



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de Maestría

**Diseño de una estrategia de control para un motor
reciprocante magnético**

presentada por

Ing. Raúl Alegría Gómez

como requisito para la obtención del grado de
**Maestro en Ciencias en Ingeniería
Electrónica**

Director de tesis

Dr. Manuel Adam Medina

Codirector de tesis

Dr. Jarniel García Morales

Cuernavaca, Morelos, México. Marzo de 2026.



Cuernavaca, Mor; 18/febrero/2026

Oficio No. DIE/027/2026

Asunto: Aceptación de documentos.

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. RAÚL ALEGRÍA GÓMEZ**, con número de control **M24CE018** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**DISEÑO DE UNA ESTRATEGIA DE CONTROL PARA UN MOTOR RECIPROCANTE MAGNETICO**", y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional: 5992003

CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Jarmiel García Morales
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional: 11106825

REVISOR 1

Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez
Doctor en Ingeniería
Cédula profesional: 3431842

REVISOR 2

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez
Doctora en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional: 7534115

C.c.p. Mtra. Verónica Sotelo Boyas. Jefa del Departamento de Servicios Escolares
Estudiante

JGM/ibm



2026
año de
Margarita
Maza



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 26/febrero/2026

Oficio No. SAC/072/2026

Asunto: Autorización de impresión de tesis

RAÚL ALEGRÍA GÓMEZ
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"DISEÑO DE UNA ESTRATEGIA DE CONTROL PARA UN MOTOR RECIPROCANTE MAGNETICO"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

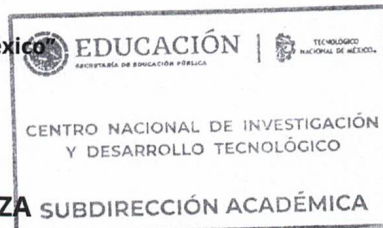
Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

"Conocimiento y Tecnología al servicio de México"

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



c.c.p. Departamento de Ingeniería Electrónica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2026
año de
Margarita
Maza

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira;
C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4106,
e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo a muchas personas, empezando por mi madre Delfina Gómez Valencia y mi padre Raúl Alegría Soto, quienes en su momento me insistieron en que me diera la oportunidad de entrar al posgrado y en todo momento tuvieron el compromiso de apoyarme para poder llegar hasta este nivel de educación, no solo con gastos económicos, sino también con consejo, comprensión, consuelo y muchos sacrificios.

También quiero dedicarlo a mi hermano menor, Ángel Alegría Gómez, pues uno como hermano mayor sabe que, si bien el menor no está obligado a seguir los pasos del mayor, pero todo lo que haga le servirá de ejemplo. Muchas veces pensé en él y en cómo el que yo pudiera terminar mis estudios de posgrado tal vez podría motivarlo a él a estudiar igual posgrado en su área de estudios, o incluso simplemente permitirme tener mejores herramientas con la cual poder ayudarlo en el camino que él decida seguir.

Se lo dedico también a mi novia, y espero en una futura dedicatoria poderla llamar mi esposa, Yajana Citlali Almeida Arenas, porque desde el inicio algo que influenció mi decisión de tomar el posgrado fue aspirar a mejores oportunidades que nos permitieran a futuro poder formar una familia con una base sólida; y a pesar de las complicaciones que llegaron a existir, ella nunca dejó de apoyarme, de motivarme y de esperarme. Estoy consciente de los sacrificios que ella también ha realizado y por eso quiero no solo dedicarle esto, sino también devolverle todo lo que ella me ha brindado durante este tiempo.

Quiero dedicar esto de forma especial a mi tío, Israel Alegría Gómez, quien falleció antes de que yo pudiera alcanzar este logro. Siempre lo llevo en mi corazón y espero que, esté donde esté, pueda verme y sepa que sigo adelante; a pesar de su partida, continúo esforzándome para hacerlo sentir orgulloso.

Por último, pero no menos importante, quiero agradecer a Dios, pues sé que de alguna u otra forma Él ha estado ahí, ya sea con oportunidades o con pruebas que me han llevado hasta este momento. Agradezco la dicha de la salud que se me ha permitido para poder vivir plenamente hasta poder alcanzar este logro.

Sé que esto no es solo un logro mío, también es un logro de todos los que me han apoyado y que confiaron en que lo lograría, aun cuando había ocasiones en que llegué a dudar de mí mismo y de poderlo lograr; ellos nunca dudaron de mí. Espero ser capaz de poder seguir cumpliendo sus expectativas y de compensarles, aunque sea un poco, de alguna o de otra manera, todo lo que han hecho por mí.

Agradecimientos

Quiero empezar agradeciendo a Dios por permitirme llegar hasta este punto, porque cada prueba y oportunidad que me ha sido puesta por Él me ha llevado a un crecimiento personal, profesional y estudiantil hasta poder alcanzar este logro.

Agradezco a mis asesores, el Dr. Manuel Adam Medina y el Dr. Jarniel García Morales, por sus guías, consejos y apoyos en todo mi proceso, así como por la oportunidad de participar en diferentes congresos que me sirvieron de mucha experiencia en este ámbito.

Agradezco a mis revisores, los cuales también fueron mis maestros de asignaturas durante mis estudios de maestría: el Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez y el Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez. Sé que gracias a su ardua pasión por la docencia y sus altas exigencias, tanto como revisores como maestros, es que tuve que superarme con tal de cumplir esas exigencias y expectativas que sé que ellos como docentes tienen no solo sobre mí, sino sobre todos sus alumnos. Sé que, sin duda, el que ellos fueran mis revisores me ayudó a crecer mucho tanto a nivel personal como a nivel profesional.

Agradezco a todos los amigos y compañeros que hice durante mis estudios del posgrado, especialmente considerando que yo llegué aquí siendo foráneo y sin conocer prácticamente a nadie. Agradezco mucho que prácticamente nunca me sentí solo; siempre contaba con sus consejos y siempre me integraban en actividades escolares y extracurriculares, lo cual facilitó mi estancia como foráneo.

Quiero agradecer especialmente a los miembros del “Crew Tóxico”, pues son mis amigos más cercanos; algunos que conozco desde la primaria, otros desde prepa y uni. Pero no importa cuánto tiempo llevo de conocerlos, sino lo que significa su amistad para mí y el cómo ellos han impactado y siguen impactando en mi vida, a pesar de la distancia y a pesar de nuestras diferentes opiniones, pues sé que siempre podré contar con ellos como lo he hecho siempre.

Agradezco también a mi familia y a mi pareja, los cuales han sido mi principal fuente de motivación y apoyo para poder llevar a cabo mis estudios de posgrado, con el fin de tener mejores oportunidades para poderlos apoyar a ellos.

Agradezco con profunda nostalgia y cariño a todos mis familiares que ya no están en este plano terrenal. Sé que, de alguna manera, siguen presentes; siempre tuvieron grandes expectativas y confianza en mí, aportando su granito de arena para que yo pudiera ser quien soy hoy y lograra alcanzar esta meta.

Agradezco con gratitud al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), perteneciente al Tecnológico Nacional de México (TecNM), por facilitarme el espacio de trabajo, las herramientas y el entorno académico para realizar esta investigación, así como los pósters y participaciones en congresos derivados de esta misma.

También agradezco a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI), antes llamado Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONACYT), por el apoyo económico a través de la beca otorgada, la cual fue indispensable para la realización de mis estudios de maestría.

Por último, me agradezco a mí mismo por haberme dado la oportunidad de esta experiencia que, aunque de joven veía como innecesaria, hoy me doy cuenta de que es una de las mejores decisiones que pude tomar en mi vida y que seguramente me servirá de mucho en mis aspiraciones de profesión y de vida.

Índice general

Nomenclatura	1
Resumen	4
Abstract	4
1. Introducción	6
1.1. Antecedentes	7
1.2. Estado del arte	8
1.2.1. Modelado de MRM	8
1.2.2. Controladores lineales PID en sistemas MAGLEV (levitación magnética) . .	10
1.2.3. Controladores inteligentes en sistemas MAGLEV	12
1.2.4. Estructuras de control neuronal	14
1.2.5. Algoritmos de optimización	16
1.2.6. Conclusión del estado del arte	17
1.3. Planteamiento del problema	18
1.4. Justificación	19
1.5. Objetivos	19
1.5.1. Objetivo general	19
1.5.2. Objetivos específicos	19
1.6. Metas	19
1.7. Alcances y limitaciones	20
2. Marco teórico	21
2.1. Control clásico	21
2.2. Control moderno	22
2.3. Sistema biela-manivela-corredora	23
2.4. Teoría electromagnética	25
2.5. Circuito R-L	27
2.5.1. Ciclo de almacenamiento	27
2.5.2. Valores iniciales	30
2.5.3. Fase de decaimiento	31
2.6. Electroimanes DC	35
2.7. Control PID	36
2.7.1. Sintonización Ziegler Nichols	38
2.7.2. Sintonización Cohen-Coon	39
2.8. Redes neuronales artificiales	41
2.9. Control neuronal	44

2.10. Algoritmo de optimización (PSO)	46
2.11. Optimización y función costo	49
3. Caso de estudio	50
3.1. <i>Software</i> empleado	50
3.1.1. <i>MATLAB&Simulink</i>	50
3.1.2. <i>LabVIEW</i>	50
3.2. <i>Hardware</i> empleado	51
3.2.1. Motor reciprocante magnético tipo monocilíndrico	51
3.2.2. Convertidor <i>Buck</i>	52
3.3. Desarrollo de sistema de monitoreo y control	52
3.3.1. Interfaz de control y monitoreo	52
3.3.2. Modelo matemático	53
4. Diseño de controladores	54
4.1. Diseño de control de voltaje de alimentación del electroimán	54
4.1.1. PID de voltaje de alimentación del electroimán	54
4.1.2. Obtención de la función de transferencia	56
4.1.3. Sintonización de PID con técnicas clásicas	57
4.1.4. Evaluación de respuestas del sistema (técnicas clásicas)	57
4.1.5. Sintonización con algoritmo de optimización	59
4.1.6. PSO fuera de línea	60
4.1.7. Evaluación de respuestas del sistema(algoritmo de optimización)	62
4.1.8. PSO en línea	64
4.1.9. FFNN de voltaje de alimentación del electroimán	65
4.1.10. Red neuronal en <i>Python</i>	65
4.1.11. Red neuronal en <i>MATLAB</i>	67
4.1.12. <i>Python vs MATLAB Toolbox</i>	68
4.1.13. FFNN de voltaje de alimentación del electroimán con entrada escalón (FFNN con acción PID temporizada)	69
4.1.14. FFNN de voltaje de alimentación del electroimán alimentado con entrada rampa (FFNN estático)	72
4.1.15. Índices de desempeño–FFNN de voltaje de alimentación	73
4.1.16. PID vs FFNN con acción temporizada (entrada escalón)	74
4.1.17. PID vs FFNN estático (entrada rampa)	78
4.1.18. PID vs FFNN con acción temporizada (entrada escalón suavizada)	82
4.2. Diseño de control de ángulo de energización	84
4.2.1. Propuesta de solución: PID de ángulo de encendido	84
4.2.2. Propuesta de solución: Control neuronal de ángulo de encendido con zona muerta	86
5. Implementación experimental	88
5.1. Control de voltaje de alimentación	88
5.1.1. Control manual	88
5.1.2. Control PI	89
5.1.3. Control FFNN	92
5.1.4. Análisis del comportamiento del voltaje	95
5.2. Control de ángulo de energización	97
5.2.1. Control neuronal original	97

5.2.2.	Control neuronal con zona muerta	99
5.3.	Torque y eficiencia energética	101
5.4.	Potencia consumida en 1 punto de operación (manipulando ángulo de encendido vs manipulando voltaje de alimentación)	103
5.5.	Análisis de manipulación simultánea de voltaje de alimentación y ángulo de energización	105
6.	Discusión de resultados	109
6.1.	Comparación de los resultados de los controladores	109
6.1.1.	Simulación	109
6.1.2.	Experimental	110
6.2.	Análisis de resultados en simulación	112
6.2.1.	PID de ángulo de energización	112
6.2.2.	PID de voltaje de alimentación	112
6.2.3.	FFNN de voltaje de alimentación	112
6.2.4.	Análisis de resultados potencia consumida	113
6.3.	Análisis de resultados experimentales	113
6.3.1.	Control neuronal de ángulo de energización con zona muerta	113
6.3.2.	Control PI de voltaje de alimentación	113
6.3.3.	Control FFNN de voltaje de alimentación	113
6.3.4.	Manipulación de ángulo de energización y voltaje de alimentación	114
6.3.5.	Torque y eficiencia energética	114
6.3.6.	Potencia eléctrica consumida	114
7.	Conclusiones	115
7.1.	Contribución	115
7.2.	Trabajos futuros	116
	Referencias	116
	Acrónimos	122
	Anexos	123
Anexo A.	Constante de tiempo del sistema completo	123
Anexo B.	Uso de un compensador de adelanto (<i>lead compensator</i>) en lugar de una RNA	125
Anexo C.	Configuraciones de FFNN de voltaje de alimentación del electroimán ante una entrada escalón	127
Anexo C.1.	FFNN estático	129
Anexo C.2.	FFNN con factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB)	130
Anexo C.3.	FFNN con compensación	131
Anexo D.	Tablas de consumo de potencia eléctrica en cada uno de los controladores aplicados en el modelo del MRM (simulación)	132
Anexo E.	Configuraciones alternas del circuito MRM	133
Anexo E.1.	Pruebas de diodo en serie con una resistencia y en paralelo con el electroimán	134
Anexo E.2.	Pruebas de diodo en paralelo y con el electroimán en serie con la resistencia	136
Anexo E.3.	Comparativa del comportamiento entre las diferentes configuraciones	138

Índice de figuras

1.1. Estructura de un MRM. Rios-Enriquez et al. (2024).	7
1.2. Problemática en el prototipo. Rios-Enriquez et al. (2024).	18
1.3. Diagrama de bloques del problema propuesto.	18
2.1. Análisis cinemático.	23
2.2. Análisis vectorial.	23
2.3. Red básica R-L transitoria. Boylestad, 2004.	27
2.4. Circuito al instante en que se cierra el interruptor. Boylestad, 2004.	27
2.5. Circuito bajo condiciones de estado estable. Boylestad, 2004.	27
2.6. Trazado de la forma de onda para i_L durante el ciclo de almacenamiento. Boylestad, 2004.	28
2.7. Trazado de las funciones. Boylestad, 2004.	29
2.8. Efecto de L sobre la forma de onda de la i_L de almacenamiento. Boylestad, 2004.	29
2.9. Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.	30
2.10. Definición de las tres fases de una forma de onda transitoria. Boylestad, 2004.	31
2.11. Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.	32
2.12. Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.	32
2.13. Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.	32
2.14. Representación gráfica de una neurona.	41
2.15. Funciones de activación. Hilera, (1994).	42
2.16. Red monocapa.	43
2.17. Red multicapa.	43
2.18. Actualización de la velocidad y posición de una partícula en un espacio de 2 dimensiones. Vargas et al. (2011).	48
3.1. Maqueta experimental del MRM. Rios-Enriquez et al. (2024).	51
3.2. Convertidor <i>Buck</i> físicamente.	52
3.3. Plataforma de monitoreo y operación del MRM en <i>LabVIEW</i> . Rios-Enriquez et al. (2024).	53
3.4. Modelo matemático implementado en <i>Simulink</i> .	53
4.1. Esquema de control PID de voltaje de alimentación.	55
4.2. Obtención de la FT a partir de la respuesta del Modelo del MRM.	56
4.3. Esquema de la FT obtenida.	56
4.4. Comparación de la respuesta de la FT y el modelo Euler-lagrange.	56

4.5. Comparación de la respuesta de los PID en diferentes puntos de operación.	57
4.6. Comparación de las respuestas de velocidad de los PID-PSO en diferentes puntos de operación.	61
4.7. Comparación de la variable manipulada de los PID-PSO en diferentes puntos de operación.	62
4.8. Diagrama de bloques de un control PID-PSO en línea.	64
4.9. Estructura de la RNA inversa.	65
4.10. Curva de aprendizaje de la RNA usando <i>Python</i>	66
4.11. FIT de la RNA usando <i>Python</i>	66
4.12. Estructura de la RNA Inversa en <i>MATLAB Toolbox</i>	67
4.13. Curva de aprendizaje utilizando <i>MATLAB Toolbox</i>	67
4.14. FIT utilizando <i>MATLAB Toolbox</i>	68
4.15. Control lazo abierto con la RNA en <i>Simulink</i>	68
4.16. Resultados del control lazo abierto con las RNA de <i>Python</i> y <i>MATLAB</i> en <i>Simulink</i>	68
4.17. Estructura de control FFNN utilizada.	69
4.18. Estructura de control FFNN con la acción PID temporizada en <i>Simulink</i>	71
4.19. Velocidad del MRM usando el control FFNN con la acción PID temporizada.	71
4.20. Variable manipulada usando el control FFNN con la acción PID temporizada.	71
4.21. Velocidad del MRM usando el control FFNN estático con una entrada rampa.	72
4.22. Variable manipulada usando el control FFNN estático con una entrada rampa.	72
4.23. Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores.	74
4.24. Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores.	74
4.25. Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea.	74
4.26. Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores.	75
4.27. Comportamiento de la corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea.	75
4.28. Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.	75
4.29. Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.	76
4.30. Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea ante una perturbación constante.	76
4.31. Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.	76
4.32. Comportamiento de corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea ante una perturbación constante.	77
4.33. Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores.	78
4.34. Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores.	78
4.35. Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea.	78
4.36. Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores.	79
4.37. Comportamiento de la corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea.	79
4.38. Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.	79
4.39. Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.	80
4.40. Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea ante una perturbación constante.	80
4.41. Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.	80

4.42. Comportamiento de corriente pico del MRM utilizando el PSP-PID en línea ante una perturbación constante.	81
4.43. Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores.	82
4.44. Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores.	82
4.45. Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea.	82
4.46. Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores.	83
4.47. Comportamiento de la corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea.	83
4.48. Velocidad en el MRM utilizando la region positiva.	84
4.49. Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la región positiva.	85
4.50. Velocidad en el MRM utilizando ambas regiones de operación.	85
4.51. Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando ambas regiones de operación.	85
4.52. Esquema de controlador de ángulo de encendido con estructura tipo RNA. Rios-Enriquez et al. (2024).	86
4.53. Estructura interna de la RNA utilizada como controlador. Rios-Enriquez et al. (2024).	86
5.1. Medición del voltaje de alimentación manipulado.	88
5.2. Comportamiento de la velocidad al manipular manualmente el voltaje.	89
5.3. Comportamiento de la velocidad con respecto a el voltaje de alimentación.	89
5.4. Velocidad del MRM usando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.	90
5.5. Variable manipulada usando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.	90
5.6. Velocidad en el MRM utilizando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.	91
5.7. Variable manipulada en el MRM utilizando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.	91
5.8. Velocidad del MRM usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.	92
5.9. Variable manipulada usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.	92
5.10. Voltaje de alimentación usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.	93
5.11. Velocidad en el MRM utilizando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.	93
5.12. Variable manipulada usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.	94
5.13. Variable manipulada en el MRM utilizando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.	94
5.14. Convertidor DC-DC realizado para pruebas experimentales.	95
5.15. Caída de voltaje en la fuente de alimentación con el MRM operando a máxima potencia.	96
5.16. Señal de control de la tarjeta myRIO a la fuente de alimentación.	96
5.17. Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).	97
5.18. Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).	97
5.19. Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).	98
5.20. Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).	98

5.21. Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.8.	99
5.22. Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.8.	99
5.23. Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.8.	100
5.24. Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.8.	100
5.25. Velocidad del MRM al aplicar una carga en el prototipo experimental.	101
5.26. Variable manipulada (voltaje) al aplicar una carga en el prototipo experimental.	101
5.27. Par generado en el prototipo experimental.	102
5.28. Eficiencia energética a partir de la potencia eléctrica y mecánica.	102
5.29. Velocidad del MRM utilizando el control de voltaje.	103
5.30. Velocidad del MRM utilizando el control de ángulo de encendido.	103
5.31. Potencia consumida por el MRM utilizando el control de voltaje.	104
5.32. Potencia consumida por el MRM utilizando el control de ángulo de encendido.	104
5.33. Comportamiento de la corriente al manipular el voltaje.	106
5.34. Comportamiento de la corriente al manipular el ángulo de energización.	107
5.35. Comportamiento de la corriente con el MOSFET en serie con el electroimán.	108
7.1. Constante de tiempo del modelo con una entrada de 30V.	123
7.2. Constante de tiempo del modelo con una entrada de 15V.	124
7.3. Esquema de control en lazo abierto utilizando la función de transferencia inversa.	126
7.4. Comportamiento de velocidad con el compensador con un SP de 800 RPM.	126
7.5. Comportamiento de velocidad con el compensador con un SP de 400 RPM.	126
7.6. Estructura de Control FFNN estático.	129
7.7. Ley de control usando el control FFNN estático.	129
7.8. Ley de control usando el control FFNN estático.	129
7.9. Estructura de control FFNN con un factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB).	130
7.10. Velocidad del MRM usando el control FFNN con un factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB).	130
7.11. Ley de control usando el control FFNN con un factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB).	130
7.12. Estructura de control FFNN con compensación.	131
7.13. Velocidad del MRM usando el control FFNN con compensación.	131
7.14. Ley de control usando el control FFNN con compensación.	131
7.15. Esquema de conexión de diodo en serie con una resistencia y en paralelo con el electroimán.	134
7.16. Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el voltaje de alimentación.	134
7.17. Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el ángulo de encendido.	134
7.18. Esquema de conexión de diodo en paralelo y con el electroimán en serie con la resistencia.	136
7.19. Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el voltaje de alimentación.	136
7.20. Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el ángulo de encendido.	136

Índice de tablas

1.1. Estado del arte: Modelado.	8
1.2. Estado del arte: Controladores PID en sistemas MAGLEV.	10
1.3. Estado del arte: Controladores inteligentes en sistemas MAGLEV.	12
1.4. Comparación de estructuras de control con redes neuronales.	14
1.5. Comparación de otras estructuras neuronales de control.	15
1.6. Estado del arte: Algoritmos de optimización.	16
2.1. Comparación entre control clásico y control moderno.	22
2.2. Ecuaciones de Maxwell en forma diferencial e integral.	25
2.3. Tabla de simbología electromagnética y unidades SI.	26
2.4. Tabla de Ziegler-Nichols – Primer método.	38
2.5. Tabla de Ziegler-Nichols – Segundo método.	39
2.6. Reglas de Sintonización de Cohen-Coon.	40
4.1. Comparación de controladores PID para distintos puntos de operación.	58
4.2. Coeficientes de ponderación utilizados en la función de costo.	60
4.3. Resultados de optimización PID para distintos puntos de operación sintonizados y número de iteraciones.	61
4.4. Comparación de desempeño del PID sintonizado mediante PSO en distintos puntos de operación (según la función de transferencia usada para la sintonización).	62
4.5. Comparación de controladores PID para distintos puntos de operación.	63
4.6. Comparativa de métricas en entrenamiento y prueba.	66
4.7. Comparación de desempeño de la RNA en <i>Python</i> con la RNA en <i>MATLAB</i>	69
4.8. Comparación de índices de desempeño para diferentes controladores pasando por diferentes puntos de operación.	73
4.9. Comparación de índices de desempeño para diferentes controladores pasando por solo 1 punto de operación.	73
5.1. Datos de operación en función del voltaje con ángulos fijos (On=-30°&Off=120°).	106
5.2. Datos de operación en función del ángulo de encendido con voltaje fijo (30V).	107
6.1. Comparación de parámetros dinámicos entre controladores de voltaje.	109
6.2. Comparación de parámetros dinámicos entre controladores de voltaje.	109
6.3. Comparativa de índices de desempeño (basados en el error).	110
6.4. Comparativa de parámetros dinámicos.	110
7.1. Parámetros dinámicos del sistema en lazo abierto.	124
7.2. Comparación de resultados: PID ángulo de encendido positivo vs FFNN de voltaje de alimentación.	132

7.3. Consumo de potencia eléctrica (W) para ángulos positivos y FFNN de voltaje de alimentación.	132
7.4. Datos de operación en función del voltaje con ángulos fijos.	135
7.5. Datos de operación en función del ángulo de encendido con el voltaje de alimentación fijo.	135
7.6. Datos de operación en función del voltaje con ángulos fijos.	137
7.7. Datos de operación en función del ángulo de encendido con el voltaje de alimentación fijo.	137

Nomenclatura

R	Referencia
$e(t)$	Error
P, K_p	Ganancia Proporcional
I, K_i	Ganancia Integral
D, K_d	Ganancia Derivativa
N	Coefficiente del Filtro derivativo
x	Entrada (1x1)
w_1	Matriz de pesos de la capa oculta (nx1)
b_1	Vector de sesgos de la capa oculta (nx1)
w_2	Matriz de pesos de la capa de salida (1xn)
b_2	Vector de sesgos de la capa de salida (1x1)
n	Cantidad de neuronas en la capa oculta
$u_{PID}(t)$	Acción de control PID
$u_{FF}(t)$	Acción de control Feedforward
$u_{total}(t)$	Suma de las acciones PID y FF
y	Salida del sistema
V_S	Voltaje de alimentación (Voltaje de entrada del convertidor <i>Buck</i>)
V_C	Voltaje de control (Señal analógica de la myRIO a el convertidor <i>Buck</i>)
V_{P1}	Voltaje de potencia 1 (Voltaje de salida del convertidor <i>Buck</i> que ingresa a el circuito de conmutación (MOSFET))
V_{P2}	Voltaje de potencia 2 (Voltaje de salida del circuito de conmutación (MOSFET) que ingresa a el electroimán)
vel_{real}	Velocidad real del MRM
vel_{medida}	Velocidad medida del MRM utilizando <i>labVIEW</i> y un encoder
PPM	Pulsos Por Minuto (Pulsos recibidos por el encoder a la myRIO)
J	Función de costo

T_s	Tiempo de subida (<i>rise time</i>)
T_s	Tiempo de establecimiento (<i>settlement time</i>)
M_p, O_v	Sobretiro (<i>peak overshoot</i>)
MSE	Error Cuadrático Medio (<i>Mean Square Error</i>)
Δ_{osc}	Magnitud máxima de oscilación en régimen permanente, calculada como la desviación máxima de los últimos valores respecto a su promedio.
α	Coeficiente de ponderación del tiempo de establecimiento (T_s)
β	Coeficiente de ponderación del sobretiro (M_p)
γ	Coeficiente de ponderación de las oscilaciones en régimen (Δ_{osc})
δ	Coeficiente de ponderación del error cuadrático medio (MSE)
t	Tiempo
t_{cambio}	Instante de tiempo donde hubo un cambio de referencia
$u_{ne}(k)$	Salida de control en el instante actual.
$ref(k)$	Valor de la referencia de velocidad en el instante actual.
$y(k-1)$	Valor de la salida de velocidad en el instante anterior.
$u_{ne}(k-1)$	Salida de control en el instante anterior.
w_{ax}	Valor de los pesos sinápticos de la capa de entrada.
w_{bx}, w_{cx}	Valor de los pesos sinápticos de la capa oculta.
Z_1, Z_2	Valor de los pesos sinápticos de la capa de salida.
θ	Valor de umbral.
θ_a	Valor de umbral de la capa de entrada referente a la entrada $u_{ne}(k)$.
θ_n	Valor de u_{ne} interpretado en el ángulo de energización (Valor de salida del controlador después de escalarlo a grados).
τ	Constante de tiempo
L	Inductancia del electroimán
R	Resistencia interna del electroimán
V	Voltaje de alimentación del electroimán
$I(t), i$	Corriente circulante en el electroimán
$\vec{B}$	Campo magnético
μ_0	Permeabilidad magnética en el vacío
N_t	Número de vueltas del solenoide
ℓ_E	Longitud del solenoide

$\vec{a}_z$	Vector unitario en la dirección z
T_{rev}	Tiempo que tarda el MRM en realizar una revolución
t_{1°	Tiempo que tarda el MRM en desplazarse 1°
t_{ener}	Tiempo que se mantiene el MRM en la región de encendido
θ_τ	Grado en el que el MRM alcanza el valor de 1 constante de tiempo eléctrica

Resumen

Los motores reciprocantes magnéticos recientemente han surgido como una alternativa a los motores de combustión interna, ya que se puede conservar la estructura del MCI y simplemente adaptar la cámara de combustión a una magnética utilizando un electroimán y un imán de neodimio.

Sin embargo, al ser una alternativa en apogeo reciente, no se han explorado todavía todas las alternativas de control de velocidad que hay para los MRM.

En esta tesis se presenta el diseño y la implementación de distintos tipos de controladores para controlar la velocidad en el MRM utilizando un modelo matemático basado en ecuaciones Euler-Lagrange.

Se presenta la metodología de diseño de un control PID y un control FFNN en el cual se manipula el voltaje de alimentación al electroimán para manipular indirectamente la corriente; para esto se utilizaron técnicas de sintonización clásicas, sintonización con algoritmos de optimización y uso de una red neuronal inversa.

También se presenta el diseño e implementación de un controlador PID y uno neuronal en el cual se manipula el ángulo de encendido en el electroimán; para esto se utilizaron técnicas de sintonización clásicas y uso de una red neuronal con zona muerta y saturación.

Se presenta la implementación de ambos controladores en un prototipo experimental mediante el uso de la plataforma LabVIEW. Además, se presentan pruebas de torque y eficiencia energética para ver cuál es el comportamiento del motor dependiendo del tipo de control utilizado.

Por último, se presenta un análisis respecto a los efectos de manipular de forma simultánea el voltaje de alimentación y el ángulo de encendido.

Abstract

Magnetic reciprocating motors have recently emerged as an alternative to internal combustion engines, since the structure of the ICE can be retained and the combustion chamber simply adapted to a magnetic one using an electromagnet and a neodymium magnet.

However, as this is a relatively new alternative, not all speed control options for MRMs have been explored yet.

This thesis presents the design and implementation of different types of controllers to control the speed in the MRM using a mathematical model based on Euler-Lagrange equations.

The design methodology for a PID control and an FFNN control is presented, in which the supply voltage to the electromagnet is manipulated to indirectly manipulate the current; for this, classical tuning techniques, tuning with optimization algorithms, and the use of an inverse neural network were used.

The design and implementation of a PID controller and a neural controller are also presented, in which the firing angle in the electromagnet is manipulated. For this, classic tuning techniques and a neural network with dead zone and saturation were used.

The implementation of both controllers in an experimental prototype using the LabVIEW platform is presented. In addition, torque and energy efficiency tests are presented to see how the motor behaves depending on the type of control used.

Finally, an analysis is presented regarding the effects of simultaneously manipulating the supply voltage and the ignition angle.

Capítulo 1

Introducción

En el contexto de la creciente demanda de soluciones innovadoras y sostenibles en ingeniería, surge la necesidad de explorar alternativas eficientes y respetuosas con el medio ambiente en el ámbito de los sistemas de propulsión automotriz.

Una alternativa que ha comenzado a surgir es el motor reciprocante magnético (MRM), el cual se basa en un sistema de manivela-biela-corredera, en el que la corredera realiza un movimiento rectilíneo generado por la atracción y repulsión de campos magnéticos, utilizando un electroimán y un imán permanente. La biela, que une la corredera con la manivela, convierte el movimiento rectilíneo de la corredera en un movimiento circular en la manivela.

Este tipo de motor magnético emplea la estructura de los motores de combustión interna (MCI), pero sustituye el uso de combustible por campos magnéticos. Existen tres configuraciones principales para un MRM:

- Un imán fijo en el punto muerto superior (PMS) del motor y otro en la cabeza del pistón.
- Un electroimán en el PMS del motor y un imán en la cabeza del pistón.
- Un solenoide en el PMS del motor y un material ferromagnético que entra en el núcleo de aire del solenoide.

Generalmente, un MRM está diseñado con un electroimán y un imán de neodimio, operando bajo el principio de repulsión y atracción magnética, lo que permite el movimiento reciprocante en el motor.

Se partirá de un modelo matemático del MRM ya existente y validado. Los modelos matemáticos referentes al mecanismo biela-corredera, configurados para un MCI, están ampliamente estudiados. En el caso del MRM, estos modelos se adaptan e introducen el comportamiento magnético en las ecuaciones del par del motor, sustituyendo la dinámica de la fuerza generada por la explosión de la mezcla aire-combustible por la fuerza de repulsión magnética.

El objetivo es diseñar un controlador que muestre la mejor respuesta posible bajo los siguientes criterios:

- Tiempo transitorio bajo, es decir, una respuesta rápida.
- Sobretiro lo más cercano a 0, con una tolerancia de máximo 10 RPM.
- Error en estado estable lo más cercano a 0, con una tolerancia de ± 10 RPM.

Para ello, se realizarán simulaciones de distintos esquemas de control sobre el modelo matemático, con el fin de garantizar la mejor respuesta teórica posible antes de implementar algún controlador en la maqueta experimental.

La innovación y contribución central de esta propuesta consiste en la integración de múltiples enfoques de control que puedan cumplir con los criterios de operación del MRM, además de explorar la manipulación tanto de los ángulos de energización como del voltaje de alimentación en el electroimán.

Esta propuesta aspira a sentar las bases para futuras investigaciones en el campo de la propulsión magnética y el control de sistemas dinámicos. El enfoque será comprender cómo estos distintos controladores pueden ajustarse a las características específicas del motor, optimizando así su rendimiento en términos de estabilidad y respuesta dinámica.

1.1. Antecedentes

En la literatura existen algunos trabajos sobre pistones magnéticos; si bien no presentan ecuaciones complejas o un modelado matemático representativo del pistón, sí aportan buenas ideas acerca de la construcción mecánica y el principio de funcionamiento del pistón mediante la aplicación de una cámara magnética. Estos se muestran en la Tabla 1.1 en la sección del estado del arte en la cual se profundiza más a detalle acerca sobre los distintos trabajos que antecedieron a este.

Para este trabajo se tomará como referencia principal el estudio de Rios-Enriquez et al. (2024) [1, 2], donde se presenta un modelo matemático MRM que incluye una parte eléctrica basada en un circuito eléctrico RL y una parte mecánica basada en un sistema biela-manivela-corredora. También se realizó el armado del motor con la estructura vista en la Figura 1.1 y se probó su funcionamiento para comparar los datos experimentales con los del modelo matemático, observándose un grado de fiabilidad del 82 % en el modelo. Esto se hace con el fin de implementar diferentes estrategias de control y evaluar cuál controlador muestra mejores resultados en el control de la velocidad en el MRM.

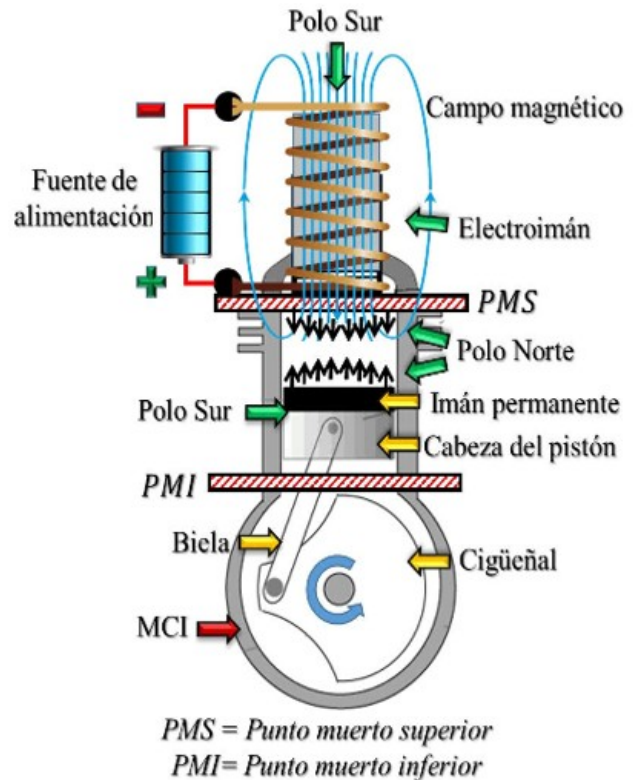


Figura 1.1: Estructura de un MRM. Rios-Enriquez et al. (2024).

1.2. Estado del arte

Actualmente, existen muy pocos estudios relacionados con los motores reciprocantes magnéticos (MRM), lo que ha motivado la investigación en dos puntos principales: primero, el modelado del motor, considerando tanto su parte eléctrica como mecánica; y segundo, el control de la parte eléctrica. Dado que el principio de funcionamiento de los MRM es similar al de los sistemas de levitación magnética, se han encontrado trabajos en la literatura que permiten analizar previamente la operación de estos sistemas ante distintos tipos de controladores y bajo diversas condiciones de operación. Esto facilita la selección y adaptación de técnicas de control aplicables a las condiciones altamente no lineales de los MRM, los cuales, a diferencia de los sistemas de levitación magnética convencionales, también incluyen una parte mecánica encargada de convertir el movimiento lineal en rotativo.

1.2.1. Modelado de MRM

Tabla 1.1: Estado del arte: Modelado.

Título	Autor y Año	Control	Eficiencia	Exp.
<i>Magnetic Piston Engine</i>	Sudheer et al. (2014)[3]	Lazo Abierto	No reportada	No
<i>Magnetic Piston operated Engine</i>	Dhangar et al. (2015)[4]	Lazo Abierto	21.44 %	No
<i>Magnetic Repulsion Engine</i>	Hota et al. (2015)[5]	Lazo Abierto	No	No
<i>An Innovative Design & Development Of Magnetic Reciprocating Engine</i>	Dune et al. (2016)[6]	Lazo Abierto	Menos de 25 %	No
<i>Magnetic Piston Operated Engine</i>	Sundaram y Abiraman (2020)[7]	Lazo Abierto	No reportada	Sí
<i>Design and fabrication of an electromagnetic piston engine</i>	Vaddepalli et al. (2020)[8]	Lazo Abierto	20 %	Sí
<i>A Reciprocating Motion Control Strategy of Single-Cylinder Free-Piston Engine Generator</i>	Yan et al. (2020)[9]	Lazo Abierto	32.3 %	No
<i>A Plate Moving-Magnet Linear Generator Designed for Free-Piston Engines</i>	Sun et al. (2020) [10]	Lazo Abierto	95 %	No
<i>Modeling and Simulation of a Magnetic Reciprocating Engine</i>	Rios-Enriquez et al. (2024)[1]	Lazo cerrado	3.14 %	Sí

Si observamos la última década de investigación sobre Motores Reciprocantes Magnéticos (MRM), podemos ver una clara historia de maduración: desde los primeros bocetos y tropiezos experimentales hasta llegar a los modelos validados actuales.

Todo comenzó alrededor de 2014 y 2015, una etapa que podríamos llamar de “exploración inicial”. Primero, Sudheer et al. (2014) [3] presentaron el concepto básico de la estructura mecánica. Poco después, Dhangar et al. (2015) [4] intentaron dar un paso más allá introduciendo las primeras ecuaciones básicas, aunque se mantuvieron en la teoría. Ese mismo año, Hota et al. (2015) [5] trataron de construir el prototipo, pero se toparon con la realidad física: su sistema de control sufrió graves problemas de sobrecalentamiento y no lograron los resultados esperados. A pesar de estos retos, el interés continuó, y para 2016, Dune et al. (2016) [6] siguieron refinando el diseño conceptual proponiendo materiales más accesibles.

Hubo que esperar hasta el año 2020 para ver un salto significativo y diverso en la tecnología. Por un lado, autores como Sundaram y Abiraman (2020) [7] siguieron perfeccionando las propuestas de diseño mecánicos de un solo pistón. Pero lo más destacable fue que Vaddepalli et al. (2020) [8] lograron superar las barreras experimentales de años anteriores: con un diseño robusto de cuatro pistones, consiguieron una eficiencia energética del 20 % en pruebas reales. Simultáneamente, Yan et al. (2020) [9] y Sun et al. (2020) [10] llevaron las matemáticas a otro nivel, desarrollando modelos complejos y estrategias de control avanzadas para una tecnología hermana (los generadores de pistón libre), aunque sus métodos no eran directamente aplicables al MRM convencional por diferencias en el movimiento del pistón.

Finalmente, recogiendo las lecciones de esta década de desarrollo, Ríos-Enríquez et al. (2024) [1] lograron consolidar la teoría y la práctica. Su trabajo presentó un modelo matemático validado experimentalmente con una alta precisión (82 %), uniendo la mecánica clásica de biela-manivela con un análisis eléctrico detallado que asemeja el comportamiento del motor al de los sistemas de levitación magnética.

1.2.2. Controladores lineales PID en sistemas MAGLEV (levitación magnética)

Ante la escasez de información referente al diseño e implementación de un MRM, y la aún menor existencia de literatura sobre técnicas de control aplicadas a este, incluso a nivel teórico, se decidió orientar el enfoque hacia controladores utilizados en sistemas MAGLEV. Si bien la aplicación de estos sistemas difiere de la de un MRM, su estructura y naturaleza física son bastante similares (uso de electroimanes, imanes permanentes e interacción de fuerzas magnéticas, entre otros).

Tabla 1.2: Estado del arte: Controladores PID en sistemas MAGLEV.

Título	Autor y Año	Modelo	Variable controlada	Exp./Sim.
Desarrollo de un algoritmo de control inteligente para un sistema de levitación magnética.	De León et al. (2019)[11]	Espacio de estados	Posición	Sim.
Estudo de um modelo de levitador eletromagnético e suas aplicações no ensino de engenharia elétrica	Rocha et al. (2020)[12]	Espacio de estados	Posición	Ambos
<i>Comparison of Ziegler-Nichols and Cohen Coon tuning method for magnetic levitation control system .</i>	Isdaryani et al. (2020)[13]	Función de transferencia	Posición	Sim.
<i>Levitation stability and hopf bifurcation of ems maglev trains.</i>	Hu et al. (2020)[14]	Espacio de estados	Posición	Sim.
Teoria fuzzy intervalar aplicada no controle de um sistema de levitação magnética	Viganó et al. (2021)[15]	Función de transferencia	Posición	Ambos
Levitador magnético para evaluar algoritmos clásicos y modernos, mediante dispositivos de bajo costo	Aldana et al. (2021)[16]	Función de transferencia	Posición	Ambos
<i>Enhancing stability and position control of a constrained magnetic levitation system through optimal fractional-order pid controller.</i>	Mughees et al. (2024)[17]	Función de transferencia	Posición	Sim.
<i>Performance analysis of an optimized pid-p controller for the position control of a magnetic levitation system using recent optimalzationalgorithms.</i>	Bizuneh et al. (2024)[18]	Función de transferencia	Posición	Sim.
<i>Cascade plus feedforward control strategy for enhanced regulation in maglev system.</i>	Sagar et al. (2024) [19]	Función de transferencia	Posición	Ambos
Modelo Matemático y Control de un Sistema de Levitación Magnética en Condiciones de Incertidumbre Dinámica	Aviles et al. (2025) [20]	Espacio de estados	Posición	Ambos

Dentro de esta categoría, el controlador PID se ha consolidado como el estándar de referencia para evaluar nuevas estrategias. En el contexto de la levitación magnética de esferas, investigaciones como las de De León et al. (2019) [11], Aldana et al. (2021) [16] y Viganó et al. (2021) [15] han contrastado su desempeño frente a técnicas de lógica difusa (*Fuzzy* o *Fuzzy-PID*), utilizándolo como base para validar mejoras en estabilidad. Paralelamente, otros estudios se han enfocado en la optimización de estructuras clásicas, tal es el caso de Rocha et al. (2020) [12] con controladores PID y Hu et al. (2020) [14], quienes aplicaron control PD específicamente a trenes de levitación. Aunque la sintonización predominante suele ser Ziegler-Nichols por su simplicidad, autores como Isdaryani et al. (2020) [13] han explorado alternativas eficaces como el método de Cohen-Coon.

Las tendencias más recientes han evolucionado hacia arquitecturas de control más sofisticadas para superar las limitaciones del PID convencional. Esta evolución se observa en dos vertientes: la modificación interna del algoritmo, donde Mughees et al. (2024) [17] proponen controladores de orden fraccionario y Bizuneh et al. (2024) [18] implementan estructuras de dos grados de libertad (2-DOF); y la mejora del esquema global de control, integrando técnicas de prealimentación (*Feedforward*) como en Sagar et al. (2024) [19], o diseños en cascada como el de Aviles et al. (2025) [20], que combina un lazo PI de corriente con un PID+FF de posición.

1.2.3. Controladores inteligentes en sistemas MAGLEV

Recientemente se están abarcando soluciones más sofisticadas en los sistemas MAGLEV, dichas soluciones son los controladores inteligentes como son los *Fuzzy* y sobretodo los neuronales, por su capacidad de adaptabilidad y de únicamente requerir datos experimentales para poder diseñar un controlador.

Tabla 1.3: Estado del arte: Controladores inteligentes en sistemas MAGLEV.

Título	Autor y Año	Modelo	Variable controlada	Exp./Sim.
<i>Tracking control of magnetic levitation system using model-free rbf neural network design.</i>	Yang et al. (2020)[21]	Ec. Lagrange	Posición	Sim.
Diseño de un controlador inteligente basado en redes neuronales para regular la posición en un sistema de levitación magnética (MAGLEV).	Flores et al. (2020)[22]	Ec. diferenciales	Posición	Ambas
Comparación de controladores y modelado matemático de un levitador magnético.	Herrera et al. (2020)[23]	Espacio de estados	Posición	Sim.
<i>Experiments with neural networks in the identification and control of a magnetic levitation system using a low-cost platform.</i>	Silva et al. (2021)[24]	Ec. diferenciales y RNA NARX	Posición	Ambas
<i>Neural network compensation control of magnetic levitation ball position based on fuzzy inference.</i>	Tang et al. (2022)[25]	Función de transferencia	Posición	Sim.
<i>Adaptive neural network control for maglev vehicle systems with time-varying mass and external disturbance.</i>	Sun et al. (2023)[26]	Ec. diferenciales	Posición	Ambas
<i>Design and analysis of anfis controller for high accuracy magnetic levitation (ml) system.</i>	Ahmed et al. (2023)[27]	Espacio de estados	Posición	Sim.
<i>Neural network pid control of spherical permanent magnet based on external magnetic field driving system.</i>	Liu et al. (2024)[28]	Ec. diferenciales	Posición	Sim.
<i>Adaptive model predictive control and dynamic analysis for maglev systems.</i>	Lu et al. (2025)[29]	Espacio de estados	Posición	Ambos
<i>Nonlinear adaptive control of maglev system based on parameter identification.</i>	Qiang et al. (2025)[30]	Ec. diferenciales	Posición	Sim.

En años recientes, esta categoría ha cobrado gran relevancia, particularmente en el estudio de redes neuronales que operan ya sea como controladores únicos o en conjunto con estrategias clásicas como SMC (Control por Modos Deslizantes) o lógica *Fuzzy*. Dentro de este campo, se han evaluado diversas arquitecturas para la levitación de esferas metálicas y trenes magnéticos, aplicaciones que, curiosamente, comparten modelos dinámicos muy similares.

En cuanto a las arquitecturas específicas, Yang et al. (2020) [21] optaron por una red de Función de Base Radial (RBF) combinada con modos deslizantes, mientras que otros autores se enfocaron en topologías distintas: Flores et al. (2020) [22] emplearon redes multicapa básicas y Herrera et al. (2020) [23] aplicaron modelos NARMA (*Neural Nonlinear Autoregressive Moving Average*). Siguiendo esta evolución hacia técnicas predictivas, Lu et al. (2025) [29] exploraron recientemente el uso de un MPC neuronal.

Por otro lado, Silva et al. (2021) [24] presentaron un enfoque alternativo de control neuronal puro, basado en modelos (inverso, interno y de referencia) para levitar imanes de neodimio. Sin embargo, la tendencia predominante en la literatura es potenciar el controlador PID mediante técnicas inteligentes. Este enfoque híbrido se observa en la propuesta de *Fuzzy-PID* de Qiang et al. (2025) [30], así como en las integraciones de redes neuronales y sistemas difusos desarrolladas por Tang et al. (2022) [25], Sun et al. (2023) [26], Ahmed et al. (2023) [27] y Liu et al. (2024) [28].

1.2.4. Estructuras de control neuronal

Existe abundante información en la literatura sobre estructuras de control neuronal. En textos como “Control con Redes Neuronales” de Moreno et al, 2019 [31] y “Redes Neuronales y Control Automático” de Hernández, 2013 [32], se describen estructuras de control neuronal aplicadas a sistemas de forma general. En las siguientes tablas se presenta una comparación de las arquitecturas abordadas en dichos trabajos; entre ellas, destaca la estructura *Feedforward*, la cual emplea una Red Neuronal Inversa como controlador de prealimentación. Asimismo, se incluye el trabajo “Control Auto-Sintonizado utilizando Redes Neuronales” de Hernández Alvarado, 2016 [33], el cual se distingue por su aplicación a un sistema específico (un robot).

Tabla 1.4: Comparación de estructuras de control con redes neuronales.

Estructura	Características	Ventajas	Desventajas
Control Supervisado (Lazo Abierto) [31, 32]	■ Sin retroalimentación ■ <i>El controlador a copiar</i> puede ser impracticable.	■ Baja carga computacional. ■ Simple.	■ Limitado a procesos sin perturbaciones. ■ No corrige errores.
Control Supervisado (Lazo Cerrado) [31, 32]	■ Con retroalimentación. ■ <i>El controlador a copiar</i> puede ser impracticable.	■ Corrige errores en tiempo real. ■ Más efectivo que el lazo abierto.	■ Requiere entrenamiento con perturbaciones realistas. ■ Más carga computacional en comparación a lazo abierto.
Control Adaptativo Indirecto [31, 32]	■ Formado por 2 redes dependientes. ■ La señal de error corresponde a la diferencia con respecto a la red que imita la planta.	■ Separa identificación y control. ■ Más estable que el directo.	■ Retardo en la adaptación. ■ Alto costo computacional.
Control Adaptativo Directo [31, 32]	■ Para planta no lineal y dinámica. ■ Ajuste de parámetros. ■ Utiliza un modelo de referencia.	■ Adaptación a cambios.	■ Alto costo computacional. ■ No existe una norma directa de error para el ajuste de los pesos del controlador.

Tabla 1.5: Comparación de otras estructuras neuronales de control.

Estructura	Características	Ventajas	Desventajas
Red Predictiva [31, 32]	- La red es entrenada para predecir valores futuros. - Se usa en sistemas donde los valores de salida dependen de valores pasados.	- Alta precisión. - Manejo de restricciones.	Alto costo computacional.
PID Neuronal [33]	La RNA ajusta las ganancias K_p, K_i y K_d según el error de realimentación.	Combina la simplicidad del PID con la adaptabilidad de la RNA.	Limitado por la estructura lineal del PID ante no linealidades fuertes.
Control Indirecto [31, 32]	Combina dos redes: una para la dinámica directa y otra para la inversa de la planta.	- Permite usar el modelo neuronal para diseñar un controlador convencional. - Permite retropropagar el error a la segunda red aunque la inversa no esté bien definida.	- Modelado complejo. - Alto costo computacional. - Si el modelo directo es incorrecto, el inverso también lo será.
Feedforward [31, 32]	Utiliza un modelo inverso entrenado de forma general o especializado.	- Aligera la carga del lazo cerrado. - No altera la estabilidad del sistema en lazo cerrado. - Mejora el seguimiento de referencia sin aumentar la sensibilidad al ruido.	- Requiere la existencia de un controlador realimentado. - No reduce el efecto de las perturbaciones externas. - Presenta problemas si el inverso es inestable.

1.2.5. Algoritmos de optimización

Se decidió enfocar la investigación en el uso de algoritmos de optimización, particularmente el PSO, para sintonizar las ganancias de un controlador PID. Se hizo énfasis en su aplicación a motores de corriente directa mediante la manipulación del voltaje de alimentación, ya que este es precisamente el concepto central que se busca explorar en este trabajo de tesis.

Tabla 1.6: Estado del arte: Algoritmos de optimización.

Título	Autor y Año	Función costo	Variable controlada	Exp./Sim.
<i>Dual-line PID Controller based on PSO for Speed Control of DC motors.</i>	Payakkawan et al. (2009)[34]	ITAE, SAE	Velocidad	Ambos
<i>PSO based on-line optimization for DC motor speed control.</i>	Palma et al. (2015)[35]	MSE	Velocidad	Ambos
<i>DSP based BLDC Motor Controller Desing with Auto Tuning PSO-PID Algorithm.</i>	Chen et al. (2015)[36]	IAE	Velocidad	Exp.
<i>PSO-Based Online Vector Controlled Induction Motor Drives.</i>	Jha et al. (2016)[37]	MSE	Velocidad y Torque	Sim.
<i>Particle swarm optimization (pso) tuning of pid control on dc motor.</i>	Rahayu et al. (2022)[38]	error, tr, ts, Os, sse	Velocidad	Sim.
<i>Design a pi controller based on pso and gwo for a brushless dc motor.</i>	Abedulabbas et al. (2022)[39]	MSE	Velocidad	Sim.
<i>Multi-objective optimization of pi controller for bldc motor speed control and energy saving in electric vehicles: A constrained swarm-based approach.</i>	Naqvi et al. (2024)[40]	MSE y energía consumida	Velocidad	Sim.
<i>Tuning pid controller parameters of the dc motor with pso algorithm.</i>	Yildirim et al. (2024)[41]	MSE	Velocidad	Sim.
<i>PSO-optimized model reference adaptive PID controller for precise DC motor speed control.</i>	Oche et al. (2024)[42]	MSE	Velocidad	Sim.
<i>Research on Active Disturbance Rejection Control with Parameter Tuning for Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Improved PSO Algorithm</i>	Zhou et al. (2024)[43]	ITAE	Velocidad	Sim.

La literatura actual presenta una amplia variedad de trabajos sobre algoritmos de optimización aplicados al control de motores. Un enfoque predominante es la sintonización de controladores PID mediante la optimización por enjambre de partículas (PSO, *Particle Swarm Optimization*). Investigadores como Rahayu et al. (2022) [38], Abedulabbas et al. (2022) [39] y Yildirim et al. (2024) [41] han demostrado la eficacia de este método. Dentro de este grupo, destaca la propuesta de Naqvi et al. (2024) [40], quienes amplían el análisis comparando el PSO con algoritmos genéticos (GA, *Genetic Algorithm*) mediante una función de costo diseñada no solo para minimizar el error de seguimiento, sino también para reducir el consumo de potencia eléctrica.

Por otro lado, existe una vertiente de investigación que lleva esta estrategia hacia la adaptación en tiempo real, conocida como PSO-PID en línea o Adaptativo. En esta configuración, el algoritmo ajusta las ganancias del controlador dinámicamente según las condiciones del sistema. Esta metodología ha sido desarrollada extensamente a lo largo del tiempo, desde trabajos pioneros como los de Payakkawan et al. (2009) [34], Palma et al. (2015) [35], Chen et al. (2015) [36] y Jha et al. (2016) [37], hasta investigaciones más recientes implementadas por Oche et al. (2024) [42] y Zhou et al. (2024) [43].

1.2.6. Conclusión del estado del arte

Se encontró que, si bien existen otros trabajos sobre pistones magnéticos, ninguno explora de forma tan ambiciosa la construcción de un modelo matemático y su validación como lo hace Rios-Enriquez et al. (2024) [1], razón por la cual este trabajo se basa en dicho modelo para el diseño de controladores.

