

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHIHUAHUA**  
**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

---

***“REDES NEURONALES RECURRENTE DE  
ALTO ORDEN PARA REDUCCIÓN DE RUIDO  
EN SEÑALES DE  
ELECTROENCEFALOGRAFÍA”***

***TESIS***

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**

***MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA  
ELECTRÓNICA***

**PRESENTA:**

***ENRIQUE MARTÍNEZ MADRID***

**DIRECTOR DE LA TESIS:**

***DR. JESÚS ALFONSO MEDRANO HERMOSILLO***

**CODIRECTOR DE LA TESIS:**

***DR. JUAN ALBERTO RAMÍREZ QUINTANA***

**CHIHUAHUA, CHIH., ABRIL 2026.**



**Educación**  
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO





**Educación**  
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO



Instituto Tecnológico de Chihuahua  
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Chihuahua, Chih. **26 de marzo de 2026**

**ENRIQUE MARTÍNEZ MADRID**  
**PRESENTE**

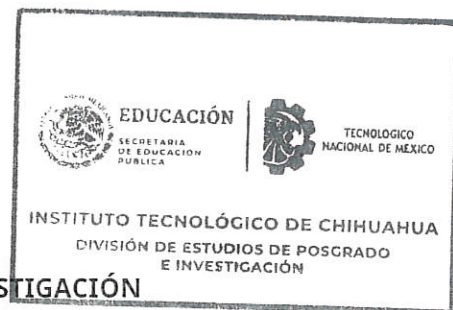
En cumplimiento con los requerimientos para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica y a propuesta de su Comité Tutorial, la División de Estudios de Posgrado e Investigación le concede la autorización para imprimir la tesis titulada "**Redes neuronales recurrentes de alto orden para reducción de ruido en señales de electroencefalografía**" dirigida por el Dr. Jesús Alfonso Medrano Hermosillo con el siguiente contenido de capítulos:

CAPÍTULO I. ANTECEDENTES  
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO  
CAPÍTULO III. CONJUNTO DE DATOS  
CAPÍTULO IV. MODELO PROPUESTO  
CAPÍTULO V. EXPERIMENTACIÓN  
CAPÍTULO VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN  
CAPÍTULO VII. CONCLUSIONES

**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica®*  
*"La Técnica por el Engrandecimiento de México"*

**LEONCIO OCHOA CERVANTES**  
**JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



LOC/vgo





**Instituto Tecnológico de Chihuahua**  
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Chihuahua, Chih., 25/marzo/2026

**LEONCIO OCHOA CERVANTES**  
**JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**  
**PRESENTE**

En cumplimiento con los requerimientos para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le notificamos que el documento de tesis del alumno **ENRIQUE MARTÍNEZ MADRID**, titulado **"Redes neuronales recurrentes de alto orden para reducción de ruido en señales de electroencefalografía"** dirigido por el Dr. Jesús Alfonso Medrano Hermosillo, ha sido aprobado y aceptado para su impresión.

Por lo anterior, proponemos le sea concedida la autorización de impresión correspondiente.

Agradeciendo la atención a la presente, quedamos de usted:

**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica®*  
*La técnica por el Engrandecimiento de México*

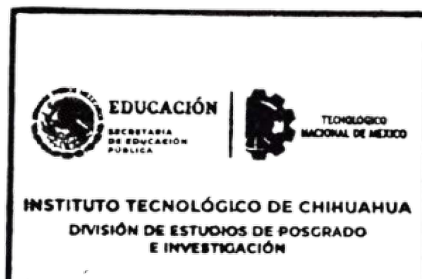
**DR. JESÚS ALFONSO MEDRANO HERMOSILLO**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**

Juan Ramírez

**DR. JUAN ALBERTO RAMÍREZ QUINTANA**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**

**DR. LUIS FRANCISCO CORRAL MARTÍNEZ**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**

**DR. RICARDO ELU LOZOYA PONCE**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**



**2026**  
año de  
**Margarita**  
**Maza**





**Educación**  
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO



**Instituto Tecnológico de Chihuahua**  
División de Estudios de Posgrado e Investigación

### CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Chihuahua el día 13 de abril de 2026, el que suscribe, **ENRIQUE MARTÍNEZ MADRID** con número de control **G24060173**, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, adscrita a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del **el Dr. Jesús Alfonso Medrano Hermosillo** y cede los derechos del trabajo titulado "Redes neuronales recurrentes de alto orden para reducción de ruido en señales de electroencefalografía", al Tecnológico Nacional de México y/o Instituto Tecnológico de Chihuahua para su difusión, divulgación, transmisión, reproducción, así como su digitalización con fines académicos y de investigación.

Enrique Martínez M.

**ENRIQUE MARTÍNEZ MADRID**



**2026**  
año de  
**Margarita**  
**Maza**



Av. Tecnológico No. 2909 Col. 10 de Mayo  
C.P. 31200, Chihuahua, Chihuahua. Tel. (614) 2012000 Ext. 2157  
e-mail: [dir\\_chihuahua@tecnm.mx](mailto:dir_chihuahua@tecnm.mx) [tecnm.mx](http://tecnm.mx) <http://itichihuahua.mx/>



**Educación**  
Secretaría de Educación Pública



INSTITUTO TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO



**Instituto Tecnológico de Chihuahua**  
División de Estudios de Posgrado e Investigación

### DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

En la ciudad de Chihuahua el día 13 de abril de 2026, el que suscribe, ENRIQUE MARTÍNEZ MADRID de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, con número de control G24060173, adscrito a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta que es autor intelectual de la tesis titulada "Redes neuronales recurrentes de alto orden para reducción de ruido en señales de electroencefalografía" bajo la dirección el Dr. Jesús Alfonso Medrano Hermosillo; que el contenido es original y que las fuentes de información consultadas para su fundamentación están debidamente citadas y referenciadas.

*Enrique Martínez M.*

**ENRIQUE MARTÍNEZ MADRID**



**2026**  
año de  
**Margarita  
Maza**



Av. Tecnológico No. 2909 Col. 10 de Mayo  
C.P. 31200, Chihuahua, Chihuahua. Tel. (614) 2012000 Ext. 2157  
e-mail: [dir\\_chihuahua@tecnm.mx](mailto:dir_chihuahua@tecnm.mx) [tecnm.mx](http://tecnm.mx) <http://itchiihuahua.mx/>

## RESUMEN

### REDES NEURONALES RECURRENTE DE ALTO ORDEN PARA REDUCCIÓN DE RUIDO EN SEÑALES DE ELECTROENCEFALOGRAFÍA

Enrique Martínez Madrid

Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica

División de Estudios de Posgrado e Investigación del

Instituto Tecnológico de Chihuahua

Chihuahua, Chih. 2025

Director de Tesis: Dr. Jesús Alfonso Medrano Hermosillo

Co-director de tesis: Dr. Juan Alberto Ramírez Quintana

Esta tesis propone un modelo de Red Neuronal Recurrente de Alto Orden (*Recurrent High-Order Neural Network*, RHONN) para la reducción de ruido en señales de electroencefalografía (*Electroencephalography*, EEG), orientada a aplicaciones de interfaces cerebro-computadora (*Brain-Computer Interface*, BCI). Dicha arquitectura es entrenada mediante el Filtro de Kalman Extendido (*Extended Kalman Filter*, EKF), que optimiza las ganancias para minimizar el ruido gaussiano y mejorar la calidad de la señal en entornos dinámicos. La validación se realiza utilizando bases de datos experimentales existentes en la literatura que constan de señales EEG contaminadas con artefactos de electrooculografía (*Electrooculogram*, EOG), electromiografía (*Electromyography*, EMG) y electrocardiografía (*Electrocardiogram*, ECG). Los resultados se comparan con métodos de filtrado convencionales y modelos como Perceptrón Multicapa (*Multilayer Perceptron*, MLP), Red Neuronal Recurrente (*Recurrent Neural Network*, RNN), Red Generativa Antagónica (*Generative Adversarial Network*, GAN) y autoencoder (AE). Los resultados muestran que la RHONN no solo mejora la atenuación de ruido y la preservación de la señal, sino que además reduce el costo computacional en más del 90% respecto a otros modelos, lo que la hace especialmente adecuada para aplicaciones en tiempo real.

## AGRADECIMIENTOS

*En este documento de tesis, deseo expresar mi profundo agradecimiento a todas las personas e instituciones que me brindaron su apoyo durante la realización de mi investigación para obtener la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica.*

*Quiero comenzar agradeciendo a mi padre, quien ha estado conmigo a lo largo de toda mi vida, ofreciéndome apoyo incondicional y compartiendo sus valiosos consejos, los cuales han sido fundamentales para forjar mi carácter y orientar mis decisiones académicas. También agradezco de corazón a mi hermana y a mi sobrino, que representan mi motivación más sincera; su amor y su presencia han sido una fuente constante de inspiración para superar los desafíos.*

*Mi reconocimiento más profundo va para mis compañeros de los laboratorios, tanto del Laboratorio de Electromovilidad como del Laboratorio de Percepción Visual, con quienes compartí largas jornadas de trabajo, risas, anécdotas, discusión científica y colaboración. Su espíritu de equipo, su entrega y su disposición para intercambiar ideas enriquecieron enormemente el desarrollo de esta investigación.*

*Agradezco asimismo la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) por su respaldo económico e institucional, el cual fue esencial para la realización de este proyecto de posgrado.*

*No puedo dejar de mencionar a mis asesores, quienes han sido piezas clave del proceso. Al Dr. Jesús Alfonso Medrano Hermosillo, por su guía experta, sus críticas constructivas y su acompañamiento constante desde el diseño experimental hasta la difusión de resultados; él ha sido el eje de mi formación investigadora. Al Dr. Juan Alberto Ramírez Quintana, por aportar su visión alternativa, su experiencia y su rigor metodológico, lo que enriqueció tanto el enfoque como el desarrollo de este estudio. Extiendo también mi agradecimiento a los demás doctores que integraron el comité, cuyas observaciones y recomendaciones fortalecieron de manera significativa la calidad y solidez de esta investigación.*

## CONTENIDO

|                                                                |             |
|----------------------------------------------------------------|-------------|
| LISTA DE FIGURAS                                               | x           |
| LISTA DE TABLAS                                                | <i>xiii</i> |
| INTRODUCCIÓN                                                   | xv          |
| <br>                                                           |             |
| CAPÍTULO I. ANTECEDENTES                                       | 1           |
| 1.1 Eliminación y detección en dominio tiempo-frecuencia       | 1           |
| 1.2 Eliminación y detección mediante métodos estadísticos      | 3           |
| 1.3 Eliminación y detección mediante el aprendizaje de máquina | 5           |
| <br>                                                           |             |
| CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO                                     | 9           |
| 2.1 Electroencefalografía                                      | 9           |
| 2.1.1 Origen biológico de las señales EEG                      | 9           |
| 2.1.2 Sistema de adquisición de señales 10 - 20                | 10          |
| 2.1.3 Interfaz cerebro – computadora                           | 12          |
| 2.1.4 Fuentes de ruido en señales EEG                          | 13          |
| 2.2 Redes neuronales artificiales                              | 14          |
| 2.2.1 Tipos de funciones de activación                         | 17          |
| 2.3 Red neuronal recurrente de alto orden                      | 18          |
| 2.4 Algoritmo de entrenamiento de la RHONN                     | 19          |
| 2.4.1 Convergencia de la RHONN                                 | 21          |
| <br>                                                           |             |
| CAPÍTULO III. CONJUNTO DE DATOS                                | 25          |
| 3.1 EEGDenoiseNet                                              | 25          |
| 3.1.1 Adquisición y preprocesamiento de datos                  | 25          |
| 3.2 MIT-BIH Arrhythmia                                         | 29          |

|                                                                                                     |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>CAPÍTULO IV. MODELO PROPUESTO</b>                                                                | <b>31</b> |
| <b>4.1 Formulación matemática del modelo</b>                                                        | <b>31</b> |
| <br>                                                                                                |           |
| <b>CAPÍTULO V. EXPERIMENTACIÓN</b>                                                                  | <b>33</b> |
| <b>5.1 Preprocesamiento</b>                                                                         | <b>33</b> |
| 5.1.1 Generación de señales EEG contaminadas con ruido Gaussiano para el entrenamiento y validación | 33        |
| 5.1.2 Generación de señales EEG con artefactos fisiológicos                                         | 35        |
| <b>5.2 Modelos</b>                                                                                  | <b>37</b> |
| 5.2.1 Modelo GAN                                                                                    | 37        |
| 5.2.2 Modelo Autoencoder DPAE                                                                       | 38        |
| 5.2.3 Modelo MLP                                                                                    | 39        |
| 5.2.4 Modelo RNN                                                                                    | 39        |
| <b>5.3 Métricas de Desempeño</b>                                                                    | <b>40</b> |
| 5.3.1 Error cuadrático medio                                                                        | 40        |
| 5.3.2 Coeficiente de correlación de Pearson                                                         | 40        |
| 5.3.3 Coeficiente de correlación de Spearman                                                        | 41        |
| 5.3.4 Relación señal-ruido                                                                          | 41        |
| 5.3.5 Raíz cuadrada del error cuadrático medio relativo                                             | 42        |
| 5.3.6 Índice de similitud estructural                                                               | 42        |
| 5.3.7 Información Mutua                                                                             | 43        |
| <br>                                                                                                |           |
| <b>CAPÍTULO VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>                                                          | <b>45</b> |
| <b>6.1 Desempeño y calidad de reconstrucción en intervalos temporales</b>                           | <b>45</b> |
| <b>6.2 Correlaciones de Pearson y Spearman</b>                                                      | <b>47</b> |
| <b>6.3 Evaluación de la reconstrucción mediante MSE y RRMSE</b>                                     | <b>48</b> |
| <b>6.4 Resultados de la mejora de la señal: SNR y ganancia</b>                                      | <b>52</b> |

|                                                                 |           |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>6.5 Rendimiento frente a diversas combinaciones de ruido</b> | <b>53</b> |
| <b>6.6 Evaluación del costo computacional y energético</b>      | <b>59</b> |
| <b>CAPÍTULO VII. CONCLUSIONES</b>                               | <b>66</b> |
| <b>REFERENCIAS</b>                                              | <b>68</b> |

## LISTA DE FIGURAS

### INTRODUCCIÓN

|                                                                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1. Diagrama general del sistema multicanal de supresión de ruido EEG utilizando la arquitectura RHONN..... | xvi |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

### CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

|                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2.1. Generación de una señal EEG [1]. .....                                                                  | 10 |
| Figura 2.2. Distribución de los electrodos de acuerdo al sistema 10-20 [33]. .....                                  | 11 |
| Figura 2.3. Electrodo de Ag/AgCl de copa [1]. .....                                                                 | 12 |
| Figura 2.4. Diagrama de bloques de la BCI [10]. .....                                                               | 12 |
| Figura 2.5. Zonas del sistema 10-20 donde se presentan con mayor frecuencia los principales artefactos en EEG. .... | 13 |
| Figura 2.6. Comparativa de neurona biológica y neurona artificial. ....                                             | 15 |
| Figura 2.7. Modelo del perceptrón propuesto por Rosenblatt. ....                                                    | 16 |
| Figura 2.8. Modelo general de una neurona de una RNA. ....                                                          | 17 |
| Figura 2.9. Arquitectura general de una RHONN. ....                                                                 | 18 |
| Figura 2.10. Esquema de entrenamiento de la RHONN utilizando el EKF. ....                                           | 20 |

### CAPÍTULO III. BASES DE DATOS

|                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.1. Extracción de las señales EEG limpias. ....        | 26 |
| Figura 3.2. Señal EEG limpias. ....                            | 26 |
| Figura 3.3. Extracción de las señales EOG. ....                | 27 |
| Figura 3.4. Muestra de una señal EOG.....                      | 27 |
| Figura 3.5. Extracción de las señales EMG.....                 | 28 |
| Figura 3.6. Muestra de una señal EMG de la base de datos. .... | 28 |
| Figura 3.7. Muestra de una señal ECG de la base de datos. .... | 30 |

## **CAPÍTULO IV. MODELO PROPUESTO**

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 4.1. Diagrama de la arquitectura del modelo RHONN propuesto. .... | 32 |
|--------------------------------------------------------------------------|----|

## **CAPÍTULO V. EXPERIMENTACIÓN**

|                                                                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 5.1. Esquema del proceso de experimentación. ....                                                                         | 33 |
| Figura 5.2. Esquema de preprocesamiento y división de los datos EEG limpios. ....                                                | 34 |
| Figura 5.3. Esquema de preprocesamiento y división de los datos EEG contaminados. ..                                             | 35 |
| Figura 5.4. Diagrama de bloques de la generación de EEG contaminado mediante mezcla con artefactos y normalización z-score. .... | 36 |
| Figura 5.5. Operaciones internas de las capas G y D. ....                                                                        | 37 |
| Figura 5.6. Diagrama completo de la arquitectura GAN.....                                                                        | 37 |
| Figura 5.7. Diagrama de la arquitectura de DPEA [15]. ....                                                                       | 38 |
| Figura 5.8. Arquitectura tipo MLP. ....                                                                                          | 39 |
| Figura 5.9. Arquitectura tipo RNN con neuronas ocultas. ....                                                                     | 39 |

## **CAPÍTULO VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

|                                                                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 6.1. Reconstrucción de la señal EEG para un segmento de 1 segundo. ....                                                            | 46 |
| Figura 6.2. Ampliación de las primeras 10 muestras de la señal EEG.....                                                                   | 46 |
| Figura 6.3. Ampliación de 10 muestras de la parte media de la señal EEG.....                                                              | 47 |
| Figura 6.4. Ampliación de las últimas 10 muestras de la señal EEG. ....                                                                   | 47 |
| Figura 6.5. Comparativo del MSE en la reconstrucción de la señal EEG de prueba. ....                                                      | 49 |
| Figura 6.6. Ampliación de las primeras 25 muestras de la señal EEG.....                                                                   | 49 |
| Figura 6.7. Ampliación de 25 muestras de la parte media de la señal EEG.....                                                              | 49 |
| Figura 6.8. Ampliación de las últimas 25 muestras de la señal EEG. ....                                                                   | 50 |
| Figura 6.9. Comparación entre la latencia de inferencia y el rendimiento en procesamiento de señales EEG para los modelos evaluados. .... | 62 |
| Figura 6.10. Relación entre el consumo energético promedio y el uso de memoria de los modelos durante la inferencia.....                  | 63 |

|                                                                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 6.11. Análisis comparativo de la complejidad computacional medida en parámetros entrenables y operaciones de punto flotante (FLOPs)..... | 64 |
| Figura 6.12. Radar de desempeño global normalizado considerando métricas de eficiencia, consumo, velocidad y complejidad de los modelos. ....   | 65 |

## LISTA DE TABLAS

### CAPÍTULO I. ANTECEDENTES

|                                                                                                           |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| Tabla 1.1. Resumen de ventajas y limitaciones de métodos tradicionales. ....                              | 2 |
| Tabla 1.2. Comparativa de los trabajos relacionados con los métodos estadísticos.....                     | 4 |
| Tabla 1.3. Ventajas y desventajas de los trabajos relacionados con modelos de aprendizaje de máquina..... | 7 |

### CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| Tabla 2.1. Funciones de activación. .... | 17 |
|------------------------------------------|----|

### CAPÍTULO III. BASES DE DATOS

|                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 3.1. Descripción de los datos contenidos en EEGdenoiseNet. .... | 29 |
| Tabla 3.2. Descripción de MIT-BIH Arrhythmia.....                     | 30 |

### CAPÍTULO V. EXPERIMENTACIÓN

|                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 5.1. Nombres y tamaños de los conjuntos de datos de EEG resultantes después del preprocesamiento.....         | 35 |
| Tabla 5.2. Nombres y tamaños de los conjuntos de datos de EEG contaminadas reales generados para la evaluación..... | 36 |
| Tabla 5.3. Recursos computacionales utilizados para el entrenamiento, validación y evaluación del rendimiento.....  | 44 |

### CAPÍTULO VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

|                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 6.1. Correlaciones de Pearson y Spearman de los modelos de reducción de ruido.....                                                | 47 |
| Tabla 6.2. Resultados del MSE bajo ruido gaussiano. ....                                                                                | 50 |
| Tabla 6.3. Resultados del RRMSE temporal y RRMSE espectral de modelos bajo ruido gaussiano. ....                                        | 51 |
| Tabla 6.4. Evaluación del desempeño de modelos basados en la mejora y degradación. ....                                                 | 52 |
| Tabla 6.5. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con $\lambda=30\%$ . .... | 53 |
| Tabla 6.6. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con $\lambda=50\%$ . .... | 55 |
| Tabla 6.7. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con $\lambda=70\%$ . .... | 56 |

|                                                                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 6.8. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con $\lambda=90\%$ . ..... | 57 |
| Tabla 6.9. Métricas computacionales y energéticas por señal (RHONN, MLP y RNN) ..                                                        | 60 |
| Tabla 6.10. Resultados comparativos de las métricas computacionales y de energía.....                                                    | 61 |

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la electroencefalografía (*Electroencephalography*, EEG) constituye una herramienta fundamental para el monitoreo de la actividad cerebral. Su carácter no invasivo, su accesibilidad y su versatilidad en diversos contextos clínicos y tecnológicos la han consolidado como una técnica indispensable en el estudio del cerebro humano [1] - [3]. Las señales EEG, registradas desde el cuero cabelludo, se emplean ampliamente en el diagnóstico neurológico, en el desarrollo de interfaces cerebro-computadora (*Brain-Computer Interfaces*, BCI) y, más recientemente, en dispositivos de consumo orientados a aplicaciones prácticas y de investigación [4] - [6]. Los avances en los métodos de adquisición y procesamiento han permitido mejorar la calidad, interpretabilidad y robustez de estas señales [7], [8]. Aplicaciones emergentes, como el reconocimiento de emociones o la detección de estados de distracción durante la conducción, han mostrado resultados alentadores en escenarios experimentales [5], [9]. No obstante, persisten desafíos relevantes, particularmente en lo referente a la anotación de datos y la alta variabilidad entre sujetos, los cuales han motivado el desarrollo de técnicas con base en el aprendizaje no supervisado [8]. En conjunto, las tendencias actuales apuntan hacia sistemas EEG con mayor fidelidad, menor invasividad y mejores características de integración biomédica [10]. Las señales EEG presentan un comportamiento estocástico y no estacionario, caracterizado por variaciones temporales en amplitud y frecuencia, lo cual dificulta su análisis, modelado y predicción [1]. Su baja amplitud también las hace especialmente vulnerables a numerosas fuentes de interferencia, entre ellas los movimientos oculares, el ruido electromagnético y las perturbaciones de la red eléctrica, generalmente agrupadas bajo el término artefactos [10].

En la literatura se han documentado varios métodos orientados a la reducción de artefactos, que abarca desde técnicas clásicas de filtrado en los dominios temporal y tiempo-frecuencia hasta enfoques modernos basados en inteligencia artificial y aprendizaje profundo. El objetivo común de estas estrategias es mejorar la calidad de la señal preservando la información relevante para su interpretación y uso en aplicaciones posteriores [3]. Sin embargo, muchos de estos métodos presentan limitaciones importantes en términos de robustez y capacidad de generalización frente a la variabilidad intrínseca de las señales EEG.

El aprendizaje automático ha contribuido significativamente al modelado de las propiedades no lineales y estocásticas presentes en el EEG. Aunque las redes neuronales de primer orden han demostrado utilidad en diversas tareas, resultan insuficientes para capturar las dependencias temporales complejas que caracterizan a estas señales [11], [12]. Asimismo, los modelos profundos actuales dependen en gran medida del preprocesamiento exhaustivo, y su desempeño suele degradarse en entornos realistas debido a la variabilidad entre sujetos y a la naturaleza no estacionaria del EEG [13], [14]. Adicionalmente, su implementación en sistemas embebidos se ve frecuentemente limitada por la elevada carga computacional asociada a estas arquitecturas [15] - [17].

Para enfrentar estas limitaciones, en esta tesis se propone un modelo basado en Redes Neuronales Recurrentes de Alto Orden (*Recurrent High-Order Neural Network*, RHONN), entrenadas mediante el Filtro de Kalman Extendido (*Extended Kalman Filter*, EKF), como una alternativa eficiente para la reducción de ruido en señales EEG. Esta arquitectura no lineal y dinámica permite capturar la naturaleza estocástica y temporal de las señales, ofreciendo además una complejidad computacional reducida que la hace viable para aplicaciones clínicas y sistemas de interfaces cerebro-computadora en tiempo real. La Figura 1.1 presenta el esquema general del proceso de reducción de ruido.

