
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Electrónica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

**Diseño, Construcción y Control de Posición de un Heliostato de Fines
Generalizados.**

presentada por

Ing. Jesús Emmanuel Solís Pérez

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis
Dr. Juan Reyes Reyes

Cuernavaca, Morelos, México. Febrero de 2016.

SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Cuernavaca, Mor., 17 de febrero de 2016.

OFICIO No. DIE/051/2016


Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Jesús Emmanuel Solís Pérez** con número de control **M14CE036** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **“Diseño, Construcción y Control de Posición de un Heliostato de Fines Generalizados”** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

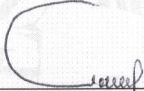
DIRECTOR DE TESIS

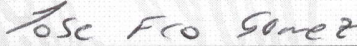
CODIRECTOR DE TESIS


Dr. Juan Reyes Reyes
Doctor en Ciencias en la Especialidad de Control
Automático
Cédula profesional 4214833

REVISOR 1

REVISOR 2


Dra. Ma. Guadalupe López López
Doctora en Ciencias en Ingeniería Química
Cédula profesional 7980045


Dr. José Francisco Gómez Aguilar
Doctor en Física
Cédula profesional 09124781

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

CMAZ/lrr

cenidet[®]
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira. C.P. 62490 Cuernavaca, Mor.
Tels. (01)777 362-77-70 Ext. 4106, e-mail: direccion@cenidet.edu.mx
www.cenidet.edu.mx



Cuernavaca, Mor., 19 de febrero de 2016
OFICIO No. SAC/123/2016

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. JESÚS EMMANUEL SOLÍS PÉREZ
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **“Diseño, Construcción y Control de Posición de un Heliostato de Fines Generalizados”**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

“CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO”



DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



CENTRO NACIONAL DE
INVESTIGACIÓN Y
DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

Dedicatoria

*Dedicado a los motores que impulsan mi vida,
fuentes de inspiración, fortaleza, dulzura y belleza,
mi esposa y mi hija,
mi familia ♡.*

Resumen

En la presente tesis se formula la deducción de los ángulos de azimut y elevación para la configuración del espejo del prototipo de manera geométrica, considerando la posición del elemento final de manera que el dispositivo refleje la luz que le incide a la superficie espejo hacia el objetivo llamado también elemento final a lo largo del día.

Se realiza el diseño, modelado, construcción y control de posición de un prototipo de heliostato de fines generalizados bajo la formulación de Lagrange considerando los momentos de inercia en función de los ángulos de configuración del sistema espejo, esto se realiza bajo la suposición de que el sistema espejo puede ser o no sometido a velocidades altas para diversos fines que pueden ir desde iluminación artificial hasta sistemas de refrigeración y sistemas de desecación, por mencionar algunos.

La estrategia de control utilizada consiste en el uso de un control PD para el control de posición de cada una de las articulaciones del prototipo cuya referencia proviene de la deducción de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i del i -ésimo espejo. La sintonización de dichos controladores se realiza fuera de línea mediante optimización por enjambre de partículas PSO a partir de la respuesta del modelo no lineal ante una señal de entrada como referencia.

Las simulaciones demuestran que el desempeño del control de posición a partir de la respuesta del modelo no lineal del sistema es aceptable ya que se obtuvieron los resultados esperados mediante simulación.

Para concluir la fase de experimentación se obtuvieron los resultados de implementación basados en una Raspberry Pi donde se programó el algoritmo de posición solar de Reda, la deducción de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i para la configuración y orientación del espejo, la librería de control y comunicación con los actuadores Dynamixel AX-12.

Los actuadores Dynamixel AX-12 poseen un protocolo de comunicación propio, a través de ellos se puede consultar la posición del actuador, el par de carga, temperatura de operación, voltaje de operación, entre otros, por lo que, durante el periodo de trabajo establecido se hizo lectura de la posición de los actuadores por medio de la Raspberry Pi para el lazo de control de manera externa.

Abstract

In the present thesis the deduction of azimuth and elevation angles is formulated for configuration prototype mirror geometrically, considering the position of the final element so the device reflects light incident to that mirror surface toward the target also called final element throughout the day.

Design, modeling, construction and position control of a prototype heliostat purposes is performed generalized under the Lagrangian formulation given moments of inertia based on the angles mirror system configuration, this is done under the assumption that the mirror system may or may not be subjected to high speeds for various purposes that can range from artificial lighting to cooling and dewatering systems, to name a few.

The control strategy used is the use of a PD control for controlling position each of the articulations of the prototype whose reference comes from the deduction of angles elevation ϵ_i and azimuth α_i the i -th mirror. The tuning of these drivers is carried out line using particle swarm optimization PSO from the model response not linear input signal to a reference.

The simulations show that the performance of the position control from the response of the nonlinear system model is acceptable and that the expected results were obtained by simulation.

To conclude the experimentation phase implementation results were obtained based on Raspberry Pi one where the solar position algorithm was programmed Reda, deduction of the angles azimuth α_i and elevation ϵ_i for configuration and orientation of the mirror, the control library and communication with actuators Dynamixel AX-12.

The Dynamixel AX-12 actuators have an own communication protocol, through them is you can see the position of the actuator, the load torque, operating temperature, voltage operation, among others, so that, during the set work reading it was position actuators via the Raspberry Pi for control loop externally.

Contenido

Dedicatoria	i
Agradecimientos	ii
Resumen	iii
Abstract	iv
Contenido	viii
Indice de tablas	ix
Indice de Figuras	xiii
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Objetivos	2
1.2.1. General	2
1.2.2. Específicos	2
1.3. Alcance	3
1.4. Hipótesis	3
1.5. Estado del arte	3
1.6. Estructura de la tesis	5
2. Marco Teórico	7
2.1. Posición aparente del sol	7
2.1.1. Cálculo de las coordenadas locales y globales	8
2.2. Momentos de inercia	11
2.3. Formulación dinámica lagrangiana	12

2.3.1. Energía cinética y potencial	13
2.4. Control de posición	14
2.5. Optimización por Enjambre de Partículas	14
3. Resultado principal	16
3.1. Generación de trayectoria	16
3.2. Modelo dinámico del sistema espejo	18
3.2.1. Momentos de inercia del sistema espejo	18
3.2.2. Ecuaciones de movimiento del sistema espejo	19
3.2.3. Modelo Motor-Espejo	23
3.3. Control de posición del espejo	24
3.3.1. Sintonización de los controladores	24
3.4. Conclusiones del capítulo	26
4. Simulaciones	27
4.1. Simulación 1: Posición aparente del sol	27
4.1.1. Objetivo de la simulación	27
4.1.2. Configuración de la simulación	27
4.1.3. Desarrollo de la simulación	28
4.1.4. Presentación de las gráficas	28
4.1.5. Comentarios de las gráficas	28
4.1.6. Análisis de los resultados	28
4.1.7. Conclusiones de la simulación	28
4.2. Simulación 2: Generación de trayectoria	29
4.2.1. Objetivo de la simulación	29
4.2.2. Configuración de la simulación	29
4.2.3. Desarrollo de la simulación	30
4.2.4. Presentación de las gráficas	30
4.2.5. Comentarios de las gráficas	30
4.2.6. Análisis de los resultados	30
4.2.7. Conclusiones de la simulación	32
4.3. Simulación 3: Ecuaciones de movimiento	32
4.3.1. Objetivo de la simulación	32
4.3.2. Configuración de la simulación	32
4.3.3. Desarrollo de la simulación	32

4.3.4.	Presentación de las gráficas	33
4.3.5.	Comentarios de las gráficas	33
4.3.6.	Análisis de los resultados	34
4.3.7.	Conclusiones de la simulación	34
4.4.	Simulación 4: Modelo motor-espejo	35
4.4.1.	Objetivo de la simulación	35
4.4.2.	Configuración de la simulación	37
4.4.3.	Desarrollo de la simulación	37
4.4.4.	Presentación de las gráficas	38
4.4.5.	Comentarios de las gráficas	38
4.4.6.	Análisis de los resultados	39
4.4.7.	Conclusiones de la simulación	39
4.5.	Simulación 5: Control de posición del espejo	40
4.5.1.	Objetivo de la simulación	40
4.5.2.	Configuración de la simulación	40
4.5.3.	Desarrollo de la simulación	40
4.5.4.	Presentación de las gráficas	40
4.5.5.	Comentarios de las gráficas	41
4.5.6.	Análisis de los resultados	43
4.5.7.	Conclusiones de la simulación	44
4.6.	Simulación 6: Control de posición de un espejo	44
4.6.1.	Objetivo de la simulación	44
4.6.2.	Configuración de la simulación	44
4.6.3.	Desarrollo de la simulación	44
4.6.4.	Presentación de las gráficas	45
4.6.5.	Comentarios de las gráficas	45
4.6.6.	Análisis de los resultados	46
4.6.7.	Conclusiones de la simulación	46
4.7.	Simulación 7: Periodo de trabajo	47
4.7.1.	Objetivo de la simulación	47
4.7.2.	Configuración de la simulación	47
4.7.3.	Desarrollo de la simulación	47
4.7.4.	Presentación de las gráficas	47
4.7.5.	Comentarios de las gráficas	48
4.7.6.	Análisis de los resultados	50

4.7.7. Conclusiones de la simulación	51
5. Implementaciones	52
5.1. Tarjeta de control	52
5.2. Circuito de comunicación	53
5.3. Actuadores	56
5.4. Implementación del prototipo	57
5.5. Resultados de implementación	60
5.5.1. Datos experimentales	61
5.5.2. Conclusiones de la etapa de implementación	70
6. Conclusiones y trabajos futuros	71
6.1. Conclusiones	71
6.2. Trabajos futuros	73
Bibliografía	74
A. Desarrollo de los momentos de inercia	78
A.1. Eje x	78
A.2. Eje z	80
B. Diseño propuesto del sistema espejo	82
B.1. Partes del heliostato	82
B.2. Diseño del heliostato	88
C. Modelo motor de DC	89
C.1. Forma generalizada	89

Índice de tablas

3.3.1.Parámetros de simulación del PSO	25
4.3.1.Parámetros de simulación del sistema espejo	33
5.1.1.Especificaciones de la Raspberry Pi	53
5.3.1.Especificaciones de los actuadores	56
C.1.1Parámetros del Motor DC	90

Índice de figuras

2.1.1.Movimiento de la tierra alrededor del sol.	7
2.1.2.Formulación general de la posición aparente del sol.	9
2.2.1.Momento de inercia reportado en la literatura	12
3.1.1.Vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ proyectado sobre el plano xy	17
3.1.2.Vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$, vista lateral.	18
4.1.1.Trayectoria del sol durante el periodo de trabajo 8-18 hrs. con actualización de su posición aparente cada 15 min, algoritmo de Reda [1].	29
4.2.1.Modelo en Simulink para la generación de trayectoria de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i del espejo.	30
4.2.2.Trayectoria del vector de orientación del espejo $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ durante el periodo de trabajo 8-18hrs.	31
4.2.3.Trayectoria del sol y el vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ del espejo dada la posición del elemento final. Periodo de trabajo de 8-18 hrs.	31
4.3.1.Modelo en Simulink de las ecuaciones de movimiento del espejo, función S y formulación lagrangiana.	34
4.3.2.Comportamiento de las coordenadas α_i ϵ_i ante una entrada τ_1 tipo pulso. . .	35
4.3.3.Comportamiento de la coordenadas α_i y ϵ_i ante una entrada τ_2 tipo pulso. . .	36
4.3.4.Señal de entrada (línea morada) τ_1 tipo Bezier. Después de 15 segundos la velocidad se mantiene constante mientras que la posición tiende a cambiar linealmente.	36
4.3.5.Par de entrada (línea morada) τ_2 tipo Bezier. La velocidad (línea roja) incrementa suavemente mientras que la posición de la coordenada ϵ_i tiende a no llegar a un valor estable.	37
4.4.1.Modelo en Simulink del modelo motor-espejo, entradas tipo bezier.	38
4.4.2.Respuesta de la coordenada α_i ante una entrada suave v_1	38

4.4.3.Respuesta de la coordenada ϵ_i ante una entrada suave v_2 bajo condiciones iniciales diferentes de cero.	39
4.5.1.Modelo en Simulink del sistema espejo en lazo cerrado.	40
4.5.2.Perfil de la posición de referencia y la posición controlada α_i	41
4.5.3.Perfil del error de la posición de referencia y la posición controlada α_i	41
4.5.4.Perfil de la ley de control en la coordenada α_i	42
4.5.5.Perfil de la posición de referencia y la posición controlada ϵ_i	42
4.5.6.Perfil del error de la posición de referencia y la posición controlada ϵ_i	43
4.5.7.Perfil de la ley de control en la coordenada ϵ_i	43
4.6.1.Modelo en Simulink del sistema completo, generación de trayectoria y control de posición.	45
4.6.2.Control de posición de un espejo, coordenada α_i	45
4.6.3.Control de posición de un espejo, coordenada ϵ_i	46
4.7.1.Coordenada α_i suavizada mediante tangentes hiperbólicas.	48
4.7.2.Coordenada ϵ_i suavizada mediante tangentes hiperbólicas.	48
4.7.3.Perfil de la coordenada α_i durante el periodo de trabajo.	49
4.7.4.Perfil del error en la coordenada α_i durante el periodo de trabajo.	49
4.7.5.Perfil de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo.	50
4.7.6.Perfil del error en la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo, mediodía.	50
4.7.7.Perfil del error en la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo, tarde.	51
5.1.1.Diagrama de flujo del control de posición en lazo cerrado	54
5.2.1.Diagrama del circuito de control de los actuadores Dynamixel AX-12.	55
5.2.2.Diseño del PCB de la tarjeta de control y comunicación con los actuadores.	56
5.4.1.Ángulo de azimut α_c del elemento final.	57
5.4.2.Ángulo de elevación ϵ_c del elemento final.	58
5.4.3.Vista frontal del prototipo.	58
5.4.4.Vista lateral del prototipo, actuador sobre la articulación de elevación ϵ_i	59
5.4.5.Tarjeta de control y comunicación del prototipo, Rapsberry Pi y buffer para el control de los actuadores.	59
5.4.6.Orientación del prototipo mediante una brújula.	60
5.5.1.Control de posición del espejo Figuras 5.5.1b, 5.5.1d, 5.5.1f, 5.5.1h, 5.5.1j, 5.5.1j. Trayectoria del sol Figuras 5.5.1a, 5.5.1c, 5.5.1e, 5.5.1g, 5.5.1i, 5.5.1k. Adquisi- ción de datos cada 10 minutos.	61

5.5.2.Deducción de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i implementados, control de posición del sistema espejo, actualización de los ángulos azimut α_i y elevación ϵ_i cada 10 minutos y posteriormente cada segundo. Primera implementación. .	62
5.5.3.Deducción de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i implementados, control de posición del sistema espejo, actualización de los ángulos azimut α_i y elevación ϵ_i cada segundo y posteriormente 15 minutos. Segunda implementación. . . .	62
5.5.4.Ángulo de azimut solar, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.	63
5.5.5.Gráfica del error del ángulo de azimut solar.	63
5.5.6.Ángulo de elevación solar, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.	64
5.5.7.Gráfica del error del ángulo de elevación solar.	64
5.5.8.Ángulo de azimut del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.	65
5.5.9.Gráfica del error del ángulo de elevación del heliostato.	65
5.5.10Ángulo de elevación del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.	66
5.5.11Gráfica del error del ángulo de elevación del heliostato.	66
5.5.12Ángulo de azimut del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación, resolución de bits.	67
5.5.13Gráfica del error del ángulo de azimut del heliostato, resolución de bits. . . .	67
5.5.14Ángulo de elevación del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación, resolución de bits.	68
5.5.15Gráfica del error del ángulo de elevación del heliostato, resolución de bits. . .	68
5.5.16Ángulo de elevación del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.	69
5.5.17Gráfica del error del ángulo de elevación del heliostato.	69
A.1.1Momento de inercia con respecto al eje x , formulación basada en la ecuación cartesiana del plano.	79
A.1.2Momento de inercia con respecto al eje x , componentes del plano xy	79
A.2.1Momento de inercia con respecto al eje z , formulación basada en la ecuación cartesiana del plano.	80
A.2.2Momento de inercia con respecto al eje z , componentes del plano xy	80
B.1.1Barra de soporte del espejo	82
B.1.2Espejo comercial	83

B.1.3Soporte lateral para el espejo	84
B.1.4Barra de soporte del espejo	85
B.1.5Disco de soporte del espejo	86
B.1.6Poste de soporte y rotación del heliostato	87
B.2.1Diseño propuesto del sistema espejo	88

Capítulo 1

Introducción

La energía solar se produce en la esfera solar por reacciones termonucleares donde son transferidas a la superficie a través de procesos radiacionales de manera que la energía solar que llega a la tierra es radiada por el sol. Los factores climatológicos son los que permiten o impiden que la luz solar directa llegue a sistemas de captación solar.

La energía solar proveniente del sol es aquella que puede utilizarse para fines de iluminación o calor utilizando sistemas de captación, transformación y almacenamiento para transformar la radiación solar en energía útil. En la literatura se reportan tres maneras de captar la energía solar:

- Utilización directa
- Transformación a energía eléctrica
- Transformación a energía calorífica

Se reportan diferentes aplicaciones de la energía solar, estufas solares: Abu-Malouh [2], sistemas fotovoltaicos: Barker [3], Eke [4], Huang [5], *heliostatos*: Besarati [6], Guo [7], Koikari [8] y colectores solares: Chong [9], Mousazadeh [10], Neville [11], Zhong [12].

Los componentes esenciales de un heliostato son: el espejo, la estructura donde está montado el espejo, sistema de transmisión, el pedestal, la base y el sistema de control y movimiento del heliostato. En estudios recientes se ha obtenido que la implementación de espejos de nitrato de plata ofrecen una mejor reflexión, resistencia a la oxidación y mayor tiempo de vida de los espejos.

Según Ginés [13] existen dos modos de operación de los heliostatos: el modo *torre central* enfocado en mantener el vector de proyección dirigido siempre a un punto fijo sin importar el

ángulo de incidencia y el modo *horno solar* que a diferencia del modo torre central en éste se debe mantener el ángulo de incidencia constante sobre el receptor.

Sin embargo, el modo *torre central* puede ser utilizado para fines de iluminación, calentamiento de aire para secado y climatización de espacios, desecación de alimentos y calentamiento de agua para albercas debido a que no es necesario alcanzar altas temperaturas.

1.1. Planteamiento del problema

La radiación solar es una radiación electromagnética cuya transformación en energía en los últimos años ha sido una alternativa de bajo impacto ambiental a fuentes de energía convencionales tales como carbón, petróleo y gas natural. La energía contenida en esta radiación varía según sea la hora, el día y el lugar geográfico donde se desee obtener.

Según Scholten [14] y Pacasila [15] países como Alemania, España, Japón y Estados Unidos han apostado al uso de esta energía, aún cuando la implementación de sistemas que permitan la recolección de la energía radiada por el sol absorben entre un 40 % y un 50 % del capital destinado a la realización de dichos proyectos según lo reportan Barker [3] y Besarati [6].

Por tanto, ante la existencia de la gran diversidad de prototipos, modelos y diseños destinados a la realización de una tarea en específico como puede ser: el acondicionamiento de espacios, sistemas de electrificación y desalación, sistemas de refrigeración y aire acondicionado, hornos solares y sistemas de iluminación artificial se desea diseñar y modelar un sistema electromecánico autónomo capaz de cumplir con la realización de alguna de las tareas considerando etapas de control de posición en las articulaciones del sistema espejo así como una formulación generalizada para la implementación de n espejos.

1.2. Objetivos

1.2.1. General

Diseñar y construir un prototipo de heliostato, cuyo sistema de control en lazo cerrado tenga una referencia en función del sistema global de posición, de la fecha y horario, que permita la concentración de los rayos solares en un área determinada a lo largo del día.

1.2.2. Específicos

- Obtener los momentos de inercia en base a los ángulos de configuración del sistema espejo.

- Obtener un modelo matemático que represente al sistema espejo.
- Desarrollar una estrategia de control basada en controladores tipo PD.
- Crear un modelo de simulación para estudiar el comportamiento del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado.
- Diseñar y construir un prototipo para realizar pruebas experimentales.

1.3. Alcance

- Obtención de los momentos de inercia en función de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i .
- Obtención del modelo matemático del sistema espejo mediante la formulación de Lagrange.
- Obtención y sintonización de los controladores de posición para el modelo no lineal del sistema espejo.
- Creación de modelos de simulación.
- Creación de un prototipo experimental.

1.4. Hipótesis

Mediante el modelado de sistemas dinámicos a través de la formulación de Lagrange y el desarrollo de un controlador tipo PD para el modelo no lineal, se logrará el control de posición de cada una de las articulaciones del heliostato.

1.5. Estado del arte

Los sistemas de seguimiento solar o colectores solares pueden ser sistemas pasivos o activos, dentro de los cuáles se clasifican en sistemas de seguimiento de un eje y de dos ejes. Los sistemas de un eje corresponden a los seguidores que sólo dependen de un ángulo para seguir la posición del sol, sin embargo, al ser sistemas sumamente baratos y fáciles de implementar según Abu-Malouh [2] no son sistemas altamente efectivos ya que con sistemas de dos ejes se puede obtener hasta un 20% más de energía a comparación de sistemas de un eje. Los sistemas de dos ejes, pese a su alto costo de implementación, son los más utilizados, como lo

muestran Mousazadeh [10], Chong [9], Guo [7] [16] [17]. La clasificación de los sistemas de seguimiento de dos ejes es: *Azimut-Elevación* e *Inclinación-Rotación*, siendo el primero el más utilizado para sistemas de Energía Solar Concentrada *CSP* Barker [3].

Los sistemas de dos ejes, terminan siendo sistemas altamente costosos, por ello se busca que sean sistemas electromecánicos para reducir el costo, mantenimiento y posibilidades de falla, Abu-Malouh [2], Cañada [18]. En el diseño de estos sistemas, no se ha reportado un modelo base de donde partir, pues se han encontrado diversos diseños que varían desde el material utilizado hasta la manera en cómo están contruidos, sin embargo, si se reporta que dependiendo de si el sistema no es fijo se puede obtener un 5-10 % más de energía y un 50 % más en comparación de sistemas de dos ejes de superficie fija, Neville [11].

No obstante, los sistemas de seguimiento solar necesitan de una formulación que depende de su aplicación, recolección de energía solar, heliostatos, hornos solares, paneles solares, etc. Estas formulaciones pueden ser analíticas como se presentan por Zhong [12], Guo [7], [17], Chong [9] o geométricas Koikari [8], Sproul [19], Guo en [16], Huang [5] y Zhu [20].

Diseñado y formulado el colector o seguidor solar según sea el caso, en ambos casos es necesaria la implementación de un algoritmo que describa la trayectoria del sol durante el día, es aquí donde entran los Algoritmos de Posición Solar *SPA*.

En la literatura se reportan diversos algoritmos que varían según sea su aplicación y precisión, sin embargo, la esencia de los algoritmos es la misma, calcular los ángulos de elevación solar y azimut solar y todos, en general, dependen de los mismos parámetros, día, hora, fecha, longitud y latitud geográfica del observador.

Los algoritmos mas utilizados en las diferentes aplicaciones que se reportan (cocinas solares, sistemas fotovoltaicos, heliostatos, etc.) se enlistan a continuación:

1. El algoritmo de Grena [21] es válido para un periodo del año 2003 al año 2023 con un error máximo de 0.0027° , depende de parámetros adicionales como la altitud, presión atmosférica y temperatura para realizar el cálculo de las coordenadas locales y globales para obtener la posición aparente del sol.
2. El algoritmo de Reda [1] es válido del año 2000 al 6000 con incertidumbres de $\pm 0.0003^\circ$, además de considerar la presión atmosférica y la temperatura ambiente también depende de la altitud del lugar.

Sin embargo, se han reportado algoritmos como el de Rizvi [22], algoritmo sencillo y de fácil implementación con un error de 0.22° en azimut y 0.4° en elevación y el algoritmo de Stamatescu [23] que trabaja sobre una plataforma experimental.

Los modelos de colectores y seguidores solares son diversos y no cuentan con un modelo matemático que los represente, no obstante, se reporta el modelado dependiendo de su aplicación, por ejemplo, si es el caso de un colector, se modela la energía solar recibida, la transformación de esta, índices de refracción y reflexión entre otros, sin embargo, los sistemas de colección y seguimiento cuentan con un control al no estar presente un modelo, es el caso del sistema de Batayneh [24] que no cuenta con un algoritmo de seguimiento solar como los anteriormente mencionados ni un modelado de energía, pese a que es un sistema fotovoltaico, sino que cuenta con un control tipo Fuzzy para seguir la trayectoria del sol durante el día. Otra estrategia de control es utilizar un algoritmo de seguimiento solar en lazo cerrado como lo presenta Kribus [25], al ser un heliostato, dicha estrategia se centra en obtener la imagen de la luz del sol reflejada hacia un objetivo a partir del heliostato mediante una cámara y retroalimentarla con la posición deseada de reflexión. Misma aplicación pero diferente estrategia, es la que presenta Malan [26] pero en lazo abierto. Rubio [27] no presenta un modelo matemático que represente al sistema físico (panel fotovoltaico) al igual que Yao [28], sin embargo, las estrategias de control que presentan son interesantes, pues uno considera perturbaciones hacia el pedestal y el otro no, y los errores en sus estrategias de control dependen de la posición aparente del sol (obtenidas mediante un algoritmo) y un sensor para indicar si el seguimiento del sol es correcto, todo esto en lazo cerrado.

1.6. Estructura de la tesis

La estructura general del presente trabajo de tesis se divide en 6 capítulos y 3 apéndices según se muestra a continuación:

En el Capítulo 2 se realiza una revisión de las bases teóricas de la formulación de Lagrange para robots manipuladores. Además se presenta de manera muy general el controlador proporcional derivativo para el control de posición de las articulaciones de un robot manipulador y la técnica de optimización por enjambre de partículas para la sintonización de las ganancias del controlador PD.

En el Capítulo 3 se presenta la formulación geométrica para la deducción de los ángulos de configuración del heliostato: azimut y elevación; a partir de la posición del elemento final y la posición aparente del sol.

Se aborda el desarrollo del modelo dinámico del prototipo de heliostato bajo la formulación de Lagrange así como la obtención de los momentos de inercia en función de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i , el acoplamiento entre el modelo dinámico del heliostato y el modelo

de los actuadores de cada una de las articulaciones del sistema y por último la obtención de las ganancias del controlador PD bajo la técnica de optimización por enjambre de partículas.

En el Capítulo 4 se presentan las pruebas de simulación y el análisis de los resultados que se obtienen a partir de aplicar la formulación de Lagrange al heliostato en lazo abierto, lazo cerrado, condiciones iniciales iguales a cero y diferentes de cero para observar el acoplamiento de las articulaciones en el heliostato.

En el Capítulo 5 se expone la etapa de implementación del prototipo electromecánico durante un periodo corto de trabajo así como la etapa de control para los actuadores y el sistema en general. De manera conjunta, se exponen los ángulos de configuración para el control de posición del heliostato obtenidos durante la puesta en marcha.

En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones y trabajos futuros, además de las referencias bibliográficas utilizadas en la realización de esta tesis.

Finalmente, en el Apéndice A se muestra el desarrollo de las integrales de los momentos de inercia. En el apéndice B se expone el diseño propuesto del heliostato y por último, en el Apéndice C se presenta el modelo dinámico de los actuadores para el acoplamiento del modelo electromecánico del heliostato propuesto.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Posición aparente del sol

El movimiento aparente del sol durante el día, determina la cantidad de radiación incidente sobre un sistema de colección solar además de otros factores. La tierra describe una trayectoria elíptica alrededor del sol, donde los ejes de rotación terrestre siempre forman un ángulo de 23.45° entre la perpendicular y el plano eclíptico como se muestra en la Figura 2.1.1. Este ángulo es llamado ángulo de declinación solar y varía durante el año de -23.45° en el solsticio de invierno hasta 23.45° en el solsticio de verano.

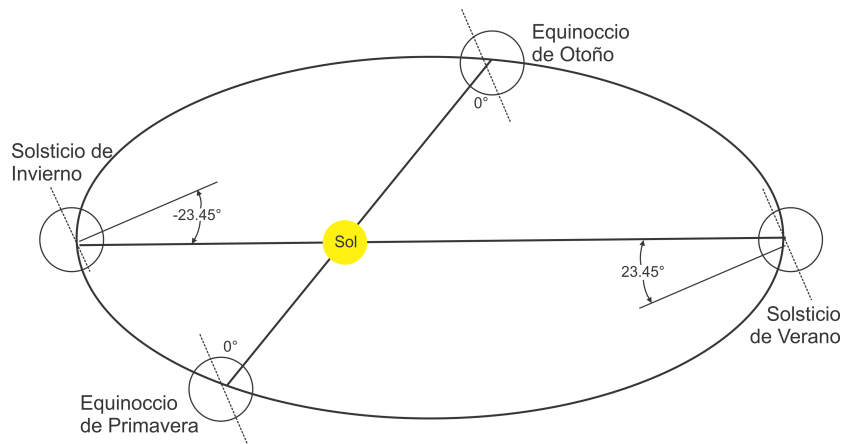


Figura 2.1.1: Movimiento de la tierra alrededor del sol.

Visto desde el plano del observador sobre la superficie terrestre, el sol parece describir una trayectoria tipo arco desde el amanecer hasta su puesta, donde la dirección vertical de la posición del observador intersecta la bóveda celeste en un punto al cuál se define como cenit. Los ejes de la tierra forman un ángulo igual a la latitud de la localización del observador (φ_g)

con el plano horizontal del observador, donde el ángulo de latitud φ_g se define como el ángulo que se forma entre la línea trazada desde un punto cualquiera de la superficie de la tierra hacia el centro de la tierra. La intersección del plano ecuatorial con la superficie de la tierra forma el ecuador y está designado como latitud 0° , considerando una latitud de 90° Polo Norte y -90° Polo Sur.

Se puede localizar al observador sobre la superficie de la tierra haciendo la intersección entre el ángulo de longitud y latitud.

La posición del sol puede ser referenciado mediante dos sistemas de coordenadas: coordenadas locales y coordenadas globales, donde el cálculo de éstas determina el vector solar o bien, el vector que va desde el observador al sol.