La literatura indica que los controladores PID suelen utilizarse como punto de comparación frente a técnicas de control más avanzadas, como los controladores inteligentes. Esto se debe a que el PID lineal presenta limitaciones frente a la dinámica no lineal y la naturaleza inestable de los sistemas MAGLEV, requiriendo técnicas de linealización que, en estos sistemas, resultan complejas de implementar. Sin embargo, estudios recientes sugieren que el uso de variantes avanzadas del PID podría reducir estas limitaciones. Además, con el empleo de técnicas de optimización, como el PSO-PID, se logran mejores prestaciones que con un PID sintonizado mediante métodos clásicos. Incluso es posible configurar el algoritmo de optimización (como el PSO) para ejecutarse en línea de forma cíclica, permitiendo adaptar las ganancias del PID a las condiciones actuales del sistema y así cumplir con la función de costo planteada.

En cuanto a las estructuras de control neuronal, todas presentan ventajas y desventajas particulares. No obstante, una de las que ofrece mayores prestaciones para este estudio es la estructura *Feedforward*, ya que no modifica la estabilidad del sistema en lazo cerrado, reduce la carga computacional en dicho lazo y puede mejorar el seguimiento de la referencia. Además, al tratarse de una RNA inversa utilizada como controlador *Feedforward*, únicamente se requieren pares de datos entrada/salida (voltaje/velocidad) para su entrenamiento, considerando que en este escenario los ángulos de energización estarán fijos y el MRM operará sin carga.

Por lo anterior, la estructura *Feedforward* ofrece un alto rendimiento, pocas desventajas y un bajo costo computacional, al tratarse de una RNA inversa entrenada fuera de línea.

1.3. Planteamiento del problema

El problema es controlar la velocidad en el MRM manipulando el voltaje de alimentación para indirectamente manipular la corriente generada en el electroimán, lo cual a su vez permitirá modificar la fuerza de repulsión magnética entre el electroimán y el imán de neodimio ubicado en la cabeza del pistón. Para lo anterior es necesario el diseño de diferentes controladores, además del diseño y uso de un convertidor *Buck* reductor para poder manipular el voltaje de alimentación del electroimán mediante una señal de control.

En la Figura 1.3 se observan en color verde los elementos ya existentes, y en amarillo los elementos faltantes para poder atacar el problema planteado. Además, en la Figura 1.2 se observa cómo interacciona el voltaje de alimentación para generar la fuerza magnética necesaria para producir velocidad en el motor.

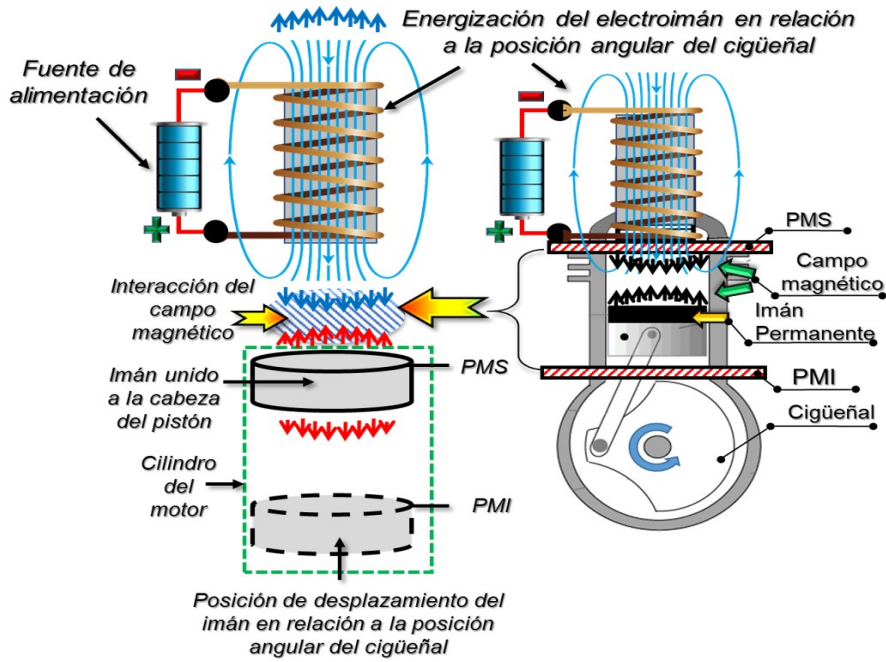


Figura 1.2: Problemática en el prototipo. Rios-Enriquez et al. (2024).

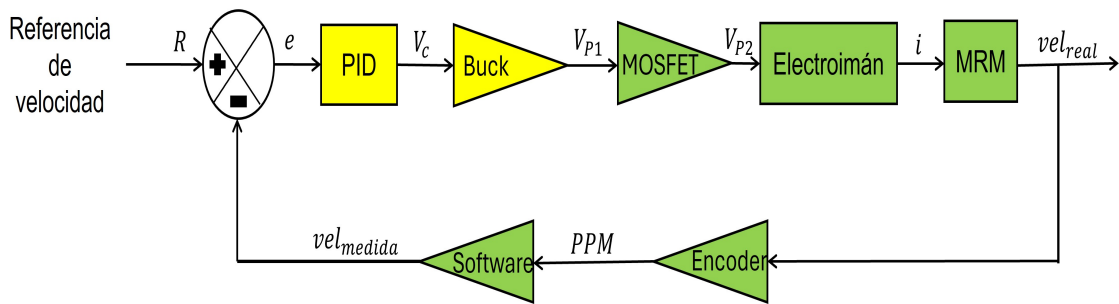


Figura 1.3: Diagrama de bloques del problema propuesto.

1.4. Justificación

Como se mencionó, persisten incertidumbres respecto al control de velocidad. Una alternativa consiste en manipular la corriente que circula en el electroimán a través de la variación del voltaje de entrada al circuito de conmutación, tal como se aprecia en la Figura 1.2. Esto permitirá analizar el efecto de manipular el voltaje de alimentación en lugar del ángulo de energización, con el fin de determinar si se obtiene un mejor comportamiento dinámico en el motor, así como un aprovechamiento más eficiente de la energía eléctrica. A diferencia del control por ángulo de energización, bajo este esquema el voltaje no se mantiene en su valor máximo durante todo el ciclo de operación.

Otro aspecto a explorar es la comparación de la robustez del sistema entre un controlador que manipula el voltaje de alimentación y uno que actúa sobre el ángulo de encendido. Lo anterior permitirá determinar cuál es la estrategia de control más adecuada para este tipo de motor, con base en los criterios establecidos.

Se espera que, una vez mitigada la mayor cantidad de incertidumbres posible, se abra la posibilidad de avanzar en esta línea de investigación, con miras a la implementación futura de un MRM en un sistema de propulsión vehicular, como podría ser una motocicleta en una etapa inicial.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Diseñar estrategias de control en un motor reciprocante magnético que permita obtener el mejor comportamiento en el motor.

1.5.2. Objetivos específicos

- Diseñar estrategias de control PID y neuronales que permitan mantener una velocidad constante en el motor en relación con su ángulo de energización y en relación con el voltaje de alimentación.
- Verificar si al manipular de forma simultánea voltaje de alimentación y ángulo de energización se obtiene un mejor comportamiento en el motor.

1.6. Metas

- Implementar funcionalmente en el prototipo experimental controladores PID y neuronales que permitan mantener una velocidad estable con un error en estado estable menor al 5 % frente a perturbaciones.
- Documentar un conjunto de lineamientos para la implementación de estrategias de control en motores reciprocantes magnéticos.

1.7. Alcances y limitaciones

El trabajo abarca el diseño, simulación e implementación de un controlador PID y una red neuronal *Feedforward* manipulando el voltaje de alimentación, así como una red neuronal con aprendizaje en línea manipulando el ángulo de encendido, para un motor reciprocante magnético. Se realizarán pruebas comparativas de índices de desempeño en el rango de operación de 400 a 700 RPM.

El estudio se limita al control de velocidad en condiciones de laboratorio, sin considerar perturbaciones térmicas extremas. Asimismo, se restringe únicamente al diseño y la implementación de controladores utilizando el material ya existente (modelo matemático y prototipo experimental), realizando modificaciones de diseño mínimas.

Estructura del documento

El presente trabajo de tesis se organiza en los siguientes capítulos:

Capítulo 2: Establece el marco teórico sobre control clásico y moderno, electromagnetismo y la dinámica del sistema biela-manivela. Asimismo, describe los fundamentos del control PID, las redes neuronales artificiales y la optimización por enjambre de partículas (PSO).

Capítulo 3: Describe la plataforma experimental y las herramientas computacionales, incluyendo el motor reciprocante magnético y el convertidor *Buck*. Además, se menciona el modelo matemático del sistema y la interfaz de control y monitoreo utilizada.

Capítulo 4: Detalla el diseño y sintonización de los controladores de voltaje (PID clásico, optimizado con PSO y redes neuronales) y de ángulo de energización. Incluye la comparación de herramientas de software y la evaluación de arquitecturas neuronales.

Capítulo 5: Presenta la validación experimental de las estrategias de control diseñadas sobre el prototipo físico. Evalúa el desempeño en la regulación de voltaje y ángulo, analizando variables críticas como el par motor, la eficiencia y el consumo de potencia.

Capítulo 6: Ofrece una discusión integral de los resultados obtenidos tanto en simulación como en experimentación. Contrasta el rendimiento de los distintos controladores y examina el comportamiento energético bajo diferentes condiciones de operación.

Capítulo 7: Resume las conclusiones generales derivadas de la investigación y destaca las contribuciones técnicas del trabajo. Finalmente, sugiere líneas de trabajo futuro para la optimización del sistema y el desarrollo de nuevas estrategias de control.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Control clásico

Las técnicas de respuesta en frecuencia y de raíz del lugar, que constituyen el centro de la teoría clásica de control, dan como resultado sistemas estables que cumplen con un conjunto más o menos arbitrario de requerimientos conductuales. Estos sistemas son generalmente aceptables, pero no ideales desde ninguna perspectiva. Desde finales de la década de 1950, el enfoque en los problemas del diseño de control ha cambiado: ya no se trata de diseñar uno de los sistemas posibles que funcione bien, sino un sistema óptimo según algún criterio.

A medida que las plantas modernas con numerosas entradas y salidas se vuelven más complejas, hace falta un número elevado de ecuaciones para describir un sistema de control moderno. La teoría clásica de control, que aborda sistemas con una sola entrada y una salida, pierde su poder cuando se trata de sistemas con varias entradas y salidas. La posibilidad de analizar sistemas complejos en el dominio del tiempo se dio a partir de 1960, gracias a la accesibilidad de las computadoras digitales [44].

Al abordar el diseño del controlador, se pueden distinguir dos enfoques fundamentales dentro de los controladores que siguen el esquema de control clásico. La manera en que se define la es la principal diferencia entre estos dos enfoques. función de transferencia del regulador [45].

1. Controlador con estructura fija. Este conjunto de técnicas se distingue por emplear una función de transferencia que ha sido definida previamente. El control PID, también conocido como control proporcional-integral-derivativo, es parte de este grupo. En este modelo de controladores, la función de transferencia es constante. Además, se incluyen las siguientes acciones de control: proporcionales al error (acción P), a la integral del error (acción I) y a la derivada del error (acción D). El peso asignado a cada acción de control puede determinarse empíricamente si no se conoce la función de transferencia, o teóricamente si sí se conoce. Es claro que uno o varios parámetros del controlador pueden anular alguna de las acciones de control si no son necesarias.

2. Controlador con estructura variable. En vez de tener una estructura de función de transferencia predefinida, este segundo grupo de controladores se produce como consecuencia de las especificaciones requeridas para el sistema y función de transferencia del procedimiento a regular. Este es el caso de la elaboración de controladores a través del método de síntesis directa.

2.2. Control moderno

El análisis en el dominio temporal de los sistemas de ecuaciones diferenciales es la base de la teoría moderna del control. Se fundamenta en un modelo del sistema real que se quiere controlar, lo cual hizo más sencillo el diseño de los sistemas de control. No obstante, la estabilidad del sistema está sujeta a las discrepancias entre el sistema real y su modelo. Esto quiere decir que, si se utiliza un controlador diseñado en función de un modelo en el sistema real, este podría no ser estable. Para prevenir este escenario, se elabora el sistema de control estableciendo primero el rango de errores posibles y luego desarrollando el controlador para que, si el error del sistema se encuentra dentro de ese rango, el sistema de control diseñado mantenga su estabilidad. La metodología de diseño fundamentada en este comienzo se llama teoría de control robusto. Esta teoría incluye la aproximación de respuesta, así como en frecuencia, al igual que en el dominio temporal, siendo extremadamente compleja desde el punto de vista matemático [44].

La teoría del control moderno se enfocó en la solución de sistemas determinísticos y el aprendizaje y control adaptativo de sistemas complejos entre 1960 y 1980. Esto se consigue mediante la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales y su estudio en el ámbito temporal. El beneficio que brinda este tipo de control es que su diseño y modelado Matemático se enfoca en que el sistema esté lo más cerca posible de la realidad. Por lo tanto, el problema de estabilización de este tipo de sistemas surge así. que el controlador de este se proyecta en función del error, o sea que Se establece la estabilidad de un sistema a través de su validación. Así que es posible decir que la discrepancia entre las medidas reales y las esperadas del modelo matemático deben estar dentro de un intervalo de aproximación. Se afirma que si la medida del sistema se encuentra en el rango de error, El sistema es estable. [46]

Tabla 2.1: Comparación entre control clásico y control moderno.

Control clásico	Control moderno
Sistemas continuos	Sistemas discretos
Lineales	No lineales
Invariantes en el tiempo	Sistemas adaptativos
SISO	MIMO
Modelos matemáticos	Modelos matemáticos y heurísticos
Función de transferencia	Espacio de estados

2.3. Sistema biela-manivela-corredera

Es un mecanismo de transformación de movimiento. El caso más frecuente se halla en los motores de combustión interna, donde el pistón se mueve alternativamente debido a la explosión del combustible. Este movimiento alternativo pasa a la biela y se transforma en movimiento circular en el cigüeñal. Este mecanismo se compone de dos componentes clave:

- **Biela:** Es un componente largo y rígido que posibilita la articulación entre el émbolo y la manivela. Constituida por la cabeza, el torso y el pie. Si bien la sección y la forma de la biela pueden ser diversas, debe ser capaz de soportar las cargas de trabajo; por ello, se elabora con aleaciones especiales de aluminio o con aceros.
- **Manivela:** Es una palanca que tiene un extremo en el eje de rotación y el otro en la cabeza de la biela. La biela, al moverse de manera alternativa, logra rotar la manivela debido a la fuerza que genera. Por el contrario, si se gira la manivela, se consigue que el émbolo y la biela se muevan de manera alternativa [47].

El mecanismo puede ser analizado con los siguientes parámetros y vectores:

- l_1 – Longitud efectiva del eslabón 1 (manivela).
- l_2 – Longitud efectiva del eslabón 2 (biela).
- P – Posición del punto $P(0, y)$.
- θ_1 – Ángulo del eslabón 1.
- θ_2 – Ángulo del eslabón 2.

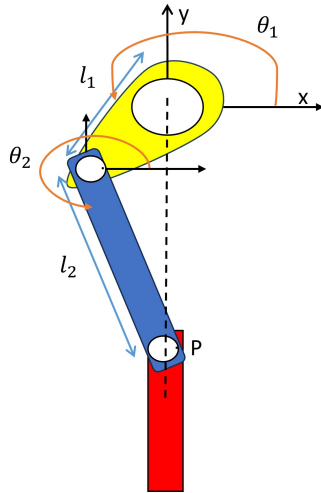


Figura 2.1: Análisis cinemático.

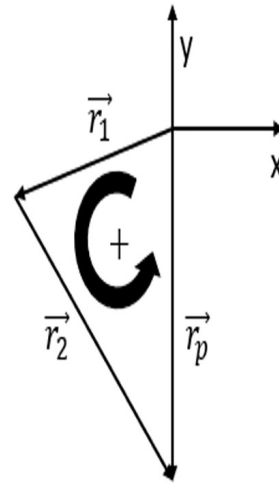


Figura 2.2: Análisis vectorial.

De esta forma, la ecuación general de movimiento del mecanismo es:

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_p = 0 \quad (2.1)$$

Siendo:

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) \\ l_1 \sin(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\vec{r}_2 = \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_2) \\ l_2 \sin(\theta_2) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\vec{r}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Al sustituir (3.2), (3.3) y (3.3) en (3.1), resulta el conjunto de ecuaciones que definen la posición de los elementos del mecanismo:

$$\begin{aligned} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_2) &= 0 \\ l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2) &= y \end{aligned} \quad (2.5)$$

Se concluye que el problema cinemático directo se soluciona cuando se conoce la longitud de los eslabones y uno cualquiera de los ángulos, al observar el conjunto de ecuaciones.

El ángulo desconocido se despeja directamente de la primera ecuación. Una vez que se han determinado los dos ángulos, el valor de “y” se obtiene reemplazando directamente en la segunda ecuación.

La longitud de los eslabones y la coordenada “y” son las variables que se asumen como datos conocidos al abordar el problema cinemático inverso. Así, se soluciona este problema hallando los valores de los ángulos que cumplen con la posición de la coordenada “y”. Para estudiar la conducta del mecanismo, a menudo es necesario resolver la cinemática inversa.

Hay varios enfoques para hallar su solución, como el método gráfico, el método algebraico o la aplicación de un método numérico, como Newton-Raphson.

2.4. Teoría electromagnética

La rama de la Física que investiga y unifica los fenómenos magnéticos y eléctricos se llama Electromagnetismo. Faraday estableció las bases de ambos fenómenos, pero fue James Clerk Maxwell quien los formuló completamente por primera vez. La formulación se compone de cuatro ecuaciones diferenciales vectoriales, denominadas ecuaciones de Maxwell [48], que vinculan el campo eléctrico y el campo magnético con sus fuentes materiales correspondientes: la corriente eléctrica, la polarización eléctrica y la polarización magnética.

El electromagnetismo es la interacción física que se produce entre partículas con carga eléctrica mediante campos electromagnéticos. Esta interacción es una de las cuatro fuerzas esenciales de la naturaleza y es responsable de casi todos los sucesos que vivimos en la vida cotidiana, a excepción de la gravedad [49].

A diferencia de la electrostática, las leyes fundamentales de los campos magnéticos no fueron deducidos directamente del primero interacción del ser humano con los materiales magnéticos. Las causas son múltiples. sin embargo, todas provienen de la diferencia radical entre la magnetostática y la Electrostática: *no existen cargas magnéticas libres*. Esto quiere decir que los fenómenos magnéticos son bastante distintos de los fenómenos eléctricos y que no se logró ninguna conexión durante un largo periodo de tiempo entre otros [50].

La unidad fundamental en las investigaciones magnéticas fue lo que en la actualidad se conoce como dipolo magnético. El dipolo tiene una tendencia A seguir una dirección específica. La dirección de esa manera es, por definición, la dirección de la densidad de flujo magnético, Siempre que el dipolo sea lo denotado por $\mathbf{B}$ lo suficientemente pequeño y débil para no alterar el área existente. La densidad de flujo tiene una magnitud que Es posible definirlo a través del torque mecánico $\mathbf{N}$. aplicado sobre el dipolo magnético:

$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \quad (2.6)$$

donde $\boldsymbol{\mu}$ es el momento magnético del dipolo, definido en algún sistema de unidades adecuado.

Tabla 2.2: Ecuaciones de Maxwell en forma diferencial e integral.

Nombre	Forma diferencial	Forma integral
Ley de Gauss:	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho dV$
Ley de Gauss para el campo magnético (ausencia de monopolos):	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
Ley de Faraday:	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$
Ley de Ampère generalizada:	$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{A} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{A}$

Tabla 2.3: Tabla de simbología electromagnética y unidades SI.

Símbolo	Significado	Unidad de medida SI
$\vec{E}$	Campo eléctrico	Volt por metro
$\vec{H}$	Campo magnético	Ampere por metro
$\vec{D}$	Densidad de campo eléctrico	Coulomb por metro cuadrado
$\vec{B}$	Densidad de campo magnético	Tesla (o Weber por metro cuadrado)
ρ	Densidad de carga eléctrica	Coulomb por metro cúbico
$\vec{J}$	Densidad de corriente	Ampere por metro cuadrado
$d\vec{A}$	Vector dif. de superficie normal a S	Metros cuadrados
dV	Dif. de volumen encerrado por S	Metros cúbicos
$d\vec{l}$	Vector dif. de longitud del contorno de S	Metros
$\nabla \cdot$	Divergencia	Por metro (m^{-1})
$\nabla \times$	Rotacional	Por metro (m^{-1})

2.5. Circuito R-L

La siguiente información fue obtenida del libro “Introducción al análisis de circuitos” de Boylestad, 2004. [51].

2.5.1. Ciclo de almacenamiento

El comportamiento dinámico de los voltajes y las corrientes en un circuito de corriente directa, asociado al almacenamiento de energía en el campo magnético de un inductor, se modela mediante el esquema presentado en la Figura 2.3. Al momento de cerrar el interruptor, la inductancia de la bobina se opone a una variación instantánea de la corriente que circula a través de ella. En consecuencia, la caída de potencial en el inductor, v_L , iguala al voltaje aplicado E —conforme a la ley de Kirchhoff— dado que en ese instante inicial la tensión en la resistencia es nula ($v_R = i_R = (0)R = 0V$). Posteriormente, la corriente i_L asciende desde cero, estableciendo una caída de tensión en el resistor y provocando la disminución simultánea de v_L . Este incremento de corriente persiste hasta que el voltaje en el inductor decae a cero, momento en el cual la totalidad del voltaje aplicado se transfiere al resistor. La evolución de i_L se caracteriza por un crecimiento acelerado al inicio, seguido de una tasa de cambio que disminuye gradualmente hasta que la corriente se estabiliza en su valor máximo de E/R .

En el instante preciso en que se cierra el interruptor ilustrado en la Figura 2.3, la red adopta la configuración equivalente detallada en la Figura 2.4. Esta representación corrobora los planteamientos previos sobre los niveles de tensión y corriente: el inductor se comporta inicialmente como un circuito abierto, satisfaciendo las condiciones $v_L = E$ volts e $i_L = 0$ A. Posteriormente, una vez que concluye la etapa de almacenamiento de energía y se alcanzan las condiciones de estado estacionario, la red equivalente evoluciona hacia la estructura mostrada en la Figura 2.5. A partir de este esquema, resulta evidente que:

Un inductor ideal ($R_l = 0\Omega$) equivale a un corto circuito en una red de cd una vez que se alcanzan las condiciones de estado estable.

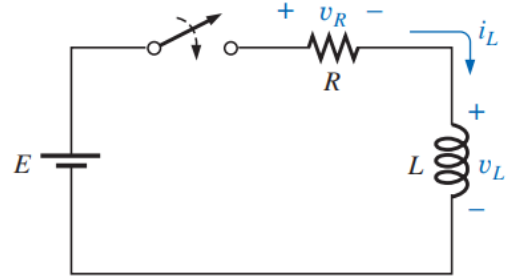


Figura 2.3: Red básica R-L transitoria. Boylestad, 2004.

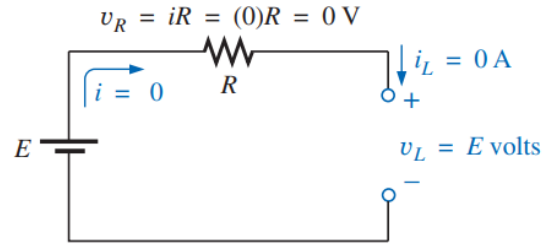


Figura 2.4: Circuito al instante en que se cierra el interruptor. Boylestad, 2004.

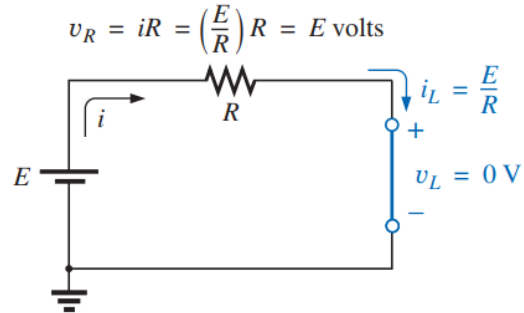


Figura 2.5: Circuito bajo condiciones de estado estable. Boylestad, 2004.

La ecuación para la corriente i_L durante la fase de almacenamiento es la siguiente:

$$i_L = I_m(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/(L/R)}) \quad (2.7)$$

La Figura 2.6 presenta la representación gráfica de dicha ecuación, evidenciando que la magnitud de i_L converge a un valor máximo de E/R en estado estacionario, mientras que su tasa de variación se atenúa conforme transcurre el tiempo. El eje de las abscisas se encuentra escalado en unidades de constante de tiempo, donde el parámetro τ para circuitos inductivos se define como:

$$\tau = \frac{L}{R}(\text{segundos}, s) \quad (2.8)$$

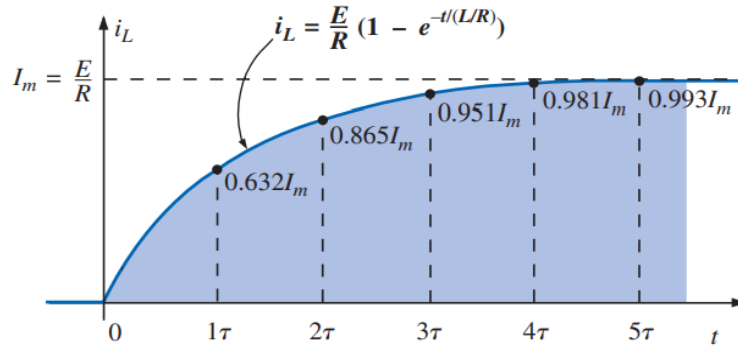


Figura 2.6: Trazado de la forma de onda para i_L durante el ciclo de almacenamiento. Boylestad, 2004.

El hecho de que τ tenga las unidades de tiempo se puede verificar tomando la ecuación para el voltaje inducido:

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (2.9)$$

y despejando L :

$$L = \frac{v_L}{\frac{di}{dt}} \quad (2.10)$$

que conduce a la relación:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\frac{v_L}{\frac{di}{dt}}}{R} = \frac{v_L}{R \frac{di}{dt}} \rightarrow \frac{V}{IR} = \frac{V}{\frac{V}{t}} = t \quad (s) \quad (2.11)$$

El comportamiento del factor exponencial $(1 - e^{-t/\tau})$ permite corroborar la evolución estándar de la señal, alcanzando un nivel del 63.2 % tras una primera constante de tiempo y un 86.5 % al transcurrir dos periodos de τ . La Figura 2.7 proporciona una referencia visual para evaluar tanto la función de crecimiento $(1 - e^{-t/\tau})$ como la de decaimiento $e^{-t/\tau}$. Por otro lado, si se mantiene la resistencia R fija y se incrementa la inductancia L , la relación L/R aumenta, lo que resulta en una dilatación del tiempo de subida. El efecto de esta variación en la respuesta transitoria de la corriente i_L , considerando distintas magnitudes de L , se ilustra en la Figura 2.8.

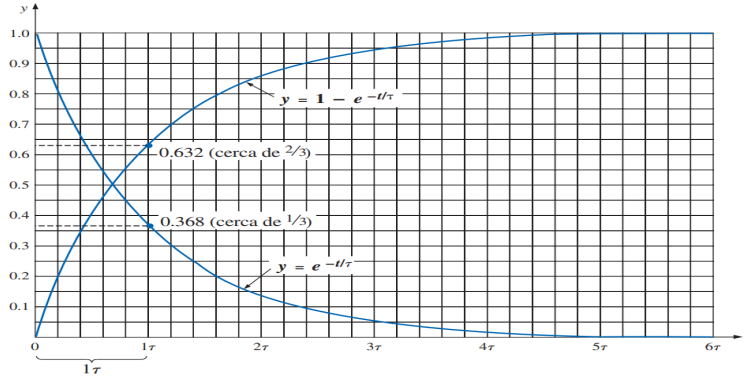


Figura 2.7: Trazado de las funciones. Boylestad, 2004.

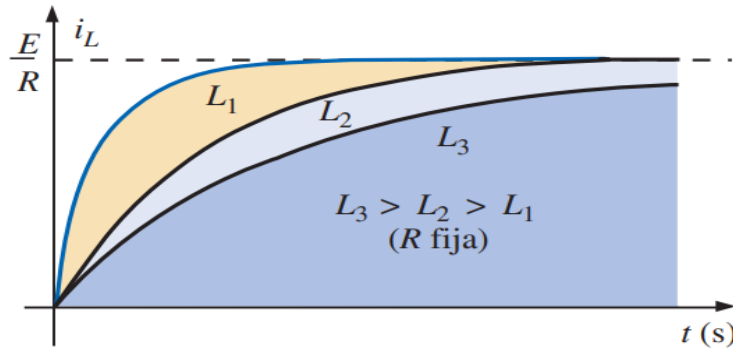


Figura 2.8: Efecto de L sobre la forma de onda de la i_L de almacenamiento. Boylestad, 2004.

En la mayoría de las aplicaciones prácticas, se supondrá que:

“la fase de almacenamiento ya pasó y quedaron establecidas las condiciones de estado estable una vez que ha transcurrido un lapso igual a cinco constantes de tiempo.”

Adicionalmente, debido a que la relación L/R asume siempre un valor numérico finito, independientemente de cuán diminuto sea, el intervalo 5τ resultará invariablemente superior a cero. Esto confirma que: *la corriente no puede cambiar instantáneamente en una red inductiva.*

De hecho, a mayor inductancia, más se opondrá el circuito a un rápido crecimiento del nivel de corriente.

Las Figuras 2.4 y 2.5 revelan claramente que el voltaje en la bobina salta a E volts cuando el interruptor se cierra y cae a cero volts con el tiempo.

El decaimiento ocurre de manera exponencial, y durante la fase de almacenamiento v_L se puede describir matemáticamente por la siguiente ecuación:

$$v_L = Ee^{-t/\tau} \quad (2.12)$$

La Figura 2.9 exhibe el comportamiento gráfico de v_L , conservando la segmentación del eje temporal en intervalos de τ . Se observa que el voltaje v_L decae hasta anularse con la misma celeridad con la que la corriente converge hacia su valor máximo.

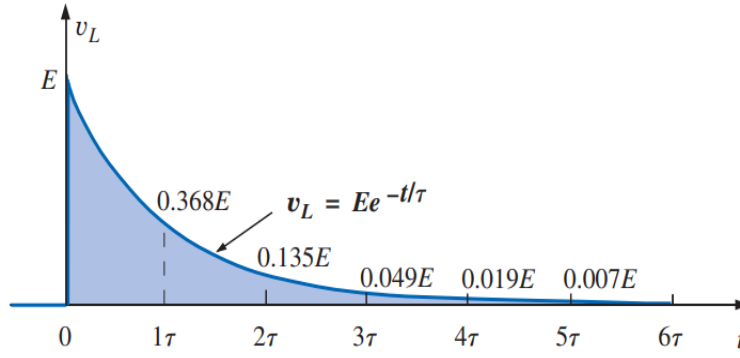


Figura 2.9: Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.

En cinco constantes de tiempo, $i_L = E/R$, $v_L = 0$ V, y el inductor puede ser reemplazado por su corto circuito equivalente.

Como:

$$v_R = i_R R = i_L R \quad (2.13)$$

entonces:

$$v_R = \left[\frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \right] R \quad (2.14)$$

y

$$\boxed{v_R = E(1 - e^{-t/\tau})} \quad (2.15)$$

y la curva para v_R tendrá la misma forma que la obtenida para i_L .

2.5.2. Valores iniciales

Dado que la corriente que circula por un inductor mantiene su continuidad temporal (no admite variaciones abruptas), el periodo transitorio inicia con la magnitud definida por la red instantes previos a la conmutación, tal como se ilustra en la Figura 2.10. Posteriormente, el sistema evoluciona a través de su respuesta dinámica hasta converger al régimen de estado estacionario, proceso que se considera concluido tras un intervalo aproximado de cinco constantes de tiempo. Para determinar analíticamente la magnitud final de la corriente, basta con sustituir el inductor por su equivalente en cortocircuito (o por su resistencia interna R_l si se considera el modelo práctico) y calcular el flujo de corriente resultante en dicha rama del circuito.

Usando la ecuación transitoria, se puede escribir una ecuación para la corriente i_L para todo el intervalo de tiempo de la Figura 2.10; esto es,

$$i_L = I_i + (I_f - I_i)(1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.16)$$

en que $(I_f - I_i)$ representa el cambio total durante la fase de transición. Sin embargo, quitando paréntesis y arreglando términos:

$$\begin{aligned} i_L &= I_i + I_f - I_f e^{-t/\tau} - I_i + I_i e^{-t/\tau} \\ &= I_f - I_f e^{-t/\tau} + I_i e^{-t/\tau} \end{aligned} \quad (2.17)$$

se encuentra:

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau} \quad (2.18)$$

Para representar gráficamente la evolución de la corriente i_L desde su magnitud inicial hasta su valor definitivo, se sugiere delimitar en primera instancia las líneas de referencia correspondientes a la condición inicial y al nivel de estado estacionario. A continuación, se traza la curva de respuesta transitoria que conecta ambos límites, cuya dinámica y curvatura estarán determinadas por la constante de tiempo del sistema.

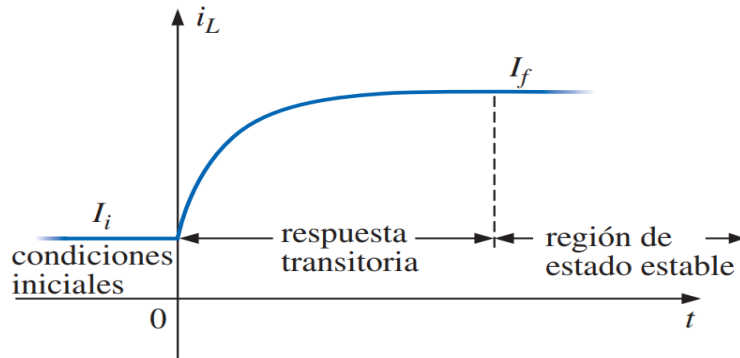


Figura 2.10: Definición de las tres fases de una forma de onda transitoria. Boylestad, 2004.

2.5.3. Fase de decaimiento

En los circuitos R-L, el almacenamiento de energía se efectúa mediante el campo magnético generado por la circulación de corriente en la bobina. No obstante, en contraste con el comportamiento de un capacitor, un inductor aislado es incapaz de retener energía de forma indefinida; la ausencia de una trayectoria cerrada obliga a la corriente a decaer a cero, disipando así la energía magnética acumulada. Si analizamos el circuito R-L serie de la Figura 2.11 bajo condiciones de estado estacionario, una apertura abrupta del interruptor provocaría muy probablemente la formación de un arco eléctrico entre sus contactos. Este fenómeno es consecuencia de la transición drástica de la corriente, que pasa de su valor máximo E/R a cero amperios casi instantáneamente. Según la relación $v_L = L(di/dt)$, esta elevada tasa de cambio temporal induce un voltaje v_L de gran magnitud en el inductor que, sumado al potencial de la fuente E , se manifiesta a través de las terminales del interruptor abierto. Este principio de reacción inductiva constituye la base de los sistemas de ignición automotriz para detonar el combustible. Al interrumpir repentinamente el flujo de corriente en la bobina de encendido (función realizada por los "platinos" puntos del distribuidor en modelos clásicos), se genera un pico de tensión aproximado de 25,000 V. Este mecanismo es fundamental, pues permite elevar el voltaje de la única fuente independiente del vehículo —una batería de 12 V— a los niveles de alta tensión requeridos.

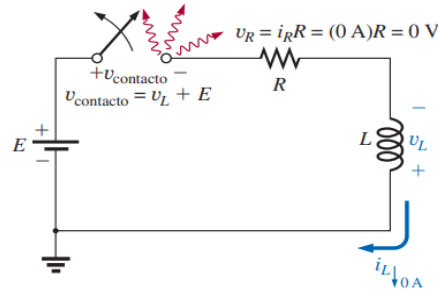


Figura 2.11: Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.

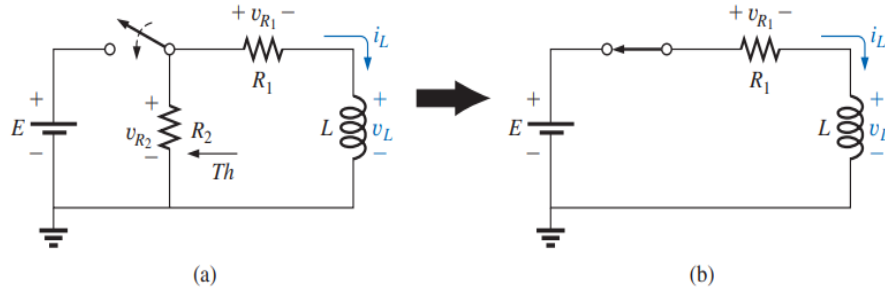


Figura 2.12: Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.

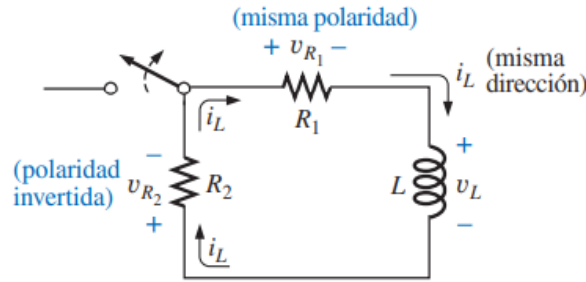


Figura 2.13: Trazado del voltaje v_R en función del tiempo para la red de la Figura 2.3. Boylestad, 2004.

Si la apertura directa del interruptor provoca una descarga energética abrupta, surge el planteamiento de cómo analizar la fase de decaimiento en un circuito R-L bajo una dinámica comparable a la de los sistemas R-C. La solución técnica reside en implementar la configuración mostrada en la Figura 2.12 (a). Al cerrar el interruptor, la tensión en el resistor R_2 se fija en E volts, induciendo en la rama R-L una respuesta de almacenamiento idéntica a la descrita anteriormente, tanto en forma de onda como en magnitudes. Al aplicar el teorema de Thévenin a la fuente E en paralelo con R_2 , se obtiene el circuito equivalente simplificado de la Figura 2.12 (b). Esta reducción se justifica dado que, al calcular la resistencia de Thévenin (sustituyendo la fuente de voltaje por un cortocircuito), el resistor R_2 queda puenteado y se elimina del cálculo de la resistencia serie equivalente.

Una vez concluida la fase de almacenamiento y consolidadas las condiciones de estado estacionario, la apertura del interruptor puede efectuarse sin riesgo de descarga disruptiva (chispa), dado que

el resistor R_2 garantiza una trayectoria de continuidad para la corriente i_L . Para fines ilustrativos, la Figura 2.13 aísla específicamente este lazo de descarga. En esta configuración, se observa que el voltaje v_L en el inductor invierte su polaridad, quedando su magnitud regida por:

$$\boxed{v_L = -(v_{R_1} + v_{R_2})} \quad (2.19)$$

Es fundamental reiterar que, a diferencia del voltaje en un inductor —el cual admite variaciones instantáneas—, la corriente no es susceptible de cambios abruptos. En virtud de este principio de continuidad, la corriente i_L preserva invariables tanto su magnitud como su sentido en el momento de la transición, condición que se refleja en la Figura 2.13. Por tanto, en el instante en que el interruptor se abre, i_L es aún $I_m = E/R_1$, y

$$\begin{aligned} v_L &= -(v_{R_1} + v_{R_2}) = -(i_L R_1 + i_L R_2) \\ &= -i_L(R_1 + R_2) = -\frac{E}{R_1}(R_1 + R_2) = -\left(\frac{R_1}{R_1} + \frac{R_2}{R_1}\right) E \end{aligned} \quad (2.20)$$

y

$$\boxed{v_L = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E} \quad (2.21)$$

la cual es mayor que E volts por la razón R_2/R_1 . En otras palabras, cuando se abre el interruptor, el voltaje en el inductor invertirá la polaridad y caerá instantáneamente desde E hasta $-[1 + (R_2/R_1)]E$ volts.

Conforme un inductor libere su energía almacenada, el voltaje en la bobina decaerá hasta cero de la siguiente manera:

$$\boxed{v_L = -V_i e^{-t/\tau'}} \quad (2.22)$$

con:

$$V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E \quad (2.23)$$

y

$$\tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2} \quad (2.24)$$

La corriente decaerá desde un máximo de $I_m = E/R_1$ hasta cero. Empleando la ecuación 2.34, $I_i = E/R_1$ e $I_f = 0$ A de manera que:

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau'} \quad (2.25)$$

$$= 0 \text{ A} + \left(\frac{E}{R_1} - 0 \text{ A}\right) e^{-t/\tau'} \quad (2.26)$$

e

$$\boxed{i_L = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau'}} \quad (2.27)$$

con:

$$\tau' = \frac{L}{R_1 + R_2} \quad (2.28)$$

La expresión matemática para el voltaje en cualquier resistor puede determinarse entonces mediante la ley de Ohm:

$$\begin{aligned} v_{R_1} &= i_{R_1} R_1 = i_L R_1 \\ &= \frac{E}{R_1} R_1 e^{-t/\tau'} \end{aligned} \quad (2.29)$$

y

$$\boxed{v_{R_1} = E e^{-t/\tau'}} \quad (2.30)$$

El voltaje v_{R_1} tiene la misma polaridad que durante la fase de almacenamiento ya que la corriente i_L tiene la misma dirección. El voltaje v_{R_2} se expresa como sigue usando la polaridad definida de la Figura 2.12:

$$\begin{aligned} v_{R_2} &= -i_{R_2} R_2 = -i_L R_2 \\ &= -\frac{E}{R_1} R_2 e^{-t/\tau'} \end{aligned} \quad (2.31)$$

y

$$\boxed{v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1} E e^{-t/\tau'}} \quad (2.32)$$

En el análisis precedente se supuso que las condiciones de estado estable se establecieron durante la fase de carga y que $I_m = E/R_1$, con $v_L = 0$ V. Sin embargo, si el interruptor de la Figura 2.12 se abre antes que i_L alcance su valor máximo, la ecuación para la corriente en decaimiento de la Figura 2.12 debe cambiar a:

$$\boxed{i_L = I_i e^{-t/\tau'}} \quad (2.33)$$

donde I_i es la corriente de arranque o inicial. La ecuación 2.22 se modificaría como sigue:

$$\boxed{v_L = -V_i e^{-t/\tau'}} \quad (2.34)$$

con:

$$V_i = I_i (R_1 + R_2) \quad (2.35)$$

2.6. Electroimanes DC

En estos electroimanes el núcleo magnético está construido de hierro macizo.

Cuando fluye corriente a través de la bobina del electroimán una corriente eléctrica; esta produce en el núcleo un flujo magnético que pasa por el circuito magnético, obteniendo características magnéticas y comportándose como un imán natural.

Cuando se acerca una pieza ferromagnética al electroimán, el espacio que hay entre la pieza y el electroimán denominado entrehierro, atraer se reduce rápidamente. Lo que hace que la inducción también se incremente de manera rápida.

Esto se debe al espacio que hay entre el electroimán. y la pieza a atraer, las líneas de fuerza se distribuyen muy ampliamente. en el entrehierro y, por consiguiente, hay escasas líneas de fuerza.

Cuando el electroimán ha atraído la pieza, La fuerza se ve afectada por el hecho de que el circuito magnético queda saturado, de atracción es más fuerte de lo que realmente se necesita porque todas las líneas de fuerza se cierran a través del circuito del electroimán de la parte ya atraída; por lo tanto, la bobina se es capaz de proyectar para consumir menos energía eléctrica disminuyendo así una parte de las espiras de cobre y, por ende, el precio del electroimán [52].

Una bobina de alambre extensa que se compone de muchas vueltas o espiras. se llama solenoide. El campo magnético interno de un solenoide puede ser de un tamaño considerable, ya que será la suma de los campos generados por la corriente en cada espira. El solenoide funciona como un imán; uno de los extremos es el polo norte y el otro es el polo sur, dependiendo de la orientación de la corriente en las espiras (aplica la regla de la mano derecha).

La inserción de un núcleo de hierro en el interior de un solenoide induce una amplificación sustancial del campo magnético, fenómeno atribuible a la alineación de los dominios magnéticos del material. En esta configuración, denominada electroimán, la densidad de flujo resultante constituye la superposición del campo generado por la corriente eléctrica y la contribución del propio material ferromagnético, pudiendo superar en varios órdenes de magnitud al campo producido únicamente por la bobina en el vacío. En función de su comportamiento magnético, las aleaciones se clasifican en dos categorías. El "hierro blando." dulce se caracteriza por su baja remanencia, lo que le permite magnetizarse y desmagnetizarse con facilidad ante la presencia o ausencia de corriente; esta propiedad lo convierte en el material idóneo para núcleos de electroimanes. Por el contrario, el "hierro duro" posee una alta capacidad para retener el magnetismo sin necesidad de un campo externo, siendo la base para la fabricación de imanes permanentes. Dichas propiedades magnéticas están determinadas intrínsecamente por la composición de la aleación y el tratamiento térmico recibido.

Los electroimanes se emplean en motores y tienen una cantidad significativa de aplicaciones prácticas; generadores, además de en la creación de amplios campos magnéticos para fines investigativos. En ocasiones, el núcleo de hierro no está presente: el campo magnético surge únicamente de la electricidad en las bobinas de alambre. Cuando un electroimán convencional conduce de forma continua, se genera una cantidad considerable de calor residual ($P = I^2 \cdot R$). Se requieren bobinas de enfriamiento, tubos que llevan agua, para capturar el calor en instalaciones de gran tamaño [53].

2.7. Control PID

En el libro “Ingeniería de control moderna” de Ogata [54] se describen los elementos que integran el control PID.

Se le llama acción de control proporcional-integral-derivativa (PID) a la combinación de una acción de control derivativa, una integral y una proporcional. Esta acción conjunta tiene los beneficios de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con esta acción combinada se logra a través de:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.36)$$

La función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.37)$$

En donde K_p es la ganancia proporcional, T_i es el tiempo integral y T_d es el tiempo derivativo.

La primera decisión en el diseño de un sistema de control PID es la elección del controlador, posteriormente, se ajustarán los parámetros del mismo. A una buena elección de tipo de controlador a emplear (P, PI, PD o PID) ayudan las siguientes consideraciones [55, 56] :

- **Controlador P:**

Existen dinámicas de proceso específicas que toleran la implementación de ganancias elevadas sin comprometer la estabilidad del sistema. Esta característica es típica en plantas que exhiben una constante de tiempo dominante o que se comportan como integradores puros. Bajo estas condiciones, una ganancia proporcional alta minimiza significativamente el error en estado estacionario, haciendo prescindible la incorporación de la acción integral. Un escenario de aplicación frecuente para esta estrategia es el lazo interno de una estructura de control en cascada, donde la eliminación absoluta del error (*offset*) en la variable secundaria no constituye un requisito crítico para el desempeño global del sistema.

- **Controlador PD:**

En términos generales, la implementación de un control PD resulta idónea para sistemas cuya dinámica intrínseca incorpora un comportamiento integrador. Un caso ilustrativo lo constituyen los procesos térmicos con aislamiento eficiente, los cuales operan de manera análoga a un integrador puro; dado que las pérdidas son despreciables, la casi totalidad de la energía suministrada se invierte directamente en el incremento de la temperatura. En estos escenarios, es factible operar con ganancias proporcionales elevadas, haciendo innecesaria la inclusión de la acción integral.

No obstante, la acción derivativa presenta limitaciones operativas críticas. Por un lado, es altamente sensible al ruido de medición debido a su ganancia elevada en altas frecuencias, lo que obliga a limitar dicha ganancia o a prescindir del término derivativo en entornos ruidosos. Por otro lado, en procesos caracterizados por tiempos muertos significativos, la capacidad anticipativa de la acción derivativa pierde eficacia. Esto se debe a que la aproximación lineal en la que se fundamenta:

$$e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.38)$$

mantiene su validez únicamente para intervalos T_d reducidos. Dado que el tiempo muerto introduce un retardo intrínseco antes de que la variable de proceso refleje los efectos de la acción de control, la derivada del error actual no es suficiente para predecir el estado futuro. En consecuencia, para gobernar esta clase de dinámicas, resulta considerablemente superior implementar estrategias que estimen la evolución futura del sistema mediante el análisis de la señal de control conjugada con un modelo matemático del proceso.

■ **Controlador PI:**

Esta configuración representa la arquitectura de control más extendida en la industria, siendo la incorporación del término integral el mecanismo más directo para erradicar el error en estado estacionario. La implementación de la estructura PI resulta idónea en procesos que introducen un desfase moderado, tales como aquellos caracterizados por una constante de tiempo dominante o comportamientos puramente integradores. En estos escenarios, la acción derivativa suele ser contraproducente, pues tiende a amplificar el ruido inherente a la señal en lugar de mejorar el desempeño dinámico. Asimismo, el control PI es la opción recomendada ante la presencia de retardos o tiempos muertos significativos en el lazo, dado que —como se analizó previamente— el término derivativo carece de eficacia bajo estas condiciones. Finalmente, se debe prescindir de la acción derivativa en entornos operativos sujetos a niveles elevados de ruido; si bien el filtrado de la señal constituye la medida preliminar estándar, cuando dicha atenuación resulta insuficiente, la estrategia óptima consiste en limitar el controlador a una estructura Proporcional-Integral.

■ **Controlador PID:**

La incorporación de la acción derivativa tiende a optimizar el desempeño global del esquema de control, ya que al aportar un anticipo de fase, incrementa el margen de estabilidad del sistema; esto faculta al diseñador para implementar ganancias proporcional e integral más agresivas sin comprometer la robustez. Su aplicación resulta particularmente efectiva en procesos que, si bien carecen de tiempos muertos (retardos de transporte) significativos, exhiben grandes desfases o retrasos de fase acumulados. Esta dinámica es característica de los sistemas de orden superior o aquellos definidos por múltiples constantes de tiempo en serie.

Se concluye pues que la primera decisión en el diseño de un sistema de control PID es la elección del controlador. A una buena elección de éste (P, PI, PD o PID), ayudan, además de las anteriores consideraciones, la experiencia que se tenga sobre el proceso a controlar [57].

2.7.1. Sintonización Ziegler Nichols

En 1942, Ziegler y Nichols, ingenieros vinculados a Taylor Instruments, establecieron las bases de la sintonización de controladores PID mediante la formulación de dos procedimientos matemáticos sencillos, conocidos hoy como el primer y segundo método de Ziegler-Nichols. Estas metodologías han consolidado su estatus como estándares *de facto* en la práctica de la ingeniería de control. Aunque ambas técnicas asumen implícitamente ciertas características dinámicas en el comportamiento del sistema, su gran ventaja radica en que no exigen el conocimiento explícito de la función de transferencia del proceso (enfoque de caja negra). Específicamente, las fórmulas de ajuste propuestas por Ziegler-Nichols fundamentan sus parámetros en el análisis de la respuesta transitoria de la planta ante una entrada tipo escalón [58].

El primer método

Este primer enfoque metodológico es aplicable a plantas cuya respuesta transitoria ante una entrada escalón exhibe la morfología sigmoideal ilustrada en la Figura 4. Dicha dinámica es característica de los sistemas de primer orden con retardo de transporte (conocidos como modelos FOPDT), ejemplificados físicamente por el retardo intrínseco en el flujo de fluidos a través de tuberías. Asimismo, este comportamiento es representativo de procesos modelados mediante una cadena de múltiples sistemas de primer orden conectados en serie. La caracterización paramétrica de la respuesta se define a través de dos variables fundamentales: el tiempo de retardo o tiempo muerto, L , y la constante de tiempo del proceso, T . Estos valores se determinan gráficamente trazando una recta tangente a la curva de reacción en su punto de inflexión (máxima pendiente); las intersecciones de dicha tangente con el eje de las abscisas (tiempo) y con la asíntota de magnitud de estado estacionario permiten acotar las dimensiones de L y T . En consecuencia, el modelo matemático aproximado de la planta queda definido como:

$$G(s) = \frac{K e^{-sL}}{Ts + 1} \quad (2.39)$$

Ziegler y Nichols derivaron los siguientes parámetros de control basados en este modelo:

Tabla 2.4: Tabla de Ziegler-Nichols – Primer método.

Tipo de PID	K_p	$T_i = K_p/K_i$	$T_d = K_d/K_p$
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0,9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2\frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

El segundo método

Este segundo enfoque metodológico se orienta a aquellos procesos susceptibles de alcanzar un régimen de oscilación sostenida (límite de estabilidad) bajo la acción exclusiva de un controlador proporcional. Si bien la técnica fue concebida con el criterio de diseño de imponer una dinámica de lazo cerrado con un sobreimpulso aproximado del 25 %, este objetivo teórico difícilmente se replica con exactitud en la implementación práctica. Esta discrepancia es atribuible al hecho de que Ziegler y Nichols derivaron sus reglas de sintonización basándose en una topología de planta específica, cuyas características dinámicas no siempre son generalizables a la totalidad de los sistemas reales.

Los pasos para sintonizar un controlador PID vía el 2º método son los siguientes:

Usando solo control de retroalimentación proporcional:

1. Reducir las ganancias del integrador y del derivativo a 0.
2. Incrementar K_p desde 0 hasta un valor crítico $K_p = K_{cr}$ en el cual ocurran oscilaciones sostenidas. Si esto no ocurre, entonces se debe aplicar otro método.
3. Anotar el valor K_{cr} y el periodo correspondiente de oscilación sostenida, P_{cr} .

Las ganancias del controlador se especifican ahora de la siguiente manera:

Tabla 2.5: Tabla de Ziegler-Nichols – Segundo método.

Tipo de PID	K_p	T_i	T_d
P	$0,5K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{P_{cr}}{1,2}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$\frac{P_{cr}}{2}$	$\frac{P_{cr}}{8}$

2.7.2. Sintonización Cohen-Coon

Este método fue propuesto por Cohen y Coon (1953) y se utiliza a menudo como una alternativa al método Z-N [59].

En una configuración estándar, el procedimiento de caracterización dinámica requiere la apertura del lazo de control, lo que implica la inhibición de la acción de realimentación automática. El objetivo de esta maniobra es aplicar una excitación determinista tipo escalón, con magnitud M/s , directamente sobre el elemento final de control (válvula). La respuesta transitoria del sistema ante este estímulo se monitoriza y registra a través del elemento de medición. Desde el punto de vista operativo, la inyección de este escalón se ejecuta de manera práctica conmutando el controlador a modo manual, lo que faculta al operador para manipular directamente la señal de salida hacia el actuador sin la intervención del algoritmo de control.

A la respuesta temporal global del sistema, la cual integra la dinámica conjunta del elemento final de control (válvula), la planta de proceso y el dispositivo de medición, se le denomina técnicamente *curva de reacción del proceso*. De manera característica, este perfil de respuesta exhibe una morfología sigmoidal (geometría en forma de “S”).

El método C-C se resume en los siguientes pasos:

1. Cuando el proceso llega al estado estable en el nivel normal de operación, modifique el controlador a manual. La salida del controlador, en un controlador moderno, se mantendrá igual que antes de la modificación. Esto se conoce como transferencia “sin saltos.” *bumpless transfer*.
2. Al tener el controlador en modo manual, aplique una leve variación tipo escalón en la salida del controlador que se dirige a la válvula y registre el transitorio, o sea, la curva de respuesta del proceso.

