



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría en Ciencias

Control de Movimiento de un Robot Diferencial
Basado en Tracción y Frenado Pulsantes

presentada por

Ing. Oyuki Guadalupe Vega Maqueda

como requisito para la obtención del grado de

Maestra en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis

Dr. Juan Reyes Reyes

Cuernavaca, Morelos, México. Noviembre de 2020.



“2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria”

Cuernavaca, Mor., **20/julio/2020**
No. de Oficio: **DIE/480/20**
Asunto: **Aceptación de documentos de tesis**

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial de la **C. Ing. Oyuki Guadalupe Vega Maqueda**, con número de control **M18CE044** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **“Control del Movimiento de un Robot Diferencial Basado en Tracción y Frenado Pulsantes”** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS


CODIRECTOR DE TESIS



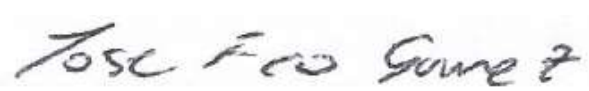
Dr. Juan Reyes Reyes
Doctor en Ciencias en la Especialidad de Control Automático
Cédula profesional 4214833

REVISOR 1

REVISOR 2



Dr. Carlos Daniel García Beltrán
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 8699605



Dr. José Francisco Gómez Aguilar
Doctor en Física
Cédula profesional 9124781

C.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera- Jefa del Departamento de Servicios Escolares
Estudiante
Expediente

MPS/lrr.



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Cuernavaca, Morelos **25/septiembre/2020**

OFICIO No. SAC/ 252/2020

Asunto: Autorización de impresión de tesis

OYUKI GUADALUPE VEGA MAQUEDA
CANDIDATA AL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
PRESENTE

Por este conducto tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Control del Movimiento de un Robot Diferencial Basado en Tracción y Frenado Pulsantes", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"



**CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA**

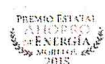
DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

C.c.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera. Jefa del Departamento de Servicios Escolares
Expediente
CMAZ/CHG

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos.

Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 4106, e-mail: dir_cenidet@tecnm.mx

www.tecnm.mx | www.cenidet.edu.mx



Dedicatoria

Al Universo por que gracias a todas sus representaciones terrenales, siempre mantuve la certeza y la constancia de terminar este proyecto.

A Teresa y Benjamín por sembrar la bases invaluable que aún conservo.

A Ana Karen por mostrarme que lo inalcanzable no existe, fomentar en mi la persistencia y principalmente su apoyo incondicional.

A Viridiana por presentarme su perspectiva de vida y dejarme aprender de ello.

A Vanya y Ulai por regresar a mi la esencia de entusiasmo y descubrimiento.

We'll hear the music ring from the mountain tops to the valley below us...Are you ready?

El universo es un fuelle;

está vacío pero es inagotable.

Cuanto más se le hace trabajar, más produce.

El exceso de palabras agota a la inteligencia

Es mejor aferrarse a lo esencial.

Dào Dé Jing

Agradecimientos

A mi asesor, Dr. Juan Reyes Reyes por su disposición, apoyo, paciencia y motivación.

A mi revisores, Dr. Carlos Daniel García Beltrán y Dr. José Francisco Gómez Aguilar por sus comentarios asertivos en cada presentación.

A mis profesores del área de Control Automático por proporcionarme sus enseñanzas y conocimientos.

A mis compañeros y amigos de CENIDET, Héctor, Alejandro, Felipe, Daniel, César, Jesús, Citlaly, Pedro E, Felipe R, Sabido, Donaciano, José Daniel, Christian, Erick, José Juan y Henry por el apoyo, por cada hazaña y por cada aflicción.

A la Lic. Lorena por motivar de manera diligente al departamento de electrónica con los correspondientes deberes.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico que me brindó para realizar mis estudios de maestría.

Por último agradezco al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) y Tecnológico Nacional de México (TecNM) por brindarme los medios y las instalaciones necesarias para culminar mis estudios de maestría.

Resumen

En esta tesis se diseña un controlador on - off, que tiene como objetivo manejar el desplazamiento de un robot diferencial y que vaya de un punto inicial a un punto final con un análisis energético. Como preámbulo, se desarrolla el modelo dinámico mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange que describen el comportamiento del chasis, después sigue un acoplamiento de los modelos matemáticos (motores, el chasis y de la cinemática) que en conjunto representan al robot diferencial. Es importante mencionar que la tracción denominada diferencial, consta de tres ruedas, de las cuales dos son controladas y generan velocidades y la tercera se denominada rueda loca y es la que permite el cambio de orientación mediante perfiles que más adelante se mencionan, así mismo, el frenado del robot diferencial está representado por un aumento en la fuerza que se opone al movimiento, se aplica mediante pulsos y está presente en cada rueda permitiendo direccionar al robot diferencial. Es destacable explicar que se realiza una aproximación eléctrica de trinquete mecánico, el cual además de permitir el movimiento en un sentido, también permite aprovechar la inercia generada en ambas ruedas. Una vez obtenido el modelo de la planta se desarrolla el controlador on - off, el cual tiene un comportamiento similar a una memoria de un bit, esto permite que se mantenga el estado anterior del sistema, lo cual termina siendo una ventaja pues la señal de encendido tiende a reducir la frecuencia de conmutación del actuador y esto se define como un menor consumo de energía y alargamiento de vida útil del actuador, mediante las restricciones seleccionadas que se mencionan después. Finalmente se comprueba el funcionamiento mediante simulaciones que constan de diversos escenarios que muestran los resultados obtenidos respecto a la cercanía en referencia al punto final elegido o deseado.

Abstract

In this thesis designs an on-off controller, which objectives to handle the displacement of a differential robot that goes from a start point to an endpoint with an energy analysis. As a introduction, the dynamic model is developed using Euler-Lagrange equations that describe the behavior of the chassis later a coupling of the mathematical models (motors, chassis and kinematics) that together represent the differential robot. It's important to mention that the traction named differential consists of three wheels of which two are controlled and generate speeds and the third is named the crazy wheel this is the one that allows the change of orientation by profiles that are mentioned later. The braking of the differential robot is represented by an increase in the force that opposes the movement is applied by pulses and is present in each wheel allowing the differential robot to be directed. Beside to explain that an electrical approach of mechanical ratchet is performed which in addition to allowing movement in one direction also lets to take advantage of the inertia generated on both wheels.

Once the plant model is obtained the on-off controller is developed which has a memory-like behavior of a bit this allows the previous state of the system to be maintained which ends up being an advantage as the ignition signal tends to reduce the switching frequency of the actuator and this is defined as a lower power consumption and operator life extension using the constraints mentioned later. Finally the operation is checked using simulations consisting of various scenarios that show the results obtained with respect to the proximity in reference to the desired endpoint.

Contenido

| | |
|---|-------------|
| Índice de figuras | XI |
| Índice de tablas | XIII |
| 1. Introducción. | 1 |
| 1.1. Antecedentes. | 1 |
| 1.2. Planteamiento del problema | 2 |
| 1.3. Objetivo | 3 |
| 1.3.1. Objetivo general | 3 |
| 1.3.2. Objetivo específico | 4 |
| 1.4. Metas | 4 |
| 1.5. Justificación | 4 |
| 1.6. Hipótesis | 5 |
| 1.7. Alcances y limitaciones | 5 |
| 1.8. Estado del arte | 5 |
| 1.9. Organización del documento | 9 |
| 2. Modelo matemático del sistema | 10 |
| 2.1. Modelo cinemático | 12 |
| 2.2. Modelado en Euler - Lagrange | 14 |
| 2.3. Modelo dinámico del chasis | 15 |
| 2.4. Modelado de actuadores | 19 |
| 2.4.1. Aproximación eléctrica de un trinquete | 21 |
| 2.4.2. Freno pulsante | 23 |
| 2.5. Modelo completo del robot diferencial con trinquete y frenado pulsante | 24 |
| 2.6. Simulaciones del sistema | 25 |

| | |
|--|-----------|
| 2.7. Simulación 1 - Energización simultanea de los dos motores del robot diferencial en lazo abierto | 25 |
| 2.7.1. Objetivo de la simulación 1 | 25 |
| 2.7.2. Configuración y desarrollo de la simulación 1 | 26 |
| 2.7.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 1 | 28 |
| 2.7.4. Conclusiones de la simulación 1 | 28 |
| 2.8. Simulación 2 - Modificación de la orientación mediante el freno pulsante en lazo abierto | 29 |
| 2.8.1. Objetivo de la simulación 2 | 29 |
| 2.8.2. Configuración y desarrollo de la simulación 2 | 29 |
| 2.8.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 2 | 31 |
| 2.8.4. Conclusiones de la simulación 2 | 32 |
| 2.9. Simulación 3 - Frenado abrupto del robot diferencial en lazo abierto | 32 |
| 2.9.1. Objetivo de la simulación 3 | 32 |
| 2.9.2. Configuración y desarrollo de la simulación 3 | 32 |
| 2.9.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 3 | 35 |
| 2.9.4. Conclusiones de la simulación 3 | 35 |
| 3. Control automático | 36 |
| 3.1. Estrategia de control | 37 |
| 3.1.1. Región de orientación | 37 |
| 3.1.1.1. Obtención de ángulos en los IV cuadrantes del plano (XY) | 37 |
| 3.1.2. Región de movimiento en línea recta | 38 |
| 3.1.3. Región de movimiento sin tracción pulsante | 38 |
| 3.2. Control on - off | 41 |
| 3.3. Control on-off con histéresis propuesto | 42 |
| 4. Resultados del control diseñado | 48 |
| 4.1. Simulación 1 - Aprovechamiento de la energía cinética acumulada. | 48 |
| 4.1.1. Objetivo de la simulación 1 | 48 |
| 4.1.2. Configuración y desarrollo de la simulación 1 | 48 |
| 4.1.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 1 | 49 |
| 4.1.4. Conclusiones de la simulación 1 | 51 |
| 4.2. Simulación 2 - Desplazamiento del robot diferencial de una posición inicial a una posición final. | 52 |
| 4.2.1. Objetivo de la simulación 2 | 52 |

| | |
|---|-----------|
| 4.2.2. Configuración y desarrollo de la simulación 2 | 52 |
| 4.2.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 2 | 52 |
| 4.2.4. Conclusiones de la simulación 2 | 55 |
| 4.3. Simulación 3 - Efecto de consumo de energía que tiene el ángulo de visión al ir de un punto a otro. | 56 |
| 4.3.1. Objetivo de la simulación 3 | 56 |
| 4.3.2. Configuración y desarrollo de la simulación 3 | 56 |
| 4.3.3. Conclusiones de la simulación 3 | 61 |
| 5. Conclusiones | 62 |
| Bibliografía | 63 |
| Anexos | 66 |
| A. Parámetros | 67 |
| B. Producto Académico | 68 |

Índice de figuras

| | |
|--|----|
| 1.1. Roomba - braava 380t | 2 |
| 1.2. Vista lateral de robot diferencial móvil. | 3 |
| 1.3. Robótica | 6 |
| 1.4. Diversas configuraciones de robots móviles | 7 |
| 2.1. Diagrama de robot diferencial | 11 |
| 2.2. Robot diferencial, posicionado en el plano cartesiano | 12 |
| 2.3. Velocidades angulares de las ruedas elegidas como coordenadas generalizadas | 15 |
| 2.4. Diagrama eléctrico de un motor de corriente directa con imanes permanentes | 19 |
| 2.5. Ilustración de un trinquete mecánico | 21 |
| 2.6. Circuito eléctrico aproximado de un trinquete. | 22 |
| 2.7. Esquema general del sistema. | 25 |
| 2.8. Simulación 1 - Posición de robot móvil | 26 |
| 2.9. Simulación 1 - Orientación de robot móvil | 26 |
| 2.10. Simulación 1 - Velocidad tangencial | 27 |
| 2.11. Simulación 1 - Aplicación de voltaje | 27 |
| 2.12. Simulación 1 - Frenos | 28 |
| 2.13. Simulación 2 - Posición de robot móvil | 29 |
| 2.14. Simulación 2 - Orientación de robot móvil | 30 |
| 2.15. Simulación 2 - Velocidad tangencial | 30 |
| 2.16. Simulación 2 - Aplicación de voltaje | 31 |
| 2.17. Simulación 2 - Frenos | 31 |
| 2.18. Simulación 3 - Posición de robot móvil | 33 |
| 2.19. Simulación 3 - Orientación de robot móvil | 33 |
| 2.20. Simulación 3 - Velocidad tangencial | 34 |
| 2.21. Simulación 3 - Aplicación de voltaje | 34 |
| 2.22. Simulación 3 - Frenos | 35 |

| | |
|--|----|
| 3.1. Estrategia de control. | 36 |
| 3.2. Simulación del sistema sin entradas - Velocidad tangencial | 40 |
| 3.3. Simulación del sistema sin entradas - Desplazamiento | 40 |
| 3.4. Representación del claro diferencial | 41 |
| 3.5. Diagrama a bloques del controlador de velocidad tangencial | 44 |
| 3.6. Diagrama a bloques del controlador de distancia | 45 |
| 3.7. Diagrama de bloques del control y la planta | 46 |
| 3.8. Diagrama de flujo de control de posición de robot diferencial en lazo cerrado | 47 |
| | |
| 4.1. Simulación 1 - Posición de robot móvil | 49 |
| 4.2. Simulación 1 - Orientación de robot móvil | 50 |
| 4.3. Simulación 1 - Velocidad tangencial | 50 |
| 4.4. Simulación 1 - Aplicación de voltaje | 51 |
| 4.5. Simulación 1 - Frenos | 51 |
| 4.6. Simulación 2 - Posición del robot móvil | 53 |
| 4.7. Simulación 2 - Orientación de robot móvil | 53 |
| 4.8. Simulación 2 - Velocidad tangencial | 54 |
| 4.9. Simulación 2 - Aplicación de voltaje | 54 |
| 4.10. Simulación 2 - Frenos | 55 |
| 4.11. Simulación 3a - Posición de robot móvil | 57 |
| 4.12. Simulación 3a - Orientación de robot móvil | 58 |
| 4.13. Simulación 3a - Ángulo de angosto | 58 |
| 4.14. Simulación 3b - Posición de robot móvil | 59 |
| 4.15. Simulación 3b - Orientación de robot móvil | 59 |
| 4.16. Simulación 3b - Ángulo de amplio | 60 |
| 4.17. Consumo de energía durante la trayectoria de cada simulación | 61 |

Índice de tablas

| | |
|--|----|
| 2.1. Configuraciones de frenado. | 23 |
| A.0.1 Parámetros y variables | 67 |

Capítulo 1

Introducción.

1.1. Antecedentes.

Los robots que funcionan con ruedas han ganado gran atención debido a sus aplicaciones que en algunos casos permite explorar terrenos desconocidos, como lo es el acontecimiento del robot móvil enviado por la Unión Soviética en los años 70's para la exploración lunar, el cual se controló remotamente desde la tierra teniendo en cuenta que el entorno de exploración era desconocido. Se bautizó con el nombre de **Lunokhod-1** y alcanzó aproximadamente una velocidad de 1 *km/hr* fue un avance destacable debido a las condiciones de trabajo que la tarea representaba (Kassel, 1971).

Los avances tecnológicos con regularidad dan paso a aplicaciones didácticas como lo fue la creación de FIRA (Federation of International Robot-soccer Association) en los años 90's, la cual continua promoviendo el desarrollo de robots autónomos por medio de torneos mundiales, en los cuales se reúnen diversas disciplinas para la creación de dichos sistemas inteligentes con el objetivo de jugar fútbol de manera colectiva siendo los jugadores robot móviles(Wong et al., 2005).



Figura 1.1: Roomba - braava 380t

Por otro lado las aplicaciones domesticas han tenido sus antecedentes desde el inicio del siglo XXI, en las cuales se encuentran diversas aplicaciones, que van desde el aspirado automático hasta la limpieza de pisos, un ejemplo de esto se observa en la figura 1.1 donde se observa un robot de la marca Roomba, los robots están basados en robot móviles equipados con sensores, capaces de explorar el entorno de trabajo que suele ser desconocido (Ju Yong Park and Ki Dong Lee, 1997), (Loaiza et al., 1999), (Lauria et al., 2001), (Romero-Martí et al., 2016).

Lo que hace atractivos a los robots, son las diversas aplicaciones que tienen como por ejemplo en exploración de entornos peligrosos, entornos educativos, entornos domésticos ya mencionado e incluso en la industria. En la agricultura, en específico en los invernaderos tienen como finalidad el transportar cultivo de forma segura y con ello mejorar la eficiencia de producción, la ventaja se observa en el diseño del robot móvil, dicho diseño va acorde al tamaño del invernadero, y con ello el movimiento es eficiente al dar vueltas o desplazarse en espacios reducidos (Rodriguez et al., 2011).

1.2. Planteamiento del problema

En la robótica móvil generalmente se aplica un acoplamiento mecánico directo y es convencional que las técnicas de control empleen una entrada permanente de par al robot. En

el presente trabajo se propone un robot diferencial con una estrategia de control basado en tracción diferencial y frenado pulsante, que le permitan llegar de un punto a otro. Se destaca la presencia de un trinquete en cada rueda, el cual permite el aprovechamiento de la energía, la cual es generada por la inercia del robot diferencial presente en cada rueda, asimismo permite una oposición a movimientos no deseados.

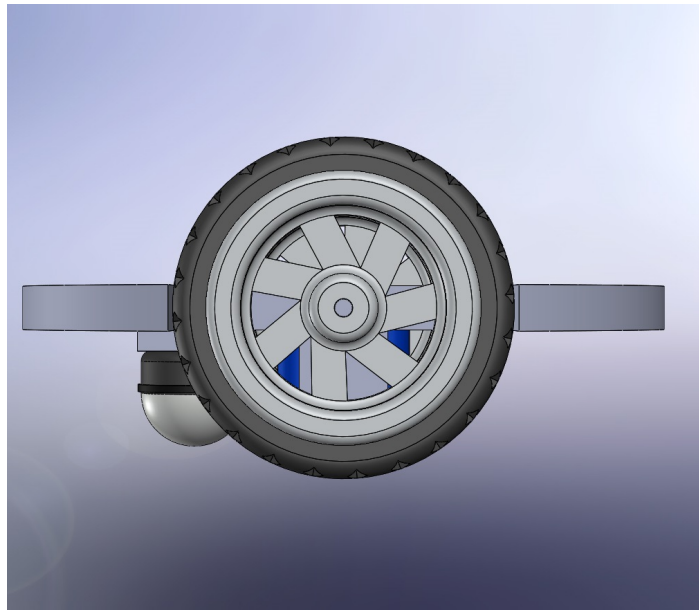


Figura 1.2: Vista lateral de robot diferencial móvil.

La figura 1.2 se muestra la idea de robot diferencial con la que se trabaja en esta tesis. Se observa de forma lateral, el chasis con la rueda loca y una de las dos ruedas controladas.

1.3. Objetivo

1.3.1. Objetivo general

Proponer una estrategia de control para un robot diferencial para llevarlo de un punto a otro en un espacio bidimensional mediante una secuencia de arranque, planificación de frenado pulsante y paro.

1.3.2. Objetivo específico

- Obtener un modelo dinámico y cinemático que represente al robot diferencial.
- Presentar una estrategia de control de arranque y frenado pulsante que logre generar las trayectorias definidas.

