



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de Doctorado

**Clasificación de fallas y acoplamiento de
absorbedores de vibración dinámicos con modelado
de orden arbitrario en álabes de aerogeneradores**

presentada por

M.C. Irving Abdiel Maldonado Bravo

como requisito para la obtención del grado de

**Doctor en Ciencias en Ingeniería
Electrónica**

Director de tesis

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez

Codirector de tesis

Dr. José Francisco Gómez Aguilar

Cuernavaca, Morelos, México. Junio de 2026.



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 23/junio/2026

Oficio No. SAC/180/2026

Asunto: Autorización de impresión de tesis

IRVING ABDIEL MALDONADO BRAVO
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"CLASIFICACIÓN DE FALLAS Y ACOPLAMIENTO DE ABSORBEDORES DE VIBRACIÓN DINAMICOS CON MODELADO DE ORDEN ARBITRARIO EN ALABES DE AEROGENERADORES"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

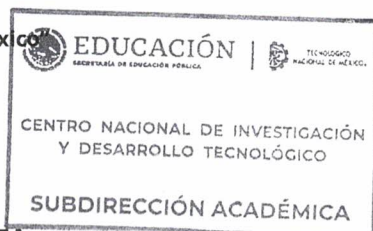
Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

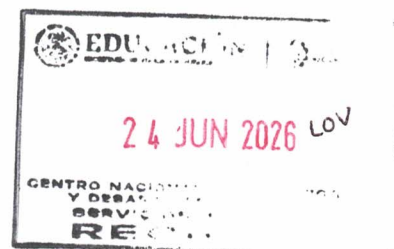
"Conocimiento y Tecnología al servicio de México"

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2026
año de
Margarita Maza

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104,
e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

 Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico	ACEPTACIÓN DE IMPRESIÓN DEL DOCUMENTO DE TESIS DOCTORAL		Código: CENIDET-AC-006-D20
			Revisión: 0
	Referencia a la Norma ISO 9001:2008 7.1, 7.2.1, 7.5.1, 7.6, 8.1, 8.2.4		Página 1 de 1

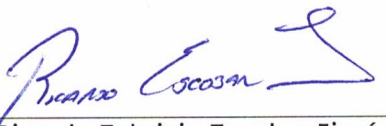
Cuernavaca, Mor., a 17 de junio de 2026

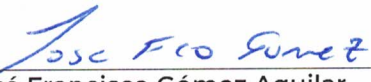
Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza
Subdirector Académico
Presente

At'n: Dr. Juan Reyes Reyes
Presidente del Claustro Doctoral

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del estudiante **IRVING ABDIEL MALDONADO BRAVO** manifiestan que después de haber revisado el documento de tesis titulado "**CLASIFICACION DE FALLAS Y ACOPLAMIENTO DE ABSORBEDORES DE VIBRACION DINAMICOS CON MODELADO DE ORDEN ARBITRARIO EN ALABES DE AEROGENERADORES**", realizado bajo la dirección del **Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez** y la codirección del **Dr. José Francisco Gómez Aguilar**, el trabajo se **ACEPTA** para proceder a su impresión.

ATENTAMENTE


 Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez
 Director de Tesis / CENIDET


 Dr. José Francisco Gómez Aguilar
 Codirector de Tesis / UAEM-CIICAp


 Dr. Manuel Adam Medina
 Miembro del Comité Tutorial / CENIDET


 Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez
 Miembro del Comité Tutorial / CENIDET


 Dr. Carlos Daniel García Beltrán
 Miembro del comité Tutorial / CENIDET


 Dra. Ma. Guadalupe López López
 Miembro del comité Tutorial / CENIDET

c.c.p: Mtra. Verónica Sotelo Boyas/ jefa del Departamento de Servicios Escolares
 c.c.p: Dr. Jarniel García Morales / jefe del Departamento de Ingeniería Electrónica
 c.c.p: Expediente.

CENIDET-AC-006-D20



Rev. 0

A mi mayor ejemplo de resiliencia, Soledad Maldonado.

A la mujer que siempre ora por mi, Paula Bravo.

A la memoria de mi guía paternal,

Andrés Maldonado Ortiz.

Agradecimientos

A Dios.

Porque nunca me has abandonado, incluso cuando me sentía solo. Por llenarme de bendiciones siempre, por acompañarme mientras corría, por darme la fortaleza para seguir adelante ante cada dificultad, por la sabiduría que me has dado. Gracias porque sin tí, este trabajo no hubiera sido posible. Te amo Padre.

A mi madre.

Soledad Maldonado. Porque aunque antes no era totalmente consciente de todo tu amor, ahora lo tengo más claro que nunca. Gracias por siempre estar conmigo, por ser la voz que me aconseja en los momentos más importantes. Eres mi ejemplo más grande de coraje y resiliencia. Te amo mamá.

A mis abuelos.

Paula Bravo Martínez. Por ser siempre mi refugio y consuelo, porque con tus enseñanzas forjaste gran parte de mi ser actual. Debo decir que tu amor siempre me ha motivado a seguir adelante y que jamás he olvidado todos los momentos contigo desde que era un niño. Gracias abuela, porque jamás has dejado de estar pendiente de mi y porque siempre he estado en tus oraciones. Te amo.

Andrés Maldonado Ortíz. Dios fue bueno al darme un abuelo como tú, en un tiempo muy corto me di cuenta de tu afecto paternal. Tengo mucho que decir sobre ti, por lo que tendré que reservarme. Haberte tenido presente en este momento, me habría llenado de felicidad. Desde el cielo infinito, recibe mis agradecimientos. Te amo.

A mi hermana.

Aymara Liliana. Por ser paciente conmigo cuando me desespero, por escucharme cuando me siento triste. Porque aún cuando discutimos, siempre he sentido tu apoyo, eres mi respaldo por siempre. Te amo hermanita.

A mis directores de tesis.

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez. Porque aunque el tiempo en el que he recibido su guía ha sido relativamente corto, he aprendido mucho de usted a través de sus consejos y sugerencias, los cuáles siempre me transmitió con una actitud positiva. Gracias por su apoyo y por la revisión objetiva y metódica de esta investigación.

Dr. José Francisco Gómez Aguilar. Por aceptarme como su tesista y confiar en mis intereses aún sin conocernos. Gracias por las asesorías de cálculo fraccionario, por su apoyo moral durante mi estancia en la ciudad de Irapuato y por su guía y consejos durante las etapas cruciales de mi investigación. He tenido el honor de colaborar con un gran matemático.

A mi codirector de tesis.

Dr. David Granados Lieberman. Por aceptarme con entusiasmo como su estudiante en la ciudad de Irapuato. Porque en tan sólo unos cuantos meses, aprendí más de lo esperado no sólo en el ámbito científico y experimental, si no también, en el ámbito de desarrollo personal. Aunque al principio la realización de mi experimento fue todo un reto, me siento satisfecho con sus enseñanzas y consejos. Tampoco olvido tres de sus cuatro frases clave para prosperar en la vida; retrospectión, introspección y aceptación de la condición humana. Gracias por su guía y la comida que compartimos. Espero seguir colaborando con usted.

Al Dr. Eduardo Barredo Hernández.

Porque además de formarme durante mis estudios de Maestría, fungió como un guía durante la elección de mi posgrado Doctoral, conduciéndome a mi primer acercamiento con el Dr. José Francisco Gómez Aguilar. Gracias Dr. Eduardo Barredo, porque no sólo he aprendido de su conocimiento, también he aprendido de sus valores, entre ellos, la humildad. Por su trayectoria, no sólo lo considero un excelente investigador, además, lo considero un amigo sincero, un ejemplo de valentía, perseverancia y resiliencia, deseo seguir colaborando con usted.

A mi comité revisor.

Dr. Carlos Daniel García Beltrán, Dr. Manuel Adam Medina, Dra. Ma. Guadalupe López López y Dr. Victor Alvarado Martínez. Por la revisión y seguimiento continuo de mi investigación. Porque a través de sus cuestionamientos pude sustentar mejor mi trabajo, aprendí a justificar y defender lo mejor posible mis hallazgos y mejorar como investigador. Gracias por los comentarios acertados y por tomarse el tiempo de revisar mi investigación.

A mis amigos y colegas.

Al matemático Victor Fabián Morales Delgado, por enseñarme sobre cálculo fraccionario, me compartiste mucho no sólo en clase, también de forma particular, en poco tiempo te consideré un colega y amigo. A Felipe Ávalos Ruíz, por compartirme tus conocimientos y aconsejarme durante mis avances de tesis. A Héctor Cortés Campos, por apoyarme en un campo de investigación que en su momento era totalmente desconocido para mí, sinceramente, aprendí mucho de ti. A Samuel Chávez Vázquez, por contribuir en la realización de algunas simulaciones numéricas de mi investigación. Gracias a todos, deseo seguir colaborando con ustedes.

A mis tías.

Juventina Maldonado, Mercedes Maldonado y Cristina Maldonado, por el gran afecto que me han brindado desde que era pequeño. Gracias porque aunque en los últimos años hemos estado lejos, siempre estuvieron pendientes de mí. Siempre ha sido reconfortante llegar a Oaxaca y sentirme en casa. El tiempo con ustedes siempre es bien invertido, las quiero mucho al igual que a todos mis primos.

A Karen de los Ángeles.

No podías faltar tú, porque aunque las últimas convivencias fueron difíciles, te considero importante por todas las etapas de mi vida en las que estuviste para apoyarme. Fuiste una consejera importante en los momentos cruciales, agradezco que incluso, en la elección de mi posgrado Doctoral me hayas brindado tu apoyo genuino. Valoro el acompañamiento brindado, sinceramente, te considero una amiga.

A mi amigo Irbin Carrillo Martínez.

Contigo inicie mi estancia Doctoral, cuando te conocí identifiqué semejanza entre tu personalidad y la mía, ha sido un gusto compartir gustos y pasatiempos similares. Gracias amigo, porque siempre estuviste ahí para escucharme. Ha sido un gusto rodar en bicicleta los sábados en la mañana, que siga la amistad, gracias por todo.

A mi amigo Rodrigo Velázquez.

Mi primer amigo en Cuernavaca, aunque hubo momentos difíciles has sido una persona importante durante mis estudios de maestría y parte del doctorado. Fue genial hacer running contigo todos los días, todas las tardes, y que decir de las convivencias sinceras. Siempre ha habido motivación mutua y siempre me escuchaste, deseo lo mejor para ti. Gracias amigo.

A mi amiga Astrea Cantera Gándara.

Llegaste inesperadamente a mi vida, comenzamos a ser amigos desde nuestro primer viaje juntos. Ha sido un placer coincidir contigo. Hiciste de mi 2023 una de las mejores etapas de mi estancia Doctoral, disfruté compartir cada fin de semana contigo, con tu compañía pude ver tu amistad sincera. Gracias porque aunque dejamos de vernos, hemos estado presentes cuando necesitamos un consejo. Te quiero amiga.

A Alessandra Guadalupe Lara.

Desde que inicie el Doctorado siempre me motivo verte de nuevo cuando había vacaciones, tu recuerdo y momentos compartidos siempre me motivaron a seguir adelante y a superar cada dificultad. Tu alegría infantil me hizo sonreír más de una ocasión. A pesar de que estamos lejos, siempre me motiva verte feliz, eres importante para mí, te quiero Ale.

A los hermanos Serrano Haro.

Por toda su hospitalidad durante mi estancia doctoral. En especial, gracias a la Sra. Teresa Serrano y a su esposo don Manuel, de quienes en más de una ocasión recibí su apoyo genuino. Gracias porque me hicieron sentir como en casa.

Al SECIHTI.

Por el apoyo económico gubernamental que se me otorgó durante la realización de esta investigación.

Al TECNM CENIDET.

Por permitirme ingresar al programa de posgrado Doctoral, aceptar mi trabajo de investigación y brindarme la confianza para concluirlo.

Resumen

En este trabajo de investigación, se propusieron absorbedores de vibración dinámicos (DVAs) basados en modelado de orden fraccionario para reducir los niveles de vibración lateral de los álabes de aerogeneradores de eje horizontal (HAWTs). Primero, a partir de la formulación de Euler-Lagrange, se reprodujeron y desarrollaron cinco modelos de orden clásico de DVAs dentro de la estructura de un álabes de un sólo grado de libertad (SDOF). De acuerdo con este análisis y tomando como referencia el rendimiento del amortiguador de masa sintonizado (TMD) clásico, se propusieron dos dispositivos capaces de superar el rendimiento de control del TMD. Estos dispositivos están conformados por la conexión en serie de un elemento viscoelástico con uno inercial. Para modelar el comportamiento del elemento viscoelástico, la derivada de orden fraccionario de Caputo–Fabrizio fue utilizada. A partir de la minimización de la varianza de desplazamiento de la respuesta en frecuencia al cuadrado del álabes SDOF, se establecieron intervalos de ordenes de derivación en los que los DVAs fraccionarios superan al TMD, y estos resultados fueron evaluados mediante la simulación de una carga aerodinámica modal utilizada como entrada tanto para los modelos de orden clásico como para los que involucran la derivada fraccionaria. Después, partiendo del hecho de que las vibraciones frontales y laterales de los álabes generan fallas de deformación y fisura, se realizó un análisis experimental en una turbina de 400 *Watts*, considerando cinco velocidades angulares de operación con álabes en estado sano y con siete casos de falla, cuatro sobre fallas puras y tres sobre fallas combinadas. Para tal fin, un acelerómetro tridimensional fue montado sobre la góndola del HAWT, obteniendo una base de datos de vibración. A través de la extracción de métricas estadísticas e impulsivas de las vibraciones en la dirección frontal y lateral, se encontró que para las velocidades más altas de operación, las vibraciones de la góndola en la dirección lateral proporcionan más información sobre los casos de falla investigados. A partir de este análisis, se entrenaron quince redes neuronales artificiales (ANNs), una para cada velocidad angular de operación considerando fallas puras, combinadas y la unión de ambos casos. Finalmente, se encontró que las métricas temporales utilizadas como entradas de las ANNs entrenadas con el algoritmo de Levenberg–Marquardt, pueden ser utilizadas con alta precisión para clasificar fallas de deformación de los álabes en la dirección frontal del 2.08 %, 4.16 % y 6.25 % con respecto a la longitud total del álabes.

Abstract

In this research work, dynamic vibration absorbers (DVAs) based on fractional order modeling were proposed to reduce the edgewise vibration levels of horizontal axis wind turbine (HAWT) blades. First, based on the Euler–Lagrange formulation, five models of classical-order DVAs coupled within the structure of a single-degree-of-freedom (SDOF) blade were reproduced and developed. According to this analysis and taking the performance of the classic tuned mass damper (TMD) as a reference, two devices capable of exceeding the control performance of the TMD were proposed. These devices consist of a series connection of a viscoelastic element with an inertial element. To model the behavior of the viscoelastic element, the Caputo-Fabrizio fractional derivative was used. Based on the minimization of the displacement variance of the squared frequency response of the SDOF blade, intervals of derivative orders were established in which the fractional DVAs outperform the TMD, and these results were evaluated by simulating a modal aerodynamic load used as input for both the classical order models and those involving the fractional order derivative. Then, based on the fact that flapwise and edgewise vibrations of the blades generate deformation and crack faults, an experimental analysis was performed on a 400 – W HAWT, considering five angular operating speeds with blades in healthy condition and with seven fault cases, four pure faults and three combined faults. For this purpose, a three-dimensional accelerometer was mounted on the HAWT nacelle, obtaining a vibration data set. Through the extraction of statistical and impulsive metrics from the vibrations in the frontal and lateral directions, it was found that for the highest operating speeds, the vibrations of the nacelle in the lateral direction provide more information about the failure cases investigated. Based on this analysis, fifteen artificial neural networks (ANNs) were trained, one for each angular operating speed, considering pure faults, combined faults, and the combination of both cases. Finally, it was found that the temporal metrics used as inputs to the ANNs trained with the Levenberg-Marquardt algorithm can be used with high accuracy to classify blade deformation faults in the flapwise direction of 2.08 %, 4.16 %, and 6.25 % relative to the total blade length.

Índice general

Resumen	I
Abstract	II
Índice de figuras	VI
Índice de tablas	XII
Acrónimos	1
1 Antecedentes y motivación	3
1.1 Introducción	3
1.2. Descripción del problema	4
1.3. Propuesta de solución	5
1.3.1 Hipótesis	5
1.4. Objetivo general	5
1.4.1. Objetivos específicos	5
1.5. Justificación	6
1.6. Metodología	6
2 Estado del arte	9
2.1. Generalidades de los absorbedores de vibración dinámicos	9
2.1.1. Control de vibración pasivo	9
2.1.2. Diseño óptimo de DVAs	10
2.2. Derivadas fraccionarias en el modelado de sistemas vibratorios	11

2.2.1. Modelado Dinámico de DVAs de orden fraccionario	11
2.3. Aerogeneradores de eje horizontal	13
2.4. Modelado dinámico estructural de los álabes de HAWTs	14
2.4.1 Modelado y control de los álabes	15
2.4.2. Dispositivos de amortiguamiento dentro de la estructura de los álabes	16
2.5. Fallas en los componentes de HAWTs	18
2.5.1. Fallas mecánicas	19
2.6. Fallas estructurales en los álabes	21
2.6.1. Uso de métricas estadísticas	23
2.7 Métodos de Detección de fallas de HAWTs basados en cálculo fraccionario	24
3 Marco teórico	25
3.1. Ecuación de Euler–Lagrange	25
3.2. Optimización multivariable	25
3.2.1. Minimización de la varianza de desplazamiento a partir de la norma H_2	26
3.3. Calculo fraccionario	28
3.3.1. Conceptos y funciones especiales	29
3.3.2. Derivadas de orden fraccionario	30
3.4. Procesamiento de señales	31
3.4.1. Transformada rápida de Fourier	31
3.4.2. Otras transformadas integrales	32
3.4.3. Descomposición de modos empírica	33
4 Metodología y resultados	36
4.1. Modelado matemático	36
4.1.1. Modelos dinámicos de un álabe SDOF acoplado con DVAs	36
4.1.2. Sintonización de frecuencias a partir de la EFPT	47
4.1.3. Curvas de respuesta en frecuencia basadas en el álabe de NREL	53
4.1.4. Optimización multivariable basada en la norma H_2	58
4.2. Modelado basado en la derivada fraccionaria de Caputo–Fabrizio	64

4.2.1. Modelado de orden fraccionario del álabe SDOF acoplado con nuevos VDVA	65
4.2.2. Minimización de la varianza de desplazamiento del álabe	70
4.3. Análisis en el dominio del tiempo	80
4.3.1. Señal estocástica de velocidad de viento unidireccional	81
4.3.2. Velocidad instantánea del viento sobre la estructura de los álabes	82
4.3.3. Simulación de una carga aerodinámica en las direcciones frontal y lateral a partir de la teoría BEM	83
4.3.4. Respuesta dinámica del álabe SDOF	90
4.4. Clasificación de fallas estructurales de los álabes	97
4.4.1. Delimitación de escenarios de falla	98
4.4.2. Fisura	98
4.4.3. Deformación	98
4.4.4. Adquisición de datos	101
4.4.5. Procesamiento de señales en el dominio del tiempo	105
4.4.6. Clasificación mediante ANNs de dos capas	111
4.4.7. Análisis de la varianza ANOVA	114
5 Análisis de resultados y conclusiones	118
5.1. Discusión de resultados	118
5.2. Alcances y limitaciones de resultados	121
5.3. Conclusiones	122
Trabajo futuro	123
Apéndice A.	142
Apéndice B.	143
Apéndice C.	144
Retribuciones y productos académicos.	146

Índice de figuras

1.	Amortiguador de masa sintonizado clásico conectado a una estructura primaria. . . .	9
2.	(a) Configuración en serie del DVA de doble masa [1]. (b) Configuración en paralelo del DVA de doble masa [1]. (c) Redes mecánicas utilizadas para reemplazar el amortiguador viscoso del TMD clásico [2].	11
3.	(a) Configuración del VTMD conectado a una estructura primaria [3]. (b) Sistema estructural SDOF con FTMD [4]. (c) Modelo sólido lineal estándar fraccionario [5]. (d) Modelo viscoelástico lineal estándar [6].	12
4.	(a) Componentes esenciales de un HAWTs: 1 álabes, 2 cojinetes, 3 ejes, 4 caja de engranes, 5 generador, 6 torre [7]. (b) Tren de transmisión de un HAWT [8].	14
5.	HAWT aeroelástico de 13-DOF. (a) Definición del sistema de coordenadas global (fijo) y local (dinámico). (b) Coordenadas generalizadas del tren de transmisión flexible con un número impar de etapas en la caja de engranes [9].	14
6.	Configuraciones de absorbedores de vibración dinámicos. (a) TMD, (b) TMDI, (c) RID-TMD, (d) TLD, (e) TLCD, (f) IDVAs, (g) PTMD, (h) 3D-PTMD, (i) Amortiguador de rodillo (Figura editada de [10]), y (j) CLCD (Figura editada de [11]). . . .	16
7.	(a) Sistema de coordenadas, geometría y DOF del sistema álabes-TMD [12]. Este marco de referencia es utilizado en [10, 11, 13–15]. (b) Modelo del 2d-NTMDI [16]. (b) Modelo dinámico del sistema STMD-álabes para controlar vibraciones frontales [17].	18
8.	Proceso de análisis de vibración. Figura editada de [18].	19
9.	(a) Esquema editado del tren de transmisión utilizado en [19]. (b) Diagrama del método de diagnóstico de fallas utilizado en [20]. (c) Figura editada de la representación del HAWT de accionamiento directo utilizado en [21].	20
10.	Tipos de deformaciones en los álabes y torre de HAWTs [22]	21
11.	Ejemplo de un colapso global de un HAWT causado por la fractura de la torre [23].	22
12.	Esquema de un sistema de monitoreo de condiciones de los álabes de un HAWT [7].	23
13.	Álabes simplificados en un sistema SDOF en el marco de referencia local $x_1 - x_2 - x_3$ y global $X_1 - X_2 - X_3$ (Figura editada de [12]).	38
14.	(a) Marco de referencia del sistema álabes-RID-TMD [15]. (b) Coordenadas x_A y x_B en el marco de referencia global $X_2 - X_3$	41

15.	Marco de referencia inercial del sistema álabes-DMDVA (Figura editada de [15]).	44
16.	(a) Amortiguador de masa sintonizado viscoelástico [6]. (b) Marco de referencia del sistema álabes-VTMD (Figura editada de [12]).	46
17.	FRFs de la masa modal del álabes acoplado con RID-TMD para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, $l = 0.1766$, $x_0 = 45m$, $a(x_0) = 0.516$, and $\mu = 0.03$. Los círculos color morado indican la amplitud de vibración en las frecuencias invariantes, mientras que $r_{1\infty}$, r_{2zero} , y $r_{2\infty}$ son las frecuencias resonantes.	51
18.	Respuesta en frecuencia del álabes a partir de las soluciones analíticas y dos factores de amortiguamiento desintonizados para $x_0 = 45m$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $\mu = \mu_d = 0.03$. (a) RID-TMD. (b)DMDVA. (c) FRFs sintonizadas comparadas con la respuesta en frecuencia del álabes acoplado con RID-TMD y DMDVA basados en el factor de amortiguamiento numérico definido en la ecuación (123).	53
19.	FRFs del álabes en operación a $\Omega \approx 1.27 \frac{rad}{s}$ utilizando las soluciones analíticas de las ecuaciones (112), (124), (113) y (125). (a) RID-TMD para $\mu = \{0.01, 0.03, 0.05\}$. (b) RID-TMD localizado en $x_0 = 35$ m y 45 m. (c) DMDVA para $\mu = \{0.01, 0.03, 0.05\}$. (d) DMDVA localizado en $x_0 = 35$ m y 45 m.	54
20.	FRFs del álabes estacionado y en operación ($\Omega = 0$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$) utilizando los dispositivos con las soluciones analíticas propuestas para $\mu = \mu_d = 0.03$ y $x_0 = 45$ m. (a) RID-TMD. (b) DMDVA.	55
21.	Respuesta en frecuencia del álabes acoplado con RID-TMD y DMDVA para $\mu = \mu_d = 0.03$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) En $x_0 = 45$ m. (b) En $x_0 = 35$ m.	55
22.	Constantes de amortiguamiento, masa e inercia del RID-TMD y DMDVA para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) c_B en función de μ y μ_d en $x_0 = 45$ m. (b) b y m_B en función de μ y μ_d en $x_0 = 45$ m. (c) c_B en función de a en $\mu = \mu_d = 0.03$. (d) b y m_B en función de a en $\mu = \mu_d = 0.03$	56
23.	Respuesta en frecuencia del álabes basada en RID-TMD, DMDVA, TMD, y TMDI para $\mu = \mu_d = 0.03$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) Dispositivos colocados en $x_0 = 45$ m. (b) Dispositivos colocados en $x_0 = 35$ m.	57
24.	FRFs utilizando el RID-TMD con los resultados de la Tabla 6. (a) FRFs cuando $l = 0$ con una masa agregada del 3%. (b) FRFs cuando $l = 0.17663$ con una masa agregada del 3%. (c) FRFs cuando el RID-TMD se ubica en $x_0 = 45$ m y los álabes no rotan. (d) FRFs cuando el RID-TMD se ubica en $x_0 = 45$ m y $l = 0.17663$. (e) FRFs cuando el RID-TMD agrega una masa del 3% y se ubica en $x_0 = 45$ m.	63
25.	Diagramas de Bode adimensionales de los casos B, C, D y E generados al utilizar los parámetros óptimos para cada dispositivo considerando el álabes estacionado y en rotación, $a = 0.516$ y una masa añadida de 40.62kg.	64
26.	Comparación de la configuración clásica y fraccionaria de los dispositivos investigados.	65
27.	(a) Álabes SDOF acoplado con VDVA (figura editada de [12]). (b) Configuración del VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA.	66

28.	(a) Desempeño deficiente de los VDVA's cuando $\alpha \rightarrow 1$ para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, $\phi(45) = 0.516$ y $\mu = \mu_c = 0.03$. (b) FRFs del álabes acoplado con TMD con sus parámetros calculados mediante la FPT [12] y mediante el criterio de optimización basado en la norma H_2 para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, $\phi(45) = 0.516$ y $\mu = \mu_c = 0.03$	73
29.	(a), (b), (c) y (d). Variación de los parámetros del VTMD colocado en dos puntos distintos a partir de la ecuación (174). (e) Comparación de las FRFs del álabes SDOF montado con VTMD y del álabes SDOF montado con TMD bajo la optimización basada en la norma H_2 y en la FPT [12].	74
30.	FRFs con parámetros óptimos para $\mu = \mu_c = \{0.01, 0.03, 0.05\}$, $x_0 = 45$ m y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) VTMD, (b) IFDVA-C2. (c) DMFDVA. (d) Comparación entre los VDVA's y el TMD clásico para $\mu = \mu_c = 0.03$	77
31.	Variación paramétrica de los VDVA's y de σ_{qv}^2 en función del orden derivativo α para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, $x_0 = 45$ m y $\mu = \mu_c = 0.03$. (a) Varianza σ_{qv}^2 para $v = a, b, c$. (b) Relación de rigidez $\nu = \frac{k_A}{k_0}$. (c) Constante de amortiguamiento c_A . (d) Constante de amortiguamiento del IFDVA-C2 y DMFDVA. (e) Constante dimensional σ . (f) Relaciones inerciales $\delta_b = \frac{b}{m_0}$ y $\delta_c = \frac{m_B}{m_0}$	79
32.	Comparación entre las FRFs óptimas y las FRFs basada en ordenes de derivada no óptimos. Para todos los casos $x_0 = 45$ m y $\mu = \mu_c = 0.03$. (a) VTMD, (b) IFDVA-C2 y (c) DMFDVA para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (d) VTMD, (e) IFDVA-C2, y (f) DMFDVA para $\Omega = 0 \frac{rad}{s}$	80
33.	Función PSD del espectro Kaimal para cuatro niveles de intensidad de turbulencia I	82
34.	Señal artificial de velocidad de viento con media $\bar{v} = 11.4$ m/s, intensidad de turbulencia de $I = 0.1$, un conjunto de datos de $N = 8000$ y una paso de $\Delta t = 0.01$ s.	82
35.	Señal de velocidad promedio instantánea en el primer álabes a 45 metros del centro del rotor y a una velocidad angular de $\Omega = 1.27$ rad/s.	83
36.	(a) Modelo de álabes discretizado en N elementos. Figura editada de [24]. (b) Fuerzas y velocidades locales en un solo elemento del álabes. Figura editada de [24].	84
37.	Variación de los coeficientes de inducción axial y tangencial $a(x_3)$ y $\dot{a}(x_3)$ con respecto al radio x_3 considerando $\Omega = 1.27$ rad/s y $\bar{v} = 11.4$ m/s.	85
38.	Curvas de velocidad relativa para $j = 1$ (en el primer álabes), $\Omega = 1.27$ rad/s y $\bar{v} = 11.4$ m/s. (a) Radio variable en el intervalo $44 \text{ m} \leq x_3 \leq 46 \text{ m}$. (b) Radio fijo en $x_3 = 45$ m.	86
39.	Variación del ancho de la sección transversal del álabes de 61.5 metros de longitud $c(x_3)$	87
40.	Curvas modales del álabes de 61.5 metros de longitud en la dirección frontal $\phi_f(x_3)$ y lateral $\phi(x_3)$	88
41.	Señales de fuerza aerodinámica estocástica actuando sobre los álabes de 61.5 m. (a) Fuerza modal $f_0(t)$ en la dirección de x_2 . (b) Fuerzas modales $f_1(t)$, $f_2(t)$ y $f_3(t)$ en la dirección de x_1 . (c) Fuerza aerodinámica $f_7(t)$ actuando en el centro del rotor en la dirección de X_1	89

42.	Respuesta $q(t)$ de los casos de orden entero A, B, C y D, utilizando una masa del 3 %, la velocidad angular $\Omega = 1.27rad/s$, la masa modal $m_0 = 1354kg$, la eigenfrecuencia modal $\omega_0 = 7.19rad/s$, $\zeta_0 = 0.005$ y la forma modal $\phi(45) = 0.516$. (a) Comparación de los casos A a D. (b) Comparación de los casos A y B. (c) Comparación de los casos B, C y D.	91
43.	(a) Respuesta $x_A(t)$ de los casos B, C y D. (b) Respuesta $x_B(t)$ de los casos B y C. (c) Velocidad de la masa modal del álabes $\dot{q}(t)$ de los casos A, B, C y D.	92
44.	Respuesta $q(t)$ de los casos de orden entero utilizando la media aritmética de la señal de entrada $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$, una masa del 3 %, la velocidad angular $\Omega = 1.27rad/s$, la masa modal $m_0 = 1354kg$, la eigenfrecuencia modal $\omega_0 = 7.19rad/s$, $\zeta_0 = 0.005$ y la forma modal $\phi(45) = 0.516$. (a) Comparación de los casos A a D. (b) Comparación de los casos A y B. (c) Comparación de los casos B, C y D.	93
45.	(a) Respuesta $x_A(t)$ de los casos B, C y D sujeta a excitación tipo escalón $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$. (b) Respuesta $x_B(t)$ de los casos B y C sujeta a excitación constante $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$	94
46.	Respuesta del álabes SDOF $q(t)$ acoplado con un VDVA en $x_0 = 45m$ con una masa añadida del 3 %, sujeto a $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$ y operando a su velocidad nominal. (a) VTMD. (b) IFDVA-C2. (c) DMFDVA. (d) Comparación entre VDVA y TMD clásico.	95
47.	Respuesta del álabes SDOF acoplado con IFDVA-C2 y DMFDVA en $x_0 = 45 m$ con una relación de masa 3 %, sujeto a $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$. (a) IFDVA-C2 para $\Omega = 0$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (b) DMFDVA para $\Omega = 0 \frac{rad}{s}$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (c), (d), (e) y (f) Parámetros óptimos para $0.6 \leq \alpha < 1$. (c) IFDVA-C2 para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (d) DMFDVA para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (e) IFDVA-C2 para $\Omega = 0 \frac{rad}{s}$. (f) DMFDVA para $\Omega = 0 \frac{rad}{s}$	96
48.	Diagrama de flujo de la metodología propuesta.	97
49.	(a) Álabes sano. (b) Longitud y profundidad de la fisura inducida. (c) Álabes idealizado como una viga sujeta a una carga uniformemente distribuida simulando la media de una señal de fuerza aerodinámica. (d) Curvas generadas por la Ec. (206). (e) Alineación del álabes con la curva sin deformar. (f) Álabes con un nivel de deformación del 2.08 % en la punta con respecto a su longitud total $L_0 = 0.48m$	99
50.	Banco experimental de adquisición de señales de vibración desde la góndola de un HAWT de 400W. (a)Vista lateral. (b) Vista frontal.	101
51.	Montaje de un sensor de pulsos para monitorear la velocidad angular Ω . (a) Montaje del sensor. (b) Imanes de neodimio colocados a 9° de separación. (c) Etiquetas de los cables conectados a la DAQ.	103
52.	Monitorización de Ω en el caso sano de los álabes operando a $\Omega_2 \approx 4.83rps$ (a) Tren de pulsos obtenido para $n = [0, 100000]$. (b) Señal discreta obtenida al sumar los pulsos en función de cada muestra. (c) Aplicación del filtro promedio móvil sobre la señal de pulsos. (d) Curva de velocidad en rps durante una prueba de 100s.	104
53.	(a) Velocidad del viento generada por la turbina del túnel de viento. (b) Velocidad angular Ω del rotor del HAWT de 400W. (c) Vibración en la dirección frontal. (d) Vibración en la dirección lateral.	104

54. (a) Vibración en la dirección frontal de una de las pruebas del caso sano del HAWT operando a $\Omega_2 \frac{rev}{s}$ dividida en cuatro regiones. Región uno: fase de arranque, regiones 2 y 3: fase de operación estacionaria, y región 4: paro del HAWT. (b) Región sobre la cuál las características estadísticas son obtenidas. (c) Ventana de un segundo tomada de la región 3. 106
55. Variación de las métricas con respecto a cada prueba del HAWT operando a Ω_2 en la región 3 ($46 \leq t < 80$). Eje horizontal: número de pruebas. Eje vertical: $1 = \bar{x}_v$, $2 = S_v^2$, $3 = x_{kurt_v}$, $4 = skw_v$, $5 = x_{rms_v}$, $6 = x_{p_v}$ y $7 = C_v$. (a) Vibración en la dirección frontal. (b) Vibración en la dirección lateral. 107
56. Diagramas de dispersión de $2 = S_v^2$, $3 = x_{kurt_v}$, $4 = skw_v$ y $5 = x_{rms_v}$ con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_2 \approx 4.832 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral. 108
57. Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_1 \approx 3.58 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral. 109
58. Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_3 \approx 6.66 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral. 110
59. Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_4 \approx 8.082 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral. 111
60. Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_5 \approx 10.08 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral. 112
61. ANN de dos capas. Las salidas $C_1, C_2, \dots, C_8$ son las clases, que corresponden a las condiciones $A, B, \dots, H$, respectivamente. Las clases marcadas en color azul, verde y rojo, corresponden a las ANNs entrenadas para PFs, CFs y PCFs, respectivamente. 113
62. Matrices de confusión para tres casos de fallas cuando el HAWT opera a Ω_2 y Ω_4 . (a) PFs a Ω_2 . (b) PFs a Ω_4 . (c) CFs a Ω_2 . (b) CFs a Ω_4 . (a) PCFs a Ω_2 . (b) PCFs a Ω_4 116
63. Varianza normalizada obtenida del análisis ANOVA de una sola vía para las métricas estadísticas e impulsivas de cada condición de los álabes. (a) $\Omega_1 \approx 3.58 \frac{rev}{s}$, (b) $\Omega_2 \approx 4.83 \frac{rev}{s}$, (c) $\Omega_3 \approx 6.66 \frac{rev}{s}$, (d) $\Omega_4 \approx 8.08 \frac{rev}{s}$ y (e) $\Omega_5 \approx 10.08 \frac{rev}{s}$ 117
64. Matrices de confusión para PCFs cuando el HAWT opera a Ω_2 y Ω_3 . (a) Operación a $\Omega_2 \frac{rad}{s}$ utilizando las características $\bar{x}_x$, $\bar{x}_y$, x_{rms_x} , skw_y , S_x^2 , x_{rms_y} y C_y . (b) Operación a $\Omega_4 \frac{rad}{s}$ utilizando las características x_{rms_y} , $\bar{x}_x$, S_y^2 , x_{kurt_y} , X_{py} , skw_y , $\bar{x}_y$, C_y y x_{px} 117

65.	Configuración del IFDVA-C2 y tres redes mecánicas que podrían aproximar su comportamiento.	124
66.	Respuesta dinámica $q(t)$ del caso A fraccionario utilizando la derivada de LC con los parámetros $m_0 = 1354kg$, $\Omega = 1.27\frac{rad}{s}$, $\zeta_0 = 0.005$, $\omega_0 = 7.19\frac{rad}{s}$ y fuerza aerodinámica tipo escalón de $f_0 = 5366N$. Eje horizontal [s]. Eje vertical [m].	127
67.	Sistema de 4-DOF con álabes y góndola acoplados desplazandose fuera del plano del rotor (Figura editada de [25]).	127
68.	Respuesta $q_7(t)$ y $q_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) utilizando los parámetros de masa estimados $m_{0f} = 1110.12$ y $m_{2f} = 2306.17$ y del HAWT de NREL [26]. (a) Respuesta de la torre-góndola. (b) Desplazamiento relativo de la punta de los álabes con respecto a la góndola $q_i(t)$ después de 160 segundos.	130
69.	Respuesta dinámica del sistema góndola-álabes con las coordenadas $q_7(t)$ y $q_1(t)$ a partir de los modelos de 4 y 2 grados de libertad, utilizando los parámetros de masa estimados $m_{0f} = 1110.12$ y $m_{2f} = 2306.17$ y del HAWT de NREL [26]. (a) Respuesta de la torre-góndola. (b) Desplazamiento relativo de la punta del primer álabe con respecto a la góndola.	130

Índice de tablas

1.	Dispositivos de control de vibración utilizados en componentes de HAWTs.	15
2.	EMD y transformadas integrales de orden clásico y fraccionario empleadas en el procesamiento de señales para detectar fallas mecánicas y estructurales en los componentes de HAWTs.	23
3.	Nomenclatura de las coordenadas generalizadas del modelo de HAWT aeroelástico de 13-DOF.	37
4.	Reducción porcentual de los picos resonantes del álabe SDOF operando en su velocidad nominal, obtenida mediante RID-TMD y DMDVA comparados con el TMD y TMDI para $\mu = \mu_d = 0.03$	57
5.	Dispositivos sintonizados para $\mu = \mu_d = 0.03$ y los datos estructurales del álabe de NREL, $m_0 = 1354kg$, $l = \frac{\Omega}{\omega_0} = \frac{1.27}{7.19} = 0.017663$ y $a = \phi(x_0) = \phi(45m) = 0.516$	57
6.	Variables óptimas del RID-TMD (caso B) y varianza de desplazamiento mínima σ_q^2 para $\mu = 0.01, 0.02, \dots 0.05$ y $\zeta_s = 0$	61
7.	Variables óptimas de la ecuación (82) para el TMD clásico y varianza de desplazamiento mínima σ_q^2 para $\zeta_s = 0$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $a(x_0) = 0.516$	62
8.	Variables óptimas de la ecuación (89) para el DMDVA y varianza de desplazamiento mínima σ_q^2 para $\zeta_s = 0$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $a(x_0) = 0.516$	62
9.	Parámetros óptimos de los VDVA's cuando $\alpha \rightarrow 1$ para $\mu = 0.03$, $x_0 = 45m$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$	72
10.	Parámetros del TMD clásico para $\mu = 0.03$, $x_0 = 45m$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$	73
11.	Parámetros óptimos del VTMD obtenidos a partir de la formulación basada en la norma H_2	75
12.	Parámetros óptimos del IFDVA-C2 obtenidos a partir de la formulación basada en la norma H_2	75
13.	Parámetros óptimos del DMFDVA obtenidos a partir de la formulación basada en la norma H_2	76
14.	Reducción porcentual de la varianza de desplazamiento utilizando VDVA's con respecto al TMD clásico.	77

15.	Condiciones de falla en los álabes a cinco velocidades angulares de operación en estado estacionario $\Omega \approx \{3.583, 4.832, 6.665, 8.082, 10.081\} \frac{rev}{s}$	98
16.	Equipos y dispositivos que conforman el banco de adquisición de señales de vibración.	102
17.	Magnitud de las señales de voltaje para el arranque del HAWT y mantener la velocidad angular Ω aproximadamente constante.	103
18.	Síntesis del entrenamiento de las ANNs utilizadas en todos los escenarios.	114
19.	Síntesis del entrenamiento de las ANNs para PCFs utilizando las características más descriptivas.	115

Acrónimos

- TMD: Amortiguador de masa sintonizado
- TLD: Amortiguador líquido sintonizado
- TLCD: Amortiguador de columna líquido sintonizado
- TMDI: Amortiguador de masa sintonizado con inersor
- PTMD: Amortiguador de masa sintonizado tipo péndulo
- CLCD: Amortiguador columna líquido circular
- IDVA-C2: Absorbedor de vibración dinámico basado en inersor C2
- RID-TMD: Amortiguador de masa sintonizado de doble inercia rotacional
- DMDVA: Absorbedor de vibración dinámico de doble masa conectado en serie
- SDOF: Un sólo grado de libertad
- FRF: Función de respuesta en frecuencia
- PSD: Densidad espectral de energía
- FPT: Técnica de los puntos fijos
- EFPT: Técnica de los puntos fijos extendida
- HAWT: Aerogenerador de eje horizontal
- OWT: Aerogenerador marino
- FAST: Fatiga, aerodinámica, estructuras y turbulencia
- NREL: Laboratorio de energías renovables nacional
- BEM: Teoría del momento del elemento del álabe
- VDVA: Absorbedor de vibración dinámico viscoelástico
- VTMD: Amortiguador de masa sintonizado viscoelástico
- IFDVA-C2: Absorbedor de vibración dinámico fraccionario basado en inersor C2
- DMFDVA: Absorbedor de vibración dinámico fraccionario de doble masa conectado en serie
- FD: Derivada de orden fraccionario
- CF: Caputo–Fabrizio

- LF: Liouville–Caputo
- FFT: Transformada rápida de Fourier
- HT: Transformada Hilbert
- WT: Transformada Wavelet
- EMD: Descomposición de modos empírica
- IMF: Función de modo intrínseco
- STFT: Transformada de Fourier de tiempo corto
- ANOVA: Análisis unidireccional de la varianza de una sola vía
- PF: Fallas puras
- CF: Fallas combinadas
- PCF: Fallas puras y combinadas
- ANN: Red neuronal artificial
- CNN: Red neuronal convolucional

1 Antecedentes y motivación

1.1 Introducción

Actualmente, existe una demanda creciente en el desarrollo de sistemas de generación de energía eléctrica a partir de fuentes renovables a nivel mundial. El funcionamiento de estos sistemas está basado en el uso de energías renovables basadas en viento, agua y luz solar [40], principalmente. Uno de los sistemas que han estado en desarrollo continuo son los aerogeneradores de eje horizontal (HAWTs), cuyo diseño e implementación involucra a ingenieros e investigadores de campos como la ingeniería eléctrica, mecánica, estructural, mecatrónica, entre otros. Con la finalidad de incrementar el rendimiento de producción de energía, los HAWTs son diseñados con álabes y torre de gran longitud, hecho que genera problemas estructurales como la inestabilidad aeroelástica, obligando a los investigadores a implementar métodos de control estructural y de detección de deterioro prematuro de sus componentes. Tanto la torre como los álabes sufren vibraciones laterales y frontales. En general, las vibraciones frontales son asociadas con un factor de amortiguamiento ligeramente alto, reduciendo parcialmente los daños estructurales en esta dirección. Sin embargo, las vibraciones laterales son las que generalmente originan daños, debido al amortiguamiento estructural extremadamente bajo existente en esta dirección. Además, las cargas aerodinámicas que actúan sobre los álabes son no estacionarias debido a la naturaleza estocástica del viento, cuyo comportamiento es caracterizado por la densidad espectral de energía (PSD) de banda ancha [27].

La presencia de una anomalía en la estructura de los álabes es capaz de modificar las características de las fuerzas aerodinámicas que inciden sobre ella, originando daños a otros componentes, como la torre o los elementos del tren de transmisión. Particularmente, los álabes deben ser protegidos de fallas como fisuras y deformaciones, ya que son las anomalías comúnmente presentadas debido a vibraciones frontales y laterales. Además, se ha demostrado que los daños por deformación en los álabes afectan directamente la generación de energía del sistema completo. A partir de este conocimiento, para incrementar el amortiguamiento estructural de los álabes, la adición de absorbedores de vibración dinámicos (DVAs) dentro de su estructura es un área que ha estado bajo investigación durante los últimos años. Sin embargo, actualmente se han presentado casos en los que la presencia de fallas es inevitable, ya que los DVAs solo prolongan la salud estructural de los álabes, pero no anulan la fatiga estructural. Por lo tanto, el monitoreo del estado de salud de los álabes es una actividad fundamental para evitar el colapso de su estructura o de otros componentes. Dicha actividad, puede ser realizada a través del análisis de señales de vibración de la forma modal dominante de la torre, es decir, en lo alto de la torre o en la góndola. Para tal fin, algunos métodos de clasificación de fallas como las redes neuronales artificiales (ANNs) pueden ser utilizados.

Una vez que la importancia de proteger la estructura de los álabes mediante técnicas de modelado y de detección de fallas ha sido comprendida, en esta investigación se proponen cuatro análisis teóricos y experimentales sobre la protección estructural de los álabes, los cuáles no han sido reportados en la literatura. Los análisis uno y dos corresponden a la evaluación del diseño óptimos de DVAs con modelado de orden clásico y fraccionario, mientras que los últimos dos a la realización de

un experimento que incluye álabes con niveles distintos de deformación y la clasificación de fallas incluyendo un análisis ANOVA.

Este trabajo, explica una metodología para proteger y clasificar fallas en la estructura de los álabes, proponiendo dispositivos basados en amortiguamiento viscoelástico y un esquema de detección de fallas. En este Capítulo se define la investigación propuesta y su motivación, el Capítulo 2 incluye el estado del arte, el Capítulo 3 proporciona los conocimientos teóricos relacionados para abordar el problema, el Capítulo 4 incluye la metodología y resultados, donde se describen los modelos de orden clásico de un álabe de un solo grado de libertad (SDOF) incluyendo optimización paramétrica y una propuesta de dos nuevos DVAs basados en modelado de orden fraccionario. Después, el desempeño de los nuevos DVAs se evalúa a través de simulaciones en el dominio del tiempo. Por último, se define una metodología experimental para detectar fallas de fisura y deformación en los álabes de un HAWT de 400W incluyendo un esquema de clasificación de fallas basado en redes neuronales artificiales (ANNs). Finalmente, en el Capítulo 5 se proporcionan los resultados de esta investigación, conclusiones y trabajo futuro.

1.2. Descripción del problema

Los HAWTs son sistemas aeroelásticos, donde tienen lugar fuertes acoplamientos entre la aerodinámica y la dinámica estructural. Las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre la estructura de los HAWTs dependen de la velocidad del aire que pasa por la estructura. Si dichas fuerzas ocasionan que la estructura se deforme, el cambio de forma debido a la deformación elástica afectará las fuerzas aerodinámicas debido a un cambio en el ángulo de ataque. Además, existe transferencia de energía entre la estructura vibrante y el aire que la rodea. Si la energía fluye desde la estructura del HAWT hacia el aire, se genera un fenómeno de amortiguamiento que reduce la amplitud del movimiento estructural, denominado amortiguamiento aerodinámico [22]. No obstante, bajo ciertas circunstancias, es posible que la energía fluya al revés y provoque que la vibración aumente. Esto se conoce como: amortiguamiento aerodinámico negativo. Si el amortiguamiento aerodinámico negativo excede el amortiguamiento estructural, el HAWT presentará inestabilidad aeroelástica, ocasionando vibraciones de gran magnitud [22,28].

Actualmente, la industria energética ha exigido HAWTs terrestres y marinos con torre y álabes de gran tamaño [29], ocasionando que sean cada vez más flexibles, exhibiendo alta susceptibilidad a las vibraciones inducidas por cargas eólicas, sísmicas y olas marinas. La deformación de gran magnitud de la torre, ocurre debido a que su tamaño aumenta sin un aumento proporcional de la rigidez del material. Generalmente, las cargas eólicas son las que ocasionan daños con mayor frecuencia, transmitiendo vibraciones de alta magnitud desde los álabes del rotor hasta la estructura de la torre, ocasionando fisuras, deformaciones o fracturas en los álabes y daños en los componentes del tren de transmisión. Además, se ha demostrado que los daños por flexión en los álabes de aerogeneradores afectan directamente en la generación de energía [29].

Los álabes de HAWTs sufren vibraciones laterales y frontales, siendo las primeras las que poseen un factor de amortiguamiento estructural más bajo que las segundas [28,30]. Tomando en consideración lo anterior y que la resonancia ocurre cuando las frecuencias naturales del viento y de la estructura coinciden o actúan en una región cercana, el modelado, control y monitoreo de HAWTs son tópicos esenciales para asegurar un desempeño duradero de los álabes. Una forma de incrementar el amortiguamiento estructural de los álabes en la dirección lateral es mediante la adición de absorbedores de vibración dinámicos (DVAs) dentro de su estructura. Mientras que, en la dirección frontal los álabes poseen un factor de amortiguamiento más alto, haciendo que la adición de DVAs no sea tan redituable. Sin embargo, esto no significa que el álabe no pueda deformarse a medida que pasa el tiempo. Por esta razón, para atender la dirección frontal, podría ser más

beneficioso realizar un monitoreo del estado de salud de los álabes a partir del procesamiento de señales de la respuesta de la góndola mientras el HAWT está en operación.

1.3. Propuesta de solución

Para el planteamiento de la hipótesis, primero se describen las soluciones a la problemática actual, basadas en los avances del estado del arte.

1. El TMD clásico y otros dispositivos [10, 12, 13, 15, 31] han sido acoplados exitosamente en los álabes de HAWTs terrestres para controlar vibraciones dentro del plano del rotor. No obstante, existen algunos dispositivos de control pasivo que podrían superar el rendimiento del TMD y que no han sido investigados para controlar vibraciones en los álabes.
2. Debido a que existe un vacío en el uso de dispositivos viscoelásticos en los álabes de HAWTs, tomando en cuenta que su comportamiento dinámico puede ser descrito mediante derivadas fraccionarias [32] y las ventajas que el VTMD proporciona frente al TMD [3, 6, 33]. La respuesta dinámica de la forma modal dominante de los álabes de HAWTs puede ser mejorada mediante el uso de DVAs novedosos basados en una red mecánica conformada por elementos inerciales y viscoelásticos, cuyo comportamiento puede ser descrito mediante la formulación de derivada fraccionaria de Caputo-Fabrizio (CF) o Liouville-Caputo (LC).
3. Métodos de detección de daños como fisuras, flexiones dentro y fuera del plano del rotor, daños por erosión, entre otros, han sido propuestos [7, 34–36]. Mientras que en [37–39], los daños por deformación de los álabes han sido investigados. Sin embargo, esquemas de clasificación de fallas considerando grados de deformación en la dirección frontal y la combinancia de cada grado de deformación con un álabe fisurado no han sido propuestos.
4. Para detectar anomalías en señales de vibración, la adquisición de datos debe ser realizada desde la góndola de un HAWT. En esta caso, se hará uso del HAWT de 400W perteneciente al laboratorio de maestría en ciencias de la ingeniería eléctrica del ITESI. Para tal fin, se utilizarán métodos estadísticos para caracterizar tales señales, y de no ser suficiente, se propone el uso de transformadas integrales.

1.3.1 Hipótesis

Las argumentos de los párrafos de la Sección 1.3, conducen la hipótesis de este trabajo.

Hipótesis:

A partir de herramientas matemáticas basadas en cálculo fraccionario es posible prolongar la vida útil y detectar daños en los álabes de aerogeneradores de eje horizontal.

1.4. Objetivo general

Reducir y clasificar fallas en álabes de aerogeneradores utilizando métodos de procesamiento de señales y absorbedores de vibración dinámicos basados en modelado de orden fraccionario.

1.4.1. Objetivos específicos

1. Desarrollar los modelos de un álabe SDOF acoplado con un RID-TMD y otros dispositivos de amortiguamiento.
2. Proponer absorbedores de vibración dinámicos basados en modelado de orden fraccionario para minimizar la energía de vibración del álabe SDOF.
3. Realizar simulaciones en el dominio de la frecuencia y del tiempo considerando DVAs basados en modelado de orden entero y fraccionario sujetos a excitación estocástica.
4. Realizar instrumentación, caracterización de sensores y generación de fallas en los álabes para la puesta en marcha de un HAWT de 400W operando mediante un túnel de viento.
5. Utilizar técnicas de procesamiento de señales basadas en métricas estadísticas para obtener diagramas de dispersión bidimensionales.
6. Clasificar y detectar fallas de fisura y deformación mediante una ANN tipo perceptrón de dos capas considerando distintas velocidades angulares de operación.

1.5. Justificación

Con el incremento radial de los álabes de HAWTs terrestres y marinos, los daños en su estructura debido a excitaciones externas se han vuelto frecuentes. Esta investigación ha sido propuesta con la finalidad de hacer comparaciones analíticas y numéricas del modelado y diseño óptimo del amortiguador de masa sintonizado (TMD) clásico y del amortiguador de masa sintonizado de doble inercia rotacional (RID-TMD) con respecto a dos dispositivos viscoelásticos propuestos en esta investigación. Además, se plantea investigar el efecto de diferentes niveles de deformación de los álabes en la dirección frontal sobre las vibraciones frontales y laterales de la torre. La importancia del trabajo radica en dar continuidad al análisis de señales, modelado y diseño óptimo de sistemas dinámicos que aporten al control de vibraciones en estructuras generadoras de energía eléctrica para prolongar su vida útil y minimizar las fallas en sus componentes. Tomando en cuenta que la implementación de energías renovables se encuentra en continuo desarrollo y debido a las exigencias actuales en torno al desarrollo de HAWTs eficientes y de gran tamaño, es que el trabajo se justifica. Por lo tanto, este trabajo repercute directamente en la generación de conocimiento para la reducción de costos de la industria energética a través de la prolongación de la vida útil de los álabes de HAWTs terrestres. Asimismo, se pretende aportar teórica y experimentalmente al estado del arte en el control pasivo de vibraciones y en la clasificación de fallas.

1.6. Metodología

La metodología para el desarrollo de este proyecto se compone de seis fases. Donde cada fase esta relacionada con cada objetivo específico.

Fase 1. Utilizar la ecuación de Euler-Lagrange para reproducir el modelo dinámico de un álabe SDOF acoplado con TMD y el modelo dinámico de un álabe SDOF acoplado con RID-TMD para controlar vibraciones dentro del plano del rotor.

Comparar el efecto de amortiguamiento de vibraciones laterales del TMD y RID-TMD con respecto a dos dispositivos más que no hayan sido utilizados para este propósito. Para realizar estas comparaciones se proponen los siguientes análisis:

- Calcular soluciones analíticas para sintonizar los parámetros de los cuatro dispositivos mediante la técnica de los puntos invariantes extendida (EFPT).
- Mediante la definición de la norma $H2$ evaluar el rendimiento de cada dispositivo en términos de la minimización de la varianza de desplazamiento del álabe.
- Hacer comparaciones exhaustivas en el dominio de la frecuencia.

Fase 2. A partir del análisis de la fase 1, utilizar al menos dos configuraciones existentes de DVAs que no hayan sido acoplados en los álabes, cuyo modelado sea razonable para introducir el operador fraccionario de Caputo–Fabrizio en los términos de primer orden de cada modelo. Después, realizar lo siguiente.

- Optimizar los parámetros de los dos nuevos dispositivos utilizando de nuevo la definición de la norma $H2$.
- Hacer una análisis de sensibilidad paramétrica mediante la variación del orden de la derivada para evaluar las regiones en donde la varianza de la respuesta en frecuencia al cuadrado del álabe se minimiza.

Fase 3. Simular una aproximación al comportamiento de una carga aerodinámica actuando sobre la dirección lateral de la masa modal del álabe SDOF. Después, utilizar esta señal como entrada en todos los modelos de orden clásico considerados. Finalmente, utilizar la media de la señal simulada para hacer simulaciones en el dominio del tiempo y evaluar el efecto de los DVAs viscoelásticos basados en modelado de orden fraccionario propuestos.

Fase 4. Poner en marcha un aerogenerador de 400 W en el laboratorio de ciencias de la ingeniería eléctrica del Instituto Tecnológico Superior de Irapuato (ITESI). Para este propósito, se plantean las siguientes actividades.

- Elegir y caracterizar sensores y tarjetas de adquisición de datos.
- Colocar el acelerómetro seleccionado sobre la góndola del HAWT estableciendo parámetros de la velocidad del viento y de rotación en los álabes.
- Generar fallas de fisura y grados de deformación en los álabes en la dirección frontal, tomando como referencia el modelo de una viga isotrópica en voladizo sujeta a flexión pura.
- Establecer casos específicos de combinaciones entre tipos de fallas y velocidades angulares del HAWT.
- Adquirir señales de vibración y de sonido desde la superficie superior y el interior de la góndola, respectivamente, monitoreando en cada prueba la velocidad del viento y angular de los álabes.

Fase 5. Sobre la base de datos obtenida experimentalmente, utilizar métricas estadísticas y de energía de señales en el dominio del tiempo. Para tal fin, considerar sólo las vibraciones frontales y laterales de la góndola, ya que los HAWTs de gran escala definen su comportamiento dinámico global a partir de estas vibraciones en la masa modal de la torre, es decir, en la góndola.

A partir de este análisis de datos obtener diagramas de dispersión considerando todas las velocidades de operación del HAWT.

Fase 6. Mediante el uso de redes neuronales artificiales (ANNs) de dos capas, clasificar los rasgos y patrones de las señales de vibración frontal y lateral.

- Proponer tres ANNs para la clasificación de fallas puras, combinadas y el caso que conjunta ambos tipos de fallas.
- Mediante un análisis ANOVA, seleccionar las características predominantes de cada escenario de falla.
- Simplificar las ANNs para cada velocidad angular de operación del sistema.

2 Estado del arte

En este capítulo se citan las investigaciones más relevantes que contribuyeron al planteamiento de esta investigación. Asimismo, en esta recopilación de información, se mencionan los trabajos específicos que motivaron todos los análisis presentados.

2.1. Generalidades de los absorbedores de vibración dinámicos

Una alternativa para minimizar fallas en los componentes estructurales de los HAWTs, es utilizar absorbedores de vibración dinámicos (DVAs). El DVA o el amortiguador de masa sintonizado (TMD) clásico está compuesto de una masa conectada a un resorte y un amortiguador de fluido viscoso conectados en paralelo entre si como se observa en la Figura 1. Las terminales libres del resorte y amortiguador viscoso son conectadas a una masa primaria (masa del sistema controlado). Existen diversas variantes del TMD clásico que se distinguen por la adición de masas, o por cambios en la configuración de conexión de los resortes y amortiguadores del TMD, en cualquier caso, la masa primaria es el elemento que debe ser aislado de perturbaciones vibratorias, ya sean armónicas o estocásticas. [1, 41–43].

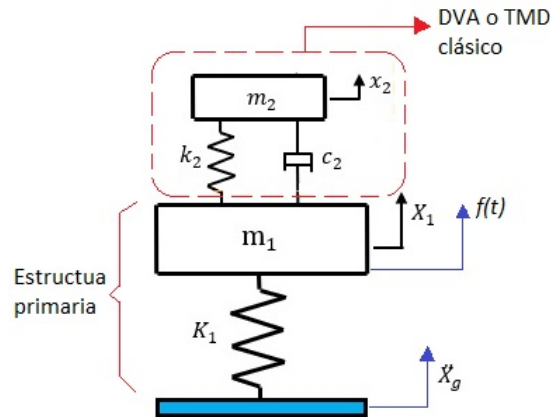


Figura 1: Amortiguador de masa sintonizado clásico conectado a una estructura primaria.

2.1.1. Control de vibración pasivo

El diseño de los parámetros de un DVA, se realiza de modo que las frecuencias naturales del sistema primario se alejen de la frecuencia de excitación, con la finalidad de disminuir la resonancia, que es una de las causas principales que ocasionan fallas y deterioro prematuro en los sistemas estructurales. Para lograr esto, los parámetros de rigidez y amortiguamiento del TMD clásico deben

ser sintonizados. En la literatura, se ha empleado la técnica de los puntos fijos (FPT) [41, 42, 44], desarrollada por Ormondroyd y Hartog [45]. La FPT se utiliza cuando la función de respuesta en frecuencia (FRF) de la masa del sistema primario consta de dos puntos resonantes. Sin embargo, cuando la FRF consta de tres picos resonantes, usualmente se emplea la técnica de los puntos fijos extendida (EFPT), desarrollada por Barredo et al. [43]. Los DVAs pueden ser empleados de forma pasiva, activa y semiactiva. En general, los sistemas de control activos y semiactivos son más robustos que los de control pasivo, pero necesitan de una fuente de energía externa y por lo general son más costosos para implementar [46]. Un sistema de control activo posee uno o más actuadores para obtener la fuerza deseada suministrada por el amortiguador, mientras que los semiactivos producen fuerzas controlables y consumen menos energía que un amortiguador activo [46]. En cambio, los sistemas de control pasivo no necesitan actuadores. Además, el rendimiento dinámico de los sistemas de control pasivo basados en DVAs puede ser mejorado cuando los parámetros del dispositivo son optimizados. Para fines prácticos, los DVAs pasivos y sus variantes han sido más utilizados que los activos y semiactivos y actualmente han mejorado su robustez mediante el uso de redes mecánicas novedosas y de amplificadores de masa (inersores) [2, 42, 47]. La información sobre el funcionamiento del dispositivo inersor puede ser encontrada en [48].

2.1.2. Diseño óptimo de DVAs

En la literatura, actualmente existen dos métodos de optimización utilizados frecuentemente como medidas de rendimiento de control, basados en la definición de la norma H_∞ y H_2 . Algunos trabajos que utilizan estas medidas de desempeño se describen a continuación.

1. Optimización basada en la norma H_∞

Normalmente, los DVAs exhiben alto rendimiento dinámico para minimizar los picos resonantes de una estructura primaria cuando su diseño está basado en la norma H_∞ [1, 2, 49]. Para lograr esto, se formula un problema de optimización paramétrica, donde la función objetivo describe la magnitud máxima de la respuesta en frecuencia de la estructura principal. Adicionalmente, la formulación publicada en [1], garantiza que la magnitud de los picos resonantes serán aproximadamente iguales. Algunas investigaciones relacionadas se describen a continuación: en [49], obtuvieron los parámetros óptimos del DVA clásico conectado a una masa primaria amortiguada, donde de forma generalizada la masa primaria puede representar la masa modal de cualquier sistema dinámico estructural. En [1], utilizaron la norma H_∞ para formular un problema de optimización no lineal y optimizar los parámetros de DVAs de doble masa conectados a sistemas primarios no amortiguados, estos DVAs de doble masa se muestran en las Figuras 2(a) y 2(b). Similarmente, en [2] utilizaron la optimización H_∞ para DVAs basados en inersores (IDVAs), los cuáles constan del reemplazando del amortiguador viscoso del DVA clásico por seis redes mecánicas basadas en inersores, cuya configuración se muestra en la Figura 2(c). En general, solo los IDVAS basados en las redes mecánicas C1 y C2 presentaron un desempeño deficiente, debido a que no cuentan con la adición de un elemento elástico, por lo que se puede aseverar que la combinación de un elemento inercial con un elemento viscoso puro no es apropiada para obtener IDVAs con un buen desempeño.

2. Diseño óptimo de DVAs sujetos a vibración estocástica

Debido a que la mayoría de los sistemas estructurales están sujetos a excitaciones aleatorias, la definición de la norma H_2 en el dominio de la frecuencia ha sido utilizada con frecuencia para optimizar los parámetros de los DVAs y sus variantes. Esto permite minimizar la energía total de vibración de la estructura principal o bien, la varianza de desplazamiento de la respuesta estructural de la masa primaria. Esta formulación ha sido empleada ya sea considerando excitación de ruido colorido o de ruido blanco Gaussiano [1, 2, 47, 50, 51]. En general, la norma

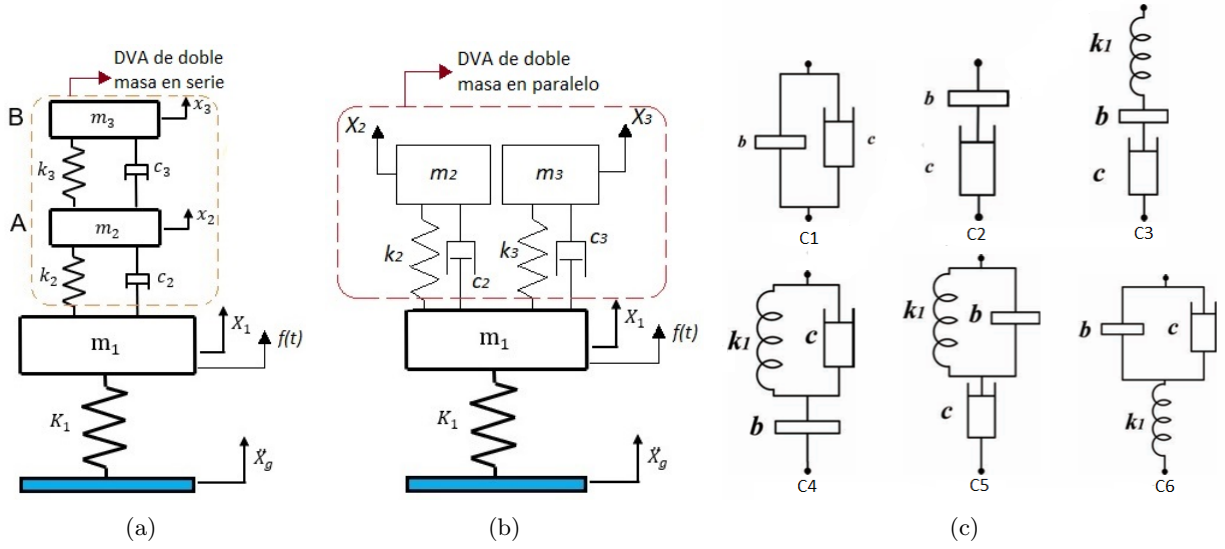


Figura 2: (a) Configuración en serie del DVA de doble masa [1]. (b) Configuración en paralelo del DVA de doble masa [1]. (c) Redes mecánicas utilizadas para reemplazar el amortiguador viscoso del TMD clásico [2].

H_2 puede ser calculada mediante la ecuación matricial $\mathbf{CLC}^T$ [52], donde $\mathbf{C}$ es definida a partir de la forma canónica controlable del sistema en lazo abierto de la estructura primaria y $\mathbf{L}$ es la matriz solución que satisface la ecuación de Liapunov. Esta formulación se explica con detalle en la Sección 3.2.1 y será utilizada para disminuir los niveles de vibración lateral de los álabes.

2.2. Derivadas fraccionarias en el modelado de sistemas vibratorios

El comportamiento de osciladores mecánicos descrito mediante derivadas de orden clásico ha sido ampliamente investigado. Sin embargo, existen algunos análisis que involucran las derivadas fraccionarias (FDs) de Riemann–Liouville (RL), Liouville–Caputo (LC) y Caputo–Fabrizio (CF) [53–58]. La definición matemática formal de estos operadores es mostrada en [59–61]. En [55], soluciones analíticas de la ecuación diferencial de orden fraccionario continuamente variable de un sistema masa-resorte-amortiguador (DSM) considerando amortiguamiento viscoelástico y viscoso-viscoelástico fueron determinadas a partir de un método recursivo sucesivo. En [56], el coeficiente de amortiguamiento de un sistema DSM fue calculado teórica y experimentalmente, considerando diferentes fluidos y utilizando la FD de Liouville–Caputo. Coronel et al. [57], evaluaron el comportamiento dinámico no local del péndulo triple bidimensional utilizando las derivadas fraccionarias de RL, LC y CF para calcular las posiciones de las tres masas del péndulo. Los resultados mostraron que pequeños cambios en el orden de la derivada modifican significativamente la capacidad de amortiguamiento del sistema. Vaz et al. [58] calcularon soluciones analíticas para el oscilador tipo Voigt en términos de funciones Mittag–Leffler bivaluadas. Para tal fin, utilizaron el operador de LC solamente en el término de fuerza de amortiguamiento. La información sobre las funciones Mittag–Leffler se encuentra en [62].

2.2.1. Modelado Dinámico de DVAs de orden fraccionario

La inclusión de FDs en el modelo del amortiguador viscoso de un TMD corresponde al comportamiento dinámico de un TMD viscoelástico (VTMD). El VTMD consiste del reemplazo del amortiguador viscoso del TMD clásico por un amortiguador de material viscoelástico, como se ob-

serva en la Figura 3(a). El modelo de un amortiguador viscoelástico consiste de una red mecánica conformada por resortes y amortiguadores viscosos [6,63,64]. Los modelos de Maxwell y Kelvin son los más conocidos para describir el comportamiento de materiales viscoelásticos [64]. En la literatura, investigaciones sobre DVAs acoplados en HAWTs involucrando FDs no han sido reportadas aún, tampoco se ha incluido el uso del VTMD en este tipo de sistemas. Sin embargo, investigaciones sobre el rendimiento de control de DVAs acoplados en estructuras SDOF involucrando FDs, si han sido reportadas [3–5, 33, 65–68].

Rudinger et al. [65], evaluaron el comportamiento de un VTMD conectado a una masa primaria sujeta a ruido blanco Gaussiano considerando ordenes de derivada de 0.25, 0.5, 0.75, y 1. Los resultados demostraron que el VTMD podría ser menos costoso que el TMD debido a la diversidad de materiales viscoelásticos que podrían satisfacer un modelo de orden fraccionario. Barone et al. [66] utilizaron el operador de LC para describir un amortiguador de masa sintonizado fraccionario (FTMD), que consiste de una masa conectada a un material viscoelástico como se observa en la Figura 3(b). Introdujeron el concepto de frecuencia fraccionaria amortiguada y un valor crítico del orden de derivada, concluyendo que valores más grandes o más pequeños que 0.441 corresponden a un comportamiento dominante viscoso o elástico, respectivamente. En [4], los autores utilizaron el FTMD en un sistema SDOF sujeto a ruido blanco Gaussiano considerando la ley constitutiva fraccionaria inherente para cojinetes viscoelásticos basada en la FD de Liouville–Caputo. Los resultados demostraron que el FTMD tiene baja sensibilidad para variaciones ligeras de la frecuencia de sintonización, convirtiendolo en un dispositivo viable ante la incertidumbre de los parámetros de la estructura primaria.

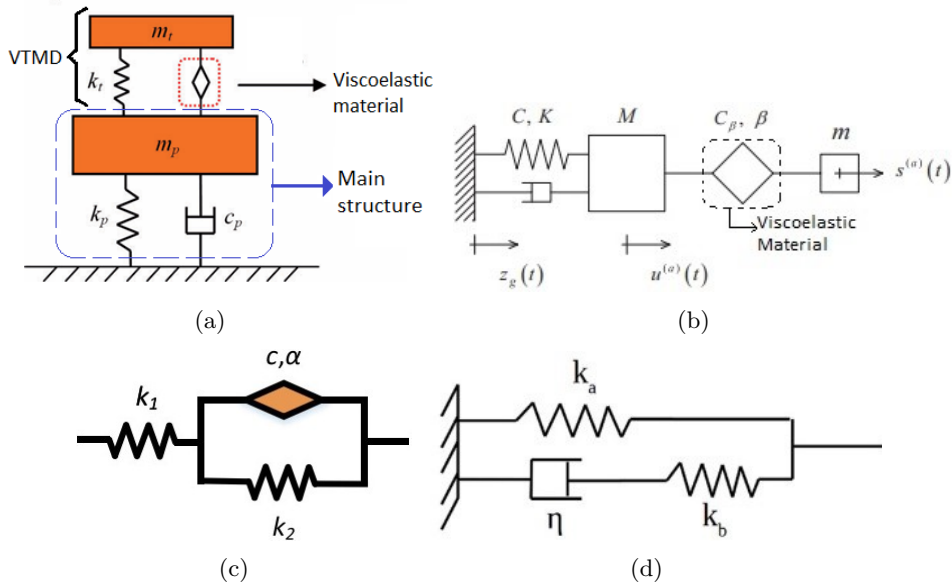


Figura 3: (a) Configuración del VTMD conectado a una estructura primaria [3]. (b) Sistema estructural SDOF con FTMD [4]. (c) Modelo sólido lineal estándar fraccionario [5]. (d) Modelo viscoelástico lineal estándar [6].

Dai et al. [3], evaluaron la contribución de un material viscoelástico basado en el modelo de Kelvin fraccionario equivalente sobre el rendimiento de un VTMD. Para este fin, los autores consideraron los efectos de dependencia de la frecuencia del material viscoelástico y concluyeron que el VTMD proporciona mayor desempeño que el TMD para relaciones de masa pequeñas. Dai et al. [5], evaluaron el efecto de la rigidez dependiente de la frecuencia del VTMD con una gran relación de masa sobre la dinámica de un sistema SDOF sujeto a excitación de ruido blanco Gaussiano. La fuerza de amortiguamiento viscoelástico fue descrita con el modelo sólido lineal estándar fraccionario que se muestra en la Figura 3(c), destacando que el grado de dependencia de la frecuencia

depende del tipo de material y del modo de vibración controlado. Muresan et al. [33], compararon un VTMD activo con un controlador de orden fraccionario con respecto a el TMD y el VTMD pasivo en una estructura SDOF sujeta a aceleración sísmica. Los resultados demostraron que el VTMD activo proporciona mayor rendimiento dinámico en términos de la mitigación de las amplitudes de la respuesta estructural. En [68], un modelo que describe el desplazamiento de la superficie del líquido de un amortiguador columna líquido sintonizado (TLCD), cuya configuración será mostrada más adelante, fue sujeto a excitación de aceleración para validarlo mediante la FD de Liouville–Caputo. A través de una comparación con datos experimentales, una descripción de alta precisión del comportamiento del líquido con respecto a la formulación de orden entero fue encontrada.

En [6,69], los autores no utilizaron FDs, pero investigaron el comportamiento del VTMD. En [6], los autores desarrollaron la FPT para un VTMD basado en la red mecánica viscoelástica del modelo lineal estándar conectado a una estructura SDOF. Desmostrando una reducción de las amplitudes de vibración y la aparición de un tercer punto invariante en la FRF de la estructura primaria con respecto al uso del TMD clásico. La Figura 3(d) muestra la red mecánica del modelo lineal estándar. En [69], una modificación de la FPT para sintonizar los parámetros dependientes de la frecuencia del VTMD fue propuesta para mitigar vibraciones infrasonicas de baja frecuencia. Los autores compararon el VTMD sin resorte elástico lineal, encontrando que el VTMD convencional se desempeña mejor que el VTMD sin resorte elástico lineal.

A lo largo de esta investigación, algunas consideraciones de modelado del VTMD con derivadas fraccionarias serán tomadas en cuenta para proponer DVAs que mitiguen eficientemente las vibraciones de los álabes dentro del plano del rotor.

2.3. Aerogeneradores de eje horizontal

El proceso de transformación de energía a partir de los HAWTs consta de dos fases: primero la conversión de energía eólica a energía mecánica y después la conversión de energía mecánica a energía eléctrica. Los HAWTs se componen de tres estructuras principales; torre, álabes y góndola, como se observa en la Figura 4(a). Adicionalmente, dentro de la góndola se encuentra un sistema electromecánico de generación de energía eléctrica llamado tren de transmisión, el cuál se muestra en las partes 2-5 de la Figura 4(a) y en la Figura 4(b). Actualmente, hay HAWTs terrestres y marinos, un aerogenerador marino (OWT) tiene mayor capacidad de obtención de energía que uno terrestre, debido a que las cargas eólicas en ambientes marinos son más uniformes y de mayor velocidad, dicha capacidad de captación de energía aumenta conforme la distancia del OWT con respecto a la costa incrementa [70]. El tamaño de los componentes de OWTs no esta limitado, pero el uso de estas estructuras incrementa el costo de diseño y construcción, debido a la adición de una subestructura de soporte cimentada o flotante [71]. En [72] tratan distintos tipos de subestructuras que soportan OWTs, mostrando que las tendencias están dirigidas hacia el uso de subestructuras tipo jacket y monopiloto, mismas que se ven expuestas a fenómenos vibratorios de mayor intensidad en comparación con un HAWT terrestre, debido a la actividad de olas marinas [51,73].

Esta investigación presenta algunas contribuciones teóricas y experimentales sobre la minimización y detección de daños en la estructura de los álabes. Por lo tanto, las investigaciones recopiladas a continuación se enfocan en el análisis de DVAs y las técnicas de procesamiento de señales empleadas sobre estas estructuras.

