

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Mecánica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

Análisis térmico de una habitación con una ventana de vidrio doble

presentada por

Ing. Yessenia Olazo Gómez

como requisito para la obtención del grado de
Maestra en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis

Dr. Jesús Perfecto Xamán Villaseñor

Codirector de tesis

Dra. Gabriela del Socorro Álvarez García

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, mor., 28/enero/2015

OFICIO No. DIM/028/2015

Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

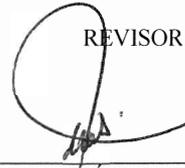
Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial de la C. Ing. Yesenia Olazo Gómez, con número de control M13CE023, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**Análisis térmico de una habitación con una ventana de vidrio doble**" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



DR. JESÚS PERFECTO XAMÁN VILLASEÑOR
 Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
 4672156

REVISOR 1



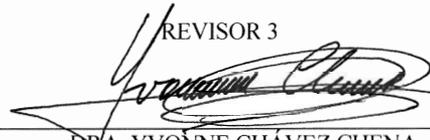
DR. JESÚS ARCE LANDA
 Doctor en Ingeniería
 6170951

REVISOR 2



DR. EFRAÍN SIMÁ MOO
 Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
 6601954

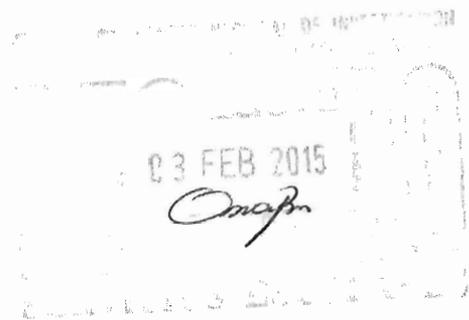
REVISOR 3



DRA. YVONNE CHÁVEZ CHENA
 Doctora en Ciencias en Ingeniería Mecánica
 7492003

C.p. (Lic. Guadalupe Garrido Rivera).- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
 Estudiante
 Expediente

Iniciales JD/secretaria



SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 03 de febrero de 2015
OFICIO No. SAC/016/2015

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. YESSENIA OLAZO GÓMEZ
CANDIDATA AL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "**Análisis Térmico de una Habitación con una Ventana de Vidrio Doble**", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO"

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



CENTRO NACIONAL DE
INVESTIGACIÓN Y
DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

Dedicatoria

*Dedico este trabajo a lo más querido que tengo en la vida, a mi madre **Yolanda Gómez Juárez** la persona que a pesar de las adversidades siempre me ha apoyado en todo momento y situación, a perseguir mis sueños, no arrepentirme de nada y a seguir adelante.*

*A mis hermanas **Rubi, Evinet y Valeria**, a mis sobrinos **Darien y Alexandro**, me han enseñado a que si la vida te da mil razones para llorar, demuestra que tienes mil y una para soñar. Haz de tu vida un sueño y de tu sueño una realidad.*

*A mis abuelos **Pascuala Valencia y Justiniano Olazo** por los consejos que me han transmitido y que la vida les dio como aprendizaje.*

*A mi tío y su esposa **Armando Gómez y Gabriela Álvarez** y a su familia **Leonardo y Xavier**, por acompañarme en mis alegrías y tristezas.*

*También mi padre **Tomas Olazo Valencia**, que pesar de los pocos momentos compartidos me ha apoyado en las decisiones que he tomado.*

*A la familia **Juárez Gómez** por el apoyo emocional y los buenos momentos que hemos pasado juntos.*

Agradecimientos



*Agradezco el apoyo brindado por mis asesores Dr. Jesús P. Xamán Villaseñor y la Dra. Gabriela Álvarez García, a mis compañeros y amigos de laboratorio (L-MOTCAM). Doy gracias a Dios por haberlos puesto en mi camino, por los buenos momentos, vivencias, por todo el apoyo brindado académicamente y como amigos. Espero que Dios padre les de muchas cosas buenas a sus vidas y a sus familias. Martín Rodríguez, Dr. Xamán, Roberto Alvarado, Irving Hernández, Ivan Hernández, Ivett e Ingrid. **Amigos muchas gracias por ser parte de este momento.***

También agradezco al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (Cenidet) por brindarme la oportunidad de lograr una meta más en mi vida profesional. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	3
1.1.1. Estudios teóricos	3
1.1.2. Estudios experimentales	10
1.1.3. Estudios teórico-experimental	12
1.1.4. Conclusión de la revisión bibliográfica	14
1.2. Objetivo	15
1.3. Objetivos específicos	15
1.4. Alcance	15
1.5. Descripción de los capítulos	16
2. Modelo físico y matemático	19
2.1. Modelo físico y matemático de una habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar	19
2.2. Consideraciones	23
2.3. Modelo matemático	25
2.3.1. Modelo matemático para la convección natural con flujo turbulento en la cavidad (habitación)	25
2.3.1.1. Condiciones de frontera para el modelo matemático de con- vección en la habitación	27

2.3.2.	Modelo matemático para la convección natural en la cavidad entre los dos vidrios de la ventana.	29
2.3.2.1.	Condiciones de frontera para la convección en la cavidad formada por la ventana de vidrio doble (Modelo convectivo)	29
2.3.3.	Modelo matemático conductivo en los vidrios	32
2.3.3.1.	Condiciones de frontera del vidrio 2 con y sin película de control solar	32
2.3.3.2.	Condiciones de frontera para el vidrio 1 con y sin película de control solar	33
2.3.4.	Modelo de intercambio radiativo superficial de la cavidad.	35
3.	Metodología de solución	41
3.1.	Método de solución de las ecuaciones de conservación	41
3.2.	Método de volúmenes finitos (MVF).	42
3.2.1.	Generación de malla o espacio computacional	43
3.2.2.	Ecuación generalizada de convección-difusión	44
3.2.3.	Discretización de la ecuación generalizada de convección-difusión.	45
3.2.4.	Esquemas de aproximación numérico	51
3.3.	Algoritmos de acople: SIMPLE Y SIMPLEC	53
3.3.1.	Malla desplazada o escalonada	54
3.3.2.	Gradiente de presión	54
3.4.	Secuencia de operación del algoritmo SIMPLE	55
3.4.1.	Formulación del algoritmo SIMPLEC (SIMPLE - Consistent)	58
3.4.2.	Ecuación de corrección de presión	60
3.4.3.	Algoritmo global del proceso iterativo (SIMPLEC)	61
3.5.	Condiciones de frontera	63
3.5.1.	Condiciones de Dirichlet (Condición de primera clase)	63

3.5.2.	Condiciones de Neuman (Condición de segunda clase)	64
3.5.3.	Condiciones de Robín (Condición de tercera clase)	65
3.5.4.	Condiciones de frontera para la Ecuación de presión corregida	66
3.6.	Evaluación de las propiedades físicas	67
3.7.	Método de solución de ecuaciones algebraicas	68
3.8.	Relajación de la solución parcial	69
3.9.	Criterio de convergencia	71
3.10.	Método de solución del intercambio radiativo en la cavidad	71
3.11.	Método de solución para el modelo conductivo en las paredes semitransparentes	74
3.12.	Procedimiento general del proceso de solución conducción-convección-radiación	76
4.	Verificación del código numérico	79
4.1.	Transferencia de calor por conducción bidimensional en estado permanente	80
4.2.	Problemas de convección difusión implementando diferentes esquemas de interpolación: flujo diagonal	83
4.3.	Cavidad cuadrada con una pared deslizante	86
4.4.	Convección forzada en un canal rectangular con flujo laminar	91
4.5.	Cavidad cuadrada calentada diferencialmente	94
4.6.	Estudio de independencia de malla	97
5.	Resultados	101
5.1.	Parámetros de estudio	101
5.2.	Análisis y discusión para condiciones de clima cálido y frío	105
5.2.1.	Patrones de flujo	105
5.2.2.	Evaluación térmica	115
5.2.2.1.	Condiciones de clima cálido	115
5.2.2.2.	Condición de clima frío	120
6.	Conclusiones	123

Índice de figuras

2.1. Modelo físico de la habitación con una ventana de vidrio doble.	20
2.2. Modelo físico de la ventana entre los muros.	22
2.3. Modelo físico de la habitación.	23
2.4. Modelo físico de la cavidad representativa de la habitación (VC).	27
2.5. Modelo físico de la cavidad formada entre los vidrio de la ventana (VC). . .	30
2.6. Modelo físico del vidrio 2 de la ventana.	32
2.7. Modelo físico del vidrio 1 de la ventana.	34
2.8. Cavidad con intercambio radiativo.	36
2.9. Método de cuerdas cruzadas para una cavidad.	38
3.1. Malla estructurada no uniforme.	44
3.2. Volumen de control sobre una malla bidimensional.	46
3.3. Arreglo de una malla desplazada bidimensional.	54
3.4. Campo de presión zig-zag.	55
3.5. Diagrama del flujo del algoritmo SIMPLEC.	62
3.6. Volumen de control en la frontera.	66
3.7. Distancia asociada en la interface e.	67
3.8. Diagrama del flujo para el intercambio radiativo en la cavidad.	73
3.9. Diagrama del flujo para la conducción de calor en las paredes semitranspa- rentes.	75
3.10. Diagrama del flujo para la transferencia de calor conjugada a) ventana, b) habitación.	77

4.1. Modelo físico de la placa.	81
4.2. Isotermas para la placa.	82
4.3. Modelo físico del sistema.	83
4.4. Perfil de tempertura en la diagonal $x-x'$ de la cavidad.	85
4.5. Cavidad con pared deslizante.	87
4.6. Isolineas de la cavidad con pared deslizante, *unidimensional	89
4.7. Componentes de Velocidad u^* y v^* en el centro de la cavidad.	90
4.8. Modelo físico de un canal rectangular	92
4.9. Canal rectangular	92
4.10. Perfiles de la componente de velocidad u a la salida del canal para distintos valores de Re_{Dh}	93
4.11. Modelo físico de la cavidad calentada diferencialmente.	95
4.12. Componentes de velocidad u^* , v^* , ψ^* y T^* , para diferentes Ra , *unidimensional.	96
4.13. Estudio de independencia de malla para T ($y=1.5$ m).	98
4.14. Estudio de independencia de malla para u ($x=1.5$ m).	99
4.15. Estudio de independencia de malla para v ($y=1.5$ m).	99
5.1. Configuración de la ventana de vidrio doble.	103
5.2. Temperatura promedio del vidrio en contacto con la habitación para los casos C1, C2 y C3 (Condición de clima cálido y frío).	106
5.3. Isolíneas de corriente para el caso C1 y C2.	110
5.4. Isotermas de corriente para el caso C1 y C2.	111
5.5. Isolíneas de corriente para el caso C1 y C3.	113
5.6. Isotermas para el caso C1 y C3.	114
5.7. Balance térmico en la habitación.	115
5.8. Flujos de calor total al interior de la habitación para el caso C1 y C2. . . .	116
5.9. Temperatura promedio al interior de la habitación para el caso C1 y C2. . .	117

Índice de tablas

2.1. Condiciones de frontera y constantes del modelo HH.	28
2.2. Propiedades termofísicas y ópticas.	35
3.1. Términos equivalentes para la ecuación generalizada.	45
3.2. Función $A(Pe_e)$ para diferentes esquemas.	53
4.1. Valores de la temperatura en los nodos internos	82
4.2. Esquemas numéricos.	86
4.3. Comparación del presente estudio y los reportados en la literatura para diferentes Rayleigh.	95
4.4. Error porcentual absoluto para diferentes mallas numéricas.	100
5.1. Datos climatológicas para la ciudad de Hermosillo, Sonora.	104
5.2. Flujos de calor promedio total (W/m^2) al interior para el caso C1 y C2. . .	119
5.3. Temperatura promedio ($^{\circ}C$) del aire interior de la habitación para el caso C1 y C3.	121

Nomenclatura

Símbolo	Descripción
Latinas	
a_P, a_E, a_W, a_N, a_S	Coefficiente de la ecuación discretizada
C_p	Calor específico a presión constante (J/Kg K)
D_e, D_w, D_n, D_s	Flujos difusivos (Kg/m s)
F_e, F_w, F_n, F_s	Flujos convectivos (Kg (m ² s))
G	Energía radiada por el Sol
G_α	Energía absorbida
G_ρ	Energía reflejada
G_τ	Energía transmitida
g	Aceleración de la gravedad (9.81 m/s ²)
H	Altura de la habitación
H_1	Altura de la ventana
H_2 y H_3	Altura de los muros
h_{ext}	Coefficiente de transferencia de calor convectivo al exterior (W/m ² K)
J_e, J_w, J_n, J_s	Flujos totales (convectivos+difusivos)
k	Parámetro de transferencia de calor
P	Presión (Pa)
Pe	Número de Peclet
Pr	Número de Prandtl (ν/α)
S_c	Término fuente independiente de la variable
s_g	Coefficiente de extinción del vidrio

S_P	Término fuente dependiente de la variable
T	Temperatura (°C)
T_2	Temperatura de la pared 2 (°C)
T_{aire_c}	Temperatura en la cavidad (°C)
T_{int}	Temperatura al interior (°C)
T_{ext}	Temperatura al exterior (°C)
T_{f1}	Temperatura de la película en el vidrio 1 (°C)
T_{f2}	Temperatura de la película en el vidrio 2 (°C)
T_g	Temperatura del vidrio (°C)
T_{g1}	Temperatura del vidrio 1 (°C)
T_{g2}	Temperatura del vidrio 2 (°C)
q	Flujo de calor (W/m ²)
q_{conv}	Flujo de calor convectivo (W/m ²)
q_{rad}	Flujo de calor radiativo (W/m ²)
$q_{conv-int}$	Flujo de calor convectivo hacia el interior (W/m ²)
$q_{conv-int}^1$	Flujo de calor convectivo hacia el interior de la cavidad por la pared 1 (W/m ²)
$q_{conv-int}^2$	Flujo de calor convectivo hacia el interior de la cavidad por la pared 2 (W/m ²)
$q_{conv-int}^3$	Flujo de calor convectivo hacia el interior de la cavidad por la pared 3 (W/m ²)
$q_{conv-int}^4$	Flujo de calor convectivo hacia el interior de la cavidad por la pared 4 (W/m ²)
q_{conv}^2	Flujo de calor convectivo del vidrio 1 (W/m ²)

Nomenclatura

q_{conv}^A	Flujo de calor convectivo del vidrio 2 (W/m ²)
$q_{conv-ext}$	Flujo de calor convectivo hacia el exterior (W/m ²)
$q_{rad-int}$	Flujo de calor radiativo hacia el interior (W/m ²)
$q_{rad-ext}$	Flujo de calor radiativo hacia el exterior (W/m ²)
q_{rad}^2	Flujo de calor radiativo del vidrio 1 (W/m ²)
q_{rad}^A	Flujo de calor convectivo del vidrio 2 (W/m ²)
q_o	Radiosidad
q_i	Irradiación
X	Espesor
X_1	Espesor del vidrio1 en dirección x (cm)
X_2	Espesor del vidrio 2 en dirección x (cm)
W	Espesor de la cavidad en dirección x (cm)

Griegas

α_f	Absortividad de la película de control solar
ε	Emisividad
Γ	Coefficiente térmico difusivo
ΔT	Diferencia de temperatura entre el vidrio 1 y el vidrio 2
Δx	Espesor de un volumen de control en la dirección x (m)
Δy	Espesor de un volumen de control en la dirección y (m)
Θ	Función de atenuación de energía del vidrio

λ_g	Conductividad térmica del vidrio
ρ	Densidad (Kg/m ³)
τ_g	Transmisividad del vidrio
τ_{g1}	Transmisividad del vidrio 1
τ_{g2}	Transmisividad del vidrio 2
τ_{xx}	Esfuerzos normales en la dirección x (Pa)
τ_{yy}	Esfuerzos normales en la dirección y (Pa)
τ_{xy}, τ_{yx}	Esfuerzos normales en el plano xy(Pa)
ϕ	Variable general (u, v, P, T)

Resumen

Se presenta el análisis térmico de una habitación con una ventana de vidrio doble, para condiciones de clima cálido y clima frío, para la ciudad de Hermosillo, Sonora. Para ello, se realizó el estudio numérico de la transferencia de calor conjugada (conducción, convección y radiación) de una habitación modelada como una cavidad cuadrada. Mientras que para la ventana de vidrio doble se considera a esta como una cavidad alargada, la cual, se acopló como condición de frontera al modelo de la habitación. La técnica numérica empleada para la solución de los modelos matemáticos considerados fue la de volúmenes finitos.

Para analizar el desempeño térmico del sistema se compararon tres casos. Para la condición de clima cálido se modelaron dos casos: Caso 1 (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y Caso 2 (C2) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente exterior tiene una película de control solar. Para la condición de clima frío se simulan dos casos: Caso 1 (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y Caso 3 (C3) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente interior de la habitación tiene una película de control solar. Para los casos donde se modeló una configuración con película de control solar, la película usada fue SnS-Cu_xS. La altura de la habitación fue considerada de 3 m. La distancia desde el piso de la habitación hasta donde fue colocada la ventana de vidrio doble fue de 1.20 m. La altura de ventana fue

considerada de 0.8 m. Los vidrios que conforman la ventana fueron de un espesor de 6 mm.

El estudio paramétrico realizado en esta tesis consiste en la modelación numérica del sistema habitación-ventana de vidrio doble por 24 hrs, considerando las condiciones ambientales (radiación solar y temperatura ambiente) de cada hora para una ciudad con clima extremo, como lo es la ciudad de Hermosillo, Sonora.

Con base en los resultados de evaluación térmica para la condición de clima cálido se muestra que usar la película de control solar en un sistema de vidrio doble (Caso C2) puede reducir 2699.21 W/m^2 (62 %) durante un día respecto al caso C1. Con base en los resultados analizados de valores medios de temperatura del aire al interior de la habitación muestran que en condiciones de clima frío, el desempeño térmico de una ventana de vidrio doble con control solar (Caso C3) es similar a una ventana tradicional de vidrio doble (Caso C1).

Abstract

It is presented the thermal analysis of a room with a double glass window for the warm and cold climatic conditions of Hermosillo, Sonora. The room was modeled as a square cavity and the conjugate heat transfer (conduction, convection and radiation) was solved numerically. The double glass window was considered as tall cavity, and it was coupled to the model of the room as boundary condition. The numerical technique used to solve the mathematical models was the finite volume method.

To analyze the thermal performance of the system three cases were compared. For warm climatic conditions two cases were considered: Case 1(C1) - room with a double glass window, where both layers are considered as clear without solar control coating, and Case 2 (C2) - room with a double glass window, where the glass layer that is in contact with outdoors has a solar control coating. For cold climatic conditions two cases are also considered: Case 1 (C1) - room with a double glass window where both glass layers are clear without solar control coating and Case 3 (C3) - room with a double glass window, where the glass layer in contact with indoors has a solar control coating. The cases that considered the coating, it was used a SnS-Cu_xS coating. The height and width of the room were considered of 3 m. The distance from the floor to the position of the double glass window was 1.2 m. The height of the window was 0.8 m. The glass layers that make up the window have a thickness of 6 mm.

The parametric study developed in this thesis consist in the numerical modeling of the

roo-window system during 24 hrs, considering enviromental variables (solar irradiation and outdoor temperature) of each hour for a city with extreme weather as Hermosillo, Sonora.

From the results of the thermal analysis for the warm climatic conditions it was obtained that the used solar control coating in a double glass window (Case C2) can reduce up to 2,699.21 W/m² (62%) during a whole day with respect to the Case C1. From the results analyzed of the meam values of temperature for the air inside the cavity, they show that in cold climatic conditions the performance of the double glass window with solar control coating (Case C3) is similar to that of the traditional double glass window (Case C1).

Capítulo 1

Introducción

El hombre primitivo desarrolló habilidades para sobrevivir en un ambiente desconocido, la invención de herramientas y el hallazgo del fuego permitió al hombre evolucionar. El ser humano busca su comodidad ante cualquier situación, tal es el caso del uso inadecuado de los recursos naturales, sin embargo hay un largo camino para concientizar, mostrar la realidad de la situación que se vive, un ejemplo de ello es el tema de la contaminación y las alternativas para reducir los efectos que se tiene sobre el medio ambiente.

Para contrarrestar los efectos de la contaminación al medio ambiente y como consecuencia el deterioro de la capa de ozono por el uso de recursos no renovables, como los combustibles fósiles, es recomendable elegir alternativas que tengan un impacto menor sobre el medio ambiente como lo son los recursos renovables que se encuentran disponibles de diferentes maneras, a través del aire, agua o el sol. En particular, la energía solar obtenida a partir del aprovechamiento de la radiación electromagnética procedente del Sol. La radiación solar que alcanza la Tierra ha sido aprovechada por el ser humano desde la Antigüedad mediante diferentes tecnologías que han ido evolucionando con el tiempo. En la actualidad, el calor y la luz del Sol pueden aprovecharse por medio de captadores solares como células fotovoltaicas, heliostatos o colectores térmicos que pueden transformarla en energía eléctrica o térmica. Las diferentes tecnologías solares se clasifican en pasivas o

activas en función de la forma en que capturan, convierten y distribuyen la energía solar. Entre las técnicas pasivas se encuentran diferentes técnicas enmarcadas en la arquitectura bioclimática: la orientación de los edificios al Sol, la selección de materiales con una masa térmica favorable o que tengan propiedades para la dispersión de luz, así como el diseño de espacios mediante ventilación natural (Hatt et al., 2012)

Por lo tanto, mediante el uso pasivo de la aplicación de la energía solar es posible obtener un ahorro de energía. Como puede observarse la problemática en el estilo de las viviendas, debido al poco espacio territorial y a la gran demanda donde se construyen viviendas tipo torre, las cuales cuentan en su mayoría con ventanas vidriadas y para obtener condiciones agradables al interior se opta por el uso de equipos de aire acondicionado o calefacción. El uso de estos sistemas mecánicos genera un consumo de energía eléctrica, dando como resultado un impacto en lo económico y ambiental. Para disminuir el uso de estos equipos y obtener condiciones de confort en estas edificaciones, existen diferentes alternativas que contribuyen al ahorro de energía, como por ejemplo:

- Techo reflejante
- Piso radiativo
- Muro trombe
- Chimenea solar
- Torres de viento
- Arreglos de ventanas:
 - ◇ vidrios monocromáticos
 - ◇ vidrios laminados
 - ◇ vidrios con película de control solar
 - ◇ vidrios dobles

◇ vidrios dobles con película de control solar, etc...

En particular, en este proyecto de tesis se orienta al estudio de una habitación con una ventana de vidrio doble, con una película de control solar con la finalidad de evaluar el comportamiento térmico del sistema compuesto por una habitación-ventana de vidrio doble.

1.1. Estado del arte

Los estudios sobre evaluaciones térmicas en ventanas de vidrios dobles se han desarrollado para conocer la cantidad de calor que se gana o pierde desde un medio ambiente para obtener condiciones agradables en el interior de la edificación. En este trabajo de tesis se dividió la revisión bibliográfica en tres secciones: estudios teóricos, experimentales y teóricos-experimentales.

1.1.1. Estudios teóricos

Feuermann y Novoplansky (1998) realizaron el estudio de la transferencia de calor en una ventana reversible con baja ganancia de calor solar para ahorros de energía. Para el estudio, los autores utilizaron el paquete WINDOW 4.1 que proporciona las propiedades del sistema, la ventana de vidrio doble se considera reversible de 180°. Para clima cálido y frío, se usaron tres configuraciones: 1) ventana de vidrio doble, 2) ventana de vidrio doble matizado en el exterior, 3) ventana de vidrio doble matizada en el interior. Se considera conducción en los vidrios y convección hacia el interior de la habitación. Los autores concluyeron que el uso de vidrio matizado hacia el interior y exterior reduce el coeficiente de ganancia de calor solar teniendo un potencial para el ahorro de energía.

Aydin (2000) realizó el estudio para obtener el espesor óptimo de la capa de aire contenida entre dos vidrios, en el estudio se utilizó el método de diferencias finitas, se consideraron diferentes condiciones climáticas de Turquía (entre ellas Ankara, Antalya, Kars y

Trabzon), las cuales tienen un clima templado mediterráneo, con calurosos y secos veranos, húmedos y fríos inviernos. Temperatura y coeficiente de transferencia de calor convectivos constantes, no se consideró conducción a través de los vidrios y radiación térmica y el fluido incompresible. Se observó que mientras aumentaba el espesor de la capa de aire la transferencia de calor se reducía. El autor concluyó que el espesor de la capa de aire para Antalya fue de 18-21 mm, mientras Ankara y Trabzan es de 15-18 mm y Kars es de 12-15 mm.

Gan (2001) realizó el estudio numérico para predecir la energía total que se transmite a través de una ventana múltiple. Gan utilizó el método de volumen finito y consideró diferentes espesores de la capa de aire formada por los dos vidrios y diferentes temperaturas a través del vidrio. Los resultados del coeficiente global de transferencia de calor es comparado con los datos de CIBSE. Se observó que el coeficiente de transferencia de calor convectivo disminuye cuando el espesor de la capa de aire es de 20-25 mm, mientras que en 25 mm el coeficiente de transferencia de calor convectivo aumenta ligeramente y el coeficiente global de transferencia de calor disminuye. Se concluye que la predicción de la resistencia térmica de la ventana confirma que el coeficiente de transferencia de calor, la resistencia térmica y coeficiente global de transferencia de calor varían para el espesor de la capa de aire de 25 mm.

Pérez-Grande et al. (2005) realizaron el estudio numérico para una configuración de fachada de vidrio doble. En el estudio se realizó con un paquete comercial FLUENT, se usó el modelo k-e para modelar la turbulencia. El canal que se forma entre los vidrios se considera abierto en la parte superior e inferior de manera que el aire al exterior se le permita entrar y circular a través de los dos vidrios. Los autores consideraron las tres formas de transferencia de calor conducción a través de los vidrios, convección en el exterior del edificio y en el interior de los vidrios y radiación en la superficie exterior e interior de los vidrios que forman el canal, con coeficientes de transferencia de calor convectivo al interior y exterior respectivamente de $h_{int}=8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ y $h_{ext}=23 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Los autores concluyeron que la apropiada selección de los vidrios y el uso adecuado de la corriente de ai-

re que fluye entre los vidrios reduce las ganancias de energía en el interior de la habitación.

Más tarde Aydin (2006) presentó el análisis de la transferencia de calor conjugada en una ventana de vidrio doble. El autor utilizó el método de diferencias finitas y consideró diferentes condiciones climáticas de Turquía (entre ellas Ankara, Antalya , Kars y Trabzan) utilizadas en su trabajo anterior (Aydin, 2000). Para el análisis el autor presentó dos casos de estudio, caso 1: temperatura constante en la superficie exterior de los vidrios y el caso 2: consideró intercambio convectivo entre la superficie exterior de los vidrios y su medio adyacente, los valores de coeficiente de transferencia de calor convectivo que tomó en cuenta el autor es de 15-30 W/m²·K con incrementos de 5 W/m²·K, la cavidad varia de 3-40mm. Los autores concluyeron para el caso 1: que el espesor óptimo de la cavidad para Antalya fue de 18-21 mm, Trabzan y Ankara 15-18 mm y Kars 12-15 mm; mientras que para el caso 2: el uso de un flujo de calor por convección en la superficie de ambos vidrios hizo que disminuyera el flujo de energía hacia el medio interior.

Ismail et al.(2006) presentaron un modelo simplificado para una ventana de vidrio doble ventilado con condiciones de flujo forzado. Los autores utilizaron el método de diferencias finitas en una dimensión. El canal formado por los vidrios se considera abierto en la parte superior e inferior, el aire en el canal es forzado a fluir. De los resultados se observó que el efecto del flujo de la masa de aire reduce la temperatura del vidrio interno. Los autores concluyeron que al aumentar el flujo másico se redujo el valor del coeficiente de sombreado (SC) mejorando su eficiencia sobre las ventanas simples.

Gugliermetti y Bisegna (2007) presentaron el estudio del ahorro de energía en edificaciones residenciales con el uso de ventanas reversibles. Los autores utilizaron dos paquetes de simulación: para las propiedades ópticas y térmicas WINDOW 4.1 y para la simulación del sistema IENUS. Se consideraron ventanas totalmente reversibles con dos configuraciones de vidrio: vidrio claro y vidrio con una película de control, la película tiene como característica baja emisividad, se consideraron diferentes condiciones climáticas del Me-

diterráneo. Se concluyó que el uso de las películas de baja emisividad ayuda al ahorro de energía, las ventanas orientadas al sur presentaron un ahorro de energía respecto a las orientadas al oriente y occidente.

Gueymard y duPont (2009) realizaron el estudio teórico de los efectos espectrales en la transmitancia, la ganancia de calor solar y el desempeño de un sistema vidriado vertical o inclinado. Se analizaron seis configuraciones de vidrios. Se utilizó el paquete NRFC-approved (WINDOW 5.2.17a y OPTICS W/m²) respecto a la función de ponderación espectral de sus siglas en inglés (SWF). Se observó que al modificar el espectro el cambio en la ganancia de calor solar (SHGC) en una ventana es de -2% +7%, y en tragaluz o vidrios inclinados el valor de SHGC es de -3% a +11%, por lo que concluyeron que al modificar el espectro mejora el análisis del sistema a resultados realistas.

Ismail et al. (2009) realizaron el estudio para determinar la eficiencia térmica de una ventana de vidrio doble con ventilación natural y una ventana llena de gas para clima cálido. Para el análisis los autores presentaron tres configuraciones: una ventana simple, una ventana de vidrio doble con ventilación natural y una ventana de vidrio doble lleno con gases absorbentes en el infrarrojo (Double glass cavity filled with infrared absorbing gases). Se utilizó para las dos primeras configuraciones el método de diferencias finitas, y para el último el método de volumen finito. Se consideró conducción a través de los vidrios, radiación térmica y para la configuración de vidrio doble el fluido incompresible. Se concluyó que la ventana simple y la ventana doble llena de aire tienen una baja eficiencia térmica, mientras que la ventana de vidrio doble ventilada tiene una eficiencia térmica moderada con valor de coeficiente de ganancia de calor total de 0.80, mientras que la ventana de doble vidrio lleno de gases absorbentes es más eficiente con valor de coeficiente de ganancia de calor total de 0.50.

Arici y Karabay (2010) determinaron, desde el punto de vista térmico, el espesor óptimo de la capa de aire de una ventana de vidrio doble, considerando los costos de calefacción

y los costos de inversión total. En el estudio se utilizó el método de días-grados, se consideraron diferentes ciudades de Turquía (entre ellas Iskenderun, Kocaeli, Ankara y Ardahan) y cinco diferentes combustibles (gas, carbón, petróleo, electricidad y LGP). Los resultados muestran que al tomar en cuenta los costos de inversión el espesor de la capa de aire disminuía. Los autores concluyeron que el espesor óptimo de la capa de aire es de 12 y 15 mm dependiendo de la temperatura ambiente y el tipo de combustible.

Chow et al. (2010) realizaron el estudio teórico de una ventana de vidrio doble con flujo de agua la cual se comparó con tres configuraciones; configuración 1 (C1): vidrio simple; configuración 2 (C2): vidrio doble; configuración 3 (C3): vidrio doble ventilado. Los autores utilizaron el software WINDOWS. Los autores observaron que C2 reduce la ganancia de calor en la habitación con un valor de 85 W/m^2 . Mientras que la ventana de vidrio doble con flujo de agua reduce la ganancia de energía con valor de 186 W/m^2 mas alta que C2, sin embargo se compensa por la ganancia de calor por la corriente de agua de 171 W/m^2 . Los autores concluyeron que el uso de una ventana de vidrio doble con flujo de agua reduce la ganancia de calor de la habitación, y por lo tanto, el consumo de electricidad, aire acondicionado, mientras el flujo de agua puede funcionar como precalentador de agua.

Han et al. (2010) presentaron el análisis numérico de la transferencia de calor por convección mixta en una ventana de vidrio doble con una celda FV de a-Si. La ventana de vidrio doble está compuesta por un vidrio + celda FV + vidrio + recubrimiento de baja emisividad + aire + vidrio. Se utilizó el método de diferencias finitas, para modelar el fenómeno de conveccion mixta en la cavidad. Al utilizar una película con baja emisividad de $\varepsilon = 0.05$ y $\varepsilon = 0.12$, la ventana alcanzó valores de U entre 2.6 y $2.4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Se concluyó que la ventana de vidrio doble con la celda FV y el recubrimiento de baja emisividad es capaz de reducir la transferencia de calor hacia el interior de la ventana de vidrio doble.

Chow et al. (2011) realizaron el estudio teórico de las características térmicas de una

ventana de vidrio con flujo de agua. Los autores utilizaron el método diferencias finitas, consideraron una temperatura al interior de 25 °C en verano y 21 °C en invierno. Se observó que la ganancia de calor hacia a la habitación se reduce en verano y en invierno aumenta, por lo que, los autores concluyeron que el uso de una ventana de vidrio doble con flujo de agua presenta buena resistencia al calor transmitido hacia un medio exterior y es aplicable en regiones de clima cálido y templado.

Arici y Karabay (2012) determinaron la aplicación de una ventana múltiple para diferentes ciudades de Turquía (entre ellas zona 1 (Iskenderun y izmir), zona 2 (Kocaeli y Sinop), zona 3 (Malatya y Ankara) y zona 4 (Van y Ardahan). Se consideró el espesor óptimo de 12mm de la capa de aire de una ventana de vidrio doble reportado por Arici y Karabay (2010). Ellos consideraron los costos de calefacción y los costos de inversión total, se utilizó el método de días-grados para cinco diferentes combustibles (gas, carbón, petróleo, electricidad y LGP). Los resultados muestran que el número óptimo de vidrios depende de la zona climática y el tipo de combustible. Se concluyó que el número óptimo de vidrios de la ventana para la zona 1: 2 y 3 vidrios, zona 2: 2 y 4 vidrios, zona 3: 3 y 4 vidrios y zona 4: 4 vidrios.

Gosselin et al. (2012) realizaron el estudio térmico de una ventana inteligente en el diseño de edificaciones para la reducción del consumo de energía anual. Los autores utilizaron dos paquetes de simulación: para las propiedades ópticas y térmicas WINDOW 6.3 y para la simulación del sistema eQUEST 3-63. Para el análisis, los autores presentaron tres configuraciones: una ventana de vidrio doble IGU, ventana de vidrio doble IGU TiPS de baja emisividad y ventana de vidrio doble IGU TiAC baja emisividad, la cavidad formada por los vidrios de cada configuración contienen argón. Se consideró que la temperatura en el interior es constante y valores de los coeficientes de transferencia de calor convectivo al interior y exterior de $h_{int}=4$ y $h_{out}=20$ W/m²K respectivamente. Se observó que la emisividad de una ventana inteligente $\varepsilon_{SW} = 0,15$ es mayor a la $\varepsilon_{TiPS} = 0.06$ y $\varepsilon_{TiAC} = 0.04$, sin embargo el requerimiento de energía anual para la ventana inteligente (SW) se

redujo en comparación de las otras configuraciones. Se concluyó que el uso de una ventana inteligente orientada al sur, este y oeste reduce el consumo de energía respectivamente en 8 % a 52 %, 10 % a 53 % y 11 % a 51 %, mientras que orientada en norte no hay eficiencia energética de la edificación, comparada con ventanas IGU de baja emisividad disponibles en el mercado.

