



Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

Aplicación de Elementos Elásticos Deformables en el Amortiguamiento de Cargas Sísmicas

presentada por Ing. Jorge Arturo Acevedo y Galicia

como requisito para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

> Director de tesis **Dra. Claudia Cortés García**

Codirector de tesis **Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz**

Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2020.









ACIONAL DE MEXICO.

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Subdirección Académica

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Morelos, 08/ENERO/2020

OFICIO No. SAC/001/2020

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. JORGE ARTURO ACEVEDO Y GALICIA CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Aplicación de elementos elásticos deformables en el amortiguamiento de cargas sísmicas", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo

ATENTAMENTE Excelencia en Educación Tecnológica. "Conocimiento y tecnología al servicio de México"

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ SUBDIRECTOR ACADÉMICO



TecNM SEP CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

M.E. Guadalupe Garrido Rivera. Jefa del Departamento de Servicios Escolares. C.p. Expediente

GVGR/ego



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos. Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 4104, e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx www.tecnm.mx | www.cenidet.edu.mx









Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Departamento de Ingeniería Mecánica

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, mor., 17/diciembre/2019

OFICIO No. DIM/390/2019 Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ SUBDIRECTOR ACADÉMICO PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del estudiante. Ing. Jorge Arturo Acevedo y Galicia, con número de control M18CE022, de la Maestría en Ciencias en Ingenieria Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado tesis "Aplicación de elementos elásticos deformables en el amortiguamiento de cargas sísmicas"hemos encontrado que se han atendido todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA Doctora en Ciencias en Ingenieria Mecánica 9336586

REVISOR 2

DR. WILBERTH MELCHOR ALCOCER R. Doctor en Ciencias en Ingenieria Mecatrónica 10458247

REVISOR 1

DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica 8500740

REVISOR

DR. QUIRINO ESTRADA BARBOSA Doctor en Ciencias en Ingenieria Mecánica 9526500

C.p. Guadalupe Garrido Rivera Jefa del Departamento de Servicios Escolares. Jorge Arturo Acevedo y Galicia Estudiante Expediente

EDUCACIÓN | D. 19 DIC 2019 CIÓN Interior Internado Palmira S/N Col. BERNICIOPERSONAL ca, Morelos. rnava



ABO/mrsr

Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 1421, 📭 📻 🚛 www.tecnm.mx | www.cenidet.edu.mx





DEDICATORIA

A mi familia...

A mis amigos...

A mi perro...

AGRADECIMIENTOS

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por las facilidades para el desarrollo de este proyecto de tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo financiero durante la realización de mis estudios.

Al Servicio Sismológico Nacional (SSN) por proporcionar los acelerogramas de los eventos sísmicos utilizados para el desarrollo de esta investigación.

A mi directora y codirector de tesis, Dra. Claudia Cortés García y Dr. Dariusz Slawomir Swedowicz por guiarme en la dirección correcta.

Al Dr. Jorge Colín Ocampo, por resolver mis dudas y brindarme valiosos consejos durante el desarrollo de este trabajo.

A los profesores investigadores, Dr. Arturo Abúndez Pliego, Dr. Andrés Blanco Ortega, Dr Wilberth Melchor Alcocer Rosado y Dr. Eladio Martínez Rayón; por compartir una parte de su conocimiento con sus alumnos y conmigo.

A mi madre Lulú, mi hermana Verónica, mi padre Arturo, mi abuela Rita, mi tía Lety y mi abuela Rita por estarme apoyando constantemente.

A mis amigos y compañeros de generación: Wendy, Víctor, Fernando, Agustín, Luis, Julio y Benjamín por recordarme constantemente que la tesis no lo es todo.

Finalmente, pero no menos importante, a mis "hermanos" Karen, Sergio y Domingo por brindarme su apoyo constante y estar conmigo en las buenas, las malas y las peores.

RESUMEN

En esta investigación se realizó un análisis en forma numérica de la aplicación de un amortiguador pasivo basado en fricción seca para el amortiguamiento de vibraciones originadas por sismos en edificaciones. Dicho amortiguador se encuentra formado por una interfaz friccionante basada en aros cónicos deformables.

Se presenta una descripción de la estructura modelada para el desarrollo del proyecto, así como el proceso de selección y modelado numérico de la misma. Adicionalmente, se hace una descripción de los datos de la curva de comportamiento del material utilizado.

En adición a lo anterior, se muestra el proceso de simplificación del dispositivo mencionado anteriormente para su uso y aplicación en el modelo discreto planteado. Dicha simplificación se realizó con el propósito de reducir el número de elementos totales del modelo, el cual pasó de contener inicialmente 18543 elementos a poseer 1848 elementos finitos totales. Con esto, se redujo sustancialmente el tiempo de cómputo empleado en las simulaciones, las cuales tardaban inicialmente un periodo de seis días y, después de la simplificación, finalizaban en periodos máximos de tres horas.

Se realizaron y se compararon varias configuraciones de colocación de los disipadores para observar la respuesta de la estructura y poder seleccionar una configuración que presente un mayor índice de reducción del desplazamiento de la estructura.

ABSTRACT

In this research, a numerical analysis for the application of a passive damping device based on dry friction for the damping of vibrations caused by earthquakes in buildings was made. The damping device is built with an interface made of deformable conic rings.

A description of the structural model for the development of the project is presented, as well as the process of selection and numerical modeling of the same. Likewise, a description of the data of the behavior curve of the material used is made.

This simplification was carried out with the purpose of reducing the number of total elements of the model, which went from initially containing 18543 elements to possess a total of 1848 finite elements. With this, the time used in the simulations was substantially reduced, which initially took a period of six days and, after simplification, ended in three hours at the most.

Several placement configurations were made and compared between each other to observe the response of the structure with the purpose to select a configuration that has a higher reduction rate of the displacement of the structure.

CONTENIDO

1. C	Cap	ítulc	o 1: Marco de referencia	1
1.1		Intro	oducción	2
1.2		Ante	ecedentes	3
1.3		Esta	ado del Arte	. 12
1	.3.′	1	Estudio de cargas sísmicas	. 12
1	.3.2	2	Amortiguamiento de cargas sísmicas en edificaciones	. 14
1	.3.3	3	Conclusiones	. 21
1.4		Just	tificación	. 23
1.5		Obj	etivo General	. 23
1.6		Met	as	. 23
1.7		Alca	ances Y Limitaciones	. 24
1	.7.′	1	Alcances	. 24
1	.7.2	2	Limitaciones	. 24
1.8		Met	odología	. 24
2. C	Cap	ítulc	2: Marco Teórico	. 26
2.1		Mét	odo de elemento finito	. 27
2	2.1.1	1	Procedimiento de solución	. 28
2	2.1.2	2	Visualización de resultados	. 30
2	2.1.3	3	Algunas observaciones	. 30
2.2		Vibr	ación mecánica	. 32
2	2.2.1	1	Movimiento armónico	. 33
2	2.2.2	2	Movimiento periódico	. 34
2	2.2.3	3	Movimiento no periódico	. 34
2	2.2.4	4	Respuesta de un sistema amortiguado sometido a desbalance rotato	orio
23		Car	as eíemics	30
2.0) 2 ~	Car 1	Modelo matemático	30
2 2 /		' Fric	ción	∆ 3
2.4			s cónicos deformables	-J 45
2.5		l Ini <i>i</i>	ones con aros cónicos	46
2.0		U 100		

3.	Capítulo 3: Desarrollo del modelo numérico del disipador friccionante	49
4.	capítulo 4: Modelo discreto de la estructura	60
5.	capítulo 5: modelado y aplicación de Cargas Sísmicas	83
5	.1 Colocación del disipador friccionante	94
6.	Capítulo 6: Resultados	96
7.	Capítulo 7: Discusión 1	106
8.	Capítulo 8: Conclusiones y recomendaciones 1	111
9.	Referencias1	116

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Elementos constituyentes del prototipo de tope de impacto (Romero,
2006)
Figura 1-2 Modelo discreto de la unión mecánica con aros cónicos deformables
(Paz, 2009)7
Figura 1-3 Vista seccional del prototipo de impacto (Cortés, 2014)9
Figura 1-4Tope de impacto regulable (Martínez, 2015)
Figura 1-5 Configuración del banco de pruebas utilizado (Baltazar, 2017) 11
Figura 1-6 Ubicación de las placas tectónicas dentro del territorio mexicano
(Corona Esquivel & Benavides Muñoz, 2012)12
Figura 1-7 Amortiguador Pall (Pall & Marsh, 1982)14
Figura 1-8 Amortiguador friccionante Sumitomo (Aiken & Kelly, 1990) 15
Figura 1-9 Colocación de los disipadores viscoelásticos entre los muros
sismorresistentes (Madsen et al., 2003)16
Figura 1-10 Colocación de los amortiguadores en el edificio de nueve pisos
(Madsen et al., 2003)
Figura 1-11 Colocación de los disipadores en el edificio de veinte pisos (Madsen
et al., 2003)
Figura 1-12 Colocación de los disipadores dentro de los muros (Madsen et al.,
2003)
Figura 1-13 Representación del modelo simplificado del amortiguador por fricción
(Marko et al., 2004)
Figura 1-14 (a) Ubicación de los amortiguadores dentro de la estructura; (b)
montaje de los amortiguadores dentro de la estructura (Marko et al., 2004) 20
Figura 2-1 Ejemplo de movimiento periódico
Figura 2-2 Ejemplo de movimiento no periódico
Figura 2-3 Modelo simplificado de una máquina con desbalance rotatorio (Rao,
2011)
Figura 2-4 Sistema de un solo grado de libertad (Oviedo & Duque, 2006) 39
Figura 2-5 Ciclo de histéresis en un sistema estructural (Oviedo & Duque, 2006).

Figura 2-6 Ejemplo de fricción seca (Housner & Hudson, 1960) 4	3
Figura 2-7 Fuerzas causadas por las superficies rugosas (Kogut & Etsion, 2004).
	4
Figura 2-8 Representación de un par de aros cónicos deformables (Cortés, 2014).
	6
Figura 2-9 Distribución de fuerzas en los aros cónicos. a) Fuerzas normales y d	е
fricción. b) Distribución de fuerzas radiales (Cortés, 2014)4	7
Figura 3-1 Modelo axisimétrico del disipador por fricción trabajado por Corté	s
(2014)	0
Figura 3-2 Dimensiones del cilindro del modelo del disipador	1
Figura 3-3 Dimensiones del vástago del modelo del disipador	1
Figura 3-4 a) Diámetros del cilindro externo. b) Modelo 3D del cilindro externo. 5	2
Figura 3-5 a) Diámetro del cilindro interno. b) Modelo 3D del cilindro interno 5	2
Figura 3-6 Sección transversal del modelo simplificado del disipador friccionante	э.
	3
Figura 3-7 Selección de superficies para la unión de contacto	3
Figura 3-8 Colocación de resortes. a) Resorte superior. b) Resorte inferior 5	4
Figura 3-9 Dimensiones del dibujo preliminar de la viga a utilizar5	5
Figura 3-10 Posición de la masa que representa el excitador utilizado5	6
Figura 3-11 Desplazamiento de la viga sometida a vibración forzada si	n
amortiguamiento externo5	6
Figura 3-12 Viga con amortiguamiento externo5	7
Figura 3-13 Desplazamiento de la viga sometida a vibración forzada co	n
amortiguamiento externo5	8
Figura 4-1 Columna de concreto6	1
Figura 4-2 Refuerzo de acero de la columna de concreto	1
Figura 4-3 Características del perfil creado para los refuerzos de acero 6	2
Figura 4-4 Curva esfuerzo-deformación del concreto (Mohamad et. al. 1990)6	3
Figura 4-5 Columna de concreto. a) Vista general. b) Vista tipo "wireframe" 6	4
Figura 4-6 Ensamble final de la edificación de tres niveles6	5
Figura 4-7 Mallado de la columna de concreto y la varilla de acero6	5

Figura 4-8 Mallado de la estructura	66
Figura 4-9 Sismogramas del evento sísmico ocurrido en Vrancea, Rumania (19	977).
a) Sismograma N-S. b) Sismograma E-O. c) Sismograma U-D	67
Figura 4-10 a) Modelado de la carga sísmica. b) Aplicación de la carga sísm	nica.
	67
Figura 4-11 Esfuerzos Von Mises presentados en las columnas de concreto	68
Figura 4-12 Esfuerzos Von Mises presentados en las varillas de acero	68
Figura 4-13 Desplazamientos de la estructura	69
Figura 4-14 Desplazamiento U1 en el primer piso	70
Figura 4-15 Desplazamiento U2 en el primer piso	70
Figura 4-16 Desplazamiento U3 en el primer piso	71
Figura 4-17 Desplazamiento U1 en el segundo piso	71
Figura 4-18 Desplazamiento U2 en el segundo piso	72
Figura 4-19 Desplazamiento U3 en el segundo piso	72
Figura 4-20 Desplazamiento U1 en el tercer piso	73
Figura 4-21 Desplazamiento U2 en el tercer piso	73
Figura 4-22 Desplazamiento U3 en el tercer piso	74
Figura 4-23 Vista frontal de la estructura representativa a modelar	75
Figura 4-24 Planos correspondientes al segundo nivel de la estruc	tura
representativa	76
Figura 4-25 Modelo de columnas de la estructura representativa	76
Figura 4-26 Placa de techo con casetón de poliestireno	78
Figura 4-27 Uniones e interacciones en la estructura	79
Figura 4-28 Modelo virtual de la estructura representativa elegida para el aná	ilisis
numérico	79
Figura 4-29 Forma y tamaño de los elementos finitos	80
Figura 4-30 Mallado del elemento hueco del techo	80
Figura 4-31 Ubicación de uno de los puntos de toma de datos	81
Figura 4-32 Configuración de los datos de salida en la ubicación seleccionada	a. 82
Figura 5-1 Distancia entre el epicentro del terremoto de septiembre de 2017	y la
ciudad de Cuernavaca, Morelos	85

Figura 5-2 Aceleraciones en dirección norte-sur	86
Figura 5-3 Aceleraciones en dirección este-oeste.	86
Figura 5-4 Aceleraciones en dirección vertical	86
Figura 5-5 Intervalo de mayor aceleración en dirección norte-sur	87
Figura 5-6 Intervalo de mayor aceleración en dirección este-oeste	87
Figura 5-7 Intervalo de mayor aceleración en dirección vertical	87
Figura 5-8 a) Amplitud correspondiente a aceleraciones en dirección N-S	S; b)
Condición de frontera correspondiente a aceleraciones N-S; c) Dirección de) las
aceleraciones N-S	88
Figura 5-9 Desplazamientos norte-sur de la planta baja de la estructura	89
Figura 5-10 Desplazamientos este-oeste de la planta baja de la estructura	89
Figura 5-11 Desplazamientos verticales de la planta baja de la estructura	89
Figura 5-12 Desplazamientos norte-sur del primer piso de la estructura	90
Figura 5-13 Desplazamientos este-oeste del primer piso de la estructura	90
Figura 5-14 Desplazamientos verticales del primer piso de la estructura	90
Figura 5-15 Desplazamientos norte-sur del segundo piso de la estructura	90
Figura 5-16 Desplazamientos este-oeste del segundo piso de la estructura	90
Figura 5-17 Desplazamientos verticales del segundo piso de la estructura	91
Figura 5-18 Desplazamientos norte-sur del tercer piso de la estructura	91
Figura 5-19 Desplazamientos este-oeste del tercer piso de la estructura	91
Figura 5-20 Desplazamientos verticales del tercer piso de la estructura	92
Figura 5-21 a) Columnas principales representadas como elementos tipo viga	a; b)
Perfil de los elementos tipo viga	92
Figura 5-22 Comparación de los desplazamientos en dirección Este-Oeste e	entre
ambos modelos de estructuras	93
Figura 5-23 Comparación de los desplazamientos en dirección Norte-Sur e	entre
ambos modelos de estructuras	93
Figura 5-24 Colocación de los disipadores en los muros de la estructura	94
Figura 5-25 Colocación de los disipadores en la estructura	95
Figura 6-1 Comparación de los desplazamientos en dirección este-oeste d	le la
estructura	97

Figura 6-2 Comparación de los desplazamientos en dirección norte-sur de la
estructura
Figura 6-3 Zoom de la gráfica de desplazamientos en dirección norte-sur 99
Figura 6-4 Comportamiento de las dos configuraciones restantes (perpendicular y
"pi")
Figura 6-5 Concentración de esfuerzos en la estructura sin amortiguamiento
externo 101
Figura 6-6 Concentración de esfuerzos en la estructura con los amortiguadores
colocados en arreglo perpendicular 101
Figura 6-7 Concentración de esfuerzos en la estructura con los amortiguadores
colocados en arreglo tipo "pi"102
Figura 6-8 Concentración de esfuerzos en la estructura con los amortiguadores
colocados en arreglo cruzado 102
Figura 6-9 Aplicación de la carga sísmica sobre la viga en cantiliver 103
Figura 6-10 Comparación de los desplazamientos de la viga en cantiliver con y sin amortiguamiento externo

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Comparación entre los resultados experimentales y los resultados
numéricos obtenidos
Tabla 6-1 Comparación entre las amplitudes máximas registradas en dirección
este-oeste
Tabla 6-2 Comparación entre las amplitudes máximas registradas en dirección
norte-sur
Tabla 6-3 Comparación entre los valores máximos de esfuerzos de Von Mises
registrados
Tabla 6-4 Amplitudes máximas de la viga en cantiliver con y sin amortiguamiento
externo

CAPÍTULO 1: MARCO DE REFERENCIA

\mathbf{x}

En este capítulo se presenta una aproximación al problema de estudio, que va desde el planteamiento del problema, las motivaciones para realizar el estudio y una breve descripción de los trabajos previos elaborados.

Se exponen las aproximaciones encontradas dentro del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, así como aquellas provenientes de otras partes del mundo. Dichas aproximaciones indicarán las pautas a seguir, ayudarán a delimitar tanto los alcances como las limitaciones y sentarán las bases necesarias para la correcta elaboración de la presente investigación.

1.1 Introducción

Cuando dos placas tectónicas colisionan entre ellas ocurre una liberación de energía que inicia en el punto de colisión, el cual puede encontrarse a varios kilómetros bajo tierra o a algunas decenas de estos. Cuando un evento de esta índole ocurre, la energía liberada comienza a propagarse a través de la corteza terrestre a modo de ondas de choque. Este evento es el que se conoce como sismo.