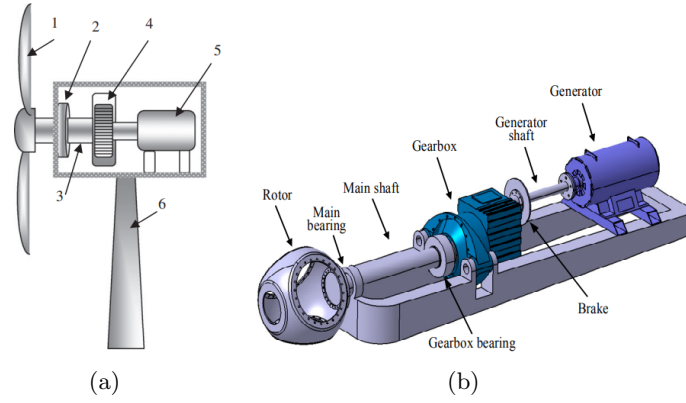


Figura 4: (a) Componentes esenciales de un HAWTs: 1 álabes, 2 cojinetes, 3 ejes, 4 caja de engranes, 5 generador, 6 torre [7]. (b) Tren de transmisión de un HAWT [8].

2.4. Modelado dinámico estructural de los álabes de HAWTs

Muchas investigaciones teóricas y experimentales sobre modelado y control de vibración de los álabes mediante DVAs, han utilizado como referencia el modelo del HAWT de 5 MW de NREL [15, 74, 75] y del software "Fatiga, Aerodinámica, Estructura y Turbulencia (FAST)", que fue desarrollado en el Laboratorio de Energías Renovables Nacional (NREL) para simular el rendimiento dinámico, analizar las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre los componentes estructurales y la fatiga de HAWTs modernos [74, 76]. El modelo dinámico estructural de un HAWT terrestre es desarrollado analíticamente en [9] a través de la ecuación de Euler-Lagrange para sistemas no conservativos. Para obtenerlo, los álabes del rotor son idealizados como una viga tipo Euler-Bernoulli, que considera 2-DOF en la masa modal de cada álabes, un modo de vibración fuera y otro dentro del plano del rotor. Además, considera 5-DOF en lo alto de la torre: 2 desplazamientos traslacionales (vibración frontal y lateral) y 3 rotacionales con respecto a cada eje del marco de referencia global que se observa en la Figura 5(a). Adicionalmente, se consideran 2-DOF rotacionales, en el eje del rotor y del generador. De este modo, la estructura global del HAWT terrestre está conformada por 13-DOF. Las Figuras 5(a) y 5(b) muestran las coordenadas generalizadas de los componentes estructurales y del tren de transmisión respectivamente, que pueden ser vistas con detalle en [9].

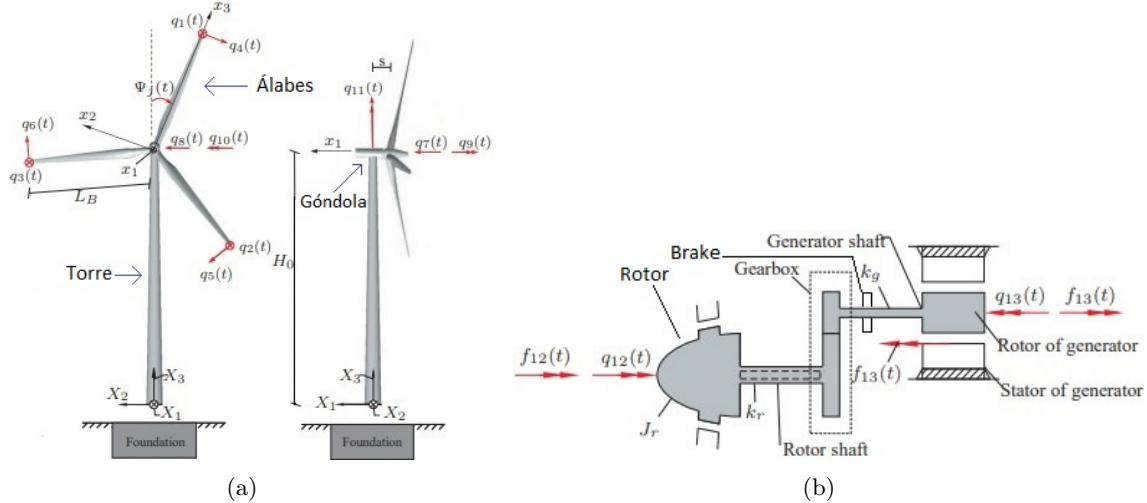


Figura 5: HAWT aeroelástico de 13-DOF. (a) Definición del sistema de coordenadas global (fijo) y local (dinámico). (b) Coordenadas generalizadas del tren de transmisión flexible con un número impar de etapas en la caja de engranes [9].

2.4.1 Modelado y control de los álabes

La estructura de la torre y álabes de HAWTs presentan vibraciones dentro y fuera del plano del rotor. En la Figura 5(a), q_7 y q_8 son los desplazamientos frontal y lateral de la masa modal de la torre a la altura de la góndola [9]. Mientras que las coordenadas q_i y q_{2i} para $i = 1, 2, 3$, son los desplazamientos de la masa modal de los álabes, en la dirección frontal y lateral, respectivamente. Aunque esta investigación tiene como objetivo proponer métodos pasivos de control de vibración de los álabes mediante cálculo fraccionario, así como investigar casos de falla no reportados en la literatura, se realizó una revisión sobre DVAs acoplados en los álabes, torre o góndola, con la finalidad de contextualizar mejor las oportunidades de aportación de esta investigación.

La Tabla 1 muestra el resumen de los DVAs que han sido utilizados en los componentes de HAWTs, sin considerar las distinciones específicas de los trabajos encontrados, tales como; objetivo de control (vibraciones laterales o frontales), acoplamiento en HAWT terrestre o marino, cargas de excitación y forma de operación del DVA (pasiva, activa o semiactiva).

Tabla 1: Dispositivos de control de vibración utilizados en componentes de HAWTs.

Dispositivo	Instalación	Casos reportados
TMD	Torre/góndola	[77–86]
	Álabes	[12, 17, 87]
TMDI	Torre/góndola	[50, 88, 89]
	Álabes	[14]
IDVAs	Torre/góndola	[75, 90]
	Álabes	–
RID - TMD	Torre/góndola	[51]
	Álabes	[15]
PTMD	Torre/góndola	[91]
	Álabes	–
3D-PTMD	Torre/góndola	[92–94]
	Álabes	–
TLD	Torre/góndola	[95]
	Álabes	[31]
TLCD	Torre/góndola	[73, 96, 97]
	Álabes	[13]
Amortiguador de rodillo	Torre/góndola	–
	Álabes	[10]
CLCD	Torre/góndola	–
	Álabes	[11]

Por otro lado, las Figuras 6(a)-6(j) muestran las configuraciones de los dispositivos descritos en la Tabla 1. En las Figuras 6(a)-6(j), se puede observar que la mayoría de los dispositivos utilizados son variaciones del TMD clásico y están basados en movimientos traslacionales, excluyendo los dispositivos tipo péndulo, los cuáles han demostrado ser más robustos que el TMD cuando los HAWTs están sujetos a cargas bidireccionales.

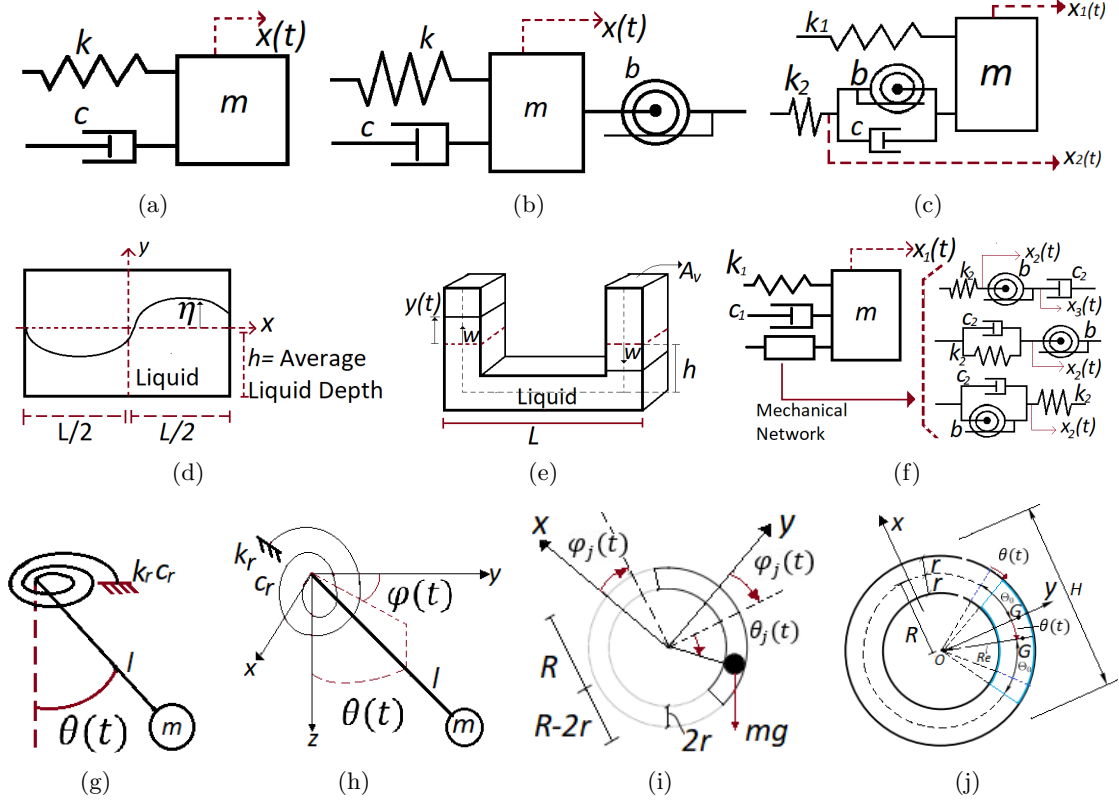


Figura 6: Configuraciones de absorbedores de vibración dinámicos. (a) TMD, (b) TMDI, (c) RID-TMD, (d) TLD, (e) TLCD, (f) IDVAs, (g) PTMD, (h) 3D-PTMD, (i) Amortiguador de rodillo (Figura editada de [10]), y (j) CLCD (Figura editada de [11]).

2.4.2. Dispositivos de amortiguamiento dentro de la estructura de los álabes

Debido a las demandas energéticas, actualmente, los álabes exhiben una gran longitud [12, 29], convirtiéndose en estructuras altamente flexibles cuando están sujetas a excitaciones de viento con altos niveles de turbulencia, siendo más propensos a daños por fatiga. Por lo tanto, el uso de DVAs en los álabes de HAWTs se ha convertido en un tema de investigación relevante, ya que de este modo es posible incrementar el factor de amortiguamiento estructural modal de los álabes, ya sea en la dirección frontal o lateral. En la literatura, este problema ha sido abordado considerando los álabes como una viga en voladizo y controlando típicamente los niveles de vibración de la forma modal dominante del álabes, facilitando la optimización o sintonización de los parámetros del dispositivo utilizado.

En general, las vibraciones fuera del plano del rotor (vibraciones frontales) exhibidas por los álabes tienen un factor de amortiguamiento más alto que las vibraciones dentro del plano del rotor (vibraciones laterales) [98]. Por tal razón, existen más investigaciones focalizadas en mitigar vibraciones dentro del plano del rotor. En diversos trabajos [10–16, 31, 99], el control de vibración pasivo de vibraciones laterales ha sido abordado mediante los siguientes dispositivos: Amortiguador de rodillo, TLCD, TLD, amortiguador de columna líquida circular (CLCD), TMD, TMDI, RID-TMD y el TMDI no lineal bidimensional (2d-NTMDI). Zhang & Nielsen [99] compararon el rendimiento dinámico de un amortiguador de rodillo contra el TLCD, concluyendo que el amortiguador de rodillo es más efectivo, al lograr una reducción en la minimización de la desviación estandar del desplazamiento del álabes del 36.57 % contra una reducción del 25.63 % al acoplar el TLCD. Zhang et al. [31], modelaron el comportamiento dinámico de un TLD rectangular utilizando un sistema de coordenadas similar al que se muestra en la Figura 7(a). Obtuvieron un sistema de ecuaciones

diferenciales con coeficientes dependientes del tiempo y encontraron que el TLD con un diseño óptimo puede amortiguar eficientemente las vibraciones laterales del modo fundamental del álabes. Por otro lado, el CLCD, una variante análoga al TLCD, mostrado en la Figura 6(j), fue utilizado para control de vibraciones laterales en los álabes [11]. Para tal fin, sus parámetros fueron optimizados utilizando un modelo matemático no lineal de 2-DOF que considera al CLCD y a un álabes SDOF. Los parámetros óptimos del dispositivo fueron validados utilizando un modelo aeroelástico de 13-DOF, como se muestra en las Figuras 5(a) y 5(b). Realizaron simulaciones en un HAWT de 5 MW utilizando como referencia los datos del HAWT de 5 MW de NREL, encontrando robustes con relaciones de masa pequeñas en la velocidad nominal del rotor, pero una disminución en su rendimiento a medida que la velocidad angular disminuye.

Zhang [12] desarrolló un modelo matemático lineal de 2-DOF definido en la ecuación (1) basado en los marcos de referencia global y local mostrados en la Figura 7(a). El modelo involucra los parámetros del álabes, tales como: amortiguamiento c_0 , rigidez k_0 , masa modal m_0 , velocidad angular Ω , la forma modal a y los parámetros del TMD mostrados en la Figura 7(a). Varios estudios sobre control de vibración de la forma modal dominante de los álabes han sido realizados a partir de modelos simplificados de 2-DOF, similares al de la ecuación (1).

$$\begin{cases} (m_0 + a^2 m_d) \ddot{q} + a m_d \ddot{u} + c_0 \dot{q} + (k_0 - m_0 \Omega^2 - m_d \Omega^2 a^2) q - a m_d \Omega^2 u = f_0(t) + a m_d g \sin \theta, \\ a m_d \ddot{q} + m_d \ddot{u} + c_d \dot{u} - a m_d \Omega^2 q + (k_d - m_d \Omega^2) u = m_d g \sin \theta. \end{cases} \quad (1)$$

Zhang [12], utilizó la FPT [45] y la teoría de Krenk [44] para sintonizar los parámetros del TMD con la frecuencia resonante de un álabes SDOF, encontrando soluciones en forma cerrada tanto para la relación de frecuencias como para la del amortiguamiento del TMD. Estas soluciones fueron evaluadas tomando los parámetros del álabes del HAWT de 5-MW de NREL. La Figura 7(a) muestra el marco de referencia inercial global y local utilizado para obtener las ecuaciones dinámicas del sistema álabes-TMD, mismo que también es utilizado en [14,15]. Por otro lado, el uso del TMDI con respecto al del TMD clásico no presenta una mejora en la respuesta estructural de los álabes. No obstante, si presenta una mejora del 55 % en la reducción de la carrera del amortiguador, lo cuál es benéfico si se considera el espacio reducido que hay dentro de los álabes [14]. Ocurre lo contrario con el RID-TMD, es decir que, este dispositivo mejora la respuesta estructural de los álabes, sujeto a un aumento pequeño en la carrera del amortiguador con respecto al TMD convencional [15]. Jahangiri et al. [16] propuso un nuevo dispositivo conocido como el 2d-NTMDI para mitigar vibraciones de los álabes dentro y fuera del plano del rotor simultáneamente. La configuración del 2d-NTMDI se muestra en la Figura 7(b). Los autores desarrollaron un modelo dinámico no lineal de cuatro ecuaciones, utilizaron la teoría del momento del elemento del álabes (BEM) para calcular las cargas aerodinámicas, y optimizaron los parámetros del dispositivo mediante el algoritmo de optimización de enjambre de partículas (PSO) para minimizar la respuesta RMS del álabes, encontrando que con una relación de masa de 6 %, el 2d-NTMDI puede mitigar el pico espectral del álabes en un 62.2 % y 19.2 % en la dirección lateral y frontal, respectivamente.

Por otro lado, Arrigan et al. [17] utilizaron un TMD semiactivo (STMD) para controlar vibraciones fuera del plano del rotor, considerando parámetros variantes en la velocidad rotacional de los álabes y la rigidez de los álabes y góndola, estudiaron la variación de la frecuencia natural de los álabes y emplearon un algoritmo de seguimiento de frecuencias basado en la STFT, el cuál fue utilizado para sintonizar continuamente el STMD con las frecuencias dominantes del sistema. En esa investigación, se destacó la viabilidad de utilizar el STMD sujeto a cargas estacionarias y no estacionarias. La Figura 7(c) muestra el marco de referencia utilizado en [17].

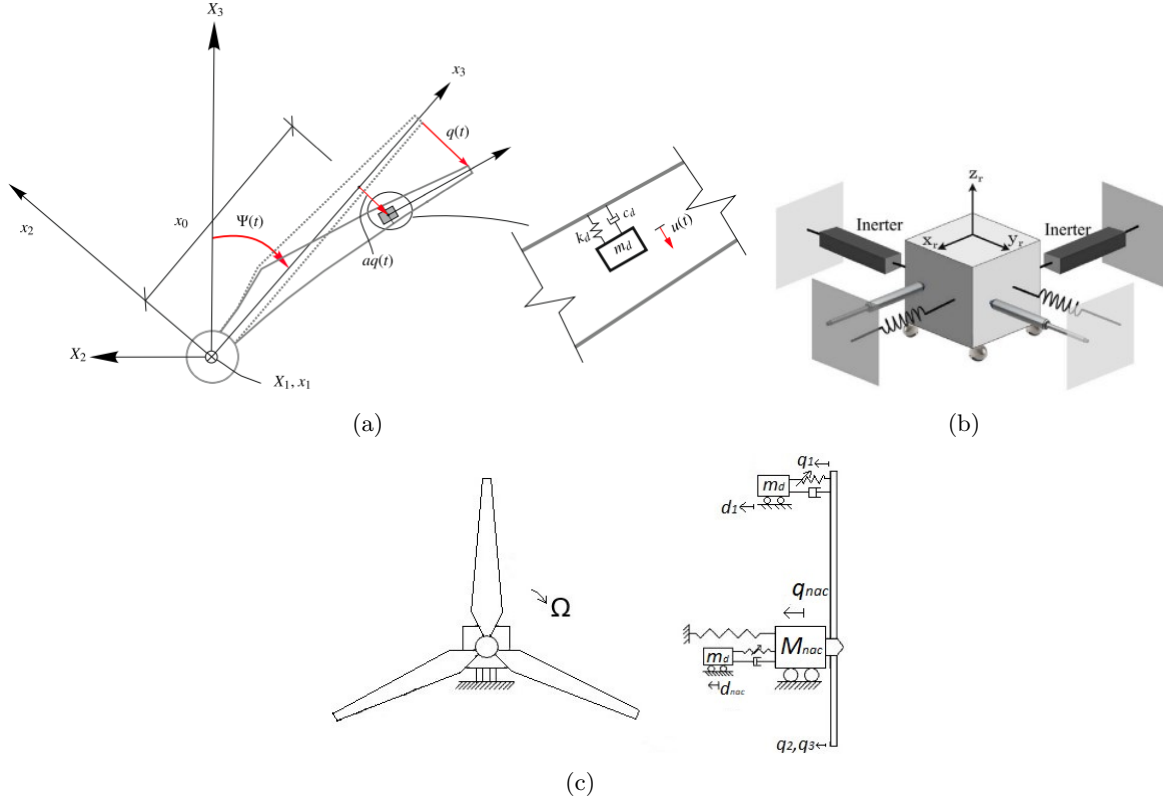


Figura 7: (a) Sistema de coordenadas, geometría y DOF del sistema álabes-TMD [12]. Este marco de referencia es utilizado en [10, 11, 13–15]. (b) Modelo del 2d-NTMDI [16]. (b) Modelo dinámico del sistema STMD-álabes para controlar vibraciones frontales [17].

2.5. Fallas en los componentes de HAWTs

Como se argumentó en las Secciones anteriores, las vibraciones en los álabes o torre, ya sea que ocurran dentro o fuera del plano del rotor, eventualmente generan fallas, ya sea en la torre, álabes o el tren de transmisión. Las últimas reciben el nombre de fallas mecánicas, que pueden ser generadas en los engranes, cojinetes o ejes. Mientras tanto, las primeras dos, son conocidas como fallas estructurales, que son las que se consideran en esta investigación. Sin embargo, para tener un contexto general de las anomalías que un HAWT puede sufrir, en esta Sección se reúnen algunos casos de fallas mecánicas. Aunque las fallas mecánicas se presentan con menos frecuencia que las fallas eléctricas, una falla mecánica es un problema de consideración mayor, puesto que el tiempo de mantenimiento correctivo requiere detener el funcionamiento de la máquina por un largo tiempo [20], ocasionando la interrupción del abastecimiento de energía.

Para monitorear el estado de salud de los componentes de HAWTs se emplean métodos de monitoreo de condiciones, seleccionados acorde con las necesidades de los parques eólicos. Marquez et al. [100], revisaron métodos de monitoreo de condiciones comúnmente utilizados en aerogeneradores, tales como: análisis de vibración, emisiones acústicas, técnicas ultrasónicas, medición de tensión, entre otras, destacando que el análisis de señales de vibración ha sido utilizado con mayor frecuencia, principalmente en la caja de engranes. Mientras tanto, en [101], los autores reunieron métodos de monitoreo de condiciones, incluyendo el método basado en vibración, para lo cual normalmente se utilizan transformadas integrales y/o métodos estadísticos. La Figura 8, muestra un diagrama de flujo del proceso elemental para clasificar fallas partiendo del análisis y procesamiento digital de señales de vibración.

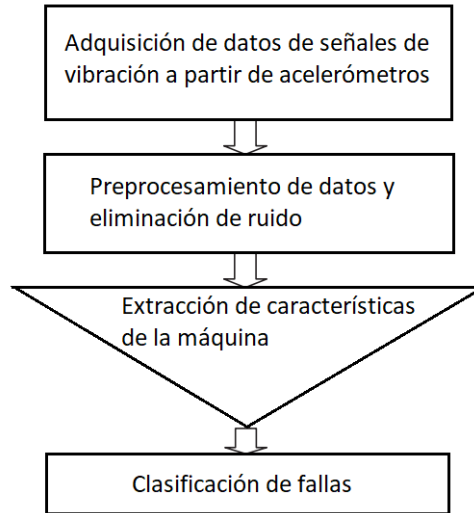


Figura 8: Proceso de análisis de vibración. Figura editada de [18].

2.5.1. Fallas mecánicas

Las fallas mecánicas normalmente ocurren en los componentes del tren de transmisión, este sistema es una de las partes más susceptibles a sufrir fallas, debido a las cargas variables transmitidas desde los álabes, que cambian según las condiciones del viento y de las condiciones climáticas [18]. Los componentes del tren de transmisión que comúnmente presentan fallas son: los engranes, rodamientos y generadores [102]. La detección de fallas en estos elementos es importante puesto que puede prevenir que las vibraciones de estos componentes continúen amplificándose, previniendo una avería o un colapso de todo el sistema. Para este propósito, se han utilizado métodos de procesamiento de señales de vibración basados en transformadas integrales de orden entero como se muestra en las referencias [19, 21, 103–105].

Barszcz et al. [106], emplearon un método basado en Kurtosis espectral para la detección de grietas en un diente del engrane planetario de un HAWT. Para este propósito, utilizaron datos de señales de vibración de un caso real de falla, encontrando que su método identifica la existencia de la grieta varias semanas antes de ocurrir la falla en el engrane. Feng et al. [103], abordaron el caso de detección de desgaste en el contorno de engranes planetarios sujetos a cargas no estacionarias utilizando una técnica basada en la transformada Synchrosqueezin (SST) denominada como "SST iterativa generalizada". Validaron su método utilizando simulaciones numéricas y análisis experimental adquiriendo datos de vibración desde los engranes planetarios, encontrando consistencia entre el análisis numérico y experimental, además, destacaron la robustez de la técnica para el análisis de señales no estacionarias con componentes múltiples y frecuencias variables en el tiempo. Antoniadou et al. [104], realizaron un monitoreo de la caja de engranes de un HAWT real sujeto a cargas variables. Evaluaron simulaciones y datos experimentales del sistema utilizando la técnica de descomposición empírica de modos (EMD) y después la transformada Hilbert (HT) como un método de demodulación de los componentes de la señal. Teng et al. [19], detectaron fallas débiles en los cojinetes de la caja de cambios, midiendo señales de vibración colocando varios sensores sobre la superficie de los componentes del tren de transmisión de un HAWT como se muestra en la Figura 9(a). Después, para descomponer y demodular las señales, utilizaron la transformada Wavelet (WT) compleja, tomando en cuenta que permite descomponer las señales en diferentes escalas y obtener un espectrograma envolvente multiescala. Los resultados destacaron que el método detecta eficientemente las fallas de grieta en el interior del cojinete trasero y de holgura entre el eje de alta velocidad y el interior del cojinete. Por otro lado, con la finalidad de detectar fallas en los cojinetes de la caja de engranes. Kramti et al. [20], utilizaron la transformada rápida de Fourier (FFT) para

procesar señales de vibración adquiridas de la caja de engranes en las direcciones axial, vertical y horizontal de un HAWT "Gamesa AE61 1.320 Kw" supervisado por "the Tunisian electricity and gas company (STEG)", como se observa en la Figura 9(b). En esta investigación, los autores encontraron una precisión aceptable en la determinación y localización de las fallas.

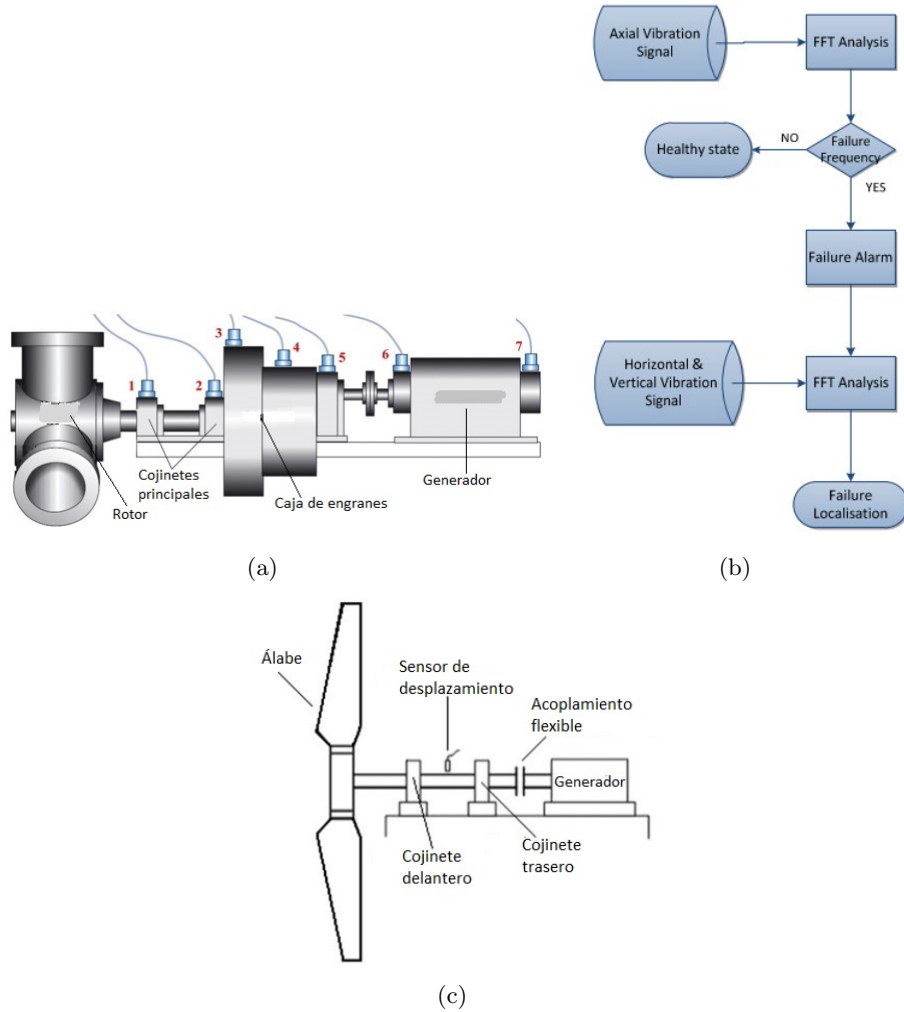


Figura 9: (a) Esquema editado del tren de transmisión utilizado en [19]. (b) Diagrama del método de diagnóstico de fallas utilizado en [20]. (c) Figura editada de la representación del HAWT de accionamiento directo utilizado en [21].

Chen et al. [105], utilizaron la técnica de la transformada Wavelet empírica (EWT) para detectar fallas mecánicas en el cojinete del generador. Para tal fin, realizaron dos casos experimentales que derivan del montaje del cojinete con falla en el generador. Los autores destacaron que la EWT es robusta para detectar los componentes principales de una señal estacionaria y de una no estacionaria. Yang et al. [107], utilizaron una técnica basada en la WT para monitorear y diagnosticar fallas mecánicas y eléctricas, utilizando un banco de pruebas de velocidad variable con un generador síncrono de imán permanente. Mediante el análisis de señales de potencia del generador, los autores validaron su técnica a partir del diagnóstico de desbalance en el rotor de un aerogenerador, demostrando la viabilidad de la WT continua. Ibrahim & Watson [108], utilizaron la FFT y la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) para detectar anomalías de excentricidad en el rotor. Para este propósito, utilizaron técnicas de procesamiento en señales de corriente del estator del generador. La robustez de la STFT fue destacada ante los escenarios de falla considerados. Asimismo, la robustez de utilizar la STFT frente a la FFT fue también demostrada. An et al. [21], utilizaron la descomposición de modos empírica ensamblada (EEMD) y la HT para detectar fallas

en el soporte de los cojinetes frontal y trasero conectados en el eje de transmisión como se observa en la Figura 9(c). Los autores generaron estos escenarios aflojando los elementos de sujeción de dicho soporte, después, adquirieron señales de vibración en la dirección frontal y vertical considerando dos velocidades angulares de operación. Finalmente, encontraron que las características de falla en el soporte frontal varían significativamente en comparación con las del soporte trasero, a pesar de proporcionarles la misma holgura de aflojamiento.

2.6. Fallas estructurales en los álabes

De acuerdo con [9], los álabes exhiben vibraciones dentro y fuera del plano del rotor, correspondientes a las direcciones lateral y frontal, respectivamente. Las vibraciones dentro del plano del rotor tienen un amortiguamiento estructural extremadamente bajo, lo que propicia que la estructura presente inestabilidad aeroelástica, debido al efecto predominante del factor de amortiguamiento aerodinámico negativo. Mientras tanto, aunque las vibraciones fuera del plano del rotor son generalmente menos dañinas, la fatiga estructural en la dirección frontal es inevitable a medida que pasa el tiempo, provocando pequeñas deformaciones en la estructura del álabe. En general, las vibraciones en la dirección lateral y frontal, alteran las fuerzas aerodinámicas sobre la estructura de los álabes y causan deflexiones, mismas que afectan la producción de energía [29]. Este problema se acentúa cada vez más con el diseño de álabes de gran longitud exigido por la industria energética global. La Figura 10 muestra los tipos de deformación que se presentan en los álabes, siendo la deformación frontal y lateral las que se atienden en esta investigación.

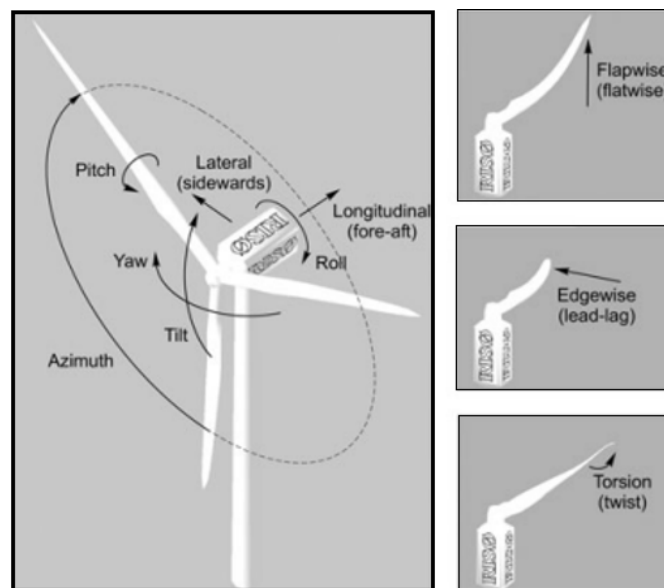


Figura 10: Tipos de deformaciones en los álabes y torre de HAWTs [22]

Debido a la importancia de monitorear el rendimiento de HAWTs operando en su velocidad nominal en estado sano o sujeto a fallas, varias investigaciones han sido realizadas. Chou & Tu et al. [23] investigaron el colapso de un HAWT en una costa Taiwanesa en 2008, el cuál es mostrado en la Figura 11. Este colapso fue causado por la fractura de la torre debido a la presencia de una tormenta marina. Adicionalmente, los autores revisaron casos de falla similares de otros países y sus causas. En la literatura, otras investigaciones sobre colapsos de componentes de HAWTs pueden ser encontrados en [109–112]. Por otro lado, los daños más comunes en los álabes son: fisuras [7], flexiones dentro y fuera del plano del rotor [34], daños por erosión [35, 36], entre otros. Análisis de fallas causados por deformación en los álabes han sido atendidos en [37–39]. Yang et al. [38],

emplearon una técnica videométrica para medir la deformación del álabes de un HAWT en las direcciones frontal y lateral. Por otro lado, motivados por el trabajo desarrollado en [113], donde un álabes fue sujeto a una carga estática, en [39] los autores investigaron el proceso de colapso estructural de un álabes de 52.3 m en una prueba de flexión en la dirección frontal. Por lo anterior, se afirma que el monitoreo del estado estructural de los álabes es vital para prevenir daños de gran magnitud en toda la estructura.

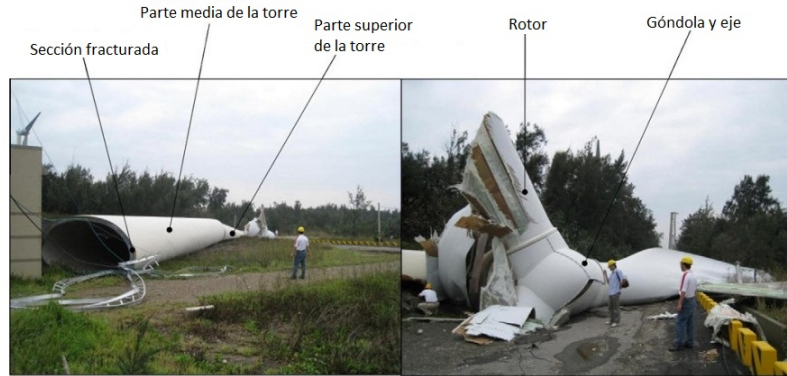


Figura 11: Ejemplo de un colapso global de un HAWT causado por la fractura de la torre [23].

Para prevenir el colapso de los álabes, una detección temprana de anomalías de deformación o fisura es necesaria. Para tal fin, una gran cantidad de técnicas de procesamiento de señales en el dominio de la frecuencia y del tiempo han sido propuestas. Debido al cambio significativo en el contenido frecuencial de las vibraciones de los álabes, el monitoreo de estas estructuras puede ser realizado a través de señales de vibración [114, 115]. Du et al. [115], realizaron una revisión de las técnicas de detección de daños en los álabes, donde se encuentran las características de señales de vibración que normalmente son extraídas como indicadores de falla. Tales como: respuesta en frecuencia, amplitud, forma modal, energía de deformación, kurtosis espectral, entre otras, siendo uno de los indicadores más importantes la kurtosis espectral.

Tsai et al. [116], emplearon un método denominado como: "producto de ancho de banda temporal generalizado basado en la STFT", que está basado en el uso de la función Gaussiana como función ventana en la formulación de la STFT. Tal método fue utilizado en tres casos específicos de monitoreo de los álabes, encontrando que a través del uso de dicha transformación matemática es posible distinguir entre la estructura de un álabes con falla de una en estado sano. Fitzgerald et al. [117], realizaron un estudio teórico de la respuesta estructural de los álabes y góndola sujetos a una carga eólica detectando las frecuencias dominantes de estos componentes utilizando la STFT. Tsai et al. [118], utilizaron la WT continua para detectar fallas en los álabes, realizaron varias pruebas colocando sensores de adquisición de señales en diferentes localizaciones y comparando las señales en estado sano con las señales con falla. Ulriksen et al. [34], realizaron un estudio experimental obteniendo formas modales de un álabes de 34 metros de longitud y utilizando la WT sobre las señales medidas para la detección de daños. En [7], emplearon la técnica recursiva conocida como descomposición empírica de modos (EMD) y después una técnica más reciente denominada: nivel de intensidad de la característica descompuesto empíricamente (EDFIL), con la finalidad de detectar la presencia de grietas en los álabes. Los autores midieron las señales de vibración desde la góndola mediante un acelerómetro y caracterizaron las señales obtenidas considerando primero; los tres álabes en estado sano, y después ocasionando cuatro tipos de grietas diferentes en tamaño y profundidad en uno de los álabes. La Figura 12 muestra el esquema de monitoreo considerado en [7]. Ghoshal et al. [114], detectaron daños en los álabes usando la respuesta de vibración de un álabes de 8 ft de longitud excitado mediante parches actuadores piezocerámicos. Utilizaron cuatro métodos: función de transmitancia, forma de deflexión operacional, comparación resonante y pruebas de propagación de ondas, los autores destacaron la viabilidad de utilizar sensores de parches

piezocerámicos para medir la respuesta de vibración de los álabes.

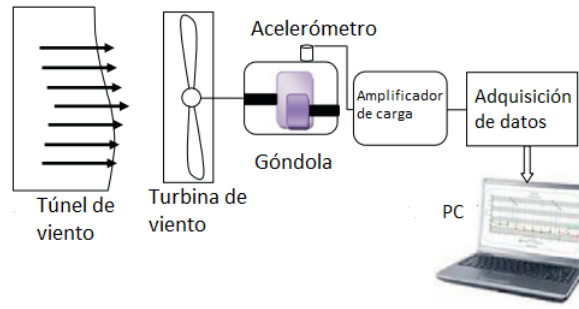


Figura 12: Esquema de un sistema de monitoreo de condiciones de los álabes de un HAWT [7].

De acuerdo con la revisión hay varios estudios que consideran el uso de transformadas integrales para discriminar el estado de los álabes o de algún componente del tren de transmisión. La Tabla 2 muestra un resumen de estos estudios, considerando también aquellos que han utilizado la EMD para detectar fallas en los componentes de HAWTs.

Tabla 2: EMD y transformadas integrales de orden clásico y fraccionario empleadas en el procesamiento de señales para detectar fallas mecánicas y estructurales en los componentes de HAWTs.

Método de procesamiento	HAWTs		Otros componentes rotatorios
	Tren de transmisión	Álabes	
FFT	[20, 119]		
EMD, BEMD & EEMD	[21, 104]	[7]	[120]
HT & HHT	[21, 104]		[121]
STFT	[119]	[116, 117]	[122]
WT	[19]	[34, 118]	
EWT	[105]		[121]
SST	[103]		
FrFT			[123]

2.6.1. Uso de métricas estadísticas

En la literatura, se han realizado investigaciones basadas en extracción de características estadísticas [35, 36, 124–129]. Gonzalez et al. [124], propusieron un método basado en análisis de los componentes principales, el cuál fue evaluado en la detección de daños en los álabes bajo condiciones de temperatura variable y ante la presencia de agua pulverizada. En [35, 36, 125, 126], diferentes tipos de fallas en los álabes de un HAWT de baja potencia fueron inducidas, tales como deformación en la dirección frontal, fisura, erosión, holgura en la unión del álabes con la base del rotor y torsión del ángulo de pretorsión del álabes. Los autores utilizaron mediciones de vibración adquiridas desde la góndola del HAWT y después extrajeron las siguientes características: media aritmética, desviación estándar, asimetría y Kurtosis. Adicionalmente, para la clasificación de fallas utilizaron métodos de machine learning basados en árboles de decisión, clasificación Bayesiana, y el método del vecino más cercano.

Por otro lado, Dolinski et al. [127], propusieron una técnica basada en el análisis de formas modales de vibración de deformación de bajas frecuencias de los álabes del rotor. Esta técnica fue aplicada en un álabes a pequeña escala con 36m de diámetro del rotor. En esta investigación, se des-

tacó la efectividad de combinar análisis modal en análisis estadístico para detectar la localización de daños ligeros. En [128], utilizaron un método de preprocesamiento denominado descomposición modal variacional (VMD) y métricas estadísticas descriptivas en señales de vibración obtenidas desde la góndola de un HAWT con palas en buen estado y sometidas a diferentes fallos. En desacuerdo con la EMD tradicional, el VMD evita los modos redundantes, proporcionando señales libres de ruido. En [129], extrajeron características estadísticas de las señales de vibración de un HAWT de baja potencia, teniendo en cuenta palas en buen estado y palas con fallos de tipo fisura con diferentes niveles de severidad. Después, a partir del análisis de varianza unidireccional (ANOVA), seleccionaron las 10 características que mejor aislaban una condición de fallo de un álabe en buen estado para utilizarlas en el algoritmo del vecino más cercano con una precisión del 99.5 %.

2.7. Métodos de Detección de fallas de HAWTs basados en cálculo fraccionario

Actualmente, no se han reportado estudios sobre el uso específico de transformadas integrales fraccionarias como un método de procesamiento para discriminar condiciones de fallas estructurales en los álabes o de fallas mecánicas en algún componente del tren de transmisión. Sin embargo, existe una investigación relacionada desarrollada por Xu et al. [130], en donde utilizaron un infograma de entropía fraccionario multiescala (MSFE Infogram) como método de extracción de los transitorios repetitivos de señales de vibración para detectar fallas en maquinaria rotatoria. Los autores validaron este método considerando un caso de simulación y dos casos a través del análisis de datos reales: el de un cojinete de locomoción y el de un engrane del tren de transmisión de un aerogenerador. Como resultado de este análisis, los autores demostraron la eficiencia del método para extraer los transitorios repetitivos de señales de vibración, encontrando un orden fraccionario óptimo en la obtención del infograma MSFE.

3 Marco teórico

En este capítulo se resumen los métodos matemáticos que de acuerdo con la literatura, son de utilidad tanto en el modelado de sistemas como en el análisis de señales aleatorias de vibración. Los métodos y definiciones citados en este apartado, serán utilizados directa o indirectamente a lo largo del desarrollo de esta investigación.

3.1. Ecuación de Euler–Lagrange

Debido a que en el análisis vectorial de descomposición de fuerzas de un sistema vibratorio real pueden aparecer componentes en diferentes direcciones, el uso de la segunda ley de Newton podría representar un análisis con complejidad alta. Por lo tanto, el uso de la formulación de Euler–Lagrange podría resultar más simple para los sistemas que se abordan en esta investigación. Esta formulación se basa en el principio de conservación de la energía y se define en la ecuación (2).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial y_k} + \frac{\partial V}{\partial y_k} = F_{y_k}(t), \quad (2)$$

donde $k = 1, 2, 3 \dots n$, T y V son las funciones de energía cinética y potencial del sistema, respectivamente, y_k es la k -ésima coordenada generalizada y $F_{y_k}(t)$ la k -ésima fuerza generalizada no conservativa correspondiente a cada coordenada.

Por otro lado, cuando el sistema es conservativo, se utiliza la ecuación (3), donde L se conoce como Lagrangiano, y se define como la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial total del sistema como se observa en la ecuación (4). La deducción de las ecuaciones (2) y 3 se basa en el análisis funcional y el cálculo de variaciones [131].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (3)$$

$$L = T - V. \quad (4)$$

3.2. Optimización multivariable

Un problema de optimización consiste en la formulación de una función matemática de una o más variables, cuya variable dependiente debe minimizarse o maximizarse según la necesidad del problema. Un problema de optimización normalmente está sujeto a una o más restricciones. La complejidad de este tipo de problemas depende principalmente del comportamiento de la función objetivo y del número de variables independientes involucradas. La optimización de funciones multivariable es una generalización del caso de una variable. Por ejemplo, considerando una función de

dos variables $z = z(x, y)$, es posible calcular sus derivadas parciales siempre que la función z sea continua en un disco abierto de radio r y exista algún punto $(a, b) \in \mathfrak{R}$ donde $a^2 + b^2 < r^2$. Las derivadas de la función z se calculan según las ecuaciones (5) y (6), donde la igualación con cero se debe a que los planos tangentes a un extremo relativo de la superficie tienen pendiente cero, como ocurre en el caso de una variable. Mientras tanto, a medida que z varía con respecto a una de las dos variables independientes la otra permanece constante en un plano vertical, sea $x = a$ o $y = b$.

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{z(x + \Delta x, y) - z(x, y)}{\Delta x} \right) = \frac{\partial z}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\Delta z}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(\frac{z(x, y + \Delta y) - z(x, y)}{\Delta y} \right) = \frac{\partial z}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

Las ecuaciones (5) y (6) deben ser resueltas simultáneamente. Después, las raíces encontradas x_0 y y_0 conforman las coordenadas de los puntos críticos. Finalmente, se utiliza un criterio basado en las segundas derivadas parciales para decidir si los puntos críticos son máximos o mínimos absolutos, relativos, puntos de silla o si alguna de las derivadas parciales no existe en ese punto. Este criterio parte de la ecuación (7) conocida como discriminante;

$$D(x, y) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Los puntos críticos encontrados x_0, y_0 deben sustituirse en la ecuación (7) utilizando el siguiente criterio. Si $D(x_0, y_0) > 0$ es posible que exista un máximo o mínimo relativo, si $D(x_0, y_0) < 0$ no hay un extremo relativo en ese punto y si $D(x_0, y_0) = 0$ la prueba falla. La ecuación (7) se generaliza para funciones de n variables como se muestra en la ecuación (8), conocida como matriz Hessiana o Hessiano, cuyos eigenvalores proporcionan información sobre los puntos críticos. Elegir los puntos que minimizan o maximizan la función objetivo, suele complicarse cuando intervienen varias variables y/o aparecen múltiples raíces.

$$H(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

3.2.1. Minimización de la varianza de desplazamiento a partir de la norma H_2

La función de transferencia para un sistema de una entrada y una salida dada en forma general se muestra en la ecuación (9), cuyo denominador y numerador son coprimos entre si y cuyos coeficientes de s se definen en términos de los parámetros de un sistema dinámico.

$$H(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_1s^1 + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_2s^2 + a_1s^1 + a_0}, \quad (9)$$

por otro lado, las ecuaciones en espacio de estados en la forma canónica controlable para el mismo sistema de una entrada y una salida se definen de forma general como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}, \end{aligned}$$

donde las matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ se definen como:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y}$$

$$\mathbf{C} = (b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ \cdots \ b_{n-1}), \text{ respectivamente.}$$

Las matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ y la función de transferencia de la ecuación (9) se relacionan mediante la ecuación $H(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$, donde los eigenvalores de la matriz $\mathbf{A}$, $|s\mathbf{I} - \mathbf{A}|$ representan los polos de la función de transferencia de la ecuación (9) [132]. Por otro lado, la norma H_2 , definida como una medida de rendimiento de un sistema de control se define en la ecuación (10) en el dominio de la frecuencia.

$$\|G(\omega)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega}, \quad (10)$$

la ecuación (10) se define como la desviación estándar de la respuesta en frecuencia al cuadrado del sistema en estado estable, el cuál se obtiene reemplazando s por $j\omega$. Ahora considere la señal de salida de un sistema de control en el dominio de Fourier sujeto a una entrada estocástica de ruido colorido definida como $S_s(j\omega) = |G(j\omega)|^2 S_0(j\omega)$, que puede interpretarse como la energía de la señal de salida, mientras que $S_0(j\omega)$ se define como la función de densidad espectral de energía (PSD) de la entrada. La energía total de la señal de salida se obtiene integrando la salida en todo el rango de frecuencias de excitación, obteniendo:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 S_0(j\omega) d\omega, \quad (11)$$

si la señal de entrada tiene una PSD constante de ruido blanco Gaussiano igual a S_0 , describiendo un proceso estocástico aproximadamente estacionario con media cero, la ecuación (11) se define como:

$$E = S_0 \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega, \quad (12)$$

relacionando las ecuaciones (10) y (12) se obtiene la ecuación $E = 2\pi S_0 \|G(j\omega)\|_2^2$. No obstante, debido a que $\|G(j\omega)\|_2$ es la desviación estándar de la señal de salida, se deduce que $\|G(j\omega)\|_2^2$ representa la varianza de esta misma señal y se define en la ecuación (13):

$$E = 2\pi S_0 \sigma^2. \quad (13)$$

Puesto que el término $2\pi S_0$ es constante, el problema de optimización se puede formular únicamente mediante la minimización del cuadrado de la norma 2 (varianza de la señal de salida), lo cuál se deduce fácilmente a partir de la ecuación (13):

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega, \quad (14)$$

la ecuación (14) se define en función de los parámetros del sistema de control, y al minimizarla, implícitamente se minimizará la energía total de la señal de salida. La integral de la función (14) no puede resolverse mediante integración directa, por lo tanto, una opción es recurrir a la relación (15) definida en [52], que es válida cuando el sistema es estable.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega = \mathbf{C} \mathbf{L} \mathbf{C}^T. \quad (15)$$

En la ecuación (15), la matriz $\mathbf{C}$ se definió en la representación en la forma canónica controlable del sistema en lazo abierto y $\mathbf{L}$ se define en la ecuación (16) como una matriz simétrica que representa una solución que satisface la ecuación de Liapunov: $\mathbf{A}\mathbf{L} + \mathbf{L}\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{B}^T = \mathbf{0}$.

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & \cdots & I_{1(n-1)} & I_{1n} \\ \cdot & I_{22} & I_{23} & \cdots & I_{2(n-1)} & I_{2n} \\ \cdot & \cdot & I_{33} & \cdots & I_{3(n-1)} & I_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \vdots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & I_{(n-1)(n-1)} & I_{(n-1)n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & I_{nn} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Para determinar los elementos que conforman la matriz $\mathbf{L}$, se soluciona la ecuación matricial de Liapunov, lo que resulta en un sistema de ecuaciones escalares de a_n incógnitas, dicho número de incógnitas se puede determinar mediante la relación $a_n = n + a_{n-1}$ partiendo de $a_0 = 0$ donde $n = 1, 2, 3, \dots$. Después de calcular $\mathbf{L}$, la función (14) se define como:

$$\sigma = \mathbf{C}\mathbf{L}\mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & \cdots & b_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & \cdots & I_{1(n-1)} & I_{1n} \\ \cdot & I_{22} & I_{23} & \cdots & I_{2(n-1)} & I_{2n} \\ \cdot & \cdot & I_{33} & \cdots & I_{3(n-1)} & I_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \vdots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & I_{(n-1)(n-1)} & I_{(n-1)n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & I_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdots \\ b_{n-1} \end{pmatrix},$$

en términos de los parámetros del sistema $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, es decir;

$$\sigma^2 = \sigma^2(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (17)$$

asumiendo que la función (136) es continua en un disco abierto de radio r , calculando sus primeras derivadas parciales e igualandolas con cero, se obtiene el sistema de ecuaciones algebraicas no lineales de la ecuación (18);

$$\frac{\partial \sigma^2(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial \sigma^2(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_2} = 0, \dots, \frac{\partial \sigma^2(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} = 0, \quad (18)$$

cuyas raíces se analizan mediante los eigenvalores de la matriz Hessiana en la ecuación (8). En el Capítulo 4, esta formulación será utilizada para minimizar la varianza de desplazamiento estructural de la respuesta estructural de los álabes, involucrando dispositivos de amortiguamiento basados en modelado de orden clásico y fraccionario.

3.3. Calculo fraccionario

Recientemente han surgido aplicaciones diversas del cálculo fraccionario en áreas como: procesamiento de señales, modelado y control de sistemas dinámicos. El modelado dinámico a través del cálculo fraccionario, permite considerar integrales y derivadas de cualquier orden real positivo. Uno de los campos de aplicación relevantes del cálculo fraccionario es la viscoelasticidad, ya que es posible modelar fenómenos hereditarios con larga memoria [32]. Debido a la posibilidad de que los DVAs investigados en este trabajo pueden exhibir comportamiento viscoelástico, el uso de derivadas fraccionarias podría ser útil para analizar su rendimiento dinámico.

3.3.1. Conceptos y funciones especiales

En este apartado se definen, algunas funciones preliminares que se involucran en las definiciones de derivadas fraccionarias.

Función Gamma

Del cálculo elemental, es conocido que el factorial de un número entero positivo, puede obtenerse mediante la ecuación (19),

$$n! = \int_0^{\infty} e^{-t} t^n dt, \quad (19)$$

si n es remplazado por $z - 1$, donde $z = a + bi \in C$, se obtiene la ecuación (20);

$$(z - 1)! = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt = \Gamma(z), \quad (20)$$

donde $z = a + bi \in C / (a, b) \in \mathbb{R} : \operatorname{Re}(z) \neq \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. La ecuación (20) se conoce como la función Gamma y se utiliza dentro de las definiciones de algunas derivadas fraccionarias. Existe otra notación particular para la función Gamma, la cuál se obtiene a partir del límite de Euler en la ecuación (21);

$$e^{-t} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{t}{n}\right)^n, \quad (21)$$

sustituyendo la ecuación (21) en la ecuación (20) y realizando simplificaciones algebraicas, se obtiene una representación alternativa de la función Gamma,

$$\Gamma(z) = \frac{1}{z} \prod_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{z}{n} + 1\right)^{-1} \left(\frac{1}{n} + 1\right)^z \right], \quad z \neq \{0, -1, -2, -3, \dots, -n\}. \quad (22)$$

La función Gamma definida en las ecuaciones (20) y (22), posee propiedades importantes, algunas de ellas se muestran en la ecuación (23).

$$\begin{cases} \Gamma(z+1) = z\Gamma(z) \\ \Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin(\pi z)} \\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \end{cases} \quad (23)$$

Función Beta

La función β aparece con frecuencia cuando se utilizan herramientas del cálculo fraccionario y es definida en la ecuación (24):

$$\beta(z, w) = \int_0^1 T^{z-1} (1-T)^{w-1} dT, \quad (24)$$

cuya relación con la función $\Gamma(z)$ es dada por la propiedad (25)

$$\int_0^1 T^{z-1} (1-T)^{w-1} dT = \frac{\Gamma(z)\Gamma(w)}{\Gamma(z+w)}. \quad (25)$$

Función Mittag-Leffler

La función Mittag-Leffler está estrechamente relacionada con la representación mediante series de

la función exponencial, senoidal, cosenidal, entre otras. La importancia de esta función radica en la solución de ecuaciones diferenciales de orden fraccionario [133]. Esta función se define en términos de dos parámetros como se muestra en la ecuación (26).

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k\alpha + \beta)}, (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^+, \quad (26)$$

la función exponencial se origina cuando los parámetros $\alpha = \beta = 1$. Este resultado, se muestra como sigue;

$$E_{1,1}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k+1)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z. \quad (27)$$

Por otro lado, la representación del coseno y del coseno hiperbólico se muestran en las ecuaciones (28) y (29),

$$\cos z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k}}{(2k)!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z^2)^k}{\Gamma(2k+1)} = E_{2,1}(-z^2), \quad (28)$$

$$\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2} = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z)^k}{k!} \right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z^2)^k}{\Gamma(2k+1)} = E_{2,1}(z^2). \quad (29)$$

De acuerdo con las ecuaciones (27)-(29), las funciones elementales que aparecen en la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden entero, son casos particulares de la función Mittag-Leffler.

3.3.2. Derivadas de orden fraccionario

Existen varias definiciones de derivadas de orden arbitrario, las cuáles son utilizadas de acuerdo con la naturaleza del problema. Estos operadores utilizan la definición de integral fraccionaria de Riemann–Liouville, la cuál se define para una función continua $f(t)$ para $a > 0$:

$${}^{RL}_a I_t^B f(t) = \frac{1}{\Gamma(B)} \int_0^t (t-\tau)^{B-1} f(\tau) d\tau. \quad (30)$$

Utilizando la integral fraccionaria definida en la ecuación (30), se establecen tres definiciones de derivadas fraccionarias: Riemann–Liouville, Liouville–Caputo y Caputo–Fabrizio. La primera de ellas tiene un significado matemático puro, mientras que las últimas dos han demostrado tener mayor aplicabilidad en el modelado de sistemas dinámicos. Para definir la derivada fraccionaria de Riemann–Liouville se reemplaza el orden B de la ecuación (30) por $m - \alpha$, donde $m = 1, 2, 3, 4, \dots$. De esta forma, la ecuación (31) denota la derivada de Riemann–Liouville, donde α es el orden derivativo.

$${}^{RL}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \frac{d^m}{dt^m} \int_0^t \frac{f(\eta)}{(t-\eta)^{\alpha-m+1}} d\eta, \quad (31)$$

$$m-1 < \alpha < m.$$

Una definición utilizada para obtener soluciones numéricas generales cuando se utiliza la derivada fraccionaria de Riemann–Liouville, es la derivada de Grunwald–Letnikov, definida en la ecuación (32),

$$D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\frac{t-\alpha}{h}} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh), \quad (32)$$

donde j es el incremento de tiempo y $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Adicionalmente, las ecuaciones (33) y (34) son las definiciones de derivada fraccionaria de Liouville-Caputo y Caputo-Fabrizio, respectivamente.

$${}_0^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^m(\eta)}{(t-\eta)^{\alpha-m+1}} d\eta, \quad (33)$$

$${}_0^{CF} D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{m-\alpha} \int_0^t e^{\frac{-\alpha}{m-\alpha}(t-\eta)} f^m(\eta) d\eta, \quad (34)$$

que se diferencian mediante el tipo de Kernel que las conforman, aunque ambas definiciones son no locales, la derivada tipo Caputo-Fabrizio tiene un efecto de memoria más débil que la derivada de Liouville-Caputo. Sin embargo, ambos operadores han sido utilizados para modelar sistemas vibratorios [54,57,58], mientras que en el análisis dinámico del TMD solo se ha utilizado el operador de Liouville-Caputo [3,4,68]. No obstante, ninguno de los dos operadores han sido utilizados para describir el comportamiento viscoelástico de DVAs y su efecto sobre el control de vibración de los álabes. Por lo tanto, la dinámica de un DVA viscoelástico podría influir de manera positiva en la minimización de daños en los álabes, ya que el modelado de orden entero es tan sólo un caso particular del comportamiento dinámico de un sistema generalizado mediante la variación del orden de derivada.

3.4. Procesamiento de señales

Esta Sección muestra algunos métodos de procesamiento de señales que han sido utilizados principalmente en el análisis de señales de vibración. Estos métodos están basados en el uso de transformadas integrales, de la técnica recursiva conocida como descomposición de modos empírica (EMD) y en el uso de métricas estadísticas. En general, se muestran los métodos que han sido utilizados principalmente para monitorear el estado estructural de los álabes de HAWTs.

3.4.1. Transformada rápida de Fourier

El análisis en el dominio de la frecuencia es normalmente utilizado para procesar señales estacionarias, proporcionando eficientemente las componentes principales de una señal con múltiples armónicos. Mientras tanto, debido a la aparición de frecuencias dependientes del tiempo y al ruido intrínseco contenido en señales de vibración, el análisis en el dominio tiempo-frecuencia es más eficiente para analizar señales no estacionarias [102]. La transformada rápida de Fourier (FFT) es el método en el dominio de la frecuencia que ha sido utilizado con mayor frecuencia en el análisis de espectros de energía y de señales obtenidas de los componentes de HAWTs [20,119]. La información sobre la FFT como un método rápido para calcular la transformada de Fourier discreta (DFT) se encuentra en [134,135]. La definición de la DFT y su inversa se proporciona en las ecuaciones (35) y (36)

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi \frac{n}{N} k}, \quad (35)$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi \frac{n}{N} k}. \quad (36)$$

La FFT simplifica significativamente el cálculo de la DFT para una serie de N datos en el dominio del tiempo. El número de operaciones necesarias para obtener los coeficientes de la DFT de una serie en el tiempo de N muestras, es de $n = \text{Log}_2 N$, donde n es el número de operaciones aritméticas necesarias [134].

3.4.2. Otras transformadas integrales

Además de la FFT, existen otras transformadas integrales de orden entero normalmente utilizadas en el análisis en el dominio del tiempo y tiempo-frecuencia. Algunas de ellas que han sido utilizadas para caracterizar señales y detectar fallas en álabes de HAWTs son: la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT), la transformada Wavelet (WT), la transformada Synchrosqueezing (SST) y la transformada Hilbert (HT).

- Transformada de Fourier de tiempo corto

Qin et al. [136], presentan la formulación de la STFT y de su transformada inversa, destacando las diferencias principales de la STFT con respecto al uso de la transformada de Fourier y la WT. Por otra parte, aunque la STFT y la WT son métodos de procesamiento de señales en el dominio tiempo-frecuencia, la WT ha presentado mayor robustez sobre STFT al hacer posible realizar el análisis de localización con una ventana móvil en el espectrograma. Por otro lado, en [137], presentaron la formulación de un método de estimación de frecuencia instantánea (IFE) basado en el análisis tiempo-frecuencia a partir de la STFT adaptativa (ASTFT), que es una variante de la STFT y que consiste en el uso de diferentes ventanas para cada instante de tiempo.

- Transformada Wavelet

La WT es otro método de procesamiento de señales tiempo-frecuencia, conocida por sus características de filtro pasa banda. La definición matemática de la WT tanto continua como discreta se encuentra en [138].

- Transformada Synchrosqueezing

En las referencias [139,140] mostraron la definición y teoría relacionada con la formulación de la SST, la cuál esta basada en la WT continua y en el método de reasignación de frecuencias. Oberlin et al. [139], propusieron una definición de la transformada Synchrosqueezing basada en la STFT, conocida por sus siglas en el inglés como FSST, realizaron una comparación con respecto a la SST basada en la teoría de la WT continua, y con base en la capacidad de separación de frecuencias, destacaron las diferencias entre ambos métodos.

- Transformada Hilbert

El planteamiento y aplicaciones de la HT se encuentra en [141,142]. Debnath et al. [142], mostraron las propiedades de la HT y algunas aplicaciones en la solución de ecuaciones diferenciales parciales. Feldman [141], presenta la HT de una señal $x(t)$ como la parte imaginaria de una nueva señal analítica cuya parte real es la función original $x(t)$, muestra la representación de dicha señal analítica en forma polar y presenta la utilidad de la HT en aplicaciones de monitoreo de condiciones y detección de daños a través del análisis de señales vibratorias. La HT es un operador lineal que puede ser utilizado para obtener la representación analítica de una señal $x(t)$. Dicha representación facilita la estimación de las amplitudes y frecuencias instantáneas de una señal [104]. Considere el siguiente producto:

$$\frac{1}{\pi t} * x(t),$$

con base en la definición de convolución, se obtiene la HT $x^*(t)$:

$$x^*(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{\pi(t - \tau)} d\tau. \quad (37)$$

La ecuación (37) representa la parte compleja de una nueva señal analítica introducida en [143], definida como:

$$z(t) = x(t) + ix^*(t), \quad (38)$$

la ecuación (38) representa una señal que se expresa en forma polar quedando como sigue:

$$z(t) = A(t)e^{i\theta(t)}, \quad (39)$$

donde $A(t) = \sqrt{x(t)^2 + x^*(t)^2}$ es la magnitud y $\theta(t) = \arctan\left(\frac{x^*(t)}{x(t)}\right)$ es el argumento de $z(t)$, respectivamente. Por otro lado, la frecuencia instantánea se calcula como:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = 2\pi f(t),$$

o bien:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}, \quad (40)$$

extrayendo la parte real de la señal definida en la ecuación (39) y descomponiéndola en sus funciones de modo intrínseco (IMFs) como en la técnica EMD se obtiene:

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{j=1}^N A_j(t) e^{i\theta_j(t)} \right\}. \quad (41)$$

El j -ésimo ángulo $\theta(t)$ de la señal definida en la ecuación (41) se obtiene integrando la ecuación (40), quedando como sigue:

$$\theta_j(t) = 2\pi \int f_j(t) dt = \int \omega_j(t) dt, \quad (42)$$

sustituyendo la ecuación (42) en la ecuación (41) se obtiene la expresión (43) que proporciona el espectro tiempo-frecuencia, conocido como el espectro de Hilbert.

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{j=1}^N A_j(t) e^{i \int \omega_j(t) dt} \right\}. \quad (43)$$

3.4.3. Descomposición de modos empírica

Huang et al. [144] introdujeron una técnica empírica conocida como la descomposición de modos empírica (EMD), que no es una transformación matemática y es conocida como una técnica que actúa como un banco de filtros diádicos [104, 145, 146]. Aunque la EMD es un método recursivo que carece de un sustento matemático sólido, ha sido utilizado para descomponer señales con o sin ruido, en una suma de múltiples funciones denominadas funciones de modo intrínseco (IMFs). La EMD ha sido utilizada en la detección de fallas de maquinaria rotatoria [120, 146, 147] y en la detección de fallas en componentes de HAWTs [7, 21, 104]. Frecuentemente, al utilizar la EMD en el análisis de señales no estacionarias, ocurre un problema conocido como "mezcla de modos", el cual se produce entre la mezcla de IMFs y se observa cuando alguna IMF muestra oscilaciones de escala de gran amplitud [145, 146]. Por otro lado, en [145] se muestra la teoría relacionada con una variante de la EMD conocida como: "descomposición de modos empírica ensamblada (EEMD)", dicho método ha sido utilizado con la finalidad de abordar el problema de mezcla de modos.

El objetivo de la EMD es descomponer una señal $x(t)$ en IMFs, cuya suma resulta en la señal $x(t)$. Cada IMF se asocia con una banda de frecuencias de la señal, es por eso que la EMD es conocida como un método de banco de filtros. Una IMF debe satisfacer las siguientes dos condiciones [104, 144]: (1) el número de extremos y de cruces por cero en todo el dominio de t considerado de la IMF deben ser iguales o diferir como máximo en uno. (2) En cualquier punto, el valor medio de la envolvente de la IMF definida por sus máximos y mínimos locales es cero. La condición (2) satisface

una de las características de una señal de ruido blanco Gaussiano. Sea la señal $x(t)$ un proceso estocástico, se obtienen dos involutas: la primera de ellas se forma al unir los máximos locales, y la segunda es formada al unir los mínimos locales de la señal $x(t)$, ambas involutas se definen como $u(t)$ y $l(t)$ respectivamente. En ambos casos, la unión de los puntos se hace normalmente con una función cúbica [144]. La media de $u(t)$ y $l(t)$ se calcula como se ve en la ecuación (44)

$$m_1(t) = \frac{u(t) + l(t)}{2}, \quad (44)$$

entonces la primera IMF posible se obtiene restando $m_1(t)$ de la señal original

$$h_1(t) = x(t) - m_1(t), \quad (45)$$

si la ecuación (45) cumple con las dos condiciones para ser una IMF, se obtiene la primera IMF, si no es así, el proceso debe continuar hasta obtener la primera IMF. En la segunda iteración $h_1(t)$ es la nueva señal en estudio con una nueva media definida como $m_{11}(t)$, por lo tanto, se tiene que:

$$h_{11}(t) = h_1(t) - m_{11}(t),$$

reiterando el proceso k veces hasta obtener la primera IMF

$$h_{12}(t) = h_{11}(t) - m_{12}(t),$$

$$h_{13}(t) = h_{12}(t) - m_{13}(t),$$

$$\vdots$$

$$h_{1k}(t) = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t). \quad (46)$$

Entonces la primera IMF se define en la ecuación (46), como $h_{1k} = c_1$ para $k = 1, 2, \dots, n$. La señal c_1 contiene el componente de periodo más corto de la señal $x(t)$ y puede ser separada del resto de datos de la siguiente manera:

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t). \quad (47)$$

Para encontrar la segunda IMF, se aplica el mismo proceso sobre $r_1(t)$, debido a que contiene información de los componentes de período más largos de $x(t)$. Después de haber encontrado $c_2(t)$ a partir de $r_1(t)$, se tiene una segunda señal residual

$$r_2(t) = r_1(t) - c_2(t),$$

haciendo el mismo proceso n veces

$$r_3(t) = r_2(t) - c_3(t),$$

$$\vdots$$

$$r_n(t) = r_{n-1}(t) - c_n(t), \quad (48)$$

el proceso se detiene cuando el residuo $r_n(t)$ es una función monótona. Finalmente, sustituyendo sucesivamente los n residuos de la ecuación (48) en la ecuación (47) y despejando $x(t)$ de (47), se obtiene la señal original en términos de las n IMF y de la n ésima señal residual como se muestra en la ecuación (49).

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t). \quad (49)$$

Por otra parte, con la finalidad de mejorar la robustez de la EMD, otros métodos basados en ella han sido desarrollados. En [148] muestran la teoría de un método, llamado la descomposición de modos empírica bivariada (BEMD), que es una generalización de la EMD, utilizado para tratar con series temporales de valores complejos. En [149], compararon el método BEMD con respecto a la EMD convencional para detectar fallas mecánicas y eléctricas en un HAWT de velocidad variable, encontrando que el método BEMD es más robusto que la EMD. En [120], propusieron un método mejorado para restringir el efecto final en la EMD, con la finalidad de mejorar la detección de fallas en maquinaria rotatoria a gran escala a través del procesamiento señales de vibración no estacionarias.

Adicionalmente, existen otras formulaciones basadas en la EMD que actúan en conjunto con algunas transformadas integrales, tales como: la transformada Wavelet empírica (EWT) [150], que surge del uso de la WT y de la técnica EMD; o, la transformada Huang-Hilbert (HHT), que se basa en la aplicación de la HT sobre las IMFs obtenidas a partir de la técnica EMD convencional [151]. En [121], compararon la robustez de la HHT con un método basado en la EWT y la HT, este último fue denominado como: la transformada Wavelet empírica Hilbert (HEWT). Para ello, consideraron un caso de detección de grietas en los dientes de engranes en una caja de cambios de una etapa, encontrando que la técnica basada en la HEWT es más sensible con respecto a la HHT a través del análisis de señales de vibración en entornos ruidosos y sin ruido. En cualquier caso, la mayoría de los métodos derivados de la EMD son eficientes en el análisis de señales no estacionarias, no importando si las señales tratadas son de vibración u otra naturaleza.

4 Metodología y resultados

Con la finalidad de minimizar teóricamente los niveles de vibración lateral de los álabes, en este capítulo se reproducen algunos modelos tomados de la literatura y se desarrollan modelos analíticos nuevos de álabes acoplados con sistemas de amortiguamiento. Por otro lado, se realizan simulaciones numéricas basadas en el modelado de una señal aerodinámica aproximada generada a partir de la teoría BEM. Finalmente, se analizan señales adquiridas desde la góndola de un HAWT de baja potencia para clasificar distintos tipos de daños en los álabes causados por las fuerzas aerodinámicas que inciden sobre la estructura de los álabes.

4.1. Modelado matemático

La propuesta de solución contempla el análisis de modelos matemáticos de orden clásico sobre vibraciones de los álabes de HAWTs dentro del plano del rotor. Para la obtención de dichos modelos, se toma como análisis inicial el modelo dinámico aeroelástico desarrollado por Zhang en [9], el cuál considera un marco de referencia tridimensional global y local donde se posiciona la estructura de un HAWT de 13-DOF como se muestra en las Figuras 5(a) y 5(b). En estas Figuras, los desplazamientos de la torre, góndola y ejes del tren de transmisión, se miden con respecto al marco de referencia global $X_1 - X_2 - X_3$, mientras que los desplazamientos de los álabes se miden en el marco de referencia local $x_1 - x_2 - x_3$.

La Tabla 3 muestra el significado de cada una de las coordenadas generalizadas definidas en las Figuras 5(a) y 5(b). De acuerdo con la revisión hecha, hay dos tipos de movimientos traslacionales en los HAWTs. (1) Vibraciones frontales, que actúan en dirección axial al flujo del viento y son conocidas como vibraciones fuera del plano del rotor. (2) Vibraciones de borde o laterales, que actúan en dirección perpendicular al eje radial de los álabes y son conocidas como vibraciones dentro del plano del rotor. En esta investigación, los desplazamientos angulares definidos por $q_9(t)$, $q_{10}(t)$, $q_{11}(t)$, $q_{12}(t)$ y $q_{13}(t)$ mostrados en la Tabla 3 no son considerados. Mientras que los desplazamientos traslacionales de los álabes y góndola $q_1(t)$, $q_2(t)$, $q_3(t)$, $q_4(t)$, $q_5(t)$, $q_6(t)$ y $q_7(t)$ si son considerados, tanto en el análisis de modelos como en el análisis de señales.

4.1.1. Modelos dinámicos de un álabe SDOF acoplado con DVAs

Debido a que las vibraciones laterales en los álabes de HAWTs ocasionan daños mas significativos que las vibraciones frontales [22, 28, 30], el uso de DVAs para incrementar el factor de amortiguamiento estructural del álabe en la dirección lateral es considerado en esta investigación, bajo la premisa de que la dinámica de un álabe de múltiples grados de libertad puede ser aproximada considerando solo el desplazamiento de la masa modal del álabe mediante un modelo SDOF. Tomando en cuenta esto, se definen cinco casos de modelado como se indica a continuación:

Tabla 3: Nomenclatura de las coordenadas generalizadas del modelo de HAWT aeroelástico de 13-DOF.

Coordenada	Significado
$q_1(t)$	Desplazamiento del primer álabe en cualquier punto en dirección de x_1
$q_2(t)$	Desplazamiento del segundo álabe en cualquier punto en dirección de x_1
$q_3(t)$	Desplazamiento del tercer álabe en cualquier punto en dirección de x_1
$q_4(t)$	Desplazamiento del primer álabe en cualquier punto en dirección de x_2
$q_5(t)$	Desplazamiento del segundo álabe en cualquier punto en dirección de x_2 más un desfase angular Ψ_2
$q_6(t)$	Desplazamiento del tercer álabe en cualquier punto en dirección de x_2 más un desfase angular Ψ_3
$q_7(t)$	Desplazamiento frontal de la góndola en dirección de X_1
$q_8(t)$	Desplazamiento lateral de la góndola en dirección de X_2
$q_9(t)$	Desplazamiento angular en lo alto de la torre al rededor de X_1
$q_{10}(t)$	Desplazamiento angular en lo alto de la torre al rededor de X_2
$q_{11}(t)$	Desplazamiento angular en lo alto de la torre al rededor de X_3
$q_{12}(t)$	Desplazamiento angular en el eje del rotor al rededor de X_1
$q_{13}(t)$	Desplazamiento angular en el eje del generador al rededor de X_1

Caso A: Modelado de un álabe SDOF sujeto a una señal de fuerza aerodinámica modal en la dirección lateral.

Caso B: Modelado de un sistema de 3-DOF, que considera un álabe acoplado con el amortiguador de masa sintonizado de doble inercia rotacional (RID-TMD) sujeto a fuerza aerodinámica modal en la dirección lateral.

Caso C: Modelado de un álabe acoplado con el TMD clásico para controlar vibración lateral.

Caso D: Obtención de un nuevo modelo de 3-DOF que considera un álabe acoplado con el absorbedor de vibración dinámico de doble masa (DMDVA).

Caso E: Obtención de un nuevo modelo que considera un álabe acoplado con el amortiguador de masa sintonizado viscoelástico (VTMD).

En esta investigación, el modelo del caso A es reproducido con la finalidad de explicar las consideraciones y parámetros que intervienen en la dinámica del álabe SDOF. Los modelos de los casos B y C actualmente están reportados en la literatura, sin embargo, el modelo del caso B es desarrollado con detalle para dar un panorama general de la obtención de los modelos del resto de los casos. Además, para el caso B, se proponen soluciones analíticas de sintonización de frecuencias para el RID-TMD, mismas que no han sido reportadas en la literatura. Finalmente, los modelos D y E son desarrollados como modelos propios de esta investigación, los cuáles están basados en el DMDVA y el VTMD, que aunque han sido investigados en la literatura, su efecto en la minimización de vibraciones de los álabes no ha sido evaluado.

Caso A:

Considerando la torre como un cuerpo no deformable y que los álabes no sufren vibraciones en la dirección frontal, el sistema de 13-DOF de la Figura 5(a) se simplifica en uno de tres grados de libertad con las coordenadas q_4 , q_5 y q_6 . Mientras que, el ángulo azimuthal del j -ésimo álabe esta definido en la ecuación (50) [9]:

$$\Psi(t) = \Omega t + \frac{2}{3}\pi(j - 1), \quad (50)$$

donde $j = 1, 2, 3$ y Ω es la velocidad angular del cubo del rotor. Debido a que los tres álabes poseen la misma geometría y propiedades estructurales su dinámica es la misma. Por lo tanto, es posible

considerar solo uno de ellos para $j = 1$, y reducir el sistema de 3-DOF en uno de 1-DOF. De modo que solo se considera la coordenada generalizada $q_4(t)$, que a partir de aquí será denominada como $q(t)$ como se observa en la Figura 13.

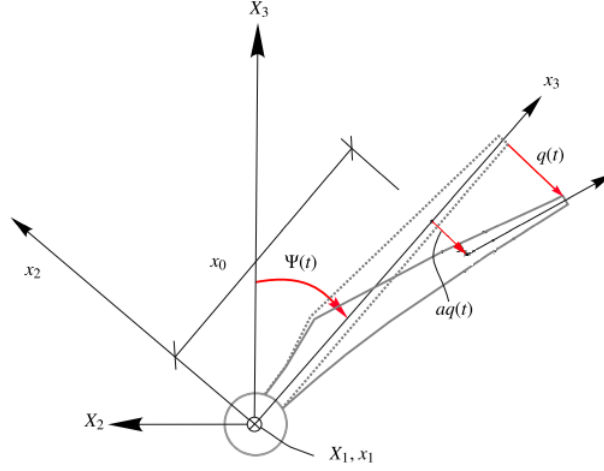


Figura 13: Álabe simplificado en un sistema SDOF en el marco de referencia local $x_1 - x_2 - x_3$ y global $X_1 - X_2 - X_3$ (Figura editada de [12]).