Rongxin Y. et al. (2012) analizaron la cantidad de energía que se ahorra por uso de una ventana de vidrio doble en edificios comerciales en Shanghai, para ello se utilizaron dos paquetes de simulación: para las propiedades ópticas y térmicas; OPTICS y WINDOW 6. Se usaron tres configuraciones: A (vidrios claro), A1 (ventana doble con película de control solar en el interior), A2 (ventana doble con película de control solar en el exterior). Se concluyó que la configuración A2 reduce el valor del SHGC del sistema mejorando el confort en el interior. En comparación a una edificación con una ventana de vidrio simple, los efectos de adherir una película de control favorece el confort térmico dentro de la edificación.

Pérez-Nucamendi (2012) presentó los resultados numéricos para una ventana de vidrio doble, con tres configuraciones para condiciones de clima cálido y frío: C1 (ventana de vidrio doble con película de control solar), C2 (ventana de vidrio doble sin película de control solar), C3 (ventana de vidrio solo). La ventana se consideró con una altura de 80 cm y un ancho de cavidad b que varía de 1-10cm. Se concluyó que la configuración óptima para clima cálido es C1 ya que disminuye el calor transmitido hacia el interior de la habitación, mientras que para clima frío es la configuración C2. La separación de los vidrios óptima para clima cálido o frío fue de 6 cm.

Sabry et al. (2014) modelaron y evaluaron térmicamente una ventana inteligente. En el estudio se utilizó el método de volumen finito usando un paquete comercial STAR CCM, Para el análisis los autores presentaron dos configuraciones, configuración 1: la ventana horizontal con cinco concentradores colocado en serie, configuración 2, la ventana

vertical con concentradores colocados en paralelo, (cada uno con una lente de Fresnel y una celda fotovoltaica). Los autores observaron que para la configuración 1 la temperatura del agua en la salida aumento 30 °C por cada dos unidades conectadas, mientras que la configuración 2 presenta temperaturas bajas, es decir con baja ganancia térmica por lo que no sería satisfactoria la demanda de agua caliente, concluyeron que el uso de la ventana inteligente: configuración 1 es eficiente para controlar la radiación solar transmitida hacia un medio interior, permitiendo una producción de electricidad y energía térmica a partir de la radiación no deseada.

1.1.2. Estudios experimentales

En el mismo año Etzion y Erell (2000) realizaron un estudio experimental para el control de la energía radiante transmitida a través de una ventana reversible para condiciones de clima cálido y frío, para ello un novedoso sistema de ventilación fue usado. La propuesta de ventana reversible tiene un marco de aluminio, la ventana es de vidrio doble compuesta por un vidrio claro (lado para clima frío) y un vidrio absorbente con bajo coeficiente de sombreado (lado para clima cálido). El canal que se forma entre los vidrios se considera abierto en la parte superior e inferior y es ventilada por un pequeño ventilador eléctrico solar. Los autores concluyeron que el sistema propuesto ofrece una buena solución para el confort térmico y visual a la habitación en climas cálidos y fríos.

Manz et al. (2004) presentaron el estudio teórico experimental del comportamiento térmico de una fachada de vidrio doble, la cual fue ventilada mecánicamente. El canal que se forma entre los vidrios de la fachada se considera abierto en la parte superior e inferior de manera que el aire al exterior se le permita entrar y circular a través de los dos vidrios. Se consideraron dos casos de estudio: caso A: suministro de aire en la parte inferior; caso B el suministro de aire es en la parte superior. El estudio se realizó con un paquete comercial FLUENT, se usó el modelo k-e para modelar la turbulencia y el software WINDOWS 4.1 y GLAND que proporcionaron las propiedades del sistema. Se observó para el caso A,

que el flujo es unidireccional y la ganancia total de energía en la habitación es de 0.07 , mientras para el caso B el patrón de flujo es bi-direccional, haciendo que el aire caliente entre a la habitación y la ganancia total de energía solar en la habitación es de 0.15. Los autores concluyeron que el caso A es mejor que el caso B en términos de confort térmico durante el verano.

Posteriormente, Chaiyapinunt et al.(2005) realizaron el estudio experimental para evaluar el comportamiento térmico de una ventana con y sin película solar. Para el experimento se usó una instalación calorimétrica MORITT (*Mobile Window Thermal Test*), películas con diferentes propiedades ópticas, para el estudio experimental usaron condiciones climáticas de Bangkok. Los autores observaron que al adherir la película de control a la ventana la temperatura de la superficie del vidrio aumentaba, mientras que para la ventana sin película de control solar la energía transmitida al interior de la habitación fue mucho mayor y el confort disminuyó al interior de la habitación. Los autores concluyeron que para obtener condiciones de confort y minimizar el flujo de energía a través de los vidrios dependerá de las propiedades espectrales de la película de control solar.

Chow et al.(2009) realizaron el estudio experimental del comportamiento térmico de una ventana de vidrio doble ventilada para Hong Kong y Beijing. Los autores consideraron dos configuraciones, configuración 1 (C1): vidrio absorbente+aire(35mm)+vidrio simple ventilado al exterior para condiciones de clima cálido, configuración 2 (C2): vidrio simple+aire(35mm)+vidrio absorbente ventilada al interior para condiciones de clima frío. Los autores utilizaron un modulo de pruebas de la universidad de Hong kong, observaron que la ganancia de calor disminuye para C1 comparando con una ventana de vidrio simple. Por otro lado las pérdidas de calor son minimas para C2 comparado con una ventana de vidrio doble. Los autores concluyeron que para Hong Kong, C1 reduce la ganancia de calor un 60 %, mientras que para Beijing, durante verano C1 disminuye la ganancia de calor un 75 % y C2 aumenta la ganancia de calor un 46 % para invierno.

Carlos et al. (2010) realizaron un estudio experimental del comportamiento térmico de una ventana de vidrio doble con ventilación natural. Se estudiaron dos sistemas; sistema 1 (S1): ventana de vidrio doble; sistema 2 (S2): vidrio simple+aire+vidrio doble. Ambos sistemas presentan un obturador en la parte superior de la ventana para regular el flujo del aire, abierto en el día y cerrado en la noche. Los autores utilizaron un modulo de prueba PASSYS. Los resultados mostraron un aumento de la temperatura en la cavidad con respecto al exterior de $3.9\text{ }^{\circ}\text{C}$ para S1 y $1.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ con S2. Se concluyó que el porcentaje de reducción en la pérdida de calor es de 59 % para S1 y 46 % con S2 con el obturador abierto sin radiación solar. Sin radiación y con el obturador cerrado el porcentaje de reducción de la pérdida de calor es 63 % para S1 y 58 % con S2; y con la presencia de radiación solar de 131 % para S1 y 134 % para S2.

Carlos y Corvacho (2014) evaluaron el rendimiento térmico de una ventana de vidrio doble ventilada. En el estudio se consideraron dos sistemas; sistema 1 (S1): vidrio simple+aire (73mm)+vidrio simple, sistema 2 (S2): vidrio simple+aire(73mm)+vidrio doble. Los autores utilizaron el paquete WINDOWS 5.2, en donde consideraron un valor de U de $5.69\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$ para el vidrio exterior, $5.60\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$ vidrio interior y $4.18\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$ para el vidrio doble. Los resultados muestran una diferencia de temperatura en el exterior-interior de $17.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ con una velocidad promedio de 1 m/s para S1 y $14.7\text{ }^{\circ}\text{C}$ 2.3 m/s para S2. Los autores concluyeron que para obtener un mejor rendimiento del sistema se debe tomar en cuenta el valor del coeficiente global de transferencia de calor.

1.1.3. Estudios teórico-experimental

Moshfegh et al. (1999) realizaron el estudio numérico y experimental para determinar el comportamiento térmico de una ventana de vidrio triple. Se utilizó el método de elemento finito en dos dimensiones con el software FIDAP y un cuarto de pruebas ubicado en el departamento de medio ambiente (Royal Institute of Technology, Gävle, Suecia). Las

dos cavidades formadas por los tres vidrios contienen como fluido un gas inerte (Krypton), las temperaturas que consideraron en el interior fue de 20 y 32 °C y exterior -12 y -21 °C. Se observó que la convección es alta en la cavidad adyacente al medio exterior comparado con la cavidad adyacente a un medio interior, por lo que, los autores concluyeron que el uso de una ventana triple con gas inerte presenta buena resistencia al calor transmitido hacia un medio exterior.

Cortina (2000) realizó el estudio teórico experimental de la transferencia de calor en ventanas de vidrio doble para tres arreglos: ventana vidrio+aire+vidrio, ventana de filtro+aire+vidrio, ventana reflectaplata+aire+vidrio. Se implementó un modelo matemático considerando un modelo unidimensional en estado transitorio, con fronteras convectivas y radiativas. Para las pruebas experimentales se instrumentó y caracterizó un calorímetro, realizando registros de cuatro horas para cada arreglo para determinar el coeficiente global de pérdidas de calor. El autor concluyó que el mejor arreglo para el ahorro de energía es el arreglo reflectaplata debido a la alta reflectancia y a su baja transmitancia de flujo de calor hacia el interior del calorímetro respecto a los otros arreglos.

Carlos et al.(2011) modelaron y evaluaron una ventana de vidrio doble ventilada. Se estudiaron dos sistemas presentados por Carlos et al., 2010. Los autores utilizaron dos paquetes de simulación COMIS y CAPSOL donde se verificó con un código numérico basado en balances globales para los resultados teóricos, y para la parte experimental usaron termopares, anemómetro, piranómetro y un sistema de adquisición de datos. Los autores variaron el flujo de aire, la temperatura del aire exterior y la radiación solar. Los resultados de simulaciones numéricas de la ventilación natural y la transferencia de calor al flujo de aire se compararon con resultados disponibles a partir de mediciones experimentales y se ajustó satisfactoriamente, la desviación media fue de aproximadamente 2,2 % para el flujo de aire y el 3 % para la temperatura del aire suministrado. Además se observó un aumento en la ganancia de calor de 4 % con un flujo de aire de 30 m³/h sin radiación solar disminuye un 8 % y 23 % con radiación solar de 350 W/m² y 700 W/m² respectivamente, por lo que,

se concluye que la energía útil del aire entregado esta influenciada por la diferencia de temperaturas entre el interior-exterior, radiación incidente y la tasa de flujo de aire.

Bhamjee et al. (2013) realizaron un estudio numérico y experimental para una ventana de vidrio doble ventilada con flujo natural y forzado. Los autores utilizaron un paquete comercial ANSYS para los resultados teóricos y para la parte experimental se usaron termopares, un sistema de adquisición de datos (DAQ-PC) y un Velocímetro Láser Doppler (LDV). Para el estudio experimental se suministró humo a la ventana donde se observó que el humo fue removido en 2 min y 27 s con la ventana ventilada con flujo natural y 38 s con flujo forzado, por lo que, la temperatura aumentó para la ventana con flujo natural. La diferencia promedio del modelo CFD y el experimental fueron de 3.46 K para los valores de temperatura de salida, 35 % para las velocidades axiales en la cavidad y 44 % para la intensidad turbulenta en la cavidad. Los autores concluyeron que el modelo CFD se ajustó satisfactoriamente al modelo experimental.

1.1.4. Conclusión de la revisión bibliográfica

Las ventanas de vidrios dobles se emplean en edificaciones para reducir la ganancia y/o pérdida de energía y así minimizar la utilización de equipos de aire acondicionado o calefacción. Los estudios de la transferencia de calor en estos sistemas se han realizado de manera numérica y experimental. Se han estudiado diversas configuraciones de ventanas de vidrio doble, por ejemplo, ventanas con y sin película de control solar, ventanas con cavidad abierta o cerrada, o incluso ventanas reversibles. No obstante, la mayoría de los estudios teóricos se limitan a analizar sólo dos mecanismos de transferencia de calor (conducción y convección). Sin embargo, el estudio de Pérez-Nucamendi (2012) utilizó un método numérico en una ventana de vidrio doble analizando los tres mecanismos de transferencia de calor. Con base en la revisión bibliográfica, se concluye que los estudios numéricos realizados hasta la fecha no han reportado el estudio térmico de una ventana de vidrio doble acoplada a una habitación tomando en cuenta los tres mecanismos de

transferencia de calor (conducción, convección y radiación) en el sistema compuesto por una habitación con una ventana de vidrio doble.

1.2. Objetivo

Estudiar la transferencia de calor en una habitación con una ventana compuesta de un vidrio doble.

1.3. Objetivos específicos

1. Familiarización con el método de volumen finito para el modelado de la transferencia de calor en la ventana de vidrio doble.
2. Familiarización con el uso del código computacional para la simulación de una habitación.
3. Acople numérico de códigos computacionales para la modelación de una habitación con una ventana de vidrio doble.
4. Recopilación y selección de datos climatológicos para la modelación numérica.
5. Modelación numérica de la transferencia de calor conjugada de una habitación con una ventana de vidrio doble.
6. Análisis de resultados para el sistema habitación con la ventana de vidrio doble.

1.4. Alcance

Implementar un modelo de transferencia de calor conjugada para un sistema de vidrio doble, el modelo será acoplado como condición de frontera a un modelo de convección natural e intercambio radiativo en una habitación con flujo turbulento. El estudio de la habitación con una ventana de vidrio doble se realizará en estado permanente y en dos

dimensiones con condiciones de clima cálido y frío. La ventana de vidrio doble fue considerada con y sin película de control solar ($\text{SnS-Cu}_x\text{S}$). Para el análisis del comportamiento térmico del sistema se modelan tres casos. Para la situación de condición de clima cálido se modeló dos casos: Caso 1 (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y Caso 2 (C2) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente exterior tiene una película de control solar. Para la condición de clima frío se simulan dos casos: Caso 1 (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y Caso 3 (C3) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente interior de la habitación tiene una película de control solar. Para el estudio se consideran condiciones climatológicas de Hermosillo, Sonora.

1.5. Descripción de los capítulos

En el **Capítulo 2: Modelo físico y matemático**, se presenta el modelo físico de la habitación con una ventana de vidrio doble con película de control. También, se muestra los modelos matemáticos que describen el comportamiento del sistema y las condiciones de frontera de la habitación con una ventana de vidrio doble, determinados a partir de las ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía, así como sus consideraciones.

Posteriormente, se presenta el **Capítulo 3: Metodología de solución**, en el cual muestra la metodología de solución numérica utilizada en este proyecto de tesis. Primero, se establece el método de volumen finito en donde se describe la discretización del modelo matemático. También, se describe el algoritmo de acople de las ecuaciones de conservación de masa y momentum y por último se presenta el Método de Radiación Neta empleado para resolver el intercambio radiativo superficial entre las paredes de la cavidad formada por la habitación y la cavidad formada por la ventana de vidrio doble.

En el **Capítulo 4: Verificación del código numérico**, se presentan los casos de referencia para verificar el código numérico desarrollado, el cual fue usado para el aprendizaje de la técnica de volúmenes finitos. Los casos presentados corresponden a: Transferencia de calor por conducción en estado permanente: Tratamiento de fronteras, implementación de esquemas de interpolación para el problema convectivo- difusivo de flujo diagonal; problema hidrodinámico: Cavity cuadrada con pared deslizante, convección forzada en un canal rectangular con flujo laminar; y problema térmico: Convección natural en una cavity cuadrada calentada diferencialmente. Todos los resultados de estos problemas fueron comparados con los reportados en la literatura.

Los resultados del comportamiento térmico de la habitación con una ventana de vidrio doble con condiciones de clima cálido y frío se describen en el **Capítulo 5: Resultados**. En este capítulo se analiza el desempeño térmico del sistema se comparan tres configuraciones: (1) habitación con una ventana de vidrio doble sin película de control solar (caso C1), (2) habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar en el vidrio 2 (caso C2) y habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar en el vidrio 1 (caso C3). También se muestran los patrones de flujo para cada configuración.

Por último en el **Capítulo 6: Conclusiones**, se muestran las conclusiones obtenidas a partir del análisis de resultados. Además se presenta las recomendaciones para trabajos posteriores.

Capítulo 2

Modelo físico y matemático

En este capítulo se presenta el modelo físico del sistema compuesto por una habitación con una ventana de vidrio doble con película de control, se representan los flujos de energía que ocurren con la diferencia de temperatura entre las componentes del sistema, es decir, las paredes, el aire contenido en el interior de la habitación y la ventana. Además se mostrarán los modelos matemáticos que describen el comportamiento del sistema y las condiciones de frontera de la habitación con una ventana de vidrio doble, determinados a partir de las ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía.

2.1. Modelo físico y matemático de una habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar

Este trabajo de tesis se orienta al estudio de una habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar con la finalidad de evaluar su comportamiento térmico (Figura 2.1). De manera general el sistema está compuesto por una habitación que se representa como una cavidad cuadrada con dimensiones $H=W$ y que su interior contiene aire. La superficie izquierda de la cavidad se considera isotérmica a $T=24\text{ }^{\circ}\text{C}$ (ASHRAE, 2003), en la superficie derecha se encuentra una ventana de vidrio doble con una película de

control solar compuesta por dos paredes verticales semitransparentes, de 6 mm de espesor cada una y dos paredes horizontales adiabáticas, formando una cavidad de espesor W_1 y altura H_2 , la cavidad contiene aire. El vidrio 2 tiene una película de control solar adherida a la superficie interior (vidrio exterior para la configuración de clima cálido). La pared vertical donde se encuentra la ventana, se considera adiabática de altura H_1 y H_3 . Las dos superficies horizontales se consideran adiabáticas.

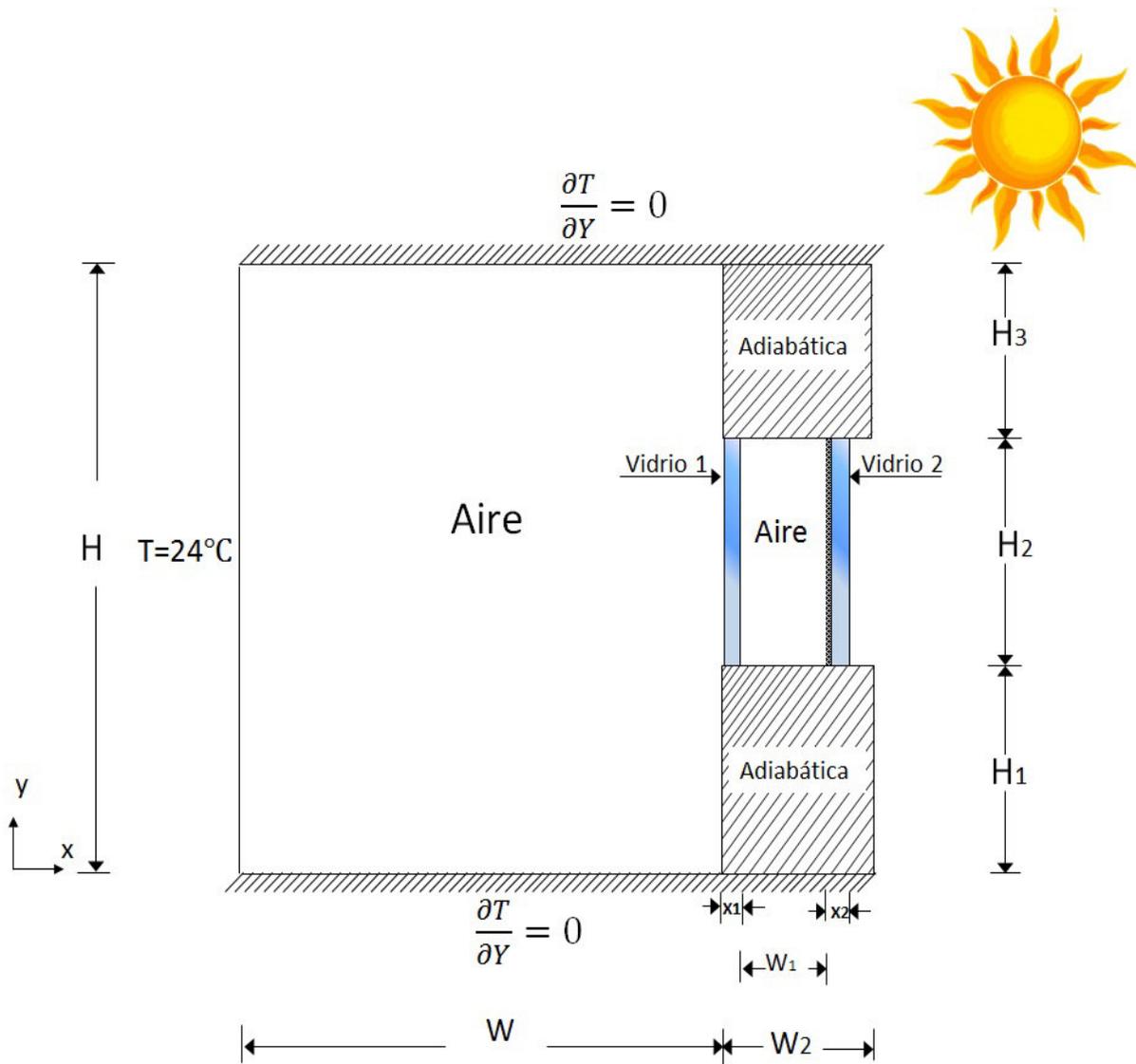


Figura 2.1. Modelo físico de la habitación con una ventana de vidrio doble.

2.1. Modelo físico y matemático de una habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar

Para la ventana de vidrio doble con la película de control adherida al interior del vidrio (configuración clima cálido), se tiene sobre el vidrio 2 una radiación solar G , la cual se considera en dirección normal, parte de la energía irradiada sobre el vidrio 2 es reflejada, otra parte es absorbida y otra fracción de energía que incidió sobre el vidrio es transmitida al vidrio 1. A través del vidrio 2 ocurre transferencia de calor por conducción. A causa de la diferencia de temperatura entre el vidrio 2 y el aire adyacente a este, hay un flujo de calor convectivo y radiativo hacia el interior de la cavidad formada por el vidrio 2 y el aire confinado. La energía directa transmitida del vidrio 2 llega a la superficie del vidrio 1; parte de esta energía es absorbida otra parte reflejada al interior de la cavidad formada por los vidrios y otra fracción es transmitida hacia un medio interior (habitación). Al igual que en el vidrio 2, en el vidrio 1 se presenta un flujo de calor conductivo a través de él, debido a la diferencia de temperaturas entre las fronteras ocurriendo un flujo de calor convectivo y radiativo al interior de la cavidad formada por el vidrio 1 y la habitación. En el interior de la cavidad formada por los vidrios se considera que hay intercambio radiativo entre las cuatro superficies (Figura 2.2).

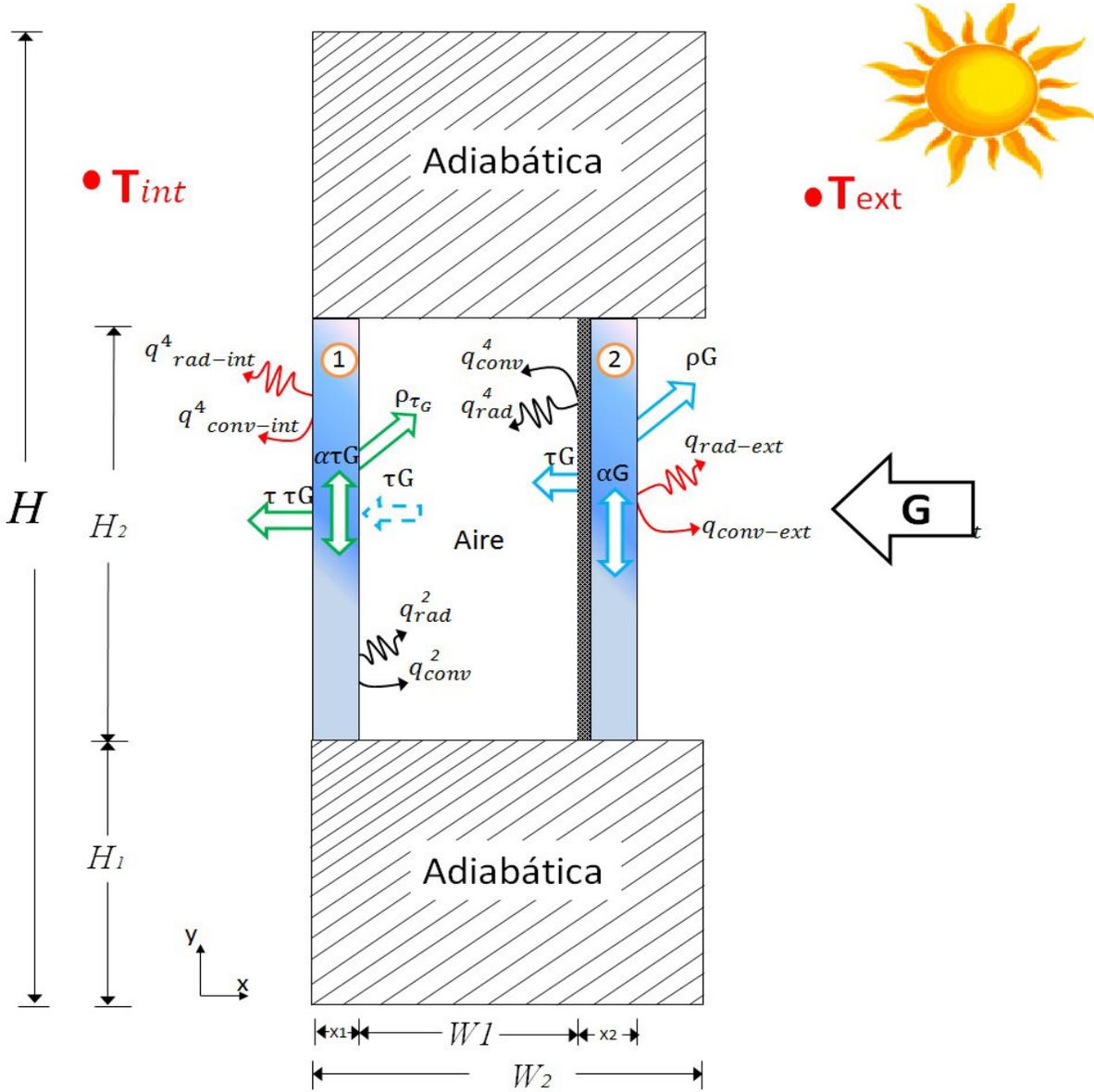


Figura 2.2. Modelo físico de la ventana entre los muros.

En el interior de la habitación se considera intercambio radiativo entre las cuatro superficies y aunado a ello se considera la transferencia de calor convectiva en régimen de flujo turbulento (Figura 2.3).

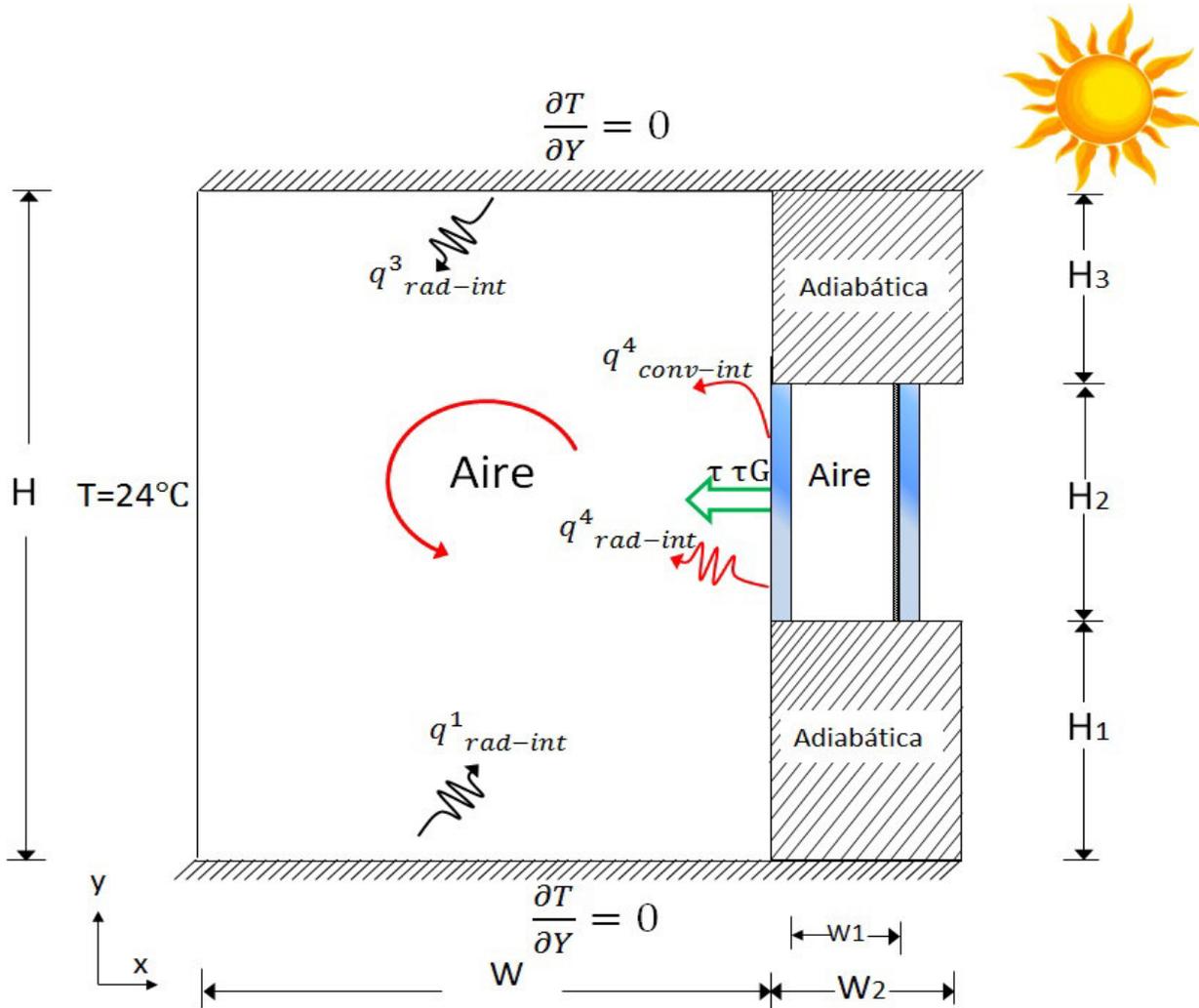


Figura 2.3. Modelo físico de la habitación.

2.2. Consideraciones

Para el estudio térmico de una habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar se toman en cuenta las siguientes consideraciones para la modelación matemática:

- El flujo en el interior de la habitación y la ventana es aire. Se supone aire seco.
- El flujo de la habitación es turbulento mientras que el flujo en la cavidad de la

ventana doble es laminar. Ambas consideraciones son debido a las dimensiones.

- Las paredes horizontales tanto la habitación como la ventana se consideran adiabáticas.
- En el interior de la cavidad de la habitación y la cavidad de la ventana se considera intercambio radiativo superficial entre las paredes, las cuales se consideran grises y difusas.
- Las propiedades termofísicas del fluido son constantes excepto la densidad, la cual varía con la temperatura, por lo tanto, la aproximación de Boussinesq es válida en la Ecuación de conservación de momentum.
- La radiación que incide en la superficie derecha se considera una radiación en dirección normal. Por lo general, la radiación solar incide oblicuamente sobre la ventana de vidrio doble, por lo que la normal a la superficie derecha de la habitación será la componente normal de esa radiación incidente, además de que la radiación solar incidente es variable en el tiempo.
- Las propiedades ópticas se consideran independientes de la longitud de onda y de la temperatura.
- El estudio se realiza en dos dimensiones, esta consideración se justifica porque se supone que la habitación se considera alargada en una tercera dimensión, de tal manera que se eliminan los efectos tridimensionales, además al considerar el sistema en dos dimensiones, éste simplifica el problema, debido a que al tomar en cuenta una geometría en tres dimensiones agregará la complejidad del problema e incrementará el tiempo de cómputo de la solución.
- El fenómeno físico bajo estudio es transitorio, sin embargo debido al soporte computacional de CENIDET y al tiempo con que se cuenta para el desarrollo de este trabajo de maestría, se hicieron modelaciones pseudo-transitorios durante un día del sistema, con condiciones climáticas de cada hora.

2.3. Modelo matemático

A continuación se presentan las ecuaciones de masa, momentum y energía, las cuales describen las leyes que rigen el comportamiento del sistema. En particular, se pretende estudiar y analizar la transferencia de calor conjugada bidimensional en una habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar.

2.3.1. Modelo matemático para la convección natural con flujo turbulento en la cavidad (habitación)

A continuación se muestran las ecuaciones en forma tensorial (Pérez-Segarra et al., 1995) :

Ecuación de conservación de masa

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

Ecuación de conservación de momentum

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] - \rho g_i \beta (T - T_\infty) \quad (2.2)$$

Ecuación de conservación de energía

$$\frac{\partial(\rho u_j T)}{\partial x_j} = \frac{1}{C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho C_p \overline{u'_j T'} \right) \quad (2.3)$$

Los términos $\overline{u'_i u'_j}$ y $\overline{u'_j T'}$ de las ecuaciones anteriores son el tensor de esfuerzos de Reynolds y el vector de flujo de calor turbulento, respectivamente. La presencia de ambos términos hacen que el sistema de ecuaciones de conservación no este cerrado, es decir, hay más variables que ecuaciones, a esto se le conoce como el problema de cerradura. La cerradura requiere del uso de algunas aproximaciones, las cuales usualmente toman la forma del tensor de esfuerzos de Reynolds y del vector de flujo de calor turbulento en términos

de cantidades medias, en donde estas aproximaciones son llamadas modelos de turbulencia.

Los modelos de turbulencia más usados, son los modelos de dos ecuaciones, los cuales utilizan una Ecuación para la energía cinética turbulenta (k) y una Ecuación para la disipación de la energía cinética turbulenta (ε), el modelo k - ε utiliza un enfoque fenomenológico para evaluar el tensor de esfuerzos de Reynolds y el flujo de calor turbulento, entonces por analogía con la ley de viscosidad de Newton y la ley de Fourier de conducción de calor, los términos anteriores se pueden escribir en la siguiente forma:

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = -\mu_t \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.4)$$

$$\rho \overline{u'_j T'} = -\frac{\mu_t}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

Las ecuaciones de la energía cinética turbulenta y la disipación de energía cinética turbulenta, se obtienen a partir de sus ecuaciones de transporte. Las ecuaciones resultantes k - ε , junto con las expresiones de Kolmogorov-Prandtl, pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\mu_t = C_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k + G_k - \rho \varepsilon \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} [P_k + C_{\varepsilon 3} G_k] \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \quad (2.8)$$

La producción de esfuerzos de corte y la producción-destrucción de flotación de la energía cinética turbulenta, se definen respectivamente de la siguiente manera:

$$P_k = \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

$$G_k = -\beta \rho \overline{u'_j T'} g_j = \frac{\mu_t}{\sigma_t} g_i \beta \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.10)$$

2.3.1.1. Condiciones de frontera para el modelo matemático de convección en la habitación

La cavidad de la habitación esta compuesta por dos paredes superior e inferior adiabáticas, una pared izquierda isotérmica y una pared derecha con dos muros aislados y una ventana de vidrio doble. Las condiciones de frontera de las componentes de velocidad son de no deslizamiento en todas las paredes de la cavidad, es decir el valor de la velocidad en las fronteras es cero.

