



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

## Tesis de Doctorado

**Análisis y modelado CFD de chumaceras en estado  
estable y transitorio**

presentada por

**MC. Demetrio Pérez Viguera**

como requisito para la obtención del grado de

**Doctor en Ciencias en Ingeniería  
Mecánica**

Director de tesis

**Dr. Jorge Colín Ocampo**

Codirector de tesis

**Dr. Andrés Blanco Ortega**

Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2024.

Cuernavaca, Mor., 15/diciembre/2023  
No. De Oficio: SAC/214/2023  
Asunto: Autorización para presentar examen de grado

**DEMETRIO PÉREZ VIGUERAS  
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA MECÁNICA  
P R E S E N T E**

Me es grato comunicarle que una vez cubiertos todos los requisitos necesarios para presentar el examen de grado de Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica, con la tesis titulada "Análisis y modelado CFD de chumaceras en estado estable transitorio", dirigida por el Dr. Jorge Colín Ocampo, SE AUTORIZA la presentación del mismo el día 12 de enero del 2024, a las 12:00 horas.

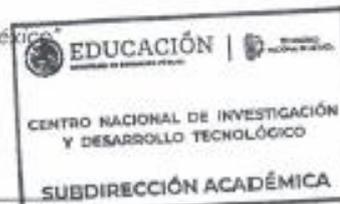
Aprovecho la ocasión para desearle el mejor de los éxitos en su examen, así como en su vida profesional, y agradecerle la confianza depositada en nuestra institución para la realización de sus estudios.

**ATENTAMENTE**

Excelencia en Educación Tecnológica®  
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"

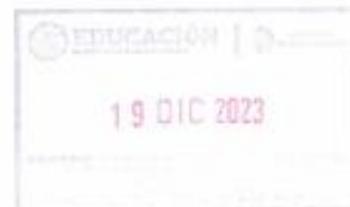


**CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



C. c. p. Departamento de Ingeniería Mecánica  
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



EUW



Cuernavaca, Mor., a 06 de diciembre de 2023

**DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA**  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO  
PRESENTE

**ATn: DR. JORGE COLÍN OCAMPO**  
PRESIDENTE DEL CLAUSTRO DOCTORAL  
DEL DEPARTAMENTO DE ING. MECÁNICA

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del estudiante **Demetrio Pérez Viguera** manifiestan que después de haber revisado el documento de tesis titulado **"Análisis y modelado CFD de chumaceras en estado estable y transitorio"**, realizado bajo la dirección del **Dr. Jorge Colín Ocampo** y la codirección del **Dr. Andrés Blanco Ortega**, el trabajo se **ACEPTA** para proceder a su impresión.

ATENTAMENTE

\_\_\_\_\_  
DR. ARTURO ABÚNDEZ PLIEGO  
CENIDET

\_\_\_\_\_  
DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN  
CENIDET

\_\_\_\_\_  
DR. RAFAEL CAMPOS AMEZCUA  
CENIDET

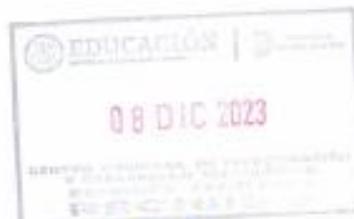
\_\_\_\_\_  
DR. MANUEL ABÍAS MONTIEL  
U.T.M.

\_\_\_\_\_  
DR. JORGE COLÍN OCAMPO  
CENIDET

\_\_\_\_\_  
DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA  
CENIDET

c.c.p: Mtra. María Elena Gómez Torres Jefa del Departamento de Servicios Escolares  
c.c.p: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza Subdirector Académico

c.c.p: Expediente



# **Dedicatoria**

Este trabajo se lo dedico a mi familia que siempre me apoya en lo que me propongo realizar. A mi papá y mamá que siempre me apoyan y sobre todo siempre me alientan a seguir mejorando. A mis hermanas que me impulsan a seguir creciendo.

# Agradecimientos

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por darme la oportunidad de realizar mis estudios de doctorado y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado para estudiar el posgrado.

A Dios por la oportunidad y paciencia para realizar otra etapa de mi vida.

A mi familia por el apoyo incondicional que siempre me brindan, a mi mamá que me alienta siempre en mis estudios, a mi papá que nunca me ha dejado de apoyar, a mis hermanas Wendi y Alejandra que me motivan a seguir adelante y a mi abuelo Florencio que me ha enseñado tanto.

A mis amigos Diana y Marcelino por su amistad, consejos y apoyo incondicional en los momentos difíciles.

A mi director de tesis Dr. Jorge Colín Ocampo y codirector Dr. Andrés Blanco Ortega por su apoyo y orientación que me brindaron para realizar mi investigación.

A mis amigos y compañeros de laboratorio Cuauhtémoc, Javier Antonio, Luis Alberto, Saulo y Víctor por sus retroalimentaciones para desarrollar mi investigación.

A mis revisores los doctores Arturo Abúndez Pliego, Eladio Martínez Rayón, Manuel Arias Montiel, Rafael Campos Amezcua y Claudia Cortés García, que con sus observaciones enriquecieron mi trabajo.

A la señora Rocío por todo el apoyo y las facilidades que me proporcionó.

# Resumen

En la presente investigación, se presenta el modelado en estado estable y transitorio del espesor 3-D de la película lubricante de una chumacera hidrodinámica plana. El software de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) de ANSYS *Fluent* fue utilizado para determinar el campo de presión de la película lubricante en cada posición del muñón a velocidad de operación constante. Para modificar la posición del muñón, se desarrolló e implementó un algoritmo de movimiento nodal para actualizar las posiciones de los nodos de la malla del fluido lubricante. En el análisis en estado estable, el muñón se desplazó a unas posiciones de equilibrio estático dadas y se obtuvieron las capacidades de carga. Se aplicaron ajustes polinomiales a las relaciones de la capacidad de carga y del ángulo de actitud con la relación de excentricidad, posteriormente se calcularon los coeficientes dinámicos de rigidez de la chumacera. En el análisis en estado transitorio, se determinaron las posiciones de equilibrio estático para varias masas del muñón, con y sin el efecto de la masa adicional del muñón. En cada paso de tiempo, los desplazamientos de los nodos fueron calculados al resolver simultáneamente las ecuaciones de movimiento del rotor a partir de las fuerzas hidrodinámicas. Se aplicó la metodología de la linealización de las fuerzas hidrodinámicas, originadas por una perturbación de velocidad constante, para calcular los coeficientes de rigidez y amortiguamiento. Se analizó el efecto que tiene la masa del muñón en el cálculo de la posición de equilibrio para un paso de tiempo constante, así como el efecto que tiene el paso de tiempo en el cálculo de la posición de equilibrio para una masa constante del muñón. Para llevar a cabo las simulaciones anteriores, se propuso un algoritmo nuevo y novedoso para optimizar el tiempo de simulación en el cálculo de la posición de equilibrio estático del muñón; como resultados obtenidos, el algoritmo propuesto logró una reducción significativa del tiempo de simulación de 8 días (192h) a 5 días (120h) cuando se evaluó una masa de 100 kg, además evitó el monitoreo constante de las fuerzas hidrodinámicas y la modificación manual del paso de tiempo. También se eliminó la presencia del error de volumen negativo que abortaba las simulaciones cuando las aceleraciones crecían descontroladamente.

# Abstrac

In this investigation, the steady and transient state modeling of the 3-D fluid film thickness of a plane hydrodynamic journal bearing is presented. ANSYS *Fluent* Computational Fluids Dynamic (CFD) software was used to determine the pressure field of the lubricant film at each journal position at constant operating speed. To modify the journal position, a nodal movement algorithm was developed and implemented to update the node positions of the lubricating fluid mesh. In the steady-state analysis, the journal was moved to given static equilibrium positions and the load capacities were obtained. Polynomial fits were applied to the relations of the load capacity and the attitude angle with the eccentricity ratio, subsequently the dynamic stiffness coefficients of the bearing were calculated. In the transient state analysis, static equilibrium positions were determined for various journal masses, with and without the effect of additional journal mass. At each time step, displacements of nodes were calculated by simultaneously solving the rotor equations of motion from the hydrodynamic forces. The methodology of linearization of hydrodynamic forces, caused by a constant velocity disturbance, was applied to calculate the stiffness and damping coefficients. The effect that the journal mass has on the calculation of the equilibrium position for a constant time step was analyzed, as well as the effect that the time step has on the calculation of the equilibrium position for a constant mass of the journal. To carry out the above simulations, a new and novel algorithm was proposed to optimize the simulation time in calculating the static equilibrium position of the journal. As results obtained, the proposed algorithm achieved a significant reduction in the simulation time from 8 days (192 h) to 5 days (120 h) when a mass of 100 kg was evaluated, in addition it avoided the constant monitoring of the hydrodynamic forces and the manual modification of the time step. The presence of the negative volume error that aborted the simulations when accelerations grew uncontrollably was also eliminated.

# Contenido

Dedicatoria .....	i
Agradecimientos .....	ii
Resumen .....	iii
Abstrac.....	iv
Contenido .....	v
Lista de figuras .....	vii
Lista de tablas .....	x
Capítulo I.....	11
Introducción.....	11
1.1    Estado del arte.....	11
1.2    Planteamiento del problema .....	16
1.3    Propuesta de solución.....	17
1.4    Justificación .....	18
1.5    Hipótesis .....	18
1.6    Objetivo general.....	19
1.7    Objetivos específicos .....	19
Capítulo II.....	20
Teoría de chumaceras de película lubricante y algoritmo de movimiento de nodos .....	20
2.1.1    Ecuaciones de conservación de la masa.....	20
2.1.2    Ecuaciones de conservación del momento.....	20
2.2    Espesor de la película lubricante .....	21
2.3    Ecuación de Reynolds.....	23
2.3.1    Condiciones de frontera .....	23
2.4    Aproximaciones de chumaceras planas .....	25
2.4.1    Chumacera infinitamente corta .....	25
2.4.2    Chumacera infinitamente larga .....	25
2.4.3    Chumacera de longitud finita .....	26
2.5    Parámetros estáticos de una chumacera plana.....	27
2.6    Parámetros dinámicos de chumaceras .....	30
2.7    Algoritmo de movimiento de malla de la película lubricante .....	31

2.8	Descripción del método de malla dinámica.....	34
Capítulo III .....		36
Modelado de fuerzas hidrodinámicas lineales y no lineales en la chumacera .....		36
3.1	Modelado matemático de las fuerzas hidrodinámicas en estado estable y cálculo de los coeficientes de rigidez.....	36
3.2	Modelado de fuerzas hidrodinámicas transitorias lineales y no lineales en la chumacera hidrodinámica.....	39
3.3	Consideraciones para determinar los parámetros de movimiento del centro del muñón sin efecto de la masa adicional .....	41
Capítulo IV .....		42
Modelado y análisis de resultados de la chumacera en estado estable y transitorio.....		42
4.1	Modelado y mallado 3-D de la película lubricante .....	42
4.1.1	Mallado del fluido de la chumacera hidrodinámica.....	43
4.1.2	Configuraciones de <i>Fluent</i> para la solución numérica de la chumacera hidrodinámica plana	44
4.2	Fuerzas hidrodinámicas en estado estable.....	48
4.3	Coefficientes de rigidez de la chumacera plana en estado estable .....	54
4.4	Fuerzas hidrodinámicas transitorias-Posición de equilibrio debido a parámetros lineales y no lineales de movimiento .....	57
4.5	Perturbación de la posición de equilibrio-coeficientes dinámicos de la chumacera .....	65
4.6	Influencia del paso de tiempo en el análisis transitorio para el cálculo de la posición de equilibrio estático .....	72
4.7	Algoritmo propuesto para la optimización del tiempo de simulación .....	81
Capítulo V .....		90
Conclusiones y trabajos futuros .....		90
5.1	Conclusiones.....	90
5.2	Trabajos futuros .....	93
Referencias .....		94

# Lista de figuras

Figura 1. Esquemas del tipo de malla generada y de ranuras en una chumacera. a) malla oblicua. b) ranuras tipo espina de pescado modificado de [12].	13
Figura 2. a) Geometría del rotor-chumacera; b) Locus entre diferentes modelos de rotor-chumacera (modelo rígido; Babbitt y chumacera de acero vs. modelo del rotor de acero; chumacera de nailon y acero vs. rotor de acero; chumacera de nailon vs. rotor de acero) modificado de [28].	15
Figura 3. Película del fluido entre dos superficies sólidas, modificado de [1].	21
Figura 4. Geometría y nomenclatura de una chumacera de película de fluido.	22
Figura 5. Pad inclinado y journal bearing. a) Chumacera de pad inclinado. b) Journal bearing. c) Journal bearing simplificada, modificado de [1].	24
Figura 6. Diagrama de cuerpo libre del eje en posición de equilibrio estático.	28
Figura 7. Efecto del cambio de posición del muñón debido a perturbaciones de carga.	30
Figura 8. Sección transversal de la película lubricante discretizada por elementos tipo hexaedro en la condición inicial concéntrica del muñón $OJ$ .	32
Figura 9. Sección transversal de la película lubricante que mantiene la discretización mediante elementos tipo hexaedro después de que el muñón se ha desplazado a $OJ'$ .	34
Figura 10. Variación de la capacidad de carga a causa de la perturbación del centro del muñón (a) $\Delta\theta$ en la dirección $\theta$ y (b) $\Delta e$ en la dirección $e$ (modificada de [22]).	39
Figura 11. Discretización de la película lubricante, se obtiene una malla estructurada.	44
Figura 12. Condiciones de frontera de la película lubricante.	45
Figura 13. Diagrama general de flujo para establecer las condiciones de frontera y operación de la chumacera plana en ANSYS Fluent.	47
Figura 14. Distribución del campo de presión estática en la superficie del eje, antes y después de aplicar la condición de Sommerfeld.	48
Figura 15. Diagrama de flujo de la solución en estado estable de la chumacera.	49
Figura 16. Campos de presión de la chumacera antes (izquierda) y después (derecha) de la condición de Sommerfeld con $\varepsilon = 0.05$ , $\phi = 86.9296^\circ$ y $N = 3000 \text{ RPM}$ .	50
Figura 17. Campos de presión de la chumacera antes (izquierda) y después (derecha) de la condición de Sommerfeld con $\varepsilon = 0.95$ , $\phi = 19.6732^\circ$ y $N = 3000 \text{ RPM}$ .	50
Figura 18. Ángulo de actitud $\phi$ (círculos negros) de cada $\varepsilon, \phi$ de la Tabla 5 y función de la posición de equilibrio $\phi\varepsilon$ (línea roja) en radianes en estado estable.	52
Figura 19. Capacidad de carga en estado estable $f$ (círculos rojos) de cada $\varepsilon, \phi$ de la Tabla 5 y función de fuerza $f\varepsilon$ (línea negra) en función de la relación de excentricidad (adimensionales).	53
Figura 20. Componentes de fuerza (adimensionales) $fR$ (círculos rojos) y $fT$ (círculos negros) de cada $\varepsilon, \phi$ de la Tabla 5 y funciones de fuerza (adimensionales) $fR(\varepsilon)$ (línea azul) y $fT\varepsilon$ (línea magenta) en estado estable.	53
Figura 21. Derivadas de las fuerzas, $dfRd\varepsilon$ y $dfTd\varepsilon$ , de la chumacera plana y del ángulo de actitud $d\phi d\varepsilon$ del centro del eje.	54

Figura 22. Coeficientes rotodinámicos adimensionales de rigidez, aplicando las derivadas de $fR\epsilon$ , $fT\epsilon$ y $\phi\epsilon$ (modelo actual Fluent línea sólida) y los calculados por la ecuación de Reynolds adimensional (literatura [11] línea discontinua).	56
Figura 23. Comparación de los coeficientes adimensionales de rigidez calculados en el modelo actual (Fluent) en estado estable vs la literatura[11] . Directos a) $k_{xx}$ y b) $k_{yy}$ . Cruzados c) $k_{xy}$ y d) $k_{yx}$ .	57
Figura 24. Diagrama de flujo para determinar las fuerzas hidrodinámicas de la chumacera en estado transitorio.	58
Figura 25. Fuerzas hidrodinámicas de la película de fluido lubricante. a) $F_x$ y b) $F_y$ sin el efecto de la masa adicional M. c) $F_x$ y d) $F_y$ con el efecto de la masa adicional M en las direcciones horizontal x y vertical y.	60
Figura 26. Componentes de aceleración del centro del muñón en la chumacera. a) x y b) y sin el efecto de la masa adicional M. c) x y d) y con el efecto de la masa adicional M en las direcciones horizontal x y vertical y.	61
Figura 27. Componentes de velocidad del centro del muñón en la chumacera. a) x y b) y sin el efecto de la masa adicional M. c) x y d) y con el efecto de la masa adicional M en las direcciones horizontal x y vertical y.	62
Figura 28. Componentes de posición del centro del muñón en la chumacera. a) x y b) y sin el efecto de la masa adicional M. c) x y d) y con el efecto de la masa adicional M en las direcciones horizontal x y vertical y.	63
Figura 29. Trayectoria del centro del muñón a) para M=300 kg y N=3000 RPM modelo actual. b) trayectorias para diferentes velocidades $L_i$ [33].	64
Figura 30. Ángulo de actitud del centro del muñón a) sin efecto de la masa adicional M, b) con efecto de la masa adicional M.	65
Figura 31. Fuerzas hidrodinámicas debidas a una perturbación de velocidad en dirección X.	66
Figura 32. Fuerzas hidrodinámicas debidas a una perturbación de velocidad en dirección Y.	67
Figura 33. Fuerzas hidrodinámicas linealizadas en función de un $\Delta X$ a) $F_x$ y b) $F_y$ .	69
Figura 34. Fuerzas hidrodinámicas linealizadas en función de un $\Delta Y$ a) $F_x$ y b) $F_y$ .	70
Figura 35. Fuerza hidrodinámica sin valor inicial a) en la dirección x b) dirección y [33].	71
Figura 36. Efecto de la masa M en a) trayectoria del del centro del eje, b) posición de equilibrio del rotor. c) relación de excentricidad del centro del eje en la chumacera y d) ángulo de actitud para varias masas del rotor.	74
Figura 37. Componentes de aceleración del centro del muñón a) $F_x$ y b) $F_y$ para varias masas del rotor.	77
Figura 38. Componentes de aceleración del centro del muñón a) x y b) y para varias masas del rotor.	78
Figura 39. Componentes de velocidad del centro del muñón a) x y b) y para varias masas del rotor.	79
Figura 40. Componentes de posición del centro del muñón a) x y b) y para varias masas del rotor.	80
Figura 41. Efectos del cambio en el paso de tiempo en las fuerzas hidrodinámicas a) $F_x$ , b) $F_y$ , c) x y d) y para $m = 100 \text{ kg}$ y $N = 3000 \text{ RPM}$ .	83
Figura 42. Comportamiento de y cuando a) $\Delta t$ incrementa o es grande, b) $\Delta t$ disminuye.	84
Figura 43. Tendencias de las aceleraciones fuera de los límites permitidos.	85

Figura 44. Diagrama de flujo de la actualización del paso de tiempo de acuerdo con el algoritmo de optimización que complementa el proceso de la Figura 24. ....	86
Figura 45. Fuerzas hidrodinámicas con optimización del tiempo de simulación a) $F_x$ , b) $F_y$ .....	87
Figura 46. Aceleraciones del muñón con optimización del tiempo de simulación $x$ y b) $y$ . ....	87
Figura 47. Velocidades del muñón con optimización del tiempo de simulación a) $x$ y b) $y$ .....	88
Figura 48. Posiciones del muñón con optimización del tiempo de simulación a) $x$ y b) $y$ .....	88
Figura 49. Trayectoria del muñón dentro de la chumacera aplicando optimización de tiempo. ....	89

## Lista de tablas

Tabla 1. Dimensiones del modelo 3-D que representa el dominio del fluido. ....	42
Tabla 2. Datos de la malla de la película de fluido de la chumacera. ....	43
Tabla 3. Métricas de malla obtenidas para la evaluación de la malla. ....	43
Tabla 4. Propiedades físicas del agua dadas por la base de datos de ANSYS Fluent. ....	45
Tabla 5. Relación de excentricidad y posición de equilibrio de la chumacera plana. ....	46
Tabla 6. Coeficientes de rigidez adimensionales obtenidos con Fluent vs Literatura (Antonio [11]). ....	55
Tabla 7. Perturbaciones de velocidad en las direcciones $x$ y $y$ . ....	65
Tabla 8. Fuerzas hidrodinámicas linealizadas de la película lubricante del modelo actual. ....	68
Tabla 9. Coeficientes rotodinámicos de rigidez del modelo actual. ....	72
Tabla 10. Coeficientes rotodinámicos de amortiguamiento del modelo actual. ....	72

# Capítulo I

## Introducción

Las chumaceras de película de fluido son componentes importantes en el funcionamiento de elementos rotatorios de sistemas rotor-chumacera como máquinas herramientas, perforadores, turbinas de gas, generadores, motores de combustión interna y en cualquier dispositivo que cuenta con un elemento giratorio que está expuesto a vibración. La clasificación de las chumaceras de película de fluido (o solo chumaceras) está dada por su principio de operación, dirección de la carga, tipo de lubricante y la geometría y/o construcción [1], [2]. Dependiendo de cómo se genera la presión de la película lubricante para soportar la carga del rotor, las chumaceras se clasifican en hidrodinámicas e hidrostáticas. En las chumaceras hidrodinámicas la presión de la película lubricante se genera mediante la rotación de la flecha dentro de la chumacera y en las hidrostáticas la presión para soportar la carga se alimenta por una fuente externa. Si la carga actúa en dirección perpendicular a la rotación de la flecha se llaman *journal bearings*, mientras que si es paralela a la rotación de la flecha se les llama *thrust bearings*; por tipo de lubricante se clasifican en chumaceras lubricadas con aceite, gas, agua y fluidos magnetorreológicos. De acuerdo con su geometría y construcción se tienen varios tipos de chumaceras con película de fluido como las chumaceras planas o circulares, ranuradas, texturizadas, con desbastes, de pads basculantes, de anillo flotante, de lóbulos o arcos o bien combinaciones de ellas.

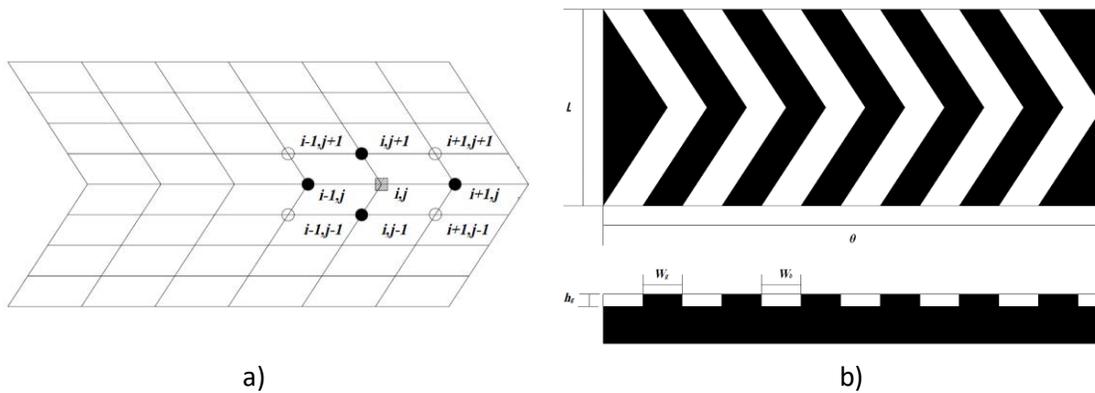
### 1.1 Estado del arte

El caso más sencillo de una chumacera de película lubricante es la chumacera plana o lisa, sus parámetros estáticos y dinámicos se determinan al solucionar la ecuación de presiones de Reynolds. Se pueden utilizar tres aproximaciones las cuales son; la chumacera corta que desprecia el gradiente de presión en la coordenada angular, chumacera larga que desprecia el gradiente de presión en la coordenada axial y por último la chumacera finita que considera ambos gradientes. Las primeras aproximaciones son soluciones analíticas de la ecuación de Reynolds mientras que la de chumacera finita generalmente se soluciona numéricamente.

Las aproximaciones de chumacera corta y larga se emplean en el análisis y diseño de chumaceras aplicando la condición de Sommerfeld la cual vuelve cero toda presión negativa. Por ejemplo Naïmi et al. [3] modelaron con la teoría de chumacera corta las dos secciones resultantes de una chumacera de ranura circunferencial, mientras Weißbacher et al. [4] diseñaron y manufacturaron un perfil de una chumacera corta de doble lóbulo con dos orificios de alimentación de lubricante en dirección de la carga mediante un algoritmo de optimización. Para una chumacera corta Miraskari et al. [5] consideraron términos de tercer orden y de manera analítica obtuvieron los coeficientes dinámicos no lineales, con los cuales analizaron la estabilidad de rotores flexibles de lo cual encontraron que hay dos regiones de bifurcación una subcrítica y otra supercrítica. En el caso de la chumacera finita, la solución analítica resulta ser más compleja de calcular, algunos investigadores utilizan un método de separación de variables de forma aditiva y multiplicativa para determinar el campo de presión y las fuerzas hidrodinámicas [6]–[8].

Mediante métodos numéricos como diferencias finitas FDM [9]–[16], y de elemento finito FEM [17]–[20] se soluciona la ecuación de Reynolds y posteriormente se determinan las características estáticas y dinámicas de la chumacera para realizar análisis de estabilidad.

Para determinar las características anteriores por FDM y FEM se utilizan mallas de elementos tipo cuadrilátero, sin embargo en ocasiones para superficies no planas de la chumacera, es decir, superficies texturizadas o con ranuras de geometría diferente a la rectangular, se generan elementos con oblicuidad (Figura 1) que en el cálculo de la presión genera errores de aproximación. Han et al. [12] se enfocó en mejorar la precisión de los cálculos del campo de presión de mallas oblicuas con elementos y ranuras tipo espina de pescado (*herringbone*). Determinó y comparó el campo de presión de una malla *herringbone* contra una malla rectangular. Los resultados muestran que su metodología de malla virtual genera buena correlación de los valores de presión de la chumacera.



**Figura 1. Esquemas del tipo de malla generada y de ranuras en una chumacera. a) malla oblicua. b) ranuras tipo espina de pescado modificado de [12].**

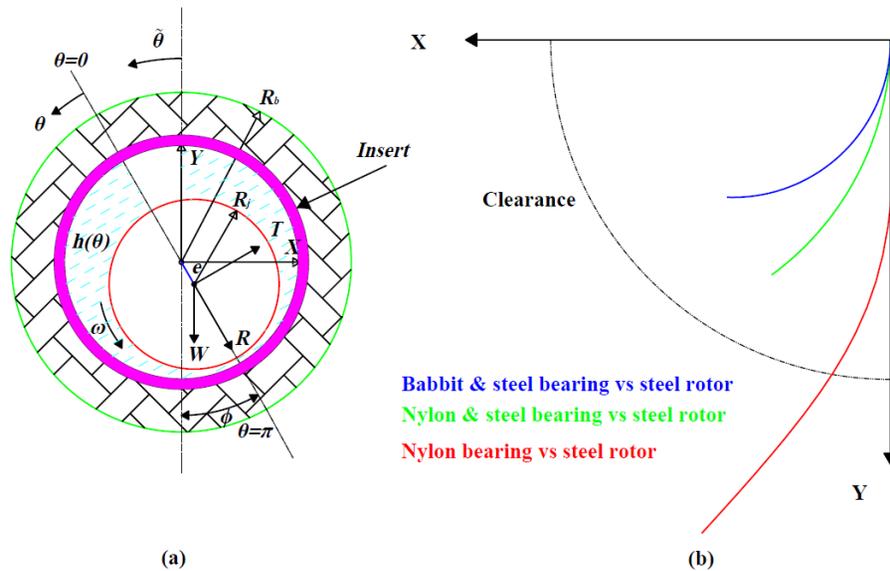
El FDM y el FEM se utilizan frecuentemente para determinar la características estáticas y dinámicas de las JBs (Journal Bearing) mediante perturbación lineal de posición y velocidad. Con FDM Goodwin et al. [9] y Antonio [11] determinaron los coeficientes dinámicos por gradientes de presión y diferenciación numérica, respectivamente. Sayed y El-sayed [14] utilizaron la misma metodología y realizaron un ajuste de curvas dejando expresiones polinomiales de las componentes de fuerzas y de los coeficientes de amortiguamiento, Xiang et al. [16] calcularon los coeficientes dinámicos de un acoplamiento de chumacera plana-empuje de una propela de barco, mientras que Tang et al. [15] determinaron las fuerzas hidrodinámicas y de contacto transitorias en un acoplamiento de chumacera similar al de Xiang. Usando FEM, Cai et al. [17] determinaron las fuerzas hidrodinámicas y de contacto considerando la deformación de la chumacera, por su parte Kang et al. [19] identificaron los coeficientes dinámicos aplicando el filtro Kalman y regresión de mínimos cuadrados. Meruane y Pascal [21] aplicaron una regresión de mínimos cuadrados a las componentes de fuerzas transitorias calculadas en CFD para determinar los coeficientes dinámicos no lineales de la chumacera cuando el centro del muñón orbita alrededor de la posición de equilibrio.

El análisis CFD en estado estacionario o transitorio de chumaceras se puede hacer desde el modelo más simple hasta el más complejo considerando régimen laminar o turbulento de acuerdo con el objeto de estudio; por lo tanto, el tiempo de cómputo tiende a incrementar con la complejidad del modelo. El análisis CFD en estado estable de las JB se ejecuta principalmente para valores conocidos de relación de excentricidad [22] cuando se desea

conocer el ángulo de equilibrio del muñón, la presión máxima, capacidad de carga fuerza de fricción y deformación de la superficie de la chumacera, siendo el último parámetro modelado con la interacción fluido-estructura FSI. Shenoy et al. [23] y Suddapalli y Ganapathi [24] modelaron en CFD-FSI una JB y analizaron las deformaciones de la superficie de la chumacera para diferentes  $\varepsilon$  y  $L/D$  (relación de excentricidad y longitud/diámetro). Wodtke et al. [25] analizaron una JB y una chumacera de empuje de pads basculantes en régimen laminar y turbulento considerando la cavitación para dos valores de presión de saturación.

Dhande y Pande [26] analizaron una JB en CFD-FSI considerando el fenómeno de cavitación del fluido y el efecto elasto-hidrodinámico, asimismo, Kalbande et al. [27] analizaron la deformación de la superficie de la chumacera para dos materiales diferentes de politetrafluoroetileno PTFE y politetrafluoroetileno reforzado con fibra de carbono. Liu et al. [28] analizaron la posición de equilibrio de tres modelos CFD-FSI elásticos cada uno usando diferente material como inserto de Babbitt sobre un soporte de acero, inserto de nailon sobre un soporte de acero o nailon sin soporte Figura 2a. Sus resultados mostraron que la posición de equilibrio de la JB con el material de menor módulo de Young (nailon sin soporte) supera el claro radial (Figura 2b) debido a la gran deformación del inserto que genera el peso del rotor, esto propicia una reducida capacidad de carga en comparación con las demás configuraciones de material.

El análisis transitorio de chumaceras de película lubricante se enfoca en el análisis del locus de equilibrio y en el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento cuando se perturba la posición de equilibrio por una fuerza de desbalance o de una fuerza externa fija o fluctuante debida a la carga del rotor. En la mayoría de los modelados transitorios realizados en CFD se utiliza el método de la malla dinámica para modificar las posiciones nodales de los elementos que conforman la película de fluido. Por lo tanto un algoritmo adecuado de movimiento nodal que mantenga la discretización estructurada de los elementos, brindará resultados confiables y reducirá el tiempo de simulación en el análisis más completos de un sistema rotor-chumacera en estado transitorio [29].



**Figura 2. a) Geometría del rotor-chumacera; b) Locus entre diferentes modelos de rotor-chumacera (modelo rígido; Babbitt y chumacera de acero vs. modelo del rotor de acero; chumacera de nailon y acero vs. rotor de acero; chumacera de nailon vs. rotor de acero) modificado de [28].**

En ANSYS *Fluent*, las *UDFs* (*user-defined functions*), funciones programadas en lenguaje C o C++, son utilizadas para determinar las fuerzas hidrodinámicas del fluido y posteriormente calcular y aplicar los desplazamientos de los nodos en estado transitorio de modelos simples de chumaceras y de sistemas rotor-chumacera mediante algoritmos de movimiento de malla [22], [29]–[36] y con la *UDF* *DEFINE\_GRID\_MOTION* se determinan y modifican las posiciones nodales de la malla del fluido para determinar la posición de equilibrio o para generar trayectorias circulares o elípticas del centro del muñón lo cual permite calcular las fuerzas hidrodinámicas y los coeficientes dinámicos de rigidez y de amortiguamiento.

El modelado CFD en ANSYS *Fluent* es una excelente opción para el análisis de estado estacionario y transitorio de rodamientos porque permite considerar un mayor número de variables y fenómenos que influyen en el comportamiento tribológico de la película de fluido bajo diferentes condiciones de operación para calcular los parámetros estáticos y dinámicos del rodamiento mediante la actualización de la malla. Los algoritmos de movimiento nodal de malla son esenciales en el análisis de estado estacionario y transitorio de rodamientos [29]–[34], [36], [37] porque mantienen la calidad y la discretización estructurada de la malla en cada actualización proporcionando resultados confiables y reduciendo el tiempo de

simulación debido a que las soluciones convergen en menos iteraciones durante el análisis [38].

La posición de equilibrio del muñón, la capacidad de carga, la fuerza de fricción, los coeficientes dinámicos y otros parámetros de la chumacera se pueden calcular directamente desde ANSYS *Fluent* o mediante *UDFs* donde la masa o relación de excentricidad del rotor y el material y geometría de la chumacera no son factores que influyen en la programación de las *UDFs*, es decir, se calculan los parámetros para cualquier configuración y condición inicial. Además, el fluido se puede modelar para diferentes modelos de viscosidad considerando o no la presurización externa de fluido, la temperatura y deformación de la superficie de la chumacera y del muñón, lo cual representan un modelo más realista de cualquier tipo de chumacera o sistema rotor-chumacera [23]–[26]. Sin embargo, el tiempo de cálculo es muy elevado y se requieren mejores características del equipo informático en comparación con las soluciones analíticas y de códigos numéricos[38].