2.1.1. Cálculo de las coordenadas locales y globales

El cálculo de las coordenadas globales y locales permiten obtener la posición aparente del sol mediante cálculos matemáticos que involucran el lugar geográfico del observador y parámetros adicionales como la temperatura y la presión. Donde, errores sobre la posición de la tierra como son: longitud, latitud y la hora universal no influyen en el cálculo de la posición del sol. Al conjunto de ecuaciones y cálculos matemáticos para obtener la posición del sol se le conoce como algoritmo de posición solar.

Los algoritmos de posición solar dependen de la longitud θ_g y latitud φ_g geográfica local, hora h , minutos m , segundos s , día D , mes M y año Y para obtener las coordenadas globales y coordenadas locales que representan la posición aparente del sol.

Dichas coordenadas generales son: la ascensión recta α_r y declinación solar δ_s y locales: cenit z_s , azimut solar α_s y elevación solar ϵ_s , la función de cada una de estas coordenadas se puede apreciar en la Figura 2.1.2.

De manera general, los elementos que interactúan en el algoritmo de posición solar se enlistan a continuación:

- Ecuación del tiempo, hace una corrección sobre las diferentes zonas horarias, esto debido a que la tierra está dividida en 24 zonas horarias, desde -11 hasta 12.
- Hora solar h_s , representación de las horas en grados, dicho de otra manera, es el movimiento angular del sol durante su trayectoria.
- Declinación solar δ_s , posición del sol con respecto al plano terrestre ecuatorial.
- Elevación solar ϵ_s , ángulo formado por la dirección de la radiación solar y la superficie.

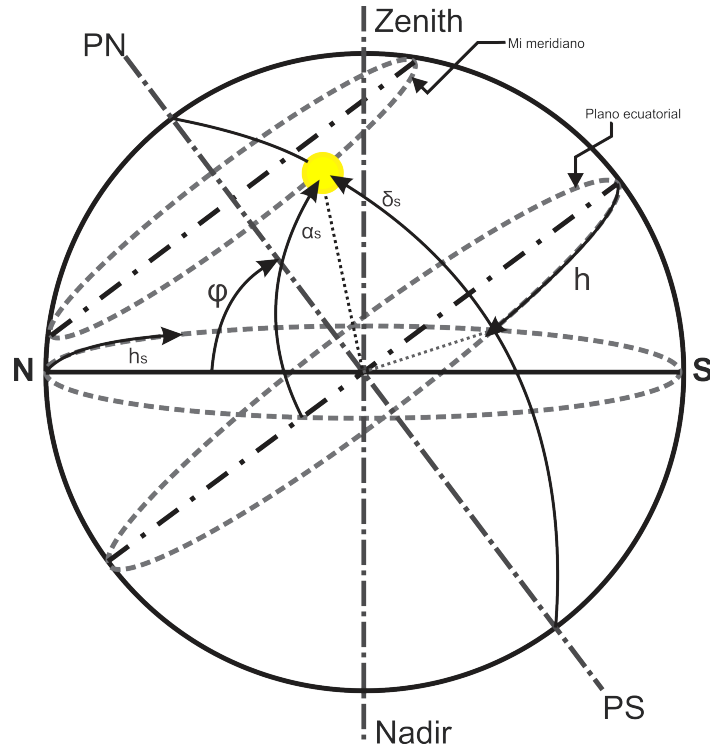


Figura 2.1.2: Formulación general de la posición aparente del sol.

- Azimut solar α_s , ángulo formado por la dirección de la radiación solar y el meridiano del observador.

Coordenadas globales

Ascensión recta α_r

$$\alpha_r := \arctan 2(\sin(\gamma_s) \cos(A_e), \cos(\gamma_s)), \quad (2.1.1)$$

donde:

γ_s : Longitud geocéntrica solar.

A_e : Inclinación de los ejes de la tierra.

Declinación solar δ_s

Ángulo de la posición del sol con respecto al plano terrestre ecuatorial.

$$\delta_s := \arcsin(\sin(A_e) \sin(\gamma_s)). \quad (2.1.2)$$

Coordenadas locales

Hora angular solar h_s

Movimiento angular del sol durante su trayectoria.

$$h_s = 6.30038809903t_G + 4.8824623 + 0.9174\Delta\gamma_s + \theta - \alpha_r, \quad (2.1.3)$$

donde:

t_G : Día Juliano.

θ_g : Longitud geográfica local.

α_r : Ascensión recta dada, por la ecuación (2.1.1).

Cenit z_s

Punto de intersección en el cielo de la dirección vertical de la posición del observador en la tierra.

$$z_s = \frac{\pi}{2} - \epsilon_s - \Delta_{e_s}, \quad (2.1.4)$$

donde:

ϵ_s : Ángulo de elevación solar, sin corrección de refracción.

Δ_{e_s} : Corrección de la refracción atmosférica al ángulo de elevación solar.

Azimut solar α_s

Ángulo formado por la dirección de la radiación solar y el meridiano del observador.

$$\alpha_s := \arctan 2(sh_t, ch_t \sin(\varphi_g) - \tan(\delta_t) \cos(\varphi_g)), \quad (2.1.5)$$

donde:

sh_t : Parámetro para la hora angular topocéntrica.

ch_t : Parámetro para la hora angular topocéntrica.

δ_t : Declinación topocéntrica.

φ_g : Latitud geográfica local.

Existen diferentes estrategias y algoritmos para obtener la posición aparente del sol. Algoritmos como las que presenta Reda [1], Grena [21] y Rizvi [22], con diferentes periodos de validez, complejidad y rangos de error.

La complejidad de estos radica en la consideración de la altitud, presión atmosférica y temperatura ambiente para hacer los cálculos necesarios y obtener la posición aparente del sol,

sin embargo, aunque puedan ser complejos para implementar o eleven el costo computacional, los errores que se obtienen están alrededor de los 0.0027° .

La posición aparente del sol puede ser representada de manera gráfica haciendo una transformación de coordenadas, de coordenadas esféricas a coordenadas cartesianas mediante la siguiente transformación:

$$\sigma(\alpha_s, \epsilon_s) = \begin{bmatrix} \sin(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) \\ \cos(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) \\ \sin(\epsilon_s) \end{bmatrix}, \quad (2.1.6)$$

donde el vector resultante de la transformación (2.1.6) es un vector unitario y representa la posición aparente del sol dentro del marco de referencia del observador.

2.2. Momentos de inercia

Se define el momento de inercia como el movimiento giratorio sobre un solo eje. Si la rotación es sobre un eje arbitrario, se realiza una caracterización de la distribución de la masa de un cuerpo rígido. Craig [29] presenta el tensor de inercia y lo define como una generalización del momento escalar de inercia de un objeto.

Se definen los siguientes elementos: I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} a los que se les dará el nombre de momentos de inercia de masas. En cada caso se integra los elementos de la masa ρdv multiplicado por los cuadrados de las distancias perpendiculares al eje correspondiente, esto es:

$$I_{xx} = \int \int \int_V (y^2 + z^2) \rho dv, \quad (2.2.1)$$

$$I_{yy} = \int \int \int_V (x^2 + z^2) \rho dv, \quad (2.2.2)$$

$$I_{zz} = \int \int \int_V (x^2 + y^2) \rho dv, \quad (2.2.3)$$

A partir de la definiciones anteriores, se puede calcular el momento de inercia del siguiente cuerpo ver Figura 2.2.1, donde

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} (y^2 + z^2) dx dy dz \\ &= \frac{1}{12} M(h^2 + l^2). \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

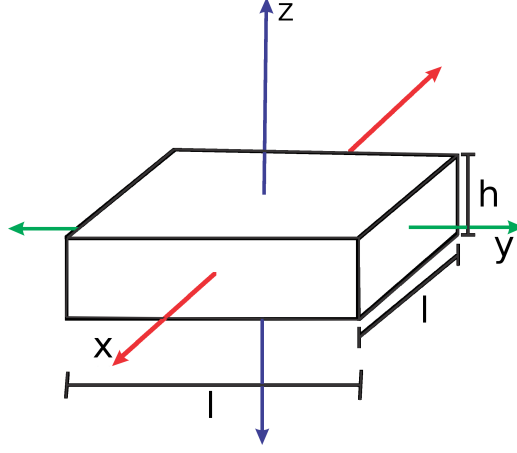


Figura 2.2.1: Momento de inercia reportado en la literatura

$$\begin{aligned}
 I_{yy} &= \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} (x^2 + y^2) \, dy \, dz \, dx \\
 &= \frac{1}{12} M (h^2 + l^2).
 \end{aligned} \tag{2.2.5}$$

$$\begin{aligned}
 I_{zz} &= \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (x^2 + y^2) \, dz \, dx \, dy \\
 &= \frac{1}{6} M (l^2).
 \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

En un cuerpo rígido, las masas y las distancias al eje de rotación no cambian. Por lo tanto, el momento de inercia es constante, sin embargo, éste puede reducir si se varía la distancia al eje de rotación. Esto se puede entender de manera gráfica consultando el ejemplo que presenta Wilson [30].

“Ejemplo 8.18: Un patinador como modelo”.

La unidad del momento de inercia en el Sistema Internacional de Unidades *SI* es: $Kg \cdot m^2$.

2.3. Formulación dinámica lagrangiana

La ecuación de movimiento de Lagrange para sistemas conservativos está dada por

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \tau, \tag{2.3.1}$$

donde $q = [q_1, \dots, q_n]^T$ es el vector de coordenadas generalizadas, $\tau = [\tau_1, \dots, \tau_n]^T$ el vector de fuerzas generalizadas τ_i . Entonces, definimos al Lagrangiano como la diferencia entre

la energía cinética y la energía potencial, esto es

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{K}(q, \dot{q}) - \mathcal{U}(q), \quad (2.3.2)$$

Para manipuladores de n articulaciones con n grados de libertad, la ecuación (2.3.1) puede ser representada como

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.3.3)$$

La metodología reportada (Craig [29], Lewis [31]) se resumen en cuatro pasos principales para obtener las ecuaciones de movimiento de Lagrange,

1. Cálculo de la energía cinética: $\mathcal{K}(q(t), \dot{q}(t))$.
2. Cálculo de la energía potencial: $\mathcal{U}(q(t))$.
3. Cálculo del lagrangiano: $\mathcal{L}(q(t), \dot{q}(t))$.
4. Desarrollo de las ecuaciones de Lagrange

2.3.1. Energía cinética y potencial

La energía cinética total debida a la energía cinética traslacional y la energía cinética rotacional está dada por

$$K_i(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m_i v^2 + \frac{1}{2} I_i \dot{\theta}^2. \quad (2.3.4)$$

Para manipuladores que trabajan sobre el plano horizontal, la energía potencial es

$$U_i(q) = 0. \quad (2.3.5)$$

Desarrolladas las n ecuaciones de Lagrange para las n articulaciones éstas pueden ser representadas en la forma generalizada bajo la siguiente notación

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau, \quad (2.3.6)$$

donde $M(q)$ es una matriz simétrica definida positiva llamada matriz de inercia. $C(q, \dot{q})\dot{q}$ es un vector de $n \times 1$ definido como el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $g(q)$ un vector de $n \times 1$ de fuerzas o pares gravitacionales y τ el vector de fuerzas externas, vector de $n \times 1$.

En los sistemas mecánicos se presentan efectos de fricción debido a los materiales en contacto, lubricación entre ellos, temperatura, etc., entonces, este efecto puede ser modelado por un vector $f(\dot{q}) \in \mathfrak{R}^n$ que depende de la velocidad articular \dot{q}_i , esto es

$$f(\dot{q}) = \begin{bmatrix} f_1(\dot{q}_1) & f_2(\dot{q}_2) & \dots & f_n(\dot{q}_n) \end{bmatrix}. \quad (2.3.7)$$

Considerando los efectos de fricción modelado por (2.3.7) la representación generalizada dada por (2.3.6) se expresa de la siguiente manera

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(\dot{q}) = \tau. \quad (2.3.8)$$

2.4. Control de posición

El controlador PD es uno de los controladores más utilizados para resolver problemas de control de posición Craig [32], ya que funciona de manera local, es decir, sólo depende de la posición y de la velocidad de la articulación en cuestión y no de las demás coordenadas, sin embargo, este tipo de controlador no es robusto ante el problema que se presenta al suponer que los actuadores son fuentes infinitas de torque.

La ley de control está formada por el término proporcional al error de posición denotado como \tilde{q} y el término proporcional a su derivada $\dot{\tilde{q}}$, esto es

$$v_m = K_p \tilde{q}_i + K_d \dot{\tilde{q}}_i, \quad (2.4.1)$$

donde:

$K_p, K_d \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, simétricas definidas positivas que corresponden a las ganancias de posición y velocidad respectivamente.

$\tilde{q}_i = q_{d_i} - q_i \in \mathfrak{R}^n$, vector de error de posición.

$\dot{q}_i \in \mathfrak{R}^n$, vector de velocidad.

2.5. Optimización por Enjambre de Partículas *PSO*

Es un algoritmo de optimización tipo estocástico, Bouallegue [33] y basado en técnicas de computación evolutivas, Solihin [34]. Se basa prácticamente en el intercambio de información entre los individuos de la población con la finalidad de resolver problemas de optimización.

En el algoritmo, individuos llamados partículas “evolucionan” por cooperación y competencia entre ellos mismos para representar una solución al problema de optimización. Cada partícula

ajusta su vuelo de acuerdo a su experiencia de vuelo y la experiencia de vuelo de la población. Entonces, cada partícula es representada como $X_I = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, donde D representa el espacio de dimensión D . La mejor posición de la partícula es representada como $P_I = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ y es llamada *pbest*. La mejor partícula de la población es representada por g y llamada *gbest*. La velocidad de la i -ésima partícula es representada por $V_I = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$.

En los trabajos presentados por Solihin [34], Ibrahim [35], Bouallegue [33] y Tarique [36] se exponen las ecuaciones que actualizan la velocidad y la posición de las partículas:

$$v_{k+1}^i = w \cdot v_k^i + c_1 \cdot R_1 \cdot (p_k^i - x_k^i) + c_2 \cdot R_2 \cdot (p_k^g - x_k^i), \quad (2.5.1)$$

$$x_{k+1}^i = x_k^i + v_{k+1}^i, \quad (2.5.2)$$

donde:

c_1 , factor cognitivo y c_2 , factor social.

R_1 y R_2 , número aleatorio entre 0 y 1.

w , factor de inercia.

p_k^i , la mejor posición de la partícula.

p_k^g , la mejor posición del enjambre en la iteración k .

Además x_{k+1}^i representa la solución al problema de optimización.

Por lo tanto, el algoritmo de optimización puede resumirse en los siguientes pasos

Paso 1 Se definen los parámetros del algoritmo, tales como el tamaño del enjambre n_p , el factor de inercia w , los factores cognitivo c_1 y social c_2 , dimensión del problema \mathcal{D} .

Paso 2 Se inicializan las n_p partículas con posición y velocidad aleatoria dentro del espacio de búsqueda de dimensión \mathcal{D} y se evalúa la población inicial para determinar la mejor posición local *pbest* y la mejor posición global *gbest*.

Paso 3 Se incrementa el número de iteraciones k , donde cada partícula actualiza su posición y velocidad de acuerdo a las ecuaciones (2.5.1) y (2.5.2) para evaluar el valor correspondiente al problema de optimización definido como $\varphi_k^i = \varphi(x_k^i)$ donde

- si $\varphi_k^i \leq pbest_k^i$, entonces $pbest_k^i = \varphi_k^i$ y $p_k^i = x_k^i$.
- si $\varphi_k^i \leq gbest_k$, entonces $gbest_k^i = \varphi_k^i$ y $p_k^g = x_k^i$.

Paso 4 Si el criterio de terminación se satisface, el algoritmo termina con la solución $x^* = \arg \min_{x_k^i} \{f(x_k^i), \forall i, k\}$ de lo contrario se regresa al paso 3.

Capítulo 3

Resultado principal

3.1. Generación de trayectoria del sistema espejo

La generación de trayectoria está en función de los ángulos de azimut α_s elevación solar ϵ_s , donde dada la posición del elemento final; se obtendrán los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i para orientar el espejo y reflejar el rayo de luz indicente que proviene de la posición aparente del sol hacia el objetivo llamado también elemento final durante el periodo de trabajo establecido que comprende de las 8:00 hasta las 18:00 hrs. El cálculo de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i se realizan durante el periodo de trabajo. Para ello se parte del análisis vectorial que involucra al vector de la posición aparente del sol $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ y el vector de la posición del elemento final $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$.

El análisis propuesto para calcular los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i conlleva al cálculo de la bisectriz, que se puede definir como el vector resultante de la suma de dos vectores unitarios, en nuestro caso la suma de los vectores $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ y $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$, cuyas componentes son:

$$\sigma(\alpha_s, \epsilon_s) = \begin{bmatrix} \sin(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) \\ \cos(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) \\ \sin(\epsilon_s) \end{bmatrix}, \quad (3.1.1)$$

$$V_c(\alpha_c, \epsilon_c) = \begin{bmatrix} \sin(\alpha_c) \cos(\epsilon_c) \\ \cos(\alpha_c) \cos(\epsilon_c) \\ \sin(\epsilon_c) \end{bmatrix}. \quad (3.1.2)$$

Definimos entonces, el vector resultante de la suma de $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ y $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$ como el vector

normal de la superficie espejo, o bien, el vector de orientación del espejo, esto es:

$$V_o(\alpha_s, \epsilon_s) := \begin{bmatrix} \sin(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) + \sin(\alpha_c) \cos(\epsilon_c) \\ \cos(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) + \cos(\alpha_c) \cos(\epsilon_c) \\ \sin(\epsilon_s) + \sin(\epsilon_c) \end{bmatrix}. \quad (3.1.3)$$

Se desean calcular los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i que darán la configuración necesaria al espejo para que el rayo de luz incidente proveniente de la posición aparente del sol $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ sea reflejado hacia un punto fijo, en este caso, la posición del elemento final $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$. Por lo que se parte del análisis vectorial presentado en la Figura 3.1.1 considerando que el vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ es proyectado sobre el plano xy .

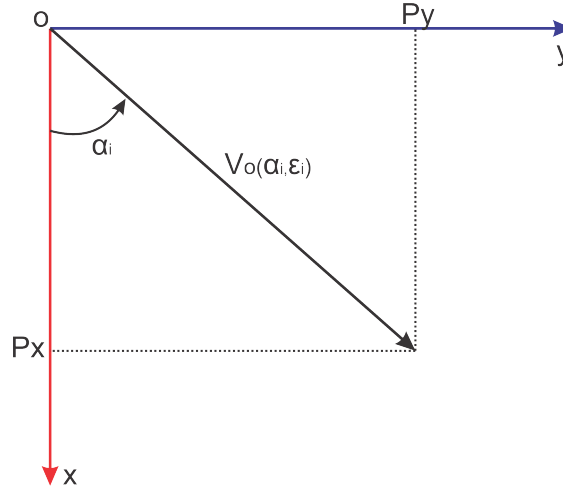


Figura 3.1.1: Vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ proyectado sobre el plano xy .

Entonces, el ángulo de azimut α_i se obtiene mediante la siguiente expresión

$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right), \quad (3.1.4)$$

donde:

$$P_y := \cos(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) + \cos(\alpha_c) \cos(\epsilon_c),$$

$$P_x := \sin(\alpha_s) \cos(\epsilon_s) + \sin(\alpha_c) \cos(\epsilon_c).$$

Mientras que el ángulo ϵ_i se obtiene mediante la proyección del vector de orientación sobre la superficie espejo y su componente en z , como se observa en el análisis presentado en la Figura 3.1.2.

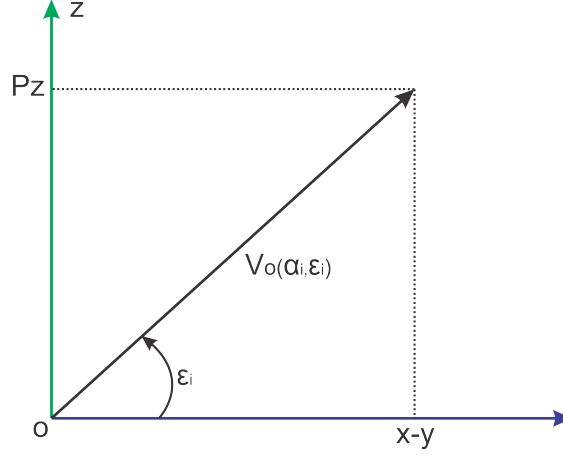


Figura 3.1.2: Vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$, vista lateral.

Finalmente, el ángulo de elevación ϵ_i se obtiene mediante la siguiente ecuación

$$\epsilon_i = \arctan \left(\frac{P_z}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}} \right), \quad (3.1.5)$$

donde:

$$P_z := \sin(\epsilon_s) + \sin(\epsilon_c).$$

3.2. Modelo dinámico del sistema espejo

3.2.1. Momentos de inercia del sistema espejo

Momento de inercia con respecto al eje x

Para obtener los momentos de inercia del espejo de acuerdo a la configuración dada por los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i se parte de la formulación general para obtener el momento de inercia con respecto al eje x :

$$I_{xx} = \int \int \int_V (y^2 + z^2) dV. \quad (3.2.1)$$

Basado en la formulación geométrica presentada en la Figura A.1.1 y el desarrollo presentado en el apéndice A.1 tenemos como resultado que el momento de inercia con respecto al eje x está en función de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i , como se muestra en la siguiente

ecuación:

$$I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i) = \frac{1}{12} M_{1i} (12 \cos^2(\alpha_i) (\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_i^2 + l_i^2 + 12), \quad M_{1i} := \rho_{3i} l_i^2 h_i. \quad (3.2.2)$$

Momento de inercia con respecto al eje z

Partiendo de la definición del momento de inercia con respecto al eje z :

$$I_{zz} = \int \int \int_V (x^2 + y^2) dV, \quad (3.2.3)$$

se define una formulación geométrica para definir los límites superior e inferior de las integrales del momento de inercia dado por (3.2.3), esta formulación y desarrollo se puede consultar en el apéndice A.2.

Al desarrollar y evaluar las integrales de A.2.1, tenemos como resultado que el momento de inercia con respecto al eje z estará en función del ángulo de elevación ϵ_i , esto es:

$$I_{zz_{2i}}(\epsilon_i) = \frac{1}{6} M_{1i} (-6 \cos^2(\epsilon_i) + l_i^2 + 6), \quad M_{3i} := \rho_{1i} l_i^2 h_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2.4)$$

3.2.2. Ecuaciones de movimiento del sistema espejo

Se define la energía cinética como la suma de la energía cinética traslacional y la energía cinética rotacional, para este caso en específico se tiene que:

$$k_p = \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}_i^2, \quad p = 1, 2, \dots, n.$$

Energía potencial

$$U_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Se consideran los elementos que conforman al sistema espejo, el diseño propuesto se puede consultar en el apéndice B.2, siendo así, se calculan los momentos de inercia de la base del espejo y el poste del espejo, esto es:

- Soporte del espejo, barra transversal, Figura B.1.1.

$$I_{b1i} = \frac{1}{12} M_{2i} (l_{2i}^2), \quad M_{2i} := \rho_{2i} l_{2i} r_{1i}^{2i} \pi. \quad (3.2.5)$$

- Soporte del espejo y la barra transversal, base del espejo, Figuras B.1.3, B.1.4 y B.1.5 respectivamente.

$$I_{sb1i} = \frac{1}{6}M_{3i} (l_{3i}^2 + a_{2i}^2), \quad M_{3i} := \rho_{3i}a_{2i}l_{3i}h_{2i}. \quad (3.2.6)$$

$$I_{sb2i} = \frac{1}{12}M_{4i} (l_{4i}^2 + a_{3i}^2), \quad M_{4i} := \rho_{4i}a_{3i}l_{4i}h_{3i}. \quad (3.2.7)$$

$$I_{sb3i} = \frac{1}{2}M_{5i} (r_{2i}^2), \quad M_{5i} := \rho_{5i}r_{2i}^2h_{4i}\pi. \quad (3.2.8)$$

- Poste del sistema espejo, Figura B.1.6

$$I_{p1i} = \frac{1}{2}M_{6i} (r_{3i}^2), \quad M_{6i} := \rho_{6i}r_{3i}^2h_{5i}\pi. \quad (3.2.9)$$

De lo anterior se tiene que al sumar los momentos de inercia dados por (3.2.5) - (3.2.9) el momento de inercia total con respecto al eje \mathbf{z} para la base del sistema espejo es:

$$I_{zz1i} = \frac{1}{12}M_{2i} (l_{2i}^2) + \frac{1}{6}M_{3i} (l_{3i}^2 + a_{2i}^2) + \frac{1}{12}M_{4i} (l_{4i}^2 + a_{3i}^2) + \frac{1}{2}M_{5i} (r_{2i}^2) + \frac{1}{2}M_{6i} (r_{3i}^2). \quad (3.2.10)$$

Bajo la consideración de que el sistema sólo cuenta con energía cinética rotacional se tiene que, para los dos grados de libertad correspondientes al espejo y a la base del sistema espejo, la energía cinética parcial de cada elemento es:

$$k_{1i} = \left[\frac{1}{2}I_{zz1i} + \frac{1}{2}I_{zz2i} (\epsilon_i) \right] \dot{\alpha}_i^2, \quad (3.2.11)$$

donde: I_{zz1i} está dada por la ecuación (3.2.10) e I_{zz2i} por la ecuación (3.2.4)

$$k_{2i} = \frac{1}{2}I_{xx2i} (\alpha_i, \epsilon_i) \dot{\epsilon}_i^2. \quad (3.2.12)$$

Por lo que, al sumar las ecuaciones (3.2.11) y (3.2.12) tenemos que la energía cinética total $K_i(q, \dot{q})$ es:

$$K_i(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} [I_{zz1i} \dot{\alpha}_i^2 + I_{zz2i} (\epsilon_i) \dot{\alpha}_i^2 + I_{xx2i} (\alpha_i, \epsilon_i) \dot{\epsilon}_i^2], \quad (3.2.13)$$

por lo tanto, el Lagrangiano del sistema $\mathcal{L}_i(q, \dot{q})$ es:

$$\mathcal{L}_i(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} [(I_{zz1i} + I_{zz2i} (\epsilon_i)) \dot{\alpha}_i^2 + I_{xx2i} (\alpha_i, \epsilon_i) \dot{\epsilon}_i^2]. \quad (3.2.14)$$

Para obtener las ecuaciones de movimiento de Lagrange derivamos el Lagrangiano (3.2.14) con respecto a cada una de las coordenadas generalizadas del sistema espejo, azimut α_i y elevación ϵ_i , esto es:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \dot{\alpha}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \alpha_i} = \tau_{1i}, \quad (3.2.15)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \dot{\epsilon}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \epsilon_i} = \tau_{2i}. \quad (3.2.16)$$

De (3.2.14) obtenemos la parcial del Lagrangiano con respecto a $\dot{\alpha}_i$:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \dot{\alpha}_i} = [I_{zz_{1i}} + I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)] \dot{\alpha}_i, \quad (3.2.17)$$

derivamos la ecuación (3.2.17):

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \dot{\alpha}_i} \right] = I_{zz_{1i}} \ddot{\alpha}_i + I_{zz_{2i}}(\epsilon_i) \ddot{\alpha}_i + \frac{d}{dt} [I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)] \dot{\alpha}_i, \quad (3.2.18)$$

donde:

$$\frac{d}{dt} [I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)] \dot{\alpha}_i = \left[\frac{\partial I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i + \frac{\partial I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} \dot{\epsilon}_i \right] \dot{\alpha}_i. \quad (3.2.19)$$

Se obtiene la derivada parcial de (3.2.14) con respecto a la coordenada α_i :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \alpha_i} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i^2 + \frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \alpha_i} \dot{\epsilon}_i^2 \right]. \quad (3.2.20)$$

Al sumar las ecuaciones (3.2.18) y (3.2.20) se tiene la primer ecuación de movimiento del sistema espejo:

$$[I_{zz_{1i}} + I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)] \ddot{\alpha}_i + \left[\frac{1}{2} \frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \alpha_i} \right] \dot{\epsilon}_i^2 + \left[\frac{\partial I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} \right] \dot{\alpha}_i \dot{\epsilon}_i = \tau_{1i}. \quad (3.2.21)$$

Haciendo las respectivas sustituciones en la ecuación (3.2.21) tenemos la ecuación final correspondiente al primer grado de libertad:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{12} M_{2i} (l_{2i}^2) + \frac{1}{6} M_{3i} (l_{3i}^2 + a_{2i}^2) + \frac{1}{12} M_{4i} (l_{4i}^2 + a_{3i}^2) + \frac{1}{2} M_{5i} (r_{2i}^2) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} M_{6i} (r_{3i}^2) - \frac{1}{6} M_{1i} (6 \cos^2(\epsilon_i) - l_i^2 - 6) \right] \ddot{\alpha}_i \\ & + [M_{1i} (12 \cos^2(\alpha_i) (\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12) \cos(\alpha_i) \sin(\alpha_i) \sin^2(\epsilon_i)] \dot{\epsilon}_i^2 \\ & + [M_{1i} (\sin(2\epsilon_i))] \dot{\alpha}_i \dot{\epsilon}_i = \tau_{1i}. \end{aligned} \quad (3.2.22)$$

Con la finalidad de simplificar la ecuación (3.2.22) se definen las siguientes variables:

$$\begin{aligned}\Psi_{1i}(\epsilon_i) &:= \frac{1}{12}M_{2i}(l_{2i}^2) + \frac{1}{6}M_{3i}(l_{3i}^2 + a_{2i}^2) + \frac{1}{12}M_{4i}(l_{4i}^2 + a_{3i}^2) + \frac{1}{2}M_{5i}(r_{2i}^2) \\ &+ \frac{1}{2}M_{6i}(r_{3i}^2) - \frac{1}{6}M_{1i}(6\cos^2(\epsilon_i) - l_{1i}^2 - 6),\end{aligned}$$

$$\Upsilon_{1i} := 0,$$

$$\aleph_{1i}(\alpha_i, \epsilon_i) := M_{1i}(12\cos^2(\alpha_i)(\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12)\cos(\alpha_i)\sin(\alpha_i)\sin^2(\epsilon_i),$$

$$\mu_{1i}(\epsilon_i) := M_{1i}(\sin(2\epsilon_i)).$$

Para finalmente tener:

$$\Psi_{1i}(\epsilon_i)\ddot{\alpha}_i + \aleph_{1i}(\alpha_i, \epsilon_i)\dot{\epsilon}_i^2 + \mu_{1i}(\epsilon_i)\dot{\alpha}_i\dot{\epsilon}_i = \tau_{1i}. \quad (3.2.23)$$