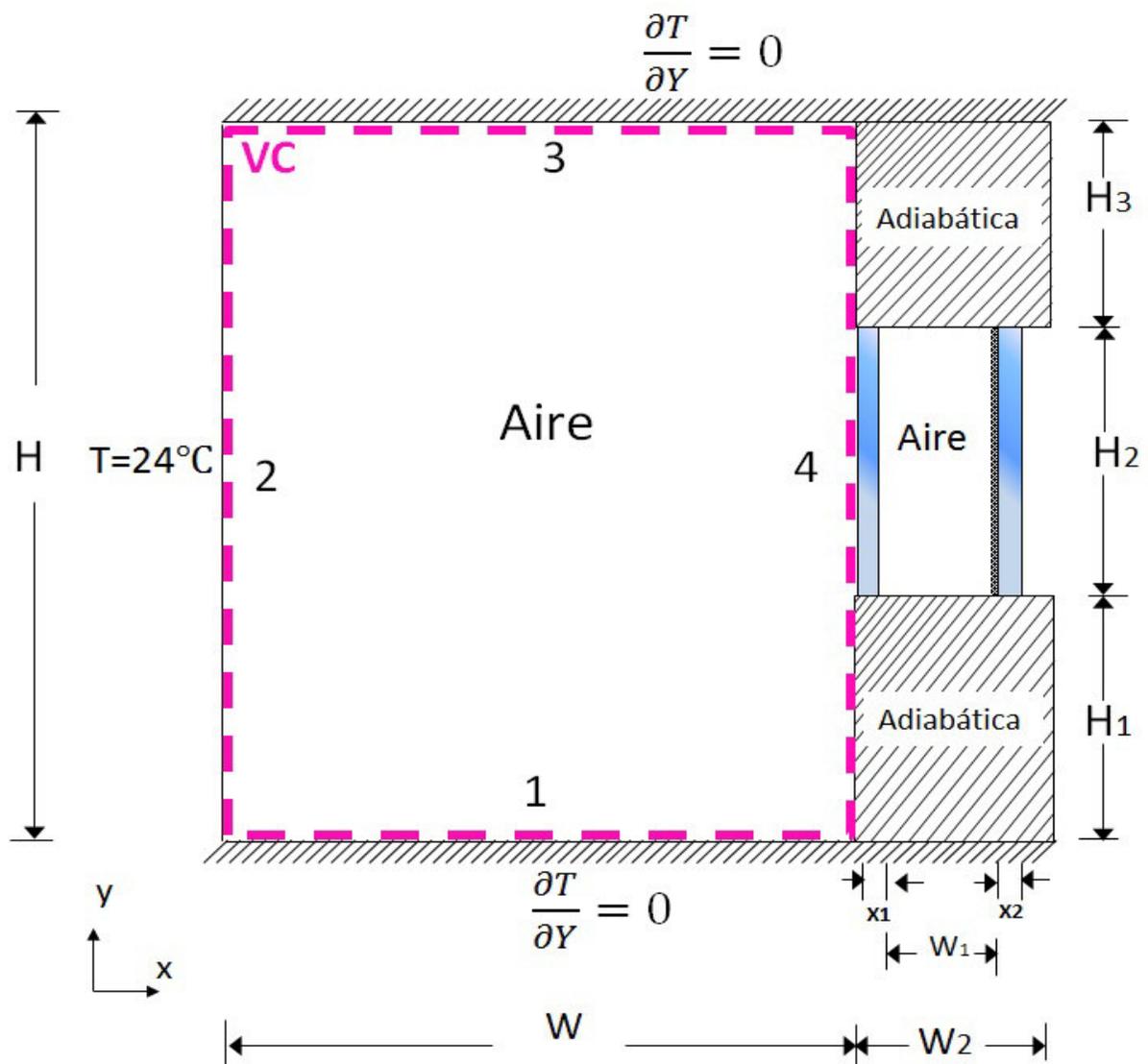


Figura 2.4. Modelo físico de la cavidad representativa de la habitación (VC).

En la Figura 2.4 se muestra el volumen de control que representa la habitación, donde se realiza un balance de energía. Por lo tanto, las condiciones de frontera se expresan de la siguiente manera:

$$q_{conv-int}^1 + q_{rad-int}^1 = 0 \quad \text{para } y = 0 \quad 0 < x < W \quad (2.11)$$

$$q_{conv-int}^3 + q_{rad-int}^3 = 0 \quad \text{para } y = H \quad 0 < x < W \quad (2.12)$$

$$T = T_2 \quad \text{para } x = 0 \quad 0 \leq y \leq H \quad (2.13)$$

$$q_{cond}^4 = q_{conv-int}^4 + q_{rad-int}^4 \quad \text{para } x = W \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.14)$$

$$q_{conv-int}^4 + q_{rad-int}^4 = 0 \quad \text{para } x = W \quad 0 \leq y < H_1 \quad (2.15)$$

$$q_{conv-int}^4 + q_{rad-int}^4 = 0 \quad \text{para } x = W \quad (H_1 + H_2) < y \leq H \quad (2.16)$$

Donde:

q_{cond} es el flujo de calor por conducción del vidrio, mientras que q_{rad} son los flujos de calor radiativos resultantes en la pared correspondiente.

Para el modelo de turbulencia, Henkes y Hoogendoorn (1992) sugirieron usar una condición de frontera de primera clase en la pared para la disipación de energía cinética turbulenta ($\varepsilon = \infty$). Éste es conocido como modelo de turbulencia HH. En la Tabla 2.1 se presentan las constantes empíricas y condiciones de frontera para este modelo.

Tabla 2.1. Condiciones de frontera y constantes del modelo HH.

K_w	ε_w	C_μ	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε
0.0	∞	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

2.3.2. Modelo matemático para la convección natural en la cavidad entre los dos vidrios de la ventana.

A continuación se muestran las expresiones que gobiernan el fenómeno de convección natural en la cavidad formada por los dos vidrios de la ventana:

$$\text{Masa} : \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.17)$$

$$\text{Momentum}(x) : \frac{\partial(\rho u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (2.18)$$

$$\text{Momentum}(y) : \frac{\partial(\rho u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \rho g \beta (T - T_0) \quad (2.19)$$

$$\text{Energía} : \frac{\partial(\rho C_p u \cdot T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho C_p v \cdot T)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.20)$$

Donde la expresión para el tensor de esfuerzo:

$$\tau_{xx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.21)$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.22)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.23)$$

2.3.2.1. Condiciones de frontera para la convección en la cavidad formada por la ventana de vidrio doble (Modelo convectivo)

Para las condiciones de frontera de la cavidad se tomará en cuenta las consideraciones anteriormente mencionadas, la cavidad formada por los dos vidrios cuenta con dos paredes horizontales consideradas adiabáticas y en las fronteras verticales hay flujos de energía interactuando. Las condiciones de frontera de las componentes de velocidad son de no deslizamiento en todas las paredes de la cavidad, es decir el valor de la velocidad en

las fronteras es cero.

En la Figura 2.5 se muestra el modelo de la cavidad de la ventana de vidrio doble, donde se realiza un balance de energía.

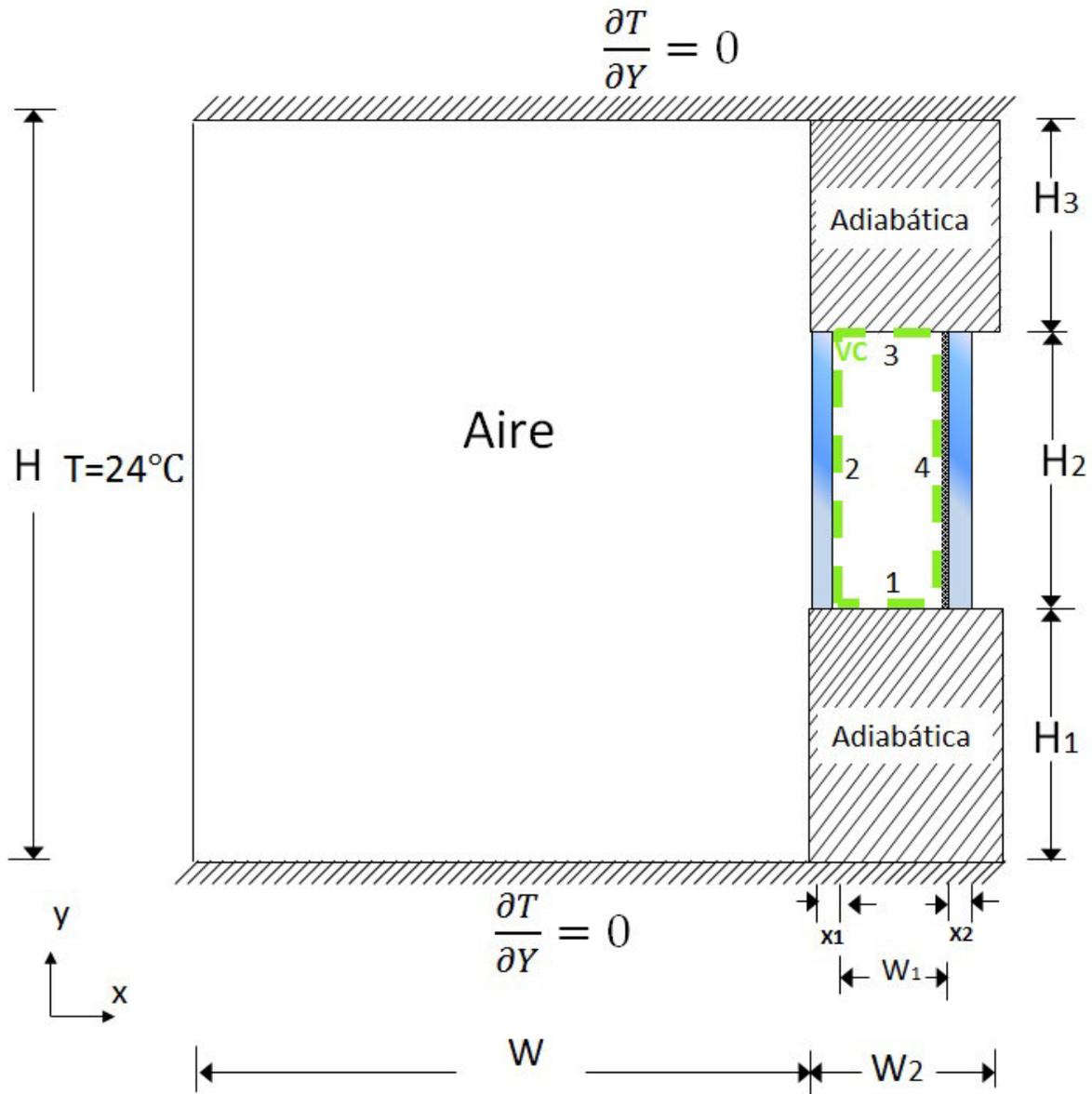


Figura 2.5. Modelo físico de la cavidad formada entre los vidrios de la ventana (VC).

Las condiciones de frontera quedan expresadas de la siguiente manera:

$$q_{conv}^1 + q_{rad}^1 = 0 \quad \text{para } y = H_1 \quad (W + x_1) < x < (W + x_1 + W_1) \quad (2.24)$$

$$q_{conv}^3 + q_{rad}^3 = 0 \quad \text{para } y = (H_1 + H_2) \quad (W + x_1) < x < (W + x_1 + W_1) \quad (2.25)$$

• *Para clima cálido*

$$q_{conv}^2 + q_{rad}^2 = -\lambda_g \frac{\partial T_{g1}}{\partial x} \quad \text{para } x = (W + x_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.26)$$

$$q_{conv}^4 + q_{rad}^4 = -\lambda_g \frac{\partial T_{g2}}{\partial x} + \alpha_f^* \tau_g^* G \quad \text{para } x = (W + x_1 + W_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.27)$$

• *Para clima frío*

$$q_{conv}^2 + q_{rad}^2 = -\lambda_g \frac{\partial T_{g1}}{\partial x} + \alpha_f^* \tau_g^* G \quad \text{para } x = (W + x_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.28)$$

$$q_{conv}^4 + q_{rad}^4 = -\lambda_g \frac{\partial T_{g2}}{\partial x} \quad \text{para } x = (W + x_1 + W_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.29)$$

Los términos $\alpha_f^* \tau_g^* G$ es la energía que es absorbida por la película de control y el término $\lambda_g \frac{\partial T_{g2}}{\partial x}$ es el flujo de calor por conducción a través de la pared semitransparente (vidrio 2) para la configuración de clima cálido. Para la configuración de clima frío el término $\lambda_g \frac{\partial T_{g1}}{\partial x}$ es el flujo de calor por conducción a través de la pared semitransparente (vidrio 1).

Para completar el modelo matemático para el sistema de habitación con ventana de vidrio doble, donde la pared derecha de la habitación está compuesta por un muro superior e inferior considerados aislados y una ventana de vidrio doble será necesario hacer un balance de energía para cada uno de estos elementos, por lo que a continuación se presentan el modelo conductivo para los vidrios de la ventana; así como el modelo de intercambio radiativo superficial de la cavidad para la habitación y la formada por los dos vidrios. Por último se muestran los parámetros de comportamiento térmico de la ventana.

2.3.3. Modelo matemático conductivo en los vidrios

La ecuación que gobierna la transferencia de calor por conducción a través del vidrio es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda_g}{C_{pg}} \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda_g}{C_{pg}} \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) + \frac{1}{C_{pg}} \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x} = 0 \quad (2.30)$$

Donde la función de atenuación es $\Theta(x) = G \cdot \exp[-s_g(D-x)]$; s_g es el coeficiente de extinción del vidrio y D es el espesor del vidrio.

2.3.3.1. Condiciones de frontera del vidrio 2 con y sin película de control solar

En la Figura 2.6 se observa el vidrio 2 con película de control solar para la ventana de vidrio doble para la configuración de clima cálido.

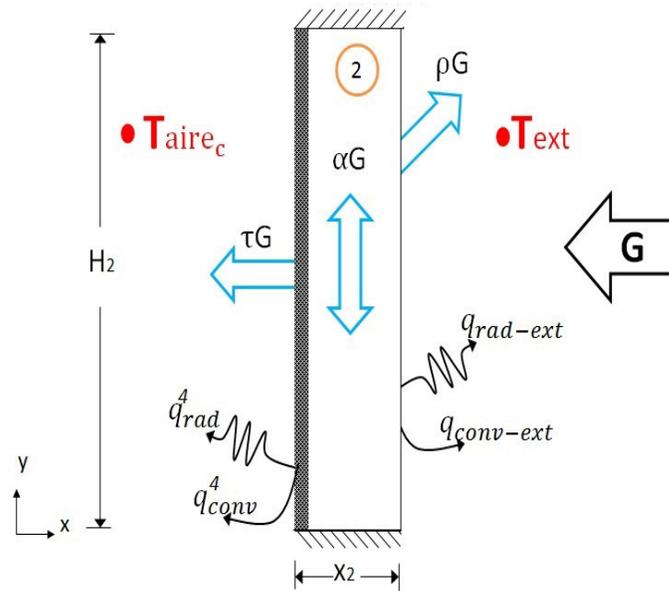


Figura 2.6. Modelo físico del vidrio 2 de la ventana.

En la Figura 2.6 se observa que la película de control solar se encuentra en la frontera izquierda del vidrio 2, el espesor de la película de control solar es de $6\mu\text{m}$; por lo que,

la conducción a través de esta se considera despreciable y por lo tanto la temperatura del vidrio (T_{g2}) y la película (T_{f2}) se consideran iguales. Para obtener las condiciones de frontera del vidrio 2, se realiza un balance de energía, a continuación se expresan tales condiciones de frontera:

$$\frac{\partial T_{g2}}{\partial y} = 0 \quad \text{para } y = H_1 \quad (W + x_1 + W_1) < x < (W + x_1 + W_1 + x_2) \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial T_{g2}}{\partial y} = 0 \quad \text{para } y = (H_1 + H_2) \quad (W + x_1 + W_1) < x < (W + x_1 + W_1 + x_2) \quad (2.32)$$

- *Para clima cálido*

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g2}}{\partial x} = h_{ext}(T_{g2} - T_{ext}) + \varepsilon^* \sigma (T_{g2}^4 - T_{ext}^4) \\ \text{para } x = (W + x_1 + W_1 + x_2) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.33)$$

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g2}}{\partial x} + \alpha_f^* \tau_g^* G = q_{conv}^4 + q_{rad}^4 \\ \text{para } x = (W + x_1 + W_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.34)$$

- *Para clima frío*

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g2}}{\partial x} = h_{ext}(T_{g2} - T_{ext}) + \varepsilon^* \sigma (T_{g2}^4 - T_{ext}^4) \\ \text{para } x = (W + x_1 + W_1 + x_2) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.35)$$

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g2}}{\partial x} = q_{conv}^4 + q_{rad}^4 \quad \text{para } x = (W + x_1 + W_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.36)$$

2.3.3.2. Condiciones de frontera para el vidrio 1 con y sin película de control solar

Para la configuración de clima cálido, que se observa en la Figura 2.7 se realiza un balance de energía en cada una de las fronteras verticales.

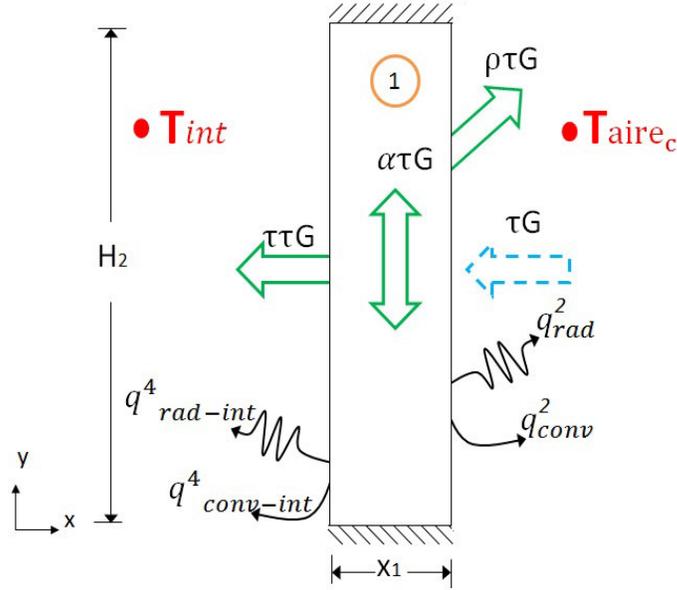


Figura 2.7. Modelo físico del vidrio 1 de la ventana.

$$\frac{\partial T_{g1}}{\partial y} = 0 \quad \text{para } y = H_1 \quad W < x < (W + x_1) \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial T_{g1}}{\partial y} = 0 \quad \text{para } y = (H_1 + H_2) \quad W < x < (W + x_1) \quad (2.38)$$

- Para clima cálido

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g1}}{\partial x} = q_{conv-int}^4 + q_{rad-int}^4 \quad \text{para } x = W \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.39)$$

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g1}}{\partial x} = q_{conv}^2 + q_{rad}^2 \quad \text{para } x = (W + x_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.40)$$

- Para clima frío

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g1}}{\partial x} = q_{conv-int}^4 + q_{rad-int}^4 \quad \text{para } x = W \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.41)$$

$$-\lambda_g \frac{\partial T_{g1}}{\partial x} + \alpha_f^* \tau_g^* G = q_{conv}^2 + q_{rad}^2 \quad \text{para } x = (W + x_1) \quad H_1 \leq y \leq (H_1 + H_2) \quad (2.42)$$

En la Tabla 2.2 se muestran las propiedades termofísicas y ópticas de cada uno de los elementos del sistema (Pérez Nucamendi C.M., 2012).

Tabla 2.2. Propiedades termofísicas y ópticas.

	Aire de la cavidad	Películas de control solar $SnS - Cu_xS$	Vidrio
Emisividad (ε^*)	—	—	0.85
Absortividad (α^*)	—	0.55	0.14
Reflectividad (ρ^*)	—	0.26	0.08
Transmitividad (τ^*)	—	0.19	0.78
Densidad (ρ , Kg/m ³)	1.2047	—	2500
Conductividad térmica (λ , W/mK)	0.02563	—	1.4
Calor específico (C_p , J/KgK)	1004	—	750

2.3.4. Modelo de intercambio radiativo superficial de la cavidad.

Para el intercambio radiativo tanto en la habitación como en la cavidad formado entre los vidrios se utiliza el código numérico desarrollado por el Dr. Jesus P. Xamán Villaseñor del área de sistemas térmicos existente en CENIDET, el método que se utiliza es el método de radiación neta, el cual calcula el intercambio radiativo que hay entre las paredes internas de la cavidad ó habitación. Las consideraciones para el modelo radiativo son: las paredes son supuestas como emisoras grises, difusas, reflectoras y absorbedoras de la radiación térmica. Para explicar el modelo se toma un análisis de áreas diferenciales (Figura 2.8), donde se tiene una cavidad con altura H y ancho b.

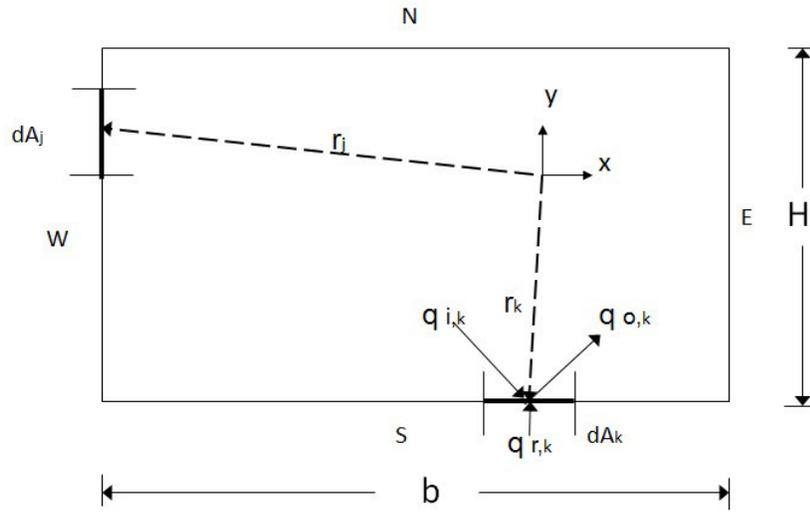


Figura 2.8. Cavidad con intercambio radiativo.

Se realiza un balance de energía en la pared Sur (s) en donde el flujo de calor por radiación resultante de un área diferencial, es la diferencia entre el flujo de energía radiante total que emana de una unidad de área superficial, llamada radiosidad, y el flujo de energía radiante que incide sobre una unidad de área superficial, llamada irradiación; lo cual se muestra en la siguiente ecuación:

$$q_{r_s}(x_s) = q_{o_s} - q_{i_s}(x_s) \quad (2.43)$$

La radiosidad en una superficie opaca difusa es la suma de la energía emitida y la energía reflejada por la misma área diferencial que se está analizando, esto explica toda la energía radiante que sale de una superficie.

$$q_{o_s}(x_s) = \varepsilon_s \sigma T_s^4(x_s) + \rho_s q_{i_s}(x_s) \quad (2.44)$$

Donde $q_{o_s}(x_s)$ es el flujo de calor radiativo que sale de la superficie Sur (S) y que llegan a la superficie Este (E) donde se hace el balance de energía mientras que ε_s y ρ_s es la conductividad y reflectividad de la superficie para el caso de una pared semitransparente, también se tiene una energía transmitida que sale de la superficie Sur (S). Para la irradiación,

es la sumatoria de energía que salen de las superficies Oeste (W), Este (E) y Norte (N) y llegan a la superficie Sur (S), esto se ve en la siguiente ecuación.

$$q_{is}(x_s) = \sum_{i=s}^m \int_{A_j} q_{oj}(x_j) dF_{d_{A_s}-d_{A_j}} \quad (2.45)$$

q_{is} es el flujo de calor radiativo que llega en la superficie Sur (S) a analizar en dirección x_s , mientras que $F_{d_{A_s}-d_{A_j}}$ es el factor de vista; para determinar los factores de vista existen métodos como:

- Método de integración directa.
 - ◊ Superficial.
 - ◊ Contorno.
- Método estadístico.
- Métodos espaciales.
 - ◊ Algebra de factores.
 - ◊ Cuerdas cruzadas.
 - ◊ Esfera unitaria.
 - ◊ Esfera interna.

El código numérico desarrollado por el Dr. Jesus P. Xamán Villaseñor del área de sistemas térmicos usa el método de cuerdas cruzadas; este se utiliza para determinar el intercambio de energía radiante entre las superficies, este método se puede aplicar para superficies planas, convexas, concavas o cualquier forma irregular. En este método se calculan las distancias diagonales y laterales, para calcular el factor de vista, lo cual se puede observar en la (Figura 2.9).

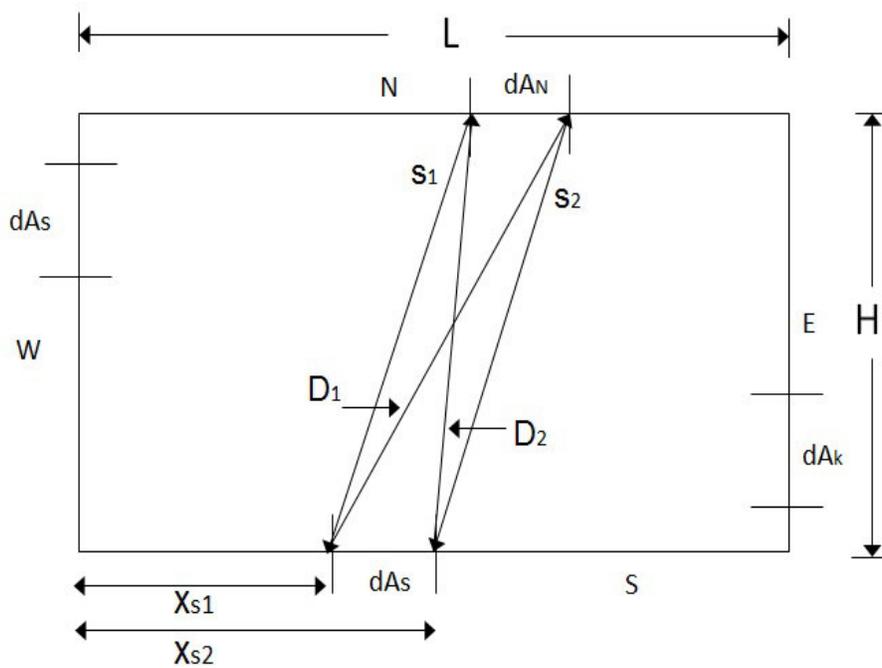


Figura 2.9. Método de cuerdas cruzadas para una cavidad.

A partir de la (Figura 2.9) el factor de vista del área diferencial dA_s a el área diferencial dA_n , se expresa de la siguiente manera:

En la pared sur (S) se puede observar:

$$F_{dA_s-dA_n} = \frac{(D_1 + D_2) - (S_1 + S_2)}{2 * dA_s}$$

Por lo que, la expresión general para calcular los factores de vista dentro de la cavidad quedando como sigue:

$$F_{1-2} = \frac{\text{diagonales} - \text{lados}}{2 * \text{Área de origen}} \quad (2.46)$$

$$D_1 = \frac{(X_1S)^2 + (Y_2W)^2}{2} \quad D_2 = \frac{(X_2S)^2 + (Y_1W)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{(X_1S)^2 + (Y_1W)^2}{2} \quad S_2 = \frac{(X_2S)^2 + (Y_2W)^2}{2}$$

$$F_{d_{A_S}-d_{A_N}} = \frac{(D_1 + D_2) - (S_1 + S_2)}{2 * d_{A_S}}$$

$$D_1 = \frac{(X_1S)^2 + (X_2N)^2 + H^2}{2} \quad D_2 = \frac{(X_2S)^2 + (X_1N)^2 + H^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{(X_1S)^2 + (X_1N)^2 + H^2}{2} \quad S_2 = \frac{(X_2S)^2 + (X_2N)^2 + H^2}{2}$$

$$F_{d_{A_S}-d_{A_E}} = \frac{(D_1 + D_2) - (S_1 + S_2)}{2 * d_{A_S}}$$

$$D_1 = \frac{(L - X_1S)^2 + (Y_1E)^2}{2} \quad D_2 = \frac{(L - X_2S)^2 + (Y_2E)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{(L - X_1S)^2 + (Y_2E)^2 + H^2}{2} \quad S_2 = \frac{(L - X_2S)^2 + (Y_1E)^2 + H^2}{2}$$

En la pared oeste (W) se puede observar:

$$F_{d_{A_W}-d_{A_S}} = \frac{d_{A_S}}{d_{A_W}} * F_{d_{A_S}-d_{A_W}}$$

$$F_{d_{A_S}-d_{A_N}} = \frac{(D_1 + D_2) - (S_1 + S_2)}{2 * d_{A_W}}$$

$$D_1 = \frac{(H - Y_1W)^2 + (X_1N)^2}{2} \quad D_2 = \frac{(H - Y_2W)^2 + (X_2N)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{(H - Y_1W)^2 + (X_2N)^2}{2} \quad S_2 = \frac{(H - Y_2W)^2 + (X_1N)^2}{2}$$

$$F_{d_{A_W}-d_{A_E}} = \frac{(D_1 + D_2) - (S_1 + S_2)}{2 * d_{A_W}}$$

$$D_1 = \frac{(Y_1W - Y_2E)^2 + L^2}{2} \quad D_2 = \frac{(Y_2W - Y_1E)^2 + L^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{(Y_1W - Y_1E)^2 + L^2}{2} \quad S_2 = \frac{(Y_2W - Y_2E)^2 + L^2}{2}$$

En la pared norte (N) se puede observar:

$$F_{d_{A_N}-d_{A_S}} = \frac{dA_S}{dA_N} * F_{d_{A_S}-d_{A_N}}$$

$$F_{d_{A_N}-d_{A_W}} = \frac{dA_W}{dA_N} * F_{d_{A_W}-d_{A_N}}$$

$$F_{d_{A_N}-d_{A_E}} = \frac{(D_1 + D_2) - (S_1 + S_2)}{2 * d_{A_N}}$$

$$D_1 = \frac{(L - X_1N)^2 + (H - Y_2E)^2}{2} \quad D_2 = \frac{(L - X_2N)^2 + (H - Y_1E)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{(L - X_1N)^2 + (H - Y_1E)^2}{2} \quad S_2 = \frac{(L - X_2N)^2 + (H - Y_2E)^2}{2}$$

En la pared este (E) se puede observar:

$$F_{d_{A_E}-d_{A_S}} = \frac{dA_S}{dA_E} * F_{d_{A_S}-d_{A_E}}$$

$$F_{d_{A_E}-d_{A_W}} = \frac{dA_W}{dA_E} * F_{d_{A_W}-d_{A_E}}$$

$$F_{d_{A_E}-d_{A_N}} = \frac{dA_N}{dA_E} * F_{d_{A_N}-d_{A_E}}$$

En las paredes que no se ven a si misma se observa:

$$F_{d_{A_S}-d_{A_S}} = F_{d_{A_W}-d_{A_W}} = F_{d_{A_N}-d_{A_N}} = F_{d_{A_E}-d_{A_E}} = 0$$

Capítulo 3

Metodología de solución

En este capítulo se presenta la metodología de solución que se utilizó en el desarrollo de la tesis. Primero se establece el método de volumen finito en donde se hará la discretización del modelo matemático. También, se describe el algoritmo de acople de las ecuaciones de conservación de masa y momentum y por último se presenta el Método de Radiación Neta empleado para resolver el intercambio radiativo superficial entre las paredes de las dos cavidades formadas por la habitación y la cavidad formada por la ventana de vidrio doble.

3.1. Método de solución de las ecuaciones de conservación

Las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos y transferencia de calor, no tienen una solución analítica, debido a la no linealidad de los términos inerciales de las ecuaciones de momentum. Además, estas ecuaciones contienen gradientes de presión que no se conocen, puesto que no se cuenta con una ecuación que describa a esta variable.

En consecuencia, es necesario elegir y utilizar un método numérico para dar solución a las ecuaciones gobernantes. Los métodos más utilizados para resolver las ecuaciones de conservación son: Método de Diferencias Finitas (MDF), Método de Volumen Finito

(MVF) y el Método de Elemento Finito (MEF). La diferencia entre ellos radica en la manera en que las variables son aproximadas (proceso de discretización). El procedimiento numérico está basado en forma general en los siguientes pasos:

- Generación de una malla computacional.
- Discretización de las ecuaciones gobernantes.
- Solución de las ecuaciones algebraicas por algún método directo o indirecto.

En este trabajo se eligió el método de volúmenes finitos para resolver las ecuaciones gobernantes del fluido, debido a que las ecuaciones discretizadas bajo esta formulación expresan el principio de conservación de las diferentes cantidades físicas en un volumen de control, exactamente como las ecuaciones diferenciales expresan este principio a través de un volumen de control infinitesimal.

3.2. Método de volúmenes finitos (MVF).

Este método permite discretizar y resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales. Para esto es necesario definir una malla numérica, donde el dominio de estudio es subdividido en un número finito de volúmenes de control (VC) contiguos, y las ecuaciones de conservación son integradas sobre cada volumen de control; el volumen total de fluido resulta ser igual a la suma de los volúmenes de control considerados. El método de volumen finito se resume en los siguientes pasos:

- Definir y generar una malla numérica, la cual representa el dominio de cálculo en que se desea conocer el valor de las variables.
- Discretización de las ecuaciones gobernantes del fenómeno que se estudia, es decir la ecuación diferencial a resolver se integra sobre cada uno de los volúmenes de control, dando como resultados un sistema de ecuaciones algebraicas.

- Solución de las ecuaciones algebraicas mediante algún método de solución de ecuaciones algebraicas.

En el centro de cada volumen de control se tiene un nodo computacional en el cual las variables se calculan. Como resultado de la discretización de las ecuaciones de conservación se obtiene una ecuación algebraica para cada volumen de control, donde aparecen valores de los nodos vecinos. El MVF puede ser acomodado para cualquier tipo de geometrías complejas. El método es conservativo, ya que considera la conservación integral de masa, momentum y energía, y estos se satisfacen para un número cualquiera de volúmenes de control.

3.2.1. Generación de malla o espacio computacional

El tipo de malla debe de estar bien adaptada a la geometría del caso a estudiar, ya que esto permite introducir las condiciones de contorno adecuadas para que los resultados sean físicamente aceptables. Para el sistema bajo estudio (modelo físico) se generará una malla computacional que consiste en representar las características geométrica del sistema, es decir, es dividir el sistema en un determinado número de volúmenes de control, de tal manera que cada punto de la malla pueda asignarse un volumen de control. Dentro de cada de VC se determina un nodo computacional en el cual se determina el valor de la variable. El tipo de malla que representa el problema se muestra en la Figura 3.1, esta malla se conoce como malla estructurada no-uniforme. Es no-uniforme porque en las regiones próximas a las paredes se tiene una distribución más densa de volúmenes de control; esto es necesario porque los gradientes de temperatura, velocidad, etc. en estas regiones son mayores que en el centro de la cavidad (fenómeno de capa límite). Este tipo de malla se genera mediante relaciones trigonométricas.