3. Trace una línea recta que sea tangente a la curva en el punto de inflexión. El retardo de transporte aparente, T_d , es el punto en que la línea tangente cruza el eje temporal. La constante de tiempo de primer orden aparente, T , se calcula a través de:

$$T = \frac{B_u}{S} \quad (2.40)$$

donde B_u es el valor final de B para un t grande y S es la pendiente de la línea tangente. La ganancia de estado estable que relaciona B con M está dada por:

$$K_p = \frac{B_u}{M} \quad (2.41)$$

4. Empleando los valores cuantificados de K_p , T y T_d procedentes del paso 3, se determinan los parámetros de sintonización del controlador mediante las relaciones expuestas en la Tabla 2.6. Es fundamental notar que la configuración del algoritmo de control es función directa del grupo adimensional T_d/T , definido como el cociente entre el retardo de transporte aparente y la constante de tiempo aparente. Adicionalmente, se establece que la ganancia del controlador, K_c , guarda una relación inversamente proporcional con respecto a la ganancia estática del proceso, K_p .

Tabla 2.6: Reglas de Sintonización de Cohen-Coon.

Tipo de Control	Ajuste de Parámetros
Proporcional (P)	$K_c = \frac{1}{K_p} \frac{T}{T_d} \left(1 + \frac{T_d}{3T}\right)$
Proporcional-Integral (PI)	$K_c = \frac{1}{K_p} \frac{T}{T_d} \left(\frac{9}{10} + \frac{T_d}{12T}\right)$ $\tau_I = T_d \frac{30 + 3T_d/T}{9 + 20T_d/T}$
Proporcional-Derivativo (PD)	$K_c = \frac{1}{K_p} \frac{T}{T_d} \left(\frac{5}{4} + \frac{T_d}{6T}\right)$ $\tau_D = T_d \frac{6 - 2T_d/T}{22 + 3T_d/T}$
Proporcional-Integral-Derivativo (PID)	$K_c = \frac{1}{K_p} \frac{T}{T_d} \left(\frac{4}{3} + \frac{T_d}{4T}\right)$ $\tau_I = T_d \frac{32 + 6T_d/T}{13 + 8T_d/T}$ $\tau_D = T_d \frac{4}{11 + 2T_d/T}$

2.8. Redes neuronales artificiales

En el trabajo de Moreno et al. (2012) titulado “Control neuronal con término integral para sistemas no lineales con oscilaciones” [60] se expresa de forma muy detallada las redes neuronales artificiales, que son la base del control neuronal.

Una neurona es una función no lineal acotada:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n; w_1, w_2, \dots, w_n) \quad (2.42)$$

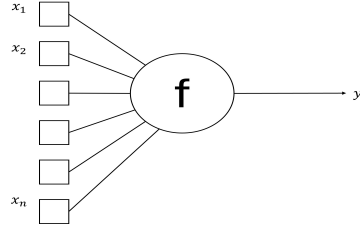


Figura 2.14: Representación gráfica de una neurona.

Donde $\{x_i\}$ son las variables y $\{w_n\}$ son los parámetros o pesos de la neurona. Las variables de la neurona son usualmente conocidas como entradas.

La representación gráfica está en la Figura 2.14. Una neurona artificial está compuesta por un vector de entrada, pesos sinápticos, un valor de umbral, un operador matemático de suma y una función de activación.

El primer modelo matemático de una neurona biológica fue desarrollado por McCulloch y Pitt, el cual es el siguiente:

$$y_j = \varphi(v_j + \theta_j) \quad (2.43)$$

$$v_j = \sum_{i=1}^m w_{ji} x_i \quad (2.44)$$

Donde:

- $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ representa el vector de señales de entrada. Estos componentes pueden constituir datos brutos adquiridos del entorno externo o bien, ser las salidas procesadas provenientes de neuronas en capas precedentes.
- $w_{ij} \in \mathbb{R}^{m+1}$ denota los pesos sinápticos o coeficientes de ponderación asociados a la j -ésima neurona. Estos valores modulan la propagación de la información a través de la red, amplificando o atenuando cada componente de la entrada $\mathbf{X}$. Durante la fase de entrenamiento, estos parámetros se ajustan iterativamente hasta alcanzar la convergencia o un criterio de estabilidad predefinido.
- θ_j constituye el umbral de activación (o *bias*). Se modela matemáticamente como una entrada constante de valor -1 ponderada por el peso w_{j0} . Su función fundamental es introducir un desplazamiento en la función de activación, permitiendo trasladar el hiperplano de decisión fuera del origen del espacio vectorial.
- y_j es la señal de salida de la neurona, obtenida al aplicar la función de activación no lineal $\phi(\cdot)$ sobre el resultado de la combinación lineal (suma ponderada) de las entradas y el umbral.

Función de activación

La función de activación es para proveer un comportamiento no lineal a la red y así poder aproximar funciones de varios tipos [61] y las más utilizadas son:

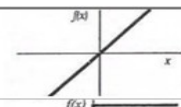
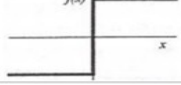
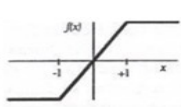
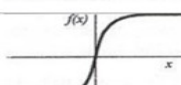
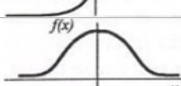
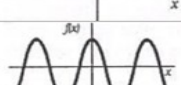
	Función	Rango	Grafica
Identidad	$y = x$	$[-\infty, +\infty]$	
Escalón	$y = \text{sign}(x)$	$\{-1, 1\}$	
	$y = H(x)$	$\{0, 1\}$	
Lineal a tramos	$y = \begin{cases} -1, & \text{si } x < -1 \\ x, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{si } x > 1 \end{cases}$	$[-1, 1]$	
Sigmoidea	$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	$[0, 1]$	
	$y = \text{tanh}(x)$	$[-1, 1]$	
Gaussiana	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, 1]$	
Sinusoidal	$y = A \sin(\omega x + \varphi)$	$[-1, 1]$	

Figura 2.15: Funciones de activación. Hilera, (1994).

Topología y Arquitecturas de Redes Neuronales

- **Redes de Propagación Hacia Adelante o Feedforward (Monocapa) – Figura 2.16:** Esta arquitectura se caracteriza por ser estrictamente acíclica, donde el flujo de información es unidireccional. Se denomina "monocapa" debido a que únicamente la capa de salida realiza procesamiento computacional activo; la capa de entrada se considera pasiva y no se contabiliza en la profundidad funcional de la red. Su aplicación principal reside en tareas de asociación simple.
- **Redes Multicapa (Feedforward) o Redes Estáticas:** Estas estructuras incorporan una o más capas intermedias, denominadas capas ocultas, situadas entre la entrada y la salida. La función de las neuronas ocultas es extraer características complejas y realizar mapeos no lineales entre el espacio de entrada y el de salida. Al incrementar la profundidad de la red (número de capas ocultas), aumenta su capacidad para modelar relaciones sofisticadas del entorno. El flujo de señales es estrictamente prealimentado (sin retroalimentación ni conexiones laterales). Son la base para sistemas de clasificación y reconocimiento de patrones. Ejemplos destacados incluyen el Perceptrón Multicapa, Adaline y Madaline. La Figura 2.17 ilustra un esquema de conexión completa para esta topología.
- **Redes Neuronales Recurrentes (RNR):** A diferencia de las arquitecturas estáticas, las RNR se distinguen por la existencia de lazos de retroalimentación en su grafo de conexión. Esta característica permite que la salida de una neurona (o capa) reingrese como entrada al sistema en instantes de tiempo posteriores, dotando a la red de un comportamiento dinámico y capacidad de memoria temporal.
- **Perceptrón Multicapa (MLP):** Es el modelo paradigmático de red neuronal profunda, estructurado jerárquicamente en capa de entrada, capas ocultas y capa de salida. La información se propaga secuencialmente capa por capa. Su potencia radica en el uso conjunto

con el algoritmo de aprendizaje de retropropagación del error (*backpropagation*). El MLP se define por tres atributos fundamentales: 1) El uso de funciones de activación no lineales y diferenciables (suaves) en sus neuronas; 2) La presencia de capas ocultas que le permiten resolver problemas no linealmente separables; y 3) Un alto grado de conectividad sináptica entre sus elementos procesadores.

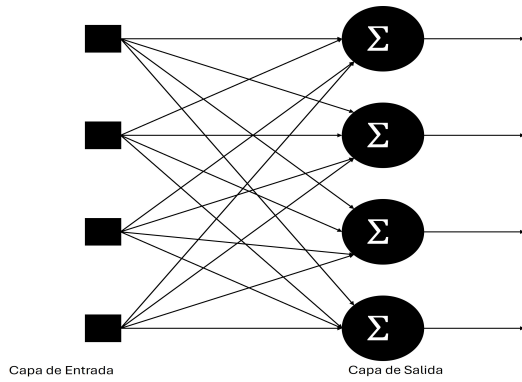


Figura 2.16: Red monocapa.

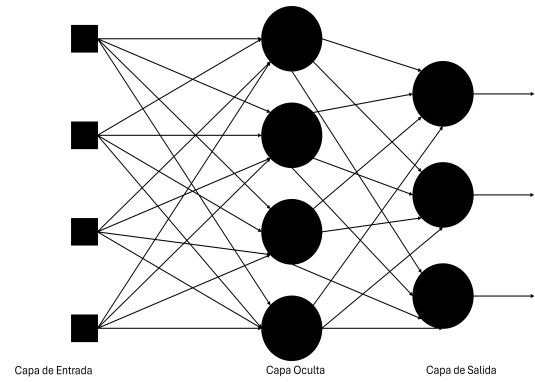


Figura 2.17: Red multicapa.

2.9. Control neuronal

En el libro “*Neural system for control*” de Omidvar et al. (1997) [62] se menciona lo siguiente con respecto a el control neuronal.

La proliferación de plataformas de computación industrial de alto rendimiento, aunada a la capacidad masiva de almacenamiento de información, ha actuado como un catalizador para la implementación de redes neuronales en tareas de modelado e identificación y control de procesos. Esta tendencia se encuentra ampliamente documentada en la literatura especializada reciente, donde revistas técnicas y actas de conferencias reportan múltiples casos de éxito en ingeniería de procesos. La adopción generalizada de estas soluciones en el sector industrial se justifica por cuatro atributos clave: su alta **rentabilidad**, su **implementación intuitiva**, su capacidad intrínseca para capturar dinámicas **no lineales** y su naturaleza operativa **basada en datos** (*data-driven*).

Las redes neuronales artificiales han encontrado numerosas aplicaciones en el modelado y control de procesos, entre las que destacan:

- **Construcción de sensores inteligentes (*soft sensors*):** Para estimar variables que normalmente requieren mediciones de laboratorio.
- **Identificación dinámica de sistemas.**
- **Detección y diagnóstico de fallas.**
- **Filtrado y análisis de datos de procesos.**
- **Uso de redes neuronales para el control de procesos.**

Dentro del espectro de arquitecturas neuronales existentes, las **Redes Multicapa de Alimentación Hacia Adelante** (MFN) se han consolidado como la topología predominante en aplicaciones de **identificación y control de procesos industriales**. La adopción generalizada de las MFN en este sector se fundamenta en tres ventajas operativas y teóricas críticas:

- **Aproximación no lineal:** Las MFN destacan por su habilidad para modelar comportamientos no lineales complejos. De acuerdo con el Teorema de Aproximación Universal, esta arquitectura posee la capacidad matemática de aproximar cualquier función continua con un grado arbitrario de precisión. Esta propiedad resulta fundamental para los ingenieros de control, dada la naturaleza inherentemente no lineal que exhibe la mayoría de los procesos químicos y físicos.
- **Entrenamiento con datos históricos:** El entrenamiento de estas redes se fundamenta en el aprendizaje empírico a partir de la historia operativa del proceso. La infraestructura actual de los Sistemas de Control Distribuido (DCS) almacena volúmenes masivos de información de planta; las MFN permiten explotar y valorizar estos repositorios de datos existentes, ofreciendo una solución de modelado altamente rentable y eficiente.
- **Facilidad de uso para ingenieros de procesos:** El desarrollo de modelos neuronales presenta una barrera de implementación menor en comparación con el modelado fenomenológico (basado en primeros principios físicos o leyes de conservación) o las técnicas estadísticas avanzadas. Si bien se requiere un entendimiento sólido de la dinámica del proceso, la construcción del modelo no exige la deducción exhaustiva de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema.

Adicionalmente, la infraestructura tecnológica instalada en las plantas de proceso modernas, conformada por Sistemas de Control Distribuido (DCS) y servidores de historización de datos, pone a disposición volúmenes masivos de información operativa. Este activo digital es accesible sin necesidad de incurrir en inversiones suplementarias para su adquisición o instrumentación. No obstante, se observa una tendencia histórica hacia la subutilización sistemática de estos repositorios. A pesar de contener información crítica para la optimización operativa y el refinamiento de las estrategias de control, gran parte de este potencial latente ha permanecido sin explotar en la práctica industrial convencional.

Una de las aplicaciones más trascendentales de esta tecnología reside en la **estimación inferencial de variables críticas** del proceso que carecen de instrumentación para su medición continua en línea. A esta estrategia de implementación se le denomina técnicamente **sensor virtual**, sensor inferencial o *soft sensor*. Frecuentemente, estas variables de difícil acceso instrumental corresponden a parámetros de calidad del producto final, los cuales guardan una correlación directa con la rentabilidad económica de la operación. En el esquema tradicional, la cuantificación de dichas variables depende de **análisis de laboratorio** (*offline*), procedimiento que introduce una latencia o tiempo muerto significativo —con magnitudes que oscilan típicamente entre una y diez horas—. Esta dinámica retardada compromete severamente la eficiencia del sistema, ya que la información sobre la calidad se recibe con un desfase tal que inhabilita la ejecución oportuna de acciones de control correctivas ante desviaciones del proceso.

El entrenamiento de modelos neuronales a partir de bases de datos históricas faculta la **predicción inferencial de variables de calidad**, ofreciendo una alternativa digital eficiente a los procedimientos analíticos de laboratorio convencionales. La implementación de **sensores virtuales** (soft sensors) aporta el beneficio crítico de la estimación en tiempo real. Esta disponibilidad inmediata de la información del estado del producto permite cerrar el lazo de control con una dinámica mucho más rápida; ante cualquier desviación de los parámetros de calidad, el sistema habilita la ejecución de acciones correctivas anticipadas, mitigando drásticamente la generación de material defectuoso o fuera de especificaciones.

2.10. Algoritmo de optimización (PSO)

En el trabajo “Estrategias para mejorar el Balance entre Exploración y Explotación en Optimización de Enjambre de Partículas” del autor Vargas et al. (2011) [63] se explica en que consiste el PSO.

La Optimización de Enjambre de Partículas (PSO), junto con las técnicas de Colonia de Hormigas y Abejas, conforma el campo de la *Inteligencia de Enjambre*. Esta rama de la IA bioinspirada modela el comportamiento colectivo observado en la naturaleza. Sus algoritmos emplean agentes simples que cooperan mediante principios de autoorganización, operando de manera descentralizada sin requerir un controlador maestro.

El algoritmo PSO se fundamenta en un enfoque biomimético que emula la dinámica social de agrupaciones biológicas, tales como bandadas de aves o cardúmenes. Específicamente, modela la capacidad colaborativa del grupo para la exploración espacial eficiente y la localización de recursos objetivos, como alimento o refugio.

Esta heurística se aplicó a la resolución de ecuaciones no lineales en espacios de búsqueda reales, constituyéndose como una técnica de optimización global. Aunque su diseño original se orientó a dominios continuos, existen variantes del algoritmo adaptadas para resolver problemas de optimización discreta y combinatoria.

Sean $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ la función que se desea minimizar y S la cantidad de partículas que componen el enjambre. Se definen para cada partícula cuatro vectores de dimensión n como atributos: x_i , v_i , $pbest_i$ y $gbest_i$.

- x_i : representa una solución potencial para la función objetivo.
- v_i : representa la dirección e intensidad del movimiento de la partícula.
- $pbest_i$: representa la mejor posición encontrada individualmente.
- $gbest_i$: representa la mejor posición encontrada por las partículas en su vecindad hasta el momento actual.

El Algoritmo 1 detalla la estructura canónica del PSO. Tras la inicialización de parámetros, cada partícula explora el espacio de búsqueda actualizando iterativamente sus vectores de velocidad y posición. El ciclo finaliza al alcanzar el criterio de parada establecido por T iteraciones.

Las velocidades y posiciones se actualizan mediante las ecuaciones:

$$v_{i,j}^{t+1} = v_{i,j}^t + c_1 r_1^t [pbest_{i,j}^t - x_{i,j}^t] + c_2 r_2^t [gbest_{i,j}^t - x_{i,j}^t] \quad (2.45)$$

$$x_{i,j}^{t+1} = x_{i,j}^t + v_{i,j}^{t+1} \quad (2.46)$$

Nota: Sin pérdida de generalidad, el planteamiento se restringe a problemas de minimización. Matemáticamente, maximizar una función objetivo $f(x)$ es equivalente a minimizar su negativo, $-f(x)$.

donde para toda partícula i : $v_{i,j}$ y $x_{i,j}$ representan la dimensión j -ésima de su velocidad y posición respectivamente; $r_{1,i,j}$ y $r_{2,i,j}$ son elementos de dos secuencias generadas aleatoriamente con distribución uniforme en el rango $(0, 1)$; c_1 y c_2 son las constantes de aceleración que deciden la manera en que influirán las posiciones $pbest$ y $gbest$, respectivamente, en el movimiento de las partículas y t

Algorithm 1 PSO original

```
1: Inicializar constantes y variables ( $T, S, c_1, c_2, x_i^0, v_i^0$ )
2: for  $i = 1$  to  $S$  do
3:    $pbest_i^0 \leftarrow x_i^0$ 
4: end for
5: for  $i = 1$  to  $S$  do
6:   Actualizar  $gbest^0$ 
7: end for
8: for  $t = 1$  to  $T$  do
9:   for  $i = 1$  to  $S$  do
10:    Actualizar  $v_i^t$  y  $x_i^t$ 
11:    Evaluar  $f(x_i^t)$  y actualizar  $pbest_i^t$ 
12:   end for
13:   for  $i = 1$  to  $S$  do
14:    Actualizar  $gbest_i^t$ 
15:   end for
16: end for
17: return  $gbest \leftarrow \min gbest_i\{f(gbest_i^T)\}$ 
```

es el numero de iteraciones completadas. El uso de la variable t como superíndice en las ecuaciones denota el valor de cada una de las variables en la iteración t .

Conforme a las ecuaciones (2.45) y (2.46), la actualización de la trayectoria de cada partícula está gobernada por la suma vectorial de tres componentes:

1. **Inercial (Ímpetu):** Conserva la tendencia de movimiento actual de la partícula.
2. **Cognitivo:** Ejerce atracción hacia la mejor posición histórica individual ($pbest$).
3. **Social:** Orienta la partícula hacia la mejor posición hallada por la vecindad o el enjambre global ($gbest$).

El predominio del componente cognitivo induce una búsqueda local (*explotación*) fundamentada en la historia individual. Por el contrario, una mayor ponderación del término social favorece la *exploración* hacia regiones identificadas por la vecindad. La Figura 2.18 esquematiza la actualización vectorial de velocidad y posición en un espacio bidimensional, diferenciando las contribuciones de cada componente.

La convergencia del algoritmo PSO se sustenta en dos mecanismos de memoria: la actualización de la experiencia individual ($pbest$) y el intercambio de información colectiva ($gbest$). La actualización del vector $pbest$ ocurre cuando la evaluación de la función objetivo en la posición actual supera el rendimiento de su mejor registro histórico, formalizándose mediante la ecuación:

$$pbest_i^{t+1} = \begin{cases} pbest_i^t & \text{si } f(x_i^{t+1}) \geq f(pbest_i^t) \\ x_i^{t+1} & \text{si } f(x_i^{t+1}) < f(pbest_i^t) \end{cases} \quad (2.47)$$

La actualización de $gbest$ (Ec. 2.48) se efectúa seleccionando el óptimo entre las mejores posiciones históricas registradas dentro de la vecindad topológica V_i .

$$gbest_i^{t+1} = \min_{pbest_j} \{f(pbest_j^{t+1})\}, \quad j \in V_i \quad (2.48)$$

En la formulación canónica, el criterio de parada se define por el cumplimiento del horizonte de iteraciones T , retornando el óptimo global hallado. No obstante, es común implementar condiciones de terminación alternativas:

- **Estancamiento:** La función objetivo no mejora durante k iteraciones consecutivas.
- **Colapso del enjambre:** La varianza posicional de las partículas tiende a cero (convergencia espacial a una región acotada).
- **Tolerancia:** El valor de aptitud alcanza un umbral de desempeño o error preestablecido.

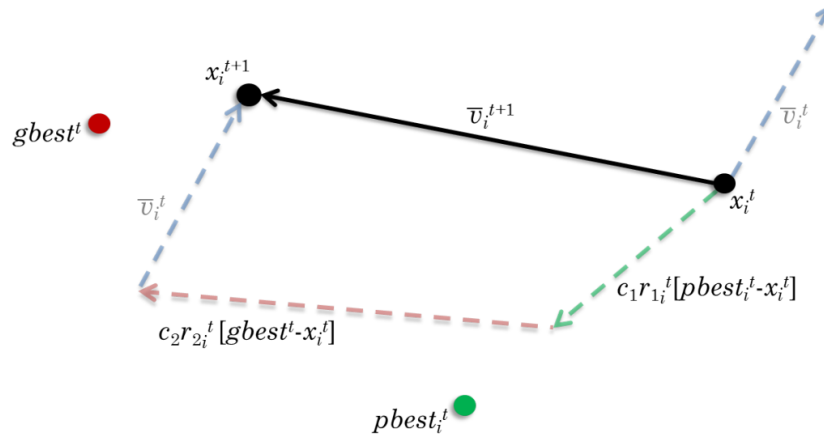


Figura 2.18: Actualización de la velocidad y posición de una partícula en un espacio de 2 dimensiones. Vargas et al. (2011).

2.11. Optimización y función costo

Cuando se menciona la solución óptima de un problema, se asocia intuitivamente con “Esta es la solución más óptima”, o sea “inmejorable”. En realidad, este es el significado que podría hallarse en el Diccionario de la Real Academia Española:

óptimo: forma procedente del superlativo latino *optimus*, que significa ‘bueno en grado sumo’, que no puede ser mejor. Por tanto, es incorrecto su empleo en combinación con muy, más, menos o tan: **muy óptimo*, **más óptimo*; **menos óptimo*, **tan óptimo*.

La definición de “optimalidad” es inherentemente relativa a los criterios de diseño seleccionados; una estrategia puede ser eficiente económicamente pero deficiente en su respuesta dinámica.

Para cuantificar objetivamente el desempeño, se define un **Índice de Desempeño** o **Funcional de Costo**, denotado habitualmente como J . En teoría de control, una ley de control se considera óptima si minimiza J , representando matemáticamente el compromiso (*trade-off*) entre especificaciones conflictivas y restricciones del sistema. Consecuentemente, la solución que minimiza J no necesariamente será óptima para un funcional alternativo J_1 [64].

La **función de costo** constituye la métrica cuantitativa de desempeño sujeta a minimización (e.g., consumo energético, error integral o desviación de la referencia). Matemáticamente, se define como un funcional que mapea la trayectoria temporal de las variables del sistema a un único valor escalar representativo del costo global [65]. Los siguientes son algunos tipos de funciones de costo:

- **IE**—Una función de costo que integra el error [54, 66].
- **IAE**—Una función de costo que integra el valor absoluto del error [54, 66].
- **ISE**—Una función de costo que integra el cuadrado del error [54, 66].
- **ITAE**—Una función de costo que integra el tiempo multiplicado por el valor absoluto del error [54, 66].
- **ITE**—Una función de costo que integra el tiempo multiplicado por el error [54, 66].
- **ITSE**—Una función de costo que integra el tiempo multiplicado por el cuadrado del error [54, 66].
- **ISTE**—Una función de costo que integra el cuadrado del tiempo multiplicado por el cuadrado del error [54, 66].
- **LQ**—Una función de costo lineal cuadrática [54, 66].

También se puede definir una función de costo personalizada.

Por ejemplo, la siguiente ecuación define la función de costo IE.

$$J_{IE} = \sum_i \int_0^T e_i(t) dt \approx \sum_i \sum_{n=0}^N (\Delta t \cdot e_i(n)) \quad (2.49)$$

donde $e(t)$ es el error medido, N es el número total de muestras en la respuesta temporal, n es la muestra actual de la respuesta temporal, e i es el índice de la salida actual.

Capítulo 3

Caso de estudio

3.1. *Software* empleado

3.1.1. *MATLAB&Simulink*

MATLAB (*MATrix LABoratory*) es un entorno de programación de alto nivel especialmente diseñado para el análisis numérico, la simulación y la visualización de datos. Fue desarrollado por *MathWorks* y es habitualmente utilizado en ingeniería, ciencias físicas, finanzas y otras disciplinas donde se requiere el análisis y procesamiento de datos a nivel avanzado.

Esta herramienta proporciona un entorno de trabajo que permite a los profesionales realizar cálculos matemáticos y estadísticos complejos, manipulación de matrices, visualización de datos y automatización de tareas mediante scripts.

Simulink es una *toolbox* especial de *MATLAB* que sirve para simular el comportamiento de sistemas dinámicos. Puede simular sistemas lineales y no lineales, modelos en tiempo continuo y discreto, así como sistemas híbridos. Es un entorno gráfico en el cual el modelo a simular se construye haciendo clic y arrastrando los diferentes bloques que lo constituyen. Los modelos de *Simulink* se guardan en archivos con extensión `.mdl`.

3.1.2. *LabVIEW*

LabVIEW (*Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench*) es un lenguaje de programación gráfico desarrollado por *National Instruments* (NI) para automatizar tareas de instrumentación, adquisición de datos y control de procesos. A diferencia de los lenguajes tradicionales basados en texto, *LabVIEW* utiliza un entorno visual intuitivo con bloques de funciones y cables para representar el flujo de datos.

Las principales aplicaciones de este software son:

- Automatización de pruebas e instrumentos: Se utiliza para crear interfaces de usuario personalizadas que permitan controlar instrumentos de laboratorio, automatizar pruebas y realizar análisis de datos.
- Adquisición de datos: Facilita la obtención de información desde una variedad de fuentes, como sensores, dispositivos de adquisición específicos y redes de comunicación.

- **Control de procesos:** Sirve para desarrollar sistemas de control orientados a la automatización de procesos industriales, maquinaria y robots.
- **Diseño y prototipado de sistemas:** Permite a ingenieros y científicos crear prototipos de sistemas complejos de forma rápida y eficiente.

3.2. *Hardware* empleado

3.2.1. Motor reciprocante magnético tipo monocilíndrico

La Figura 3.1 ilustra la arquitectura de hardware del prototipo experimental MRM desarrollado en CENIDET. El núcleo de procesamiento y adquisición de datos reside en un sistema embebido **myRIO-1900**, el cual ejecuta la lógica de control basándose en la retroalimentación cinemática (posición y velocidad angular) provista por el encoder incremental *LPD3806-360BM*.

La **etapa de potencia** emplea una topología de conmutación mediante el MOSFET *IRF3205* para modular la energía suministrada por una fuente programable HP6653A (30 V, 15 A) hacia el actuador electromagnético.

La instrumentación complementaria se compone de:

- **Monitoreo eléctrico:** Transductor de efecto Hall *CSLA1CF* para la medición de corriente y un sensor de tensión de bus.
- **Gestión térmica:** Lazo de refrigeración automático y monitoreo de temperatura, cuya señal es pre-acondicionada mediante una interfaz Arduino hacia el controlador principal [2].

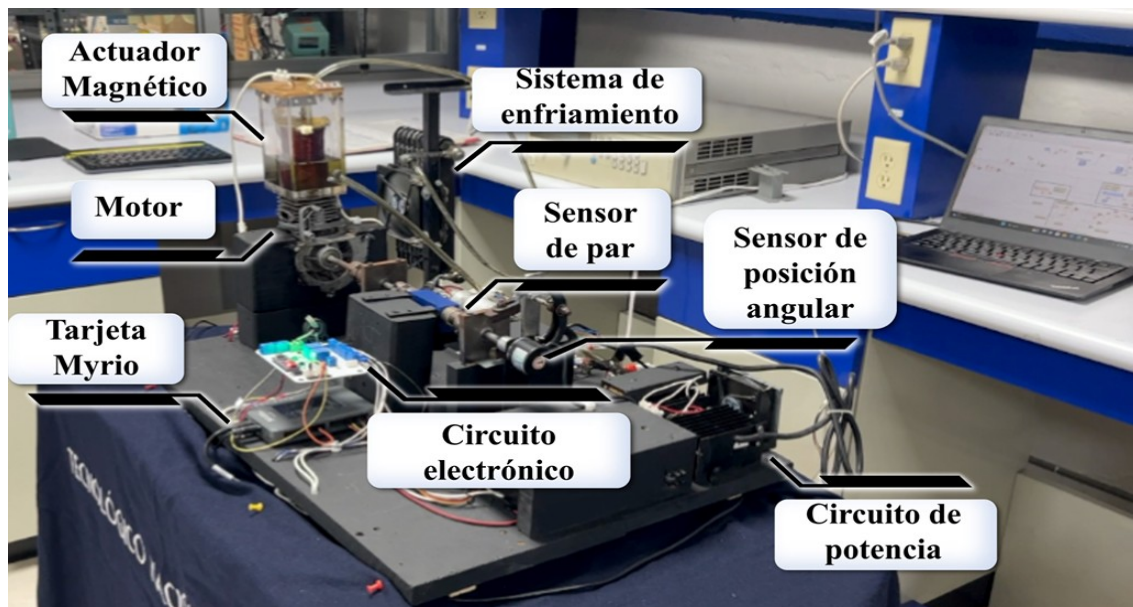


Figura 3.1: Maqueta experimental del MRM. Rios-Enriquez et al. (2024).

3.2.2. Convertidor *Buck*

Un convertidor *Buck* es un circuito de conversión de energía DC-DC utilizado para reducir el voltaje de entrada a un nivel inferior en la salida, manteniendo la misma polaridad. Este dispositivo opera mediante la modulación del ciclo de trabajo de un interruptor de potencia (generalmente un transistor MOSFET o IGBT) y emplea componentes pasivos, como inductores y capacitores, para filtrar la señal y entregar un voltaje continuo a la carga. Es ampliamente utilizado en aplicaciones electrónicas como fuentes de alimentación, sistemas de carga de baterías y control de motores, gracias a su alta eficiencia energética y simplicidad de implementación [67, 68].

El principio de funcionamiento de un convertidor *Buck* se basa en la conmutación cíclica del interruptor de potencia:

- **Estado de encendido (ON):** Cuando el interruptor está cerrado, la corriente fluye desde la fuente hacia el inductor, donde la energía se almacena en forma de campo magnético.
- **Estado de apagado (OFF):** Al abrirse el interruptor, el inductor se opone al cambio brusco de corriente y libera la energía almacenada hacia la carga a través del diodo de retorno (o diodo de libre circulación).

La relación entre el voltaje de salida (V_{out}) y el voltaje de entrada (V_{in}) está determinada por el ciclo de trabajo (D):

$$V_{out} = D \cdot V_{in},$$

donde D representa la fracción del periodo de conmutación durante la cual el interruptor permanece cerrado [67, 69].



Figura 3.2: Convertidor *Buck* físicamente.

3.3. Desarrollo de sistema de monitoreo y control

3.3.1. Interfaz de control y monitoreo

Para el monitoreo del motor magnético, se desarrolló una plataforma en *LabVIEW*, tal como se ilustra en la Figura 3.3. A través de esta interfaz es posible visualizar variables críticas como la velocidad del motor, el par generado, la tensión aplicada, la corriente consumida y el conteo de pulsos; asimismo, permite supervisar las temperaturas del electroimán, del circuito de potencia y de la resistencia. Adicionalmente, el programa facilita la configuración de los ángulos de operación, la selección de la estrategia de control y el registro de datos. Esto se profundiza más en la tesis de Rios-Enriquez, (2024) [2].

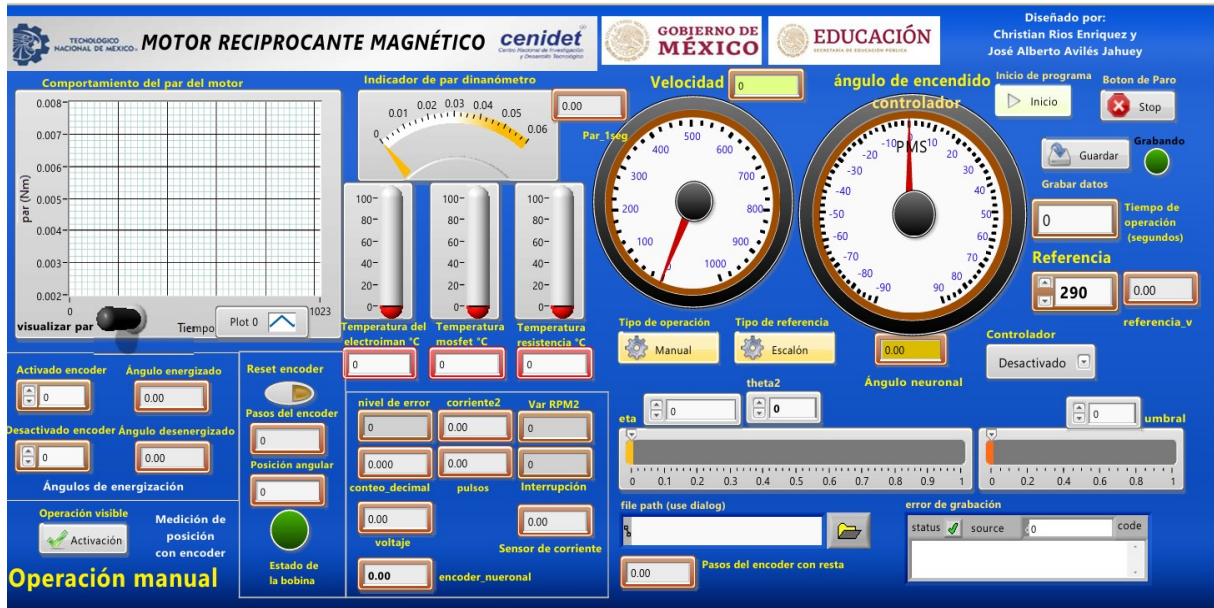


Figura 3.3: Plataforma de monitoreo y operación del MRM en *LabVIEW*. Rios-Enriquez et al. (2024).

3.3.2. Modelo matemático

El modelo matemático desarrollado por Rios-Enriquez et al. [1, 2] emplea la ecuación de Euler-Lagrange. Para su implementación en *MATLAB&Simulink*, fue necesario utilizar una “*MATLAB Function*” que permitiera definir la dinámica mediante código; posteriormente, se realizaron ajustes de condiciones iniciales y visualización de las variables a través de bloques gráficos. Además, dado que el circuito Resistor-Electroimán se consideró como un sistema RL lineal, se utilizó el bloque “*Transfer Function*”. En la Figura 3.4 se observan todos los bloques que componen el modelo.

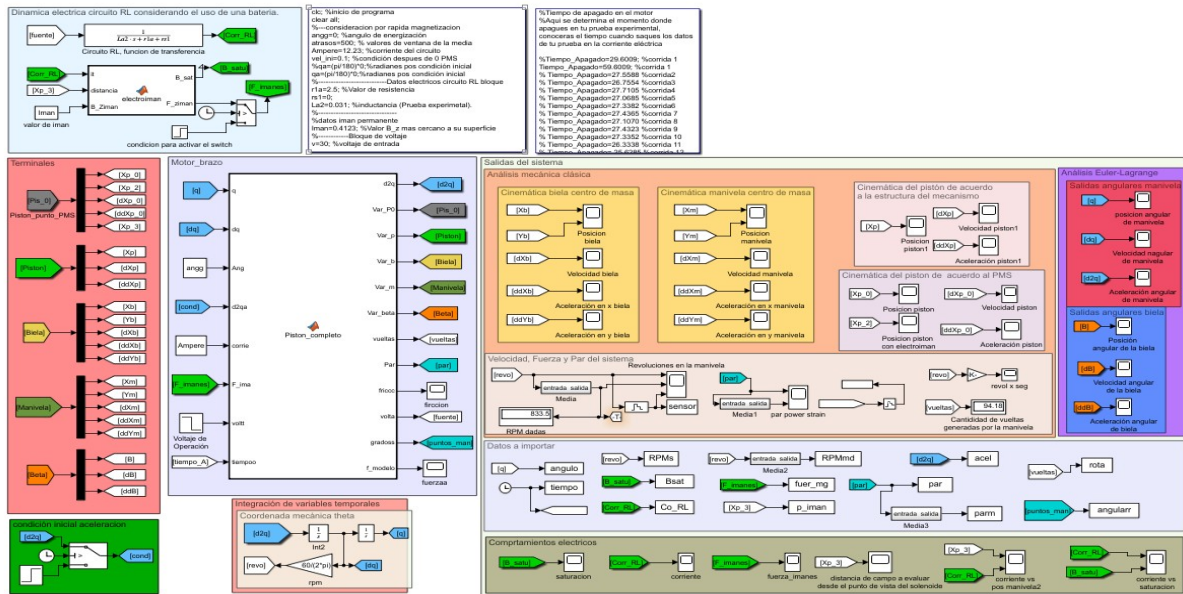


Figura 3.4: Modelo matemático implementado en *Simulink*.

Capítulo 4

Diseño de controladores

4.1. Diseño de control de voltaje de alimentación del electroimán

4.1.1. PID de voltaje de alimentación del electroimán

Como se ha mencionado, la velocidad del MRM depende del ángulo de energización y del voltaje de alimentación del electroimán, ya que ambos, en conjunto, determinan la corriente alcanzada y, por tanto, permiten variar la fuerza electromagnética ejercida sobre la cabeza del pistón. Por consiguiente, esta primera propuesta considera mantener fijo el ángulo de encendido y variar el voltaje de alimentación del electroimán, lo cual modificará la corriente que circula por él.

Sin embargo, surge un problema: es necesario analizar si, en diferentes puntos de velocidad, existe el tiempo suficiente para que el electroimán alcance una carga significativa, en particular los niveles del 63 % y del 85 % de la corriente final. Esto es crítico dado que el tiempo durante el cual el electroimán permanece energizado varía en función de la velocidad del MRM.

Este aspecto cobra especial relevancia considerando lo expuesto por Rios-Enríquez et al. (2024) [1], donde se señala que el 63 % del valor de corriente no debe alcanzarse demasiado cerca ni antes del Punto Muerto Superior (PMS), pues esto podría provocar pérdidas de velocidad. Esto se debe a que, en esa posición, la fuerza aplicada es totalmente vertical, generando únicamente empuje axial en lugar de un par rotacional, ya que se requiere un ángulo mínimo para que exista un brazo de palanca efectivo. Además, se establece que la fuerza magnética capaz de superar la atracción del imán permanente y generar trabajo útil se alcanza típicamente entre una y dos constantes de tiempo eléctricas (entre el 63 % y el 85 % del valor final de corriente).

Para este análisis, el circuito resistencia-electroimán se simplifica como un circuito RL, permitiendo obtener una función de transferencia de primer orden. El objetivo es determinar los tiempos de carga y descarga de la corriente en el electroimán y analizar su impacto en la velocidad del MRM. Debido a esta simplificación, es viable explorar el uso de un controlador PID, partiendo de la suposición de que el sistema se comporta como lineal de primer orden.

El esquema detallado de la propuesta de solución se presenta en la Figura 4.1. En ella se observan los componentes físicos, entre los cuales destaca la fuente de alimentación (que puede ser una fuente regulada o una batería) con la condición de suministrar $V \geq 40\text{ V}$ y una corriente de $I \geq 20\text{ A}$. Este requisito obedece a que el voltaje de salida del convertidor *Buck* oscilará entre 12 y 30 V;

por tanto, se necesita un margen suficiente entre la entrada y la salida máxima para evitar que el *Buck* opere con ciclos de trabajo excesivamente altos, lo cual podría degradar su desempeño. Además, se incluye el convertidor *Buck* y el circuito de conmutación compuesto por dos MOSFETs en paralelo, encargados de modular el voltaje de alimentación del electroimán.

De esta forma, se busca no solo controlar la velocidad variando el voltaje y la corriente mientras se mantienen fijos los ángulos, sino también comprobar si esta estrategia permite una mayor eficiencia energética. En el control por ángulos, dado que la fuente opera a su máxima capacidad de voltaje en todo momento, la relación entre la potencia mecánica obtenida y la potencia eléctrica consumida suele ser baja. Se pretende verificar si, mediante la regulación del voltaje, es posible obtener la misma potencia mecánica (velocidad y par) con un menor consumo eléctrico en comparación con el control basado puramente en ángulos.

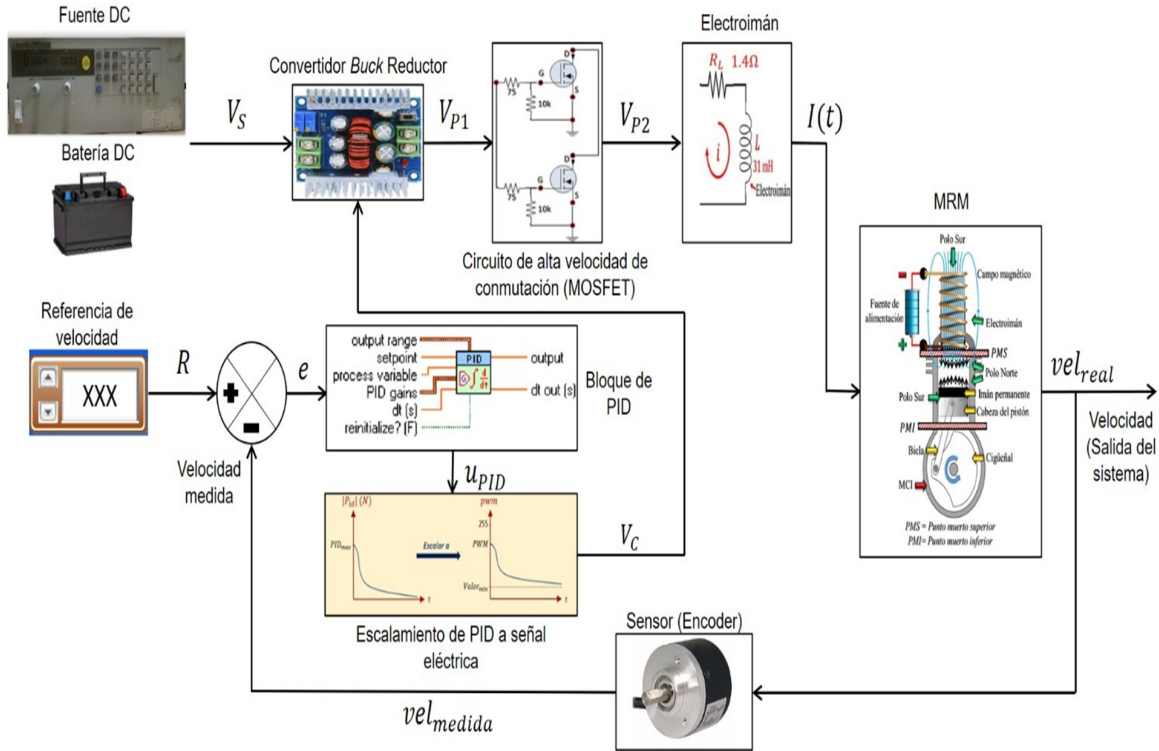


Figura 4.1: Esquema de control PID de voltaje de alimentación.

4.1.2. Obtención de la función de transferencia

Se determinó que, como la relación voltaje/velocidad bajo ciertas condiciones se aproxima bastante a un comportamiento lineal, bastante similar a la relación que existe en un motor de corriente directa (DC), era posible obtener una función de transferencia a partir de una respuesta a un escalón de voltaje. Esto se observa en la Figura 4.2.

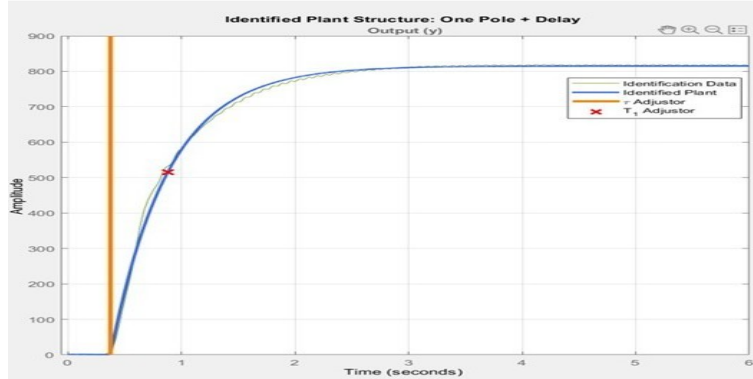


Figura 4.2: Obtención de la FT a partir de la respuesta del Modelo del MRM.

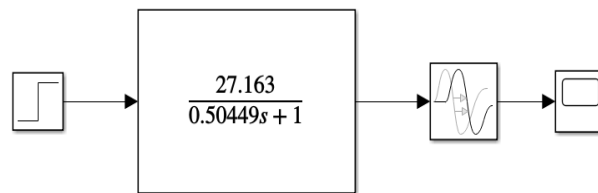


Figura 4.3: Esquema de la FT obtenida.

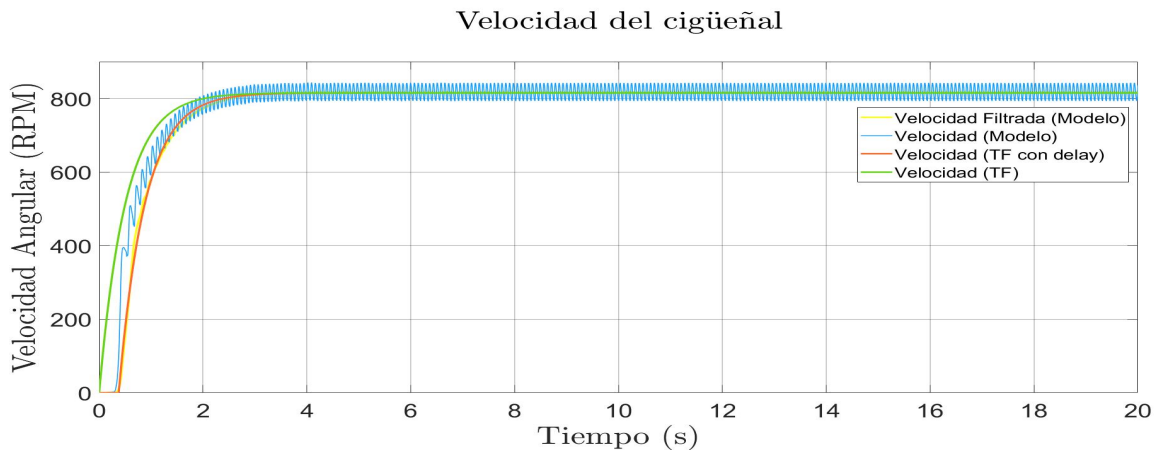


Figura 4.4: Comparación de la respuesta de la FT y el modelo Euler-lagrange.

4.1.3. Sintonización de PID con técnicas clásicas

Posteriormente, al ya contar con la función de transferencia, es posible realizar técnicas de sintonización, las cuales, antes, utilizando el modelo puro y el prototipo experimental, eran prácticamente imposibles de realizar. En la Figura 4.5 se observan las respuestas obtenida por las diferentes técnicas de sintonización utilizadas.

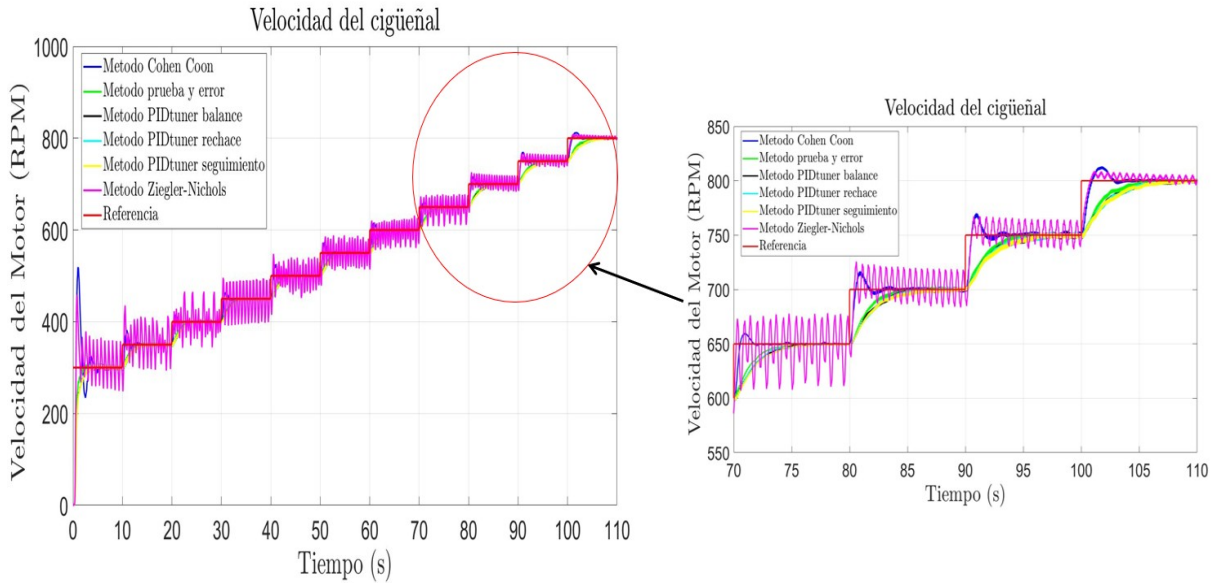


Figura 4.5: Comparación de la respuesta de los PID en diferentes puntos de operación.

4.1.4. Evaluación de respuestas del sistema (técnicas clásicas)

A partir del análisis de la Figura 4.5, se determinó descartar los métodos de Cohen-Coon y Ziegler-Nichols debido al sobretiro y a las oscilaciones excesivas que presentaron, respectivamente. En consecuencia, se mantuvieron como candidatos el PID sintonizado mediante prueba y error sobre el modelo, así como los obtenidos utilizando la herramienta *PID Tuner* de *MATLAB*, basados en la función de transferencia de la Subsección 4.1.2.

Para evaluar cuál de estos controladores ofrece el mejor comportamiento en el sistema, el análisis gráfico resultó insuficiente, por lo que fue necesario recurrir a índices de desempeño cuantitativos. Los resultados se presentan en la tabla 4.1, donde se examina la respuesta en distintos puntos de operación partiendo de condiciones iniciales nulas.

Tabla 4.1: Comparación de controladores PID para distintos puntos de operación.

CONTROLADOR	ISE	ITSE	ITA	ITAE	Punto de operación
PID BALANCE	$4,71 \times 10^5$	$2,82 \times 10^5$	1070	1354	750 RPM
PID TRACK	$4,80 \times 10^5$	$3,00 \times 10^5$	1114	1517	
PID RECHACE	$4,76 \times 10^5$	$2,87 \times 10^5$	1072	1332	
PID PRUEBA Y ERROR	$4,02 \times 10^5$	$1,89 \times 10^5$	872.2	884	
PID BALANCE	$4,03 \times 10^5$	$2,34 \times 10^5$	964.1	1136	700 RPM
PID TRACK	$4,11 \times 10^5$	$2,45 \times 10^5$	1004	1285	
PID RECHACE	$4,07 \times 10^5$	$2,37 \times 10^5$	967.4	1132	
PID PRUEBA Y ERROR	$3,45 \times 10^5$	$1,57 \times 10^5$	786.4	743.5	
PID BALANCE	$3,42 \times 10^5$	$2,19 \times 10^5$	864.4	946.7	650 RPM
PID TRACK	$3,47 \times 10^5$	$2,30 \times 10^5$	902.5	1097	
PID RECHACE	$3,45 \times 10^5$	$1,94 \times 10^5$	868.0	948.9	
PID PRUEBA Y ERROR	$2,93 \times 10^5$	$1,29 \times 10^5$	705.0	616.4	
PID BALANCE	$2,85 \times 10^5$	$1,55 \times 10^5$	774.5	821.9	600 RPM
PID TRACK	$2,90 \times 10^5$	$1,67 \times 10^5$	804.9	920.2	
PID RECHACE	$2,88 \times 10^5$	$1,57 \times 10^5$	789.5	868.1	
PID PRUEBA Y ERROR	$2,45 \times 10^5$	$1,05 \times 10^5$	632.0	540.6	
PID BALANCE	$2,34 \times 10^5$	$1,22 \times 10^5$	687.9	741.8	550 RPM
PID TRACK	$2,36 \times 10^5$	$1,24 \times 10^5$	704.8	791.8	
PID RECHACE	$2,36 \times 10^5$	$1,24 \times 10^5$	691.8	718.8	
PID PRUEBA Y ERROR	$2,02 \times 10^5$	$8,32 \times 10^4$	563.2	482.4	
PID BALANCE	$1,89 \times 10^5$	$9,45 \times 10^4$	605.9	618.6	500 RPM
PID TRACK	$1,91 \times 10^5$	$9,50 \times 10^4$	627.7	623.1	
PID RECHACE	$1,90 \times 10^5$	$9,62 \times 10^4$	609.9	625.6	
PID PRUEBA Y ERROR	$1,64 \times 10^5$	$6,51 \times 10^4$	497.6	423.0	
PID BALANCE	$1,48 \times 10^5$	$7,07 \times 10^4$	522.5	502.8	450 RPM
PID TRACK	$1,50 \times 10^5$	$7,41 \times 10^4$	537.3	529.3	
PID RECHACE	$1,50 \times 10^5$	$7,21 \times 10^4$	537.6	503.8	
PID PRUEBA Y ERROR	$1,30 \times 10^5$	$4,92 \times 10^4$	428.7	333.1	
PID BALANCE	$1,13 \times 10^5$	$5,08 \times 10^4$	443.8	418.5	400 RPM
PID TRACK	$1,15 \times 10^5$	$5,12 \times 10^4$	454.9	437.9	
PID RECHACE	$1,14 \times 10^5$	$5,16 \times 10^4$	450.3	427.2	
PID PRUEBA Y ERROR	$9,98 \times 10^4$	$3,54 \times 10^4$	363.3	276.5	
PID BALANCE	$8,49 \times 10^4$	$3,48 \times 10^4$	370.8	377.1	350 RPM
PID TRACK	$8,52 \times 10^4$	$3,59 \times 10^4$	375.2	392.1	
PID RECHACE	$8,32 \times 10^4$	$3,59 \times 10^4$	375.2	386.6	
PID PRUEBA Y ERROR	$7,43 \times 10^4$	$2,54 \times 10^4$	307.0	276.0	
PID BALANCE	$5,88 \times 10^4$	$2,05 \times 10^4$	297.2	319.9	300 RPM
PID TRACK	$5,92 \times 10^4$	$2,05 \times 10^4$	297.2	328.6	
PID RECHACE	$5,93 \times 10^4$	$2,29 \times 10^4$	303.2	315.8	
PID PRUEBA Y ERROR	$5,32 \times 10^4$	$1,74 \times 10^4$	250.3	253.6	

Con lo anterior definimos que el PID sintonizado a prueba y error es que presenta un mejor desempeño en el sistema.

4.1.5. Sintonización con algoritmo de optimización

Se optó por no limitarse a los métodos de sintonización clásicos. A continuación, se muestran los resultados de algunos PID sintonizados, en este caso, mediante PSO (*Particle Swarm Optimization*), utilizando diferentes funciones de costo.

