E - 6F$				
$C_T = \frac{1}{\frac{1}{6.6E - 6} + \frac{1}{4.4E - 6} + \frac{1}{2.2E - 6}} = 1.2E - 6F$				
$X_T = \frac{1}{(377)(1.2E - 6)} = 2210.433\Omega$				

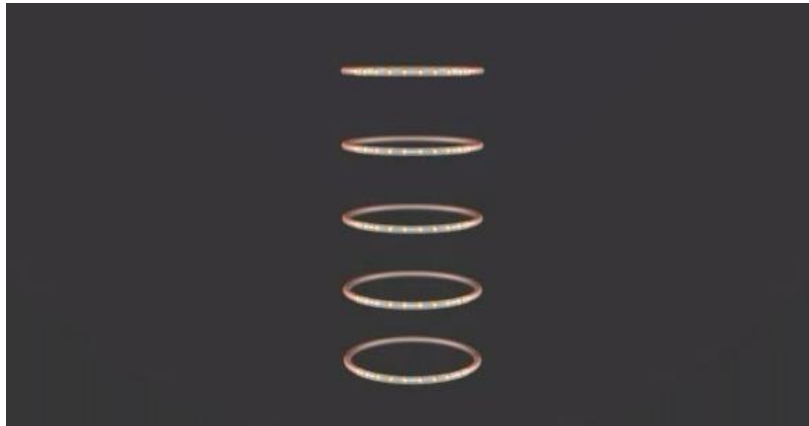
Tabla d Cálculo de capacitancias conectadas en **paralelo**.

4 capacitancias	Usando reactancias			
	4 en			
	sección 1	sección 1	sección 1	sección 2
	1200	600	300	1200
	$X_T = \frac{1}{\frac{1}{1200} + \frac{1}{600} + \frac{1}{300} + \frac{1}{1200}} = 150\Omega$			
	Usando capacitancias			
	4 en			
	sección 1	sección 1	sección 1	sección 2
	2.20E-06	4.40E-06	8.80E-06	2.20E-06
	$C_T = 2.2E - 6 + 4.4E - 6 + 8.8E - 6 + 2.2E - 6 = 1.76E - 5F$			
$X_T = \frac{1}{(377)(1.76E - 5)} = 150.711\Omega$				

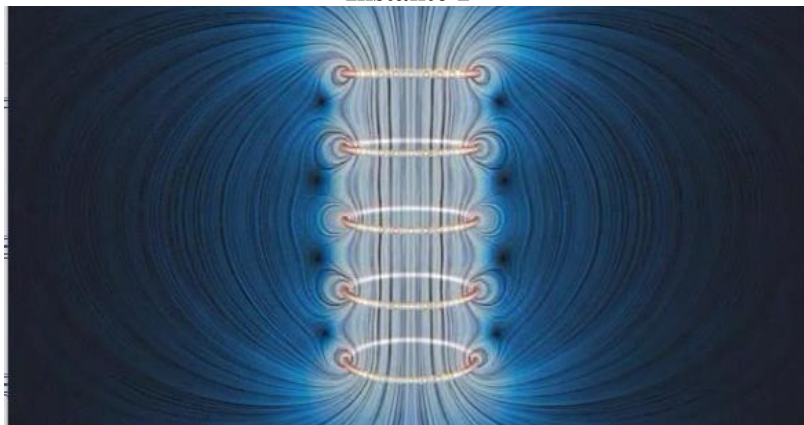
**Objetivo 2**

3)

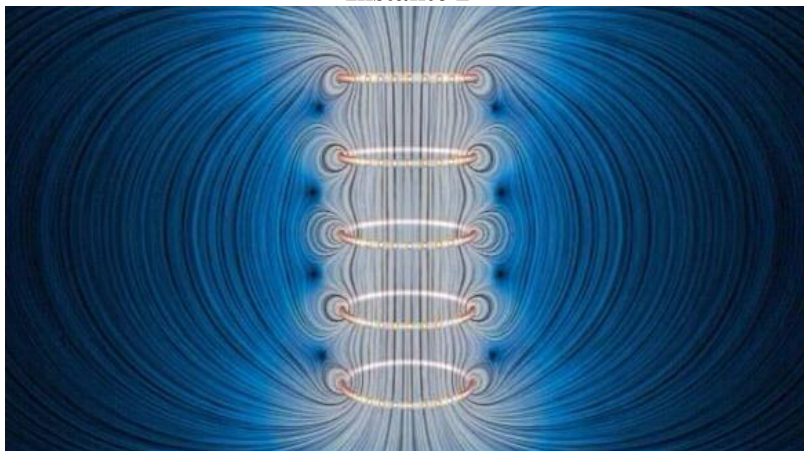
**En corriente directa:**



**Instante 1**



**Instante 2**



**Instante 3**

Figura c Creación del campo magnético.

*Instante 1: no hay movimiento de carga lo que implica que el campo magnético sea nulo. Instante 2: la carga lleva determinada velocidad lo que hace que el campo magnético tenga algún valor intermedio. Instante 3: la velocidad de la carga es la máxima y el campo magnético logra su máxima intensidad. La carga inicia con velocidad 0 hasta su velocidad máxima.*

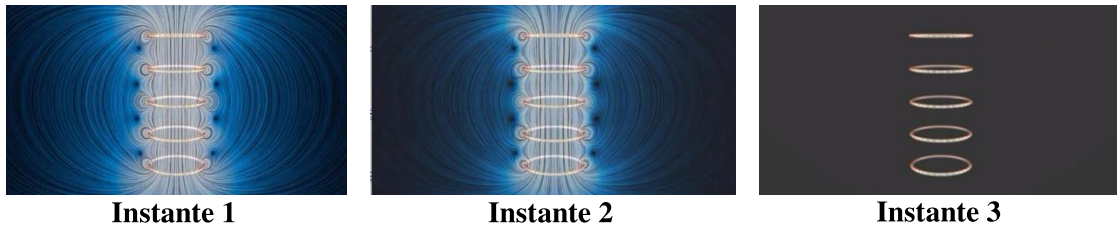


Figura d Destrucción del campo magnético.

*Instante 1: la velocidad de la carga es la máxima y el campo magnético logra su máxima intensidad. Instante 2: la carga lleva determinada velocidad lo que hace que el campo magnético tenga algún valor intermedio. Instante 3: no hay movimiento de carga lo que implica que el campo magnético sea nulo. La carga inicia con velocidad máxima hasta su velocidad 0.*

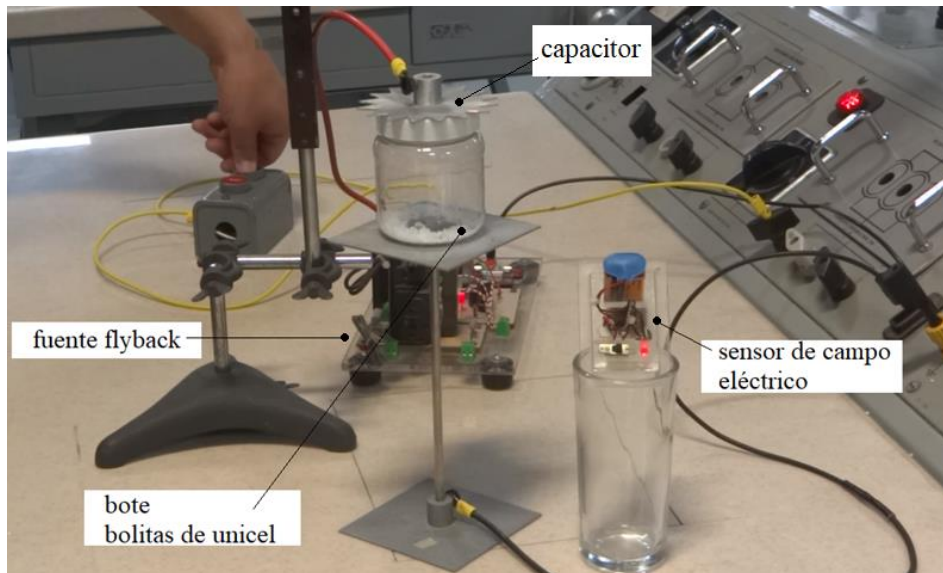
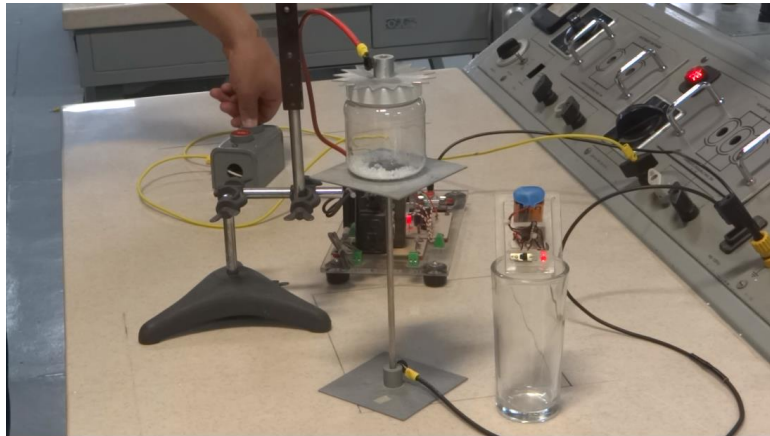
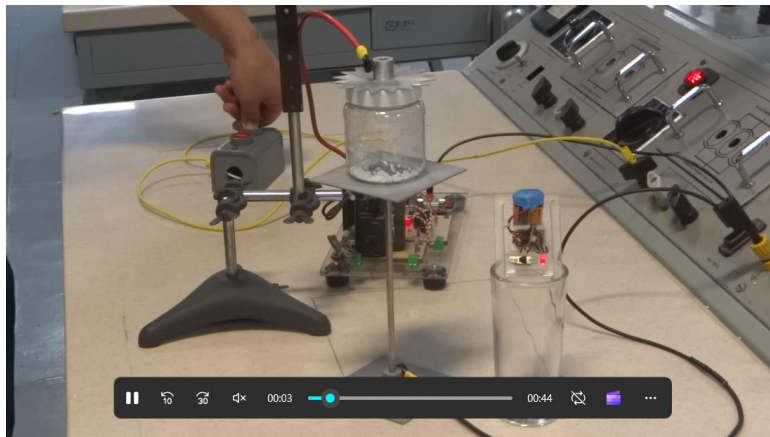


Figura x Componentes del circuito usado. Capacitor excitado con corriente directa.

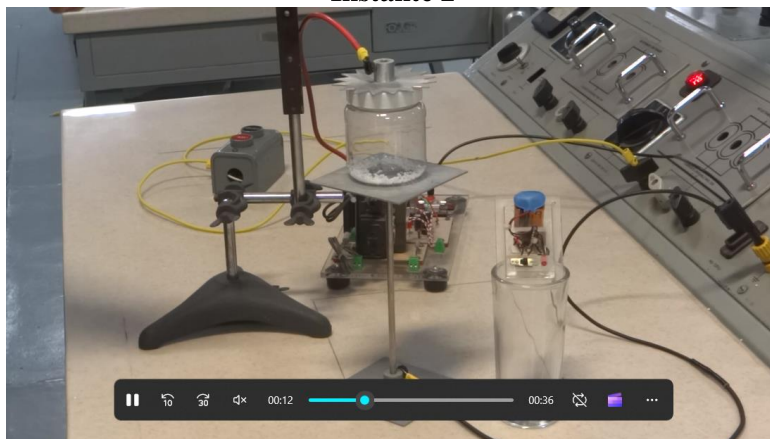
**P1** ¿Cuál es la tensión aplicada al arreglo de la figura x? **Aproximadamente 10KV.**



**Instante 1**



**Instante 2**



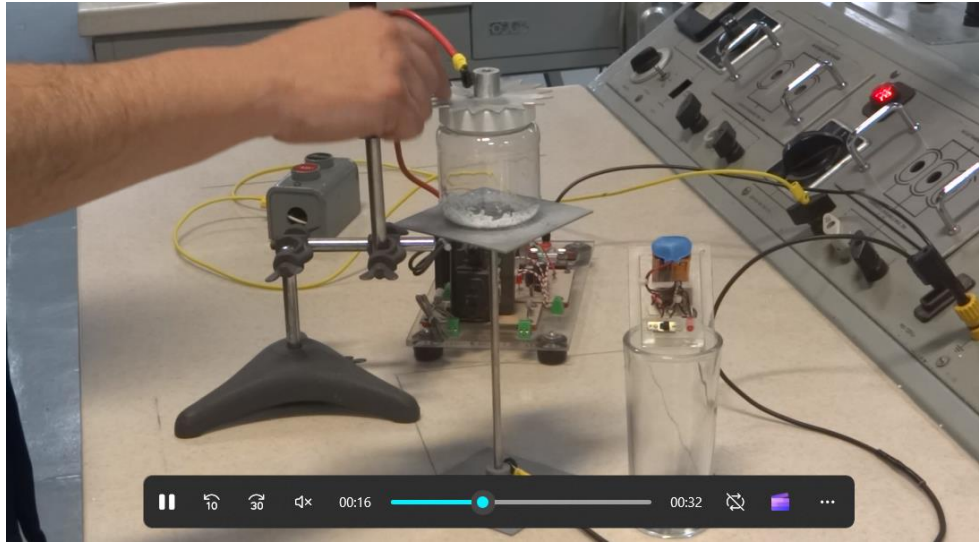
**Instante 3**

Figura e Carga del capacitor.

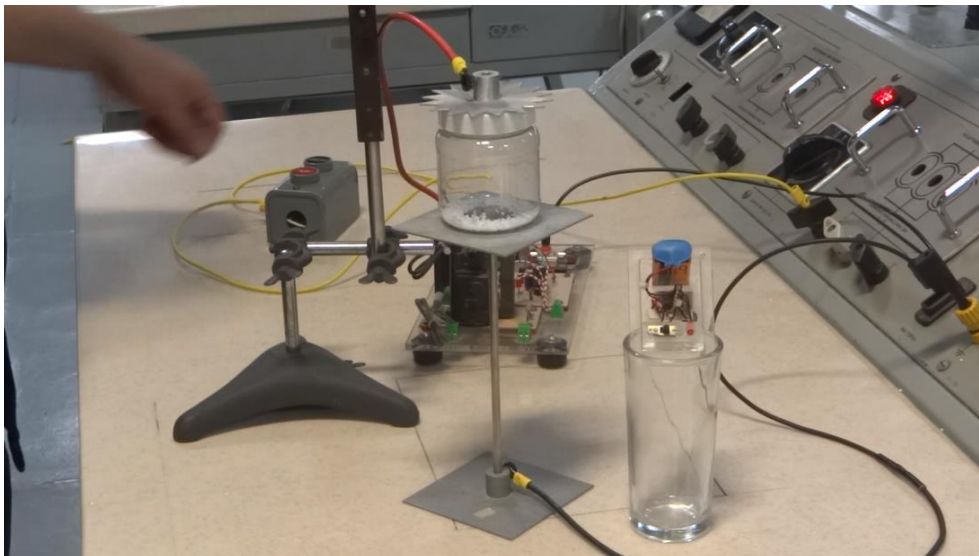
*Instante 1: Al presionar el botón ON no hay movimiento de carga (bolitas de unicel), el led del sensor enciende, el campo eléctrico inicia a establecerse. Instante 2: la carga lleva determinada velocidad lo que hace que el campo eléctrico tenga algún valor intermedio, el sensor sigue*

*encendido. Instante 3: Al dejar de presionarse el botón ON la velocidad de la carga es 0, el campo eléctrico logra su máxima intensidad, el capacitor está cargado y el sensor apaga.*

Considerando el experimento correspondiente **P2** ¿la bolita de unicel representa la carga negativa o la carga positiva? **La carga positiva. El campo eléctrico se extiende desde la placa superior (+) hasta la placa inferior (-) aplicando fuerzas a la bolita de unicel en dirección contraria.**



**Instante 1**



**Instante 2**

Figura f Descarga del capacitor.

*Instante 1: Al tocar con un dedo el capacitor cargado el capacitor se descarga, el campo eléctrico desaparece y las bolitas de unicel regresan. Instante 2: El capacitor está descargado, el campo eléctrico es nulo y las bolitas de unicel estan todas depósitos en la parte inferior del bote.*

**En corriente alterna:**

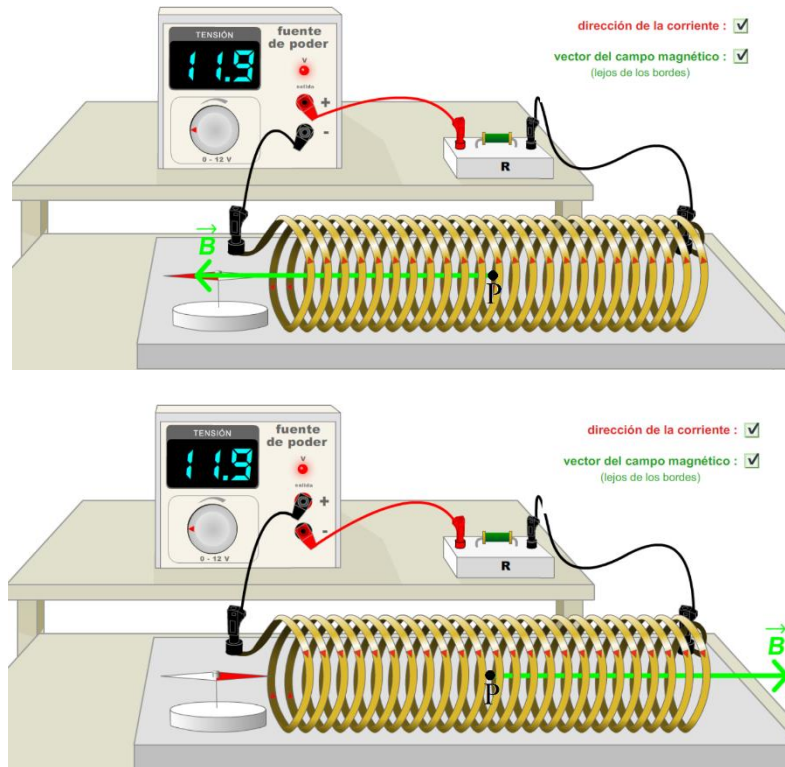


Figura g Como una bobina crea su campo magnético en corriente alterna.

*Un circuito de corriente alterna de fase única que suministra energía al devanado de una bobina genera en un punto P a lo largo de su eje un campo magnético H. Este campo tiene una dirección constante, pero su amplitud y sentido cambian dependiendo del momento de la corriente (campo magnético pulsante).*



Figura y Componentes del circuito usado. Capacitor excitado con corriente alterna.

**P3** ¿Cuál es la tensión aplicada al arreglo de la figura y? **Aproximadamente 50KV.**

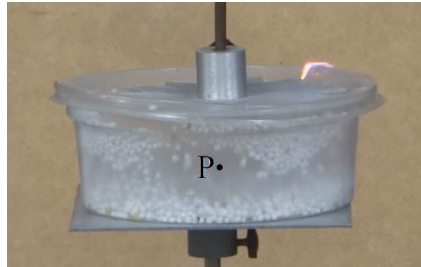


Figura h Como un capacitor crea su campo eléctrico en corriente alterna.

*Un circuito de corriente alterna de fase única que suministra energía a un capacitor genera en un punto P a lo largo de su eje un campo eléctrico E. Este campo tiene una dirección constante, pero su amplitud y sentido cambian dependiendo del momento de la corriente (campo eléctrico pulsante).*

*Debido a la tensión aplicada al capacitor y considerando la separación de las placas ( $\approx 4$  cm) se presenta una descarga intermitente que pone en "cortocircuito" al capacitor. Si el cortocircuito es sólido el circuito de control del transformador de alto voltaje desenergiza todo el sistema para evitar que el secundario del transformador de alto voltaje se destruya.*

Considere la figura h **P4** ¿la bolita de unicel representa la carga negativa o la carga positiva? Explique. **La carga positiva. El campo eléctrico se extiende desde la placa superior (+) hasta la placa inferior (-) aplicando fuerzas a la bolita de unicel en dirección contraria. Como la polaridad cambia, el campo eléctrico cambia su dirección y la bolita cambia su dirección de movimiento. La bolita oscila.**

### Objetivo 3

4)

**P5** ¿La deflexión de la aguja fue hacia la izquierda o hacia la derecha? **Hacia la derecha.**

Ahora, desplace el imán de neodimio en sentido contrario, **P6** ¿La deflexión de la aguja fue hacia la izquierda o hacia la derecha? **Hacia la izquierda.**

Si el imán se desplaza en ambas direcciones, **P7** ¿consideraría que se induce en la bobina corriente alterna? **Si.**

Gire el imán 90° y acérquelo o aléjelo de la bobina, **P8** ¿se induce tensión en la bobina? **No. La bobina no corta líneas de flujo magnético.**

Considere la figura l. Emplee el motor paso a paso mostrado en la figura m (el motor paso a paso tiene acoplado un imán de neodimio en su eje) y use el control del paso a paso para hacer girar el motor paso a paso a diferentes velocidades y observe el instrumento de medición, **P9** ¿se induce en la bobina corriente alterna? **Si. P10** ¿la tensión inducida aumenta con la velocidad? **Si.**

Invierta el sentido de rotación del motor paso a paso, **P11** ¿cambió la polaridad de la tensión inducida? **Si**.

Use el arreglo de la figura **k**. Conecte la bobina 1 a una fuente de alimentación de corriente alterna y aplique tal tensión que haga que la corriente en la bobina sea  $I_{rms} = 0.8A$ . Ahora, conecte la bobina 2 al galvanómetro, **P12** ¿la aguja se desplazó hacia un lado y hacia otro? **No. La frecuencia de la fuente de alimentación es 60Hz, la inercia del sistema motor no permite que la aguja se desplace.** Reemplace el galvanómetro por cualquiera de los 2 leds, **P13** ¿el led enciende? **Si. El led se polariza en directa y posteriormente en inversa y puesto que la frecuencia es 60Hz el led enciende.** Considerando que el circuito opera con corriente alterna **P14** ¿el arreglo de la figura **i** es un transformador? **Si**.

## Proyecto de asignatura con relación de competencias. Incluye rúbrica de evaluación.

### Diseño del proyecto de asignatura

Asignatura “Circuitos Eléctricos I”

M. C. José Alejandro Morones Alba

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

**Proyecto de asignatura.** Este complemento educacional inicia al dar inicio el **Tema 4** y se propone para obtener la calificación del examen escrito del **Tema 5**. El proyecto de asignatura implica construir la herramienta computacional del **complemento: Práctica 1** del **Tema 5**. El proyecto de asignatura se presenta al finalizar el **Tema 5**.

#### Competencias:

- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
- Capacidad de comunicación oral y escrita
- Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas
- Habilidades interpersonales y
- Capacidad de trabajo en equipo

#### *Construcción de la herramienta computacional “Análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque”*

##### Objetivo:

- 1 Construir una herramienta computacional que permita el análisis transitorio del motor de inducción monofásico con condensador de arranque.