En este documento se estudia el análisis transitorio CFD de chumaceras usando el método de malla dinámica junto con algoritmos de movimiento que mantienen una malla estructurada de buena calidad en el software ANSYS *Fluent* para determinar la posición de equilibrio del muñón en estado estable y transitorio y calcular los coeficientes dinámicos de las chumaceras mediante linealización de fuerzas hidrodinámicas. Además se analiza el efecto de la masa en las fuerzas hidrodinámica y parámetros de movimiento del muñón en el cálculo de su posición de equilibrio estático con un paso de tiempo constante. El efecto del paso de tiempo en las fuerzas hidrodinámicas y parámetros de movimiento del muñón con masa constante también es analizado. Se desarrolló e implementó un algoritmo de optimización de tiempo que reduce el tiempo de cómputo en el cálculo de la posición de equilibrio estático del muñón en una chumacera plana lubricada con agua.

## 1.2 Planteamiento del problema

El análisis de las chumaceras de película lubricante (*fluid film bearings*) permite calcular diversos parámetros estáticos y dinámicos de la película lubricante tales como la capacidad de carga, la posición de equilibrio estático, fuerza de fricción y los coeficientes

hidrodinámicos de rigidez y amortiguamiento para cualquier geometría de la superficie de la chumacera y cualquier lubricante utilizado.

Existen aproximaciones de las soluciones analíticas de las chumaceras corta y larga donde se desprecia un gradiente de presión de la ecuación de presiones de Reynolds. Para las chumaceras finitas que consideran ambos gradientes de presión, se proponen soluciones analíticas que requieren de conocimientos matemáticos complejos y condiciones iniciales y de frontera específicas que generan soluciones particulares aún para una forma simplificada de la ecuación de Reynolds. Con los códigos numéricos se soluciona la ecuación de Reynolds simplificada de manera rápida; sin embargo, el desarrollo de los códigos requiere de conocimientos avanzados de programación y de métodos numéricos como Diferencias Finitas y Elemento Finito. Además, si se consideran más variables en la ecuación de presiones, la complejidad de los códigos aumenta lo cual representa una desventaja en su desarrollo. Por otro lado, el software CFD ANSYS *Fluent* permite modelar y obtener una solución para determinar las presiones de manera más sencilla para cualquier geometría y fluido de trabajo de la chumacera; sin embargo, la solución consume mucho tiempo de simulación debido a que se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes que son la base de la ecuación de Reynolds. Por lo tanto, el tiempo de simulación se vuelve un factor determinante en el análisis CFD de chumaceras principalmente en el cálculo de la posición de equilibrio del muñón, de acuerdo con lo anterior en esta investigación se propone un algoritmo nuevo y novedoso para reducir el tiempo de simulación.

### **1.3 Propuesta de solución.**

Actualmente los investigadores se han enfocado en generar resultados confiables en el análisis CFD de chumaceras hidrodinámicas cuando las mallas presentan oblicuidades altas, es decir, que los elementos de la malla del fluido no son cuadriláteros o hexaedros principalmente en geometrías no planas de chumaceras (ranuradas, texturizadas, con desbastes, de almohadillas basculantes, etc.). Además, se han propuesto algoritmos de movimiento de los nodos de la malla, de tal manera que los elementos mantengan una malla estructurada para reducir el tiempo de simulación y confiabilidad de los resultados. Sin embargo, el tiempo de simulación aún es grande.

De lo anterior se modelará numéricamente una chumacera en estado transitorio y se analizarán las fuerzas hidrodinámicas y los parámetros de movimiento del muñón en la chumacera para diseñar e implementar un algoritmo de optimización del tiempo de simulación al modificar la magnitud del paso de tiempo y que en conjunto con los algoritmos de movimiento de malla reducirá el tiempo de simulación.

#### **1.4 Justificación**

Como se mencionó antes, el tiempo de simulación del modelado CFD de chumaceras hidrodinámicas en software ANSYS *Fluent* para determinar la posición de equilibrio y demás parámetros de diseño es muy grande y representa una desventaja en comparación con los demás métodos (MEF yMDF); sin embargo, proporciona un fácil modelado porque no se programan códigos numéricos para solucionar la ecuación de Reynolds y tampoco se determinan soluciones analíticas que requieren de conocimientos matemáticos complejos.

Por lo tanto, para reducir la desventaja del tiempo de simulación cuando se requiere determinar la posición de equilibrio del muñón en una chumacera hidrodinámica, usando ANSYS *Fluent*, se propone el desarrollo de un novedoso algoritmo de optimización del tiempo de simulación mediante la alteración de la magnitud del paso de tiempo en diferentes etapas de la simulación, lo cual da como resultado un ahorro en tiempo de cómputo y consumo de recursos.

#### **1.5 Hipótesis**

Con el algoritmo de optimización del tiempo propuesto se reducirá el número de pasos de tiempo que se ejecutan en el cálculo de la posición de equilibrio estático del muñón en una chumacera hidrodinámica plana, con el algoritmo de movimiento de malla se mantendrá la calidad estructurada de la malla del fluido y se evitarán errores por volumen negativo que abortan la simulación y finalmente el tiempo total de simulación de la solución será reducido.

## 1.6 **Objetivo general**

Modelar y analizar una chumacera hidrodinámica plana en estado estable y transitorio mediante el método de malla dinámica.

## 1.7 **Objetivos específicos**

- Modelar en ANSYS *Fluent* una chumacera hidrodinámica plana en estado estable y transitorio.
- Desarrollar e implementar un algoritmo de movimiento nodal que mantenga la calidad y discretización estructurada de los elementos de la malla del fluido lubricante.
- Determinar los parámetros estáticos y dinámicos de la chumacera plana en estado estable y transitorio.
- Analizar el efecto de la masa en las fuerzas hidrodinámica y parámetros de movimiento del muñón en el cálculo de su posición de equilibrio estático con un paso de tiempo constante.
- Analizar el efecto del paso de tiempo en las fuerzas hidrodinámicas y parámetros de movimiento del muñón con masa constante.
- Desarrollar e implementar un algoritmo de optimización de tiempo que reduzca el tiempo de cómputo en el cálculo de la posición de equilibrio estático del muñón en una chumacera plana.

# Capítulo II

## Teoría de chumaceras de película lubricante y algoritmo de movimiento de nodos

Para calcular los parámetros estáticos y dinámicos de una chumacera, se soluciona la ecuación de presiones de Reynolds la cual resulta de aplicar las condiciones de frontera de 0 a las ecuaciones de Navier-Stokes. Las ecuaciones de Navier-Stokes se modelan a partir de las ecuaciones que gobiernan el fluido, es decir, la ecuación de la conservación de la masa y de la conservación del momento, las cuales se describen a continuación.

### 2.1.1 Ecuaciones de conservación de la masa

La ecuación para la conservación de la masa o la ecuación de continuidad, se puede escribir como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

La ecuación (1) es la forma general de la ecuación de la conservación de la masa y es válida para flujos incompresibles y compresibles.

### 2.1.2 Ecuaciones de conservación del momento

La conservación del momento en un sistema de referencia inercial (no acelerado) está descrito por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2)$$

Donde  $p$  es la presión estática,  $\bar{\tau}$  es el tensor de esfuerzos y  $\rho \vec{g}$  y  $\vec{F}$  son las fuerzas de gravedad y fuerzas externas del cuerpo respectivamente. El tensor de esfuerzo  $\bar{\tau}$  esta dado por

$$\bar{\tau} = \mu \left[ (\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right] \quad (3)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad molecular,  $I$  es el tensor unitario y el segundo término del lado derecho es el efecto de la dilatación del volumen.

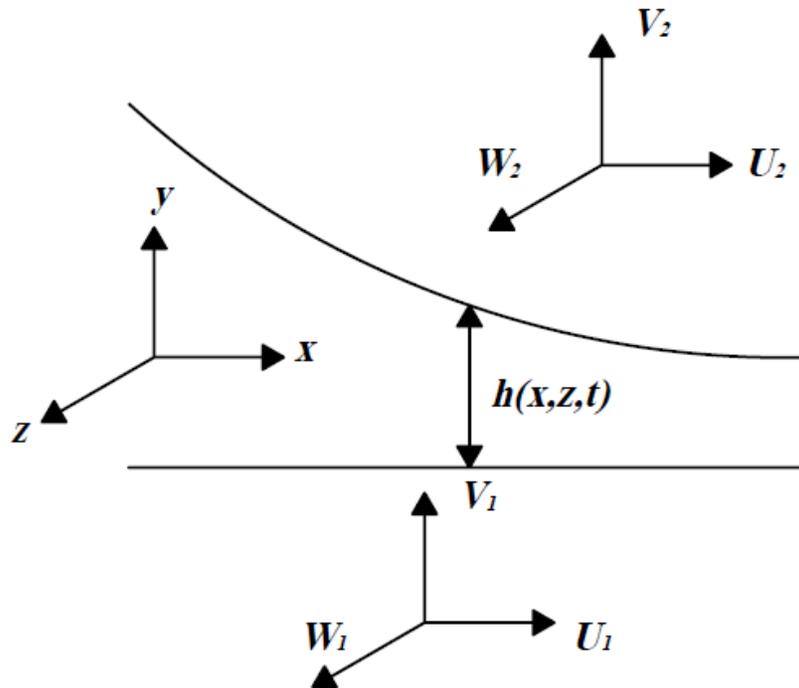


Figura 3. Película del fluido entre dos superficies sólidas, modificado de [1].

Cuando la presión cae por debajo de la presión atmosférica ( $p_a$ ) debido una carga externa muy pesada o a velocidades rotacionales de operación altas, ocurre la llamada ruptura de la película lubricante o cavitación. Tomando en cuenta esta situación se aplica la condición de frontera de la ecuación (4), la cual restringe a considerar solamente valores positivos de presión en los intervalos [37]:

$$p - p_a \geq 0 \text{ en } \pi \leq \theta \leq 2\pi, z = 0, z = L \quad (4)$$

Donde  $z$  es la longitud de la chumacera y  $\theta$  la coordenada angular.

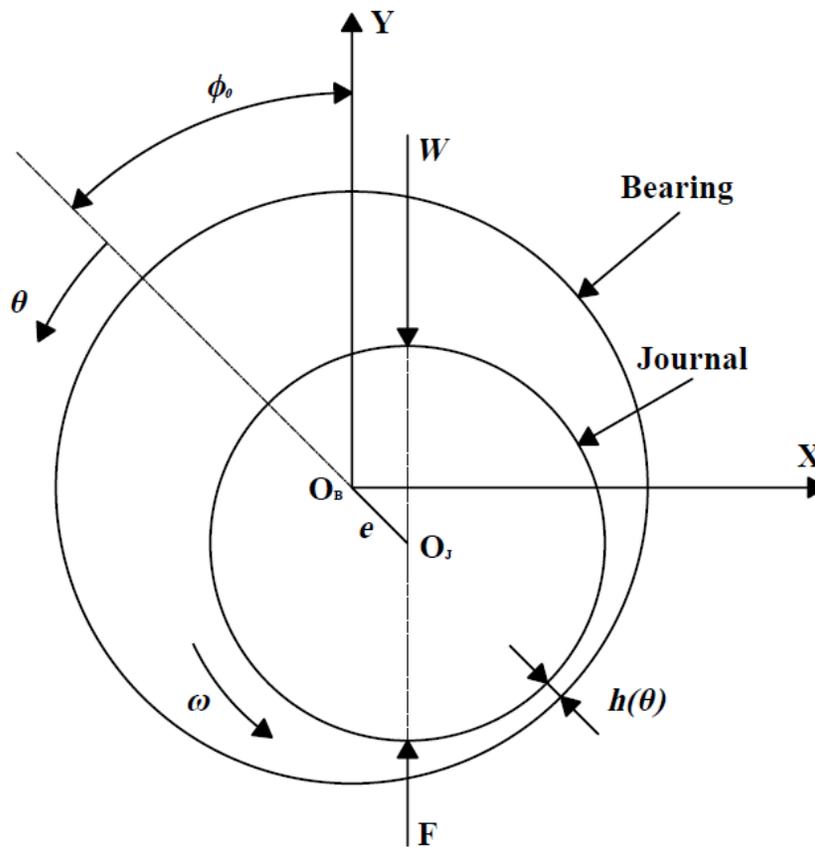
## 2.2 Espesor de la película lubricante

En la forma más simple, una chumacera de película de fluido (*journal bearing*) consiste en dos cilindros rígidos y excéntricos. El cilindro externo (chumacera) usualmente se mantiene estacionario mientras que el cilindro interno (muñón) gira a una velocidad angular  $\omega$  Figura

4 [2]. Debido al peso del rotor  $W$ , el centro del muñón  $O_J$  se desplaza del centro de la chumacera  $O_B$  a una distancia  $e$  y un ángulo  $\phi_0$  llamados excentricidad y ángulo de actitud, respectivamente, a lo cual se le conoce como posición de equilibrio. En consecuencia el espacio entre las superficies cilíndricas, llamado claro radial  $C$  (ecuación (5)), ya no es uniforme a lo largo de la circunferencia de la chumacera. Cuando se mide el ancho de este espacio a lo largo del radio de la chumacera se le llama espesor de película lubricante  $h(\theta)$  o simplemente  $h$  y el cual está dado por:

$$C_R = R_B - R_J \quad (5)$$

$$h = C_R + e \cos \theta \quad (6)$$



*Figura 4. Geometría y nomenclatura de una chumacera de película de fluido.*

## 2.3 Ecuación de Reynolds

El modelado del espesor de la película lubricante es de gran importancia para calcular la posición de equilibrio del muñón, la fuerza radial  $F_R$ , la fuerza tangencial  $F_T$ , la carga máxima  $F$ , el número de Sommerfeld  $S$ , etc., a partir del campo de presión que genera el lubricante cuando la chumacera se encuentra en operación. Para ello, se aplican las condiciones de frontera y de operación (Sección 2.3.1, Capítulo II) a las ecuaciones de Navier-Stokes para obtener la ecuación de Reynolds.

### 2.3.1 Condiciones de frontera

La ecuación de Reynolds (7) o una forma modificada ecuación (8) se utiliza para resolver el campo de presión generado por la película de lubricante entre la chumacera y el muñón del eje la cual es el resultado de simplificar las ecuaciones de Navier-Stokes de acuerdo con las siguientes consideraciones:

1. El flujo es laminar ( $Re \leq 2300$ ).
2. Las fuerzas de inercia y de gravedad que actúan en el fluido se pueden despreciar comparadas con la fuerza viscosa.
3. La compresibilidad del fluido se desprecia.
4. El fluido es Newtoniano y el coeficiente de viscosidad es constante.
5. La presión del fluido no modifica la sección transversal del espesor de la película lubricante.
6. La relación de cambio de la velocidad  $u$  y  $w$  en la dirección  $x$  y dirección  $z$  es despreciable comparado con la relación de cambio de velocidad en la dirección  $y$  (ver Figura 3).
7. No hay deslizamiento entre el fluido y la superficie sólida.

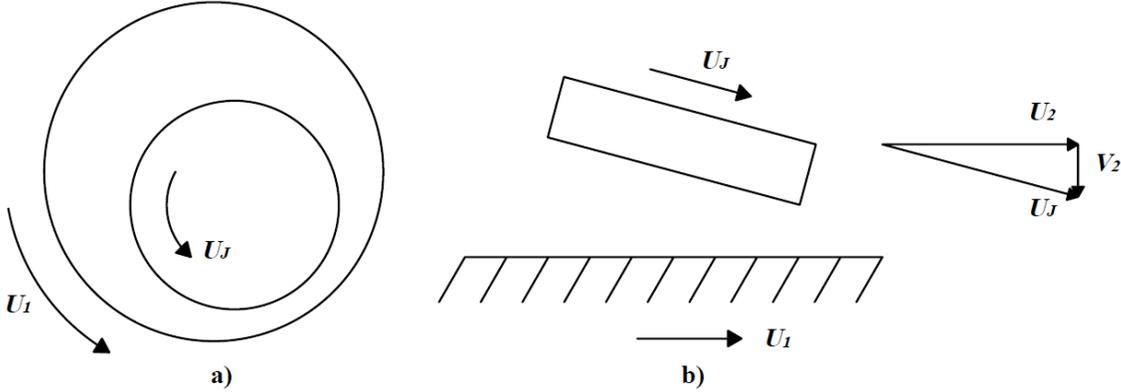
De acuerdo con Hori [1], la ecuación de Reynolds define el campo de presión  $p(x, z)$  de la película lubricante dentro de una chumacera como función de su movimiento está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu \left[ (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 2V_2 \right] \quad (7)$$

Observe la chumacera plana que se muestra en la Figura 5(a), expandiendo la superficie cilíndrica del muñón a un plano como se observa en la Figura 5(b) y considerando que el muñón tiene velocidad  $U_2 \approx U_j = \omega R$  en la dirección  $x$ ,  $V_2 \approx U_j (\partial h / \partial x)$  en la dirección  $y$  y que  $U_1 = 0$  debido a que la superficie de chumacera permanece estática, se tiene que la ecuación de Reynolds, donde el eje  $x$  se toma en la dirección circunferencial de la chumacera y el eje  $z$  está en la dirección axial, está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu\omega R \frac{\partial h}{\partial x} \quad (8)$$

Donde  $U_j = \omega R_j$ ,  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido lubricante.



**Figura 5. Pad inclinado y journal bearing. a) Chumacera de pad inclinado. b) Journal bearing. c) Journal bearing simplificada, modificado de [1].**

Aplicando las siguientes relaciones para adimensionalizar la ecuación de Reynolds se tiene:

$$\begin{aligned} x &= R\theta, & z &= \frac{L}{2}\bar{z} \\ h &= C_R \bar{h} = C_R(1 + \varepsilon \cos \theta), & p &= \mu N \left( \frac{R}{C} \right)^2 \bar{p} \end{aligned} \quad (9)$$

Aquí  $\theta$ ,  $\bar{z}$ ,  $\bar{h}$  y  $\bar{p}$  son la coordenada circunferencial adimensional, la coordenada axial adimensional, el espesor de película de fluido adimensional y la presión adimensional, respectivamente. Se asume que  $\mu$  es constante, la ecuación de la presión adimensional es:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = 12\pi \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} \quad (10)$$

Donde  $D$  y  $L$  son el diámetro y la longitud de la chumacera, respectivamente.

## 2.4 Aproximaciones de chumaceras planas

Las soluciones generales de la ecuación (10) no se pueden obtener analíticamente; por lo tanto, se emplean aproximaciones o soluciones numéricas las cuales se describen a continuación.

### 2.4.1 Chumacera infinitamente corta

La aproximación de la chumacera infinitamente corta asume una chumacera suficientemente corta en la dirección axial y desprecia el primer término del lado izquierdo de la ecuación (8), permitiendo que se resuelva analíticamente.

La expresión de la presión de una chumacera infinitamente corta está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = 12\pi \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} \quad (11)$$

Las condiciones de frontera de la presión son:

$$\bar{p} = \bar{p}_a \text{ en } \bar{z} = \pm 1 \quad (12)$$

La solución de la ecuación (11) que satisface las condiciones especificadas en (12) es

$$\bar{p} = 6\pi \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{1}{\bar{h}^3} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} (\bar{z}^2 - 1) + \bar{p}_a \quad (13)$$

Donde  $\bar{p}_a$  es la presión atmosférica.

### 2.4.2 Chumacera infinitamente larga

La aproximación de la chumacera infinitamente larga asume una chumacera suficientemente larga en la dirección axial y desprecia el segundo término del lado izquierdo de la ecuación (8), permitiendo que se resuelva analíticamente.

La ecuación diferencial de la presión bajo la condición de que el flujo axial se desvanece, válida para la aproximación de chumaceras infinitamente largas, está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) = 12\pi \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} \quad (14)$$

Integrando dos veces con respecto a  $\theta$  se tiene:

$$\bar{p}(\theta) = 12\pi \int_0^\theta \frac{\bar{h}(\theta') - A}{\bar{h}^3(\theta')} d\theta' + B \quad (15)$$

Para determinar las constantes de integración  $A$  y  $B$ , se especifica la condición de Sommerfeld [2]:

$$\begin{aligned} \bar{p}(0) &= \bar{p}_i \\ \bar{p}(2\pi) &= \bar{p}(0) \end{aligned} \quad (16)$$

Realizando operaciones matemáticas se tiene finalmente la ecuación de la presión de una chumacera larga, la cual está dada por:

$$\hat{p} = \frac{12\pi\epsilon \sin \theta (2 + \epsilon \cos \theta)}{(2 + \epsilon^2)(1 + \epsilon \cos \theta)^2} + \bar{p}_i \quad (17)$$

Donde  $\bar{p}_i$  es una presión inicial (puede ser igual a  $\bar{p}_a$ ).

### 2.4.3 Chumacera de longitud finita

Para la aproximación de la chumacera de longitud finita, la ecuación (10) se resuelve numéricamente, por ejemplo, con el método de diferencias finitas (MDF) o con el método de elemento finito (MEF), o por un método analítico aproximado al desarrollar la presión como una serie de funciones trigonométricas.

De manera adimensional la ecuación de Reynolds con perturbaciones en el tiempo está dada por la ecuación (18):

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = 12\pi \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} + \frac{24\pi}{\omega} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad (18)$$

Donde el espesor de la película lubricante está cambiando por perturbaciones adimensionales de desplazamiento ( $\Delta X$  y  $\Delta Y$ ) de tal manera que se tiene

$$\bar{h} = \bar{h}_0 + \Delta X \sin \theta + \Delta Y \cos \theta \quad (19)$$

Donde  $\bar{h}_0 = 1 + \varepsilon_0 \cos(\theta - \phi_0)$ ,  $X = x/C_R$  y  $Y = y/C_R$  son las posiciones adimensionales en la dirección X y Y, respectivamente. Derivando la ecuación (19) con respecto al tiempo obtenemos

$$\frac{d\bar{h}}{dt} = \Delta X' \sin \tilde{\theta} + \Delta Y' \cos \tilde{\theta} \quad (20)$$

$\Delta X'$  y  $\Delta Y'$  son las perturbaciones adimensionales de velocidad del centro del muñón.

## 2.5 Parámetros estáticos de una chumacera plana

El centro del muñón giratorio permanecerá en una posición fija (su posición de equilibrio estático) siempre que la carga externa  $W$  esté exactamente equilibrada por la fuerza de presión resultante  $F$ . En relación con el sistema de coordenadas  $R-T$  de la Figura 6, se tiene el equilibrio estático del muñón dado por:

$$\begin{aligned} W + F &= 0 \\ W \cos \phi + F_R &= 0 \\ -W \sin \phi + F_T &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Las componentes de fuerza hidrodinámica en la dirección radial y tangencial  $F_R$  y  $F_T$ , respectivamente, se determinan mediante:

$$\begin{aligned} F_R &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^\theta pR \cos \theta \, d\theta dz \\ F_T &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^\theta pR \sin \theta \, d\theta dz \end{aligned} \quad (22)$$

Donde  $0 < \theta < \pi$ . Si  $f_R$  y  $f_T$  son las componentes de fuerza radial y tangencial adimensionales, respectivamente, entonces:

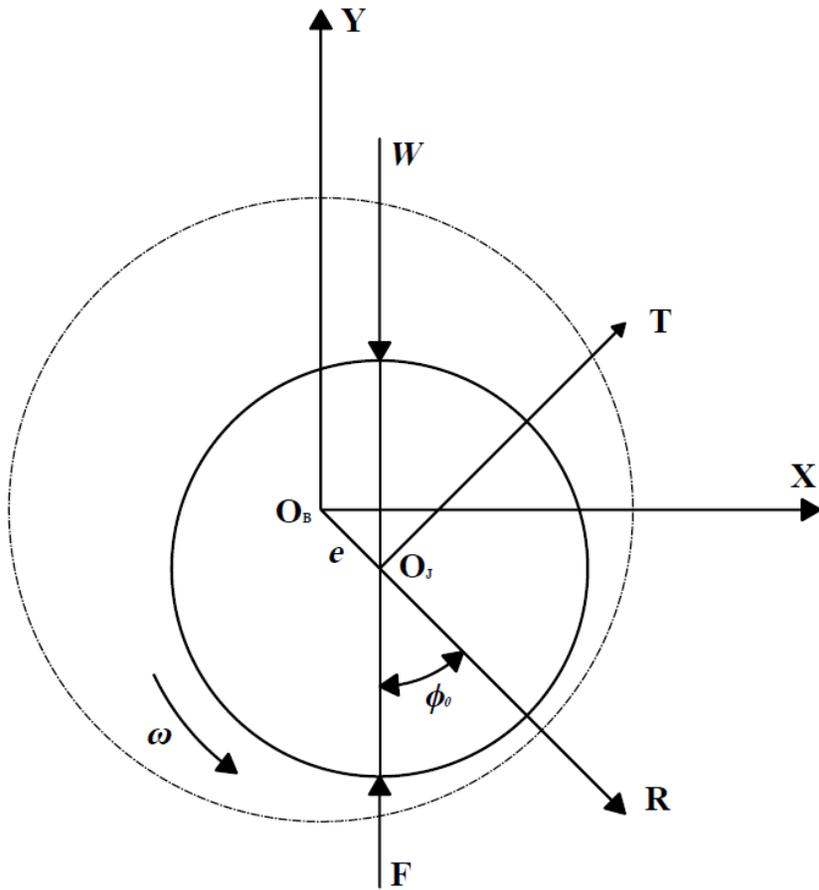
$$\begin{aligned} f_R &= \frac{F_R/LD}{\mu N (R/C_R)^2} = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_0^\theta \hat{p} \cos \theta \, d\theta d\bar{z} \\ f_T &= \frac{F_T/LD}{\mu N (R/C_R)^2} = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_0^\theta \hat{p} \sin \theta \, d\theta d\bar{z} \end{aligned} \quad (23)$$

La carga total que la chumacera puede soportar es la resultante de las componentes  $f_R$  y  $f_T$  está dada por:

$$\bar{F} = (f_R^2 + f_T^2)^{1/2} = \left[ \left( \frac{F_R}{\mu NLD(R/C_R)^2} \right)^2 + \left( \frac{F_T}{\mu NLD(R/C_R)^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (24)$$

Si se sustituyen  $f_R$  y  $f_T$  en las expresiones de la ecuación (21) se tiene que:

$$\bar{F} = (f_R^2 + f_T^2)^{1/2} = \left[ \left( \frac{W \cos \phi}{\mu NLD(R/C_R)^2} \right)^2 + \left( \frac{W \sin \phi}{\mu NLD(R/C_R)^2} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{W}{\mu NLD(R/C_R)^2} \quad (25)$$



**Figura 6. Diagrama de cuerpo libre del eje en posición de equilibrio estático.**

El número de Sommerfeld de la chumacera se define por la siguiente relación:

$$S = \frac{\mu NLD}{W} \left( \frac{R}{C} \right)^2 = (f_R^2 + f_T^2)^{-1/2} \quad (26)$$

S es un número adimensional, el cual se usa para caracterizar el rendimiento de la chumacera.

El ángulo de actitud está dado por:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{f_T}{f_R} \right) \quad (27)$$

La fuerza de fricción,  $F_\mu$ , es la fuerza de resistencia viscosa que se opone a la rotación del muñón debido a la alta velocidad cortante en la película del fluido, la cual actúa en dirección tangencial de la superficie del muñón y resulta ser la oposición a la rotación del muñón. Esta fuerza se obtiene por integración del esfuerzo cortante sobre el área de la superficie del muñón, en  $y = h$ , alrededor de la chumacera, el cual está dado por

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \approx \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=h} \quad (28)$$

Integrando el esfuerzo cortante sobre el área de la chumacera se tiene que

$$F_\mu = \int_0^L \int_0^{2\pi} \tau_{xy} R d\theta dz = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left( \frac{h}{2R} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{R\omega\mu}{h} \right) R d\theta dz \quad (29)$$

Cuando se conoce la fuerza de fricción y la capacidad de carga de la chumacera, el coeficiente de fricción se calcula mediante

$$f = \frac{F_\mu}{W} \quad (30)$$

El coeficiente de fricción es un parámetro importante en el diseño de las chumaceras y el cual se busca minimizar de acuerdo a consideraciones cuidadosas [11].

Las componentes de fuerza del sistema de coordenadas X-Y se obtienen al transformar las fuerzas del sistema R-T mediante la matriz de transformación Q la cual está dada por:

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (31)$$

Entonces las fuerzas en X-Y se obtienen de la siguiente manera

$$\begin{Bmatrix} F_y \\ F_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_R \\ F_T \end{Bmatrix} \quad (32)$$

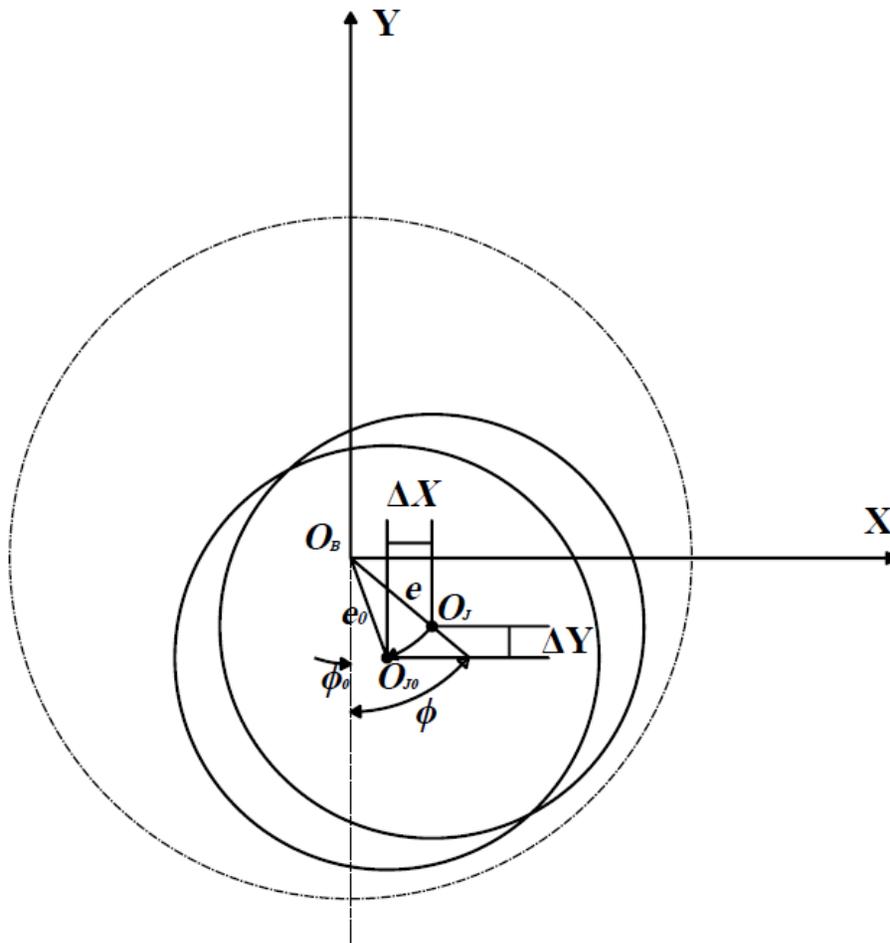
Por lo tanto, se tiene que:

$$F_x = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^\theta pR \sin \theta \, d\theta dz$$

$$F_y = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^\theta pR \cos \theta \, d\theta dz$$
(33)

## 2.6 Parámetros dinámicos de chumaceras

Para desplazamientos y velocidades dinámicas pequeñas del muñón, se pueden linealizar las fuerzas hidrodinámicas de la película lubricante alrededor de la posición de equilibrio del muñón Figura 7.



*Figura 7. Efecto del cambio de posición del muñón debido a perturbaciones de carga.*

Las fuerzas generadas en la chumacera en las direcciones X -Y, se puede expresar mediante la expansión de Taylor de primer orden; por lo tanto, se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}
F_X &= (F_X)_0 + \left(\frac{\partial F_X}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial F_X}{\partial y}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{x}}\right)_0 \Delta \dot{x} + \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{y}}\right)_0 \Delta \dot{y} \\
F_Y &= (F_Y)_0 + \left(\frac{\partial F_Y}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial F_Y}{\partial y}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{\partial F_Y}{\partial \dot{x}}\right)_0 \Delta \dot{x} + \left(\frac{\partial F_Y}{\partial \dot{y}}\right)_0 \Delta \dot{y}
\end{aligned} \tag{34}$$

donde los coeficientes de rigidez y amortiguamiento están dados por:

$$\begin{aligned}
k_{xx} &= \left(\frac{\partial F_X}{\partial x}\right)_0 & k_{xy} &= \left(\frac{\partial F_X}{\partial y}\right)_0 & k_{yx} &= \left(\frac{\partial F_Y}{\partial x}\right)_0 & k_{yy} &= \left(\frac{\partial F_Y}{\partial y}\right)_0 \\
c_{xx} &= \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{x}}\right)_0 & c_{xy} &= \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{y}}\right)_0 & c_{yx} &= \left(\frac{\partial F_Y}{\partial \dot{x}}\right)_0 & c_{yy} &= \left(\frac{\partial F_Y}{\partial \dot{y}}\right)_0
\end{aligned}$$

Esto permite que las ecuaciones (34) se puedan expresar como:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ (F_Y)_0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{Bmatrix} \tag{35}$$

Donde  $\Delta x$  y  $\Delta y$  son las perturbaciones de desplazamiento (m) y  $\Delta \dot{x}$  y  $\Delta \dot{y}$  las perturbaciones de velocidad (m/s).

## 2.7 Algoritmo de movimiento de malla de la película lubricante

Para simular la película lubricante de una chumacera presurizada en estado estable y transitorio, el software comercial de CFD ANSYS *Fluent* fue utilizado para desarrollar simulaciones de modelos tridimensionales aplicando actualizaciones de las posiciones nodales de la malla del fluido lubricante.