Se utilizó la siguiente metodología:

- **Modelo del sistema:** Se define una función de transferencia del sistema a controlar.
- **Definición de parámetros del PSO:**
 - c y w : parámetros del algoritmo PSO.
 - *particles*: número de partículas en el enjambre.
 - *iteration*: número de iteraciones que realizará el algoritmo.
 - *Var*: número de variables que se están optimizando (K_p , K_i , K_d).
- **Definición del espacio de búsqueda:** Se restringe la búsqueda a valores de PID cercanos a una configuración conocida que funciona.
- **Inicialización:**
 - Se generan valores aleatorios para cada partícula dentro del espacio.
 - Se evalúa el costo (desempeño) de cada partícula.
 - Se guarda el mejor valor local (de cada partícula) y el mejor global (de todo el enjambre).
- **Iteración principal del PSO:** Para cada iteración y cada partícula:
 - Se actualiza la velocidad y la posición de la partícula en el espacio de ganancias PID.
 - Se verifica que las nuevas posiciones estén dentro de los límites.
 - Se evalúa el nuevo costo de esa configuración PID.
 - Si la nueva configuración mejora el costo anterior, se actualiza como la mejor local.
 - Si supera el mejor global, se actualiza también.
 - Se guarda el valor mínimo del costo en cada iteración para graficar su evolución.
- **Resultados finales:**
 - Se muestra el mejor valor de costo encontrado (idealmente cercano a cero).
 - Se extraen las mejores ganancias PID encontradas.
- **Función de costo:** Esta es clave para obtener el comportamiento deseado, pues se encarga de penalizar los aspectos que se definan como prioritarios (ISE, ITAE, MSE, etc.).

4.1.6. PSO fuera de línea

Se determinó primero usar el PSO *off-line*, utilizando los siguientes criterios de desempeño para establecer la función de costo:

- Tiempo de establecimiento (T_s)
- Sobretiro (Menor al 5 %) (M_p)
- Oscilaciones nulas en transitorio y estacionario
- Error global bajo

La función de costo, entonces, queda expresada en la siguiente ecuación:

$$J = \alpha \cdot T_s + \beta \cdot M_p + \gamma \cdot \Delta_{\text{osc}} + \delta \cdot \text{MSE} \quad (4.1)$$

- J : Función de costo total.
- T_s : Tiempo de establecimiento. Tiempo en el que la salida permanece dentro del $\pm 1\%$ del valor final.
- M_p : Sobretiro. Porcentaje que la salida excede el valor de referencia.
- Δ_{osc} : Magnitud máxima de oscilación en régimen permanente, calculada como la desviación máxima de los últimos valores respecto a su promedio.
- MSE: Error cuadrático medio, definido como:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^2(k)$$

donde $e(k)$ es el error entre la señal de referencia y la salida del sistema.

Los valores de α , β , γ y δ son arbitrarios [70, 71] sin embargo para los criterios de desempeño que establecimos los valores son los que están mencionados en la siguiente tabla.

Tabla 4.2: Coeficientes de ponderación utilizados en la función de costo.

Coef.	Valor	Significado	Justificación
α	2	Tiempo de establecimiento	Se desea una respuesta rápida, pero no es la prioridad principal.
β	100	Sobretiro	Se exige que el sobrepaso sea menor al 1 %, por tanto se le asigna alta penalización.
γ	50	Oscilaciones en régimen	Se busca una respuesta sin oscilaciones en el transitorio ni en régimen permanente.
δ	1	Error cuadrático medio	El error global se considera importante, pero menos que los otros criterios.

Se realizaron diversas pruebas de sintonización mediante PSO utilizando funciones de transferencia en tres puntos de operación distintos: alto (830 RPM), medio (aprox. 500 RPM) y bajo (300 RPM). El objetivo fue comparar el desempeño de los controladores ante los siguientes estímulos:

- Una entrada tipo escalón con incrementos de 50 RPM.
- Una entrada tipo rampa con pendiente unitaria (prueba estándar).
- Una prueba que simula la dinámica realista de un acelerador automotriz. Dado que el accionamiento del pedal no es instantáneo, incluso cuando el usuario actúa rápidamente, la referencia se comporta como una señal suave. Para replicar este comportamiento, se optó por utilizar un escalón procesado mediante un *rate limiter*, con el propósito de acotar la tasa de cambio de la referencia.

Tabla 4.3: Resultados de optimización PID para distintos puntos de operación sintonizados y número de iteraciones.

Punto de velocidad donde se sintonizó la función de transferencia	Iteraciones	Min_Cost	k_p	k_i	k_d
Baja	10	0.7331	0.1387	0.2000	0
	20	0.7320	0.1384	0.2000	0
	30	0.7320	0.1383	0.2000	$6,28 \times 10^{-6}$
Media	10	1.0810	0.1318	0.2000	0
	20	1.0810	0.1317	0.2000	$3,32 \times 10^{-5}$
	30	1.0799	0.1316	0.2000	0
Alta	10	1.6069	0.1051	0.2000	$8,60 \times 10^{-6}$
	20	1.6024	0.1049	0.2000	0
	30	1.6047	0.1050	0.2000	$4,67 \times 10^{-5}$

Tras ejecutar el código del PSO, se procedió a comparar las respuestas del PID sintonizado a prueba y error, el cual mostró ser el mejor entre los métodos clásicos, con las obtenidas por los PID sintonizados mediante PSO *offline*. En las Figuras 4.6 y 4.7 se observa dicha comparación.

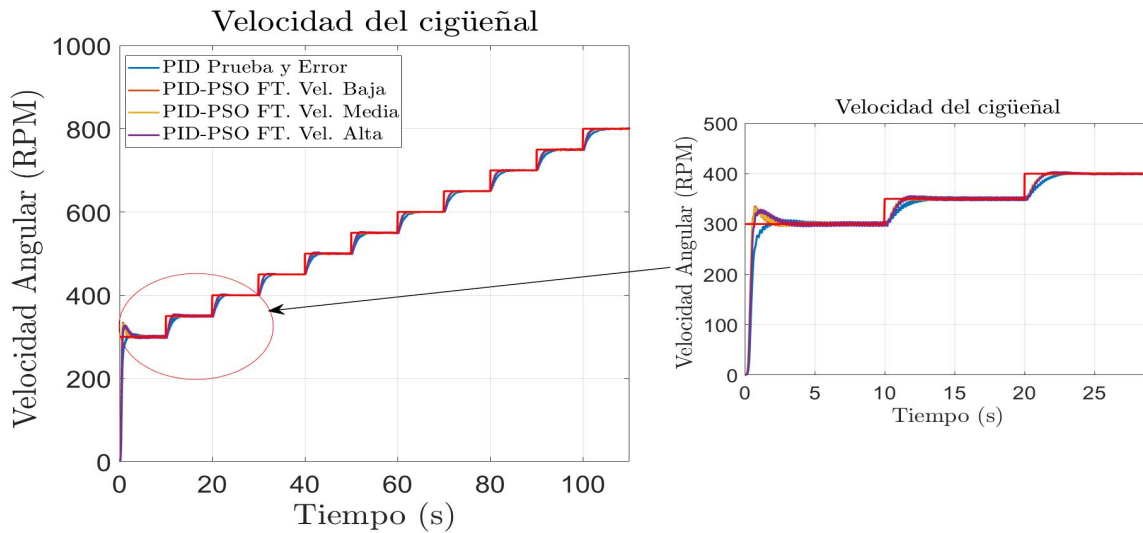


Figura 4.6: Comparación de las respuestas de velocidad de los PID-PSO en diferentes puntos de operación.

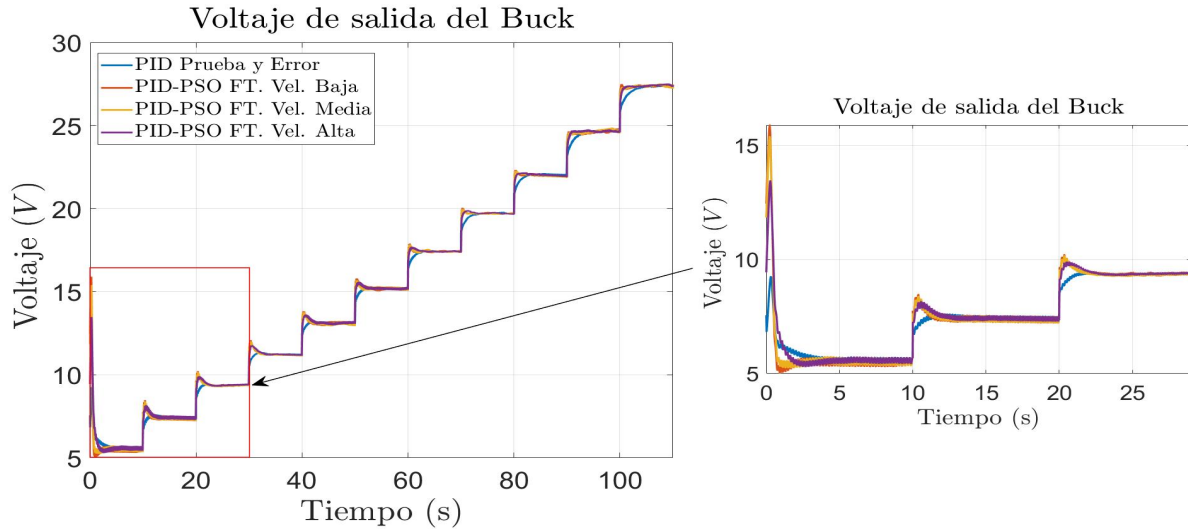


Figura 4.7: Comparación de la variable manipulada de los PID-PSO en diferentes puntos de operación.

4.1.7. Evaluación de respuestas del sistema(algoritmo de optimización)

En la Tabla 4.4 se presenta la comparación global de los índices de desempeño para cada uno de los controladores PID-PSO. Por otro lado, en la Tabla 4.5 se detalla la comparación local de dichos índices, evaluando la respuesta del sistema al iniciar desde cero hasta alcanzar cada punto de referencia.

Con base en los datos mostrados, se determinó que las ganancias sintonizadas utilizando la función de transferencia (FT) de baja velocidad son las que ofrecen un mejor desempeño global, así como resultados superiores en la mayoría de los puntos de operación locales partiendo de condiciones iniciales nulas.

Tabla 4.4: Comparación de desempeño del PID sintonizado mediante PSO en distintos puntos de operación (según la función de transferencia usada para la sintonización).

Criterio	PSO-PID FT Baja	PSO-PID FT Media	PSO-PID FT Alta
ISE	$4,22 \times 10^4$	$4,22 \times 10^4$	$4,61 \times 10^4$
IAE	618.5	624.8	664.7
ITAE	$2,65 \times 10^4$	$2,67 \times 10^4$	$2,78 \times 10^4$
ITSE	$4,85 \times 10^7$	$4,87 \times 10^7$	$5,39 \times 10^7$

Tabla 4.5: Comparación de controladores PID para distintos puntos de operación.

Punto de sintonización	ISE	IAE	ITAE	ITSE	Punto de operación
VELOCIDAD BAJA	$3,00 \times 10^4$	159.2	182.9	4965	300 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$3,05 \times 10^4$	162	187	5105	
VELOCIDAD ALTA	$3,28 \times 10^4$	179.5	210.3	6252	
VELOCIDAD BAJA	$3,99 \times 10^4$	163.8	149.1	3939	350 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$4,06 \times 10^4$	167.8	153.4	4084	
VELOCIDAD ALTA	$4,38 \times 10^4$	191.5	184	5405	
VELOCIDAD BAJA	$5,17 \times 10^4$	165.4	78.65	2577	400 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$5,26 \times 10^4$	171.5	84.63	2747	
VELOCIDAD ALTA	$5,70 \times 10^4$	206	129.3	4376	
VELOCIDAD BAJA	$6,54 \times 10^4$	192.4	81.18	3154	450 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$6,66 \times 10^4$	197.1	84.81	3401	
VELOCIDAD ALTA	$7,24 \times 10^4$	234.3	135	5470	
VELOCIDAD BAJA	$8,10 \times 10^4$	230.3	139.7	5039	500 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$8,26 \times 10^4$	234.2	139.2	5299	
VELOCIDAD ALTA	$9,01 \times 10^4$	273.9	193.1	8055	
VELOCIDAD BAJA	$9,86 \times 10^4$	265.5	159.5	6451	550 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$1,01 \times 10^5$	266.6	155.7	6710	
VELOCIDAD ALTA	$1,10 \times 10^5$	435.9	206.1	9847	
VELOCIDAD BAJA	$1,20 \times 10^5$	309.1	171.9	8752	600 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$1,21 \times 10^5$	297.1	144.2	7929	
VELOCIDAD ALTA	$1,33 \times 10^5$	336	195.5	$1,16 \times 10^4$	
VELOCIDAD BAJA	$1,49 \times 10^5$	385.2	238.7	$1,68 \times 10^4$	650 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$1,49 \times 10^5$	366.1	190.6	$1,41 \times 10^4$	
VELOCIDAD ALTA	$1,58 \times 10^5$	370	199.8	$1,44 \times 10^4$	
VELOCIDAD BAJA	$1,84 \times 10^5$	470.1	351	$3,05 \times 10^4$	700 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$1,83 \times 10^5$	449.4	306.2	$2,58 \times 10^4$	
VELOCIDAD ALTA	$1,86 \times 10^5$	407.4	231.5	$1,79 \times 10^4$	
VELOCIDAD BAJA	$2,27 \times 10^5$	557.7	463.5	$4,94 \times 10^4$	750 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$2,24 \times 10^5$	535.2	415.4	$4,22 \times 10^4$	
VELOCIDAD ALTA	$2,21 \times 10^5$	464	273.1	$2,56 \times 10^4$	
VELOCIDAD BAJA	$2,74 \times 10^5$	641.9	556.2	$7,27 \times 10^4$	800 RPM
VELOCIDAD MEDIA	$2,71 \times 10^5$	620.8	505.7	$6,39 \times 10^4$	
VELOCIDAD ALTA	$2,62 \times 10^5$	531.1	312.6	$3,76 \times 10^4$	

4.1.8. PSO en línea

Otra alternativa explorada es el PSO en línea (*PSO-online*), el cual posibilita la modificación de las ganancias del PID en tiempo real. Esta técnica permite al sistema adaptarse a variaciones en los ángulos de energización o en la carga del motor, ajustando los parámetros de control a dichas condiciones dinámicas.

En la Figura 4.8 se observa como es que el algoritmo de optimización tiene como entrada el error generado, esto para internamente poder utilizar el criterio de elección (MSE, ITSE, ITAE, etc.) y poder ajustar en tiempo real las ganancias de el controlador PID el cual es el que controla el sistema, en este caso la velocidad deseada en el MRM.

Sin embargo, esta metodología presenta una desventaja significativa: implica un mayor costo computacional. Adicionalmente, debido a la naturaleza convergente del algoritmo PSO, las ganancias tienden a estabilizarse conforme disminuye el error; esto hace necesario implementar mecanismos de reinicio periódico para mantener una búsqueda activa de la sintonización óptima.

Los resultados de la aplicación de esta técnica en el modelo se presentan en las subsecciones 4.1.13 y 4.1.14.

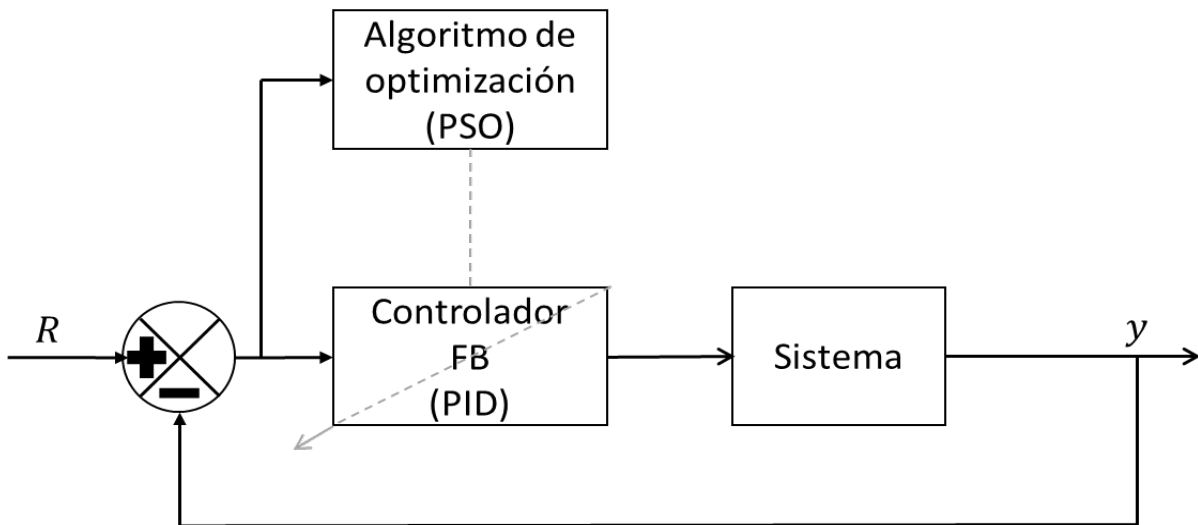


Figura 4.8: Diagrama de bloques de un control PID-PSO en línea.

4.1.9. FFNN de voltaje de alimentación del electroimán

Como se mencionó en el análisis del estado del arte, el FFNN es la opción que, a primera vista, se muestra como la más adecuada para aplicar al MRM manipulando el voltaje. Se determinó que la construcción de la red neuronal debería realizarse a partir de las siguientes características.

- Capas ocultas: 1-3 capas
- Función de activación de capa oculta: ReLu o Tanh
- Función de activación de capa de salida: Lineal o Sigmoide+Escalado
- Datos de entrenamiento: Pares entrada-salida(Voltaje/Velocidad) históricos de 0 % a 100 %
- Función de costo: Error cuadrático medio (MSE)
- Optimizador en *Python*: Adam
- Optimizador en *MATLAB*: Bayesian

MATLAB cuenta con un *Toolbox de Deep Learning* para el diseño de redes neuronales; sin embargo, *Python* también representa una opción atractiva debido a su enfoque en *Deep Learning* mediante *TensorFlow*. Por esta razón, se exploraron ambas opciones para la construcción de la RNA. En cuanto al diseño de la estructura de la RNA podemos observarla en la Figura 4.9

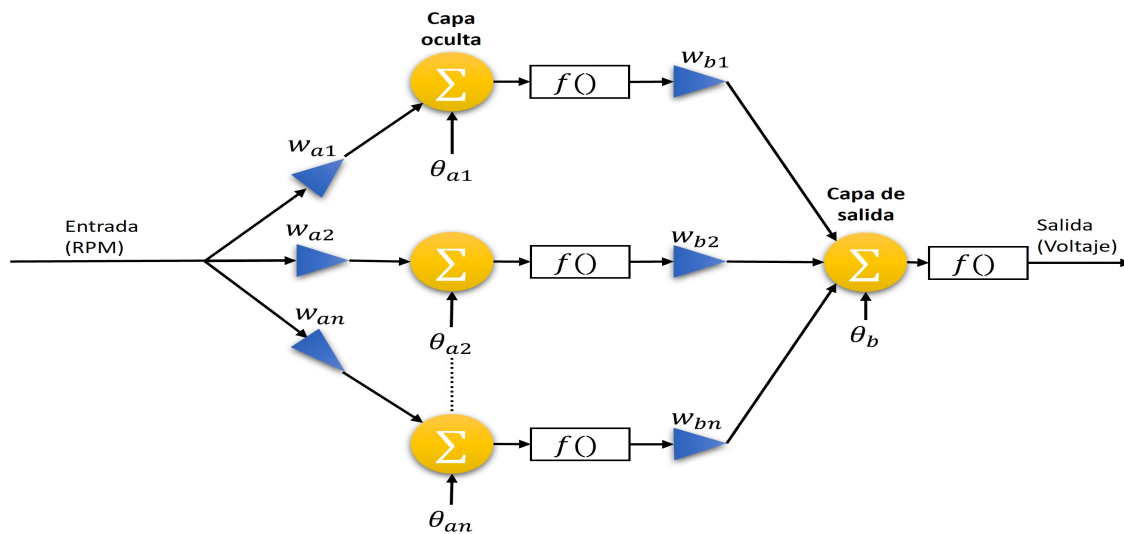


Figura 4.9: Estructura de la RNA inversa.

4.1.10. Red neuronal en *Python*

Primero se optó por comenzar con el diseño de la RNA en *Python*. Aquí se realizaron diversas pruebas, como modificar la cantidad de neuronas y de capas ocultas. Los resultados de estas pruebas se observan en la Tabla 4.6, en la cual se muestra como resultado que es suficiente con una capa oculta y 16 neuronas en dicha capa oculta para tener resultados bastante satisfactorios, ya que, al incrementar la cantidad de neuronas y capas ocultas, el desempeño ya no mejora de forma significativa. Esto considerando que la RNA se alimentó con datos del modelo en pares entrada-salida (Voltaje/Velocidad) históricos de 0 % a 100 %, pero con incrementos de 5 %; es decir, se entrenó a la RNA con un total de 40 datos.

En las Figuras 4.10 y 4.11 se muestran los resultados del entrenamiento de la RNA de 1 capa oculta y 16 neuronas en la capa oculta.

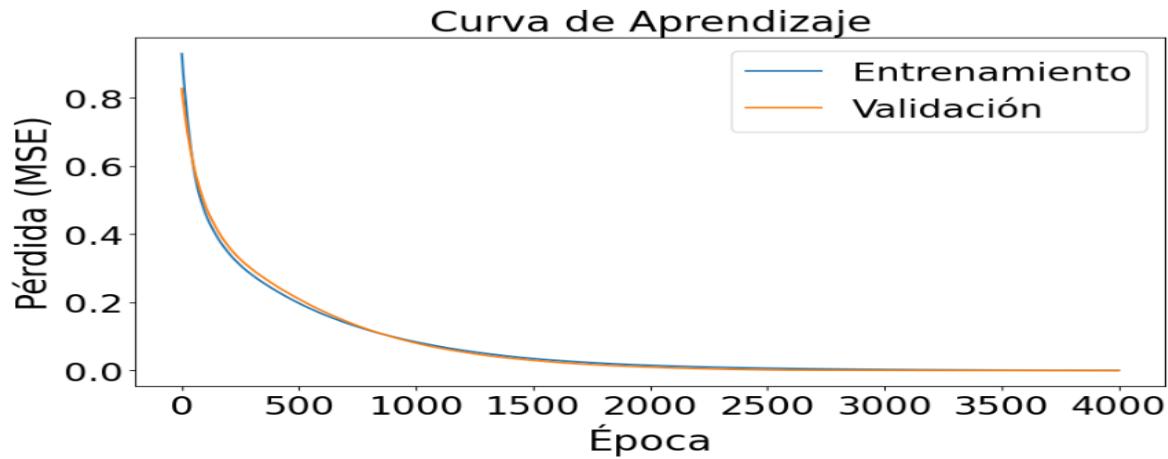


Figura 4.10: Curva de aprendizaje de la RNA usando *Python*.

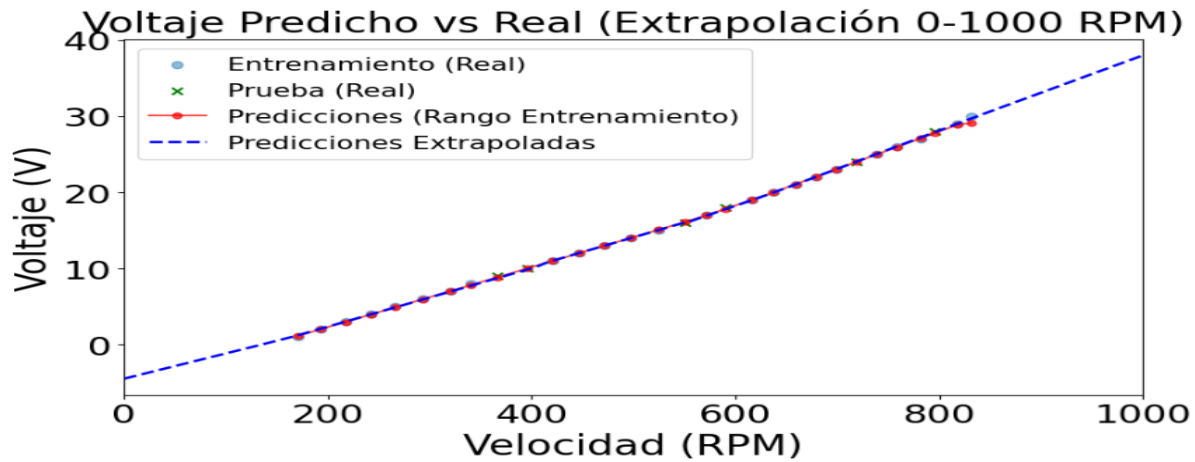


Figura 4.11: FIT de la RNA usando *Python*.

Tabla 4.6: Comparativa de métricas en entrenamiento y prueba.

Estructura/Métricas	Función activación	EN DATOS DE ENTRENAMIENTO						EN DATOS DE PRUEBA					
		MSE	MAE	RMSE	R^2	ERP	EMS	MSE	MAE	RMSE	R^2	ERP	EMS
1-3-1	RELU	0.25	0.43	0.5	1	3.77 %	0.89V	3.01	1.31	1.73	0.98	64.43 %	2.91V
1-4-1	RELU	0.33	0.49	0.57	0.99	4.11 %	1.16V	1.14	0.85	1.07	0.99	39.37 %	1.75V
1-8-1	RELU	0.04	0.15	0.2	1	1 %	0.51V	0.19	0.36	0.44	1	15.70 %	0.74V
1-16-1	RELU	0.02	0.09	0.12	1	0.57 %	0.29V	0.08	0.24	0.29	1	10.14 %	0.5V
1-32-1	RELU	0.02	0.1	0.14	1	0.69 %	0.36V	0.52	0.56	0.72	1	26.87 %	1.29V
1-64-1	RELU	0.02	0.09	0.12	1	0.56 %	0.30V	0.15	0.32	0.39	1	14.18 %	0.69V
1-128-1	RELU	0.01	0.08	0.12	1	0.515 %	0.28V	0.16	0.32	0.4	1	14.59 %	0.71V
1-256-1	RELU	0.01	0.09	0.12	1	0.54 %	0.28V	0.16	0.32	0.4	1	14.80 %	0.72V
1-16-8-1	RELU	0.03	0.11	0.16	1	0.66 %	0.42V	0.18	0.335	0.42	1	15.11 %	0.74V
1-16-16-1	RELU	0.02	0.1	0.14	1	0.61 %	0.35V	0.12	0.29	0.35	1	12.07 %	0.6V

Posteriormente una vez obtenidos los pesos sinápticos se exportaron en formato .mat y se programó una *MATLAB Function* para poder utilizar la RNA en *Simulink*.

4.1.11. Red neuronal en *MATLAB*

MATLAB cuenta con una herramienta de *Deeplearning Toolbox* con la cual también es posible diseñar una RNA Inversa, el entorno de programación es muy diferente a *Python Tensorflow* pero igual tiene buenos resultados.

Para este caso se va a partir de la misma cantidad de neuronas y capas ocultas así como la misma cantidad de datos de entrenamiento, el diseño de la RNA en *MATLAB* podemos observarlo en la Figura 4.12.

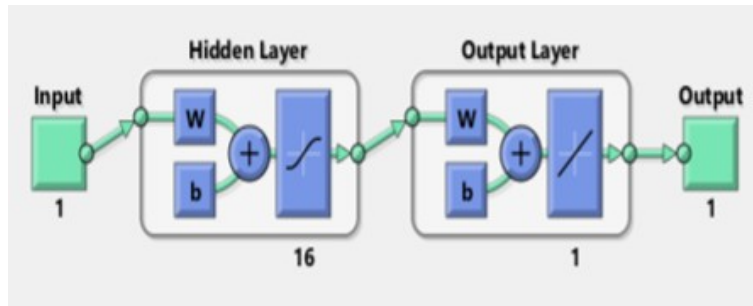


Figura 4.12: Estructura de la RNA Inversa en *MATLAB Toolbox*.

En las Figuras 4.13 y 4.14 se muestran los resultados del entrenamiento de la RNA utilizando el *Toolbox* de *MATLAB*. Posteriormente utilizando el mismo *toolbox* se exporto el bloque de la RNA entrenada a *Simulink*.

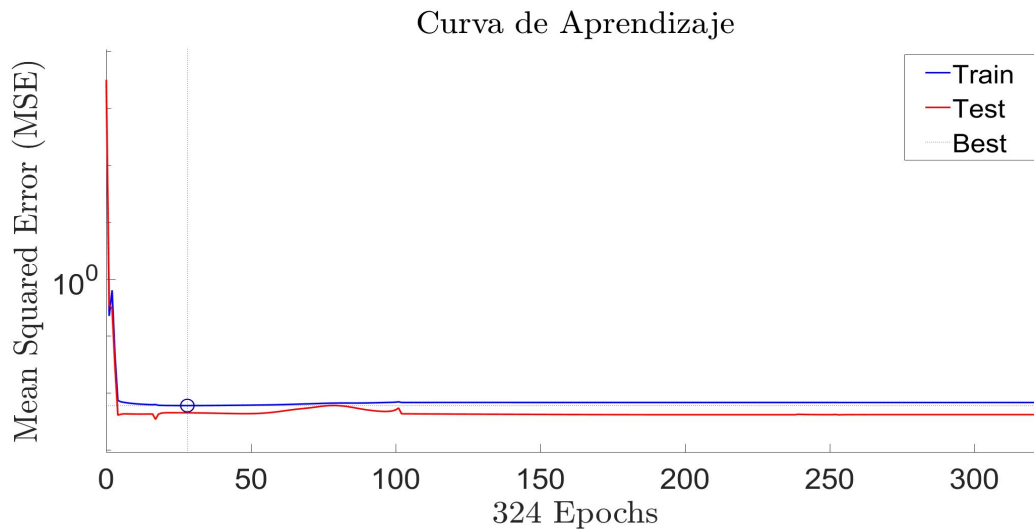


Figura 4.13: Curva de aprendizaje utilizando *MATLAB Toolbox*.

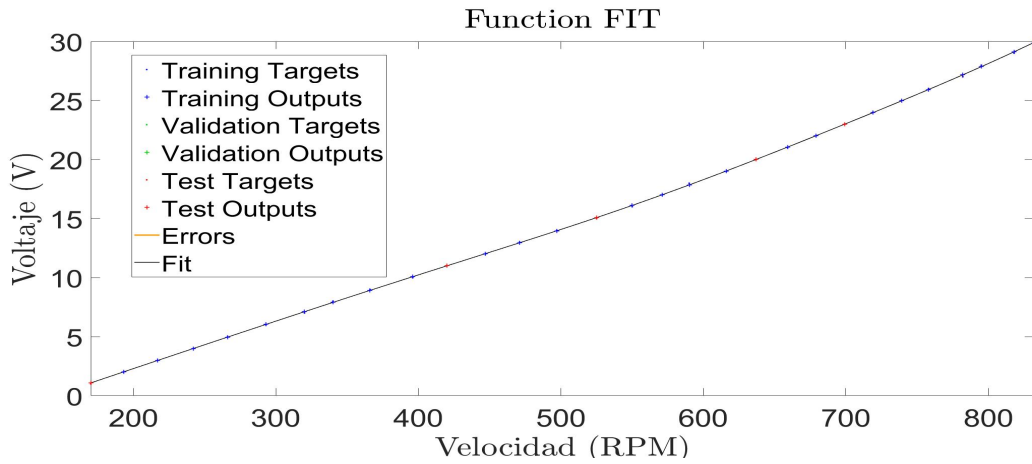


Figura 4.14: FIT utilizando *MATLAB Toolbox*.

4.1.12. *Python vs MATLAB Toolbox*

En la Figura 4.15 se observa el esquema en lazo abierto y en la Figura 4.16 se observa la comparación entre las respuestas de la velocidad en el MRM tanto con la RNA diseñada en *Python* con la de *toolbox* de *MATLAB*.

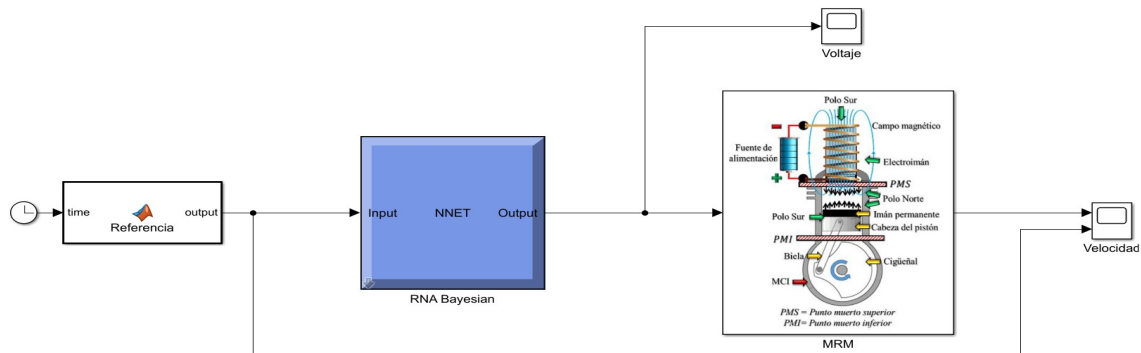


Figura 4.15: Control lazo abierto con la RNA en *Simulink*.

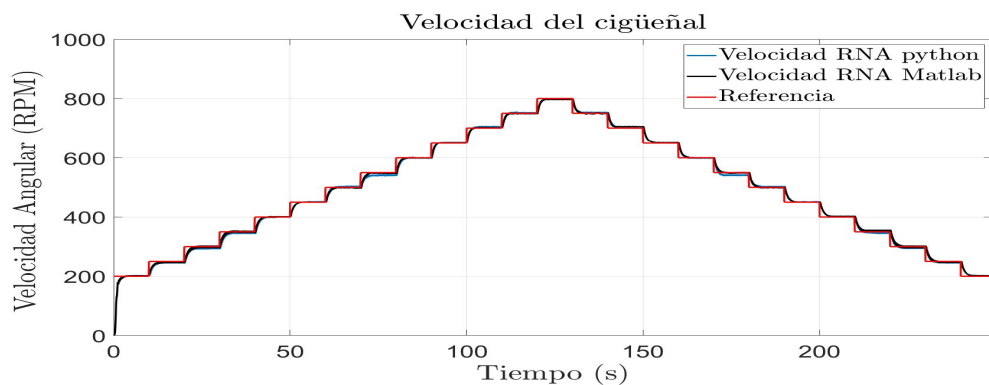


Figura 4.16: Resultados del control lazo abierto con las RNA de *Python* y *MATLAB* en *Simulink*.

Índices de desempeño

Analizando los resultados de la Tabla 4.7 podemos observar que la RNA en *Python* presenta menos errores grandes y converge mejor y más suavemente al final, sin embargo, la RNA en *MATLAB* tiene menor error absoluto general y reacciona más rápido. De igual forma podemos observar que con la RNA en *MATLAB* podemos reducir significativamente la cantidad de neuronas en la capa oculta para tener el resultado deseado.

Lo anterior muestra que ambos modelos son competentes, pero como *MATLAB* ofrece una respuesta inicial más ajustada por eso es que se escogió, ya que el control FFNN al inicio obedece a la RNA y posteriormente entra el PID, por lo cual es importante que la RNA tenga el menor error posible al inicio, no al final.

Tabla 4.7: Comparación de desempeño de la RNA en *Python* con la RNA en *MATLAB*.

Índice	<i>MATLAB</i> (2n)	<i>MATLAB</i> (16n)	<i>Python</i> (16n)
ISE	$4,10 \times 10^4$	$4,57 \times 10^4$	$4,40 \times 10^4$
IAE	$8,47 \times 10^2$	$8,74 \times 10^2$	$9,34 \times 10^2$
ITAE	$4,10 \times 10^4$	$4,19 \times 10^4$	$4,54 \times 10^4$
ITSE	$8,03 \times 10^7$	$8,30 \times 10^7$	$7,92 \times 10^7$

Donde n : es la cantidad de neuronas en la capa oculta.

4.1.13. FFNN de voltaje de alimentación del electroimán con entrada escalón (FFNN con acción PID temporizada)

Se plantea una estructura de control FFNN como la observada en el estado del arte, en la RNA inversa actúa como controlador prealimentado, en el cual la entrada es la referencia y la acción de control se suma con la acción PID.

En la Figura 4.17 se observa el esquema general de esta técnica de control aplicado a nuestro sistema (MRM).

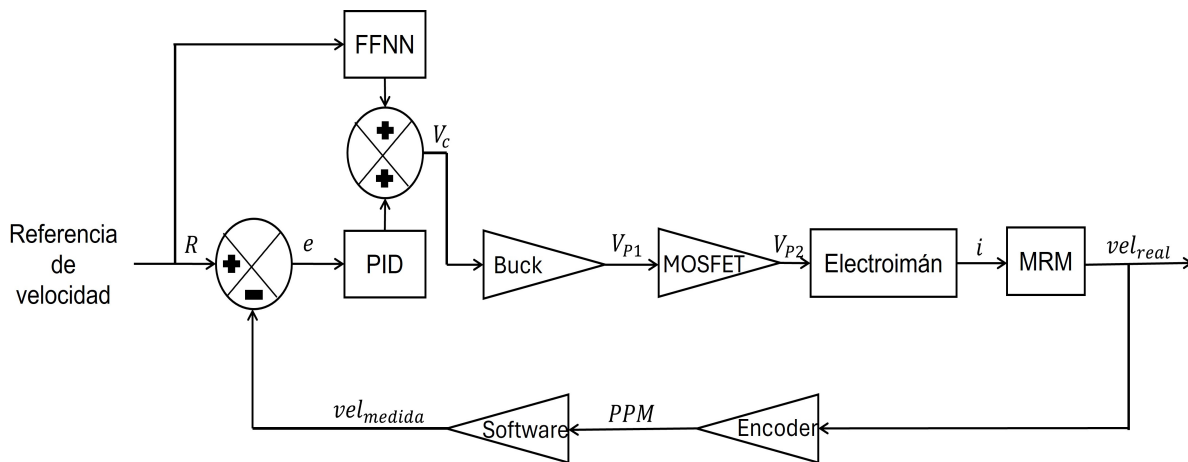


Figura 4.17: Estructura de control FFNN utilizada.

Esta estructura permitirá aligerar la carga del lazo cerrado en el PID sin afectar la estabilidad del sistema. Sin embargo, de aquí se derivan varias configuraciones, las cuales se muestran en los Anexos [Configuraciones de FFNN de voltaje de alimentación del electroimán ante una entrada escalón](#). Aquí se presenta la configuración que mostró mejor comportamiento ante una entrada escalón, la cual fue: “FFNN de corriente con acción PID temporizada” .

En esta se añade una condición tipo “temporizador”, donde se establece que, durante parte del transitorio ,el cual dura aproximadamente 4 segundos, será la RNA la que se encargue de la acción de control, y posteriormente se activa el PID.

En esta configuración la ley de control se expresa como:

$$u_{\text{total}}(t) = u_{\text{FF}}(t) + u_{\text{PID}}(t), \quad (4.2)$$

$$u_{\text{PID}}(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t - t_{\text{cambio}} < 4 \text{ s} \\ e(t) \left(P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \right), & \text{si } t - t_{\text{cambio}} \geq 4 \text{ s} \end{cases} \quad (4.3)$$

Donde:

- e: Error
- P: Ganancia proporcional (0.06 para PID-Prueba y error y 0.1383 para PSO-PI)
- I: Ganancia integral (0.1 para PID-Prueba y error y 0.2 para PSO-PI)
- D: Ganancia derivativa (0.0001 para PID-Prueba y error y 0 para PSO-PI)
- N: Coeficiente del filtro (100 para PID-Prueba y error y 0 para PSO-PI)

$$u_{\text{FF}} = w_2 \cdot \tanh(w_1 x + b_1) + b_2 \quad (4.4)$$

Donde:

- x : Entrada (Referencia) (1x1)
- w1: Matriz de pesos de la capa oculta (nx1)
- b1: Vector de sesgos de la capa oculta (nx1)
- w2: Matriz de pesos de la capa de salida (1xn)
- b2: Vector de sesgos de la capa de salida (1x1)
- n: Cantidad de neuronas de la capa oculta

En la Figura [4.18](#) podemos observar el diagrama de bloques en *Simulink* y en las Figuras [4.19](#) y [4.20](#) podemos observar el comportamiento de la velocidad y el voltaje respectivamente. Donde observamos que se logra alcanzar la referencia de velocidad sin sobretiros no deseados además que la variable manipulada (voltaje) alcanza el valor requerido casi de forma instantánea.

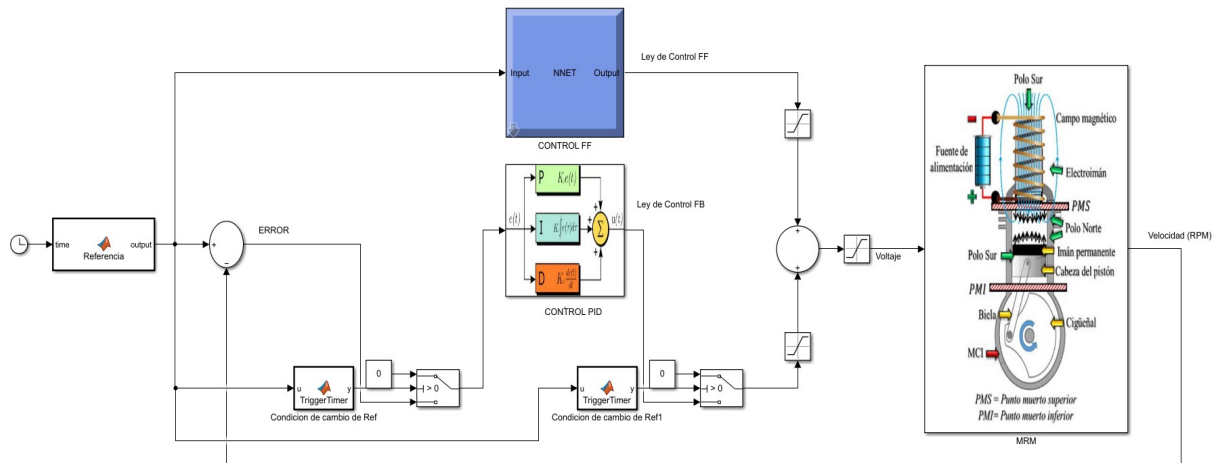


Figura 4.18: Estructura de control FFNN con la acción PID temporizada en *Simulink*.

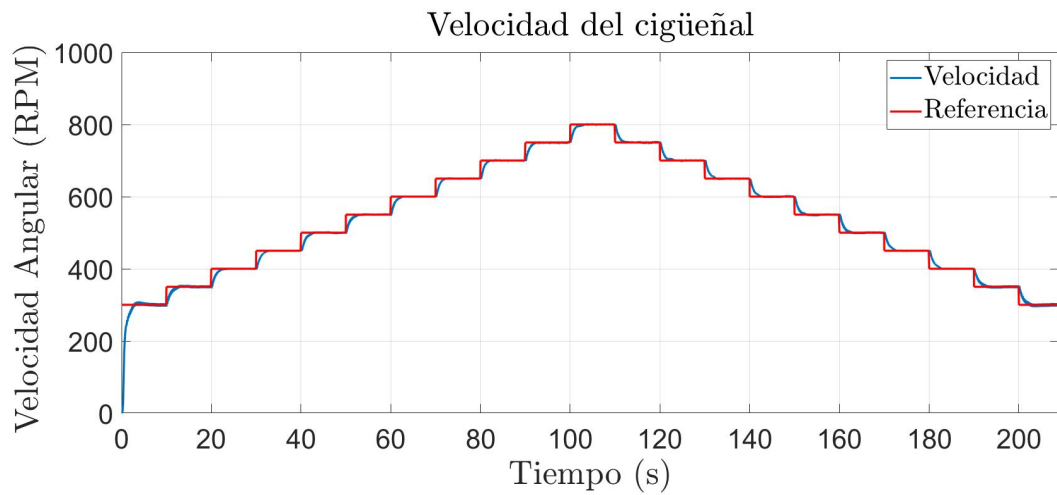


Figura 4.19: Velocidad del MRM usando el control FFNN con la acción PID temporizada.

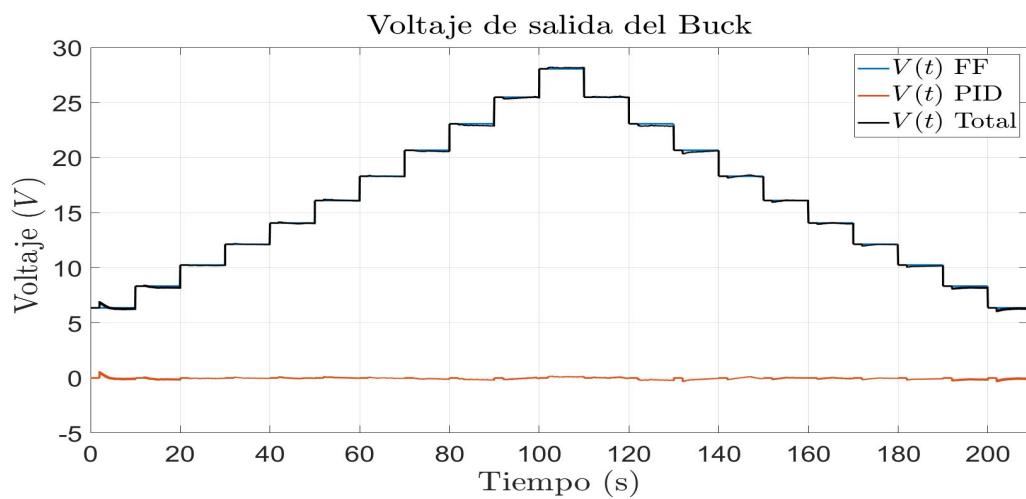


Figura 4.20: Variable manipulada usando el control FFNN con la acción PID temporizada.

4.1.14. FFNN de voltaje de alimentación del electroimán alimentado con entrada rampa (FFNN estático)

Esta es la configuración que mostró mejor comportamiento ante una entrada rampa. En este caso, se suman directamente la acción de control *Feedforward* (FF) y la acción PID. Sin embargo, es necesario partir de una condición inicial con un error cercano a cero, ya sea arrancando previamente el MRM en lazo abierto o utilizando el FFNN con acción temporizada hasta alcanzar el estado estacionario.

Se puede observar en la Figura 4.21 que se logra un seguimiento de trayectoria idóneo, y en la Figura 4.22 se aprecia que la RNA es la que se encarga mayormente del control, mientras que el PID únicamente corrige ligeramente el error de la RNA.

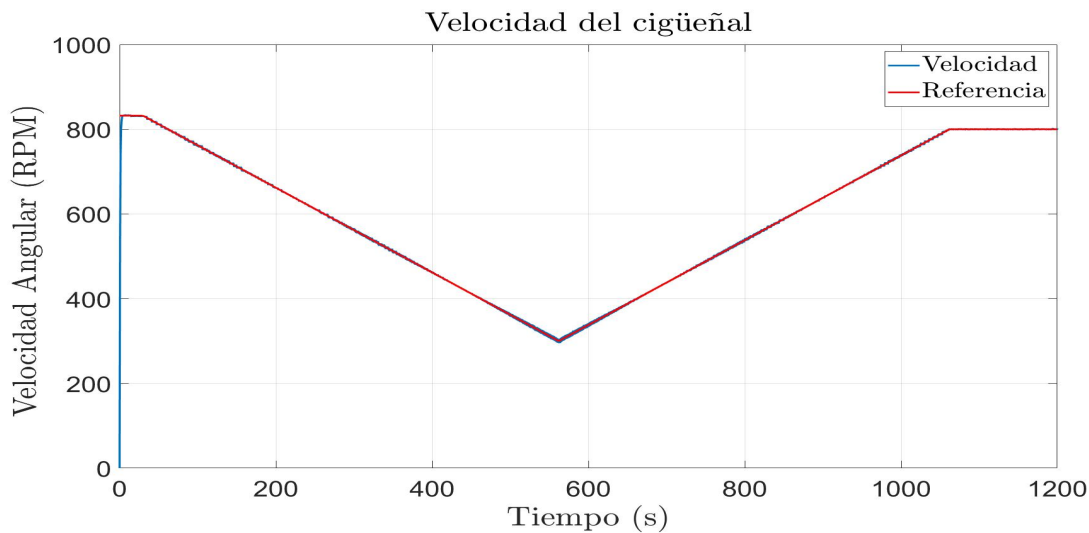


Figura 4.21: Velocidad del MRM usando el control FFNN estático con una entrada rampa.

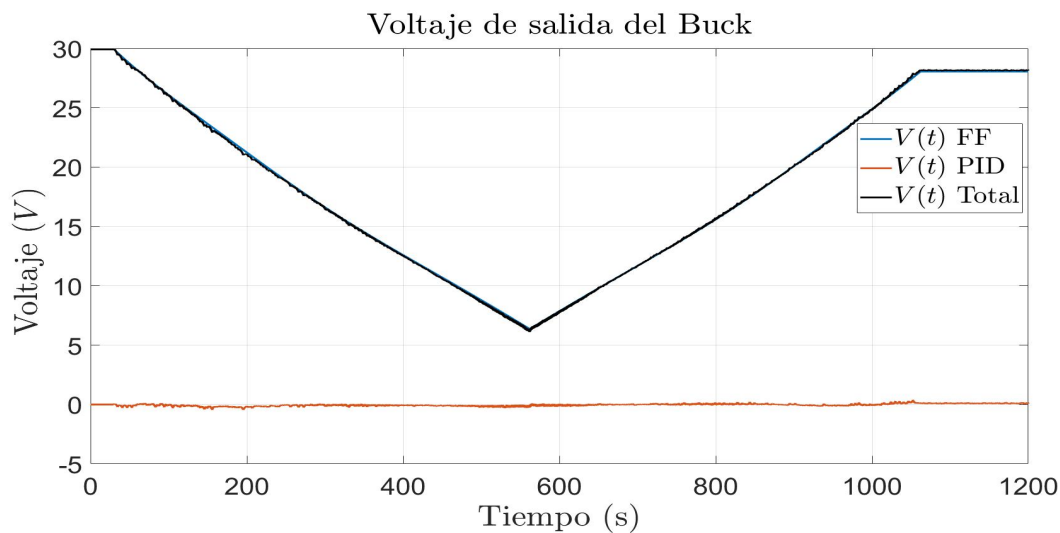


Figura 4.22: Variable manipulada usando el control FFNN estático con una entrada rampa.

4.1.15. Índices de desempeño—FFNN de voltaje de alimentación

En la Tabla 4.8 podemos observar que de forma global el que presenta un mejor desempeño en la mayor cantidad de índices es el PSO-PID fuera de línea seguido del en línea. De igual en la Tabla 4.9 donde se analiza solo 1 referencia partiendo desde 0 podemos observar que el PSO-PID fuera de línea y el en línea también muestran los mejores índices.

En la Figura 4.28 se aprecia que si bien los controladores ya mencionados anteriormente permiten llegar antes a la referencia, estos presentan un sobretiro de aproximadamente 30 RPM lo cual es una condición no deseada, sin embargo tanto en la Figura 4.43 como en la Figura 4.33 no se observan estos sobretiros.

Lo anterior indica que ante una entrada escalón pura lo mejor es el FFNN para evitar los sobretiros, pero para una entrada rampa o escalón suavizado tanto el FFNN como el PSO-PID fuera de línea están muy parejos pero el FFNN muestra una mejor respuesta deseada tanto en la velocidad de establecimiento como en el voltaje y la corriente, además es el que tiene un comportamiento idóneo ante cualquier tipo de entrada.

Tabla 4.8: Comparación de índices de desempeño para diferentes controladores pasando por diferentes puntos de operación.

Índice	PID Prueba y error	FFNN	PSO-PID <i>offline</i>	PSO-PID <i>online</i>
ISE	$8,605 \times 10^4$	$7,262 \times 10^4$	$5,326 \times 10^4$	$5,133 \times 10^4$
IAE	1838	1400	1104	1244
ITAE	$1,724 \times 10^5$	$1,237 \times 10^5$	$1,035 \times 10^5$	$1,174 \times 10^5$
ITSE	$6,291 \times 10^8$	$3,965 \times 10^8$	$3,385 \times 10^8$	$3,533 \times 10^8$
MSE	0.2295	0.1937	0.142	0.1369

Tabla 4.9: Comparación de índices de desempeño para diferentes controladores pasando por solo 1 punto de operación.

Índice	PID Prueba y error	FFNN	PSO-PID <i>offline</i>	PSO-PID <i>online</i>
ISE	$4,237 \times 10^4$	$4,54 \times 10^4$	$2,98 \times 10^4$	$2,53 \times 10^4$
IAE	234.8	259.3	153.3	139.4
ITAE	260	297.1	182.9	193.1
ITSE	$1,005 \times 10^4$	$1,296 \times 10^8$	5134	5799
MSE	2.373	2.542	1.669	1.417

4.1.16. PID vs FFNN con acción temporizada (entrada escalón)

En esta sección se muestra la comparación del comportamiento de las variables claves al utilizar el FFNN vs los diferentes PIDs sintonizados, cabe aclarar que el PID en paralelo con el FFNN es el sintonizado a prueba y error.

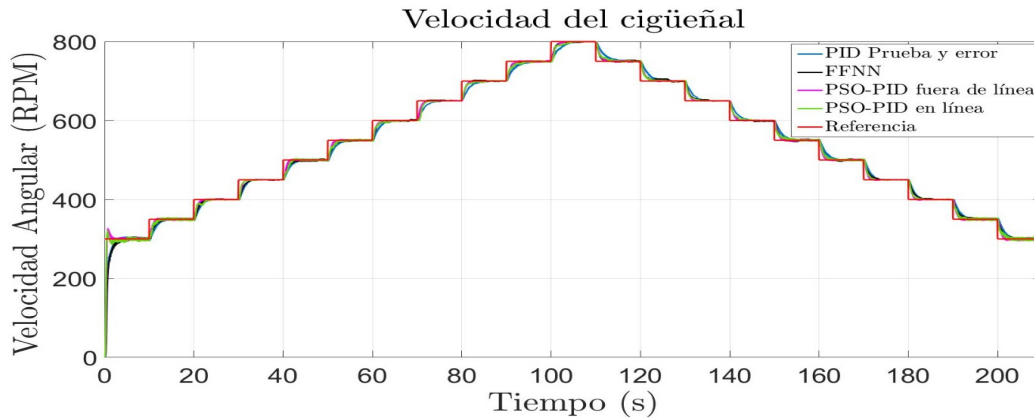


Figura 4.23: Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores.

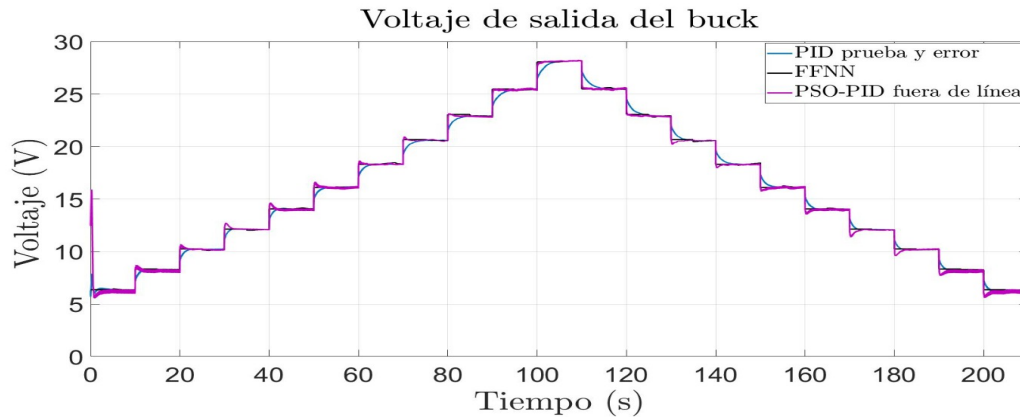


Figura 4.24: Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores.