De la misma manera desarrollamos la ecuación para el segundo grado de libertad (3.2.16):

$$\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \dot{\epsilon}_i} = I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)\dot{\epsilon}_i, \quad (3.2.24)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \dot{\epsilon}_i} \right] = I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)\ddot{\epsilon}_i + \frac{d}{dt} [I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)] \dot{\epsilon}_i, \quad (3.2.25)$$

$$\frac{d}{dt} [I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)] \dot{\epsilon}_i = \left[\frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i + \frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} \dot{\epsilon}_i \right] \dot{\epsilon}_i, \quad (3.2.26)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \epsilon_i} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} \dot{\alpha}_i^2 + \frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} \dot{\epsilon}_i^2 \right]. \quad (3.2.27)$$

Entonces al sumar las ecuaciones (3.2.25) y (3.2.27):

$$\begin{aligned}& [I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)] \ddot{\epsilon}_i + \left[\frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \alpha_i} \right] \dot{\alpha}_i \dot{\epsilon}_i + \left[\frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} + \frac{1}{2} \frac{\partial I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} \right] \dot{\epsilon}_i^2 \\ & + \left[\frac{1}{2} \frac{\partial I_{zz_{2i}}(\epsilon_i)}{\partial \epsilon_i} \right] \dot{\alpha}_i^2 = \tau_{2i}.\end{aligned} \quad (3.2.28)$$

Y sustituir los valores en la ecuación (3.2.28) tenemos:

$$\begin{aligned}& \left[\frac{1}{12}M_{1i}(12\cos^2(\alpha_i)(\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12) \right] \ddot{\epsilon}_i \\ & + [M_{1i}(\sin(\epsilon_i)\cos(\epsilon_i))] \dot{\alpha}_i \dot{\epsilon}_i \\ & + [-3M_{1i}(12\cos^2(\alpha_i)(\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12)\cos^2(\alpha_i)\sin(\epsilon_i)\cos(\epsilon_i)] \dot{\epsilon}_i^2 \\ & + [M_{1i}(12\cos^2(\alpha_i)(\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12)\sin(2\alpha_i)\sin^2(\epsilon_i)] \dot{\alpha}_i^2 = \tau_{2i}.\end{aligned} \quad (3.2.29)$$

Definimos entonces las siguientes variables:

$$\Psi_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) := \frac{1}{12} M_{1i} (12 \cos^2(\alpha_i) (\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12),$$

$$\Upsilon_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) := -3M_{1i} (12 \cos^2(\alpha_i) (\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12) \cos^2(\alpha_i) \sin(\epsilon_i) \cos(\epsilon_i),$$

$$\aleph_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) := M_{1i} (\sin(\epsilon_i) \cos(\epsilon_i)),$$

$$\mu_{2i}(\epsilon_i) := M_{1i} (12 \cos^2(\alpha_i) (\cos^2(\epsilon_i) - 1) + h_{1i}^2 + l_{1i}^2 + 12) \sin(2\alpha_i) \sin^2(\epsilon_i).$$

Simplificando así la ecuación (3.2.29):

$$\Psi_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) \ddot{\epsilon}_i + \Upsilon_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) \dot{\epsilon}_i^2 + \aleph_{2i}(\epsilon_i) \dot{\alpha}_i^2 + \mu_{2i}(\epsilon_i, \alpha_i) \dot{\alpha}_i \dot{\epsilon}_i = \tau_{2i}. \quad (3.2.30)$$

Las ecuaciones de movimiento (3.2.23) y (3.2.30) pueden ser representadas en la forma generalizada considerando, para este caso, fricción viscosa, por lo que el modelo queda representado de la siguiente manera:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{1i}(\epsilon_i) & 0 \\ 0 & \Psi_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) \end{bmatrix}}_{M_e(q_i)} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\alpha}_i \\ \ddot{\epsilon}_i \end{bmatrix}}_{\ddot{q}_i} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mu_{1i}(\epsilon_i) \dot{\epsilon}_i & \aleph_{1i}(\alpha_i, \epsilon_i) \dot{\epsilon}_i \\ \aleph_{2i}(\epsilon_i) \dot{\alpha}_i + \Upsilon_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) \dot{\epsilon}_i & \mu_{2i}(\alpha_i, \epsilon_i) \dot{\alpha}_i \end{bmatrix}}_{C_e(q_i, \dot{q}_i)} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_i \\ \dot{\epsilon}_i \end{bmatrix}}_{\dot{q}_i} + \underbrace{\begin{bmatrix} f_{1i}(\dot{\alpha}_i) \\ f_{2i}(\dot{\epsilon}_i) \end{bmatrix}}_{f_e(\dot{q}_i)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tau_{1i} \\ \tau_{2i} \end{bmatrix}}_{\tau_e}. \quad (3.2.31)$$

De manera simplificada tenemos la forma generalizada dada por (3.2.31) representada por la siguiente ecuación:

$$M_e(q_i) \ddot{q}_i + C_e(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + f_e(\dot{q}_i) = \tau_e, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2.32)$$

3.2.3. Modelo Motor-Espejo

El vector de pares τ_e del modelo (3.2.32) es proporcionado por actuadores, teniendo así la configuración del espejo para reflejar el rayo de luz incidente proveniente de la posición aparente del sol $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$. Donde dichos actuadores estarán representados por el modelo (C.1.1), ver Apéndice C. Partiendo de esto, se procede a despejar τ_m de (C.1.1) para igualar con τ_e

de (3.2.32), es decir:

$$\begin{aligned}
R_m \tau_m &= K_m v_m - J_m \ddot{q}_i - B_m \dot{q}_i, \\
\tau_m &= R_m^{-1} (K_m v_m - J_m \ddot{q}_i - B_m \dot{q}_i), \\
M_e(q_i) \ddot{q}_i + C_e(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + f_e(\dot{q}_i) &= \tau_e, \\
M_e(q_i) \ddot{q}_i + C_e(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + f_e(\dot{q}_i) &= R_m^{-1} (K_m v_m - J_m \ddot{q}_i - B_m \dot{q}_i),
\end{aligned} \tag{3.2.33}$$

teniendo como resultado, el siguiente sistema al que definiremos como *modelo motor-espejo*:

$$[M_e(q_i) + R_m^{-1} J_m] \ddot{q}_i + C_e(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + f_e(\dot{q}_i) + R_m^{-1} B_m \dot{q}_i = R_m^{-1} K_m v_m, \quad i = 1, 2, \dots, n. \tag{3.2.34}$$

El modelo completo dado por la ecuación (3.2.34) puede ser representado en términos del vector de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_i \\ (M_e(q_i) + R_m^{-1} J_m)^{-1} (R_m^{-1} K_m v_m - R_m^{-1} B_m \dot{q}_i - C_e(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i - f_e(\dot{q}_i)) \end{bmatrix}. \tag{3.2.35}$$

3.3. Control de posición del sistema espejo

Al involucrar la ley de control dada por (2.4.1) en el modelo Motor-Espejo (3.2.34) el comportamiento en lazo cerrado se obtiene por la siguiente representación generalizada:

$$[R_m M_e(q_i) + J_m] \ddot{q}_i + R_m C_e(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + R_m f_e(\dot{q}_i) + B_m \dot{q}_i = K_m (K_p \tilde{q}_i + K_d \dot{\tilde{q}}_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \tag{3.3.1}$$

De lo anterior se deduce que, la representación del modelo motor-espejo en lazo cerrado está dada por un par de ecuaciones diferenciales no lineales y autónomas debido a que la posición deseada q_{di} es constante. Además, al no poseer pares gravitacionales $g(q_i)$, el único punto de equilibrio es el origen.

3.3.1. Sintonización de los controladores

El método de Ziegler-Nichols es una de las técnicas más utilizadas para la sintonización de los controladores tipo P, PI, PID, sin embargo, para poder utilizar esta técnica es necesario linealizar el modelo motor-espejo (3.2.34) o bien, realizar una aproximación a la respuesta del

sistema con la condición de que al efectuar alguna de estas operaciones sólo obtendríamos una aproximación a la dinámica del sistema alrededor de un punto de operación. Por ello es necesario buscar otra estrategia de sintonización para los parámetros del controlador. Solihin [34], Korani [37] e Ibrahim [35] exponen en sus trabajos el algoritmo de optimización por enjambre de partículas para la sintonización de controladores PID, tanto en modelos lineales como no lineales.

Para utilizar el algoritmo *PSO*, se tomaron los valores que se enlistan en la Tabla 3.3.1, donde los factores c_1 y c_2 se consideran constantes y se han sido tomados de Solihin [34]. El valor del factor de inercia es un valor aleatorio dado por la siguiente ecuación, utilizada en los trabajos de Nickabadi [38] y Bansal [39].

$$w = 0.5 + \frac{rand}{2}, \quad (3.3.2)$$

Tabla 3.3.1: Parámetros de simulación del PSO

Variable	Valor	Descripción
c_1	1.494	Factor cognitivo
c_2	1.494	Factor social
w	0.8180	Factor de inercia
n_p	40	Número de partículas

Los parámetros del controlador se deben ajustar de acuerdo a la especificación requerida, entonces, la función costo propuesta está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathcal{F} = A \cdot e + B \cdot OS, \quad (3.3.3)$$

donde:

$OS = \text{Over Shoot}, y_{max} - y_{ss}$.

$y_{max} = \max(y)$.

y_{ss} , valor en estado estable.

$A + B = 1$.

e , índice de desempeño para el sistema controlado, dado por siguiente ecuación:

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt. \quad (3.3.4)$$

El resultado de las ganancias K_p y K_d obtenidos por el algoritmo de optimización dado por las ecuaciones (2.5.1) y (2.5.2) con los parámetros de la Tabla 3.3.1, se muestran a

continuación:

$$K_p = \begin{bmatrix} 135 & 0 \\ 0 & 115 \end{bmatrix}, \quad (3.3.5)$$

$$K_d = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 96 \end{bmatrix}. \quad (3.3.6)$$

3.4. Conclusiones del capítulo

En la literatura se reportan los momentos de inercia de manera transversal al eje de coordenadas de referencia, sin embargo, la cantidad del momento de inercia puede aumentar o reducir dependiendo de la configuración del elemento en estudio, por ello, para el caso partícula de la formulación y el diseño del prototipo, los momentos de inercia del sistema espejo dados por las ecuaciones (3.2.2) y (3.2.4) se realizan en función de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i .

La ventaja de implementar el algoritmo de optimización por enjambre de partículas es la sintonización de las ganancias del controlador fuera de línea por lo que no es necesario sintonizar los controladores en cada corrida de simulación. Ésto tiene una restricción, mientras el modelo no cambien su estructura, las ganancias obtenidas fuera de línea funcionarán adecuadamente, de lo contrario es necesario volver a sintonizar los controladores para la nueva estructura del modelo.

Capítulo 4

Simulaciones

4.1. Simulación 1: Posición aparente del sol

4.1.1. Objetivo de la simulación

Implementar el algoritmo de Reda [1] para analizar la trayectoria aparente del sol durante el día, considerando los parámetros de longitud, latitud, altitud, presión atmosférica y temperatura promedio del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico CENIDET.

4.1.2. Configuración de la simulación

- Latitud: 18.876443 ¹
- Longitud: -99.22011 ²
- Altitud: 1,510 ³
- Presión atmosférica: 0.1739707302 ⁴
- Temperatura: 27°
- Día: 29
- Mes: Octubre
- Año: 2015

¹Obtenido a través de *gpsd* mediante un script en la Raspberry Pi

²Idem

³Idem

⁴ $P_{atm} = \rho gh$

- Hora: 8-17 hrs.
- Minutos: 0 a 60 cada 15 minutos.
- Segundos: 0
- UTC: -5
- Método de integración: *ode45*
- Paso de integración: auto
- Software utilizado: MATLAB

4.1.3. Desarrollo de la simulación

La simulación se realizó durante el periodo de trabajo propuesto, de las 8:00 hasta las 18:00 hrs. con la obtención de la posición aparente del sol cada 15 minutos para analizar la trayectoria del sol.

4.1.4. Presentación de las gráficas

4.1.5. Comentarios de las gráficas

En la Figura 4.1.1 se muestra la trayectoria que describe el sol sobre el cielo durante el periodo de trabajo propuesto. Dicha posición aparente se obtiene haciendo una transformación de coordenadas, de coordenadas esféricas (en función de los ángulos α_s y ϵ_s) a coordenadas cartesianas (espacio del observador).

4.1.6. Análisis de los resultados

El vector de la posición aparente del sol es considerado como un vector unitario en el espacio del observador, razón por la cual en la Figura 4.1.1 los ejes dentro del marco de referencia se encuentran acotados, el ángulo de azimut solar está en un rango de 0 a 360° debido al algoritmo de Reda [1], en otros algoritmos se considera que el ángulo de azimut se encuentra en un rango de 0 a ± 180 .

4.1.7. Conclusiones de la simulación

El vector de la posición aparente del sol coincide con las consideraciones de Guo [17] [16] [7], Sproul [19] y Chong [9], un vector unitario que describe una trayectoria tipo arco sobre

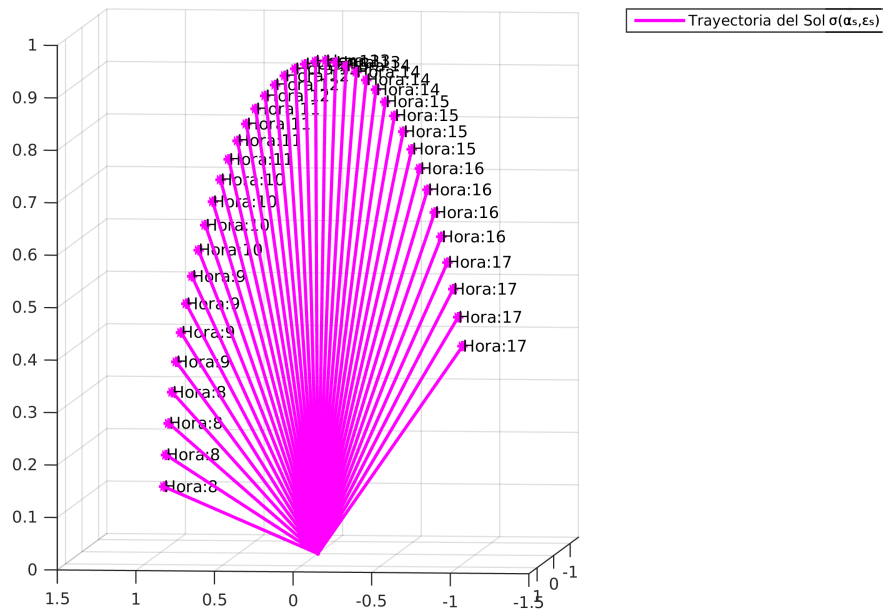


Figura 4.1.1: Trayectoria del sol durante el periodo de trabajo 8-18 hrs. con actualización de su posición aparente cada 15 min, algoritmo de Reda [1].

la bóveda celeste. Se considera que hay cambios significativos en los ángulos de elevación ϵ_s y azimut α_s solar cada 15 minutos, por ello, se consideró que la posición aparente del sol se obtenga en ese lapso.

4.2. Simulación 2: Generación de trayectoria del espejo

4.2.1. Objetivo de la simulación

Implementar la formulación planteada en el capítulo 3.1, ecuaciones 3.1.4 y 3.1.5 para obtener la trayectoria del espejo a partir de la configuración dada por los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i . En la Figura 4.2.1 se muestra el modelo implementado en Simulink para la deducción de los ángulos de configuración del prototipo.

4.2.2. Configuración de la simulación

- Método de integración: *ode45*
- Paso de integración: auto

- Software utilizado: MATLAB-Simulink

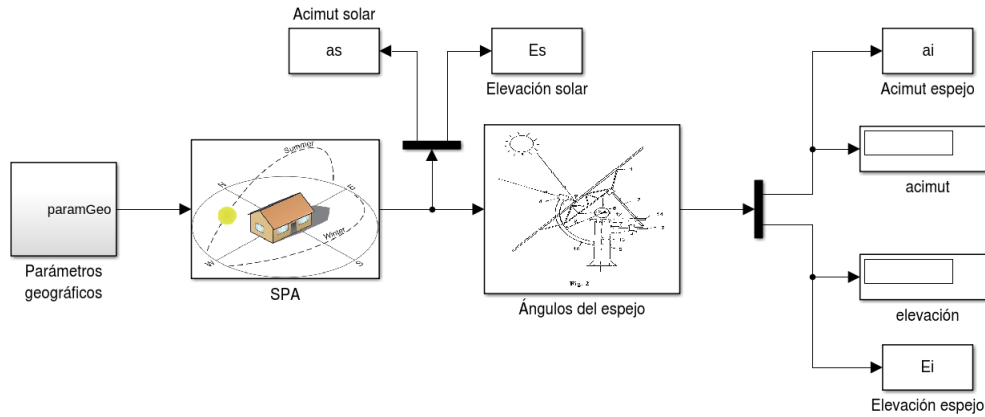


Figura 4.2.1: Modelo en Simulink para la generación de trayectoria de los ángulos de elevación ϵ_i y acimut α_i del espejo.

4.2.3. Desarrollo de la simulación

La simulación se realizó conociendo la posición del elemento final definido como el vector $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$. Durante la trayectoria del sol el espejo se configura automáticamente de tal manera que el vector que incide a la superficie del espejo es dirigido hacia el elemento final. El Tiempo de simulación es de 50 segundos.

4.2.4. Presentación de las gráficas

4.2.5. Comentarios de las gráficas

En la Figura 4.2.2 se puede apreciar la trayectoria del vector de orientación del espejo $V_o(\epsilon_i, \alpha_i)$ durante el periodo de trabajo 8-18 hrs, con un lapso de actualización entre cada punto de 15 minutos.

En la Figura 4.2.3 se muestra la trayectoria del vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ (vector azul) en función del vector de la posición aparente del sol $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ (vector amarillo) y el vector de la posición del elemento final V_c (vector rojo).

4.2.6. Análisis de los resultados

En la Figura 4.2.2 se puede apreciar el vector normal de la superficie espejo definido como el vector de orientación del espejo $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$. Dicho vector es la bisectriz resultante de los

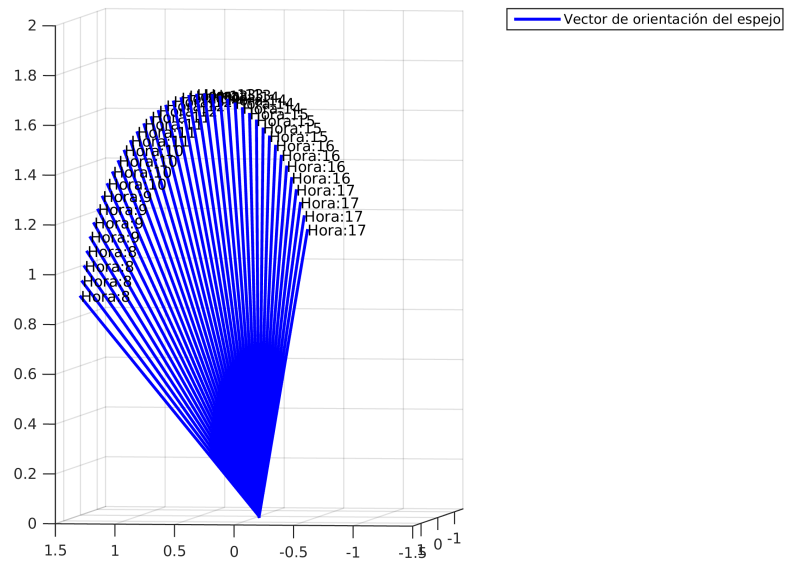


Figura 4.2.2: Trayectoria del vector de orientación del espejo $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ durante el periodo de trabajo 8-18hrs.

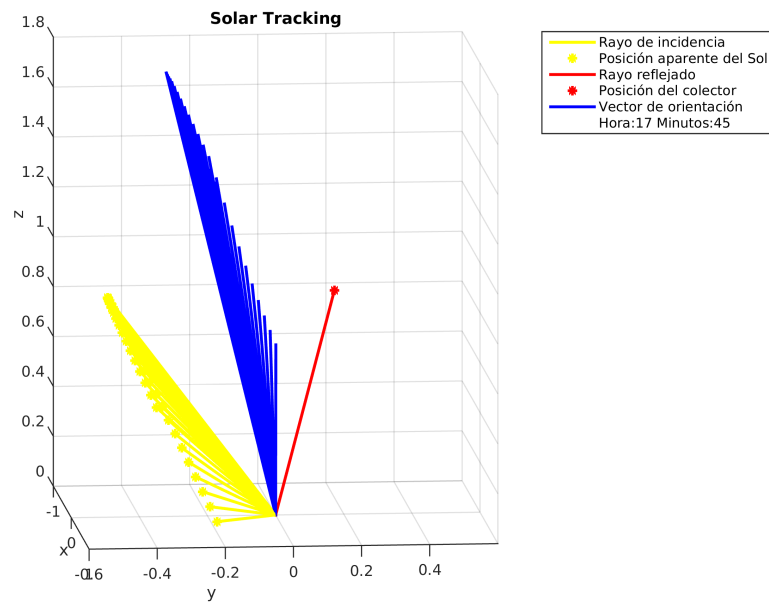


Figura 4.2.3: Trayectoria del sol y el vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ del espejo dada la posición del elemento final. Periodo de trabajo de 8-18 hrs.

vectores $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ y V_c los cuáles se han definido como el vector de la posición aparente del sol y el vector de la posición del elemento final respectivamente.

En la Figura 4.2.3 se aprecia que los únicos vectores que describen una trayectoria durante el periodo de trabajo es el vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ (vector de color azul) y el vector de la posición aparente del sol $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ (vector de color amarillo) mientras que el vector de la posición del elemento final (vector rojo) permanece estático.

4.2.7. Conclusiones de la simulación

El ángulo que se forma entre el vector de la posición aparente del sol $\sigma(\alpha_s, \epsilon_s)$ y el vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ durante el periodo de trabajo es el mismo que se forma entre el vector de la posición del elemento final $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$ y el vector de orientación $V_o(\alpha_i, \epsilon_i)$ cumpliendo así un requisito esencial de la reflexión. El ángulo de azimut está dentro del rango de 0 a $\pm 180^\circ$, restringido por el cálculo de la posición aparente del sol antes o después del mediodía.

4.3. Simulación 3: Ecuaciones de movimiento del sistema

4.3.1. Objetivo de la simulación

Observar el comportamiento del sistema en lazo abierto bajo condiciones iniciales iguales a cero y pares de entrada diferentes. En la Figura 4.3.1 se aprecia el modelo en Simulink utilizado para la simulación del modelo. En la Tabla 4.3.1 se exponen las características de los componentes del heliostato a partir del modelo expuesto en el Apéndice B utilizadas para la simulación.

4.3.2. Configuración de la simulación

- Método de integración: *ode23s*
- Paso de integración: 0.01
- Software utilizado: MATLAB-Simulink, función S

4.3.3. Desarrollo de la simulación

La simulación se realizó bajo condiciones iniciales iguales a cero, es decir, $\alpha_i = 0$ y $\epsilon_i = 0$, considerando entradas tipo pulso y entradas escalón tipo bezier tomando en cuenta esto último para evitar que exista oscilación en las articulaciones.

Tabla 4.3.1: Parámetros de simulación del sistema espejo

Variable	Valor	Unidades	Descripción
ρ_1	2500	Kg/m^3	densidad media del espejo
a_1	0.23	m	ancho del espejo
l_1	0.23	m	largo del espejo
h_1	0.007	m	altura del espejo
M_1	0.92575	Kg	masa del espejo
ρ_2	1.2	Kg/m^3	densidad media del Cloruro de Polivinilo PVC
r_1	0.015	m	radio del tubo
l_2	0.34	m	longitud del tubo
M_2	9.18e-05	Kg	masa del tubo de PVC
ρ_3	900	Kg/m^3	densidad media de la madera
a_2	0.045	m	ancho de la barra lateral
l_3	0.02	m	largo de la barra lateral
h_2	0.15	m	altura de las barras laterales
M_3	0.1215	Kg	masa del soporte del tubo
ρ_4	900	Kg/m^3	densidad media de la madera
a_3	0.045	m	ancho de la base de soporte del espejo
l_4	0.28	m	longitud de la base de soporte del espejo
h_3	0.02	m	altura de la base de soporte del espejo
M_4	0.2268	Kg	masa de la base de soporte del espejo
ρ_5	7874	Kg/m^3	densidad media del hierro
r_2	0.080	m	radio del disco de soporte de la base del espejo
h_4	0.005	m	altura del disco de soporte
M_5	0.25196	Kg	masa del disco de soporte
ρ_6	7874	Kg/m^3	densidad media del hierro
r_3	0.040	m	radio del poste de rotación
h_5	0.025	m	altura del poste de rotación
M_6	0.31496	Kg	masa del poste de rotación

4.3.4. Presentación de las gráficas

4.3.5. Comentarios de las gráficas

El sistema espejo dado por (3.2.31) es sometido a diferentes entradas considerando condiciones iniciales iguales a cero. En las Figuras 4.3.2a, 4.3.2b, 4.3.3a y 4.3.3b se puede ver el comportamiento ante entradas tipo pulso en cada articulación observando que las entradas sólo afectan a la coordenada a la que se le está aplicando el par.

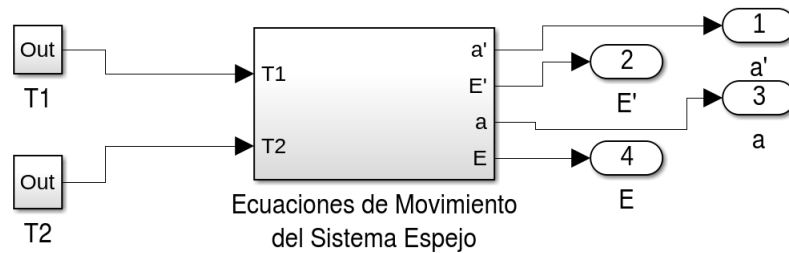


Figura 4.3.1: Modelo en Simulink de las ecuaciones de movimiento del espejo, función S y formulación lagrangiana.

En las Figuras 4.3.4 y 4.3.5 se puede ver el sistema excitado simultáneamente por referencias suaves, en este caso, por pares de entrada tipo Bezier, observando que pese a que ambas articulaciones tienen pares de entrada no se muestra un comportamiento diferente a la interpretación real del sistema.

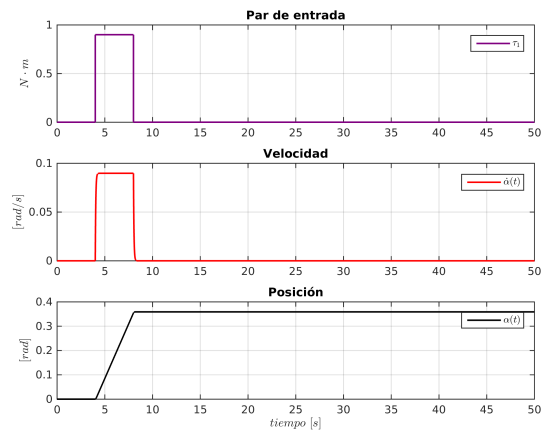
4.3.6. Análisis de los resultados

Se observa que el comportamiento del modelo coincide con la interpretación física del sistema, es decir, si existen pares de entradas constantes las posiciones de las articulaciones α_i y ϵ_i tienden a ser inestables, las velocidades de las articulaciones son suaves y se mantienen estables siempre que el par de entrada sea constante.

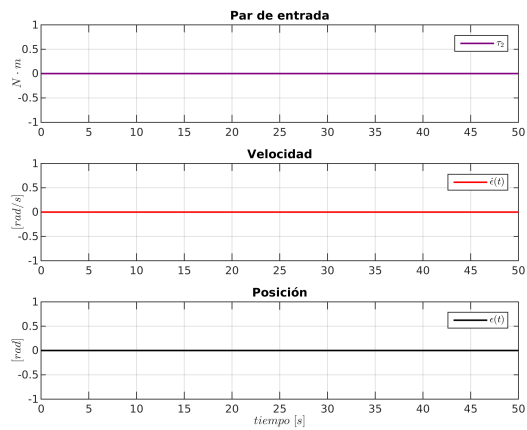
4.3.7. Conclusiones de la simulación

Para la simulación de las ecuaciones de movimiento del sistema se consideró utilizar el método de integración *ode23s*, esto a razón de que en un tiempo determinado el método *ode45* terminaba la simulación arrojando un problema de singularidad en las ecuaciones de movimiento del sistema.

Se consideraron los momentos de inercia en función de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i durante la simulación del sistema al igual que los elementos que lo componen bajo el diseño expuesto en el Apéndice B. Bajo condiciones iniciales iguales a cero se deduce en simulación que, ante entradas tipo escalón y tipo bezier no se presentan oscilaciones en las articulaciones por lo tanto el sistema responde adecuadamente ante los pares de entrada y las articulaciones no se ven afectadas por su configuración. Dicho en otras palabras, las condiciones iniciales iguales a cero es para observar el acoplamiento entre las articulaciones del sistema.



(a) Comportamiento de la coordenada α_i ante una entrada τ_1 tipo pulso. Al no existir par de entrada la velocidad tiende a cero y la posición de la articulación α_i se mantiene estable.



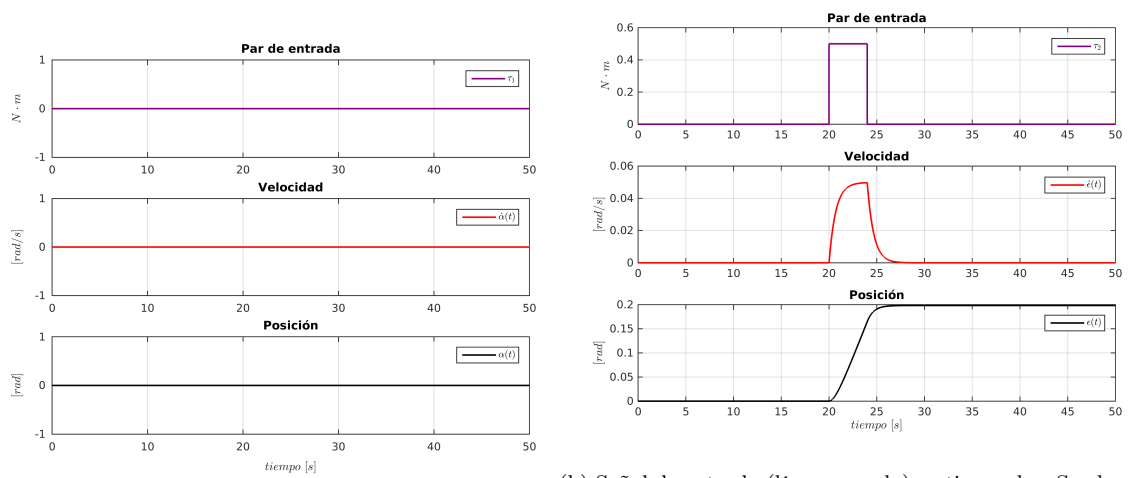
(b) Comportamiento de la coordenada ϵ_i . Señal de entrada τ_2 ausente, la velocidad de ϵ_i se mantiene en cero al igual que la posición de ϵ_i debido a que ésta no es afectada por el par de entrada τ_1 .