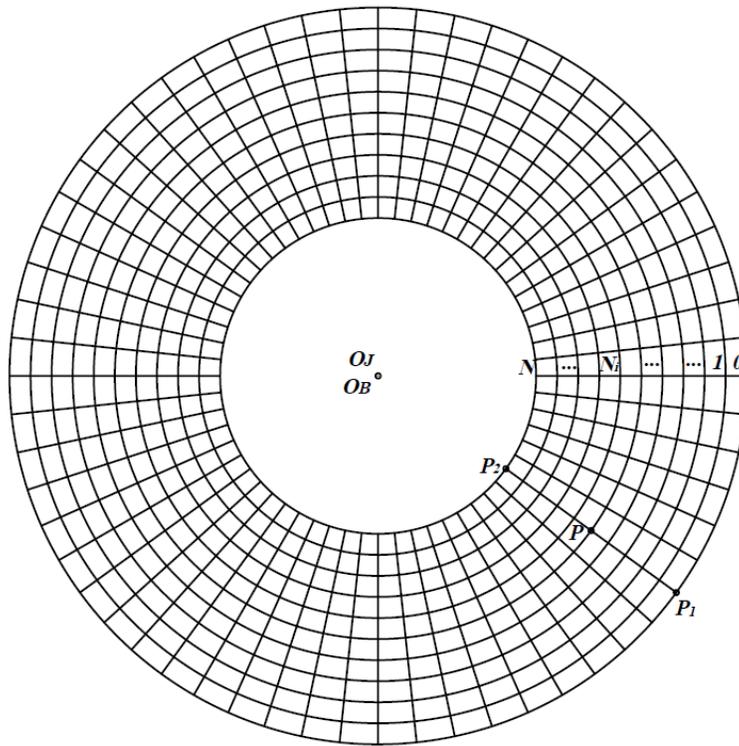
Cuando el dominio involucra movimiento de elementos internos, las simulaciones transitorias son altamente dependientes de la calidad de la malla. Por lo tanto, se necesita un método de malla dinámica apropiado para modelar el fluido lubricante donde la distribución de la malla del fluido está cambiando con respecto al tiempo a causa del movimiento de la frontera móvil (muñón) de la malla [29].

Para desarrollar el método de malla dinámica es necesario utilizar funciones definidas por el usuario *UDFs*, las cuales nos permitirán mover las fronteras y conservar la calidad de malla estructurada.

En la Figura 8 se muestra la sección transversal de la película lubricante de la chumacera en condición inicial concéntrica la cual se malla estructuradamente por medio de elementos hexaedros, mientras que en la Figura 9 se observa la malla después de aplicar movimiento a los elementos internos del dominio.  $O_B$  y  $O_J$  representa, en condición inicial, el centro de la chumacera y del muñón, respectivamente.

El centro del eje  $O_J$  pasa a  $O_{J'}$ , cuando se desplaza una distancia de su posición inicial definida por  $d(\Delta x, \Delta y, 0)$  en coordenadas cartesianas.  $P$  es un punto arbitrario en el claro de la chumacera hidrodinámica y el cual se asume que se proyecta en la línea de la malla que conecta a los puntos  $P_2$  de la superficie del muñón con  $P_1$  sobre la superficie de la chumacera. Cuando el muñón se mueve una distancia  $d$ , se asume que la magnitud de desplazamiento que recorre el muñón es la mayor, entonces las nuevas coordenadas de  $P_2$  del muñón están dadas por

$$\begin{aligned} x_{p'_2} &= x_{p_2} + \Delta x \\ y_{p'_2} &= y_{p_2} + \Delta y \end{aligned} \tag{36}$$



**Figura 8. Sección transversal de la película lubricante discretizada por elementos tipo hexaedro en la condición inicial concéntrica del muñón  $O_J$ .**

Se asume que el nodo  $P_1$  de la superficie de la chumacera permanece estático, mientras que cada nodo interno  $P$  se mueve en menor proporción que el nodo  $P_2$  del muñón. Para cada nodo  $P$  arbitrario que pertenece a cada círculo de la malla se calcula primeramente su nueva posición, la cual estará dada por:

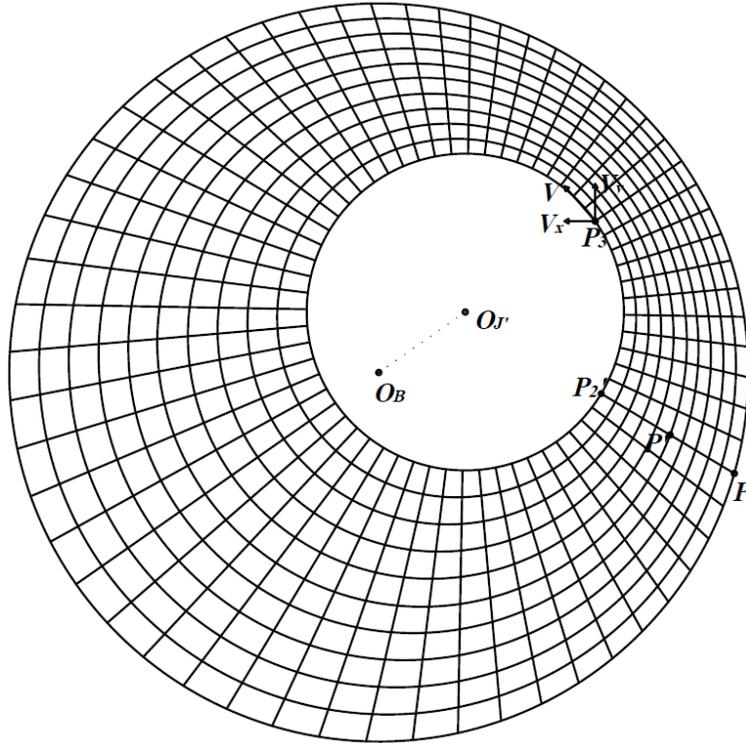
$$\begin{aligned}x_{p'} &= x_p + \frac{N_i}{N} \Delta x \\y_{p'} &= y_p + \frac{N_i}{N} \Delta y\end{aligned}\tag{37}$$

Donde  $N_i$  es el número de capa en la dirección radial donde está localizado el nodo  $P$ ,  $N$  es el número de capas (círculos) que forman el claro de la película lubricante. Como se muestra en la Figura 9, la primera capa correspondiente a la superficie de la chumacera es estática e inicia en 0 y donde la capa correspondiente al muñón es  $N$ .

Como la posición del muñón está cambiando con respecto al tiempo, se configura la velocidad de rotación de la superficie del muñón por medio de una UDF DEFINE\_PROFILE. En la Figura 9 se puede observar que la velocidad tangencial del muñón en el punto  $P_3$  arbitrario tiene componentes de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$  dadas por:

$$\begin{aligned}v_x &= \omega(y_{p_3} - y_{J'}) \\v_y &= \omega(x_{p_3} - x_{J'})\end{aligned}\tag{38}$$

Donde  $\omega$  es la velocidad angular de operación ( $rad/s$ ),  $x_{J'}$  y  $y_{J'}$  las coordenadas del centro del muñón.



*Figura 9. Sección transversal de la película lubricante que mantiene la discretización mediante elementos tipo hexaedro después de que el muñón se ha desplazado a  $O_J$ .*

## 2.8 Descripción del método de malla dinámica

El método inicia a partir de una malla concéntrica y estructurada, es decir que los centros del eje y la chumacera son coincidentes.

1. Se calculan las coordenadas de los nodos de las fronteras a las cuales se les aplicará un desplazamiento nodal y se almacenan en memorias temporales llamadas UDNM [39]. Los nodos de las superficies a mover son los pertenecientes a el eje y las secciones transversales del fluido (el claro).
2. Se resuelven las ecuaciones de movimiento dadas por las ecuaciones (57)-(59) (Sección 3.1, Capítulo III) para obtener los desplazamientos  $\Delta x$  y  $\Delta y$ . De donde se observa que:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \dot{x}_t \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{x}_t \Delta t^2 \\ \Delta y &= \dot{y}_t \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{y}_t \Delta t^2\end{aligned}\tag{39}$$

$\dot{x}_t, \dot{y}_t$  son las velocidades lineales,  $\ddot{x}_t$  y  $\ddot{y}_t$  las aceleraciones lineales en el tiempo  $t$  y  $\Delta t$  el paso de tiempo.

3. Se actualizan las coordenadas de los nodos de las fronteras que limitan al fluido mediante una UDF `DEFINE_GRID_MOTION`, además de que se actualizan las coordenadas almacenadas en las UDM y además mediante una UDF `DEFINE_EXECUTE_AT_END` se guardan los parámetros de movimiento en un archivo “txt”.
4. Se resuelve en ANSYS *Fluent* el modelo del fluido actualizado.
5. Por medio de las expresiones de la ecuación (33)(60) implementadas en otra UDF `DEFINE_EXECUTE_AT_END`, se calculan las fuerzas hidrodinámicas de la película lubricante y se guardan en un archivo “txt”.
6. Se repite el proceso de manera automática a partir del paso 3 hasta que se alcance la posición de equilibrio estático del muñón, es decir:

$$\begin{Bmatrix} F_y \\ F_x \end{Bmatrix}_0 = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Mg \\ 0 \end{Bmatrix}\tag{40}$$

# Capítulo III

## **Modelado de fuerzas hidrodinámicas lineales y no lineales en la chumacera**

La velocidad de operación del rotor en estado estable provoca fuerzas hidrodinámicas en la película lubricante, fuerzas que se ejercen en la superficie del muñón causando que adopte una posición excéntrica con respecto de la superficie de la chumacera, la cual es llamada posición de equilibrio estático. En estado transitorio, las fuerzas hidrodinámicas llegan a ser constantes hasta que se alcanza la posición de equilibrio, esto sin considerar la masa adicional del muñón. Sin embargo, cuando se considera el efecto de la masa adicional del muñón, la posición de equilibrio estático no se alcanza debido a que las fuerzas hidrodinámicas se vuelven periódicas en el tiempo; por lo tanto, el muñón orbita alrededor de su posición de equilibrio. A continuación se modelan las fuerzas hidrodinámicas en estado estable y transitorio así como su relación con los coeficientes dinámicos de rigidez y de amortiguamiento.

### **3.1 Modelado matemático de las fuerzas hidrodinámicas en estado estable y cálculo de los coeficientes de rigidez**

Las relaciones entre la capacidad de carga con la relación de excentricidad y del ángulo de actitud con la relación de excentricidad, se pueden determinar a través de numerosos análisis numéricos en estado estable [22], los cuales se pueden modelar con CFD por medio del software *ANSYS Fluent*. Se obtienen los campos de presión de la película lubricante y posteriormente se integran en la superficie de la chumacera para calcular la capacidad de carga bajo diferentes relaciones de excentricidad y ángulos de actitud. Se aplican los criterios de la solución de la ecuación de Reynolds que se señalan en la Sección 2.3.1, Capítulo II y las condiciones de frontera establecidas en la ecuación (4). Como las chumaceras hidrodinámicas simples son isotrópicas, la capacidad de carga y el ángulo de actitud en estado

estable se determinan para una relación de excentricidad dada; por lo tanto, los coeficientes de rigidez se pueden derivar con base en esto.

Del análisis de la Figura 10(a), se observa que la capacidad de carga de la chumacera varía a causa de una perturbación del centro del eje.  $O_{J_0}$  es la posición de equilibrio del muñón bajo una fuerza externa dirigida hacia abajo. Cuando el centro del muñón  $O_{J_0}$  gira un pequeño ángulo ( $\Delta\theta$ ) a  $O_{J_1}$  alrededor del centro de la chumacera  $O_B$ , la relación de excentricidad no cambia. Por lo tanto la capacidad de carga de la película del fluido  $F_1$ , mantiene la misma magnitud que  $F_0$ , pero gira en la dirección  $\Delta\theta$ . El incremento de desplazamiento y el incremento de la carga en las direcciones  $X$  o  $Y$  se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}\Delta x &= -e_0 \Delta\theta \sin \phi_0, \Delta y = e_0 \Delta\theta \cos \phi_0 \\ \Delta F_x &\approx 0, \Delta F_y \approx -F_1 \Delta\theta\end{aligned}\quad (41)$$

La Figura 10(b) muestra la situación cuando una pequeña perturbación en la dirección  $e$ ,  $\Delta e$ , se presenta en el centro del muñón  $O_{J_0}$ . La magnitud y la dirección de la capacidad de carga de la película del fluido cambian. El valor de  $F_1$  se puede escribir de la siguiente manera:

$$F_1 \approx F_0 + \left(\frac{dF}{de}\right)_0 \Delta e \quad (42)$$

Por otro lado, el valor de  $F_1$  es igual al de  $F_{1'}$ , el cual se genera en la posición de equilibrio  $O_{J_{1'}}$ .  $O_{J_{1'}}$  tiene la misma excentricidad que en  $O_{J_1}$ . Entonces, la dirección de  $F_1$  se desvía de la dirección vertical en  $\Delta\theta$  y  $\Delta\theta$  se puede escribir como la derivada del  $\phi$  con respecto de la excentricidad  $e$  como:

$$\Delta\theta = -\left(\frac{d\phi}{de}\right)_0 \Delta e \quad (43)$$

El incremento de desplazamiento y el incremento de la carga causados por la pequeña perturbación  $\Delta e$  se puede expresar mediante

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Delta e \cos \phi_0, \Delta y = \Delta e \sin \phi_0 \\ \Delta F_x &\approx -\left(\frac{dF}{de}\right)_0 \Delta e, \Delta F_y \approx F_0 \left(\frac{d\phi}{de}\right)_0 \Delta e\end{aligned}\quad (44)$$

Despreciando la perturbación, el incremento de la carga también se puede expresar como:

$$\begin{aligned}\Delta F_x &= k_{xx}\Delta x + k_{xy}\Delta y \\ \Delta F_y &= k_{yx}\Delta x + k_{yy}\Delta y\end{aligned}\tag{45}$$

Sustituyendo las ecuaciones (41) y (44) en (45) se obtiene

$$\begin{aligned}-k_{xx}e_0\Delta\theta \sin\phi_0 + k_{xy}e_0\Delta\theta \cos\phi_0 &\approx 0 \\ -k_{yx}e_0\Delta\theta \sin\phi_0 + k_{yy}e_0\Delta\theta \cos\phi_0 &\approx -F_1\Delta\theta \\ k_{xx}\Delta e \cos\phi_0 + k_{xy}\Delta e \sin\phi_0 &\approx -\left(\frac{dF}{de}\right)_0 \Delta e \\ k_{yx}\Delta e \cos\phi_0 + k_{yy}\Delta e \sin\phi_0 &\approx F_0\left(\frac{d\phi}{de}\right)_0 \Delta e\end{aligned}\tag{46}$$

La fuerza de la película del fluido que se ejerce en el muñón se puede dividir en dos partes para las direcciones  $e$  (radial) y  $\theta$  (tangencial):

$$F_e = -F \cos\phi, F_\theta = F \sin\phi\tag{47}$$

Sustituyendo la ecuación (47) en la solución de (46), los coeficientes de rigidez se pueden expresar como

$$\begin{aligned}k_{xx} &= \frac{dF_e}{de}, k_{yx} = \frac{F_\theta}{e} - F_e \frac{d\phi}{de} \\ k_{xy} &= -\frac{dF_\theta}{de}, k_{yy} = \frac{F_e}{e} + F_\theta \frac{d\phi}{de}\end{aligned}\tag{48}$$

Para obtener los valores de los coeficientes de rigidez, se realizaron varios modelos para diferentes relaciones de excentricidad  $\varepsilon = [0.1 - 0.99]$  de las cuales se calcularon los valores de la capacidad de carga. Las relaciones  $F_e$ ,  $F_\theta$  y  $\phi$  con respecto a  $e$  se obtuvieron mediante un ajuste de curvas del tipo polinomial. Los valores de  $dF_e/de$ ,  $dF_\theta/de$  y  $d\phi/de$  se obtuvieron al derivar a  $F_e$ ,  $F_\theta$  y  $\phi$  con respecto a  $e$ .

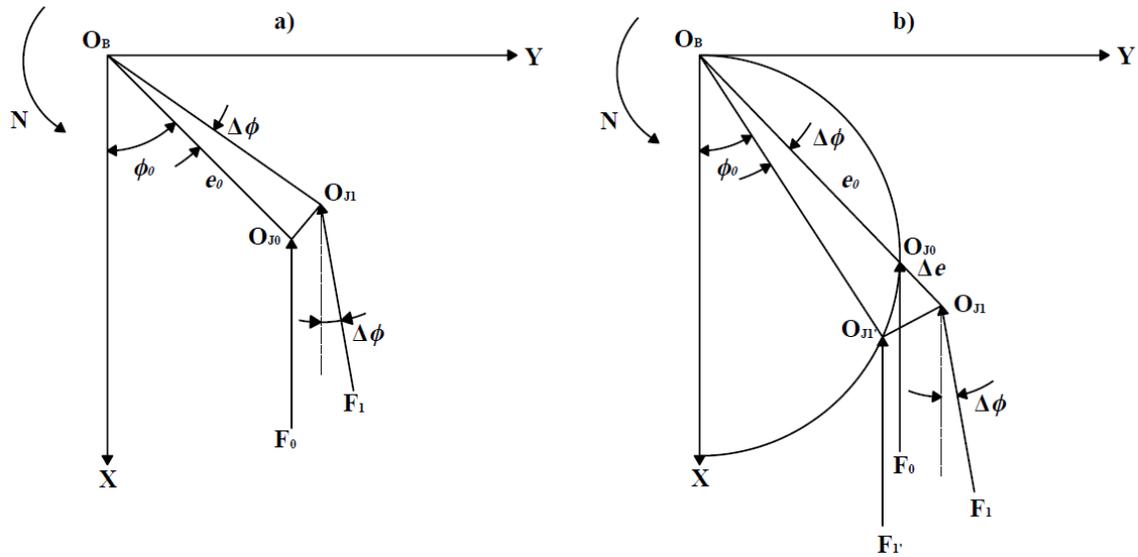


Figura 10. Variación de la capacidad de carga a causa de la perturbación del centro del muñón (a)  $\Delta\theta$  en la dirección  $\theta$  y (b)  $\Delta e$  en la dirección  $e$  (modificada de [22]).

### 3.2 Modelado de fuerzas hidrodinámicas transitorias lineales y no lineales en la chumacera hidrodinámica

Para pequeñas amplitudes de movimiento ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta \dot{x}$ ,  $\Delta \dot{y}$ ), las fuerzas hidrodinámicas alrededor de la posición de equilibrio se pueden linealizar por medio de las series de Taylor quedando de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x_0} \\ F_{y_0} \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{Bmatrix} \quad (49)$$

Donde  $F_x$  y  $F_y$  son las componentes de la fuerza hidrodinámica de la película de lubricante en las direcciones  $X$  y  $Y$  respectivamente.  $F_{x_0}$  y  $F_{y_0}$  son las componentes de fuerza en la posición de equilibrio estático.  $[K]$  y  $[C]$  son las matrices de coeficientes de rigidez y amortiguamiento, respectivamente.

Los coeficientes dinámicos de la chumacera tienen efectos significativos en la estabilidad de sistemas rotodinámicos y los cuales aún son un desafío para determinarlos experimentalmente. En la investigación de Zhang et al. [22] se propuso un método para determinar los coeficientes de rigidez de una chumacera hidrodinámica plana al despreciar las perturbaciones de velocidad. La fuerza hidrodinámica se linealizó mediante:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x_0} \\ F_{y_0} \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (50)$$

Sin embargo, evaluar el efecto de las perturbaciones de velocidad es complicado; por lo tanto, se debe utilizar una perturbación lineal de velocidad para determinar completamente los coeficientes dinámicos [33].

Primeramente, el eje se mueve de la posición de equilibrio estático en la dirección  $X$  y  $Y$  con perturbación de velocidad  $\Delta\dot{x}$  y  $\Delta\dot{y}$ , respectivamente. Entonces las fuerzas hidrodinámicas se pueden escribir para la dirección  $X$ :

$$\begin{aligned} F_{x_1} &= F_{x_0} - k_{xx}\Delta x - c_{xx}\Delta\dot{x} \\ F_{y_1} &= F_{y_0} - k_{yx}\Delta x - c_{yx}\Delta\dot{x} \end{aligned} \quad (51)$$

Y para la dirección  $Y$ :

$$\begin{aligned} F_{x_2} &= F_{x_0} - k_{xy}\Delta y - c_{xy}\Delta\dot{y} \\ F_{y_2} &= F_{y_0} - k_{yy}\Delta y - c_{yy}\Delta\dot{y} \end{aligned} \quad (52)$$

A las ecuaciones (51) y (52) se les puede aplicar un ajuste de curva por medio de una relación lineal lo cual resulta en:

$$\begin{aligned} F_{x_1} &= a_1\Delta x + b_1 \\ F_{y_1} &= a_2\Delta x + b_2 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} F_{x_2} &= a_3\Delta y + b_3 \\ F_{y_2} &= a_4\Delta y + b_4 \end{aligned} \quad (54)$$

Finalmente los coeficientes dinámicos se pueden calcular como

$$\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ a_2 & a_4 \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{b_1 - F_{x_0}}{\Delta\dot{x}} & \frac{b_3 - F_{x_0}}{\Delta\dot{y}} \\ \frac{b_2 - F_{y_0}}{\Delta\dot{x}} & \frac{b_4 - F_{y_0}}{\Delta\dot{y}} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Sin embargo, las fuerzas lineales y no lineales concuerdan bien solo para pequeñas amplitudes de movimiento del eje, Li et al. [33]. Las fuerzas hidrodinámicas transitorias obtenidas mediante la linealización de los coeficientes dinámicos no es lo suficientemente exacta para amplitudes de movimiento del eje. Resolviendo las ecuaciones de movimiento ((57)-(59)) sucesivamente, se pueden calcular en cada paso de tiempo las aceleraciones

$(\ddot{x}_t, \ddot{y}_t)$ , las velocidades  $(\dot{x}_t, \dot{y}_t)$  y los desplazamientos  $(x_t, y_t)$ . Donde  $(\dot{x}_t, \dot{y}_t)$  y  $(x_t, y_t)$  son iguales a cero en el paso de tiempo inicial.

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= F_x + Me\omega^2 \cos(\omega t) \\ M\ddot{y} &= F_y - Mg + Me\omega^2 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{t+\Delta t} &= \dot{x}_t + \ddot{x}_t \Delta t \\ \dot{y}_{t+\Delta t} &= \dot{y}_t + \ddot{y}_t \Delta t \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} x_{t+\Delta t} &= x_t + \dot{x}_t \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{x}_t \Delta t^2 \\ y_{t+\Delta t} &= y_t + \dot{y}_t \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{y}_t \Delta t^2 \end{aligned} \quad (59)$$

Entonces las fuerzas hidrodinámicas transitorias no lineales se pueden calcular directamente de:

$$\begin{aligned} F_x &= \int_0^L \int_0^{2\pi} PR \sin(\theta) d\theta dz \\ F_y &= \int_0^L \int_0^{2\pi} PR \cos(\theta) d\theta dz \end{aligned} \quad (60)$$

### 3.3 Consideraciones para determinar los parámetros de movimiento del centro del muñón sin efecto de la masa adicional

Al despreciar la fuerza debida la masa adicional, las expresiones de las aceleraciones lineales se obtienen de las expresiones de la ecuación (57), las cuales se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= F_x \\ M\ddot{y} &= F_y - Mg \end{aligned} \quad (61)$$

El resto de las ecuaciones de movimiento del centro del eje no se modifican y con ellas se determinan los desplazamientos.

Aplicando las ecuaciones (57)-(59) se obtienen las aceleraciones, velocidades y desplazamientos no lineales del centro del eje.

Para ambos casos se utiliza el algoritmo de movimiento de malla descrito en la Sección 2.8, Capítulo II, en complemento con la ecuación (60) para determinar las componentes de fuerza hidrodinámica de la película lubricante.

# Capítulo IV

## Modelado y análisis de resultados de la chumacera en estado estable y transitorio

En esta sección, se presentan las características del modelado CFD de la película lubricante de la chumacera hidrodinámica mediante una malla estructurada, donde el centro del muñón y de la chumacera son coincidentes.

Posteriormente se presentan los resultados de las simulaciones en estado estable y transitorio ejecutadas en *Fluent* para el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas de la película lubricante ejercidas en el muñón. Para que el centro del muñón alcance su posición de equilibrio, se desarrollaron dos cálculos con y sin el efecto de la masa adicional del muñón para determinar las aceleraciones y a su vez obtener los desplazamientos.

En el análisis en estado estable se determinaron solamente los coeficientes de rigidez y en el análisis transitorio se determinaron tanto los coeficientes de rigidez como los de amortiguamiento. Para ambos análisis se aplicó el algoritmo de movimiento de malla activando el método de malla dinámica en ANSYS *Fluent*.

### 4.1 Modelado y mallado 3-D de la película lubricante

El modelo 3-D que representa el fluido se desarrolló al considerar las dimensiones de la chumacera y el muñón (Tabla 1), donde  $D_B$  representa el diámetro de la chumacera,  $D_J$  el diámetro del muñón,  $C$  el claro radial y  $L$  la longitud de la chumacera.

*Tabla 1. Dimensiones del modelo 3-D que representa el dominio del fluido.*

$D_B$	$D_J$	$C$	$L$
80 mm	79.92 mm	40 $\mu$ m	80 mm

#### 4.1.1 Mallado del fluido de la chumacera hidrodinámica

El mallado de la película lubricante del fluido se realizó de acuerdo con el número de elementos utilizados por Zhang et al. [22] dados por la Tabla 2 para el diámetro de la chumacera, el diámetro del muñón, la longitud de la chumacera y el espesor de la capa lubricante denotados por  $D_B$ ,  $D_J$ ,  $L$  y  $h$ , respectivamente.

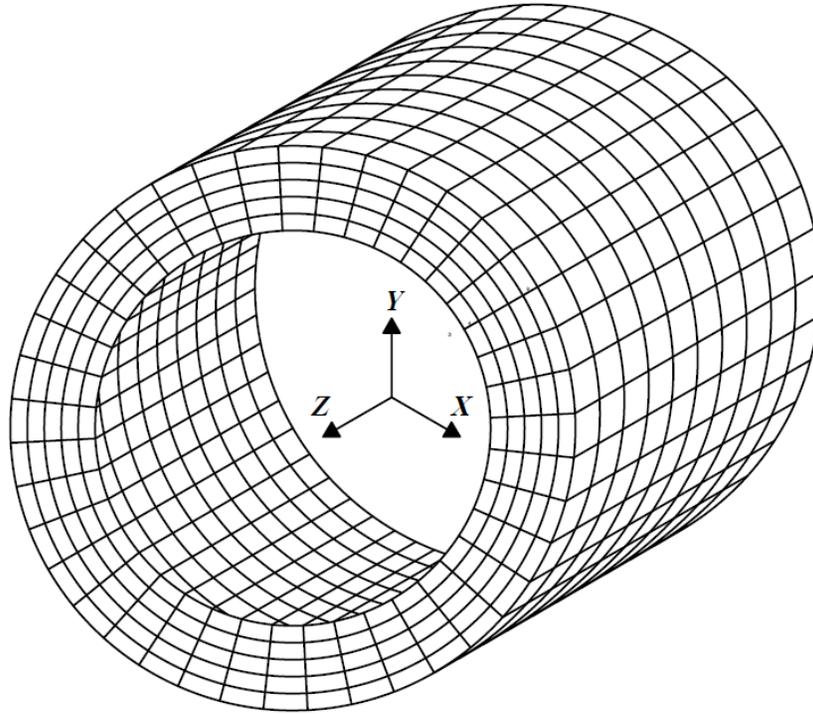
*Tabla 2. Datos de la malla de la película de fluido de la chumacera.*

Sección	Número de elementos
$D_B$	360
$D_J$ ,	360
$L$ ,	80
$h$ ,	10

La malla generada es estructurada con elementos tipo hexaedro, Figura 11. Los parámetros de calidad de la malla se muestran en la Tabla 3, los cuales indican que la malla es de buena calidad, porque la oblicuidad y la ortogonalidad son muy próximas a cero y uno, respectivamente.

*Tabla 3. Métricas de malla obtenidas para la evaluación de la malla.*

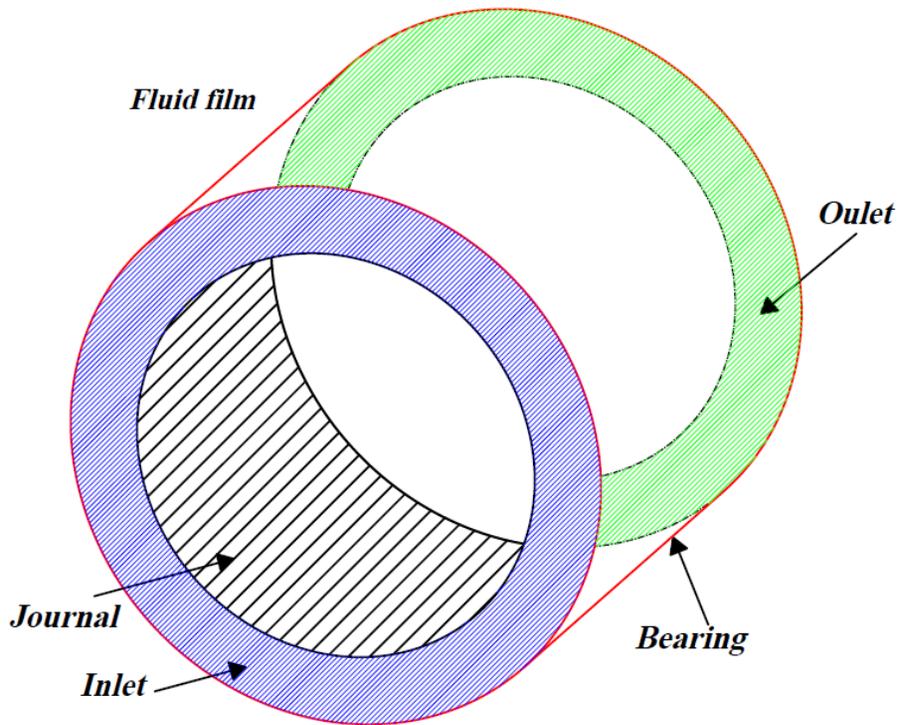
Mesh Metric	Oblicuidad	Ortogonalidad	Relación de aspecto
Mín.	$5.5556 \times 10^{-3}$	0.99996	250.01
Máx.	$5.5556 \times 10^{-3}$	0.99996	250.01
Promedio	$5.5556 \times 10^{-3}$	0.99996	250.01



*Figura 11. Discretización de la película lubricante, se obtiene una malla estructurada.*

#### **4.1.2 Configuraciones de *Fluent* para la solución numérica de la chumacera hidrodinámica plana**

La solución del campo de presión de la chumacera hidrodinámica se obtuvo a partir de un análisis basado en la presión en estado estable y transitorio para lo cual se despreciaron la fuerza de gravedad y el fenómeno de cavitación, en el modelo de viscosidad se consideró flujo laminar lo cual se establece de las condiciones de la ecuación de Reynolds. Las condiciones de frontera configuradas en *Fluent* se muestran en la Figura 12. Las superficies *Inlet* y *Outlet* se establecieron como “*Pressure Inlet*” y “*Pressure Outlet*” respectivamente, y las superficies *Journal* y *Bearing* como “*Moving Wall*” y “*Satationary Wall*”. La presión de operación se estableció en 101325 Pa (valor predeterminado) la cual corresponde a la presión atmosférica.



**Figura 12. Condiciones de frontera de la película lubricante.**

El tipo de fluido de trabajo que se estableció es *agua* y se establecieron las propiedades físicas que se presentan en la Tabla 4, las cuales *ANSYS Fluent* tiene en su base de datos. Para asegurarse de que el flujo de trabajo es laminar, se determinó la velocidad máxima que el fluido puede desarrollar a partir del número de Reynolds para flujo laminar,  $Re \leq 2300$ .

**Tabla 4. Propiedades físicas del agua dadas por la base de datos de ANSYS Fluent.**

Densidad	998.2 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidad	0.001003 Pa · s

El número de Reynolds para una chumacera hidrodinámica plana está dado por la ecuación (62), donde  $V$  es la velocidad del fluido en m/s,  $\mu$  es la viscosidad del fluido en Pa · s, recordando que  $\rho$  y  $C$  son la densidad del lubricante y el claro radial de la chumacera, respectivamente.

$$Re = \rho VC\mu \quad (62)$$

La velocidad  $V$  del fluido se puede calcular como:

$$V = \omega \cdot R_j \quad (63)$$

Donde  $R_j$  es el radio del muñón en la chumacera en m.