Estos eventos son de duración e intensidad variable. Pueden ser tan pequeños que son imperceptibles para los seres humanos o de magnitudes tan grandes que pueden derribar ciudades enteras en cuestión de segundos. La tierra completa puede continuar vibrando después de haber sido sacudida por un terremoto a un ritmo de una oscilación por hora aproximadamente (French, 1974).

Los Estados Unidos Mexicanos se encuentran en una región denominada por los geólogos como "zona de subducción". En estas zonas se encuentran dos o más placas tectónicas. Esto conlleva a que la zona presente una elevada actividad sísmica. Prueba de ello son los grandes sismos que han afectado al país, como lo es el sismo ocurrido el 19 de septiembre de 1985, el cual tuvo una escala de 8.1° Richter y dejó bastantes pérdidas, tanto en cuestiones de inmuebles como en vidas humanas. En gran parte, las pérdidas humanas ocurridas durante esta clase de desastres naturales ocurren por el colapso de edificaciones.

Cabe destacar que las edificaciones deben considerar un factor de sobrecarga en caso de ocurrir un sismo. Desafortunadamente, este factor se estima considerando a la carga sísmica como una carga estática, siendo que, por su naturaleza, los sismos son vibraciones mecánicas que se propagan por el suelo. Debido a esto, las edificaciones no presentan la resistencia esperada ante el sismo, ocasionando en que este falle y se derrumbe.

Existen diversos medios de disipar cargas sísmicas, pero éstos resultan muy costosos y, por lo tanto, no se implementan en edificaciones destinadas a viviendas, escuelas, hospitales, entre otros edificios de acceso público.

Considerando la problemática antes mencionada, esta investigación pretende analizar un sistema de disipación de cargas sísmicas basado en aros cónicos deformables. El sistema planteado se analizará de manera numérica con el propósito de observar el comportamiento de los aros y su efecto como disipadores de energía sobre la edificación.

1.2 Antecedentes

En el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) se han realizado investigaciones previas utilizando aros cónicos deformables. La primera investigación fue realizada por Almaraz (1997). Consistió en cuantificar de manera experimental el comportamiento de los aros elásticos deformables considerando cargas estáticas. Para lo anterior, diseñó y construyó un banco experimental para realizar pruebas de tensión y compresión. Los datos fueron capturados mediante extensómetros colocados sobre las piezas sometidas a las pruebas mencionadas. Algunos de los datos obtenidos fueron la fuerza de apriete en los aros cónicos, así como el momento torsional y la fuerza axial transmitida, utilizando configuraciones de 1, 2 y 3 pares de aros. El estudio arrojó como resultado que el incremento de la fuerza de apriete aplicada a los aros elásticos incrementa la carga transmitida.

M. Bedolla (2001) determinó de forma numérica y experimental las cargas críticas axial y torsional que soportan los aros cónicos deformables en función de la fuerza de apriete. El análisis numérico se realizó utilizando el método de elemento finito con el paquete comercial *Algor*. Su finalidad fue conocer las distribuciones y concentraciones de esfuerzos generados por el contacto de dos elementos en una unión mecánica tipo cónico en sus respectivas superficies. Con esto, se determinaron las cargas críticas axiales y torsionales que la unión es capaz de soportar con su configuración geométrica original, así como la cantidad y la magnitud de los esfuerzos de contacto generados. Determinó experimentalmente las magnitudes de fuerza axial y momento torsional mediante pruebas realizadas en dos bancos experimentales. Estableció el rango de precarga necesario para obtener

una transmisión de carga axial y torsional y obtuvo un factor de proporción de 0.6 entre la fuerza de apriete y la fuerza axial crítica cuando se rompe el contacto.

J. Bedolla (2005) modeló el comportamiento estático y dinámico de la unión flechacubo con aros elásticos deformables utilizados como uniones mecánicas. Determinó relaciones teóricas para describir el comportamiento de dichas uniones. Concluyó que la carga a transmitir determina la fuerza total de apriete que es necesario aplicar a los aros. Estas aproximaciones analíticas consideran cargas axiales y torsionales en la unión e indican posibles intervalos para coeficientes de fricción relacionados a las condiciones de auto frenado y el ángulo de conicidad. Además, incluyó la descomposición de fuerzas necesarias para realizar el análisis en función del desplazamiento axial en el primer par de aros. Con los datos anteriores, se desarrollaron las geometrías de modelos discretos con los cuales se realizaron simulaciones numéricas utilizando el método de elemento finito. Al finalizar, los resultados de las simulaciones se validaron experimentalmente. También determinó la importancia de los claros entre las superficies de contacto y la carga a transmitir. Comprobó que el claro presenta variaciones de hasta el 100% de una región a otra de las mismas superficies. Dichas variaciones pueden ser ocasionadas por ondulaciones superficiales, posición relativa y/o por diferencia de conicidad. Demostró que la longitud de la zona de contacto (determinada por la presión de contacto) influye en las frecuencias naturales de la unión.

Romero (2006) desarrolló un prototipo de tope de impacto por fricción regulable aplicando aros elásticos deformables como elementos friccionantes. El diseño se compone de tres elementos principales: el elemento móvil, la carcasa y los resortes, como se muestra en la Figura 1.1. En el elemento móvil se encuentran los mecanismos de generación y regulación de la fuerza de fricción conformado por dos pares de aros elásticos deformables.



Figura 1.1.- Elementos constituyentes del prototipo de tope de impacto (Romero, 2006).

Para la etapa de caracterización del prototipo, las pruebas realizadas se dividieron en dos clases: las primeras se enfocaron en el estudio del comportamiento de los aros deformables a distintas velocidades y su efecto sobre la capacidad de disipación de energía del prototipo. Las segundas tuvieron el objetivo de caracterizar la capacidad de disipación de energía del tope mediante el uso de una máquina de impacto Charpy modificada y un mecanismo manivela-biela-corredera. La investigación concluyó con el desarrollo de un prototipo de tope de impacto ajustable basado en fricción que opera de manera exitosa, ya que se logró confirmar la utilidad de éste para disminuir el efecto del impacto en sistemas mecánicos. Se realizó una comparativa entre el prototipo realizado y los topes convencionales, haciendo énfasis en que el prototipo es capaz de disipar la misma cantidad de energía que un tope convencional en una menor cantidad de tiempo.

Morales (2007) realizó el desarrollo y análisis de un modelo discreto de un prototipo de amortiguador por fricción regulable, el cual consistió en la unión mecánica cuboflecha-aros elásticos. Se elaboraron cinco modelos discretos distintos mediante el método de elemento finito. En el primer y segundo modelo no se consideraron los claros entre piezas causados por el proceso de manufactura. En el tercer modelo se consideraron los ajustes de manufactura propuestos por el fabricante de los aros. Apoyado de estos tres modelos, se verificó que existen diferencias significativas de resultados entre el método de elemento finito y las ecuaciones analíticas propuestas para determinar las fuerzas radiales, tangenciales y la distribución de la presión en las zonas de contacto. Para la creación de un diseño óptimo del amortiguador de impacto y de la unión mecánica, fue necesario desarrollar su análisis mediante la aplicación de FEM.

El cuarto modelo discreto realizado correspondió a la prueba experimental de desplazamiento realizada al prototipo de amortiguador de impacto. Se utilizó la máquina de medición por coordenadas para considerar las geometrías de los elementos constituyentes del prototipo y se aplicaron fuerzas axiales sobre los aros de acuerdo con las pruebas experimentales. De esta manera, se logró determinar la fuerza tangencial y la fuerza de fricción en el amortiguador.

La conclusión de Morales (2007) fue que es posible diseñar un amortiguador de impacto o una unión mecánica utilizando aros elásticos deformables para una aplicación específica. Propone realizar el modelado incrementando del número de nodos discretos en las superficies de contacto con la finalidad de estudiar la influencia de éstas en la distribución de esfuerzos, además de incluir la variación geométrica de dichas superficies tanto en los modelos como en las simulaciones. Sugiere continuar el análisis realizando variaciones en la fuerza axial, la orientación de los aros, el coeficiente de fricción, entre otros. Además, propone utilizar desplazamientos prescritos para construir un diagrama de histéresis de la fuerza de fricción y con esto determinar la energía que puede ser disipada.

Jiménez (2008) realizó una investigación sobre amortiguamiento mecánico basado en una interfaz compuesta por aros cónicos elásticos deformables. Su finalidad fue disipar la onda de esfuerzos causada por impacto aprovechando la deformación en la región elástica del material de los aros cónicos, así como la fuerza de fricción que se presenta entre sus superficies de contacto como consecuencia del apriete axial en los aros. Desarrolló un modelo discreto de un tope de impacto que disipa la energía por fricción seca aplicando condiciones de frontera, cálculos analíticos y diseño de superficies y pares de contacto. Al finalizar las pruebas analíticas, comparó el tope de impacto con un tope convencional. Demostró que el tope de impacto es un sistema factible para disipar la onda de esfuerzo generada por un evento de impacto debido a que el primero disipa la onda en un tiempo menor (0.03s) que el tope convencional (0.10s). Paz (2009) realizó un análisis numérico utilizando el método del elemento finito de la concentración de esfuerzos y deformaciones en una unión mecánica con aros cónicos considerando imperfecciones geométricas. Elaboró tres modelos discretos de la unión mecánica (como se muestra en la Figura 1.2) considerando imperfecciones geométricas de ondulación en la superficie de contacto en dos de ellos. En el tercero se consideraron las imperfecciones de rugosidad en las zonas de contacto entre la flecha y el aro interno, entre éste y el aro externo y entre el aro externo y el cubo.



Figura 1.2.- Modelo discreto de la unión mecánica con aros cónicos deformables (Paz, 2009).

Además, realizó el análisis de concentración de esfuerzos y deformaciones en la carga y descarga de la unión mecánica. Los modelos fueron realizados utilizando diferentes coeficientes de fricción para analizar su influencia en la concentración de esfuerzos, distribución de presión en el contacto y el área real de contacto. Aprovechando el comportamiento elasto-plástico del material, fue posible estimar el cambio de geometría superficial, después de la descarga en la unión mecánica.

A manera de cuantificar la precisión de los resultados numéricos, Paz (2009)realizó un modelo en el que no se consideraron imperfecciones geométricas (planicidad ideal). Se compararon los resultados de manera gráfica con aquellos obtenidos por Morales (2007).

En el tercer modelo discreto, se consideraron las imperfecciones por rugosidad en todas las superficies de contacto, cuidando que las variaciones introducidas no excedieran las tolerancias dimensionales. El perfil de rugosidad fue tomado de mediciones realizadas con un rugosímetro.

Para definir el perfil de ondulación, Paz (2009) se basó en los datos obtenidos de mediciones de los perfiles de ondulación en las superficies del par de aros cónicos deformables, la flecha y el cubo realizadas por J. Bedolla (2005) con una máquina de medición por coordenadas. Con esto, se verificó el grado de tolerancia de las superficies maquinadas. Se encontró que las superficies de la flecha y la superficie cilíndrica del aro externo se encuentran dentro de la zona de tolerancia h6, la superficie del cubo de rueda se encuentra dentro de la tolerancia H7 y la superficie cilíndrica del aro interior de encuentra entre las tolerancias H7 y H9.

En el modelo de imperfecciones por ondulaciones, Paz (2009) encontró que la mayor parte del área de contacto se encuentra deformada elásticamente, mientras que en el modelo de rugosidad se encuentra deformada en la región elastoplástica. En adición, determinó que las áreas reales de contacto sufren una reducción notable causada por las imperfecciones (43% a 89% con ondulaciones y 76% a 92% con rugosidad) para diferentes coeficientes de fricción en función de la carga aplicada al aro. Se comprobó la importancia de las tolerancias en la disminución de esfuerzos y deformaciones, y su repercusión en la vida útil del ensamble. Adicionado a lo anterior, se determinó que la carga recomendada por el fabricante sobre los aros no es suficiente para eliminar por completo los claros, ya que éstos dependen de factores como las tolerancias, la geometría superficial y determinadas propiedades del material.

Paz (2009) recomienda hacer el análisis del modelo realizando superposición entre ambas imperfecciones para realizar una aproximación a un modelo real; realizar variaciones en el ángulo de conicidad, espesor y tolerancias para determinar las influencias de estos en el modelo, analizar el fenómeno de fatiga y la influencia del endurecimiento de las superficies y realizar validaciones de forma experimental.

Estrada (2009) realizó un análisis experimental del prototipo desarrollado por Romero (2006) bajo la acción de fuerzas de precarga en los resortes con la finalidad de aumentar la capacidad de disipación de energía en lapsos cortos de tiempo. Analizó la respuesta del prototipo al variar la fuerza de fricción y la precarga de los resortes y el efecto de la precarga en la disipación de energía del sistema. Realizó diferentes pruebas aplicando distintos valores de precarga a los resortes, y para cada valor se realizaron dos pruebas diferentes: una sin considerar el efecto de la fricción en los aros y la otra considerando esta fricción. De los resultados que obtuvo, se observa que por sí sola, la precarga en los resortes posee una gran influencia en el comportamiento del tope de impacto con valores de hasta el 66.6% de disipación de energía de entrada, aumentando la capacidad de amortiguamiento al incrementar la fuerza de precarga sobre los resortes.

Cortés (2014) realizó un modelo de un prototipo de tope de impacto basado en un modelo previamente diseñado por Romero (2006), que funciona como un medio de amortiguación pasiva. Este prototipo utiliza dos pares de aros cónicos deformables como sistema de disipación de energía y un par de resortes a manera de restitución, como se observa en la Figura 1.3. El modelo del prototipo, mediante la fase de análisis numérico, se analizó por partes y bajo distintas condiciones. Primeramente, se realizó un análisis estático correspondiente a las condiciones de ensamblaje del prototipo, esto es, cuando el prototipo está sujeto a una fuerza de apriete en el primer par de aros, para inducir un estado de precarga. Posteriormente, se realizó el análisis correspondiente al comportamiento dinámico del sistema bajo condiciones de operación previamente establecidas.



Figura 1.3.- Vista seccional del prototipo de impacto (Cortés, 2014).

A manera de validación de los resultados numéricos, se calibró el modelo acorde a resultados experimentales obtenidos por Romero (2006). Posteriormente, se analizó el comportamiento del prototipo de tope de impacto para diferentes velocidades de impacto y superficies de contacto. Gracias a la validación anteriormente mencionada, se demostró que la cantidad de disipación de energía permitida por el prototipo puede ser determinada con exactitud aplicando un modelo numérico, permitiendo proponer parámetros de diseño para aplicaciones concretas.

Con los resultados anteriores, la autora sugiere que los mismos pueden ser útiles para el diseño de topes de impacto, además se sugiere que la investigación puede servir como referencia para definir la utilización de los aros cónicos en función de la aplicación de estos.

Martínez (2015) diseñó y caracterizó de forma experimental un nuevo prototipo de tope de impacto utilizando aros cónicos deformables. A diferencia del tope de impacto diseñado por Romero (2006), éste solo utiliza un par de aros cónicos deformables, además de utilizar un resorte de paso variable a manera de restitución del sistema y un tornillo a manera de sistema de precarga (Figura 1.4).



Figura 1.4.-Tope de impacto regulable (Martínez, 2015).

Realizó diferentes análisis del prototipo variando el material del que estaban compuestos los aros (acero, bronce y *Nylamid*) y la linealidad del resorte, realizando variaciones de precarga con ayuda del tornillo de ajuste. Al finalizar las pruebas, determinó que los aros cónicos de acero representaban la mejor opción al momento de conformar el sistema.

Baltazar (2017) analizó de manera experimental el tope de impacto diseñado por Romero (2006) en el amortiguamiento de un sistema sometido a vibración forzada. Diseñó y construyó un banco de pruebas que consta principalmente del tope de impacto, una bancada y una viga en cantiléver, la cual poseía en su extremo un motor con desbalance rotatorio para inducir las vibraciones mecánicas (Figura 1.5). Las variables involucradas en el funcionamiento del tope de impacto (rigidez, claro y torque de ajuste) fueron modificadas con la finalidad de encontrar la configuración que aporte el mejor desempeño para la disipación de energía y amortiguamiento del sistema.



Figura 1.5.- Configuración del banco de pruebas utilizado (Baltazar, 2017).

Baltazar (2017) realizó cuatro pruebas diferentes al sistema: vibración libre sin amortiguamiento externo, vibración libre con amortiguamiento externo, vibración forzada sin amortiguamiento externo y vibración forzada con amortiguamiento externo. Al finalizar, concluyó que el dispositivo puede usarse como amortiguador en un sistema sometido a vibración forzada, ya que éste fue capaz de limitar la amplitud de vibración de la estructura de prueba hasta en un 97%.

1.3 Estado del Arte

1.3.1 Estudio de cargas sísmicas

Dentro de los límites del territorio mexicano, la actividad sísmica es muy recurrente debido a que el país se encuentra dentro de las intersecciones de varias placas tectónicas, siendo tres las más importantes: Cocos, Norteamérica y Pacífico. La intersección entre estas placas se encuentra en las costas del Océano Pacífico, ocasionando que gran parte de los epicentros de eventos sísmicos se localicen cerca de las costas de los estados de Chiapas, Guerrero, Oaxaca y Jalisco (Figura 1.6).



Figura 1.6.- Ubicación de las placas tectónicas dentro del territorio mexicano (Corona Esquivel & Benavides Muñoz, 2012).

Telesca *et al.* (2013) analizaron el comportamiento sísmico mediante la investigación de series de tiempo de cinco magnitudes utilizando el método del gráfico de visibilidad. Los datos necesarios para realizar el estudio fueron aquellos capturados dentro de la zona mexicana de subducción (Chiapas, Guerrero, Oaxaca, Jalisco y Michoacán) entre los años 2005 y 2012. Este estudio fue realizado con la finalidad de evidenciar diferencias dinámicas entre los estados que componen la zona de subducción utilizando la aproximación metodológica del gráfico de visibilidad. Como conclusiones del estudio comprobó que existe una fuerte relación entre la pendiente de la gráfica obtenida mediante el método antes mencionado y los parámetros sismológicos Gutenberg-Richter y las configuraciones tectónicas de la zona. Además, el estudio demostró que la zona ubicada en el estado de Jalisco presenta un comportamiento sísmico diferente en comparación de las otras cuatro zonas analizadas, y se plantea la posibilidad de que esto ocurra debido a que esta zona presenta propiedades tectónicas diferentes a las otras cuatro.