1.4. Metas

- Un modelo del robot diferencial incluyendo los motores de corriente directa y el modelo de frenado pulsante.
- Un modelo acoplado de la cinemática y la dinámica del móvil.
- Un análisis energético para evaluar la factibilidad de realizar la tarea de desplazamiento de un punto a otro.
- Una propuesta de estrategia de control de robot diferencial que comprenda la tracción y frenado pulsante.

1.5. Justificación

Un robot diferencial tiene como requerimiento fundamental, el realizar tareas, las cuales pueden ser: ir de un punto a otro o seguir una trayectoria definida. En este caso, la configuración diferencial consta de tres ruedas, un rueda loca y dos ruedas acopladas a trinquetes y actuadores, los cuales reciben la orden de un controlador. Dicho sistema en conjunto con un control on-off con histéresis, generan una tracción y frenado pulsantes, que permite ir de un punto a otro. Por lo que en este trabajo se desarrolla un control on - off con histéresis para estudiar la energía utilizada con base a los pulsos aplicados cuando el robot diferencial se mueve de un punto a otro. La planta y el control se encuentra descrito en el capítulo 2.

1.6. Hipótesis

Se obtiene un mejor rendimiento de consumo de energía respecto a la distancia recorrida al modificar el ángulo de visión debido a la aplicación de control on - off con histéresis mediante el aprovechamiento del cambio de orientación mediante un frenado pulsante y del mismo modo la aplicación de la voltaje pulsante a los actuadores.

1.7. Alcances y limitaciones

- No se considera la implementación de prototipos.
- Se desplaza en un sistema que es bidimensional y estático.
- Las ruedas al contacto con la superficie, no presentan deslizamiento.
- El desplazamiento transversal en este trabajo no es controlable.

1.8. Estado del arte

En robótica (figura 1.3) se consideran tres clasificaciones: robots manipuladores, robots terrestres y robots aéreos, en todos los tipos la robótica implica múltiples disciplinas como la electrónica, la mecánica, la programación, la manufactura y el control, por mencionar algunas. Los robots terrestres también denominados robots móviles son robots que pueden desplazarse de un lugar a otro, sin ayuda externa u operación humana a diferencia de los robots manipuladores que se mueven únicamente en un espacio de trabajo. Los robots móviles también se dividen en: robots móviles con ruedas, robots móviles con articulaciones y robots móviles aéreos (Tzafestas, 2013). Su capacidad de movilidad hace que su desplazamiento sea posible incluso en entornos desconocidos y que tengan un amplia lista de aplicaciones. Existen diversas configuraciones y esto depende de la tarea a realizar o el entorno donde se va a desplazar.

Algunas configuraciones de los robot móviles con ruedas son (Figura 1.4):

- Diferencial
- Omnidireccional
- Ackermann
- Triciclo
- Síncrono
- Industrial

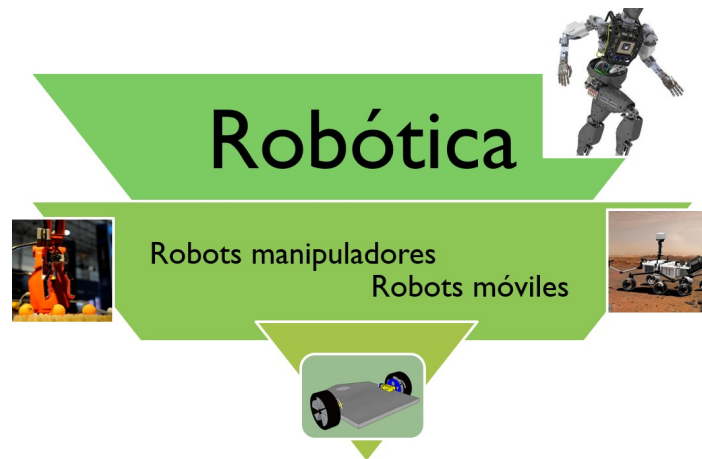


Figura 1.3: Robótica

Ackermann

Este tipo de robot móvil dispone de cuatro ruedas y es por ello que también se le conoce como robot tipo carro. Cuenta con dos ruedas acopladas a un eje en común y las otras dos controlan las dirección, las cuatro ruedas se controlan por medio de un solo motor. Es capaz de realizar movimientos en línea recta y en arco (Klancar et al., 2017).

Síncrono

En este caso el robot móvil tipo síncrono está diseñado con tres ruedas, debe su nombre al hecho de que las ruedas pueden sincronizarse para obtener la misma dirección y con regularidad está acoplado a dos motores. Realiza movimientos en línea recta y giros sobre su mismo eje (Klancar et al., 2017).

Diferencial

El robot móvil diferencial consta de dos ruedas, cada una acoplada a un motor y una tercera rueda de tipo loca. Es capaz de realizar movimientos en línea recta, en arco y puede girar sobre si mismo (Baturone, 2005).

Triciclo

Al igual que un robot móvil diferencial, consta de dos ruedas que proporcionan tracción, pero en este caso una tercera rueda es la que proporciona dirección que es regularmente sin tracción (Baturone, 2005).

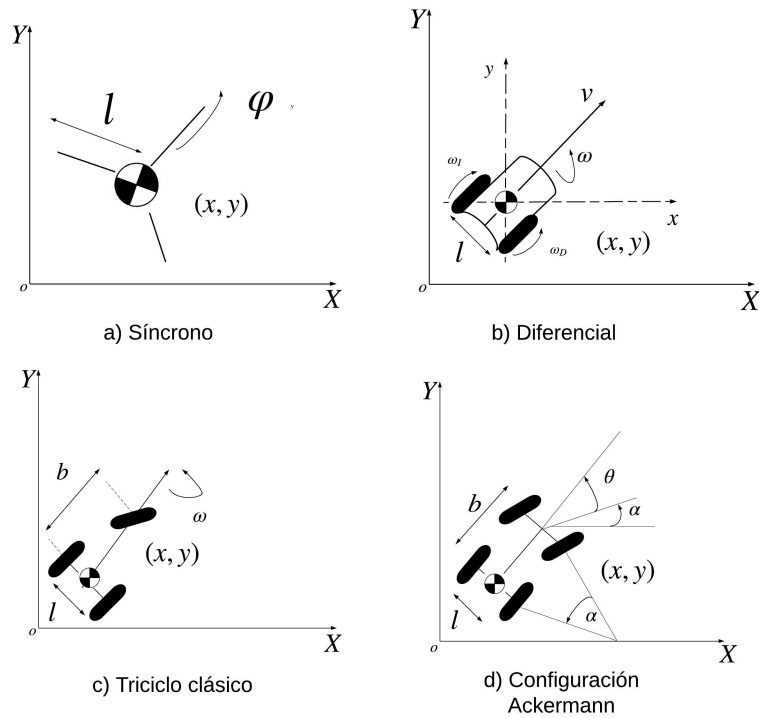


Figura 1.4: Diversas configuraciones de robots móviles

Respectivamente cada configuración cuenta con un modelo cinemático representativo que permite en todo caso simular su comportamiento, en el caso de (Sandeep Kumar Malu, 2014) menciona que es posible representar cinemáticamente el robot diferencial mediante coordenadas cartesianas pero que también mediante coordenadas polares en las cuales posteriormente se basa para obtener una ley de control donde sus entradas estén constituidas por su velocidad tangencial y su velocidad angular. Otro caso es (Hatab, 2013) donde desarrolla el modelo cinemático también con velocidades tangencial y angular como una función de las dos ruedas que componen al robot diferencial, cabe destacar que utiliza dos restricciones cinemáticas las cuales son: un comportamiento sin movimiento lateral $\dot{y}_a^r = 0$ y la restricción

de rodadura pura lo que significa que las ruedas se mantienen en contacto en un punto con el plano XY.

Por otro lado un ejemplo de modelado dinámico de un robot diferencial es (Ortigoza Ramón Silva, 2010) el cual se basa en un enfoque de Euler-Lagrange. Sus coordenadas generalizadas de posición son representadas como el punto de contacto de cada rueda respecto al plano de trabajo. Se tiene en cuenta que cada rueda es una punto de contacto, lo que resulta que cada rueda representa la componente de la fuerza generada por el robot diferencial.

En el espacio de configuración donde se planea el movimiento de robot móvil surgen algunas cuestiones, habrá obstáculos o si supondrá una trayectoria en un espacio libre, el espacio será estático o dinámico.

Todo ello son casos de estudio como en (Guerrero, 2010), donde mediante el control automático aborda la evasión de obstáculos a través de la detección de objetos con sensores. A menudo, el hecho de que los robots móviles tengan la tarea básica de moverse, también involucra un estudio del tipo de navegación que realizará, el seguimiento de trayectoria, como en (Montesdeoca et al., 2017), donde el robot móvil con configuración diferencial está dotado de sensores, se aplica una cinemática inversa, que le permite obtener las entradas de control de forma independiente y con ello logra su objetivo de control demostrado mediante, simulaciones siguiendo forma de moño y círculo.

La regulación de posición de un robot móvil radica en la diferencia entre las coordenadas cartesianas actuales y deseadas y en consecuencia esto deben ser cercana o cero. Tal es el caso de (García Yañez, 2016) donde mediante una linealización del modelo cinemático para denominarse autónomos, los robots móviles traen consigo una serie de tareas a desarrollar por ejemplo el control automático. (Guzmán et al., 2014) maneja el modelo cinemático generalizado para un robot diferencial y menciona que para orientar al robot diferencial es necesario hacer una referencia entre el ángulo de orientación y otra respecto al punto siguiente de la coordenada.

En cambio (Yandún and Sotomayor, 2011) presenta el seguimiento de una trayectoria, libre de obstáculos, restringiendo los parámetros y las condiciones iniciales del robot diferencial, y lo cual se demuestra por simulaciones mediante LabVIEW.

El control de un robot móvil depende por un lado de la tarea de control a realizar como lo son problema de regulación o seguimiento de trayectoria y por otro de la capacidad de actuación, referente lo sofisticado del sistema como lo son los sensores, por ejemplo en (Luna Aguilar et al., 2015), donde se realiza un control de regulación del robot, con una condición de reposo dicho robot móvil está dotado con sensores acústicos y un mapa de navegación acústica. Esto se logra mediante el procesamiento de señales de audio captadas por el sensor las cuales estiman la posición actual, retroalimentando a la parte del control para llevarlo al punto deseado. Por otra parte en (Fernández et al., 2016) presenta un controlado de posición y movimiento para un robot móvil diferencial utilizando redes neuronales artificiales mediante un controlador PID el cual se sintoniza con la ya mencionada red neuronal, dicha estrategia de control resulta ser de fácil implementación.

1.9. Organización del documento

Esta tesis se divide en 5 capítulos. En el capítulo presente se hace una lectura a las diversas aplicaciones de los robot móviles, posteriormente se realiza un enfoque en robots diferenciales, su uso y las principales cuestiones que se presentan al diseñarles un control automático. Lo que da paso al capítulo 2 donde se presenta la estructura y configuración del robot diferencial y con ello el desarrollo de la plata, la cual se ha dividido en parte mecánica para la dinámica y cinemática y parte eléctrica para los actuadores acoplados. La dinámica de robot diferencial está desarrollada con base a las ecuaciones de Euler - Lagrange, por su parte el modelo cinemático se ha seleccionado de la literatura. Una vez completado el modelo matemático del sistema es necesario seleccionar un control automático por lo que en el capítulo 3 se presenta una breve descripción de un control on - off con histéresis y posteriormente se propone el control. En el capítulo 4 se realizan cinco simulaciones las cuales se seleccionan a manera de comprobar el funcionamiento del robot diferencial y el control. Finalmente el capítulo 5 presenta las conclusiones del trabajo de investigación.

Capítulo 2

Modelo matemático del sistema

El modelado del robot diferencial esta estrechamente relacionado con la estructura y configuración del mismo, tal como se menciona en el capitulo 1, donde se realiza una breve descripción de algunos tipos de robots con ruedas. El robot diferencial se destaca de dichas configuración debido a su movilidad, es decir la capacidad de locomoción que logra al tener solo dos ruedas actuadas y una independiente que en este trabajo lleva por nombre rueda loca. La figura 2.7 presentada al final de este capitulo 2 describe mediante un diagrama de bloques lo que se trabaja en este documento, a grandes rasgos se menciona que se comprende al modelo como un sistema acoplado dividido en tres partes, la parte de control, eléctrica y mecánica, para llegar a ello primero se presentan sus modelos matemáticos y para iniciar con la parte mecánica se opta por las siguientes consideraciones, el robot diferencial:

- Se desplaza en el sistema bidimensional y estático. $(X - Y)$.
- Las ruedas al contacto con la superficie, no presentan deslizamiento.
- Debido a la naturaleza del control su tracción y frenado son pulsantes.
- El desplazamiento transversal no es controlable.

En la figura 2.1 se denota la descripción del robot diferencial junto con las variables y parámetros de interés , el espacio bidimensional de trabajo $(X - Y)$, la velocidad angular derecha (ω_D) , la velocidad angular izquierda (ω_I) , la velocidad tangencial del robot diferencial

(V_T), el cambio de la orientación respecto al tiempo ($\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$) o también denominada velocidad angular (ξ), la distancia entre ambas ruedas (l) y el radio de las ruedas (r).

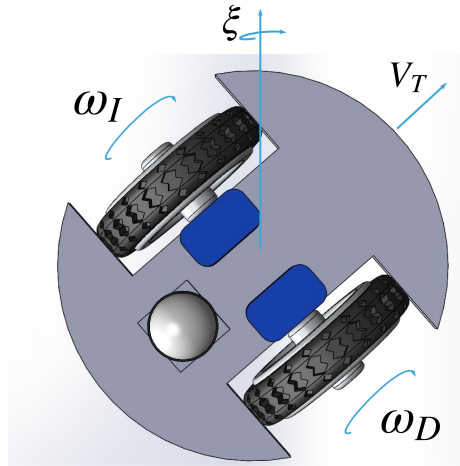


Figura 2.1: Diagrama de robot diferencial

El robot diferencial en este trabajo, únicamente se realiza mediante simulación y esta representado matemáticamente por el acoplamiento de un modelo cinemático, un modelo dinámico de motores, un modelo dinámico basado en Euler - Lagrange, por lo que a continuación se procede a describir los modelos que se trabajan.

2.1. Modelo cinemático

Las consideraciones que se tiene en la configuración del robot móvil diferencial son las siguientes:

- El robot diferencial se desplaza en una superficie plana.
- No se toma en cuenta ningún deslizamiento.
- La estructura del robot diferencial se considera rígida.

En cinemática no se consideran las fuerzas que generan el movimiento, pero en relación a ello en este trabajo es necesario aclarar que se utilizan un par de motores de corriente directa, dicho modelo se muestra en sección 2.4 . Las velocidades generadas por el robot diferencial están en función de las velocidades de las ruedas las cuales son velocidad angular derecha y velocidad angular izquierda (ω_D y ω_I).

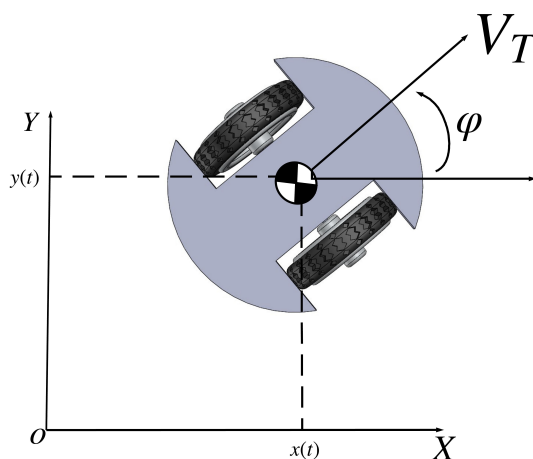


Figura 2.2: Robot diferencial, posicionado en el plano cartesiano

La velocidad tangencial que se lee en la ecuación (2.1.1) del robot diferencial está en función de la suma de las dos velocidades angulares de las ruedas (Derecha e Izquierda) y por el cociente de $\frac{r}{2}$, siendo r el radio de la rueda.

$$V_T = \frac{(\omega_D + \omega_I)r}{2} \quad (2.1.1)$$

En el caso de la velocidad angular que se lee en la ecuación (2.1.2) del robot diferencial, es la diferencia entre las velocidades angulares de las ruedas (Derecha e Izquierda) y por el

cociente de $\frac{r}{l}$, siendo l la distancia entre las ruedas.

$$\xi = \frac{(\omega_D - \omega_I)r}{l} \quad (2.1.2)$$

Por lo que las ecuaciones del modelo cinemático del robot diferencial quedan representadas en función de la velocidad tangencial y la velocidad angular que se lee en la ecuación (2.1.3):

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_T \sin(\varphi) \\ V_T \cos(\varphi) \\ \xi \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

Como es indispensable tener una parte dinámica que justifique las diferentes fuerzas que afectan el movimiento del robot diferencial se realiza un modelo dinámico que se muestra en la siguiente sección.

2.2. Modelado en Euler - Lagrange

Para el modelo dinámico del chasis se utiliza las ecuaciones de Euler-Lagrange, las cuales se basan en las energías que permiten modelar sistemas. Para llevar acabo este desarrollo, es necesario tener el concepto de coordenadas generalizadas, para describir el movimiento del sistema, de manera que q_n representa cada una de ellas donde $n = 1, 2$. Por otro lado, la función de Lagrange \mathcal{L} o el Lagrangiano, es el que relaciona a la energía cinética \mathcal{K} y la energía potencial \mathcal{P} .

$$\mathcal{L}(q(t), \dot{q}(t)) = \mathcal{K}(q(t), \dot{q}(t)) - \mathcal{P}(q(t)) \quad (2.2.1)$$

La energía cinética está representada por

$$\mathcal{K}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (2.2.2)$$

Donde $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia y es una matriz definida positiva. Por otra parte, la energía potencial está dada por las ecuaciones de movimiento:

$$\mathcal{P}(q) = mgl \quad (2.2.3)$$

La cual en el caso de robot móviles tiene una forma no especificada; Siendo la única condición su dependencia a el vector de posición $q = [q_1, q_2 \dots q_n]^T \in \mathbb{R}^n$.

La función de disipación de Rayleigh \mathcal{R} donde se considera a la disipación como un amortiguador viscoso donde cada coordenada cuenta con un coeficiente de fricción b_n donde $n = 1, 2$.

$$R(\dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T b_n \dot{q} \quad (2.2.4)$$

Por lo que las ecuaciones de movimiento de Euler - Lagrange se pueden obtener por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{R}(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = \tau \quad (2.2.5)$$

Donde $q = [q_1, q_2 \dots q_n]^T \in \mathbb{R}^n$ que representa las coordenadas generalizadas, $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2 \dots \dot{q}_n]^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de velocidades generalizadas, $\tau = [\tau_1, \tau_2 \dots \tau_n]^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares aplicados. (Kelly and Santibáñez, 2003), (Klancar et al., 2017).