Se calculó la velocidad angular máxima de operación del eje al sustituir la ecuación (63) en (62) y despejando a  $\omega$ , se tiene que:

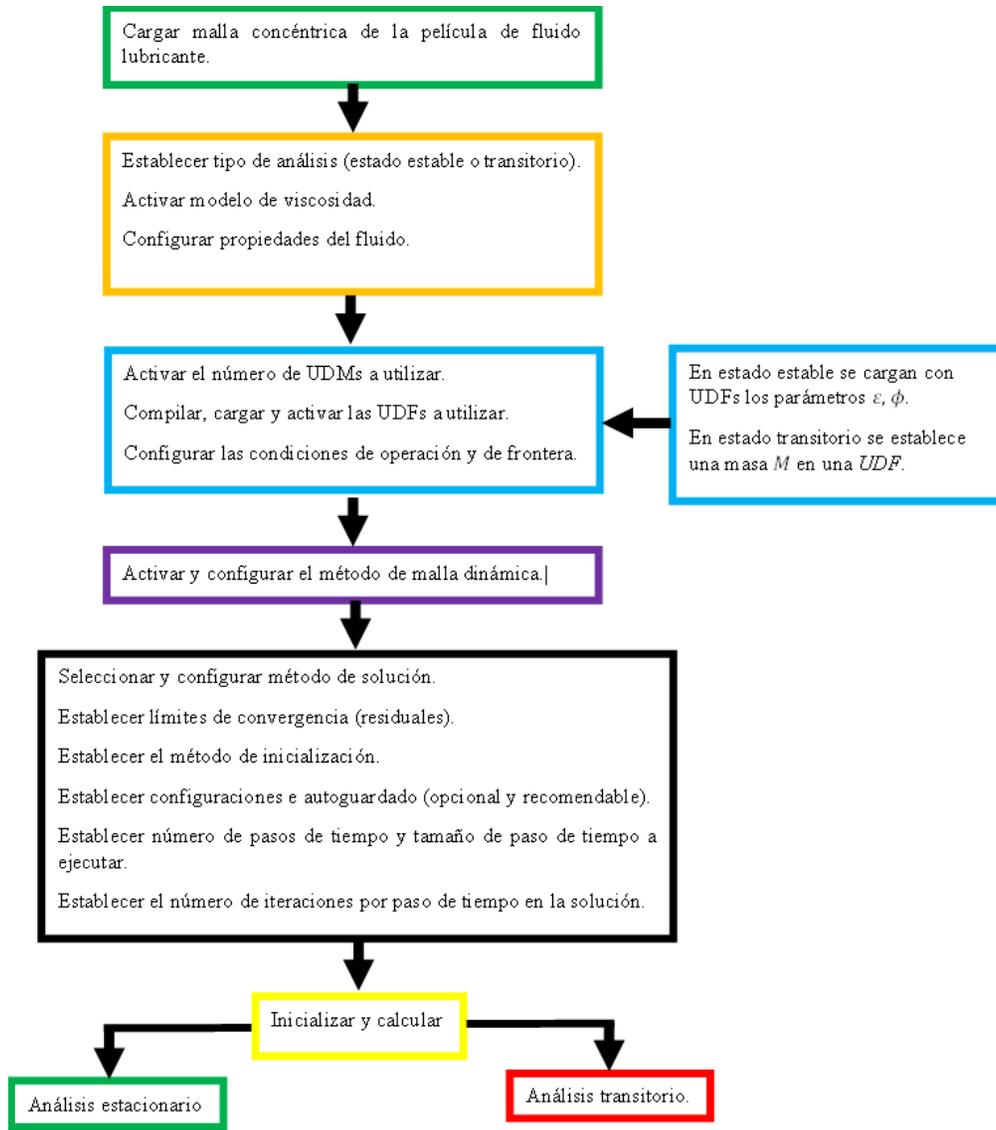
$$\omega = \frac{\mu}{\rho C R_B} Re \quad (64)$$

Sustituyendo los valores en la ecuación (64), se tiene que  $\omega = 1444.4124$  rad/s y en consecuencia la velocidad límite para flujo laminar  $N_M = 13793.12$  RPM. Para asegurar que la velocidad sea constante en las simulaciones de la chumacera hidrodinámica aun cuando se modifican las posiciones nodales de la superficie del muñón, se programó e implementó la *UDF DEFINE\_PROFILE* para establecer una velocidad de operación constante  $N = 3000$  RPM, la cual fue utilizada en la investigación de Zhang et al. [22]. En el análisis en estado estable se configuró un total de 250 iteraciones para cada par de datos ( $\varepsilon, \phi$ ) de la Tabla 5, los cuales se obtuvieron de la literatura en [11].

**Tabla 5. Relación de excentricidad y posición de equilibrio de la chumacera plana.**

	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
$\varepsilon$	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
	89.3834	86.9296	83.8394	80.7497	77.6609	74.5675	71.4409	68.2966	65.1282	61.9352
$\phi$	58.7029	55.3902	51.9908	48.4835	44.8314	40.9792	36.8335	32.1236	26.7499	19.6732

En la Figura 13 se muestra el diagrama general de flujo para establecer las configuraciones en ANSYS *Fluent* para el análisis de la chumacera hidrodinámica plana en estado estable y transitorio.

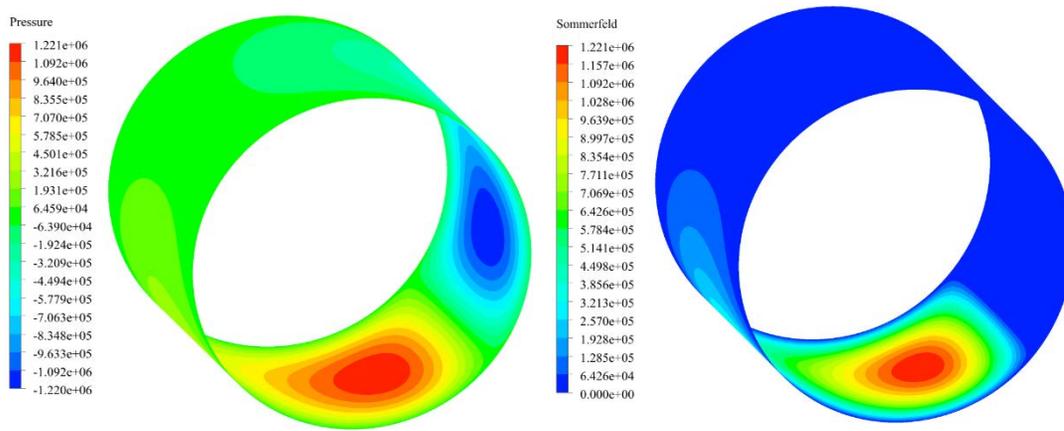


**Figura 13. Diagrama general de flujo para establecer las condiciones de frontera y operación de la chumacera plana en ANSYS Fluent.**

La distribución de la presión estática en la superficie del muñón antes y después de aplicar la condición de Sommerfeld se puede observar en la Figura 14. Como se observa, la presión negativa se vuelve cero para ambos análisis (estacionario y transitorio).

Para el análisis transitorio, se estableció un paso de tiempo  $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$  s con 250 iteraciones por paso de tiempo para los primeros 5 pasos de tiempo, posteriormente se redujo a un total de 80 iteraciones porque después esos 5 pasos de tiempo, los valores de los residuales se estabilizan en 70 iteraciones, lo cual significa que la solución ha convergido.

Esto permite ahorrar tiempo de simulación sin afectar la precisión y confiabilidad de los resultados.



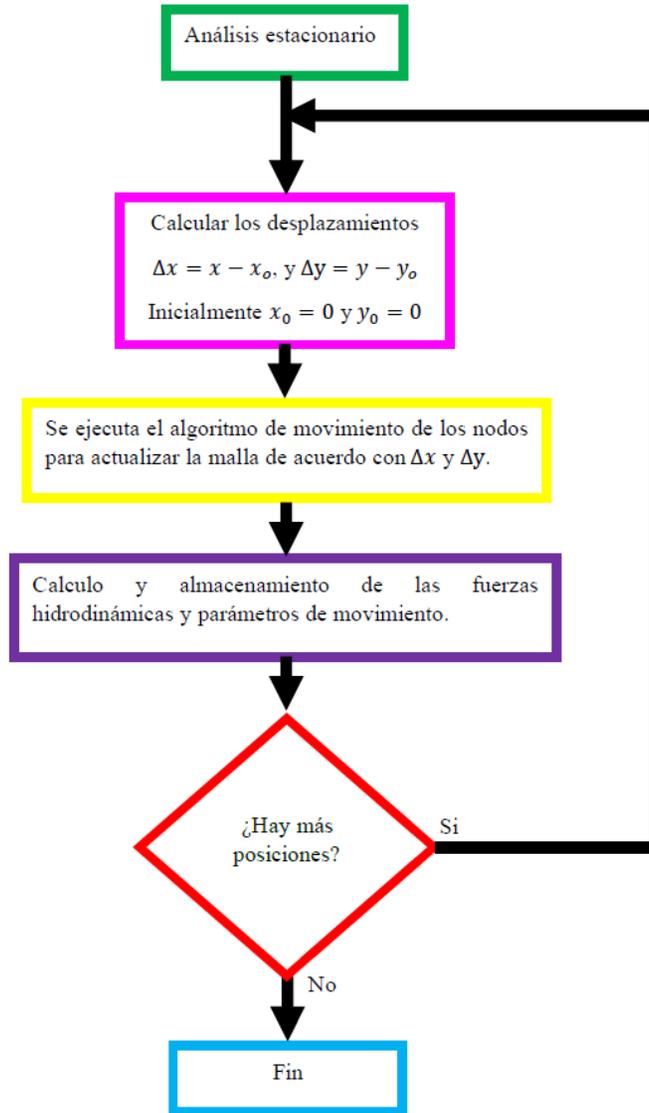
*Figura 14. Distribución del campo de presión estática en la superficie del eje, antes y después de aplicar la condición de Sommerfeld.*

## 4.2 Fuerzas hidrodinámicas en estado estable

Para el análisis en estado estable, se determinaron las coordenadas rectangulares de la posición de equilibrio estático del muñón dada por  $(\varepsilon, \phi_0)$  de la Tabla 5; las coordenadas del centro del muñón en la posición de equilibrio están dados por:

$$\begin{aligned} x &= C\varepsilon \sin \phi_0 \\ y &= C\varepsilon \cos \phi_0 \end{aligned} \tag{65}$$

Con el algoritmo de malla dinámica se actualizaron las posiciones nodales de la malla para cada posición  $(x, y)$  y posteriormente se aplicó la condición de Sommerfeld y el cálculo de la capacidad de carga mediante la *UDF DEFINE\_EXECUTE\_AT\_END* de manera automática al final de la solución, es decir, después de 250 iteraciones establecidas en *Fluent*. En la Figura 15 se muestra el proceso de la solución de la chumacera para obtener las fuerzas hidrodinámicas para el cálculo de los coeficientes de rigidez.



*Figura 15. Diagrama de flujo de la solución en estado estable de la chumacera.*

En las Figuras 16 y 17 se observan los campos de presión de la chumacera para los casos particulares donde la relación de excentricidad es de 0.05 y 0.95 con los ángulos de actitud de  $86.9296^\circ$  y  $19.6732^\circ$  respectivamente. Como se observa, a medida que la relación de excentricidad crece, el campo de presión del fluido en la chumacera se concentra más en la parte inferior debido a que la carga que interactúa es mayor mientras que el ángulo de actitud disminuye.

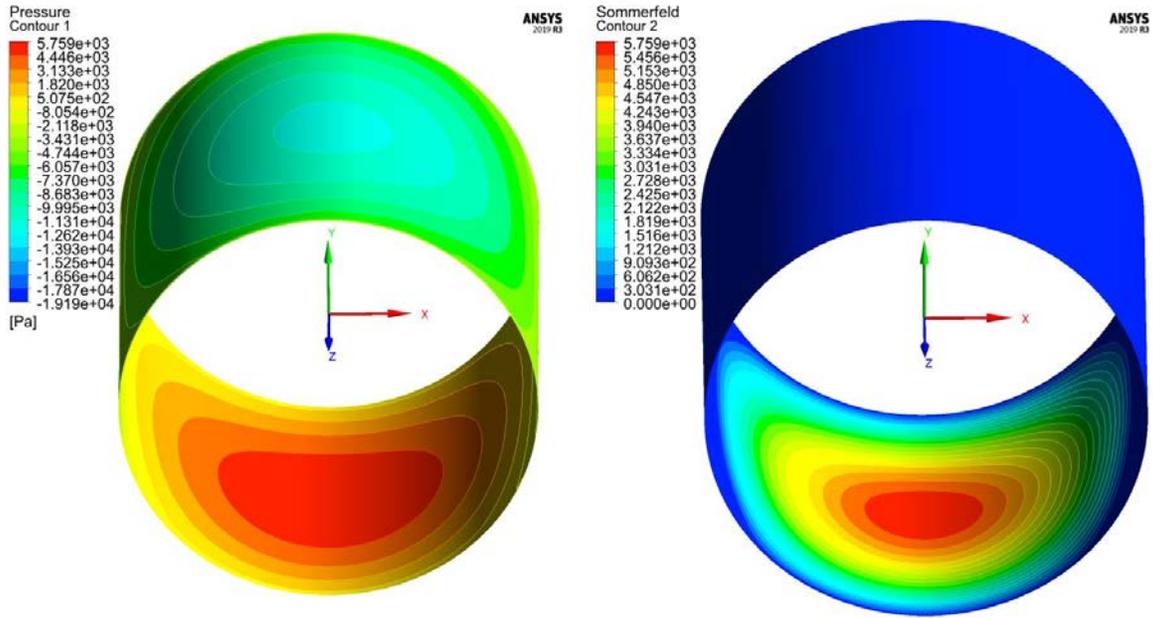


Figura 16. Campos de presión de la chumacera antes (izquierda) y después (derecha) de la condición de Sommerfeld con  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\phi = 86.9296^\circ$  y  $N = 3000$  RPM.

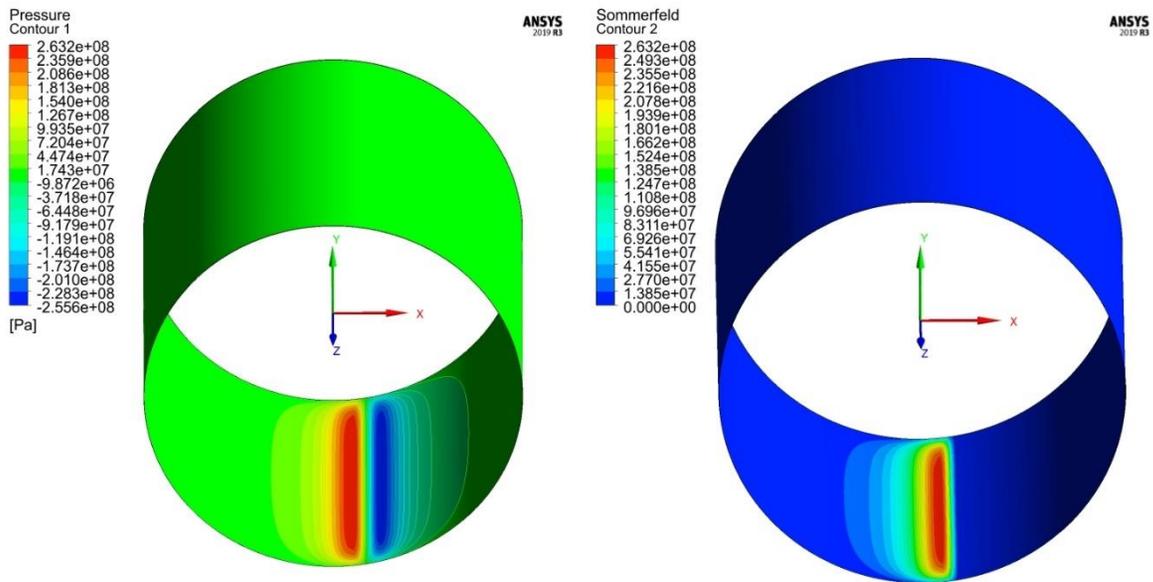


Figura 17. Campos de presión de la chumacera antes (izquierda) y después (derecha) de la condición de Sommerfeld con  $\varepsilon = 0.95$ ,  $\phi = 19.6732^\circ$  y  $N = 3000$  RPM.

Con los valores calculados de la capacidad de carga y con las posiciones de equilibrio del muñón, se efectuó un ajuste de curvas para obtener las funciones que las relacionan con la relación de excentricidad. Se encontró que un polinomio de grado 15 aproxima de buena forma a la función que relaciona a la capacidad de carga y sus componentes contra la relación de excentricidad, mientras que un polinomio de grado 9 define de manera aceptable la relación del ángulo de actitud con la relación de excentricidad. La ecuación (66) representa la forma del polinomio que se utilizó para aproximar las relaciones de fuerza y posición de equilibrio antes descritas.

$$p(x) = a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_nx + a_{n+1} \quad (66)$$

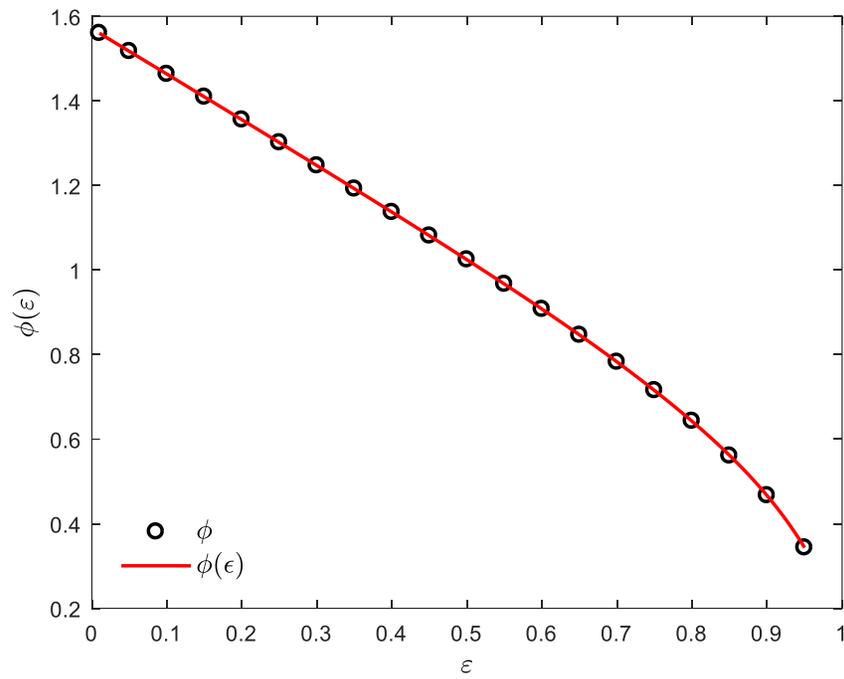
Para calcular las derivadas de las funciones de fuerza y posición de equilibrio, se utilizó la definición de la derivada de una función la cual se escribe a continuación.

$$f'(x) = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta h) - f(x)}{\Delta h} \quad (67)$$

Donde  $\Delta h$  es el incremento en la variable independiente  $x$ .

La Figura 18 muestra la relación de la posición de equilibrio como una función de la excentricidad  $\phi(\varepsilon)$  (línea roja), los cuales son similares a los utilizados por Gertzos et al. [37] en el modelado de una chumacera hidrodinámica mediante lubricante de Bingham. Como se puede observar, la función de grado 9 tiene buena correlación con los valores del ángulo de actitud calculados en estado estable (círculos negros). En la Figura 19 se observa la relación de la capacidad de carga como una función de la excentricidad  $f(\varepsilon)$  (línea negra). Con el polinomio de grado 15 se muestra un buen ajuste de los valores de la capacidad de carga (círculos rojos) en estado estable. Aplicando la ecuación (47) se obtuvieron las fuerzas adimensionales  $f_R(\varepsilon)$  (línea azul) y  $f_T(\varepsilon)$  (línea magenta) de la chumacera plana (Figura 20) y se comparan con los valores de las componentes de  $f$  sin ajuste. Las fuerzas ajustadas muestran un comportamiento similar a las sin ajuste; sin embargo, existen pequeñas diferencias (máximas de 2.37 unidades) entre los valores de las fuerzas obtenidas de *Fluent*  $f_R = -f \cos \phi$  (círculos rojos) y  $f_T = f \sin \phi$  (círculos negros) contra las funciones  $f_R(\varepsilon) = f(\varepsilon) \cos \phi$  y  $f_T(\varepsilon) = f(\varepsilon) \sin \phi$ , porque los coeficientes de los polinomios de ajuste se obtienen para datos distintos, es decir, con  $f$  se realiza solo un ajuste para obtener  $f(\varepsilon)$  y después sus componentes  $f_R(\varepsilon)$  y  $f_T(\varepsilon)$ . En el otro caso, se ajustan  $f_R$  y  $f_T$  para obtener  $f_R(\varepsilon)$

y  $f_T(\varepsilon)$  respectivamente; por lo tanto, los ajustes son mejores pero existen variaciones en los coeficientes de rigidez, las cuales se observan en la Sección 4.3, Capítulo IV.



**Figura 18.** Ángulo de actitud  $\phi$  (círculos negros) de cada  $(\varepsilon, \phi)$  de la Tabla 5 y función de la posición de equilibrio  $\phi(\varepsilon)$  (línea roja) en radianes en estado estable.

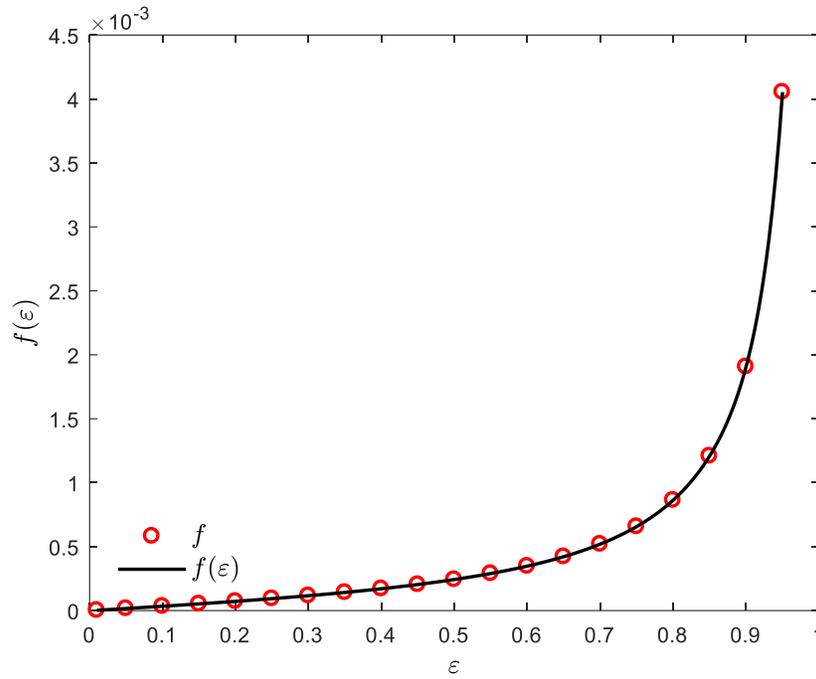


Figura 19. Capacidad de carga en estado estable  $f$  (círculos rojos) de cada  $(\varepsilon, \phi)$  de la Tabla 5 y función de fuerza  $f(\varepsilon)$  (línea negra) en función de la relación de excentricidad (adimensionales).

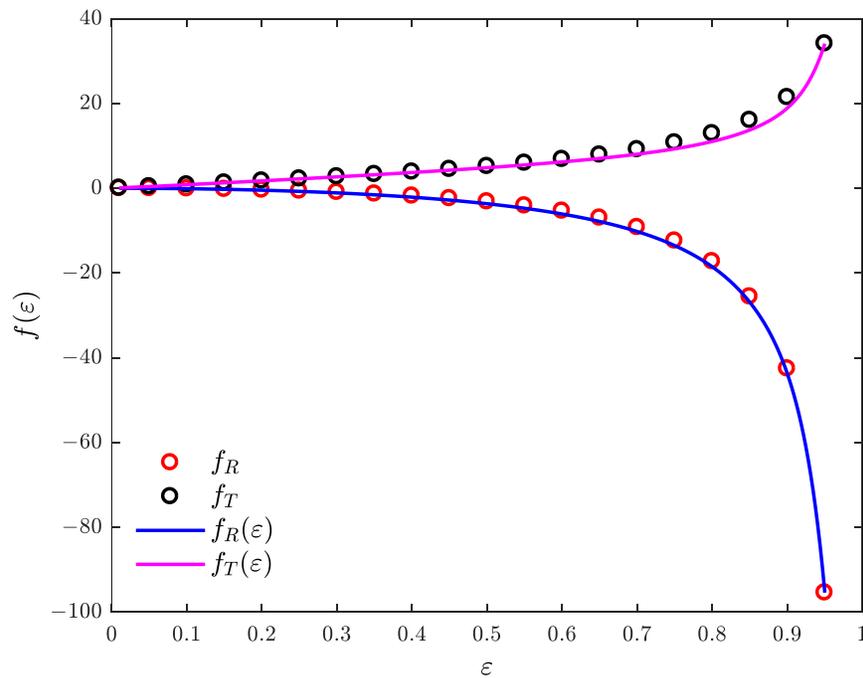
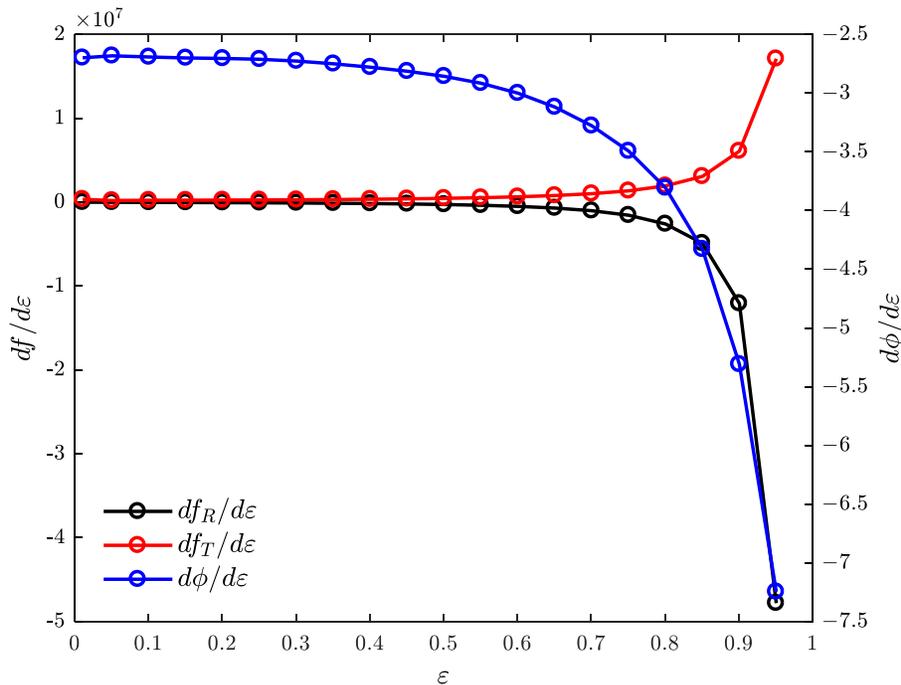


Figura 20. Componentes de fuerza (adimensionales)  $f_R$  (círculos rojos) y  $f_T$  (círculos negros) de cada  $(\varepsilon, \phi)$  de la Tabla 5 y funciones de fuerza (adimensionales)  $f_R(\varepsilon)$  (línea azul) y  $f_T(\varepsilon)$  (línea magenta) en estado estable.

En la Figura 21 se observan las derivadas de las componentes de fuerza y de la posición de equilibrio del centro del eje  $f_R$ ,  $f_T$  y  $\phi$ , respectivamente, calculadas de la ecuación (67) para determinar los coeficientes de rigidez de la chumacera hidrodinámica plana. Cabe mencionar que las derivadas de las fuerzas  $f_R$  y  $f_T$  presentan un comportamiento similar a las funciones originales (ver Figuras 20 y 21). Sin embargo, esto no sucede en la derivada de la posición de equilibrio donde el comportamiento es abrupto comparado con la función original (ver Figuras 18 y 21). Esto se debe a que en excentricidades altas, el ángulo de actitud disminuye drásticamente de forma no lineal.



*Figura 21. Derivadas de las fuerzas,  $\frac{df_R}{d\epsilon}$  y  $\frac{df_T}{d\epsilon}$ , de la chumacera plana y del ángulo de actitud  $\frac{d\phi}{d\epsilon}$  del centro del eje.*

### 4.3 Coeficientes de rigidez de la chumacera plana en estado estable

Los valores de las derivadas de las fuerzas y de la posición de equilibrio obtenidos en la Sección 4.2, Capítulo IV, se sustituyeron en la ecuación (48) para calcular los coeficientes rotodinámicos de rigidez adimensionales. Los coeficientes de rigidez calculados en esta investigación y los obtenidos por Antonio [11] al solucionar la ecuación de Reynolds adimensional por MDF para el caso de una chumacera de longitud finita ( $L/D = 1$ ) se

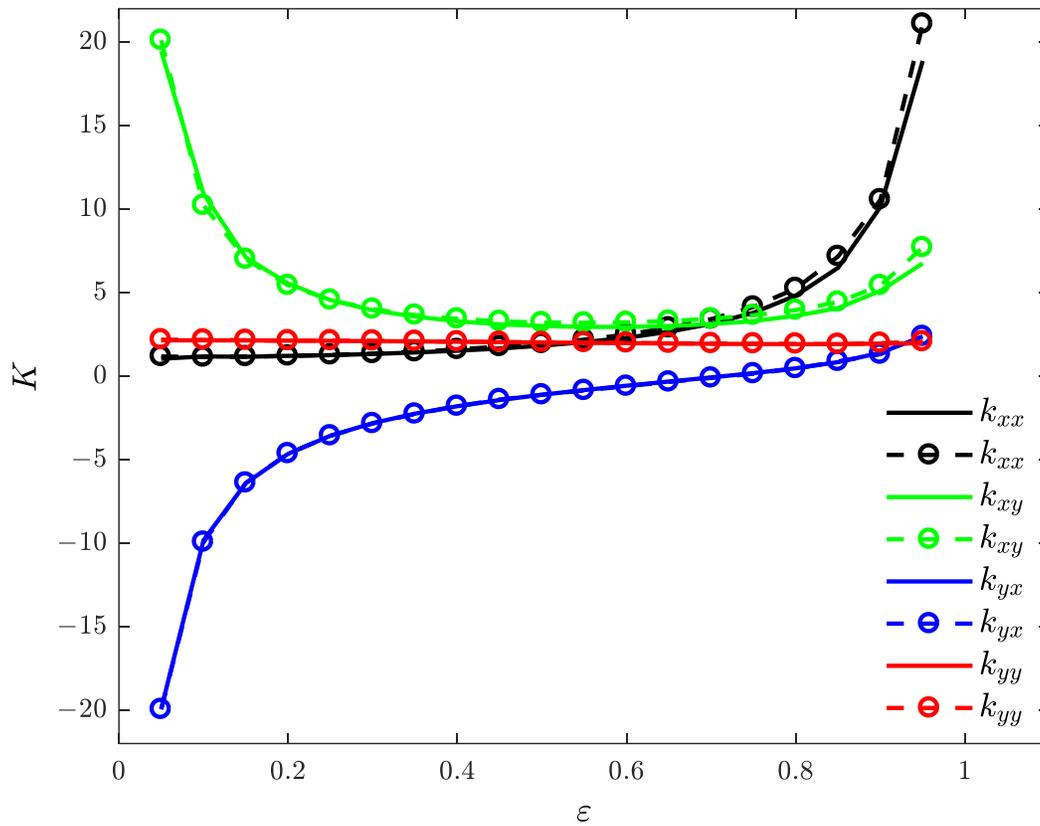
muestran en la Tabla 6 donde se resaltan los valores de los coeficientes con mayor diferencia entre sí. La comparación de los coeficientes se muestra en la Figura 22 donde se observa una buena correlación de resultados entre los dos métodos, porque la diferencia más grande entre ambos métodos es de 2.21 unidades en el caso de  $k_{xx}$  para  $\varepsilon = 0.95$ .

De manera más detallada las comparaciones de los coeficientes de rigidez directos y cruzados se observan en la Figura 23, las cuales muestran diferencias muy pequeñas; sin embargo, son más notables para en  $k_{yy}$  (Figura 23(b)), aun así se puede afirmar que hay una buena correlación de resultados porque las desviaciones son muy pequeñas (de 0.095 para  $\varepsilon = 0.95$ ).

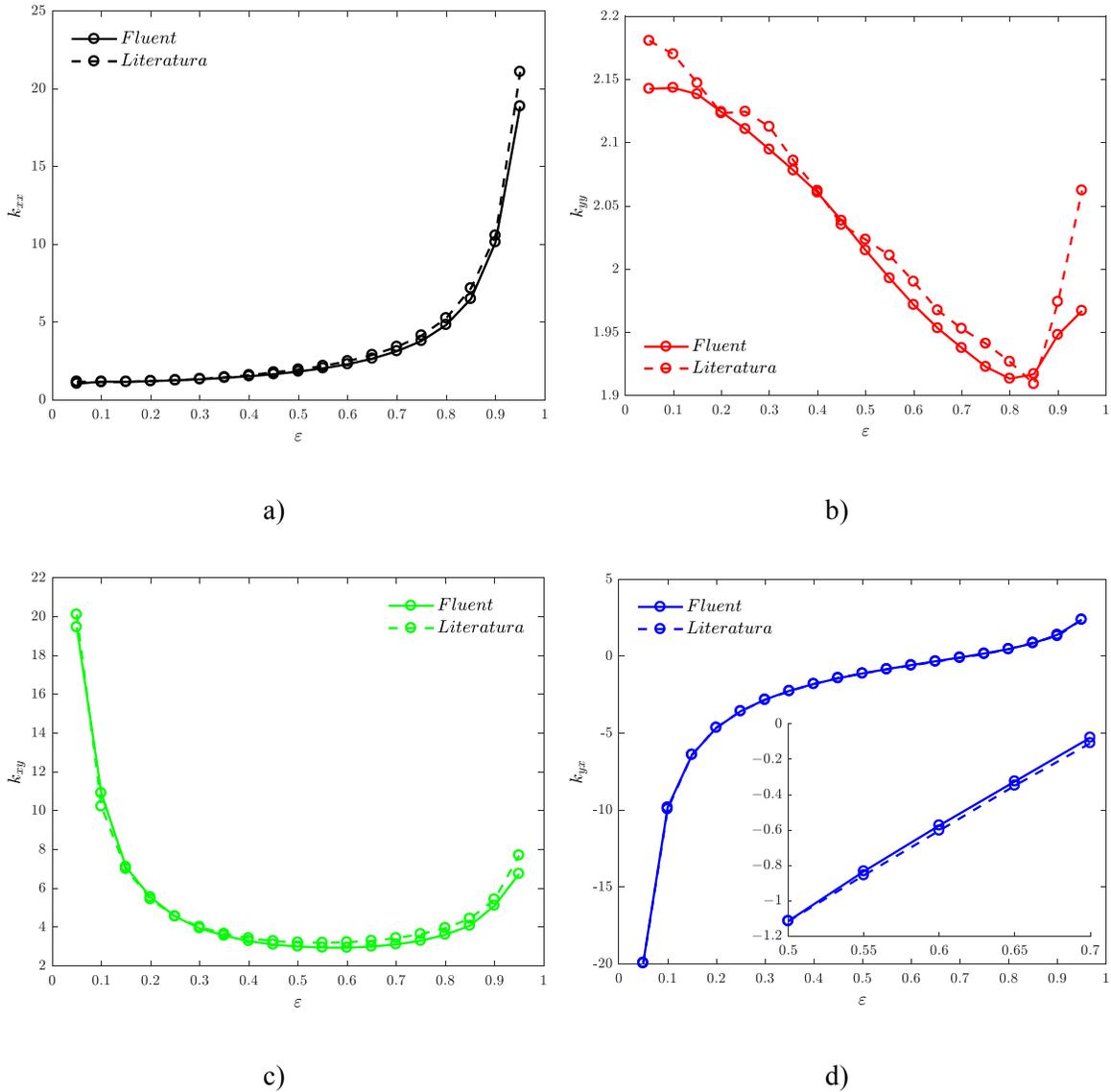
**Tabla 6. Coeficientes de rigidez dimensionales obtenidos con Fluent vs Literatura (Antonio [11]).**

$\varepsilon$	Fluent				MDF-Literatura			
	$k_{xx}$	$k_{xy}$	$k_{yx}$	$k_{yy}$	$k_{xx}$	$k_{xy}$	$k_{yx}$	$k_{yy}$
0.05	1.043823	19.459808	-19.91497	2.1425362	1.1767399	20.112443	-19.95838	2.1805325
0.1	1.177486	10.908805	<b>-9.825319</b>	2.1433339	1.1389833	10.225833	<b>-9.940593</b>	2.1699186
0.15	1.1578731	7.1093731	-6.408251	2.1383089	1.1719529	7.0031464	-6.394864	2.1470161
0.2	1.2126758	5.543655	-4.651287	2.1242477	1.2078781	5.4375054	-4.638183	2.1232601
0.25	1.2566409	4.552119	-3.568641	2.1107211	1.271201	4.5601978	-3.571093	2.1245089
0.3	1.3237708	3.9428136	-2.81251	2.0945877	1.3489226	4.0149908	-2.837364	2.1125617
0.35	1.4187217	3.5644744	-2.247353	2.0780792	1.4572649	3.6593254	-2.266557	2.0858646
0.4	1.5227635	3.2847454	-1.801148	2.060588	1.59855	3.4296962	-1.80029	2.0620542
0.45	1.6525986	3.0996239	-1.431369	2.0383626	1.773228	3.2801263	-1.400428	2.0350971
0.5	1.8254963	3.0027564	-1.115247	2.0149467	1.9555003	3.2097392	-1.116569	2.0234141
0.55	2.0350856	2.9489453	-0.834163	1.9928726	2.1843268	3.1928413	-0.856414	2.0108343
0.6	2.2974646	2.9396475	-0.574245	1.971844	2.4893876	3.2223561	-0.603405	1.9901625
0.65	2.6557892	3.0000823	-0.32516	1.9533874	2.8916979	3.2965521	-0.348959	1.967521
0.7	3.1331342	3.114749	-0.077333	1.9377848	3.4134111	3.4332512	-0.108552	1.9530141
0.75	3.7944203	3.2960216	0.1806112	1.9228844	4.142802	3.6443899	0.1462954	1.9412059
0.8	4.824653	3.6137031	0.4695562	1.9134955	5.252922	3.9549199	0.4526744	1.9269004
0.85	6.4911308	4.0756054	0.8410179	1.9171902	7.1697312	4.4354276	0.885414	1.909244
0.9	10.136851	5.1093712	1.3964389	1.9481343	10.564885	5.4304545	1.3121546	1.9742392
0.95	<b>18.872444</b>	<b>6.7473558</b>	2.3754449	<b>1.9671637</b>	<b>21.085402</b>	<b>7.7005978</b>	2.3794289	<b>2.0622927</b>

El algoritmo de movimiento y actualización de malla proporciona un ahorro de trabajo, tiempo y simulación porque al actualizarse automáticamente para cada posición de equilibrio, se evita mallar los nuevos espesores que corresponden a las posiciones de equilibrio de la Tabla 5, además de que se garantiza una buena calidad malla al conformarse de elementos tipo hexaedro generando una malla estructurada (Figura 8 y 9).