Flores-Márquez *et al.* (2015) realizaron una investigación de la multi-fractalidad de series de terremotos ocurridos en la costa mexicana pacífico-sur (zona mexicana de subducción). Dicha investigación consistió en el estudio de las fluctuaciones de magnitudes de terremotos ocurridos en la zona mexicana de subducción empleando el análisis de fluctuaciones multi-fractales. Como conclusión se tuvo que las cinco regiones que componen la zona mexicana de subducción se encuentran caracterizadas por propiedades multi-fractales muy similares. La única excepción es la zona de Jalisco, ya que esta se encuentra caracterizada por un espectro multi-fractal sesgado a la derecha, mientras que las otras regiones poseen cierta simetría. Además, se especifica que Jalisco se caracteriza tectónicamente por la existencia de un centro de extensión¹ activo y por su persistencia de series de magnitud.

¹ Punto en el cual las placas tectónicas se separan una de la otra provocando la aparición de una nueva placa denominada "litosférica", similar a la pieza de un rompecabezas.

1.3.2 Amortiguamiento de cargas sísmicas en edificaciones

Debido a la naturaleza del proyecto, se hizo una revisión bibliográfica sobre estudios que realizaron caracterizaciones de eventos sismológicos, ya que estos modelos serán de utilidad para poder realizar el estudio numérico del comportamiento de los aros elásticos deformables ante un movimiento telúrico.

Pall & Marsh (1982) realizaron un estudio sobre la efectividad de un amortiguador friccionante colocado en una estructura de acero tipo MRF de 9 pisos. El dispositivo consta de elementos de refuerzo colocados en forma diagonal con una interfaz friccionante colocada en el punto de intersección de estos, los cuales se encuentran conectados por elementos verticales y horizontales, como se muestra en la Figura 1.7. Estos eslabones aseguran que, cuando la carga sea aplicada al dispositivo mediante los elementos de refuerzo, ésta sea suficiente para iniciar un deslizamiento en la diagonal de tensión; entonces, la diagonal de compresión se deslizará de forma igual, pero en sentido contrario.



Figura 1.7.- Amortiguador Pall (Pall & Marsh, 1982).

Aiken & Kelly (1990) aplicaron el diseño de un amortiguador creado para *Sumitomo Metal industries*, Ltd. (Figura 1.8) en el aislamiento de cargas sísmicas en estructuras de acero. El dispositivo está compuesto por una carcasa cilíndrica que internamente posee cojinetes friccionantes que se deslizan directamente en la superficie interna de la carcasa de acero del dispositivo. Éste posee un comportamiento histerético casi rectangular.



Figura 1.8.- Amortiguador friccionante Sumitomo (Aiken & Kelly, 1990).

Se realizaron una serie de análisis sometiendo la estructura característica seleccionada (un marco de acero tipo MRF de 9 pisos) a varias réplicas de excitaciones sísmicas registradas. Se obtuvieron resultados de cargas de deslizamiento que iban desde los 11.5 kips cuando el amortiguador se montó en la parte inferior de la estructura y de 4.8 kips cuando se montó en la parte superior de la estructura.

Madsen *et al.* (2003), utilizando análisis por elemento finito, investigaron el comportamiento ante cargas sísmicas de edificaciones de múltiples pisos que contenían disipadores viscoelásticos colocados de forma estratégica en los elementos resistentes de carga. El estudio se concentró principalmente en dos sistemas de amortiguamiento ubicados en edificaciones que poseen muros sismorresistentes. En el primer sistema, los dispositivos se colocaron entre los muros sismorresistentes utilizando una configuración diagonal doble. El análisis se realizó en modelos de edificaciones de seis y veinte pisos para evaluar la efectividad de la configuración bajo cargas sísmicas.



Figura 1.9.- Colocación de los disipadores viscoelásticos entre los muros sismorresistentes (Madsen et al., 2003).

El segundo sistema consistió en colocar los mismos disipadores viscoelásticos dentro de los muros sismorresistentes de edificios de nueve y veinte pisos. Éstos se colocaron a diferentes alturas para el edificio de nueve pisos, abarcando los tres primeros pisos (Tipo A), los pisos dos y tres (Tipo B), los pisos dos, tres y cuatro (Tipo C) y los pisos ocho y nueve (Tipo D), como se muestra en la Figura 1.10.



Figura 1.10.- Colocación de los amortiguadores en el edificio de nueve pisos (Madsen et al., 2003).

Para el edificio de veinte pisos se hizo énfasis en la parte baja del muro, colocando los disipadores en los primeros siete pisos del edificio (Figura 1.11). Esto es debido a que, acorde a los autores, una parte inferior altamente amortiguada en un edificio de varios pisos, teóricamente, va a modular la excitación dinámica resultante de fuertes movimientos terrestres debido a una reducción en la rigidez del sistema y resultaría en una mejor respuesta sísmica por parte del edificio.



Figura 1.11.- Colocación de los disipadores en el edificio de veinte pisos (Madsen et al., 2003).

Al igual que en el primer sistema, los disipadores fueron colocados en forma diagonal, como se muestra en la Figura 1.12. Los disipadores fueron modelados como un sistema amortiguador-resorte en paralelo. Se plantearon ecuaciones que pudiesen representar el comportamiento de los disipadores con la mayor precisión posible. Los disipadores modelados tuvieron un margen de error del 10% con respecto a los disipadores reales.



Figura 1.12.- Colocación de los disipadores dentro de los muros (Madsen et al., 2003).

Los resultados del estudio mostraron que, para el primer sistema analizado, éste poseía cierto potencial de mitigación de la respuesta sísmica en edificios de varios

pisos. Para el edificio de seis pisos, la efectividad de los disipadores variaba acorde a la carga sísmica a la cual era sometido el edificio. La aceleración pico tenía una reducción que iba desde el 12% hasta el 18% en algunos casos, mientras que la deflexión pico tuvo reducciones del 3% para un caso de estudio y del 15% para otro. Para el edificio de 20 pisos, se encontraron porcentajes de reducción más homogéneos a los obtenidos para el edificio de seis pisos, obteniéndose porcentajes de reducción de aceleraciones pico que oscilan entre el 23% y para deflexiones pico valores oscilantes entre el 20%.

Para los disipadores colocados dentro de los muros sismorresistentes, los resultados mostraron que esta configuración ofrecía reducciones substanciales de la respuesta sísmica de la estructura. Combinando la reducción de la rigidez de la base del muro sismorresistente con el aumento de su amortiguamiento por la adición de los disipadores, ofrecía la posibilidad de reducir las aceleraciones y deflexiones de la estructura. Debido a esto, los amortiguadores viscoelásticos colocados en la parte superior de los muros ofrecían poco o ningún efecto sobre las aceleraciones y deflexiones de la estructura. En consecuencia, el estudio mostró que los disipadores viscoelásticos ofrecían un mayor índice de reducción de aceleraciones y deflexiones cuando son colocados en la base de la estructura rígida y dentro de ésta, como fue en el caso del segundo estudio realizado.

Marko *et al.* (2004) realizaron un estudio sobre la influencia de sistemas de amortiguamiento colocados en muros sismorresistentes de múltiples pisos sometidas a cargas sísmicas. Dichas edificaciones se modelaron con ayuda del software ABAQUS. Durante el estudio, se desarrolló un modelo simplificado de los amortiguadores de fricción seleccionados previamente utilizando un modelo de fricción isotrópica de Coulomb. El modelo consta únicamente de dos cilindros deslizantes, como se muestra en la Figura 1.13.



Figura 1.13.- Representación del modelo simplificado del amortiguador por fricción (Marko et al., 2004).

El estudio se realizó utilizando diferentes configuraciones tanto de los amortiguadores como de la ubicación y orientación de estos dentro del muro sismorresistente. Los amortiguadores fueron colocados en cuatro ubicaciones diferentes denominadas *XOO* (parte inferior de la estructura), *OXO* (parte central de la estructura), *OOX* (parte superior de la estructura) y *XXX* (combinación de los tres montajes anteriores), como se aprecia en la Figura 1.14 (a). Para el montaje de los amortiguadores se utilizaron tres configuraciones de montaje mostradas en la Figura 1.14 (b): vertical, horizontal e híbrida (un amortiguador colocado de forma vertical y otro colocado de forma horizontal).



Figura 1.14.- (a) Ubicación de los amortiguadores dentro de la estructura; (b) montaje de los amortiguadores dentro de la estructura (Marko et al., 2004).

Los resultados obtenidos mostraron que la mayor disipación de energía se obtuvo cuando los disipadores friccionantes se montaron en la parte superior de la estructura (configuración *OOX*) utilizando la configuración de montaje horizontal.

Hong (2012) realizó un estudio de movimientos sísmicos incorporando las excentricidades de carga instantánea ocasionadas por desplazamientos del centro de masa de la estructura para formular la ecuación del movimiento. Para la realización de esta investigación, tomó como base encuestas sobre el daño por terremotos, las cuales muestran que los daños a edificios por sismos se asocian con la respuesta torsional de la estructura afectada. Dicha respuesta depende de la distancia entre el centro de masa y el centro de rigidez de la estructura, únicamente para sistemas lineales elásticos. Además, la respuesta torsional conlleva a una demanda de desplazamiento incrementada en el borde flexible, la demanda de desplazamiento en el borde rígido es incrementada o decrementada para un edificio clasificado como torsionalmente flexible o como un sistema rígido, respectivamente. También menciona que mientras una estructura responde a un movimiento sísmico, su centro de masa se mueve ya sea de manera bidimensional o tridimensional con respecto a su posición original, los soportes o al centro de rigidez. Esto deriva en las excentricidades de cargas instantáneas bajo excitaciones sísmicas horizontales. Las excentricidades de carga y las excitaciones bidimensionales horizontales pueden llevar a un movimiento torsional. Como resultado de la investigación se formuló la ecuación de movimiento para sistemas lineales elásticos bajo excitaciones horizontales bidimensionales considerando las excentricidades de cargas instantáneas. La adición de las excentricidades de cargas instantáneas no afecta de manera significativa la respuesta total de sistemas asimétricos comparada con los casos analizados para sistemas simétricos.

Brunet *et al.* (2016) analizaron de manera numérica un sistema de aislamiento sísmico compuesto por una capa superficial de tierra mezclada con arena y caucho de neumáticos triturados. Realizaron simulaciones donde se involucraron

estructuras con el sistema de aislamiento subyacente y se sometió el sistema a una variedad de terremotos escalados a valores de aceleración pico. Los resultados obtenidos mostraron que se logró un grado de amortiguación bastante considerable comparado con los sistemas convencionales. El grado de amortiguación óptimo se obtuvo al aplicar una capa de la mezcla de un grosor de 2 a tres metros. Adicionalmente, se mencionó que al aumentar la cantidad de caucho en la mezcla se alcanzan mayores resultados de amortiguamiento. Esto se comprobó aumentando el caucho hasta una concentración del 35% del total de la mezcla.

1.3.3 Conclusiones

Las investigaciones realizadas dentro de las instalaciones del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico utilizando aros elásticos deformables como métodos de disipación de energía por fricción han probado que éstos son efectivos e incluso presentan una eficiencia mayor a los sistemas convencionales. Esto es debido a que se montan de tal manera que reciben la energía a disipar en el plano normal a su eje axial, ocasionando una deformación lateral, provocando un aumento de fricción entre estos y la carcasa que los cubre. Esto constituye una alternativa para los sistemas de disipación de energía, el cual puede ser utilizado realizando análisis previos al sistema sobre el cual se van a implementar para determinar la configuración de montaje óptima.

Por otro lado, el análisis de cargas sísmicas ha demostrado que existen varias formas de representar de forma matemática la energía que es liberada durante un evento sísmico. Además, se han planteado diferentes sistemas, tanto activos como pasivos, que ayudan a mejorar la respuesta de la estructura sometida a excitaciones provenientes de sismos. Algunas de estas poseen una interfaz que disipa la energía de entrada del sistema por medio de fricción. Los estudios han mostrado que dichos dispositivos responden de una manera más eficiente cuando son colocados en la parte superior de la estructura y cuando son montados en una configuración mixta (un dispositivo colocado de forma horizontal y otro de forma diagonal).
Adicionado a lo anterior y considerando únicamente el territorio mexicano como el posible campo de implementación, se aprecia que toda la región perteneciente a los estados de Chiapas, Guerrero, Oaxaca y Michoacán presentan alteraciones sísmicas con comportamientos muy similares, la única zona que presenta un comportamiento un tanto diferente es aquella ubicada en el estado de Jalisco, lo cual implica que para esta zona se debe considerar un modelado diferente.

1.4 Justificación

El presente proyecto se realiza con la finalidad de proporcionar un medio de disipación de energía de eventos sísmicos a edificaciones ubicadas dentro del territorio nacional aplicando elementos cónicos elásticos deformables, ya que estos han probado ser medios eficientes de disipación de energía mediante fricción. Para realizar lo anterior, se elaborará el modelo discreto de una estructura característica.

Durante el desarrollo de esta investigación, se realizará el modelado y simulación de edificaciones que posean interfaces de aros elásticos deformables y someterlos a cargas sísmicas, con la finalidad de analizar el comportamiento de los aros elásticos como disipadores de energía, así como la energía transferida a la edificación y el análisis de la respuesta de ésta.

Adicionado a lo anterior, se elaborará una simplificación del disipador de energía por fricción con la finalidad de facilitar el análisis numérico.

1.5 Objetivo General

Realizar un análisis numérico del comportamiento de los aros cónicos deformables en el amortiguamiento de cargas sísmicas en estructuras, con el fin de determinar la cantidad de energía disipada.

1.6 Metas

- Identificar el tipo de cargas sísmicas presentes durante un evento sísmico sobre territorio mexicano.
- Seleccionar y validar o desarrollar un modelo matemático que represente un evento sísmico.
- Discriminar estructuras características presentes en territorio mexicano con la finalidad de obtener una estructura representativa.

- Realizar el modelado de la estructura representativa, previamente seleccionada.
- Elaborar diferentes interfaces de aros cónicos deformables para aplicar en la estructura previamente seleccionada.
- Simular el comportamiento de las interfaces de aros acopladas a la estructura para observar su comportamiento como disipadores de energía.

1.7 Alcances y Limitaciones

1.7.1 Alcances

- Elaborar un análisis de forma numérica utilizando el método de elemento finito de un arreglo de aros cónicos deformables montados en una estructura sometida a cargas sísmicas con la finalidad de determinar la cantidad de energía disipada.
- Realizar el análisis en estructuras de diferentes alturas.

1.7.2 Limitaciones

- El estudio únicamente comprenderá del estudio numérico del sistema.
- Únicamente será considerado un tipo de estructura previamente seleccionado.

1.8 Metodología

- 1. Se hará una búsqueda bibliográfica relativa al problema.
- 2. Se identificarán los parámetros involucrados en el fenómeno a analizar.
- Se planteará el modelo discreto de la estructura y el modelo energético de las cargas sísmicas a las que se someterá dicha estructura.
- 4. Se simplificará el modelo virtual del disipador friccionante basado en aros cónicos deformables.

- 5. Se determinará la mejor configuración para la construcción y colocación de los elementos disipadores.
- 6. Se realizará el análisis del sistema por el método de elemento finito.
- 7. Se validará el modelo con resultados obtenidos de la literatura.
- 8. Se realizará el análisis de los resultados.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO COCOCOCOCOCOCO

Prácticamente cualquier fenómeno en la naturaleza, ya sea de origen biológico, geológico o mecánico puede ser descrito con la ayuda de las leyes de la física en términos de ecuaciones algebraicas, diferenciales o integrales. Gran parte de los ingenieros y científicos que estudian fenómenos físicos están involucrados en dos grandes tareas:

- 1. Formulación matemática del proceso físico.
- 2. Análisis numérico del modelo matemático.

La formulación matemática del proceso físico requiere cierto trasfondo en ciertas áreas de conocimiento y, mayormente, ciertas herramientas matemáticas. La formulación arroja como resultado ciertos enunciados matemáticos que relacionan cantidades de interés en el entendimiento y/o diseño del proceso físico. El desarrollo del modelo matemático de un proceso es logrado mediante suposiciones de cómo se desarrolla el proceso. En una simulación numérica, se utiliza un método numérico y una computadora para evaluar el modelo matemático y estimar las características del proceso.

Mientras que la obtención de las ecuaciones gobernantes para la mayoría de los problemas no es muy complicada, la solución por métodos exactos de análisis es una tarea formidable. En tales casos, los métodos aproximados de análisis proveen medios alternativos para encontrar las soluciones del sistema (Reddy, 2004).

2.1 Método de elemento finito

El método de elemento finito (FEM) es un procedimiento numérico para obtener soluciones a muchos de los problemas encontrados en análisis de ingeniería. Posee dos subdivisiones primarias. La primera utiliza elementos discretos para obtener los desplazamientos articulares y fuerzas presentes en los elementos de un marco estructural. La segunda utiliza la continuidad de los elementos para obtener soluciones aproximadas de transferencia de calor, mecánica de fluidos y problemas de mecánica de sólidos. La formulación que utiliza los elementos discretos es referida como "análisis matricial de estructuras" y produce resultados similares a aquellos obtenidos mediante el análisis clásico de marcos estructurales. La segunda aproximación es el verdadero método de elemento finito. Genera valores aproximados de los parámetros deseados en puntos específicos llamados "nodos" (Segerlind, 1984).

La característica más distintiva del método de elemento finito que lo diferencia de otros es la división de un dominio dado en un conjunto de subdominios sencillos, llamados *elementos finitos*. Cualquier forma geométrica que permita una solución computacional o su aproximación, o proporciona relaciones necesarias entre los valores de la solución en los nodos o entre los subdominios, califica como elemento finito. Otras características del método incluyen buscar aproximaciones continuas, a veces polinomiales, de la solución sobre cada elemento en términos de valores nodales (Reddy, 2004).

El comportamiento de un fenómeno físico en un sistema depende de la geometría o dominio del sistema, de las propiedades del material o medio y de las condiciones de frontera, iniciales y de carga. Para un sistema de ingeniería, la geometría o el dominio puede llegar a ser bastante complejo. Además, las condiciones iniciales y de frontera pueden ser muy complicadas. Por lo tanto, es, en general, muy complejo resolver las ecuaciones diferenciales gobernantes mediante métodos analíticos. En la práctica, la mayoría de los problemas se resuelven utilizando métodos numéricos, entre ellos el método de elemento finito. El proceso para resolver un problema mediante FEM generalmente consiste en lo siguiente (Liu & Quek, 2013):

- Modelar la geometría.
- Realizar el mallado de la geometría (discretizar).
- Especificar las propiedades del material.
- Especificar las condiciones iniciales, de frontera y de carga.

