



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

TRABAJO PROFESIONAL

**OPCIÓN SOLICITADA
TITULACIÓN INTEGRAL (TESIS)**

**CÁLCULO DE FLECHAS Y TENSIONES EN UN CABLE
CONDUCTOR DE UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN AÉREA**

NOMBRE DEL EGRESADO: ULISES PIERZA SOLANO

CARRERA: INGENIERÍA MECÁNICA

NÚMERO DE CONTROL: 17990215

FECHA:

15/05/2023

Resumen

El presente trabajo demostró el procedimiento para el cálculo de cargas mecánicas en las líneas de transmisión que recorren el país. Siendo parte fundamental del Sistema Eléctrico Nacional. El objetivo principal de dicho análisis es dar a conocer al lector los procesos de cálculo y consideraciones que hay que tener en cuenta a la hora de instalar un cable conductor apoyado sobre dos estructuras.

Dentro del documento se explicó el proceso para determinar las tensiones y las flechas en una línea de transmisión. Para ello es necesario implementar una hipótesis inicial, la cual estará parametrizada mediante un porcentaje de la tensión de ruptura del cable, una temperatura inicial y un coeficiente de sobrecarga en dado caso que así aplique. Dichos parámetros serán objetivo de cálculo para conocer el resultado de las tensiones generadas en claros de diferentes distancias y en temperaturas específicas.

Como parte de la información también se mostraron las especificaciones de los cables conductores y se explicó en qué consisten cada una de las hipótesis de cargas normalizadas por la CFE.

Para el cálculo de flechas y tensiones, se considera un coeficiente de sobrecarga, el cual están en función de la adición de fuerzas externas, como el peso extra por un manguito de hielo y la acción del viento. Esta y otras consideraciones importantes para obtener los resultados deseados se explicaron en este trabajo.

Abstract

The present work demonstrated the procedure for the calculation of mechanical loads in the transmission lines that cross the country. Being a fundamental part of the National Electric System. The main objective of this analysis is to make the reader aware of the calculation and consideration processes that must be considered when installing a conductor cable supported on two structures.

Within the document, the process to determine the tensions and arrows in a transmission line was explained. For this, it is necessary to implement an initial hypothesis, which will be parameterized by means of a percentage of the breaking voltage of the cable, an initial temperature, and an overload coefficient, if applicable. Said parameters will be used for calculation to know the result of the tensions generated in spans of different distances and at specific temperatures.

As part of the information, the specifications of the conductive cables were also shown, and it was explained what each of the load hypotheses standardized by the CFE consist of.

For the calculation of deflections and tensions, an overload coefficient is considered, which is a function of the addition of external forces, such as the extra weight due to an ice sleeve and the action of the wind. This and other important considerations to obtain the desired results were explained in this work.

Introducción

Los usuarios del Servicio Eléctrico Nacional se encargan de cumplir con los requerimientos técnico-operativos establecidos, dichos usuarios se conforman por el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE), transportistas, distribuidores, centrales eléctricas, centros de carga, generadores, suministradores, usuarios calificados participantes del mercado, comercializadores no suministradores y contratistas.

Las líneas de transmisión pertenecen a la parte transportista, la cual tiene como responsabilidad la instalación y mantenimiento de dichos activos.

El contenido mostrado a continuación describe el procedimiento para calcular las cargas que el cable conductor genera en un claro de la línea de transmisión, aplicando y considerando las diferentes hipótesis de carga para diferentes condiciones de temperatura con objetivo de generar valores que describen las dimensiones de las flechas y las tensiones a las que la estructura será sometida, que a su vez serán el punto de partida para asignar elementos tanto de soporte como de sujeción, así como la determinación de los libramientos con respecto al entorno que rodea una línea de transmisión.

Justificación

La relevancia de esta investigación consiste en varias razones, la primera es la seguridad de las líneas de transmisión aéreas, ya que estas pueden ser peligrosas si no se lleva un adecuado control y ejecución en su mantenimiento. Si una línea de transmisión no se diseña o no se mantiene adecuadamente, puede ser motivo de fallas que afecten el servicio de transmisión de energía. El cálculo de las flechas y tensiones ayuda a evitar estos incidentes.

Otra razón es la eficiencia, ya que las líneas de transmisión son una parte fundamental del Sistema Eléctrico Nacional. El cálculo de las flechas para saber los libramientos mínimos y el cálculo de tensiones para determinar la estructura de soporte, son fundamentales para asegurar el buen funcionamiento mecánico de cables de las líneas de transmisión, lo que a su vez ahorra recursos al disminuir las probabilidades de falla en la infraestructura en cuanto al tendido de los cables.

La fiabilidad es otra razón por la cual el cálculo de flechas y tensiones es necesario ya que las líneas de transmisión son afectadas por las condiciones ambientales, como el viento y la aparición de hielo, el cálculo correcto puede ayudar a asegurar las condiciones del cable considerando las inclemencias climáticas anteriormente mencionadas.

Objetivos

1. Calcular la tensión mecánica de un cable conductor ACSR a diferentes claros.
2. Calcular las flechas que se producen a diferentes tensiones.
3. Verificar que no se violen los libramientos establecidos para la línea de transmisión.
4. Demostrar que no se excedan los límites permitidos de tensión mecánica en los cables conductores.
5. Asegurar la condición del cable en el periodo de puesta en servicio y en operación

Índice

1.Cálculo mecánico de cables en líneas de transmisión.....	9
2.Factores a considerar.....	10
Cables conductores.....	10
Sistemas de medición de calibres de conductores.....	10
Materiales utilizados para la fabricación de conductores.....	11
Peso del cable.....	11
Estructuras.....	12
Consideraciones mecánicas de las estructuras de soporte.....	13
Zonas de carga mecánica.....	14
Presión del viento.....	16
Aumento de la carga del cable debido al viento y al hielo.....	17
Coeficiente de sobrecarga.....	19
Efecto viento y temperatura en cables.....	19
3.Hipótesis de cargas.....	20
H1 - Tensión diaria EDS (Every Day Strength).....	20
H2 - Flecha máxima.....	20
H3 - Viento máximo.....	20
H4 - Flecha mínima.....	20
H5 - Viento reducido.....	21
H6 - Balanceo de cables.....	21
H7 - Condición de rayo.....	21
4.Ecuación de la catenaria.....	23
Fórmulas de la catenaria.....	27
Expresión aproximada en H en función de Ta.....	28
Ecuación de la parábola.....	28
Flecha.....	29
Longitud del cable.....	29
Tensión mecánica en los apoyos.....	29
Ecuación de la flecha en claros del mismo nivel.....	30
Ecuación de la flecha en claros con apoyos a distinto nivel.....	31
Fórmulas de la ecuación de cambio de estado.....	34

Deducción de la ecuación de cambio de estado	34
Ecuación general de cambio de estado	36
Cambio del módulo de elasticidad	36
Fluencia metálica.....	38
Claro regla	38
Libramiento mínimo	38
Aplicación del cálculo de flechas y tensiones con apoyos al mismo nivel	42
Hipótesis de flecha mínima. Determinación de la tensión a -10°C	45
Justificación de las hipótesis	46
Aplicación del cálculo de flechas y tensiones a grandes claros y altos desniveles	48
Conclusión.....	62
Bibliografía	64

Índice de ilustraciones

Ilustración 1: Torre de celosía con disposición de fases vertical para dos circuitos.	12
Ilustración 2: Claro medio Horizontal (de viento) y Claro vertical (de peso).....	13
Ilustración 3: Mapa de cargas mecánicas en México (Figura 922-82 de la Norma Oficial Mexicana Nom-001-Sede-2005, Instalaciones Eléctricas Utilización).....	14
Ilustración 4: Fuerza resultante ejercida por el viento y el hielo.	17
Ilustración 5: sección equivalente al hielo depositado en un cable.....	18
Ilustración 6: Arco OP de una catenaria.....	23
Ilustración 7: Representación de un cable suspendido de dos puntos.....	27
Ilustración 8: Cable soportado por apoyos a distintos niveles.	31
Ilustración 9: Catenaria en claros a grandes distancias y alto desnivel.....	39

Índice de tablas

Tabla 1: Tabla 922-83 de la Norma Oficial Mexicana Nom-001-Sede-2005, Instalaciones Eléctricas (Utilización).....	15
Tabla 2: Tabla 922-84 de la Norma Oficial Mexicana Nom-001-Sede-2005, Instalaciones Eléctricas (Utilización).....	16
Tabla 3: Hipótesis de carga mecánica para el diseño de líneas de transmisión.	21

Índice de anexos

Anexo 1: Características generales de los cables conductores ACSR.....	55
Anexo 2: Mapas de velocidades regionales de la república mexicana	56
Anexo 3: Libramientos y separaciones mínimas en cruces.....	58
Anexo 4: Herramienta de cálculo de flechas y tensiones con Python.....	59

Definiciones

ACSR: Aluminum Conductor Steel Reinforced

Catenaria: Una catenaria es una curva ideal que representa físicamente la curva generada por una cadena, cuerda o cable sin rigidez flexional, suspendida de sus dos extremos y sometida a un campo gravitatorio uniforme.

Elongación: Es el cambio de longitud de un material, existen dos tipos de elongación, la que se produce permanentemente por los esfuerzos físicos a los que está sometido el elemento (Elongación plástica o CREEP) que da como resultado un aumento de la magnitud de la flecha en un cable conductor. Por otra parte, la contracción o alargamiento de un elemento que está expuesto a cambios de temperatura se le conoce como Elongación Térmica.

Flecha: Distancia vertical máxima entre el segmento que une a los puntos de sujeción del cable con la catenaria, en un claro efectivo.

RTS: Resistencia mecánica a la tensión del conductor

1.Cálculo mecánico de cables en líneas de transmisión

Los cables utilizados para el transporte de la energía que conforman una línea de transmisión generalmente son cables heterogéneos, ya que se conforman de aluminio y un alma de acero, al contrario de los cables de guarda que son totalmente homogéneos. (Checa.L,1988, p.224)

Para efectuar cálculos en conductores heterogéneos se toman en cuenta el módulo de elasticidad y el coeficiente de dilatación lineal, dichos valores serán especificados por el fabricante del cable. (Checa.L,1988, p.224)

Los cables al estar expuestos a la intemperie están sometidos a sobrecargas provocadas por la acción del viento y manguitos de hielo, también es común que los cambios de temperatura afecten la longitud del cable, a su vez modificando la tensión a la que fueron tendidos los cables. (Checa.L,1988, p.225)

Al haber un aumento de temperatura, la longitud del cable aumenta. La flecha que es directamente dependiente de la longitud que adopte el cable también se incrementa, por su parte la tensión disminuye. Al contrario de el caso anterior, cuando la temperatura disminuye, la longitud del cable se acorta, la flecha sube (disminuye), y la tensión aumenta. (Checa.L,1988, p.225)

Para el caso del viento, Luis María Checa describe que el viento actúa como si se tratase de una sobrecarga, ya que, al sumarse geométricamente con el peso propio del cable, hace que el efecto sea el de un aumento aparente de dicho peso propio. Un manguito de hielo supone otra sobrecarga, de acción vertical, que se suma aritméticamente al peso propio del cable. En todos los casos considerados se supone que el vano o claro entre apoyos permanece invariable. (1988, p.225)

2. Factores a considerar

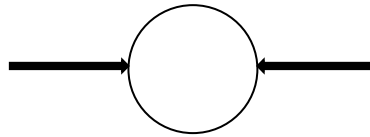
Cables conductores

Son los encargados de transmitir la energía eléctrica desde un punto a otro. Es de suma importancia identificar las características de cada tipo de conductor empleado en una Línea de Transmisión para determinar su uso.

Sistemas de medición de calibres de conductores

Circular Mil

Un Circular Mil define el área de un círculo cuyo diámetro es la milésima parte de una pulgada (un “mil”).



$$1CM = \pi \left(\frac{0.0254(mm)}{2} \right)^2 = 5.067 \times 10^{-4}(mm^2)$$

Ecuación 2.1

El área total de un cable en CM es la suma de las áreas de cada uno de los alambres que lo componen. Para métodos de identificación prácticos de los cables, se utiliza el acrónimo kCM o MCM, lo cual significa miles de Circular Mil, que acuerdo con la ecuación 2.1 es equivalente a $0.5067mm^2$.

American Wire Gauge (AWG)

Este sistema de medición de cables y conductores eléctricos hace referencia a las medidas de los cables mediante calibres, entre más alto es el calibre, más pequeña es la sección transversal.

El calibre representa aproximadamente el número de pasos del incremento o decremento del diámetro de un cable en particular. Es decir, el calibre 10 tiene cinco pasos de incremento respecto al calibre 15 (CFE,2012, p.56).

Materiales utilizados para la fabricación de conductores

American National Standards institute (ANSI), es el organismo encargado de designar los materiales con los cuales se deben fabricar los cables, mientras que para especificarlos toma responsabilidad la American Society for Testing Materials (ASTM). (CFE, 2012, p.57)

En la actualidad los cables que conforman una Línea de transmisión son únicamente de aluminio y acero. (CFE, 2012, p.57)

Existe una clasificación para los cables desnudos, la cual los identifica como homogéneos y no homogéneos, dichos tipos de cables se describen a continuación:

Homogéneo(1350-H19): Son aquellos cables que solo están hechos de un solo material. Los conductores All-Aluminum-Conductor (ACC), son llamados así porque son fabricados con aluminio puro, mientras que los que se manufacturan con aleaciones de aluminio se llaman All-Aluminum-Alloy Conductor (ACCC).

Entre las principales características de los conductores homogéneos se encuentra la buena resistencia a la corrosión y la alta conductividad. (CFE, 2012, p.57)

No homogéneo(6201-T81): Se constituyen por más de un material, el conductor más utilizado de este tipo se compone por un alma de acero y cubierto de varias capas de alambres de aluminio, también conocidos por su nombre en inglés Aluminum Conductor Steel-Reinforced (ACSR).

Este tipo de conductores reforzados soportan una alta resistencia mecánica, pero tiene como desventaja una menor conductividad comparados con los conductores homogéneos. (CFE, 2012, p.57)

Nota: las siglas H19 y T81 corresponden al nivel de templeado del material.

Algunos conductores tienen un revestimiento de aluminio, al cual se le conoce como “aluminizado”, y el término “aluminio soldado”, se les da a dichos conductores a los que se les aplica un revestimiento mayor de aluminio. (CFE, 2012, p.58)

Es necesario tener a la mano las características de los cables a la hora del tendido ya que se toman en cuenta datos como la carga última a la ruptura, sección transversal, área del conductor y coeficiente de dilatación térmica para el cálculo de flecha y tensiones. (CFE, 2012, p.58)

Peso del cable

El peso del cable será proporcionado en una ficha técnica hecha por el fabricante, las unidades manejadas para el peso del cable normalmente son $\frac{kg}{m}$ o bien $\frac{kg}{km}$.

Estructuras

En el manual para el diseño electromecánico de líneas de transmisión aéreas la CFE menciona que las estructuras que conforman una línea de transmisión tienen como finalidad soportar a los cables conductores y de guarda, así como el peso generado por estos, más la carga de la misma estructura y las condiciones ambientales que puedan afectar en los componentes permanentes.