Si $j = 1$, la ecuación (50) se reduce a $\Psi(t) = \Omega t$ y la velocidad de rotación es:

$$\dot{\Psi}(t) = \Omega. \quad (51)$$

Por otro lado, de acuerdo con [9], el campo de desplazamiento del álabe en dirección del eje local x_2 , es definido en la ecuación (52). Donde $\phi(x_3)$ es la forma modal del álabe en la dirección lateral en un punto específico de x_3 y toma valores en el intervalo $[0, 1]$, mientras que $q(t)$ se considera positivo en la dirección negativa de x_2 ,

$$u_{2,B}(x_3, t) = -\phi(x_3)q(t), \quad (52)$$

sustituyendo un punto específico x_0 en la ecuación (52) se obtiene:

$$u_{2,B}(x_0, t) = -\phi(x_0)q(t) = -aq(t),$$

con $0 < a \leq 1$.

La velocidad angular del rotor induce una componente de velocidad tangencial en la dirección de x_2 definida como:

$$\dot{u}_2(x_3, t) = -\Omega x_3, \quad (53)$$

derivando la ecuación (52) con respecto al tiempo

$$\dot{u}_{2,B}(x_3, t) = -\phi(x_3)\dot{q}(t). \quad (54)$$

Por lo tanto, la componente del campo de velocidades que actúan sobre el álabe en la dirección de x_2 se obtiene sumando las ecuaciones (53) y (54)

$$V_{2B}(x_3, t) = -\Omega x_3 - \phi(x_3)\dot{q}(t). \quad (55)$$

Por otro lado, la ecuación (51) ocasiona que el vector de desplazamiento definido en la ecuación (52) induzca una velocidad normal en la dirección de x_3 definida en la ecuación (56):

$$V_{3B}(x_3, t) = \dot{\Psi}(t)u_2(x_3, t), \quad (56)$$

sustituyendo las ecuaciones (51)-(52) en la ecuación (56)

$$V_{3B}(x_3, t) = -\Omega\phi(x_3)q(t). \quad (57)$$

Las ecuaciones (57) y (55) son las componentes del vector velocidad a través de la sección transversal del álabe en las direcciones de los ejes x_3 y x_2 , respectivamente. Este vector se define en la ecuación (58):

$$\bar{V}_B(x_3, t) = [-\Omega\phi(x_3)q(t)]i + [-\Omega x_3 - \phi(x_3)\dot{q}(t)]j. \quad (58)$$

La energía cinética a lo largo de la longitud L del álabe se define en la ecuación (59), donde $\mu(x_3)$ es la función de masa del álabe por unidad de longitud.

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \int_0^L \mu(x_3) \|\bar{V}_B(t)\|^2 dx_3, \quad (59)$$

sustituyendo la ecuación (58) en la ecuación (59) y desarrollando las operaciones algebraicas, se obtiene:

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}(\Omega^2 q^2 + \dot{q}^2) \int_0^L \mu(x_3) \phi^2(x_3) dx_3 + \frac{1}{2}\Omega^2 \int_0^L \mu(x_3) x_3^2 dx_3 + \Omega \dot{q} \int_0^L \mu(x_3) x_3 \phi(x_3) dx_3,$$

donde:

$$\begin{cases} \int_0^L \mu(x_3) \phi^2(x_3) dx_3 = m_0, \\ \int_0^L \mu(x_3) x_3^2 dx_3 = I, \\ \int_0^L \mu(x_3) x_3 \phi(x_3) dx_3 = m_1, \end{cases} \quad (60)$$

son la masa modal del álabe, el momento de inercia de masa del álabe con respecto al eje y un parámetro que acopla la respuesta modal con la rotación del rotor, respectivamente [12]. De esta forma, la energía cinética se expresa como sigue:

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}(\Omega^2 q^2 + \dot{q}^2)m_0 + \frac{1}{2}\Omega^2 I + \Omega \dot{q}m_1, \quad (61)$$

mientras que la función de energía potencial elástica es:

$$V(q) = \frac{1}{2}k_0 q^2, \quad (62)$$

donde k_0 es la rigidez flexionante modal del álabe en la dirección lateral definida como

$$k_0 = \int_0^L \left[EI(x_3) \left(\frac{d^2\phi(x_3)}{dx_3^2} \right)^2 + N(x_3, \Omega) \left(\frac{d\phi(x_3)}{dx_3} \right)^2 \right] dx_3, \quad (63)$$

que considera los efectos de resistencia a la flexión y la rigidez debida a las fuerzas centrífugas. Mientras que la rigidez debida a las fuerzas gravitacionales no es considerada. Asimismo, $N(x_3, \Omega) = \Omega^2 \int_{x_3}^L \mu(\xi)\xi d\xi$ es la fuerza axial centrípeta por unidad de longitud y $EI(x_3)$ la rigidez flexionante por unidad de longitud [12]. De la ecuación (63), se observa que k_0 es función de la velocidad de rotación Ω , por lo que la eigenfrecuencia natural no amortiguada del álabe SDOF se calcula a partir de la ecuación (64),

$$\omega_0(\Omega) = \sqrt{\frac{k_0(\Omega)}{m_0}}. \quad (64)$$

Sustituyendo las funciones (61) y (62) en la ecuación de Euler-Lagrange definida en la ecuación (2), donde $y_k = q(t)$, $F_q = f_0(t) - c_0\dot{q}(t)$, $f_0(t)$ es la fuerza aerodinámica actuando sobre la masa

modal del álab e y c_0 es el amortiguamiento modal que se mantiene sin variaciones en cualquier punto de la estructura del álab e [25, 26], calculando las derivadas parciales con respecto a q , las derivadas temporales y simplificando términos se obtiene la ecuación diferencial (65), misma que coincide con la que se presenta en la referencia [9].

$$m_0\ddot{q} + c_0\dot{q} + (k_0 - m_0\Omega^2)q = f_0(t). \quad (65)$$

Los parámetros k_0 , c_0 y Ω se expresan en términos de la eigenfrecuencia natural no amortiguada dominante ω_0 y del factor de amortiguamiento modal ζ_0 de la estructura del álab e como se observa en la ecuación (66):

$$k_0 = m_0\omega_0^2, \quad c_0 = 2m_0\omega_0\zeta_0, \quad \Omega = l\omega_0. \quad (66)$$

Dividiendo la ecuación (65) por m_0 y sustituyendo las relaciones definidas en la ecuación (66) en sus coeficientes, se obtiene la ecuación diferencial (67), que describe el comportamiento dinámico de la masa modal del álab e SDOF en rotación.

$$\ddot{q} + 2\omega_0\zeta_0\dot{q} + (1 - l^2)\omega_0^2q = \frac{1}{m_0}f_0(t). \quad (67)$$

Para expresar la ecuación (67) en espacio de estados, se utilizan las variables $q = x_{1a}$ y $\dot{q} = x_{2a}$, obteniendo las matrices de parámetros y entradas definidas como $\mathbf{A}_a$ y $\mathbf{B}_a$, respectivamente, como se observa en la ecuación (68):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_a &= \mathbf{A}_a\mathbf{X}_a + \mathbf{B}_a, \\ \begin{pmatrix} \dot{x}_{1a} \\ \dot{x}_{2a} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ (l^2 - 1)\omega_0^2 & -2\zeta_0\omega_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1a} \\ x_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_0} \end{pmatrix} f_0(t), \end{aligned} \quad (68)$$

cuya ecuación de transformación es

$$q = \mathbf{C}_a\mathbf{X}_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1a} \\ x_{2a} \end{pmatrix}.$$

Caso B:

A continuación se reproduce el sistema dinámico basado en el uso del RID-TMD en algún punto dentro de la estructura del álab e [15], cuyas consideraciones físicas para obtener un álab e simplificado fueron las mismas que se tomaron en cuenta en el caso A, de modo que solo se considera la interacción entre las vibraciones del álab e y del dispositivo dentro de su estructura, esta simplificación ha sido utilizada in [10, 11, 14, 31, 99]. Además, se ha demostrado que bajo esta consideración los DVAs pueden ser diseñados óptimamente obteniendo variaciones no significativas con respecto a un proceso de optimización sujeto a los efectos del acoplamiento completo de un HAWT. De este modo, se forma un sistema de 3-DOF, como se muestra en la Figura 14(a). Donde el RID-TMD, consta del reemplazo del amortiguador viscoso del TMD clásico, por una red mecánica conocida como amortiguador de masa viscoso sintonizado (TVMD) propuesta por Ikago et al. [152], la cuál está conformada por un resorte, un inersor y un amortiguador viscoso como se ve en la Figura 6(c).

En este caso, la energía cinética del álab e es la misma que se obtuvo en el caso A en la ecuación (61). Por lo tanto, solo se calcula la energía cinética adicional generada por los elementos inerciales del RID-TMD. Para tal fin, se considera el marco de referencia de la Figura 14(b) y se obtiene el vector de posición $\bar{\mathbf{r}}_A(t)$:

$$\bar{\mathbf{r}}_A(t) = [-x_3 \sin \psi - (\phi(x_3)q + x_A) \cos \psi] \mathbf{i} + [x_3 \cos \psi - (\phi(x_3)q + x_A) \sin \psi] \mathbf{j},$$

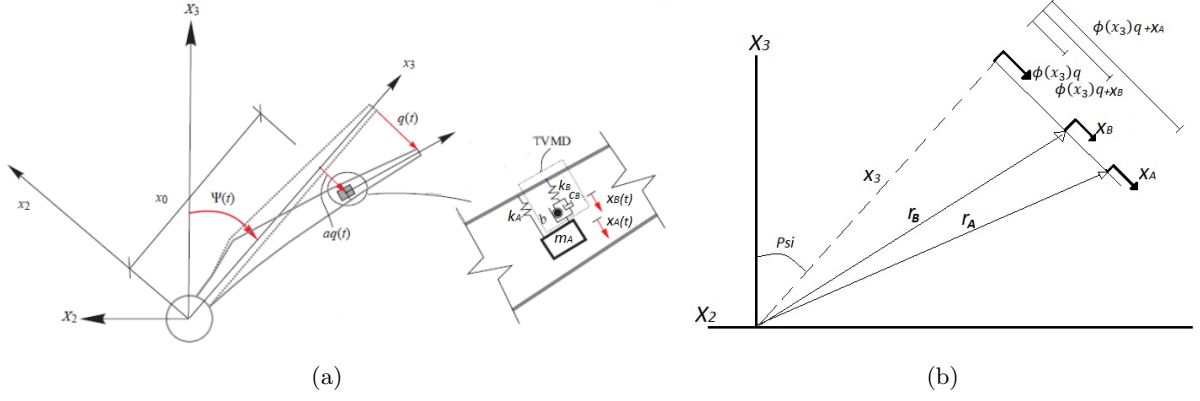


Figura 14: (a) Marco de referencia del sistema álabre-RID-TMD [15]. (b) Coordenadas x_A y x_B en el marco de referencia global X_2 - X_3 .

derivando con respecto al tiempo se obtiene la ecuación (69):

$$\begin{aligned} \bar{v}_A(t) = & [- (x_3 \Omega + \phi(x_3) \dot{q} + \dot{x}_A) \cos \psi + (\phi(x_3) q + x_A) \Omega \sin \psi] i + \dots \\ & [- (x_3 \Omega + \phi(x_3) \dot{q} + \dot{x}_A) \sin \psi - (\phi(x_3) q + x_A) \Omega \cos \psi] j. \end{aligned} \quad (69)$$

Mientras tanto, la energía cinética global del sistema de 3-DOF del caso B se define como sigue:

$$T = \frac{1}{2} (\Omega^2 q^2 + \dot{q}^2) m_0 + \frac{1}{2} \Omega^2 I + \Omega \dot{q} m_1 + \frac{1}{2} m_A \| \bar{v}_A(t) \|^2 + \frac{1}{2} b (\dot{x}_A - \dot{x}_B)^2, \quad (70)$$

donde m_A es la masa del RID-TMD y b es la inercia del inersor. Sustituyendo la ecuación (69) en la ecuación (70), desarrollando las operaciones algebraicas y colocando el RID-TMD a x_0 metros del centro del rotor obteniendo una forma modal $\phi(x_0) = a$, se obtiene la ecuación (71):

$$\begin{aligned} T(q, x_A, x_B, \dot{q}, \dot{x}_A, \dot{x}_B) = & \frac{1}{2} (\Omega^2 q^2 + \dot{q}^2) m_0 + \frac{1}{2} \Omega^2 I + \Omega \dot{q} m_1 + \frac{1}{2} b (\dot{x}_A - \dot{x}_B)^2 + \\ & \frac{1}{2} m_A [(a q + x_A)^2 \Omega^2 + (x_0 \Omega + a \dot{q} + \dot{x}_A)^2]. \end{aligned} \quad (71)$$

Por otro lado, la energía potencial elástica y gravitatoria total calculada a partir del marco de referencia inercial de la Figura 14(b) es:

$$V(q, x_A, x_B) = m_A g [x_0 \cos \psi - (a q + x_A) \sin \psi] + \frac{1}{2} k_A x_A^2 + \frac{1}{2} k_B x_B^2 + \frac{1}{2} k_0 q^2, \quad (72)$$

mientras que en la ecuación (73) se define una función de disipación de energía

$$D(\dot{q}, \dot{x}_A, \dot{x}_B) = \frac{1}{2} c_B (\dot{x}_B - \dot{x}_A)^2 + \frac{1}{2} c_0 \dot{q}^2. \quad (73)$$

Las ecuaciones (71), (72) y (73) satisfacen la ecuación de Euler-Lagrange de la ecuación (2). Entonces, asumiendo que la función de disipación de energía $D(\dot{q}, \dot{x}_A, \dot{x}_B)$ puede ser considerada en las fuerzas descritas en el miembro derecho de la ecuación (2), calculando las derivadas parciales correspondientes con respecto a q , las derivadas temporales y simplificando términos, se obtiene la ecuación diferencial (74):

$$(m_0 + m_A a^2) \ddot{q} + m_A a \ddot{x}_A + c_0 \dot{q} + (k_0 - m_0 \Omega^2 - m_A \Omega^2 a^2) q - m_A \Omega^2 a x_A = f_0(t) + a m_A g \sin \psi, \quad (74)$$

análogamente para las coordenadas generalizadas x_A y x_B se obtienen las ecuaciones (75) y (76), respectivamente.

$$am_A\ddot{q} + (m_A + b)\ddot{x}_A - b\ddot{x}_B + c_B(\dot{x}_A - \dot{x}_B) - am_A\Omega^2 q + (k_A - m_A\Omega^2)x_A = m_A g \sin \psi, \quad (75)$$

$$b(\ddot{x}_B - \ddot{x}_A) + c_B(\dot{x}_B - \dot{x}_A) + k_B x_B = 0. \quad (76)$$

Tomando en cuenta que las fuerzas gravitatorias $am_A g \sin \psi$ y $m_A g \sin \psi$ son despreciables si se comparan con la magnitud de la fuerza modal aerodinámica $f_0(t)$ [15] y definiendo las ecuaciones (74)-(76) en forma matricial se obtiene la ecuación (77)

$$\begin{pmatrix} m_0 + a^2 m_A & am_A & 0 \\ am_A & m_A + b & -b \\ 0 & -b & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{x}_A \\ \ddot{x}_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_0 & 0 & 0 \\ 0 & c_B & -c_B \\ 0 & -c_B & c_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \end{pmatrix} + \dots \quad (77)$$

$$\begin{pmatrix} k_0 - m_0\Omega^2 - m_A\Omega^2 a^2 & -am_A\Omega^2 & 0 \\ -am_A\Omega^2 & k_A - m_A\Omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & k_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ x_A \\ x_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_0(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Adicionalmente, la ecuación (77) puede expresarse en términos de las frecuencias naturales no amortiguadas de sus elementos inerciales a través de las ecuaciones $k_0 = m_0\omega_0^2$, $k_A = m_A\omega_A^2$ y $k_B = b\omega_B^2$. Asimismo, se define un conjunto de variables adimensionales llamado C_b ,

$$\mu = \frac{m_A}{m_0}, \delta = \frac{b}{m_0}, \zeta_B = \frac{c_B}{2m_A\omega_A}, \nu = \frac{\omega_A}{\omega_0}, \eta = \frac{\omega_B}{\omega_0}, l = \frac{\Omega}{\omega_0}, \zeta_0 = \frac{c_0}{2m_0\omega_0}. \quad (78)$$

Por lo tanto, reemplazando los parámetros k_0 , k_A y k_B por sus relaciones correspondientes, sustituyendo el conjunto de variables adimensionales C_b y despejando las aceleraciones $\ddot{q}$, $\ddot{x}_A$ y $\ddot{x}_B$ en la ecuación (77), se obtiene:

$$\begin{cases} \ddot{q} = (l^2 - 1)\omega_0^2 q - 2\zeta_0 \omega_0 \dot{q} + a\mu\nu^2\omega_0^2 x_A + a\delta\eta^2\omega_0^2 x_B + \frac{f_0(t)}{m_0} \\ \ddot{x}_A = a\omega_0^2 q + 2a\zeta_0 \omega_0 \dot{q} + (l^2 - \nu^2 - a^2\mu\nu^2)\omega_0^2 x_A - \left(a^2 + \frac{1}{\mu}\right)\delta\eta^2\omega_0^2 x_B + g \sin \psi - \frac{af(t)}{m_0} \\ \ddot{x}_B = a\omega_0^2 q + 2a\zeta_0 \omega_0 \dot{q} + (l^2 - \nu^2 - a^2\mu\nu^2)\omega_0^2 x_A + 2\zeta_B \frac{\mu}{\delta}\nu\omega_0 \dot{x}_A - \left(a^2\delta + \frac{\delta}{\mu} + 1\right)\eta^2\omega_0^2 x_B \dots \\ - 2\zeta_B \frac{\mu}{\delta}\nu\omega_0 \dot{x}_B + g \sin \psi - \frac{af(t)}{m_0} \end{cases}. \quad (79)$$

Este sistema se define en espacio de estados como se observa en la ecuación (80) a partir de las variables de estado $q = x_{1b}$, $\dot{q} = x_{2b}$, $x_A = x_{3b}$, $\dot{x}_A = x_{4b}$, $x_B = x_{5b}$ y $\dot{x}_B = x_{6b}$,

$$\dot{\mathbf{X}}_b = \mathbf{A}_b \mathbf{X}_b + \mathbf{B}_b f_0(t), \quad (80)$$

cuya ecuación de transformación es

$$\mathbf{Y}_b = \mathbf{C}_b \mathbf{X}_b,$$

donde: $\mathbf{X}_b^T = (x_{1b} \ x_{2b} \ x_{3b} \ x_{4b} \ x_{5b} \ x_{6b})$, $\mathbf{B}_b^T = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{m_0} & 0 & -\frac{a}{m_0} & 0 & -\frac{a}{m_0} \end{pmatrix} f_0(t)$,

$\mathbf{Y}_b^T = (q \ x_A \ x_B)$,

$$\mathbf{A}_b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (l^2 - 1)\omega_0^2 & -2\zeta_0 \omega_0 & a\mu\nu^2\omega_0^2 & 0 & a\delta\eta^2\omega_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a\omega_0^2 & 2a\zeta_0 \omega_0 & (l^2 - \nu^2 - a^2\mu\nu^2)\omega_0^2 & 0 & -\left(a^2 + \frac{1}{\mu}\right)\delta\eta^2\omega_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a\omega_0^2 & 2a\zeta_0 \omega_0 & (l^2 - \nu^2 - a^2\mu\nu^2)\omega_0^2 & 2\zeta_B \frac{\mu}{\delta}\nu\omega_0 & -\left(a^2\delta + \frac{\delta}{\mu} + 1\right)\eta^2\omega_0^2 & -2\zeta_B \frac{\mu}{\delta}\nu\omega_0 \end{pmatrix}$$

$$\text{y } \mathbf{C}_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Caso C:

Este caso considera el modelo dinámico álabo-TMD desarrollado en [12], que consta del acoplamiento del TMD clásico dentro de la estructura del álabo SDOF. La configuración del TMD se muestra en la Figura 6(a). Este modelo es considerado únicamente para tener un punto de comparación con los casos B, D y E, puesto que en [12], el TMD fue sintonizado mediante la técnica de los puntos invariantes (FPT), mientras que los dispositivos investigados en esta tesis no han sido sintonizados mediante esta técnica, pero tampoco se ha medido su desempeño mediante el uso de una norma, como puede ser H_2 o H_∞ . Por lo tanto, las ecuaciones definidas en [12], son las siguientes:

$$\begin{pmatrix} m_0 + a^2 m_A & a m_A \\ a m_A & m_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{x}_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_0 & 0 \\ 0 & c_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{x}_A \end{pmatrix} + \dots \quad (81)$$

$$\begin{pmatrix} k_0 - m_0 \Omega^2 - m_A \Omega^2 a^2 & -a m_A \Omega^2 \\ -a m_A \Omega^2 & k_A - m_A \Omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ x_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_0(t) + a m_A g \sin \psi \\ m_A g \sin \psi \end{pmatrix},$$

donde m_A , c_A y k_A son la masa, amortiguamiento y rigidez del TMD.

Al igual que en el caso B, las rigideces de este sistema se relacionan con las frecuencias naturales no amortiguadas acorde con las ecuaciones $k_A = m_A \omega_A^2$ y $k_0 = m_0 \omega_0^2$, mientras que también se definen las siguientes variables adimensionales en la ecuación (82)

$$\mu = \frac{m_A}{m_0}, \zeta_A = \frac{c_A}{2m_A \omega_A}, \nu = \frac{\omega_A}{\omega_0}, l = \frac{\Omega}{\omega_0}, \zeta_0 = \frac{c_0}{2m_0 \omega_0}, \quad (82)$$

siguiendo el mismo procedimiento que en el caso B y proponiendo las variables de estado $q = x_{1c}$, $\dot{q} = x_{2c}$, $x_A = x_{3c}$ y $\dot{x}_A = x_{4c}$, la ecuación (81) se define de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{X}}_c = \mathbf{A}_c \mathbf{X}_c + \mathbf{B}_c f_0(t), \quad (83)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{1c} \\ \dot{x}_{2c} \\ \dot{x}_{3c} \\ \dot{x}_{4c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ (l^2 - 1)\omega_0^2 & -2\zeta_0 \omega_0 & a\mu \nu^2 \omega_0^2 & 2a\mu \zeta_A \nu \omega_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a\omega_0^2 & 2a\zeta_0 \omega_0 & (l^2 - \nu^2 - a^2 \mu \nu^2)\omega_0^2 & -2\zeta_A \nu (a^2 \mu + 1)\omega_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1c} \\ x_{2c} \\ x_{3c} \\ x_{4c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{m_0}{0} \\ -\frac{a}{m_0} \end{pmatrix} f_0(t),$$

cuya ecuación de transformación es

$$\mathbf{Y}_c = \mathbf{C}_c \mathbf{X}_c,$$

$$\begin{pmatrix} q \\ x_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1c} \\ x_{2c} \\ x_{3c} \\ x_{4c} \end{pmatrix}.$$

Caso D:

En este caso se obtiene un nuevo sistema dinámico de 3-DOF, que considera el acoplamiento del absorbedor de vibración dinámico de doble masa (DMDVA) dentro de la estructura de un álabo SDOF para controlar vibraciones laterales. El DMDVA, investigado en [1], está conformado por

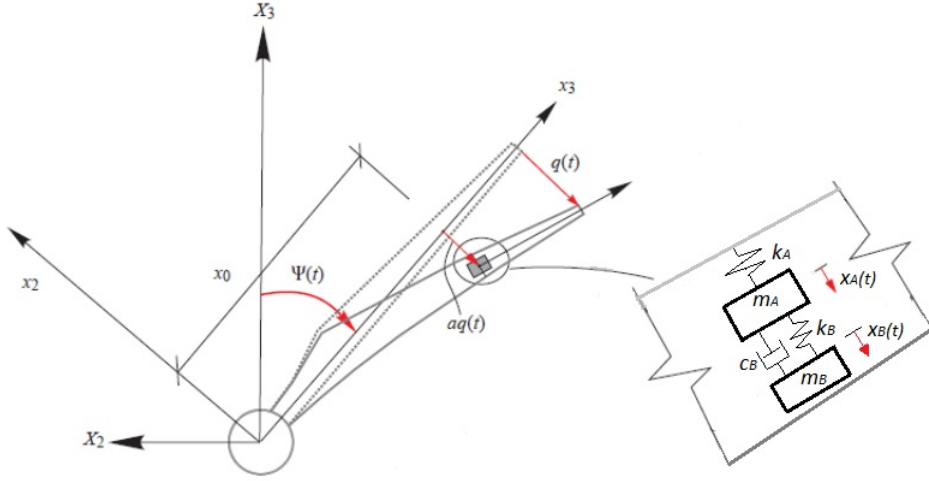


Figura 15: Marco de referencia inercial del sistema ala-DMDVA (Figura editada de [15]).

dos masas m_A y m_B conectadas en serie a través de un resorte k_B y un amortiguador viscoso c_B conectados en paralelo como se muestra en la Figura 15. El DMDVA, es utilizado de la misma forma en que se realizó en el caso B en la Figura 14(a).

Análogamente al análisis hecho en el caso B, las funciones de energía cinética y potencial del sistema de la Figura 15 son obtenidas en las ecuaciones (84) y (85), respectivamente. Nótese que en este caso, ahora son dos masas las que contribuyen en la función de energía cinética y potencial.

$$T(q, x_A, x_B, \dot{q}, \dot{x}_A, \dot{x}_B) = \frac{1}{2}(\Omega^2 q^2 + \dot{q}^2)m_0 + \frac{1}{2}\Omega^2 I + \Omega \dot{q}m_1 + \frac{1}{2}m_A [(aq + x_A)^2 \Omega^2 + (x_0 \Omega + a\dot{q} + \dot{x}_A)^2] \dots \quad (84)$$

$$+ \frac{1}{2}m_B [(aq + x_B)^2 \Omega^2 + (x_0 \Omega + a\dot{q} + \dot{x}_B)^2],$$

$$V(q, x_A, x_B) = m_A g [x_0 \cos \psi - (aq + x_A) \sin \psi] + m_B g [x_0 \cos \psi - (aq + x_B) \sin \psi] \dots \quad (85)$$

$$+ \frac{1}{2}k_A x_A^2 + \frac{1}{2}k_B (x_B - x_A)^2 + \frac{1}{2}k_0 q^2.$$

Las funciones (84) y (85) satisfacen la ecuación (2). Además, las fuerzas disipativas correspondientes a las coordenadas generalizadas $q(t)$, $x_A(t)$ y $x_B(t)$ son $f_0(t) - c_0 \dot{q}$, $c_B(\dot{x}_B - \dot{x}_A)$ y $-c_B(\dot{x}_B - \dot{x}_A)$. Bajo estas consideraciones se obtienen las siguientes tres ecuaciones diferenciales:

$$[m_0 + (m_A + m_B)a^2] \ddot{q} + am_A \ddot{x}_A + am_B \ddot{x}_B + c_0 \dot{q} + [(k_0 - m_0 \Omega^2 - (m_A + m_B)\Omega^2 a^2] q \dots \quad (86)$$

$$-am_A \Omega^2 x_A - am_B \Omega^2 x_B = f_0(t) + a(m_A + m_B)g \sin \psi,$$

$$am_A \ddot{q} + m_A \ddot{x}_A + c_B(\dot{x}_A - \dot{x}_B) - am_A \Omega^2 q + (k_A + k_B - m_A \Omega^2)x_A - k_B x_B = m_A g \sin \psi, \quad (87)$$

$$am_B \ddot{q} + m_B \ddot{x}_B + c_B(\dot{x}_B - \dot{x}_A) - am_B \Omega^2 q - k_B x_A + (k_B - m_B \Omega^2)x_B = m_B g \sin \psi, \quad (88)$$

donde las fuerzas gravitacionales serán despreciadas por las razones expuestas en el caso B. Además, para hacer que los coeficientes de las ecuaciones (86)-(88) sean adimensionales, se utilizan las ecuaciones $k_A = m_A \omega_A^2$ y $k_B = m_B \omega_B^2$, que relacionan la rigidez de los resortes con las frecuencias naturales no amortiguadas de los elementos inerciales y un conjunto de variables adimensionales definido en (89),

$$\mu_d = \frac{m_A + m_B}{m_0}, \delta_d = \frac{m_B}{m_A}, \zeta_{Bd} = \frac{c_B}{2m_B \omega_B}, \nu = \frac{\omega_A}{\omega_0}, \eta = \frac{\omega_B}{\omega_0}, l = \frac{\Omega}{\omega_0}, \zeta_0 = \frac{c_0}{2m_0 \omega_0}. \quad (89)$$

Sustituyendo los parámetros k_0 , k_A y k_B por las relaciones de rigidez correspondientes, sustituyendo el conjunto de variables adimensionales de la ecuación (89), y despejando las aceleraciones $\ddot{q}$, $\ddot{x}_A$ y $\ddot{x}_B$ en las ecuaciones (86)-(88) se obtiene:

$$\begin{cases} \ddot{q} = (l^2 - 1)\omega_0^2 q - 2\zeta_0 \omega_0 \dot{q} + \frac{a \mu \nu^2}{1 + \delta} \omega_0^2 x_A + \frac{f_0(t)}{m_0}, \\ \ddot{x}_A = a\omega_0^2 q + 2a\zeta_0 \omega_0 \dot{q} + \left(l^2 - \nu^2 - \delta\eta^2 - \frac{a^2 \mu \nu^2}{1 + \delta} \right) \omega_0^2 x_A - 2\zeta_B \eta \delta \omega_0 \dot{x}_A + \delta \eta^2 \omega_0^2 x_B \\ + 2\zeta_B \eta \delta \omega_0 \dot{x}_B - a \frac{f_0(t)}{m_0}, \\ \ddot{x}_B = a\omega_0^2 q + 2a\zeta_0 \omega_0 \dot{q} + \left(\eta^2 - \frac{a^2 \mu \nu^2}{1 + \delta} \right) \omega_0^2 x_A + 2\zeta_B \eta \omega_0 \dot{x}_A + (l^2 - \eta^2) \omega_0^2 x_B - 2\zeta_B \eta \omega_0 \dot{x}_B \\ - a \frac{f_0(t)}{m_0}. \end{cases}$$

Definiendo las variables de estado $q = x_{1d}$, $\dot{q} = x_{2d}$, $x_A = x_{3d}$, $\dot{x}_A = x_{4d}$, $x_B = x_{5d}$ y $\dot{x}_B = x_{6d}$, el sistema queda definido como se observa en la ecuación (90)

$$\dot{\mathbf{X}}_d = \mathbf{A}_d \mathbf{X}_d + \mathbf{B}_d f_0(t), \quad (90)$$

cuya ecuación de transformación es:

$$\mathbf{Y}_d = \mathbf{C}_d \mathbf{X}_d,$$

donde: $\mathbf{X}_d^T = (x_{1d} \ x_{2d} \ x_{3d} \ x_{4d} \ x_{5d} \ x_{6d})$, $\mathbf{B}_d^T = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{m_0} & 0 & -\frac{a}{m_0} & 0 & -\frac{a}{m_0} \end{pmatrix} f_0(t)$,

$$\mathbf{Y}_d^T = (q \ x_A \ x_B),$$

$$\mathbf{A}_d = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (l^2 - 1)\omega_0^2 & -2\zeta_0 \omega_0 & \frac{a \mu \nu^2}{1 + \delta} \omega_0^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a\omega_0^2 & 2a\zeta_0 \omega_0 & \left(l^2 - \nu^2 - \delta\eta^2 - \frac{a^2 \mu \nu^2}{1 + \delta} \right) \omega_0^2 & -2\zeta_B \eta \delta \omega_0 & \delta \eta^2 \omega_0^2 & 2\zeta_B \eta \delta \omega_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a\omega_0^2 & 2a\zeta_0 \omega_0 & \left(\eta^2 - \frac{a^2 \mu \nu^2}{1 + \delta} \right) \omega_0^2 & 2\zeta_B \eta \omega_0 & (l^2 - \eta^2) \omega_0^2 & -2\zeta_B \eta \omega_0 \end{pmatrix}$$

y $\mathbf{C}_d = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

Caso E:

En este caso se obtiene otro nuevo sistema dinámico, conformado por el amortiguador de masa sintonizado viscoelástico (VTMD) dentro de la estructura del álabo SDOF. El VTMD, ha presentado pequeñas ventajas sobre el TMD clásico en la supresión de vibración armónica [3,6,69], y se origina al reemplazar el amortiguador viscoso del TMD por uno viscoelástico como se observa en la Figura 16(a). Existen esencialmente dos configuraciones para describir amortiguadores viscoelásticos, el modelo tipo Maxwell y tipo Voigt [6,63,64]. En este caso, se utiliza un modelo lineal estándar utilizado por Batou et al. [6], que esta conformado por un resorte conectado en paralelo con el modelo Maxwell. El VTMD se acopla de la misma forma que en los casos anteriores como se observa en la Figura 16(b).

De nuevo, las ecuaciones diferenciales de este sistema se calculan a partir de la ecuación de Euler-Lagrange (2), considerando el marco de referencia de la Figura 16(b). Estas ecuaciones son:

$$(m_0 + m_A a^2) \ddot{q} + a m_A \ddot{x}_A + c_0 \dot{q} + [k_0 - \Omega^2(m_0 + m_A a^2)] q - a m_A \Omega^2 x_A = f_0(t) + a m_A g \sin \psi, \quad (91)$$

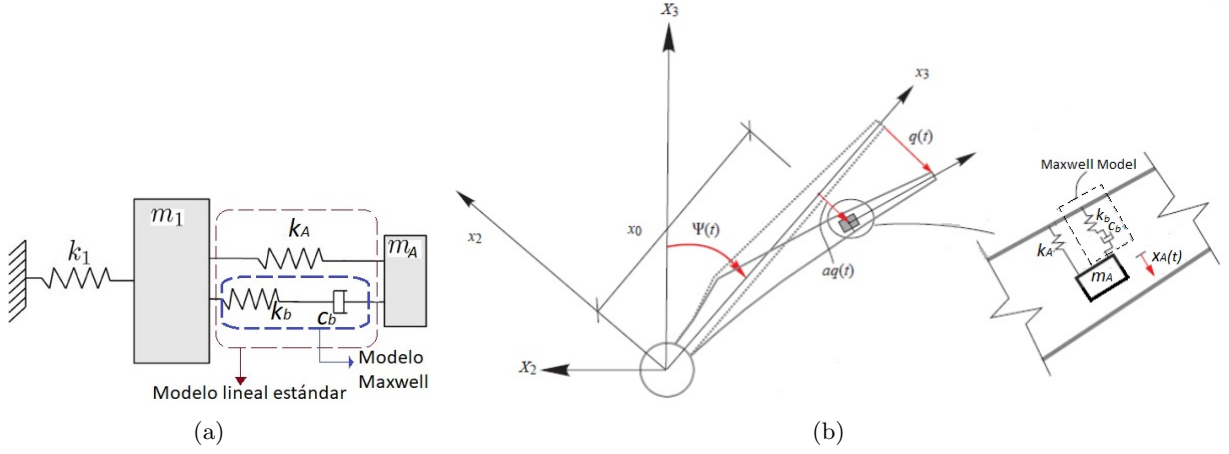


Figura 16: (a) Amortiguador de masa sintonizado viscoelástico [6]. (b) Marco de referencia del sistema álabo-VTMD (Figura editada de [12]).

$$am_A \ddot{q} + m_A \ddot{x}_A + k_b \int_0^\infty e^{-\frac{k_b}{c_b}(t-\tau)} \frac{dx_A(\tau)}{d\tau} d\tau - am_A \Omega^2 q + (k_A - m_A \Omega^2) x_A = m_A g \sin \psi. \quad (92)$$

Para este sistema no se proponen relaciones adimensionales para k_b y c_b , ya que debido al comportamiento viscoelástico de este dispositivo, estos parámetros están relacionados con frecuencias naturales que son dependientes de la frecuencia de excitación ω . Por otro lado, aunque la rigidez k_A puede ser adimensional con respecto a k_0 , los tres parámetros (k_b , c_b y k_A) son tratados de forma dimensional para evitar ambigüedades durante el análisis. Por lo tanto, únicamente se considera la relación de masa, la velocidad adimensional l y el factor de amortiguamiento modal del álabo ζ_0 , definidos en la ecuación (93),

$$\mu = \frac{m_A}{m_0}, l = \frac{\Omega}{\omega_0}, \zeta_0 = \frac{c_0}{2m_0 \omega_0}. \quad (93)$$

Sustituyendo los parámetros Ω , c_0 , k_0 y m_A de las ecuaciones (91)-(92) por las relaciones definidas en (93), despejando las aceleraciones $\ddot{q}$ y $\ddot{x}_A$ y estableciendo las variables de estado $q = x_{1e}$, $\dot{q} = x_{2e}$, $x_A = x_{3e}$ y $\dot{x}_A = x_{4e}$, se obtiene la ecuación (94):

$$\dot{\mathbf{X}}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{X}_e + \mathbf{B}_e f_0(t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t)_e, \quad (94)$$

cuya notación matricial es

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{1e} \\ \dot{x}_{2e} \\ \dot{x}_{3e} \\ \dot{x}_{4e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ (l^2 - 1)\omega_0^2 & -2\zeta_0 \omega_0 & a \frac{k_A}{m_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a\omega_0^2 & 2a\zeta_0 \omega_0 & l^2 \omega_0^2 - \frac{k_A}{m_0} \left(a^2 + \frac{1}{\mu}\right) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1e} \\ x_{2e} \\ x_{3e} \\ x_{4e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ m_0 \\ 0 \\ -\frac{a}{m_0} \end{pmatrix} f_0(t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t)_e,$$

$$\text{donde: } \mathbf{G}(\mathbf{x}, t)_e = \begin{pmatrix} 0 \\ a \frac{k_b}{m_0} \\ 0 \\ -\frac{k_b}{m_0} \left(a^2 + \frac{1}{\mu}\right) \end{pmatrix} \int_0^t e^{-\frac{k_b}{c_b}(t-\tau)} x_{4e}(\tau) d\tau, \text{ mientras que la ecuación de transfor-}$$

mación es

$$\mathbf{Y}_e = \mathbf{C}_e \mathbf{X}_e$$

$$\begin{pmatrix} q \\ x_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1e} \\ x_{2e} \\ x_{3e} \\ x_{de} \end{pmatrix}.$$

4.1.2. Sintonización de frecuencias a partir de la EFPT

En esta Sección se sintonizan los parámetros de los DVAs de los casos **B**, **C** y **D** con la eigenfrecuencia principal modal del álabe SDOF, de modo que se obtenga una respuesta en frecuencia de la masa modal del álabe SDOF aproximadamente óptima en términos de la minimización de los picos resonantes. Para tal fin, se utiliza un método de sintonización conocido como la técnica de los puntos fijos extendida (EFPT) desarrollado en [43]. Los resultados obtenidos a partir de la EFPT serán utilizados como referencia para formular un problema de optimización basado en la definición de la norma $H2$. Esta última proporcionará los parámetros óptimos de los dispositivos basandose en el enfoque de minimización de la varianza de desplazamiento de respuesta en frecuencia al cuadrado de la masa modal del álabe.

La función de transferencia en el dominio de Laplace para el desplazamiento $q(t)$ de las ecuaciones diferenciales planteadas en los casos B, C, D y E se define como sigue:

$$H_k(s) = \frac{Q(s)}{F(s)} = \frac{\frac{b_{k,(n-1)}}{m_0}s^{n-1} + \frac{b_{k,(n-2)}}{m_0}\omega_0^0 s^{n-2} + \dots + \frac{b_{k,1}}{m_0}\omega_0^{n-3} s^1 + \frac{b_{k,0}}{m_0}\omega_0^{n-2}}{\omega_0^0 s^n + a_{k,(n-1)}\omega_0^1 s^{n-1} + \dots + a_{k,2}\omega_0^{n-2} s^2 + a_{k,1}\omega_0^{n-1} s^1 + a_{k,0}\omega_0^n}, \quad (95)$$

donde $k = B, C, D, E$ se refiere a los casos planteados en la Sección 4.1.1. Mientras que los coeficientes $b_{k,(n-1)}, \dots, b_{k,0}$ y $a_{k,(n-1)}, \dots, a_{k,0}$ se definen en función de las variables adimensionales definidas en las ecuaciones (78), (82), y (89).

Caso B

A partir de la transformada de Laplace de las ecuaciones diferenciales definidas en la ecuación (79), la función de transferencia de la masa modal del álabe del caso B se define como se observa en la ecuación (96),

$$H_B(s) = \frac{Q(s)}{F(s)} = \frac{\frac{b_{B,5}}{m_0}s^5 + \frac{b_{B,4}}{m_0}s^4 + \frac{b_{B,3}\omega_0}{m_0}s^3 + \frac{b_{B,2}\omega_0^2}{m_0}s^2 + \frac{b_{B,1}\omega_0^3}{m_0}s + b_{B,0}\frac{\omega_0^4}{m_0}}{s^6 + a_{B,5}\omega_0 s^5 + a_{B,4}\omega_0^2 s^4 + a_{B,3}\omega_0^3 s^3 + a_{B,2}\omega_0^4 s^2 + a_{B,1}\omega_0^5 s^1 + a_{B,0}\omega_0^6}, \quad (96)$$

$$b_{B,5} = 0,$$

donde los coeficientes $b_{B,(n-1)}, \dots, b_{B,0}$ y $a_{B,(n-1)}, \dots, a_{B,0}$ para $n = 6$ se definen en el Apéndice A. Asumiendo que el sistema se encuentra en estado estable, la ecuación (96) se define en el dominio de Fourier sustituyendo la variable s por $i\omega$, y en forma adimensional mediante la relación $\omega = r\omega_0$, obteniendo:

$$H_B(ir) = \frac{Q(ir)k_0}{F(ir)} = \frac{b_{B,4}(ir)^4 + b_{B,3}(ir)^3 + b_{B,2}(ir)^2 + b_{B,1}(ir) + b_{B,0}}{(ir)^6 + a_{B,5}(ir)^5 + a_{B,4}(ir)^4 + a_{B,3}(ir)^3 + a_{B,2}(ir)^2 + a_{B,1}(ir) + a_{B,0}}, \quad (97)$$

agrupando las partes reales e imaginarias:

$$H_B(ir) = \frac{N_{re,B} + iN_{im,B}}{D_{re,B} + iD_{im,B}}, \quad (98)$$

donde; $N_{re,B} = b_{B,4}r^4 - b_{B,2}r^2 + b_{B,0}$, $N_{im,B} = -b_{B,3}r^3 + b_{B,1}r$, $D_{re,B} = -r^6 + a_{B,4}r^4 - a_{B,2}r^2 + a_{B,0}$ y $D_{im,B} = a_{B,5}r^5 - a_{B,3}r^3 + a_{B,1}r$.

La FRF de la ecuación (98) se expresa en términos de variable real multiplicando numerador y denominador por el conjugado del denominador y extrayendo la magnitud de la función compleja resultante, dando lugar a la ecuación (99);

$$|H_B(ir)| = \sqrt{\frac{N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2}{D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2}}, \quad (99)$$

que en la ecuación (100) se generaliza para los casos B, C y D;

$$|H_k(ir)| = \sqrt{\frac{N_{re,k}^2 + N_{im,k}^2}{D_{re,k}^2 + D_{im,k}^2}}, \quad (100)$$

para $k = B, C, D$.

A partir de la ecuación (99) se obtiene una FRF adimensional, sobre la cuál se puede determinar la existencia de cuatro frecuencias invariantes independientes del factor de amortiguamiento influyente sobre el sistema $\zeta_B = \frac{c_B}{2m_A\omega_A}$, ya que ζ_0 se considera cero al ser extremadamente pequeño [12, 15]. El factor ζ_B es proporcionado por el elemento amortiguador del RID-TMD definido en la ecuación (78). La EFPT consiste en utilizar dos condiciones de operación del dispositivo. La primera se obtiene al hacer que el factor de amortiguamiento ζ_B sea infinitamente pequeño ($\zeta_B \rightarrow 0$) y después haciendo que sea infinitamente grande ($\zeta_B \rightarrow \infty$) en la ecuación (99). Esto se observa analíticamente en las ecuaciones (101) y (102),

$$H_{B\zeta_B \rightarrow 0} = \lim_{\zeta_B \rightarrow 0} H_B = \lim_{\zeta_B \rightarrow 0} \sqrt{\frac{N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2}{D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2}} = \sqrt{\frac{N_{re,B}^2}{D_{re,B}^2}} = \pm \frac{N_{re,B}}{D_{re,B}}, \quad (101)$$

y

$$H_{B\zeta_B \rightarrow \infty} = \lim_{\zeta_B \rightarrow \infty} H_B = \lim_{\zeta_B \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2}{D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{N_{im,B}}{\zeta_B}\right)^2}{\left(\frac{D_{im,B}}{\zeta_B}\right)^2}} = \pm \frac{N_{im,B}}{D_{im,B}}. \quad (102)$$

A partir de la ecuación (99) se obtienen curvas de respuesta en frecuencia con tres picos resonantes y cuatro frecuencias invariantes, donde las ecuaciones (101) y (102) estarán incluidas como casos particulares de la ecuación (99). Al igualar las ecuaciones (101) y (102) se obtiene una ecuación polinómica cuyas raíces son las frecuencias invariantes r , de este modo se obtiene;

$$\frac{N_{re,B}}{D_{re,B}} = \pm \frac{N_{im,B}}{D_{im,B}}. \quad (103)$$

Si se toma la raíz positiva de la ecuación (103) conduce a:

$$a^2 \delta^2 \eta^4 \mu^2 (l^2 + r^2)^2 = 0,$$

cuya solución es $r = \pm li$, lo cuál carece de sentido físico. Sin embargo, si se toma la raíz negativa se obtiene:

$$N_{re,B} D_{im,B} + N_{im,B} D_{re,B} = 0,$$

después de simplificaciones se obtiene un polinomio de grado ocho con multiplicidad dos como se ve en la ecuación (104)

$$f_4(\mu, \delta) r^8 + f_3(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a) r^6 + f_2(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a) r^4 + f_1(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a) r^2 + f_0(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a) = 0, \quad (104)$$

cuyas raíces son las frecuencias invariantes r . Dividiendo la ecuación (104) por el coeficiente de r^8 y estableciendo el cambio de variable $\lambda = r^2$, se obtiene la ecuación (105)

$$\lambda^4 + \frac{f_3(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} \lambda^3 + \frac{f_2(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} \lambda^2 + \frac{f_1(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} \lambda + \frac{f_0(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} = 0, \quad (105)$$

cuyos coeficientes de λ son funciones de las variables adimensionales de la ecuación (78) y de la forma modal a . Por otro lado, si se utiliza la raíz positiva de la ecuación (102) y se iguala con cero se obtiene:

$$H_{B\zeta_B \rightarrow \infty} D_{im,B} - N_{im,B} = 0. \quad (106)$$

Al igual que en la ecuación (103), a partir de la ecuación (106) se obtiene una ecuación polinómica de grado cuatro con $\lambda = r^2$. De este modo, se obtiene la ecuación (107)

$$\begin{aligned} \lambda^4 + h_3(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a) \lambda^3 + h_2(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a, |H_B|) \lambda^2 + h_1(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a, |H_B|) \lambda + \dots \\ + h_0(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a, |H_B|) = 0. \end{aligned} \quad (107)$$

Debido a que $r = \pm\sqrt{\lambda}$, las ecuaciones (105) y (107) tienen ocho raíces. Sin embargo, cuatro de ellas son despreciadas debido a que se ubican sobre el eje negativo de las frecuencias. Por otro lado, la suma y el producto de las cuatro raíces positivas satisfacen el teorema de Vieta [43], lo que justifica que sean iguales si los coeficientes de las ecuaciones (105) y (107) se igualan. De este modo, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales;

$$\frac{f_3(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} - h_3(\nu, \mu, \delta, l, a) = 0, \quad (108)$$

$$\frac{f_2(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} - h_2(\nu, \mu, \delta, l, a, H_B) = 0, \quad (109)$$

$$\frac{f_1(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} - h_1(\nu, \mu, \delta, l, a, H_B) = 0, \quad (110)$$

$$\frac{f_0(\nu, \eta, \mu, \delta, l, a)}{f_4(\mu, \delta)} - h_0(\nu, \mu, \delta, l, a, H_B) = 0. \quad (111)$$

Este sistema esta sujeto a $(\nu, \eta, \delta, |H_B|) \geq 0, \forall \{\mu, l, a\} \in Re^+$.

La solución del sistema de ecuaciones no lineal (108) - (111) consiste en encontrar cuatro funciones analíticas para ν, η, δ y $|H_B|$ como funciones de las variables independientes μ, l y a . Después de analizar las funciones multivariantes que satisfacen el sistema de ecuaciones (108) - (111). Las soluciones para ν, η, δ y $|H_B|$ se definen en la ecuación (112):

$$\begin{cases} \nu(\mu, l, a) = \sqrt{\frac{a^2 l^2 \mu + l^2 - 1}{(a^2 l^2 \mu - 2a^2 \mu + l^2 - 1)(a^2 \mu + 1)}} = \frac{\omega_A}{\omega_0} \\ \eta(\mu, l, a) = \frac{\sqrt{-(a^2 \mu + 1)(a^2 l^2 \mu - 2a^2 \mu + l^2 - 1)}}{a^2 \mu + 1} = \frac{\omega_B}{\omega_0} \\ \delta(\mu, l, a) = \frac{2a^2 \mu^2}{[a^2(l^2 - 2)\mu + l^2 - 1]^2} = \frac{b}{m_0} \\ H_B(\mu, a) = \sqrt{\frac{a^2 \mu + 1}{a^2 \mu}} \end{cases}. \quad (112)$$

La ecuación (112) restringe las variables ν, η , y δ , de modo que proporcionen la misma amplitud de vibración $|H_B|$ en las frecuencias invariantes de la FRF definida en la ecuación (100) para $k = B$.

Además, se observa que al igual que el TMD, utilizado en [12], la amplitud de vibración invariante $|H_B|$ es independiente de la velocidad angular Ω . Esto significa que, ante las variaciones en la velocidad del rotor y la posible desintonización de los parámetros del RID-TMD, las amplitudes de vibración invariantes en la dirección lateral no cambiarán. Análogamente, la EFPT es utilizada para el sistema álabes-DMDVA (caso D). Las soluciones analíticas para los parámetros de este sistema son definidas en la ecuación (113).

$$\begin{cases} \nu(\mu_d, a) = \sqrt{\frac{2a^2\mu_d + 1}{a^2\mu_d + 1}} = \frac{\omega_A}{\omega_0} \\ \eta(\mu_d, a) = \sqrt{\frac{1}{2a^4\mu_d^2 + 3a^2\mu_d + 1}} = \frac{\omega_B}{\omega_0} \\ \delta(\mu_d, a) = 2a^2\mu_d = \frac{m_B}{m_A} \\ H_D(\mu_d, a) = \sqrt{\frac{a^2\mu_d + 1}{a^2\mu_d}} \end{cases} \quad (113)$$

Adicionalmente, aunque las soluciones analíticas de los parámetros del TMD (caso C) fueron calculadas en [12], en este trabajo se calculan a partir de la FPT, ya que la magnitud de la FRF obtenida a partir de la ecuación (95) para $k = C$ proporciona un polinomio de grado cuatro en el denominador como se observa en el Apéndice A, haciendo innecesario el uso de la EFPT. De este modo se obtienen las soluciones mostradas en la ecuación (114),

$$\begin{cases} \nu(\mu, a) = \frac{1}{a^2\mu + 1} = \frac{\omega_A}{\omega_0} \\ H_C(\mu, a) = \sqrt{\frac{a^2\mu + 2}{a^2\mu}} \\ \zeta_B(\mu, a, l) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(-2a^6\mu^3 - 5a^4\mu^2 - 3a^2\mu)l^2 + 3a^2\mu}{(a^2\mu + 1)[2 + (a^2\mu + 2)(a^2\mu + 1)^2l^4 + (-2a^4\mu^2 - 6a^2\mu - 4)l^2]}} = \frac{c_A}{2m_A\omega_A} \end{cases} \quad (114)$$

Mientras tanto, los parámetros del VTMD del caso E no pudieron ser calculados con la FPT ni con la EFPT, ya que el polinomio del denominador de la FRF de la ecuación (100) para $k = E$ es de grado cinco, y actualmente no existe una técnica de sintonización para este tipo de sistemas. En las ecuaciones (112), (113) y (114) se observa que en los tres casos las amplitudes de vibración invariantes son independientes de la velocidad angular del rotor. Siendo $H_B(\mu, a)$ y $H_D(\mu_d, a)$ de igual magnitud, mientras que, en la ecuación (114), se observa que la magnitud de $H_C(\mu, a)$ es mayor que la magnitud de las amplitudes invariantes proporcionada por el RID-TMD y el DMDVA. Hecho que demuestra, una primera ventaja del RID-TMD y el DMDVA sobre el TMD.

Uno de los hallazgos más importantes es que aunque la ecuación (113) (caso D) muestra que ν y η son independientes de l , las funciones $\nu(\mu_d, a)$ y $\eta(\mu_d, a)$ hacen que las frecuencias naturales ω_A y ω_B del DMDVA sean directamente proporcionales a la eigenfrecuencia modal del álabes ω_0 , debido a que se relacionan mediante las relaciones $\nu = \frac{\omega_A}{\omega_0}$ y $\eta = \frac{\omega_B}{\omega_0}$ definidas en la ecuación (89). Este comportamiento involucra implícitamente la influencia de Ω en la sintonización de estas frecuencias. Mientras tanto, la relación inercial δ_d es explícitamente independiente de la velocidad angular, lo que hace que la masa m_B sea tolerante a ligeros cambios en la velocidad angular del rotor, evitando así la desintonización de este parámetro. A diferencia del DMDVA, las variables adimensionales ν , η y δ del RID-TMD dependen explícitamente de la velocidad angular adimensional l , lo que hace que los parámetros de estos dispositivos sean parcialmente más sensibles a pequeños cambios mientras los álabes están en operación. Por lo que aparentemente el DMDVA parece tener mayores beneficios en comparación con el RID-TMD y el TMD.

4.1.2.1. Sintonización del factor de amortiguamiento

Las ecuaciones (112) y (113) garantizan una amplitud de vibración igual en los puntos invariantes, pero no garantizan la atenuación de las amplitudes de vibración en las frecuencias resonantes. Para ilustrar esto, se simulan las FRFs de las ecuaciones (101), (102) y (99) para $k = B$. Para ello, se utilizan las soluciones calculadas en la ecuación (112), teniendo en cuenta las condiciones de operación y los parámetros del HAWT del laboratorio nacional de energías renovables (NREL) [26], cuyos álabes tienen una masa modal $m_0 = 1354$ kg y una longitud de 63m. El rotor de este HAWT mantiene una velocidad angular $\Omega = 1.27 \text{ rad/s}$ correspondiente a una velocidad media del viento de $\bar{v} = 11,4 \text{ m/s}$. En condiciones normales de operación, mientras el viento varía entre 3 m/s y $11,4 \text{ m/s}$, la velocidad angular del rotor Ω aumenta de 0 rad/s a $1,27 \text{ rad/s}$, manteniéndose en $1,27 \text{ rad/s}$ hasta una velocidad media máxima del viento de 25 m/s , debido al accionamiento del controlador del ángulo de paso [12]. Entonces, suponiendo que el álabes opera en su velocidad nominal $\Omega = 1,27 \text{ rad/s}$, teniendo en cuenta que la frecuencia modal no amortiguada ω_0 es una función de Ω ($l = 0,17663$), y utilizando al RID-TMD con $\mu = 0.03$ situado en $x_0 = 45\text{m}$, lo que produce $a \approx 0.516$ [12, 26], se obtiene la simulación de la Figura 17.

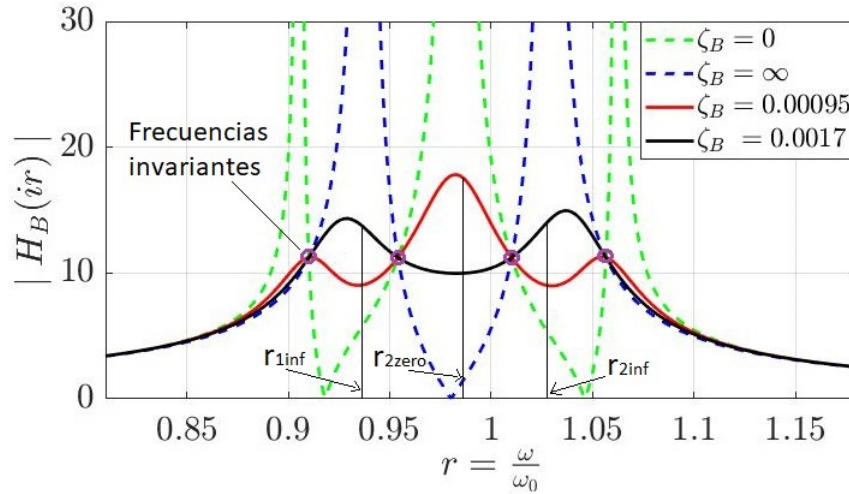


Figura 17: FRFs de la masa modal del álabes acoplado con RID-TMD para $\Omega = 1.27 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $l = 0.1766$, $x_0 = 45\text{m}$, $a(x_0) = 0.516$, and $\mu = 0.03$. Los círculos color morado indican la amplitud de vibración en las frecuencias invariantes, mientras que $r_{1\infty}$, $r_{2\text{zero}}$, y $r_{2\infty}$ son las frecuencias resonantes.

En la Figura 17 se observa que todas las curvas pasan por los cuatro puntos invariantes. Sin embargo, las líneas negras verticales muestran que, en las frecuencias resonantes, las amplitudes varían significativamente en cada caso si el factor de amortiguación no se selecciona de manera que produzca una curva con amplitudes más estables. Por lo tanto, el factor de amortiguamiento ζ_B debe determinarse a partir de las tres frecuencias resonantes mostradas en la Figura 17. Para ello, los denominadores de las ecuaciones (101) y (102) se establecen iguales a cero, ya que sus raíces producen esas amplitudes indefinidas. Esto da lugar a las ecuaciones (115) y (116);

$$p_1(\delta, \mu)r^6 + p_2(\delta, \mu, \eta, \nu, a, l)r^4 + p_3(\delta, \mu, \eta, \nu, a, l)r^2 + p_4(\delta, \mu, \eta, \nu, a, l) = 0, \quad (115)$$

$$q_1(\mu, \nu)r^5 + q_2(\delta, \mu, \eta, \nu, a, l)r^3 + q_3(\delta, \mu, \eta, \nu, a, l)r = 0. \quad (116)$$

Nótese que la ecuación (116) tiene una raíz $r = 0$, por lo que puede ser reducida en un polinomio de cuarto grado con multilicidad dos. Tomando en cuenta esto y sustituyendo las funciones de la ecuación (112) en los coeficientes de los polinomios (115) y (116), se obtienen dos nuevos polinomios cuyos coeficientes son funciones de la relación de masa añadida μ , la forma modal en el punto de

localización del RID-TMD a y la velocidad angular adimensional del rotor l ,

$$p_1(\mu, l, a)r^6 + p_2(\mu, a, l)r^4 + p_3(\mu, a, l)r^2 + p_4(\mu, a, l) = 0, \quad (117)$$

$$q_1(\mu, a, l)r^4 + q_2(\mu, a, l)r^2 + q_3(\mu, a, l) = 0. \quad (118)$$

Las ecuaciones (117) y (118) tienen tres y dos raíces positivas, respectivamente, $r_{1\zeta_B \rightarrow 0} = r_{1zero}$, $r_{2\zeta_B \rightarrow 0} = r_{2zero}$ y $r_{3\zeta_B \rightarrow 0} = r_{3zero}$ para la ecuación (117), y $r_{1\zeta_B \rightarrow \infty} = r_{1\infty}$ y $r_{2\zeta_B \rightarrow \infty} = r_{2\infty}$ para la ecuación (118). En la Figura 17, $r_{2zero} = 0.9841$, $r_{1\infty} = 0.9379$ y $r_{2\infty} = 1.0285$ son las frecuencias buscadas, cuya solución analítica se obtiene solo para las últimas dos, ya que para r_{2zero} , el desarrollo algebraico es extremadamente extenso. Por lo tanto, la solución analítica para el factor de amortiguamiento se determina únicamente a partir de las dos frecuencias mencionadas. Para obtener un factor de amortiguamiento que aplane las amplitudes resonantes de las FRFs de la Figura 17, las soluciones analíticas de la ecuación (112), junto con cada una de las frecuencias r_{2zero} , $r_{1\infty}$ y $r_{2\infty}$, deben sustituirse en la ecuación (99) al mismo tiempo que se iguala con cero, de modo que:

$$H_B(r)^2 (D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2) - (N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2) = 0, \quad (119)$$

sustituyendo las funciones calculadas en la ecuación (112) y cada una de las frecuencias invariantes r_{2zero} , $r_{1\infty}$ y $r_{2\infty}$ en la ecuación (119), se obtienen tres ecuaciones en función del factor de amortiguamiento ζ_B , μ , a y l .

$$H_B^2(r_{2zero}) (D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2) - (N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2) = 0, \quad (120)$$

$$H_B^2(r_{1\infty}) (D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2) - (N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2) = 0, \quad (121)$$

$$H_B^2(r_{2\infty}) (D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2) - (N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2) = 0. \quad (122)$$

Las ecuaciones (120)-(122) deben ser resueltas para ζ_B , obteniendo tres factores de amortiguamiento: $\zeta_B(r_{2\zeta_B \rightarrow 0})$, $\zeta_B(r_{1\zeta_B \rightarrow \infty})$, y $\zeta_B(r_{2\zeta_B \rightarrow \infty})$, que corresponden a cada frecuencia invariante. En [43], el criterio de la EFPT indica que la relación de amortiguamiento sintonizada debe obtenerse calculando la raíz media cuadrática de los valores de amortiguamiento producidos en cada frecuencia resonante, tal y como se muestra en la ecuación (123);

$$\zeta_B = \sqrt{\frac{[\zeta_{Bb}(r_{2\zeta_{Bb} \rightarrow 0})]^2 + [\zeta_{Bb}(r_{1\zeta_{Bb} \rightarrow \infty})]^2 + [\zeta_{Bb}(r_{2\zeta_{Bb} \rightarrow \infty})]^2}{3}}. \quad (123)$$

Sin embargo, no fue posible calcular el factor $\zeta_B(r_{2\zeta_B \rightarrow 0})$ debido a que la frecuencia $r_{2\zeta_B \rightarrow 0}$ no pudo ser determinada analíticamente. Entonces, la solución de ζ_B se determina como una aproximación a la ecuación (123) utilizando sólo $\zeta_B(r_{1\zeta_B \rightarrow \infty})$ y $\zeta_B(r_{2\zeta_B \rightarrow \infty})$. Esto produce la ecuación (124), que completa el conjunto de soluciones analíticas calculadas en la ecuación Eq. (112).

$$\zeta_B(\mu, a, l) = \sqrt{-\frac{(2a^2l^2\mu + 3l^2 - 3)a^6\mu^3}{(a^2l^2\mu + l^2 - 1)(a^2l^2\mu - 2a^2\mu + l^2 - 1)^3(a^2l^4\mu - 2a^2l^2\mu + l^4 - 2l^2 + 1)}} = \frac{c_B}{2m_A\omega_A}. \quad (124)$$

Análogamente, la solución analítica para ζ_{Bd} del DMDVA se determina en la ecuación (125),

$$\zeta_{Bd}(\mu_d, a, l) = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{\mu_d a^2 (2a^2 l^2 \mu_d + 3l^2 - 3)}{(2a^2 \mu_d + 1)(a^2 l^4 \mu_d - 2a^2 l^2 \mu_d + l^4 - 2l^2 + 1)}} = \frac{c_B}{2m_B\omega_B}. \quad (125)$$

Para demostrar que los factores de amortiguamiento propuestos en las ecuaciones (124) y (125) son útiles para aplanar eficazmente los picos resonantes de cada sistema, las Figuras 18(a) y 18(b)

muestran las curvas de respuesta en frecuencia utilizando las ecuaciones (112) y (113), correspondientes al RID-TMD y DMDVA, respectivamente. En estas simulaciones se utilizan de nuevo los parámetros del álabo de NREL [26], situando cada dispositivo en $x_0 = 45m$, con $\mu = \mu_d = 0,03$. En la Figura 18(a), se utilizó el factor de amortiguamiento sintonizado definido en la ecuación (124) correspondiente al RID-TMD, lo que dio como resultado la curva verde. Después, otros dos factores de amortiguación, $\zeta_B = 0.00096$ y $\zeta_B = 0.0017$, dieron lugar a las curvas morada y negra, respectivamente. Esto muestra que, aunque las tres curvas pasan por los cuatro puntos invariantes de magnitud $H_B = 11.23$, la curva más plana se obtiene al utilizar el factor de amortiguación sintonizado propuesto en la ecuación (124). Por otro lado, la Figura 18(b) muestra un comportamiento similar cuando se usa el DMDVA, en el que se utilizaron factores de amortiguamiento arbitrarios, con magnitudes inferiores y superiores a las proporcionadas por la ecuación (125). En la Figura

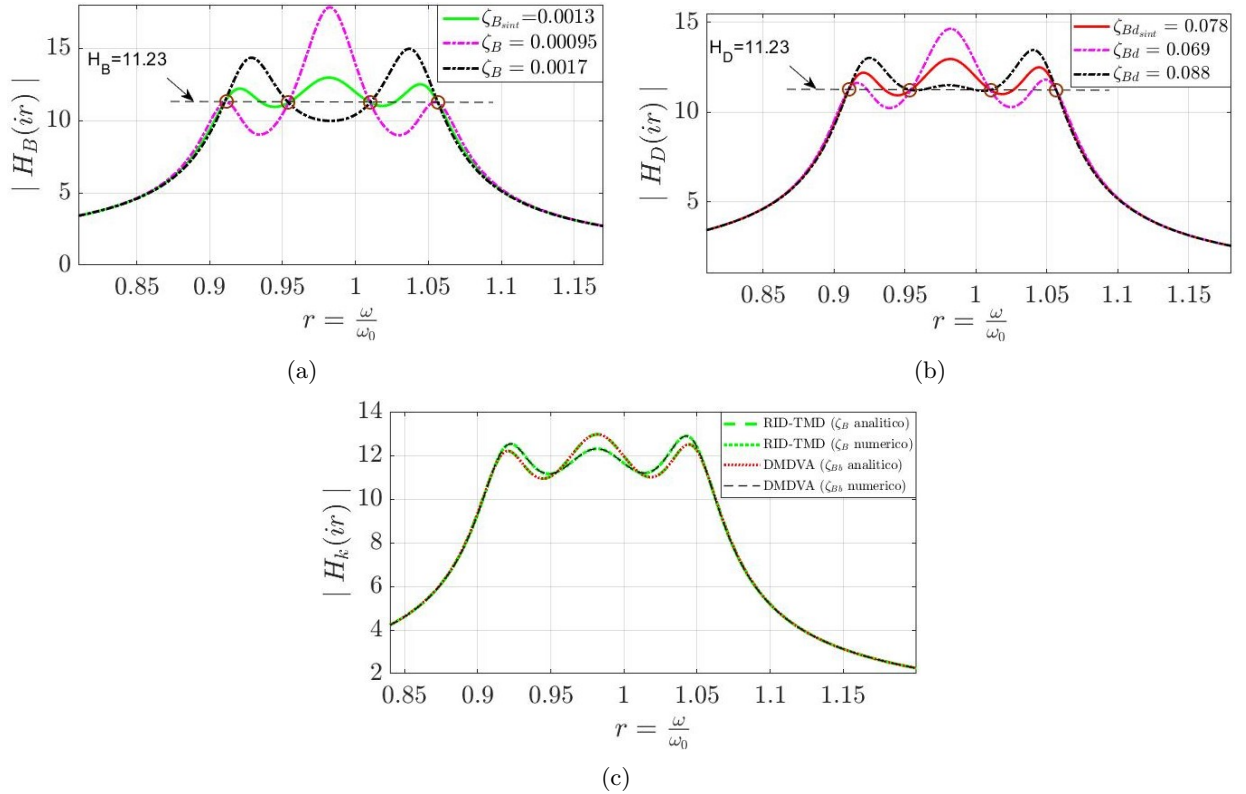


Figura 18: Respuesta en frecuencia del álabo a partir de las soluciones analíticas y dos factores de amortiguamiento desintonizados para $x_0 = 45m$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $\mu = \mu_d = 0.03$. (a) RID-TMD. (b) DMDVA. (c) FRFs sintonizadas comparadas con la respuesta en frecuencia del álabo acoplado con RID-TMD y DMDVA basados en el factor de amortiguamiento numérico definido en la ecuación (123).

18(c), los sistemas de los casos B y D son simulados considerando todas las soluciones analíticas propuestas para ambos dispositivos. Asimismo, se muestran las FRFs basadas en el amortiguamiento numérico completo definido en la ecuación (123). En esta simulación, se puede observar que ambos dispositivos se comportan igual entre sí, usando ya sea las soluciones analíticas propuestas en las ecuaciones (124) y (125) o bien, el factor de amortiguamiento completo calculado numéricamente mediante la ecuación (123).

4.1.3. Curvas de respuesta en frecuencia basadas en el álabo de NREL

Para evaluar las soluciones analíticas de las ecuaciones (112) y (124) del RID-TMD, y las ecuaciones (113) y (125) del DMDVA, en las Figuras 19(a)-19(d) se muestran las FRFs de la

masa modal del álabes definidas en la ecuación (100), utilizando nuevamente los parámetros del álabes de NREL [26]. Si el álabes opera en $\Omega = 1,27 \frac{rad}{s}$, se obtienen las Figuras 19(a) y 19(b), que corresponden al uso de RID-TMD para diferentes relaciones de masa μ y para dos ubicaciones a lo largo del álabes, respectivamente, en donde se observa que las amplitudes de vibración aumentan a medida que la relación de masas disminuye y a medida que el dispositivo se aproxima al centro del rotor, lo cual tiene sentido desde el punto de vista físico, ya que las vibraciones de mayor amplitud se producen en la punta del álabes. Por lo tanto, el dispositivo debe ubicarse en un punto en el que reduzca las vibraciones sin sobrecargar el álabes. Después, teniendo en cuenta las mismas condiciones de operación del álabes, en las Figuras 19(c) y 19(d) se realizaron simulaciones del sistema acoplado al DMDVA, donde se observa un comportamiento análogo al que exhibe el álabes mediante el RID-TMD. Además, a medida que aumentan las relaciones de masa μ y μ_d , el ancho de banda de frecuencias de operación aumenta en cualquiera de los dos casos. Del mismo modo, se observa que ocurre lo mismo cuando los dispositivos se colocan en una zona cercana a la punta del álabes.

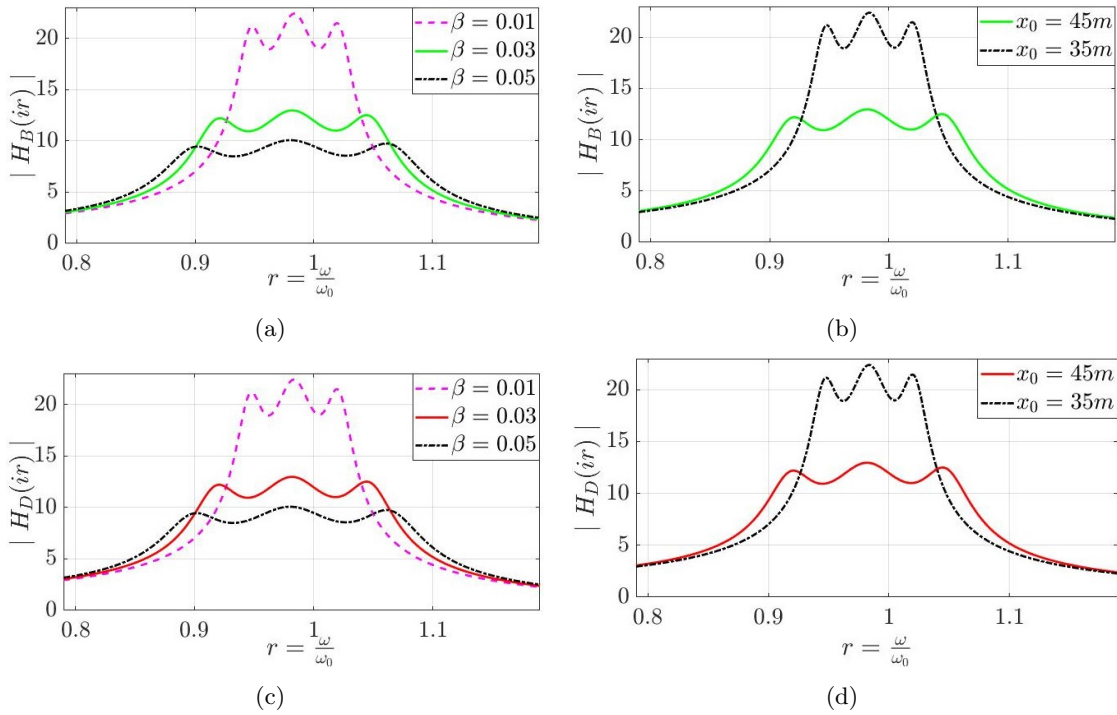


Figura 19: FRFs del álabes en operación a $\Omega \approx 1.27 \frac{rad}{s}$ utilizando las soluciones analíticas de las ecuaciones (112), (124), (113) y (125). (a) RID-TMD para $\mu = \{0.01, 0.03, 0.05\}$. (b) RID-TMD localizado en $x_0 = 35$ m y 45 m. (c) DMDVA para $\mu = \{0.01, 0.03, 0.05\}$. (d) DMDVA localizado en $x_0 = 35$ m y 45 m.

Las Figuras 20(a) y 20(b) muestran las curvas de respuesta en frecuencia utilizando el RID-TMD y el DMDVA, respectivamente, situados en $x_0 = 45m$ con una relación de masas de $\mu = \mu_d = 0.03$. El comportamiento del álabes es evaluado cuando está estacionado y cuando opera en su velocidad nominal. En estas simulaciones, se observa un desplazamiento hacia la izquierda en el eje de las frecuencias adimensionales r cuando el álabes está en operación. Sin embargo, las FRFs mantienen la misma simetría para ambas condiciones del álabes, de forma similar a lo observado en [12] mediante el uso del TMD.

Por otro lado, las Figuras 21(a) y 21(b) comparan al RID-TMD frente al DMDVA con $\mu = \mu_d = 0.03$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, la primera simulación para $x_0 = 45$ m y la segunda para $x_0 = 35$ m. Estas simulaciones muestran que el RID-TMD y el DMDVA generan la misma mitigación de vibración con la misma magnitud en los picos resonantes. En relación a esto, a partir de las soluciones

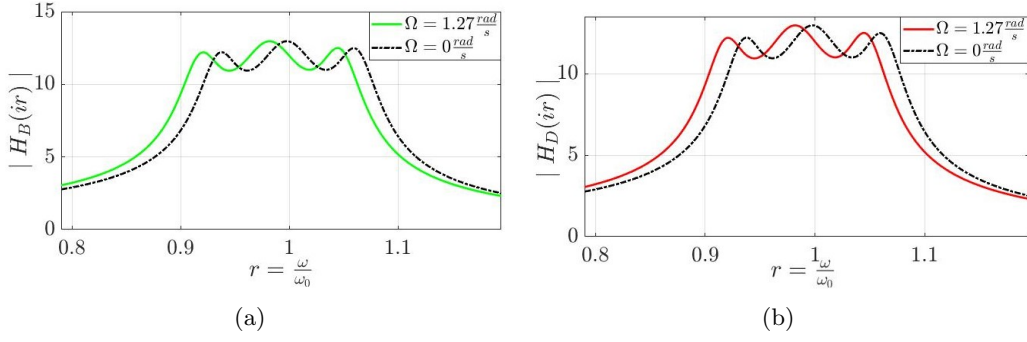


Figura 20: FRFs del álabo estacionado y en operación ($\Omega = 0$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$) utilizando los dispositivos con las soluciones analíticas propuestas para $\mu = \mu_d = 0.03$ y $x_0 = 45$ m. (a) RID-TMD. (b) DMDVA.

calculadas en las ecuaciones (112), (124), (113) y (125), la masa modal m_0 y la eigenfrecuencia natural no amortiguada ω_0 cuando el álabo opera en $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, hacen que tanto el RID-TMD como el DMDVA requieran parámetros inerciales y viscosos aproximadamente iguales. Por ejemplo, en la Figura 21(a), el RID-TMD requiere constantes de amortiguamiento y de inercia de $c_B = 2\mu\nu\zeta_B m_0\omega_0 = 0.7541 \frac{Ns}{m}$ y $b = \delta m_0 = 0.6694 kg$, respectivamente. Mientras que el DMDVA requiere $c_B = 2 \frac{\delta_b \mu_b \eta \zeta_{Bb}}{1+\delta_b} m_0\omega_0 = 0.7081 \frac{Ns}{m}$ y $m_B = \frac{\delta_b \mu_b m_0}{1+\delta_b} = 0.6387$ kg. Esto parece indicar que el efecto de control dinámico de ambos dispositivos es el mismo bajo el criterio de sintonización de la EFPT, haciendo que las constantes de inercia y amortiguamiento sean aproximadamente iguales en ambos casos. Esta observación se muestra en las Figuras 22(a)-22(d), las cuáles se obtuvieron considerando el álabo en operación acoplado con el RID-TMD y el DMDVA. Las Figuras 22(a) y 22(b) muestran la variación de c_B y de los parámetros inerciales, respectivamente, con los dispositivos en $x_0 = 45m$ para $0.005 < \mu < 0.1$. Mientras tanto, las Figuras 22(c) y 22(d) muestran las mismas variaciones paramétricas para $\mu = \mu_d = 0.03$ y $0 < a < 1$. Se puede observar que en todos los escenarios hay una discrepancia no significativa entre los parámetros de ambos dispositivos, lo que confirma que estos parámetros contribuyen en gran medida a que la dinámica del RID-TMD y del DMDVA sea aproximadamente igual.