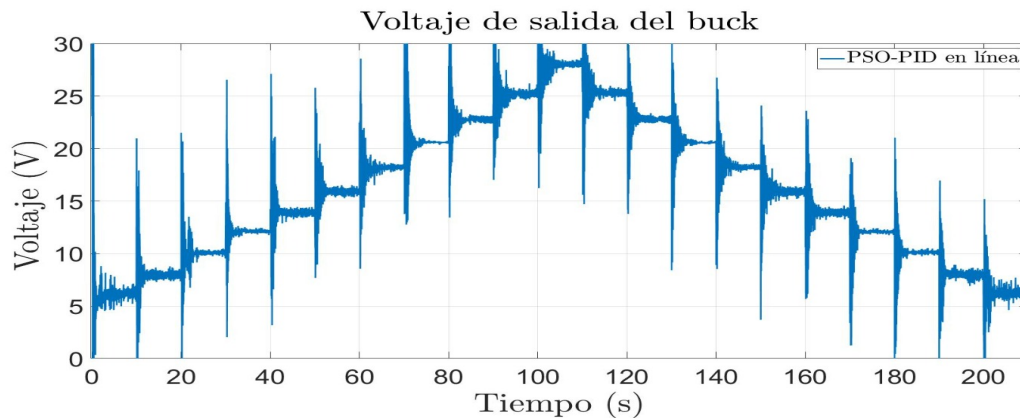


Figura 4.25: Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea.

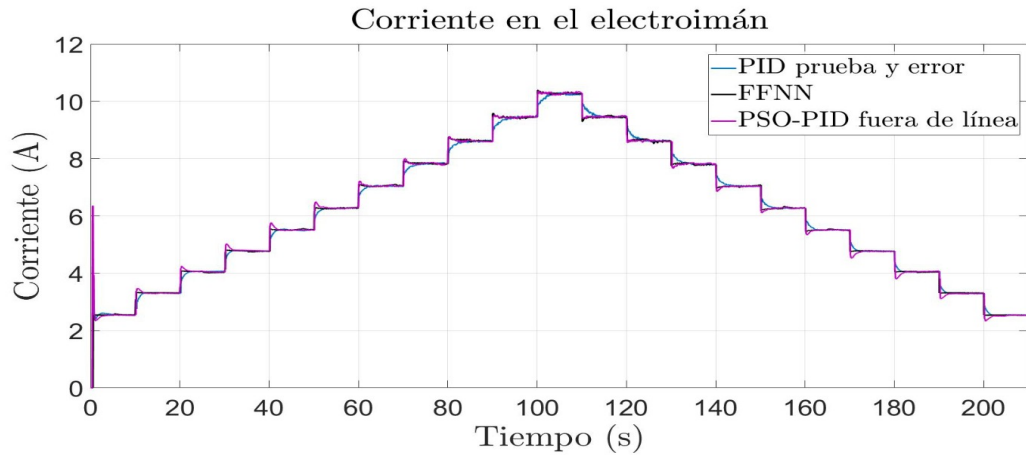


Figura 4.26: Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores.

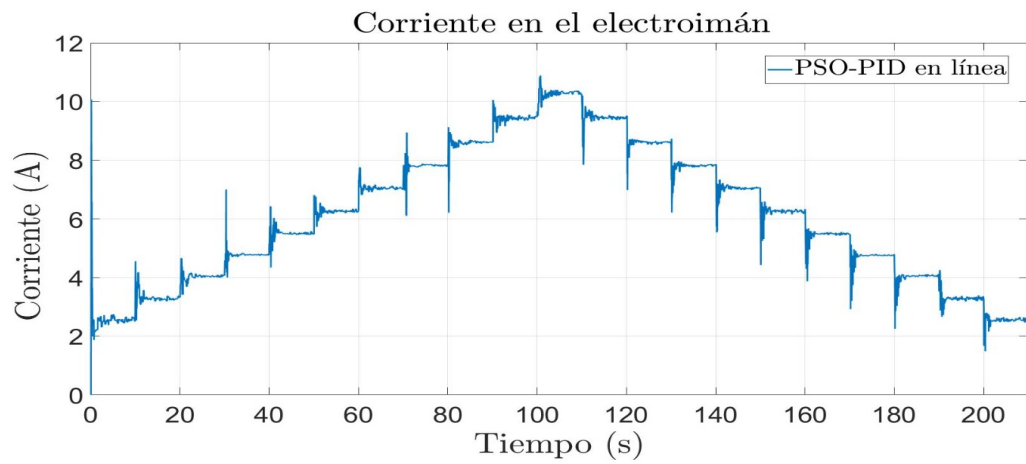


Figura 4.27: Comportamiento de la corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea.

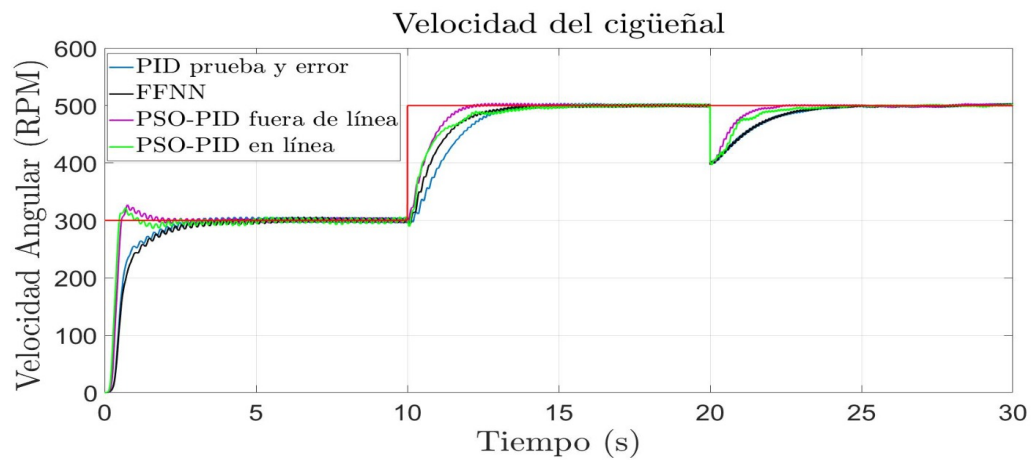


Figura 4.28: Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.

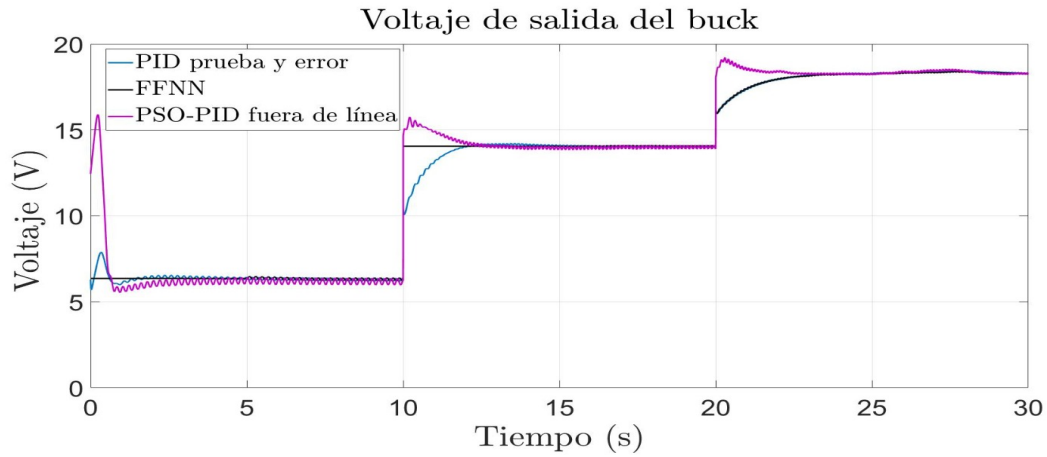


Figura 4.29: Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.

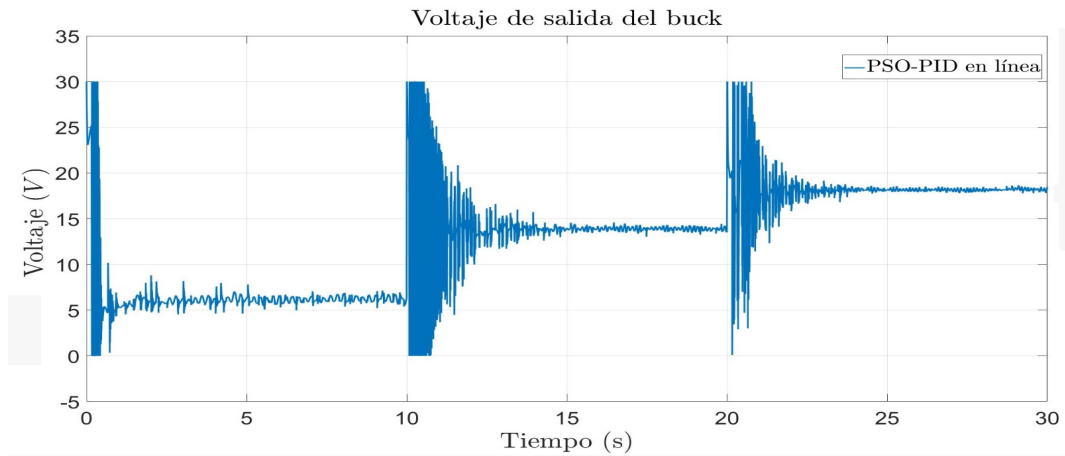


Figura 4.30: Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea ante una perturbación constante.

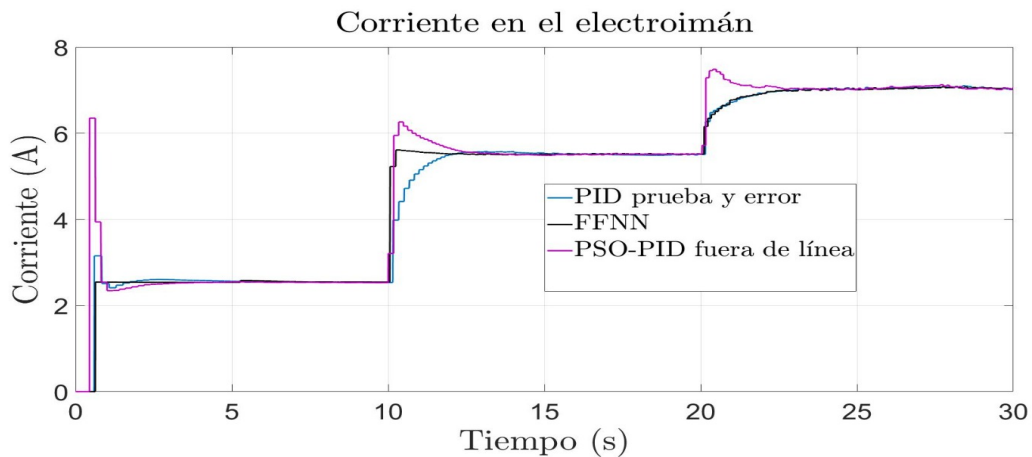


Figura 4.31: Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.

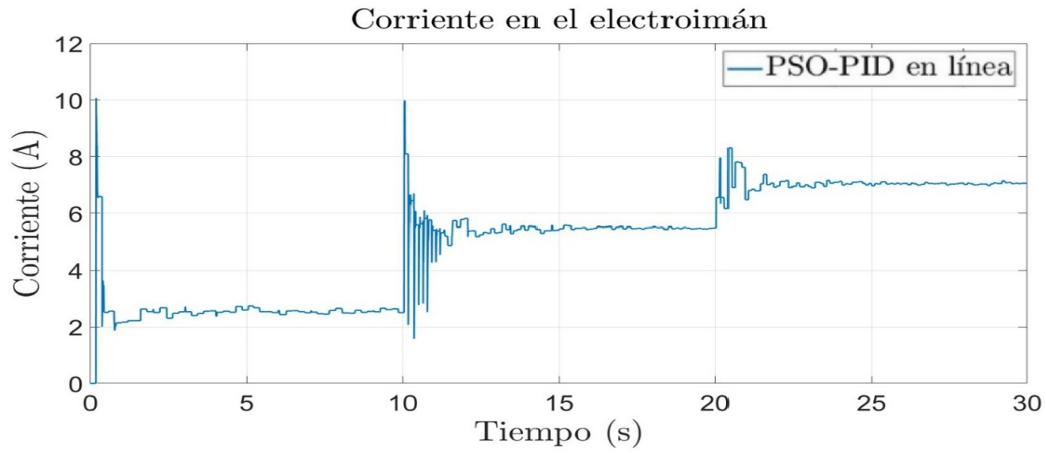


Figura 4.32: Comportamiento de corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea ante una perturbación constante.

A partir de las figuras anteriores, se observa que todos los controladores cumplen con el objetivo de control; no obstante, el PSO-PID fuera de línea presenta la respuesta más rápida. A pesar de ello, al partir del reposo, este controlador genera un ligero sobretiro no deseado, mientras que el FFNN es el que ofrece el comportamiento ideal de sobretiro nulo.

Asimismo, se aprecia que ante una perturbación, el PSO-PID fuera de línea es el que compensa el error con mayor velocidad. Cabe aclarar que esto se debe a que, en la prueba, el FFNN operaba en paralelo con el PID de prueba y error; si se hubiera implementado en paralelo con el PSO-PID fuera de línea, habría exhibido exactamente el mismo comportamiento de rechazo ante la perturbación.

4.1.17. PID vs FFNN estático (entrada rampa)

En esta sección se muestra la comparación del comportamiento de las variables claves al utilizar el FFNN estático vs los diferentes PIDs sintonizados, cabe aclarar que el PID en paralelo con el FFNN es el sintonizado a prueba y error.

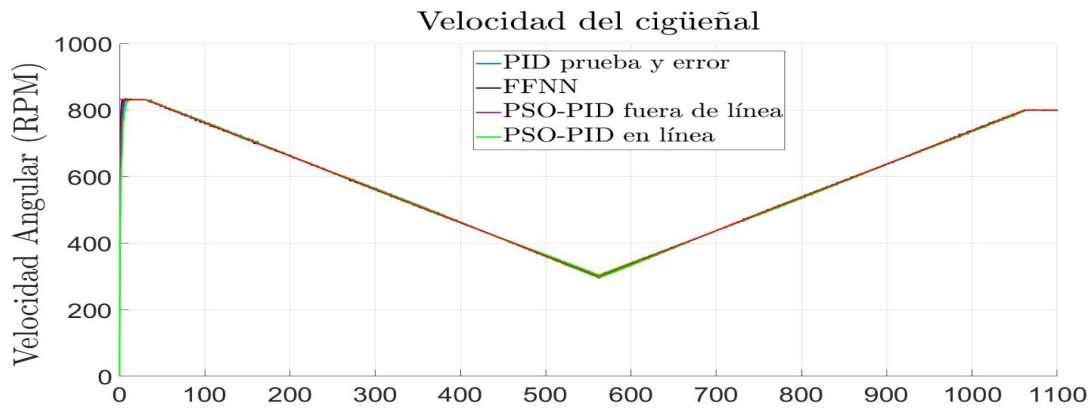


Figura 4.33: Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores.

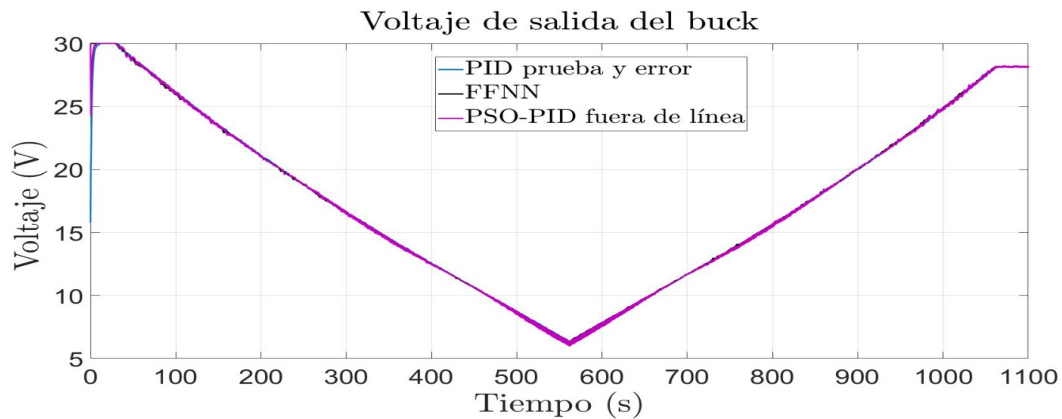


Figura 4.34: Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores.

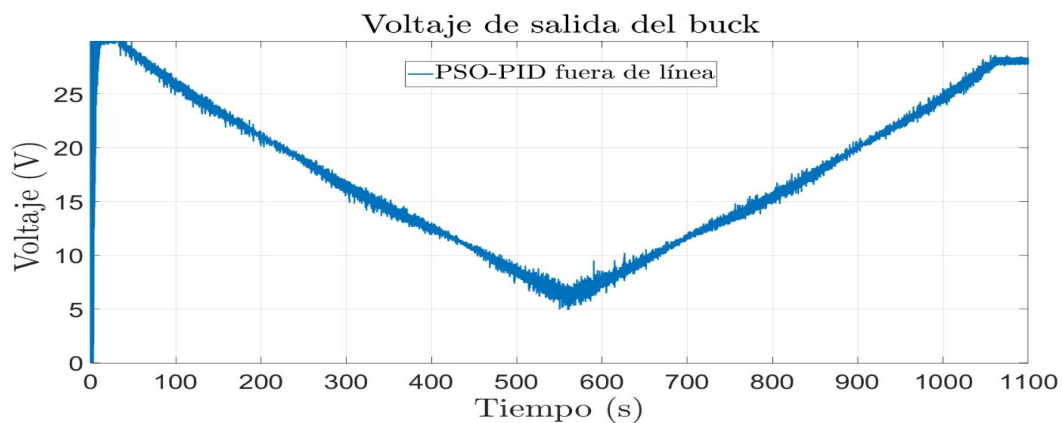


Figura 4.35: Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea.

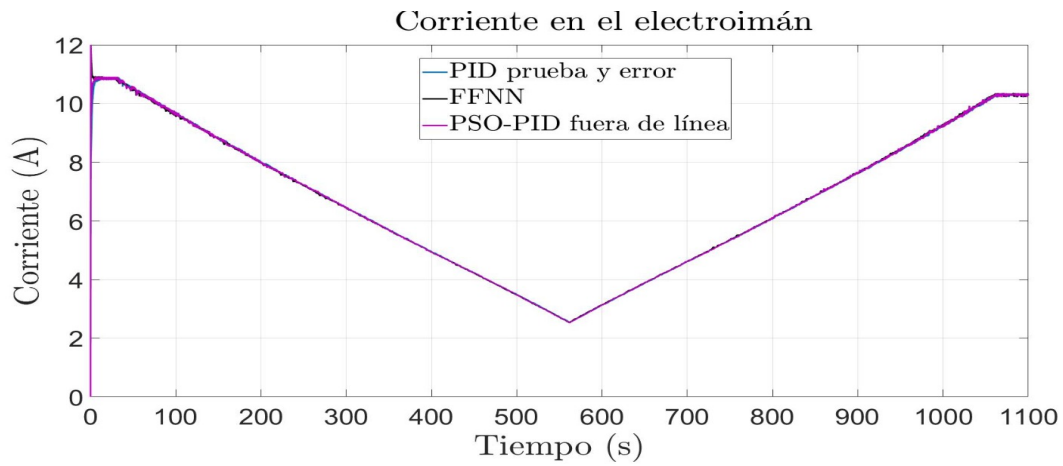


Figura 4.36: Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores.

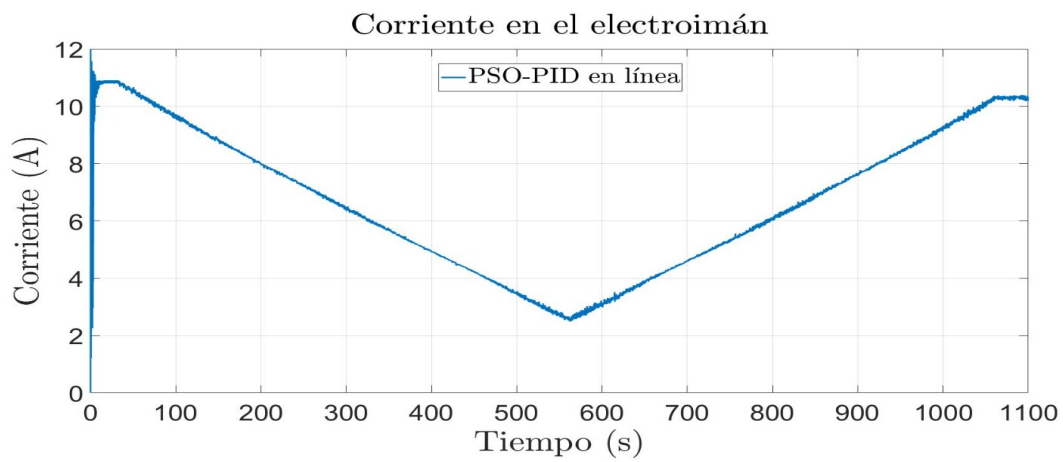


Figura 4.37: Comportamiento de la corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea.

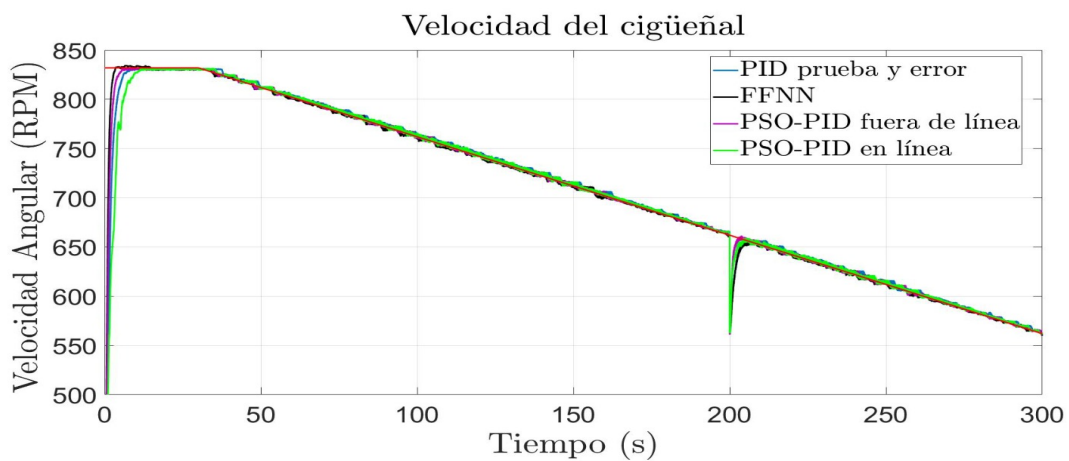


Figura 4.38: Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.

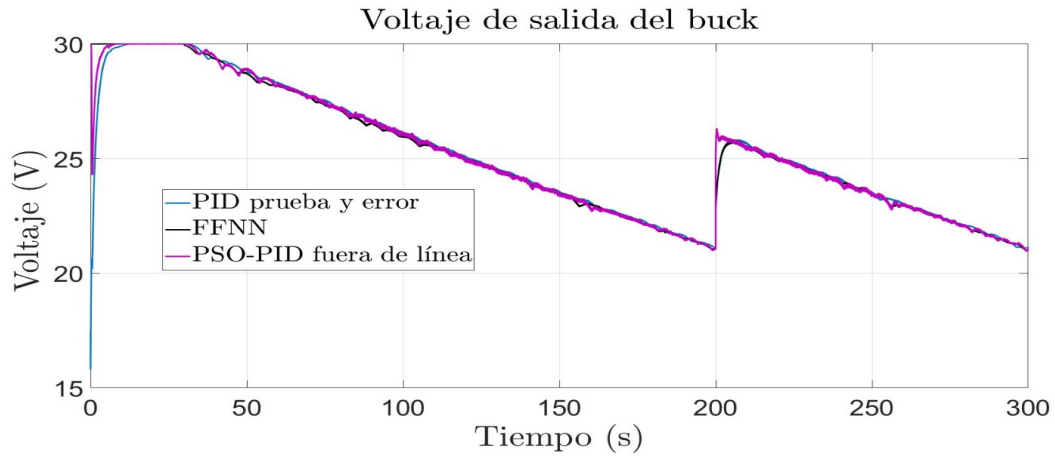


Figura 4.39: Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.

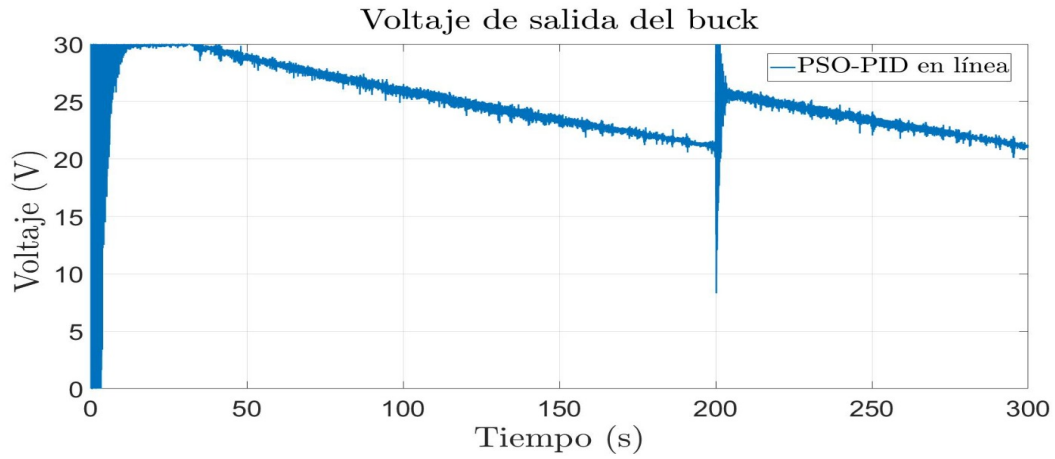


Figura 4.40: Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea ante una perturbación constante.

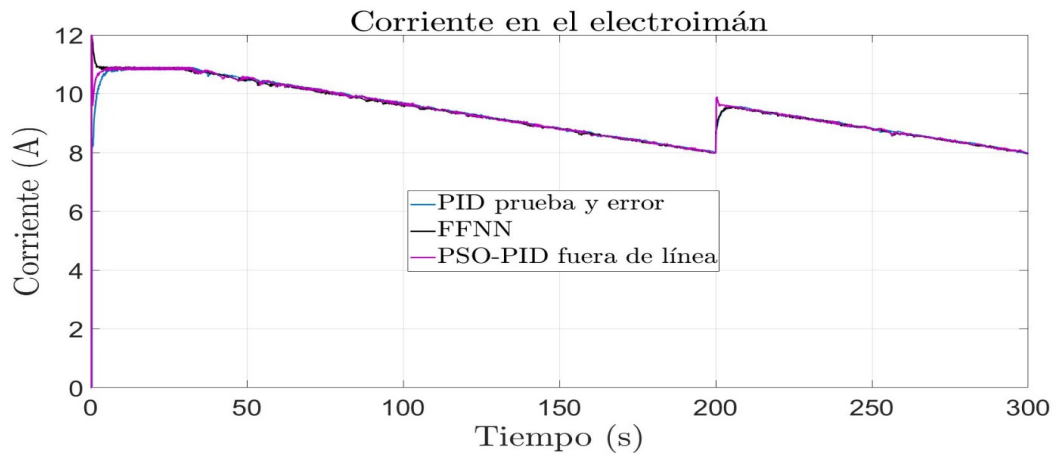


Figura 4.41: Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores ante una perturbación constante.

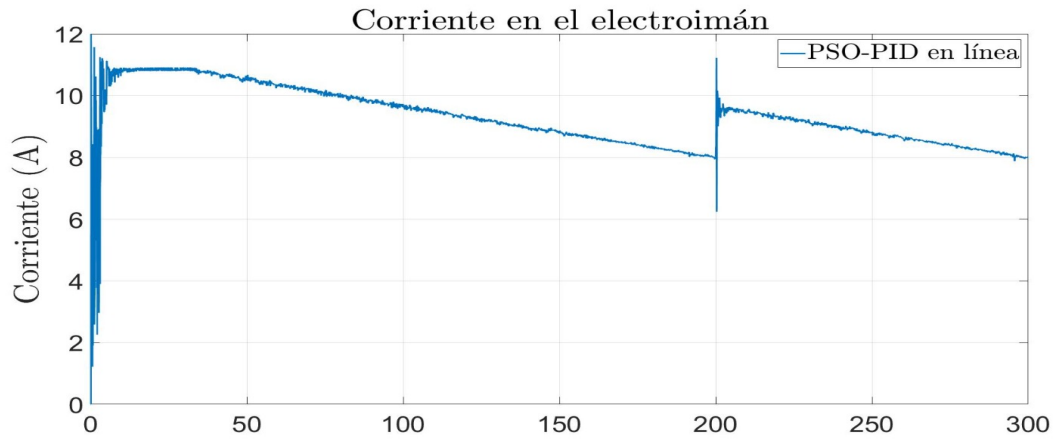


Figura 4.42: Comportamiento de corriente pico del MRM utilizando el PSP-PID en línea ante una perturbación constante.

A diferencia de la entrada escalón, en las imágenes de esta sección se observa que ante una rampa prácticamente todos los controladores se comportan de manera similar, pues en todos se aprecia un excelente seguimiento de la referencia. Sin embargo, ante una perturbación, nuevamente se evidencia que el PSO-PID fuera de línea es el que muestra el mejor desempeño.

4.1.18. PID vs FFNN con acción temporizada (entrada escalón suavizada)

En esta sección se observa una comparación pero ante una entrada más realista en la aplicación de vehículos, ya que por ejemplo el pedal de una motocicleta no puede cambiar instantaneamente como un escalón, es más como una rampa pero con un slope que puede variar.

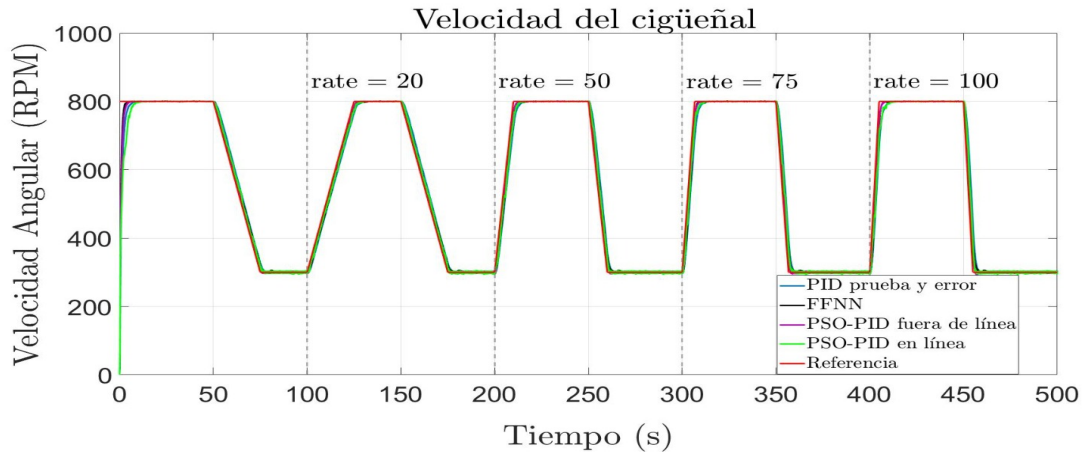


Figura 4.43: Comparación de velocidad del MRM utilizando distintos controladores.

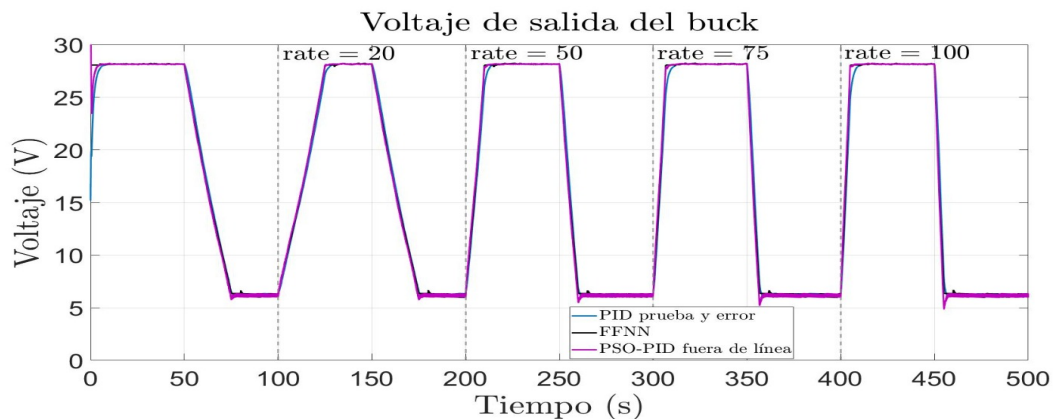


Figura 4.44: Comparación de la variable manipulada del MRM utilizando distintos controladores.

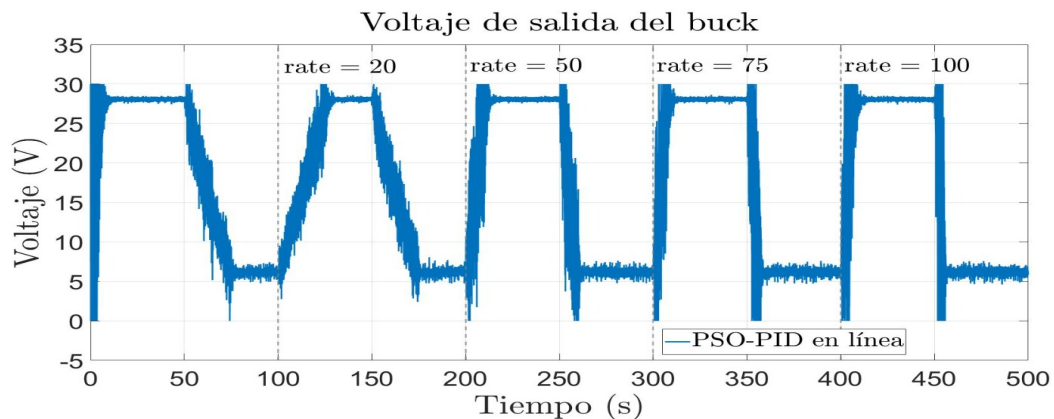


Figura 4.45: Comportamiento de la variable manipulada del MRM utilizando el PSO-PID en línea.

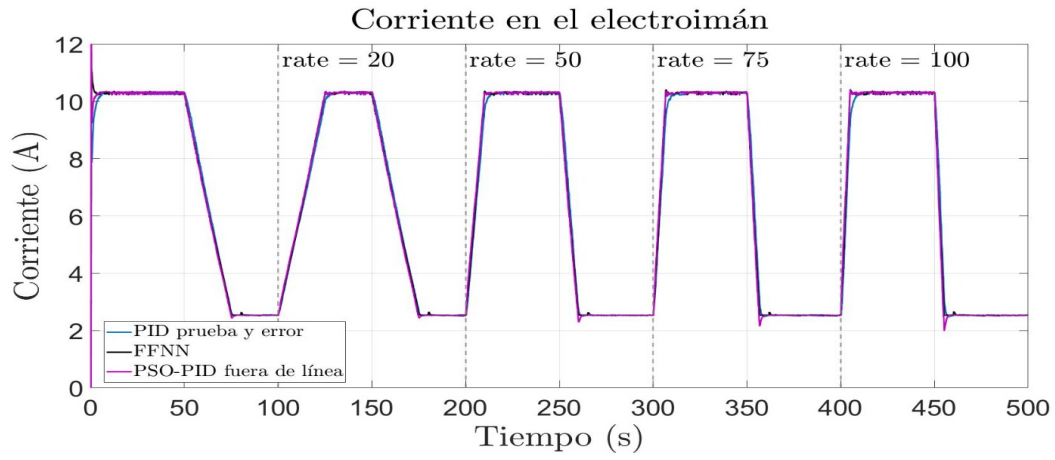


Figura 4.46: Comparación de corriente pico del MRM utilizando distintos controladores.

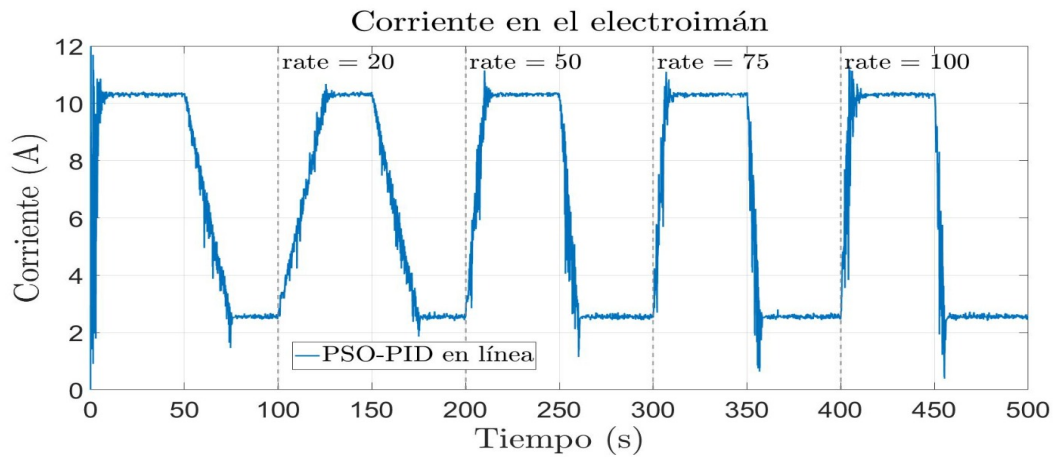


Figura 4.47: Comportamiento de la corriente pico del MRM utilizando el PSO-PID en línea.

A partir de las imágenes anteriores se observa prácticamente el mismo comportamiento que en una entrada de rampa, aunque con diferentes tasas de cambio; en general, todos los controladores cumplen el objetivo de control y logran un buen seguimiento de la referencia.

4.2. Diseño de control de ángulo de energización

4.2.1. Propuesta de solución: PID de ángulo de encendido

Es posible implementar este PID de dos formas:

La primera consiste en utilizar únicamente la región positiva, definiendo 0° como el punto de mayor velocidad y 45° como el de menor velocidad, tal y como se muestra en las Figuras 4.48 y 4.49, manteniendo un ángulo de apagado de 135° . Sin embargo, el inconveniente de esta alternativa es la reducción del rango de velocidad de operación, ya que el MRM puede alcanzar mayores velocidades si se extiende el rango de 45° hasta -30° . Además, se observa un sobretiro cercano a las 100 RPM, cifra considerablemente superior a la observada en los controladores de corriente implementados en simulación.

La segunda forma implica utilizar tanto la región positiva como la negativa, donde -30° corresponde al punto de mayor velocidad. No obstante, dado que el algoritmo no interpreta ángulos negativos de forma directa, es necesario utilizar su equivalente positivo de 330° . Experimentalmente esto no presenta problemas significativos; sin embargo, en el modelo, debido al tiempo de muestreo reducido, surgen inconvenientes en la conversión, lo que genera errores en el seguimiento de la trayectoria y oscilaciones no deseadas. Lo anterior se evidencia en las Figuras 4.50 y 4.51.

Un desafío adicional es que estas condiciones solo se mantienen cuando el motor opera en vacío. Al aplicar una carga, pueden requerirse ángulos drásticamente diferentes (en un rango de -90° a 90°) para sostener la velocidad deseada. Gestionar este rango de operación con la versatilidad necesaria ante perturbaciones resulta sumamente complejo y poco viable para un controlador PID convencional.

Por lo tanto, aunque su implementación es funcional en condiciones ideales sin carga, el control neuronal ofrece mayor robustez bajo carga, gracias a su capacidad para manejar un rango mucho más amplio de acción de control.

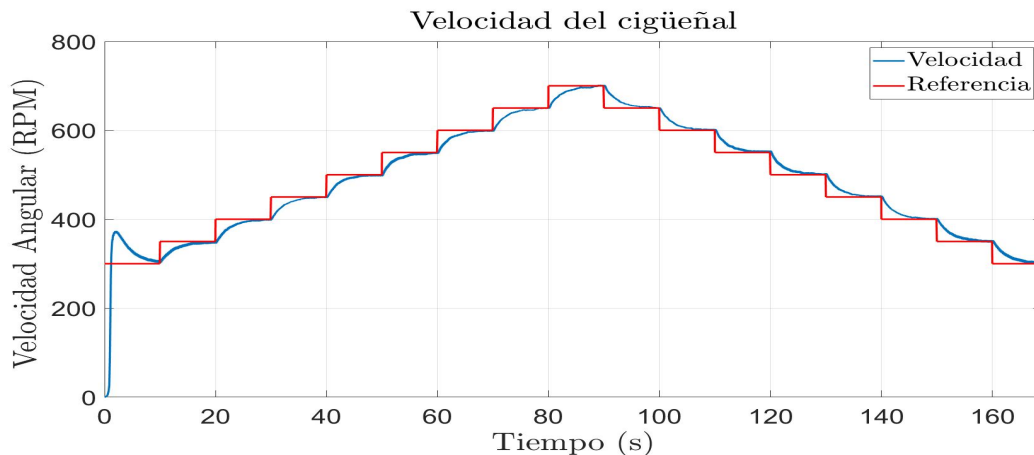


Figura 4.48: Velocidad en el MRM utilizando la region positiva.

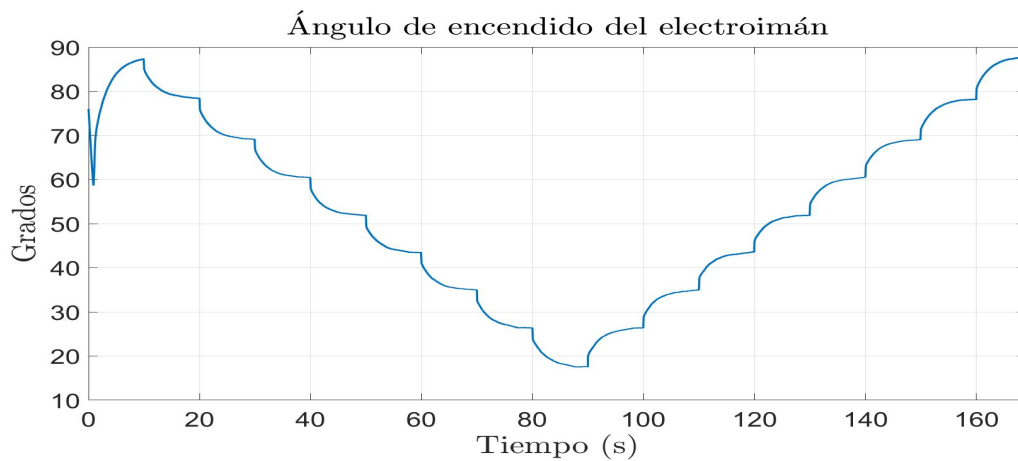


Figura 4.49: Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la región positiva.

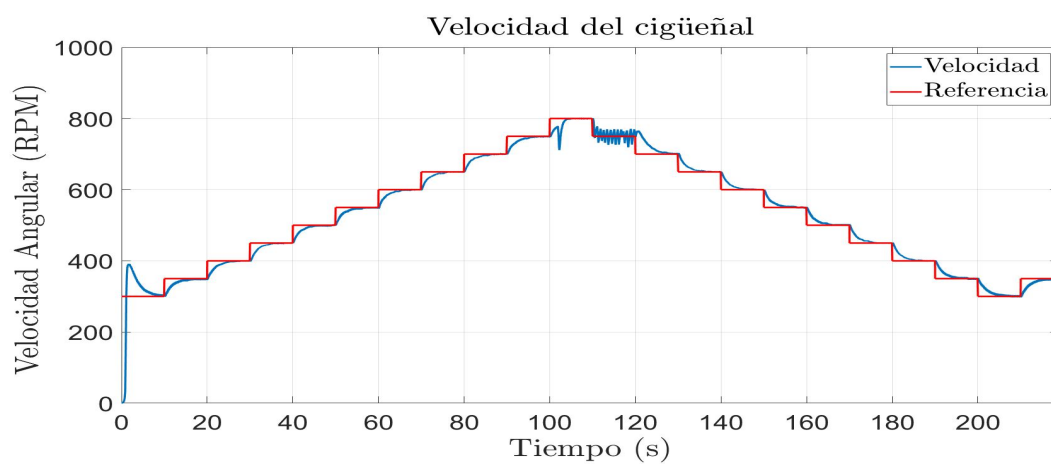


Figura 4.50: Velocidad en el MRM utilizando ambas regiones de operación.

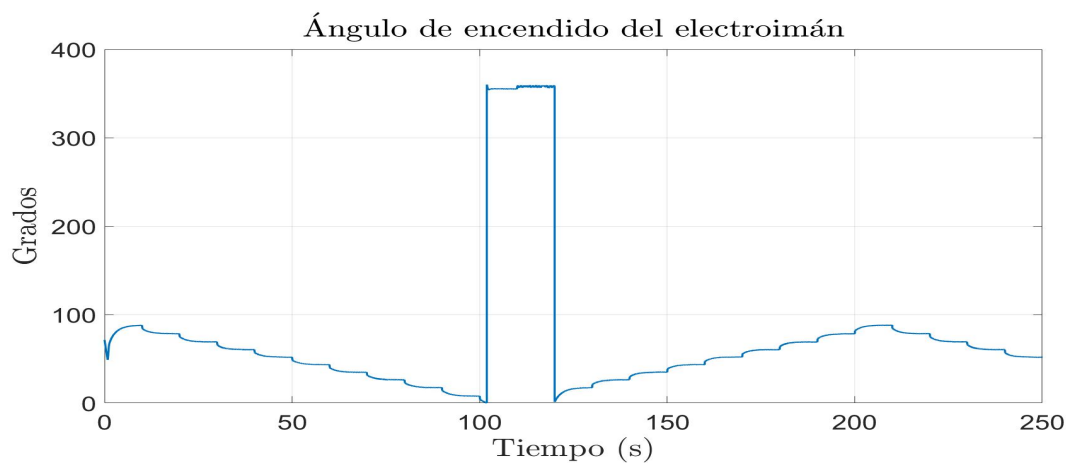


Figura 4.51: Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando ambas regiones de operación.

4.2.2. Propuesta de solución: Control neuronal de ángulo de encendido con zona muerta

Se retomó la RNA existente en *LabVIEW*, desarrollada en el trabajo de Ríos-Enríquez et al. (2024) [2]. El esquema de control representativo de esta estrategia se observa en la Figura 4.52, mientras que en la Figura 4.53 se detalla la estructura de la RNA:

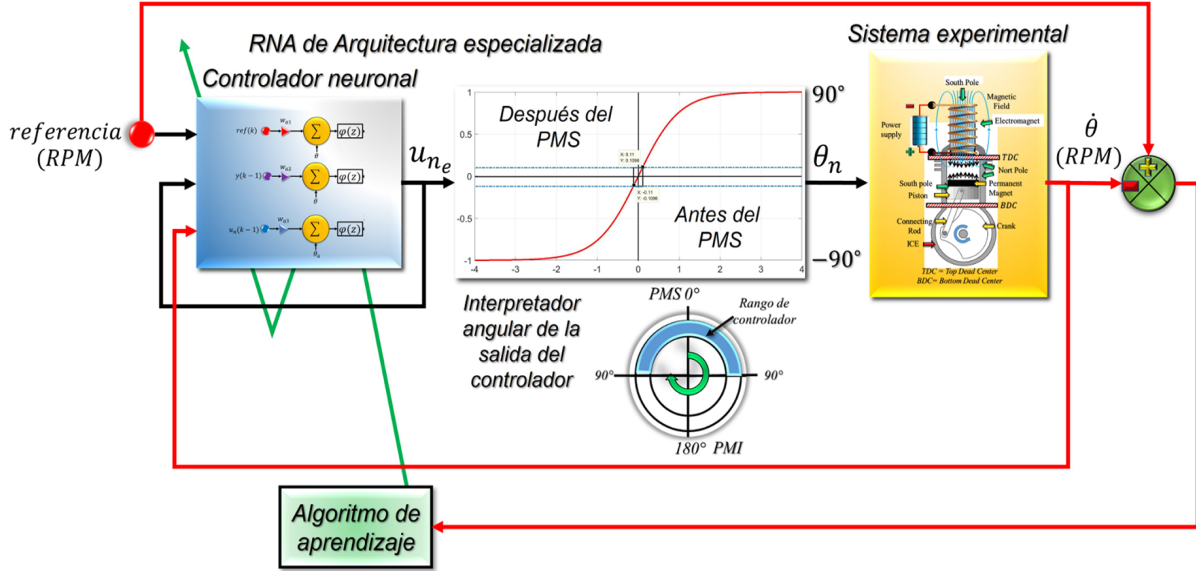


Figura 4.52: Esquema de controlador de ángulo de encendido con estructura tipo RNA. Ríos-Enríquez et al. (2024).

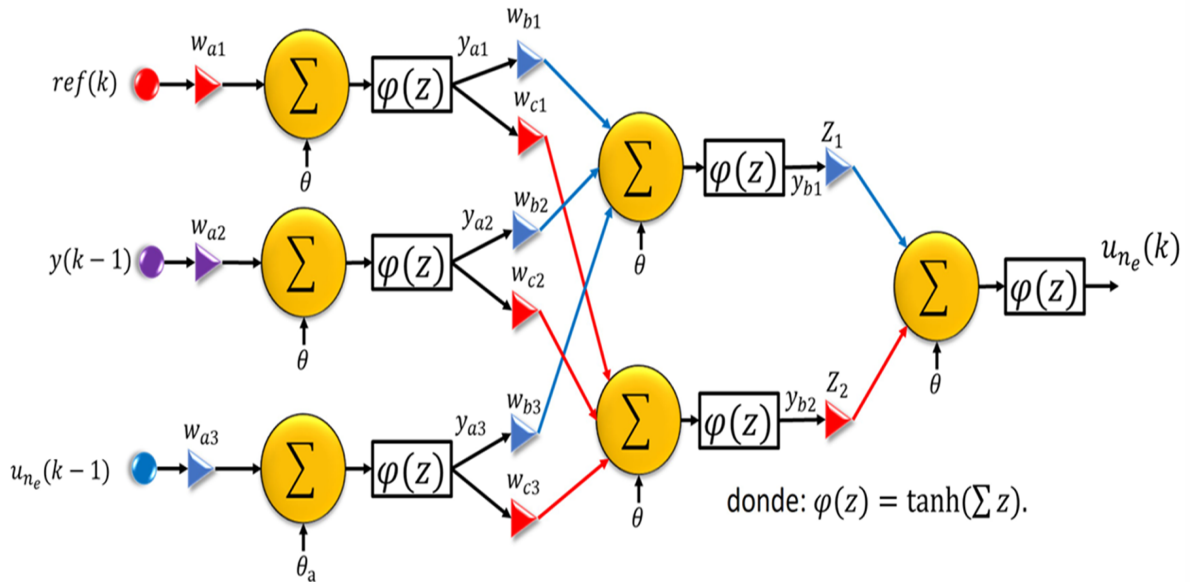


Figura 4.53: Estructura interna de la RNA utilizada como controlador. Ríos-Enríquez et al. (2024).

De la Figura 4.53 se desarrollan las siguientes ecuaciones:

$$u_{ne}(k) = (Z_1 \cdot y_{b1} + Z_2 \cdot y_{b2} + \theta) \quad (4.5)$$

$$y_{b1} = \tanh \left(w_{b1} \cdot \tanh(\text{ref}(k) w_{a1} + \theta) + w_{b2} \cdot \tanh(y(k-1) w_{a2} + \theta) + w_{b3} \cdot \tanh(u_{ne}(k-1) w_{a3} + \theta_a) + \theta \right) \quad (4.6)$$

$$y_{b2} = \tanh \left(w_{c1} \cdot \tanh(\text{ref}(k) w_{a1} + \theta) + w_{c2} \cdot \tanh(y(k-1) w_{a2} + \theta) + w_{c3} \cdot \tanh(u_{ne}(k-1) w_{a3} + \theta_a) + \theta \right) \quad (4.7)$$

Donde:

- $u_{ne}(k)$: Salida de control en el instante actual.
- $\text{ref}(k)$: Valor de la referencia de velocidad en el instante actual.
- $y(k-1)$: Valor de la salida de velocidad en el instante anterior.
- $u_{ne}(k-1)$: Salida de control en el instante anterior.
- w_{ax} : Valor de los pesos sinápticos de la capa de entrada.
- w_{bx}, w_{cx} : Valor de los pesos sinápticos de la capa oculta.
- Z_1, Z_2 : Valor de los pesos sinápticos de la capa de salida.
- θ : Valor de umbral.
- θ_a : Valor de umbral de la capa de entrada referente a la entrada $u_{ne}(k)$.
- θ_n : Valor de u_{ne} interpretado en el ángulo de energización (Valor de salida del controlador después de escalarlo a grados).

Lo anterior establece que la salida de la RNA se encuentra en el rango $[-1, 1]$. Sin embargo, se propone modificar esta parte del código para implementar una zona muerta con saturación, la cual evita la generación de valores cercanos a 0° , ya que en esta región la RNA presenta problemas de saturación prolongada, lo que dificulta el cálculo en dicho punto.

$$u_{ne}(k) = \begin{cases} -\frac{1}{90}, & \text{si } -\frac{1}{90} < u_{ne} < 0 \\ \frac{1}{90}, & \text{si } 0 \leq u_{ne} < \frac{1}{90} \\ u_{ne}, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.8)$$

Capítulo 5

Implementación experimental

5.1. Control de voltaje de alimentación

5.1.1. Control manual

En esta prueba se mantuvieron los ángulos fijos, $PMS_{on} = 305^\circ$ y $PMS_{off} = 90^\circ$, para posteriormente modificar directamente el voltaje de alimentación desde la fuente. Esto se aprecia en la Figura 5.1, mientras que en la Figura 5.2 se observan los cambios de velocidad en función del voltaje de alimentación.