La selección de las estructuras va dependiendo del terreno en que se va a instalar la línea de transmisión y criterios específicos como la disposición de fases en el espacio, nivel de tensión eléctrica de operación, presupuesto con el que se cuenta, calibre de conductor que se planea instalar y cantidad de circuitos. (CFE, 2012, p.35)

Las torres de celosía son las más comúnmente utilizadas en las líneas de transmisión aéreas, ya que por su forma y diseño son capaces de soportar las fuerzas ejercidas por los cables de guarda y conductor. Lo que hace común el uso de estas estructuras es que resultan ser las más económicas cuando se necesitan instalar líneas de transmisión a gran altura. (CFE, 2012, p.36)

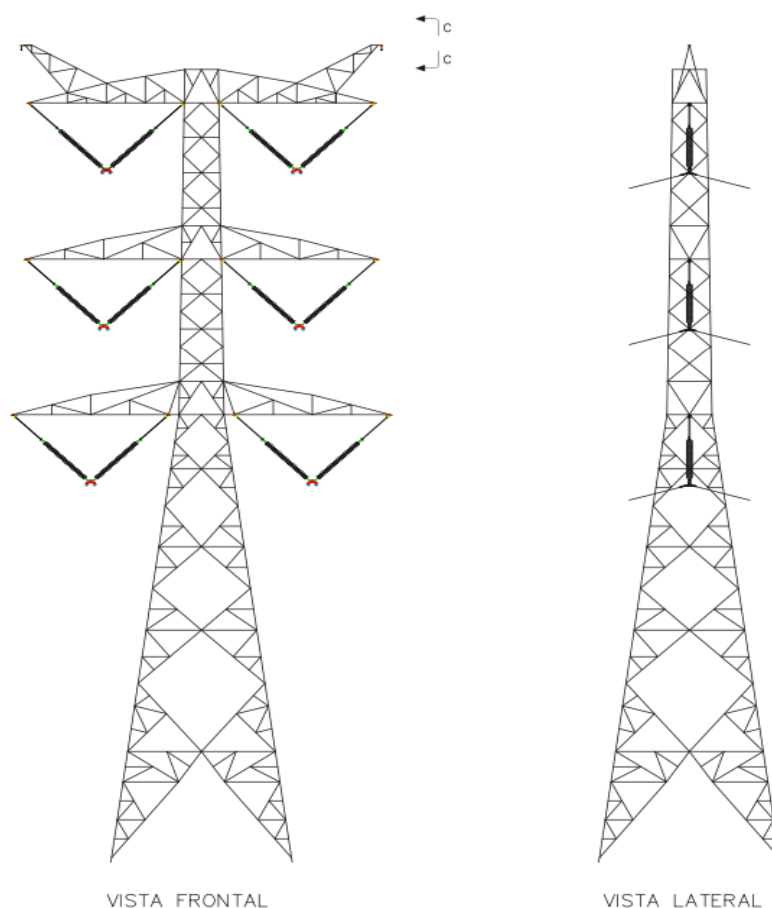


Ilustración 1: Torre de celosía con disposición de fases vertical para dos circuitos.

Consideraciones mecánicas de las estructuras de soporte

Deflexión:

La trayectoria de una línea de transmisión tiene partes rectas y partes donde la dirección cambia, la deflexión es conocida como este cambio de dirección. Para esta situación se deben considerar las cargas transversales que se ejercen en la estructura por efecto del cambio de dirección, en caso de que la estructura no cumpla con los requerimientos para dichas cargas se deberá contemplar otro diseño. (CFE,2012, p.46)

Claro efectivo:

Es la distancia que existe entre dos estructuras, también se le conoce como vano.

Claro medio horizontal o de viento:

Es la semisuma de los claros adyacentes proporcional a la fuerza transversal horizontal debida a la carga de viento que actúa sobre los cables conductores y de guarda. (CFE,2012, p.46). Se obtiene mediante la expresión:

$$CMH = \frac{(L1 + L2)}{2} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

L1: Es la longitud del claro o distancia anterior a la estructura.

L2: Es la longitud del claro o distancia posterior a la estructura.

Claro vertical o de peso:

Distancia horizontal entre los vértices de las catenarias a uno y otro lado de la estructura, proporcional a la fuerza vertical debida al peso de los cables conductores y de guarda. (CFE,2012, p.46).

$$CV = Lp1 + Lp2 \quad \text{Ecuación 2.3}$$

Lp1: es la longitud del vértice de la catenaria anterior a la estructura.

Lp2: es la longitud del vértice de la catenaria posterior a la estructura.

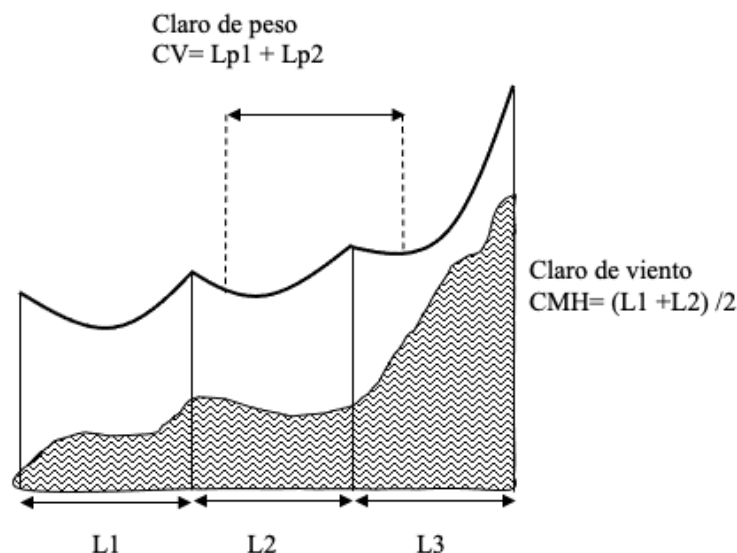


Ilustración 2: Claro medio Horizontal (de viento) y Claro vertical (de peso).

Zonas de carga mecánica

Las líneas de transmisión aéreas deben ser lo suficientemente resistentes mecánicamente, tanto como para soportar su propio peso y los efectos meteorológicos que influyen en ella, así como los factores de sobre cargas establecidos en la tabla 922-83 de la Norma Oficial Mexicana NOM-001-SEDE-2005 Instalaciones Eléctricas (utilización).

El artículo 922-82 de la norma anteriormente citada menciona que con el propósito de establecer las cargas mínimas que deben considerarse para el cálculo mecánico de líneas aéreas, el país se ha dividido en seis zonas de carga que se indican en el mapa de la figura 2.4 y se describen a continuación:

Zona I. Región Norte: Baja California, Chihuahua, Coahuila, Nuevo León y parte de Sonora y Durango.

Zona II. Región Centro Norte: Aguascalientes y parte de Zacatecas, Durango y San Luis Potosí.

Zona III. Región Centro Sur: parte de Oaxaca y Chiapas.

Zona IV. Región Central: Guanajuato, Querétaro, Estado de México, Distrito Federal, Tlaxcala, Morelos y parte de Zacatecas, San Luis Potosí, Jalisco, Michoacán, Hidalgo, Puebla, Veracruz y Guerrero.

Zona V. Región Costera: Baja California Sur, Sinaloa, Nayarit, Colima, Tamaulipas, Tabasco, Campeche, Yucatán y parte de Quintana Roo, Sonora, Jalisco, Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas y Veracruz.

Zona VI. Región Especial: parte de Oaxaca, Tamaulipas, Veracruz y Quintana Roo.

Si una línea aérea cruza dos o más zonas de carga, debe soportar las cargas correspondientes a dichas zonas.

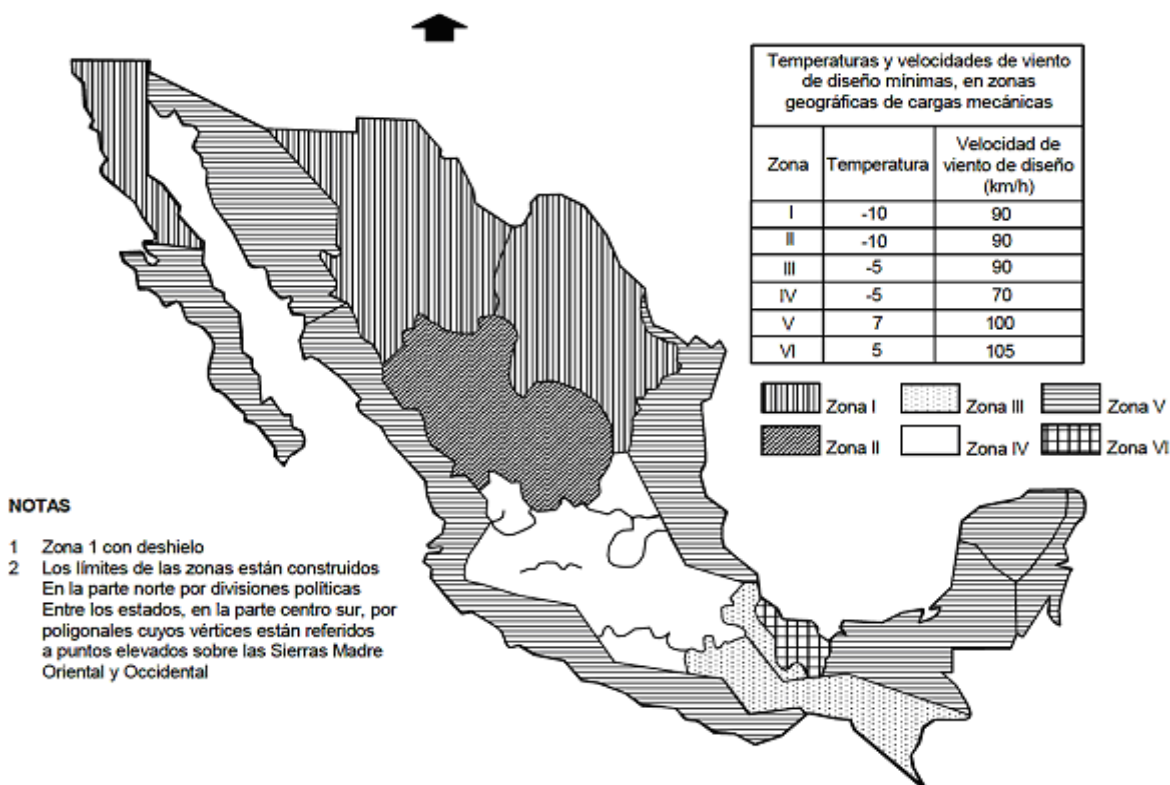


Ilustración 3: Mapa de cargas mecánicas en México (Figura 922-82 de la Norma Oficial Mexicana Nom-001-Sede-2005, Instalaciones Eléctricas Utilización).

Las líneas de transmisión deben cumplir con los valores de la siguiente tabla correspondientes a las condiciones meteorológicas mínimas de diseño para las diferentes zonas de carga mecánica del anterior mapa.

<i>Zona de carga mecánica</i>	<i>Temperatura mínima en °C</i>	<i>Velocidad de viento diseño en km/h</i>	<i>Espesor de la capa de hielo sobre milímetros</i>	
			<i>Cables</i>	<i>Componentes horizontales</i>
<i>I</i>	<i>-10</i>	<i>90</i>	<i>6</i>	<i>8</i>
<i>II</i>	<i>-10</i>	<i>90</i>	<i>-</i>	<i>-</i>
<i>III</i>	<i>-5</i>	<i>90</i>	<i>-</i>	<i>-</i>
<i>IV</i>	<i>-5</i>	<i>70</i>	<i>-</i>	<i>-</i>
<i>V</i>	<i>7</i>	<i>100</i>	<i>-</i>	<i>-</i>
<i>VI</i>	<i>5</i>	<i>105</i>	<i>-</i>	<i>-</i>

Tabla 1: Tabla 922-83 de la Norma Oficial Mexicana Nom-001-Sede-2005, Instalaciones Eléctricas (Utilización).

Para altitudes mayores a 2500 metros, debe investigarse respecto a depósitos de hielo en cables y estructuras.

Para cualquiera de las zonas (excepto la Zona I), pueden considerarse los espesores de hielo de la Zona I, con una temperatura de -5 °C.

El peso del hielo se considera de 913 kilogramos por metro cúbico.

Presión del viento

En La Norma Oficial Mexicana NOM-001-SEDE-2005 Instalaciones Eléctricas (utilización), Artículo 922-84, se establece que la presión del viento sobre las líneas aéreas se debe calcular, según la superficie de que se trate, por medio de las siguientes ecuaciones:

a) Sobre conductores.

Superficies de alambres y cables $p = 0.00482 V^2$ 2.5

b) Sobre estructuras.

Se debe considerar que la ráfaga de viento cubre totalmente la estructura, aplicando un factor de 1.3 a la velocidad de diseño. Para estructuras metálicas (torres), se debe aplicar adicionalmente un factor de arrastre de 1.6 a la presión de viento.

Las ecuaciones aplicables resultan:

Superficies cilíndricas (postes) $p = 0.00815 V^2$ 2.6

Superficies planas (torres) $p = 0.0130 V^2$ 2.7

Donde "P" es la presión de viento, en kg/m² del área resultante del producto del claro medio horizontal por el diámetro del conductor y "V" es la velocidad de viento de diseño en km/h. Los valores de presión de viento de la Tabla 922-84, son válidos para líneas con estructuras de 30 metros de altura máxima, para estructuras con mayor altura, es necesario multiplicar la altura por un factor de conversión mostrado en la tabla 922-84(a) de la Norma Oficial Mexicana Nom-001-Sede-2005, Instalaciones Eléctricas Utilización.

Zona de carga mecánica	Velocidad de viento de diseño km/h	Presión de viento en $\frac{kg}{m^2}$ sobre superficies de:		
		Cables	Estructuras	
			Cilíndricas(postes)	De celosía (torres)
I, II, III	90	39	66	105
IV	70	24	40	64
V	100	48	81	130
VI	105	53	90	143

Tabla 2: Tabla 922-84 de la Norma Oficial Mexicana Nom-001-Sede-2005, Instalaciones Eléctricas (Utilización).

Aumento de la carga del cable debido al viento y al hielo

Al haber condiciones de temperaturas bajas se crea una capa de hielo en el cable, lo que produce un aumento de peso a lo largo del conductor, el cual debe ser considerado.

La Norma Oficial Mexicana NOM-001-SEDE-2005 Instalaciones Eléctricas (utilización), Artículo 922-85. Cargas en los cables establece que: “La carga total para calcular la tensión mecánica de los cables, es igual que el resultado de la suma del peso del cable más la fuerza producida por el viento actuando horizontalmente y en ángulo recto con la línea, a una temperatura y velocidad indicadas”.

En caso de existir carga de hielo en la zona, debe calcularse para una presión de viento de $\frac{20kg}{m^2}$ sobre los conductores con hielo, debiéndose tomar la mayor tensión mecánica que resulte entre ese valor y el resultante con la máxima velocidad de viento sin hielo (CFE,2012, p.172).

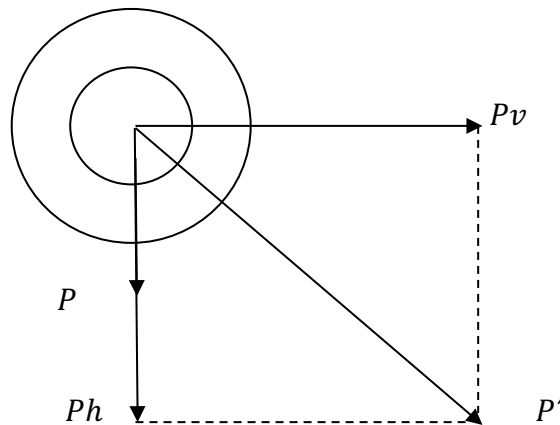


Ilustración 4:Fuerza resultante ejercida por el viento y el hielo.

Donde:

P : Es la fuerza debido al peso del propio cable

P_v : Es la fuerza ejercida por el viento sobre el conductor

P_h : Es la fuerza debida al peso del hielo acumulado sobre el conductor

P' : Es la fuerza resultante o peso aparente del cable

La fuerza resultante está dada por:

$$P' = \sqrt{(P + P_h)^2 + P_v^2} \quad 2.4$$

Para encontrar la fuerza ejercida por el viento, se tiene que multiplicar la presión del viento por la superficie proyectada normalmente a la dirección del viento.

$$P_v = p_v d \quad 2.5$$

Donde:

P_v : es el peso ejercido por el viento

p_v : es la presión del viento

d : el diámetro del cable

La acción horizontal del viento, sumada al peso del propio cable da como resultado el peso aparente del cable:

$$p' = \sqrt{(p)^2 + (P_v)^2} \quad 2.6$$

Donde:

p' : es el peso aparente

p : peso por unidad de longitud del cable

P_v : es la fuerza ejercida por el viento

Mencionan Rodríguez y Fayos (1998) que la aparición de un manguito de hielo provoca en el conductor un peso adicional el cual se suma aritméticamente al peso original del cable y a su vez aumenta su diámetro, dicho aumento también se ve afectado por la acción del viento.

Ya que los conductores se ven sometidos a una carga externa, existen ocasiones en que se ve superado su límite elástico, lo que provoca un alargamiento permanente del cable. Si el manguito de hielo no está repartido uniformemente a lo largo del elemento conductor, se provocan esfuerzos longitudinales con aproximación de conductores. (p.281)

Cuando el hielo desaparece rápidamente da a lugar a un relajamiento brusco del cable que provoca oscilaciones de gran amplitud y ondas de tensión mecánicas peligrosas para los apoyos. (Rodríguez y Fayos, 1998, p. 281)

Para obtener el peso debido al manguito de hielo, se calcula el área del cable añadiendo el grosor en milímetros de la capa de hielo al diámetro externo del cable. Una vez que se haya obtenido el resultado, se le resta el área de la sección transversal del conductor, lo que dará el área del manguito de hielo. Una vez obtenida la sección transversal del manguito de hielo se multiplica por la densidad del hielo.

