



SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

Estudio numérico de la influencia de la rigidez de contacto de los
elementos de transmisión de potencia en una cadena en caso de
impacto

presentada por

Ing. Miguel Alberto Domínguez Gurría

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis

Dr. Dariusz S. Szwedowicz Wasik

Codirector de tesis

Dra. Claudia Cortés García

Cuernavaca, Morelos, México. Octubre de 2018.

Cuernavaca, Mor., 24/septiembre/2018

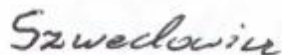
OFICIO No. DIM/220/2018

Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Miguel Alberto Domínguez Gurria, con número de control M16CE057, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**Estudio numérico de la influencia de la rigidez de contacto de los elementos de transmisión de potencia en una cadena en caso de impacto**", hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



DR. DARIUSZ SLAWOMIR SZWEDOWICZ WASIK
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
REV. FOLIO B 046004

REVISOR 1



DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
Doctor en Ciencias en Ing. Mecánica
8500740

REVISOR 2



DR. JORGE COLÍN OCAMPO
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
4694783

REVISOR 3



DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA
Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica
6559298

C.p. Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

Iniciales JD/secretaría

Cuernavaca, Mor. 1 de octubre de 2018
OFICIO No. SAC/423/2018

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. MIGUEL ALBERTO DOMÍNGUEZ GURRIA
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Estudio numérico de la influencia de la rigidez de contacto de los elementos de transmisión de potencia en una cadena en caso de impacto"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo

ATENTAMENTE

*EXCELENCIA EN EDUCACIÓN TECNOLÓGICA**
"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGÍA AL SERVICIO DE MÉXICO"



DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares,
Expediente

GVGR/mcr

DEDICATORIA

A Manuel Domínguez y Adriana Gurría, mis padres, mis mentores, mis guías, mi apoyo y mis mejores amigos, las personas más increíbles que he conocido, de las cuales me siento orgulloso...

A mis hermanos Adriana y Manuel, apoyo incondicional y desinteresado, dos de los tesoros más grandes que me dio la vida...

A mis abuelitas Victoria y Lucero, por apoyarme, aconsejarme y confiar en mí siempre...

A mi pequeña sobrina Darianna, por alegrar mi vida desde su llegada y demostrarme que la vida se vive mejor sonriendo...

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico recibido para la realización de mis estudios de maestría.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (cenidet) por todo el apoyo brindado y la formación académica recibida a través de sus profesores.

A mi director de tesis Dr. Dariusz Szwedowicz por sus enseñanzas, consejos, paciencia y dedicación en el desarrollo de este trabajo.

A mi codirectora Dra. Claudia Cortés y a los miembros del comité revisor, Dr. Jorge Colín Ocampo, Dr. Andrés Blanco y Dr. Eladio Martínez por sus consejos, apoyo y por sus valiosas aportaciones durante la revisión de este trabajo.

A todos los investigadores del área de diseño mecánico de este centro de investigación que contribuyeron en mi formación profesional.

A todo el personal administrativo y de servicios del cenidet por su indispensable apoyo.

A mis compañeros y amigos de generación, Nohemí Flores, Demetrio Pérez, Eric Castro, Luis Madera y Christian Pérez, por los momentos compartidos, aprendizaje mutuo y apoyo desinteresado durante mi estancia en CENIDET.

A mi compañero y amigo Javier Cortés por sus oportunos consejos y apoyo durante esta etapa.

A mis amigos Angelo Garibaldi, Claudia Alfaro, Ulises Rendon, Oscar Ramsés, Alejandra Martínez, Ernesto Martínez por su apoyo, sincera y valiosa amistad, por sus consejos y los buenos momentos.

Especialmente a mis padres, Manuel Domínguez y Adriana Gurría, a mis hermanos Adriana y Manuel, mis abuelitas Victoria y Lucero y a mi pequeña sobrina Darianna; por todo su amor, sus oportunos consejos, su apoyo incondicional, por estar siempre a mi lado. Sin ustedes esto no habría sido posible.

RESUMEN

Las transmisiones de potencia por medio de cadenas de plástico son de gran utilidad en aplicaciones donde se requiere limpieza como característica principal. El objetivo de la investigación es realizar un estudio numérico por medio del método de elemento finito, del efecto de la rigidez de contacto, material y geometría de los elementos de la cadena y la catarina en la transmisión de la potencia en sistemas mecánicos. Se realizó un modelo numérico en el software de elemento finito Abaqus tanto en condiciones estáticas como dinámicas; de este análisis se obtuvo la distribución de esfuerzos, las zonas de concentración, el área y la presión de contacto, esto en dos instantes importantes, el primer y segundo acoplamiento cadena-atarina. De la misma manera se observó la influencia que tiene la fuerza de tensión en la cadena con respecto a los parámetros anteriores.

Con base en estos resultados se realizaron recomendaciones que consisten en modificaciones geométricas del elemento plástico para atenuar los esfuerzos de contacto reduciendo la rigidez, logrando la reducción hasta en un 55%. De igual manera el cálculo de manera numérica de las frecuencias naturales del sistema sometido a diferentes precargas con la finalidad de conocer la influencia de cada elemento a la rigidez compuesta del sistema.

Esto que permite la prevención de fallos en las transmisiones de cadenas de plástico y de la misma manera el aumento de la vida útil de los elementos debido a que por sus propiedades mecánicas en comparación con los otros elementos tiende a sufrir mayor daño.

ABSTRACT

The power transmissions by means of plastic chains are of great usage in applications where cleanliness is required as a main characteristic. The objective of the investigation is to develop a numeric study employing the finite element method, the contact stiffness effect, geometry and material of the elements, of the chain and sprocket, in the power transmission in mechanic systems. A numeric model was implemented in Abaqus, the software of the finite element, in both: static and dynamic conditions. From this analysis, the efforts distribution, the concentration zones and, the area and pressure of contact, were obtained in two important moments: the first and second sprocket-chain couplings. Also, with respect of the previous parameters, the influence of the tension force in the chain was observed.

Based in these results, recommendations were made which consist in geometrical modifications of the plastic element to mitigate the contact efforts, reducing the stiffness up to a 55%. As well, the numerical calculation of the natural frequencies of the system submitted to different preloads to know the influence of each element in the composite stiffness of the system.

These recommendations allow the failure prevention in the plastic chains transmissions. Likewise, the increase of the service life of the elements due to the mechanical properties compared to the other elements which tend to suffer more damage.

| | |
|--|----|
| LISTA DE FIGURAS..... | 8 |
| LISTA DE TABLAS..... | 12 |
| <i>INTRODUCCIÓN</i> | 14 |
| Capítulo 1 | |
| 1. ESTADO DEL ARTE | 18 |
| 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA..... | 24 |
| 1.2 OBJETIVO..... | 25 |
| 1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 25 |
| 1.3 ALCANCE..... | 25 |
| 1.4 JUSTIFICACIÓN | 26 |
| Capítulo 2 | |
| 2. MECÁNICA DE LAS CADENAS | 27 |
| 2.1. FUERZAS EN UNIÓN DE CADENAS | 28 |
| 2.2. POTENCIA TRANSMISIBLE POR LA CADENA | 29 |
| 2.3 TEORÍA DE CONTACTO..... | 31 |
| 2.4 ESFUERZOS DE CONTACTO | 32 |
| 2.5 RIGIDEZ | 34 |
| 2.6 FRECUENCIA NATURAL..... | 36 |
| 2.7 IMPACTO..... | 37 |
| Capítulo 3 | |
| 3. METODOLOGIA | 40 |
| 3.1 CADENA DE ESTUDIO..... | 40 |
| 3.2 MODELO DISCRETO | 42 |
| 3.2.1 MODELO DISCRETO DE TENSIÓN | 43 |
| 3.2.2 MODELO DINÁMICO | 46 |
| 3.2.3 MODELO DE IMPACTO..... | 50 |
| 3.2.4 FRECUENCIAS NATURALES. | 52 |

| | |
|--|-----|
| 3.3. PRUEBAS EXPERIMENTALES | 55 |
| Capítulo 4 | |
| 4. RESULTADOS | 57 |
| 4.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS | 83 |
| Capítulo 5 | |
| 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 86 |
| 5.1 OBSERVACIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN | 89 |
| REFERENCIAS | 90 |
| ANEXO A - CÓDIGO DEL PROGRAMA PARA OBTENER DATOS DESDE UNA IMAGEN. | 93 |
| ANEXO B – COMPARACIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES Y MODELO NUMÉRICO. | 95 |
| ANEXO C - COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DE DIFERENTES MATERIALES PARA DIFERENTES MODELOS REALIZADOS CON DATOS EXPERIMENTALES DE LA BIBLIOGRAFÍA. | 100 |
| ANEXO D – MATRIZ DE RIGIDEZ PARA LOS ESLABONES PLÁSTICOS DE LA CADENA CON Y SIN MODIFICACIÓN GEOMÉTRICA. | 102 |
| ANEXO E – PLANO TÉCNICO DE PLACA DE SUJECCIÓN PARA PRUEBAS EXPERIMENTALES. | 105 |
| ANEXO F – VALIDACIÓN DE MODELO DISCRETO..... | 106 |
| ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS. | 110 |
| ANEXO H – FRECUENCIAS Y FORMAS MODALES DE LAS DIFERENTES CONFIGURACIONES Y PRECARGAS..... | 124 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1. Gráfica comparativa entre cadena de acero y plástico[4]. | 16 |
| Figura 2. Cadena de rodillos [1] | 27 |
| Figura 3. Dibujo de una catarina motriz [1] | 27 |
| Figura 4. Posición angular con respecto a la tensión [27] | 28 |
| Figura 5. Variación de la fuerza de los rodillos al acoplar [27] | 28 |
| Figura 6. Zonas en el diente de una catarina [16]..... | 29 |

| | |
|---|----|
| Figura 7. Distribución de esfuerzos en rodillos, donde: a) recto, b) con corona, c) con corona parcial, d) logarítmico [32]..... | 32 |
| Figura 8. Partes de la cadena, donde: 1) eslabón externo, 2) perno, 3) eslabón interno. | 40 |
| Figura 9. Dimensiones de la cadena de estudio [15]..... | 40 |
| Figura 10. Nomenclatura de la cadena | 43 |
| Figura 11. Condiciones de frontera y de contacto | 44 |
| Figura 12. Análisis de convergencia [19]..... | 44 |
| Figura 13. Procedimiento propuesto para simulación de materiales con modelos hiperelásticos [46]. | 46 |
| Figura 14. Condiciones de frontera del modelo dinámico..... | 47 |
| Figura 15. Malla del modelo dinámico..... | 48 |
| Figura 16. Medidas del rodillo modificado. | 49 |
| Figura 17. Comparación de fuerza - desplazamiento para geometría original y con cambio geométrico de 0.3 mm de radio. | 50 |
| Figura 18. Condiciones de frontera del modelo de impacto..... | 51 |
| Figura 19. Malla del modelo de impacto..... | 51 |
| Figura 20. Primer modelo de frecuencias naturales. | 52 |
| Figura 21. Segundo modelo de frecuencias naturales. | 53 |
| Figura 22. Tercer modelo de frecuencias naturales, donde: 1) restricciones. | 53 |
| Figura 23. Modelo discreto con 9 elementos plásticos..... | 54 |
| Figura 24. Modelo discreto con eslabón interno modificado con reducción de 0.3 mm de radio externo. | 54 |
| Figura 25. Eslabones unidos a placas mediante seguros, donde: 1) Seguro, 2) Placa, 3) Eslabón interno, 4) Perno, 5) Eslabón externo. | 55 |
| Figura 26. Montaje de la cadena para prueba de rotura, donde: 1) Mordaza superior, 2) Placa de sujeción, 3) Mordaza inferior, 4) Cadena con 6 elementos. | 56 |
| Figura 27. Montaje de prueba de rotura con un elemento, donde: 1) Mordaza superior, 2) Mordaza inferior, 3) Eslabones externos, 4) Eslabón interno, 5) Placa de sujeción. | 56 |
| Figura 28. Distribución de esfuerzos para eslabón completo, donde: a) Vista isométrica, b) Vista en plano YZ, c) Vista en plano XY..... | 57 |
| Figura 29. Comparación de modelos numéricos, completo y con un corte simétrico en el plano xy. | 58 |
| Figura 30. Comparativa de cadenas, donde: a) modelo discreto de la cadena con sus elementos, 1) Perno, 2) Eslabón externo, 3) Eslabón interno y b) cadena real con sus elementos, 1) Perno, 2) Eslabón externo, 3) Eslabón interno..... | 59 |
| Figura 31. Comparativa de catarina, donde: a) catarina de 12 dientes real, b) representación de fracción de catarina real para modelo discreto. | 59 |
| Figura 32. Comparativa de acoplamiento cadena-atarina, donde: a) catarina de 12 dientes real, b) representación de fracción de catarina real para modelo discreto con elementos de la cadena. | 60 |

| | |
|---|----|
| Figura 33. Gráfica de fuerza vs desplazamiento del modelo de tensión. | 61 |
| Figura 34. Comparación numérica y experimental. | 61 |
| Figura 35. Eslabón interno, donde: a) Deformaciones en Y, b) Deformaciones en X, c) Distribución de esfuerzos (Von Mises). | 62 |
| Figura 36. Esfuerzos de contacto entre el eslabón interno (plástico) y el diente de la catarina motriz. | 63 |
| Figura 37. Variación de la fuerza de contacto en el acoplamiento en función del ángulo de giro. | 64 |
| Figura 38. Comparación de fuerzas normal de contacto. | 65 |
| Figura 39. Variación de área de contacto. | 66 |
| Figura 42. Zona de contacto. | 67 |
| Figura 41. Comparación de áreas de contacto entre primer y segundo rodillo. | 68 |
| Figura 42. Distribución de esfuerzos para el rodillo tipo barril. | 69 |
| Figura 43. Presión de contacto en elemento tipo barril. | 69 |
| Figura 44. Distribución de esfuerzos de geometría modificada con 0.3 mm de radio externo, donde: a) distribución de esfuerzos (Von Mises), b) desplazamientos en X, c) desplazamientos en Y. | 70 |
| Figura 45. Presión de contacto en el rodillo con modificación de 0.3 mm de radio externo. ... | 70 |
| Figura 46. Variación de la fuerza normal del contacto en el rodillo con modificación de 0.3 mm de radio externo. | 71 |
| Figura 47. Variación del área de contacto en el rodillo con modificación de 0.3 mm de radio externo. | 72 |
| Figura 48. Resultados obtenidos de modelo modificado con reducción de 0.1 mm de radio externo, donde: a) distribución de esfuerzos, b) desplazamientos en X, c) desplazamientos en Y. | 72 |
| Figura 49. Rotura del elemento de la cadena, donde: 1) Eslabón externo, 2) Eslabón interno, 3) Perno, 4) Zona de rotura. | 74 |
| Figura 50. Gráfica de rotura para cadena de 6 elementos plásticos. | 75 |
| Figura 51. Gráfica de rotura de 1 elemento. | 75 |
| Figura 52. Rotura de un elemento. | 76 |
| Figura 53. Distribución de esfuerzos del elemento a tensión. | 76 |
| Figura 54. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos. | 78 |
| Figura 55. Comparación de fuerzas normales de contacto a diferentes tensiones | 81 |
| Figura 56. Fuerza producida en el acoplamiento. | 82 |
| | |
| Anexo B- 1. Gráficas de prueba experimental con 1 elemento. | 95 |
| Anexo B- 2. Rotura del elemento plástico. | 95 |
| Anexo B- 3. Gráfica de prueba experimental con 3 elementos plásticos. | 96 |
| Anexo B- 4. Rotura de elemento plástico. | 96 |
| Anexo B- 5. Gráficas de pruebas experimentales con 6 elementos plásticos. | 97 |

| | |
|--|-----|
| Anexo B- 6. Rotura de elemento plástico..... | 97 |
| Anexo B- 7. Gráfica de prueba experimental con 2 elementos plásticos..... | 98 |
| Anexo B- 8. Rotura de elementos plásticos..... | 98 |
| Anexo B- 9. Comparación de pruebas experimentales a rotura. | 99 |
| | |
| Anexo C- 10. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 500AF . | 100 |
| Anexo C- 11. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 100N.... | 100 |
| Anexo C- 12. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 500T. | 101 |
| Anexo C- 13. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 500T. | 101 |
| | |
| Anexo D- 1. Elemento tipo viga de 2 nodos. | 102 |
| Anexo D- 2. Elemento tipo viga con cambio de sección. | 103 |
| | |
| Anexo F- 1. Valor de esfuerzos en dirección x. | 106 |
| Anexo F- 2. Diagrama de cuerpo libre del elemento..... | 106 |
| Anexo F- 3. Diagrama de momentos y fuerzas cortantes..... | 107 |
| | |
| Anexo G- 1. Frecuencia natural de modelo 1, donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 247 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 347 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 430 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 532 Hz..... | 110 |
| Anexo G- 2. Frecuencia natural de modelo 1, donde: a) Modo 8 con frecuencia natural de 999 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 1321 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 1631 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 2025 Hz..... | 111 |
| Anexo G- 3. Frecuencia natural de modelo 2, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 59 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 97 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 106 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 180 Hz..... | 112 |
| Anexo G- 4. Frecuencia natural de modelo 2, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 213 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 231 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 292 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 564 Hz..... | 113 |
| Anexo G- 5. Frecuencia natural de modelo 3, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 140 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 344 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 366 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 505 Hz..... | 114 |
| Anexo G- 6. Frecuencia natural de modelo 3, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 809 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 1418 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 1687 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 2132 Hz..... | 115 |
| Anexo G- 7. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos sin tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 6.23 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.06 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 32.19 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.79 Hz. | 116 |

| | |
|---|-----|
| Anexo G- 8. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 100 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 6.57 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.28 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.24 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.76 Hz..... | 117 |
| Anexo G- 9. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 200 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 6.89 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.5 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.29 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.74 Hz. | 118 |
| Anexo G- 10. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 300 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 7.20 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.71 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.34 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.71 Hz..... | 119 |
| Anexo G- 11. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 400 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 7.49 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.91 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.39 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.68 Hz..... | 120 |
| Anexo G- 12. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos metálicos con 400 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 17.27 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 34.38 Hz, c) Modo 11 con frecuencia natural de 88.91 Hz, d) Modo 19 con frecuencia natural de 168.41 Hz..... | 121 |
| Anexo G- 13. Frecuencia natural de modelo con cambio geométrico de 0.3 mm de radio externo, donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 246.19 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 343.3 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 425.71 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 534.42 Hz..... | 122 |
| Anexo G- 14. Frecuencia natural de modelo con cambio geométrico de 0.3 mm de radio externo en elemento de metal, donde: a) Modo 8 con frecuencia natural de 953.83 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 1304.5 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 1612.8 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 2030.5 Hz..... | 123 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1. Dimensiones de la cadena de estudio [15] | 41 |
| Tabla 2. Propiedades de los materiales que constituyen la cadena de estudio [15], [40]...... | 41 |
| Tabla 3. Coeficientes de fricción de elementos en contacto [41]...... | 41 |
| Tabla 4. Condiciones máximas de operación recomendadas por el fabricante [42]. | 41 |
| Tabla 5. Dimensiones del rodillo tipo barril..... | 48 |
| Tabla 6. Resultados de esfuerzos para el eslabón interno. | 73 |
| Tabla 7. Resultados numéricos de frecuencia natural. | 77 |

| | |
|---|-----|
| Tabla 8. Resultados numéricos de frecuencia natural para modelo con 9 elementos plásticos. | 78 |
| Tabla 9. Comparación de frecuencias naturales para sistema con elementos de plástico y elementos de metal. | 79 |
| Tabla 10. Comparación de frecuencias naturales. | 80 |
| Tabla 11. Fuerzas de impacto para diferentes fuerzas de tensión. | 82 |
| | |
| Tabla de Anexo G- 1. Frecuencias naturales del modelo 1. | 110 |
| Tabla de Anexo G- 2. Frecuencias naturales del modelo 1 con material metálico. | 111 |
| Tabla de Anexo G- 3. Frecuencias naturales del modelo 2. | 112 |
| Tabla de Anexo G- 4. Frecuencias naturales del modelo 2 con material metálico. | 113 |
| Tabla de Anexo G- 5. Frecuencias naturales del modelo 3. | 114 |
| Tabla de Anexo G- 6. Frecuencias naturales del modelo 3 con material metálico. | 115 |
| Tabla de Anexo G- 7. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos sin precarga. | 116 |
| Tabla de Anexo G- 8. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 100 N. | 117 |
| Tabla de Anexo G- 9. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 200 N. | 118 |
| Tabla de Anexo G- 10. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 300 N. | 119 |
| Tabla de Anexo G- 11. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 400 N. | 120 |
| Tabla de Anexo G- 12. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos metálicos y tensión de 400 N. | 121 |
| Tabla de Anexo G- 13. Frecuencias naturales del modelo de plástico con reducción de radio externo de 0.3 mm. | 122 |
| Tabla de Anexo G- 14. Frecuencias naturales del modelo con reducción de radio externo de 0.3 mm en elemento de metal. | 123 |
| | |
| Tabla de Anexo H- 1. Comparación de frecuencias naturales y formas modales para un sistema de 9 elementos plásticos con y sin precarga. | 124 |
| Tabla de Anexo H- 2. Comparación de frecuencias naturales y formas modales para un sistema de 9 elementos metálicos con y sin precarga. | 125 |

INTRODUCCIÓN

Una de las tareas más importantes en el diseño de máquinas es la transmisión de potencia, en la gran mayoría de los casos se realizan a través de elementos rotantes, ya que la transmisión de energía por rotación ocupa mucho menos espacio que aquella por traslación. Una transmisión mecánica es una forma de intercambiar energía mecánica distinta a las transmisiones neumáticas o hidráulicas, ya que para ejercer su función emplea movimiento de cuerpos sólidos, como lo son los engranes y las correas de transmisión [1].

Diversos factores son considerados para elegir la manera o método de transmisión de potencia a utilizar, como: relación de velocidades, limitaciones geométricas, higiene, vibraciones externas, entre otras. En ingeniería se pueden mencionar tres tipos principales de métodos de transmisiones de potencia: engranes, bandas y cadenas [2]. Estos tres elementos mecánicos transmiten el torque de una máquina motriz a una máquina conducida, ya sea amplificando su magnitud o su velocidad, o manteniendo constantes ambos parámetros.

Las cadenas han sido usadas durante siglos para transmisiones de máquinas y movimiento de materiales en transportadores y elevadores. Philo en 225 a. C. describió un elevador de agua accionado por cadena, de igual manera Ramelli construyó una bomba de agua la cual era impulsada por cadenas en el siglo XVI [1].

Las transmisiones de potencia mediante cadenas se caracterizan por una relación constante de velocidades y capacidad para impulsar varios ejes; aunado a eso, las características más destacadas en la transmisión de potencia por cadenas son las siguientes [1]:

- Soportan grandes cargas.
- Operan en presencia de humedad y altas temperaturas.
- Alta resistencia al desgaste.
- No ocurre deslizamiento.

Una transmisión por cadena no requiere tensión en el lado flojo de la cadena, por tanto, impone menos carga en los cojinetes de los ejes que las transmisiones por banda, esta

disminución de la carga reduce el mantenimiento de cojinetes, lo mismo que las pérdidas por fricción, que en ellas se originan.

Existen diferentes tipos de cadenas y por ello es conveniente clasificarlas de acuerdo con la configuración y forma geométrica. Entre estas configuraciones se encuentran[1]:

- Cadenas de rodillos (*roller chains*).
- Cadenas silenciosas (*silent chains*).
- Cadenas de acero de ingeniería (*engineering Steel chains*).
- Cadenas con superficie plana (*flat-top chains*).

De la clasificación anterior, las cadenas de rodillos son las más utilizadas por sus características favorables y ventajas sobre las demás configuraciones. Algunas de dichas características, son las siguientes [3]:

- Bajo costo.
- Desgaste de manera lenta.
- Excelente relación carga-velocidad.
- Se pueden colocar relativamente a grandes distancias entre ejes.
- Menos tensión en el lado flojo por lo que se reduce la carga en los ejes.

Aunada a la clasificación por configuración geométrica, se clasifican por los tipos de material o el método de su construcción. Con base en lo anterior, se puede clasificar las cadenas en cinco tipos principales:

- Hierro fundido.
- Acero fundido.
- Acero.
- Plástico.

Las cadenas de plástico principalmente están fabricadas de poliacetal de baja fricción y no requieren lubricación, el cual se denomina como “plástico de ingeniería”. Estas cadenas de plástico son de gran utilidad en aplicaciones donde es requerido mantener un cierto grado de limpieza, debido a que este elemento no precisa lubricación como es el caso de las cadenas de

acero; también presenta mayor resistencia a la corrosión en comparación a otros tipos de materiales [4]. Estas características y propiedades son aprovechadas en industrias como la farmacéutica y la alimenticia por mencionar algunas.

Los acetales son un tipo de materiales termoplásticos, tienen un alto rendimiento, se encuentran entre los termoplásticos más resistentes y rígidos. Es un material inflamable, lo cual limita su uso en aplicaciones eléctricas y electrónicas. Una propiedad importante de este material es la resistencia que presenta a la fatiga.

Comparando las cadenas de plástico con las de acero, la resistencia a la fluencia del acetal es 4 veces menor que la del acero. De la misma forma, el módulo elástico es 60 veces menor al del acero[4]. Demostrando la gran desventaja de las cadenas de plástico.

En la Figura 1 se observa la diferencia que tiene una cadena de plástico y una de acero pre-lubricada y seca. Esta diferencia se ve reflejada en la relación desgaste – tiempo de operación de las cadenas.

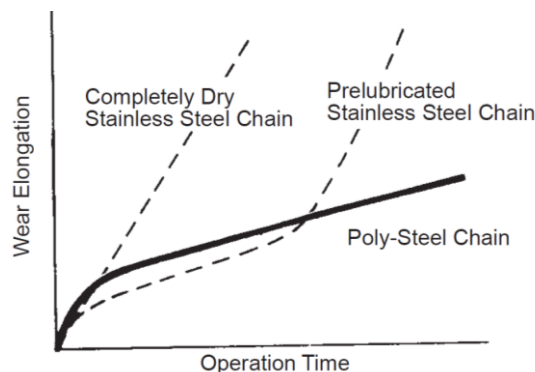


Figura 1. Gráfica comparativa entre cadena de acero y plástico[4].

Para lograr decrecer esa desventaja ante las cadenas de acero, es necesario conocer cómo se comporta de manera estática y dinámica. La vida útil y el desempeño de las cadenas se ven afectados o comprometidos debido a problemas como la deformación, fatiga, ruido, vibración, desgaste entre otros. Las fuerzas generadas por el impacto existente entre la cadena y la catarina motriz son las responsables de gran parte de los problemas mencionados.

En la dinámica de las cadenas, se presentan situaciones de contacto mecánico entre elementos, esto conlleva a la generación de esfuerzos en dichas zonas donde ocurre el

contacto. Los esfuerzos desarrollados en la zona de contacto se llaman precisamente esfuerzos de contacto, y a causa de que una gran proporción de fallas en las máquinas comienzan en sus uniones, son de gran importancia para el diseño mecánico. Las aplicaciones cíclicas de estos esfuerzos causan desgaste en las uniones y además propician fisuras que a causa de la aplicación continua se desarrollan en fractura [5].

Se han realizado diversos estudios considerando el comportamiento estático y dinámico, realizando análisis de esfuerzos en cadenas de plástico bajo diferentes condiciones de carga y velocidad, para conocer sus capacidades, límites y proponer mejoras de diseño.

El método del elemento finito es un método numérico para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales, es utilizado en los casos en los que no es posible aplicar las técnicas analíticas. Consiste en la resolución de ecuaciones diferenciales que modelan el problema mediante procedimientos numéricos iterativos [6].

Este trabajo se divide en 6 capítulos. El capítulo 1 se presenta el estado del arte en el rubro de distribución de fuerzas, impacto y la descripción del movimiento en la transmisión de la potencia.

En el capítulo dos se abordan conceptos introductorios al tema como la dinámica en la transmisión de cadenas, las fuerzas que actúan en ellas, contacto e impacto.

Los aspectos relacionados con la cadena se presentan en el capítulo tres. En él se describen las dimensiones de sus elementos y de igual manera las propiedades mecánicas que presenta el material con el cual se elaboran. De igual manera se describe la elaboración y metodología empleada para la realización de pruebas experimentales y de igual manera, la realización y condiciones de los modelos discretos empleados en esta investigación.

En el capítulo cuatro se describen los resultados obtenidos para cada uno de los modelos y pruebas realizadas.

En el capítulo cinco se muestra la discusión de dichos resultados y se presentan las conclusiones y recomendaciones finales de este trabajo de tesis.

Capítulo 1

1. ESTADO DEL ARTE

Las cadenas de transmisión de potencia existen desde épocas remotas en diversas configuraciones; uno de los primeros y más importantes trabajos sobre este tema se presenta en el clásico libro de Binder [7], en el cual se presentan análisis sobre distribución de fuerzas, impacto, vibración, entre otros. Además de este autor, se han realizado diversas investigaciones sobre cadenas de transmisión. Las investigaciones realizadas son de diversa índole, y se pueden clasificar en las siguientes áreas: distribución de fuerzas, impacto, ruido, vibración, movimiento y fallas.

Con relación a los análisis de distribución de fuerzas, Marshek [8] realizó un análisis teórico para obtener la distribución de carga en cadenas y en los dientes de la catarina, el cual está basado en los resultados obtenidos por Binder [7]. En este estudio se establece un modelo matemático en el cual, se incluyen las rigideces de los eslabones de la cadena y de los dientes de la catarina. El modelo se resuelve utilizando como condiciones de frontera, las tensiones en el lado tenso y flojo de la transmisión. Se comparan los resultados con los que se obtienen en un análisis tradicional de equilibrio de fuerzas, en el cual no se incluyen consideraciones concernientes a las propiedades elásticas. El resultado final es una herramienta analítica, que puede ser utilizada para determinar la carga en cualquier diente de una catarina y la tensión en cualquier eslabón de la cadena.

Naji [9] analizó la distribución de carga en catarinas, en el cual incluye las fuerzas de fricción existentes entre los elementos en contacto. Las ecuaciones que se desarrollan para la distribución consideran que la cadena y catarina se encuentran en estado estacionario. El efecto que provoca la fricción en el sistema se puede considerar como una reducción en el ángulo de presión. Esta reducción de ángulo debe ser determinada experimentalmente, ya que su valor se encuentra fluctuando entre cero y el arco tangente del coeficiente de fricción. El coeficiente de fricción que se utilizó es menor entre el perno y el rodillo, y entre el rodillo y el diente. Además, se presentan resultados teóricos, para una catarina de 20 dientes con un

ángulo de cobertura de cadena de 180° , para varias combinaciones de tensiones en los lados flojo y tenso. Los resultados se obtienen para ambas catarinas (impulsada e impulsora), y para diferentes combinaciones de rigidez.

Naji [10] realizó un estudio experimental que tiene la finalidad de medir la distribución de carga en cadenas de rodillos de acero sobre catarinas de acero. Realizó pruebas con el fin de determinar el efecto que tiene la lubricación, el desalineamiento, la velocidad de rotación de la catarina motriz a velocidades bajas y la carga en el lado flojo, sobre esta distribución. Diseñó y construyó una máquina para realizar pruebas de distribución de carga, la cual consta, entre otras cosas, de una catarina instrumentada sobre la cual se coloca la cadena. En uno de los eslabones de esta cadena se pegan galgas extensiométricas, con la finalidad de medir la tensión como función del ángulo de rotación de la catarina. Las pruebas se realizaron girando la catarina a bajas velocidades para evitar los efectos provocados por la inercia del sistema. Los resultados obtenidos experimentalmente se compararon con resultados teóricos obtenidos mediante un modelo distribución de carga de progresión geométrica y mediante un modelo de distribución de carga que consideró la elasticidad del material. Se observó buena correspondencia entre los resultados teóricos y experimentales.

Eldiwany [11] presentó un estudio experimental, que determina la distribución de fuerzas en los eslabones de cadenas de acero sobre catarinas de material polimérico. El principal logro de este trabajo es la construcción de una máquina la cual consta, entre otras cosas, de una catarina instrumentada sobre la cual se coloca la cadena. En uno de los eslabones de esta cadena se pegan galgas extensiométricas, con la finalidad de medir la tensión como función del ángulo de rotación de la catarina. Las pruebas se realizaron girando la catarina a bajas velocidades para evitar los efectos provocados por la inercia del sistema. En estos experimentos se modifican diversos parámetros para determinar el efecto que tiene el módulo de elasticidad del material, la carga en el lado tenso, la carga en el lado flojo y la diferencia de paso. Los resultados obtenidos experimentalmente se comparan con los resultados teóricos obtenidos mediante un modelo de distribución de carga de progresión geométrica, y mediante un modelo de distribución de carga que considera la elasticidad del material; se observa que este último modelo representa, con mayor apego a la realidad, los resultados obtenidos experimentalmente.

Reuben [12] realizó una investigación con la finalidad de evaluar las fuerzas presentes en una cadena de bicicleta, cargada estáticamente. Estas fuerzas se evaluaron en los eslabones de contacto con la catarina y en aquellos que se encuentran próximos a ella. También, se llevan a cabo comparaciones con investigaciones previas, limitadas exclusivamente a cadenas industriales, no solo por su tamaño, también en su operación. En la cadena de bicicleta, se requiere de un alto grado de flexibilidad lateral para que pueda operar con catarinas no coplanares, lo cual implica un desalineamiento mayor a 3 grados. Obtuvo resultados experimentales para una variedad de tamaños de catarinas y ángulos de desalineamiento. Uno de los resultados más importantes de esta investigación fue demostrar que la flexión provocada por el desalineamiento entre la cadena y la catarina, puede incrementar o decrementar considerablemente la tensión en los eslabones. La magnitud de este incremento de tensión puede llegar a ser, varias veces mayor que la tensión nominal de la cadena. Este estudio es parte de una investigación más general sobre la eficiencia de las bicicletas.

Troedsson [13] presentó un método para calcular las fuerzas en una cadena y la fuerza resultante distribuida a lo largo de la catarina para una condición de trabajo moderada y alta velocidad. En su análisis desprecia el efecto polígono modelando la cadena como una banda de radio constante.

Pereira [14] usa la metodología multicuerpo para describir los efectos cinemáticos y dinámicos en las cadenas de rodillos, para modelar el contacto entre los rodillos utiliza la teoría de Hertz con contacto cilíndrico continuo.

Con relación a los análisis de impacto, se encuentra un estudio en el que se analiza el impacto entre los rodillos de cadenas y las catarinas en una transmisión [15]. Se presentan algunas relaciones analíticas, que pueden ser de gran ayuda, para el mejor entendimiento de la mecánica del impacto rodillo-atarina. En estas relaciones, se presentan diversas expresiones para determinar la velocidad relativa del impacto. Esta velocidad, puede ser utilizada para encontrar la energía de impacto y establecer relaciones que determinen las velocidades límite de las catarinas y prevenir ruido, calentamiento, desgaste de los dientes y rompimiento de los rodillos. Se presentan algunos datos experimentales sobre la rotura de los rodillos, los cuales se relacionan con la energía de impacto.

Johnson [16] llevó a cabo el diseño, construcción e instrumentación de una máquina para medir fuerzas de tensión e impacto en cadenas de rodillos. La mayoría de las investigaciones experimentales previas a este trabajo, relacionadas con la dinámica de las cadenas, se han realizado con un aparato conocido como la máquina de cuatro cuadros (también conocida en la industria como el acelerador de cadenas). Este trabajo discute sobre el diseño y la construcción de una nueva máquina de pruebas cuya configuración ofrece algunas ventajas sobre el diseño anterior. Esta máquina y su respectiva instrumentación proporcionan cargas a las cadenas, permiten obtener tensiones en los eslabones y monitorear el impacto entre los rodillos y la catarina en condiciones normales de operación, a cada instante. Se incorpora una catarina loca la cual permite ajustar de manera independiente la tensión inicial y la distancia entre ejes. También se puede ajustar el ángulo con el cual los rodillos de las cadenas se aproximan a la catarina instrumentada. Se pegan galgas extensiométricas sobre un eslabón de la cadena, para conocer su tensión a cada instante, y los cables se sujetan mediante un arnés, el cual permite que la transmisión gire aproximadamente 10 ciclos.

Conwell [17] realizó una investigación experimental sobre la tensión en los eslabones, al momento del impacto rodillo-atarina en transmisiones de cadena. Para este estudio utilizó la máquina desarrollada por Johnson [16]. Presentó los resultados para velocidades de rotación que van de moderadas a altas. Para determinar la tensión a cada instante, montó una galga extensiométrica en la placa lateral de un eslabón. La fuerza de impacto entre la catarina y los rodillos se obtuvo mediante un analizador de espectros Bruel & Kjaer, el cual se conecta al transductor de fuerzas colocado en el cojinete de la catarina loca. Algunas observaciones sobre los resultados que se presentaron en esta investigación son:

- Cuando la velocidad de la cadena se incrementa, los efectos dinámicos se vuelven más importantes.
- La tensión en el eslabón se incrementa rápidamente cuando este eslabón sale de la catarina conducida. El incremento de tensión entre el lado flojo y el lado tenso ocurre en menos de dos dientes de la catarina.
- La tensión en el eslabón disminuye rápidamente cuando este eslabón entra en la catarina conductora. El decremento de tensión entre el lado tenso y el lado flojo ocurre en menos de dos dientes de la catarina.

- Ocurren picos de tensión en el punto donde el eslabón sale de la catarina conducida y en el punto donde el eslabón entra en la catarina conducida.
- La fuerza de impacto tiende a incrementarse cuando la tensión en la cadena incrementa, sin embargo, esta relación no es lineal.
- La fuerza de impacto tiende a incrementarse cuando la velocidad de la cadena se incrementa, sin embargo, esta relación no es lineal.
- Para la parte de la cadena que viaja en la dirección horizontal, la componente vertical de la fuerza de impacto es mucho mayor que la componente horizontal.
- La magnitud de la componente horizontal de la fuerza de impacto incrementa en mayor medida que la magnitud de la componente vertical, cuando la velocidad de la cadena incrementa, esto indica que el ángulo de impacto (con respecto a la vertical) incrementa cuando la velocidad de la cadena incrementa.

Rodríguez [18] analizó los efectos que producen factores como: la tensión de la cadena, la velocidad angular, el material de la catarina y el desgaste en los rodillos en una cadena de rodillos. Efectos causados por el impacto provocado por el acoplamiento entre y el diente de una catarina motriz. Limita su investigación al comportamiento lineal del material plástico.