**Figura 22.** Coeficientes rotodinámicos adimensionales de rigidez, aplicando las derivadas de  $f_R(\epsilon)$ ,  $f_T(\epsilon)$  y  $\phi(\epsilon)$  (modelo actual Fluent línea sólida) y los calculados por la ecuación de Reynolds adimensional (literatura [11] línea discontinua).



**Figura 23.** Comparación de los coeficientes adimensionales de rigidez calculados en el modelo actual (Fluent) en estado estable vs la literatura[11]. Directos a)  $k_{xx}$  y b)  $k_{yy}$ . Cruzados c)  $k_{xy}$  y d)  $k_{yx}$ .

#### 4.4 Fuerzas hidrodinámicas transitorias-Posición de equilibrio debido a parámetros lineales y no lineales de movimiento

Para una masa  $M = 300$  kg del muñón y con una aceleración de gravedad  $g = 9.81$  m/s, resultando en una carga  $W = 2943$  N, se determinaron los desplazamientos del eje y su posición de equilibrio estático con  $N = 3000$  RPM, es decir,  $\omega = 314.159$  rad/s.

Las fuerzas y los parámetros de movimiento se calcularon en ANSYS *Fluent* al ejecutar el proceso de la Figura 24. El cuadro punteado representa el algoritmo de optimización de tiempo que se describe en la Sección 4.7, Capítulo IV. En esta sección no se activó el algoritmo, así que el proceso de ese cuadro se omite en la solución.

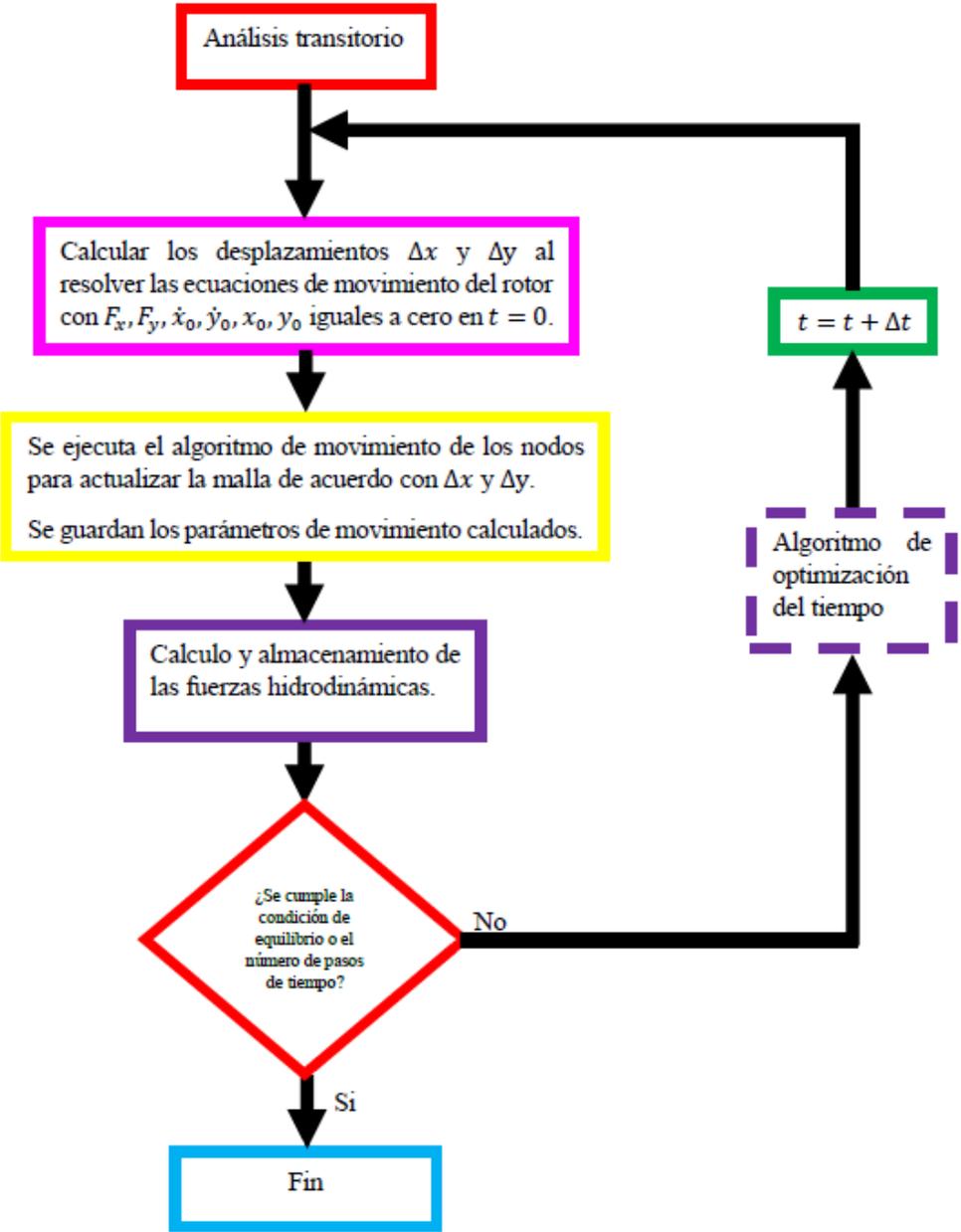
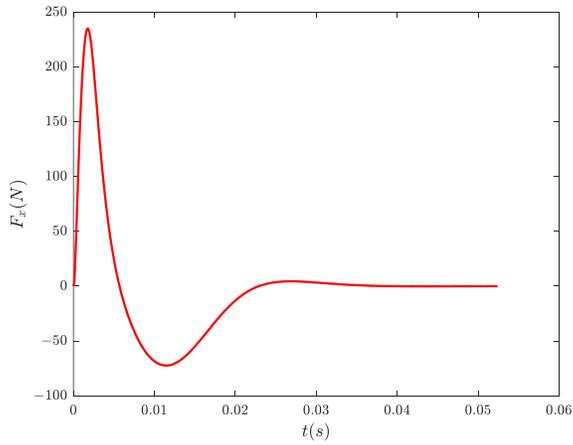


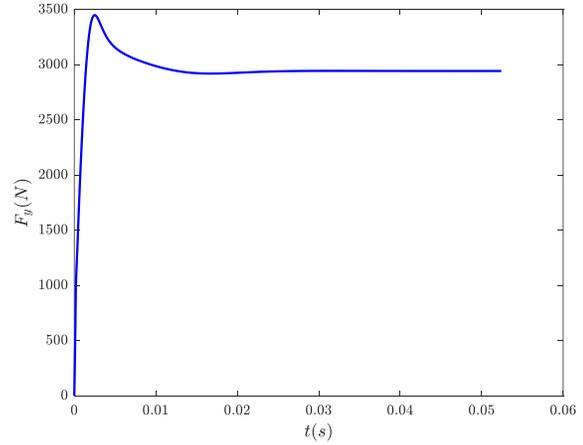
Figura 24. Diagrama de flujo para determinar las fuerzas hidrodinámicas de la chumacera en estado transitorio.

En las Figuras 25-28 se observan las componentes de la fuerza hidrodinámica, aceleración, velocidad y posición con respecto al tiempo, donde se analizan dos casos particulares de la chumacera. Caso 1: Se considera el efecto de las fuerzas generadas por la masa adicional del rotor. Caso 2: Se desprecia el efecto de las fuerzas generadas por la masa adicional del rotor (ver ecuación (57)). Se puede observar que inicialmente se presentan crecimientos abruptos en las componentes verticales (dirección  $y$ ) de fuerzas hidrodinámica y aceleraciones (Figura 25 y 26 respectivamente), lo cual se debe a que el eje parte de una posición inicial concéntrica con la chumacera, es decir del reposo; por lo tanto, el eje se suelta y acelera sin la oposición de las fuerzas de la película lubricante. Esto se debe a que inicialmente las fuerzas de oposición son cero. Sin embargo, las componentes verticales de velocidad y posición para ambos casos crecen rápidamente pero de manera suave (Figura 27 y 28) debido a que el paso de tiempo produce cambios suaves de velocidad y a su vez de posición.

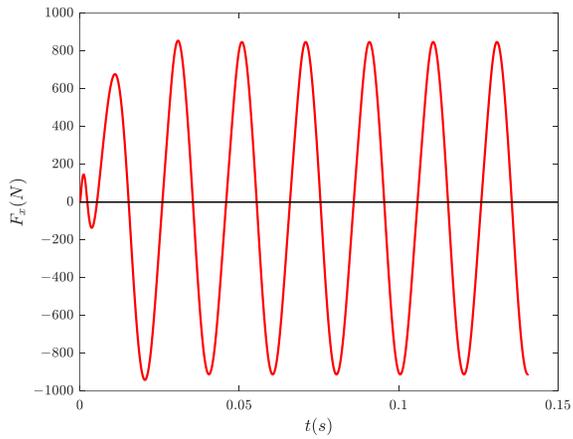
Por otra parte, sin considerar efecto de la masa adicional, se observa que a medida que transcurre el tiempo, las componentes de aceleración (Figura 26(a)-(b)) y velocidad (Figura 27(a)-(b)) convergen a cero y mientras que las componentes de posición tienden a estabilizarse (Figura 28(a)-(b)), lo cual se debe a que el eje ha alcanzado su posición de equilibrio, donde las componentes de fuerzas  $F_x$  y  $F_y$  (Figura 25(a)-(b)) convergen a 0 y  $W$  (ecuación (40)) respectivamente. Por otra parte, considerando el efecto de la masa adicional, se observa que las fuerzas hidrodinámicas y los parámetros de movimiento (aceleración, velocidad y desplazamiento) se estabilizan con el paso del tiempo. Sin embargo, tanto las fuerzas hidrodinámicas como los parámetros de movimiento no lineales no convergen a los mismos valores que en el caso lineal (sin efecto de la masa adicional) y en consecuencia no se cumple con la condición de la ecuación (40). Esto se debe a que el efecto de la masa adicional contribuye a que el eje orbite alrededor de su posición de equilibrio (Figura 28(c)-(d)), lo cual es el comportamiento real de un rotor soportado por chumaceras hidrodinámicas. Las fuerzas hidrodinámicas no lineales oscilan en cero para  $F_x$  en la dirección horizontal y en  $F = Mg$  para  $F_y$  en la dirección vertical (Figura 25(c)-(d)) que es la capacidad de carga de la chumacera, mientras que las aceleraciones ( $\ddot{x}$  y  $\ddot{y}$ ) y velocidades ( $\dot{x}$  y  $\dot{y}$ ) alrededor de cero.



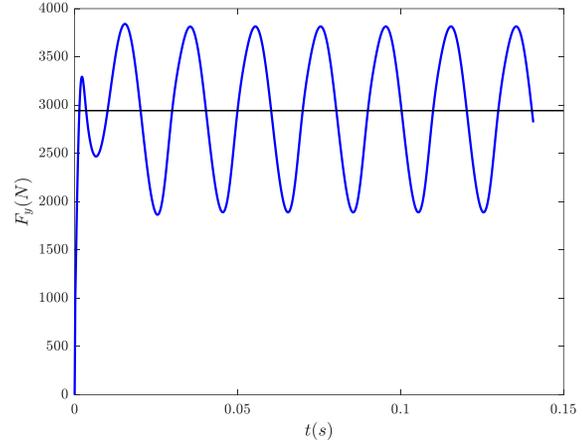
a)



b)

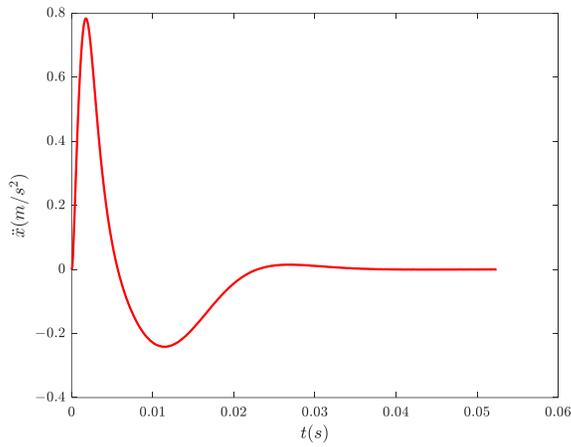


c)

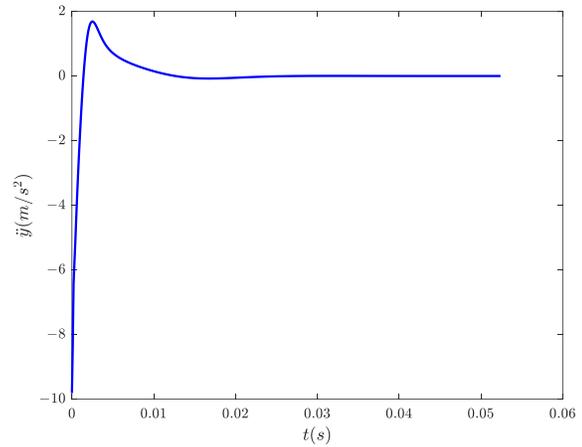


d)

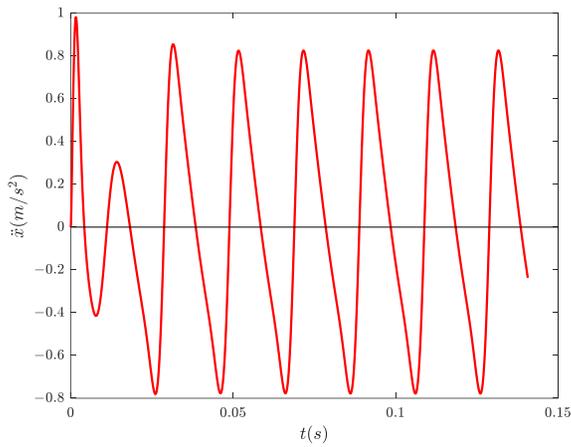
**Figura 25. Fuerzas hidrodinámicas de la película de fluido lubricante. a)  $F_x$  y b)  $F_y$  sin el efecto de la masa adicional  $M$ . c)  $F_x$  y d)  $F_y$  con el efecto de la masa adicional  $M$  en las direcciones horizontal  $x$  y vertical  $y$ .**



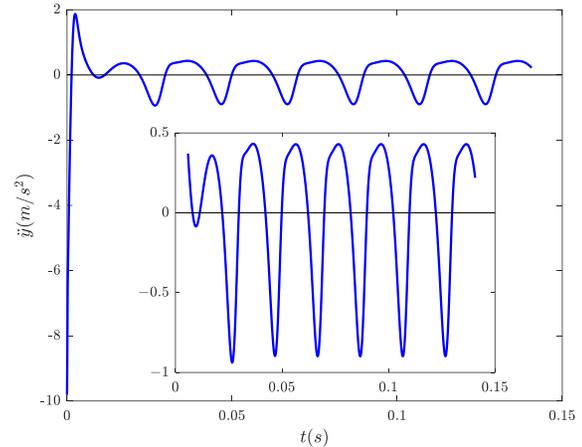
a)



b)

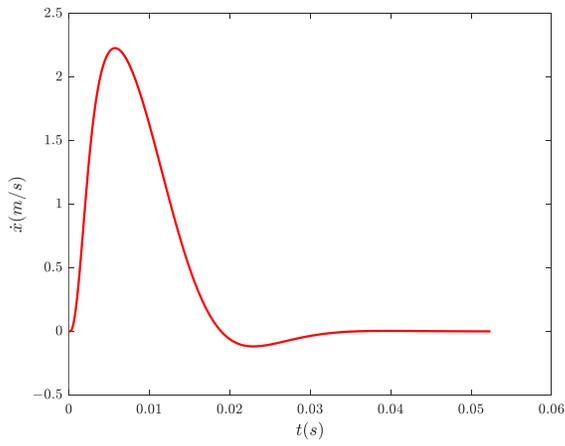


c)

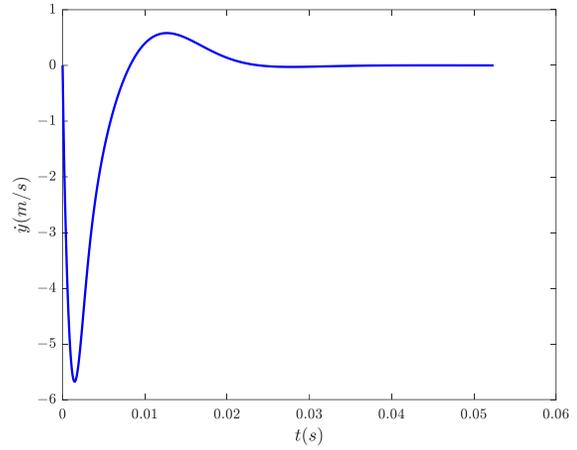


d)

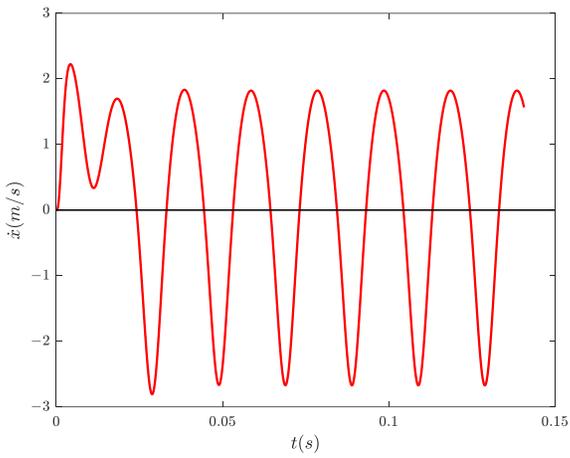
**Figura 26. Componentes de aceleración del centro del muñón en la chumacera. a)  $\ddot{x}$  y b)  $\ddot{y}$  sin el efecto de la masa adicional  $M$ . c)  $\ddot{x}$  y d)  $\ddot{y}$  con el efecto de la masa adicional  $M$  en las direcciones horizontal  $x$  y vertical  $y$ .**



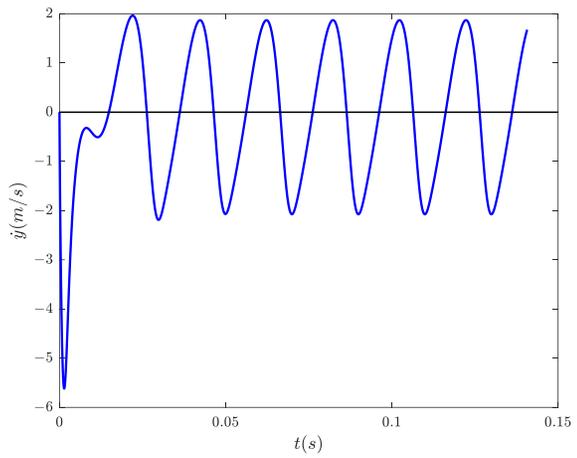
a)



b)

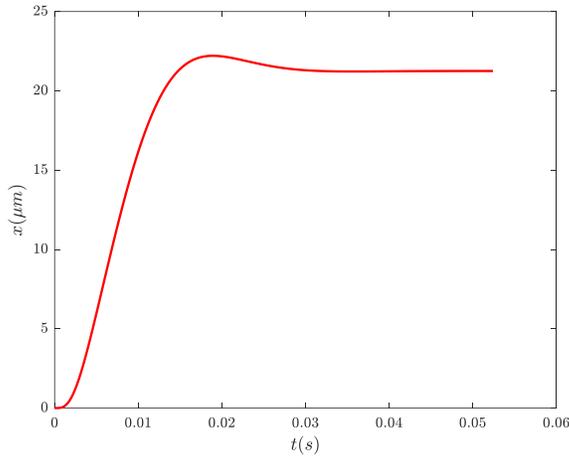


c)

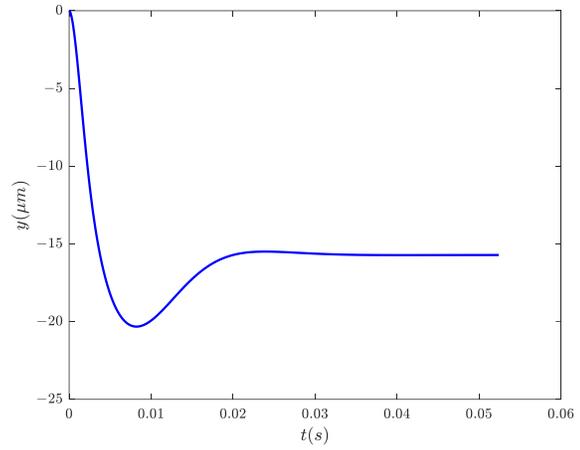


d)

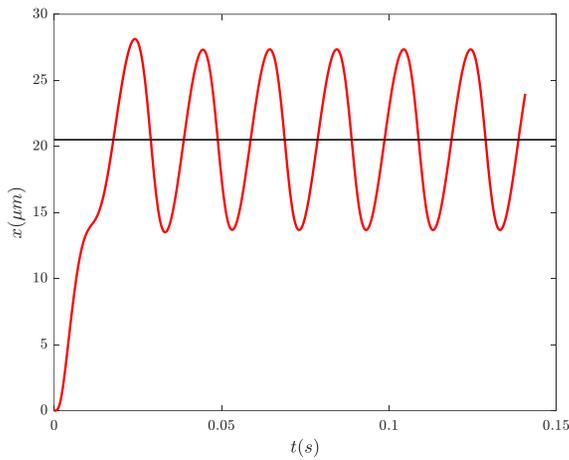
**Figura 27. Componentes de velocidad del centro del muñón en la chumacera. a)  $\dot{x}$  y b)  $\dot{y}$  sin el efecto de la masa adicional  $M$ . c)  $\dot{x}$  y d)  $\dot{y}$  con el efecto de la masa adicional  $M$  en las direcciones horizontal  $x$  y vertical  $y$ .**



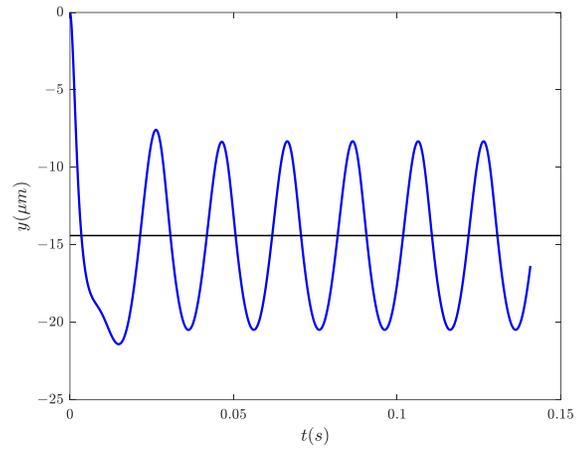
a)



b)



c)

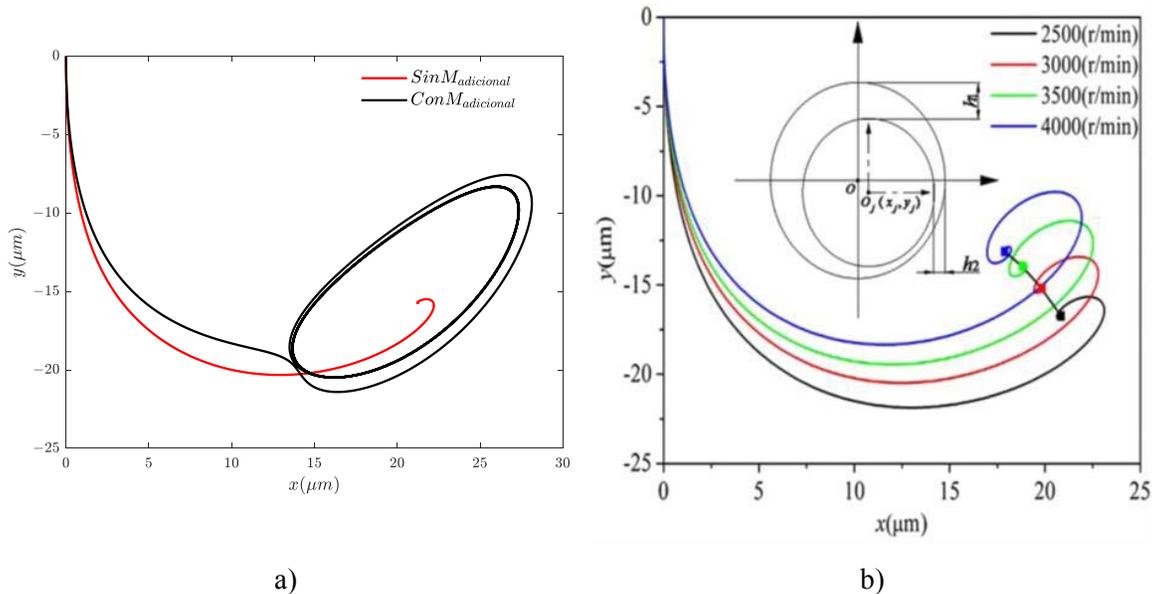


d)

**Figura 28. Componentes de posición del centro del muñón en la chumacera. a)  $x$  y b)  $y$  y sin el efecto de la masa adicional  $M$ . c)  $x$  y d)  $y$  y con el efecto de la masa adicional  $M$  en las direcciones horizontal  $x$  y vertical  $y$ .**

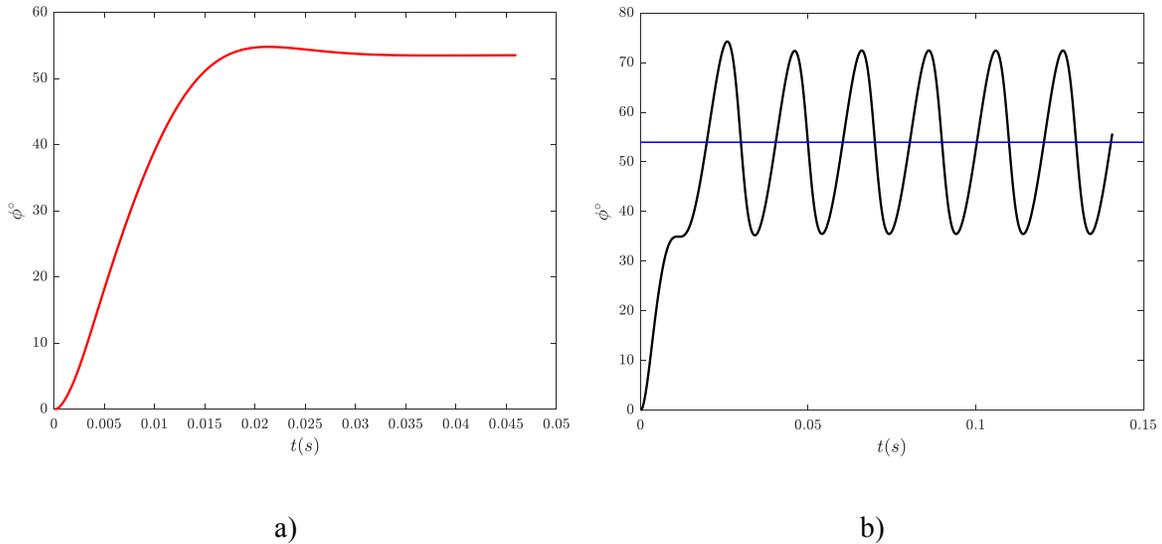
De lo mencionado anteriormente y de la Figura 29(a), se observa la trayectoria del centro del eje al resolver las ecuaciones de movimiento sin considerar el efecto de la masa adicional donde se alcanza la posición de equilibrio estático. Además, se observa la trayectoria del centro del muñón y la órbita elíptica (locus de equilibrio dinámico) que desarrolla alrededor de su posición de equilibrio cuando se considera el efecto de la masa adicional. En la Figura 29(b) se observan las trayectorias y la posición de equilibrio del muñón para varias

velocidades de operación determinadas por Li [33]. Al comparar las trayectorias del centro del muñón, se observa que la trayectoria del eje que se determinó en esta investigación es similar a las trayectorias de la literatura (sin considerar el efecto de la masa adicional). La diferencia radica en que la geometría del espesor de película lubricante de la chumacera analizada en la literatura fue de una chumacera ranurada y en esta investigación se modeló una chumacera plana (lisa).



**Figura 29. Trayectoria del centro del muñón a) para  $M=300$  kg y  $N=3000$  RPM modelo actual. b) trayectorias para diferentes velocidades Li [33].**

El ángulo de actitud del muñón sin considerar el efecto de la masa adicional  $M$  se observa en la Figura 30(a) y en la Figura 30(b) considerando el efecto de la masa adicional  $M$ . Se observa que en el caso no lineal  $\phi$  oscila alrededor del valor de la posición de equilibrio estático (Figura 30(b)), el cual se calcula de las posiciones del muñón de la Figura 29(a) con masa adicional. Cabe mencionar que el tamaño de la órbita del centro del muñón varía en función de la magnitud de la masa adicional y de la velocidad angular en  $Me\omega^2$ , tal y como lo analizó Concli [34] para  $M = \{0.25, 0.5, 1.0\}, \{1, 2.5, 5.0\}, \{2.5, 5.0, 10.0\}$  kg con  $\omega = \{328\}, \{1500\}, \{3000\}$  rad/s, respectivamente.



**Figura 30.** Ángulo de actitud del centro del muñón a) sin efecto de la masa adicional  $M$ , b) con efecto de la masa adicional  $M$ .

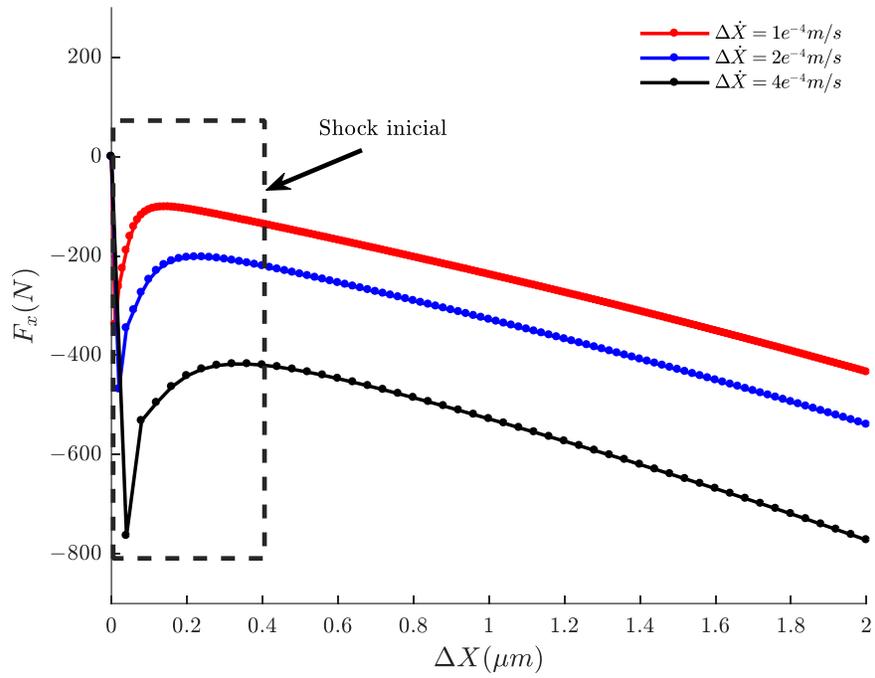
#### 4.5 Perturbación de la posición de equilibrio-coeficientes dinámicos de la chumacera

Una vez que se ha determinado la posición de equilibrio del eje, se perturba dicha posición en las direcciones  $x$  y  $y$  mediante  $\Delta\dot{x}$  y  $\Delta\dot{y}$ , respectivamente, por medio del algoritmo de movimiento de malla descrito en las secciones 2.7 y 2.8, Capítulo II. Para ello se establecieron los diferenciales de velocidad dados en la Tabla 7.