#### Metodología

Cualquier herramienta computacional se diseña en términos de un modelo matemático. La frase “construcción de la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente el estudiante construye la herramienta computacional, obviamente el profesor revisa y corrige (si hubiera errores) el trabajo del estudiante hasta que concreta lo que el profesor ha definido como final.

El proyecto de asignatura se construye en 3 etapas.

**Etapa 1** Construcción de la herramienta computacional mostrada en la figuras **a**, **b** y **c**.

Esta herramienta computacional considera el tiempo y permite explicar las características principales de la corriente alterna: periodo, frecuencia, amplitud y velocidad angular. El diagrama fasorial muestra el fasor **I** y sus componentes empleando el valor máximo y los gráficos en función del tiempo muestran  $i(t)$  y el valor instantáneo de la función,  $\beta$  permite desplazar la función  $i(t)$ .

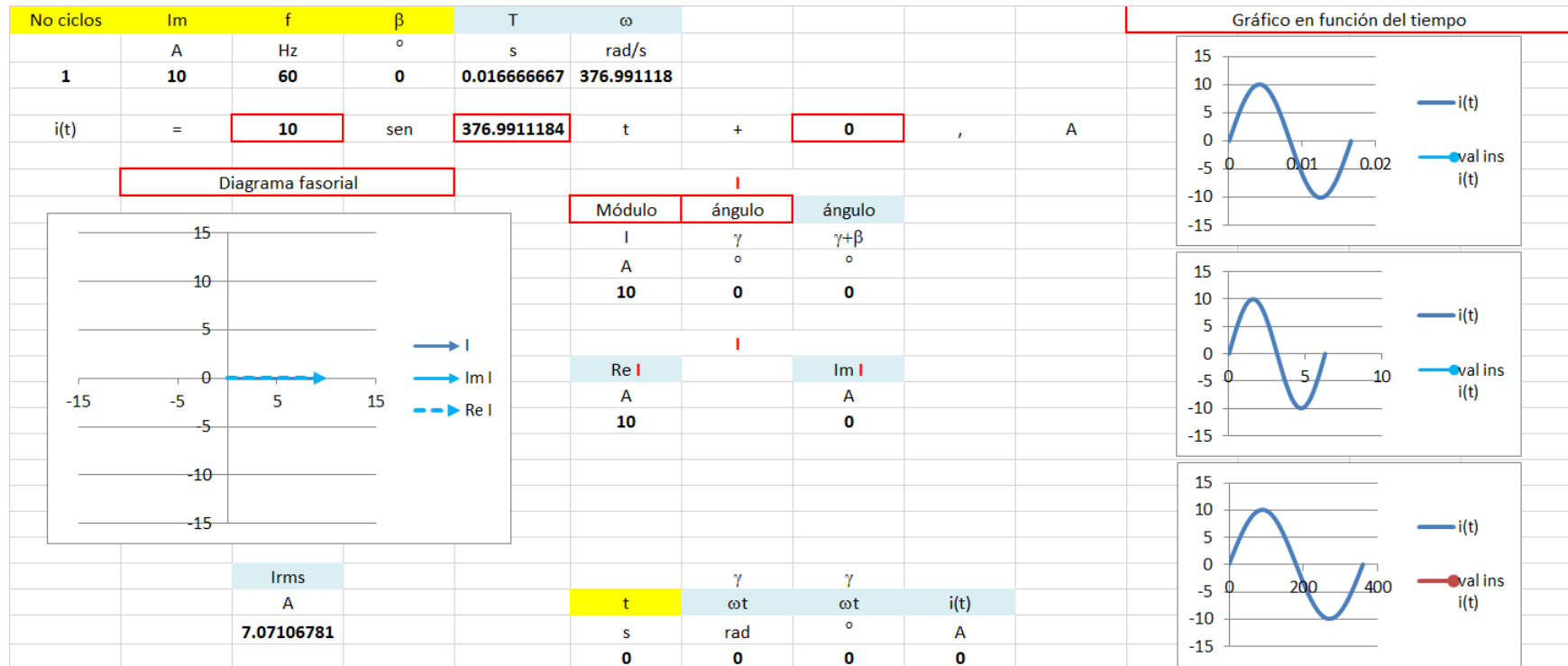


Figura a Características principales de la corriente alterna, para  $t = 0s$ .



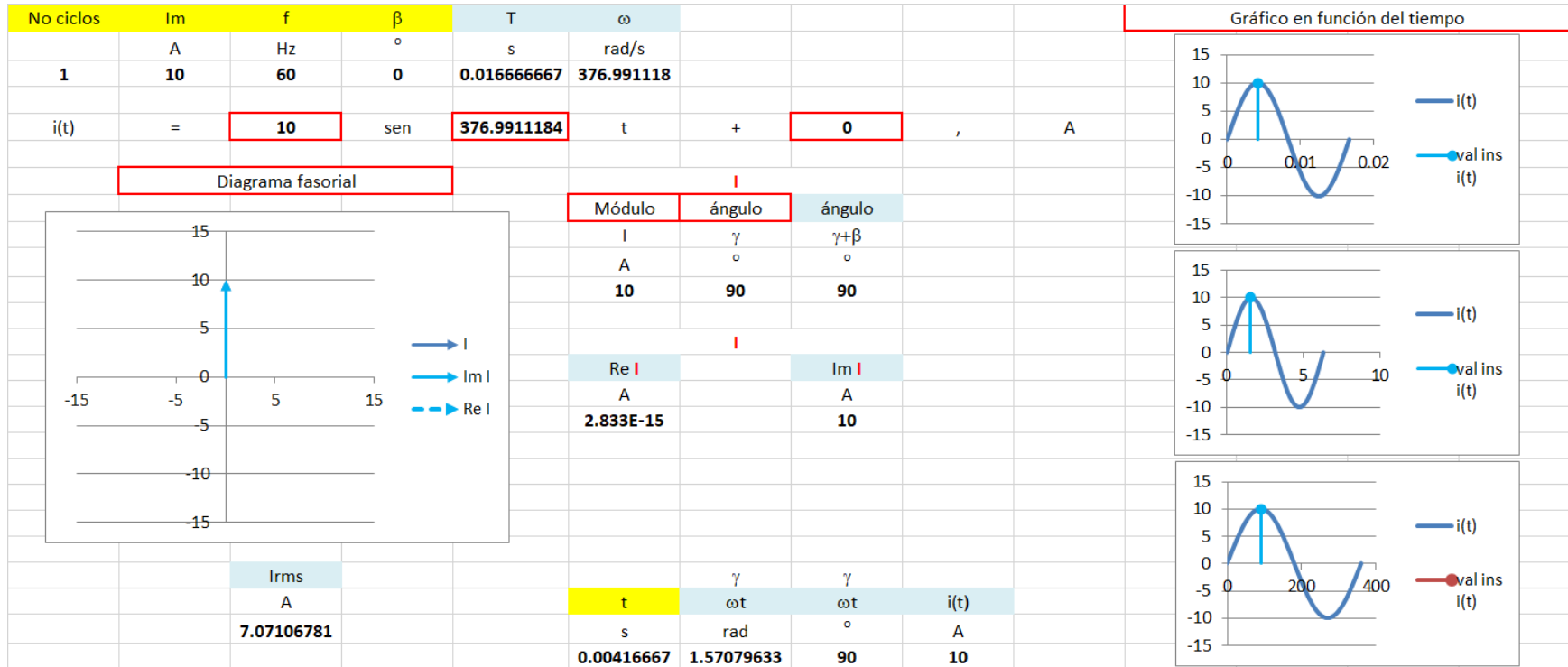


Figura c Características principales de la corriente alterna, para  $t = 0.00416667s$ .

	dato
	cálculo
	el dato se pasa

**Etapa 2** Una vez que las características principales de la corriente alterna se han comprendido se está en la posibilidad de analizar el circuito resistivo, inductivo y capacitivo excitado con corriente alterna. La herramienta computacional mostrada en las figuras d, e y f considera el tiempo y permite explicar el funcionamiento del circuito resistivo, inductivo y capacitivo.

*Circuito resistivo.* La corriente y la tensión están en fase (figura d). El gráfico en función del tiempo muestra  $e(t)$ ,  $i(t)$ ,  $p(t)$ ,  $P$ ,  $E_{rms}$  e  $I_{rms}$  (las corrientes están amplificadas). El triángulo de potencias muestra que  $Q = 0$ .

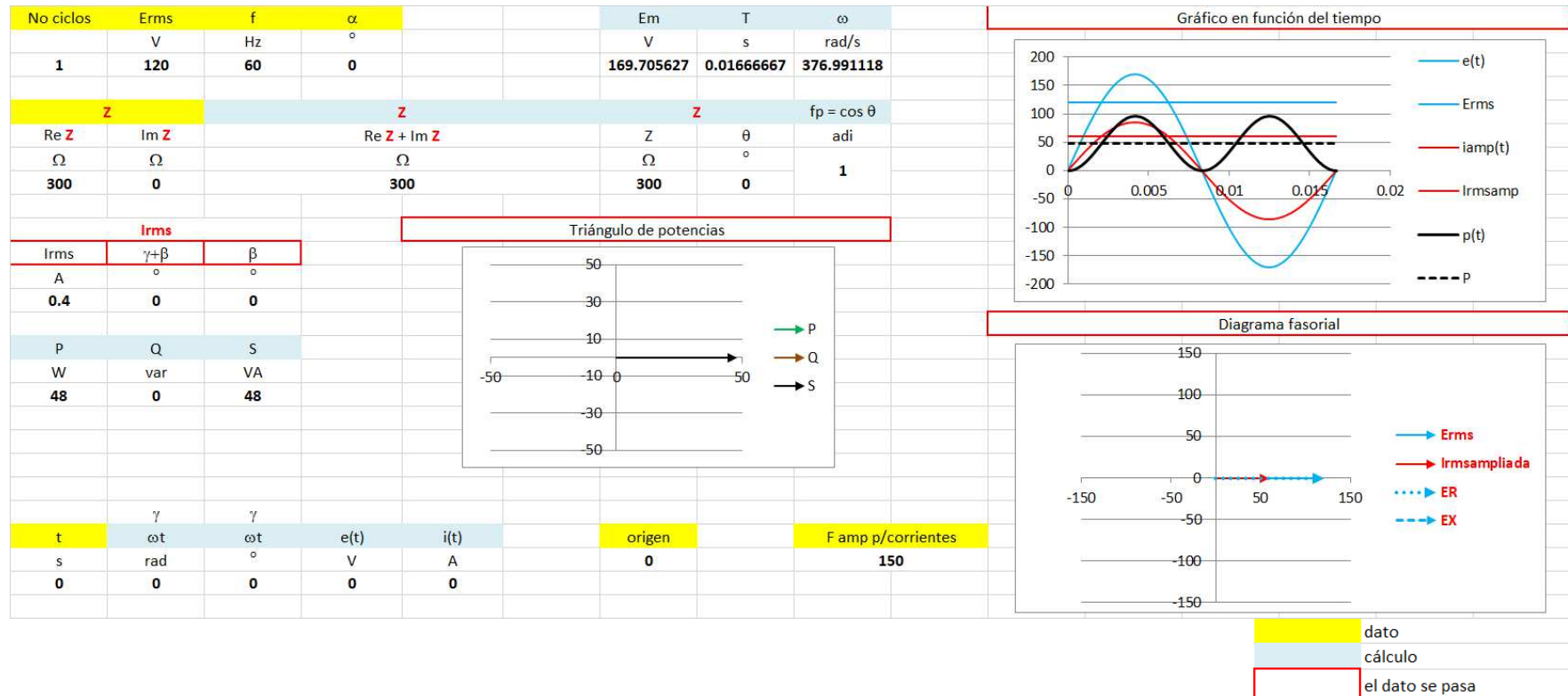


Figura d Solución del circuito resistivo. Para  $t = 0s$ .

*Circuito inductivo.* La corriente está atrás de la tensión (figura e). El gráfico en función del tiempo muestra  $e(t)$ ,  $i(t)$ ,  $p(t)$ ,  $P$ ,  $Erms$  e  $Irms$  (las corrientes están amplificadas). El triángulo de potencias muestra que  $Q$  es positiva y se encuentra en el primer cuadrante. El diagrama fasorial muestra los fasores  $E$  e  $I$ , la caída de tensión en la resistencia  $ER$  y la caída de tensión en la reactancia  $EX$  empleando valores rms (la suma de las caídas es  $E$  cumpliendo con la ley de voltaje de Kirchhoff).

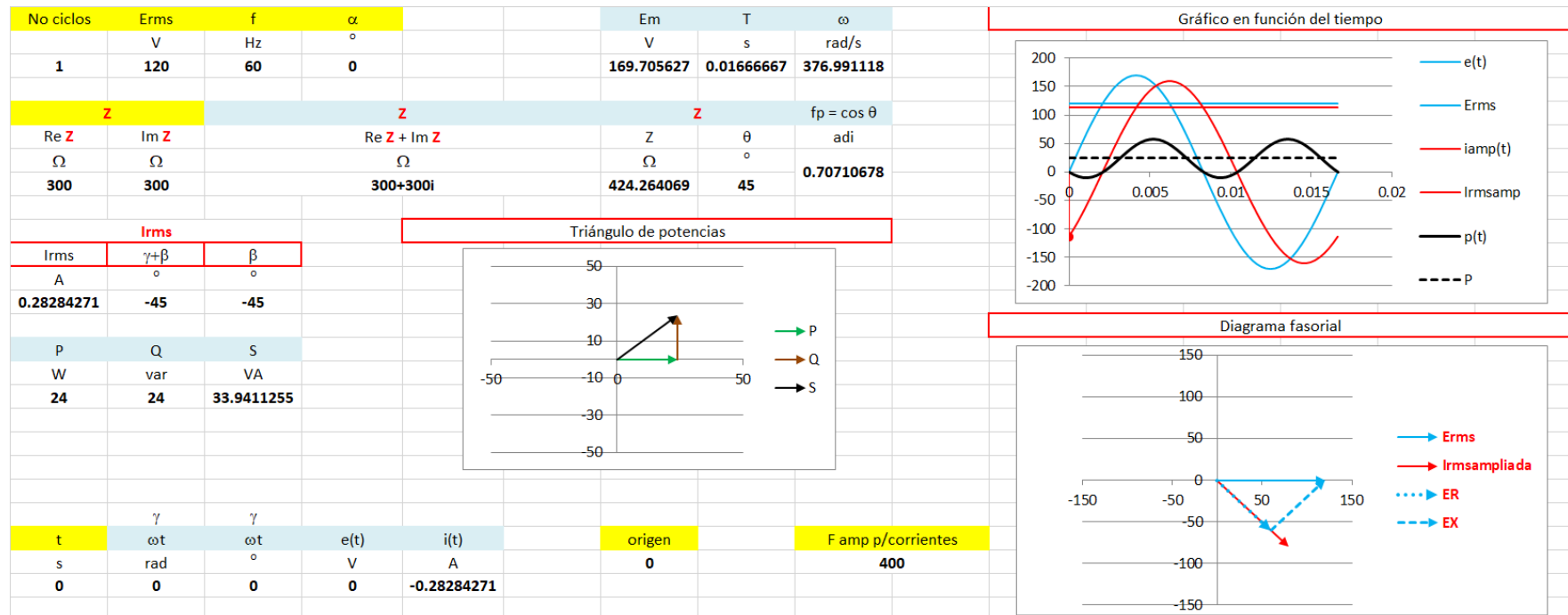


Figura e Solución del circuito inductivo. Para  $t = 0s$ .

*Circuito capacitivo.* La corriente está adelante de la tensión (figura f). El gráfico en función del tiempo muestra  $e(t)$ ,  $i(t)$ ,  $p(t)$ ,  $P$ ,  $E_{rms}$  e  $I_{rms}$  (las corrientes están amplificadas). El triángulo de potencias muestra que  $Q$  es negativa y se encuentra en el cuarto cuadrante. El diagrama fasorial muestra los fasores  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{I}$ , la caída de tensión en la resistencia  $\mathbf{E}_R$  y la caída de tensión en la reactancia  $\mathbf{E}_X$  empleando valores rms (la suma de las caídas es  $\mathbf{E}$  cumpliendo con la ley de voltaje de Kirchhoff).

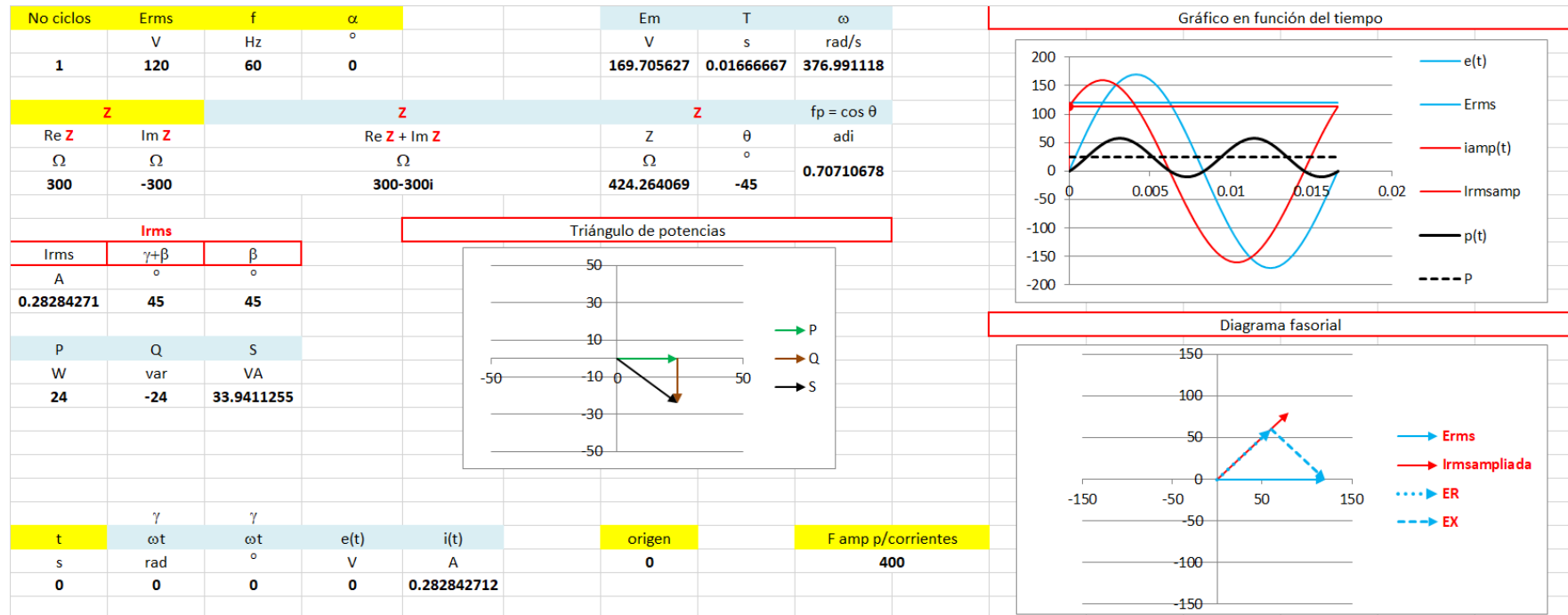


Figura f Solución del circuito capacitivo. Para  $t = 0s$ .

**Etapa 3** Esta etapa del proyecto de asignatura esta definida en el **complemento educacional: Reto 3 Tema 5.**

## Rúbrica para evaluar el proyecto de asignatura

### Portada

La portada debe contener:

1. Nombre de la institución
2. Carrera
3. Número y nombre la práctica
4. Nombre de los estudiantes
5. Nombre del profesor
6. Fecha de entrega

En el encabezado aparece mi nombre, esto es así porque un servidor diseño la propuesta. Cuando ustedes envíen su documento deberán quitar mi nombre e incluir el encabezado (si desean incluirlo), pie de página (si desean incluirlo), logotipos (si desean incluirlos).

El proyecto de asignatura se ejecuta en equipo

### **Objetivos**

Incluir el objetivo indicado en el proyecto de asignatura.

### **Revisión:**

<i>Etapa 1</i>	10%
<i>Etapa 2</i>	25%
<i>Etapa 3</i>	25%

El 20% restante se obtendrá ejecutando el **complemento educacional: Práctica 1 Tema 5** usando el **proyecto de asignatura**.

### **Conclusiones**

La conclusión es sobre la importancia de las herramientas computacionales diseñadas en las etapas 1, 2 y 3 del proyecto de asignatura. Debe ser redactada en un párrafo de 5 renglones completos (el espaciado, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman).

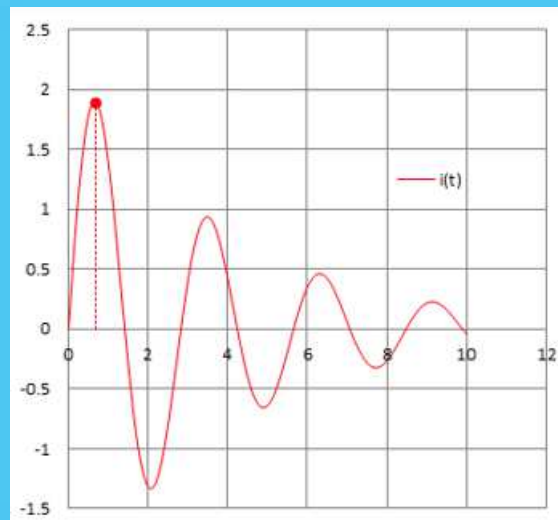
20%

El equipo de trabajo entrega su reporte al profesor (funcionando o no el proyecto de asignatura).

El profesor ofrece la calificación del examen teórico del **Tema 5** a través de la entrega del reporte al equipo.

## Tema 5

### “Análisis de circuitos de segundo orden”



## 5.1 Análisis de circuitos de segundo orden sin fuentes

El tema se encuentra contenido en el tema 5.2, su aplicación se muestra en el **complemento: Problema 4**.

## 5.2 Análisis de circuitos de segundo orden con fuentes

### *Régimen transitorio en circuitos RLC.*

Considere el circuito mostrado en la figura 1.

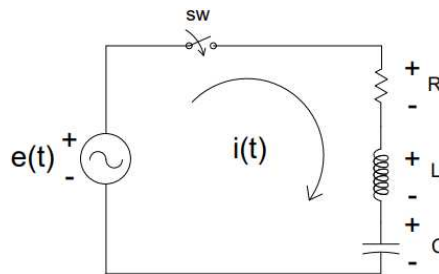


Figura 1 Circuito RLC excitado con corriente alterna.

Aplicando la LVK al circuito serie RLC se obtiene la ecuación diferencial.

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = e(t) \quad 1$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = e(t)$$

Derivando 1 se tiene:

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = e'(t) \quad 2$$

Que es una ecuación diferencial lineal de segundo grado no homogénea cuya solución particular (respuesta de estado permanente) es diferente de cero. La respuesta complementaria (respuesta transitoria) puede ser de tres tipos según los valores relativos de R, L y C.

Como  $i(t) = \frac{dq}{dt}$  entonces:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = e(t) \quad 3$$

Que es una ecuación diferencial lineal de segundo grado no homogénea cuya solución particular (respuesta de estado permanente) es diferente de cero. La respuesta complementaria (respuesta transitoria) puede ser de tres tipos según los valores relativos de R, L y C.