2.1.1 Procedimiento de solución

2.1.1.1 Sistema de ecuaciones discretas

Basado en la malla generada, se puede formular un conjunto simultáneo de ecuaciones discretas usando determinadas aproximaciones. Existen pocas aproximaciones para establecer las ecuaciones simultáneas. La primera de ellas está basada en principios energéticos, como el principio de Hamilton, el principio de la mínima energía potencial, etc. El FEM tradicional se establece en estos principios. La segunda aproximación es el método residual ponderado, el cual es utilizado para establecer ecuaciones para muchos problemas físicos. La tercera aproximación está basada en las series de Taylor, que conlleva a la formación del Método de Diferencias Finitas (FDM) La cuarta aproximación está basada en el control de leyes conservativas en cada volumen (o elemento) finito en el dominio. En la práctica se ha demostrado que las primeras dos aproximaciones son las más utilizadas para resolver problemas que involucran sólidos y estructuras y las otras dos son utilizadas en simulaciones de fluidos.

2.1.1.2 Solucionador de ecuaciones (solver)

Después de que un modelo FEM ha sido creado, se introduce en un *solucionador* (también llamado *solver*) para resolver el sistema de ecuaciones discretasecuaciones simultáneas para las variables de campo en los nodos de la malla. Este proceso es el más demandante en cuestiones de hardware computacional. Diferente paquetería de software emplea diferentes algoritmos dependiendo del fenómeno físico que va a ser simulado. Existen dos consideraciones muy importantes que se deben tomar en cuenta al momento de seleccionar el algoritmo para resolver el sistema de ecuaciones: el almacenamiento y el tiempo requerido de la unidad central de proceso (CPU).

Hay dos tipos principales de métodos empleados para resolver sistemas simultáneos de ecuaciones: métodos directos y métodos iterativos. Los métodos directos utilizados comúnmente incluyen el método de eliminación de Gauss y el método de descomposición LU. Estos métodos resultan eficientes en sistemas de ecuaciones relativamente pequeños. Los métodos directos operan en sistemas de ecuaciones totalmente ensamblados y, en consecuencia, demandan mayor capacidad de almacenamiento.

Los métodos iterativos incluyen el método de Gauss-Jacobi, el método de Gauss-Seidel, el método de sobre-relajación sucesiva (SOR), métodos residuales conjugados generalizados, método de relajación de línea, etc. Estos métodos son adecuados para sistemas relativamente mayores. El desempeño en términos de tasa de convergencia de estos métodos depende del problema. Al utilizar estos métodos, el pre-acondicionamiento juega un papel muy importante al momento de acelerar el proceso de convergencia.

Para problemas dependientes del tiempo, se requiere codificar un paso de tiempo. Iniciando del estado inicial dado, la historia temporal de la solución es computada "marchando hacia adelante" al siguiente incremento de tiempo hasta alcanzar el tiempo deseado. Existen dos aproximaciones para codificar un paso de tiempo: la aproximación implícita y la explícita. La aproximación implícita generalmente es más estable numéricamente pero menos eficiente computacionalmente que la aproximación explícita para un incremento. Además, los algoritmos de contacto pueden ser desarrollados más fácilmente utilizando métodos explícitos.

2.1.2 Visualización de resultados

Los resultados generados después de resolver el sistema de ecuaciones usualmente comprenden de un vasto volumen de datos digitales. Los resultados tienen que ser visualizados de tal forma que sean sencillos de interpolar, analizar y presentar. La visualización es realizada a través de un post-procesador (generalmente incluido en el software FEM). La mayoría de estos post-procesadores permiten al usuario manipular la representación gráfica de los resultados: hacer zoom, rotar, ocultar elementos, etc. Las variables de campo puedes ser mostradas en forma de contornos, franjas y deformaciones (Liu & Quek, 2013).

2.1.3 Algunas observaciones

En resumen, en el método de elemento finito, un dominio dado es dividido en subdominios, llamados elementos finitos, y se desarrolla una solución aproximada al problema en cada uno de ellos. La subdivisión del todo en partes tiene dos ventajas:

- 1. Permite una representación precisa de geometrías complejas y la inclusión de materiales distintos.
- 2. Hace posible una representación precisa de la solución dentro de cada elemento, haciendo resaltar efectos locales.

Además de todo lo ya mencionado anteriormente, hay algunas características que vale la pena mencionar, las cuales son las siguientes (Reddy, 2004):

- Es posible discretizar un dominio, dependiendo de su forma, con un mallado de más de un tipo de elemento. Por ejemplo, en la aproximación de un dominio irregular, se pueden utilizar una combinación de rectángulos y triángulos.
- Si más de un tipo de elemento es utilizado en la representación del dominio, uno de cada tipo debe aislarse y desarrollarse sus ecuaciones.

- 3. Las ecuaciones gobernantes son generalmente más complicadas de lo que se piensa. Comúnmente son ecuaciones diferenciales. En muchos casos, las ecuaciones no pueden ser resueltas en un elemento por dos razones. La primera es que no permiten una solución exacta (es aquí donde los métodos variacionales entran en juego). La segunda, las ecuaciones discretas obtenidas en los métodos variacionales no pueden ser resueltas independientemente de los elementos restantes debido a que el ensamble de los elementos está sujeto a cierta continuidad, condiciones de frontera y/o iniciales.
- 4. Existen dos diferencias principales en la forma de la solución aproximada usada en el FEM y aquella utilizada en los métodos clásicos variacionales. La primera, en vez de representar la solución como una combinación lineal en términos de parámetros arbitrarios como ocurre en los métodos variacionales, en el método de elemento finito la solución en frecuentemente representada como una combinación lineal en términos de valores dados en los puntos nodales. La segunda, las funciones aproximadas del método de elemento finito son generalmente polinomiales que son derivadas utilizando teoría de interpolación.
- El número y la localización de los nodos en un elemento depende de (a) la geometría del elemento, (b) el grado de la aproximación polinomial y (c)la forma integral de las ecuaciones.
- 6. El ensamblado de los elementos, en un caso general, está basado en la idea de que la solución es continua en las fronteras entre los elementos.
- 7. En general, el ensamblado de los elementos está sujeto a condiciones iniciales y/o de frontera. Las ecuaciones discretas asociadas con la malla del elemento finito son resueltas solo después de que las condiciones iniciales y/o de frontera han sido impuestas.
- Existen tres fuentes de error en una solución por elemento finito: (a) aquellas debidas a la aproximación del dominio, (b) aquellas debidas a la aproximación de la solución y (c) aquellas debidas a la computación numérica

(por ejemplo, integración numérica o por errores de redondeo en la computadora).

- 9. La precisión y la convergencia de la solución por elemento finito depende de las ecuaciones diferenciales, su forma integral y el tipo de elemento usado. "precisión" hace referencia a la diferencia entre la solución exacta y la solución por elemento finito, mientras que "convergencia" refiere a la precisión mientras el número de elementos en la malla es incrementado.
- 10. Para problemas dependientes del tiempo, se utiliza una formulación en dos fases. En la primera fase, las ecuaciones diferenciales son aproximadas por el método de elemento finito para obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales en el tiempo. En la segunda fase, las ecuaciones diferenciales en el tiempo son resueltas de manera exacta o aproximada utilizando métodos variacionales o métodos de diferencias finitas para obtener ecuaciones algebraicas, que entonces son resueltas para los valores nodales.
- 11. Cuando las condiciones de continuidad del ensamble son reemplazadas por condiciones de contacto, el método es entonces conocido como método de elemento discreto (DEM). En este método, elementos individuales pueden tener movimientos finitos (desplazamientos y rotaciones). Tales métodos tienen aplicaciones en mecánica de rocas (minería y túneles), mecánica de hielo y otros campos donde la continuidad es desintegrada durante la deformación o el medio original es un compilado de partículas individuales (medio granular o biología molecular).

2.2 Vibración mecánica

Las vibraciones u oscilaciones presentes en los sistemas mecánicos constituyen uno de los campos de estudio de mayor importancia dentro de la física y la ingeniería. Teóricamente, todo sistema posee una cierta capacidad de vibración y la mayoría de estos sistemas pueden vibrar libremente de muchas maneras (French, 1974). Una vibración viene definida como un movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo. Un ejemplo típico de esto es el vaivén de un péndulo. A partir de esto, se tiene que la teoría de la vibración tiene que ver con el estudio de los movimientos oscilatorios de los cuerpos y las fuerzas asociadas con estos (Rao, 2011).

El movimiento de un cuerpo ocasionado por una vibración puede ser muy simple o muy complejo, puede vibrar en una o más direcciones. El conocimiento de las formas básicas del movimiento puede ser utilizadas en el estudio de las vibraciones. Los tipos de movimientos posibles pueden ser uno o una combinación de los siguientes:

2.2.1 Movimiento armónico

El movimiento armónico se define como una función de senos y cosenos con parámetros constantes: amplitud, frecuencia y fase (Majewski, 2017):

$$x(t) = a \, sen(\omega t + \varphi) \tag{2.1}$$

$$x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$$
(2.2)

Donde *t* es el tiempo, *a* es la amplitud de vibración, ω es la frecuencia radial y φ es el ángulo de fase.

En la teoría, la mayoría de las veces se utiliza la frecuencia radial; en la práctica es utilizada más comúnmente la frecuencia f. La relación entre la frecuencia radial, la frecuencia y el periodo de vibración se define mediante la relación (Majewski, 2017):

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{2.3}$$

2.2.2 Movimiento periódico

Este movimiento está definido mediante la función (Majewski, 2017):

$$x(T+t) = x(t) \tag{2.4}$$

Donde *T* es el periodo del movimiento, $T \neq 0$. Este tipo de movimiento presenta la característica de que es repetible para un determinado periodo de tiempo, independientemente de su forma. En la Figura 2.1 se muestran ejemplos de movimientos periódicos.



Figura 2.1.- Ejemplo de movimiento periódico.

2.2.3 Movimiento no periódico

En este caso, para x(t) no existe $T \neq 0$ tal que x(T + t) = x(t), esto significa que el movimiento no se repite para cualquier periodo de tiempo, como se muestra en la Figura 2.2.



Figura 2.2.- Ejemplo de movimiento no periódico.

Cuando no es posible predecir el desplazamiento del cuerpo en función del tiempo, entonces se utilizan parámetros estadísticos para definir las vibraciones. Los valores utilizados para definir este tipo de vibraciones son: valor promedio, desviación estándar, valor medio cuadrático, varianza, probabilidad, densidad de probabilidad y espectro de potencia. Para poder hacer el cálculo de estos valores de forma correcta, se requiere tener suficientes datos obtenidos de forma experimental. Como ejemplo se puede mencionar la velocidad del viento, la rugosidad de autopistas, las vibraciones del piso en una planta, etc. (Majewski, 2017).

Generalmente, un sistema vibratorio incluye un medio para almacenar energía potencial, un medio para conservar energía cinética y un medio por el cual la energía se pierde de manera gradual.

La vibración de un sistema implica la transformación de la energía potencial que posee en energía cinética y de ésta en energía potencial de manera alternante. Si el sistema es amortiguado, una parte de la energía es disipada en cada ciclo de vibración.

2.2.4 Respuesta de un sistema amortiguado sometido a desbalance rotatorio

El desbalance en una máquina rotatoria es una de las principales causas de vibración. En la Figura 2.3 se muestra un modelo simplificado de una máquina como

la antes mencionada. La masa total de la máquina es M y posee una masa excéntrica m que gira con una velocidad angular ω constante. La fuerza centrífuga producida por la masa m excitará a la masa M.



Figura 2.3.- Modelo simplificado de una máquina con desbalance rotatorio (Rao, 2011).

Considerando lo anterior, es posible establecer la ecuación de movimiento para el sistema mostrado anteriormente (Rao, 2011).

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = me\omega^2 \sin \omega t \tag{2.5}$$

Es posible obtener la amplitud de vibración y el ángulo de fase para este sistema con las ecuaciones (2.6) y (2.7), respectivamente (Rao, 2011).

$$X = \frac{me}{M} \left[\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta^2 r)^2}} \right]$$
(2.6)

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{2\zeta r}{1 - r^2} \right]$$
(2.7)

El comportamiento del sistema a través del tiempo es descrito gracias a la siguiente ecuación (Rao, 2011):

$$x_p(t) = X\sin(\omega t + \varphi) \tag{2.8}$$

La fuerza ocasionada por desbalance rotatorio es transmitida hacia la base del motor. Este valor puede ser aproximado mediante la ecuación (2.9) (Rao, 2011).

$$|F| = me\omega^2 \left[\frac{1 + 4\zeta^2 r^2}{(1 - r^2) + 4\zeta^2 r^2} \right]^{1/2}$$
(2.9)

2.3 Carga sísmica

Acorde a la RAE (2018), un terremoto se encuentra definido como una sacudida violenta de la corteza terrestre ocasionada por fuerzas que actúan en su interior. Un terremoto no es otra cosa que una forma de energía liberada, la cual es ocasionada por el desplazamiento ocurrido entre las placas tectónicas que conforman el manto terrestre. Este desplazamiento ocurre debido a que dichas placas no se encuentran asentadas sobre materia sólida, ya que debajo del manto terrestre se encuentra una capa de roca fundida en constante movimiento. Este movimiento ocasiona que las placas tectónicas se vayan desplazando poco a poco. Desafortunadamente, las placas se encuentran limitadas por otras placas que pueden estar sobre o debajo de éstas. Con los años, la tensión entre estas placas por los desplazamientos se va acumulando hasta provocar una separación o una colisión entre ellas. Dicha colisión o desprendimiento viene acompañada de liberación de energía en forma de una onda de choque, lo que provoca los movimientos telúricos.

La magnitud de la energía liberada durante un terremoto viene definida por una escala logarítmica propuesta por Gutenberg & Richter (1944), la cual, basada en observaciones empíricas, menciona que el número "N" de terremotos mayores de magnitud "m" viene dado por:

$$\log_{10} N = a - bm$$
 (2.10)

Donde "*a*" y "*b*" son valores que dependen específicamente de la localización. Además, la energía liberada durante un terremoto crece de manera exponencial con el tamaño de éste, teniendo que:

$$\log_{10} E = c - dm \tag{2.11}$$

Esencialmente, Gutenberg & Richter (1944) propusieron una ley que relaciona la función de distribución de frecuencia con la energía liberada, tal que:

$$\frac{dN}{dE} \propto m^{-1 - \frac{b}{d}} = m^{-\tau}$$

$$con \ 1.25 < \tau < 1.5$$
(2.12)

Analizando el comportamiento sísmico y las ecuaciones anteriores, Bak & Tang (1989) propusieron que los terremotos pueden ser analizados considerando que estos son una consecuencia de la corteza terrestre estando en un estado crítico autoorganizado. Encontraron que ciertos sistemas dinámicos interactuantes evolucionan naturalmente a un estado estadísticamente estacionario con correlaciones de leyes de potencia espaciales y temporales. Es esencial que los sistemas sean disipativos (liberen energía) y que sean extendidos espacialmente con una infinidad de grados de libertad. La energía se alimenta del sistema de una manera uniforme, ya sea directamente de la carga o a través de las fronteras. Afirmaron que la corteza terrestre sometida a la presión por el movimiento de las placas tectónicas puede ser vista como un sistema que se comporta de esta manera. Al finalizar la investigación, se sugirió que los terremotos son un fenómeno caótico determinístico con pocos grados de libertad. Esto ocasiona que este fenómeno se vea de una manera en la que sea casi imposible el predecir su comportamiento considerando sus condiciones iniciales debido a la existencia de fluctuaciones críticas que pueden afectar dichas condiciones.

2.3.1 Modelo matemático

Con la finalidad de estudiar la respuesta de una estructura sometida a cargas de tipo dinámico, se utiliza un modelo matemático basado en la mecánica newtoniana. Toda estructura tiene una respuesta dinámica ante la acción de cargas o deformaciones, generando fuerzas inerciales, las cuales son iguales al producto de la masa de la estructura por su aceleración (F = ma). Cuando las cargas o las deformaciones son aplicadas de manera lenta, las fuerzas inerciales pueden ignorarse, lo cual permite realizar un análisis estático de la estructura. Desafortunadamente, esta simplificación no es válida cuando las cargas dinámicas son aplicadas de manera rápida, como las originadas por viento, sismos, cargas vivas o por impacto; en estos casos, las fuerzas inerciales no pueden ser despreciadas y es necesario aplicar un análisis dinámico (Oviedo & Duque, 2006).

En el caso de realizar un análisis sobre una edificación, se considera a ésta como un sistema idealizado en un modelo de un solo grado de libertad, como el mostrado en la Figura 2.4.



Figura 2.4.- Sistema de un solo grado de libertad (Oviedo & Duque, 2006).

El modelo consta de una masa concentrada "*m*" siendo soportada por una viga de rigidez característica "*k*" y un coeficiente de amortiguamiento "*c*". El sistema es sometido a una carga sísmica caracterizada por un desplazamiento del suelo $x_g(t)$

y una carga P(t) la cual puede ser o no ser dependiente del tiempo. La respuesta del sistema consiste en determinar el desplazamiento de la masa en cualquier instante de tiempo con respecto a su posición inicial general ($x_t(t)$). Esto es calculado en función del desplazamiento del suelo sumado al desplazamiento de la masa con respecto a su base (Oviedo & Duque, 2006):

$$x_t(t) = x_g(t) + x(t)$$
 (2.13)

Para las condiciones anteriores, la ecuación de equilibrio dinámico es representada de la siguiente forma (Oviedo & Duque, 2006):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x_a} + P \tag{2.14}$$

Donde:

- *mx* representa la fuerza inercial de la masa del edificio.
- $c\dot{x}$ es el amortiguamiento inherente del sistema.
- *kx* es la fuerza elástica del sistema.

Housner (1956) propone utilizar el concepto de energía como herramienta para determinar el comportamiento y respuesta de una estructura ante cargas dinámicas. Debido a que la ecuación de equilibrio dinámico se encuentra representada en términos de cargas, éstas se multiplican por el desplazamiento dx, expresado como $\dot{x}dt$ (el cual es una función de la velocidad) para encontrar el trabajo realizado por el sistema. Al integrar la ecuación resultante con respecto al tiempo de aplicación de la carga se obtiene la ecuación de balance de energía desarrollado en el sistema estructural (Oviedo & Duque, 2006):

$$E_k + E_D + E_s = E_I \tag{2.15}$$

Donde:

- $E_k = \int m\ddot{x}dx = \frac{m\dot{x}^2}{2}$ es la energía cinética de la masa "m".
- $E_D = \int c\dot{x}dx = \int c\dot{x}^2 dt$ es la energía disipada por el amortiguamiento inherente de la estructura.
- $E_s = \int kx dx = \frac{kx^2}{2}$ es la energía de deformación elástica del sistema.