Xu [ref] propuso un modelo matemático basado en ecuaciones no lineales de movimiento usando ecuaciones de Lagrange y resueltas numéricamente para describir la respuesta dinámica de transmisiones de cadena y catarina. Determinó que el incremento de la fuerza de tensión en el lado tenso y su variación es principalmente causado por el impacto del acoplamiento entre la cadena y la catarina.

Martínez [19] realizó un modelo numérico en elemento finito para el análisis de la distribución de esfuerzos, zonas de concentración, las fuerzas al momento del impacto y la influencia de la holgura. Incluyó las propiedades no lineales del material mediante un modelo hiperelástico y con esto propuso una modificación geométrica para la reducción de los esfuerzos máximos de contacto.

Con relación a los análisis de la descripción del movimiento se tiene que Pedersen [20] propuso un modelo matemático para analizar las transmisiones de cadenas utilizadas en los

motores diésel para grandes embarcaciones marinas. En este modelo se incluyó el contacto con las barras guía (estas barras son los componentes que delimitan el movimiento del lado flojo y tenso de las catarinas con diferentes tamaños. Se modelan como masas puntuales de cuerpo rígido y como sistemas resorte-amortiguador respectivamente). Las barras guía se modelaron como cuerpos rígidos y el contacto entre ellas y los rodillos se representaron como una fuerza continua. Con la finalidad de mejorar la eficiencia numérica de esta metodología, únicamente se consideró el primer y último rodillo que está en contacto con la catarina, y los dos rodillos libres más cercanos a la catarina. Se asume que todos los rodillos de la cadena, que están entre el primer y último rodillos acoplados, se encuentran en contacto con la catarina. Este modelo se implementó en un código computacional para estudiar la dinámica de la transmisión. Se incluyó la flexibilidad de la cadena, las vibraciones transversales y longitudinales y las fuerzas de contacto entre la cadena y los rodillos. Estos modelos representan el efecto polígono que siempre se presenta en este tipo de transmisiones.

Pedersen [21] desarrolló un modelo de una transmisión por cadena de rodillos, que se utiliza para analizar su comportamiento dinámico. Este trabajo fue continuación de [20]. Estas cadenas son utilizadas en motores diésel para grandes embarcaciones marinas. Se presentan dos formas diferentes de modelar el contacto entre los rodillos y las catarinas. El primer modelo utilizó un perfil circular del diente mientras que el segundo modelo incluyó a las catarinas con diferentes tamaños y a las cadenas conformadas por rodillos y eslabones, los cuales se modelaron como masas puntuales de cuerpo rígido y como sistemas resorte-amortiguador respectivamente. Estos modelos propuestos representan efectivamente el efecto polígono.

Kim [22] desarrolló un modelo avanzado, en el cual se consideran los factores más importantes de una transmisión de cadena y se describe fielmente su comportamiento. Lo más destacado de este análisis es que, por primera vez, se modeló la serie de colisiones y rebotes que ocurren cuando los eslabones entran en contacto con la catarina. Las ecuaciones de movimiento se programaron y se utilizaron para simular la respuesta dinámica de las transmisiones de cadenas. Se estudió el comportamiento de la cadena para altas y bajas velocidades. Se investigó la influencia del impacto sobre el comportamiento del sistema.

Wang *et al* [23] propusieron una modificación al perfil de los dientes de una catarina usada en la transmisión de un motor a gasolina. Lograron reducir el efecto polígono que crea fuerzas inerciales consecuentes a la variación de la velocidad y las fuerzas de acoplamiento.

Tushar [24], Barge [25] y Barge [26] trabajaron en la optimización del eslabón externo de una cadena considerando el radio de curvatura y el espesor de la placa. Concluyeron que para ambos casos el radio puede disminuirse sin afectar su resistencia permitiendo el ahorro de material y la disminución de la masa.

Boštjan [ref] calcula la deflexión de los dientes de un engrane de material polimérico en el acoplamiento, usando la técnica de elemento finito. Comparó el modelo elástico lineal y el modelo hiperelástico de Marlow, que es el que más se acopla al comportamiento del polímero utilizado. De este estudio se concluye que el modelo hiperelástico lineal presenta ventajas de convergencia y utilizando hiperelasticidad para presentar la no linealidad se obtiene una mejor descripción de la deflexión del diente.

La revisión del estado del arte muestra que no se han realizado estudios que describan la influencia de la rigidez en los elementos de una cadena con eslabones de plástico en la dinámica del acoplamiento. Además, estudios anteriores no han considerado las frecuencias naturales en el sistema de la cadena.

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La dinámica de las cadenas de rodillos se caracteriza por un complejo comportamiento con impactos entre eslabones y dientes de una catarina motriz debido al acoplamiento de estos en la transmisión de potencia.

La principal causa de falla en los componentes es el contacto mecánico generado entre los elementos propios de la cadena, y de estos con la catarina motriz, los cuales dependen en gran medida de la geometría, de la carga y las propiedades del material.

El material polimérico del cual están elaborados los eslabones internos de la cadena tiene complejidad en su análisis debido a que por su naturaleza éste presenta un comportamiento no lineal. Sin embargo, en la literatura no se describe con certeza el tipo de material que es o sus propiedades mecánicas.

Debido a que la teoría de contacto Hertziano no es apropiada para impacto, además de considerar la fricción y el comportamiento no lineal del material, esta teoría no bastaría para una solución aproximada, por esta razón es recomendado el uso del elemento finito para este tipo de problemas.

Los cambios de rigidez en el sistema influyen en la distribución de los esfuerzos generados en los elementos. El desconocimiento de la frecuencia natural del sistema propicia que, debido a un cambio de rigidez en los elementos, el sistema entre en resonancia debido a la frecuencia de giro de la catarina motriz, afectando el sistema de manera importante.

La falta de investigaciones referentes a las cadenas con materiales poliméricos y sus frecuencias naturales hace importante la realización de esta investigación.

1.2 OBJETIVO

Realizar un estudio numérico del efecto de la rigidez de contacto, material y geometría de los elementos de la cadena y la catarina motriz en la transmisión de potencia en sistemas mecánicos.

1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudiar la influencia de la rigidez en los elementos de la cadena en problemas de contacto para la transmisión de la potencia.
- Proponer soluciones de disminución de esfuerzos de contacto incluyendo geometría y material.
- Estudiar la influencia de la viscoelasticidad en la distribución de los esfuerzos en la zona de contacto.

1.3 ALCANCE

- Aplicación del método de elemento finito para el modelo discreto del problema de contacto diente-atarina incluyendo el efecto del impacto.
- Aplicación de modelos viscoelásticos – hiperelásticos para elementos de plástico.
- Elaborar metodología del modelado por FEM en este tipo de problemas.

1.4 JUSTIFICACIÓN

Las cadenas de plástico son de gran utilidad en aplicaciones donde se requiere limpieza debido a que no es necesaria la lubricación, también por su resistencia a la corrosión y bajo nivel de ruido en el funcionamiento.

Son utilizadas en la industria alimenticia, textil, farmacéutica y son inestimables en la industria del papel y del cartón. Existen limitantes en sus capacidades de carga y transmisiones de la potencia que hace necesario su estudio.

Las fuerzas de impacto ocurren a causa de la velocidad relativa entre la cadena y la catarina en el momento del acoplamiento. Estas fuerzas son las principales responsables de la fatiga, vibración, ruido, deformación y rotura de los elementos de la cadena, por esta razón resulta importante el estudio de este fenómeno.

Conocer el estado de esfuerzos en que se encuentran estas cadenas es fundamental para que se utilicen correctamente sin que sobrepasen sus límites de resistencia establecidos por sus propiedades mecánicas incluyendo el comportamiento no lineal del material plástico mediante modelos hiperelásticos que describan el comportamiento de este.

Teniendo conocimiento del comportamiento del material plástico de la cadena en el acoplamiento con la catarina motriz y ante fuerzas de impacto, se puede proponer alguna mejora que reduzcan de manera significativa los esfuerzos en las zonas críticas lo cual es factible debido a que dichos elementos plásticos se manufacturan por medio de moldes lo cual facilita la producción de geometrías complejas.

2. MECÁNICA DE LAS CADENAS

Una cadena de rodillos es un elemento mecánico que se utiliza principalmente para transmitir potencia o transportar material. El ensamble consta de una serie de eslabones internos que se unen a eslabones externos mediante pernos. Los pernos están colocados a presión en el eslabón externo. La Figura 2 muestra los elementos mencionados.

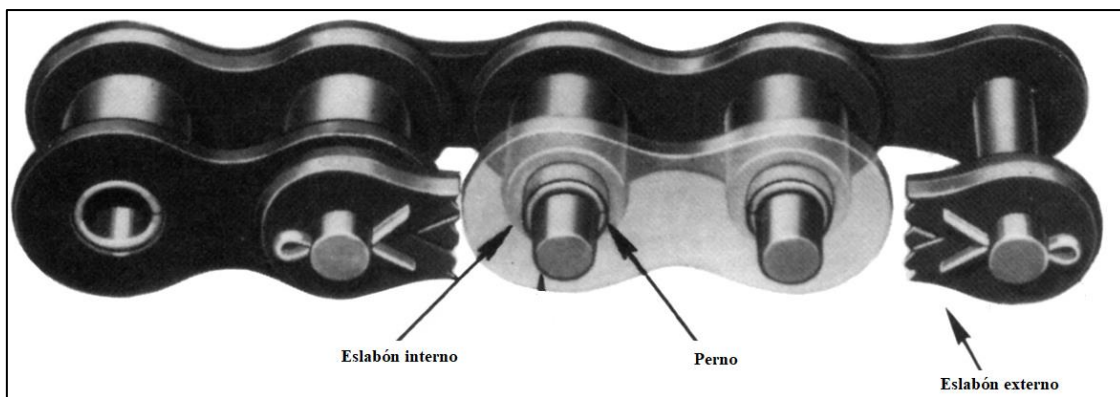


Figura 2. Cadena de rodillos [1]

Una catarina motriz consiste en una rueda, que se monta sobre una flecha, con dientes cortados en su periferia que entran en contacto con los eslabones internos de la cadena.

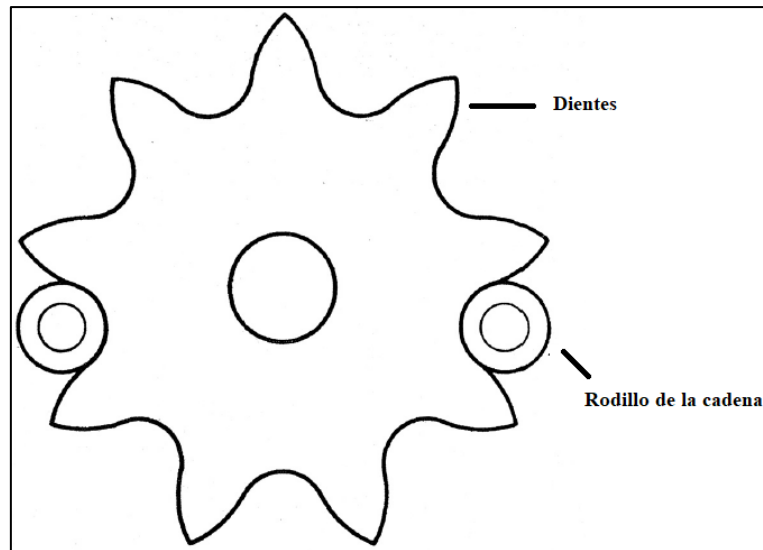


Figura 3. Dibujo de una catarina motriz [1]

2.1. FUERZAS EN UNIÓN DE CADENAS

La tensión en la cadena cambia durante su rotación. La naturaleza de este cambio cíclico de tensión se muestra en la Figura 4, el punto más alto representa el acoplamiento con la catarina motriz.

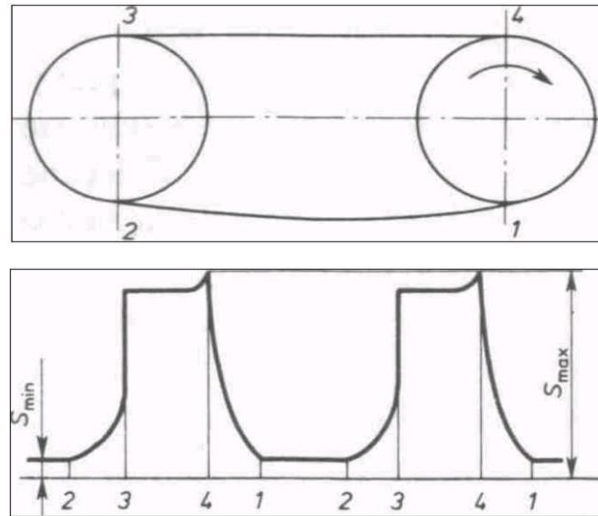


Figura 4. Posición angular con respecto a la tensión [27]

La tensión en el eslabón de la cadena durante el acoplamiento con la catarina motriz es variable. Estos cambios ocurren a pasos agigantados. El primer diente de la catarina motriz es el mayor cargado, esto representa una mayor presión en el contacto, la cual va variando de acuerdo con la posición que esté presente después del acoplamiento. El segundo diente de la catarina motriz y los subsecuentes que entre en contacto debido al acoplamiento presentan una menor presión de contacto con respecto al diente anterior. La Figura 5 muestra gráficamente la variación de la presión.

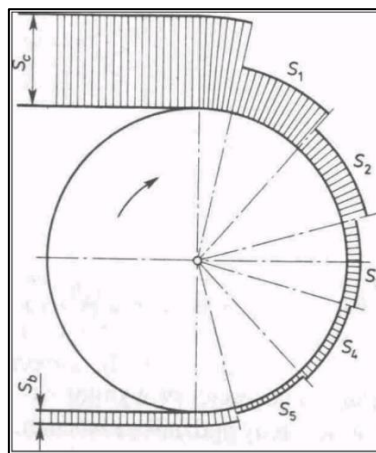


Figura 5. Variación de la fuerza de los rodillos al acoplar [27]

2.2. POTENCIA TRANSMISIBLE POR LA CADENA

Como medidas preventivas para evitar un fallo en las transmisiones cadena catarina, se recomienda que se remplace una cadena cuando ésta ha llegado a un incremento del 3% de su longitud inicial [4]. Esto debido a que al incrementarse su longitud el ángulo de contacto entre la cadena y la catarina disminuye, incrementándose con esto la fuerza de contacto entre el primer diente y la cadena. Además, para casos extremos el contacto puede darse fuera de la zona de trabajo de la catarina, lo cual ocasiona un alto esfuerzo de contacto, ya que la región que le sigue a la zona de trabajo es una región plana, y la que continúa es una región de radio opuesto, siendo un contacto cilindro-cilindro, ambos de radio positivo. La otra razón por la que las cadenas se deben cambiar al alcanzar una longitud grande es para evitar que no alcance a acoplarse bien y haya saltos; está en función del número de dientes, ya que, a mayor número de dientes, la separación angular entre cada diente es menor, mayor es la posibilidad de la presencia de saltos. En la Figura 6 se muestran las zonas en una catarina común estandarizada bajo la norma ASME B 29.1, donde la región A, es la curva inferior del diente donde el rodillo cae en su lugar, la región B es la curva de trabajo, donde el rodillo y la catarina están trabajando en contacto, la zona C, es donde el diente puede guiar a la cadena pero no puede transmitir tensión. Si el rodillo, el cual debe transmitir tensión cae en la zona C puede ocasionar un salto en el diente de la catarina [16], de ahí la importancia de no exceder la tensión más allá del 3% de su longitud inicial.

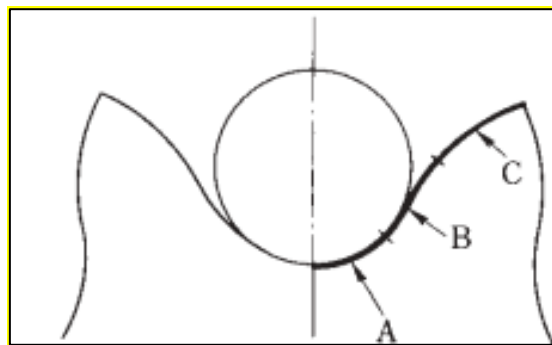


Figura 6. Zonas en el diente de una catarina [16]

Cuando los eslabones de la cadena entran en contacto con la catarina, la fuerza de tensión en cada eslabón en contacto con los dientes va disminuyendo de manera gradual. El ángulo de presión depende del desgaste de la cadena, siendo máximo para una cadena nueva.

En la transmisión de potencia mediante cadenas y catarinas se ven involucradas fuerzas provocadas por diferentes causas, por ejemplo: fuerzas dinámicas, estáticas, fricción, etc., las cuales deben ser consideradas ante el diseño de un sistema de transmisión de potencia por medio de cadena-atarina. Dichas fuerzas presentes son:

- Fuerza de tensión: es la principal consideración en todas las cadenas de rodillos; esta fuerza varía en un ciclo regular, que es máxima en el llamado lado tenso y va decreciendo conforme el giro de la catarina llegando a su mínima magnitud en el lado flojo. Dicha fuerza es un indicador en cuanto a los rangos de utilización de las cadenas [17].
- Fuerza de impacto: esta fuerza puede ser causada por la fuente de potencia de la transmisión y/o por el acoplamiento que se genera entre el diente de la catarina motriz y el rodillo de la cadena [28]. El impacto por el acoplamiento varía dependiendo del número de dientes que tenga la catarina motriz y de la misma manera varía con respecto a la tensión inicial o la velocidad que se presente. Ambos elementos presentes en el impacto pueden presentar fatiga por impacto al ser deteriorados.
- Efecto polígono: se genera debido a la variación de radio de giro durante la rotación de la catarina, lo que ocasiona una diferencia de velocidades y por lo tanto aceleraciones. Este efecto se incrementa cuando disminuye el número de dientes de la catarina afecta significativamente la eficiencia en la transmisión y en la vida útil de la cadena [29].

A causa de las fuerzas mencionadas, en los sistemas de transmisión de potencia por medio de cadenas se presentan fallas mecánicas en sus componentes. Las fallas más comunes son roturas por fatiga, desgaste y corrosión.

En las cadenas con polímeros las fallas más comunes se presentan debido a: suavizamiento del polímero por la generación de calor, impacto con la catarina entre otros.

2.3 TEORÍA DE CONTACTO

La capacidad de un cuerpo, elemento o estructura de oponerse a las deformaciones se define como rigidez. Esta característica está directamente relacionada con la geometría del elemento y de igual manera del material del que esté constituido. En el contacto mecánico se presenta dicha rigidez entre los elementos que lo conforman, y recibe el nombre de rigidez de contacto, la cual se define como la oposición de un elemento al ser deformado debido a la fuerza ejercida en la zona de contacto.

El contacto mecánico es una disciplina fundamental para la ciencia de la ingeniería, es indispensable para diseños seguros y que ahorren energía. Es de interés en incontables aplicaciones, por ejemplo, embragues, frenos, neumáticos, rodillos de baleros, juntas, engranes, contactos eléctricos entre otros. Los contactos pueden transmitir fuerzas mecánicas como en tornillos, electricidad o calor o prevenir el flujo del material como en los sellos [30].

El análisis del contacto es un problema altamente complicado dado su comportamiento no lineal, esto se debe a que involucra la fricción. La solución de problemas de contacto es significativamente simplificada si la fricción entre los cuerpos en contacto es despreciada. Esta consideración es usualmente justificada para problemas de contacto mecánico si existe una capa de lubricante entre las partes mecánicas en contacto. La presencia de lubricante significa que las fuerzas de fricción entre las partes son pequeñas, y es posible despreciarla [31]. Para facilitar el estudio de este tipo de problemas se han creado diversos modelos matemáticos para condiciones particulares. Se clasifican de manera general en hertziano o conforme y no hertziano o inconforme.

Un contacto es llamado conforme si las superficies de los dos cuerpos ajustan exactamente o muy cercano entre ambos sin estar deformados. Cuerpos que tienen perfiles no similares son llamados no conformes; cuando estos entran en contacto sin la deformación, llegan a tocarse en un punto o en una línea. El área de contacto entre cuerpos no conformes es generalmente pequeña comparada con las dimensiones de los cuerpos; los esfuerzos están altamente concentrados en la región cercana a la zona de contacto y no son muy influenciados por la forma de los cuerpos a una distancia del área de contacto. Los puntos de las superficies de contacto que se encuentran en la práctica de la ingeniería frecuentemente realizan

movimientos complejos y son llamados para transmitir fuerzas y momentos. Por ejemplo, el punto de contacto entre los dientes de un par de engranes se mueve en el espacio [23].

La solución analítica para el caso de superficies de revolución descrito por Hertz presenta las siguientes consideraciones:

- Las superficies son continuas y no conformes
- Las deformaciones son pequeñas en comparación con las dimensiones de los cuerpos en contacto
- En las superficies de contacto no se considera la fricción
- Los materiales son elásticos lineales
- Las cargas son estáticas
- El material de los cuerpos es homogéneo

2.4 ESFUERZOS DE CONTACTO

Los esfuerzos de contacto ocurren en elementos de máquinas cuando se transmiten cargas a través de superficies que presentan contactos puntuales o a lo largo de una línea. Debido a que los elementos no son totalmente rígidos, es decir, debido a su elasticidad, estos se deforman bajo la acción de las cargas, produciendo áreas finitas de contacto. Debido a esto, los esfuerzos que aparecen son grandes. Los elementos tienden a fallar en la pequeña zona de contacto, en donde se generan los esfuerzos mayores[32].

En la Figura 7, se puede observar la distribución de esfuerzos de contacto con diferentes geometrías.

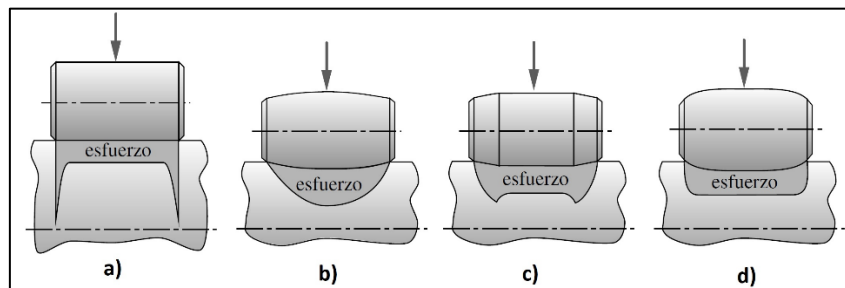


Figura 7. Distribución de esfuerzos en rodillos, donde: a) recto, b) con corona, c) con corona parcial, d) logarítmico [32]

El contacto cilíndrico es común en maquinarias. Ambos cilindros pueden ser convexos, uno convexo y uno cóncavo (cilindro en canal), o en el límite, un cilindro sobre un plano.

La presión sobre la huella de contacto origina un estado de esfuerzos tridimensional en el material. Los tres esfuerzos aplicados son de compresión y son máximos sobre la superficie.

Las ecuaciones (Hertz) que describen las zonas de contacto dependiendo de la geometría de los cuerpos se encuentran en la literatura [32], en este caso de estudio aplica el contacto cilindro-plano que es una variación del caso cilindro-cilindro, igualando $\frac{1}{R_2} = 0$.

La presión máxima para un contacto cilíndrico está dada por [32]:

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{2F}{\pi a L} \quad (1)$$

Donde:

F = carga total aplicada.

a = huella de contacto.

L = longitud de contacto a lo largo del eje.

La constante geométrica cilíndrica que depende de los radios R_1 y R_2 de los cilindros.

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2)$$

Las constantes del material se definen de la siguiente manera.

$$m_1 = \frac{1-v_1^2}{E_1}; \quad m_2 = \frac{1-v_2^2}{E_2} \quad (3)$$

Donde:

v = Razón de Poison.

E = Módulo de elasticidad

El radio a de la huella de contacto se determina de la siguiente manera.

$$a = \sqrt{\frac{2}{\pi} + \frac{m_1}{B} + \frac{m_2}{L}} \quad (4)$$

La distribución de la presión [32]:

$$p = p_{m\acute{a}x} \sqrt{\frac{1 - x^2}{a^2}} \quad (5)$$

El análisis de esfuerzo hertziano es para cargas estáticas, pero también se aplica por rodamiento puro. Son posibles dos casos como: esfuerzo plano donde los cilindros son muy cortos axialmente; y deformación plana, donde los cilindros son grandes axialmente. En el caso de los esfuerzos planos uno de los esfuerzos principales es cero. En deformación plana, los tres esfuerzos pueden ser diferentes de cero [32].

2.5 RIGIDEZ

En ingeniería, la rigidez es una propiedad de un cuerpo, elemento o estructura de oponerse a las deformaciones. También puede definirse como la capacidad de soportar cargas sin deformarse o desplazarse excesivamente. Depende del módulo de elasticidad, la sección, la inercia y la longitud del elemento.

La rigidez se calcula como la razón entre una fuerza aplicada y el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza.

$$k_i = \frac{F_i}{\delta_i} \quad (6)$$

Existen diferentes tipos de rigideces, algunas se describen a continuación:

- Rigidez axial: es la capacidad de un cuerpo o elemento para resistir al ser alargado o acortado por la aplicación de cargas según su eje. En este caso la rigidez depende del área de la sección transversal (A), el módulo de elasticidad (E) y la longitud del elemento, quedando la expresión de la siguiente manera:

$$k_{axial} = \frac{F}{\delta} = \frac{EA}{L} \quad (7)$$

- Rigidez flexional: es la relación entre el momento flector aplicado en uno de sus extremos y el ángulo girado por ese extremo al deformarse. Esta rigidez depende tanto del módulo de elasticidad (E), el momento de área del elemento (I) y la longitud del elemento, obteniéndose la siguiente expresión:

$$k_{flex} = \frac{M}{\theta} = \frac{EI}{L} \quad (8)$$

- Rigidez cortante: es la relación entre los desplazamientos verticales de un extremo de una viga y el esfuerzo cortante aplicado en los extremos. Esta rigidez depende tanto del módulo de elasticidad (E), el momento de área del elemento (I) y la longitud del elemento, obteniéndose la siguiente expresión:

$$k_{corte} = \frac{V}{\delta} = \frac{12EI}{L^3} \quad (9)$$

- Rigidez mixta (flexión-cortante): cuando el momento flector no es constante aparecen esfuerzos cortantes, esto produce que al aplicar esfuerzos de flexión aparezcan desplazamientos verticales y viceversa. Para representar adecuadamente los desplazamientos lineales inducidos por la flexión y los giros angulares inducidos por el cortante se presenta la siguiente expresión:

$$k_{mixta} = \frac{6EI}{L^2} \quad (10)$$

La ecuación que relaciona la rigidez con la fuerza aplicada y el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza se puede representar de forma matricial como:

$$\vec{F} = [k]\vec{x} \quad (11)$$

donde \vec{x} y \vec{F} son los vectores de desplazamiento y fuerza y $[k]$ es la matriz de rigidez dada por:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & \dots & k_{1n} \\ k_{12} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & & & \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.6 FRECUENCIA NATURAL

Si se deja que un sistema vibre por sí mismo después de una perturbación inicial, la frecuencia con la cual oscila sin la acción de fuerzas externas se conoce como frecuencia natural. Un sistema vibratorio tiene n grados de libertad, tendrá n frecuencias naturales de vibración distintas [33].

Las propiedades dinámicas de una estructura son función de su masa, rigidez y capacidad de disipación de energía. Un cambio en estas propiedades ya sea debido a pérdida del material, o a cambios geométricos, va a tener una influencia directa en el comportamiento dinámico del sistema [34].

La frecuencia natural está dada por la expresión:

$$W_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13)$$

Donde:

k = rigidez del sistema.

m = masa del sistema.

La aplicación de una precarga en un elemento produce variación de la rigidez en dicho elemento y a su vez cambios en la frecuencia natural. Una fuerza de precarga se refiere a una

fuerza axial o radial que se aplica a elementos mecánicos tales como resortes, rodamientos, tornillos o pernos. Este tipo de análisis utiliza una matriz de rigidez que depende de las tensiones. Un ejemplo típico es una cuerda de guitarra, esta cuenta con una frecuencia natural que produce un determinado tono al ser tocada. Si se tensa o se afloja, la frecuencia natural cambia.

2.7 IMPACTO

Un impacto ocurre cuando una fuerza, posición, velocidad o aceleración es abruptamente modificada provocando un estado transitorio en el sistema. Se considera que una fuerza es de impacto si su periodo de tiempo es corto, comparado con el periodo fundamental de la estructura que recibe la carga [35].

Una fuerza externa aplicada a una estructura o a una parte se llama carga de impacto [36]. Lo que distingue las cargas de impacto de las cargas estáticas es el tiempo de duración de la aplicación de la carga. Si la carga se aplica lentamente, se considera estática; si se aplica con rapidez, entonces es de impacto [32].

Se considera que hay dos casos generales de impacto; por golpe y por fuerza. El impacto por golpe se refiere a una colisión real de dos cuerpos, tal como en el estrechamiento del espacio entre las uniones de las piezas. El impacto por fuerza tiene que ver con una carga aplicada repentinamente sin la velocidad de colisión [32].

La velocidad es quizás el parámetro más simple para clasificar los distintos tipos de impacto. Sin embargo, resulta difícil clasificar de forma absoluta los mismos por un solo parámetro, ya que otras variables tienen importancia decisiva. Se puede proponer la siguiente ordenación [37]:

- Baja velocidad ($v < 50\text{m/s}$). Efectos elásticos, o deformación plástica localizada.
- Velocidad media ($50\text{ m/s} < v < 500\text{ m/s}$). Deformación plástica generalizada.
- Velocidad alta ($500\text{ m/s} < v < 2000\text{ m/s}$). La resistencia viscosa del material aún tiene importancia.

- Hipervelocidad ($2000 \text{ m/s} < v$). El material puede considerarse como un fluido hidrodinámico.

Pueden distinguirse según cada caso, distintos fenómenos producidos por el impacto, como son:

- Comportamiento no lineal del material: plasticidad, rotura, dependencia de la velocidad de deformación. Se produce en mayor medida al aumentar la velocidad del impacto, aunque a velocidades muy elevadas el material pasa a comportarse como un fluido, su resistencia puede despreciarse.
- Contactos: el contacto es clave en cualquier modelo de impacto, ya que a través de él se transmiten las cargas.

Existen algoritmos numéricos que permiten resolver este tipo de problemas. Los problemas de impacto se caracterizan por una respuesta no lineal y transitoria, además de grandes deformaciones de las superficies. El método de elemento finito se utiliza como una herramienta para la solución precisa de problemas mecánicos complejos [38]. Una estructura original es reemplazada por varios elementos llamados elementos finitos, estos elementos están interconectados mediante puntos denominados nodos. Durante el proceso de solución, el equilibrio de fuerzas en las juntas y la compatibilidad de los desplazamientos entre los elementos se satisfacen, de modo que toda la estructura se comporte como una sola entidad. Por ello la relevancia que toma la forma y cantidad de elementos en la discretización del problema.

Comprendiendo la naturaleza, ventajas y desventajas de los diferentes algoritmos que conforman los códigos de elemento finito, se logra hacer una elección del correcto para resolver un análisis particular. El método explícito utiliza incrementos de tiempo menores que el implícito. Se utiliza generalmente en problemas no lineales o con muchos grados de libertad y de corta duración [39]. El método de resolución implícito consta de una estrategia de incremento automático basado en la razón de éxito de una iteración completa. La convergencia en este método encontrará dificultades cuando el modelo presenta una complejidad mayor, esto puede ser la consideración de un modelo tridimensional complejo, un material con

comportamiento no lineal como un polímero o elastómero, entre otros factores. Por otra parte, el método de resolución explícito se basa en la implementación de una regla de integración explícita con el uso de los elementos diagonales de las matrices de masa. Para el método explícito el costo computacional es aproximadamente proporcional al tamaño de elementos finitos del modelo y no cambia drásticamente como el método implícito.

Por esta razón y con base en la literatura, es primordial la implementación del método de elemento finito para resolver problemas de contacto en donde existe comportamiento no lineal, como fricción o causada por el material. En la presente investigación se implementó la resolución de la problemática con el apoyo de un software de elemento finito y utilizando el método de resolución explícito.

3. METODOLOGIA

3.1 CADENA DE ESTUDIO

El presente estudio utilizó en su análisis una cadena de rodillos comercial marca Tsubaki™ en su serie PC de paso 40 (12.7 mm de paso). Esta cadena se compone de tres elementos, los cuales en lo que resta de este trabajo de investigación utilizará la siguiente nomenclatura: eslabón externo (1), perno (2), eslabón interno (3), como se muestra en la Figura 8. Los pernos y los eslabones externos están fabricados de acero inoxidable 304, mientras que los eslabones internos están hechos de “plástico de ingeniería” [15].

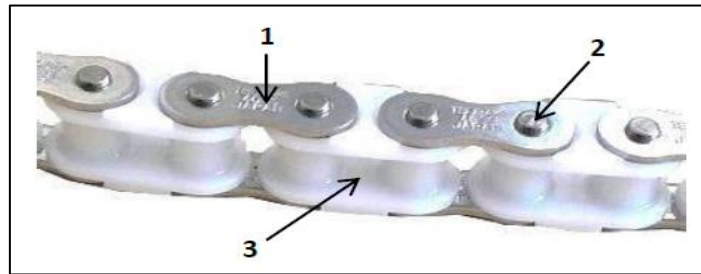


Figura 8. Partes de la cadena, donde: 1) eslabón externo, 2) perno, 3) eslabón interno.

Las dimensiones de la cadena se muestran en la Figura 9 y en la Tabla 1 según datos del fabricante.

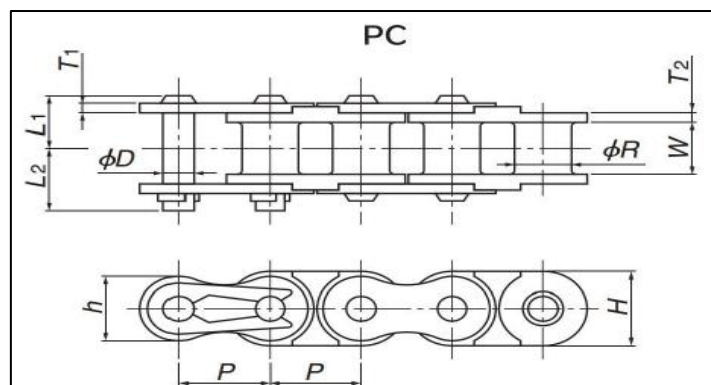


Figura 9. Dimensiones de la cadena de estudio [15]

Tabla 1. Dimensiones de la cadena de estudio [15]

| TSUBAKI Número de cadena | Paso P | Diámetro Rodillo R | Ancho interno eslabón interno W | Eslabón externo | | | Perno | | | Masa aprox. [kg/m] | Pasos por unidad [adim] | |
|--------------------------------|-----------|--------------------------|---|-------------------|-------------|-------------|---------------|---------------|------|--------------------------|----------------------------------|-----|
| | | | | Espesor T1, T2 | Altura H | Altura h | Diámetro D | L1 + L2 | L1 | | | L2 |
| RS40-PC-1 | 12.7 | 7.92 | 7.95 | 1.5 | 12.0 | 10.4 | 3.97 | 18.2 | 8.25 | 9.95 | 0.39 | 240 |

Las propiedades de los materiales de los componentes de la cadena se muestran en las Tabla 2 y Tabla 3, esto con base en lo proporcionado por el fabricante. Debido a que existe incertidumbre en el material plástico que constituye la cadena de estudio, se toman como base las propiedades utilizadas por Martínez [19] y Rodríguez [18] en sus respectivas investigaciones como se aprecia en la Tabla 2. Las condiciones máximas de operación recomendadas por el fabricante se muestran en la Tabla 4.

Tabla 2. Propiedades de los materiales que constituyen la cadena de estudio [15], [40].

| | Poliacetal | Acero 304 |
|------------------------------------|------------|-----------|
| Densidad [kg/m ³] | 1450 | 8000 |
| Módulo de Young [MPa] | 2900 | 193000 |
| Resistencia a la fluencia [MPa] | 70 | 300 |
| Razón de Poisson | 0.35 | 0.29 |

Tabla 3. Coeficientes de fricción de elementos en contacto [41].

| | Coefficiente de fricción estática | Coefficiente de fricción dinámica |
|----------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| acero 304-acero 304 | 0.35 | 0.15 |
| acero 304-poliacetal | 0.25 | 0.01 |

Tabla 4. Condiciones máximas de operación recomendadas por el fabricante [42].

| Cadena PC40 | |
|-----------------------|-----|
| Velocidad Max [m/min] | 70 |
| Tensión [N] | 440 |

El poliacetal del que están hechos los eslabones internos de las cadenas, es un termoplástico semicristalino homopolimérico de la marca Delrin® de Du Pont™, cuyo nombre químico es polióxido de metileno. Ese material es elegido para la cadena ya que presenta ventajas como bajo coeficiente de fricción, baja absorción de humedad, resistencia a la fatiga, resistencia a disolventes, entre otras [4]. Es por lo anterior que estas cadenas no requieren lubricación, lo que las convierte en elementos muy útiles en el procesamiento de materiales agrícolas, elaboración de productos alimenticios, en la industria farmacéutica y electrónica.

El acero inoxidable 304 del que están fabricados los eslabones externos y los pernos de la cadena es un acero inoxidable austenítico, que es en esencia una aleación ternaria de hierro-cromo-níquel que contiene entre 16 y 25% de Cr y de 7 a 20% de Ni. Presenta una alta maleabilidad debido a su estructura cristalina [43].

En la presente investigación se tomaron en cuenta diferentes parámetros de análisis, que son: esfuerzos generales, esfuerzos de contacto, área de contacto, fuerzas normales de contacto, cambio de geometría. Estos permitirán tener un punto de referencia para comparaciones de resultados.

3.2 MODELO DISCRETO

Previamente a describir los modelos, es necesario conocer cierta terminología sobre cadenas Poly Steel que se utiliza en las siguientes secciones de esta tesis. Estas cadenas están compuestas por tres elementos: eslabón interno (el cual contiene los rodillos y las placas internas en una sola pieza de poliacetal), perno y eslabón externo, (ver Figura 10). Para mayor claridad en este trabajo se le llama rodillo a la parte cilíndrica del eslabón interno, aunque en realidad no sean propiamente rodillos, por estar unidos a las placas internas. En la Figura 10 se muestra dicha terminología.

