

# **Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico**

**Subdirección Académica**

**Departamento de Ingeniería Electrónica**

## **TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS**

**Diagnóstico de Fallas con Diseño de un Observador de Alta Ganancia para  
Sistemas No Lineales con Dinámica Híbrida**

presentada por

**Ing. Marcos Alfredo López Castro**

como requisito para la obtención del grado de  
**Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica**

Director de tesis  
**Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez**

Codirectora de tesis  
**Dra. Flor Lizeth Torres Ortiz**

**Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2016.**





**"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"**

Cuernavaca, Mor., 4 de diciembre de 2015

OFICIO No. DIE/180/2015  
Asunto: Aceptación de documento de tesis

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
**PRESENTE**

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Marcos Alfredo López Castro** con número de control **M13CE076** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **"DIAGNÓSTICO DE FALLAS CON DISEÑO DE UN OBSERVADOR DE ALTA GANANCIA PARA SISTEMAS NO LINEALES CON DINÁMICA HÍBRIDA"** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 7534115

CODIRECTOR DE TESIS

M.C. Flor Lizeth Torres Ortíz  
Maestra en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 5075078

REVISOR 1

Dr. Enrique Quintero-Mármol Márquez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 2356594

REVISOR 2

Dr. Manuel Adam Medina  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 5992003

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Estudiante  
Expediente

CMAZ/lrr





"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 14 de diciembre de 2015  
OFICIO No. SAC/245/2015

**Asunto:** Autorización de impresión de tesis

**ING. MARCOS ALFREDO LÓPEZ CASTRO**  
**CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA**  
**PRESENTE**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "**Diagnóstico de Fallas con Diseño de un Observador de Alta Ganancia para Sistemas no Lineales con Dinámica Híbrida**", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGÍA AL SERVICIO DE MÉXICO"

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



CENTRO NACIONAL DE  
INVESTIGACIÓN Y  
DESARROLLO  
TECNOLÓGICO  
SUBDIRECCIÓN  
ACADÉMICA

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Expediente

GVGR/mcr



# Dedicatoria

## **A mis padres**

A quienes les debo todo, son el pilar de mi vida, este triunfo es para ustedes.

## **A mis hermanos**

Porque siempre están conmigo y juntos nos hemos ayudado a superarnos día con día. Gracias por su compañía y por todos los momentos que pasamos juntos.

## **A mis familiares**

Que siempre están al pendiente de mis actividades y me han brindado su amor incondicional, sin importar la lejanía viven en mi corazón.





# Agradecimientos

Antes que alguien, le agradezco a Dios por darme el regalo más grande, la vida.

Agradezco a mis padres Jorge y Gloria por ser un pilar para mi formación y por brindarme siempre su apoyo en cada aspecto de mi vida.

Agradezco a mis hermanos Alejandro, Christian, Jorge y Juan por apoyarme tanto como sólo los mejores hermanos lo podrían hacer.

Agradezco a mis compañeros de generación Abraham, Gabriel, Audomaro, Moises, Christian, Genaro, Leonardo Orozco, Juan Pablo, Diego, Ricardo, Juan Carlos, Leonardo Daniel, Iris y Luis porque siempre nos apoyamos y logramos terminar una etapa más en nuestra formación académica.

Agradezco al Dr. Rircardo Fabricio Escobar Jiménez por ser un buen guía y por su apoyo incondicional en el desarrollo de esta tesis, por su paciencia y la motivación brindada.

Agradezco a la Dra. Flor Lizeth Torres Ortiz por ser una motivación para mí y por sus acertados consejos en el desarrollo de esta tesis.

Agradezco a mis revisores Dr. Manuel Adam Medina y Dr. Enrique Quintero-Mármol Márquez, por sus correcciones acertadas en este trabajo de tesis.

Agradezco a todos mis maestros de control por su paciencia y por las ganas de transmitir su conocimiento así como también por los retos que clase a clase nos ponían con el fin de desafiar nuestras habilidades y ser mejor cada día.

---

Agradezco al Tecnológico Nacional de México y al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico por brindarme la oportunidad de creer profesionalmente.

Agradezco al personal administrativo del CENIDET a Lorena, Anita, Mario, Alfredo y Guadalupe quienes siempre dan lo mejor de sí y están al servicio de los alumnos.

Finalmente a CONACYT por el apoyo económico que me brindaron para la realización de este trabajo de tesis.

# Resumen

En este trabajo de tesis se presenta la simulación de un esquema de diagnóstico de fallas cuyo propósito es detectar fallas en los sensores de temperatura a la salida de un condensador, para ello se diseña un sistema FDD (por sus siglas en inglés Fault Detection and Diagnosis). Dicho esquema fue desarrollado utilizando redundancia analítica, la cual se genera por medio de las estimaciones de las variables del proceso. Las estimaciones son generadas por un banco de observadores de alta ganancia. Los observadores estiman el valor de las temperaturas de los fluidos y empleando la medida real del proceso y la estimada, se generan residuos. Posteriormente, estos residuos son evaluados con la finalidad de detectar fallas en cualquiera de los dos sensores de temperatura de salida del condensador y cuando el sistema FDD detecta una falla, se realiza una reconfiguración, conmutando la señal del sensor fallado por la señal que es estimada por el observador, manteniendo así al intercambiador de calor en operación aun y con la existencia de la falla. Una de las contribuciones de este trabajo es el desarrollo de un modelo matemático que es capaz de representar la dinámica híbrida de un proceso de condensación. En la literatura se ha planteado que la dinámica de estos sistemas es semejante a los sistemas híbridos, ya que durante el proceso de condensación las propiedades de los fluidos experimentan cambios abruptos cuando los fluidos cambian de fase, ésto es semejante a las dinámicas discretas y continuas de los sistemas híbridos. Los resultados son comparados con datos experimentales provenientes de un condensador utilizado en un proceso de purificación de agua, todas las pruebas fueron realizadas en lazo abierto.



# Abstract

This thesis shows the simulation of a fault diagnostic scheme whose purpose is to detect failures in the condenser's outlet temperature sensors, in order to do that a FDD (Fault Detection and Diagnosis) scheme has been designed. This scheme was developed using analytical redundancy, which is generated through the estimation of the process variables. These estimations are generated by a bank of high gain observers. The observers estimate the value of the fluid temperature and this estimation is compared with the real measurement of the process in order to generate residuals. After that, these residuals are evaluated in order to detect failures in either of the two outlet temperature sensors of the condenser. When the FDD system detects a failure, a reconfiguration system is performed, the estimated signal produced by the observer is used instead the measured signal. So the condensation process still operates even in the presence of a failure. One contribution of this work is the development of a mathematical model which is able to represent the hybrid dynamic of a condensation process. In the literature it has been shown that the dynamic of these systems is similar to dynamic of the hybrid systems, because during condensation process the fluid properties suffer abrupt changes, this is similar to the discrete and continuous dynamics involved in the hybrid systems. The results are compared with experimental data taken from a condenser used in a water purification process.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	3
1.2. Objetivos . . . . .	4
1.2.1. Objetivo general . . . . .	4
1.2.2. Objetivos específicos . . . . .	4
1.3. Hipótesis . . . . .	4
1.4. Justificación . . . . .	5
1.4.1. Alcances . . . . .	6
1.5. Metodología . . . . .	6
1.6. Estructura de tesis . . . . .	7
<b>2. Estado del arte y marco teórico</b>	<b>9</b>
2.1. Estado del arte . . . . .	10
2.1.1. Modelado matemático de intercambiadores de calor con cambio de fase . . . . .	10
2.1.2. Estimación de estados por medio de observadores de alta ga- nancia . . . . .	12
2.1.3. Diagnóstico de fallas . . . . .	14
2.2. Marco teórico . . . . .	17
2.2.1. Intercambiadores de calor . . . . .	18
2.2.2. Observadores . . . . .	22
2.2.3. Diagnóstico de fallas . . . . .	26
<b>3. Modelado matemático del condensador</b>	<b>29</b>
3.1. Sistemas de intercambio de calor . . . . .	29
3.2. Modelado matemático . . . . .	31

## ÍNDICE GENERAL

---

3.2.1. Modelado matemático de un condensador: enfoque híbrido . . .	32
3.3. Descripción general del condensador . . . . .	40
3.4. Simulación y comparación del modelo con datos experimentales . . .	43
3.4.1. Variables y parámetros . . . . .	43
3.4.2. Protocolo de pruebas . . . . .	44
3.4.3. Simulaciones y pruebas . . . . .	45
3.5. Conclusiones . . . . .	50
<b>4. Observadores de alta ganancia</b>	<b>52</b>
4.1. Introducción . . . . .	52
4.2. Observabilidad de sistemas no lineales . . . . .	55
4.3. Observador de alta ganancia . . . . .	58
4.3.1. Observador de alta ganancia para estimación de estados . . .	59
4.4. Desarrollo de un banco de observadores para el condensador . . . . .	62
4.4.1. Simulación y comparación con datos experimentales del banco de observadores . . . . .	69
4.5. Conclusiones . . . . .	73
<b>5. Diagnóstico de fallas</b>	<b>75</b>
5.1. Generalidades del diagnóstico de fallas . . . . .	75
5.1.1. Generación de residuos . . . . .	77
5.1.2. Esquemas de diagnóstico basado en observadores . . . . .	79
5.2. Esquema propuesto para el diagnóstico de fallas en el condensador . .	80
5.2.1. Simulación del esquema de diagnóstico de fallas . . . . .	83
5.3. Conclusiones . . . . .	88
<b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>89</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	89
6.2. Trabajos futuros . . . . .	90
6.3. Publicaciones realizadas . . . . .	90
<b>Bibliografía</b>	<b>92</b>
<b>A. Modelo del condensador con la fuerza conductora diferencia de tem- peraturas</b>	<b>103</b>



B. Publicaciones realizadas

106

# Índice de figuras

2.1. Clasificación de los intercambiadores de calor. . . . .	19
2.2. Regiones de comportamiento de un sistema dinámico. . . . .	27
2.3. Estructura conceptual del diagnóstico de fallas basado en modelo. . .	28
3.1. Clasificación de los intercambiadores de calor. . . . .	30
3.2. Intercambiador de tubos concéntricos. . . . .	31
3.3. Diagrama esquemático del modelo de tres celdas para un condensador.	33
3.4. Regiones del flujo en condensación. . . . .	37
3.5. Diámetros del los tubos del condensador. . . . .	41
3.6. Condensador helicoidal. . . . .	41
3.7. Instrumentación del condensador . . . . .	42
3.8. Protocolo de pruebas, simulación fuera de línea del condensador. . . .	44
3.9. Simulación del modelo del condensador, (a) temperatura $T_c$ y (b) tem- peratura $T_f$ . . . . .	46
3.10. Calidad del vapor del fluido a condensar. . . . .	46
3.11. Propiedades físicas de los fluidos: (a) densidad de $T_{cs}$ , (b) densidad de $T_{fs}$ , (c) capacidad calorífica de $T_{cs}$ , (d) capacidad calorífica de $T_{fs}$ , (e) coeficiente convectivo de $T_{cs}$ y (f) coeficiente convectivo de $T_{fs}$ . . . . .	47
3.12. Cambios en el flujo de entrada $Fv_f$ . . . . .	48
3.13. Temperaturas de salida ante cambios en el flujo $Fv_f$ . . . . .	48
3.14. Temperaturas de entrada medidas (a) $T_{ce}$ y (b) $T_{fe}$ . . . . .	49
3.15. Temperaturas de salida del condensador medidas y calculadas, (a) $T_{cs}$ y (b) $T_{fs}$ . . . . .	50
4.1. Principio de operación del observador . . . . .	53
4.2. Control por retroalimentación de estados estimados. . . . .	54

4.3.	Diagrama a bloques del banco de observadores. . . . .	62
4.4.	Banco de observadores para el modelo de tres celdas. . . . .	69
4.5.	Estados estimados con el observador 1, (a) temperatura estimada $\hat{T}_{cs1}$ , (b) temperatura estimada $\hat{T}_{fs1}$ , (c) error de estimación de $\hat{T}_{cs1}$ y (d) error de estimación de $\hat{T}_{fs1}$ . . . . .	70
4.6.	Estados estimados con el observador 2, (a) temperatura estimada $\hat{T}_{cs2}$ , (b) temperatura estimada $\hat{T}_{fs2}$ , (c) error de estimación de $\hat{T}_{cs2}$ y (d) error de estimación de $\hat{T}_{fs2}$ . . . . .	71
4.7.	Temperaturas de entrada (a) $T_{ce}$ y (b) $T_{fe}$ . . . . .	72
4.8.	Estimación de las temperaturas $T_{cs}$ y $T_{fs}$ con el banco de observadores, (a) estimación de $T_{cs}$ , (b) estimación de $T_{fs}$ , (d) error de estimación de $T_{cs}$ y (e) error de estimación de $T_{fs}$ . . . . .	72
5.1.	Representación de los tipos de fallas. . . . .	77
5.2.	Instrumentación del condensador. . . . .	80
5.3.	Esquema de diagnóstico de fallas con un banco de observadores (caso sin falla). . . . .	82
5.4.	Esquema de diagnóstico de fallas con un banco de observadores (con falla en el sensor $T_{fs}$ ). . . . .	83
5.5.	Esquema de diagnóstico de fallas con un banco de observadores (con falla en el sensor $T_{cs}$ ). . . . .	83
5.6.	Esquema de pruebas con datos reales, para el banco de observadores de alta ganancia. . . . .	84
5.7.	Temperaturas de entrada (a) $T_{ce}$ y (b) $T_{fe}$ . . . . .	85
5.8.	Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada $\hat{T}_{cs2}$ , (b) temperatura estimada $\hat{T}_{fs2}$ , (c) residuo $r2T_{cs}$ y (d) residuo $r2T_{fs}$ . . . . .	85
5.9.	Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada $\hat{T}_{cs1}$ , (b) temperatura estimada $\hat{T}_{fs1}$ , (c) residuo $r1T_{cs}$ y (d) residuo $r1T_{fs}$ . . . . .	86
5.10.	Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada $\hat{T}_{cs1}$ , (b) temperatura estimada $\hat{T}_{fs1}$ , (c) residuo $r1T_{cs}$ y (d) residuo $r1T_{fs}$ . . . . .	87
5.11.	Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada $\hat{T}_{cs2}$ , (b) temperatura estimada $\hat{T}_{fs2}$ , (c) residuo $r2T_{cs}$ y (d) residuo $r2T_{fs}$ . . . . .	88
A.1.	Modelo del condensador con diferencia de temperaturas a la entrada. . . . .	105

# Índice de tablas

1.	Notación . . . . .	XXI
2.	Números adimensionales . . . . .	XXII
3.	Letras griegas . . . . .	XXII
4.	Sub-índices . . . . .	XXII
5.	Acrónimos en inglés . . . . .	XXIII
3.1.	Dimensiones del evaporador helicoidal de tubos concéntricos. . . . .	40
3.2.	ECM para el modelo del condensador. . . . .	50
4.1.	ECM de los estados estimados del condensador. . . . .	73
5.1.	Firmas para localización de fallas en sensores. . . . .	81

# Nomenclatura

Tabla 1: Notación

Notación	Significado y unidades
$A$	Área de transferencia de calor ( $m^2$ )
$a$	Radio de la espiral ( $m$ )
$Al$	Altura total del tubo helicoidal ( $m$ )
$b$	Espacio entre cada vuelta del espiral ( $m$ )
$Cp$	Capacidad calorífica ( $J/Kg^{\circ}C$ )
$D$	Diámetro helicoidal o de la espiral ( $m$ )
$d$	Diámetro de la tubería ( $m$ )
$Fv$	Flujo volumétrico ( $m^3/s$ )
$Fm$	Flujo másico ( $kg/s$ )
$H$	Entalpía ( $kJ/kg$ )
$h$	Coficiente de transferencia de calor convectivo ( $W/m^2^{\circ}C$ )
$N$	Número de vueltas del helicoidal
$p$	Presión ( $MPa$ )
$r$	Radio de la tubería ( $m$ )
$T$	Temperatura ( $T$ )
$t$	Tiempo ( $seg$ )
$U$	Coficiente global de transferencia de calor ( $W/m^2^{\circ}C$ )
$Vol$	Volumen ( $m^3$ )
$V_s$	Velocidad promedio del fluido ( $m/s$ )
$Xg$	Calidad de vapor $\left(X_g = \frac{\rho - \rho_l}{\rho_g - \rho_l}\right)$
$X_{tt}$	Parámetro de Martinelli $X_{tt} = \left(\frac{1-X_g}{X_g}\right)^{0,9} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)^{0,5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_g}\right)^{0,1}$

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 2: Números adimensionales

Notación	Significado y unidades
$Dn$	Número de Dean ( $Dn = Re (d/a)^{1/2}$ )
$He$	Número helicoidal ( $He = Dn/(1 + (b/2\pi a)^2)^{1/2}$ )
$Nu$	Número de Nusselt ( $Nu = hd/\lambda$ )
$Re$	Número de Reynolds ( $Re = \rho dV_s/\mu$ )
$Pr$	Número de Prandtl ( $Pr = Cp\mu/\lambda$ )

Tabla 3: Letras griegas

Notación	Significado y unidades
$\rho$	Densidad ( $kg/m^3$ )
$\mu$	Viscosidad ( $kg/m s$ )
$\theta$	Ganancia del observador
$\lambda$	Conductividad térmica ( $W/m^\circ C$ )

Tabla 4: Sub-índices

Notación	Significado y unidades
$anu$	Anular
$bif$	Bifásico
$f$	Frío
$ext$	Externo
$v$	Vapor
$c$	Caliente
$int$	Interno
$e$	Entrada
$l$	Líquido
$s$	Salida

Tabla 5: Acrónimos en inglés

<b>Abreviación</b>	<b>Significado</b>
AFD	Actuator Failure Detection
DOS	Dedicated Observer Scheme
FDD	Fault Detection and Diagnosis
GOS	Generalized Observer Scheme
SFD	Sensor Failure Detection
SOS	Simplified Observer Scheme

## ÍNDICE DE TABLAS

---



# Capítulo 1

## Introducción

Debido a la creciente demanda de los productos utilizados para el consumo humano, las industrias encargadas de generar dichos productos (industrias químicas, energéticas, de procesamiento de alimentos, nuclear, petrolera, etc.) están en un constante desafío con el fin de mejorar sus procesos de producción. Es por ello que surge la necesidad de mantener dichos procesos bajo esquemas de control con el objetivo de garantizar la calidad del producto final. Como es bien sabido las técnicas de control automático empleadas en las industrias son cada vez más complejas y además se implementan un gran número de lazos de control coordinados por agentes autónomos; en este ámbito, investigadores en el campo de la ingeniería de control buscan dar solución a problemáticas presentadas en plantas industriales y sistemas a gran escala (Biswas *et al.* 2009).

El desarrollo de la tecnología ha ayudado a implementar dichas técnicas de control y como consecuencia se ha generado una mayor dependencia en el uso de instrumentos electrónicos tales como: sensores, actuadores y mecanismos electromecánicos. Estos instrumentos son sometidos a cargas de trabajo muy rigurosas y es normal que lleguen a fallar. Las consecuencias de estas fallas generan pérdidas económicas debido a que el producto final no cumple con las normas de calidad o incluso pueden generar accidentes fatales que pongan en peligro la integridad de los operadores del proceso; es por ello que surge la necesidad de mantener dichos procesos bajo supervisión, ésta debe ser en línea, para de esta forma determinar la aparición de una falla y poder actuar contra ella, evitando así daños irreversibles o pérdidas económicas.

## 1. INTRODUCCIÓN

---

Con el fin de lidiar con esta problemática, diversos investigadores se han dado a la tarea de desarrollar esquemas de diagnóstico de fallas FDD (por su acrónimo en inglés Fault Detection and Diagnosis) cuyo objetivo es localizar e identificar fallas en los sistemas dinámicos (Blanke *et al.* 2001, Puig *et al.* 2004). Los métodos tradicionales del diagnóstico de fallas se basan en la generación de residuos, ésto consiste en la obtención de las señales que contienen información sobre las fallas, es decir, son el resultado de la comparación entre las señales de referencia (modelo) y las mediciones en tiempo real sobre el sistema; en el caso ideal estos residuos son cero lo que indica que no hay falla.

Algunas técnicas de FDD se desarrollan a partir del análisis de los cambios en los residuos (Gertler 1998, Chen y Patton 1999); otra posibilidad se da mediante la medición de señales de entrada-salida y sus relaciones inherentes, que se utilizan para detectar y localizar fallas (Basseville 1988, Isermann 1993).

Algunos de los principales enfoques de diagnóstico de fallas para sistemas no lineales desarrollan técnicas para la generación de residuos utilizando: observadores de entradas desconocidas (Chen *et al.* 1996), observadores desacoplados (Izadi Zamanabadi 2001), observadores no lineales adaptables (Xu *et al.* 2009), observadores de alta ganancia (Escobar *et al.* 2011b), filtros de Kalman (Theilliol *et al.* 2003), estimación de parámetros (Gharieb *et al.* 1993) y espacio de paridad (Chan *et al.* 2006).

Por lo anterior y debido a que el desarrollo de observadores para sistemas no lineales tiene en la actualidad un campo de investigación más amplio que las otras técnicas, se considera más factible la utilización de estos últimos para desarrollar un esquema de FDD.

En particular los observadores utilizados en esta tesis son los llamados observadores de alta ganancia con los cuales se diseña un esquema de FDD aplicado a un condensador. Estos tipo de observadores tiene como ventaja que sólo requieren la sintonización de un parámetro para logra la estimación de los estados de interés.

En el presente trabajo se toma como caso de estudio un condensador, se escogió este sistema como caso de estudio debido a que es muy utilizado en la industria ali-

mentaria, nuclear y energética entre otras. Además, aproximadamente el 60 % de los intercambiadores de calor utilizados en las industrias son utilizados para condensar o evaporar sustancias (Kakaç 1991).

### 1.1. Planteamiento del problema

El actual incremento en los requerimientos de productividad y estrictas especificaciones de desempeño, provocan una mayor exigencia sobre las condiciones de operación de muchos procesos industriales, tales condiciones incrementan la probabilidad de ocurrencia de fallas, ya sea por la degradación en los equipos, los instrumentos de medición, actuadores o incluso del proceso.

Debido a que los condensadores son muy utilizados en los procesos industriales, es necesario aumentar la fiabilidad de estos sistemas, ésto se consigue dotando al sistema de mecanismos tolerantes a fallas. El diseño de sistemas de control tolerante a fallas es un área emergente en el control automático que mezcla diversas disciplinas y áreas teóricas. La tolerancia a fallas se puede obtener mediante esquemas de diagnóstico de fallas.

Para realizar un esquema de diagnóstico se puede recurrir a diversas metodologías, en específico, en el diagnóstico de fallas basado en redundancia analítica, es necesario tener conocimiento a priori del sistema. Dado que el objeto de estudio de este trabajo de tesis es un proceso de condensación, es necesario contar con un modelo matemático que sea capaz de representar la dinámica del proceso de condensación.

Este tipo de sistemas presenta dinámicas no lineales semejantes a los sistemas híbridos, los cuales tienen comportamientos continuos y discretos, ésto se asemeja a los cambios abruptos que tienen las propiedades físicas de los fluidos al experimentar un cambio de fase.

Teniendo en cuenta lo anterior y dada la importancia de la seguridad para los usuarios, se requiere desarrollar un sistema de diagnóstico de fallas, con el fin de mantener las variables del proceso dentro de los rangos permitidos y lograr que el

## 1. INTRODUCCIÓN

---

sistema cumpla los objetivos y las normas de calidad en el producto final.

### 1.2. Objetivos

#### 1.2.1. Objetivo general

Diseñar un sistema de diagnóstico de fallas basado en un banco de observadores de alta ganancia con el objetivo de detectar fallas en uno de los sensores de salida de un condensador helicoidal.

#### 1.2.2. Objetivos específicos

1. Diseñar un modelo matemático que represente la dinámica de las temperaturas de los fluidos que intervienen en un condensador de tubos concéntricos con geometría helicoidal.
2. Simular el modelo obtenido del condensador y validarlo con datos experimentales.
3. Diseñar un banco de observadores de alta ganancia basado en el modelo no lineal con el fin de estimar las variables de estados del proceso.
4. Simular y validar el banco de observadores con datos experimentales
5. Diseñar un esquema de diagnóstico de fallas que sea capaz de detectar fallas en uno de los sensores de salida.

### 1.3. Hipótesis

Es posible detectar fallas en los sensores de temperatura de un condensador por medio de un sistema de diagnóstico de fallas basado en redundancia analítica, lo cual se logrará con el desarrollo un modelo matemático. Dicho modelo deberá cumplir con las características necesarias para diseñar un banco de observadores, el cual se utilizará como herramienta para el desarrollo del esquema de diagnóstico de fallas.

### 1.4. Justificación

La presencia de fallas en los procesos industriales pueden generar no sólo pérdidas en la productividad, sino también pérdidas de vidas humanas, por lo cual, el diagnosticar fallas es fundamental para aumentar la seguridad durante los procesos industriales. La detección de las fallas debe hacerse en el menor tiempo posible para evitar averías importantes o accidentes fatales; lo anterior permite realizar tareas de mantenimiento preventivo/correctivo sin detener el proceso. Además, realizar la detección a tiempo nos permite realizar acciones de reconfiguración en las leyes de control para poder compensar de alguna forma la falla encontrada, esto se le conoce como control tolerante a fallas.

Durante la última década el diagnóstico y la detección de fallas ha adquirido importancia en las industrias de procesos químicos por varias razones, una de ellas es por la existencia de una gran cantidad de datos provenientes de los sensores con los que se cuenta hoy en día y por otra parte, debido a que los procesos industriales operan en lazo cerrado (retroalimentación de las señales de salida), las fallas en los instrumentos tienen un efecto directo sobre el desempeño general del sistema automatizado.

Motivados por la necesidad de desarrollar tareas de supervisión y control en los procesos, la estimación en línea de los estados se convierte en un problema importante. En la mayoría de las aplicaciones de procesos químicos e industriales el problema principal es la detección de pequeños cambios que puedan resultar en averías con el paso del tiempo; el detectar a tiempo estos cambios en los procesos permite planificar tareas de mantenimiento preventivo, de esta manera es factible una reducción de los costos de operación (Basseville 1993).

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un sistema de diagnóstico de fallas en sensores, basado en el modelo no lineal de un condensador, es decir, el sistema de diagnóstico debe ser capaz de detectar, aislar y estimar fallas y permitir que el condensador trabaje aún en presencia de fallas en sensores, logrando la estimación de la señal del sensor fallado.

## 1. INTRODUCCIÓN

---

### 1.4.1. Alcances

En este trabajo de tesis se obtuvo un modelo matemático que es capaz de describir la dinámica híbrida que presentan los fluidos durante un proceso de condensación. El condensador modelado es un intercambiador de calor de tubos concéntricos y de geometría helicoidal. Dicho modelo se utilizara como herramienta para desarrollar un esquema de diagnóstico de fallas basado en redundancia analítica, ya que el modelo tiene la forma necesaria para el desarrollo de un banco de observadores que estiman los estados del sistema, las señales estimadas son comparadas con las señales medidas y de esta forma se generan residuos que se evalúan para determinar la presencia o no de fallas en los sensores. Las fallas a detectar son fallas aditivas en los sensores de salida. No se contemplan fallas múltiples debido a que solo se tienen dos sensores de salida y solamente se puede discernir de una medición a la vez.

## 1.5. Metodología

Durante el desarrollo de esta investigación se realizaron diversas tareas siguiendo la metodología que se presenta a continuación:

1. Se realizó un estudio del estado del arte acerca del modelado de intercambiadores de calor donde alguno de los fluidos experimenta un cambio de fase y un estudio acerca de los esquemas de diagnóstico de fallas.
2. Se desarrolló un modelo matemático capaz de representar los cambios abruptos que experimentan los fluidos durante un proceso de condensación.
3. Se realizó la simulación del modelo matemático del condensador.
4. Se realizó la comparación del modelo con datos experimentales provenientes de un condensador utilizado en un proceso de purificación de agua.
5. Se seleccionó un esquema de diagnóstico de fallas basado en redundancia analítica y utilizando como herramienta de estimación un banco de observadores de alta ganancia.
6. Se desarrolló un banco de observadores de alta ganancia para el sistema.
7. Se simuló y comparó con datos experimentales el banco de observadores.

8. Se desarrolló el esquema de diagnóstico de fallas evaluando los residuos para determinar su correspondencia con las fallas en los sensores de salida.
9. Se comprobó el correcto funcionamiento del esquema de diagnóstico de fallas simulando el sistema y comparando con datos experimentales. Así como, simulando fallas en las mediciones de los sensores de salida.

## 1.6. Estructura de tesis

El trabajo de investigación desarrollado, se divide en cuatro áreas principales, presentadas en cada capítulo del documento. Dichas áreas son: la revisión bibliográfica del estado del arte, el desarrollo de un modelo no lineal para un condensador, el desarrollo de un banco de observadores que servirá como herramienta para el diagnóstico de fallas y finalmente el desarrollo de un esquema de diagnóstico de fallas.

En el capítulo 2 se presenta la revisión del estado del arte acerca de los temas de interés para la presente investigación y también se presenta el marco teórico que servirá como base para el desarrollo del esquema de diagnóstico de fallas planteado en esta tesis.

En el capítulo 3 se presenta la descripción del caso de estudio de esta tesis, el cual es un condensador helicoidal de tubos concéntricos. De igual forma se muestran las consideraciones que son tomadas en cuenta para el desarrollo de un modelo matemático del sistema y además se comparan los datos obtenidos del modelo con datos experimentales.

En el capítulo 4 se describe el desarrollo de un banco de observadores de alta ganancia. Se presentan las condiciones básicas de observabilidad para sistemas no lineales y algunas definiciones necesarias para el desarrollo de observadores de estado. El banco de observadores presentado es simulado con datos experimentales para después evaluar el desempeño del modelo.

En el capítulo 5 se proporciona un panorama general, de los esquemas de diagnóstico de fallas. Este capítulo se enfoca en el desarrollo de un esquema de diagnóstico

## 1. INTRODUCCIÓN

---

basado en redundancia analítica. Con el objetivo de detectar, localizar y estimar fallas en los sensores de salida de un condensador.

Para culminar el tema de investigación, en el capítulo 6 se dan las conclusiones generales, los aportes de este trabajo de tesis, así como también los trabajos futuros que de esta investigación se puedan derivar.



# Capítulo 2

## Estado del arte y marco teórico

En este capítulo se presenta la revisión del estado del arte referente a los temas de interés para el desarrollo de este trabajo de tesis; modelado de intercambiadores de calor con cambio de fase, estimación de estados con observadores de alta ganancia y diagnóstico de fallas en intercambiadores de calor.