El término E_I representa la energía impuesta por las cargas dinámicas. Este término está compuesto por dos términos adicionales (Oviedo & Duque, 2006):

$$E_I = E_{IS} + E_{IW}$$
 (2.16)

Donde:

- $E_{IS} = -\int m \dot{x_g} dx$ es la energía impuesta por el sismo.
- $E_{IW} = \int P(t) dx$ es la energía impuesta por el viento.

En el caso en el que el sistema tenga una respuesta dentro del rango inelástico de los materiales constituyentes, se debe incluir y distinguir la participación de la estructura dentro del rango elástico e inelástico dentro del término E_S de la ecuación de balance. Esto se logra mediante la adición del término $f_S(x)$ que incluye la respuesta elástica y la inelástica histerética en el cálculo de la energía total proporcionada por la estructura, quedando como (Oviedo & Duque, 2006):

$$E_s = \int f_s(x)dx = E_{ss} + E_{sp} \tag{2.17}$$

Donde el término E_{ss} es la energía de deformación elástica no disipada mientras que el término E_{sp} representa la energía disipada por efectos histeréticos de deformación plástica y daño de los elementos estructurales (Figura 2.5).



Figura 2.5.- Ciclo de histéresis en un sistema estructural (Oviedo & Duque, 2006).

Cuando se emplean dispositivos especiales disipadores o amortiguadores de energía (dependientes de la deformación, la velocidad o la aceleración del sistema), se debe introducir un término en la ecuación (2.15) que permita distinguir la participación de dichos dispositivos dentro del balance de energía. Este término se identifica como E_P y es calculado por medio del operador integro-diferencial representativo de la disipación de energía proporcionada por dispositivos adicionales (Oviedo & Duque, 2006):

$$E_P = \int \Gamma \bar{x} dx \tag{2.18}$$

La contribución de la energía obtenida por los disipadores o amortiguadores se suma al lado izquierdo de la ecuación de balance de energía para quedar de la siguiente forma (Oviedo & Duque, 2006):

$$E_k + E_D + E_{ss} + E_{sp} + E_P = E_I (2.19)$$

2.4 Fricción

La fricción puede ser definida como una fuerza de resistencia que actúa sobre un cuerpo e impide o retarda el deslizamiento de dicho cuerpo con relación a un segundo cuerpo o superficie con los cuales esté en contacto. Esta fuerza actúa siempre de forma tangencial a la superficie en los puntos de contacto con otros cuerpos, y va dirigida en sentido opuesto al movimiento del cuerpo con respecto a esos puntos (Hibbeler, 2004).

Existen dos tipos de fricción: la fricción seca, también denominada fricción de Coulomb, y la fricción de fluidos. La fricción de fluidos se desarrolla entre capas de fluidos que se mueven a diferentes velocidades. Este tipo de fricción es básica en el análisis del movimiento de mecanismos lubricados. Por otro lado, la fricción seca es la que ocurre en problemas que involucran cuerpos rígidos que están en contacto a lo largo de superficies que no están lubricadas (Beer, Johnston, Eisenberg, & Clausen, 1990).

La fricción seca puede explicarse con un ejemplo muy sencillo: imaginemos un bloque que se encuentra sobre una superficie, como el mostrado en la Figura 2.6. Si se aplica al bloque una fuerza muy pequeña (P), por experiencia sabemos que, en condiciones normales, el bloque no va a moverse. Esto significa que en las superficies de contacto debe haber surgido una fuerza de reacción (F) que neutralice la fuerza aplicada (Housner & Hudson, 1960).



Figura 2.6.- Ejemplo de fricción seca (Housner & Hudson, 1960).

Esta fuerza es físicamente posible debido a que las superficies en contacto no son totalmente lisas y, a causa de las pequeñas imperfecciones existentes, puede desarrollarse una fuerza de reacción que tiene una componente paralela a las superficies en contacto, como se aprecia en la Figura 2.7. Adicionado a esto, la experiencia nos dice que si aumentamos la carga *P*, se llegará finalmente a un valor que hará que el bloque se mueva, pues ya no será posible que se establezca una fuerza por fricción lo suficientemente grande para oponerse al movimiento. Este valor máximo de la fuerza de fricción que es posible establecer es denominado fricción límite (Q_{max}).



Figura 2.7.- Fuerzas causadas por las superficies rugosas (Kogut & Etsion, 2004).

La magnitud de esta fuerza límite de fricción ha sido determinada de forma experimental para diferentes superficies en contacto y para varias condiciones del área de contacto y de la carga normal. Esto ha sido incorporado a las leyes de la fricción seca o fricción de Coulomb, las cuales enuncian lo siguiente:

- 1) El valor total de la fricción es independiente de la magnitud del área de contacto.
- 2) El valor toral de la fricción es proporcional a la fuerza normal.
- 3) Para bajas velocidades de deslizamiento, el valor total de la fricción es independiente de la velocidad y es menor que para el movimiento inminente.

Estas leyes pueden resumirse de manera simplificada en la siguiente ecuación:

$$F = \mu N \tag{2.20}$$

En la cual:

- *F* indica el valor total de la fuerza de fricción, paralela a las superficies en contacto, en el movimiento inminente, o durante el movimiento.
- *N* representa la fuerza normal total entre las superficies de contacto.
- μ es el coeficiente de fricción, el cual es una constante determinada de forma experimental para materiales dados.

Si el valor de *F* en la Ecuación (2.20) es el valor límite de la fricción en el punto de movimiento inminente, entonces μ se denomina coeficiente de fricción estática. El uso de este coeficiente de fricción proporciona la magnitud máxima de la fuerza de fricción que es posible desarrollar entre dos superficies bajo una carga normal. No necesariamente proporciona la fuerza real de fricción presente, que puede ser menor que el límite máximo posible (Housner & Hudson, 1960).

2.5 Aros cónicos deformables

Los aros cónicos deformables son uniones mecánicas cuya aplicación más común es como sistema de acoplamiento de elementos de máquinas. Estos aros son utilizados en pares de distinto diámetro (Cortés, 2014). Cada par de aros cónicos se compone de un aro externo y un aro interno, las superficies de contacto externo son la parte cilíndrica externa y la cónica interna, en el aro interno son las superficies cilíndrica interna y la cónica externa (J. Bedolla, 2005). En la Figura 2.8 se puede apreciar un modelo de aros cónicos deformables realizado con ayuda de software CAD.



Figura 2.8.- Representación de un par de aros cónicos deformables (Cortés, 2014).

Cuando una fuerza es ejercida en dirección axial sobre la cara vertical del aro interno, éste la transmite al aro externo y a la flecha sobre la cual se encuentra montado. Al existir restricción de algún tipo sobre la pared vertical del aro externo, los aros se comprimen en la dirección axial, pero se expanden de forma radial ejerciendo presión uniforme en la circunferencia de ambos aros debido a la deformación. Esta presión es ejercida en las superficies de contacto logrando mantener el ensamble entre todas las piezas (Cortés, 2014).

2.6 Uniones con aros cónicos

En este tipo de uniones, los aros cónicos son los encargados de transmitir el momento torsional entre la unión flecha-cubo. Durante el apriete, al deslizarse un aro dentro de otro por sus superficies cónicas, éstos se deforman de forma elástica: el aro externo tiende a expandirse mientras que el interno tiende a comprimirse, provocando el apriete entre la superficie de la flecha y la del cubo (Figura 2.9). La fuerza de presión F_1 aplicada al primer aro es equilibrada por las componentes axiales de las fuerzas de presión que actúan sobre toda la superficie cónica del aro. En las superficies de contacto de los aros con la flecha y el cubo, la fuerza de apriete genera dos fuerzas: la fuerza normal (N_1) la cual es la suma de las componentes radiales sobre toda la superficie cónica y las fuerzas de rozamiento (T_1), que actúan en forma tangente a la superficie de contacto.



Figura 2.9.- Distribución de fuerzas en los aros cónicos. a) Fuerzas normales y de fricción. b) Distribución de fuerzas radiales (Cortés, 2014).

Para el caso anterior, la fuerza normal en los aros cónicos viene dada por:

$$N_1 = \frac{F_1}{\tan\theta} \tag{2.21}$$

Donde:

- N_1 representa la fuerza normal sobre la superficie de contacto.
- F_1 indica la fuerza de apriete.
- θ es el ángulo de conicidad de los aros.

Las fuerzas ocasionadas por la fricción (T_1) en la superficie exterior del aro externo y en la superficie interna de aro interno viene dada por:

$$T_1 = N_1 \mu = \frac{F_1 \mu}{\tan \theta} \tag{2.22}$$

Donde:

- T_1 representa la fuerza de fricción.
- μ es el coeficiente de fricción.

CAPÍTULO 3: DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO DEL DISIPADOR FRICCIONANTE

En este capítulo se abordará la metodología seguida para resolver el problema presentado. Se comenzará abordando el dispositivo disipador utilizado, su simplificación y su aplicación y análisis de comportamiento.

Como punto de partida, se tiene el modelo de disipador de energía por fricción diseñado por Romero (2006). Dicho dispositivo fue caracterizado de manera numérica por Cortés (2014) para realizar una aproximación de los datos experimentales obtenidos por Romero (2006).

El modelo anteriormente mencionado fue utilizado por Baltazar (2017) para el amortiguamiento de un sistema sometido a vibración forzada. En este análisis se compararon los resultados obtenidos variando el torque de apriete entre la interfaz friccionante (aros cónicos deformables y carcasa), así como la precarga a la cual se encontraban sometidos estos para poder determinar la configuración que brindara una mejor respuesta del sistema.

Considerando estos datos, se parte de la necesidad de simplificar el modelo de disipador de energía para poder aplicarlo al proyecto. Esta necesidad surge debido a que el modelo numérico existente posee un mallado muy denso debido a la cantidad de partes constitutivas que lo componen (Figura 3.1).





Siguiendo el ejemplo de los estudios realizados por Marko *et al.* (2004), donde se estudió el comportamiento de disipadores por fricción los cuales se modelaron como un cilindro deslizándose dentro de otro, se pretende reducir el modelo a un sistema sencillo sometido a fricción de Coulomb.

Para poder tener un modelo lo más exacto posible, se dibujaron los cilindros basados en las longitudes y diámetros que el modelo original presenta. Para realizar el cilindro interior, se consideraron las longitudes del vástago y el radio interior de la carcasa cilíndrica del modelo original. El cilindro exterior está basado en la longitud, el radio interior y exterior de la carcasa cilíndrica. Las dimensiones se muestran en la Figura 3.2 y la Figura 3.3, las acotaciones mostradas se encuentran redondeadas y se muestran en metros.



Figura 3.2.- Dimensiones del cilindro del modelo del disipador.



Figura 3.3.- Dimensiones del vástago del modelo del disipador.

Considerando las dimensiones anteriores, se realizaron los dibujos correspondientes a los cilindros. A diferencia del modelo original, el cual fue realizado como un modelo axisimétrico, los cilindros fueron dibujados como sólidos 3D. Se tomó esta decisión debido a que, dadas las características del problema a analizar, éste no puede ser planteado ni analizado de una forma simétrica. Esto a causa de la naturaleza de las cargas estudiadas y a las posibles opciones de montaje de los disipadores.

Para el cilindro, se trazaron dos círculos concéntricos con las dimensiones mostradas en la Figura 3.4a para posteriormente darles una extrusión igual a 10.98 cm. El resultado obtenido se muestra en la Figura 3.4b.



Figura 3.4.- a) Diámetros del cilindro externo. b) Modelo 3D del cilindro externo.

Para dibujar el cilindro interior se realizó un procedimiento similar al anterior, solo que, en vez de ser un cilindro hueco, se consideró un cilindro sólido. Esto fue con la finalidad de recrear el modelo del disipador tan cercano a la realidad como fuese posible y, el modelo real puede considerarse como un eje sólido. Los resultados se muestran en la Figura 3.5.



Figura 3.5.- a) Diámetro del cilindro interno. b) Modelo 3D del cilindro interno.

Terminados los cilindros, se procedió a realizar el ensamble de estos a manera de recrear el disipador ya ensamblado, como se observa en la Figura 3.6. Teniendo las superficies que componen al modelo simplificado, el paso siguiente es comenzar a asignar propiedades a dicha simplificación, comenzando con las propiedades mecánicas de los materiales componentes. En este caso, ambos componentes estarán constituidos de acero. Se eligió esta composición debido a que, en sus

estudios experimentales, Baltazar (2017) determinó que el disipador compuesto por aros cónicos fabricados de acero ofrecían una mejor respuesta al momento de amortiguar un sistema sometido a vibración forzada.



Figura 3.6.- Sección transversal del modelo simplificado del disipador friccionante.

Concluido el ensamble del disipador, se colocaron las interacciones correspondientes. La primera en colocarse fue la de contacto entre las dos superficies. Para ello, se creó la propiedad de contacto correspondiente y se seleccionaron las superficies maestro (rojo) y esclavo (magenta) en el modelo, como se muestra en la Figura 3.7.



Figura 3.7.- Selección de superficies para la unión de contacto.

Considerando el disipador original, se aprecia que posee un par de resortes a manera de ofrecer un mecanismo de restitución al sistema. Para poder agregar dichos componentes se utilizó la herramienta "*springs and dashpots*" que viene incluida dentro de las herramientas del software ABAQUS. Gracias a esta herramienta se puede simular el comportamiento de los resortes con solo indicar de qué forma se encuentran montados y cuáles son los valores de rigidez que éstos poseen. Se colocaron dos pares de resortes para simular el comportamiento de los

originalmente colocados en el disipador original, un par en la parte superior del dispositivo (Figura 3.8a) y otro par en la parte inferior del mismo (Figura 3.8b).



Figura 3.8.- Colocación de resortes. a) Resorte superior. b) Resorte inferior.

Llegado a este punto, se hizo notar un problema de diseño que no se llegó a considerar al plantear la simplificación del dispositivo, como se mencionó en la sección 2.6 de este documento, los aros cónicos se deforman axialmente acorde a la magnitud de la fuerza que sea aplicada sobre estos sobre su eje longitudinal. Esto provoca que la fuerza normal que actúa sobre la carcasa del cilindro varíe en función de la fuerza que los aros reciben, sumado a la precarga a la que se encuentren sometidos. A consecuencia de lo anterior, podría considerarse que el coeficiente de fricción entre los aros y la carcasa del dispositivo va a variar en función de la fuerza ejercida por medios externos sobre los aros sumado a la precarga a la cual se encuentren sometidos. Las condiciones anteriores son muy difíciles de simular en el software, principalmente debido a que se desconoce el comportamiento del coeficiente de fricción en función a la carga aplicada.

Considerando lo anterior, fue necesario buscar una nueva forma de simplificación del dispositivo utilizando los datos con los que se contaba. Después de analizar diferentes alternativas, se utilizó la herramienta "*springs and dashpots*" por dos razones principales:

• La herramienta permitió una mayor simplificación del dispositivo.

• Los datos que requirió la herramienta fueron los valores de rigidez y de amortiguamiento del dispositivo que se pretende representar.

El valor de rigidez es el correspondiente a los resortes utilizados. El amortiguamiento fue obtenido del trabajo de Baltazar (2017), el cual incluye los parámetros necesarios obtenidos de forma experimental para realizar dicho calculo.

Una vez obtenido el factor de amortiguamiento, se realizó una réplica de su trabajo de forma numérica con la finalidad de verificar que los valores obtenidos fuesen correctos. Baltazar (2017) menciona que utilizó una viga en cantiléver de 300mm de longitud, 51.1mm de ancho y 4.85mm de espesor empotrada en un extremo. Con la información anterior, se realizó el dibujo de la viga como se muestra en la Figura 3.9.



Figura 3.9.- Dimensiones del dibujo preliminar de la viga a utilizar.

Debido a que la viga fue sometida a excitación forzada utilizando un motor pequeño con una masa de 0.444 kg, se colocó una masa con ese valor en la viga (Figura 3.10). Esta parte fue muy importante, ya que, en el trabajo de Baltazar (2017) se hizo el cálculo de la frecuencia natural del sistema debido a que se requería trabajar a condiciones cercanas a la resonancia.



Figura 3.10.- Posición de la masa que representa el excitador utilizado.

Terminado esto, la viga fue sometida a una carga vibratoria a una frecuencia de 20Hz y con una fuerza de excitación igual a 135.2292N, dicho valor fue calculado utilizando la ecuación (2.9) y los parámetros reportados por Baltazar (2017). Con estas características, la viga alcanzó un desplazamiento igual a 22.24mm, como se muestra en la Figura 3.11.



Figura 3.11.- Desplazamiento de la viga sometida a vibración forzada sin amortiguamiento externo.

Al finalizar, se colocó un resorte con amortiguador con ayuda de la herramienta *"springs and dashpots"* que el software ABAQUS proporciona (Figura 3.12). Baltazar

(2017) indica en su trabajo que utilizó un resorte con una rigidez de 50 kN y un torque inicial equivalente a 3 Nm. al finalizar su análisis experimental, indica que con los parámetros anteriormente citados, obtiene una reducción entre 93 y 97% en las amplitudes de vibración trabajando en condiciones cercanas a la resonancia del sistema y, con los datos obtenidos, hizo un cálculo del coeficiente de amortiguamiento que el disipador aporta al sistema bajo las condiciones anteriormente mencionadas.



Figura 3.12.- Viga con amortiguamiento externo.

Los parámetros que Baltazar (2017) utilizó y obtuvo al final de su trabajo fueron los utilizados al momento de configurar el resorte y el amortiguador. Nuevamente, la viga fue sometida a vibraciones forzadas con los parámetros utilizados en el análisis anterior. En este caso, la amplitud máxima registrada corresponde a 1.34mm, como se muestra en la Figura 3.13.


Figura 3.13.- Desplazamiento de la viga sometida a vibración forzada con amortiguamiento externo.

Teniendo los resultados de ambos casos, se realizó una comparación entre los resultados experimentales obtenidos y los resultados que el análisis numérico presenta replicando las condiciones reportadas por Baltazar (2017), dicha comparación se muestra en la Tabla 3-1.

	Datos experimentales (Baltazar, 2017)	Datos del modelo numérico		
Frecuencia natural del sistema	22.28 Hz	22.523 Hz		
Frecuencia aplicada al sistema	20 Hz	20 Hz		
Valor máximo de amplitud (sin amortiguamiento externo)	24.129 mm	22.24 mm		
Valor máximo de amplitud (con amortiguamiento externo)	1.01 mm	1.34 mm		
Porcentaje de reducción de la amplitud de vibración	95.8141%	93.9748%		

Tabla 3-1.- Comparación entre los resultados experimentales y los resultados numéricos obtenidos.