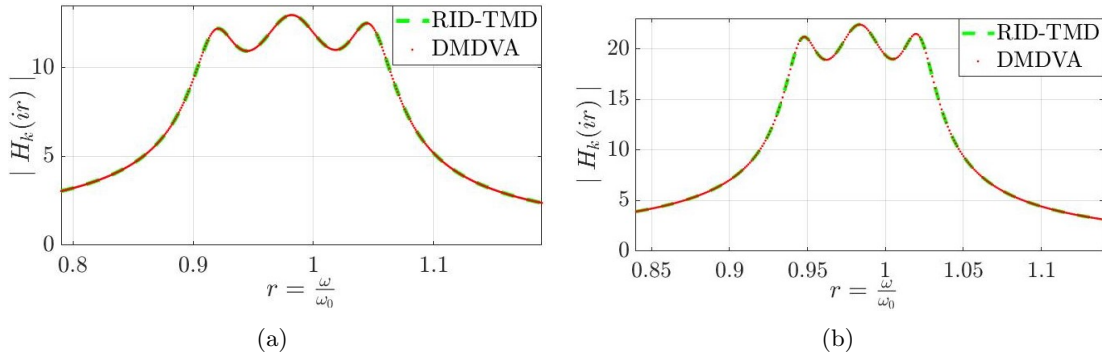


Figura 21: Respuesta en frecuencia del álabo acoplado con RID-TMD y DMDVA para $\mu = \mu_d = 0.03$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) En $x_0 = 45$ m. (b) En $x_0 = 35$ m.

A pesar del análisis que se muestra en las Figuras 22(b)-22(d), existe una diferencia ligeramente significativa entre la inercia b del RID-TMD y la masa m_B del DMDVA, ya que se puede argumentar que el diseño físico de una masa pequeña puede ser en parcialmente más simple que el de un inersor con un efecto inercial amplificado y un nivel de inercia pequeño. Además, otra ventaja que ofrece el DMDVA sobre el RID-TMD es la independencia de la masa m_B respecto a la frecuencia modal dominante ω_0 y la velocidad angular del rotor, lo que evita la desintonización de

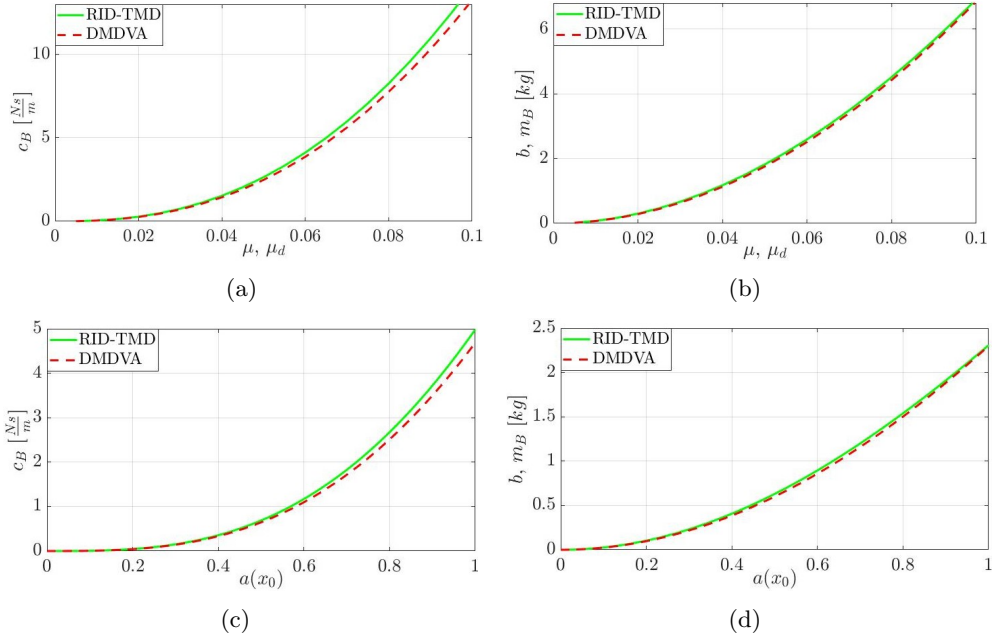


Figura 22: Constantes de amortiguamiento, masa e inercia del RID-TMD y DMDVA para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) c_B en función de μ y μ_d en $x_0 = 45$ m. (b) b y m_B en función de μ y μ_d en $x_0 = 45$ m. (c) c_B en función de a en $\mu = \mu_d = 0.03$. (d) b y m_B en función de a en $\mu = \mu_d = 0.03$.

este parámetro ante variaciones turbulentas de la carga aerodinámica $f_0(t)$.

Para validar las soluciones analíticas propuestas, las Figuras 23(a) y 23(b) muestran una comparación entre el RID-TMD, DMDVA, TMD, y el TMDI, utilizados bajo las mismas condiciones. Para tal fin, los parámetros del TMD y el TMDI fueron calculados utilizando las soluciones analíticas determinadas por Zhang en [12, 14] para $\mu = 0.03$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, y dos localizaciones diferentes en 35 y 45 metros. En las Figuras 23(a) y 23(b), las FRFs de dos picos resonantes corresponden al uso del TMD y el TMDI. Además, dado que la inercia del TMDI no se puede calcular de forma óptima, se utiliza un nivel de inercia igual al requerido por el RID-TMD a partir de la ecuación (112). Por ejemplo, en la Figura 23(a), se utilizó $\delta = \frac{b}{m_0} = 0.0004$. Al igual que en [14], en las Figuras 23(a) y 23(b), el TMDI no muestra ninguna mejora con respecto a ninguno de los otros dispositivos en relación con la magnitud de los picos resonantes mostrados en cada caso. De hecho, si se aumenta la inercia, su rendimiento empeora. Además, se observa que con las soluciones analíticas propuestas, no solo disminuyen las amplitudes de vibración en el dominio de la frecuencia, sino que también se produce un aumento del ancho de banda de frecuencias de operación con respecto al TMD y al TMDI.

Dado que las simulaciones de las Figuras 23(a) y 23(b) se generaron mediante el TMD y TMDI sintonizados a partir de la FPT con las soluciones analíticas propuestas por Zhang [12, 14], es posible hacer una comparación justa calculando los valores pico obtenidos por cada dispositivo. En la tabla 4, las dos últimas columnas muestran la reducción del pico máximo δ_p para cada dispositivo con respecto al TMD y al TMDI, respectivamente, que se calculó siguiendo la ecuación $\delta_p = 100 \left(1 - \frac{\max(H_k)}{\max(H_p)} \right) \%$. Donde $p = tmd, tmdi$, $\max(H_p)$ es el pico máximo para $p = tmd, tmdi$, y $\max(H_k)$ es el pico máximo para $k = B, D$. La tabla 4 demuestra la robustez del RID-TMD y el DMDVA sintonizados con las soluciones analíticas propuestas, donde se observa que el RID-TMD y DMDVA proporcionan la misma mejora, lo que concuerda con los análisis realizados en las Figuras 22(a)-22(d).

Finalmente, la Tabla 5 resume los parámetros físicos calculados para el RID-TMD, DMDVA, y

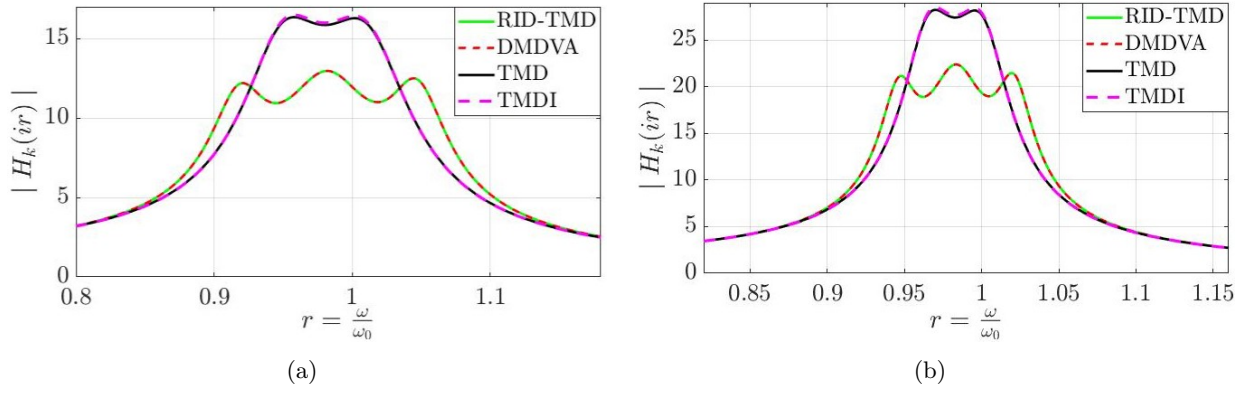


Figura 23: Respuesta en frecuencia del álabé basada en RID-TMD, DMDVA, TMD, y TMDI para $\mu = \mu_d = 0.03$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) Dispositivos colocados en $x_0 = 45$ m. (b) Dispositivos colocados en $x_0 = 35$ m.

Tabla 4: Reducción porcentual de los picos resonantes del álabé SDOF operando en su velocidad nominal, obtenida mediante RID-TMD y DMDVA comparados con el TMD y TMDI para $\mu = \mu_d = 0.03$.

x_0 [m]	Dispositivo	Valor pico	δ_{TMD} [%]	δ_{TMDI} [%]
45	RID-TMD	12.9631	20.69948	21.36334
	DMDVA	12.9631	20.69950	21.36335
	TMD	16.3468	0	0.83713
	TMDI	16.4848	-0.84420	0
35	RID-TMD	22.3923	20.72452	21.38508
	DMDVA	22.3923	20.72451	21.38507
	TMD	28.2462	0	0.83324
	TMDI	28.4835	-0.84024	0

el TMD clásico, correspondientes a las condiciones en las que se realizó la simulación de la Figura 23(a). Adicionalmente, en la columna cuatro de la Tabla 5 se incluye la magnitud de los puntos invariantes independientes del factor de amortiguamiento.

Tabla 5: Dispositivos sintonizados para $\mu = \mu_d = 0.03$ y los datos estructurales del álabé de NREL, $m_0 = 1354kg$, $l = \frac{\Omega}{\omega_0} = \frac{1.27}{7.19} = 0.017663$ y $a = \phi(x_0) = \phi(45m) = 0.516$.

Caso	Variables sintonizadas	Parámetros sintonizados	Amplitud de vibración invariante
B: RID-TMD	$\nu = 0.987915$, $\eta = 0.988294$, $\delta = 0.0004944$, $\zeta_B = 0.001306$	$m_A = 40.62kg$, $k_A = 2049.45 \frac{N}{m}$, $k_B = 33.803 \frac{N}{m}$, $b = 0.6694kg$, $c_B = 0.7541 \frac{Ns}{m}$	$H_B = 11.2335$
D: DMDVA	$\nu = 1.003954$, $\eta = 0.988168$, $\delta = 0.015975$, $\zeta_B = 0.078029$	$m_A = 39.98kg$, $m_B = 0.6387kg$, $k_A = 2083.25 \frac{N}{m}$, $k_B = 32.24 \frac{N}{m}$, $c_B = 0.7081 \frac{Ns}{m}$	$H_D = 11.2335$
C: TMD clásico	$\nu = 0.992075$, $\zeta_A = 0.055326$	$m_A = 40.62kg$, $k_A = 2066.746 \frac{N}{m}$, $c_A = 32.099 \frac{Ns}{m}$	$H_C = 15.8551$

4.1.4. Optimización multivariable basada en la norma H_2

La norma H_2 ha sido utilizada como una medida de rendimiento cuando los sistemas dinámicos están sujetos a excitación estocástica, como es el caso de la fuerza aerodinámica. Esta medida de rendimiento, ha sido utilizada en varias investigaciones para minimizar la varianza de la respuesta en frecuencia al cuadrado de un sistema de control en lazo abierto. Este problema de optimización, está ligado con la minimización de la energía total $E[x^2]$ de la respuesta en frecuencia de un sistema dinámico. La fuerza de excitación $f_0(t)$ que aparece en las ecuaciones (77), (81) y (86) tiene una densidad espectral de energía (PSD) $S_0(\omega)$. Sin embargo, para fines de simplificación computacional, $S_0(\omega)$ puede ser considerada constante en todo el intervalo de frecuencias de excitación.

En esta investigación, la definición de la norma H_2 se utiliza para minimizar la varianza de desplazamiento de la masa modal del álabo m_0 . Para tal fin, se desarrolla el caso B (álabo acoplado con RID-TMD) utilizando la FRF definida en la ecuación (98) y su magnitud dada por la ecuación (99). Mientras que para los casos C y D, solo se proporcionan los parámetros óptimos debido a que el desarrollo analítico y numérico es análogo al del caso B.

La salida energética del sistema definido en la Figura 14(a) para una frecuencia específica se define como:

$$S_{q_0}(\omega) = |H_B(\omega)|^2 S_0(\omega),$$

asumiendo que la PSD $S_0(\omega)$ es constante e integrando la salida $S_{q_0}(\omega)$ en todo el intervalo de frecuencias de excitación, la energía total de vibración es obtenida en la ecuación (126)

$$E[q_0^2] = \int_{-\infty}^{\infty} |H_B(\omega)|^2 S_0 d\omega = S_0 \omega_0 \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} |H_B(ir)|^2 dr}_{\text{Notación adimensional}}. \quad (126)$$

Por otro lado, el índice basado en la definición de la norma H_2 se define en [49] como se muestra en la ecuación (127);

$$I = \frac{E[q_0^2]}{2\pi S_0 \omega_0} = \|H_B(r)\|_2^2, \quad (127)$$

el término $2\pi\omega_0$ aparece en el denominador debido al uso de variables adimensionales en la ecuación (126). Sustituyendo la ecuación (126) en (127) se obtiene la definición de la norma H_2 en el dominio de la frecuencia.

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_B(r)|^2 dr = \|H_B(r)\|_2^2. \quad (128)$$

Sustituyendo la FRF definida en la ecuación (99) en la ecuación (128) se obtiene;

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{re,B}^2 + N_{im,B}^2}{D_{re,B}^2 + D_{im,B}^2} dr. \quad (129)$$

La función (129) es la varianza de desplazamiento σ_q^2 de la respuesta en frecuencia del sistema y puede calcularse mediante integración numérica. No obstante, es posible obtener una función multivariable en términos de las variables definidas en la ecuación (78) correspondientes al caso B. Para este propósito, si el sistema del caso B definido en la ecuación (96) es estable, la norma H_2 , se puede calcular utilizando la siguiente ecuación [2, 52];

$$I = \sigma_q^2 = \|H_B(s)\|_2^2 = \|\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\|^2 = \mathbf{CLC}^T, \quad (130)$$

donde $H_B(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$ es la ecuación para obtener la función de transferencia en términos de las matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$, que son definidas en espacio de estados en la forma canónica controlable.

Mientras que s es la variable de Laplace y $\mathbf{L}$ es una solución que satisface la ecuación de Lyapunov definida en la ecuación (131).

$$\mathbf{A}\mathbf{L} + \mathbf{L}\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{B}^T = 0. \quad (131)$$

La función de transferencia $H_B(s)$, en el dominio de Laplace se definió en la ecuación (96) haciendo $k = B$, donde se obtuvo:

$$H_B(s) = \frac{Q(s)}{F(s)} = \frac{\frac{b_{B,5}}{m_0}s^5 + \frac{b_{B,4}}{m_0}s^4 + \frac{b_{B,3}\omega_0}{m_0}s^3 + \frac{b_{B,2}\omega_0^2}{m_0}s^2 + \frac{b_{B,1}\omega_0^3}{m_0}s + b_{B,0}\frac{\omega_0^4}{m_0}}{s^6 + a_{B,5}\omega_0 s^5 + a_{B,4}\omega_0^2 s^4 + a_{B,3}\omega_0^3 s^3 + a_{B,2}\omega_0^4 s^2 + a_{B,1}\omega_0^5 s^1 + a_{B,0}\omega_0^6},$$

cuyos coeficientes $b_{B,i}$ y $a_{B,i}$ ($i = 0, 1, \dots, 5$) aparecen en el Apéndice A en función de las variables definidas en la ecuación (78), de la forma modal a , la velocidad angular adimensional l y del factor de amortiguamiento ζ_0 .

La ecuación (96) puede definirse en el dominio de Fourier y en forma adimensional reemplazando la variable s por $ir\omega_0$, obteniendo la ecuación (97) definida en la Sección 4.1.2;

$$H_B(r) = \frac{Q(r)k_0}{F(r)} = \frac{b_{B,4}(ir)^4 + b_{B,3}(ir)^3 + b_{B,2}(ir)^2 + b_{B,1}(ir) + b_{B,0}}{(ir)^6 + a_{B,5}(ir)^5 + a_{B,4}(ir)^4 + a_{B,3}(ir)^3 + a_{B,2}(ir)^2 + a_{B,1}(ir) + a_{B,0}}.$$

Por otro lado, de acuerdo con la Sección 3.2.1 la forma canónica controlable en espacio de estados de este sistema esta dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned}$$

donde las matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ son:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_{B,0} & -a_{B,1} & -a_{B,2} & -a_{B,3} & -a_{B,4} & -a_{B,5} \end{pmatrix}, \quad (132)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (133)$$

y

$$\mathbf{C} = (b_{B,0} \ b_{B,1} \ b_{B,2} \ b_{B,3} \ b_{B,4} \ b_{B,5}), \quad (134)$$

cuyos elementos son los coeficientes $b_{B,i}$ y $a_{B,i}$ definidos en el Apéndice A. Para calcular la matriz $\mathbf{L}$ se sustituyen las matrices (132) y (133) en la ecuación matricial (131). La solución que satisface esta ecuación es una matriz simétrica $\mathbf{L}$ de tamaño 6×6 que tiene por elementos I_{1i} (para $i = 1, \dots, 6$), I_{2i} (para $i = 2, \dots, 6$), I_{3i} (para $i = 3, \dots, 6$), I_{4i} (para $i = 4, 5, 6$), I_{5i} (para $i = 5, 6$) e I_{66} , como se observa en la ecuación (135).

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} & I_{15} & I_{16} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} & I_{24} & I_{25} & I_{26} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} & I_{34} & I_{35} & I_{36} \\ I_{14} & I_{24} & I_{34} & I_{44} & I_{45} & I_{46} \\ I_{15} & I_{25} & I_{35} & I_{45} & I_{55} & I_{56} \\ I_{16} & I_{26} & I_{36} & I_{46} & I_{56} & I_{66} \end{pmatrix}. \quad (135)$$

Los elementos de la matriz $\mathbf{L}$ se obtienen al despejar $\mathbf{L}$ de la ecuación (131), lo que proporciona un sistema de ecuaciones escalares lineales de 21 ecuaciones con 21 incógnitas en función de los coeficientes $b_{B,i}$ y $a_{B,i}$, y en consecuencia, en función de la forma modal a y de las variables adimensionales de la ecuación (78): $\mu, \delta, \nu, \eta, \zeta_B, \zeta_0$ y l .

Después, utilizando la ecuación (135), se calcula la norma H_2 definida en la ecuación (130), obteniendo una función escalar definida como;

$$I = \sigma_q^2(\mu, \delta, \nu, \eta, \zeta_B, \zeta_0, a, l) = \mathbf{CLC}^T, \quad (136)$$

despreciando el factor de amortiguamiento de la estructura del álabo ζ_0 y tomando en cuenta que la relación de masa μ , la forma modal a y la velocidad de rotación l son constantes, la ecuación (136) se define como una función de cuatro variables independientes, como se observa en la ecuación (137);

$$\sigma_q^2(\delta, \nu, \eta, \zeta_B) = \mathbf{CLC}^T. \quad (137)$$

La ecuación (137) es la función objetivo que define la varianza de la respuesta en frecuencia del álabo en la dirección lateral en función de las variables adimensionales del conjunto definido en (78). Para minimizar σ_q^2 , se calculan cuatro derivadas parciales como se observa en las ecuaciones (138)-(141), asumiendo que las primeras derivadas parciales de σ_q^2 existen en sus extremos relativos en una región acotada incluyendo el mínimo absoluto $(\delta_0, \nu_0, \eta_0, \zeta_{B_0})$.

$$\frac{\partial \sigma_q^2(\delta, \nu, \eta, \zeta_B)}{\partial \delta} = 0, \quad (138)$$

$$\frac{\partial \sigma_q^2(\delta, \nu, \eta, \zeta_B)}{\partial \nu} = 0, \quad (139)$$

$$\frac{\partial \sigma_q^2(\delta, \nu, \eta, \zeta_B)}{\partial \eta} = 0, \quad (140)$$

$$\frac{\partial \sigma_q^2(\delta, \nu, \eta, \zeta_B)}{\partial \zeta_B} = 0. \quad (141)$$

El sistema de ecuaciones algebraico no lineal definido en (138) - (141) se soluciona numéricamente para las variables δ, ν, η y ζ_B , utilizando el método de Newton-Raphson mediante el comando "fsolve" del programa Maple-Soft para diferentes valores constantes de μ en el intervalo $0 < \mu \leq 0.05$. Asimismo, se consideran tres formas modales a y el caso del álabo estacionado y en operación en su velocidad angular nominal. Las variables óptimas se muestran en la Tabla 6, donde se puede observar que para una velocidad l y una localización $\phi(x_0) = a$ fijas, a medida que μ incrementa, las variables δ, η y ζ_B también aumentan, mientras que la variable ν decrece.

Debe notarse que al minimizar σ_q^2 también se minimiza la energía total de vibración $E[q_0^2]$, debido a que están relacionadas mediante el índice de rendimiento basado en la norma H_2 definido en la ecuación (127). En los resultados de la Tabla 6, se observa que la magnitud de σ_q^2 es muy alta para la localización en $x_0 = 25$ m. Por lo tanto, para evaluar que tan viable es utilizar esa localización, la ecuación (137) fue obtenida para el caso A utilizando los mismos parámetros del álabo de NREL con $\zeta_0 = 0.005$, obteniendo un valor de $\sigma_{qA}^2 = 50.0000$ y $\sigma_{qA}^2 = 51.610141$ para el álabo estacionado y en rotación, respectivamente. Esto significa que el valor de σ_{qA}^2 del álabo SDOF sin dispositivo de control esta por debajo de la magnitud de σ_q^2 para $x_0 = 25$ m y $\mu = 0.01$ en la Tabla 6, mientras que para $\mu = 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$, σ_q^2 no se reduce demasiado en comparación con σ_{qA}^2 . Por lo tanto, en todos los análisis subsecuentes, solamente se considerarán las localizaciones $x_0 = 35$ m y $x_0 = 45$ m.

Tabla 6: Variables óptimas del RID-TMD (caso B) y varianza de desplazamiento mínima σ_q^2 para $\mu = 0.01, 0.02, \dots, 0.05$ y $\zeta_s = 0$.

Ω	Localización x_0	$\mu = \frac{m_A}{m_0}$	$\delta = \frac{b}{m_0}$	$\nu = \frac{\omega_A}{\omega_0}$	$\eta = \frac{\omega_B}{\omega_0}$	$\zeta_B = \frac{c_B}{2m_A\omega_A}$	σ_q^2
$1.27 \frac{rad}{s}$	45 m	0.01	0.000056	0.997262	0.986978	0.000255	17.0517
		0.02	0.000222	0.994547	0.989673	0.000716	12.0576
		0.03	0.000494	0.991853	0.992361	0.001306	9.84514
		0.04	0.000869	0.989181	0.995042	0.001996	8.52627
		0.05	0.001344	0.986529	0.997717	0.002767	7.62624
	35 m	0.01	0.000018	0.999084	0.985179	0.000049	29.5256
		0.02	0.000075	0.998171	0.986080	0.000139	20.8778
		0.03	0.000168	0.997261	0.986980	0.000255	17.0467
		0.04	0.000298	0.996353	0.987880	0.000392	14.7630
		0.05	0.000464	0.995447	0.988778	0.000547	13.2045
	25 m	0.01	0.0000038	0.999811	0.984462	0.0000046	65.1748
		0.02	0.000015	0.999623	0.984647	0.000013	46.0856
		0.03	0.000034	0.999436	0.984832	0.000023	37.6287
		0.04	0.000061	0.999248	0.985017	0.000036	32.5875
		0.05	0.000096	0.999060	0.985202	0.000051	29.1471
$0 \frac{rad}{s}$	45 m	0.01	0.000052	0.997348	1.002659	0.000236	16.7834
		0.02	0.000208	0.994717	1.005311	0.000662	11.8676
		0.03	0.000464	0.992106	1.007956	0.001207	9.68992
		0.04	0.000816	0.989516	1.010594	0.001844	8.39171
		0.05	0.001263	0.986947	1.013225	0.002557	7.50578
	35 m	0.01	0.000017	0.999113	1.000887	0.000045	29.0612
		0.02	0.000070	0.998228	1.001774	0.000128	20.5494
		0.03	0.000158	0.997346	1.002660	0.000236	16.7785
		0.04	0.000280	0.996466	1.003545	0.000362	14.5306
		0.05	0.000436	0.995589	1.004430	0.000505	12.9965
	25 m	0.01	0.0000036	0.999817	1.000182	0.0000042	64.1500
		0.02	0.000014	0.999635	1.000364	0.000012	45.3609
		0.03	0.000032	0.999453	1.000546	0.000022	37.0370
		0.04	0.000058	0.999271	1.000728	0.000034	32.0750
		0.05	0.000090	0.999089	1.000910	0.000047	28.6887

Casos C y D

A continuación se optimizan las variables adimensionales definidas para los casos C (TMD) y D (DMDVA) definidas en las ecuaciones (82) y (89). La formulación del problema de optimización para estos casos es análoga a la del caso B y su solución se muestra en las Tabla 7 y 8 para $\zeta_s = 0$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $a(x_0) = 0.516$. A partir de los resultados de las Tablas 6, 7 y 8 es posible hacer comparaciones del rendimiento dinámico del RID-TMD y DMDVA con respecto al TMD clásico, este es uno de los análisis más relevantes de esta investigación, ya que el TMD ya ha sido utilizado para mitigar vibraciones laterales de los álabes [12], por lo tanto, la aportación principal de este análisis es la evaluación de la mejora que el RID-TMD y el DMDVA proporcionan con los enfoques de optimización y sintonización de parámetros planteados en esta y en la Sección 4.1.2.

Nótese que el caso D, que trata del uso del VTMD, no fue incluido en este problema de optimización. Esto se debe a que su configuración esta basada en el reemplazo del amortiguador viscoso del TMD por un amortiguador viscoelástico. Por lo tanto, el VTMD es una generalización del TMD convencional, hecho que conduce a que el análisis de su desempeño debería ser analizado directamente mediante la inclusión de una derivada fraccionaria mediante la norma H_2 y evitar obtener

Tabla 7: Variables óptimas de la ecuación (82) para el TMD clásico y varianza de desplazamiento mínima σ_q^2 para $\zeta_s = 0$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $a(x_0) = 0.516$.

$\Omega \left[\frac{rad}{s} \right]$	Localización $x_0 [m]$	$\mu = \frac{m_A}{m_0}$	$\nu = \frac{\omega_A}{\omega_0}$	$\zeta_A = \frac{c_A}{2m_A\omega_A}$	σ_q^2
1.27	45	0.01	0.99798	0.02618	19.6833
		0.02	0.99598	0.03699	13.9139
		0.03	0.99399	0.04527	11.3571
		0.04	0.99200	0.05222	9.8326
		0.05	0.99003	0.05833	8.7918

Tabla 8: Variables óptimas de la ecuación (89) para el DMDVA y varianza de desplazamiento mínima σ_q^2 para $\zeta_s = 0$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $a(x_0) = 0.516$.

$\Omega \left[\frac{rad}{s} \right]$	Localización $x_0 [m]$	$\mu = \frac{m_B}{m_A + m_B}$	$\delta = \frac{m_B}{m_A}$	$\nu = \frac{\omega_A}{\omega_0}$	$\eta = \frac{\omega_B}{\omega_0}$	$\zeta_B = \frac{c_B}{2m_B\omega_B}$	σ_q^2
1.27	45	0.01	0.00532	1.00265	0.99734	0.04528	17.0517
		0.02	0.06388	1.00531	0.99471	0.06388	12.0576
		0.03	0.01597	1.00795	0.99210	0.07803	9.8451
		0.04	0.02130	1.01059	0.98951	0.08988	8.5262
		0.05	0.02663	1.01323	0.98694	0.098694	7.6262

el mismo índice de desempeño mediante dos formas de modelado distintas.

4.1.4.1. FRFs obtenidas a partir de la optimización basada en la norma H_2

En esta Sección se comparan las curvas de respuesta en frecuencia adimensionales de los escenarios paramétricos que pueden surgir con los resultados de las Tablas 6-8. Para tal fin, de nuevo se consideran las condiciones de operación del álabe de NREL definido en [26] y empleadas en [12, 14, 15]. Este álabe opera a una velocidad angular $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ con una eigenfrecuencia natural no amortiguada $\omega_0 \approx 7.19 \frac{rad}{s}$. Tales condiciones se obtienen cuando el rotor esta en una fase estacionaria debido al efecto del control de ángulo de paso a una velocidad promedio del viento de $11.4 \frac{rad}{s}$. Adicionalmente, se consideran tres formas modales del álabe en la dirección lateral en $x_0 = \{25, 35, 45\}m$. Cabe mencionar que la descripción del comportamiento de la carga aerodinámica $f_0(t)$ y de la curva modal para calcular los valores de a en función de la localización del dispositivo x_0 serán mostradas en la Sección 4.3.3.

En la Figura 24(a) se muestra una comparación entre las FRFs adimensionales de la ecuación (99). Para tal fin, se considera el álabe sin rotación acoplado con RID-TMD con una masa del 3 % y en localizaciones distintas x_0 mostradas en la Tabla 6. Mientras tanto, en la Figura 24(b), se realiza una comparación semejante pero ahora considerando los álabes en rotación. Nótese como el estado de operación del álabe no afecta las amplitudes de vibración en comparación con las que se generan cuando esta estacionado. Además, en acuerdo con la observación de la Sección 4.1.4, se observa que si el RID-TMD se coloca en $x_0 = 25m$, los picos resonantes de $H_B(r)$ son muy altos, por lo que en los análisis subsecuentes solo se usaran las localizaciones $x_0 = 35m$ y $x_0 = 45m$. Por otro lado, en las Figuras 24(c) y 24(d) se muestra el caso sin rotación y en rotación respectivamente, pero ahora la masa agregada por el RID-TMD varía entre el 1 % y 5 % y la posición x_0 se mantiene fija en 45 metros, donde se observa que al incrementar la masa física del RID-TMD las curvas de respuesta en frecuencia se atenúan correspondientemente. Finalmente, en la Figura 24(e) se muestran las FRFs con el álabe estacionado y en rotación, con una masa del 3 % del RID-TMD ubicado en

$x_0 = 45m$. En esta simulación, se observa nuevamente que el estado de operación del álabes no afecta las amplitudes de vibración, en lugar de eso, solo ocurre un desfase a la derecha en el eje de las frecuencias r sobre el cuál el RID-TMD actúa cuando el álabes esta estacionado.

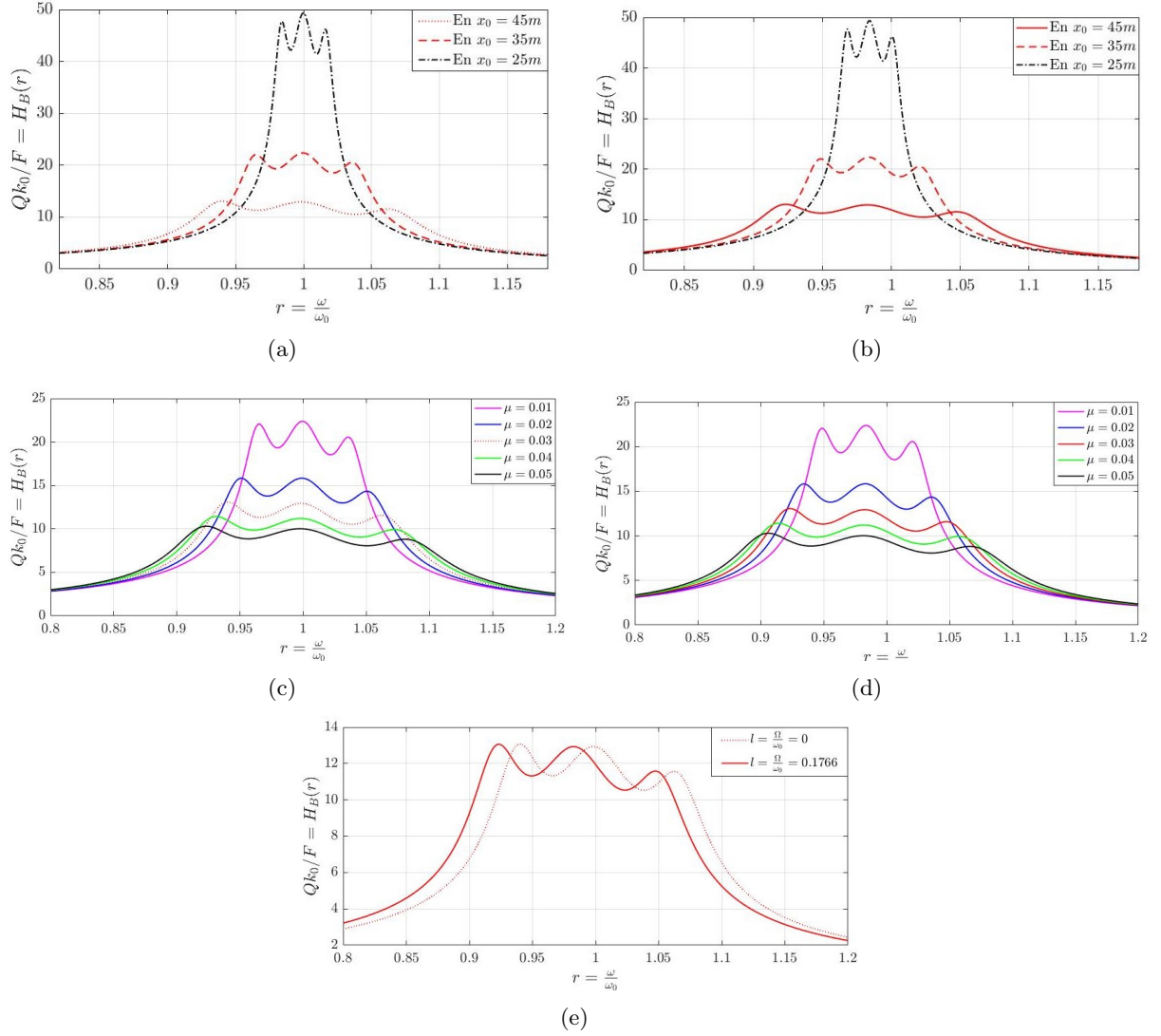


Figura 24: FRFs utilizando el RID-TMD con los resultados de la Tabla 6. (a) FRFs cuando $l = 0$ con una masa agregada del 3%. (b) FRFs cuando $l = 0.17663$ con una masa agregada del 3%. (c) FRFs cuando el RID-TMD se ubica en $x_0 = 45m$ y los álabes no rotan. (d) FRFs cuando el RID-TMD se ubica en $x_0 = 45m$ y $l = 0.17663$. (e) FRFs cuando el RID-TMD agrega una masa del 3% y se ubica en $x_0 = 45m$.

Por otro lado, tomando en cuenta que las amplitudes de vibración más altas se obtienen en la punta del álabes [12]. Los cuatro dispositivos (RID-TMD, TMD, DMDVA y VTMD) investigados son analizados en la localización $x_0 = 45m$, que produce una forma modal $a = 0.516$ y que en este estudio es la más próxima a la localización en la punta del álabes en $x_0 = 61.5m$. La Figura 25 muestra las FRFs adimensionales de la masa modal del álabes considerando esta localización, el estado de operación del álabes $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y una relación de masa del 3% ($\mu = 0.03$) que produce una masa añadida por cada caso de $40.62kg$. Esta simulación muestra que el RID-TMD y el DMDVA producen el mismo efecto de control sobre el álabes, al igual que se observó en la Sección 4.1.2. Lo cuál podría deberse a que el inersor del RID-TMD y la segunda masa del DMDVA producen el mismo efecto de sintonización con respecto a las frecuencias de vibración del álabes.

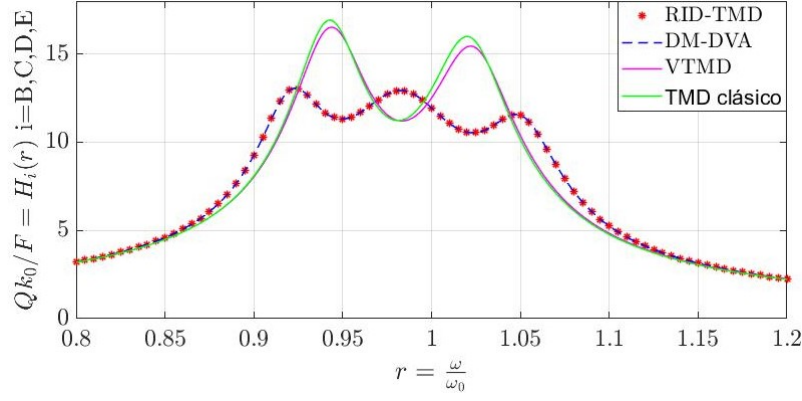


Figura 25: Diagramas de Bode adimensionales de los casos B, C, D y E generados al utilizar los parámetros óptimos para cada dispositivo considerando el álabo estacionado y en rotación, $a = 0.516$ y una masa añadida de 40.62kg .

Adicionalmente, en la Figura 25, se observa que el VTMD y el TMD son superados contundentemente por el DMDVA y RID-TMD, mientras que el VTMD presenta una pequeña mejora con respecto al TMD. Este hecho parece indicar que un amortiguador viscoelástico en la configuración tradicional del TMD no genera una mejora significativa en el efecto de control. Por lo tanto, en la siguiente Sección, se probará teóricamente que el desempeño del VTMD puede mejorar mediante la adición de un segundo elemento inercial, para demostrar que el modelado de orden fraccionario tiene sentido cuando se utiliza en un DVA conformado por un elemento viscoelástico configurado en serie con un elemento inercial.

4.2. Modelado basado en la derivada fraccionaria de Caputo–Fabrizio

De acuerdo con los análisis hechos en las Secciones 4.1.2.1 y 4.1.3, se observó que el RID-TMD y DMDVA (casos B y D de orden clásico) exhibieron mejor rendimiento que el TMD y el TMDI. Sin embargo, uno de los propósitos de esta investigación es evaluar si el buen desempeño del RID-TMD y del DMDVA puede ser obtenido mediante algún dispositivo que involucre al menos un elemento menos en su configuración, ya sea elástico, viscoso o inercial, para reducir la complejidad de diseño en un trabajo futuro. Es por eso que se propone utilizar dos dispositivos más reportados en la literatura que utilizan un elemento menos que el RID-TMD y el DMDVA, pero que no necesariamente han exhibido el mejor desempeño. Sin embargo, mediante la inclusión de una derivada fraccionaria en el modelado de su elemento viscoso, se podría observar una mejora en estos dos nuevos casos.

Los dos nuevos dispositivos parten de las configuraciones de DVAs tomadas de [2] y [1]. En [2], un dispositivo llamado IDVA-C2, que consiste de la adición de un inersor entre el amortiguador y la masa del TMD clásico como se observa en la Figura 26, se desempeña aproximadamente igual que el TMD en el control de vibraciones armónicas y aleatorias. Por lo tanto, tras un intento por superar el desempeño del TMD, se propone reemplazar el amortiguador viscoso del IDVA-C2 por un amortiguador viscoelástico modelado mediante la derivada fraccionaria de Caputo–Fabrizio, originando un nuevo dispositivo llamado absorbedor de vibración dinámico fraccionario basado en inersor C2 (IFDVA-C2), de este modo se evalúa el desempeño de un nuevo dispositivo sin incrementar el número de parámetros físicos del IDVA-C2 clásico. Análogamente, el segundo dispositivo propuesto parte de la simplificación del DMDVA investigado en [1], conectando ambas masas en serie mediante un sólo amortiguador viscoelástico, dando origen a un nuevo dispositivo llamado absorbedor de vibración dinámico fraccionario de doble masa como se observa en la Figura 26. Adi-

cionalmente, el VTMD (caso E) también es considerado en este análisis para evaluar su desempeño con respecto al TMD, IFDVA-C2 y DMFDVA. La Figura 26 muestra las configuraciones clásicas del IDVA-C2, DMDVA y TMD comparadas con sus versiones fraccionarias que introducen un comportamiento viscoelástico en su amortiguador, donde los dispositivos basados en amortiguamientos viscoelástico se convierten en su versión tradicional cuando $\alpha = 1$.

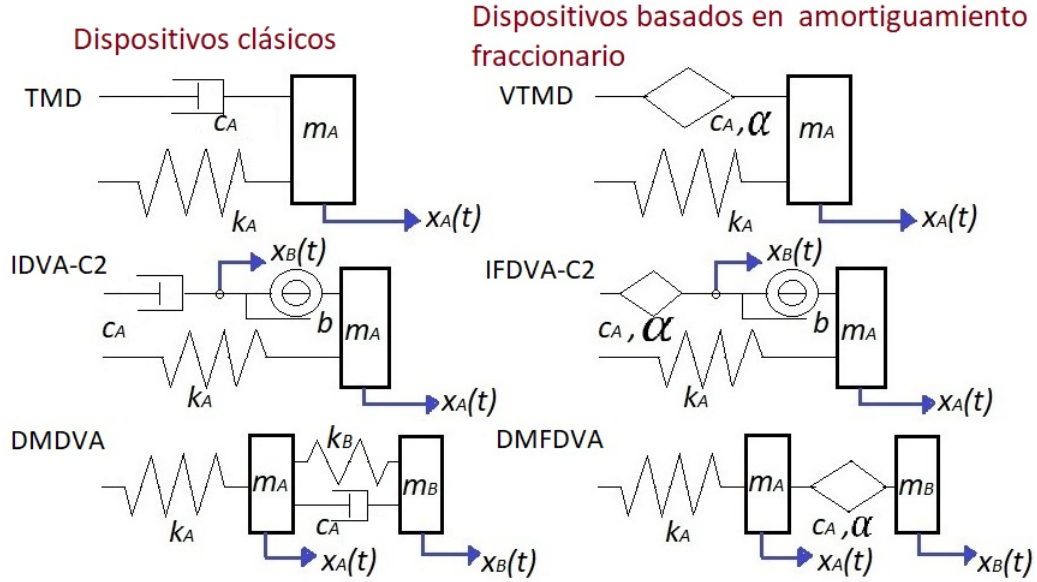


Figura 26: Comparación de la configuración clásica y fraccionaria de los dispositivos investigados.

4.2.1. Modelado de orden fraccionario del álabes SDOF acoplado con nuevos VD-VAs

Los modelos matemáticos del álabes SDOF acoplado con los absorbedores de vibración dinámicos viscoelásticos (VDVAs) propuestos se obtienen de modo similar a los casos de orden de entero desarrollados en la Sección 4.1.1. La Figura 27(a) se utiliza como marco de referencia inercial para los nuevos tres casos. Donde los ejes $X_1 - X_2 - X_3$ y $x_1 - x_2 - x_3$ corresponden al marco de referencia global y local del sistema, respectivamente, θ_j describe la posición angular del j -ésimo álabes, L es la longitud del álabes desde el cubo hasta la punta, $q(t)$ es la coordenada que describe el desplazamiento lateral en la punta del álabes y a es la forma modal del álabes definida en el intervalo $[0, 1]$ en un punto específico x_0 . Por otro lado, en la Figura 27(b) se observa que los VDVAs propuestos utilizan un amortiguador que proporciona una fuerza disipativa en función de la constante c_A y del orden de derivada α . Aunque es cierto que al variar el orden de la derivada α se añade otro parámetro al modelo, el objetivo es no añadir más parámetros físicos a la configuración clásica del IDVA-C2 y del DMDVA.

A continuación, solo se muestra el desarrollo para obtener el modelo matemático del álabes acoplado con IFDVA-C2 cuando $\alpha = 1$, ya que el caso del DMFDVA y VTMD se obtienen de forma análoga. Tomando en cuenta las consideraciones físicas del modelo del caso A en la Sección 4.1.1, el vector de velocidad en algún punto del álabes SDOF se define acorde con la ecuación (58):

$$\bar{V}_B(x_3, t) = \langle [-\Omega\phi(x_3)q(t)], [-\Omega x_3 - \phi(x_3)\dot{q}(t)] \rangle.$$

Después, al igual que en el desarrollo del modelo del caso B, si las vibraciones laterales de la torre son despreciadas y solo la interacción entre el IFDVA-C2 y el álabes SDOF es considerada, un

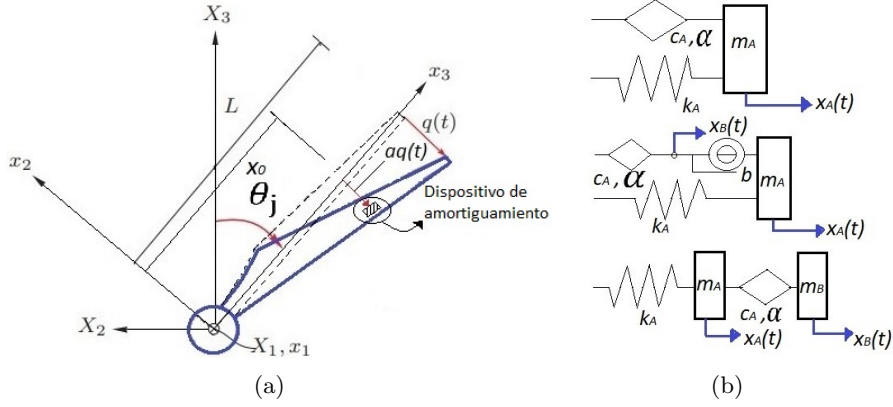


Figura 27: (a) Álabes SDOF acoplado con VDVA (figura editada de [12]). (b) Configuración del VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA.

modelo dinámico simplificado es obtenido [10, 11, 14, 31, 99]. Esta simplificación produce un diseño óptimo del dispositivo utilizado con alta precisión con respecto a la consideración de un modelo con más acoplamientos.

Si $\alpha = 1$ en la Figura 27(b), el IFDVA-C2 regresa a la configuración clásica denominada IDVA-C2. Asumiendo esto y considerando desplazamientos relativos de las coordenadas $x_A(t)$ y $x_B(t)$ del IDVA-C2 con respecto a $q(t)$, de forma análoga a lo que se realizó en el caso B en la Figura 14(b). Las ecuaciones (142) y (143) definen los vectores de posición para el nodo del inersor y la masa m_A ,

$$\bar{r}_B(t) = \langle [-x_0 \sin \theta - (aq + x_B) \cos \theta], [x_0 \cos \psi - (aq + x_B) \sin \theta] \rangle, \quad (142)$$

$$\bar{r}_A(t) = \langle [-x_0 \sin \theta - (aq + x_A) \cos \theta], [x_0 \cos \theta - (aq + x_A) \sin \theta] \rangle. \quad (143)$$

Derivando la ecuación (143) con respecto al tiempo, la velocidad de la masa del IDVA-C2 es definida en la ecuación (144)

$$\bar{V}_A(t) = \langle [-(x_0\Omega + a\dot{q} + \dot{x}_A) \cos \psi + (aq + x_A)\Omega \sin \psi], [-(x_0\Omega + a\dot{q} + \dot{x}_A) \sin \psi - (aq + x_A)\Omega \cos \psi] \rangle, \quad (144)$$

entonces, la energía cinética global del sistema de 3-DOF se define en la ecuación (145)

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \mu(x_3) \|\bar{V}_B(t)\|^2 dx_3 + \frac{1}{2} m_A \|\bar{V}_A(t)\|^2 + \frac{1}{2} b (\dot{x}_A - \dot{x}_B)^2, \quad (145)$$

donde m_A es la masa del IDVA-C2 y b es la inercia del inersor. Sustituyendo las ecuaciones (58) y (144) y desarrollando las operaciones algebraicas, la ecuación (145) da como resultado:

$$T(q, x_A, \dot{q}, \dot{x}_A, \dot{x}_B) = E_b + \frac{1}{2} m_A [(aq + x_A)^2 \Omega^2 + (x_0 \Omega + a\dot{q} + \dot{x}_A)^2] + \frac{1}{2} b (\dot{x}_A - \dot{x}_B)^2, \quad (146)$$

Donde $E_b = \frac{1}{2} (\Omega^2 q^2 + \dot{q}^2) m_0 + \frac{1}{2} \Omega^2 m_1 + \Omega \dot{q} m_2$, x_0 es el punto de ubicación del VDVA a lo largo del álabes y a es la forma modal en dicho punto. Mientras que m_0 , m_1 y m_2 fueron definidos en la Sección 4.1.1 en la ecuación (60), donde $\mu(x_3)$ y $\phi(x_3)$ son las funciones de masa por unidad de longitud y de las formas modales en la dirección lateral del álabes, respectivamente.

Por otro lado, las funciones de energía potencial total y de disipación de energía son definidas en la ecuación (147).

$$\begin{cases} V(q, x_A) = m_A g [x_0 \cos \theta - (aq + x_A) \sin \theta] + \frac{1}{2} k_A x_A^2 + \frac{1}{2} k_0 q^2, \\ D(\dot{q}, \dot{x}_B) = \frac{1}{2} c_0 \dot{q}^2 + \frac{1}{2} c_A \dot{x}_B^2. \end{cases} \quad (147)$$

Sustituyendo las funciones de energía de las ecuaciones (146) y (147) en la ecuación de Euler-Lagrange (2), calculando las derivadas parciales con respecto a q , x_A y x_B , las derivadas temporales y simplificando términos el modelo dinámico de orden entero del álabe acoplado con IDVA-C2 es obtenido en la ecuación (148).

$$\begin{cases} (m_0 + a^2 m_A) \ddot{q} + a m_A \ddot{x}_A + c_0 \dot{q} + (k_0 - m_0 \Omega^2 - m_A \Omega^2 a^2) q - a m_A \Omega^2 x_A = f_0(t) \dots \\ + a m_A g \sin \theta \\ a m_A \ddot{q} + (m_A + b) \ddot{x}_A - b \ddot{x}_B - a m_A \Omega^2 q + (k_A - m_A \Omega^2) x_A = m_A g \sin \theta \\ b (\ddot{x}_B - \ddot{x}_A) + c_B \dot{x}_B = 0 \end{cases} \quad (148)$$

Similarmente, las funciones de energía para el álabe acoplado con DMFDVA cuando $\alpha = 1$ son obtenidas en la ecuación (149),

$$\begin{cases} T(q, x_A, x_B, \dot{q}, \dot{x}_A, \dot{x}_B) = E_b + \frac{1}{2} m_A [(aq + x_A)^2 \Omega^2 + (x_0 \Omega + a \dot{q} + \dot{x}_A)^2] \dots \\ + \frac{1}{2} m_B [(aq + x_B)^2 \Omega^2 + (x_0 \Omega + a \dot{q} + \dot{x}_B)^2] \\ V(q, x_A, x_B) = \{m_A [x_0 \cos \theta - (aq + x_A) \sin \theta] + m_B [x_0 \cos \theta - (aq + x_B) \sin \theta]\} g \dots \\ + \frac{1}{2} k_A x_A^2 + \frac{1}{2} k_0 q^2 \end{cases} \quad (149)$$

Usando las funciones de la ecuación (149) en la ecuación (2), se obtiene el modelo dinámico del álabe acoplado con DMFDVA cuando $\alpha = 1$ como se muestra en la ecuación (150)

$$\begin{cases} [m_0 + (m_A + m_B) a^2] \ddot{q} + a m_A \ddot{x}_A + a m_B \ddot{x}_B + c_0 \dot{q} + [(k_0 - m_0 \Omega^2 - (m_A + m_B) \Omega^2 a^2) q \dots \\ - a \Omega^2 m_A x_A - a \Omega^2 m_B x_B = f_0(t) + a(m_A + m_B) g \sin \theta, \\ a m_A \ddot{q} + m_A \ddot{x}_A + c_A (\dot{x}_A - \dot{x}_B) - a m_A \Omega^2 q + (k_A - m_A \Omega^2) x_A = m_A g \sin \theta, \\ a m_B \ddot{q} + m_B \ddot{x}_B + c_A (\dot{x}_B - \dot{x}_A) - a m_B \Omega^2 q - m_B \Omega^2 x_B = m_B g \sin \theta. \end{cases} \quad (150)$$

Finalmente, el modelo del álabe acoplado con VTMD cuando $\alpha = 1$ se muestra en la ecuación (151), que de hecho es idéntico al modelo del álabe acoplado con TMD desarrollado en [12] mostrado en la ecuación (151) en la Sección 4.1.1.

$$\begin{cases} (m_0 + a^2 m_A) \ddot{q} + a m_A \ddot{x}_A + c_0 \dot{q} + (k_0 - m_0 \Omega^2 - m_A \Omega^2 a^2) q - a m_A \Omega^2 x_A = f_0(t) + a m_A g \sin \theta, \\ a m_A \ddot{q} + m_A \ddot{x}_A + c_A \dot{x}_A - a m_A \Omega^2 q + (k_A - m_A \Omega^2) x_A = m_A g \sin \theta. \end{cases} \quad (151)$$

4.2.1.1. Inclusión de la derivada fraccionaria de Caputo–Fabrizio

La formulación de la derivada fraccionaria tipo Liouville-Caputo se define como se observa en la ecuación (33) [54,57] en la Sección 3.3.2. Si el Kernel de potencia de la ecuación (33) se reemplaza por una función exponencial y el término $\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}$ por $\frac{M(\alpha)}{1-\alpha}$, se obtiene la FD de Caputo–Fabrizio [54,57] como se observa en la ecuación (34) en la Sección 3.3.2, cuya notación será considerada como se muestra en la definición de la ecuación (152):

$${}_0^C D_t^\alpha f(t) = \frac{M(\alpha)}{1-\alpha} \int_0^t f^n(\tau) e^{-\frac{\alpha(t-\tau)}{1-\alpha}} d\tau, \quad (152)$$

$$n-1 < \alpha \leq n / n \in Z^+,$$

donde $M(\alpha)$ es una función de normalización que satisface $M(0) = M(1) = 1$. Por otro lado, la transformada de Laplace de la derivada fraccionaria de CF es representada como se observa en la ecuación (153) [61].

$$\mathcal{L}\{ {}_0^CF D_t^{\alpha+n} f(t) \}(s) = \frac{1}{1-\alpha} \mathcal{L}\{ f^{n+1}(t) \} \mathcal{L}\{ e^{-\frac{\alpha t}{1-\alpha}} \} = \frac{s^{n+1} \mathcal{L}\{ f(t) \} - s^n f(0) - s^{n-1} f'(0) \dots - f^n(0)}{s + \alpha(1-s)}. \quad (153)$$

En esta Sección, los modelos presentados en las ecuaciones (151), (148) y (150), que corresponden al sistema del álabe montado con VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA cuando $\alpha = 1$, respectivamente, son generalizados introduciendo la definición (152) en los términos de amortiguamiento viscoso de cada dispositivo. Sin embargo, note que si la ecuación (152) es directamente sustituida en los terminos de fuerza de amortiguamiento de cada dispositivo, se pierde la consistencia dimensional, ya que la derivada de orden fraccionario de Caputo–Fabrizio tiene unidades de $\frac{m}{s^\alpha}$. Para evitar este problema, una constante dimensional σ con unidades de segundos es introducida para mantener la consistencia física de sistemas dinámicos de orden fraccionario [53, 54, 153]. De este modo, a partir de la ecuación (152), la fuerza de amortiguamiento se define como sigue:

$$F_{damping} = c_A \sigma^{\alpha-1} {}_0^CF D_t^\alpha f(t) = \underbrace{\frac{c_A}{\frac{kg}{s}}}_{\frac{kg}{s}} \underbrace{\sigma^{\alpha-1}}_{s^{\alpha-1}} \underbrace{\frac{M(\alpha)}{1-\alpha} \int_0^t f^n(\tau) e^{-\frac{\alpha(t-\tau)}{1-\alpha}} d\tau}_{\frac{m}{s^\alpha}}. \quad (154)$$

El análisis dimensional hecho sobre la fuerza de amortiguamiento mediante la inclusión de una FD, conduce a una constante de amortiguamiento viscoelástico con unidades de $kg s^{\alpha-2}$ [65]. No obstante, en esta investigación, el amortiguamiento viscoso efectivo es cuantificado asociando la constante σ con los efectos disipativos de energía, lo cuál en cualquier caso conduce a un comportamiento viscoelástico para cada dispositivo.

Por otro lado, en la ecuación (155) se definen relaciones adimensionales para los parámetros de cada sistema excepto para la constante de amortiguamiento c_A .

$$\mu = \frac{m_A}{m_0}, \mu_c = \frac{m_A + m_B}{m_0}, \delta_b = \frac{b}{m_0}, \delta_c = \frac{m_B}{m_0}, \zeta_0 = \frac{c_0}{2m_0\omega_0}, \nu = \frac{k_A}{k_0}, l = \frac{\Omega}{\omega_0}, \quad (155)$$

donde μ es la relación de masa del TMD y del IDVA-C2, μ_c y δ_c son las relaciones de masa del DMDVA, δ_b es la relación de inertancia del IDVA-C2, ν es la relación de rigidez de cada dispositivo, ζ_0 es el factor de amortiguamiento modal del álabe y l es la velocidad angular adimensional del álabe.

En las ecuaciones (151), (148) y (150), las fuerzas gravitatorias son despreciadas debido a que son pequeñas en comparación con $f_0(t)$ [15]. Tomando en cuenta esto, sustituyendo las variables de la ecuación (155) en las ecuaciones (151), (148) y (150) y variando el orden de las derivadas de orden 1 referentes a la fuerza de amortiguamiento de cada dispositivo a través de la FD tipo CF definida en la ecuación (154), las ecuaciones (156)-(158) son obtenidas, mismas que corresponden al álabe acoplado con VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA respectivamente,

$$\begin{cases} (1 + a^2\mu) \ddot{q} + a\mu\ddot{x}_A + 2\zeta_0\omega_0\dot{q} + (1 - l^2 - \mu l^2 a^2) \omega_0^2 q - a\mu l^2 \omega_0^2 x_A = \frac{f_0(t)}{m_0} \\ \frac{1}{\omega_0^2} (a\ddot{q} + \ddot{x}_A) + \frac{c_A \sigma^{\alpha-1}}{\mu k_0} {}_0^CF D_t^\alpha x_A - a l^2 q + \left(\frac{\nu}{\mu} - l^2 \right) x_A = 0 \end{cases}, \quad (156)$$

$$\begin{cases} (1 + a^2\mu) \ddot{q} + a\mu\ddot{x}_A + 2\zeta_0\omega_0\dot{q} + (1 - l^2 - \mu l^2 a^2) \omega_0^2 q - a\mu l^2 \omega_0^2 x_A = \frac{f_0(t)}{m_0} \\ \frac{1}{\omega_0^2} \left[a\ddot{q} + \left(1 + \frac{\delta_b}{\mu} \right) \ddot{x}_A - \frac{\delta_b}{\mu} \ddot{x}_B \right] - a l^2 q + \left(\frac{\nu}{\mu} - l^2 \right) x_A = 0 \\ \ddot{x}_B - \ddot{x}_A + \frac{c_A \sigma^{\alpha-1}}{\delta_b m_0} {}_0^CF D_t^\alpha x_B = 0 \end{cases}, \quad (157)$$

$$\begin{cases} (1 + a^2 \mu_c) \ddot{q} + a(\mu_c - \delta_c) \ddot{x}_A + a \delta_c \ddot{x}_B + 2\zeta_0 \omega_0 \dot{q} + (1 - l^2 - \mu_c l^2 a^2) \omega_0^2 q - a(\mu_c - \delta_c) l^2 \omega_0^2 x_A \dots \\ - a \delta_c l^2 \omega_0^2 x_B = \frac{f_0(t)}{m_0} \\ \frac{1}{\omega_0^2} (a \ddot{q} + \ddot{x}_A) + \frac{c_A \sigma^{\alpha-1}}{(\mu_c - \delta_c) k_0} ({}_0^C D_t^\alpha x_A - {}_0^C D_t^\alpha x_B) - a l^2 q + \left(\frac{\nu}{\mu_c - \delta_c} - l^2 \right) x_A = 0 \\ \frac{1}{\omega_0^2} (a \ddot{q} + \ddot{x}_B) + \frac{c_A \sigma^{\alpha-1}}{\delta_c k_0} ({}_0^C D_t^\alpha x_B - {}_0^C D_t^\alpha x_A) - a l^2 q - l^2 x_B = 0 \end{cases} \quad (158)$$

En las ecuaciones (156)-(158), la constante σ puede ser aproximada como una función de los parámetros del sistema [54]. Siguiendo esa afirmación, σ se calcula como una función de los parámetros de cada VDVA y el orden de la derivada como se muestra en la ecuación (159):

$$\sigma_a = \frac{2 \alpha m_A}{\sqrt{4 k_A m_A - c_A^2}}, \sigma_b = \frac{2 \alpha (m_A + b)}{\sqrt{4 k_A (m_A + b) - c_A^2}}, \sigma_c = \frac{2 \alpha (m_A + m_B)}{\sqrt{4 k_A (m_A + m_B) - c_A^2}}, \quad (159)$$

donde σ_a , σ_b y σ_c corresponden al VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA. Nóte que la ecuación (159) también se puede escribir en función de las variables adimensionales definidas en la ecuación (155). Las ecuaciones (156)-(158) no han sido reportadas en la literatura, y son una de las novedades de esta investigación, ya que actualmente no hay análisis sobre DVAs con comportamiento viscoelástico para superar el rendimiento del TMD para minimizar vibraciones laterales de los álabes. A partir de las ecuaciones (156)-(158), se obtiene una variedad de DVAs basada en las configuraciones clásicas del TMD, IDVA-C2 y DMDVA para cualquier α en $(0, 1]$, proporcionando más de un conjunto de parámetros que mejoran la respuesta en frecuencia de un álabe SDOF.

4.2.1.2. Funciones de respuesta en frecuencia adimensionales

Las ecuaciones (156)-(158) son presentadas en el dominio de la frecuencia por medio de la transformada de Fourier utilizando la ecuación (153), utilizando condiciones iniciales nulas y reemplazando la variable s por $i\omega$, donde i es la unidad imaginaria igual a la $\sqrt{-1}$ y ω la frecuencia de excitación. Esto origina las ecuaciones (160)-(162), las cuáles corresponden al sistema del álabe acoplado con VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente.

$$\begin{cases} [-(a^2 \mu + 1) \omega^2 + 2i\zeta_0 \omega_0 \omega + (-a^2 l^2 \mu - l^2 + 1) \omega_0^2] Q(i\omega) - a\mu (l^2 \omega_0^2 + \omega^2) X_A(i\omega) = \frac{F_0(i\omega)}{m_0} \\ -a(l^2 \omega_0^2 + \omega^2) Q(i\omega) + \left[-\omega^2 + \frac{i c_A \sigma^{\alpha-1} \omega}{(i\omega + \alpha(1 - i\omega)) \mu m_0} - l^2 \omega_0^2 + \frac{\nu}{\mu} \omega_0^2 \right] X_A(i\omega) = 0 \end{cases} \quad (160)$$

$$\begin{cases} [-(a^2 \mu + 1) \omega^2 + 2i\zeta_0 \omega_0 \omega + (-a^2 l^2 \mu - l^2 + 1) \omega_0^2] Q(i\omega) - a\mu (l^2 \omega_0^2 + \omega^2) X_A(i\omega) = \frac{F_0(i\omega)}{m_0} \\ -a(l^2 \omega_0^2 + \omega^2) Q(i\omega) + \left[-\left(1 + \frac{\delta_b}{\mu}\right) \omega^2 + \frac{\nu \omega_0^2}{\mu} - l^2 \omega_0^2 \right] X_A(i\omega) + \frac{\delta_b}{\mu} \omega^2 X_B(i\omega) = 0 \\ \omega^2 X_A(i\omega) + \left[-\omega^2 + \frac{i c_A \sigma^{\alpha-1} \omega}{\delta_b m_0 (i\omega + \alpha(1 - i\omega))} \right] X_B(i\omega) = 0 \end{cases} \quad (161)$$

$$\begin{cases}
[-(a^2\mu_c + 1)\omega^2 + 2i\zeta_0\omega_0\omega + (-a^2l^2\mu_c - l^2 + 1)\omega_0^2] Q(i\omega) - (\mu_c - \delta_c)(a\omega^2 + al^2\omega_0^2)X_A(i\omega)... \\
-a\delta_c(l^2\omega_0^2 + \omega^2)X_B(i\omega) = \frac{F_0(i\omega)}{m_0} \\
-a(l^2\omega_0^2 + \omega^2)Q(i\omega) + \left[\frac{\nu\omega_0^2}{\mu_c - \delta_c} - l^2\omega_0^2 + \frac{c_A\sigma^{\alpha-1}i\omega}{(i\omega + \alpha(1-i\omega))(\mu_c - \delta_c)m_0} - \omega^2 \right] X_A(i\omega)... \\
-\frac{c_A i\omega\sigma^{\alpha-1}X_B(i\omega)}{(i\omega + \alpha(1-i\omega))(\mu_c - \delta_c)m_0} = 0 \\
-a(l^2\omega_0^2 + \omega^2)Q(i\omega) - \frac{c_A i\omega\sigma^{\alpha-1}X_A(i\omega)}{(i\omega + \alpha(1-i\omega))\delta_c m_0} + \left[\frac{c_A i\sigma^{\alpha-1}\omega}{(i\omega + \alpha(1-i\omega))\delta_c m_0} - l^2\omega_0^2 - \omega^2 \right] X_B(i\omega) = 0
\end{cases} \quad (162)$$

En las ecuaciones (160)-(162) el factor de amortiguamiento modal ζ_0 es despreciado debido a que es extremadamente bajo [15, 24]. La FRF adimensional de la masa modal de la estructura del álabo m_0 es calculada solucionando las ecuaciones (160)-(162) para la amplitud adimensional $\frac{k_0 Q(i\omega)}{F_0(i\omega)}$, la cuál se representa por la variable $H_v(ir)$ para $v = a, b, c$, donde $r = \frac{\omega}{\omega_0}$ es la frecuencia de excitación adimensional y $v = a$, $v = b$ y $v = c$ se refieren a las FRFs correspondientes al álabo acoplado con VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente. La función $H_v(ir)$ se define en terminos de variable compleja en la ecuación (163),

$$H_v(ir) = \frac{Qk_0}{F_0} = \frac{N_{v5}r^5 + N_{v4}r^4 + N_{v3}r^3 + N_{v2}r^2 + N_{v1}r + N_{v0}}{D_{v7}r^7 + D_{v6}r^6 + D_{v5}r^5 + D_{v4}r^4 + D_{v3}r^3 + D_{v2}r^2 + D_{v1}r + D_{v0}}. \quad (163)$$

Donde los coeficientes N_{vm} y D_{vn} para $m = 5, 4...0$ y $n = 7, 6...0$ se muestran en el Apéndice B. Si se extrae la magnitud de la ecuación (163), se obtiene la ecuación (164).

$$|H_v(ir)| = \sqrt{\frac{Re\{N_v\}^2 + Im\{N_v\}^2}{Re\{D_v\}^2 + Im\{D_v\}^2}}, \quad (164)$$

donde: $N_v = N_{v5}r^5 + N_{v4}r^4 + N_{v3}r^3 + N_{v2}r^2 + N_{v1}r + N_{v0}$ y $D_v = D_{v7}r^7 + D_{v6}r^6 + D_{v5}r^5 + D_{v4}r^4 + D_{v3}r^3 + D_{v2}r^2 + D_{v1}r + D_{v0}$, para $v = a, b, c$. En la siguiente Sección la ecuación (164) será empleada para formular problemas de optimización basados en la norma $H2$ para minimizar la varianza de la respuesta estructural de la masa modal del álabo.

4.2.2. Minimización de la varianza de desplazamiento del álabo

Debido a la naturaleza estocástica de la velocidad del viento, la fuerza modal aerodinámica $f_0(t)$ que aparece en las Eqs. (156)-(158) tiene un contenido frecuencial que puede ser descrito a través de una función PSD $S_f(\omega)$. Sin embargo, asumiendo que la PSD es constante de magnitud S_0 en todo el rango de frecuencias de excitación, el problema se simplifica y la salida energética del álabo SDOF puede ser calculada a partir de la ecuación (165) [2, 47, 49],

$$S_q(\omega) = |H_v(i\omega)|^2 S_0. \quad (165)$$

Luego, la energía total de vibración E se obtiene integrando la ecuación (165) en todo el rango de frecuencias de excitación,

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |H_v(\omega)|^2 S_0 d\omega = S_0\omega_0 \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} |H_v(ir)|^2 dr}_{\text{Notación adimensional}}. \quad (166)$$

Nótese que la ecuación (166) puede ser expresada en términos de las FRFs de magnitud adimensional calculadas en la ecuación (164). Por otro lado, el índice basado en la norma $H2$ es definido

en la ecuación (167) [49]:

$$I = \frac{E}{2\pi S_0 \omega_0} = \| H_v(ir) \|_2^2, \quad (167)$$

relacionando las ecuaciones (166) y (167), la definición explícita de la norma H_2 se obtiene en la ecuación (168), misma que puede ser interpretada como la varianza de desplazamiento de la respuesta en frecuencia al cuadrado del sistema [2, 47] σ_q^2 :

$$\sigma_q^2 = I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_v(ir)|^2 dr = \| H_v(ir) \|_2^2, \quad (168)$$

sustituyendo la ecuación (164) en la ecuación (168), se obtiene la ecuación (169),

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Re\{N_v\}^2 + Im\{N_v\}^2}{Re\{D_v\}^2 + Im\{D_v\}^2} dr. \quad (169)$$

La integral que aparece en la ecuación (169) es función de los parámetros del álabe montado con los VDVA's y del orden de la derivada α . El objetivo es calcular los parámetros de los VDVA's para minimizar σ_q^2 . Por otro lado, para un sistema estable, la norma H_2 puede ser calculada utilizando la ecuación (170) en el dominio de Laplace [52],

$$I = \| H(s) \|_2^2 = \| \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \|_2^2 = \mathbf{C}\mathbf{L}\mathbf{C}^T, \quad (170)$$

donde $H(s)$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ se definieron en la Sección 4.1.4 y $\mathbf{L}$ es una solución que satisface la ecuación de Lyapunov [2, 52] definida en la ecuación (131).

La función de transferencia de cada uno de los casos, cuyos coeficientes son definidos en el Apéndice C, puede ser escrita en función de las matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$, que son obtenidas al escribir cada sistema en su forma canónica controlable como se ve en la ecuación (171),

$$\dot{\mathbf{x}}_v = \mathbf{A}_v \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (171)$$

$$\mathbf{y}_v = \mathbf{C}_v \mathbf{x},$$

donde

$$\mathbf{A}_v = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{0,v} & -a_{1,v} & -a_{2,v} & \cdots & -a_{n-1,v} \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{C}_v = (b_{0,v} \quad b_{1,v} \quad b_{2,v} \quad \cdots \quad b_{n-1,v}).$$

Sustituyendo las matrices $\mathbf{A}_v$ y $\mathbf{B}$ en la ecuación (131), se obtiene la matriz simétrica $\mathbf{L}_v$ para $v = a, b, c$, cuyos elementos están en función de los coeficientes de la función de transferencia de cada caso. Finalmente, sustituyendo las matrices $\mathbf{L}_v$ y $\mathbf{C}_v$ en la ecuación (170), se obtiene la función objetivo en la ecuación (172)

$$\sigma_{qv}^2 = I = \mathbf{C}_v \mathbf{L}_v \mathbf{C}_v^T. \quad (172)$$

En la ecuación (172), si $v = a$, $v = b$ y $v = c$, se obtiene $\sigma_{qa}^2 = \sigma_{qa}^2(\omega_0, k_0, a, l, \mu, \nu, c_A, \alpha, \sigma)$, $\sigma_{qb}^2 = \sigma_{qb}^2(\omega_0, k_0, a, l, \mu, \nu, c_A, \delta_b, \alpha, \sigma)$ y $\sigma_{qc}^2 = \sigma_{qc}^2(\omega_0, k_0, a, l, \mu_c, \nu, c_A, \delta_c, \alpha, \sigma)$, respectivamente. Nótese que ζ_0 no aparece en la función σ_{qv}^2 , ya que no tiene influencia significativa en el problema de optimización [15]. Adicionalmente, los parámetros del álabe, la velocidad angular adimensional l , y las relaciones de masa μ y μ_c son fijos. De este modo, si las primeras derivadas parciales de σ_{qv}^2 existen en sus extremos relativos incluyendo el mínimo absoluto para una región acotada, el

problema de optimización es formulado en los sistemas no lineales en la ecuación (173) para el álabe acoplado con VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{qa}^2(\nu, c_A, \alpha)}{\partial \nu} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qa}^2(\nu, c_A, \alpha)}{\partial c_A} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qa}^2(\nu, c_A, \alpha)}{\partial \alpha} = 0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{qb}^2(\nu, c_A, \delta_b, \alpha)}{\partial \nu} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qb}^2(\nu, c_A, \delta_b, \alpha)}{\partial c_A} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qb}^2(\nu, c_A, \delta_b, \alpha)}{\partial \delta_b} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qb}^2(\nu, c_A, \delta_b, \alpha)}{\partial \alpha} = 0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{qc}^2(\nu, c_A, \delta_c, \alpha)}{\partial \nu} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qc}^2(\nu, c_A, \delta_c, \alpha)}{\partial c_A} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qc}^2(\nu, c_A, \delta_c, \alpha)}{\partial \delta_c} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{qc}^2(\nu, c_A, \delta_c, \alpha)}{\partial \alpha} = 0 \end{array} \right\}. \quad (173)$$

Cuando $v = a$, $v = b$ y $v = c$, la ecuación (173) esta sujeta a:

$$(\nu, c_A) \geq 0, \sigma = \frac{2\alpha\mu m_0}{\sqrt{4\nu\mu k_0 m_0 - c_A^2}} / 0 < \alpha \leq 1, \forall \{\mu, l, a\} \in Re^+,$$

$$(\nu, c_A, \delta_b) \geq 0, \sigma = \frac{2\alpha(\mu+\delta_b)m_0}{\sqrt{4\nu(\mu+\delta_b)k_0 m_0 - c_A^2}} / 0 < \alpha \leq 1, \forall \{\mu, l, a\} \in Re^+ \text{ y}$$

$$(\nu, c_A, \delta_c) \geq 0, \sigma = \frac{2\alpha\mu_c m_0}{\sqrt{4\nu\mu_c k_0 m_0 - c_A^2}} / 0 < \alpha \leq 1, \forall \{\mu_c, l, a\} \in Re^+, \text{ respectivamente.}$$

4.2.2.1. Desempeño de los VDVA cuando el orden de la derivada fraccionaria es entero

Para demostrar la necesidad de incluir la derivada de orden fraccionario de CF en el modelado de las configuraciones clásicas del TMD, IDVA-C2 y DMDVA mostradas en la Figura 26, la ecuación (173) se resuelve numéricamente cuando el amortiguamiento de dichos dispositivos es puramente viscoso, haciendo que $\alpha \rightarrow 1$. Para ello, se utilizaron de nuevo los parámetros del álabe de NREL [26] $\Omega = 1, 27 \frac{rad}{s}$, la forma modal $a = 0,516$ para $x_0 = 45m$ y la relación de masa $\mu = \mu_c = 0,03$. Los resultados de este análisis se muestran en la Tabla 9, donde se observa que el efecto del elemento inercial secundario b y m_B de IDVA-C2 y DMDVA es insignificante, dado que ninguno de los dispositivos reduce σ_q^2 con respecto al TMD aun con estos elementos adicionales. De hecho, el rendimiento dinámico del DMDVA se pierde notablemente, ya que cuando $\alpha \rightarrow 1$, se obtiene una función monótona σ_{qc}^2 con respecto a c_A , haciendo que el DMDVA requiera un valor excesivamente alto de c_A para igualar apenas el rendimiento del TMD. Cuando el álabe no rota, este análisis lleva a las mismas conclusiones.

Tabla 9: Parámetros óptimos de los VDVA cuando $\alpha \rightarrow 1$ para $\mu = 0.03$, $x_0 = 45m$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$.