Para las ecuaciones diferenciales de primer orden encontramos que hay una solución que contiene una constante arbitraria. Ya que una ecuación de segundo orden implica una segunda derivada, se requieren 2 integraciones para encontrar una solución, por lo que es natural esperar que la solución contenga dos constantes arbitrarias.

Las ecuaciones diferenciales 2 y 3 pueden escribirse respectivamente usando el operador  $D = \frac{d}{dt}$ .

$$\left(D^2 + \frac{R}{L}D + \frac{1}{LC}\right)i = \frac{e'(t)}{L}$$

$$\left(D^2 + \frac{R}{L}D + \frac{1}{LC}\right)q = \frac{e(t)}{L}$$

Los coeficientes de cualquiera de las dos ecuaciones características  $\left(D^2 + \frac{R}{L}D + \frac{1}{LC}\right)$  son constantes y las raíces son:

$$r_1 = D_1 = \frac{-\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}}}{2} \quad y \quad r_2 = D_2 = \frac{-\frac{R}{L} - \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}}}{2}$$

Si hacemos  $\alpha = -\frac{R}{2L}$  y  $\beta = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$  se tiene:

$$r_1 = \alpha + \beta \quad y \quad r_2 = \alpha - \beta$$

$\beta$  puede ser positiva, cero o negativa y la solución es, entonces, amortiguada supercrítica, amortiguada crítica y amortiguada subcrítica u oscilatoria, respectivamente. Por lo tanto, dependiendo de los parámetros del sistema bajo estudio el comportamiento es:

**Caso 1)** Las raíces  $r_1$  y  $r_2$  son reales y distintas, dando lugar al caso de amortiguamiento supercrítico.

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC}$$

La corriente es:

$$i(t) = C_1 e^{\alpha t} e^{\beta t} + C_2 e^{\alpha t} e^{-\beta t} + i_f(t)$$

La carga es:

$$q(t) = C_1 e^{\alpha t} e^{\beta t} + C_2 e^{\alpha t} e^{-\beta t} + q_f(t)$$

**Caso 2)** Las raíces  $r_1$  y  $r_2$  son iguales y la solución corresponde al caso de amortiguamiento crítico.

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC}$$

La corriente es:

$$i(t) = C_1 e^{\alpha t} + C_2 t e^{\alpha t} + i_f(t)$$

La carga es:

$$q(t) = C_1 e^{\alpha t} + C_2 t e^{\alpha t} + q_f(t)$$

**Caso 3)** Las raíces  $r_1$  y  $r_2$  son complejas conjugadas y la solución corresponde al caso de amortiguamiento subcrítico u oscilatorio.

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}$$

La corriente es:

$$i(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos(\beta t) + C_2 e^{\alpha t} \sin(\beta t) + i_f(t)$$

La carga es:

$$q(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos(\beta t) + C_2 e^{\alpha t} \sin(\beta t) + q_f(t)$$

La corriente y la carga contienen, en todos los casos, el factor  $e^{\alpha t}$  y como  $\alpha = -R/2L$  el valor final es cero, garantizando que la función complementaria (respuesta natural) desaparece, en un tiempo relativamente corto.

Para una ecuación de primer orden fue suficiente especificar el valor de la solución en un punto para poder determinar una curva integral única. La solución de una ecuación de segundo orden contiene dos constantes arbitrarias, para obtener una solución única será necesario especificar dos condiciones iniciales. Entonces para determinar de modo único una curva integral de una ecuación de segundo orden, es necesario especificar no solamente el punto por el cual pase, si no también la pendiente de la curva en ese punto.

Las condiciones iniciales que deben especificarse para la ecuación 3, digamos en el instante  $t = 0$  son:

$$q(0) = q_0 \quad , \quad q'(0) = i(0) = i_0 \quad \mathbf{a}$$

De aquí que debemos conocer la carga inicial en el capacitor y la corriente inicial en el circuito.

Las condiciones iniciales que deben especificarse para la ecuación 2, digamos en el instante  $t = 0$  son:

$$i(0) = i_0 \quad , \quad i'(0) = i'_0 \quad \mathbf{b}$$

$i'_0$  se puede determinar de la ecuación 1, así:

$$i'_0 = \frac{1}{L} \left[ e(0) - Ri(0) - \frac{q(0)}{C} \right]$$

La respuesta de estado permanente se obtiene considerando que  $i(t)$  o  $q(t)$  no varían con el tiempo, así de las ecuaciones 2 y 3, se tiene respectivamente:

$$i_f(t) = C e'(t)$$

$$q_f(t) = C e(t)$$

**Ejemplos:**

Considere el circuito mostrado en la figura 2.

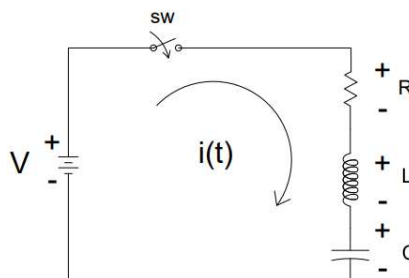


Figura 2 Circuito RLC excitado con corriente directa.

1 Use la ecuación 2 y muestre el proceso matemático para determinar  $i(t)$  para el caso de estudio mostrado en la tabla 1.

Tabla 1 Caso de estudio.

R	L	C
$\Omega$	H	F
<b>10</b>	<b>2</b>	<b>0.1</b>
		<b>E</b>
		V
		<b>10</b>
Condiciones iniciales		
q(0)	i(0)	i'(0)
C	A	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>5</b>

Muestre en la figura 3 los valores característicos.

**Insertar figura**

Figura 3 Valores característicos.

Muestre los comportamientos  $i(t)$  y  $q(t)$  en la figura 4.

**Insertar figura**  
 Figura 4  $i(t)$  y  $q(t)$ .

En la figura 5 muestre los comportamientos  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK ( $LVK = e_R(t) + e_L(t) + e_C(t)$ ).

**Insertar figura**  
 Figura 5  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

En la figura 6 muestre los comportamientos  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

**Insertar figura**  
 Figura 6  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

Y finalmente en la figura 7 muestre  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

**Insertar figura**  
 Figura 7  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

**Solución:**

Definición del caso:

$(R/2L)^2$	$1/(LC)$
<b>6.25</b>	<b>5</b>

Caso 1

La corriente y la primera derivada de la corriente son:

$i(t) = C_1 e^{(\alpha+\beta)t} + C_2 e^{(\alpha-\beta)t}$
$i'(t) = C_1 [(\alpha+\beta) e^{(\alpha+\beta)t}] + C_2 [(\alpha-\beta) e^{(\alpha-\beta)t}]$

Usando las condiciones iniciales se tiene:

<b>0</b>	$\equiv$	$C_1$	<b>1</b>	+	$C_2$	<b>1</b>
<b>5</b>	$\equiv$	$C_1$	<b>-1.381966011</b>	+	$C_2$	<b>-3.618033989</b>

Por lo tanto:

$C_1$		$C_2$
<b>2.236067977</b>		<b>-2.236067977</b>

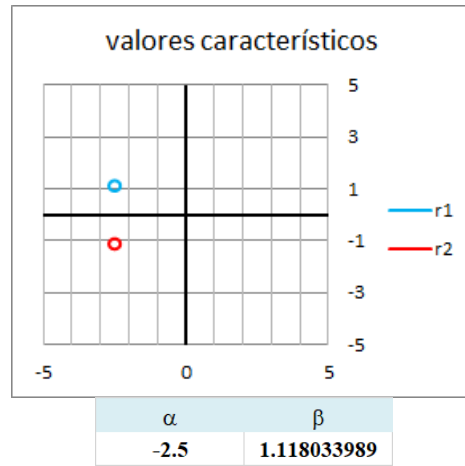


Figura 3 Valores característicos.

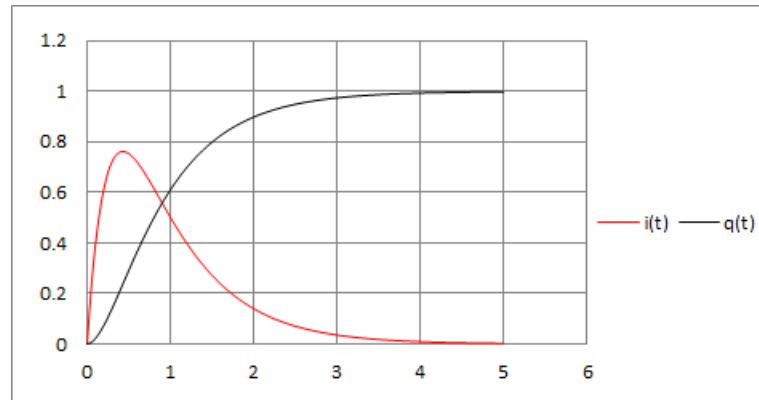


Figura 4  $i(t)$  y  $q(t)$ .

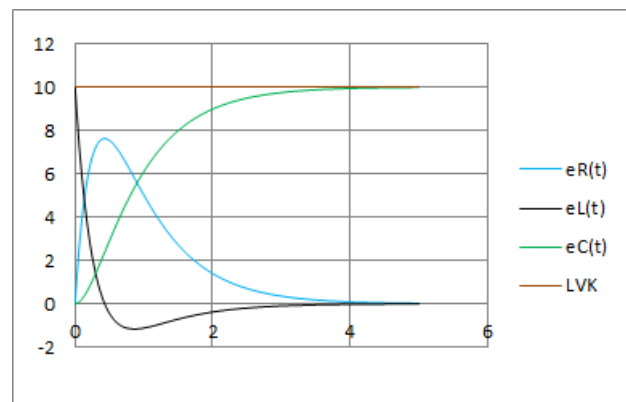


Figura 5  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

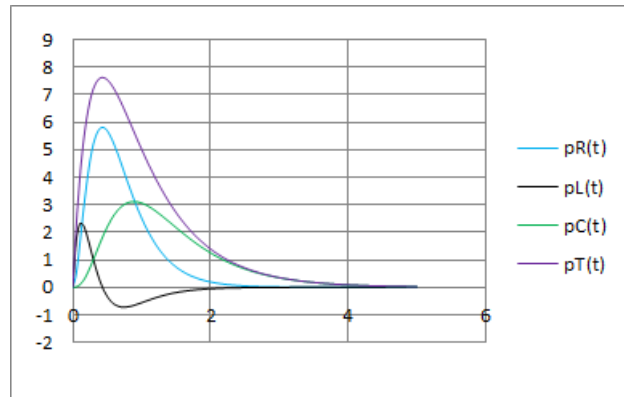


Figura 6  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

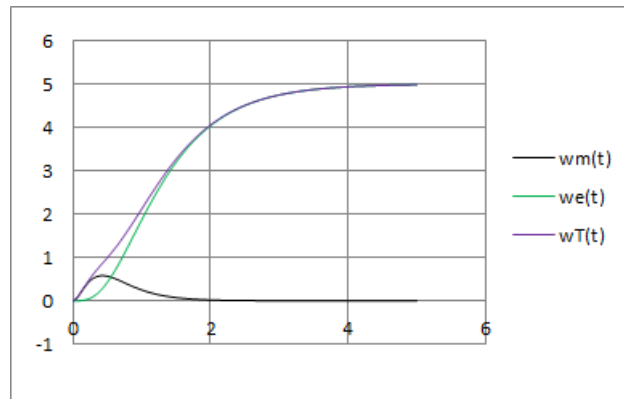


Figura 7  $w_R(t)$ ,  $w_L(t)$  y  $w_T(t)$ .

2 Use la ecuación 3 y muestre el proceso matemático para determinar  $q(t)$  e  $i(t)$  para el caso de estudio mostrado en la tabla 2.

Tabla 2 Caso de estudio.

R	L	C
$\Omega$	H	F
1	2	0.1
		V
		V
		10
Condiciones iniciales		
$q_f(t)$	$q(0)$	$q'(0) = i(0)$
C	C	A
1	0	0

Muestre en la figura 8 los valores característicos.

**Insertar figura**

Figura 8 Valores característicos.

Muestre los comportamientos  $i(t)$  y  $q(t)$  en la figura 9.

**Insertar figura**

Figura 9  $i(t)$  y  $q(t)$ .

En la figura 10 muestre los comportamientos  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK ( $LVK = e_R(t) + e_L(t) + e_C(t)$ ).

**Insertar figura**

Figura 10  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

En la figura 11 muestre los comportamientos  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura 11  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

Y finalmente en la figura 12 muestre  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura 12  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

Muestre los valores indicados en la tabla 3.

Tabla 3 Frecuencia y periodo de las oscilaciones

f	T
Hz	s

**Solución:**

Definición del caso:

$(R/2L)^2$	$1/(LC)$
0.0625	5

Caso 3

La carga y la primera derivada de la carga (corriente) son:

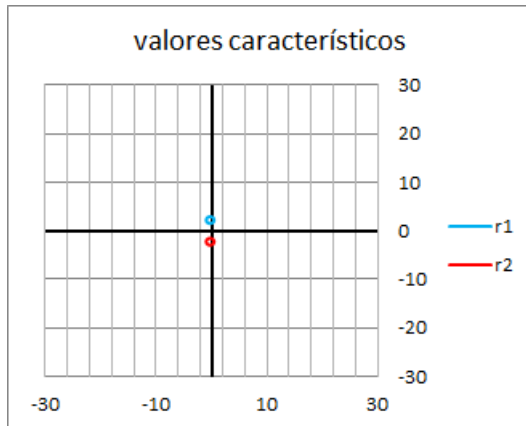
$q(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t + q_f(t)$
$i(t) = C_1 [e^{\alpha t} (-\beta \sin \beta t) + \cos \beta t (\alpha e^{\alpha t})] + C_2 [e^{\alpha t} (\beta \cos \beta t) + \sin \beta t (\alpha e^{\alpha t})]$

Usando las condiciones iniciales se tiene:

0	=	$C_1$	1	+	$C_2$	0	+	1
0	=	$C_1$	-0.25	+	$C_2$	2.222048604		

Por lo tanto:

$C_1$		$C_2$
-1		-0.11250879



$\alpha$	$\beta$
-0.25	2.222048604

Figura 8 Valores característicos.

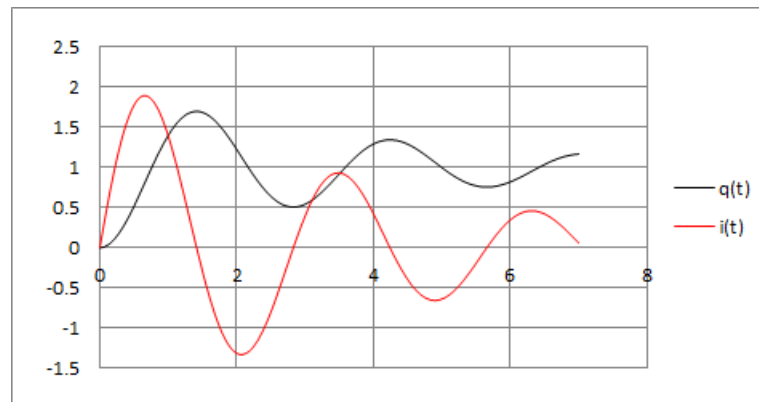


Figura 9  $i(t)$  y  $q(t)$ .

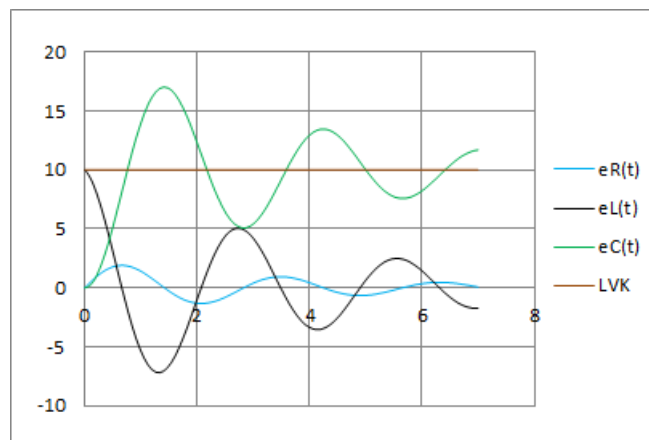


Figura 10  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

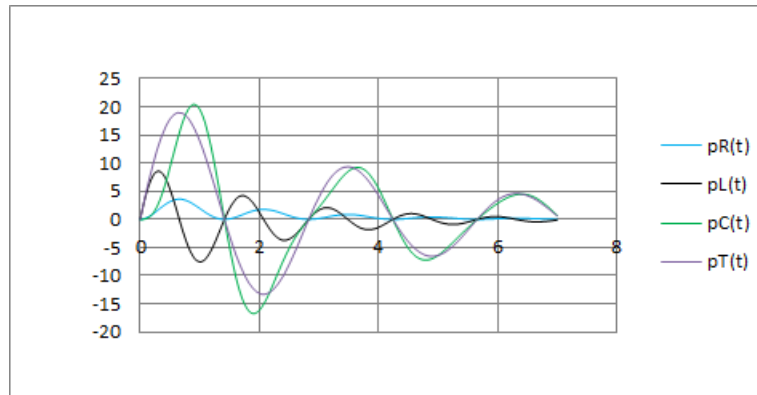


Figura 11  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

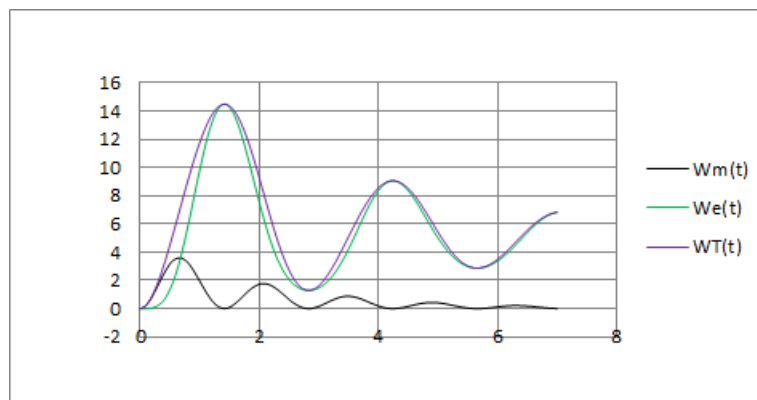
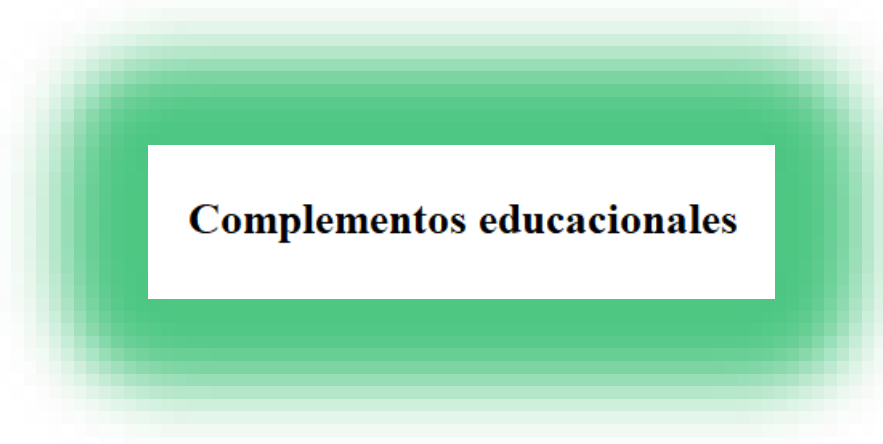


Figura 12  $w_M(t)$ ,  $w_E(t)$  y  $w_T(t)$ .

Muestre los valores indicados en la tabla 3.

Tabla 3 Frecuencia y periodo de las oscilaciones

f	T
Hz	s
0.353	2.827



**Complementos educativos**



**Tema 5**

## Aprendizaje basado en problemas

**Referencias:**

**Diseño del complemento:**

**Problema 1, 2, 3 y 4**

“**Tema 1**” de la asignatura “**Máquinas Eléctricas**”

*M. C. José Alejandro Morones Alba*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
 Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

### Problema 1 Análisis transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo

Considere el circuito de la figura i.

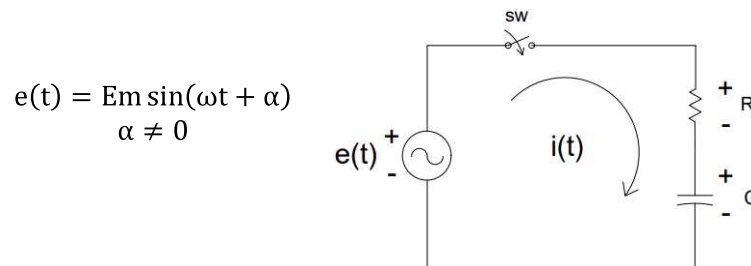


Figura i Circuito RC excitado con corriente alterna.

Uso del número complejo para determinar la respuesta forzada.

$$\gamma = \omega t$$

$$\mathbf{E}_m = E_m \angle \gamma + \alpha$$

Puesto que la carga es capacitiva:

$$\mathbf{Z} = R - i \frac{1}{\omega C} = R - iXC = \sqrt{R^2 + XC^2} \left[ \tan^{-1} - \frac{XC}{R} = \sqrt{R^2 + XC^2} \angle \theta \right]$$

La corriente es:

$$\mathbf{I}_m = \frac{E_m \angle \gamma + \alpha}{\sqrt{R^2 + XC^2} \angle \theta} = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + XC^2}} \angle \gamma + \alpha - \theta = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + XC^2}} \angle \gamma + \beta$$

La función en el tiempo (respuesta forzada) está dada por la ecuación i.

$$i_f(t) = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin\left(\omega t + \alpha - \tan^{-1} - \frac{\omega C}{R}\right) \quad \mathbf{i}$$

Uso de la ecuación diferencial para determinar la respuesta completa.

$$y(t) = e^{-\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt} \int e^{\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt} \frac{g(t)}{b_1(t)} dt + C e^{-\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt}$$

$$Ri + \frac{1}{C} \int i dt = e(t) \quad \mathbf{a}$$

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = e'(t)$$

$$i(t) = e^{-\int \frac{1}{RC} dt} \int e^{\int \frac{1}{RC} dt} \frac{e'(t)}{R} dt + C e^{-\int \frac{1}{RC} dt}$$

$$\mathbf{i(t) = if(t) + in(t)}$$

$$i(t) = \frac{Em}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin\left(\omega t + \alpha - \tan^{-1} \frac{\omega C}{R}\right) + C e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \mathbf{A}$$

Solución general

La constante C se determina haciendo  $t = 0$  en la ecuación **a**; la corriente inicial es, entonces  $i_0 = \frac{Em}{R} \sin \alpha$ . Sustituyendo en la solución general y haciendo  $t = 0$  resulta:

$$\frac{Em}{R} \sin \alpha = \frac{Em}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin\left(\alpha - \tan^{-1} \frac{\omega C}{R}\right) + C \quad \mathbf{A}$$

O bien:

$$C = \frac{Em}{R} \sin \alpha - \frac{Em}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin\left(\alpha - \tan^{-1} \frac{\omega C}{R}\right)$$

La respuesta completa (solución particular) está dada por la ecuación **ii**.

$$i(t) = \frac{Em}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin\left(\omega t + \alpha - \tan^{-1} \frac{\omega C}{R}\right) + \left[ \frac{Em}{R} \sin \alpha - \frac{Em}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin\left(\alpha - \tan^{-1} \frac{\omega C}{R}\right) \right] e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \mathbf{ii}$$

El segundo sumando de la ecuación ii es el transitorio con un factor de decrecimiento  $e^{-\frac{1}{RC}t}$ . La magnitud entre corchetes es una constante. El primer sumando representa la intensidad de corriente en el régimen permanente que va delante de la tensión aplicada, en un ángulo de  $\tan^{-1} - \frac{\omega C}{R}$ .