Como se logra apreciar, los valores del porcentaje de disminución de las amplitudes de vibración difieren en un 1.83%, por lo cual se considera que los valores introducidos en el modelo numérico representan de una manera muy cercana el comportamiento real del dispositivo sometido a vibración forzada.

CAPÍTULO 4: MODELO DISCRETO DE LA ESTRUCTURA

\mathbf{x}

En este capítulo se hace una descripción del proceso de selección, modelado y discretización de la estructura representativa seleccionada para el desarrollo de este trabajo.

Se incluyen datos del dibujo, como son algunos de los planos utilizados, el procedimiento para dibujar y unir las partes constituyentes de la estructura, así como una breve descripción del material utilizado y sus características para el correcto modelado y aplicación de este.

Considerando que el estudio debe aplicarse a la realidad mexicana, se plantea como estructura representativa inicial una conformada por tres niveles y considerando únicamente las columnas de carga. Teniendo lo anterior, se consideró replicar los resultados obtenidos por Inculet (2016), quien modeló una estructura de tres niveles. Para representar dicha estructura, consideró que las columnas se construyen de concreto C20/25 y poseen un refuerzo interno proporcionado por varillas de acero de aproximadamente media pulgada.

Dichos componentes se dibujaron en el software ABAQUS. La columna de concreto se dibujó como un sólido 3D deformable con las dimensiones mostradas en la Figura 4.1b. La altura de la columna se asignó como de 2.8 metros.





Los refuerzos de acero se modelaron de forma diferente a la columna. Para comenzar, estos se dibujaron como un elemento tipo "*wire*" de longitud igual a 2.8 metros, como lo muestra la Figura 4.2.



Figura 4.2.- Refuerzo de acero de la columna de concreto.

Adicionalmente, se creó un perfil circular de radio igual a 7 milímetros (Figura 4.3) para asignarla al elemento que representa los refuerzos de acero.



Figura 4.3.- Características del perfil creado para los refuerzos de acero.

La asignación del material se llevó a cabo de la siguiente manera: para los refuerzos de acero se asignaron las propiedades mecánicas del acero A36, material con el que se fabrican las varillas de acero corrugado, las cuales se emplean como refuerzos en las construcciones a base de hormigón. Las propiedades son las siguientes:

- Densidad: 7860 ^{Kg}/_{m³}
- Módulo de Young: 200 GPa.
- Relación de Poisson: 0.27
- Esfuerzo de fluencia: 250 MPa.

Para modelar el concreto, la aplicación del material se realizó de manera diferente, debido a que sus propiedades cambian con base en su composición y en los porcentajes que los componentes de la mezcla presentan. Debido a esto, se utiliza el modelo propuesto por Mohamad *et. al.* (1990), en el cual se propone una función polinomial de grado tres, tal como se muestra a continuación:

$$\frac{f}{f_0} = 2.1 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right) - 1.33 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^2 + 0.2 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^3$$
(4.1)

Donde:

- f_0 representa el esfuerzo de fluencia.
- ϵ_0 es la deformación alcanzada en el esfuerzo de fluencia.

La función anterior, obtenida de manera empírica, describe el comportamiento del concreto basado en datos experimentales previamente realizados. Para representar la curva esfuerzo-deformación, se aplicaron los siguientes datos a la ecuación (4.1):

- $f_0 = 25 MPa$
- $\epsilon_0 = 0.22\%$
- $\epsilon_{min} = 0.0\%$
- $\epsilon_{max} = 0.35\%$

Con los datos anteriores, se obtiene el gráfico de esfuerzo-deformación, como se muestra en la Figura 4.4. Una vez obtenido el gráfico de comportamiento, se toman puntos de la gráfica y se obtienen los valores de esfuerzo-deformación correspondientes, tanto para comportamiento bajo tensión (línea roja) y bajo compresión (línea azul). Estos datos serán de utilidad para modelar el comportamiento del concreto dentro del software ABAQUS.



Figura 4.4.- Curva esfuerzo-deformación del concreto (Mohamad et. al. 1990).

Adicional a los datos anteriores, se utilizaron los siguientes datos para modelar el concreto:

- Densidad: 2400 ^{Kg}/_{m³}
- Módulo de Young: 20 GPa.
- Relación de Poisson: 0.18

Terminada la caracterización y asignación de los materiales, se realizó el ensamble de la estructura. Para esto, la columna se orientó de tal forma que quedara en forma vertical tomando como referencia el sistema de ejes que maneja ABAQUS por defecto, como se muestra en la Figura 4.5a. Los refuerzos se colocaron en la parte interna de la columna a 37mm de separación de los bordes y de forma simétrica (Figura 4.5b).



Figura 4.5.- Columna de concreto. a) Vista general. b) Vista tipo "wireframe".

Debido a que las columnas restantes para modelar la estructura básica de la edificación son similares a la columna creada, se realizaron patrones lineales para recrear los tres pisos con los cuales se pretende trabajar en esta parte. Las columnas se acomodaron con las herramientas del software y se realizaron restricciones entre las columnas y entre las varillas y las columnas para que el ensamble se comportara de manera correcta (Figura 4.6).



Figura 4.6.- Ensamble final de la edificación de tres niveles.

Por otra parte, el mallado de esta estructura no se realizó de manera fina, es decir, el tamaño de los elementos es relativamente grande, ya que sólo se colocaron cinco elementos por columna de concreto (Figura 4.7a) y cinco más por varilla de acero (Figura 4.7b).



Figura 4.7.- Mallado de la columna de concreto y la varilla de acero.

Considerando lo anterior y, teniendo en cuenta que cada columna de concreto posee cuatro varillas de acero de manera interna, el mallado asciende a 25 elementos por columna. Cada piso de la estructura está conformado por ocho

columnas y la estructura es de tres pisos, por lo cual, el mallado de la estructura completa contiene 600 elementos en total.



Figura 4.8.- Mallado de la estructura.

El procedimiento para poder introducir las cargas sísmicas consiste primeramente en obtener los sismogramas de la carga que se pretende modelar. Los sismogramas requeridos son tres: el sismograma Norte-Sur, el Este-Oeste y el Arriba-Abajo (o también denominado "Z"), como lo muestra la Figura 4.9. Esto es debido a que un sismo es una vibración en el espacio, por lo que presenta tres componentes, una en cada eje de coordenadas. Para que el modelado sea lo más preciso posible, se debe verificar que los sismogramas procedan de la misma estación de monitoreo, presenten el mismo número de muestras por minuto y los datos capturados comiencen exactamente en el mismo instante de tiempo.



Figura 4.9.- Sismogramas del evento sísmico ocurrido en Vrancea, Rumania (1977). a) Sismograma N-S. b) Sismograma E-O. c) Sismograma U-D.

Para esta primera prueba, se tomaron como referencia los datos del sismograma mostrado en la Figura 4.9a. Se tomaron los datos correspondientes al periodo de tiempo y su valor correspondiente de aceleración a manera de tabla. Con estos datos se realizó el modelado de la carga sísmica (Figura 4.10a). Teniendo modelada la carga, ésta se aplicó en la base de la estructura como una condición de frontera de "aceleración" en dirección al eje coordenado "Z", como es mostrado en la Figura 4.10b.



Figura 4.10.- a) Modelado de la carga sísmica. b) Aplicación de la carga sísmica.

Después de un tiempo aproximado de dos horas, la simulación finaliza. La estructura presenta bajos esfuerzos en las columnas de concreto (Figura 4.11) en comparación con los mostrados en las varillas de acero (Figura 4.12).



Figura 4.11.- Esfuerzos Von Mises presentados en las columnas de concreto.



Figura 4.12.- Esfuerzos Von Mises presentados en las varillas de acero.

Por otra parte, los desplazamientos en la estructura varían en función del piso que se analiza y del eje de referencia sobre el cual estos son analizados (Figura 4.13).



Figura 4.13.- Desplazamientos de la estructura.

Debido a que la carga únicamente fue aplicada sobre uno de los ejes de coordenadas (eje "Z"), los desplazamientos mayores ocurren en "U3", sin embargo, también ocurren desplazamientos en "U1" y "U2", siendo estos dos de características diferentes.

Para poder cuantificar los desplazamientos en cada nivel de la estructura se crearon tres "*sets*" (uno por cada piso) ubicados en las intersecciones entre las columnas horizontales y verticales. Dichos *sets* se configuraron para que midieran los desplazamientos del sistema en las tres direcciones (U1, U2 y U3).

Para el primer piso, se observa el comportamiento mostrado de la Figura 4.14 a la Figura 4.16.



Figura 4.14.- Desplazamiento U1 en el primer piso.



Figura 4.15.- Desplazamiento U2 en el primer piso.



Figura 4.16.- Desplazamiento U3 en el primer piso.

El comportamiento del segundo piso es mostrado de la Figura 4.17 a la Figura 4.19.







Figura 4.18.- Desplazamiento U2 en el segundo piso.



Figura 4.19.- Desplazamiento U3 en el segundo piso.

El tercer piso muestra un comportamiento descrito por la Figura 4.20, Figura 4.21 y la Figura 4.22.



Figura 4.20.- Desplazamiento U1 en el tercer piso.



Figura 4.21.- Desplazamiento U2 en el tercer piso.



Figura 4.22.- Desplazamiento U3 en el tercer piso.

Finalizado el análisis previo, se procedió a seleccionar y modelar la estructura representativa que fue utilizada durante el resto del desarrollo de este trabajo. Para seleccionar la estructura se consideraron diversos factores como el material de construcción, así como el tamaño y la complejidad de esta. Finalmente, se llegó a la conclusión que la mejor estructura para modelar sería aquella con la que se tuviera una interacción más cercana y ya hubiese sido sometida a cargas sísmicas recientemente. Por ello, se eligió el edificio principal del Departamento de Ingeniería Mecánica del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico ubicado en la ciudad de Cuernavaca, Morelos (Figura 4.23), el cual es un edificio compuesto de cuatro niveles, los cuales se denominan como "planta baja", "primer piso", "segundo piso" y "tercer piso".



Figura 4.23.- Vista frontal de la estructura representativa a modelar.

Originalmente, se tenía pensado modelar únicamente las columnas de soporte de la estructura seleccionada, al cabo de discutir los posibles resultados a obtener, se optó por modelar la edificación completa con los muros más representativos de la misma, ignorando aquellos elaborados de materiales como Tablaroca, etc.

Para poder modelar de la mejor forma el edificio, se solicitaron los planos a la Jefatura del Departamento de Ingeniería Mecánica (Figura 4.24). Estos planos permitirían visualizar mejor el edificio y agilizar el proceso de modelado en software. Desafortunadamente, los planos que fueron proporcionados estaban incompletos y desactualizados debido a que únicamente mostraban ciertas longitudes de los cuatro niveles. Estos planos carecían de las alturas entre los pisos, la orientación del edificio y las distancias entre ciertos muros, además de que mostraban salones u oficinas que ya no se encuentran actualmente.



Figura 4.24.- Planos correspondientes al segundo nivel de la estructura representativa.

Las dimensiones faltantes se obtuvieron midiendo de forma manual el edificio con la ayuda de un flexómetro. Se tomaron datos de la altura y grosor de los pisos, los muros y ciertos detalles adicionales (como los barandales ubicados en los pisos 2, 3 y 4).

Teniendo todas las dimensiones necesarias para representar de manera virtual la estructura representativa, se procedió a dibujarla en el software ABAQUS. De manera similar al análisis anterior, se comenzó dibujando y ensamblando las columnas de concreto con refuerzos de varillas metálicas.



Figura 4.25.- Modelo de columnas de la estructura representativa.

Finalizando el ensamble de la estructura principal, se colocaron los muros que componen la estructura. Cabe resaltar que únicamente se colocaron los muros que estaban fabricados de concreto, ya que el edificio también cuenta con muros de Tablaroca, pero estos no fueron colocados debido a que no aportan rigidez a la estructura en comparación con los muros de concreto.

Los muros se agregaron de forma individual debido a que presentan variaciones entre muro y muro. Esto es, en el primer nivel del edificio los muros tienen un grosor de 18 cm aproximadamente; en el segundo nivel, los muros poseen grosores de 10 cm aproximadamente y en el tercer nivel el grosor de dichos muros oscila entre los 16 y 18 cm.

Los modelos correspondientes al techo y piso de la estructura se realizaron de una forma diferente. El piso se encuentra fabricado con losa reticular con casetón de poliestireno. Teniendo este dato como referencia, se investigó en qué consistía esta técnica de construcción. La técnica consiste en colocar cubos de dimensiones variables (dependientes del diseño del edificio) como relleno del piso con la finalidad de disminuir la cantidad de material utilizado.

Debido a que resultaba poco práctico corroborar de manera física estos datos, así como la geometría de la construcción, se supuso que los bloques de poliestireno tenían una dimensión de 60 cm por 60 cm y un grosor de 25 cm aproximadamente. Se utilizaron las suposiciones anteriores ya que son las dimensiones más comunes de compra de los bloques de poliestireno.



Figura 4.26.- Placa de techo con casetón de poliestireno.

Adicional a lo anterior, se colocaron placas de concreto sólido de 10 cm de grosor en la parte superior e inferior de la placa hueca. Con esto, se tiene la placa que compone al techo de 43 cm de grosor, que es lo que las mediciones *in situ* arrojan.

Posteriormente, se fueron dibujando y ensamblando las demás piezas que corresponden a detalles menores del edificio, como lo son los barandales de concreto y las escaleras.

Una vez que se dibujaron y se colocaron en su lugar todas las piezas necesarias, se realizaron las interacciones correspondientes. Debido a la cantidad de superficies que se manejan, las interacciones se realizaron de manera separada. Primero se realizaron las uniones entre las piezas que componen al techo (la placa hueca y las dos placas sólidas), luego se realizaron aquellas compuestas entre el techo y los travesaños, las columnas y ciertas paredes, entre paredes y paredes y finalmente entre paredes y pisos y techos.



Figura 4.27.- Uniones e interacciones en la estructura.

Al finalizar la última unión y verificar que no hubiese piezas sueltas dentro del ensamble, se consideró que el ensamble de la estructura representativa se encontraba completo, como se muestra en la Figura 4.28.



Figura 4.28.- Modelo virtual de la estructura representativa elegida para el análisis numérico.

De manera similar al análisis anterior, el mallado de la estructura se realizó de una manera muy burda debido al número de elementos que constituye el ensamble. Se trató de que el número de elementos por pieza del ensamble fuera el menor posible, por lo cual, el tamaño de los elementos oscila entre 700mm para las columnas y 1500mm para las paredes, como se aprecia en la Figura 4.29. La mayoría de los elementos poseen una forma de elemento cúbica estructurada debido a su geometría.



Figura 4.29.- Forma y tamaño de los elementos finitos.

En lo que respecta a la parte hueca del techo, la geometría de la pieza no permitía elaborar un mallado estructurado, por lo cual se tuvo que colocar un tamaño de elemento igual a 500mm aproximadamente y dejar que el software colocara la malla. El resultado fue un mallado no uniforme pero funcional, como se muestra en la Figura 4.30.



Figura 4.30.- Mallado del elemento hueco del techo.

En este caso, si se colocaba un tamaño de elemento más grande, el software realizaba el mallado de una forma errónea, propiciando la aparición de errores al momento de verificar los parámetros del modelo discreto. Por otro lado, si el tamaño del elemento finito era muy pequeño, esto provocaba que el número de elementos finitos se incrementara y, en consecuencia, el tiempo requerido para que el análisis convergiera y la simulación finalizara se incrementaba.

Finalmente, se crearon cuatro "*sets*" que consisten únicamente en un punto nodal ubicado en la base del edificio, el primer, segundo, tercer piso y la azotea, como se muestra en la Figura 4.31.



Figura 4.31.- Ubicación de uno de los puntos de toma de datos.

Con ayuda de estos sets se crearon requisiciones de salida (Figura 4.32) de datos de cada uno de los pisos de la estructura. Con estas requisiciones se podrá observar más a detalle la magnitud de los desplazamientos (en las tres direcciones) de los niveles de la estructura. Estos datos serán de vital importancia, debido a que con ellos se podrá comparar el desplazamiento del edificio sin la aplicación de un amortiguamiento externo proveniente del disipador friccionante y con la aplicación de este.

Name:	P1		
Step: Procedure:	Step-1 Dynamic, Implicit		
Domain:	Set P1		-
Frequency:	Every n increments v n: 10		
Timing:	Output at exact times		
Output Va	ariables		
Select f	rom list below O Preselected defaults O All O Edit variables		
UT.			
	rains isplacement/Velocity/Acceleration orces/Reactions ontact onnector hergy		
	inure/Fracture		
 E 	ectrical/Magnetic	>	1
	for rebar		

Figura 4.32.- Configuración de los datos de salida en la ubicación seleccionada.

CAPÍTULO 5: MODELADO Y APLICACIÓN DE CARGAS SÍSMICAS

\mathbf{x}

En este capítulo se describen las cargas sísmicas utilizadas, así como el procedimiento que se siguió para seccionar el espectro de aceleraciones proporcionado por el Servicio Sismológico Nacional.

Además, se menciona el procedimiento de implementación de las cargas como condiciones de frontera para el modelo estructural previamente diseñado y las modificaciones realizadas a este con la finalidad de optimizar el análisis sin comprometer los resultados.

Terminado el modelo numérico de la estructura representativa, se procedió a realizar la selección y procesamiento de la carga sísmica a la cual será sometida la estructura. Teniendo en cuenta que se pretende seleccionar un evento sísmico ocurrido en territorio mexicano y, considerando que México es un país con actividad sísmica alta, las opciones a elegir son bastantes. De todas las opciones se resaltan cinco posibles opciones:

- El terremoto ocurrido el 28 de julio de 1957 con una magnitud de 7.7 (M_w) con epicentro cerca del puerto de Acapulco, Guerrero.
- El terremoto ocurrido el 19 de septiembre de 1985 con una magnitud de 8.1 (Mw) con epicentro en el océano Pacífico, cerca de la desembocadura del río Balsas, en la costa de Michoacán.
- El terremoto ocurrido el 15 de junio de 1999 con una magnitud de 7.1 (Mw) y epicentro ubicado en la ciudad de Tehuacán, Puebla.
- El terremoto ocurrido el 7 de septiembre de 2017 cuya magnitud alcanzó los 8.2 (Mw) con epicentro ubicado en el golfo de Tehuantepec, 137 Km al suroeste de Pijijiapan, Chiapas.
- El terremoto ocurrido el 19 de septiembre de 2017 con una magnitud de 7.1 (M_w) y epicentro ubicado 12 Km al suroeste de Axochiapan, Morelos.