Dispositivo cuando $\alpha \rightarrow 1$	k_A [N/m]	c_A [Ns/m]	b o m_B [kg]	$\sigma_{q_{min}}^2$
VTMD $\Rightarrow$ TMD clásico	2074.696	26.284	—	11.3571
IFDVA-C2 $\Rightarrow$ IDVA-C2 clásico	2079.623	26.303	141.196	11.3571
DMFDVA $\Rightarrow$ DMDVA	2085.406	950 (non-optimal)	21.794	11.3691

Para validar el enfoque de optimización propuesto, la tabla 10 presenta una comparación del error de los parámetros del TMD calculados a partir de la ecuación (173) cuando $v = a$ y $\alpha \rightarrow 1$, con respecto a los proporcionados por las soluciones analíticas basadas en la FPT calculadas por Zhang [12]. En la Tabla 10, se observa un error insignificante para la rigidez k_A y un error más significativo para la constante c_A . Sin embargo, esto último es beneficioso, ya que con el enfoque de optimización propuesto, el TMD requiere una constante de amortiguamiento menor.

Las Figuras 28(a) y 28(b) respaldan los resultados presentados en las Tablas 9 y 10. La Figura 28(a) muestra que la FRF de la ecuación (164) es la misma cuando se utilizan el VTMD y el

Tabla 10: Parámetros del TMD clásico para $\mu = 0.03$, $x_0 = 45m$ y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$.

Parámetros	Optimización H_2	FPT Zhang [12]	Error [%]
k_A [N/m]	2074.696	2066.746	-0.3846
c_A [Ns/m]	26.284	37.063	29.03

IFDVA-C2 si $\alpha \rightarrow 1$; además, son idénticas a la FRF obtenida con el TMD. Mientras tanto, la FRF obtenida cuando se utiliza el DMFDVA cuando $\alpha \rightarrow 1$ es aproximadamente igual a las mencionadas anteriormente. Por estas razones, el IDVA-C2 y el DMDVA no tienen ninguna ventaja con respecto al rendimiento del TMD, a pesar de contar con un elemento inercial adicional en su configuración, el inersor de inercia b y la masa m_B . Por otro lado, en la Figura 28(b) se muestra que la atenuación de las amplitudes de vibración de la masa modal del álabes es similar cuando se utiliza el TMD con sus parámetros calculados mediante la optimización FPT o H_2 . A partir del método utilizado en [12], se observa que la FRF es más plana en los picos resonantes, ya que el FPT se aproxima a la norma H_∞ . Sin embargo, con el enfoque utilizado basado en la norma H_2 , se observa una atenuación más pronunciada entre los dos picos resonantes de la estructura y un ligero aumento en el ancho de banda de la frecuencia de operación, ya que el problema formulado en la ecuación (173) garantiza la minimización de la energía de vibración en todo el rango de frecuencias de operación.

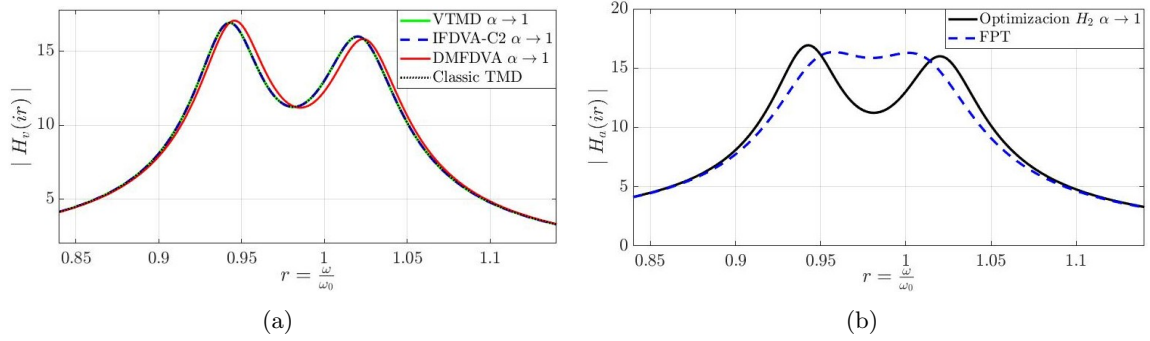


Figura 28: (a) Desempeño deficiente de los VDVA's cuando $\alpha \rightarrow 1$ para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, $\phi(45) = 0.516$ y $\mu = \mu_c = 0.03$. (b) FRFs del álabes acoplado con TMD con sus parámetros calculados mediante la FPT [12] y mediante el criterio de optimización basado en la norma H_2 para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, $\phi(45) = 0.516$ y $\mu = \mu_c = 0.03$.

4.2.2.2. Solución óptima de los VDVA's propuestos incluyendo el orden de derivada

En esta Sección se ha realizado un esfuerzo por calcular soluciones analíticas de los parámetros de los VDVA's a partir de la ecuación (173). Sin embargo, no fue posible calcularlas, ya que en el caso más simple (álabes-VTMD) aparecieron polinomios de alto grado tanto para la relación de rigidez ν como para el orden α , y en el caso del IFDVA-C2 y DMFDVA, el problema se dificultó aún más. No obstante, para el álabes SDOF acoplada con VTMD, si fue posible calcular soluciones analíticas cuando el álabes no gira ($l = 0$), dichas soluciones se muestran en las ecuaciones (174)-(176):

$$P_4(a, \mu, \omega_0)\alpha^4 + P_3(a, \mu, \omega_0)\alpha^3 + P_2(a, \mu, \omega_0)\alpha^2 + P_1(\omega_0)\alpha + P_0(\omega_0) = 0, \quad (174)$$

$$\nu = \frac{\mu \left[k - 2\sqrt{(\alpha - 1)^2(a^2\mu + 1)\omega_0^2\mu a^2((\alpha - 1)^4\omega_0^4 + \alpha^2(\alpha - 1)^2(a^2\mu + 2)\omega_0^2 + \frac{3}{4}a^2\alpha^4\mu + \alpha^4)} \right]}{2\alpha(a^2\mu + 1)^2((a^2\mu + \omega_0^2 + 1)\alpha^2 - 2\alpha\omega_0^2 + \omega_0^2)}, \quad (175)$$

$$c_A = -\frac{\sqrt{(\alpha - 1)^2(a^2\mu + 1)\omega_0^2\mu a^2((\alpha - 1)^4\omega_0^4 + \alpha^2(\alpha - 1)^2(a^2\mu + 2)\omega_0^2 + \frac{3}{4}a^2\alpha^4\mu + \alpha^4)} k_0\mu}{2(a^2\mu + 1)^2\alpha(\alpha - 1)\omega_0^2\sigma^{\alpha-1}}. \quad (176)$$

Donde; $P_4 = -4\omega_0^4 + (16a^4\mu^2 + 28a^2\mu + 8)\omega_0^2 - 3a^2\mu - 4$, $P_3 = -\omega_0^2(32a^4\mu^2 + 56a^2\mu - 16\omega_0^2 + 16)$, $P_2 = \omega_0^2(16a^4\mu^2 + 28a^2\mu - 24\omega_0^2 + 8)$, $P_1 = 16\omega_0^4$, $P_0 = -4\omega_0^4$, y $k = \alpha(a^2\mu + 1)((a^2\mu + 2\omega_0^2 + 2)\alpha^2 - 4\alpha\omega_0^2 + 2\omega_0^2)$.

Los coeficientes del polinomio de la ecuación (174) son una función de a , μ y ω_0 . Con esos datos conocidos se resuelve el polinomio, lo que proporciona cuatro raíces, las cuales deben evaluarse en las ecuaciones (175) y (176) para seleccionar aquella que satisfaga las condiciones de la formulación de la ecuación (173). Por lo tanto, considerando de nuevo los parámetros del álabo de NREL sin rotación y situando el VTMD en $x_0 = 45m$ y en $x_0 = 35m$, la variación de α , ν , c_A y σ se obtiene a partir de las ecuaciones (174)-(176), como se observa en las Figuras 29(a)-29(d). Donde se observa una variación no significativa para ν en ambas localizaciones del VTMD para $0,01 < \mu < 0,05$. Sin embargo, para α , c_A y σ existe una diferencia más notable entre ambas localizaciones del VTMD, lo cual es razonable ya que en $x_0 = 45m$ los niveles de vibración son más altos, por lo que el amortiguador viscoelástico debe tener una constante de viscosidad c_A más alta, lo que aumenta en consecuencia el orden de la derivada α .

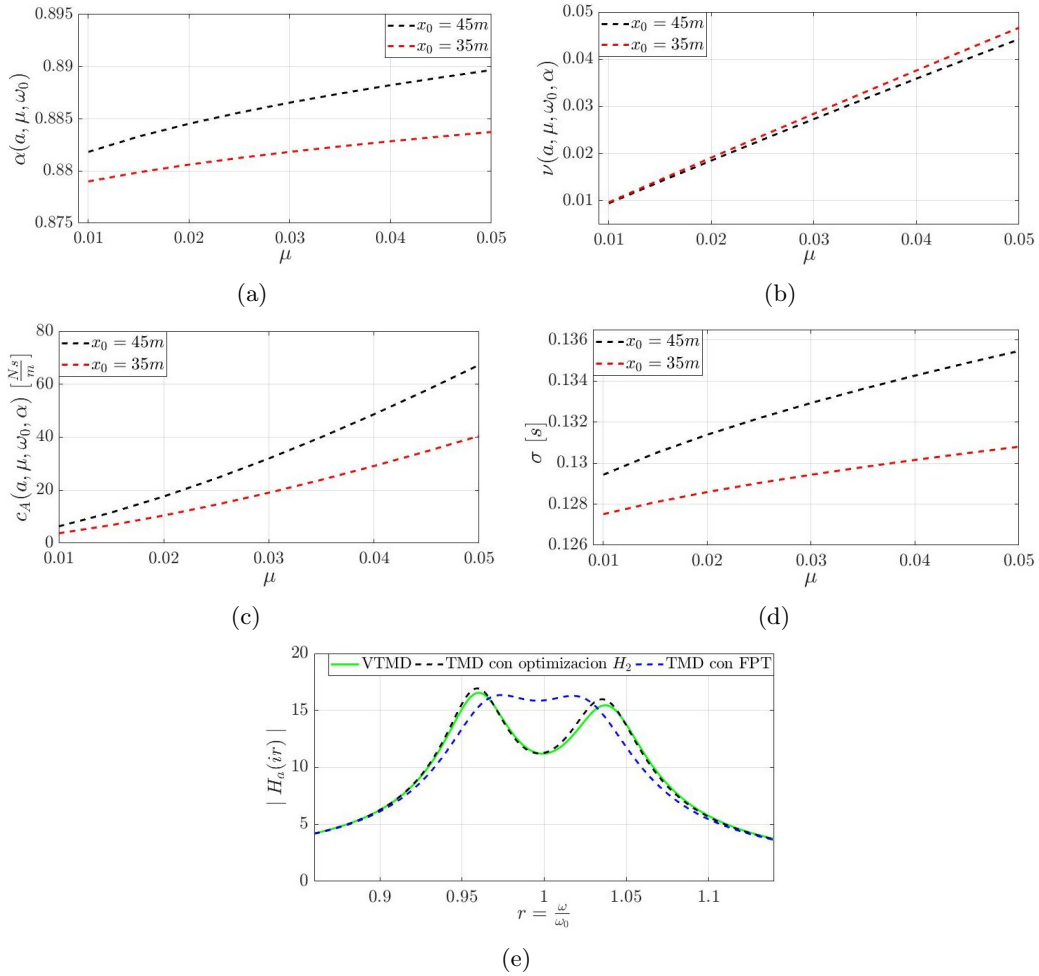


Figura 29: (a), (b), (c) y (d). Variación de los parámetros del VTMD colocado en dos puntos distintos a partir de la ecuación (174). (e) Comparación de las FRFs del álabo SDOF montado con VTMD y del álabo SDOF montado con TMD bajo la optimización basada en la norma H_2 y en la FPT [12].

En la Figura 29(e) se muestra una comparación entre la FRF obtenida a partir de las ecuaciones (174)-(176) cuando el VTMD se sitúa en $x_0 = 45m$ con $\mu = 0.03$ y la obtenida cuando se utiliza el TMD en las mismas condiciones. Para el TMD, se han utilizado la optimización H_2 y las soluciones analíticas obtenidas mediante la FPT en [12]. En esta simulación, se demuestra que el VTMD ofrece

un mejor rendimiento que el TMD bajo el enfoque de optimización utilizado, en términos de una ligera disminución de las amplitudes de vibración y un pequeño aumento del ancho de banda de frecuencias de operación.

Por otra parte, la ecuación (173) se resuelve numéricamente mediante la caja de herramientas de Maplesoft para ecuaciones no lineales, tanto cuando el álabé gira como cuando no gira. Para ello, se consideraron las relaciones de masa $\mu = \mu_c = \{0,01,0,03,0,05\}$ y las formas modales $a = \phi(45) = 0.516$ y $a = \phi(35) = 0.298$ utilizadas en [12]. Además, otra vez se utilizaron los parámetros del álabé de NREL [26] utilizados en [12]; una masa modal $m_0 = 1354kg$ y las frecuencias fundamentales $\omega_0 \approx 7\frac{rad}{s}$ y $\omega_0 \approx 7.19\frac{rad}{s}$, correspondientes a $l = \frac{\Omega}{\omega_0} = 0$ y $l = \frac{\Omega}{\omega_0} = 0.17663$, ya que ω_0 es una función de la velocidad angular del rotor, tal y como se explicó en la ecuación (63). Las tablas 11-13 proporcionan los parámetros óptimos que minimizan la varianza del desplazamiento estructural de la masa modal del álabé σ_{qv}^2 para $v = a, b, c$. Se observa que σ_{qv}^2 disminuye cuando el álabé no gira y a medida que la relación de masas y la ubicación del dispositivo aumentan, lo cual tiene sentido, según la física de los modelos presentados.

Tabla 11: Parámetros óptimos del VTMD obtenidos a partir de la formulación basada en la norma H_2 .

$\Omega [\frac{rad}{s}]$	$x_0 [m]$	μ	ν_{opt}	$c_{A_{opt}} [\frac{Ns}{m}]$	α_{opt}	$\sigma [s]$	σ_{qa}^2
1.27	45	0.01	0.00948	6.6312	0.8828	0.12616	19.4399
		0.03	0.02732	33.4297	0.8874	0.12956	11.1261
		0.05	0.04424	70.3764	0.8904	0.13203	8.5694
	35	0.01	0.00970	3.8941	0.8800	0.12429	33.8378
		0.03	0.02845	19.8996	0.8828	0.12616	19.4349
		0.05	0.04666	42.3134	0.8846	0.12748	15.0001

Tabla 12: Parámetros óptimos del IFDVA-C2 obtenidos a partir de la formulación basada en la norma H_2 .

$\Omega [\frac{rad}{s}]$	$x_0 [m]$	μ	ν_{opt}	$\delta_{b_{opt}}$	$c_{A_{opt}} [\frac{Ns}{m}]$	α_{opt}	$\sigma [s]$	σ_{qb}^2
1.27	45	0.01	0.00996	0.000056	0.4021	0.3949	0.05518	17.0510
		0.03	0.02969	0.000507	4.7679	0.5306	0.07481	9.8438
		0.05	0.04915	0.001402	14.0919	0.5934	0.08441	7.6245
	35	0.01	0.00998	0.000018	0.0868	0.2738	0.03813	29.5251
		0.03	0.02989	0.000169	1.2072	0.3950	0.05519	17.0460
		0.05	0.04971	0.000471	3.9000	0.4574	0.06410	13.2035
0	45	0.01	0.00996	0.000053	0.3646	0.3848	0.05521	16.7825
		0.03	0.02970	0.000475	4.3677	0.5200	0.07525	9.6883
		0.05	0.04918	0.001314	12.9769	0.5830	0.08509	7.5037
	35	0.01	0.00998	0.000017	0.0782	0.2654	0.03797	29.0607
		0.03	0.02990	0.000159	1.0949	0.3849	0.05522	16.7775
		0.05	0.04972	0.000442	3.5524	0.4468	0.06429	12.9953

En las tablas 11-13, la constante σ describe las componentes de tiempo fraccionario para cada orden α [154]. Estos componentes muestran un comportamiento intermedio entre los efectos disipativos y conservativos del amortiguador de cada dispositivo. El hallazgo principal es que el IFDVA-C2 y el DMFDVA superan ampliamente el rendimiento dinámico proporcionado por el VTMD. Esto se debe a la interacción simultánea entre su amortiguador viscoelástico conectado en serie con su elemento inercial secundario. Ya que como se mostró en la Figura 28(a), el inersor del IFDVA-C2 y la segunda masa del DMFDVA no aportan ninguna ventaja sobre el TMD cuando $\alpha \rightarrow 1$. También se observa que cuando $x_0 = 35$ m, el orden α alcanza valores inferiores a 0.5, lo que implica una constante de amortiguación viscosa pequeña. Esto se debe a que los niveles de vibración lateral del álabé en esta ubicación son más bajos que en $x_0 = 45$ m.

Tabla 13: Parámetros óptimos del DMFDVA obtenidos a partir de la formulación basada en la norma H_2 .

Ω [$\frac{rad}{s}$]	x_0 [m]	μ_c	ν_{opt}	$\delta_{c_{opt}}$	$c_{A_{opt}}$ [$\frac{Ns}{m}$]	α_{opt}	σ [s]	σ_{qc}^2
1.27	45	0.01	0.00997	0.000052	0.3759	0.3860	0.05374	17.0664
		0.03	0.02982	0.000463	4.4143	0.5185	0.07234	9.8701
		0.05	0.04951	0.001259	12.9116	0.5792	0.08095	7.6578
	35	0.01	0.00999	0.000017	0.0812	0.2671	0.03716	29.5341
		0.03	0.02993	0.000157	1.1288	0.3861	0.05375	17.0615
		0.05	0.04983	0.000435	3.6358	0.4471	0.06230	13.2233
0	45	0.01	0.00998	0.000052	0.3597	0.3835	0.05483	16.7972
		0.03	0.02982	0.000463	4.2246	0.5159	0.07392	9.7133
		0.05	0.04953	0.001260	12.3621	0.5767	0.08278	7.5354
	35	0.01	0.00999	0.000017	0.0778	0.2650	0.03787	29.0692
		0.03	0.02994	0.000157	1.0799	0.3835	0.05484	16.7923
		0.05	0.04983	0.000435	3.4786	0.4445	0.06361	13.0143

La dificultad del diseño físico del IFDVA-C2 radica en el bajo nivel de inercia que requiere. Sin embargo, este nivel de inercia es muy similar al que necesita el RID-TMD [15], que de hecho también puede ser visto en las soluciones analíticas (112) calculadas en la Sección 4.1.2. Sin embargo, esto puede resultar beneficioso, ya que los dispositivos que requieren una gran fuerza de control inercial generada por el inersor comprometen la integridad de la estructura y del propio inercial. Por otro lado, el DMFDVA no incluye un inersor en su configuración, y δ_c es aproximadamente igual a δ_b . Esto podría sugerir que, en el futuro, un diseño físico del DMFDVA sería más factible que el del IFDVA-C2. Mientras que, el VTMD presenta órdenes de derivada superiores a 0.85 sin cambios significativos entre cada escenario paramétrico. Por esta razón, su configuración requiere un amortiguador predominantemente viscoso.

Para evaluar el comportamiento dinámico de los VDVA, en las Figuras 30(a)-30(c) se muestran las FRFs adimensionales de la masa modal del álab, definidas en la ecuación (164). Estas curvas se obtuvieron utilizando las variables óptimas de las Tablas 11-13 para $\mu = \mu_c = \{0.01, 0.03, 0.05\}$, $x_0 = 45$ m y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. Como se esperaba, a medida que el μ y μ_c aumentan, las amplitudes de las FRFs disminuyen y el ancho de banda de la frecuencias de operación aumenta en cualquiera de los tres casos.

La Figura 30(d) muestra una comparación entre los VDVA y el TMD bajo las mismas condiciones. Para ello, los parámetros del TMD se optimizaron según la formulación expuesta en la Sección 4.2.2, utilizando una relación de masa $\mu = 0.03$. Dichos parámetros se muestran en la tabla 9. En la Fig. 30(d), las FRF de dos puntos resonantes se generan acoplando el TMD y el VTMD. El VTMD proporciona una pequeña reducción de las amplitudes resonantes en comparación con el TMD, mientras que, una disminución significativa de las amplitudes resonantes es observada cuando se utilizan el IFDVA-C2 y el DMFDVA. La adición de un inersor entre la masa y el amortiguador del VTMD da lugar al IFDVA-C2; por lo tanto, el buen rendimiento del IFDVA-C2 se debe a la conexión en serie entre su inersor y su amortiguador viscoelástico. Adicionalmente, se observa un aumento del ancho de banda de la frecuencias, que cambia de $0.908 < r < 1.054$ a $0.9 < r < 1.065$ cuando se utilizan el TMD y el IFDVA-C2, respectivamente.

Por otro lado, la Tabla 14 muestra la reducción de la varianza de desplazamiento obtenida mediante el uso de VDVA con respecto al uso del TMD para controlar vibraciones laterales. Para este propósito, se utiliza la ecuación (177), donde $v = a, b, c$ y σ_{tmd}^2 es la varianza de desplazamiento cuando el TMD es utilizado. Mientras tanto, ε_a , ε_b y ε_c son las reducciones de la varianza de la respuesta estructural obtenida mediante el VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente. Considerando todos los escenarios, el VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, producen mejoras respecto

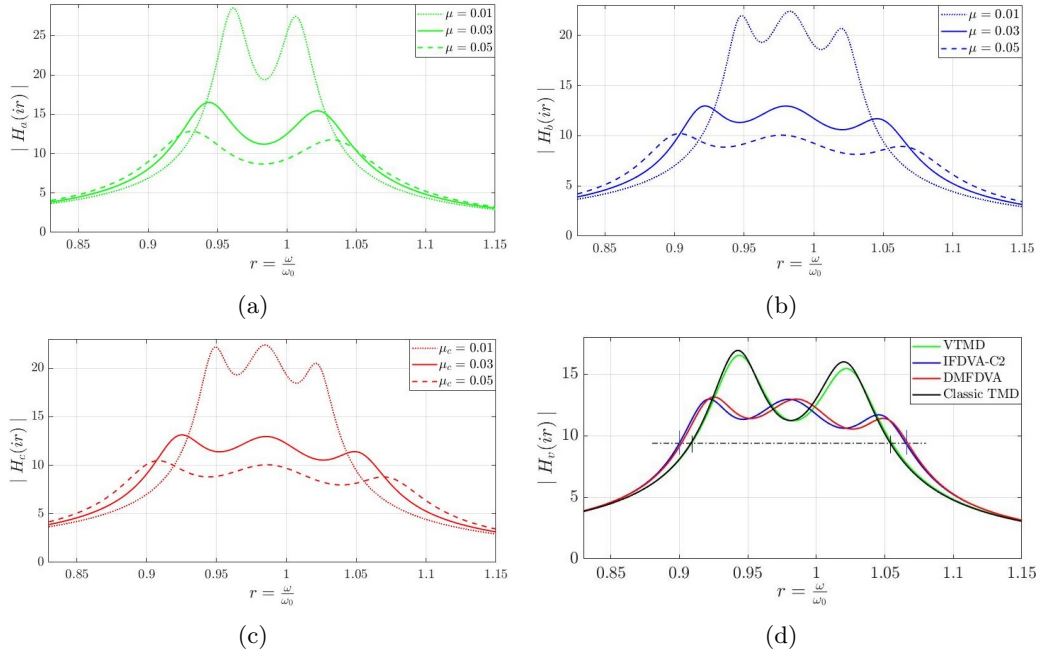


Figura 30: FRFs con parámetros óptimos para $\mu = \mu_c = \{0.01, 0.03, 0.05\}$, $x_0 = 45$ m y $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (a) VTMD, (b) IFDVA-C2. (c) DMFDVA. (d) Comparación entre los VDVA y el TMD clásico para $\mu = \mu_c = 0.03$.

al TMD del 0.71 % al 2.53 %, 13.277 % al 13.3894 % y del 12.89 % al 13.09 %, respectivamente.

$$\varepsilon_v = 100 \left(\frac{\sigma_{tmd}^2 - \sigma_v^2}{\sigma_{tmd}^2} \right) \%. \quad (177)$$

Tabla 14: Reducción porcentual de la varianza de desplazamiento utilizando VDVA con respecto al TMD clásico.

$\Omega \left[\frac{rad}{s} \right]$	$x_0 [m]$	μ, μ_c	σ_{tmd}^2	$\varepsilon_a [\%]$	$\varepsilon_b [\%]$	$\varepsilon_c [\%]$
1.27	45	0.01	19.6833	1.2400	13.3731	13.2946
		0.03	11.3572	2.0345	13.3249	13.0937
		0.05	8.7919	2.5303	13.2771	12.8987
	35	0.01	34.0896	0.7382	13.3893	13.3629
		0.03	19.6776	1.2403	13.3731	13.2945
		0.05	15.2390	1.5676	13.3570	13.2268
0	45	0.01	19.3734	1.1999	13.3734	13.2973
		0.03	11.1779	1.9677	13.3258	13.1017
		0.05	8.6527	2.4444	13.2786	12.9116
	35	0.01	33.5533	0.7147	13.3894	13.3639
		0.03	19.3677	1.2002	13.3734	13.2973
		0.05	14.9989	1.5164	13.3575	13.2314

4.2.2.3. Análisis paramétrico en función del orden de derivada fraccionaria

El problema de optimización descrito en la Sección 4.2.2 se resuelve de nuevo excluyendo el orden α , utilizando $x_0 = 45m$, $\mu = \mu_c = 0.03$, $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y $0.3 \leq \alpha < 1$, con el fin de investigar

los intervalos de α en los que los VDVA's mejoran la respuesta estructural del álabo acoplado con TMD. En las Figuras 31(a)-31(f), α_a , α_b y α_c son los órdenes óptimos mostrados en las Tablas 11-13 para el VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente. En la Figura 31(a), se observa que σ_{qv}^2 varía entre once y doce unidades para el VTMD dentro del intervalo $0.4 < \alpha < 1$. Cuando $\alpha \rightarrow 1$, el VTMD se convierte en el TMD, con una varianza $\sigma_{qa}^2 = 11,3571$. Mientras tanto, en el intervalo $0.3 < \alpha < 0.88$, el IFDVA-C2 y DMFDVA superan ampliamente el rendimiento proporcionado por el VTMD y TMD. Además, DMFDVA muestra un rendimiento ligeramente superior al del IFDVA-C2 para $\alpha < \alpha_c$, ocurriendo lo contrario cuando $\alpha > \alpha_c$.

La Figura 31(b) muestra que tanto el IFDVA-C2 como el DMFDVA no presentan variaciones significativas en la relación de rigidez ν para $0,3 < \alpha < 1$. Sin embargo, a medida que α disminuye, la relación de rigidez ν del VTMD disminuye significativamente, ya que la rigidez total del VTMD está compuesta por el resorte k_A y la proporcionada por su amortiguador viscoelástico, que actúan en paralelo sobre el desplazamiento de la masa m_A , lo que provoca que la relación de rigidez ν disminuya para compensar el efecto elástico predominante del amortiguador viscoelástico del VTMD. De este modo, el VTMD mantiene un buen rendimiento. Este hecho influye en el comportamiento de la constante c_A del VTMD, como se observa en la Fig. 31(c), donde se observa un aumento de c_A cuando α disminuye hasta 0,5. Después, c_A disminuye para $\alpha < 0,5$, lo cual es coherente con la disminución del efecto viscoso del amortiguador viscoelástico del VTMD.

La Figura 31(d) muestra con mayor detalle el comportamiento de c_A para el IFDVA-C2 y DMFDVA, donde se observa una tendencia decreciente a medida que α disminuye. Aunque el comportamiento dinámico de IFDVA-C2 y DMFDVA es similar, se observa que DMFDVA requiere una constante de amortiguamiento muy elevada cuando $\alpha > 0.95$, lo que limita su aplicabilidad en esa región. De hecho, cuando $\alpha \rightarrow 1$, el DMFDVA requiere niveles muy altos de c_A , como se mostró en la Tabla 9. En la Figura 31(e), se observa que la constante dimensional σ tiene un comportamiento similar al de la constante c_A mostrada en las Figs. 31(c) y 31(d), ya que está relacionada con la energía disipada por el amortiguador viscoelástico de cada dispositivo. Por otro lado, en la Figura 31(f), se observa que para $\alpha > 0.98$, el IFDVA-C2 requiere niveles de inercia muy elevados, y que la relación de inercia δ_b y la relación de masa δ_c aumentan a medida que α incrementa. Aunque ambos parámetros son bajos y de magnitud similar para $0.3 < \alpha < 0.88$, el DMFDVA podría ser mejor que el IFDVA-C2, ya que la masa m_B es físicamente más simple que el diseño de un inersor con un nivel de inercia bajo. Sin embargo, esta afirmación debería evaluarse a profundidad en el futuro, ya que otros dispositivos como el RID-TMD, utilizado para el mismo propósito también requieren un nivel de inercia pequeño [15].

A partir de las observaciones anteriores, se concluye que, cuando se utiliza al IFDVA-C2 o al DMFDVA en el intervalo $0.3 < \alpha < 0.88$ y se colocan en $x_0 = 45m$, su rendimiento supera al del VTMD y al del TMD clásico cuando el álabo opera en su velocidad nominal. Adicionalmente, debido a la significativa disminución de la rigidez k_A , el VTMD podría ser viable en el intervalo $0.7 < \alpha < 1$ y puede superar ligeramente el desempeño del TMD utilizando un amplio intervalo de constantes de amortiguamiento, mientras que el TMD necesita una única constante de amortiguamiento.

Por otro lado, tomando los parámetros óptimos mostrados en las Figuras 31(b)-31(f), donde se excluyó el orden α del problema de optimización para $\Omega = 1, 27 \frac{rad}{s}$, $x_0 = 45$ m y 3 %, se obtienen las Figuras 32(a)-32(c), que muestran las curvas obtenidas a partir de la ecuación (164) demostrando que, incluso para diferentes conjuntos de parámetros dentro del intervalo $0.3 < \alpha < 0.88$, las amplitudes de vibración disminuyen en comparación con el uso del TMD. La Figura 32(a) muestra una variación no significativa en los picos resonantes de la FRF $|H_a(ir)|$, excepto para $\alpha = 0.4$, y una ligera disminución de los picos resonantes cuando α es óptimo en relación con el TMD clásico. La Figura 32(a) respalda el hecho de que el VTMD no es viable para $\alpha < 0.7$. Por su parte, la Figura 32(b) muestra que si $\alpha \rightarrow 1$, el comportamiento de la FRF $|H_b(ir)|$ se aproxima al obtenido cuando se utiliza el TMD clásico, ya que el amortiguador viscoelástico del IFDVA-C2 se vuelve viscoso,

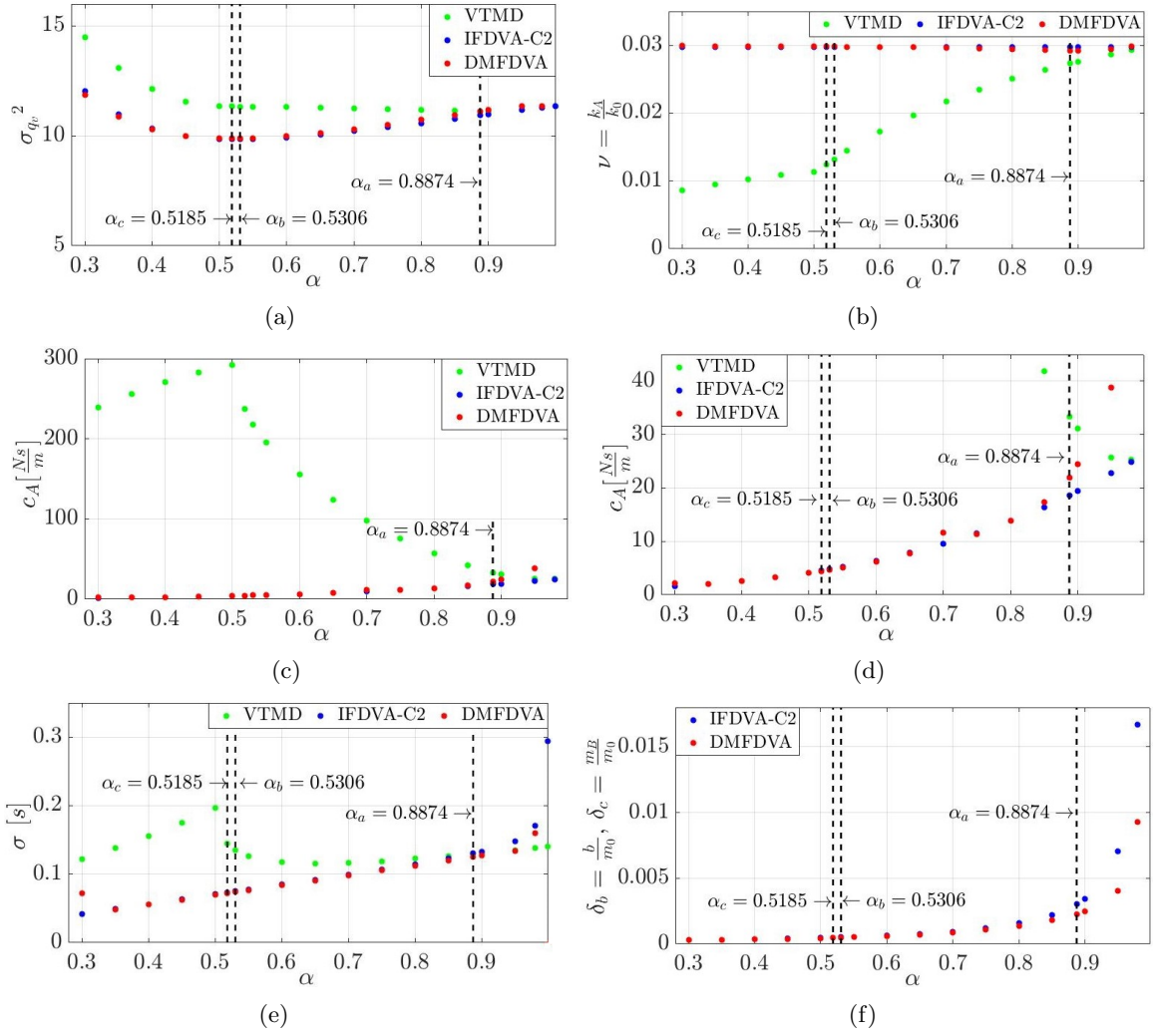


Figura 31: Variación paramétrica de los VDVA y de σ_{qv}^2 en función del orden derivativo α para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$, $x_0 = 45m$ y $\mu = \mu_c = 0.03$. (a) Varianza σ_{qv}^2 para $v = a, b, c$. (b) Relación de rigidez $\nu = \frac{k_A}{k_0}$. (c) Constante de amortiguamiento c_A . (d) Constante de amortiguamiento del IFDVA-C2 y DMFDVA. (e) Constante dimensional σ . (f) Relaciones inerciales $\delta_b = \frac{b}{m_0}$ y $\delta_c = \frac{m_B}{m_0}$.

anulando el efecto del inersor, tal y como se explicó en la Sección 4.2.2.1. Esto se respalda mediante el valor obtenido para σ_{qb}^2 cuando $\alpha \rightarrow 1$, mostrado en la Figura 31(a). Además, en los ordenes de derivada analizados, se observaron cambios significativos en los picos resonantes en comparación con el orden óptimo, mientras que el rendimiento del TMD se superó en mayor o menor medida. Esto se debe al efecto del amortiguador viscoelástico en la configuración convencional del IDVA-C2. Debido a ello, se pueden obtener diversos conjuntos de parámetros óptimos para el IFDVA-C2 en el intervalo $0.3 < \alpha < 0.88$, con una mayor mitigación de vibración en comparación con el TMD.

En la Figura 32(c) se obtienen resultados muy similares a los mostrados en la Figura 32(b). Sin embargo, no se intenta recuperar el caso de orden entero debido al comportamiento monótono que muestra la función σ_{qc}^2 con respecto a la constante de amortiguamiento c_A cuando $\alpha \rightarrow 1$, tal y como se explicao anteriormente. En su lugar, se obtuvo la FRF correspondiente a $\alpha = 0.95$. Por último, las Figuras 32(d)-32(f) muestran las mismas comparaciones que las mostradas en las Figuras 32(a)-32(c), pero ahora considerando el álabé sin rotación. En estas simulaciones numéricas, la respuesta en frecuencia de la álabé SDOF solo se desplaza hacia la derecha a lo largo del eje de las frecuencias, y se observa un comportamiento análogo en las amplitudes de vibración con respecto al caso del álabé operando en su velocidad nominal, de modo que los parámetros de las Tablas 11-13 y las

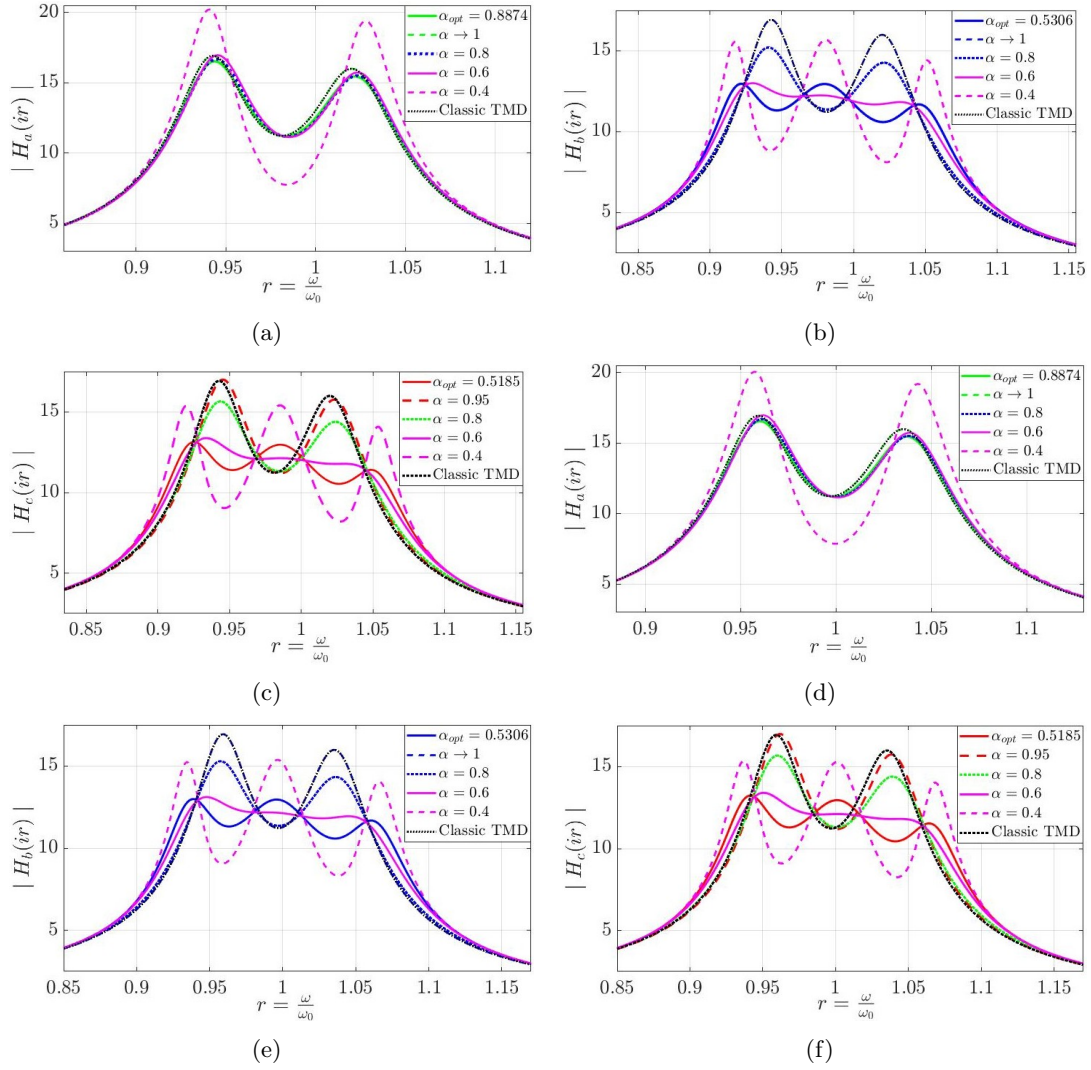


Figura 32: Comparación entre las FRFs óptimas y las FRFs basada en ordenes de derivada no óptimos. Para todos los casos $x_0 = 45m$ y $\mu = \mu_c = 0.03$. (a) VTMD, (b) IFDVA-C2 y (c) DMFDVA para $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$. (d) VTMD, (e) IFDVA-C2, y (f) DMFDVA para $\Omega = 0 \frac{rad}{s}$.

soluciones analíticas propuestas en las ecuaciones (174)-(176) podrían utilizarse para un análisis de diseño inicial de los VDVA basados en el control pasivo de una pala en operación o estacionada.

4.3. Análisis en el dominio del tiempo

En esta Sección se describe el procedimiento para simular una carga aerodinámica modal aproximada que actúa sobre los álabes, con el propósito de utilizarla como señal de entrada en los modelos matemáticos obtenidos en la Sección 4.1.1. Aunque el viento puede ser descrito como un flujo que actúa sobre una superficie, en este trabajo sólo se considera la magnitud de este fluido actuando sobre un punto, para obtener la magnitud de la carga que actúa sobre la forma modal dominante de un álabes SDOF. Para tal fin, se toma en cuenta el comportamiento estocástico del viento mediante una función PSD basada en el espectro Kaimal.

4.3.1. Señal estocástica de velocidad de viento unidireccional

De acuerdo con [92, 93, 155], una señal de velocidad de viento se puede describir como la suma de una componente turbulenta $\nu(t)$ y de la media aritmética de la misma señal $\bar{v}$, como se observa en la ecuación (178):

$$v(t) = \bar{v} + \nu(t). \quad (178)$$

A partir de un conjunto de datos de velocidad de viento que actúan sobre un punto, adquiridos mediante un anemómetro, es posible obtener una señal aleatoria $\nu(t)$ de N datos, de periodo $T = \Delta t N$ y con una frecuencia $f = \frac{1}{\Delta t}$, donde Δt es el tiempo transcurrido entre cada muestra. De acuerdo con [155], la señal definida en la ecuación (178) puede ser representada como una serie de Fourier,

$$v(t) = \bar{v} + \sum_{n=1}^{N/2} [a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t],$$

que puede ser expresada en términos de señales cosenoidales como se observa en la ecuación (179).

$$v(t) = \bar{v} + \sum_{n=1}^{N/2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(\omega_n t - \phi_n). \quad (179)$$

Utilizando el método de representación de señales estocásticas mediante funciones PSD [156], la señal de la ecuación (179) es representada mediante la variación de las amplitudes, frecuencia y ángulos de fase de cada una de sus componentes armónicas como se observa en la ecuación (180),

$$v(t) = \bar{v} + \sum_{n=1}^{N/2} \sqrt{\frac{2S_f(\omega_n)}{T}} \cos(\omega_n t - \phi_n), \quad (180)$$

donde $\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$. Mientras que la función PSD $S_f(\omega_n)$ se utiliza para generar señales de viento artificial y se conoce como el espectro Kaimal [157]. Su modelo matemático se define en la ecuación (181).

$$S_f(\omega_n) = \frac{I^2 \bar{v} l_h}{\left(1 + 1.5 \frac{l_h \omega_n}{\bar{v}}\right)^{\frac{5}{3}}}, \quad (181)$$

donde I es la intensidad de turbulencia, ω_n es la frecuencia en rad/s , $\bar{v}$ es la velocidad del viento promediada en un tiempo de 10 minutos y l_h es un factor de escala de longitud, que es igual a $20h$ y 600 metros para $h < 30$ y $h \geq 30$ metros respectivamente, donde h es la altura sobre el nivel del mar [155].

Para simular la ecuación (180), se utilizan las características y condiciones de operación del HAWT de NREL [26], cuyo rotor mantiene una velocidad angular $\Omega = 1.27 rad/s$ correspondiente a una velocidad de viento promedio $\bar{v} = 11.4 m/s$, que, como se mencionó en la Sección 4.1.2, en condiciones normales de operación la velocidad angular del rotor incrementa de $\Omega_0 = 0$ a $\Omega = 1.27 rad/s$ cuando el viento incrementa de $3 \frac{m}{s}$ a $11.4 \frac{m}{s}$. Debido al accionamiento del control de ángulo de paso en conjunto con el sistema de frenado [12], esta velocidad se mantiene sin variaciones significativas mientras la velocidad promedio máxima del viento no exceda $25 m/s$. Por lo tanto, considerando cuatro niveles distintos de intensidad de turbulencia I y un factor de escala de $l_h = 600$ (debido a la altura de la torre del HAWT de NREL), la simulación de la función PSD de la ecuación (181) se obtiene en la Figura 33.

La Figura 33 muestra que las amplitudes de la PSD incrementan a medida que el nivel de turbulencia aumenta, lo cual tiene sentido de acuerdo con el modelo de la ecuación (181). Por otro

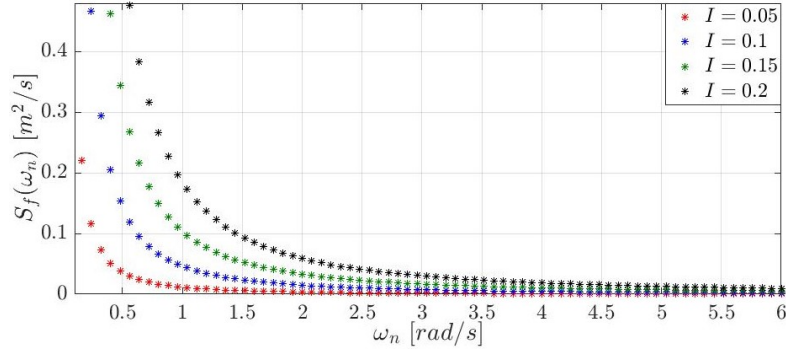


Figura 33: Función PSD del espectro Kaimal para cuatro niveles de intensidad de turbulencia I .

lado, una simulación de velocidad de viento a partir de la ecuación (180) aproximadamente realista, se obtiene cuando N es suficientemente grande. En este caso se considera $N = 8000$ muestras, un paso de $\Delta t = 0.01s$ entre cada muestra y la PSD de la Figura 33 para $I = 0.1$, obteniendo la señal estocástica de la Figura 34 de período $T = \Delta N = 80s$ y de frecuencia $f = \frac{1}{\Delta t} = 100s^{-1}$.

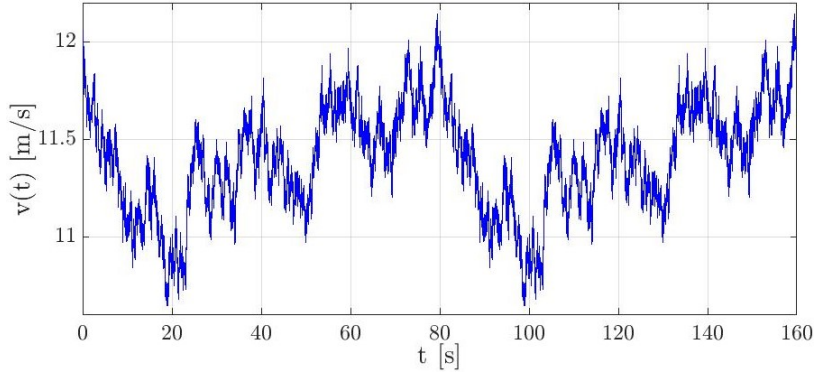


Figura 34: Señal artificial de velocidad de viento con media $\bar{v} = 11.4m/s$, intensidad de turbulencia de $I = 0.1$, un conjunto de datos de $N = 8000$ y una paso de $\Delta t = 0.01s$.

4.3.2. Velocidad instantánea del viento sobre la estructura de los álabes

Debido a que los álabes reciben una velocidad de viento distinta en cada punto a lo largo de su longitud dependiendo de la posición angular en la que se encuentren mientras están rotando. Antes de obtener la velocidad relativa del viento actuando sobre la estructura de los álabes, se determina la ecuación de la velocidad instantánea. De acuerdo con [27], la variación de la velocidad instantánea promedio a lo largo del radio x_3 del álabes se puede calcular a partir de la ecuación (182),

$$V_j(x_3, t) = \bar{v}(H_0) + (v_{max} - \bar{v}(H_0)) \left(\frac{x_3}{L} \right) \cos(\Psi_j), \quad (182)$$

donde H_0 es la altura del suelo al cubo del rotor, L es la longitud total del álabes, v_{max} es la velocidad en el punto más alto del HAWT, es decir en $H = H_0 + L$ y Ψ_j fue definido en la ecuación (50). Nótese que cuando $x_3 = 0$, se obtiene la velocidad instantánea promedio en el centro del rotor. Adicionalmente, v_{max} se calcula a partir de la ecuación (183),

$$\frac{v(H)}{\bar{v}(H_0)} = \frac{\ln\left(\frac{H}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{H_0}{z_0}\right)}, \quad (183)$$

donde z_0 es el factor de longitud de rugosidad, cuyos valores se definen en [155]. Sustituyendo H por $H_0 + L$ y despejando $v(H_0 + L)$ se obtiene la velocidad máxima como se muestra en la ecuación (184)

$$v_{max} = v(H_0 + L) = \bar{v}(H_0) \frac{\ln\left(\frac{H_0 + L}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{H_0}{z_0}\right)}. \quad (184)$$

Sustituyendo las ecuaciones (184) y (50) en la ecuación (182), se obtiene la ecuación (185) para calcular la velocidad promedio instantánea para cualquier posición angular y radio de longitud de cada álabe,

$$V_j(x_3, t) = \bar{v}(H_0) + \bar{v}(H_0) \left[\frac{\ln\left(\frac{H_0 + L}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{H_0}{z_0}\right)} - 1 \right] \left(\frac{x_3}{L} \right) \cos\left(\Omega t + \frac{2}{3}\pi(j-1)\right). \quad (185)$$

Si se utiliza la misma velocidad promedio $\bar{v}(H_0)$ que se utilizó en la simulación de la Figura 34 una longitud de rugosidad de $z_0 = 0.005$, la altura de la torre $H_0 = 87.6m$, una longitud del álabe de $L = 61.5m$ y una velocidad angular de $\Omega = 1.27rad/s$, que son los datos del modelo de NREL [26], es posible hacer una simulación de la velocidad instantánea. Entonces, considerando un punto específico en $x_3 = 45m$ en el primer álabe con $j = 1$, se obtiene la velocidad instantánea promedio en ese punto como se observa en la Figura 35.

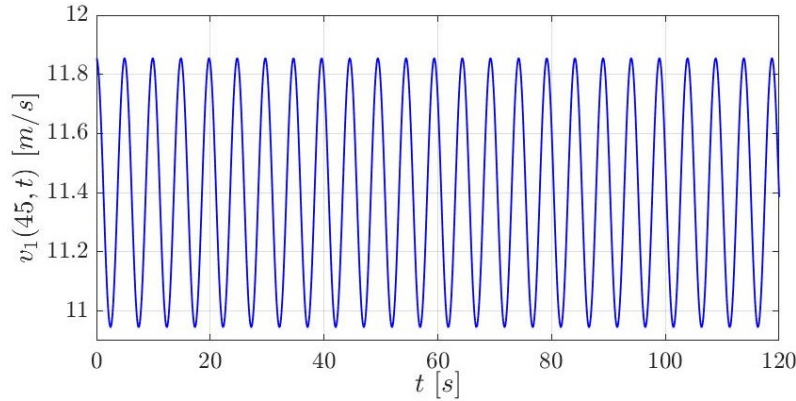


Figura 35: Señal de velocidad promedio instantánea en el primer álabe a 45 metros del centro del rotor y a una velocidad angular de $\Omega = 1.27rad/s$.

En el primer período de la señal de la Figura 35, se puede observar que cada ciclo es de $t \approx 4.94s$, lo cuál corresponde con la ecuación (50) al sustituir $t = 4.94s$, ya que se obtiene $\Psi(4.94s) = 0.998 \approx 1$. Asimismo, se puede observar que cuando los álabes se alinean con la altura de la góndola se obtiene la velocidad de $11.4 \frac{m}{s}$, que corresponde con la velocidad de viento el HAWT recibe en el centro del rotor.

4.3.3. Simulación de una carga aerodinámica en las direcciones frontal y lateral a partir de la teoría BEM

La teoría del momento del elemento del álabe (BEM) considera las propiedades geométricas y aerodinámicas del perfil del álabe, velocidad del viento, y velocidad angular del rotor [24, 27]. La

Figura 36(a) muestra un álabe discretizado en N elementos de longitud dx_3 y ancho $c(x_3)$, este último parámetro definido como la longitud de cuerda de un extremo a otro de un sólo segmento y x_3 es el eje radial del álabe. Mientras que la Figura 36(b) muestra las fuerzas y velocidades locales que actúan en el i -ésimo segmento del álabe, donde V_j es la velocidad calculada en la ecuación (185) actuando en dirección axial al eje local x_1 , α , ϕ , β y κ son los ángulos de ataque, flujo, paso y pretorsión, respectivamente, P_L y P_D son las fuerzas de sustentación y resistencia, mientras que P_N y P_T son sus proyecciones, que representan las fuerzas normal y tangencial actuando sobre el segmento del álabe [24]. Estas fuerzas corresponden a las direcciones x_1 y x_2 , respectivamente, acorde con los marcos de referencia mostrados en las Figuras 5(a), 13 y 27(a).

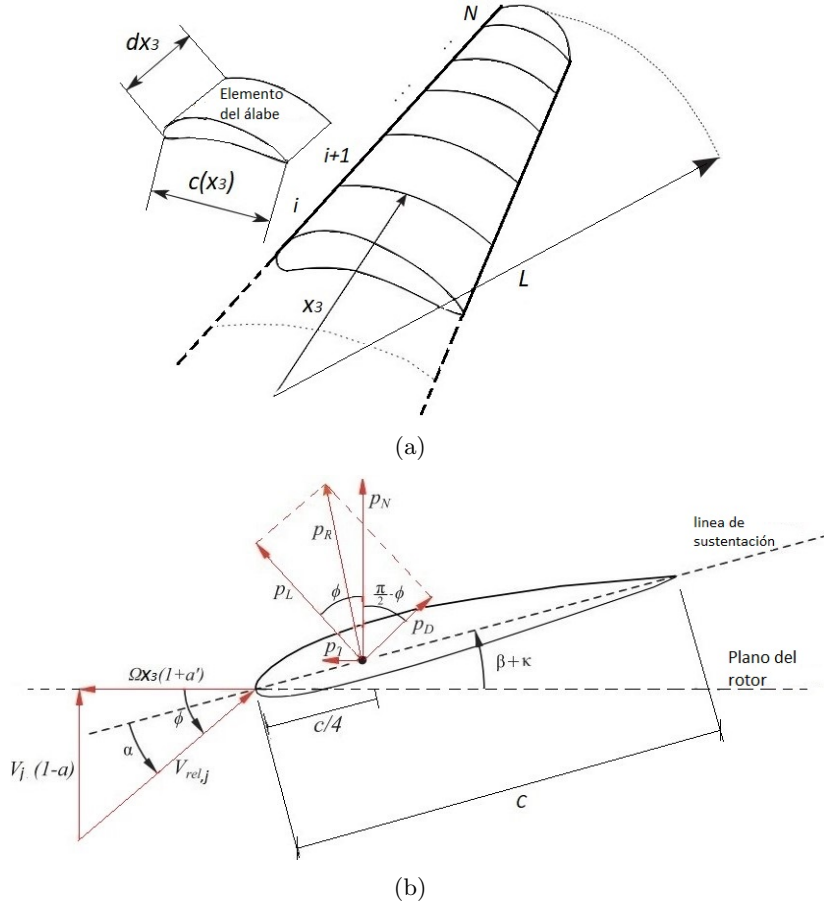


Figura 36: (a) Modelo de álabe discretizado en N elementos. Figura editada de [24]. (b) Fuerzas y velocidades locales en un solo elemento del álabe. Figura editada de [24].

4.3.3.1. Cálculo de la velocidad relativa

A partir de la velocidad turbulenta definida en la ecuación (180) y de la velocidad instantánea mostrada en la ecuación (185), es posible obtener una expresión matemática para la velocidad relativa que aparece en la Figura 36(b). En la Figura 36(b), la velocidad relativa $V_{rel,j}$ se muestra como la magnitud de las componentes de velocidad que actúan en dirección tangencial y normal a la estructura del álabe, además, se puede observar que la velocidad instantánea V_j calculada en la ecuación (185) actúa sobre la dirección de x_1 .

A partir de lo anterior, la velocidad relativa se define en la ecuación (186),

$$V_{rel,j}(x_3, t) = \sqrt{[(1-a)V_j(x_3, t)]^2 + [\Omega x_3(1+\dot{a})]^2}, \quad (186)$$

donde a y $\hat{a}$ son coeficientes adimensionales de inducción axial y tangencial respectivamente, que pueden ser calculados numéricamente para diferentes radios de longitud x_3 del álabe y cuyo sentido físico es discutido en [155].

Es cierto que pueden existir efectos turbulentos tanto en la dirección frontal como en la dirección lateral del álabe. Sin embargo, en este trabajo solo se considera el efecto turbulento en la dirección frontal. Por lo tanto, añadiendo la velocidad estocástica de la ecuación (180) a la componente de velocidad normal (en dirección de x_1) se obtiene la ecuación (187), que es la magnitud de la velocidad que produce las fuerzas por unidad de longitud P_L y P_D mostradas en la Figura 36(b).

$$V_{rel,j}(x_3, t) = \sqrt{[(1-a)V_j(x_3, t) + v(t)]^2 + [\Omega x_3(1+\hat{a})]^2}. \quad (187)$$

Por otro lado, en [155] los factores de inducción axial y tangencial a y $\hat{a}$ son obtenidos numéricamente a partir de las ecuaciones (188) y (189)

$$\hat{a}(1+\hat{a})x^2 - a(1-a) = 0, \quad (188)$$

$$\hat{a} = \frac{1-3a}{4a-1}, \quad (189)$$

$$a > 0.25,$$

donde $x = \frac{\Omega x_3}{\bar{v}}$.

Si se sustituye la ecuación (189) en la ecuación (188) se obtiene la ecuación cúbica

$$16a^3 - 24a^2 + (9 - 3x^2)a + x^2 - 1 = 0,$$

cuya solución analítica fue encontrada en esta investigación acorde con la ecuación (190)

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left[\sqrt{3} \sin \left(\frac{1}{3} \arctan x \right) - \cos \left(\frac{1}{3} \arctan x \right) \right] \sqrt{x^2 + 1}. \quad (190)$$

Para simular las ecuaciones (189) y (190) se utilizan los datos $\Omega = 1.27 \text{ rad/s}$ y $\bar{v} = 11.4 \text{ m/s}$, dando lugar a las curvas de la Figura 37 para diferentes puntos del álabe a lo largo del radio de longitud x_3 . En la Figura 37, se puede ver que el coeficiente a tiene una cota superior en $a = 3 + \frac{1}{3}$, lo cuál también se puede probar calculando analíticamente el límite $\lim_{x_3 \rightarrow \infty} a(x_3)$ a partir de la ecuación (190).

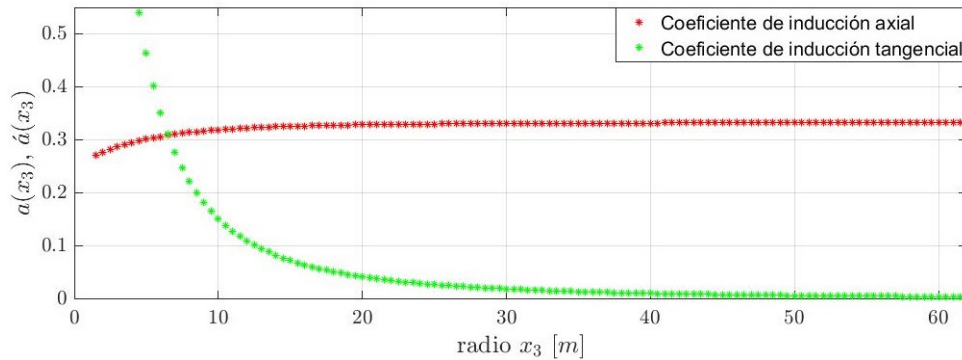


Figura 37: Variación de los coeficientes de inducción axial y tangencial $a(x_3)$ y $\hat{a}(x_3)$ con respecto al radio x_3 considerando $\Omega = 1.27 \text{ rad/s}$ y $\bar{v} = 11.4 \text{ m/s}$.

Por otro lado, sustituyendo las ecuaciones de velocidad estocástica (180), de velocidad promedio instantánea (185), los coeficientes definidos en las ecuaciones (190) y (189), y tomando en cuenta los mismos datos del HAWT de NREL, se obtiene la señal de velocidad relativa a partir de la ecuación (187), para diferentes valores de x_3 como se observa en la Figura 38(a). Nótese que conforme x_3 aumenta, la media de la señal de viento con respecto a t también aumenta, esto se debe al efecto de la componente de velocidad tangencial $\Omega x_3(1 + \hat{a})$ de la ecuación (187). Por otra parte, la Figura 38(b) muestra la variación de la velocidad relativa específicamente en $x_3 = 45m$, donde se observa que la variación de su magnitud coincide con la superficie tridimensional mostrada en la Figura 38(a).

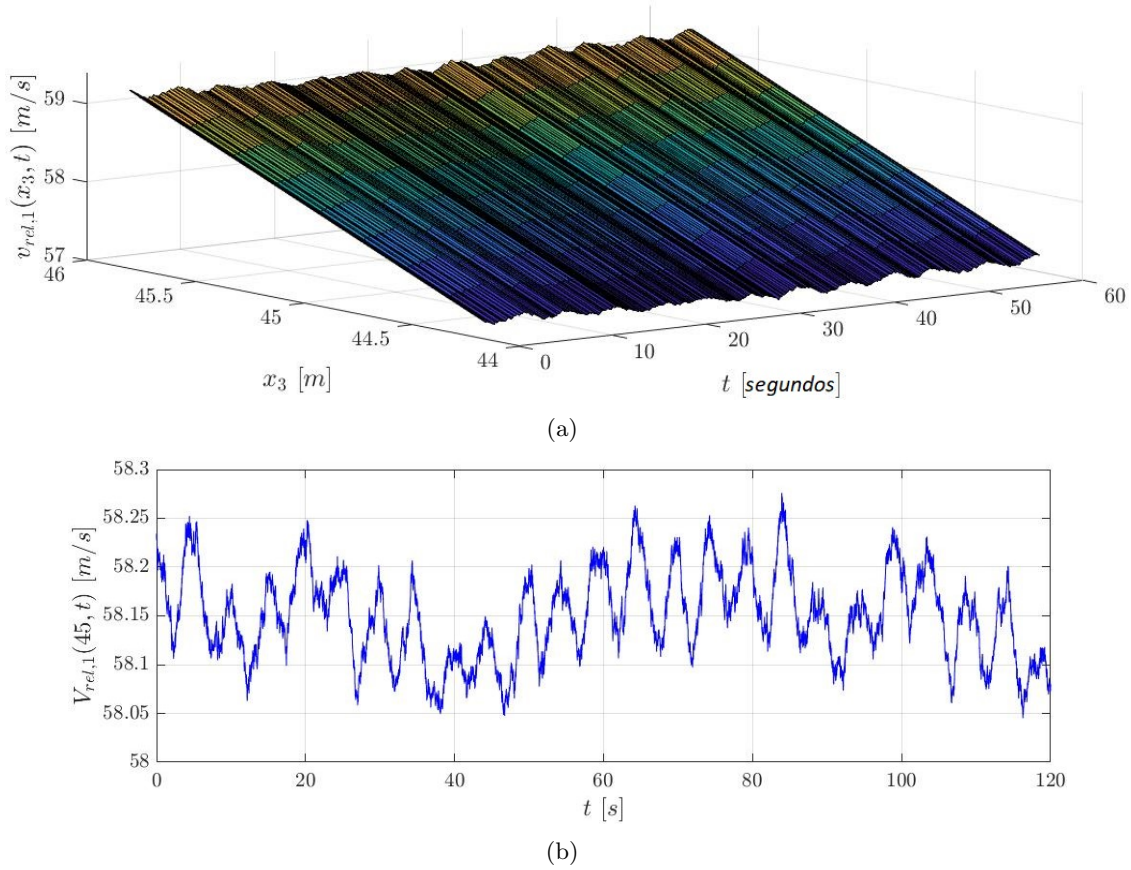


Figura 38: Curvas de velocidad relativa para $j = 1$ (en el primer álabe), $\Omega = 1.27 \text{ rad/s}$ y $\bar{v} = 11.4 \text{ m/s}$. (a) Radio variable en el intervalo $44 \text{ m} \leq x_3 \leq 46 \text{ m}$. (b) Radio fijo en $x_3 = 45 \text{ m}$.

4.3.3.2. Fuerzas tangencial y normal por unidad de longitud

Con base en las ecuaciones presentadas en las Secciones anteriores, es posible definir las fuerzas aerodinámicas por unidad de longitud de sustentación P_L y de resistencia P_D , las cuáles se calculan a partir de la ecuación (191) [9].

$$\begin{cases} P_{L,j}(x_3, t) = \frac{1}{2} \rho V_{rel,j}(x_3, t)^2 c(x_3) c_l(\alpha), \\ P_{D,j}(x_3, t) = \frac{1}{2} \rho V_{rel,j}(x_3, t)^2 c(x_3) c_d(\alpha), \end{cases} \quad (191)$$

donde $j = 1, 2, 3$, ρ es la densidad del aire, $c(x_3)$ es la longitud de cuerda para el i -ésimo elemento de álabe, y $c_l(\alpha)$ y $c_d(\alpha)$ son los coeficientes adimensionales de sustentación y resistencia dependientes

del ángulo local de ataque α , el cuál se calcula como se muestra en la ecuación (192) para $j = 1, 2, 3$,

$$\alpha_j(x_3, t) = \phi_j(x_3, t) - \beta(t) - \kappa(x_3), \quad (192)$$

donde $\phi_j(x_3, t)$ es el ángulo de flujo determinado a partir de la Figura 36(b) en la ecuación (193), $\beta(t)$ y $\kappa(x_3)$ son los ángulos de paso y de pretorsión local del álabe respectivamente.

$$\phi_j(x_3, t) = \arctan \left(\frac{(1-a)V_j(x_3, t) + v(t)}{\Omega x_3(1+\acute{a})} \right). \quad (193)$$

En este trabajo, el ángulo de pretorsión se determina a partir de la geometría estructural del álabe de 61.5 metros de longitud del HAWT de NREL reportado en [26], dando como resultado la ecuación (194).

$$\kappa(x_3) = 2.9402 \times 10^{-9} x_3^5 - 5.5596 \times 10^{-7} x_3^4 + 4.0856 \times 10^{-5} x_3^3 - 0.001369 x_3^2 + 0.0095034 x_3 + 0.45599. \quad (194)$$

A partir de la Figura 36(b), también se definen las proyecciones de las fuerzas $P_{L,j}(x_3, t)$ y $P_{D,j}(x_3, t)$ sobre el eje local x_1 y x_2 , es decir, en la dirección fuera y dentro del plano del rotor respectivamente. Estas proyecciones se calculan en la ecuación (195), que define las fuerzas normal y tangencial por unidad de longitud aplicada sobre el álabe a lo largo del radio x_3 .

$$\begin{cases} P_{N,j}(x_3, t) = \frac{1}{2} \rho V_{rel,j}(x_3, t)^2 c(x_3) (c_l(\alpha) \cos \phi + c_d(\alpha) \sin \phi) \\ P_{T,j}(x_3, t) = \frac{1}{2} \rho V_{rel,j}(x_3, t)^2 c(x_3) (c_l(\alpha) \sin \phi - c_d(\alpha) \cos \phi) \end{cases}. \quad (195)$$

Para este estudio, la función $c(x_3)$ que aparece en las fuerzas por unidad de longitud $P_{N,j}(x_3, t)$ y $P_{T,j}(x_3, t)$ definidas en la ecuación (195), se aproxima a partir de los datos numéricos del HAWT de NREL [26]. La función que mejor se aproxima a la variación de la longitud de cuerda $c(x_3)$ se define en la ecuación (196):

$$c(x_3) = -0.0057186z^8 - 0.27083z^7 + 0.01556z^6 + 0.94941z^5 - 0.31629z^4 - 0.59571z^3 + 0.13845z^2 - 1.0872z + 3.7437, \quad (196)$$

para $z = \frac{x_3 - 30.749}{19.589}$. La cuál fue calculada mediante un ajuste de curvas a través de Matlab y su gráfica se observa en la Figura 39.

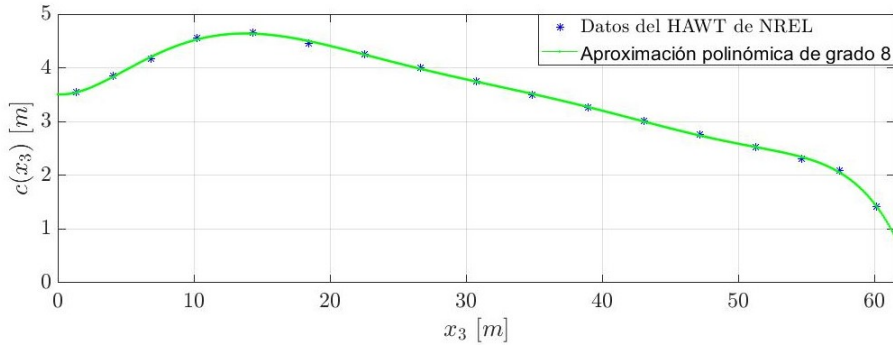


Figura 39: Variación del ancho de la sección transversal del álabe de 61.5 metros de longitud $c(x_3)$.

Finalmente, la fuerza aerodinámica modal que actúa sobre la estructura del álabe tanto en la dirección frontal (eje x_1) y lateral (eje x_2) se obtiene mediante las funciones definidas en la

ecuación (197) [9, 27], donde $\phi_f(x_3)$ y $\phi(x_3)$ son las curvas modales del álabe en la dirección de x_1 y x_2 respectivamente, definidas en el intervalo $[0, 1]$.

$$\begin{cases} f_j(t) = \int_0^L \phi_f(x_3) P_{N,j}(x_3, t) dx_3 \\ f_{j+3}(t) = \int_0^L \phi(x_3) P_{T,j}(x_3, t) dx_3 \end{cases} \quad (197)$$

La curva $\phi(x_3)$ en la dirección de x_2 se aproxima a partir de los datos modales utilizados en [12]. Mientras que la curva $\phi_f(x_3)$ en la dirección de x_1 se tomó de la referencia [79]. Ambas curvas modales se muestran en la ecuación (198) y sus gráficas en la Figura 40.

$$\begin{cases} \phi_f(x_3) = -4.577255699 \times 10^{-11} x_3^6 + 5.9078202 \times 10^{-9} x_3^5 - 2.4340433 \times 10^{-7} x_3^4 \\ \quad + 7.3449633 \times 10^{-6} x_3^3 + 0.000013880626 x_3^2, \\ \phi(x_3) = -7.3081 \times 10^{-12} x_3^6 + 2.7757 \times 10^{-9} x_3^5 - 3.1559 \times 10^{-7} x_3^4 + 0.000014909 x_3^3 \\ \quad - 3.4631 \times 10^{-16}. \end{cases} \quad (198)$$

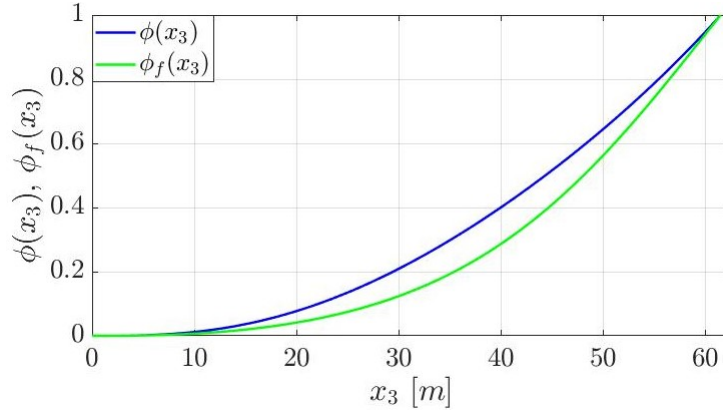
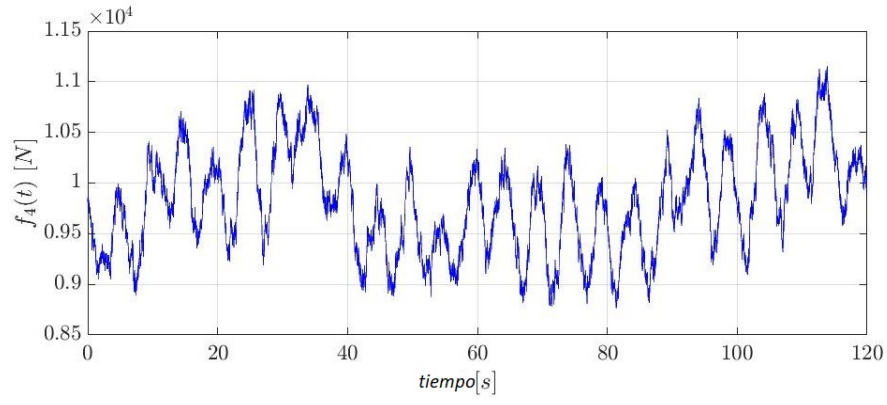


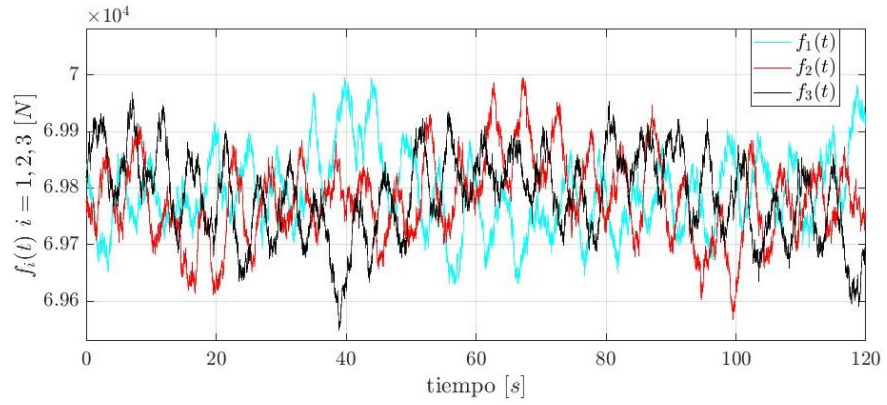
Figura 40: Curvas modales del álabe de 61.5 metros de longitud en la dirección frontal $\phi_f(x_3)$ y lateral $\phi(x_3)$.

La integración numérica de las funciones definidas en la ecuación (197) se realiza en Matlab utilizando el método del rectángulo, el cual fue programado con 10000 particiones a lo largo del eje x_3 comenzando con el límite inferior de la integral $x_{3min} = 0.01$ m, mientras que el tiempo se mantuvo en $0 < t \leq 120$ con un paso $\Delta t = 0.01$ s. Por otro lado, se utilizó una densidad del aire $\rho = 1.225 \frac{kg}{m^3}$ [27], los datos operacionales del HAWT de NREL y coeficientes adimensionales de sustentación y resistencia constantes para cualquier radio x_3 . Si en la ecuación (197) $j = 1$, se obtienen las fuerzas $f_1(t)$ y $f_4(t)$ que actúan sobre la masa modal del primer álabe en la dirección frontal y lateral, respectivamente. Para obtener la fuerza $f_4(t)$, que representa la carga modal $f_0(t)$ utilizada como excitación de los modelos de orden entero definidos en los casos A a D, se utilizaron los coeficientes $c_l(\alpha) = 0.75$ y $c_d(\alpha) = 0.0001$, dando como resultado la simulación de la Figura 41(a).

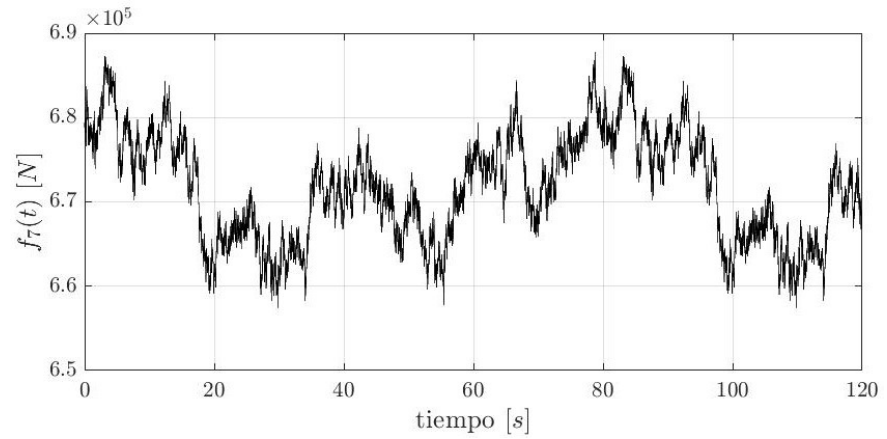
Mientras tanto, como un ejemplo ilustrativo, en la Figura 41(b) se simulan las cargas aerodinámicas $f_1(t)$, $f_2(t)$ y $f_3(t)$ que actúan en la dirección frontal sobre la masa modal de cada uno de los tres álabes, utilizando los coeficientes $c_l(\alpha) = 0.85$ y $c_d(\alpha) = 0.65$. Adicionalmente, el modelo dinámico de la referencia [9] es afectado por otra señal de entrada $f_7(t)$ que actúa en el centro del rotor en la dirección frontal. Esta señal puede ser calculada a partir de la ecuación (199). Como un caso particular, si se utilizan los coeficientes de sustentación y resistencia $c_l = 0.8$ y $c_d = 1.3$, se



(a)



(b)



(c)

Figura 41: Señales de fuerza aerodinámica estocástica actuando sobre los álabes de 61.5m. (a) Fuerza modal $f_0(t)$ en la dirección de x_2 . (b) Fuerzas modales $f_1(t)$, $f_2(t)$ y $f_3(t)$ en la dirección de x_1 . (c) Fuerza aerodinámica $f_7(t)$ actuando en el centro del rotor en la dirección de X_1 .

obtiene la simulación de la Figura 41(c).

$$f_7(t) = \sum_{j=1}^3 \int_0^L P_{N,j}(x_3, t) dx_3. \quad (199)$$

4.3.4. Respuesta dinámica del álabes SDOF

En esta Sección se obtiene la respuesta dinámica en el dominio del tiempo de los modelos planteados en la Sección 4.1.1 y de los modelos basados en la derivada fraccionaria de CF propuestos en la Sección 4.2. Para este propósito, se utilizan las señales estocásticas determinadas en la Sección 4.3.3. Después, se calcula la media aritmética de la señal $f_0(t)$ para utilizarla como señal de entrada tipo escalón en los modelos de orden fraccionario, bajo la premisa de que esta señal modela la magnitud promedio de la carga en Newtons que actúa sobre el álabes SDOF, proporcionando una mejor visualización de la respuesta del sistema para diferentes ordenes de derivación α .