Figura 4.3.2: Comportamiento de las coordenadas α_i ϵ_i ante una entrada τ_1 tipo pulso.

4.4. Simulación 4: Modelo motor-espejo

4.4.1. Objetivo de la simulación

Observar el comportamiento del modelo del espejo acoplado al modelo de los actuadores considerando voltajes suaves de entrada al sistema electromecánico utilizando el software de MATLAB con Simulink a partir del diagrama presentado en la Figura 4.4.1.



(a) Señal de entrada τ_1 ausente, velocidad de la coordenada afectada la articulación ϵ_i incrementando suavemente la α_i no es afectada por la entrada τ_2 de la coordenada ϵ_i .
 (b) Señal de entrada (línea morada) τ_2 tipo pulso. Se observa que la velocidad mientras que la posición ante la ausencia del par τ_2 se mantiene estable.

Figura 4.3.3: Comportamiento de la coordenadas α_i y ϵ_i ante una entrada τ_2 tipo pulso.

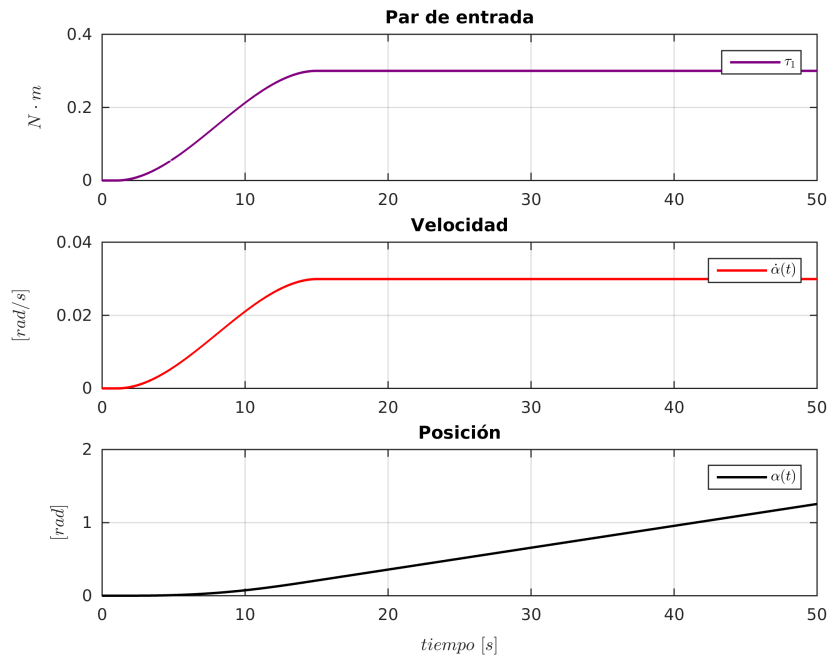


Figura 4.3.4: Señal de entrada (línea morada) τ_1 tipo Bezier. Después de 15 segundos la velocidad se mantiene constante mientras que la posición tiende a cambiar linealmente.

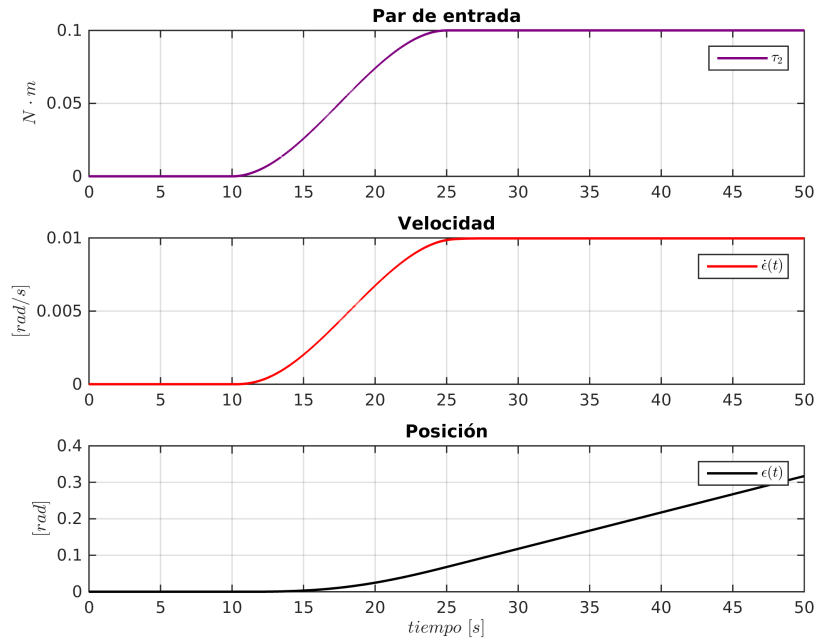


Figura 4.3.5: Par de entrada (línea morada) τ_2 tipo Bezier. La velocidad (línea roja) incrementa suavemente mientras que la posición de la coordenada ϵ_i tiende a no llegar a un valor estable.

4.4.2. Configuración de la simulación

- Método de integración: *ode45*
- Paso de integración: 0.01
- Software utilizado: MATLAB-Simulink
- Parámetros de simulación: Tabla 4.3.1 y Tabla C.1.1

4.4.3. Desarrollo de la simulación

La simulación se realizó con condiciones iniciales diferentes de cero considerando voltajes de entrada tipo Bezier en cada una de las articulaciones con la finalidad de observar el acoplamiento de las articulaciones. El periodo de simulación es de 50 segundos.

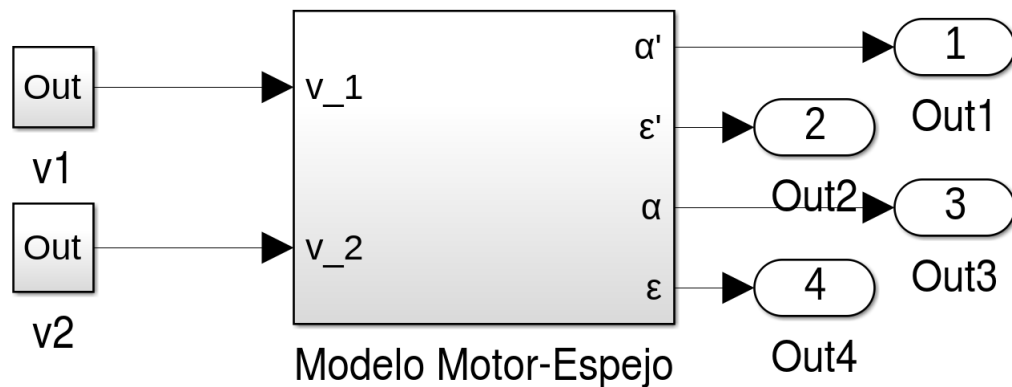


Figura 4.4.1: Modelo en Simulink del modelo motor-espejo, entradas tipo bezier.

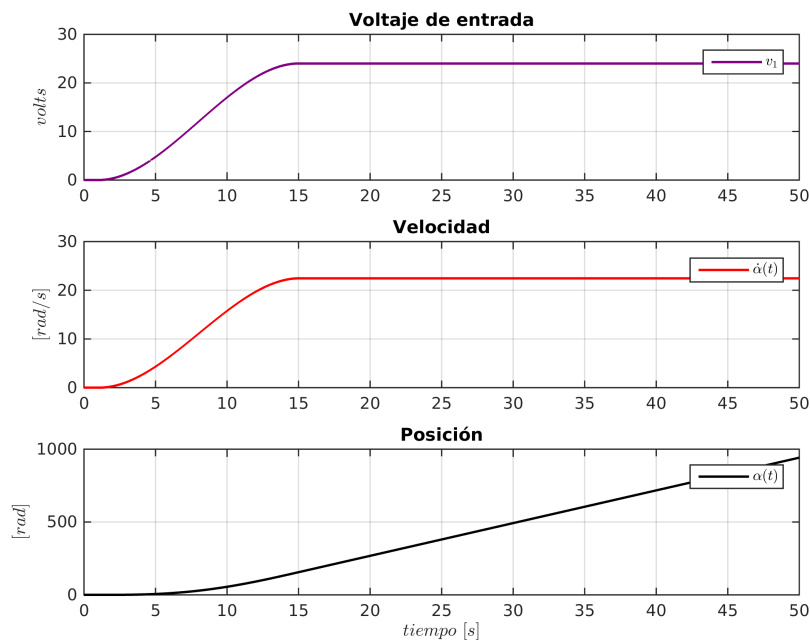


Figura 4.4.2: Respuesta de la coordenada α_i ante una entrada suave v_1 .

4.4.4. Presentación de las gráficas

4.4.5. Comentarios de las gráficas

En la Figura 4.4.2 se aprecia que la velocidad incrementa paulatinamente ante el voltaje de entrada v_1 , teniendo como efecto que el actuador que interactúa en la articulación α_i incrementa de manera exponencial la posición del espejo con respecto al plano horizontal, el mismo efecto se observa en la Figura 4.4.3.

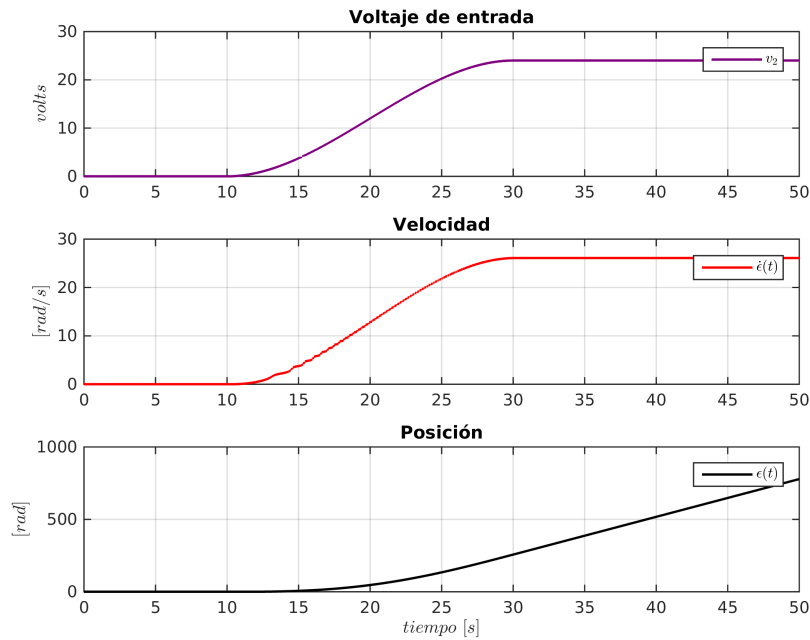


Figura 4.4.3: Respuesta de la coordenada ϵ_i ante una entrada suave v_2 bajo condiciones iniciales diferentes de cero.

4.4.6. Análisis de los resultados

La oscilación en la velocidad de la coordenada ϵ_i se presenta cuando ambas coordenadas son excitadas, es decir cuando los voltajes v_1 y v_2 excitan a los actuadores del sistema electromecánico, sin embargo, la oscilación no se hace presente en la posición de la coordenada ϵ_i .

4.4.7. Conclusiones de la simulación

Se concluye que el sistema responde de manera aceptable ante entradas suaves tipo Bezier. La representación matemática del sistema se acerca a la interpretación real, ante un voltaje de entrada constante en los actuadores la velocidad tiende a incrementar hasta llegar a un estado estable afectando las posiciones de las coordenadas de azimut α_i y elevación ϵ_i presentando un comportamiento casi lineal.

4.5. Simulación 5: Control de posición del sistema espejo

4.5.1. Objetivo de la simulación

Implementar el controlador PD en los actuadores de las coordenadas azimut α_i y elevación ϵ_i con las ganancias K_p (3.3.5) y K_d (3.3.6) obtenidas del algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas (2.5) cerrando el lazo de control entre la posición real y la posición de referencia como se aprecia en el modelo de Simulink de la Figura 4.5.1.

4.5.2. Configuración de la simulación

- Método de integración: *ode45*
- Paso de integración: 0.01
- Software utilizado: MATLAB-Simulink
- Tipo de controlador: Controlador PD
- Ganancias del controlador: K_p (3.3.5) y K_d (3.3.6).

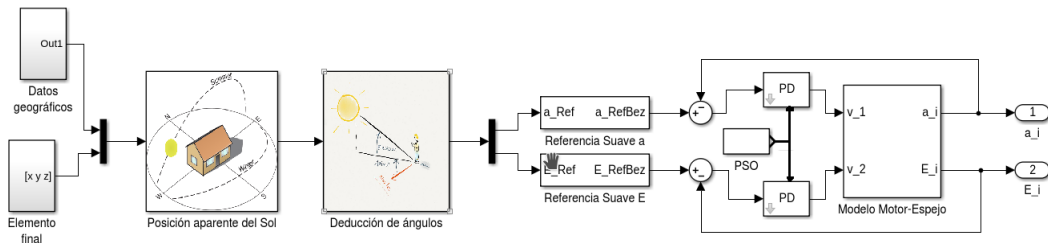
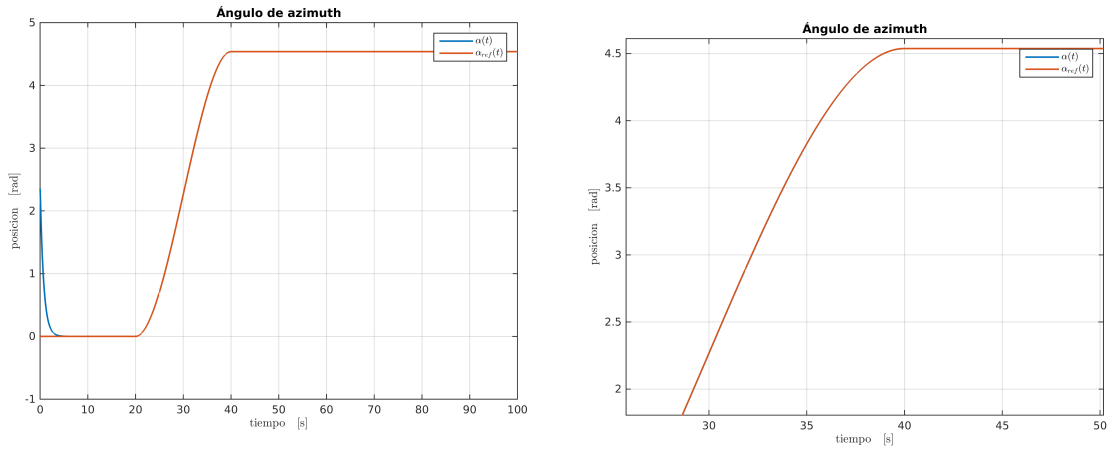


Figura 4.5.1: Modelo en Simulink del sistema espejo en lazo cerrado.

4.5.3. Desarrollo de la simulación

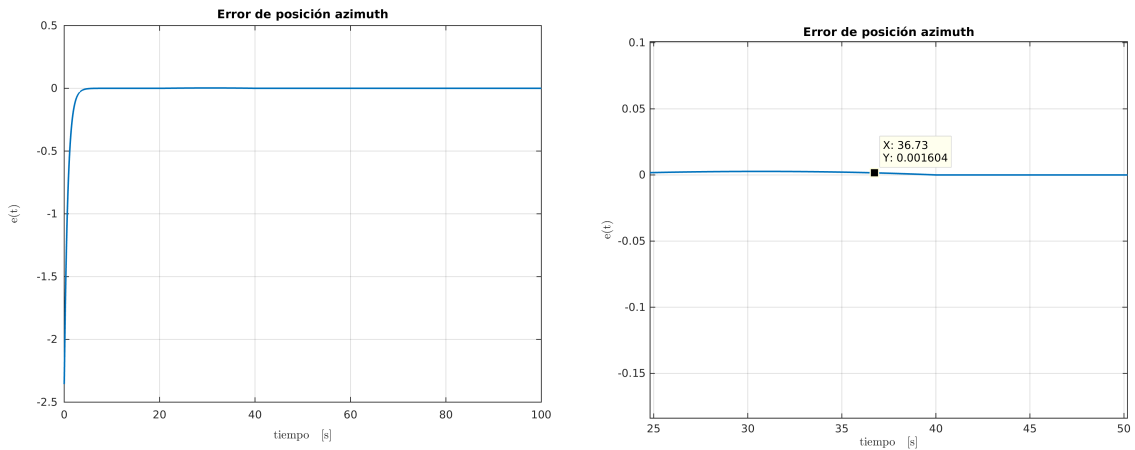
La simulación se realizó bajo condiciones iniciales diferentes de cero para observar el comportamiento de los controladores en las articulaciones del sistema espejo. La simulación duró 100 segundos considerando una referencia constante tipo Bezier.

4.5.4. Presentación de las gráficas



(a) Posición de la articulación real $\alpha_i(t)$ y la posición de la articulación deseada $\alpha_{i_ref}(t)$. (b) Acercamiento al perfil de posición de la articulación α_i .

Figura 4.5.2: Perfil de la posición de referencia y la posición controlada α_i .

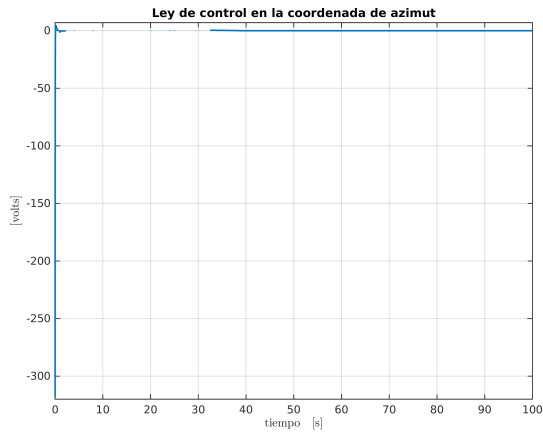
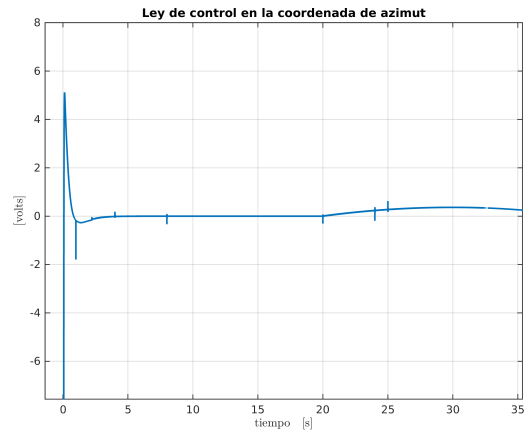
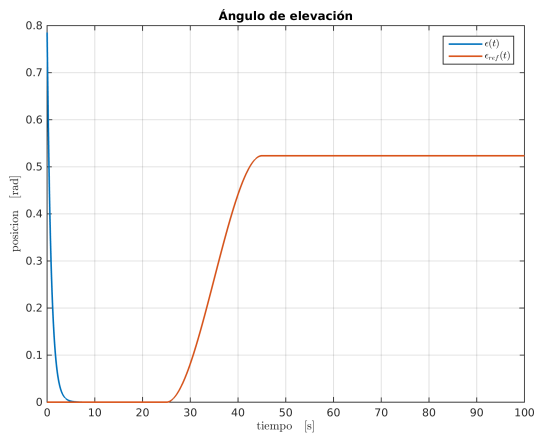
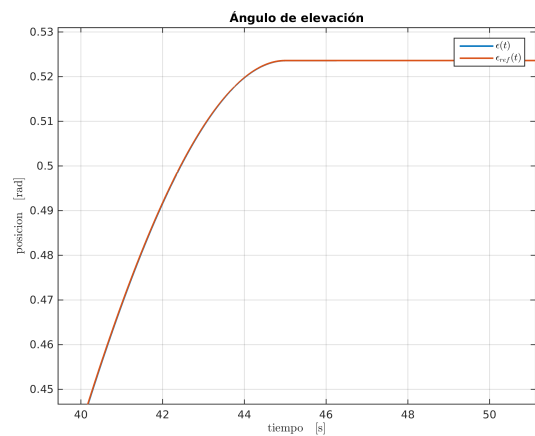


(a) Gráfica del error de posición de la coordenada α_i , el error de posición tiende a cero. (b) Acercamiento al error de posición en la coordenada α_i .

Figura 4.5.3: Perfil del error de la posición de referencia y la posición controlada α_i .

4.5.5. Comentarios de las gráficas

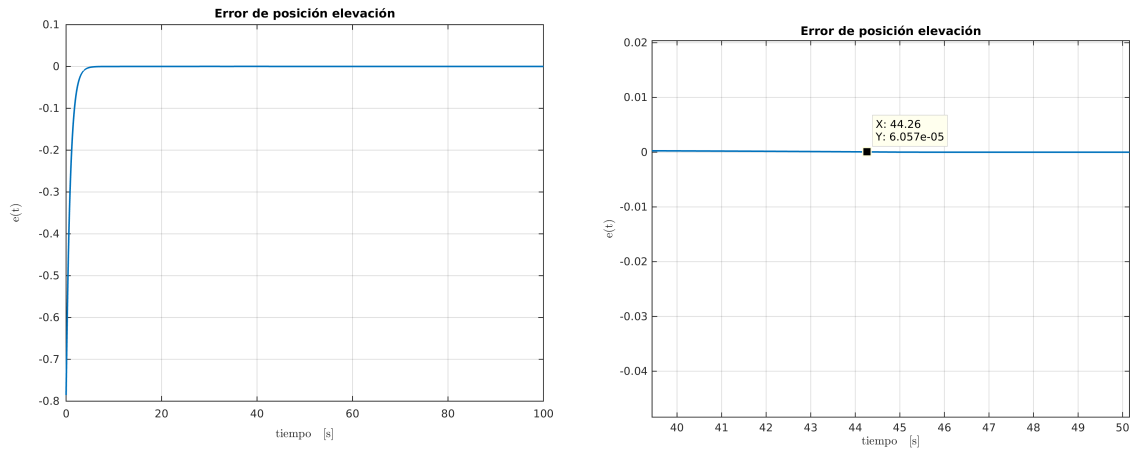
En las Figuras 4.5.2a y 4.5.2b se muestra el comportamiento de la posición controlada $\alpha_i(t)$ y la posición de referencia $\alpha_{i_ref}(t)$, se aprecia que la posición controlada sigue a la posición de referencia, sin embargo, al observar las gráficas del error que se presenta en la posición de la coordenada ϵ_i Figura 4.5.3a tenemos un valor muy grande al comienzo de la simulación, esto se debe a las condiciones iniciales del controlador. Al hacer un zoom en el perfil del error en

(a) Ley de control en la coordenada α_i .(b) Acercamiento al perfil de la ley de control en la articulación α_i .Figura 4.5.4: Perfil de la ley de control en la coordenada α_i .(a) Posición de la articulación real $\epsilon_i(t)$ y la posición de la articulación deseada $\epsilon_{i,ref}(t)$.(b) Acercamiento al perfil de posición de la articulación ϵ_i .Figura 4.5.5: Perfil de la posición de referencia y la posición controlada ϵ_i .

la Figura 4.5.3b se observa que el error de posición en la coordenada α_i es pequeño, por lo tanto, el desempeño del controlador se considera aceptable.

La ley de control para la coordenada α_i se aprecia en las Figuras 4.5.4.

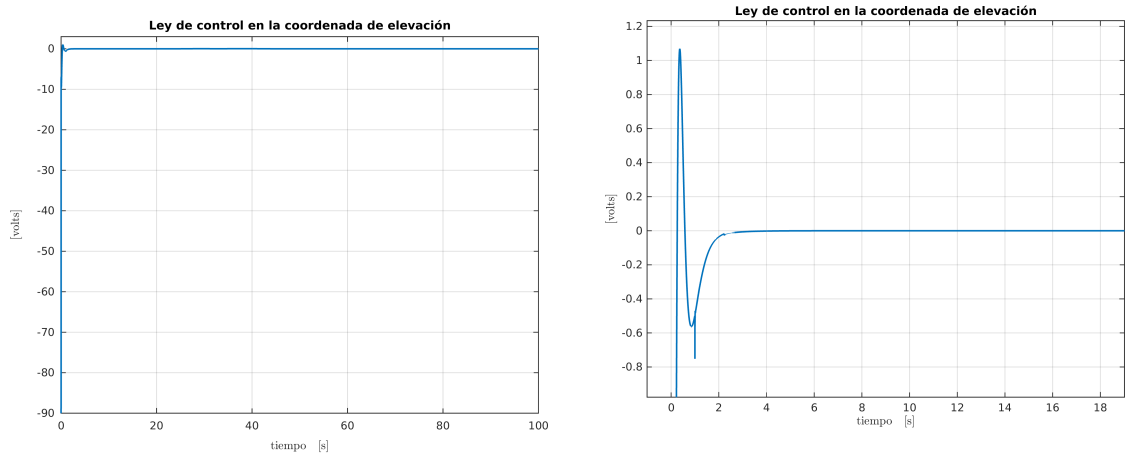
En las Figuras 4.5.5a y 4.5.5b se observa que pese a la condición inicial en la coordenada ϵ_i la señal controlada $\epsilon_i(t)$ sigue a la señal de referencia $\epsilon_{i,ref}(t)$. El error de posición que se presenta en la coordenada ϵ_i se muestra en las Figuras 4.5.6a y 4.5.6b. La ley de control en la coordenada ϵ_i se muestra en las Figuras 4.5.7a y 4.5.7b.



(a) Gráfica del error de posición de la coordenada ϵ_i , el error de posición tiende a cero.

(b) Acercamiento al error de posición en la coordenada ϵ_i .

Figura 4.5.6: Perfil del error de la posición de referencia y la posición controlada ϵ_i .



(a) Ley de control en la coordenada ϵ_i .

(b) Acercamiento al perfil de la ley de control en la articulación ϵ_i .

Figura 4.5.7: Perfil de la ley de control en la coordenada ϵ_i .

4.5.6. Análisis de los resultados

Aún cuando los controladores se han inicializado con condiciones diferentes de cero, las posiciones controladas α_i y ϵ_i siguen a las señales de referencia tipo curva de Bezier con la intención de que las articulaciones al seguir una señal de referencia y alcanzarla no presenten oscilación debido a su diseño mecánico. El controlador PD se desempeña de manera adecuada para cumplir el objetivo de control estabilizando el sistema en menos de 15 segundos.

4.5.7. Conclusiones de la simulación

El controlador PD con las ganancias dadas por (3.3.5) y (3.3.6) presenta errores de ~ 0.0020 y 6.057×10^{-5} en las coordenadas α_i y ϵ_i respectivamente por lo que se considera aceptable el desempeño del controlador ya que los errores son inferiores a 0.004363323.

4.6. Simulación 6: Control de posición de un espejo obtenida la posición aparente del sol y la posición del elemento final

4.6.1. Objetivo de la simulación

Implementar el control de posición en las articulaciones del sistema espejo teniendo como posición de referencia los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i a partir de la formulación presentada en el Capítulo 3.1 considerando la posición del elemento final $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$, fecha, hora del día y posición aparente del sol.

4.6.2. Configuración de la simulación

- Método de integración: *ode45*
- Paso de integración: 0.01
- Software utilizado: MATLAB-Simulink
- Tipo de controlador: Controlador PD
- Ganancias del controlador: K_p (3.3.5) y K_d (3.3.6).
- Fecha: 03 Diciembre 2015
- Hora: 13:45:00 hrs
- UTC: -5

4.6.3. Desarrollo de la simulación

La simulación se realizó bajo condiciones iniciales diferentes de cero, obteniendo la posición aparente del sol del día 03 de Diciembre de 2015 a las 13:45:00 hrs, cerca del zenit, conociendo la posición del elemento final en el subsistema de referencia del sistema espejo. La señal de referencia es un pulso tipo curva de Bezier y la simulación duró 200 segundos.

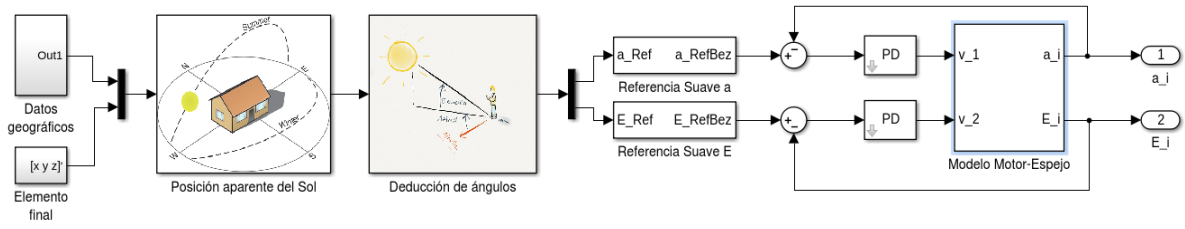
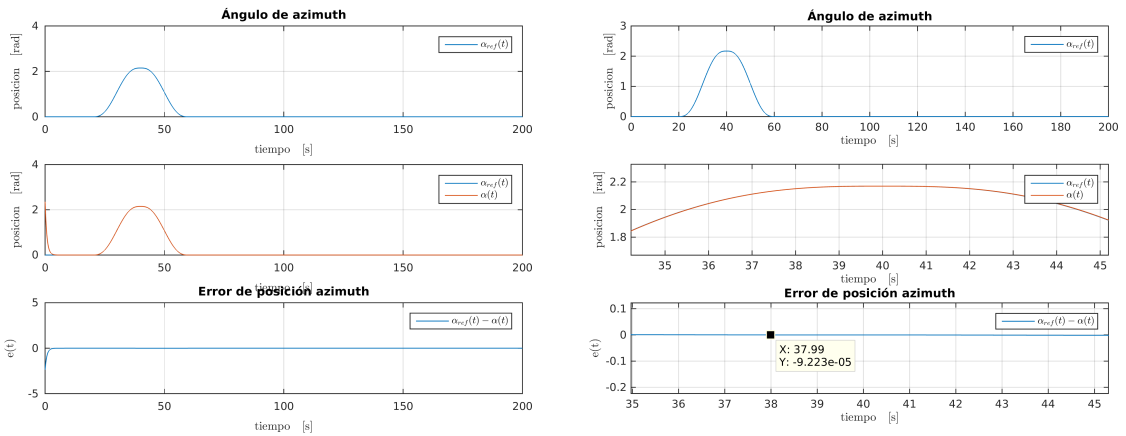


Figura 4.6.1: Modelo en Simulink del sistema completo, generación de trayectoria y control de posición.