En la sección 2.1.1 se presentan los trabajos relacionados con el modelado matemático de intercambiadores de calor con cambio de fase, explicando brevemente las técnicas más relevantes de los diferentes tipos de modelados que se encuentran en la literatura, mencionando las consideraciones que toman en cuenta los diferentes autores. En la sección 2.1.2 se muestran los trabajos relacionados con la estimación de estados por medio de observadores de alta ganancia para diferentes procesos químicos. En la sección 2.1.3 se presentan los trabajos relacionados con diferentes esquemas de diagnóstico de fallas para intercambiadores de calor.

En la sección 2.2.1 se muestra la definición de un intercambiador de calor y las diferentes configuraciones de intercambiadores que existen. En la sección 2.2.2 se muestra la definición de los observadores de estado para sistemas dinámicos, se mencionan algunas propiedades y sus ventajas como herramientas para la estimación de estados y de parámetros. En la sección 2.2.3 se muestran los conceptos generales del diagnóstico de fallas.

### 2.1. Estado del arte

#### 2.1.1. Modelado matemático de intercambiadores de calor con cambio de fase

En la literatura revisada se han encontrado distintas investigaciones acerca de los modelos matemáticos que describen el comportamiento de los intercambiadores de calor donde uno de los fluidos experimenta un cambio de fase, ya sea evaporación o condensación. A continuación se da una breve explicación de las investigaciones previamente realizadas por otros investigadores.

En (Escobar *et al.* 2014) se desarrolló un modelo para un intercambiador de calor con cambio de fase, para un evaporador, la exactitud de los modelos depende en gran medida del correcto cálculo de los coeficientes convectivos, los cuales dependen de la densidad, calor específico, flujo y su formulación es diferente para cada una de las zonas en las que opera el sistema (líquido, bifase y vapor sobre calentado).

En (Ding *et al.* 2013) se presenta un enfoque de modelo híbrido para describir el comportamiento de un condensador. La formulación del modelo está basada en balances de energía y de continuidad de masas, no se toma en cuenta la ecuación de momentum porque la caída de presión es despreciable. Se combinan métodos para el modelado como límites móviles y modelos de parámetros agrupados, algunos parámetros y variables cuyos cambios son muy pequeños durante el funcionamiento del sistema, son cambiados a parámetros desconocidos. Estos parámetros son determinados usando métodos de mínimos cuadrados utilizando algunos datos provenientes de la planta. El modelo presentado puede ser utilizado para análisis dinámico y para control basado en modelo.

En (Colorado Garrido 2007) se utiliza un modelo dinámico para describir la transferencia de energía en un evaporador de doble tubo helicoidal vertical, empleado cuando el calor se recicla de un transformador térmico con el propósito de purificar agua. El modelo dinámico considera las ecuaciones de masa, momentum y energía en los flujos. La discretización y acoplamiento de ecuaciones diferenciales se realiza de acuerdo a un método implícito del tipo, tramo a tramo. La fracción volumétrica de

vapor, el tensor de esfuerzos en la pared y el coeficiente convectivo de transferencia de calor son obtenidos de correlaciones empíricas reportadas en la literatura para tubos helicoidales. Un modelo por Redes Neuronales Artificiales es propuesto para el cálculo de propiedades termodinámicas en cada punto de la malla, tanto en el flujo de una sola fase como en el flujo bifásico. Se comparan los datos teóricos con datos experimentales en estado permanente del equipo y se tiene buenos resultados.

En (García-Valladares *et al.* 2004) se destaca lo realizado para evaporadores y condensadores rectos por los resultados en sus validaciones y la flexibilidad de su modelo, para trabajar con diferentes tipos de flujos en estado permanente y dinámico. Además de la capacidad de adaptarse a otras geometrías de intercambiadores de calor.

En (Zhao *et al.* 2003) se investiga la caída de presión, el flujo bifásico y el coeficiente de transferencia de calor en el punto de ebullición. Se muestra una correlación nueva para obtener la caída de presión en los flujos bifásicos obtenida de datos experimentales usando el método del coeficiente  $B$  de Chisholm. En este trabajo el uso del parámetro de Martinelli no fue acertado, así que se propone una correlación nueva para ajustar con los datos experimentales. En este trabajo se aplican las correlaciones a un evaporador helicoidal horizontal, construido con tubos de diámetros muy pequeños, para estudiar el comportamiento del flujo bifásico y la transferencia de calor al evaporarse el líquido.

En (García-Valladares 2000) se obtiene los modelos de condensadores y de evaporadores, utilizados en sistemas de refrigeración, el modelo de bifase es determinado de acuerdo con la resolución de las ecuaciones gobernantes sobre volúmenes de control finitos, escritas en forma unidimensionales, dichas ecuaciones describen el estado estacionario y el estado transitorio. Las ecuaciones gobernantes son resueltas mediante esquemas numéricos que avanzan tramo a tramo en la dirección del flujo. Así mismo, se presenta un análisis de los diferentes parámetros utilizados en la discretización y las formulaciones matemáticas son comparadas con datos experimentales.

En las referencias antes mencionadas, se muestran algunos antecedentes respecto al modelado de intercambiadores de calor con cambio de fase, es importante evaluar

## 2. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

---

de cada uno de ellos, las correlaciones utilizadas para aplicarlas en el desarrollo del modelo del condensador. Además, varios autores (Naterer 2006, Machado *et al.* 1998, Ding *et al.* 2013, Colorado *et al.* 2011) proponen que el modelado de este tipo de sistemas es semejante a los sistemas híbridos los cuales realizan conmutaciones entre modos de operación, es decir tiene dinámicas continuas y discretas. Estos modos de operación son las zonas o regiones del fluido, por las cuales el fluido pasas durante el proceso de condensación. Dichas zonas o regiones son; región de líquido subenfriado, región de bifase y región de vapor sobrecalentado. Además en cada una de las zonas se toman en cuenta diferentes correlaciones empíricas para calcular ciertos parámetros de los fluidos.

### 2.1.2. Estimación de estados por medio de observadores de alta ganancia

Los observadores de alta ganancia han sido ampliamente utilizados en los procesos químicos con el objetivo de estimar los estados y variables no medidas. Se han utilizado en procesos tales como; columnas de destilación, intercambiadores de calor, biorreactores, en sistemas de tanques, en tuberías de bombeo, etc., por mencionar algunos. A continuación presentamos una revisión bibliográfica del uso de observadores de alta ganancia en diferentes procesos.

En (Barhoumi *et al.* 2012) se desarrolla un enfoque de observadores de alta ganancia para sistemas no lineales híbridos y observables. El observador de alta ganancia permite estimar los estados continuos y además conocer la localización discreta del sistema. Esta metodología está basada en las técnicas de diagnóstico de fallas, donde se evaluó el residuo generado entre la señal estimada y la señal real. Dependiendo del valor del residuo se evalúa la localización discreta del sistema y se estima el estado continuo hasta que el residuo vuelve a sufrir un cambio muy grande. Se muestra la simulación de estos observadores con un sistema de tres tanques.

En (Torres *et al.* 2012) se usan los observadores de alta ganancia para desarrollar un esquema capaz de detectar y aislar fugas en tuberías subterráneas de gas de petróleo licuado, ésto se realiza con un esquema de observadores en cascada para generar residuos que permitan detectar cuando ocurre una fuga y sobre todo aislar

la región de la tubería donde se encuentra la fuga.

En (Escobar *et al.* 2011a) se presenta la implementación de un sensor virtual con el fin de estimar las variables no medidas de un intercambiador de calor. Utilizando un enfoque basado en modelo donde se desarrolla un observador de estados, dicho observador está ampliamente relacionado con los observadores de alta ganancia donde sólo se requiere sintonizar la ganancia del observador para lograr una buena estimación.

En (Téllez *et al.* 2010) se utilizan los observadores de alta ganancia para estimar la composición del producto destilado en una columna de destilación de una mezcla de etanol-agua. Los observadores están basados en el modelo matemático simplificado de la columna. Además se comprueba experimentalmente el desempeño de los observadores simulando en línea con la ayuda de una planta piloto.

En (Hernández 2008) se estiman los parámetros de un intercambiador de calor usando varios tipos de observadores, (adaptable, de alta ganancia, proporcional-integral, de Kalman con estados aumentados). El observador de alta ganancia presenta la ventaja de que sólo se requiere de un parámetro para sintonizarlo y según el autor fue el observador que tardó menos tiempo en converger con la estimación de los estados y su error de estimación fue menor que el de los demás observadores propuestos.

En (Gao *et al.* 2009) se presenta esquema de identificación de parámetros usando observadores de alta ganancia para una turbina de gas. Se considera que el sistema bajo estudio es un proceso acotado y se tiene ruido en las mediciones. En este estudio se utiliza una técnica de observadores de alta ganancia simultáneos con ligeras modificaciones, lo cual permite estimar simultáneamente los estados, el ruido en las señales de salida y las incertidumbres del sistema. Utilizando estas estimaciones se logra identificar los parámetros del sistema.

En (Aguilar *et al.* 2002) se presenta la estimación en línea de un reactor continuamente agitado CSTR por sus siglas en inglés. El observador de alta ganancia propuesto es robusto ante ruidos en las mediciones y perturbaciones permanentes.

En (Gauthier *et al.* 1992) se presenta un observador de alta ganancia basado en el modelo no lineal afín al control, donde dicho modelo debe ser observable para cada entrada. Se muestran las condiciones bajo la cuales el sistema es observable. Y se muestra una aplicación del observador propuesto para estimar los estados de un proceso biológico en este caso un biorreactor.

Como se logra ver en el estado del arte, los observadores de alta ganancia han sido altamente empleados en procesos químicos, tal hecho ha motivado a el uso de este tipo de observadores para estimar las variables de estado del condensador, el cual es el objeto de estudio en esta tesis.

### 2.1.3. Diagnóstico de fallas

En la literatura se han encontrado diferentes esquemas de detección y diagnóstico de fallas (MacGregor y Cinar 2012, Agudelo *et al.* 2013, Meskin y Khorasani 2009, Li y Zhou 2009, Li y Jaimoukha 2009). El diseño de estos esquemas está basado en redundancia física o analítica. La redundancia analítica se ha vuelto muy popular en el campo del diagnóstico de fallas porque su implementación es menos costosa que la implementación de sensores físicos los cuales incrementa el costo y el espacio necesario (Theilliol *et al.* 2000, Zhang y Jiang 1999).

La redundancia analítica se ha desarrollado tradicionalmente utilizando un enfoque basado en modelos matemáticos. Dichos modelos son obtenidos a partir del estudio de los principios físicos (Anzures y Pitalua 2009, Djeziri *et al.* 2009, Chen *et al.* 2000, Alcorta y Frank 1997, Gertler 1998) o por medio de sistemas de identificación (Basseville 1988, Dai y Gao 2013, Hong y Dhupia 2014, Do y Chong 2011, Widodo y Yang 2007, Feng *et al.* 2013). Basados en los modelos, los algoritmos de diagnóstico de fallas son desarrollados con el fin monitorear las discrepancias entre las señales de salida medidas del sistema físico y las salidas calculadas por el modelo matemático. En (Gao *et al.* 2015b, Gao *et al.* 2015a) se presenta una amplia revisión de los métodos de diagnóstico de fallas.

Algunas técnicas de FDD emplean observadores no lineales. Estos observadores

están basados en el conocimiento a priori del sistema y se utilizan normalmente bancos de observadores para generar la redundancia analítica necesaria para el diagnóstico de fallas (Kleer y Kurlen 2003, Bagui *et al.* 2004, Ball y Khalil 2008, Escobar *et al.* 2011b, Téllez Anguiano *et al.* 2012).

También se han encontrado en la literatura esquemas de diagnóstico de fallas aplicados a sistemas de intercambio de calor. Se han propuesto diversas técnicas principalmente basadas en la utilización de observadores de estado para lograr el diagnóstico de fallas, dichos trabajos se resumen a continuación.

En (García Morales 2013) se utilizó un método de diagnóstico basado en observadores por modos deslizantes de alto orden o super-twist, cabe mencionar que estos observadores son robustos ante errores de modelado, lo cual presenta un gran ventaja ya que ningún modelo es capaz de simular al 100 % el comportamiento del sistema.

En (Escobar *et al.* 2011b) se presenta un sistema de detección y aislamiento de fallas (FDI) aplicado en los sensores de un intercambiador de calor de tubos concéntricos con flujo a contracorriente. El FDI propuesto está basado en redundancia analítica, esto se genera con el uso de sensores virtuales (observadores) los cuales generan un residuo entre la señal estimada y la señal medida. Mediante la evaluación del residuo es posible detectar la presencia de una falla. También se plantea un esquema de conmutación entre la señal medida y la señal estimada cuando se detecta una falla en alguno de los sensores del intercambiador. Este esquema fue implementado en una planta piloto con el fin de validar la efectividad del esquema de diagnóstico de fallas.

En (Enriquez Gonzaga 2011) se muestra un esquema de diagnóstico de fallas aplicado a un intercambiador de calor, utilizando como herramienta de diagnóstico un banco de observadores por modos deslizantes. Con el objetivo de generar una interfaz para monitorear el sistema y que indique la ocurrencia de fallas con el fin de tomar acciones correctivas o preventivas.

En (Habbi *et al.* 2009) se desarrolla un esquema de detección y diagnóstico de fugas en sistema complejo de intercambio de calor usando modelos difusos basados

## 2. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

---

en datos experimentales. El modelo dinámico difuso es obtenido a través de las mediciones de entrada y de salida. Este modelo es capaz de simularse en paralelo con el sistema con el fin de generar síntomas de fallas. La ventaja de usar el modelo difuso como herramienta de diagnóstico es que este puede ser entrenado en lugar de aplicar los complejos principios físicos que rigen el sistema. Lo cual permite al autor considera fallas no sólo en sensores sino también en actuadores y en diferentes regiones de operación.

En (López Zapata *et al.* 2009) presenta como herramienta para el diagnóstico de fallas en sensores un filtro de Kalman. Éste tiene como objetivo estimar los estados de un intercambiador de calor utilizando la probabilidad de Bayes para seleccionar la función de activación, en este trabajo se utiliza un esquema multimodelo para simular la dinámica del intercambiador. Se muestra con resultados experimentales provenientes de una planta piloto que es posible detectar, localizar y estimar fallas en sensores del intercambiador.

En (Jonsson *et al.* 2007) se presenta un sistema para detección de fallas por ensuciamiento en las paredes de un intercambiador, el modelo propuesto que representa la dinámica del sistema está en función del espacio. Y los parámetros del sistema son estimados utilizando un filtro de Kalman extendido. Con el esquema propuesto se puede detectar el ensuciamiento aun cuando el intercambiador está en estado transitorio, concluyendo que el sistema de estimación paramétrica es muy sensible y por lo tanto es una buena herramienta para la detección de la falla por ensuciamiento.

En (Persin y Tovornik 2005) se presenta un esquema de detección de fallas basado en redundancia analítica aplicado a un intercambiador de calor. Se propone un modelo no lineal y se muestra la linealización basada en las velocidades de los fluidos. Generando un conjunto de modelos parciales que describen el comportamiento del intercambiador de calor el cual es utilizado para desarrollar un esquema de detección de fallas en sensores y se sugiere también un enfoque de espacio de paridad. El sistema bajo estudio está controlado por un controlador lógico programable y es monitoreado con un sistema de adquisición de datos.

En (Weyer *et al.* 2000) se presenta un diagnóstico de fallas basado en un modelo



de caja gris. Se estima el coeficiente de transferencia de calor, para estimar el deterioro del área de transferencia de calor. Un modelo de caja gris, está definido como un modelo de caja negra en el cual el conocimiento físico del sistema es incorporado. El diagnóstico de fallas por caja gris requiere de ambos modelos, el del intercambiador de calor y el modelo de la falla, es decir, el deterioro de la superficie de transferencia de calor por el ensuciamiento. Con la presencia de falla el coeficiente de transferencia de calor disminuye lentamente debido a la sedimentación de impurezas sobre la superficie de transferencia de calor.

En (Spreitzer y Balle 2000) se presenta un enfoque para la detección de fallas basado en modelos y el aislamiento de los sensores y del proceso de fallas de los procesos no lineales. El proceso se descompone en varios subprocesos y para cada uno se identificó un modelo no lineal. Este método consiste en modelos difusos (tipo Takagi-Sugeno) que se utilizan para generar diferentes estimaciones para las salidas del proceso y de los estados. Al comparar estas estimaciones con las medidas reales se obtienen residuos que indican el estado del sistema y proporcionan información sobre el origen de las posibles fallas.

Como se ha observado hay una gran variedad de trabajos relacionados con el diagnóstico de fallas en intercambiadores de calor donde no ocurre algún cambio de fase en los fluidos del proceso. Sin embargo, poco se ha hecho referente a diagnóstico de fallas en condensadores, por lo cual se considera que esta es una buena oportunidad para realizar un trabajo novedoso en el área del diagnóstico de fallas.

## 2.2. Marco teórico

En esta sección se muestra un panorama general de los temas, así como también las teorías bajo las cuales se sustenta el proyecto de investigación desarrollado. Los tópicos seleccionados son: intercambiadores de calor, observadores y por último el diagnóstico de fallas.

### 2.2.1. Intercambiadores de calor

Los intercambiadores de calor se utilizan extensamente en procesos industriales tales como plantas generadoras de energía, turbinas de gas, sistemas de aire acondicionado, calefacción (doméstica y urbana), refrigeración, sistemas congeladores, por mencionar algunos.

El intercambiador de calor es un dispositivo que sirve para transferir energía calorífica entre dos fluidos a diferentes temperaturas y se basa en tres métodos para efectuar la transmisión de calor: conducción, convección y radiación.

La transferencia de calor por conducción es la transferencia de energía que existe en un cuerpo entre sus moléculas microscópicas. La convección es la transferencia de calor que ocurre cuando un fluido está en contacto con superficie recibiendo o entregando calor. Y la transferencia de calor por radiación se da cuando un cuerpo irradia calor y es transferido a través de ondas electromagnéticas.

Los intercambiadores de calor se pueden clasificar según los criterios presentados a continuación (Kakaç y Liu 2002) y en la Figura (2.1) se muestra esta clasificación:

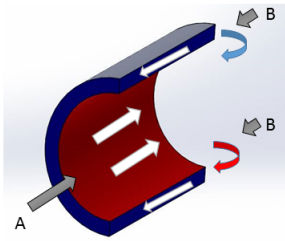
- Recuperación / Regeneración.
- Geometría de construcción: tubos, planos y superficies extendidas.
- Dirección de los flujos: flujo paralelo, contra flujo y flujo cruzado.
- Mecanismo de transferencia de calor: de una fase y de dos fases.
- Proceso de transferencia: contacto directo o indirecto.

#### **Intercambiadores de calor de Recuperación / Regeneración**

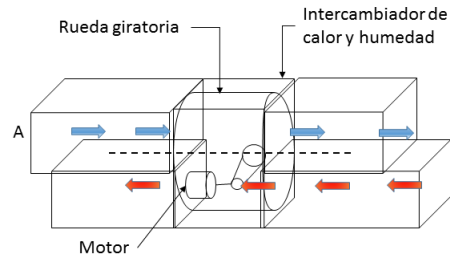
##### *Recuperadores:*

En este tipo de intercambiadores de calor la transferencia se realiza entre dos fluidos que no se mezclan o que no tienen contacto directo entre sí. Dichos fluidos están separados por una pared, usualmente el material de la pared tiene un alto índice de conductividad térmica.

1) Recuperación y Regeneración

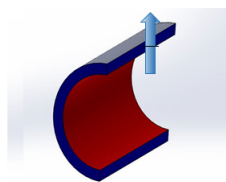


a) Recuperador

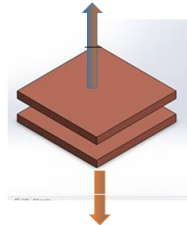


b) Regenerador

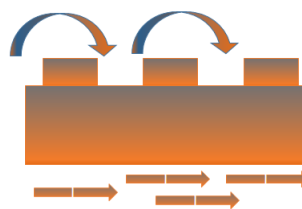
2) Tipos de geometrías de construcción



c) tubular

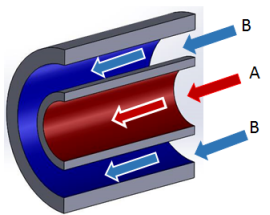


d) Planas

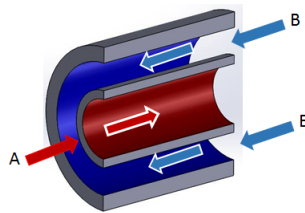


e) otras

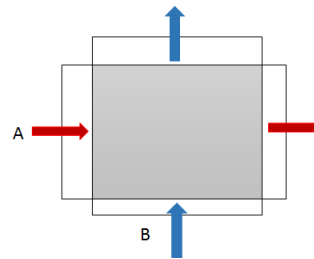
3) Dirección de los fluidos



f) Paralelos

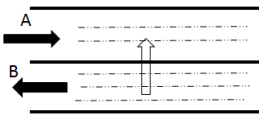


g) Contrarios

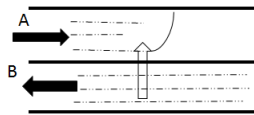


h) Cruzados

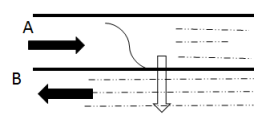
4) Mecanismo de transferencia de calor



i) Una fase

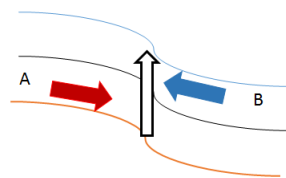


j) Evaporación

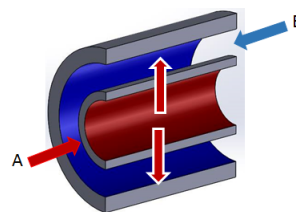


k) Condensación

5) Proceso de transferencia de calor



l) directo



m) Indirecto

Figura 2.1: Clasificación de los intercambiadores de calor.

## 2. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

---

Regeneradores:

Son intercambiadores de calor cuya principal característica es que se aplica un flujo periódico. En otras palabras, el mismo espacio es ocupado alternadamente por los fluidos calientes y fríos entre los cuales se dará la transferencia de calor.

El fluido caliente fluye por el mismo espacio seguido del fluido frío, de forma alternada, buscando que la mezcla entre los dos fluidos sea lo menor posible. La superficie del intercambiador es la que recibe y después libera la energía térmica.

Son muy utilizados para calentar aire en las plantas de fuerza de vapor, en los altos hornos de fundición y otros procesos donde se busca la producción de oxígeno y la separación de gases a muy bajas temperaturas.

### Clasificación de los intercambiadores de calor por su geometría

Además de las ya mencionadas, existe muchas más geometrías de construcción en los intercambiadores de calor, a continuación se muestran las clasificaciones y sus distintos tipos de geometrías.

#### 1. Geométrica tubular:

- a) **Tubos concéntricos** consiste en un tubo dentro de otro concéntrico de mayor diámetro. Los flujos en este tipo de intercambiadores pueden ser a contraflujo y en flujo paralelo.
- b) **Tubo y coraza** consiste en una serie de tubos cilíndricos de gran tamaño contenidos dentro de una coraza, los tubos se colocan de forma paralela a la coraza. Ellos son ampliamente utilizados como enfriadores de aceite en plantas de energía y en la industria química.
- c) **Tubo espiral** consiste en bobinas enrolladas en espiral contenidas dentro de una coraza. Se utilizan normalmente como condensadores y evaporadores coaxiales que se utilizan en sistemas de refrigeración.

#### 2. Geometría plana:

- a) **Planos juntados** consiste en una serie de placas delgadas y planas con superficie corrugada u ondulada que separa los fluidos.
- b) **Planos espiral** está formada por dos largas rodaduras, placas paralelas dentro de una espiral usando un cilindro y soldadas en los bordes de las placas adyacentes a los canales formados.
- c) **Laminado** consiste en un conjunto de láminas paralelas, soldadas. Dichas láminas se encuentran en canales colocadas longitudinalmente en una coraza.

### 3. Otras geometrías:

- a) **Aletas planas** en esta geometría, los fluidos están separados por placas planas, entre las cuales existen aletas corrugadas, se pueden organizar en una variedad de configuraciones con respecto a los flujos de los vapores.
- b) **Aletas tubulares** consiste en un conjunto de tubos con aletas fijas en el exterior. Las aletas en la parte exterior de los tubos pueden ser normalmente tubos individuales y también pueden ser transversales, helicoidales o longitudinales.

### Clasificación de los intercambiadores de calor de acuerdo con la dirección de los flujos

Los intercambiadores de calor también se pueden clasificar de acuerdo al arreglo del flujo. En el arreglo de flujos paralelos, los fluidos, el caliente y el frío entran por el mismo extremo, fluyen en la misma dirección y salen por el mismo extremo. El arreglo de contraflujo, los fluidos entran y salen por extremos opuestos, fluyen en dirección opuesta. Por último, el arreglo de flujos cruzados donde un flujo está en dirección perpendicular al otro.

### Clasificación de los intercambiadores de acuerdo al mecanismo de transferencia

Los intercambiadores de calor también se pueden clasificar de acuerdo a los mecanismos de transferencia de calor tales como:

1. **Convección en ambos lados de una fase:** cuando la transferencia de calor se da en los fluidos y éstos no experimentan ningún cambio de fase.

## 2. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

---

2. **Convección en un lado de una fase, convección del otro lado de dos fases:** cuando la transferencia de calor ocasiona que uno de los fluidos cambie de fase, ya sea que se condense o se evapore. Este tipo de intercambiadores son muy importantes debido a que se utilizan en procesos más específicos, donde se requiere que los fluidos experimenten un cambio de fase, son muy utilizados en columnas de destilación, en procesos de purificación, en plantas nucleares, en sistemas de refrigeración, etc.
3. **Convección en ambos lados de dos fases:** cuando los dos fluidos cambian de fase.

### Clasificación de los intercambiadores de acuerdo al proceso de transferencia

Acorde al proceso de transferencia, los intercambiadores de calor se pueden clasificar en intercambiadores de calor de contacto directo e intercambiadores de calor de contacto indirecto.

En los intercambiadores de calor de contacto directo, la transferencia de calor entre un fluido caliente y uno frío es a través de contacto directo entre los fluidos, No hay pared entre los fluidos frío y caliente, y la transferencia de calor ocurre a través de la interfaz entre los fluidos.

En los intercambiadores de calor de contacto indirecto, la energía de calor es transferida entre un fluido caliente y otro frío, a través de una superficie de transferencia de calor, es decir, una pared separa a los dos fluidos.

El intercambiador de calor que se aborda en esta tesis es de tubos concéntricos y tiene una geometría helicoidal, existe un cambio de fase en uno de sus fluidos, uno de los fluidos es condensado, por lo que este intercambiador de calor es un condensador.

#### 2.2.2. Observadores

La idea básica de un observador u observador de estado, es obtener las estimaciones de las variables no medidas a partir de las variables que si se pueden medir. En la literatura podemos encontrar definiciones más formales de lo que significa un

observador de estados:

Un observador de estado estima las variables de estado basado en la medición de las variables de salida y de control (Ogata 1998).

Un observador de estado también conocido como sensor virtual, es un sistema dinámico que realiza estimaciones de variables de estado y/o parámetros a partir de mediciones realizadas de la entrada y salida del sistema (Besancon 2000).

Debido a que existen muchos tipos de observadores es difícil obtener una clasificación. En (Ogata 1998) se presenta una clasificación basada en el número de variables observadas, y se presenta la siguiente clasificación:

- De orden completo: el observador estima todas las variables de estado del sistema a pesar de que algunas de ellas sean medidas directamente.
- De orden reducido: el observador estima menos variables que las que conforma el vector de estados del sistema; es decir, el observador estima menos de  $n$  variables, donde  $n$  es la dimensión del vector de estados.
- De orden mínimo: éste es un observador de orden reducido que, en particular, estima al menor número posible de variables de estado; esto es, si  $n$  es la dimensión del vector de estados y  $p$  es la dimensión del vector de salidas, el observador de orden mínimo estima  $n - p$  variables de estado.

Generalmente los observadores están basados en modelos que están representados en espacio de estados. Dichos modelos pueden ser continuos o discretos, determinísticos o estocásticos, de dimensión finita o infinita (Besançon y Ticlea 2007).

Por lo cual es importante mencionar los modelos matemáticos en su representación en espacio de estados. A continuación se definen algunos sistemas para el diseño de observadores y la notación utilizada para definir los conceptos de observabilidad extraídos de (Besançon 1999, Aboky *et al.* 2002).

Para ello consideramos la siguiente notación,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$  y  $y \in \mathbb{R}^p$  son los vectores de estados, de entradas medibles y de salidas medibles. Las matrices  $A$ ,  $B$ ,

## 2. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

---

$C$  y  $D$  tiene dimensiones apropiadas. Supondremos que  $f(\cdot)$  y  $g(\cdot)$  son funciones suficientemente suaves y de clase  $C^\infty$  con respecto a sus argumentos, la salida  $h(0) = 0$ . La señal de control es  $u(t) \in U$ , donde  $U$  es un conjunto de funciones medibles y acotadas, entonces se tienen los siguientes sistemas:

Sistema no lineal general:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{2.1}$$

Sistema afin al control:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t)) + \sum_{i=1}^m u_i(t) g_i(x(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{2.2}$$

Sistema afin a los estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(u(t))x(t) + B(u(t)) \\ y(t) &= C(u(t))x(t)\end{aligned}\tag{2.3}$$

Sistema lineal con parámetros variantes en el tiempo:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t)\end{aligned}\tag{2.4}$$

Sistema lineal invariable en el tiempo:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2.5}$$

Considerando el sistema dado en la Ec. (2.1), un observador está dado por el sistema representado en la ecuación siguiente:

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t), y(t), t) + k(t)e(t)\tag{2.6}$$



tal que,

$$(i) \hat{x}(0) = x(0) \Rightarrow \hat{x}(t) = x(t), \forall t \geq 0];$$

$$(ii) \|\hat{x} - x(0)\| \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty;$$

- Si se demuestra que (ii) es válido para cualquier  $x(0)$ ,  $\hat{x}(0)$ , el observador es global.
- Si se demuestra que (ii) es válido con convergencia exponencial, el observador es exponencial.

donde  $f(\hat{x}(t), u(t), y(t), t)$  es el mismo modelo matemático del proceso, los estados son remplazados por sus valores estimados, además se suma un factor de corrección que es el producto de la ganancia del observador  $k(t)$  y el error de estimación  $e(t)$ . La ganancia del observador puede ser una función variante en el tiempo y el error de estimación se define como la diferencia entre el vector de salida real del proceso  $y$  y el vector de salida estimada por el observador  $\hat{y}$ .

Los observadores no lineales tienen ciertas ventajas, entre ellas: evitar el trabajo de linealización del modelo del sistema y eliminar el uso de condiciones extremadamente restrictivas llamadas condiciones de involutibilidad (Kazantzis y Kravaris 2001).