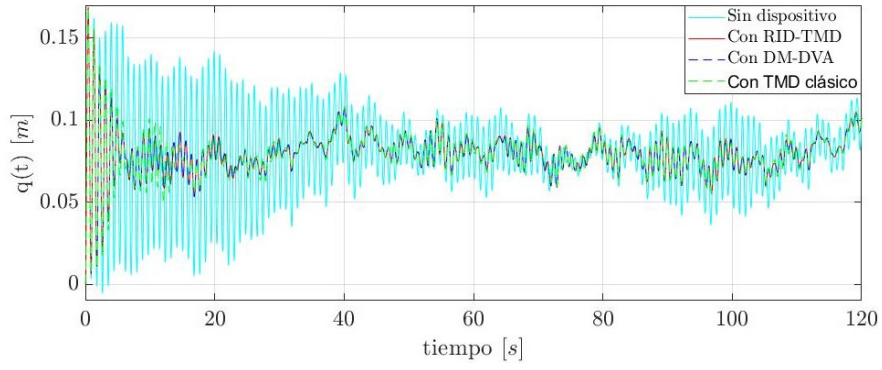
4.3.4.1. Simulación numérica de modelos de orden entero

Si se utilizan los parámetros estructurales del álabes de NREL, los parámetros óptimos de los dispositivos RID-TMD, DMDVA y TMD clásico calculados en la Sección 4.1.4 en las Tablas 6-8 para una relación de masa del 3 % ($\mu = 0.03$), la velocidad angular del rotor nominal $\Omega = 1.27 \text{ rad/s}$ [14] con los dispositivos colocados a una distancia $x_0 = 45 \text{ m}$ con respecto al centro del cubo del rotor que produce la forma modal $a = 0.516$ y la señal de fuerza aerodinámica $f_0(t)$ de la Figura 41(a), se obtienen las gráficas de las Figuras 42(a) - 42(c).

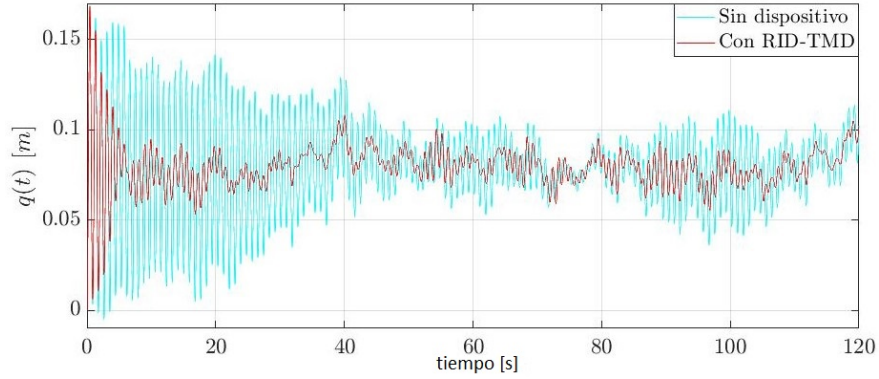
En las Figuras 42(a)-42(c) se observa que cualquiera de los tres dispositivos logra atenuar las amplitudes de vibración del álabes cuando opera sin ningún dispositivo de amortiguamiento. Sin embargo, si se observa con detalle la Figura 42(c), se puede notar que el RID-TMD y DMDVA (casos B y C) superan el rendimiento proporcionado del TMD, tal y como se mostró en las simulaciones en el dominio de la frecuencia realizadas en las Secciones 4.1.2 y 4.1.4.

Por otro lado, utilizando las mismas condiciones de operación del álabes, la Figura 43(a) muestra una comparación de la respuesta dinámica de las masas de los tres dispositivos: RID-TMD, DMDVA y TMD. En esta simulación, se puede observar que la masa m_A del TMD clásico sufre desplazamientos más pequeños en comparación con los de la masa física del RID-TMD y del DMDVA. Este comportamiento es el costo del buen desempeño proporcionado por el RID-TMD y el DMDVA, no obstante, este aumento de desplazamiento no perjudica su utilidad para HAWTs con un espacio interior en los álabes como el que se observa en la Figura 39. En la Figura 43(b) se muestra una comparación del desplazamiento del nodo del inersor del RID-TMD con respecto al de la masa m_B del DMDVA, debido a que se infiere que la dinámica de estos dispositivos es similar, de acuerdo con lo que se observó en la Figura 25. En la Figura 43(b), de nuevo se observa un comportamiento dinámico idéntico, lo que demuestra que el rendimiento dinámico del RID-TMD y del DMDVA es el mismo en el dominio del tiempo y de la frecuencia, además, el desplazamiento de tales elementos tampoco perjudica la disponibilidad de espacio dentro de la estructura del álabes. Finalmente, en la Figura 43(c) se muestra una comparación de la velocidad adquirida por la masa modal del álabes m_0 cuando está acoplado con algún dispositivo y cuando esta libre de cualquier acoplamiento. Donde es evidente que la velocidad de las vibraciones de borde o laterales disminuyen considerablemente al utilizar un amortiguador de control pasivo, pero sobre todo, al utilizar el RID-TMD o el DMDVA.

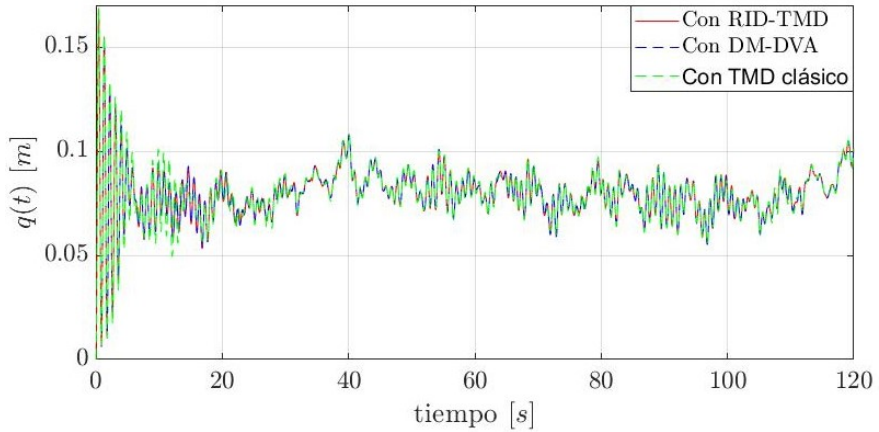
Utilizando los mismos parámetros y condiciones de operación del álabes que se utilizaron en las simulaciones de las Figuras 42(a)-42(c), pero ahora describiendo la carga $f_0(t)$ mediante la media aritmética de la señal de la Figura 41(a), se obtienen las simulaciones de las Figuras 44(a)-44(c). Estas simulaciones fueron realizadas con la finalidad de observar con más claridad la atenuación de las amplitudes de vibración de la respuesta del álabes SDOF. Asimismo, se puede observar que la media de la señal de respuesta $q(t)$ de la masa m_0 , es decir, la respuesta en estado estable, tiene una magnitud aproximadamente igual a la que se observa en las Figuras 42(a)-42(c) cuando el álabes esta sujeto al comportamiento estocástico de $f_0(t)$. Particularmente, en la Figura 44(c) se



(a)



(b)

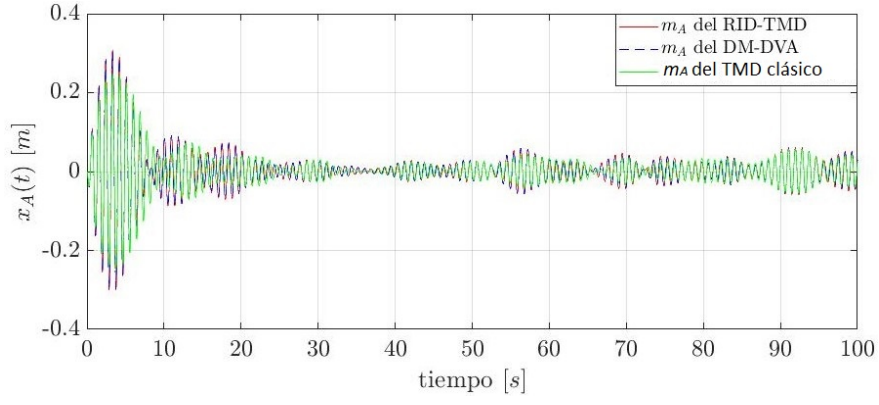


(c)

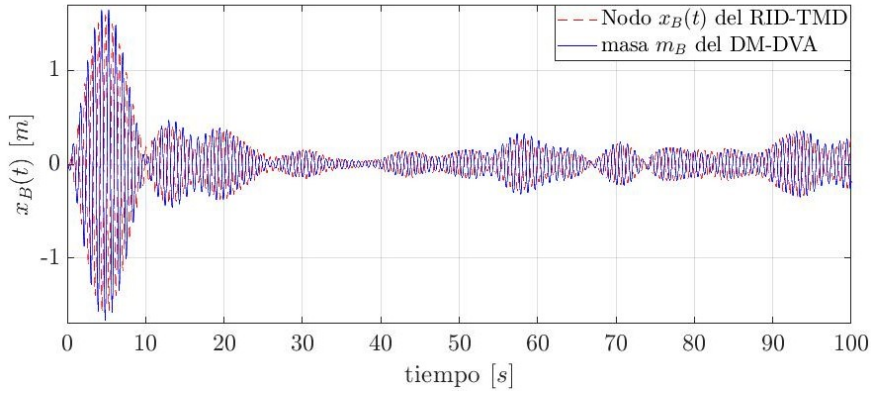
Figura 42: Respuesta $q(t)$ de los casos de orden entero A, B, C y D, utilizando una masa del 3%, la velocidad angular $\Omega = 1.27 \text{ rad/s}$, la masa modal $m_0 = 1354 \text{ kg}$, la eigenfrecuencia modal $\omega_0 = 7.19 \text{ rad/s}$, $\zeta_0 = 0.005$ y la forma modal $\phi(45) = 0.516$. (a) Comparación de los casos A a D. (b) Comparación de los casos A y B. (c) Comparación de los casos B, C y D.

puede observar que en la fase transitoria el RID-TMD y el DMDVA superan contundentemente el desempeño del TMD clásico, mientras que en el estado estacionario esta diferencia no es notable debido a la naturaleza de la señal de entrada.

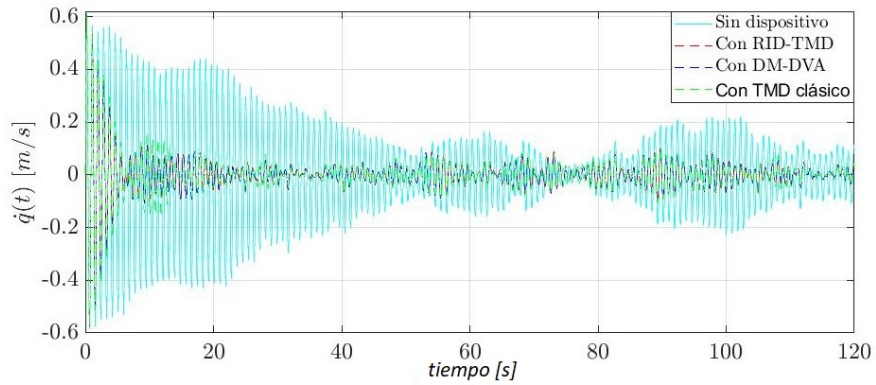
Adicionalmente, se realizaron dos simulaciones más obtenidas al utilizar los mismos parámetros que en las simulaciones de las Figuras 43(a) y 43(b), pero ahora considerando la media aritmética de la señal mostrada en la Figura 41(a) $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 \text{ N}$. En las Figuras 45(a) y 45(b), se observa un comportamiento dinámico similar al de las Figuras 43(a) y 43(b), debido a que el



(a)



(b)



(c)

Figura 43: (a) Respuesta $x_A(t)$ de los casos B, C y D. (b) Respuesta $x_B(t)$ de los casos B y C. (c) Velocidad de la masa modal del álabé $\dot{q}(t)$ de los casos A, B, C y D.

desplazamiento de los elementos m_A , m_B y el nodo B del inersor, no se ve afectado en relación con la disponibilidad de espacio dentro de la estructura del álabé. Esto confirma que tanto el RID-TMD como el DMDVA podrían ser utilizados en lugar del TMD clásico sin incrementar su masa física, obteniendo un mejor rendimiento dinámico sujeto a un aumento pequeño en el desplazamiento de sus elementos inerciales.

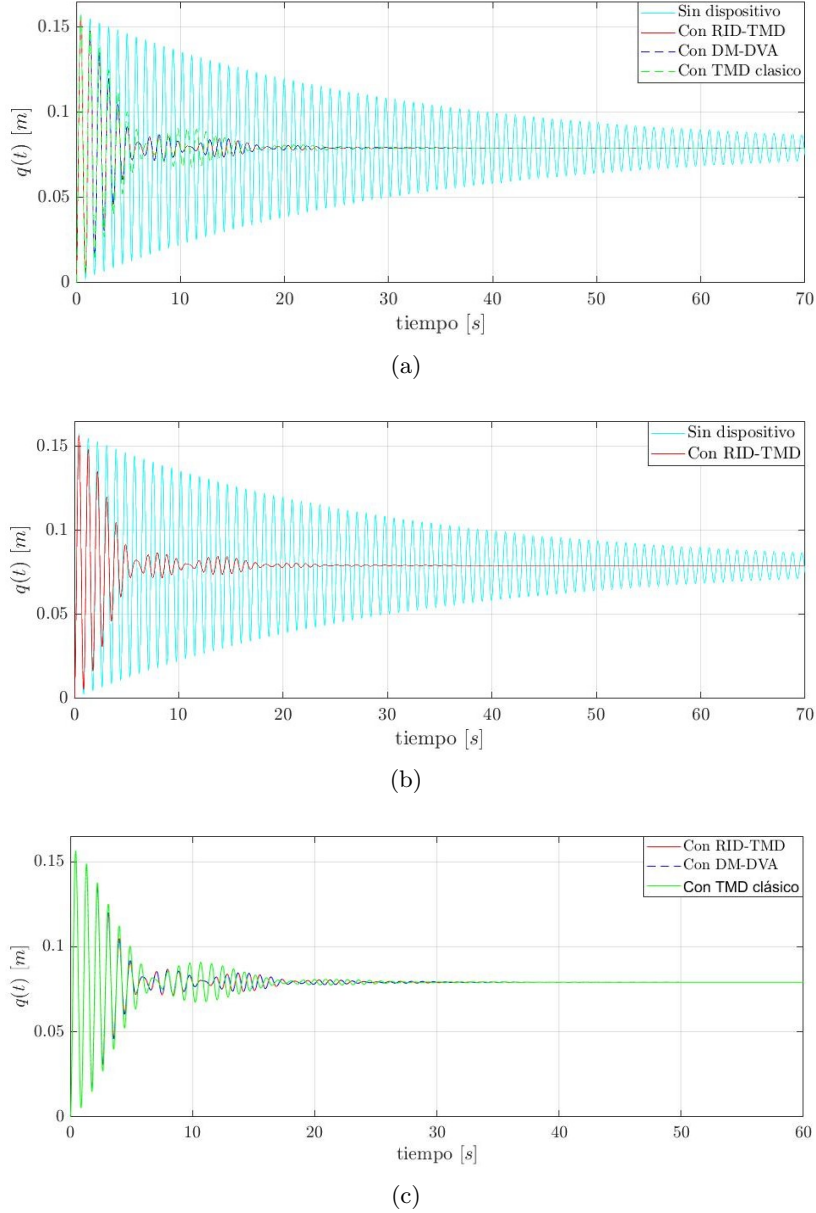
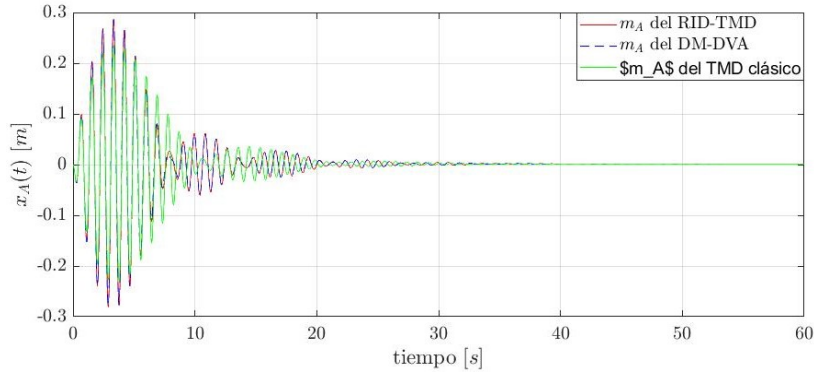


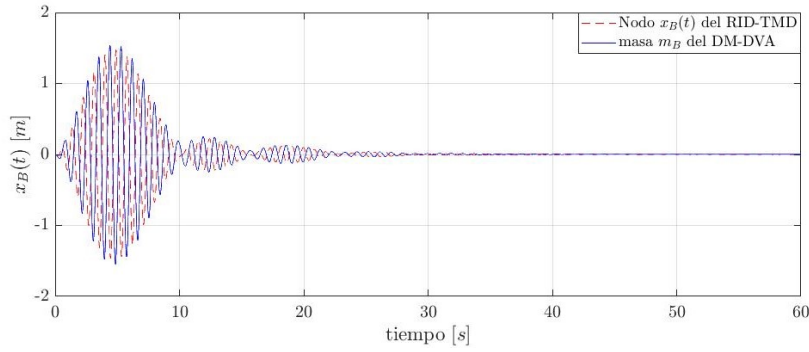
Figura 44: Respuesta $q(t)$ de los casos de orden entero utilizando la media aritmética de la señal de entrada $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$, una masa del 3 %, la velocidad angular $\Omega = 1.27 \text{ rad/s}$, la masa modal $m_0 = 1354 \text{ kg}$, la eigenfrecuencia modal $\omega_0 = 7.19 \text{ rad/s}$, $\zeta_0 = 0.005$ y la forma modal $\phi(45) = 0.516$. (a) Comparación de los casos A a D. (b) Comparación de los casos A y B. (c) Comparación de los casos B, C y D.

4.3.4.2. Respuesta del álabo SDOF involucrando la derivada fraccionaria de CF

En esta sección se presentan simulaciones numéricas de las ecuaciones (156)-(158) para evaluar la respuesta en el dominio del tiempo $q(t)$ de la masa modal del álabo. Para ello, se utiliza como señal de entrada la media aritmética de la aproximación a una carga aerodinámica simulada en la Figura 41(a), cuya magnitud es $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$. Esto permite reducir la dificultad de la simulación numérica proporcionada por la derivada de orden fraccionario de Caputo–Fabrizio y mostrar claramente la reducción de las amplitudes de respuesta del álabo SDOF. Para este propósito, se utilizan los parámetros estructurales del álabo de NREL [26] empleados en [12, 15] y la relación de masas $\mu = \mu_c = 0.03$. Además, se considera la ubicación de los VDVA en $x_0 = 45 \text{ m}$, lo que da como resultado la forma modal $a = 0.516$, como se muestra en la Figura 40. En las Figuras



(a)



(b)

Figura 45: (a) Respuesta $x_A(t)$ de los casos B, C y D sujeta a excitación tipo escalón $\overline{f_0}(t) = 1.0217 \times 10^4 N$. (b) Respuesta $x_B(t)$ de los casos B y C sujeta a excitación constante $\overline{f_0}(t) = 1.0217 \times 10^4 N$.

46(a)-46(d) se muestran simulaciones numéricas basadas en los parámetros óptimos calculados en las Tablas 11-13 para el álabé en rotación. Estas simulaciones fueron generadas mediante Matlab mediante el uso de las funciones de transferencia del álabé SDOF con cada VDVA, utilizando los siguientes parámetros físicos. Para el VTMD: $m_A = 40.62 \text{ kg}$, $c_A = 33.4297 \frac{Ns}{m}$, $k_A = 1912.473 \frac{N}{m}$ y $\alpha = 0.8874$. Para el IFDVA-C2: $m_A = 40.62 \text{ kg}$, $b = 0.6865 \text{ kg}$, $c_A = 4.7679 \frac{Ns}{m}$, $k_A = 2078.1966 \frac{N}{m}$ y $\alpha = 0.5306$. Finalmente, para el DMFDVA: $m_A = 39.992 \text{ kg}$, $m_B = 0.6270 \text{ kg}$, $c_A = 4.4143 \frac{Ns}{m}$, $k_A = 2087.2962 \frac{N}{m}$ y $\alpha = 0.5185$.

En las figuras 46(a)-46(c), las curvas color café claro corresponden al álabé SDOF desacoplado de los VDVA y sometida sólo a la influencia del factor de amortiguación modal $\zeta_0 = 0.005$. Por su parte, las curvas color verde, azul y rojo corresponden al álabé influenciado por el VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente. Las Figuras 46(a)-46(c) muestran una atenuación de las amplitudes de vibración de $q(t)$ en la región transitoria al acoplar cualquiera de los tres VDVA. De hecho, las amplitudes de $q(t)$ mostradas en las curvas verde, azul y roja se atenuarían aún más si, en el acoplamiento de estos dispositivos, se hubiera considerado el amortiguamiento estructural $\zeta_s = 0.005$. A partir de $t = 20s$, la respuesta comienza a estabilizarse en $q(t) \approx 0.1507m$ debido a la naturaleza de la señal de entrada. Este valor se interpreta como la media en la que oscilarían todas las amplitudes de respuesta $q(t)$ cuando el álabé sea sometido a una carga aerodinámica estocástica. A partir de estas observaciones, los VDVA basados en los parámetros óptimos de las Tablas 11-13 resultan útiles para un análisis de diseño inicial de esquemas de control pasivo para las vibraciones laterales de los álabes.

En la Figura 46(d) se muestra una comparación entre la respuesta estructural $q(t)$ obtenida mediante el uso de los VDVA y del TMD clásico. Dicha comparación se realizó teniendo en cuenta

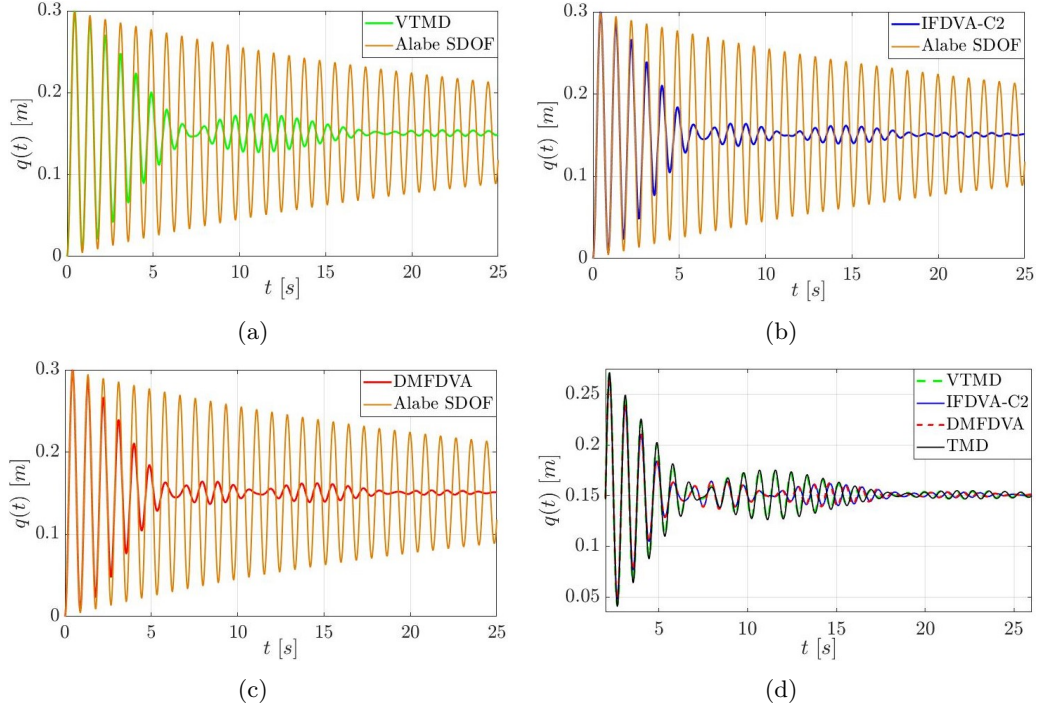


Figura 46: Respuesta del álabes SDOF $q(t)$ acoplado con un VDVA en $x_0 = 45m$ con una masa añadida del 3%, sujeto a $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4 N$ y operando a su velocidad nominal. (a) VTMD. (b) IFDVA-C2. (c) DMFDVA. (d) Comparación entre VDVA y TMD clásico.

las mismas condiciones y parámetros que los que se utilizaron en las simulaciones de las Figuras 46(a)-46(c). Asimismo, se volvieron a utilizar los parámetros óptimos mostrados en las Tablas 9 y 10 del TMD, tal y como se hizo en la simulación de la Figura 30(d). En la Figura 46(d), se observa una mayor disminución de las amplitudes de vibración de $q(t)$ cuando se utilizan el IFDVA-C2 y el DMFDVA. Esto los convierte en dispositivos viables para mitigar las vibraciones laterales de los álabes en lugar del TMD clásico. Además, el IFDVA-C2 y el DMFDVA tienen un ancho de banda de frecuencia de operación más amplio que el TMD, como se mostró en la Figura 30(d). Por último, aunque el VTMD ofrece un buen rendimiento, su comportamiento dinámico solo mejora ligeramente con respecto al del TMD clásico. Por lo tanto, su utilidad radica principalmente en el hecho de que puede emular un efecto similar al del TMD con diferentes amortiguadores viscoelásticos, cuyo comportamiento puede describirse mediante diferentes órdenes de derivada α , lo cual supone una ventaja teniendo en cuenta la disponibilidad limitada de amortiguadores puramente viscosos.

Por otro lado, dado que el IFDVA-C2 y DMFDVA son los VDVA más robustos de los dispositivos investigados, se realizó un análisis más detallado de su influencia sobre la respuesta $q(t)$ cuando el álabes opera a su velocidad nominal y cuando no rota. Para ello, se utilizaron los mismos parámetros que los que se usaron en las simulaciones de las Figuras 46(a)-46(d). Las Figuras 47(a) y 47(b) muestran que no hay diferencias significativas entre las amplitudes de respuesta $q(t)$ cuando el álabes gira y cuando no lo hace. Independientemente de si se utiliza el IFDVA-C2 o el DMFDVA, considerando $x_0 = 45m$ y $\mu = \mu_c = 0,03$. No obstante, se observa un desplazamiento no significativo de la coordenada $q(t)$ sobre el eje vertical.

A continuación, considerando las mismas condiciones de operación, las Figuras 47(c) y 47(d) se obtienen cuando el álabes opera en $\Omega = 1.27 \frac{rad}{s}$ y se acopla al IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente. En ambas simulaciones se utilizaron los parámetros óptimos correspondientes a diferentes órdenes de derivadas dentro del intervalo definido en la Sección 4.2.2.2, $0.3 < \alpha < 0.88$, donde se incluye el orden óptimo. Cabe señalar que en la Figura 47(d) no se recupera el caso de orden

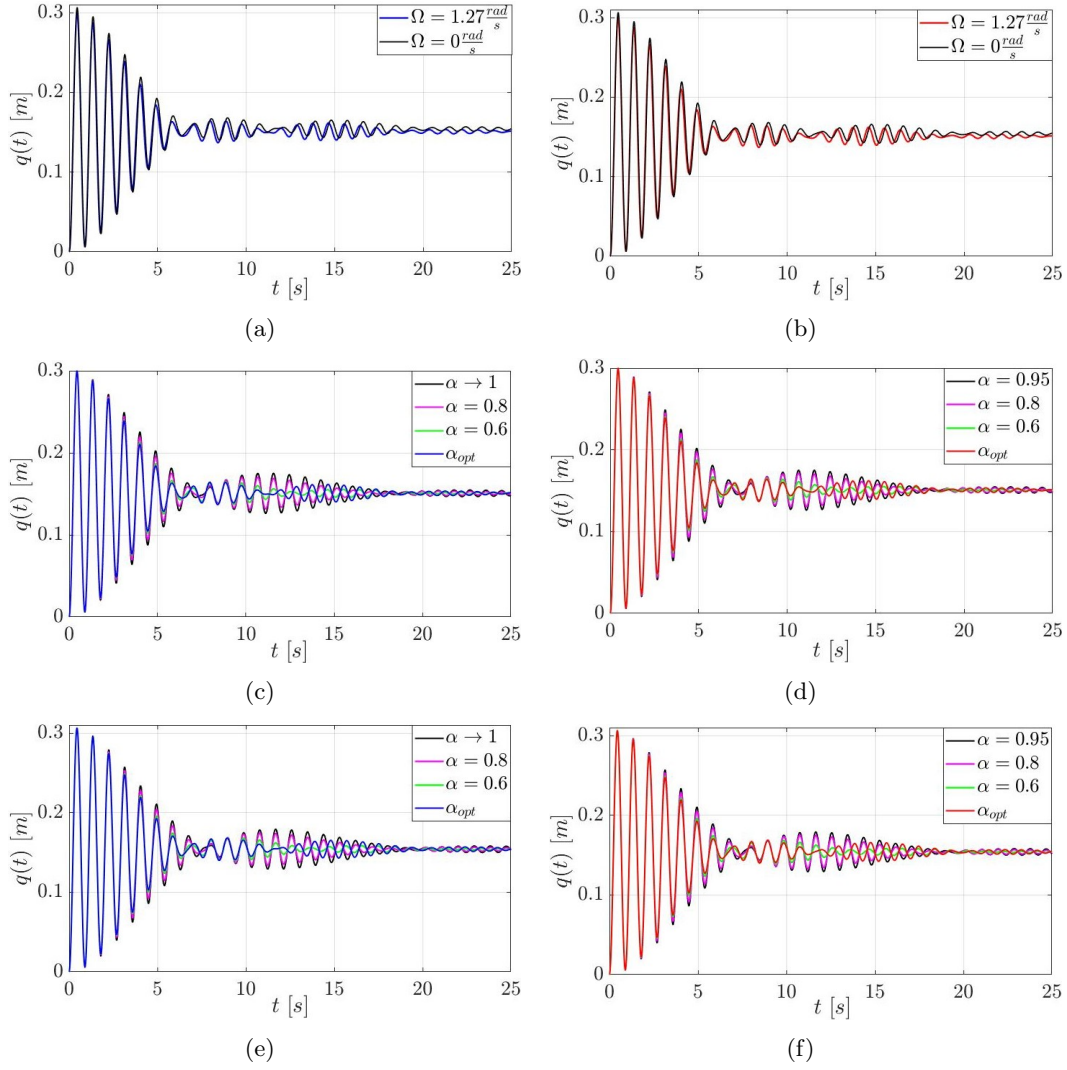


Figura 47: Respuesta del álabre SDOF acoplado con IFDVA-C2 y DMFDVA en $x_0 = 45$ m con una relación de masa 3%, sujeto a $\bar{f}_0(t) = 1.0217 \times 10^4$ N. (a) IFDVA-C2 para $\Omega = 0$ y $\Omega = 1.27 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. (b) DMFDVA para $\Omega = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y $\Omega = 1.27 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. (c), (d), (e) y (f) Parámetros óptimos para $0.6 \leq \alpha < 1$. (c) IFDVA-C2 para $\Omega = 1.27 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. (d) DMFDVA para $\Omega = 1.27 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. (e) IFDVA-C2 para $\Omega = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. (f) DMFDVA para $\Omega = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

entero, debido a las razones expuestas en la Sección 4.2.2.1. Las Figuras 47(c) y 47(d) muestran que la mejor respuesta se obtiene cuando el orden es óptimo. No obstante, en la fase transitoria se observa que los parámetros obtenidos para los órdenes $\alpha = 0.6$ y $\alpha = 0.8$ también logran una disminución de las amplitudes de $q(t)$ con respecto a la respuesta obtenida cuando α es cercano a uno. Por lo tanto, IFDVA-C2 y DMFDVA no se limitan a un conjunto específico de parámetros, convirtiéndose en dispositivos que, en el futuro, podrían utilizarse en un análisis de rendimiento más profundo. Finalmente, en las Figuras 47(e) y 47(f), se realizaron comparaciones como en las Figuras 47(c) y 47(d), teniendo en cuenta el álabre estacionado, encontrándose un comportamiento análogo de la respuesta del álabre con respecto a su respuesta cuando esta en operación, sujeto a un desplazamiento no significativo en la dirección positiva de $q(t)$.

4.4. Clasificación de fallas estructurales de los álabes

Todos los hallazgos de los Capítulos 4 y 5 están relacionados directamente con la prevención de deformaciones o fisuras causados por vibraciones de gran magnitud en la dirección lateral. Aunque también podrían implementarse métodos de control pasivo para mitigar daños en la dirección frontal, no es muy común, debido a que en esta dirección el álabes cuenta con un factor de amortiguamiento estructural más alto que en la dirección lateral. Por lo tanto, los daños en esta dirección son menos frecuentes. Sin embargo, eso no significa que el álabes no pueda sufrir deformaciones en la dirección frontal, ya que a medida que transcurre el tiempo, la fatiga estructural es inevitable, por lo que en este caso, las técnicas de monitoreo de condiciones y de detección de fallas podrían ser más redituables para asegurar la salud estructural del álabes en la dirección frontal.

Con base en las afirmaciones del párrafo anterior, se propone utilizar la metodología mostrada en la Figura 48, utilizada con frecuencia en la literatura [36, 128, 129]. En la Figura 48 se muestran siete etapas. (1) Delimitación de escenarios de fallas en los álabes generadas frecuentemente por la actividad de vibraciones frontales mientras operan a su velocidad angular nominal. (2) Puesta en marcha de un túnel de viento controlado mediante un variador de frecuencias. (3) Montaje de un banco experimental en el que se han seleccionado cinco velocidades de operación para un HAWT de 400W. (4) Adquisición de señales de vibración en la dirección frontal, lateral y vertical con respecto al flujo suministrado por el túnel de viento. En esta etapa también se registran señales de velocidad de viento y se monitorea la velocidad angular del rotor. (5) Extracción de características temporales basadas en métricas estadísticas e impulsivas. (6) Selección de las características dominantes para cada sistema mediante un análisis de la varianza ANOVA de una sola vía. (7) Clasificación de las características seleccionadas mediante ANNs de dos capas para cada velocidad angular de operación. En la Figura 48, los bloques en color azul indican cómo y en que condiciones se ejecutaron cada una de las etapas principales descritas en los bloques negros.

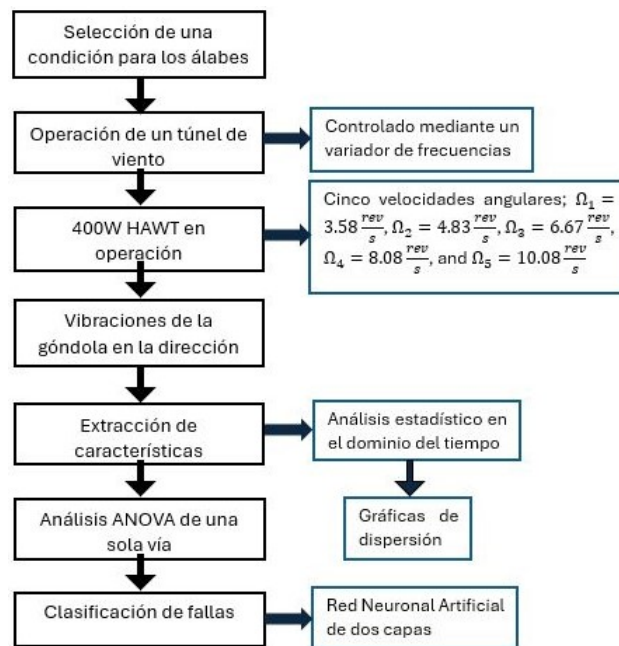


Figura 48: Diagrama de flujo de la metodología propuesta.

4.4.1. Delimitación de escenarios de falla

Los álabes de HAWTs están sujetos a cargas aerodinámicas no estacionarias en la dirección frontal y lateral, mismas que incrementan la fatiga estructural, causando daños de deformación o fisura en su estructura. Aunque pueden existir niveles de deformación no perceptibles en los álabes en la dirección frontal, estos pequeños cambios causan modificaciones en el ángulo de ataque del álabe, que eventualmente pueden causar desbalances en el tren de transmisión, debido a las amplitudes de vibración anormales del álabe. Por tal razón, una detección temprana de este tipo de falla es necesario [38, 39]. Por otro lado, en [128, 129] se han investigado casos de fisuras, que de no atenderse pueden ocasionar la pérdida total de funcionalidad del álabe. Una fisura normalmente ocurre debido a la presencia del fenómeno de inestabilidad aeroelástica o bien, puede ser una consecuencia de la deformación inicial del álabe. Con base en estos problemas, siete casos de falla en los álabes de un HAWT de 400W son investigados y resumidos en la Tabla 15, mientras opera a cinco velocidades angulares Ω distintas en estado estacionario: $\Omega_1 \approx 3.583 \frac{rev}{s}$, $\Omega_2 \approx 4.832 \frac{rev}{s}$, $\Omega_3 \approx 6.665 \frac{rev}{s}$, $\Omega_4 \approx 8.082 \frac{rev}{s}$ y $\Omega_5 \approx 10.081 \frac{rev}{s}$.

Tabla 15: Condiciones de falla en los álabes a cinco velocidades angulares de operación en estado estacionario $\Omega \approx \{3.583, 4.832, 6.665, 8.082, 10.081\} \frac{rev}{s}$.

Clase	Condición de los álabes	Repeticiones
A	Álabes sanos	21
B	Un álabe con deflexión del 2.08 %	21
C	Un álabe con deflexión del 4.16 %	21
D	Un álabe con deflexión del 6.25 %	21
E	Un álabe con fisura de 0.03m	21
F	Un álabe fisurado y otro con deflexión del 2.08 %	21
G	Un álabe fisurado y otro con deflexión del 4.16 %	21
H	Un álabe fisurado y otro con deflexión del 6.25 %	21

La Fig. 49(a), indica la longitud radial del álabe L desde el cubo hasta la punta y los puntos referentes a la generación de fallas. Los primeros tres casos de falla consideran una deformación en la dirección frontal en el punto P_2 del 2.08 %, 4.16 % y 6.25 % con respecto a la longitud radial del álabe L_0 , el cuarto caso trata de una fisura de 0.03m en la longitud L_1 del álabe. Finalmente, los casos cinco a siete son una combinación de los casos uno a tres añadiendo el álabe fisurado del caso cuatro.

4.4.2. Fisura

Aunque la mayor concentración de esfuerzos se encuentra en la zona fija del álabe. Las fisuras normalmente son generadas en una zona intermedia, ya que se trata de una estructura oscilante donde las vibraciones de menor magnitud ocurren en la zona de anclaje. Es por eso que la fisura es generada en uno de los álabes mediante un corte casero de 0.03m de longitud a L_1 metros del punto P_1 , de profundidad total y de forma perpendicular al borde inferior del álabe como se observa en las Figs. 49(a) y 49(b).

4.4.3. Deformación

Los niveles de deflexión propuestos indican que el álabe a quedado deformado en un estado permanente, debido a los esfuerzos internos causados por las vibraciones aleatorias de gran magnitud

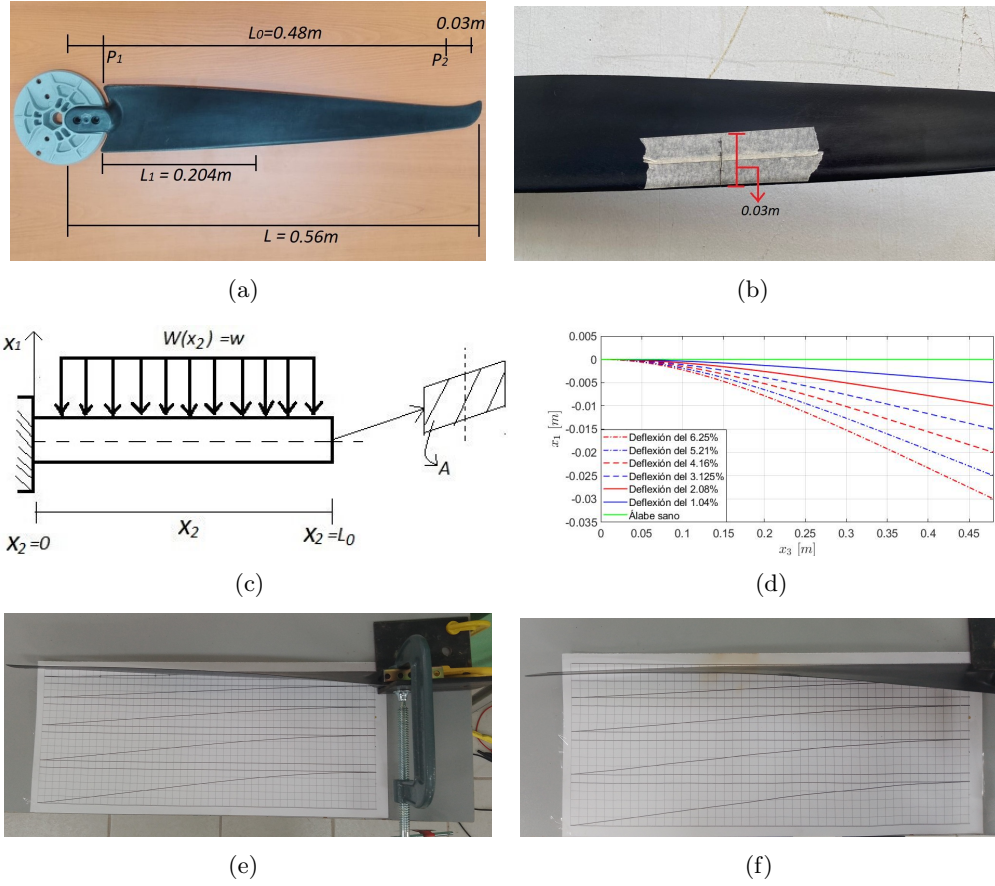


Figura 49: (a) Álabes sano. (b) Longitud y profundidad de la fisura inducida. (c) Álabes idealizado como una viga sujeta a una carga uniformemente distribuida simulando la media de una señal de fuerza aerodinámica. (d) Curvas generadas por la Ec. (206). (e) Alineación del álabes con la curva sin deformar. (f) Álabes con un nivel de deformación del 2.08 % en la punta con respecto a su longitud total $L_0 = 0.48m$.

distribuidas a lo largo de toda su estructura. Para simular esta falla, se han obtenido curvas de deformación simples, considerando la geometría del álabes en estado sano de la Fig. 49(a) para ser modelado como una viga en voladizo Euler-Bernoulli homogénea e isotrópica sujeta a deformación estática [158] como se observa en la Fig. 49(c). Esto es parcialmente válido porque dichas deformaciones deben ser pequeñas en comparación con la longitud total del álabes. La Fig. 49(c) muestra la simplificación del álabes sometido a flexión pura, de sección transversal constante A , módulo de elasticidad E y longitud L_0 . La longitud L_0 es seleccionada debido a que; tomar el extremo del álabes de $0.03m$ de longitud después del punto P_2 , dificulta el proceso de deformación en esa sección, ya que es una zona de espesor muy pequeño.

Para obtener una curva analítica de deformación de los álabes, se considera el modelo de la viga definido en la ecuación (202) y la simplificación que considera un álabes sujeta a una carga cuya magnitud por unidad de longitud es constante como se observa en la Figura 49(c). De tal modo, que dicha carga solo simula la media w de una señal de fuerza aerodinámica a lo largo de la estructura. El arco delimitado por el eje neutro de la viga deformada y el eje fijo x_2 , tiene un radio de curvatura que se calcula a partir de la ecuación (200) [158]. Donde $\rho(x_2)$ es el radio de curvatura, I es el momento de inercia y $M(x_2)$ es el momento flexionante generado por la carga $w = w(x_2)$.

$$k(x_2) = \frac{1}{\rho(x_2)} = \frac{M(x_2)}{EI}, \quad (200)$$

$\rho(x_2)$ puede ser calculado a partir de la ecuación (201),

$$\frac{1}{\rho(x_2)} = \frac{\frac{d^2 x_1}{dx_2^2}}{\left(1 + \left(\frac{dx_1}{dx_2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (201)$$

En la ecuación (201), la pendiente $\frac{dx_1}{dx_2}$ es pequeña en una viga con deformaciones pequeñas a lo largo de su longitud. Consecuentemente, $\left(\frac{dx_1}{dx_2}\right)^2$ es despreciable cuando es comparado con la unidad. Entonces, la ecuación (201) puede ser simplificada como: $\frac{1}{\rho(x_2)} = \frac{d^2 x_1}{dx_2^2}$. De este modo, la ecuación (200) se simplifica en la ecuación (202):

$$\frac{d^2 x_1}{dx_2^2} = \frac{M(x_2)}{EI}. \quad (202)$$

De acuerdo con el análisis realizado en la Fig. 49(c), la función de momentos flexionantes que actúan sobre la viga es:

$$M(x_2) = -\frac{\omega}{2}x_2^2 + \omega L_0 x_2 - \frac{\omega}{2}L_0^2$$

, lo que da lugar a la ecuación (203)

$$\frac{d^2 x_1}{dx_2^2} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{\omega}{2}x_2^2 + \omega L_0 x_2 - \frac{\omega}{2}L_0^2 \right), \quad (203)$$

sujeta a $x_1(0) = 0$ y $x_1'(0) = 0$.

La solución de la ecuación (203) que genera las curvas de deflexión simplificadas es la ecuación (204),

$$x_1(x_2) = \frac{\omega}{EI} \left(-\frac{x_2^4}{24} + \frac{1}{6}L_0 x_2^3 - \frac{1}{4}L_0^2 x_2^2 \right). \quad (204)$$

Los coeficientes de la ecuación (204) pueden ser expresados en función de la longitud L_0 y de la deflexión máxima δ_0 en el punto P_2 del álabo. Para tal fin, la condición $x_1(L_0) = \delta_0$ es utilizada. De este modo, la ecuación (204) queda como:

$$\delta_0 = \frac{w}{EI} \left(-\frac{L_0^4}{24} + \frac{1}{6}L_0^4 - \frac{1}{4}L_0^4 \right),$$

cuya simplificación conduce a

$$\frac{w}{EI} = -8 \frac{\delta_0}{L_0^4}. \quad (205)$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación (204), se obtiene la ecuación (206) en términos de L_0 y δ_0 ,

$$x_1(x_2) = -8 \frac{\delta_0}{L_0^4} \left(-\frac{x_2^4}{24} + \frac{1}{6}L_0 x_2^3 - \frac{1}{4}L_0^2 x_2^2 \right). \quad (206)$$

A partir de la ecuación (206), se obtienen los niveles de deflexión δ_0 en el punto P_2 de la Figura 49(a), de longitud igual a 0.01, 0.02 y 0.03 metros. Mismos que corresponden a las clases A-C de la Tabla 15. La Figura 49(e) muestra las curvas de deformación de la Figura 49(d) trazadas en una hoja con dimensiones en escala real, adherida y alineada con una mesa fija. Asimismo, muestra el

proceso de fijación del álabe mediante tres prensas a través de una solera de $\frac{\pi}{2}$. Dos de las prensas fueron colocadas en la mesa fija y la otra se encargó de unir la zona de anclaje del álabe junto con la solera de $\frac{\pi}{2}$. Para evitar dañar la estructura del álabe, la zona de contacto entre la prensa y el álabe fue intervenida mediante una pequeña pieza de madera. La Figura 49(e) muestra como el borde inferior del álabe sano fue fijado y alineado con el eje recto de la Figura 49(d). Finalmente, la Figura 49(f) muestra como el álabe fue deformado mediante la aplicación de calor a $300^{\circ}C$ uniformemente por ambos lados de su estructura hasta lograr que el borde inferior del álabe siguiera la curva del primer nivel de deformación. Es necesario mencionar que el eje radial central del álabe sigue la misma trayectoria que las curvas dibujadas, ya que su posición es relativa a la de su borde inferior. Los otros niveles de deflexión fueron obtenidos bajo el mismo procedimiento.

4.4.4. Adquisición de datos

Esta Sección explica el proceso de instrumentación y montaje de un banco experimental en el laboratorio de la maestría en ciencias de la ingeniería eléctrica del Instituto Tecnológico Superior de Irapuato en México. Además, se especifican las consideraciones tomadas en cuenta durante la operación del HAWT de 400W durante cada prueba. Los equipos y dispositivos electrónicos mostrados en las Figuras 50(a) y 50(b) fueron utilizados y son organizados en la Tabla 16.

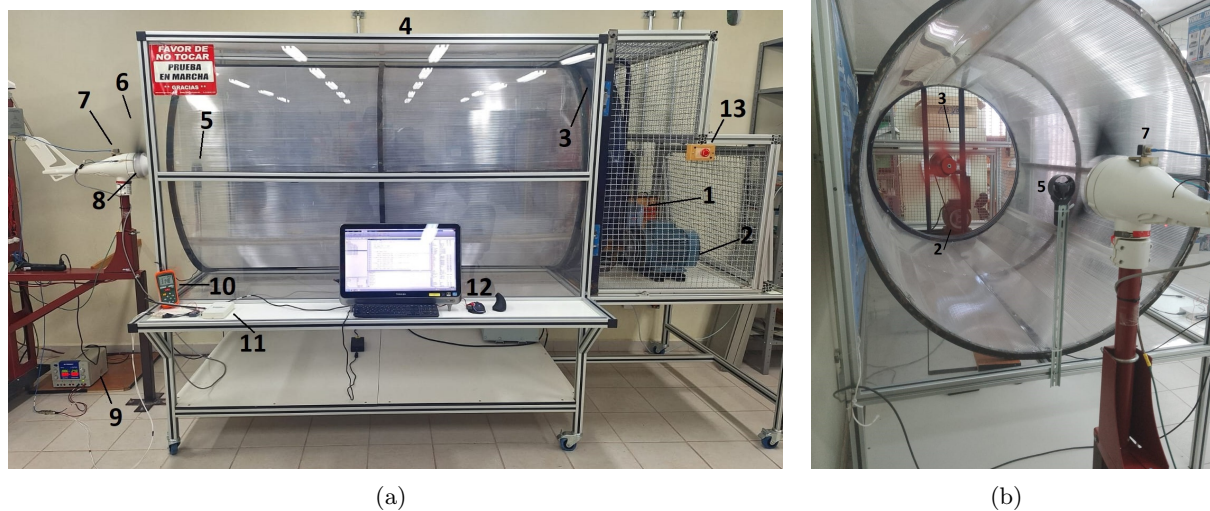


Figura 50: Banco experimental de adquisición de señales de vibración desde la góndola de un HAWT de 400W. (a) Vista lateral. (b) Vista frontal.

Para operar el sistema de la Figura 50(a), el variador de frecuencias es accionado desde 0V a 10V, donde 10V equivalen a una frecuencia de $60Hz$. Esta frecuencia, proporciona una velocidad angular de $1800rpm$ en el motor trifásico, el cuál se encarga de accionar la turbina del túnel de viento mediante una banda de transmisión cuya relación de poleas es 1 : 1. Una vez que el túnel de viento es activado, un anemómetro fue montado unidireccionalmente con respecto al centro del HAWT y conectado directamente desde su contador digital de pulsos a la DAQ como se observa en el punto 5 de la Figura 50(b). En la Figura 50(a), el número seis se refiere a los álabes del HAWT, hechos de materiales poliméricos con una capa compuesta de fibra de carbono. El número siete hace referencia a un acelerómetro tridimensional de la marca "klister" montado sobre una superficie plana desde la góndola. Tal dispositivo, fue alimentado con 24V y tiene sensibilidades con respecto a cada eje como se indica en la Tabla 16. Donde el eje x y y se refieren a las vibraciones frontales y laterales, respectivamente. El número ocho se refiere al montaje de un encoder para monitorear la velocidad del rotor. En el número once, se muestra una tarjeta de adquisición de datos (DAQ)

de la marca "National Instrument" modelo "NI USB-6211", que cuenta con 16 canales de entrada, una resolución de 16 bits y una frecuencia de muestreo multicanal máxima de $250 \frac{ks}{s}$. Esta DAQ fue utilizada para mandar una señal para activar el variador de frecuencias, poner en marcha la turbina generadora de viento y para recibir cinco señales analógicas; vibraciones en los ejes x , y , y z , pulsos del encoder del rotor y pulsos registrados por el anemómetro. Finalmente, el número trece se refiere a un botón de paro de emergencia instalado para desactivar el variador de frecuencias en caso de que alguna anomalía sea presentada mientras el túnel de viento se encuentra en operación.

Tabla 16: Equipos y dispositivos que conforman el banco de adquisición de señales de vibración.

Etiqueta	Equipo/dispositivo	Características
1	Variador de frecuencias	Operación de 0 a 10 volts
2	Motor trifásico	Operación de 0 a 1800 rpm
3	Turbina de generación de viento	Conectado al motor con una relación 1 : 1
4	Túnel de viento	—
5	Anemómetro	—
6	Álabes	Material polimérico con una capa de fibra de carbono
7	Acelerómetro tridimensional	Sensibilidad de $399 \frac{mV}{g}$ en z , $400 \frac{mV}{g}$ en y y $401 \frac{mV}{g}$ en x
8	Sensor de imanes	Para monitorear la velocidad del rotor
9	Fuente de voltaje	—
10	Registro de velocidad de viento	—
11	Tarjeta de adquisición de datos	Resolución de 16 bits y frecuencia de muestreo multicanal máxima de $250 \frac{ks}{s}$
12	Computadora	En operación mediante Matlab
13	Botón de paro de emergencia	—

Durante el proceso de adquisición de datos se ejecutaron un total de 1302 pruebas, obteniendo seis señales distintas durante cada una de ellas. Para tal fin, se emuló una velocidad angular Ω aproximadamente constante, poniendo en operación el HAWT de 400W durante un tiempo de 100s en cada prueba considerando tres etapas. La primera, es una etapa transitoria de 12s en la que el HAWT comienza a operar desde $0 \frac{rev}{s}$ hasta alcanzar una velocidad angular en estado estable. La segunda etapa considera la operación en estado estacionario durante $t = (12, 80)s$, mientras que la tercera etapa considera el paro de la máquina en $t = [80, 100]s$.

Para lograr esto, el variador de frecuencias fue accionado con tres señales de voltaje, una en $t = 0s$ para el arranque de HAWT, otra en $t = 12s$ para mantener la velocidad angular Ω aproximadamente constante y una en $t = 80s$ para el descenso de la máquina. La Tabla 17 muestra las señales mandadas al variador de frecuencias para mantener las cinco velocidades de operación mencionadas en la Tabla 15. Las columnas V_1 , V_2 y V_3 indican la magnitud de tales señales, mientras que las columnas de Ω indican las velocidades alcanzadas por el HAWT. Cada caso Ω_n para $n = 1, 2, 3, 4, 5$ fue replicado para las ocho condiciones de los álabes mostradas en la Tabla 15. A partir de aquí, todas las señales fueron adquiridas utilizando una frecuencia de muestreo $f_s = 12000s^{-1}$, seleccionada a partir del teorema de Nyquist-Shannon [159].

4.4.4.1. Monitoreo de la velocidad del rotor

Para monitorear la velocidad angular, se colocó un sensor de pulsos en la base del rotor como se muestra en la Figura 51(a). Para obtener estos pulsos, una serie de imanes de neodimio de 1mm

Tabla 17: Magnitud de las señales de voltaje para el arranque del HAWT y mantener la velocidad angular Ω aproximadamente constante.

	$0 \leq t < 12$		$12 \leq t < 80$		$80 \leq t < 100$	
	V_1 [V]	Ω [rps]	V_2 [V]	Ω [rps]	V_3 [V]	Ω [rps]
Ω_1	3.44	[0, 3.58]	1.08	3.58	0	[3.58, 0]
Ω_2	3.5	[0, 4.83]	1.25	4.83	0	[4.83, 0]
Ω_3	3.3	[0, 6.67]	1.55	6.67	0	[6.67, 0]
Ω_4	3.3	[0, 8.08]	1.8	8.08	0	[8.08, 0]
Ω_5	3.3	[0, 10.08]	2.08	10.08	0	[10.08, 0]

de espesor y 1.5 mm de diámetro fueron adheridos en la base de anclaje de los álabes a 9° de separación alternando sus polos de atracción, como se observa en la Figura 51(b). El sensor de la Figura 51(a) manda una señal a la DAQ cada vez que un imán es atraído.

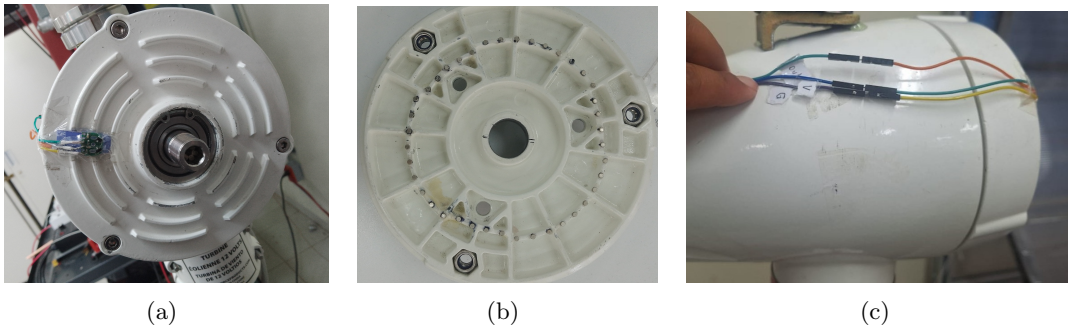


Figura 51: Montaje de un sensor de pulsos para monitorear la velocidad angular Ω . (a) Montaje del sensor. (b) Imanes de neodimio colocados a 9° de separación. (c) Etiquetas de los cables conectados a la DAQ.

Para mostrar como se realizó la monitorización de la velocidad angular Ω , se tomo como ejemplo el caso de los álabes en estado sano operando a $\Omega_2 \approx 4.83$. La Fig. 52(a) muestra una señal de pulsos entre 0 y 1, obtenida al definir aquellos valores de magnitud mayor que 1 como un pulso unitario y aquellos de magnitud menor que 1 como ceros. La Figura 52(b) muestra una aproximación a una función que registra el número de pulsos por muestra. Por otro lado, en la Figura 52(c) se observa una aproximación a una función de pulsos continua, la cuál ha sido obtenida a través del filtro promedio móvil, calculando promedios entre dos datos consecutivos bajo la ecuación (207)

$$\bar{a}_n[n] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} a_n[n-k], \quad (207)$$

donde n es la muestra actual y M la cantidad total de muestras. Finalmente, la señal obtenida a partir de la derivada discreta de la señal $\bar{a}_n[n]$ de la Figura 52(c) es obtenida en la Figura 52(d), misma que también fue tratada a través del filtro promedio móvil y convertida a unidades de [rev/s]. Mientras tanto, la velocidad unidireccional del viento fue monitoreada de forma análoga.

4.4.4.2. Señales adquiridas

Las Figuras 53(a)-53(d) muestran las señales que corresponden a una de las pruebas de la clase A de los álabes operando a $\Omega_2 \approx 4.83$ rps, excluyendo la señal de vibración vertical y de sonido. En la Figura 53(a) se observa que la magnitud de la velocidad del viento tiene coherencia con las señales de control registradas en la Tabla 17 para activar el túnel de viento, así como con el

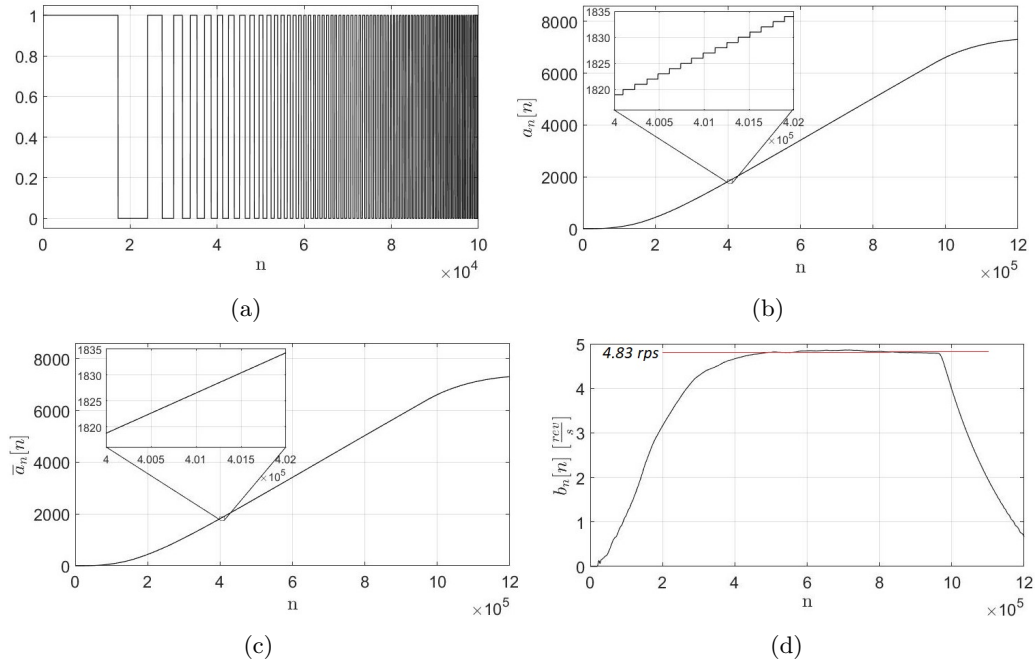


Figura 52: Monitorización de Ω en el caso sano de los álabes operando a $\Omega_2 \approx 4.83\text{rps}$ (a) Tren de pulsos obtenido para $n = [0, 100000]$. (b) Señal discreta obtenida al sumar los pulsos en función de cada muestra. (c) Aplicación del filtro promedio móvil sobre la señal de pulsos. (d) Curva de velocidad en rps durante una prueba de 100s.

comportamiento de la velocidad angular mostrado en la Figura 53(b). Las señales de vibración de la góndola en la dirección de x y y son mostradas en las Figs. 53(c) y 53(d) en unidades de gravedades de aceleración.

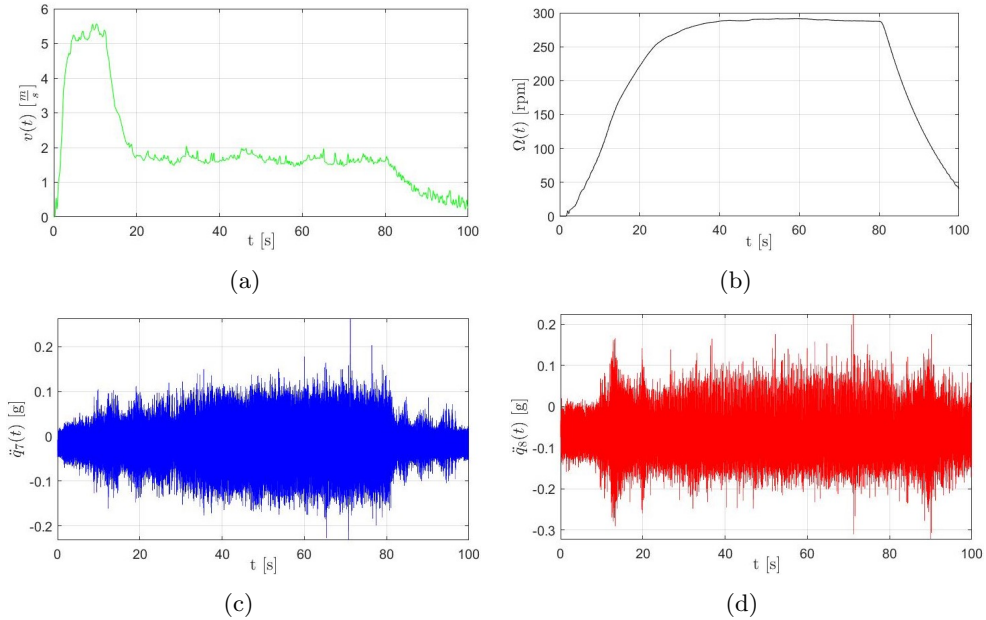


Figura 53: (a) Velocidad del viento generada por la turbina del túnel de viento. (b) Velocidad angular Ω del rotor del HAWT de 400W. (c) Vibración en la dirección frontal. (d) Vibración en la dirección lateral.

Cabe mencionar que en esta investigación sólo se analizan las señales en la dirección frontal

y lateral de la góndola, debido a que estas direcciones describen la dinámica de HAWTs a mayor escala [9], y a que en la góndola se encuentra la masa modal dominante de la estructura de la torre, cuya dinámica contiene información de las vibraciones transmitidas desde los álabes. Mientras que, el comportamiento de las vibraciones en la dirección vertical se asocia con un comportamiento específico del modelo del HAWT utilizado en esta investigación.

4.4.5. Procesamiento de señales en el dominio del tiempo

En esta Sección, se seleccionaron cuatro métricas estadísticas (media, varianza, kurtosis y asimetría) y tres métricas impulsivas (Valor medio cuadrático, valor pico y factor de cresta) utilizadas en [129,160], cuya descripción es dada a continuación:

1. Media aritmética: es una medida de tendencia central, que en este estudio indica la magnitud promedio de las amplitudes de vibración.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i. \quad (208)$$

2. Varianza: Medida de dispersión que indica la variabilidad de los datos al rededor de la media, en este caso indica la variación de las amplitudes de aceleración al rededor de la aceleración promedio de las señales adquiridas.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (V_i - \bar{x})^2}{N - 1}. \quad (209)$$

3. Kurtosis: Es el grado de concentración de los datos alrededor de su distribución. Proporciona información para saber en que magnitud se concentran los datos adquiridos entorno a su curva de distribución, es comúnmente utilizada para procesos de comportamiento no Gaussiano.

$$x_{kurt} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (V_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (V_i - \bar{x})^2 \right)^2}. \quad (210)$$

4. Asimetría: Proporciona información sobre el comportamiento de la distribución de un conjunto de datos, útil para conocer si una distribución es normal o anormal.

$$skw = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (V_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (V_i - \bar{x})^2 \right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (211)$$

5. Raíz media cuadrática: Es una métrica útil para conocer cuantitativamente la potencia media promedio de la señal.

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i^2}. \quad (212)$$

6. Valor pico: Es la amplitud más alta de una señal, en esta caso la aceleración máxima obtenida en la góndola, ya sea en la dirección lateral o frontal.

$$X_p = \max | V_i |. \quad (213)$$

7. Factor de cresta: Es un indicador normalizado que relaciona la máxima amplitud de la señal con respecto a su potencia promedio.

$$C = \frac{X_p}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i^2}}. \quad (214)$$

En las ecuaciones (208)-(214) V_i es el vector de datos de las señales de vibración que será introducido según los casos definidos en la Tabla 15. De acuerdo con la frecuencia de muestreo $f_s = 12000 \frac{\text{muestras}}{s}$ y el tiempo de duración de cada prueba $t = 100s$, se obtuvieron un total de $N = 1200000$ muestras por cada señal. Debido a la gran cantidad de datos, las señales de vibración en la dirección de x y y fueron divididas en cuatro secciones: $n_1 = [0, 144000]$, $n_2 = [144001, 552000]$, $n_3 = [552001, 960000]$ y $n_4 = [960001, 1200000]$, que corresponden a los intervalos $t = [0, 12)s$, $t = (12, 46)s$, $t = (46, 80)s$ y $t = (80, 100)s$, respectivamente, como se observa en la Figura 54(a). Debido a que normalmente los HAWTs deben ser monitoreados mientras operan a su velocidad nominal, la región tres mostrada en la Fig. 54 es seleccionada para procesar los datos, como se observa en la Fig. 54(b). Para tal fin, se originan dos matrices V_{xk} y V_{yk} para los datos de vibración frontal y lateral, respectivamente. Donde las filas son el número de pruebas, las columnas el número de datos de cada región y $k = 1, 2, 3, 4$ se refiere a la región de la señal sobre la que se procesan los datos. Las métricas definidas en las ecuaciones (208)-(214) son extraídas para cada fila de datos de las matrices V_{x3} y V_{y3} de acuerdo con las ecuaciones $metric_{xk} = P(V_{xk}(i, :))$ y $metric_{yk} = P(V_{yk}(i, :))$, respectivamente. Donde $k = 3$, $i = 1, 2, \dots, 840$ y $P = \bar{x}, S^2, x_{kurt}, skew, x_{rms}, X_p, C$.

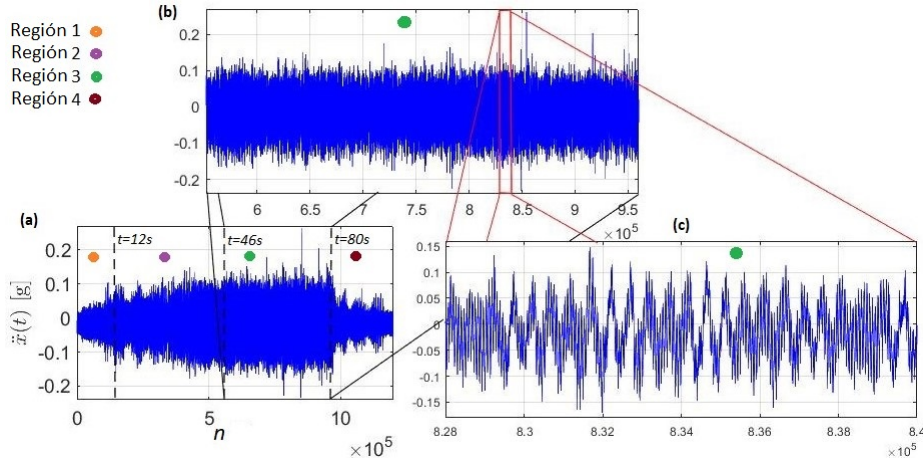


Figura 54: (a) Vibración en la dirección frontal de una de las pruebas del caso sano del HAWT operando a Ω_2^{rev} dividida en cuatro regiones. Región uno: fase de arranque, regiones 2 y 3: fase de operación estacionaria, y región 4: paro del HAWT. (b) Región sobre la cuál las características estadísticas son obtenidas. (c) Ventana de un segundo tomada de la región 3.

De este modo, se obtienen un total de 14 vectores de 840×1 que contienen cada una de las métricas de cada prueba para las vibraciones en ambas direcciones, mismos que fueron concatenados para formar una matriz $\mathbf{A}_3$ de 840×14 . Considerando el caso del HAWT de 400W operando a Ω_2^{rev} , las Figuras 55(a) y 55(b) muestran la variación de las métricas $\bar{x}_v$, S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v , x_{rms_v} , X_{pv} y $7 = C_v$ con respecto al número de pruebas m . El subíndice $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, se refiere a las condiciones de los álabes definidas en la Tabla 15.

En las Figuras 55(a) y 55(b) se observa que $\bar{x}_v$ presenta un comportamiento bien delimitado entre cada prueba cuando el HAWT opera en Ω_2^{rev} , tanto para las señales en la dirección de x como en la de y . Este comportamiento se repite para las demás velocidades excepto para Ω_5 , como puede observarse en los diagramas del Apéndice C. En las Figuras 55(a) y 55(b), las métricas S_v^2 , x_{kurt_v} ,

skw_v , x_{rms_v} , X_{pv} y C_v de las señales en la dirección frontal presentan una variación significativa entre cada prueba, por lo que aparentan ser no concluyentes, a pesar de que se observan ligeros cambios en su magnitud entre una y otra condición de los álabes. Por otro lado, a pesar de que en la Fig. 55(b) se observan solapamientos entre una y otra condición de los álabes, las métricas $\bar{x}_v$, S_v^2 , x_{kurt_v} y x_{pv} aparentan un comportamiento mejor delimitado en comparación con las observadas en la Fig. 55(a).

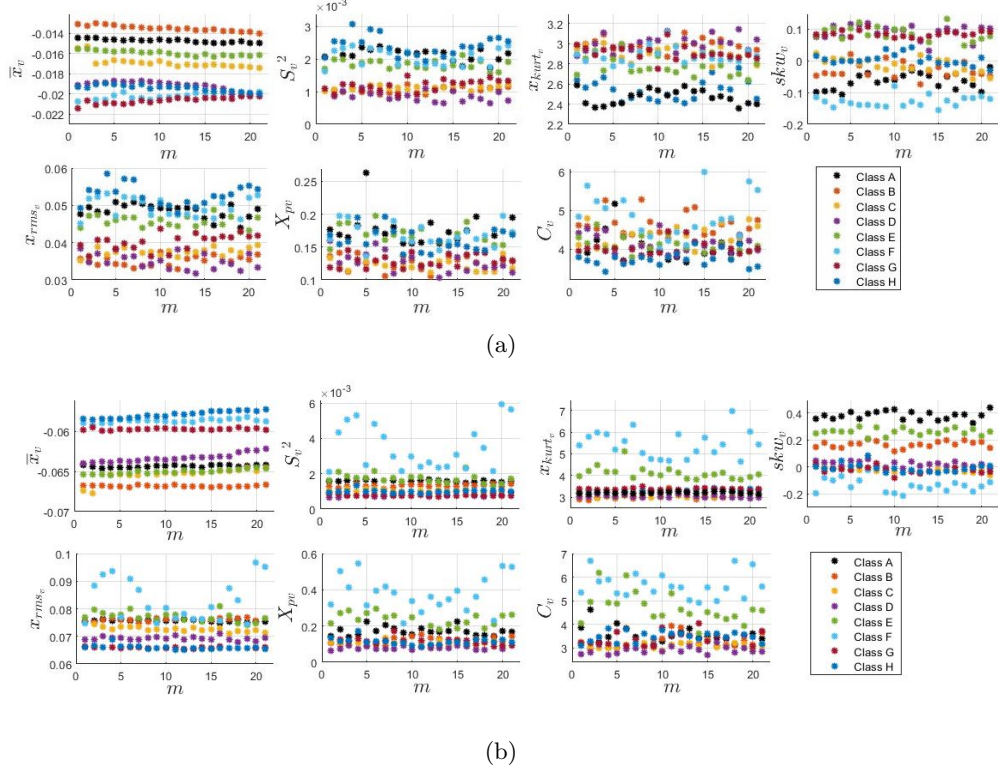


Figura 55: Variación de las métricas con respecto a cada prueba del HAWT operando a Ω_2 en la región 3 ($46 \leq t < 80$). Eje horizontal: número de pruebas. Eje vertical: 1 = $\bar{x}_v$, 2 = S_v^2 , 3 = x_{kurt_v} , 4 = skw_v , 5 = x_{rms_v} , 6 = x_{pv} y 7 = C_v . (a) Vibración en la dirección frontal. (b) Vibración en la dirección lateral.

4.4.5.1. Análisis de dispersión

Para incrementar la fiabilidad del monitoreo de condiciones de los álabes del HAWT de 400W, se realiza un muestreo por segundo de las señales adquiridas en la región 3 como se observa en la Fig. 54(c). De este modo, se obtienen un total de 34 subregiones, y un total de 714 ventanas de muestreo. Debido a que en las Figuras 55(a) y 55(b) la media aritmética presentó una delimitación mas clara entre cada condición de los álabes para Ω_2 , en las Figuras 56(a) y 56(b) se obtienen diagramas de dispersión que muestran la variación de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a la media aritmética, para la velocidad de operación Ω_2 .