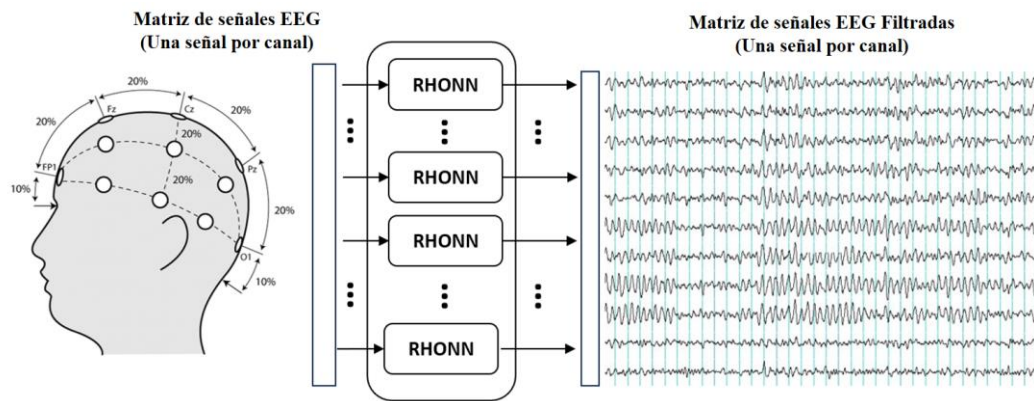


Figura.1.1 Diagrama general del sistema multicanal de supresión de ruido EEG utilizando la arquitectura RHONN.

El presente documento está dividido en siete capítulos. El Capítulo I presenta los antecedentes, abordando distintos enfoques previos para la eliminación y detección de ruido en señales EEG. El Capítulo II está dedicado al marco teórico, en el que se describen los fundamentos conceptuales necesarios para el desarrollo de la investigación.

Por su parte, el Capítulo III presenta las bases de datos utilizadas en este trabajo, detallando su origen, características y los procesos de preprocesamiento aplicados. En el Capítulo IV se describe el modelo propuesto, mientras que el Capítulo V expone el proceso de experimentación, incluyendo la implementación de los modelos y los métodos de evaluación utilizados.

El Capítulo VI presenta de manera detallada los resultados obtenidos y la correspondiente discusión. En este apartado se analiza el desempeño del modelo propuesto y se realiza una comparación exhaustiva con los métodos y desarrollos reportados en el estado del arte, destacando similitudes, diferencias y aportaciones relevantes. Finalmente, el Capítulo VII expone las conclusiones derivadas de este estudio, resaltando los hallazgos principales y el alcance de las contribuciones realizadas.

## CAPÍTULO I.

### ANTECEDENTES

En este capítulo se presenta el resumen de la revisión del estado del arte realizada sobre los métodos empleados para la eliminación de ruido y artefactos en señales EEG. La literatura consultada permitió identificar las técnicas más utilizadas, sus principios de funcionamiento y los resultados obtenidos en diversos estudios, así como las ventajas y limitaciones asociadas a cada enfoque. Este análisis proporciona un panorama general de las soluciones existentes y de los desafíos que persisten en el procesamiento de señales EEG, estableciendo las bases conceptuales y metodológicas que sustentan la necesidad de desarrollar alternativas más eficientes, como la propuesta presentada en esta tesis.

#### 1.1 Eliminación y detección en dominio tiempo-frecuencia

Los métodos de filtrado en el dominio tiempo-frecuencia se basan en la representación conjunta del tiempo y la frecuencia, lo que permite analizar cómo las componentes de frecuencia de las señales EEG varían a lo largo del tiempo [3]. Diversos estudios han explorado y aplicado estas técnicas, como se detalla a continuación.

Saber [18] propuso un método para eliminar la interferencia de la línea eléctrica en señales EEG utilizando filtros de respuesta al impulso finita (*Finite Impulse Response*, FIR) optimizados con el algoritmo de enjambre de partículas, logrando una atenuación de 31.12 dB en la banda de parada; Felja et al. [19] diseñaron filtros *notch* y pasa banda, obteniendo mejoras significativas en la relación señal-ruido (*Signal to Noise Ratio*, SNR) y una reducción del error cuadrático medio (*Mean Square Error*, MSE) en dos canales EEG. Para el sujeto uno, los SNR oscilaron entre 56.7772 dB y 62.589 dB, mientras que para el sujeto dos, entre 49.4238 dB y 51.3884 dB, con variaciones entre los canales y sujetos. La técnica mejoró la calidad de la señal al eliminar el ruido de manera efectiva. Kaur et al. [20] combinaron la descomposición de modo variacional (*Variational Mode Decomposition*, VMD), la transformada wavelet discreta (*Discrete Wavelet Transform*, DWT) y la Transformada de Paquete de Wavelet (*Wavelet Packet Transform*, WPT) para la reducción de ruido en señales EEG relacionadas con la depresión,

alcanzando una precisión del 98.51% en la eliminación de ruido. Por otro lado, Yan y Wu [21] combinaron los métodos de la Transformada de Fourier de corto tiempo (*Short-Time Fourier Transform*, STFT), la descomposición empírica bidimensional (*Bidimensional Empirical Mode Decomposition*, BEMD) y los medios no locales (*No Local Media*, NLM) para procesar las señales EEG de catorce sujetos. Al comparar este enfoque con métodos de descomposición empírica modal conjunto combinada con análisis de componentes independientes (*Empirical Mode Decomposition Independent Component Analysis*, EEMD-ICA) y descomposición empírica modal conjunta combinada con análisis de correlación canónica (*Ensemble Empirical Mode Decomposition Canonical Correlation Analysis*, EEMD-CCA), los resultados mostraron una mayor similitud con las señales de referencia, alcanzando el valor más alto de correlación cruzada, que fue de 0.35. Gajbhiye et al. [22] realizaron un análisis multiresolución con la transformada de wavelet discreta (*Discrete Wavelet Transform*, DWT) para descomponer la señal de EEG en sub-bandas. Evaluando el rendimiento a través de la diferencia en la relación señal-ruido ( $\Delta$ SNR) y la reducción en los coeficientes de correlación, los resultados muestran que sus métodos lograron un  $\Delta$ SNR promedio de 29.12 dB y una reducción de correlación en la variabilidad temporal de la señal (*Mean Temporal Variance*, MTV) del 68.56%, así como 29.29 dB y 67.51% para la variación total media ponderada (*Mean Weighted Total Variation*, MWTV), evidenciando una mejor eliminación de ruido y eficiencia computacional frente a técnicas anteriores.

En la Tabla 1.1 se recopilan las principales ventajas y limitaciones de los trabajos revisados, ofreciendo una visión clara de sus aportes y de los retos asociados a su implementación.

Tabla 1.1. Resumen de ventajas y limitaciones de métodos tradicionales.

| Referencia | Método                                           | Ventaja principal                         | Limitación clave                                   |
|------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| [18]       | Filtro FIR optimizado con enjambre de partículas | Atenuación de 31.12 dB en banda de parada | Solo elimina un tipo de ruido, baja generalización |

|      |                                         |                                                                                           |                                                                 |
|------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| [19] | Filtros <i>Notch</i> y pasa bajas/altas | Mejora SNR hasta 62.589 dB en algunos canales                                             | Pocos sujetos de prueba, limitada variabilidad y generalización |
| [20] | VMD + DWT + WPT                         | Precisión del 98.51 % en eliminación de ruido                                             | Alta complejidad computacional                                  |
| [21] | STFT + BEMD + NLM                       | Correlación cruzada de 0.35 con referencia.                                               | Correlación baja y alta complejidad computacional.              |
| [22] | DWT Multiresolución.                    | Mejora en $\Delta$ SNR (29.12-29.29 dB). Reducción significativa en correlación (67-68%). | Resultados muy dependientes de parámetros DWT.                  |

Aunque cada uno de estos trabajos presenta soluciones interesantes para abordar esta problemática, en muchos casos, pueden añadir una capa adicional de complejidad al procesamiento, dificultando la implementación eficiente, especialmente en aplicaciones que requieren adaptabilidad en tiempo real. Además, algunas técnicas dependen de parámetros iniciales o suposiciones específicas que podrían no generalizarse a todos los escenarios.

## 1.2 Eliminación y detección mediante métodos estadísticos

Debido a las limitaciones asociadas con los métodos de filtrado en el dominio del tiempo y la frecuencia, se ha recurrido al uso de modelos estadísticos. A continuación, se presentan algunos trabajos que se basan en el modelado probabilístico y el análisis de datos para mejorar el procesamiento y la calidad de las señales EEG [2]. Noorbosa et al. [23] analizaron el espectro singular adaptativo segmentado por superposición (*Overlapped Adaptive Segmented Singular Spectrum Analysis*, OvASSA) y lo combinaron con la técnica de cancelación de ruido adaptativa (*Adaptive Noise Cancellation*, ANC) para eliminar el ruido por la actividad eléctrica de los músculos oculares en señales EEG alcanzado una precisión del 98.05%, reduciendo la

cantidad de electrodos y la complejidad computacional. Wang et al. [24] propusieron un filtro de Kalman adaptativo (*Adaptive Kalman Filter*, AKF) para mejorar la adquisición de la respuesta auditiva del tronco encefálico en entornos con movimiento, alcanzando un coeficiente de correlación del  $96.16 \pm 2.15$  %. Por su parte, Abutaleb et al. [25] utilizaron la ecuación diferencial de Ornstein-Uhlenbeck para modelar la dinámica de las frecuencias EEG en las fases preictal, ictal y postictal; y aplicaron el filtro de Kalman extendido (*Extended Kalman Filter*, EKF) como generador de parámetros, logrando una precisión del 96.10% en la identificación de frecuencias afectadas por ruido. Alturki et al. [26] desarrollaron un sistema para el diagnóstico de trastornos neurológicos como la epilepsia y el autismo usando como base la técnica de análisis de componentes independientes (*Independent Component Analysis*, ICA) para eliminar artefactos de las señales EEG brutas, y segmentaron las señales en ventanas de tiempo fijas mediante un filtro elíptico pasa-banda con una banda de frecuencia de 0.1-60 Hz logrando una precisión del 99.7% en las pruebas realizadas en pacientes con dichos padecimientos. Nayak et al. [27] propusieron un método para eliminar los artefactos de movimiento en las señales EEG mediante el uso de la transformada de wavelet empírica (*Empirical Wavelet Transform*, EWT). Estas señales se analizan con dos enfoques: uno basado en el análisis de componentes principales (*Principal Component Analysis*, PCA) y otro basado en la varianza de los modos intrínsecos de frecuencia (*Intrinsic Frequency Modes*, IMFs). Los resultados que los autores presentan de ambos enfoques fueron los siguientes, con el primero enfoque, un incremento de la relación señal-ruido de  $26.78 \pm 3.10$  dB y eficiencia de  $52.92 \pm 16.38$ %, de lo contrario con el segundo,  $28.26 \pm 4.28$  dB y eficiencia de  $55.00 \pm 13.08$ %.

De forma similar al enfoque anterior, la Tabla 1.2 recopila las principales ventajas y limitaciones de los trabajos revisados.

Tabla 1.2. Comparativa de los trabajos relacionados con los métodos estadísticos.

| Referencia | Método       | Ventaja principal                      | Limitación clave                                      |
|------------|--------------|----------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| [23]       | OvASSA + ANC | Precisión del 98.05 %, menor número de | Limitado a ruido muscular ocular, baja generalización |

|      |                                      |                                                                                                                                                    |                                                                                   |
|------|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|      |                                      | electrodos y menor<br>complejidad                                                                                                                  |                                                                                   |
| [24] | Filtro de Kalman<br>adaptativo (AKF) | Correlación del 96.16<br>%, efectivo con<br>movimiento                                                                                             | Requiere condiciones<br>controladas para la<br>adquisición de las<br>señales EEG. |
| [25] | Ornstein-Uhlenbeck +<br>EKF          | Precisión del 96.10 %<br>en detección de<br>frecuencias con ruido                                                                                  | Método complejo y<br>potencialmente costoso                                       |
| [26] | ICA + filtro elíptico<br>pasa-banda  | Aumento de la<br>precisión del 99.7 % en<br>diagnósticos de<br>epilepsia/autismo                                                                   | Depende de<br>segmentación y<br>configuración de<br>bandas.                       |
| [27] | EWT + PCA / IMFs                     | Incremento en SNR de<br>$26.78 \pm 3.10$ dB<br>con PCA y,<br>$28.26 \pm 4.28$ dB<br>con IMFs.<br>Eficiencia del $55.00 \pm$<br>$13.08\%$ con IMFs. | Resultados variables<br>según el enfoque, difícil<br>estandarización.             |

El problema al utilizar estos métodos es que asumen que las señales siguen distribuciones específicas o que las condiciones de ruido son estacionarias, lo cual puede no ser realista en el contexto de señales EEG dinámicas y no lineales.

### 1.3 Eliminación y detección mediante el aprendizaje de máquina

Con la introducción de modelos de redes aprendizaje de máquina, se han desarrollado nuevas estrategias para abordar el desafío de caracterizar y eliminar el ruido en señales EEG. Estas técnicas destacan por su capacidad para capturar patrones complejos, superando las

limitaciones de los métodos tradicionales y probabilísticos [11] . A continuación, se presentan trabajos destacados relacionados con este enfoque.

Stalin et al. [28] desarrollaron un algoritmo para la detección y eliminación de artefactos basado en ondículas, utilizando la técnica de descomposición por modo empírico ensemble (*Ensemble Empirical Mode Decomposition*, EEMD) para descomponer las señales EEG contaminadas. Posteriormente, emplearon máquinas de vectores de soporte (*Support Vector Machine*, SVM) para su clasificación, logrando una precisión del 98.3% en la detección de artefactos de movimiento. Sun et al. [29] presentaron un modelo de aprendizaje supervisado utilizando una red neuronal convolucional residual unidimensional (*Residual Neural Network unidimensional*, 1D-ResCNN) para clasificar y eliminar los ruidos producidos por la actividad eléctrica de los músculos y parpadeos. Se utilizaron datos de EEG contaminados para entrenar y validar el modelo. Los resultados demostraron una mejora del 16.4% en la relación señal-ruido después de eliminar el ruido muscular, y del 7.5% tras la eliminación del ruido por parpadeos. Hossain et al. [30] presentan el modelo de red neuronal convolucional unidimensional MultiResUNet3+ para eliminar ruido ocular y muscular en señales EEG. Usaron datos públicos de EEG limpios para generar señales ruidosas semisintéticas y compararon su modelo con otros cuatro (*FPN*, *UNet*, *MCGUNet*, *LinkNet*) mediante validación cruzada en cinco pasos. El rendimiento se evaluó midiendo la reducción porcentual temporal y espectral de los artefactos, el error cuadrático medio relativo y la relación de potencia promedio en las bandas de EEG. MultiResUNet3+ superó a los otros modelos, logrando una reducción del ruido ocular del 94.82% (temporal) y 92.84% (espectral), y del 83.21% para el ruido muscular. Chuang et al. [31] diseñaron los modelos *ARTclean*, *ARTnull* y *ARTnoise*; basados en una arquitectura *Transformer* adaptada a la dinámica transitoria para reconstruir señales EEG multicanal libres de ruido. Para la extracción de características, se generaron pares de datos ruidosos-limpios mediante análisis de componentes independientes (*Independent Component Analysis*, ICA) y se incorporaron mecanismos de autoatención en la arquitectura. Como resultado, estos modelos lograron reducciones en el error cuadrático medio (MSE) de 0.067, 0.052 y 0.033, correspondientes a porcentajes de eliminación de ruido del 99.80%, 99.84% y 99.90%, respectivamente. Wang et al. [32] tomaron las señales EEG

unidimensionales como entrada y las transformaron en un formato bidimensional mediante una técnica de mapeo (*embedding*) para introducirlas en un modelo de Red Retentiva (*Retentive Network*), con el fin de optimizar el procesamiento de las señales y mejorar el almacenamiento de información temporal. Como resultado, obtuvieron una correlación de 0.3279 (+17.56%), una raíz de error cuadrático medio (*Root Mean Square Error*, RMSE) de 0.3616 (-38.81%) y una SNR de 0.9329, en comparación con una red 1D-ResCNN

Aunque los modelos de aprendizaje de máquina han demostrado ser efectivos para modelar el comportamiento no lineal y estocástico de las señales EEG, presentan inconvenientes significativos al momento de evaluar su desempeño. Al igual que en los enfoques previos, la Tabla 1.3 recopila las principales ventajas y limitaciones de los trabajos revisados.

Tabla 1.3. Ventajas y desventajas de los trabajos relacionados con modelos de aprendizaje de máquina.

| Referencia | Modelo                                               | Ventaja                                                        | Desventajas                                                     |
|------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| [28]       | EEMD + SVM                                           | Precisión del 98.3 % en detección de artefactos de movimiento. | Dependencia de métodos clásicos, limitada escalabilidad         |
| [29]       | 1D-ResCNN                                            | Mejora SNR en 16.4 % (muscular) y 7.5 % (ocular).              | Requiere gran cantidad de datos contaminados para entrenamiento |
| [30]       | MultiResUNet3+                                       | Reducción de ruido ocular 94.82 % y muscular 83.21 %           | Complejidad computacional elevada.                              |
| [31]       | <i>ARTclean</i><br><i>ARTnull</i><br><i>ARTnoise</i> | Eliminación de ruido >99.8 %, MSE muy reducido.                | Compleja implementación por arquitectura <i>Transformer</i> .   |

|      |              |                                | Conversión                                        |
|------|--------------|--------------------------------|---------------------------------------------------|
| [32] | Red Reteniva | Correlación +17.56             | 1D→2D añade                                       |
|      |              | %, MSRE -38.31 %, SNR = 0.9329 | complejidad y<br>dificulta uso en<br>tiempo real. |

Después de analizar los diferentes enfoques revisados, se observa que en todos ellos persisten problemáticas que dificultan su implementación efectiva en aplicaciones del mundo real. Uno de los aspectos más críticos es la elevada dependencia de etapas de preprocesamiento (como la eliminación de artefactos, el filtrado y la segmentación de señales), lo cual contrasta con el objetivo de lograr un aprendizaje verdaderamente integral a partir de datos de EEG sin procesar. Tal como señalan [13], aunque los modelos profundos afirman poder trabajar directamente con EEG en bruto, en la práctica requieren un preprocesamiento sustancial para garantizar estabilidad y un rendimiento fiable.

Como se ha mencionado anteriormente, este comportamiento se relaciona con la propia naturaleza de las señales EEG, las cuales son inherentemente no estacionarias, ruidosas y dependientes del sujeto, lo que dificulta su generalización entre individuos. Esta variabilidad, sumada a factores ambientales, reduce la robustez y reproducibilidad de los modelos entrenados. Asimismo, la capacidad de generalización de muchos modelos se deteriora significativamente bajo evaluaciones más realistas, como la validación cruzada con exclusión de un sujeto, donde la precisión puede descender del 80 % a cerca del 50 % [13].

Por otra parte, incluso cuando estos modelos logran un buen rendimiento, su implementación en sistemas embebidos y aplicaciones en tiempo real suele implicar un elevado costo computacional lo que representa una limitación crítica para su uso en entornos con recursos reducidos, donde se demanda baja latencia y alta confiabilidad.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los fundamentos conceptuales y matemáticos que sustentan la presente investigación. Asimismo, se introducen las formulaciones, modelos y herramientas metodológicas relevantes para la reducción de ruido, con el propósito de establecer las bases necesarias para la comprensión y correcta aplicación del modelo propuesto.

#### 2.1 Electroencefalografía

La electroencefalografía (*Electroencephalography*, EEG), es una técnica no invasiva que permite registrar la actividad eléctrica del cerebro en tiempo real. Consiste en la medición de las oscilaciones de voltaje generadas por las corrientes iónicas asociadas a la actividad neuronal, principalmente en las neuronas piramidales de la corteza cerebral. Este registro se realiza mediante electrodos colocados sobre el cuero cabelludo, siguiendo el sistema internacional 10-20, que asegura una distribución estandarizada y reproducible de los puntos de contacto [1].

Una de las principales ventajas del EEG es su capacidad para proporcionar información funcional en tiempo real, complementando las imágenes estructurales obtenidas mediante técnicas como la resonancia magnética. Además, su bajo costo, portabilidad y facilidad de aplicación lo convierten en una herramienta accesible y versátil en diversos entornos clínicos y de investigación.

##### 2.1.1 Origen biológico de las señales EEG

Típicamente oscilan entre 0 y 300 microvoltios ( $\mu\text{V}$ ), variando según la actividad cerebral y el estado del sujeto. Estas variaciones son consecuencia de la sincronización de grandes grupos de neuronas piramidales en la corteza cerebral [1].

Las neuronas, al recibir estímulos excitadores en sus dendritas, generan pequeños campos eléctricos que, al sumarse, crean un potencial lo suficientemente grande como para ser detectado en la superficie del cuero cabelludo como se muestra en la Figura 2.1.

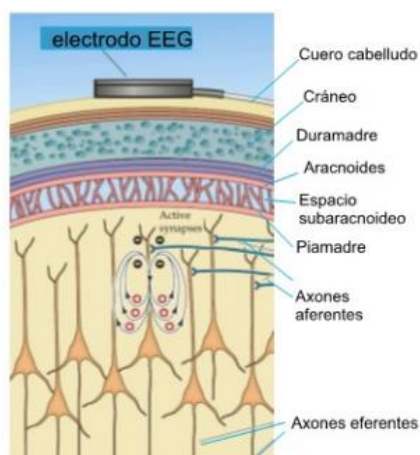


Figura 2.1. Generación de una señal EEG [1].

Este proceso se debe al intercambio de iones como sodio ( $\text{Na}^+$ ), potasio ( $\text{K}^+$ ), calcio ( $\text{Ca}^{++}$ ) y cloro ( $\text{Cl}^-$ ) a través de las membranas neuronales.

Las ondas presentes en las señales de EEG se clasifican según su frecuencia en diferentes bandas. Las ondas delta ( $\delta$ ), que se encuentran entre 0.5 y 4 Hz, están asociadas con el sueño profundo. Las ondas theta ( $\theta$ ), que se sitúan entre 4 y 8 Hz, están relacionadas con la meditación y la relajación. Las ondas alpha ( $\alpha$ ), que oscilan entre 8 y 12 Hz, se observan en estados de calma y alerta relajada. Las ondas beta ( $\beta$ ), que van de 12 a 30 Hz, están muy relacionadas con la actividad mental intensa y la concentración. Por último, las ondas gamma ( $\gamma$ ), que superan los 30 Hz, están asociadas con las funciones cognitivas y el procesamiento de información [1].

### 2.1.2 Sistema de adquisición de señales 10 - 20

Es un método estandarizado recomendado por la Federación Internacional de Neurofisiología Clínica (*International Federation of Clinical Neurophysiology*, por sus siglas en inglés IFCN) para la colocación de electrodos en estudios de EEG. Este sistema se denomina así debido a que los electrodos se ubican en puntos específicos del cuero cabelludo con distancias relativas del 10% o el 20% de la longitud total del cráneo entre cada uno de ellos. Estas distancias se calculan con respecto a puntos de referencia anatómicos, como el nasión (en la base de la nariz) y el inion (parte posterior del cráneo), lo cual permite una colocación precisa

y reproducible de los electrodos. Esta distribución asegura la cobertura homogénea de las diferentes áreas cerebrales y facilita la interpretación de los registros [33].

En la Figura 2.2 se muestra la disposición de los electrodos de acuerdo con el Sistema 10-20, que emplea un mínimo de veintidós electrodos, incluyendo diecinueve sobre el cráneo y dos referenciales en las orejas o mastoides, conocidos como auriculares: A1 para el lado izquierdo y A2 para el derecho. Los electrodos ubicados en el lado izquierdo de la cabeza se numeran con números impares, mientras que los del lado derecho llevan números pares. La línea media se identifica con la letra Z, lo que evita confusiones con la letra O de occipitales.

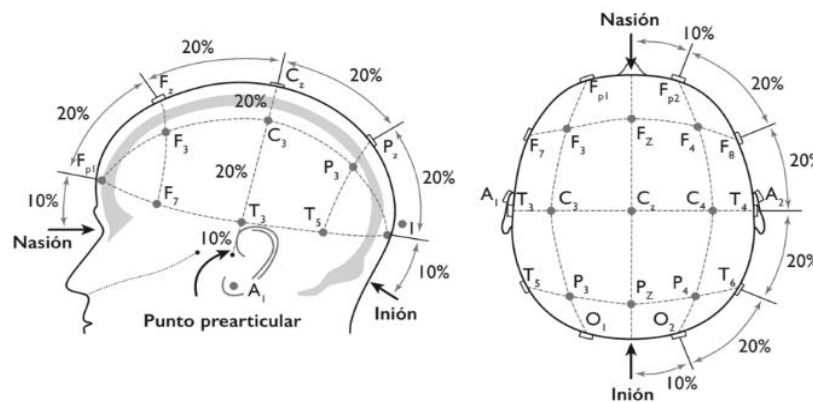


Figura 2.2. Distribución de los electrodos de acuerdo al sistema 10-20 [33].