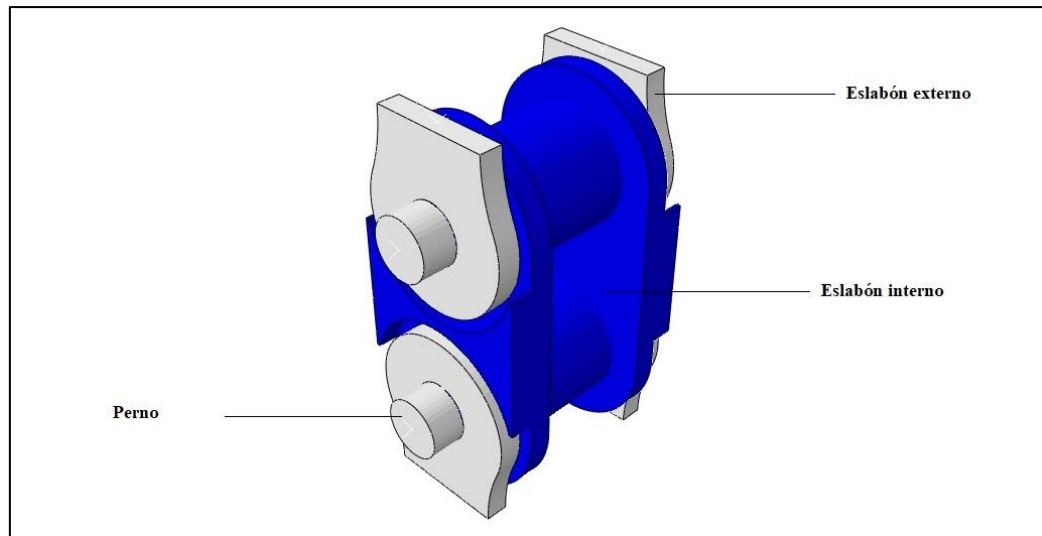


Figura 10. Nomenclatura de la cadena

El modelado numérico se realizó utilizando el software ABAQUS. Se utilizó una computadora con procesador Intel Corel (TM) i7-6700HQ CPU @ 2.6 GHz y memoria RAM 16 GB. Los modelos presentados en esta investigación se realizaron con el mismo método resolutivo y de igual manera el mismo tipo de elementos, los cuales fueron: el método *explicit* y elementos C3D8R (cúbicos en 8 nodos, con integración reducida y control de efecto reloj de arena) respectivamente.

3.2.1 MODELO DISCRETO DE TENSIÓN

El estudio se inició con un modelo tridimensional cuasi estático completo que incluyó el eslabón interno, dos pines de acero y 4 mitades del eslabón externo de acero. En la Figura 11 se muestran las condiciones de frontera, para tener un lado fijo se restringieron la sección simétrica de dos de los eslabones externos (2), se aplicaron condiciones de contacto entre el eslabón interno y el perno (3), entre el perno y el eslabón externo (4), para esto se utilizó el algoritmo de contacto penalti. En los eslabones externos sin restricción se aplicó un desplazamiento para observar el comportamiento de la cadena al someterse a condiciones de tensión (1).

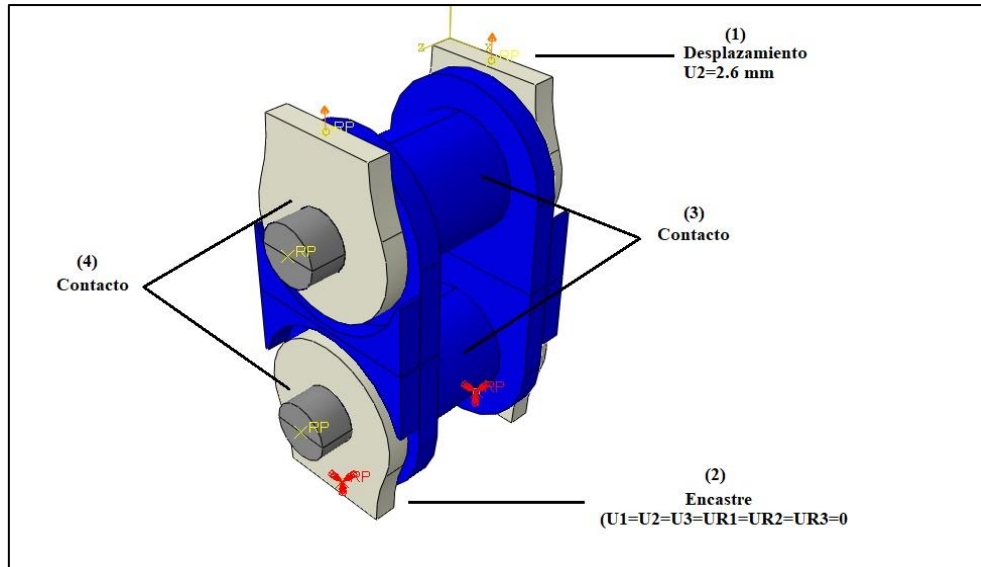


Figura 11. Condiciones de frontera y de contacto

Para determinar el tamaño de malla para los elementos del modelo, se tomó como base el análisis de convergencia de malla realizado por Martínez [19]. La Figura 12 muestra que para un tamaño de malla de 0.5 mm, la solución es estable.

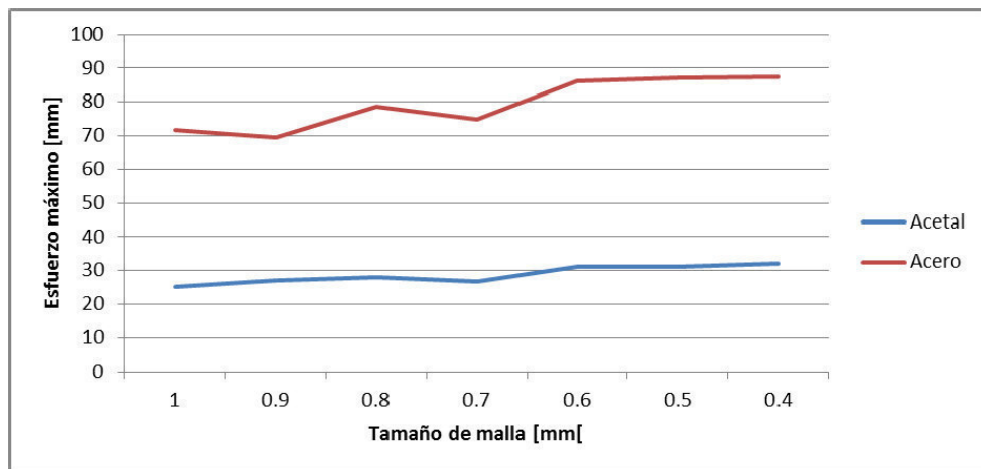


Figura 12. Análisis de convergencia [19].

Los componentes del modelo se discretizaron de la siguiente manera; eslabón externo en 13320 elementos y 1980 nodos, eslabón interno en 14872 elementos y 19640 nodos, y perno 11529 elementos y 13120 nodos, resultado un mallado total de 43258 elementos y 53800 nodos.

Como se observa en la Figura 10 y Figura 11, la cadena presenta simetría en dos planos. Esto permitió posteriormente la elaboración de modelos simétricos en el plano xy que requirieron menor tiempo computacional.

El poliacetal presenta un comportamiento elástico no lineal, considerando que Bostjan [44] utilizó el modelo hiperelástico de Marlow para simular dicha no linealidad, se realizaron simulaciones numéricas con una probeta estandarizada bajo la norma “ASME-D638-2a - Método de prueba estándar para propiedades de tensión de plásticos [45]. La metodología que se empleó se encuentra dividida en tres etapas [46]:

1. Análisis del modelo real e identificación de condiciones de frontera.
2. Selección del modelo de hiperelasticidad y evaluación automática del material.
3. Realización del modelo discreto y posterior validación con datos experimentales.

En la Figura 13 se presenta la metodología utilizada para la selección del modelo hiperelástico en el modelo discreto. Se emplearon los diferentes modelos constitutivos para hiperelasticidad. Para introducir los datos al modelo numérico se tomaron puntos de la curva esfuerzo deformación proporcionada por el fabricante mediante un código para el procesamiento de imagen desarrollado en Matlab (ver en Anexo A los detalles), con el cual se obtienen los datos aproximados a la curva y se introdujeron como datos de pruebas uniaxiales para los modelos hiperelásticos. Se compararon los resultados de esfuerzo deformación de cada modelo con datos obtenidos mediante pruebas experimentales cuasi estáticas a tensión, se realizaron comparaciones para seleccionar el modelo hiperelástico que mejor describiera el comportamiento del material.

Con base en los resultados de este análisis se determinó que los modelos que mejor describen el comportamiento no lineal del poliacetal sometido a tensión son el de Marlow y el Polinomial grado 2.

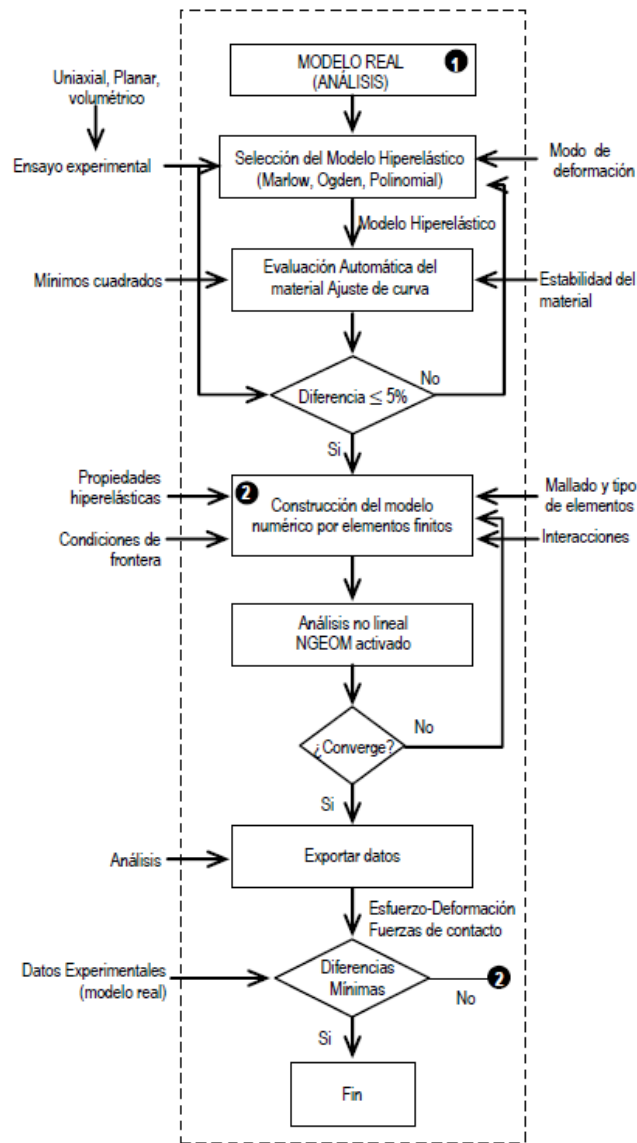


Figura 13. Procedimiento propuesto para simulación de materiales con modelos hiperelásticos [46].

3.2.2 MODELO DINÁMICO

La parte dinámica del modelo incluye el acoplamiento del diente y la cadena, esto considera que el eslabón se encuentra en el lado tenso instantes antes de tener contacto con el diente de la catarina motriz. Se considera el acoplamiento de los primeros 3 rodillos. Las condiciones de frontera del modelo se muestran en la Figura 14, se considera la fuerza de tensión como en la parte estática (3). Para obtener la rotación a una velocidad angular en el modelo, se coloca un punto de referencia en el centro de la catarina motriz al cual se le asigna la velocidad angular requerida (2). De acuerdo con el modelo estático de tensión, se logra

realizar este modelo simétricamente en el plano xy, adjuntando las condiciones apropiadas para ello (1).

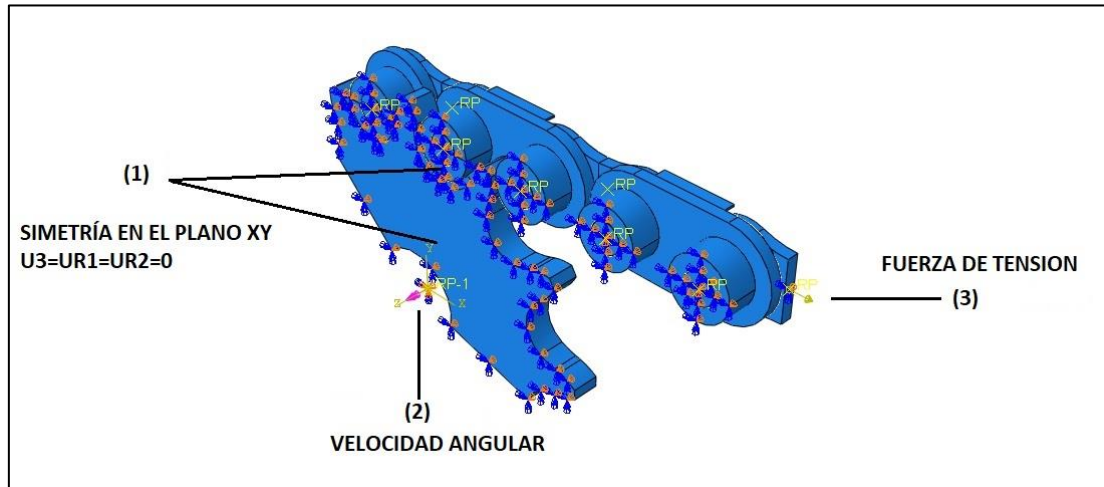


Figura 14. Condiciones de frontera del modelo dinámico

Se aplicaron condiciones de contacto entre el eslabón interno y el perno (3), entre el perno y el eslabón externo (4) y de igual manera contacto entre los dientes de la catarina motriz y los rodillos de los eslabones internos, para esto se utilizó el algoritmo de contacto *penalty*. En relación con la velocidad angular de la catarina motriz, se simuló el tiempo necesario para que se lograra el acoplamiento hasta el 4° rodillo del modelo. Considerando que el fenómeno de interés es el comportamiento del eslabón interno al contacto, y teniendo en cuenta la diferencia de rigideces entre los materiales, se concluyó en la factibilidad de modelar los elementos a excepción del de interés como elementos rígidos.

La malla utilizada se muestra en la Figura 15, con un total de 2580 elementos y 3768 nodos para los eslabones externos, 7670 elementos y 10358 nodos para los eslabones internos, 6208 elementos y 7128 nodos para los pernos y finalmente 25662 elementos y 30568 nodos para la catarina motriz, dando un total de 81541 elementos y 100573 nodos en el modelo.

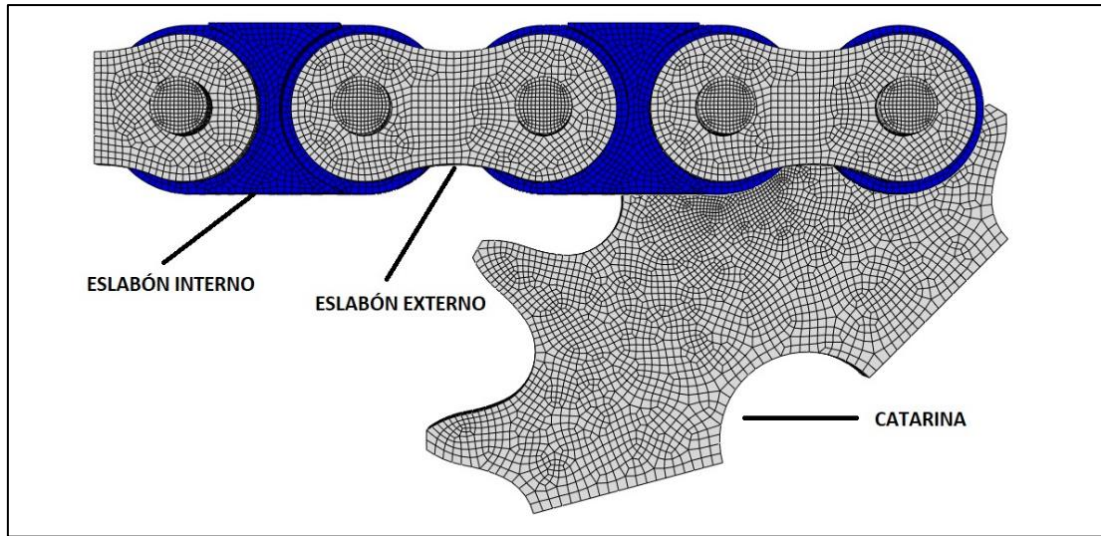


Figura 15. Malla del modelo dinámico.

Como punto de partida se consideraron las condiciones de velocidad y tensión máximas recomendadas por el fabricante [15] mostradas en la Tabla 4. Existe posteriormente variación en cuanto a la tensión inicial en el eslabón externo de la cadena y la velocidad de rotación de la catarina motriz.

Para determinar la variación que existe en la presión de contacto en cada acoplamiento en función del ángulo de rotación de la catarina, se realizó un monitoreo en la interacción en la cual se definió el contacto rodillo – diente. De esta manera se logra la comparación de la magnitud de la fuerza normal del contacto generado en el primer instante del acoplamiento con respecto al segundo acoplamiento existente en el movimiento.

Como propuesta para la disminución de la fuerza normal generada por el acoplamiento diente-cadena se plantearon modificaciones geométricas en el eslabón interno de la cadena, como propuesta base se planteó una similitud en el diseño de un rodillo tipo barril como el mencionado por Martínez [19], con variaciones en el radio de curvatura y manteniendo el diámetro máximo y mínimo como se menciona en la Tabla 5.

Tabla 5. Dimensiones del rodillo tipo barril.

| Rodillo tipo barril | | | |
|---------------------|-----------|-----------|------------|
| H [mm] | Dmin [mm] | Dmax [mm] | Dcurv [mm] |
| 7.95 | 7.82 | 7.92 | 158.03 |

De igual manera para la disminución de fuerzas provocadas por el contacto en el acoplamiento cadena-catarina y la atenuación de la concentración de esfuerzos descritos en la Figura 7 se realizó una reducción inicial del radio del rodillo del eslabón interno. Esto con la finalidad de afectar el contacto entre ambos elementos mediante el cambio de la rigidez de uno de ellos. Esta constó en la disminución de 0.3 mm con respecto del radio original del mismo. En el Anexo D se presenta la matriz de rigidez para el eslabón interno sin modificación de geometría y para una reducción de 0.3 mm de radio.

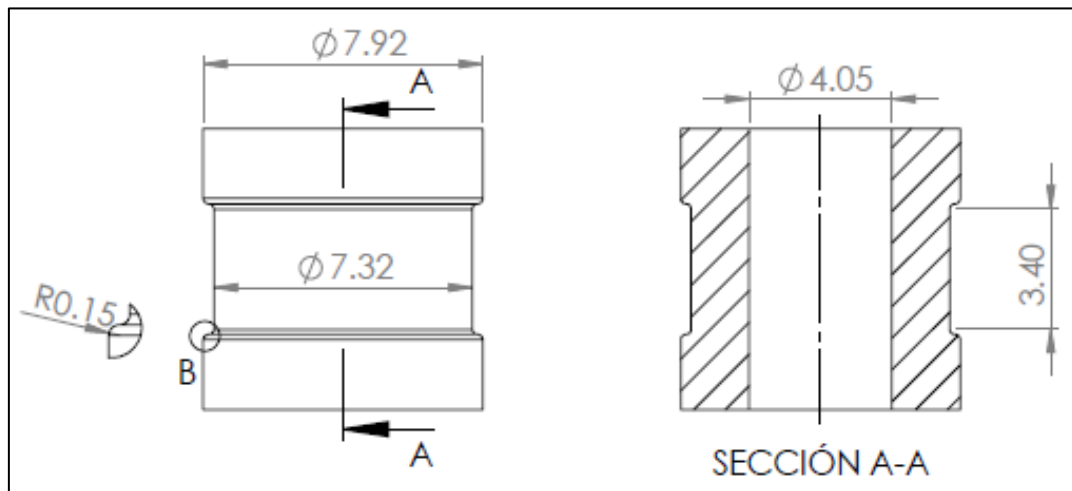


Figura 16. Medidas del rodillo modificado.

En la Figura 17 se muestra la comparación del elemento original de la cadena y el propuesto en esta investigación con una disminución de radio de 0.3 mm. Se observa que las gráficas no presentan una diferencia considerable, esto debido a que el cambio geométrico no modifica considerablemente la rigidez a tensión que aportan los rodillos al eslabón interno. La respuesta del elemento sometido a una fuerza de tensión se presenta de manera similar, debido a que la sección en la cual el eslabón interno falla continúa siendo la sección con menor rigidez en el elemento.

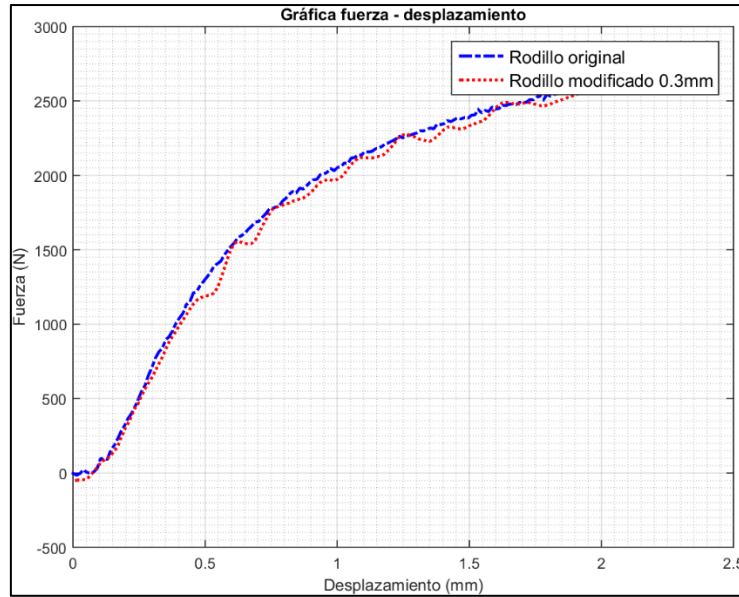


Figura 17. Comparación de fuerza - desplazamiento para geometría original y con cambio geométrico de 0.3 mm de radio.

Posteriormente para comprender la relación que existe entre la variación de los diámetros del rodillo las fuerzas normales de contacto y la distribución de esfuerzos, se realizaron cambios de radio posteriores, de 0.1 mm y 0.5 mm; de esta manera se pretendió observar alguna tendencia en la variación de estos parámetros. Por practicidad y para futuras referencias en esta investigación, a dicha propuesta se le denomina rodillo modificado.

3.2.3 MODELO DE IMPACTO

El modelado del impacto se realizó con un corte simétrico en el plano xy como se justificó en los modelos anteriores. Considerando que la importancia de este modelo es analizar el fenómeno del primer impacto consecuente del acoplamiento entre el rodillo y el diente de la catarina motriz, este modelo se logró reducir, tal que, constó de 2 mitades del eslabón externo, un eslabón interno, dos pines y una doceava parte de la catarina motriz. Se modeló el instante en el cual el diente de la catarina motriz entra en contacto por primera vez con el eslabón interno (rodillo). Para este análisis se utilizó el método *explicit*, y se usaron el mismo tipo de elementos que para los anteriores modelos (C3D8R). Las condiciones de frontera del modelo se muestran en la Figura 18, en una mitad de eslabón externo se presenta la fuerza de tensión (de igual manera que en la parte cuasi estática). Por el contrario, en la segunda mitad de eslabón externo se restringe todo movimiento a excepción del desplazamiento en el eje x, esto para simular el movimiento de la cadena. Debido a la simetría

se requirió una restricción en el desplazamiento perpendicular al plano de la restricción, de igual manera el impedimento de las rotaciones en los ejes x y y.

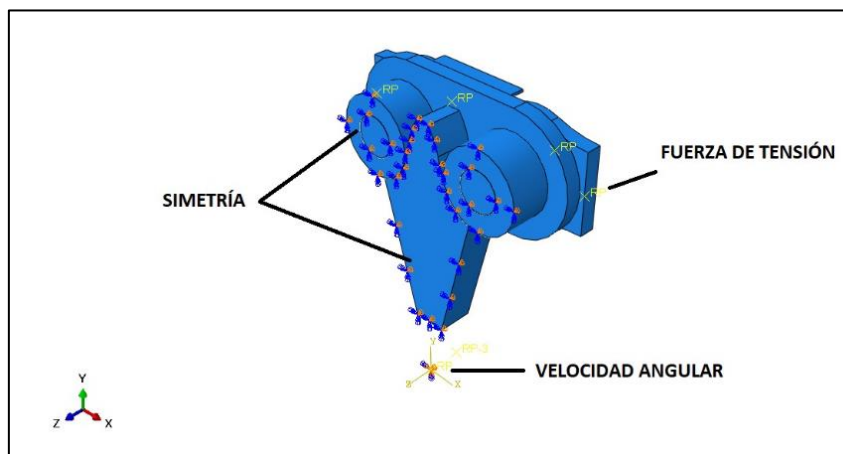


Figura 18. Condiciones de frontera del modelo de impacto

La malla utilizada se muestra en la Figura 19, con un total de 1269 elementos y 1892 nodos para los eslabones externos, 7065 elementos y 9410 nodos para los eslabones internos, 6417 elementos y 7328 nodos para los pernos y finalmente 4438 elementos y 5504 nodos para la catarina motriz, dando un total de 26875 elementos y 33354 nodos en el modelo.

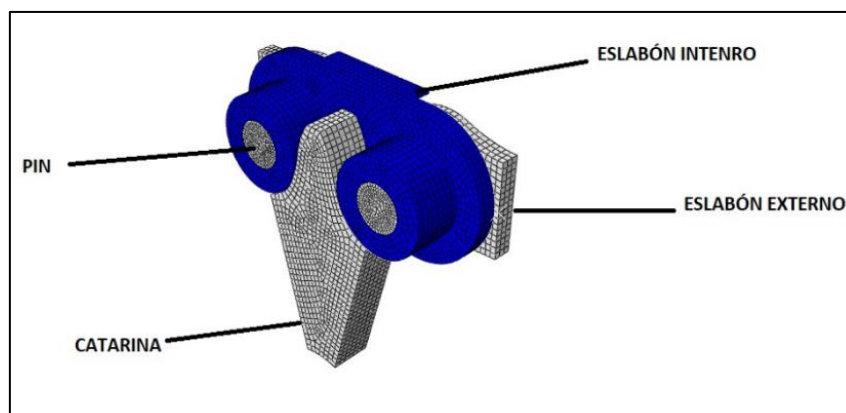


Figura 19. Malla del modelo de impacto

Para determinar la magnitud de la fuerza de impacto, se monitoreó la fuerza normal que se genera en el contacto rodillo – diente. Esto en el primer instante en el que el diente de la catarina hace contacto con el rodillo del eslabón interno por primera ocasión.

Este modelo numérico se realizó con las variaciones geométricas propuestas en el rodillo del eslabón interno. De igual manera, se consideró una variación en la fuerza de tensión presente en el eslabón antes del acoplamiento. Con ello se analizó la diferencia

existente entre los diversos parámetros de estudio de esta investigación, como son la fuerza de contacto y los esfuerzos.

3.2.4 FRECUENCIAS NATURALES.

Se realizó un análisis numérico de frecuencias naturales con la finalidad de observar la existente variación de esta frecuencia bajo diferentes configuraciones. Este análisis pretende mostrar la influencia de cada elemento a la variación de la frecuencia natural. Esto debido a la rigidez que aporta cada elemento al sistema generando una rigidez compuesta. Se analizan por separado los elementos, y en conjunto. Para ello, se realizan 3 modelos discretos los cuales cuentan con configuraciones diferentes.

Los resultados obtenidos de los diferentes modelos se comparan para conocer la influencia de cada uno en la frecuencia natural y rigidez del sistema completo. Esto se describe en el capítulo 4.

El primer modelo consta de un eslabón interno de material plástico como se define en los modelos anteriores. En la Figura 20 se muestra el elemento y se observa que no existe restricción alguna en el modelo, el cual se considera libre. El modelo consta de un total de 19412 elementos y 24591 nodos. De esta primera configuración se obtienen las primeras 40 frecuencias naturales del sistema.

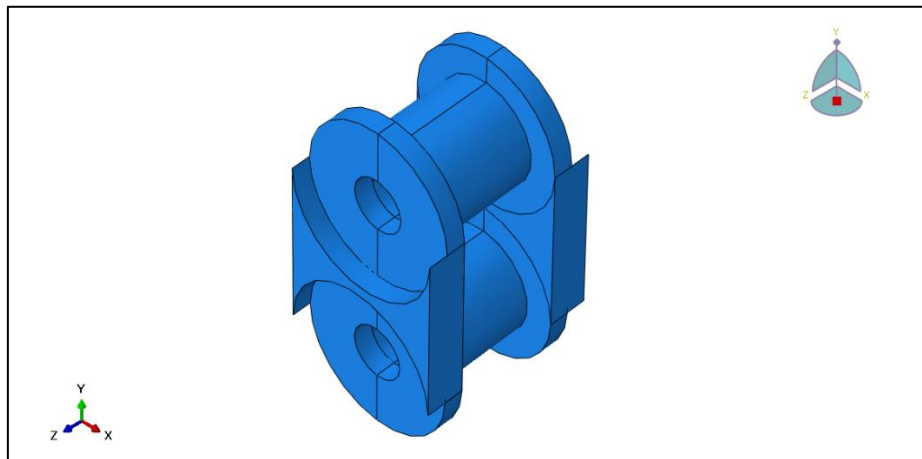


Figura 20. Primer modelo de frecuencias naturales.

El segundo modelo consta de un eslabón interno de material plástico y cuatro eslabones externos colocados como se muestra en la Figura 21. En ella se muestra que los elementos no tienen alguna restricción, por lo que se considera un modelo libre. El modelo consta de un total de 35372 elementos y 46011 nodos. De esta configuración se obtienen las primeras 40 frecuencias naturales del sistema.

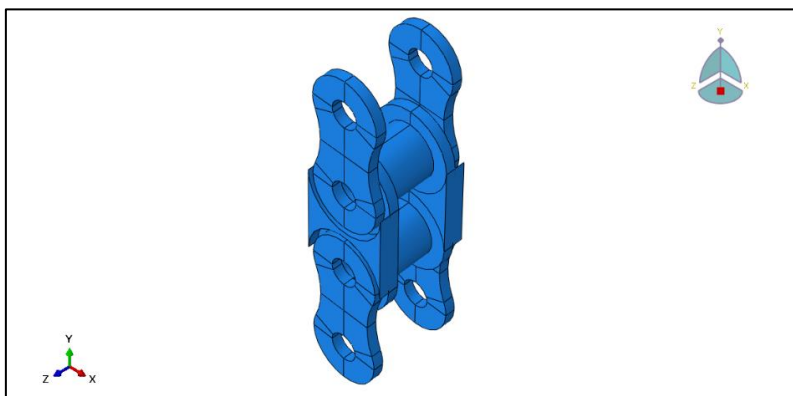


Figura 21. Segundo modelo de frecuencias naturales.

El tercer modelo consta de un eslabón interno de material plástico y de dos pernos colocados como se muestra en la Figura 22. En ella se muestra que los elementos no tienen alguna restricción, por lo que se considera un modelo libre. El modelo consta de un total de 28052 elementos y 34987 nodos. De esta configuración se obtienen las primeras 40 frecuencias naturales del sistema.

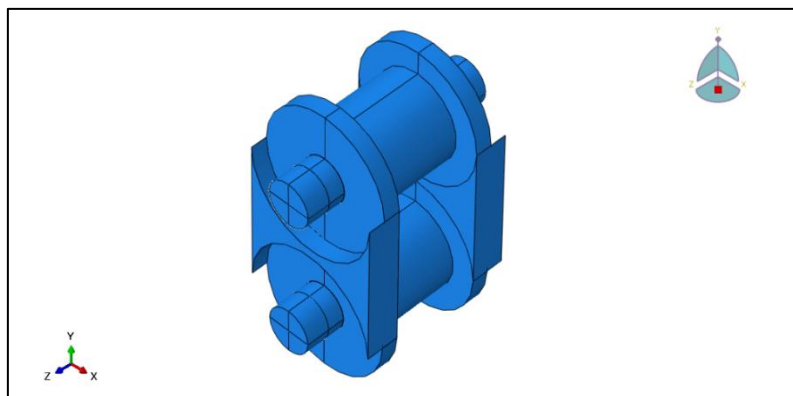


Figura 22. Tercer modelo de frecuencias naturales, donde: 1) restricciones.

De igual manera, se realiza un modelo discreto con 9 elementos plásticos. Se pretende observar las frecuencias naturales del sistema como un conjunto de elementos. La Figura 23 muestra cómo se encuentra acoplado el sistema, el cual presenta como restricciones todos los

movimientos exceptuando el que se genera en el sentido de la fuerza aplicada y también en el eje Z. Se obtienen las primeras 30 frecuencias naturales del sistema sin precarga y con precarga de 100 N y 400 N. De igual manera, se sustituyen los elementos plásticos con metálicos con la finalidad de observar la influencia de la rigidez del material. El modelo consta de 431121 elementos y 527421 nodos.

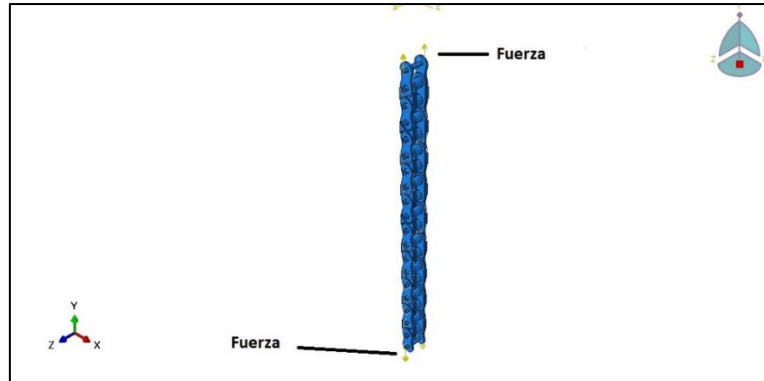


Figura 23. Modelo discreto con 9 elementos plásticos.

Con lo que respecta a las modificaciones geométricas, se realizó un modelo discreto para la obtención de frecuencias naturales. El modelo consta de un eslabón interno, el cual tiene una reducción de radio externo de 0.3 mm como se describe en la Figura 16. Esto con la finalidad de comparar los resultados obtenidos de este modelo y del modelo 1 descrito anteriormente y mostrado en la Figura 20.

La Figura 24 muestra el modelo discreto del eslabón interno de plástico con reducción de 0.3 mm de radio externo. En ella se observa que el elemento no tiene alguna restricción, por lo que se considera un modelo libre. El modelo consta de un total de 35634 elementos y 43550 nodos. De esta configuración se obtienen las primeras 40 frecuencias naturales del sistema.

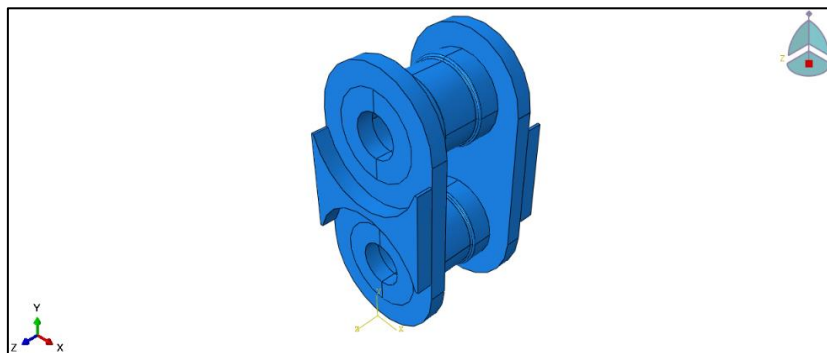


Figura 24. Modelo discreto con eslabón interno modificado con reducción de 0.3 mm de radio externo.

3.3. PRUEBAS EXPERIMENTALES

Es necesario analizar el comportamiento de los materiales de la cadena y la influencia del material plástico y su comportamiento no lineal, su rango de operación, así como determinar la fuerza máxima de ruptura y localización de esta bajo cargas de tensión. Para esto se realizó un experimento en una máquina de ensayos universal Shimadzu AGX plus 100 kN, 5 kN, con una precisión de tensión de $\pm 1\%$, con una resolución de $1/48 \mu\text{m}$ y una velocidad de 0.0005 a 10000 mm/min.

Para realizar el montaje de la cadena en la máquina de ensayos universal se utilizaron 2 placas las cuales son diseño propio como se muestra en la Figura 25. Estas placas fungieron como sujeción entre los eslabones de la cadena y la mordaza de la máquina de ensayos, y se acoplaron a los extremos libres de la cadena. El plano correspondiente a la placa de sujeción se presenta en el Anexo E.

La placa de sujeción entre la cadena y las mordazas de la máquina de ensayos universal permite realizar las pruebas experimentales sin el efecto del momento flexionante generado en el pin de la cadena.

Se realizó el montaje de la cadena en la máquina de ensayos como se observa en la Figura 26, para lo cual se utilizaron 6 eslabones libre de plástico y posteriormente 1 eslabón de plástico.

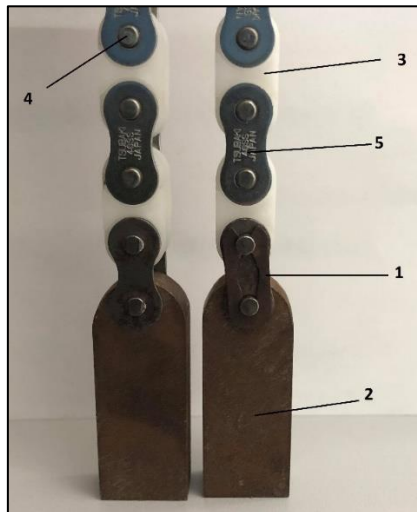


Figura 25. Eslabones unidos a placas mediante seguros, donde: 1) Seguro, 2) Placa, 3) Eslabón interno, 4) Perno, 5) Eslabón externo.

La prueba se realizó a una velocidad de desplazamiento de 1 mm/min y se detuvo instantes después que el material presentase ruptura.

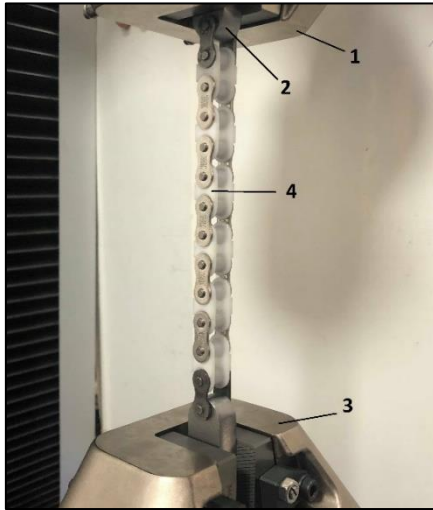


Figura 26. Montaje de la cadena para prueba de rotura, donde: 1) Mordaza superior, 2) Placa de sujeción, 3) Mordaza inferior, 4) Cadena con 6 elementos.