4.6.4. Presentación de las gráficas



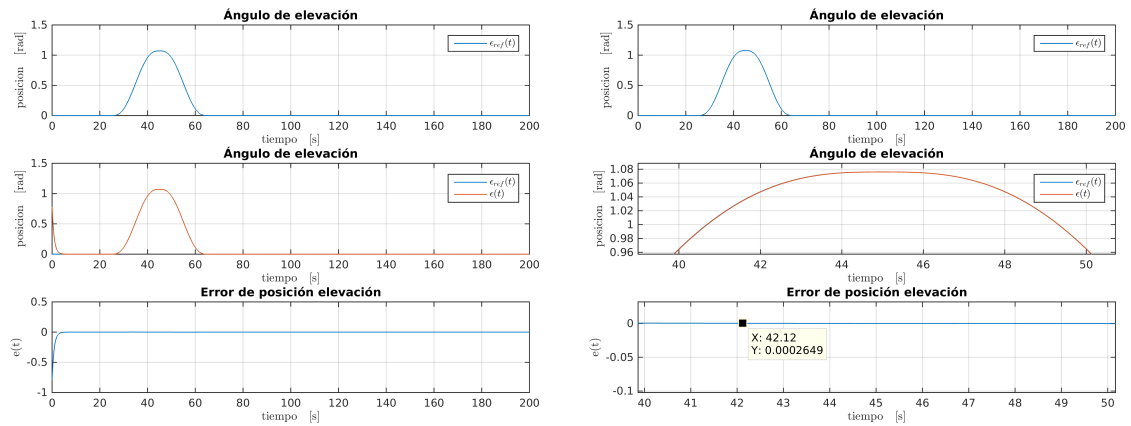
(a) Sistema completo ante una entrada $\alpha_{i_ref}(t)$ suave tipo pulso, condiciones iniciales diferentes de cero. (b) Acercamiento al perfil de posición y el error de posición en la coordenada α_i .

Figura 4.6.2: Control de posición de un espejo, coordenada α_i .

4.6.5. Comentarios de las gráficas

En las Figuras 4.6.2a y 4.6.3a se muestra la respuesta del sistema ante una entrada suave tipo pulso, donde el valor máximo de la señal de referencia proviene del bloque de “Generación de la trayectoria“, dicho de otra manera, las señales de referencia son los ángulos azimut α_i y elevación ϵ_i deseados para reflejar el rayo de luz incidente de la posición aparente del sol.

El perfil de posición de las coordenadas de referencia $\alpha_{i_ref}(t)$ y $\epsilon_{i_ref}(t)$ y las posiciones controladas $\alpha_i(t)$ y $\epsilon_i(t)$ se puede apreciar mejor en las Figuras 4.6.2b y 4.6.3b.



(a) Sistema completo ante una entrada $\epsilon_{i_{ref}}(t)$ suave tipo pulso, condiciones iniciales diferentes de cero. (b) Acercamiento al perfil de posición y el error de posición en la coordenada ϵ_i .

Figura 4.6.3: Control de posición de un espejo, coordenada ϵ_i .

4.6.6. Análisis de los resultados

El controlador de posición en las articulaciones del sistema se desempeña de manera aceptable, ya que como se ve en las gráficas de posición los errores en las coordenadas α_i y ϵ_i son pequeños y no existe oscilación en las articulaciones. Aún cuando los controladores se iniciaron con condiciones diferentes de cero, el controlador logra estabilizar el sistema pasados 10 segundos.

4.6.7. Conclusiones de la simulación

Los errores presentados en las articulaciones ϵ_i y α_i son inferiores a 0.004363323 , errores de 0.0002649 y $-9.223e - 0.5$ en cada una de las coordenadas respectivamente. Al estabilizar el sistema en un tiempo en el que no se presenta diferencia en los ángulos de elevación solar ϵ_s y azimut solar α_s , es decir, no hay cambios significativos en las coordenadas locales en 15 segundos, se considera que el controlador se desempeña de manera aceptable.

4.7. Simulación 7: Control de posición durante el periodo de trabajo

4.7.1. Objetivo de la simulación

Implementar el control de posición durante el periodo de trabajo que comprende desde las 8:00 hrs. hasta las 18:00 hrs. bajo condiciones iniciales diferentes de cero, posición del elemento final conocido así como los parámetros geográficos y de tiempo del lugar del observador.

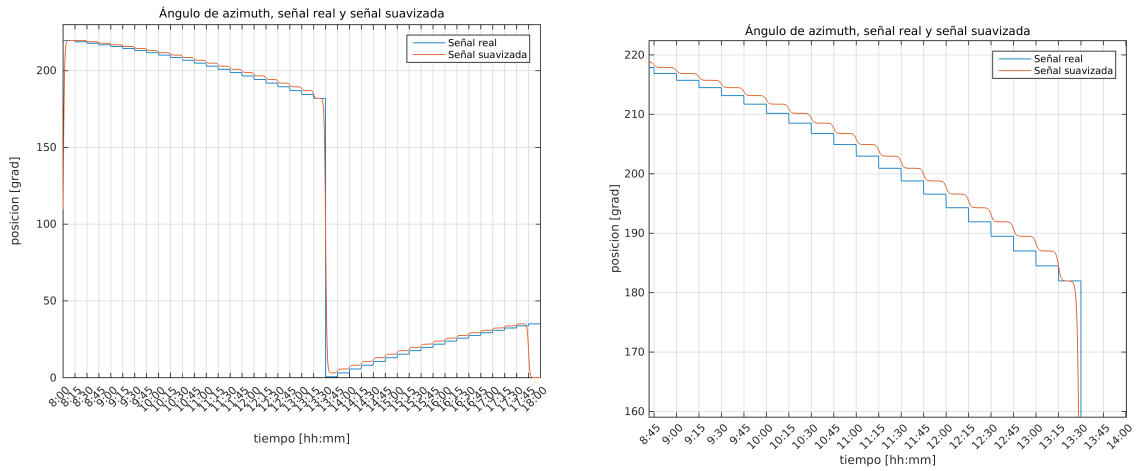
4.7.2. Configuración de la simulación

- Método de integración: *ode45*
- Paso de integración: 1
- Software utilizado: MATLAB-Simulink
- Método de integración: *ode23s*
- Paso de integración: 0.1
- Software utilizado: MATLAB-Simulink

4.7.3. Desarrollo de la simulación

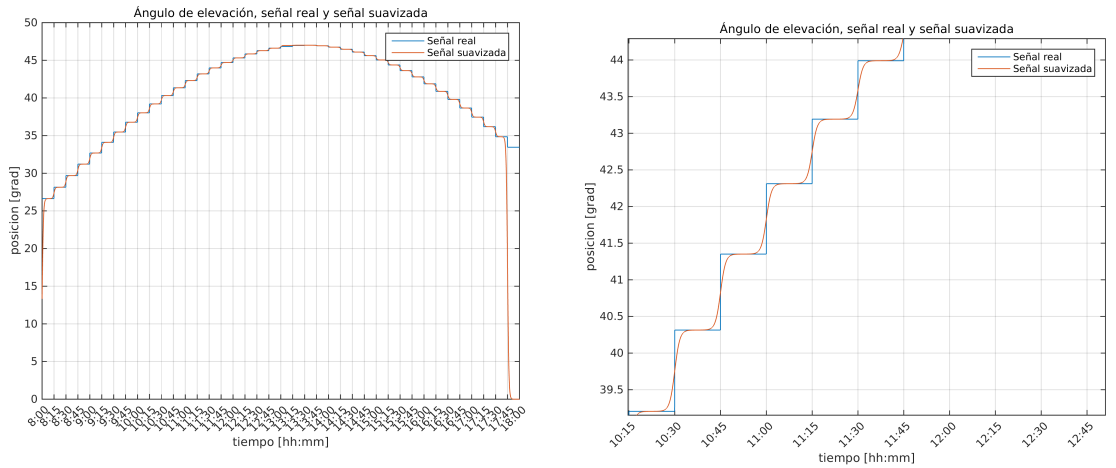
La simulación se realizó obteniendo la trayectoria de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i para la configuración del espejo durante el periodo de trabajo. Posteriormente se suavizó la trayectoria mediante tangentes hiperbólicas bajo la suposición de que los actuadores a utilizar trabajan con referencias suaves, Keemink [40]. Finalmente, la trayectoria suavizada es interpretada por los controladores como la posición de referencia para cada articulación durante el periodo de trabajo.

4.7.4. Presentación de las gráficas



(a) Trayectoria de la coordenada α_i , posición de referencia suave. (b) Acercamiento de la posición real y la posición suavizada.

Figura 4.7.1: Coordenada α_i suavizada mediante tangentes hiperbólicas.



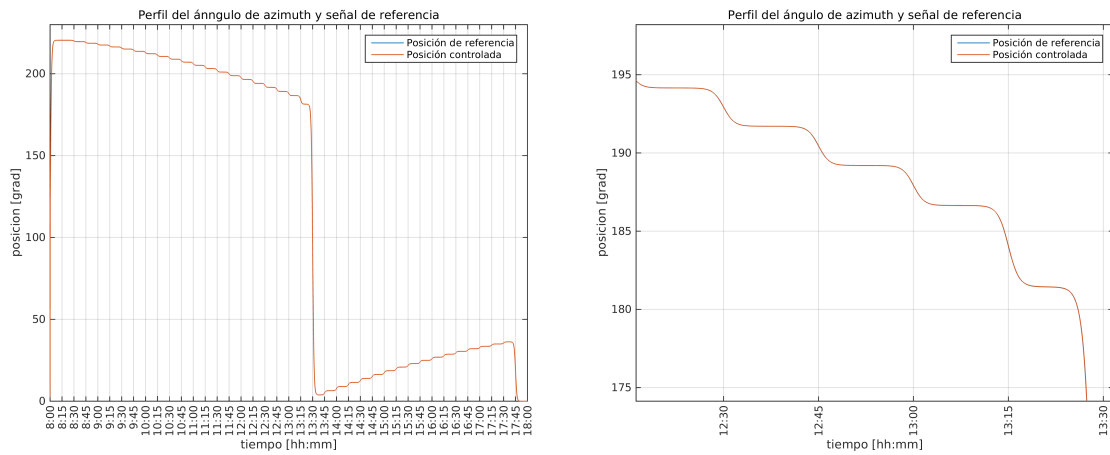
(a) Trayectoria de la coordenada ϵ_i , posición de referencia suave. (b) Acercamiento de la posición real y la posición suavizada.

Figura 4.7.2: Coordenada ϵ_i suavizada mediante tangentes hiperbólicas.

4.7.5. Comentarios de las gráficas

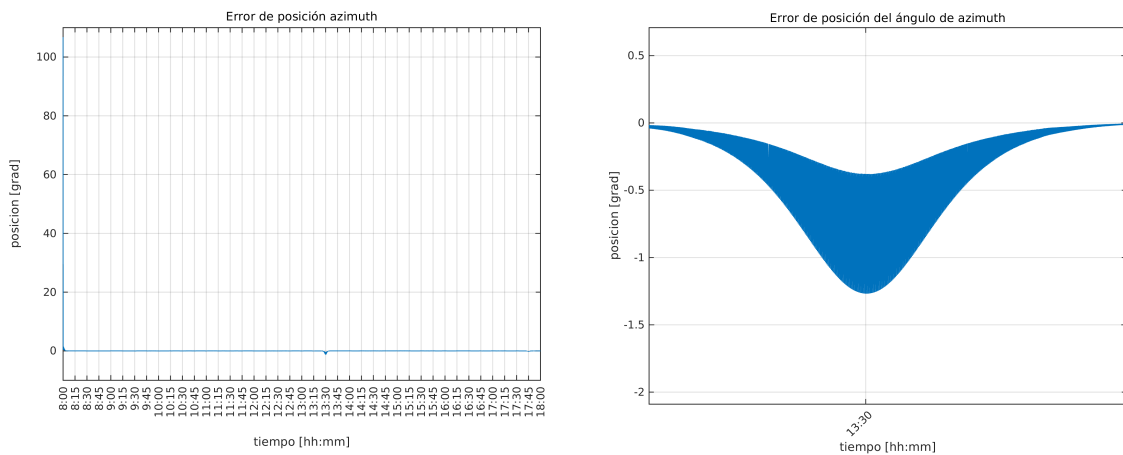
En las Figuras 4.7.1 y 4.7.2 se observa las posiciones de referencia $\alpha_{i_{ref}}$ y $\epsilon_{i_{ref}}$ aproximadas mediante tangentes hiperbólicas, obteniendo la posición aparente del sol cada 15 minutos.

En las Figura 4.7.3 se observa la trayectoria de la coordenada α_i durante el periodo de trabajo establecido, se presenta un cambio abrupto cercano al zenit Figura 4.7.3b que depende de la posición del elemento final y de la formulación para obtener el ángulo de azimut α_i en



(a) Trayectoria de la coordenada α_i durante el periodo de trabajo. (b) Acercamiento de la trayectoria de la coordenada α_i durante el periodo de trabajo.

Figura 4.7.3: Perfil de la coordenada α_i durante el periodo de trabajo.



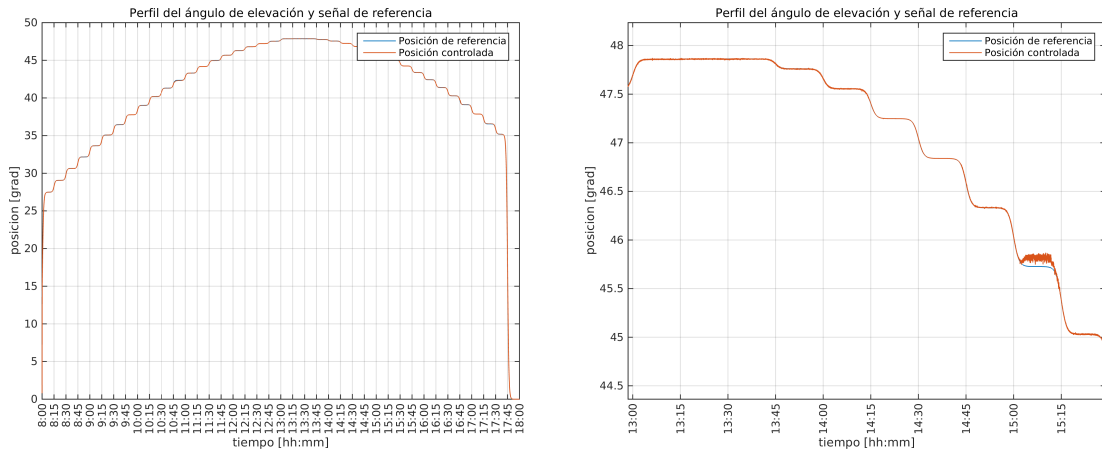
(a) Error en la trayectoria de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo. (b) Acercamiento al error en la trayectoria de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo.

Figura 4.7.4: Perfil del error en la coordenada α_i durante el periodo de trabajo.

la orientación del espejo.

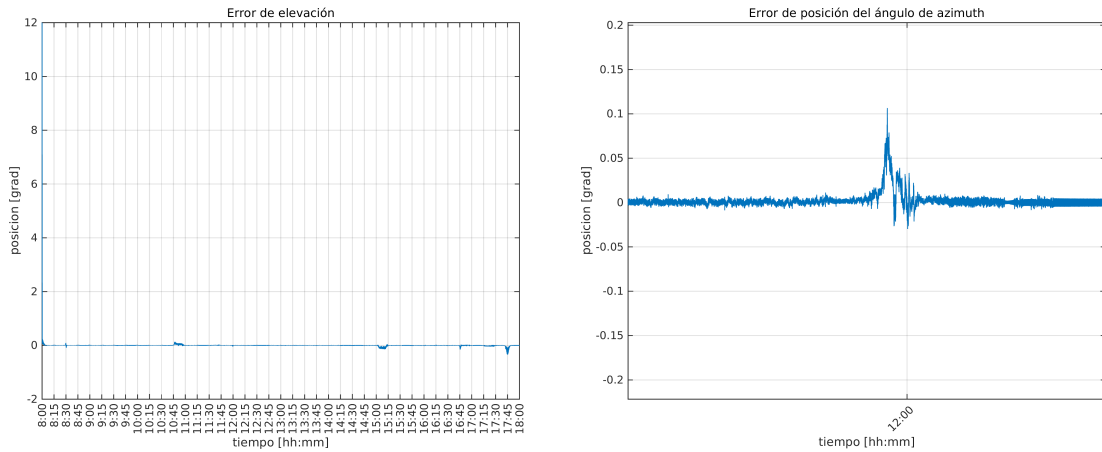
En la Figura 4.7.5 se muestra la trayectoria de la coordenada ϵ_i presentando oscilaciones en la posición de la coordenada ϵ_i Figura 4.7.5b.

Los errores de las trayectorias de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i se presentan en las Figuras 4.7.4, 4.7.6 y 4.7.7.



(a) Trayectoria de la coordenada α_i durante el periodo de trabajo. (b) Acercamiento de la trayectoria de la coordenada α_i durante el periodo de trabajo.

Figura 4.7.5: Perfil de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo.

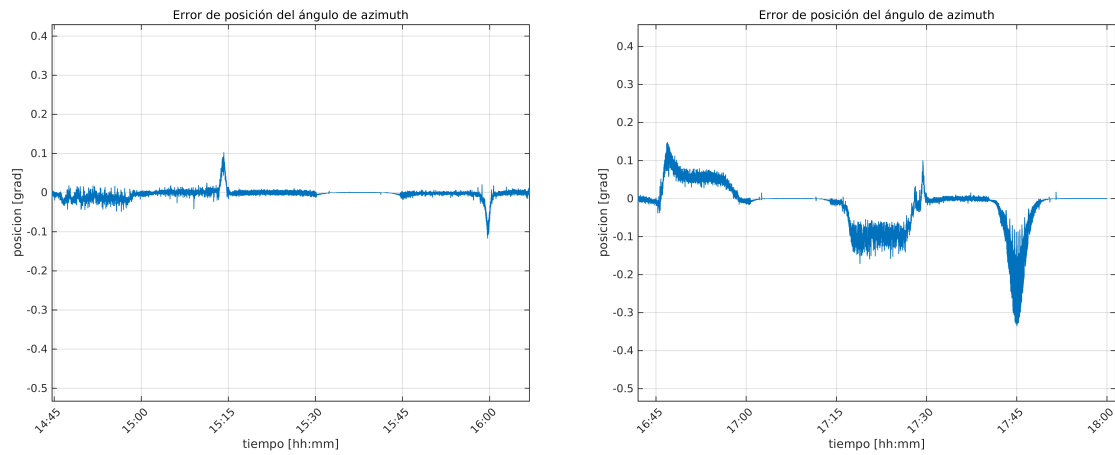


(a) Error en la trayectoria de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo. (b) Acercamiento al error en la trayectoria de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo.

Figura 4.7.6: Perfil del error en la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo, mediodía.

4.7.6. Análisis de los resultados

El desempeño del controlador en la articulación α_i se considera aceptable, Figura 4.7.3, ya que no presenta oscilaciones en la coordenada α_i ni errores grandes en la posición de la articulación, por otro lado, se presenta una oscilación en la posición de la coordenada ϵ_i , Figura 4.7.3b, y es debido al método de integración en la simulación y a la representación de la matriz de coriolis en el modelo motor-espejo, Figura 4.7.4b.



(a) Acercamiento al error en la trayectoria de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo. (b) Acercamiento al error en la trayectoria de la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo.

Figura 4.7.7: Perfil del error en la coordenada ϵ_i durante el periodo de trabajo, tarde.

El error de la señal de posición de referencia y la señal de posición controlada ϵ_i presentado en la Figura 4.7.5 muestra varias oscilaciones, esto puede ser por dos razones: la primera es por el cambio abrupto que se presenta a las 17:45 horas debido a la finalización del periodo de trabajo y la segunda se debe a la aproximación mediante tangentes hiperbólicas de la trayectoria de la coordenada ϵ_i generada por la deducción de los ángulos de orientación del sistema espejo.

4.7.7. Conclusiones de la simulación

Aún cuando existen oscilaciones en la posición de las coordenadas α_i y ϵ_i se concluye que el desempeño del controlador en el periodo de trabajo es aceptable ya que los errores presentados en azimuth α_i y elevación ϵ_i son de $\sim -0.12^\circ$ y ± 0.1 respectivamente. Según algunas aplicaciones de heliostatos, se necesita que los errores presentados en las coordenadas de posición α_i y ϵ_i sean menores a 0.25° .

Capítulo 5

Implementaciones

En el presente capítulo se expone la parte experimental de la implementación de la ley de control en los actuadores de las articulaciones así como el algoritmo de posición solar junto con la deducción de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i para la configuración del espejo en una tarjeta Raspberry Pi.

5.1. Tarjeta de control

El control de posición del sistema espejo se realizó a través de una Raspberry Pi Modelo B en la cual se programó el algoritmo de Reda [1] así como la deducción de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i dados por (3.1.5) y (3.1.4). A su vez, se implementó la librería de control de los actuadores Dynamixel AX-12 en Python para el control de las articulaciones del sistema espejo. En la Tabla 5.1.1 se muestran las características principales de la tarjeta, donde, a diferencia de Arduino, ésta cuenta con un sistema operativo, Raspbian, sistema operativo GNU/Linux basado en Debian.

El diagrama de flujo para el sistema de control del espejo se muestra en la Figura 5.1.1.

Tabla 5.1.1: Especificaciones de la Raspberry Pi

Modelo B Rev 2	
Velocidad	700 Mhz
RAM	512 MB
Almacenamiento	SD
Ethernet 10/100	Si
Puerto HDMI	Si
Salida de video	Si
Puertos USB2.0	2
GPIO	17
Energía	700mA, 3.5 W
Tamaño	85 x 56 x 17mm

5.2. Circuito de comunicación

En la Figura 5.2.1 se muestra el diagrama de los circuitos electrónicos utilizados en la tarjeta de control. Consta de un regulador de voltaje (LM7810) para la alimentación de los actuadores así como un buffer (74LS241) para la comunicación entre los actuadores y la Raspberry Pi, además se presenta la conexión entre el circuito de control y los actuadores. La alimentación del circuito integrado es independiente de la alimentación de los actuadores, ésta alimentación se toma de la Raspberry debido a las especificaciones del circuito integrado.

Se diseñó una placa de circuito impreso *PCB* para implementar la parte de control y comunicación en el prototipo construido, en la Figura 5.2.2 se puede apreciar el diseño propuesto para el PCB. El software utilizado para el diseño del circuito impreso fue EAGLE CadSoft, software multiplataforma y con licencia tipo freeware.

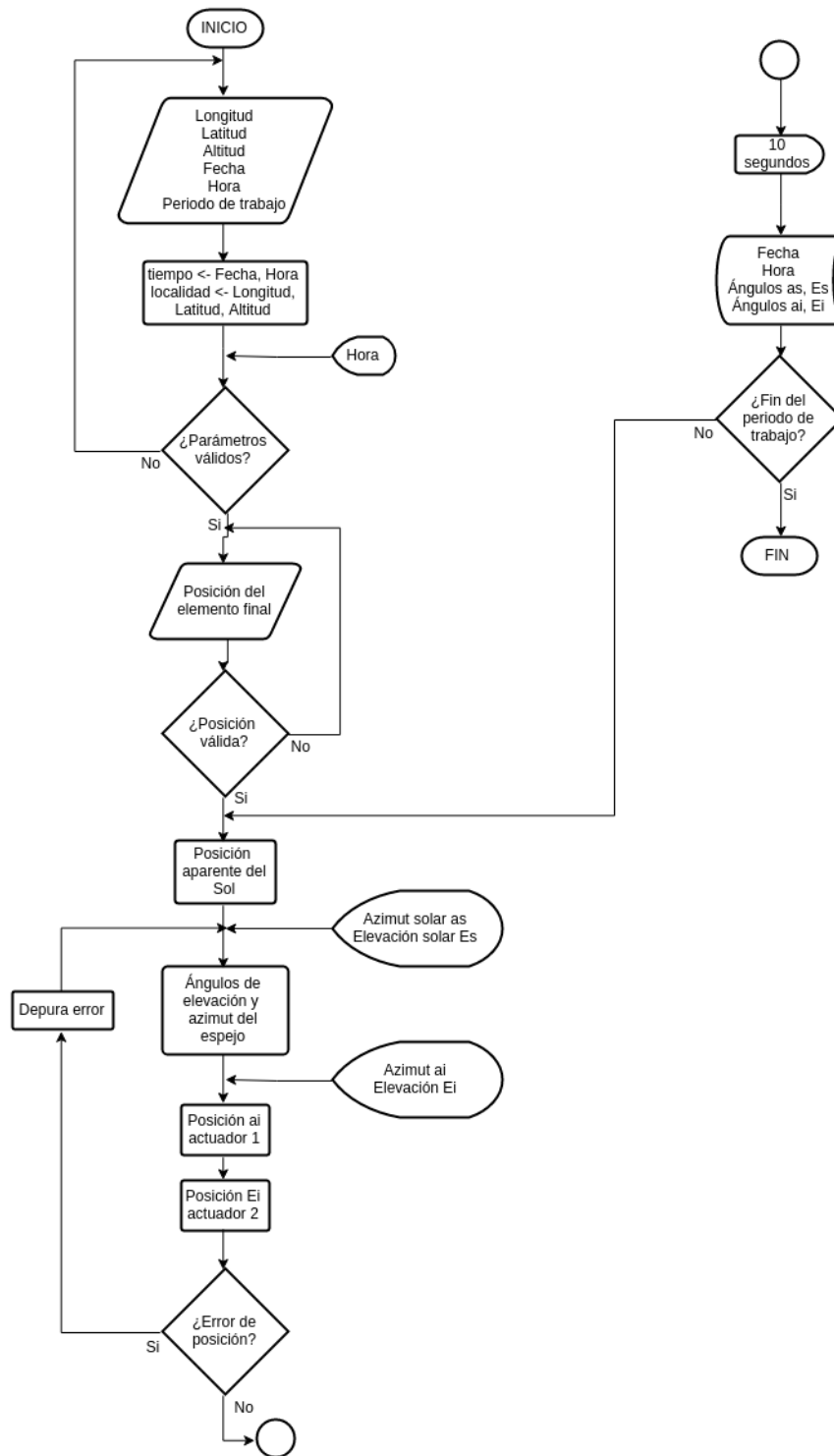


Figura 5.1.1: Diagrama de flujo del control de posición en lazo cerrado

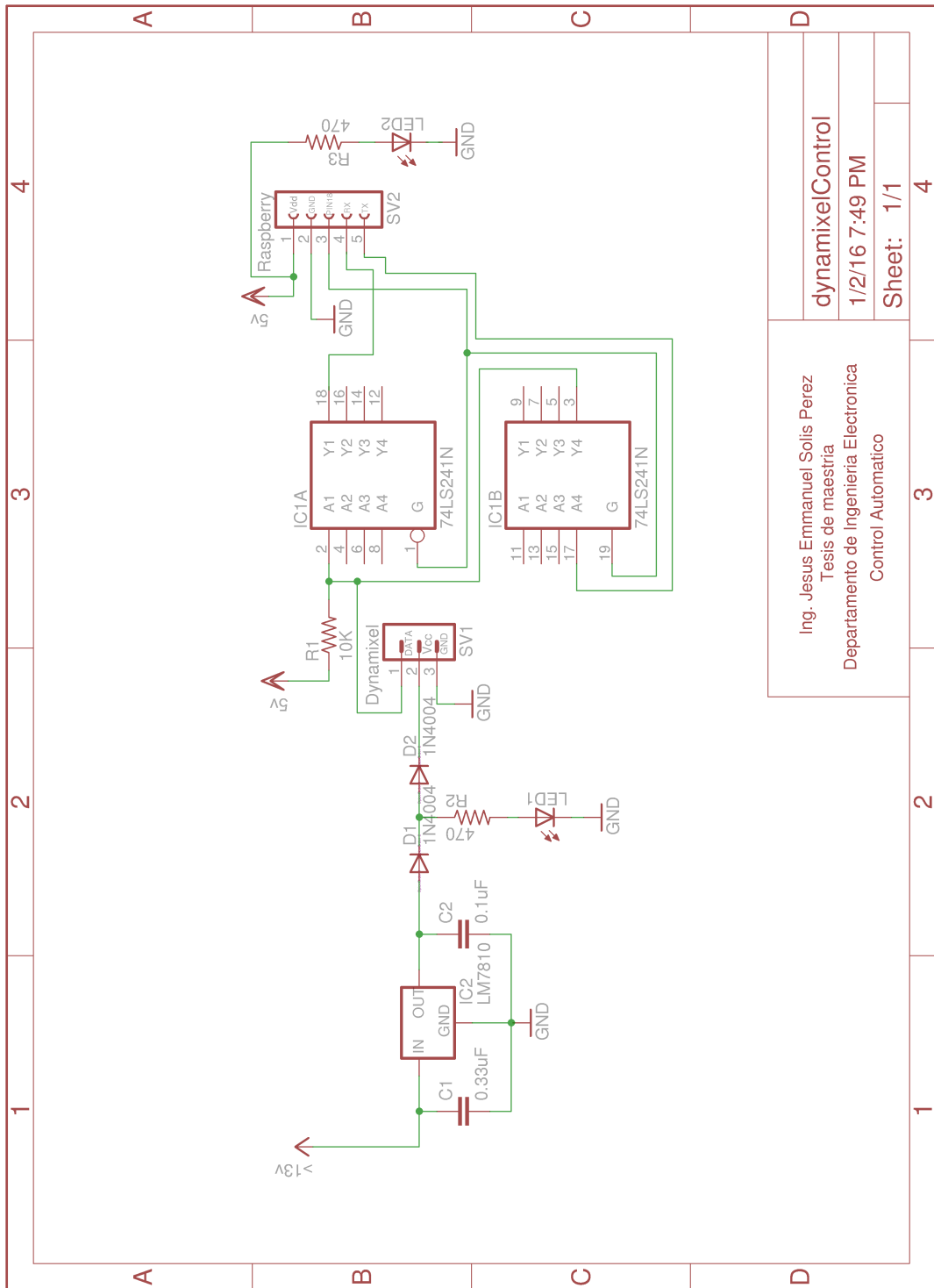
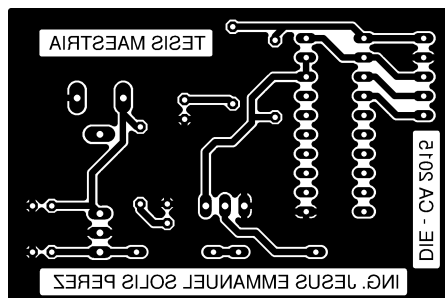
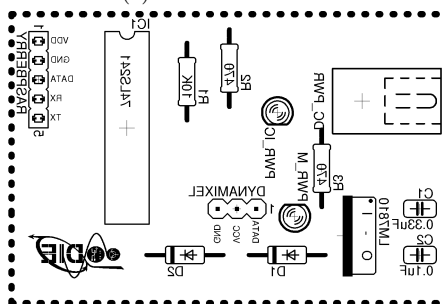


Figura 5.2.1: Diagrama del circuito de control de los actuadores Dynamixel AX-12.