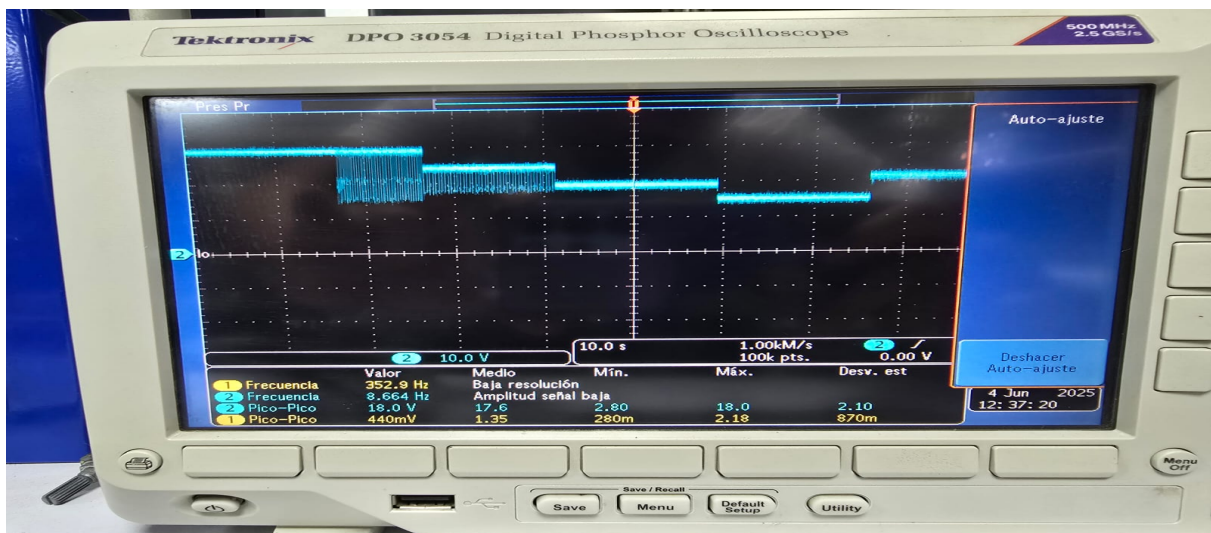


Figura 5.1: Medición del voltaje de alimentación manipulado.

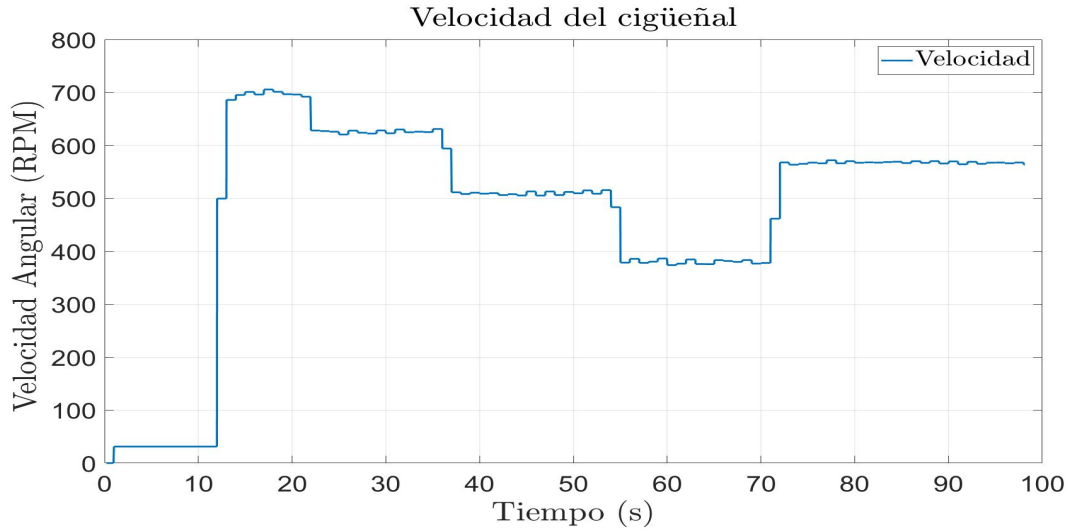


Figura 5.2: Comportamiento de la velocidad al manipular manualmente el voltaje.

En esta otra prueba se mantuvieron los ángulos fijos, $PMS_{on} = 330^\circ$ y $PMS_{off} = 135^\circ$, donde se observa que, conforme transcurre el tiempo, el nivel de voltaje disminuye desde un máximo de 30 V hasta un mínimo de 12 V, provocando una reducción correspondiente en la velocidad.

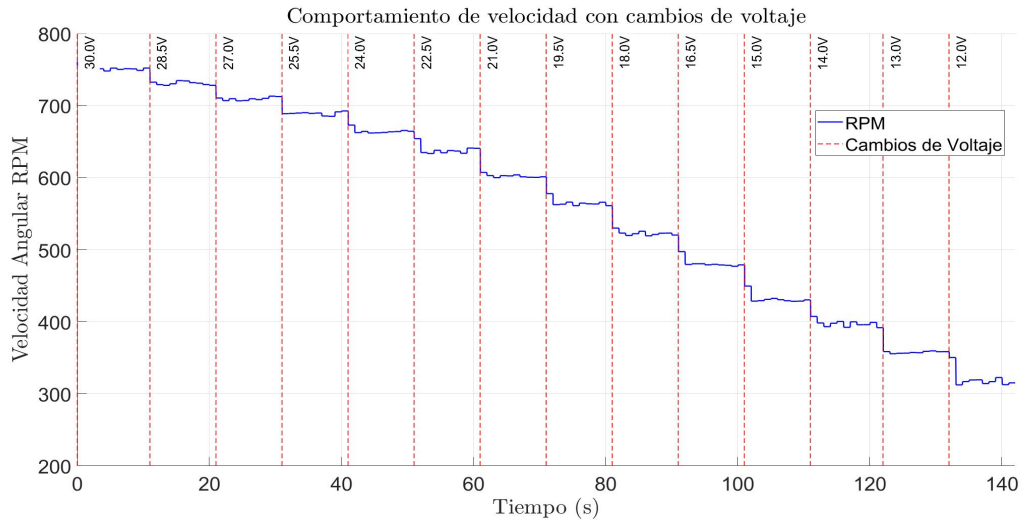


Figura 5.3: Comportamiento de la velocidad con respecto a el voltaje de alimentación.

5.1.2. Control PI

Condiciones de inicio de pruebas para el controlador

- **Encendido del actuador:** 30° (equivalente a 330°) antes del Punto Muerto Superior (PMS).
- **Apagado del actuador:** 135° después del PMS.
- **Tiempo de muestreo (Tarjeta myRIO):** 0.56628 ms.

Entrada rampa

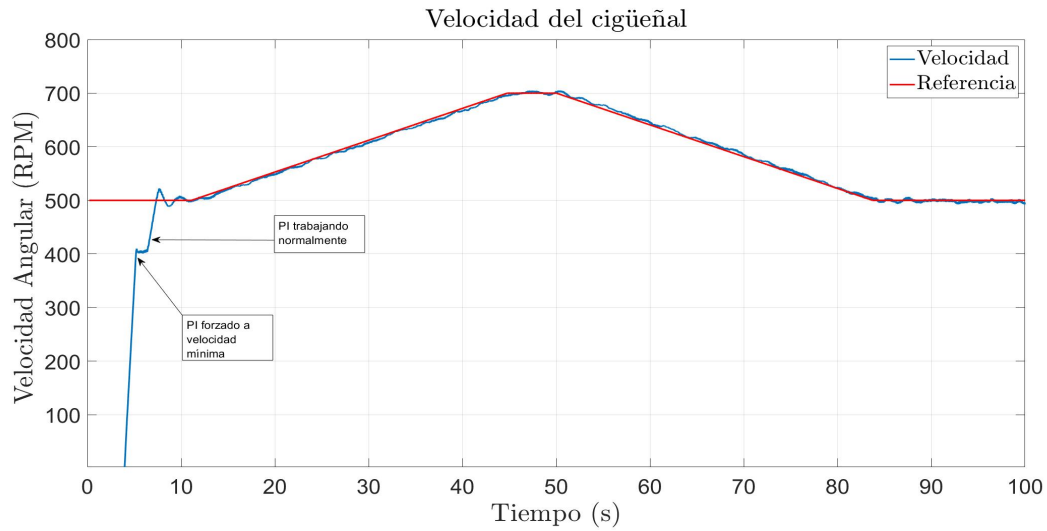


Figura 5.4: Velocidad del MRM usando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.

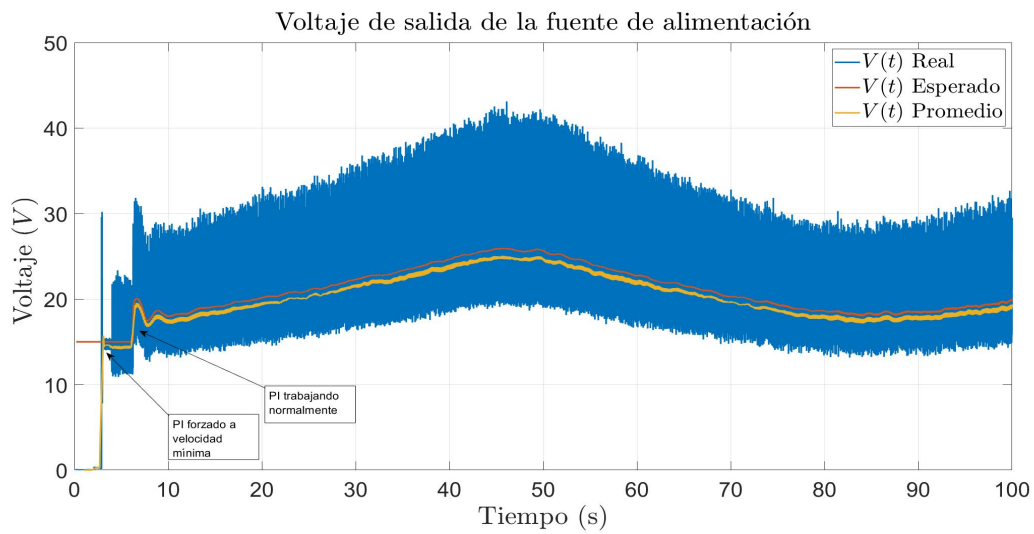


Figura 5.5: Variable manipulada usando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.

En la Figura 5.4 observamos como ante una entrada rampa se realiza de forma exitosa el seguimiento de la referencia, y en la Figura 5.5 observamos el comportamiento del voltaje.

Entrada escalón

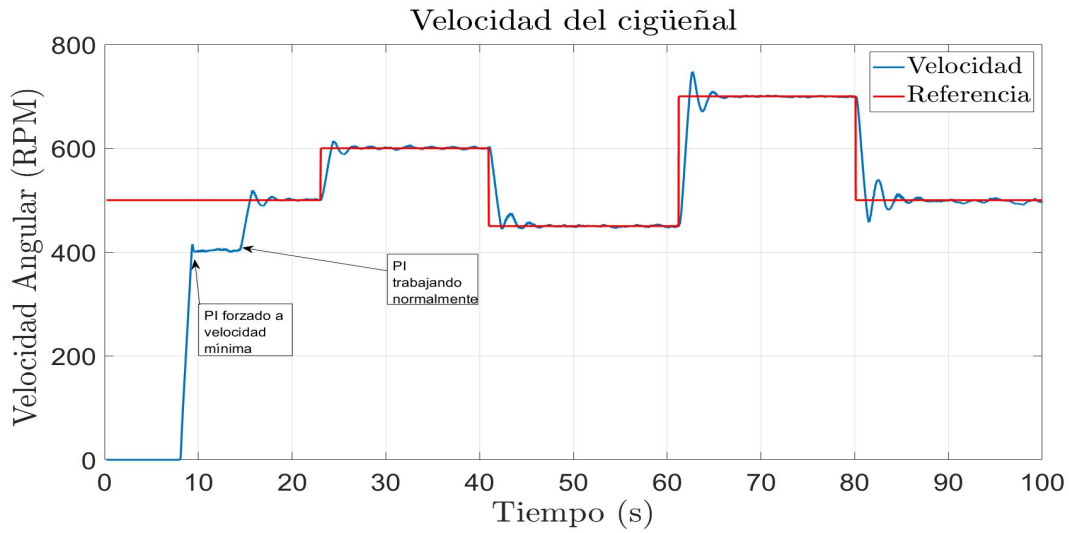


Figura 5.6: Velocidad en el MRM utilizando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.

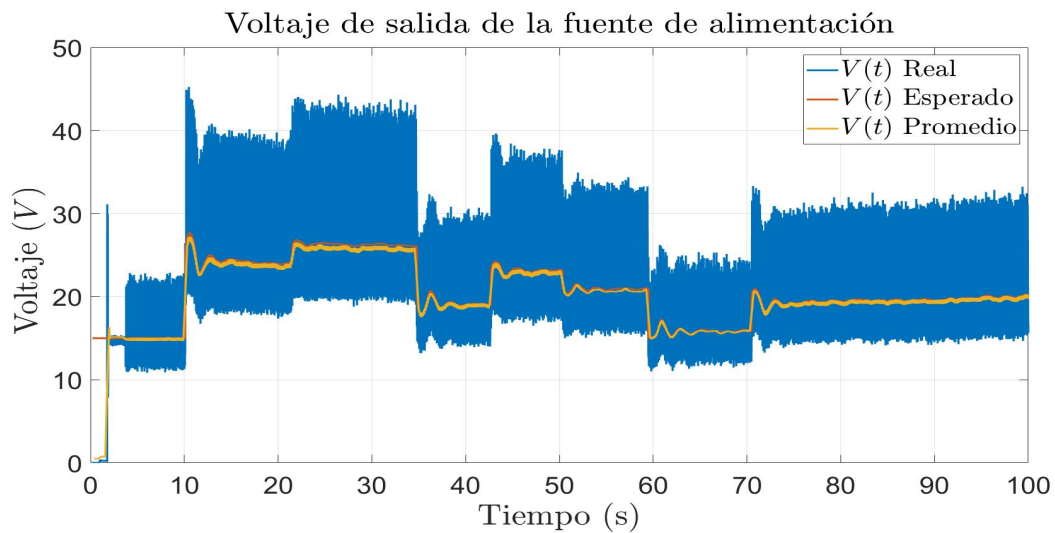


Figura 5.7: Variable manipulada en el MRM utilizando el control PI de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.

En la Figura 5.6 se observa que, aunque en simulación estas ganancias sintonizadas con el PSO no mostraban sobretiros con el MRM en marcha, en el prototipo experimental sí ocurren ligeros sobretiros. Esto puede deberse al comportamiento del voltaje de salida de la fuente mostrado en la Figura 5.7, el cual posee un comportamiento errático; no obstante, esto se analizará más adelante.

5.1.3. Control FFNN

Condiciones de inicio de pruebas para el controlador

- **Encendido del actuador:** 30° (equivalente a 330°) antes del Punto Muerto Superior (PMS).
- **Apagado del actuador:** 135° después del PMS.
- **Tiempo de muestreo (Tarjeta myRIO):** 0.56628 ms.

Entrada rampa

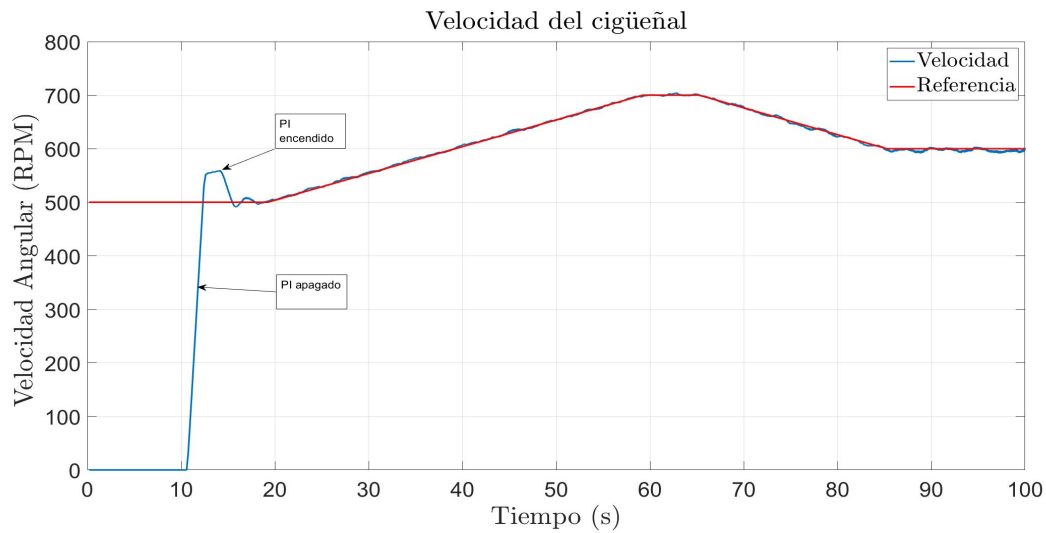


Figura 5.8: Velocidad del MRM usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.

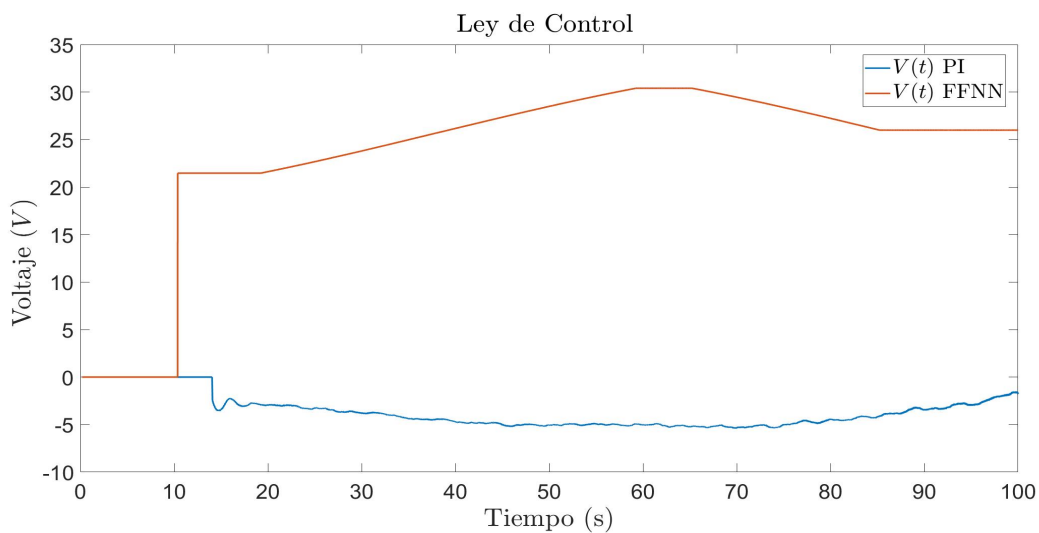


Figura 5.9: Variable manipulada usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.

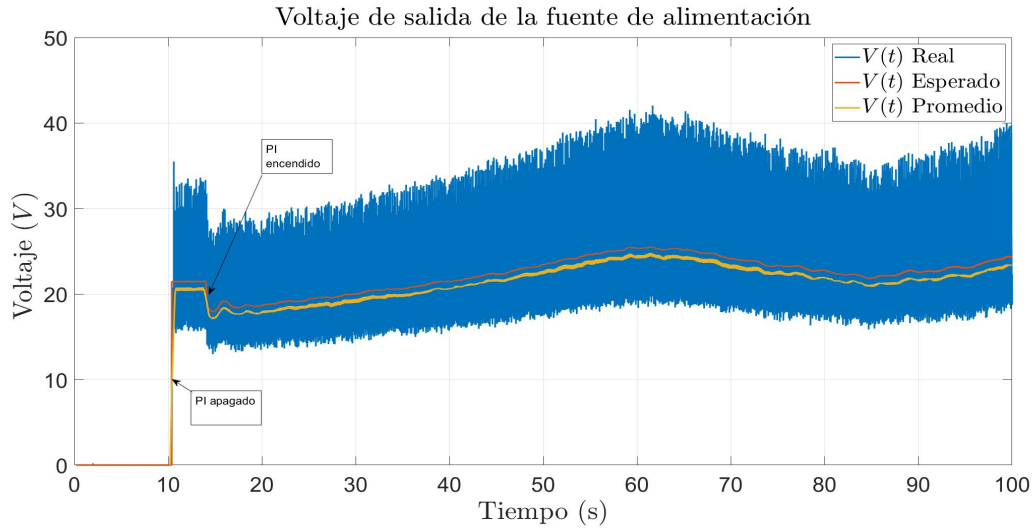


Figura 5.10: Voltaje de alimentación usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada rampa.

En la Figura 5.8 se observa inicialmente un *offset*, debido a que la RNA se entrenó bajo condiciones de operación distintas (apagado del actuador: 90° después del PMS). Esto provoca que el controlador PI deba realizar un mayor esfuerzo de control para compensar el error introducido por la RNA, tal como se aprecia en la Figura 5.9, donde la componente $V_{PI}(t)$ toma valores negativos para contrarrestar el voltaje excedente generado por la RNA. Finalmente, en la Figura 5.10 se muestra el voltaje resultante $V(t)$ tras esta corrección, el cual representa la demanda necesaria a la fuente para ajustar a el valor deseado.

Entrada escalón

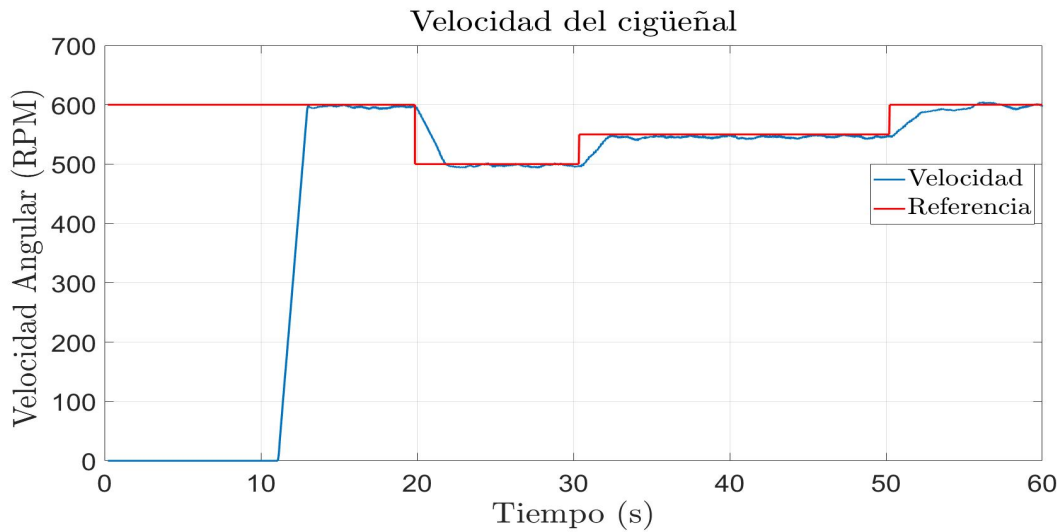


Figura 5.11: Velocidad en el MRM utilizando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.

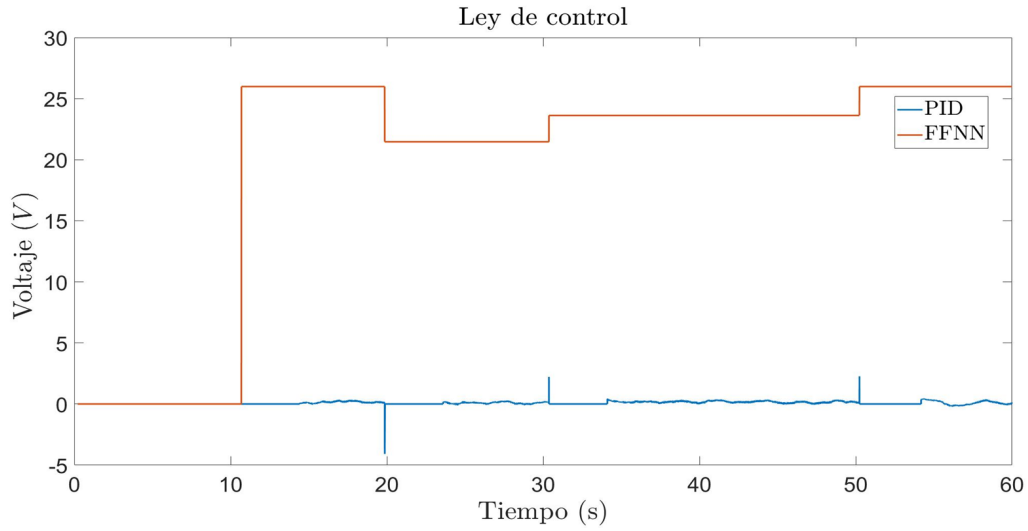


Figura 5.12: Variable manipulada usando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.

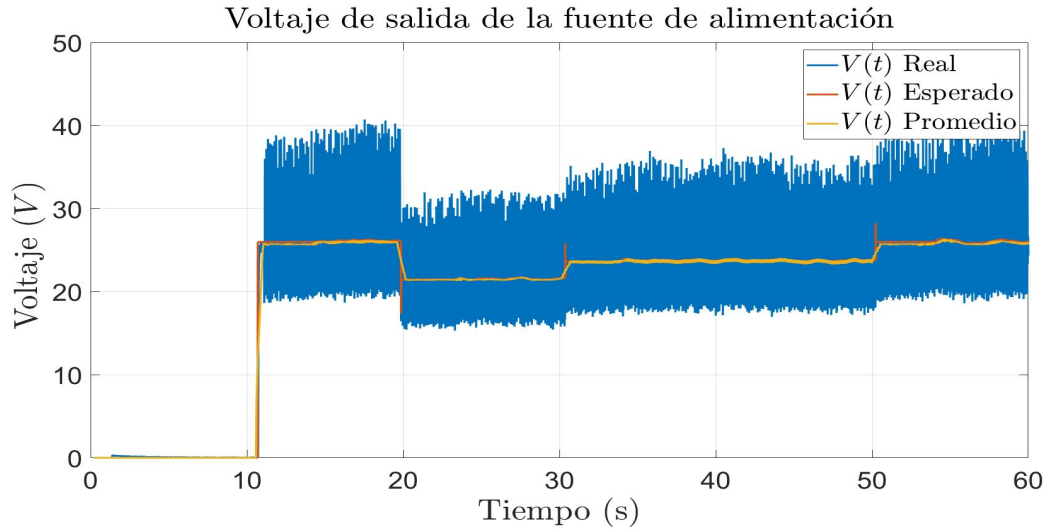


Figura 5.13: Variable manipulada en el MRM utilizando el control FFNN de voltaje en el prototipo experimental ante una entrada escalón.

En este escenario se observa que la RNA está perfectamente entrenada, pues en las Figuras 5.12 y 5.13 se aprecia que la acción correctiva del PID es mínima o prácticamente nula. Lo anterior es consistente con lo mostrado en la Figura 5.11, en la cual se observa la ausencia de sobretiros, cumpliendo así con el comportamiento buscado por diseño.

5.1.4. Análisis del comportamiento del voltaje

Como se evidenció en las pruebas experimentales de los esquemas de control PI y FFNN, el voltaje medido en la salida de la fuente de alimentación presenta un comportamiento considerablemente errático. Si bien originalmente se contempló la implementación de un convertidor reductor *Buck*, construido y mostrado en la Figura 5.14, este no funcionó según lo esperado. Se atribuye este fallo a una insuficiencia en la capacitancia del sistema; hipótesis respaldada por la Figura 5.15, donde se observa que, durante la operación del MRM con la fuente HP6653A, el voltaje experimenta caídas abruptas momentáneas.

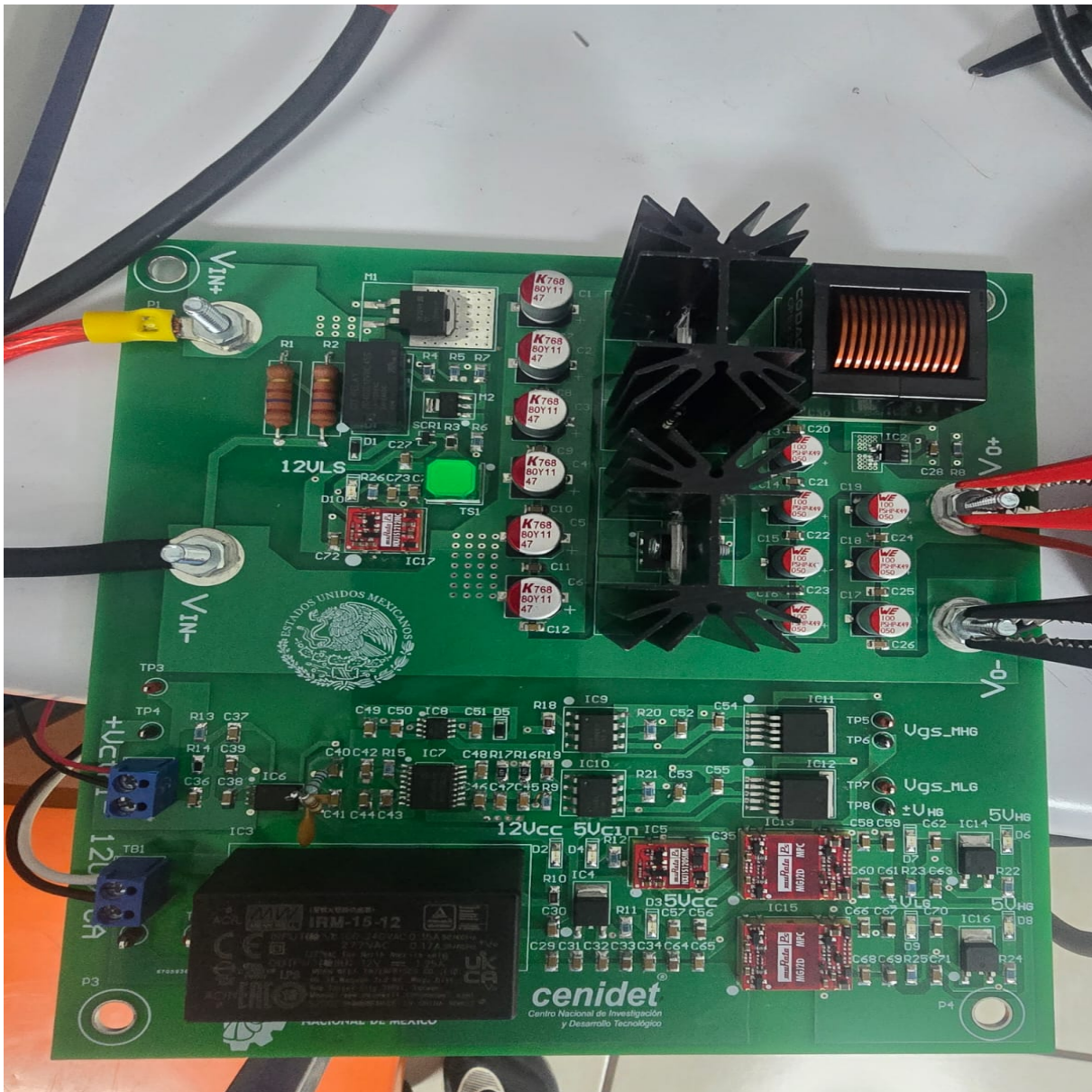


Figura 5.14: Convertidor DC-DC realizado para pruebas experimentales.

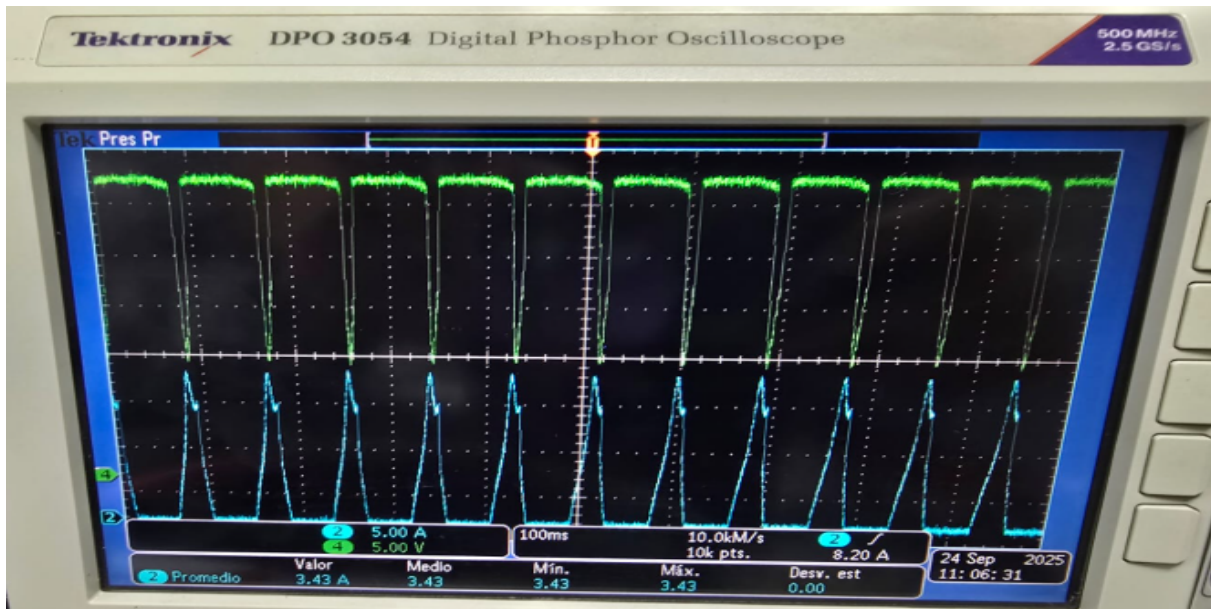


Figura 5.15: Caída de voltaje en la fuente de alimentación con el MRM operando a máxima potencia.

No obstante, se utilizó la fuente “Magna-Power Electronics TS500-20”, la cual admite una señal de control externa de 0-10 V para su rango total de 0-500 V; por ende, para regular la salida en el intervalo deseado de 0-30 V, fue necesario operar en un rango de control reducido de 0-0.6 V. Como se aprecia en la Figura 5.16, existe un ruido de ± 100 mV en la señal proveniente de la myRIO, lo que constituye la causa del comportamiento errático observado en el voltaje de salida durante las pruebas experimentales.

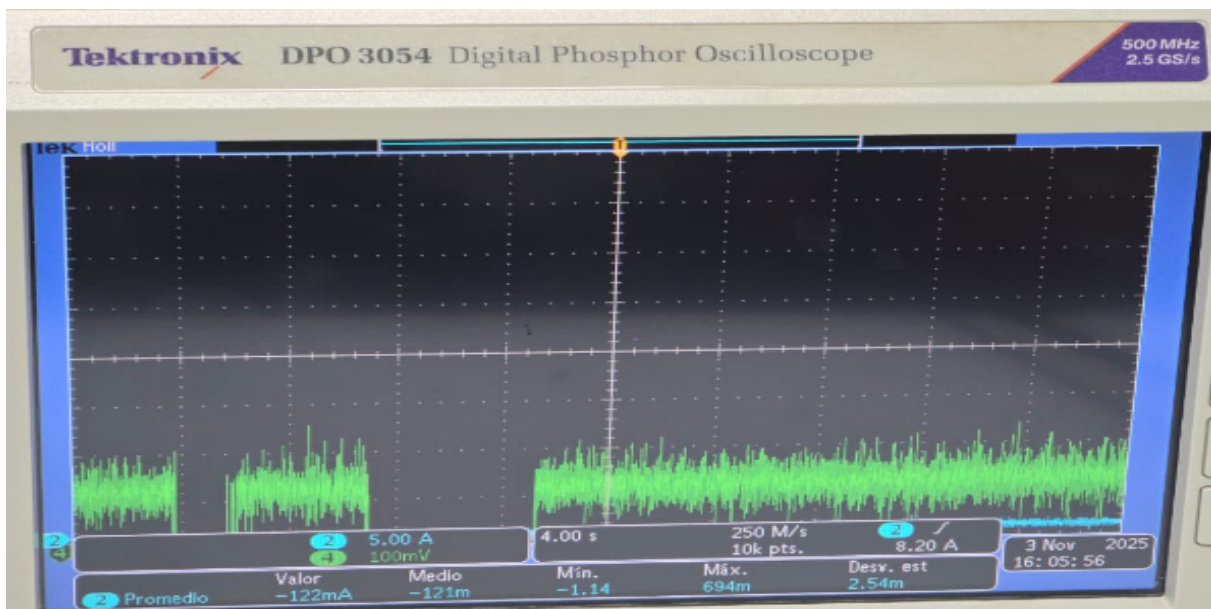


Figura 5.16: Señal de control de la tarjeta myRIO a la fuente de alimentación.

5.2. Control de ángulo de energización

5.2.1. Control neuronal original

Entrada rampa

Condiciones de inicio de pruebas para el controlador

- **Encendido del actuador:** 45° (equivalente a 315°) antes del Punto Muerto Superior (PMS).
- **Apagado del actuador:** 120° después del PMS.
- **Pesos sinápticos iniciales:** Aleatorios en un rango de $[-1, 1]$.
- **Umbrales:** $\theta_a = 0,5$ y $\theta = 0$.
- **Velocidad de convergencia:** $\eta = 0,0028962$.
- **Tiempo de muestreo (Tarjeta myRIO):** 0.56628 ms.

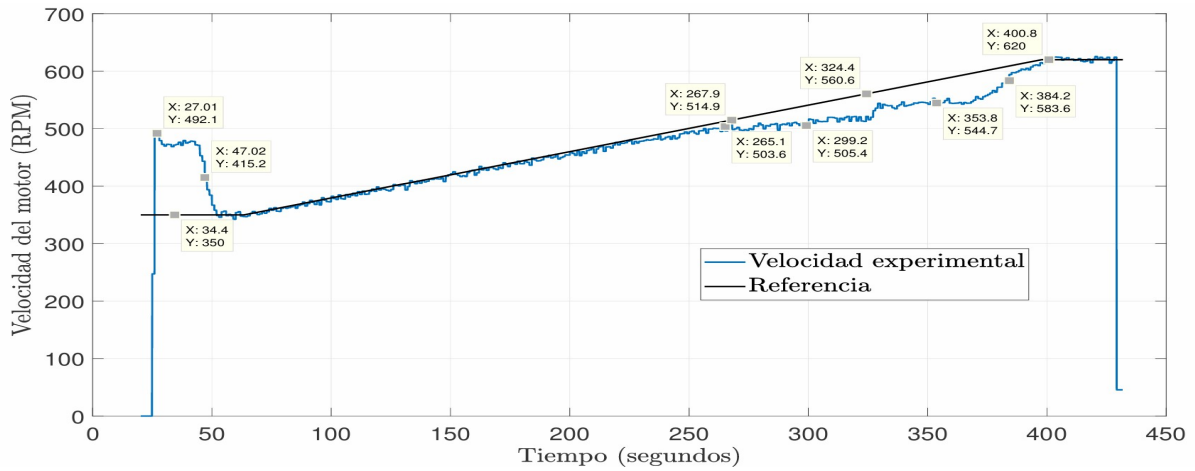


Figura 5.17: Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).

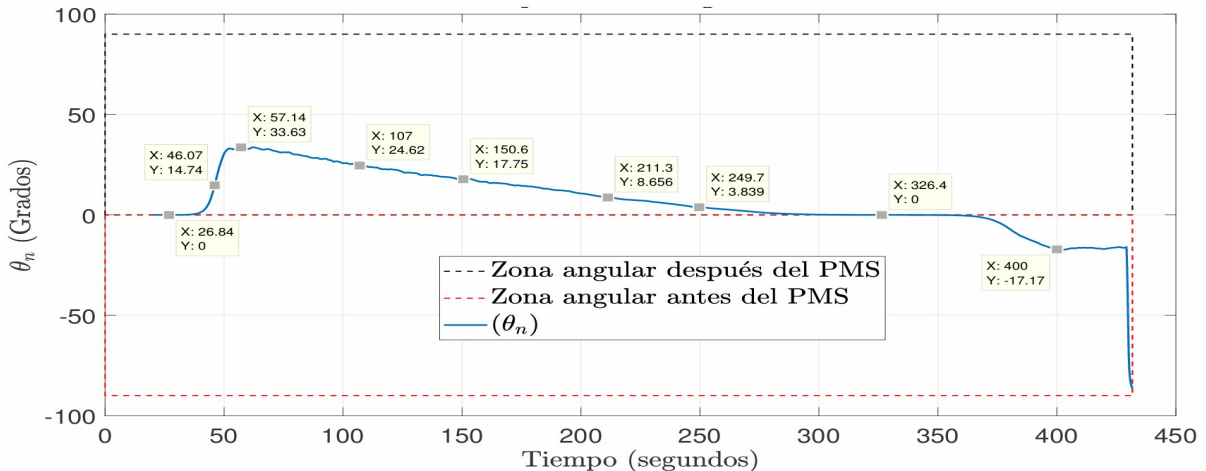


Figura 5.18: Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).

Entrada escalón

Condiciones de inicio de pruebas para el controlador

- **Encendido del actuador:** 45° (equivalente a 315°) antes del Punto Muerto Superior (PMS).
- **Apagado del actuador:** 120° después del PMS.
- **Pesos sinápticos iniciales:** Aleatorios en un rango de $[-1, 1]$.
- **Umbrales:** $\theta_a = 0,5$ y $\theta = 0$.
- **Velocidad de convergencia:** $\eta = 0,0028962$.
- **Tiempo de muestreo (Tarjeta myRIO):** 0.56628 ms.

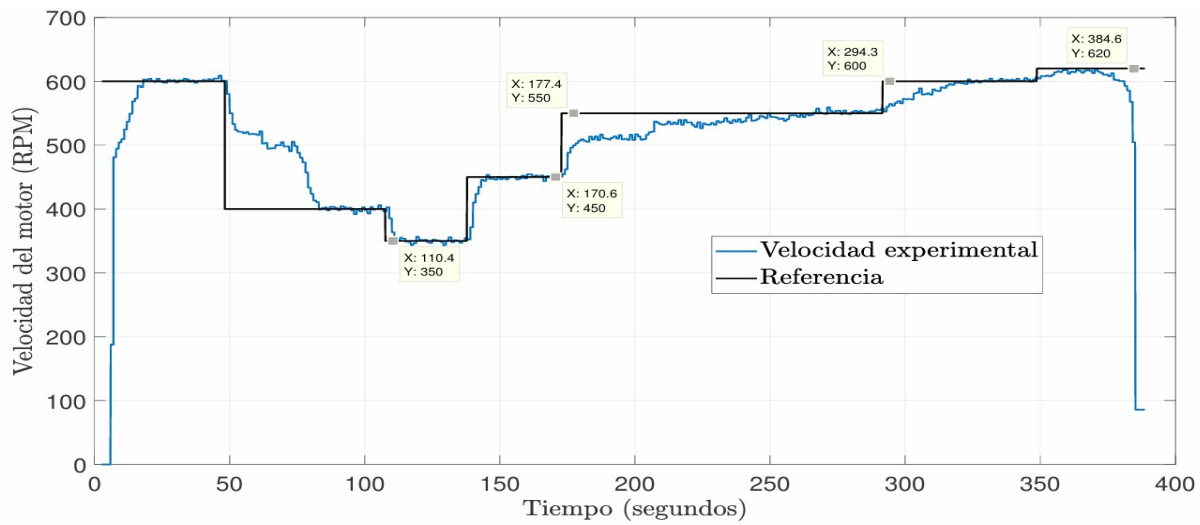


Figura 5.19: Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).

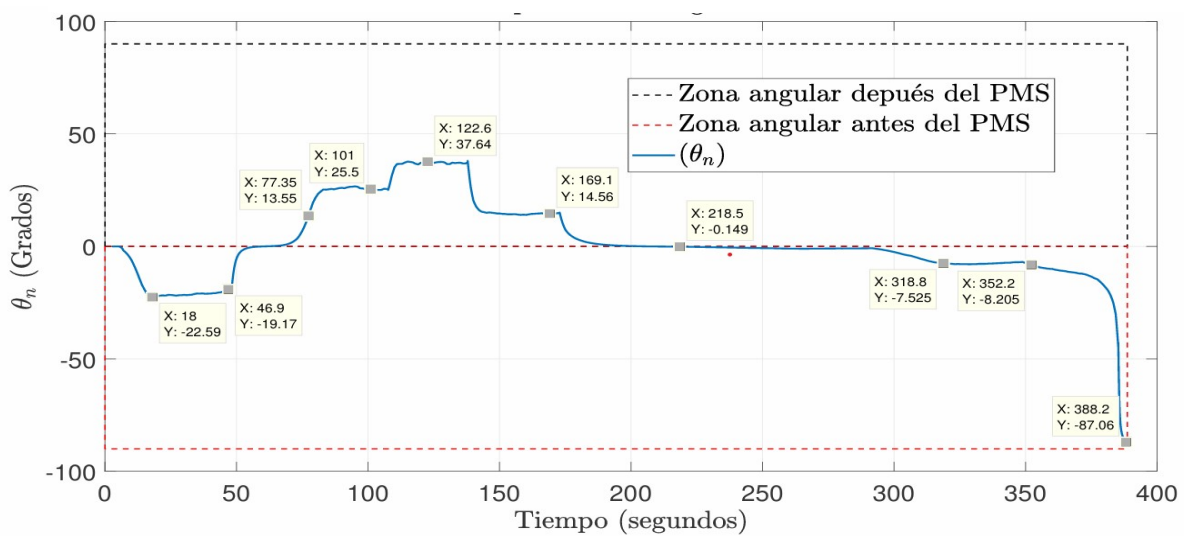


Figura 5.20: Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.5. Rios- Enriquez et al. (2024).

5.2.2. Control neuronal con zona muerta

Entrada rampa

Condiciones de inicio de pruebas para el controlador

- **Encendido del actuador:** 45° (equivalente a 315°) antes del Punto Muerto Superior (PMS).
- **Apagado del actuador:** 90° después del PMS.
- **Pesos sinápticos iniciales:** Aleatorios en un rango de $[-1, 1]$.
- **Umbral:** $\theta_a = 0,1$ y $\theta = 0$.
- **Velocidad de convergencia:** $\eta = 0,0028962$.
- **Tiempo de muestreo (Tarjeta myRIO):** 0.56628 ms.

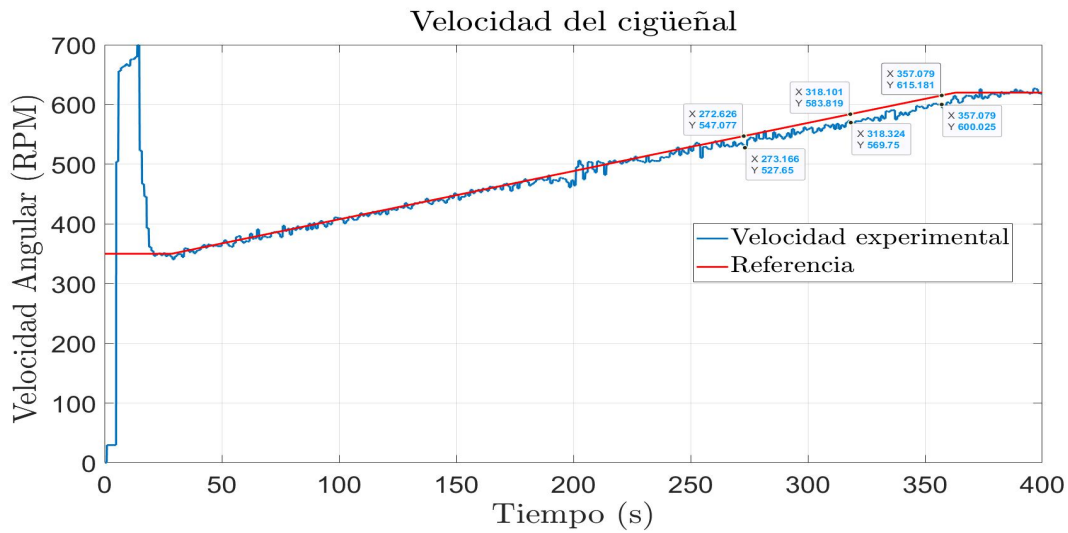


Figura 5.21: Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.8.

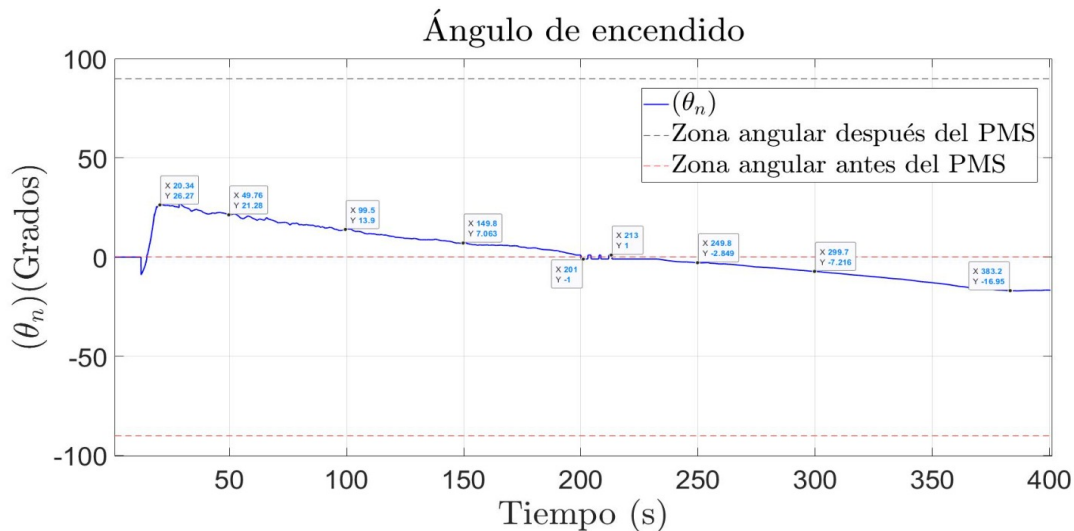


Figura 5.22: Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.8.

Entrada escalón

Condiciones de inicio de pruebas para el controlador

- **Encendido del actuador:** 45° (equivalente a 315°) antes del Punto Muerto Superior (PMS).
- **Apagado del actuador:** 90° después del PMS.
- **Pesos sinápticos iniciales:** Aleatorios en un rango de $[-1, 1]$.
- **Umbrales:** $\theta_a = 0,1$ y $\theta = 0$.
- **Velocidad de convergencia:** $\eta = 0,0028962$.
- **Tiempo de muestreo (Tarjeta myRIO):** 0.56628 ms.

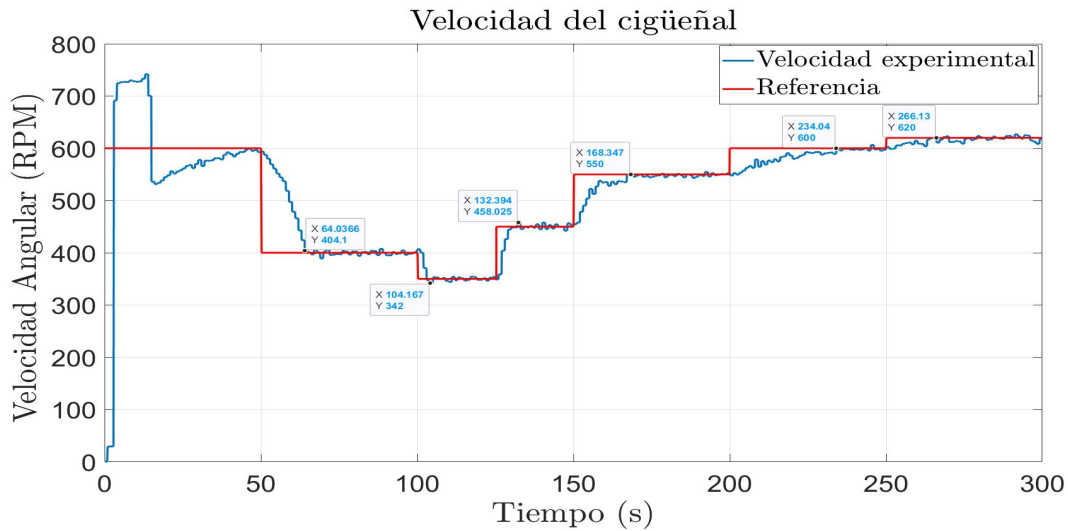


Figura 5.23: Velocidad en el MRM utilizando la ecuación 4.8.

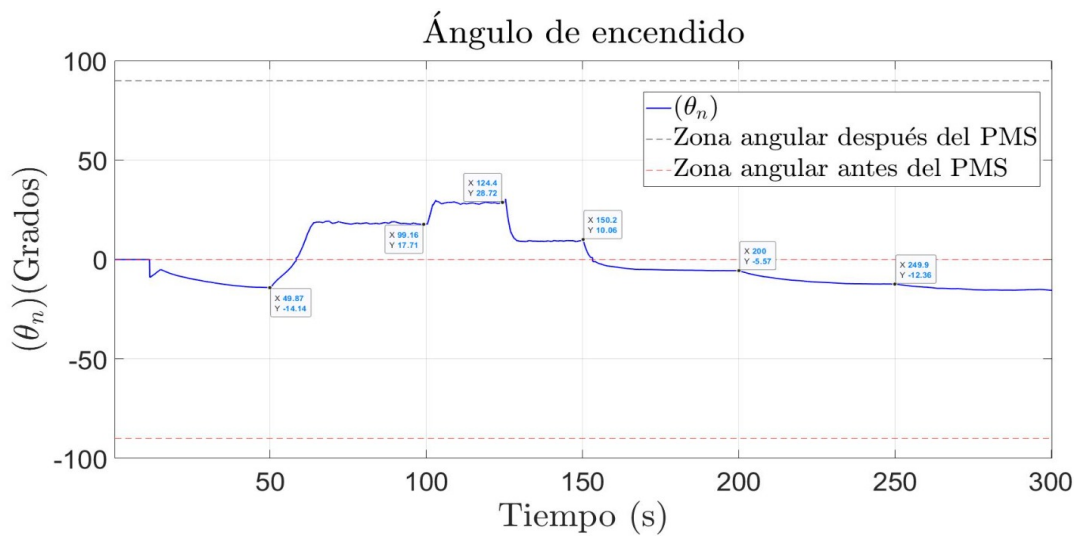


Figura 5.24: Variable manipulada (ángulo de energización) utilizando la ecuación 4.8.

5.3. Torque and energy efficiency

In the tests performed by Ríos-Enríquez et al. [1], a 3.14 % energy efficiency was reported, with a maximum torque of 0.029 Nm and a maximum mechanical power of 1.27 W. However, it is not specified with clarity the method of calculation of the electrical power, since, although the voltage of the source is constant, the tension and the current in the electromagnet present a switching behavior (*ON-OFF*) determined by the angles of turning on and off, as can be seen in Figure 5.34.

For the present analysis, a load was applied to the MRM with the objective of maintaining a constant velocity of 500 RPM. In Figure 5.27 it is observed a constant torque of approximately 0.035 Nm, which results in a mechanical power of 1.8 W against an average electrical power of 160 W (calculated using the average current in the electromagnet and the supply voltage). As a result, this test yields an energy efficiency barely close to 1 %.

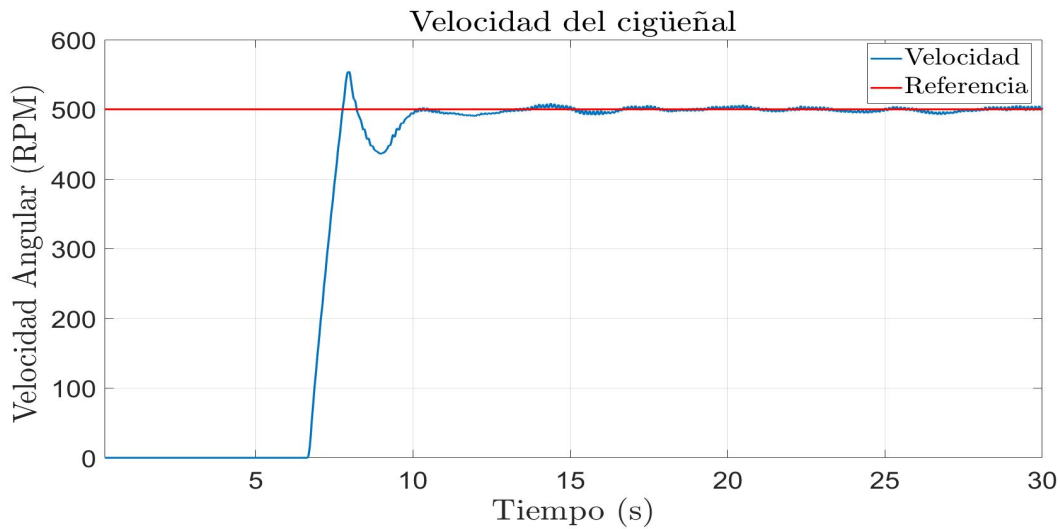


Figure 5.25: Velocity of the MRM when applying a load in the experimental prototype.