**Problema 2 Análisis transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna. Análisis del modelo matemático y respuestas en el tiempo**

Considere el circuito de la figura ii.

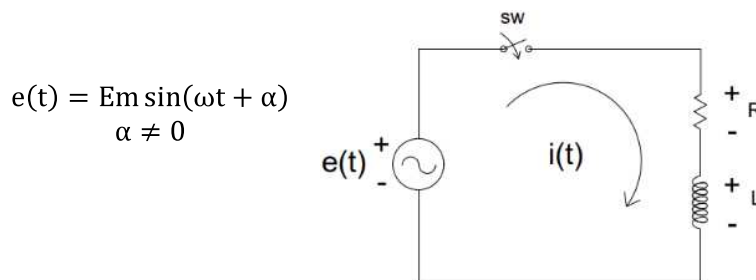


Figura ii Circuito RL excitado con corriente alterna.

Uso del número complejo para determinar la respuesta forzada.

$$\gamma = \omega t$$

$$\mathbf{E}_m = E_m \angle \gamma + \alpha$$

Puesto que la carga es inductiva:

$$\mathbf{Z} = R + i\omega L = R + iXL = \sqrt{R^2 + XL^2} \left[ \tan^{-1} \frac{XL}{R} \right] = \sqrt{R^2 + XL^2} \angle \theta$$

La corriente es:

$$\mathbf{I}_m = \frac{E_m \angle \gamma + \alpha}{\sqrt{R^2 + XL^2} \angle \theta} = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + XL^2}} \angle \gamma + \alpha - \theta = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + XL^2}} \angle \gamma + \beta$$

La función en el tiempo (respuesta forzada) está dada por la ecuación iii.

$$if(t) = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left(\omega t + \alpha - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right) \tag{iii}$$

Uso de la ecuación diferencial para determinar la respuesta completa.

$$y(t) = e^{-\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt} \int e^{\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt} \frac{g(t)}{b_1(t)} dt + C e^{-\int \frac{b_0(t)}{b_1(t)} dt}$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri(t) = e(t)$$

$$i(t) = e^{-\int \frac{R}{L} dt} \int e^{\int \frac{R}{L} dt} \frac{e(t)}{L} dt + C e^{-\int \frac{R}{L} dt}$$

$$i(t) = i_f(t) + i_n(t)$$

$$i(t) = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left(\omega t + \alpha - \tan^{-1} \frac{XL}{R}\right) + C e^{-\frac{R}{L}t} \quad A$$

Solución general

La constante C se determina haciendo  $t = 0$  en la solución general, por lo que la respuesta completa (solución particular) está dada por la ecuación **iv**.

$$i(t) = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left(\omega t + \alpha - \tan^{-1} \frac{XL}{R}\right) + \left[ -\frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left(\alpha - \tan^{-1} \frac{XL}{R}\right) \right] e^{-\frac{R}{L}t} \quad A \quad iv$$

El segundo sumando contiene el factor  $e^{-\frac{R}{L}t}$  que se anula en un tiempo relativamente corto. La expresión entre corchetes es una constante, cuyo valor depende del momento del ciclo  $\alpha$  en el que se produce el cierre del circuito. Si  $\left(\alpha - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right) = n\pi$ , siendo  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , la constante vale 0 y la corriente pasa directamente en régimen permanente. Y si  $\left(\alpha - \tan^{-1} \frac{XL}{R}\right) = (1 + 2n)\frac{\pi}{2}$ , el régimen transitorio tendrá la máxima amplitud posible.

### Problema 3 Análisis transitorio del circuito RLC excitado con corriente alterna

Considere el circuito mostrado en la figura **iii**.

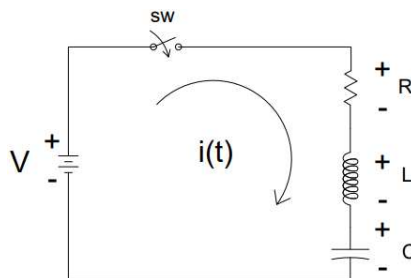


Figura **iii** Circuito RLC excitado con corriente directa.

Use la ecuación **3** y muestre el proceso matemático para determinar  $q(t)$  e  $i(t)$  para el caso de estudio mostrado en la tabla **i**.

Tabla i Caso de estudio.

L	C	R
H	F	$\Omega$
2	1	2.828427125
		V
		V
		10
Condiciones iniciales		
qf(t)	q(0)	q'(0) = i(0)
C	C	A
10	0	0

Muestre en la figura iv los valores característicos.

**Insertar figura**

Figura iv Valores característicos.

Muestre los comportamientos i(t) y q(t) en la figura v.

**Insertar figura**

Figura v i(t) y q(t).

En la figura vi muestre los comportamientos  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK ( $LVK = e_R(t) + e_L(t) + e_C(t)$ ).

**Insertar figura**

Figura vi  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

En la figura vii muestre los comportamientos  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura vii  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

Y finalmente en la figura viii muestre  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura viii  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

**Solución:**

Definición del caso:

$(R/2L)^2$	$1/(LC)$
0.5	0.5

Caso 2

La corriente y la primera derivada de la corriente son:

$$q(t) = C_1 e^{\alpha t} + C_2 t e^{\alpha t} + q_f(t)$$

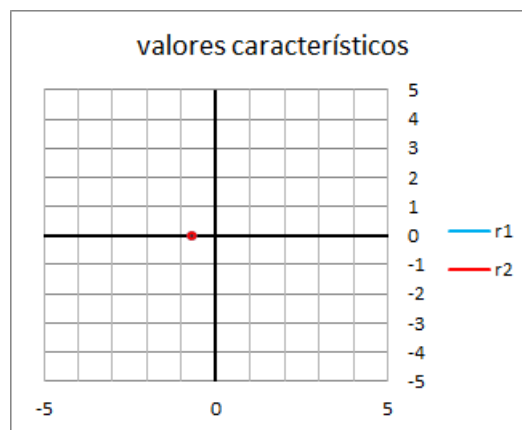
$$i(t) = C_1 [\alpha e^{\alpha t}] + C_2 [t \alpha e^{\alpha t} + e^{\alpha t}]$$

Usando las condiciones iniciales se tiene:

0	=	C <sub>1</sub>	1	+	C <sub>2</sub>	0	+	10
0	=	C <sub>1</sub>	-0.707106781	+	C <sub>2</sub>	1		

Por lo tanto:

C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
-10	-7.071067812



$\alpha$	$\beta$
-0.707106781	1.05367E-08

Figura iv Valores característicos.

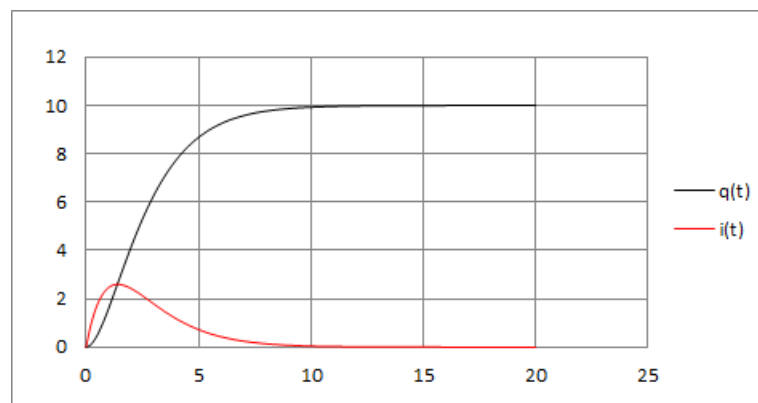


Figura v i(t) y q(t).

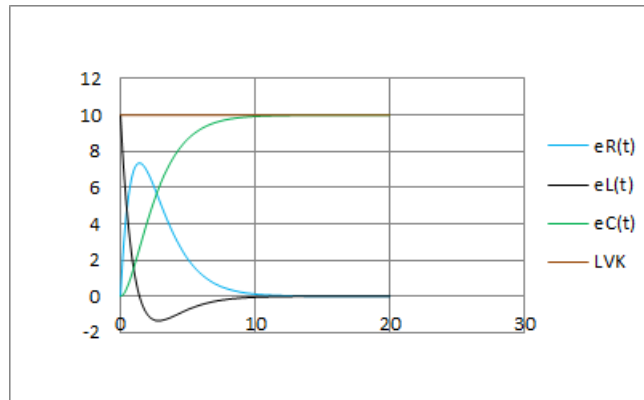


Figura vi  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

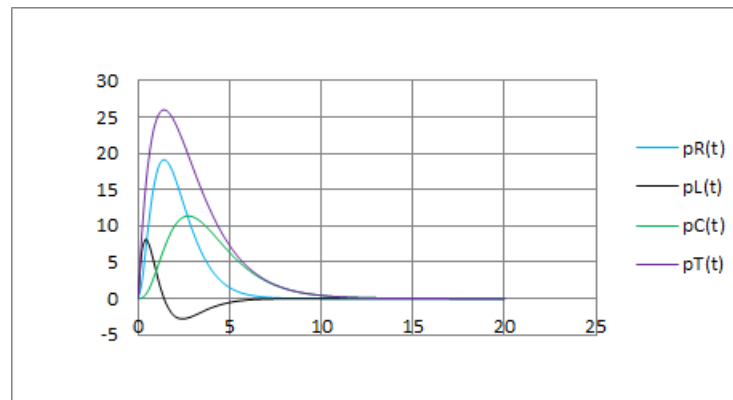


Figura vii  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

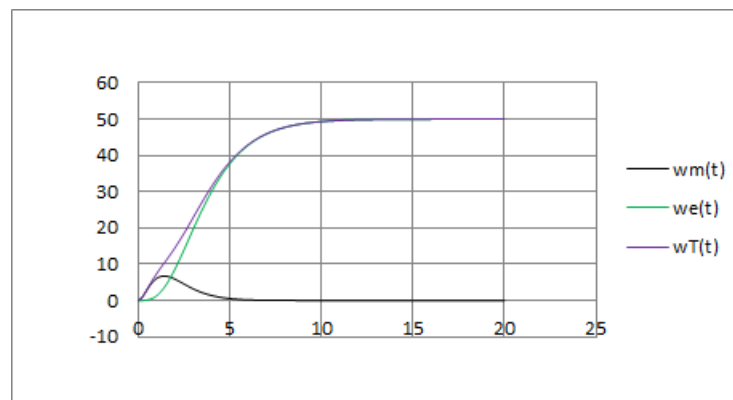


Figura viii  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

#### Problema 4. Análisis transitorio del circuito RLC sin fuente “el circuito tanque”

Considere el circuito mostrado en la figura ix.

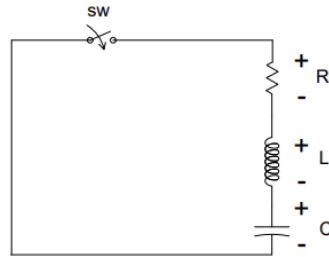


Figura ix Circuito RLC sin fuente.

Use la ecuación 3 y muestre el proceso matemático para determinar  $q(t)$  e  $i(t)$  para el caso de estudio mostrado en la tabla ii.

Tabla ii Caso de estudio.

R	L	C
$\Omega$	H	F
0	5	5.00E-04
		V
		V
		0
Condiciones iniciales		
$qf(t)$	$q(0)$	$q'(0) = i(0)$
C	C	A
0	5.00E-03	0

Muestre en la figura x los valores característicos.

**Insertar figura**

Figura x Valores característicos.

Muestre los comportamientos  $i(t)$  y  $q(t)$  en la figura xi.

**Insertar figura**

Figura xi  $i(t)$  y  $q(t)$ .

En la figura xii muestre los comportamientos  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK ( $LVK = e_R(t) + e_L(t) + e_C(t)$ ).

**Insertar figura**

Figura xii  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

En la figura xiii muestre los comportamientos  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura xiii  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

Y finalmente en la figura xiv muestre  $w_m(t)$ ,  $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

**Insertar figura**

Figura xiv  $w_m(t)$   $w_e(t)$  y  $w_T(t)$ .

Muestre los valores indicados en la tabla iii.

Tabla iii Frecuencia y periodo de las oscilaciones

f	T
Hz	s

Interpretación. El capacitor comienza completamente cargado cuando  $t = 0$ , y el flujo de corriente es 0. El campo eléctrico en el capacitor tiene un máximo, y toda la energía está almacenada allí. La corriente comienza a pasar, alcanzando un máximo cuando  $t = T/4$ . En este punto, el campo eléctrico en el capacitor es cero, y toda la energía esta almacenada en el campo magnético del inductor. Cuando  $t = T/2$ , el capacitor se encuentra de nuevo completamente cargado, pero con la carga positiva en la placa opuesta; la corriente es cero, y toda la energía regresa de nuevo al capacitor. El proceso comienza de nuevo en reversa, y toda la energía está de nuevo en el inductor, cuando  $t = 3T/4$ , cuando la corriente es máxima. Cuando  $t = T$ , el proceso completo se inicia de nuevo. Sin un resistor que disipe energía, la oscilación continuará eternamente.

**Solución:**

Definición del caso:

$(R/2L)^2$	$1/(LC)$
<b>0</b>	<b>400</b>

Caso 3

La corriente y la primera derivada de la corriente son:

$q(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t + q_f(t)$
$i(t) = C_1 [e^{\alpha t} (-\beta \sin \beta t) + \cos \beta t (\alpha e^{\alpha t})] + C_2 [e^{\alpha t} (\beta \cos \beta t) + \sin \beta t (\alpha e^{\alpha t})]$

Usando las condiciones iniciales se tiene:

0.005	=	$C_1$	1	+	$C_2$	0	+	0
0	=	$C_1$	0	+	$C_2$	20		

Por lo tanto:

$C_1$	$C_2$
0.005	0

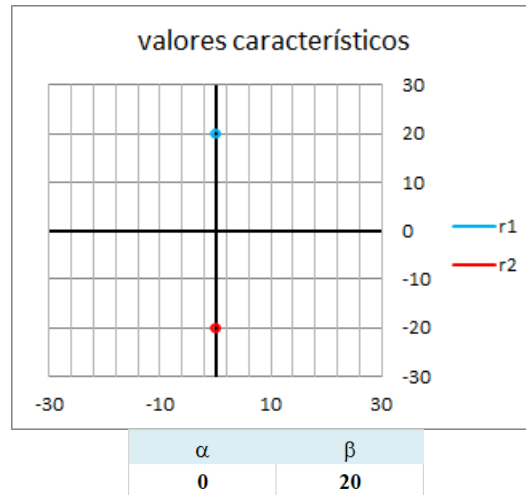


Figura x Valores característicos.

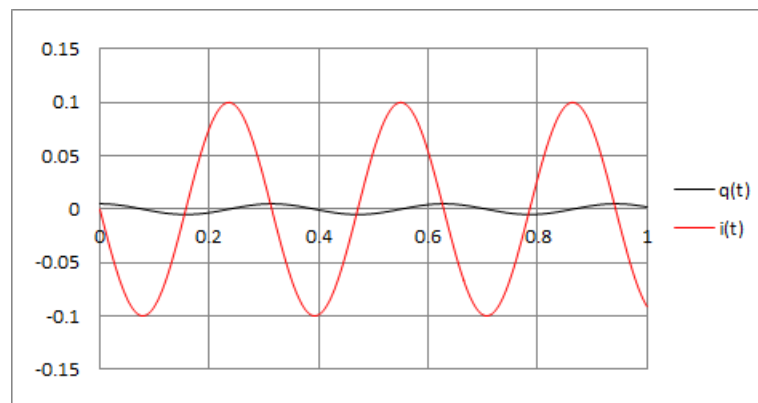


Figura xi  $i(t)$  y  $q(t)$ .

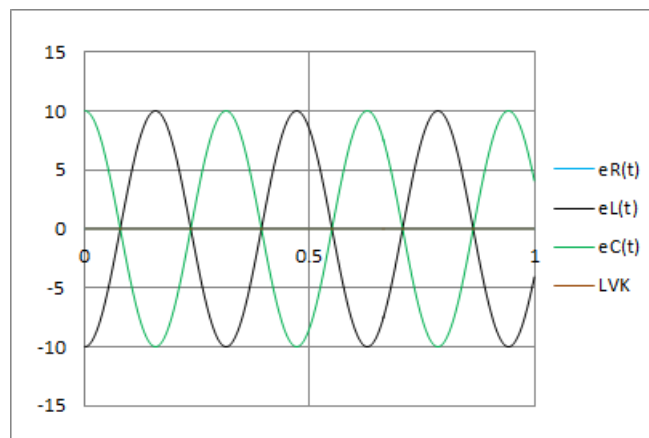


Figura xii  $e_R(t)$ ,  $e_L(t)$ ,  $e_C(t)$  y LVK.

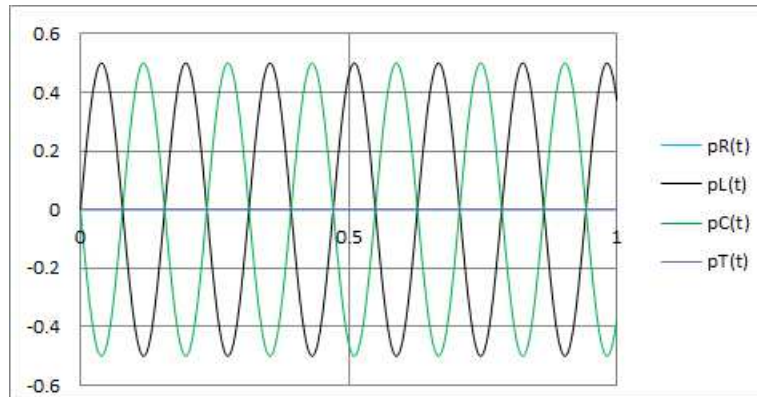


Figura **xiii**  $p_R(t)$ ,  $p_L(t)$ ,  $p_C(t)$  y  $p_T(t)$ .

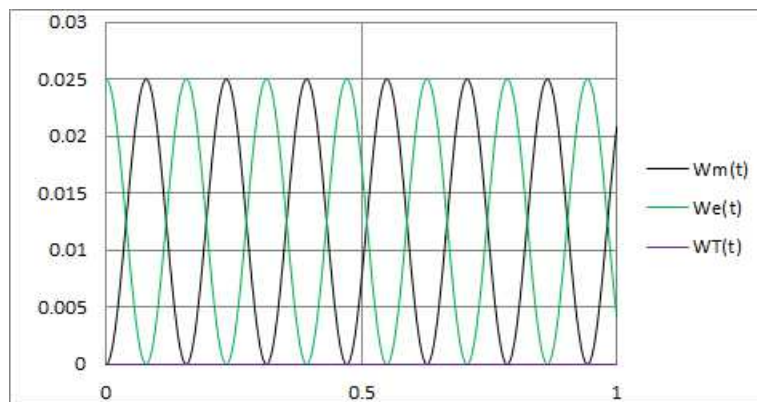


Figura **xiv**  $w_M(t)$ ,  $w_E(t)$  y  $w_T(t)$ .

Tabla **iii** Frecuencia y periodo de las oscilaciones

f	T
Hz	s
3.183	0.314

## Aprendizaje basado en retos

*Referencia:*

**Diseño del complemento:  
Reto 1, 2 y 3**

**“Tema 1”** de la asignatura **“Máquinas Eléctricas”**  
*M. C. José Alejandro Morones Alba*  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

Cualquier herramienta computacional se diseña en términos de un modelo matemático. La frase “analizar la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente mediante el uso de la herramienta computacional explica que hace, de tal manera que el estudiante tiene una idea certera sobre para que sirve. La frase “construcción de la herramienta computacional” se refiere que el profesor debe proponer el modelo matemático en análisis y posteriormente el estudiante construye la herramienta computacional, obviamente el profesor revisa y corrige (si hubiera errores) el trabajo del estudiante hasta que concreta lo que el profesor ha definido como final.

### **Reto 1 Análisis de la herramienta computacional “análisis transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna”**

Esta herramienta computacional tiene como base:

- 1 La herramienta computacional de la etapa 2 del **proyecto de asignatura** definido en el **Tema 4** y
- 2 El modelo matemático definido en el **complemento: Problema 1**.

Esta herramienta computacional considera el tiempo y el ángulo  $\alpha$  en el que la carga es conectada a la fuente de alimentación. La herramienta computacional permite analizar el efecto transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna. La figura **xv** muestra el diseño de la herramienta computacional.

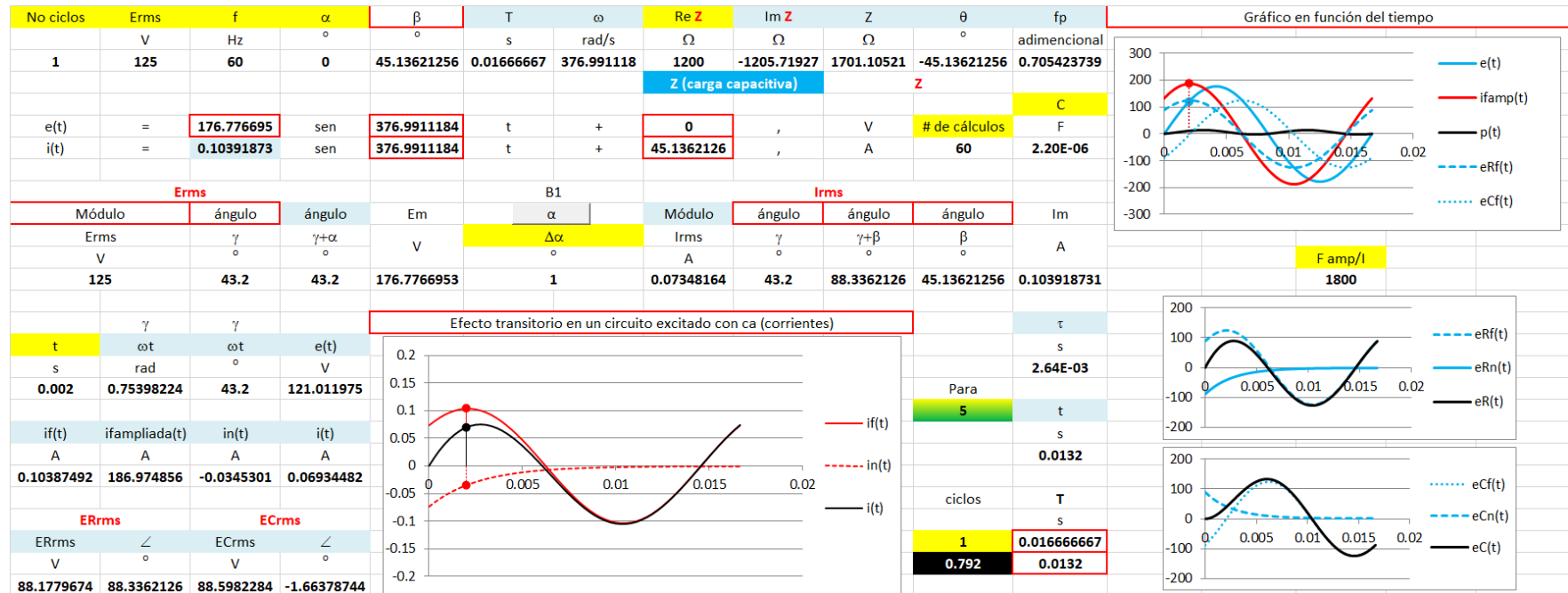


Figura xv Efecto transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna.  $\alpha = 0^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 0.792 ciclos.