Como se muestra en la literatura los observadores de estado también son muy usados en los sistemas de FDD debido a que cumplen las siguientes características (Téllez Anguiano 2006):

- Tienen una reacción muy rápida a fallas incipientes.
- Son adecuados para detectar y localizar fallas en actuadores y sensores.
- Pueden detectar y localizar fallas en parámetros.
- Su procedimiento de diseño es sistemático y simple.
- Son fáciles de implementar y su algoritmo de ejecución es simple.
- Manejan fallas múltiples fácilmente, si el número de mediciones disponibles es suficiente.

## 2. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

---

- Pueden emplearse en sistemas no lineales.
- Son robustos.

Con el uso de observadores es posible desarrollar la tarea de aislamiento mediante: un conjunto estructurado de residuos que se genera con un banco de observadores. Dadas estas características mencionadas de los observadores, en este trabajo de tesis se propone el uso de observadores para detectar y aislar fallas en los sensores de un condensador. Analizando los residuos entre el valor estimado y el valor medido de la planta y si existe la presencia de falla realizar una conmutación entre la temperatura medida y la señal generada con el observador.

### 2.2.3. Diagnóstico de fallas

En esta sección se explica el proceso de diagnóstico de fallas basado en modelo. Se pretende que las ideas expuestas en este apartado sirvan como base para el diseño de un sistema de FDD.

Empezamos por definir el concepto de falla; una falla es una desviación no permitida de al menos una propiedad característica o parámetro del sistema de su condición nominal, ejemplo; un sensor que no está calibrado, el mal funcionamiento de una válvula o fallas en sistema como fugas en tuberías, etc.

Toda variación inesperada que degrada el comportamiento del sistema puede ser considerada como una falla. No se debe confundir el término falla con el término avería, la cual sugiere un descompostura total del sistema, el término falla es usado para denotar un mal funcionamiento en lugar de un paro total o incluso una catástrofe. Se puede decir que una falla es una interrupción permanente que no permite que el sistema opere dentro de una región de comportamiento específica.

En el área de control tolerante a fallas se han establecido tres regiones de comportamiento principales (Puig *et al.* 2004), las cuales se muestran en la Figura (2.2).



Figura 2.2: Regiones de comportamiento de un sistema dinámico.

La región de comportamiento admisible o deseado es aquella en la que el sistema debe operar normalmente cumpliendo su función. La región de comportamiento degradado corresponde con la región de funcionamiento a la que el sistema se desplaza después de la aparición de la falla. En esta situación el sistema de diagnóstico de fallas debe emitir una alarma para dar aviso al operador y que éste sea capaz de realizar acciones correctivas, y de esta manera evitar que el sistema caiga en la región de comportamiento inadmisibile, ya que esta última región puede ser catastrófica para el sistema e incluso para los operadores. Es por ello que el diagnóstico de fallas es una herramienta muy importante para mantener los sistemas operando de manera confiable.

El esquema de diagnóstico abordado en esta tesis es diagnóstico de fallas basado en modelo. El cual tiene como tareas principales la detección, el aislamiento y la caracterización de fallas en los componentes de un sistema. Estas tareas se llevan a cabo al comparar las mediciones disponibles del sistema y la información obtenida de un modelo matemático del sistema (Chen y Patton 1999). La detección de fallas se realiza evaluando el residuo que se genera de la diferencia entre las mediciones del sistema y las estimaciones obtenidas con el modelo matemático. Si el residuo sobrepasa un umbral especificado, entonces se considera que existe una falla en el sistema. Además, es posible diseñar un conjunto de residuos que tengan patrones de comportamiento específicos y particulares a una falla. La Figura (2.3) muestra las tres etapas principales del diagnóstico de fallas basado en modelo (Frank 1997).

## 2. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

---

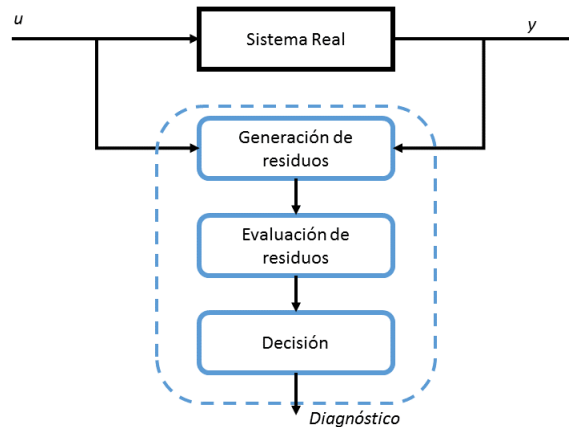


Figura 2.3: Estructura conceptual del diagnóstico de fallas basado en modelo.

1. **Generación de residuos:** en esta etapa se genera una señal o residuo que servirá como indicador de falla utilizando la información de entrada y de salida del sistema monitoreado.
2. **Evaluación de residuo:** esta etapa consiste en el análisis del residuo con el fin de detectar, aislar e identificar la falla. Suponiendo un caso ideal, en ausencia de falla el residuo debe ser cero y distinto de cero en presencia de fallas. En esta etapa se crea un vector con los síntomas que se obtiene de los residuos.
3. **Toma de decisión:** en esta etapa se busca identificar las fallas, es decir localizar la causa de la anomalía en el sistema. Se realiza una comparación del vector de síntomas con el conjunto de firmas de referencia, de buenos y malos funcionamientos unidos dentro de una tabla de firmas, llamada matriz de diagnóstico.

En la presente investigación se ha propuesto utilizar como herramienta de diagnóstico los observadores de estado para sistemas no lineales (Meskin y Khorasani 2009, Hallouzi y Verhaegen 2007, Isermann 1984, Mahmoud y Khalid 2013, Escobar *et al.* 2011b, Tian *et al.* 2013), éstos deberán generar la señales estimadas que se comparan con las señales medidas, y de esta forma generar los residuos necesarios para después seguir con las demás tareas propias del diagnóstico de fallas.

# Capítulo 3

## Modelado matemático del condensador

El objetivo de este capítulo es presentar el desarrollo de un modelo matemático capaz de representar la dinámica de un condensador, dicho modelo será utilizado para desarrollar un esquema de diagnóstico de fallas en sensores, ésto se muestra en el capítulo 5.

En la sección 3.1 se presentan los conceptos básicos y generalidades de los sistemas de intercambiado de calor. En la sección 3.2 se obtiene el modelo matemático del condensador con un enfoque híbrido, evaluando los cambios abruptos que presentan las propiedades físicas de los fluidos al cambiar de fase. En la sección 3.3 se describe el sistema físico es decir el equipo experimental del condensador, del cual se obtuvieron las mediciones. En la sección 3.4 se presenta la simulación y comparación del modelo con los datos experimentales con el fin de evaluar el desempeño del modelo. Finalmente, en la sección 3.5 se presentan las conclusiones que se desprenden de este capítulo.

### 3.1. Sistemas de intercambio de calor

Un sistema diseñado con el fin de intercambiar energía calorífica entre dos fluidos es llamado intercambiador de calor. Los intercambiadores de calor son diseñados para calentar o enfriar fluidos sin ponerlos en contacto con otro fluido, la transferencia de calor se da a través de una pared, normalmente el material de esta pared tiene una

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

---

alta conductividad térmica.

Existen muchos tipos de intercambiadores, en (Incopera y Lavine 2007) se presenta una clasificación dependiendo el tipo de construcción, el arreglo del flujo y el tipo de flujo, dicha clasificación se muestra en la Figura (3.1).

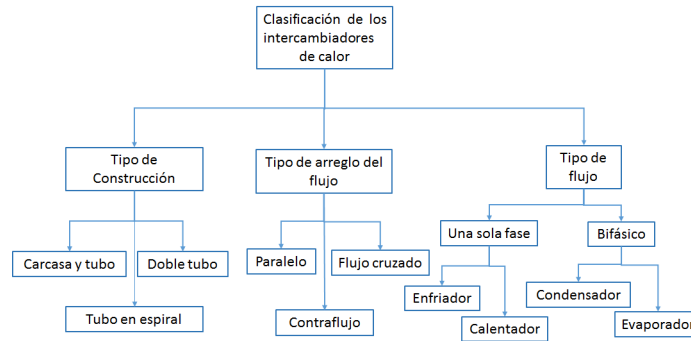


Figura 3.1: Clasificación de los intercambiadores de calor.

La configuración más común de los intercambiadores de calor es la de doble tubo o tubos concéntricos, donde uno de los tubos está dentro de otro tubo, tal como se muestra en la Figura (3.2), este montaje de corrientes paralelas funciona, tanto en contracorriente como en paralelo, circulando el fluido caliente o el frío a través del tubo interior, mientras que el otro fluido circula por la tubería externa.

Usualmente el fluido de interés es el que se encuentra en el tubo interno, si se quiere enfriar este fluido entonces se hace pasar el fluido más frío por el tubo externo y en caso contrario, si se quiere calentar, se hace pasar el fluido más caliente por el tubo externo.

En un flujo paralelo, la temperatura final del fluido más frío nunca puede llegar a ser igual a la temperatura de salida del fluido más caliente. Pero en la configuración de contraflujo o flujo contracorriente, la temperatura final del fluido más frío puede alcanzar la temperatura de salida del fluido más caliente, puesto que existe un gradiente de temperaturas favorable a largo de todo el intercambiador de calor.

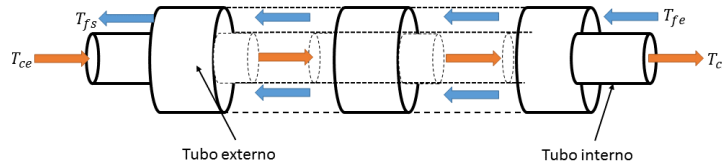


Figura 3.2: Intercambiador de tubos concéntricos.

Además de calentar o enfriar sustancias, los intercambiadores de calor también se utilizan para condensar o evaporar fluidos, para ello es muy importante controlar la temperatura y la presión del sistema. Estos fenómenos son utilizados en procesos más específicos donde se requiere que el vapor sea condensado como ejemplo podemos citar las columnas de destilación que cuentan con un condensador por el que pasa el vapor que fue evaporado previamente y lo condensa para obtener el destilado final.

## 3.2. Modelado matemático

En este trabajo, uno de los objetivos es obtener un modelo no lineal que sea capaz de representar la dinámica híbrida de un proceso de condensación. Es importante mencionar que un modelo de matemático no es completamente exacto, es decir, funciona correctamente bajo las consideraciones tomadas para su diseño.

A pesar de la extrema complejidad de la dinámica de los procesos térmicos y las crecientes exigencias impuestas en la operación de procesos industriales, los intercambiadores de calor son aún objeto de muchos estudios. Puesto que generalmente son parte de un sistema o de una red compleja industrial, el análisis dinámico basado en suposiciones simplificadoras pero aceptables y/o modelos simples pero adecuados, son deseables para fines de control.

En la literatura se descubre que la dinámica de los procesos de intercambio de calor se representa principalmente de dos posibles maneras: a través de modelos de parámetros distribuidos y a través de modelos de parámetros concentrados.

Puesto que los cambios en las variables de los fluidos tienen lugar no sólo en tiempo sino también en el espacio, los modelos de parámetros distribuidos son aquellos que mejor se ajustan a la naturaleza de los intercambiadores (Estel *et al.* 2000). Estos

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

---

modelos se representan por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (Maidi *et al.* 2009, Burns y Cliff 2014). Sin embargo, estos modelos son difíciles de analizar, complicados para simular y complejos para el diseño de esquemas de control, por lo cual se prefieren los modelos de parámetros agrupados (Masada y Wormley 1983).

Por otro lado, los modelos de parámetros agrupados se usan ampliamente para estudiar la dinámica de los sistemas (Papastros *et al.* 1993, Xia *et al.* 1991) o para identificación de parámetros (Chantre *et al.* 1994, Gao *et al.* 2009). El procedimiento de este tipo de modelos radica en la división del intercambiador en un número finito de elementos, llamados secciones o celdas, lo cual permite representar al sistema a través de ecuaciones diferenciales ordinarias en cascada.

#### 3.2.1. Modelado matemático de un condensador: enfoque híbrido

En este apartado se presenta el desarrollo de un modelo matemático que describe la dinámica de un condensador, presentando un enfoque híbrido en el diseño del modelo, el modelo está basado en un balance de energía y se evalúan diferentes correlaciones empíricas, dependiendo la región en la que se encuentre el fluido.

En la literatura se ha reportado que la dinámica de un proceso de condensación, es semejante a la dinámica de los sistemas híbridos, los cuales tienen dinámicas continuas y discretas (Stiver *et al.* 1996), haciendo una analogía podemos decir que cuando un fluido se condensa, durante un lapso de tiempo va cediendo calor (evento continuo) hasta que llega el punto en que experimenta un cambio fase, entonces las propiedades físicas del fluido sufren cambios muy bruscos (evento discreto), estos cambios deben ser tomados en cuenta para modelar dicho fenómeno.

Autores como (García-Valladares *et al.* 2004) y (Ding *et al.* 2013) han presentado modelos numéricos formulados a partir de balances de energía, de materia y de momentum, donde determinan parámetros tales como la fracción de vapor aplicando métodos de identificación y dependiendo la calidad del vapor utilizan diferentes correlaciones para determinar el coeficiente de transferencia de calor. En (Bonilla *et al.* 2014) se modela un condensador realizando conmutaciones entre las correlaciones



empíricas, que definen la transferencia de calor, dichas correlaciones son válidas dentro de un punto de operación, es por ello que para incrementar la validez del modelo, los mencionados autores modelan el proceso de condensación como si fuera un sistema híbrido, realizando conmutaciones entre las diferentes correlaciones propuestas para cada región del proceso de condensación.

El objetivo de este estudio es crear un modelo matemático que sea capaz de representar la dinámica de un condensador, realizando un modelo dinámico y un modelo termodinámico, donde el modelo termodinámico está diseñado para conmutar de acuerdo a la región de operación donde se encuentre el fluido (vapor, bifase o líquido).

Dado que la dinámica de los sistemas no lineales puede ser modelada por el acoplamiento de un número finito de ecuaciones diferenciales de primer orden (Khalil 2002), en control de procesos es común escuchar el término de celdas en donde las salidas de una celda se convierten en las entradas de la siguiente y así consecutivamente (Hangos *et al.* 2004).

Es por ello que en el presente estudio se divide el condensador en tres celdas, Figura (3.3), debido a que durante la condensación los fluidos pasan por tres regiones o zonas; región de vapor sobre calentado, región de flujo bifásico y la región de líquido subenfriado.

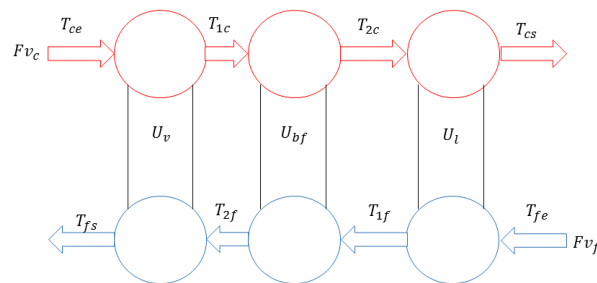


Figura 3.3: Diagrama esquemático del modelo de tres celdas para un condensador.

Se consideró un intercambio de tubos concéntricos con flujos a contracorriente. El modelo matemático que aquí se presenta, toma en cuenta los siguientes supuestos:

1. El volumen ( $Vol$ ) de los fluidos en los tubos se considera constante.

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

---

2. El coeficiente global de transferencia de calor ( $U$ ) depende de la temperatura ( $T$ ) y del flujo volumétrico ( $Fv$ ).
3. No existe transferencia de calor entre el tubo externo y el medio ambiente.
4. Las propiedades físicas del agua como la densidad ( $\rho$ ) y capacidad calorífica ( $Cp$ ) son evaluadas en función de la temperatura ( $T$ ) y la presión ( $p$ ).
5. Se evalúan las zonas del fluido en el proceso de condensación (vapor sobrecalentado, flujo bifásico y líquido subenfriado).

De acuerdo con las suposiciones definidas previamente, la dinámica del sistema se obtiene mediante un balance de energía aplicado a cada una de las celdas. El balance de energía se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \left[ \begin{array}{l} \text{Rapidez de cambio} \\ \text{de la energía interna} \\ \text{cinética y potencial} \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right] &= \left[ \begin{array}{l} \text{Flujo de energía interna} \\ \text{cinética o potencial que} \\ \text{entra al sistema por} \\ \text{convección o difusión} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Flujo de energía interna} \\ \text{cinética o potencial que} \\ \text{sale del sistema por} \\ \text{convección o difusión} \end{array} \right] + \\
 &\left[ \begin{array}{l} \text{Calor adicionado} \\ \text{al sistema por} \\ \text{conducción, radiación} \\ \text{o reacción} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Trabajo hecho por el} \\ \text{sistema sobre los} \\ \text{alrededores : trabajo de} \\ \text{flecha más trabajo de flujo} \end{array} \right] \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Realizando el balance de energía mostrado en la Ec. (3.1) y tomando en cuenta las consideraciones antes mencionadas, se obtiene un par de ecuaciones diferenciales Ecs. (3.2, 3.3) para cada región de operación del intercambiador de calor:

$$\dot{T}_{fs} = \frac{Fv_f}{Vol_f} (T_{fe} - T_{fs}) + \frac{U(T, Fv) A_f}{\rho_f(p, T) Cp_f(p, T) Vol_f} \Delta T_L \quad (3.2)$$

$$\dot{T}_{cs} = \frac{Fv_c}{Vol_c} (T_{ce} - T_{cs}) - \frac{U(T, Fv) A_c}{\rho_c(p, T) Cp_c(p, T) Vol_c} \Delta T_L \quad (3.3)$$

donde  $\Delta T_L$  es denominada la fuerza conductora. Este término da lugar a la transferencia de calor por convección, en esta investigación se utilizó la diferencia de temperatura media logarítmica (LMTD) como fuerza conductora, debido a que es la que mejor representa la transferencia de calor en el caso particular de este proceso, ver anexo A.

$$\Delta T_L = \frac{(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} \quad (3.4)$$

donde  $\Delta T_1 = T_{ce} - T_{fs}$  y  $\Delta T_2 = T_{cs} - T_{fe}$ .

Nótese que la fuerza conductora LMTD mostrada en la Ec. (3.4) se indetermina si  $\Delta T_1 = \Delta T_2$ , por lo que en (Zavala Río *et al.* 2005) se propone la siguiente consideración:

$$\Delta T_L = \begin{cases} \frac{(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} & \text{si } \Delta T_2 \neq \Delta T_1 \\ \Delta T_1 & \text{si } \Delta T_2 = \Delta T_1 \end{cases}$$

Considerando ahora que el condensador está dividido en tres celdas se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{T}_{fs} = \frac{3Fv_f}{Vol_f}(T_{2f} - T_{fs}) + \frac{U(T,Fv)A_f}{\rho_f(p,T)Cp_f(p,T)Vol_f} \left( \frac{(T_{1c} - T_{2f}) - (T_{ce} - T_{fs})}{\ln\left(\frac{T_{1c} - T_{2f}}{T_{ce} - T_{fs}}\right)} \right) \\ \dot{T}_{1c} = \frac{3Fv_c}{Vol_c}(T_{ce} - T_{1c}) - \frac{U(T,Fv)A_c}{\rho_c(p,T)Cp_c(p,T)Vol_c} \left( \frac{(T_{1c} - T_{2f}) - (T_{ce} - T_{fs})}{\ln\left(\frac{T_{1c} - T_{2f}}{T_{ce} - T_{fs}}\right)} \right) \\ \dot{T}_{2f} = \frac{3Fv_f}{Vol_f}(T_{1f} - T_{2f}) + \frac{U(T,Fv)A_f}{\rho_f(p,T)Cp_f(p,T)Vol_f} \left( \frac{(T_{2c} - T_{1f}) - (T_{1c} - T_{2f})}{\ln\left(\frac{T_{2c} - T_{1f}}{T_{1c} - T_{2f}}\right)} \right) \\ \dot{T}_{2c} = \frac{3Fv_c}{Vol_c}(T_{1c} - T_{2c}) - \frac{U(T,Fv)A_c}{\rho_c(p,T)Cp_c(p,T)Vol_c} \left( \frac{(T_{2c} - T_{1f}) - (T_{1c} - T_{2f})}{\ln\left(\frac{T_{2c} - T_{1f}}{T_{1c} - T_{2f}}\right)} \right) \\ \dot{T}_{1f} = \frac{3Fv_f}{Vol_f}(T_{fe} - T_{1f}) + \frac{U(T,Fv)A_f}{\rho_f(p,T)Cp_f(p,T)Vol_f} \left( \frac{(T_{cs} - T_{fe}) - (T_{2c} - T_{1f})}{\ln\left(\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{2c} - T_{1f}}\right)} \right) \\ \dot{T}_{cs} = \frac{3Fv_c}{Vol_c}(T_{2c} - T_{cs}) - \frac{U(T,Fv)A_c}{\rho_c(p,T)Cp_c(p,T)Vol_c} \left( \frac{(T_{cs} - T_{fe}) - (T_{2c} - T_{1f})}{\ln\left(\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{2c} - T_{1f}}\right)} \right) \end{cases} \quad (3.5)$$

donde a cada celda de la Figura (3.3) le corresponde un par de ecuaciones diferenciales. Escribiendo el modelo de 3 celdas en forma general tenemos:

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

---

$$\dot{T}_{j,f} = \frac{NFv_f}{Vol_f} (T_{(j-1),f} - T_{j,f}) + \frac{U(T, Fv) A_f}{\rho_f(p, T) Cp_f(p, T) Vol_f} \Delta T_{j,L} \quad (3.6)$$

$$\dot{T}_{j,c} = \frac{NFv_c}{Vol_c} (T_{(j-1),c} - T_{j,c}) - \frac{U(T, Fv) A_c}{\rho_c(p, T) Cp_c(p, T) Vol_c} \Delta T_{j,L} \quad (3.7)$$

donde  $j = 1, 2, \dots, N$ .

Un aspecto importante en la formulación del modelo, es el correcto cálculo del coeficiente global de transferencia de calor  $U(T, Fv)$ , se ha mencionado que dicho coeficiente está en función de la temperatura y del flujo, esto se demuestra a lo largo de esta sección, primeramente definimos a  $U(T, Fv)$  en la Ec. (3.8), dicha ecuación fue propuesta en (Incopera y Lavine 2007).

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_f} + \frac{r_{int} \ln(r_{int,anu}/r_{int})}{\lambda_w} + \frac{1}{h_c}} \quad (3.8)$$

El coeficiente global de transferencia de calor  $U$  está en función de los coeficientes convectivos de cada fluido ( $h_c, h_f$ ), el coeficiente convectivo se comporta de acuerdo a la región en la que se encuentre el fluido.

Como ya se mencionó, existen tres regiones o zonas en el proceso de condensación: región de vapor sobrecalentado, región de flujo bifásico y la región de líquido subenfriado (Rousseau *et al.* 2003). En la Figura (3.4) se muestran las tres regiones del proceso de condensación y se puede apreciar que para condensar el vapor de agua que está a una temperatura de entrada  $T_{ce}$  se empieza a extraer calor progresivamente hasta que cambia a fase líquida a una temperatura  $T_{cs}$ . Dependiendo de la región en la que se encuentre el fluido (vapor, bifase o líquido) se han reportado diferentes correlaciones para determinar el coeficiente convectivo.

Cuando el fluido está en una sola fase, ya sea vapor o líquido, el coeficiente convectivo ( $h_\varphi$ ) se calcula con la Ec. (3.9), el subíndice ( $\varphi$ ) es utilizado para referirse a cada uno de los fluidos ya sea el fluido caliente que recorre en el tubo interno o el fluido frío que recorre en el tubo externo.

$$h_\varphi = \frac{Nu_\varphi}{d_\varphi/\lambda_\varphi} \quad (3.9)$$

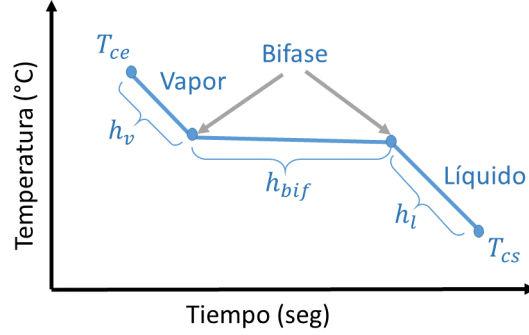


Figura 3.4: Regiones del flujo en condensación.

Como se observa en la Ec. (3.9) el coeficiente convectivo depende del número de Nusselt ( $Nu$ ), el cual es un número adimensional y en la literatura se encuentran diferentes correlaciones empíricas para formular dicho número. Cuando el flujo es laminar ( $Re < 2300$ ) se utiliza la correlación de Churchill citada en (Ko 2006) y que se muestra en la Ec. (3.10), esta correlación fue propuesta para intercambiadores de calor con geometría helicoidal.

$$Nu_\varphi = \left[ \left( \frac{48}{11} + \frac{51/11}{1 + \frac{1342}{Pr_\varphi He^2}} \right)^3 + 1,816 \left( \frac{He}{1 + \frac{1,15}{Pr_\varphi}} \right)^{3/2} \right]^{1/3} \quad (3.10)$$

Cuando el flujo es turbulento ( $Re \geq 2300$ ) se utiliza la correlación de Sebas-McLaughlin citada en (Colorado *et al.* 2011) para calcular el número de Nusselt, dicha correlación se muestra en la Ec. (3.11).

$$Nu_\varphi = 0,023 Re_\varphi^{0,8} Pr_\varphi^{0,4} \left[ Re \left( \frac{d_\varphi}{D} \right)^2 \right]^{0,05} \quad (3.11)$$

donde  $Re$  es el número de Reynolds que se muestra en la Ec. (3.12) y  $Pr$  es el número de Prandtl que se muestra en la Ec. (3.13).

$$Re = \frac{\rho d V_s}{\mu} \quad (3.12)$$

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

---

$$Pr = \frac{Cp\mu}{\lambda} \quad (3.13)$$

donde  $\rho$  es la densidad,  $d$  es el diámetro interno del tubo,  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido,  $Cp$  es la capacidad calorífica,  $\lambda$  es la conductividad térmica y  $V_s$  es la velocidad promedio del fluido (Bagui *et al.* 2004) que se calcula con las Ecs. (3.14, 3.15).

$$V_{sc} = \frac{Fm_c}{\rho_c \pi r_{int}^2} \quad (3.14)$$

$$V_{sf} = \frac{Fm_f}{\rho_c \pi (r_{int,anu}^2 - (r_{int} + esp_{int})^2)} \quad (3.15)$$

donde  $Fm_{c,f}$  es el flujo másico del fluido caliente o del fluido frío,  $r_{int}$  es el radio interno del tubo interno,  $esp_{int}$  es el espesor de la pared del tubo interno,  $r_{int,anu}$  es el radio interno del tubo anular.

En la región de líquido subenfriado, fue necesario ajustar los exponentes de la correlación de Churchill con el fin de ajustar el modelo con los datos experimentales, quedando la correlación como se muestra en la Ec. (3.16).

$$Nu_\varphi = \left[ \left( \frac{48}{11} + \frac{51/11}{1 + \frac{1342}{Pr_\varphi He^2}} \right)^3 + 1,816 \left( \frac{He}{1 + \frac{1,15}{Pr_\varphi}} \right)^{3/2} \right]^{0,699} \quad (3.16)$$

Cabe mencionar que es posible manipular este tipo de correlaciones ya que éstas fueron propuestas para un equipo experimental específico y no pueden utilizarse de forma generalizada para todos los equipos experimentales (Escobar *et al.* 2014, Mulero *et al.* 2015).

En la región de flujo bifásico el coeficiente de transferencia de calor convectivo ( $h_{bif}$ ) se calcula con la correlación de Kozeki dada en la Ec. (3.17), dicha correlación es citada por (Colorado Garrido 2007).

$$h_{bif} = \left( \frac{1}{X_{tt}} \right)^{0,75} h \quad (3.17)$$

donde  $X_{tt}$  es el parámetro de Martinelli citado por (Guo *et al.* 2001), dicha ex-

presión es válida para fluidos con flujo laminar o turbulento.

$$X_{tt} = \left( \frac{1 - X_g}{X_g} \right)^{0,9} \left( \frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0,5} \left( \frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0,1} \quad (3.18)$$

donde  $X_g$  es la calidad del vapor,  $\rho_g$  es la densidad del vapor,  $\rho_l$  es la densidad del líquido,  $\mu_g$  viscosidad del vapor y  $\mu_l$  es la viscosidad del líquido.

El cálculo del coeficiente convectivo se realiza de acuerdo a la región en la que se encuentra el fluido. En la región de vapor sobrecalentado y líquido subenfriado el coeficiente convectivo se calcula con la Ec. (3.9) y en la región de flujo bifásico se calcula con la Ec. (3.17).

Para una mejor aproximación de las temperaturas es necesario evaluar las propiedades físicas del vapor y del líquido ( $\rho$ ,  $H$ ,  $Cp$ ,  $\mu$  y  $\lambda$ ) en función de la temperatura y la presión, ya que el intercambio de calor depende de estas variables. Además, se considera el tipo de flujo laminar o turbulento para cada uno de los fluidos. Tomando en cuenta estos criterios para evaluar el coeficiente global de transferencia de calor se puede decir que dicho coeficiente depende de la temperatura y del flujo.

Las condiciones que rige la conmutación entre los modelos termodinámicos para cada región del proceso de condensación están en función de la entalpía ( $H$ ), la temperatura ( $T$ ), la presión ( $p$ ) y la calidad del vapor ( $X_g$ ), dichas condiciones se presentan en el trabajo de (García-Valladares *et al.* 2004) y se mencionan a continuación:

- Región de vapor sobrecalentado: cuando  $H(T, p) > H_g(T, p)$ , entonces  $X_g = 1$ .
- Región de flujo bifásico: cuando  $H_l(T, p) \leq H(T, p) \leq H_g(T, p)$ , entonces  $0 < X_g < 1$ .
- Región de líquido subenfriado: cuando  $H(T, p) < H_l(T, p)$ , entonces  $X_g = 0$

donde ( $H$ ) es la entalpía del fluido a condensar, ( $H_l$ ) es la entalpía del líquido subenfriado y ( $H_g$ ) es la entalpía del gas sobrecalentado.

### 3.3. Descripción general del condensador

Para desarrollar la presente investigación se utilizaron los datos experimentales provenientes de un condensador helicoidal, dicho condensador forma parte de un sistema de purificación de agua. Este sistema de purificación de agua es un simple proceso de destilación donde se calienta agua contaminada hasta llevarla al punto de ebullición, una vez que se obtiene vapor, éste entra al condensador donde el vapor se enfría y se condensa totalmente. El condensador libera calor y entrega agua purificada.