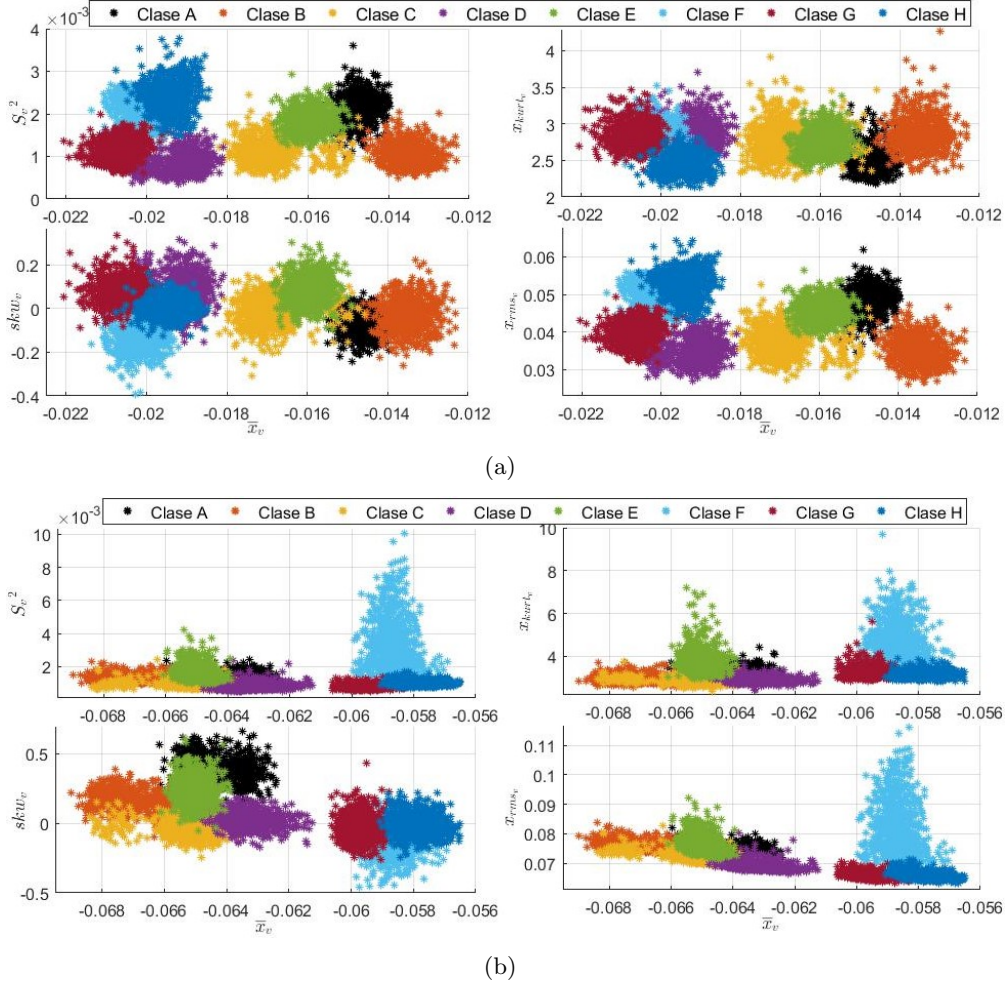


Figura 56: Diagramas de dispersión de $2 = S_v^2$, $3 = x_{kurt_v}$, $4 = skw_v$ y $5 = x_{rms_v}$ con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_2 \approx 4.832 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en ladirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral.

En la Figura 56(a) se puede observar que las regiones de las clases A , B y E (sano, nivel de deflexión 1 y fisura) presentan ligero solapamiento, esto se debe a que el primer nivel de deflexión es bajo con respecto al eje recto del álabes, mientras que la fisura aparentemente genera baja variabilidad sobre las características extraídas en comparación con la clase A . Mientras tanto, la clase C (segundo nivel de deformación) aparenta ser una transición de los casos A , B y E a los casos D , F , G y H , los cuáles se sitúan en una región distinta de las clases A , B y E . Por otro lado, en la Figura 56(b) se observa una delimitación bien definida entre las PFs y las CFs a partir de $\bar{x}_v$, ya que ambos tipos de fallas se sitúan en regiones independientes. Esto significa que tomar $\bar{x}_v$ como una métrica discriminatoria entre CFs (clases F , G y H) y la clase sana A mejoraría significativamente

la precisión de un clasificador. Sin embargo, las clases F , G y H y las PFs (clases B , C , D y E) están solapadas entre sí. Por lo tanto, para Ω_2 , la clasificación podría necesitar características de las vibraciones en ambas direcciones.

Para complementar este análisis, las Figuras 57(a) y 57(b), 58(a) y 58(b), 59(a) y 59(b) y 60(a) y 60(b), muestran los diagramas de dispersión que corresponden a Ω_1 , Ω_3 , Ω_4 y Ω_5 , respectivamente. En la Figura 57(a), se observa que para Ω_1 en la dirección frontal, se forman tres regiones, la primera incluye las clases A, B y E, la segunda incluye las clases C, G y H, mientras que la tercera incluye la clase D y F, lo cual muestra que en esta dirección aun es posible discriminar una condición de otra. Similarmente, en la Figura 57(b) las clases se agrupan en tres regiones que incluyen las mismas clases, sin embargo, las tres regiones están mucho más traslapadas que en el caso de las que se muestran en la Figura 57(a), demostrando que para Ω_1 las vibraciones frontales proporcionan información más relevante para discriminar las condiciones de los álabes investigadas.

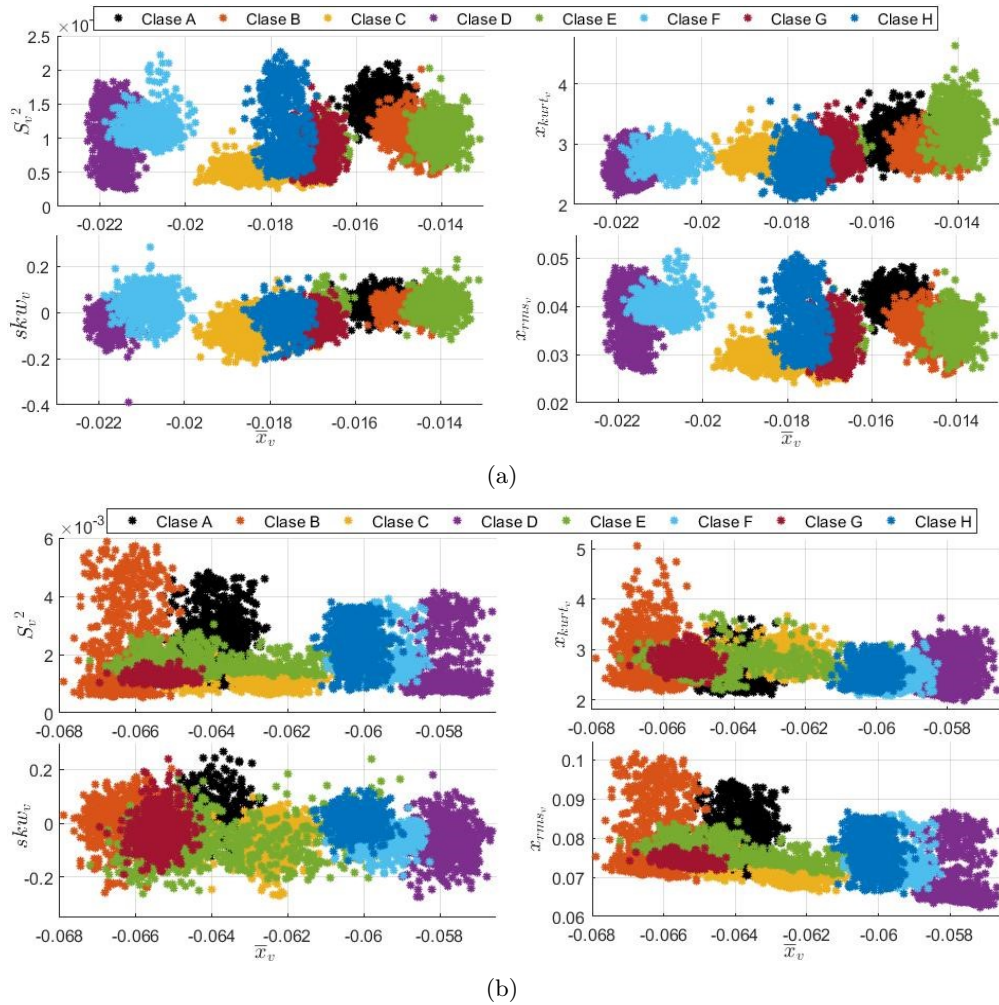


Figura 57: Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_1 \approx 3.58 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral.

Al igual que en las Figuras 57(a) y 56(a), en la Figura 58(a) para Ω_3 , se observa que las clases A, B y E delimitan una región. Sin embargo, dicha región se traslapa con la clase H (álabe en tercer nivel de deformación con álabe fisurado), por lo que se puede inferir que a partir de esta velocidad existe un traslape más evidente entre cada clase. Mientras tanto, en la dirección lateral

para Ω_3 se observa que la variación de S_k^2 y X_{RMS_k} separan las clases A y B de las clases E y F, mientras que el resto de las clases están fuertemente traslapadas, como se observa en la Figura 58(b). Esto podría significar que a partir de esta velocidad las vibraciones laterales proporcionan información más significativa que las vibraciones frontales. En la Figura 59(a) para Ω_4 , se observa que las vibraciones en la dirección frontal presentan fuerte solapamiento entre una y otra condición para las cuatro métricas mostradas. No obstante, en la Figura 59(b) se observa una delimitación evidente para casi todas las clases excepto para la clase G cuando la varianza $2 = S_v^2$ y al valor RMS $5 = x_{rms_v}$ son variados con respecto a la media aritmética $\bar{x}_v$, similarmente con respecto a lo que se observó en la Figura 58(b).

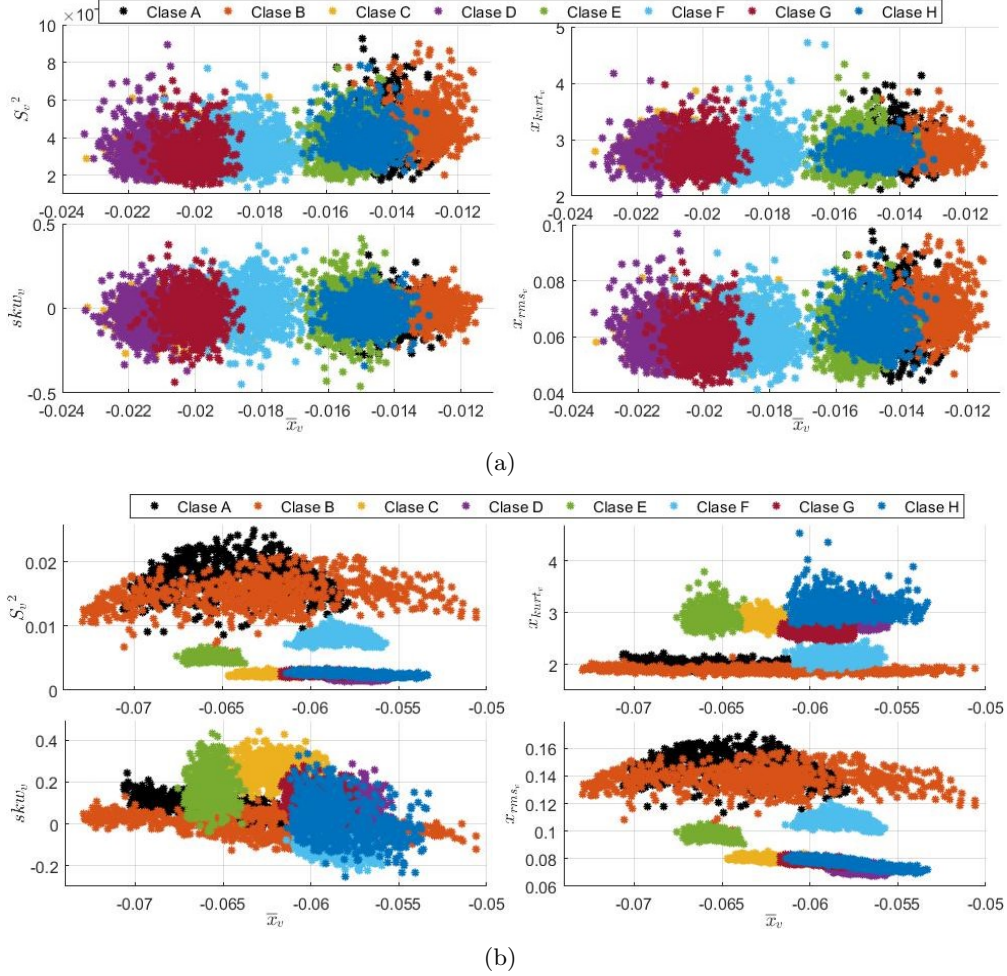


Figura 58: Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_3 \approx 6.66 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral.

En la Figura 60(a), se observa que para Ω_5 solo se forman dos regiones, una conformada por la clase C y E y la otra conformada por un traslape del resto de las clases. Sin embargo, a pesar de la existencia de dicho traslape, las regiones entre cada clase comienzan definirse un poco más en comparación con lo que se observó para Ω_3 y Ω_4 en las Figuras 58(a) y 59(a). Por lo tanto, podría inferirse que a partir de Ω_5 de nuevo las vibraciones frontales proporcionan información más significativa para discriminar una condición de otra. Por otro lado, en la Figura 60(b), aunque es posible observar un nivel de separación aceptable entre las clases B, E, F y H, todas las clases intersectan o se aproximan demasiado con la región de la clase sana, por lo que podría inferirse que para Ω_5 las vibraciones verticales proporcionan información menos significativa que las vibraciones

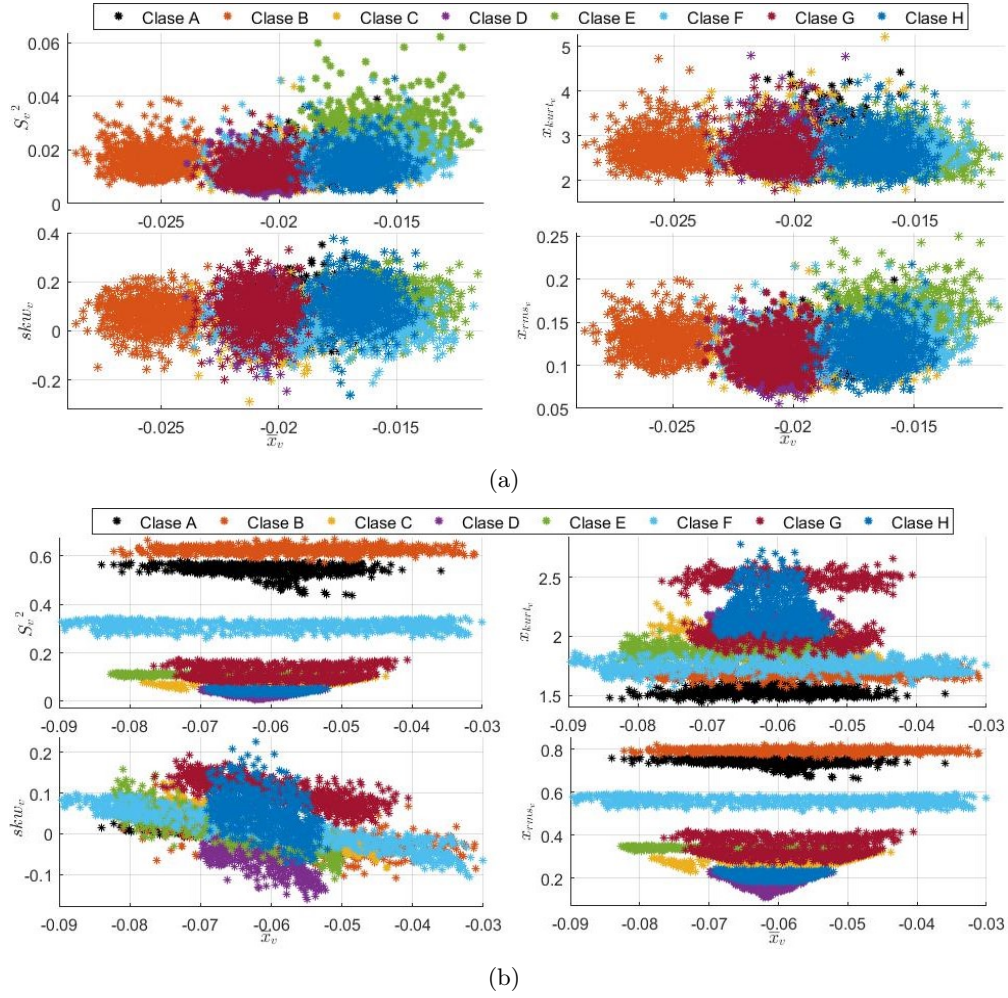


Figura 59: Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_4 \approx 8.082 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral.

laterales.

En general, para las velocidades angulares Ω_1 y Ω_2 las métricas de las vibraciones frontales proporcionan regiones mejor delimitadas entre una y otra condición, mientras tanto, para Ω_3 y Ω_4 las métricas de las vibraciones laterales proporcionan información más relevante, específicamente las métricas S_k^2 y x_{RMS_k} , hecho que parece indicar que a medida que Ω incrementa, las vibraciones laterales generan regiones mejor delimitadas para cada una de las clases. No obstante, este supuesto no pudo comprobarse para la velocidad angular más alta Ω_5 , ya que para este caso nuevamente las vibraciones frontales formaron regiones mejor delimitadas. Con la finalidad de evitar supuestos basados únicamente en la observación, en las siguientes Secciones se realizan análisis de precisión de un clasificador tipo ANN y una comparación entre las medias de los vectores de características a partir del análisis unidireccional de la varianza (ANOVA).

4.4.6. Clasificación mediante ANNs de dos capas

En esta Sección, se clasifican los casos de falla mediante ANNs y se evalúa la precisión obtenida para cada escenario. Para tal fin, se toman en cuenta algunos estudios de la literatura basados en ANNs. En [128, 161–164], se encuentran investigaciones basadas en ANNs para clasificación y

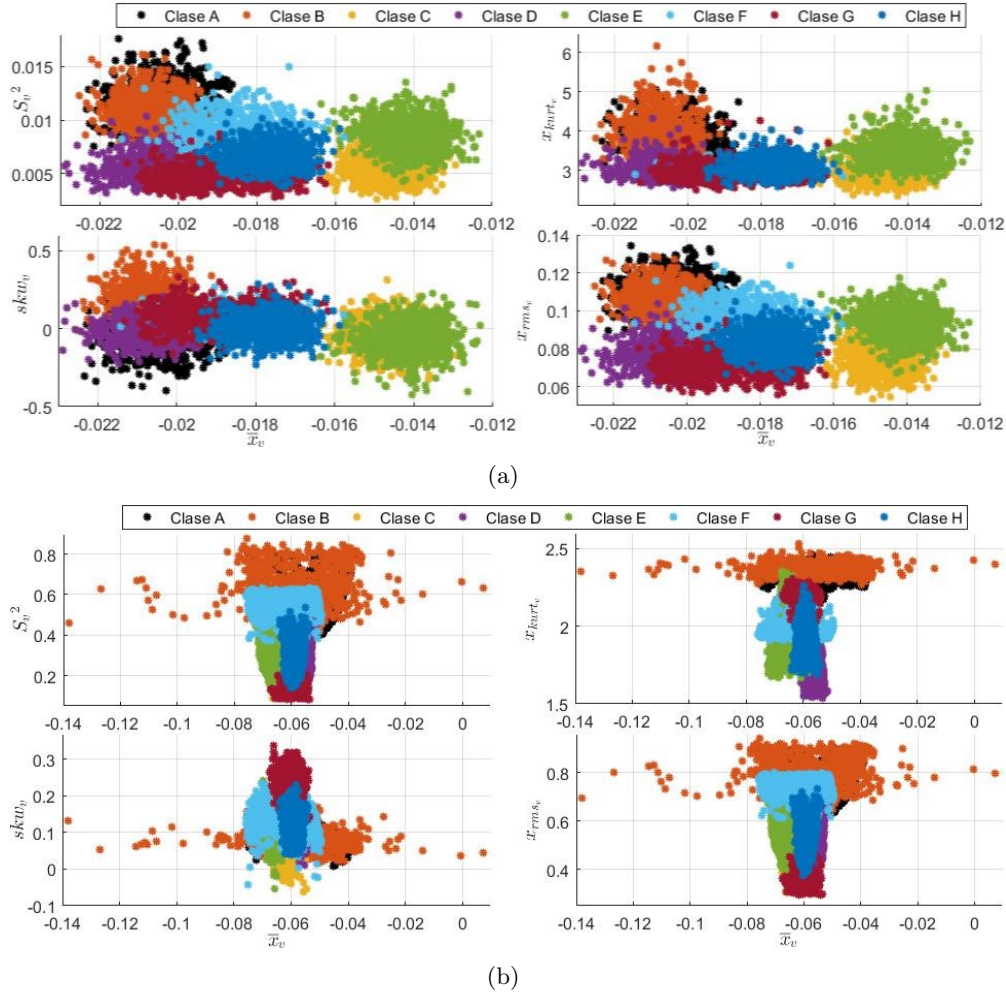


Figura 60: Diagramas de dispersión de S_v^2 , x_{kurt_v} , skw_v y x_{rms_v} con respecto a $\bar{x}_v$ para $v = A, B, C, D, E, F, G, H$, considerando $\Omega_5 \approx 10.08 \frac{rev}{s}$ en la región 3 de operación. (a) Características de las señales en la dirección frontal. (b) Características de las señales en la dirección lateral.

diagnóstico de anomalías en HAWTs. En [161], se empleó una metodología basada en la EMD y ANNs para discriminar seis condiciones de operación: asimetría aerodinámica, desbalance del rotor, desbalance del fuselaje, desbalance en los álabes, desbalance en la góndola y la condición de funcionamiento normal, utilizando Simulink, FAST (fatiga, aerodinámica, estructuras y turbulencia) y TurbSim. En [162], se empleó una red neuronal convolucional (CNN) para monitorizar el estado de salud de los álabes basándose en procesamiento de imágenes obtenidas por drones. En [163], se obtuvo un conjunto de datos de imágenes de álabes de HAWTs para utilizar una CNN en cuatro escenarios: erosión del borde de ataque, panel generador de vórtices, panel generador de vórtices con dientes faltantes y receptor de rayos. En [128], se utilizó una ANN perceptrón multicapa para discriminar seis condiciones de uno de los álabes de un HAWT de baja potencia, obteniéndose una precisión de clasificación del 87 % y del 76.83 %, una basada en el método VMD y otra sin el método VMD, respectivamente. En [164], se utilizó una metodología basada en el filtro Kalman y ANNs para diagnosticar seis tipos de fallos en el sistema de paso de los álabes de un aerogenerador tipo flotante, utilizando un algoritmo que tiene en cuenta datos para entrenamiento, validación y prueba, obteniendo una precisión del 97.5 %.

De acuerdo con la información citada en el párrafo anterior, no se encontraron investigaciones basadas en ANNs para clasificar niveles de deformación de los álabes en la dirección frontal, por lo tanto, este análisis se aborda en esta Sección utilizando las características extraídas en una ANN

perceptrón de dos capas como la que se muestra en la Figura 61.

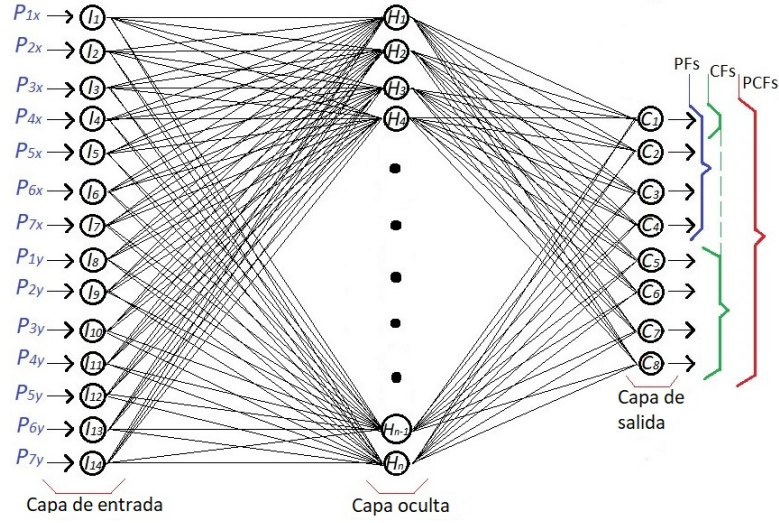


Figura 61: ANN de dos capas. Las salidas $C_1, C_2, \dots, C_8$ son las clases, que corresponden a las condiciones A, B, ..., H, respectivamente. Las clases marcadas en color azul, verde y rojo, corresponden a las ANNs entrenadas para PFs, CFs y PCFs, respectivamente.

Donde P_{kx} y P_{ky} para $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, son los vectores de entrada de las características definidas en las ecuaciones (208)-(214) por velocidad Ω en las direcciones frontal y lateral, respectivamente. En la ecuación (215) se define la matriz de entradas para el entrenamiento de la ANN, donde Ω_i para $i = 1, 2, 3, 4, 5$ es el caso de operación del HAWT.

$$\mathbf{F}_{\Omega_i} = (P_{1x} P_{2x} P_{3x} P_{4x} P_{5x} P_{6x} P_{7x} P_{1y} P_{2y} P_{3y} P_{4y} P_{5y} P_{6y} P_{7y})^T. \quad (215)$$

Por otro lado, el modelo de la salida de la ANN $\mathbf{a}_2$ es presentado en la ecuación (216), donde x son los datos de entrada, $\mathbf{IW}$ y $\mathbf{LW}$ son los pesos sinápticos de la capa oculta y de salida, respectivamente, b_1 y b_2 son los bias de la capa oculta y de salida, respectivamente, ϕ_1 es la función de activación no lineal de la capa oculta definida en la ecuación (217), y ϕ_2 es una función de activación lineal para la capa de salida.

$$a_2 = \phi_2 [\mathbf{LW} (\phi_1(\mathbf{IW}(x) + b_1)) + b_2]. \quad (216)$$

$$\phi_1 = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1. \quad (217)$$

Para el entrenamiento de la ANN se utiliza el algoritmo de Levenberg-Marquardt. A partir de aquí, se obtienen tres clasificadores para los siguientes casos: (1) fallas puras (PFs), (2) fallas combinadas (CFs) y (3) fallas puras y combinadas (PCFs). Las PFs se conforman de las clases A a E, las CFs se conforman por las clases A y E a H, mientras que las PCFs se conforman por las ocho clases. En la Figura 61, para el caso de PFs la ANN consta de 14 entradas definidas por las características extraídas y de 4 salidas definidas en una matriz de $4 \times (4 \cdot 714)$. Análogamente, matrices de salidas de tamaño $5 \times (5 \cdot 714)$ y $8 \times (8 \cdot 714)$, son definidas para los casos de CFs y PCFs, respectivamente. Para evaluar la precisión del clasificador, se obtienen cinco ANNs para PFs, CFs y PCFs, considerando cada una de las velocidades angulares Ω_i . La Tabla 18 muestra la síntesis del entrenamiento de las quince ANNs, incluyendo la precisión, minimización del error medio cuadrado en la validación, tiempo de entrenamiento, número de épocas y número de neuronas en la capa oculta.

Para ilustrar mejor los resultados de la Tabla 18, las Figuras 62(e)-62(f) muestran seis matrices de confusión, correspondientes a los casos de PFs, CFs y PCFs en las velocidades Ω_2 y Ω_4 . En la

Tabla 18: Síntesis del entrenamiento de las ANNs utilizadas en todos los escenarios.

ANN	Ω_i [$\frac{rev}{s}$]	Neuronas	Épocas	Tiempo de entrenamiento [s]	MSE	Precisión [%]
PFs	$\Omega_1 \approx 3.58$	12	14	7.61	0.005	99.8
	$\Omega_2 \approx 4.83$	12	12	5.09	0.00053	99.8
	$\Omega_3 \approx 6.66$	40	10	13.67	0.0094	99.2
	$\Omega_4 \approx 8.08$	9	8	3.62	0.00016	100
	$\Omega_5 \approx 10.08$	12	11	4.67	0.0075	98.7
CFs	$\Omega_1 \approx 3.58$	16	15	18.07	0.0017	99.9
	$\Omega_2 \approx 4.83$	16	15	10.45	0.00089	99.8
	$\Omega_3 \approx 6.66$	5	6	7.66	0.0196	100
	$\Omega_4 \approx 8.08$	5	6	3.32	0.00094	100
	$\Omega_5 \approx 10.08$	8	8	5.11	0.00094	100
PCFs	$\Omega_1 \approx 3.58$	20	18	47.19	0.0052	98.8
	$\Omega_2 \approx 4.83$	20	16	42.39	0.0036	99.6
	$\Omega_3 \approx 6.66$	20	17	65.52	0.0064	98.3
	$\Omega_4 \approx 8.08$	16	14	32.74	0.0039	99.4
	$\Omega_5 \approx 10.08$	16	19	52.64	0.0022	99.2

matriz de la Figura 62(a) se observan porcentajes de confusión del 0.6 % en la clase B (deflexión 1) con respecto a la clase A (álabes sanos), mientras que en la Figura 62(b) se observa una precisión del 100 %. Por lo tanto, la ANN es capaz de discriminar con alta precisión los escenarios de PFs. Por otro lado, en las Figuras. 62(c) y 62(d) y en la Tabla 18 se observan índices de precisión por encima del 99.8 % para todas las velocidades angulares Ω . Por lo tanto, si el HAWT se encuentra operando sujeto solamente a PFs o a CFs, la ANN discriminará eficientemente todos los escenarios de falla. Adicionalmente, en el caso de CFs la precisión es muy alta debido a que el HAWT esta operando con dos álaves dañados, lo que produce cambios significativos en su dinámica facilitando la discriminación de estos escenarios de falla con respecto al caso de operación en estado sano. Sin embargo, en condiciones reales los HAWTs están sujetos a condiciones climatológicas muy variables que pueden dañar ligera o severamente uno o más álaves. Por lo tanto, el análisis debe ser concretado considerando el caso de PCFs en las cinco velocidades de operación. En la Tabla 18 puede ser observado que aunque los índices de precisión también son altos para PCFs, ninguno de los clasificadores alcanza una precisión del 100 %. De hecho, en la Figura 62(e) se observa un porcentaje de confusión del 2.2 % de la clase A (clase sana) con respecto a la clase E (álabe fisurado), mientras que en la Figura 62(f) se observa un porcentaje de confusión del 3.8 % de la clase C (nivel de deflexión 2) con respecto a la clase H (deflexión 3 con álabe fisurado). Si bien estos índices de error no son muy altos, podrían ser mejorados en el futuro mediante la extracción de más características temporales, o bien, mediante la inclusión de análisis en el dominio de la frecuencia.

4.4.7. Análisis de la varianza ANOVA

Para intentar reducir el costo computacional en la fase de entrenamiento de las ANNs, se realiza una comparación entre las medias de las distribuciones de las clases A a H definidas en la Tabla 15 por cada una de las catorce características. Para este propósito se utilizó un análisis de la varianza (ANOVA) de una sola vía para cada velocidad angular de operación Ω_i . A partir de este análisis, se observó que la magnitud de las medias de cada condición difieren una de la otra para cada una de las características consideradas. Sin embargo, este hallazgo no resuelve la pregunta sobre conocer cuáles son las características más descriptivas. Por lo tanto, la magnitud de la varianza normalizada obtenida del análisis ANOVA realizado a los ocho grupos (ocho condiciones de los álaves) para cada característica es mostrada en las Figuras 63(a)-63(e) para cada velocidad de operación Ω_i .

En las Figuras 63(a)-63(e) las métricas con subíndice x y y hacen referencia a las vibraciones frontales y laterales, respectivamente. En estas Figuras se observa que la varianza normalizada máxima corresponde a las características $\bar{x}_x$, $\bar{x}_y$, x_{rms_y} , S_y^2 y $\bar{x}_x$ para las velocidades de operación Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 , Ω_4 y Ω_5 , respectivamente. Por lo tanto, tras un intento por reducir el número de entradas de la ANN de la Figura 61 solo para el caso de PCFs, las catorce características fueron seleccionadas en orden descendente comenzando por la característica dominante, encontrando que: para las velocidades de operación Ω_1 , Ω_4 y Ω_5 la eliminación de tan solo las dos características menos dominantes, produce una disminución de la precisión de la ANN de al menos un punto porcentual, por lo que para estos casos no se eliminó ninguna característica. Por otro lado, para la velocidad angular Ω_2 , las siete características más descriptivas de la Figura 63(b), $\bar{x}_x$, $\bar{x}_y$, x_{rms_x} , skw_y , S_x^2 , x_{rms_y} y C_y fueron utilizadas, mientras que para el HAWT operando a Ω_3 , las nueve características más descriptivas de la Figura 63(c), x_{rms_y} , $\bar{x}_x$, S_y^2 , x_{kurt_y} , X_{py} , skw_y , $\bar{x}_y$, C_y y x_{px} fueron utilizadas. La selección de una cantidad de características inferior a las cantidades mencionadas, produce una disminución en el desempeño del clasificador para estas velocidades de operación (Ω_2 y Ω_3).

Adicionalmente, en las Figuras 63(c)-63(e), se observa que las características extraídas de las vibraciones en la dirección lateral son más descriptivas que las obtenidas de las vibraciones en la dirección frontal. Esto se relaciona directamente con el hecho de que el amortiguamiento estructural de la masa modal de la torre pequeña en la dirección lateral es bajo en comparación con el amortiguamiento estructural relacionado con las vibraciones en la dirección frontal, por lo tanto, debido al incremento de la velocidad angular de los álabes a partir de Ω_3 , Ω_4 y Ω_5 , el efecto de la inestabilidad aeroelástica de la estructura se amplifica, originando un incremento en las amplitudes y energía de vibración.

La Tabla 19 muestra la síntesis del entrenamiento de las ANNs con entradas reducida para el escenario de PCFs para las velocidades de operación Ω_2 y Ω_3 utilizando las siete y nueve características más descriptivas, respectivamente, donde se observa que la precisión se mantiene en comparación con los resultados de la Tabla 18. Este desempeño está sujeto a un aumento pequeño en la cantidad de neuronas utilizadas, mientras que el tiempo de entrenamiento se mantiene aproximadamente igual. Por lo que, para una implementación a futuro, es necesario realizar un balance entre usar una ANN de catorce entradas con una cantidad de neuronas pequeña o usar una ANN con menos entradas pero con mayor cantidad de neuronas para las velocidades de operación Ω_2 y Ω_3 .

Tabla 19: Síntesis del entrenamiento de las ANNs para PCFs utilizando las características más descriptivas.

Ω_i [$\frac{rev}{s}$]	Neuronas	Épo- cas	Tiempo [s]	MSE	Precisión [%]
$\Omega_2 \approx 4.83$	30	22	54.37	0.00174	99.6
$\Omega_3 \approx 6.66$	30	22	61.89	0.00452	98.3

Las Figuras 64(a) y 64(b) respaldan los resultados de la Tabla 19. En ambos casos se obtiene una buena precisión, sin embargo, la Figura 64(b) presenta un índice de confusión ligeramente alto entre las clases C y G (nivel de deflexión dos y nivel de deflexión dos junto con un álabe fisurado). Además, aunque la matriz de confusión de la Figura 64(a) presenta la misma precisión global que la mostrada en la Figura 62(e), los índices de confusión locales son ligeramente más bajos para la mayoría de las clases.

Output Class	A	B	C	D	
A	713 25.0%	4 0.1%	0 0.0%	0 0.0%	99.4% 0.6%
B	1 0.0%	710 24.9%	0 0.0%	0 0.0%	99.9% 0.1%
C	0 0.0%	0 0.0%	714 25.0%	0 0.0%	100% 0.0%
D	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 25.0%	100% 0.0%
	A	B	C	D	
	99.9% 0.1%	99.4% 0.6%	100% 0.0%	100% 0.0%	99.8% 0.2%

(a)

Output Class	A	B	C	D	
A	714 25.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
B	0 0.0%	714 25.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
C	0 0.0%	0 0.0%	714 25.0%	0 0.0%	100% 0.0%
D	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 25.0%	100% 0.0%
	A	B	C	D	
	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%

(b)

Output Class	A	E	F	G	H	
A	712 19.9%	5 0.1%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.3% 0.7%
E	2 0.1%	709 19.9%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.7% 0.3%
F	0 0.0%	0 0.0%	714 20.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
G	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 20.0%	0 0.0%	100% 0.0%
H	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 20.0%	100% 0.0%
	A	E	F	G	H	
	99.7% 0.3%	99.3% 0.7%	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%	99.8% 0.2%

(c)

Output Class	A	E	F	G	H	
A	714 20.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
E	0 0.0%	714 20.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
F	0 0.0%	0 0.0%	714 20.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
G	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 20.0%	0 0.0%	100% 0.0%
H	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 20.0%	100% 0.0%
	A	E	F	G	H	
	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%

(d)

Output Class	A	B	C	D	E	F	G	H	
A	698 12.2%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	2 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.7% 0.3%
B	1 0.0%	714 12.5%	1 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.7% 0.3%
C	1 0.0%	0 0.0%	712 12.5%	0 0.0%	3 0.1%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.4% 0.6%
D	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	713 12.5%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
E	14 0.2%	0 0.0%	1 0.0%	0 0.0%	709 12.4%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	97.9% 2.1%
F	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 12.5%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
G	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	1 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 12.5%	1 0.0%	99.7% 0.3%
H	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	713 12.5%	100% 0.0%
	A	B	C	D	E	F	G	H	
	97.8% 2.2%	100% 0.0%	99.7% 0.3%	99.9% 0.1%	99.3% 0.7%	100% 0.0%	100% 0.0%	99.9% 0.1%	99.6% 0.4%

(e)

Output Class	A	B	C	D	E	F	G	H	
A	714 12.5%	1 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.9% 0.1%
B	0 0.0%	713 12.5%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
C	0 0.0%	0 0.0%	687 12.0%	0 0.0%	0 0.0%	5 0.1%	3 0.1%	0 0.0%	98.8% 1.2%
D	0 0.0%	0 0.0%	5 0.1%	714 12.5%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.3% 0.7%
E	0 0.0%	0 0.0%	1 0.0%	0 0.0%	714 12.5%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	99.9% 0.1%
F	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	714 12.5%	0 0.0%	0 0.0%	100% 0.0%
G	0 0.0%	0 0.0%	1 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	709 12.4%	0 0.0%	99.9% 0.1%
H	0 0.0%	0 0.0%	20 0.4%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	0 0.0%	711 12.4%	97.3% 2.7%
	A	B	C	D	E	F	G	H	
	100% 0.0%	99.9% 0.1%	96.2% 3.8%	100% 0.0%	100% 0.0%	100% 0.0%	99.3% 0.7%	99.6% 0.4%	99.4% 0.6%

(f)

Figura 62: Matrices de confusión para tres casos de fallas cuando el HAWT opera a Ω_2 y Ω_4 . (a) PFs a Ω_2 . (b) PFs a Ω_4 . (c) CFs a Ω_2 . (d) CFs a Ω_4 . (e) PCFs a Ω_2 . (f) PCFs a Ω_4 .

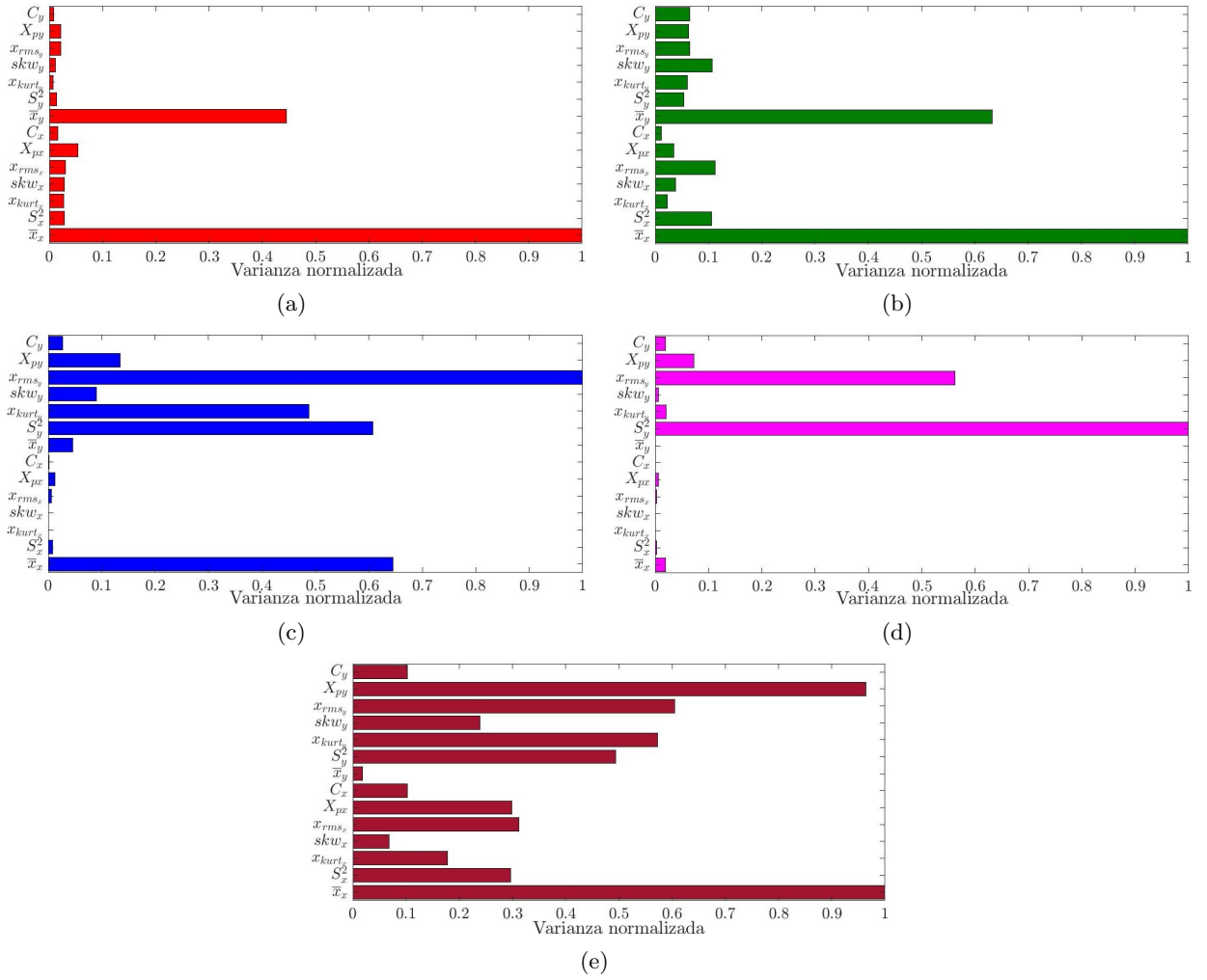


Figura 63: Varianza normalizada obtenida del análisis ANOVA de una sola vía para las métricas estadísticas e impulsivas de cada condición de los álabes. (a) $\Omega_1 \approx 3.58 \frac{rev}{s}$, (b) $\Omega_2 \approx 4.83 \frac{rev}{s}$, (c) $\Omega_3 \approx 6.66 \frac{rev}{s}$, (d) $\Omega_4 \approx 8.08 \frac{rev}{s}$ y (e) $\Omega_5 \approx 10.08 \frac{rev}{s}$.

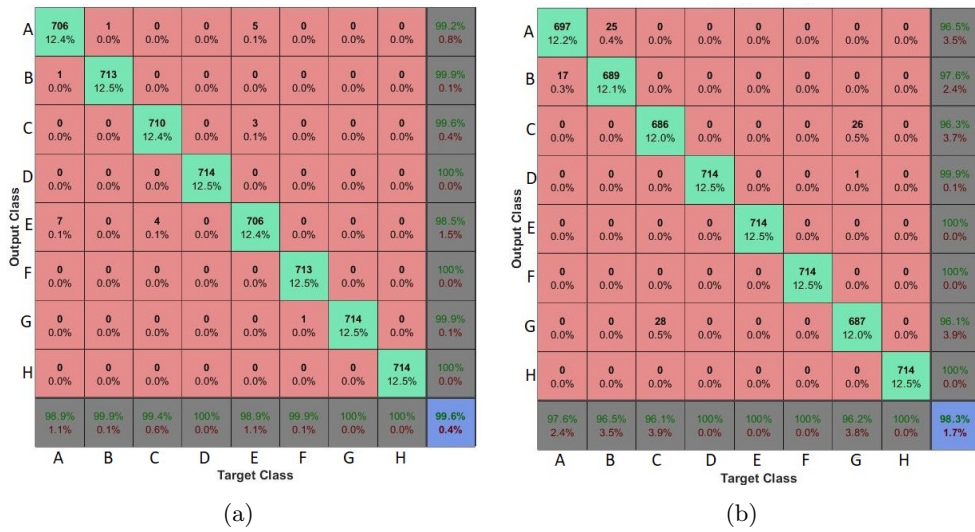


Figura 64: Matrices de confusión para PCFs cuando el HAWT opera a Ω_2 y Ω_3 . (a) Operación a $\Omega_2 \frac{rad}{s}$ utilizando las características $\bar{x}_x$, $\bar{x}_y$, x_{rms_x} , skw_y , S_x^2 , x_{rms_y} y C_y . (b) Operación a $\Omega_4 \frac{rad}{s}$ utilizando las características x_{rms_y} , $\bar{x}_x$, S_y^2 , x_{kurt_y} , X_{py} , skw_y , $\bar{x}_y$, C_y y x_{px} .

5 Análisis de resultados y conclusiones

En este capítulo se realiza un análisis sobre los hallazgos más relevantes obtenidos de esta investigación y los resultados se discuten mediante comparaciones cuantitativas con respecto a información tomada de la literatura. Se toman en cuenta los resultados obtenidos a partir de la EFPT, de la optimización basada en la norma H_2 incluyendo el orden de la derivada fraccionaria de CF, los resultados obtenidos de la clasificación de fallas mediante ANNs y el uso del análisis de la varianza ANOVA con un método de selección de las características más descriptivas.

5.1. Discusión de resultados

En esta investigación se encontraron varios hallazgos que contribuyen a la protección estructural y detección de fallas de los álabes de HAWTs. A partir del análisis de diversos modelos matemáticos de orden clásico, se propusieron las soluciones analíticas para sintonizar dos dispositivos: el DMDVA y el RID-TMD, mismos que superan el desempeño del TMD clásico. Después, mediante la introducción de un operador de orden fraccionario, se analizaron dos nuevos VDVA para superar el rendimiento del TMD en el control de vibraciones laterales de los álabes. Por otro lado, debido a que la dinámica de la góndola actúa como el modo de vibración dominante de la torre y a que contiene información de la dinámica de los álabes, se realizó una metodología basada en procesamiento de señales de vibración en las direcciones frontal y lateral de la góndola, con la finalidad de clasificar fallas de deformación en la dirección frontal de los álabes. De acuerdo con lo anterior, a continuación se discuten los hallazgos más relevantes.

- Se determinaron dos nuevos conjuntos de soluciones analíticas para calcular los parámetros del DMDVA y RID-TMD bajo el criterio de la EFPT, lo cual permitió sintonizar sus frecuencias de vibración con la frecuencia fundamental del álabes. El modelo del álabes-DMDVA (caso D) no había sido investigado, y se encontró que el efecto de sintonización de este dispositivo supera el efecto de sintonización que proporciona el TMD en [12] para controlar vibraciones laterales de un álabes SDOF. Adicionalmente, se encontró que mientras el álabes está en operación, el DMDVA mantiene dos de sus parámetros sintonizados con una relación directamente proporcional a la variación de la eigenfrecuencia natural del álabes, mientras que otro de sus parámetros muestra independencia absoluta de la velocidad angular del rotor. Por otro lado, el RID-TMD (caso B), que ya había sido investigado en el control de vibraciones laterales de los álabes [15], no había sido comparado con respecto al TMD a partir de una técnica de sintonización de frecuencias, como se hizo en esta investigación. En general, tanto el DMDVA como el RID-TMD superan el desempeño del TMD clásico hasta en un 29.14 %.
- A partir de los resultados del párrafo anterior, se propusieron dos nuevos VDVA que involucran un parámetro físico menos que el DMDVA y el RID-TMD, pero que introducen el orden derivativo α como un grado de libertad adicional en el problema de optimización basado en la norma H_2 . Estos dispositivos son llamados IFDVA-C2 y DMFDVA, e incluyen

un amortiguador con comportamiento viscoelástico descrito a través de la derivada fraccionaria de Caputo–Fabrizio. Se encontró que tanto el IFDVA-C2 como el DMFDVA superan contundentemente el rendimiento dinámico proporcionado por el TMD clásico para controlar vibraciones laterales de los álabes. Adicionalmente, se estableció un intervalo de α $0.4 < \alpha < 0.88$ en el cuál estos VDVA mantienen una capacidad de mitigación de vibración superior a la del TMD. Este hallazgo es novedoso porque actualmente no se han desarrollado investigaciones sobre control pasivo de vibraciones en los álabes considerando amortiguadores viscoelásticos. Aunque por otro lado, el buen desempeño del IFDVA-C2 y del DMFDVA se debe a la conexión en serie de un amortiguador viscoelástico con un elemento inercial secundario.

- Los parámetros óptimos para los nuevos VDVA son proporcionados bajo un criterio de optimización basado en la norma H_2 . Adicionalmente, un tercer dispositivo conocido como VTMD (la generalización del TMD clásico) también fue investigado. Sin embargo, aunque no se encontró que el VTMD mejore significativamente el desempeño del TMD, se calcularon soluciones analíticas para calcular sus parámetros y el orden derivativo óptimos mientras la varianza de desplazamiento del álabe sin rotación se minimiza. Este hallazgo podría ser útil después de realizar pruebas experimentales para álabes estacionados o en una etapa de mantenimiento.
- EL TMD clásico es superado por el IFDVA-C2 y por el DMFDVA, proporcionando reducciones de la varianza de desplazamiento del álabe del 13.277 % al 13.389 % y del 12.89 % al 13.09 %, respectivamente.
- Aunque en este análisis se utilizaron los parámetros del HAWT de NREL [26]. El problema de optimización formulado tanto para el caso de orden clásico como fraccionario también puede aplicarse a álabes con otras propiedades estructurales. Adicionalmente, ocurre lo mismo con las soluciones analíticas propuestas en las ecuaciones (112), (124), (114) y (125).
- Comparado con el IFDVA-C2 y el VTMD, el DMFDVA es probablemente el sistemas más viable para utilizar en un análisis experimental futuro ya que presenta la ventaja de no requerir la adición de un inersor y producir un rendimiento aproximadamente igual al del IFDVA-C2 con la misma relación de masa física. En lugar de eso, sólo requiere la adición de una masa física pequeña, que en la práctica podría ser más simple de implementar que un inersor con un nivel de inercia pequeño.
- En el análisis experimental, los niveles de deformación propuestos no habían sido investigados en la literatura a partir del modelo de la viga Euler-Bernoulli. De hecho, en [128] se incluye una falla tipo deflexión en la dirección frontal, mientras que en [39], los autores investigaron el proceso de colapso estructural de un álabe de 52.3m realizando pruebas de flexión en la dirección frontal. No obstante, estos casos de falla no se indujeron a partir de un modelo matemático, ni tampoco se realizaron análisis de deformación pequeños. Esto significa que el análisis realizado proporciona una base sobre la cuál se pueden hacer relaciones entre álabes de diferentes longitudes para dimensionar los cambios en la respuesta de vibración de la góndola en comparación con la dinámica del sistema cuando los álabes se encuentran en estado sano.
- Se incluyó un método para monitorear la velocidad angular, considerando cuatro escenarios de PFs y tres de CFs, basados en una fisura y diferentes grados de deformación de los álabes. Adicionalmente, los siete casos de falla fueron analizados en un intervalo amplio de velocidades angulares Ω . Demostrando que la clasificación de estos escenarios de falla no se ve fuertemente afectada por la velocidad angular de operación.
- A partir del entrenamiento de quince ANNs se encontraron índices de precisión de clasificación del 98.7 % al 100 %, del 99.8 % al 100 % y del 98.3 % al 99.6 % para los casos de PFs, CFs y PCFs, respectivamente. Esto significa que para estos niveles de deformación las métricas

estadísticas utilizadas proporcionan información suficiente para identificar el estado del álabe con falla. Sin embargo, ya que los índices de precisión más bajos corresponden al caso de PCFs, se observa que podrían mejorarse mediante la implementación de técnicas en el dominio de la frecuencia.

- Debido a que el escenario de PCFs son el más complejo y real, se realizó un análisis ANOVA de una sola vía sobre este caso para seleccionar las características más descriptivas y reducir el costo computacional del entrenamiento de la ANN. Este análisis reveló que para todas las velocidades de operación excepto para Ω_4 , la media $\bar{x}$ en la dirección frontal, figura como una de las métricas más descriptivas. Mientras que, la media $\bar{x}$ en la dirección lateral es una de las métricas más descriptivas excepto para la velocidad de operación Ω_5 .
- A partir de la segunda velocidad de operación Ω_2 , las siete primeras métricas más descriptivas pertenecen a las señales de vibración lateral. Debido a que la energía y amplitudes de las señales en esta dirección se amplifican debido al efecto de inestabilidad aeroelástica de la estructura del HAWT, generando cambios significativos en métricas como x_{rms} , x_p y S^2 .
- Para las velocidades Ω_1 , Ω_4 y Ω_5 la ANN no pudo ser reducida mediante el análisis ANOVA, debido a que: eliminar al menos dos de las características menos significativas reducía al menos en dos puntos porcentuales la precisión de la ANN. Por otro lado, para las velocidades Ω_2 y Ω_3 , las entradas de la ANN se redujeron a las siete y nueve características más descriptivas, respectivamente. Obteniendo la misma precisión que proporciona la ANN entrenada con las catorce características. Sin embargo, si el HAWT opera en todo el intervalo de velocidades angulares proporcionado, no es conveniente eliminar ninguna característica.

En términos generales, esta discusión conduce a que la hipótesis planteada se verifica, debido a que fue posible reducir las vibraciones laterales de los álabes mediante dispositivos de amortiguamiento basados en modelado de orden fraccionario. Esto hecho impacta directamente en la reducción de la fatiga del álabe, ya que la disminución de las vibraciones reduce la aparición de posibles deformaciones en su estructura. Finalmente, para prevenir el colapso del álabe debido a fallas en la dirección frontal, la implementación de técnicas de monitoreo prematuro de deformación podría ser más redituable que el uso de sistemas de amortiguamiento.

5.2. Alcances y limitaciones de resultados

Después de hacer un análisis de los resultados obtenidos se observan los siguientes alcances y limitaciones.

Alcances

Los alcances más notorios de esta investigación fueron los siguientes:

- Las ecuaciones (148), (150), (157) y (158) son nuevos modelos matemáticos de orden clásico y fraccionario, los cuáles fueron validados teóricamente mediante comparaciones con [12,14,15].
- Se considero más de un nivel de deformación en la dirección frontal de los álabes, los cuáles han sido analizados con un monitoreo continuo de la velocidad del viento y del rotor.

Limitaciones

Los parámetros estructurales del HAWT de 400 W perteneciente al ITESI no están disponibles, por lo que no fue posible hacer la validación de un modelo teórico con el experimental. Inicialmente, se pretendía unir el análisis teórico con el experimental como se explica en los siguientes tres pasos:

1. Realizar la validación del modelo álabes-góndola de orden entero definido en la ecuación (231) en la Sección de trabajo futuro, con respecto al modelo experimental que se utilizó en la Sección 4.4.
2. Mediante la verificación del paso anterior, realizar de nuevo la validación introduciendo un álabe con falla. Esta falla puede emularse en el modelo teórico variando la rigidez modal del álabe. Es necesario mencionar que en este paso y en el anterior se abre una brecha de oportunidad para introducir un operador fraccionario y lograr obtener una respuesta dinámica de la góndola de alta fidelidad con respecto a la respuesta experimental.
3. Una vez que se validaron los modelos de los dos pasos anteriores, es posible utilizar el modelo teórico introduciendo uno de los amortiguadores que se analizaron en esta investigación en los álabes o góndola, y evaluar su desempeño tanto en el caso de un aerogenerador con álabes sanos y de álabes con falla.

Cabe mencionar, que la no disponibilidad de los parámetros de la turbina del HAWT perteneciente al ITESI, no fue una limitante determinante, ya que los parámetros hubieran podido ser estimados mediante identificación. Sin embargo, esto hubiera incrementado significativamente el tiempo de validación de modelos, desfazando aún más la unificación del análisis teórico y experimental.

Finalmente, los primeros dos pasos de la limitación mencionada fueron abordados parcialmente, primero: mediante la adquisición de la respuesta estructural del HAWT experimental en el escenario de álabes sanos y con falla, y después, en la Sección de trabajo futuro, mediante la simulación de un modelo teórico que considera el acoplamiento de álabes y góndola.

5.3. Conclusiones

Para contribuir en la protección estructural de álabes de aerogeneradores, se analizaron tres DVAs dentro de su estructura involucrando derivadas enteras: el RIT-TMD, DMDVA y TMD. Después se investigaron alternativas de control de vibración de modo que la inclusión de un operador fraccionario fuera útil en la reducción de vibración. A partir de aquí, se utilizó el VTMD y dos nuevos VDVA. A través de la ecuación de Euler-Lagrange se obtuvo un modelo dinámico para cada VDVA acoplado en un álabe SDOF, mismos que fueron generalizados introduciendo la FD de Caputo-Fabrizio manteniendo la consistencia física a través de una constante dimensional σ que describe la componente de tiempo fraccionaria correspondiente a cada orden α . Los parámetros de los tres VDVA y el orden α fueron optimizados a través de la minimización de la varianza de desplazamiento de la respuesta en frecuencia al cuadrado del álabe utilizando la definición de la norma $H2$. Tales parámetros fueron calculados considerando el álabe estacionado y en operación a su velocidad nominal posicionando los VDVA en dos localizaciones distintas.

Se encontraron reducciones de la varianza de desplazamiento del álabe del 0.71 % al 2.53 %, del 13.277 % al 13.389 % y del 12.89 % al 13.09 % cuando el VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA son utilizados en lugar del TMD. Después, el problema de optimización fue solucionado nuevamente manteniendo fijo el orden α para el álabe operando a su velocidad nominal y localizando los VDVA a 45m con una relación de masa del 3 %, encontrando que tanto el IFDVA-C2 y DMFDVA son capaces de superar el rendimiento del TMD en $0.4 \leq \alpha \leq 0.88$, mientras que para $\alpha > 0.9$ requieren niveles altos de inercia y de amortiguamiento, respectivamente. Bajo estas observaciones, se concluyó que el buen desempeño del IFDVA-C2 y del DMFDVA en $0.4 \leq \alpha \leq 0.88$ se debe a la interacción simultánea entre el amortiguador viscoelástico y el inersor conectados en serie y a la conexión en serie del amortiguador viscoelástico con la masa m_B , respectivamente. Los modelos dinámicos fraccionarios fueron solucionados numéricamente mediante Matlab a partir de la función de transferencia de cada sistema considerando $f_0(t)$ constante, hecho que se interpretó como la media de una señal de fuerza aerodinámica. A partir de esta solución numérica, se encontró que los VDVA investigados mejoran significativamente la respuesta estructural $q(t)$ del álabe comparado con el álabe conectado con el TMD.

Continuando con la fase experimental, los procesos de deformación del álabe y de monitoreo de la velocidad angular de un HAWT de 400W se explican detalladamente. La técnica proporcionada para monitorear la velocidad angular es de gran utilidad para evaluar el efecto de las fallas en los álabes en las vibraciones de la góndola en un amplio intervalo de Ω . Después, en el procesamiento de las señales adquiridas, se utilizaron un total de 34 ventanas de un segundo con 12000 muestras en la etapa de operación en estado aproximadamente estacionario. Se extrajeron cuatro métricas estadísticas y tres métricas impulsivas para las señales de vibración en ambas direcciones. En este análisis se encontró que para todas las velocidades de operación excepto para ω_4 , la media aritmética en la dirección frontal es una métrica fundamental para discriminar los escenarios con falla del caso sano. Después, mediante diagramas de dispersión las regiones delimitadas entre una y otra condición fueron analizadas utilizando la variación de S^2 , x_{kurt} , skw y x_{rms} con respecto a $\bar{x}$ para ambas direcciones de las señales de vibración, revelando que para Ω_2 y Ω_3 las métricas en la dirección frontal delimitan contundentemente las regiones formadas por cada condición.

Se utilizó una ANN perceptrón de dos capas para discriminar una condición de otra. Considerando PFs, CFs y PCFs con 4, 5 y 8 clases, respectivamente. Precisiones del 98.7 % al 100 %, del 99.8 % al 100 % y del 98.3 % al 99.6 % fueron presentadas por el clasificador para los escenarios del PFs, CFs y PCFs, respectivamente. En el escenario de PFs, el mayor índice de confusión (aunque es pequeño) se encuentra entre la clase A y B para casi todas las velocidades de operación, debido a que el primer nivel de deflexión está basado en la curva de deformación más cercana al eje recto del álabe sano. Por otro lado, el desempeño más alto de la ANN se obtiene para las CFs, debido a que

la adición de la falla de fisura genera cambios significativos con respecto a las PFs. Mientras que, para las PCFs el índice de precisión de la ANN presenta una ligera disminución con respecto a las CFs y PFs. En general, para condiciones de operación adversas, las vibraciones laterales contienen información más significativa para discriminar fallas de deformación en los álabes. A futuro, niveles de deformación más pequeños entre el eje recto del álabe y la curva del primer nivel de deformación podrían ser investigados para detectar anticipadamente el inicio de deformación del álabe. Por otro lado, los índices de precisión más bajos podrían ser mejorados mediante análisis de características en el dominio de la frecuencia. Finalmente, esta metodología podría ser implementada para monitoreo de condiciones en línea mediante hardware, proporcionando una herramienta tecnológica para discriminar niveles de deformación de álabes en la dirección frontal.

Trabajo futuro

En esta Sección se resumen los trabajos futuros que derivan directamente de los resultados de esta investigación. Asimismo, se proponen análisis novedosos que podrían contribuir en la validación de modelos y en el análisis de fallas de los álabes.

1. Las soluciones analíticas de sintonización determinadas para los dispositivos RID-TMD y DMDVA (casos B y D) podrían ser evaluadas en un modelo de HAWT con más acoplamientos, por ejemplo, un modelo de cuatro grados de libertad que incluya desplazamientos laterales en los tres álabes y en la góndola. Esto permitiría incrementar la fiabilidad de las soluciones analíticas, demostrando su utilidad considerando modelos más sofisticados.
2. A partir de la variación de la relación de masa, velocidad angular del rotor y la localización de los dispositivos, se propone realizar un análisis de sensibilidad paramétrica tanto para los casos B y D como para los casos basados en el operador fraccionario de Caputo–Fabrizio, el VTMD, el IFDVA-C2 y el DMFDVA. Particularmente, en los casos de orden fraccionario se podría incluir el orden de derivada, lo que permitiría indentificar cuál o cuales son los parámetros más sensibles ante la variación del orden, permitiendo establecer regiones más específicas en donde los VDVA se desempeñan bien.
3. Para fortalecer el análisis en el dominio del tiempo, los modelos basados en el VTMD, el IFDVA-C2 y el DMFDVA podrían ser evaluados utilizando como señal de entrada una carga aerodinámica estocástica. Para realizar estas simulaciones, sería imposible el uso de funciones de transferencia, por lo tanto, el uso riguroso de métodos numéricos como el de Adams Bashforth-Moulton se volvería necesario. Además, esto permitiría que los dispositivos propuestos también fueran evaluados mediante el operador de Liouville–Caputo.
4. De acuerdo con los análisis teóricos, el IFDVA-C2 y DMFDVA podrían ser dispositivos viables para dar inicio a un análisis experimental, aunque no necesariamente se acoplen dentro de un álabe. Para este propósito, pero no estrictamente necesario, podrían calcularse constantes de resorte y de amortiguamiento que aproximen o produzcan el mismo rendimiento dinámico que estos dispositivos producen ante la inclusión del orden de la derivada. En la Figura 65, se ilustran tres redes mecánicas que podrían emular el comportamiento del amortiguador viscoelástico del IFDVA-C2. De es este modo, se tendría una referencia más clara para visualizar como debería estar conformado el amortiguador viscoelástico o bien, tener una idea de cuáles serían los materiales posibles que podrían proporcionar ese comportamiento.
5. El análisis en el dominio de la frecuencia podría ser de utilidad para evaluar si las características en el dominio del tiempo son más o menos descriptivas que las características frecuenciales. Este análisis podría realizarse mediante la FFT o la STFT.

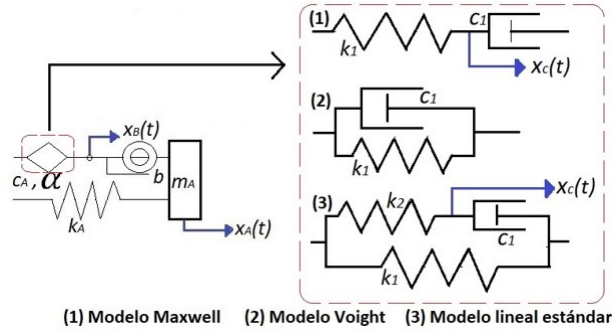


Figura 65: Configuración del IFDVA-C2 y tres redes mecánicas que podrían aproximar su comportamiento.

6. La puesta en marcha del HAWT de 400 W se realizó mediante una monitorización de la velocidad angular del rotor manteniendola aproximadamente estable. Sin embargo, este experimento podría ser realizado variando la velocidad angular Ω en un intervalo pequeño, por ejemplo $120rpm < \Omega < 130rpm$. Esto dificultaría aún más la clasificación de las fallas, ya que se obtendrían señales de vibración altamente no estacionarias. Sin embargo, permitiría introducir técnicas más robustas como la EMD, la HT o la WT para extraer características que proporcionen un clasificador con un índice de precisión alto.
7. La clasificación de las fallas investigadas se realizó mediante ANNs. Sin embargo, se recomienda realizar un estudio comparativo que involucre al menos dos clasificadores más para evaluar cuál proporciona un mayor índice de precisión ante este tipo de fallas.
8. Para detectar el estado de falla inicial del álabes, se propone realizar un nuevo experimento en el que se induzcan fallas de deformación en la dirección frontal con un grado de severidad menor al del primer nivel de deformación que se consideró en esta investigación. Esto tendría un doble propósito, ya que también abriría la posibilidad de introducir otros métodos de extracción de características más robustos, que incluso podrían incluir el uso de transformadas integrales de orden fraccionario.

A continuación se proponen dos trabajos futuros en donde existe la posibilidad de incluir un operador de orden fraccionario para efectos de validación de modelo. El primer caso, parte del modelo de orden entero del caso A definido en la Sección 4.1.1, mientras que el segundo, parte de un modelo con cuatro coordenadas generalizadas que describen la dinámica frontal de la góndola y la punta de los álabes.

Caso A involucrando el operador de Liouville–Caputo

El sistema del caso A (álabes SDOF) definido en la Sección 4.1.1 fue utilizado como una referencia para evaluar la capacidad de mitigación de vibración de los dispositivos de orden clásico y fraccionario. Sin embargo, este modelo podría ser evaluado introduciendo la derivada de orden fraccionario de Liouville–Caputo o Caputo–Fabrizio, debido a que estos operadores describen eficientemente la dinámica de sistemas vibratorios. Aquí se plantea un análisis teórico que podría ser evaluado rigurosamente en un nuevo trabajo de investigación, destacando la importancia de realizar una comparación con un modelo experimental.

El modelo dinámico de orden entero del caso A fue definido en la Sección 4.1.1 en la ecuación (67) como se muestra a continuación,

$$\ddot{q} + 2\omega_0\zeta_0\dot{q} + (1 - l^2)\omega_0^2q = \frac{1}{m_0}f_0(t),$$

introduciendo la derivada fraccionaria de Liouville–Caputo en la ecuación (67) se reemplazan las

derivadas $\ddot{q}(t)$ y $\dot{q}(t)$ por ${}_0^C D_t^{2\gamma} q(t)$ y ${}_0^C D_t^\gamma \dot{q}(t)$, respectivamente.

$$\frac{1}{\sigma^{2(1-\gamma)}} {}_0^C D_t^{2\gamma} q(t) + 2\omega_0 \zeta_0 \frac{1}{\sigma^{1-\gamma}} {}_0^C D_t^\gamma q(t) + (1-l^2)\omega_0^2 q = \frac{1}{m_0} f_0(t), \quad (218)$$

donde $0 < \gamma < 1$.

Notesé que al igual que en los modelos utilizados en esta investigación, se introdujo la constante σ para mantener la consistencia dimensional para cualquier orden γ [53]. En este caso, σ se define en la ecuación (219) como una constante de tiempo en función de los parámetros del sistema y del orden γ ,

$$\sigma = \frac{\gamma}{\omega_0 \sqrt{1-l^2-\zeta_0^2}}. \quad (219)$$

Multiplicando la ecuación (218) por $\sigma^{2(1-\gamma)}$ se obtiene:

$${}_0^C D_t^{2\gamma} q(t) + \phi {}_0^C D_t^\gamma q(t) + \varphi^2 q(t) = \frac{\varphi^2 f_0(t)}{(1-l^2)m_0\omega_0^2}, \quad (220)$$

$$0 < \gamma < 1,$$

donde $\phi = 2\zeta_0\omega_0\sigma^{1-\gamma}$ y $\varphi^2 = (1-l^2)\omega_0^2\sigma^{2(1-\gamma)}$. Después, aplicando la definición de la Transformada de Laplace para el operador de Liouville-Caputo en la ecuación (220), se obtiene:

$$s^{2\gamma}Q(s) - s^{2\gamma-1}q(0) - s^{2\gamma-2}\dot{q}(0) + \phi[s^\gamma Q(s) - s^{\gamma-1}q(0)] + \varphi^2 Q(s) = \frac{\varphi^2}{(1-l^2)m_0\omega_0^2}F_0(s),$$

utilizando condiciones iniciales nulas y despejando $Q(s)$

$$Q(s) = \frac{\varphi^2}{(1-l^2)m_0\omega_0^2} \frac{1}{s^{2\gamma} + \phi s^\gamma + \varphi^2} F_0(s),$$

aplicando la transformada inversa de Laplace

$$q(t) = \frac{\varphi^2}{(1-l^2)m_0\omega_0^2} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^{2\gamma} + \phi s^\gamma + \varphi^2} F_0(s) \right\}. \quad (221)$$

Para calcular la transformada inversa de Laplace de la ecuación (221) se utiliza el teorema de convolución, cuya definición es:

$$g(t) * f(t) = \int_0^t g(\tau)f(t-\tau)d\tau \quad (222)$$

y su transformada de Laplace es el producto de las transformadas de cada una de las funciones, es decir:

$$\mathcal{L}\{g(t) * f(t)\}(s) = G(s)F(s). \quad (223)$$

Por lo tanto, haciendo que $F(s) = F_0(s)$, que $G(s) = \frac{1}{s^{2\gamma} + \phi s^\gamma + \varphi^2}$ y utilizando la ecuación (223), el problema se reduce a calcular la transformada inversa de Laplace de $F(s)$ y $G(s)$ como se muestra en las ecuaciones (224) y (225).

$$f(t) = f_0(t), \quad (224)$$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^{2\gamma} + \phi s^\gamma + \varphi^2} \right\}. \quad (225)$$

Para calcular la transformada inversa de la ecuación (225) se utiliza la siguiente definición (226):

$$\mathcal{L}\{t^{b-1}E_{(a_1, a_2), b}(-A_1 t^{a_1}, -A_2 t^{a_2})\}(s) = \frac{s^{-b}}{1 + A_1 s^{-a_1} + A_2 s^{-a_2}}, \quad (226)$$

multiplicando el numerador y denominador de la ecuación (225) por $s^{-2\gamma}$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^{-2\gamma}}{1 + \phi s^{-\gamma} + \varphi^2 s^{-2\gamma}} \right\}, \quad (227)$$

relacionando las ecuaciones (226) con (227) se encuentra que $b = 2\gamma$, $A_1 = \phi$, $a_1 = \gamma$, $A_2 = \varphi^2$ y $a_2 = 2\gamma$. Por lo tanto, la función $g(t)$ se define en la ecuación (228):

$$g(t) = t^{2\gamma-1} E_{(\gamma, 2\gamma), 2\gamma}(-\phi t^\gamma, -\varphi^2 t^{2\gamma}). \quad (228)$$

Sustituyendo las ecuaciones (224) y (228) en la ecuación (222), se obtiene la convolución de las funciones $f(t)$ y $g(t)$,

$$\int_0^t t^{2\gamma-1} E_{(\gamma, 2\gamma), 2\gamma}(-\phi t^\gamma, -\varphi^2 t^{2\gamma}) f_0(t - \tau) d\tau,$$

entonces, a partir de la ecuación (221), se obtiene la respuesta estructural $q(t)$ como se observa en la ecuación (229)

$$q(t) = \frac{\varphi^2}{(1 - l^2)m_0\omega_0^2} \int_0^t t^{2\gamma-1} E_{(\gamma, 2\gamma), 2\gamma}(-\phi t^\gamma, -\varphi^2 t^{2\gamma}) f_0(t - \tau) d\tau. \quad (229)$$

Para el caso particular en que la fuerza $f_0(t)$ es constante de magnitud f_0 , la solución analítica de la ecuación (220) se define en (230),

$$q(t) = \frac{\varphi^2 f_0}{(1 - l^2)m_0\omega_0^2} t^{2\gamma} E_{(\gamma, 2\gamma), 1+2\gamma}(-\phi t^\gamma, -\varphi^2 t^{2\gamma}). \quad (230)$$

A partir de la ecuación (230), en las Figuras 66(a) y 66(b) se obtiene la respuesta $q(t)$ utilizando diferentes ordenes de derivada γ , los parámetros del álabes de NREL [26] y excitación tipo escalón seleccionada arbitrariamente. En las Figuras 66(a) y 66(b) se observan atenuaciones de la respuesta estructural $q(t)$ conforme el orden γ disminuye, este fenómeno ocurre debido a que existe pérdida de energía mecánica mientras el álabes vibra en la dirección lateral. Normalmente, este comportamiento está asociado con la existencia de viscoelasticidad, por lo que en un análisis experimental, el amortiguamiento y rigidez modal ζ_0 y k_0 podrían tener ligeras variaciones durante la operación del álabes. De acuerdo con estas observaciones, la constante de tiempo σ y los parámetros m_0 , k_0 , ζ_0 y Ω , deberían variar en función del orden γ . Por lo tanto, mediante un análisis experimental o la formulación de un problema de optimización, estos parámetros podrían ser ajustados de modo que sea posible proponer un orden que describa la dinámica real de este sistema.

Propuesta de validación de un modelo dinámico álabes-góndola

Debido a la no disponibilidad de los parámetros estructurales del modelo de la turbina pequeña de 400 W, para fines de validación, se propone hacer una identificación paramétrica de un modelo que involucra ocho variables de estado desarrollado en [25], que considera los desplazamientos de la góndola y los tres álabes en la dirección frontal. Después de estimar los parámetros, a partir del operador de Caputo o Caputo-Fabrizio se podría calcular el orden derivativo α que describa la dinámica real de este sistema. Como un análisis inicial, se simula el modelo de orden clásico descrito, el cual necesita los parámetros estructurales reales de la turbina que se utilizó como análisis experimental en la Sección 4.4.

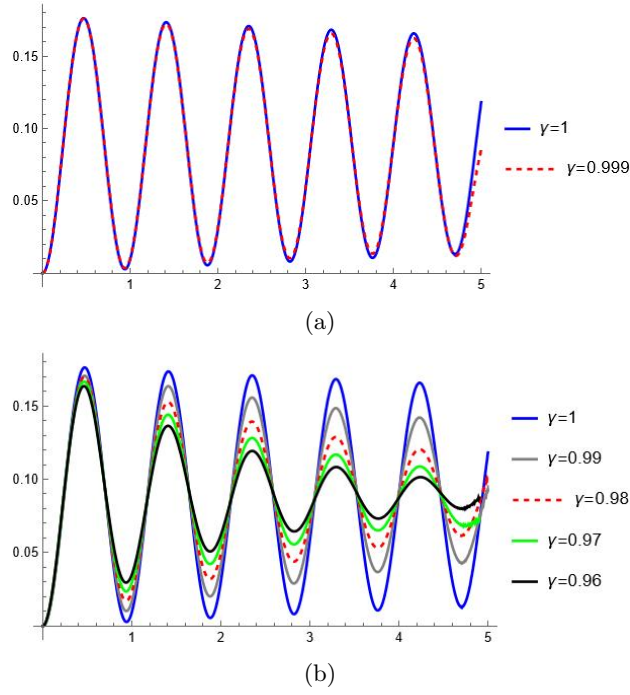


Figura 66: Respuesta dinámica $q(t)$ del caso A fraccionario utilizando la derivada de LC con los parámetros $m_0 = 1354\text{kg}$, $\Omega = 1.27\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\zeta_0 = 0.005$, $\omega_0 = 7.19\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y fuerza aerodinámica tipo escalón de $f_0 = 5366\text{N}$. Eje horizontal [s]. Eje vertical [m].

La Figura 67, muestra las cuatro coordenadas de este modelo, el cuál se desarrolla de acuerdo con la formulación presentada en [9]. A partir de la Figura 5(a) se puede notar que la Figura 67 es una simplificación del modelo de 13-DOF. Donde M_0 representa la masa total de la góndola junto con la de la torre, cuya dinámica se describe mediante la coordenada $q_7(t)$. Mientras que la dinámica de los álabes se describe con las coordenadas $q_1(t)$, $q_2(t)$ y $q_3(t)$.

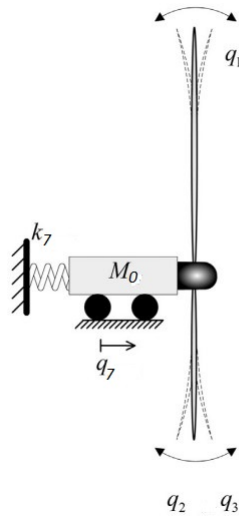


Figura 67: Sistema de 4-DOF con álabes y góndola acoplados desplazándose fuera del plano del rotor (Figura editada de [25]).