(a) Lado de soldadura



(b) Lado de los componentes

Figura 5.2.2: Diseño del PCB de la tarjeta de control y comunicación con los actuadores.

5.3. Actuadores

Para el control de las articulaciones del sistema espejo se hizo uso de dos servomotores Dynamixel AX-12 de la marca Robotis. Las características generales de estos servomotores se muestra en la Tabla 5.3.1.

Tabla 5.3.1: Especificaciones de los actuadores

Dynamixel AX-12	
Resolución	0.35°
Ángulo de operación	0 – 300°
Voltaje de operación	7v - 10v
Corriente máxima	900mA
Temperatura de operación	-5°C - +85°C
Comunicación	Paquete digital
Tipo de protocolo	Half duplex Asynchronous Serial Communication
Conexión física	TTL Level Multi Drop
ID	254 (0-253)
Velocidad de Comunicación	7343bps - 1Mbps
Retroalimentación	Posición, Temperatura, Carga, etc

Al ser actuadores digitales, fue necesario hacer una conversión entre las posiciones deseadas ϵ_i y α_i y la resolución a nivel bits de los actuadores. Esto debido a que en la hoja de datos se reporta que el rango de operación es de 0 a 300° o bien, en resolución de bits, de 0 a $2^{10} - 1$. En la Tabla 5.3.1 se aprecia que los actuadores poseen su propio protocolo de comunicación por lo que fue necesario implementar un buffer (74LS241) para controlar los actuadores por medio de la Raspberry Pi.

Debido al protocolo de los actuadores, se les asignó un ID diferente a cada actuador con la finalidad de que al encontrarse conectados en bus los ángulos de elevación ϵ_i y α_i del sistema espejo sean enviados al actuador correspondiente. La librería de control de los actuadores fue implementada en Python donde dicha librería contiene una función llamada *moveSpeed()* cuyos parámetros son la posición (en resolución de bits), el ID del actuador y la velocidad del mismo cerrando el lazo de control entre la Raspberry y los actuadores.

5.4. Implementación del prototipo experimental

La orientación del prototipo se hizo de acuerdo al hemisferio del observador, en este caso, el hemisferio norte, por lo que el prototipo tuvo que ser orientado hacia el Sur. La posición del elemento final debe estar en términos de los ángulos de azimut y elevación por lo que una vez orientado el prototipo la posición del elemento final se definirá como un vector unitario en función de los ángulos de elevación y azimut, esto es $V_c(\alpha_c, \epsilon_c)$.

El ángulo de azimut del elemento final se encuentra en un rango de $-180 \leq \alpha_c \leq 180$ siendo positivo hacia el Oeste y negativo hacia el Este como se muestra en la Figura 5.4.1

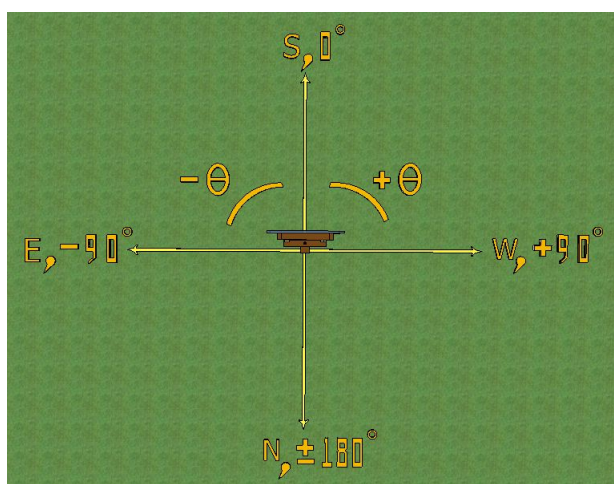


Figura 5.4.1: Ángulo de azimut α_c del elemento final.

El ángulo de elevación del elemento final ϵ_c se mide a partir del centro del espejo, donde el ángulo ϵ_c está en un rango de $-90 < \epsilon_c < 90$ grados. Un ejemplo de la elevación del elemento final se puede apreciar en la Figura 5.4.2.

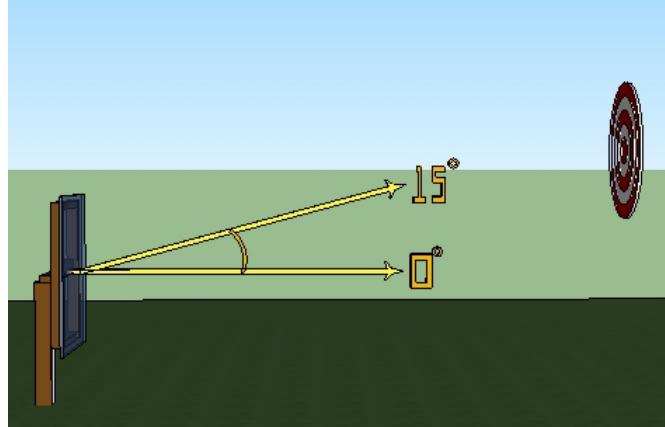


Figura 5.4.2: Ángulo de elevación ϵ_c del elemento final.

En las Figuras 5.4.3, 5.4.4, 5.4.5 y 5.4.6 se observa el prototipo implementado con su tarjeta de control y ruedas de calibración para los ángulos de las articulaciones de azimut α_i y elevación ϵ_i .

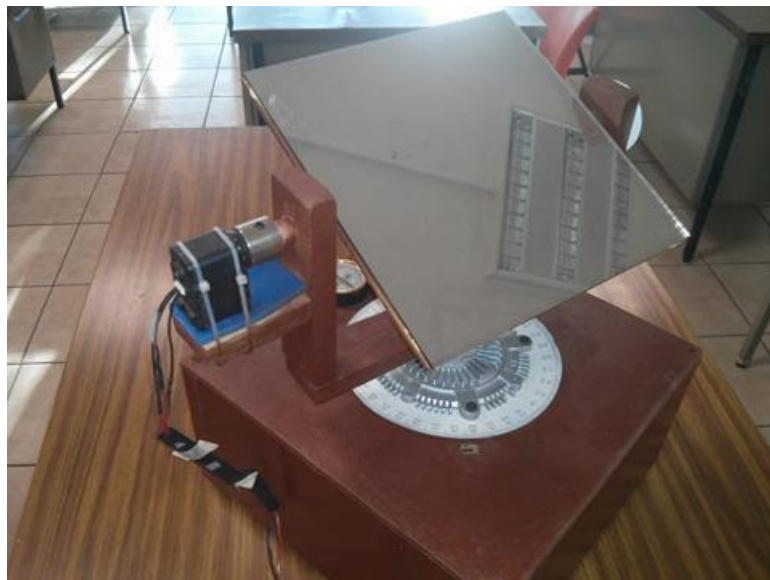


Figura 5.4.3: Vista frontal del prototipo.

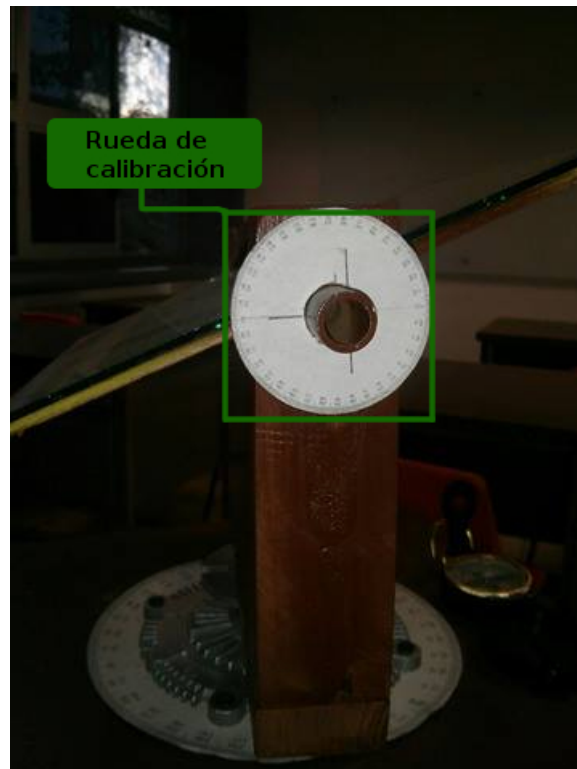


Figura 5.4.4: Vista lateral del prototipo, actuador sobre la articulación de elevación ϵ_i .

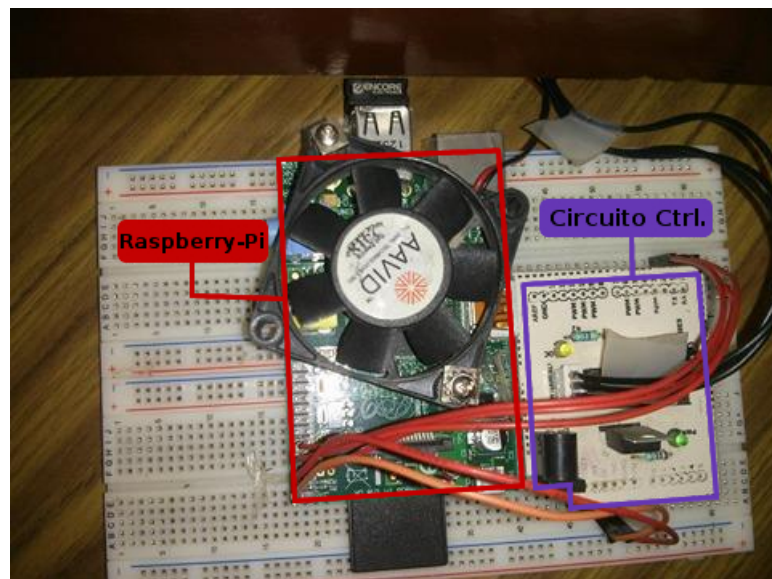


Figura 5.4.5: Tarjeta de control y comunicación del prototipo, Rapsberry Pi y buffer para el control de los actuadores.

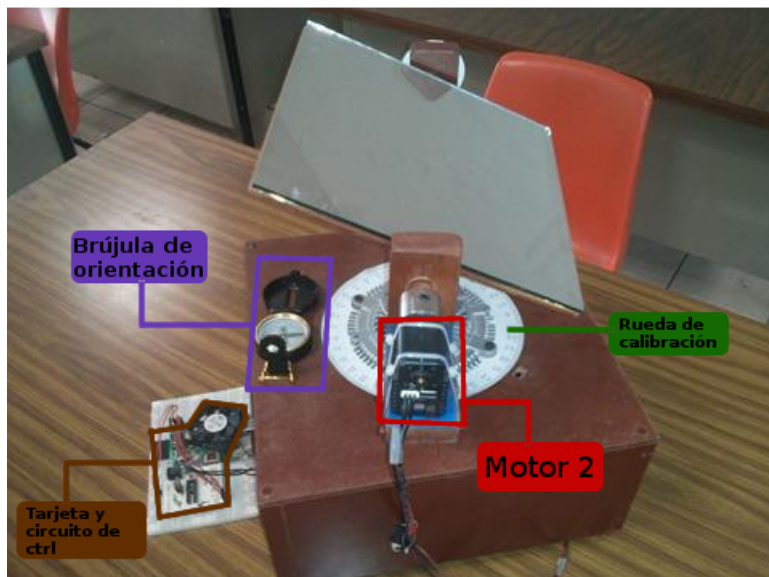


Figura 5.4.6: Orientación del prototipo mediante una brújula.

5.5. Resultados de implementación

El periodo de operación del prototipo comprende de las 8:00 a las 18:00 hrs, tomando un fragmento de éste para observar los ángulos de referencia de azimut α_i y elevación ϵ_i y los ángulos de posición de los actuadores, definiendo la posición del elemento final en $\alpha_c = 90^\circ$ y $\epsilon_c = 3^\circ$.

En la Figura 5.5.1 se observa la trayectoria del sol así como la deducción de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i para la configuración del espejo. Las operaciones necesarias se realizaron cada 10 minutos, sin embargo, las tomas se hicieron desfasadas a este periodo para observar el efecto del control de posición en las articulaciones del espejo.

Al realizar la primera implementación del prototipo se observó que al realizar los cálculos en este periodo de actualización el error de posición en las articulaciones incrementa, por lo tanto, se cambió el periodo de actualización cada segundo. Una captura del video tomado se puede observar en la Figura 5.5.2.

Para la segunda implementación se designó otro objetivo, se adquirieron los datos cada segundo y posteriormente cada 15 minutos, una captura del video tomado en esta implementación se puede observar en la Figura 5.5.3.

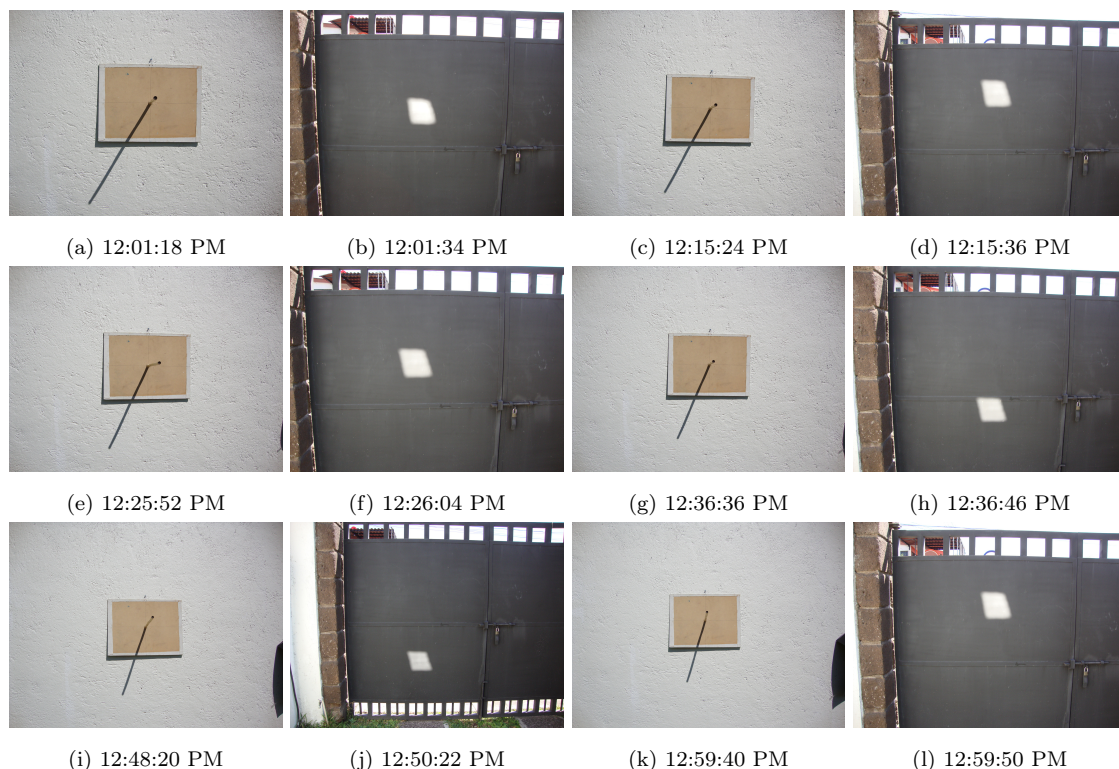


Figura 5.5.1: Control de posición del espejo Figuras 5.5.1b, 5.5.1d, 5.5.1f, 5.5.1h, 5.5.1j, 5.5.1l. Trayectoria del sol Figuras 5.5.1a, 5.5.1c, 5.5.1e, 5.5.1g, 5.5.1i, 5.5.1k. Adquisición de datos cada 10 minutos.

5.5.1. Datos experimentales

Los datos adquiridos por la Raspberry durante el periodo de trabajo del sistema fueron almacenados en un archivo de texto para su futuro tratamiento, en este caso, para mostrar y comparar los datos obtenidos mediante simulación e implementación.

En las Figuras 5.5.4 y 5.5.6 se observan los ángulos de azimut y elevación solar obtenidos mediante simulación y experimentación durante el periodo de trabajo, en este caso, se muestran los datos de las 14:00:00 hasta las 15:00:00 hrs., mientras que en las Figuras 5.5.5 y 5.5.7 se observan las gráficas de los errores en los datos obtenidos de manera experimental y simulación. Los datos geográficos fueron obtenidos automáticamente como ya se mencionó anteriormente mediante un script en la Raspberry Pi.

En las Figuras 5.5.8 y 5.5.16 se muestran los ángulos de configuración para el prototipo obtenidos por cálculos realizados en la Raspberry Pi y los resultados de simulación.

El error presentado para el control de posición en el prototipo se puede apreciar en las Figuras 5.5.9 y 5.5.9

Los ángulos que se envían a los actuadores se muestran en las Figuras 5.5.12 y 5.5.14.

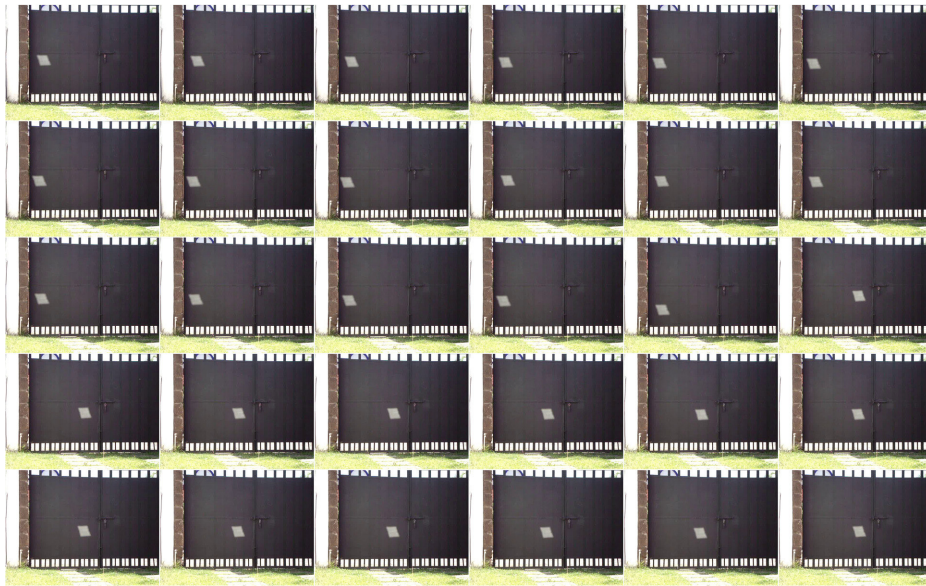


Figura 5.5.2: Deducción de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i implementados, control de posición del sistema espejo, actualización de los ángulos azimut α_i y elevación ϵ_i cada 10 minutos y posteriormente cada segundo. Primera implementación.

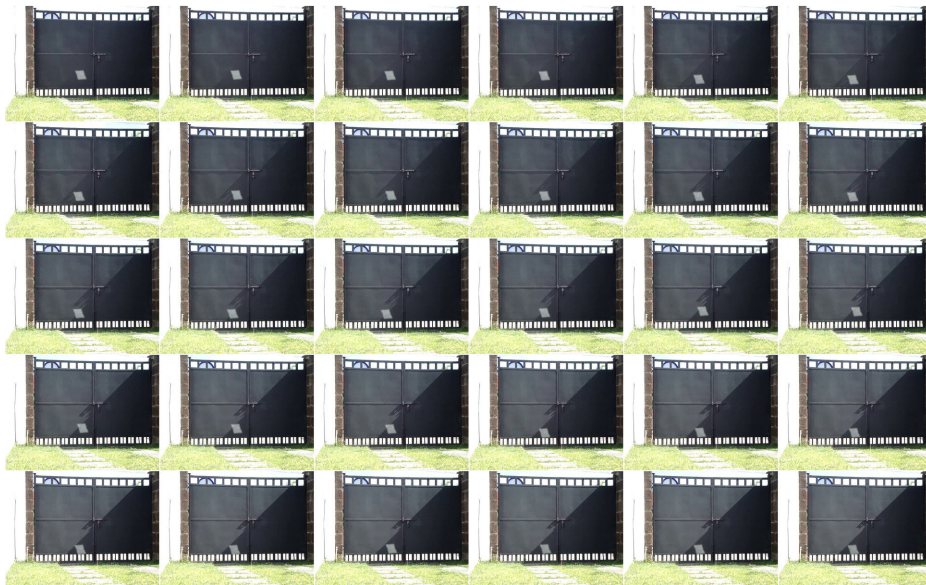


Figura 5.5.3: Deducción de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i implementados, control de posición del sistema espejo, actualización de los ángulos azimut α_i y elevación ϵ_i cada segundo y posteriormente 15 minutos. Segunda implementación.

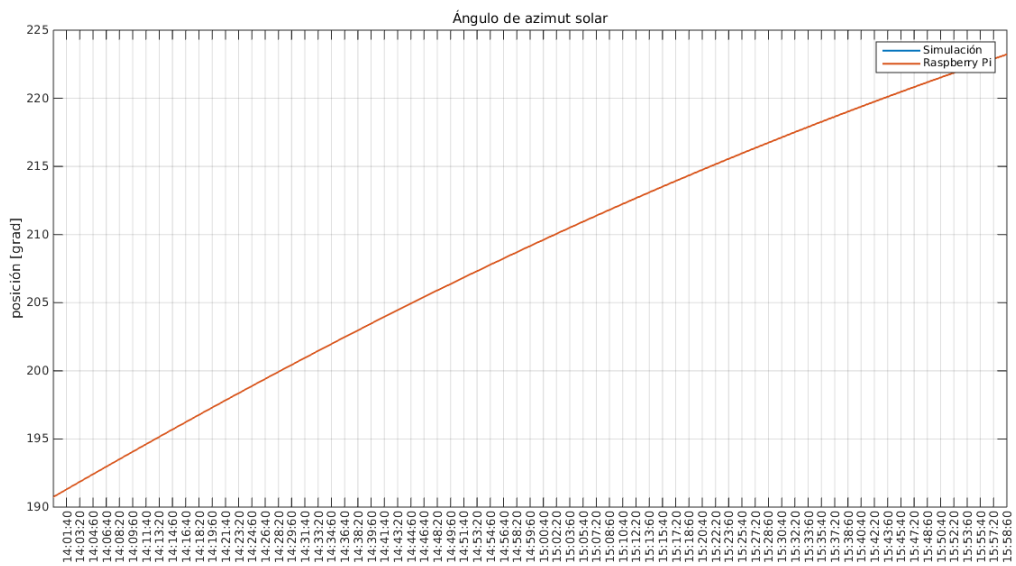


Figura 5.5.4: Ángulo de azimut solar, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.

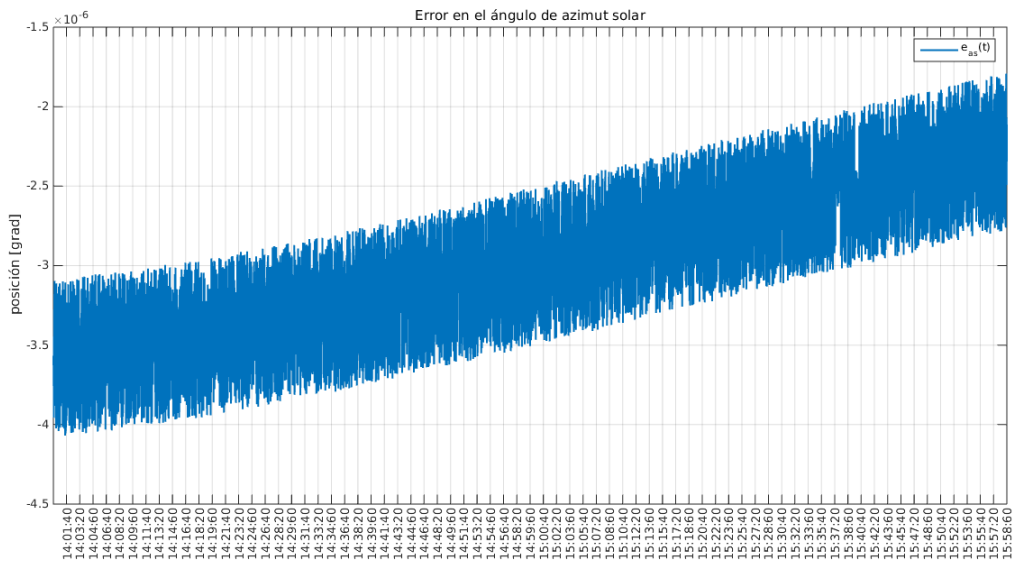
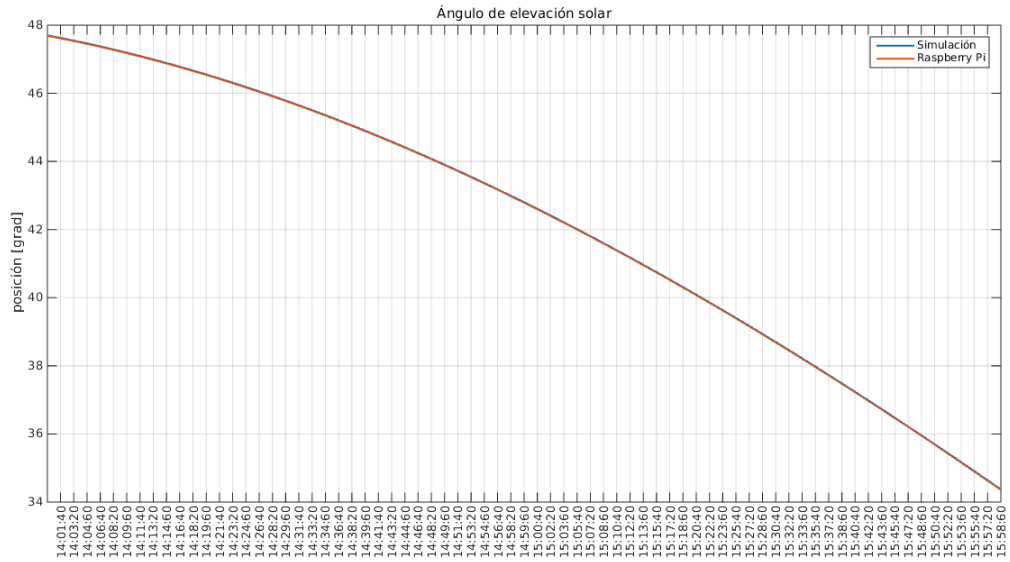
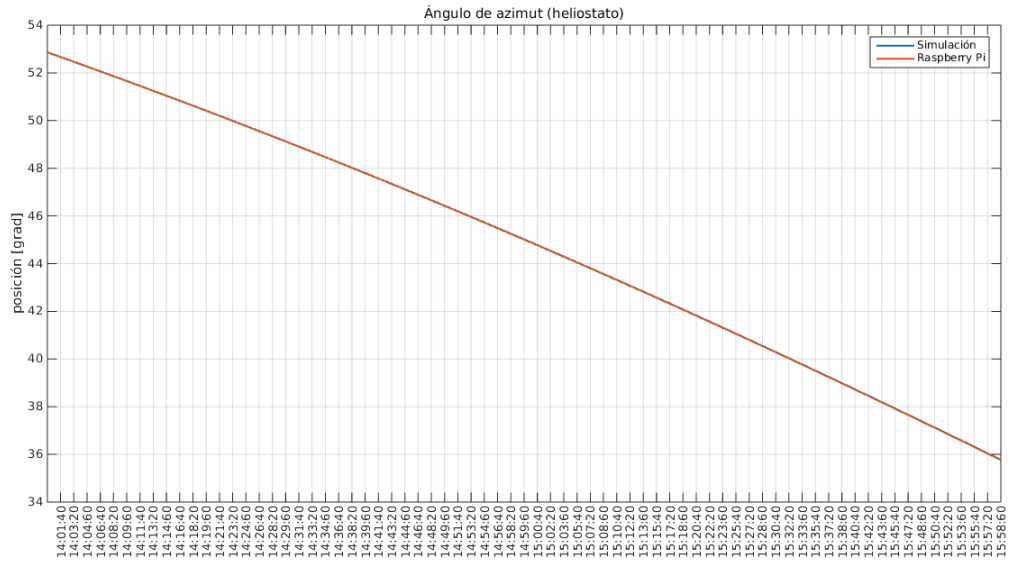


Figura 5.5.5: Gráfica del error del ángulo de azimut solar.

Cabe mencionar que la diferencia de señales observadas en las Figuras 5.5.12 y 5.5.14 se debe a la característica de los actuadores, son actuadores digitales. Esta diferencia se puede observar mejor en las gráficas del error de las posiciones de las articulaciones, Figuras 5.5.13 y 5.5.15.





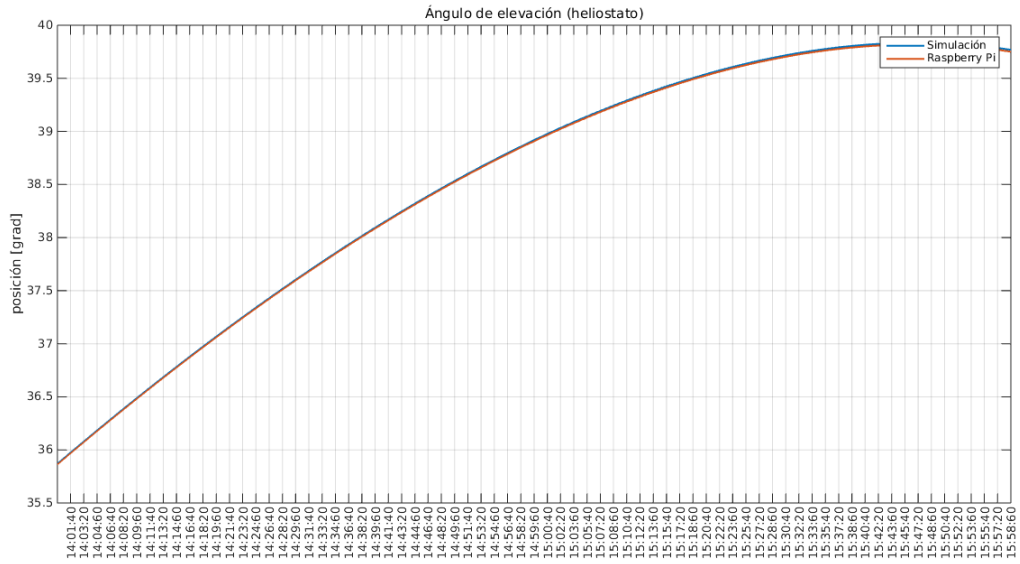


Figura 5.5.10: Ángulo de elevación del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.