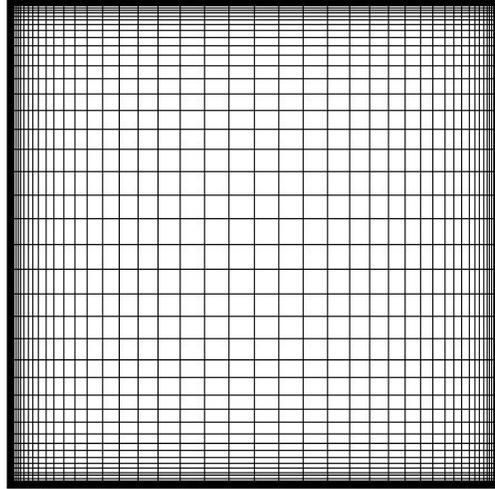


Figura 3.1. Malla estructurada no uniforme.

También, es importante cuidar la densidad de la malla, pues de acuerdo a ella se puede aumentar exponencialmente el tiempo de cómputo en el proceso de solución. Esta configuración de malla se usa para la habitación y para la ventana.

3.2.2. Ecuación generalizada de convección-difusión

La expresión que representa a las ecuaciones diferenciales que gobiernan los procesos bajo estudio y los principios de conservación (masa, momentum, energía , etc.) es la ecuación generalizada de convección-difusión. La ecuación (3.1) representa las ecuaciones de conservación como (Patankar 1980) :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S \quad (3.1)$$

La ecuación (3.1) puede ser expresada en forma tensorial:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x_i} \right) + S \quad (3.2)$$

El primer término de la ecuación representa la acumulación de la variable ϕ en el volumen de control (término transitorio), el segundo término representa el flujo neto de ϕ en el volumen diferencial a causa del transporte de ϕ por los movimientos convectivos (término convectivo), el tercer término representa el flujo neto de ϕ en el volumen de control debido a las corrientes difusivas (término difusivo) y el último es la generación al interior del volumen de control de la variable ϕ (término fuente). En este último se engloban los términos que no pueden ser agrupados en los demás términos.

Las ecuaciones de conservación de masa, momentum, energía para modelar la habitación, y las ecuaciones del modelo k- ε (modelo HH), ecuaciones (2.1-2.3, 2.7 y 2.8) pueden ser expresadas en términos generales ϕ , Γ y S . En la Tabla 3.1 se muestran la equivalencia de los términos respecto a la ecuacion generalizada.

Tabla 3.1. Términos equivalentes para la ecuación generalizada.

Ecuación de consevación	ϕ	Γ	S
Masa	1	0	0
Momentum en x	u	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [(\Gamma)\frac{\partial u}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [(\Gamma)\frac{\partial v}{\partial x}]$
Momentum en y	v	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g \beta (T - T_0) + \frac{\partial}{\partial x} [(\Gamma)\frac{\partial u}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial y} [(\Gamma)\frac{\partial v}{\partial y}]$
Energía	T	$\frac{\lambda}{C_p} + \frac{\mu_t}{\sigma_t}$	0
Energía cinética turbulenta	k	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$P_k + G_k - \rho \varepsilon$
Disipacion de k	ε	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$[C_{1\varepsilon}(P_k + C_{3\varepsilon}G_k) - C_{2\varepsilon}\rho\varepsilon]\frac{\varepsilon}{k}$

3.2.3. Discretización de la ecuación generalizada de convección-difusión.

En la Figura 3.2 se muestra un volumen de control sobre una malla cartesiana bidimensional. Esta malla se utiliza para la discretización de la ecuación generalizada (3.1). El volumen de control representa cualquier volumen de la malla y está relacionado con los nodos vecinos norte (N), sur (S), este (E) y oeste (W) a través de los flujos J_i .

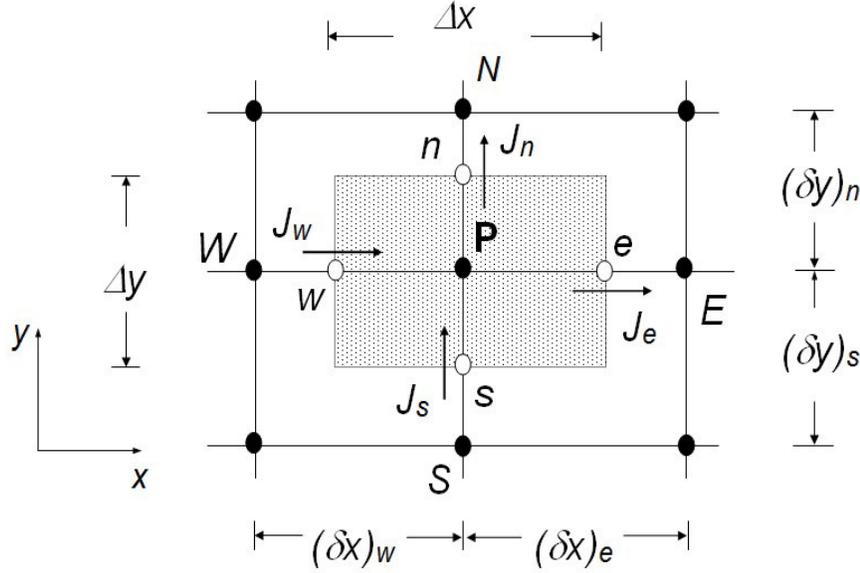


Figura 3.2. Volumen de control sobre una malla bidimensional.

Se discretizará la Ecuación generalizada para el caso de los nodos internos, en los que se desconoce la variable de interés (ϕ); se tiene la Ecuación generalizada de convección-difusión de ϕ en dos dimensiones en coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S \quad (3.3)$$

Integrando la Ecuación (3.3) sobre los límites geométricos del volumen de control, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{(\overline{\partial\rho\phi})}{\partial t} \Delta x \Delta y + [(\rho u\phi)_e - (\rho u\phi)_w] \Delta y + [(\rho v\phi)_n - (\rho v\phi)_s] \Delta x \\ &= \left[\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x + \bar{S} \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (3.4)$$

Es importante mencionar que los términos $(\overline{\rho\phi})$, (\bar{S}) son términos promedios representativos de todo el volumen de control. Sin embargo, la Ecuación (3.4) todavía no ha sido integrada

en el tiempo, para tomar en cuenta la variación de las ϕ 's en el tiempo de t (n) a $t+\Delta t$ ($n+1$), se hace uso de la siguiente expresión:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi dt = [f\phi^{n+1} + (1-f)\phi^n] \Delta t \quad (3.5)$$

Donde:

- si $f = 0.0$ el esquema es explícito.
- si $f = 0.5$ el esquema es Crank Nicolson.
- si $f = 1.0$ el esquema es implícito.

El esquema que se uso en el presente trabajo de tesis es el esquema implícito ($f=1.0$). Finalmente, siguiendo la consideración de $f=1.0$, el resultado de la integración temporal de la Ecuación (3.4) en el volumen de control es:

$$\begin{aligned} & \frac{[(\rho\phi)_P^{n+1} - (\rho\phi)_P^n]}{\Delta t} \Delta x \Delta y + [(\rho u \phi)_e^{n+1} - (\rho u \phi)_w^{n+1}] \Delta y + [(\rho v \phi)_n^{n+1} - (\rho v \phi)_s^{n+1}] \Delta x \\ = & \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e^{n+1} - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^{n+1} \right] \Delta y + \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n^{n+1} - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s^{n+1} \right] \Delta x \\ & + S^{n+1} \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para la simplificación de la ecuación anterior, se definen los siguientes términos:

Flujos convectivos a través de las caras del volumen de control

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho u)_e \Delta y \\ F_w &= (\rho u)_w \Delta y \\ F_n &= (\rho v)_n \Delta x \\ F_s &= (\rho v)_s \Delta x \end{aligned} \quad (3.7)$$

Términos difusivo a través de las caras del volumen de control

$$\begin{aligned}
 D_e &= \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e} \Delta y \\
 D_w &= \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w} \Delta y \\
 D_n &= \frac{\Gamma_n}{(\delta y)_s} \Delta x \\
 D_s &= \frac{\Gamma_s}{(\delta y)_s} \Delta x
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Número de Peclet

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\
 P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\
 P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\
 P_s &= \frac{F_s}{D_s}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Flujos totales a través de las caras del volumen de control (flujos convectivos más flujos difusivos)

$$\begin{aligned}
 J_e &= \left[(\rho u \phi)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \right] \Delta y \\
 J_w &= \left[(\rho u \phi)_w - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \\
 J_n &= \left[(\rho v \phi)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n \right] \Delta x \\
 J_s &= \left[(\rho v \phi)_s - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Sustituyendo los términos de flujos totales de las caras del volumen de control en la Ecuación (3.4) y tomando $n = 0$, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{(\rho \phi)_P - (\rho \phi)_P^0}{\Delta t} \Delta x \Delta y + (J_e - J_w) + (J_n - J_s) = S \Delta x \Delta y \tag{3.11}$$

El término fuente S puede depender de la variable ϕ , entonces para tomar en cuenta esta situación, el término se separa en dos partes. Una parte que dependa de la variable y la otra que no dependa de la variable directamente. Entonces el término fuente se puede escribir como: $S=S_c+S_P\phi_P$. El término S_c no depende de la variable directamente. Bajo esta modificación, la Ecuación (3.11) se expresa como:

$$\frac{(\rho\phi)_P - (\rho\phi)_P^0}{\Delta t} \Delta x \Delta y + (J_e - J_w) + (J_n - J_s) = (S_c + S_P\phi_P) \Delta x \Delta y \quad (3.12)$$

Para el caso particular de la ecuación de conservación de continuidad, la Ecuación (3.12) se reduce a:

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0)}{\Delta t} \Delta x \Delta y + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) = 0 \quad (3.13)$$

Para asegurar, que cada ecuación discreta cumple con el principio de conservación, se introduce la ecuación de continuidad. De esta manera, se asegura que la solución final obtenida mediante el proceso iterativo cumplirá con el principio de conservación de la masa. Multiplicando la Ecuación (3.13) por ϕ_P y restando la ecuación resultante a la Ecuación (3.12), se llega a la ecuación que finalmente se usara como discreta:

$$\begin{aligned} (\phi_P - \phi_P^0) \frac{\rho_P^0}{\Delta t} \Delta x \Delta y + [(J_e - F_e\phi_P) - (J_w - F_w\phi_P)] + [(J_n - F_n\phi_P) - (J_s - F_s\phi_P)] = \\ (S_c + S_P\phi_P) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (3.14)$$

En el desarrollo anterior se presentó como convertir las ecuaciones diferenciales a ecuaciones discretas. Ahora se mostrará como pasar la Ecuación discreta a una notación de coeficientes agrupados (expresar la variable de un nodo P en función de la variable de los nodos vecinos E, W, N, S, y en función de otros parámetros que engloben el término fuente).

Para ello se usara la formulación de esquema generalizado para evaluar los siguientes términos (Patankar, 1980):

$$\begin{aligned}
 (J_e - F_e \phi_P) &= a_E (\phi_P - \phi_E) \\
 (J_w - F_w \phi_P) &= a_W (\phi_W - \phi_P) \\
 (J_n - F_n \phi_P) &= a_N (\phi_P - \phi_N) \\
 (J_s - F_s \phi_P) &= a_S (\phi_S - \phi_P)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Finalmente se obtiene, la Ecuación de convección-difusión (Ecuación generalizada) en notación de coeficientes agrupados, como resultado de sustituir la Ecuación (3.15) en la Ecuación (3.14), así:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{3.16}$$

ó también como:

$$a_P \phi_P = \sum_{vecinos} a_{vecinos} \phi_{vecinos} + b \tag{3.17}$$

donde:

$$a_E = D_e A(|Pe_e|) + \max[-F_e, 0] \tag{3.18}$$

$$a_W = D_w A(|Pe_w|) + \max[F_w, 0] \tag{3.19}$$

$$a_N = D_n A(|Pe_n|) + \max[-F_n, 0] \tag{3.20}$$

$$a_S = D_s A(|Pe_s|) + \max[F_s, 0] \tag{3.21}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + \rho_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} - S_P \Delta x \Delta y \tag{3.22}$$

$$b = \rho_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \phi_P^0 - S_c \Delta x \Delta y \tag{3.23}$$

La función $A(|Pe_e|)$ es una función que depende del esquema de aproximación utilizado. La diferencia entre los diferentes esquemas radica en la manera de evaluar determinadas propiedades en las fronteras del volumen de control.

3.2.4. Esquemas de aproximación numérico

Evaluar la función $A(|Pe_e|)$ implica conocer los valores de las variables dependientes en las fronteras de los volúmenes de control. Esto a su vez, permitirá calcular los flujos totales a través de las mismas, así como los coeficientes que aparecen en la Ecuación discretizada (3.16). Para ello, el método de volumen finito utiliza esquemas de aproximación, que pueden ser de bajo o alto orden. Patankar (1980) muestra algunos esquemas de bajo orden como: upwind, híbrido, exponencial y ley de potencia. En particular, el autor recomienda este último, por bajo costo computacional y por sus buenos resultados.

En todas las ecuaciones es necesario conocer los valores de las variables en las caras de los volúmenes de control, para permitir calcular los flujos y como consecuencia los coeficientes necesarios para la solución de la variable en el punto P.

El cálculo de las relaciones necesarias para las variables en las caras de los volumen de control es una de las principales dificultades cuando se usa el método de volumen finito, por lo que la convergencia del algoritmo, así como la exactitud de los resultados, dependen de la forma de calcular la variable en la interface del volumen de control.

La diferencia entre los esquemas de aproximación radica en seleccionar el tipo de aproximación de los términos convectivos. Dependiendo del tipo de aproximación se pueden llegar a tener problemas de convergencia; para la aproximación del gradiente difusivo, se recomienda usar una diferencia centrada. Está demostrado analíticamente que la mejor aproximación para los términos difusivos es una diferencia centrada (Versteeg et al., 1995).

Los esquemas de bajo orden toman uno o dos puntos nodales para la aproximación del valor en la interface del volumen de control.

Un breve resumen de los esquemas es :

- CORRIENTE ARRIBA (upwind scheme).

Aproxima el valor de la variable en la frontera del volumen de control con el valor nodal inmediatamente a la frontera, según el sentido de la velocidad. Presenta resultados físicamente aceptables pero con baja exactitud, para mejorar la exactitud de los resultados se tiene que usar una malla más densa, pero tiene un buen comportamiento para la convergencia, ya que no es oscilatorio.

- HÍBRIDO (hibrid scheme).

Combina las características del esquema centrado y del esquema Upwind. Usa el esquema centrado para velocidades bajas y para velocidades elevadas utiliza las características del esquema Upwind.

- EXPONENCIAL (exponential scheme).

Este esquema se desarrolló de acuerdo a la solución analítica (exacta) del problema unidimensional en estado permanente, por lo que produce la solución exacta para cualquier valor del número de Peclet y para cualquier número de puntos de malla en este tipo de problemas. Sin embargo, el esquema exponencial no es muy utilizado ni recomendable en problemas de convección–difusión de dos o tres dimensiones, debido a que no es exacto en este tipo de problemas, además de presentar demasiado tiempo de cómputo.

- LEY DE POTENCIA (power law scheme).

Este esquema fue desarrollado por Patankar (1980), y es una modificación del esquema híbrido basado en el esquema exponencial. Esta formulación asume que la diferenciación de la difusión es cero cuando el número de Peclet es mayor a 10. Si $0 < Pe < 10$ el flujo es evaluado por una expresión polinomial. Este esquema presenta la misma exactitud en los resultados que el esquema exponencial pero además, mejora la convergencia, por lo que es el más utilizado y recomendable en problemas de

convección–difusión.

En la Tabla 3.2 se muestran los valores de la función $A(|P_e|)$ para los diferentes esquemas comentados.

Tabla 3.2. Función $A(|P_e|)$ para diferentes esquemas.

Esquema numérico	Función $A(P_e)$
Upwind	1.0
Centrado	$1 - 0.5 P_e $
Híbrido)	$\max[0, (1 - 0.5 P_e)]$
Exponencial	$ P_e / (\exp(P_e) - 1)$
Ley de potencia	$\max [0, (1 - 0.1 P_e)^5]$

3.3. Algoritmos de acople: SIMPLE Y SIMPLEC

El algoritmo SIMPLE es una técnica para el acople de las ecuaciones de conservación de masa y momentum. Uno de los problemas que se tiene en la solución de las ecuaciones de conservación de momentum es la no linealidad. Por otra parte, si se discretiza el gradiente de presión sobre la malla computacional utilizada para la variable escalar (Temperatura, Presión) se introduce una aproximación para las velocidades que provocan oscilaciones y hace que ésta se aleje del resultado esperado. Para sobrellevar el problema, de representar el gradiente de presión adecuado se tiene como opción utilizar mallas desplazadas (Patan- kar, 1980).

El algoritmo SIMPLEC fue propuesto por Van Doormaal y Raithby (1984) sigue el mismo procedimiento que el algoritmo SIMPLE, con la diferencia que las ecuaciones de momentum se manipulan de forma diferente.

3.3.1. Malla desplazada o escalonada

La malla desplazada o escalonada se utiliza para el acople de las ecuaciones de masa y momentum, se usa para el calculo de las componentes de velocidad. La malla escalonada es superpuesta sobre la malla principal en la cual se calculan las variables escalares (presión, temperatura, etc), de tal modo que las fronteras de los volúmenes de control coinciden con los nodos de la malla principal, como se muestra en la Figura.

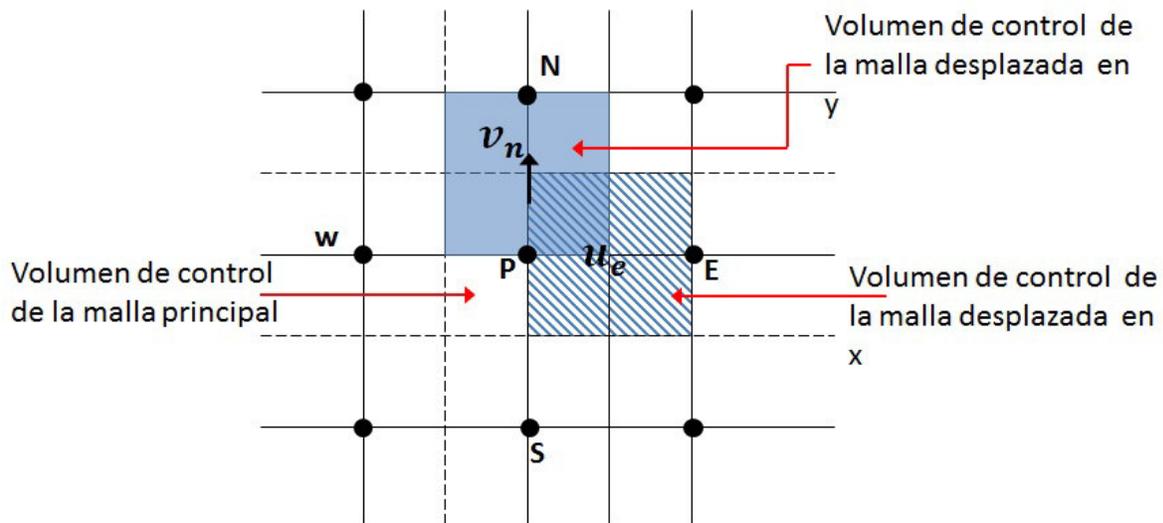


Figura 3.3. Arreglo de una malla desplazada bidimensional.

3.3.2. Gradiente de presión

Para la discretización de la Ecuación de momentum en x , la representación del gradiente de presión en el nodo ($-\partial P/\partial x$) integrado sobre el volumen de control da como resultado la caída de presión $(p_w - p_e)/\Delta_x$, lo cual es la presión ejercida sobre la frontera Oeste menos la presión ejercida sobre la frontera Este del volumen de control, éste término es la presión neta ejercida sobre el volumen de control. Debido a que las presiones se calculan en la malla principal, no se encuentra con información en las fronteras de los volúmenes de control, por lo que se realiza una interpolación lineal con los valores de los nodos vecinos, de tal manera que si la malla usada es regular el gradiente de presión puede escribirse

como:

$$\frac{P_w - P_e}{\Delta x} = \frac{P_w + P_P}{2\Delta x} - \frac{P_P + P_E}{2\Delta x} = \frac{P_w - P_E}{2\Delta x} \quad (3.24)$$

De la Ecuación anterior, se observa que el gradiente de presión queda en función de dos puntos alternantes de la malla, y no adyacentes, lo cual físicamente no es posible. En la Figura 3.4 se observa con mayor claridad el problema que se presenta al tener una distribución de presión no uniforme, pues el gradiente sería igual a cero; tomando la distribución de presión como uniforme, lo cual no es correcto e irreal con este tipo de interpolación.

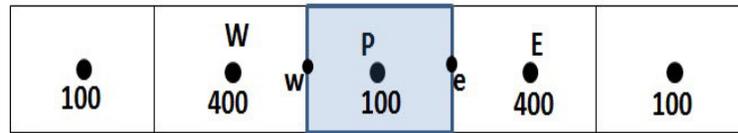


Figura 3.4. Campo de presión zig-zag.

3.4. Secuencia de operación del algoritmo SIMPLE

El algoritmo SIMPLE consiste en suponer un campo de presión para obtener campos de velocidades nuevos ó mejorados. Posteriormente, se hace la corrección de los valores de presión supuestos y de los valores de velocidades mediante la solución de una Ecuación de corrección de presión, llamada P' .

Por lo tanto, se discretizan las ecuaciones de momentum en notación de coeficientes agrupados en su respectiva malla desplazada, de tal manera que el campo de presión aparezca en la Ecuación, como sigue:

$$\begin{aligned} a_e u_e &= \Sigma a_{vecinos} u_{vecinos} + (P_P - P_E) A_e + b^u \\ a_n u_n &= \Sigma a_{vecinos} v_{vecinos} + (P_P - P_N) A_n + b^v \end{aligned} \quad (3.25)$$

Donde $(P_P - P_E)A_e$ representa la fuerza de presión que actúa sobre un volumen de control de u , así como $(P_P - P_N)A_n$ describe la fuerza de presión que actúa sobre un volumen de control de v .

Al inicio del algoritmo SIMPLE se supone un campo de presión p^* . Las ecuaciones de momentum discretizadas (3.25) se resuelven con el campo de presión p^* , lo que conduce a un campo de velocidades propuesto denominado u^* y v^* , las cuales pueden ser representadas como:

$$\begin{aligned} a_e u_e^* &= \Sigma a_{vecinos} u_{vecinos}^* + (P_P^* - P_E^*)A_e + b^u \\ a_n u_n^* &= \Sigma a_{vecinos} v_{vecinos}^* + (P_P^* - P_N^*)A_n + b^v \end{aligned} \quad (3.26)$$

El campo de velocidades obtenido puede no cumplir continuidad, a menos que el campo de presión propuesto sea el correcto. Por lo tanto, se designa a P' como una corrección de presión, que es la diferencia entre la presión correcta P y la presión supuesta P^* , se tiene:

$$P = P^* + P' \quad P' = P - P^* \quad (3.27)$$

De la misma forma se definen las correcciones para las velocidades u' y v' , para relacionar los campos correctos de velocidades u y v con el campo supuesto de velocidades u^* y v^* .

$$v = v^* + v' \quad v' = v - v^* \quad (3.28)$$

$$u = u^* + u' \quad u' = u - u^* \quad (3.29)$$

Si se sustituyen los valores corregidos de P , u y v en la Ecuación (3.25), se tiene:

$$\begin{aligned} a_e(u_e^* + u') &= \Sigma a_{vecinos}(u^* + u')_{vecinos} + [(P_P^* - P_P^*) - (P_E^* - P_E^*)A_e + b^u \\ a_n(v_n^* + v') &= \Sigma a_{vecinos}(v^* + v')_{vecinos} + [(P_P^* - P_P^*) - (P_N^* - P_N^*)A_e + b^v \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.4. Secuencia de operación del algoritmo SIMPLE

A las ecuaciones (3.30) se les resta las ecuaciones (3.26), y se obtiene una nueva expresión de las ecuaciones de momentum discretizadas en función de las velocidades y presión corregidas.

$$\begin{aligned} a_e u'_e &= \Sigma a_{vecinos} u'_{vecinos} + (P'_P - P'_E) A_e \\ a_n v'_n &= \Sigma a_{vecinos} v'_{vecinos} + (P'_P - P'_N) A_n \end{aligned} \quad (3.31)$$

En las ecuaciones anteriores se observa que cualquier punto nodal depende de la presión y velocidades corregidas en los puntos vecinos. Con el fin de simplificar la relación entre las velocidades y la presión de corregidas, se introduce la siguiente aproximación (aproximación principal del algoritmo SIMPLE (Patankar, 1978)):

$$\begin{aligned} \Sigma a_{vecinos} u'_{vecinos} &\approx 0 \\ \Sigma a_{vecinos} v'_{vecinos} &\approx 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Debido a la omisión de estos términos las ecuaciones (3.31) se pueden reducir a:

$$\begin{aligned} u'_e &= d_e (P'_P - P'_E) \\ v'_n &= d_n (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad (3.33)$$

en donde d_e y d_n son el resultado de despejar u'_e y v'_n , los cuales se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} d_e &= \frac{A_e}{a_e^u} \\ d_n &= \frac{A_n}{a_n^v} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Esta aproximación es precisamente, la esencia del algoritmo SIMPLE; se considera que al final del ciclo iterativo estos términos se desvanecen, de tal manera que la omisión de ellos no representa ningún error en la solución de las ecuaciones de conservación.

El criterio anterior sobreestima el valor de la presión de corrección durante el proceso iterativo y por lo tanto es necesario sub-relajar su valor para conseguir una convergencia; esto es:

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (3.35)$$

$$u = u^* + \alpha_u u' \quad (3.36)$$

$$v = v^* + \alpha_v v' \quad (3.37)$$

Cuando se elige un factor de relajación entre 0 y 1, se tiene un efecto de bajorelajación, éste es el caso del algoritmo SIMPLE. Por el contrario, si se elige un factor de relajación mayor que 1 el efecto es de sub-relajación [Patankar (1980)].

3.4.1. Formulación del algoritmo SIMPLEC (SIMPLE - Consistent)

La diferencia entre el algoritmo SIMPLE y SIMPLEC consiste en como se considera la relación de las velocidades corregidas y la presión corregida, es decir, los valores “ $d_e z$ ” “ d_n ” son diferentes. A continuación se presenta una breve explicación de ello: En el algoritmo SIMPLEC se considera que la omisión de los términos dados por las ecuaciones (3.32) es una inconsistencia en el algoritmo SIMPLE, ya que si se corrige la presión P por P' , las componentes de velocidad son susceptibles a este cambio de presión por u'_e y v'_n y los coeficientes vecinos responden a este cambio mediante $u'_{vecinos}$ y $v'_{vecinos}$. Tales cambios de velocidad serán del mismo orden de magnitud, por lo tanto, se considera una aproximación más ‘consistente’ el sustraer de ambos lados de la Ecuación los términos:

$$\begin{aligned} & \Sigma a_{vecinos} u'_e \\ & \Sigma a_{vecinos} v'_n \end{aligned} \quad (3.38)$$

Ahora las Ecuaciones (3.31) son:

$$\begin{aligned}
 a_e u'_e - \Sigma a_{vecinos} u'_e &= \underline{\Sigma a_{vecinos} (u'_{vecinos} - u'_e)} + (P'_P - P'_E) A_e \\
 a_n v'_n - \Sigma a_{vecinos} u'_n &= \underline{\Sigma a_{vecinos} (v'_{vecinos} - v'_n)} + (P'_P - P'_N) A_n
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

La aproximación del algoritmo SIMPLEC consiste en omitir los términos subrayados de las ecuaciones anteriores. En consecuencia, las Ecuaciones (3.39) quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 a_e u'_e - \Sigma a_{vecinos} u'_e &= (P'_P - P'_E) A_e \\
 a_n v'_n - \Sigma a_{vecinos} u'_n &= (P'_P - P'_N) A_n
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Y por lo tanto, los términos d_e y d_n quedan como sigue:

$$\begin{aligned}
 d_e &= \frac{A_e}{a_e - \Sigma a_{vecinos}} \\
 d_n &= \frac{A_n}{a_n - \Sigma a_{vecinos}}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Para el caso del algoritmo SIMPLEC no es necesario sub-relajar los valores de la presión corregida P' , lo cual evita el tener que elegir un valor óptimo para el factor de relajación; y por lo tanto, el tiempo de cálculo es menor. Una vez obtenidas las velocidades corregidas se pueden calcular los campos de velocidades a partir de las Ecuaciones (3.28) y (3.29), de la misma manera que se aplica para el algoritmo SIMPLE.

3.4.2. Ecuación de corrección de presión

Hasta el momento sólo falta conocer el campo de presión corregida adecuada P' . La cual se obtendrá de la Ecuación de continuidad, la cual se integra sobre un volumen de control de la malla centrada o principal.

$$(\rho_P - \rho_P^0) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x = 0 \quad (3.42)$$

Al sustituir las Ecuaciones de corrección (3.33) y agrupar la Ecuación en coeficientes agrupados se obtiene:

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (3.43)$$

En la Ecuación (3.43), los coeficientes están dados por:

$$a_E = \rho_e d_e \Delta y \quad (3.44)$$

$$a_W = \rho_w d_w \Delta y \quad (3.45)$$

$$a_N = \rho_n d_n \Delta y \quad (3.46)$$

$$a_S = \rho_s d_s \Delta y \quad (3.47)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.48)$$

$$b = (\rho_P^0 - \rho_P) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] \Delta y + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n] \Delta x \quad (3.49)$$

Si el término “ b ” es cero, significa que las velocidades estimadas satisfacen la Ecuación de continuidad, y por lo tanto, no es necesaria la Ecuación de corrección de presión. A medida que el proceso iterativo avanza en la solución de las ecuaciones de conservación el término “ b ” debe tender a cero.

3.4.3. Algoritmo global del proceso iterativo (SIMPLEC)

El algoritmo utilizado en este trabajo es el algoritmo SIMPLEC, el cual pertenece a la familia del algoritmo SIMPLE, estos algoritmos usan una forma secuencial para la solución del sistema global de las ecuaciones de Navier-Stokes. El algoritmo SIMPLE es una técnica para el acople de las ecuaciones de conservación de masa y momentum.

La estructura del algoritmo SIMPLEC está compuesta de dos partes básicamente: la suposición de una distribución de presiones que facilita la obtención de un campo de velocidades y la corrección de estas distribuciones, cumpliendo continuidad de manera iterativa hasta llegar a una solución correcta.

A continuación se presenta el orden de ejecución del algoritmo (Figura 3.5):

- i) Suponer un campo de presión p^* .
- ii) Resolver las ecuaciones discretizadas de momentum para obtener un campo de velocidades supuesto u^* y v^* .
- iii) Resolver la Ecuación de corrección de presión p' .
- iv) Calcular la presión p , a partir del campo de corrección de presión p' y la presión supuesta p^* : $p = p^* + p'$.
- v) Calcular las velocidades u y v utilizando los valores de corrección de velocidades u' y v' .
$$u = u^* + u'$$
$$v = v^* + v'$$
- vi) Resolver otras ecuaciones de conservación de variables escalares.
- vii) Aplicar el criterio de convergencia, si se cumple se finaliza se ha obtenido la solución del problema, de lo contrario se renombran las variables y se repite a partir del paso ii).

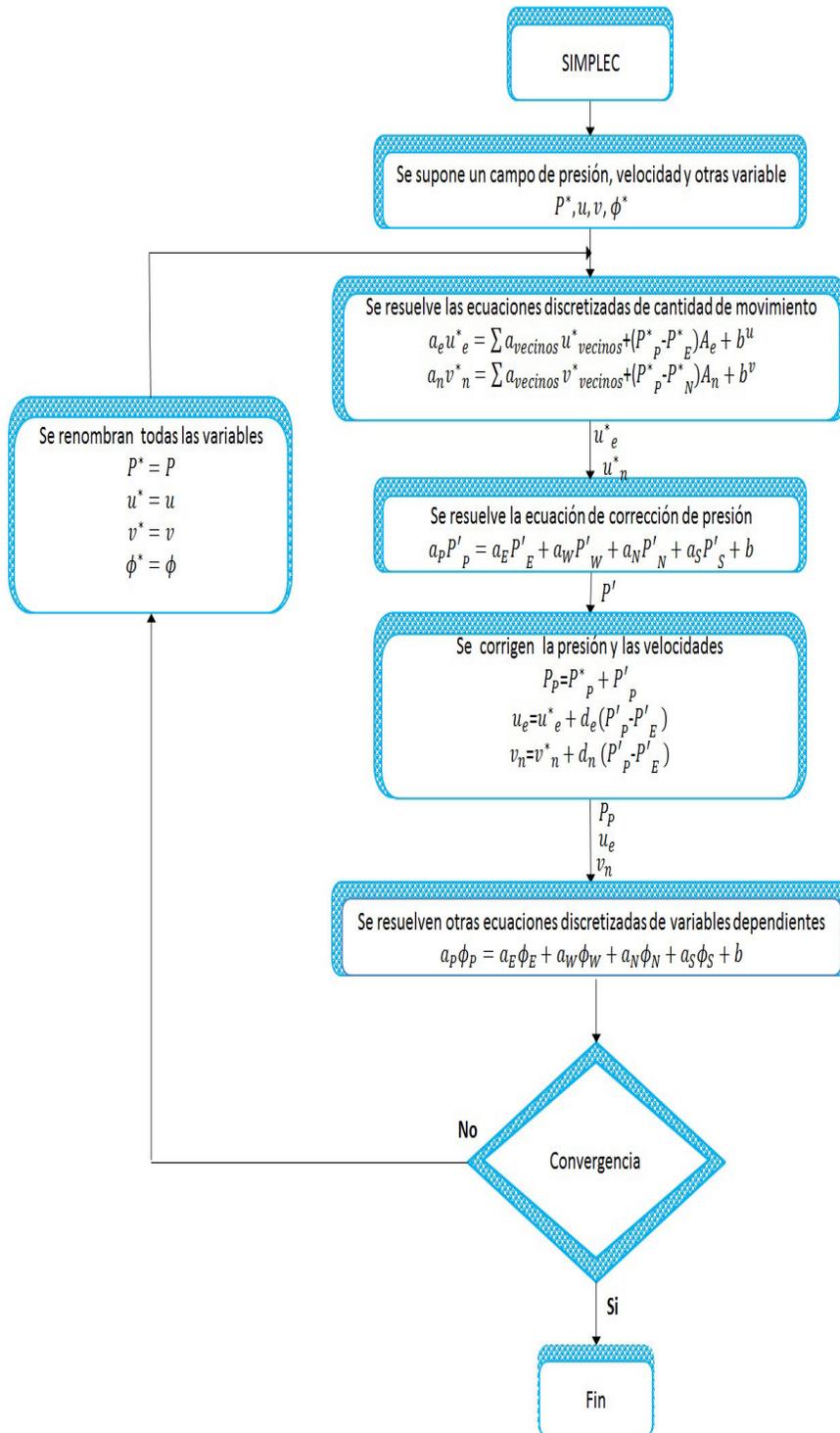


Figura 3.5. Diagrama del flujo del algoritmo SIMPLEC.

3.5. Condiciones de frontera

Los problemas de flujos de fluidos son definidos en términos de las condiciones iniciales y de frontera pues de ellas depende su solución numérica. En los nodos frontera sobre una malla centrada, el volumen de control representa un volumen y una masa nula, más bien no representa un volumen de control real, sino que esta adyacente al último volumen de control del dominio en estudio. Las condiciones de frontera más comunes son las condiciones de Dirichlet, la condición de Neuman y la condición de Robín.