El botón 1 (B1) permite ejecutar una simulación considerando que el ángulo  $\alpha$  cambia. Lo anterior es útil para analizar el impacto del efecto transitorio en la carga. La figura xvi muestra los resultados si  $\alpha = 30^\circ$ .

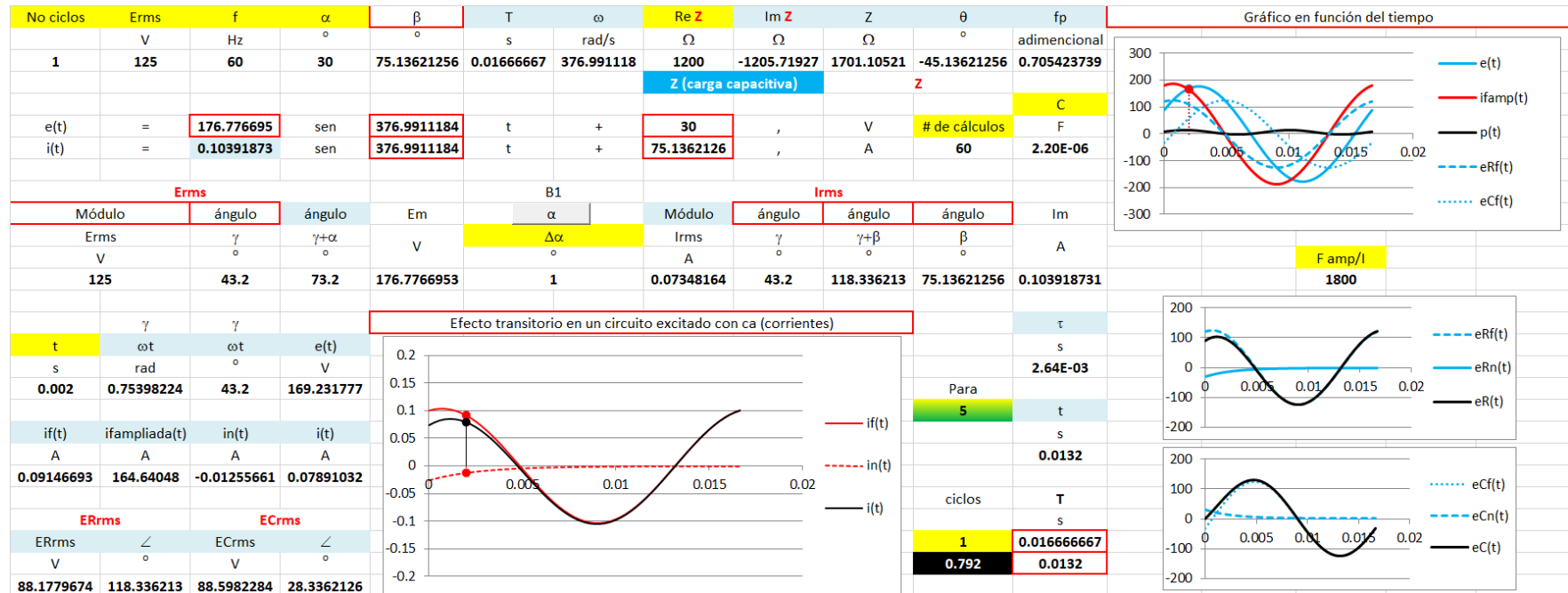


Figura xvi Efecto transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna.  $\alpha = 30^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 0.792 ciclos.

El segundo sumando de la ecuación ii es el transitorio con un factor de decrecimiento  $e^{-\frac{1}{RC}t}$ . La expresión entre corchetes de la ecuación ii es una constante, cuyo valor depende del momento del ciclo  $\alpha$  en el que se produce el cierre del circuito. Cuando  $\alpha = -\theta$  la constante vale 0 y la corriente pasa directamente en régimen permanente. La figura xvii muestra los resultados si  $\alpha = -\theta$ .

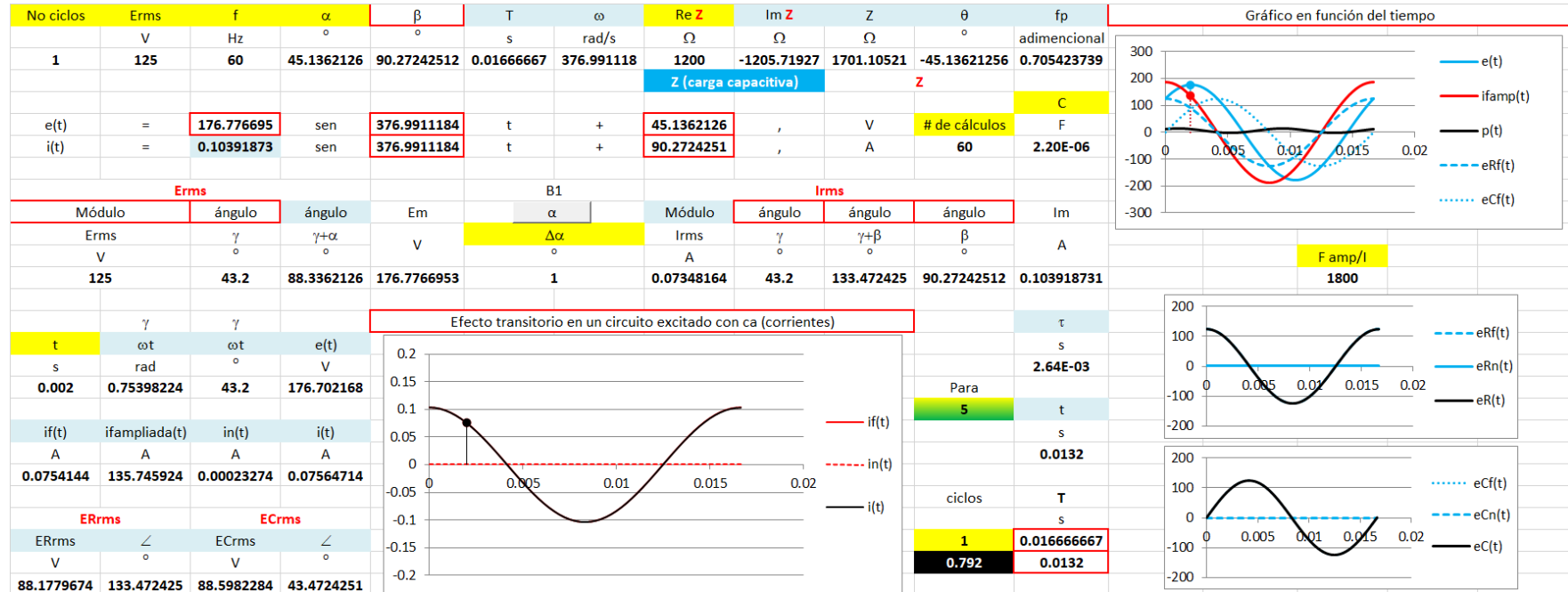


Figura xvii Efecto transitorio del circuito RC excitado con corriente alterna.  $\alpha = -\theta$ . La constante vale 0 y la corriente pasa directamente en régimen permanente.

## Reto 2 Construcción de la herramienta computacional “Análisis transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna”

Esta herramienta computacional tiene como base:

- 1 La herramienta computacional de la etapa 2 del **proyecto de asignatura** definido en el **Tema 4** y
- 2 El modelo matemático definido en el **complemento: Problema 2**.

Esta herramienta computacional considera el tiempo y el ángulo  $\alpha$  en el que la carga es conectada a la fuente de alimentación. La herramienta computacional permite analizar el efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna. La figura xviii muestra el diseño de la herramienta computacional.

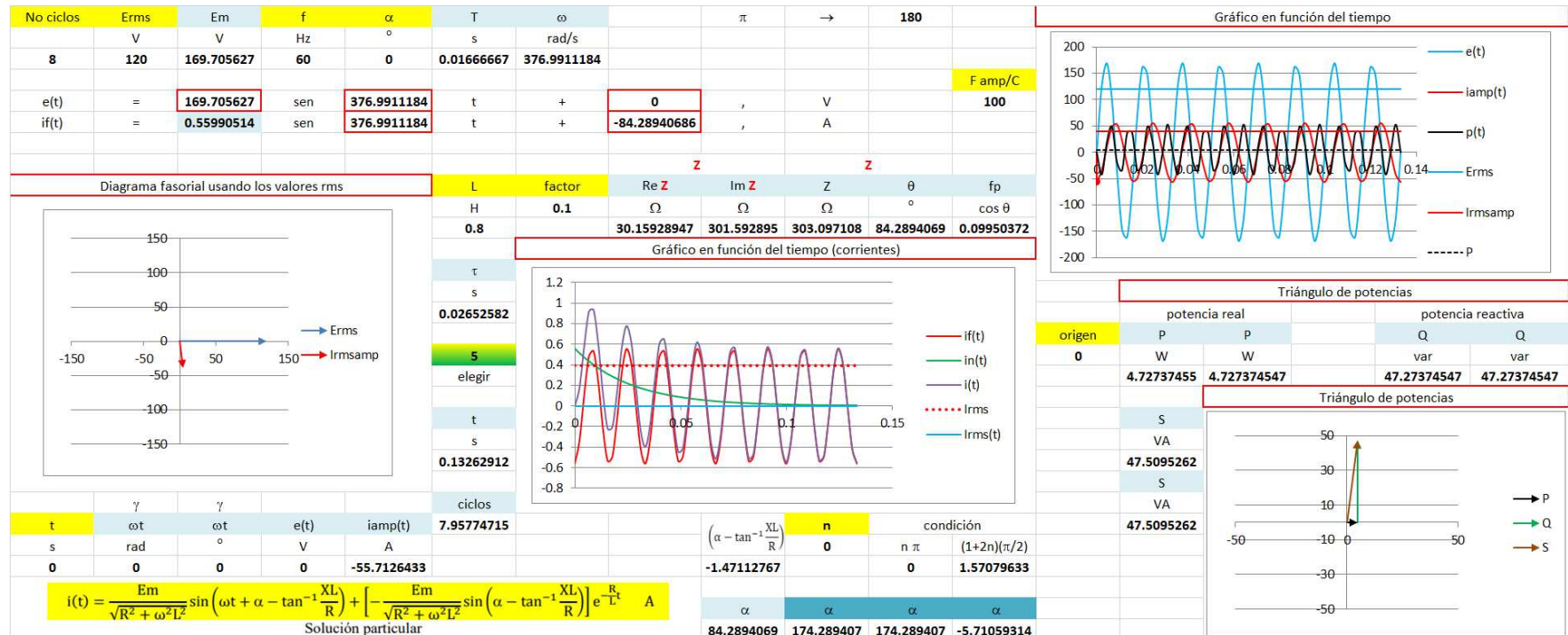


Figura xviii Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $\alpha = 0^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 7.957 ciclos (después de  $5\tau$  el régimen transitorio termina).

El segundo sumando de la ecuación iv contiene el factor  $e^{-\frac{R}{L}t}$  que se anula en un tiempo relativamente corto. La expresión entre corchetes es una constante, cuyo valor depende del momento del ciclo  $\alpha$  en el que se produce el cierre del circuito. Si  $(\alpha - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}) = n\pi$ , siendo  $n = 0,1,2,3,\dots$ , la constante vale 0 y la corriente pasa directamente en régimen permanente. Así, si  $n = 0$  y  $\alpha = 84.289^\circ$  los resultados son los que se muestran en la figura xix.

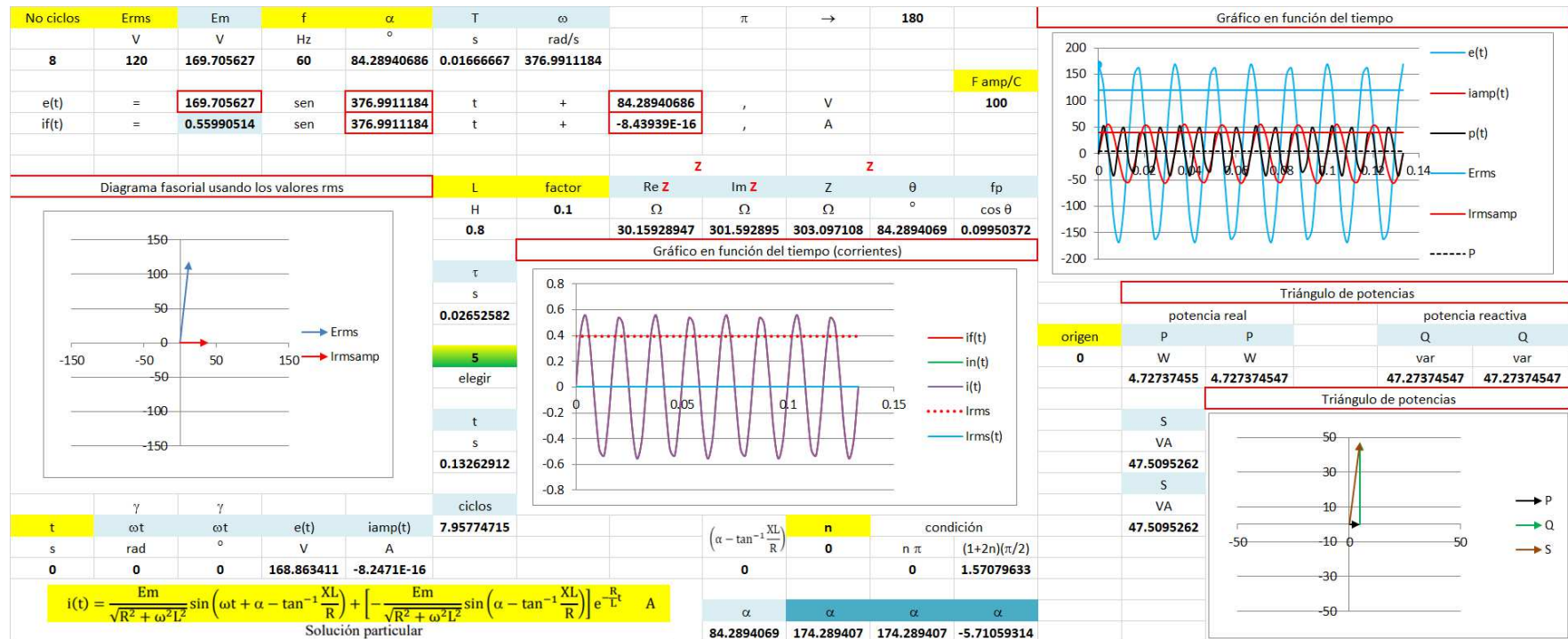


Figura xix Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $n = 0$  y  $\alpha = 84.289^\circ$ .

Si  $n = 1$  y  $\alpha = 264.289^\circ$  los resultados son los que se muestran en la figura xx.

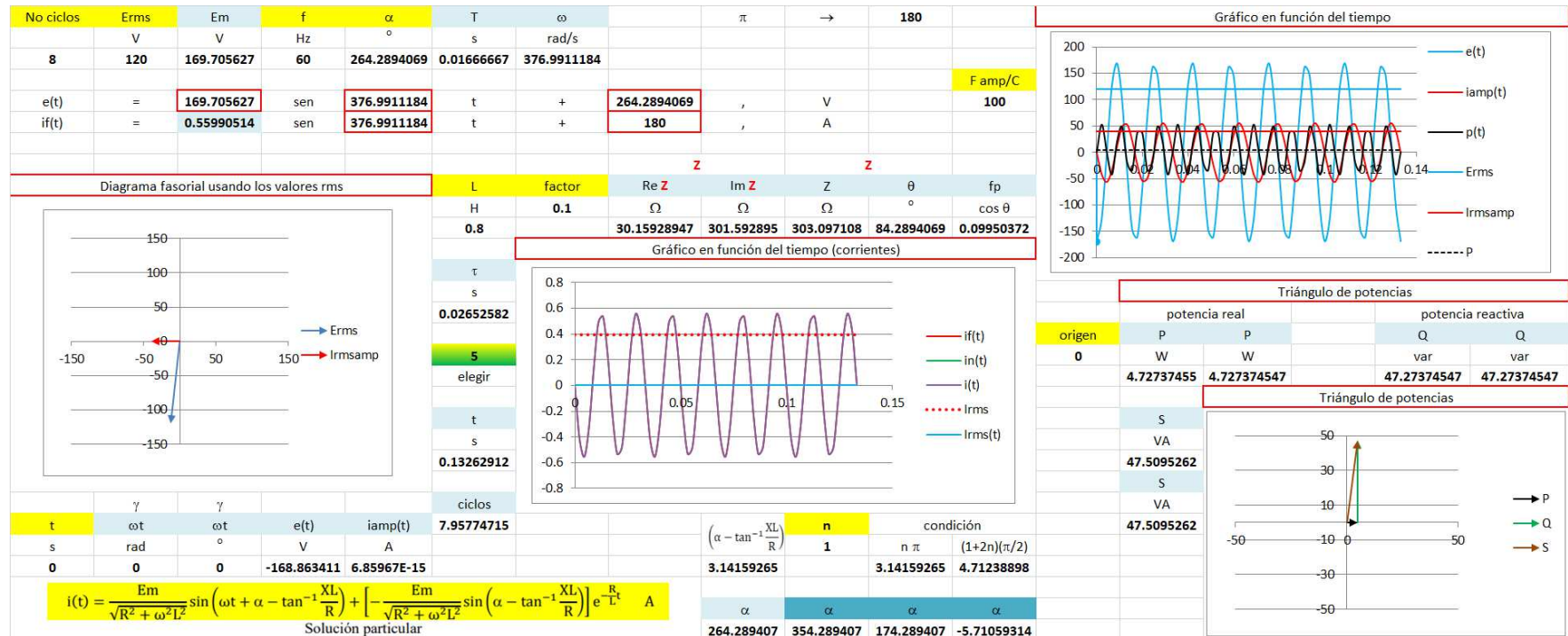


Figura xx Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $n = 1$  y  $\alpha = 264.289^\circ$ .

Si  $n = 2$  y  $\alpha = 444.289^\circ$  los resultados son los que se muestran en la figura xxi.

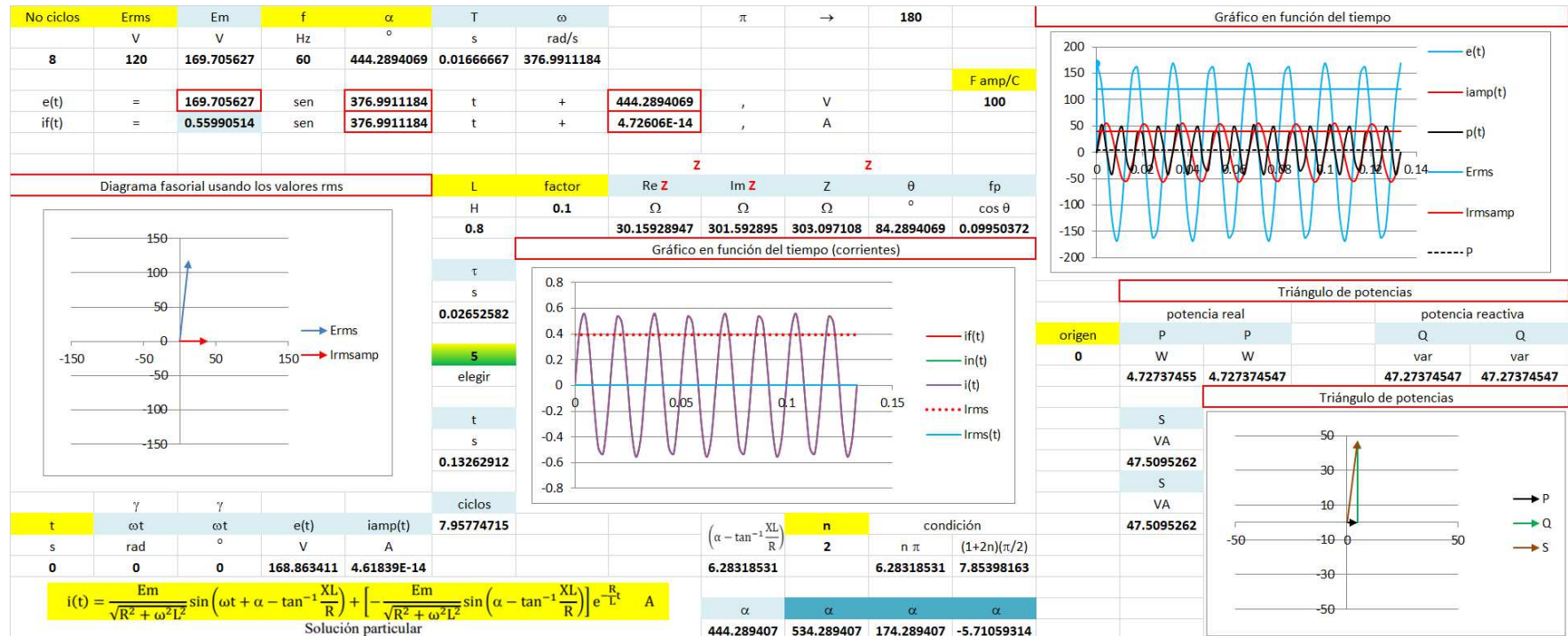


Figura **xxi** Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $n = 2$  y  $\alpha = 444.289^\circ$ .

Y si  $\left(\alpha - \tan^{-1} \frac{XL}{R}\right) = (1 + 2n) \frac{\pi}{2}$ , el régimen transitorio tendrá la máxima amplitud posible. Si  $n = 0$  y  $\alpha = 174.289^\circ$  los resultados son los que se muestran en la figura **xxii**.