Los electrodos utilizados para captar señales eléctricas están fabricados con plata recubierta de cloruro de plata (Ag/AgCl). Este recubrimiento se obtiene mediante un proceso de oxidación controlada de la plata. Los electrodos Ag/AgCl destacan por su alta conductividad eléctrica y baja impedancia, lo que facilita la transmisión de señales eléctricas. Además, son químicamente estables en condiciones fisiológicas y presentan una buena resistencia a la corrosión. Su biocompatibilidad los hace adecuados para el contacto con la piel. También proporcionan un potencial de referencia constante, lo que resulta crucial para medir voltajes eléctricos en el cuerpo [1]. A continuación, en la Figura 2.3 se muestra como son dichos electrodos.



Figura 2.3. Electrodo de Ag/AgCl de copa [1].

### 2.1.3 Interfaz cerebro – computadora

La interfaz cerebro-computadora (*Brain-Computer Interface*, BCI) es un sistema capaz de medir la actividad cerebral, procesarla para obtener características de interés y, una vez obtenidas, interactuar con el entorno de la forma deseada por el usuario [10]. En la Figura 2.4 se muestra el diagrama de las partes que conforman la BCI.

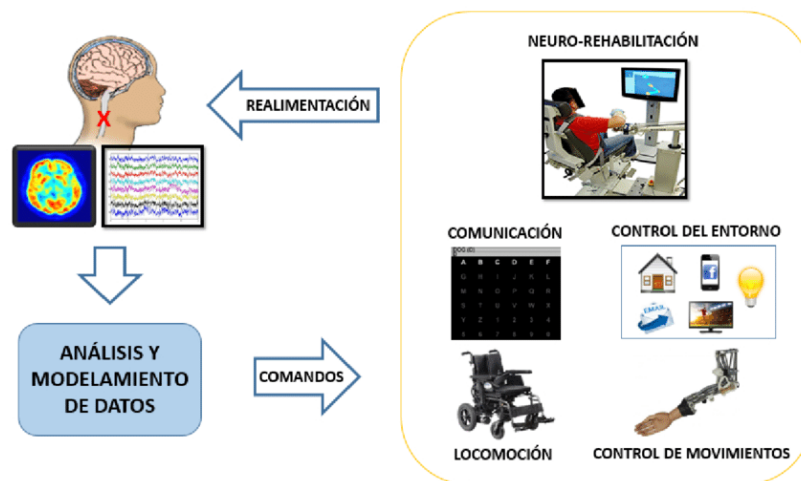


Figura 2.4. Diagrama de bloques de la BCI [10].

La BCI permite establecer un canal de comunicación directo y natural entre el ser humano y la máquina, al traducir las intenciones del usuario en órdenes ejecutables. A diferencia de otras interfaces, que requieren adaptar el pensamiento a la modalidad de interacción utilizada,

la BCI opera exclusivamente con información procedente del sistema nervioso central, específicamente del cerebro, basándose únicamente en la actividad cerebral pura. Por ello, se excluyen todas las interfaces que utilicen información eléctrica derivada del movimiento muscular, parpadeos u otros fenómenos ajenos a la actividad cerebral, ya sea de manera implícita o explícita.

#### 2.1.4 Fuentes de ruido en señales EEG

El ruido presente en las señales EEG, comúnmente denominado artefactos, corresponde a componentes registrados durante la actividad electroencefalográfica que no tienen un origen cerebral [1]. Estos artefactos afectan la precisión del análisis y pueden provenir tanto de procesos fisiológicos como de fuentes externas. Entre los más relevantes se encuentran los artefactos musculares (*Electromyography*, EMG), generados por la actividad de músculos cercanos al cuero cabelludo, cuyas contracciones producen señales eléctricas que se superponen con la actividad cerebral real. Asimismo, los artefactos oculares (*Electrooculography*, EOG), derivados del parpadeo y los movimientos del globo ocular, introducen potenciales eléctricos de gran amplitud que contaminan principalmente los electrodos frontales.

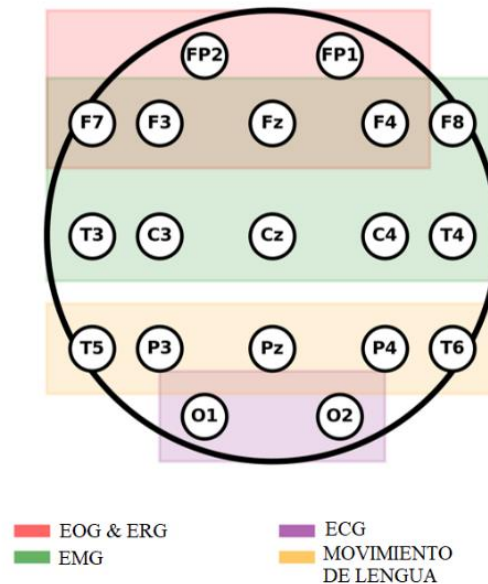


Figura 2.5. Zonas del sistema 10-20 donde se presentan con mayor frecuencia los principales artefactos en EEG.

La Figura 2.5 muestra la distribución espacial de los artefactos más comunes en el sistema de posicionamiento internacional 10–20. En las regiones frontales predominan los artefactos EOG; en las zonas superiores, temporales y laterales se observa una mayor presencia de artefactos EMG; en la región occipital pueden registrarse artefactos ECG; mientras que en áreas posteriores e inferiores pueden aparecer artefactos glosocinéticos, asociados a movimientos de la lengua. Esta caracterización espacial permite identificar qué electrodos son más susceptibles a cada tipo de interferencia, facilitando el diseño de estrategias específicas para su mitigación.

Además de los artefactos fisiológicos, las señales EEG pueden verse afectadas por fuentes ambientales. La interferencia electromagnética de dispositivos electrónicos cercanos, como teléfonos móviles y computadoras, puede introducir ruido adicional en el registro. Asimismo, el ruido de línea, típico de la red eléctrica, afecta de manera periódica la señal capturada. Finalmente, las variaciones en la impedancia de los electrodos, ocasionadas por cambios en el contacto con la piel debido a movimientos o sudoración, degradan la estabilidad y calidad de la señal obtenida.

## **2.2 Redes neuronales artificiales**

Las Redes Neuronales Artificiales (RNA) son modelos simplificados de las redes neuronales biológicas. Su objetivo es emular las capacidades del cerebro humano para resolver problemas complejos, como la visión, el reconocimiento de patrones o el control moto-sensorial. Estas redes funcionan como procesadores paralelos distribuidos, capaces de almacenar conocimiento adquirido a través de la experiencia y mantenerlo disponible para su uso en la resolución de nuevas tareas [34].

Las RNA comparten dos características fundamentales con las redes biológicas: están constituidas por elementos computacionales simples y altamente interconectados, y su funcionamiento depende de la forma en que estas conexiones están establecidas. En la Figura 2.6 se observa una neurona artificial en su forma general y su similitud con una neurona biológica.

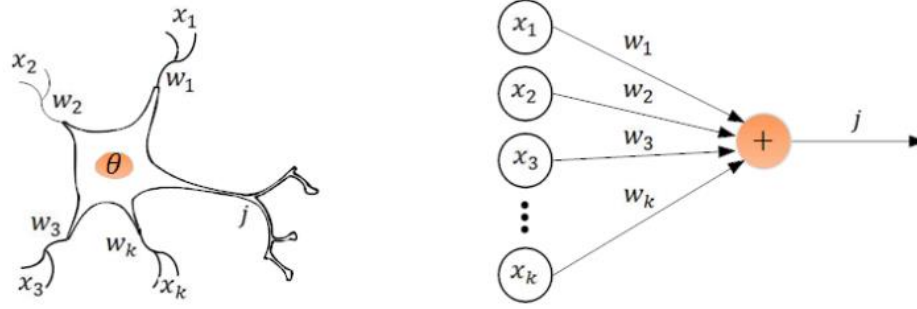


Figura 2.6. Comparativa de neurona biológica y neurona artificial.

Está compuesta por tres elementos fundamentales: las sinapsis, que asignan un peso a cada entrada recibida; el sumador, que agrega las señales ponderadas; y la función de activación, que transforma la suma en una salida ajustada dentro de un rango específico. Además, se incorpora un término de sesgo que permite desplazar el umbral de activación, favoreciendo la flexibilidad del modelo. Esta formulación matemática es la base del procesamiento de información dentro de una red neuronal.

A partir de este modelo, surge el perceptrón, considerado el primer modelo funcional de una red neuronal artificial. Fue propuesto por Frank Rosenblatt en 1958 y representa la implementación más simple del concepto de neurona artificial. El perceptrón se compone de una sola neurona con pesos ajustables y una función de activación escalón, utilizada para realizar tareas de clasificación binaria [35]. Su diseño se fundamenta en el modelo neuronal de McCulloch y Pitts [36], y su propósito es clasificar patrones que pueden separarse linealmente.

El modelo se ilustra en la Figura 2.7, donde la salida de la neurona está dada por:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{si } v \geq 0 \\ 0 & \text{si } v < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$v = \sum_{i=0}^m w_i x_i \quad (2.2)$$

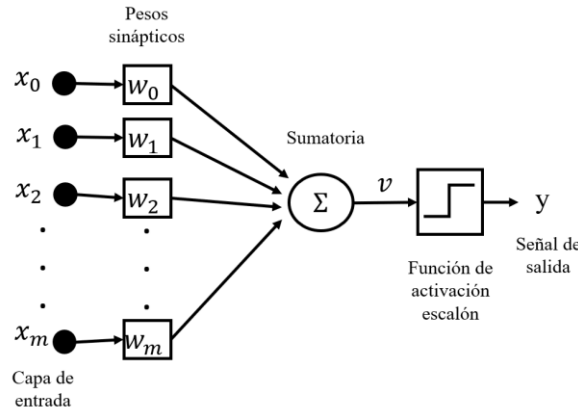


Figura 2.7. Modelo del perceptrón propuesto por Rosenblatt.

Aunque limitado en su capacidad para resolver problemas no lineales [37], el perceptrón sentó las bases del aprendizaje supervisado y motivó el desarrollo de modelos de redes neuronales artificiales más flexibles. La incorporación de múltiples capas y funciones de activación no lineales permitió extender sus capacidades, haciendo posible abordar tareas de clasificación no lineal y el procesamiento de datos complejos.

A partir de estas mejoras, el modelo general de una red neuronal artificial se formaliza como una estructura compuesta por varias neuronas interconectadas, distribuidas en capas (de entrada, ocultas y de salida), cada una procesando señales mediante pesos, sesgos y funciones de activación. Este modelo se representa esquemáticamente en la Figura 2.7 y, desde el punto de vista matemático, puede describirse como:

$$y_k = S \left( \sum_{j=1}^m w_{k,j} x_j + b_k \right) \quad (2.3)$$

Donde  $x_j$  son las entradas,  $w_{k,j}$  son los pesos sinápticos que conectan la entrada  $j$  con la neurona  $k$ ,  $b_k$  es el sesgo o polarización,  $S$  es la función de activación, y  $y_k$  representa la salida de la neurona.

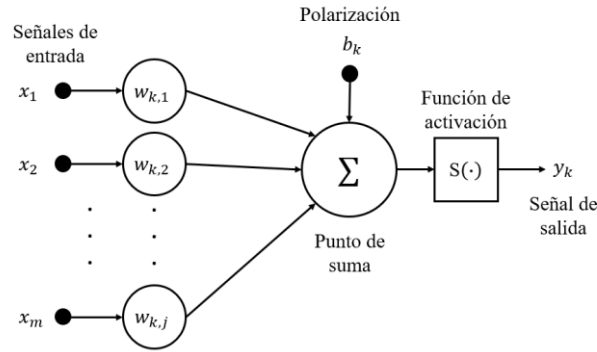


Figura 2.8. Modelo general de una neurona de una RNA.

### 2.2.1 Tipos de funciones de activación

Las funciones de activación, denotadas por  $S(v)$  introduce no linealidad en la red, permitiendo que la red capture relaciones complejas entre las variables de entrada [34]. A continuación, en la Tabla 2.1 se muestran algunos tipos básicos de funciones de activación usados en redes neuronales.

Tabla 2.1. Funciones de activación.

| Nombre de la función        | $S(v)$                                                                                                                       |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Lineal</b>               | $S(v) = \begin{cases} 1 & v \geq +\frac{1}{2} \\ v & +\frac{1}{2} > v > -\frac{1}{2} \\ 0 & v \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$ |
| <b>Escalón</b>              | $S(v) = \begin{cases} 1 & \text{si } v \geq 0 \\ 0 & \text{si } v < 0 \end{cases}$                                           |
| <b>Sigmoide</b>             | $S(v) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$                                                                                                |
| <b>Tangente hiperbólica</b> | $S(v) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$                                                                                   |
| <b>ReLU</b>                 | $S(v) = \max(0, v)$                                                                                                          |

### 2.3 Red neuronal recurrente de alto orden

Las redes neuronales recurrentes de alto orden (*Recurrent High Order Neural Networks*, RHONN) son una extensión de la red neuronal de Hopfield de primer orden [38], diseñadas para modelar secuencias temporales con mayor complejidad y dependencia a largo plazo [39]. Estas redes permiten que las salidas de las capas ocultas estén influenciadas no solo por las entradas actuales y pasadas, sino también por las interacciones entre capas ocultas de mayor orden, lo que les permite capturar patrones de secuencia más complejos y no lineales. En la Figura 2.9 se ilustra una modelo de la red.

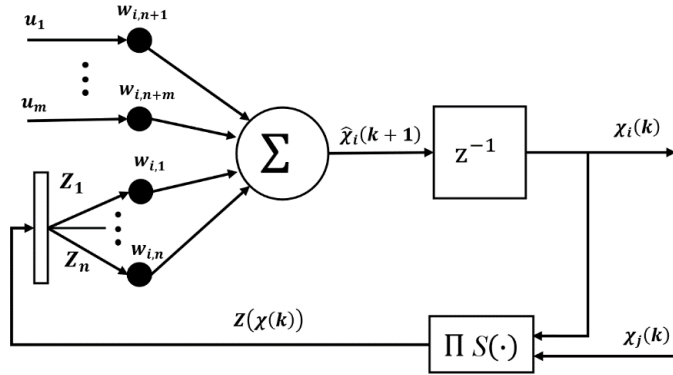


Figura 2.9. Arquitectura general de una RHONN.

Matemáticamente, se define como:

$$\chi_i(k+1) = \omega_i^T z_i(x(k), u(k)), \quad y_i(k) = \chi_i(k) \quad (2.4)$$

( $i = 1, \dots, n$ ) donde  $\chi_i$  es el estado de la  $i$ -ésima neurona,  $y_i(k)$  es la salida de la red neuronal,  $u(k)$  es la entrada del sistema,  $n$  es la dimensión del estado,  $\omega_i^T$  es el vector de los pesos adaptativos y  $z_i(x(k), u(k))$  viene dada por:

$$z_i(x(k), u(k)) = \begin{bmatrix} z_{i1} \\ z_{i2} \\ \vdots \\ z_{iL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} \xi_{ij}^{di_j(1)} \\ \prod_{j \in I_2} \xi_{ij}^{di_j(2)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_L} \xi_{ij}^{di_j(L)} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

donde,  $L$  indica el número de conexiones de orden superior, mientras que  $\{I_1, I_2, I_3, \dots, I_L\}$  corresponde a una colección de subconjuntos no ordenados del conjunto  $\{1, 2, \dots, n\}$ . El término  $di_j(k)$  un número entero no negativo, y  $\xi_i$  se define de la siguiente manera:

$$\xi_i = \begin{bmatrix} \xi_{i_1} \\ \vdots \\ \xi_{i_1} \\ \xi_{i_{n+1}} \\ \vdots \\ \xi_{i_{n+m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(x_1) \\ \vdots \\ S(x_n) \\ u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

con  $S(\cdot)$  la función de activación definida como  $S(\cdot) = \tanh(\cdot)$ .

## 2.4 Algoritmo de entrenamiento de la RHONN

Estas redes pueden entrenarse mediante diversas estrategias de optimización y estimación de parámetros, las cuales permiten ajustar sus pesos para modelar con precisión el sistema de interés. Entre ellas, el Filtro de Kalman Extendido (*Extended Kalman Filter*, por sus siglas en inglés, EKF) destaca por ser una extensión no lineal del filtro de Kalman, diseñada para estimar los estados de sistemas no lineales afectados por ruido aditivo tanto de proceso como de medición [38]. En el contexto del entrenamiento de redes neuronales, el EKF considera los pesos de la red como los estados a estimar y modela el error entre la salida de la red y la señal EEG medida como ruido blanco aditivo. Bajo este enfoque, el objetivo del entrenamiento es determinar los valores óptimos de los pesos que minimicen el error de predicción [39]. Las ecuaciones correspondientes a este algoritmo se muestran en (2.7), (2.8) y (2.9).

$$\omega_i(k+1) = \omega_i + \eta_i K_i(k) e_i(k) \quad (2.7)$$

$$K_i(k) = P_i(k) H_i(k) [R_i(k) + H_i^T(k) P_i(k) H_i(k)]^{-1} \quad (2.8)$$

$$P_i(k+1) = P_i(k) - K_i(k) H_i(k) P_i(k) + Q_i(k) \quad (2.9)$$

Siendo  $e_i(k)$  definido como:

$$e_i(k) = gt_i(k) - y_i(k), \quad (2.10)$$

donde  $e_i(k)$  es el error en el tiempo  $k$  para la  $i$ -ésima salida,  $gt_i(k)$  representa la señal de referencia no lineal deseada, y  $y_i(k)$  es la salida de la red neuronal en el tiempo  $k$ . La matriz  $P_i(k) \in \mathbb{R}^{L_i \times L_i}$  denota la covarianza del error de las estimaciones de los pesos, y  $\omega_i \in \mathbb{R}^{L_i}$  es el vector de pesos de la red, siendo  $L_i$  el número total de pesos. El escalar  $\eta_i$  corresponde a la tasa de aprendizaje,  $K_i(k) \in \mathbb{R}^{L_i \times m}$  es la matriz de ganancia de Kalman,  $Q_i(k) \in \mathbb{R}^{L_i \times L_i}$  es la matriz de covarianza del ruido del proceso, y  $H_i(k) \in \mathbb{R}^{L_i \times m}$  es la matriz de observación. Cada fila  $H_{ij}(k)$  se define como la derivada parcial de la salida correspondiente  $y_i(k)$  respecto al peso  $y_i(k)$  respecto al peso  $\omega_{ij}$  de la red neuronal, es decir:

$$H_{ij}(k) = \left[ \frac{\partial y(k)}{\partial w_{ij}} \right]^T \quad (2.11)$$

con  $i = 1, \dots, n$  y  $j = 1, \dots, L_i$ . Por lo general  $P_i(k)$ ,  $Q_i(k)$  y  $R_i(k)$  se inicializan como matrices diagonales con entradas de  $P_i(0)$ ,  $Q_i(0)$  y  $R_i(0)$ , respectivamente. El diagrama esquemático utilizado para el proceso de entrenamiento se muestra en la Figura 2.10.

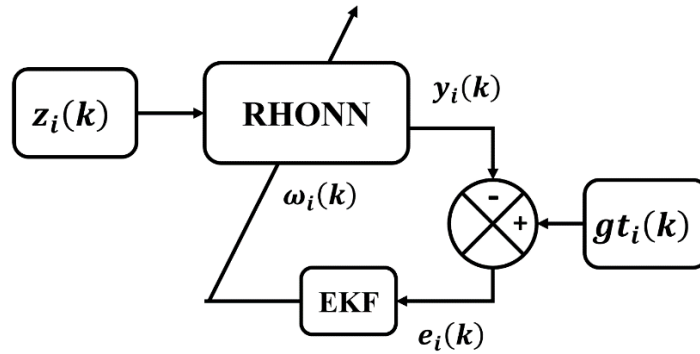


Figura 2.10. Esquema de entrenamiento de la RHONN utilizando el EKF.

### 2.4.1 Convergencia de la RHONN

**Teorema 1.** *Considere la  $i$ -ésima neurona del modelo RHONN presentada en (2.4), donde  $z_i(\cdot)$  se define por (2.5) y (2.6), y el error en (2.10). Suponer que existe un valor constante  $\omega_i^*$  tal que*

$$gt_i(k) = \omega_i^{*T} H_i(k) + \omega_i(k), \quad |\omega_i(k)| \leq \bar{\omega}_i, \quad (2.12)$$

aquí  $H_i(k) := z_i(x(k), u(k))$  y  $\tilde{\omega}_i(k) = \omega_i(k) - \omega_i^*$ . Por otro lado, la actualización de los pesos basada en EKF viene dada por (2.7), (2.8) y (2.9) con  $R_i(k) > 0$ ,  $Q_i(k) \geq 0$ ,  $\eta_i > 0$ , y el regresor acotado  $\|H_i(k)\| \leq \bar{h}_i$ . Con base en la información previa y considerando la siguiente función candidata de Lyapunov compuesta

$$V_i(k) = \frac{1}{2} e_i^2(k) + \frac{1}{2} \tilde{\omega}_i^T(k) P_i^{-1}(k) \tilde{\omega}_i(k). \quad (2.13)$$

Entonces, existen constantes positivas  $\underline{\alpha}_i$ ,  $\underline{\mu}_i$ , y  $C_i$  tales que la diferencia de un paso satisfice

$$\Delta V_i(k) \leq -\underline{\alpha}_i e_i^2(k) - \underline{\mu}_i \tilde{\omega}_i^T(k) H_i(k) R_i^{-1}(k) H_i^T(k) \tilde{\omega}_i(k) + C_i \bar{\omega}_i^2. \quad (2.14)$$

Como consecuencia:

- 1) Si  $\bar{\omega}_i > 0$ , el par  $(e_i, \tilde{\omega}_i)$  es semi-globalmente uniforme acotado en última instancia (semi-globally uniformly ultimately bounded, por sus siglas en inglés, SGUUB).
- 2) Si  $\bar{\omega}_i = 0$ , entonces  $e_i \rightarrow 0$  cuando  $k \rightarrow \infty$ .
- 3) Si, además,  $Q_i(k) \equiv 0$  y  $H_i(k)$  es persistentemente excitante (PE) [40], entonces  $\tilde{\omega}_i \rightarrow 0$  cuando  $k \rightarrow \infty$ .

**Prueba.** Considere el candidato de Lyapunov previamente definido en (2.13), en el que intervienen el error  $e_i(k)$ , error de parámetro  $\tilde{\omega}_i(k)$ , covarianza  $P_i(k) > 0$ , matriz de medición  $H_i(k)$ , covarianza de ruido  $R_i(k) > 0$  y la ganancia de Kalman [40] definida en (2.8). Considerando la derivada en tiempo discreto de dicha función candidata de Lyapunov, se obtiene lo siguiente

$$\Delta V_i(k) = V_i(k+1) - V_i(k) = \Delta V_{e,i}(k) + \Delta V_{\omega,i}(k) \quad (2.15)$$

y utilizando la actualización de parámetros EKF

$$\tilde{\omega}_i(k+1) = \tilde{\omega}_i(k) + \eta_i K_i(k) e_i(k) \quad (2.16)$$

y expandiendo términos se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta V_{\omega,i}(k) &= \frac{1}{2} \tilde{\omega}_i^T [P_i^{-1}(k+1) - P_i^{-1}(k)] \tilde{\omega}_i \\ &\quad + \eta_i e_i \tilde{\omega}_i^T P_i^{-1}(k+1) K_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \eta_i^2 e_i^2 K_i^T P_i^{-1}(k+1) K_i \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ahora, usando la desigualdad en forma de Joseph [41]

$$P_i^{-1}(k+1) \geq P_i^{-1}(k) + H_i(k) R_i^{-1}(k) H_i^T(k), \quad (2.18)$$

permite desplazar el término cuadrático hacia la izquierda, obteniendo:

$$\begin{aligned} \Delta V_{\omega,i}(k) - \frac{1}{2} \tilde{\omega}_i^T H_i R_i^{-1} H_i^T \tilde{\omega}_i &\leq \eta_i e_i \tilde{\omega}_i^T P_i^{-1}(k+1) K_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \eta_i^2 e_i^2 K_i^T P_i^{-1}(k+1) K_i. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Empleando la identidad  $P_i^{-1} K_i = H_i (H_i^T P_i H_i + R_i)^{-1}$  junto con el lema de inversión de matrices [42]

$$K_i^T P_i^{-1} K_i = (H_i^T P_i H_i + R_i)^{-1} H_i^T P_i H_i (H_i^T P_i H_i + R_i)^{-1} \leq (H_i^T P_i H_i + R_i)^{-1}, \quad (2.20)$$

y aplicando las desigualdades de Cauchy–Schwarz y de Young [43], [44] al término cruzado en (2.17), se obtiene

$$\eta_i e_i \tilde{\omega}_i^T P_i^{-1} K_i \leq \frac{\mu_i}{2} \tilde{\omega}_i^T H_i R_i^{-1} H_i^T \tilde{\omega}_i + \frac{\eta_i^2}{2\mu_i} e_i^2 (H_i^T P_i H_i + R_i)^{-1}. \quad (2.21)$$

Para cualquier  $\mu_i > 0$ . Por lo tanto, se tiene que:

$$\Delta V_{\omega,i}(k) \leq \left( \frac{1}{2} + \frac{\mu_i}{2} \right) \tilde{\omega}_i^T H_i R_i^{-1} H_i^T \tilde{\omega}_i + \eta_i^2 e_i^2 c_{K,i}, \quad (2.22)$$

con  $c_{K,i} > 0$  absorbiendo los dos términos escalares en  $e_i^2$  que dependen de  $(H_i^T P_i H_i + R_i)^{-1}$ .