Considerando la ubicación geográfica de la estructura y la fecha en la cual ocurrió el evento, se seleccionó el terremoto ocurrido el 19 de septiembre de 2017. Acorde a la ubicación del epicentro, este se encuentra a 64.86 Km de distancia a la estructura representativa.



Figura 5.1.- Distancia entre el epicentro del terremoto de septiembre de 2017 y la ciudad de Cuernavaca, Morelos.

Teniendo claro cuál evento sísmico se pretende representar, hacía falta obtener los acelerogramas correspondientes. Dichos datos fueron solicitados al Servicio Sismológico Nacional (SSN) perteneciente a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). El SSN proporcionó los acelerogramas correspondientes a tres de sus estaciones: Yautepec y Topilejo, que son las estaciones más cercanas a la ciudad de Cuernavaca, y la estación de Fresnillo, que es la estación más cercana al epicentro. Considerando la ubicación de las estaciones, la más cercana a la ciudad de Cuernavaca es la estación ubicada en Yautepec. Teniendo claro esto, se comenzaron a analizar los datos obtenidos de la estación de Yautepec.

Acorde a la información proporcionada por el personal del SSN, los sensores utilizados en la estación de Yautepec son capaces de capturar un total de 100 muestras por segundo en las tres direcciones de movimiento (N-S, E-O, Z). La primera muestra fue tomada a las 13:13:06 horas y posee una duración de 14 minutos. En total, se recibieron 90,120 muestras por cada eje de movimiento.

Con ayuda del software *Matlab*, los datos recibidos fueron agrupados y graficados con la finalidad de poder visualizar de una mejor manera la onda característica y poder seleccionar el intervalo de datos a utilizar durante el análisis.





Figura 5.2.- Aceleraciones en dirección norte-sur.

Figura 5.3.- Aceleraciones en dirección este-oeste.



Figura 5.4.- Aceleraciones en dirección vertical.

Como se puede apreciar en la Figura 5.2, Figura 5.3 y la Figura 5.4, el intervalo donde se presentan las mayores aceleraciones ocurre entre el segundo 100 y el segundo 200 del muestreo. Con ayuda de las herramientas de manipulación del gráfico resultante, se pudo observar que la onda inició en el segundo 105 y comenzó a disiparse aproximadamente en el segundo 150.

Teniendo esto en cuenta, se elaboró un código que permitiera extraer este intervalo en las tres direcciones, generar tablas con sus valores de aceleración en función del tiempo en el cual fue tomado y se elaboraron las gráficas correspondientes, las cuales se muestran en la Figura 5.5 para las aceleraciones en dirección norte-sur, la Figura 5.6 muestra las aceleraciones en dirección este-oeste y, finalmente, la Figura 5.7 muestra las aceleraciones en dirección vertical.



Figura 5.5.- Intervalo de mayor aceleración en dirección norte-sur.



Figura 5.6.- Intervalo de mayor aceleración en dirección este-oeste.



Figura 5.7.- Intervalo de mayor aceleración en dirección vertical.

Previo a la colocación de las cargas a modo de condiciones de frontera, se determinó que la orientación del edificio era un punto importante que considerar dentro del análisis. Para poder determinar correctamente la orientación, se utilizaron

una brújula y Google Maps. Con ayuda de las herramientas anteriores, se determinó que el edificio posee un ángulo de 140° en sentido horario con respecto al norte.

Considerado lo anterior y, teniendo en cuenta que dentro del software ABAQUS el eje "-Z" representa el norte, se realizó una rotación con respecto al eje "Y" para lograr la orientación que la estructura real presenta.

Las cargas se colocaron de manera similar a la estructura previa: se crearon tres valores de amplitud tabular con los datos obtenidos previamente (un valor para cada dirección) como se muestra en la Figura 5.8a, dichos valores se utilizaron para definir las condiciones de frontera colocadas en la base de la estructura (Figura 5.8b y Figura 5.8c).

🖨 Ed	it Amplitude		×	<table-cell-rows> Edit Bound</table-cell-rows>	dary Condition	×			
Name: Type:	Mexico N-S Tabular			Name: N-S Type: Acce	eleration/Angular acce	leration			
Time s	pan: Step time 🖌	ult		Step: Step Region: Base	-1 (Dynamic, Implicit)				
Ampl	O Specify:	rrection		CSYS: (G1o) Distribution:	bal) <mark>b 🏃</mark> Uniform	- f(x)			
	Time/Frequency	Amplitude	^	□ A1:					
1	0	-0.027	-	A2:			A		#
2	0.01	-0.0252			10		· 1		
3	0.02	-0.027				l'			1
4	0.03	-0.0252		AR1:		radians/time==2	S 1	۵.	
5	0.04	-0.0215	~	AR2:		radians/time**2			
	ОК	Cancel		Amplitude:	Mexico N-S	radians/time**2			
				O	к	Cancel			
	(a))			(b)			(c)	

Figura 5.8.- a) Amplitud correspondiente a aceleraciones en dirección N-S; b) Condición de frontera correspondiente a aceleraciones N-S; c) Dirección de las aceleraciones N-S.

Teniendo el modelo discreto de la estructura y las condiciones de frontera a aplicar, simulación se ejecutó; sin embargo, la simulación no alcanzó el criterio de convergencia requerido y no terminó el análisis. Analizando el reporte de error generado por parte del software se resalta que la simulación no pudo continuar debido a que el hardware utilizado era insuficiente para procesar una simulación de ese tamaño. Se logró recuperar una parte de los resultados de dicha simulación, los cuales son mostrados a continuación. La planta baja de la estructura presenta los desplazamientos mostrados de la Figura 5.9 a la Figura 5.11.





Figura 5.9.- Desplazamientos norte-sur de la planta baja de la estructura.

Figura 5.10.- Desplazamientos este-oeste de la planta baja de la estructura.



Figura 5.11.- Desplazamientos verticales de la planta baja de la estructura.

Por otra parte, el primer piso de la estructura presenta los desplazamientos mostrados de la Figura 5.12 a la Figura 5.14.



 Figura 5.12.- Desplazamientos norte-sur del primer
 Figura 5.13.- Desplazamientos este-oeste del primer

piso de la estructura.

piso de la estructura.



Figura 5.14.- Desplazamientos verticales del primer piso de la estructura.

El segundo piso presenta el comportamiento mostrado en las Figura 5.15, Figura 5.16 y Figura 5.17.



Figura 5.15.- Desplazamientos norte-sur del segundo piso de la estructura.



Figura 5.16.- Desplazamientos este-oeste del segundo piso de la estructura.



Figura 5.17.- Desplazamientos verticales del segundo piso de la estructura.

Por otro lado, el tercer piso muestra un comportamiento ilustrado por las Figura 5.18, Figura 5.19 y Figura 5.20



Figura 5.18.- Desplazamientos norte-sur del tercer piso de la estructura.



Figura 5.19.- Desplazamientos este-oeste del tercer piso de la estructura.



Figura 5.20.- Desplazamientos verticales del tercer piso de la estructura.

Debido a que el equipo de cómputo no soportó la simulación del modelo completo, se planteó la posibilidad de simplificarlo de tal manera que los elementos analizados sean mucho menores pero los resultados obtenidos sean similares a los pocos resultados que el modelo completo arrojó.

Para simplificar el modelo, se planteó utilizar las columnas principales de la estructura simulándolas como elemento tipo viga y agregando las masas de los muros. El modelo puede observarse en la Figura 5.21.



Figura 5.21.- a) Columnas principales representadas como elementos tipo viga; b) Perfil de los elementos tipo viga.

Las masas de las paredes fueron representadas con la herramienta "*lumped mass*" de ABAQUS, las cuales fueron colocadas en las columnas principales. Las condiciones de frontera se colocaron de la misma manera y en los mismos lugares que en el análisis anterior. De igual manera, se colocaron cinco puntos como referencias para la recolección de los desplazamientos que se presentaron a lo largo del periodo comprendido del análisis dinámico.

Una vez verificando que el modelo discreto tuviese las mismas condiciones que el primer análisis realizado, se inició el análisis. Después de un tiempo considerablemente más corto, el análisis terminó y, en este caso, se completó de manera correcta.

Al tener el análisis completo, se extrajeron los datos de los desplazamientos de la estructura en los puntos indicados y se compararon con los resultados parciales obtenidos anteriormente, los cuales son mostrados a continuación:



Figura 5.22.- Comparación de los desplazamientos en dirección Este-Oeste entre ambos modelos de estructuras.



Figura 5.23.- Comparación de los desplazamientos en dirección Norte-Sur entre ambos modelos de estructuras.
Como se puede apreciar tanto en la Figura 5.22 como en la Figura 5.23 el comportamiento de ambas estructuras es similar, sin mencionar que el tiempo de cómputo de la estructura simplificada se ve reducido de manera importante y que el análisis abarca totalmente el periodo completo de la carga sísmica introducida. Debido a los puntos anteriores, se acordó utilizar la estructura simplificada durante el resto del desarrollo del trabajo.

5.1 COLOCACIÓN DEL DISIPADOR FRICCIONANTE

Teniendo el modelo discreto de la estructura y los parámetros de rigidez (K) y amortiguamiento (C) para modelar el disipador friccionante se procedió a realizar la colocación del disipador en la estructura.

Con la finalidad de obtener los mejores resultados posibles, el disipador se colocó en tres configuraciones diferentes:

- Arreglo perpendicular. Compuesto por dos disipadores colocados a un ángulo de 90 grados de separación entre uno y otro y empotrados en el punto medio de las columnas (Figura 5.24a).
- Arreglo cruzado. Compuesto por dos amortiguadores colocados en los vértices de las columnas de apoyo (Figura 5.24b).
- Arreglo "pi". Compuesto por tres disipadores, dos de ellos colocados de forma vertical y el tercero colocado de forma perpendicular a los anteriores (Figura 5.24c).



Figura 5.24.- Colocación de los disipadores en los muros de la estructura.

Cada una de las configuraciones listadas anteriormente fue colocada en los tres últimos pisos de la estructura y en las ubicaciones donde hubiese un muro sólido o interfirieran con el acceso a las aulas.

La Figura 5.25. muestra a la estructura con los disipadores en colocados en un arreglo perpendicular. Cada línea de color magenta representa un amortiguador colocado, mientras que los puntos en color verde representan la masa agregada correspondiente a las paredes de la edificación. Al igual que como se mostró en la Figura 5.8, se colocaron las condiciones de frontera correspondientes a las aceleraciones provenientes de las cargas sísmicas en la base de la estructura.



Figura 5.25.- Colocación de los disipadores en la estructura.

Al obtener los resultados de los desplazamientos de la estructura con una configuración, se colocó la siguiente. Al tener los resultados de las tres configuraciones, se compararon entre sí con la finalidad de verificar cuál de las tres proporcionaba un mejor grado de amortiguamiento.

CAPÍTULO 6: RESULTADOS

En el presente capítulo se muestran los resultados obtenidos del análisis numérico de la estructura sometida a vibración por sismo, así como una comparación de la respuesta del sistema sin amortiguamiento externo y con amortiguamiento externo proporcionado por la colocación del disipador friccionante. Al realizar el análisis numérico expuesto en la sección 5.1, se obtuvieron los resultados mostrados a continuación. Para los desplazamientos en la dirección este-oeste, se presenta el gráfico mostrado en la Figura 6.1.



Figura 6.1.- Comparación de los desplazamientos en dirección este-oeste de la estructura.

A manera de cuantificar el impacto que tuvo el colocar el amortiguador en la estructura y someterla a las cargas sísmicas, se tomó como referencia la amplitud máxima registrada y se compararon los desplazamientos entre las diferentes configuraciones colocadas, como es mostrado en la Tabla 6-1.- Comparación entre las amplitudes máximas registradas en dirección este-oeste.

	Arreglo perpendicular	Arreglo cruzado	Arreglo "pi"	
Amplitud máxima				
sin amortiguamiento	63.5535	63.5535	63.5535	
Amplitud máxima				
con		63.5434	63.5534	
amortiguamiento	63.5535			
externo (mm)				
Porcentaje de	0%	0.0158%	0.0028%	
disminución				

Tabla 6-1.- Comparación entre las amplitudes máximas registradas en dirección este-oeste.

Por otro lado, los desplazamientos en dirección norte-sur presentan el comportamiento mostrado en la Figura 6.2.



Figura 6.2.- Comparación de los desplazamientos en dirección norte-sur de la estructura.

De manera similar a la tabla anterior, se presentan datos de los desplazamientos norte-sur en la Tabla 6-2

	Arreglo perpendicular	Arreglo cruzado	Arreglo "pi"	
Amplitud máxima				
sin amortiguamiento	-56.4188	-56.4188	-56.4188	
externo (mm)				
Amplitud máxima				
con	56 / 188	-56.4362	-56.4189	
amortiguamiento	-50.4100			
externo (mm)				
Porcentaje de	0%	0.0308%	0.0001%	
disminución	070	0.000070		

Tabla 6-2 -	Comparación	entre las al	nnlitudes	máximas	registradas	en dirección	norte-sur
1 4014 0-2	Comparación	chille has a	npintaucs	maximas	registradas		nonce-sur.

Como se puede observar, las gráficas se traslapan unas con otras, dando a entender que el amortiguamiento proporcionado por el disipador es muy pequeño, dato que es comprobado mediante la comparación de las amplitudes. Debido a lo anterior, el dispositivo no proporciona una cantidad de amortiguamiento significativa al sistema. Se acercó una de las gráficas hasta tal punto que las gráficas pudiesen apreciarse de forma considerable, como se muestra en la Figura 6.3.



Figura 6.3.- Zoom de la gráfica de desplazamientos en dirección norte-sur.

Acorde al análisis, la configuración que aporta un mayor grado de amortiguamiento en comparación con las demás es la configuración "cruz", aportando una reducción de los desplazamientos en un 0.0158% para la dirección este-oeste y un 0.0308% en la dirección norte-sur. Las dos configuraciones restantes presentan un amortiguamiento tan pequeño que casi se puede considerar nulo, como se muestra en la Figura 6.4.



Figura 6.4.- Comportamiento de las dos configuraciones restantes (perpendicular y "pi").

Como se logra apreciar en las figuras anteriores, el amortiguamiento que provee el amortiguador al sistema es demasiado pequeño, pero sí se presenta una respuesta favorable.

Una vez analizados los desplazamientos, se procedió a analizar los esfuerzos presentes en la estructura. De igual forma, se compararon los valores de esfuerzo cuando la estructura no presenta amortiguamiento externo y en cada una de las configuraciones utilizadas. Los esfuerzos se analizaron en el mismo instante de tiempo.

Los esfuerzos presentes cuando la estructura no posee amortiguamiento externo son los presentados en la Figura 6.5.



Figura 6.5.- Concentración de esfuerzos en la estructura sin amortiguamiento externo.

Para el arreglo perpendicular, se presentan los resultados mostrados en la Figura 6.6.



Figura 6.6.- Concentración de esfuerzos en la estructura con los amortiguadores colocados en arreglo perpendicular.

El arreglo "pi" presenta la siguiente concentración de esfuerzos:



Figura 6.7.- Concentración de esfuerzos en la estructura con los amortiguadores colocados en arreglo tipo "pi".

Por último, se muestran los esfuerzos presentes en la estructura cuando se colocan los amortiguadores en arreglo cruzado en la figura siguiente.



Figura 6.8.- Concentración de esfuerzos en la estructura con los amortiguadores colocados en arreglo cruzado.

Nuevamente, se muestran los datos obtenidos en la siguiente tabla comparativa.

	Arreglo perpendicular	Arreglo cruzado	Arreglo "pi"	
Esfuerzos máximos				
sin amortiguamiento	13.46	13.46	13.46	
externo (MPa)				
Esfuerzos máximos				
con	0.261	9.361	9.357	
amortiguamiento	9.501			
externo (MPa)				
Porcentaje de	30 45%	30 45%	30.48%	
disminución	disminución			

Tabla 6-3.- Comparación entre los valores máximos de esfuerzos de Von Mises registrados.

Para determinar la capacidad del amortiguador de disipar energía en un evento sísmico, se realizó un análisis adicional con los datos del amortiguador y los datos de las cargas sísmicas. Para este análisis se descartó utilizar la estructura representativa, ya que el modelo es demasiado grande y al reducir el valor de las cargas es probable que la respuesta de la estructura sea tan pequeña que el disipador no proporcione amortiguamiento adicional al sistema. En consecuencia, se utilizó la representación numérica del modelo presentado por Baltazar (2017), reemplazando la vibración forzada por las cargas sísmicas y dejando intactos los demás parámetros, como se muestra en la Figura 6.9.



Figura 6.9.- Aplicación de la carga sísmica sobre la viga en cantiliver.

Las cargas se introdujeron con un valor reducido por un factor de 10 debido principalmente a la diferencia de dimensiones entre la estructura y la viga en cantiliver, y en la misma dirección de aplicación del disipador.

Al finalizar el análisis se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 6.10.



Figura 6.10.- Comparación de los desplazamientos de la viga en cantiliver con y sin amortiguamiento externo.

Los datos de las amplitudes máximas se muestran en la Tabla 6-4.

Tabla 6-4.- Amplitudes máximas de la viga en cantiliver con y sin amortiguamiento externo.

Amplitud máxima sin amortiguamiento externo (mm)	69.3416
Amplitud máxima con amortiguamiento externo (mm)	63.0774
Porcentaje de disminución	9.0338%

Como se logra apreciar, tanto en la tabla como en la figura anterior, el amortiguamiento proporcionado por el disipador se logra apreciar de manera significativa a diferencia del mostrado en la Figura 6.1.

CAPÍTULO 7: DISCUSIÓN

En este capítulo se presenta una breve discusión acerca de los resultados obtenidos, así como de la metodología utilizada durante el desarrollo del tema de investigación.

Además, se hace mención de algunos apartados correspondientes a la elaboración del modelo discreto, tanto de la estructura como del disipador friccionante.

MODELO DISCRETO DE LA ESTRUCTURA UTILIZADA

Durante el proceso de selección de la estructura a utilizar para el análisis se consideraron diversas estructuras genéricas utilizadas en la literatura que van desde marcos de acero hasta edificios de tres, cinco, siete, diez y veinte niveles. Cada estructura poseía buenas características para ser simulada, entre ellas la simplicidad de algunas de ellas; sin embargo, el concepto de poder aproximarse a la realidad mexicana se veía perdido en estas, debido a que es muy poco probable encontrar una estructura con marcos de acero o de hasta veinte niveles dentro de los límites nacionales y que no perteneciese a la iniciativa privada. Por ello, se decidió modelar una estructura que pudiese encontrarse con mayor facilidad y, preferentemente, un modelo basado en una estructura real. Teniendo en cuenta los puntos anteriores, el edificio correspondiente al departamento de Ingeniería Mecánica cumplía a la perfección las características buscadas, sin mencionar que fue sometido a cargas sísmicas de forma reciente (2017).