2.3. Modelo dinámico del chasis

Para seguir la metodología de las ecuaciones de Euler - Lagrange primero se eligen las coordenadas de interés que para este caso de estudio son ω_D y ω_I , como se muestra en la figura 2.3. Por generalidad se realiza un cambio de variable que permita representar a las velocidades como las coordenadas generalizadas (2.3.1):

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_D \\ \omega_I \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

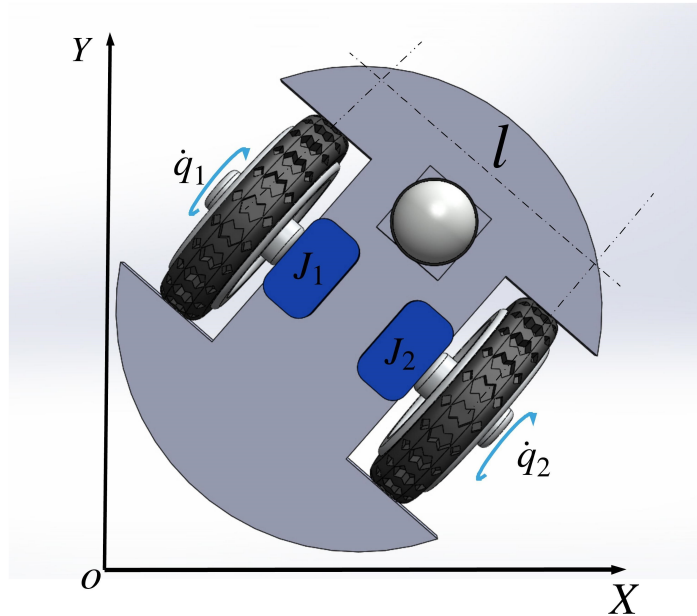


Figura 2.3: Velocidades angulares de las ruedas elegidas como coordenadas generalizadas

Después se definen y se obtienen las funciones de energía cinética y potencial si es el caso, para la energía cinética, la cual es $\frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}$ donde como se menciona en la sección 2.1, la velocidad tangencial esta dada por la ecuación (2.1.1) por lo que se tiene $\frac{1}{2}m((\omega_D + \omega_I)\frac{r}{2})^2$, lo cual representa la energía cinética para la parte del chasis, lo mismo se realiza para la inercia de la masa del chasis ($J(m)$) y la inercia de los dos motores(J_1 y J_2), por lo que se obtiene la ecuación (2.3.2):

$$\mathcal{K}(\omega_D, \omega_I) = \frac{1}{2}J_1(\omega_D)^2 + \frac{1}{2}J_2(\omega_I)^2 + \frac{1}{2}m\frac{r^2}{4}(\omega_D + \omega_I)^2 + \frac{1}{2}J(m)\frac{r^2}{l^2}(\omega_D - \omega_I)^2 \quad (2.3.2)$$

Para la energía potencial \mathcal{P} , que se ha definido en 2.2.3 debido a que en este trabajo no existen cambios de altura, únicamente se desplaza en el plano X-Y por lo que la energía potencial resulta ser cero.

Como la energía potencial es igual a cero el lagrangiano queda definido únicamente por la energía cinética total (2.3.2) como se muestra en la ecuación (2.3.3)

$$\mathcal{L}(\dot{q}) = \mathcal{K}(\dot{q}) \quad (2.3.3)$$

Por consiguiente se realiza cambio de variables para no perder generalidad:

$$\mathcal{L}(\dot{q}) = \frac{1}{2}J_1(\dot{q}_1)^2 + \frac{1}{2}J_2(\dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2}m\frac{r^2}{2^2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2}J(m)\frac{r^2}{l^2}(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2 \quad (2.3.4)$$

Observación.1

La energía cinética $\mathcal{K}(\dot{q})$ está compuesta por 4 términos: la energía cinética asociada a la rueda derecha esta descrita por $\frac{1}{2}J_1(\dot{q}_1)^2$, la energía cinética asociada a la rueda izquierda por $\frac{1}{2}J_2(\dot{q}_2)^2$ (ambas con transmisión directa al motor) donde J_1 y J_2 representan la inercia de cada motor, la energía cinética asociada a la velocidad tangencial descrita por $\frac{1}{2}m\frac{r^2}{2^2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2$ donde se mantiene la relación de las velocidades angulares descrita en la ecuación (2.1.1) y finalmente la energía cinética asociada a la velocidad angular del chasis descrita por $\frac{1}{2}J(m)\frac{r^2}{l^2}(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2$ donde de mismo modo se mantiene la relación de la ecuación (2.1.2).

Siguiendo con las ecuaciones de movimiento ahora la función de disipación de Rayleigh, las constantes de viscosidad para cada uno de los motores son β_1 y β_2 respectivamente, y ϱ para la viscosidad presente en la velocidad tangencial y la velocidad angular.

$$\mathcal{R}(\dot{q}) = \frac{1}{2}\beta_1(\dot{q}_1)^2 + \frac{1}{2}\beta_2(\dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2}\varrho\frac{r^2}{4}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2}\varrho\frac{r^2}{l^2}(\dot{q}_1 - \dot{q}_2)^2 \quad (2.3.5)$$

Se plantean las ecuaciones de movimiento y con lo obtenido en las ecuaciones (2.3.4) y (2.3.5) en la ecuación (2.2.5):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{R}(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = \tau$$

A continuación se solucionan las derivadas de las ecuaciones (2.3.1), donde se sabe que se tiene dos coordenadas generalizadas las cuales son \dot{q}_1 y \dot{q}_2 por lo que las ecuaciones a resolver resultan ser:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_1)}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_1)}{\partial q_1} + \frac{\partial \mathcal{R}(\dot{q}_1)}{\partial \dot{q}_1} = \tau_1$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_2)}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_2)}{\partial q_2} + \frac{\partial \mathcal{R}(\dot{q}_2)}{\partial \dot{q}_2} = \tau_2$$

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q})}{\partial \dot{q}_1} \right) = J_1 \dot{q}_1 + m \frac{r^2}{2^2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + J(m) \frac{r^2}{l^2} (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \quad (2.3.6)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q})}{\partial \dot{q}_1} \right) = J_1 \ddot{q}_1 + m \frac{r^2}{4} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + J(m) \frac{r^2}{l^2} (\ddot{q}_1 - \ddot{q}_2) \quad (2.3.7)$$

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q})}{\partial \dot{q}_2} \right) = J_2 \dot{q}_2 + m \frac{r^2}{2^2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + J(m) \frac{r^2}{l^2} (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \quad (2.3.8)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q})}{\partial \dot{q}_2} \right) = J_2 \ddot{q}_2 + m \frac{r^2}{4} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + J(m) \frac{r^2}{l^2} (-\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \quad (2.3.9)$$

$$- \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_1} = 0 \quad (2.3.10)$$

$$- \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_2} = 0 \quad (2.3.11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}(\dot{q})}{\partial \dot{q}_1} = \beta_1 \dot{q}_1 + \varrho \frac{r^2}{4} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + \varrho \frac{r^2}{l^2} (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \quad (2.3.12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}(\dot{q})}{\partial \dot{q}_2} = \beta_2 \dot{q}_2 + \varrho \frac{r^2}{4} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + \varrho \frac{r^2}{l^2} (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \quad (2.3.13)$$

Las matrices de las ecuaciones de movimiento de Euler - Lagrange resultan ser:

$$\begin{aligned} & \left(\left[\begin{array}{cc} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} m \frac{r^2}{4} & m \frac{r^2}{4} \\ m \frac{r^2}{4} & m \frac{r^2}{4} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} J(m) \frac{r^2}{l^2} & -J(m) \frac{r^2}{l^2} \\ -J(m) \frac{r^2}{l^2} & J(m) \frac{r^2}{l^2} \end{array} \right] \right) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \\ & + \left(\left[\begin{array}{cc} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} \varrho \frac{r^2}{4} & \varrho \frac{r^2}{4} \\ \varrho \frac{r^2}{4} & \varrho \frac{r^2}{4} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} \varrho \frac{r^2}{l^2} & -\varrho \frac{r^2}{l^2} \\ -\varrho \frac{r^2}{l^2} & \varrho \frac{r^2}{l^2} \end{array} \right] \right) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

$$M(m, r, J(m), J_1, J_2) \ddot{q} + B(r, l, \varrho, \beta_1, \beta_2) \dot{q} = \tau$$

Donde la matriz de inercia resulta se una matriz constante que depende del radio de las ruedas, la masa del robot móvil diferencial y las inercias de motores, y las matrices de

viscosidad dependen del radio de las ruedas, la distancia que hay entre ellas, las constantes de viscosidad y finalmente el vector de fuerzas generalizadas $\tau(\tau_1, \tau_2)$, como se lee en la ecuación (2.3.14).

Observación.2

En la ecuación (2.3.14) para la matriz de inercia el primer término está asociado a las inercias rotacionales de los motores ($J_1 J_2$), el segundo término a las inercias asociadas con la la velocidades tangenciales (V_T) y el tercer término la inercias asociadas a las velocidades angulares (ξ).

Para cuestiones de simulación y control es conveniente reescribir las ecuaciones como se observa en las ecuación (2.3.15):

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \left[\left(\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \frac{r^2}{4} & m \frac{r^2}{4} \\ m \frac{r^2}{4} & m \frac{r^2}{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J(m) \frac{r^2}{l^2} & -J(m) \frac{r^2}{l^2} \\ -J(m) \frac{r^2}{l^2} & J(m) \frac{r^2}{l^2} \end{bmatrix} \right)^{-1} \right. \\ \left. \left(- \left(\begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varrho \frac{r^2}{4} & \varrho \frac{r^2}{4} \\ \varrho \frac{r^2}{4} & \varrho \frac{r^2}{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varrho \frac{r^2}{l^2} & -\varrho \frac{r^2}{l^2} \\ -\varrho \frac{r^2}{l^2} & \varrho \frac{r^2}{l^2} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \right) \right] \quad (2.3.15)$$

Y de manera compacta:

$$\ddot{q} = M(m, r, l, J(m), J_1, J_2)^{-1} (-(B(r, l, \varrho, \beta_1, \beta_2)\dot{q}) + \tau(\tau_1, \tau_2)) \quad (2.3.16)$$

Como se observa en la ecuación (2.3.15), las coordenadas generalizadas de aceleración que en este caso caracterizan a las aceleración angulares derecha e izquierda ($\ddot{q}_1 = \dot{\omega}_D$ y $\ddot{q}_2 = \dot{\omega}_I$), y en consecuencia los pares aplicados (τ_1 y τ_2), serán las entradas aplicadas al modelo dinámico que se ha desarrollado, los cuales se obtendrán del modelo matemático de motores de corriente directa en la sección 2.4.

2.4. Modelado de actuadores

Los actuadores utilizados para las simulaciones del robot móvil diferencial, son descritos a continuación como se observa en la figura 2.5, con lo que se describe al motor, siendo la forma simplificada la siguiente: iniciando por la fuente de voltaje, que está en serie con la resistencia total, la inductancia total y posteriormente se encuentra la fuerza contra-electromotriz que se genera cuando el motor gira (Mahfouz et al., 2013).

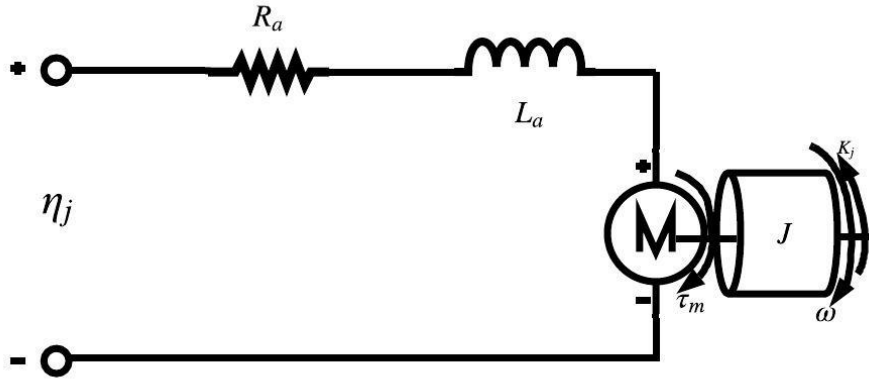


Figura 2.4: Diagrama eléctrico de un motor de corriente directa con imanes permanentes

La fuerza contra-electromotriz está dada por:

$$e(t) = K_b \omega_n(t) \quad (2.4.1)$$

Donde en la ecuación (2.4.1) está representada la relación lineal entre la constante contra-electromotriz K_b y la velocidad angular del motor $\omega_n(t)$.

$$\tau_m = K_j I_n(t) \quad (2.4.2)$$

De igual forma para el par motor (τ_n), existe una relación entre la constante de motor (K_j) y la corriente ($I_n(t)$) del circuito. Por ley de voltaje de Kirchhoff, se tiene en la ecuación (2.4.3):

$$\eta_j = R_a I_n(t) + L_a \frac{dI_n(t)}{dt} + K_b \omega_n(t) \quad (2.4.3)$$

La parte mecánica del motor en la ecuación (2.4.4), relaciona la aceleración angular con el par desarrollado por el motor (τ_m), el coeficiente de viscosidad (K_j), la velocidad angular

$(\omega_n(t))$ y la inercia (J_n) .

$$J_n \frac{d\omega_n(t)}{dt} = K_j I_n(t) - B_m \omega_n(t) \quad (2.4.4)$$

Ordenando las ecuaciones diferenciales se tiene que:

$$\frac{dI_n(t)}{dt} = \frac{\eta_j}{L_a} - \frac{R}{L_a} I_n(t) - \frac{K_b}{L_a} \omega_n(t) \quad (2.4.5)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{K_j}{J_n} I_n(t) - \frac{B_m}{J_n} \omega_n(t) \quad (2.4.6)$$

Por lo que la representación en espacios de estados se plantea como en (2.4.7) y (2.4.8).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_n(t) \\ \omega_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K_j}{J_n} & -\frac{B_m}{J_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n(t) \\ \omega_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} \eta_j \quad (2.4.7)$$

$$\iota = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n(t) \\ \omega_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.4.8)$$

Lo que se busca al obtener el modelo en espacios de estado de los motores de corriente directa es ι la salida de interés del modelo, puesto que permite obtener los pares aplicados en el modelo (2.3.14), mediante la multiplicación de la corriente en cada motor por la constante de par motor K_j , dicha operación resulta ser τ_n .

2.4.1. Aproximación eléctrica de un trinquete

Como una de las necesidades para la tracción de robot diferencial se agrega una aproximación eléctrica de un trinquete mecánico el cual es un mecanismo que permite el giro en una dirección y que bloquea el giro en sentido contrario, esto debido a la uñeta presente (Galván Torres et al., 2015). Es posible clasificarle en cuatro funciones: retención, accionamiento, reversible e irreversible. En tal caso se requiere que se eviten movimientos en sentido contrario en las ruedas del robot diferencial y que al desacoplarse el trinquete, la llanta quede en inercia libre por esto se utiliza el tipo irreversible.:

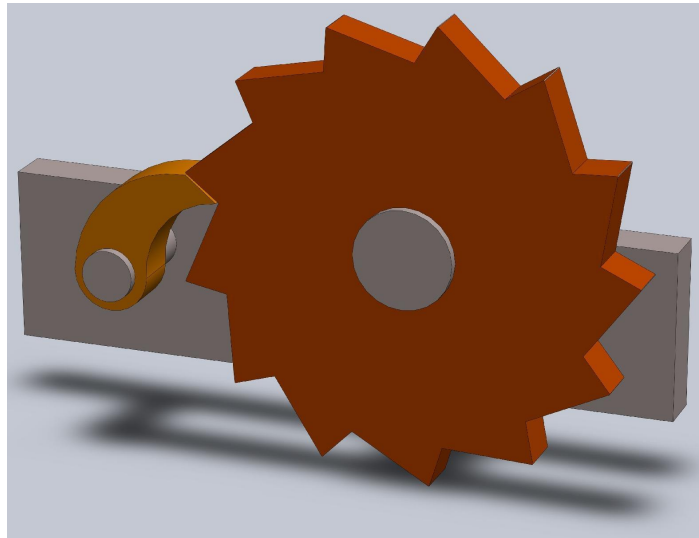


Figura 2.5: Ilustración de un trinquete mecánico

A continuación en la ecuación (2.4.9) la representación matemática del dicho trinquete:

$$\bar{R}(\eta_j) = \begin{cases} R_a, & \eta_j \neq 0 \\ 100R_a, & \eta_j = 0 \end{cases}, \quad j = 1, 2; \quad (2.4.9)$$

Donde la resistencia presentada en el modelo del motor de corriente directa es remplazada por una $\bar{R}(\eta_j)$, la cual es una resistencia que depende del voltaje aplicado y por lo tanto si el voltaje aplicado es diferente de cero la resistencia R_a se mantiene sin cambio, al contrario la resistencia R_a se multiplica por 100 veces su valor. Este aumento de valor en la resistencia recuerda a la ley de ohm, donde al sustituir la resistencia por una de mayor valor, la corriente que circula en el circuito disminuye, dicha acción es equivalente a un circuito abierto. Dicho comportamiento eléctrico permite que posteriormente el control aplicado no tenga deficiencias al accionar el actuador. El diagrama eléctrico se muestra en la figura 2.6:

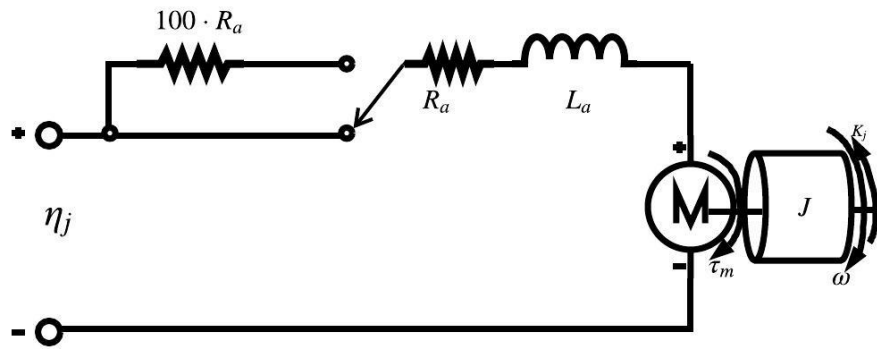


Figura 2.6: Circuito eléctrico aproximado de un trinquete.

2.4.2. Freno pulsante

Un freno es un dispositivo que tiene como propósito, detener un sistema en movimiento, disminuir su velocidad o controlarlo en cierto valor y bajo condiciones variables.

Un freno es eficaz, cuando al activarlo se obtiene:

- La detención del sistema en un tiempo y distancia mínimos.
- La estabilidad de frenado es buena cuando el sistema no se desvía de su trayectoria.
- El frenado es progresivo, cuando el esfuerzo realizado por freno es proporcional a la acción reacción (Gama Ruiz, 2012).

La elección de un freno pulsante es consecuente a las observaciones que se tienen respecto a la inercia que logra el robot diferencial, la cual al aplicar un frenado abrupto deteriorarla a cero su velocidad, a diferencia de que con el uso de un frenado pulsante, donde además de conservar dicha inercia, también habría posibilidad de cambios de orientaciones suaves y con ello un error de orientación cercano a cero. El freno pulsante donde $F_j = \{0, 1\}$ que se ha obtenido se describe matemáticamente como:

$$B(F_j) = 100F_j; \quad j = 1, 2; \tag{2.4.10}$$

El cual esta presente como una viscosidad agregada al modelo de Euler - Lagrange (2.3.15), y su comportamiento ante el modelo está descrito en la siguiente tabla:

| F_1 | F_2 | Comportamiento |
|-------|-------|--------------------------|
| 0 | 1 | Giro sentido antihorario |
| 1 | 0 | Giro sentido horario |
| 1 | 1 | Frenado abrupto |

Tabla 2.1: Configuraciones de frenado.