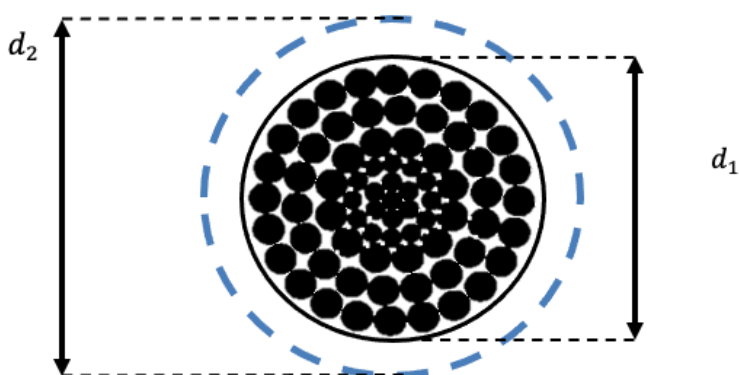


Ilustración 5: sección equivalente al hielo depositado en un cable.

El peso aparente de un cable que está sometido a un manguito de hielo será la suma aritmética del peso del cable más el peso del manguito de hielo:

$$p' = P + P_h \quad 2.7$$

Coefficiente de sobrecarga

El coeficiente de sobrecarga esta dado por la relación que hay entre el peso del cable, y el peso aparente, la fuerza resultante resulta ser un peso aparente de la combinación del viento y el hielo simultáneamente:

$m = \frac{p'}{p}$ para calcular el coeficiente de sobrecarga con acción del viento o hielo.

$m = \frac{p'}{p}$ para calcular el coeficiente de sobrecarga con simultaneidad de viento y hielo (simultaneidad no común).

Efecto viento y temperatura en cables

Normalmente no se presentan condiciones de viento junto con manguitos de hielo, si esta simultaneidad ocurriera se propicia un doble efecto, porque el peso del manguito de hielo se suma al propio peso del cable, y el viento actúa en una mayor área. (CFE,2012, p151)

En el caso de la combinación de la velocidad del viento con la temperatura en cables conductores se considera lo siguiente:

1. Se toma en cuenta la velocidad máxima de diseño más el promedio mínimo diario de la temperatura del sitio.
2. La velocidad reducida del viento más la temperatura mínima extrema.
 - 2.1 La velocidad del viento reducida es la que se toma de los mapas de velocidades de viento que coinciden con cierta temperatura.
 - 2.2 La temperatura mínima coincidente con la velocidad debe ser igual a la temperatura mínima anual, en un periodo de retorno T. (CFE,2012, p151)

Las especificaciones CFE J1000-50 y CFE J6100-54 establecen una velocidad de viento reducido acorde al 50% de la velocidad regional máxima de la zona de la línea de transmisión, para un periodo de retorno de 10 años y para la velocidad de viento máxima se considera la velocidad total en un periodo de retorno de 50 años plasmadas en el Anexo1. (CFE,2012, p151)

3.Hipótesis de cargas

Las condiciones de viento y temperatura en cada región son diferentes, en algunos lugares las temperaturas son tan bajas que se hace presente una capa de hielo en los conductores, y en otras regiones, las altas temperaturas tienden a elongar el conductor, aumentando su flecha. Por dichas razones, se deben analizar los esfuerzos con los que los conductores van a operar en diferentes escenarios. (CFE,2012, p.160)

Hipótesis de cargas utilizadas por la CFE

H1 - Tensión diaria EDS (Every Day Strength)

Para el cálculo de flechas y tensiones partiendo de esta hipótesis, sólo se considera una temperatura constante, que será la temperatura media diaria, sin considerar condiciones que afectan directamente la tensión del cable, como lo son el hielo y el viento. Se considera una tensión no mayor al 22% de la tensión de ruptura del cable.

Se analiza con la finalidad de limitar la vibración eólica del cable y para definir los esfuerzos longitudinales a aplicar a las estructuras de soporte. (CFE,2012, p.160)

H2 - Flecha máxima

Hipótesis para la identificación de los libramientos mínimos que debe tener una línea de transmisión con respecto al entorno físico que la rodea, se considera una temperatura máxima que afecta el cable provocando un efecto de elongación en un periodo de 10 años. Al igual que en la hipótesis de tensión diaria, no se consideran las cargas provocadas por el viento y el hielo, y considerando una tensión máxima del 22% de la tensión de ruptura del cable. (CFE,2012, p.160)

H3 - Viento máximo

Hipótesis en la que se considera una condición de viento máximo, la cual será una tensión máxima del 33% de la tensión nominal de ruptura del cable. La temperatura por considerar para la hipótesis del viento máximo será coincidente a la temperatura promedio mínima diaria según el lugar. (CFE,2012, p.160)

H4 - Flecha mínima

Hipótesis que considera una temperatura mínima no mayor a -10°C , sin considerar la presencia de viento o hielo, con una tensión máxima del 33% de la tensión de ruptura del cable.

Su evaluación permite verificar la tensión en los cables y los jalones hacia arriba de las cadenas de aisladores y estructuras a lo largo del perfil de la línea de transmisión. (CFE,2012, p.160)

H5 - Viento reducido

Se considera en esta hipótesis una temperatura mínima no mayor a -10°C , con el valor de la presión de viento reducido y con un espesor de la capa de hielo de 5 mm.

La tensión que se toma en cuenta en los cables no tiene que sobrepasar el 33% de la tensión máxima de ruptura del cable bajo condición inicial de carga máxima. (CFE,2012, p.160)

H6 - Balanceo de cables

La temperatura que se considera en esta hipótesis es de 16°C , sin hielo, y con presiones de viento acorde a zonas expuestas, rurales, o protegidas y urbanas mostradas en la tabla 3.1.

Su aplicación verifica distancias entre los cables con respecto a las estructuras y contra perfiles (perfiles laterales), con la finalidad de cumplir los libramientos mínimos requeridos. (CFE,2012, p.161)

H7 - Condición de rayo

Se considera una temperatura de 15°C con presión de viento de 41.2 Pa y sin hielo, bajo la condición final a causa de la elongación a 10 años.

Su evaluación permite verificar el paralelismo entre los cables conductores y de guarda, conservando como mínima la distancia vertical entre los puntos de enganche en la estructura de los de cable guarda y la fase superior. (CFE,2012, p.161)

Hipótesis	Consideraciones básicas				
	Temperatura de diseño	Presión de viento	% de tensión de ruptura máxima.	Sobrecarga de hielo (mm)	Condición de cable
H1	Media anual	0	22	0	Final después de la carga máxima
H2	Máxima	0	22	0	Final después del creep a 10 años
H3	Coincidente al viento max.	Presión de viento max.	33	0	Inicial por carga máxima
H4	Mínima	0	33	0	Final después de carga máxima
H5	Mínima	Presión de viento reducido	33	5	Inicial por carga máxima
H6	16°C	285 Pa en zonas rurales y expuestas 187 Pa en zonas urbanas y protegidas	-	0	Final después de carga máxima
H7	15°C	41.2 Pa	-	0	Final después del creep a 10 años

Tabla 3: Hipótesis de carga mecánica para el diseño de líneas de transmisión.

La IEEE 738 “Standard for calculating the current-temperature of bare overhead conductors” menciona con respecto a la temperatura máxima soportada por el conductor el límite térmico es determinado por la máxima temperatura soportable para el conductor. Es un valor considerado por la práctica la experiencia y el juicio de quien lo determine, para conductores ACSR es un parámetro que puede variar entre los 50°C y los 180°C. La máxima temperatura soportada es un valor muy cercano al punto de fusión del cable. (2012)

La temperatura mínima será la temperatura mínima registrada en la trayectoria, no mayor a -10°C.

4.Ecuación de la catenaria

Se le denomina catenaria a la curva que se forma del tendido en un cable que está suspendido por dos puntos de anclaje, y tiene una carga uniformemente distribuida a lo largo del cable. (CFE,2012, p162).

Las siguientes deducciones de las fórmulas se encuentran en el manual para el diseño electromecánico de líneas de transmisión aéreas de la CFE.

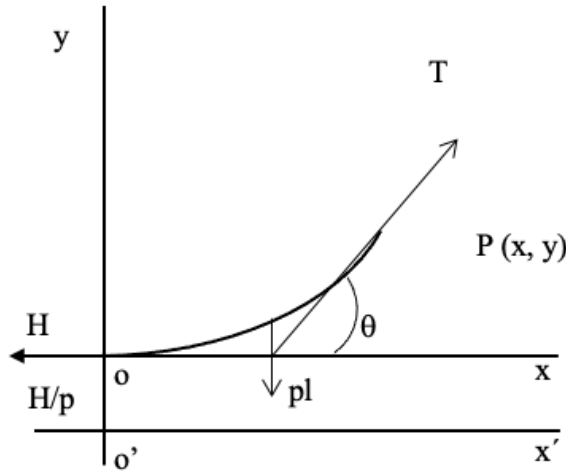


Ilustración 6:Arco OP de una catenaria

Donde:

l : es la longitud del arco de la catenaria OP

T : es la tensión mecánica en el punto P

H : es la tensión mecánica en el punto más bajo de la catenaria

p : es el peso del cable por unidad de longitud

Las ecuaciones de equilibrio que se pueden escribir para el arco catenaria OP son,

$$T \cos\theta - H = 0 \quad 4.1$$

$$T \sen\theta - pl = 0 \quad 4.2$$

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{pl}{H} \quad 4.3$$

$$dy = \frac{pl}{H} dx \quad 4.4$$

Por otra parte, se tiene,

$$Dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dy \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} \quad 4.5$$

Sustituyendo en la ecuación (4.5), la expresión $\frac{dy}{dx} = \frac{pl}{H}$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{1 + \frac{H^2}{p^2 l^2}} = \frac{\sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}}{l} \quad 4.6$$

$$dy = \frac{l}{\sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}} dl \quad 4.7$$

como se sabe,

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \sqrt{x^2 \pm a^2} + c \quad 4.8$$

Integrando la ecuación (4.7) se obtiene

$$y + c_1 = \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}} \quad 4.9$$

Si se toma un nuevo eje de las abscisas $O'X'$ paralelo a OX y a una distancia igual a $\frac{H}{p}$, se verifica para los ejes $O'Y'$, $O'X'$.

Si $l = 0$, entonces $y = \frac{H}{p}$, por lo tanto $c_1 = 0$ la ecuación queda como sigue $y = \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}} \quad 4.10$

igualando las ecuaciones (4.4) y (4.7) se obtiene,

$$\frac{pl}{H} dx = \frac{l dl}{\sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}} \quad 4.11$$

$$dx = \frac{H}{p} \frac{dl}{\sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}} \quad 4.12$$

Como se sabe que,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \text{Ln} \left[x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right] + c \quad 4.13$$

Integrando la ecuación 4.13 se obtiene

$$x + c_2 = \frac{H}{p} \text{Ln} \left(l + \sqrt{\frac{H^2}{p^2} + l^2} \right) \quad 4.14$$

$l = 0$ cuando $x = 0$ por lo tanto $c_2 = \frac{H}{p} \text{Ln} \frac{H}{p}$

$$x = \frac{H}{p} \text{Ln} \frac{l + \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}}{\frac{H}{p}} \quad 4.15$$

$$\frac{px}{H} = \text{Ln} \frac{l + \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}}{\frac{H}{p}} \quad 4.16$$

Por lo tanto

$$e^{\frac{px}{H}} = \frac{l + \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}}{\frac{H}{p}} \quad 4.17$$

$$\frac{H}{p} e^{\frac{px}{H}} = l + \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}} \quad 4.18$$

De la ecuación (4.18) se deduce que,

$$\frac{1}{\frac{H}{p} e^{\frac{px}{H}}} = \frac{1}{l + \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}}} \quad 4.19$$

Multiplicando el numerador y el denominador del segundo término de la ecuación (11.19), por $\sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}} - l$ se obtiene

$$\frac{H}{p} e^{\frac{px}{H}} = \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}} - l \quad 4.20$$

Sumando las ecuaciones (4.18) y (4.20),

$$\frac{H}{p} \left(e^{\frac{px}{H}} + e^{-\frac{px}{H}} \right) = 2 \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{p^2}} \quad 4.21$$

Sustituyendo en la ecuación (11.21), la ecuación (11.10) y recordando que,

$$\text{Cosh } a = \frac{e^a + e^{-a}}{2} \quad 4.22$$

$$y = \frac{H}{p} \text{Cosh} \frac{px}{H} \quad 4.23$$

Que es la “ecuación cartesiana de la catenaria”.

Para obtener la longitud del arco de la catenaria “l” se resta el resultado de la ecuación (11.20) del resultado de la ecuación (11.18),

$$\frac{H}{p} \left(e^{\frac{px}{H}} + e^{-\frac{px}{H}} \right) = 2l \quad 4.24$$

$$\text{Recuerde que } \text{Senh } a = \frac{e^a + e^{-a}}{2}$$

$$l = \frac{H}{p} \text{Senh} \frac{px}{H} \quad 4.25$$

La tensión mecánica T en un punto P de la catenaria, de coordenadas (x, y), está dada por la siguiente expresión:

Elevando al cuadrado las ecuaciones (4.1) y (4.2) y sumándolas se obtiene,

$$T^2 \cos^2 \theta + T^2 \sin^2 \theta = H^2 + p^2 l^2 \quad 4.26$$

$$T^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = p^2 \left(\frac{H^2}{p^2} + l^2 \right) \quad 4.27$$

$$T^2 = p^2 y^2 \quad 4.28$$

$$T = py \quad 4.29$$

Se sustituye en la ecuación (11.29) la expresión de “y” dada por la ecuación (11.23), para obtener,

$$T = H \text{Cosh} \frac{px}{H} \quad 4.30$$

Fórmulas de la catenaria

Considere el caso de un cable flexible de peso uniforme, suspendido de dos puntos que están a un mismo nivel y a una distancia uno del otro.

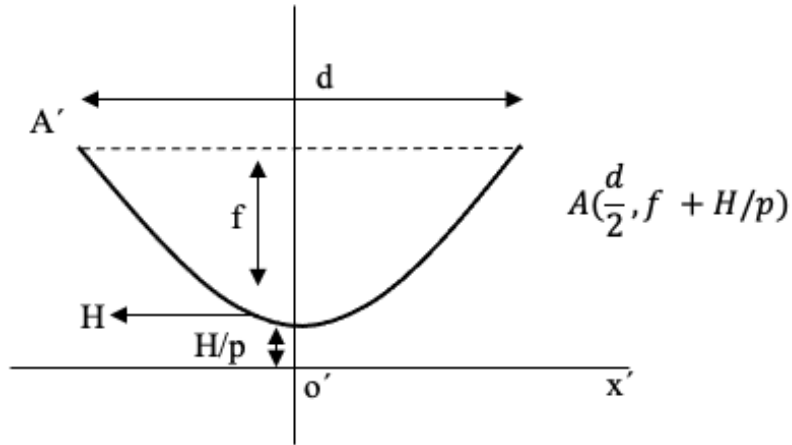


Ilustración 7: Representación de un cable suspendido de dos puntos.

Donde:

d : es el claro o vano

f : es la flecha

Ta : es la tensión mecánica en los apoyos A y A'

H : es la tensión mecánica en el punto más bajo de la catenaria

p : es el peso del cable por unidad de longitud

L : es la longitud de arco de la catenaria $A A'$

Al aplicar las ecuaciones (4.23), (4.25) y (4.30) en el caso que

$$x = \frac{d}{2} \quad 4.31$$

$$y = f + \frac{H}{p} \quad 4.32$$

Se tiene,

$$f = \frac{H}{p} \left[\left(\cosh \frac{pd}{2H} \right) - 1 \right] \quad 4.33$$

$$L = \frac{2H}{p} \sinh \frac{pd}{2H} \quad 4.34$$

$$Ta = H \cosh \frac{pd}{2H} \quad 4.35$$

Expresión aproximada en H en función de Ta

Las ecuaciones (11.33), (11.34) y (11.35) expresan respectivamente:

La flecha, la longitud del arco de la catenaria entre los puntos de apoyo y la tensión mecánica en los puntos de apoyo en función del peso propio del cable, del claro y de la tensión mecánica en el punto inferior de la catenaria (que es igual a la componente horizontal de la tensión en cualquier punto de la catenaria).

Por lo general en la práctica el valor que se conoce es la tensión en los puntos de soporte, no la tensión “H”, que corresponde a la tensión en el punto más bajo de la catenaria. Por ello es conveniente encontrar una ecuación para encontrar “H” en función de Ta. (CFE,2012, p.165).