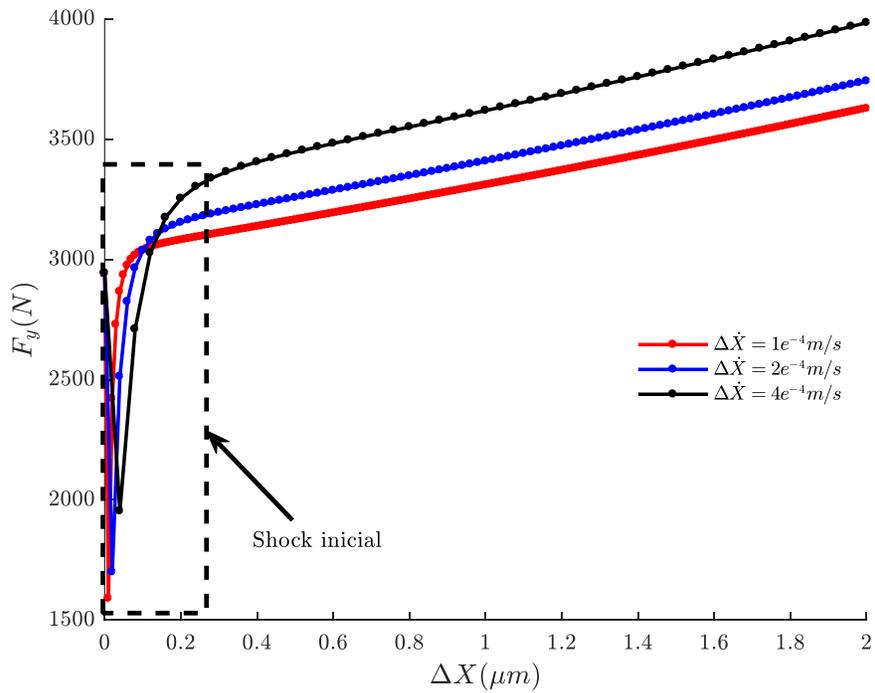
**Tabla 7.** Perturbaciones de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$ .

$\Delta\dot{x}$ (m/s x $10^{-4}$ )	$\Delta\dot{y}$ (m/s x $10^{-4}$ )
1.0	1.0
2.0	2.0
4.0	4.0

Las componentes de fuerza hidrodinámica debidas a las perturbaciones de velocidad ( $\Delta\dot{x}$ ) y ( $\Delta\dot{y}$ ) se observan en las Figuras 31 y 32, respectivamente. Al inicio del movimiento lineal del eje, se presenta un cambio abrupto de las fuerzas hidrodinámicas, el cual es llamado shock inicial [35], [36] sin embargo a medida que se incrementa el desplazamiento se observa que un cambio lineal de la fuerza con respecto del movimiento del eje.

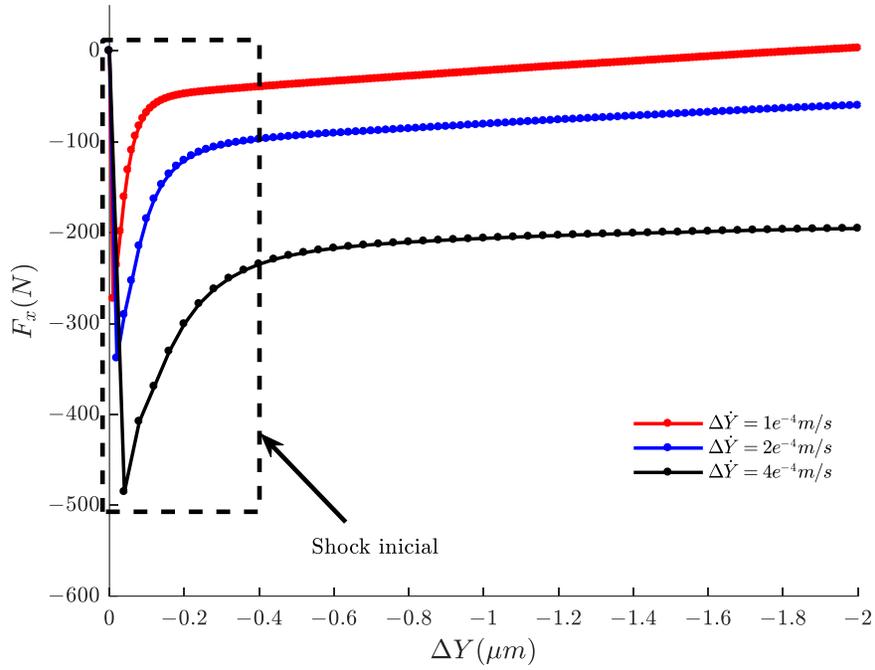


a)

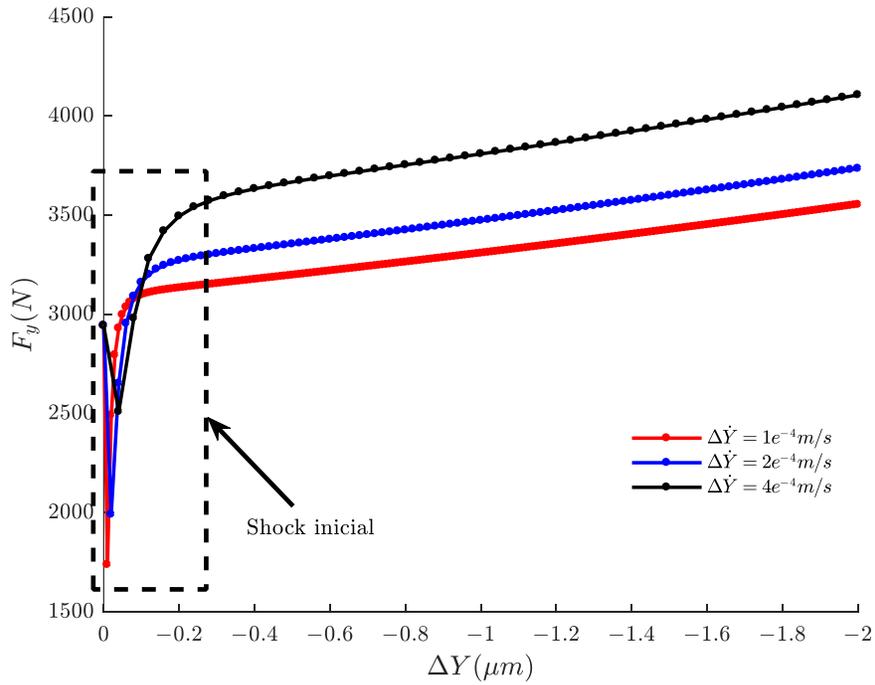


b)

Figura 31. Fuerzas hidrodinámicas debidas a una perturbación de velocidad en dirección X.



a)



b)

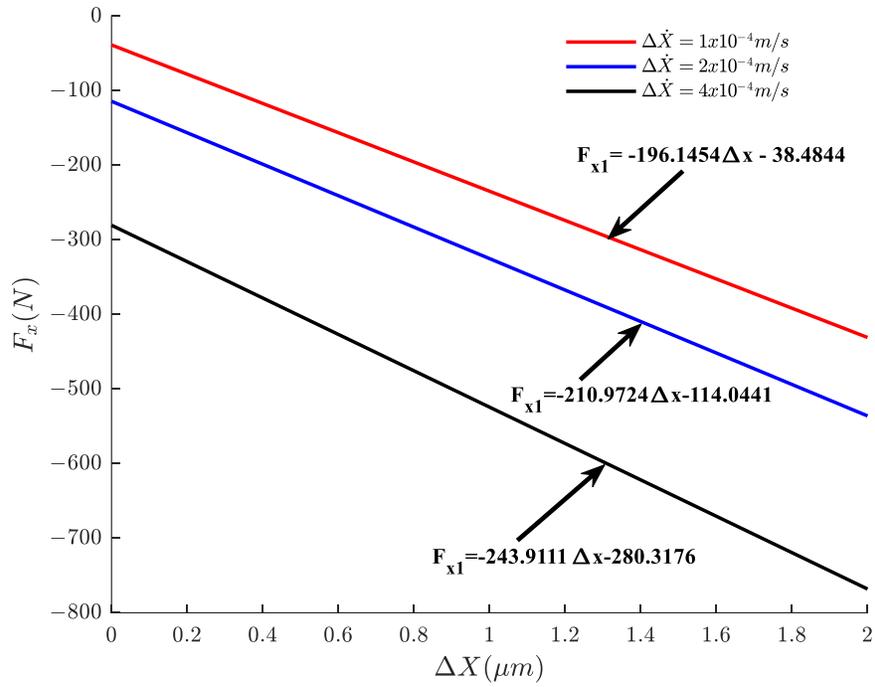
**Figura 32. Fuerzas hidrodinámicas debidas a una perturbación de velocidad en dirección Y.**

Dado que el comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas es lineal, se aplica un ajuste de curvas lineal por mínimos cuadrados para todos los valores de fuerza a partir de  $\Delta x = 0.8\mu\text{m}$  en adelante y para  $\Delta y = -0.8\mu\text{m}$  hacia atrás, de esta manera se descartan los valores iniciales (shock inicial) de las fuerzas (ver gráficas de las Figuras 31 y 32). Al aplicar el ajuste lineal de las curvas se obtienen las expresiones de la Tabla 8 las cuales son análogas a las expresiones de las ecuaciones (53) y (54).

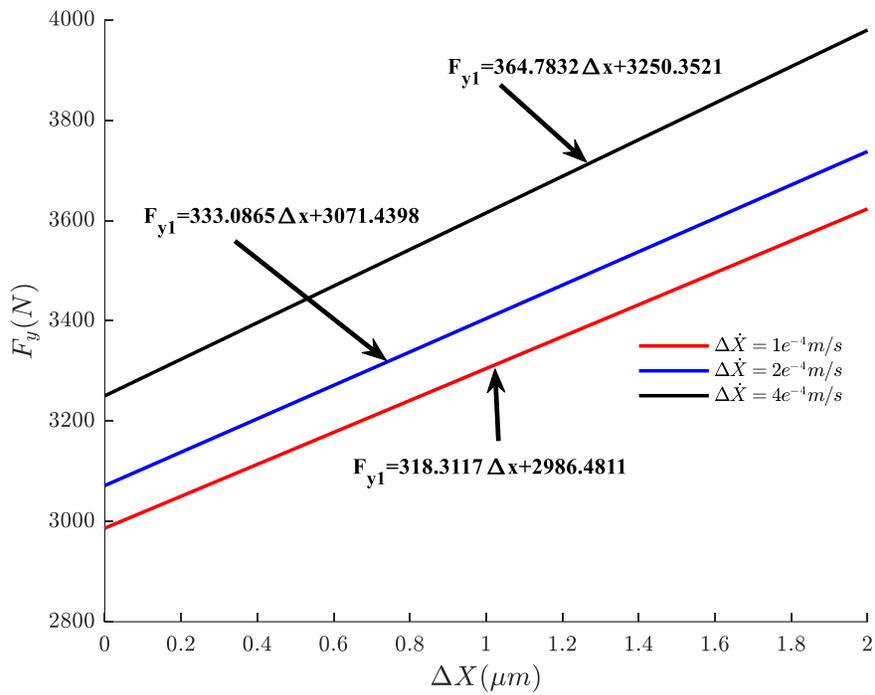
**Tabla 8. Fuerzas hidrodinámicas linealizadas de la película lubricante del modelo actual.**

Perturbación	Fuerza (N)
$\Delta\dot{x} = 1 \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$F_{x_1} = -196.1454\Delta x - 38.4844$
	$F_{y_1} = 318.3117\Delta x + 2986.4811$
$\Delta\dot{y} = 1 \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$F_{x_2} = -25.4906\Delta y - 47.5435$
	$F_{y_2} = -245.5911\Delta y + 3058.6202$
$\Delta\dot{x} = 2 \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$F_{x_1} = -210.9724\Delta x - 114.0441$
	$F_{y_1} = 333.0865\Delta x + 3071.4398$
$\Delta\dot{y} = 2 \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$F_{x_2} = -20.8774\Delta y - 101.3320$
	$F_{y_2} = -262.2083\Delta y + 3207.2448$
$\Delta\dot{x} = 4 \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$F_{x_1} = -243.9111\Delta x - 280.3176$
	$F_{y_1} = 364.7832\Delta x + 3250.3521$
$\Delta\dot{y} = 4 \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$F_{x_2} = -10.7611\Delta y - 216.1364$
	$F_{y_2} = -297.0474\Delta y + 3508.5523$
$\Delta x \text{ en } (\mu\text{m})$	$\Delta y \text{ en } (\mu\text{m})$

Evaluando valores de  $\Delta x$  y  $\Delta y$  se obtienen las Figuras 33 y 34 que corresponden a un comportamiento lineal de las fuerzas hidrodinámicas de la chumacera. De las expresiones de la Tabla 8 y de las ecuaciones (55) y (56), se determinan los coeficientes rotodinámicos de rigidez y amortiguamiento debidos a una perturbación de velocidad lineal. Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento están dados en las Tablas 9 y 10, respectivamente para tres perturbaciones de velocidad. Los coeficientes dinámicos se calcularon para una masa de  $M = 300 \text{ kg}$  con una velocidad de operación  $N = 3000 \text{ RPM}$ , mientras que en la investigación de Qiang et al. [33] se analizó una chumacera ranurada con un rotor de  $M = 100 \text{ kg}$  operando a  $N = 1500 \text{ RPM}$ . Sin embargo, las fuerzas calculadas en esta investigación presentan un comportamiento similar al de las obtenidas en la literatura [33], de lo cual se puede concluir que cualitativamente son iguales y en consecuencia los coeficientes obtenidos son correctos.

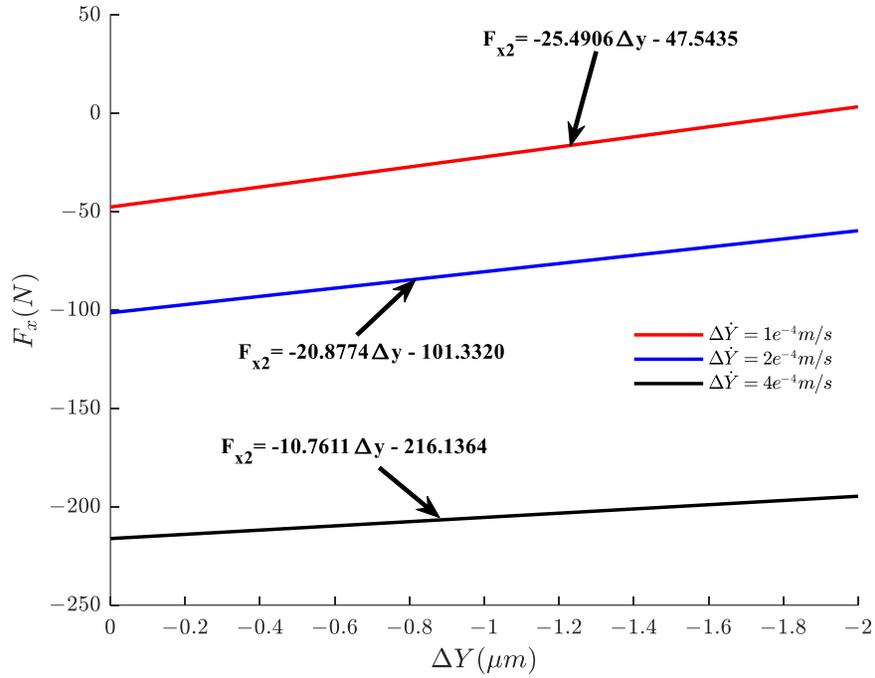


a)

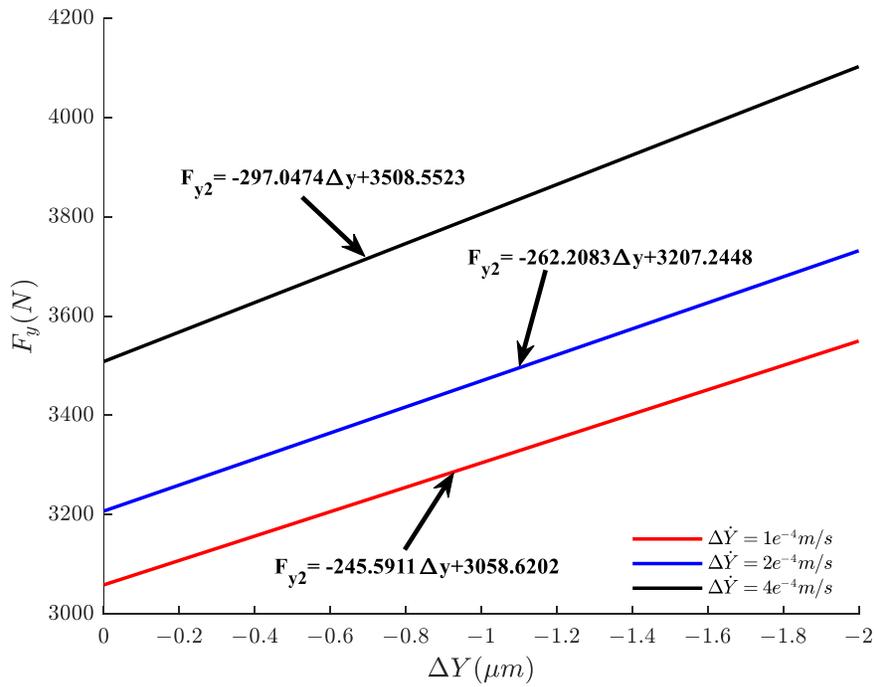


b)

**Figura 33. Fuerzas hidrodinámicas linealizadas en función de un  $\Delta X$  a)  $F_x$  y b)  $F_y$ .**

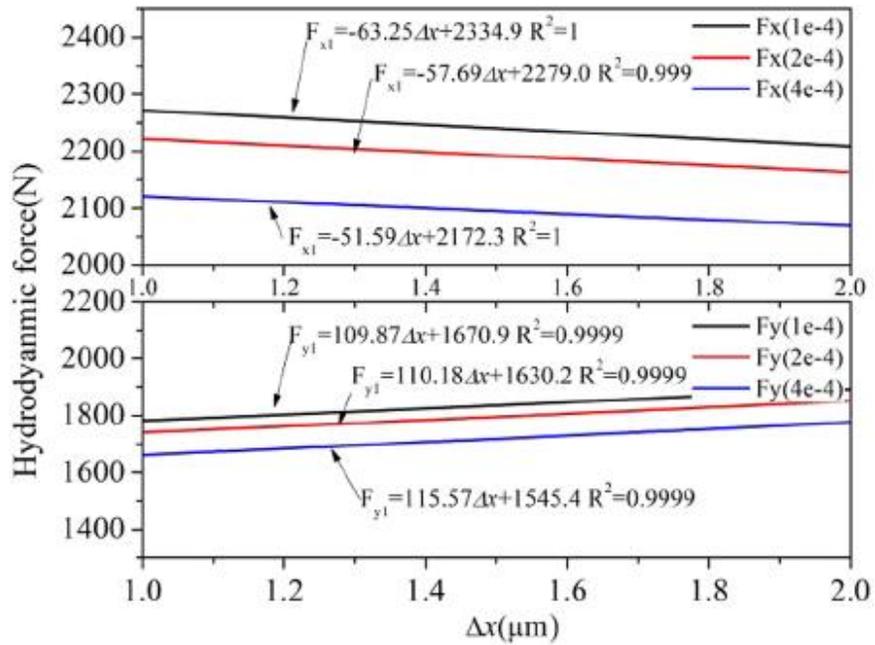


a)

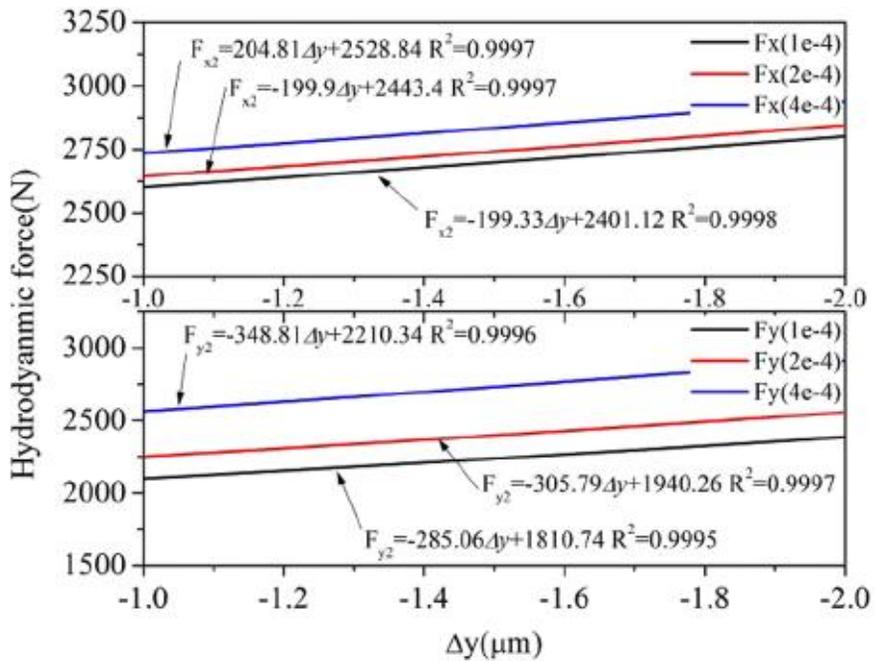


b)

Figura 34. Fuerzas hidrodinámicas linealizadas en función de un  $\Delta Y$  a)  $F_x$  y b)  $F_y$ .



a)



b)

Figura 35. Fuerza hidrodinámica sin valor inicial a) en la dirección x b) dirección y [33].

*Tabla 9. Coeficientes rotodinámicos de rigidez del modelo actual.*

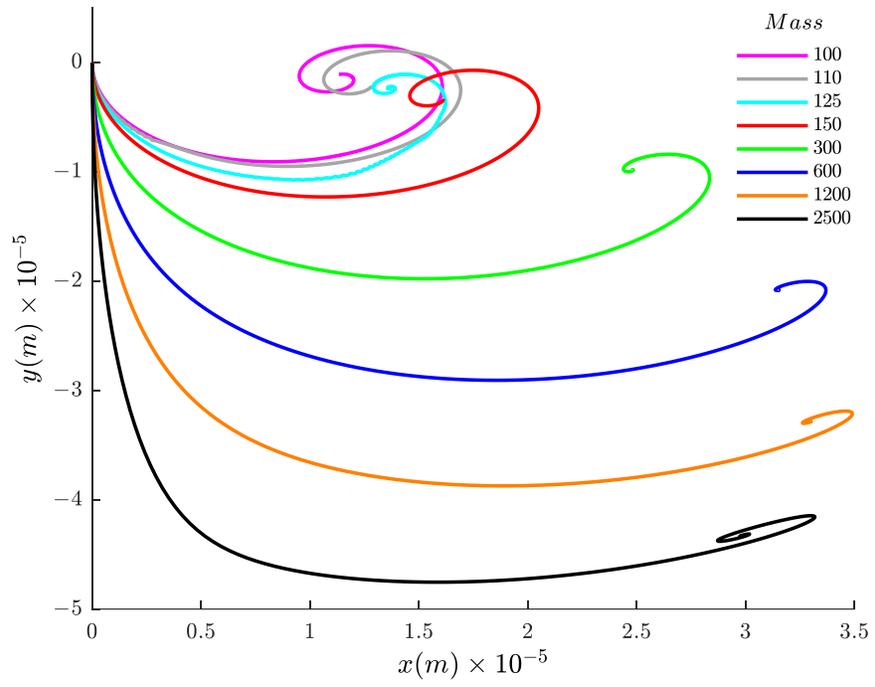
$\Delta v$ (m/s x10 <sup>-4</sup> )	$k_{xx}$ (N/m x10 <sup>6</sup> )	$k_{xy}$ (N/m x10 <sup>6</sup> )	$k_{yx}$ (N/m x10 <sup>6</sup> )	$k_{yy}$ (N/m x10 <sup>6</sup> )
1.0	-196.1457	318.3117	-25.4906	-245.5911
2.0	-210.9724	333.0865	-20.8774	-262.2083
4.0	-243.9111	364.7832	-10.7611	-297.0474

*Tabla 10. Coeficientes rotodinámicos de amortiguamiento del modelo actual.*

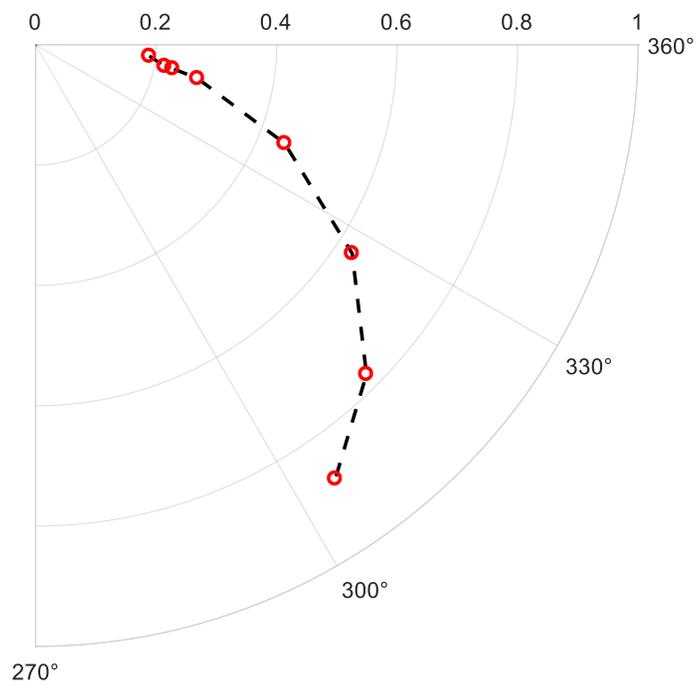
$\Delta v$ (m/s x10 <sup>-4</sup> )	$c_{xx}$ (N · s/m x10 <sup>4</sup> )	$c_{xy}$ (N · s/m x10 <sup>4</sup> )	$c_{yx}$ (N · s/m x10 <sup>4</sup> )	$c_{yy}$ (N · s/m x10 <sup>4</sup> )
1.0	-38.4844	43.4811	-47.5435	115.6202
2.0	-57.0220	64.2199	-50.6660	132.1222
4.0	-70.0794	76.8380	-54.0341	141.3881

#### 4.6 Influencia del paso de tiempo en el análisis transitorio para el cálculo de la posición de equilibrio estático

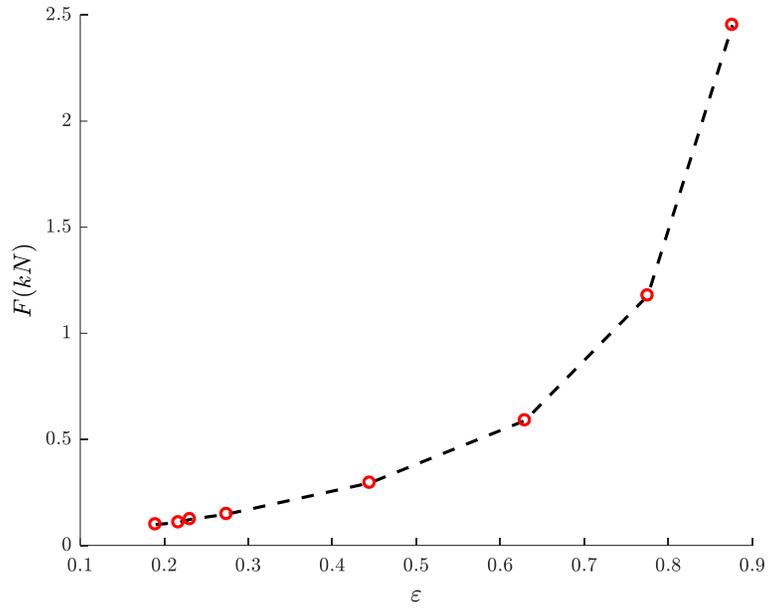
En la Figura 36 se observan las trayectorias, posición de equilibrio estático, relación de excentricidad y ángulo de actitud del centro del eje para varias masas  $M$  del rotor. Se observa que, a menor masa del rotor, la trayectoria del rotor es más corta que para valores grandes de masa. Además, se observa que estas trayectorias (Figura 36(a)) son muy parecidas a las de la Figura 29(b) principalmente a valores pequeños de  $M$ . La posición de equilibrio se localiza más cerca del centro de la chumacera cuando  $M$  es pequeña (Figura 36(b)), la relación de excentricidad es pequeña para cargas ligeras, pero es grande cuando la masa aumenta (Figura 36(c)), lo cual se interpreta en que la superficie del rotor se acerca a la superficie de la chumacera. El ángulo de actitud disminuye a medida que  $M$  aumenta (Figura 36(d)), lo cual demuestra que la presión hidrodinámica de la película lubricante se concentra en la parte inferior de la chumacera.



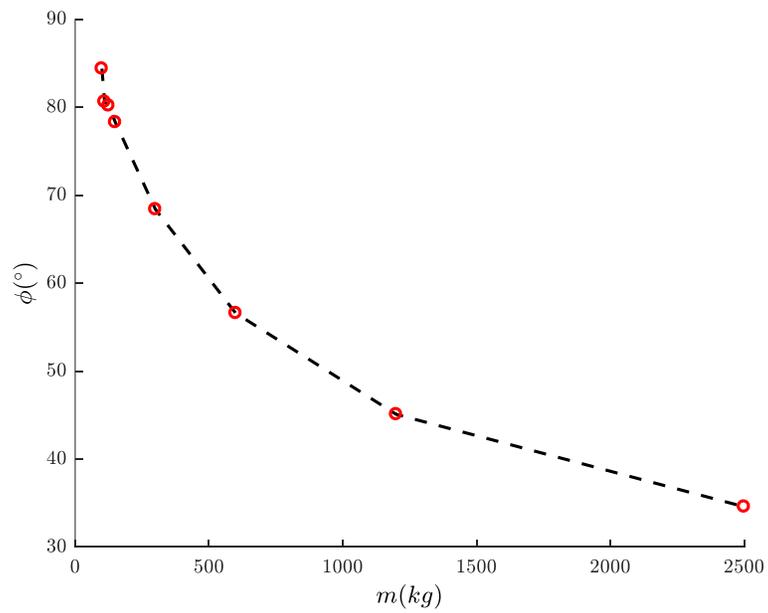
a)



b)



c)



d)

**Figura 36. Efecto de la masa  $M$  en a) trayectoria del del centro del eje, b) posición de equilibrio del rotor. c) relación de excentricidad del centro del eje en la chumacera y d) ángulo de actitud para varias masas del rotor.**

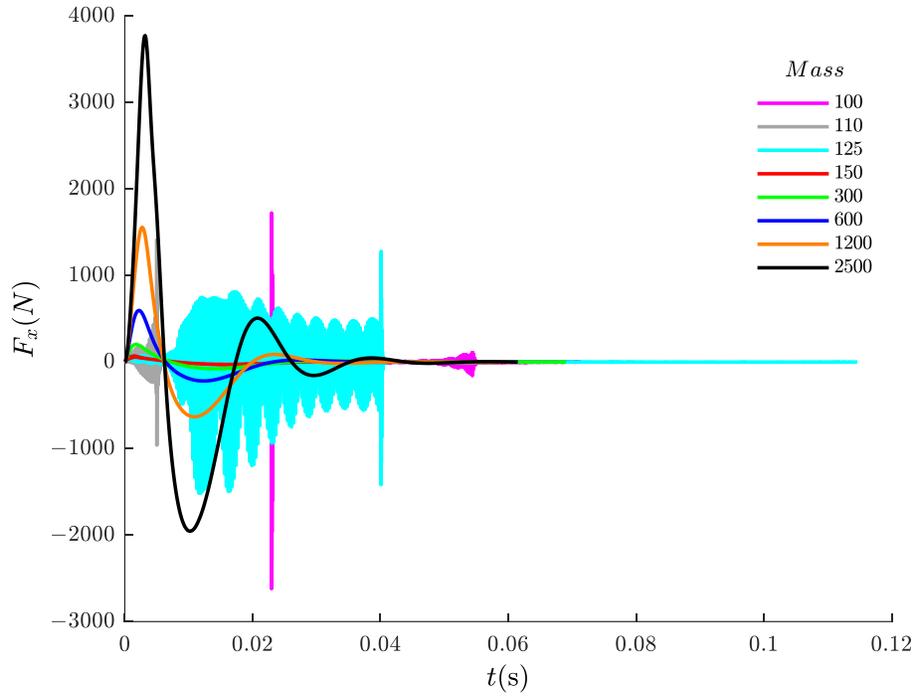
La capacidad de carga de la chumacera analizada para diferentes masas del rotor es baja debido a que el fluido lubricante utilizado es agua, la cual tiene una viscosidad baja. Si el lubricante tiene una viscosidad más grande, la capacidad de carga y el ángulo de actitud aumentan, mientras que la relación de excentricidad disminuye. Este efecto se observa en la investigación de Madhusudhanarao y Nagabhaskar [40] donde utilizó dos tipos de aceite SAE20 y SAE40 como lubricante en el análisis CFD de una chumacera plana. Madhusudhanarao y Nagabhaskar observaron que el aceite SAE40 produce magnitudes de presión hidrodinámica más altas que con SAE20, lo cual produce una mayor capacidad de carga de la chumacera.