2.5. Modelo completo del robot diferencial con trinquete y frenado pulsante

$$\Sigma_{RDTF} : \left\{ \begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 \begin{bmatrix} \dot{I}_D \\ \dot{I}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{R}(\eta_1)}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{\bar{R}(\eta_2)}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ I_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K_b}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{K_b}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \\
 \\
 \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m\frac{r^2}{4} & m\frac{r^2}{4} \\ m\frac{r^2}{4} & m\frac{r^2}{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J(m)\frac{r^2}{l^2} & -J(m)\frac{r^2}{l^2} \\ -J(m)\frac{r^2}{l^2} & J(m)\frac{r^2}{l^2} \end{bmatrix} \right)^{-1} \\
 \left(- \left(\begin{bmatrix} B_1 + B(F_1) & 0 \\ 0 & B_2 + B(F_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varrho\frac{r^2}{4} & \varrho\frac{r^2}{4} \\ \varrho\frac{r^2}{4} & \varrho\frac{r^2}{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varrho\frac{r^2}{l^2} & -\varrho\frac{r^2}{l^2} \\ -\varrho\frac{r^2}{l^2} & \varrho\frac{r^2}{l^2} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} KI_D \\ KI_I \end{bmatrix} \right) \\
 \\
 \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\varphi) & 0 \\ \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)r \\ \frac{2}{l} \\ (\dot{q}_1 - \dot{q}_2)r \end{bmatrix} \\
 \\
 B(F_j) = 100F_j; \quad j = 1, 2; \\
 \\
 \bar{R}(\eta_j) = \begin{cases} R_a, & \eta_j \neq 0 \\ 100R_a, & \eta_j = 0 \end{cases}, \quad j = 1, 2; \\
 \\
 z = [x, y, \varphi]^T
 \end{array} \right. \quad (2.5.1)$$

En el acoplamiento en la ecuación (2.5.1) el modelo en espacios de estado de los motores de corriente directa se observa el acoplamiento del trinquete eléctrico de la ecuación (2.4.9). En la ecuación (2.5.1) el modelo en Euler - Lagrange del robot diferencial tiene también acoplado el freno pulsante en el primer término de la matriz de viscosidades.

Finalmente se muestra el modelo cinemático del robot diferencial, sus entradas son las velocidades de cada rueda, las cuales se han obtenido al integrar las aceleraciones del modelo de Euler - Lagrange (\ddot{q}_1 y \ddot{q}_2) por otro lado el par aplicado se obtiene mediante la multiplicación entre la constante de par motor y la corriente de cada motor $K_j I_n$. Los modelos mencionados representan a la planta en este caso al robot diferencial, por lo que en el siguiente apartado

se desarrolla la ley de control para la manipulación del voltaje y frenado pulsante y con ello controlar la posición con el objetivo de regulación manteniendo una velocidad definida.

Como se observa en el diagrama el acoplamiento ahora representado mediante bloques de los modelos obtenidos a lo largo de este capítulo se muestran en la figura 2.7:

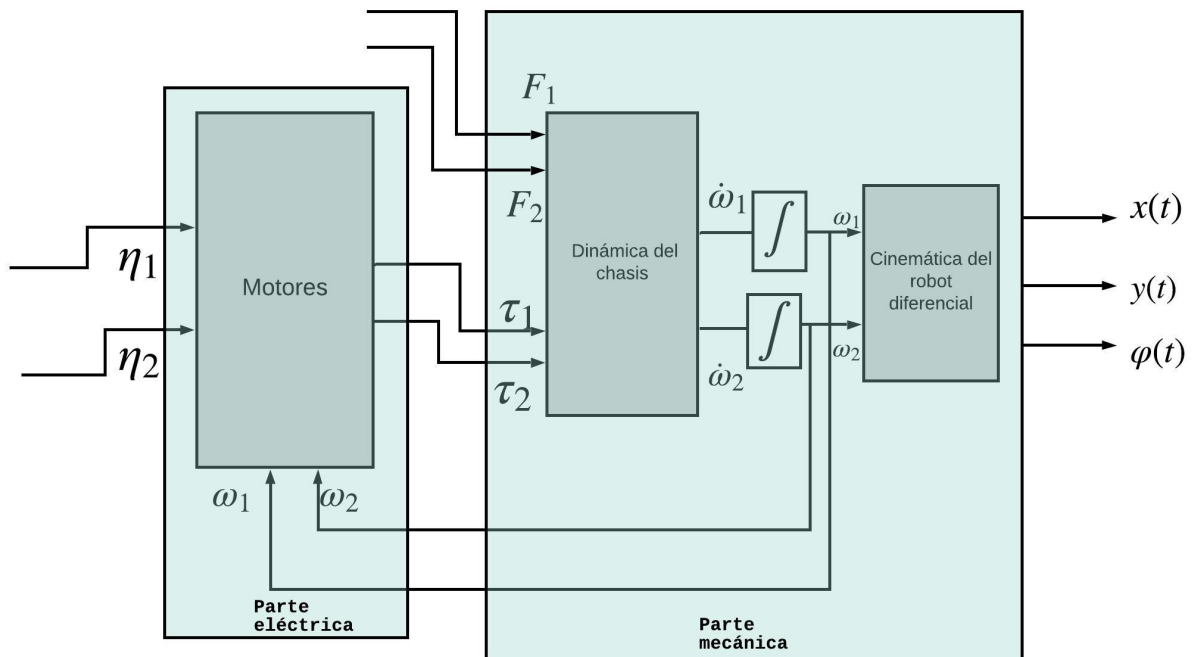


Figura 2.7: Esquema general del sistema.

2.6. Simulaciones del sistema

2.7. Simulación 1 - Energización simultanea de los dos motores del robot diferencial en lazo abierto

2.7.1. Objetivo de la simulación 1

Estudiar el comportamiento de robot diferencial al aplicar una señal escalón simultáneamente en ambos motores.

2.7.2. Configuración y desarrollo de la simulación 1

En esta simulación se estudia el comportamiento de robot diferencial, cuando se aplica un escalón para romper su estado en reposo. Con base a los parámetros elegidos (Consultar Anexo A) las condiciones iniciales son $[x(0), y(0), \varphi(0)]^T = [0, 0, \pi/2]^T$ con tiempo de simulación $t_F = 15$ segundos aplicando un escalón de amplitud 5 con duración de 1 segundo y valor final de 0. Note que se configura un escalón a cada uno de los dos motores figura 2.11 las simulaciones se realizaron mediante SIMULINK®.

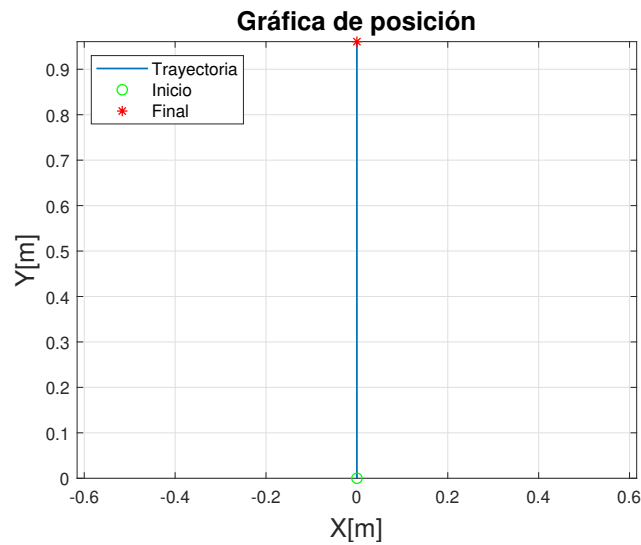


Figura 2.8: Simulación 1 - Posición de robot móvil

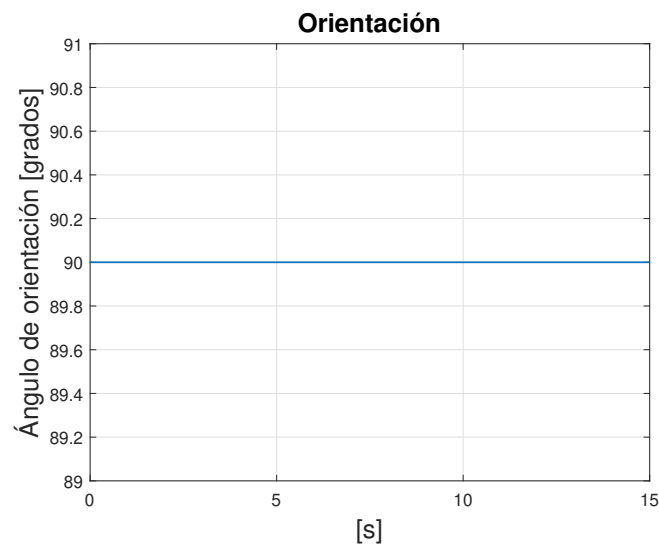


Figura 2.9: Simulación 1 - Orientación de robot móvil

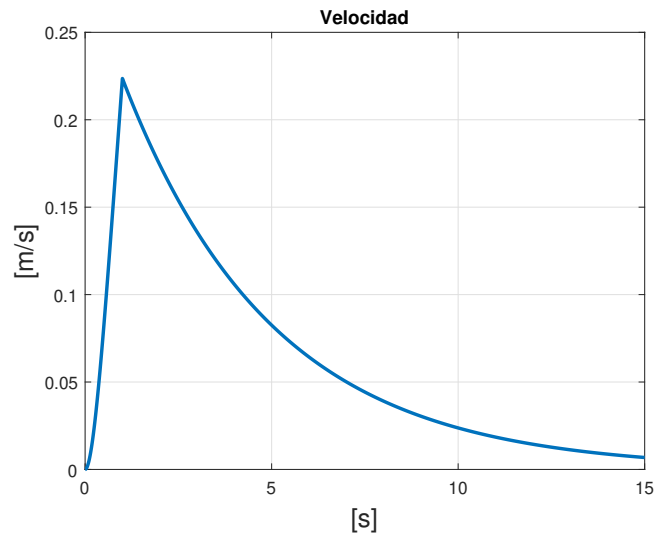


Figura 2.10: Simulación 1 - Velocidad tangencial

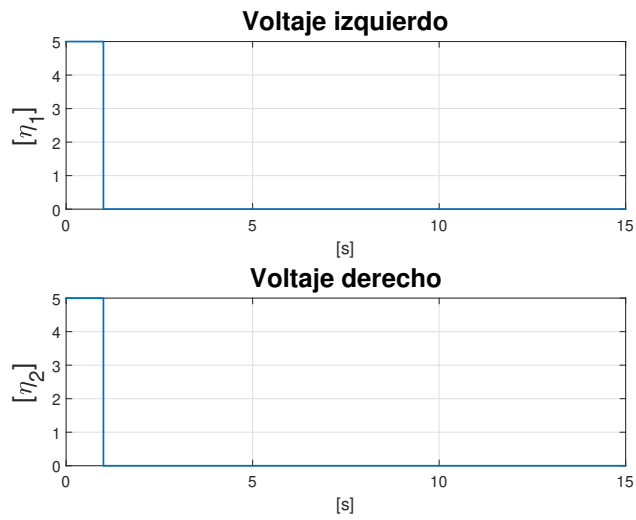


Figura 2.11: Simulación 1 - Aplicación de voltaje

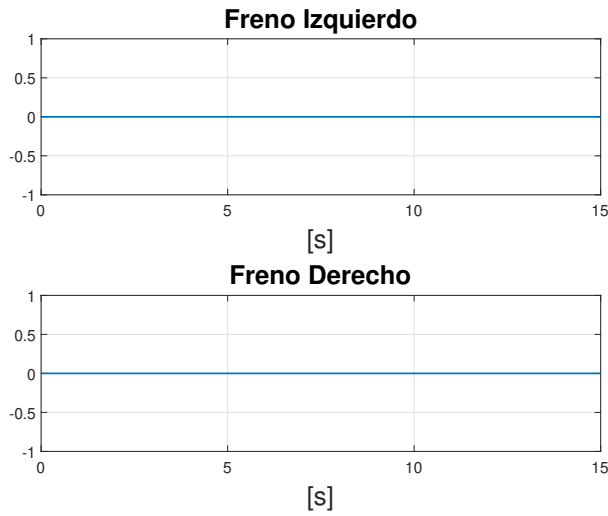


Figura 2.12: Simulación 1 - Frenos

2.7.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 1

Se observa en la figura 2.11 que en el lapso de 1 *segundo* se energizan simultáneamente los motores con 5 *volts* esto provoca que las ruedas venzan la inercia propia del robot diferencial, obteniendo así energía cinética durante un lapso corto de tiempo hasta que decrece y vuelve a su estado de reposo.

En el caso de figura 2.11 la velocidad en ambas ruedas se considera como la misma por lo que se obtiene una velocidad tangencial del robot diferencial, se observa que en la figura 2.10 y en consecuencia en la figura 2.9 se mantiene constante la orientación del robot diferencial hasta el final de los 20 segundos de simulación.

2.7.4. Conclusiones de la simulación 1

Con esta simulación se comprueba que el acoplamiento de modelos en lazo abierto tiene un comportamiento con sentido físico. Es decir si al proporcionar una misma entrada se obtiene un mismo comportamiento en las ruedas y por ello la orientación se mantiene constante respecto a las condiciones iniciales.

2.8. Simulación 2 - Modificación de la orientación mediante el freno pulsante en lazo abierto

2.8.1. Objetivo de la simulación 2

Demostrar el efecto en la orientación, del robot diferencial al accionar un freno.

2.8.2. Configuración y desarrollo de la simulación 2

Para demostrar que es posible realizar un cambio de orientación mediante el frenado pulsante se configuran las condiciones iniciales $[x(0), y(0), \varphi(0)]^T = [0, 0, \pi/2]^T$ con tiempo de simulación $t_F = 15$ segundos, aplicando un escalón, de amplitud 5 con duración de 1 segundo con un valor final de 0 y un frenado pulsante en los segundos 1, 1.5, 3 y 3.5 por un lapso de 1ms cada uno.

En esta simulación se estudia el comportamiento de robot diferencial, al establecer el comportamiento del mismo con base a las tres configuraciones de frenado que se muestran en la tabla 2.1 donde el freno pulsante se describe como una función binaria, que al aplicarse aumenta cien veces el valor de la fricción viscosa en cada rueda y esta representado matemáticamente como en la ecuación (2.4.10).

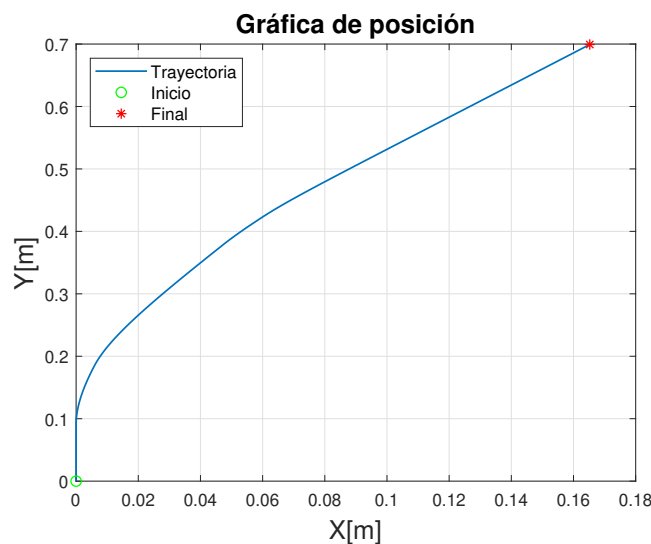


Figura 2.13: Simulación 2 - Posición de robot móvil

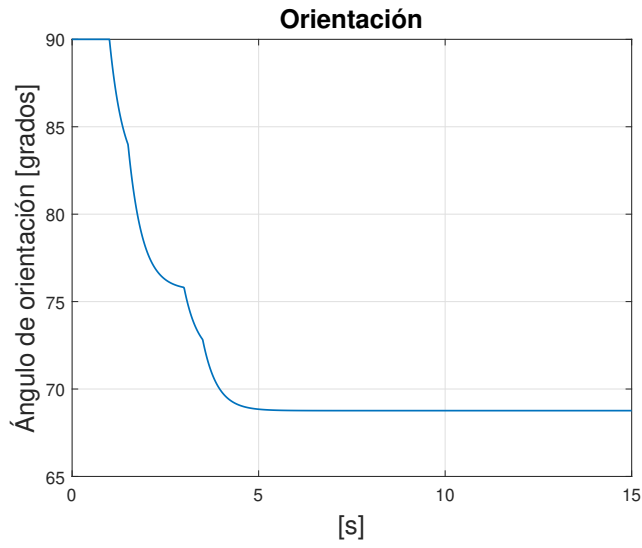


Figura 2.14: Simulación 2 - Orientación de robot móvil

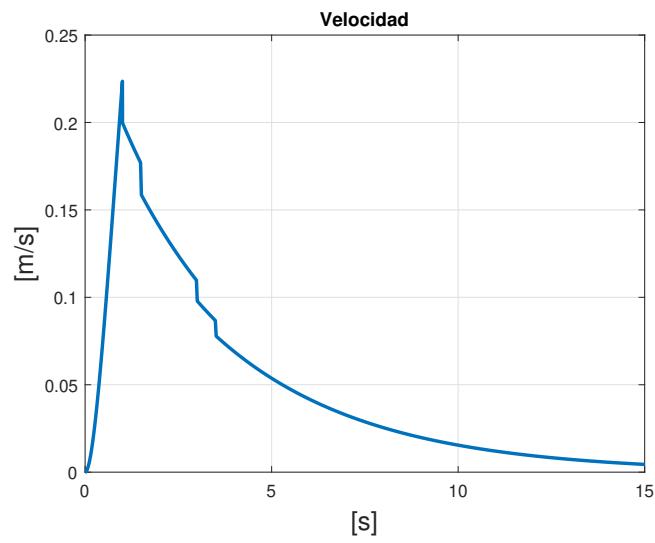


Figura 2.15: Simulación 2 - Velocidad tangencial

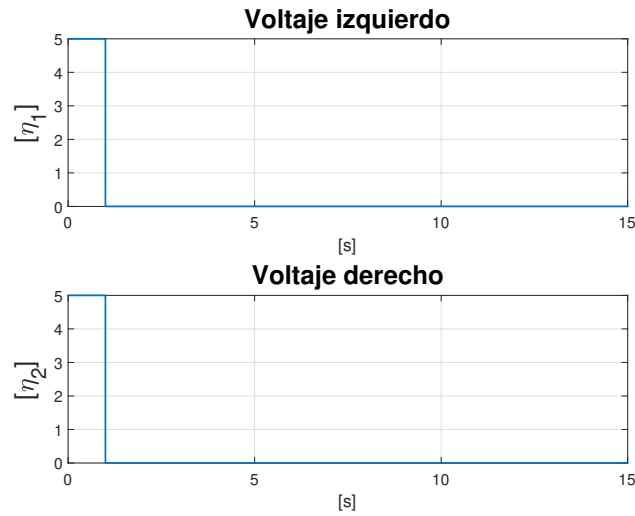


Figura 2.16: Simulación 2 - Aplicación de voltaje

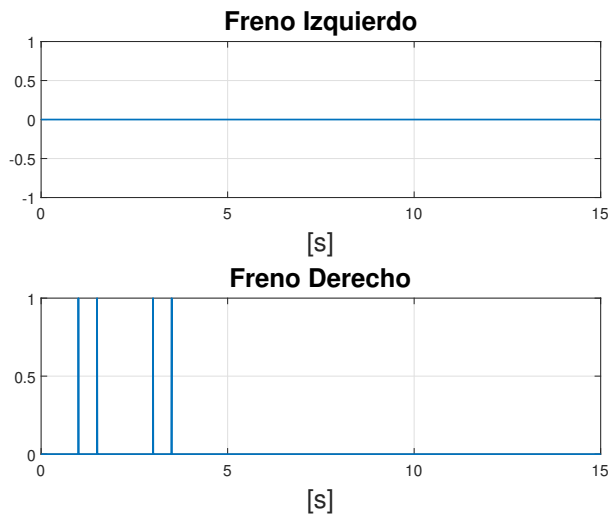


Figura 2.17: Simulación 2 - Frenos

2.8.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 2

Únicamente se aplica freno pulsante en la rueda derecha lo cual se puede observar en la figura 2.17 en el *segundo* 1 y 1.5 por una milésima de segundo y también en el *segundo* 3 y 3.5 por una milésima de segundo, en cada uno de los 4 pulsos. Se observa que, al aplicar el frenado pulsante, hay una degradación de energía cinética y por tanto la velocidad tangencial como se observa en la figura 2.15 se ve afectada.