Por otra parte, de la actualización de la medición se tiene:

$$e_i(k+1) = (1 - a_i(k))e_i(k) + \tilde{\omega}_i(k), \quad (2.23)$$

donde  $a_i := \frac{H_i^T P_i H_i}{H_i^T P_i H_i + R_i} \in (0,1)$ . Por lo tanto, se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta V_{e,i}(k) &= \frac{1}{2} (e_i^2(k+1) - e_i^2(k)) \\ &= \frac{1}{2} ((1 - a_i)^2 - 1)e_i^2 + (1 - a_i)e_i\tilde{\omega}_i + \frac{1}{2}\tilde{\omega}_i^2. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Dado que para  $1 - (1 - a_i) = 2a_i - a_i^2 > a_i$  para  $a_i \in [0,1]$ , la ecuación anterior se puede calcular como

$$\Delta V_{e,i}(k) \leq -\frac{a_i}{2}e_i^2 + |e_i||\tilde{\omega}_i| + \frac{1}{2}\tilde{\omega}_i^2. \quad (2.25)$$

Por la desigualdad de Young [43], [44] y considerando que  $|\tilde{\omega}_i(k)| \leq c_\omega \bar{\omega}_i$ , se tiene

$$|e_i||\tilde{\omega}_i| \leq \frac{\beta_i}{2}e_i^2 + \frac{1}{2\beta_i}\tilde{\omega}_i^2, \quad (2.26)$$

lo que da como resultado

$$\Delta V_{e,i}(k) \leq -\frac{1}{2}(a_i - \beta_i)e_i^2 + C_{\omega,i}\bar{\omega}_i^2, \quad (2.27)$$

para cualquier  $\beta_i > 0$  y algún  $C_{\omega,i} > 0$ . Sumando ambos límites, se obtiene

$$\Delta V_i(k) \leq \left(\frac{1}{2} + \frac{\mu_i}{2}\right)\tilde{\omega}_i^T H_i R_i^{-1} H_i^T \tilde{\omega}_i - \frac{1}{2}(a_i - \beta_i)e_i^2 + \eta_i^2 c_{K,i}e_i^2 + C_{\omega,i}\bar{\omega}_i^2. \quad (2.28)$$

Al mover la ecuación cuadrática del lado de los parámetros al lado izquierdo y volver a etiquetar los términos de holgura, se obtiene:

$$\Delta V_i(k) \leq -\underline{\mu}_i \tilde{\omega}_i^T H_i R_i^{-1} H_i^T \tilde{\omega}_i - \underline{\alpha}_i e_i^2 + C_i \bar{\omega}_i^2, \quad (2.29)$$

con

$$\underline{\mu}_i := \frac{1}{2}, \quad \underline{\alpha}_i := \frac{1}{2} \inf_k a_i(k) - \frac{\beta_i}{2} - \eta_i^2 c_{K,i} > 0. \quad (2.30)$$

La desigualdad anterior se cumple si y solo si se cumplen las condiciones  $R_i > 0$ ,  $P_i > 0$ , la observabilidad del sistema (que garantiza que  $a_i(k)$  permanece acotado y alejado de cero), y

una ganancia de adaptación acotada  $\eta_i$ . La constante  $C_i > 0$  agrupa todos los términos asociados con la perturbación acotada, en particular la contribución  $C_{\omega,i}$  proveniente del término de ruido  $\tilde{\omega}_i(k)$  y el factor  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\beta_i}\right) c_{\omega}^2$  que surge de la aplicación de la desigualdad de Young al término cruzado entre  $e_i(k)$  y  $\tilde{\omega}_i(k)$ . En estas condiciones, la desigualdad en (2.29) garantiza que  $V_i(k)$  no sea creciente en presencia de perturbaciones acotadas. En el caso sin ruido ( $\bar{\omega} = 0$ ), se simplifica a:

$$\Delta V_i(k) \leq -\underline{\alpha}_i e_i^2 - \underline{\mu}_i \tilde{\omega}_i^T H_i R_i^{-1} H_i^T \tilde{\omega}_i. \quad (2.31)$$

La función resulta definida negativa, lo que garantiza la convergencia asintótica tanto del error de seguimiento como del error de estimación de parámetros. En presencia de perturbaciones acotadas, la desigualdad se vuelve semidefinida negativa, asegurando así la acotación uniforme y definitiva de las trayectorias del sistema. De esta manera, la estabilidad de la RHONN entrenada mediante el EKF queda rigurosamente demostrada.

**Observación.** El resultado se puede extender naturalmente al RHONN completo apilando todos los vectores de peso de las neuronas en  $W(k) = \text{col}_i(\omega_i(k))$ , y definiendo  $P(k)$ ,  $H(k)$  y  $R(k)$  como matrices bloque-diagonales, cuyos bloques diagonales son, respectivamente,  $P_i(k)$ ,  $H_i(k)$  y  $R_i(k)$ .

En este caso, la función de Lyapunov global se expresa como

$$V(k) = e^T(k)e(k) + \frac{1}{2} \tilde{W}^T(k) P^{-1}(k) \tilde{W}(k). \quad (2.32)$$

Con esta estructura bloque-diagonal, la desigualdad en forma de Joseph y las cotas previamente aplicadas a cada neurona se extienden a toda la red, lo que conduce a

$$\Delta V(k) \leq -\underline{\alpha} \|e(k)\|^2 - \underline{\mu} \tilde{W}^T(k) H(k) R^{-1}(k) H^T(k) \tilde{W}(k) + C \bar{\omega}^2, \quad (2.33)$$

donde  $\underline{\alpha} = \min_i \underline{\alpha}_i > 0$ ,  $\underline{\mu} = \min_i \underline{\mu}_i > 0$  y  $C = \sum_i C_i$ . Por lo tanto, las mismas propiedades de estabilidad demostradas para cada neurona individualmente se aplican al sistema completo apilado.

## CAPÍTULO III

### CONJUNTO DE DATOS

A continuación, se presentan y describen los conjuntos de datos utilizados para el entrenamiento de modelos de aprendizaje automático enfocados en la eliminación de ruido y la detección de artefactos en señales EEG. Se proporciona una descripción detallada de cada conjunto de datos, incluyendo sus características principales, el tipo de artefactos presentes, las condiciones de adquisición, su relevancia para el desarrollo y la evaluación de modelos.

#### 3.1 EEGDenoiseNet

En el año de 2020, Zhang et al., [45] presentaron un conjunto de datos de referencia llamado *EEGdenoiseNet*, diseñado para entrenar y evaluar modelos de aprendizaje profundo orientados a la eliminación de ruido en señales EEG. Dicha base combina datos reales y simulados de electroencefalografía (EEG), Electrooculograma (EOG) y Electromiografía (EMG). Dichos datos se encuentran disponibles en el repositorio de GitHub de forma pública [46].

##### 3.1.1 Adquisición y preprocesamiento de datos

Los datos de EEG, EOG y EMG fueron recopilados de repositorios públicos y sometidos a un riguroso proceso de preprocesamiento y segmentación en épocas de dos segundos. Las señales EEG se extrajeron de un conjunto de datos de interfaz cerebro-computadora, con grabaciones de 64 canales bajo el sistema 10-10, muestreadas originalmente a 512 Hz, filtradas en banda (1-80 Hz), remuestreadas a 256 Hz. Se limpiaron los artefactos utilizando el método ICA [47] combinado con *ICLabel* para la clasificación automática de componentes [48]. Este proceso se muestra en la Figura 3.1.

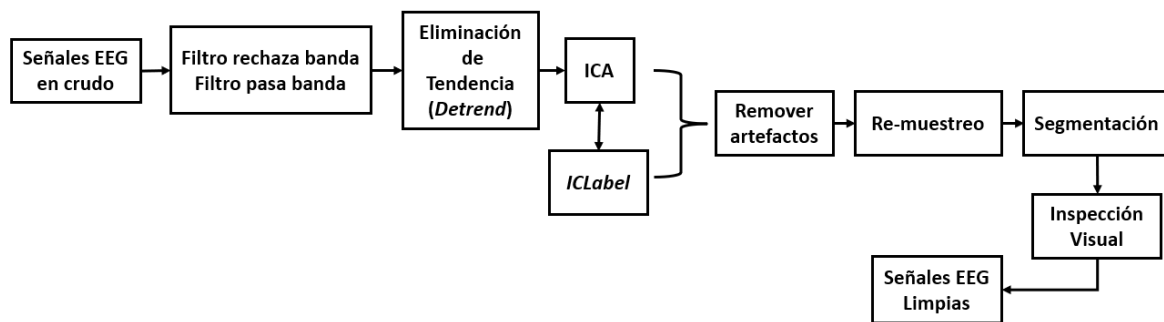


Figura 3.1. Extracción de las señales EEG limpias.

En la Figura 3.2 se presenta un ejemplo del resultado de una señal EEG limpia de la base de datos.

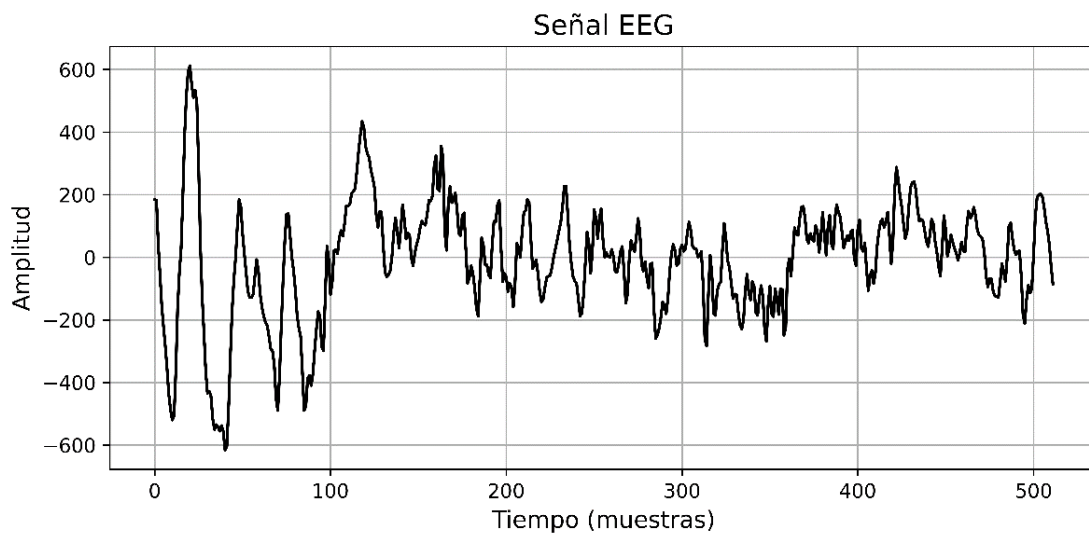


Figura 3.2. Señal EEG limpias.

Las señales EOG, tanto horizontales como verticales, fueron filtradas entre 0.3 y 10 Hz y remuestreadas a 256 Hz. El proceso completo se muestra en la Figura 3.3.

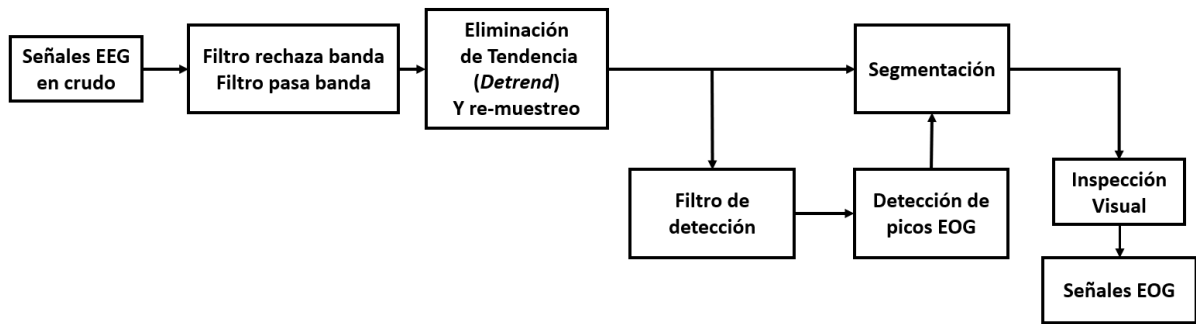


Figura 3.3. Extracción de las señales EOG.

En la Figura 3.4 se presenta un ejemplo del resultado de una señal EOG de la base de datos.

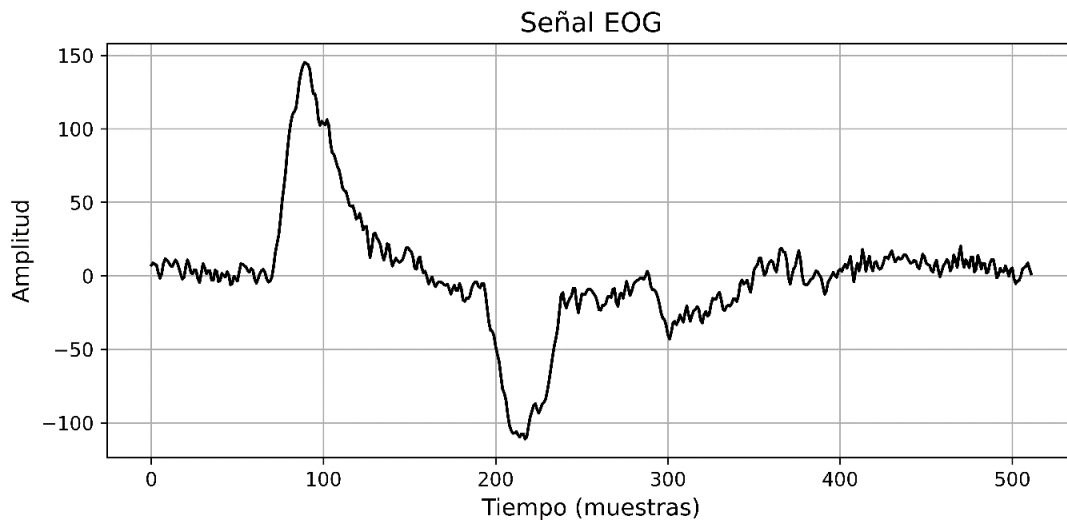


Figura 3.4. Muestra de una señal EOG.

Por su parte, las señales EMG, derivadas de registros de electromiografía facial (principal fuente de artefactos miogénicos), fueron filtradas en banda (1-120 Hz) y remuestreadas a 512 Hz. El proceso completo se muestra en la Figura 3.5.

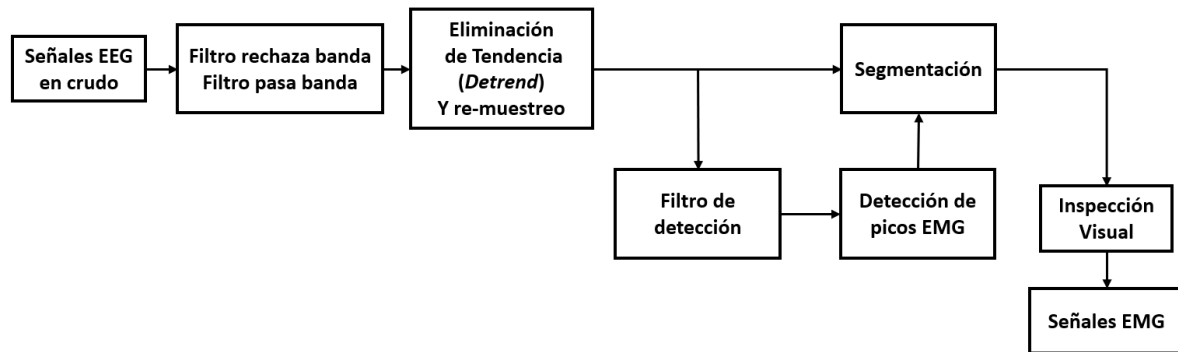


Figura 3.5. Extracción de las señales EMG.

En la Figura 3.6 se presenta un ejemplo del resultado de una señal EMG de la base de datos.

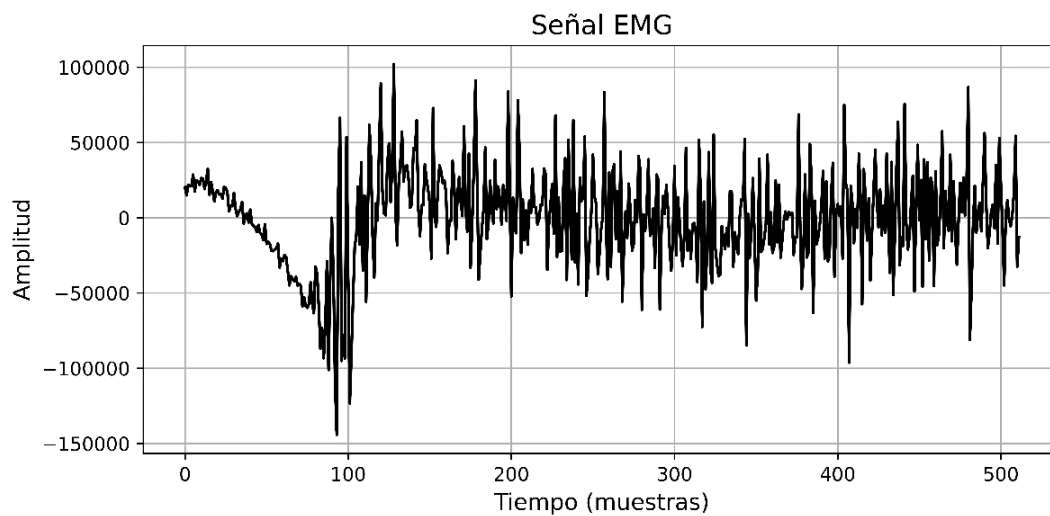


Figura 3.6. Muestra de una señal EMG de la base de datos.

Todas las señales se estandarizaron por varianza y fueron inspeccionadas visualmente por expertos para garantizar la calidad de la señal. La distribución y el contenido de la base de datos se resumen en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Descripción de los datos contenidos en *EEGdenoiseNet*.

| Señal | Formato      | Cantidad | Frecuencia de muestreo | Longitud de la señal |
|-------|--------------|----------|------------------------|----------------------|
| EEG   | Numpy (.npy) | 4,514    | 256                    | 512                  |
| EOG   | Numpy (.npy) | 3,400    | 256                    | 512                  |
| EMG   | Numpy (.npy) | 5,598    | 256                    | 512                  |

### 3.2 MIT-BIH Arrhythmia

MIT-BIH Arrhythmia fue el primer conjunto de datos estandarizada y ampliamente disponible para la evaluación de detectores automáticos de arritmias. Fue desarrollada entre 1975 y 1980 por el equipo del MIT y el Laboratorio de Arritmias del Hospital Beth Israel [49], con el objetivo de proporcionar una colección representativa de electrocardiogramas (ECG) de larga duración anotados por expertos, que sirviera como referencia común para investigación y desarrollo clínico. Esta base de datos se encuentra disponible en el repositorio de *PhysioNet* [50]. Contiene 48 fragmentos de media hora extraídos de grabaciones Holter de 24 horas de 47 pacientes (dos registros son del mismo individuo). Las grabaciones incluyen dos canales de ECG por paciente, y se seleccionaron para cubrir una amplia variedad de ritmos cardiacos: 23 fueron elegidos al azar, y 25 fueron seleccionados deliberadamente para incluir arritmias poco comunes, pero clínicamente importantes.

Las señales fueron digitalizadas a 360 Hz con resolución de 11 bits (posteriormente convertidas a 8 bits mediante diferencias sucesivas para optimizar el almacenamiento), y anotadas manualmente por dos cardiólogos independientes. Estas anotaciones incluyen la clasificación de cada latido (normal, ventricular, supraventricular, etc.), el ritmo cardíaco, y la calidad de la señal. Para mejorar la compatibilidad con el procesamiento de señales contemporáneo y los algoritmos de aprendizaje automático, las grabaciones se han remuestreado a 256 Hz como se muestra en la Figura 3.7.

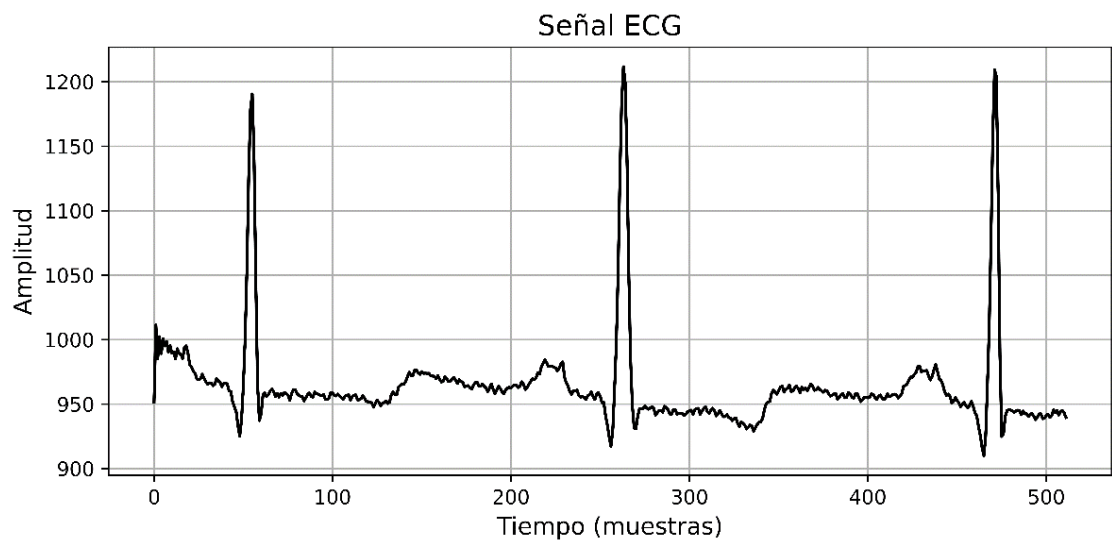


Figura 3.7. Muestra de una señal ECG de la base de datos.

En la Tabla 3.2 se presenta un resumen del contenido del conjunto de datos.

Tabla 3.2. Descripción de *MIT-BIH Arrhythmia*.

| Atributo de los datos          | Detalles                                                  |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| Número de registros            | 48 segmentos de ECG                                       |
| Duración de cada registro      | 30 minutos                                                |
| Número de canales              | 2 (MLII y V1, u otras derivaciones similares)             |
| Frecuencia de muestreo         | 256 Hz                                                    |
| Anotaciones                    | Más de 110,000 latidos cardiacos etiquetados por expertos |
| Formatos de archivo originales | .dat, .hea, .atr                                          |

## CAPÍTULO IV

## MODELO PROPUESTO

En este capítulo se presenta el modelo propuesto en el marco de la investigación, el cual abarca su formulación matemática, el diagrama representativo de la red neuronal, la función de activación seleccionada y los valores iniciales asignados a los parámetros para su entrenamiento.

## 4.1 Formulación matemática del modelo

Partiendo de la definición general dada en (2.4) y considerando el caso de una sola neurona, el modelo propuesto se formula como:

$$y(k) = \omega_i^T(k) z_i(k). \quad (4.1)$$

El vector  $z_i(k)$  de (2.5) se construye inicialmente a partir del vector  $\xi_i(k)$  definido en (2.6). En este caso, está compuesto por las salidas de la red en muestras anteriores,  $y(k-1)$  y  $y(k-2)$ , junto con la entrada actual del sistema  $x(k)$ . Como resultado se obtiene:

$$\xi_i(k) = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(y(k-1)) \\ S(y(k-2)) \\ x(k) \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

Las interacciones de orden superior para el vector  $z_i(k)$  se establecen incorporando productos cruzados de las señales contenidas en (5.2), definiendo finalmente el vector como:

$$z_i(k) = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_1 \xi_2 \\ \xi_1 \xi_3 \\ \xi_2 \xi_3 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Finalmente, al expandir los términos, la ecuación que describe la salida de la red se expresa como:

$$\begin{aligned} y(k) = & \omega_1 \tanh[y(k-1)] + \omega_2 \tanh[y(k-1)] \tanh[y(k-2)] \\ & + \omega_3 \tanh[y(k-1)] x(k) + \omega_4 \tanh[y(k-1)] x(k) + \omega_5 x(k) \end{aligned} \quad (4.4)$$

La Figura 4.1 muestra el diagrama que representa la arquitectura de la RHONN propuesta, donde se ilustran los componentes principales de la red, las conexiones entre las neuronas y el flujo de las señales de entrada y salida.