3.5.1. Condiciones de Dirichlet (Condición de primera clase)

En este caso se fija un valor constante a la variable en el nodo frontera, ese valor es independiente de los nodos vecinos y se mantiene constante durante el proceso. Esto se traduce a partir de la Ecuación algebraica en notación de coeficientes agrupados de la siguiente manera:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (3.50)$$

Con:

$$a_P = 1$$

$$a_E = a_W = a_N = a_N = a_S = 0$$

$$b = \phi_{frontera}$$

Entonces, de la sustitución de los valores anteriores en la Ecuación se deduce que:

$$\phi_P = \phi_{frontera} \quad (3.51)$$

3.5.2. Condiciones de Neuman (Condición de segunda clase)

En este caso, se conoce el gradiente de la variable en dirección normal a la frontera correspondiente. Esta condición se puede expresar como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = A$$

Como un ejemplo simple, sea el caso de la frontera “Sur” de un dominio, el valor de la variable no es conocido, pero sí la variación de ésta en la zona. Esta variación está relacionada con el nodo más cercano en la dirección de variación.

$$\frac{\partial T}{\partial y} = A$$

$$\left[\frac{T_N - T_P}{\delta_{yN}} \right] = A$$

$$T_N - T_P = A\delta_{yN}$$

$$T_P = T_N - A\delta_{yN}$$

$$a_P = 1$$

$$a_E = 0$$

$$a_W = 0$$

$$a_N = 1$$

$$a_S = 0$$

$$b = -A\delta_{yN}$$

(3.52)

Un caso particular de este tipo de conducción es cuando el valor de la derivada es nulo, en cuyo caso el término “ b ” sería igual a cero.

3.5.3. Condiciones de Robín (Condición de tercera clase)

Esta condición establece que la frontera analizada se encuentra gobernada por una Ecuación diferencial de primer orden no homogéneo se expresa como:

$$a \cdot \frac{\partial \phi_{frontera}}{\partial n} + b \cdot \phi_{frontera} = A \quad (3.53)$$

Donde a y b son constantes diferentes de cero, la interpretación de la Ecuación anterior resulta ser el caso de una frontera convectiva. Así los valores de las constantes serán $a = \lambda$ la conductividad térmica, $b = h$ que es el coeficiente convectivo de transferencia de calor y $A = h\phi_{medio}$. De manera tal que:

$$\lambda \frac{\partial \phi_{frontera}}{\partial n} = h(\phi_{medio} - \phi_{frontera})$$

La discretización de este tipo de frontera se realiza de manera semejante a la condición de Neumann, obteniendo:

$$\lambda \cdot \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_W} = h(\phi_{medio} - \phi_P) \quad (3.54)$$

Al reescribir esta expresión se tiene:

$$\left(\frac{\delta x_W}{\lambda} + h \right) \phi_P = \left(\frac{\delta x_W}{\lambda} \right) \phi_W + h\phi_{medio} \quad (3.55)$$

Esta Ecuación toma la forma de coeficientes agrupados:

$$a_P = \frac{\delta x_W}{\lambda} + h$$

$$a_E = a_N = a_S = 0$$

$$a_W = \frac{\delta x_W}{\lambda}$$

$$b = h \cdot \phi_{medio}$$

3.5.4. Condiciones de frontera para la Ecuación de presión corregida

La Ecuación de la presión corregida P' no es una Ecuación básica, por lo tanto, el tratamiento de sus condiciones de frontera deben ser comentadas. Hay dos clases de condiciones de frontera, con la presión conocida en la frontera (velocidad desconocida) ó con la componente de velocidad normal a la frontera dada. Presión conocida en la frontera. Si el campo de presión propuesto P^* se arregla de tal forma que en la frontera $P^*=P_{frontera}$, entonces el valor de P' en la frontera debe ser cero.

Velocidad normal a la frontera dada. Si la malla se diseña de tal forma que la frontera coincida con la cara del volumen de control, como se muestra en la Figura 3.6 , en donde la velocidad u_e es dada. Por lo tanto, en la derivación de la Ecuación de P' para el volumen de control mostrado, no es necesario que el flujo a través de la frontera sea expresado en términos de u_e^* y su corrección correspondiente, pero si en términos de u_e . Entonces, P'_E no aparecerá, ó a_E será cero en la Ecuación de P' . Así que, ninguna información de P'_E será necesaria.

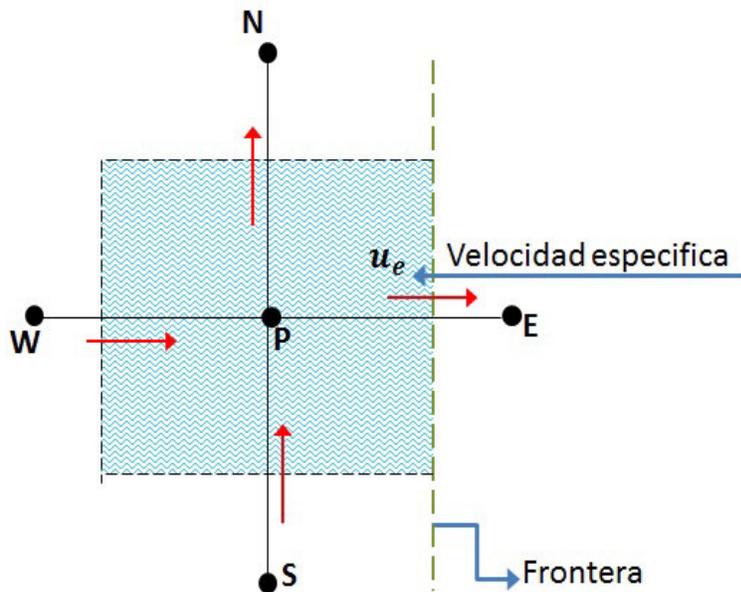


Figura 3.6. Volumen de control en la frontera.

3.6. Evaluación de las propiedades físicas

Para evaluar las propiedades físicas en las fronteras de volumen de control en la formulación del algoritmo SIMPLE, las cuales se encuentran definidas en el nodo central del volumen de control, es necesario usar la interpolación para llevar esa información a las fronteras del volumen de control. Como alternativa para tener esta información se usa la interpolación lineal entre dos puntos, por lo que la propiedad Γ_e de la Figura 3.7 puede expresarse en función de los puntos P y E, por lo que:

$$\Gamma_e = \Gamma_P + \frac{\delta x_{Pe}}{\delta x_{PE}} (\Gamma_E - \Gamma_P) \quad (3.56)$$

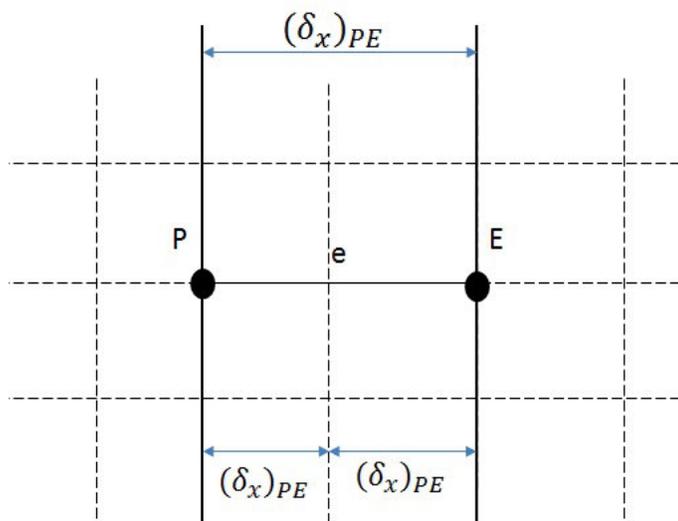


Figura 3.7. Distancia asociada en la interfase e.

Si la interfase “e” se encuentra a la mitad entre los dos puntos P y E, la relación de dimensiones en la Ecuación (3.56) sería igual a 0.5, y por tanto, Γ_e sería la media aritmética de Γ_P y Γ_E .

En 1978, Patankar propuso una aproximación armónica para determinar el valor de la propiedad en la interfase del volumen de control, la cual permite aproximaciones más reales evitando implicaciones incorrectas de la aproximación lineal. Esta aproximación

armónica se explica mediante el siguiente ejemplo:

La expresión del flujo está dada por:

$$q_e = \frac{\lambda_e(T_P - T_E)}{(\delta x)_{PE}} \quad (3.57)$$

Si se considera que el volumen de control del punto P es un material de conductividad λ_P y que el volumen del punto E, se encuentra lleno por un material de conductividad λ_E , se lograría un medio compuesto. De lo que Patankar (1978) propuso lo siguiente:

$$q_e = \frac{(T_P - T_E)}{((\delta x)_{PE}/\lambda_P + ((\delta x)_{PE}/\lambda_E)} \quad (3.58)$$

De la cual se deduce comparando la Ecuación (3.57) con la Ecuación (3.58), la propiedad efectiva en la interface (aproximación armónica para la interface del volumen de control):

$$\lambda_e = \frac{\lambda_P \lambda_E (\delta x)_{PE}}{\lambda_E (\delta x)_{PE} + \lambda_P (\delta x)_{PE}} \quad (3.59)$$

Si la interface u_e se encuentra a la mitad entre los puntos P y E, entonces se tendrá una aproximación armónica media:

$$\lambda_e = \frac{2\lambda_P \lambda_E}{\lambda_E + \lambda_P} \quad (3.60)$$

3.7. Método de solución de ecuaciones algebraicas

La complejidad y el tamaño del sistema de ecuaciones algebraicas dependerán de las dimensiones del problema, el número de nodos de la malla. Hay dos técnicas de solución para las ecuaciones algebraicas: métodos directos que involucran realizar un cierto número de operaciones y los métodos indirectos o iterativos que resuelven el sistema mediante procedimientos iterativos que involucran la repetida aplicación de algoritmos sencillos hasta

que se cumpla cierto criterio de convergencia.

Una vez discretizadas, las ecuaciones diferenciales parciales se produce un sistema de ecuaciones algebraicas cuya matriz de coeficientes agrupados es generalmente de forma tridiagonal, pentadiagonal, heptagonal para casos unidimensional, bidimensional y tridimensional respectivamente.

En este trabajo se utilizarán los métodos de solución de ecuaciones algebraicas modificados del TDMA (Algoritmo de Thomas) Así también, como lo es el método iterativo de línea Gauss- Seidel de direcciones alternantes implícitas (LGS-ADI), el cual es una combinación del método de línea por línea (LBL) con el método de Gauss-Seidel (GS) usado alternadamente.

3.8. Relajación de la solución parcial

En la solución iterativa de las ecuaciones algebraicas o en el esquema iterativo global empleado para manejar la no linealidad es a menudo deseable acelerar o suavizar los cambios, de iteración a iteración, en los valores de la variable dependiente. Este proceso se llama sobre-relajación y sub-relajación, dependiendo si los cambios de la variable son acelerados o alentados.

La sobre-relajación se usa a menudo en conjunto con el método Gauss-Seidel, esto se conoce como esquema Sucesiva sobre-relajación (Successive Over- Relaxation, SOR).

Con el método de línea por línea (LBL) el uso de la sobre-relajación es menos común. La sub-relajación es muy útil para problemas no lineales. Esta se emplea para evitar la divergencia en la solución iterativa de ecuaciones no lineales.

Existen muchas maneras para introducir estos dos técnicas, en seguida se presenta el

desarrollo para la relajación de una variable ϕ utilizada para la solución de las ecuaciones algebraicas. Se considera la Ecuación de discretización general de la forma:

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.61)$$

Se define el valor de ϕ_P^* como el valor de la iteración anterior de ϕ_P de la Ecuación (3.61) :

$$\phi_P = \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} \quad (3.62)$$

Si se añade ϕ_P^* y resta al lado derecho, queda lo siguiente:

$$\phi_P = \phi_P^* + \left(\frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (3.63)$$

Donde lo que se encuentra dentro del paréntesis representa los cambios en ϕ_P producido por la iteración actual. Este cambio puede modificarse por la introducción de un factor de relajación, así que:

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha \left(\frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (3.64)$$

$$\frac{a_P}{\alpha} \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b + (1 - \alpha) \frac{a_P}{\alpha} \phi_P^* \quad (3.65)$$

Cuando el proceso iterativo converge, esto es, $\phi_P = \phi_P^*$, implica que en la Ecuación (3.64) los valores convergentes de ϕ_P satisfacen la Ecuación original (3.62). Un esquema de relajación debe poseer esta propiedad, una solución final convergente aunque obtenida de un valor arbitrario de relajación debe satisfacer la Ecuación original. Si se utilizan valores para el factor de relajación α ente 0 y 1, el efecto es de sub-relajación, es decir, el valor de ϕ_P es muy cercano al valor de ϕ_P^* , por otro lado, si el valor de α es mayor que 1 se produce una sobre-relajación.

La Ecuación (3.64) se aplica para recalcular la variable después que se aplicó el método de solución de las ecuaciones algebraicas, por el contrario, la Ecuación (3.65) se usa antes de aplicar el método de solución de las ecuaciones.

3.9. Criterio de convergencia

Al emplear los métodos iterativos para la solución de un sistema de ecuaciones, la solución tiende a converger y se aproxima a una solución del problema. La solución numérica después de ciertos números de iteraciones no cambia, ya no se tiene una mejora en los resultados hacia la solución, debido a ello es necesario establecer un criterio de convergencia del proceso iterativo a partir del cual se considera la solución convergente.

El residuo másico es un criterio que se utiliza para comprobar que una solución converge, además comprobar que se ha cumplido el principio de continuidad en cada volumen de control, el residuo másico es:

$$R_{masico} = \frac{\max \left[\frac{(\rho^0_p - \rho_p)}{\Delta t} \Delta x \Delta y + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] \Delta y + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n] \Delta x \right]}{\sum_{V.C} \rho_p \Delta x \Delta y / \Delta t} \leq \varepsilon_{masico} \quad (3.66)$$

El residuo para las demás variables se calcula por la desviación cuadrática:

$$R_\phi = \sqrt{\sum_{V.C} \left[a_p \phi_p - \left(\sum_{vecinos} a_{vecinos} \phi_{vecinos} + b \right) \right]^2} \leq \varepsilon_\phi \quad (3.67)$$

Se estableció que el residuo másico y el residuo para todas las variables (velocidades, temperaturas, energía cinética turbulenta y la disipación de energía cinética) sean menores o iguales a 10^{-10} .

3.10. Método de solución del intercambio radiativo en la cavidad

En el apartado 2.3.4 de la sección anterior se planteó el método de radiación neta, para el cual se hace un balance de energía en cada volumen de control, considerando los

factores de forma (Método de cuerdas cruzadas). En forma resumida, el método consiste en realizar un balance de energía considerando la energía de salida (radiosidad) Ecuación (2.44) y de llegada (irradiación) Ecuación (2.45) y (2.46) a la pared bajo estudio. Entonces, para determinar los flujos de calor radiativo resultantes en las paredes de la cavidad, es necesario resolver las ecuaciones de radiosidad. Las ecuaciones fueron resueltas por el método de aproximaciones sucesivas, este es un proceso iterativo que estima la distribución de radiosidad de las ecuaciones para obtener una nueva distribución, esta se sustituye de nueva cuenta en las ecuaciones integrales y se vuelve a calcular hasta que la diferencia entre las nuevas y las anteriores sean menores a un criterio determinado. En la Figura 3.8 se presenta el diagrama de flujo del método radiosidad/irradiancia (MRI) (Siegel y Howell, 1981), para el cálculo de la transferencia de calor radiativa entre las paredes de la cavidad que representa la habitación. De manera similar se calcula para la cavidad entre los vidrios.

3.10. Método de solución del intercambio radiativo en la cavidad

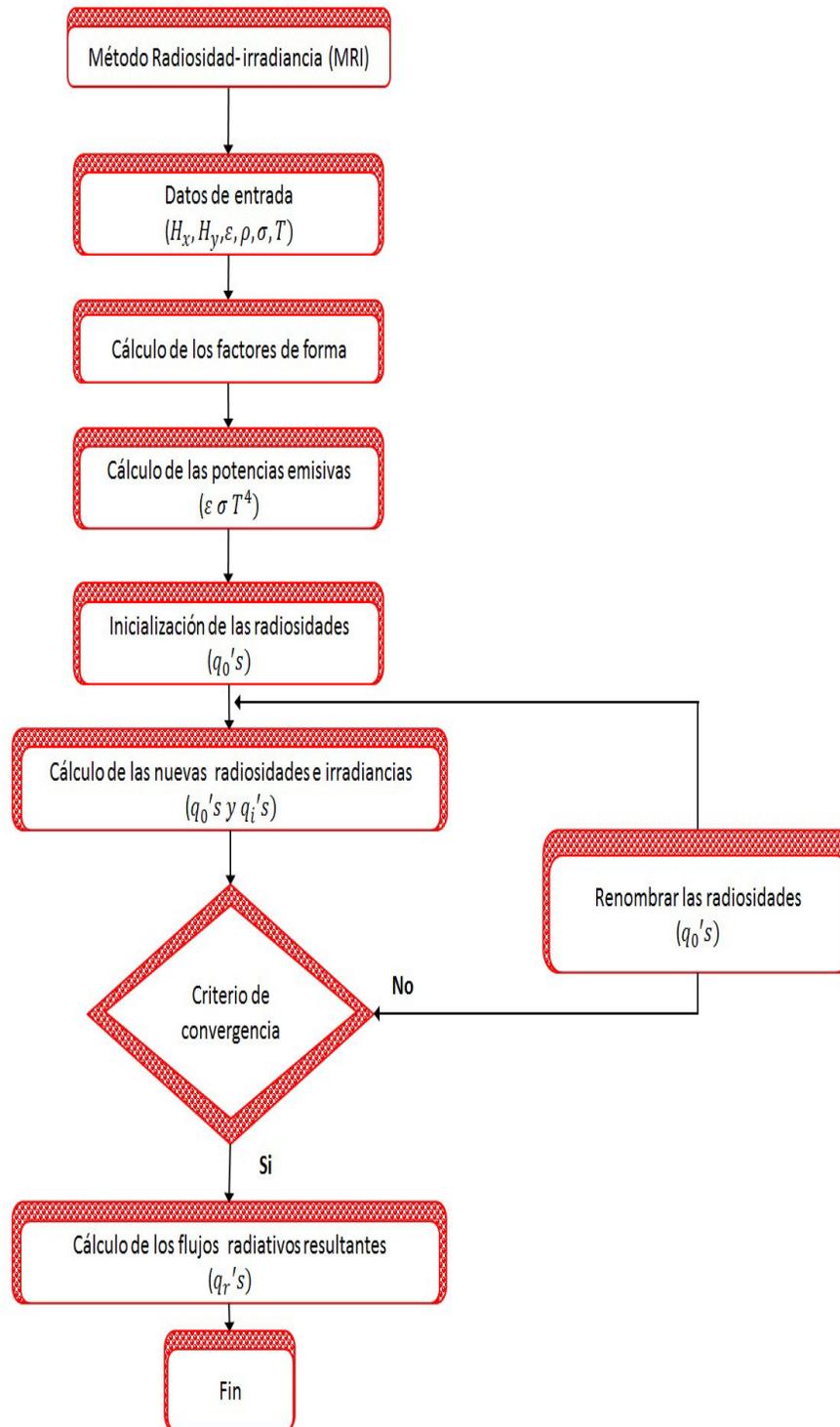


Figura 3.8. Diagrama del flujo para el intercambio radiativo en la cavidad.

3.11. Método de solución para el modelo conductivo en las paredes semitransparentes

El modelo matemático para la conducción de calor se presentó en el capítulo anterior. En las ecuaciones generalizadas los términos de flujo convectivo desaparecen, ya que se habla de medios sólidos, y se utiliza la discretización general obtenida para la Ecuación convección-difusión, la cual se hace válida para el modelo conductivo de las paredes semitransparentes, si los F 's se anulan, con esto la Ecuación (3.14) se reduce a:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b \quad (3.68)$$

Donde:

$$a_E = D_e = \frac{(\lambda/C_p)_e \Delta y}{(\delta x)_e} \quad (3.69)$$

$$a_W = D_w = \frac{(\lambda/C_p)_w \Delta y}{(\delta x)_w} \quad (3.70)$$

$$a_N = D_n = \frac{(\lambda/C_p)_n \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (3.71)$$

$$a_S = D_s = \frac{(\lambda/C_p)_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (3.72)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + \rho_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.73)$$

$$b = \rho_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} T_P^0 + \frac{1}{C_p} (\exp[-Sg(Lx - x_i)] - \exp[-Sg(Lx - x_{i-1})]) \Delta x \quad (3.74)$$

Donde Δ es el espesor del vidrio.

En la Figura 3.9 se muestra un diagrama de flujo para la conducción de calor en las paredes semitransparentes. ,,

3.11. Método de solución para el modelo conductivo en las paredes semitransparentes

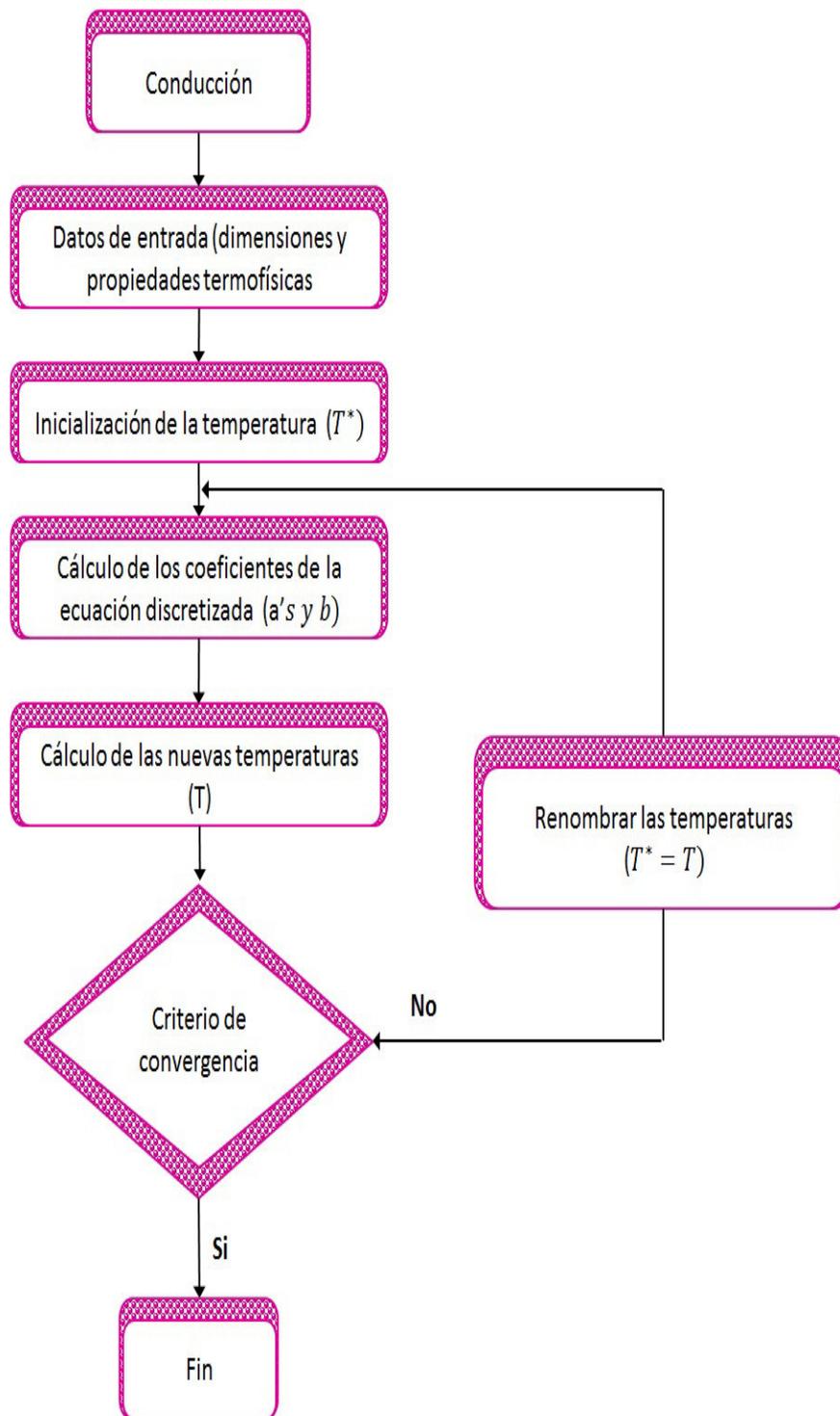


Figura 3.9. Diagrama del flujo para la conducción de calor en las paredes semitransparentes.

3.12. Procedimiento general del proceso de solución conducción-convección-radiación

En las secciones anteriores se han presentado los algoritmos de acople de las ecuaciones de masa y momentum para la transferencia de calor por convección, el intercambio radiativo y el cálculo del modelo conductivo. En la Figura 3.10 se presenta el algoritmo del procedimiento general para la solución de la transferencia de calor conjugada en una habitación con una ventana de vidrio doble. Cabe mencionar que habitación y ventana de vidrio doble se considera un sistema y la solución de este sistema es simultánea, sin embargo para compresión se muestra en la (Figura 3.10) el procedimiento general del proceso de solución de la transferencia de calor conjugada de la ventana y la habitación.

3.12. Procedimiento general del proceso de solución conducción-convección-radiación

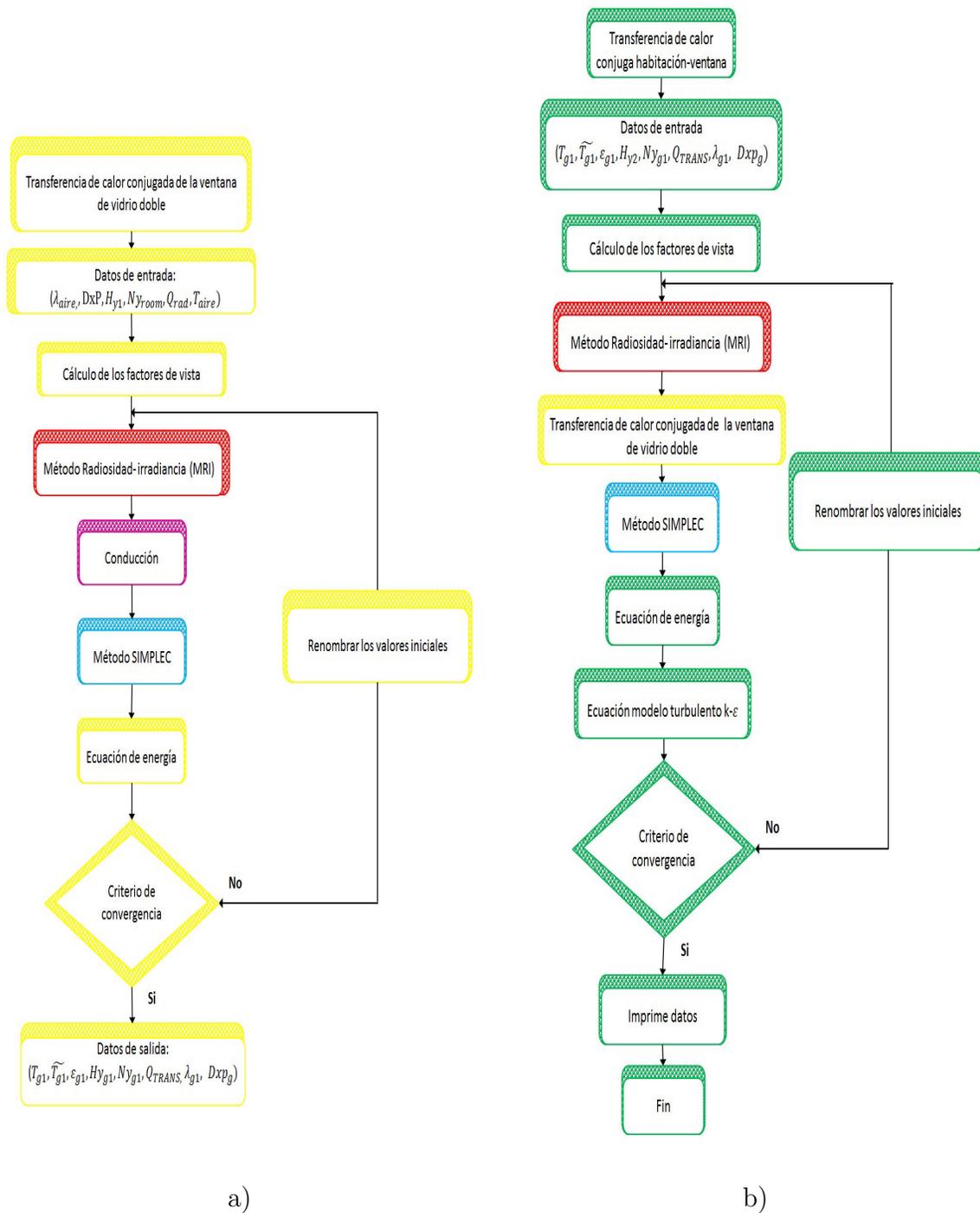


Figura 3.10. Diagrama del flujo para la transferencia de calor conjugada a) ventana, b) habitación.

Capítulo 4

Verificación del código numérico

En este capítulo se presenta la verificación de los algoritmos desarrollados, como primer punto se desarrolla el código con el problema de referencia 7.2 de Versteeg and Malalasekera (1995) donde se resuelve el problema de la transferencia de calor por conducción en una placa en estado permanente. Para abordar problemas de convección y conducción de calor, es necesario hacer uso de la ecuación de conservación general de convección-difusión, en el cual el principal problema es la discretización de los términos convectivos, es por ello que se utilizan diferentes esquemas numéricos para aproximar la variable ϕ esto permitirá calcular los flujos y como consecuencia los coeficientes necesarios para la solución de la variable en el punto P. Para los cuales existen diferentes esquemas numéricos de bajo orden: centrado, upwind, híbrido, ley de potencia y exponencial, que aproximarán la variable ϕ . Primero se desarrolló el problema de flujo diagonal donde se implementaron diferentes esquemas de interpolación, además se presenta el problema de la cavidad cuadrada con pared deslizante comparado con el trabajo de Ghia et al. (1982). También, el problema de Convección forzada en un canal rectangular con flujo laminar y por último se presenta el problema de la cavidad cuadrada calentada diferencialmente, la cual se compararon con los reportados en la literatura.

A continuación se presenta la relación de los problemas resueltos para la verificación

de los códigos desarrollados.

1. Transferencia de calor por conducción en estado permanente: Tratamiento de fronteras.
2. Implementación de esquemas de interpolación para el problema convectivo- difusivo de flujo diagonal.
3. Problema hidrodinámico: Cavity cuadrada con pared deslizante.
4. Convección forzada en un canal rectangular con flujo laminar.
5. Problema térmico: Convección natural en una cavity cuadrada calentada diferencialmente.

4.1. Transferencia de calor por conducción bidimensional en estado permanente

Se desea calcular la distribución de temperaturas en estado permanente para los nodos 1,2,3,4,....., etc de la Figura 4.1. Las condiciones de frontera para la placa son de primera, segunda y tercera clase, la placa tiene un espesor de 1cm, con las siguientes propiedades térmicas: $\lambda=1000 \text{ W/m.K}$, donde la condición de frontera *oeste* recibe un flujo de calor de 500 kW/m^2 , mientras que las fronteras *sur*, *este* están aisladas y la frontera *norte* tiene una temperatura constante de $100 \text{ }^\circ\text{C}$ para una malla de 6×5 con $\Delta x = \Delta y = 0.1 \text{ m}$. Para el siguiente problema se tomaron en cuenta dos consideraciones: a) estado permanente, b) difusión de ϕ uniforme. A continuación se presenta el modelo físico del problema (Figura 4.1).

4.1. Transferencia de calor por conducción bidimensional en estado permanente

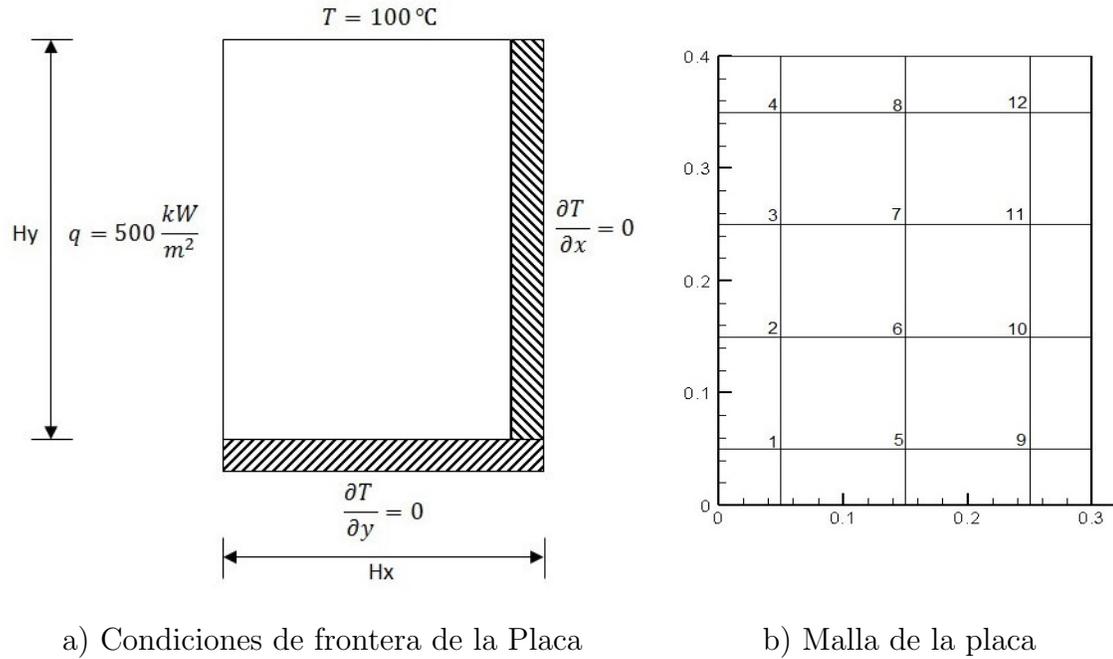


Figura 4.1. Modelo físico de la placa.