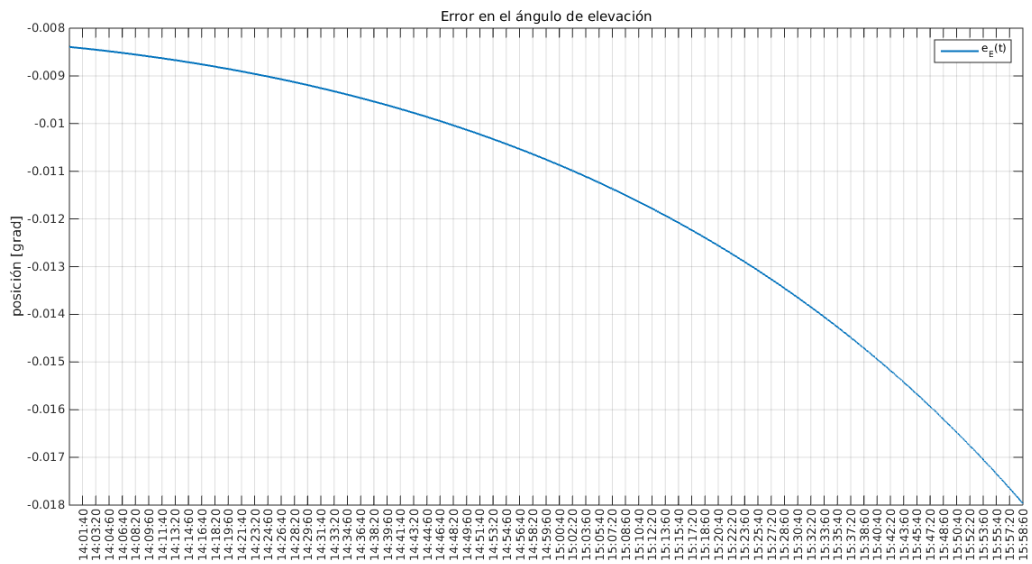


Figura 5.5.11: Gráfica del error del ángulo de elevación del heliostato.

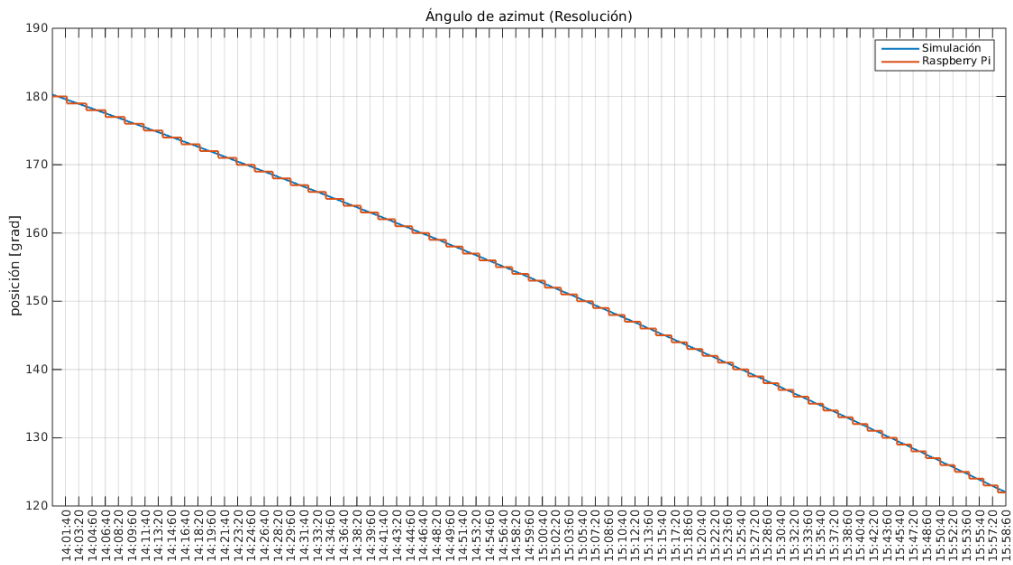


Figura 5.5.12: Ángulo de azimut del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentalmente, resolución de bits.

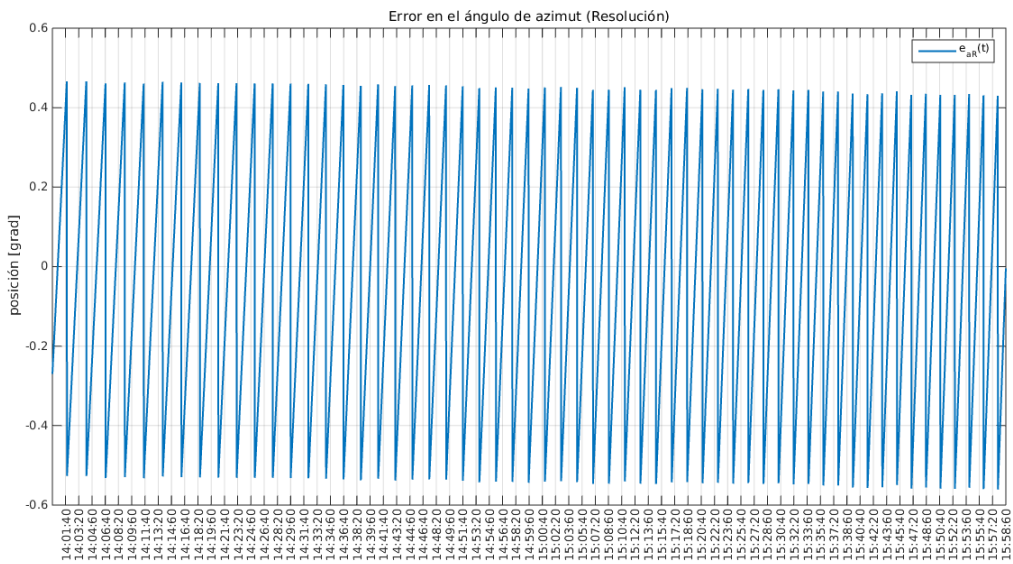


Figura 5.5.13: Gráfica del error del ángulo de azimut del heliostato, resolución de bits.

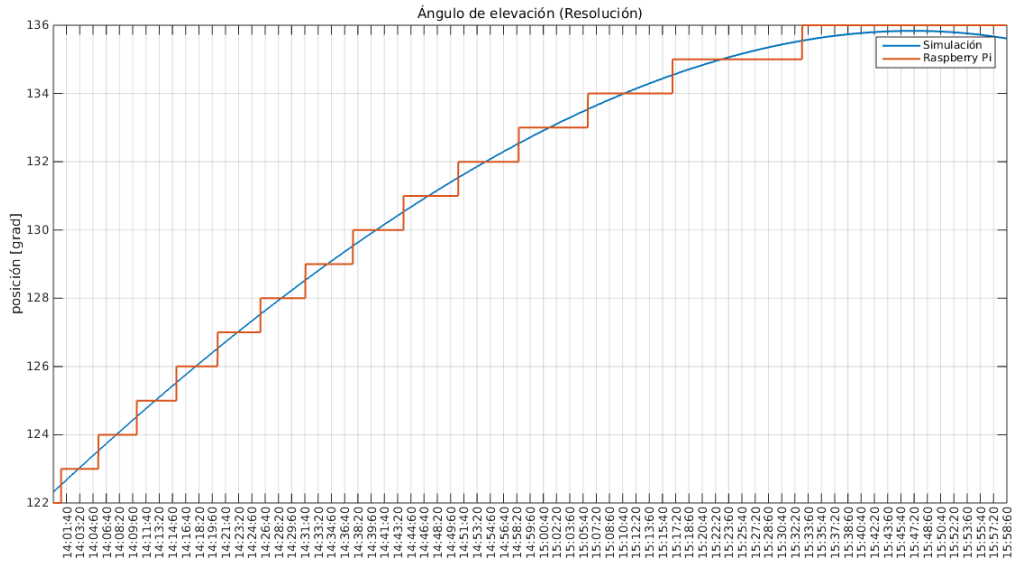


Figura 5.5.14: Ángulo de elevación del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación, resolución de bits.

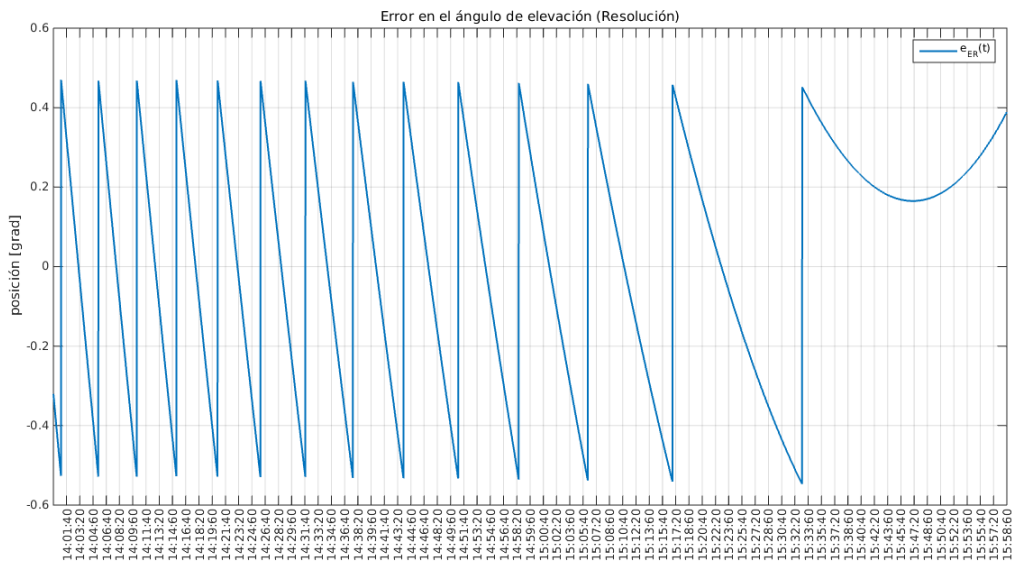


Figura 5.5.15: Gráfica del error del ángulo de elevación del heliostato, resolución de bits.

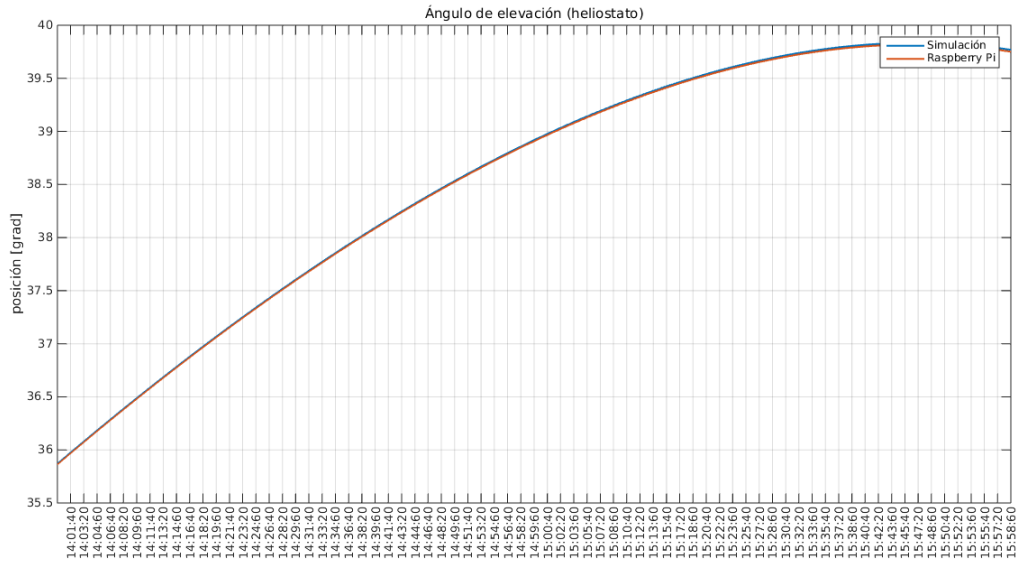


Figura 5.5.16: Ángulo de elevación del heliostato, datos obtenidos mediante simulación y experimentación.

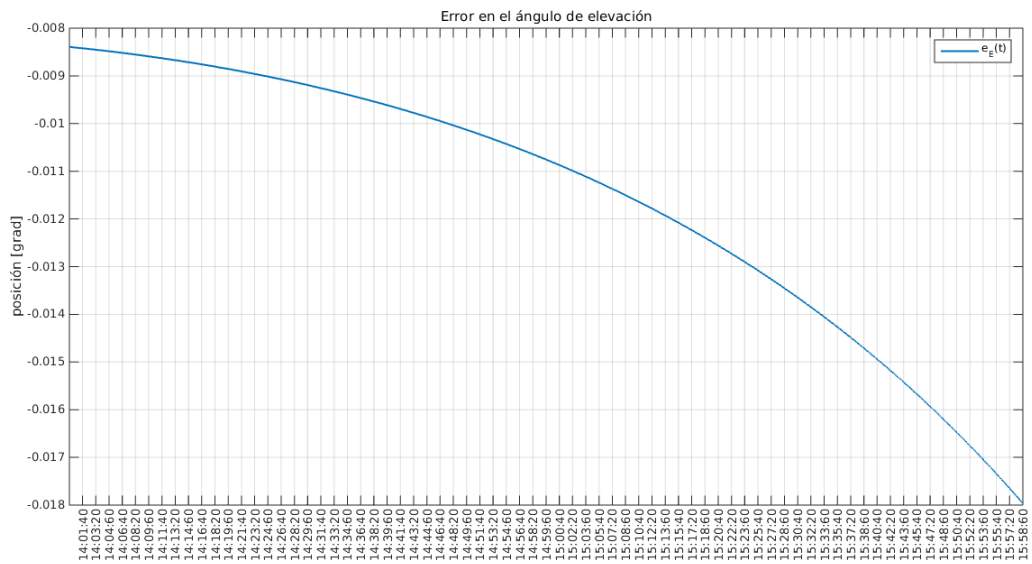


Figura 5.5.17: Gráfica del error del ángulo de elevación del heliostato.

5.5.2. Conclusiones de la etapa de implementación

La orientación del prototipo experimental se debe hacer dependiendo del hemisferio del observador considerando que la posición del elemento final debe estar dada en términos de azimut α_c y elevación ϵ_c .

El error que se presenta en la posición de las articulaciones ϵ_i y α_i del espejo se ve afectado por dos factores: la conversión de posición a resolución de bits y el periodo de actualización de la posición aparente del sol, por ello fue necesario hacer un cambio en este periodo de 10 minutos a 1 segundo en la primer corrida, y de un segundo a 15 minutos en la segunda corrida para observar los cambios que se presentan.

Los actuadores utilizados cierran el lazo de control de la posición de las articulaciones internamente, pese a ello, se hizo la lectura de la posición de los actuadores a través del protocolo de comunicación de los actuadores mediante la Raspberry Pi para cerrar el lazo de control de manera externa entre la posición real de la articulación y la posición de referencia, todos estos datos se almacenaron en un archivo para ser tratados posteriormente a consideración del usuario ya que la tarjeta de control no cuenta con una interfaz gráfica y la conexión a ésta se hace mediante SSH vía Wi-Fi o Ethernet.

No se realizaron estudios sobre índices de reflexión y refracción del espejo, temperatura máxima alcanzada ni conversión de energía solar debido a que el objetivo de la tesis no se centra en la realización de estos estudios, sin embargo, se trató de demostrar de manera experimental que la ley de control planteada en el capítulo principal de la tesis funciona adecuadamente abriendo la posibilidad a que el prototipo tenga múltiples aplicaciones como pueden ser: iluminación de interiores, desecación de algunos alimentos, patrones luminosos sobre edificios, por mencionar algunos.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

6.1. Conclusiones

En base al diseño del heliostato propuesto se obtuvo un modelo matemático que representa a dicho sistema. Para la obtención del modelo se hizo una consideración: el peso del soporte y de los actuadores es relativamente pequeño a comparación del peso de toda la estructura, por lo tanto, es despreciable.

La formulación utilizada para la representación de la dinámica del sistema espejo se hizo a partir de la formulación de Lagrange ya que esta caracteriza la dinámica del prototipo en términos de las variables de estado del sistema $(\alpha_i, \dot{\alpha}_i, \epsilon_i, \dot{\epsilon}_i)$, por lo tanto, su interpretación física es de fácil medición pues éstas son las posiciones y velocidades de las articulaciones.

Para el desarrollo de las ecuaciones de movimiento de Lagrange fue necesario presentar los momentos de inercia de acuerdo a la configuración del espejo en el sistema físico, esto debido a que en la literatura sólo se consideran los momentos de inercia de manera oblícua a los ejes del elemento.

La deducción de la matriz de Coriolis y de fuerzas centrífugas fue obtenida mediante la representación matricial de las ecuaciones de movimiento de Lagrange para cada uno de los grados de libertad del sistema.

La deducción de los ángulos de azimut α_i y elevación ϵ_i se realizó de manera geométrica como se expone en el resultado principal de esta tesis debido a que la solución a este problema por la vía numérica incrementaba la complejidad de éste.

En el análisis de las ecuaciones del vector de la posición aparente del sol y la deducción de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i se obtuvieron los resultados esperados mediante simulación. La estrategia de control presentada obtiene la posición aparente del sol cada 15 min

mediante un algoritmo de posición solar, tiempo en el que se considera que existe un cambio significativo en los ángulos de elevación solar ϵ_s y azimut solar α_s , por lo tanto, la trayectoria descrita por los ángulos de elevación ϵ_i y α_i en el sistema espejo durante el día presentan cambios abruptos. Para evaluar el desempeño del controlador, la estrategia de control y hacer una aproximación al sistema real (los actuadores trabajan con referencias suaves Keemink [40]) se suavizó la trayectoria de los ángulos de configuración del sistema espejo (azimut α_i y elevación ϵ_i) mediante tangentes hiperbólicas.

El desempeño del control de posición se considera aceptable ya que a nivel simulación se presenta un error aproximado de -0.12° en azimut y un error aproximado de ± 0.1 en elevación durante el periodo crítico de la posición aparente del sol, esto es cercano al Zenit.

La construcción del sistema de control en el sistema espejo se realizó implementando el algoritmo de seguimiento del sol de Reda, obteniendo la fecha y hora del día del sistema así como la longitud, latitud, altitud, presión atmosférica y temperatura de manera automática, esto debido a la precisión que presenta este algoritmo y considerando que la aplicación del elemento en cuestión no está definida.

El control de posición de las articulaciones del sistema espejo junto con el algoritmo de Reda se programó en la tarjeta de desarrollo Raspberry Pi por lo que fue necesario realizar un diseño de circuito en *PCB* y la programación de una librería para el control de los actuadores de cada una de las articulaciones. Los actuadores utilizados fueron dos motores Dynamixel AX-12 de la marca Robotis para la posición de las articulaciones del sistema, es decir, los ángulo de azimut α_i y elevación ϵ_i de configuración del espejo.

Durante las pruebas de implementación se observó que la deducción de los ángulos de elevación ϵ_i y azimut α_i obtenidos cada 15 minutos como se había considerado en un principio incrementa el error de posición de las articulaciones del sistema espejo, por lo tanto, se considera conveniente realizar los cálculos cada segundo.

Finalmente, se concluye que la estrategia de control utilizada considerando los actuadores digitales Dynamixel AX-12 incrementa el error de posición en las articulaciones del sistema espejo de un ± 0.1 a ± 0.5 . Para mantener este margen de error se estableció un nuevo periodo de actualización de la posición aparente del sol, se optó por realizar todas las operaciones en la estrategia de control cada segundo y se consideró cerrar de manera externa el lazo de control de posición.

6.2. Trabajos futuros

Los posibles trabajos futuros de este trabajo de investigación se enlistan a continuación:

- Considerar perturbaciones en las articulaciones del sistema espejo tales como: vibraciones en la estructura mecánica, efectos del viento sobre el prototipo, por nombrar algunas para modelarlas y así tener un modelo más completo.
- Implementar dos modos de operación del sistema: modo de seguimiento o modo de funcionamiento para la posible implementación en hornos o torres de concentración solar.
- Implementar motores de DC como actuadores en las coordenadas del sistema e implementar alternativas para la obtención de la posición de la articulación y así evitar el uso de encoders para reducir el costo del prototipo.
- Realizar una interfaz gráfica para el monitoreo del sistema desde una terminal central.
- Implementar un arreglo de n espejos para realizar un análisis y comparativa de la energía solar recibida, temperatura alcanzada y eficiencia ante heliostatos de espejos de nitrato de plata o de aluminio pulido.
- Obtención de los coeficientes de fricción del sistema implementado de manera experimental para validar el modelo de simulación.
- Extender la estrategia de control a control tolerante a fallas para cada una de las articulaciones del sistema espejo.
- Trayectorias de reflexión para la iluminación de galerías, atrios, porche, conductos solares.
- Patrones luminosos en muros cortina, paredes translúcidas, cúpulas.
- Reflexión o transmisión especular en función del ángulo de incidencia con fines de iluminación en interiores, CEI [41].
- Cambios de colores de la luz después de reflexión o transmisión para efectos de iluminación.

Bibliografía

- [1] I. Reda and A. Andreas, “Solar position algorithm for solar radiation applications,” *Solar Energy*, vol. 76, no. 5, pp. 577–589, 2004.
- [2] R. Abu-Malouh, S. Abdallah, and I. M. Muslih, “Design, construction and operation of spherical solar cooker with automatic sun tracking system,” *Energy Conversion and Management*, vol. 52, pp. 615–620, jan 2011.
- [3] L. Barker, M. Neber, and H. Lee, “Design of a low-profile two-axis solar tracker,” *Solar Energy*, vol. 97, pp. 569–576, nov 2013.
- [4] R. Eke and A. Senturk, “Performance comparison of a double-axis sun tracking versus fixed PV system,” *Solar Energy*, vol. 86, pp. 2665–2672, sep 2012.
- [5] B. J. Huang and F. S. Sun, “Feasibility study of one axis three positions tracking solar PV with low concentration ratio reflector,” *Energy Conversion and Management*, vol. 48, pp. 1273–1280, apr 2007.
- [6] S. M. Besarati and D. Yogi Goswami, “A computationally efficient method for the design of the heliostat field for solar power tower plant,” *Renewable Energy*, vol. 69, pp. 226–232, 2014.
- [7] M. Guo, F. Sun, Z. Wang, and J. Zhang, “Properties of a general azimuth–elevation tracking angle formula for a heliostat with a mirror-pivot offset and other angular errors,” *Solar Energy*, vol. 96, pp. 159–167, oct 2013.
- [8] S. Koikari, T. Amano, T. Onomura, M. Iemoto, and K. Yoshida, “Field-aligned heliostats and their application to central receiver system,” *Solar Energy*, vol. 105, pp. 575–589, 2014.

-
- [9] K. Chong and C. Wong, “General formula for on-axis sun-tracking system and its application in improving tracking accuracy of solar collector,” *Solar Energy*, vol. 83, pp. 298–305, mar 2009.
- [10] H. Mousazadeh, A. Keyhani, A. Javadi, H. Mobli, K. Abrinia, and A. Sharifi, “A review of principle and sun-tracking methods for maximizing solar systems output,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 13, pp. 1800–1818, oct 2009.
- [11] R. C. Neville, “Solar Energy Collector Orientation and Tracking Mode,” vol. 20, no. 1, pp. 7–11, 1977.
- [12] H. Zhong, G. Li, R. Tang, and W. Dong, “Optical performance of inclined south-north axis three-positions tracked solar panels,” *Energy*, vol. 36, pp. 1171–1179, feb 2011.
- [13] J. A. García Navajas, Ginés; Egea Gea, Andrés y Gázquez Parra, “Campo de heliostatos autonomos y metodo de operacion.,” 2001.
- [14] D. Scholten and R. Bosman, “The geopolitics of renewables; exploring the political implications of renewable energy systems,” *Technological Forecasting and Social Change*, vol. 103, pp. 273–283, 2016.
- [15] M. Pacesila, S. G. Burcea, and S. E. Colesca, “Analysis of renewable energies in European Union,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 56, pp. 156–170, 2016.
- [16] M. Guo, Z. Wang, and F. Sun, “Simulations of reflected sun beam traces over a target plane for an azimuth–elevation tracking heliostat with fixed geometric error sources,” *Solar Energy*, vol. 97, pp. 102–111, nov 2013.
- [17] M. Guo, Z. Wang, J. Zhang, F. Sun, and X. Zhang, “Determination of the angular parameters in the general altitude-azimuth tracking angle formulas for a heliostat with a mirror-pivot offset based on experimental tracking data,” *Solar Energy*, vol. 86, no. 3, pp. 941–950, 2012.
- [18] J. Cañada, M. Utrillas, J. Martinez-Lozano, R. Pedrós, J. Gómez-Amo, and a. Maj, “Design of a sun tracker for the automatic measurement of spectral irradiance and construction of an irradiance database in the 330–1100nm range,” *Renewable Energy*, vol. 32, pp. 2053–2068, oct 2007.
- [19] A. B. Sproul, “Derivation of the solar geometric relationships using vector analysis,” *Renewable Energy*, vol. 32, pp. 1187–1205, jun 2007.
-

- [20] G. Zhu, “Development of an analytical optical method for linear Fresnel collectors,” *Solar Energy*, vol. 94, pp. 240–252, aug 2013.
- [21] R. Grena, “An algorithm for the computation of the solar position,” *Solar Energy*, vol. 82, pp. 462–470, may 2008.
- [22] A. A. Rizvi and K. Addoweesh, “Sun Position Algorithm for Sun Tracking Applications,” 2014.
- [23] I. Stamatescu, I. Făgărășan, G. Stamatescu, N. Arghira, and S. S. Ilescu, “Design and Implementation of a Solar-tracking Algorithm,” *Procedia Engineering*, vol. 69, no. 0, pp. 500–507, 2014.
- [24] W. Batayneh, A. Owais, and M. Nairoukh, “An intelligent fuzzy based tracking controller for a dual-axis solar PV system,” *Automation in Construction*, vol. 29, pp. 100–106, jan 2013.
- [25] A. Kribus, I. Vishnevetsky, A. Yogev, and T. Rubinov, “Closed loop control of heliostats,” *Energy*, vol. 29, no. 5-6, pp. 905–913, 2004.
- [26] K. Malan and P. Gauché, “Model based open-loop correction of heliostat tracking errors,” *Energy Procedia*, vol. 49, no. 0, pp. 2118–2124, 2013.
- [27] F. Rubio, M. Ortega, F. Gordillo, and M. López-Martínez, “Application of new control strategy for sun tracking,” *Energy Conversion and Management*, vol. 48, pp. 2174–2184, jul 2007.
- [28] Y. Yao, Y. Hu, S. Gao, G. Yang, and J. Du, “A multipurpose dual-axis solar tracker with two tracking strategies,” *Renewable Energy*, vol. 72, pp. 88–98, dec 2014.
- [29] J. J. Craig, *John Craig.*, vol. 1. México: Pearson Educación de México, 3ra ed., 1977.
- [30] J. Wilson, a. j. Buffa, and B. Lou, *Física*. México: Pearson Educación de México, 6ta ed., 2007.
- [31] F. L. Lewis, D. M. Dawson, and C. T. Abdallah, *Robot Manipulator Control. Theory and Practice*. 2004.
- [32] J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Pearson/Prentice Hall, 3, ilustra ed., 2005.

- [33] S. Bouallègue, J. Haggège, and M. Benrejeb, “A New Method for Tuning PID-Type Fuzzy Controllers Using Particle Swarm Optimization,” 2012.
- [34] L. F. Solihin, Mahmud Iwan, Tack and M. L. Kean, “Tuning of PID Controller Using Particle Swarm Optimization (PSO),” *Proceeding of the International Conference on Advanced Science, Engineering and Information Technology*, 2011.
- [35] H. Ibrahim, F. Hassan, and A. O. Shomer, “Optimal PID control of a brushless DC motor using PSO and BF techniques,” *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 5, no. 2, pp. 391–398, 2014.
- [36] A. Tarique and H. a. Gabbar, “Particle Swarm Optimization (PSO) Based Turbine Control,” *Intelligent Control and Automation*, vol. 04, no. 02, pp. 126–137, 2013.
- [37] W. Korani, H. Dorrah, and H. Emara, “Bacterial foraging oriented by Particle Swarm Optimization strategy for PID tuning,” *Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA), 2009 IEEE International Symposium on*, 2009.
- [38] A. Nickabadi, M. M. Ebadzadeh, and R. Safabakhsh, “A novel particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weight,” *Applied Soft Computing*, vol. 11, no. 4, pp. 3658–3670, 2011.
- [39] J. C. Bansal, P. K. Singh, M. Saraswat, A. Verma, S. S. Jadon, and A. Abraham, “Inertia weight strategies in particle swarm optimization,” *Proceedings of the 2011 3rd World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, NaBIC 2011*, pp. 633–640, 2011.
- [40] A. Keemink, “University of Twente,” *Control Engineering*, no. 005, p. 92, 2011.
- [41] Cei., Idae., and Cscae., *Guía Técnica para el provechamiento de la luz natural de edificios*. 2005.