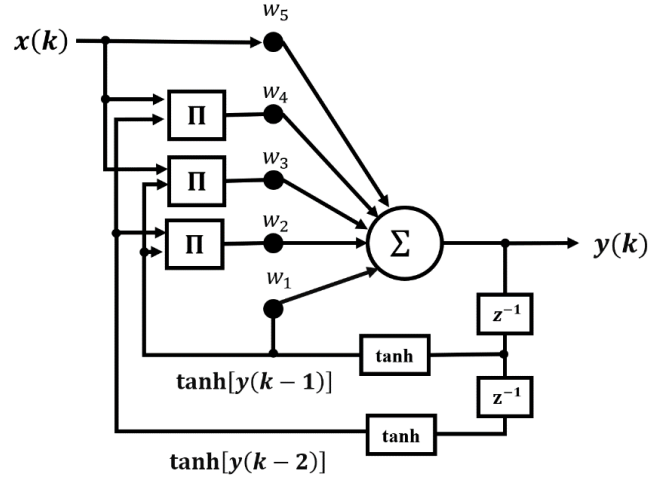


Figura 4.1. Diagrama de la arquitectura del modelo RHONN propuesto.

Para definir los parámetros iniciales del entrenamiento  $P_i(0)$ ,  $Q_i(0)$  y  $R_i(0)$  respectivamente, se establecieron las siguientes consideraciones:

1. No se dispone de información precisa sobre el estado inicial del sistema, por lo que se asume una alta incertidumbre en todas las dimensiones. En consecuencia, se asigna un valor de 100 en la diagonal de la matriz  $P$ .
2. Se asume que el modelo dinámico es confiable y que las perturbaciones del proceso son pequeñas. Por ello, se asigna un valor bajo de  $1 \times 10^{-5}$  en la diagonal de  $Q$ .
3. Se considera que las mediciones disponibles pueden ser ruidosas o imprecisas. En función de ello, se asigna un valor alto de 100 en la matriz  $R$ , para que el filtro priorice el modelo sobre las observaciones.

La matriz de observación  $H_i(k)$  para el modelo propuesto queda dada por

$$H_i(k) = \frac{\partial y_i(k)}{\partial \omega_i} = \frac{\partial [\omega_i^T(k) z_i(k)]}{\partial \omega_i} = z_i(k). \quad (4.5)$$

## CAPÍTULO V

### EXPERIMENTACIÓN

En este capítulo se expone el proceso de validación del modelo propuesto a través de una serie de experimentos diseñados para evaluar su desempeño en condiciones controladas. Se describen las configuraciones experimentales realizadas, los conjuntos de datos empleados y las métricas de evaluación seleccionadas, las cuales se definieron con base en la literatura consultada previamente. En la Figura 5.1 se presenta un diagrama que describe la metodología de la experimentación llevada a cabo.

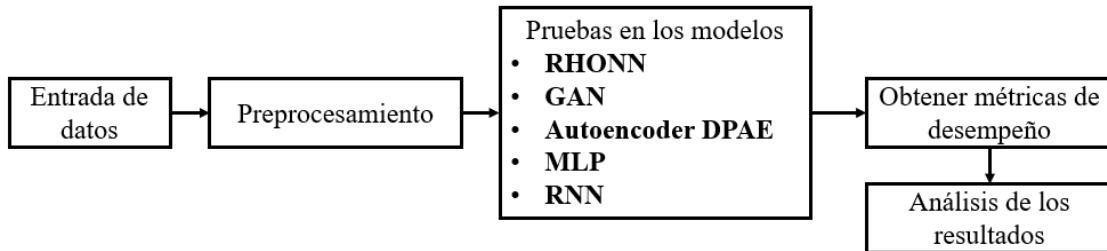


Figura 5.1. Esquema del proceso de experimentación.

#### 5.1 Preprocesamiento

Tras la selección de los conjuntos de datos, se llevaron a cabo varios pasos de preprocesamiento con el fin de garantizar la coherencia de las grabaciones y prepararlas adecuadamente para el entrenamiento y la validación del modelo. Las siguientes subsecciones describen los procedimientos aplicados tanto a las señales de EEG sintéticas como a las grabaciones reales de EEG contaminadas con ruido.

##### 5.1.1 Generación de señales EEG contaminadas con ruido Gaussiano para el entrenamiento y validación

Las señales EEG limpias fueron utilizadas como segmentos de referencia. A partir de ellas, se generaron versiones ruidosas mediante la adición de ruido Gaussiano blanco. Esta operación fue implementada mediante un algoritmo en MATLAB, y permitió obtener dos conjuntos de datos: uno compuesto por señales limpias y otro por señales contaminadas.

Matemáticamente está definida como:

$$x_{ruidosa} = x_{limpia} + \alpha \cdot \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (5.1)$$

Donde  $x_{limpia}$ , representa la señal EEG original,  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$  es la variable aleatoria con distribución normal de media cero y varianza  $\sigma^2$ , y  $\alpha$  es un factor de escala que ajusta la intensidad del ruido añadido. En este caso, se estableció  $\alpha$  de manera que la varianza del ruido correspondiera al 20% de la varianza de la señal original, esto como configuración inicial de prueba para evaluar el comportamiento del modelo bajo condiciones de contaminación moderada, una práctica común realizada en estudios de procesamiento de señales EEG.

Ambos conjuntos fueron normalizados utilizando el método Z-score, definido matemáticamente como:

$$x_z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (5.2)$$

Donde  $x$  es el valor original,  $\mu$  es la media y  $\sigma$  es la desviación estándar del conjunto.

Se aplica esta técnica de normalización con el objetivo de estandarizar las señales EEG, garantizando que todas las características de entrada se encuentren en una misma escala y preservando la estructura relativa de las fluctuaciones de la señal sin distorsionar las características más relevantes [51]. Posteriormente, cada conjunto de datos fue dividido en un 80% para entrenamiento y un 20% para prueba como se muestran en la Figura 5.2 y Figura 5.3.

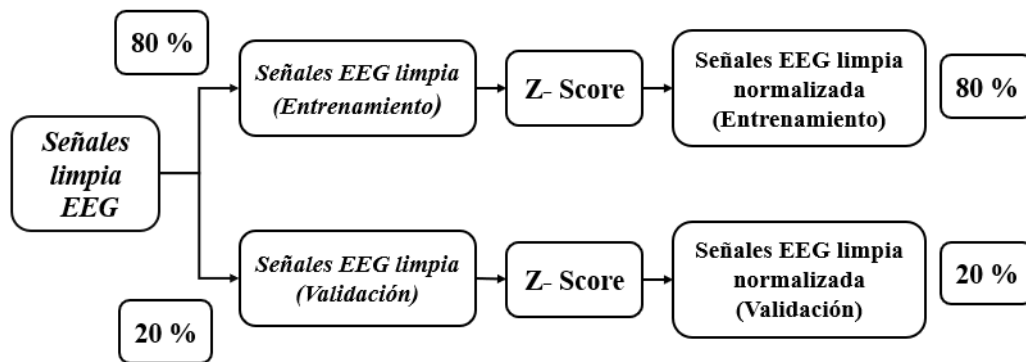


Figura 5.2. Esquema de preprocesamiento y división de los datos EEG limpios.

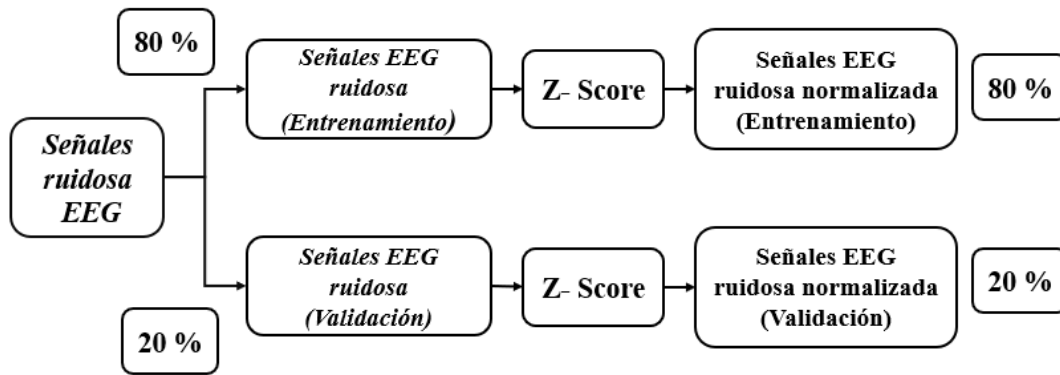


Figura 5.3. Esquema de preprocesamiento y división de los datos EEG contaminados.

Después de obtener las particiones para cada conjunto, a los conjuntos de datos resultantes se les asignaron los siguientes nombres, como se muestra en Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Nombres y tamaños de los conjuntos de datos de EEG resultantes después del preprocesamiento.

| Conjunto de datos   | Número de señales | Longitud de una señal |
|---------------------|-------------------|-----------------------|
| EEG_GTtrain_data    | 3,611             | 512                   |
| EEG_noisetrain_data | 3,611             | 512                   |
| EEG_GTtest_data     | 903               | 512                   |
| EEG_noisetest_data  | 903               | 512                   |

### 5.1.2 Generación de señales EEG con artefactos fisiológicos

Estas señales contaminadas se generaron mediante la combinación lineal de segmentos de EEG limpios con artefactos fisiológicos (en concreto, señales de EOG, EMG y ECG) extraídos de los conjuntos de datos previamente seleccionados. Este procedimiento permite la simulación de escenarios realistas de interferencia biológica y facilita la evaluación de métodos de eliminación de artefactos. La mezcla se realizó según la ecuación (5.3), donde  $\lambda$  es un parámetro que controla la proporción de ruido añadido a la señal limpia:

$$x_{ruidosa} = x_{limpia} + \lambda \cdot artefacto \quad (5.3)$$

Para investigar el impacto de diferentes niveles de ruido, se consideró cuatro valores de  $\lambda$ : 0.3, 0.5, 0.7 y 0.9. Cada nivel de ruido se aplicó a tres tipos de artefactos (EOG, EMG y ECG), lo que resultó en un total de doce combinaciones de señales contaminadas. Para cada combinación, se generaron 3400 señales de prueba, cada una compuesta por 512 muestras adquiridas a una frecuencia de muestreo de 256 Hz. La Tabla 5.2 resume los escenarios de contaminación generados para las pruebas.

Tabla 5.2. Nombres y tamaños de los conjuntos de datos de EEG contaminadas reales generados para la evaluación.

| Combinación     | Número de señales | Frecuencia de muestreo | Longitud |
|-----------------|-------------------|------------------------|----------|
| EEG + EMG       | 3,400             | 256                    | 512      |
| EEG + EOG       | 3,400             | 256                    | 512      |
| EEG + ECG       | 3,400             | 256                    | 512      |
| EEG + EMG + EOG | 3,400             | 256                    | 512      |

Antes de su uso en la segunda etapa de prueba, todas las señales contaminadas se normalizaron, siguiendo el procedimiento ilustrado en la Figura 5.4.

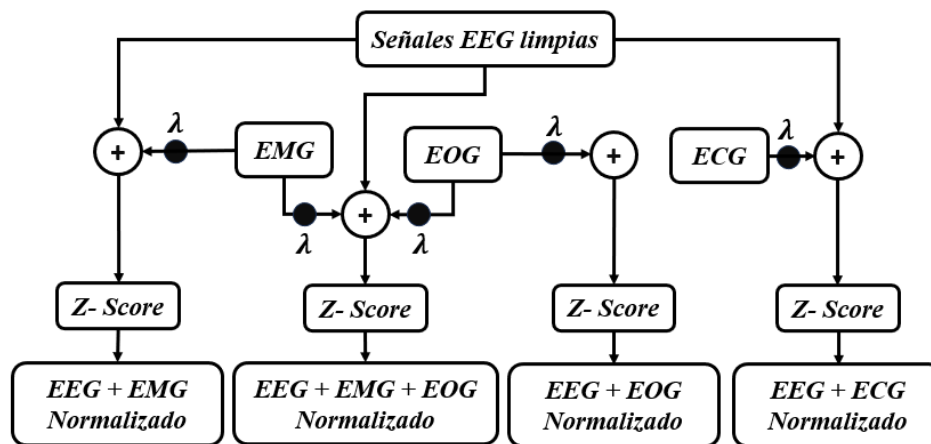


Figura 5.4. Diagrama de bloques de la generación de EEG contaminado mediante mezcla con artefactos y normalización z-score.

## 5.2 Modelos

Se seleccionaron e implementaron modelos representativos del estado del arte para comparar su desempeño con el modelo propuesto. A continuación, se describen brevemente las arquitecturas utilizadas.

### 5.2.1 Modelo GAN

El enfoque está basado en una arquitectura de red generativa antagónica (*Generative Adversarial Network*, GAN) supervisada, en la que el generador está compuesto por una red de Memoria a largo plazo (*Long Short-Term Memory*, LSTM) de dos capas con 50 unidades ocultas cada una, mientras que el discriminador es una red neuronal convolucional unidimensional (*Convolutional Neural Network*, CNN) de cuatro capas como se muestra en la Figura 5.5 [16].

A diferencia del enfoque típico de un modelo GAN, que genera muestras desde ruido latente, en este caso, el generador aprende a mapear directamente señales EEG como se muestra en la Figura 5.6.

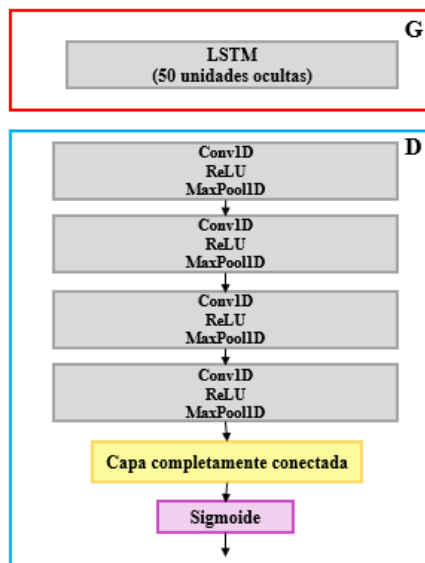


Figura 5.5. Operaciones internas de las capas G y D.

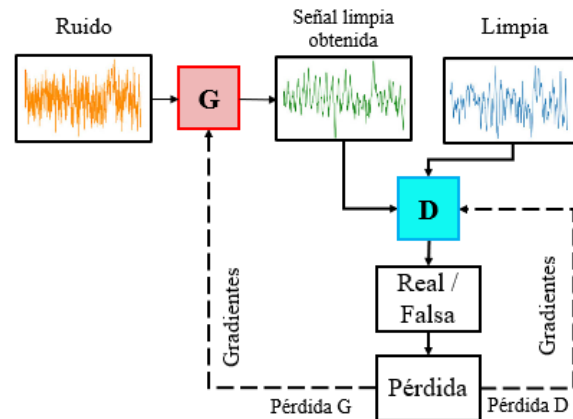


Figura 5.6. Diagrama completo de la arquitectura GAN.

### 5.2.2 Modelo Autoencoder DPAE

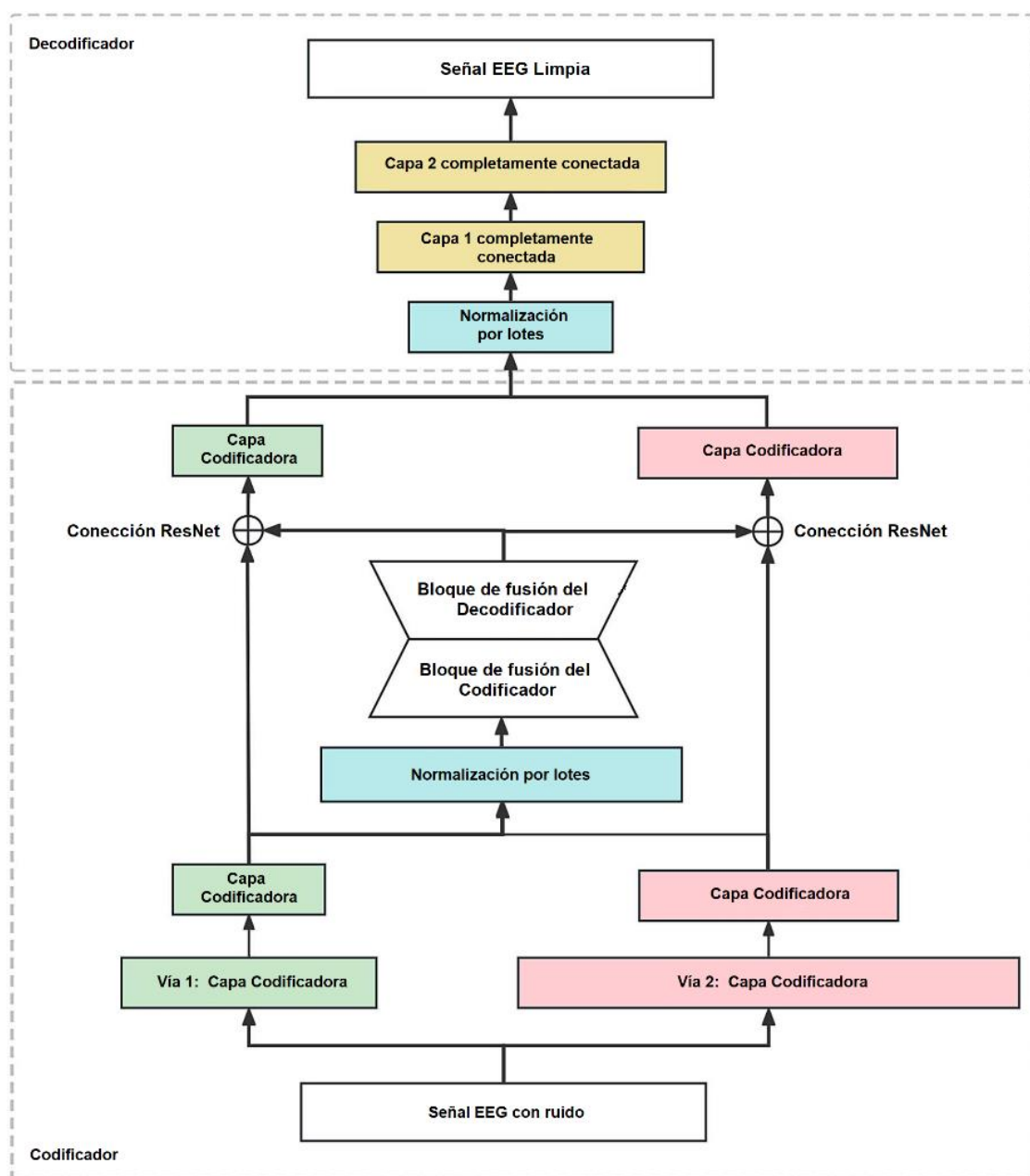


Figura 5.7. Diagrama de la arquitectura de DPEA [15].

El autoencoder de doble vía (*Dual-Pathway Autoencoder, DPAE*) presenta una arquitectura basada en codificación multiescalar, conformada por dos rutas paralelas con distintas proporciones de reducción neuronal, como se muestra en la Figura 5.7. Estas rutas se integran

a través de un bloque de fusión simétrica que simula el acoplamiento de múltiples fuentes de señal, seguido de estructuras con conexiones residuales (*residual connections*). El codificador puede incorporar distintos tipos de capas, tales como capas totalmente conectadas (*Fully Connected*, FN), capas convolucionales (*Convolutional Neural Networks*, CNN), capas recurrentes (*Recurrent Neural Networks*, RNN) y capas de normalización por lotes [15].

### 5.2.3 Modelo MLP

El Perceptrón multicapa (*Multilayer Perceptrón*, MLP), inicialmente desarrollado por P. Werbos en 1974 que resolvió el problema que presentaba el modelo de Rosenblatt, la incapacidad para resolver problemas de clasificación que no sean linealmente separables [52]. En la Figura 5.8 se ilustra la arquitectura de una red tipo MLP. Varios trabajos en la literatura utilizadas para comprar en la fase de experimentación utilizan esta arquitectura para proponer modelos de eliminación de ruido en señales EEG [29], [30], [53].

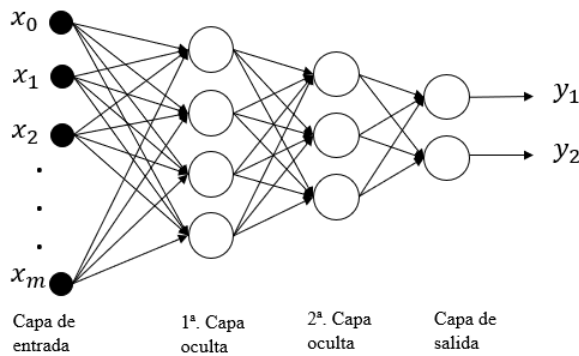


Figura 5.8. Arquitectura tipo MLP.

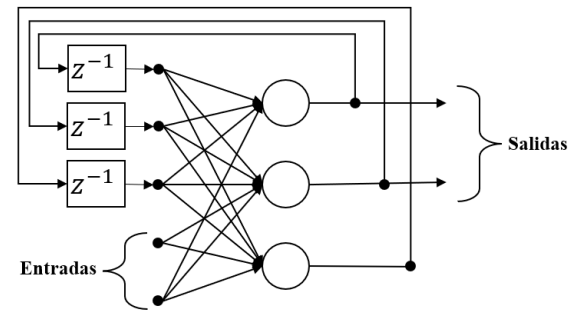


Figura 5.9. Arquitectura tipo RNN con neuronas ocultas.

### 5.2.4 Modelo RNN

Las redes neuronales recurrentes (RNN) son una arquitectura propuesta por David Rumelhart en 1986 [54], que se caracteriza por la inclusión de lazos de retroalimentación, a diferencia de las redes neuronales mencionadas anteriormente. En su forma más simple, una RNN puede estar compuesta por una única capa oculta en la cual cada neurona retroalimenta su salida hacia la entrada de otras neuronas. Esta dinámica se representa mediante el operador de retardo unitario  $z^{-1}$ , como se muestra en la Figura 5.9, que indica que la salida de la red en

un instante de tiempo depende de las salidas anteriores. Varios trabajos en la literatura utilizan esta arquitectura para proponer modelos de eliminación de ruido en señales EEG [55], [56].

### 5.3 Métricas de Desempeño

Para evaluar el desempeño del modelo propuesto, se evaluó su desempeño predictivo utilizando métricas cuantitativas estándar comúnmente adoptadas en la literatura [30] - [32], [53] - [56].

#### 5.3.1 Error cuadrático medio

El error cuadrático medio (*Mean Squared Error*, MSE), cuantifica la diferencia promedio al cuadrado entre la señal original y su reconstrucción, proporcionando así una medida del error global de reconstrucción [57]. Se define como

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (gt(k) - y(k))^2, \quad (5.4)$$

donde  $N$  es el número de datos de la muestra.

#### 5.3.2 Coeficiente de correlación de Pearson

El coeficiente de correlación de Pearson, denotado por  $r$ , evalúa la dependencia lineal entre las señales original y reconstruida [57].

$$r = \frac{\sum_{k=1}^N (gt(k) - \mu_{gt})(y(k) - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (gt(k) - \mu_{gt})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N (y(k) - \mu_y)^2}}, \quad (5.5)$$

donde  $\mu_{gt}$  y  $\mu_y$  son las medias de la salida deseada  $gt$  y la salida de la red neuronal  $y$ . Valores cercanos a 1 o -1 indican una fuerte correlación lineal, positiva o negativa. Asimismo, a partir de los coeficientes de correlación de Pearson, es común calcular el índice de mejora relativa (SI, por sus siglas en inglés), el cual expresa en términos porcentuales la calidad de la reconstrucción en relación con la señal ruidosa de referencia

$$SI = \frac{1 - r}{1 - r_b} \times 100, \quad (5.6)$$

en el cual,  $r_b$  es el coeficiente de correlación de Pearson entre las señales limpias y ruidosas, y  $r$  es la correlación entre las señales limpias y reconstruidas. Valores de  $SI > 0$  indican una mejora en la calidad de la reconstrucción respecto a la señal ruidosa;  $SI = 0$  significa que no hay diferencia entre la reconstrucción y la señal ruidosa; y  $SI < 0$  refleja una degradación del rendimiento, ya que la señal reconstruida es de menor calidad que la señal ruidosa original.

### 5.3.3 Coeficiente de correlación de Spearman

Esta métrica a diferencia del coeficiente de Pearson, evalúa la intensidad y dirección de una relación monótona entre las señales originales y reconstruidas. Esta métrica se calcula a partir de los valores de rango de las variables, por lo que es adecuada incluso cuando la relación no es lineal o los datos no siguen una distribución normal. [57].

$$\rho_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{N(N^2 - 1)}, \quad (5.7)$$

siendo  $d_i$  la diferencia entre los rangos de las muestras correspondientes, y  $N$  es el número total de muestras.