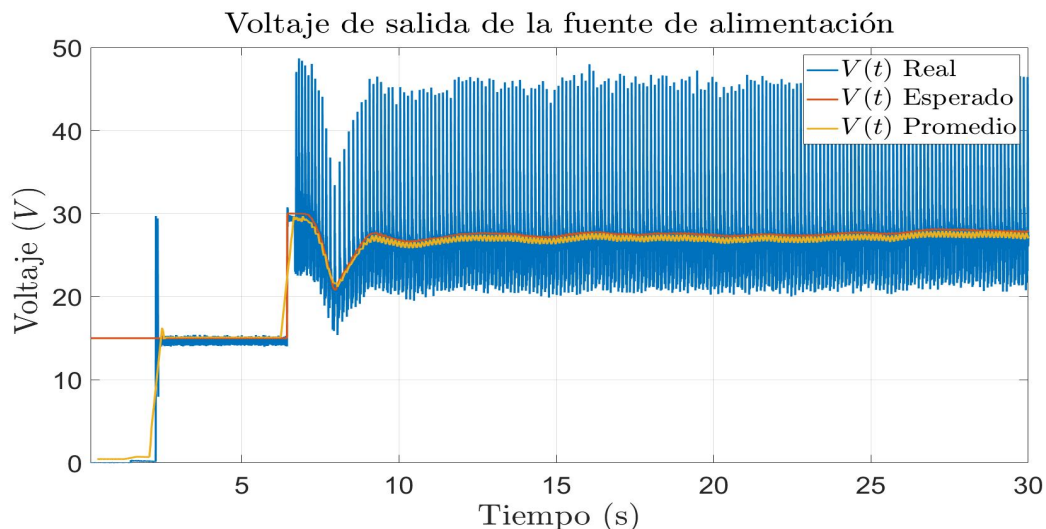


Figure 5.26: Manipulated variable (voltage) when applying a load in the experimental prototype.

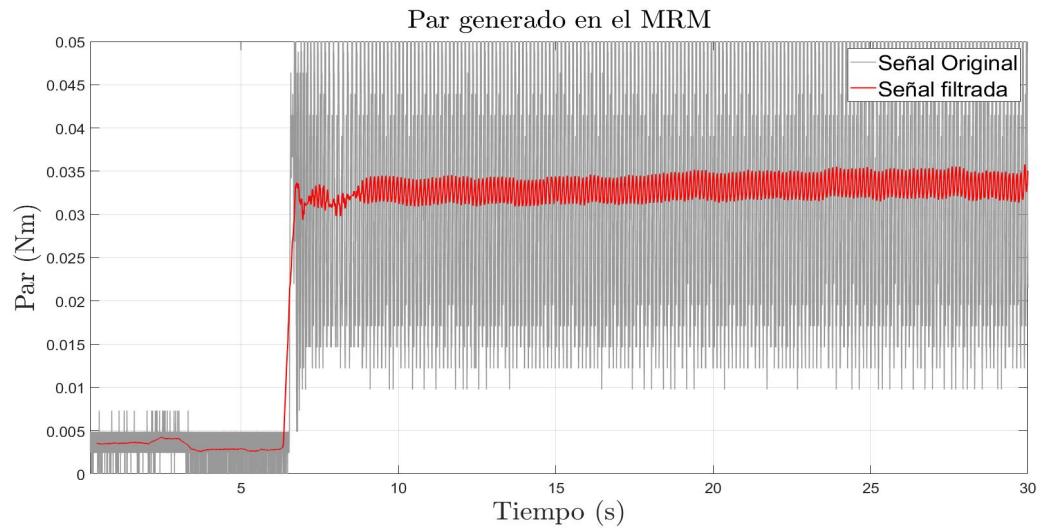


Figura 5.27: Par generado en el prototipo experimental.

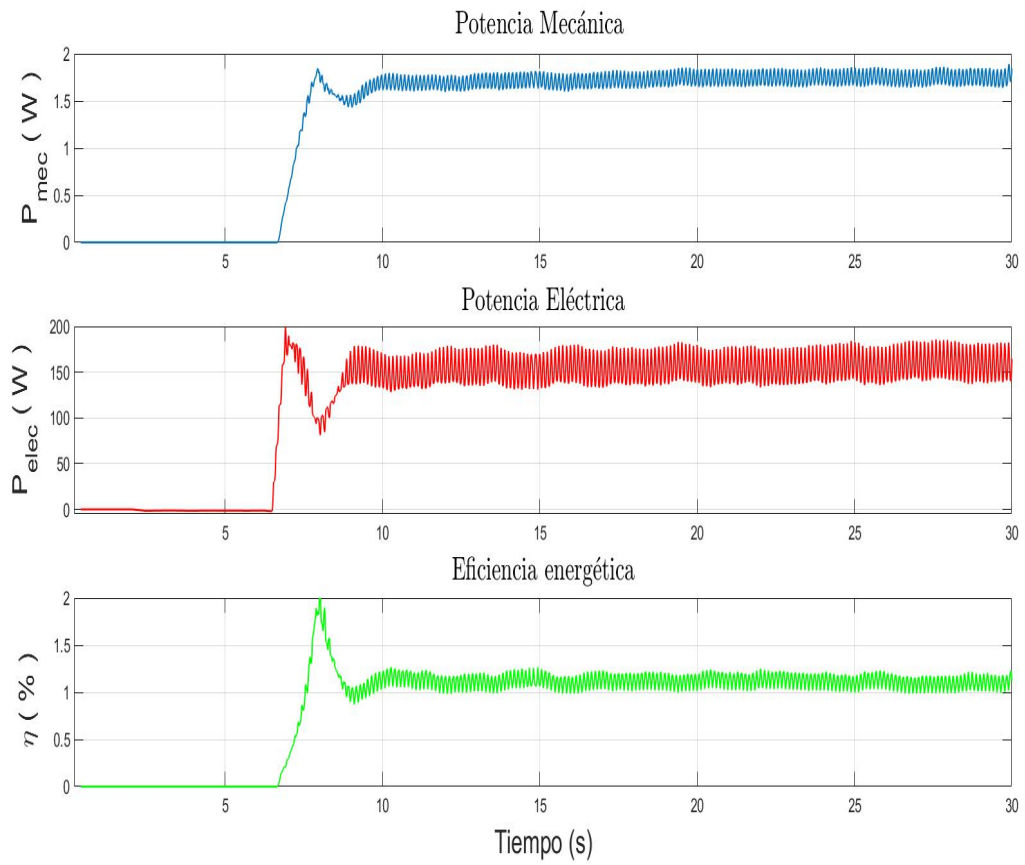


Figura 5.28: Eficiencia energética a partir de la potencia eléctrica y mecánica.

5.4. Potencia consumida en 1 punto de operación (manipulando ángulo de encendido vs manipulando voltaje de alimentación)

Se realizó una prueba sin carga en el motor con la finalidad de comparar la potencia eléctrica consumida para alcanzar el mismo *set-point* de velocidad, contrastando el control por ángulo de encendido con el control por voltaje de alimentación.

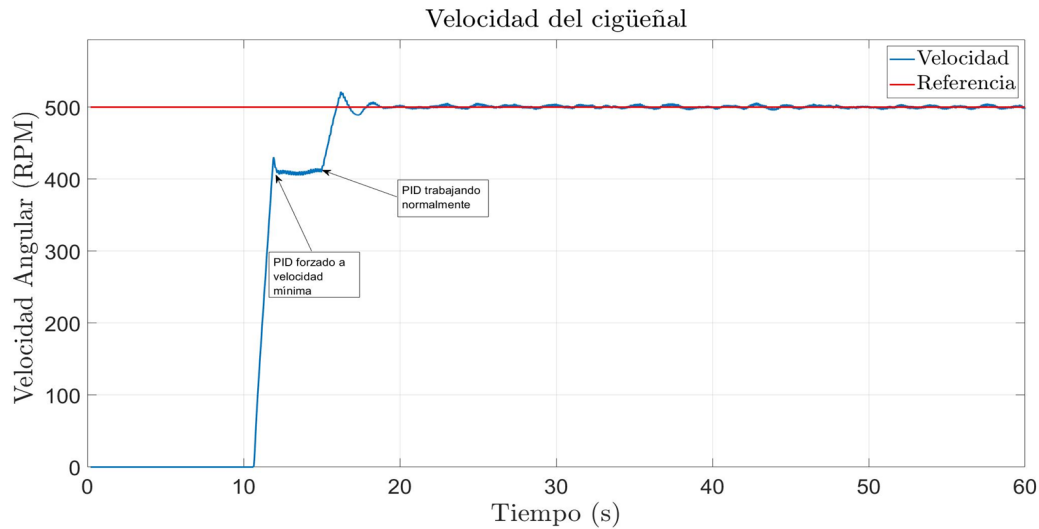


Figura 5.29: Velocidad del MRM utilizando el control de voltaje.

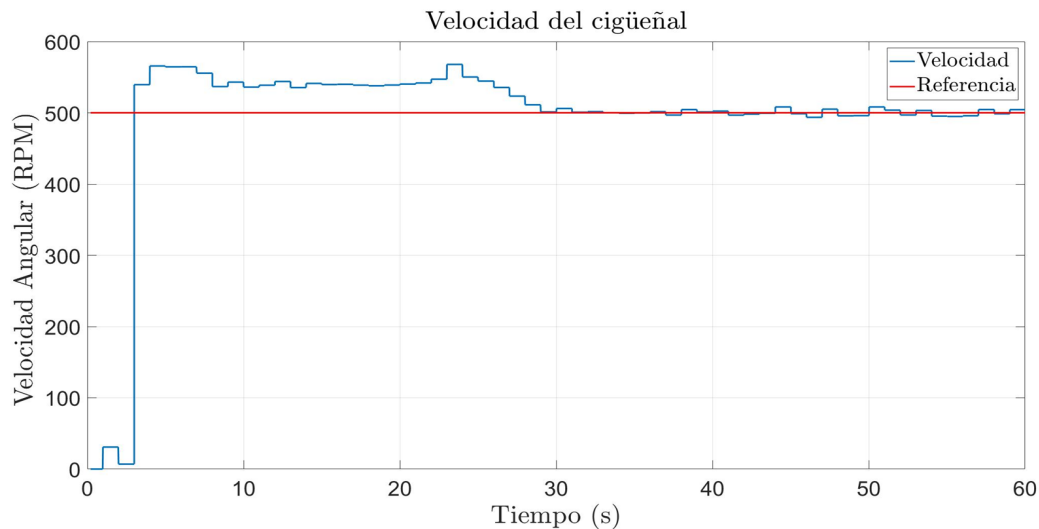


Figura 5.30: Velocidad del MRM utilizando el control de ángulo de encendido.

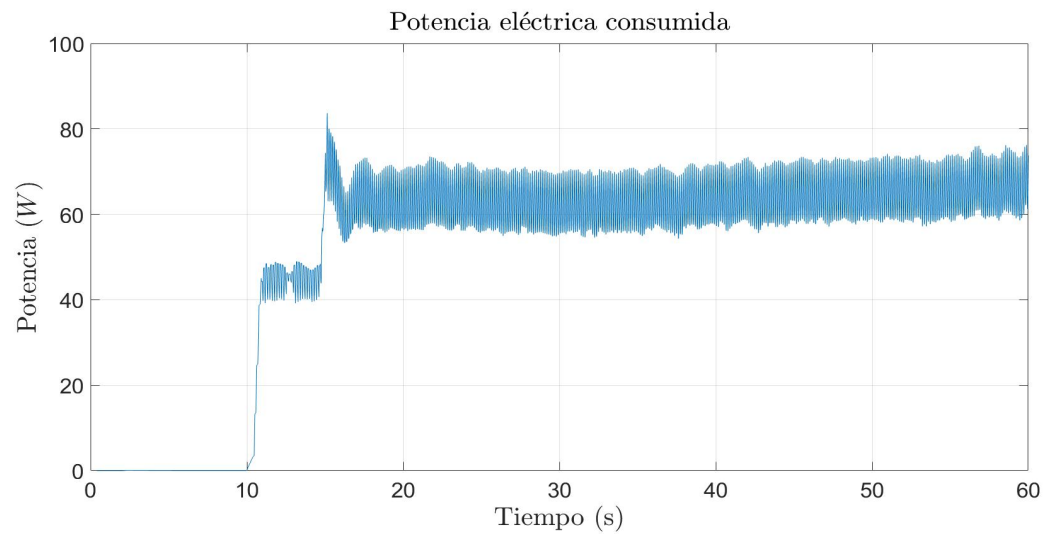


Figura 5.31: Potencia consumida por el MRM utilizando el control de voltaje.

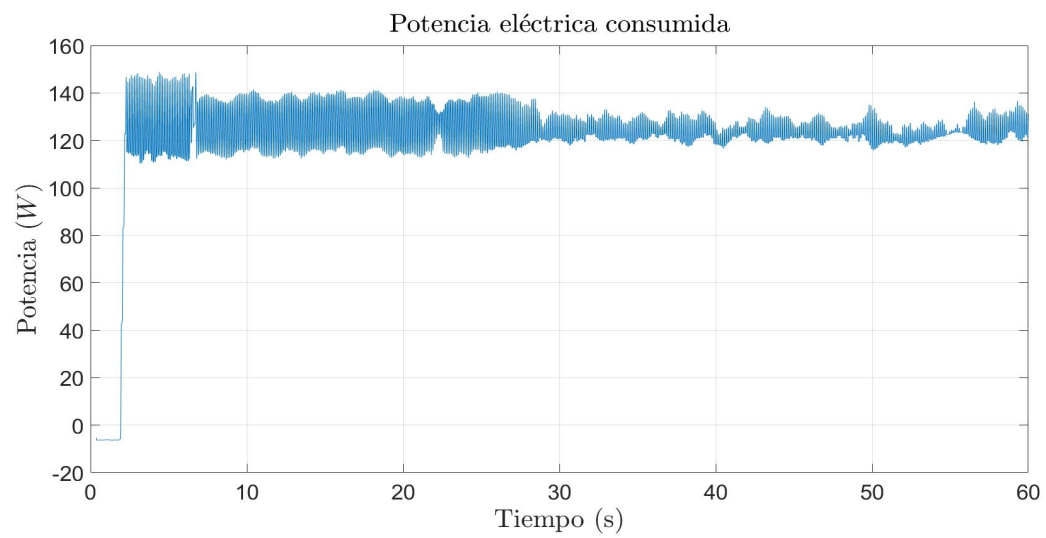


Figura 5.32: Potencia consumida por el MRM utilizando el control de ángulo de encendido.

5.5. Análisis de manipulación simultánea de voltaje de alimentación y ángulo de energización

Se plantean a continuación las ecuaciones que rigen el comportamiento eléctrico:

Constante de tiempo:

$$\tau = \frac{L}{R} = 22,1\text{ms} \quad (5.1)$$

Corriente en función del tiempo:

$$I(t) = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (5.2)$$

Donde:

- L : Inductancia = 31,00 mH
- R : Resistencia = 1,40 Ω
- V : Voltaje de alimentación = 11,00 V – 30,00 V

Campo magnético generado por un solenoide:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N_t I}{\ell_E} \vec{a}_z \quad (5.3)$$

Donde:

- $\vec{B}$: Campo magnético [T]
- μ_0 : Permeabilidad magnética en el vacío [H/m]
- N_t : Número de vueltas del solenoide
- I : Corriente eléctrica [A]
- ℓ_E : Longitud del solenoide [m]
- $\vec{a}_z$: Vector unitario en la dirección z

Posteriormente se plantean las ecuaciones que rigen el comportamiento mecánico:

Tiempo que tarda en realizar una revolución el MRM:

$$T_{\text{rev}} = \frac{60}{\text{RPM}} \quad (5.4)$$

Tiempo que tarda en desplazarse 1° el cigüeñal:

$$t_{1^\circ} = \frac{T_{\text{rev}}}{360} = \frac{60}{\text{RPM} \cdot 360} = \frac{1}{6 \cdot \text{RPM}} \quad (\text{s}) \quad (5.5)$$

$$t_{1^\circ} = \frac{1}{6 \cdot \text{RPM}} \cdot 1000 = \frac{166,67}{\text{RPM}} \quad (\text{ms}) \quad (5.6)$$

Tiempo que se mantiene energizado el electroimán:

$$t_{\text{ener}} = \theta_{\text{ener}} \cdot t_{1^\circ} \quad (5.7)$$

Grado en el que se alcanza el valor de 1 constante de tiempo:

$$\theta_\tau = \frac{\tau}{t_{1^\circ}} \quad (5.8)$$

Al aplicar las ecuaciones anteriores para el análisis de distintos puntos de operación de forma experimental se obtuvieron las Tablas 5.1 y 5.2.

Tabla 5.1: Datos de operación en función del voltaje con ángulos fijos (On=-30°&Off=120°).

Volt	RPM	Tiempo ON	Tiempo OFF	Ángulo en 1τ	Ángulo en 2τ	Descarga al 95 % (3τ)	Descarga al 98 % (4τ)	I_{max} Teórica	I_{corte} @120°
30V	780	32.1 ms	44.9 ms	73.6°	177.2°*	70.8° (Sig)	174.5° (Sig)	21.4 A	16.4 A
25V	690	36.2 ms	50.7 ms	61.7°	153.3°*	35.0° (Sig)	126.6° (Sig)	17.9 A	14.4 A
20V	580	43.1 ms	60.3 ms	47.0°	124.1°*	351.1° (Sig)	68.2° (Sig)	14.3 A	12.3 A
15V	430	58.1 ms	81.4 ms	27.1°	84.2°	291.4°	348.5° (Sig)	10.7 A	9.9 A
11V	250	100.0 ms	140.0 ms	3.2°	36.4°	219.6°	252.8°	7.9 A	7.8 A

Ref: Encendido 330°, Apagado 120°. Siguiente ciclo inicia en 330°.

(Sig): El ángulo cae en la siguiente vuelta del motor.

Nota 1 430 RPM: El inyector se descarga al 95 % (seguro mecánicamente) en 291°, pero mantiene corriente residual hasta el 348°, solapándose levemente con el siguiente encendido. **Nota 2:** El valor de los ángulos en las columnas de carga (1τ y 2τ) y las de descarga (3τ y 4τ) son tomando como referencia el PMS (0°).

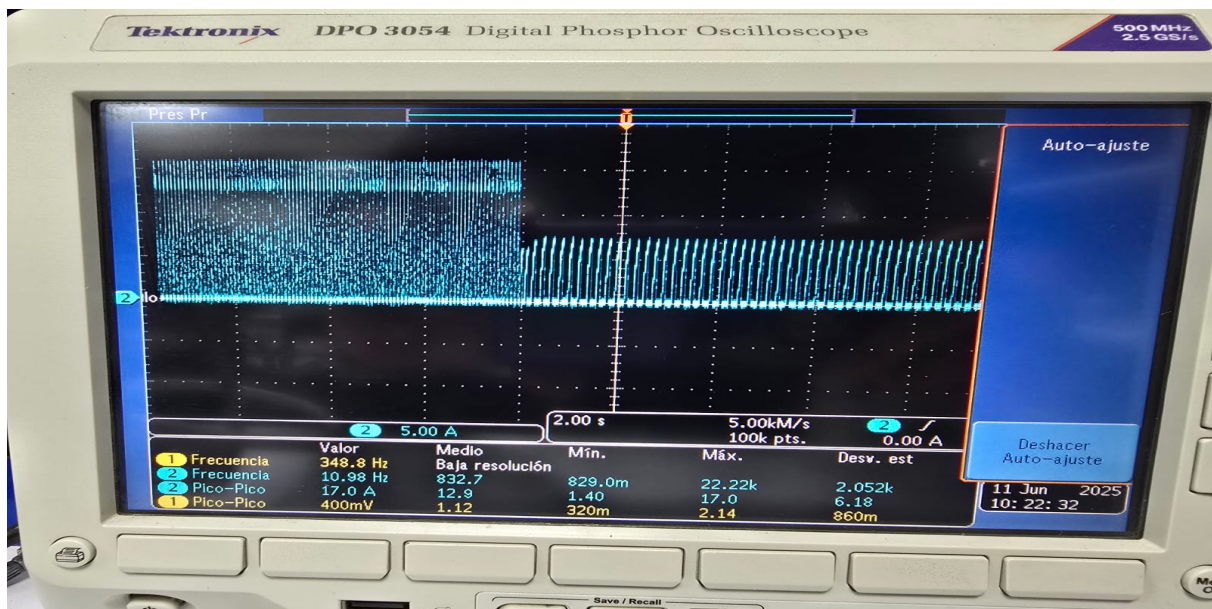


Figura 5.33: Comportamiento de la corriente al manipular el voltaje.

Tabla 5.2: Datos de operación en función del ángulo de encendido con voltaje fijo (30V).

Ángulo Encendido	RPM	Tiempo Encendido	Tiempo Apagado	Ángulo en 1τ	Ángulo en 2τ	Descarga 3τ (95 %)	Descarga 4τ (98 %)	I_{max} Teórica	I_{corte} (@120°)
330° (-30° PMS)	660	150° (37.9 ms)	210° (53.0 ms)	87.7° (+57.7° PMS)	145° (Post Corte)	23.0° (Solap.)	110.7° (Solap.)	21.4 A	17.6 A
345° (-15° PMS)	620	135° (36.3 ms)	225° (60.5 ms)	82.2° (+67.2° PMS)	149.6° (Post Corte)	7.1° (Solap.)	89.1° (Solap.)	21.4 A	17.3 A
0° (PMS)	530	120° (37.7 ms)	240° (75.5 ms)	70.4° (+70.4° PMS)	140.5° (Post Corte)	331.2° (Ok)	40.5° (Solap.)	21.4 A	17.5 A
15°	460	105° (38.0 ms)	255° (92.4 ms)	61° (+76° PMS)	137° (Post Corte)	303.3° (Ok)	4.4° (Ok)	21.4 A	17.6 A
30°	380	90° (39.5 ms)	270° (118.4 ms)	50.3° (+80.3° PMS)	130.7° (Post Corte)	271.4° (Ok)	321.9° (Ok)	21.4 A	17.8 A
37°	350	83° (39.5 ms)	277° (131.9 ms)	46.4° (+83.4° PMS)	130.0° (Post Corte)	259.5° (Ok)	306.0° (Ok)	21.4 A	17.8 A

Apagado: 120° (PMS).

Nota 1: A altas RPM el tiempo restante de vuelta es insuficiente para descargar la energía ($4\tau \approx 88\text{ms}$), provocando solapamiento con el siguiente encendido. **Nota 2:** El valor de los ángulos en las columnas 2τ y las de descarga (3τ y 4τ) son tomando como referencia el PMS (0°).

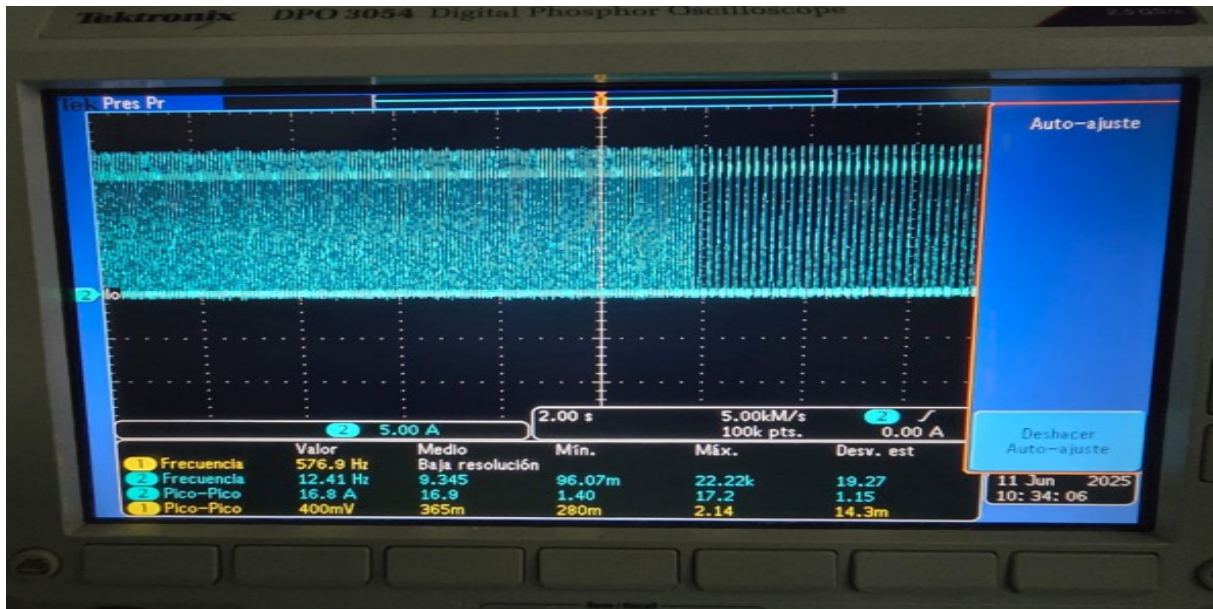


Figura 5.34: Comportamiento de la corriente al manipular el ángulo de energización.

A partir de los datos anteriores, se observa que cuanto mayor es el tiempo de energización del electroimán, mayores son las velocidades alcanzadas con un mismo nivel de voltaje; no obstante, esta relación es válida únicamente dentro de una región angular específica.

Asimismo, al manipular el voltaje manteniendo el ángulo fijo, se altera tanto la corriente máxima alcanzable como la duración de los transitorios de encendido y apagado. Por el contrario, al variar el ángulo con un voltaje fijo, la corriente pico se mantiene prácticamente constante, dado que la variación en la duración del pulso de energización es mínima. En este último caso, el factor determinante para la regulación de la velocidad es el tiempo de apagado (o tiempo de reposo), el cual varía significativamente al modificar los ángulos.

Lo anterior sugiere la posibilidad de alcanzar un mismo punto de operación de velocidad con distintos niveles de consumo de potencia, dependiendo de la variable de control empleada. Sin embargo, es imprescindible considerar la corriente promedio para el cálculo de potencia, ya que, dada la naturaleza de carga pulsante del MRM, basarse únicamente en los picos de corriente resultaría impreciso.

Cabe destacar que el comportamiento descrito ocurre exclusivamente con la topología de conexión empleada, en la cual el interruptor (MOSFET) se encuentra en serie con el electroimán, sin la inclusión de un diodo de libre circulación (*freewheeling*) ni resistencia de descarga. Teóricamente, esta configuración provoca que, al abrirse el interruptor, la impedancia entre terminales cambie instantáneamente de un valor cercano a cero a infinito. Físicamente, esto genera un transitorio de alto voltaje por la energía inductiva almacenada, la cual fuerza su disipación a través del componente más vulnerable del circuito, usualmente el MOSFET.

En ausencia del diodo, el MOSFET se ve obligado a absorber la totalidad de la energía magnética. Si bien esto permite una desmagnetización extremadamente rápida del electroimán, resultando en una caída de corriente casi instantánea, como se observa en la Figura 5.35, representa un riesgo destructivo para el transistor, a menos que este se encuentre sobredimensionado para soportar el modo de ruptura por avalancha.

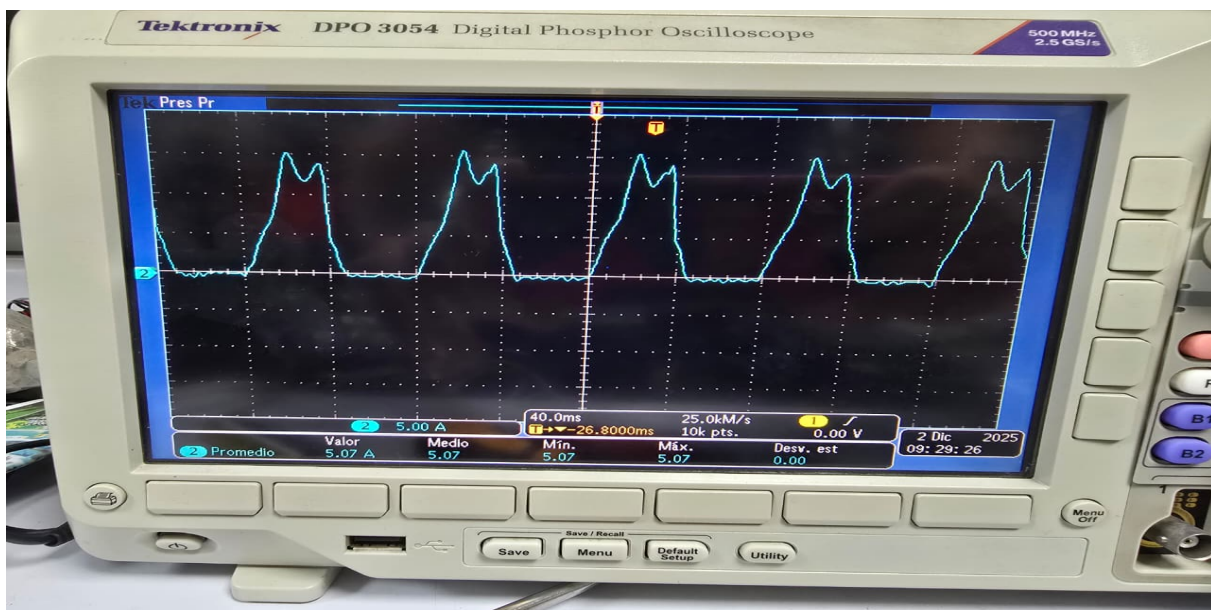


Figura 5.35: Comportamiento de la corriente con el MOSFET en serie con el electroimán.

Capítulo 6

Discusión de resultados

6.1. Comparación de los resultados de los controladores

6.1.1. Simulación

Tabla 6.1: Comparación de parámetros dinámicos entre controladores de voltaje.

	PSO-PID <i>OFFLINE</i>				PID-Prueba y Error			
RPM	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)
200	0.4214	0.2122	1.7707	28.78	0.5306	0.3069	2.1336	9.94
300	0.4217	0.2475	1.3412	10.21	0.5496	0.7504	1.8766	0
400	0.4317	0.3539	0.667	0	0.5728	1.2225	2.1308	0
500	0.4351	0.5538	1.1911	0	0.6732	1.4431	2.2215	0
600	0.4434	0.7728	1.5058	0	0.7305	1.6178	2.4377	0
700	0.5121	1.3300	2.0860	0	0.8381	1.7550	2.6466	0
800	0.6330	1.5966	2.4595	0	0.9050	1.8508	2.8414	0

Tabla 6.2: Comparación de parámetros dinámicos entre controladores de voltaje.

	PSO-PID <i>ONLINE</i>				FFNN			
RPM	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)
200	0.3589	0.1910	3.4098	36.7	0.7709	0.6938	2.0468	0
300	0.3692	0.2358	1.8228	6.24	0.6711	1.3070	3.0811	0
400	0.3885	0.3898	3.0610	0	0.6265	1.2796	2.2036	0
500	0.4363	1.8743	2.5827	0	0.6893	1.4392	2.3442	0
600	0.5611	2.1101	3.4082	0	0.6712	1.3586	2.2333	0
700	0.8294	3.3118	4.2028	0	0.6637	1.2891	1.9645	0
800	1.1669	3.8942	5.4124	0	0.6438	1.2326	1.9258	0

El análisis de los parámetros dinámicos obtenidos en las pruebas de simulación permite contrastar la eficiencia de diversas estrategias de control bajo un rango de operación que abarca desde las 200 hasta las 800 RPM. De acuerdo con los datos presentados en la Tabla 6.1, el controlador *PSO-PID fuera de línea* demuestra una capacidad superior para reducir el tiempo de establecimiento (T_s) en comparación con el método convencional de *PID-Prueba y Error*, particularmente en el intervalo de 200 a 600 RPM. Sin embargo, esta ganancia en velocidad de respuesta conlleva un compromiso en la estabilidad inicial, manifestándose sobretiros (O_v) considerables en bajas revoluciones, como el 28.78 % registrado a 200 RPM. A medida que la velocidad aumenta hacia los 400 RPM y superiores, el esquema optimizado logra eliminar las oscilaciones, manteniendo tiempos de subida (T_r) más cortos que la sintonía manual.

Por otra parte, la Tabla 6.2 presenta la comparativa entre el *PSO-PID en línea* y el esquema basado en redes neuronales artificiales (*FFNN*). En este caso, el *FFNN* opera como un controlador prealimentado (*Feedforward*) sintonizado de manera *fuera de línea* que complementa la acción de un controlador PID. Este diseño destaca como la estrategia más robusta y consistente de todo el estudio, logrando una ausencia total de sobretiro ($O_v = 0\%$) en cada uno de los puntos de operación evaluados. En contraste, el controlador *PSO-PID en línea* exhibe una inestabilidad notable a bajas velocidades, con un sobretiro máximo del 36.7 % a 200 RPM, y una degradación progresiva de su desempeño en altas velocidades, alcanzando un T_s de 5.4124 s a 800 RPM, cifra significativamente superior al tiempo de 1.9258 s obtenido por el *FFNN*.

6.1.2. Experimental

Tabla 6.3: Comparativa de índices de desempeño (basados en el error).

RPM	PID			FFNN			Neuronal		
	ISE	IAE	ITAE	ISE	IAE	ITAE	ISE	IAE	ITAE
400	$5,22 \times 10^4$	$3,03 \times 10^2$	$4,10 \times 10^2$	$9,44 \times 10^4$	$4,00 \times 10^2$	$3,85 \times 10^2$	$3,76 \times 10^5$	$1,87 \times 10^3$	$8,32 \times 10^3$
500	$9,26 \times 10^4$	$3,87 \times 10^2$	$4,51 \times 10^2$	$1,68 \times 10^5$	$5,40 \times 10^2$	$5,23 \times 10^2$	$4,66 \times 10^5$	$2,51 \times 10^3$	$1,78 \times 10^4$
600	$1,42 \times 10^5$	$4,39 \times 10^2$	$4,36 \times 10^2$	$2,32 \times 10^5$	$6,15 \times 10^2$	$5,61 \times 10^2$	$7,65 \times 10^4$	$1,09 \times 10^3$	$7,82 \times 10^3$
700	$2,30 \times 10^5$	$5,80 \times 10^2$	$5,80 \times 10^2$	$3,33 \times 10^5$	$7,47 \times 10^2$	$6,99 \times 10^2$	$2,11 \times 10^6$	$3,36 \times 10^3$	$8,84 \times 10^3$

Tabla 6.4: Comparativa de parámetros dinámicos.

RPM	PID				FFNN				Neuronal			
	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)
400	0.53	0.69	3.47	33.5	1.13	1.46	2.09	5.6	1.00	1.00	11.0	64.2
500	0.62	0.75	3.80	27.9	1.26	1.58	1.90	1.7	1.00	1.00	22.0	33.6
600	0.71	0.89	2.85	12.3	1.22	1.51	1.83	2.7	1.00	1.00	26.1	21.0
700	0.83	1.01	3.02	1.0	1.25	1.53	1.87	3.2	1.00	1.00	2.0	2.1

Nota: PID y FFNN (Voltaje); Neuronal (Ángulo de encendido).

Una vez validado el comportamiento en entorno controlado, se procedió a la fase experimental para evaluar la robustez de los controladores ante las no linealidades del prototipo físico. En esta etapa, los controladores de voltaje (*PID* con sintonía *PSO fuera de línea* y el *FFNN fuera de línea*) se contrastan con una estrategia de aprendizaje en tiempo real denominada *Neural*, la cual, a diferencia de las anteriores, manipula directamente el ángulo de encendido del sistema.

De acuerdo con los parámetros dinámicos presentados en la Tabla 6.4, el controlador **PID** mantiene la tendencia observada en simulación al presentar los tiempos de subida (T_r) más rápidos, oscilando entre 0.69 s y 1.01 s. Sin embargo, esta rapidez se traduce en un sobretiro (O_v) pronunciado en el mundo real, alcanzando un 33.5 % a 400 RPM. Por el contrario, el **FFNN** demuestra una transferencia de diseño más efectiva al prototipo; aunque sus tiempos de respuesta inicial son ligeramente superiores a los del PID, logra una estabilidad notable con sobretiros significativamente reducidos, con un máximo de 5.6 % a 400 RPM, y tiempos de establecimiento (T_s) sumamente consistentes, cercanos a los 2 segundos en todo el rango evaluado.

En cuanto a la estrategia **Neuronal** con aprendizaje *en línea*, los datos de la Tabla 6.3 revelan una complejidad inherente al control por ángulo de encendido. Este controlador presenta los índices de error más elevados del estudio, con un ISE que escala hasta $2,11 \times 10^6$ a 700 RPM. Este comportamiento se explica al observar su dinámica en la Tabla 6.4, donde se registran sobretiros críticos del 64.2 % a bajas velocidades y tiempos de establecimiento que se elevan hasta los 26.1 s. A diferencia de las estrategias de voltaje, el control por ángulo parece requerir periodos de adaptación mucho más extensos para compensar las perturbaciones del sistema experimental.

En conclusión, la comparativa experimental ratifica a el **FFNN** como la solución más equilibrada para el prototipo. Mientras que el PID sintonizado por *PSO* ofrece rapidez a costa de oscilaciones bruscas y el control neuronal *en línea* por ángulo de encendido lucha con la estabilidad del transitorio, la red neuronal *fuera de línea* prealimentada logra mitigar el comportamiento errático de la fuente, garantizando una regulación de velocidad precisa y segura.

6.2. Análisis de resultados en simulación

6.2.1. PID de ángulo de energización

Debido a que el PID es un control lineal y la relación ángulos/velocidad, considerando desde -90° hasta 90° después del PMS, es no lineal, se asume que un PID tiene un desempeño degradado en comparación con otros controles no lineales. Sin embargo, se comprobó que, al manipular el ángulo únicamente en la región negativa o en la región positiva, sí es posible, al menos en simulación, utilizar el control PID. No obstante, se enfrentaron varias complicaciones.

Todas estas consideraciones lo vuelven una opción poco viable para implementar físicamente, ya que sería muy sensible a muchos factores. Entre ellos, el más problemático es la sintonización apropiada de las ganancias del PID, aunado a que, a bajas velocidades y en la región negativa, el modelo pierde confiabilidad en relación con el prototipo experimental.

6.2.2. PID de voltaje de alimentación

El PID de voltaje, en todas sus versiones, mostró la capacidad de llevar el MRM a la velocidad deseada con un menor consumo de potencia eléctrica en comparación con el control de ángulo de energización, además de una excelente robustez ante perturbaciones.

Sin embargo, al igual que en otras configuraciones, se observó que las versiones con respuesta más rápida son también aquellas en las que se generan mayores sobretiros al partir de una condición de reposo. Esto es de suma importancia, ya que para trabajos futuros donde se busque una implementación en vehículos, como motocicletas, por ejemplo, será crucial considerar escenarios realistas en los que el vehículo deba frenar por completo y reiniciar su aceleración en múltiples ocasiones.

Además se mostró que se obtuvieron resultados mucho más cercanos a los criterios de evaluación establecidos al utilizar un PSO para sintonizar las ganancias del PID.

6.2.3. FFNN de voltaje de alimentación

Con la configuración [FFNN de voltaje de alimentación del electroimán con entrada escalón \(FFNN con acción PID temporizada\)](#) para una entrada escalón, se obtiene prácticamente la misma respuesta de velocidad—incluso ligeramente mejorada— en comparación con el PID, pero reduciendo significativamente la carga del lazo cerrado, sin afectar la estabilidad del sistema y permitiendo alcanzar el voltaje requerido de forma rápida y precisa.

Con la configuración [FFNN de voltaje de alimentación del electroimán alimentado con entrada rampa \(FFNN estático\)](#) para una entrada rampa, se observa un mejor comportamiento en comparación con el PID, el cual presenta un retraso al iniciar la rampa, situación que no ocurre con el FFNN.

Dado que la RNA fue entrenada fuera de línea, su implementación consume poca memoria, ya que el proceso más demandante computacionalmente es el entrenamiento. Durante la implementación, al contar con pesos sinápticos y sesgos con valores fijos, no se requiere un proceso de aprendizaje adicional, el cual suele ser el principal consumidor de recursos.

Sin embargo, esta ventaja implica una restricción importante: aunque el entrenamiento fuera de línea se realizó con datos de voltaje/velocidad, estos se obtuvieron bajo un ángulo fijo de energización y apagado, y considerando el motor sin carga. Si estas condiciones cambian, la dinámica de la relación voltaje/velocidad se verá alterada, lo que disminuiría progresivamente la eficacia de la RNA. Como consecuencia, el voltaje calculado para una velocidad específica dejaría de ser el adecuado, obligando al PID a incrementar su acción de control para compensar el error de la RNA.

6.2.4. Análisis de resultados potencia consumida

En las Tablas 7.2 y 7.3, ubicadas en los Anexos, se analizaron las condiciones de las variables eléctricas para las diferentes estructuras de control utilizadas en simulación, con el fin de determinar cuál permite alcanzar las velocidades deseadas con el menor consumo de potencia eléctrica. El controlador de voltaje demostró ser el más eficiente en este aspecto.

6.3. Análisis de resultados experimentales

6.3.1. Control neuronal de ángulo de energización con zona muerta

La implementación de la zona muerta presentó una mejora significativa en el seguimiento de la referencia. Su principal desventaja es que, al ser un control de ángulos, se mantiene la fuente de alimentación fija en 30 V, lo que propicia un mayor consumo de potencia eléctrica para alcanzar diferentes puntos de operación en comparación con los controladores de corriente.

6.3.2. Control PI de voltaje de alimentación

Se encontró que las ganancias obtenidas utilizando el PSO de forma experimental produjeron sobretiros con valores superiores a los observados en simulación; sin embargo, la robustez sí se mantuvo consistente, pues el control responde rápidamente ante perturbaciones para mantener el valor de velocidad en la referencia.

6.3.3. Control FFNN de voltaje de alimentación

Al igual que en simulación, se observó que esta técnica reduce la carga del lazo cerrado y mejora significativamente el comportamiento al minimizar los sobretiros no deseados. Sin embargo, también se confirmó que, al cambiar las condiciones bajo las cuales se entrenó la red —lo que modifica la relación Voltaje/Velocidad preestablecida—, se genera un error de estimación. Esto obliga al controlador PI a incrementar su acción de control para compensar dicha desviación y mantener la velocidad deseada.

6.3.4. Manipulación de ángulo de energización y voltaje de alimentación

Como se observa en la Tabla 5.2, al mantener un valor fijo de voltaje de alimentación y manipular únicamente el ángulo de energización el tiempo de encendido no varía significativamente; aun así, es posible alcanzar valores de corriente superiores al 85 % del máximo. No obstante, el parámetro que presenta una variación considerable es el tiempo de apagado.

Esto sugiere que, dadas las características actuales del MRM en estudio, manipular simultáneamente ambas variables (voltaje y ángulo de energización) no necesariamente mejorará su comportamiento. Como se evidencia, para alcanzar mayores velocidades con un mismo nivel de voltaje, es necesario incrementar el ángulo de encendido, lo cual extiende el tiempo de activación del electroimán.

Sin embargo, intentar compensar un voltaje reducido aumentando excesivamente dicho ángulo podría resultar contraproducente. Esto se debe a que la fuerza magnética podría generarse en una región cercana o anterior al PMS, produciendo un efecto de frenado que, lejos de mejorar el rendimiento, reduciría la velocidad final del motor.

6.3.5. Torque y eficiencia energética

Se observa que, ante una carga, la eficiencia alcanzada es muy similar, pues al hacer pruebas con el control de ángulos también se alcanzaron valores de eficiencia cercanos al 1 %. Esto se debe a que el control de ángulos intenta compensar la carga ampliando la región de encendido para mantener la velocidad en el valor deseado; en cambio, el control de corriente realiza la compensación incrementando el voltaje de alimentación.

Sin embargo, ambos llegan prácticamente al mismo punto de operación: un ángulo amplio con un voltaje de alimentación cercano al límite de la fuente. Esta es la razón por la cual no se consiguió, ni se podría conseguir, una mejora de eficiencia bajo estas condiciones; en este sentido, resulta indispensable un rediseño de los elementos del MRM.

6.3.6. Potencia eléctrica consumida

En las Figuras 5.30 y 5.29 se observa que ambos controladores tienen la capacidad de llevar el MRM a la referencia de velocidad; sin embargo, en las Figuras 5.32 y 5.31 se aprecia que el control mediante manipulación de voltaje de alimentación permite alcanzar la consigna consumiendo considerablemente menos potencia eléctrica. Esto implica que dicha técnica resulta energéticamente más eficiente bajo condiciones de operación sin carga acoplada.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1. Contribución

Los resultados obtenidos en las simulaciones permitieron identificar las ventajas y limitaciones de los distintos esquemas de control aplicados al motor recíprocante magnético (MRM). En primer lugar, se comprobó que, a pesar de tratarse de un sistema no lineal, es posible aplicar controladores PID de ángulo de energización bajo ciertas condiciones, particularmente cuando se limita la operación a rangos específicos de los ángulos de energización. No obstante, esta opción resulta poco recomendable para su implementación física debido a su alta sensibilidad y dificultad de sintonización, especialmente a bajas velocidades o en la región negativa del ángulo.

En el caso del control neuronal de ángulos, se evidenció que la zona próxima a los 0° representa una región crítica donde la red neuronal tiene dificultades para calcular adecuadamente la acción de control, afectando el seguimiento de la referencia. La inclusión de una zona muerta mejoró significativamente la respuesta, al evitar valores poco efectivos de control en esa región.

Por otro lado, los controladores basados en la manipulación del voltaje, como el PID y el FFNN, mostraron una mejor capacidad de adaptación, permitiendo alcanzar las velocidades deseadas con un menor esfuerzo de control. En particular, el enfoque basado en redes neuronales tipo *Feedforward* demostró una reducción sustancial en la carga del lazo cerrado sin comprometer la estabilidad. Su bajo consumo de recursos durante la ejecución, al haber sido entrenada fuera de línea, lo convierte en una opción práctica para implementaciones físicas.

Sin embargo, se debe considerar que el entrenamiento de la red se realizó bajo condiciones específicas: con ángulos fijos y sin carga. Por tanto, si estas condiciones cambian, la red podría volverse menos precisa, siendo necesario que el PID intervenga para corregir el error.

Finalmente, los análisis de potencia eléctrica consumida indicaron que el control de voltaje, ya sea con PID o FFNN, no solo permite un control más preciso, sino también un mejor aprovechamiento de la energía. A diferencia del control basado únicamente en ángulos, donde el voltaje permanece constantemente en su valor máximo, estos esquemas logran reducir el voltaje aplicado sin sacrificar la velocidad deseada. Además, se concluyó que intentar manipular simultáneamente el voltaje y el ángulo no necesariamente mejora la respuesta del sistema, y en ciertos casos podría incluso reducir el rendimiento debido a la activación prematura de la fuerza magnética antes del punto muerto superior.

7.2. Trabajos futuros

Obtener un modelo no lineal dinámico utilizando RNA.

Diseñar e implementar un MPC neuronal para la manipulación de ángulo de encendido y de voltaje de alimentación.

Diseñar e implementar una estrategia de control dejando fijo el ángulo de energización y manipulando el ángulo de apagado, manteniendo fijo el voltaje de alimentación.

Diseñar e implementar una estrategia de control manipulando tanto ángulo de energización como ángulo de apagado, manteniendo fijo el voltaje de alimentación.

Diseñar e implementar una estrategia de control manipulando ángulo de energización y de apagado así como el voltaje de alimentación.

Diseñar y armar un MRM bicilindrico y en caso de que este presente mejoras considerar posteriormente diseñar y armar un MRM V4.

Referencias

- [1] C. Rios-Enriquez, M. Adam-Medina, J. García-Morales, G. V. Guerrero-Ramírez, and M. Cervantes-Bobadilla. Modeling and simulation of a magnetic reciprocating engine. *IEEE Access*, 2024.
- [2] C. Rios-Enriquez. Modelado y control de un motor reciprocante magnético. Master's thesis, Tecnológico Nacional de México – Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), Cuernavaca, Morelos, August 2024.
- [3] M. Sudheer, K. Vasu, and K. S. Vamsi. Magnetic piston engine. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, 3(1):59–66, 2014.
- [4] S. Dhangar, A. Korane, and D. Barve. Magnetic piston operated engine. *International Journal of Advanced Research in Science and Engineering*, 4(6):219–225, 2015.
- [5] P. Hota, M. Rathore, and D. Shaikh. Magnetic repulsion piston engine. *International Journal of Science and Research*, 4(12):338–344, 2015.
- [6] J. L. Dune, V. V. Nandarge, A. M. Bhosale, and S. S. Dhage. An innovative design & development of magnetic reciprocating engine. *International Journal of Innovations in Engineering Research and Technology*, pages 1–5, 2016.
- [7] C. S. Sundaram and M. Abiraman. Magnetic piston operated engine. In *2020 International Conference on System, Computation, Automation and Networking (ICSCAN)*, 2020.
- [8] S. Vaddepalli, N. Preetham, and A. B. Karanth. Design and fabrication of an electromagnetic piston engine. *International Research Journal of Modernization in Engineering, Technology and Science*, 2(9):1672–1679, 2020.
- [9] H. Yan, Z. Xu, J. Lu, D. Liu, and X. Jiang. A reciprocating motion control strategy of single-cylinder free-piston engine generator. *Electronics*, 9(2):245, 2020.
- [10] Y. Sun, Z. Xu, Q. Zhang, and L. Liu. A plate moving-magnet linear generator designed for free-piston engines. *IEEE Access*, 8:75135–75144, 2020.
- [11] J. S. de León, R. García-Hernández, and E. J. Ollervides-Vázquez. Desarrollo de un algoritmo de control inteligente para un sistema de levitación magnética. *Estudios de la Ciénega*, (01):65–82, 2019.
- [12] B. M. Rocha and M. D. Da Costa. Estudo de um modelo de levitador eletromagnético e suas aplicações no ensino de engenharia elétrica. *Revista Saberes*, (6), 2020.
- [13] F. Isdaryani, F. Feriyonika, and R. Ferdiansyah. Comparison of Ziegler-Nichols and Cohen Coon tuning method for magnetic levitation control system. *Journal of Physics: Conference Series*, 1450(1):012033, Feb 2020.

- [14] J. Hu, W. Ma, X. Chen, and S. Luo. Levitation stability and hopf bifurcation of ems maglev trains. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020:1–12, 2020.
- [15] I. D. S. Viganó. Teoría fuzzy intervalar aplicada no controle de um sistema de levitação magnética. Master’s thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2021.
- [16] Jair Alexander Aldana Tapia and María Daniela Tipantuña Lovato. Levitador magnético para evaluar algoritmos clásicos y modernos, mediante dispositivos de bajo costo. Master’s thesis, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Extensión Latacunga, 2021.
- [17] A. Mughees, N. Mughees, A. Mughees, S. A. Mohsin, and K. Ejsmont. Enhancing stability and position control of a constrained magnetic levitation system through optimal fractional-order pid controller. *Alexandria Engineering Journal*, 107:730–746, 2024.
- [18] A. Bizuneh, H. Mitiku, A. O. Salau, and K. Chandran. Performance analysis of an optimized pid-p controller for the position control of a magnetic levitation system using recent optimization algorithms. *Measurement: Sensors*, 33:101228, 2024.
- [19] A. Sagar, R. Radhakrishnan, and G. L. Raja. Cascade plus feedforward control strategy for enhanced regulation in maglev system. *IFAC-PapersOnLine*, 57:355–360, 2024.
- [20] G. M. Avilés, A. Z. E. Muñoz, J. V. Aguilar, V. R. Lugo, H. G. Pozos, R. V. Segura, and O. A. Domínguez-Ramírez. Modelo matemático y control de un sistema de levitación magnética en condiciones de incertidumbre dinámica. *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 13(Especial4):192–200, 2025.
- [21] W. Yang, F. Meng, S. Meng, S. Man, and A. Pang. Tracking control of magnetic levitation system using model-free rbf neural network design. *IEEE Access*, 8:204563–204572, 2020.
- [22] C. B. Flores Martínez and A. Prieto León. *Diseño de un controlador inteligente basado en redes neuronales para regular la posición en un sistema de levitación magnética (MAGLEV)*. Doctoral dissertation, ESPOL. FIEC, 2020.
- [23] E. P. Herrera-Granda, K. A. Herrera-Mayorga, I. D. Herrera-Granda, L. M. S. Martínez, and D. H. Peluffo-Ordoñez. Comparación de controladores y modelado matemático de un levitador magnético. *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Informação*, (E25):424–438, 2020.
- [24] B. E. Silva and R. S. Barbosa. Experiments with neural networks in the identification and control of a magnetic levitation system using a low-cost platform. *Applied Sciences*, 11(6):2535, 2021.
- [25] J. Tang, Z. Huang, Y. Zhu, and J. Zhu. Neural network compensation control of magnetic levitation ball position based on fuzzy inference. *Scientific Reports*, 12(1):1795, 2022.
- [26] Y. Sun, J. Xu, G. Lin, and N. Sun. Adaptive neural network control for maglev vehicle systems with time-varying mass and external disturbance. *Neural Computing and Applications*, pages 1–12, 2023.
- [27] R. Ahmed and Y. Al Mashhadany. Design and analysis of anfis controller for high accuracy magnetic levitation (ml) system. *IJEER*, 11(1):185–191, 2023.
- [28] G. Liu, R. Jiang, L. Fan, Q. Lv, C. Lu, and P. Wang. Neural network pid control of spherical permanent magnet based on external magnetic field driving system. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 2787, page 012044. IOP Publishing, June 2024.