Apéndice A

Formulación y desarrollo de las integrales de los momentos de inercia del modelo del sistema espejo

A.1. Momento de inercia con respecto al eje x

Definimos como límites inferior y superior las funciones $o_1(\alpha_i, \epsilon_i, y, z)$ y $o_2(\alpha_i, \epsilon_i, y, z)$ que corresponden a la superficie del espejo en el espacio de dimensiones $l \times l \times h$, cuyas componentes en y y z están dadas por las funciones $g_1(\alpha_i, \epsilon_i)$ a $g_2(\alpha_i, \epsilon_i)$ y $h_1(\alpha_i, \epsilon_i)$ a $h_2(\alpha_i, \epsilon_i)$ respectivamente como se muestra en la formulación de la Figura A.1.2

Lo anterior podemos representarlo matematicamente como,

$$I_{xx_{2i}}(\alpha_i, \epsilon_i) = \int_{s_1(\alpha_i, \epsilon_i)}^{s_2(\alpha_i, \epsilon_i)} \int_{t_1(\alpha_i, \epsilon_i)}^{t_2(\alpha_i, \epsilon_i)} \int_{o_1(\alpha_i, \epsilon_i, y, z)}^{o_2(\alpha_i, \epsilon_i, y, z)} (y^2 + z^2) dx dy dz, \quad (\text{A.1.1})$$

donde:

$$o_1(\alpha_i, \epsilon_i, y, z) := \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i) y + \cos(\epsilon_i) z - \frac{l}{2},$$

$$o_2(\alpha_i, \epsilon_i, y, z) := \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i) y + \cos(\epsilon_i) z + \frac{l}{2},$$

$$t_1(\alpha_i, \epsilon_i) := \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i) - \frac{l}{2},$$

$$t_2(\alpha_i, \epsilon_i) := \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i) + \frac{l}{2},$$

$$s_1(\alpha_i, \epsilon_i) := \cos(\epsilon_i) - \frac{h}{2},$$

$$s_2(\alpha_i, \epsilon_i) := \cos(\epsilon_i) + \frac{h}{2},$$

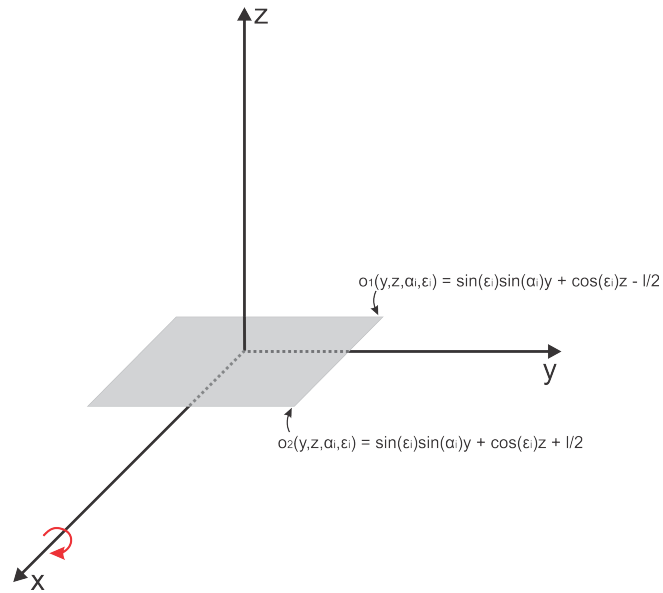


Figura A.1.1: Momento de inercia con respecto al eje x , formulación basada en la ecuación cartesiana del plano.

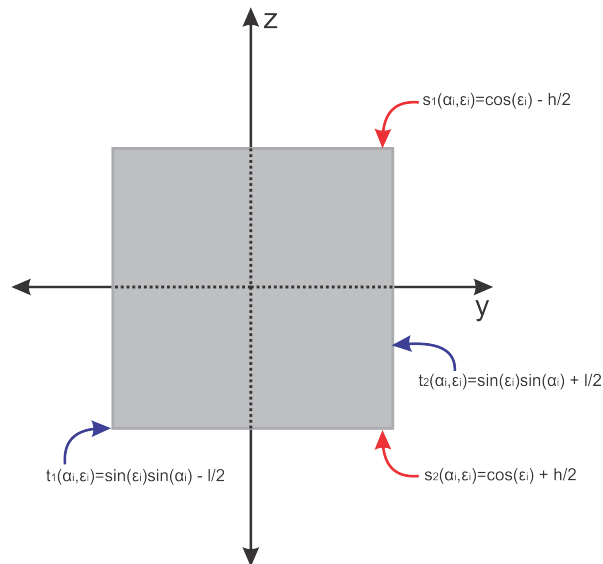


Figura A.1.2: Momento de inercia con respecto al eje x , componentes del plano xy .

A.2. Momento de inercia con respecto al eje z

definimos como límites superior e inferior de las integrales del momento de inercia dado por (3.2.3) a las funciones $g_1(\alpha_i, \epsilon_i, y, z)$, $g_2(\alpha_i, \epsilon_i, y, z)$, $h_1(\alpha_i, \epsilon_i)$, $h_2(\alpha_i, \epsilon_i)$, $f_1(\alpha_i, \epsilon_i)$ y $f_2(\alpha_i, \epsilon_i)$ como se plantea en la formulación presentada en las Figuras A.2.1 y A.2.2.

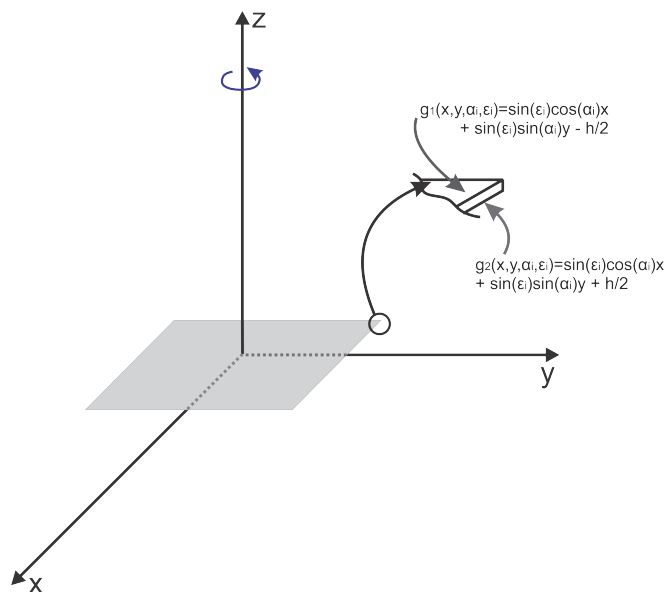


Figura A.2.1: Momento de inercia con respecto al eje z, formulación basada en la ecuación cartesiana del plano.

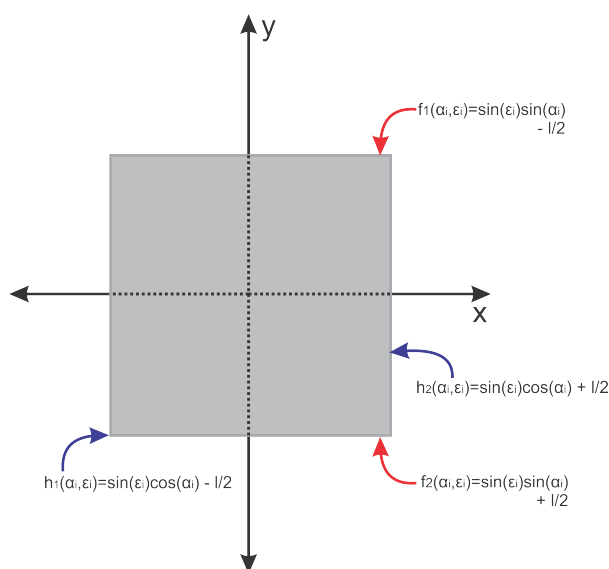


Figura A.2.2: Momento de inercia con respecto al eje z, componentes del plano xy

$$I_{zzz_i}(\alpha_i, \epsilon_i) = \int_{f_1(\alpha_i, \epsilon_i)}^{f_2(\alpha_i, \epsilon_i)} \int_{h_1(\alpha_i, \epsilon_i)}^{h_2(\alpha_i, \epsilon_i)} \int_{g_1(\alpha_i, \epsilon_i, x, y)}^{g_2(\alpha_i, \epsilon_i, x, y)} (x^2 + y^2) dz dx dy, \quad (\text{A.2.1})$$

donde:

$$g_1(\alpha_i, \epsilon_i, y, z) := \sin(\epsilon_i) \cos(\alpha_i)x + \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i)y - \frac{h}{2},$$

$$g_2(\alpha_i, \epsilon_i, y, z) := \sin(\epsilon_i) \cos(\alpha_i)x + \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i)y + \frac{h}{2},$$

$$h_1(\alpha_i, \epsilon_i) := \sin(\epsilon_i) \cos(\alpha_i) - \frac{l}{2},$$

$$h_2(\alpha_i, \epsilon_i) := \sin(\epsilon_i) \cos(\alpha_i) + \frac{l}{2},$$

$$f_1(\alpha_i, \epsilon_i) := \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i) - \frac{l}{2},$$

$$f_2(\alpha_i, \epsilon_i) := \sin(\epsilon_i) \sin(\alpha_i) + \frac{l}{2},$$

Apéndice B

Diseño propuesto del sistema espejo

B.1. Partes del heliostato

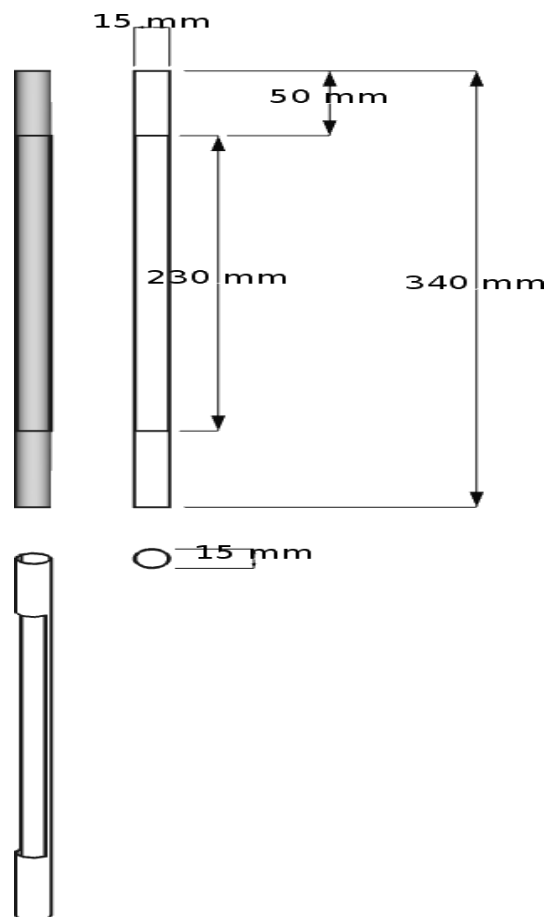


Figura B.1.1: Barra de soporte del espejo

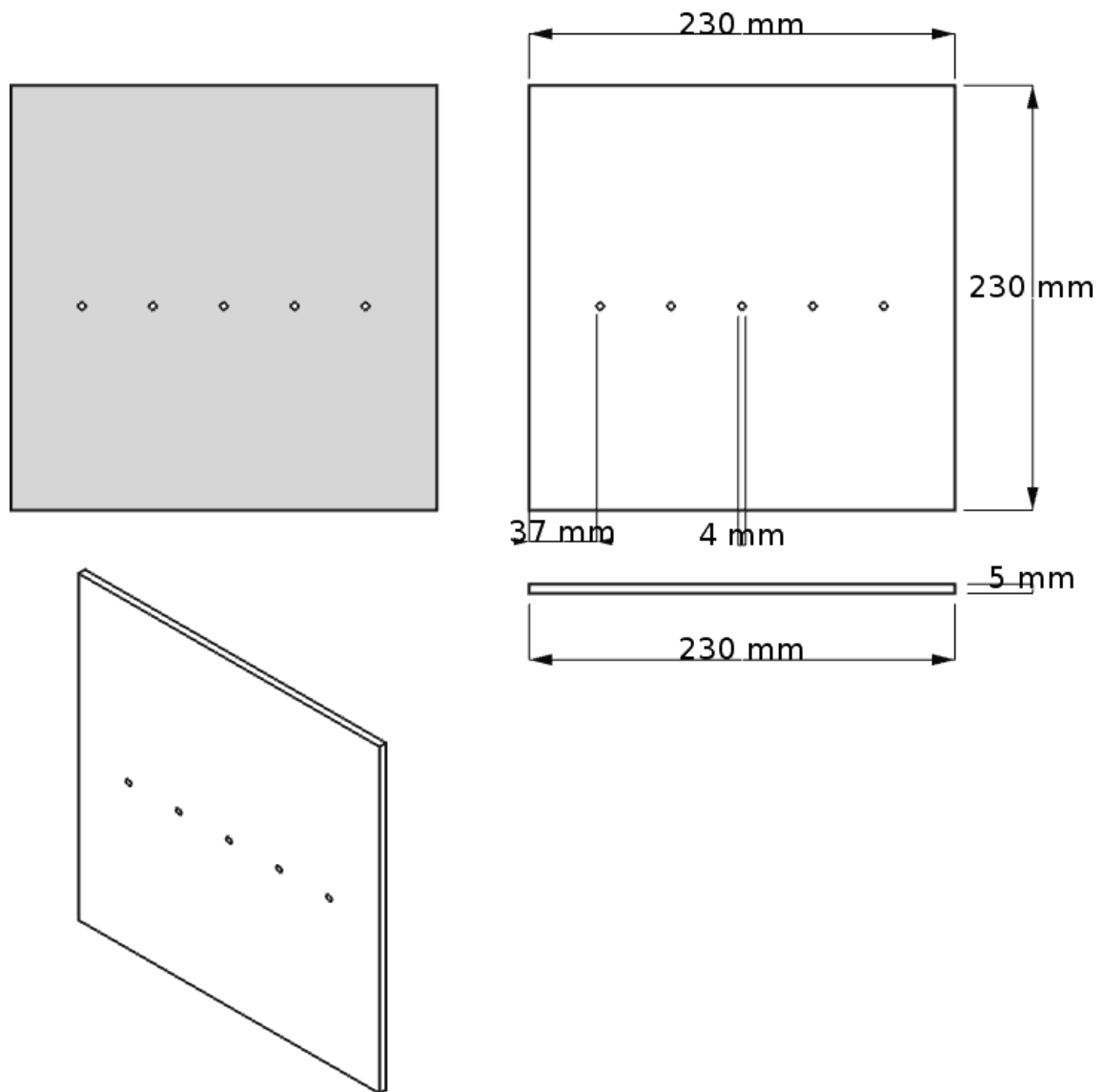


Figura B.1.2: Espejo comercial

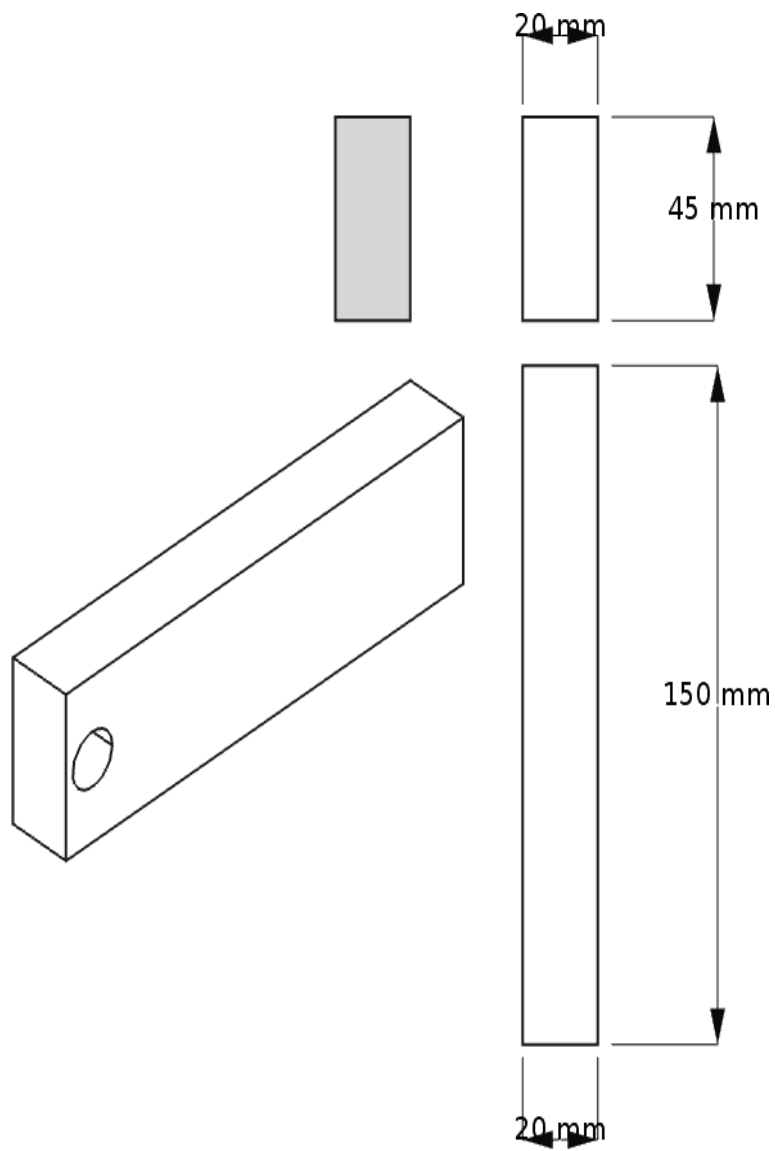


Figura B.1.3: Soporte lateral para el espejo

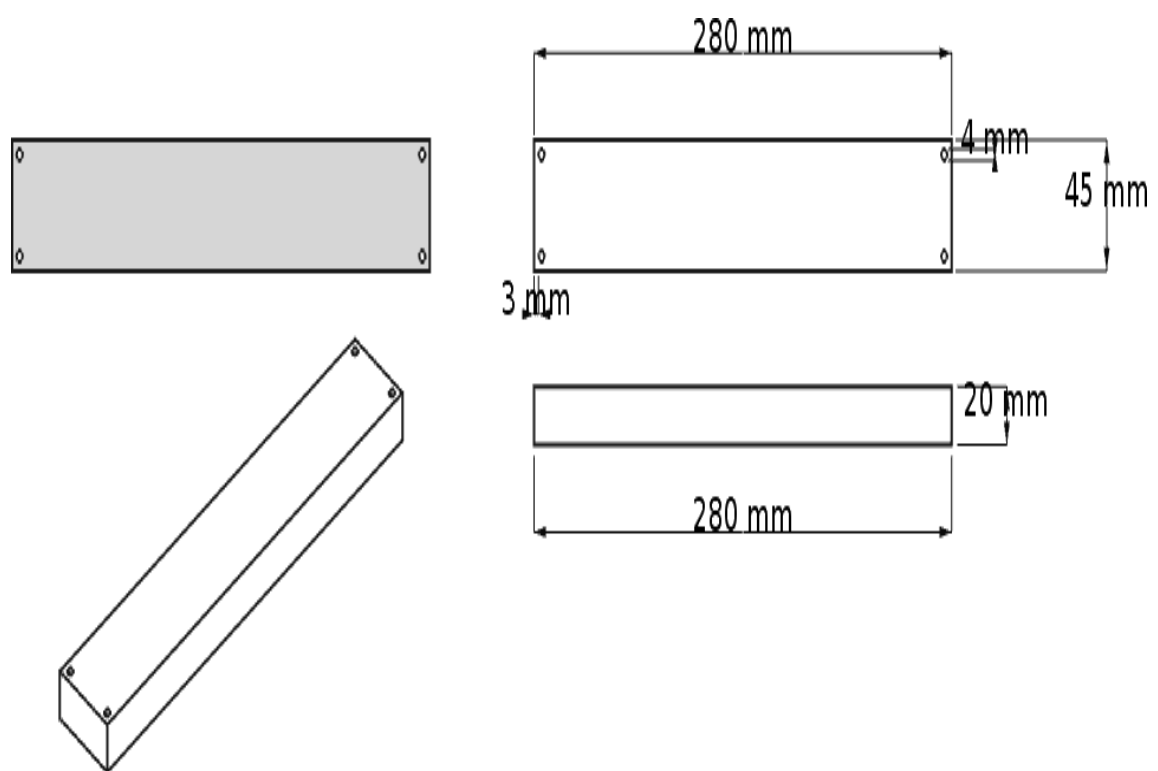


Figura B.1.4: Barra de soporte del espejo

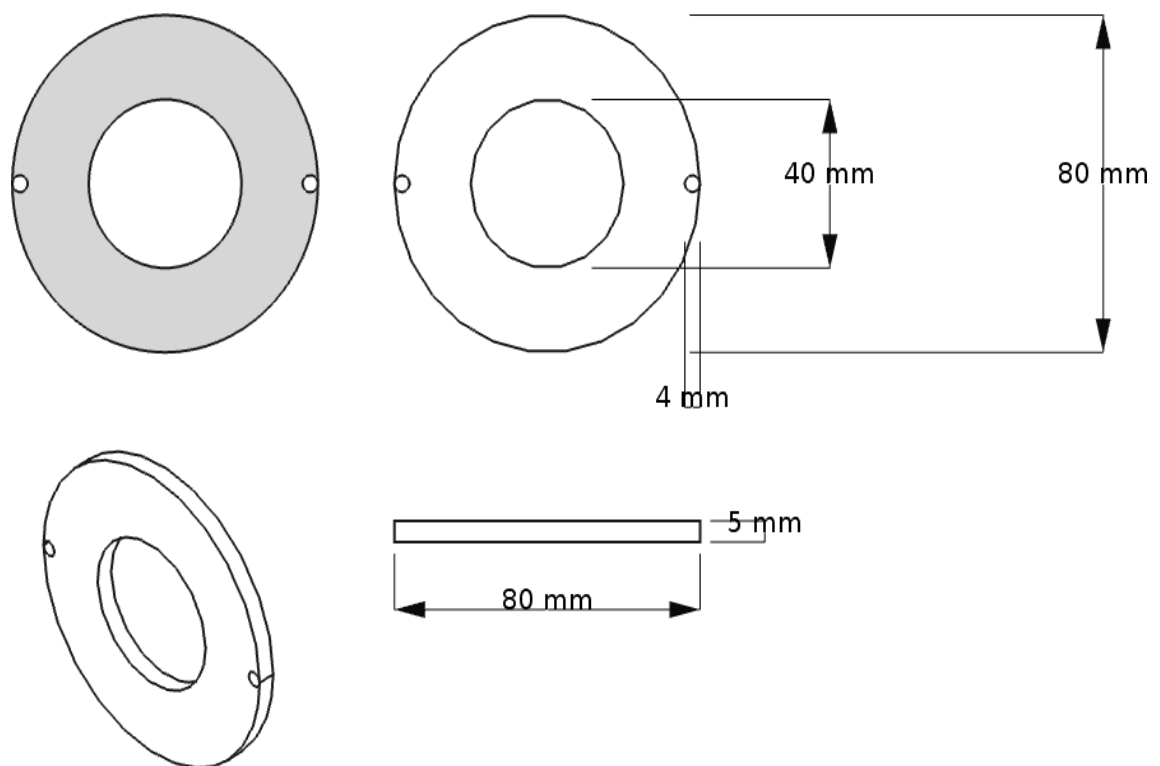


Figura B.1.5: Disco de soporte del espejo

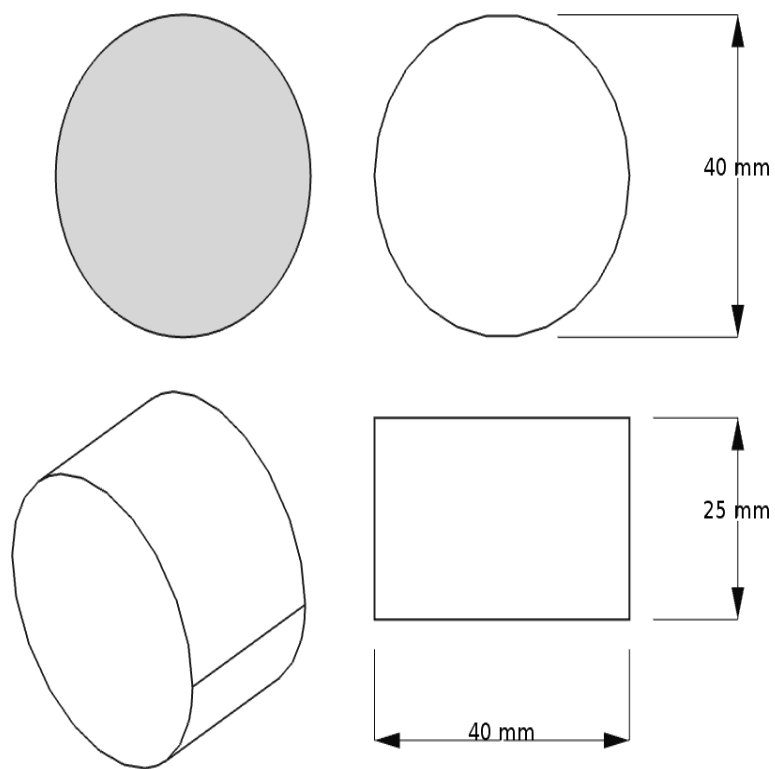


Figura B.1.6: Poste de soporte y rotación del heliostato

B.2. Diseño del heliostato

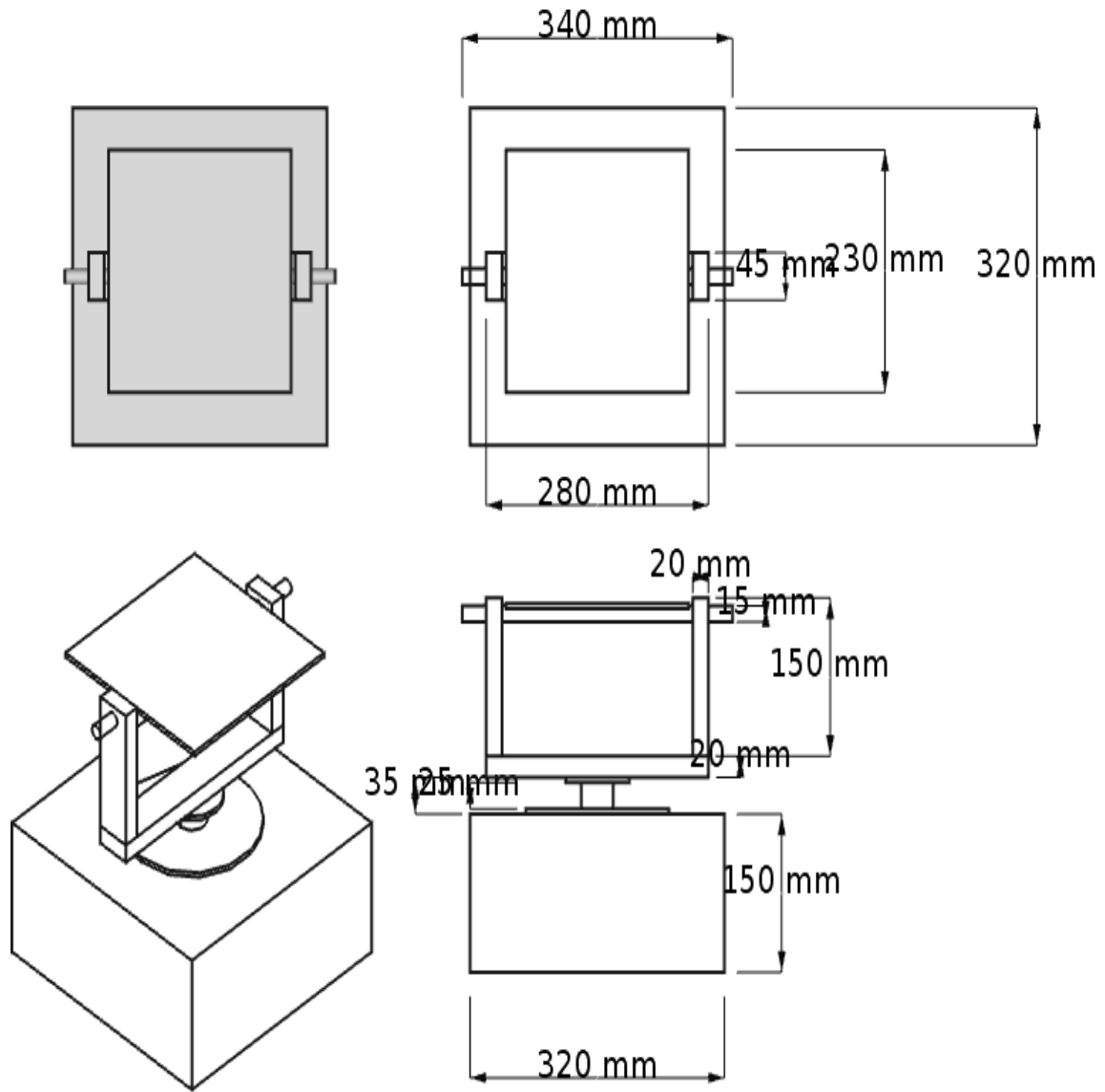


Figura B.2.1: Diseño propuesto del sistema espejo

Apéndice C

Modelo dinámico de un motor de DC

C.1. Representación de los actuadores en la forma generalizada

La representación de los actuadores en el sistema espejo se representa en forma matricial de la manera siguiente:

$$J_m \ddot{q}_i + B_m \dot{q}_i + R_m \tau_m = K_m v_m \quad (\text{C.1.1})$$

donde:

$$J_m := \text{diag}\{J_{m_{pi}}\} \quad , p = 1, 2; \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$B_m := \text{diag}\left\{f_{m_{pi}} + \frac{K_{a_{pi}} K_{b_{pi}}}{R_{a_{pi}}}\right\}$$

$$R_m := \text{diag}\left\{\frac{1}{r_{ns}^2}\right\} \quad , r_{ns} := \frac{r_{e_{pi}}}{r_{m_{pi}}}$$

$$K_m := \text{diag}\left\{\frac{1}{r_{ns}} \frac{K_{a_{pi}}}{R_{a_{pi}}}\right\}$$

Las características de los motores utilizados se muestran en la Tabla C.1.1:

Tabla C.1.1: Parámetros del Motor DC

Variable	Valor	Unidades	Descripción
$J_{m_{1i}}$	0.007	$Kg \cdot m^2$	Inercia del rotor
$J_{m_{2i}}$	0.005	$Kg \cdot m^2$	Inercia del rotor
$f_{m_{1i}}$	0.05		Fricción del rotor
$f_{m_{2i}}$	0.05		Fricción del rotor
$R_{a_{1i}}$	1.6	Ω	Resistencia de armadura
$R_{a_{2i}}$	1.2	Ω	Resistencia de armadura
$K_{a_{1i}}$	0.35	$N \cdot m/A$	Constante motor-par
$K_{a_{2i}}$	0.30	$N \cdot m/A$	Constante motor-par
$K_{b_{1i}}$	0.04	$V \cdot s/rad$	Constante de contrarreacción electromotriz
$K_{b_{2i}}$	0.02	$V \cdot s/rad$	Constante de contrarreacción electromotriz
r_{ns}	1		Relación de engranes
r_{ns}	1		Relación de engranes