En las Figuras 37-40 se muestran las fuerzas hidrodinámicas y los parámetros de movimiento del centro del muñón. Las componentes de fuerza de la película lubricante (Figura 37) y de aceleración del centro del muñón (Figura 38) muestran oscilaciones para masas del rotor menores a 150 kg, las cuales se atribuyen a la magnitud del paso de tiempo  $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s del análisis transitorio CFD de la chumacera. Por lo tanto, las magnitudes y oscilaciones de las fuerzas hidrodinámicas son grandes, lo cual produce aceleraciones altas (ver ecuación (57)). Las velocidades (Figura 39) también presentan oscilaciones; sin embargo, son de menor amplitud que en las aceleraciones porque los incrementos de velocidad son más pequeños (ver ecuación (58)). Las posiciones no muestran oscilaciones porque los incrementos de desplazamiento son más suaves que los de la velocidad (ecuación (59)).

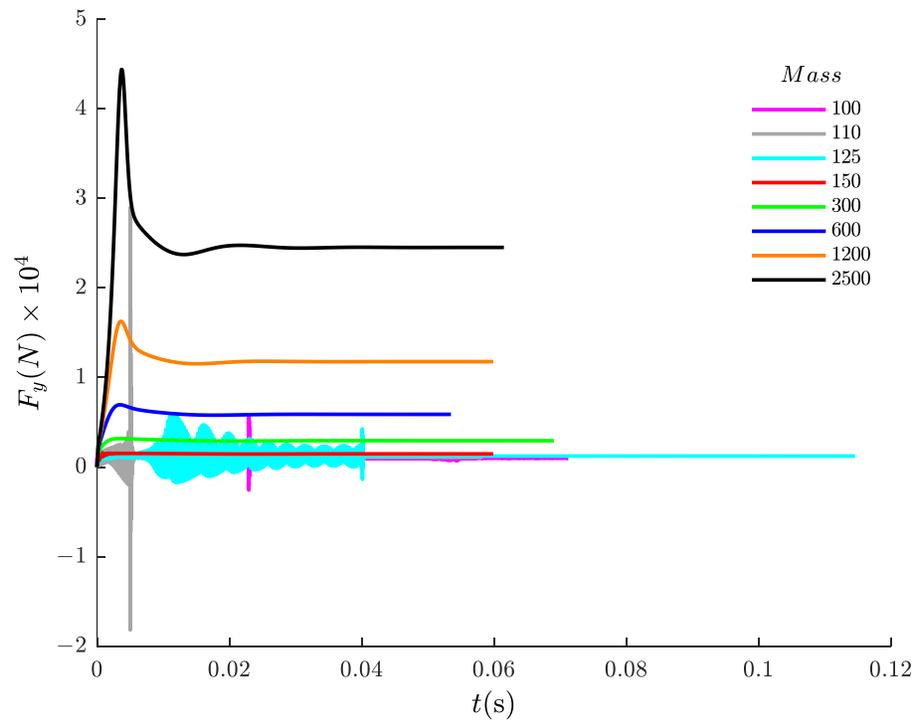
Los cambios más bruscos de las fuerzas y a su vez de las aceleraciones se producen porque el paso de tiempo se redujo a la mitad del paso inicial y hasta una décima parte. Si  $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s se mantiene, entonces se producirán fuerzas muy grandes, lo cual genera que los desplazamientos del centro del muñón y de los nodos de la malla del fluido sean muy grandes y descontrolados en cada paso de tiempo; por lo tanto, se generará un error que detendrá la simulación porque se generará un volumen negativo, es decir, que la superficie del muñón se moverá fuera de la superficie de la chumacera. El error por volumen negativo del dominio del fluido se presentó después de aproximadamente 75 pasos de tiempo cuando  $m = \{100\}, \{110\}$  kg con  $\Delta t = \{1 \times 10^{-4}\}, \{1 \times 10^{-5}\}$  s lo cual evitó que se alcanzara la posición de equilibrio estático del muñón. Para evitar ese error, se redujo el paso de tiempo hasta  $\Delta t = 1 \times 10^{-6}$  s; sin embargo, el tiempo de simulación incrementó considerablemente

para que se alcanzara la posición de equilibrio estático. Para reducir el tiempo de simulación para la masa del rotor de 100 kg, la cual fue la más sensible, se analizaron las gráficas de fuerzas y aceleraciones a medida que se desarrollaba la simulación y al notar un crecimiento descontrolado de ellas, se redujo el paso de tiempo de manera manual de ( $1 \times 10^{-5}$  a  $1 \times 10^{-6}$ ). Con ello se atenuaron las oscilaciones y se evitó el error de volumen negativo y el paro de la simulación y entonces se alcanzó la posición de equilibrio estático.

Es importante mencionar que, para masas grandes del muñón, el tiempo de simulación para alcanzar la posición de equilibrio estático es menor que en masas pequeñas porque se puede utilizar un paso de tiempo más grande, en este caso se estableció  $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s lo cual se reflejó en aproximadamente 24h de simulación debido a que los incrementos de desplazamiento fueron más grandes y requirió de menos pasos de tiempo. Sin embargo, con  $M = 100$  kg y aún con la modificación del paso de tiempo de manera manual, el tiempo de simulación fue de más de 8 días (192h).

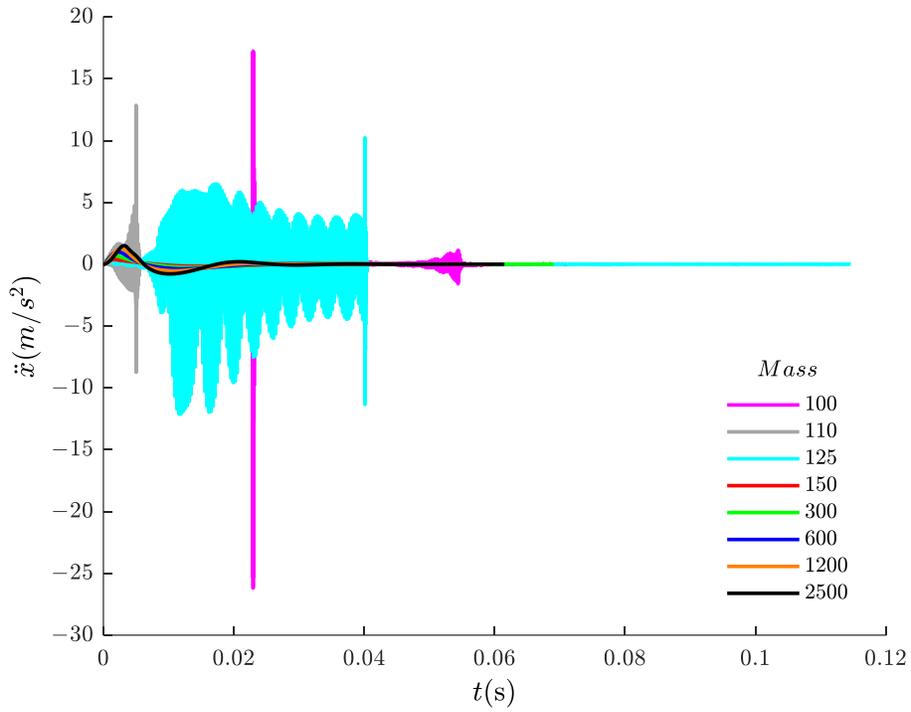


a)

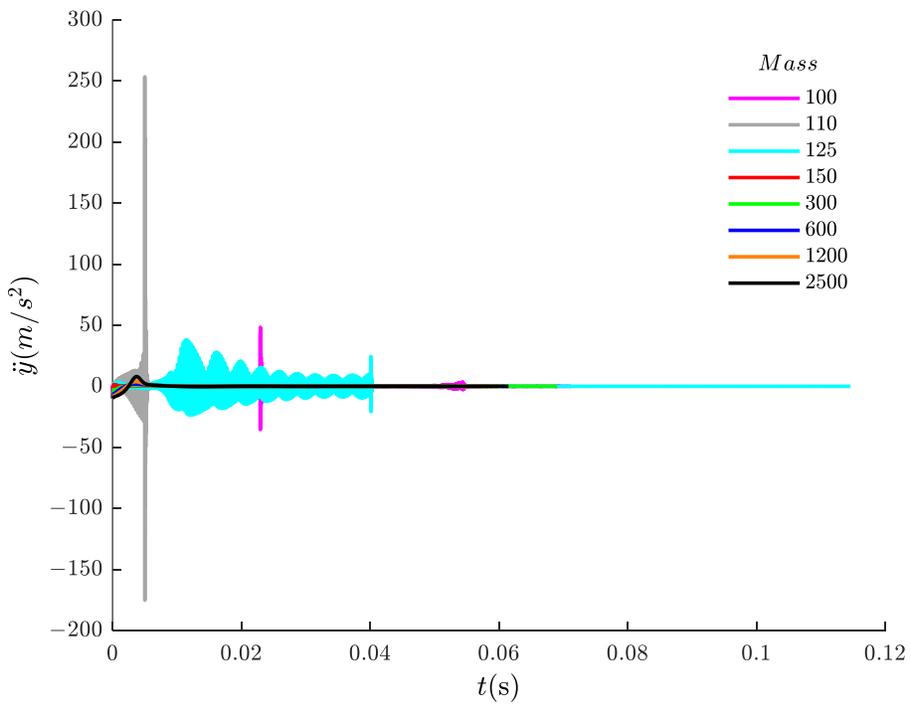


b)

Figura 37. Componentes de aceleración del centro del muñón a)  $F_x$  y b)  $F_y$  para varias masas del rotor.

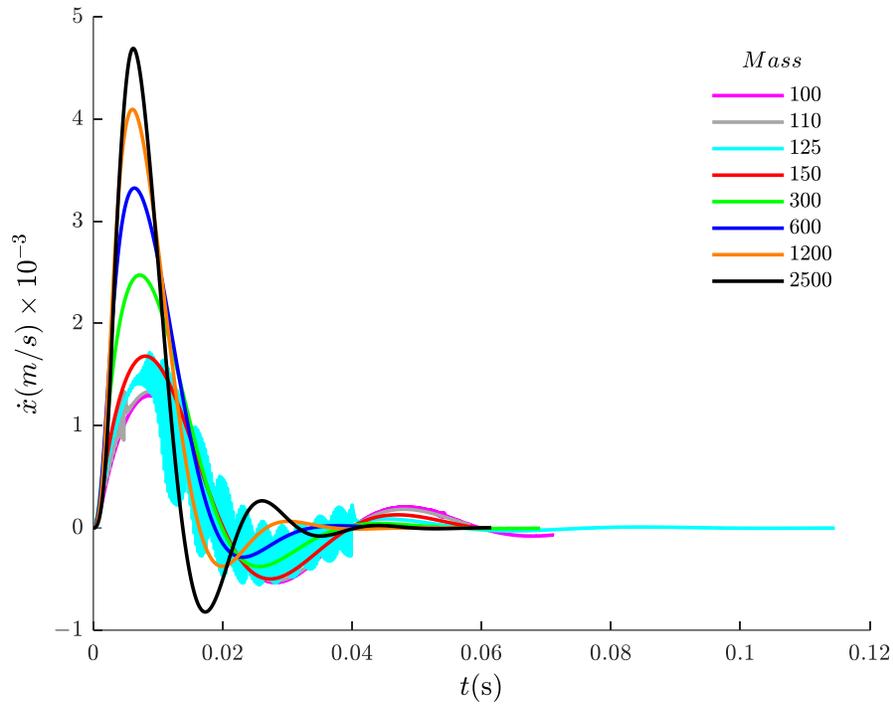


a)

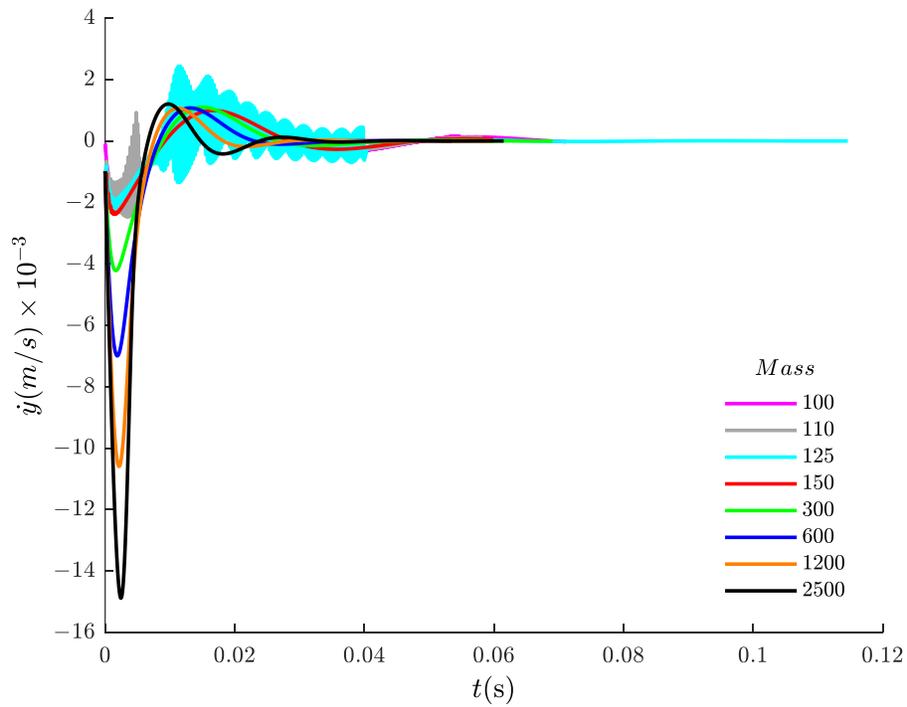


b)

Figura 38. Componentes de aceleración del centro del muñón a)  $\ddot{x}$  y b)  $\ddot{y}$  para varias masas del rotor.

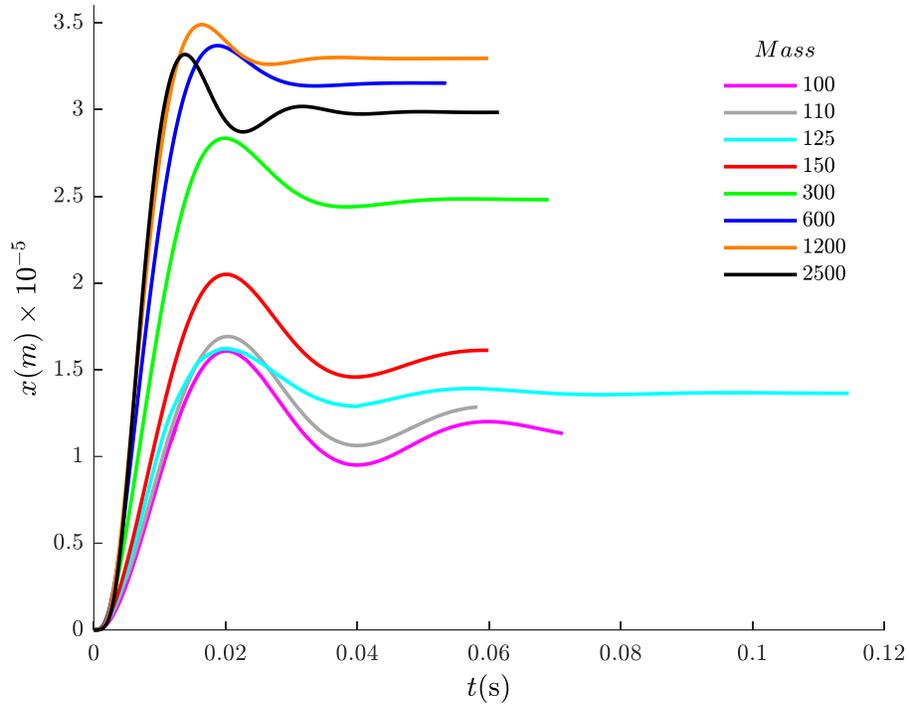


a)

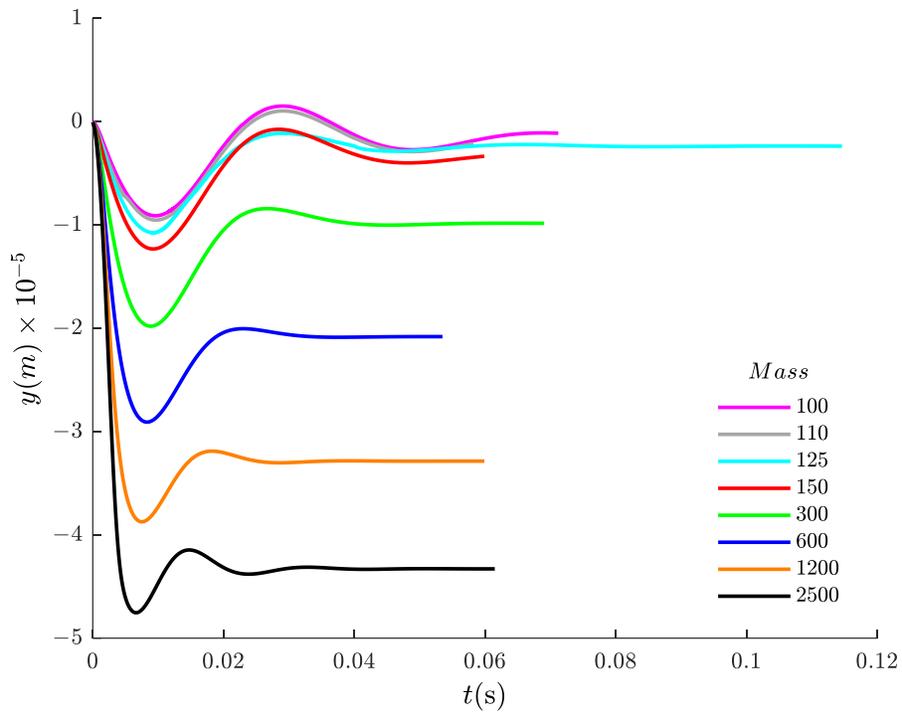


b)

Figura 39. Componentes de velocidad del centro del muñón a)  $\dot{x}$  y b)  $\dot{y}$  para varias masas del rotor.



a)



b)

Figura 40. Componentes de posición del centro del muñón a) x y b) y para varias masas del rotor.

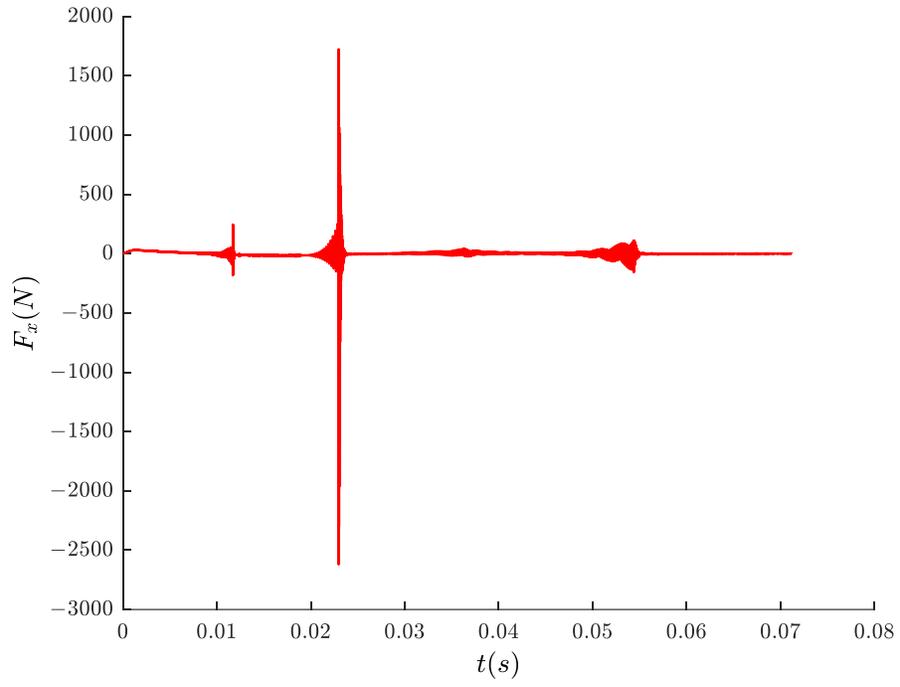
Cuando la posición de equilibrio está por alcanzarse, las aceleraciones son más pequeñas lo cual se traduce en que  $F_x \approx 0$  y  $F_y \approx Mg$  entonces los incrementos de desplazamiento se van reduciendo cada vez más; sin embargo, incrementar el paso de tiempo de manera drástica provoca que los desplazamientos sean grandes y causa que el muñón se aleje de su posición de equilibrio incluso puede provocar el paro de la simulación a causa del error de volumen negativo. Por lo tanto, se recomienda que se mantenga o incremente el paso de tiempo pero de manera controlada y monitoreando las aceleraciones.

#### 4.7 Algoritmo propuesto para la optimización del tiempo de simulación

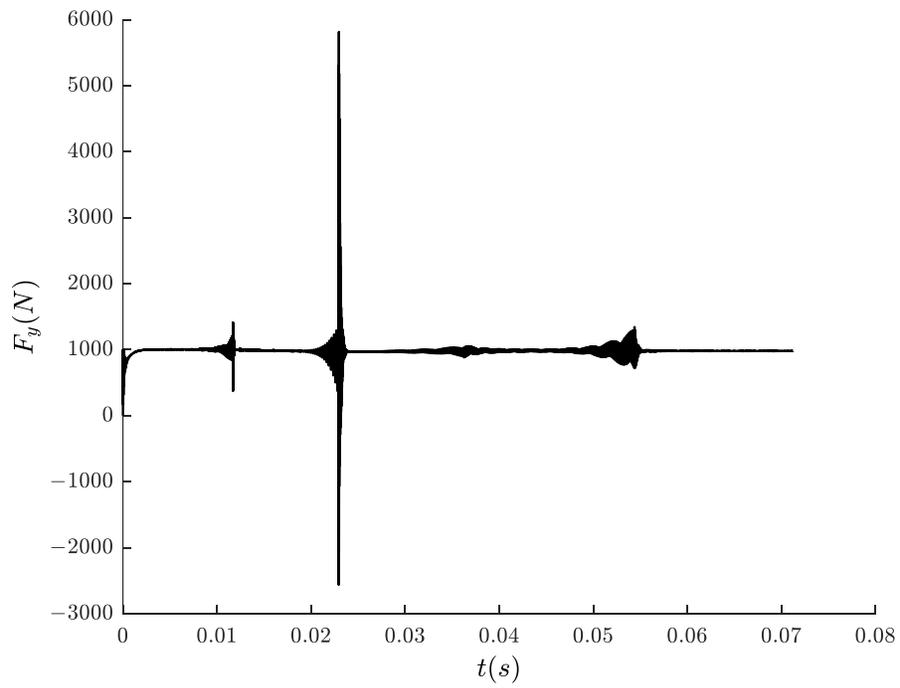
En la sección anterior se mencionó que, para determinar la posición de equilibrio estático del centro del muñón de masas pequeñas y lubricadas con agua, es necesario configurar un paso de tiempo pequeño; sin embargo, esto consume más tiempo de simulación. La estrategia implementada fue modificar el paso de tiempo de manera manual, lo cual requiere de monitoreo presencial constante de las fuerzas hidrodinámicas y aceleraciones de rotor principalmente si se incrementa el paso de tiempo. Esto resulta tedioso y también cansado.

Para eliminar el monitoreo presencial constante, se implementó un algoritmo que modifica el paso de tiempo de manera controlada y restringida para cuando  $\Delta t$  incrementa. Para ello se realizó un análisis del comportamiento de las fuerzas y aceleraciones al incrementar y disminuir  $\Delta t$ . Se observó que, al modificar el paso de tiempo, las fuerzas y aceleraciones incrementan bruscamente, pero en los siguientes pasos de tiempo se estabilizan y reducen su magnitud (Figura 41(a)-(d)).

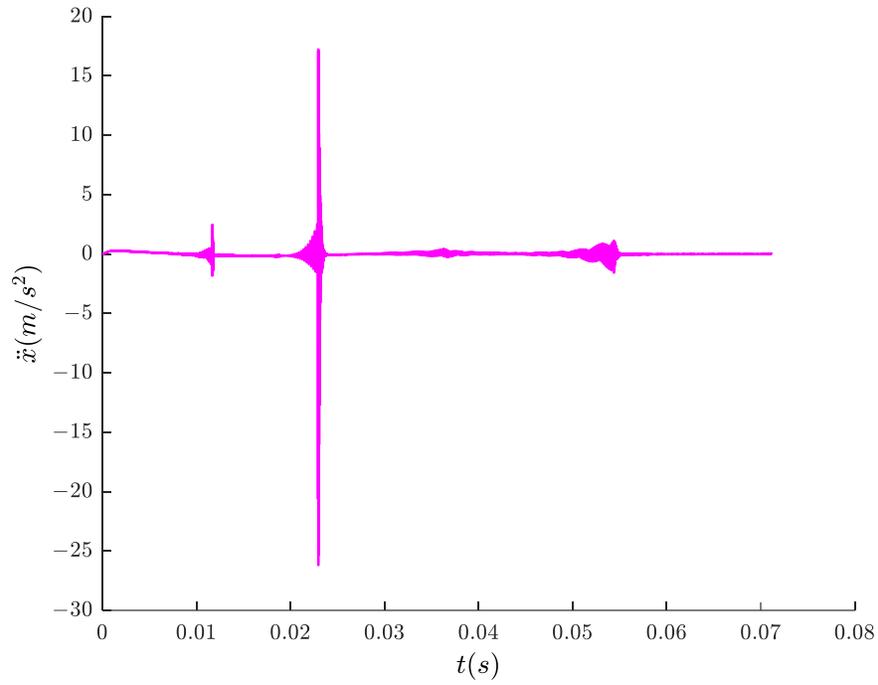
Tomando como referencia la aceleración máxima que experimenta el muñón que no supera el valor de  $g$  para masas grandes, para  $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s, se estableció que los límites adimensionales permitidos de las aceleraciones sean  $Lim = (\ddot{x}, \ddot{y})/9.81 = \pm 1$ , los cuales permiten oscilaciones entre este rango.



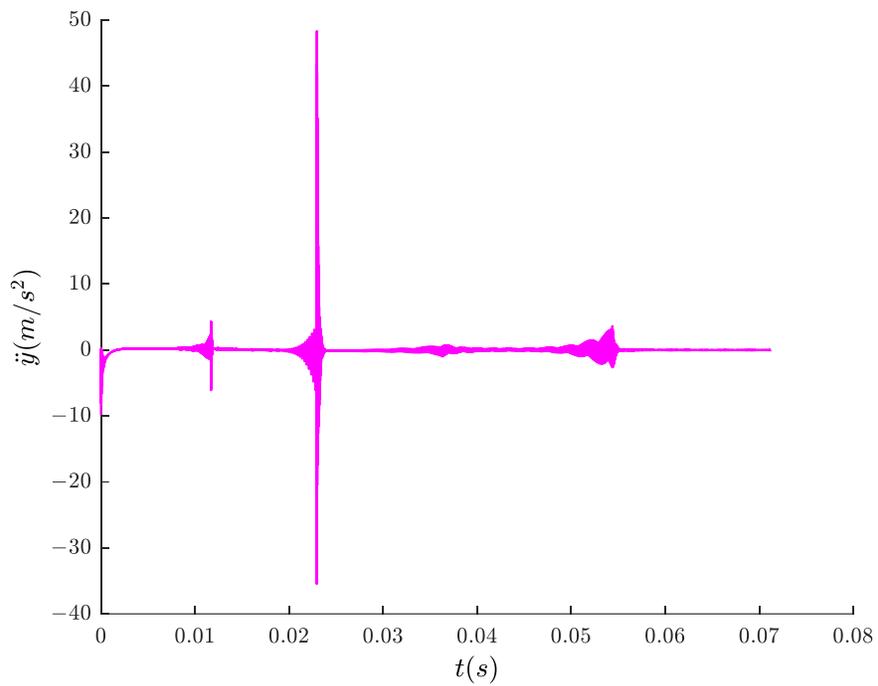
a)



b)



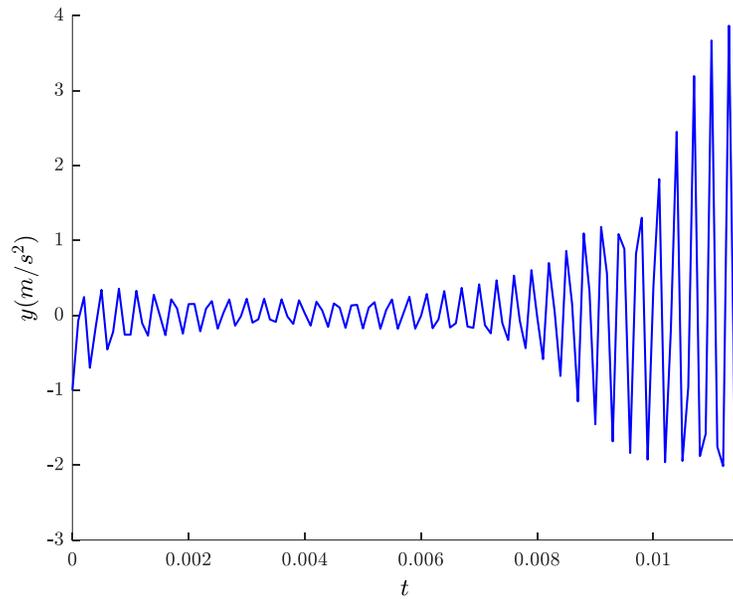
c)



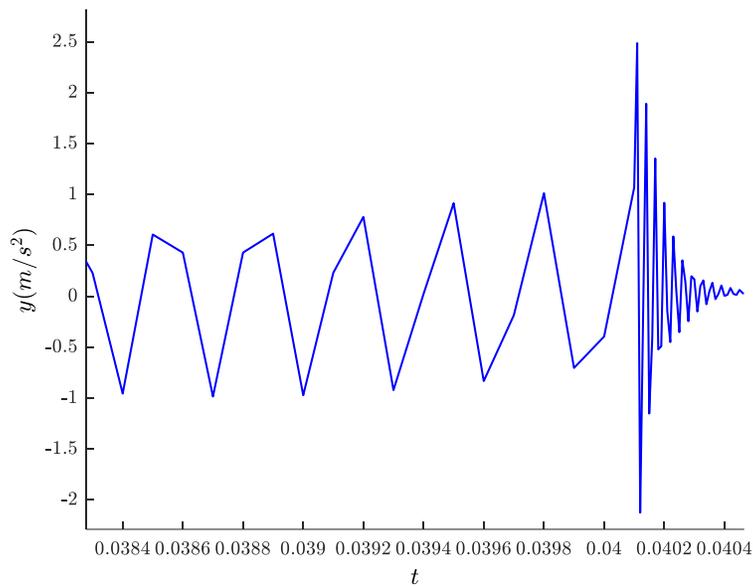
d)

**Figura 41. Efectos del cambio en el paso de tiempo en las fuerzas hidrodinámicas a)  $F_x$ , b)  $F_y$ , c)  $\ddot{x}$  y d)  $\ddot{y}$  para  $m = 100 \text{ kg}$  y  $N = 3000 \text{ RPM}$ .**

En la Figura 42(a) y (b), se observan las variaciones de las aceleraciones cuando aumenta y disminuye el paso de tiempo. La aceleración de la Figura 42(a) muestra una tendencia creciente cuando  $\Delta t$  incrementa, mientras que en la Figura 42(b) una tendencia decreciente cuando  $\Delta t$  disminuye.



a)

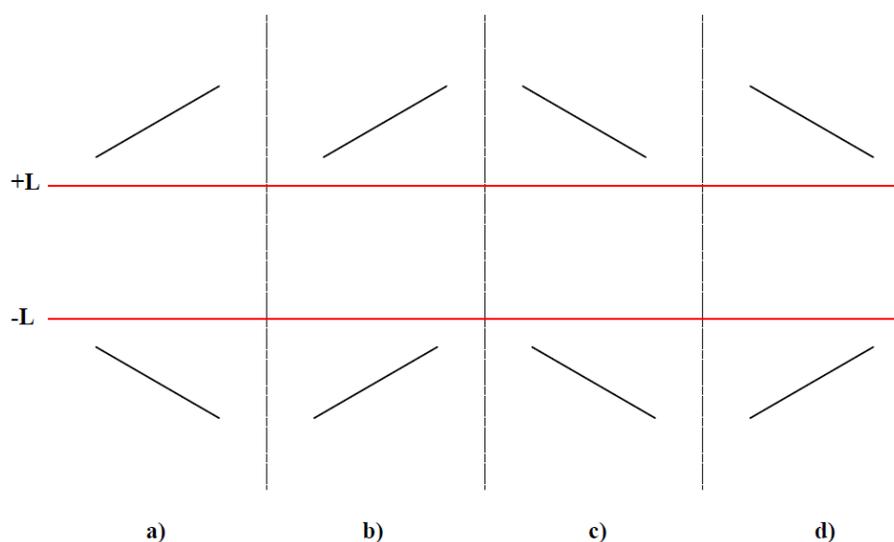


b)

**Figura 42.** Comportamiento de  $\ddot{y}$  cuando a)  $\Delta t$  incrementa o es grande, b)  $\Delta t$  disminuye.

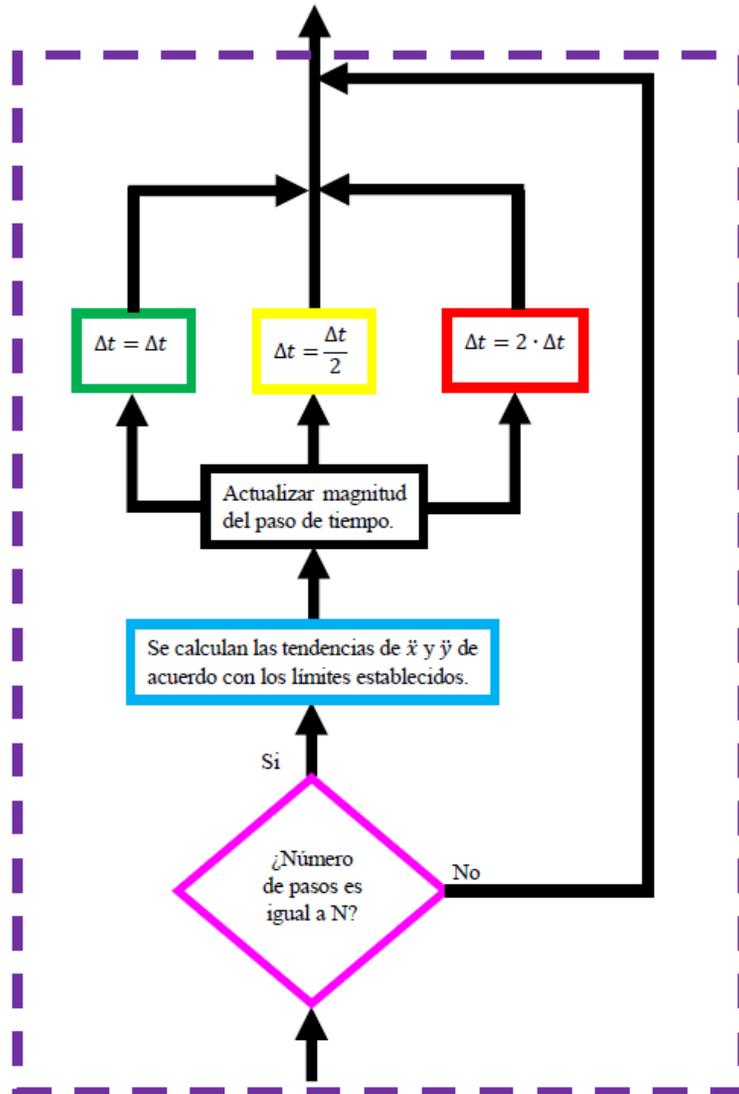
Por lo tanto, para determinar si al modificar el paso de tiempo producirá que las aceleraciones incrementen descontroladamente, se implementó un ajuste de los valores que se encuentran fuera del rango permitido, para esto se aplicó una regresión lineal por mínimos cuadrados para determinar la tendencia creciente o decreciente de las aceleraciones y de acuerdo con ello, se modifica el paso de tiempo. La magnitud del paso de tiempo se disminuirá, aumentará o mantendrá cuando se presenten las tendencias de la Figura 43.