De la ecuación (4.35)

$$Ta = \cosh \frac{pd}{2H} \quad 4.36$$

Desarrollando el coseno hiperbólico en una serie infinita

$$\cosh a = 1 + \frac{a^2}{2!} + \frac{a^4}{4!} + \dots \quad 4.37$$

$$\frac{Ta}{H} = 1 + \frac{p^2 d^2}{8H^2} + \frac{p^4 d^4}{384H^2} + \dots \quad 4.38$$

En la práctica “H” es mucho mayor que “pd”, por lo tanto, pueden despreciarse, sin cometer un error apreciable, todos los términos de la serie a partir del tercero quedando entonces,

$$\frac{Ta}{H} = 1 + \frac{p^2 d^2}{8H^2} \quad 4.39$$

Multiplicando por H² e igualando la ecuación a cero, la ecuación queda,

$$H^2 - TaH \frac{p^2 d^2}{8} = 0 \quad 4.40$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado para H, resulta que,

$$H = \frac{Ta + \sqrt{Ta^2 - \frac{p^2 d^2}{2}}}{2} \quad 4.41$$

$$H = \frac{Ta}{2} + \frac{Ta}{2} \left(1 - \frac{p^2 d^2}{2Ta^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad 4.42$$

Recordando que $(1 + a)^n = 1 + na + \frac{n(n-1)}{2!}a^2 + \dots$

$$\left(1 - \frac{p^2 d^2}{2Ta^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{p^2 d^2}{2Ta^2} + \dots \quad 4.43$$

Ta es mucho Se pueden despreciar los términos siguientes al segundo ya que, en la práctica, mayor que “pd”. Haciendo esta simplificación se obtiene la siguiente expresión de “H” en función de Ta’

$$H = \frac{Ta}{2} + \frac{Ta}{2} \left(1 - \frac{p^2 d^2}{4Ta^2}\right) \quad 4.44$$

$$H = Ta - \frac{p^2 d^2}{8Ta} \quad 4.45$$

Ecuación de la parábola

A partir de la ecuación cartesiana de la catenaria

$$y = \frac{H}{p} \cosh \frac{px}{H} \quad 4.46$$

Desarrollando el coseno hiperbólico de una serie infinita

$$y = \frac{H}{p} \left(1 + \frac{p^2 x^2}{2H^2} + \frac{p^4 x^4}{24H^4} + \dots\right) \quad 4.47$$

Tomando los primeros términos de la serie, lo que en el caso de un cable de una línea de transmisión puede hacerse sin cometer un error apreciable siempre que la flecha sea menor que el 10% del claro,

$$y = \frac{H}{p} + \frac{px^2}{2H} \quad 4.48$$

Suponiendo que un cable apoyado entre dos puntos adopta la forma de una parábola:

Flecha

$$f = y - \frac{H}{p} \quad 4.9$$

Sustituyendo la expresión (4.49) el valor de “y” dado por la ecuación (11.48) y haciendo $x = \frac{d}{2}$

$$f = \frac{pd^2}{8H} \quad 4.50$$

Longitud del cable

Partiendo de la expresión,

$$L = \frac{2H}{p} \text{Senh} \frac{pd}{2H} \quad 4.51$$

Desarrollando el seno hiperbólico en una serie infinita,

$$\text{Senh } a = a + \frac{a^3}{3!} + \frac{a^5}{5!} + \dots \quad 4.52$$

Y tomando únicamente los dos primeros términos de la serie,

$$L = \frac{2H}{p} \left(\frac{pd}{2H} + \frac{p^3 d^3}{48H^3} \right) \quad 4.53$$

$$L = d + \frac{p^2 d^3}{24H^2} \quad 4.54$$

La longitud del cable puede expresarse también en función de la flecha:

Partiendo de la ecuación (4.54) y teniendo en cuenta que

$$\frac{p^2 d^3}{24H^2} = \frac{p^2 d^4}{64H^2} \frac{8}{3d} \quad 4.55$$

Y que de acuerdo con la ecuación (4.50)

$$\frac{p^2 d^4}{64H^2} = f^2 \quad 4.56$$

Resulta,

$$L = d + \frac{8f^2}{3d} \quad 4.57$$

Tensión mecánica en los apoyos

$$Ta = H \left(1 + \frac{p^2 d^2}{8H^2} \right) \quad 4.59$$

$$Ta = H + \frac{p^2 d^2}{8H} \quad 4.60$$

Ecuación de la flecha en claros del mismo nivel

Para determinar la flecha es necesario conocer el parámetro de la parábola (*Par*) a la temperatura que se realizará el tendido de los cables, bajo condición de módulo de elasticidad inicial (CFE,2012, p.167).

Las ecuaciones para determinar la flecha, en claros entre estructuras al mismo nivel dependen de los siguientes casos:

Donde:

Par: es el parámetro de la parábola

d: es el claro

h: es el desnivel

f: es la flecha

Caso 1

Si *d* es menor o igual a *Par/2* la catenaria del conductor se puede modelar mediante la ecuación de una parábola (error máximo 0.5%) y la flecha en este caso se determina mediante las siguientes expresiones:

Cuando *h* es menor o igual que *d/10* entonces,

$$f = \frac{d^2}{8 \text{ par}} \quad 4.62$$

Cuando *h* es mayor o igual a *d/10*

$$f = \frac{d\sqrt{d^2+h^2}}{8 \text{ Par}} \quad 4.63$$

Caso 2

Si *d* es mayor que *Par/2* se utilizan los dos primeros términos de la ecuación de la catenaria y la flecha en este caso se determina mediante las siguientes expresiones:

Cuando *h* es menor o igual a *d/10*

$$f = \frac{d^2}{8 \text{ Par}} + \frac{d^4}{384 \text{ Par}^3} \quad 4.64$$

Cuando *h* es mayor o igual a *d/10*

$$f = \frac{d\sqrt{d^2+h^2}}{8 \text{ Par}} + \frac{d^3\sqrt{d^2+h^2}}{384 \text{ Par}^3} \quad 4.65$$

Ecuación de la flecha en claros con apoyos a distinto nivel

La siguiente figura representa el cable cuando es soportado por estructuras ubicadas a diferente nivel:

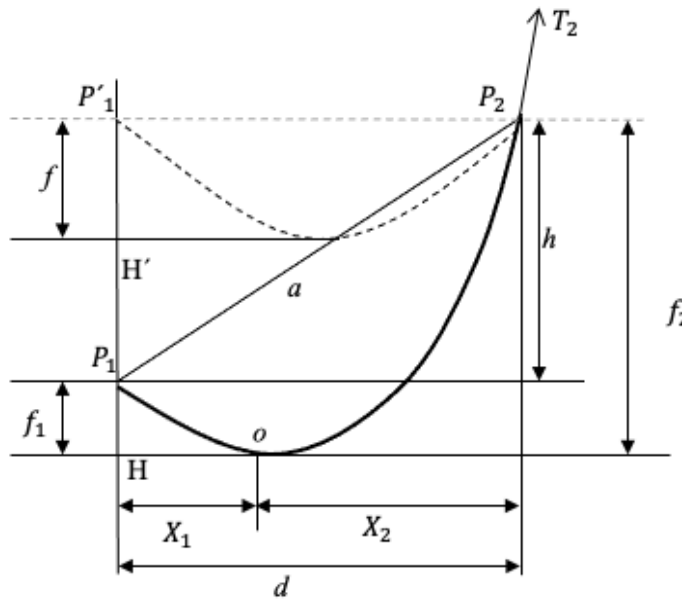


Ilustración 8: Cable soportado por apoyos a distintos niveles.

Donde:

a : es el claro entre apoyos a diferente nivel, $a = \sqrt{d^2 + h^2}$

d : es la proyección horizontal del claro " a "

h : es la diferencia de nivel entre los apoyos

P : es el peso del cable por unidad de longitud

T_2 : es la tensión mecánica en el soporte superior

OP_1 : es la mitad del arco de catenaria, para un claro igual a $2x_1$, con apoyos al mismo nivel.

OP_2 : es la mitad del arco de catenaria, para un claro igual a $2x_2$, con apoyos al mismo nivel.

Un requisito para resolver casos con apoyos en diferentes niveles es que el desnivel sea pequeño comparado con la longitud del claro. Primero se tiene que calcular la flecha " f " con las fórmulas de la catenaria o de la parábola para un claro con apoyos al mismo nivel, de longitud igual a la proyección horizontal del claro inclinado.

Partiendo de la flecha " f ", se tienen que calcular las flechas " f_1 " y " f_2 ", con las fórmulas de la parábola como se deduce a continuación. (CFE,2012, p168).

Al aplicar las fórmulas de la parábola pueden establecerse las siguientes ecuaciones,

$$f_1 = \frac{pd_1^2}{8H} = \frac{p(2x_1)^2}{8H} = \frac{4px_1^2}{8H} = \frac{px_1^2}{2H} \quad 4.66$$

De manera similar,

$$f_2 = \frac{pd_2^2}{8H} = \frac{p(2x_2)^2}{8H} = \frac{4px_2^2}{8H} = \frac{px_2^2}{2H} \quad 4.67$$

Para la diferencia de nivel entre apoyos se puede deducir que,

$$h = f_2 - f_1 = \frac{px_2^2}{2H} - \frac{px_1^2}{2H} \quad 4.68$$

$$h = \frac{p}{2H}(x_2^2 - x_1^2) \quad 4.69$$

$$h = \frac{p}{2H}(x_2 + x_1)(x_2 - x_1) \quad 4.70$$

Como $d = (x_1 + x_2)$ entonces,

$$h = \frac{pd}{2H}(x_2 - x_1) \quad 4.71$$

Se obtiene el siguiente sistema de dos ecuaciones simultáneas,

$$(x_2 - x_1) = \frac{2Hh}{pd}$$

$$(x_2 + x_1) = d \quad 4.72$$

Que al resolverse arroja los siguientes resultados

$$x_2 = \frac{d}{2} + \frac{Hh}{pd} \quad 4.73$$

$$x_1 = \frac{d}{2} - \frac{Hh}{pd} \quad 4.74$$

Para el claro con apoyo al mismo nivel $P_1'P_2'$ se verifica que,

$$f = \frac{pd^2}{8H} \quad 4.75$$

En la práctica considere que $H'=H$.

Por lo tanto

$$\frac{H}{p} = \frac{d^2}{8f} \quad 4.76$$

sustituyendo la expresión anterior de $\frac{H}{p}$ en las ecuaciones (11.73) y (11.74) se obtiene,

$$x_2 = \frac{d}{2} + \frac{d^2}{8f} \frac{h}{d} = \frac{d}{2} + \frac{dh}{8f} \quad 4.77$$

$$x_2 = \frac{d}{2} \left(1 + \frac{h}{4f}\right) \quad 4.78$$

$$x_1 = \frac{d}{2} \left(1 - \frac{h}{4f}\right) \quad 4.79$$

Sustituyendo estos valores de x_2 y x_1 en las siguientes expresiones,

$$f_2 = \frac{p(2x_2)^2}{8H} \quad 4.80$$

$$f_1 = \frac{p(2x_1)^2}{8H} \quad 4.81$$

Se obtiene,

$$f_2 = f \left(1 + \frac{h}{4f}\right)^2 \quad 4.82$$

$$f_1 = f \left(1 - \frac{h}{4f}\right)^2 \quad 4.83$$

Fórmulas de la ecuación de cambio de estado

La ecuación de cambio de estado se utiliza para saber las tensiones iniciales y finales en una línea de transmisión. Esta ecuación establece que podemos conocer las condiciones finales en los cables de una línea de transmisión a partir de las condiciones iniciales. La ecuación de cambio de estado corresponde a una ecuación de tercer grado de la forma $x^3 - Px^2 - Q = 0$ y la solución se puede conocer mediante métodos como el método de Cardan o el método iterativo de Newton. (CFE,2012, p169).

Deducción de la ecuación de cambio de estado

De acuerdo con la ecuación (4.57), la longitud L del arco de catenaria $A A'$, se puede escribir,

$$L = d + \frac{8f^2}{3d} \quad 4.84$$

La relación entre la longitud L del conductor y en claro d se expresa por,

$$\frac{L}{d} = 1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{d} \right)^2 \quad 4.85$$

En la ecuación de cambio de estado de un conductor tendido entre dos puntos, se designará a α como el coeficiente de dilatación del metal del conductor. Bajo la influencia de un cambio de temperatura $(\theta' - \theta)$ un conductor que tiene una longitud L a la temperatura θ , por definición, resulta tener a la temperatura θ' una longitud igual a $L + L\alpha(\theta' - \theta)$. Sin embargo, como el conductor está fijo en sus dos extremos, su alargamiento modificará simplemente la tensión T , la cual tomará el valor T' .

Se designará E como el módulo de elasticidad del metal del conductor. Bajo la influencia simultánea de la variación de tensión $(T' - T)$, la longitud del conductor sufrirá una variación igual a, (CFE,2012, p169).

$$L \frac{T' - T}{E} \quad 4.86$$

Entonces la variación de la longitud bajo los efectos que produce la variación de la temperatura y la tensión está dada por la siguiente expresión,

$$(L - L) = L\alpha(\theta' - \theta) + L \left(\frac{T' - T}{E} \right) \quad 4.87$$

Partiendo de la ecuación (4.50) y considerando que $T=H$ se obtiene,

$$f^2 = \frac{p^2 d^2}{64 T^2} \quad 4.88$$

La cual se sustituye en la ecuación (4.84) y se obtiene,

$$L = d \left[\frac{1+d^2 p^2}{24T^2} \right] \quad 4.89$$

De donde se deduce que,

$$(L' - L) = \frac{d^3}{24} \left[\frac{p'^2}{T'^2} - \frac{p^2}{T^2} \right] \quad 4.90$$

Siendo p' , el peso específico ficticio del cable para el segundo estado (θ' y T'). Igualando los segundos miembros de las ecuaciones (4.87) y (4.90) se obtiene,

$$L\alpha(\theta' - \theta) + L \left(\frac{T' - T}{E} \right) = \frac{d^3}{24} \left[\frac{p'^2}{T'^2} - \frac{p^2}{T^2} \right] \quad 4.91$$

Si se iguala la longitud L con el claro d , se pueden dividir los dos términos de la ecuación (4.91) entre L o bien entre d , quedando la ecuación como,

$$\alpha(\theta' - \theta) + \left(\frac{T' - T}{E} \right) = \frac{d^2}{24} \left[\frac{p'^2}{T'^2} - \frac{p^2}{T^2} \right] \quad 4.92$$

Ecuación general de cambio de estado

Esta ecuación es la más conocida y utilizada, y se obtiene designando por m a un coeficiente definido como la relación del peso ficticio al peso real del conductor en estado θ y T y por m' , al mismo coeficiente, pero en el estado θ' y T' . (CFE, 2012, p.170)

El enunciado anterior explica que para implementar la ecuación de cambio de estado es importante incluir la relación que existe entre las fuerzas externas que influyen en la tensión del cable como el viento y el hielo, y el propio peso real del conductor.

De modo que,

$$\alpha(\theta - \theta') = \frac{d^2 p^2}{24} \left(\frac{m^2}{T^2} - \frac{m'^2}{T'^2} \right) - \left(\frac{T - T'}{E} \right) \quad 4.93$$

Multiplicando la ecuación (4.93) por ET^2 y reagrupando los términos se obtiene,

$$T'^3 + T'^2 \left[E \frac{d^2 p^2 m^2}{24 T^2} + E \alpha(\theta' - \theta) - T \right] = E \frac{p^2 m'^2 d^2}{24} \quad 4.94$$

O bien,

$$T'^2 \left[T' + E \frac{d^2 p^2 m^2}{24 T^2} + E \alpha(\theta' - \theta) - T \right] = E \frac{p^2 m'^2 d^2}{24} \quad 4.95$$

Cambio del módulo de elasticidad

Un cable nuevo tiene un cierto módulo de elasticidad, el cual va a cambiar cuando el cable sufra una tensión correspondiente a la tensión máxima.

Para la instalación se deben calcular las tensiones de los conductores con el módulo de elasticidad inicial a partir de las hipótesis de carga mecánica que genera la tensión máxima en el conductor con el módulo de elasticidad final (CFE, 2012, p.170).

Para el tendido de los cables, no se consideran las tensiones debidas al viento, considerando las temperaturas como las posibles que se realice el tendido, que será un rango de 5 y 50°C, en intervalos de cada 5°C.