Respecto al desplazamiento en la figura 2.13, se observa que hay un cambio de dirección que coincide con la aplicación de freno pulsante derecho, al igual que en la figura 2.14 el cambio de orientación es notorio en el segundo 1, 1.5 y en el segundo 3, 3.5, es menor pero existe. En 2.13 se observa que hay un giro hacia la derecha pues concuerda con las configuraciones de frenado pulsante presentado en la tabla 2.1. Es importante mencionar que en la rueda izquierda no se aplica frenado pulsante, aun cuando se observa en la figura 2.15 una disminución de velocidad angular esto es debido a la aplicación de frenado pulsante y por tanto una generación de trayectoria en tipo arco, la matriz de inercia se mantiene constante pero la viscosidad de las ruedas cambia, y con ello disminuyen también ambas velocidades angulares (ω_D y ω_I).

2.8.4. Conclusiones de la simulación 2

Se comprobó que el frenado pulsante es capaz de modificar la orientación del robot móvil, como se observa en la figura 2.14 que existe un cambio de orientación, se observa que el robot diferencial inicia en 90° y termina orientado en 68° aproximadamente.

2.9. Simulación 3 - Frenado abrupto del robot diferencial en lazo abierto

2.9.1. Objetivo de la simulación 3

Demostrar que el robot diferencial se detiene al aplicar freno simultáneo en ambas ruedas.

2.9.2. Configuración y desarrollo de la simulación 3

Utilizando la configuración y las mismas condiciones iniciales de la simulación 2 (2.8).

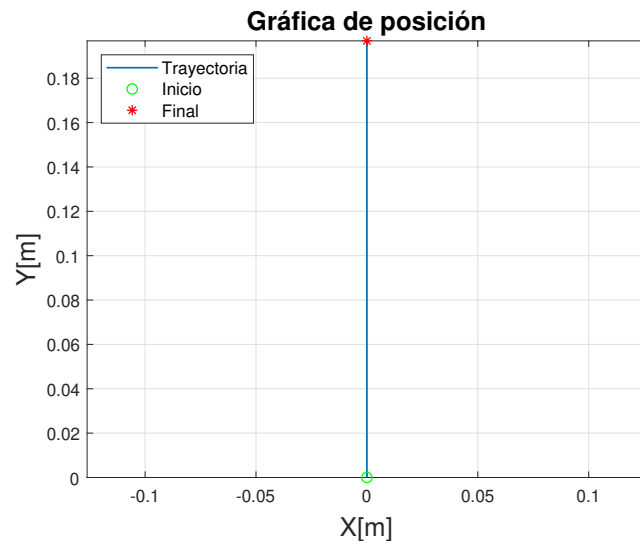


Figura 2.18: Simulación 3 - Posición de robot móvil

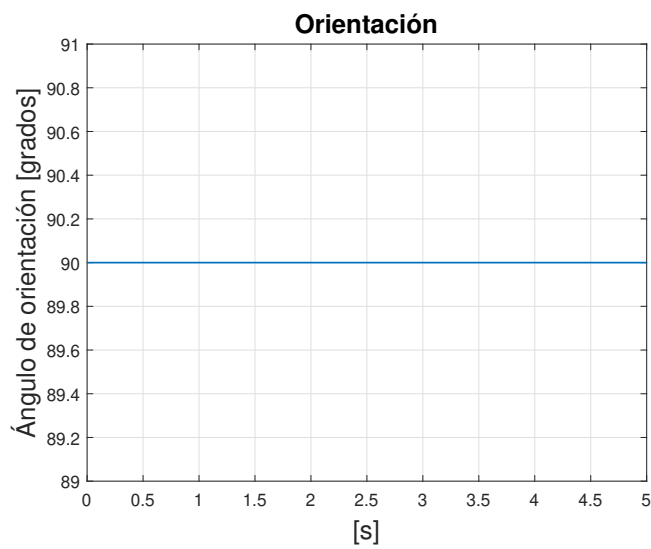


Figura 2.19: Simulación 3 - Orientación de robot móvil

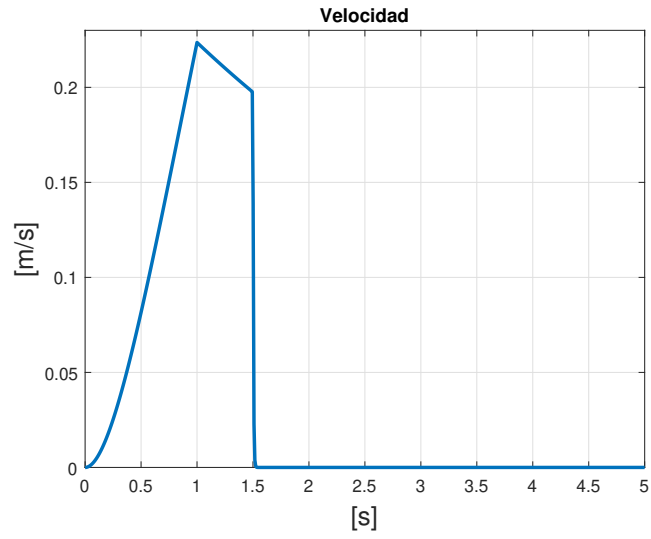


Figura 2.20: Simulación 3 - Velocidad tangencial

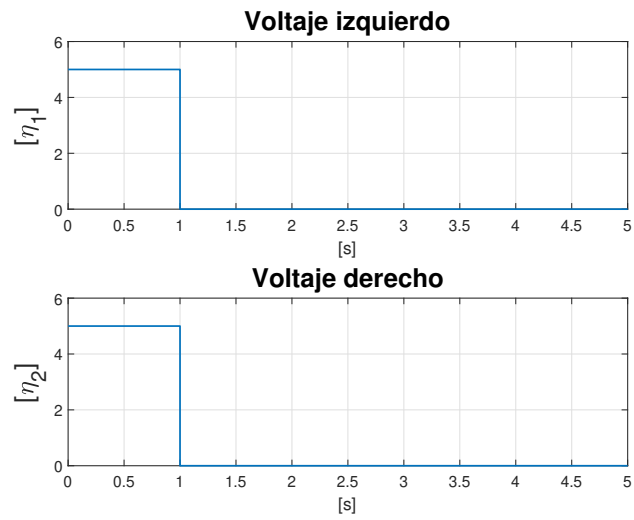


Figura 2.21: Simulación 3 - Aplicación de voltaje

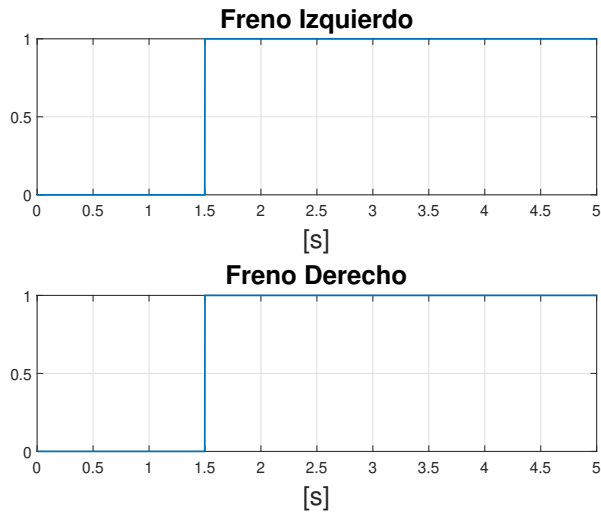


Figura 2.22: Simulación 3 - Frenos

2.9.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 3

Se aplica un escalón de amplitud 5 volts con duración de 1 seg como se puede observar en la figura 2.21. Se observa que, al aplicar el frenado simultaneo en ambas ruedas, hay una disipación de la velocidad tangencial y por tanto la energía cinética almacenada en el robot diferencial se anula como se observa en la figura 4.3.

El desplazamiento se observa en la figura 2.18, se observa que va de $[0, 0, \pi/2]^T$ a $[0, 0.19, \pi/2]^T$ sin cambio de dirección como se observa en la figura 2.19.

Respecto al frenado se mantiene aplicado hasta el final de la simulación como se observa en la figura 2.22

2.9.4. Conclusiones de la simulación 3

Se comprobó que un frenado abrupto como se muestra en la tabla 2.1 es capaz de detener al robot diferencial. Lo que significa la elección de $100F_j$ es adecuada respecto a las dimensiones manejadas para el sistema.

Capítulo 3

Control automático

El objetivo de control de un robot móvil depende del diseñador, de la tarea a realizar y de la sofisticación del sistema. Por un lado está el seguimiento de trayectoria donde la entrada de referencia cambia de valor reiteradamente y por otro lado esta la regulación, en el caso de robot móviles la regulación de posición como es el caso de este trabajo, donde la entrada de referencia es constante y se necesita que la salida del sistema mantenga el valor deseado aun con perturbaciones.

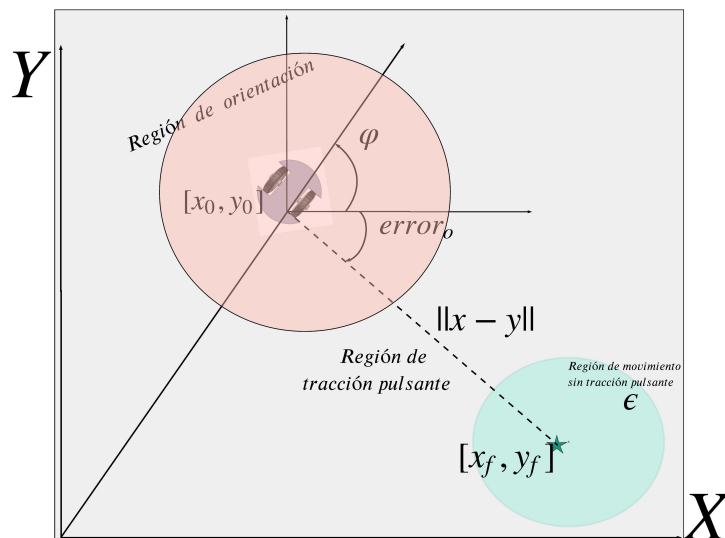


Figura 3.1: Estrategia de control.

3.1. Estrategia de control

La estrategia de control aplicada consta de tres acciones principales:

- Región de orientación
- Región de movimiento en línea recta
- Región de región de movimiento sin tracción pulsante

3.1.1. Región de orientación

Esta región se encuentra sombreada por un color rosado como se observa en la figura 3.1. Sea $[x(t) \ y(t)]^T$ la posición de robot diferencial y $[x_f \ y_f]^T$ la posición del punto final. Si se nombra como $H = [x(t) \ y(t)]^T$ y $O = [x_f \ y_f]^T$ en \mathbb{R}^2 entonces $\overrightarrow{HO} = \underbrace{[x_f - x(t)]^T}_a \ \underbrace{[y_f - y(t)]^T}_b$ y la distancia que hay entre el punto H y el punto O en el plano X-Y se obtiene con:

$$\|\overrightarrow{HO}\| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} \quad (3.1.1)$$

Y su orientación:

$$\mu = \text{atan} \left(\frac{b}{a} \right) \quad (3.1.2)$$

En otra palabras se obtiene la distancia entre el punto de origen del robot diferencial y el punto al que se desea llegar lo que resulta en un vector \overrightarrow{HO} al cual se le calcula su orientación y dicho ángulo denominado μ es la referencia de orientación y por lo tanto el error de control de orientación o error de orientación está dado por $error_o = (\mu - \varphi(t))$.

3.1.1.1. Obtención de ángulos en los IV cuadrantes del plano (XY)

La orientación de un vector es el ángulo que forma el vector con el eje x positivo.

- Primer cuadrante es $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$
- Segundo cuadrante es $\theta = 180^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{y}{-x} \right)$

- Tercer cuadrante es $\theta = 180^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{-y}{-x}\right)$
- Cuarto cuadrante es $\theta = 360^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{-y}{x}\right)$

3.1.2. Región de movimiento en línea recta

En esta región el error de orientación $error_o \approx 0$ lo que da paso a lo siguiente. Nuevamente el objetivo de control de distancia es que el error se aproxime a ϵ donde epsilon es una distancia en la que el robot diferencial aprovecha la energía cinética acumulada y por lo tanto llega al objetivo con $V_T \approx 0$. El error de distancia está representado por $error_d = \|\overrightarrow{HO}\| < \epsilon$.

3.1.3. Región de movimiento sin tracción pulsante

Para evitar frenar de manera abrupta se realiza un análisis de aprovechamiento de energía cinética que se muestra a continuación.

Se analiza el modelo dinámico de la ecuación (2.3.15) como un sistema sin entradas es decir un sistema autónomo y es lo que continuación se describe.

Observación.3

Al analizar el modelo dinámico del chasis los pares aplicados se igualan a cero $[\tau_1 \ \tau_2]^T = 0$ durante el movimiento rectilíneo por lo tanto $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_r$ es decir ambas ruedas giran a la misma velocidad obteniendo la misma dinámica y en consecuencia el sistema queda reducido (sin movimiento angular) y por lo tanto es valido analizar una de las dos como se lee en la ecuación (3.1.3)

$$\left[J_1 + m\frac{r^2}{4} + J(m)\frac{r^2}{l^2} + m\frac{r^2}{4} - J(m)\frac{r^2}{l^2} \right] \ddot{q}_r + \left[\beta_1 + \varrho\left(\frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{l^2}\right) + \varrho\left(\frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{l^2}\right) \right] \dot{q}_r = 0 \quad (3.1.3)$$

Se obtienen ecuaciones diferenciales de segundo orden y al ser los valores $(J_1 + m\frac{r^2}{4} +$

$J(m)\frac{r^2}{l^2} + m\frac{r^2}{4} - J(m)\frac{r^2}{l^2}$ y $(\beta_1 + \varrho(\frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{l^2}) + \varrho(\frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{l^2}))$ constante, se hace un cambio de variable:

$$\zeta (J1, m, J(m), r, l) \ddot{q}_r + \kappa (B_1, \varrho, r, l) \dot{q}_r = 0 \quad (3.1.4)$$

Y se resuelve mediante la transformada de Laplace y la transformada inversa de Laplace:

$$\zeta \frac{dV_T(t)}{dt} + \kappa V_T(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathcal{L} \left\{ \zeta \frac{dV_T(t)}{dt} + \kappa V_T(0) = 0 \right\} \quad (3.1.5)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \{V_T(s)\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{V_T(0)}{s + \frac{\kappa}{\zeta}} \right\} \quad \longrightarrow \quad V_T(t) = V_T(0) \left(e^{-\frac{\kappa}{\zeta}t} \right) \quad (3.1.6)$$

Y ahora para obtener la ecuación de desplazamiento se integra a la velocidad obtenida en ecuación (3.1.6).

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{V_T(s)}{s} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{V_T(0)}{s(s + \frac{\kappa}{\zeta})} \right\} \quad \longrightarrow \quad d(t) = V_T(0) \left(\frac{\zeta}{\kappa} (1 - e^{-\frac{\kappa}{\zeta}t}) \right) \quad (3.1.7)$$

Con este análisis no solo se obtiene el desplazamiento que logra el sistema sin entradas (O región de movimiento sin tracción pulsante) si no que también se obtienen los límites de velocidad (V_{max} y V_{min}) para el controlador (sección 3.3) con dichos límites el robot diferencial es capaz tener movimiento continuo y con ello se evita elegir límites en los cuales la velocidad tangencial sea cercana a cero ya que si la velocidad tangencial del robot diferencial es cero es necesario que se rompa nuevamente el estado de reposo y por lo tanto un consumo de energía mayor y mayor desgaste de actuadores.

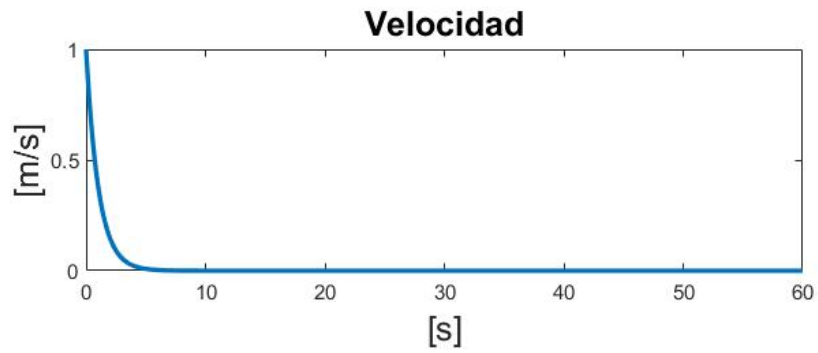


Figura 3.2: Simulación del sistema sin entradas - Velocidad tangencial

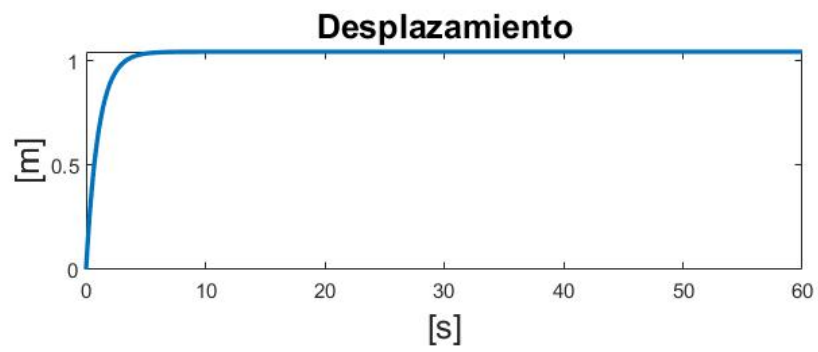


Figura 3.3: Simulación del sistema sin entradas - Desplazamiento

Lo desarrollado en las ecuaciones (3.1.6) y (3.1.3), se comprueba mediante simulaciones las cuales se observan en las figuras 3.2 y 3.3.