El condensador bajo estudio es un intercambiador de calor de tubos concéntricos y tiene una geometría helicoidal. En la literatura se ha reportado que esta configuración es muy utilizada en generadores de vapor, refrigeradores, reactores nucleares y plantas químicas, entre otros, esto es debido a su gran eficiencia para transferir calor, su estructura compacta, la facilidad de fabricación y de colocación (Zhao *et al.* 2003).

El sistema completo está construido por dos tubos concéntricos de acero inoxidable y están bien aislados con un forro térmico. En la Tabla (3.1) se describen las dimensiones del condensador helicoidal. Los fluidos que se utilizan son: vapor de agua en el tubo interno y agua fría en el tubo externo o espacio anular, el primero cambiará de fase cediendo calor al segundo fluido a lo largo de todo el condensador.

Tabla 3.1: Dimensiones del evaporador helicoidal de tubos concéntricos.

Especificaciones	Tubo interno (mm)	Tubo anular (mm)
Diámetro exterior: $d_{ext}$	9.5	19.5
Diámetro interno: $d_{int}$	7.2	15.45
Espesor de la pared: $esp$	2	4.05
Diámetro de la espiral: $D$	194	194
Radio de la espiral: $a$	97	97
Espacio entre cada vuelta del espiral: $b$	60	60
Número de vueltas: $n$	4.5	4.5
Longitud equivalente: $L$	4080	4080
Altura total: $Al$	310	310

En la Figura (3.5) se muestra un esquema de los diámetros de los tubos del condensador. Se nombrará al tubo externo como espacio anular para no caer en



### 3.3 Descripción general del condensador

errores de notación. Además, se toma en cuenta el espesor de la pared de ambos tubos.

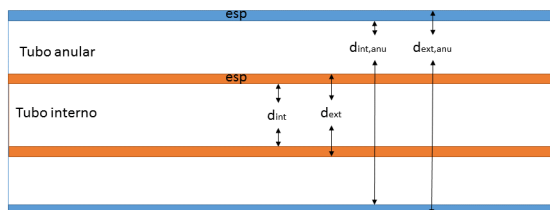


Figura 3.5: Diámetros de los tubos del condensador.

En la Figura (3.6) se muestra la geometría helicoidal del condensador. Se muestran las corrientes que intervienen en el proceso de condensación. El fluido a condensar que proviene del proceso de purificación de agua entra al condensador con una temperatura de entrada ( $T_{ce}$ ), dicho fluido experimentará un cambio de fase, se transforma en líquido y saldrá del condensador con una temperatura ( $T_{cs}$ ), este fluido está sometido a una presión absoluta de vacío de  $p_c = 0,037MPa$ . El fluido de enfriamiento entra con una temperatura ( $T_{fe}$ ) y absorbe el calor cedido por el vapor de agua hasta alcanzar una temperatura de salida ( $T_{fs}$ ), este fluido está sometido a una presión cercana a la atmosférica de  $p_f = 0,083MPa$ , el arreglo de los flujos es a contracorriente.

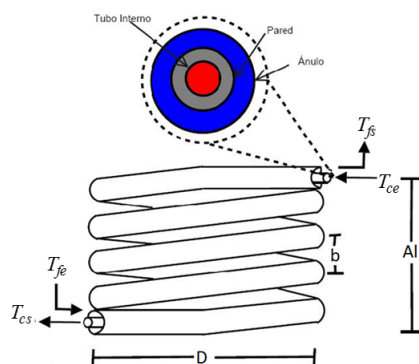


Figura 3.6: Condensador helicoidal.

El condensador cuenta con 4 termopares tipo  $T$  (cobre - constantan) con una precisión de  $\pm 0,5^\circ C - 1^\circ C$ . Los cuales están instalados en las entradas y salidas de ambas corrientes ( $T_{ce}$ ,  $T_{fe}$ ,  $T_{cs}$  y  $T_{fs}$ ). El flujo es medido con indicadores de latón en ambas corrientes, tal como se muestra en la Figura (3.7). Se utilizan un

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

manovacuómetro de caratula de 3" de tipo Bourdon de acero inoxidable 316L para medir la presión absoluta en cada uno de los tubos, en la sección anular se opera a una presión cercana a la atmosférica ( $p_f$ ) y en el tubo interno se tiene una presión de vacío ( $p_c$ ), se asume que las presiones en las salidas de los tubos son las mismas que en las entradas.

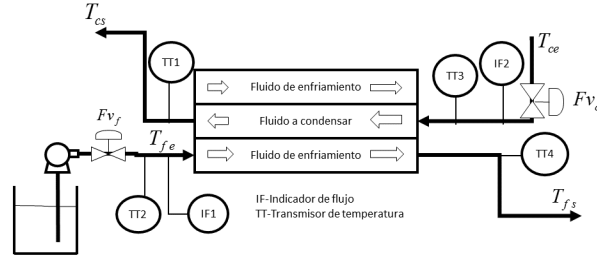


Figura 3.7: Instrumentación del condensador

Con base en las medidas físicas del condensador se realizaron los siguientes cálculos para obtener las áreas de flujo ( $A_{fc}$ ,  $A_{ff}$ ) y las áreas de contacto ( $A_c$ ,  $A_f$ ) y volúmenes ocupados por los fluidos frío y caliente del condensador ( $Vol_f$ ,  $Vol_c$ ). Para el lado del fluido caliente que se va a evaporar se tienen los siguientes parámetros:

$$A_{fc} = \frac{\pi d_{int}^2}{4} \quad (3.19)$$

$$Vol_c = A_{fc}L \quad (3.20)$$

$$A_c = \pi d_{int}L \quad (3.21)$$

Para obtener el volumen del espacio anular, primero se obtiene el volumen en el interior de tubo anular  $Vol_{int,anu}$  y después se el volumen externo del tubo interno  $Vol_{ext,tubo}$ , la diferencia entre los dos volúmenes es el volumen ocupado por lado frío. Entonces los cálculos de áreas y volúmenes para el lado frío son:

$$Vol_{int,anu} = \frac{\pi d_{int,anu}^2}{4} L \quad (3.22)$$

$$Vol_{ext,tubo} = \frac{\pi d_{ext}^2}{4} L \quad (3.23)$$

$$Vol_f = V_{int,anu} - V_{ext,tubo} \quad (3.24)$$

$$A_{ff} = \frac{Vol_f}{L} \quad (3.25)$$

$$A_f = \pi d_{ext} L \quad (3.26)$$

## 3.4. Simulación y comparación del modelo con datos experimentales

En este apartado se presenta una serie de pruebas realizadas con el modelo del condensador Ec. (3.5) y se comparan con los datos medidos que fueron obtenidos de una prueba experimental, realizada en el condensador descrito en la sección 3.3. Los datos fueron proporcionados por el Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAP) perteneciente a la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM).

El objetivo de las pruebas es simular el modelo con datos experimentales y poder determinar si el modelo es capaz de representar la dinámica del proceso de condensación, tomando en cuenta las consideraciones mencionadas en la sección 3.2.1.

Para realizar la comparación del modelo con los datos experimentales, es necesario tener claro las características de las pruebas, especificar las propiedades del prototipo utilizado, y realizar un análisis de los resultados obtenidos.

### 3.4.1. Variables y parámetros

Antes de especificar el protocolo de pruebas es necesario determinar las variables del proceso.

Las variables del proceso se clasifican de la siguiente manera:

- Variables medibles:  $T_{ce}$ ,  $T_{fe}$ ,  $p_c$  y  $p_f$ .

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

- Variables de entrada:  $Fv_c$  y  $Fv_f$ .
- Variables de salida:  $T_{cs}$  y  $T_{fs}$ .

Las variables físicas de los fluidos del proceso tales como;  $\rho$ ,  $H$ ,  $Cp$ ,  $\mu$  y  $\lambda$  se calculan en cada paso de integración al simular el modelo. Estas variables son calculadas con la función de MatLab llamada XSteam.m desarrollada por (Holmgren 2007), dicha función es capaz de proporcionar el valor de estas variables tomando como entradas la temperatura ( $T_{cs}$  y  $T_{fs}$ ) y la presión absoluta en los tubos ( $p_c$  y  $p_f$ ). La función fue desarrollada en base a las normas de la Asociación Internacional de Propiedades del Agua y de Vapor Industrial Formulación 1997 (IAPWS IF-97) y es código libre.

#### 3.4.2. Protocolo de pruebas

El protocolo de pruebas para la simulación del modelo es el siguiente:

1. Se comparan fuera de línea, las temperaturas medidas ( $T_{cs-medido}$  y  $T_{fs-medido}$ ) y las temperaturas calculadas con el modelo ( $T_{cs}$  y  $T_{fs}$ ), Figura (3.8).
2. Las mediciones provenientes de los transmisores de temperatura de entrada y de salida se almacenan en un vector de datos, con periodo de muestreo de 10 segundos.
3. Los vectores que se obtuvieron en el punto anterior se toman como entradas al modelo y de esta forma comparar los datos experimentales con los datos obtenidos del modelo.
4. Se comparan los vectores de las mediciones de salida con los datos obtenidos del modelo.
5. Las condiciones iniciales del modelo se consideran iguales a las condiciones iniciales del proceso.

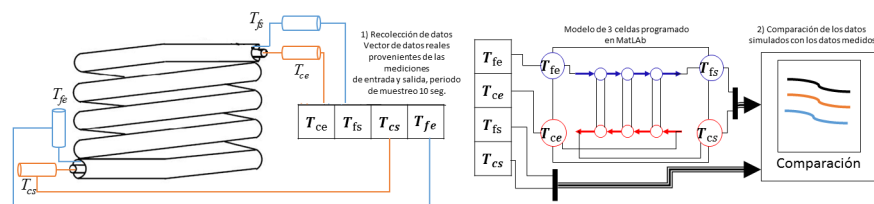


Figura 3.8: Protocolo de pruebas, simulación fuera de línea del condensador.

#### 3.4.3. Simulaciones y pruebas

En este apartado se muestra la simulación del modelo utilizando el software MatLab R2015A y la función XSteam.m de MatLab para calcular las propiedades físicas del agua tales como ( $\rho$ ,  $H$ ,  $Cp$ ,  $\mu$  y  $\lambda$ ). Dicha función es capaz de proporcionar el valor de estas variables tomando como entradas la temperatura del agua y la presión.

Los resultados obtenidos de la simulación del modelo matemático son comparados con las mediciones obtenidas de una prueba experimental realizada en el condensador descrito en la sección 3.3.

- Prueba 1

Para simular el modelo se utilizaron los siguientes datos experimentales como entradas al modelo; el flujo volumétrico del fluido a condensar  $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} m^3/s$  y el flujo volumétrico del fluido de enfriamiento  $Fv_f = 6,399 \times 10^{-6} m^3/s$ , cabe mencionar que el flujo de agua fría es aproximado ya que no se cuenta con mediciones de esta variable de forma digital, sino únicamente se tiene un aproximado dado por un flujómetro de carátula. Las temperaturas iniciales son  $T_{ce} = 77,9^\circ C$  para el fluido a condensar y  $T_{fe} = 21,2^\circ C$  para el fluido de enfriamiento. Además de las temperaturas que se van calculando, se toma en cuenta la presión en cada uno de los tubos para el cálculo de las propiedades físicas con la función XSteam, la presión en el tubo interno es  $p_c = 0,037 MPa$  y la presión en el tubo externo  $p_f = 0,083 MPa$ .

El resultado de la simulación de la dinámica de las temperaturas se muestra en la Figura (3.9), se puede observar la dinámica de los fluidos a lo largo de los tubos del condensador. Se comparan los datos de la simulación con las temperaturas medidas. Las temperaturas de salida calculadas con el modelo son:  $T_{cs} = 23,92^\circ C$  y  $T_{fs} = 29,65^\circ C$ . Las temperaturas medidas son:  $T_{cs-medido} = 23,8^\circ C$  y  $T_{fs-medido} = 28,8^\circ C$ . Sólo se comparan dos puntos, es decir las temperaturas a la salida de cada tubo. No se cuenta con las mediciones de temperatura a lo largo de los tubos del condensador. Se observa que el modelo tiene una buena aproximación con las mediciones de los datos experimentales, para  $T_{cs}$  se tiene un error absoluto de  $0,1209^\circ C$  y para  $T_{fs}$  se tiene un error absoluto de  $0,1536^\circ C$ . La simulación está en función del tiempo que el fluido a condensar tarda en recorrer la distancia del condensador, el cálculo del tiempo es  $t = L/Vs_c = 6,39 seg$ .

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

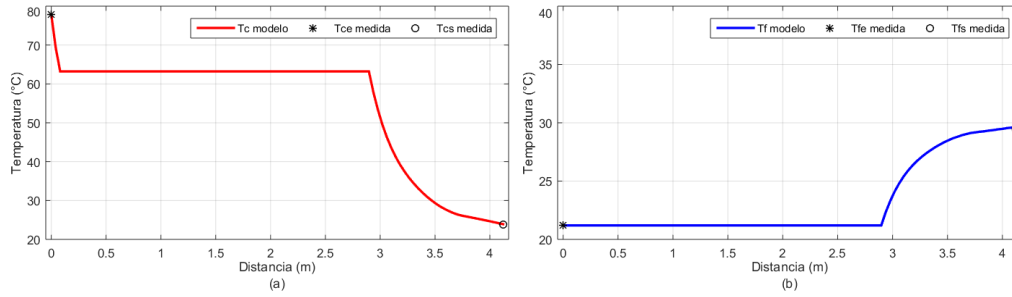


Figura 3.9: Simulación del modelo del condensador, (a) temperatura  $T_c$  y (b) temperatura  $T_f$ .

Es importante mencionar que solamente se cuenta con 4 mediciones de temperatura que son  $(T_{fe}, T_{ce}, T_{fs}$  y  $T_{cs})$ . Durante la simulación, las propiedades físicas de los fluidos ( $\rho$ ,  $Cp$ ,  $\lambda$ ,  $H$  y  $\mu$ ) son calculadas en cada paso de integración ya que están en función de la presión y de la temperatura. Dichas propiedades físicas se calculan utilizando la función de MatLab XSteam.mat. Además, se calculó la calidad del vapor con la Ec. (3.27) y se cumplen las condiciones del proceso de conmutación, en la región de vapor sobrecalentado  $X_g = 1$ , en la región de flujo bifásico  $0 < X_g < 1$  y en la región de líquido subenfriado  $X_g = 0$ , tal como se muestra en la Figura (3.10).

$$X_g = \frac{\rho - \rho_l}{\rho_g - \rho_l} \quad (3.27)$$

De esta forma podemos demostrar que el fluido pasa por cada una de las regiones del proceso de condensación, ya que la calidad de vapor disminuye conforme el fluido se condensa.

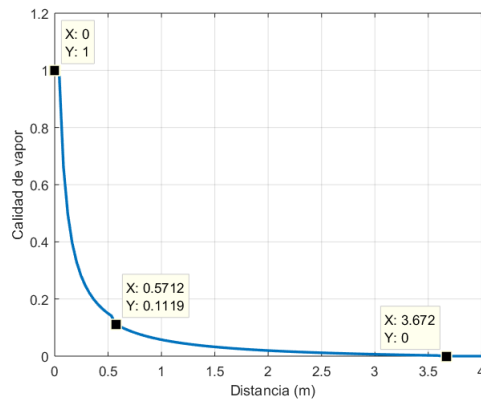


Figura 3.10: Calidad del vapor del fluido a condensar.

### 3.4 Simulación y comparación del modelo con datos experimentales

En la Figura (3.11) se observa el comportamiento de las propiedades físicas que se calcularon en cada paso de integración; (a) densidad del fluido a condensar, (b) la densidad del fluido de enfriamiento, (c) la capacidad calorífica del fluido a condensar, (d) la capacidad calorífica del fluido de enfriamiento, (e) el coeficiente convectivo del fluido a condensar y (f) el coeficiente convectivo del fluido de enfriamiento.

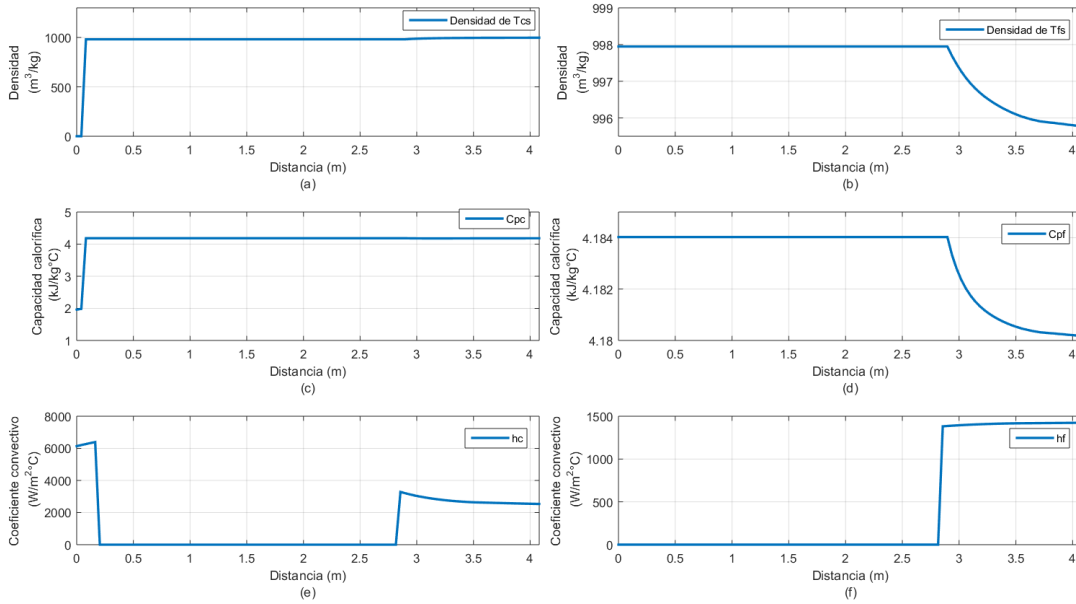


Figura 3.11: Propiedades físicas de los fluidos: (a) densidad de  $T_{cs}$ , (b) densidad de  $T_{fs}$ , (c) capacidad calorífica de  $T_{cs}$ , (d) capacidad calorífica de  $T_{fs}$ , (e) coeficiente convectivo de  $T_{cs}$  y (f) coeficiente convectivo de  $T_{fs}$ .

Las propiedades físicas del fluido que se condensa tienen un cambio muy grande en el momento que el fluido cambia de vapor a flujo bifásico, este comportamiento se asemeja a la dinámica de los sistemas híbridos, los cuales tienen dinámicas continuas y discretas.

#### ■ Prueba 2

En esta prueba se hacen cambios en el flujo de entrada del agua de enfriamiento con el fin de observar el comportamiento del sistema en estado estable. Para simular el modelo se utilizaron los siguientes datos como entradas; el flujo volumétrico del fluido a condensar que se considera constante  $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} m^3/s$  y el flujo volumétrico

### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

del fluido de enfriamiento  $Fv_f$  que varía en el tiempo tal como se muestra en la Figura (3.12). Las temperaturas iniciales para la simulación del modelo son las mismas que las temperaturas medidas a la entrada del condensador;  $T_{ce} = 77,9^\circ C$  y  $T_{fe} = 21,2^\circ C$ . Al igual que en la prueba 1 se considera la presión en los tubos para el cálculo de las propiedades físicas de los fluidos con la función XSteam, la presión en el tubo interno es  $p_c = 0,037 MPa$  y la presión en el tubo externo  $p_f = 0,083 MPa$ .

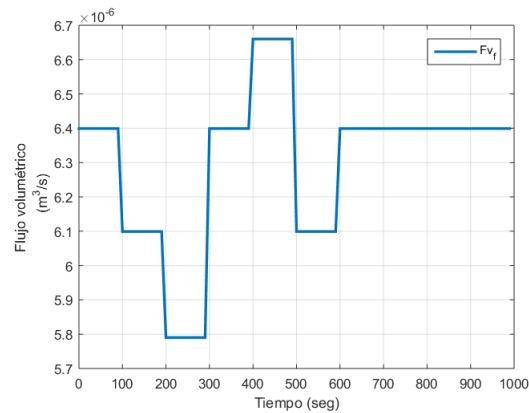


Figura 3.12: Cambios en el flujo de entrada  $Fv_f$ .

Los resultados de esta prueba se muestran en la Figura (3.13), se puede observar el cambio en las temperaturas de salida al variar el flujo de entrada del agua fría.

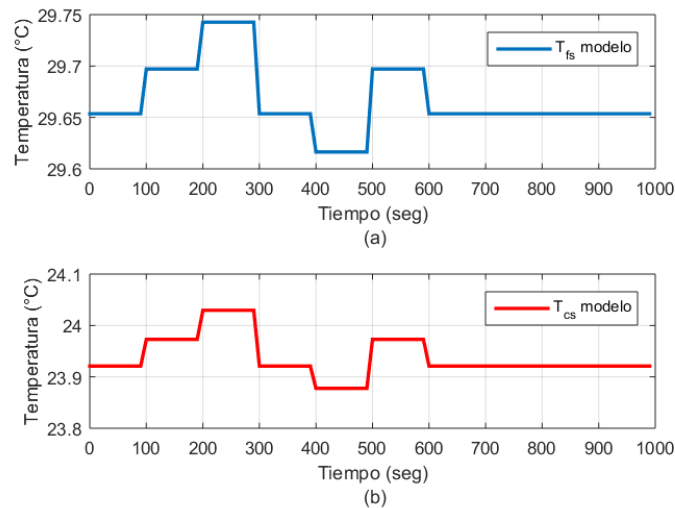


Figura 3.13: Temperaturas de salida ante cambios en el flujo  $Fv_f$



### 3.4 Simulación y comparación del modelo con datos experimentales

#### ■ Prueba 3

Para evaluar el desempeño del modelo, éste se simuló con las mediciones tomadas de una corrida experimental, dicha corrida dura 50000 segundos y está compuesta por 5000 muestras de temperatura, el periodo de muestreo fue de 10 segundos, estos datos fueron obtenidos cuando el condensador estaba operando en estado estable, sin embargo se muestran pequeñas variaciones en las mediciones, esto puede ser debido a los cambios de temperatura en el medio ambiente o incertidumbres en las mediciones de los sensores. En las Figura (3.14) se muestran las temperaturas iniciales ( $T_{ce}$  y  $T_{fe}$ ) de cada muestra. Los flujos son las variables de entrada, siendo  $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} m^3/s$  el flujo volumétrico del fluido a condensar y  $Fv_f = 6,399 \times 10^{-6} m^3/s$  el flujo volumétrico del fluido de enfriamiento. Al igual que en las pruebas anteriores, la presión en el tubo interno es  $p_c = 0,037 MPa$  y la presión en el tubo externo es  $p_f = 0,083 MPa$ .

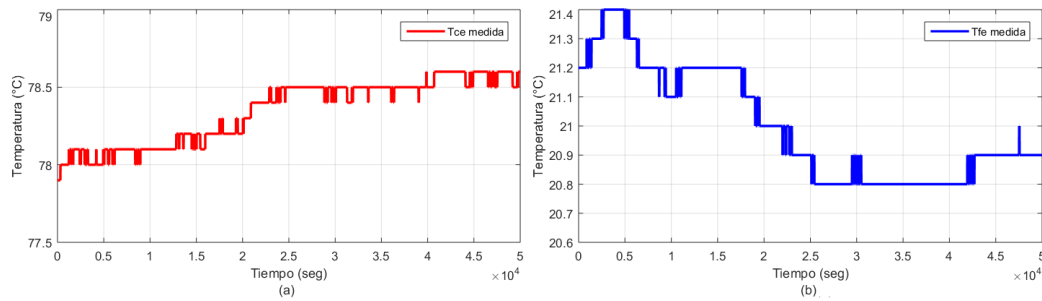
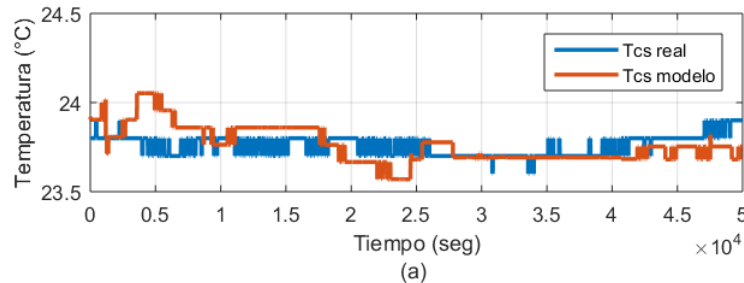


Figura 3.14: Temperaturas de entrada medidas (a)  $T_{ce}$  y (b)  $T_{fe}$ .

En la Figura (3.15) se muestran las temperaturas de salida de los fluidos del condensador obtenidas de las mediciones de la prueba experimental y las temperaturas calculadas con el modelo. En la gráfica superior se muestra el comportamiento de  $T_{cs}$  y la gráfica inferior el comportamiento de  $T_{fs}$ .



### 3. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONDENSADOR

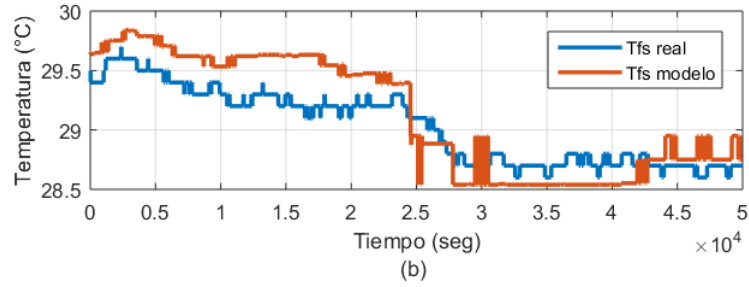


Figura 3.15: Temperaturas de salida del condensador medidas y calculadas, (a)  $T_{cs}$  y (b)  $T_{fs}$ .

Para evaluar el índice de desempeño del modelo, se calcula el error cuadrático medio (ECM) entre los valores medidos y los valores calculados, Ec. (3.28).

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \quad (3.28)$$

donde  $\hat{Y}$  es el vector de  $n$  predicciones (vector de temperaturas calculadas con el modelo) y  $Y$  es el vector de valores verdaderos (vector de temperaturas medidas). Aplicando esta fórmula obtenemos el índice de desempeño del modelo presentado en la Ec. (3.5). Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla (3.2).

Tabla 3.2: ECM para el modelo del condensador.

Índice de desempeño	ECM de $T_{cs}$	ECM de $T_{fs}$
Modelo del condensador	0.0115	0.0618

### 3.5. Conclusiones

En este capítulo se concluye que el proceso de condensación puede ser modelado mediante un sistema dinámico compuesto por tres pares de ecuaciones diferenciales y ecuaciones de termodinámicas que consideran diferentes correlaciones empíricas para el cálculo del coeficiente global de transferencia de calor en flujos bifásicos. Las correlaciones utilizadas han sido retomadas de la literatura para intercambiadores de calor con geometría helicoidales.

Como se mostró en el desarrollo del modelo, el correcto cálculo del coeficiente

global de transferencia de calor es muy importante, ya que éste depende de los coeficientes convectivos de cada fluido. El coeficiente convectivo se formula diferente para cada región del proceso de condensación y para lograr una buena aproximación del modelo con los datos reales, se utilizaron diferentes correlaciones para calcularlo, las correlaciones utilizadas dependen de la región en la que se encuentre el fluido ya sea vapor, bifase o líquido.

Además, el considerar como fuerza conductora a la diferencia de temperaturas media logarítmica permite al modelo lograr una buena aproximación con los datos reales. El modelo propuesto servirá como herramienta para desarrollar un esquema de diagnóstico de fallas basado en modelo.

# Capítulo 4

## Observadores de alta ganancia

El objetivo de este capítulo es dar a conocer la teoría de los observadores de alta ganancia, se mencionan algunas definiciones básicas de los observadores, se ilustra la condición de observabilidad y además se muestra el desarrollo de un banco de observadores, el cual servirá como herramienta para el esquema de diagnóstico de fallas que se muestra en el capítulo 5.

En la sección 4.1 se presenta una definición básica de los observadores de estado y se mencionan sus principales usos. En la sección 4.2 se presenta la condición de observabilidad para sistemas no lineales. En la sección 4.3 se muestra la teoría de los observadores de alta ganancia. En la sección 4.4 se muestra el desarrollo de un banco de observadores de alta ganancia para el modelo del condensador. Por último, en la sección 4.5 se muestran las conclusiones que se desprenden de este capítulo.

### 4.1. Introducción

Un observador es un sistema dinámico que tiene como propósito obtener una estimación de los estados actuales utilizando sólo las mediciones disponibles del sistema. La finalidad de reconstruir los estados de un sistema haciendo uso de observadores tiene los siguientes usos:

- El monitoreo de las variables de interés (Kazantzis y Kravaris 2001) con el fin de detectar problemas operacionales en los sistemas o bien para asegurar el cumplimiento de los estándares de calidad (desde un punto de vista de control

de calidad en la producción).

- La utilización de los estados estimados como señal de retroalimentación para el diseño de lazos de control, tales como: control predictivo (Michalska y Mayne 1995), control por retroalimentación de estados (LQG) (Shuler y Schmidt 1992), entre otras.
- Para la generación de redundancia analítica en el diseño de esquemas de diagnóstico de fallas (Escobar *et al.* 2011b) y control tolerante a fallas (Carbot Rojas *et al.* 2015).

El uso de los observadores en algunos sistemas se debe a que dichos sistemas tienen variables y/o parámetros que no se pueden medir directamente. Debido a que no se cuenta con el sensor específico para ello. Algunos ejemplos son: estimación de parámetros en turbinas de gas (Gao *et al.* 2009), coeficiente global de transferencia de calor en un intercambiador (Weyer *et al.* 2000), entre otros.

Algunos autores se refieren a los observadores como *sensores virtuales*, ya que su implementación se lleva a cabo en dispositivos electrónicos, ya sea una computadora o un microcontrolador. En la Figura (4.1) se muestra el principio de operación de un observador, el cual mediante las entradas  $u(t)$ , las salidas  $y(t)$  y el modelo matemático de un sistema, se realiza la estimación de las variables y/o parámetros, que por lo general no son posibles medir en línea.

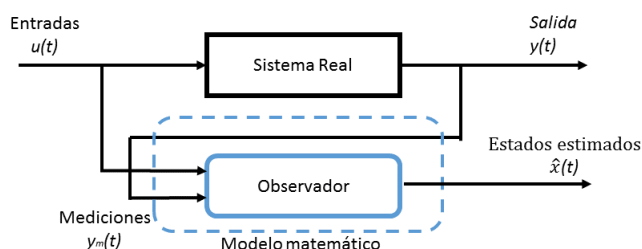


Figura 4.1: Principio de operación del observador

Como ya se mencionó la estimación de estados también es utilizada para incorporar lazos de control por retroalimentación de estados tal como se muestra en la Figura (4.2).