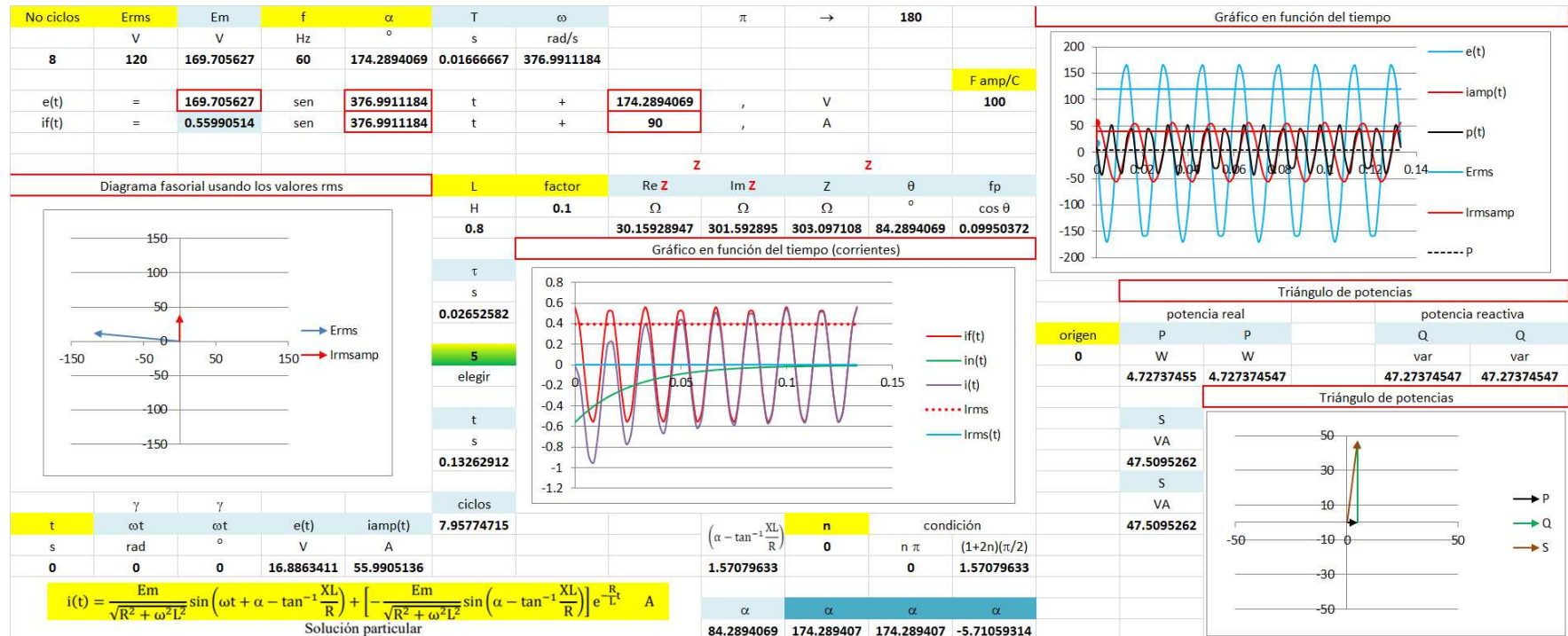


Figura xxii Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $n = 0$  y  $\alpha = 174.289^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 7.957 ciclos (después de  $5\tau$  el régimen transitorio termina).

Si  $n = 1$  y  $\alpha = 354.289^\circ$  los resultados son los que se muestran en la figura xxiii.

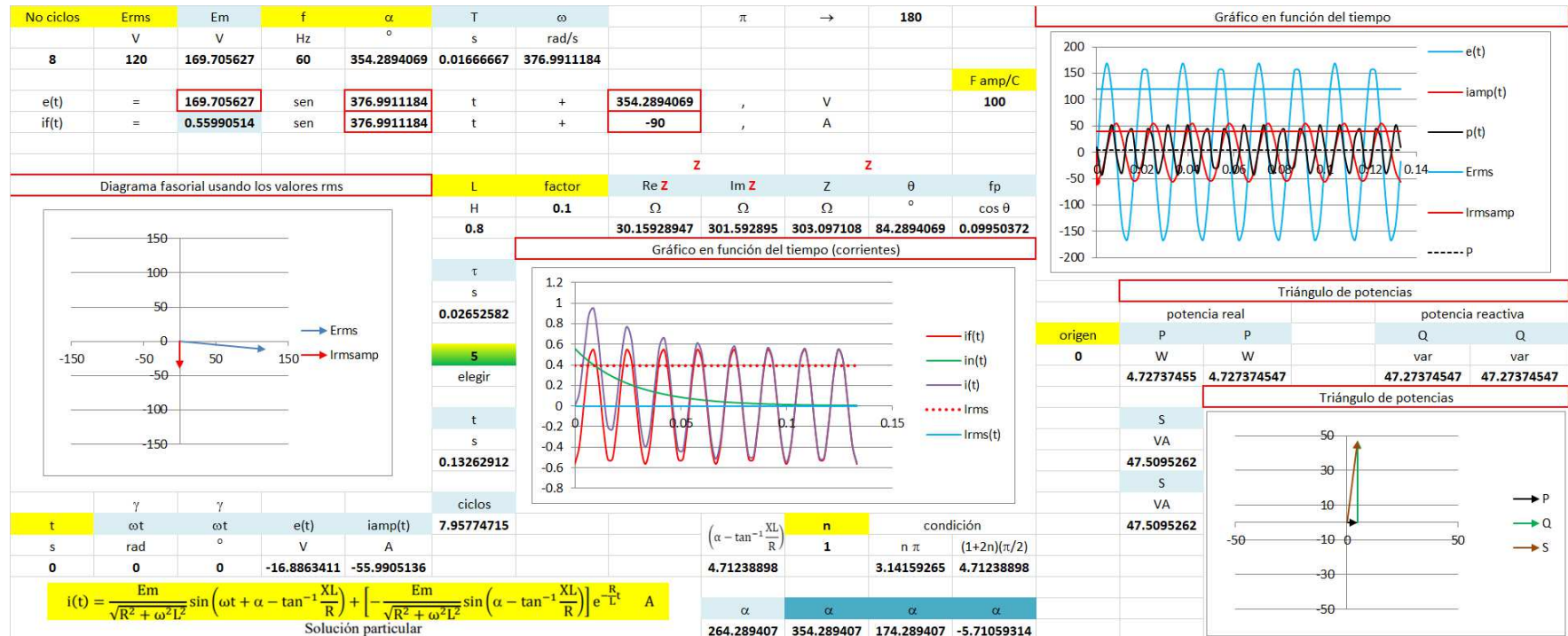


Figura xxiii Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $n = 1$  y  $\alpha = 354.289^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 7.957 ciclos (después de  $5\tau$  el régimen transitorio termina).

Si  $n = 2$  y  $\alpha = 534.289^\circ$  los resultados son los que se muestran en la figura xxiv.

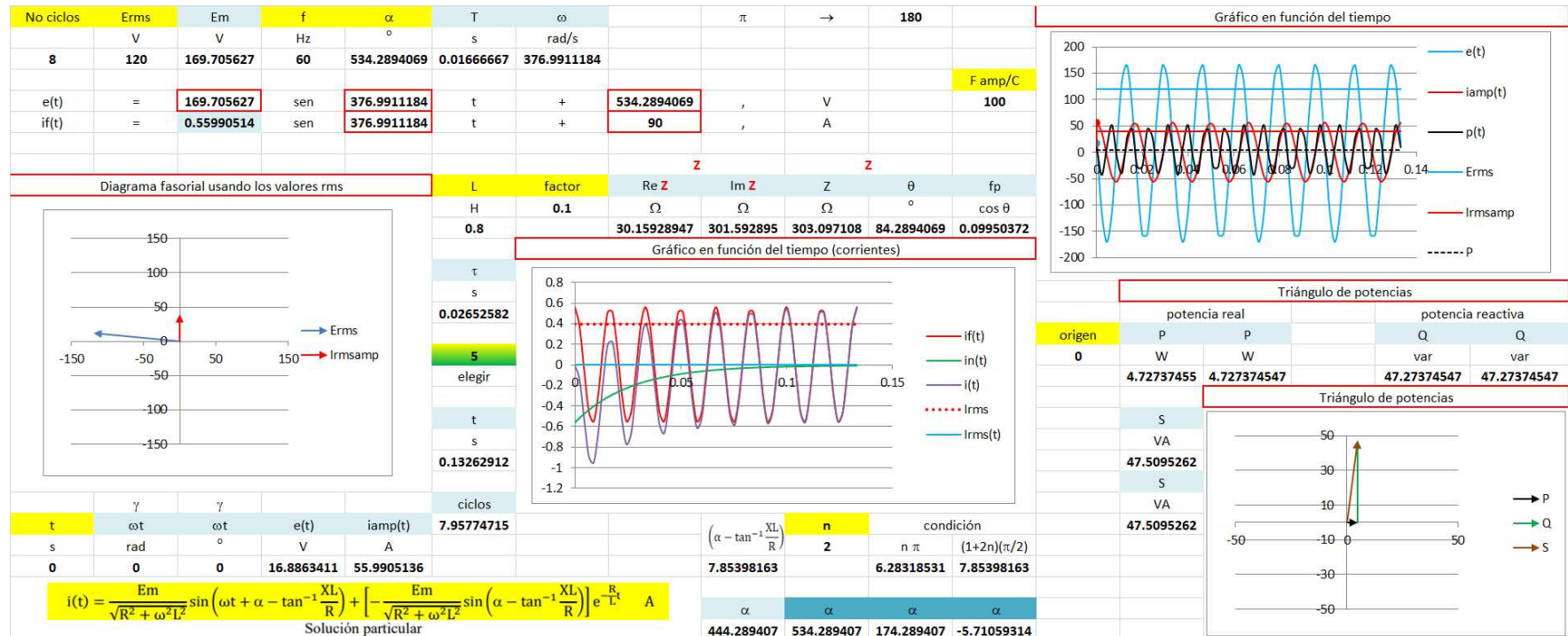


Figura xxiv Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $n = 2$  y  $\alpha = 534.289^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 7.957 ciclos (después de  $5\tau$  el régimen transitorio termina).

Los resultados de la figura xxiii también se pueden obtener si  $\alpha$  se calcula como  $\alpha = \theta - 90^\circ$  (para este cálculo no importa cuál es el valor de  $n$ ). Si  $\alpha = -5.710^\circ$  los resultados son los que se muestran en la figura xxv.

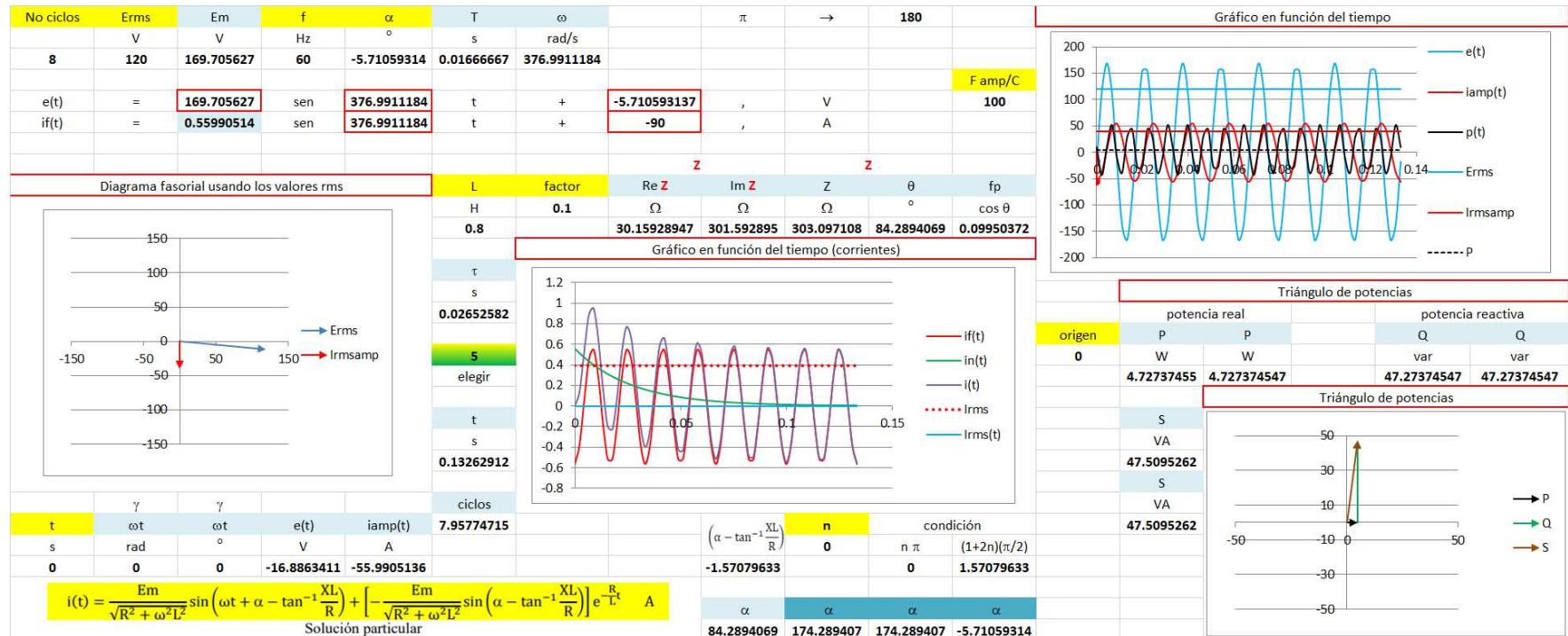


Figura xxv Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $\alpha = -5.710^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 7.957 ciclos (después de  $5\tau$  el régimen transitorio termina).

Estamos[1] interesados principalmente en la corriente más grande, por lo que se elige  $\alpha = \theta - \frac{\pi}{2}$ , entonces la solución particular se convierte en:

$$i(t) = I_m \left[ \sin(\omega t + \alpha - \theta) - \sin(\alpha - \theta) e^{-\frac{R}{L}t} \right]$$

$$i(t) = I_m \left[ \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) - \sin \left( -\frac{\pi}{2} \right) e^{-\frac{R}{L}t} \right]$$

$$i(t) = I_m \left[ \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) + e^{-\frac{R}{L}t} \right]$$

El valor rms de  $i(t)$  resulta interesante. Puesto que  $i(t)$  no es estrictamente periódica, su valor rms no está definido con claridad. Sin embargo, al tratar el término exponencial como constante, se amplía el concepto rms para calcular  $I_{rms}(t)$  con la respuesta natural máxima como sigue:

$$I_{rms}(t) = \sqrt{\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(I_m e^{-\frac{R}{L}t}\right)^2}$$

$$I_{rms}(t) = \sqrt{I_{rms}^2 + \left(I_{rms}\sqrt{2} e^{-\frac{R}{L}t}\right)^2}$$

$$I_{rms}(t) = \sqrt{I_{rms}^2 \left(1 + 2 e^{-2\frac{R}{L}t}\right)}$$

$$I_{rms}(t) = I_{rms} \sqrt{1 + 2 e^{-2\frac{R}{L}t}} \quad \text{A}$$

v

La ecuación v es la corriente más grande (régimen transitorio a su máxima amplitud posible) que un amperímetro ve conectándolo al circuito de la figura ii. El uso de la ecuación v y su resultado se muestra en la figura xxvi.

[1] *POWER SYSTEM, ANALYSIS & DESIGN*,  
 J. Duncan Glover, Mulukutla S. Sarma, Thomas J. Oberbye  
 Cengage Learning  
 ISBN-13: 978-1-111-42579-1, ISBN-10: 1-111-42579-5

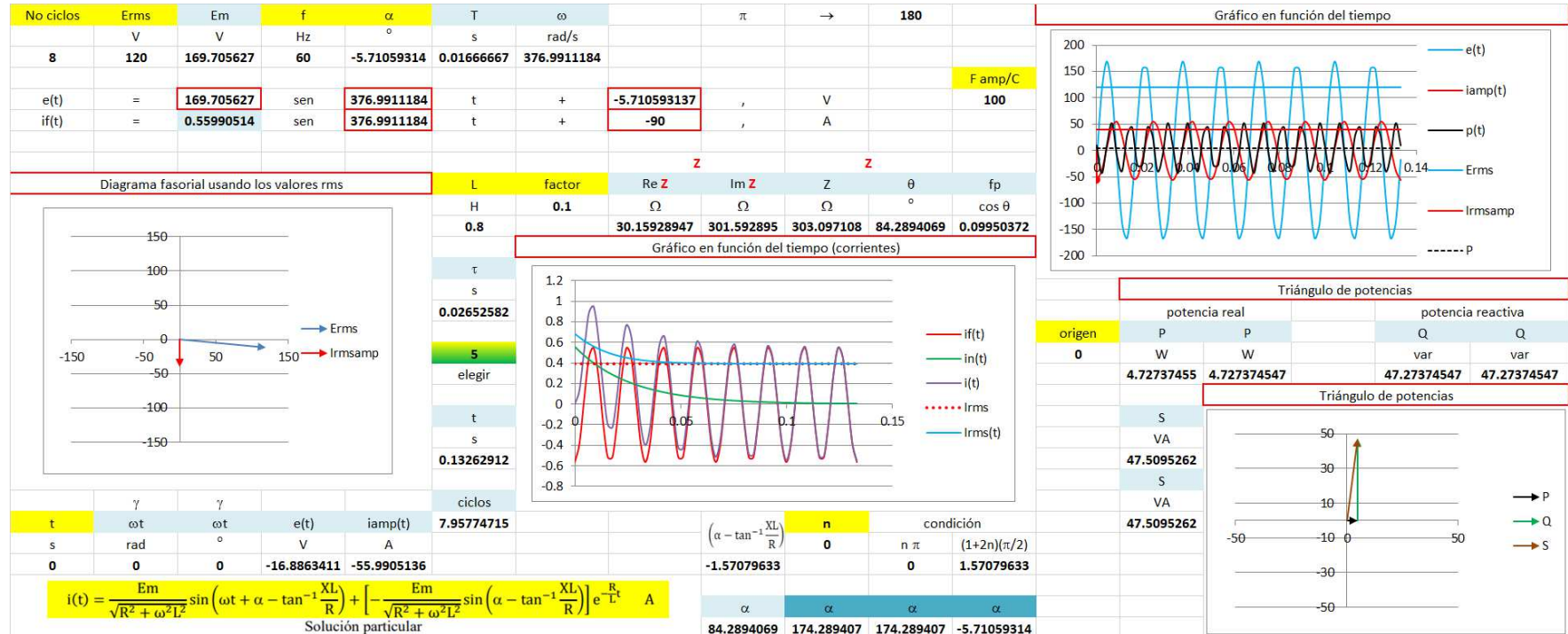


Figura xxvi Efecto transitorio del circuito RL excitado con corriente alterna.  $\alpha = -5.710^\circ$ . La corriente se estabiliza en un tiempo de 0.0132s o 7.957 ciclos (después de  $5\tau$  el régimen transitorio termina). El gráfico en función del tiempo que muestra las corrientes también muestra la función  $Irms(t)$ .

### Reto 3 Construcción de la herramienta computacional “Análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque”

Este complemento educacional es la conclusión del **proyecto de asignatura** definido en el **Tema 4**. Esta herramienta computacional es el **complemento: Reto 2** con la ampliación mostrada en la figura xxvii. La herramienta computacional ampliada permite analizar el efecto transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque.



## Rúbrica para evaluar la práctica de laboratorio

### Portada

La portada debe contener:

1. Nombre de la institución
2. Carrera
3. Número y nombre la práctica
4. Nombre de los estudiantes
5. Nombre del profesor
6. Fecha de entrega

En el encabezado aparece mi nombre, esto es así porque un servidor diseño la propuesta. Cuando ustedes envíen su documento deberán quitar mi nombre e incluir el encabezado (si desean incluirlo), pie de página (si desean incluirlo), logotipos (si desean incluirlos).

### **Introducción**

Lo que se indique en la práctica.

20%

### **Objetivos**

Incluir los objetivos indicados en la práctica.

### **Material y equipo**

Incluir la lista indicada en la práctica mencionando las especificaciones técnicas del equipo.

### **Discusión de resultados:**

Al reportar resultados calculados de las prácticas de laboratorio deben utilizar 3 cifras de precisión.

1 Deben respetar la propuesta metodológica de la práctica para mostrar resultados sin tener que repetir la redacción de los procedimientos y sin mostrar los circuitos eléctricos.

30%

2 Deben hacer observaciones (2 o más por objetivo) de los experimentos propuestos en los procedimientos (*esta redacción es en equipo*). Estas observaciones se indican en cada objetivo.

10%

### **Conclusiones**

Deben incluir conclusiones por objetivos y son individuales.

Cada conclusión debe ser redactada en un párrafo de 5 renglones completos (el espaciamiento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman).

La conclusión es una redacción técnica haciendo referencia a la introducción, ecuaciones, cálculos y comportamientos gráficos.

20%

### **Demostración práctica**

Deben redactar en cada objetivo (sin incluir diagramas eléctricos, cálculos, etc) que fue lo que se hizo y que interpretas de la demostración práctica del objetivo (*esta redacción es en equipo*). Cada demostración práctica debe ser redactada en un párrafo de 8 renglones completos (el espaciamiento, tamaño y tipo de letra a considerar es: espacio sencillo, 10 arial o times new roman). Esta sección depende de lo que haga un servidor en las demostraciones prácticas ejecutadas en el laboratorio.

20%

## Aprendizaje basado en prácticas de laboratorio

### Práctica 1

#### *Análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque*

Para esta práctica se emplea el **complemento: Reto 3**.

Objetivo:

- 1 Analizar y determinar la corriente de arranque de un motor de inducción con condensador de arranque.

### Introducción

Muestre en la figura **a, b y c** las herramientas computacionales utilizadas en este complemento.

#### **Insertar figura**

Figura **a Etapa 1** del **proyecto de asignatura**.  
Características principales de la corriente alterna.

#### **Insertar figura**

Figura **b Etapa 2** del **proyecto de asignatura**.  
Funcionamiento del circuito resistivo, inductivo y capacitivo.

#### **Insertar figura**

Figura **c Etapa 3** del **proyecto de asignatura**.  
Análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque

### Material y equipo utilizado

Equipo Lab-Volt:

- 1 Motor con condensador de arranque EMS8251 ✓
- 1 Electrodinamómetro EMS8911 ✓

Equipo ULE:

- 1 Módulo de suministro de potencia (mesa ULE)

Otros:

- 1 Amperímetro de gancho
- 1 Wattmetro-varmetro
- 1 Multímetro
- 1 Tacómetro
- 1 Banda
- Cables

### Metodología

Analice la figura d contenida en las sugerencias didácticas del **complemento: Práctica 1 Tema 2**. Para este complemento educacional use el circuito A empleando cualquiera de las fases y el neutro (terminales) para disponer de una tensión de  $\frac{220}{\sqrt{3}} = 127V$ .

El motor de inducción con condensador de arranque del sistema electromecánico Lab-Volt EMS8251 empleado en este complemento se muestra en la figura d.



Figura d Motor con condensador de arranque del sistema electromecánico Lab-Volt EMS8251.  
Características: 175W, 1715rpm, 120V, 4.6A. 60Hz, 1 $\phi$ .