Para calcular las tensiones que corresponden a las diferentes temperaturas se utiliza la ecuación general de cambio de estado usando el módulo de elasticidad inicial.

$$\text{Considerando: } k_1 = E_i \frac{w^2}{24} \text{ y } k_i' = E_i \alpha$$

La ecuación de cambio de estado queda como,

$$T'^2 \left[T' + E \frac{k_i d^2 m^2}{T^2} + k_i' (\theta' - \theta) - T \right] = k_i m'^2 d^2 \quad 4.96$$

Las tensiones finales se calculan a partir de la siguiente ecuación de cambio de estado:

$$T'^2 \left[T' + E_f \frac{W^2 d^2 m^2}{24 T^2} + E_f \alpha (\theta' - \theta) - T \right] = E_f \frac{W'^2 d'^2 m'^2}{24} \quad 4.97$$

Donde:

W: es el peso específico del cable

E_f: es el módulo de elasticidad final del cable

α: es el coeficiente de dilatación del cable

T: es la tensión del estado inicial

θ: es la temperatura del estado inicial

m: es el coeficiente de sobrecarga en el estado inicial

T': es la tensión del estado buscado

θ': es la temperatura del estado buscado

m': es el coeficiente de sobrecarga en el estado buscado

d: es el claro

considerando: $k = E_f \frac{W^2}{24}$ y $k' = E_f \alpha$, la ecuación queda:

$$T'^2 \left[T' + \frac{k d^2 m^2}{T^2} + k' (\theta' - \theta) - T \right] = k m'^2 d^2 \quad 4.98$$

Con la ecuación de cambio de estado podemos calcular:

- La tensión inicial a la que deberá estar sometido el conductor.
- Las flechas máximas.
- La altura a la que deberán estar los apoyos, para que el conductor quede a una altura segura distante del suelo.

Fluencia metálica

La fluencia metálica o creep, es la condición que se presenta en el cable cuando se produce su mayor elongación gracias a la temperatura o a los esfuerzos mecánicos al final de un periodo de aproximadamente 10 años. Para calcular esta condición se usa el módulo de elasticidad final en la ecuación general de cambio de estado.

Claro regla

El claro regla es el valor de la longitud del claro que representa las diferentes magnitudes de los claros efectivos que conforman un tramo de tendido. Para el tendido de los conductores a cierta temperatura, es necesario determinar las flechas y las tensiones del tramo de tendido en función del claro regla correspondiente. Para calcular el claro regla de cada tramo de tendido de la línea de transmisión se debe elaborar una tabla que contenga la identificación de las estructuras, los claros efectivos y los desniveles entre estructuras (en realidad entre los puntos de fijación de los conductores). (CFE,2012, p.167).

El claro regla se calcula mediante,

$$A = \sqrt{\frac{d_1^3 + d_2^3 + \dots + d_n^3}{d_1 + d_2 + \dots + d_n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^3}{\sum_{i=1}^n d_i}} \quad 4.97$$

Donde:

$d_1, d_2, \dots, d_n$: son las longitudes de los claros efectivos que conforman el tramo de tendido.

Libramiento mínimo

Es necesario considerar los cruzamientos o posibles obstáculos que puedan presentarse a la hora del diseño de una línea de transmisión y tratar de evitarlos, como pueden ser carreteras, lugares con acceso de peatones, cultivos de caña, cercos vivos, etc., específicamente para cada nivel de tensión. Dichas consideraciones especifican una distancia mínima de libramiento, las cuales se muestran en el anexo 2.

5.Cálculo con desniveles y claros muy grandes

Para el cálculo de grandes claros con desniveles mayores al 10% de la medida del claro se debe considerar la curva del cable como si fuera una catenaria y no como una parábola como en los casos en claros medios y cortos. (Checa L,1988, p.364)

Las tensiones en los apoyos a distintos niveles son diferentes. Se calculan a partir de una tensión considerada en el vértice de la catenaria, representado con V y los apoyos se identifican con las letras I de inferior y S de superior.

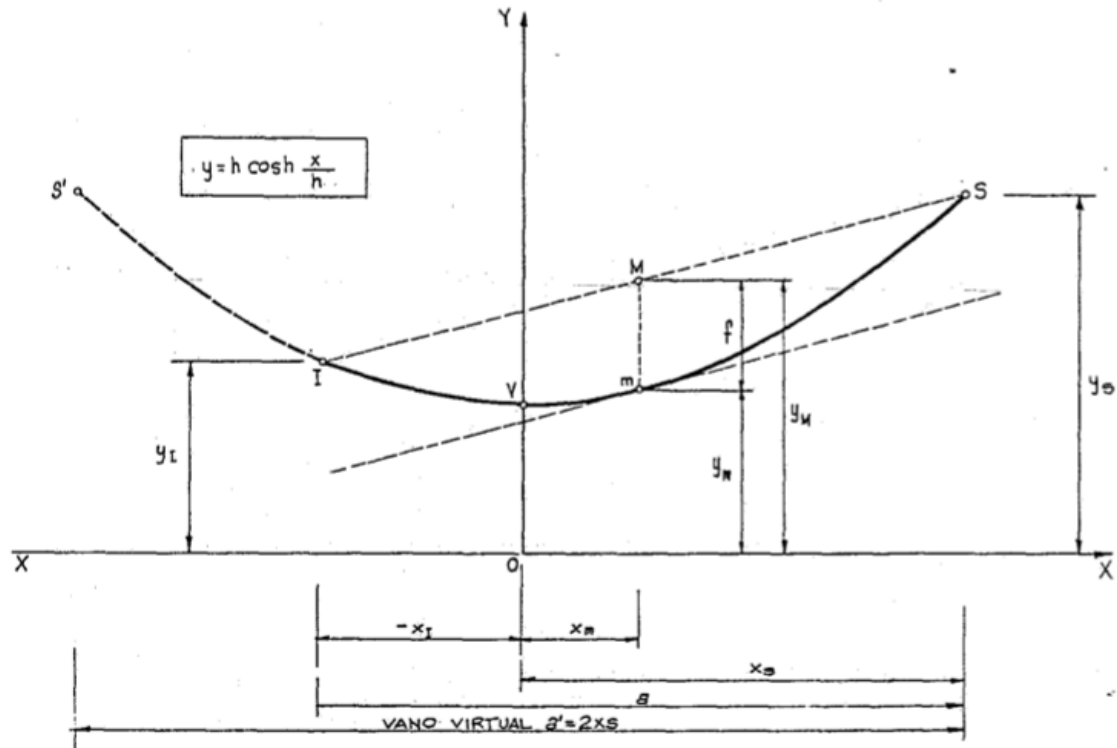


Ilustración 9: Catenaria en claros a grandes distancias y alto desnivel.

El origen O ha sido tomado en la vertical del vértice V a una distancia h por debajo de este, definido por la relación:

$$h = \frac{t_v}{w} \quad 5.1$$

Donde:

t_v : tensión en el vértice de la catenaria

w: peso específico del cable

Determinación de la catenaria partiendo de t_v

Si se supone una tensión en el vértice el parámetro de la catenaria se expresa como la ecuación 5.1. La posición de la catenaria queda determinada por el cálculo de la abscisa x_i del punto I, que es el apoyo inferior. (Checa L.1988, p.368) A continuación se muestra el desarrollo matemático para la determinación de las tensiones, dicho planteamiento se encuentra en el libro anteriormente citado.

$$\frac{d}{h} = \cosh \frac{a+x_I}{h} - \cosh \frac{x_I}{h} \quad 5.2$$

desarrollando el primer término del segundo miembro tenemos:

$$\frac{d}{h} = \left[\cosh \frac{a}{h} \cosh \frac{x_I}{h} + \sinh \frac{a}{h} \sinh \frac{x_I}{h} \right] - \cosh \frac{x_I}{h} \quad 5.3$$

de donde,

$$\frac{d}{h} = \left[\cosh \frac{a}{h} - 1 \right] \cosh \frac{x_I}{h} + \sinh \frac{a}{h} \sinh \frac{x_I}{h} \quad 5.4$$

llamemos:

$$\cosh \frac{a}{h} - 1 = A \quad 5.4.1$$

$$\sinh \frac{a}{h} = B$$

$$\frac{d}{h} = C$$

con lo que la 5.4 se convierte en:

$$A \cosh \frac{x_I}{h} + B \sinh \frac{x_I}{h} = C \quad 5.5$$

para resolver esta ecuación hagamos:

$$\tanh \epsilon = \frac{A}{B} = \frac{\cosh \frac{a}{h} - 1}{\sinh \frac{a}{h}} \quad 5.6$$

de donde obtenemos:

$$\sinh \epsilon = \frac{\tanh \epsilon}{\sqrt{1 - \tanh^2 \epsilon}}$$

$$\cosh \epsilon = \frac{1}{\sqrt{1 - \tanh^2 \epsilon}}$$

Sustituyendo valores y haciendo operaciones se tiene:

$$\sinh \epsilon = \frac{\frac{A}{B}}{\sqrt{1 - \left[\frac{A}{B}\right]^2}} = \frac{A}{B \sqrt{B^2 - A^2}} = \frac{A}{\sqrt{B^2 - A^2}}$$

$$\cosh \epsilon = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{A}{B}\right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{B^2 - A^2}{B^2}}} = \frac{1}{\frac{1}{B} \sqrt{B^2 - A^2}} = \frac{B}{\sqrt{B^2 - A^2}}$$

Dividiendo los términos de la ecuación 5.5 por $\sqrt{B^2 - A^2}$, se tiene:

$$\frac{A}{\sqrt{B^2 - A^2}} \cosh \frac{x_I}{h} + \cosh \epsilon \sinh \frac{x_I}{h} = \frac{C}{\sqrt{B^2 - A^2}}$$

que es equivalente a:

$$\sinh \epsilon \cosh \frac{x_I}{h} + \cosh \frac{x_I}{h} = \frac{C}{\sqrt{B^2 - A^2}} \quad 5.7$$

Cuyo primer miembro es el desarrollo de la expresión:

$$\sinh \left[\epsilon + \frac{x_I}{h} \right]$$

Teniendo en cuenta 5.4.1, el segundo miembro vale:

$$\frac{C}{\sqrt{B^2 - A^2}} = \frac{d/h}{\sqrt{\sinh^2 \frac{a}{h} - \left[\cosh \frac{a}{h} - 1 \right]^2}}$$

Sustituyendo estos valores en la 5.7, se tiene:

$$\text{Senh} \left[\varepsilon + \frac{x_I}{h} \right] = \frac{\frac{d}{h}}{\sqrt{\text{Senh}^2 \frac{a}{h} - \left[\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1 \right]^2}} \quad 5.8$$

Para despejar x_I tenemos en cuenta que:

$$\varepsilon + \frac{x_I}{h} = \text{argSenh} \frac{d/h}{\sqrt{\text{Senh}^2 \frac{a}{h} - \left[\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1 \right]^2}}$$

Y puesto que, según la 5.6

$$\varepsilon = \text{argTangh} \frac{\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1}{\text{Senh} \frac{a}{h}}$$

Sustituyendo este valor de ε , se tiene

$$\text{argTangh} \frac{\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1}{\text{Senh} \frac{a}{h}} + \frac{x_I}{h} = \text{argSenh} \frac{d/h}{\sqrt{\text{Senh}^2 \frac{a}{h} - \left[\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1 \right]^2}}$$

donde

$$\frac{x_I}{h} = \text{argSenh} \frac{d/h}{\sqrt{\text{Senh}^2 \frac{a}{h} - \left[\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1 \right]^2}} - \text{argTangh} \frac{\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1}{\text{Senh} \frac{a}{h}}$$

Despejando x_I :

$$x_I = h \text{argSenh} \frac{d/h}{\sqrt{\text{Senh}^2 \frac{a}{h} - \left[\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1 \right]^2}} - \text{argTangh} \frac{\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1}{\text{Senh} \frac{a}{h}} \quad 5.9$$

Una vez calculada la abscisa x_I , del apoyo inferior, se puede calcular la abscisa del apoyo superior mediante:

$$x_S = a + x_I$$

Y los valores de los apoyos inferior y superior se determinan respectivamente por:

$$t_I = t_V \text{Cosh} \frac{x_I}{h}$$

$$t_S = t_V \text{Cosh} \frac{x_S}{h}$$

Nota: “a” es la distancia del claro y “d” es el desnivel,

Aplicación del cálculo de flechas y tensiones con apoyos al mismo nivel

Se necesita calcular la tensión a la que se necesita tender un cable ACSR 113, el claro de 300 metros está ubicado en una zona plana con cultivo, por consiguiente, es necesario un libramiento de 11 metros, ya que la línea de transmisión opera con un voltaje de 400kv este requerimiento muestra en el anexo 2.

Datos del cable conductor:

Designación: Blue jay

Calibre: 113 MCM

Diámetro: 32 mm

Sección: 603 mm²

Peso: 1.875 kg/m

Módulo de elasticidad inicial (E_i): 5483 kg/mm²

Módulo de elasticidad final (E_f): 6578 kg/mm²

Carga a la rotura: 14040 kg

Coefficiente de dilatación (α): 0.00002080 1/°C

Peso específico (W): 0.003109452 kg/m/mm²

Para saber la altura a la que debe estar sujeto el cable conductor partiremos calculando la flecha máxima mediante la ecuación de cambio de estado.

Hipótesis base (EDS)

$$t = (14040 \text{ kg})(14\%) = 1965.6 \text{ kg}$$
$$T = \frac{t}{\text{Sección}} = \frac{1965.6 \text{ kg}}{603 \text{ mm}^2} = 3.2597 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

Para el cálculo de la tensión al estado buscado se utiliza la ecuación 4.98:

$$T'^2 \left[T' + \frac{k d^2 m^2}{T^2} + k'(\theta' - \theta) - T \right] = k_i m'^2 d^2$$

Dónde:

$$k = E_f * \frac{W^2}{24} = 6578 \frac{\text{kg}}{\text{mm}} * \frac{\left(0.003109452 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \frac{\text{m}}{\text{mm}} \right)^2}{24} = 0.00265$$

$$k' = E_f * \alpha = \left(6578 \frac{\text{kg}}{\text{mm}} \right) \left(0.00002080 \frac{1}{^\circ\text{C}} \right) = 0.1368224$$

Sustituyendo los valores en la ecuación de cambio de estado se tiene:

$$T'^2 \left[T' + \frac{0.00265 d^2 m^2}{T^2} + 0.1368224(\theta' - \theta) - T \right] = 0.00265 * m'^2 d^2$$

Hipótesis de flecha máxima

y la flecha correspondiente a esa tensión:

$$f_{50^{\circ}C} = \frac{pd^2}{8T} = \frac{(1.875kg)*(300m)^2}{8*1965.6kg} = 10.73 \text{ m}$$

Hipótesis de viento máximo. Determinación de la tensión a 5°C con viento de $108.45 \frac{kg}{m^2}$

El claro de la línea de transmisión se encuentra en la zona de Coatzacoalcos.

De acuerdo con el mapa de isotacas mostrado en el anexo 1, los vientos para un periodo de retorno de 50 años en la zona son de 150 km/h .

Para dicha velocidad, corresponde una presión sobre los conductores de:

$$P_v = 0.00482v^2 \left(\frac{kg}{m^2} \right) = 0.00482 * 150 = 108.45 \frac{kg}{m^2}$$

Y el coeficiente de sobrecarga será:

$$m' = \frac{\sqrt{(1.875)^2 + (108.45 * 0.032)^2}}{1.875} = 2.1037$$

Estado inicial:

$$T = 3.2597 \frac{kg}{mm^2}$$

$$\theta = 50^{\circ}C$$

$$m = 1$$

Estado buscado:

$$T' = \text{valor buscado}$$

$$\theta' = 5^{\circ}C$$

$$m = 2.1037$$

Sustituyendo en la ecuación de cambio de estado:

$$T'^2 \left[T' + \frac{0.00265 * 300^2}{(3.2597)^2} + 0.1368224(5 - 50) - 3.2597 \right] \\ = 0.00265 * 300^2 * 2.1037^2$$

$$T'^2 [T' + 13.0514] = 1056.9500$$

$$T'^3 + 13.0514T'^2 - 1056.9500 = 0$$

Con el apoyo de Python y el editor de código abierto Jupyter lab, se escribió un código que encuentra la raíz de la ecuación anterior mediante el método de Newton-Raphson, dicho código también describe la flecha, se muestra en el anexo 3.