### 5.3.4 Relación señal-ruido

La relación señal-ruido (*Signal to Noise Ratio*, SNR) es una medida que cuantifica la proporción entre la potencia de la señal útil y la potencia del ruido que la acompaña [58]. Para facilitar su interpretación, suele expresarse en decibelios (dB). Matemáticamente, se define como

$$SNR (dB) = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{\sum_{k=1}^N gt(k)^2}{\sum_{k=1}^N (gt(k) - y(k))^2} \right), \quad (5.8)$$

donde valores más altos indican una mejor fidelidad de reconstrucción. A partir de estos valores, se calcula la ganancia, la cual cuantifica la mejora en la calidad de la señal tras la eliminación de ruido, comparando la SNR de la señal reconstruida con la de la señal de entrada ruidosa

$$Ganancia SNR (dB) = SNR_{reconstruida} - SNR_{ruidosa}, \quad (5.9)$$

siendo  $SNR_{reconstruida}$  y  $SNR_{ruidosa}$  corresponden a los valores de SNR después y antes de realizar cada prueba, respectivamente. Valores positivos indican que se produjo una atenuación del ruido.

### 5.3.5 Raíz cuadrada del error cuadrático medio relativo

La raíz cuadrada del error cuadrático medio relativo (*Root Relative Mean Squared Error*, RRMSE) normaliza el error de reconstrucción respecto a la energía de la señal, proporcionando una medida independiente de la escala [58]. En el análisis de señales EEG, es común evaluar el error tanto en el dominio temporal como en el dominio de frecuencia.

En el dominio temporal, se calcula como

$$RRMSE_{temporal} = \frac{\sqrt{MSE}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N g_t(k)^2}} \quad (5.10)$$

En el dominio espectral, se calcula como

$$RRMSE_{espectral} = \frac{\sqrt{\frac{1}{K} \sum_{b=1}^K (|S_{ref}(b)| - |S_{rec}(b)|)^2}}{\sqrt{\frac{1}{K} \sum_{b=1}^K |S_{ref}(b)|^2}}, \quad (5.11)$$

aquí,  $S_{ref}(b)$  y  $S_{rec}(b)$  representan los espectros de magnitud de la señal original (referencia) y de la señal reconstruida en el *bin* de frecuencia  $b$ , respectivamente, mientras que  $K$  denota el número total de *bins* de frecuencia.

### 5.3.6 Índice de similitud estructural

El índice de similitud estructural (*Structural Similarity Index Measure*, SSIM), evalúa la similitud perceptual entre las señales original y reconstruida, considerando la luminancia, el contraste y la estructura [58]. Matemáticamente, se calcula como

$$SSIM(g_t, y) = \frac{(2\mu_{gt}\mu_y + \varepsilon_1)(2\sigma_{gt,y} + \varepsilon_2)}{(\mu_{gt}^2 + \mu_y^2 + \varepsilon_1)(\sigma_{gt}^2 + \sigma_y^2 + \varepsilon_2)}. \quad (5.12)$$

En el cual,  $\mu_{gt}$  y  $\mu_y$  son las medias de las señales originales y reconstruidas, respectivamente;  $\sigma_{gt,y}$  la covarianza entre ambas señales;  $\sigma_{gt}^2$  y  $\sigma_y^2$  sus varianzas;  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  constantes pequeñas utilizadas para estabilizar la división.

### 5.3.7 Información Mutua

La información mutua (*Mutual Information*, MI) cuantifica la cantidad de información compartida entre dos señales [58]. En la literatura, esta comparación se realiza entre la señal deseada  $gt$  y la señal reconstruida obtenida del modelo  $y$ , por lo que la métrica se define como:

$$MI(gt, y) = \sum_{gt_i, y_j} p(gt_i, y_j) \log \left( \frac{p(x_i, \hat{x}_j)}{p(x_i)p(\hat{x}_j)} \right), \quad (5.13)$$

en la que donde  $p(gt_i, y_j)$  representa la distribución de probabilidad conjunta, y  $p(x_i)$ ,  $p(\hat{x}_j)$  son las distribuciones marginales. Valores más altos de MI indican una mayor similitud en el contenido de la información.

## 5.4 Recursos computacionales empleados en el entrenamiento y validación

Los recursos computacionales empleados para la realización de las pruebas de entrenamiento, validación y evaluación del rendimiento. Dichos recursos fueron utilizados de manera uniforme tanto para el modelo propuesto en esta investigación como para los modelos reportados en la literatura, con el objetivo de garantizar condiciones homogéneas durante la comparación experimental. En la Tabla 5.3 se resumen las características principales del hardware y el software utilizados, los cuales constituyen las herramientas fundamentales para el desarrollo e implementación de los modelos analizados.

Tabla 5.3. Recursos computacionales utilizados para el entrenamiento, validación y evaluación del rendimiento.

| <b>Categoría</b>         | <b>Componente</b>        | <b>Especificación</b>                            |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------|
| <b>Equipo de cómputo</b> | Memoria RAM              | 16 GB                                            |
|                          | Procesador               | AMD Ryzen™ 7 5700 con Radeon™ Graphics, 3.80 GHz |
|                          | Tarjeta gráfica (GPU)    | NVIDIA™ GeForce GTX 1650                         |
|                          | Memoria de video (VRAM)  | 4 GB                                             |
| <b>Software</b>          | Entorno de desarrollo    | MATLAB® R2020b con EEGLAB                        |
|                          | Lenguaje de programación | Python 3.7                                       |

La infraestructura computacional descrita permitió ejecutar de manera eficiente los procesos de entrenamiento y validación de los distintos modelos, así como la evaluación comparativa de su desempeño. El uso de herramientas de software ampliamente reconocidas en la comunidad científica facilitó la reproducibilidad de los experimentos y el análisis sistemático de los resultados obtenidos.

## CAPÍTULO VI

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos de la evaluación del modelo propuesto en el Capítulo IV, empleando las bases de datos descritas en el Capítulo II y preprocesadas según lo detallado en el Capítulo V. La evaluación se realizó mediante las métricas de desempeño del capítulo anterior, lo que permite cuantificar objetivamente la eficacia del modelo bajo distintas condiciones. Para comparar el rendimiento del sistema con los enfoques reportados en la literatura, se seleccionó una señal del conjunto *EEG\_noisytest\_data*, cuya referencia o *ground truth* se encuentra en *EEG\_GTtest\_data* (véase Capítulo V para detalles del preprocesamiento). Esta señal permite analizar la fidelidad de la reconstrucción tanto en los dominios temporal como de frecuencia.

El análisis abarca las fases de entrenamiento, evaluación y prueba, e incluye un estudio del costo computacional y energético, evaluando los tiempos de procesamiento y los recursos necesarios por cada modelo, aspecto fundamental para valorar su viabilidad en aplicaciones de monitoreo en tiempo real. Las secciones siguientes presentan los resultados obtenidos mediante el algoritmo propuesto y otros métodos avanzados reportados en la literatura, destacando diferencias en desempeño, estabilidad, calidad de reconstrucción y eficiencia computacional, de acuerdo con los siguientes apartados.

#### 6.1 Desempeño y calidad de reconstrucción en intervalos temporales

La Figura 6.1 muestra un segmento de un segundo de la señal EEG (256 muestras), en el cual se comparan directamente las salidas reconstruidas por cada modelo con la señal original. Las señales EEG son inherentemente estocásticas y no estacionarias, lo que significa que sus distribuciones de amplitud, contenido espectral y dinámica temporal pueden variar considerablemente. En consecuencia, evaluar la calidad de la reconstrucción considerando únicamente un segmento continuo puede pasar por alto variaciones locales en el desempeño.

Para una visualización más detallada, se seleccionaron tres secciones de 10 muestras cada una, ubicadas en diferentes posiciones temporales dentro del segmento (específicamente al inicio, en la mitad y al final), como se muestra en las Figuras 6.2, 6.3 y 6.4, respectivamente. Este enfoque permite un análisis más cercano de las aproximaciones producidas por cada modelo. Al combinar la vista completa de la Figura 6.1 con las ampliaciones de las Figuras 6.2–6.4, se obtiene una visión más completa del desempeño de cada modelo.

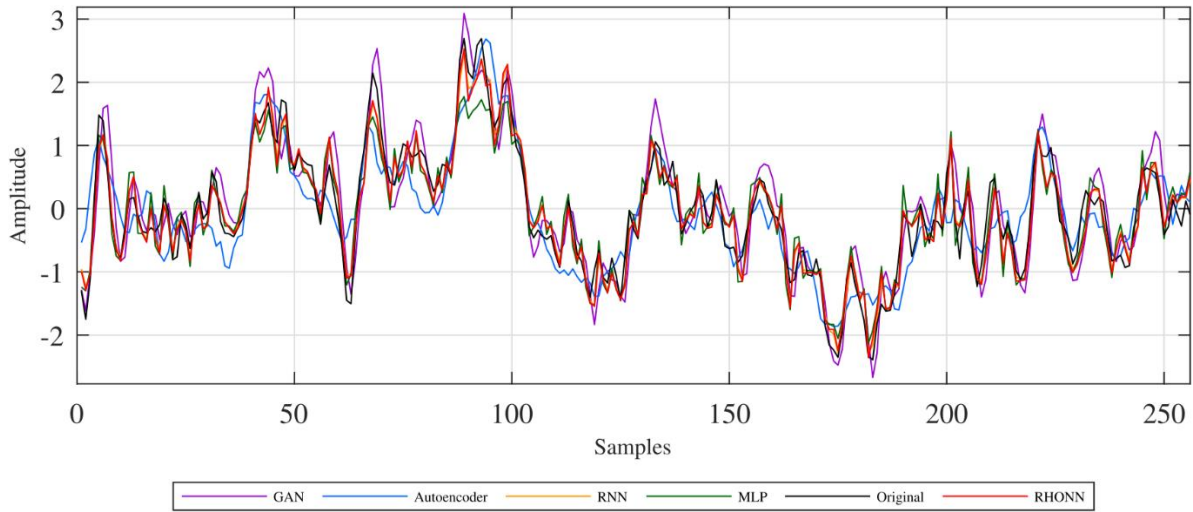


Figura 6.1. Reconstrucción de la señal EEG para un segmento de 1 segundo.

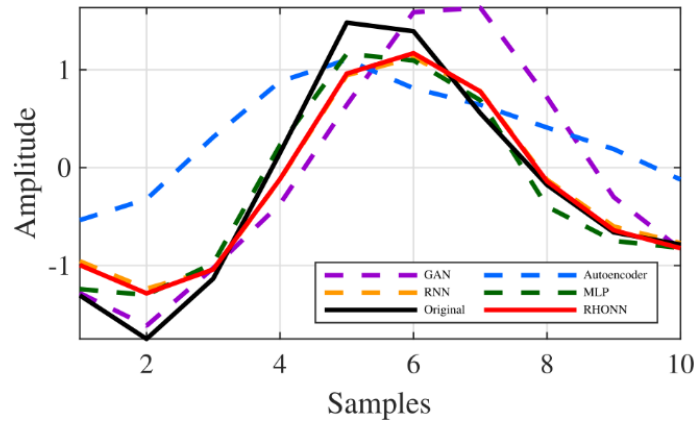


Figura 6.2. Ampliación de las primeras 10 muestras de la señal EEG.

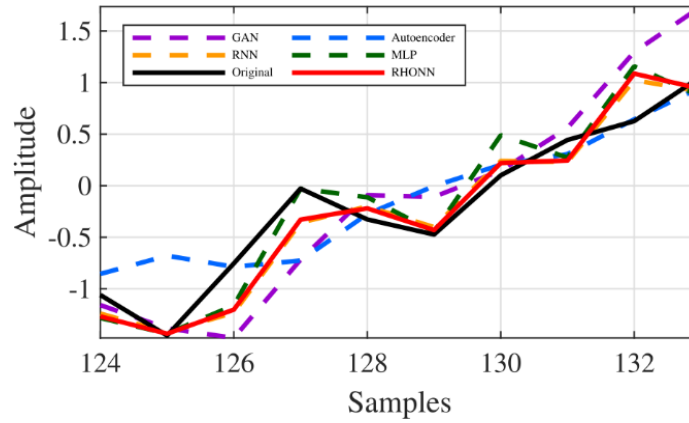


Figura 6.3. Ampliación de 10 muestras de la parte media de la señal EEG.

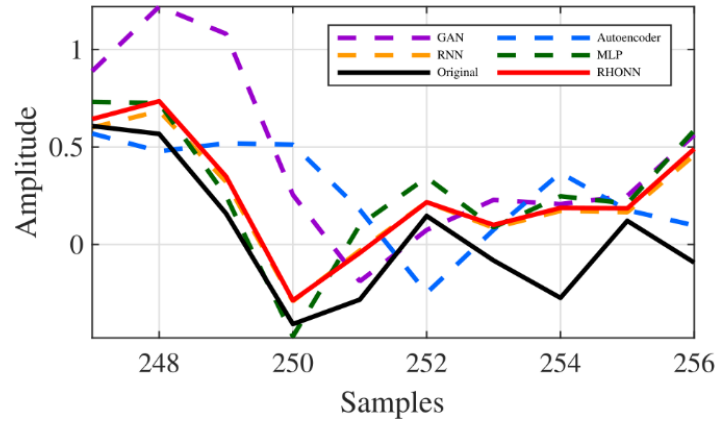


Figura 6.4. Ampliación de las últimas 10 muestras de la señal EEG.

## 6.2 Correlaciones de Pearson y Spearman

Tabla 6.1. Correlaciones de Pearson y Spearman de los modelos de reducción de ruido.

| Modelo                  | Correlación                  |                               |
|-------------------------|------------------------------|-------------------------------|
|                         | Pearson ( $\mu \pm \sigma$ ) | Spearman ( $\mu \pm \sigma$ ) |
| <b>RHONN</b>            | 0.9647 $\pm$ 0.0025          | 0.9595 $\pm$ 0.0061           |
| <b>GAN</b> [16]         | 0.9321 $\pm$ 0.0178          | 0.9282 $\pm$ 0.0103           |
| <b>Autoencoder</b> [15] | 0.8896 $\pm$ 0.0070          | 0.8722 $\pm$ 0.0238           |
| <b>MLP</b> [53]         | 0.9358 $\pm$ 0.0094          | 0.9496 $\pm$ 0.0078           |
| <b>RNN</b> [31]         | 0.9462 $\pm$ 0.0025          | 0.9399 $\pm$ 0.0062           |

Los resultados presentados en la tabla 6.1 evidencian que el modelo RHONN alcanzó el mejor desempeño global, al registrar los valores más altos de correlación tanto en Pearson ( $0.9647 \pm 0.0025$ ) como en Spearman ( $0.9595 \pm 0.0061$ ), además de mostrar una baja variabilidad, lo que confirma su estabilidad y eficacia en la preservación de la estructura de las señales EEG tras la reducción de ruido. En contraste, el Autoencoder reportó los valores más bajos en ambas métricas, evidenciando limitaciones para capturar adecuadamente las dependencias de las señales. Los modelos RNN y MLP mostraron resultados competitivos, siendo el primero consistente en ambas correlaciones y el segundo destacando en Spearman ( $0.9496 \pm 0.0078$ ), lo que refleja su capacidad para conservar relaciones no lineales en los datos. Finalmente, el GAN obtuvo un desempeño intermedio, aunque con mayor dispersión en sus resultados, lo que sugiere una menor estabilidad frente a los demás métodos. En conjunto, la comparación respalda la superioridad del enfoque basado en RHONN, al lograr una combinación óptima de precisión y robustez frente a modelos de referencia en la literatura.

### 6.3 Evaluación de la reconstrucción mediante MSE y RRMSE

La Figura 6.5 presenta los valores de MSE obtenidos muestra a muestra tras el proceso de inferencia aplicado para la eliminación del ruido gaussiano. Con el fin de complementar este análisis y en concordancia con la sección anterior, la Figura 6.6 muestra una ampliación correspondiente a las primeras 25 muestras de la señal, mientras que la Figura 6.7 presenta 25 muestras de la parte central y la Figura 6.8 ilustra las últimas 25 muestras. Estas vistas detalladas permiten examinar con mayor precisión el comportamiento del error en distintas posiciones temporales de la señal.

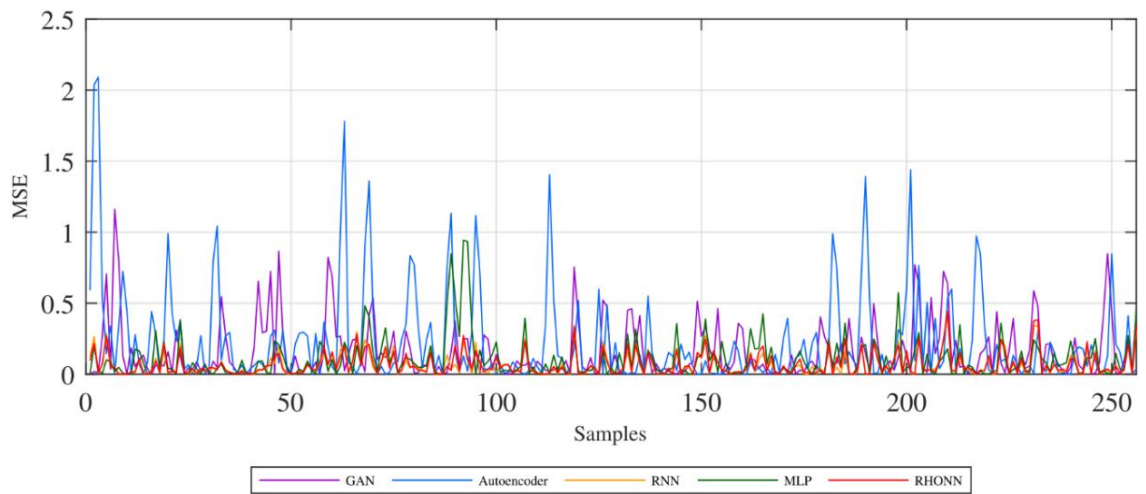


Figura 6.5. Comparativo del MSE en la reconstrucción de la señal EEG de prueba.

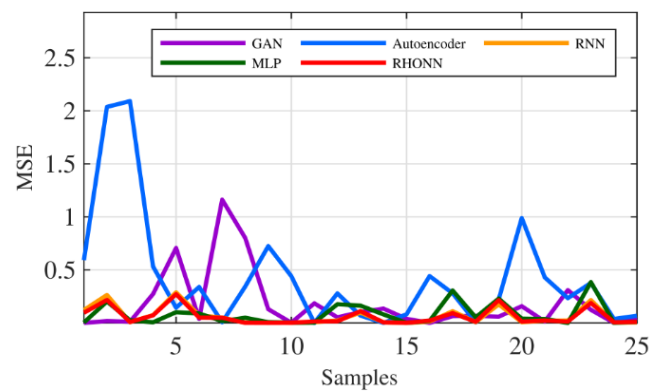


Figura 6.6. Ampliación de las primeras 25 muestras de la señal EEG.

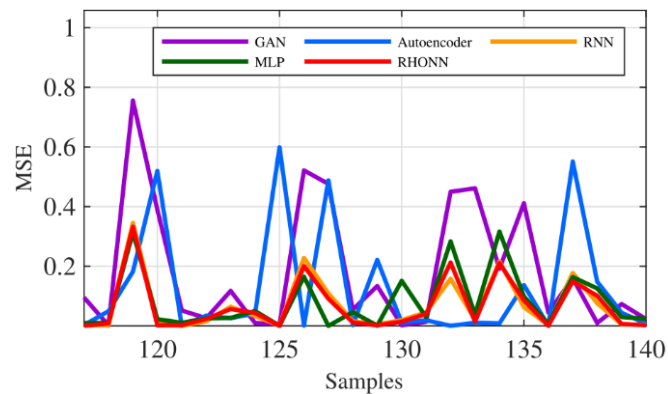


Figura 6.7. Ampliación de 25 muestras de la parte media de la señal EEG

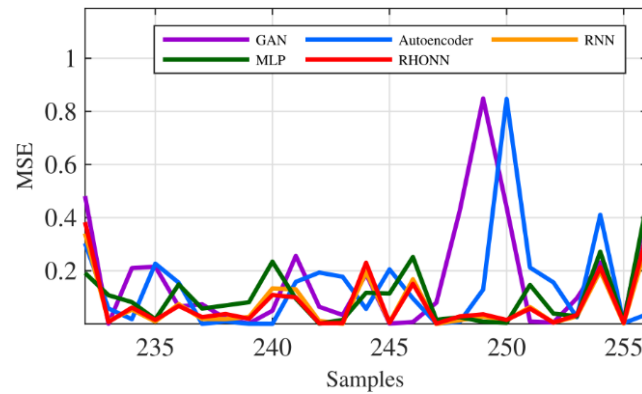


Figura 6.8. Ampliación de las últimas 25 muestras de la señal EEG.

Como se observa, el modelo RHONN propuesto alcanza los valores de MSE más bajos en comparación con los demás modelos evaluados. En particular, los modelos basados en autocodificador y GAN presentan los errores más altos, lo que refleja una menor precisión en la reconstrucción de los distintos segmentos temporales de la señal EEG.

A partir de las 903 señales del conjunto de prueba, se calculó el MSE promedio por señal para cada modelo. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 6.2, donde se evidencia el desempeño de cada modelo frente al ruido gaussiano.

Tabla 6.2. Resultados del MSE bajo ruido gaussiano.

| Modelo                  | MSE ( $\mu \pm \sigma$ )              |
|-------------------------|---------------------------------------|
| <b>RHONN</b>            | <b>0.0664 <math>\pm</math> 0.0050</b> |
| <b>GAN</b> [16]         | 0.1725 $\pm$ 0.0202                   |
| <b>Autoencoder</b> [15] | 0.2171 $\pm$ 0.0311                   |
| <b>MLP</b> [53]         | 0.1060 $\pm$ 0.0144                   |
| <b>RNN</b> [31]         | 0.0693 $\pm$ 0.0049                   |

El modelo RHONN obtuvo el mejor desempeño con un MSE de  $0.0664 \pm 0.0050$ , seguido de cerca por el RNN con  $0.0693 \pm 0.0049$ . Ambos modelos lograron errores significativamente menores en comparación con las demás arquitecturas evaluadas. En particular, la RHONN

destacó por su alta precisión y estabilidad ( $\sigma = 0.0050$ ), lo que indica una mayor robustez frente al ruido y a las perturbaciones presentes en las señales EEG.

Por otro lado, los modelos GAN ( $0.1725 \pm 0.0202$ ) y Autoencoder ( $0.2171 \pm 0.0311$ ) mostraron el peor rendimiento, presentando errores entre 2.6 y 3.3 veces mayores que los de RHONN, junto con una mayor variabilidad ( $\sigma > 0.020$ ), lo que sugiere una sensibilidad considerable al ruido. En una posición intermedia, el MLP alcanzó un valor promedio de  $0.1060 \pm 0.0144$ , es decir, 60% superior al de RHONN, pero entre 38% y 51% inferior al de los modelos generativos. Los resultados de la prueba con ruido gaussiano evidencian de manera consistente la superioridad del modelo RHONN en términos de precisión, estabilidad y robustez.

En cuanto al RRMSE temporal y espectral, la Tabla 6.3 presenta los valores promedio obtenidos tras realizar la inferencia en cada señal del conjunto de prueba.

Tabla 6.3. Resultados del RRMSE temporal y RRMSE espectral de modelos bajo ruido gaussiano.

| <b>Modelo</b>           | <b>RRMSE<sub>temporal</sub></b><br><b>(<math>\mu \pm \sigma</math>)</b> | <b>RRMSE<sub>espectral</sub></b><br><b>(<math>\mu \pm \sigma</math>)</b> |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| <b>RHONN</b>            | $0.2578 \pm 0.0096$                                                     | $0.1057 \pm 0.0191$                                                      |
| <b>GAN</b> [16]         | $0.4150 \pm 0.0245$                                                     | $0.2814 \pm 0.0591$                                                      |
| <b>Autoencoder</b> [15] | $0.4651 \pm 0.0337$                                                     | $0.1910 \pm 0.0515$                                                      |
| <b>MLP</b> [53]         | $0.3252 \pm 0.0215$                                                     | $0.2571 \pm 0.0428$                                                      |
| <b>RNN</b> [31]         | $0.2633 \pm 0.0093$                                                     | $0.1047 \pm 0.0212$                                                      |

Entre estas métricas, el modelo RHONN se destaca por alcanzar el menor error de reconstrucción, con valores de  $0.2578 \pm 0.0096$  en el dominio temporal y  $0.1057 \pm 0.0191$  en el espectral, seguido de cerca por el RNN ( $0.2633 \pm 0.0093$ ;  $0.1047 \pm 0.0212$ ).

En el dominio temporal, RHONN mostró un rendimiento ligeramente superior al de RNN, lo que puede atribuirse a su capacidad para incorporar representaciones de orden superior y capturar interacciones no lineales más complejas presentes en las señales EEG. Si bien RNN

logra resultados similares, su arquitectura basada únicamente en dependencias secuenciales limita la precisión en la reconstrucción temporal fina.