3.2. Control on - off

En el sistema de control on-off, el actuador tiene solo dos posiciones fijas, las cuales son, en muchos casos, simplemente encendido y apagado. En general, se restringe a la señal, a tomar una de las dos posiciones, y en consecuencia se hace que el control carezca de estados intermedios, este tipo de controlador es utilizado en procesos tanto cotidianos como industriales (Ogata, 1992). Como ejemplo se presenta matemáticamente el comportamiento de un control de dos posiciones como se lee en la ecuación (3.2.1):

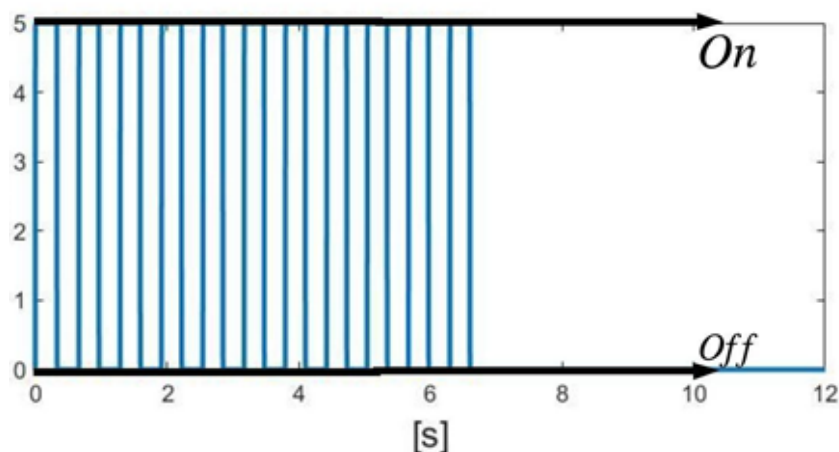


Figura 3.4: Representación del claro diferencial

$$N(t) = \begin{cases} 100\% & , \text{ si } Error(t) > 0 \\ 0 & , \text{ si } Error(t) < 0 \end{cases} \quad (3.2.1)$$

Donde $N(t)$ cambia de un estado a otro, ya sea 100 % o 0 (máximo o mínimo respectivamente). La escala que existe entre los dos límites del error lleva por nombre claro diferencial. El controlador cambia su estado dependiendo de la señal $Error(t)$.

Otro caso de controlador de este tipo, es el **controlador on-off con histéresis** (3.2.2). En el cual $M(t)$ que es la señal del controlador, puede tomar la posición de ON, si el $Error(t)$ es menor al límite mínimo L_{min} establecido, por el contrario, si el $Error(t)$ supera el límite

maximo L_{max} , $M(t)$ toma la posición de OFF, en consecuencia si el $Error(t)$ se mantiene entre L_{min} y L_{max} , $M(t)$ mantiene su posición anterior y no hay cambio.

$$M(t) = \begin{cases} ON & , \text{ si } Error(t) < L_{min} \\ OFF & , \text{ si } Error(t) > L_{max} \\ \text{sin cambio} & , \text{ si } L_{max} > Error(t) > L_{min} \end{cases} \quad (3.2.2)$$

La oscilación existente de $M(t)$ es un comportamiento típico de este tipo de controladores y es posible reducir esta oscilación decrementando el claro diferencial, pero este comportamiento tiene como consecuencia física que el actuador tenga un desgaste considerable y es por ello que debe determinarse el claro diferencial a partir de factores como exactitud y la vida útil de componente en este caso el actuador.

3.3. Control on-off con histéresis propuesto

Como se mencionó en la sección 3.2 el control de dos posiciones con histéresis 3.2.2 tiene un estado *sin cambio*, dicho estado puede interpretarse como una memoria. Existen diversos métodos para mantener estado anterior de la posición del controlador con histéresis.

El circuito Flip-Flop RS por ejemplo, almacena un bit de información que es útil en este caso para conocer la posición anterior del controlador dicha conmutación dependerá de los límites fijados. En este trabajo el objetivo es mantener la velocidad del robot móvil dentro de una velocidad máxima y velocidad mínima.

Para ello se proponen las funciones auxiliares γ_{min} y γ_{max} en las ecuaciones (3.3.1) y (3.3.2):

$$\gamma_{min}(\alpha) = \begin{cases} 1 & , \alpha \leq 0 \\ 0 & , \alpha > 0 \end{cases} , \quad (3.3.1)$$

$$\gamma_{max}(\beta) = \begin{cases} 1 & , \beta \geq 0 \\ 0 & , \beta < 0 \end{cases} , \quad (3.3.2)$$

las cuales serán de utilidad para representar si la variable controlada está por encima de un

nivel máximo a través de la función γ_{max} , o bien, si la variable controlada se encuentra por debajo de un nivel mínimo a través de la función γ_{min} . Estas funciones serán utilizadas tanto para el controlador de velocidad tangencial, como para el controlador del frenado.

Donde para el controlador de velocidad tangencial, el argumento α se define como el error de velocidad donde este es la diferencia de la velocidad tangencial (V_T) y la velocidad mínima¹ (V_{min}). Asimismo se define el argumento β como el error de velocidad de la diferencia de la velocidad tangencial y la velocidad máxima. (Ecuaciones (3.3.3) y (3.3.4)).

$$\alpha := V_T - V_{min} \quad (3.3.3)$$

$$\beta := V_T - V_{max} \quad (3.3.4)$$

Para el controlador que activa el frenado, la variable controlada es la distancia desde la posición instantánea del robot hasta la meta en el plano bidimensional, por esto, en este caso α se define como el error de distancia de la diferencia de la norma $\|\overrightarrow{HO}\|$ y $-\epsilon$. Y β se define como el error de distancia de la diferencia de la norma $\|\overrightarrow{HO}\|$ y ϵ .

$$\alpha := \|\overrightarrow{HO}\| + \epsilon \quad (3.3.5)$$

$$\beta := \|\overrightarrow{HO}\| - \epsilon \quad (3.3.6)$$

El esquema mostrado en la figura 3.5, representa el controlador dinámico con histéresis para la velocidad tangencial V_T donde se fijan las velocidades máxima y mínima, proporcionando a γ_{max} o γ_{min} que depende una desigualdad (α o β) que funciona como un error que determinar si se activa o desactiva la salida C del flip flop RS la cual se multiplica por una ganancia y posteriormente proporciona a η_j .

¹La velocidad mínima y máxima se obtuvieron en las sección 3.1.3

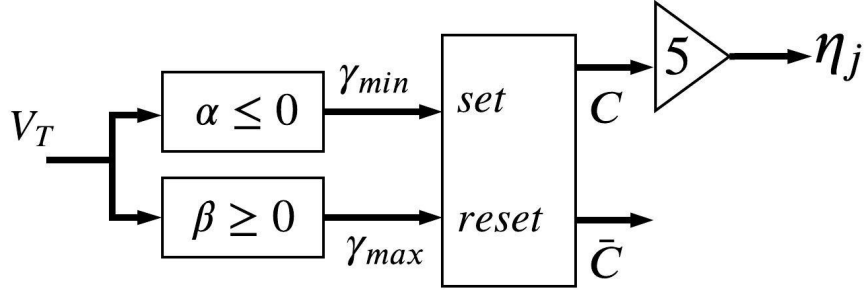


Figura 3.5: Diagrama a bloques del controlador de velocidad tangencial

El controlador dinámico con histéresis para la velocidad tangencial se muestra en (3.3.7):

$$\sum_{ctrl_{movimiento}} : \begin{cases} \dot{C} = -a\bar{C} + a\sigma(-\gamma_{min}(V_T - V_{min}) - C + \delta) \\ \dot{C} = -aC + a\sigma(-\bar{C} - \gamma_{max}(-V_T + V_{max}) + \delta) \\ \eta_j = 5C \end{cases} \quad (3.3.7)$$

Donde δ es un valor arbitrario en el intervalo $0 < \delta < 1$ y permite que se haga un procesamiento lógico equivalente a una operación NOR retroalimentada, a través de la función σ .

$$\sigma(\rho) = \begin{cases} 1 & , \quad \rho > 0 \\ 0 & , \quad \rho \leq 0 \end{cases} \quad (3.3.8)$$

Del mismo modo se construye el controlador dinámico con histéresis para la controlar la distancia, cuya representación dinámica se muestra en el siguiente sistema.

$$\sum_{ctrl_{Freno}} = \begin{cases} \dot{D} = -a\bar{D} + a\sigma(-\gamma_{min}(\|\overrightarrow{HO}\| + \epsilon) - D + \delta) \\ \dot{D} = -aD + a\sigma(-\bar{D} - \gamma_{max}(\|\overrightarrow{HO}\| - \epsilon) + \delta) \\ F_j = D \end{cases} \quad (3.3.9)$$

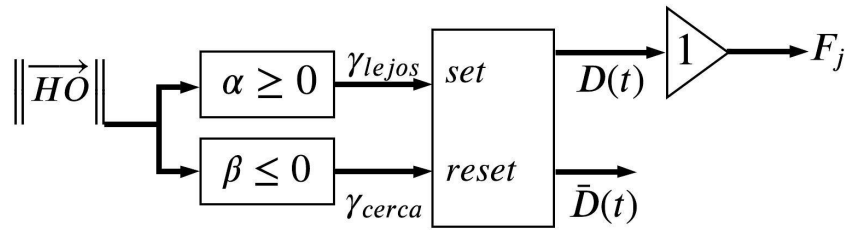


Figura 3.6: Diagrama a bloques del controlador de distancia

El esquema mostrado en la figura 3.6, representa el controlador dinámico con histéresis para distancia entre el punto de origen y el punto al que se desea llevar al robot diferencial $\|\vec{HO}\|$ donde se fija la distancia considerada como ϵ , proporcionando nuevamente una γ_{lejos} o γ_{cerca} que depende una desigualdad (α o β) que funciona como un error que determina si se activa o desactiva la salida D del flip flop RS que posteriormente proporciona a F_j . En ambos sistemas dinámicos a es el recíproco de la constante de tiempo.

Para el control del robot móvil se ha elegido este tipo de control on - off con histéresis debido a que permite el encendido y apagado del actuador (motores de corriente directa), que en consecuencia, generan pulsos que se asemejan a la manipulación de una silla de ruedas. De ahí la inspiración biológica de control, donde el individuo que manipula dicho dispositivo, aplica impulsos de energía con ambos brazos, siendo posible la existencia de perfiles de impulsos, los cuales dependen de la tarea a realizar, como el caso de trasladarse a una distancia lejana; donde esos impulsos aplicados con los brazos requerirían de una energía mayor en comparación a la aplicación de impulsos para una distancia cerca en donde con un impulso largo o varios pequeños le sería posible alcanzar su objetivo pero siendo destacable que en un perfil tendría un gasto mayor energía.

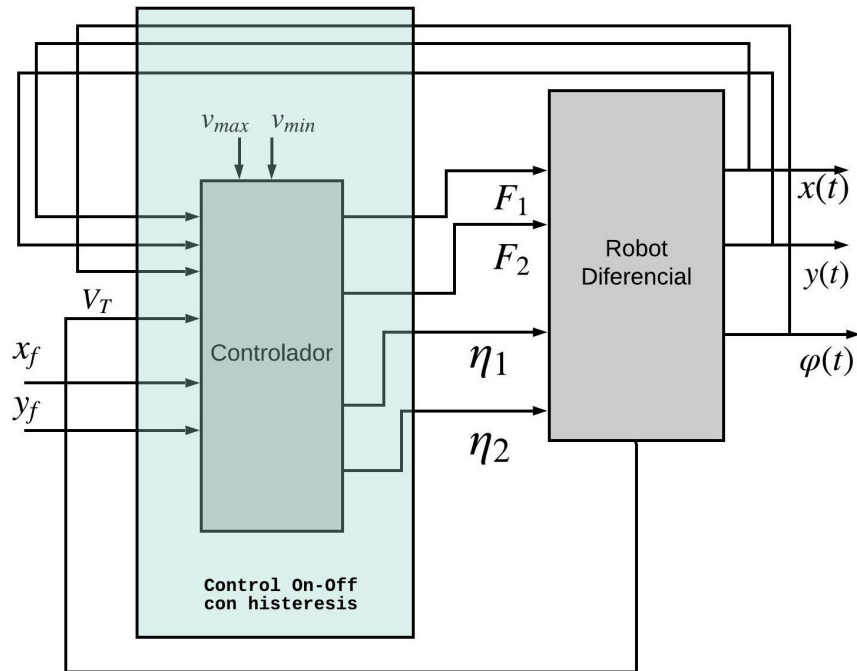


Figura 3.7: Diagrama de bloques del control y la planta

Como se muestra en la imagen el controlador on - off con histéresis proporciona cuatro salidas las cuales son las entradas hacia el robot diferencial. Dichas salidas son proporcionadas por los controladores en lazo cerrado de distancia y velocidad. En la figura 3.8 se muestra el diagrama de flujo de control.

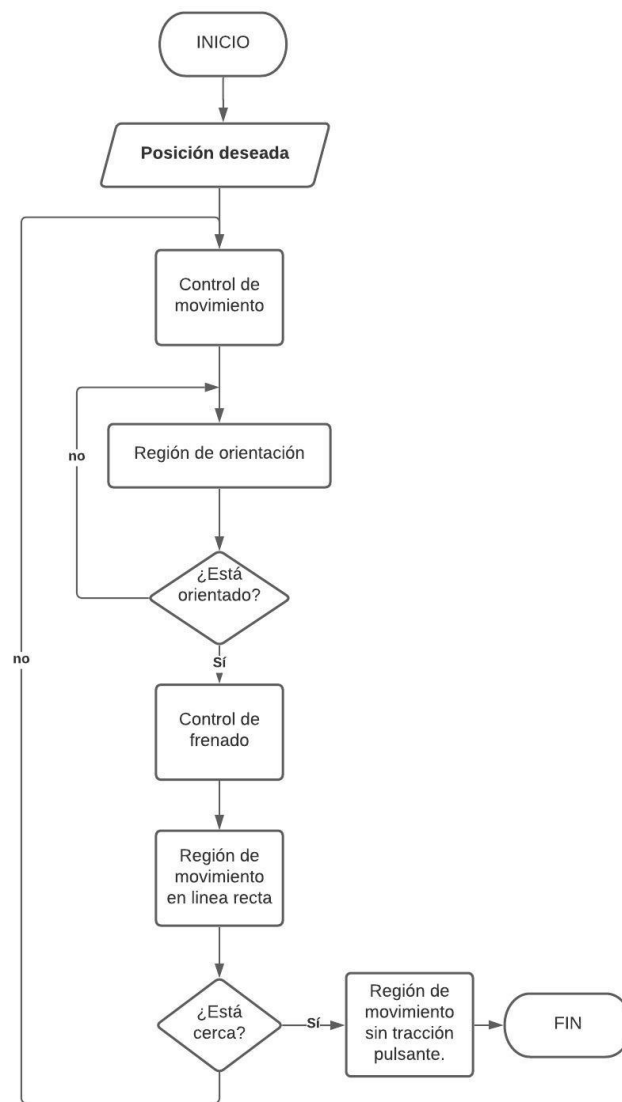


Figura 3.8: Diagrama de flujo de control de posición de robot diferencial en lazo cerrado

Con el desarrollo de los controladores se finaliza este capítulo 3 y ahora se realiza la comprobación del funcionamiento mediante simulaciones.

Capítulo 4

Resultados del control diseñado

4.1. Simulación 1 - Aprovechamiento de la energía cinética acumulada.

4.1.1. Objetivo de la simulación 1

Mostrar que la ley de control aprovecha la energía cinética, que el robot diferencial obtiene al moverse después de la tracción pulsante.

4.1.2. Configuración y desarrollo de la simulación 1

Al hacer este análisis es posible que el robot diferencial se mantenga en movimiento hasta llegar al reposo, y de este modo se evita una aplicación de frenado abrupto en ambas ruedas que se traduciría en energía perdida y desgaste del freno pulsante. Con base a los parámetros elegidos se demuestra que las ruedas tengan un comportamiento adecuado en simulación, las condiciones iniciales $[x(0), y(0), \varphi(0)]^T = [1, 1, \pi/4]^T$ con tiempo de simulación $t_F = 13$ segundos, aplicando pulsos evaluados en 5 Volts que dependen de la velocidad tangencial obtenida por el robot diferencial (V_T). (Note que se configuran los pulsos a uno de los dos motores ecuación (2.4.8) cabe destacar que las simulaciones se realizaron mediante

Simulink®.

4.1.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 1

Se observa que el robot diferencial parte de $[1, 1]^T$ y al iniciar se activa el freno derecho como se observa en la figura 4.5 y al energizar los motores existe un giro a la derecha que le permite orientarse al punto deseado. Se nota que al encontrarse cercano el robot diferencial al punto deseado, se deja de aplicar voltaje en el segundo 13, aprovechando la energía cinética obtenida con los pulsos que se aplicaron desde el inicio de la simulación como se observa en la figura 4.4, dicha energía permite llegar al punto final $[x_f, y_f]^T$ y entonces al agotarse la energía cinética llega al punto $[10, 3]^T$ el robot móvil se detiene como se observa en la figura 4.3.