De la misma manera y bajo las mismas condiciones se realizaron pruebas de rotura con un elemento de plástico sujeto como se muestra en la Figura 27.

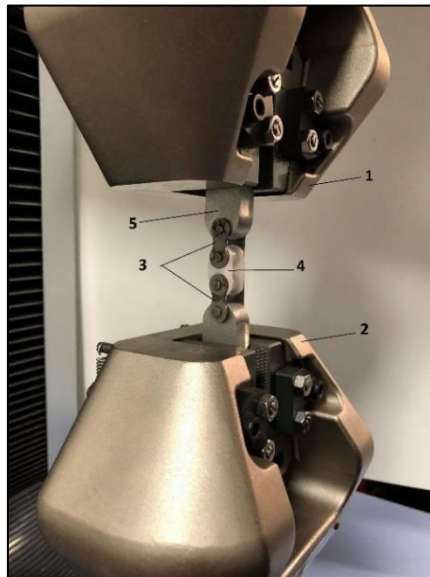


Figura 27. Montaje de prueba de rotura con un elemento, donde: 1) Mordaza superior, 2) Mordaza inferior, 3) Eslabones externos, 4) Eslabón interno, 5) Placa de sujeción.

Capítulo 4

4. RESULTADOS

En el presente capítulo se muestran y describen los resultados de las simulaciones numéricas obtenidas mediante el software de elemento finito Abaqus y en la experimentación realizada en la máquina de ensayos universal Shimadzu AGX plus 100 kN, 5 kN, con una precisión de tensión de +/-1%, con una resolución de 1/48 μm y una velocidad de 0.0005 a 10000 mm/min.

Como primer paso, se simularon completos los elementos de la cadena, es decir un eslabón interno, la mitad de dos eslabones externos y 2 pernos, En la Figura 28 se muestra la distribución de esfuerzos obtenidas de la simulación numérica.

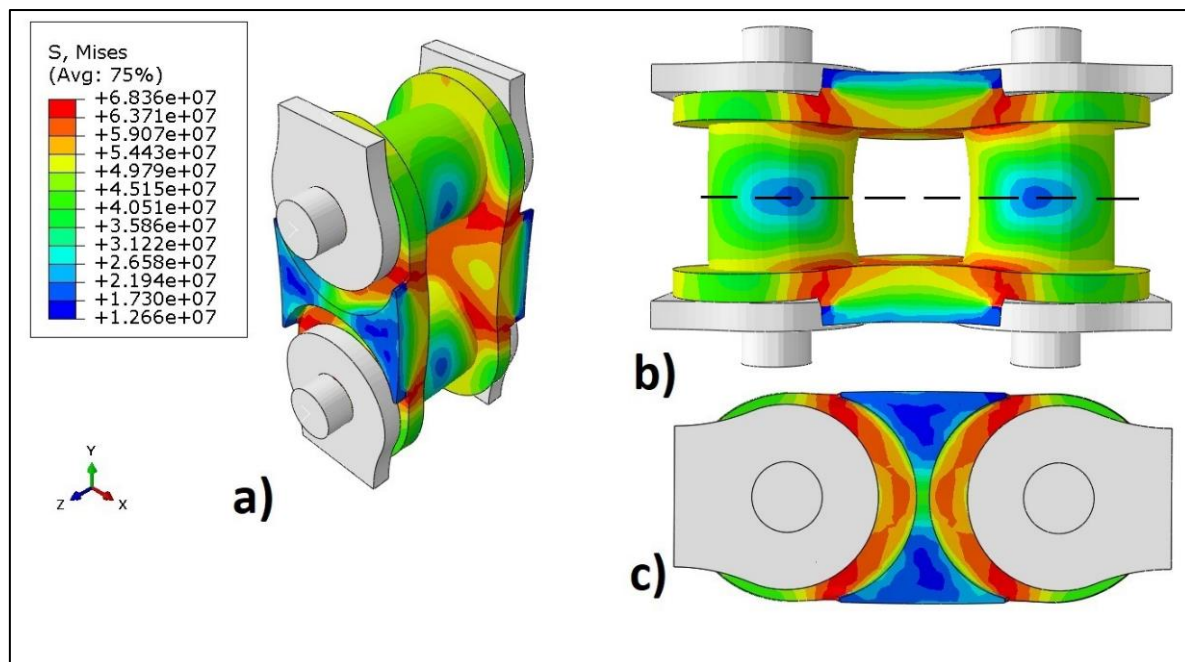


Figura 28. Distribución de esfuerzos para eslabón completo, donde: a) Vista isométrica, b) Vista en plano YZ, c) Vista en plano XY

Como se muestra en la Figura 28, la distribución de esfuerzos presenta un comportamiento simétrico en dos ejes diferentes. Con la finalidad de observar si es posible la reducción de la cantidad de elementos y el tiempo de cómputo del modelo discreto, se optó

por la realización de un modelo simétrico en el plano xy y posteriormente se comparó el resultado con el modelo completo.

La Figura 29 presenta la comparación entre ambos modelos y se observa que el comportamiento en ambos modelos es similar, lo cual confirma que es factible el realizar simétricamente los modelos obteniendo los mismos resultados. La finalidad de la simplificación del modelo es reducir el tiempo de cómputo necesario para la obtención de resultados.

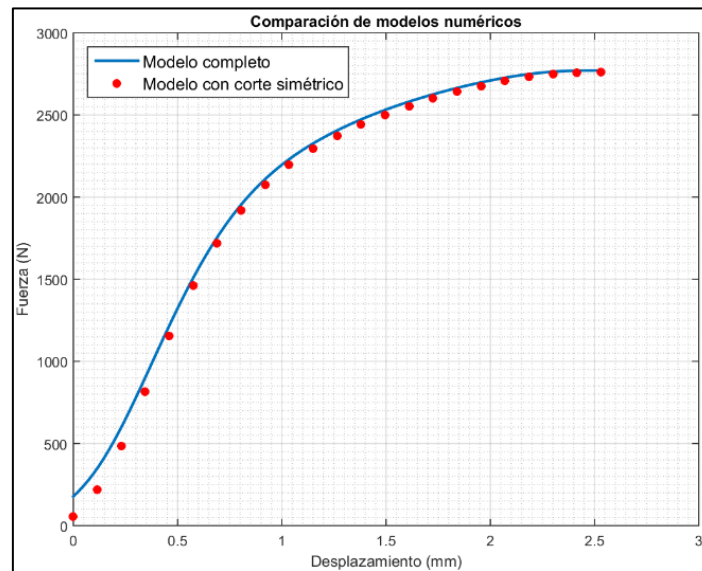


Figura 29. Comparación de modelos numéricos, completo y con un corte simétrico en el plano xy.

El modelo dinámico del acoplamiento y el correspondiente al impacto se realizaron con un corte simétrico en el plano xy bajo condiciones máximas propuestas por el fabricante. El fabricante recomienda que las condiciones de operación a las que sea sometida la cadena no sobrepasen lo mostrado en la Tabla 4.

La Figura 30 muestra la cadena con 6 elementos plásticos utilizada para las pruebas experimentales y el modelo discreto de la cadena con 2 elementos plásticos con los cuales se obtuvieron resultados numéricos. El modelo discreto se realiza con un corte simétrico en el plano xy como se describe en la Figura 28. El eslabón externo en el cual se aplica la fuerza de tensión presenta un corte simétrico en el plano yz, con la finalidad que en la cara plana del corte sea aplicada la fuerza de tensión del sistema. En el modelo discreto, los pernos y los eslabones externos se definen como un cuerpo rígido, esto debido a que el material que presentan estos elementos tiene un módulo de elasticidad mayor con respecto al del eslabón

interno, con esto se concluye que la mayor deformación se presentará en el elemento que presente menor rigidez debido al material. El definir un cuerpo como rígido permite la reducción del tiempo de cómputo del análisis debido a que las zonas de interés se presentan en el eslabón interno de la cadena.

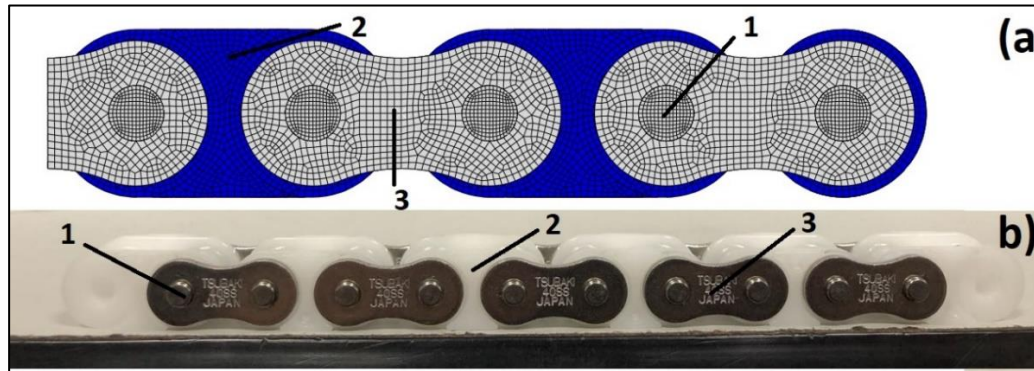


Figura 30. Comparativa de cadenas, donde: a) modelo discreto de la cadena con sus elementos, 1) Perno, 2) Eslabón externo, 3) Eslabón interno y b) cadena real con sus elementos, 1) Perno, 2) Eslabón externo, 3) Eslabón interno.

Para el modelo de la cadena, con base en sus especificaciones geométricas el fabricante recomienda la utilización de una catarina de 12 dientes. En la Figura 31 se muestra una catarina de acero, de 12 dientes, la cual sirvió como referencia para modelar una sección de catarina con 5 dientes para la simplificación del modelo discreto dinámico, esto debido a que el análisis representa el acoplamiento de 2 dientes de la catarina. Las medidas de la sección de la catarina corresponden a la catarina real.

Con base en lo descrito en la Figura 28, la catarina presenta un corte simétrico en el plano xy, es decir, presenta la mitad del espesor real.

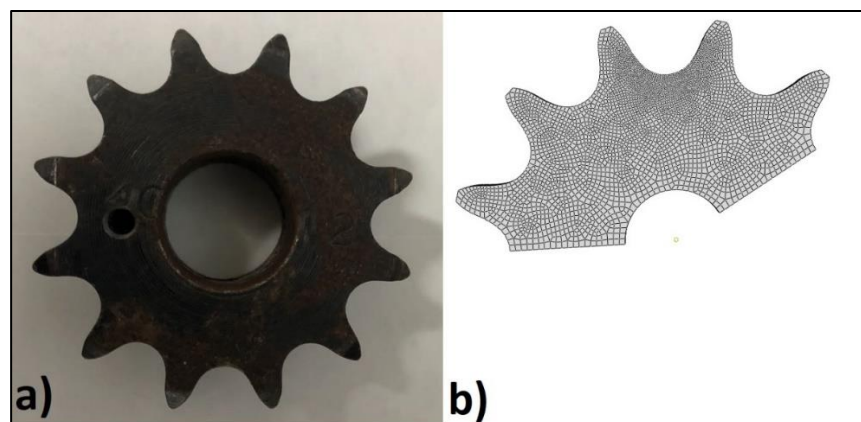


Figura 31. Comparativa de catarina, donde: a) catarina de 12 dientes real, b) representación de fracción de catarina real para modelo discreto.

La Figura 32 muestra en el acoplamiento entre la cadena y la catarina motriz de manera real y la representación del modelo discreto. Ambos precisan un instante antes a que el diente señalado (1) entre en contacto con el rodillo de la cadena. El modelo discreto presenta un corte simétrico en el plano xy y la catarina motriz es una fracción de la real, con 5 dientes.

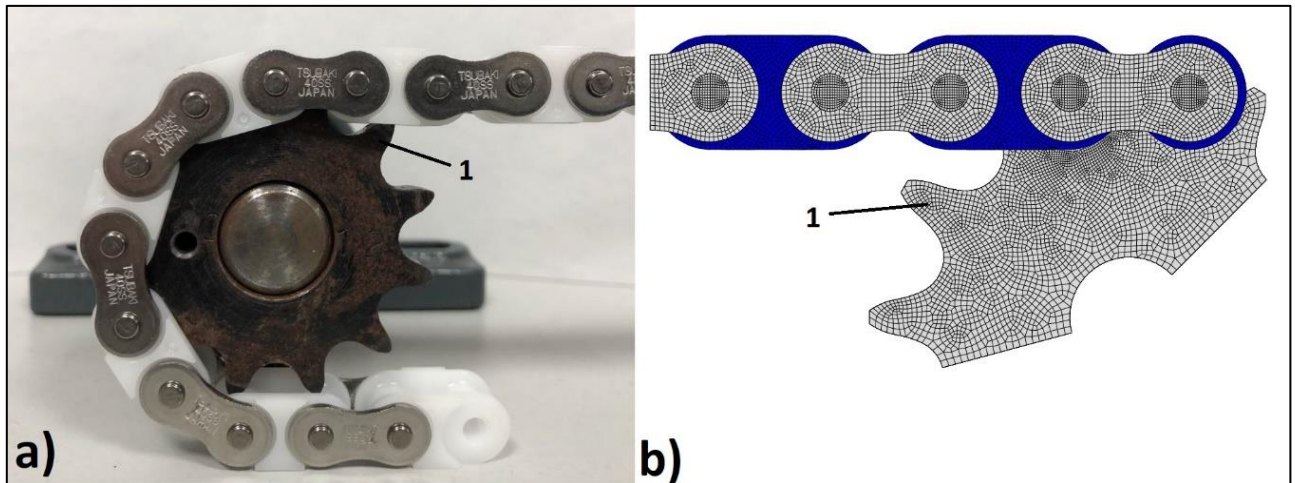


Figura 32. Comparativa de acoplamiento cadena-atarina, donde: a) atarina de 12 dientes real, b) representación de fracción de atarina real para modelo discreto con elementos de la cadena.

En la Figura 33 se presenta la gráfica obtenida del modelo numérico a tensión. En ella se muestra la relación existente entre la fuerza y el desplazamiento y se puede observar el comportamiento no lineal del material plástico “Derlin 100NC” cuyo módulo de elasticidad es de 2900 MPa utilizado por Martínez[19] en su investigación. Debido a la incertidumbre con respecto a las propiedades del material y a la falta de especificación del proveedor en relación con el material plástico y sus propiedades mecánicas, existe diferencia presente entre los resultados de la prueba experimental a tensión y numéricos con dicho material. Por ende, se prosiguió a simulaciones numéricas con diferentes tipos de Polyacetel (ver detalles en anex C).

Estos materiales muestran diferentes módulos de elasticidad, densidad y curva esfuerzo-deformación. En esta investigación se propuso el material “Derlin 500 AF” y “Derlin 500T” cuyos módulos de elasticidad son 2800 MPa y 2300 MPa respectivamente con la finalidad de encontrar una mayor proximidad entre los resultados obtenidos de las pruebas experimentales y numéricamente.

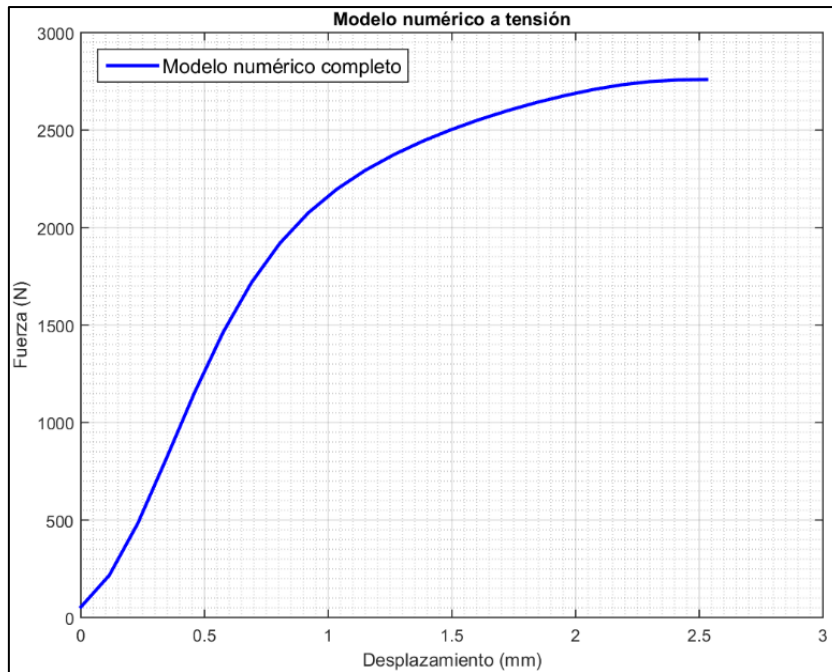


Figura 33. Gráfica de fuerza vs desplazamiento del modelo de tensión.

La Figura 34 muestra la comparación de las gráficas obtenidas experimental y numéricamente bajo las mismas condiciones de operación (desplazamiento de 2.6 mm) con las propiedades mecánicas del Polyacetal Derlin 500T.

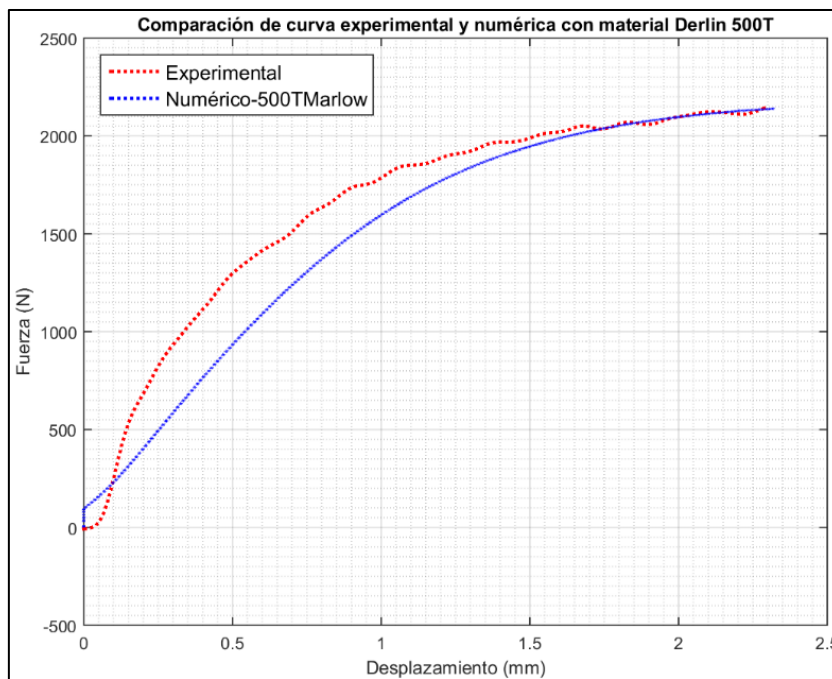


Figura 34. Comparación numérica y experimental.

En el Anexo C se presentan las comparaciones entre las gráficas obtenidas numéricamente para cada material y de la prueba experimental descrita en el capítulo 4. En la Figura 34 se observa una diferencia de aproximadamente 1.15% en el valor máximo de la fuerza a ese desplazamiento. La existente diferencia entre las curvas se atribuye al desconocimiento real del material plástico. Con base en los resultados obtenidos, se concluye que el Polyacetil Derlin 500T [47] es quien presenta una menor diferencia porcentual entre los resultados numéricos y los obtenidos de la prueba experimental a tensión, con respecto al “Derlin 100NC” [40] y “Derlin 500 AF” [48].

En los modelos numéricos que posteriormente se presentan se emplea como material plástico el Polyacetil Derlin 500T.

El acoplamiento generado a causa de la rotación de la catarina motriz es representado en el modelo dinámico como se describe en el capítulo 4. Ante el primer contacto causado por el acoplamiento entre el eslabón interno de la cadena y el diente de la catarina se genera una distribución de esfuerzos como se muestra en la Figura 35. En ella se aprecia que existen concentraciones de esfuerzos altas en el borde externo del orificio con respecto a las demás concentraciones del mismo elemento, esto se debe al contacto que se genera entre el eslabón interno de la cadena y el perno. Sin embargo, la concentración máxima de esfuerzos se encuentra en la parte posterior del elemento, esto en la zona de contacto entre el rodillo del eslabón interno de la cadena y el diente de la catarina, con un valor de 26.14 MPa.

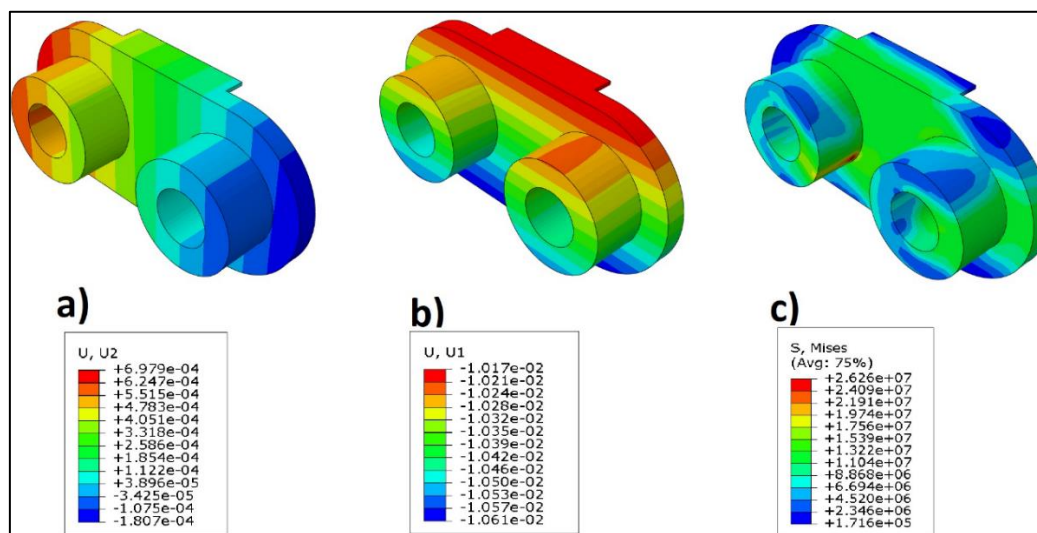


Figura 35. Eslabón interno, donde: a) Deformaciones en Y, b) Deformaciones en X, c) Distribución de esfuerzos (Von Mises).

El Anexo F describe la deflexión presente en el rodillo del eslabón interno de la cadena. Esta deflexión es provocada por la fuerza que genera el diente sobre el rodillo. Se muestra una diferencia porcentual entre el resultado numérico y el analítico del 6.7%.

La Figura 36 muestra los esfuerzos de contacto mayores generados en el eslabón interno de la cadena en el instante en que éste entra en contacto con el diente de la catarina motriz, estos ocurren entre el diente de la catarina y el rodillo del eslabón interno de la cadena. Se presenta con un valor de 66.7 MPa.

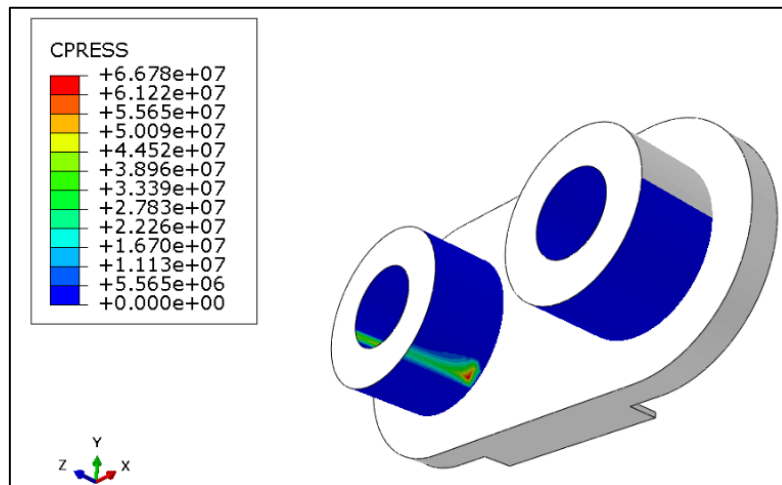


Figura 36. Esfuerzos de contacto entre el eslabón interno (plástico) y el diente de la catarina motriz.

En el instante que comienza el acoplamiento entre el eslabón interno de la cadena y la catarina, se genera una fuerza normal entre el rodillo del eslabón interno de la cadena y el diente de la catarina, la cual varía en función a la posición angular dada por la rotación de la catarina motriz. A su vez, el área de contacto también varía en función a la posición angular de la catarina motriz. Esta variación en función de la posición angular se presenta debido a que el primer diente de la catarina en entrar en contacto con la cadena ejerce una mayor fuerza, consecuentemente el segundo diente en entrar en contacto presenta una fuerza menor con respecto al primero [27]. Después de dar un giro de aproximadamente se genera el contacto entre el diente de la catarina y el rodillo del eslabón interno. Con base en esto, la fuerza de contacto a 5 grados de giro representa un valor de 97 N, aumentando este valor cuando la catarina presenta un giro de 10 grados, dando un valor de aproximadamente de 158 N. La variación del área de contacto con respecto de la posición angular de la catarina a 5 y 10

grados es $4.3 \times 10^{-6} m^2$ y $4.6 \times 10^{-6} m^2$ respectivamente. Con esto se observa que en el momento que se encuentre la mayor fuerza de contacto se presenta la mayor área de contacto.

La Figura 37 muestra la variación de la fuerza normal de contacto con respecto a la rotación de la catarina motriz en el primer rodillo acoplado. En ella se puede apreciar cómo aumenta y decrece según la posición angular que presenta la catarina motriz al giro sin perder el contacto entre el diente y el rodillo de la cadena. Se presenta una fuerza de 160 N al primer contacto producido.

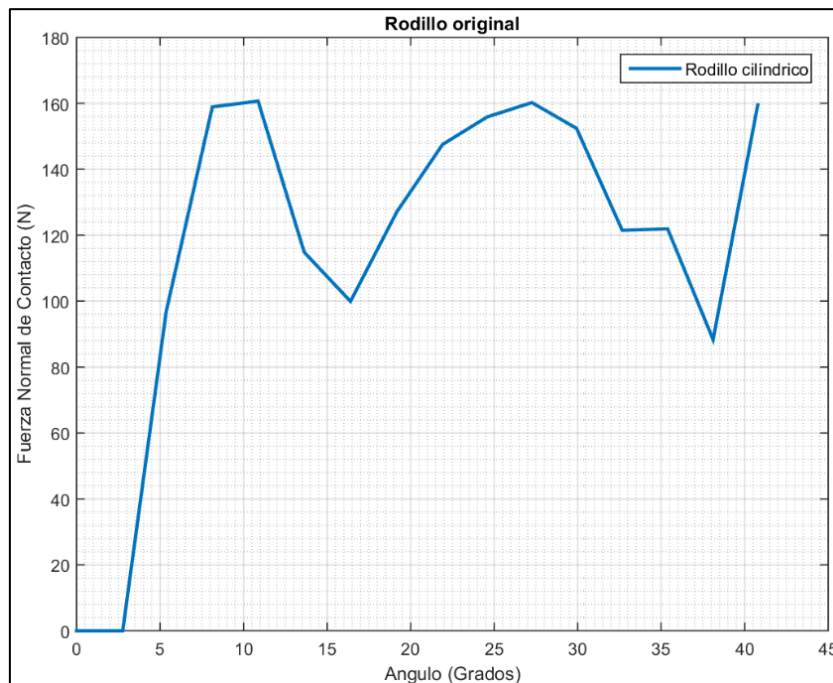


Figura 37. Variación de la fuerza de contacto en el acoplamiento en función del ángulo de giro.

La literatura menciona [27] que para el caso de un acoplamiento cadena-atarina, el primer elemento en acoplarse recibe una mayor fuerza normal en el contacto en comparación con los acoplamientos subsecuentes presentes en la rotación de la catarina motriz como se muestra en la Figura 38. En ella podemos observar que en el acoplamiento del segundo rodillo de la cadena se presenta con una fuerza menor a 80 N. Pasados 10 grados después del acoplamiento de ambos rodillos respectivamente, la fuerza normal del contacto para el primero rodillo presenta un valor de 160N, por el contrario, el segundo rodillo bajo las mismas condiciones después de su acoplamiento presenta un valor de aproximadamente 83 N.

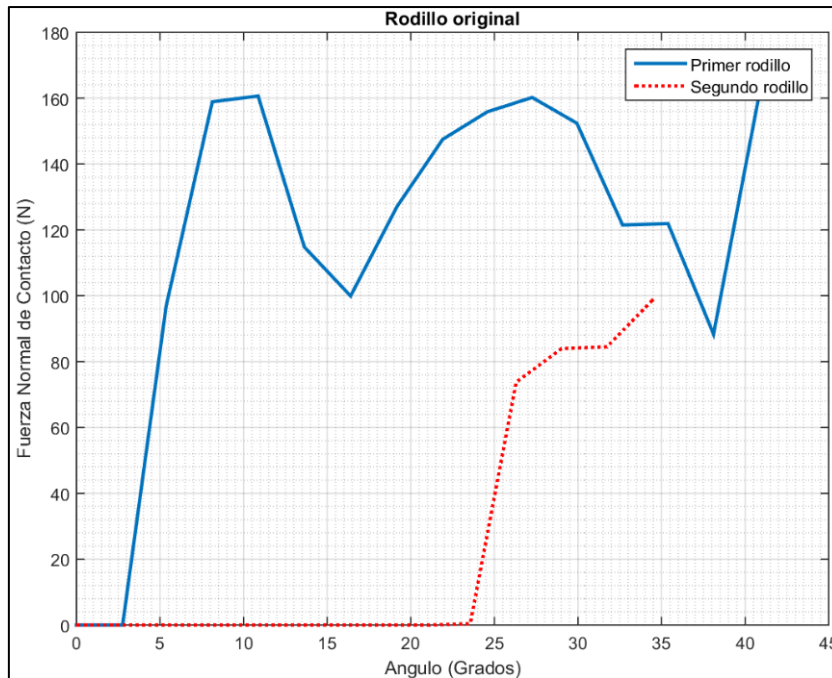


Figura 38. Comparación de fuerzas normal de contacto.

La Figura 39 muestra la variación del área de contacto precedida del acoplamiento entre el primer rodillo y el diente de la catarina motriz al girar de su posición original a 40 grados. La variación del área de contacto se genera debido a diversos factores, entre los cuales se destacan la geometría presente en el diente de la catarina. Esta geometría propicia que al estar en rotación la catarina la zona de contacto entre el diente y el rodillo se modifique. En la gráfica se muestra un contacto continuo, sin embargo, la zona de contacto no es continua. Aunado a esto, el desplazamiento existente entre el rodillo de la cadena y la catarina propicia este cambio en la zona de contacto.

La variación existente en la fuerza generada en el contacto cadena y catarina contribuye a que el área de contacto varíe con respecto a la rotación de la catarina, debido a que, aunque se plantea una fuerza de tensión inicial constante en la cadena, esta fuerza varía con respecto a los acoplamientos generados. Al igual que la fuerza de contacto, la fuerza de tensión en la cadena varía con respecto al primer contacto.

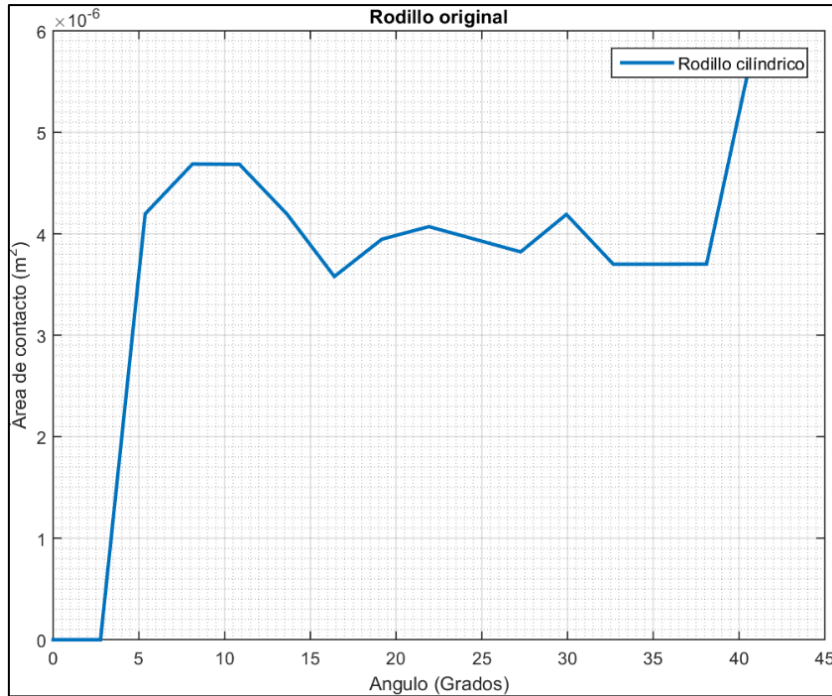


Figura 39. Variación de área de contacto.

Para tener un punto de referencia de los resultados, se aplicó la teoría de contacto de Hertz. Se realiza la comparación de los resultados numéricos obtenidos para el área de contacto consecuente al acoplamiento. Tomando la ecuación (11) descrita en el capítulo 3, se tiene:

$$a = \sqrt{\frac{2}{\pi} + \frac{m_1}{B} + \frac{m_2}{L}} \quad (4)$$

Donde el resultado para el ancho huella de contacto es:

$$a = 0.218 \text{ mm}$$

Teniendo como resultado numérico un área de contacto con valor de $4.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, en la zona mostrada en la Figura 40.

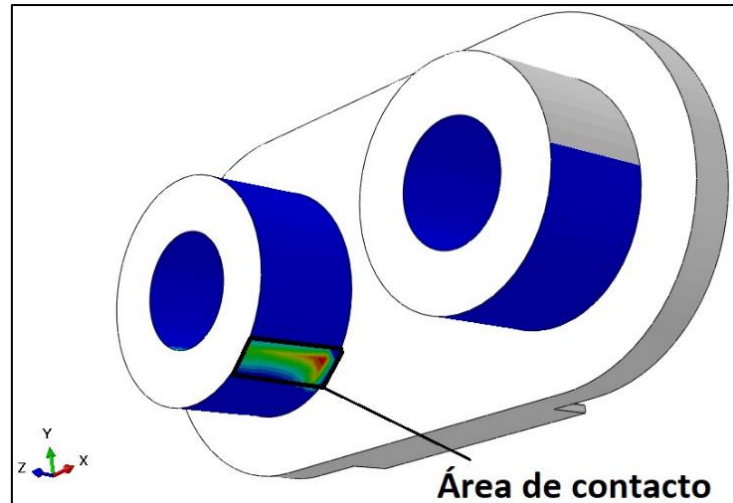


Figura 40. Zona de contacto.

Se obtiene el ancho de huella despejando la siguiente expresión:

$$A = 2a * L \quad (14)$$

Donde:

A = Área de contacto

a = ancho de huella de contacto

L = longitud del elemento

Obteniendo como resultado numérico para el ancho de huella:

$$a = 0.28 \text{ mm}$$

Se observa una diferencia porcentual de 22% entre ambos resultados. Teniendo como consideración que las ecuaciones de Hertz no incluyen la fricción en el sistema.

El segundo rodillo en entrar en contacto con un diente de la catarina motriz presenta una menor área de contacto con respecto al rodillo precedente. Esto debido a que con forme se acoplen los dientes de la catarina con los eslabones de la cadena la fuerza en el diente siguiente es menor a causa de los acoplamientos anteriores. Dicho fenómeno se presenta en Figura 41.

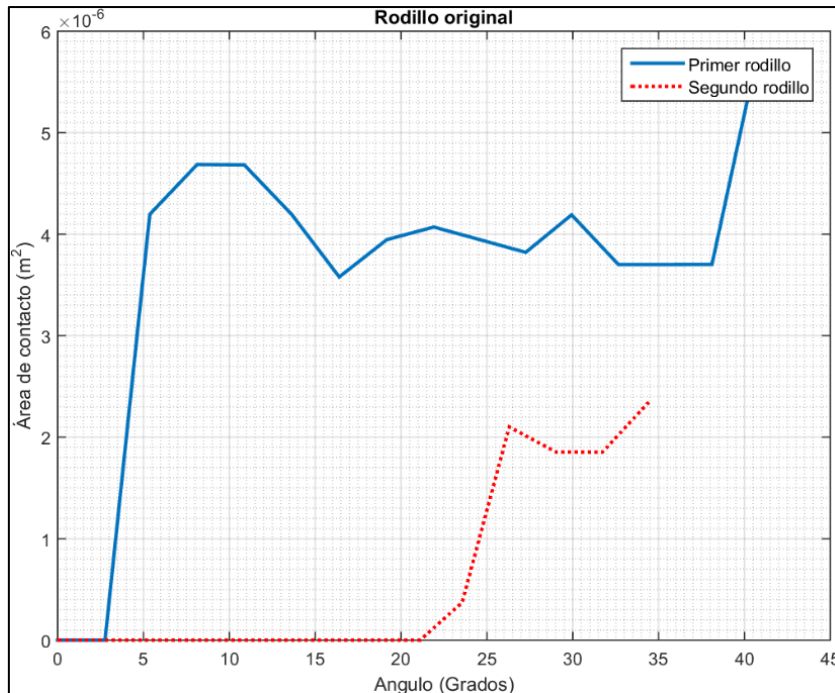


Figura 41. Comparación de áreas de contacto entre primer y segundo rodillo.

Considerando los resultados anteriores y como propuestas para atenuar la concentración de esfuerzos que se localizan en la zona de contacto producida por el eslabón interno de la cadena y el diente de la catarina motriz, se propuso un cambio de geometría del llamado rodillo (eslabón interno). Consistió en una geometría base tipo barril con medidas mostradas en la Tabla 5 (ver capítulo 3). De la misma manera una propuesta de reducción de diámetro mostrado en la Figura 16 (ver capítulo 3) con la finalidad de realizar una disminución en la rigidez del elemento plástico y de igual manera modificar la zona de contacto.

La rigidez de un elemento depende de algunos parámetros como se presentó en el capítulo 3. Con base en esto y con la finalidad de realizar un cambio de rigidez en el elemento plástico se propusieron los cambios geométricos mencionados en el párrafo anterior. Un cambio de rigidez representa que el elemento sea más flexible con respecto al elemento original, esto permite modificar la zona de contacto entre el rodillo de plástico y el diente de la catarina motriz. Por lo tanto, la modificación geométrica, causa cambios en los esfuerzos de contacto entre elementos.

El rodillo tipo barril tiene una distribución de esfuerzos como se muestra en la Figura 42 con un valor máximo de 16.36 MPa. La zona con mayor concentración de esfuerzos en el elemento se presenta en el borde externo del orificio, en donde existe contacto con el perno.