Ambos modelos también exhiben las desviaciones estándar más bajas, lo que refleja un desempeño estable y consistente. Por el contrario, el modelo GAN mostró el peor rendimiento ( $0.4150 \pm 0.0245$ ;  $0.2814 \pm 0.0591$ ), seguido del Autoencoder en el dominio temporal ( $0.4651 \pm 0.0337$ ), mientras que el MLP presentó un desempeño intermedio. La combinación de estabilidad y precisión de RHONN respalda su potencial aplicación en problemas de reducción de ruido en señales EEG.

#### 6.4 Resultados de la mejora de la señal: SNR y ganancia

Tabla 6.4. Evaluación del desempeño de modelos basados en la mejora y degradación.

| Modelo                  | Valor SNR Inicial (dB) | Valor SNR después de la reducción (dB) | Ganancia (dB)    |
|-------------------------|------------------------|----------------------------------------|------------------|
| <b>RHONN</b>            | $10.75 \pm 0.27$       | $11.78 \pm 0.32$                       | $1.02 \pm 0.23$  |
| <b>GAN</b> [16]         | $10.75 \pm 0.27$       | $7.65 \pm 0.51$                        | $-3.10 \pm 0.54$ |
| <b>Autoencoder</b> [15] | $10.75 \pm 0.27$       | $6.67 \pm 0.63$                        | $-4.08 \pm 0.68$ |
| <b>MLP</b> [53]         | $10.75 \pm 0.27$       | $9.77 \pm 0.55$                        | $-0.98 \pm 0.52$ |
| <b>RNN</b> [31]         | $10.75 \pm 0.27$       | $11.59 \pm 0.30$                       | $0.84 \pm 0.20$  |

Los resultados de la ganancia de la relación señal-ruido (SNR) complementan los hallazgos observados en los análisis de MSE y RRMSE. La Tabla 6.4 muestra que únicamente los modelos RHONN y RNN lograron mejorar significativamente la SNR inicial de  $10.75 \pm 0.27$  dB, alcanzando ganancias de  $1.02 \pm 0.23$  dB y  $0.84 \pm 0.20$  dB, respectivamente. En particular, RHONN obtuvo una SNR de  $11.78 \pm 0.32$  dB, lo que representa una mejora del 21.5 % frente a RNN ( $11.59 \pm 0.30$  dB), reflejando su capacidad para aumentar la fidelidad de la señal tras la reducción de ruido.

En contraste, los modelos GAN y Autoencoder evidenciaron un desempeño negativo, con pérdidas de  $-3.10 \pm 0.54$  dB y  $-4.08 \pm 0.68$  dB, respectivamente, lo que equivale a una

degradación de aproximadamente 30–38 % en la calidad de la señal original. El MLP presentó un comportamiento intermedio, con una pérdida moderada de  $-0.98 \pm 0.52$  dB, inferior a las arquitecturas recurrentes pero superior a los modelos generativos.

Estos resultados confirman la consistencia de RHONN al combinar precisión en la reconstrucción (reflejada en el menor MSE y RRMSE) con la mejora efectiva de la SNR, destacando su robustez frente al ruido y su capacidad de preservar la información esencial de las señales EEG.

### 6.5 Rendimiento frente a diversas combinaciones de ruido

A continuación, se presentan los resultados de un análisis comparativo que evalúa el desempeño del modelo RHONN propuesto frente a cuatro arquitecturas alternativas en el procesamiento de señales EEG contaminadas con las combinaciones de ruido fisiológico previamente descritas, incluyendo EMG, EOG, ECG y sus mezclas. El desempeño de los modelos ante distintos niveles de contaminación por ruido se detalla en las Tablas 6.5, 6.6, 6.7 y 6.8, correspondientes a tasas de contaminación del 30%, 50 %, 70 % y 90 %, respectivamente. Cada tabla presenta tres métricas clave RI %, SSIM y MI, resaltando los dos modelos que obtuvieron el mejor desempeño en cada caso.

Tabla 6.5. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con  $\lambda=30\%$ .

| Combinación de ruidos | Modelo                      | %RI    | SSIM | MI   |
|-----------------------|-----------------------------|--------|------|------|
| EEG + EMG             | RHONN                       | 25.26  | 0.77 | 2.03 |
|                       | GAN <sub>[16]</sub>         | 18.86  | 0.71 | 1.75 |
|                       | Autoencoder <sub>[15]</sub> | 26.63  | 0.78 | 1.86 |
|                       | MLP <sub>[53]</sub>         | -2.78  | 0.64 | 1.86 |
|                       | RNN <sub>[31]</sub>         | 23.88  | 0.76 | 1.84 |
| EEG + EOG             | RHONN                       | 6.70   | 0.93 | 2.20 |
|                       | GAN <sub>[16]</sub>         | -22.13 | 0.80 | 1.77 |

|                            |                                    |        |      |      |
|----------------------------|------------------------------------|--------|------|------|
|                            | <b>Autoencoder</b> <sub>[15]</sub> | -5.75  | 0.76 | 1.75 |
|                            | <b>MLP</b> <sub>[53]</sub>         | -7.40  | 0.84 | 1.96 |
|                            | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | -7.81  | 0.93 | 1.93 |
| <b>EEG + ECG</b>           | <b>RHONN</b>                       | 5.09   | 0.82 | 3.19 |
|                            | <b>GAN</b> <sub>[16]</sub>         | -44.24 | 0.74 | 1.92 |
|                            | <b>Autoencoder</b> <sub>[15]</sub> | -4.96  | 0.73 | 1.78 |
|                            | <b>MLP</b> <sub>[53]</sub>         | -0.56  | 0.90 | 2.43 |
|                            | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | -4.09  | 0.90 | 2.32 |
| <b>EEG + EMG +<br/>EOG</b> | <b>RHONN</b>                       | 23.82  | 0.76 | 1.84 |
|                            | <b>GAN</b> <sub>[16]</sub>         | 18.80  | 0.71 | 1.75 |
|                            | <b>Autoencoder</b> <sub>[15]</sub> | 26.53  | 0.78 | 1.81 |
|                            | <b>MLP</b> <sub>[53]</sub>         | -2.81  | 0.64 | 2.03 |
|                            | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | 19.21  | 0.75 | 1.83 |

Como se muestra en la Tabla 6.5 bajo condiciones de ruido del 30%, el modelo RHONN demostró su mejor desempeño en las combinaciones EEG + EOG y EEG + ECG, donde lideró en MI y mantuvo una reducción de ruido eficiente (RI positivo) y una alta preservación estructural (SSIM elevado). En EEG+EOG, RHONN logró un RI de 6.70%, superando al siguiente mejor modelo por aproximadamente 10% de reducción de ruido relativa, y un SSIM de 0.93, igualando el valor registrado más alto. En EEG + ECG, obtuvo un RI de 5.09%, 10% más alto que el segundo mejor modelo, y un SSIM de 0.82, ligeramente por debajo del 0.90 del mejor modelo, pero con un MI notablemente más alto. En la combinación EEG + EMG, RHONN mostró un RI del 25.26%, ligeramente inferior en un 5% al del Autoencoder (26.63%), y un SSIM de 0.77 frente al 0.78 del Autoencoder. Sin embargo, lo superó en MI (2.03 frente a 1.86). En el escenario más complejo de EEG + EMG + EOG, RHONN obtuvo un RI del 23.82%, aproximadamente un 10% inferior al del Autoencoder (26.53%), y un SSIM de 0.76 frente al 0.78, lo que indica que, si bien retuvo bien la información, fue menos eficiente en la reducción y preservación del ruido general. Estos datos reflejan que RHONN es especialmente eficaz para artefactos oculares y cardíacos.

Tabla 6.6. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con  $\lambda=50\%$ .

| Combinación de ruidos | Modelo           | %RI    | SSIM | MI   |
|-----------------------|------------------|--------|------|------|
| EEG + EMG             | RHONN            | 23.84  | 0.69 | 1.76 |
|                       | GAN [16]         | 24.17  | 0.66 | 1.69 |
|                       | Autoencoder [15] | 24.82  | 0.75 | 1.76 |
|                       | MLP [53]         | 4.65   | 0.59 | 1.97 |
|                       | RNN [31]         | 19.22  | 0.68 | 1.74 |
| EEG + EOG             | RHONN            | -2.95  | 0.91 | 1.91 |
|                       | GAN [16]         | -16.65 | 0.76 | 1.72 |
|                       | Autoencoder [15] | 11.01  | 0.72 | 1.70 |
|                       | MLP [53]         | 0.85   | 0.84 | 2.13 |
|                       | RNN [31]         | -5.08  | 0.90 | 1.88 |
| EEG + ECG             | RHONN            | 17.64  | 0.83 | 3.20 |
|                       | GAN [16]         | -38.12 | 0.68 | 1.90 |
|                       | Autoencoder [15] | 0.51   | 0.68 | 1.73 |
|                       | MLP [53]         | 3.12   | 0.87 | 2.41 |
|                       | RNN [31]         | -0.88  | 0.87 | 2.33 |
| EEG + EMG + EOG       | RHONN            | 24.11  | 0.66 | 1.69 |
|                       | GAN [16]         | 19.18  | 0.68 | 1.74 |
|                       | Autoencoder [15] | 51.73  | 0.75 | 1.76 |
|                       | MLP [53]         | 4.62   | 0.60 | 1.97 |
|                       | RNN [31]         | 23.79  | 0.69 | 1.76 |

Cuando el nivel de ruido aumentó al 50%, como se muestra en la Tabla 6.6, el modelo RHONN demostró un rendimiento competitivo, destacando particularmente en la combinación EEG + ECG, donde lideró con un RI del 17.64%, superando al siguiente mejor modelo en aproximadamente un 40%, y logró un SSIM de 0.83 junto con la mayor retención de información (MI = 3.20). En EEG + EMG, RHONN alcanzó un RI del 23.84%, solo un 4%

inferior al del Autoencoder (24.82%), pero con un SSIM notablemente inferior (0.69 en comparación con 0.75, aproximadamente un 8% menos). Sin embargo, superó al Autoencoder en MI (1.97 en comparación con 1.86). En EEG + EOG, aunque RHONN presentó un RI negativo (más del 100% inferior al 11.01% del Autoencoder), destacó en preservación estructural con un SSIM de 0.91, ligeramente superior (aproximadamente un 1%) al de RNN (0.90). En la combinación más compleja de EEG + EMG + EOG, RHONN logró un RI del 24.11%, menos de la mitad que el Autoencoder (51.73%), con una eficiencia de reducción de ruido aproximadamente un 53% inferior, y su SSIM fue un 20% inferior (0.60 frente a 0.75). A pesar de ello, RHONN mantiene una sólida retención de información en todos los casos, aunque su capacidad para reducir el ruido en condiciones complejas es limitada en comparación con modelos más especializados.

Tabla 6.7. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con  $\lambda=70\%$ .

| Combinación de ruidos | Modelo                      | %RI    | SSIM | MI   |
|-----------------------|-----------------------------|--------|------|------|
| EEG + EMG             | RHONN                       | 53.09  | 0.65 | 1.70 |
|                       | GAN <sub>[16]</sub>         | 25.44  | 0.62 | 1.65 |
|                       | Autoencoder <sub>[15]</sub> | 52.41  | 0.72 | 1.93 |
|                       | MLP <sub>[53]</sub>         | 8.09   | 0.57 | 1.72 |
|                       | RNN <sub>[31]</sub>         | 18.61  | 0.63 | 1.68 |
| EEG + EOG             | RHONN                       | 11.41  | 0.68 | 1.66 |
|                       | GAN <sub>[16]</sub>         | -14.73 | 0.73 | 1.69 |
|                       | Autoencoder <sub>[15]</sub> | -1.53  | 0.88 | 1.87 |
|                       | MLP <sub>[53]</sub>         | 4.89   | 0.84 | 2.09 |
|                       | RNN <sub>[31]</sub>         | -3.68  | 0.88 | 1.85 |
| EEG + ECG             | RHONN                       | 24.50  | 0.83 | 3.19 |
|                       | GAN <sub>[16]</sub>         | -35.32 | 0.63 | 1.89 |
|                       | Autoencoder <sub>[15]</sub> | 1.49   | 0.64 | 1.69 |
|                       | MLP <sub>[53]</sub>         | 5      | 0.84 | 2.40 |

|                            |                                    |       |      |      |
|----------------------------|------------------------------------|-------|------|------|
|                            | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | 0.81  | 0.84 | 2.33 |
| <b>EEG + EMG +<br/>EOG</b> | <b>RHONN</b>                       | 25.39 | 0.62 | 1.65 |
|                            | <b>GAN</b> <sub>[16]</sub>         | 18.57 | 0.63 | 1.68 |
|                            | <b>Autoencoder</b> <sub>[15]</sub> | 26.32 | 0.72 | 1.72 |
|                            | <b>MLP</b> <sub>[53]</sub>         | 8.06  | 0.57 | 1.93 |
|                            | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | 23.04 | 0.65 | 1.70 |

Cuando el nivel de ruido aumentó al 70%, como se muestra en la Tabla 6.7, en EEG + EMG, lideró en reducción de ruido con un RI del 53.09%, superando ligeramente al Autoencoder (52.41%), aunque este último sobresalió en SSIM (0.72 frente a 0.68) y MI (1.93 frente a 1.70). En EEG + EOG, RHONN logró el RI más alto (11.41%), superando a los modelos con valores de RI negativos, pero se mantuvo cerca en SSIM (0.85 frente a 0.88) y estuvo por debajo de MLP en MI (1.76 frente a 2.09). En EEG + ECG, RHONN dominó en RI (24.50%), con un 6.8% más que el Autoencoder (1.49%), con el MI más alto (3.19), aunque su SSIM fue ligeramente inferior (0.81 frente a 0.84). En EEG+EMG+EOG, RHONN se quedó ligeramente por detrás en RI (25.39% frente a 26.32%) y SSIM (0.63 frente a 0,65), mientras que RNN sobresalió en SSIM e MI.

En resumen, RHONN destaca en la reducción del ruido cardíaco y muscular, mientras que el Autoencoder y otros modelos preservan mejor la estructura y la información de la señal en ciertas condiciones.

Tabla 6.8. Comparación del rendimiento de diferentes modelos bajo diversas combinaciones de ruido fisiológico con  $\lambda=90\%$ .

| <b>Combinación<br/>de ruidos</b> | <b>Modelo</b>               | <b>%RI</b> | <b>SSIM</b> | <b>MI</b> |
|----------------------------------|-----------------------------|------------|-------------|-----------|
| <b>EEG + EMG</b>                 | RHONN                       | 17.91      | 0.59        | 1.63      |
|                                  | GAN <sub>[16]</sub>         | 25.54      | 0.59        | 1.62      |
|                                  | Autoencoder <sub>[15]</sub> | 51.69      | 0.69        | 1.63      |
|                                  | MLP <sub>[53]</sub>         | 9.98       | 0.55        | 1.90      |

|                                  |                                    |        |      |      |
|----------------------------------|------------------------------------|--------|------|------|
| <b>EEG + EOG</b>                 | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | 22.21  | 0.61 | 1.66 |
|                                  | <b>RHONN</b>                       | 10.88  | 0.65 | 1.63 |
|                                  | <b>GAN</b> <sub>[16]</sub>         | -13.57 | 0.70 | 1.66 |
|                                  | <b>Autoencoder</b> <sub>[15]</sub> | -0.66  | 0.86 | 1.85 |
|                                  | <b>MLP</b> <sub>[53]</sub>         | 7.25   | 0.83 | 2.06 |
| <b>EEG + ECG</b>                 | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | -2.79  | 0.85 | 1.82 |
|                                  | <b>RHONN</b>                       | 28.72  | 0.83 | 3.19 |
|                                  | <b>GAN</b> <sub>[16]</sub>         | -33.30 | 0.59 | 1.87 |
|                                  | <b>Autoencoder</b> <sub>[15]</sub> | 1.40   | 0.60 | 1.65 |
|                                  | <b>MLP</b> <sub>[53]</sub>         | 6.08   | 0.82 | 2.38 |
| <b>EEG + EMG</b><br><b>+ EOG</b> | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | 1.84   | 0.81 | 2.32 |
|                                  | <b>RHONN</b>                       | 17.87  | 0.59 | 1.63 |
|                                  | <b>GAN</b> <sub>[16]</sub>         | 25.49  | 0.59 | 1.69 |
|                                  | <b>Autoencoder</b> <sub>[15]</sub> | 51.60  | 0.69 | 1.90 |
|                                  | <b>MLP</b> <sub>[53]</sub>         | 9.94   | 0.55 | 1.62 |
|                                  | <b>RNN</b> <sub>[31]</sub>         | 22.16  | 0.61 | 1.66 |

En condiciones de ruido extremo. Como se muestra en la Tabla 6.8, el modelo RHONN logró su mejor rendimiento en la combinación EEG + ECG, alcanzando un RI de 28.72 %. Superando al segundo mejor modelo (MLP, 6.08 %) en aproximadamente un 67.3 %. En este mismo escenario, RHONN obtuvo la información mutua más alta (MI = 3.19). Un 34.2 % superior a la de MLP (2.38). Lo que confirma su capacidad para preservar información crítica frente al ruido cardíaco. Sin embargo, en las combinaciones EEG + EMG y EEG + EMG + EOG. RHONN presentó eficiencias aproximadamente un 44% menores que las obtenidas por el Autoencoder (28.72 % frente a 51.69 % y 51.60 %, respectivamente). Indicando un desempeño reducido en la mitigación de artefactos musculares y oculares. En términos de preservación estructural (SSIM). RHONN fue superado en EEG + EOG por el Autoencoder y RNN, que alcanzaron valores de 0.86 y 0.85, respectivamente. Frente a valores más bajos obtenidos por RHONN.

## 6.6 Evaluación del costo computacional y energético

Se realizó un análisis comparativo del consumo de recursos computacionales y energéticos con el fin de evaluar la factibilidad del modelo propuesto en escenarios de implementación práctica en tiempo real. Para ello, se consideraron las siguientes métricas clave reportadas en la literatura. El número de parámetros entrenables ( $\theta$ ) corresponde al total de pesos y sesgos que el modelo ajusta durante el proceso de aprendizaje. Por su parte, los parámetros no entrenables ( $\tilde{\theta}$ ) son aquellos que permanecen fijos a lo largo del entrenamiento, aunque pueden seguir influyendo en el resultado del modelo durante la inferencia. Las operaciones de punto flotante (FLOP, por sus siglas en inglés *Floating Point Operations*), que representan una estimación del número de cálculos aritméticos requeridos para procesar una muestra, se determinaron conforme a la siguiente definición:

$$\text{FLOPs} \approx \sum_{l=1}^N (2n_{l-1}n_l), \quad (6.1)$$

donde  $n_{l-1}$  y  $n_l$  representan el número de neuronas en capas adyacentes del modelo.

La latencia de inferencia, representada por  $\tau$ , corresponde al tiempo promedio que el modelo tarda en procesar una muestra. Se define como:

$$\tau = \frac{T_{inferencia}}{N_{muestras}}, \quad (6.2)$$

en el cual,  $T_{inferencia}$  es el tiempo total de inferencia en todas las muestras  $N_{muestras}$ . Durante la fase de prueba, se cuantificó la huella de memoria empleada en el procesamiento de una única muestra, definida como MF y expresada en megabytes (MB). Asimismo, el tamaño del modelo entrenado (MS) se estimó como:

$$\text{MS} = P \times \text{precision (in bits or bytes)}, \quad (6.3)$$

en el cual la precisión depende del formato utilizado. En este trabajo se empleó un formato de punto flotante de 32 bits, lo que corresponde a 4 bytes por parámetro. El rendimiento (R) (por

sus siglas en inglés, *throughput*), se define como el número de muestras procesadas por segundo, tal como se indica a continuación:

$$R = \frac{1}{\tau}. \quad (6.4)$$

Finalmente, se cuantifica el consumo de energía durante la inferencia, correspondiente a la energía eléctrica utilizada por el modelo para procesar una sola muestra. Este consumo se expresa en *watts* (W) y se define en la ecuación:

$$E = P \times T, \quad (6.5)$$

siendo  $E$  la energía consumida,  $P$  es la potencia promedio y  $T_{inferencia}$  es el tiempo de inferencia. Para mostrar los resultados, se consideró lo siguiente: en el caso de los modelos RHONN, MLP y RNN, las métricas de parámetros y operaciones se consideraron a nivel de señal, dado que cada arquitectura definía un conjunto de parámetros entrenables por entrada. La Tabla 6.9 presentó dichos resultados, en los cuales se reflejaron directamente las métricas computacionales. Este análisis permitió identificar la eficiencia intrínseca de estas arquitecturas simples, ampliamente referenciadas en la literatura como ejemplos de modelos ligeros para aplicaciones embebidas y de tiempo real.

Tabla 6.0-9. Métricas computacionales y energéticas por señal (RHONN, MLP y RNN)

| Métricas         | RHONN   | MLP [53] | RNN [31] |
|------------------|---------|----------|----------|
| $\theta$         | 5       | 15       | 10       |
| $\tilde{\theta}$ | 0       | 0        | 0        |
| FLOPs            | 422     | 7,680    | 560      |
| $\tau$ (en ms)   | 0.03975 | 0.21849  | 0.04392  |
| MF (en KB)       | 2.11    | 4.49     | 2.21     |
| MS (en B)        | 208     | 4096     | 215      |
| R (señales/seg)  | 25      | 5        | 23       |
| E (W)            | 0.00119 | 0.0029   | 0.001249 |

Los resultados mostraron que RHONN y RNN alcanzaron latencias extremadamente bajas (0.03975 ms y 0.04392 ms, respectivamente) y consumos energéticos mínimos (0.00119 W y

0.001249 W), con diferencias menores al 5% entre ambos, lo que evidenció su alta eficiencia para aplicaciones en tiempo real. En contraste, el MLP presentó un costo computacional y energético claramente superior: requirió aproximadamente 18 veces más FLOPs que RHONN y 14 veces más que RNN, con una latencia entre 5 y 6 veces mayor y un consumo energético alrededor de 2.4 veces superior. Además, el MLP mostró un uso de memoria significativamente más alto (4.49 KB frente a ~2 KB en RHONN y RNN) y un tamaño de modelo mucho mayor (4,096 B frente a ~200 B). Estos hallazgos confirmaron que RHONN y RNN fueron arquitecturas altamente eficientes y compactas, mientras que MLP, aunque más costoso en recursos, mantuvo un rendimiento aceptable (5 señales/s frente a 25 y 23 señales/s), lo que lo posicionó como una alternativa intermedia en la literatura.

Posteriormente, se realizó un análisis comparativo más amplio que incluyó arquitecturas de mayor complejidad, como GAN y Autoencoder, además de los modelos simples previamente evaluados. Para garantizar una comparación justa, en el caso de RHONN, MLP y RNN se multiplicó el número de parámetros y FLOPs por la cantidad de señales utilizadas en la prueba (903), tratándolos como tensores completos, tal como ocurre en su programación y entrenamiento. La Tabla 6.10 presentó los resultados ajustados, reflejando el costo real de procesamiento y permitiendo evaluar de manera homogénea la eficiencia computacional y energética de todas las arquitecturas bajo estudio.

Tabla 6.10. Resultados comparativos de las métricas computacionales y de energía.

| Métricas         | RHONN     | GAN [16]   | Autoencoder<br>[15] | MLP [53]    | RNN [31]  |
|------------------|-----------|------------|---------------------|-------------|-----------|
| $\theta$         | 4,515*    | 29,154     | 1,570,542           | 55,083*     | 9,030*    |
| $\tilde{\theta}$ | 0         | 0          | 1422                | 0           | 0         |
| FLOPs            | 381,066** | 10,285,056 | 3,137,459           | 6,935,040** | 505,680** |
| $\tau$ (en ms)   | 35.25     | 317.5      | 367.1               | 198.60      | 38.5      |
| MF (en MB)       | 1.86      | 3.5938     | 3.5938              | 3.96        | 1.95      |
| MS (en KB)       | 183.42    | 70         | 18,565.375          | 3,612       | 189.59    |
| R (señales/seg)  | 25,284*   | 3,612*     | 2,709*              | 4,515*      | 22,575*   |
| E (W)            | 1.078     | 12.61      | 12.17               | 2.63        | 1.128     |

Notas:

\* Parámetros calculados por señal (903 señales en la prueba).

\*\* FLOPs ajustados considerando todas las señales de la prueba (903).

El análisis mostró que los modelos complejos como GAN y Autoencoder incrementaron significativamente sus costos computacionales y energéticos en comparación con las arquitecturas simples. Ambos requirieron entre una y dos órdenes de magnitud más FLOPs que RHONN y RNN, además de latencias entre 9 y 10 veces mayores y consumos energéticos aproximadamente 11 veces superiores, lo que los hizo poco viables para aplicaciones en tiempo real. El MLP, aunque más eficiente que GAN y Autoencoder, presentó un costo computacional entre 14 y 18 veces mayor que RHONN y RNN, una latencia entre 5 y 6 veces superior, y un consumo energético de aproximadamente 2 a 3 veces mayor. En contraste, RHONN y RNN mantuvieron un equilibrio entre bajo costo computacional y energético, confirmando su pertinencia para sistemas embebidos y aplicaciones de EEG en tiempo real bajo restricciones de recursos.