El electrodinamómetro del sistema electromecánico Lab-Volt EMS8251 empleado en este complemento se muestra en la figura e. La función de esta máquina eléctrica es ser una carga mecánica para el motor con condensador de arranque.



Figura e Electro-dinamómetro del sistema electromecánico Lab-Volt EMS8251.  
Características: Velocidad: 0-5000rpm, Par: 0 - 27lb $_r$ •plg

## Objetivo 1

a) Conecte el circuito de la figura f. Prueba de vacío. Use el amperímetro de gancho y conecte el wattmetro-vármetro al circuito. El wattmetro-vármetro debe ver las potencias activa y reactiva de los dos devanados. Cierre el interruptor s y mida los valores indicados en la tabla a.

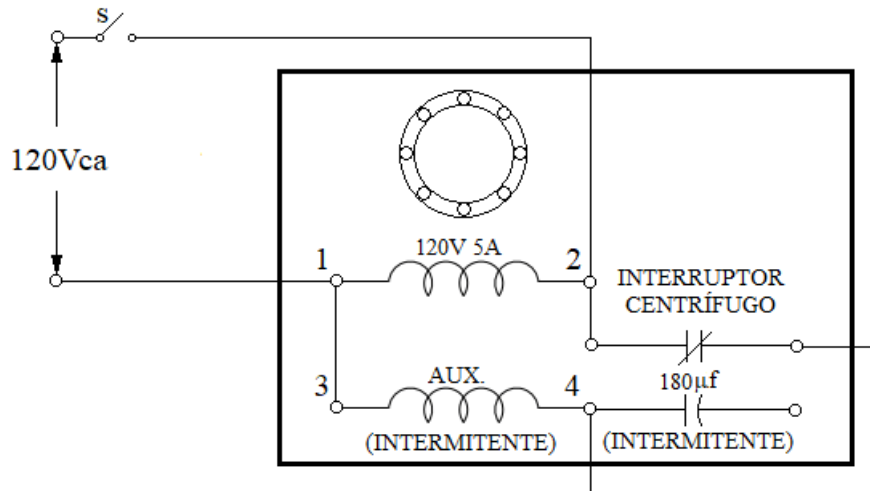


Figura f Conexión del motor monofásico de fase hendida.

Tabla a Valores medidos. Prueba de vacío.

E V	I A	P W	Q var	n <sub>0</sub> rpm

Abra el interruptor s y desconecte la fuente de alimentación (mediante su interruptor).

Calcule los valores indicados en la tabla b.

Tabla b Valores calculados. Impedancia del motor monofásico de fase hendida.

Prueba de vacío.

R <sub>motor0</sub> Ω	X <sub>motor0</sub> Ω

b) Prueba a rotor bloqueado. Acople el electrodinamómetro al motor monofásico de fase hendida mediante la banda, conecte el electrodinamómetro a otra de las fases y neutro (terminales) del circuito A y gire la perilla del electrodinamómetro a su extrema derecha para proporcionar la carga máxima. Cierre el interruptor s y mida los valores indicados en la tabla c.

Tabla c Valores medidos. Prueba a rotor bloqueado.

I A	P W	Q var	n <sub>rb</sub> rpm

Abra el interruptor s y desconecte la fuente de alimentación (mediante su interruptor).

Calcule los valores indicados en la tabla **d**.

Tabla **d** Valores calculados. Impedancia del motor monofásico de fase hendida.

Prueba a rotor bloqueado.

$R_{\text{motorrb}}$	$X_{\text{motorrb}}$
$\Omega$	$\Omega$

**c)** Puesto que la impedancia del motor monofásico de fase hendida cambia a medida que la máquina se acelera se propone un procedimiento simple que permita conocer la impedancia en función de la velocidad.

Calcule  $\Delta R$  y  $\Delta X$  y registre los resultados en la tabla **e**.

Tabla **e** Valores calculados.  $\Delta R$  y  $\Delta X$ .

$\Delta R = (R_{\text{motorrb}} - R_{\text{motor0}}) / 10$	$\Delta X = (X_{\text{motorrb}} - X_{\text{motor0}}) / 10$
$\Omega$	$\Omega$

Calcule  $\Delta n$  y registre el resultado en la tabla **f**.

Tabla **f** Valores calculados.  $\Delta n$ .

$\Delta n = (n_{\text{rb}} - n_0) / 10$
rpm

En la tabla **g** muestre las impedancias y las velocidades correspondientes. Los valores correspondientes al dato 1 son los valores de la prueba de vacío (tablas **a** y **b**) y los valores correspondientes al dato 11 son los valores a rotor bloqueado (tablas **c** y **d**).

Tabla **g** Valores calculados. Impedancias y velocidades.

dato	R $\Omega$	X $\Omega$	n rpm
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			

Para las metodologías **d**, **e** y **f** use el **complemento: Reto 3**.

d)

Use el dato 1 de la tabla g para mostrar en la figura g el gráfico en función del tiempo (corrientes) y en la figura h el triángulo de potencias. En la tabla h registre  $I_{rms}$  e  $I_{rms}(0)$ ,  $I_{rms}(0)$  es el valor  $I_{rms}(t)$  para el tiempo 0; es decir, es la corriente más alta que el efecto transitorio alcanza.

**Insertar figura**

Figura g Gráfico en función del tiempo (corrientes). Dato 1.

**Insertar figura**

Figura h Triángulo de potencias. Dato 1.

Tabla h  $I_{rms}$  e  $I_{rms}(0)$ . Dato 1.

$I_{rms}$ A	$I_{rms}(0)$ A

Use el dato 5 de la tabla g para mostrar en la figura i el gráfico en función del tiempo (corrientes) y en la figura j el triángulo de potencias. En la tabla i registre  $I_{rms}$  e  $I_{rms}(0)$ .

**Insertar figura**

Figura i Gráfico en función del tiempo (corrientes). Dato 5.

**Insertar figura**

Figura j Triángulo de potencias. Dato 5.

Tabla i  $I_{rms}$  e  $I_{rms}(0)$ . Dato 5.

$I_{rms}$ A	$I_{rms}(0)$ A

Use el dato 11 de la tabla g para mostrar en la figura k el gráfico en función del tiempo (corrientes) y en la figura l el triángulo de potencias. En la tabla j registre  $I_{rms}$  e  $I_{rms}(0)$ .

**Insertar figura**

Figura k Gráfico en función del tiempo (corrientes). Dato 11.

**Insertar figura**

Figura l Triángulo de potencias. Dato 11.

Tabla j  $I_{rms}$  e  $I_{rms}(0)$ . Dato 11.

$I_{rms}$ A	$I_{rms}(0)$ A

e) Registre en la tabla k los valores calculados  $I_{rms}$  e  $I_{rms}(0)$  para los 11 datos. Calcule el valor promedio  $I_{rmsp}$  ( $I_{rmsp} = \frac{I_{rms}(0) - I_{rms}}{2}$ ) y registre los valores en la tabla k.

Tabla k Valores calculados. Irms, Irms(0) e Irmsp.

dato	Irms A	Irms(0) A	Irmsp A
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			

f) Grafique y muestre en la figura m los comportamientos Irms vs n t, Irms(0) vs n e Irmsp vs n. La corriente Irmsp es la corriente que un amperímetro ve conectándolo al motor cuando la máquina eléctrica arranca y logra su condición de vacío.

**Insertar gráfica**

Figura m Comportamientos Irms vs n t, Irms(0) vs n e Irmsp vs n.

**P1** ¿En cuánto tiempo el motor monofásico de fase hendida se estabiliza? Explique.

**P2** ¿Cuál es el valor de la inductancia del motor para los datos 1 y 11?

g)

Grafique y muestre en la figura n el gráfico en función del tiempo  $eRn(t)$ ,  $eRf(t)$  y  $eR(t)$  para el dato 1 y 11.

<b>Insertar gráfica</b> Dato 1	<b>Insertar gráfica</b> Dato 11
-----------------------------------	------------------------------------

Figura n Gráfico en función del tiempo  $eRn(t)$ ,  $eRf(t)$  y  $eR(t)$  para el dato 1 y 11.

Grafique y muestre en la figura o el gráfico en función del tiempo  $eXn(t)$ ,  $eXf(t)$  y  $eX(t)$  para el dato 1 y 11.

<b>Insertar gráfica</b> Dato 1	<b>Insertar gráfica</b> Dato 11
-----------------------------------	------------------------------------

Figura o Gráfico en función del tiempo  $eXn(t)$ ,  $eXf(t)$  y  $eX(t)$  para el dato 1 y 11.

**Sugerencias didácticas**

Las metodologías a y b en realidad se ejecutan empleando el motor monofásico de fase hendida.

En particular en la metodología **b** lo que busca es que el motor monofásico de fase hendida desarrolle un par mecánico pequeño ( $\approx 14 \text{ lb}_f \cdot \text{plg}$ ) comparado con el par mecánico que desarrolla el motor con condensador de arranque ( $\approx 23 \text{ lb}_f \cdot \text{plg}$ ). Lo anterior permite que el freno (electrodinamometro) efectivamente bloquee el rotor. La corriente de arranque del motor de fase hendida ( $\approx 25 \text{ A}$ ) es superior a la corriente de arranque del motor con condensador de arranque ( $\approx 17 \text{ A}$ ).

Construir el **complemento: Reto 3** para analizar y comprender el análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque es importante porque permite analizar el modelo matemático propuesto por el profesor y aplicarlo satisfactoriamente a la práctica de laboratorio. La herramienta computacional ofrece resultados al instante (cálculos y gráficas de los comportamientos de las variables involucradas), lo que permite discutir al momento con el alumno para que se apodere del conocimiento.

El diseño de este complemento es una propuesta para tratar de analizar el efecto transitorio en el motor monofásico de fase hendida y aplicar el **complemento: Reto 2**.

### **Reporte del equipo:**

Ver la rúbrica para evaluar prácticas de laboratorio.

*Referencia:*

### **Diseño del complemento: Práctica 1**

**“Tema 5”** de la asignatura **“Circuitos Eléctricos I”**  
*M. C. José Alejandro Morones Alba*  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica del  
Instituto Tecnológico de Aguascalientes, 2025

---

## **Anexo**

### **Solución de las prácticas de laboratorio**

## Práctica 1

### Análisis transitorio en el motor de inducción monofásico con condensador de arranque

#### Discusión de resultados:

#### Objetivo 1

a)

Tabla a Valores medidos. Prueba de vacío.

E V	I A	P W	Q var	n <sub>0</sub> rpm
126.4	4.1	100	501	1790

Tabla b Valores calculados. Impedancia del motor monofásico de fase hendida.

Prueba de vacío.

R <sub>motor0</sub> Ω	X <sub>motor0</sub> Ω
5.948	29.803

b)

Tabla c Valores medidos. Prueba a rotor bloqueado.

I A	P W	Q var	n <sub>rb</sub> rpm
23.5	2610	1410	0

Tabla d Valores calculados. Impedancia del motor monofásico de fase hendida.

Prueba a rotor bloqueado.

R <sub>motorrb</sub> Ω	X <sub>motorrb</sub> Ω
4.726	2.553

c)

Tabla e Valores calculados. ΔR y ΔX.

$\Delta R = (R_{\text{motorrb}} - R_{\text{motor0}})/10$ Ω	$\Delta X = (X_{\text{motorrb}} - X_{\text{motor0}})/10$ Ω
0.122	2.725

Tabla f Valores calculados. Δn.

$\Delta n = (n_{\text{rb}} - n_0)/10$ rpm
179

Tabla g Valores calculados. Impedancias y velocidades.

dato	R $\Omega$	X $\Omega$	n rpm
1	4.726	2.553	0
2	4.848	5.278	179
3	4.970	8.003	358
4	5.092	10.728	537
5	5.215	13.453	716
6	5.337	16.178	895
7	5.459	18.903	1074
8	5.582	21.628	1253
9	5.704	24.353	1432
10	5.826	27.078	1611
11	5.948	29.803	1790

d)

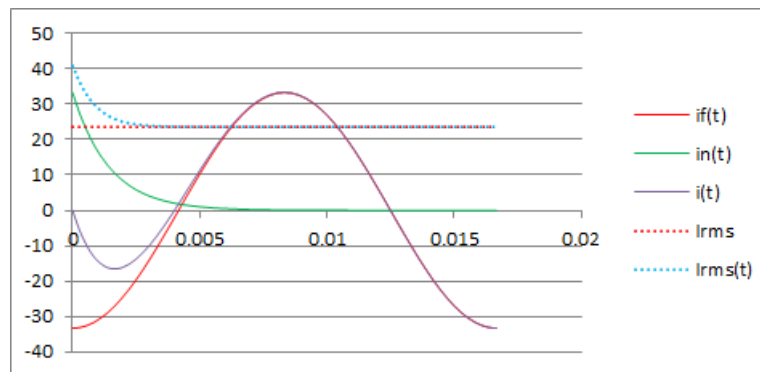


Figura g Gráfico en función del tiempo (corrientes). Dato 1.

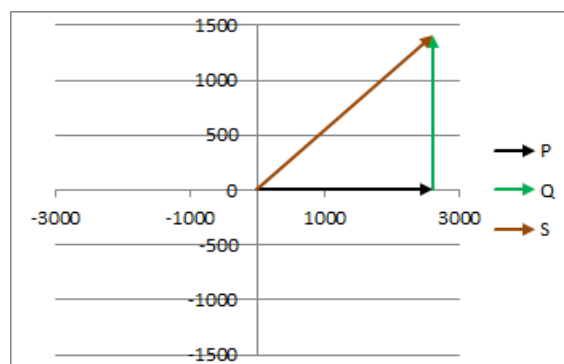


Figura h Triángulo de potencias. Dato 1.

Tabla h Irms e Irms(0). Dato 1.

Irms A	Irms(0) A
23.530	40.756

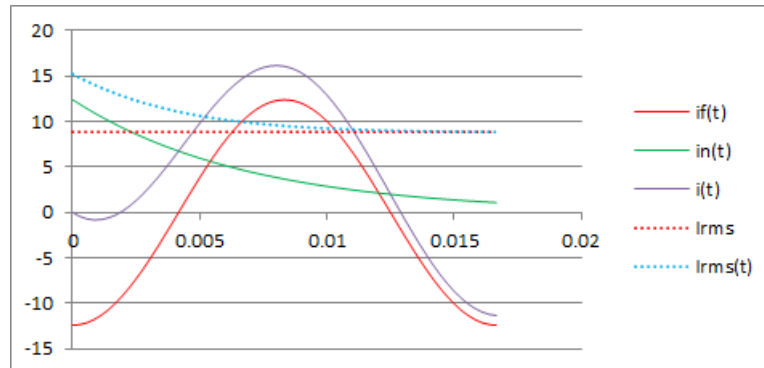


Figura i Gráfico en función del tiempo (corrientes). Dato 5.

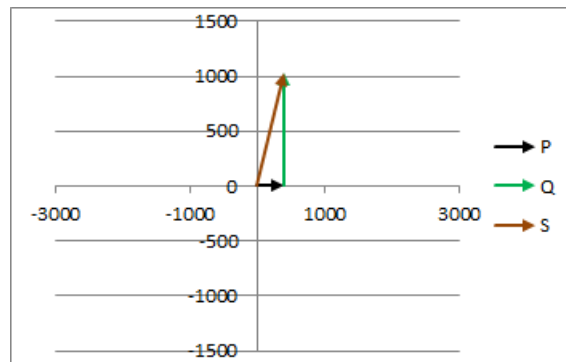


Figura j Triángulo de potencias. Dato 5.

Tabla i Irms e Irms(0). Dato 5.

Irms A	Irms(0) A
8.760	15.173

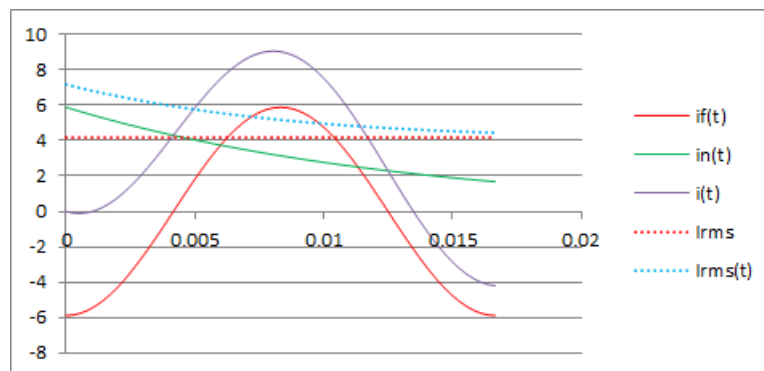


Figura k Gráfico en función del tiempo (corrientes). Dato 11.

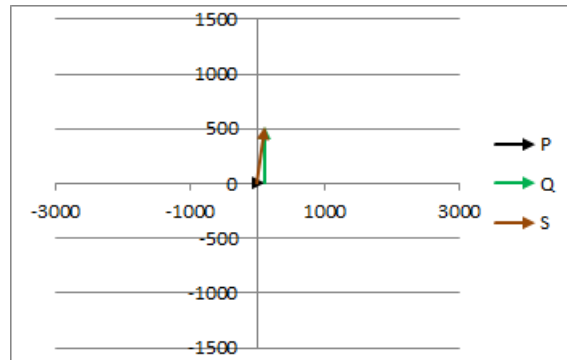


Figura l Triángulo de potencias. Dato 11.

Tabla j Irms e Irms(0). Dato 11.

Irms A	Irms(0) A
4.159	7.203

e)

Tabla k Valores calculados. Irms, Irms(0) e Irmsp.

dato	Irms A	Irms(0) A	Irmsp A
1	23.530	40.756	32.143
2	17.636	30.546	24.091
3	13.416	23.237	18.327
4	10.643	18.435	14.539
5	8.760	15.173	11.966
6	7.419	12.850	10.135
7	6.424	11.126	8.775
8	5.658	9.801	7.729
9	5.053	8.752	6.903
10	4.563	7.904	6.233
11	4.159	7.203	5.681

f)

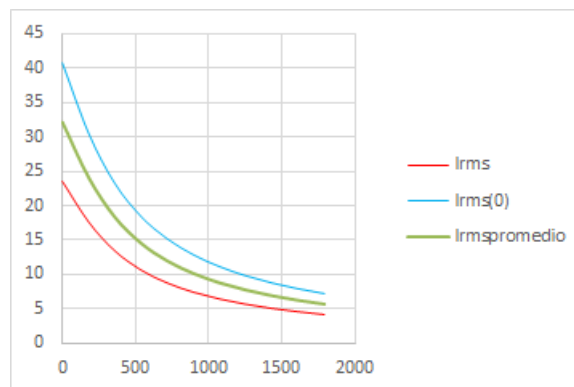


Figura m Comportamientos Irms vs n t, Irms(0) vs n e Irmsp vs n.

**P1** ¿En cuánto tiempo el motor monofásico de fase hendida se estabiliza? La constante de tiempo cambia puesto que la resistencia e inductancia cambian a medida que el motor se acelera. El tiempo necesario para que el motor se estabilice para el dato 1 es 0.007s (0.429 ciclos) y el tiempo necesario para que el motor se estabilice para el dato 11 es 0.0664s (3.986 ciclos)

**P2** ¿Cuál es el valor de la inductancia del motor para los datos 1 y 11? 0.006H y 0.079H respectivamente.

g)

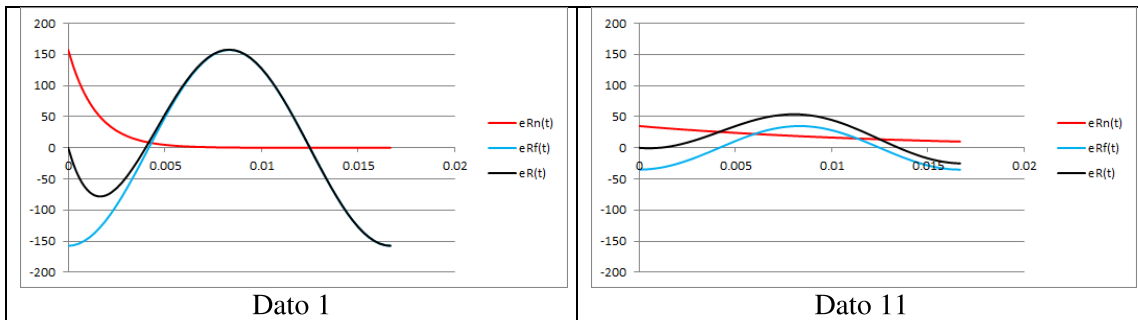


Figura n Gráfico en función del tiempo  $eRn(t)$ ,  $eRf(t)$  y  $eR(t)$  para el dato 1 y 11.

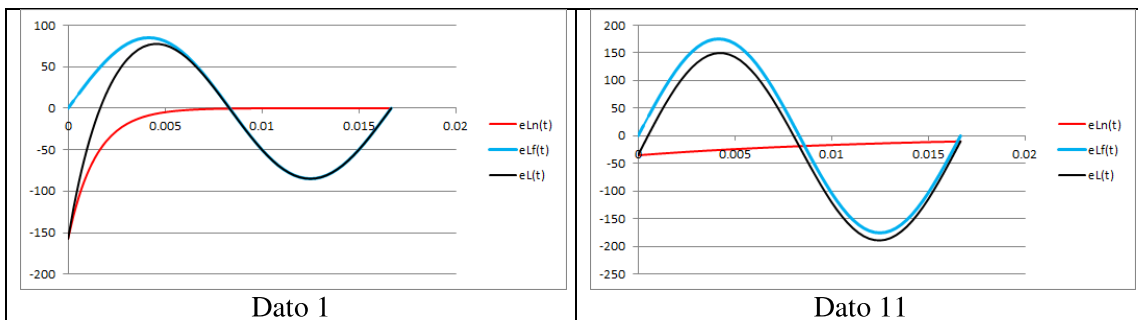


Figura o Gráfico en función del tiempo  $eXn(t)$ ,  $eXf(t)$  y  $eX(t)$  para el dato 1 y 11.

### Apéndice A Sistema Internacional de medidas (SI)

Las unidades de las cantidades aquí citadas corresponden al sistema internacional de medidas (SI).