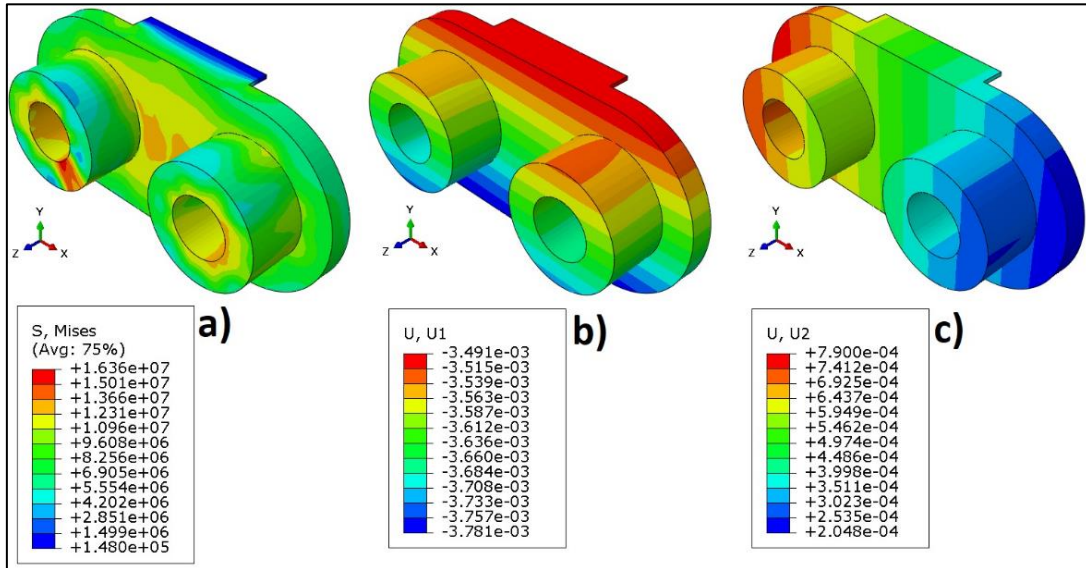


Figura 42. Distribución de esfuerzos para el rodillo tipo barril.

En la Figura 43 se muestra la presión de contacto generada en el instante del acoplamiento entre el primer diente de la catarina motriz y el rodillo tipo barril. El valor de esta presión de contacto es de 49.14 MPa. La variación existente en la presión de contacto en el rodillo sin cambio geométrico y el rodillo tipo barril es debido a que se modifica la zona de contacto entre el elemento y el diente de la catarina, como se describe en el capítulo 2.

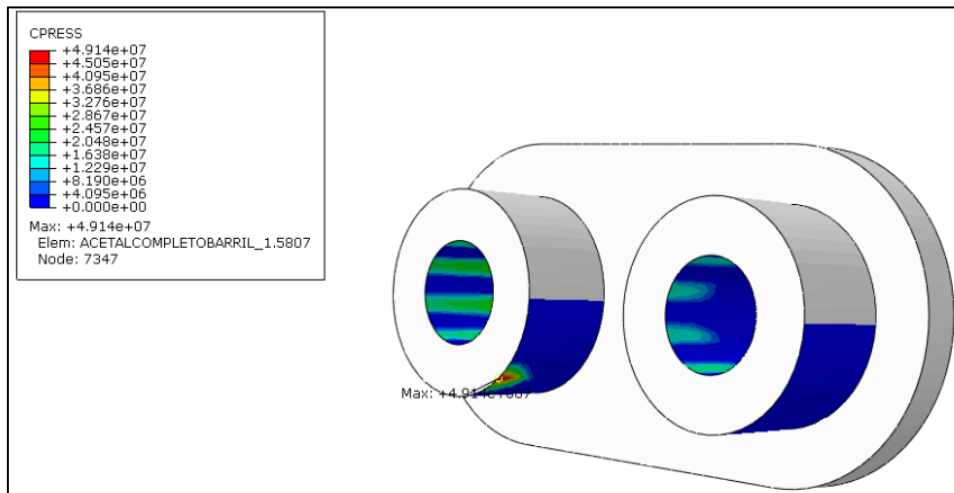


Figura 43. Presión de contacto en elemento tipo barril.

La Figura 44 presenta la distribución de esfuerzos en el eslabón interno de la cadena. Esta distribución se suscita en el instante del contacto del rodillo con el diente de la catarina. El eslabón interno tiene una reducción de 0.3 mm de radio externo del rodillo. Se observa que el esfuerzo máximo en el elemento es de 25.03 MPa y se encuentra en la zona donde ocurre el acoplamiento, es decir, la parte del rodillo.

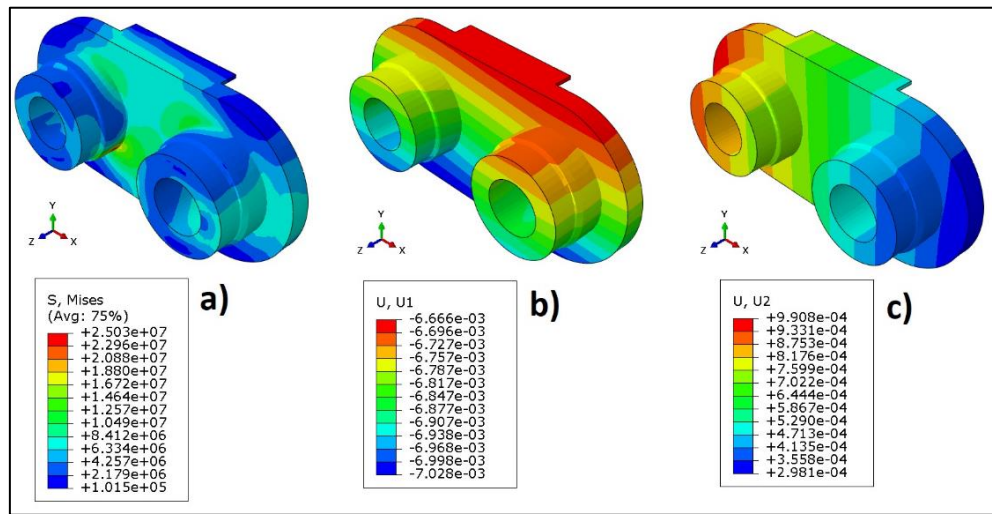


Figura 44. Distribución de esfuerzos de geometría modificada con 0.3 mm de radio externo, donde: a) distribución de esfuerzos (Von Mises), b) desplazamientos en X, c) desplazamientos en Y.

La presión de contacto generada en el instante del acoplamiento resulta ser de una magnitud de 44.6 MPa como se observa en la Figura 45. Esto se debe a que con la reducción del radio externo del rodillo se modifica el área de contacto entre éste y el diente de la catarina. El área se reduce con respecto a la del rodillo sin cambio geométrico.

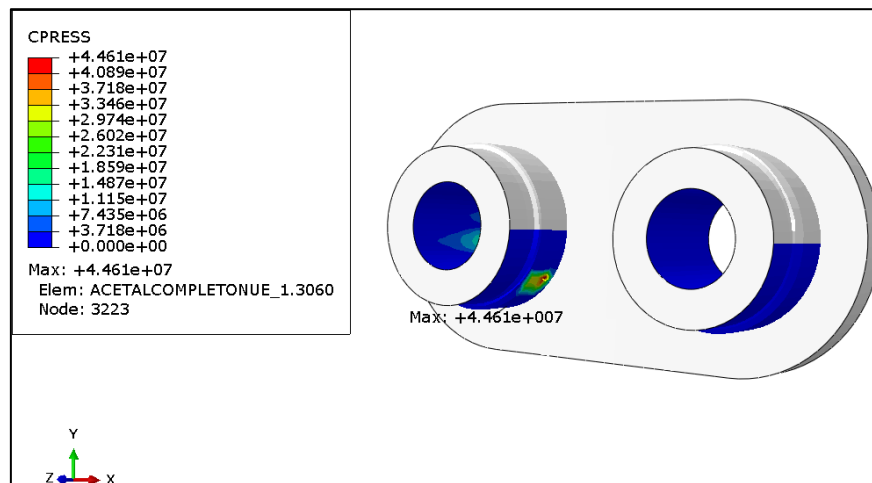


Figura 45. Presión de contacto en el rodillo con modificación de 0.3 mm de radio externo.

En la Figura 46 se presenta la variación de la fuerza normal en el contacto rodillo y diente de la catarina motriz con respecto a la rotación de ésta. En la gráfica se muestra una fuerza máxima de 150N consecuente del primer contacto producido.

Se observa que la fuerza aumenta y disminuye sin llegar a cero, esto se debe a que a lo largo de la transmisión no se pierde el contacto entre el rodillo y el diente de la catarina hasta que se presenta un giro de 180 grados.

El contacto debido al acoplamiento comienza después de los 15 grados de rotación de la catarina motriz.

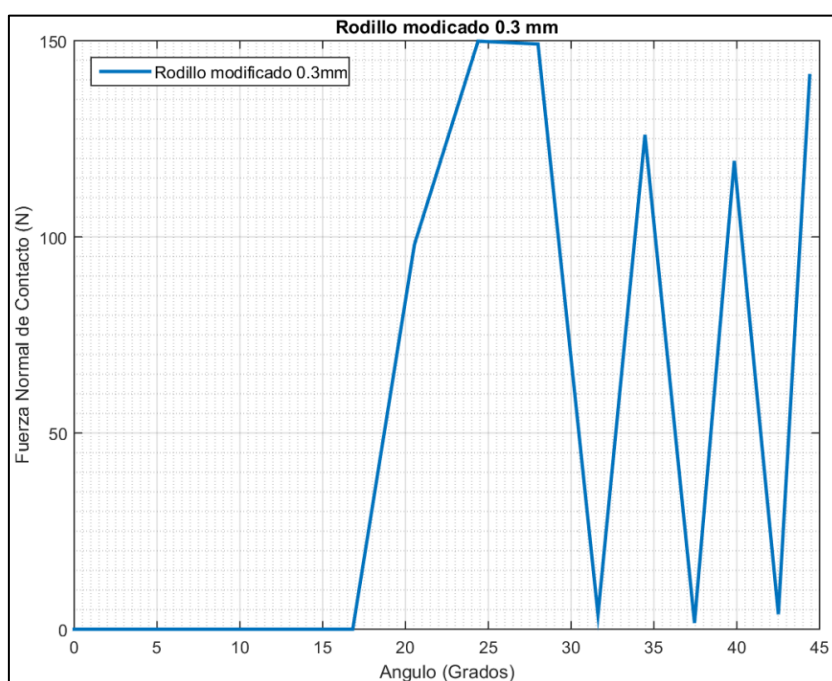


Figura 46. Variación de la fuerza normal del contacto en el rodillo con modificación de 0.3 mm de radio externo.

En la Figura 47 se presenta la variación del área de contacto entre el rodillo y diente de la catarina motriz con respecto a la rotación de ésta. El área de contacto presenta un carácter similar a la variación de la fuerza de contacto mostrado en la Figura 46.

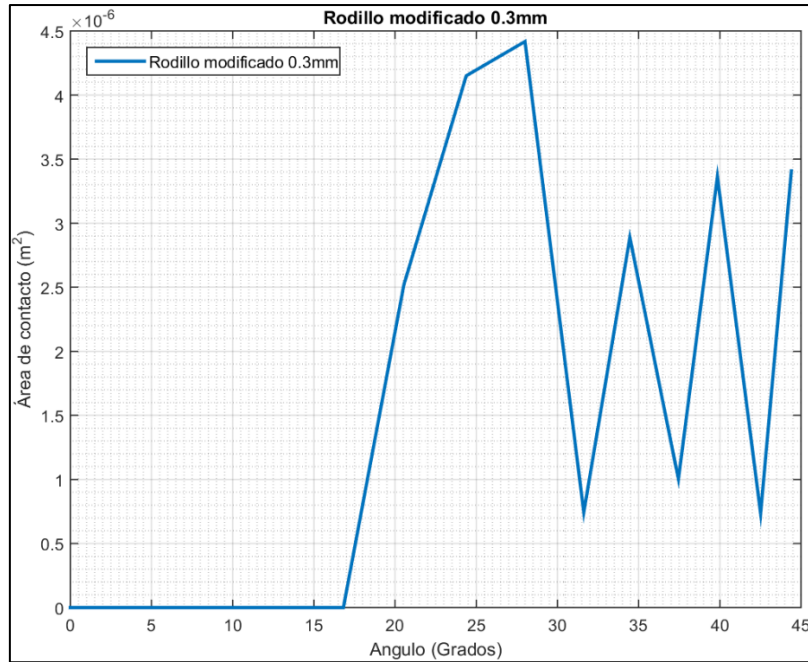


Figura 47. Variación del área de contacto en el rodillo con modificación de 0.3 mm de radio externo.

En la figura Figura 48 se presenta la distribución de esfuerzos en el elemento con modificación de 0.1mm de radio externo. Justo en el momento del primer contacto producido por el acoplamiento con el diente de la catarina motriz. En este instante se presenta un esfuerzo máximo de 24.39 MPa. El esfuerzo máximo se presenta en el borde del orificio en el que se acopla el perno al eslabón interno.

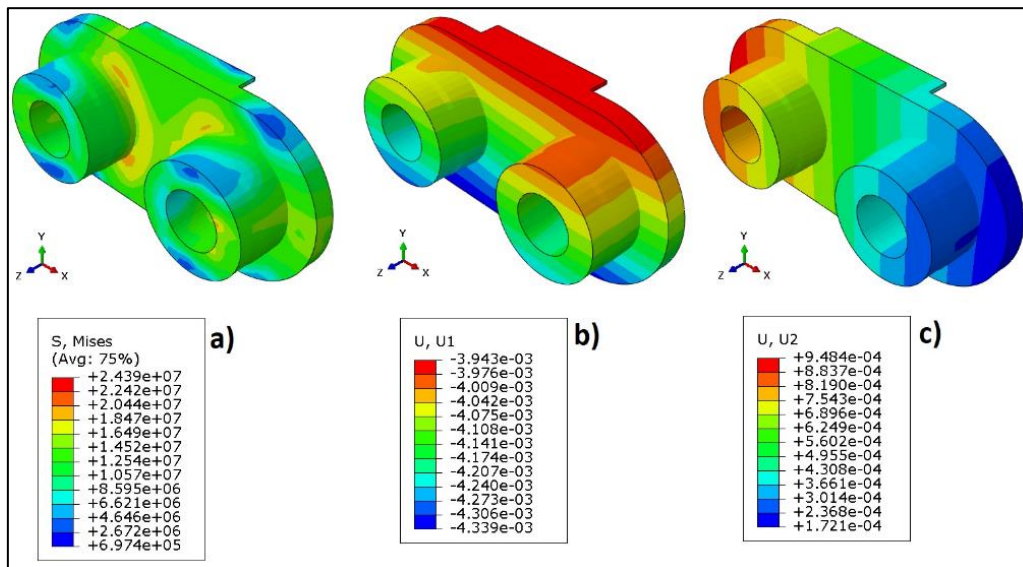


Figura 48. Resultados obtenidos de modelo modificado con reducción de 0.1 mm de radio externo, donde: a) distribución de esfuerzos, b) desplazamientos en X, c) desplazamientos en Y.

La comparación de los resultados para las condiciones geométricas propuestas de; rodillo tipo barril, rodillos con reducción de radio externo y rodillo cilíndrico original se muestran en la Tabla 6. En ella se presentan los esfuerzos obtenidos, el área y la fuerza de contacto. Los resultados presentados son al instante del acoplamiento entre el diente de la catarina motriz y el primer rodillo en cada caso particular.

Tabla 6. Resultados de esfuerzos para el eslabón interno.

| Condición | Resultados en el eslabón interno | |
|-------------------|----------------------------------|---------------------------|
| | Esfuerzo de Von Mises [MPa] | Presión de contacto [MPa] |
| Original | 26.14 | 66.7 |
| Barril | 16.36 | 49.14 |
| Modificado 0.1mm | 24.39 | 65 |
| Modificado 0.3mm | 25.3 | 44.61 |
| Modificado 0.5 mm | 30.5 | 98.97 |

De los resultados anteriores se muestra que existe una disminución en el esfuerzo global. Para el caso de la geometría tipo barril un decremento de 37% con respecto de la geometría original. Para el caso de la geometría con cambios de radio externo existe un decremento de 3% con respecto a la geometría original.

En lo que respecta a la presión de contacto generada al instante del primer acoplamiento rodillo-diente, se observa disminución en los valores. En el caso del rodillo tipo barril existe un decremento de 52% en el valor de este esfuerzo de contacto. Para el caso del rodillo con reducción de diámetro de 0.3 mm existe un decremento del 55%. El elemento con mayor reducción de radio externo con respecto al original presenta un menor decremento en la presión de contacto, esto debido al cambio de rigidez presente en el sistema. Los esfuerzos máximos de contacto se presentan para todos los casos en la zona en la cual el diente de la catarina se acopla con el rodillo de la cadena.

La disminución de los valores de esfuerzos se debe al cambio de rigidez presente en el sistema. Este cambio de rigidez se propicia al modificar geoméricamente el rodillo del eslabón interno de la cadena. Los cambios geométricos influyen en la rigidez de contacto

existente entre los elementos. La zona de contacto cambia debido la rigidez de contacto, lo cual conlleva a tener una mayor o menor presión en la zona de contacto. De igual manera, el área de contacto varía respectivamente con el cambio de la zona de contacto.

Los cambios geométricos propuestos permiten la disminución de la rigidez del eslabón interno y, por tanto, el cambio en la rigidez de contacto entre elementos. Este cambio da como resultado la disminución de los esfuerzos y presiones de contacto.

Los resultados experimentales de la prueba de rotura a tensión de la cadena con seis elementos de plástico se muestran en la Figura 49. En ella se puede observar que el fallo de la cadena se presenta en el segundo eslabón interno, tomando como referencia la sujeción proporcionada por la mordaza de abajo. La rotura se presenta en el eslabón cuya rigidez es menor en el elemento.

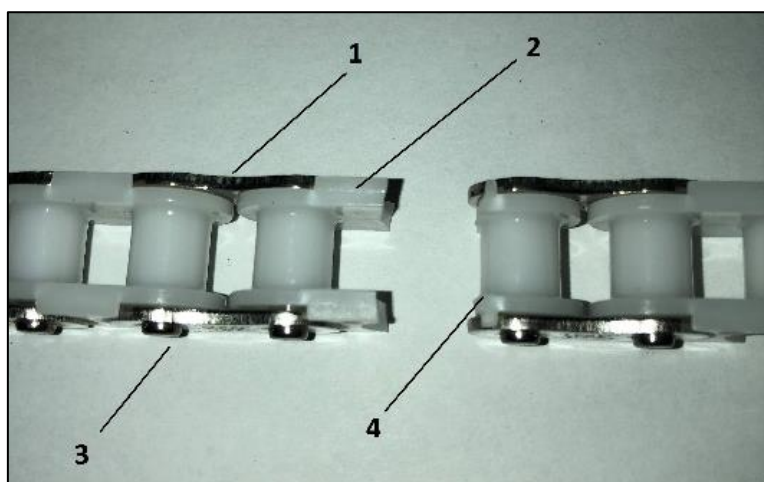


Figura 49. Rotura del elemento de la cadena, donde: 1) Eslabón externo, 2) Eslabón interno, 3) Perno, 4) Zona de rotura.

Para la realización de estas pruebas fue necesaria la elaboración de dos placas cuya función fue de mejorar la sujeción entre la cadena y las mordazas de la máquina universal de ensayos. El plano de estas placas se presenta en el Anexo E. En el capítulo 3 se describe el montaje de la cadena utilizando las placas de sujeción.

La gráfica presente en la Figura 50 muestra la relación existente entre la fuerza y el desplazamiento en la prueba experimental de rotura para la cadena de 6 elementos plásticos. En ella se observa el comportamiento no lineal del material y la fuerza necesaria para que el elemento falle. Esta fuerza tiene un valor aproximado de 2040 N y presenta un desplazamiento

de 14.4 mm. Este desplazamiento incluye los cambios de la cadena, es decir, los ajustes presentes debido a la existencia de claros entre los elementos, de igual manera las tolerancias existentes, después de esto, también está considerado el propio cambio del elemento debido a la fuerza de tensión aplicada.

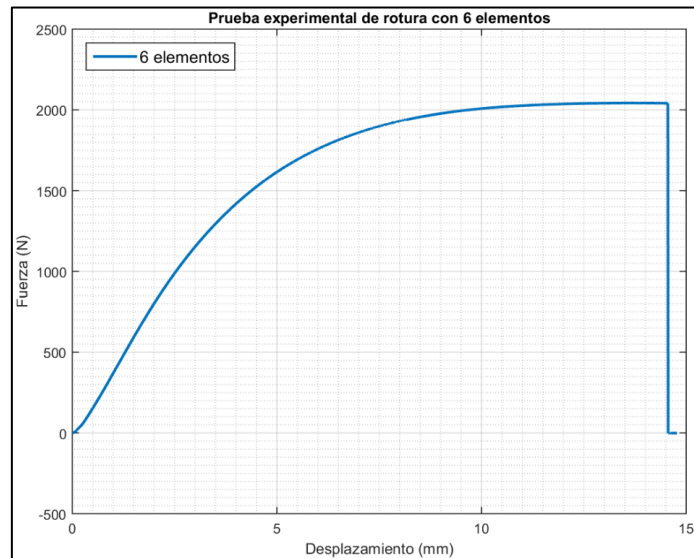


Figura 50. Gráfica de rotura para cadena de 6 elementos plásticos.

La Figura 51 muestra la gráfica fuerza-desplazamiento obtenida en la prueba de rotura para un elemento de plástico. En ella se observa que el elemento falla a 3.7 mm de desplazamiento con una fuerza de 2140 N.

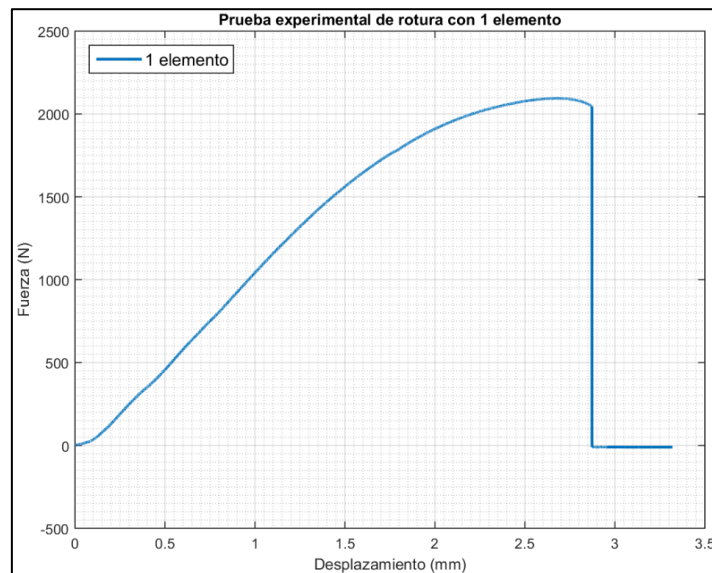


Figura 51. Gráfica de rotura de 1 elemento.

La Figura 52 muestra la zona mayor de concentración de esfuerzos en donde se produjo la fractura del elemento. Esta rotura se presenta en la zona cercana al cambio de sección, la razón de este fenómeno es la menor rigidez existente en la placa intermedia en la cual se produce la fractura con respecto a los rodillos del eslabón interno. De igual manera, se realizaron pruebas a tensión con diferentes configuraciones detalladas en el Anexo B.



Figura 52. Rotura de un elemento.

La Figura 53 presenta la distribución de esfuerzos en el eslabón de plástico sometido a tensión. En ella se muestra una mayor concentración de esfuerzos en la zona de cambio de sección. En la prueba experimental, dicha zona es la que presenta rotura en el elemento. Esta falla se presenta en una zona con cambio de sección en el elemento. Dicha zona presenta una menor rigidez con respecto a la rigidez que aportan los rodillos al elemento de plástico.

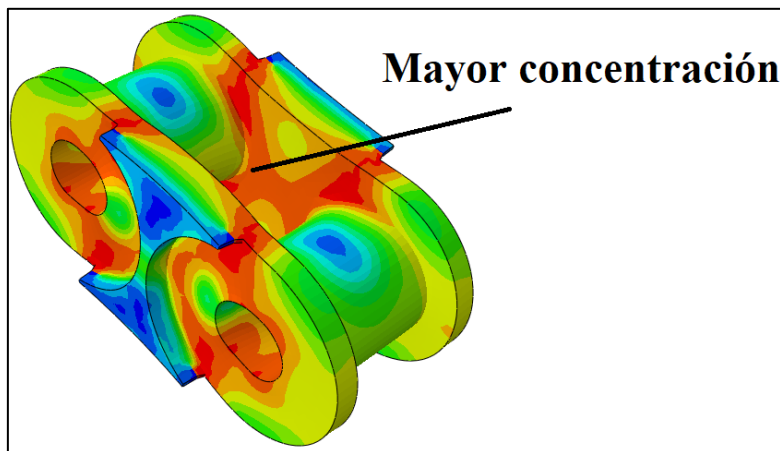


Figura 53. Distribución de esfuerzos del elemento a tensión.

Para la obtención de frecuencias naturales se realizaron modelos discretos los cuales se describen con detalle en el capítulo 3. Parte de los resultados numéricos obtenidos de los diferentes modelos discretos de frecuencias naturales se muestran en la Tabla 7, para ver con mayor detalle los resultados ver Anexo G.

La Tabla 7 compara algunas de las frecuencias naturales presentes en cada uno de los modelos presentados en el capítulo 3. El modelo 1 corresponde a un eslabón interno, el modelo 2, consta de un eslabón interno y 4 eslabones externos; el modelo 3 corresponde a un eslabón interno y dos pernos. De esta manera se puede observar que el modelo 2, descrito en el capítulo 3 presenta frecuencias naturales con menor magnitud con respecto a los demás modelos.

Tabla 7. Resultados numéricos de frecuencia natural.

| Modelos con elemento plástico | | | Modelos con elementos de metal | | |
|-------------------------------|------------------|------------------|--------------------------------|------------------|------------------|
| Modelo 1 (Hz) | Modelo 2 (Hz) | Modelo 3 (Hz) | Modelo 1 (Hz) | Modelo 2 (Hz) | Modelo 3 (Hz) |
| 247.74 | 59.201 | 140.3 3 | 932.8 | 213.08 | 809.57 |
| 257.83 | 90.302 | 168.36 | 999.07 | 213.51 | 851.01 |
| 347.92 | 97.854 | 344.15 | 1321.9 | 231.40 | 1418.1 |
| 430.63 | 106.27 | 366.01 | 1631.4 | 292.92 | 1687.6 |

Las frecuencias naturales obtenidas de este análisis revelan que el modelo 3 el cual consiste en un eslabón interno y dos pernos tiene mayores frecuencias que el modelo 2. Teniendo estos modelos como similitud la presencia de un eslabón interno, se deduce que los pines presentan mayor influencia en la frecuencia natural con respecto a los eslabones externos. Estos resultados mantuvieron la tendencia de que el modelo 3 tuviese mayores frecuencias naturales contemplando el eslabón interno de la cadena como elemento metálico.

A continuación, se presenta en la Figura 54 el modelo discreto de la cadena y 2 de sus frecuencias naturales para las tensiones de 100, 200, 300 y 400 N.

Tabla 8. Resultados numéricos de frecuencia natural para modelo con 9 elementos plásticos.

| Modelo con 9 elementos plásticos. | | |
|-----------------------------------|-------------------------|-------|
| Fuerza de tensión (N) | Frecuencia Natural (Hz) | |
| 100 | 58.17 | 62.96 |
| 200 | 58.98 | 63.87 |
| 300 | 59.77 | 64.77 |
| 400 | 60.55 | 65.65 |
| 500 | 61.30 | 66.51 |

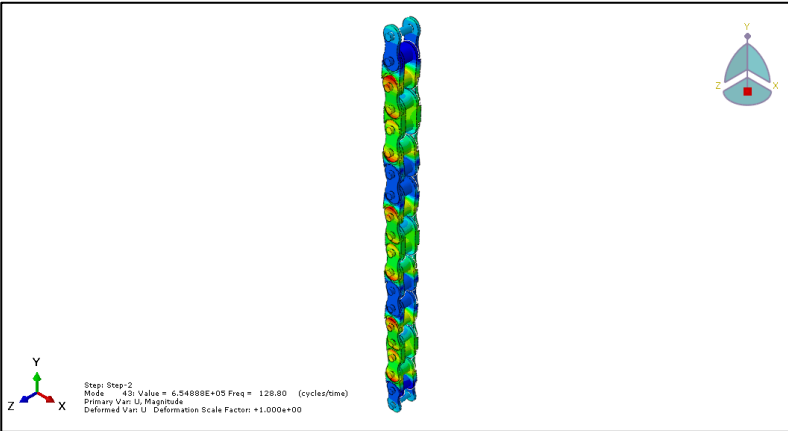
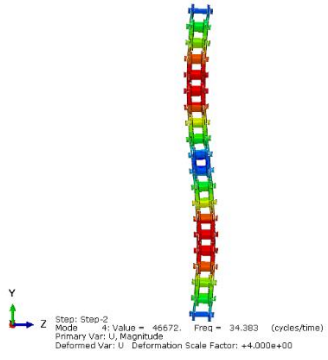
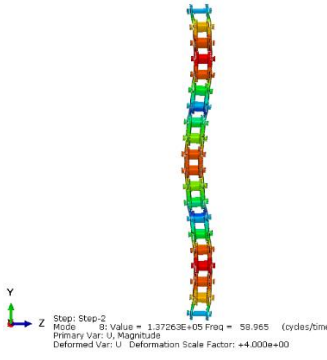
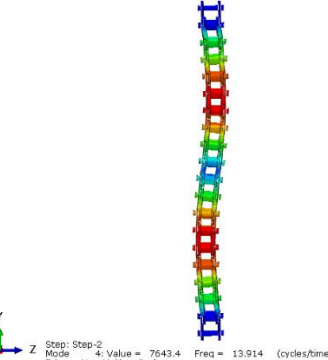
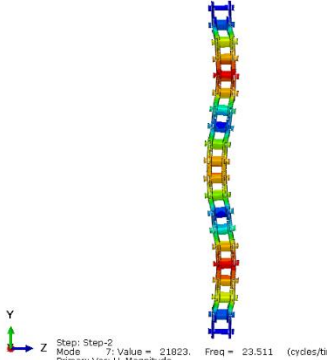


Figura 54. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos.

La expresión para obtener la frecuencia natural relaciona la rigidez y la masa del sistema como se describe en el capítulo 2. Al modificar alguno de estos parámetros, la frecuencia natural cambia. Con base en los resultados presentados en la Tabla 8 y tomando en cuenta que al sistema no se le agrega ni resta masa se concluye que la variación de la frecuencia natural está dada directamente al aumento de la fuerza de tensión. Aumentar la fuerza de tensión en el sistema, propicia que su rigidez aumente. El cambio de la rigidez geométrica se presenta debido a que la fuerza de tensión en el sistema provoca que exista una variación en la longitud de elemento. Para que no se presente una variación en el volumen del elemento al cambiar su longitud, es preciso que el área de la sección transversal se vea afectada. El disminuir el área de la sección transversal, propicia que la rigidez geométrica del elemento aumente. Por lo tanto, a mayor precarga, mayor será la rigidez en el sistema y por lo tanto mayor la frecuencia natural, como lo muestran los resultados de las pruebas experimentales.

De igual manera, se realizó un modelo numérico del sistema con 9 eslabones internos de la cadena considerándolos elementos metálicos con precarga de 400N. De esta manera se observó la variación de la frecuencia natural debido a la rigidez del material. La Tabla 9 muestra la comparación del sistema con elementos de plástico y elementos de metal (ver detalles en anexo H).

Tabla 9. Comparación de frecuencias naturales para sistema con elementos de plástico y elementos de metal.

| | | Modos | |
|-------------------------------------|-------------|--|--|
| Eslabón interno de metal. | |  |  |
| Frecuencias naturales (Hz) | Modo | | |
| 34.38 | 4 | | |
| 58.96 | 8 | | |
| Eslabón interno de plástico. | |  |  |
| Frecuencias naturales (Hz) | Modo | | |
| 13.91 | 4 | | |
| 23.51 | 7 | | |

En la Tabla 10 se muestran las frecuencias naturales obtenidas mediante los modelos numéricos descritos en el capítulo 3. En ella se observa que el modelo con reducción de radio de 0.3 mm tiene una menor frecuencia natural con respecto al modelo con el eslabón interno original. Esto se debe a que el cambio geométrico presente en el eslabón interno modifica la rigidez del elemento.

Tabla 10. Comparación de frecuencias naturales.

| Modelo Número de frecuencia | Modelo con eslabón interno de plástico original (Hz) | Modelo con reducción de radio externo de 0.3 mm (Hz) | Modelo con eslabón interno de metal original (Hz) | Modelo con reducción de radio externo de 0.3 mm (Hz) |
|-----------------------------------|---|---|--|---|
| 1 | 247.74 | 247.53 | 931.8 | 932.8 |
| 2 | 430.63 | 425.1 | 1631.4 | 1612.8 |
| 3 | 493.32 | 489.62 | 1879.7 | 1867 |

Con base a los resultados mostrados en la Tabla 10, se obtuvo la rigidez del elemento de cada modelo. Esto con la finalidad de conocer el porcentaje de la variación de la rigidez del elemento.

Despejando de la ecuación 20, se obtiene:

$$k = w_n^2 * m$$

Donde,

Wn = frecuencia natural del sistema.

m = masa del sistema.

Para conocer la masa del eslabón interno, se procedió a pesar el elemento, dando como resultado que la masa del eslabón interno original de la cadena es de 2 g. Para lo que respecta a la masa del elemento con reducción de 0.3 mm de radio externo se calculó teniendo en cuenta su densidad y volumen, dando como resultado 1.87 g. Entonces:

$$k = 247.2^2 * 2 \times 10^{-3}$$

$$k = 122.21 \text{ N*m}$$

Para el elemento con reducción de 0.3 mm de radio externo tenemos:

$$k = 247.53^2 * 1.87 \times 10^{-3}$$

$$k = 114.57 \text{ N*m}$$

Esto representa una diferencia de 6.25% entre las rigideces de uno y otro elemento de plástico con lo que respecta a la primera frecuencia natural con forma modal flexionante.

El modelo discreto de impacto descrito en el capítulo 3, se realiza con la finalidad de observar la variación de la fuerza de impacto. Esto sometiendo el sistema a diferentes fuerzas de tensión.

En la Figura 55 se muestran los resultados obtenidos numéricamente de la fuerza que se genera al impactar el rodillo con el diente de la catarina bajo diferentes cargas de tensión.

Esto permite observar la variación que existe en la magnitud de la fuerza de impacto con respecto a la precarga a la cual se somete el sistema. Teniendo como única variación en el sistema la fuerza tensión, se concluye que, a una mayor precarga, una mayor fuerza de impacto. Esto se debe a que el aumentar o disminuir la precarga en el sistema, modifica de igual manera su rigidez.

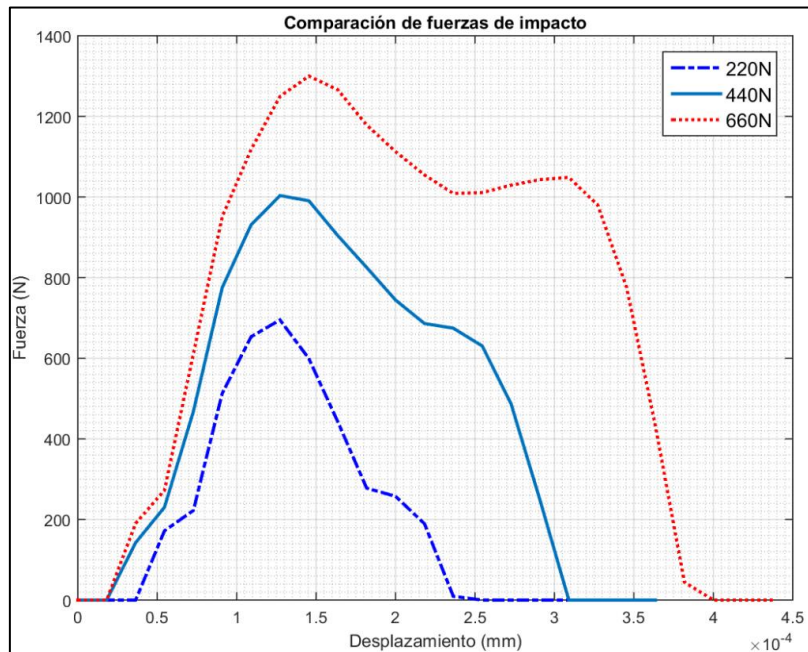


Figura 55. Comparación de fuerzas normales de contacto a diferentes tensiones

La tabla # presenta las fuerzas resultantes del modelo discreto de impacto con el sistema sometido a diferentes fuerzas de tensión.

Tabla 11. Fuerzas de impacto para diferentes fuerzas de tensión.

| Fuerza de tensión (N) | Fuerza de impacto (N) |
|--------------------------|--------------------------|
| 220 | 700 |
| 440 | 1000 |
| 660 | 1300 |

Teniendo como conclusión que el aumentar la fuerza de tensión en el sistema, aumenta la fuerza de impacto entre elementos, se someten los elementos con cambios geométricos a condiciones de impacto. El rodillo original, tipo barril y el rodillo con reducción de 0.3 mm de radio externo se someten a un impacto con un diente de la catarina motriz bajo las mismas condiciones de carga de tensión y velocidad angular descritas en el capítulo 3.

La gráfica presente en la Figura 56 muestra la comparación de la fuerza que se genera debido al primer contacto existente entre el rodillo del eslabón interno de la cadena y el diente de la catarina motriz. Esto para la geometría original, el rodillo tipo barril y el rodillo con reducción de 0.3 mm de radio externo.