Complementando el análisis cuantitativo de las métricas computacionales y energéticas, se realizaron una serie de gráficas comparativas con el propósito de visualizar el comportamiento relativo de los modelos evaluados en distintos ejes de eficiencia. Estas representaciones funcionaron como mapas de características que permitieron identificar zonas óptimas de operación y contrastar el desempeño de arquitecturas simples frente a modelos más complejos.

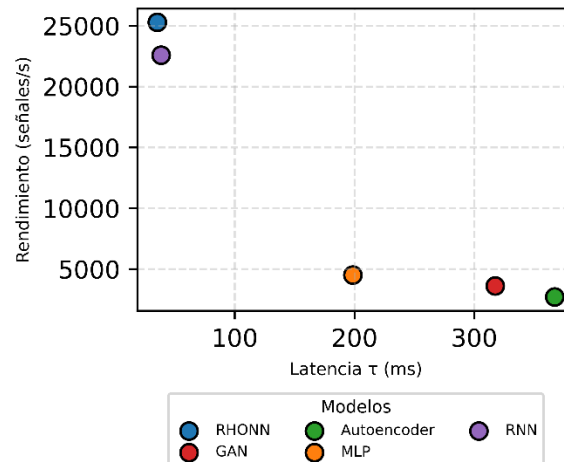


Figura 6.9. Comparación entre la latencia de inferencia y el rendimiento en procesamiento de señales EEG para los modelos evaluados.

El mapa realizado en la Figura 6.9, muestra la relación entre la latencia de inferencia ( $\tau$ ) y el rendimiento en señales por segundo (R). Los modelos RHONN y RNN se ubicaron en la zona

superior izquierda, lo que indica alta eficiencia temporal: baja latencia y alto rendimiento. En contraste, GAN y Autoencoder se ubicaron en la parte inferior derecha, con latencias altas y rendimientos bajos, lo que evidencia una pobre capacidad de respuesta en tiempo real. El cuadrante superior izquierdo representó el equilibrio óptimo donde los modelos tienen baja latencia ( $<50$  ms) y alto rendimiento ( $>18,060$  señales/s). RHONN y RNN se acercaron a esta zona, lo que los hace adecuados para aplicaciones en tiempo real con restricciones de procesamiento.

En la figura 6.10 se compara el consumo energético (E) con la huella de memoria (MF). RHONN y RNN se posicionaron en la zona inferior izquierda, indicando bajo consumo energético ( $<2$  W) y uso de memoria reducido ( $<2$  MB). El MLP mostró un uso de memoria ligeramente mayor, pero con consumo aún moderado. Por otro lado, GAN y Autoencoder se ubicaron en la parte superior derecha, reflejando altos requerimientos energéticos y de memoria, lo que limita su viabilidad en sistemas embebidos. Para este caso, la zona ideal es el cuadrante inferior izquierdo representa el equilibrio deseado, con consumo energético bajo y uso de memoria eficiente. RHONN y RNN se acercaron a esta zona, lo que refuerza su perfil como modelos sostenibles para dispositivos portátiles o de bajo consumo.

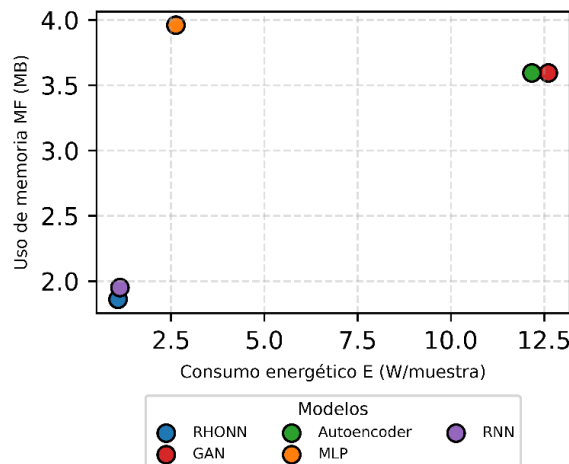


Figura 6.10. Relación entre el consumo energético promedio y el uso de memoria de los modelos durante la inferencia.

El gráfico de la Figura 6.11 muestra la complejidad computacional de los modelos en términos del número de parámetros entrenables ( $\theta$ ) y de las operaciones de punto flotante

(FLOPs). Los modelos RHONN y RNN se ubican en la esquina inferior izquierda del plano, lo que refleja su baja complejidad. Esto se debe a que poseen la menor cantidad de parámetros, y, por consiguiente, requieren un número reducido de operaciones por señal.

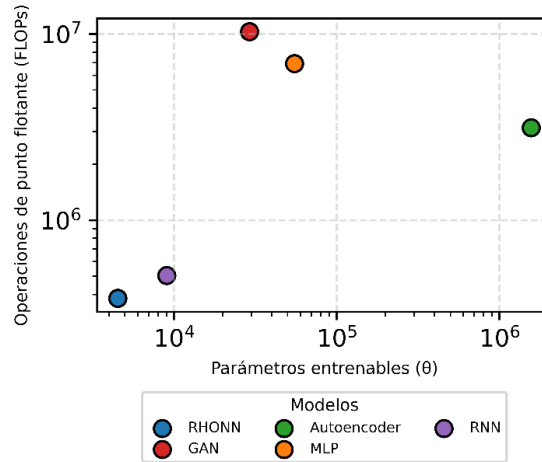


Figura 6.11. Análisis comparativo de la complejidad computacional medida en parámetros entrenables y operaciones de punto flotante (FLOPs).

Por último, en la Figura 6.12, se presenta un diagrama tipo radar que resume el comportamiento relativo de los modelos considerando las seis métricas clave del sistema. En esta comparación, los modelos RHONN y MLP son los que más destacan: RHONN por mostrar un perfil equilibrado, con baja complejidad y alta eficiencia general, y MLP por alcanzar el mayor rendimiento, aunque acompañado de penalizaciones en latencia y carga computacional. En contraste, los demás modelos exhiben comportamientos menos uniformes y con compromisos más marcados entre eficiencia y desempeño.

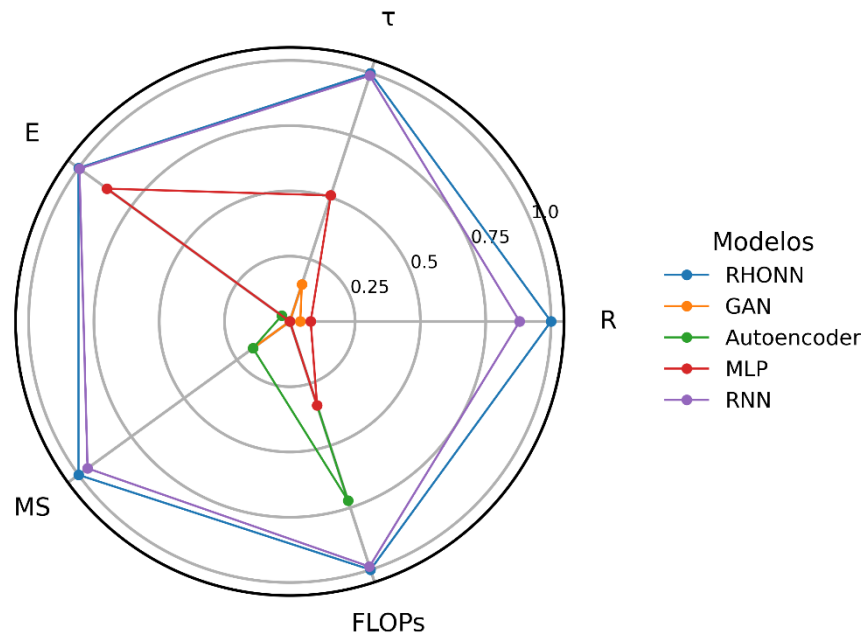


Figura 6.12. Radar de desempeño global normalizado considerando métricas de eficiencia, consumo, velocidad y complejidad de los modelos.

**CAPITULO VII****CONCLUSIONES**

En este estudio se desarrolló, evaluó y comparó una arquitectura basada en Redes Neuronales Recurrentes de Alto Orden (RHONN), entrenada mediante el Filtro de Kalman Extendido (EKF), con el objetivo de realizar reducción de ruido en señales de electroencefalografía (EEG). Los resultados experimentales demostraron que RHONN ofrece un equilibrio sobresaliente entre precisión, estabilidad y eficiencia computacional, superando o igualando el desempeño de modelos como MLP, RNN, Autoencoder y GAN. Su diseño permitió una reconstrucción precisa de la señal, incluso en escenarios con altos niveles de ruido y variabilidad, lo que la posiciona como una alternativa sólida para aplicaciones en neurociencia.

La arquitectura RHONN alcanzó los menores errores relativos normalizados dentro de todas las arquitecturas evaluadas. En el dominio temporal obtuvo un RRMSE de  $0.2578 \pm 0.0096$ , mientras que en el dominio espectral alcanzó  $0.1057 \pm 0.0191$ , preservando de manera excepcional la morfología temporal y espectral de la señal EEG. Asimismo, demostró ser una de las pocas arquitecturas capaces de mejorar la relación señal-ruido (SNR): partiendo de un valor inicial de  $10.75 \pm 0.27$  dB, la RHONN logró una SNR de  $11.78 \pm 0.32$  dB, equivalente a una ganancia de  $1.02 \pm 0.23$  dB. Este comportamiento confirma la capacidad del modelo para recuperar información neuronal útil y reducir eficazmente artefactos que degradan la calidad de la señal.

En cuanto a interferencias fisiológicas, la RHONN mostró un comportamiento robusto frente a artefactos como EMG, EOG y ECG. Su mejor desempeño se obtuvo en escenarios con contaminación cardíaca, donde alcanzó una Reducción de Interferencia (RI) del 28.72% y un Índice de Mejora (MI) de 3.19. No obstante, se observó que en situaciones donde predominan artefactos musculares u oculares, modelos como el Autoencoder lograron un mejor rendimiento. Esto evidencia que la eficacia de cada arquitectura depende del tipo de artefacto presente y que no existe un modelo universalmente óptimo para todas las condiciones de ruido.

Un aspecto clave del estudio fue la evaluación computacional. RHONN mostró una latencia de inferencia extremadamente baja, con un tiempo promedio de 0.03975 ms por señal, un consumo energético aproximado de 0.00119 W por inferencia, así como un tamaño de modelo reducido y un número de operaciones (FLOPs) significativamente menor en comparación con las arquitecturas generativas. Estos resultados convierten a la RHONN en una arquitectura idónea para aplicaciones en tiempo real y sistemas embebidos, especialmente en interfaces cerebro-computadora (BCI) y dispositivos portátiles donde los recursos son limitados.

A pesar de sus ventajas, el modelo presenta limitaciones importantes. Una de ellas es su menor eficacia en escenarios con alta dominancia de artefactos musculares u oculares, donde arquitecturas como el Autoencoder han mostrado mayor capacidad de reconstrucción. La segunda limitación se relaciona con el tipo de datos empleados en los experimentos, mayormente semisintéticos. Para garantizar su generalización, será necesario validar el modelo con señales reales más diversas, considerando variabilidad inter-sujeto, inter-sesión y distintos equipos de adquisición.

En conjunto, los resultados obtenidos en este trabajo permitieron concluir que la arquitectura RHONN representó una alternativa eficiente y precisa para la eliminación de ruido en señales EEG. Su capacidad para identificar y suprimir de manera efectiva los artefactos en entornos dinámicos contribuyó a mejorar la fidelidad de la señal, preservando al mismo tiempo su información relevante. Además, su bajo costo computacional y sus reducidos tiempos de inferencia la convirtieron en una opción adecuada para aplicaciones de monitoreo de señales neurológicas en tiempo real dentro del campo de la neurociencia avanzada. El entrenamiento de la red mediante el Filtro de Kalman Extendido (EKF) proporcionó una ventaja frente a métodos convencionales, ya que permitió minimizar el ruido mediante la adaptación óptima de la ganancia, mejorando así el rendimiento general del sistema. De esta manera, la arquitectura RHONN se posicionó como una alternativa prometedora y como un punto de partida para futuras investigaciones orientadas al desarrollo de modelos híbridos, optimizados y especializados para distintos tipos de artefactos presentes en señales EEG.

## REFERENCIAS

- [1] E. Niedermeyer y F. Lopes da Silva, *Electroencephalography: Basic Principles, Clinical Applications, and Related Fields*, Philadelphia, PA: Lippincott Williams & Wilkins, 2004.
- [2] A. Khosla, P. Khandnor y T. Chand, «A comparative analysis of signal processing and classification methods for different applications based on EEG signals,» *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, vol. 40, n° 2, p. 649–690, 2020.
- [3] A. Chaddad, Y. Wu, R. Kateb y A. Bouridane, «Electroencephalography Signal Processing: A Comprehensive Review and Analysis of Methods and Techniques,» *Sensor*, vol. 23, n° 6434, 2023.
- [4] G. Cisotto y D. Chicco, «Ten quick tips for clinical electroencephalographic (EEG) data acquisition and signal processing,» *PeerJ Computer Science*, vol. 10, p. e2256, 2024.
- [5] G. Li, Y. Yuan, D. Ouyang, L. Zhang, B. Yuan, X. Chang, Z. Guo y G. Guo, «Driver Distraction From the EEG Perspective: A Review,» *IEEE Sensors Journal*, vol. 24, n° 3, p. 2329–2349, 2024.
- [6] J. Sabio, N. S. Williams, G. M. McArthur y N. A. Badcock, «A scoping review on the use of consumer-grade EEG devices for research,» *PLOS ONE*, vol. 19, n° 3, p. e0291186, 2024.
- [7] Z. Xue, Y. Zhang, H. Li, H. Chen, S. Shen y H. Du, «Instrumentation, Measurement, and Signal Processing in Electroencephalography-Based Brain-Computer Interfaces: Situations and Prospects,» *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 73, pp. 1-28, 2024.
- [8] W. Weng, Y. Gu, S. Guo, Y. Ma, Z. Yang, Y. Liu y Y. Chen, «Self-supervised Learning for Electroencephalogram: A Systematic Survey,» *ACM Computing Surveys*, vol. 57, n° 12, pp. 1-38, 2025.
- [9] K. Erat, E. Bilge, F. Doğan, N. Merdanoğlu, A. Akcakaya y P. O. Durdu, «Emotion recognition with EEG-based brain-computer interfaces: a systematic literature review,» *Multimedia Tools and Applications*, vol. 83, n° 33, p. 79647–79694, 2024.
- [10] J. R. Wolpaw y E. W. Wolpaw, *Brain-Computer Interfaces: Principles and Practice*, Oxford, UK: Oxford University Press, 2012.

- [11] M. Á. Luján, M. V. Jimeno, J. M. Sotos, J. J. Ricarte y A. L. Borja, «A Survey on EEG Signal Processing Techniques and Machine Learning: Applications to the Neurofeedback of Autobiographical Memory Deficits in Schizophrenia,» *Electronics*, vol. 10, nº 3037, pp. 1-19, 2021.
- [12] Y. Li, Zeng, W, W. Dong, D. Han, Chen, H., L. Chen, Kang, Z, S. Gong, H. Yan, Siok W. T. y N. Wang, «A Tale of Single-Channel Electroencephalography: Devices, Datasets, Signal Processing, Applications, and Future Directions,» *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 74, pp. 1-20, 2025.
- [13] Y. Roy, H. Banville, I. Albuquerque, A. Gramfort, T. H. Falk y J. Faubert, «Deep learning-based electroencephalography analysis: a systematic review,» *Journal of Neural Engineering*, vol. 16, nº 5, p. 051001, 2019.
- [14] S. Shafieezadeh, G. M. Duma, G. Mento, A. Danieli, L. Antoniazzi, F. D. P. Cristaldi, P. Bonanni y A. Testolin, «Methodological issues in evaluating machine learning models for EEG seizure prediction: Good cross-validation accuracy does not guarantee generalization to new patients,» *Applied Sciences*, vol. 13, nº 7, pp. 42-62, 2023.
- [15] W. Xiong, L. Ma y L. Haifeng, «A general dual-pathway network for EEG denoising,» *IEEE Access*, vol. 10, pp. 1-1, 2024.
- [16] E. Brophy, P. Redmond, A. Fleury, M. De Vos, G. Boylan y T. Ward, «Denoising EEG Signals for Real-World BCI Applications Using GAN's,» *Frontiers in Neuroergonomics*, vol. 2, nº 805573, 2022.
- [17] W. Lu, «A review of EEG noise reduction technology based on DCCRN-LSTM,» *Theoretical and Natural Science*, vol. 58, pp. 182-187, 2024.
- [18] M. Saber, «Removing Powerline Interference from EEG Signal using Optimized FIR Filters,» *Journal of Artificial Intelligence and Metaheuristics*, vol. I, nº 2, pp. 08-19, 2022.
- [19] M. Felja, A. Bencheqroune, M. Karim y G. Bennis, «Removing artifacts from EEG signal using wavelet transform and conventional filters,» *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, vol. 17, pp. 177-183, 2020.
- [20] C. Kaur, A. Bisht, P. Singh y G. Joshi, «Signal denoising using hybrid approach of Variational Mode Decomposition and wavelets for depression,» *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 65, nº 102337, 2021.
- [21] W. Yan y Y. Wu, «A time-frequency denoising method for single-channel event-related EEG,» *Frontiers in Neuroscience*, vol. 16, p. 991136, 2022.

- [22] P. Gajbhiye, R. K. Tripathy, A. Bhattacharyya y R. B. Pachori, «Novel Approaches for the Removal of Motion Artifact from EEG Recordings,» *IEEE Sensors*, vol. 19, n° 22, pp. 10600-10608, 2020.
- [23] S. K. Noorbasha y G. F. Sudha, «Removal of EOG artifacts from single channel EEG—an efficient model combining overlap segmented ASSA and ANC,» *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 60, n° 101987, 2020.
- [24] X. Wang, H. Zhang, J. Tan, Y. Xu, P. Z. H. Sun, J. Ji, J. Lu, M. Zhu, M. C. Tong, S. C. Mukhopadhyay, G. Li y S. Chen, «High-Quality Auditory Brainstem Response Acquisition in Motion via Adaptive Kalman Filtering,» *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, vol. XVI, n° 3, pp. 877-887, 2024.
- [25] A. Abutaleb, H. Abdelaleem y K. Hewedy, «Stochastic Models for the EEG Frequencies.,» *International Journal of Signal Processing*, vol. VI, p. 14.32, 2021.
- [26] F. A. Alturki, K. AlSharabi, A. M. Abdurraqueeb y M. Aljalal, «EEG Signal Analysis for Diagnosing Neurological Disorders Using Discrete Wavelet Transform and Intelligent Techniques,» *Sensors*, vol. XX, n° 9, p. 2505, 2020.
- [27] A. B. Nayak, A. Shah, S. Maheshwari, V. Anand, S. Chakraborty y T. S. Kumar, «An empirical wavelet transform-based approach for motion artifact removal in electroencephalogram signals,» *Decision Analytics Journal*, vol. X, p. 100420, 2024.
- [28] S. Stalin, V. Roy, P. Kumar Shukla, A. Zaguia, M. Monirujjaman Khan, K. P. Shukla y A. Jain, «A Machine Learning-Based Big EEG Data Artifact Detection and Wavelet-Based Removal: An Empirical Approach,» *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 21, pp. 1-11, 2021.
- [29] W. Sun, Y. Su, X. Wu y X. Wu, «A novel end-to-end 1D-ResCNN model to remove artifact from EEG signals.,» *Neurocomputing*, n° 404, pp. 108-121, 2020.
- [30] M. S. Hossain, S. Mahmud , A. Khandakar, N. Al-Emadi, F. A. Chowdhury, Z. B. Mahbub, M. B. Ibne Reaz y M. E. H. Chowdhury, «MultiResUNet3+: A Full-Scale Connected Multi-Residual UNet Model to Denoise Electrooculogram and Electromyogram Artifacts from Corrupted Electroencephalogram Signals,» *Bioengineering*, vol. 10, n° 5, p. 579, 2023.
- [31] C.-H. Chuang, K.-Y. Chang, C.-S. Huang y A.-M. Bessas, «ART: Artifact Removal Transformer for Reconstructing Noise-Free Multichannel Electroencephalographic Signals,» *arXiv preprint arXiv*, 2024.

- [32] B. W, F. Deng y P. Jiang, « EEGDiR: Electroencephalogram denoising network for temporal information storage and global modeling through Retentive Network.,» *Computers in Biology and Medicine*, vol. 177, p. 108626, 2024.
- [33] P. A. Pérez Cano, J. R. García y J. J. Ibañez Rodríguez, *Procesado de señales biomédicas*, Cuenca, España: Universidad de Castilla-La Mancha, 2007.
- [34] S. Hayakin , *Neural Networks: A compresive Foundation*, New Jersey: Prentice Hall, 2009.
- [35] F. Rosenblatt, «The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain,» *Psychological Review*, vol. 65, nº 6, pp. 386-408, 1958.
- [36] W. S. McCulloch y W. Pitts, «A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity,» *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 5, nº 4, pp. 115-133, 1943.
- [37] M. Minsky y S. Papert, *Perceptrons*, Cambridge, Massachusetts, EE.UU., 1969.
- [38] E. N. Sanchez, A. Y. Alanís y A. G. Loukianov, *Discrete-Time Block Control*, Cham, Switzerland: Springer, 2008.
- [39] A. Y. Alanís García, «Entrenamiento de redes neuronales con el filtro de Kalman,» Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV), Guadalajara, Jalisco, Mexico, 2004.
- [40] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, 2nd ed. ed., Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1999, p. 609.
- [41] B. D. O. Anderson y J. B. Moore, *Optimal Filtering*, New York: Dover Publications, 2012.
- [42] M. A. Woodbury, «Inverting Modified Matrices,» Statistical Research Group, Princeton University, Princeton, NJ, 1950.
- [43] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [44] S. Sastry, *Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control.*, New York, NY: Springer, 1999.
- [45] H. Zhang, M. Zhao, C. Wei, D. Mantini, Z. Li y Q. Liu, «EEGdenoiseNet: A benchmark dataset for end-to-end deep learning solutions of EEG denoising,» *IEEE Access*, vol. 10, pp. 1-1, 2020.

- [46] H. Zhang, M. Zhao, C. Wei, D. Mantini, Z. Li y Q. Liu, «github,» 2021. [En línea]. Available: <https://github.com/ncclabsustech/EEGdenoiseNet>. [Último acceso: 21 08 2024].
- [47] A. Hyvärinen y E. Oja, «Independent component analysis: algorithms and applications,» *Neural Networks*, vol. 13, n° 4, pp. 411-430, 2000.
- [48] L. Pion-Tonachini, K. Kreutz-Delgado y S. Makeig, «ICLabel: An automated electroencephalographic independent component classifier, dataset, and website,» *NeuroImage*, vol. 198, pp. 181-197, 2019.
- [49] G. B. Moody y R. G. Mark, «MIT-BIH arrhythmia database.,» 1992.
- [50] . A. L. Goldberger, . L. A. Amaral, L. Glass, J. M. Hausdorff, P. C. Ivanov, R. G. Mark, . J. E. Mietus, G. B. Moody, C.-K. Peng y H. E. Stanley, « PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: components of a new research resource for complex physiologic signals,» *Circulation*, vol. 101, n° 23, pp. e215-e220, 2000.
- [51] Y. Li, Y. Ren, J. Zhang, B. Lu y C. Guan, «On the effects of data normalization for domain adaptation on EEG data,» *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 130, p. 106095, 2023.
- [52] R. J. Williams y D. Zipser, «A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks,» *Neural Computation*, vol. 1, n° 2, pp. 270-280, 1989.
- [53] M. Yakoubi, R. Hamdi y M. Bousbia Salah, «Removal noise from EEG signal using unscented Kalman filter to train multi layer perceptron (MLP),» 2022.
- [54] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton y R. J. Williams, «Learning representations by back-propagating errors,» *Nature*, vol. 323, n° 6088, pp. 533-536, 1986.
- [55] Y. Liu, T. Höllerer y M. Sra, «SRI-EEG: State-Based Recurrent Imputation for EEG Artifact Correction,» *Frontiers in Computational Neuroscience*, vol. 16, p. 803384, 2022.
- [56] W. Wang, B. Li y H. Wang, « A Novel End-to-end Network Based on a bidirectional GRU and a Self-Attention Mechanism for Denoising of Electroencephalography Signals,» *Neuroscience*, vol. 505, n° 7, pp. 10-20, 2022.
- [57] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky y S. H. Nawab, Signals and Systems, Nueva Jersey, Estados Unidos: Pearson, 1997.

- [58] J. G. Proakis y D. G. Manolakis, Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications, 4 edición ed., Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007.
- [59] Y. Sun, X. Chen, B. Liu, L. Liang, Y. Wang y S. Gao, «Signal acquisition of brain–computer interfaces: A medical-engineering crossover perspective review,» *Fundamental Research*, vol. 5, nº 1, pp. 3-16, 2025.