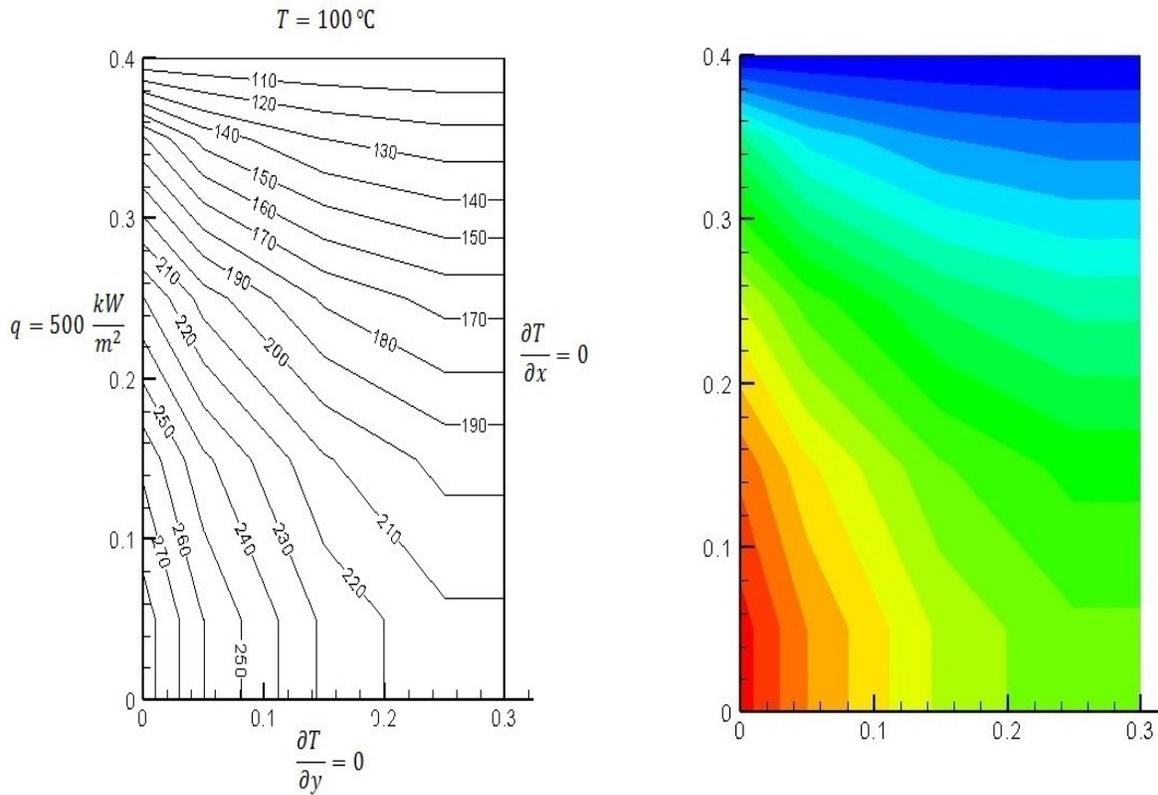
El modelo matemático para la transferencia de calor por conducción con sus respectivas condiciones de frontera son:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S = 0 \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} q &= 500kW/m^2 & \text{en } x = 0 & & 0 \leq y \leq Hy \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 & \text{en } x = Hx & & 0 \leq y \leq Hy \\ \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 & \text{en } y = 0 & & 0 < x < Hx \\ T &= 100 & \text{en } y = Hy & & 0 < x < Hx \end{aligned} \quad (4.2)$$

El modelo matemático Ecuación (4.1) se discretizó mediante la técnica de volumen finito y el sistema de ecuaciones algebraicas resultante se resolvió por el método iterativo de Jacobi. En la Figura 4.2 se muestran los resultados de las isoterms y se observa que las paredes *Este* y *Sur* están aisladas, y que las isoterms llegan de forma normal a ellas,

debido a que a través de estas fronteras no hay interacción de energía; mientras que la frontera *Oeste* con un flujo de energía, los valores de las isotermas disminuyen en cuanto a la dirección de las fronteras *Sur*, *Oeste* y *Norte* de la placa.



a) Temperaturas en la placa b) Distribución de temperatura de la placa

Figura 4.2. Isotermas para la placa.

En la Tabla 4.1 se presentan los valores de comparación con valores de referencia Versteeg H. K. and Malalasekera , se observa que se tiene un error máximo de 0.2%

Tabla 4.1. Valores de la temperatura en los nodos internos

Nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Versteeg (1995)	260.00	242.2	205.6	146.3	227.7	211.1	178.1	146.0	212.1	196.5	166.2	124.0
Presente estudio	260.03	242.27	205.59	146.32	227.79	211.19	178.17	146.32	212.16	196.52	166.22	123.98
error porcentual (%)	0.01	0.02	0.004	0.01	0.03	0.04	0.03	0.2	0.02	0.01	0.01	0.01

4.2. Problemas de convección difusión implementando diferentes esquemas de interpolación: flujo diagonal

Para implementar esquemas de interpolación se plantea el siguiente problema. Se pretende determinar el perfil de temperatura $T(x,y)$ de un sistema con dimensiones 1×1 m, $0 \leq x \leq H_x, 0 \leq y \leq H_y$. El medio es homogéneo, sin generación de energía y sujeto a condiciones de fronteras de primera clase como se muestra en la Figura 4.3. El sistema tiene propiedades térmicas: $\lambda = 0.026$ W/(K·m), $C_p = 1006$ J/(K·kg), $\rho = 1.165$ kg/m³. Se considera que la variable es transportada por convección y conducción a través del sistema, con velocidades de $u = 2$ m/s y $v = 2$ m/s.

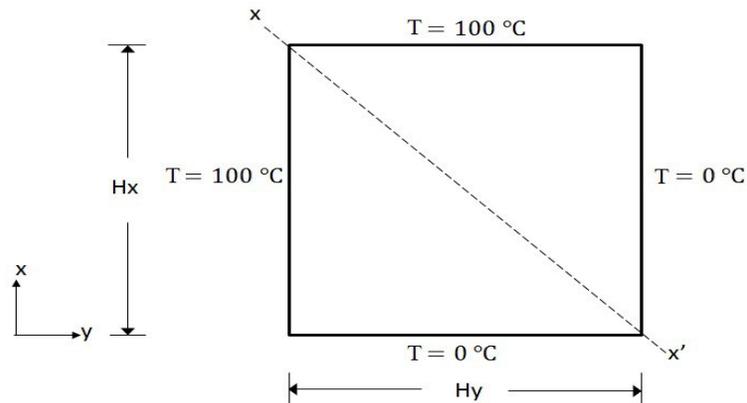


Figura 4.3. Modelo físico del sistema.

Para el problema donde interviene la difusión y la convección el modelo matemático que describe el sistema es el siguiente:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\rho u T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v T)}_{\text{términos convectivos}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial y} \right)}_{\text{términos difusivos}} \quad (4.3)$$

Las condiciones de frontera son:

$$T = 100^{\circ}\text{C} \quad \text{en } x = 0, \quad 0 \leq y \leq Hy$$

$$T = 0^{\circ}\text{C} \quad \text{en } x = Hx, \quad 0 \leq y \leq Hy$$

$$T = 0^{\circ}\text{C} \quad \text{en } y = 0, \quad 0 < x < Hx$$

$$T = 100^{\circ}\text{C} \quad \text{en } y = Hy, \quad 0 < x < Hx$$

La utilización de los esquemas numéricos serán de ayuda para encontrar la aproximación de la variable para los términos convectivos, mientras que para la difusión es el esquema utilizado en ejercicios anteriores es el centrado. Para saber si el esquema que se establezca es el adecuado deben considerar tres puntos:

1. Conservativo: Debe haber continuidad en la entrada y salida del volumen de control.
2. Acotado: La matriz de coeficientes debe ser diagonalmente dominante.
3. Transportividad: Para asegurar la transportividad del flujo de fluidos se debe tomar en cuenta la influencia del flujo, es por ello que se define el número de Peclet. El número de Peclet se define como la relación entre la intensidad convectiva entre la difusiva.

En la Figura 4.4 se presenta el perfil de temperatura en la diagonal $x-x'$ de la Figura 4.3; los resultados se presentan para diferentes esquemas de interpolación.

4.2. Problemas de convección difusión implementando diferentes esquemas de interpolación: flujo diagonal

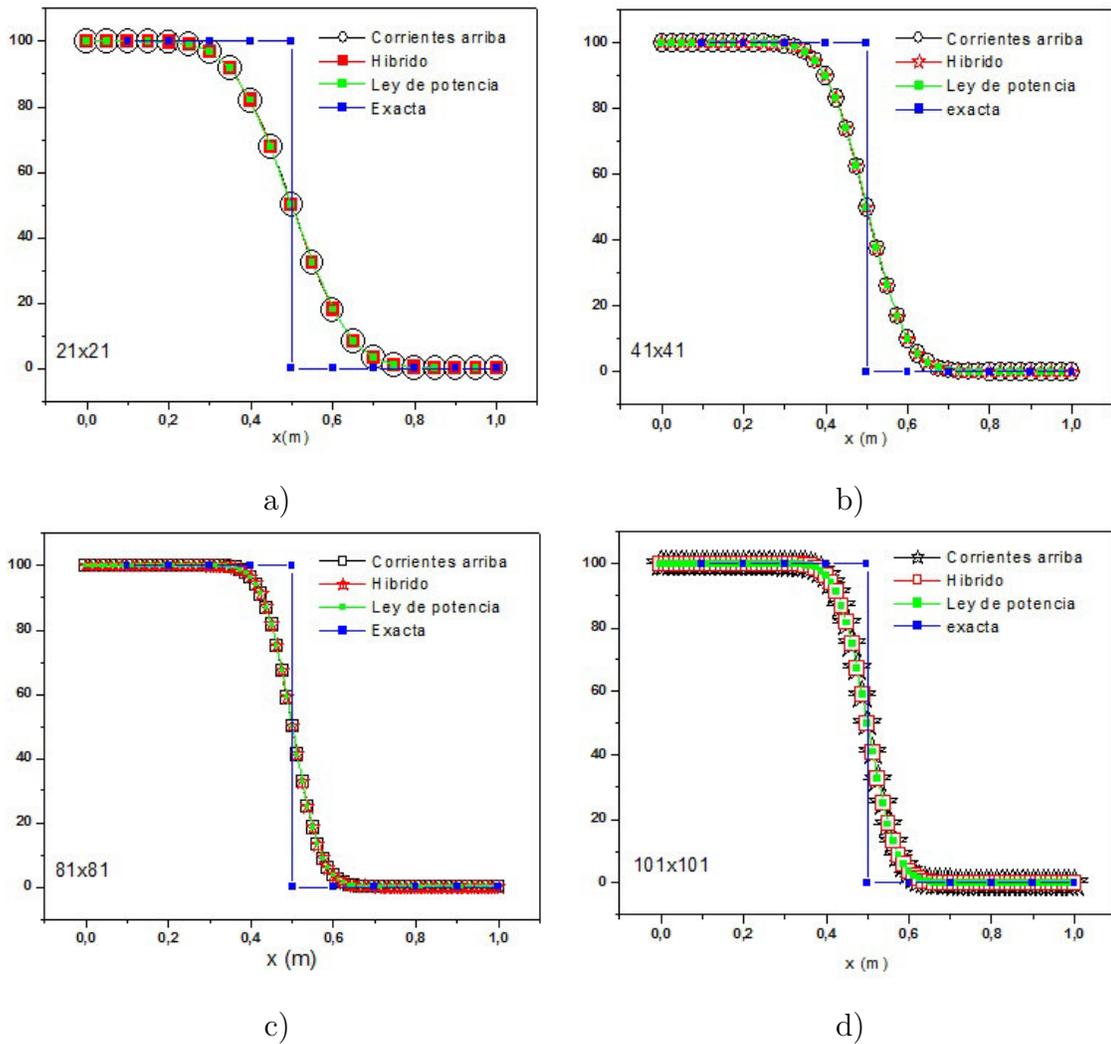


Figura 4.4. Perfil de temperatura en la diagonal $x-x'$ de la cavidad.

En la Figura 4.4 puede observarse y se compara que al aumentar el número de nodos de la malla numérica, las aproximaciones para T se aproximan a la solución exacta. Mientras que en la Tabla 4.2 se puede observar cuantitativamente el número de iteraciones y el valor del residual al utilizar los cinco diferentes esquemas numéricos para encontrar la aproximación de los términos convectivos. Donde el número para los esquemas corrientes arriba, híbrido, ley de potencia tienen 27 iteraciones para mallas de 21x21, mientras que para mallas de 41x41-101x101 tiene 26 iteraciones sin embargo el valor del residual disminuye.

Tabla 4.2. Esquemas numéricos.

Esquema numérico	Malla 21x21		Malla 41x41		Malla 81x81	
	Iteraciones	residual	Iteraciones	residual	Iteraciones	residual
Diferenci centradas	-----	-----	4	9.3148E126	////	////
Corrientes arriba	27	7.9476E-11	26	8.1231E-11	26	3.3958E-11
Híbrido	27	7.9468E-11	26	8.1231E-11	26	3.3958E-11
Ley de potencia	27	7.9468E-11	26	8.1231E-11	26	3.3958E-11
Exponencial	-----	-----	-----	-----	-----	-----

A partir de los resultados se observó que para el esquema de corrientes arriba, híbrido, ley de potencia tienen entre 27 y 26 iteraciones dependiendo de las dimensiones de la malla, mientras que para el esquema centrado se observó que para tener una aproximación adecuada de T es necesario sobre-relajar, además que el número de iteraciones es mucho mayor y el esquema no es acotado, es por ello que el esquema centrado no es adecuado para este tipo de problemas. También, se observó que para números de Peclet grandes el esquema exponencial es inadecuado debido a que la función $A(|P|)$ que se dio fue demasiado grande para ser expresada. Por lo que, en este trabajo se concluye que el esquema híbrido, ley de potencia son esquemas que utilizaron una aproximación adecuada de la variable T en la ecuación discretizada de conservación de convección- difusión.

4.3. Cavity cuadrada con una pared deslizante

En problemas de dinámica de fluidos se ven involucradas las componentes de velocidad y la presión, las cuales tienen su propio modelo matemático (Ecuación de conservación de masa y momentum). Es por ello que se presenta la implementación del algoritmo SIMPLE propuesto por Patankar y Spalding (1972), además se emplea la idea de malla desplazada para acoplar las componentes de velocidades en u y en v en conjunto con la presión. Los resultados obtenidos se compararan con los resultados de referencia reportado por Ghia et al. (1982).

Se resuelve el problema de la cavidad cuadrada con una de sus paredes deslizante (Figura 4.5) con dimensiones $H_x=H_y$, en su interior se considera flujo newtoniano e incompresible en régimen laminar, donde la pared superior se mueve a una velocidad uniforme U_0 . el fluido contenido en el interior de la cavidad tiene las siguientes propiedades, $\lambda=27.8E-3$ W/(K·m), $\rho=1.2047$ kg/m³, $CP=1.007$ E+3 J/(K·kg), $\mu=1.817E-05$ kg/s·m. Se compara los resultados para tres diferentes Reynolds; $Re=100$, $Re=400$, $Re=1000$ con un malla numérica de 61x61, 121x121, 221x221 respectivamente. A continuación se presenta el modelo físico, sus condiciones de frontera y las ecuaciones de conservación que serán resueltas.

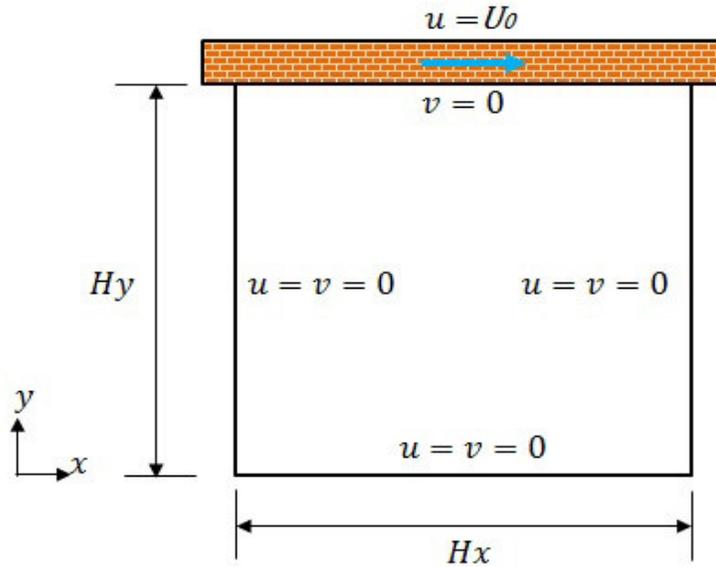


Figura 4.5. Cavity con pared deslizante.

Por lo tanto, las ecuaciones resultantes adaptadas para el sistema quedan expresadas de la siguiente forma:

- Ecuación de consevación de masa

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (4.4)$$

- Ecuación de momentum en dirección-x:

$$\frac{\partial(\rho u.u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v.u)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (4.5)$$

- Ecuación de momentum en dirección-y:

$$\frac{\partial(\rho u.v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v.v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (4.6)$$

Las condiciones de frontera para la cavidad son:

$$v = u = 0 \quad \text{en } x = 0, \quad 0 < y < Hy \quad (4.7)$$

$$v = u = 0 \quad \text{en } x = Hx, \quad 0 < y < Hy \quad (4.8)$$

$$v = u = 0 \quad \text{en } y = 0, \quad 0 \leq x \leq Hx \quad (4.9)$$

$$v = 0, \quad u = U_0 \quad \text{en } y = Hy, \quad 0 \leq x \leq Hx \quad (4.10)$$

El sistema que se estudia es una cavidad con una pared deslizante (pared superior). En la Figura 4.6 se observa el comportamiento de las velocidades y las líneas de corriente, se muestran dos valores de Reynolds: 100 y 1000.

4.3. Cavity cuadrada con una pared deslizante

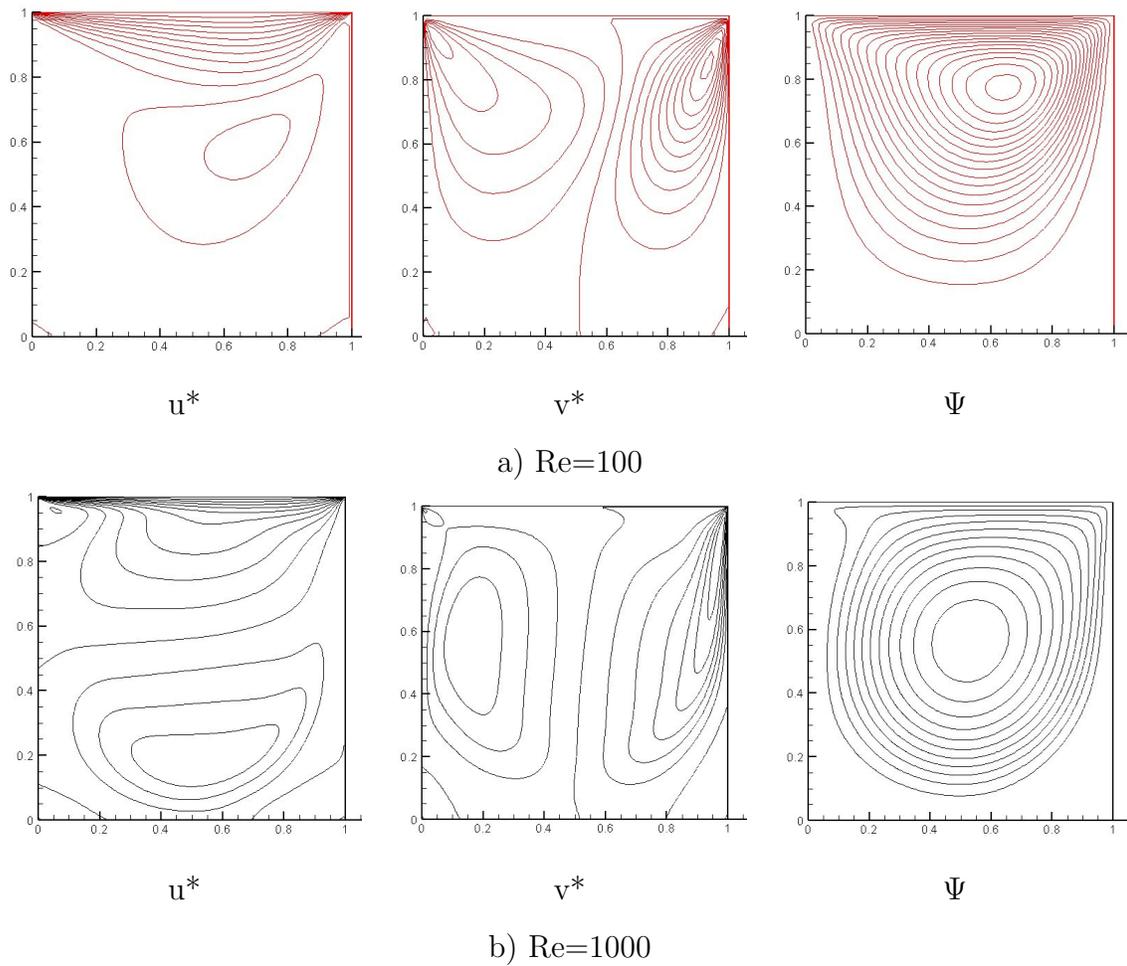
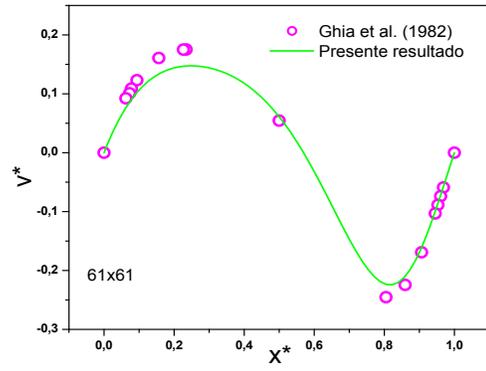
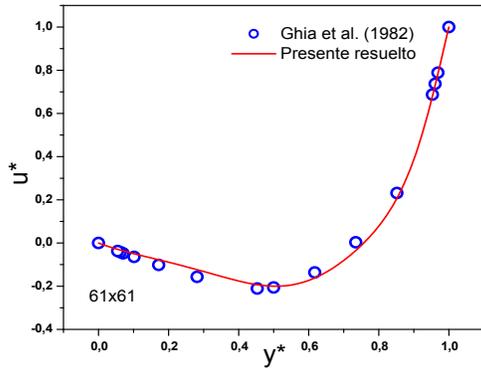
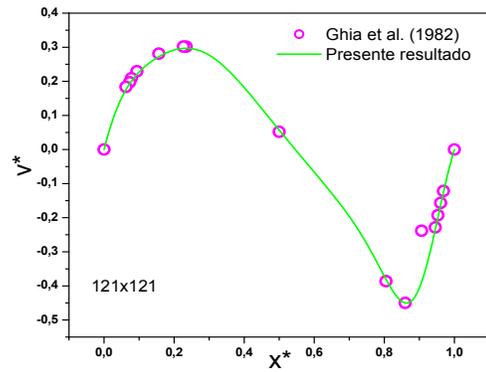
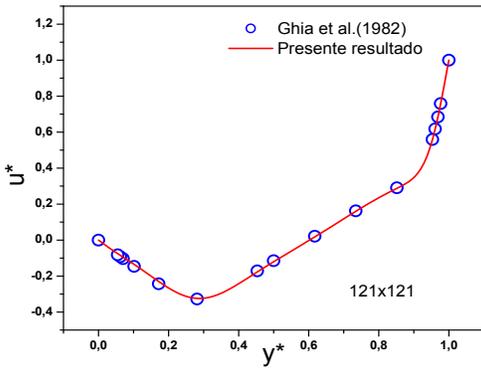


Figura 4.6. Isolneas de la cavidad con pared deslizante, *unidimensional

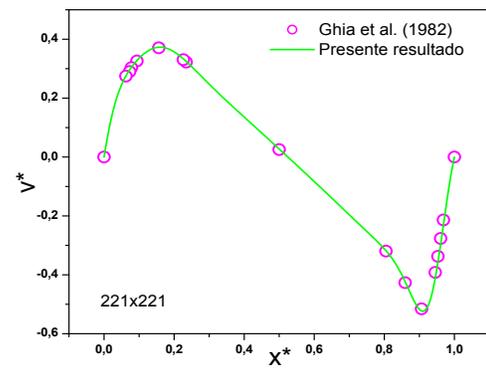
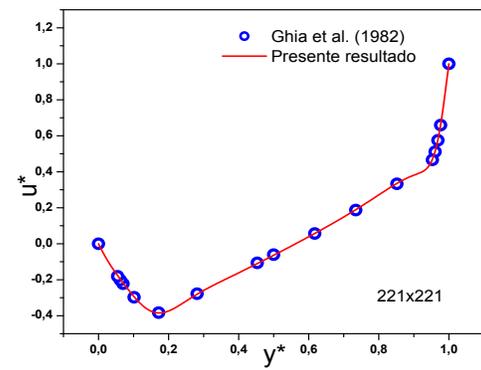
En la Figura 4.7 se muestra la comparación de los resultados de las componentes de velocidad de u^* y v^* del algoritmo SIMPLE con el de referencia reportado por Ghia et al.(1982), para diferentes Reynolds.



a) $Re=100$



b) $Re=400$



c) $Re=1000$

Figura 4.7. Componentes de Velocidad u^* y v^* en el centro de la cavidad.

Para observar el % de error de los resultados obtenidos para este problema comparado con el trabajo de Ghia et al. (1982) y poder verificar los resultados reportados en este problema, se calculó el error relativo de la siguiente manera.

$$Error = \left| \frac{valor\ obtenido - valor\ Ghia}{valor\ de\ Ghia} \right| \times 100 \quad (4.11)$$

De los datos obtenidos por el presente estudio y comparado con el de Ghia et. al (1982), el % de error máximo fue para la velocidad u^* (5,16 %). Se observa que los resultados expresados cualitativamente son similares y se tiene una diferencia porcentual menor del 6 % en las componentes de velocidad respecto a los resultados de Ghia et al.(1982).

4.4. Convección forzada en un canal rectangular con flujo laminar

Para este problema de flujo forzado en función del número de Reynolds se realizó un código, en la cual la solución para la componente de velocidad $u(y)$ se compara con una solución analítica. Problema: Se propone un canal rectangular de sección transversal constante con dimensiones $H_x=0.4$ m, $H_y=48$ m, en su interior se considera flujo newtoniano e incompresible en régimen laminar, donde la frontera *oeste* se impone una velocidad uniforme u_0 (Figura 4.8). El fluido contenido en el interior del canal tiene las siguientes propiedades, $\lambda=2.704E-2$ W/(K·m), $\rho=1.139$ kg/m³, $C_p=1005.270$ J/(K·kg), $\mu=1.892E-05$ kg/s·m. El problema se analizó para el número de Reynolds (Re) 100, 1000 y 2300.

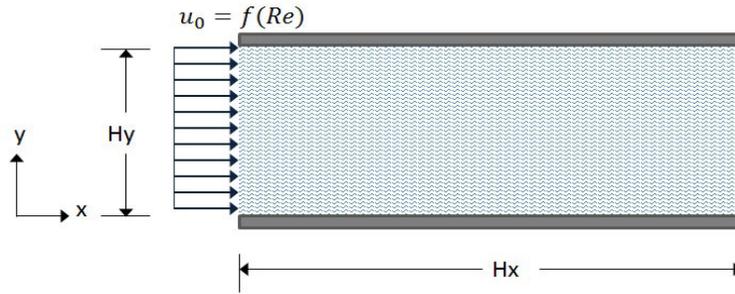


Figura 4.8. Modelo físico de un canal rectangular

El modelo matemático correspondiente a las ecuaciones de masa y momentum en 2-D y en estado permanente. Las condiciones de frontera para el canal son:

$$v = 0, \quad u = u_0 \quad \text{en } x = 0, \quad 0 < y < Hy \quad (4.12)$$

$$v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{en } x = Hx, \quad 0 < y < Hy \quad (4.13)$$

$$v = u = 0 \quad \text{en } y = 0, \quad 0 \leq x \leq Hx \quad (4.14)$$

$$v = u = 0 \quad \text{en } y = Hy, \quad 0 \leq x \leq Hx \quad (4.15)$$

Los resultados se presentan a continuación de manera cualitativa y cuantitativa. En la Figura 4.9 se observa el perfil de velocidad u que se forma a lo largo del canal, la velocidad de entrada es uniforme pero mientras el flujo avanza a lo largo del canal la distribución de esta velocidad es diferente, esto es debido a que el fluido entra en contacto con las fronteras *norte*, *sur* y en estas fronteras tienen velocidades 0 haciendo que la deformación del fluido sea de forma concava.

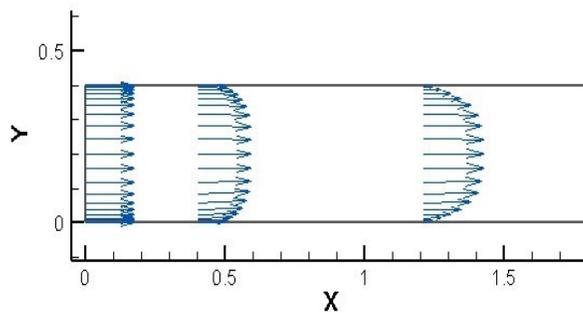


Figura 4.9. Canal rectangular

4.4. Convección forzada en un canal rectangular con flujo laminar

En la Figura 4.10 se observa la distribución de la velocidad u a la salida del canal para valores de número de Reynolds de 100, 1000 y 2300. En la Figura 4.10 también se muestra la solución analítica Ecuación (4.16) para comparar la solución numérica en los diferentes números de Reynolds. Se puede observar que la solución numérica se acopla a la solución analítica, además el valor de la velocidad máxima que se encuentra en el canal es para: a) 0.003 m/s, b) 0.031 m/s y c) 0.071 m/s.

$$u(y) = 6u_{ini} \frac{Hy * y - y^2}{Hy^2} \quad (4.16)$$

La Ecuación para obtener el valor analítico del factor de frecuencia es:

$$f \cdot Re_{Dh} = 24 \quad (4.17)$$

Se define la siguiente Ecuación para obtener un valor de error en % entre la solución numérica y la analítica:

$$Error = \left| \frac{correlación - presente estudio}{correlación} \right| \times 100 \quad (4.18)$$

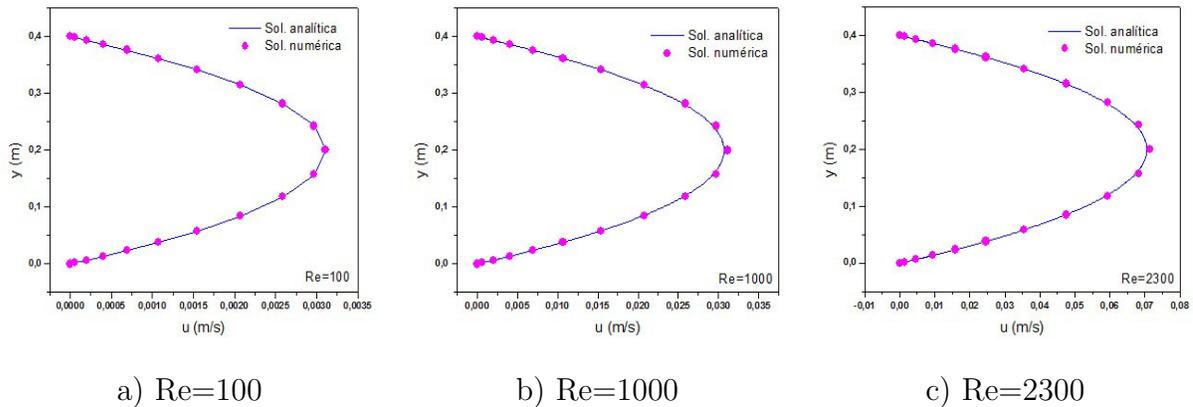


Figura 4.10. Perfiles de la componente de velocidad u a la salida del canal para distintos valores de Re_{Dh} .

De los datos obtenidos por el presente estudio y comparado con la solución analítica, el error para la correlación $f \cdot \text{Re}_{Dh}$ es de 1.29 % y para la componente de la velocidad u (m/s) es del 1 %. Se observa que los resultados de la solución analítica y numérica expresados cualitativamente son similares, en donde se tiene una diferencia porcentual menor del 2 %. Por lo que se concluye que el código desarrollado predice satisfactoriamente la solución analítica.

4.5. Cavity cuadrada calentada diferencialmente

Se modela una cavidad cuadrada calentada diferencialmente en las paredes verticales, con dimensiones que se calculan de la Ecuación (4.19) (Hx). La cavidad en su interior se considera que tiene aire seco cuyo flujo es newtoniano e incompresible en régimen laminar, la frontera *Oeste* y *Este* se impone una temperatura de 300 y 288 K, (Figura 4.11). El fluido tiene las siguientes propiedades: $\lambda=25.63\text{E-}3$ W/(K·m), $\rho=1.2047\text{kg/m}^3$, $C_p=1.004$ kJ/(K·kg), $\mu=1.817\text{E-}05$ kg/s·m, $\beta= 3.411\text{E-}3$ K⁻¹, $g=9.81$ m/s², $\text{Pr}=0.712$. Se consideraron los siguientes números de Rayleigh: 10^3 , 10^4 , 10^5 , 10^6 . La solución numérica obtenida se compara con los trabajos reportados en la literatura de De Vahl Davis (1983), Markatos et al. (1984), Fusegi et al.(1991) y Barakos et al. (1994).

$$Ra = \frac{\rho g \beta \Delta T H x^3}{\mu \alpha} \quad (4.19)$$

Así también, para cuantificar la transferencia de calor por convección se calcula el número de Nusselt.

4.5. Cavidad cuadrada calentada diferencialmente

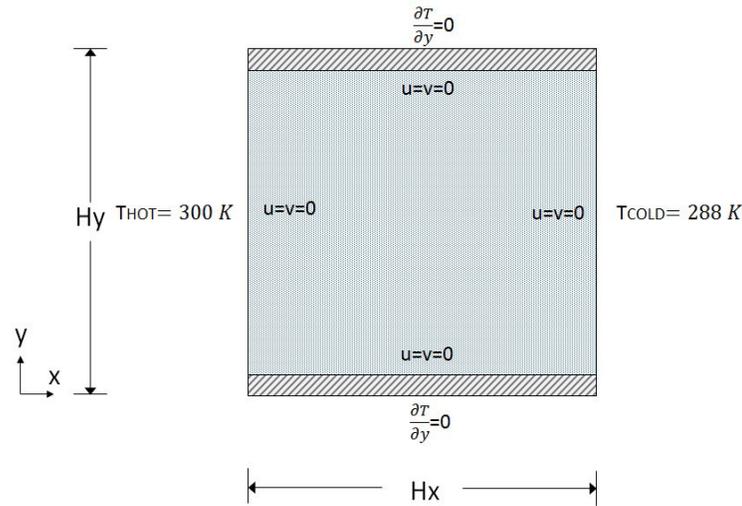


Figura 4.11. Modelo físico de la cavidad calentada diferencialmente.

La Ecuación para resolver este problema se considera la Ecuación de masa, momentum y energía. En la Tabla 4.3 se observa la comparación del presente estudio respecto a los reportados por De Vahl Davis (1983), Markatos et al. (1984), Fusegi et al.(1991) y Barakos et al. (1994), para diferentes valores de número de Ra. También, se presenta la diferencia porcentual para el presente estudio comparado con los reportados en la literatura.

Tabla 4.3. Comparación del presente estudio y los reportados en la literatura para diferentes Rayleigh.

Ra	De Vahl Davis (1983)	Markatos et al. (1984)	Fusegi et al.(1991)	Barakos et al. (1994)	Presente estudio	diferencia % con respecto a De Vahl Davis
1×10^3	1.117	1.108	1.105	1.114	1.118	0.08
1×10^4	2.238	2.201	2.302	2.245	2.248	0.4
1×10^5	4.509	4.430	4.646	4.510	4.547	0.84
1×10^6	8.817	8.754	9.012	8.806	8.983	1.88

En la Figura 4.12 se observa el comportamiento de las velocidades, las líneas de corriente y la temperatura para diferentes Ra, donde las isocurvas se distorsionan en cuanto aumenta el Ra, debido a que la transferencia de calor no solo es por difusión, sino por convección.