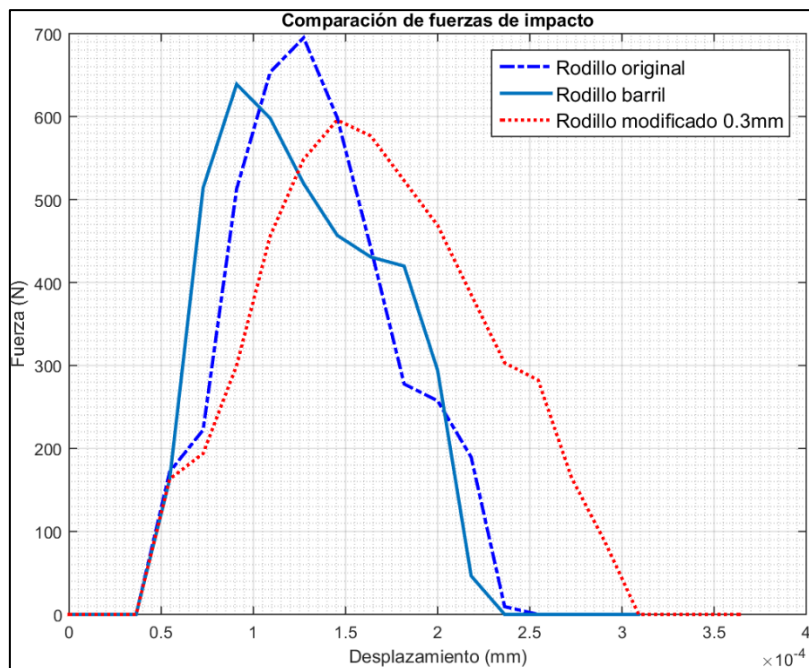


Figura 56. Fuerza producida en el acoplamiento

En la Figura 56 se observa que el rodillo original alcanza una fuerza de 694 N, mientras que el rodillo tipo barril muestra 598 N de fuerza debido al impacto. Por el contrario, el rodillo modificado presenta una disminución del 14% con respecto al rodillo original, esto quiere decir, una fuerza de 595N. La disminución de la fuerza de impacto en los elementos se debe a la reducción de la rigidez en ellos causada por el cambio geométrico.

4.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos por medio de las simulaciones numéricas del modelo cuasi estático a tensión muestran la simetría existente en 2 planos (XY y YZ) y la viabilidad de la realización de modelos con cortes simétricos descritos anteriormente en la Figura 28 (ver capítulo 4). Debido a esto se logra la simplificación del modelo discreto y con esto la reducción del tiempo de cómputo sin tener variaciones en los resultados del modelo.

La prueba experimental a tensión se realizó para conocer y observar el comportamiento del material. Con base en los resultados de la prueba experimental a tensión de un eslabón interno, se eligió el modelo viscoelástico con mayor proximidad al comportamiento real del material. Posteriormente en la comparación de los resultados obtenidos experimental y numéricamente se demuestra la similitud del material propuesto con el cual está constituido el eslabón interno de la cadena.

La prueba experimental a rotura se realizó con la finalidad de conocer la zona en donde existe una mayor concentración de esfuerzos en los elementos de la cadena. Se aprecia que la falla ocurre en el eslabón interno de la cadena, esto debido a que el material del cual está constituido tiene menor rigidez con respecto del eslabón externo y el perno. De la misma manera la zona en la cual este elemento se rompe está en el cambio de sección, lo cual produce una mayor concentración de esfuerzos. La rotura para ambos casos (prueba de rotura con 6 elementos y 1 elemento de plástico) se presenta en la misma zona. Esta es en donde el área de sección transversal es menor.

Las frecuencias naturales obtenidas numéricamente muestran la influencia que presentan los pernos es mayor con respecto a los eslabones externos. Esto debido a que el

conjunto de elemento plástico y pernos presenta mayor frecuencia natural que el conjunto del elemento plástico y eslabones externos.

Con base en los modelos de frecuencias naturales de un solo elemento plástico, se observó la variación que existe en la frecuencia natural por la influencia del cambio geométrico propuesto (reducción de 0.3 mm de radio externo). De igual manera se calculó la diferencia porcentual existente entre las rigideces de los elementos en base a la frecuencia natural obtenida. Se aplicó la misma metodología para la realización de este modelo considerando el elemento como material metálico para comprobar la diferencia existente entre las frecuencias naturales, dando como resultado que el elemento con modificación presenta menor rigidez y menor frecuencia natural que el eslabón con geometría original.

De los resultados obtenidos de la prueba de impacto en el rodillo sometido a diferentes cargas de tensión se observa el mismo fenómeno presente en el aumento de las frecuencias naturales, a mayor carga de tensión es mayor la rigidez del sistema. Lo cual resulta con una mayor fuerza generada en el contacto.

Las modificaciones geométricas, consisten en la reducción del radio externo del rodillo como se muestra en la Figura 16 presentada en el capítulo 3. Esto con base en la literatura [32], donde se muestra cómo varía la concentración de esfuerzos de acuerdo al cambio de las superficies en contacto como se aprecia en la Figura 7 mostrada en el capítulo 2. Esto debido al cambio de rigidez de contacto entre los elementos, propiciada por la modificación de la zona de contacto.

El cambio geométrico no representa un cambio considerable a la rigidez a tensión del elemento. Esto con base en los resultados numéricos obtenidos del modelo a tensión descrito en el capítulo 4. Se somete a las mismas condiciones de carga, el rodillo original, el tipo barril y el rodillo con reducción de 0.3 mm de radio externo. Esto da como resultado lo mostrado en la Figura 17 presentada en el capítulo 3. Sin embargo, estas modificaciones generan cambio en la rigidez de contacto con el diente de la catarina motriz, dando como consecuencia la disminución en las fuerzas generadas en el contacto. En el caso de los cambios geométricos con reducción de radio externo, presentan también menores áreas de contacto por relación geométrica.

Las modificaciones geométricas aplicadas al rodillo del eslabón interno de la cadena presentan una disminución en el valor de los esfuerzos con respecto a la geometría original del eslabón. El rodillo tipo barril, presenta un 37% del esfuerzo presente en el rodillo original. El rodillo con reducción de radio externo de 0.3 mm tiene como valor de esfuerzo un 3% menos con respecto a la geometría original.

Para el caso de las presiones generadas por el contacto entre el diente de la catarina y el rodillo de la cadena existen variaciones en los resultados obtenidos. La geometría original del eslabón presenta una presión máxima en el contacto con valor de 66.7 MPa. Con respecto al rodillo original, el rodillo con reducción de radio externo de 0.3 mm presenta un valor de 46.6 MPa de presión de contacto. Esto es una reducción del 30%, siendo este elemento el que menor presión de contacto tiene bajo estas condiciones.

Analizando la huella de contacto teóricamente, basado en las ecuaciones de contacto de Hertz y tomando en cuenta que este modelo no incluye fricción además de que ambos cuerpos en contacto deben ser deformables, se obtuvo un valor de 0.217 mm de ancho de huella. Teniendo como resultado numérico un área de contacto con valor de $4.6 \times 10^{-6} m^2$, se obtuvo un ancho de huella con un valor de 0.28 mm. Esto representa una diferencia del 22%.

Con lo que respecta a los resultados numéricos obtenidos mediante el modelo discreto de impacto, el rodillo original de la cadena presenta una fuerza de impacto con un valor de 694 N. Las modificaciones geométricas sometidas a las mismas condiciones de velocidad y tensión de la cadena presentan valores menores en la fuerza de impacto. El rodillo tipo barril, tiene un valor de 598 N, es decir, 13% menos con respecto al rodillo original. Sin embargo, el rodillo con reducción de radio externo de 0.3 mm, presenta un decremento del 14%, es decir, 595N de fuerza de impacto.

Capítulo 5

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente estudio se determinó un modelo discreto de FEM, este permite modelar tanto la cadena de plástico sometida a tensión simple como el acoplamiento de la cadena y la catarina motriz en condiciones dinámicas.

Se determinaron las zonas de concentración de esfuerzo en la transmisión cadena – catarina del material plástico. Con la finalidad de conocer las zonas tendientes a fallas bajo las condiciones dinámicas del sistema de transmisión. Esto considerando el primer contacto ocurrido entre el rodillo del eslabón interno de la cadena con el diente correspondiente de la catarina y sometiendo el elemento a tensión.

En lo que respecta a la tensión, si se aplica una fuerza que lleve a la rotura la cadena, el eslabón interno fallará en la parte donde se encuentra el cambio de sección. Esto debido a que en esa zona existe la mayor concentración de esfuerzos y que dicha zona tiene una menor rigidez con respecto a los demás elementos. Estas pruebas se realizaron con 1 y 6 elementos de plástico. Los resultados de ambas pruebas se presentan en el capítulo 4. Esto se corroboró de manera visual con los resultados de la simulación numérica bajo las mismas condiciones.

Con los resultados de la prueba experimental a tensión como punto de comparación, se comprobó que el material plástico, Derlin 500T es el que se aproxima en mayor medida al comportamiento real del material. De igual manera, se concluye que el modelo viscoelástico de Marlow es cual mejor describe el comportamiento no lineal del material, siendo este el indicado para utilizarse en las simulaciones numéricas. Esto se observa en la Figura 34.

Con lo que respecta a los resultados numéricos de frecuencias naturales se determinó que los pernos del sistema tienen mayor influencia en el con respecto a los eslabones externos. Estos agregan mayor rigidez al sistema y, por ende, se presentan frecuencias naturales con mayor magnitud.

De igual manera, numéricamente se obtuvieron resultados con respecto a las frecuencias naturales del sistema. Se obtuvieron las primeras 30 frecuencias naturales para un sistema de 9 elementos plásticos con una precarga de 100 N y 400 N como se describe en el capítulo 3.

Se obtuvieron resultados numéricos de frecuencias naturales para un sistema de 9 eslabones internos considerándolos de material metálico. Con esto se observó la influencia que presenta el material en cuanto a la rigidez que se aporta al sistema. La Tabla 9 presente en el capítulo 4 muestra la comparación de dichos resultados numéricos con los obtenidos del sistema con 9 elementos plásticos. Se tiene una diferencia mayor al 60%.

De la comparación realizada con los resultados mostrados en la Tabla 10, se tiene una diferencia de 6.25% entre la rigidez del elemento original (sin modificación geométrica) y el elemento con reducción de 0.3mm de radio externo. Dando como valores de rigidez 122.21 N*m y 114.57 N*m respectivamente. Lo que concluye que la modificación geométrica disminuye la rigidez del elemento.

Se obtuvieron resultados numéricos con respecto a la fuerza de impacto generada entre el diente de la catarina y el rodillo de la cadena. El punto de comparación fue someter a 3 diferentes fuerzas de tensión el elemento de la cadena. La fuerza consecuente al impacto aumentó con respecto al aumento de la precarga en el sistema, debido a que ésta incrementa el aumento en la rigidez del elemento. Aumentando la precarga de 220 N a 440 N se obtiene un aumento de 700 a 1300N, es decir 153% en el aumento de la fuerza de impacto entre los elementos como se presenta en la Tabla 11.

La mayor concentración de esfuerzos en condiciones dinámicas del sistema se presenta en la zona de contacto generada por el acoplamiento entre el diente de la catarina motriz y el rodillo de la cadena. Esto en el instante preciso que se da el primer contacto en dicho acoplamiento. Con la propuesta que consiste en modificar la geometría cambiando el rodillo original de forma cilíndrica por uno con una reducción de radio externo como se muestra en la Figura 16, se permitió disminuir los esfuerzos un 3%, además, de disminuir 30% la presión de contacto generada por el acoplamiento.

En el caso del impacto producido por el acoplamiento en primera instancia, el rodillo modificado (reducción de 0.3mm de radio externo) presentó una reducción del 14% con respecto al rodillo original, como se muestra en la Figura 55.

La reducción tanto de la fuerza de impacto como de la fuerza de contacto generada por el acoplamiento en los elementos modificados se debe a que con dicho cambio geométrico existe una disminución de la rigidez en el elemento como se muestra en el Anexo D. Este cambio geométrico permite al elemento ser menos rígido. De la misma manera, el elemento presenta mayor flexibilidad, lo que ocasiona la disminución en la magnitud fuerzas antes mencionadas.

Debido a que los elementos de plástico se fabrican mediante moldes, la manufactura de geometrías complejas como la propuesta en esta investigación no presenta complejidad con respecto a la elaboración del rodillo original de la cadena. Estos elementos pueden ser fabricados sin incrementar los costos de la manufactura y producción.

Se concluye que el utilizar un elemento con cambios de sección como el propuesto en esta investigación, resulta conveniente. Debido a que se reducen los esfuerzos a los cuales es sometido el elemento, al aplicarle una fuerza de tensión, la cual existe permanentemente en las transmisiones de potencia. Y de igual manera, reduce los esfuerzos de contacto generados por el acoplamiento entre la catarina motriz y el eslabón de la cadena.

Se recomienda que las cadenas de rodillos de plástico se manufacturen con reducciones de radio como el propuesto. Tomando en cuenta una reducción adecuada como la de 0.3 mm de radio, que presentó mayores ventajas a la reducción de 0.1 y 0.5 mm.

5.1 OBSERVACIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

Los estudios realizados de transmisión de potencia por cadenas de rodillos con elementos plásticos permitieron confirmar la utilidad de este tipo de sistema en la industria por los siguientes resultados:

- Se confirmó que, por la diferencia de rigidez de los elementos, fallan los de material plástico. Desde el punto de vista industrial, esto presenta una ventaja con respecto a la falla de los elementos metálicos.
- Se confirmó que los elementos de plástico pueden amortiguar los impactos y vibraciones del sistema.
- La cadena con elementos plásticos pueden ser un elemento de seguridad. Esto debido a que en caso de un incremento en la carga transportadora el elemento plástico falla y el sistema se detiene. Este coeficiente de seguridad es alrededor de 5.
- Se confirma que el cambio geométrico del elemento plástico disminuye la concentración de los esfuerzos de contacto.

REFERENCIAS

- [1] American Chain Association, "Chains for power transmission and material handling," in *Standard Handbook of Chains*, Second Edi., Tsubakimoto Chain Co., Ed. 2006, pp. 267–280.
- [2] R. Calero Pérez and J. A. Carta González, "Fundamentos de mecanismos y máquinas para ingenieros," C. Fernández Madrid, Ed. España: McGraw Hill, 1999, pp. 269–287.
- [3] M. E. G. Domínguez and G. González, "Cadenas de rodillos . Tendencias de desarrollo y dimensionales según normas ISO .," vol. 2, pp. 33–39, 2007.
- [4] T. C. Co., "Tsubaki drive chains & sprockets," no. 120, p. 210, 2013.
- [5] D. Estrda-Rosales, "Estudio del problema de contacto elastostático, utilizando elemento finito y fotoelasticidad," Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, México, 1993.
- [6] M. E. Ródenas, E. Universitaria, and D. E. Empresariales, "Análisis por elementos finitos: una metodología muy reciente en n economía," pp. 1–11.
- [7] R.C. Binder *Mechanics of the roller chain drive*. Prentice-Hall, 1956.
- [8] K. M. Marshek, "On the analyses of sprocket load distribution," *Mech. Mach. Theory*, vol. 14, no. 2, pp. 135–139, 1979.
- [9] M. R. Naji and K. M. Marshek, "Analysis of sprocket load distribution," *Mech. Mach. Theory*, vol. 18, no. 5, pp. 349–356, 1983.
- [10] M. K. M. Naji M. R, The effects of the pitch difference on the load distribution of a roller chain drive, vol. 24, no. 5. 1989.
- [11] B. H. Eldiwany and K. M. Marshek, "Experimental load distributions for double pitch steel roller chains on polymer sprockets," *Mech. Mach. Theory*, vol. 24, no. 5, pp. 335–349, 1989.
- [12] R. L. R. M. D. Kidd, N. E. Loch, "Experimental examination of bicycle chain forces," 1999.
- [13] I. Troedsson and L. Vedmar, "A method to determine the dynamic load distribution in a chain drive," *J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 215, pp. 569–579, 2001.
- [14] C. Pereira and A. Ramalho, "Contact mechanics in a roller chain drive using a multibody approach," 13th World Congr. Mech. Mach. Sci., 2011.
- [15] U. S. Tsubaki, "The Complete Guide to Chain," Tsubaki., M. Kanehira, Ed. 1997, pp. 85–115.
- [16] J. G. E. Conwell J., Desing, construction and instrumentation of a machine to measure tension and impact forces in roller chain drives. 1996.
- [17] J. C. Conwell and G. E. Johnson, "Experimental investigation of link tension and roller-sprocket impact in roller chain drives," *Mech. Mach. Theory*, vol. 31, no. 4, pp. 533–544, 1996.
- [18] A. Rodríguez-Méndez, "Análisis Numérico de Esfuerzos en Cadenas de Material Plástico," Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Depto. de Ingeniería Mecánica, 2009.
- [19] E. Martínez Reyez, "Análisis numérico del problema de contacto entre la cadena y catarina de plástico para prevenir posibles fallas," Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Depto. de Ingeniería Mecánica, 2017.

- [20] J. A. C. S. L. Pedersen, J. M. Hansen, "A roller chain drive model including contact with Guide-Bars," 2004.
- [21] S. L. Pedersen, "Model of contact between rollers and sprockets in chain-drive systems," *Arch. Appl. Mech.*, vol. 74, no. 7, pp. 489–508, 2005.
- [22] J. G. E. Kim M. S, "A general multi-body model to predict the behavior of roller chain drives at moderate and high speeds," 1990.
- [23] Y. Wang, D. Ji, and K. Zhan, "Modified sprocket tooth profile of roller chain drives," *Mech. Mach. Theory*, vol. 70, pp. 380–393, 2013.
- [24] T. Bhoite, P. Pawar, and B. Gaikwad, "FEA based study of effect of radial variation of outer link in a typical roller chain link assembly," *Int. J. Mech. Ind. Eng.*, vol. 1, pp. 65–70, 2012.
- [25] B. Ravindra, S. Chavan, and V. Waghmare, "Roller chain link plate design based on FEA," *Int. J. Recent Innov. Trends Comput. Commun.*, vol. 2, pp. 4109–4113, 2014.
- [26] P. Barge and M. Gaikwad, "Design optimization of roller chain link plate used in sugar industry," *Int. Res. J. Engineering Technol.*, vol. 3, pp. 482–487, 2016.
- [27] "Przekładnie łańcuchowe 1," pp. 1–11, 2011.
- [28] I. Between and C. Roller, "Impact between chain roller and sprocket in a chain drive."
- [29] S. Shi, X. Peng, N. Zhao, and C. Zhang, "A new method for polygon effect analysis of saw chain," *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 26, no. 9, pp. 2705–2710, 2012.
- [30] V. L. Popov, *Contact Mechanics and Friction Physical principles and applications*. 2010.
- [31] L. A. Galin, *Contact Problems*. 2008.
- [32] R. L. Norton, *Diseño de máquinas. Un enfoque integrado*. .
- [33] S. S. Rao, *Vibraciones mecánicas*. 2012.
- [34] J. Cortes, "Análisis Numérico Estático y Dinámico de Sistemas Mecánicos con Claros," Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Depto. de Ingeniería Mecánica, 2015.
- [35] Q. Estrada, "Evaluación numérico – experimental del desempeño de un sistema pasivo de disipación de energía por fricción y propiedades estructurales de sus componentes," Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Depto. de Ingeniería Mecánica, 2015.
- [36] K. Budynas and G. Richard, "Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley," *Igarss 2014*, no. 1, pp. 1–5, 2014.
- [37] J. M. Goicolea, "Estructuras sometidas a impacto," pp. 1–15, 2009.
- [38] T. R. Chandrupatla and A. D. Belengundu, *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*. 1999.
- [39] "Combined implicit/explicit algorithms for crashworthiness analysis," *J. impact engineering*, pp. 1161–1177, 2004.
- [40] Dupont, "Product information: DuPont™ Engineering Polymers Delrin Delrin ® 100 NC010." pp. 1–9, 2014.
- [41] S. Anders, "Polycarbonates polyacetals polyesters cellulose esters," Hanser Ver. 1996.

- [42] Tsubaki, *The Complete Guide to Chain*. Illinois: Sachio Shimura, 1997.
- [43] J. Smith, William & Hashemi, *Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales*. 2006.
- [44] B. Trobentar and S. Glodež, “Deflection Analysis of Spur Polymer Gear Teeth,” *J. Multidiscip. Eng. Sci. Technol.*, vol. 2, no. 4, pp. 847–853, 2015.
- [45] ASTM International, “Standard test method for tensile properties of plastics,” *ASTM Int.*, vol. 08, pp. 46–58, 2003.
- [46] Q. Estrada, D. Szwedowicz, T. Majewski, J. Bedolla, C. Cortés, and E. Martínez, “Procedimiento numérico para el modelado de materiales hiperelásticos sometidos a tensión,” *Memorias del XIX Congr. Int. Anu. la Somim*, pp. 1079–1084, 2013.
- [47] Dupont, “Product information: DuPont Engineering Polymers Delrin ® 500T NC010 POM-I,” pp. 1–4, 2018.
- [48] P. Texts, M. F. Index, and M. Shrinkage, “Product information: (POM + PTFE) -Z20 DuPont Engineering Polymers Delrin ® 500AF (POM + PTFE) -Z20,” pp. 1–5, 2018.

ANEXO A - CÓDIGO DEL PROGRAMA PARA OBTENER DATOS DESDE UNA IMAGEN.

El presente código fue desarrollado con la finalidad de que a partir de una imagen se obtuvieran datos. La imagen representa las curvas esfuerzo-deformación de los materiales analizados y con base en los colores de dicha gráfica se obtiene una aproximación a la curva. Los datos obtenidos fueron utilizados para las simulaciones numéricas en este trabajo de investigación.

La metodología del programa es la siguiente:

- Para tener la escala en cuanto a esfuerzo y deformación se definen al inicio del programa.
- En la sintaxis se añade el nombre de la imagen de donde se obtendrán los datos.
- Utilizar una imagen base en la cual se elegirán las coordenadas de origen que se colocarán como referencia.
- La tonalidad del color es importante debido a que en base a ello se creará la curva resultante, es importante elegir un tipo que sea repetitivo en toda la curva.
- El programa guardará lo obtenido mediante una hoja de cálculo en Excel y una imagen de la curva obtenida.

```
clear all
close all
beep off
clc
ran=150e6; %Pa
dd=30/100;

im=imread('500aF.jpg'); %nombre dado a la imagen
[X,Y,byb] = size(im);
% I(635,1118,2)
% imshow(I)
imtool(im)
%% Identificación

x=4212; %referencia de la imagen
y=13; %referencia de la imagen

r=0; %color de la imagen
g=80; %color de la imagen
b=237; %color de la imagen

cc=1;
for i=y:Y
```

ANEXO A - CÓDIGO DEL PROGRAMA PARA OBTENER DATOS DESDE UNA IMAGEN.

```
aux=1;
for j=(x):-1:1

    aux=aux+1;

    if im(j,i,1)==r && im(j,i,2)==g && im(j,i,3)==b

        st(cc)=ran*aux/X;
        def(cc)=dd*i/Y;
        cc=cc+1;
    end
end
end

% windowSize = 500;
% b = (1/windowSize)*ones(1,windowSize);
% a = 1;
% stf2=filter(b,a,st);

stf=smooth(def,st,0.1,'rloess');

def=def';
% stf=stf';
con=1;
for p=1:+100:length(stf)
    sts(con)=stf(p);
    des(con)=def(p);
    con=con+1;
end
sts=sts';
des=des';

figure
plot(det,st) % sin smooth
figure
plot(def,stf) % todos los datos
figure
plot(des,sts) % Pocos datos

plot(def,stf,des,sts) % Todas las gráficas juntas

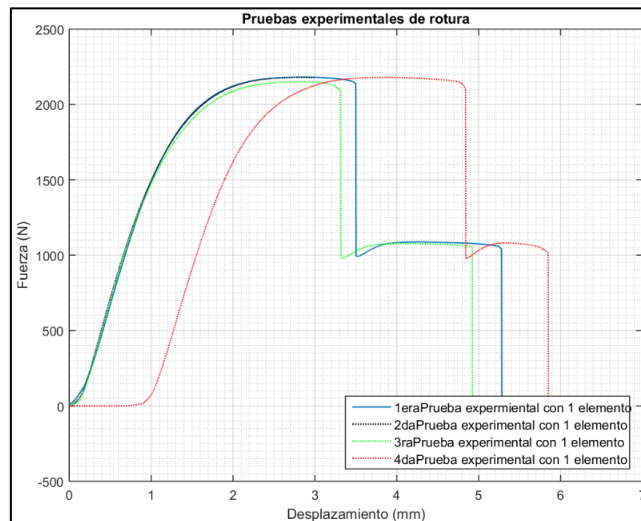
xlswrite('Stress_strainAF.xlsx',des,1,'A1')
xlswrite('Stress_strainAF.xlsx',sts,1,'B1')
```

ANEXO B – COMPARACIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES Y MODELO NUMÉRICO.

Las gráficas presentes a continuación son resultados de las pruebas experimentales realizadas en la máquina de ensayos universal Shimadzu AGX plus 100 kN, 5 kN, con una precisión de tensión de $\pm 1\%$, con una resolución de $1/48 \mu\text{m}$ y una velocidad de 0.0005 a 10000 mm/min.

- Pruebas experimentales con un elemento plástico.

La denominada como “4da prueba experimental con 1 elemento” muestra un comportamiento distinto a las otras pruebas. Esto es debido a que dicha prueba no presenta una tensión inicial al sistema. La primera parte de la curva se debe al ajuste que se presenta en el sistema ocasionado por los claros entre elementos.



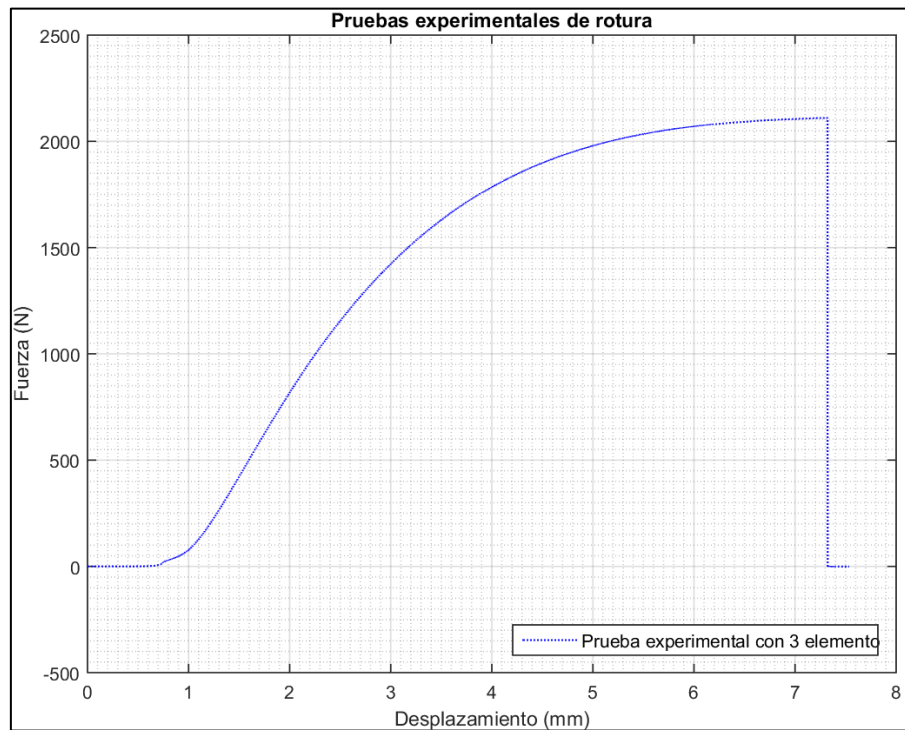
Anexo B- 1. Gráficas de prueba experimental con 1 elemento.



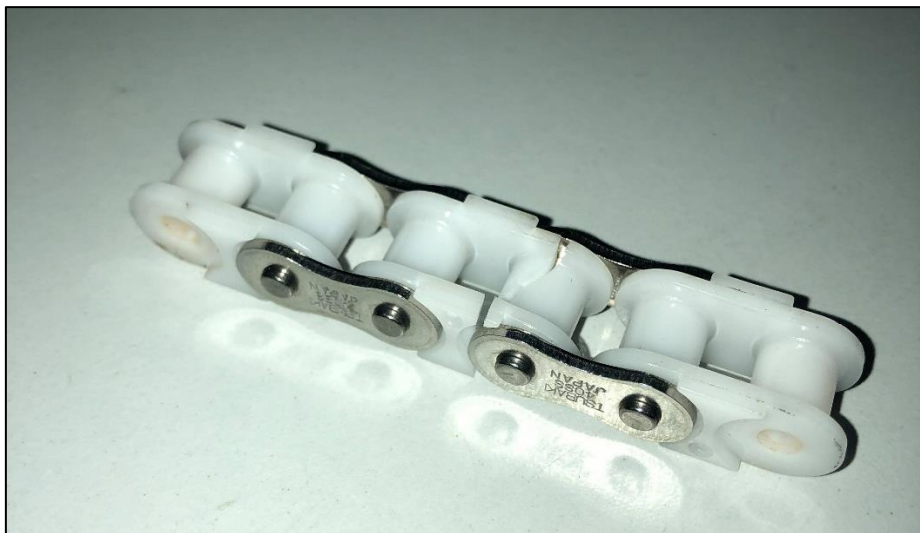
Anexo B- 2. Rotura del elemento plástico

ANEXO B – COMPARACIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES Y MODELO NUMÉRICO.

- Prueba experimental con tres elementos de plástico.



Anexo B- 3. Gráfica de prueba experimental con 3 elementos plásticos.

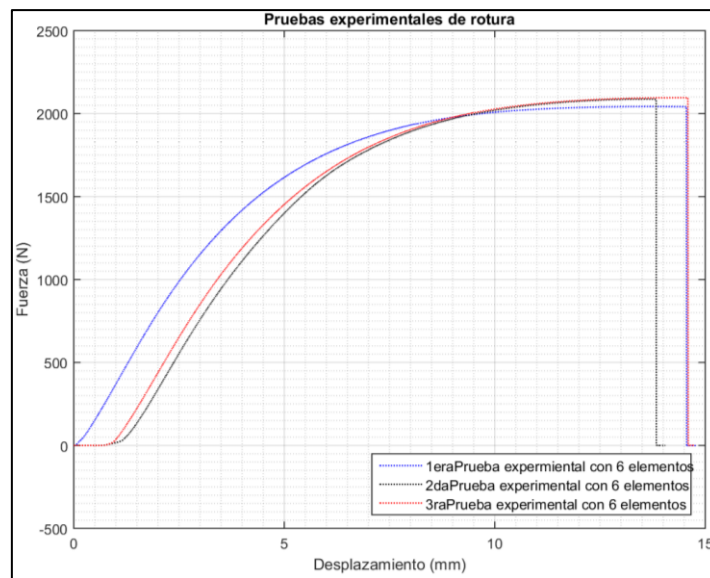


Anexo B- 4. Rotura de elemento plástico.

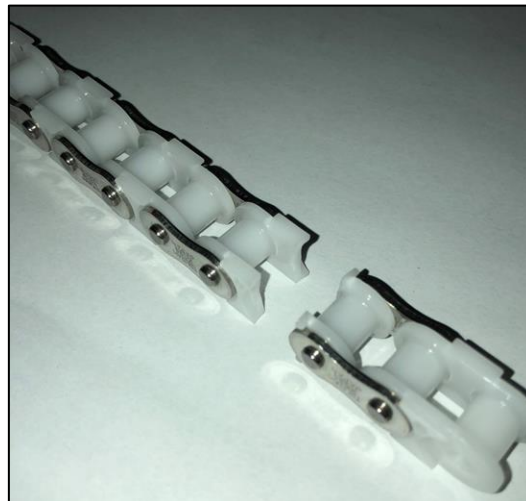
ANEXO B – COMPARACIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES Y MODELO NUMÉRICO.

- Prueba experimental con seis elementos de plástico.

La denominada como “1era prueba experimental con 6 elementos” muestra un comportamiento distinto a las otras pruebas. Esto es debido a que dicha prueba presenta una tensión inicial al sistema. La primera parte de las otras curvas se debe al ajuste que se presenta en el sistema ocasionado por los claros entre elementos.



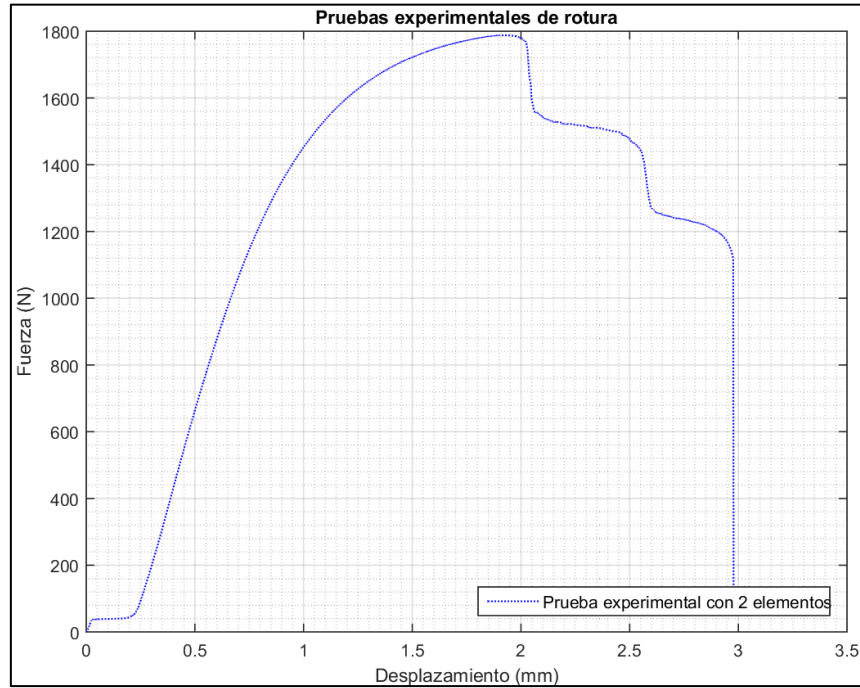
Anexo B- 5. Gráficas de pruebas experimentales con 6 elementos plásticos.



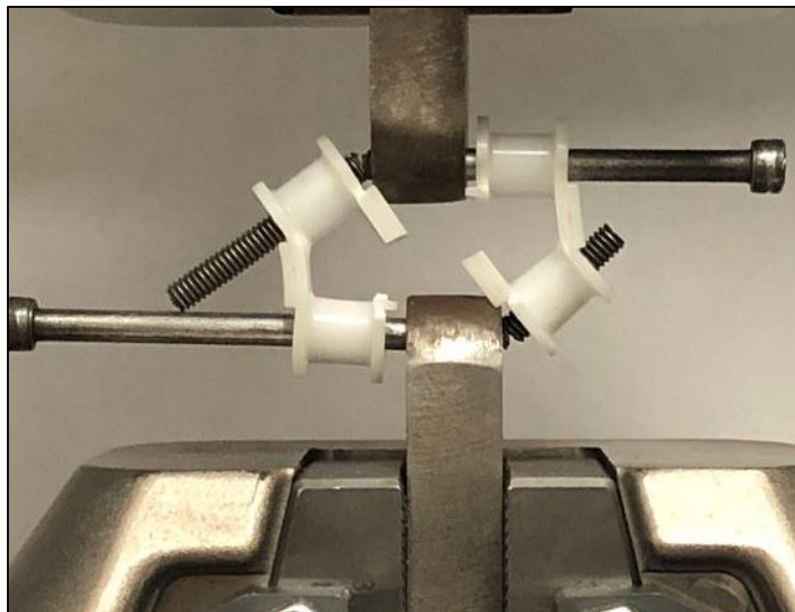
Anexo B- 6. Rotura de elemento plástico.

ANEXO B – COMPARACIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES Y MODELO NUMÉRICO.

- Prueba experimental con dos elementos de plástico.



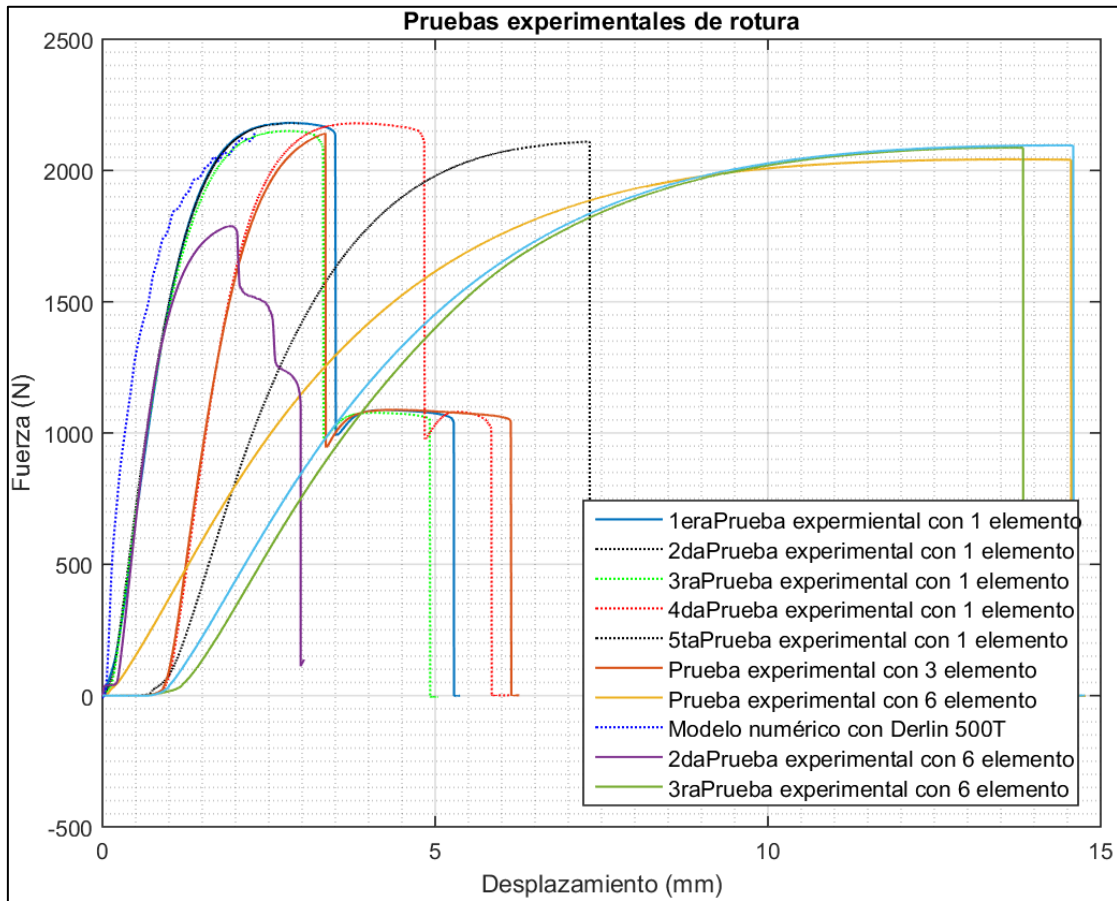
Anexo B- 7. Gráfica de prueba experimental con 2 elementos plásticos.



Anexo B- 8. Rotura de elementos plásticos.

ANEXO B – COMPARACIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES Y MODELO NUMÉRICO.

En la Figura Anexo B- 9 se muestra la comparación de todas las pruebas experimentales realizadas para el desarrollo de la investigación. En ella se observa que para todas las pruebas el comportamiento no lineal del material se hace presente.