## 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

---

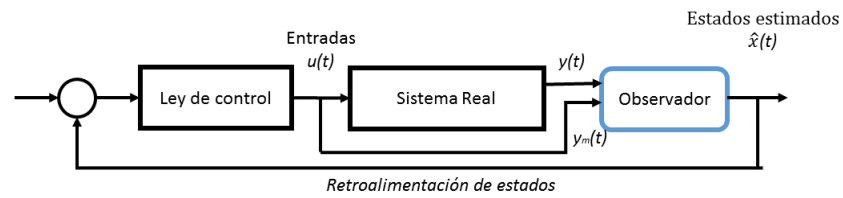


Figura 4.2: Control por retroalimentación de estados estimados.

El poder disponer de un modelo matemático que sea lo más exacto posible al proceso, así como toda la información que es captada por las variables de estado del proceso es de vital importancia. Desde un punto de vista de seguridad, el contar con un esquema de monitoreo y de detección de un problema operacional, es muy útil para realizar acciones de control necesarias para corregir alguna anomalía en el sistema.

Sin embargo, la disponibilidad de todas las variables de estado del proceso no siempre es posible debido a la falta de sensores que puedan medir estas variables. Es por ello que el uso de observadores ha ido incrementando con el paso de los años.

Estos observadores pueden clasificarse en dos géneros los observadores para sistemas lineales y para sistemas no lineales. En el caso de los sistemas lineales los llamados filtros de Kalman y el observador de Luenberger ofrecen una solución completa al problema de la estimación de variables de estado. Sin embargo la mayoría de los procesos físicos y químicos son de naturaleza no lineal.

Para sistemas lineales, la propiedad de observabilidad caracterizada por la condición de rango de Kalman, garantiza la posibilidad de diseñar un observador lineal. Sin embargo en el caso de los sistemas no lineales el problema de diseño de observadores no lineales es un reto mucho mayor.

En los sistemas no lineales la propiedad de observabilidad depende en general de las entradas del sistema. En otras palabras, la observabilidad de un sistema no lineal considera la existencia de entradas para las cuales dos estados iniciales del sistema no puedan ser distinguidos a partir del conocimiento de la salida medida. Esto tiene como consecuencia que la observabilidad de un sistema no lineal dependa de las entradas aplicadas.

## 4.2. Observabilidad de sistemas no lineales

En esta sección se tratan conceptos y definiciones relacionados a la observabilidad de sistemas no lineales de la forma:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^m u_i(t) g_i(x(t)) \quad (4.1)$$

$$y(t) = h(x(t)) \quad (4.2)$$

donde:  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados del sistema,  $u \in \mathbb{R}^m$  es la señal de control y  $y \in \mathbb{R}^p$  es la salida, suponiendo que  $f(\cdot)$  y  $g(\cdot)$  son funciones suficientemente suaves y de clase  $C^\infty$  con respecto a sus argumentos, la salida  $h(0) = 0$ . La notación  $h(x_u(t, x_0))$  representa la trayectoria solución del sistema al tiempo  $t$  originada por la entrada  $u$  y la condición inicial  $x_0$  en un tiempo  $t = 0$ .

Ya que los sistemas elegidos en estas tesis pertenecen a esta clase de sistemas no lineales. Para un sistema dinámico, un observador es un sistema cuya tarea es estimar los estados del primero. Utilizando las entradas  $u(t)$  y las salidas medibles  $y(t)$  del sistema dinámico, se espera que el observador produzca un estado estimado  $\hat{x}(t)$  de los estados  $x(t)$  del sistema original, ver Figura (4.1).

Usualmente se requiere que la distancia entre  $d(\hat{x}(t), x(t))$  tienda a cero cuando  $t \rightarrow \infty$ . Sin embargo para que lo anterior se pueda presentar es necesario que el sistema no lineal cumpla con la propiedad de observabilidad. El enunciado siguiente es una de definición de observabilidad proporcionada por (Herman y Krener 1997):

“El estado  $x(t)$  es observable si dada cualquier entrada  $u(t)$  existe un tiempo finito  $t_f \geq t_0$ , tal que con el conocimiento de  $u(t)$  y la salida  $y(t)$  para  $t_0 \leq t \leq t_f$  son suficientes para estimar  $x(t)$ ”.

A diferencia de los sistemas lineales en donde la observabilidad es una propiedad global que no depende de valores específicos de la entrada, los estados o la salida; en los sistemas no lineales, está propiedad depende de los valores de la entrada.

## 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

---

En general los sistemas no lineales tienen entradas singulares que los hacen no observables. A continuación se dan algunas definiciones que son de utilidad para entender la observabilidad de los sistemas no lineales.

**Definición 4.1 Indistinguibilidad:** considerando el sistema representado en la Ec. (4.1), dos estados  $x_0$  y  $\tilde{x}_0$  son indistinguibles si, para cualquier entrada  $u$  y para todo  $t \geq 0$ , las correspondientes salidas  $h(x_u(t, x_0))$  y  $h(x_u(t, \tilde{x}_0))$  son iguales. En caso contrario se dice que los estados son distinguibles.

**Definición 4.2 Observabilidad:** se dice que el sistema dado en la Ec. (4.1) es observable si no posee pares de estados indistinguibles. Como se definió anteriormente, la observabilidad en el caso de sistemas no lineales depende entre otras cosas del tipo de entrada del sistema. Lo que nos lleva a clasificar los tipos de entradas posibles de dichos sistemas.

**Definición 4.3 Entrada universal:** una función de entrada  $u$  se dice universal, al excitar al sistema, durante el tiempo  $[0, t]$  si pueden ser distinguidos cualquier par de estados inicialmente distintos  $(x_0, \tilde{x}_0)$  de acuerdo a las salidas en el mismo intervalo  $[0, t]$ . Es decir, una entrada es universal si cumple que:  $h(x_u(t, x_0)) \neq h(x_u(t, \tilde{x}_0))$ .

**Definición 4.4 Entrada singular:** toda entrada que no satisface la definición de entrada universal se denomina entrada singular.

**Definición 4.5 Observabilidad uniforme:** un sistema para el cual todas las entradas son universales es uniformemente observable.

**Definición 4.6 Matriz de observabilidad:** una matriz para verificar la observabilidad de este sistema no lineal de orden  $n$ , está conformada por la matriz Jacobiano de la derivada de Lie  $\left(L_f h(x) \triangleq \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x)\right)$  de la función de salida del sistema  $h(x)$  en la dirección del vector de estados  $f(x)$  (Herman y Krener 1997):



$$O = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.3)$$

tenemos que si la matriz de observabilidad es de rango completo el sistema es observable. Un caso particular de la matriz de observabilidad es cuando ésta no está en función de la entrada, entonces se dice que el sistema es observable para cualquier entrada.

Si las funciones  $h(x)$  y  $f(x)$  son funciones lineales, la matriz equivalente a la matriz de observabilidad de sistemas lineales. Dada de la forma de un sistema lineal autónomo es:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

La matriz de observabilidad se define como sigue:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Si  $f(x) = Ax$  y  $h(x) = Cx$ , la matriz definida por la Ec. (4.3) toma la siguiente forma:  $\phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) & L_f h(x) & \dots & L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} Cx & CAx & \dots & CA^{n-1}x \end{bmatrix}^T$ , por lo tanto:

$$O = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} Cx \\ CAx \\ \vdots \\ CA^{n-1}x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

### 4.3. Observador de alta ganancia

Una de las contribuciones más completas y satisfactorias en la teoría de los observadores no lineales ha sido proporcionada por (Gauthier *et al.* 1992). Y pertenece a la familia de observadores de alta ganancia. Los autores muestran que con un adecuado cambio de coordenadas, los estados del sistema no lineal pueden seguirse no sólo local, sino globalmente de manera asintótica. La sintonización o calibración de este tipo de observadores se realiza mediante el ajuste de un único parámetro llamado *ganancia* del observador, determinado al solucionar una ecuación de Lyapunov.

Los observadores de alta ganancia requieren esencialmente de la existencia de un cambio de coordenadas globalmente definido que cumpla con la condición de Lipschitz. Si el sistema es uniformemente observable para cualquier entrada, entonces se puede construir un observador global y convergente para un sistema no lineal con entradas o también llamado no autónomo.

Diversas investigaciones se han derivado del trabajo presentado por (Gauthier *et al.* 1992) para la estimación de estados y parámetros de sistemas no lineales que se pueden encontrar en (Aguilar *et al.* 2002, Gao *et al.* 2009, Hernández 2008, Targui *et al.* 2002, Escobar *et al.* 2011b, Téllez *et al.* 2010). Algunas características que reportan estos trabajos son:

- Convergencia exponencial del error de estimación.
- No se requiere de ecuaciones matemáticas que modelen el comportamiento de los parámetros variantes en el tiempo y a pesar de ello se logra una buena estimación.
- La calibración de los observadores se realiza fácilmente, ya que sólo se requiere ajustar un parámetro llamado *ganancia* del observador.
- Se logra la estimación de estados y parámetros en línea experimentalmente.

En resumen las características que prestan estos observadores, le dan valor agregado a su fácil implementación y desarrollo.

### 4.3.1. Observador de alta ganancia para estimación de estados

En este apartado se presenta la metodología y las condiciones necesarias para desarrollar un observador de alta ganancia, el cual tiene como objetivo estimar los estados de un sistema no lineal afín al control.

Para formular el observador de alta ganancia partimos de la forma general de los sistemas no lineales afines al control:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + \sum_{i=1}^m u_i(t) g_i(x(t)) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $i = 1, \dots, m$ , donde  $m$  es el número de entradas,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$ ,  $f(x(t)) \in \mathbb{R}^n$  y  $g_i(x(t)) \in \mathbb{R}^n$ , éstas últimas dos son campos vectoriales.

El diseño del observador se basa en la siguiente hipótesis:

1. El sistema no lineal es uniformemente observable (ver definición 4.5).
2. La matriz de observabilidad es de rango  $n$  en un punto  $x_0$ . Es decir es invertible (ver definición 4.6).

$$3. \text{ La matriz } \phi(x) = \begin{bmatrix} h(x(t)) \\ L_f h(x(t)) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x(t)) \end{bmatrix} \text{ es un difeomorfismo.}$$

Dadas las características anteriores, es posible realizar un cambio de coordenadas o una transformación del sistema original donde:

$$z(t) = \phi(x(t)) = \left[ h(x(t)) \quad L_f h(x(t)) \quad \dots \quad L_f^{n-1} h(x(t)) \right]^T \quad (4.7)$$

La notación  $L_f(\cdot)$  representa la derivada de Lie de una función real evaluada en  $f(x(t))$ . Por definición, la derivada de Lie es:

$$L_f h(x(t)) = \frac{\partial h(x(t))}{\partial x} f(x(t)) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x(t))}{\partial x} f_i(x(t)) \quad (4.8)$$

#### 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

---

Dicha transformación de coordenadas  $\phi(x(t))$  determina un difeomorfismo el cual transforma el sistema no lineal en un sistema de forma triangular tal como se presenta en la Ec. (4.9).

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= Az(t) + \psi(z(t)) + \sum_{i=1}^m \phi_i(z(t)) u_i(t) \\ y(t) &= Cz(t)\end{aligned}\quad (4.9)$$

donde:

$$z_1 = h(x(t)), z_2 = L_f h(x(t)), z_3 = \dots, z_n = L_f^{n-1} h(x(t)) \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \psi(z(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ L_f^n h(x(t)) \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.11)$$

Los elementos de  $\phi_i(z(t))$  son:

$$\begin{aligned}\phi_1(z(t)) &= \phi_1(z_1(t)) \\ \phi_2(z(t)) &= \phi_2(z_1(t), z_2(t)) \\ &\vdots \\ \phi_n(z(t)) &= \phi_n(z_1(t), \dots, z_{n-1}(t))\end{aligned}\quad (4.12)$$

Esta transformación nos permite regresar a las coordenadas originales,  $x(t) = \phi^{-1}(z(t))$ . El observador propuesto por (Gauthier *et al.* 1992) para la estimación de los estados transformados tiene la siguiente forma:

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + \psi(\hat{z}(t)) + \sum_{i=1}^m \phi_i(\hat{z}(t)) u_i(t) - S_\theta^{-1} C^T (C\hat{z}(t) - y(t)) \quad (4.13)$$

donde el símbolo  $\hat{\cdot}$  significa el valor estimado, como se puede observar el observador es sólo una copia del sistema transformado, más un término de corrección el cual

depende la salida medida del sistema y la matriz  $S_\theta$  es la solución a la ecuación de Lyapunov:

$$\theta S_\theta + A^T S_\theta + S_\theta A = C^T C \quad (4.14)$$

donde el parámetro  $\theta > 0$  es llamado la ganancia del observador, este parámetro determina la velocidad de convergencia de la estimación y es fijada por el diseñador.

La forma que toma la matriz de ganancias  $S_\theta$  para un sistema de segundo orden se presenta a continuación:

$$S_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta} & -\frac{1}{\theta^2} \\ -\frac{1}{\theta^2} & \frac{2}{\theta^3} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Generalizando, los coeficientes de  $S_\theta$  son de la forma:

$$S_{i,j} = \frac{S_{i,j}}{\theta^{i+j-1}}, \quad 1 \leq i, j \leq n \quad (4.16)$$

En las coordenadas originales, el sistema de la Ec.(4.13) se reescribe de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t))u(t) + \left[ \frac{\partial \phi(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} S_\theta^{-1} C^T [y(t) - \hat{y}(t)] \\ \hat{y}(t) &= C(\hat{x}(t)) \end{aligned} \quad (4.17)$$

La estructura del observador consiste en una copia del modelo matemático del sistema, más un término de corrección donde  $\frac{\partial \phi(x(t))}{\partial x}$  es la matriz Jacobiana de  $\phi(x(t))$  y  $\phi(\hat{x}(t)) = \phi(x(t))|_{x(t)=\hat{x}(t)}$ . Para comprobar que el sistema es observable, la matriz  $\frac{\partial \phi(x(t))}{\partial x}$  debe ser de rango completo.

Este observador tiene la ventaja de que sólo requiere de un parámetro de sintonización  $\theta$ . Los autores en (Gauthier *et al.* 1992) han demostrado que con una ganancia  $\theta$  suficientemente grande, el error de estimación  $\varepsilon = \|\hat{x}(t) - x(t)\|$  convergerá exponencialmente a cero. Aunque con valores muy grandes de  $\theta$  se asegura una rápida convergencia del estado estimado con el valor medido, esto produce un sobretiro (fenómeno pico) durante la convergencia, además que el observador se vuelve sensible al ruido. Por lo tanto, es importante establecer un compromiso entre convergencia rápida, un rechazo al ruido y una atenuación al sobretiro.

## 4.4. Desarrollo de un banco de observadores para el condensador

En este apartado se presenta el desarrollo de un banco de observadores de alta ganancia para el modelo del condensador. Cada observador utiliza todas las señales de entrada y una señal de salida, en la Figura (4.3) se muestra un diagrama a bloques del banco de observadores.

Se eligieron los observadores de alta ganancia debido a que en este tipo de observadores únicamente se necesita sintonizar un parámetro para lograr la estimación de los estados de interés, además este tipo de observadores se han aplicado en diversos procesos químicos para estimar sus variables, por ejemplo en columnas de destilación (Targui *et al.* 2001), reactores químicos (Aguilar *et al.* 2002) y en tuberías de gas de petróleo licuado (Torres *et al.* 2012).

El objetivo de los observadores presentados en este apartado es el de estimar las variables de estado del sistema (temperaturas de salida) a partir de los estados medibles. En la figura 4.3 se muestra un diagrama a bloques del banco de observadores propuesto. Los estados estimados ( $\hat{T}_{fs1}$  y  $\hat{T}_{cs1}$ ) son calculados con el observador 1 utilizando las mediciones ( $T_{fe}$  y  $T_{ce}$ ) y la salida ( $T_{fs}$ ). Los estados estimados ( $\hat{T}_{fs2}$  y  $\hat{T}_{cs2}$ ) son calculados con el observador 2 utilizando las mediciones ( $T_{fe}$  y  $T_{ce}$ ) y la salida ( $T_{cs}$ ).

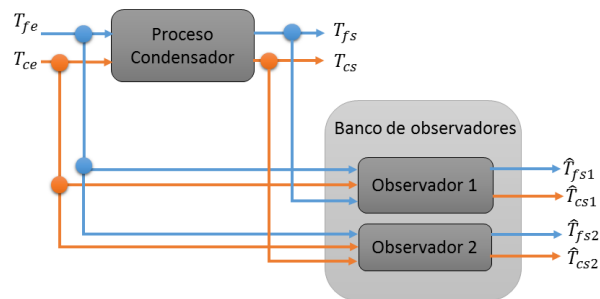


Figura 4.3: Diagrama a bloques del banco de observadores.

Para el desarrollo de los observadores, se utilizará el modelo de una celda, Ec. (3.2, 3.3), ya que los observadores propuestos requieren de una señal de salida medida y en este caso sólo se cuenta con las mediciones de las temperaturas a la salida que

#### 4.4 Desarrollo de un banco de observadores para el condensador

---

son ( $T_{fs}$  y  $T_{cs}$ ), no se cuenta con las señales de salida de cada una de las celdas intermedias. Empezamos por expresar el modelo una celda en la forma general de los sistemas no lineales afines al control tenemos:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t)) + \sum_{i=1}^m u_i(t) g_i(x(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\quad (4.18)$$

donde

$$f(x) = \begin{bmatrix} k_f \left( \frac{(T_{cs}-T_{fe})-(T_{ce}-T_{fs})}{\ln\left(\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}}\right)} \right) \\ -k_c \left( \frac{(T_{cs}-T_{fe})-(T_{ce}-T_{fs})}{\ln\left(\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}}\right)} \right) \end{bmatrix}\quad (4.19)$$

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{Vol_f}(T_{fe} - T_{fs}) \\ 0 \end{bmatrix}\quad (4.20)$$

$$g_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{Vol_c}(T_{ce} - T_{cs}) \end{bmatrix}\quad (4.21)$$

Quedando el modelo del condensador, Ec. (3.2, 3.3), expresado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{T}_{fs} \\ \dot{T}_{cs} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_f \left( \frac{(T_{cs}-T_{fe})-(T_{ce}-T_{fs})}{\ln\left(\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}}\right)} \right) \\ -k_c \left( \frac{(T_{cs}-T_{fe})-(T_{ce}-T_{fs})}{\ln\left(\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}}\right)} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Vol_f}(T_{fe} - T_{fs}) \\ 0 \end{bmatrix} Fv_f \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{Vol_c}(T_{ce} - T_{cs}) \end{bmatrix} Fv_c\end{aligned}\quad (4.22)$$

donde el vector de estados es  $x = [T_{fs} \ T_{cs}]^T$ , las variables de entradas son los flujos volumétricos de entrada  $u = [Fv_f \ Fv_c]$ , las temperaturas iniciales son ( $T_{ce}$  y  $T_{fe}$ ) y las variables  $k_f$  y  $k_c$  son:

#### 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

---

$$k_f = \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_f(P, T) Cp_f(P, T) Vol_f} \quad (4.23)$$

$$k_c = \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_c(P, T) Cp_c(P, T) Vol_c} \quad (4.24)$$

Recordando la estructura del observador de alta ganancia, Ec. (4.25), procedemos al desarrollo del banco de observadores de alta ganancia.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t)) u(t) + \left[ \frac{\partial \phi(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} S_\theta^{-1} C^T [y(t) - \hat{y}(t)] \\ \hat{y}(t) &= C(\hat{x}(t)) \end{aligned} \quad (4.25)$$

##### Observador 1

Con el observador 1 se estimarán los estados  $\hat{x} = [\hat{T}_{fs1} \ \hat{T}_{cs1}]^T$ , el subíndice 1 se utilizará para hacer referencia a los estados estimados por el observador 1. Primero obtenemos la matriz de transformación de coordenadas  $\phi_1(x)$  la cual es un difeomorfismo, en el desarrollo de este observador se toma como señal de salida a  $y(x) = h(x) = T_{fs}$ , recordar que se usa la notación  $\hat{\phantom{x}}$  para referirse al estado estimado por lo tanto tenemos:

$$\phi_1(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{fs1} \\ k_f \left( \frac{(\hat{T}_{cs1} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs1})}{\ln\left(\frac{\hat{T}_{cs1} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs1}}\right)} \right) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

donde  $L_f h(x)$  es la derivada parcial de la función real  $h(x)$  evaluada a lo largo del campo vectorial  $f(x)$  y se obtiene a continuación:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_f \left( \frac{(\hat{T}_{cs1} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs1})}{\ln\left(\frac{\hat{T}_{cs1} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs1}}\right)} \right) \\ -k_c \left( \frac{(\hat{T}_{cs1} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs1})}{\ln\left(\frac{\hat{T}_{cs1} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs1}}\right)} \right) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$L_f h(x) = \begin{bmatrix} k_f \left( \frac{(\hat{T}_{cs1} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs1})}{\ln\left(\frac{\hat{T}_{cs1} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs1}}\right)} \right) \end{bmatrix} \quad (4.28)$$



#### 4.4 Desarrollo de un banco de observadores para el condensador

---

Como segundo paso se obtiene el Jacobiano de la matriz de transformación de coordenadas  $\frac{\partial \phi_1}{\partial x}$  también conocida como matriz de observabilidad la cual debe ser de rango completo para que el sistema sea observable.

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \begin{array}{c} T_{fs} \\ k_f \left( \frac{(\hat{T}_{cs1} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs1})}{\ln\left(\frac{\hat{T}_{cs1} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs1}}\right)} \right) \end{array} \right] \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \left[ \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \frac{k_f}{k_1} - \frac{k_f(\hat{T}_{cs1} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs1})}{k_1^2(T_{ce} - \hat{T}_{fs1})} & \frac{k_f}{k_1} - \frac{k_f(\hat{T}_{cs1} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs1})}{k_1^2(\hat{T}_{cs1} - T_{fe})} \end{array} \right] \quad (4.30)$$

donde

$$k_1 = \ln \left( \frac{\hat{T}_{cs1} - \hat{T}_{fe}}{\hat{T}_{ce} - \hat{T}_{fs1}} \right) \quad (4.31)$$

$$k_f = \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_f(P, T) Cp_f(P, T) Vol_f} \quad (4.32)$$

$$k_c = \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_c(P, T) Cp_c(P, T) Vol_c} \quad (4.33)$$

Una vez obtenido el Jacobiano de la matriz de transformación de coordenadas  $\phi_1$ , se procede a construir el factor de corrección del observador de alta ganancia el cual tiene la siguiente estructura  $\left[ \frac{\partial \phi(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} S_\theta^{-1} C^T [y(t) - \hat{y}(t)]$ :

$$\left[ \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \frac{k_f}{k_1} - \frac{k_f(\hat{T}_{cs1} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs1})}{k_1^2(T_{ce} - \hat{T}_{fs1})} & \frac{k_f}{k_1} - \frac{k_f(\hat{T}_{cs1} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs1})}{k_1^2(\hat{T}_{cs1} - T_{fe})} \end{array} \right]^{-1} \left[ \begin{array}{cc} \frac{1}{\theta} & -\frac{1}{\theta^2} \\ -\frac{1}{\theta^2} & \frac{2}{\theta^3} \end{array} \right]^{-1} * \left[ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right]^T (T_{fs} - \hat{T}_{fs1}) \quad (4.34)$$

Realizando las operaciones anteriores proseguimos a construir el observador de alta ganancia, Ec. (4.25). Con este observador es posible estimar los estados a partir de las temperaturas iniciales ( $T_{fe}$  y  $T_{ce}$ ) y de la salida ( $T_{fs}$ ). Las variables que funcionan como entradas para el diseño del observador 1 son  $u = [Fv_f \ Fv_c]$  y la salida con la que se calcula el error de observación es  $y = T_{fs}$ . Por lo tanto el observador 1 tiene la forma:

#### 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

---

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\hat{T}}_{fs1} \\ \dot{\hat{T}}_{cs1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_f \Delta \hat{T}_{L1} \\ -k_c \Delta \hat{T}_{L1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Vol_f} (T_{fe} - \hat{T}_{fs1}) \\ 0 \end{bmatrix} Fv_f + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{Vol_c} (T_{ce} - \hat{T}_{cs1}) \end{bmatrix} Fv_c \\
 + \begin{bmatrix} 2\theta \\ -\frac{2(k_1 T_{ce} - k_1 \hat{T}_{fs1} + T_{ce} - \hat{T}_{cs1} + T_{fe} - \hat{T}_{fs1})(\hat{T}_{cs1} - T_{fe})\theta}{(T_{ce} - \hat{T}_{fs1})(k_1 \hat{T}_{cs1} - k_1 T_{fe} + T_{ce} - \hat{T}_{cs1} + T_{fe} - \hat{T}_{fs1})} + \frac{k_1^2 (\hat{T}_{cs1} - T_{fe})\theta^2}{k_f (k_1 \hat{T}_{cs1} - k_1 T_{fe} + T_{ce} - \hat{T}_{cs1} + T_{fe} - \hat{T}_{fs1})} \\ * (T_{fs} - \hat{T}_{fs1}) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

donde las variables  $\Delta \hat{T}_{L1}$ ,  $k_f$ ,  $k_c$ ,  $k_1$  son:

$$\Delta \hat{T}_{L1} = \frac{(\hat{T}_{cs1} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs1})}{\ln \left( \frac{\hat{T}_{cs1} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs1}} \right)} \tag{4.36}$$

$$k_f = \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_f(P, T) Cp_f(P, T) Vol_f} \tag{4.37}$$

$$k_c = \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_c(P, T) Cp_c(P, T) Vol_c} \tag{4.38}$$

$$k_1 = \ln \left( \frac{\hat{T}_{cs1} - \hat{T}_{fe}}{\hat{T}_{ce} - \hat{T}_{fs1}} \right) \tag{4.39}$$

#### Observador 2

Si siguiendo la metodología anterior, para el desarrollo del observador 2 los estados a estimar son  $\hat{x} = [\hat{T}_{fs2} \ \hat{T}_{cs2}]^T$  el subíndice 2 hace referencia a los estados estimados por el observador 2. Se obtiene la matriz de transformación de coordenadas  $\phi_2(x)$  la cual es un difeomorfismo, este observador difiere del primero en que se toma como señal de salida a  $y(x) = h(x) = T_{cs}$ , recordar que se usa la notación  $\hat{\phantom{x}}$  para referirse al estado estimado por lo tanto tenemos:

$$\phi_2(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{cs2} \\ -k_c \left( \frac{(\hat{T}_{cs2} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs2})}{\ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right)} \right) \end{bmatrix} \tag{4.40}$$

#### 4.4 Desarrollo de un banco de observadores para el condensador

---

donde  $L_f h(x)$  es la derivada parcial de la función real  $h(x)$  evaluada a lo largo del campo vectorial  $f(x)$  y se obtiene a continuación:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_f \left( \frac{(\hat{T}_{cs2} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs2})}{\ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right)} \right) \\ -k_c \left( \frac{(\hat{T}_{cs2} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs2})}{\ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right)} \right) \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$L_f h(x) = \begin{bmatrix} -k_c \left( \frac{(\hat{T}_{cs2} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs2})}{\ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right)} \right) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Como segundo paso se obtiene el Jacobiano de la matriz de transformación de coordenadas  $\frac{\partial \phi_2}{\partial x}$  también conocido como matriz de observabilidad la cual debe ser de rango completo para que el sistema sea observable.

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \hat{T}_{cs2} \\ -k_c \left( \frac{(\hat{T}_{cs2} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs2})}{\ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right)} \right) \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_c}{k_2} - \frac{k_c(\hat{T}_{cs2} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs2})}{k_2^2(T_{ce} - \hat{T}_{fs2})} & \frac{k_c}{k_2} - \frac{k_c(\hat{T}_{cs2} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs2})}{k_2^2(\hat{T}_{cs2} - T_{fe})} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

donde

$$k_2 = \ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - \hat{T}_{fe}}{\hat{T}_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right) \quad (4.45)$$

$$k_f = \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_f(P, T) Cp_f(P, T) Vol_f} \quad (4.46)$$

$$k_c = \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_c(P, T) Cp_c(P, T) Vol_c} \quad (4.47)$$

Una vez obtenido el Jacobiano de la matriz de transformación de coordenadas  $\phi_2$ , se procede a construir el factor de corrección del observador de alta ganancia el

#### 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

---

cual tiene la siguiente estructura  $\left[ \frac{\partial \phi(\hat{x}(t))}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} S_{\theta}^{-1} C^T [y(t) - \hat{y}(t)]$ :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_c}{k_2} - \frac{k_c(\hat{T}_{cs2} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs2})}{k_2^2(T_{ce} - \hat{T}_{fs2})} & \frac{k_c}{k_2} - \frac{k_c(\hat{T}_{cs2} - T_{fe} - T_{ce} + \hat{T}_{fs2})}{k_2^2(\hat{T}_{cs2} - T_{fe})} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta} & -\frac{1}{\theta^2} \\ -\frac{1}{\theta^2} & \frac{2}{\theta^3} \end{bmatrix}^{-1} * \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T (T_{cs} - \hat{T}_{cs1}) \quad (4.48)$$

Realizando las operaciones anteriores proseguimos a construir el observador de alta ganancia, Ec. (4.25). Las variables que funcionan como entradas para el diseño del observador 2 son  $u = [Fv_f \ Fv_c]$  y la salida con la que se calcula el error de observación es  $y = T_{cs}$ . Las temperaturas iniciales son  $(T_{ce}$  y  $T_{fe})$ . Por lo tanto el observador 2 tiene la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{T}}_{fs2} \\ \dot{\hat{T}}_{cs2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_f \Delta \hat{T}_{L2} \\ -k_c \Delta \hat{T}_{L2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Vol_f} (T_{fe} - \hat{T}_{fs2}) \\ 0 \end{bmatrix} Fv_f + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{Vol_c} (T_{ce} - \hat{T}_{cs2}) \end{bmatrix} Fv_c \\ + \begin{bmatrix} -\frac{(k_2 \hat{T}_{cs2} - k_2 T_{fe} + T_{ce} - \hat{T}_{cs2} + T_{fe} - \hat{T}_{fs2})(T_{ce} - \hat{T}_{fs2}) \theta^2}{(\hat{T}_{cs2} - T_{fe})(k_2 T_{ce} - k_2 \hat{T}_{fs2} + T_{ce} - \hat{T}_{cs2} + T_{fe} - \hat{T}_{fs2})} \\ \frac{k_2^2 (T_{ce} - \hat{T}_{fs2}) \theta^3}{k_c (k_2 T_{ce} - k_2 \hat{T}_{fs2} + T_{ce} - \hat{T}_{cs2} + T_{fe} - \hat{T}_{fs2})} \end{bmatrix} \\ (T_{cs} - \hat{T}_{cs2}) \quad (4.49)$$

donde las variables  $\Delta \hat{T}_{L2}$ ,  $k_f$ ,  $k_c$ ,  $k_2$  son:

$$\Delta T_{L2} = \frac{(\hat{T}_{cs2} - T_{fe}) - (T_{ce} - \hat{T}_{fs2})}{\ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - T_{fe}}{T_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right)} \quad (4.50)$$

$$k_f = \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_f(P, T) Cp_f(P, T) Vol_f} \quad (4.51)$$

$$k_c = \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_c(P, T) Cp_c(P, T) Vol_c} \quad (4.52)$$

$$k_2 = \ln \left( \frac{\hat{T}_{cs2} - \hat{T}_{fe}}{\hat{T}_{ce} - \hat{T}_{fs2}} \right) \quad (4.53)$$

En la Figura (4.4) se muestra un diagrama esquemático del banco de observadores.