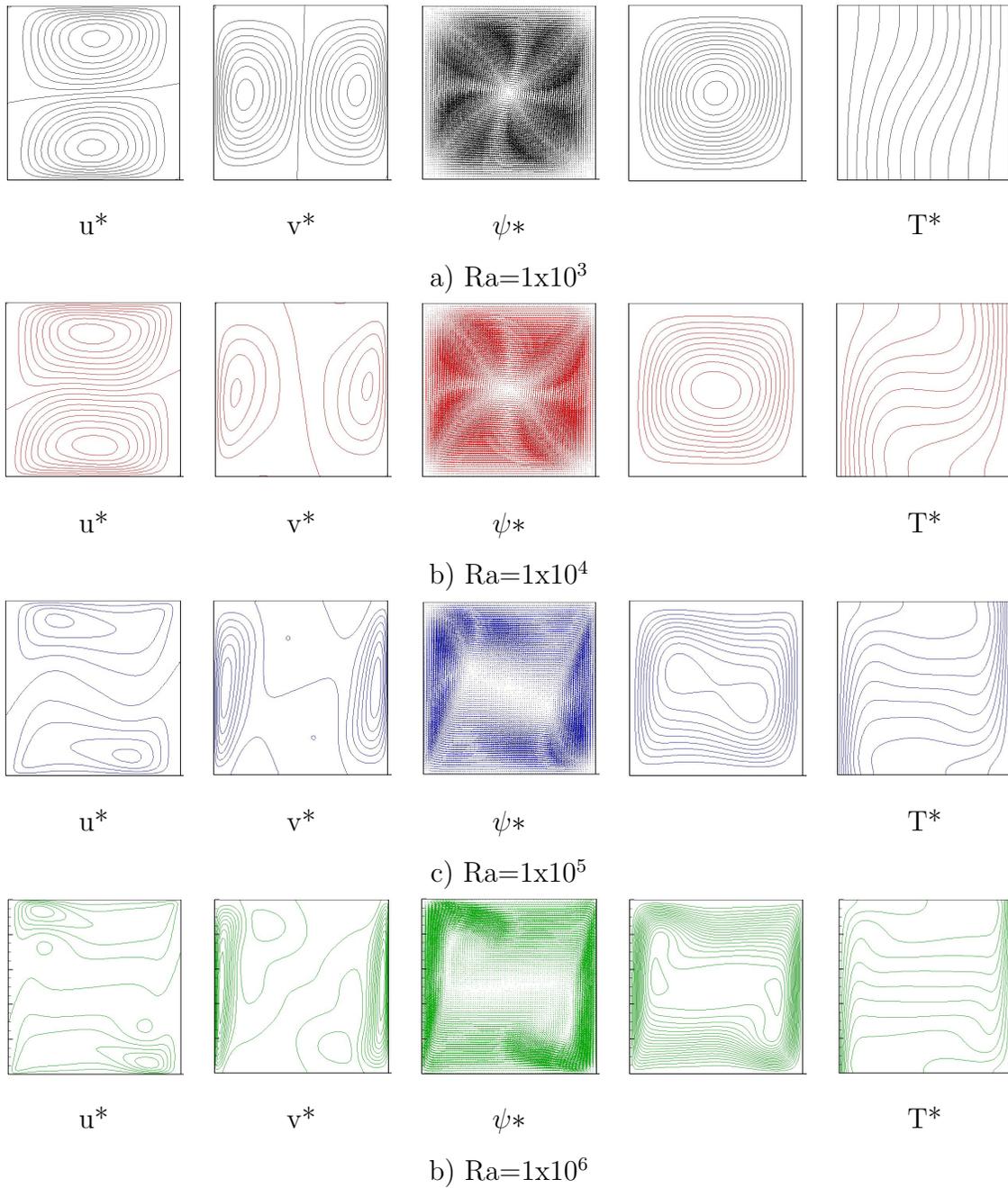


Figura 4.12. Componentes de velocidad u^* , v^* , ψ^* y T^* , para diferentes Ra, *unidimensional.

Para observar el error porcentual de los resultados obtenidos para este problema comparado con los trabajos anteriormente mencionados y poder verificar los resultados reportados

en este problema, se calculó el error relativo de la siguiente manera.

$$Error = \left| \frac{valor\ obtenido - valor\ literatura}{valor\ de\ literatura} \right| \times 100 \quad (4.20)$$

De los resultados de la verificación se tiene una diferencia porcentual menor del 2.5 %. Por lo que se concluye que el código desarrollado predice satisfactoriamente la solución de trabajos expuestos en la literatura.

4.6. Estudio de independencia de malla

En esta sección se presenta el estudio de independencia de malla para el sistema habitación – vidrio doble con el objetivo de darle confiabilidad al estudio del presente proyecto de tesis.

La densidad de la malla debe ser apropiada para cada problema, debido a que se toman en cuenta dos aspectos; que el error presentado sea mínimo y que el tiempo de cómputo sea menor; estos aspectos sirven de base al elegir una malla. Para efectuar este estudio se tomó un caso con parámetros considerados extremos, en comparación con los demás casos analizados en este trabajo. A continuación se muestra el análisis para el sistema de habitación - vidrio doble con película de control solar, para la configuración de clima cálido con condiciones climáticas a las 9:00 hrs, en este horario corresponde un valor de radiación solar de 926 W/m² y una temperatura ambiente de 37.3°C.

En este estudio de independencia de malla, se consideraron los resultados obtenidos por Pérez-Nucamendi (2012), donde se resolvió el problema de una ventana de vidrio doble y se obtuvo una malla numérica de 81x61 para las correspondientes corridas computacionales. Para el presente estudio de independencia de malla, los resultados de independencia de malla de Pérez-Nucamendi (2012) fue usado para la ventana de vidrio doble (81x61) y en la habitación (cavidad) fue considerada diferentes tamaños de malla, desde 61x61 hasta 111x111 con incrementos de 10 nodos en cada dirección. Se clarifica que fue necesario rea-

lizar interpolaciones para algunas variables de los nodos computacionales de la habitación hacia los nodos de la ventana de vidrio doble y viceversa; esto debido a la no coincidencia entre los nodos de ambos sistemas (habitación y ventana de vidrio doble).

En la Figura 4.13 se presenta el perfil de temperaturas en la parte media de la cavidad ($y=1.5$ m), para diferentes mallas numéricas de la habitación (61x61, 71x71, 81x81, 91x91, 101x101 y 111x111) y malla fija de la ventana de vidrio doble (81x61). El número de nodos totales que corresponden en la dirección-x del sistema habitación-ventana de vidrio doble es desde 141 a 191 (con incrementos de 10 nodos), conformado por 10 nodos fijos para cada vidrio, 61 nodos fijos para la cavidad formada entre los vidrios y el resto de nodos variables para la cavidad representativa de la habitación. En las Figuras 4.14 y 4.15 se presentan los perfiles de las componentes de velocidad (u , v) en la parte media de la cavidad, horizontal para u y vertical para v ; para diferentes tipos de malla; de las figuras se aprecia que no existen cambios cualitativos significativos al aumentar el número de nodos a partir de una malla de 101x101.

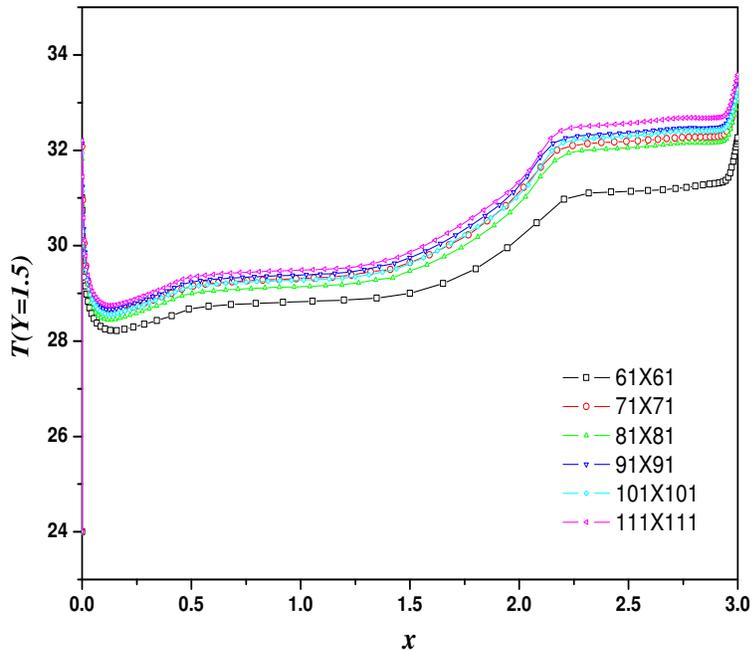


Figura 4.13. Estudio de independencia de malla para T ($y=1.5$ m).

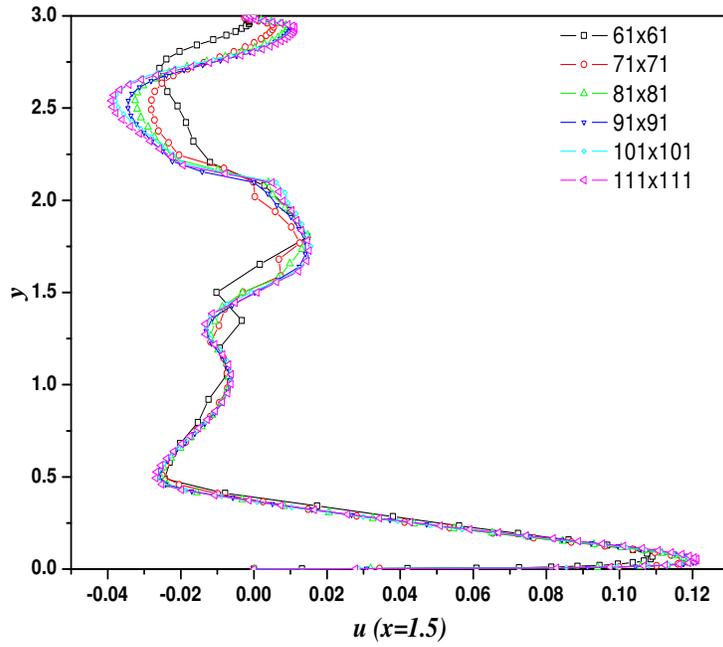


Figura 4.14. Estudio de independencia de malla para u ($x=1.5$ m).

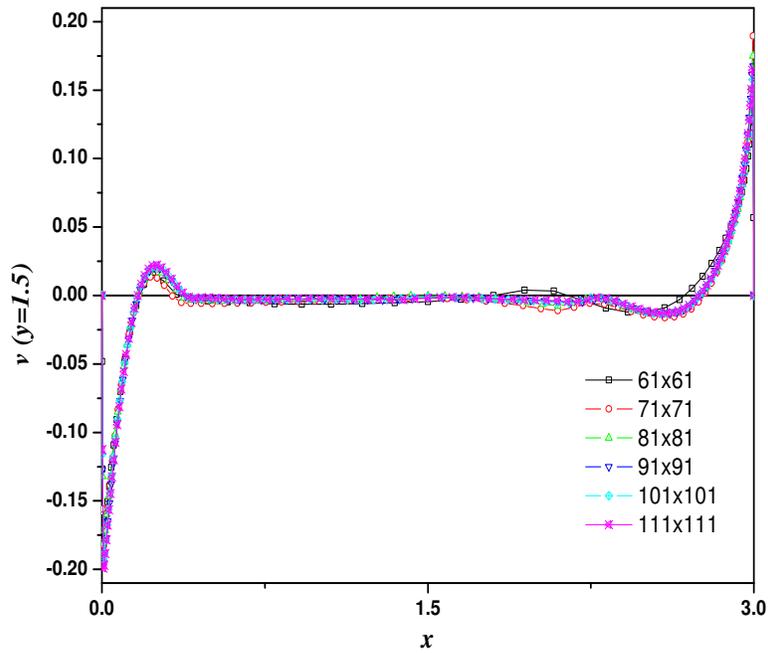


Figura 4.15. Estudio de independencia de malla para v ($y=1.5$ m).

En la Tabla 4.4 se muestran los errores porcentuales máximos obtenidos con distinto número de malla para la temperatura promedio y máxima al interior de la habitación. Con base en los resultados presentados en las figuras y en la tabla, se concluye que la malla de 101x101 nodos es la adecuada para realizar las corridas computacionales, ya que el error porcentual máximo presentado es menor al 1.0 %.

Tabla 4.4. Error porcentual absoluto para diferentes mallas numéricas.

Malla Numérica	T_{prom}	Error (%)	T_{Max}	Error (%)
61x61	29.46	39.13		
71x71	30.06	2.04	39.9	1.97
81x81	30.40	1.13	40.38	1.20
91x91	30.65	0.82	40.81	1.07
101x101	30.86	0.69	41.15	0.83
111x111	30.97	0.36	41.35	0.49

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados del comportamiento térmico de la habitación con una ventana de vidrio doble con condiciones de clima cálido y frío. Para analizar el desempeño térmico del sistema se comparan tres configuraciones Figura 5.1: (1) habitación con una ventana de vidrio doble sin película de control solar (caso C1), (2) habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar en el vidrio 2 (caso C2) y habitación con una ventana de vidrio doble con película de control solar en el vidrio 1 (caso C3). Se muestran los patrones de flujo para cada configuración.

5.1. Parámetros de estudio

Para evaluar el comportamiento térmico de una habitación acoplada con una ventana de vidrio doble, en la cual uno de los vidrios que conforman la ventana tiene adherida una película de control solar, se consideran diferentes parámetros, unos correspondientes a la habitación y otros para la ventana. Los parámetros se describen a continuación.

Se considera a la habitación con una altura y ancho de 3 m ($H=W$), que la temperatura de la pared isoterma de la habitación es de 24 °C (297K). Los valores de emisividad de la superficie de la paredes al interior de la habitación fue tomada como 0.85. La altura desde el piso de la habitación hasta donde fue colocada la ventana de vidrio doble es de

1.20 m. La altura de ventana se consideró de 0.8 m. Los vidrios que conforman la ventana fueron de un espesor de 6 mm. De acuerdo a los resultados de Xamán et al. (2014), la separación óptima entre los vidrios que conforman la ventana es de 6 cm. Por lo tanto, esta dimensión fue considerada para la simulación numérica. Para los casos donde se simule una configuración con película de control solar, la película usada será SnS-Cu_xS (Nair et al., 1991). El correspondiente vidrio en contacto con el aire del ambiente exterior de la habitación considera pérdidas/ganancias convectivas y radiativas desde el exterior al interior de la habitación o viceversa. Para ello, se considera un coeficiente de transferencia de calor exterior convectivo (h_{ext}) de 6.8 W/m² K, para una velocidad del aire exterior de 3 m/s (ASHRAE, 2003). Las emisividades de las paredes (norte y sur) al interior de la cavidad que conforman la ventana de vidrio doble son de 0.87, debido a que se consideran con un recubrimiento de pintura blanca.

El estudio paramétrico realizado en esta tesis consiste en la modelación numérica del sistema habitación-ventana de vidrio doble por 24 hrs, considerando las condiciones ambientales (radiación solar (G_{solar}) y temperatura ambiente (T_{ext})) de cada hora para una ciudad de México considerada con clima extremo, como lo es la ciudad de Hermosillo, Sonora. Se consideró la condición de clima cálido como los datos climáticos del día más caluroso del 2005 y la condición de clima frío con la información ambiental del día más frío del mismo año. Los datos de radiación solar y temperatura ambiente se presentan en la Tabla 5.1 para una orientación Este. Para la condición de **clima cálido** se modelaron dos casos: **Caso 1** (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y **Caso 2** (C2) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente exterior tiene una película de control solar. Para la condición de **clima frío** se simulan dos casos: **Caso 1** (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y **Caso 3** (C3) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente interior de la habitación tiene una película de control solar. Para ambas condiciones de clima, la película de control solar se consideró adherida

en la superficie del vidrio que conforma la cavidad de aire de la ventana.

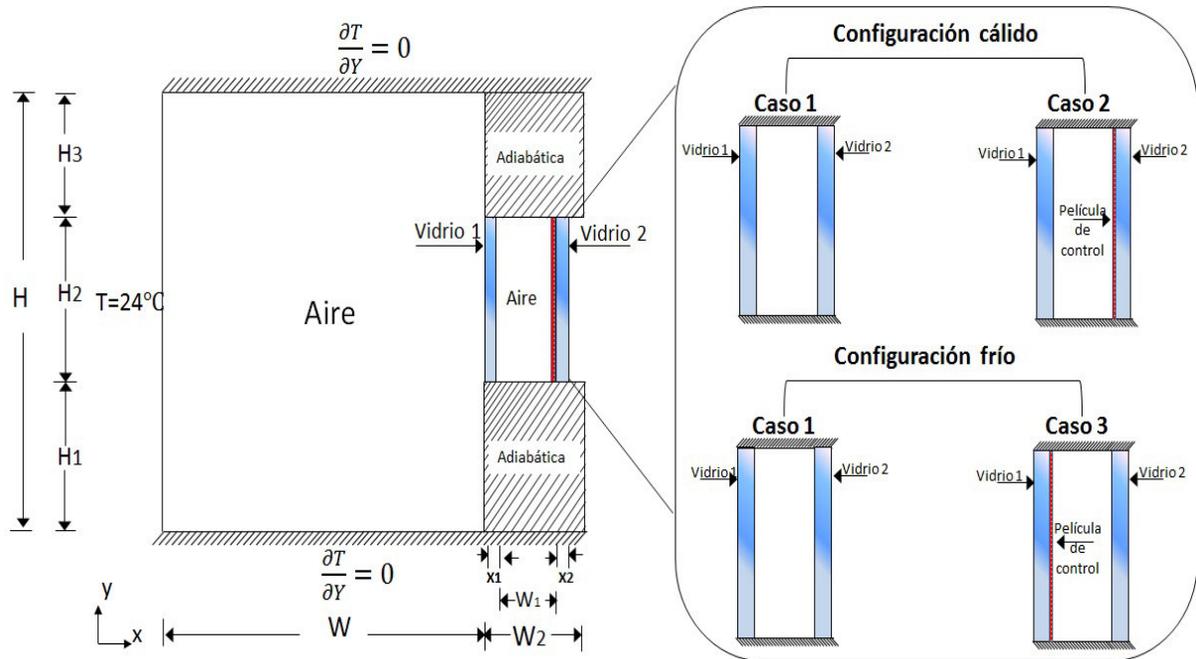


Figura 5.1. Configuración de la ventana de vidrio doble.

Tabla 5.1. Datos climatológicas para la ciudad de Hermosillo, Sonora.

Hermosillo				
	Condición de Clima Frío 12/01/2005		Condición de Clima Cálido 12/01/2005	
hora	T_{ext}	G_{solar}	T_{ext}	G_{solar}
1:00	9.6	0	30.1	0
2:00	7.9	0	30.4	0
3:00	6.2	0	30.5	0
4:00	5.1	0	30.7	0
5:00	4.1	0	30.8	0
6:00	3.3	0	30.8	0
7:00	2.5	0	32.3	614
8:00	2.3	0	34.7	888
9:00	3.8	479	37.3	926
10:00	5.4	648	39.5	784
11:00	6.9	528	41.8	655
12:00	8.0	339	41.9	254
13:00	8.7	118	42.1	220
14:00	9.1	106	42.4	208
15:00	9.0	91	42.5	194
16:00	8.4	73	42.2	169
17:00	7.2	64	41.5	125
18:00	5.5	6	40.4	75
19:00	4.4	0	39.1	29
20:00	3.3	0	38.3	0
21:00	2.2	0	37.4	0
22:00	1.0	0	36.4	0
23:00	1.4	0	35.5	0
24:00	1.4	0	34.5	0

5.2. Análisis y discusión para condiciones de clima cálido y frío

5.2.1. Patrones de flujo

La temperatura y el movimiento del aire del interior de la habitación están ligados fuertemente con la distribución de temperaturas de la superficie interior de las paredes correspondiente. En este caso la pared vertical izquierda es una pared isoterma a 24 °C y las paredes restantes tienen una distribución no-uniforme de temperaturas. La sección de pared (pared derecha vertical derecha de la habitación) correspondiente a la ventana de vidrio doble dependiendo de los valores de radiación solar y temperatura ambiente podrá tener un valor promedio de temperatura mayor o menor que los 24 °C de la pared opuesta en la habitación. Dependiendo del potencial térmico de la diferencia de temperatura obtenida entre la pared isotérmica y la superficie interior de la ventana de vidrio doble ($T_{g1}^{promedio}$) ocasionará por convección natural un movimiento del aire ascendente ($T_{g1}^{promedio} > 24$ °C) o descendente ($T_{g1}^{promedio} < 24$ °C) desde la superficie del vidrio doble, en otras palabras, bajo ciertas condiciones la ventana de vidrio doble funcionará como pared caliente y en otras como pared fría. Este comportamiento se aprecia en la Figura 5.2, en la cual se muestra el valor promedio de temperatura correspondiente a la superficie del vidrio en contacto con el aire interior en función del tiempo para los casos C2 y C3. Por lo tanto, el patrón del flujo formado puede tener sentido de las manecillas del reloj o contrario y múltiples vórtices y recirculaciones pueden surgir.

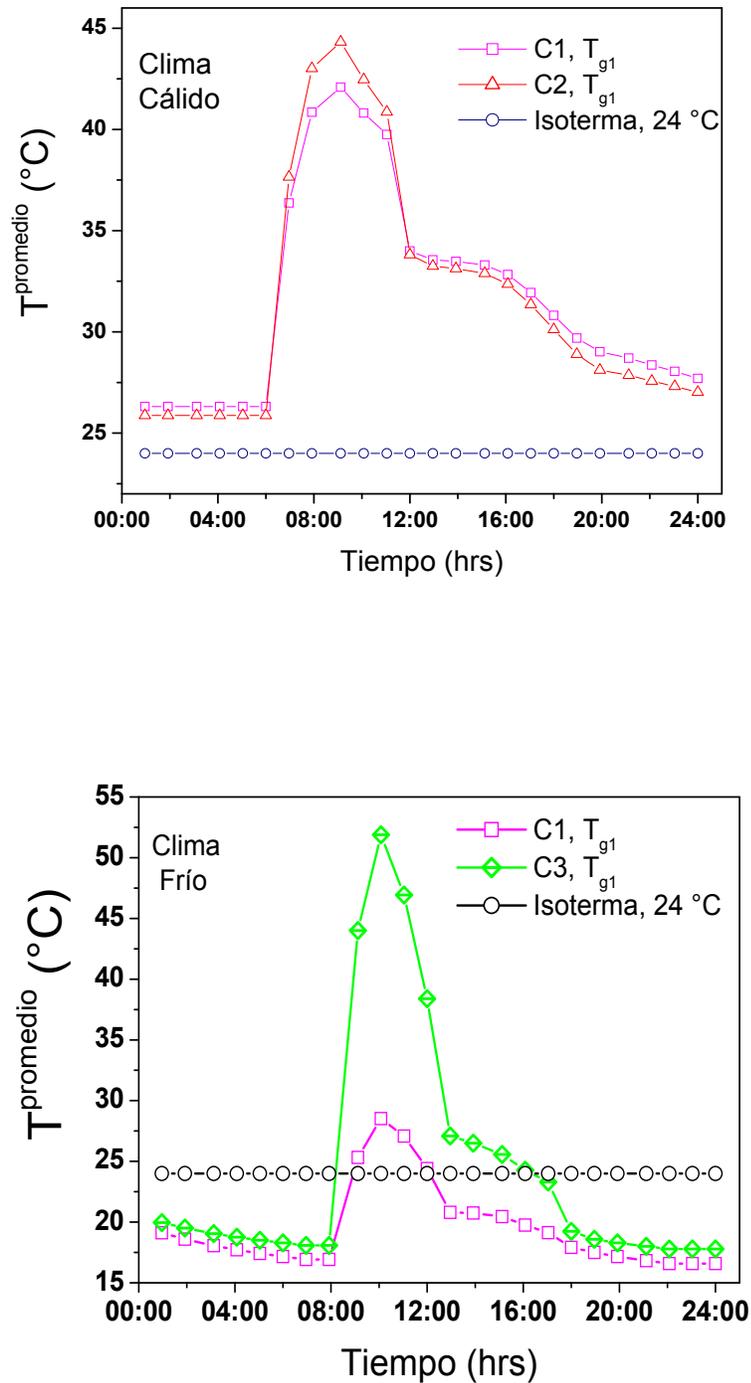


Figura 5.2. Temperatura promedio del vidrio en contacto con la habitación para los casos C1, C2 y C3 (Condición de clima cálido y frío).

En general, un cambio de signo de la velocidad (horizontal o vertical) en la cercanía de una pared indica que existe una cierta cantidad de volumen de aire recirculando en sentido contrario al movimiento del flujo principal. Como se sabe, el movimiento de aire de la habitación está fuertemente ligado con la temperatura de sus paredes, a pesar de la simple geometría del problema, el fenómeno de transferencia de calor y movimiento del aire en el interior de la habitación es complejo. En este sistema el primer mecanismo de la transferencia de calor al inicio del fenómeno es por radiación debido a la cantidad de energía transmitida en forma directa hacia el interior de la habitación, inmediatamente esta energía se refleja y se distribuye en las paredes del interior de la habitación como resultado del intercambio de calor por radiación.

A su vez, se presenta el segundo mecanismo de transferencia de calor, este por conducción de calor, el cual se presenta a través de la pared semitransparente (vidrios de la ventana doble) debido a la cantidad de energía absorbida de la radiación solar que incidió sobre la misma, esta energía absorbida hace que aumente la energía interna en cada uno de los vidrios y por consecuencia su temperatura provocando transporte de energía hacia el interior y exterior de la habitación. Finalmente, se presenta la transferencia de calor por convección natural en la habitación y en la cavidad formada por los dos vidrios que conforman la ventana, el fenómeno de convección se inicia a partir que una de las paredes del interior de la habitación se encuentra a mayor temperatura que el aire adyacente a él. El primer movimiento del aire se inicia en la cercanía de una pared a mayor temperatura, la superficie cede calor por convección al aire provocando que aumente su temperatura, y por lo consiguiente, exista una variación en sus propiedades físicas, la propiedad que más se ve afectada es la densidad, produciendo un movimiento ascendente del aire debido a la variación de la fuerza de flotación.

El fluido asciende y durante su recorrido cede calor hasta llegar a una superficie o a una zona de masa de aire a menor temperatura, la cuál desciende o se dirige a una zona de menor temperatura. Por lo tanto, puede darse que en un determinado tiempo existan

vórtices en diferentes zonas de la habitación. De manera similar sucede en la cavidad de aire formada por la ventana de vidrio doble.

En las Figura 5.3 y 5.4 se muestran las isolíneas de corriente y su correspondiente isotermas del aire al interior de la habitación para la condición de clima cálido, es decir, para el caso C1 y C2. Los resultados se presentan para los siguientes tiempos: 3:00, 7:00 a 12:00 y 20:00 hrs. Estos tiempos corresponden a un horario de mañana y noche donde no hay radiación solar, y un intervalo de tiempo donde se tienen los mayores de valores de radiación solar. Como se apreció en la Figura 5.2 para la condición de clima cálido en ambos casos (C1 y C2), para cualquier hora el valor de temperatura obtenida para el vidrio que componente la ventana de vidrio doble es mayor que la temperatura de la pared isoterma de la habitación ($24\text{ }^{\circ}\text{C}$), por lo tanto el sentido del flujo de aire en la habitación es en sentido contrario a las manecillas del reloj. El fluido cercano a la pared de vidrio sufre un incremento de temperatura, este cambio de temperatura en el fluido provoca que el aire inicie un movimiento ascendente impulsado por la fuerza de flotación hasta llegar a la parte superior de la habitación, la cual obliga al fluido a dirigirse hacia la pared fría (en este caso, la pared isoterma). En esta zona el fluido cede parte de su energía y durante el recorrido sufre de una gran descompensación de esta provocando que el aire inicia un movimiento descendente hasta llegar a la pared inferior de la habitación. Una vez más el fluido al encontrar un obstáculo se ve obligado en este caso a dirigirse hacia la pared del vidrio de la ventana (pared caliente), este fluido que ha sido enfriado llega a la pared caliente y nuevamente incrementa su temperatura dando inicio a un nuevo ciclo del movimiento del fluido hasta alcanzar un estado de equilibrio térmico. Este tipo de patrón descrito surge en los casos C1 y C2, también se puede apreciar que en ambos casos en horarios donde la radiación solar no es cero (7:00 a 12:00 hrs), el fluido se confina en la parte inferior de la habitación y se observan pequeñas recirculaciones en la parte superior de la habitación (líneas punteadas).

En la figura de las isotermas para clima cálido; las isotermas presentan un gradiente

horizontal casi nulo en aproximadamente un 60 % del ancho de la habitación, lo cual evita el movimiento vertical del flujo en esta región y por consecuencia haciendo que se tengan mayores niveles de turbulencia en las zonas cercanas a las paredes verticales. Las isotermas de la Figura 5.4 indican que las temperaturas de la habitación del caso C1 son mayores que las obtenidas en el caso C2 en toda la altura de la habitación, principalmente en los horarios con valores de radiación. A las 9:00 hrs, en los patrones de temperatura se observa que en el caso C1 se alcanza hasta 36°C, mientras que para el caso C2 se tiene 32°C, este horario es donde se aprecian los valores mayores de temperatura en la habitación. En particular para el caso C2, en la parte media de la cavidad, se presenta estratificación del fluido.

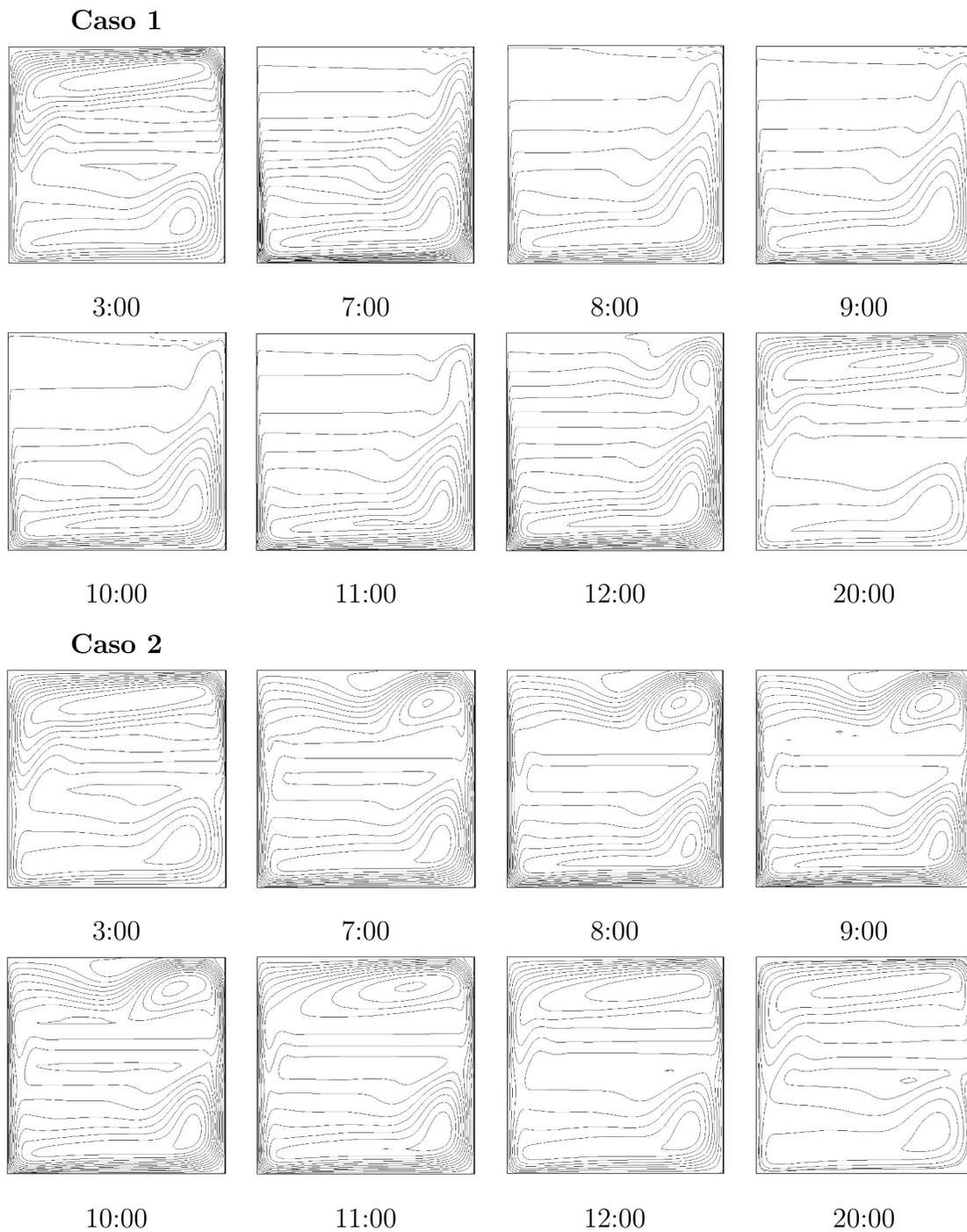


Figura 5.3. Isolíneas de corriente para el caso C1 y C2.

5.2. Análisis y discusión para condiciones de clima cálido y frío

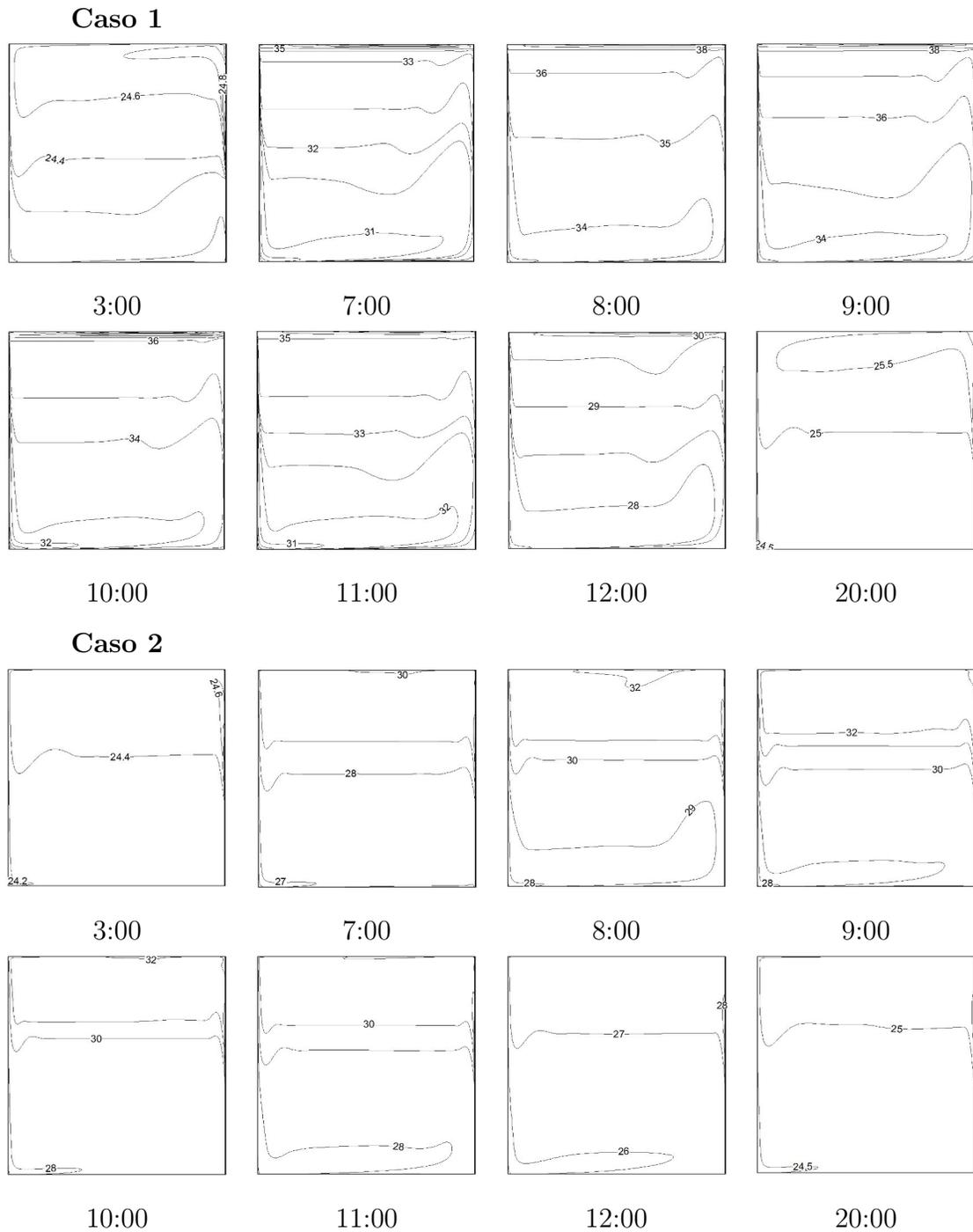


Figura 5.4. Isotermas de corriente para el caso C1 y C2.