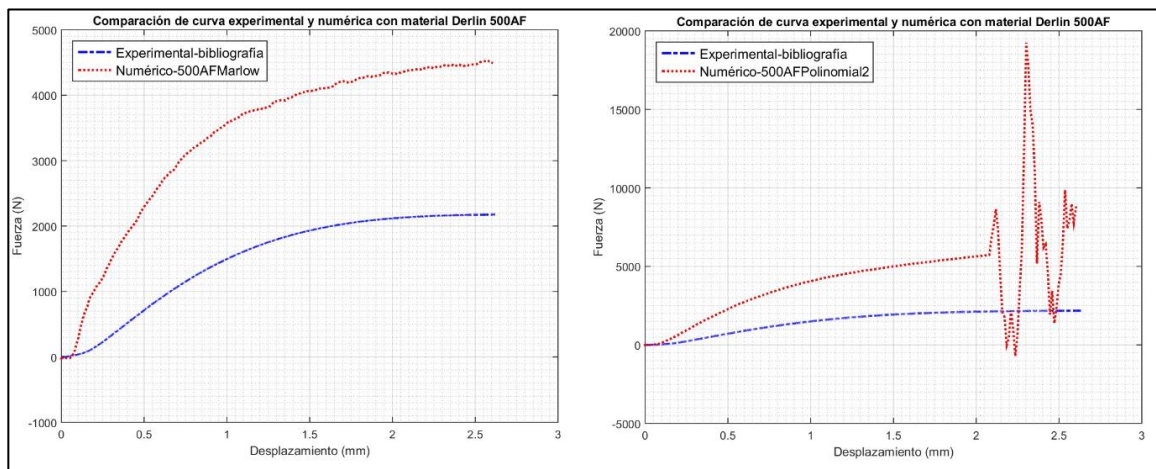


Anexo B- 9. Comparación de pruebas experimentales a rotura.

ANEXO C - COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DE DIFERENTES MATERIALES PARA DIFERENTES MODELOS REALIZADOS CON DATOS EXPERIMENTALES DE LA BIBLIOGRAFÍA.

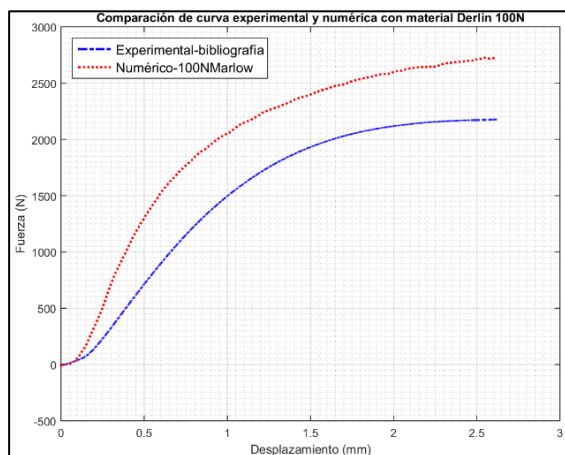
Las gráficas presentes a continuación muestran las comparaciones de los resultados numéricos obtenidos con respecto a los datos experimentales reportados en la bibliografía. Cada una representa un modelo viscoelástico diferente el cual se realizó para los 3 diferentes materiales que se analizaron con la finalidad de obtener el modelo hiperelástico que mejor describiera el comportamiento del material, y a su vez el material que más se aproximara al comportamiento real del elemento polimérico.

- Derlin 500AF.



Anexo C-10. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 500AF

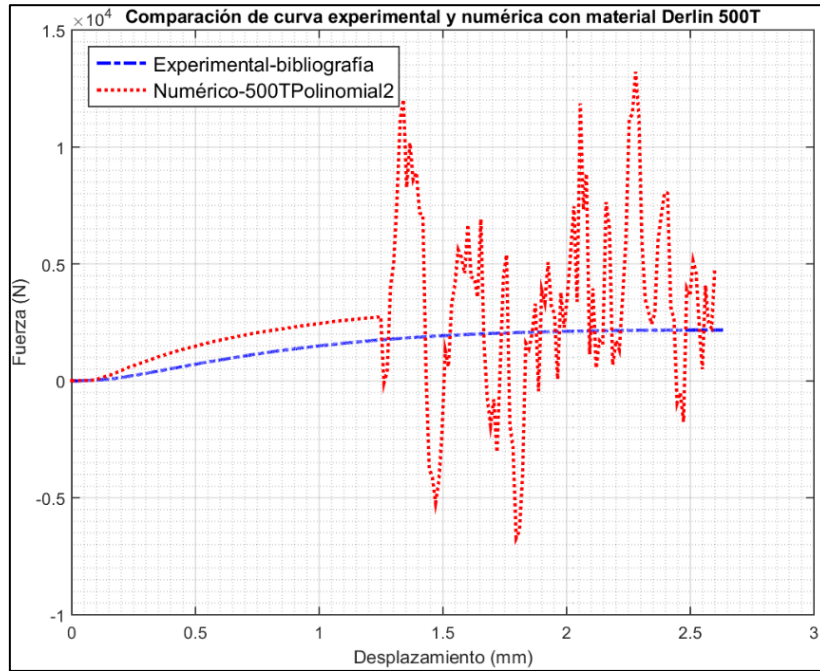
- Derlin 100N



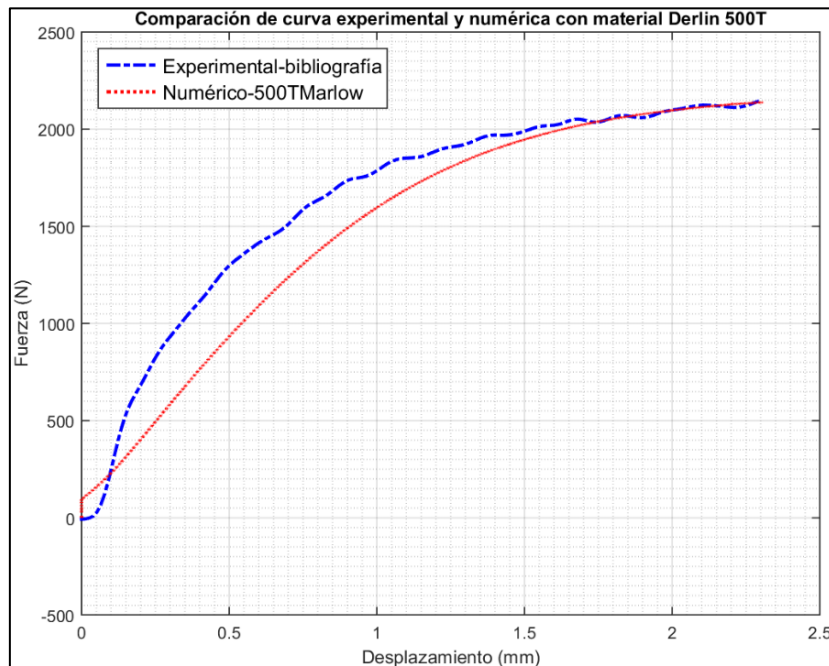
Anexo C-11. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 100N.

ANEXO C - COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DE DIFERENTES MATERIALES PARA DIFERENTES MODELOS REALIZADOS CON DATOS EXPERIMENTALES DE LA BIBLIOGRAFÍA.

- Derlin 500T



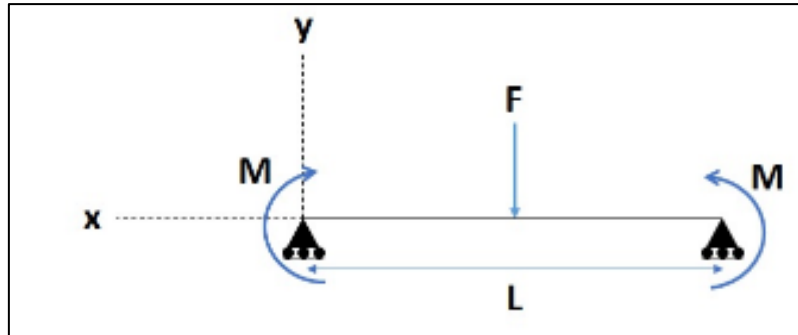
Anexo C- 12. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 500T.



Anexo C- 13. Comparación de curva experimental y numérica con material Derlin 500T.

ANEXO D – MATRIZ DE RIGIDEZ PARA LOS ESLABONES PLÁSTICOS DE LA CADENA CON Y SIN MODIFICACIÓN GEOMÉTRICA.

El desarrollo que se presenta a continuación es para la obtención de la matriz de rigidez de un elemento viga de 2 grados de libertad por nodo. Se plantea el rodillo del elemento plástico como un elemento viga como se muestra en la figura.



Anexo D- 1. Elemento tipo viga de 2 nodos.

- Matriz de rigidez para un elemento viga de 2 nodos con 2 GDL por nodo:

$$\{F\} = [k]\{U\}$$

$$\begin{Bmatrix} F_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} & k_{41} \\ k_{12} & k_{22} & k_{32} & k_{42} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_{43} \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ \phi_1 \\ U_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ \phi_1 \\ U_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}$$

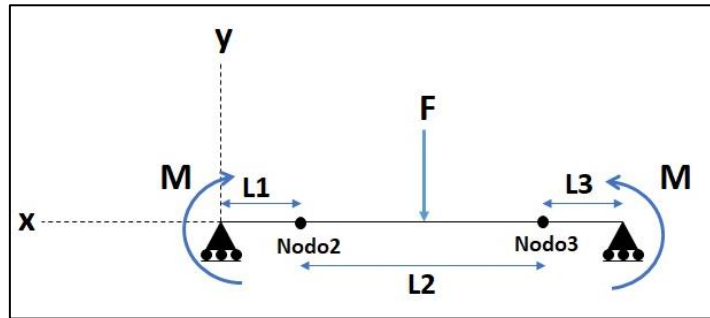
ANEXO D – MATRIZ DE RIGIDEZ PARA LOS ESLABONES PLÁSTICOS DE LA CADENA CON Y SIN MODIFICACIÓN GEOMÉTRICA.

Donde:

- Momento de área: $I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4)$
- Módulo de elasticidad: E
- Longitud del elemento: L

La matriz k representa la rigidez del elemento (eslabón interno) sin modificación geométrica (reducción de radio), con base a esto, el momento de área es el mismo para toda la matriz.

- Matriz de rigidez para un elemento viga de 4 nodos con 2 GDL por nodo:



Anexo D- 2. Elemento tipo viga con cambio de sección.

$$\{F\} = [k]\{U\}$$

$$\begin{Bmatrix} F_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \\ F_{y3} \\ M_{z3} \\ F_{y4} \\ M_{z4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} & k_{41} & k_{51} & k_{61} & k_{71} & k_{81} \\ k_{12} & k_{22} & k_{32} & k_{42} & k_{52} & k_{62} & k_{72} & k_{82} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_{43} & k_{53} & k_{63} & k_{73} & k_{83} \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} & k_{54} & k_{64} & k_{74} & k_{84} \\ k_{15} & k_{25} & k_{35} & k_{45} & k_{55} & k_{65} & k_{75} & k_{85} \\ k_{16} & k_{26} & k_{36} & k_{46} & k_{56} & k_{66} & k_{76} & k_{86} \\ k_{17} & k_{27} & k_{37} & k_{47} & k_{57} & k_{67} & k_{77} & k_{87} \\ k_{18} & k_{28} & k_{38} & k_{48} & k_{58} & k_{68} & k_{78} & k_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{y1} \\ \phi_{z1} \\ U_{y2} \\ \phi_{z2} \\ U_{y3} \\ \phi_{z3} \\ U_{y4} \\ \phi_{z4} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \\ F_{y3} \\ M_{z3} \\ F_{y4} \\ M_{z4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_1}{L_1^3} & \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{-12EI_1}{L_1^3} & \frac{6EI_1}{L_1^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{4EI_1}{L_1} & \frac{-6EI_1}{L_1^2} & \frac{2EI_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{12EI_1}{L_1^3} & \frac{-6EI_1}{L_1} & \frac{12EI_1}{L_1^3} + \frac{12EI_2}{L_2^3} & \frac{-6EI_1}{L_1^2} + \frac{6EI_2}{L_2^2} & \frac{-12EI_2}{L_2^3} & \frac{6EI_2}{L_2^2} & 0 & 0 \\ \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{2EI_1}{L_1} & \frac{-6EI_1}{L_1^2} + \frac{6EI_2}{L_2^2} & \frac{4EI_1}{L_1} + \frac{4EI_2}{L_2} & \frac{-6EI_2}{L_2^2} & \frac{2EI_2}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_2}{L_2^3} & \frac{-6EI_2}{L_2^2} & \frac{12EI_2}{L_2^3} + \frac{12EI_1}{L_1^3} & \frac{-6EI_2}{L_2^2} + \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{-12EI_1}{L_1^3} & \frac{6EI_1}{L_1^2} \\ 0 & 0 & \frac{6EI_2}{L_2^2} & \frac{2EI_2}{L_2} & \frac{-6EI_2}{L_2^2} + \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{4EI_2}{L_2} + \frac{4EI_1}{L_1} & \frac{-6EI_1}{L_1^2} & \frac{2EI_1}{L_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12EI_1}{L_1^3} & \frac{-6EI_1}{L_1^2} & \frac{12EI_1}{L_1^3} & \frac{-6EI_1}{L_1^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{2EI_1}{L_1} & \frac{-6EI_1}{L_1^2} & \frac{4EI_1}{L_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{y1} \\ \phi_{z1} \\ U_{y2} \\ \phi_{z2} \\ U_{y3} \\ \phi_{z3} \\ U_{y4} \\ \phi_{z4} \end{Bmatrix}$$

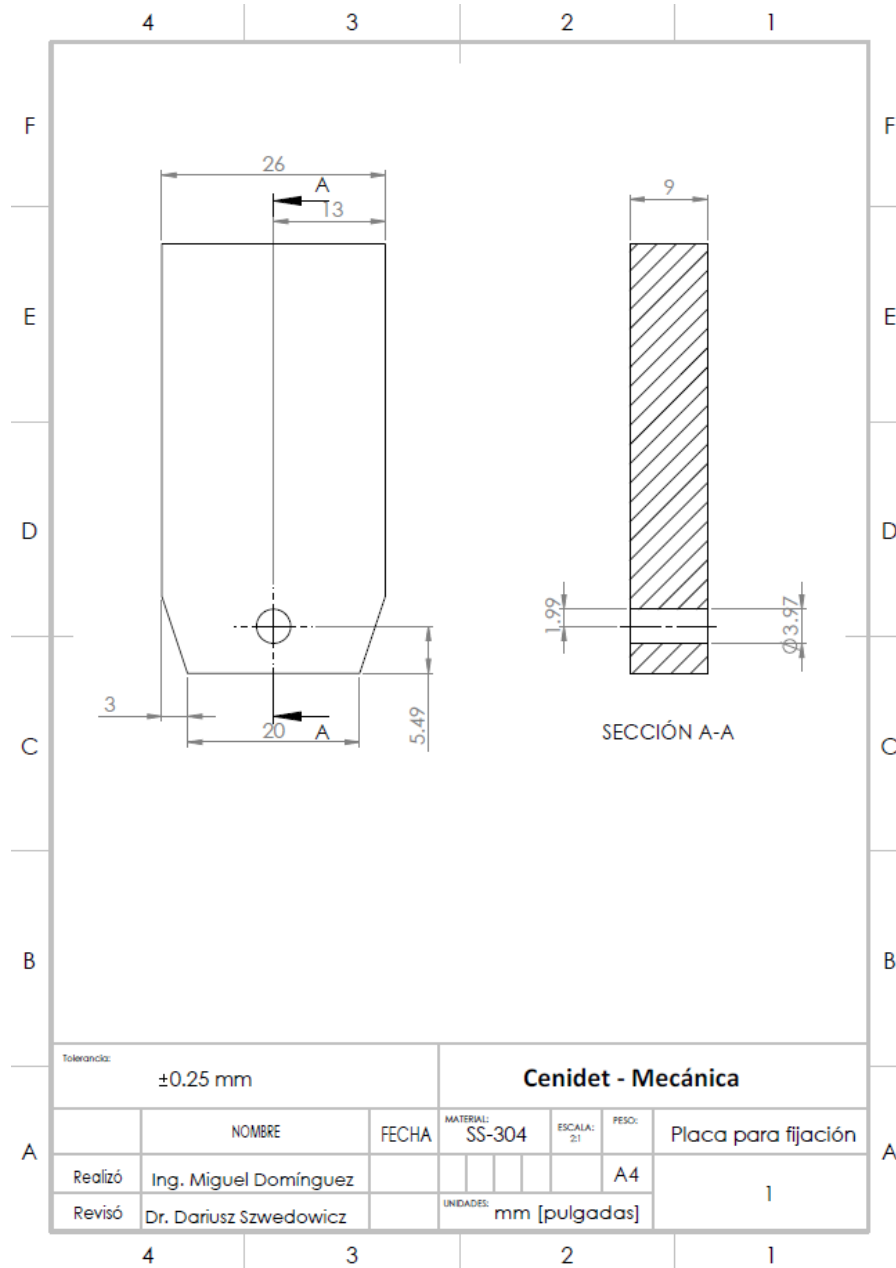
Debido a que en el elemento viga existe un cambio de sección, se consideran dos momentos de área diferentes. De igual manera la longitud para cada elemento es diferente, como se muestra a continuación:

- Momento de área: $I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4)$; $I_1 \neq I_2$
- Módulo de elasticidad: E
- Longitud del primer elemento viga: L_1
- Longitud del segundo elemento viga: L_2
- Longitud del tercer elemento viga: L_3
- Longitud del elemento: $L_1 = L_3 \neq L_2$

La matriz k representa la rigidez del elemento (eslabón interno) con modificación geométricas (reducción de radio), con base a esto, el momento de área es distinto para una de las secciones.

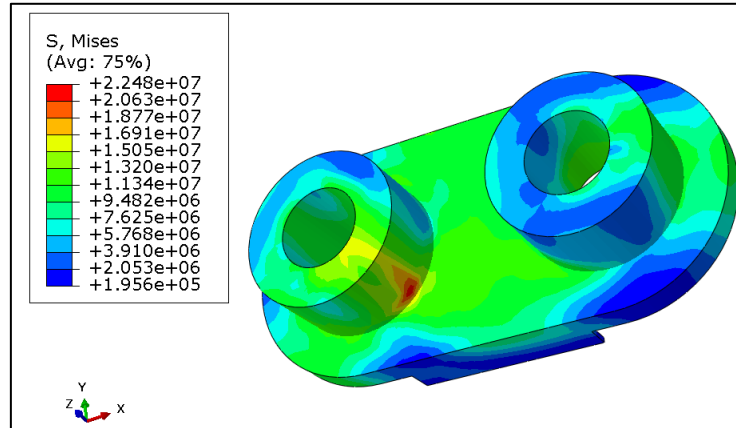
ANEXO E – PLANO TÉCNICO DE PLACA DE SUJECIÓN PARA PRUEBAS EXPERIMENTALES.

El plano que se muestra a continuación describe las dimensiones de la placa cuya finalidad fue mejorar la sujeción entre las mordazas de la máquina de ensayos universal y los elementos de la cadena para las pruebas experimentales realizadas. Dicho montaje se describe en el capítulo 3.



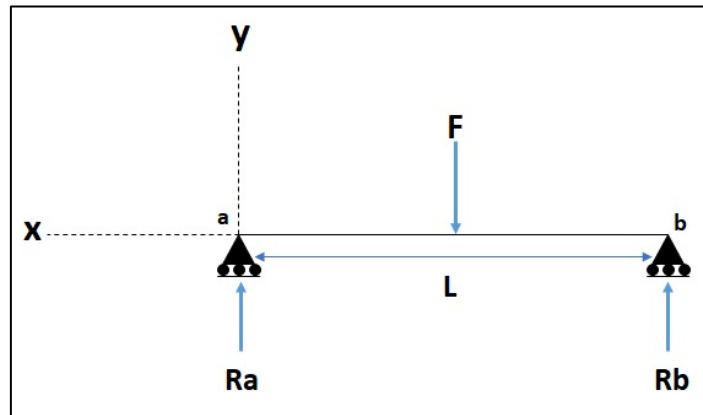
ANEXO F – VALIDACIÓN DE MODELO DISCRETO.

El modelo discreto que describe el acoplamiento cadena-catarina sin cambio geométrico presente en el eslabón interno de la cadena da como resultado de esfuerzos en un momento específico un valor mostrado en la Figura Anexo F- 1.



Anexo F- 1. Valor de esfuerzos en dirección x.

El esfuerzo es producto de la deflexión del rodillo del eslabón interno a causa de la fuerza generada por el acoplamiento del diente de la catarina motriz, muestra un valor de aproximadamente 15 MPa.

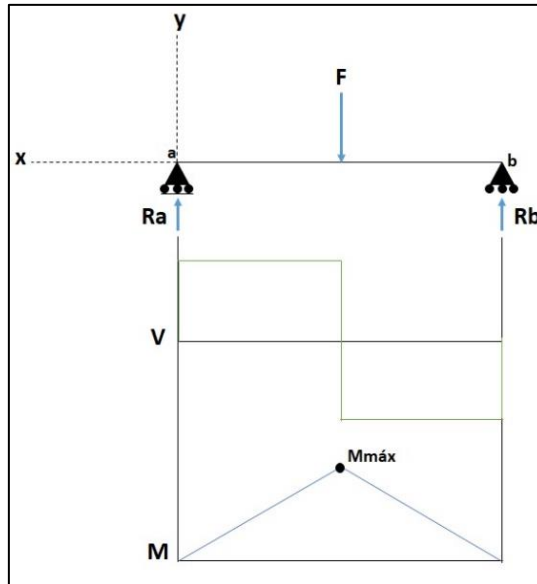


Anexo F- 2. Diagrama de cuerpo libre del elemento.

En la Figura Anexo F- 2 se muestra la fuerza que actúa en el elemento y las reacciones a esta. Para la obtención del esfuerzo resultante de esta configuración se empleó la siguiente ecuación:

$$\sigma = \sigma_{corte} + \sigma_{flexión} \quad (15)$$

Para ello, se obtiene el diagrama de fuerzas cortantes y momento máximo mostrado en la Figura Anexo F- 3.



Anexo F- 3. Diagrama de momentos y fuerzas cortantes.

El esfuerzo dado por la flexión esta dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_{flexión} = \frac{M_{máx}c}{I} \quad (16)$$

Donde:

- $M_{máx}$ = momento máximo
- $c = r$
- I = momento de área
- L = longitud del elemento
- $r_2 = 3.96mm$; $r_1 = 2.05mm$

Para obtener el momento máximo, primero es necesario conocer las reacciones presentes, para esto se realiza una suma de fuerzas en el eje y:

$$\sum F_y = 0$$

$$R_a - F + R_b = 0 \quad (17)$$

Con base a la simulación numérica, se conoce el valor de la fuerza que consecuente el esfuerzo, por tanto: $F = 160N$. Despejando la ecuación (16) se obtiene que:

$$R_b = F - R_a \quad (18)$$

Para conocer el valor de las reacciones es necesario realizar una suma de momentos con respecto al punto donde se encuentra alguna de las incógnitas de la ecuación, en este caso en el punto b. Teniendo en cuenta que la fuerza F se presenta en la mitad del elemento.

$$\begin{aligned} \sum M_b &= 0 \\ (R_a * L) - (F * L/2) &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Despejando la ecuación (17) se obtiene lo siguiente:

$$R_a = \frac{F * (L/2)}{L} \quad (20)$$

Sustituyendo valores en la ecuación (18), se obtiene:

$$R_a = \frac{320 N * (3.975 mm/2)}{3.975 mm} = 160 N$$

Sustituyendo el valor de Ra en la ecuación (17), se obtiene:

$$R_b = 320 N - 160 N = 160 N$$

Conociendo todas las fuerzas actuantes en el elemento, se procedió a la obtención del momento máximo, el cual, debido a la simetría presente en la posición de la fuerza y geometría del elemento, el momento máximo se presenta precisamente en la zona de aplicación de la fuerza. Con base a eso se obtiene que el momento máximo es:

$$M_{m\acute{a}x} = R_a * L \quad (21)$$

Sustituyendo los valores de la reacción y longitud en la ecuación (26) se tiene que:

$$M_{m\acute{a}x} = 160 * 3.975 = 636 N.mm$$

Para la obtención del esfuerzo es necesario conocer el momento de área del elemento, el cual está dado por:

$$I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4) \quad (22)$$

Sustituyendo el valor de los radios en (22), se obtiene:

$$I = \frac{\pi}{4}(3.96^4 - 2.05^4) = 179.93 \text{ mm}^4$$

Conociendo el valor del momento máximo y el momento de área, se sustituye en la ecuación (16):

$$\sigma_{flexión} = \frac{M_{máx}c}{I} = \frac{(636 \text{ N} \cdot \text{mm}) * (3.96 \text{ mm})}{179.93 \text{ mm}^4} = 13.99 \text{ MPa}$$

Con lo que respecta al esfuerzo cortante máximo para secciones circulares, se tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_{corte} = \frac{4V}{3A} \quad (23)$$

Donde:

- V = Fuerza cortante máxima
- A = Área de la sección transversal

De acuerdo con el diagrama de momentos de la Figura Anexo F- 3, se observa que el valor de la fuerza cortante es igual a la fuerza de reacción, por lo que se obtiene:

$$\sigma_{corte} = \frac{4(160)}{3 * \pi(3.96^2 - 2.025^2)} = 5.86 \text{ MPa}$$

Teniendo ambos valores de esfuerzo, se sustituyen en la ecuación (15):

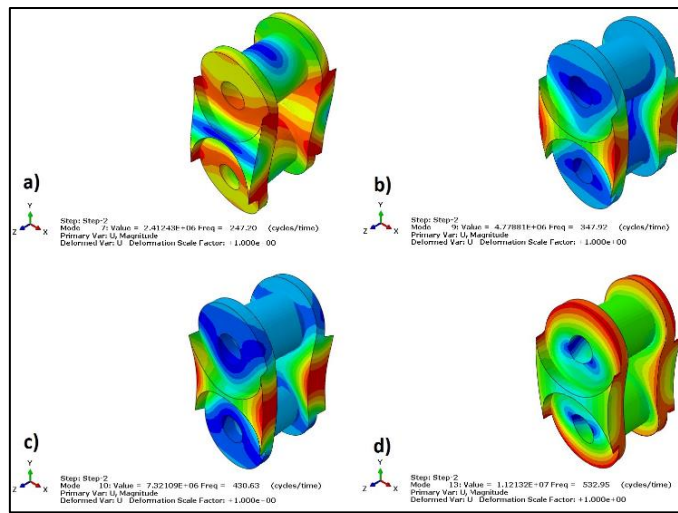
$$\sigma = 5.86 \text{ MPa} + 13.99 \text{ MPa} = 19.85 \text{ MPa}$$

Existiendo una diferencia porcentual entre el resultado analítico y numérico del 11.7%.

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

Las tablas siguientes presentan las primeras 40 frecuencias naturales para los 3 modelos descritos en el capítulo 3. De igual manera, las primeras 30 frecuencias naturales para el modelo constituido de 9 elementos plásticos para diferentes fuerzas de tensión.

- Modelo 1 (plástico): eslabón interno. En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 247.20 Hz, 347 Hz, 430 Hz y 532 Hz.



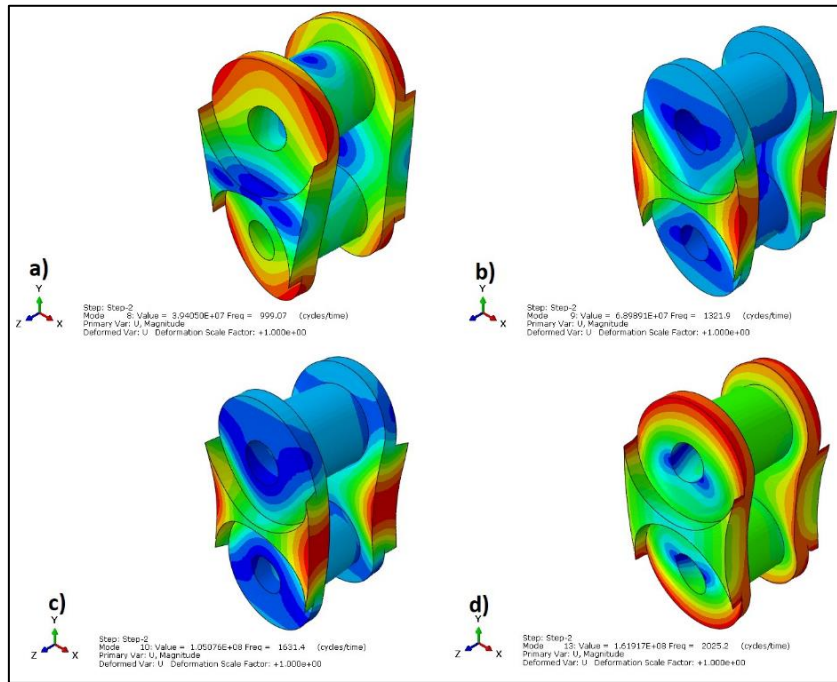
Anexo G- 1. Frecuencia natural de modelo 1, donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 247 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 347 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 430 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 532 Hz.

Tabla de Anexo G- 1. Frecuencias naturales del modelo 1.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 430.63 | 19 | 724.08 | 28 | 848.13 | 37* | 1024.4 |
| 2 | 0 | 11 | 458.16 | 20* | 736.19 | 29 | 901.91 | 38 | 1029.9 |
| 3 | 1.869E-5 | 12* | 493.32 | 21 | 751.78 | 30* | 947.83 | 39 | 1079.5 |
| 4 | 5.308E-5 | 13 | 532.95 | 22 | 758.04 | 31 | 967.07 | 40 | 1109 |
| 5 | 5.874E-5 | 14 | 593.05 | 23* | 763.84 | 32 | 968.16 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 9.4703E-5 | 15* | 628.57 | 24* | 773.13 | 33 | 975.13 | | |
| 7* | 247.2 | 16 | 649.81 | 25 | 803.38 | 34 | 1008.2 | | |
| 8 | 257.83 | 17 | 670.95 | 26* | 825.39 | 35 | 1008.3 | | |
| 9 | 347.92 | 18* | 705.50 | 27 | 827.4 | 36 | 1011 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo 1 (metal): eslabón interno. En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 999.07 Hz, 1321.9 Hz, 1631.4 Hz y 2025.2 Hz.



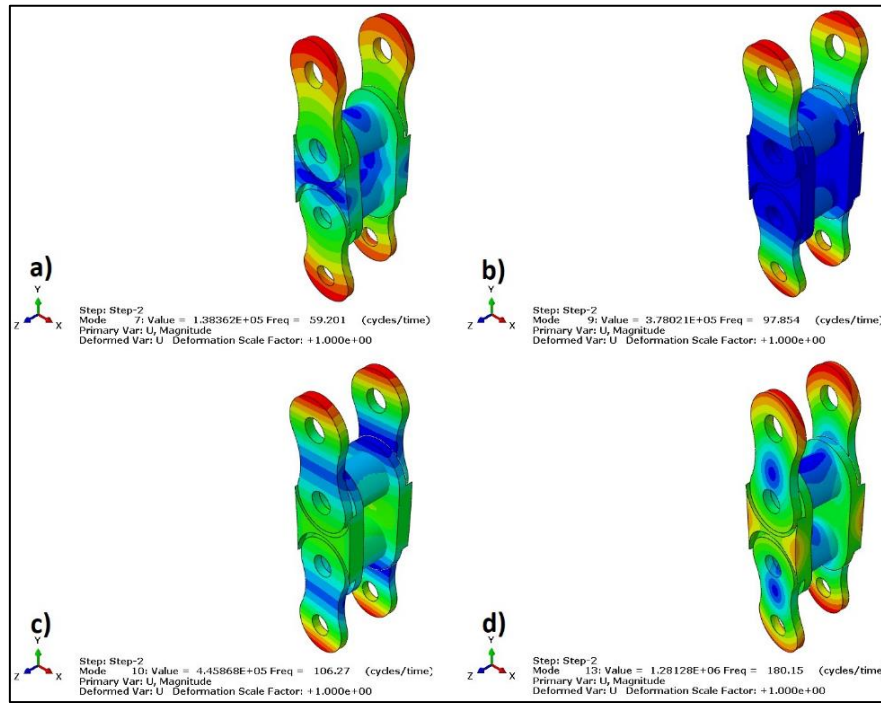
Anexo G- 2. Frecuencia natural de modelo 1, donde: a) Modo 8 con frecuencia natural de 999 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 1321 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 1631 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 2025 Hz.

Tabla de Anexo G- 2. Frecuencias naturales del modelo 1 con material metálico.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 1631.4 | 19 | 2767.8 | 28 | 3204.7 | 37* | 3876.9 |
| 2 | 0 | 11 | 1743.9 | 20* | 2811.6 | 29 | 3437.9 | 38 | 3951.1 |
| 3 | 0 | 12* | 1879.7 | 21* | 2869.9 | 30* | 3561.4 | 39 | 4081.8 |
| 4 | 0 | 13 | 2025.2 | 22 | 2878.2 | 31 | 3675.3 | 40* | 4244.9 |
| 5 | 1.0908E-4 | 14 | 2253.2 | 23* | 2890.8 | 32 | 3691.9 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 2.2034E-4 | 15 | 2388.5 | 24 | 2891.5 | 33 | 3713.9 | | |
| 7* | 931.32 | 16 | 2465.9 | 25 | 3078.0 | 34 | 3848.1 | | |
| 8 | 999.07 | 17 | 2566.9 | 26 | 3129.1 | 35 | 3852.3 | | |
| 9 | 1321.9 | 18* | 2684.6 | 27 | 3166.8 | 36 | 3862.3 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo 2 (plástico): eslabón interno junto con 4 eslabones externos. En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 59 Hz, 97 Hz, 106 Hz y 180 Hz.



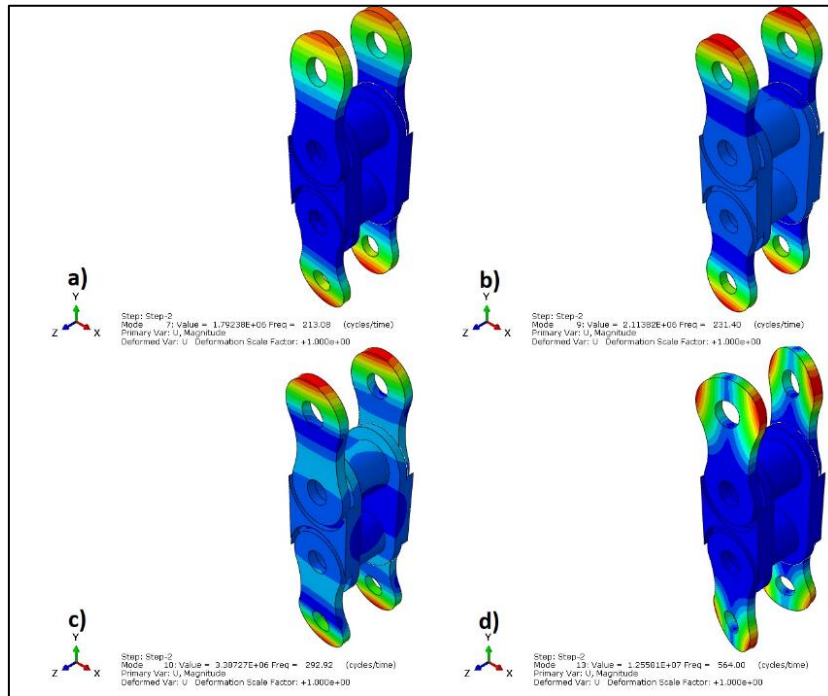
Anexo G- 3. Frecuencia natural de modelo 2, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 59 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 97 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 106 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 180 Hz.

Tabla de Anexo G- 3. Frecuencias naturales del modelo 2.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 106.27 | 19 | 334.14 | 28 | 611.32 | 37* | 1017.4 |
| 2 | 4.57E-5 | 11 | 155.19 | 20 | 366.05 | 29 | 614.33 | 38 | 1020.3 |
| 3 | 6.165E-5 | 12* | 163.11 | 21 | 410.17 | 30 | 634.09 | 39 | 1113.2 |
| 4 | 8.63E-5 | 13 | 180.15 | 22 | 464.73 | 31 | 681.88 | 40 | 1138.5 |
| 5 | 1.162E-4 | 14* | 198.20 | 23* | 482.01 | 32 | 747.43 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 1.51E-4 | 15 | 271.37 | 24* | 489.09 | 33 | 851.49 | | |
| 7* | 59.201 | 16 | 275.21 | 25* | 549.88 | 34 | 864.65 | | |
| 8 | 90.302 | 17 | 287.99 | 26 | 559.41 | 35 | 875.15 | | |
| 9 | 97.854 | 18* | 319.60 | 27* | 575.77 | 36 | 888.3 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo 2 (metal): eslabón interno junto con 4 eslabones externos. En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 213.08 Hz, 231.4 Hz, 292.92 Hz y 564 Hz.



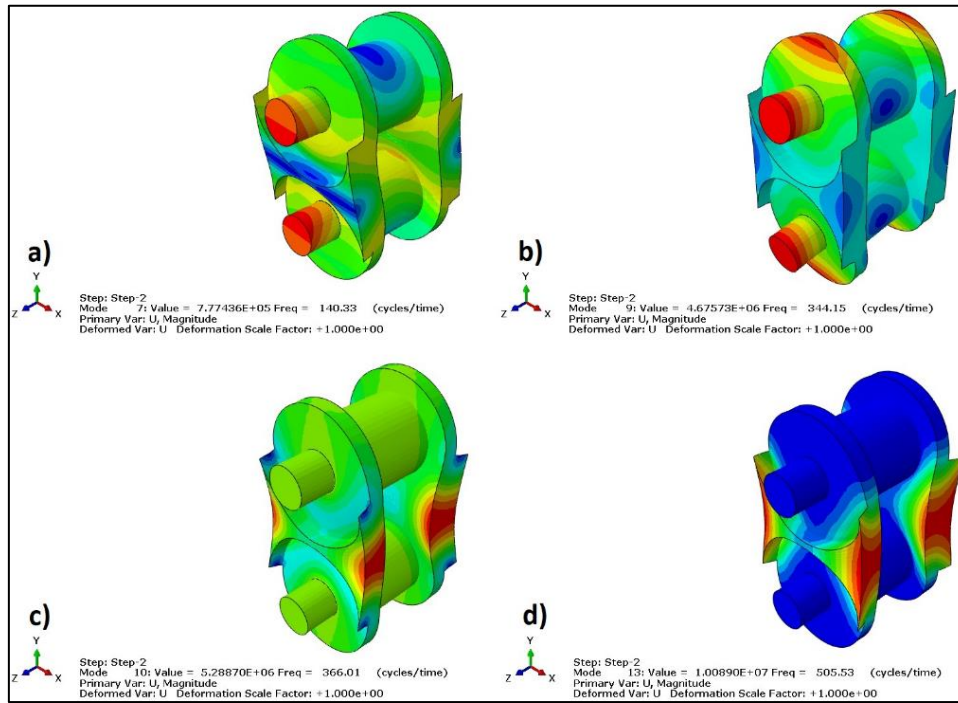
Anexo G- 4. Frecuencia natural de modelo 2, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 213 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 231 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 292 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 564 Hz.