De la Figura 43, el paso de tiempo se reduce a la mitad si las tendencias de las aceleraciones presentan un comportamiento como en la Figura 43(a), 43(b) o 43(c) volviendo más lento el movimiento del muñón. Si ambas tendencias se dirigen hacia dentro de los límites permitidos, Figura 43(d), entonces el paso de tiempo mantiene su valor. Sin embargo, si todos los valores de las aceleraciones se encuentran dentro del rango permitido, el paso de tiempo aumentará al doble, lo cual permite que el movimiento del muñón sea más rápido.



**Figura 43. Tendencias de las aceleraciones fuera de los límites permitidos.**

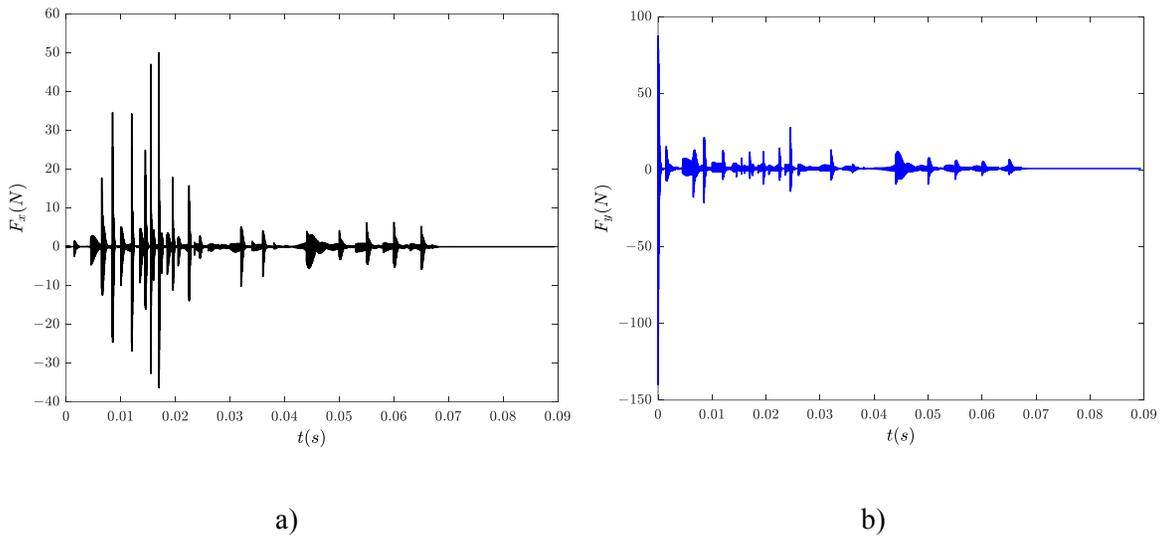
Los análisis para determinar las tendencias de las aceleraciones se ejecutaron cada 50 pasos de tiempo para evitar que ocurra la falla por volumen negativo. Para modificar el paso de tiempo, se utilizó la *UFD DEFINE\_DETLTAT* programada en lenguaje C. El proceso de la actualización del paso de tiempo se observa en la Figura 44, el cual se activa en el diagrama de flujo de la Figura 24. La magnitud del paso de tiempo cambia en función de las tendencias de la Figura 43.



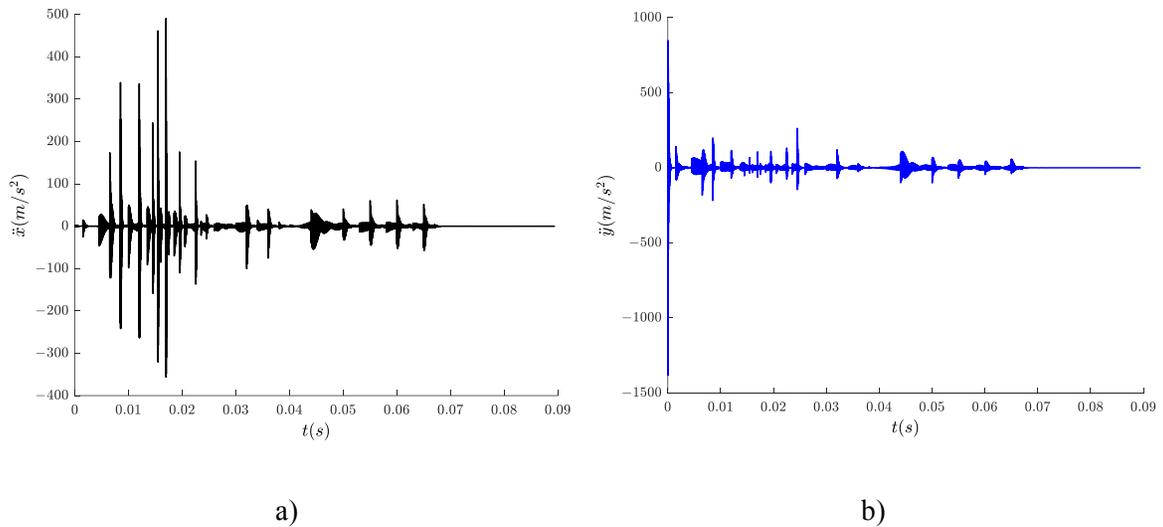
*Figura 44. Diagrama de flujo de la actualización del paso de tiempo de acuerdo con el algoritmo de optimización que complementa el proceso de la Figura 24.*

En las Figuras 45-47 se observan las variaciones de las fuerzas hidrodinámicas, aceleraciones y velocidades al aplicar la modificación del paso de tiempo. Las tendencias se determinaron cada 50 pasos de tiempo, lo cual explica que las fuerzas, velocidades y aceleraciones presenten oscilaciones y crecimientos abruptos de manera continua. El paso de tiempo tomó valores de  $\Delta t = \{1,2,4,8\} \times 10^{-5} \text{ s}$  con un paso de tiempo inicial  $\Delta t_i = 1 \times 10^{-5} \text{ s}$ . En la parte final de todas las gráficas, el comportamiento de estas variables es más suave debido a que el paso de tiempo se mantuvo en  $\Delta t = 1 \times 10^{-5} \text{ s}$  porque el centro del muñón se acercó a su posición de equilibrio estático y donde las aceleraciones y velocidades oscilaron cada

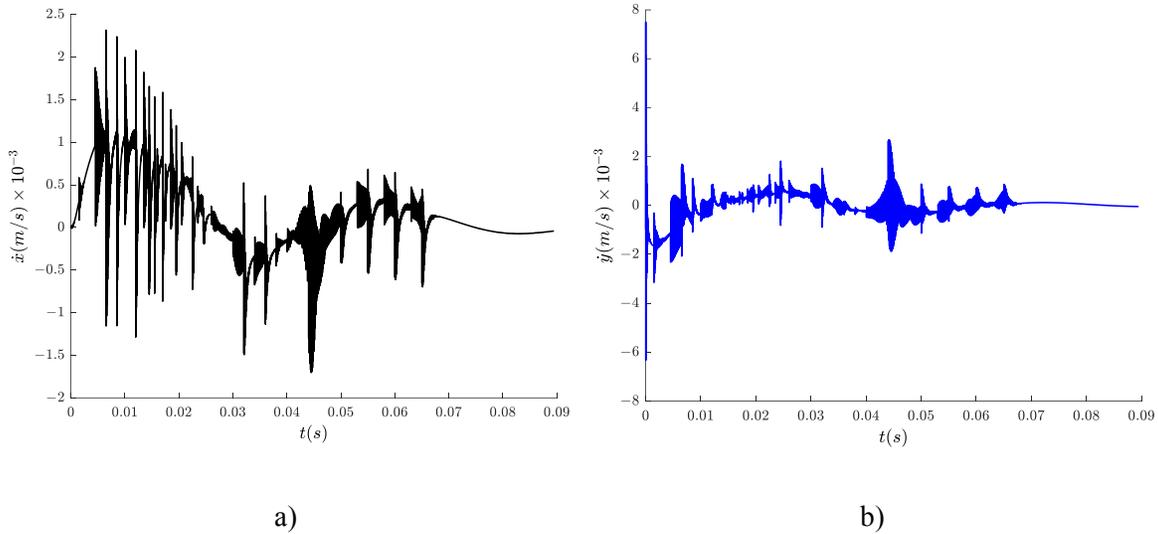
vez más cerca de cero. Además, los cambios continuos de las fuerzas, velocidades y aceleraciones también modificaron las posiciones y la trayectoria del muñón dentro de la chumacera. En la Figura 48 se observa que las posiciones cartesianas del muñón no son suaves como aquellas en la Figura 40; esto se debe al efecto de modificar de manera continua la magnitud del paso de tiempo. No obstante, el comportamiento de las posiciones con optimización de tiempo de simulación es similar a cuando el paso de tiempo es pequeño y constante (menor a  $1 \times 10^{-5}$ s).



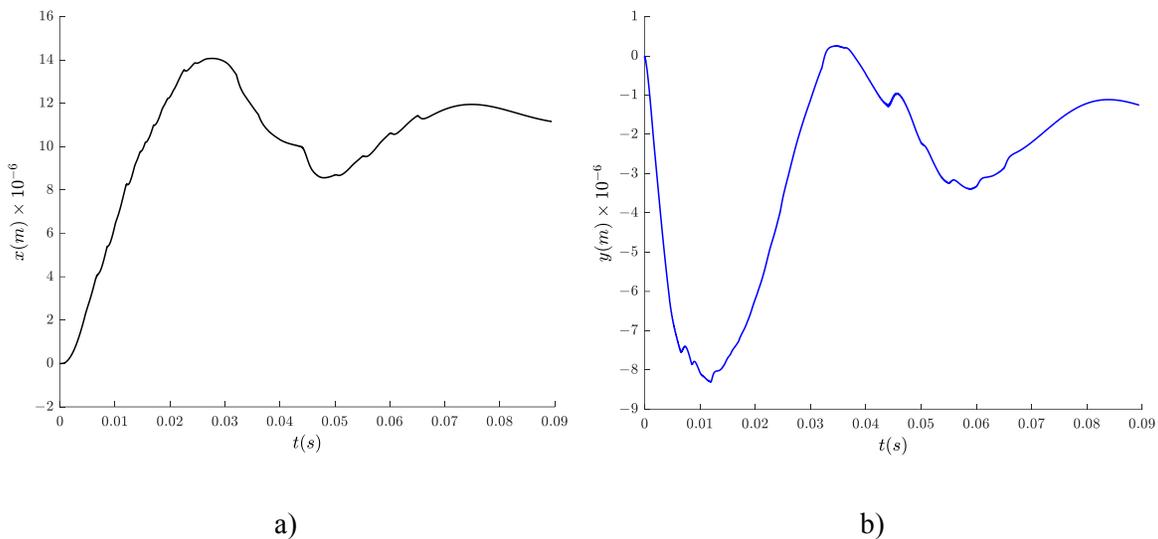
**Figura 45. Fuerzas hidrodinámicas con optimización del tiempo de simulación a)  $F_x$ , b)  $F_y$ .**



**Figura 46. Aceleraciones del muñón con optimización del tiempo de simulación a)  $\ddot{x}$  y b)  $\ddot{y}$ .**



**Figura 47. Velocidades del muñón con optimización del tiempo de simulación a)  $\dot{x}$  y b)  $\dot{y}$ .**

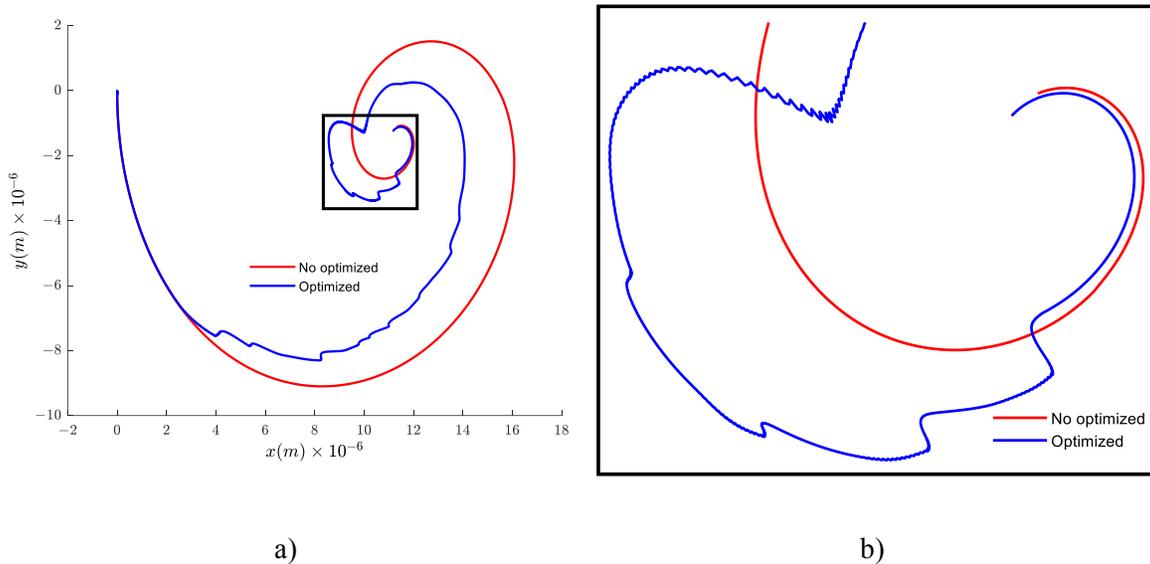


**Figura 48. Posiciones del muñón con optimización del tiempo de simulación a)  $x$  y b)  $y$ .**

Aunque la trayectoria del muñón que se muestra en la Figura 49(a) con tiempo optimizado presenta cambios de forma en comparación con la no optimizada, la posición de equilibrio también se alcanza (Figura 49(b)), lo cual respalda que la optimización del tiempo de simulación al modificar el paso de tiempo es buena y favorece en la reducción del tiempo de simulación porque para este análisis, el tiempo de simulación fue de aproximadamente 5 días (120h) mientras que al modificar manualmente el tiempo fue de 8 días (192h). Esto representa una ventaja considerable porque se evitan las fallas por volumen negativo (para masas

pequeñas del muñón), la modificación manual de los pasos de tiempo y finalmente el monitoreo constante de las aceleraciones del muñón. De la Figura 49(a) se observa que la trayectoria del muñón fue más corta que en el caso no optimizado porque el desplazamiento máximo en ambas direcciones fue más corto; sin embargo, la trayectoria con tiempo optimizado fue mayor en la zona amplificada (Figura 49(b)), esto se debe a que los límites de aceleración en esta zona permitieron incrementos del paso de tiempo de hasta  $\Delta t = 8 \times 10^{-5}$ s provocando desplazamientos grandes y alejando al muñón de la posición de equilibrio. No obstante, se observa que la optimización del paso de tiempo lo ajustó de manera adecuada y finalmente se encontró la posición de equilibrio estático.

Para evitar el incremento brusco de los desplazamientos se recomienda que los límites de aceleración se reduzcan en esa zona, lo cual sería objeto de estudio en el futuro.



**Figura 49. Trayectoria del muñón dentro de la chumacera aplicando optimización de tiempo.**

# Capítulo V

## Conclusiones y trabajos futuros

### 5.1 Conclusiones

Se modeló y analizó numéricamente en estado estable y transitorio en el software ANSYS *Fluent* una chumacera plana (lisa). Se implementaron *UDFs* para aplicar la condición de Sommerfeld y posteriormente obtener la capacidad de carga de la chumacera en el análisis en estado estable y transitorio. La velocidad rotacional del eje se configuró mediante la *UDF* `DEFINE_PROFILE` para asegurar una velocidad constante de la superficie del muñón aun cuando sus posiciones nodales cambiaron.

Se desarrolló e implementó el algoritmo de movimiento nodal mediante la *UDF* `DEFINE_GRID_MOTION` y con la técnica de malla dinámica de *Fluent* se actualizaron las posiciones de los nodos en estado estable y transitorio de la chumacera de tal manera que la malla mantiene su calidad y discretización estructurada, esto favorece en la convergencia y confiabilidad de resultados de la solución numérica de los campos de presión.

Para el análisis en estado estable se actualizaron las coordenadas de los nodos de la malla del fluido para configurar las posiciones de equilibrio estático  $(\varepsilon, \phi)$  del muñón dadas por la Tabla 5 y sus coordenadas cartesianas (ecuación (65)) partiendo de una posición concéntrica del muñón con la chumacera.

Se determinó la capacidad de carga de la chumacera para cada posición  $(x, y)$  en estado estable y posteriormente se aplicaron ajustes polinomiales por mínimos cuadrados de grado 9 y 15 al ángulo de actitud y a la capacidad de carga, respectivamente y se obtuvieron las funciones adimensionales  $\phi(\varepsilon)$  y  $f(\varepsilon)$ . Con esas funciones polinomiales se determinaron las componentes de fuerza adimensionales  $f_R(\varepsilon)$  y  $f_T(\varepsilon)$  y a su vez sus derivadas  $df_R(\varepsilon)/d\varepsilon$ ,  $df_T(\varepsilon)/d\varepsilon$  y  $d\phi(\varepsilon)/d\varepsilon$  para calcular los coeficientes dinámicos de rigidez en estado estable de acuerdo con la metodología descrita en la Sección 3.1, Capítulo III. La comparación de

los coeficientes calculados en esta investigación muestran una buena correlación con los obtenidos por Antonio[11] y reportados en la literatura.

Se desarrollaron e implementaron dos *UDFs* DEFINE\_EXECUTE\_AT\_END para el análisis transitorio de la chumacera plana; con la primera UDF se aplicó la condición de Sommerfeld y después se integró la distribución de presión hidrodinámica (obtenida del software CFD) en la superficie del muñón, al aplicar la ecuación (60) para determinar las fuerzas hidrodinámicas de la película lubricante en cada paso de tiempo. Con la segunda UDF se calcularon los parámetros de movimiento del rotor (aceleración, velocidad y desplazamiento) con las ecuaciones (57)-(59) en cada paso de tiempo para actualizar las posiciones nodales de la malla mediante la UDF DEFINE\_GRID\_MOTION. Las fuerzas hidrodinámicas y los parámetros de movimiento del rotor se guardaron en archivos “.txt” en cada  $\Delta t$  por medio de sus respectivas UDFs.

En el análisis en estado transitorio se utilizó la misma técnica de malla dinámica que en el análisis en estado estable, pero con la diferencia de que la única variable de entrada es la masa del muñón. La posición de equilibrio estático se determinó al despreciar el efecto de la masa adicional del muñón (ver expresiones de (61)) y se alcanzó cuando las posiciones  $x$  y  $y$  convergieron a valores constantes, las componentes de fuerzas  $F_x$  y  $F_y$  (Figuras 25(a) y 25(b)) convergieron a 0 y  $W$  respectivamente, tal y como se estableció en la ecuación (40), mientras que  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $\dot{x}$  y  $\dot{y}$  convergieron a cero, lo anterior confirma que se ha alcanzado la posición de equilibrio estático.

Cuando se consideró la masa adicional del muñón (ecuación (57)), se obtuvo una órbita elíptica que el muñón describe alrededor de la posición de equilibrio (locus de equilibrio dinámico, ver Figura 29(a)); esto representa un comportamiento más real del muñón en la chumacera.

Una vez que se determinó la posición de equilibrio estático, se desplazó linealmente el centro del muñón para tres perturbaciones de velocidad en las direcciones X y Y de manera independiente. Se calcularon las fuerzas hidrodinámicas y se observó que presentaron un comportamiento lineal. Despreciando el shock inicial, se aplicó un ajuste lineal de curvas para las fuerzas y se obtuvieron las funciones lineales de la Tabla 8 análogas a las expresiones de (53) y (54). Realizando la analogía con las expresiones de (55) y (56), se obtuvieron los

coeficientes dinámicos de rigidez y amortiguamiento de la chumacera Tablas 9 y 10, respectivamente.

La comparación de las fuerzas calculadas en esta investigación presentan una variación lineal coherente con la descrita en la literatura [33]. Los coeficientes calculados son diferentes debido a que la masa establecida en esta investigación es mayor a la de la literatura. Aun así, se tiene una correlación lineal cualitativa en ambas investigaciones de lo cual se asume que los coeficientes calculados son los correctos. La linealización de las fuerzas en combinación con el algoritmo de movimiento de malla resulta ser una buena aproximación para determinar la posición de equilibrio del muñón y de los coeficientes hidrodinámicos de la chumacera.

Se determinaron las posiciones de equilibrio para varias masas del muñón, Figura 36(a). Sin embargo, para las masas de 100 y 110 kg se presentaban paros en sus simulaciones debido a un error de volumen negativo. Para eliminarlo, se redujo el del paso de tiempo lo cual implicó mayor tiempo de simulación hasta de 8 días (192h).

Se analizaron las gráficas de las componentes de fuerza y aceleración y el efecto en las componentes de posición del muñón cuando un paso de tiempo grande es configurado. Se concluyó que el paso de tiempo afecta drásticamente en las magnitudes de las fuerzas provocando aceleraciones y desplazamientos altos, los cuales producen el error de volumen negativo y paro de la simulación.

De lo anterior se implementó un algoritmo de optimización del tiempo de simulación al modificar el paso de tiempo con base al crecimiento descontrolado de las aceleraciones. Mediante límites adimensionales de aceleración, se controló el crecimiento de las aceleraciones al modificar el paso de tiempo de la simulación, lo cual disminuyó el tiempo de simulación porque el paso de tiempo aumentaba y disminuía controladamente (5 días 120h para una masa de 100kg).

El algoritmo de optimización del tiempo de simulación proporciona una ventaja considerable porque evita las fallas por volumen negativo (para masas pequeñas del muñón), el monitoreo constante de las aceleraciones del muñón, la modificación manual de los pasos de tiempo y principalmente el tiempo de simulación.

El algoritmo de optimización del tiempo de simulación modifica el paso de tiempo de manera controlada y disminuye el número de pasos de tiempo que se ejecutan para que el muñón alcance su posición de equilibrio; esto se debe a que si aumenta el tamaño de  $\Delta t$  entonces la magnitud de  $\Delta s(\Delta x, \Delta y)$  también incrementa (ecuación (59)); por lo tanto, el muñón se desplaza más rápido, lo cual se puede observar en las trayectorias de la Figura 49.

## 5.2 Trabajos futuros

Implementar el algoritmo de optimización de tiempo para determinar los parámetros estáticos y dinámicos de chumaceras de superficie no plana (lisa).

Determinar las posiciones de inyección radial del aceite de la chumacera presurizada que modifiquen los coeficientes rotodinámicos y que atenúen las vibraciones del sistema rotor-chumacera.

Modelar numéricamente una chumacera con puertos de inyección en las direcciones principales de rigidez para modificar los parámetros estáticos y dinámicos de la chumacera.

Determinar el modelo matemático de un rotor simétrico con chumaceras presurizadas de múltiples grados de libertad a velocidad constante y variable.

Modelar matemáticamente un sistema rotor-chumaceras presurizadas a velocidad variable e inyección variable.

Realizar el análisis de inestabilidad del sistema rotor-chumaceras presurizadas.

## Referencias

- [1] Y. Hori, *Hydrodynamic Lubrication*, 1st ed. New York: Yokendo Ltd., 2002.
- [2] A. Z. Szeri, *Fluid Film Lubrication. Theory & Design*, First. The press syndicate of the University of Cambridge, 1998.
- [3] S. Naïmi, M. Chouchane, and J. L. Ligier, “Steady state analysis of a hydrodynamic short bearing supplied with a circumferential groove,” *Comptes Rendus - Mec.*, vol. 338, no. 6, pp. 338–349, 2010.
- [4] C. Weißbacher, C. Schellnegger, A. John, T. Buchgraber, and W. Pscheidt, “Optimization of journal bearing profiles with respect to stiffness and load-carrying capacity,” *J. Tribol.*, vol. 136, no. 3, pp. 1–6, 2014.
- [5] M. Miraskari, F. Hemmati, and M. S. Gadala, “Nonlinear dynamics of flexible rotors supported on journal bearings - Part II: Numerical bearing model,” *J. Tribol.*, vol. 140, no. 2, 2018.
- [6] D. Sfyris and A. Chasalevris, “An exact analytical solution of the Reynolds equation for the finite journal bearing lubrication,” *Tribol. Int.*, vol. 55, pp. 46–58, 2012.
- [7] A. Chasalevris and F. Dohnal, “A journal bearing with variable geometry for the reduction of the maximum amplitude during passage through resonance,” *J. Vib. Acoust. Trans. ASME*, vol. 134, no. 6, pp. 1–8, 2012.
- [8] A. Chasalevris and D. Sfyris, “Evaluation of the finite journal bearing characteristics, using the exact analytical solution of the Reynolds equation,” *Tribol. Int.*, vol. 57, pp. 216–234, 2013.
- [9] M. J. Goodwin, P. J. Ogrodnik, M. P. Roach, and Y. Fang, “Calculation and measurement of the stiffness and damping coefficients for a low impedance hydrodynamic bearing,” *J. Tribol.*, vol. 119, no. 1, pp. 57–63, 1997.
- [10] B. C. Majumdar, R. Pai, and D. J. Hargreaves, “Analysis of water-lubricated journal bearings with multiple axial grooves,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 218, no. 2, pp. 135–146, 2004.

- [11] A. Antonio G., “Investigación analítica y numérica de las propiedades dinámicas de chumaceras hidrodinámicas con y sin desalineamiento.” Tesis de doctorado realizada en el Instituto Politécnico Nacional, 2006.
- [12] Y. Han, S. Xiong, J. Wang, and Q. J. Wang, “A new singularity treatment approach for journal-bearing mixed lubrication modeled by the finite difference method with a herringbone mesh,” *J. Tribol.*, vol. 138, no. 1, pp. 1–10, 2016.
- [13] M. Miraskari, F. Hemmati, and M. S. Gadala, “Nonlinear dynamics of flexible rotors supported on journal bearings - Part I: Analytical bearing model,” *J. Tribol.*, vol. 140, no. 2, 2018.
- [14] H. Sayed and T. A. El-Sayed, “A novel method to evaluate the journal bearing forces with application to flexible rotor model,” *Tribol. Int.*, vol. 173, no. April, p. 107593, 2022.
- [15] D. Tang *et al.*, “On the optimal design of staved water-lubricated bearings driven by tribo-dynamic mechanism,” *Phys. Fluids*, vol. 35, no. 9, 2023.
- [16] G. Xiang *et al.*, “A tribo-dynamic model of coupled journal-thrust water-lubricated bearings under propeller disturbance,” *Tribol. Int.*, vol. 160, no. January, 2021.
- [17] J. Cai *et al.*, “Mathematical modeling for nonlinear dynamic mixed friction behaviors of novel coupled bearing lubricated with low-viscosity fluid,” *Phys. Fluids*, vol. 34, no. 9, 2022.
- [18] G. H. Jang and Y. J. Kim, “Calculation of dynamic coefficients in a hydrodynamic bearing considering five degrees of freedom for a general rotor-bearing system,” *J. Tribol.*, vol. 121, no. 3, pp. 499–505, 1999.
- [19] Y. Kang, Z. Shi, H. Zhang, D. Zhen, and F. Gu, “A Novel Method for the Dynamic Coefficients Identification of Journal Bearings Using Kalman Filter,” *MDPI sensors*, 2020.
- [20] L. San Andres, “Extended finite element analysis of journal bearing dynamic forced performance to include fluid inertia force coefficients,” *Proc. ASME 2012 Int. Mech. Eng. Congr. Expo.*, pp. 1–9, 2012.

- [21] V. Meruane and R. Pascual, "Identification of nonlinear dynamic coefficients in plain journal bearings," *Tribol. Int.*, vol. 41, no. 8, pp. 743–754, 2008.
- [22] X. Zhang, Z. Yin, G. Gao, and Z. Li, "Determination of stiffness coefficients of hydrodynamic water-lubricated plain journal bearings," *Tribol. Int.*, vol. 85, pp. 37–47, 2014.
- [23] B. S. Shenoy, R. S. Pai, D. S. Rao, and R. Pai, "Elasto-hydrodynamic lubrication analysis of full 360° journal bearing using CFD and FSI techniques," *World J. Model. Simul.*, vol. 6, no. 4, pp. 315–320, 2010.
- [24] C. K. Suddapalli and R. Ganapathi, "CFD Analysis on Hydrodynamic Plain Journal Bearing using Fluid Structure Interaction Technique," *Int. J. Eng. Res.*, vol. V4, no. 07, pp. 287–292, 2015.
- [25] M. Wodtke, A. Olszewski, and M. Wasileczuk, "Application of the fluid-structure interaction technique for the analysis of hydrodynamic lubrication problems," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 227, no. 8, pp. 888–897, 2013.
- [26] D. Y. Dhande and D. W. Pande, "Multiphase flow analysis of hydrodynamic journal bearing using CFD coupled Fluid Structure Interaction considering cavitation," *J. King Saud Univ. - Eng. Sci.*, vol. 30, no. 4, pp. 345–354, 2018.
- [27] P. D. Kalbande, D. Y. Dhande, and D. W. Pande, "CFD analysis of carbon fiber reinforced polytetrafluoroethylene (PTFE) hydrodynamic journal bearing using optimization technique," *Int. Conf. Autom. Control Dyn. Optim. Tech.*, pp. 629–634, 2016.
- [28] H. Liu, H. Xu, P. J. Ellison, and Z. Jin, "Application of computational fluid dynamics and fluid-structure interaction method to the lubrication study of a rotor-bearing system," *Tribol. Lett.*, vol. 38, no. 3, pp. 325–336, 2010.
- [29] L. Qiang, Y. Guichang, L. Shulian, and Z. Shuiying, "Application of computational fluid dynamics and fluid structure interaction techniques for calculating the 3D transient flow of journal bearings coupled with rotor systems," *Chinese J. Mech. Eng. (English Ed.)*, vol. 25, no. 5, pp. 926–932, 2012.

- [30] E. M. Ngondi, T. Grönsfelder, and R. Nordmann, “Mesh movement method for transient simulation of annular cavities: Application to prediction of fluid forces in squeeze film dampers,” *Tribol. Trans.*, vol. 53, no. 3, pp. 440–451, 2010.
- [31] Q. Li, S. L. Liu, X. H. Pan, and S. Y. Zheng, “A new method for studying the 3D transient flow of misaligned journal bearings in flexible rotor-bearing systems,” *J. Zhejiang Univ. Sci. A*, vol. 13, no. 4, pp. 293–310, 2012.
- [32] J. Moradi Cheqamahi, M. Nili-Ahmadabadi, S. Akbarzadeh, and M. Saghafian, “Numerical analysis of turbocharger’s bearing using dynamic mesh,” *J. Appl. Fluid Mech.*, vol. 9, no. 5, pp. 2545–2557, 2016.
- [33] Q. Li, S. Zhang, Y. Wang, W. Xu, Z. Wang, and Z. Wang, “Dynamic characteristics of water-lubricated journal bearings Part 1: Full 3D transient hydrodynamic force models using structured mesh movement algorithm,” *Mech. Ind.*, vol. 404, 2019.
- [34] F. Concli, “Journal bearing: An integrated CFD-analytical approach for the estimation of the trajectory and equilibrium position,” *Appl. Sci.*, vol. 10, no. 23, pp. 1–15, 2020.
- [35] M. Li, C. Gu, X. Pan, S. Zheng, and Q. Li, “A new dynamic mesh algorithm for studying the 3D transient flow field of tilting pad journal bearings,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 230, no. 12, pp. 1470–1482, 2016.
- [36] Q. Li, S. Zhang, L. Ma, W. Xu, and S. Zheng, “Stiffness and damping coefficients for journal bearing using the 3D transient flow calculation,” *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 31, no. 5, pp. 2083–2091, 2017.
- [37] K. P. Gertzos, P. G. Nikolakopoulos, and C. A. Papadopoulos, “CFD analysis of journal bearing hydrodynamic lubrication by Bingham lubricant,” *Tribol. Int.*, vol. 41, no. 12, pp. 1190–1204, 2008.
- [38] D. Pérez-Vigueras *et al.*, “Fluid Film Bearings and CFD Modeling: A Review,” *Machines*, vol. 11, no. 11, p. 1030, 2023.
- [39] I. ANSYS, “ANSYS Fluent Customization Manual 19.2,” in *ANSYS Fluent 19.2*, USA, 2018.
- [40] G. N. V. Madhusudhanarao and C. Nagabhaskar, “Design and CFD analysis of bearing

with different lubricants,” *Int. J. Adv. Sci. Res. Eng. TRENDS*, vol. 5, no. 7, pp. 84–92, 2020.