El modelo discreto de la estructura representó muchos retos al momento de su elaboración, puesto que se estaba dibujando una estructura bastante grande y con un alto grado de detalles en comparación con algunos modelos previamente realizados dentro del CENIDET. Se proporcionaron los planos de la estructura y se corroboraron detalles menores y el resultado final fue bastante satisfactorio.

Originalmente, se planteó la idea de modelar la estructura completa y someterla al análisis dinámico para ver su respuesta ante las cargas sísmicas, pero, como se mencionó anteriormente, el equipo de cómputo utilizado no fue capaz de soportar la simulación completa. Teniendo en cuenta lo anterior, se plantearon varias alternativas de simplificación, siendo la más viable aquella donde se consideraban únicamente las columnas con los refuerzos y se colocaban las masas de las paredes en éstas. Esta opción resultó ser bastante viable, ya que redujo de una manera significativa el tiempo de cómputo requerido para un análisis, sin embargo, éste excedía las 24 horas de tiempo de cómputo, por lo cual se simplificó aún más la estructura al grado mencionado en el apartado correspondiente. Gracias a esto, el tiempo de cómputo se vio reducido de manera sustancial y con esto el análisis se

volvió más sencillo. Teniendo en posesión los resultados parciales obtenidos del análisis de la estructura completa se tuvo un punto de comparación entre la estructura completa y la simplificación final. A pesar de que los resultados no fueron totalmente similares, el margen de aproximación fue bastante aceptable, además de que se conservó la forma característica de la respuesta del sistema y los picos máximos de desplazamientos se conservaron casi de forma íntegra.

La simplicidad del modelo estructural generado permite la generación de estudios en campos de aplicación similares, ya sea sobre amortiguamiento activo, pasivo u análisis estático en general.

SIMPLIFICACIÓN DEL DISIPADOR FRICCIONANTE

El modelo del disipador friccionante presentó muchos problemas al momento de simplificarlo, debido a que es un dispositivo compuesto por una interfaz de elementos elásticos deformables cuya fuerza de fricción depende de la magnitud de la fuerza aplicada sobre el elemento móvil.

La forma ideal de agregar el disipador al modelo discreto era representándolo tal cual es en la realidad; sin embargo, eso presentaba más complicaciones que soluciones. Al ser un modelo complejo, las interacciones del sistema debían representarse en su totalidad, se debía hacer un análisis de convergencia de malla y validar el modelo de alguna forma. Considerando el mallado que la estructura posee y sumando el mallado de los dispositivos resultaría en un modelo discreto de grandes proporciones por el número de elementos totales que se debían analizar. Con estas observaciones en mente se decidió simplificar el dispositivo a solo dos cilindros, uno deslizándose dentro del otro.

La simplificación anterior presentó un alto grado de complejidad debido principalmente a las interacciones entre los componentes del dispositivo. Como alternativa, se tomaron los datos obtenidos por Baltazar (2017) para poder utilizar la herramienta "*springs and dashpots*" y simplificar el dispositivo un poco más. Como se mencionó en el apartado correspondiente, se realizaron diferentes pruebas utilizando el mismo diseño de dispositivo, sin embargo, la mayoría de dichas

pruebas fueron realizadas bajo condiciones de impacto y modificando ligeramente la construcción del dispositivo. Dichas pruebas no hacían mención del cálculo del coeficiente de amortiguamiento del disipador, sin mencionar que la naturaleza del fenómeno analizado es muy diferente a una vibración forzada, fenómeno similar al analizado en este trabajo. Por lo anterior, la investigación desarrollada por Baltazar (2017) fue un importante punto de partida.

El haber simplificado el dispositivo a sólo un elemento resorte-amortiguador podría provocar un margen de error en los resultados obtenidos, debido a que todas las variables involucradas en el dispositivo son consideradas como constantes, siendo que, en la realidad, esta suposición podría no ser cierta para las cargas por vibración forzada presentes en el sistema. Sin embargo, los estudios en el tema son muy limitados como para validar o refutar la suposición anterior.

RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados preliminares mostraban que el dispositivo era demasiado pequeño para poder aplicarse en un sistema del tamaño utilizado y que este no reduce la respuesta del sistema de manera significativa ante eventos sísmicos. Se probaron diversas configuraciones de montaje para observar si se presentaban variaciones en los resultados. Los resultados obtenidos no mostraban una disminución significativa de la respuesta del sistema. Sin embargo, se pudo observar que determinadas configuraciones lograban un índice mayor de amortiguamiento en el sistema.

Al momento de analizar los esfuerzos presentados en la estructura y compararlos entre aquellos presentes cuando la estructura no posee amortiguamiento externo en el mismo instante de tiempo, se observó que, contrario a la suposición anterior, los amortiguadores si reducían los valores de esfuerzos presentes en aproximadamente un 30%. Esto podría significar que, tal vez, los amortiguadores no reducen de manera significativa los desplazamientos que la estructura sufre bajo este tipo de cargas, pero si reducen la concentración de esfuerzos en determinadas partes de la estructura.

El análisis no provee un panorama claro del por qué los esfuerzos máximos presentes se ven disminuidos mientras que los desplazamientos permanecen estudios enfocados prácticamente iguales. Los temas similares en (amortiguamiento edificaciones) realizan comparativas entre de los desplazamientos de la estructura sin amortiguamiento y la estructura amortiguada, no muestran una comparación entre los valores de esfuerzo registrados en ambos casos.

CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones de la investigación realizada, así como una serie de recomendaciones que se sugiere se tomen en cuenta para la realización de trabajos futuros. Con esto se pretende ampliar el horizonte de conocimiento sobre los disipadores de impacto por fricción seca cuya interfaz friccionante está compuesta por aros cónicos deformables, además de su posible aplicación para amortiguar fenómenos ocasionados por vibraciones mecánicas.

El dispositivo fabricado a partir de una interfaz friccionante utilizando aros cónicos ha probado ser muy efectivo en la disipación de fenómenos de impacto, como ya lo han mostrado los estudios realizados dentro de las instalaciones del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.

Considerando los resultados obtenidos, se hace notar que el dispositivo es demasiado pequeño para proporcionar un amortiguamiento significativo a una estructura del tamaño de la utilizada durante este estudio. Sin embargo, al probar el dispositivo en un sistema con cargas de las mismas características, pero con magnitud 10 veces menor a la originalmente implementada, y al analizar la concentración de esfuerzos de la estructura representativa se llega a apreciar que, sí se proporciona cierto grado de amortiguamiento al sistema, pero continúa siendo insuficiente para lograr una disminución significativa en los desplazamientos presentes en el sistema.

El decremento en la concentración de esfuerzos no parece ser una variable que impacte en la reducción de los desplazamientos totales que la estructura presenta, ya que, como se mostró en la sección correspondiente, ocurre una reducción de esfuerzos de aproximadamente un 30% para el arreglo cruzado mientras que, para esa misma configuración, los desplazamientos no se ven reducidos ni siquiera en un 1%.

Considerando los puntos anteriormente mencionados, se concluye que el dispositivo, en su estado actual, no es apto para amortiguar las vibraciones presentes en edificaciones provocadas por eventos sísmicos. El dispositivo puede amortiguar de manera efectiva vibraciones en sistemas más pequeños, como lo reportó Baltazar (2017) pero aún se desconoce hasta que rango de frecuencias el dispositivo se considera efectivo.

Dentro de las instalaciones del CENIDET se han realizado diversos estudios utilizando el dispositivo disipador basado en aros cónicos deformables, siempre se utilizó el mismo tamaño de aros y la mayoría de las modificaciones fueron en otros componentes del dispositivo, como lo fue la precarga en los resortes, el material de la punta del dispositivo, el torque de apriete, etc. Estos estudios, resultan poco útiles

para poder estimar una curva de comportamiento para el fenómeno analizado, ya que sólo se trabajaron en condiciones de impacto y, en este caso, se requieren pruebas sobre fenómenos de vibración forzada.

Los estudios de Baltazar (2017) resultan ser de utilidad debido a que en su trabajo hace el cálculo del coeficiente de amortiguamiento del disipador friccionante, parámetro que es de vital importancia para la simplificación del dispositivo. Sin embargo, sus resultados presentan ciertas limitantes siendo la principal el que solo haya trabajado con una frecuencia de excitación y, nuevamente, solo se trabajó con un tamaño de aros en concreto. Cabe mencionar que las variables calculadas para el modelado del dispositivo fueron basadas en el trabajo anteriormente mencionado, el cual se realizó bajo condiciones controladas y las variables se mantuvieron constantes (frecuencia de excitación). La teoría indica que la fuerza de fricción proporcionada por la interacción aros-carcasa depende de la fuerza que se aplique sobre el extremo móvil del disipador. Teniendo esto en cuenta, surge la inquietud si esto también se aplica a las cargas provenientes de vibración forzada que el disipador recibe, y, de alguna forma, la repercusión que esto tenga sobre las variables de amortiguamiento del sistema.

Debido a esto, se recomienda realizar estudios experimentales del disipador friccionante sometido a vibración forzada considerando un rango más amplio de frecuencias de excitación. Esto permitiría conocer el comportamiento del dispositivo ante este tipo de cargas y, con lo cual, se esperaría poder determinar el comportamiento del coeficiente de amortiguamiento ante vibración forzada. Teniendo los resultados se podría determinar con mayor precisión el tipo de aplicación adecuada para el dispositivo basado en el rango de frecuencias en las cuales es dispositivo presenta un amortiguamiento aceptable.

Como se ha mencionado, el dispositivo ha tenido resultados favorables bajo pruebas de impacto, demostrando que la interfaz friccionante basada en aros cónicos deformables resulta eficaz para este fenómeno. Desde que el dispositivo fue diseñado por Romero (2006) ha sufrido modificaciones menores, cada una probando ser de impacto significativo para incrementar el amortiguamiento por cargas de impacto; sin embargo, la interfaz friccionante (aros cónicos-carcasa) ha permanecido intacta.

Adicionado a lo anterior, el modificar el tamaño de los aros cónicos deformables y analizar el comportamiento del dispositivo bajo cargas de impacto podría ser de utilidad debido a que se podría determinar una curva de comportamiento en función del tamaño de los aros cónicos. Ya con la curva obtenida, sería posible realizar extrapolaciones e interpolaciones y, con esto, determinar un tamaño de aros específico para cada aplicación requerida.

Tomando lo anterior, la interfaz podría ser utilizada para disipar por fricción otro tipo de fenómenos, como es el caso de vibraciones mecánicas; sin embargo, se requiere hacer un rediseño del dispositivo, ya sea parcial o de forma completa, para maximizar la eficiencia del dispositivo en este tipo de fenómenos.

Por otra parte, si se desea utilizar el dispositivo o la interfaz para el amortiguamiento de cargas sísmicas, el rediseño de éste debe considerar que el factor de amortiguamiento que el disipador requiere para considerarse "efectivo" debe de ser igual o superior a $10^8 N^{S}/m$.

Además, teniendo como punto de partida el modelo discreto de la estructura es posible utilizarlo para plantear alternativas de disipación de energía proveniente por cargas por viento o sísmicas.

En resumen, se presentan las siguientes recomendaciones:

- Realizar estudios experimentales del disipador friccionante sometido a vibración forzada considerando un rango más amplio de frecuencias de excitación.
- Considerar la modificación del dispositivo mediante el uso de aros cónicos deformables de diferentes tamaños y someterlo a pruebas (tanto de impacto como de vibración forzada) con la finalidad de obtener una curva de comportamiento estimada y, con esto, realizar extrapolaciones para poder determinar un tamaño de aros específico para cada aplicación requerida.

- Rediseñar el dispositivo modificando las variables necesarias para alcanzar un valor de amortiguamiento del sistema equivalente o superior a 10⁸ N^S/m, valor promedio que marca la literatura para un sistema de amortiguamiento pasivo diseñado para edificaciones.
- Replantear alternativas para el amortiguamiento de edificaciones adicionales a los sistemas de amortiguamiento pasivo.

REFERENCIAS

- Aiken, I. D., & Kelly, J. M. (1990). Earthquake simulator testing and analytical studies of two energy-absorbing systems for multistory structures. University of California, Berkeley Doctoral dissertation.
- Almaraz Rodríguez, J. L. (1997). Análisis Experimental y Teórico para Determinación de Cargas Críticas Estáticas en Uniones Mecánicas Mediante Aros Elásticos Deformables. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Bak, P., & Tang, C. (1989). Earthquakes as a self-organized critical phenomenon. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 94(B11), 15635–15637.
- Baltazar Tadeo, L. A. (2017). Análisis Experimental del Funcionamiento de un Tope de Impacto en el Amortiguamiento de un Sistema Sujeto a Vibración Forzada.
 Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Bedolla Hernández, J. (2005). *Análisis Estático y Dinámico del Comportamiento de Uniones Mecánicas Mediante Aros Elásticos Deformables*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Bedolla Hernández, M. (2001). *Análisis Numérico de Uniones Mecánicas Tipo Cónico Sometidas a Cargas y Esfuerzos Críticos*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Beer, F. P., Johnston, E. R., Eisenberg, E. R., & Clausen, W. E. (1990). *Mecánica vectorial para ingenieros* (Séptima Ed). McGraw-Hill.

Brunet, S., de la Llera, J. C., & Kausel, E. (2016). Non-linear modeling of seismic isolation systems made of recycled tire-rubber. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 85, 134–145. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.03.019

Corona Esquivel, R., & Benavides Muñoz, M. E. (2012). Principales Efectos

Causados por el Sismo del 20 de Marzo de 2012 en la Costa de los Estados de Guerrero y Oaxaca, México. Ciudad de México. Recuperado de http://www.rodolfocorona.com/archivos/pdf/2012_reporte_sismo_ometepec_pi notepa_mex_unam.pdf

- Cortés García, C. (2014). Análisis de Amortiguadores de Fricción con Elementos Deformables Aplicados a Vibraciones Estructurales. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Estrada Barbosa, Q. (2009). *Análisis del Efecto de la Rigidez de Precarga en Topes de Impacto*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Flores-Márquez, E. L., Ramírez-Rojas, A., & Telesca, L. (2015). Multifractal detrended fluctuation analysis of earthquake magnitude series of Mexican South Pacific Region. *Applied Mathematics and Computation*, 265, 1106–1114. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.06.029
- French, A. P. (1974). Vibraciones y ondas (Vol. 2). Reverté.
- Gutenberg, B., & Richter, C. F. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bulletin of the Seismological Society of America*, *34*(4), 185–188.
- Hibbeler, R. C. (2004). Mecánica vectorial para ingenieros: estática (Décima Edición). Pearson Educación. Recuperado de https://books.google.com.mx/books?id=clxMnzCbgJkC
- Hong, H. P. (2012). Torsional responses under bidirectional seismic excitations: effect of instantaneous load eccentricities. *Journal of Structural Engineering*, *139*(1), 133–143.
- Housner, George W. (1956). Limit design of structures to resist earthquakes. En *Proc. of 1st WCEE* (pp. 1–5).
- Housner, George William, & Hudson, D. E. (1960). *Mecánica aplicada estática.* (Primera Ed). CECSA.

Inculet, V. (2016). Nonlinear analysis of earthquake-induced vibrations. Aalborg

University.

- Jiménez Rodríguez, J. M. (2008). *Análisis de la Respuesta Dinámica al Impacto de Aros Cónicos Deformables*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Kogut, L., & Etsion, I. (2004). A static friction model for elastic-plastic contacting rough surfaces. *Journal of Tribology*, *126*(1), 34–40.
- Liu, G.-R., & Quek, S. S. (2013). *The Finite Element Method: A Practical Course*. Butterworth-Heinemann.
- Madsen, L. P. B., Thambiratnam, D. P., & Perera, N. J. (2003). Seismic response of building structures with dampers in shear walls. *Computers and Structures*, *81*(4), 239–253. https://doi.org/10.1016/S0045-7949(02)00441-8
- Majewski, T. (2017). Vibraciones en Sistemas Físicos. Alfaomega Grupo Editor, SA de CV.
- Marko, J., Thambiratnam, D., & Perera, N. (2004). Influence of damping systems on building structures subject to seismic effects. *Engineering Structures*, 26(13), 1939–1956. https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2004.07.008
- Martínez Cervantes, F. J. (2015). *Diseño y Desarrollo de Topes de Impacto Regulable con Resortes de Paso Variable para Suavizar el Cambio de Rigidez*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Mohamad Ali, A., Farid, B., & I M Al-Janabi, A. (1990). Stress Strain Relationship For Concrete in Compression Made of Local Materials. *Journal of King Abdulaziz University-Engineering Sciences*, 2. https://doi.org/10.4197/Eng.2-1.12
- Morales Alias, L. A. (2007). *Desarrollo del Modelo Numérico de un Amortiguador con Elementos Deformables y su Verificación con Datos Experimentales*. Centro Nacional de Investigación ny Desarrollo Tecnológico.

Oviedo, J. A., & Duque, M. del P. (2006). Sistemas de Control de Respuesta Sísmica

en Edificaciones. Revista EIA, (6), 105-120.

- Pall, A. S., & Marsh, C. (1982). Response of friction damped braced frames. *Journal* of Structural , Divison, ASCE. https://doi.org/http://www.palldynamics.com/fr/pdf/40Pall_doc1.pdf
- Paz González, M. L. (2009). Análisis de Regiones de Contacto Potencial en Uniones Mecánicas con Aros Deformables Incluyendo Imperfecciones Geométricas. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- RAE. (2018). Definición de Terremoto. Recuperado el 3 de abril de 2018, de http://dle.rae.es/srv/fetch?id=Zbv1taE
- Rao, S. S. (2011). *Mechanical vibrations* (5th ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall; London: Pearson Education [distributor].
- Reddy, J. N. (2004). *An Introduction to the Finite Element Method* (Vol. 1221). New York: McGraw-Hill.
- Romero Leyva, R. (2006). *Prototipo de un Tope de Impacto Ajustable que Disipe Energía mediante Fricción*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Segerlind, L. J. (1984). *Applied Finite Element Analysis* (Second Edition). John Wiley & Sons.
- Telesca, L., Lovallo, M., Ramirez-Rojas, A., & Flores-Marquez, L. (2013). Investigating the time dynamics of seismicity by using the visibility graph approach: Application to seismicity of Mexican subduction zone. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(24), 6571–6577. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.physa.2013.08.078