## 4.4 Desarrollo de un banco de observadores para el condensador

Se utilizan todas las entradas y sólo una de las señales de salida para el diseño de cada uno de los observadores.

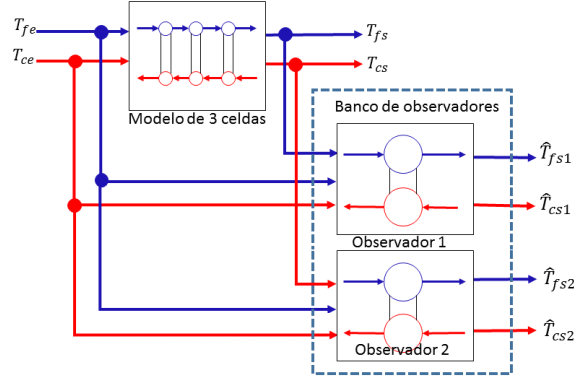


Figura 4.4: Banco de observadores para el modelo de tres celdas.

Para desarrollar el banco de observadores, Ecs. (4.35, 4.49), se utilizó el modelo de una celda debido a que para construir el factor de corrección se necesita una señal de salida y no se cuentan las mediciones que representan las salidas de las celdas intermedias.

### 4.4.1. Simulación y comparación con datos experimentales del banco de observadores

En este apartado se muestra la simulación del banco de observadores y se comparan los resultados con datos experimentales, se utilizan como datos de entrada las mediciones de los datos experimentales. El banco de observadores descrito en las Ecs. (4.35, 4.49) es simulado en el software Matlab y al igual que en la sección 3.4 se utilizó la función de XSteam.m para calcular las propiedades físicas del agua tales como ( $\rho$ ,  $H$ ,  $C_p$ ,  $\mu$  y  $\lambda$ ) en cada paso de integración.

- Prueba 1, comparación del banco de observadores con los datos de una sola muestra.

Para realizar esta prueba se utilizaron como entradas los datos medidos de sólo una muestra experimental, las señales de entrada son: el flujo volumétrico del fluido a condensar  $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} m^3/s$  y el flujo volumétrico del fluido de enfriamiento  $Fv_f = 6,399 \times 10^{-6} m^3/s$ . Se utilizan como temperaturas iniciales a  $T_{ce} = 78,5^\circ C$

#### 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

para el fluido a condensar y  $T_{fe} = 20,85^\circ C$  para el fluido de enfriamiento. El cálculo de las propiedades físicas de los fluidos con la función XSteam requiere no solo de la temperatura del fluido sino también la presión en el sistema, por lo cual se considera que el tubo interno tiene una presión de  $p_c = 0,037 MPa$  y que el tubo externo tiene una presión de  $p_f = 0,083 MPa$ .

En la Figura (4.5) se muestra la simulación del observador 1, los estados estimados con el observador 1 son  $(\hat{T}_{fs1}$  y  $\hat{T}_{cs1})$ . Se establecen las condiciones iniciales del observador  $\hat{T}_{cs1}(0) = 90,5^\circ C$  y  $\hat{T}_{fs1}(0) = 17^\circ C$  diferentes a las temperaturas iniciales de entrada medidas  $T_{ce} = 78,5^\circ C$  y  $T_{fe} = 20,8^\circ C$  con el fin de observar la convergencia de los observadores. La ganancia propuesta para este observador es  $\theta_1 = 2,5$ . Los estados estimados con el observador 1 son  $\hat{T}_{cs1} = 23,1^\circ C$  y  $\hat{T}_{fs1} = 29,7^\circ C$  y las temperaturas medidas son  $T_{cs} = 23,7^\circ C$  y  $T_{fs} = 28,8^\circ C$ .

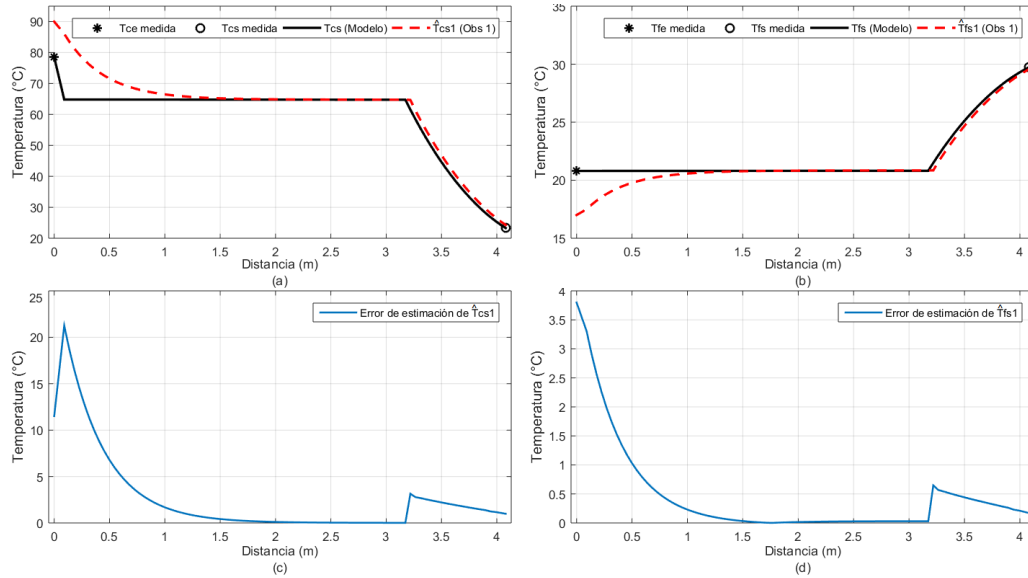


Figura 4.5: Estados estimados con el observador 1, (a) temperatura estimada  $\hat{T}_{cs1}$ , (b) temperatura estimada  $\hat{T}_{fs1}$ , (c) error de estimación de  $\hat{T}_{cs1}$  y (d) error de estimación de  $\hat{T}_{fs1}$ .

En la Figura (4.6) se muestra la simulación del observador 2, los estados estimados son  $(\hat{T}_{fs2}$  y  $\hat{T}_{cs2})$ . Se establecen las condiciones iniciales del observador  $\hat{T}_{cs2}(0) = 95^\circ C$  y  $\hat{T}_{fs2}(0) = 15^\circ C$  diferentes a las temperaturas iniciales de entrada  $T_{cs} = 78,5^\circ C$  y  $T_{fs} = 20,8^\circ C$  con el fin de observar la convergencia de los observadores. La ganancia

## 4.4 Desarrollo de un banco de observadores para el condensador

propuesta para este observador es  $\theta_2 = 1,7$ . Los estados estimados con el observador 2 son  $\hat{T}_{cs2} = 23,2^\circ\text{C}$  y  $\hat{T}_{fs2} = 29,7^\circ\text{C}$  y las temperaturas medidas son  $T_{cs} = 23,7^\circ\text{C}$  y  $T_{fs} = 28,8^\circ\text{C}$ .

Las estimaciones obtenidas con los observadores son aproximadas con las temperaturas medidas tal como se observa en las Figuras (4.5) y (4.6). Al simular los observadores, se utilizaron condiciones iniciales cercanas a las temperaturas de entrada medidas debido a que el cálculo de las propiedades físicas ( $\rho$ ,  $H$ ,  $Cp$ ,  $\mu$  y  $\lambda$ ) utilizando la función XSteam.m pudiera llegar a ser indeterminado en algunos puntos, si las condiciones iniciales estuvieran muy alejadas de los valores reales.

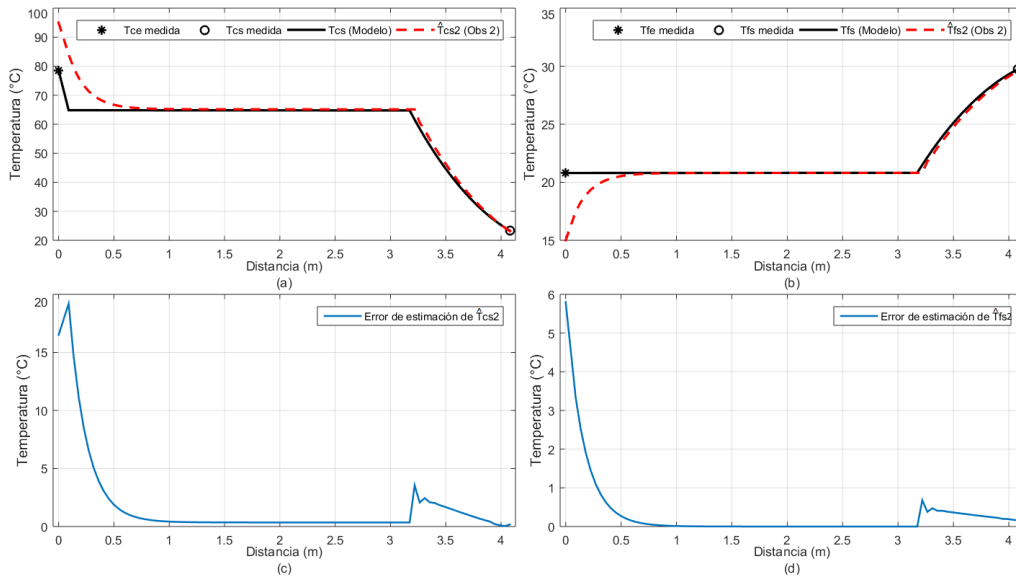


Figura 4.6: Estados estimados con el observador 2, (a) temperatura estimada  $\hat{T}_{cs2}$ , (b) temperatura estimada  $\hat{T}_{fs2}$ , (c) error de estimación de  $\hat{T}_{cs2}$  y (d) error de estimación de  $\hat{T}_{fs2}$ .

- Prueba 2, comparación del banco de observadores con los datos de una corrida de 5000 muestras.

En esta prueba se busca evaluar el desempeño del banco de observadores, Ecs. (4.35, 4.49), utilizando como entradas los datos obtenidos de una corrida compuesta por 5000 muestras, los datos fueron obtenidos cada 10 segundos cuando el condensador operaba en estado estable, se toman como entradas; los flujos volumétricos  $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{s}$  y  $Fv_f = 6,399 \times 10^{-8} \text{m}^3/\text{s}$ . Al igual que la prueba anterior se

## 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

considera que el tubo interno está sometido a una presión de  $p_c = 0,037 \text{ MPa}$  y el tubo externo está sometido a una presión de  $p_f = 0,083 \text{ MPa}$ . En la Figura (4.7) se observan las temperaturas iniciales ( $T_{ce}$  y  $T_{fe}$ ) de cada muestra.

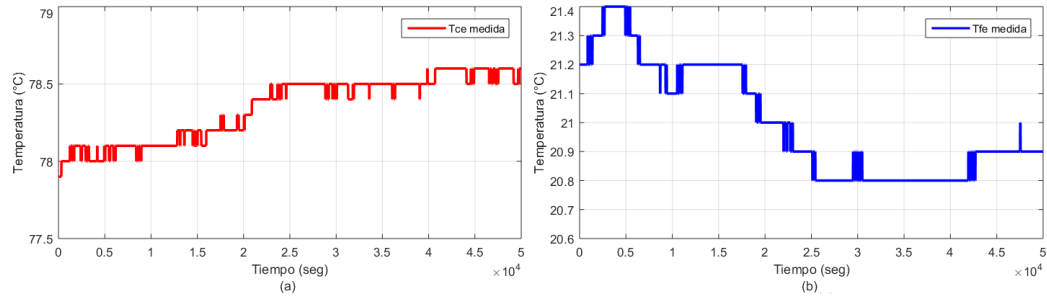


Figura 4.7: Temperaturas de entrada (a)  $T_{ce}$  y (b)  $T_{fe}$ .

En la Figura (4.8) se muestran las temperaturas de salida estimadas con el banco de observadores ( $\hat{T}_{cs1}$ ,  $\hat{T}_{fs1}$ ,  $\hat{T}_{cs2}$  y  $\hat{T}_{fs2}$ ) y las temperaturas medidas ( $T_{fs}$ ,  $T_{cs}$ ). Así mismo se muestra el error absoluto entre las estimaciones y los valores reales.

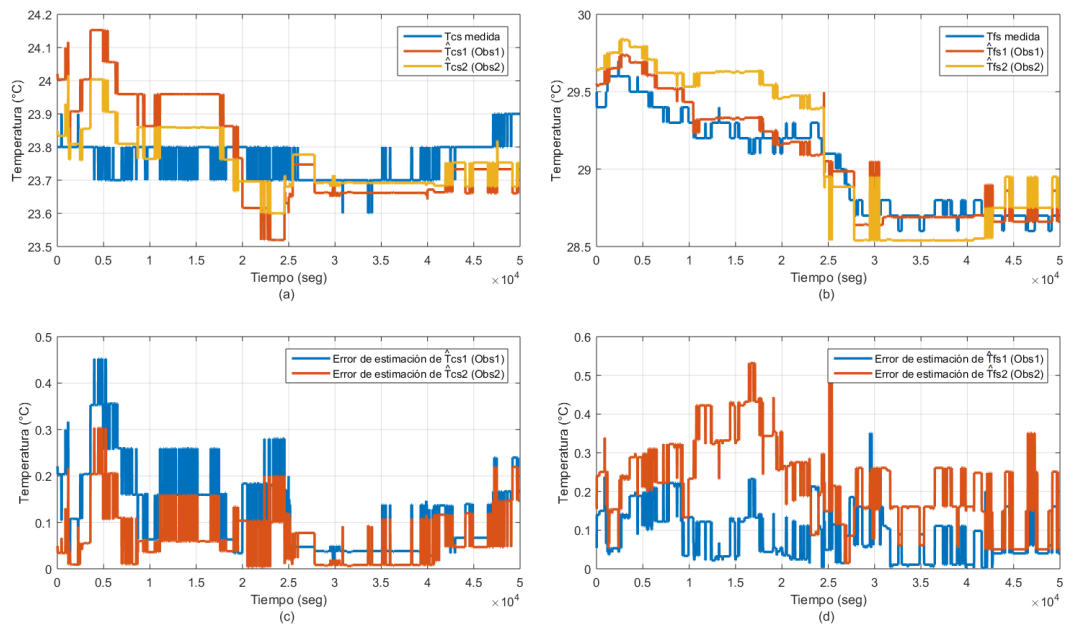


Figura 4.8: Estimación de las temperaturas  $T_{cs}$  y  $T_{fs}$  con el banco de observadores, (a) estimación de  $T_{cs}$ , (b) estimación de  $T_{fs}$ , (d) error de estimación de  $T_{cs}$  y (e) error de estimación de  $T_{fs}$ .



Con el fin de evaluar el índice de desempeño de los observadores, se calcula el error cuadrático medio (ECM) entre los valores medidos y los valores estimados, que se calcula con la Ec. (4.54).

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \quad (4.54)$$

donde  $\hat{Y}$  es el vector de  $n$  predicciones (vector de temperaturas estimadas con el observador) y  $Y$  es el vector de valores verdaderos (vector de temperaturas medidas). Aplicando esta fórmula obtenemos el índice de desempeño de los observadores. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla (4.1).

Tabla 4.1: ECM de los estados estimados del condensador.

Índice de desempeño	ECM de $\hat{T}_{cs1,2}$	ECM $\hat{T}_{fs1,2}$
Observador 1	0.0246	0.0126
Observador 2	0.0086	0.0618

## 4.5. Conclusiones

En este capítulo se presentaron las nociones básicas de la observabilidad de sistemas no lineales bajo ciertos conceptos matemáticos. Estas nociones son necesarias para estudiar el desarrollo de observadores no lineales.

Se presentó el desarrollo de un banco de observadores de alta ganancia para el modelo del condensador. Los observadores fueron diseñados para estimar las temperaturas de salida de los tubos del condensador. Las estimaciones fueron realizadas a partir de las señales de entrada del proceso (temperaturas de entrada y flujos de entrada) y sólo una de las señales de salida (temperatura de salida de alguno de los fluidos).

El comportamiento de los observadores fue evaluado mediante simulaciones numéricas donde se muestra que eligiendo una ganancia adecuada, el observador de alta ganancia es capaz de estimar los estados del sistema.

Además, se compararon los datos obtenidos de la simulación de los observadores

#### 4. OBSERVADORES DE ALTA GANANCIA

---

con una serie de mediciones obtenidas de una prueba experimental. Dichas estimaciones fueron evaluadas mediante el cálculo del error.

Los resultados obtenidos son satisfactorios para proceder a desarrollar un sistema de diagnóstico de fallas basado en redundancia analítica con el fin detectar fallas en los sensores de temperatura de salida del condensador.

# Capítulo 5

## Diagnóstico de fallas

En este capítulo se presenta el diseño y desarrollo de un esquema de diagnóstico de fallas basado en modelo. Los objetivos del diagnóstico son: detectar, localizar y estimar fallas. Para cumplir con estas tareas, se propone un esquema basado en redundancia analítica utilizando un banco de observadores de alta ganancia. El banco de observadores es capaz de estimar las temperaturas de salida del condensador y de esta manera detectar fallas en uno de los sensores de salida.

En la sección 5.1 se presentan las generalidades del diagnóstico de fallas; definición de falla, tipos de fallas, la generación de residuos y los esquemas de diagnóstico basados en residuos. En la sección 5.2 se describe el esquema de diagnóstico de fallas propuesto en esta tesis, el cual está basado en un banco de observadores de alta ganancia, el cual se desarrolló en la sección 4.4, también se muestra la simulación del esquema de diagnóstico utilizando datos experimentales del condensador. Por último en la sección 5.3 se muestran las conclusiones que se desprenden de este capítulo.

### 5.1. Generalidades del diagnóstico de fallas

En general, una falla puede definirse como cualquier tipo de mal funcionamiento o desviación no permitida de algún parámetro del sistema, lo que conduce hacia un efecto inaceptable del sistema. Estas fallas pueden ocurrir en diferentes elementos del sistema: sensores, actuadores o componentes. La ejecución adecuada de estrategias de diagnóstico permite planear acciones de mantenimiento que reducen el número de paros de emergencia en un proceso, los cuales generan altos costos debido a las

## 5. DIAGNÓSTICO DE FALLAS

---

pérdidas de materia prima y consumo de energía.

El diagnóstico de fallas (FDD, por sus siglas en inglés) contempla tres tareas: *detección de fallas* que consiste en determinar la presencia de alguna anomalía en el sistema, así como el instante de aparición; el *aislamiento de fallas* que permite conocer el tipo y la localización de una falla (Alcorta y Frank 1997). Por último, para completar el proceso de diagnóstico, otros autores proponen la *estimación de la falla* para determinar el tamaño y el comportamiento de la falla en el tiempo. Se puede decir que estas tres tareas son el objetivo del diagnóstico de fallas.

Ahora bien, desde el punto de vista del diagnóstico de fallas, las fallas se pueden dividir en tres grupos:

1. Fallas en actuadores (AFD, por sus siglas en inglés): éstas son las fallas asociadas a los actuadores con los que se controla el sistema, tales fallas pueden deberse a daños en soportes, deficiencias en partes mecánicas, hidráulicas, etc.
2. Fallas en sensores (SFD, por sus siglas en inglés): las fallas que ocurren en los sensores, se refieren comúnmente a errores de escalamiento, desplazamiento (*offset*), zonas muertas, etc.
3. Fallas en componentes (CFD, por sus siglas en inglés): este tipo de fallas son las que ocurren en el funcionamiento mismo del proceso, tales como fugas, atascos, etc.

Las fallas también se pueden categorizar como: *fallas aditivas* que se generan por la influencia de la falla  $f$  sobre las entradas (actuadores) o las salidas (sensores), las cuales causan una desviación en las salidas independientes de las entradas; en estas fallas se pueden considerar las descompensaciones en los sensores. También existen las *fallas multiplicativas* que son cambios en los parámetros de la planta y están dados por el producto entre la entrada  $u$  del sistema y la señal de falla  $f$ ; estas fallas pueden ser representadas por el deterioro de la planta. En la Figura (5.1) se muestran los modelos clásicos de estos dos tipos de fallas.

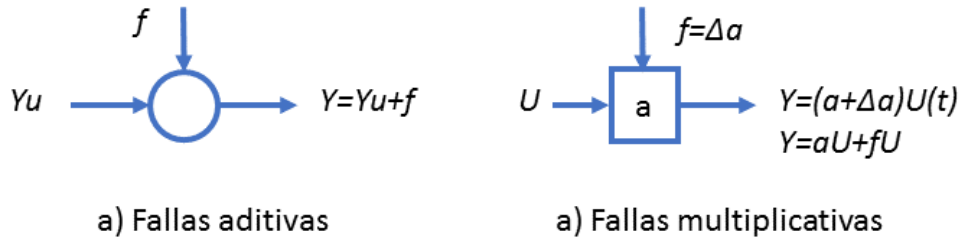


Figura 5.1: Representación de los tipos de fallas.

Tradicionalmente los mecanismos de diagnóstico de fallas se basan en el concepto de redundancia analítica, pero también existe el uso de redundancia física. La redundancia física se basa en el uso de elementos repetidos en el sistema. Estos elementos permiten, por medio de comparaciones del funcionamiento, tomar decisiones sobre la presencia de fallas. Aunque la redundancia física es un método muy confiable tiene la desventaja que requiere un elevado coste y se aumentan las dimensiones y el peso de los dispositivos. Es por ello que la redundancia analítica representa una opción muy ventajosa.

La redundancia analítica se basa en el conocimiento *a priori* del sistema, generando un modelo matemático que describe la dinámica del sistema en cuestión, así como también las señales de entrada y de salida del sistema.

### 5.1.1. Generación de residuos

El diagnóstico de fallas basado en modelo parte de la utilización de un conjunto de indicadores de existencia de fallas, denominados *residuos*  $r(t)$ ; dichos residuos se obtiene a partir de las mediciones de las variables del sistema y las señales estimadas con el modelo matemático.

La *generación de residuos* consiste en la obtención de señales que contienen información sobre las fallas solamente, es decir, son el resultado de la comparación entre las señales de referencia (modelo) y las mediciones en tiempo real sobre el sistema. Dentro de las técnicas de generación de residuos basadas en modelo se encuentran las siguientes:

## 5. DIAGNÓSTICO DE FALLAS

---

- *Estimación paramétrica (Isermann 1993)*: dado que en la mayoría de los casos prácticos, los parámetros son desconocidos, éstos se pueden determinar a través de métodos como la estimación, que se logra empleando mediciones de las señales de entrada y de salida partir de un modelo matemático del sistema. En este enfoque las fallas se reflejan en las estimaciones de los parámetros del sistema, éstas se comparan con los valores de los parámetros de referencia (los cuales se obtienen bajo la consideración de que el sistema está libre de fallas). Si existe alguna diferencia entre estas señales, se puede considerar que ha ocurrido una falla.
- *Estimación de estados (Alcorta y Frank 1997)*: los estimadores de estados (observadores) son ampliamente usados en los sistemas de diagnóstico de fallas; un observador reconstruye (estima) las variables de estado de un sistema con base en las entradas y salidas, usando el error de estimación como residuo para la detección y aislamiento de fallas. Las principales ventajas de esta técnica son: que sirven para detectar y localizar fallas tanto en actuadores como en sensores, son fáciles de implementar, tiene una rápida reacción frente a fallas incipientes y pueden manejar fallas múltiples si se cuenta con un número suficiente de mediciones.
- *Estimación de estados y parámetros (Zhang et al. 2008)*: este método es una combinación de la estimación de los estados y de los parámetros del sistema en forma simultánea. Para llevar a cabo esta técnica, se utilizan los observadores que brindan información útil para la evaluación estadística y la toma de decisiones dentro del esquema de FDD. La información dada por los estimadores de estado puede no ser detallada o suficiente para un posterior esquema de control y reconfiguración.
- *Ecuación de paridad (Chan et al. 2006)*: en este enfoque se busca la comprobación apropiada de la paridad (consistencia) de las mediciones adquiridas empleando la representación entrada-salida del sistema, en algunos casos el enfoque del vector de paridad se aplica para esquemas de redundancia estática o paralela, que pueden obtenerse directamente de las mediciones (redundancia física) o de relaciones analíticas (redundancia analítica).

### 5.1.2. Esquemas de diagnóstico basado en observadores

El enfoque presentado en esta tesis es un esquema de diagnóstico de fallas basado en un banco de observadores, dichos esquemas se pueden clasificar de acuerdo al número de observadores como:

#### **Un observador:**

- Esquema de Observador Simplificado (SOS, por sus siglas en inglés): es un esquema que solamente utiliza un observador que el cual necesita todas las entradas y una sola salida, este esquema sólo proporciona redundancia simple y únicamente permite la localización de una falla de un sólo sensor para el caso (SFD). Para detección de fallas en actuadores (AFD), un sólo observador utiliza todas las salidas y una sola entrada.

#### **Banco de observadores:**

- El esquema de Observadores Dedicados (DOS, por sus siglas en inglés): consiste en un banco de observadores donde cada uno utiliza todas las entradas y una sola salida, para el diagnóstico de fallas en sensores (SFD). En este caso el número de observadores es igual al número de salidas y/o sensores. Para detectar fallas en actuadores (AFD) se considera un banco de observadores, donde cada observador utiliza una entrada y todas las salidas. Este esquema permite la localización de fallas múltiples (Frank 1994).
- El esquema de Observadores Generalizados (GOS, por sus siglas en inglés): semejante al esquema DOS en el número de observadores que utiliza, en este esquema cada observador utiliza todas las entradas y  $m-1$  salidas (donde  $m$  es el número de salidas) para detectar fallas en sensores (SFD). Para detectar fallas en actuadores (AFD) se usa un banco de observadores donde cada observador utiliza todas las salidas y  $n-1$  entradas (donde  $n$  es el número de entradas)(Frank 1990, Frank 1997).

Tras el estudio de estos esquemas de diagnóstico de fallas, se seleccionó un esquema que utiliza todas las mediciones de entrada y sólo una de las mediciones de salida disponibles, el esquema DOS, para detectar fallas en sensores. Otra de las consideraciones fue que únicamente se detectarán fallas en sensores, ya que para el caso

## 5. DIAGNÓSTICO DE FALLAS

---

de actuadores no se cuenta con la instrumentación necesaria, es decir no está disponible el acondicionamiento de las señales eléctricas necesarias para monitorear su comportamiento.

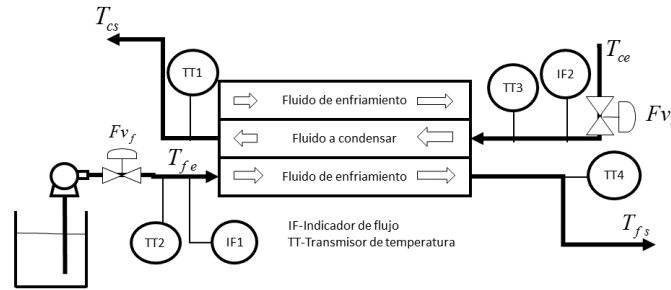


Figura 5.2: Instrumentación del condensador.

En la Figura (5.2) se muestra un esquema de instrumentación del condensador, mostrando que para los flujos de entrada del condensador sólo se cuenta con indicadores, por lo tanto no es posible diseñar un esquema de diagnóstico porque no existen señales eléctricas para medir los flujos.

### 5.2. Esquema propuesto para el diagnóstico de fallas en el condensador

Una vez que se determinaron las fallas a diagnosticar y que se validó el banco de observadores, continuamos con el diseño de un esquema de diagnóstico de fallas, que sea capaz de detectar y localizar el sensor fallado.

El objetivo de utilizar un banco de observadores es generar redundancia analítica para estimar cada una de las temperaturas de salidas del condensador ( $\hat{T}_{fs}$  y  $\hat{T}_{cs}$ ) a partir de los estados medibles, específicamente:

El observador 1 estima la temperatura de salida del fluido a condensar ( $\hat{T}_{cs1}$ ) y la temperatura de salida del agua de enfriamiento ( $\hat{T}_{fs1}$ ) a partir de las temperaturas iniciales ( $T_{fe}$  y  $T_{ce}$ ), de las entradas ( $Fv_c$  y  $Fv_f$ ) y de la salida ( $T_{fs}$ ). Lo que permite conocer el valor de la temperatura ( $T_{cs}$ ) aun y cuando ésta no sea medida.



## 5.2 Esquema propuesto para el diagnóstico de fallas en el condensador

El observador 2 estima la temperatura de salida del fluido a condensar ( $\hat{T}_{cs2}$ ) y la temperatura de salida del agua de enfriamiento ( $\hat{T}_{fs2}$ ) a partir de las temperaturas iniciales ( $T_{fe}$  y  $T_{ce}$ ), de las entradas ( $Fv_c$  y  $Fv_f$ ) y de la salida ( $T_{cs}$ ). Lo que permite conocer el valor de la temperatura ( $T_{fs}$ ) aun y cuando ésta no sea medida.

Una vez implementados y sintonizados los observadores, se evalúa el error normalizado entre la señal medida y la señal estimada, dicho error es llamado residuo y es evaluado al compararse con un umbral determinado ( $\zeta$ ), la formulación de los residuos se muestran en las Ecs. (5.1-5.4).

$$r1T_{fs} = |T_{fs} - \hat{T}_{fs1}| \quad (5.1)$$

$$r1T_{cs} = |T_{cs} - \hat{T}_{cs1}| \quad (5.2)$$

$$r2T_{fs} = |T_{fs} - \hat{T}_{fs2}| \quad (5.3)$$

$$r2T_{cs} = |T_{cs} - \hat{T}_{cs2}| \quad (5.4)$$

De acuerdo a este criterio se determinó la tabla de firmas, Tabla (5.1), para poder realizar la identificación y localización de las fallas en los sensores de salida ( $T_{fs}$  y  $T_{cs}$ ), se tiene una falla cuando el valor del residuo es mayor al umbral. En la Tabla (5.1) se muestran las firmas correspondientes a cada falla, el valor “1” indica que el residuo es mayor que el umbral y “0” indica que el residuo es menor que el umbral. En este caso se especificó un umbral de  $1^\circ C$  debido a que se tiene una gran variación en los datos medidos.

Tabla 5.1: Firmas para localización de fallas en sensores.

Residuos $r = T - \hat{T}$		Fallas en $T_{fs}$	Fallas en $T_{cs}$
Observador 1	$r1T_{fs}$	1	0
	$r1T_{cs}$	0	1
Observador 2	$r2T_{fs}$	1	0
	$r2T_{cs}$	0	1

Con la finalidad de evitar un paro del proceso si ocurre una falla de uno de los sensores de salida, el sensor físico con falla es remplazado por la estimación realizada

## 5. DIAGNÓSTICO DE FALLAS

por el observador de estado, es decir:

Si  $r1T_{cs} \geq \zeta$ , existe una falla en el sensor  $T_{cs}$ , por lo tanto se conmutará a la estimación dada por el observador 1 ( $\hat{T}_{cs1}$ ).