Considerando desplazamientos relativos de la punta de los álabes con respecto a la góndola y

utilizando la ecuación de Euler–Lagrange se obtiene el modelo de la ecuación (231).

$$\begin{pmatrix} m_{0f} & 0 & 0 & m_{2f} \\ 0 & m_{0f} & 0 & m_{2f} \\ 0 & 0 & m_{0f} & m_{2f} \\ m_{2f} & m_{2f} & m_{2f} & M_0 + 3m_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{0f} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{0f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{0f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_7 \end{pmatrix} + \dots \quad (231)$$

$$\begin{pmatrix} k_{0f} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{0f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{0f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \\ f_7(t) \end{pmatrix},$$

donde k_7 , c_7 , k_{0f} , c_{0f} son la rigidez flexionante modal de la torre, el amortiguamiento modal de la torre, la rigidez flexionante modal de los álabes y el amortiguamiento modal de los álabes en la dirección frontal, respectivamente. Mientras que m_t , m_{0f} y m_{2f} se definen en la ecuación (232), donde $\phi_f(x_3)$ es la curva de formas modales de los álabes en la dirección frontal.

$$\begin{cases} m_t = \int_0^L \mu(x_3) dx_3 \\ m_{0f} = \int_0^L \mu(x_3) \phi_f(x_3)^2 dx_3 \\ m_{2f} = \int_0^L \mu(x_3) \phi_f(x_3) dx_3 \end{cases} \quad (232)$$

Definiendo los parámetros de la ecuación (231) en forma adimensional

$$\mu_1 = \frac{m_{2f}}{m_{0f}}, \mu_2 = \frac{m_t}{M_0}, \mu_3 = \frac{m_{2f}}{M_0}, \zeta_{0f} = \frac{c_{0f}}{2m_{0f}\omega_{0f}}, \zeta_7 = \frac{c_7}{2M_0\omega_7}. \quad (233)$$

Escribiendo la ecuación (231) en espacio de estados utilizando las variables: $q_1 = x_{f1}$, $\dot{q}_1 = x_{f2}$, $q_2 = x_{f3}$, $\dot{q}_2 = x_{f4}$, $q_3 = x_{f5}$ y $\dot{q}_3 = x_{f6}$, $q_7 = x_{f7}$ y $\dot{q}_7 = x_{f8}$ se obtiene la ecuación (234),

$$\dot{\mathbf{X}}_f = \mathbf{A}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{B}_f(t), \quad (234)$$

$$\mathbf{Y}_f = \mathbf{C}_f \mathbf{X}_f, \quad (235)$$

donde $\mathbf{X}_f^T = (x_{f1} \ x_{f2} \ x_{f3} \ x_{f4} \ x_{f5} \ x_{f6} \ x_{f7} \ x_{f8})$, $\mathbf{Y}_f^T = (q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_7)$,

$$\mathbf{A}_f = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_3 & s_4 & \frac{\mu_1}{A}\omega_7^2 & 2\frac{\mu_1}{A}\zeta_7\omega_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_3 & s_4 & s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & \frac{\mu_1}{A}\omega_7^2 & 2\frac{\mu_1}{A}\zeta_7\omega_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_3 & s_4 & s_3 & s_4 & s_1 & s_2 & \frac{\mu_1}{A}\omega_7^2 & 2\frac{\mu_1}{A}\zeta_7\omega_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\mu_3}{A}\omega_{0f}^2 & 2\frac{\mu_3}{A}\zeta_{0f}\omega_{0f} & \frac{\mu_3}{A}\omega_{0f}^2 & 2\frac{\mu_3}{A}\zeta_{0f}\omega_{0f} & \frac{\mu_3}{A}\omega_{0f}^2 & 2\frac{\mu_3}{A}\zeta_{0f}\omega_{0f} & -\frac{\omega_7^2}{A} & -\frac{2}{A}\zeta_7\omega_7 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_f(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{Am_{0f}} [(A + \mu_1\mu_3)f_1(t) + \mu_1\mu_3(f_2(t) + f_3(t)) - \mu_3f_7(t)] \\ 0 \\ \frac{1}{Am_{0f}} [(A + \mu_1\mu_3)f_2(t) + \mu_1\mu_3(f_1(t) + f_3(t)) - \mu_3f_7(t)] \\ 0 \\ \frac{1}{Am_{0f}} [(A + \mu_1\mu_3)f_3(t) + \mu_1\mu_3(f_1(t) + f_2(t)) - \mu_3f_7(t)] \\ 0 \\ \frac{1}{AM_0} [f_7(t) - \mu_1(f_1(t) + f_2(t) + f_3(t))] \end{pmatrix} \text{ y}$$

$$\mathbf{C}_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Donde: $s_1 = -\left(1 + \frac{\mu_1\mu_3}{A}\right)\omega_{0f}^2$, $s_2 = -2\left(1 + \frac{\mu_1\mu_3}{A}\right)\zeta_{0f}\omega_{0f}$, $s_3 = -\frac{\mu_1\mu_3}{A}\omega_{0f}^2$, $s_4 = -2\frac{\mu_1\mu_3}{A}\zeta_{0f}\omega_{0f}$ y $A = 1 + 3\mu_2 - 3\mu_1\mu_3$.

La ecuación (234) se soluciona numericamente utilizando el método iterativo de Euler con un paso de $\delta = 10^{-3}$. Para tal fin, se utilizan los parámetros reportados en [26,79], condiciones iniciales nulas y las fuerzas aerodinámicas $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ y $f_7(t)$ generadas en las Figuras 41(b) y 41(c). Mientras tanto, para calcular los parámetros inerciales de la ecuación (231), se obtuvo una función de masa por unidad de longitud aproximada utilizando los datos del álabe del HAWT de NREL reportados en [26] como se observa en la ecuación (236).

$$\mu(x_3) = -3.8301 \times 10^{-9}x_3^8 + 9.7804 \times 10^{-7}x_3^7 - 0.00010224x_3^6 + 0.0056109x_3^5 \dots \quad (236)$$

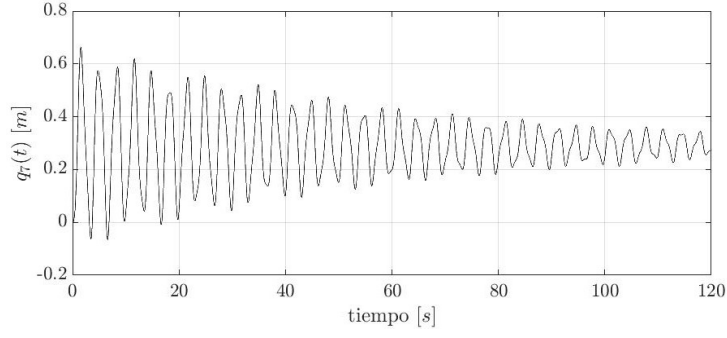
$$-0.17164x_3^4 + 2.8346x_3^3 - 21.474x_3^2 + 22.525x_3 + 714.83.$$

Sustituyendo la ecuación (236) y la forma modal $\phi_f(x_3)$ definida en la ecuación (198) en la ecuación (232), se determinan los parámetros m_{0f} y m_{2f} . La masa m_t y M_0 son iguales a $17740kg$ y $587460kg$, respectivamente, donde M_0 considera la masa de la torre junto con la de la góndola. Los factores de amortiguamiento c_{0f} y c_7 definidos en (233), están relacionados con el factor de amortiguamiento modal del álabe y de la torre y toman el valor de $\zeta_{0f} = 0.0048$ y $\zeta_7 = 0.01$, respectivamente. Mientras que las frecuencias naturales del primer modo de vibración tanto para los álabes como para la torre son $\omega_{0f} = 2\pi(0.6767)rad/s$ y $\omega_7 = 2\pi(0.324)rad/s$, respectivamente [79]. Utilizando estos parámetros se obtienen las simulaciones de las Figuras 68(a)-68(b).

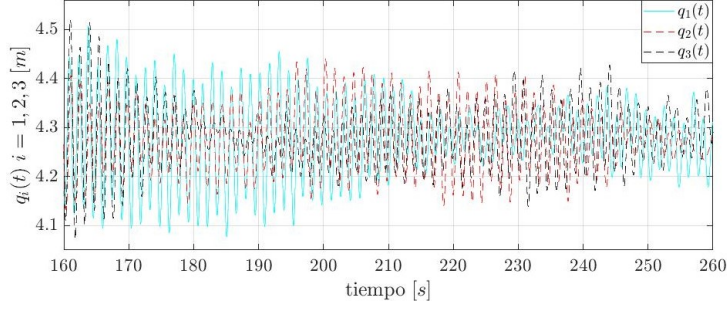
Debido a que los tres álabes tienen la misma geometría y propiedades estructurales, su dinámica es la misma tanto en la dirección de x_1 como de x_2 . Por lo tanto, es posible reducir el modelo matemático de 4-DOF en uno de 2-DOF, que solo considera el acoplamiento entre la góndola y un solo álabe. Utilizando de nuevo la formulación de Euler-Lagrange, el modelo simplificado se obtiene en la ecuación (237),

$$\begin{pmatrix} m_{0f} & m_{2f} \\ m_{2f} & M_0 + m_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{0f} & 0 \\ 0 & c_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{0f} & 0 \\ 0 & k_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_7(t) \end{pmatrix}. \quad (237)$$

El modelo definido en la ecuación (237) se simuló en las Figuras 69(a) y 69(b) utilizando los mismos parámetros, condiciones iniciales y señales de excitación que en el modelo de la ecuación (231). La similitud entre la respuesta de ambos modelos tanto para la coordenada $q_7(t)$ como para $q_1(t)$ mostrada en las Figuras 69(a) y 69(b), permite tomar como referencia el modelo simplificado de 2-DOF, reduciendo la complejidad de simulación numérica al introducir operadores fraccionarios. Por lo tanto, para este trabajo futuro, se propone utilizar el modelo de la ecuación (237).

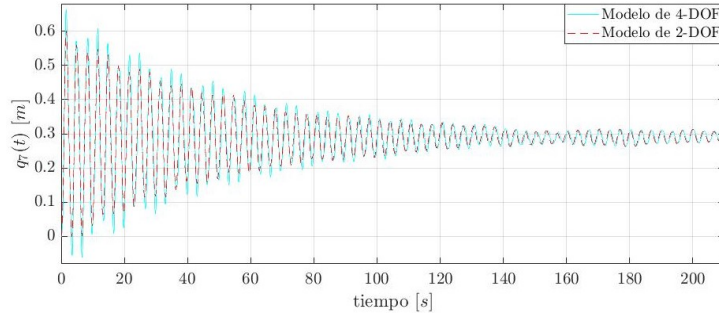


(a)

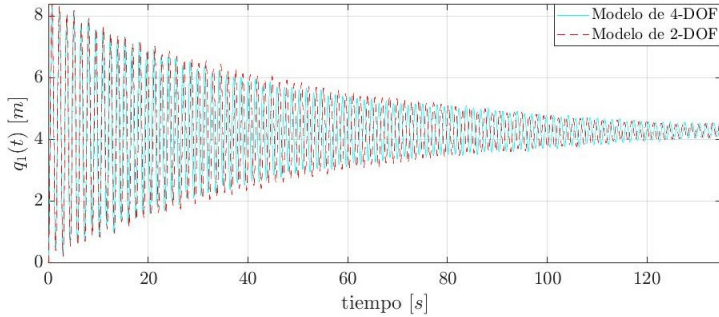


(b)

Figura 68: Respuesta $q_T(t)$ y $q_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) utilizando los parámetros de masa estimados $m_{0f} = 1110.12$ y $m_{2f} = 2306.17$ y del HAWT de NREL [26]. (a) Respuesta de la torre-góndola. (b) Desplazamiento relativo de la punta de los álabes con respecto a la góndola $q_i(t)$ después de 160 segundos.



(a)



(b)

Figura 69: Respuesta dinámica del sistema góndola-álabes con las coordenadas $q_T(t)$ y $q_1(t)$ a partir de los modelos de 4 y 2 grados de libertad, utilizando los parámetros de masa estimados $m_{0f} = 1110.12$ y $m_{2f} = 2306.17$ y del HAWT de NREL [26]. (a) Respuesta de la torre-góndola. (b) Desplazamiento relativo de la punta del primer álabes con respecto a la góndola.

Bibliografía

- [1] Toshihiko Asami, Yoshito Mizukawa, and Tomohiko Ise. Optimal design of double-mass dynamic vibration absorbers minimizing the mobility transfer function. *Journal of Vibration and Acoustics*, 140(6), 2018.
- [2] Yinlong Hu and Michael ZQ Chen. Performance evaluation for inerter-based dynamic vibration absorbers. *International Journal of Mechanical Sciences*, 99:297–307, 2015.
- [3] Jun Dai, Zhao-Dong Xu, and Pan-Pan Gai. Dynamic analysis of viscoelastic tuned mass damper system under harmonic excitation. *Journal of Vibration and Control*, 25(11):1768–1779, 2019.
- [4] Giorgio Barone, M Di Paola, F Lo Iacono, and Giacomo Navarra. Viscoelastic bearings with fractional constitutive law for fractional tuned mass dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 344:18–27, 2015.
- [5] Jun Dai, Zhao-Dong Xu, Pan-Pan Gai, and Hong-Wei Li. Effect of frequency dependence of large mass ratio viscoelastic tuned mass damper on seismic performance of structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 130:105998, 2020.
- [6] A Batou and S Adhikari. Optimal parameters of viscoelastic tuned-mass dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 445:17–28, 2019.
- [7] Abdelnasser Abouhnik and Alhussein Albarbar. Wind turbine blades condition assessment based on vibration measurements and the level of an empirically decomposed feature. *Energy Conversion and Management*, 64:606–613, 2012.
- [8] Peng Qian, Xiandong Ma, and Dahai Zhang. Estimating health condition of the wind turbine drivetrain system. *Energies*, 10(10):1583, 2017.
- [9] Zili Zhang. Passive and active vibration control of renewable energy structures. 2015.
- [10] Zili Zhang, Jie Li, Søren RK Nielsen, and Biswajit Basu. Mitigation of edgewise vibrations in wind turbine blades by means of roller dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 333(21):5283–5298, 2014.
- [11] Biswajit Basu, Zili Zhang, and Søren RK Nielsen. Damping of edgewise vibration in wind turbine blades by means of circular liquid dampers. *Wind Energy*, 19(2):213–226, 2016.
- [12] Zili Zhang. Optimal tuning of the tuned mass damper (tmd) for rotating wind turbine blades. *Engineering Structures*, 207:110209, 2020.
- [13] Zili Zhang, Biswajit Basu, and Søren RK Nielsen. Tuned liquid column dampers for mitigation of edgewise vibrations in rotating wind turbine blades. *Structural Control and Health Monitoring*, 22(3):500–517, 2015.
- [14] Zili Zhang and Breiffni Fitzgerald. Tuned mass-damper-inerter (tmd) for suppressing edgewise vibrations of wind turbine blades. *Engineering Structures*, 221:110928, 2020.

- [15] Zili Zhang and Tobias Greve Larsen. Optimal calibration of the rotational inertia double tuned mass damper (ridtmd) for rotating wind turbine blades. *Journal of Sound and Vibration*, 493:115827, 2021.
- [16] V Jahangiri, C Sun, and H Babaei. Application of a new two dimensional nonlinear tuned mass damper in bi-directional vibration mitigation of wind turbine blades. *Engineering Structures*, 302:117371, 2024.
- [17] John Arrigan, Vikram Pakrashi, Biswajit Basu, and Satish Nagarajaiah. Control of flapwise vibrations in wind turbine blades using semi-active tuned mass dampers. *Structural Control and Health Monitoring*, 18(8):840–851, 2011.
- [18] R Uma Maheswari and R Umamaheswari. Trends in non-stationary signal processing techniques applied to vibration analysis of wind turbine drive train—a contemporary survey. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 85:296–311, 2017.
- [19] Wei Teng, Xian Ding, Xiaolong Zhang, Yibing Liu, and Zhiyong Ma. Multi-fault detection and failure analysis of wind turbine gearbox using complex wavelet transform. *Renewable Energy*, 93:591–598, 2016.
- [20] Sharaf Eddine Kramti, Jaouher BEN Ali, I Eric Bechhoefer, Karim Takrouni, Abdelghani Darghouthi, and Mounir Sayadi. Diagnosis of mechanical failures in wind turbine generator using spectral analysis. In *2020 11th International Renewable Energy Congress (IREC)*, pages 1–6. IEEE, 2020.
- [21] Xueli An, Dongxiang Jiang, Shaohua Li, and Minghao Zhao. Application of the ensemble empirical mode decomposition and hilbert transform to pedestal looseness study of direct-drive wind turbine. *Energy*, 36(9):5508–5520, 2011.
- [22] Morten H Hansen. Aeroelastic instability problems for wind turbines. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, 10(6):551–577, 2007.
- [23] Jui-Sheng Chou and Wan-Ting Tu. Failure analysis and risk management of a collapsed large wind turbine tower. *Engineering Failure Analysis*, 18(1):295–313, 2011.
- [24] A Staino, B Basu, and Søren RK Nielsen. Actuator control of edgewise vibrations in wind turbine blades. *Journal of Sound and Vibration*, 331(6):1233–1256, 2012.
- [25] Breiffni Fitzgerald and Biswajit Basu. Structural control of wind turbines with soil structure interaction included. *Engineering Structures*, 111:131–151, 2016.
- [26] Jason Jonkman, Sandy Butterfield, Walter Musial, and George Scott. Definition of a 5-mw reference wind turbine for offshore system development. Technical report, National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States), 2009.
- [27] M Harte, B Basu, and Søren RK Nielsen. Dynamic analysis of wind turbines including soil-structure interaction. *Engineering Structures*, 45:509–518, 2012.
- [28] K Thomsen, J Thirstrup Petersen, E Nim, S Øye, and B Petersen. A method for determination of damping for edgewise blade vibrations. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, 3(4):233–246, 2000.
- [29] Anders Ahlström. Influence of wind turbine flexibility on loads and power production. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, 9(3):237–249, 2006.

- [30] Flemming Rasmussen, Morten Hartvig Hansen, Kenneth Thomsen, Torben Juul Larsen, Franck Bertagnolio, Jeppe Johansen, Helge Aagaard Madsen, Christian Bak, and Anders Melchior Hansen. Present status of aeroelasticity of wind turbines. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, 6(3):213–228, 2003.
- [31] Zili Zhang, Søren RK Nielsen, Biswajit Basu, and Jie Li. Nonlinear modeling of tuned liquid dampers (tlds) in rotating wind turbine blades for damping edgewise vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 59:252–269, 2015.
- [32] J Tenreiro Machado, Virginia Kiryakova, and Francesco Mainardi. Recent history of fractional calculus. *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, 16(3):1140–1153, 2011.
- [33] Cristina I Muresan, Eva H Dulf, and Ovidiu Prodan. A fractional order controller for seismic mitigation of structures equipped with viscoelastic mass dampers. *Journal of Vibration and Control*, 22(8):1980–1992, 2016.
- [34] Martin D Ulriksen, Dmitri Tcherniak, Poul H Kirkegaard, and Lars Damkilde. Operational modal analysis and wavelet transformation for damage identification in wind turbine blades. *Structural Health Monitoring*, 15(4):381–388, 2016.
- [35] A Joshuva and V Sugumaran. A comparative study of bayes classifiers for blade fault diagnosis in wind turbines through vibration signals. *Structural Durability & Health Monitoring*, 11(1):69, 2017.
- [36] A Joshuva and V Sugumaran. A lazy learning approach for condition monitoring of wind turbine blade using vibration signals and histogram features. *Measurement*, 152:107295, 2020.
- [37] Erik R Jørgensen, Kaj Kvisgaard Borum, Malcolm McGugan, CL Thomsen, CP Debel, Bent F Sørensen, et al. Full scale testing of wind turbine blade to failure-flapwise loading. 2004.
- [38] Jinshui Yang, Chaoyi Peng, Jiayu Xiao, Jingcheng Zeng, and Yun Yuan. Application of videometric technique to deformation measurement for large-scale composite wind turbine blade. *Applied Energy*, 98:292–300, 2012.
- [39] Xiao Chen, Xiaolu Zhao, and Jianzhong Xu. Revisiting the structural collapse of a 52.3 m composite wind turbine blade in a full-scale bending test. *Wind Energy*, 20(6):1111–1127, 2017.
- [40] Mark Z Jacobson, Mark A Delucchi, Zack AF Bauer, Savannah C Goodman, William E Chapman, Mary A Cameron, Cedric Bozonnat, Liat Chobadi, Hailey A Clonts, Peter Enevoldsen, et al. 100 % clean and renewable wind, water, and sunlight all-sector energy roadmaps for 139 countries of the world. *Joule*, 1(1):108–121, 2017.
- [41] Kefu Liu and Gianmarc Coppola. Optimal design of damped dynamic vibration absorber for damped primary systems. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 34(1):119–135, 2010.
- [42] Yongjun Shen, Haibo Peng, Xianghong Li, and Shaopu Yang. Analytically optimal parameters of dynamic vibration absorber with negative stiffness. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 85:193–203, 2017.
- [43] Eduardo Barredo, Andrés Blanco, Jorge Colín, Victor M Penagos, Arturo Abúndez, Luis Gerardo Vela, Virgilio Meza, Roller H Cruz, and Jan Mayén. Closed-form solutions for the optimal design of inerter-based dynamic vibration absorbers. *International Journal of Mechanical Sciences*, 144:41–53, 2018.

- [44] Steen Krenk. Frequency analysis of the tuned mass damper. 2005.
- [45] J Ormondroyd. The theory of the dynamic vibration absorber. *Trans., ASME, Applied Mechanics*, 50:9–22, 1928.
- [46] Feng Xie and Aly-Mousaad Aly. Structural control and vibration issues in wind turbines: A review. *Engineering Structures*, 210:110087, 2020.
- [47] Eduardo Barredo, JG Mendoza Larios, Jorge Colín, Jan Mayén, AA Flores-Hernández, and M Arias-Montiel. A novel high-performance passive non-traditional inerter-based dynamic vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*, 485:115583, 2020.
- [48] Malcolm C Smith. Synthesis of mechanical networks: the inerter. *IEEE Transactions on automatic control*, 47(10):1648–1662, 2002.
- [49] Toshihiko Asami, Osamu Nishihara, and Amr M Baz. Analytical solutions to h infinite and h 2 optimization of dynamic vibration absorbers attached to damped linear systems. *J. Vib. Acoust.*, 124(2):284–295, 2002.
- [50] Saptarshi Sarkar and Breiffni Fitzgerald. Vibration control of spar-type floating offshore wind turbine towers using a tuned mass-damper-inerter. *Structural Control and Health Monitoring*, 27(1):e2471, 2020.
- [51] Zili Zhang and Christian Høeg. Inerter-enhanced tuned mass damper for vibration damping of floating offshore wind turbines. *Ocean Engineering*, 223:108663, 2021.
- [52] John C Doyle, Bruce A Francis, and Allen R Tannenbaum. *Feedback control theory*. Courier Corporation, 2013.
- [53] JF Gómez-Aguilar, JJ Rosales-García, JJ Bernal-Alvarado, T Córdova-Fraga, and R Guzmán-Cabrera. Fractional mechanical oscillators. *Revista mexicana de física*, 58(4):348–352, 2012.
- [54] José Francisco Gómez-Aguilar, Huitzilín Yépez-Martínez, Celia Calderón-Ramón, Ines Cruz-Orduña, Ricardo Fabricio Escobar-Jiménez, and Victor Hugo Olivares-Peregrino. Modeling of a mass-spring-damper system by fractional derivatives with and without a singular kernel. *Entropy*, 17(9):6289–6303, 2015.
- [55] S Saha Ray, S Sahoo, and Shantanu Das. Formulation and solutions of fractional continuously variable order mass-spring-damper systems controlled by viscoelastic and viscous-viscoelastic dampers. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(5):1687814016646505, 2016.
- [56] JE Escalante-Martínez, JF Gómez-Aguilar, C Calderon-Ramon, LJ Morales-Mendoza, I Cruz-Orduña, and JR Laguna-Camacho. Experimental evaluation of viscous damping coefficient in the fractional underdamped oscillator. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(4):1687814016643068, 2016.
- [57] A Coronel-Escamilla, JF Gómez-Aguilar, MG López-López, VM Alvarado-Martínez, and GV Guerrero-Ramírez. Triple pendulum model involving fractional derivatives with different kernels. *Chaos, Solitons & Fractals*, 91:248–261, 2016.
- [58] Jayme Vaz Jr and Edmundo Capelas de Oliveira. On the fractional kelvin-voigt oscillator. *Mathematics in Engineering*, 4(1):NA–NA, 2021.
- [59] Mehdi Dalir and Majid Bashour. Applications of fractional calculus. *Applied Mathematical Sciences*, 4(21):1021–1032, 2010.
- [60] Ricardo Enrique Gutierrez, João Maurício Rosário, and José Tenreiro Machado. Fractional order calculus: basic concepts and engineering applications. *Mathematical problems in engineering*, 2010, 2010.

- [61] Michele Caputo and Mauro Fabrizio. A new definition of fractional derivative without singular kernel. *Progress in Fractional Differentiation & Applications*, 1(2):73–85, 2015.
- [62] Hans J Haubold, Arak M Mathai, and Ram K Saxena. Mittag-leffler functions and their applications. *Journal of applied mathematics*, 2011(1):298628, 2011.
- [63] JE Palomares-Ruiz, M Rodriguez-Madrigal, JG Castro Lugo, and AA Rodriguez-Soto. Fractional viscoelastic models applied to biomechanical constitutive equations. *Revista mexicana de física*, 61(4):261–267, 2015.
- [64] Mohammad Amirian Matlob and Yousef Jamali. The concepts and applications of fractional order differential calculus in modeling of viscoelastic systems: A primer. *Critical Reviews™ in Biomedical Engineering*, 47(4), 2019.
- [65] Finn Rüdinger. Tuned mass damper with fractional derivative damping. *Engineering Structures*, 28(13):1774–1779, 2006.
- [66] Giorgio Barone, Francesco Lo Iacono, and Giacomo Navarra. Dynamic characterization of fractional oscillators for fractional tuned mass dampers tuning. In *ICFDA'14 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications 2014*, pages 1–5. IEEE, 2014.
- [67] Giorgio Barone, Lo Iacono, and G Navarra. Passive control of fractional viscoelastic structures by fractional tuned mass dampers. *CSM7*, 2014.
- [68] Alberto Di Matteo, F Lo Iacono, Giacomo Navarra, and Antonina Pirrotta. Innovative modeling of tuned liquid column damper motion. *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, 23(1-3):229–244, 2015.
- [69] Wai On Wong, RP Fan, and F Cheng. Design optimization of a viscoelastic dynamic vibration absorber using a modified fixed-points theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 143(2):1064–1075, 2018.
- [70] M Dolores Esteban, J Javier Diez, Jose S López, and Vicente Negro. Why offshore wind energy? *Renewable energy*, 36(2):444–450, 2011.
- [71] Lucy Y Pao and Kathryn E Johnson. A tutorial on the dynamics and control of wind turbines and wind farms. In *2009 American Control Conference*, pages 2076–2089. IEEE, 2009.
- [72] Marc Seidel. Substructures for offshore wind turbines-current trends and developments. *Festschrift Peter Schaumann*, pages 363–368, 2014.
- [73] Arash Hemmati, Erkan Oterkus, and Mahdi Khorasanchi. Vibration suppression of offshore wind turbine foundations using tuned liquid column dampers and tuned mass dampers. *Ocean Engineering*, 172:286–295, 2019.
- [74] A Abdelkader, AM Aly, M Rezaee, GT Bitsuamlak, and MH El Naggat. On the evaluation of wind loads for wind turbines’ foundation design: Experimental and numerical investigations. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 26(9):e1362, 2017.
- [75] Yinlong Hu and Michael ZQ Chen. Passive structural control with inerters for a floating offshore wind turbine. In *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 9266–9271. IEEE, 2017.
- [76] Matthew A Lackner and Mario A Rotea. Passive structural control of offshore wind turbines. *Wind energy*, 14(3):373–388, 2011.

- [77] PJ Murtagh, A Ghosh, B Basu, and BM Broderick. Passive control of wind turbine vibrations including blade/tower interaction and rotationally sampled turbulence. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, 11(4):305–317, 2008.
- [78] Van-Nguyen Dinh and Biswajit Basu. Passive control of floating offshore wind turbine nacelle and spar vibrations by multiple tuned mass dampers. *Structural Control and Health Monitoring*, 22(1):152–176, 2015.
- [79] Breiffni Fitzgerald and Biswajit Basu. Structural control of wind turbines with soil structure interaction included. *Engineering Structures*, 111:131–151, 2016.
- [80] Paweł Martynowicz. Vibration control of wind turbine tower-nacelle model with magnetorheological tuned vibration absorber. *Journal of Vibration and Control*, 23(20):3468–3489, 2017.
- [81] Mark L Brodersen, Ann-Sofie Bjørke, and Jan Høgsberg. Active tuned mass damper for damping of offshore wind turbine vibrations. *Wind Energy*, 20(5):783–796, 2017.
- [82] Bin Zhao, Hui Gao, Zixin Wang, and Zheng Lu. Shaking table test on vibration control effects of a monopile offshore wind turbine with a tuned mass damper. *Wind energy*, 21(12):1309–1328, 2018.
- [83] Jiao He, Xin Jin, SY Xie, Le Cao, Yifan Lin, and Ning Wang. Multi-body dynamics modeling and tmd optimization based on the improved afsa for floating wind turbines. *Renewable Energy*, 141:305–321, 2019.
- [84] Haoran Zuo, Kaiming Bi, and Hong Hao. Using multiple tuned mass dampers to control offshore wind turbine vibrations under multiple hazards. *Engineering Structures*, 141:303–315, 2017.
- [85] Wenhua Wang, Xin Li, Haisheng Zhao, Bin Wang, and Ying Li. Vibration control of a pentapod offshore wind turbine under combined seismic wind and wave loads using multiple tuned mass damper. *Applied Ocean Research*, 103:102254, 2020.
- [86] Da Chen, Shanshan Huang, Chenggeng Huang, Ruiwen Liu, and Feng Ouyang. Passive control of jacket-type offshore wind turbine vibrations by single and multiple tuned mass dampers. *Marine Structures*, 77:102938, 2021.
- [87] Breiffni Fitzgerald, Biswajit Basu, and Søren RK Nielsen. Active tuned mass dampers for control of in-plane vibrations of wind turbine blades. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(12):1377–1396, 2013.
- [88] Breiffni Fitzgerald, James McAuliffe, Shubham Baisthakur, and Saptarshi Sarkar. Enhancing the reliability of floating offshore wind turbine towers subjected to misaligned wind-wave loading using tuned mass damper inerters (TMDIs). *Renewable Energy*, 211:522–538, 2023.
- [89] Said Elias and Michael Beer. Vibration control and energy harvesting of offshore wind turbines installed with TMDI under dynamical loading. *Engineering Structures*, 315:118459, 2024.
- [90] Yinlong Hu, Jianing Wang, Michael ZQ Chen, Zhihua Li, and Yonghui Sun. Load mitigation for a barge-type floating offshore wind turbine via inerter-based passive structural control. *Engineering Structures*, 177:198–209, 2018.
- [91] Gino Bertolucci Colherinhas, Francesco Petrini, Marcus Vinícius Girao de Moraes, and Franco Bontempi. Optimal design of passive-adaptive pendulum tuned mass damper for the global vibration control of offshore wind turbines. *Wind Energy*, 24(6):573–595, 2021.

- [92] C Sun and VJMS Jahangiri. Bi-directional vibration control of offshore wind turbines using a 3d pendulum tuned mass damper. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 105:338–360, 2018.
- [93] V Jahangiri, C Sun, and F Kong. Study on a 3d pounding pendulum tmd for mitigating bi-directional vibration of offshore wind turbines. *Engineering Structures*, 241:112383, 2021.
- [94] V Jahangiri and Chen Sun. Three-dimensional vibration control of offshore floating wind turbines using multiple tuned mass dampers. *Ocean Engineering*, 206:107196, 2020.
- [95] Zili Zhang, Andrea Staino, Biswajit Basu, and Søren RK Nielsen. Performance evaluation of full-scale tuned liquid dampers (tlds) for vibration control of large wind turbines using real-time hybrid testing. *Engineering Structures*, 126:417–431, 2016.
- [96] Shane Colwell and Biswajit Basu. Tuned liquid column dampers in offshore wind turbines for structural control. *Engineering Structures*, 31(2):358–368, 2009.
- [97] Saptarshi Sarkar and Arunasis Chakraborty. Development of semi-active vibration control strategy for horizontal axis wind turbine tower using multiple magneto-rheological tuned liquid column dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 457:15–36, 2019.
- [98] Flemming Rasmussen, Morten Hartvig Hansen, Kenneth Thomsen, Torben Juul Larsen, Franck Bertagnolio, Jeppe Johansen, Helge Aagaard Madsen, Christian Bak, and Anders Melchior Hansen. Present status of aeroelasticity of wind turbines. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, 6(3):213–228, 2003.
- [99] ZL Zhang and Søren RK Nielsen. Edgewise vibration control of wind turbine blades using roller and liquid dampers. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 524, page 012037. IOP Publishing, 2014.
- [100] Fausto Pedro García Márquez, Andrew Mark Tobias, Jesús María Pinar Pérez, and Mayorkinos Papaeflias. Condition monitoring of wind turbines: Techniques and methods. *Renewable energy*, 46:169–178, 2012.
- [101] Wei Qiao and Dingguo Lu. A survey on wind turbine condition monitoring and fault diagnosis—part ii: Signals and signal processing methods. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(10):6546–6557, 2015.
- [102] Roshan Kumar, Mohamed Ismail, Wei Zhao, Mohammad Noori, Arvind R Yadav, Shengbo Chen, Vikash Singh, Wael A Altabey, Ahmad IH Silik, Gaurav Kumar, et al. Damage detection of wind turbine system based on signal processing approach: A critical review. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 23(2):561–580, 2021.
- [103] Zhipeng Feng, Xiaowang Chen, and Ming Liang. Iterative generalized synchrosqueezing transform for fault diagnosis of wind turbine planetary gearbox under nonstationary conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 52:360–375, 2015.
- [104] I Antoniadou, G Manson, WJ Staszewski, T Barszcz, and K Worden. A time–frequency analysis approach for condition monitoring of a wind turbine gearbox under varying load conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 64:188–216, 2015.
- [105] Jinglong Chen, Jun Pan, Zipeng Li, Yanyang Zi, and Xuefeng Chen. Generator bearing fault diagnosis for wind turbine via empirical wavelet transform using measured vibration signals. *Renewable Energy*, 89:80–92, 2016.

- [106] Tomasz Barszcz and Robert B Randall. Application of spectral kurtosis for detection of a tooth crack in the planetary gear of a wind turbine. *Mechanical systems and signal processing*, 23(4):1352–1365, 2009.
- [107] Wenxian Yang, PJ Tavner, and Michael Wilkinson. Condition monitoring and fault diagnosis of a wind turbine with a synchronous generator using wavelet transforms. 2008.
- [108] Raed Ibrahim and Simon Watson. Advanced algorithms for wind turbine condition monitoring and fault diagnosis. 2016.
- [109] Lars CT Overgaard, Erik Lund, and Ole Thybo Thomsen. Structural collapse of a wind turbine blade. part a: Static test and equivalent single layered models. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 41(2):257–270, 2010.
- [110] Shafiqur Rehman, M Alam, and Luai M Alhems. A review of wind-turbine structural stability, failure and alleviation. *Proceedings of the Advances in Civil, Environmental, & Materials Research (ACEM18) Songdo Convensia, Incheon, Korea*, pages 27–31, 2018.
- [111] Yanzhen Guo, Liangfeng Yu, Xiuting Wei, Weisheng Liu, Xuemei Huang, et al. Structural collapse characteristics of a 48.8 m wind turbine blade under ultimate bending loading. *Engineering Failure Analysis*, 106:104150, 2019.
- [112] Mar Alonso-Martinez, José M Adam, Felipe P Alvarez-Rabanal, and Juan J del Coz Díaz. Wind turbine tower collapse due to flange failure: Fem and doe analyses. *Engineering Failure Analysis*, 104:932–949, 2019.
- [113] Xiao Chen, Wei Zhao, Xiao Lu Zhao, and Jian Zhong Xu. Failure test and finite element simulation of a large wind turbine composite blade under static loading. *Energies*, 7(4):2274–2297, 2014.
- [114] Anindya Ghoshal, Mannur J Sundaresan, Mark J Schulz, and P Frank Pai. Structural health monitoring techniques for wind turbine blades. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 85(3):309–324, 2000.
- [115] Ying Du, Shengxi Zhou, Xingjian Jing, Yeping Peng, Hongkun Wu, and Ngaiming Kwok. Damage detection techniques for wind turbine blades: A review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 141:106445, 2020.
- [116] Chin-Shun Tsai, Shyh-Jier Huang, and Cheng-Tao Hsieh. Inspection enhancement of wind turbine blades using novel signal-processing approaches. In *2009 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*, pages 1–7. IEEE, 2009.
- [117] Breiffni Fitzgerald, John Arrigan, and Biswajit Basu. Damage detection in wind turbine blades using time-frequency analysis of vibration signals. In *The 2010 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, pages 1–5. IEEE, 2010.
- [118] Chin-Shun Tsai, Cheng-Tao Hsieh, and Shyh-Jier Huang. Enhancement of damage-detection of wind turbine blades via cwt-based approaches. *IEEE Transactions on energy conversion*, 21(3):776–781, 2006.
- [119] Sharaf Eddine Kramti, Jaouher Ben Ali, Eric Bechhoefer, Karim Takrouni, Abdelghani Darghouthi, and Mounir Sayadi. Toward an online strategy for mechanical failures diagnostics inside the wind turbine generators based on spectral analysis. *Wind Engineering*, 45(4):782–792, 2021.
- [120] Fangji Wu and Liangsheng Qu. An improved method for restraining the end effect in empirical mode decomposition and its applications to the fault diagnosis of large rotating machinery. *Journal of Sound and Vibration*, 314(3-5):586–602, 2008.

- [121] Boualem Merainani, Djamel Benazzouz, and Chemseddine Rahmoune. Early detection of tooth crack damage in gearbox using empirical wavelet transform combined by hilbert transform. *Journal of Vibration and Control*, 23(10):1623–1634, 2017.
- [122] F Combet and L Gelman. Optimal filtering of gear signals for early damage detection based on the spectral kurtosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(3):652–668, 2009.
- [123] Jiesi Luo, Dejie Yu, and Ming Liang. Application of multi-scale chirplet path pursuit and fractional fourier transform for gear fault detection in speed up and speed-down processes. *Journal of sound and vibration*, 331(22):4971–4986, 2012.
- [124] A Gómez González and SD Fassois. A supervised vibration-based statistical methodology for damage detection under varying environmental conditions & its laboratory assessment with a scale wind turbine blade. *Journal of Sound and Vibration*, 366:484–500, 2016.
- [125] A Joshuva and V Sugumaran. Wind turbine blade fault diagnosis using vibration signals through decision tree algorithm. *Indian Journal of Science and Technology*, 9(48):1–7, 2016.
- [126] A Joshuva and V Sugumaran. A data driven approach for condition monitoring of wind turbine blade using vibration signals through best-first tree algorithm and functional trees algorithm: A comparative study. *ISA transactions*, 67:160–172, 2017.
- [127] Lukasz Dolinski and Marek Krawczuk. Analysis of modal parameters using a statistical approach for condition monitoring of the wind turbine blade. *Applied Sciences*, 10(17):5878, 2020.
- [128] A Joshuva, R Sathish Kumar, S Sivakumar, G Deenadayalan, and R Vishnuvardhan. An insight on vmd for diagnosing wind turbine blade faults using c4. 5 as feature selection and discriminating through multilayer perceptron. *Alexandria Engineering Journal*, 59(5):3863–3879, 2020.
- [129] Angel H Rangel-Rodriguez, David Granados-Lieberman, Juan P Amezquita-Sanchez, Maximiliano Bueno-Lopez, and Martin Valtierra-Rodriguez. Analysis of vibration signals based on machine learning for crack detection in a low-power wind turbine. *Entropy*, 25(8):1188, 2023.
- [130] Xuefang Xu, Zijian Qiao, and Yaguo Lei. Repetitive transient extraction for machinery fault diagnosis using multiscale fractional order entropy infogram. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 103:312–326, 2018.
- [131] Mark D Ardema. *Analytical dynamics: theory and applications*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [132] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson educación, 2003.
- [133] Kai Diethelm. The analysis of fractional differential equations: An application-oriented exposition using operators of caputo type. *Lecture Notes in Mathematics*, 2004.
- [134] William T Cochran, James W Cooley, David L Favin, Howard D Helms, Reginald A Kaenel, William W Lang, George C Maling, David E Nelson, Charles M Rader, and Peter D Welch. What is the fast fourier transform? *Proceedings of the IEEE*, 55(10):1664–1674, 1967.
- [135] Dimitris G Manolakis and Vinay K Ingle. *Applied digital signal processing: theory and practice*. Cambridge university press, 2011.
- [136] SR Qin and YM Zhong. Research on the unified mathematical model for ft, stft and wt and its applications. *Mechanical systems and signal processing*, 18(6):1335–1347, 2004.

- [137] Henry K Kwok and Douglas L Jones. Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time fourier transform. *IEEE transactions on signal processing*, 48(10):2964–2972, 2000.
- [138] Ruqiang Yan, Robert X Gao, and Xuefeng Chen. Wavelets for fault diagnosis of rotary machines: A review with applications. *Signal processing*, 96:1–15, 2014.
- [139] Thomas Oberlin, Sylvain Meignen, and Valérie Perrier. The fourier-based synchrosqueezing transform. In *2014 IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing (ICASSP)*, pages 315–319. IEEE, 2014.
- [140] Roberto H Herrera, Jiajun Han, and Mirko van der Baan. Applications of the synchrosqueezing transform in seismic time-frequency analysis. *Geophysics*, 79(3):V55–V64, 2014.
- [141] Michael Feldman. Hilbert transform in vibration analysis. *Mechanical systems and signal processing*, 25(3):735–802, 2011.
- [142] Lokenath Debnath and Dambaru Bhatta. *Integral transforms and their applications*. Chapman and Hall/CRC, 2016.
- [143] Dennis Gabor. Theory of communication. part 1: The analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-part III: radio and communication engineering*, 93(26):429–441, 1946.
- [144] Norden E Huang, Zheng Shen, Steven R Long, Manli C Wu, Hsing H Shih, Quanan Zheng, Nai-Chyuan Yen, Chi Chao Tung, and Henry H Liu. The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, 454(1971):903–995, 1998.
- [145] Zhaohua Wu and Norden E Huang. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. *Advances in adaptive data analysis*, 1(01):1–41, 2009.
- [146] Yaguo Lei, Jing Lin, Zhengjia He, and Ming J Zuo. A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery. *Mechanical systems and signal processing*, 35(1-2):108–126, 2013.
- [147] Junsheng Cheng, Dejie Yu, Jiashi Tang, and Yu Yang. Local rub-impact fault diagnosis of the rotor systems based on emd. *Mechanism and Machine Theory*, 44(4):784–791, 2009.
- [148] Gabriel Rilling, Patrick Flandrin, Paulo Gonçalves, and Jonathan M Lilly. Bivariate empirical mode decomposition. *IEEE signal processing letters*, 14(12):936–939, 2007.
- [149] Wenxian Yang, Richard Court, Peter J Tavner, and Christopher J Crabtree. Bivariate empirical mode decomposition and its contribution to wind turbine condition monitoring. *Journal of Sound and Vibration*, 330(15):3766–3782, 2011.
- [150] Jerome Gilles. Empirical wavelet transform. *IEEE transactions on signal processing*, 61(16):3999–4010, 2013.
- [151] Norden E Huang. Introduction to the hilbert–huang transform and its related mathematical problems. In *Hilbert–Huang transform and its applications*, pages 1–26. World Scientific, 2014.
- [152] Kohju Ikago, Kenji Saito, and Norio Inoue. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 41(3):453–474, 2012.

- [153] JF Gómez-Aguilar, R Razo-Hernández, and D Granados-Lieberman. A physical interpretation of fractional calculus in observables terms: analysis of the fractional time constant and the transitory response. *Revista mexicana de física*, 60(1):32–38, 2014.
- [154] JF Gómez-Aguilar, H Yépez-Martínez, RF Escobar-Jiménez, CM Astorga-Zaragoza, LJ Morales-Mendoza, and M González-Lee. Universal character of the fractional space-time electromagnetic waves in dielectric media. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 29(6):727–740, 2015.
- [155] Martin Hansen. *Aerodynamics of wind turbines*. Routledge, 2015.
- [156] Masanobu Shinozuka and George Deodatis. Simulation of stochastic processes by spectral representation. 1991.
- [157] AJ Baran and DG Infield. Simulating atmospheric turbulence by synthetic realization of time series in relation to power spectra. *Journal of Sound and Vibration*, 180(4):627–635, 1995.
- [158] Andreas Öchsner. *Classical beam theories of structural mechanics*, volume 42. Springer, 2021.
- [159] Pierre A Millette. The heisenberg uncertainty principle and the nyquist-shannon sampling theorem. *arXiv preprint arXiv:1108.3135*, 2011.
- [160] Ahmed Ali Farhan Ogaili, Alaa Abdulhady Jaber, and Mohsin Noori Hamzah. A methodological approach for detecting multiple faults in wind turbine blades based on vibration signals and machine learning. *Curved and Layered Structures*, 10(1):20220214, 2023.
- [161] Hasmat Malik and Sukumar Mishra. Artificial neural network and empirical mode decomposition based imbalance fault diagnosis of wind turbine using turbsim, fast and simulink. *IET Renewable Power Generation*, 11(6):889–902, 2017.
- [162] Abhishek Reddy, V Indragandhi, Logesh Ravi, and V Subramaniaswamy. Detection of cracks and damage in wind turbine blades using artificial intelligence-based image analytics. *Measurement*, 147:106823, 2019.
- [163] ASM Shihavuddin, Xiao Chen, Vladimir Fedorov, Anders Nymark Christensen, Nicolai Andre Brogaard Riis, Kim Branner, Anders Bjorholm Dahl, and Rasmus Reinhold Paulsen. Wind turbine surface damage detection by deep learning aided drone inspection analysis. *Energies*, 12(4):676, 2019.
- [164] Seongpil Cho, Minjoo Choi, Zhen Gao, and Torgeir Moan. Fault detection and diagnosis of a blade pitch system in a floating wind turbine based on kalman filters and artificial neural networks. *Renewable Energy*, 169:1–13, 2021.

Apéndice A.

Coefficientes de la función de transferencia de la ecuación (96) para el modelo de orden entero del casos B, álabe acoplado con RID-TMD.

$$\begin{aligned}
b_{B,5} &= 0, \quad b_{B,4} = 1, \quad b_{B,3} = \frac{\mu\zeta_B\nu\omega_0}{\delta}, \quad b_{B,2} = \frac{\delta\eta^2 + \eta^2\mu - l^2\mu + \mu\nu^2}{\mu}, \\
b_{B,1} &= \frac{\nu\zeta_B(\delta\eta^2 - l^2\mu + \mu\nu^2)}{\delta}, \quad b_{B,0} = (-l^2 + \nu^2)\eta^2, \quad a_{B,5} = \frac{(\mu\nu\zeta_B + \delta\zeta_0)}{\delta}, \\
a_{B,4} &= \frac{\eta^2(a^2\mu + 1)\delta^2 + \mu(a^2\mu\nu^2 + \eta^2 - 2l^2 + \nu^2 + 1)\delta + 4\mu^2\nu\zeta_0\zeta_B}{\mu\delta}, \\
a_{B,3} &= \frac{2(a^2\mu^3\nu^3\zeta_B + \nu\zeta_B(a^2\delta\eta^2 - 2l^2 + \nu^2 + 1)\mu^2 - \delta(-\zeta_0\nu^2 - \nu\eta^2\zeta_B + \zeta_0(-\eta^2 + l^2))\mu + \delta^2\eta^2\zeta_0)}{\mu\delta}, \\
a_{B,2} &= -\frac{\eta^2(a^2l^2\mu + l^2 - 1)\delta^2 + \mu T_1\delta + 4\mu^2\nu\zeta_0\zeta_B(l - \nu)(l + \nu)}{\mu\delta}, \\
\text{para } T_1 &= a^2\nu^2(l - \eta)(l + \eta)\mu + (-4\nu\zeta_0\zeta_B + 2l^2 - \nu^2 - 1)\eta^2 + (l^2 - 1)\nu^2 - l^4 + l^2, \\
a_{B,1} &= -\frac{2(\zeta_B(-1 + (a^2\mu + 1)l^2)\mu\nu^3 - \delta\eta^2\nu^2\zeta_0 + \zeta_B(-\mu l^4 + (\eta^2(a^2\mu + 1)\delta + \mu)l^2 - \eta^2\delta)\nu + \delta\eta^2 l^2\zeta_0)}{\delta}, \\
\text{y } a_{B,0} &= -\eta^2(-l^4 + (1 + (a^2\mu + 1)\nu^2)l^2 - \nu^2).
\end{aligned}$$

Apéndice B.

Coefficientes de la función de respuesta en frecuencia en variable compleja definida en la ecuación (163) en la Sección 4.2.1.2 para el álabo acoplado con cada VDVA.

- Álabo acoplado con VTMD ($v = a$)

$$\begin{aligned} N_{a5} &= 0, N_{a4} = 0, N_{a3} = (\alpha - 1) k_0 \mu \omega_0^5 i^3, N_{a2} = -\alpha k_0 \mu \omega_0^4 i^2, \\ N_{a1} &= -(\sigma^{\alpha-1} c_A + k_0(\alpha - 1)(l^2 \mu - \nu)) \omega_0^5 i, N_{a0} = \alpha k_0 \omega_0^4 (l^2 \mu - \nu), D_{a7} = 0, D_{a6} = 0, \\ D_{a5} &= k_0 \mu (\alpha - 1) \omega_0^5 i^5, D_{a4} = -\alpha k_0 \mu \omega_0^4 i^4, \\ D_{a3} &= -\omega_0^5 (c_A(a^2 \mu + 1) \sigma^{\alpha-1} - ((a^2 \nu - 2l^2 + 1) \mu + \nu)(\alpha - 1) k_0) i^3, \\ D_{a2} &= -\alpha k_0 \omega_0^4 (a^2 \mu \nu - 2l^2 \mu + \mu + \nu) i^2, \\ D_{a1} &= ((-1 + (a^2 \mu + 1) l^2) c_A \sigma^{\alpha-1} - (\alpha - 1)(-\mu l^4 + (a^2 \mu \nu + \mu + \nu) l^2 - \nu) k_0) \omega_0^5 i \\ \text{y } D_{a0} &= (-\mu l^4 + (a^2 \mu \nu + \mu + \nu) l^2 - \nu) k_0 \omega_0^4 \alpha. \end{aligned}$$

- Álabo acoplado con IFDVA-C2 ($v = b$)

$$\begin{aligned} N_{b5} &= 0, N_{b4} = \omega_0^6 \delta_b k_0 \mu (\alpha - 1) i^4, N_{b3} = -\omega_0^5 \alpha \delta_b k_0 \mu i^3, \\ N_{b2} &= -(c_A(\mu + \delta_b) \sigma^{\alpha-1} + k_0 \delta_b (\alpha - 1)(l^2 \mu - \nu)) \omega_0^6 i^2, N_{b1} = \omega_0^5 \alpha \delta_b k_0 (l^2 \mu - \nu) i, \\ N_{b0} &= \omega_0^6 \sigma^{\alpha-1} c_A (l^2 \mu - \nu), D_{b7} = 0, D_{b6} = \delta_b k_0 \mu (\alpha - 1) \omega_0^6 i^6, D_{b5} = -\alpha \delta_b k_0 \mu \omega_0^5 i^5, \\ D_{b4} &= -\omega_0^6 (c_A((a^2 \mu + 1) \delta_b + \mu) \sigma^{\alpha-1} - ((a^2 \nu - 2l^2 + 1) \mu + \nu)(\alpha - 1) k_0 \delta_b) i^4, \\ D_{b3} &= -\alpha \delta_b k_0 \omega_0^5 (a^2 \mu \nu - 2l^2 \mu + \mu + \nu) i^3, \\ D_{b2} &= (((-1 + (a^2 \mu + 1) l^2) \delta_b - a^2 \mu \nu + 2l^2 \mu - \mu - \nu) c_A \sigma^{\alpha-1} \dots \\ &\quad - (\alpha - 1)((a^2 \mu \nu + \mu + \nu) l^2 - \mu l^4 - \nu) k_0 \delta_b) \omega_0^6 i^2, \\ D_{b1} &= \delta_b k_0 (-\mu l^4 + (a^2 \mu \nu + \mu + \nu) l^2 - \nu) \alpha \omega_0^5 i \\ \text{y } D_{b0} &= (-\mu l^4 + (a^2 \mu \nu + \mu + \nu) l^2 - \nu) \sigma^{\alpha-1} c_A \omega_0^6. \end{aligned}$$

- Álabo acoplado con DMFDVA ($v = c$)

$$\begin{aligned} N_{c5} &= \omega_0^7 \delta_c k_0 (\alpha - 1) (\mu_c - \delta_c) i^5, N_{c4} = \omega_0^6 \alpha \delta_c k_0 (-\mu_c + \delta_c) i^4, \\ N_{c3} &= -2 \left(\frac{1}{2} \sigma^{\alpha-1} c_A \mu_c + \delta_c (l^2 \mu_c - \delta_c l^2 - \frac{\nu}{2}) (\alpha - 1) k_0 \right) \omega_0^7 i^3, N_{c2} = 2 \omega_0^6 ((\mu_c - \delta_c) l^2 - \frac{\nu}{2}) \alpha k_0 \delta_c i^2, \\ N_{c1} &= \omega_0^7 (c_A (l^2 \mu_c - \nu) \sigma^{\alpha-1} + ((\mu_c - \delta_c) l^2 - \nu) \delta_c l^2 (\alpha - 1) k_0) i, N_{c0} = -((\mu_c - \delta_c) l^2 - \nu) k_0 \alpha l^2 \omega_0^6 \delta_c, \\ D_{c7} &= \delta_c k_0 (\alpha - 1) (\mu_c - \delta_c) \omega_0^7 i^7, D_{c6} = \alpha \delta_c k_0 (-\mu_c + \delta_c) \omega_0^6 i^6, \\ D_{c5} &= -(\sigma^{\alpha-1} c_A \mu_c + ((a^2 \nu - 3l^2 + 1) \delta_c + (-a^2 \nu + 3l^2 - 1) \mu_c - \nu) (\alpha - 1) k_0 \delta_c) \omega_0^7 i^5, \\ D_{c4} &= -\delta_c k_0 ((-a^2 \nu + 3l^2 - 1) \delta_c + (a^2 \nu - 3l^2 + 1) \mu_c + \nu) \alpha \omega_0^6 i^4, \\ D_{c3} &= 2 \omega_0^7 (-\frac{c_A}{2} (a^2 \mu_c \nu - 2l^2 \mu_c + \mu_c + \nu) \sigma^{\alpha-1} + \dots \\ &\quad (\alpha - 1) (l^2 (a^2 \nu - \frac{3}{2} l^2 + 1) \delta_c + \frac{3}{2} \mu_c l^4 + (-a^2 \mu_c \nu - \mu_c - \nu) l^2 + \frac{\nu}{2}) k_0 \delta_c) i^3, \\ D_{c2} &= 2 \left(\left(-\frac{3\mu_c}{2} + \frac{3}{2} \delta_c \right) l^4 + ((-a^2 \nu - 1) \delta_c + a^2 \mu_c \nu + \mu_c + \nu) l^2 - \frac{\nu}{2} \right) \delta_c k_0 \alpha \omega_0^6 i^2, \\ D_{c1} &= -\omega_0^7 (-c_A (-\mu_c l^4 + (a^2 \mu_c \nu + \mu_c + \nu) l^2 - \nu) \sigma^{\alpha-1} \dots \\ &\quad + l^2 ((\mu_c - \delta_c) l^4 + ((a^2 \nu + 1) \delta_c - a^2 \mu_c \nu - \mu_c - \nu) l^2 + \nu) (\alpha - 1) k_0 \delta_c) i \\ \text{y } D_{c0} &= -l^2 k_0 ((-\mu_c + \delta_c) l^4 + ((-a^2 \nu - 1) \delta_c + a^2 \mu_c \nu + \mu_c + \nu) l^2 - \nu) \delta_c \alpha \omega_0^6. \end{aligned}$$

Apéndice C.

La función de transferencia de los tres modelos basados en la derivada fraccionaria de Caputo–Fabrizio se define en la ecuación (238)

$$H_v(s) = \frac{b_{n-1,v}s^{n-1} + b_{n-2,v}s^{n-2} + \dots + b_{1,v}s^1 + b_{0,v}}{s^n + a_{n-1,v}s^{n-1} + \dots + a_{2,v}s^2 + a_{1,v}s^1 + a_{0,v}}, \quad (238)$$

donde $v = a$, $v = b$ y $v = c$ corresponden a $n = 5$, $n = 6$ y $n = 7$, respectivamente. Para el álabe acoplado con cada VDVA se obtienen los siguientes coeficientes.

- Para $v = a$ (álabe-VTMD):

$$b_{4,a} = 0, b_{3,a} = \frac{(i\omega_0)^2 N_{a3}}{k_0 D_{a5}}, b_{2,a} = \frac{(i\omega_0)^3 N_{a2}}{k_0 D_{a5}}, b_{1,a} = \frac{(i\omega_0)^4 N_{a1}}{k_0 D_{a5}}, b_{0,a} = \frac{(i\omega_0)^5 N_{a0}}{k_0 D_{a5}}, a_{4,a} = \frac{i\omega_0 D_{a4}}{D_{a5}}, a_{3,a} = \frac{(i\omega_0)^2 D_{a3}}{D_{a5}}, a_{2,a} = \frac{(i\omega_0)^3 D_{a2}}{D_{a5}}, a_{1,a} = \frac{(i\omega_0)^4 D_{a1}}{D_{a5}} \text{ and } a_{0,a} = \frac{(i\omega_0)^5 D_{a0}}{D_{a5}}.$$

- Para $v = b$ (álabe-IFDVA-C2):

$$b_{5,b} = 0, b_{4,b} = \frac{(i\omega_0)^2 N_{b4}}{k_0 D_{b6}}, b_{3,b} = \frac{(i\omega_0)^3 N_{b3}}{k_0 D_{b6}}, b_{2,b} = \frac{(i\omega_0)^4 N_{b2}}{k_0 D_{b6}}, b_{1,b} = \frac{(i\omega_0)^5 N_{b1}}{k_0 D_{b6}}, b_{0,b} = \frac{(i\omega_0)^6 N_{b0}}{k_0 D_{b6}}, a_{5,b} = \frac{(i\omega_0) D_{b5}}{D_{b6}}, a_{4,b} = \frac{(i\omega_0)^2 D_{b4}}{D_{b6}}, a_{3,b} = \frac{(i\omega_0)^3 D_{b3}}{D_{b6}}, a_{2,b} = \frac{(i\omega_0)^4 D_{b2}}{D_{b6}}, a_{1,b} = \frac{(i\omega_0)^5 D_{b1}}{D_{b6}} \text{ and } a_{0,b} = \frac{(i\omega_0)^6 D_{b0}}{D_{b6}}.$$

- Para $v = c$ (álabe-DMFDVA):

$$b_{6,c} = 0, b_{5,c} = \frac{(i\omega_0)^2 N_{c5}}{k_0 D_{c7}}, b_{4,c} = \frac{(i\omega_0)^3 N_{c4}}{k_0 D_{c7}}, b_{3,c} = \frac{(i\omega_0)^4 N_{c3}}{k_0 D_{c7}}, b_{2,c} = \frac{(i\omega_0)^5 N_{c2}}{k_0 D_{c7}}, b_{1,c} = \frac{(i\omega_0)^6 N_{c1}}{k_0 D_{c7}}, b_{0,c} = \frac{(i\omega_0)^7 N_{c0}}{k_0 D_{c7}}, a_{6,c} = \frac{i\omega_0 D_{c6}}{D_{c7}}, a_{5,c} = \frac{(i\omega_0)^2 D_{c5}}{D_{c7}}, a_{4,c} = \frac{(i\omega_0)^3 D_{c4}}{D_{c7}}, a_{3,c} = \frac{(i\omega_0)^4 D_{c3}}{D_{c7}}, a_{2,c} = \frac{(i\omega_0)^5 D_{c2}}{D_{c7}}, a_{1,c} = \frac{(i\omega_0)^6 D_{c1}}{D_{c7}} \text{ and } a_{0,c} = \frac{(i\omega_0)^7 D_{c0}}{D_{c7}}.$$

Por otro lado, la matriz $\mathbf{L}_v$ que satisface la ecuación de Liapunov (131) para los sistemas de la Sección 4.2.2 se muestran en las ecuaciones (239)-(241).

- Para el álabe acoplado con VTMD:

$$\mathbf{L}_a = \begin{pmatrix} I_{1,1a} & I_{1,2a} & I_{1,3a} & I_{1,4a} & I_{1,5a} \\ I_{1,2a} & I_{2,2a} & I_{2,3a} & I_{2,4a} & I_{2,5a} \\ I_{1,3a} & I_{2,3a} & I_{3,3a} & I_{3,4a} & I_{3,5a} \\ I_{1,4a} & I_{2,4a} & I_{3,4a} & I_{4,4a} & I_{4,5a} \\ I_{1,5a} & I_{2,5a} & I_{3,5a} & I_{4,5a} & I_{5,5a} \end{pmatrix}. \quad (239)$$

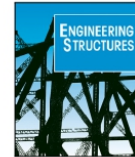
- Para el álabe acoplado con IFDVA-C2:

$$\mathbf{L}_b = \begin{pmatrix} I_{1,1b} & I_{1,2b} & I_{1,3b} & I_{1,4b} & I_{1,5b} & I_{1,6b} \\ I_{1,2b} & I_{2,2b} & I_{2,3b} & I_{2,4b} & I_{2,5b} & I_{2,6b} \\ I_{1,3b} & I_{2,3b} & I_{3,3b} & I_{3,4b} & I_{3,5b} & I_{3,6b} \\ I_{1,4b} & I_{2,4b} & I_{3,4b} & I_{4,4b} & I_{4,5b} & I_{4,6b} \\ I_{1,5b} & I_{2,5b} & I_{3,5b} & I_{4,5b} & I_{5,5b} & I_{5,6b} \\ I_{1,6b} & I_{2,6b} & I_{3,6b} & I_{4,6b} & I_{5,6b} & I_{6,6b} \end{pmatrix}. \quad (240)$$

- Para el álabe acoplado con DMFDVA:

$$\mathbf{L}_c = \begin{pmatrix} I_{1,1c} & I_{1,2c} & I_{1,3c} & I_{1,4c} & I_{1,5c} & I_{1,6c} & I_{1,7c} \\ I_{1,2c} & I_{2,2c} & I_{2,3c} & I_{2,4c} & I_{2,5c} & I_{2,6c} & I_{2,7c} \\ I_{1,3c} & I_{2,3c} & I_{3,3c} & I_{3,4c} & I_{3,5c} & I_{3,6c} & I_{3,7c} \\ I_{1,4c} & I_{2,4c} & I_{3,4c} & I_{4,4c} & I_{4,5c} & I_{4,6c} & I_{4,7c} \\ I_{1,5c} & I_{2,5c} & I_{3,5c} & I_{4,5c} & I_{5,5c} & I_{5,6c} & I_{5,7c} \\ I_{1,6c} & I_{2,6c} & I_{3,6c} & I_{4,6c} & I_{5,6c} & I_{6,6c} & I_{6,7c} \\ I_{1,7c} & I_{2,7c} & I_{3,7c} & I_{4,7c} & I_{5,7c} & I_{6,7c} & I_{7,7c} \end{pmatrix}. \quad (241)$$

Los elementos de las matrices (239)-(241) se obtuvieron analíticamente solucionando la ecuación (131) a través de Maple soft. Para este fin, se formularon sistemas de ecuaciones escalres lineales de 15, 21 y 28 incógnitas para el álabe acoplado con VTMD, IFDVA-C2 y DMFDVA, respectivamente.



Non-traditional inerter-based dynamic vibration absorbers for damping base-isolated stationary mechanical structures

I.A. Maldonado-Bravo^a, E. Barredo-Hernández^b, J. Colín-Ocampo^a, J.F. Gómez-Aguilar^{c,*,*},
L.F. Ávalos-Ruíz^c

^a Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México

^b Departamento de Ingeniería en Sistemas Automotrices, Universidad Politécnica de Tapachula, Carretera Tapachula-Puerto Madero km. 24+300, Tapachula - Puerto de San Benito, C.P. 30830, Chiapas, México

^c Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp-ICBA)/UAEM, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca Morelos, Mexico

ARTICLE INFO

Keywords:

Base-isolated structure
NIDVA
Inerter
EFPT
 H_∞ optimization
 H_2 optimization

ABSTRACT

Base-isolated (BI) structures are exposed to high-magnitude displacements on the base layer when seismic acceleration is presented. To address this issue, three non-traditional inerter-based dynamic vibration absorbers (NIDVAs) attached to a multi-degree-of-freedom BI-structure are investigated. The NIDVAs are composed of a Frahm-type dynamic vibration absorber and a mechanical network; the tuned inerter damper (TID), the tuned viscous mass damper (TVMD), and one consisting of a spring, a damper, and an inerter in series. From a slightly damped and simplified mechanical model, analytical solutions of the parameters of the NIDVAs were obtained from the extended fixed point technique (EFPT). These solutions were used as an approximation to calculate the H_∞ norm and minimize the high-magnitude resonant peaks of the BI-structure. The accuracy of the proposed parameters from the EFPT and the H_∞ norm is evaluated by comparing them with those obtained for a damped structure, finding a low discrepancy between them. In addition, a parametric sensitivity analysis is performed to establish regions where the NIDVAs perform well, determining that, the proposed parameters are within these bounded regions. Frequency-domain simulations are presented, revealing that NIDVAs significantly reduce the resonant peaks of the BI-structure even more than the classic TMD and the TMDI with the same level of inertia. In particular, TID-based NIDVA can reduce the resonant peaks from 22.8% to 25.3% and from 19.9% to 21.9% compared to TMD and TMDI, respectively, for mass ratios from 1% to 5%. Finally, time-domain numerical simulations were carried out on a two-degree-of-freedom structure coupled to TID-based NIDVA, TMD, and TMDI under the effect of an artificial seismic signal based on the filtered Kanai-Tajimi spectrum, showing the effectiveness of the NIDVAs over their counterparts.

1. Introduction

In order to protect the structural systems from seismic loads, base isolators have been employed. These components are placed between the main structure and its foundation, and they are primarily implemented in tall multi-story buildings. During an earthquake, base isolators cause the greatest deformation to occur in the base layer of the structure, significantly reducing displacements in the upper layers, but resulting in high-magnitude displacements at the base [1,2]. In addition, when designing BI-structures, base pounding may occur, increasing the magnitude of the structural response and of the shear-force, velocity and acceleration of the stories. [3]. To address these issues, hybrid vibration control strategies based on dynamic vibration absorbers (DVAs) together with base isolators have been

implemented [1,2,4–14]. In contrast with the use of DVAs at the top of building-like structures with no base isolation; hybrid control strategies are implemented by connecting them at the bottom of the BI-structures. To achieve a good performance, the device parameters must be properly tuned. To this end, the fixed point technique (FPT) based on the theory of the tuned mass damper (TMD) [15] can be applied. In addition, “the extended fixed point technique (EFPT)”, developed by Barredo et al. [16] has been useful in tuning parameters of systems involving three resonant frequencies [17,18]. However, TMD parameters can be computed by minimizing the resonance vibration amplitudes and the structural displacement variance using the formulations based on the H_∞ and H_2 norms, respectively [19,20]. Asami et al. [19] utilized the H_∞ and H_2 optimization to compute the TMD parameters

* Corresponding author.

E-mail address: jose.ga@uaem.mx (J.F. Gómez-Aguilar).

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.122079>

Received 6 August 2025; Received in revised form 27 November 2025; Accepted 28 December 2025

Available online 30 December 2025

0141-0296/© 2025 Elsevier Ltd. All rights are reserved, including those for text and data mining, AI training, and similar technologies.

STRUCTURAL DYNAMIC MODELING AND APPLICATIONS OF DYNAMIC VIBRATION ABSORBERS IN ENERGY GENERATION SYSTEMS: A REVIEW

I. A. MALDONADO-BRAVO 

*Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira
CP 62490 Cuernavaca, Morelos, México*

J. F. GÓMEZ-AGUILAR 

*Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp-IICBA)/UAEM
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
Cuernavaca, Morelos, México
jose.ga@uaem.mx*

D. GRANADOS-LIEBERMAN 

*Departamento de Ingeniería Electromecánica, Instituto Tecnológico
Superior de Irapuato (ITESI), Irapuato, Mexico*

R. F. ESCOBAR-JIMÉNEZ 

*Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira
CP 62490 Cuernavaca, Morelos, México*

L. F. AVALOS-RUÍZ 

*Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp-IICBA)/UAEM
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
Cuernavaca, Morelos, México*

Received October 28, 2025

Accepted May 12, 2026

Published June 18, 2026

*Corresponding author.



Closed-form analytical solutions of double inertia dynamic vibration absorbers for damping wind turbine blades

I. A. Maldonado-Bravo¹ · J. F. Gómez-Aguilar² · R. F. Escobar-Jiménez¹ · D. Granados-Lieberman³

Received: 21 December 2025 / Revised: 18 May 2026 / Accepted: 19 May 2026
© The Author(s), under exclusive licence to Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2026

Abstract

Horizontal-axis wind turbine blades are subject to edgewise and flapwise vibrations. Edgewise vibrations in particular can cause severe damage, as the blades have an extremely low modal damping factor in this direction. To address this issue, analytical solutions for three double inertia dynamic vibration absorbers (DIDVAs) are proposed. These DIDVAs are: the rotational inerter double-tuned mass damper (RID-TMD), the double mass dynamic vibration absorber (DMDVA), and the inerter-based dynamic vibration absorber C3 (IDVA-C3). Based on analytical models with three and four degrees of freedom and disregarding the insignificant damping factor of the blade in the edgewise direction, the extended fixed-point technique (EFPT) was applied to determine exact and approximate closed-form analytical solutions for each device. The existence of four invariant frequencies was demonstrated and the effect of the tuned damping factor was evaluated using approximate analytical solutions. Subsequently, by performing several simulations in the frequency domain, the proposed solutions of DIDVAs were thoroughly evaluated, based on the parameters and operating conditions of the NREL blade for variations in the mass ratio and the location of DIDVAs, with the blade in operation and parked. It was found that DMDVA outperforms TMD, while one of its dimensionless masses does not explicitly depend on the rotor angular velocity. Finally, comparisons were made between the tuning effect of DIDVAs and that of TMD and TMDI with the same level of inertance as IDVA-C3. This analysis revealed that DIDVAs mitigate the blade's resonant peak by 20.69–22.61% and 21.36–23.25% relative to TMD and TMDI, respectively.

Keywords Double inertia dynamic vibration absorbers · Extended fixed point technique · Invariant frequencies · Wind turbine blades · Edgewise vibrations

✉ J. F. Gómez-Aguilar
jose.ga@uaem.mx
I. A. Maldonado-Bravo
d20ce004@cenidet.tecnm.mx
R. F. Escobar-Jiménez
ricardo.ej@cenidet.tecnm.mx
D. Granados-Lieberman
david.gl@irapuato.tecnm.mx

- ¹ Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, 62490, Cuernavaca, Morelos, México
- ² Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp-IICBA)/UAEM, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca, Morelos, Mexico
- ³ ENAP-Research Group, CA-Fuentes Altemas y Calidad de la Energía Eléctrica, División de Ingeniería en Electromecánica, Tecnológico Nacional de México, ITS Irapuato, Guanajuato, México

1 Introduction

With the growing demand in the electric industry for green energy, highly efficient systems, such as horizontal-axis wind turbines (HAWTs), are required to meet the energy supply. Hence, researchers in engineering and science fields have conducted investigations involving the design, technology development, control schemes, load simulation, and optimization of vibration reduction [1, 2]. On the other hand, the efficiency of HAWTs improves substantially as the length of their tower and blades increases [1]. However, this increases production costs and the flexibility of these structures under wind loads [3]. Flapwise vibrations of the blades are generally associated with a moderately high structural damping factor, which significantly reduces structural damage. Meanwhile, edgewise vibrations can cause more severe damage due to an extremely low structural damping factor [4]. Additionally, due to high turbulence levels, aerodynamic damping

OPTIMAL DESIGN OF VISCOELASTIC DYNAMIC VIBRATION ABSORBERS BASED ON THE CAPUTO–FABRIZIO FRACTIONAL DERIVATIVE FOR DAMPING WIND TURBINE BLADES

I. A. MALDONADO-BRAVO 

*Tecnológico Nacional de México/CENIDET
Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México*

J. F. GÓMEZ-AGUILAR *

*Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas
(CIICAp-IICBA)/UAEM
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
Cuernavaca Morelos, México
jose.ga@uaem.mx*

R. F. ESCOBAR-JIMÉNEZ  and S. CHÁVEZ-VÁZQUEZ 

*Tecnológico Nacional de México/CENIDET
Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira
C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México*

V. F. MORALES-DELGADO 

*Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero
Av. Lázaro Cárdenas S/N, Cd. Universitaria
Chilpancingo, Guerrero, México*

Received October 28, 2025

Accepted March 10, 2026

Published May 13, 2026

*Corresponding author.



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

**EL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
A TRAVÉS DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR
DE SAN ANDRÉS TUXTLA**

OTORGA EL PRESENTE

RECONOCIMIENTO

A

MC. IRVING ABDIEL MALDONADO BRAVO

POR SU VALIOSA PARTICIPACION EN EL OCTAVO CICLO DE CONFERENCIAS DE
CIENCIAS BASICAS: PILAR DE LA INGENIERIA CON LA PONENCIA: "CONTROL PASIVO
DE VIBRACIONES MECANICAS EN ESTRUCTURAS DE AEROGENERADORES"

SAN ANDRÉS TUXTLA, VERACRUZ, A 27 DE ABRIL DE 2023.



INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE
SAN ANDRÉS TUXTLA

M.E. LUIS MIGUEL CORDOBA FERMAN
DIRECTOR DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR
DE SAN ANDRÉS TUXTLA

**DIRECCIÓN
GENERAL**



VERACRUZ
GOBIERNO
DEL ESTADO



SEV
Secretaría
de Educación

SEMSys
Subsecretaría de Educación
Media Superior y Superior



DET
Dirección General de
Investigación y Desarrollo



INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE
SAN ANDRÉS TUXTLA





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

EL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO A TRAVÉS DEL CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

OTORGA LA PRESENTE

CONSTANCIA

A

Irving Abdiel Maldonado Bravo

Por su participación como miembro del comité revisor del Ter Congreso Internacional de Tecnología y Ciencia Aplicada, desarrollado en el Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, TecNM/CENIDET, del 15 al 17 de noviembre de 2023.

Cuernavaca, Morelos, Noviembre de 2023



10247123

<http://constancias.cenidet.tecnm.mx>

DR. ARTURO ERNESTO MARES GARDEA
DIRECTOR DEL CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

Sello Digital:

s45rs2if0/5033G1Igo9A2BmCPFW/KKIt30ufVdUxUyS1jBDG14JBTgrK6YpUkLDtBkqgeN8M9YVUx9dNEvq
iDZWakhUcK7mIKVntzSy+MrX1DdAd0LZ9sFk8OuoJDhtUsQcfn3CTUX5Owfw2RYIeFFSDOB8Eohy1WMafyb2b
zI7sZ1qyQrW4ksTD/9zr8kqCTAQ7V2rp1pW9126tJCERq4uOyftZvr8A2evk7jENruay/dY0308OhRLEt0Gn7c
ep0uomWO5Q0AfsdisMuhH1j9exErUYG+Iacd+AVgOCPSOSW05PHCKqG6hp89rrTTitQj5IKp6x1kIjnXR/Uw==

cenidet[®]
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

**EL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
A TRAVÉS DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR
DE SAN ANDRÉS TUXTLA**

OTORGA EL PRESENTE

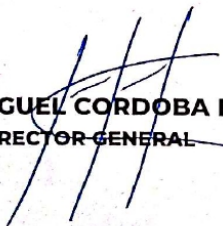
RECONOCIMIENTO

A

MTRO. IRVING ABDIEL MALDONADO BRAVO

Por su valiosa participación como ponente en el ciclo del 6to Congreso Multidisciplinario de Investigación y Desarrollo Tecnológico 2024, con la conferencia "SIMULACIÓN DE SEÑALES DE VELOCIDAD Y FUERZA AERODINAMICA DEL VIENTO".
Llevado a cabo en las instalaciones de este Instituto.

SAN ANDRÉS TUXTLA, VERACRUZ, A 14 DE OCTUBRE DE 2024


M.E. LUIS MIGUEL CORDOBA FERMAN
DIRECTOR GENERAL



**FECHA DE REGISTRO 08/10/2024
FOLIO DG/DA.IEM/0235/2024**



VERACRUZ
GOBIERNO
DEL ESTADO



SEV
Secretaría
de Educación

SEMSyS

Subsecretaría de Educación
Media Superior y Superior



DET
Dirección de Educación
Tecnológica



INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE
SAN ANDRÉS TUXTLA



ESPACIO
100%
PLÁSTICO
DE UN SOLA USO