Las unidades básicas del SI son:

Cantidad	Unidad SI	
	Nombre	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Prefijos SI

Múltiplo	Prefijo	Símbolo
$10^{12}$	tera	T
$10^9$	giga	G
$10^6$	mega	M
$10^3$	kilo	k
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	mili	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	pico	p
$10^{-15}$	femto	f

Cantidades derivadas

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Admitancia	$Y$	mhos	$\mathcal{U}$
Capacitancia	$C$	farad	$F$
Carga	$Q, q$	coulomb	$C$
Conductancia	$G$	mhos	$\mathcal{U}$
Conductividad	$\sigma$	mhos/metro	$\mathcal{U}/m$
Constante de atenuación	$\alpha$	neper/metro	$Np/m$
Constante de fase	$\beta$	radián/metro	$rad/m$
Permitividad	$\epsilon, \epsilon_0$	farad/metro	$F/m$
Constante dieléctrica (permitividad relativa)	$\epsilon_r$	(sin dimensiones)	—
Constante de propagación	$\gamma$	metro <sup>-1</sup>	$m^{-1}$
Densidad de carga (lineal)	$\rho_L$	coulomb/metro	$C/m$
Densidad de carga (superficie)	$\rho_s$	coulomb/metro <sup>2</sup>	$C/m^2$
Densidad de carga (volumen)	$\rho_v$	coulomb/metro <sup>3</sup>	$C/m^3$
Densidad de corriente (superficie)	$\vec{K}$	amper e/metro	$A/m$
Densidad de corriente (volumen)	$\vec{J}$	amper e/metro <sup>2</sup>	$A/m^2$
Densidad de energía	$w$	joule/metro <sup>3</sup>	$J/m^3$
Densidad de flujo magnético	$\vec{B}$	tesla	$T$
Desplazamiento eléctrico (densidad de flujo eléctrico)	$\vec{D}$	coulomb/metro <sup>2</sup>	$C/m^2$
Directividad	$D$	(sin dimensiones)	—
Energía (trabajo)	$W$	joule	$J$
Fase	$\phi$	radián	$rad$
Flujo magnético	$\varphi_M$	weber	$Wb$
Frecuencia	$f$	hertz	$Hz$
Frecuencia angular	$\omega$	radián/segundo	$rad/s$
Fuerza	$\vec{F}$	newton	$N$
Fuerza electromotriz	$\xi$	volt	$V$
Fuerza magnetomotriz	$\xi_m$	ampere	$A$
Impedancia	$Z$	ohm	$\Omega$
Inductancia	$L$	henry	$H$

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Intensidad de campo eléctrico	$\vec{E}$	volt/metro	V/m
Intensidad de campo magnético	$\vec{H}$	ampere/metro	A/m
Intensidad de radiación	$U$	watt/estereoradián	W/sr
Longitud de onda	$\lambda$	metro	m
Magnetización	$\vec{M}$	ampere/metro	A/m
Momento dipolar eléctrico	$\vec{p}$	coulomb-m	C·m
Momento dipolar magnético	$\vec{m}$	ampere-m <sup>2</sup>	A·m <sup>2</sup>
Número de onda	$k$	radián/metro	rad/m
Par de torsión	$T$	newton-metro	N·m
Permeabilidad	$\mu, \mu_0$	Henry/metro	H/m
Permeabilidad relativa	$\mu_r$	(sin dimensiones)	—
Potencia	$P$	watt	W
Potencial eléctrico	$V$	volt	V
Potencial magnético (vector)	$\vec{A}$	weber/metro	Wb/m
Reactancia	$X$	ohm	$\Omega$
Reluctancia	$\mathcal{R}$	henry <sup>-1</sup>	H <sup>-1</sup>
Resistencia	$R$	ohm	$\Omega$
Susceptancia	$B$	mohs	$\mathcal{U}$
Susceptibilidad eléctrica	$\chi_e$	(sin dimensiones)	—
Susceptibilidad magnética	$\chi_m$	(sin dimensiones)	—
Vector de polarización	$\vec{P}$	coulomb/m <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
Vector de Poynting (densidad de potencia)	$\mathcal{P}$	watt/metro <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Velocidad	$v$	metro/segundo	m/s
Voltaje	$V$	volt	V

### Apéndice B Código Eléctrico Nacional

Código eléctrico nacional, el cual fija las corrientes máximas seguras o no peligrosas para alambres de cobre aislados con hule, de diversos diámetros.

	CALIBRE <sup>a</sup>	DIAMETRO in	DIAMETRO mm	DIAMETRO mils	AREA (A) CM	AREA (A) mm <sup>2</sup>	KILOS (kg) POR 1000 m	CARGA EN AMPERES (I), A
Tabla 1	4/0	0.46	11.684	460.0	211600.0	107.2193	953.0	225.0
	3/0	0.409	10.389	409.0	167281.0	84.7626	756.0	175.0
	2/0	0.3648	9.266	364.8	133079.04	67.4321	599.0	150.0
	0	0.3249	8.252	324.9	105560.01	53.488	475.0	125.0
	1	0.2893	7.348	289.3	83694.49	42.4087	377.0	100.0
	2	0.2576	6.543	257.6	66357.76	33.624	299.0	90.0
	3	0.2294	5.827	229.4	52624.36	26.6651	237.0	80.0
	4	0.2043	5.189	204.3	41738.49	21.1492	188.0	70.0
	5	0.1819	4.62	181.9	33087.61	16.7658	149.0	55.0
	6	0.162	4.115	162.0	26244.0	13.298	118.0	50.0
	7	0.1443	3.665	144.3	20822.49	10.551	93.8	43.0
	8	0.1285	3.264	128.5	16512.25	8.3669	74.4	35.0
	9	0.1144	2.906	114.4	13087.36	6.6314	58.9	30.0
	10	0.1019	2.588	101.9	10383.61	5.2614	46.8	25.0
	11	0.0907	2.304	90.7	8226.49	4.1684	37.1	22.0
	12	0.0808	2.052	80.8	6528.64	3.3081	29.4	20.0
	13	0.072	1.829	72.0	5184.0	2.6268	23.3	17.0
	14	0.0641	1.628	64.1	4108.81	2.082	19.5	15.0
	15	0.0571	1.45	57.1	3260.41	1.652	14.7	10.0
	16	0.0508	1.29	50.8	2580.64	1.3077	11.6	6.0
	17	0.0453	1.151	45.3	2052.09	1.0399	9.23	5.0
	18	0.0403	1.024	40.3	1624.09	0.823	7.32	3.0
	19	0.0359	0.912	35.9	1288.81	0.653	5.80	2.25
	20	0.032	0.813	32.0	1024.0	0.5189	4.6	2.0
	21	0.0285	0.724	28.5	812.25	0.4117	3.65	1.72
	22	0.0253	0.643	25.3	640.09	0.3243	2.89	1.2
	23	0.0225	0.572	22.5	506.25	0.2566	2.3	0.85
	24	0.0201	0.511	20.1	404.01	0.2048	1.82	0.8
	25	0.0179	0.455	17.9	320.41	0.1623	1.44	0.64
	26	0.0159	0.404	15.9	252.81	0.1281	1.14	0.5
	27	0.0142	0.361	14.2	201.64	0.1021	0.908	0.4
	28	0.0126	0.32	12.6	158.76	0.0804	0.72	0.3
	29	0.0113	0.287	11.3	127.69	0.0648	0.571	0.24
	30	0.01	0.254	10.0	100.0	0.0507	0.453	0.20
	31	0.0089	0.226	8.9	79.21	0.0401	0.359	0.16
	32	0.008	0.203	8.0	64.0	0.0324	0.285	0.12
	33	0.0071	0.18	7.1	50.41	0.0256	0.226	0.098
	34	0.0063	0.16	6.3	39.69	0.0201	0.179	0.08
	35	0.0056	0.142	5.6	31.36	0.0159	0.142	0.065
	36	0.005	0.127	5.	25.0	0.0127	0.113	0.05

<sup>a</sup> una manera de identificar el diámetro del alambre

40 Calibres

1 mil = 10<sup>-3</sup> in

A = 10<sup>6</sup> D<sup>2</sup> [circular mil (CM)], D en in

	CALIBRE	CARGA EN AMPERES (I), A	DENSIDAD DE CORRIENTE (J), A/m <sup>2</sup>	OHMS (Ω) POR 1000 m	CAMPO ELECTRICO (E), mV/m
Tabla 2	4/0	225.0	2098502.738	0.164	33.9337
	3/0	175.0	2064591.419	0.207	36.3369
	2/0	150.0	2224458.384	0.261	39.1504
	0	125.0	2336970.745	0.322	41.1307
	1	100.0	2358010.953	0.41	41.501
	2	90.0	2676661.655	0.513	47.1092
	3	80.0	3000169.987	0.65	52.803
	4	70.0	3309817.075	0.815	58.2528
	5	55.0	3280499.506	1.03	57.7368
	6	50.0	3759955.116	1.3	66.1752
	7	43.0	4075477.303	1.63	71.7284
	8	35.0	4183159.984	2.1	73.6237
	9	30.0	4523888.488	2.6	79.6204
	10	25.0	4751539.304	3.3	83.627
	11	22.0	5277774.034	4.13	92.8889
	12	20.0	6045746.867	5.3	106.4051
	13	17.0	6471822.744	6.6	113.904
	14	15.0	7204732.908	8.3	126.8032
	15	10.0	6052997.143	10.5	106.5328
	16	6.0	4588455.363	13.4	80.7569
	17	5.0	4808573.799	16.6	84.6309
	18	3.0	3645472.68	21.0	64.1603
	19	2.25	3445373.479	26.4	60.6386
	20	2.0	3854541.487	34.0	67.84
	21	1.72	4179086.999	42.0	73.552
	22	1.2	3699839.538	54.0	65.1171
	23	0.85	3313573.245	67.0	58.319
	24	0.8	3907874.045	85.0	68.7786
	25	0.64	3941999.796	106.0	69.3791
	26	0.5	3903178.754	135.0	68.696
	27	0.4	3914947.91	170.0	68.903
	28	0.3	3729261.605	215.0	65.635
	29	0.24	3709343.394	270.0	65.2844
	30	0.2	3947050.483	340.0	69.468
	31	0.16	3986416.344	430.0	70.161
	32	0.12	3700359.828	540.0	65.1263
	33	0.098	3836648.952	680.0	67.525
	34	0.08	3977879.045	860.0	70.0107
	35	0.065	4090533.823	1090.0	71.9933
	36	0.05	3947050.483	1380.0	69.468

Las dos últimas columnas fueron calculadas considerando el valor de la resistividad a 25° C

$$\rho_{(25^{\circ}C)} = 1.76 \times 10^{-8} \quad \Omega \cdot m$$

Notas:

Un aumento de 3 números en el calibre divide el área entre 2 y aumenta la resistencia al doble. Por ejemplo, se puede reemplazar un calibre 18 por 2 calibre 21.

Un aumento de 6 números es la mitad del diámetro.

Un aumento de 10 números divide la sección (área) y el peso entre 10; y a la resistencia 10 veces la multiplica.

En la práctica se acostumbra tomar como equivalencia el valor aproximado  $1 \text{ mm}^2 \cong 2000 \text{ CM}$ , que también se puede expresar como  $1 \text{ mm}^2 \cong 2 \text{ MCM}$  en donde debe leerse MCM como Mil Circular Mil.

Si queremos calcular las tablas para otro material solo cambiarían las columnas correspondientes a kilos por 1000 m, carga en amperes, densidad de corriente,  $\Omega$  por 1000 m y campo eléctrico.

La resistencia eléctrica de un cuerpo se ve afectada considerablemente por los cambios de temperatura. Si consideramos una temperatura particular, necesariamente las dos últimas columnas de la tabla 2 cambiarían, calculando además el nuevo valor de la resistividad.

En muchos materiales (incluidos la mayor parte de los metales), la proporción entre el campo eléctrico y la densidad de corriente es una constante “ $\rho$ ”, que es independiente del campo eléctrico productor de la corriente.

La resistividad es sólo propiedad del tipo de material, mientras que la resistencia depende tanto del tipo de material como de su forma.

La densidad de corriente así como el campo eléctrico son independientes de la longitud del conductor. Sin embargo, el voltaje necesario para producir ambos, si depende de esa longitud.

La tabla 1 muestra la resistividad, densidad, coeficiente de temperatura y conductividad para el cobre, plata y aluminio.

Tabla 1 Resistividad, densidad, coeficiente de temperatura y conductividad para el cobre, plata y aluminio.

	Material		
	Cu	Ag	Al
Resistividad $\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) 20° C	$1.72 \times 10^{-8}$	$1.59 \times 10^{-8}$	$2.82 \times 10^{-8}$
Densidad $\rho_m$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$8.93 \times 10^3$	$10.5 \times 10^3$	$2.7 \times 10^3$
Coeficiente de temperatura $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) <sup>-1</sup> 20° C	$3.929 \times 10^{-3}$	$3.802 \times 10^{-3}$	$4.032 \times 10^{-3}$
Conductividad $\sigma$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) <sup>-1</sup> 20° C	$5.81 \times 10^{-7}$	$6.29 \times 10^{-7}$	$3.55 \times 10^{-7}$

Corrección de la resistencia eléctrica por temperatura

$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta T)$$

$$\alpha = \frac{1}{T + T_1} \quad \begin{array}{l} \text{Cu } T=234.5^\circ\text{C} \\ \text{Cu } T=234.5^\circ\text{C} \\ \text{Cu } T=234.5^\circ\text{C} \end{array}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

El valor numérico de T y el intervalo de temperatura en que puede usarse esta ecuación depende de cada material y del proceso de fabricación a que haya sido sometido; en la práctica, la relación anterior se utiliza solo para el intervalo de 0°C a 150°C. El mayor número de problemas de Ingeniería que requieren corrección de la resistencia eléctrica por temperatura están comprendidos entre 0°C a 150°C. T se ha establecido en forma experimental considerando que la variación de la resistencia es lineal en el intervalo 0°C a 150°C y que para este valor la exactitud es aceptable.

Apéndice C Equivalentes R/X

Módulo 1	Primera sección			Segunda sección			Tercera sección			Módulo 2	Módulo 3	Módulo 1 y 2 en	Módulo 1,2 y 3 en
R/X	en			en			en			R/X	R/X	R/X	R/X
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
1.20E+03	1200	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	1200	1200	600	400
600	ninguno	600	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	600	600	300	200
300	ninguno	ninguno	300	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	300	300	150	100
400	1200	600	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	400	400	200	133.3333333
240	1200	ninguno	300	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	240	240	120	80
200	ninguno	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	200	200	100	66.6666667
171.428571	1200	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	171.428571	171.428571	85.71428571	57.14285714
150	1200	ninguno	ninguno	1200	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	150	150	75	50
133.333333	ninguno	600	ninguno	1200	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	133.333333	133.333333	66.6666667	44.4444444
120	ninguno	ninguno	300	ninguno	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	120	120	60	40
109.090909	ninguno	ninguno	300	1200	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	109.090909	109.090909	54.5454545	36.3636363
100	1200	ninguno	300	1200	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	100	100	50	33.3333333
92.3076923	ninguno	600	300	1200	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	92.3076923	92.3076923	46.15384615	30.76923077
85.7142857	1200	600	300	1200	600	300	ninguno	ninguno	ninguno	85.7142857	85.7142857	42.85714286	28.57142857
80	1200	ninguno	ninguno	1200	600	300	1200	600	300	80	80	40	26.6666667
75	ninguno	600	ninguno	1200	600	300	1200	600	300	75	75	37.5	25
70.5882353	ninguno	ninguno	300	ninguno	600	300	1200	600	300	70.5882353	70.5882353	35.29411765	23.52941176
66.6666667	ninguno	ninguno	300	1200	600	300	1200	600	300	66.6666667	66.6666667	33.3333333	22.2222222
63.1578947	1200	ninguno	300	1200	600	300	1200	600	300	63.1578947	63.1578947	31.57894737	21.05263158
60	ninguno	600	300	1200	600	300	1200	600	300	60	60	30	20
57.1428571	1200	600	300	1200	600	300	1200	600	300	57.1428571	57.1428571	28.57142857	19.04761905

Referencia:

EXPERIMENTOS CON EQUIPO ELÉCTRICO  
 Apéndice C

Theodore Wildi, Michael J. De Vito  
 Editorial Limusa, México. 1975  
 Lab-Volt, Sistemas Educativos

## Referencias de la sección “Apuntes”

### Tema 1

*FÍSICA VOLUMEN 2*

David Halliday, Robert Resnick, Kenneth S. Krane  
Compañía Editorial Continental, S.A de C.V México  
ISBN 0-471-54804-9

### Tema 1, 2, 3 y 4

*ANÁLISIS BÁSICO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS*

David E. Johnson, John L. Hilburn, Johnny R. Hohnson  
Prentice-Hall  
ISBN 968-880-229-8

### Tema 4 y 5

*CIRCUITOS ELÉCTRICOS, primera edición*

Joseph A. Edminister  
McGraw-Hill  
ISBN 0-07-018974-9

Sistema SIE

sie.aguascalientes.tecnm.mx/cgi-bin/sie.pl/

### Sistema de Integración Escolar (SIE)

#### Instrumentación Didáctica por Competencias

Período	<b>(2233) AGO-DIC 23</b>	Nombre	<b>JOSE ALEJANDRO MORONES ALBA</b>		
Materia	<b>CIRCUITOS ELECTRICOS I</b>	Grupo	<b>ELJ1002 -IE1</b>	Plan	<b>INGENIERÍA ELÉCTRIC</b>
Horas Teóricas-Práctica-Créditos		<b>04-02-06</b>			
1.Caracterización de la Asignatura	Contribuye al perfil de la carrera con el conocimiento del comportamiento de los circuitos eléctricos, así como a el manejo y uso de sistemas de medición y la aplicación del análisis de los circuitos eléctricos en el diseño de pro cual impacta directamente en la creatividad del alumno y su ejercicio profesional. Las consideraciones para integ contenidos asumen criterios de una formación profesional del ingeniero eléctrico, que le dan la capacidad para i necesidades de la industria, desarrollando la habilidad del análisis del comportamiento de los fenómenos eléctri				
2.Intención Didáctica	Aplica técnicas y métodos para analizar y resolver circuitos eléctricos resistivos y de primero y segundo orden, co las respuestas experimentalmente y con software de simulación.				
3.Competencia Específica de la Asignatura	Aplica técnicas y métodos para analizar y resolver circuitos eléctricos resistivos y de primero y segundo orden, co las respuestas experimentalmente y con software de simulación.				

Menú

01 Datos Generales

02 Horario

03 Residencias del Periodo Actual

04 Residencias del Periodo Anterior

05 Tutorías

06 Evaluación Docente

07 Horario en Preparación

99 Cambio de Clave de Acceso

Salir



Sistema SIE

sie.aguascalientes.tecnm.mx/cgi-bin/sie.pl/

## Sistema de Integración Escolar (SIE)

Menú

- 01 Datos Generales
- 02 Horario
- 03 Residencias del Periodo Actual
- 04 Residencias del Periodo Anterior
- 05 Tutorías
- 06 Evaluación Docente
- 07 Horario en Preparación
- 99 Cambio de Clave de Acceso
- Salir

05

[Conoce el funcionamiento y características de los motores monofásicos de inducción y los diferentes tipos de máquinas especiales para determinar sus aplicaciones.](#)

Motors  
Especial  
Elementos básicos de los motores

1 Investigar las partes que componen al motor monofásico de inducción y comprender su principio de

1. Explicaciones y discusiones sobre los análisis matemáticos propuestos.  
2. Discusiones sobre la solución de

-- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis --  
Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica --

0706

### 5. Fuentes de Información y Apoyos Didácticos

5.1. Fuentes de Información	5.2. Apoyos Didácticos
1 D. Glover, M. Sarma, Análisis y diseño de Sistemas Eléctricos de Potencia, Ed. Thomson learning. 2. Sthepen, J. Chapman, Máquinas eléctricas, Mc Graw Hill. 3. Irving, L. Kosow, Máquinas eléctricas y transformadores, Prentice Hall. 4. Siskind, Máquinas eléctricas, Mc Graw Hill.	Apuntes de cada unidad elaborados por un servidor. Herramientas computacionales para cada unidad diseñadas por un servidor. Prácticas de laboratorio para cada unidad diseñadas por un servidor empleando el equipo de laboratorio de Ingeniería Eléctrica. Prototipos diseñados y construidos por un servidor.

### 6. Calendarización

Semana	01ED	02	03	04	05	06	07	08	09	10
T.P.					EF01EF00			EF02EF00		
T.R.										

Instituto Tecnológico de Aguascalientes

**POLÍTICAS ACADÉMICAS GENERALES DEL AÑO SABÁTICO DEL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO**

CARTA DE RECONOCIMIENTO DEL AUTOR DE LOS DERECHOS A FAVOR DEL TECNIM

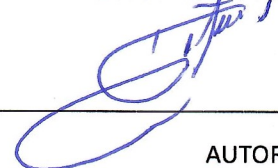
Ciudad de México, 03/09/2025

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO.

PRESENTE

Bajo protesta de decir verdad, **José Alejandro Morones Alba**, personal docente adscrito al **Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica** del Tecnológico Nacional de México, manifiesto que en cumplimiento de mis actividades relacionadas con el Año Sabático elaboré la obra titulada "**Circuitos Eléctricos I**". Con base en lo anterior, y con fundamento en los artículos 83 de la Ley Federal del Derecho de Autor y 46 de su Reglamento, reconozco que el Tecnológico Nacional de México es titular de los derechos patrimoniales sobre la misma y le corresponden las facultades relativas a la divulgación, integridad de la obra y de colección, conservando el derecho a figurar como autor. Asimismo, respondo por la autoría y originalidad de la citada obra; y relevo de toda responsabilidad al Tecnológico Nacional de México de cualquier demanda o reclamación que llegara a formular alguna persona física o moral que considere que con esta obra es afectado en alguno de los derechos protegidos por la Ley en cita, asumiendo todas las consecuencias legales y económicas.

ATENTAMENTE



---

AUTOR

## TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO



**Vo Bo**  
Subdirección Académica

**M.C. JOSAFAT GARCIA SERVIN**



Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

### Reporte Final de Año Sabático

B.1 Elaboración de apuntes/B1.2 Elaboración de apuntes de asignaturas:

**Máquinas Eléctricas y Circuitos Eléctricos I**

Periodo:

**02 de septiembre de 2024 al 01 de septiembre de 2025**

Profesor:



**José Alejandro Morones Alba**

Número de dictamen AS-2-212/2024

Aguascalientes, Ags., a 01 Septiembre de 2025

*Recibí USB con  
reporte final  
21 Oct 25*

# ASIGNATURA CIRCUITOS ELECTRICOS I.pdf

-  Morones
-  Morones
-  Tecnológico Nacional de México

## Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::20755:518113140

342 páginas

Fecha de entrega

25 oct 2025, 4:15 p.m. GMT-6

55.547 palabras

Fecha de descarga

25 oct 2025, 4:20 p.m. GMT-6

285.256 caracteres

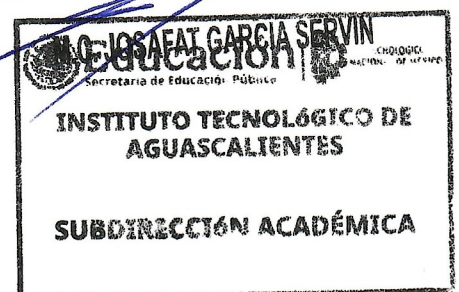
Nombre del archivo

ASIGNATURA CIRCUITOS ELECTRICOS I.pdf

Tamaño del archivo

12.8 MB




**Vo Bo**  
Subdirección Académica



## 30% Similitud general


El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

### Fuentes principales

- 28%  Fuentes de Internet
- 8%  Publicaciones
- 19%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

### Marcas de integridad

#### N.º de alerta de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**  
173 caracteres sospechosos en N.º de páginas  
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Vo Bo  
Subdirección Académica

M.C. JOSAFAT GARCIA SERVIN