- [29] Y. Lu. Adaptive model predictive control and dynamic analysis for maglev systems, 2025. Falta información de publicación (Revista/Editorial).
- [30] H. Qiang, S. Qiao, H. Huang, P. Cheng, and Y. Sun. Nonlinear adaptive control of maglev system based on parameter identification. *Actuators*, 14(3):115, Feb 2025.
- [31] L. Moreno, S. Garrido, and D. Copaci. Control inteligente: Control con redes neuronales l10, october 2019. [Material de clase].
- [32] J. Hernández. Capítulo 3: Redes neuronales y control automático. In *Técnicas Modernas de Automática*. 2013. [Apuntes de clase].
- [33] R. H. Hernández Alvarado. *Control auto-sintonizado utilizando redes neuronales*. Tesis doctoral, Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial, Santiago de Querétaro, Querétaro, México, 2016.
- [34] P. Payakkawan, K. Klomkarn, and P. Sooraksa. Dual-line PID controller based on PSO for speed control of DC motors. In *2009 9th International Symposium on Communications and Information Technology*, pages 134–139. IEEE, Sept 2009.
- [35] L. B. Palma, F. V. Coito, B. G. Ferreira, and P. S. Gil. PSO based on-line optimization for DC motor speed control. In *2015 9th International Conference on Compatibility and Power Electronics (CPE)*, pages 301–306. IEEE, June 2015.
- [36] G. Y. Chen, J. W. Perng, and L. S. Ma. DSP based BLDC motor controller design with auto tuning PSO-PID algorithm. In *2015 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII)*, pages 766–770. IEEE, Dec 2015.
- [37] B. Jha, M. K. Panda, P. K. Pandey, and L. Pant. PSO-based online vector controlled induction motor drives. In *2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT)*, pages 2234–2239. IEEE, March 2016.
- [38] E. S. Rahayu, A. Ma’arif, and A. Cakan. Particle swarm optimization (pso) tuning of pid control on dc motor. *International Journal of Robotics and Control Systems*, 2(2):435–447, 2022.
- [39] G. W. Abedulabbas and F. R. Yaseen. Design a pi controller based on pso and gwo for a brushless dc motor. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 55(3):331, 2022.
- [40] S. S. A. Naqvi, H. Jamil, N. Iqbal, S. Khan, D. I. Lee, Y. C. Park, and D. H. Kim. Multi-objective optimization of pi controller for bldc motor speed control and energy saving in electric vehicles: A constrained swarm-based approach. *Energy Reports*, 12:402–417, 2024.
- [41] Ş. Yıldırım, M. S. Bingol, and S. Savas. Tuning pid controller parameters of the dc motor with pso algorithm. *International Review of Applied Sciences and Engineering*, 15(3):281–286, 2024.
- [42] J. E. Oche, H. A. Bashir, and T. J. Shima. PSO-optimized model reference adaptive PID controller for precise DC motor speed control. *Nigerian Journal of Technological Development*, 21(4):135–144, 2024.
- [43] Z. Zhou, L. Wang, Y. Wang, X. Zhou, and Y. Tong. Research on active disturbance rejection control with parameter tuning for permanent magnet synchronous motor based on improved PSO algorithm. *Electronics*, 13(17):3436, 2024.
- [44] K. Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Prentice Hall, Madrid, 5^a ed. edition, 2010.

- [45] Luis Moreno, Santiago Garrido, and Carlos Balaguer. *Ingeniería de Control: Modelado, análisis y control de sistemas dinámicos*. Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Madrid, 2003.
- [46] J. T. Sotelo, G. V. M. Sánchez, and Á. S. Oñate. *Teoría clásica de control automático*. Marcombo, 2024.
- [47] J. A. Sánchez Rodríguez. Aplicación del sistema multicuerpo en el análisis cinemático y dinámico de un motor de combustión interna mono cilindro. Master’s thesis, Universidad o institución correspondiente si se conoce, 2021.
- [48] H. Osorio Ramírez. *Apuntes para la asignatura Teoría Electromagnética*. 2007.
- [49] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, and Matthew Sands. *The Feynman Lectures on Physics, Vol. II: The New Millennium Edition: Mainly Electromagnetism and Matter*. Basic Books, New York, new millennium edition, 2011.
- [50] John David Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, New York, 3 edition, 1999.
- [51] R. L. Boylestad. *Introducción al análisis de circuitos*. Pearson Educación, México, 10 edition, 2004.
- [52] Manuel Álvarez Pulido. *Electroimanes*. Editorial Club Universitario, San Vicente, Alicante, 2012.
- [53] D. C. Giancoli. *Física para ciencias e ingeniería con física moderna*. Pearson Educación, México, 4 edition, 2009.
- [54] K. Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Prentice Hall, México, 3^a ed. edition, 1997.
- [55] Sebastián Dormido and Fernando Morilla. *Controladores PID. Fundamentos y sintonía*. Monografía CEA-IFAC, 2000.
- [56] T. Hägglund and K.J. Åström. Automatic tuning of pid controllers. In W.S. Levine, editor, *The Control Handbook*, pages 817–826. IEEE Press, 1996.
- [57] T. Á. Cantarero. Diseño del controlador pid. Technical report, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla, 2015.
- [58] B. R. Copeland. The design of PID controllers using Ziegler Nichols tuning, 2008. Ziegler-Nichols Method.
- [59] Donald R. Coughanowr and Steven E. LeBlanc. *Process Systems Analysis and Control*. McGraw-Hill’s Chemical Engineering Series. McGraw-Hill, New York, 3 edition, 2009.
- [60] J. R. Moreno Cruz. Control neuronal con término integral para sistemas no lineales con oscilaciones. Master’s thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Departamento de Control Automático, 2012. Tesis (MC).
- [61] G. Hilera. *Redes neuronales artificiales: Fundamentos, modelos y aplicaciones*. Serie Paradigma. Ra-Ma, Madrid, 1994.
- [62] Omid Omidvar and David L. Elliott. *Neural Systems for Control*. Elsevier, 1997.
- [63] Y. Vargas, S. Chen, and J. Otero. Estrategias para mejorar el balance entre exploración y explotación en optimización de enjambre de partículas. Technical report, Universidad de la Habana, Facultad de Matemáticas y Computación, December 2011. Diciembre.

- [64] Ricardo Julián Mantz. *Introducción al control óptimo*. Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Ingeniería, 2003. Cátedra de Control Moderno, Departamento de Electrotecnia.
- [65] National Instruments. *Defining a Cost Function (Control Design and Simulation Module)*. National Instruments, March 2023. Actualizado el 14 de marzo de 2023.
- [66] Carlos A. Smith and Armando B. Corripio. *Principles and Practice of Automatic Process Control*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 3 edition, 2006.
- [67] R. W. Erickson and D. Maksimovic. *Fundamentals of Power Electronics*. Springer, 2nd edition, 2007.
- [68] M. H. Rashid. *Power Electronics: Circuits, Devices, and Applications*. Pearson, 4th edition, 2013.
- [69] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins. *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*. John Wiley & Sons, 3rd edition, 2003.
- [70] R. T. Marler and J. S. Arora. The weighted sum method for multi-objective optimization: new insights. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(6):853–862, 2010.
- [71] M. Kaur, A. Kumar, and A. Luhach. Optimum design of pid controller using multi-objective cbbo algorithm. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 9(1), January 2020.

Acrónimos

MRM Motor Reciprocante Magnético

PMS Punto Muerto Superior

PMI Punto Muerto Inferior

MCI Motor de Combustión Interna

PSO Algoritmo de Optimización de enjambre de partículas, (*Particle Swarm Optimization*)

MPC Control predictivo basado en el modelo, (*Model Predictive Control*)

PID Proporcional-integral-derivativo

PI Proporcional-integral

FT Función de Transferencia

RNA Red Neuronal Artificial

FIT Índice de ajuste, (*Fitting Index*)

MSE Error Cuadrático Medio, (*Mean Squared Error*)

RMSE Raíz del Error Cuadrático Medio, (*Root Mean Squared Error*)

R Coeficiente de Determinación

MAE Error absoluto medio (*Mean Absolute Error*)

ERP Error relativo porcentual (*Error Relative Percentage*)

EMS Error cuadrático medio (*Error Mean Square*)

ISE Integral del Error Cuadrático, (*Integral of Squared Error*)

IAE Integral del Error Absoluto, (*Integral of Absolute Error*)

ITAE Integral del Error Absoluto Ponderado por el Tiempo, (*Integral of Time-weighted Absolute Error*)

ITSE Integral del Error Cuadrático Ponderado por el Tiempo, (*Integral of Time-weighted Squared Error*)

FFNN Controlador neuronal en lazo adelantado (*FeedForward Neural Network*)

SP Punto de ajuste o valor de referencia (*Set Point*)

MAGLEV Levitación Magnética (*Magnetic Levitation*)

Anexos

Anexo A. Constante de tiempo del sistema completo

En las Figuras 7.1 y 7.2 podemos observar como a diferentes velocidades la constante de tiempo del sistema completo cambia, así como el tiempo de establecimiento. Por ejemplo para 30V donde se alcanzan 830 RPM aproximadamente se observa una constante de tiempo de 0.633s y un tiempo de establecimiento de 1.865s, en cambio para 15V donde se alcanzan 530 RPM aproximadamente se observa una constante de tiempo de 0.681s y un tiempo de establecimiento de 2.261s.

Con lo anterior observamos que a menor velocidad mayor es el valor de la constante de tiempo y del tiempo de establecimiento.

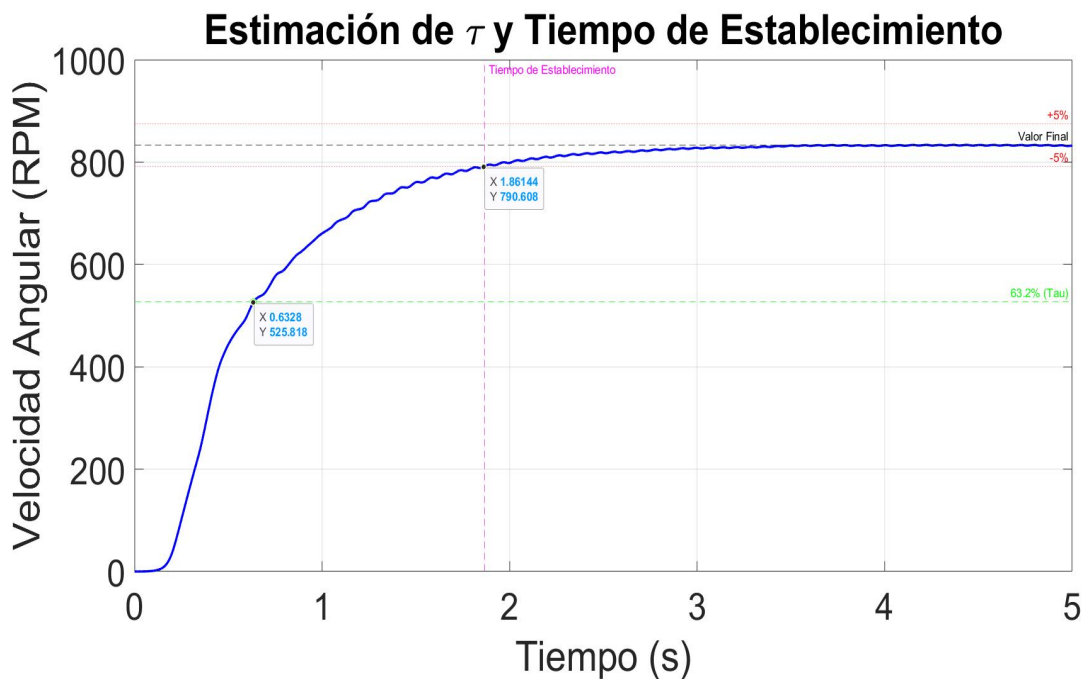


Figura 7.1: Constante de tiempo del modelo con una entrada de 30V.

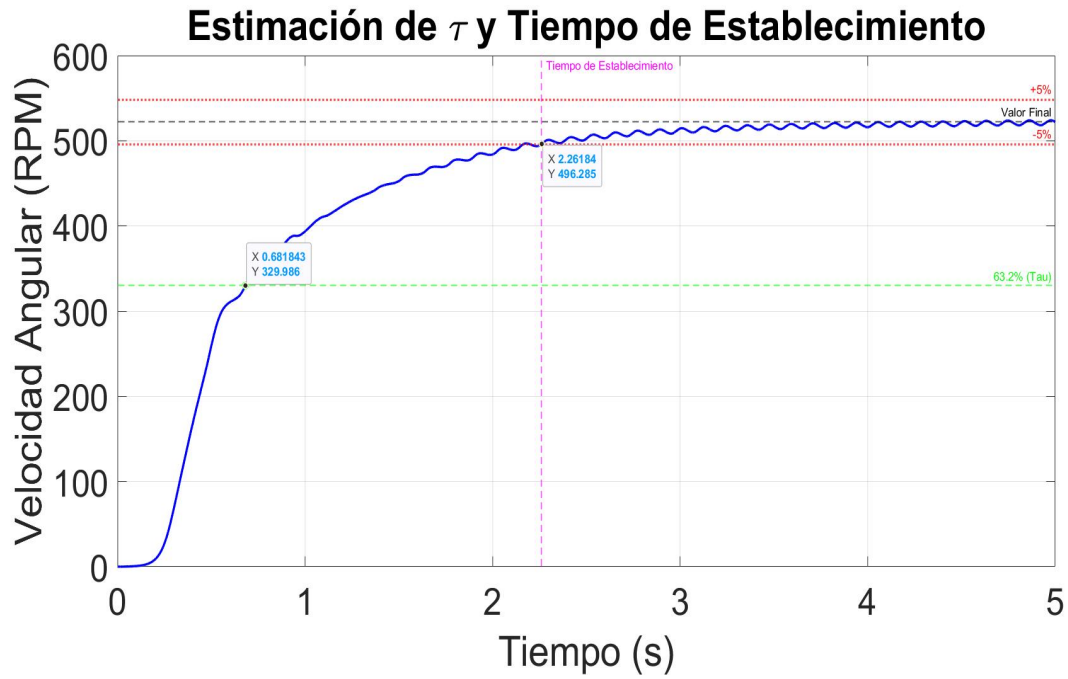


Figura 7.2: Constante de tiempo del modelo con una entrada de 15V.

Tabla 7.1: Parámetros dinámicos del sistema en lazo abierto.

RPM	τ (s)	T_r (s)	T_s (s)	O_v (%)
200	0.7913	1.0024	2.3800	0
300	0.6632	1.2914	2.6824	0
400	0.6307	1.4017	2.3408	0
500	0.6847	1.4218	2.3436	0
600	0.6684	1.3514	2.1437	0
700	0.6695	1.3188	2.0479	0
800	0.6438	1.2163	1.9225	0

Anexo B. Uso de un compensador de adelanto (*lead compensator*) en lugar de una RNA

En este trabajo se planteó utilizar una RNA fuera de línea, principalmente para reducir la carga computacional al momento de ejecutar el control y el monitoreo experimental. Además, se buscó sentar las bases para que, en un futuro, si se quisiera utilizar una RNA en línea, se pudieran emplear los pesos y sesgos obtenidos fuera de línea como parámetros iniciales. Esto permitiría reducir el error inicial que ocasiona utilizar pesos aleatorios.

Sin embargo, otra alternativa es que, ya que tenemos una relación casi lineal entre voltaje y velocidad, como vimos al obtener la función de transferencia, se puede explorar el uso de la inversa de dicha función de transferencia directamente como controlador.

La función principal del compensador de adelanto es modificar la curva de respuesta en frecuencia para proporcionar un ángulo de adelanto de fase suficiente para compensar el excesivo retardo de fase asociado con las componentes del sistema fijo [54]. Para esto, partimos nuevamente de la función de transferencia obtenida, la cual es:

$$G(s) = \frac{27,163}{0,50449s + 1} \quad (7.1)$$

Por lo tanto, para obtener la inversa realizamos lo siguiente:

$$G(s)^{-1} = \frac{1}{G(s)} = \frac{0,50449s + 1}{27,163} \quad (7.2)$$

Sin embargo, lo anterior puede interpretarse como un controlador PD ideal, pero es una función “impropia” (el orden del numerador, 1, es mayor que el del denominador, 0).

Para que esta función inversa sea utilizable, hay que hacerla “propia” añadiendo un polo de filtro rápido (un filtro pasa-bajas) para atenuar el ruido:

$$G(s)^{-1} = \frac{0,50449s + 1}{27,163} \cdot \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (7.3)$$

Donde τ_f es una constante de tiempo de filtro muy pequeña. Esto convierte la “inversa ideal” en un compensador de adelanto (lead compensator), que sí es físicamente realizable.

Por lo tanto, la función de transferencia final que se utiliza como compensador es:

$$C(s) = \frac{0,50449s + 1}{(27,163 \tau_f)s + 27,163} \quad (7.4)$$

Donde τ_f se convierte en un valor arbitrario que determina la velocidad de respuesta del controlador.

En la figura podemos observar el diagrama para hacer la prueba en lazo abierto

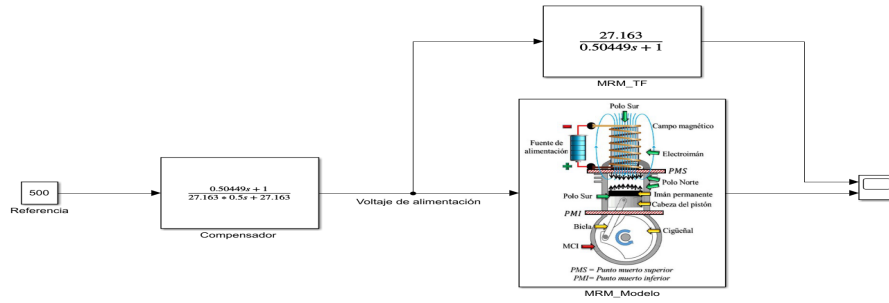


Figura 7.3: Esquema de control en lazo abierto utilizando la función de transferencia inversa.

En las pruebas mostradas en las figuras se observa que si bien cuando la referencia es 800RPM, que coincide con el punto de linealización, el compensador funciona bastante bien, sin embargo cuando la referencia es 500RPM el compensador presenta un offset de 100RPM, esto no sucede con la RNA lo cual es otro punto a favor de nuestra decision de utilizarla por sobre un compensador.

En la figura podemos observar el diagrama para hacer la prueba en lazo abierto

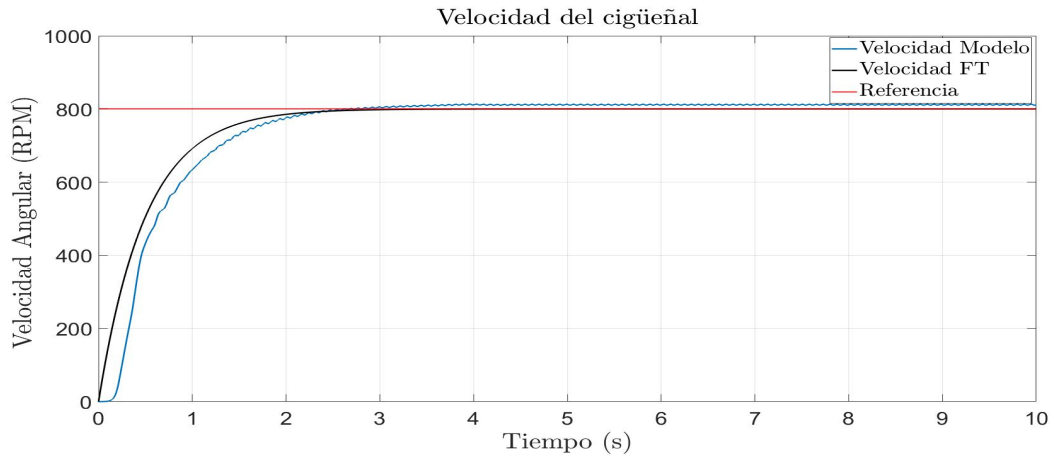


Figura 7.4: Comportamiento de velocidad con el compensador con un SP de 800 RPM.

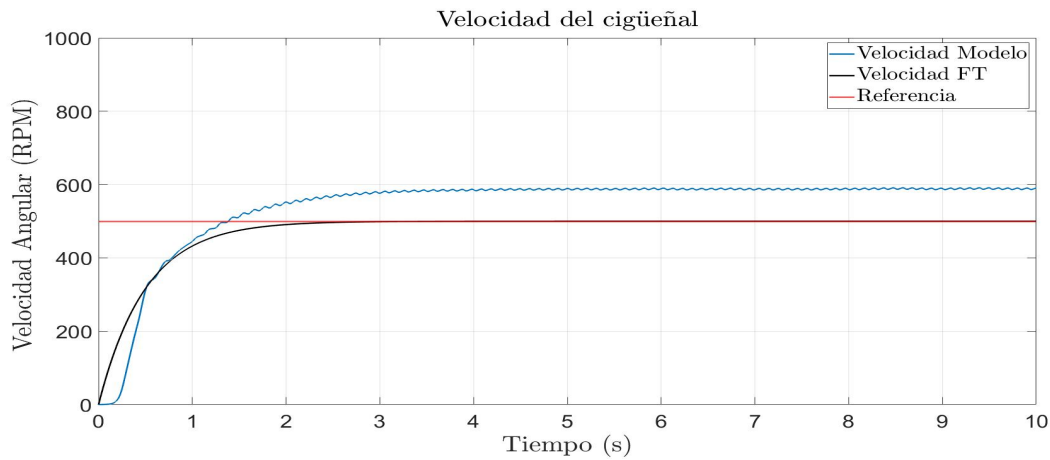


Figura 7.5: Comportamiento de velocidad con el compensador con un SP de 400 RPM.

Anexo C. Configuraciones de FFNN de voltaje de alimentación del electroimán ante una entrada escalón

- En esta configuración se suman directamente la salida de la RNA con la salida del PID. La RNA genera una salida tipo escalón, lo cual ocurre debido a que se trata de una FFNN estática, donde en el primer instante la red responde con un voltaje constante cercano al valor requerido para alcanzar el punto de consigna (SP) de velocidad. Sin embargo, como aún existe un error, el PID también reacciona, y al sumarse ambas acciones se produce una sobrecompensación del voltaje aplicado, lo que ocasiona sobretiros en la respuesta del sistema.

En esta configuración la Ley de control se expresa como:

$$u_{\text{Total}} = u_{\text{FF}} + u_{\text{PID}} \quad (7.5)$$

Donde:

$$u_{\text{PID}} = e \left(P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \right) \quad (7.6)$$

Donde:

- e: Error
- P: Ganancia Proporcional (0.06)
- I: Ganancia Integral (0.1)
- D: Ganancia Derivativa (0.0001)
- N: Coeficiente del Filtro (100)

$$u_{\text{FF}} = w_2 \cdot \tanh(w_1 x + b_1) + b_2 \quad (7.7)$$

Donde:

- x : Entrada (Referencia) (1x1)
 - w1: Matriz de pesos de la capa oculta (16x1)
 - b1: Vector de sesgos de la capa oculta (16x1)
 - w2: Matriz de pesos de la capa de salida (1x16)
 - b2: Vector de sesgos de la capa de salida (1x1)
- 2da configuración: Se utiliza un factor de mezcla para establecer el peso correspondiente que aporta la RNA y el PID a la acción de control total.

En este escenario la Ley de control se expresa como:

$$u_{\text{Total}} = (u_{\text{FF}} \cdot K_1) + (u_{\text{PID}} \cdot K_2) \quad (7.8)$$

Donde:

- K1: Factor de Mezcla FF (%)
 - K2: Factor de Mezcla PID (%)
- 3era configuración: A la salida del control PID se coloca un sumador donde a la acción de control del PID se le resta la salida del controlador FF, para de esta forma compensar precisamente la diferencia entre ambas acciones de control. En esta configuración la Ley de control se expresa como:

$$u_{\text{Total}} = u_{\text{FF}} + (u_{\text{PID}} - u_{\text{FF}}) \quad (7.9)$$

Anexo C.1. FFNN estático

En esta prueba vemos el comportamiento cuando sumamos directamente las acciones de control FFNN y PID.

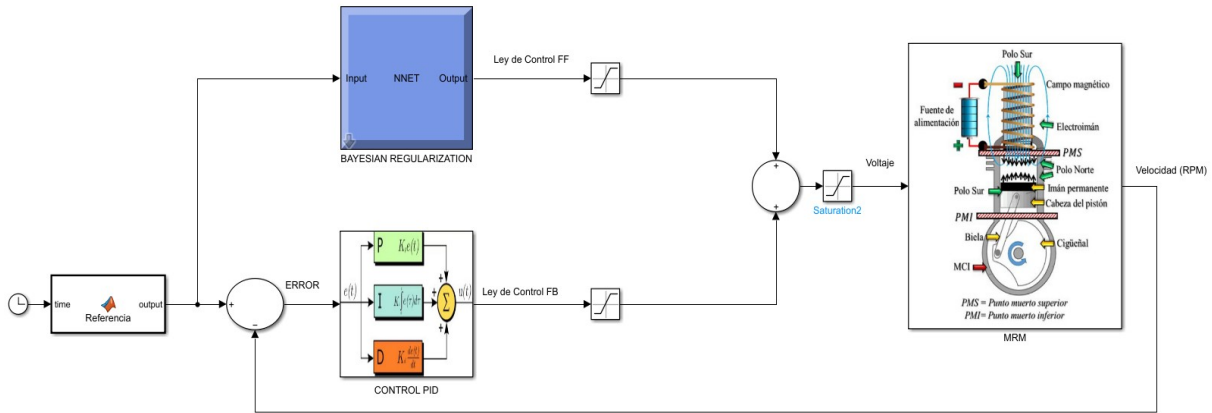


Figura 7.6: Estructura de Control FFNN estático.

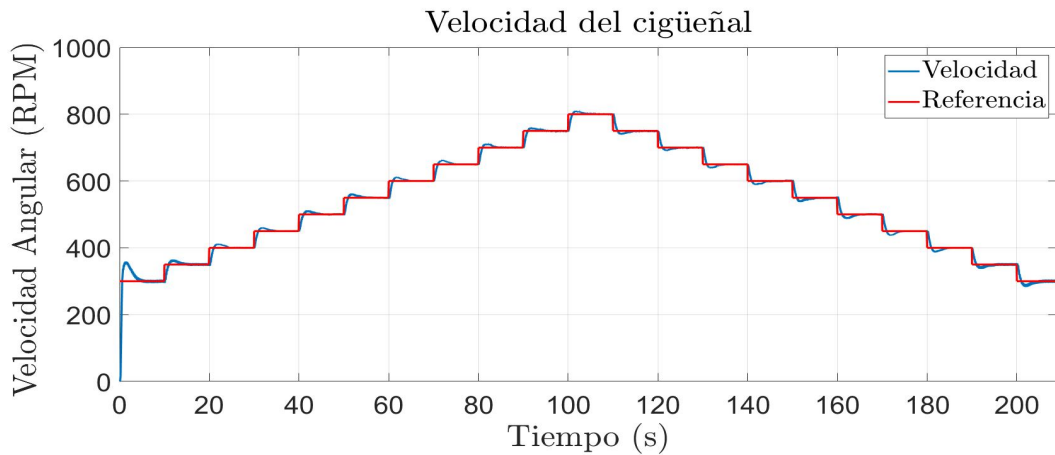


Figura 7.7: Ley de control usando el control FFNN estático.

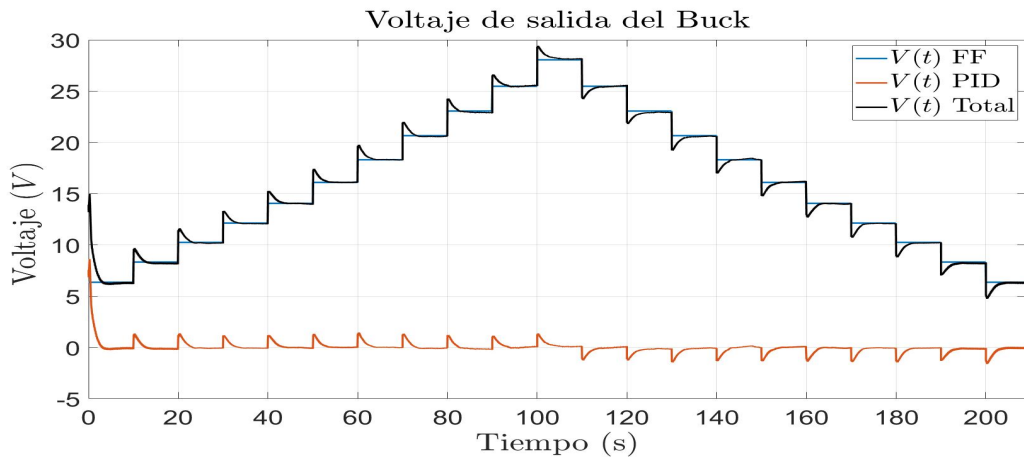


Figura 7.8: Ley de control usando el control FFNN estático.

Anexo C.2. FFNN con factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB)

En esta prueba vemos el comportamiento cuando unicamente limitamos la salida FF a un 95 % de su respuesta y la salida PID a un 5 % de su respuesta.

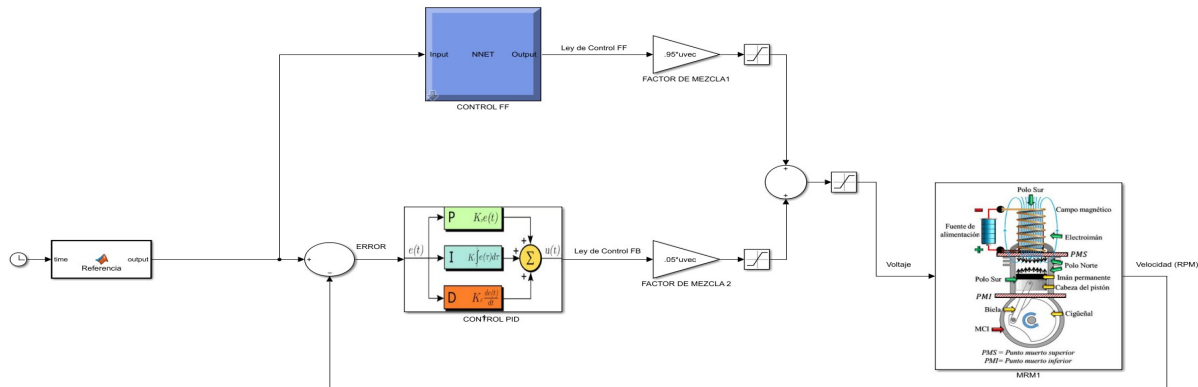


Figura 7.9: Estructura de control FFNN con un factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB).

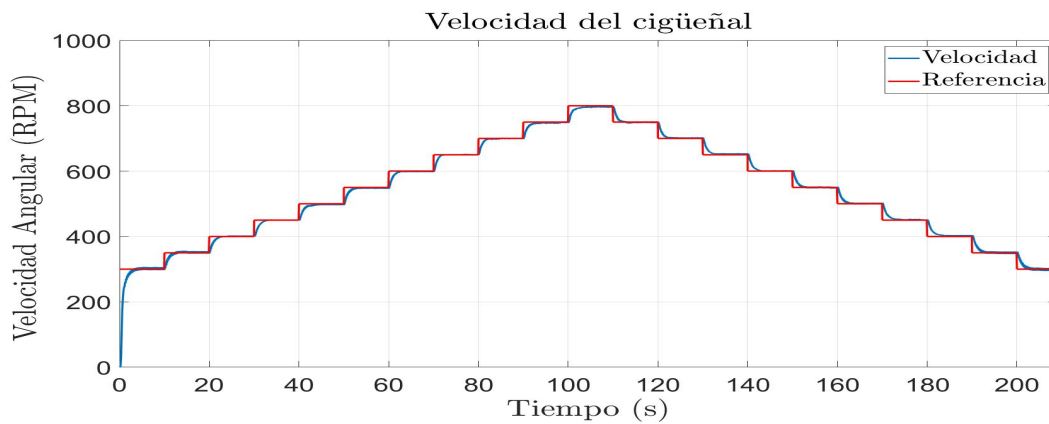


Figura 7.10: Velocidad del MRM usando el control FFNN con un factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB).

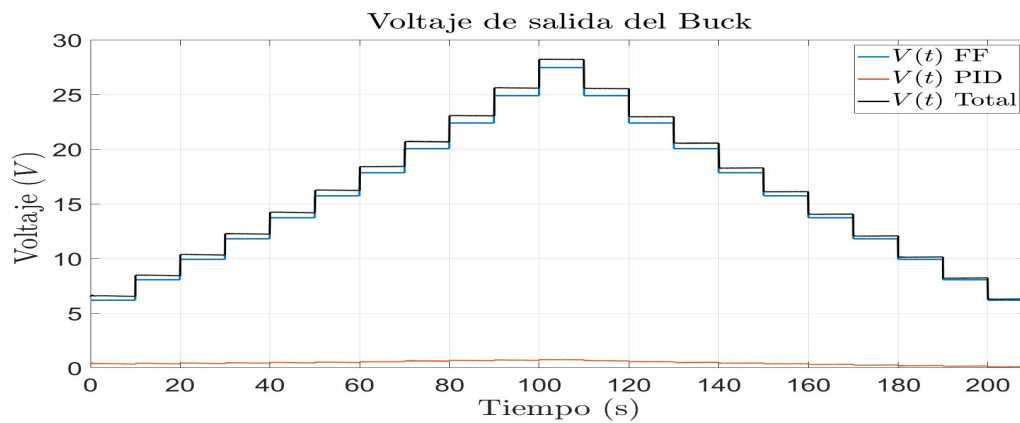


Figura 7.11: Ley de control usando el control FFNN con un factor de mezcla (95 %FF y 5 %FB).

Anexo C.3. FFNN con compensación

En esta prueba vemos el comportamiento cuando a la salida de la acción PID le sumamos la salida de la acción FFNN y el resultado lo sumamos con la acción FFNN.

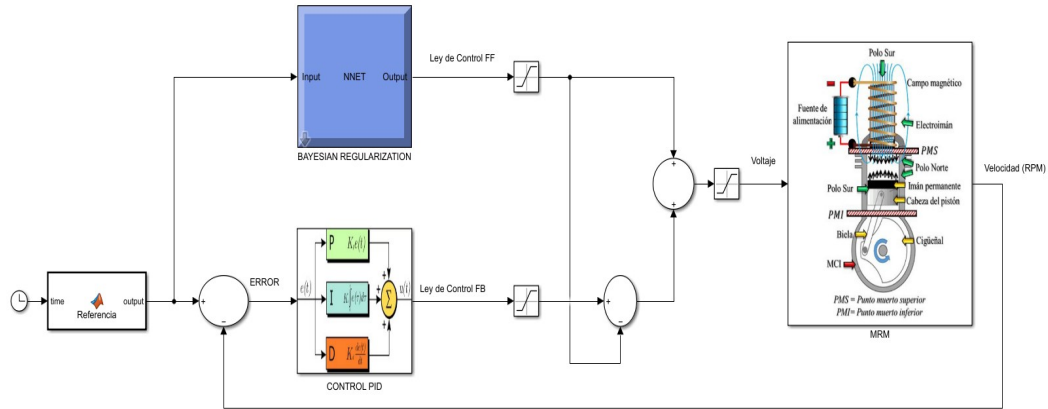


Figura 7.12: Estructura de control FFNN con compensación.

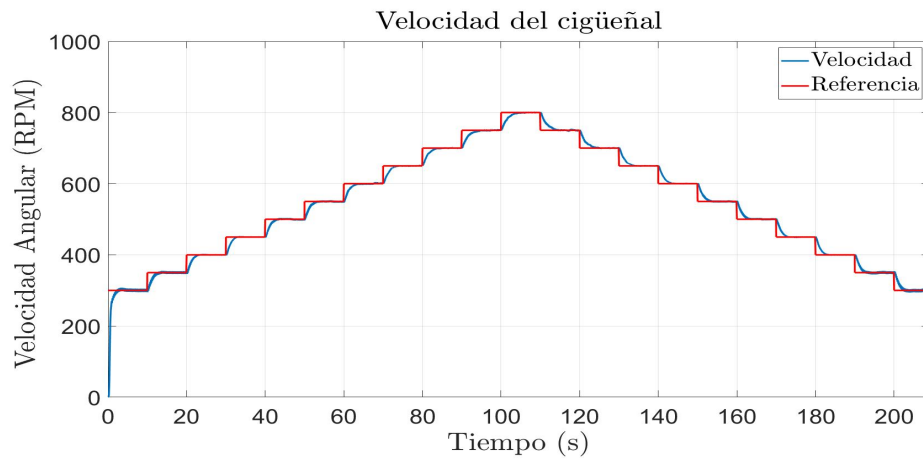


Figura 7.13: Velocidad del MRM usando el control FFNN con compensación.

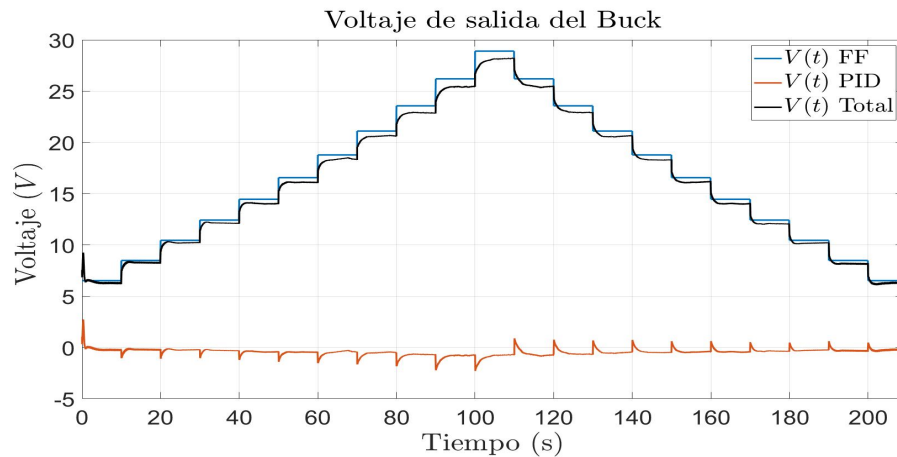


Figura 7.14: Ley de control usando el control FFNN con compensación.

Anexo D. Tablas de consumo de potencia eléctrica en cada uno de los controladores aplicados en el modelo del MRM (simulación)

Tabla 7.2: Comparación de resultados: PID ángulo de encendido positivo vs FFNN de voltaje de alimentación.

RPM	PID (Ángulo Positivo)				FFNN (Voltaje)			
	θ (°)	Voltaje (V)	I_{pico} (A)	I_{prom} (A)	θ (°)	Voltaje (V)	I_{pico} (A)	I_{prom} (A)
300	70	30	7.09	0.95	305	6.20	2.53	1.39
350	63	30	7.90	1.11	305	8.15	3.28	1.63
400	56	30	8.25	1.24	305	10.25	4.07	1.79
450	49	30	8.58	1.67	305	12.00	4.76	2.12
500	42	30	8.76	2.05	305	14.00	5.53	2.69
550	34	30	9.01	2.20	305	16.00	6.26	2.99
600	26	30	9.10	2.28	305	18.30	7.04	3.19
650	19	30	9.27	2.48	305	20.50	7.81	3.41
700	10	30	9.40	3.04	305	22.82	8.61	4.04
750	0	30	9.56	3.37	305	25.45	9.46	4.54
800	X	X	X	X	305	28.21	10.30	4.85

Nota: θ representa el ángulo de encendido.

Tabla 7.3: Consumo de potencia eléctrica (W) para ángulos positivos y FFNN de voltaje de alimentación.

RPM	PID Áng Pos		FFNN Voltaje	
	Potencia pico	Potencia promedio	Potencia pico	Potencia promedio
300	212.61W	28.56W	15.68W	8.62W
350	237.00W	33.30W	26.73W	13.28W
400	247.50W	37.20W	41.72W	18.35W
450	257.40W	50.10W	57.12W	25.44W
500	262.80W	61.50W	77.42W	37.66W
550	270.30W	66.00W	100.16W	47.84W
600	273.00W	68.40W	128.83W	58.38W
650	278.10W	74.40W	160.11W	69.91W
700	282.00W	91.20W	196.48W	92.19W
750	286.80W	101.1W	240.76W	115.543W
800	X	X	290.56W	136.82W

Anexo E. Configuraciones alternas del circuito MRM

Las pruebas experimentales realizadas en el cuerpo de la tesis fueron utilizando como conexión únicamente el mosfet en serie con el electroimán, sin diodo ni resistencia conectados, de esta forma para los cálculos se utilizaba únicamente la resistencia interna del electroimán. Sin embargo a continuación se presentan algunas pruebas con otras 2 conexiones alternas.

Anexo E.1. Pruebas de diodo en serie con una resistancia y en paralelo con el electroimán

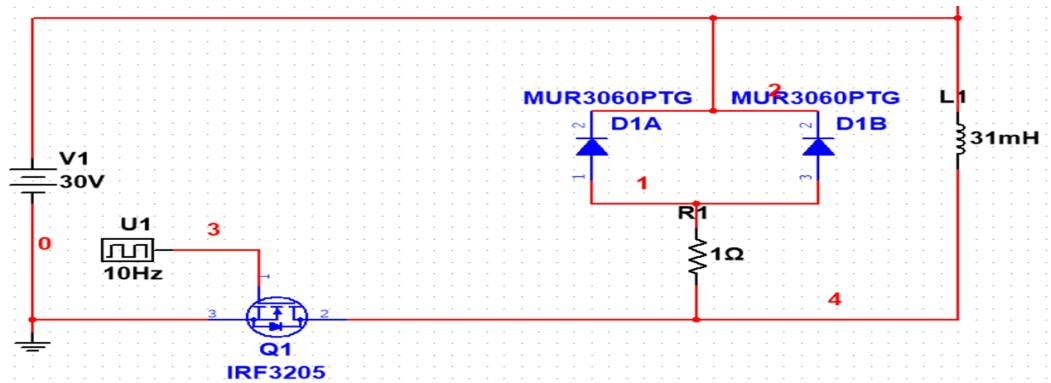


Figura 7.15: Esquema de conexión de diodo en serie con una resistancia y en paralelo con el electroimán.

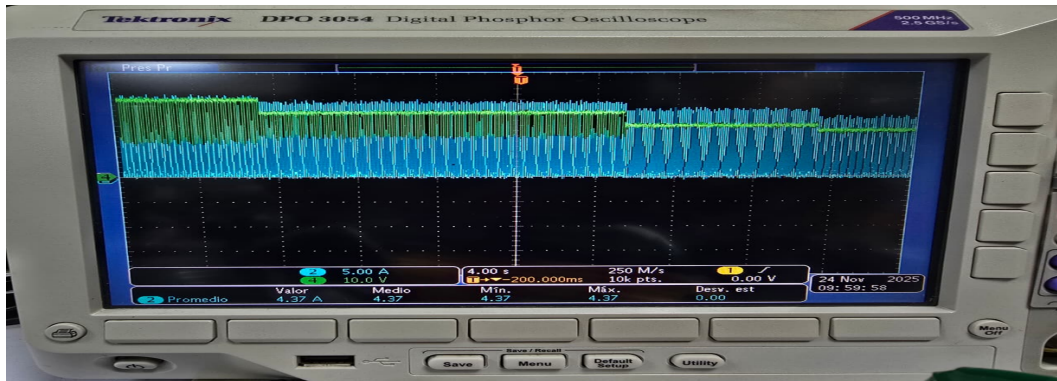


Figura 7.16: Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el voltaje de alimentación.

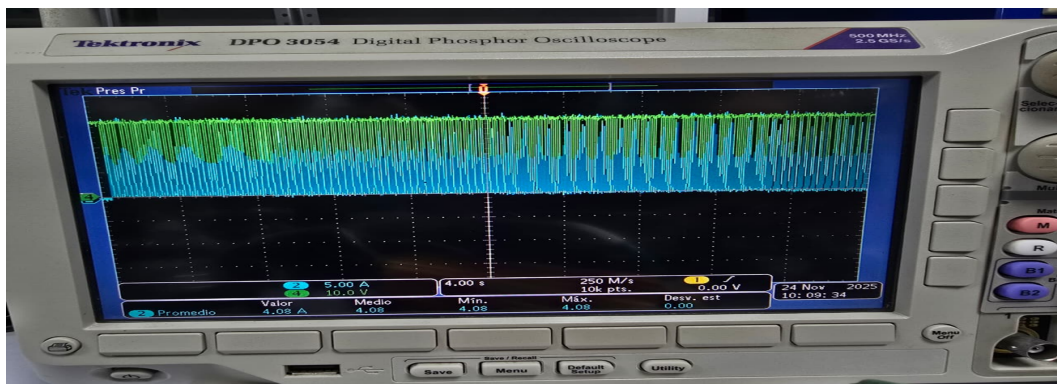


Figura 7.17: Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el ángulo de encendido.

Tabla 7.4: Datos de operación en función del voltaje con ángulos fijos.

Voltaje	RPM	Tiempo ON	Tiempo OFF	Ángulo en 1τ	Ángulo en 2τ	Fin de Descarga	I_{max} (Teórica)	I_{corte} (@90°)
30V	660	30.3 ms	60.6 ms	+57.7°	+145.4° *	335.5°**	21.43 A	15.98 A
25V	610	32.8 ms	65.6 ms	+51.0°	+132.0° *	316.9°	17.86 A	13.80 A
20V	530	37.7 ms	75.5 ms	+40.4°	+110.8° *	287.2°	14.28 A	11.68 A
18V	485	41.2 ms	82.5 ms	+34.4°	+98.8° *	270.4°	12.86 A	10.86 A
15V	400	50.0 ms	100.0 ms	+23.1°	+76.2°	238.8°	10.71 A	9.59 A
12V	300	66.7 ms	133.3 ms	+9.9°	+49.8°	201.6°	8.57 A	8.15 A

Referencias: Encendido fijo a -30° PMS. Apagado fijo a +90° PMS.

**Ángulo Virtual:* El sistema se apaga (en +90°) antes de alcanzar las 2 constantes de tiempo.

****Solapamiento:** A 660 RPM, la descarga termina en 335.5°, invadiendo el siguiente ciclo de encendido que inicia en 330° (-30°).

Tabla 7.5: Datos de operación en función del ángulo de encendido con el voltaje de alimentación fijo.

Ángulo Enc.	RPM	Vent. ON	Tiempo ON	Tiempo OFF	Ángulo en 1τ	Ángulo en 2τ	Fin de Desc.	I_{max} (Teórica)	I_{corte} (@90°)
330°	660	120°	30.3 ms	60.6 ms	+57.7°	+145.4° *	335.5°**	21.4 A	15.98 A
345°	620	105°	28.2 ms	68.5 ms	+67.4°	+149.8° *	320.6°	21.4 A	15.44 A
0°	530	90°	28.3 ms	84.9 ms	+70.4°	+140.8° *	287.2°	21.4 A	15.47 A
15°	460	75°	27.2 ms	103.2 ms	+76.1°	+137.2° *	261.1°	21.4 A	15.15 A
30°	380	60°	26.3 ms	131.6 ms	+80.5°	+131.0° *	231.4°	21.4 A	14.89 A
37°	350	53°	25.2 ms	146.2 ms	+83.5°	+130.0° *	220.2°	21.4 A	14.57 A

Condiciones: $V = 30$ V fijos. Apagado fijo a +90° PMS.

**Ángulo Virtual:* El sistema corta antes de llegar a 2τ .

****Solapamiento:** El tiempo de descarga (≈ 62 ms) es mayor al Tiempo OFF disponible (60.6 ms).

Anexo E.2. Pruebas de diodo en paralelo y con el electroimán en serie con la resistencia

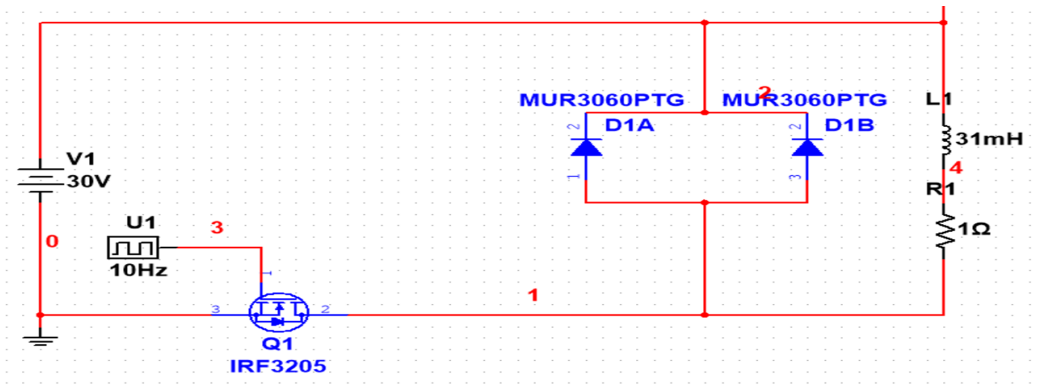


Figura 7.18: Esquema de conexión de diodo en paralelo y con el electroimán en serie con la resistencia.

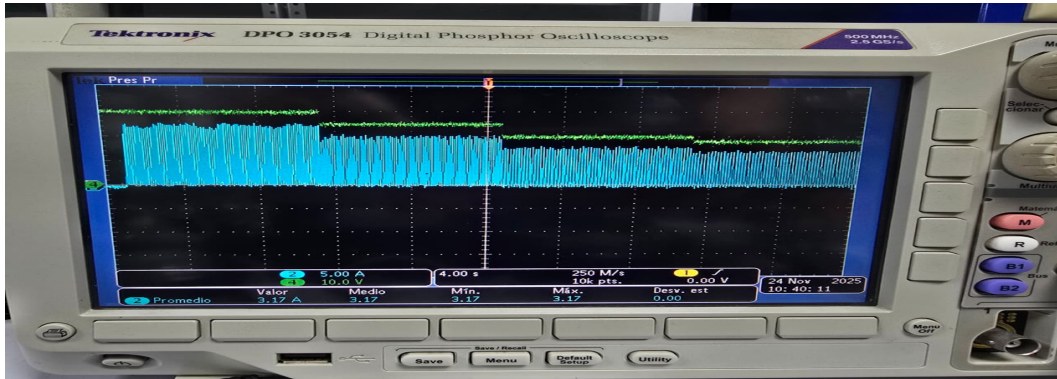


Figura 7.19: Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el voltaje de alimentación.

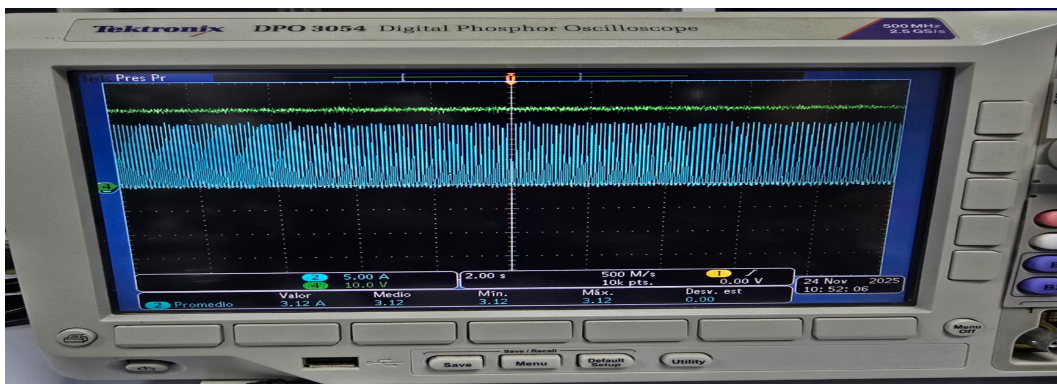


Figura 7.20: Comportamiento de la corriente (azul) y voltaje (verde) al manipular el ángulo de encendido.

Tabla 7.6: Datos de operación en función del voltaje con ángulos fijos.

Voltaje / Origen	RPM	Ventana ON	Tiempo ON	Tiempo OFF	Ángulo en 1τ	Ángulo en 2τ	Fin de Descarga	$I_{\max}$ (Teórica)	I_{corte} (@90°)
30V	600	120°	33.3 ms	66.7 ms	+14.6°	+59.3°	313.2°	12.0 A	11.18 A
25V	520	120°	38.5 ms	76.9 ms	+8.7°	+47.4°	283.4°	10.0 A	9.55 A
20V	400	120°	50.0 ms	100.0 ms	-0.2°	+29.5°	238.8°	8.0 A	7.86 A
18V	350	120°	57.1 ms	114.3 ms	-4.0°	+22.1°	220.2°	7.2 A	7.13 A
16V	280	120°	71.4 ms	142.9 ms	-9.2°	+11.7°	194.2°	6.4 A	6.38 A*

Condiciones: Ángulo de Encendido FIJO a 330° (-30° PMS). Apagado a +90°.

R Total: 2.5Ω . $\tau = 12,4\text{ms}$.

***Saturación:** A bajas RPM (18V y 16V), el tiempo de encendido ($> 50\text{ms}$) supera por mucho las 4 constantes de tiempo ($4\tau \approx 49,6\text{ms}$), por lo que la bobina se carga casi al 100 % de su capacidad teórica.

Tabla 7.7: Datos de operación en función del ángulo de encendido con el voltaje de alimentación fijo.

Ángulo Enc.	RPM	Vent. ON	Tiempo ON	Tiempo OFF	Ángulo en 1τ	Ángulo en 2τ	Fin de Desc.	$I_{\max}$ (Teórica)	I_{corte} (@90°)
330°	600	120°	33.3 ms	66.7 ms	+14.6°	+59.3°	313.2°	12 A	11.18 A
345°	560	105°	31.3 ms	75.9 ms	+26.7°	+68.3°	298.3°	12 A	11.04 A
0°	475	90°	31.6 ms	94.7 ms	+35.3°	+70.7°	266.7°	12 A	11.06 A
15°	410	75°	30.5 ms	115.9 ms	+45.5°	+76.0°	242.5°	12 A	10.97 A
22°	380	68°	29.8 ms	128.1 ms	+50.3°	+78.5°	231.4°	12 A	10.91 A
30°	345	60°	29.0 ms	144.9 ms	+55.7°	+81.3°	218.3°	12 A	10.84 A
37°	320	53°	27.6 ms	159.9 ms	+60.8°	+84.6°	209.0°	12 A	10.70 A

Condiciones: V=30V. Apagado fijo a +90° PMS. R total (carga y descarga) = 2.5Ω . $\tau = 12,4\text{ms}$.

Análisis: Al usar la resistencia de 2.5Ω en la carga, la constante de tiempo disminuye drásticamente. Observa que **en todos los casos** se alcanzan las 2 constantes de tiempo ($2\tau \approx 86\%$ de carga) antes del corte en 90°.

Anexo E.3. Comparativa del comportamiento entre las diferentes configuraciones

MOSFET en serie con electroimán, sin diodo ni resistencia

En este escenario lo que se observó fue que si bien la constante de tiempo es más lenta, pues solo se tiene la R interna del electroimán, precisamente al solo tener esa R , al suministrar los 30V de voltaje en la fuente la corriente teórica debería ser más de 20A, pero como la corriente esta limitada en la fuente a 15A se llega a este valor relativamente rápido, ya que no necesita de 5 constantes de tiempo para alcanzar los 15A; al abrirse el MOSFET y no haber diodo la resistencia entre las terminales pasa de casi 0 a Infinito lo cual físicamente la corriente se ve forzada a detenerse de golpe en microsegundos.

Sin embargo en este caso se observa que cuando la corriente llega al punto máximo ocurren caídas de tensión en la fuente.

MOSFET en serie con electroimán, con diodo en antiparalelo

En este escenario al abrirse el MOSFET el diodo crea un puente entre las dos patas del electroimán. Por lo tanto la corriente sigue girando en círculos dentro de ese bucle, disminuyendo poco a poco mientras se gasta en calor. Esto provoca que no se pueda descargar totalmente el electroimán, pues a diferencia de cuando no esta el diodo, aquí la corriente no es forzada a detenerse de golpe sino que lo hace con dinámica determinada por R y L . Esto ocasiona a su vez una reducción en la velocidad maxima alcanzada.

En este caso también se observa que cuando la corriente llega al punto máximo ocurren caídas de tensión en la fuente.

MOSFET en serie con electroimán y resistencia, con diodo en antiparalelo

Cuando se colocó la resistencia en serie con el electroimán se redujo la constante de tiempo haciendo el sistema más rapido en compración a cuando no se tenia conectado ni el diodo ni la resistencia, sin embargo esto a su vez limita la corriente que puede alcanzar el electroimán y al disminuir esta corriente ocasiono perdidas de velocidad.

En este caso no se observan caídas de tensión en la fuente cuando la corriente llega al punto máximo, esto está asociado con la función de la resistencia que limita la corriente en el circuito.