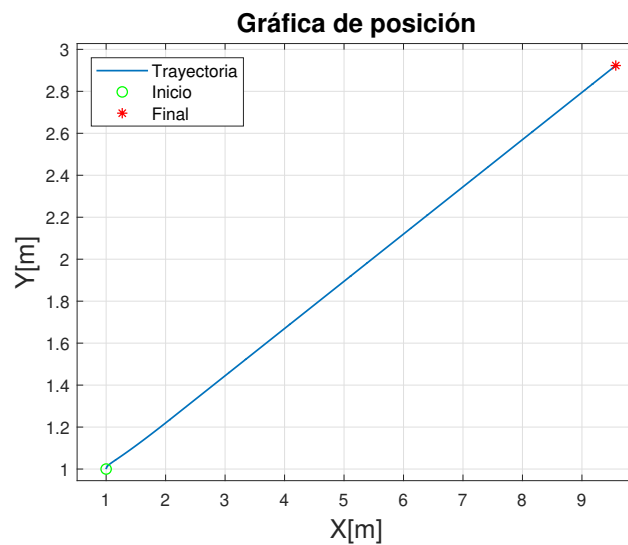


Figura 4.1: Simulación 1 - Posición de robot móvil

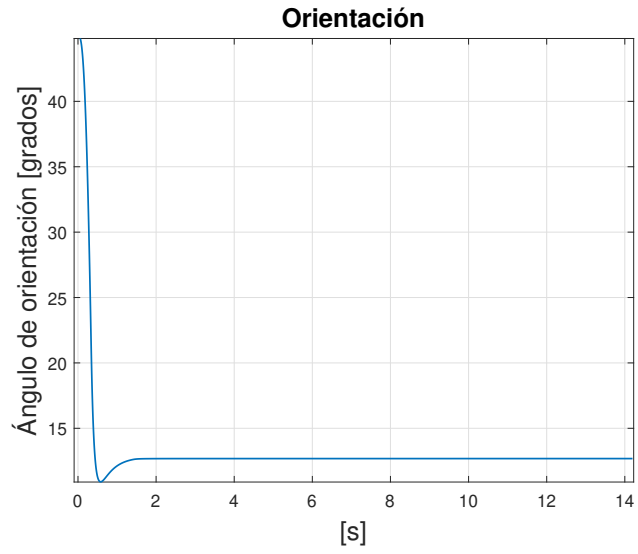


Figura 4.2: Simulación 1 - Orientación de robot móvil

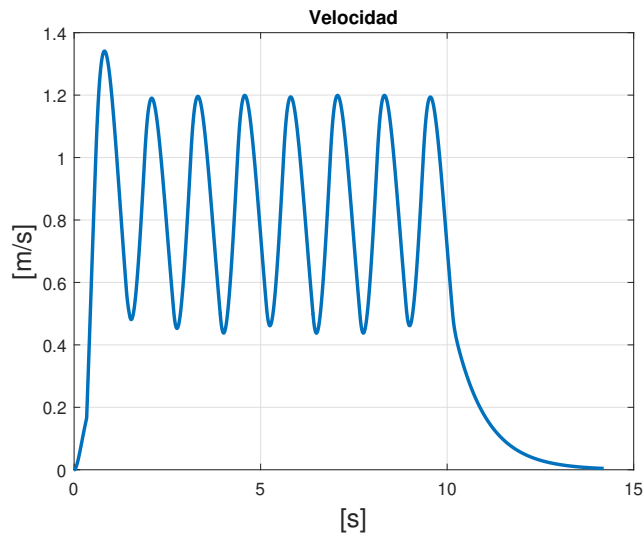


Figura 4.3: Simulación 1 - Velocidad tangencial

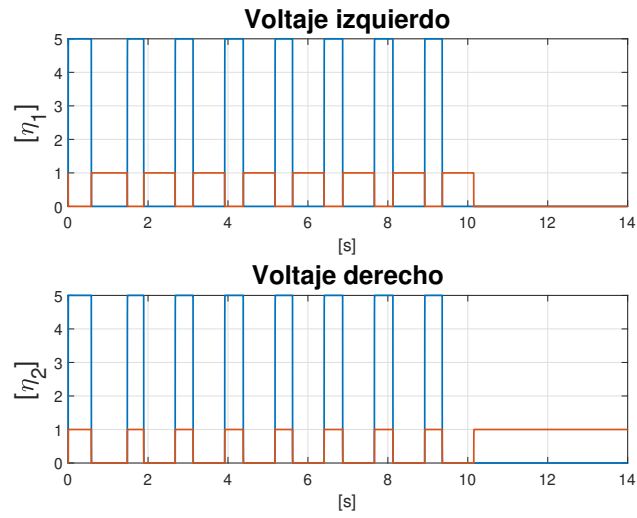


Figura 4.4: Simulación 1 - Aplicación de voltaje

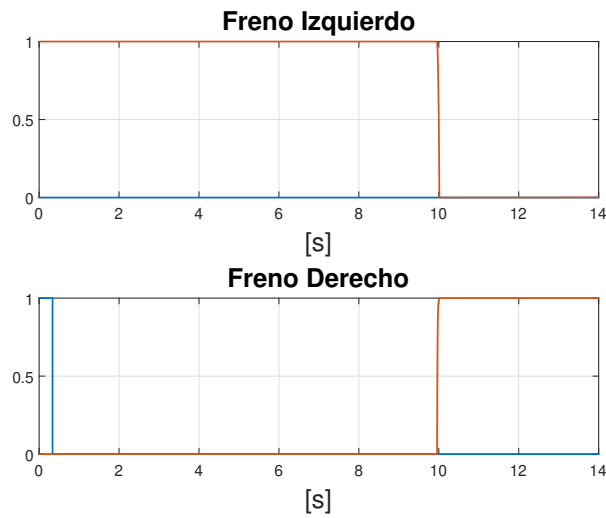


Figura 4.5: Simulación 1 - Frenos

4.1.4. Conclusiones de la simulación 1

El aprovechamiento de la energía cinética es aprovechada tal como se observa en la figura 4.3, a partir del segundo 14 el robot diferencial se mueve en inercia libre y llegando a su objetivo $[10, 3]^T$.

4.2. Simulación 2 - Desplazamiento del robot diferencial de una posición inicial a una posición final.

4.2.1. Objetivo de la simulación 2

Llevar de un punto a otro al robot diferencial mediante arranque y frenado pulsante.

4.2.2. Configuración y desarrollo de la simulación 2

Para la simulación 2 se toma la configuración y condiciones iniciales de la simulación 1.

4.2.3. Comentarios de las gráficas de la simulación 2

Se observa que en este caso el robot diferencial parte del origen, posteriormente el robot diferencial avanza en línea recta, luego cerca de los 10 segundos se aplica freno en la rueda izquierda se observa en la figura 4.10 hasta que el robot diferencial se orienta se observa en la figura 4.7 y entonces continúa su movimiento generando una curva que le permite aproximarse al objetivo siguiendo la misma conjetura del aprovechamiento de la energía cinética obtenida con los pulsos que se aplicaron anteriormente como se observa en la figura 4.9, dicha energía permite llegar al punto final $[x_f, y_f]^T$ y entonces al agotarse la energía cinética el robot diferencial se detiene como se observa en la velocidad figura 4.8.

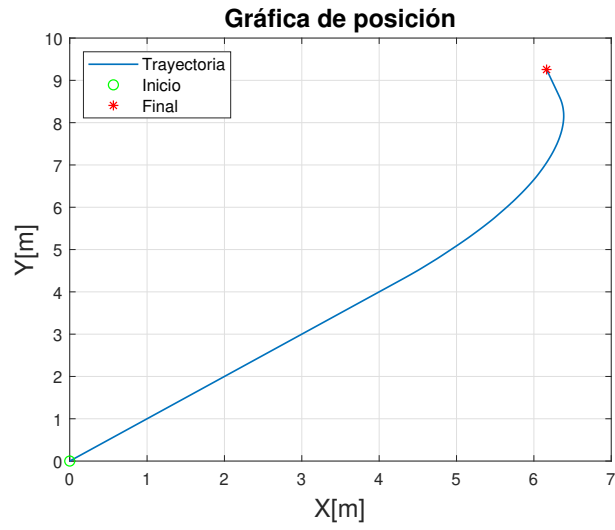


Figura 4.6: Simulación 2 - Posición del robot móvil

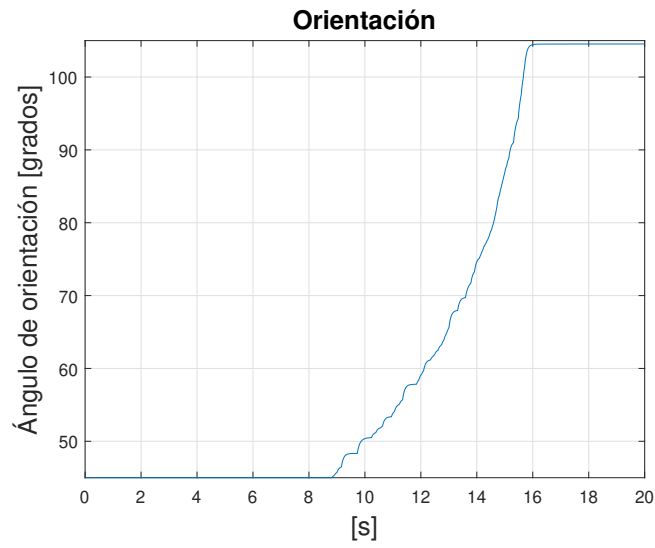


Figura 4.7: Simulación 2 - Orientación de robot móvil

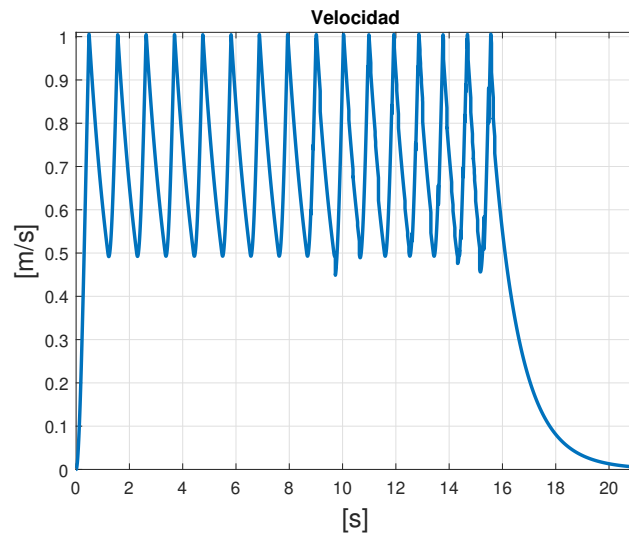


Figura 4.8: Simulación 2 - Velocidad tangencial

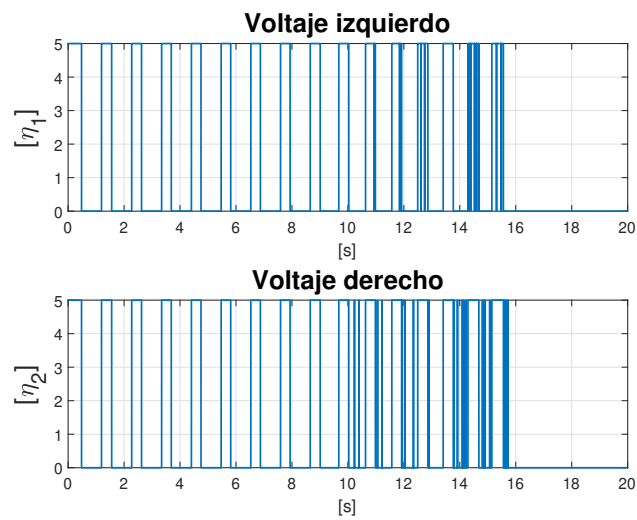


Figura 4.9: Simulación 2 - Aplicación de voltaje

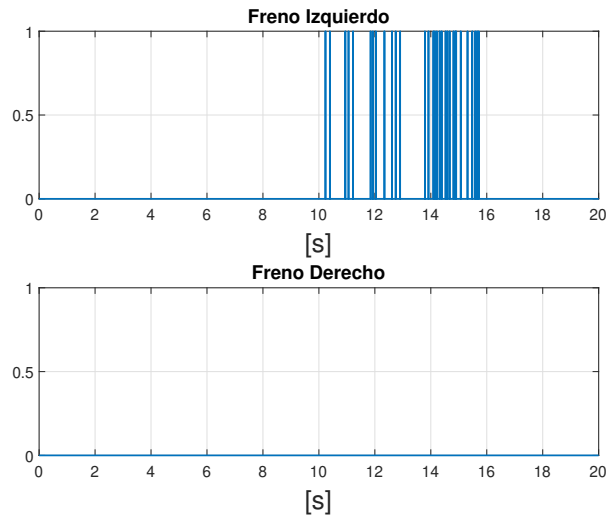


Figura 4.10: Simulación 2 - Frenos

En la figura 4.8 se observa los límites elegidos para la velocidad tangencial restringen a la misma, esto debido al controlador on - off con histéresis, también en la simulación 2, se destaca la robustez del controlador puesto que al iniciar se encuentra orientado al punto final $[x_f \ y_f]^T$, pero con forme avanza pierde la orientación y es por eso que se vuelve aplicar frenado derecho para orientarse nuevamente.

4.2.4. Conclusiones de la simulación 2

En la figura 4.7 se observa el cambio de orientación respecto al cambio de posición que se observa en la la figura 4.6 al aplicar una variedad de frenados pulsantes en la rueda izquierda, cual es congruente con respecto a la tabla 2.1. La razón por la cual sen orienta al avanzar y no al inicio es debido a que se seleccionó un ancho de visión es cual coincide con la orientación pero en el segundo 10 cambia y por ello se aplica frenado.

4.3. Simulación 3 - Efecto de consumo de energía que tiene el ángulo de visión al ir de un punto a otro.

4.3.1. Objetivo de la simulación 3

Llevar al robot diferencial de un punto a otro mediante arranque, tracción y frenado pulsante con dos diferentes ángulos de visión.

4.3.2. Configuración y desarrollo de la simulación 3

El análisis energético realizado es el siguiente:

$$E_{motores} = \int_0^{t_F} p(t)dt = \int_0^{t_F} \eta_j I(t)dt \quad (4.3.1)$$

$$E_{motores} = \int_0^{t_F} \eta_1 I_D(t)dt + \int_0^{t_F} \eta_2 I_I(t)dt \quad (4.3.2)$$

Para obtener la potencia consumida $p(t)$ en los motores, se toma la relación entre voltaje (η_j) y corriente ($I(t)$) y después al obtener la integral definida de $p(t)$, que va de cero hasta el tiempo final de simulación se obtiene la energía $E_{motores}$ como se lee en la ecuación (4.3.2) y con base a eso se realiza una relación de consumo entre la distancia recorrida y la energía consumida (ecuación (4.3.3)).

$$razón\ de\ consumo = \frac{d(t)}{E_{motores}} = \frac{[m]}{[watt]} \quad (4.3.3)$$

Por lo que las consideraciones del límite superior e inferior de velocidad (V_{max} y V_{min})

son los que se describen en los siguientes puntos, se destaca que el límite inferior se eligió para evitar llegar a velocidad cero pues de lo contrario se tendría que romper la inercia una y otra vez y eso implicaría un consumo mayor, por parte del límite superior se encontró una relación con las características de la planta donde la V_{max} depende de los parámetros elegidos para motores y el chasis. y el criterio de que $v_{min} \gg \Upsilon$ esta en función de la misión y del tiempo para realizar la tarea requerida.

Para la simulación 3 se tiene al robot diferencial en una posición inicial de $[x(0), y(0), \varphi(0)]^T = [-10, -20, \pi/4]^T$ con el objetivo de llegar a $x_f = 0$ y $y_f = 0$, se realizan dos simulaciones significativas que muestran las diferencias de consumo con respecto al mismo punto inicial y punto final, pero con diferente trayectoria realizada que se observa en la figura 4.11 y 4.14.

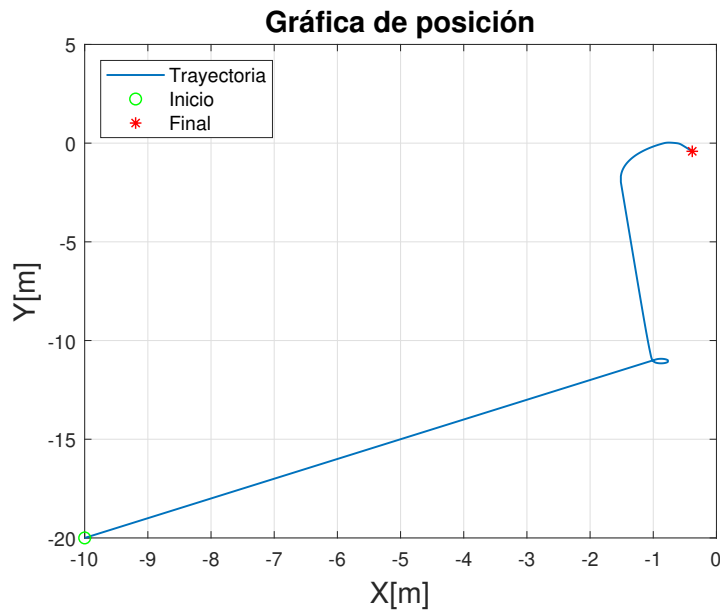


Figura 4.11: Simulación 3a - Posición de robot móvil

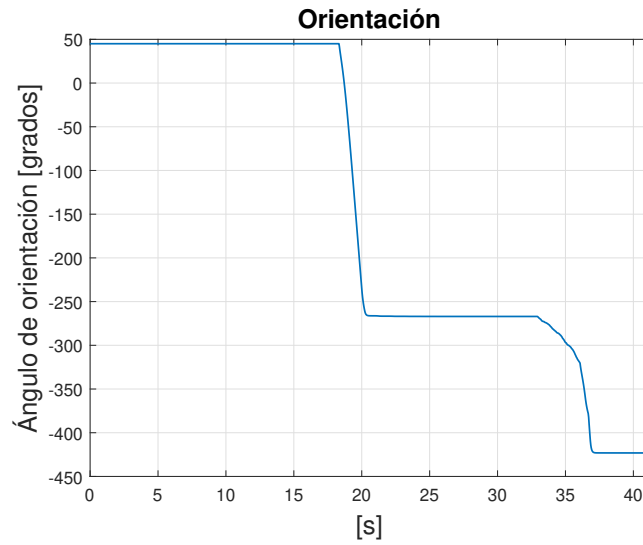


Figura 4.12: Simulación 3a - Orientación de robot móvil

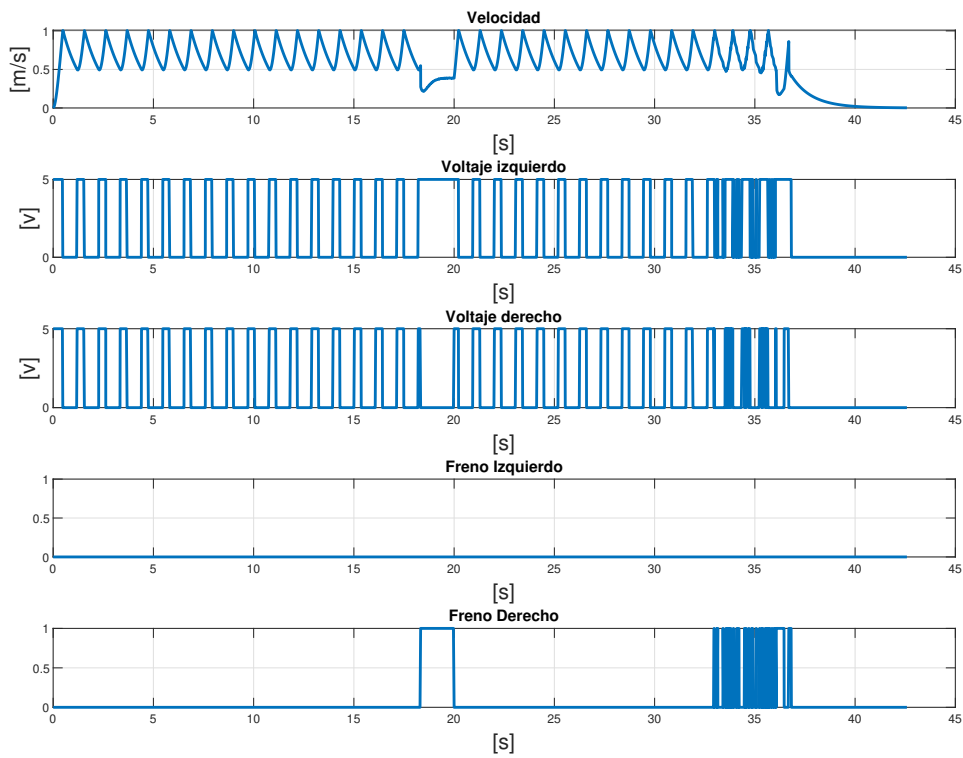


Figura 4.13: Simulación 3a - Ángulo de angosto

Tomando los mismo criterios pero ahora con un ángulo de visión mayor:

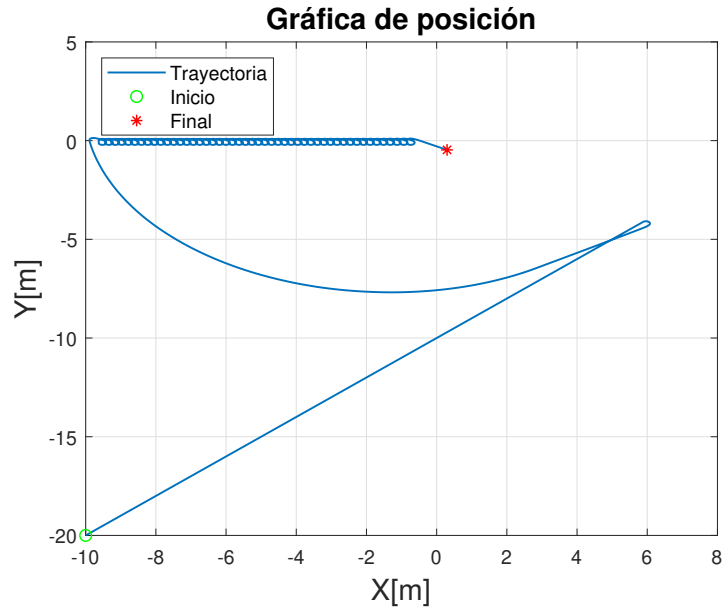


Figura 4.14: Simulación 3b - Posición de robot móvil

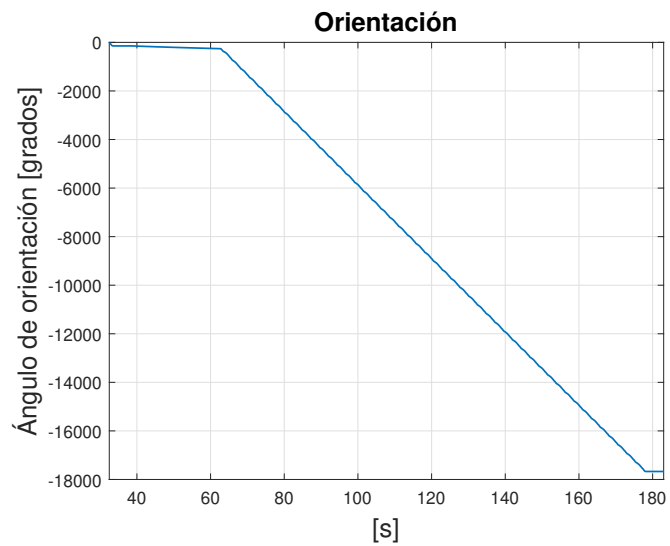


Figura 4.15: Simulación 3b - Orientación de robot móvil

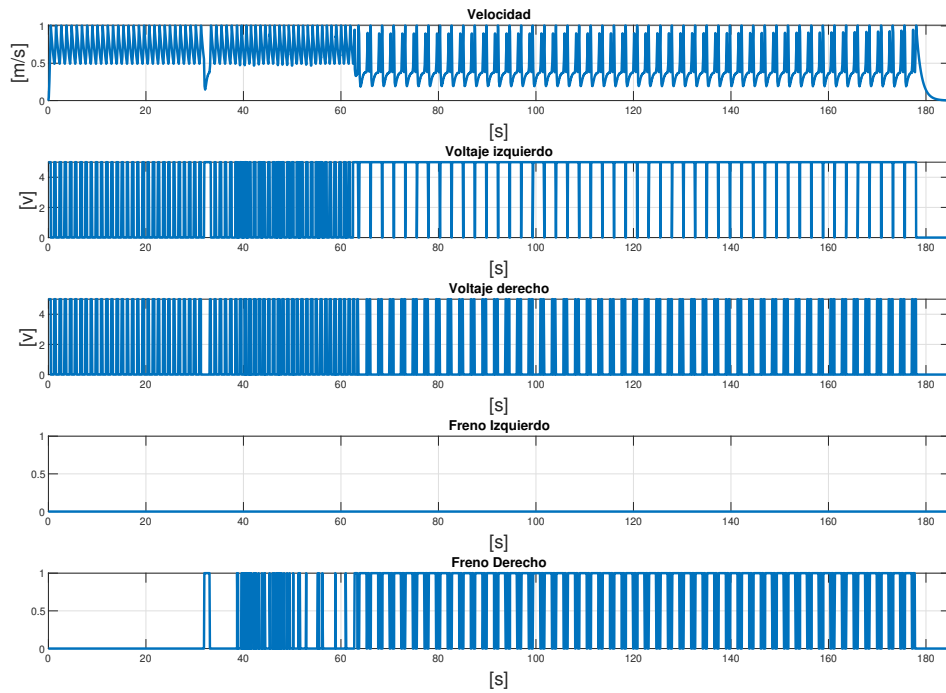


Figura 4.16: Simulación 3b - Ángulo de amplio

Obteniendo una Razón de consumo de: $0.06061 \frac{m}{watt}$ para Simulación 3a y $0.02107 \frac{m}{watt}$ para la simulación 3b. Por lo que se observa que en la segunda simulación hay un consumo menor de energía.

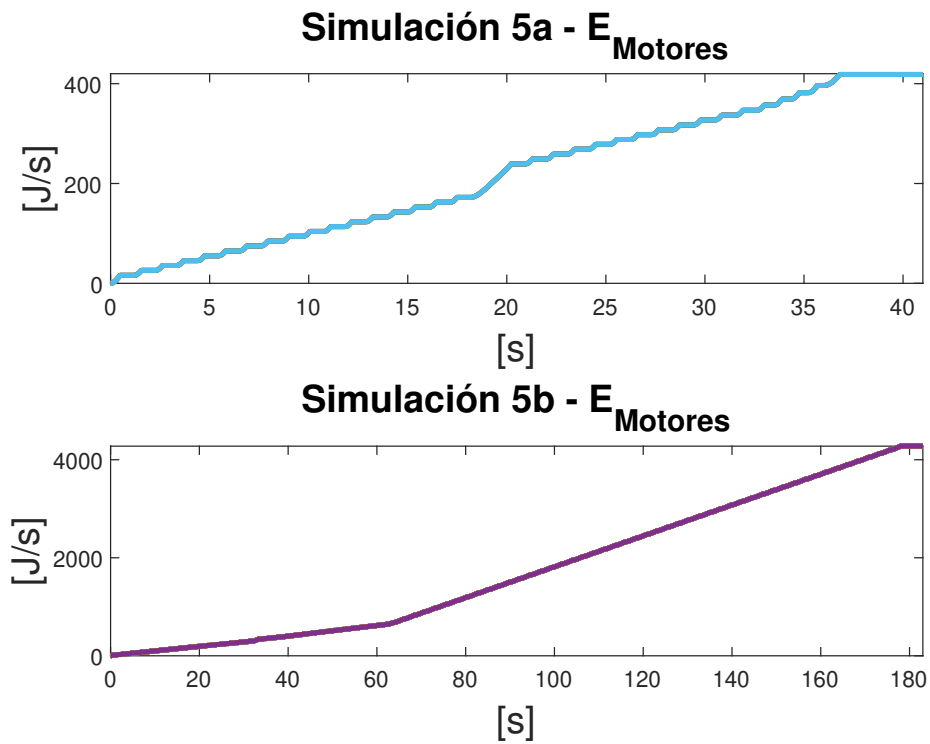


Figura 4.17: Consumo de energía durante la trayectoria de cada simulación

4.3.3. Conclusiones de la simulación 3

Al realizar una modificación en el ángulo de visión para la simulación 3a se configura en 30° y en la simulación 3b en 100° lo que resulta en una diferencia entre el tiempo de simulación y la razón de consumo de energía. Es posible apreciar esto en la figura 4.17 y por lo tanto es posible afirmar que el análisis concuerda con el comportamiento de robot diferencial.

Capítulo 5

Conclusiones

Se realizó un controlador on-off con histéresis, dicho tipo de controlador funciona como una memoria del estado anterior, donde la señal de error tiene una escala delimitada por la velocidad máxima y velocidad mínima, donde el actuador debe funcionar, dicho claro diferencial determina la cantidad de conmutaciones realizadas (relacionadas con la rapidez). Por lo que el claro diferencial, puede estar determinado por la rapidez a la cual se requiere realizar la tarea o si solo es un hecho de ir de un punto a otro teniendo en cuenta el consumo de energía en cada trayecto. Todo ello mediante el frenado pulsante el cual como se demuestra, le permite realizar cambios de orientación, lo que, resulta siendo parte de la tracción pulsante, que se diferencia de los trabajos que se encuentran en la literatura. Finalmente fue posible conseguir los objetivos y metas planteados en la propuesta, y esto se demostró mediante simulaciones representativas de las tareas, la cuales demuestran el comportamiento requerido del robot diferencial, ante las necesidades planteadas, quedando pendiente la expresión pormenorizada y formal de la ley de control.

Bibliografía

- Baturone, A. O. (2005). *Robótica: manipuladores y robots móviles*. Marcombo.
- Fernández, G., González, L. H. R., and López, M. B. (2016). Implementación de un controlador de posición y movimiento de un robot móvil diferencial. *Tecnura: Tecnología y Cultura Afirmando el Conocimiento*, 20(48):123–136.
- Galván Torres, A. M. et al. (2015). Sistema fiable para recogida de cableado de electrocardiograma.
- Gama Ruiz, Ariel, T. L. R. (2012). *Análisis del sistema de frenado para un vehículo arenoso*. PhD thesis.
- García Yañez, J. M. (2016). Control de robots móviles usando retroalimentación visual. Master's thesis, Instituto Politécnico Nacional.
- Guerrero, R. M. (2010). Construcción y localización de un robot móvil diferencial para la evasión de obstáculos mediante campos potenciales artificiales y control automático. *Instituto Politécnico Nacional*.
- Guzmán, L. E. S., Villa, M. A. M., and Vásquez, E. L. R. (2014). Seguimiento de trayectorias con un robot móvil de configuración diferencial. *Ingenierías USBMed*, 5(1):26–34.
- Hatab, R. (2013). Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies: A unified framework. *Advances in Robotics & Automation*, 02.

-
- Ju Yong Park and Ki Dong Lee (1997). A study on the cleaning algorithm for autonomous mobile robot under the unknown environment. In *Proceedings 6th IEEE International Workshop on Robot and Human Communication. RO-MAN'97 SENDAI*, pages 70–75.
- Kassel, S. (1971). Lunokhod-1 soviet lunar surface vehicle. Technical report, RAND CORP SANTA MONICA CA.
- Kelly, R. and Santibáñez, V. (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*. Automática y Robótica. Pearson Educación.
- Klancar, G., Zdesar, A., Blazic, S., and Skrjanc, I. (2017). *Wheeled mobile robotics: from fundamentals towards autonomous systems*. Butterworth-Heinemann.
- Lauria, S., Bugmann, G., Kyriacou, T., Bos, J., and Klein, A. (2001). Training personal robots using natural language instruction. *IEEE Intelligent Systems*, 16(5):38–45.
- Loaiza, H., Triboulet, J., Lelandais, S., Chavand, F., and Artigue, F. (1999). A multi-configuration stereoscopic vision system for domestic mobile robot localization. In *Proceedings of the First Workshop on Robot Motion and Control. RoMoCo'99 (Cat. No.99EX353)*, pages 207–212.
- Luna Aguilar, C. A., Castelán, M., Morales Diaz, A., and Nadeu Camprubí, C. (2015). Incorporación de sensores acústicos en el control de regulación a un punto de un robot móvil. In *Congreso anual AMCA 2015*, pages 582–587.
- Mahfouz, A. A., Aly, A. A., and Salem, F. A. (2013). Mechatronics design of a mobile robot system. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 5(3):23.
- Montesdeoca, J. C., Santos, M. C., Monllor, M., and Herrera, D. (2017). Trajectory tracking controller for differential-drive mobile robots. In *2017 XVII Workshop on Information Processing and Control (RPIC)*, pages 1–4. IEEE.
- Ogata, K. (1992). *System dynamics*, volume 1078. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.

-
- Ortigoza Ramón Silva, Ramos-Silvestre Edgar Roberto, M.-G. R. (2010). Modelado, simulación y construcción de un robot móvil de ruedas tipo diferencial. *Latin-American Journal of Physics Education*, 4(3):39.
- Rodriguez, F., Gonzalez, R., Sánchez-Molina, J., Gimenez, A., Baeza, E., Rodríguez, F., Gonzalez, R., and Sanchez, J. (2011). Experiencias en robotica aplicada a invernaderos.
- Romero-Martí, D. P., Núñez-Varela, J. I., Soubervielle-Montalvo, C., and Orozco-de-la-Paz, A. (2016). Navigation and path planning using reinforcement learning for a roomba robot. In *2016 XVIII Congreso Mexicano de Robotica*, pages 1–5.
- Sandeep Kumar Malu, J. M. (2014). Kinematics, localization and control of differential drive mobile robot. *Global Journal of Research In Engineering*.
- Tzafestas, S. G. (2013). *Introduction to mobile robot control*. Elsevier.
- Wong, C.-C., Wang, W.-W., and Lee, Y.-L. (2005). Soccer robot design for fira mirosot league. pages 457 – 460.
- Yandún, A. and Sotomayor, N. (2011). Planeación y seguimiento de trayectorias para un robot móvil. *Revista politécnica, Quito*.

Anexos

Anexo A

Parámetros

| Parámetros de simulación | | |
|--|-------------|---------------------------------|
| | Parámetro | Valor |
| Constante contraelectromotriz | K_b | 0.0425 V/rad |
| Constante Par-Motor | K_j | 0.0333 Nm/A |
| Inductancia del motor | L | 0.23 H |
| Constante lineal de fricción del motor | $B_m = B_i$ | 0.01499 Nm |
| Resistencia | R_a | 0.6 Ω |
| Constante de fricción del chasis | B_v | 0.83 |
| Masa de chasis | m | 0.5 kg |
| Inercia de chasis | $J(m)$ | 1.8×10^{-4} Kgm^2 |
| Inercia de motores | J_i | 0.02 Kgm^2 |
| Distancia entre ruedas | l | 0.1150 m |
| Radio de cada rueda | r | 0.03 m |
| Voltaje en cada motor | η_j | 5 V |

Cuadro A.0.1: Parámetros y variables

Anexo B

Producto Académico



Planificación y Control del Movimiento de un Robot Diferencial basado en Tracción y Frenado Pulsantes

Presenta: Oyuki G. Vega Maqueda
Director: Juan Reyes Reyes

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET),
Interior Internado Palmira S/N, Colonia Palmira, Cuernavaca, MOR. 62490, México.

ANTECEDENTES

La fascinación y sobre todo la necesidad del ser humano por optimizar las actividades complejas y algunas cotidianas, ha provocado que con su imaginación y la aplicación de la ciencia se obtengan avances en la tecnología.[1] La robótica móvil es una rama de la robótica que implica una variedad de disciplinas como: electrónica, mecánica, programación, manufactura y control (por mencionar algunas). El comportamiento de cada configuración existente esta descrita por modelos matemáticos respectivamente, en el caso particular se presenta la configuración de un robot diferencial.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se necesita obtener una estrategia de control, que basado en modelo permita mover el robot diferencial mediante punto a punto, que involucre su arranque, paro y frenado mediante pulsos, para con ello manipular su posición en el plano de referencia (XY).

OBJETIVO

General

Proponer una estrategia de control para un robot diferencial para llevarlo de un punto a otro en un espacio bidimensional mediante una secuencia de arranque, paro y frenado pulsante.

Específicos

- Deducir un modelo cinemático y dinámico.
- Presentar una estrategia de control de tracción y frenado pulsante que logre generar las trayectorias definidas.

PROPUESTA DE SOLUCIÓN

Mediante el planteamiento del modelo dinámico que permitirá obtener por medio de fuerzas aplicadas un movimiento, esto previo al modelo cinemático [2][3] que se presenta a continuación en la ecuación 1:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ r \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\varphi) & 0 \\ \cos(\varphi) & r/l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\omega_D + \omega_I) \\ (\omega_D - \omega_I) \end{bmatrix}$$

Ec. 1

Donde se observa (Ec. 1) que la velocidad tangencial esta descrita por las coordenadas (\dot{x}, \dot{y}) y la velocidad angular por $\dot{\phi}$.

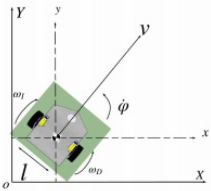


Fig. 1. Robot móvil diferencial en el plano cartesiano.

SIMULACIONES

Se realizan simulaciones para las velocidades angulares de las ruedas que están representadas por ω_D y ω_I y se observa que tiene dependencia a una variable u .

$$\begin{cases} \omega_D(u) = \frac{v}{r}(1+u) \\ \omega_I(u) = \frac{v}{r}(1-u) \\ -1 \leq u \leq 1 \end{cases}$$

Ec. 2

La variable u configura al robot móvil diferencial en su radio de curvatura y el sentido de giro. Y puede tomar los valores que se observan en la ecuación 2.

Se observa que la configuración de u debe estar en el rango de -1 a 1. Esto permite configurar el radio de curvatura de giro del robot diferencial como se puede observar en las simulaciones 1 y 2.

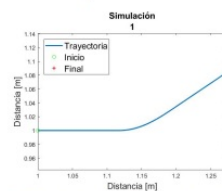


Fig. 2. Simulación de la configuración de la variable u .

En la simulación 1 de la figura 2 se observa que la variable manipulada u esta configurada como se muestra en la ecuación 3 y como se observa en la figura 4.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 4 \\ \frac{2}{20} & t = 4 \\ -\frac{1}{20}t + \frac{6}{20} & 4 \leq t \leq 6 \\ 0 & 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

Ec. 3



Fig. 4. Configuración de la variable u .

Es importante mencionar que el valor positivo configura un giro en sentido antihorario y el valor negativo, sentido horario.

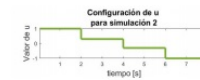


Fig. 5. Configuración de la variable u .

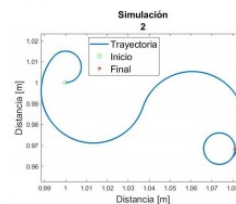


Fig. 3. Simulación de la configuración de la variable u .

En la simulación 2 de la figura 3 se observa que la variable manipulada u esta configurada como se observa en la ecuación 4 y es por eso que se obtiene una velocidad angular en diversos sentidos.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 2 \\ 0.3 & t = 2 \\ 0.3 & 2 \leq t < 4 \\ -0.3 & t = 4 \\ -0.3 & 4 \leq t < 6 \\ -1 & t = 6 \\ -1 & 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

Ec. 4

En este caso se observa que entre más cerca se esta de los limites de valores de la variable es menor el radio de curvatura de robot diferencial.

CONCLUSIÓN

El trabajo desarrollado muestra gráficamente como al configurar una variable manipulada en este caso u , es posible configurar el comportamiento de la trayectoria de robot diferencial, en trabajo posteriores se pretende realizar el acoplamiento de la parte dinámica mediante las ecuaciones de movimiento de Euler - Lagrange.

REFERENCIAS

- [1] Ortaño, R. S., Marcelino-Aranda, M., Ortaño, G. S., Guzmán, V. M. H., Meléndez-Veloso, M. A., Salgado-González, G., Ramírez-Landa, J. C., and Ojeda-Cabrera, M. (2012). Wheeled mobile robotic: a review. IEEE Latin America Transactions, 10(6),230-237.
- [2] López Robles, R. and Patricia Arribas, C. D. (2011). Análisis cinemático de un robot autónomo con ruedas. Revista Ciencia Ingeniería y Desarrollo, 9(3)115-127.
- [3] Mitsu, S. K., & Mijanguez, J. (2014). Kinematics, localization and control of differential drive mobile robot. Global Journal of Research in Engineering.