Si  $r2T_{fs} \geq \zeta$ , existe una falla en el sensor  $T_{fs}$ , por lo tanto se conmutará a la estimación dada por el observador 2 ( $\hat{T}_{fs2}$ ).

Con este esquema de diagnóstico se pretende seguir monitoreando las temperaturas del condensador aun en presencia de falla, en la Figura (5.3) se muestra un diagrama esquemático del diagnóstico de fallas, se ejemplifica la conmutación entre la señal del sensor y la señal estimada si es que el sensor falla. Cabe mencionar que este esquema de diagnóstico únicamente es capaz de operar si existe sólo una falla, el sistema no es capaz de funcionar si se presentan fallas simultáneas en ambos sensores.

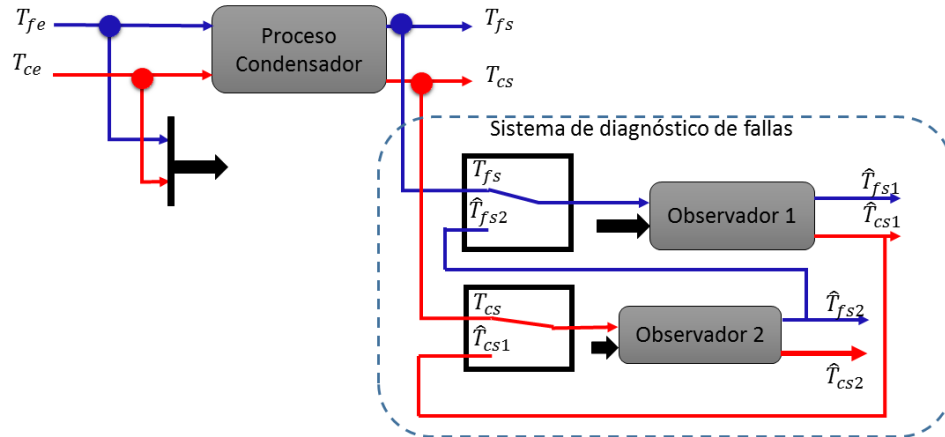


Figura 5.3: Esquema de diagnóstico de fallas con un banco de observadores (caso sin falla).

En la Figura (5.4) se muestra el esquema de diagnóstico de fallas con una falla en el sensor de temperatura del fluido de enfriamiento ( $T_{fs}$ ), por lo que de inmediato se conmuta a la temperatura estimada por el observador 2 ( $T_{fs2}$ ) y de esta forma se localiza el sensor fallado.

## 5.2 Esquema propuesto para el diagnóstico de fallas en el condensador

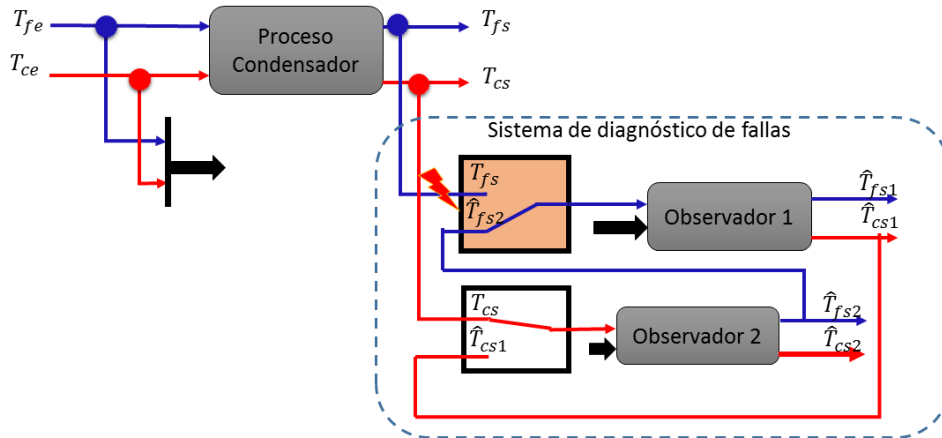


Figura 5.4: Esquema de diagnóstico de fallas con un banco de observadores (con falla en el sensor  $T_{fs}$ ).

En la Figura (5.5) se muestra el esquema de diagnóstico de fallas considerando una falla en el sensor  $T_{cs}$ , por lo cual se conmuta a la temperatura estimada por el observador 1 ( $T_{cs1}$ ) localizando así la falla en el sistema.

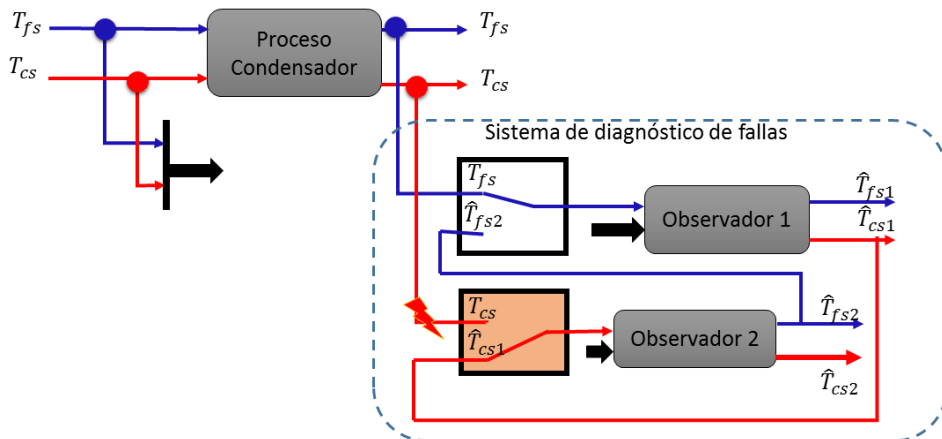


Figura 5.5: Esquema de diagnóstico de fallas con un banco de observadores (con falla en el sensor  $T_{cs}$ ).

### 5.2.1. Simulación del esquema de diagnóstico de fallas

Para evaluar el desempeño del esquema de diagnóstico de fallas, se realizaron pruebas fuera de línea con datos experimentales obtenidos del condensador descrito en la sección 3.3. Se utilizan las temperaturas iniciales ( $T_{fe}$  y  $T_{fs}$ ) las señales de

## 5. DIAGNÓSTICO DE FALLAS

entrada ( $Fv_c$  y  $Fv_f$ ) y las señales de salida ( $T_{ce}$  y  $T_{cs}$ ), a partir de estas mediciones se estiman las temperaturas de salida ( $\hat{T}_{fs1}$ ,  $\hat{T}_{cs1}$ ,  $\hat{T}_{fs2}$  y  $\hat{T}_{cs2}$ ) y se generan los residuos correspondientes, posteriormente se evalúan comparándolos con el umbral permitido. En la Figura (5.6) se muestra un diagrama esquemático del método empleado para llevar acabo las estimaciones de las temperaturas.

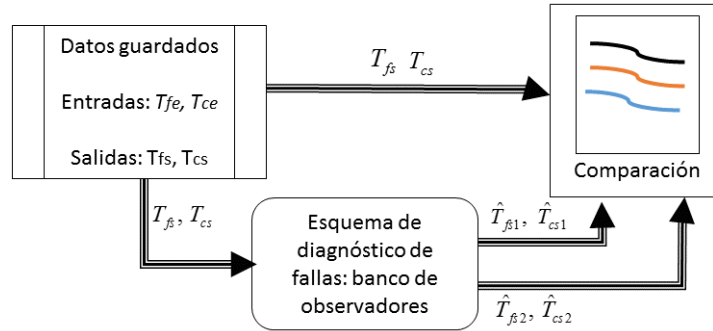


Figura 5.6: Esquema de pruebas con datos reales, para el banco de observadores de alta ganancia.

- Prueba 1, falla en el sensor  $T_{fs}$  utilizando las 5000 muestras de la prueba experimental.

En esta prueba se simularon fallas totales y parciales en el sensor  $T_{fs}$ . Para realizar esta prueba se utilizaron los datos de una corrida experimental en el condensador descrito en la sección 3.3, la cual comprende de 5000 muestras de temperatura medidas cada 10 segundos, estos datos fueron obtenidos cuando el condensador estaba operando en estado estable. En las imágenes de la Figura (5.7) se presentan las temperatura iniciales de cada muestra experimental ( $T_{ce}$  y  $T_{fe}$ ). Las entradas son los flujos y se suponen constantes en todas las muestras ( $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} m^3/s$  y  $Fv_f = 6,399 \times 10^{-6} m^3/s$ ). Además, el cálculo de las propiedades físicas de los fluidos con la función XSteam requiere no solo de la temperatura del fluido sino también la presión en el sistema, por lo cual se considera que el tubo interno tiene una presión de  $p_c = 0,037 MPa$  y que el tubo externo tiene una presión de  $p_f = 0,083 MPa$ .

## 5.2 Esquema propuesto para el diagnóstico de fallas en el condensador

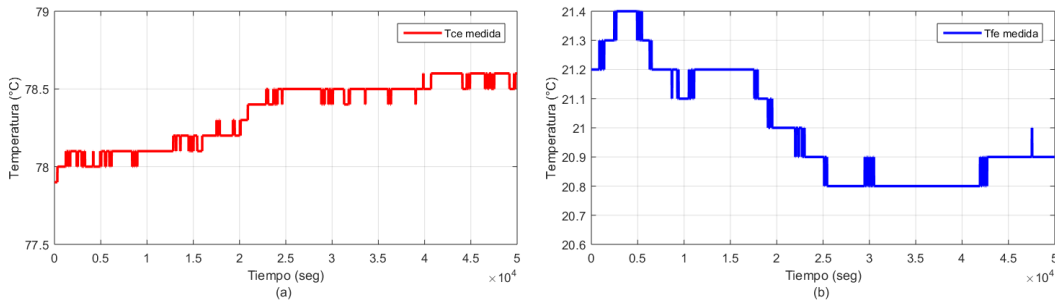


Figura 5.7: Temperaturas de entrada (a)  $T_{ce}$  y (b)  $T_{fe}$ .

Se simularon los observadores utilizando estas entradas y se simularon fallas en el sensor de salida de temperatura del agua de enfriamiento  $T_{fs}$ . Dado que la falla ocurre en el sensor  $T_{fs}$  el observador 2 no se ve afectado por dicha falla y por lo tanto podemos estimar las temperaturas  $\hat{T}_{fs2}$  y  $\hat{T}_{cs2}$  tal como se muestra en la Figura (5.8).

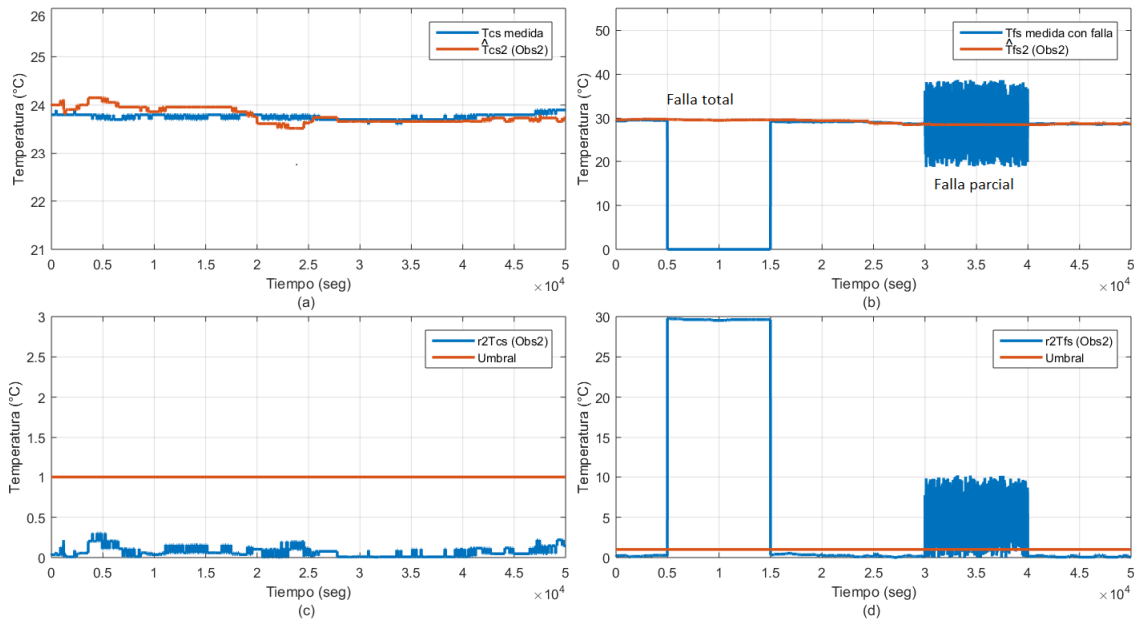


Figura 5.8: Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada  $\hat{T}_{cs2}$ , (b) temperatura estimada  $\hat{T}_{fs2}$ , (c) residuo  $r2T_{cs}$  y (d) residuo  $r2T_{fs}$ .

En la Figura (5.8) se muestra que durante el lapso de tiempo de 5000 a 15000 segundos se simula una falla total por desconexión del sensor  $T_{fs}$  y en el lapso de tiempo de 30000 a 40000 segundos se simula una falla parcial la cual se genera agregando ruido a la señal del sensor, el ruido es un valor aleatorio de  $\pm 10^\circ\text{C}$  que se

## 5. DIAGNÓSTICO DE FALLAS

monta sobre la señal medida, a pesar de estas fallas el observador 2 es capaz de estimar los estados  $\hat{T}_{fs2}$  y  $\hat{T}_{cs2}$ , evaluando el residuo  $r2T_{fs}$  se detecta la existencia de una falla ya que dicho residuo supera el umbral permitido.

Además, como se muestra en el esquema de diagnóstico de fallas, Figura (5.4), la señal estimada  $\hat{T}_{fs2}$  es utilizada como entrada para el observador 1, con el fin de que éste siga estimando los estados  $\hat{T}_{fs1}$  y  $\hat{T}_{cs1}$  tal como se muestra en la Figura (5.9).

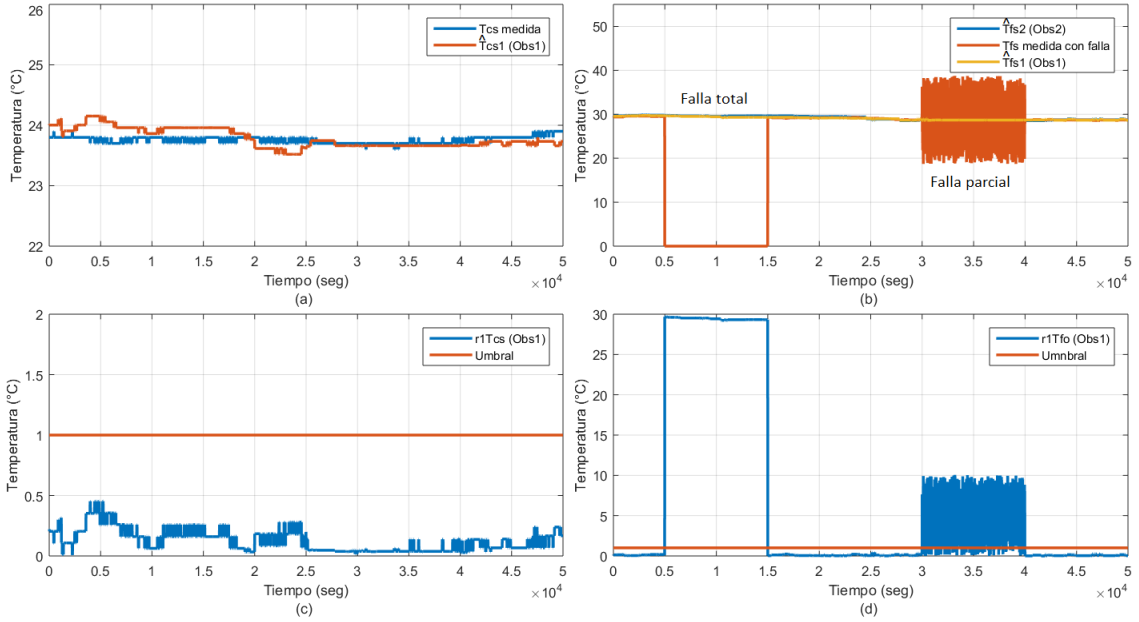


Figura 5.9: Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada  $\hat{T}_{cs1}$ , (b) temperatura estimada  $\hat{T}_{fs1}$ , (c) residuo  $r1T_{cs}$  y (d) residuo  $r1T_{fs}$ .

Evaluando los residuos que se observan en las Figuras (5.8, 5.9) podemos concluir que es posible detectar la existencia de falla en el sensor  $T_{fs}$  y a pesar de la existencia de dicha falla es posible seguir estimando los estados del sistema.

- Prueba 2, falla en el sensor  $T_{cs}$  utilizando las 5000 muestras de la prueba experimental.

En esta prueba se simularon fallas totales y parciales en el sensor  $T_{cs}$ , se utilizaron como entradas los flujos volumétricos de entrada:  $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} m^3/s$  y  $Fv_f = 6,399 \times 10^{-6} m^3/s$ . Las temperaturas iniciales para cada muestra ( $T_{fe}$  y  $T_{ce}$ ) se muestran en la Figura (5.7). Dado que la falla ocurre en el sensor  $T_{cs}$  el observador

## 5.2 Esquema propuesto para el diagnóstico de fallas en el condensador

1 no se ve afectado por dicha falla y por lo tanto podemos estimar las temperaturas ( $\hat{T}_{fs1}$  y  $\hat{T}_{cs1}$ ), tal como se muestra en la Figura (5.10).

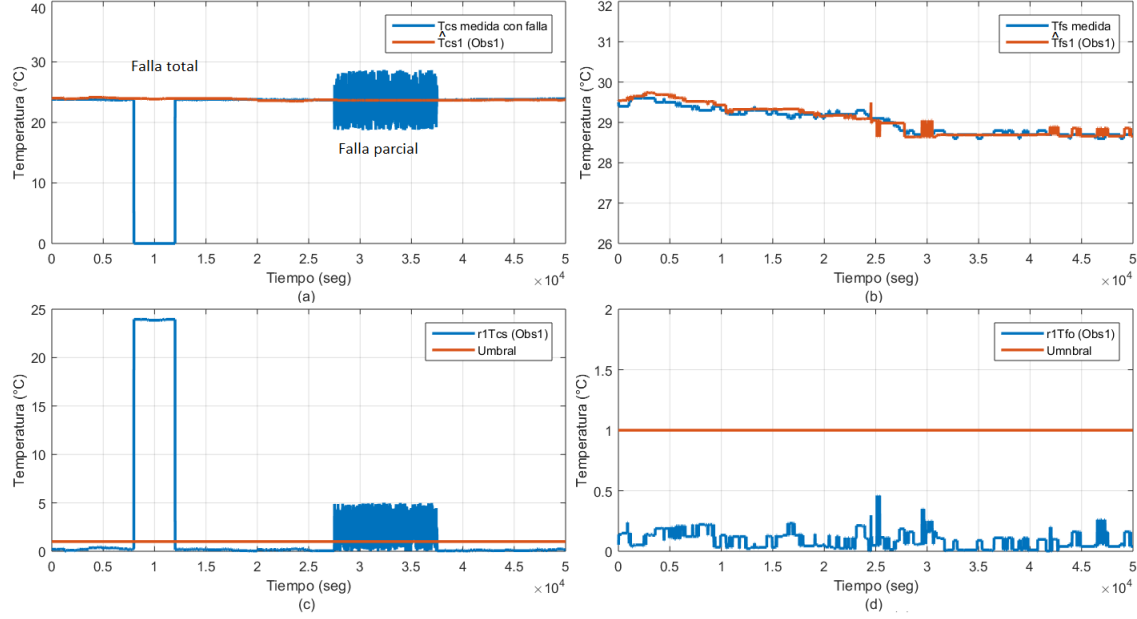


Figura 5.10: Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada  $\hat{T}_{cs1}$ , (b) temperatura estimada  $\hat{T}_{fs1}$ , (c) residuo  $r1T_{cs}$  y (d) residuo  $r1T_{fs}$ .

En la Figura (5.10) se observa que durante el lapso de tiempo de 7500 a 12500 segundos se pierde la señal del sensor  $T_{cs}$  simulando así una falla total del sensor y durante el lapso de tiempo de 27500 a 37500 segundos se suma una señal de ruido con un valor de  $\pm 5^\circ\text{C}$  a la señal del sensor  $T_{cs}$  de esta forma se simula una falla parcial del sensor, a pesar de estas fallas el observador 1 es capaz de estimar los estados ( $\hat{T}_{fs1}$  y  $\hat{T}_{cs1}$ ) y evaluando el residuo  $r1T_{cs}$  podemos localizar la existencia de falla en el sensor  $T_{cs}$ .

Además, como se muestra en el esquema de diagnóstico de fallas, Figura (5.5) la señal estimada  $\hat{T}_{cs1}$  es utilizada como entrada para el observador 2, con el fin de que éste siga estimando los estados  $\hat{T}_{fs1}$  y  $\hat{T}_{cs1}$  tal como se muestra en la Figura (5.11).

Como podemos observar en los residuos presentados en las figuras 5.10 y 5.11 podemos concluir que es posible detectar la presencia de falla en el sensor  $T_{cs}$  y a pesar de la aparición de dicha falla es posible seguir estimando los estados del sistema.

## 5. DIAGNÓSTICO DE FALLAS

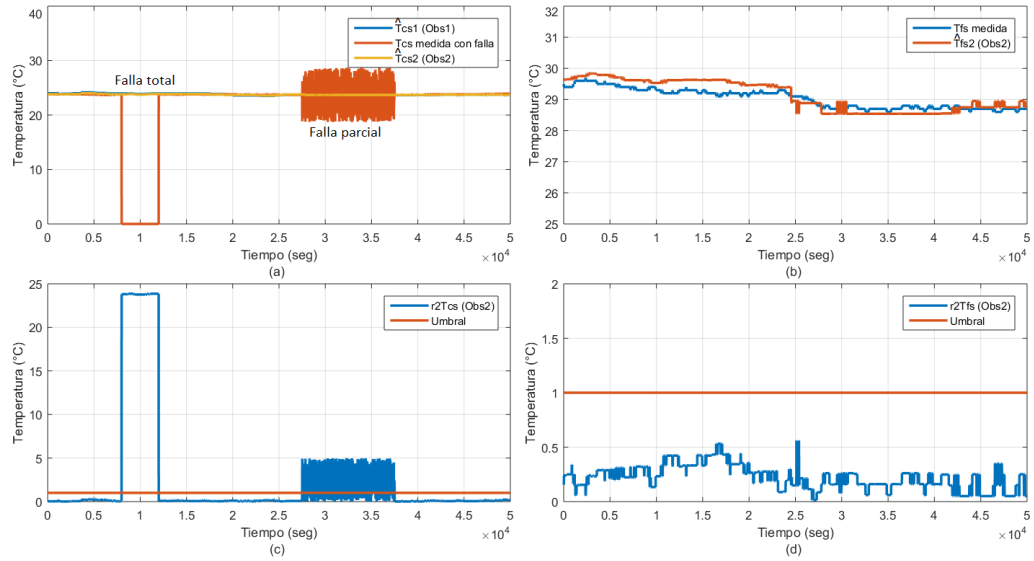


Figura 5.11: Estimación de las temperaturas, (a) temperatura estimada  $\hat{T}_{cs2}$ , (b) temperatura estimada  $\hat{T}_{fs2}$ , (c) residuo  $r2T_{cs}$  y (d) residuo  $r2T_{fs}$ .

### 5.3. Conclusiones

En esta sección se observó que el esquema de diagnóstico de fallas diseñado para los sensores de salida del condensador, cumple con los objetivos especificados, es decir, con la detección, localización y estimación de la falla.

Concluyendo que es posible generar una señal de alerta cuando ocurre una falla, al mismo tiempo indicar cuál es el sensor fallado y el tiempo de aparición de la falla. Además, se continúa estimando correctamente las temperaturas de salida ( $T_{fs}$  y  $T_{cs}$ ) a pesar de la falla, esto es debido al proceso de conmutación entre la señal con falla y la señal estimada.

Es importante resaltar que el sistema de diagnóstico de fallas no contempla fallas múltiples debido a que el banco de observadores requiere de al menos una medición a la vez.



# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1. Conclusiones

En esta sección se presentan las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de esta investigación, el cual tiene como temas principales: el desarrollo de un modelo matemático que sea capaz de representar la dinámica híbrida de un proceso de condensación, el desarrollo de un banco de observadores de alta ganancia para el modelo del condensador y el desarrollo de un esquema de diagnóstico de fallas basado en redundancia analítica aplicado a los sensores de un condensador.

En esta tesis se propone modelar un intercambiador de calor, el cual funciona como condensador, tomando en cuenta que durante este proceso el fluido a condensar pasa por tres regiones o zonas de operación: vapor sobrecalentado, flujo bifásico y líquido subenfriado. Y al pasar por cada una de estas regiones las propiedades físicas de los fluidos tienen cambios muy grandes. Por lo cual se propuso dividir el proceso en un modelo de tres celdas, donde cada celda está representada por un par de ecuaciones diferenciales parciales, un aspecto importante es el correcto cálculo del coeficiente de transferencia de calor  $U(T, Fv)$  el cual se calcula dependiendo la región en la que se encuentre el fluido. También se evaluaron dos fuerzas conductoras  $\Delta T$  las cuales son responsables de la transferencia de calor y se concluye que la fuerza conductora media logarítmica es la que logra representar el comportamiento real del condensador.

Una vez que se determinó el modelo matemático a utilizar, se inició con el estudio

## 6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

---

de las técnicas de estimación de estados, específicamente el observador de alta ganancia. Esto con el fin de lograr estimar las temperaturas a la salida del condensador. Se desarrolló un banco de observadores para estimar cada una de las temperaturas de salida.

Finalmente, con los resultados obtenidos de la estimación de las temperaturas, se logró generar redundancia analítica en los sensores de salida. El banco de observadores propuesto representó una herramienta muy útil para lograr desarrollar un esquema de diagnóstico de fallas. Ya que se logra estimar el valor de los sensores de salida y por medio de comparaciones entre los valores estimados y los medidos es posible detectar si existe falla en alguno de los sensores. Debido a que sólo se cuenta con dos sensores de salida, no es posible estimar fallas múltiples, ya que solo se puede discernir de un sensor a la vez.

### 6.2. Trabajos futuros

Los resultados de esta tesis están basados en simulaciones, por lo cual se propone como primera actividad futura la implementación de este esquema de diagnóstico de fallas. Pero para lograrlo se requiere completar la instrumentación del condensador, ya que éste no cuenta con los dispositivos adecuados para sensar los flujos de los fluidos.

Además, una vez instrumentado el condensador, sería posible realizar fallas en actuadores y en componentes. De esta manera también se podría diseñar un esquema de control tolerante a fallas.

### 6.3. Publicaciones realizadas

- López Catro, M. A., Escobar Jiménez, R. F., Torres, L., Mármol, E. Q., Gómez Aguilar, J. F., Hernández Pérez, J. A. (2015). Estimación de estados por medio de observadores de alta ganancia para un condensador: enfoque híbrido. En: *Congreso Nacional de Control Automático, AMCA 2015. Cuernavaca, Morelos, México. pp. 19-25.*

### 6.3 Publicaciones realizadas

---

- Carbot Rojas, D. A., López Castro, M. A., Escobar Jiménez, R. F., Gómez Aguilar, J. F., Hernández Pérez, J. A. (2015). Comparación entre modelos matemáticos y estimación de coeficientes de transferencia de calor en *línea* para un intercambiador de calor. En: *XXXVI Encuentro Nacional Retos de la Ingeniería Química en la Globalización, AMIDIQ 2015. Cancún, Quintana Roo, México. pp. 3293-3298.*

# Bibliografía

- Aboky, C., G. Sallet y J. C. Vivalda (2002). Observers for lipschitz non-linear systems. *International Journal of Control* **75**(3), 204–212.
- Agudelo, C., A. F. Morant y C. Quiles (2013). Integration of techniques for early fault detection and diagnosis for improving process safety: Application to a fluid catalytic cracking refinery process. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **26**, 660–665.
- Aguilar, R., R. Martínez Guerra y A. Poznyak (2002). Reaction heat estimation in continuous chemical reactors using high gain observers. *Chemical Engineering Journal* **87**, 351–356.
- Alcorta, E. y P. Frank (1997). Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis: A survey. *Control Engineering Practice* **5**(5), 663–670.
- Anzures, J. y N. Pitalua (2009). Detección y aislamiento robusto de fallas mediante observadores con entradas desconocidas. *DYNA* **76**(158), 209–217.
- Bagui, F., M.A. Abdelghani-Idrissi y H. Chafouk (2004). Heat exchanger Kalman filtering with process dynamic acknowledgement. *Computers & Chemical Engineering* **28**(8), 1465–1473.
- Ball, Alexis a. y Hassan K. Khalil (2008). High-gain observers in the presence of measurement noise: A nonlinear gain approach. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* **45**(4), 2288–2293.
- Barhoumi, N., F. Msahli, M. Djemaï y K. Busawon (2012). Observer design for some classes of uniformly observable nonlinear hybrid systems. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems* **6**(4), 917–929.