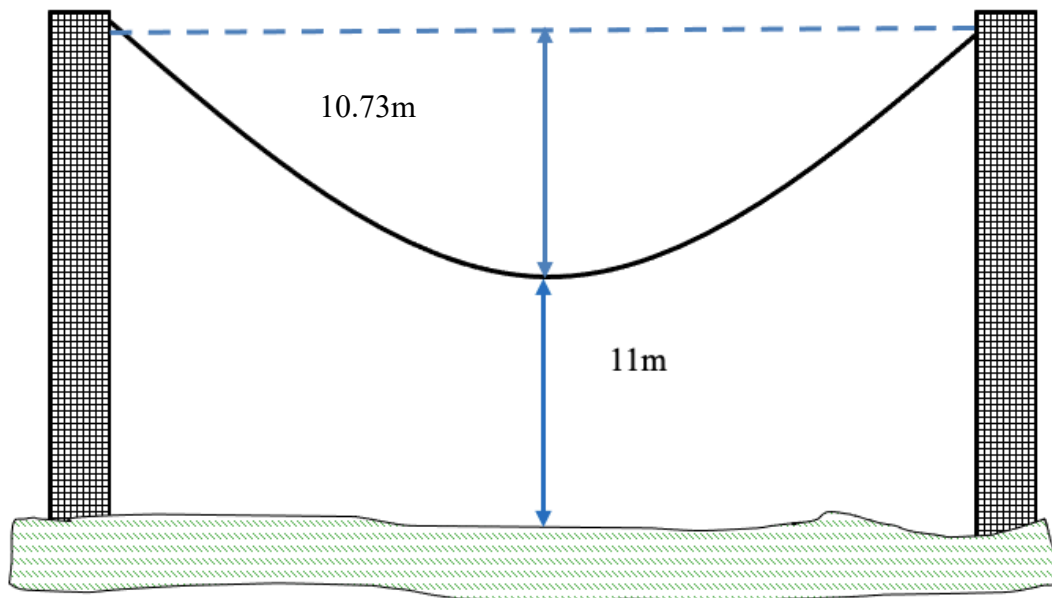
La tensión encontrada da como resultado un valor de:

$$T'_{viento} = 7.2206 \text{ kg/mm}^2$$

$$t_{viento} = (7.2206 \text{ kg/mm}^2)(603\text{mm}^2) = 4354.0610 \text{ kg}$$

La cual corresponde a al 31.01% de la tensión de ruptura del cable, por lo cual se considera aceptable.

De acuerdo con los cálculos anteriores tenemos una flecha máxima de 10.73 metros y el libramiento necesario es de 11 metros. Para calcular la altura de los apoyos se realiza el siguiente análisis:



$$Z_{apoyo} = f + \text{libramiento} = 10.73\text{m} + 11\text{m} = 21.73\text{m}$$

Para obtener un libramiento de 11 metros se necesitan como mínimo 21.73 metros a la altura del apoyo.

Hipótesis de flecha mínima. Determinación de la tensión a -10°C

Estado inicial:

$$T = 3.2597 \text{ kg/mm}^2$$

$$\theta = 50^\circ\text{C}$$

$$m = 1$$

$$T' = \text{valor buscado}$$

$$\theta' = -10^\circ\text{C}$$

$$m = 1$$

Sustituyendo en la ecuación de cambio de estado:

$$T'^2 \left[T' + \frac{0.00265 * 300^2}{(3.2597)^2} + 0.1368224(-10 - 50) - 3.2597 \right] = 0.00265 * 300^2$$

$$T'^2 [T' + 10.9963] = 238.8288$$

$$T'^3 + 10.99631 T'^2 - 238.8288 = 0$$

Que da como resultado una tensión de:

$$T = 3.9918 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$t = \left(3.9918 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \right) (603 \text{ mm}^2) = 2407.0583 \text{ kg}$$

La cual no supera el 33% de la carga de ruptura del cable.

y la flecha correspondiente:

$$f_{\text{mínima}} = \frac{pd^2}{8T} = \frac{(1.875 \text{ kg}) * (300 \text{ m})^2}{8 * 2407.0583 \text{ kg}} = 8.76 \text{ m}$$

Justificación de las hipótesis

Se realizó la primera hipótesis con el fin de que la tensión de cada día en el cable conductor no supere el 22% de la carga de rotura de este, y así disminuir a su vez los efectos vibratorios causados por el viento. La segunda considera el aumento en la longitud del cable provocado por la dilatación a una alta temperatura, el cual hará que la tensión disminuya y la flecha baje, una vez calculada la flecha máxima se calculan fácilmente las alturas de los apoyos para que cumplan con el libramiento mínimo requerido.

Se desarrolló también la hipótesis de viento máximo, porque en la zona donde se encuentra la línea de transmisión, sufre de fuertes vientos, por eso se consideró una velocidad regional del viento alta, la cual arrojó como resultado una tensión menor al 33% de la tensión de rotura del cable.

Por último, se implementó la hipótesis de flecha mínima con la intención de conocer cuál sería la máxima tensión en condiciones de temperatura mínima.

Tabla de variación de la tensión y flecha en función de la temperatura.

<i>Temperatura C°</i>	<i>Tensión kg</i>	<i>Flecha</i>
50	1965.6	10.73
45	1994.0956	10.57
40	2023.7739	10.42
35	2054.7136	10.26
30	2087.0003	10.1
25	2120.7272	9.94
20	2155.9962	9.7837
15	2192.9191	9.61
10	2231.6178	9.45
5	2272.2265	9.28
0	2314.8921	9.11
-5	2359.7767	8.93
-10	2407.0583	8.76

Parábola de flechas verticales

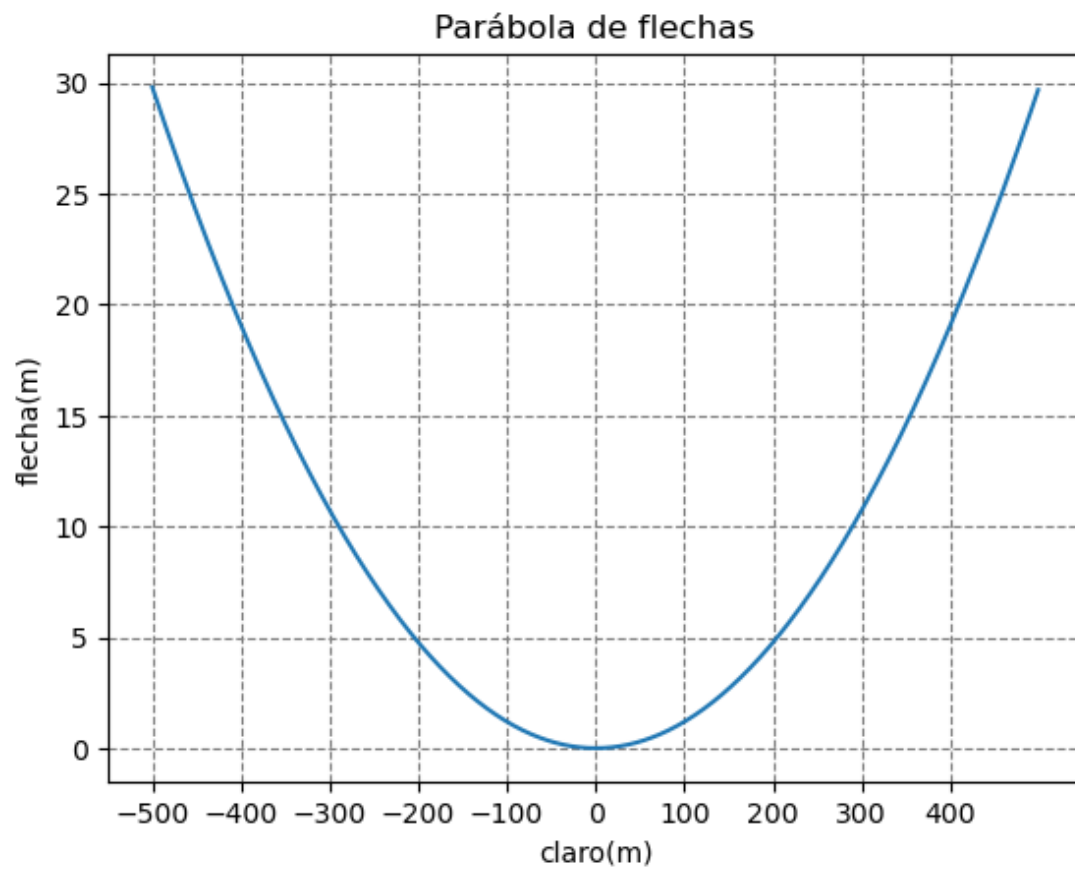
Mediante la ecuación de la flecha, se puede definir la forma que adoptara el cable.

$$y = \frac{px^2}{8t}$$

$$p: 1.875 \frac{kg}{mm}$$

$$t: 1965.6 kg$$

x: claro



Aplicación del cálculo de flechas y tensiones a grandes claros y altos desniveles.

Datos del cable conductor:

Designación: Blue jay

Calibre: 113 MCM

Diámetro: 32 mm

Sección: 603 mm²

Peso: 1.875 kg/m

Módulo de elasticidad inicial (E_i): 5483 kg/mm²

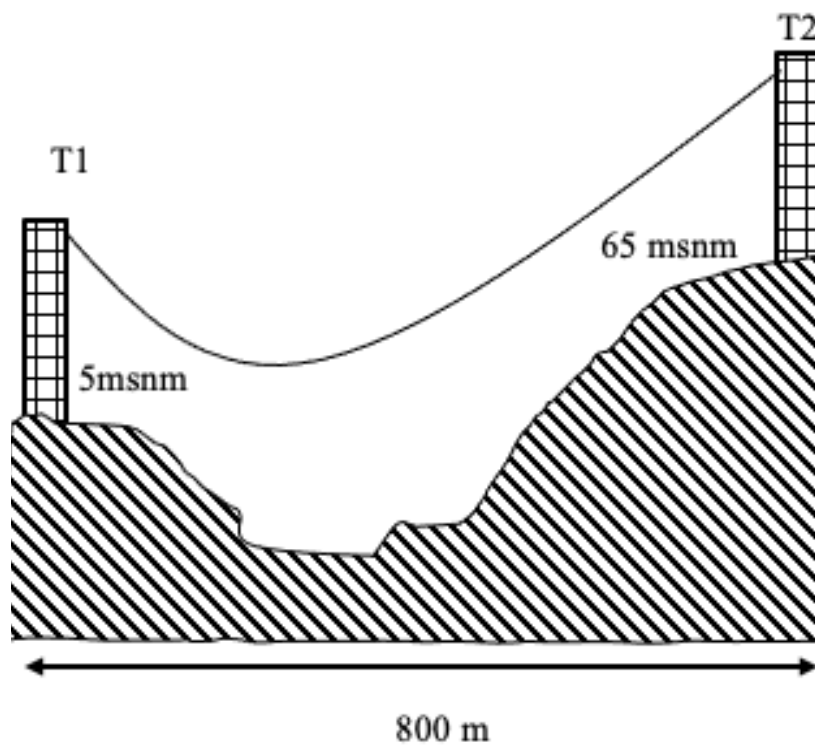
Módulo de elasticidad final (E_f): 6578 kg/mm²

Carga a la rotura: 14040 kg

Coefficiente de dilatación (α): 0.00002080 1/°C

Peso específico (W): 0.003109452 kg/m/mm²

Perfil del terreno:



Hipotesis inicial:

$$\theta = -5^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Sobrecarga: } P_v = 50 \text{ kg/m}^2$$

La presión del viento considerada en la zona será de 50 kg/m^2 . El peso aparente del cable será entonces:

$$p_A = \sqrt{1.875^2 + (50 * 0.032)^2} = 2.46 \text{ kg/m}^2$$

El peso específico del cable debido a la fuerza ejercida del viento:

$$W = \frac{2.46}{603} = 0.004079 \text{ kg/m/mm}^2$$

La tensión máxima para las condiciones dadas no sobrepasará el 33% de la tensión de ruptura del cable, la cual será de 4633.2 kg. Por lo tanto para la tensión inicial a considerar en el apoyo superior será del 26%. El sub índice H3 corresponde a los valores producto de las condiciones de dicha hipótesis.

$$T_S = 14040 * 26\% = 3650.4 \text{ kg}$$

$$t_S = \frac{3650.4}{603} = 6.057 \text{ kg/mm}^2$$

Sin embargo, iniciaremos el cálculo considerando una tensión aleatoria menor que la de el apoyo superior, en el vértice de la catenaria.

$$T_{VH3} = 3000 \text{ kg}$$

$$t_{VH3} = \frac{3000}{603} = 4.9751 \text{ kg/mm}^2$$

El parametro h valdrá:

$$h = \frac{t}{w} = 1219.69 \text{ kg}$$

Para encontrar x_l se parte de...

$$\frac{a}{h} = \frac{800}{1219.69} = 0.6559 \quad \text{y} \quad \frac{d}{h} = \frac{65-5}{1219.69} = 0.0491$$

$$\text{Cosh } \frac{a}{h} = \frac{e^{0.6559} + e^{-0.6559}}{2} = 1.2229 \quad \text{y} \quad \text{Senh } \frac{a}{h} = \frac{e^{0.6559} - e^{-0.6559}}{2} = 0.7039$$

Planteando las ecuaciones 5.6 y 5.8

$$Tangh\varepsilon = \frac{\cosh \frac{a}{h} - 1}{\sinh \frac{a}{h}} = \frac{0.2229}{0.7039} = 0.3166$$

$$\varepsilon = \argTanh 0.3166 = 0.3278$$

$$\sinh \left[\varepsilon + \frac{x_I}{h} \right] = \frac{\frac{d}{h}}{\sqrt{\sinh^2 \frac{a}{h} - \left[\cosh \frac{a}{h} - 1 \right]^2}} = \frac{0.0491}{\sqrt{0.7039^2 - [0.2229]^2}} = 0.0753$$

$$\varepsilon + \frac{x_I}{h} = \argSenh 0.0735 = 0.0734$$

$$x_I = (0.0734 - 0.3278) 1219.69 = -310.2891 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$x_S = a + x_I = 800 - 310.2891 = 489.7108 \text{ m}$$

Entonces la tensión en el apoyo superior considerando $t_{VH3} = 4.9751 \text{ kg/mm}^2$ será:

$$t_{SH3} = t_V \cosh \frac{x_S}{h} = 4.9751(1.0816) = 5.3815 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$T_{SH3} = 5.3815(603) = 3245.0532 \text{ kg}$$

En lugar de la tensión del apoyo superior considerada al inicio.

$$t_S = 6.057 \text{ kg/mm}^2 \quad T_S = 3650.4 \text{ kg}$$

Para encontrar el valor de la tensión en el vértice correspondiente a 6.0537 kg/mm^2 ...

$$t_{SH3} = 5.3815 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$t_{VH3} = 4.9751 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$t_{SH3} = 6.0537 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$t_{VH3} = ?$$

$$t_{VH3} = \frac{6.0537 * 4.9751}{5.3815} = 5.5964 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$T_{VH3} = 3374.64 \text{ kg}$$

Se realiza un segundo tanteo a partir de la tensión encontrada en el vértice.

$$h = \frac{t_{VH3}}{W} = \frac{5.5964}{0.004079} = 1372.0029$$

$$\frac{a}{h} = \frac{800}{1372.0029} = 0.5830 \quad \text{y} \quad \frac{d}{h} = \frac{60}{1372.0029} = 0.0437$$

$$\text{Cosh} \frac{a}{h} = \frac{e^{0.5830} + e^{-0.5830}}{2} = 1.1748 \quad \text{y} \quad \text{Senh} \frac{a}{h} = \frac{e^{0.5830} - e^{-0.5830}}{2} = 0.6165$$

$$\text{Tangh} \varepsilon = \frac{\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1}{\text{Senh} \frac{a}{h}} = \frac{0.1748}{0.6165} = 0.2835$$

$$\varepsilon = \arg \text{Tanh} 0.2835 = 0.2914$$

$$\text{Senh} \left[\varepsilon + \frac{x_I}{h} \right] = \frac{\frac{d}{h}}{\sqrt{\text{Senh}^2 \frac{a}{h} [\text{Cosh} \frac{a}{h} - 1]^2}} = \frac{0.0437}{\sqrt{0.6165^2 - [0.1748]^2}} = 0.0739$$

$$\varepsilon + \frac{x_I}{h} = \arg \text{Senh} 0.0739 = 0.0738$$

$$x_I = (0.0738 - 0.2914) 1372.0029 = -298.5478 \text{ m}$$

$$x_S = a + x_I = 800 - 298.5478 = 501.4521 \text{ m}$$

Entonces para calcular las tensiones en los apoyos:

$$t_{SH3} = t_V \text{Cosh} \frac{x_S}{h} = 5.5964(1.0675) = 5.9734 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}, \quad T_{SH3} = 3602.5 \text{ kg}$$

$$t_{IH3} = t_V \text{Cosh} \frac{x_I}{h} = 5.5964(1.0237) = 5.7290 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}, \quad T_{SH3} = 3454 \text{ kg}$$

La longitud del cable está dada por la formula:

$$L_{H3} = h \left[\operatorname{Senh} \frac{a + x_I}{h} - \operatorname{Senh} \frac{x_I}{h} \right] = 1372.0029[0.3735 + 0.2192] = 814.0093 \text{ m}$$

Determinando en alargamiento del cable para la hipótesis de flecha máxima a 50°C.