Tabla de Anexo G- 4. Frecuencias naturales del modelo 2 con material metálico.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 292.92 | 19 | 1003.8 | 28 | 1780 | 37 | 2228.8 |
| 2 | 0 | 11 | 433.59 | 20 | 1010.4 | 29 | 1852.2 | 38 | 2228.9 |
| 3 | 8.66E-5 | 12 | 562.89 | 21 | 1021.7 | 30 | 1897.7 | 39 | 2338.2 |
| 4 | 1.146E-4 | 13 | 564 | 22 | 1055.9 | 31 | 1898.2 | 40 | 2344.5 |
| 5 | 1.1913E-4 | 14 | 564.85 | 23 | 1120.5 | 32 | 1951.5 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 2.39E-4 | 15 | 569.23 | 24* | 1163.3 | 33 | 2043 | | |
| 7* | 213.08 | 16 | 675.66 | 25 | 1513.6 | 34 | 2045.1 | | |
| 8 | 213.51 | 17 | 753.88 | 26 | 1630.9 | 35 | 2080.6 | | |
| 9 | 231.4 | 18* | 883.04 | 27 | 1631.6 | 36* | 2201.9 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo 3 (plástico): eslabón interno y dos pernos. En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 140 Hz, 344 Hz, 366 Hz y 505 Hz.



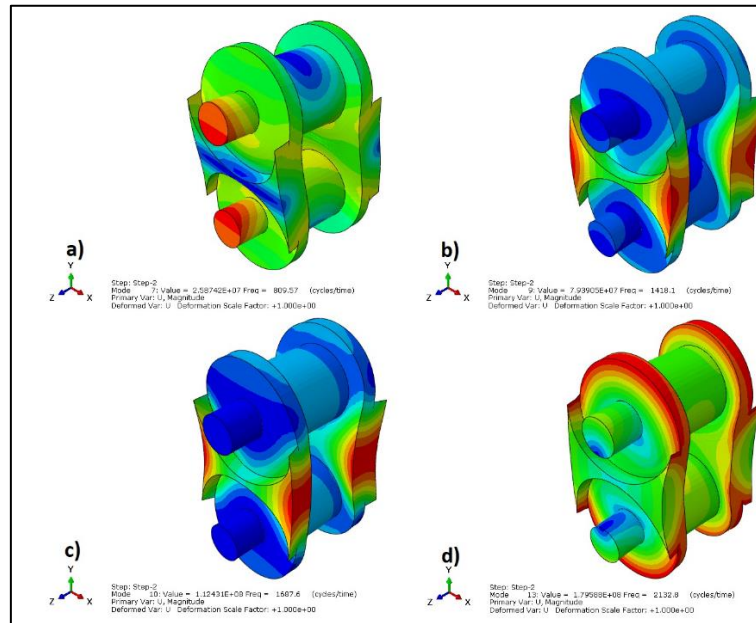
Anexo G- 5. Frecuencia natural de modelo 3, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 140 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 344 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 366 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 505 Hz.

Tabla de Anexo G- 5. Frecuencias naturales del modelo 3.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 366.01 | 19 | 842.46 | 28* | 982.36 | 37 | 1112.2 |
| 2 | 0 | 11 | 391.64 | 20 | 843.32 | 29* | 983.15 | 38 | 1120.8 |
| 3 | 0 | 12 | 450.89 | 21 | 908.71 | 30 | 984.31 | 39 | 11121 |
| 4 | 0 | 13 | 505.53 | 22* | 913.86 | 31 | 986.54 | 40 | 1147.1 |
| 5 | 1.029E-5 | 14* | 521.7 | 23* | 932.93 | 32 | 1038 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 1.379E-4 | 15 | 532.69 | 24 | 934.04 | 33 | 1073.5 | | |
| 7* | 140.33 | 16 | 589.5 | 25 | 945.51 | 34 | 1084.7 | | |
| 8 | 168.36 | 17 | 814.66 | 26 | 946.45 | 35 | 1089.5 | | |
| 9 | 344.15 | 18 | 821.03 | 27 | 973.17 | 36 | 1110.6 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo 3 (metal): eslabón interno y dos pernos. En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 809.57 Hz, 1418.1 Hz, 1687.6 Hz y 2132.8 Hz.



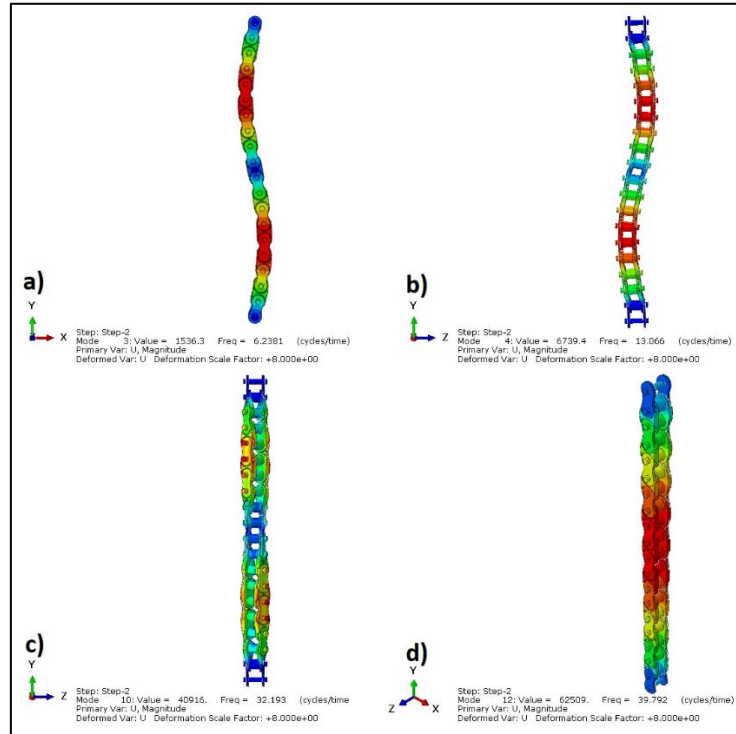
Anexo G- 6. Frecuencia natural de modelo 3, donde: donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 809 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 1418 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 1687 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 2132 Hz.

Tabla de Anexo G- 6. Frecuencias naturales del modelo 3 con material metálico.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 1687.6 | 19 | 2719 | 28* | 3390.8 | 37 | 3640.7 |
| 2 | 0 | 11 | 1759.4 | 20 | 2815.3 | 29* | 3426.8 | 38 | 3704.8 |
| 3 | 0 | 12* | 1856.7 | 21 | 2950.1 | 30 | 3434.3 | 39 | 3943.7 |
| 4 | 1.102E-4 | 13 | 2132.8 | 22* | 3048.7 | 31 | 3436.5 | 40 | 4165.7 |
| 5 | 1.578E-4 | 14 | 2150.6 | 23 | 3051.3 | 32 | 3471.6 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 2.29E-4 | 15 | 2179.6 | 24* | 3137.6 | 33 | 3553 | | |
| 7* | 809.57 | 16 | 2473.1 | 25 | 3263.9 | 34* | 3557.2 | | |
| 8 | 851.01 | 17* | 2670 | 26 | 3340.6 | 35 | 3572.1 | | |
| 9 | 1418.1 | 18* | 2685.2 | 27* | 3382.5 | 36 | 3616.6 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo de 9 elementos plásticos sin tensión. En la figura se ejemplifican 4 modos, con 6.23 Hz, 13.06 Hz, 32.19 Hz y 39.79 Hz respectivamente.



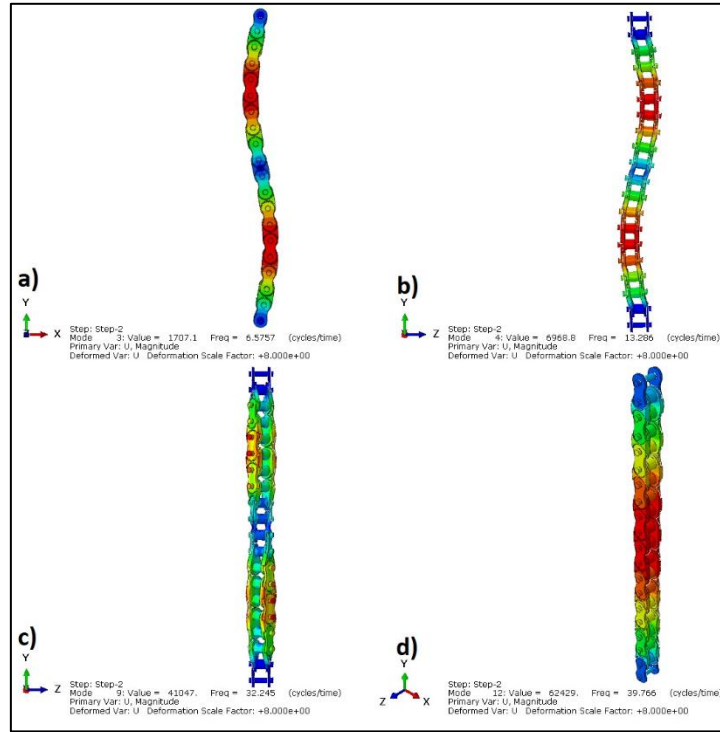
Anexo G- 7. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos sin tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 6.23 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.06 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 32.19 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.79 Hz.

Tabla de Anexo G- 7. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos sin precarga.

| Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) |
|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 1.5722 | 9* | 32.05 | 17* | 57.34 | 25* | 97.15 |
| 2* | 5.44 | 10 | 32.19 | 18* | 62.02 | 26 | 98.55 |
| 3 | 6.23 | 11 | 36.87 | 19 | 62.76 | 27 | 100.87 |
| 4* | 13.06 | 12 | 39.79 | 20 | 67.84 | 28* | 102.96 |
| 5 | 13.84 | 13* | 41.62 | 21 | 76.61 | 29 | 104.94 |
| 6 | 16.18 | 14 | 47.81 | 22 | 78.90 | 30* | 110.16 |
| 7* | 22.29 | 15* | 50.28 | 23 | 84.90 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 8 | 24.16 | 16 | 51.59 | 24 | 88.80 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo de 9 elementos plásticos con 100 N de tensión. En la figura se ejemplifican 4 modos, con 6.57 Hz, 13.28 Hz, 32.24 Hz y 39.76 Hz respectivamente.



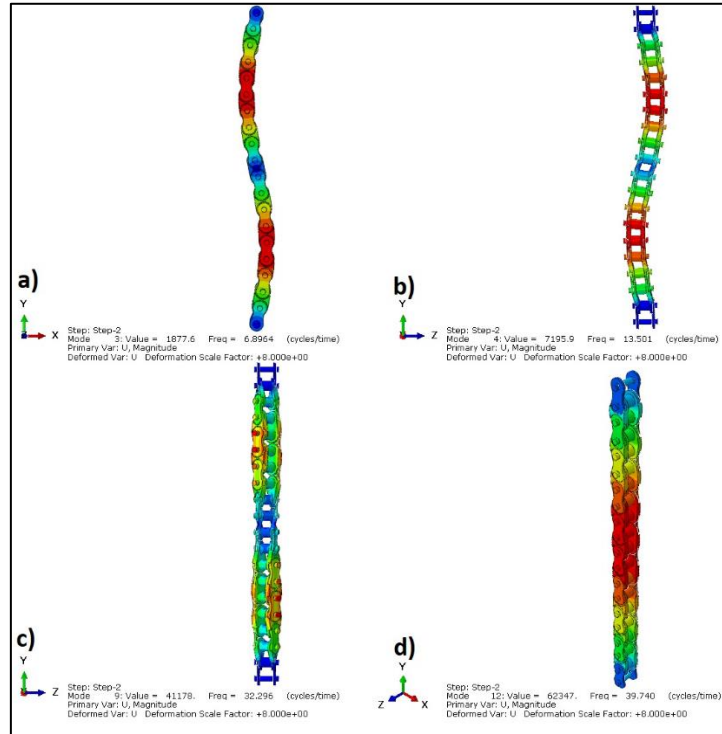
Anexo G- 8. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 100 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 6.57 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.28 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.24 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.76 Hz.

Tabla de Anexo G- 8. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 100 N.

| Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) |
|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 1.89 | 9 | 32.24 | 17* | 58.17 | 25* | 98.15 |
| 2* | 5.56 | 10* | 32.48 | 18 | 62.86 | 26 | 98.70 |
| 3 | 6.57 | 11 | 37.20 | 19* | 62.96 | 27 | 101.19 |
| 4* | 13.28 | 12 | 39.76 | 20 | 68.15 | 28* | 103.85 |
| 5 | 14.18 | 13* | 42.17 | 21 | 76.74 | 29 | 105.10 |
| 6 | 16.21 | 14 | 47.89 | 22 | 78.85 | 30 | 110.90* |
| 7* | 22.61 | 15* | 50.98 | 23 | 85.21 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 8 | 24.49 | 16 | 51.91 | 24 | 88.94 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo de 9 elementos plásticos con 200 N de tensión. En la figura se ejemplifican 4 modos, con 6.89 Hz, 13.5 Hz, 32.29 Hz y 39.74 Hz respectivamente.



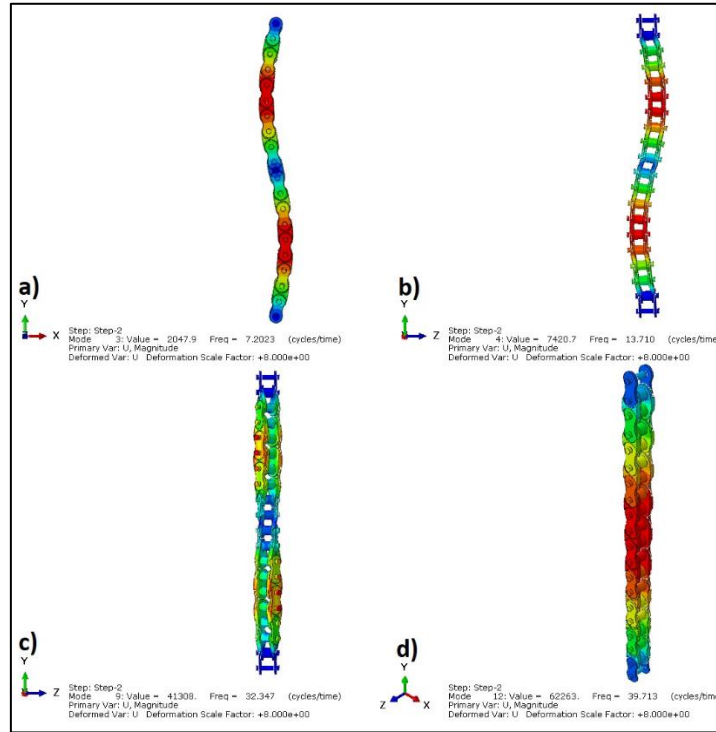
Anexo G- 9. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 200 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 6.89 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.5 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.29 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.74 Hz.

Tabla de Anexo G- 9. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 200 N.

| Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) |
|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 2.16 | 9 | 32.29 | 17* | 58.98 | 25 | 98.85 |
| 2* | 5.69 | 10* | 32.90 | 18 | 62.95 | 26* | 99.13 |
| 3 | 6.89 | 11 | 37.52 | 19* | 63.87 | 27 | 101.52 |
| 4* | 13.50 | 12 | 39.74 | 20 | 68.46 | 28* | 104.73 |
| 5 | 14.51 | 13* | 42.72 | 21 | 76.85 | 29 | 105.27 |
| 6 | 16.23 | 14 | 47.96 | 22 | 78.79 | 30* | 111.62 |
| 7* | 22.91 | 15* | 51.66 | 23 | 85.52 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 8 | 24.82 | 16 | 52.23 | 24 | 89.08 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo de 9 elementos plásticos con 300 N de tensión. En la figura se ejemplifican 4 modos, con 7.20 Hz, 13.71 Hz, 32.34 Hz y 39.71 Hz respectivamente.



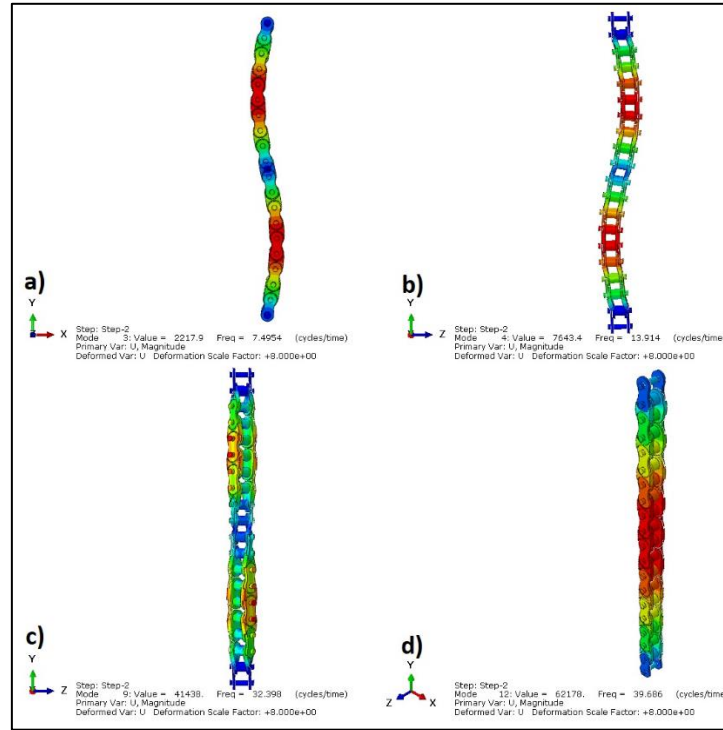
Anexo G- 10. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 300 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 7.20 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.71 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.34 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.71 Hz.

Tabla de Anexo G- 10. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 300 N.

| Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) |
|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 2.40 | 9 | 32.34 | 17* | 59.77 | 25 | 99 |
| 2* | 5.81 | 10* | 33.31 | 18 | 63.05 | 26* | 100.10 |
| 3 | 7.20 | 11 | 37.84 | 19* | 64.77 | 27 | 101.84 |
| 4* | 13.71 | 12 | 39.71 | 20 | 68.77 | 28 | 105.43 |
| 5 | 14.83 | 13* | 43.24 | 21 | 76.97 | 29* | 105.59 |
| 6 | 16.26 | 14 | 48.04 | 22 | 78.74 | 30* | 112.34 |
| 7* | 23.21 | 15* | 52.32 | 23 | 85.82 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 8 | 25.14 | 16 | 52.54 | 24 | 89.22 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo de 9 elementos plásticos con 400 N de tensión. En la figura se ejemplifican 4 modos, con 7.49 Hz, 13.91 Hz, 32.39 Hz y 39.68 Hz respectivamente.



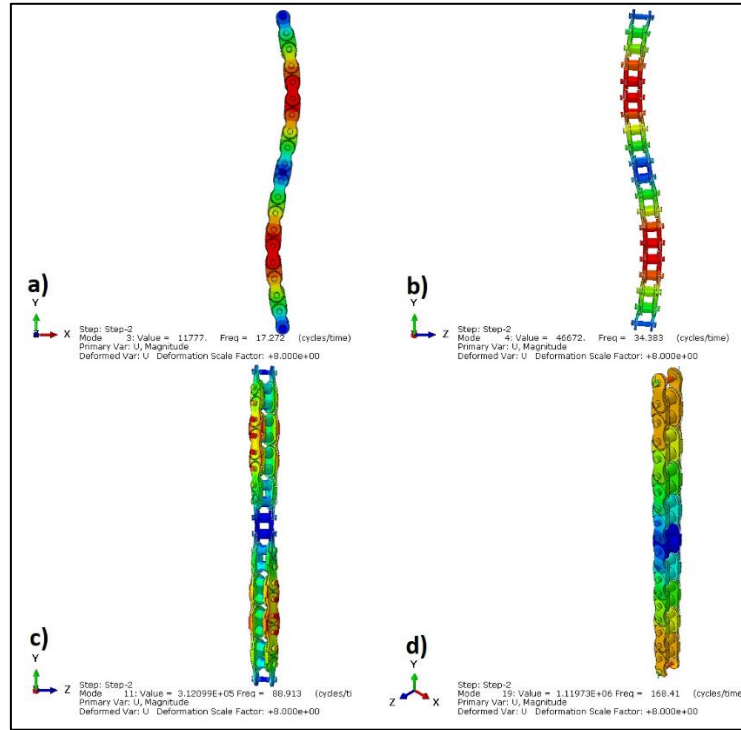
Anexo G- 11. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos plásticos con 400 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 7.49 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 13.91 Hz, c) Modo 9 con frecuencia natural de 32.39 Hz, d) Modo 12 con frecuencia natural de 39.68 Hz.

Tabla de Anexo G- 11. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos plásticos y tensión de 400 N.

| Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) |
|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 2.62 | 9 | 32.39 | 17* | 60.55 | 25 | 99.16 |
| 2* | 5.93 | 10* | 33.70 | 18 | 63.15 | 26* | 101.05 |
| 3 | 7.49 | 11 | 38.15 | 19* | 65.65 | 27 | 102.16 |
| 4* | 13.91 | 12 | 39.68 | 20 | 69.07 | 28 | 105.59 |
| 5 | 15.15 | 13* | 43.76 | 21 | 77.09 | 29* | 106.44 |
| 6 | 16.28 | 14 | 48.11 | 22 | 78.69 | 30* | 113.04 |
| 7* | 23.51 | 15 | 52.85 | 23 | 86.13 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 8 | 25.46 | 16* | 52.96 | 24 | 89.35 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo de 9 elementos metálicos con 400 N de tensión. En la figura se ejemplifican 4 modos, con 17.27 Hz, 34.38 Hz, 88.91 Hz y 168.41 Hz respectivamente.



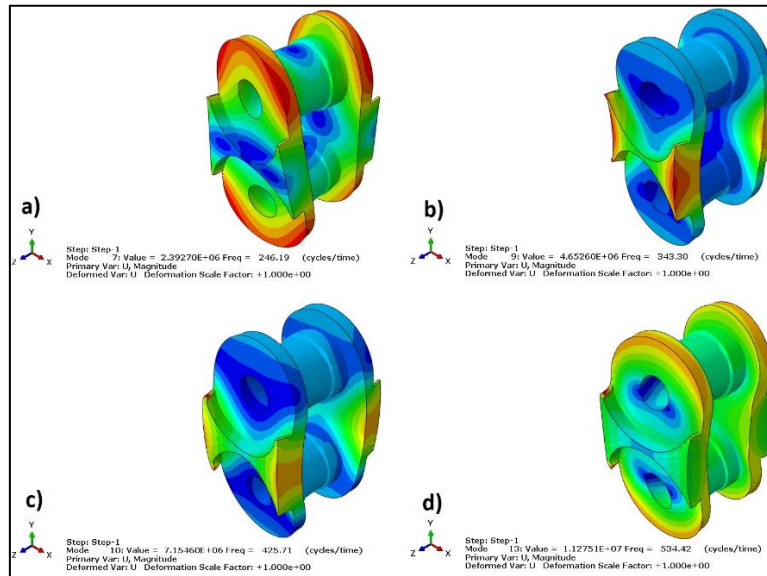
Anexo G- 12. Frecuencia natural de modelo con 9 elementos metálicos con 400 N de tensión, donde: a) Modo 3 con frecuencia natural de 17.27 Hz, b) Modo 4 con frecuencia natural de 34.38 Hz, c) Modo 11 con frecuencia natural de 88.91 Hz, d) Modo 19 con frecuencia natural de 168.41 Hz.

Tabla de Anexo G- 12. Frecuencias naturales del modelo con 9 elementos metálicos y tensión de 400 N.

| Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) | Número de frecuencia natural | Frecuencia (Hz) |
|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 4.56 | 11 | 88.91 | 17* | 151.06 | 25 | 245.84 |
| 2* | 12.82 | 12 | 97.24 | 18* | 168.19 | 26 | 280.41 |
| 3 | 17.27 | 13* | 107.50 | 19 | 168.41 | 27 | 280.83 |
| 4* | 34.38 | 14* | 130.32 | 20 | 171.52 | 28* | 283.59 |
| 5 | 37.68 | 15 | 133.47 | 21* | 179.81 | 29* | 289.51 |
| 6 | 43.93 | 16 | 135.43 | 22 | 183.36 | 30 | 306.10 |
| 7 | 55.47 | 9 | 64.78 | 23 | 209.37 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 8* | 58.96 | 10* | 83.52 | 24 | 232.12 | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo con elemento de plástico modificado (0.3mm de reducción de radio externo). En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 246.19 Hz, 343.3 Hz, 425.71 Hz y 534.42 Hz.



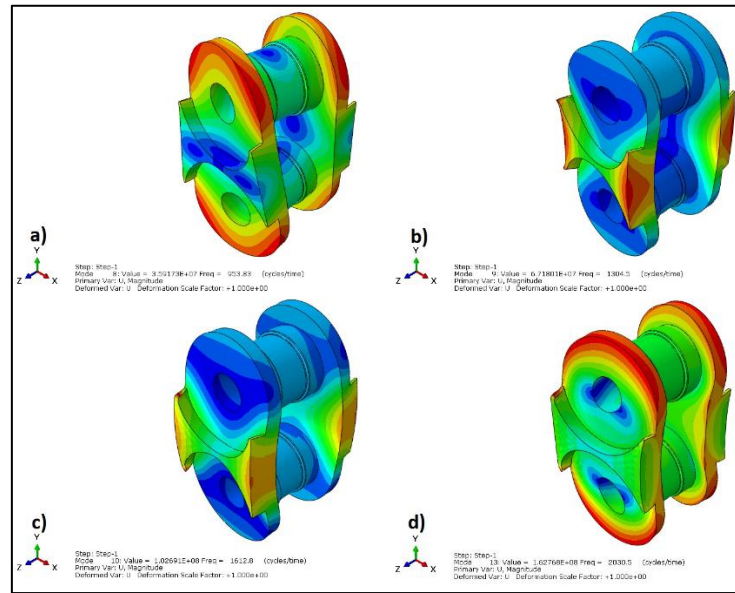
Anexo G- 13. Frecuencia natural de modelo con cambio geométrico de 0.3 mm de radio externo, donde: a) Modo 7 con frecuencia natural de 246.19 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 343.3 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 425.71 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 534.42 Hz.

Tabla de Anexo G- 13. Frecuencias naturales del modelo de plástico con reducción de radio externo de 0.3 mm.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 425.71 | 19 | 628.37 | 28* | 767.43 | 37 | 977 |
| 2 | 0 | 11 | 453.83 | 20 | 638.82 | 29* | 795.80 | 38 | 10007.4 |
| 3 | 1.32E-5 | 12* | 489.62 | 21 | 654.57 | 30 | 812.43 | 39 | 10007.7 |
| 4 | 2.947E-5 | 13 | 534.42 | 22 | 684.14 | 31* | 824.7 | 40 | 1012.2 |
| 5 | 3.59E-5 | 14 | 591.84 | 23 | 710.69 | 32 | 845.91 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 4.643E-5 | 15 | 598.84 | 24* | 730.79 | 33 | 884.2 | | |
| 7 | 246.19 | 16 | 599.21 | 25 | 731.19 | 34 | 952.39 | | |
| 8* | 247.53 | 17 | 599.93 | 26* | 744.17 | 35 | 966.88 | | |
| 9 | 343.3 | 18 | 608.99 | 27 | 761.34 | 36 | 968.54 | | |
| | | | | | | | | | |

ANEXO G – RESULTADOS NUMÉRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES CON DIFERENTES MODELOS.

- Modelo con elemento de metal modificado (0.3 mm de reducción de radio externo). En la figura se presenta un ejemplo de frecuencia natural escogido para este modelo. El cual presenta frecuencias naturales de 953.83 Hz, 1304.5 Hz, 1612.8 Hz y 2030.5 Hz.



Anexo G- 14. Frecuencia natural de modelo con cambio geométrico de 0.3 mm de radio externo en elemento de metal, donde: a) Modo 8 con frecuencia natural de 953.83 Hz, b) Modo 9 con frecuencia natural de 1304.5 Hz, c) Modo 10 con frecuencia natural de 1612.8 Hz, d) Modo 13 con frecuencia natural de 2030.5 Hz.

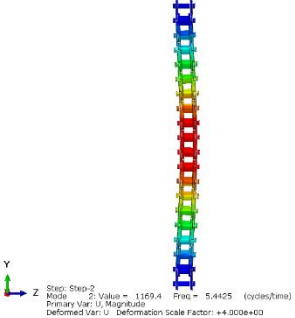
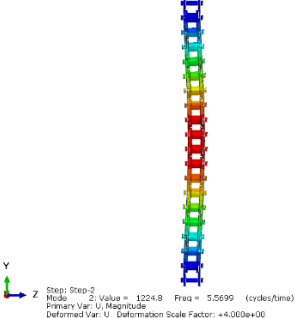
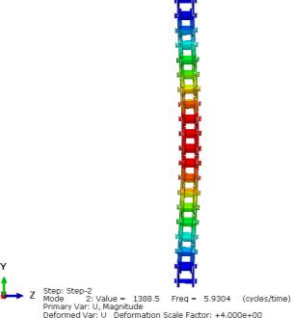
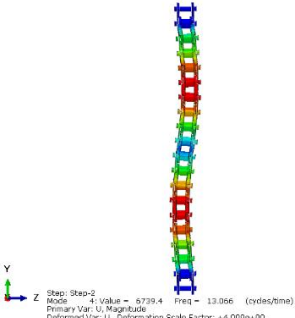
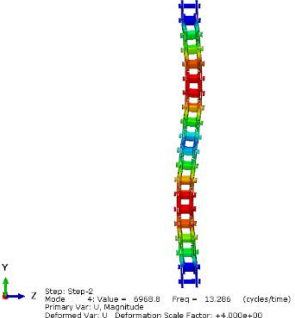
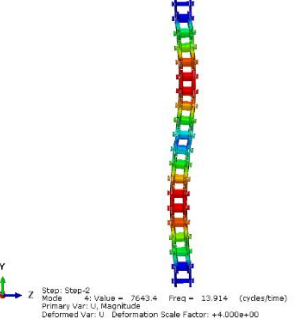
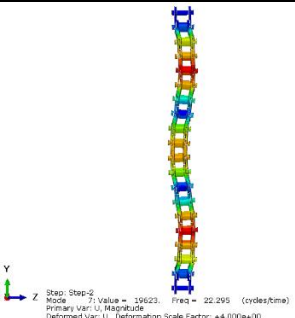
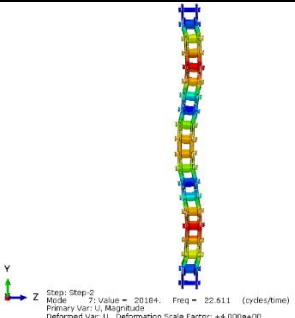
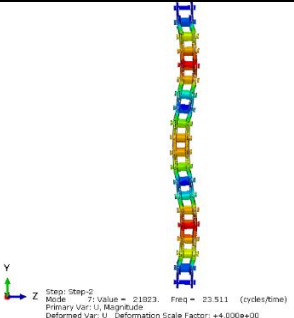
Tabla de Anexo G- 14. Frecuencias naturales del modelo con reducción de radio externo de 0.3 mm en elemento de metal.

| Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) | Número | Frecuencia (Hz) |
|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 1 | 0 | 10* | 1612.8 | 19 | 2382.5 | 28 | 2930.1 | 37 | 3728.5 |
| 2 | 0 | 11 | 1729.8 | 20 | 2430.4 | 29 | 3049 | 38 | 3832.7 |
| 3 | 3.76E-5 | 12* | 1867 | 21 | 2504 | 30 | 3108.9 | 39 | 3837.2 |
| 4 | 1.14E-4 | 13 | 2030.5 | 22* | 2599.8 | 31 | 3129.8 | 40 | 3878.8 |
| 5 | 1.19E-4 | 14 | 2262.4 | 23 | 2719.5 | 32 | 3201 | * Frecuencia natural flexionante | |
| 6 | 1.418E-4 | 15 | 2324.6 | 24 | 2776.6 | 33 | 3373.5 | | |
| 7* | 932.8 | 16 | 2325.7 | 25* | 2794.5 | 34* | 3598.9 | | |
| 8 | 953.83 | 17 | 2330.5 | 26* | 2799.8 | 35 | 3677.1 | | |
| 9 | 1304.5 | 18 | 2349.2 | 27 | 2874.9 | 36* | 3687 | | |

ANEXO H – FRECUENCIAS Y FORMAS MODALES DE LAS DIFERENTES CONFIGURACIONES Y PRECARGAS.

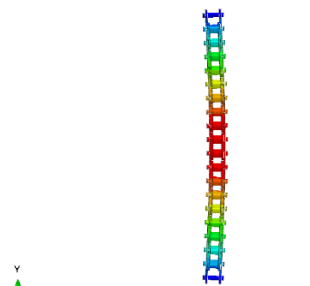
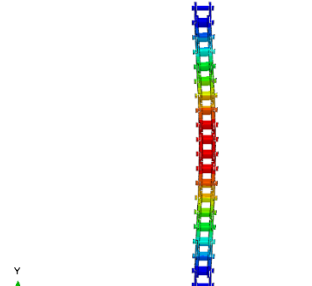
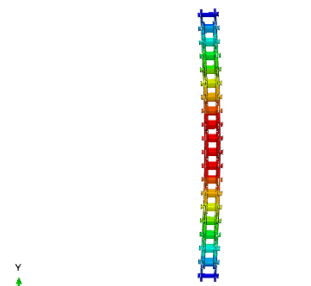
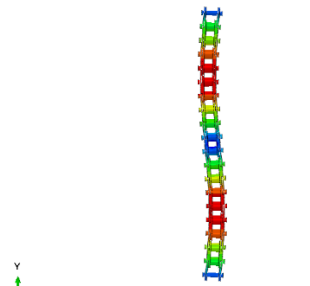
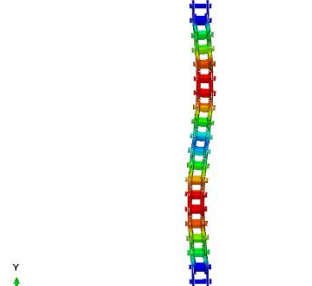
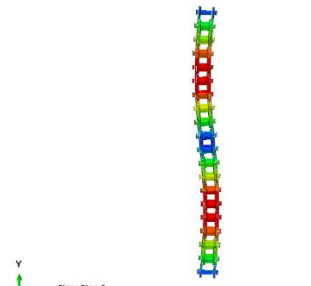
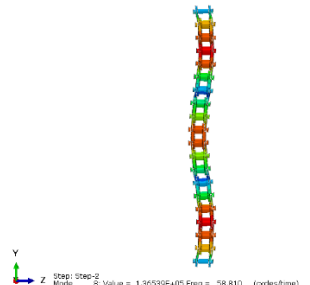
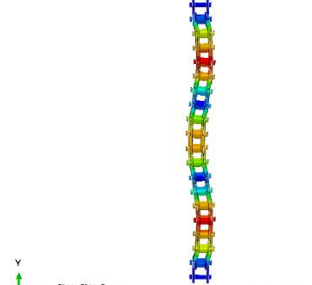
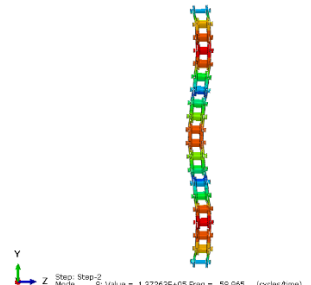
Las tablas siguientes presentan la comparación de 3 frecuencias naturales y formas modales sin precarga y con dos diferentes fuerzas de tensión (100 y 400 N) para un sistema con 9 elementos plásticos y metálicos correspondientemente.

Tabla de Anexo H- 1. Comparación de frecuencias naturales y formas modales para un sistema de 9 elementos plásticos con y sin precarga.

| Precarga Frecuencia Natural | Sin precarga | 100 N | 400 N |
|--------------------------------|---|--|---|
| 2 |  <p>Step: Step-2 Mode: 2, Value = 1169.4 Freq = 5.4425 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 2, Value = 1224.8 Freq = 5.5699 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 2, Value = 1389.5 Freq = 5.9304 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |
| | 5.44 Hz | 5.56 Hz | 5.93 Hz |
| 4 |  <p>Step: Step-2 Mode: 4, Value = 6739.4 Freq = 13.066 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 4, Value = 6660.0 Freq = 13.266 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 4, Value = 7643.4 Freq = 13.914 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |
| | 13.06 Hz | 13.28 Hz | 13.91 Hz |
| 7 |  <p>Step: Step-2 Mode: 7, Value = 19623 Freq = 22.295 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 7, Value = 20164 Freq = 22.611 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 7, Value = 21923 Freq = 23.511 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |
| | 22.29 Hz | 22.61 Hz | 23.51 Hz |

ANEXO H – FRECUENCIAS Y FORMAS MODALES DE LAS DIFERENTES CONFIGURACIONES Y PRECARGAS.

Tabla de Anexo H- 2. Comparación de frecuencias naturales y formas modales para un sistema de 9 elementos metálicos con y sin precarga.

| Precarga \ Frecuencia Natural | Sin precarga | 100 N | 400 N |
|-------------------------------|---|--|---|
| 2 |  <p>Step: Step-2 Mode: 2; Value = 6416.9 Freq = 12.749 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 2; Value = 1224.8 Freq = 5.5699 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 2; Value = 6495.6 Freq = 12.827 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |
| | 12.74 Hz | | 12.82 Hz |
| 4 |  <p>Step: Step-2 Mode: 4; Value = 49367 Freq = 34.271 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 4; Value = 9969.8 Freq = 13.266 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 4; Value = 46672 Freq = 34.383 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |
| | 34.27 Hz | | 34.38 Hz |
| 8 |  <p>Step: Step-2 Mode: 8; Value = 1.36539E+05 Freq = 58.810 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 7; Value = 20164 Freq = 22.611 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |  <p>Step: Step-2 Mode: 8; Value = 1.37263E+05 Freq = 58.985 (cycles/time) Primary Var: U, Magnitude Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +4.000e+00</p> |
| | 58.81 Hz | | 58.96 Hz |