- 
- Basseville, M. (1988). Detection changes in signals and systems - a survey. *Automatica* **24**(2), 309–326.
- Basseville, M. y Nikiforov, V. (1993). *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- Besançon, G. (1999). A view point on observability and observer design for nonlinear systems. En: *New Directions in nonlinear observer design* (H. Ñijmeier y T. I. Fosen, Eds.). pp. 130–140. Lecture Notes in Control and Information Sciences.
- Besancon, G. (2000). Remarks on nonlinear adaptative observer desing. *Systems & Control Letters* **41**, 271–280.
- Besançon, G. y A. Ticlea (2007). An immersion-based observer design for rank-observable nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **52**(1), 83–88.
- Biswas, P., S. Ray y A. Samanta (2009). Nonlinear control of high purity distillation column under input saturation and parametric uncertainty. *Journal of Process Control* **19**, 75–84.
- Blanke, M., M. Staroswiecki y N. Wu (2001). Concepts and methods in fault-tolerant control. En: *Proceedings of the 2001 IEEE American Control Conference*. Arlington, VA, USA.
- Bonilla, J., S. Dormido y F. E. Cellier (2014). Switching moving boundary models for two-phase flow evaporators and condensers. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **20**(3), 743–768.
- Burns, John A y Eugene M Cliff (2014). Control of Hyperbolic PDE Systems with Actuator Dynamics. *53rd IEEE Conference on Decision and Control* **0**(4), 2864–2869.
- Carbot Rojas, D. A., R. F. Escobar, J. F. Gómez Aguilar, G. López López y V. Olivares Peregrino (2015). Experimental validation of an actuator fault tolerant control system using virtual sensor: Application in a double pipe heat exchanger. *Chemical Engineering Research and Design* **104**, 400–408.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Chan, C., S. Hua y A. Hong (2006). Application of fully decouple parity equations in fault detection and identification of dc motors. *IEEE Transaction on Industrial Electronics* **53**(4), 1277–1248.
- Chantre, P., B. M. Maschke y B. Barthelemy (1994). Physical modeling and parameter identification of a heat exchanger. En: *20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation (IECON '94)*. pp. 1965–1970.
- Chen, J., R. Patton y H. Zhang (1996). Design of unkonwn input observers and robust fault detection filters. *International Journal of Control* **63**(1), 85–105.
- Chen, J. y R. Patton (1999). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Bostom, MA. USA.
- Chen, W., M. Saif y Y. Soh (2000). A variable structure adaptive observer approach for actuator fault, detecion and diagnosis in uncertain nonlinear systems. En: *Procceding of the American Control Conference, Chicago, Illinois*.
- Colorado, D., J. A. Hernández, O. García-Valladares, A. Huicochea y J. Siqueiros (2011). Numerical simulation and experimental validation of a helical double-pipe vertical condenser. *Applied Energy* **88**(6), 2136–2145.
- Colorado Garrido, D. (2007). Transferencia de energía en un evaporador de doble tubo helicoidal vertical para un transformador térmico. M.s. thesis. UAEM.
- Dai, X. y Z. Gao (2013). From model, signal to knowledge: A data-driven perspective of fault detection and diagnosis. *IEEE Trans. Imd. Informat.* **9**(4), 2226–2238.
- Ding, X., W. Cai, P. Duan y J. Yan (2013). Hybrid dynamic modeling for two phase flow condensers. *Applied Thermal Engineering* **61**(2), 830–837.
- Djeziri, M. A., B. O Bouamama y R. Merzouki (2009). Modelling and robust fdi of steam generator using uncertain bond graph model. *Journal of Process Control* **19**(1), 149–162.
- Do, V. y U. Chong (2011). Signal model-based fault detection and diagnosis for induction motors using features of vibration signal in two-dimension domain. *Journal of Mechanic Engineering* **57**(9), 665–666.

- Enriquez Gonzaga, L. (2011). Detección y diagnóstico de fallas para componentes de un intercambiador de calor empleando el enfoque de modos deslizantes. M.s. thesis. CENIDET.
- Escobar, F. R., C. Astorga, J. A. Hernández, M. Adam y G. V. Guerrero (2011a). Design and implementation of an observer-based soft sensor for a heat exchanger. *DYNA Ingeniería e Industria* **78**(166), 89–97.
- Escobar, R. F., C. M. Astorga Zaragoza, A. C. Tellez Anguiano, D. Jurez Romero, J. A. Hernández y G. V. Guerrero Ramirez (2011b). Sensor fault detection and isolation via high-gain observers: Application to a double-pipe heat exchanger. *ISA Transactions* **50**(3), 480–486.
- Escobar, R. F., C. M. Astorga Zaragoza, J. A. Hernández, D. Juárez Romero y C. D. García Beltrán (2014). Sensor fault compensation via software sensors: Application in a heat pump's helical evaporator. *Chemical Engineering Research and Design* **93**(June), 473–482.
- Estel, L., F. Bagui, M.A. Abdelghani Idrissi y C. Thenard (2000). Distributed state estimation of a counter current heat exchanger under varying flow rate. *Computers & Chemical Engineering* **24**(1), 53–60.
- Feng, Z., M. Liang y F. Chu (2013). Recent advances in time-frequency analysis methods for machinery fault diagnosis: A review with application examples. *Mech. Syst. Signal Process* **38**(1), 165–205.
- Frank, P. (1994). Enhancement of robustness in observer-based fault detection. *International Journal of Control* **59**(4), 955–981.
- Frank, P. M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy: A survey and some new results. *Automatica* **26**(3), 459–474.
- Frank, P. M. (1997). Survey of robust residual generation and evaluation methods in observed-based fault detection systems. *Journal of Process Control* **7**(6), 403–424.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Gao, Z., C. Cecati y S. Ding (2015a). A Survey of Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Techniques-Part II : Fault Diagnosis With Knowledge-Based and Hybrid/Active Approaches. *IEEE Transaction on Industrial Electronics* **62**(6), 3768–3774.
- Gao, Z., C. Cecati y S. X. Ding (2015b). A Survey of Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Techniques -Part I: Fault Diagnosis With Model-Based and Signal-Based Approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **62**(6), 3757–3767.
- Gao, Zhiwei, Xuewu Dai, Tim Breikin y Hong Wang (2009). Novel Parameter Identification by Using a High-Gain Observer With Application to a Gas Turbine Engine. *IEEE Transactions on Industrial Informatics* **4**(4), 271–279.
- García Morales, J. (2013). Diagnóstico de Fallas para Componentes de un Intercambiador de Calor Empleando el Enfoque de Observadores en Modos Deslizantes Super-Twisting. M.s. thesis. CENIDET. Cuernavaca, Morelos.
- García-Valladares, O. (2000). Simulación numérica y validación experimental de evaporadores, condensadores y tubos capilares. Integración en sistemas de refrigeración por compresión. Tesis doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya.
- García-Valladares, O., C. D. Pérez-Segarra y J. Rigola (2004). Numerical simulation of double-pipe condensers and evaporators. *International Journal of Refrigeration* **27**, 656–670.
- Gauthier, J P, H Hammouri y S Othman (1992). A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactor. *IEEE Transactions on Automatic Control* **37**(6), 875–879.
- Gertler, J. (1998). *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. Marcel Dekker.
- Gharieb, W., G. Nagib y Z. Binder (1993). Fault diagnosis in dynamic systems using qualitative parameter identification. En: *TOOLDIAG 93 International Conference on Fault Diagnosis*. Toulouse, France. pp. 850–854.
- Guo, L., Z. Feng y X. Chen (2001). An experimental investigation of the frictional pressure drop of steam-water two-phase flow in helical coils. *International Journal of Heat and Mass Transfer*.



- Habbi, Hacene, Michel Kinnaert y Mimoun Zelmat (2009). A complete procedure for leak detection and diagnosis in a complex heat exchanger using data-driven fuzzy models.. *ISA transactions* **48**(3), 354–61.
- Hallouzi, R. y M. Verhaegen (2007). Reconfigurable fault tolerant control of a boeing 747 using subspace predictive control. *En: AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*.
- Hangos, K. M., J. Bokor y G. Szederkényi (2004). *Analysis and Control of Nonlinear Process Systems*. Springer. Budapest.
- Herman, R. y A. J. Krener (1997). Nonlinear Controlability and Observability. *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**(5), 728–740.
- Hernández, O. (2008). Modelado, control y observadores de estado en intercambiadores de calor. M.s. thesis. CENIDET.
- Holmgren, Magnus (2007). X Steam, Thermodynamic properties of water and steam. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9817-x-steam-thermodynamic-properties-of-water-and-steam>.
- Hong, L. y J. Dhupia (2014). A time domain approach to diagnose gearbox fault based on measured vibration signals. *J. Sounds Vib.* **333**(7), 2164–2180.
- Incopera, D. B. y H. Lavine (2007). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. *En: Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. p. 997. Wiley.
- Isermann, R. (1984). Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey. *International Federation of Automatic Control* **20**(4), 387–404.
- Isermann, R. (1993). Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing - Tutorial paper. *Automatica* **29**(4), 815–835.
- Izadi Zamanabadi, R. (2001). Structural analysis approach for fault diagnosis and disturbance decoupling. *Elsevier Science* **5**(5), 709–719.
- Jonsson, G. R., S. Lalot, O. P. Palsson y B. Demet (2007). Use of extended kalman filtering in detection fouling in heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **50**(13), 2643–2655.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Kakaç, S. (1991). *Boilers, Evaporatos and Condensers*. Jhon Wiley & Sons. Canada.
- Kakaç, S. y H. Liu (2002). *Heat exchangers selection, rating, and thermal design*. CRC Press. New York.
- Kazantzis, Nikolaos y Costas Kravaris (2001). Discrete-time nonlinear observer design using functional equations. *Systems & Control Letters* **42**(2), 81–94.
- Khalil, H. K. (2002). *Non Linear Systems*. 3 ed. Prentice Hall. Upper Saddle River, New York.
- Kleer, J. y J. Kurlen (2003). Fundamentals of model-based diagnosis. En: *A Proceedings volume from the 5th IFAC Symposium*. IFAC. Washington D.C USA. pp. 25–49.
- Ko, T. H. (2006). Thermodynamic analysis of optimal curvature ratio for fully developed laminar forced convection in a helical coiled tube with uniform heat flux. *International Journal of Thermal Sciences* **45**(7), 729–737.
- Li, X. y K. Zhou (2009). A time domain approach to robust fault detection of linear time-varying systems. *Automatica* **45**(1), 94–102.
- Li, Z. y I. M. Jaimoukha (2009). Observer-based fault detection and isolation filter design for linear time-invariant systems. *International Journal of Control* **82**(1), 171–182.
- López Zapata, B., M. Adam Medina y R. F. Escobar (2009). Diagnóstico de fallas en intercambiadores de calor: enfoque Multi- Modelos. En: *Congreso Anual 2009 de la Asociación de México de Control Automático*. Zacatecas, México. pp. 1–6.
- MacGregor, J. y A. Cinar (2012). Monitoring, fault diagnosis, fault-tolerant control and optimization: Data driven methods. *Computers and Chemical Engineering* **47**, 111–120.
- Machado, L., P. Haberschill y M. Lallemand (1998). Refrigerant mass inside an evaporator in steady or non-steady state. *International Journal of Refrigeration* **21**(6), 430–439.

- Mahmoud, M. y H. M. Khalid (2013). Model prediction-based approach to fault tolerant control with applications. *Submitted to IMA of mathematical control and information Article in Press*.
- Maidi, A., M. Diaf y J. P. Corriou (2009). Boundary geometric control of a counter-current heat exchanger. *Journal of Process Control* **19**(2), 297–313.
- Masada, G. Y. y D. N. Wormley (1983). Evaluation of Lumped Parameter Heat Exchanger Dynamic Models. *Mechanical Engineering* **105**(3), 90.
- Meskin, N. y K. Khorasani (2009). Robust fault detection and isolation of time-delay systems using a geometric approach. *Automatica* **45**(6), 1567–1573.
- Michalska, H. y D. Q. Mayne (1995). Moving Horizon Observer-Based. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(6), 995–1006.
- Mulero, A., I. Cachadiña y F. Cuadros (2015). Validez y Precisión de Correlaciones Empíricas Sencillas para el Cálculo de Entalpías de Exceso. *Información tecnológica*.
- Naterer, G. F. (2006). Discrete Step Changes of Inlet Fluid Temperature in a Two-Phase Crossflow Heat Exchanger. *9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*.
- Ogata, Katsuhiko (1998). *Ingeniería De Control Moderna*. 3 ed. Prentice Hall. México.
- Papastros, S., A. Isambert y D. Depeyre (1993). Computerized optimum design and dynamic simulation of heat exchanger networks. *Computers & Chemical Engineering* **17**, 329–334.
- Persin, S. y B. Tovornik (2005). Real-time implementation of fault diagnosis to a heat exchanger. *Control Engineering Practice* **13**(8), 1061–1069.
- Puig, V., J. Quevedo, T. Escobet, B. Morcego y C. Ocampo (2004). Control Tolerante A Fallos (Parte I): Fundamentos Y Diagnóstico De Fallos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* **1**, 15–31.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Rousseau, P. G., M. Eldik y G. P. Greyvenstein (2003). Detailed simulation of fluted tube water heating condensers. *International Journal of Refrigeration* **26**, 232–239.
- Shuler, H. y C. U. Schmidt (1992). Calorimetric-state estimators for chemical reactor diagnosis and control: review of methods and applications. *Chemical Engineering Science* **47**(4), 899–915.
- Spreitzer, K. y P. Balle (2000). A Multi-Model Approach for Detection and Isolation of Sensor and Process Faults. En: *American Control Conference. Proceedings of 2000*. pp. 2730–2734.
- Stiver, J.a., P.J. Antsaklis y M.D. Lemmon (1996). A logical DES approach to the design of hybrid control systems. *Mathematical and Computer Modelling* **23**(11-12), 55–76.
- Targui, B., H. Hammouri y M. Farza (2001). Observer design for a class of multi-output nonlinear systems application to a distillation column. En: *Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. Orlando, Florida, USA. pp. 3352–3357.
- Targui, B., M. Farza y H. Hammouri (2002). Constant-gain observer for a class of multi-output nonlinear systems. *Applied Mathematics Letters* **15**(6), 709–720.
- Téllez, A., C. Astorga, B. Targui, A. Aguilera, J. Reyes y M. Adam (2010). Experimental validation of a high-gain observer for composition estimation in an ethanol-water distillation column. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering* **4**, 942–952.
- Téllez Anguiano, A. C. (2006). Supervisión Electrónica De Columnas De Destilación Basada en Modelos. Phd thesis. CENIDET. Cuernavaca, Morelos.
- Téllez Anguiano, A.C., R. F. Escobar Jiménez, M. Hers Cervantes, J. A. Gutiérrez Gnechi y J. F. Gómez Aguilar (2012). FAULT DETECTION ISOLATION SYSTEM BASED ON STATE OSERVERS WITH APLICATION IN A DISTILLATION COLUMN. *DYNA Ingeniería e Industria* pp. 1–12.

- Theilliol, D., J. C. Ponsart y H. Noura (2000). Sensor fault diagnosis and accommodation based on analytical redundancy: Application to a three-tank system. En: *SAFEPROCESS*. Budapest, Hungary. pp. 542–547.
- Theilliol, D., M. Rodrigues, M. Adam y D. Sauter (2003). Adaptive filter desing for fdi in nonlinear systems based on multiple model approach. En: *5th Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes (IFAC, Ed.)*. Washington D.C., USA. pp. 693–698.
- Tian, W., S. L. Sun y Q. J. Guo (2013). Fault detection and diagnosis for distillation column using two-tier model. *Canadian Journal of Chemical Engineering* **91**, 1671–1687.
- Torres, L., C. Verde, G. Besançon y O. González (2012). High-gain observers for leak location in subterranean pipelines of liquefied petroleum gas. *International Journal of Robust And Nonlinear Control* **24**, 1127–1141.
- Weyer, E., G. Szederkény y K. Hangos (2000). Grey box faul detection of heat exchangers. *Control Engineering Practice* **8**(2), 121–131.
- Widodo, A. y B. Yang (2007). Support vector machine in machine condition monitoring and fault diagnosis. *Mech. Syst. Signal Process* **21**(6), 2560–2574.
- Xia, L., J. A. Abreu García y T. T. Hartley (1991). Modeling simulation of a heat exchanger. *IEEE International Conference on Systems Engineering* pp. 453–456.
- Xu, Y., B. Jiang, Z. Gao y R. Qi (2009). Modeling analysis and adaptive observer based fault diagnosis for near space vehicle. En: *Proceedings of the 7th Asian Control Conference*. Hong Kong, China. pp. 1114–1119.
- Zavala Río, A., R. Femat y R. Santiesteban Cos (2005). An Analytical Study of the Logarithmic Mean Temperature Difference. *Revista Mexicana de Ingeniería Química* **4**(September 2015), 201–212.
- Zhang, K., B. Jiang y V. Cocquemot (2008). Adaptative observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control, Automatica , and Systems* **6**(3), 320–326.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Zhang, Y. M. y J. Jiang (1999). Design of integrated fault detection, diagnosis and reconfigurable control systems.. En: *In Proceedings of the 38th IEEE conference on decision and control*. Phoenix, AZ , USA. pp. 3587–3592.
- Zhao, L., L. Guo, B. Bai, Y. Hou y X. Zhang (2003). Convective boiling heat transfer and two-phase flow characteristics inside a small horizontal helically coiled tubing once-through steam generator. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **46**(25), 4779–4788.

# Apéndice A

## Modelo del condensador con la fuerza conductora diferencia de temperaturas

En este apartado se presenta el modelo del condensador mostrado en la Ec. (3.5), pero con la diferencia de que la fuerza conductora que rige el intercambio de temperatura es la diferencia de temperaturas a la entrada. Las consideraciones para formular el modelo son:

1. El volumen ( $Vol$ ) de los fluidos en los tubos se consideran constantes.
2. El coeficiente global de transferencia de calor ( $U$ ) dependen de la temperatura ( $T$ ) y del flujo volumétrico ( $Fv$ ).
3. No existe transferencia de calor entre el tubo externo y el medio ambiente.
4. Las propiedades físicas del agua como la densidad ( $\rho$ ) y capacidad calorífica ( $Cp$ ) son evaluadas en función de la temperatura ( $T$ ) y la presión ( $p$ ).
5. Se evalúan las zonas del fluido en el proceso de condensación (vapor sobrecalentado, flujo bifásico y líquido subenfriado).

Realizando un balance de energías y tomando en cuenta las consideraciones anteriores se obtiene un par de ecuaciones diferenciales para cada celda, el modelo esta presentado en las Ecs. (A.1-A.2).

## A. MODELO DEL CONDENSADOR CON LA FUERZA CONDUCTORA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS

---

$$\dot{T}_{fs} = \frac{Fv_f}{Vol_f}(T_{fe} - T_{fs}) + \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_f(p, T) Cp_f(p, T) Vol_f} \Delta T_I \quad (A.1)$$

$$\dot{T}_{cs} = \frac{Fv_c}{Vol_c}(T_{ce} - T_{cs}) - \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_c(p, T) Cp_c(p, T) Vol_c} \Delta T_I \quad (A.2)$$

donde  $\Delta T_I$  es la diferencia de temperaturas a la entrada (ITD)

$$\Delta T_I = T_{cs} - T_{fs} \quad (A.3)$$

Considerando ahora que el condensador está dividido en tres celdas y utilizando las mismas consideraciones, aplicando un balance de energía en cada uno de los elementos de las celdas se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{T}_{fe} = \frac{3Fv_f}{Vol_f}(T_{2f} - T_{fs}) + \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_f(p, T) Cp_f(p, T) Vol_f} (T_{1c} - T_{fs}) \\ \dot{T}_{1c} = \frac{3Fv_c}{Vol_c}(T_{ce} - T_{1c}) - \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_c(p, T) Cp_c(p, T) Vol_c} (T_{1c} - T_{fs}) \\ \dot{T}_{2f} = \frac{3Fv_f}{Vol_f}(T_{1f} - T_{2f}) + \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_f(p, T) Cp_f(p, T) Vol_f} (T_{2c} - T_{2f}) \\ \dot{T}_{2c} = \frac{3Fv_c}{Vol_c}(T_{1c} - T_{2c}) - \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_c(p, T) Cp_c(p, T) Vol_c} (T_{2c} - T_{2f}) \\ \dot{T}_{1f} = \frac{3Fv_f}{Vol_f}(T_{fe} - T_{1f}) + \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_f(p, T) Cp_f(p, T) Vol_f} (T_{ce} - T_{1f}) \\ \dot{T}_{cs} = \frac{3Fv_c}{Vol_c}(T_{2c} - T_{cs}) - \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_c(p, T) Cp_c(p, T) Vol_c} (T_{cs} - T_{1f}) \end{cases} \quad (A.4)$$

Escribiendo el modelo de 3 celdas en forma condensada tenemos:

$$\dot{T}_{j,f} = \frac{NFv_f}{Vol_f}(T_{(j-1),f} - T_{j,f}) + \frac{U(T, Fv) A_{ext}}{\rho_f(p, T) Cp_f(p, T) Vol_f} \Delta T_{j,I} \quad (A.5)$$

$$\dot{T}_{j,c} = \frac{NFv_c}{Vol_c}(T_{(j-1),c} - T_{j,c}) - \frac{U(T, Fv) A_{int}}{\rho_c(p, T) Cp_c(p, T) Vol_c} \Delta T_{j,I} \quad (A.6)$$

donde  $j = 1, 2, \dots, N$ .

En la Figura (A.1) se muestra la simulación del modelo que se muestra en la Ec. (A.4) utilizando los datos experimentales como entradas, dichos datos son: temperatura de entrada del fluido a condensar  $T_{ce} = 77,9^\circ C$ , temperatura de entrada del fluido de enfriamiento  $T_{fe} = 21,2^\circ C$ , la presión en el tubo interno  $p_c = 0,037 MPa$ , la presión en el tubo externo  $p_f = 0,083 MPa$ , el flujo volumétrico del fluido a



---

condensar  $Fv_c = 1,94 \times 10^{-5} m^3/s$  y el flujo volumétrico del fluido de enfriamiento  $Fv_f = 6,399 \times 10^{-6} m^3/s$ .

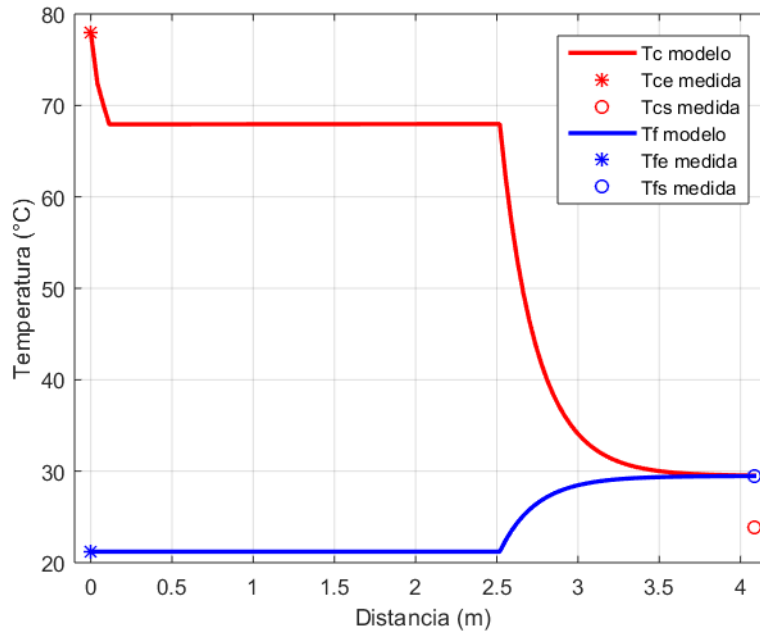


Figura A.1: Modelo del condensador con diferencia de temperaturas a la entrada.

Como podemos observar en la Figura (A.1) el modelo que considera la diferencia de temperaturas a la entrada no es capaz de representar la dinámica del condensador ya que las temperaturas se igualan en un punto. Es por ello que se decidió utilizar la diferencia de temperaturas media logarítmica.

## Apéndice B

### Publicaciones realizadas

## Estimación de estados por medio de observadores de alta ganancia para un condensador: enfoque híbrido

Marcos Alfredo López Castro\*, Ricardo Fabricio Escobar Jiménez\*\*, Lizeth Torres\*\*\*, Enrique Quintero Mármol M. \*\*, José Francisco Gómez Aguilar\*\*\*\*, José Alfredo Hernández Pérez\*\*\*\*\*

\*Posgrado en Ing. Electrónica Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico-Tecnológico Nacional de México.

Internado Palmira S/N, Palmira C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México  
e-mail: marcos\_lpz@cenidet.edu.mx

\*\* Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico-Tecnológico Nacional de México.  
Internado Palmira S/N, Palmira C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México  
e-mail: esjiri@cenidet.edu.mx, e-mail: eqm@cenidet.edu.mx

\*\*\*Cátedras CONACYT, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.  
Coyoacán, Ciudad de México, D.F.  
e-mail: ftorreso@iigen.unam.mx

\*\*\*\* Cátedras CONACYT, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico-Tecnológico Nacional de México.

Internado Palmira S/N, Palmira C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México  
e-mail: jgomez@cenidet.edu.mx

\*\*\*\*\* Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas-Universidad Autónoma del Estado de Morelos,  
Av. Universidad 1001, Col. Chamilpa, C.P. 62209 Cuernavaca, Morelos, México.  
e-mail: alfredo@uaem.mx

---

Abstract: En este trabajo se presenta el desarrollo de un banco de observadores no lineales de alta ganancia con el propósito de estimar las temperaturas de un condensador helicoidal. Para desarrollar el sistema propuesto se propone un modelo matemático que describe la dinámica de las temperaturas en los fluidos de un condensador, esto con la finalidad de asegurar el cambio de fase de vapor a líquido. Los resultados obtenidos son evaluados con datos experimentales obtenidos del condensador de un proceso de purificación de agua.

*Keywords:* Modelado, Observadores de alta ganancia, Condensador.

---

### 1. INTRODUCCIÓN

Debido a la constante evolución que experimentan los procesos industriales, se ha vuelto cada vez más complejo operarlos y controlarlos, para lograrlo es importante monitorear las variables que intervienen en él. Una forma de lidiar con esto es utilizando observadores, los cuales tienen como objetivo estimar variables no medidas, son empleados en esquemas de diagnóstico de fallas y en el diseño de sistemas de control tolerante a fallas.

Los condensadores son un claro ejemplo de dichos procesos industriales. Éstos son intercambiadores de calor donde un fluido experimenta un cambio de fase. Aproximadamente 60% de los intercambiadores de calor usados en la industria, son condensadores o evaporadores (Kakaç, 1991) y son utilizados por la industria alimentaria, nuclear y energética, entre otras.

El modelado matemático de estos sistemas es complejo debido a los cambios abruptos que presentan las propiedades físicas en los fluidos durante el cambio de fase, estos cambios son semejantes a los sistemas híbridos que presentan dinámicas continuas y discretas.

En la literatura se han reportado varios modelos matemáticos que representan la dinámica del proceso de condensación y se dividen en black-box y los basados en principios físicos.

Los llamados *black-box* son obtenidos utilizando datos experimentales y técnicas de identificación. En Machado et al., (1998) se presenta el modelado de un condensador empleando una función de transferencia, relacionando entradas y salidas, pero sólo es válido en un punto de operación.

Los modelos basados en principios físicos se clasifican en sistemas de parámetros distribuidos y sistemas de parámetros agrupados. Los primeros describen mejor la dinámica del proceso debido a que los cambios en las variables ocurren en tiempo y espacio siendo representadas por ecuaciones diferenciales parciales (Jahangeer et al., 2011; Aprea & Renno, 2002). Aunque son muy precisos, su análisis y simulación es complicada ya que requieren una iteración espacial en cada paso de integración. Por otro lado, los modelos de parámetros agrupados reducen la complejidad al ser simulados. En Escobar et al., (2014) se propone modelar un condensador de empleando la técnica de parámetros agrupados en donde se evalúan ecuaciones dinámicas y algebraicas. En Ding et al., (2013) se modeló un condensador a partir de balances de energía, materia y momentum además se estiman algunos parámetros con tales como mínimos cuadrados.

En este artículo se presenta el modelado matemático de un condensador con un enfoque híbrido, el cual está basado en balances de energía y utiliza correlaciones empíricas dependiendo la zona del fluido a condensar. Considerando las

## COMPARACIÓN ENTRE MODELOS MATEMÁTICOS Y ESTIMACIÓN DE COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE CALOR PARA UN INTERCAMBIADOR DE CALOR

Diego Alessis Carbot Rojas<sup>a</sup>, Marcos Alfredo López Castro<sup>a</sup>, R. F. Escobar<sup>b</sup>, J. F. Gómez-Aguilar<sup>b</sup>, J. A. Hernández Pérez<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Posgrado en Ingeniería Electrónica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Interior Internado Palmira S/N, Palmira C.P. 62490, Cuernavaca, Mor., México.

<sup>b</sup> Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico - Tecnológico Nacional de México, Interior Internado Palmira S/N, Palmira C.P. 62490, Cuernavaca, Mor., México.

<sup>c</sup> Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Av. Universidad 1001, Col. Chamilpa, C.P. 62209 Cuernavaca, Morelos, México

### Resumen

En este trabajo se presenta la comparación de dos modelos matemáticos para la estimación de temperaturas en un intercambiador de calor de tubos concéntricos con flujos a contra corriente y sin cambio de fase. Uno de los modelos es representado por ecuaciones diferenciales ordinarias y el otro modelo por ecuaciones diferenciales parciales. Para realizar la estimación de las temperaturas en el modelo de ecuaciones diferenciales ordinarias, se consideraron dos diferentes métodos para el cálculo del coeficiente global de temperatura en modelo termodinámico, el primero es descrito por una sola ecuación que describe de forma global la transferencia de calor entre ambas corrientes y el segundo método considera el cálculo del coeficiente global de transferencia de calor para cada una de las corrientes. Por otra parte, en el modelo de ecuaciones diferenciales parciales se empleó un modelo termodinámico donde se calcula el coeficiente de transferencia de calor convectivo para cada una de las corrientes del intercambiador de calor (interna y externa).

**Palabras clave:** Estimación de temperatura, Intercambiador de calor, modelado matemático.

### Introducción

Los modelos de parámetros agrupados son ampliamente usados para describir la dinámica de un sistema en función del tiempo, así como, para realizar el diseño de un controlador, su representación es a través de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). Por otro lado, los modelos de parámetros distribuidos son aquellos que toman en cuenta los cambios de las variables en tiempo y en espacio y son representados por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (EDP).

En los trabajos presentados en [1-3] se propone el uso del modelo matemático que representa la transferencia de calor mediante el uso de un par de ecuaciones diferenciales ordinarias, considerando el coeficiente global de transferencia de calor ( $U$ ) constante, así como las propiedades físicas del agua ( $\rho$  y  $C_p$ ). Sin embargo, en [4] y [5] se mostró que para que el modelo del intercambiador de calor fuera válido en un amplio rango de operación, el coeficiente de transferencia de calor tenía que ser estimado y que éste dependía del flujo del fluido y de la temperatura. Por lo tanto, si se trabaja con un modelo que considere el coeficiente global de transferencia de calor como constante, el modelo únicamente será válido en una vecindad de valores cercanos a los valores considerados para el cálculo del coeficiente global de transferencia de calor. En [6] se utiliza un modelo matemático que representa la transferencia de calor mediante ecuaciones diferenciales parciales en el cual los coeficientes convectivos ( $h_i, h_e$ ) se mantienen constantes, y al usar los coeficientes convectivos como constantes el modelo tienen un error mayor en la estimación de las temperaturas de salida. Para desarrollar la comparación entre los dos modelos matemáticos se consideraron los dos propuestos en la literatura [1] y [6], el modelo empleado en [1], considera el coeficiente global de transferencia de calor constante, mientras que para el caso del modelo propuesto en [6] se emplean los coeficientes convectivos de transferencia de calor para cada corriente, en donde los coeficientes convectivos son considerados como constantes.

En este trabajo se realizará la comparación de estos dos modelos dinámicos [1] y [6], con una modificación en el modelo termodinámico de ambos modelos dinámicos, esta modificación consiste en