Hipótesis 2:

$$\theta = 50^\circ\text{C}$$

Sobrecarga: Nula

$$\Delta L_{50^\circ} = \alpha(\theta_2 - \theta_1)L = 0.00002080(55)814.0093 = 0.93122 \text{ m}$$

$$L_{50^\circ} = \Delta L_{50^\circ} + L = 814.94052 \text{ m}$$

Debido a que no existe sobrecarga alguna en la hipótesis considerada, el peso específico del cable será:

$$W = 0.003109 \text{ kg/m/mm}^2$$

Determinando la catenaria a partir de la longitud del cable se utiliza la siguiente formula:

$$\frac{\sqrt{L_{50^\circ}^2 - a^2}}{a} = 1 + \frac{z^2}{6}$$

$$z = \sqrt{(1.0155 - 1)6} = 0.30495$$

Si se sabe que:

$$z = \frac{a}{2h}$$

Ahora podemos calcular el parámetro mediante:

$$h = \frac{a}{2z} = \frac{800}{2 \cdot 0.3049} = 1311.9055$$

Entonces la tensión en el vértice a 50°C:

$$t_{V50^\circ} = hW = 1311.9055 * 0.003109 = 4.0787 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}, T_{V50^\circ} = 2459.4646$$

Determinando la catenaria con la tensión conocida.

$$\frac{a}{h} = \frac{800}{1311.9055} = 0.6098$$

$$\frac{d}{h} = \frac{60}{1311.9055} = 0.0457$$

$$\text{Cosh } \frac{a}{h} = 1.1917$$

$$\text{Senh } \frac{a}{h} = 0.6483$$

$$\text{Tangh} \varepsilon = \frac{\text{Cosh } \frac{a}{h} - 1}{\text{Senh } \frac{a}{h}} = \frac{0.1917}{0.6483} = 0.2956$$

$$\varepsilon = \arg \text{Tang } 0.2956 = 0.3046$$

$$\text{Senh} \left[\varepsilon + \frac{x_I}{h} \right] = \frac{0.0457}{\sqrt{0.6483^2 - [0.1917]^2}} = 0.0737$$

$$\varepsilon + \frac{x_I}{h} = \arg \text{Senh } 0.0737 = 0.0736$$

$$x_I = (0.0736 - 0.3046) 1311.9055 = -303.049 \text{ m}$$

$$x_S = a + x_I = 800 - 303.049 = 496.9509 \text{ m}$$

Las tensiones en los apoyos:

$$t_{S50^\circ} = t_V \text{Cosh } \frac{x_S}{h} = 4.0787(1.0726) = 4.3748 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}, T_{SH3} = 2638.0291 \text{ kg}$$

$$t_{I50^\circ} = t_V \text{Cosh } \frac{x_I}{h} = 4.0787(1.0267) = 4.1879 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}, T_{I50} = 2525.3106 \text{ kg}$$

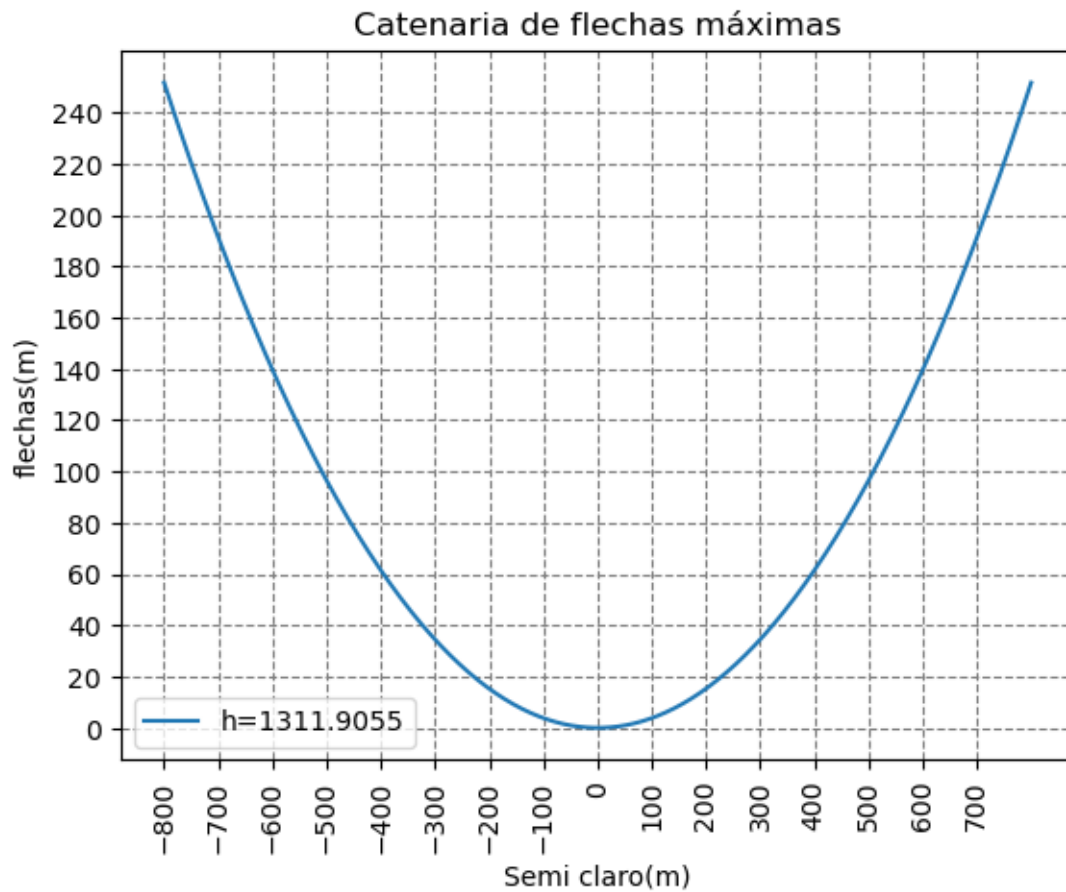
Flecha máxima:

$$f = h \cosh \frac{x_m}{h} \left[\cosh \frac{a}{2h} - 1 \right]$$

$$x_m = \frac{a - 2(x_l)}{2} = \frac{800 - 2(303.049)}{2} = 96.951$$

$$f_{50^\circ} = 1311.9055 * 1.0027 * 0.0468 = 61.5629 \text{ m}$$

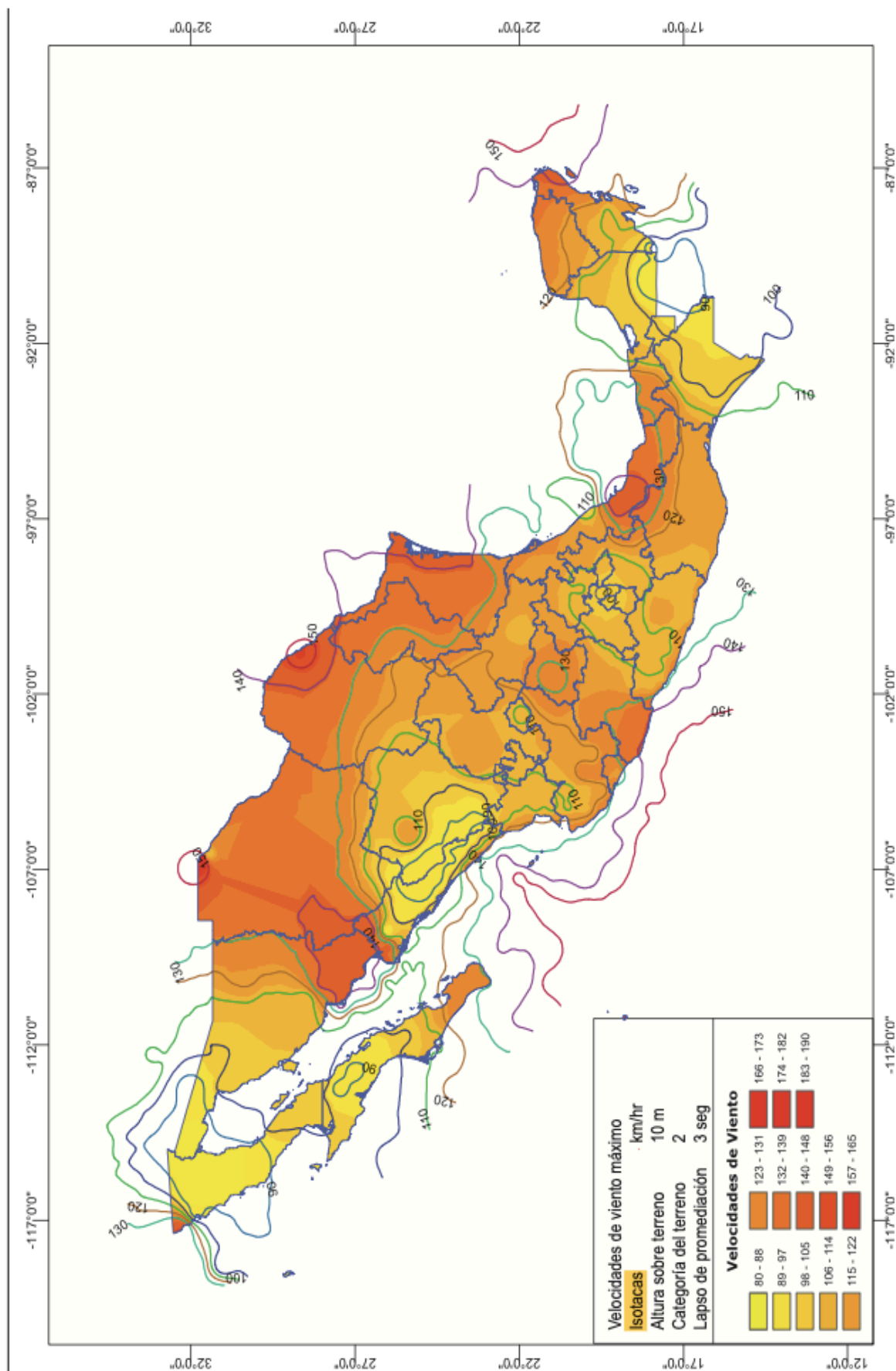
Tabla de tensiones	
Condición	Tensiones
-5°C, $P_v = 50 \text{ kg/mm}^2$	$t_l = 5.7290 \text{ kg/mm}^2$, $T_l = 3454 \text{ kg}$ $t_s = 5.9743 \text{ kg/mm}^2$, $T_s = 3602 \text{ kg}$
50°C	$t_l = 4.1879 \text{ kg/mm}^2$, $T_l = 2535 \text{ kg}$ $t_s = 4.3748 \text{ kg/mm}^2$, $T_s = 2638 \text{ kg}$ $f = 61.5 \text{ m}$

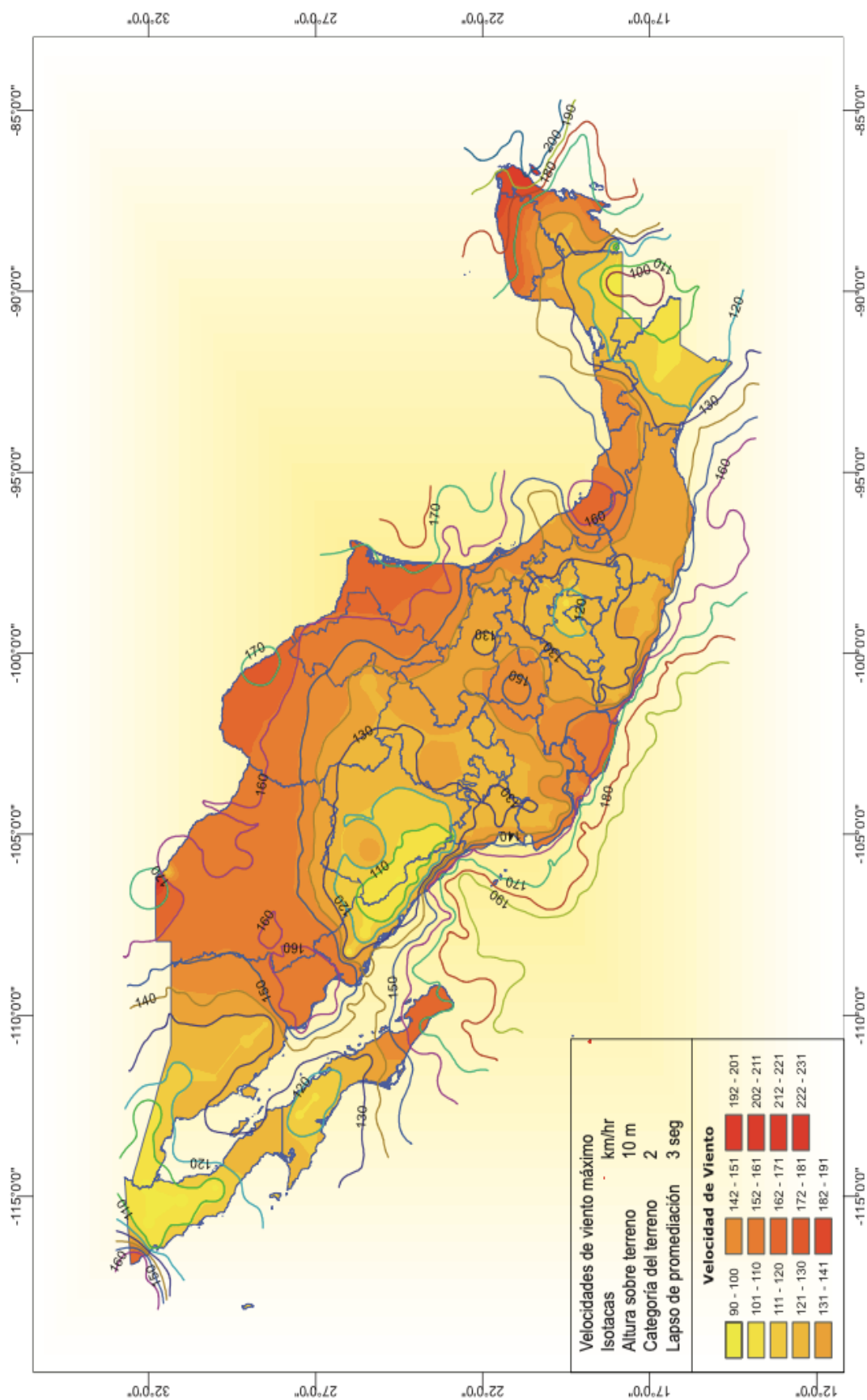


Anexo 1: Características generales de los cables conductores ACSR

Descripción corta	Designación	Área de la sección transversal (mm ²)		Conductor de aluminio				Núcleo de acero				Diámetro exterior del cable (mm)	Masa kg/km			Carga de ruptura (kN)
		Aluminio	Acero	Total	No. alambres	Diámetro de alambres (mm)	No. de alambres	Diámetro de alambres (mm)	Diámetro de losnúcleo de acero (mm)	Aluminio	Acero		Total			
ACSR 1/0	Pigeon	53.48	8.97	62.45	6	3.37	1	3.37	3.37			10.11	154.4	61.8	216.2	19.10
ACSR 3/0	Raven	85.01	14.15	99.16	6	4.25	1	4.25	4.25			12.75	245.5	98.3	343.8	29.01
ACSR 266	Partridge	135.2	22.0	157.2	26	2.57	7	2.00	6.00			16.31	374.8	115.4	545.4	48.98
ACSR 336	Linnet	170.5	27.7	198.2	26	2.89	7	2.25	6.74			18.29	472.2	217.7	689.9	61.97
ACSR 477	Hawk	241.7	39.3	281	26	3.44	7	2.67	8.02			21.77	669.7	307.1	975.8	85.24
ACSR 795	Drake	402.8	65.6	468.4	26	4.44	7	3.45	10.36			28.11	1117.4	508.6	1626	137.80
ACSR 900	Canary	456	59.1	515.1	54	3.28	7	3.28	9.84			29.52	1264.4	461.6	1726	138.92
ACSR 1113	Blue jay	564	39	603	45	4.00	7	2.66	7.99			31.98	1564.3	306.7	1871	130.14

Fuente: E1000-12 Especificación para cables conductores (CFE)





Fuente: Manual para el diseño electromecánico de líneas de transmisión aéreas (CFE)