En las Figuras 5.5 y 5.6 se presentan las isolíneas de corriente y su correspondiente

isotermas del aire contenido en la habitación para la condición de clima frío, es decir, para el caso C1 y C3. Los resultados se presentan para los tiempos de: 3:00, 9:00 a 14:00 y 20:00 hrs. Como se apreció en la Figura 5.2 para la condición de clima frío para el caso C1, la temperatura obtenida para el vidrio es mayor que $24\text{ }^{\circ}\text{C}$ en el intervalo de 9:00 a 12:00 hrs, entonces el movimiento del fluido es contrario a la manecillas del reloj, marcado en la Figura 5.5 con líneas continuas. En otros horarios para el caso C1, el movimiento del fluido es en sentido de las manecillas del reloj, señalado en la figura como líneas punteadas. Para el caso C3, el movimiento del fluido es en sentido contrario a las manecillas del reloj desde las 9:00 hasta 16:00 hrs, debido a que la temperatura obtenida en la pared del vidrio es mayor a $24\text{ }^{\circ}\text{C}$, como se puede apreciar en la Figura 5.2. En ambos casos C1 y C3, se presenta flujo confinado en la parte superior e inferior de la habitación en diferentes horarios del día.

En la Figura 5.6 se aprecian las isotermas del aire al interior de la habitación para clima frío; las isotermas del caso C1 presentan una estratificación en la parte superior de la habitación de las 9:00 a las 14:00 hrs (horario con valor de radiación solar) mientras que las isotermas del caso C3 presentan un gradiente horizontal casi nulo en aproximadamente un 60% del ancho de la habitación (a media altura), lo cual evita el movimiento vertical del flujo en esta región. Las isotermas de la Figura 5.6 indican que las temperaturas de la habitación del caso C1 son muy similares o del mismo orden que las obtenidas en el caso C3 en toda la altura de la habitación; a excepción en los horarios con los mayores valores de radiación (9:00 a 12:00 hrs) en la cuales se aprecia valores mayores de temperatura del aire del caso C3 respecto al caso C1. En la parte central de la habitación a las 10:00 hrs, en los patrones de temperatura se observa que en el caso C1 se alcanza aproximadamente hasta $30.6\text{ }^{\circ}\text{C}$, mientras que para el caso C3 se tiene $32\text{ }^{\circ}\text{C}$, este horario es donde se aprecia los valores mayores de temperatura en la habitación.

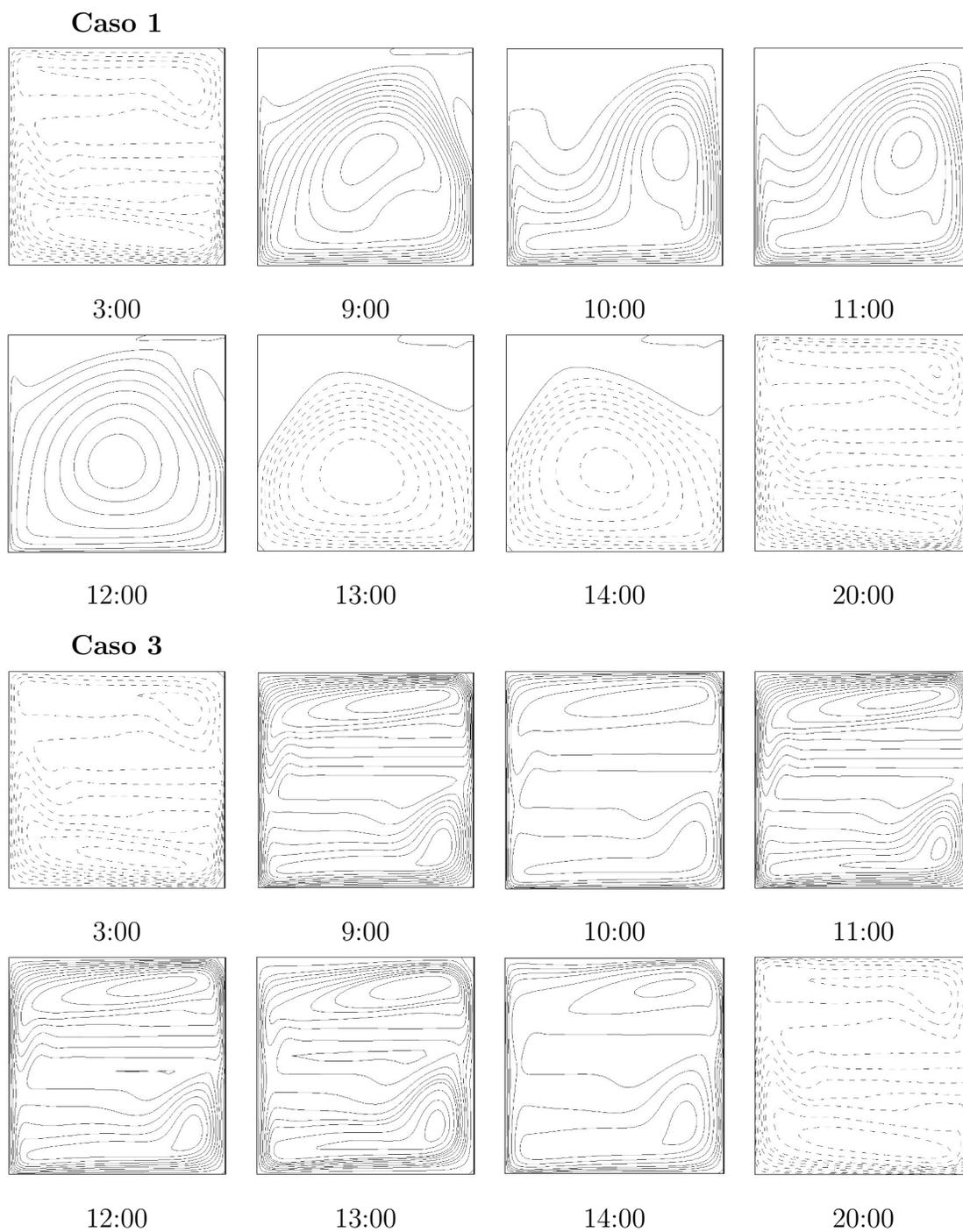


Figura 5.5. Isolíneas de corriente para el caso C1 y C3.

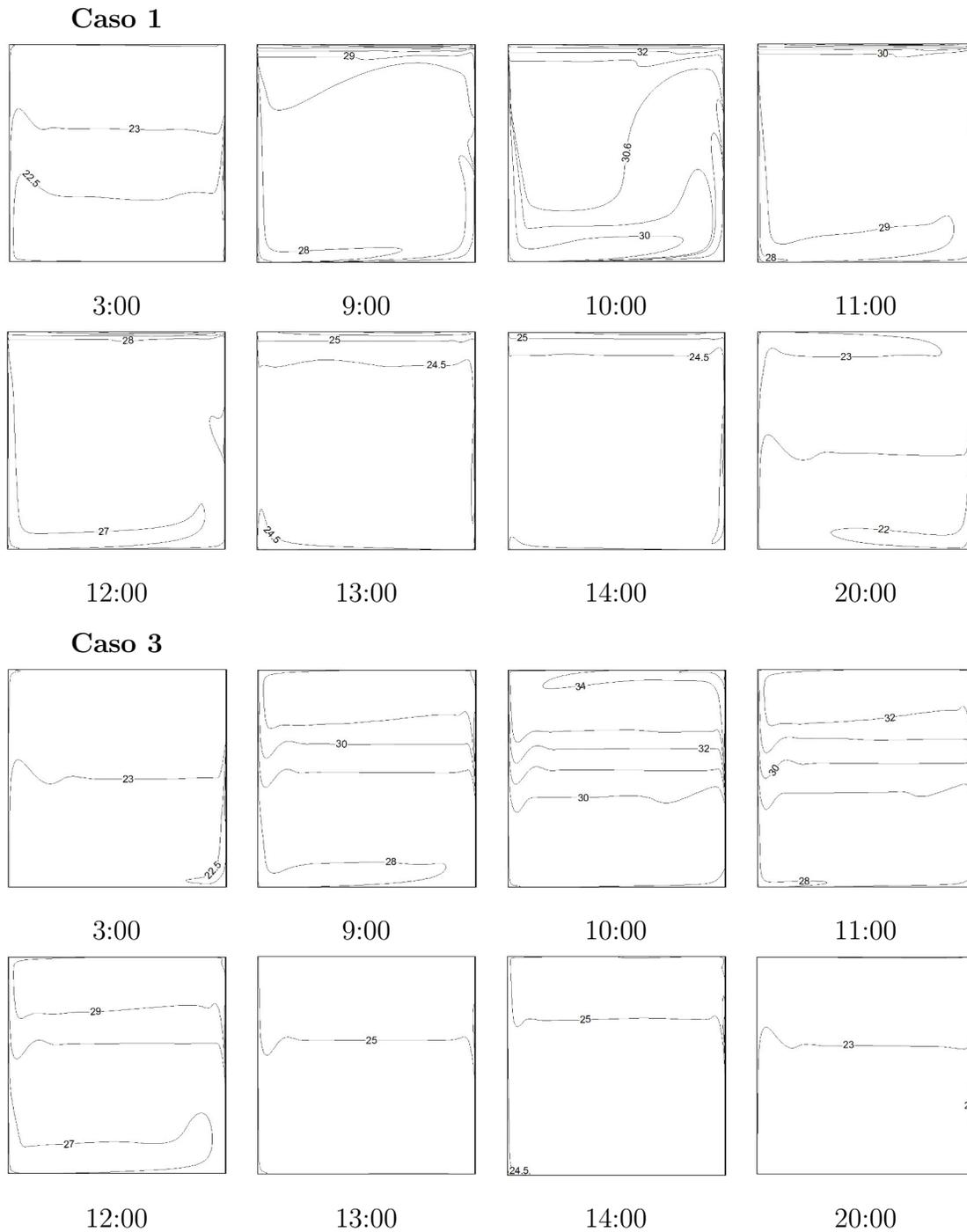


Figura 5.6. Isothermas para el caso C1 y C3.

los flujos de calor total ($q_{total-int} = q_{conv} + q_{rad} + q_{trans}$) al interior de la habitación, como referencia se muestra la radiación solar incidente a lo largo del día evaluado. Los valores negativos de los flujos de calor indican que la energía está entrando a la habitación. Se observa que a medida que la radiación solar incidente aumenta, también aumenta el flujo total de calor al interior ($q_{total-int}$). Los valores mayores de se dan entre las 7:00, (-484.62 y -168.18 W/m² para el caso C1 y C2, respectivamente) y las 12:00 horas (-220.04 y -84.8 W/m²), disminuyendo gradualmente hasta llegar a ser casi constante a partir de las 18:00 horas. En la figura se puede apreciar que en los horarios de mayor radiación solar, el caso C2 deja pasar menos energía que el caso C1.

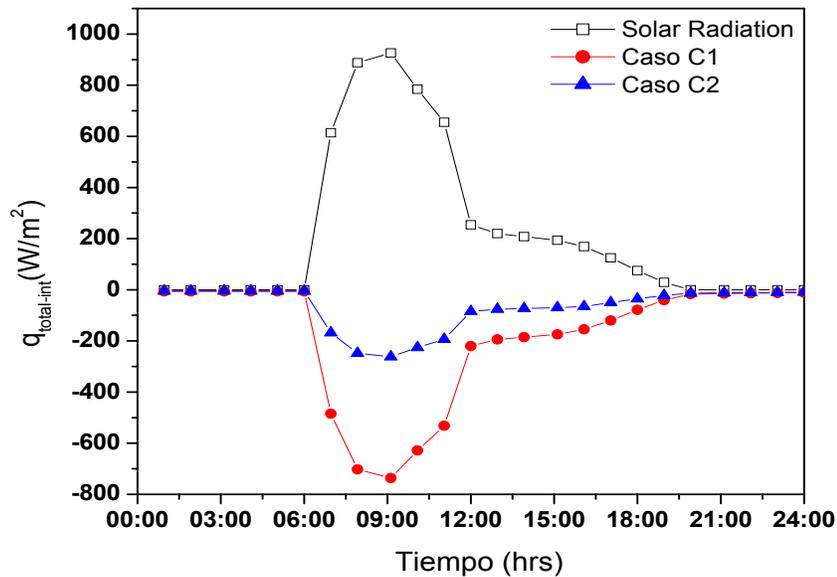


Figura 5.8. Flujos de calor total al interior de la habitación para el caso C1 y C2.

En la Figura 5.9 se presentan los valores de temperatura promedio del aire ($T_{prom-int}$) al interior de la habitación, como referencia se muestra la temperatura ambiente exterior a lo largo del día evaluado (T_{ext}). El valor de temperatura promedio a las 9:00 hrs (horario de radiación máxima) para el caso C1 y C2 son de 35.8 y 30.5 °C, respectivamente, mientras que la temperatura ambiente exterior es de 37.3°C. Este resultado permite observar el

beneficio por uso de la película de control solar en el sistema de ventana de vidrio doble, donde se tiene una reducción de 5.3 °C. En el intervalo del día de 7:00 a 11:00, en el cual se tienen los mayores valores de radiación, el caso C1 se tiene un intervalo de temperatura promedio de 32.3 a 35.8 °C, mientras que para el caso C2 se obtiene un intervalo de 28.3 a 30.5 °C. A las 15:00 hrs, horario donde se tiene el mayor valor de temperatura ambiente exterior (42.5 °C), la temperatura promedio del aire de caso C1 y C2 son de 27.8 y 26.4 °C, esto es una diferencia de 1.4°C. Este resultado muestra que es mayor el efecto del potencial de energía de radiación solar sobre la $T_{prom-int}$ que el potencial de energía debido a la temperatura ambiente.

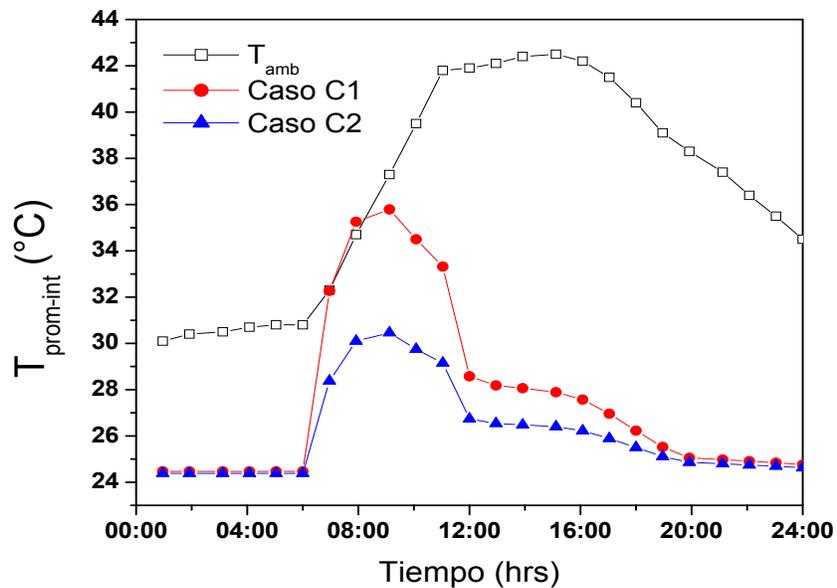


Figura 5.9. Temperatura promedio al interior de la habitación para el caso C1 y C2.

En la Tabla 5.2 se presentan los valores para el flujo de calor promedio total al interior para cada hora a partir desde las 1:00 hasta las 24:00 hrs para el caso C1 y C2. En la segunda columna se corresponde a los resultados del caso C1 y en la tercera columna a los correspondiente del caso C2. En la última columna se presenta la diferencia absoluta ($|q_{total-int}^{C1}| - |q_{total-int}^{C2}|$) para cada hora. De esta diferencia se puede observar, que en el

intervalo de 7:00 a 11:00 hrs se tiene un mejor desempeño del sistema de vidrio doble para el caso 2 respecto al caso 1. Entre las 12:00 y 19:00 hrs, la diferencia se encuentra en un intervalo aproximado entre 135.24 y 18.92 W/m². A partir de las 20:00 hrs y hasta las 24:00 hrs, la diferencia cae a un valor de 3.32 a 2.34 W/m². En los horarios de 1:00 a 6:00 hrs, debido a que no hay radiación solar y que la temperatura ambiente exterior aproximadamente tiene el mismo valor (ver Tabla 5.1), entonces solo se realizó la corrida computacional de las 3:00 hrs y los resultados se consideraron para todo este intervalo de tiempo. De los resultados de la tabla, se puede decir que usar una película de control solar en un sistema de vidrio doble (caso 2) reduce en un día desde las 1:00 a las 24:00 hrs la cantidad de 2,699.21 W/m² respecto al caso 1.

Tabla 5.2. Flujos de calor promedio total (W/m^2) al interior para el caso C1 y C2.

Hora	$q_{\text{total-int}}^{\text{C1}}$	$q_{\text{total-int}}^{\text{C2}}$	$ q_{\text{total-int}}^{\text{C1}} - q_{\text{total-int}}^{\text{C2}} $
1:00	-6.21	-4.88	1.33
2:00	-6.21	-4.88	1.33
3:00	-6.21	-4.88	1.33
4:00	-6.21	-4.88	1.33
5:00	-6.21	-4.88	1.33
6:00	-6.21	-4.88	1.33
7:00	-484.62	-168.18	316.44
8:00	-702.34	-247.9	454.44
9:00	-736.13	-261.87	474.26
10:00	-628.56	-225.86	402.70
11:00	-531.61	-193.73	337.88
12:00	-220.04	-84.8	135.24
13:00	-194.03	-76.01	118.02
14:00	-185.21	-73.24	111.97
15:00	-174.49	-69.65	104.84
16:00	-154.56	-65.58	88.98
17:00	-119.92	-49.98	69.94
18:00	-78.61	-35.40	43.21
19:00	-40.71	-21.79	18.92
20:00	-16.58	-13.26	3.32
21:00	-15.29	-12.00	3.29
22:00	-13.71	-10.87	2.84
23:00	-12.48	-9.88	2.60
24:00	-11.14	-8.80	2.34
TOTAL	-4357.29	-1658.08	2699.21

5.2.2.2. Condición de clima frío

El análisis térmico para clima frío es similar al realizado para clima cálido, con la variante de que la película espectralmente selectiva se deposita sobre la superficie interior del vidrio que está en contacto con la habitación (caso C3). Cabe mencionar que la ventana de vidrio doble analizada es la misma que la utilizada en el análisis de clima cálido, con la diferencia que se rota 180 °C (simulando una ventana reversible) para que la película de control solar quede ahora en el vidrio interior de la habitación. En la Tabla 5.3 se presentan los valores de temperatura promedio del aire al interior de la habitación en función del tiempo para el caso C1 ($T_{prom-int}^{C1}$) y el caso C3 ($T_{prom-int}^{C3}$) así como su diferencia. En la tabla, también se aprecian los valores de temperatura ambiente exterior y radiación solar para la condición de clima frío. En los horarios de 22:00 a 24:00 hrs, debido a que no hay radiación solar y la temperatura ambiente exterior aproximadamente tiene el mismo valor (ver Tabla 5.3), se realiza la corrida computacional de las 23:00hrs y se consideró para todo este intervalo de tiempo.

En general, se aprecia que los valores de temperatura del caso C1 son similares a los valores del caso C3, encontrándose una diferencia máxima y mínima de 0.6 y 0.2 °C, siendo mayor $T_{prom-int}^{C3}$ que $T_{prom-int}^{C1}$. A las 10:00 hrs correspondiente a la radiación máxima para el caso C1 y C3 se obtiene un valor de temperatura 30.9 y 31.4 °C. En el intervalo de 9:00 a 12:00 hrs (valores mayores de radiación solar), se obtiene un intervalo de $27.4 \leq T_{prom-int}^{C1} \leq 30.9$ °C y de $27.9 \leq T_{prom-int}^{C3} \leq 31.4$ °C. Para un caso extremo de radiación solar cero y temperatura exterior de 1.4°C, esto es a las 23:00 hrs, se obtienen los valores de temperatura: $T_{prom-int}^{C1} = 22.4$ y $T_{prom-int}^{C3} = 22.7$ °C. Con base en los resultados analizados de valores medios de temperatura del aire al interior de la habitación, se muestra que en condiciones de clima frío, el desempeño térmico de una ventana de vidrio doble con control solar es similar a una ventana tradicional de vidrio doble.

5.2. Análisis y discusión para condiciones de clima cálido y frío

Tabla 5.3. Temperatura promedio (°C) del aire interior de la habitación para el caso C1 y C3.

Hora	T_{ext} (°C)	G_{solar} (W/m ²)	$T_{\text{prom-int}}^{\text{C1}}$	$T_{\text{prom-int}}^{\text{C3}}$	$ T_{\text{prom-int}}^{\text{C1}} - T_{\text{prom-int}}^{\text{C3}} $
1:00	9.6	0	23.0	23.2	0.2
2:00	7.9	0	22.9	23.1	0.2
3:00	6.2	0	22.8	23.0	0.2
4:00	5.1	0	22.7	22.9	0.2
5:00	4.1	0	22.6	22.8	0.2
6:00	3.3	0	22.6	22.8	0.2
7:00	2.5	0	22.5	22.7	0.2
8:00	2.3	0	22.5	22.7	0.2
9:00	3.8	479	28.8	29.4	0.6
10:00	5.4	648	30.9	31.4	0.5
11:00	6.9	528	29.6	30.1	0.5
12:00	8.0	339	27.4	27.9	0.5
13:00	8.7	118	24.6	25.0	0.4
14:00	9.1	106	24.4	24.8	0.4
15:00	9.0	91	24.2	24.6	0.4
16:00	8.4	73	24.0	24.3	0.3
17:00	7.2	64	23.9	24.1	0.2
18:00	5.5	6	22.8	23.0	0.2
19:00	4.4	0	22.6	22.9	0.3
20:00	3.3	0	22.6	22.8	0.2
21:00	2.2	0	22.5	22.7	0.2
22:00	1.0	0	22.4	22.7	0.3
23:00	1.4	0	22.4	22.7	0.3
24:00	1.4	0	22.4	22.7	0.3

Capítulo 6

Conclusiones

En este capítulo se muestran las conclusiones obtenidas a partir del análisis de resultados presentado en el capítulo anterior. El estudio de este trabajo comprendió la transferencia de calor conjugada (convección, radiación y conducción) en una habitación con una ventana de vidrio doble. La ventana de vidrio doble se consideró con y sin película de control solar (SnS-CuxS). Las condiciones climatológicas fueron las de Hermosillo Sonora, considerado un clima extremo. Las condiciones climáticas de Hermosillo-Sonora fue usada para modelar el sistema con condiciones de clima cálido y frío. Las variables ambientales consideradas para la modelación numérica fueron la radiación solar y temperatura ambiente de cada hora durante un día.

Para analizar el desempeño térmico del sistema se compararon los tres casos siguientes. Para la condición de clima cálido se modeló dos casos: Caso 1 (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y Caso 2 (C2) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente exterior tiene una película de control solar. Para la condición de clima frío se simulan dos casos: Caso 1 (C1) – habitación con ventana de vidrio doble, donde los vidrios se consideran claros sin película de control solar y Caso 3 (C3) – habitación con ventana de vidrio doble, donde el vidrio en contacto con el aire al ambiente interior de la

habitación tiene una película de control solar.

Para las condiciones de clima cálido durante todos los horarios del día de modelación, se observó que las temperaturas de la habitación del caso C1 (36°C) son mayores que las obtenidas en el caso C2 (32°C) en toda la altura de la habitación, principalmente en los horarios con valores de radiación. Mientras que para la condición de clima frío, se obtuvieron que las temperaturas de la habitación del caso C1 son muy similares a las obtenidas en el caso C3 que difieren en 1°C; a excepción en los horarios con los mayores valores de radiación (9:00 a 12:00 hrs) donde se aprecia valores mayores de temperatura del aire del caso C3 respecto al caso C1.

Del análisis de los flujos de calor total al interior de la habitación para la condición de clima cálido se apreció que en los horarios de mayor radiación solar (de 7:00 a 11:00 hrs), el caso C2 deja pasar menos energía que el caso C1. De los resultados se puede decir que usar una película de control solar en un sistema de vidrio doble (caso C2) reduce en un día desde las 1:00 a las 24:00 hrs la cantidad de 2,699.21 W/m² (62%) respecto al caso C1.

Del análisis térmico para clima frío, se apreciaron que los valores de temperatura del caso C1 son similares a los valores del caso C3, encontrándose una diferencia máxima y mínima de 0.6 y 0.2 °C, siendo mayor $T_{prom-int}^{C3}$ que $T_{prom-int}^{C1}$. Con base a los resultados analizados de valores medios de temperatura del aire al interior de la habitación muestran que en condiciones de clima frío, el desempeño térmico de una ventana de vidrio doble con control solar es similar a una ventana tradicional de vidrio doble.

Finalmente se concluye para los resultados numéricos con condiciones de clima cálido, la configuración del caso C2 tiene un mejor comportamiento térmico, es decir, la energía total transmitida a la habitación es menor que el caso C1. Mientras que para condiciones de clima frío se puede concluir que caso C1 y C3 tienen un comportamiento térmico similar.

Por lo anterior, se considera haber cubierto satisfactoriamente el alcance y los objetivos planteados de esta tesis. Este proyecto de tesis forma parte de la línea de investigación: Análisis y Diseño Térmico de Edificaciones y Sistemas Solares Relacionados en Cenidet y debido a su trascendencia se considera importante continuar con su desarrollo. Como extensión del presente trabajo se pueden sugerir otros estudios, estos se describen a continuación:

Recomendaciones

Con la intención de dar continuidad a este trabajo de tesis se sugieren los siguientes estudios.

- Realizar corridas computacionales para otras ciudades ó zonas climáticas de la República Mexicana.
- Considerar la configuración de la ventana de vidrio doble con algún tipo de vidrio comercial en el mercado Mexicano (reflectivo, tintex, etc.).
- A la habitación, adicionalmente a la ventana de vidrio doble, se le puede considerar el acoplamiento de otros sistemas para mejorar su comportamiento térmico (techos reflectivos, chimenea solar, etc.).
- Realizar un estudio de la habitación con una ventana de vidrio doble en estado transitorio .
- Realizar un estudio de la habitación con una ventana de vidrio doble experimental.

Bibliografía

Arici M., Karabay H., Determination of optimum thickness of double-glazed windows for the climatic regions of Turkey. *Energy and Buildings* 2010; 42:1773-1778

Arici M., Karabay H., Multiple pane window applications in various climatic regions of Turkey. *Energy and Buildings* 2012; 45: 67-71.

ASHRAE Standart 55P., Thermal Environmental conditions for human occupancy. American Society of Heating Refrigeration and Air Conditioning Engineers, Atlanta, 2003

Aydin O., Determination of optimum air-layer thickness in double-pane windows. *Energy and Buildings* 2000; 32:303-308

Aydin O., Conjugate heat transfer analysis of double pane windows. *Building and Environment* 2006;41:109–116

Barakos G., Mitsoulis E., Assimacopoulos D., Natural convection Flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models with Wall Functions. *Int. J. Numerical Meth* 1994; 18: 695-719.

Bhamjee M., Nurick A., Madyira D.M., An experimentally validated mathematical and CFD model of a supply air window: Forced and natural flow. *Energy and Buildings* 2013;

57: 289-301

Carlos S. J., Corvacho H., Silva D. P., Gomes-Castro P.J., Real climate experimental study of two double window systems with preheating of ventilation air. *Energy and Buildings* 2010; 42: 928-934

Carlos S. J., Corvacho H., Silva D. P., Gomes-Castro P.J., Modelling and simulation of a ventilated double window. *Applied Thermal Engineering* 2011; 31: 93-102

Carlos S.J., Corvacho H., Evaluation of the thermal performance indices of a ventilated double window through experimental and analytical procedures: U_w -values. *Renewable Energy an International Journal* 2014; 62: 747-754

Cortina C., Estudio de la transferencia de calor en ventanas de vidrio douvent, Tesis de maestría, CENIDET , Cuernavaca, Morelos, 2000

Chaiyapinunt S., Phueakphongsuriya B., Mongkornsaksit K., Khomporn N., Performance rating of glass windows and glass windows with films in aspect of thermal comfort and heat transmission. *Energy and Buildings* 2005; 37 :725–738

Chow Tin-tai, Lin Z., Fong kwong-fai, Chan Lok-shun, Miao-miao He, Thermal performance of natural airflow window in subtropical and temperate climate zones- A comparative study. *Energy conversion and Management* 2009; 50: 1884-1890

Chow Tin-tai, Chunying Li, Lin Z., Innovative solar windows for cooling-demand climate. *Solar Energy Materials and Solar Cells* 2010; 94:212-220

Chow Tin-tai, Chunying Li, Zhang Lin., Thermal characteristics of water-flow double-pane window. *International Journal of Thermal Sciences* 2011; 50: 140-148

De Vahl Davis G., Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution. *Int. J. Num. Meth. Fluids* 1983; 3: 249-264.

Etzion Y., Erell E., Controlling the transmission of radiant energy through windows: a novel ventilated reversible glazing system. *Building and Environment* 2000; 35:433-444

Feuermann D., Novoplansky A., Reversible low solar heat gain windows for energy savings. *Solar Energy* 1998; 62:169-175

Fusegi T., Hyun J., Kuwahara K., Tree-Dimensional Simulations of Natural Convection in a Sidewall-Heated Cube. *Int. J. Numer. Methods Fluid* 1991; 3: 857-867.

Gan G., Thermal transmittance of multiple glazing: computational fluid dynamics prediction. *Applied Thermal Engineering* 2001; 21: 1583-1592

Ghia U., Ghia K.N., Shin C.T., High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, 1982

Gosselin L., Dussault J.-M., Galstian T., Integration of smart windows into building design for reduction of yearly overall energy consumption and peak loads. *Solar Energy* 2012; 86: 3405-3416.

Gueymard Christian A., duPont William C., Spectral effects on the transmittance, solar heat gain, and performance rating of glazing systems. *Solar Energy* 2009; 83: 940-953

Gugliermetti F., Bisegna F., Saving energy in residential buildings: The use of fully reversible windows. *Energy* 2007; 32:1235-1247

Han J., Lu L., Yang H., Numerical evaluation of the mixed convective heat transfer in a double-pane window integrated with see-through a-Si PV cells with low-e coatings. *Applied Energy* 2010; 87:3431-3437

Hatt T., Saelzer G., Hempel R., Gerber A. Alto confort interior con mínimo consumo energético a partir de la implementación del estándar Passivhaus en Chile. *Revista de la Construcción* 2012; 11: 123-134

Henkes R., Hoogendoorn C., “Comparison of the Standard Case for Turbulent Natural Convection in a Square Enclosure, Turbulent Natural Convection in Enclosures”, A Computational and Experimental Benchmark Study, Ed. R.A.W. Henkes and C.J. Hoogendoorn. *Proc. Of the Eurotherm Seminar Delft*, 1992; 22: 185-213

Ismail K. A. R., Salinas T. C., Henriquez R. J., A comparative study of naturally ventilated and gas filled windows for hot climates. *Energy Conversion and Management* 2009; 50: 1691-1703

Ismail K.A.R., Henríquez J.R. Simplified model for a ventilated glass window under forced air flow conditions. *Applied Thermal Engineering* 2006; 26:295–302

Manz H., Simmler H., Schaelin A., Airflow patterns and thermal behavior of mechanically ventilated glass double facadas. *Building and Environment* 2004; 39: 1023-1033

Markatos N., Pericleous K., Laminar and Turbulent Natural Convection in an Enclosed Cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer* 1984; 27: 755-772.

Moshfegh B., Sandberg M., Larsson U. Thermal analysis of super insulated windows (numerical and experimental investigations). *Energy and Buildings* 1999; 29:121-128

Nair M T S, Nair P K., SnS-CuxS Thin-Film Combination: a Desirable Solar Control Coating for Architectural and Automobile Glazings. *Journal Physical* 1991; 24: 450-453

Patankar S., A Numerical Method for Conduction in Composite Materials, Flow in Irregular Geometries and Conjugate Heat Transfer, *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Toronto Can. 1978; 3: 297-302.

Patankar S. V., *NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW* , 1980.

Pérez-Nucamendi C., Análisis Térmico de una Ventana de Vidrio Doble. Tesis de maestría, CENIDET Cuernavaca Morelos , 2012

Pérez-Grande I., Meseguer J., Alonso G. Influence of glass properties on the performance of double-glazed facades. *Applied Thermal Engineering* 2005; 25:3163–3175

Pérez-Segarra C., Oliva A., Costa M., Escanes F., Numerical Experiments in Turbulent Natural and Mixed Convection in Internal Flows. *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow* 1995 ; 5: 13-33

Rongxin Y., Peng X., Pengyuan S. Case study: Energy savings from solar window film in two commercial buildings in Shanghai. *Energy and Buildings* 2012;45:132–140

Sabry M., Eames P. C., Singh H., Wu Y., Smart windows: Thermal modelling and evaluation. *Solar Energy* 2014; 103: 200-209

Siegel R., Howell J., “Thermal Radiation Heat Transfer”, Hemisphere Publishing Co., Mc. Graw Hill Co., New York, 1981.

Van Doormaal J., Raithby G., “Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting

Incompressible Fluid Flow”, Numerical HeatTransfer 1984; 7: 147-163.

Versteeg H. K. and Malalasekera W., AN INTRODUCTION TO COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS THE FINITE VOLUME METHOD, 1995

Xamán J., Pérez-Nucamendi C., Arce J., Hinojosa J., Álvarez G., Zavala-Guillén I., Thermal analysis for a double pane window with a solar control film for using in cold and warm climates. Energy and Buildings 2014; 76: 429–439.