Anexo 3: Libramientos y separaciones mínimas en cruces

 COMISIÓN FEDERAL DE ELECTRICIDAD SUBDIRECCIÓN DE PROYECTOS Y CONSTRUCCIÓN					
LIBRAMIENTOS MÍNIMOS		115 kV	138 kV	230 kV	400 kV
ÁREAS DE ACCESO A PEATONES		7.00	7.50	8.50	10.65
VÍAS FÉRREAS		15.00	15.00	16.00	18.00
CARRETERAS-CALLES-CAMINOS		9.00	9.20	10.00	12.20
CAMPOS DE CULTIVO (CEREALES, LEGUMINOSAS, HORTALIZAS, ETC.)		7.00	7.55	9.00	11.00
ZONAS DE HUERTOS (CÍTRICOS, MANZANOS, CIRUELOS, GUAYABOS)		11.00	11.50	12.00	15.00
ZONAS CAFETALERAS Y CERCOS "VIVOS"		11.00	11.50	12.00	15.00
CULTIVO DE CAÑA		13.00	13.20	14.00	16.00
AGUAS NAVEGABLES		13.00	13.20	14.00	16.00
ZONAS INUNDABLES		7.00 + T.I.M.E.	7.50 + T.I.M.E.	8.50 + T.I.M.E.	10.65 + T.I.M.E.
CRUZAMIENTOS CON LÍNEAS ELÉCTRICAS Y DE COMUNICACIÓN		115 kV	138 kV	230 kV	400 kV
L.T. HASTA 50 kV		2.74	2.95	3.65	6.10
L.T. 69 kV		2.93	3.15	3.85	6.29
L.T. 115 kV		3.39	3.60	4.31	6.75
L.T. 138 kV		3.62	3.80	4.54	6.98
L.T. 161 kV		3.85	4.05	4.77	7.21
L.T. 230 kV				5.46	7.90
L.T. 400 kV					9.60
LÍNEAS DE COMUNICACIÓN, LÍNEAS DE TRANVÍAS, TROLEBUSES O TRENES CON VÍA AÉREA ELÉCTRICA		5.00	5.50	7.00	8.00
NOTAS: 1. T.I.M.E. = Tirante de Inundación Máximo Esperado 2. Libramientos y separaciones en cruces sin viento y flecha final a 50 °C 3. Distancias en metros					

Fuente: Manual para el diseño electromecánico de líneas de transmisión aéreas (CFE)

Anexo 4: Herramienta de cálculo de flechas y tensiones con Python

```
[1163... Area =603 #mm^2
Diametro=32 #mm
Peso_por_longitud=1.875 #kg/m
Peso_especifico=Peso_por_longitud/Area #kg/m/mm^2
Modulo_de_elasticidad_inicial=5483 #kg/mm^2
Modulo_de_elasticidad_final=6587 #kg/mm^2
Coeficiente_de_dilatacion=0.00002080 #1/°C
Carga_a_la_ruptura=14040 #kg
Tension_EDS= 0.16*Carga_a_la_ruptura #kg
Claro=300 #m
Coeficiente_de_sobrecarga_m=1 #Adimensional
Temperatura_final=20 #°C
Temperatura_inicial=20 #°C

[1164... #EDS
print(Tension_EDS, 'kg o', Tension_EDS*9.81/1000, 'kN')
2246.4 kg o 22.037184 kN

[1165... #Tensión inicial kg/mm^2
Tension_inicial= Tension_EDS/Area
Tension_inicial

[1166... 3.7253731343283585
```

Se muestra en el interfaz de Jupyter notebook varias pestañas que corresponden a los diferentes calibres de los cables ASCR. Al correr el algoritmo nos arroja la tensión inicial, tanto unitaria como total.

```
[1168... #Ecuación de cambio de estado
T2, T1, k1, k2, d, m1, m2, temp2, temp1 = symbols('T2 T1 k1 k2 d m1 m2 temp2 temp1')
```

```
[1169... (T2**2*(T2+(k1**2*d**2*m1**2/T1**2))+k2*(temp2-temp1)-T1-(k1*m2**2*d**2))
```

$$-T_1 + T_2^2 \left(T_2 + \frac{d^2 k_1^2 m_1^2}{T_1^2} \right) - d^2 k_1 m_2^2 + k_2 (-temp_1 + temp_2)$$

```
[1170... T1=Tension_inicial
d=Claro
m1=1
temp2=Temperatura_final
temp1=Temperatura_inicial
m2=1
```

```
[1171... EcuacionCE=(T2**2*((T2+(K1*d**2*m1**2/T1**2))+K2*(temp2-temp1)-T1)-(K1*m2**2*d**2))
EcuacionCE
```

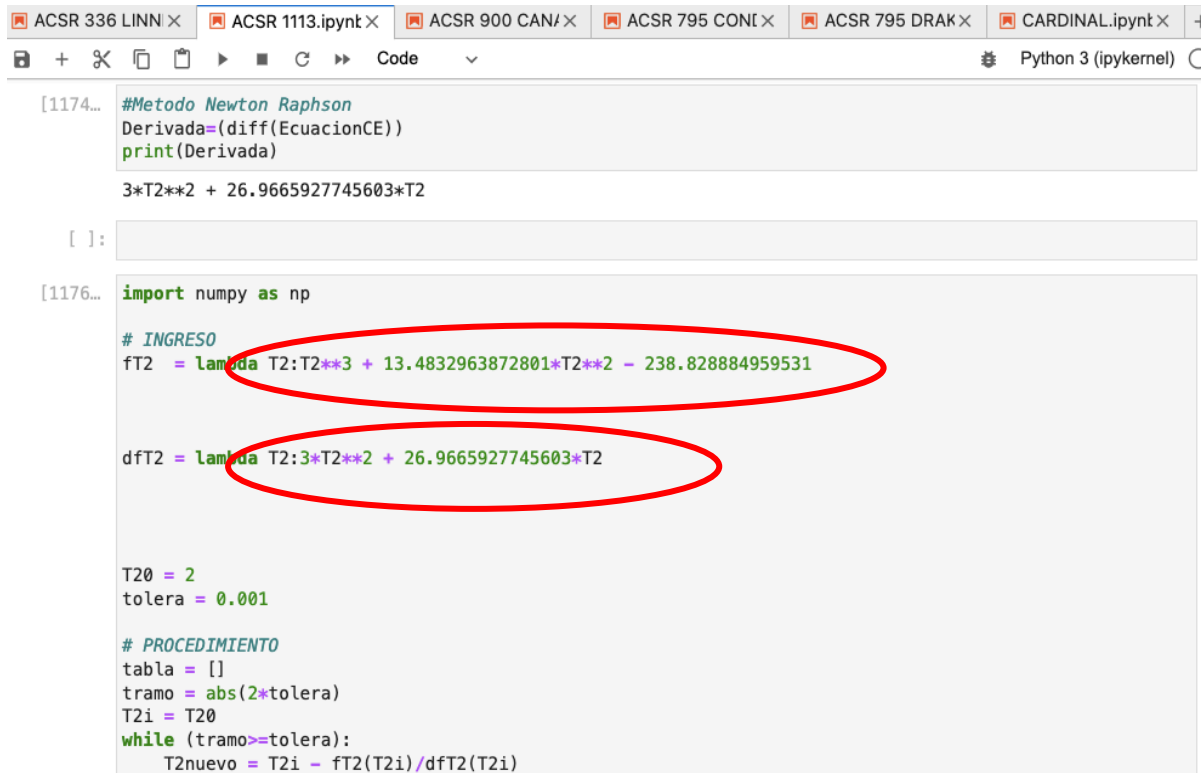
```
[1171... T2^2 (T2 + 13.4832963872801) - 238.828884959531
```

```
[1172... EcuacionCE=expand(EcuacionCE)
EcuacionCE
```

```
[1172... T2^3 + 13.4832963872801T2^2 - 238.828884959531
```

Al igual que en el método convencional, esta herramienta implementa el uso de la ecuación de cambio de estado, los valores para el segundo estado están indicados con el número 2.

Una vez que se ejecute esta parte, da como resultado la ecuación necesaria para la resolución del problema, encerrada en color rojo.



```
[1174...] #Metodo Newton Raphson
Derivada=(diff(EcuacionCE))
print(Derivada)

3*T2**2 + 26.9665927745603*T2

[ ]:

[1176...] import numpy as np

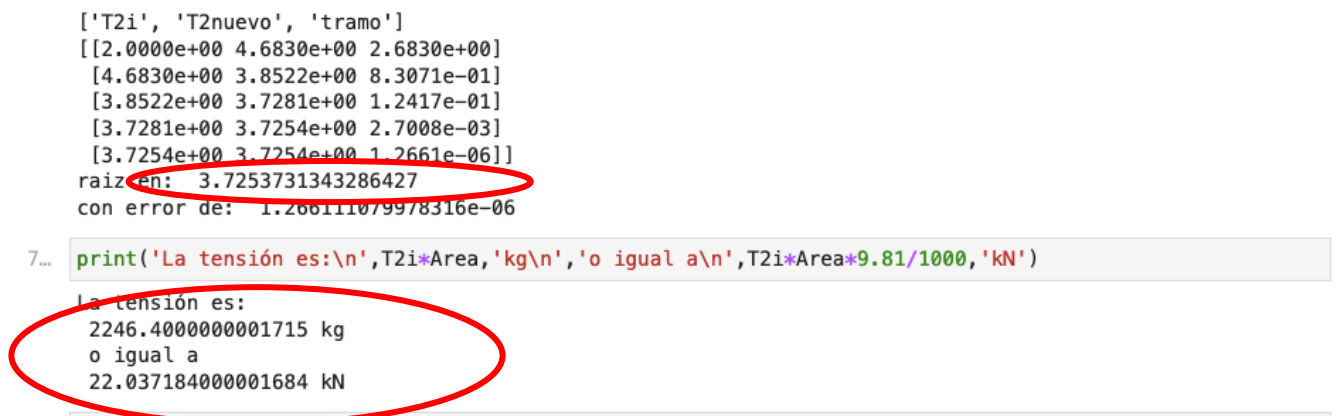
# INGRESO
fT2 = lambda T2:T2**3 + 13.4832963872801*T2**2 - 238.828884959531

dfT2 = lambda T2:3*T2**2 + 26.9665927745603*T2

T20 = 2
tolera = 0.001

# PROCEDIMIENTO
tabla = []
tramo = abs(2*tolera)
T2i = T20
while (tramo>=tolera):
    T2nuevo = T2i - fT2(T2i)/dfT2(T2i)
```

Para el uso del método de Newton-Raphson, se calcula la derivada. Después de ya tener las dos ecuaciones necesarias, se pegan en la entrada del método implementado.



```
['T2i', 'T2nuevo', 'tramo']
[[2.0000e+00 4.6830e+00 2.6830e+00]
 [4.6830e+00 3.8522e+00 8.3071e-01]
 [3.8522e+00 3.7281e+00 1.2417e-01]
 [3.7281e+00 3.7254e+00 2.7008e-03]
 [3.7254e+00 3.7254e+00 1.2661e-06]]
raizen: 3.7253731343286427
con error de: 1.266111079978316e-06

7... print('La tensión es:\n',T2i*Area,'kg\n','o igual a\n',T2i*Area*9.81/1000,'kN')

La tensión es:
2246.4000000001715 kg
o igual a
22.037184000001684 kN
```

Una vez que se ejecute, el resultado indicado como la raíz de la ecuación será la tensión del estado buscado.

```

ACSR 336 LINN X ACSR 1113.ipynk X ACSR 900 CAN/ X ACSR 795 CONI X ACSR 795 DRAK X CARDINAL.ipynk X +
Python 3 (ipykernel) C

[912]: T1=T2i
      d=Claro
      m1=1
      m2=1
      k1= Modulo_de_elasticidad_final*Peso_especifico**2/24
      k2=Modulo_de_elasticidad_final*Coeficiente_de_dilatacion
      temp1=50
      temp2=-10

```

Si se quiere encontrar la tensión de otro estado, partiendo del anterior, se vuelven a introducir los valores en este apartado, se cambiarán los valores del coeficiente de sobrecarga y la temperatura del segundo estado si se considera necesario.

```

ACSR 336 LINN X ACSR 1113.ipynk X ACSR 900 CAN/ X ACSR 795 CONI X ACSR 795 DRAK X CARDINAL.ipynk X +
Python 3 (ipykernel) O

[1178... W=Peso_especifico
Par=T2i/W
h=0
d=Claro
print('Par:',Par,'m')

Par: 1198.0800000000913 m

[1179... if d<=Par/2 and h<=d/10:
      f=d**2/(8*Par)
      elif d<=Par/2 and h>d/10:
      f=d*np.sqrt(d**2+h**2)/(8*Par)
      elif d>Par/2 and h<=d/10:
      f=d**2/(8*Par)+d**4/(348*Par**3)
      elif d>Par/2 and h>d/10:
      f= d*np.sqrt(d**2+h**2)/(8*Par)+(d**3*np.sqrt(d**2+h**2))/(348*Par**3)

[1180... print('La flecha es:',f,'m')

La flecha es: 9.390024038460822 m

[1123... f2=f*(1+h/(4*f))**2
      f1=f*(1-h/(4*f))**2
      print('f2:',f2,'m','f1:',f1,'m')

f2: 9.048383849777354 m f1: 9.048383849777354 m

```

El resultado de la flecha se mostrará en el último apartado del algoritmo, si existe un desnivel se tendrá que cambiar el valor de “h” por el valor del desnivel.

Conclusión

La implementación del cálculo de flechas y tensiones en un cable conductor ACSR en una línea de transmisión aérea es fundamental para dictaminar las fuerzas a las que serán sometidas las torres, cable conductor y de guarda.

La tensión que se deberá de dar al inicio del tendido no tiene que sobrepasar del 20% en condiciones de temperatura máxima, el 22% considerando la temperatura media particular del sitio y el 33% cuando se presentan sobrecargas debidas al hielo y/o viento.

La flecha es el parámetro que determina la altura del enganche a la torre, ya que será necesaria para obtener el libramiento al suelo, en diferentes escenarios para determinados voltajes que maneje la línea de transmisión.

Como resultados de esta investigación tenemos que la tensión en una línea de transmisión está dictada por factores como la temperatura y la distancia del claro, así como sobrecargas externas.

En el primer cálculo ejecutado como ejemplo se consideró una tensión inicial baja, correspondiente al 14 % de la tensión de la rotura del cable, ya que fue necesario para evitar que los fuertes vientos causaran que se superara el 33% de la RTS. En dado caso de que se le hubiera considerado una tensión del 22% de la RTS, la tensión producida por el viento máximo hubiera superado por mucho el 33% que se considera aceptable.

En cuanto a la flecha máxima calculada, el resultado obtenido dice que no se tendrá algún inconveniente en cumplir con el libramiento de 11 metros, dado a que es un claro relativamente corto, el cable no sufrió una elongación muy grande.

La estructura necesaria deberá contar con por lo menos 21.73 m de altura desde el suelo hasta su punto de apoyo, con este dato se considera una estructura de por lo menos 30 metros de alto.

En el segundo ejemplo, se realiza el cálculo mediante el método que emplea Luis María Checa, debido a que son desniveles y claros considerablemente grandes, se hace el uso de la ecuación de la catenaria, ya que los resultados con este método son más exactos.

El resultado de este cálculo dio a conocer la tensión que debe tolerar la torre en el apoyo superior e inferior. En caso de que una de las torres colapsara, este cálculo se realiza con la finalidad de obtener las magnitudes de las tensiones provocadas por el cable conductor que deben soportar las torres de reemplazo.

Se consideraron las hipótesis más importantes para saber la tensión máxima que produce el viento en los conductores, así como también se implementó la hipótesis de flecha máxima para determinar elongación del conductor en condiciones de alta temperatura.

Como conclusión general, el cálculo de flechas y tensiones en el área de líneas de transmisión es una herramienta que contribuye a conocer las tensiones de los apoyos debido al peso de los conductores y la acción combinada de estos con las condiciones ambientales, a la misma vez que se asegura la tensión máxima que soporta el cable ya que una sobrecarga puede comprometer o superar la capacidad de ruptura aceptada. También se cumple la necesidad de averiguar que tanto se va a distanciar el cable conductor del suelo o cualquier terreno en el que la línea de transmisión esté instalada, para evitar fallas a tierra y/o accidentes.

Bibliografía

CFE. (2012). Manual para diseño electromecánico de líneas de transmisión aéreas. Dirección de Proyectos de Inversión Financiada.

Rodríguez Benito, F. & Fayos Álvarez, A. (1998). El transporte de la energía eléctrica en alta tensión. Universidad Politécnica de Valencia.

Checa, L. (1988). Líneas de transporte de energía. Marcombo.

"IEEE Standard for Calculating the Current-Temperature of Bare Overhead Conductors," in IEEE Std 738-2006 (Revision of IEEE Std 738-1993) , vol., no., pp.1-58, 30 Jan. 2007, doi: 10.1109/IEEESTD.2007.301349.