

# ANÁLISIS DE FALLAS USANDO DFMEA, ÁRBOL DE FALLAS Y REDES BAYESIANAS

## FAULT ANALYSIS USING DFMEA, FAULT TREE AND BAYESIAN NETWORKS

Aguilar Chávez Luz Angélica<sup>1</sup>, Rodríguez Medina Manuel Arnoldo<sup>2</sup>, Poblano Ojinaga Eduardo Rafael<sup>3</sup>,  
Alvarado Tarango Lizette<sup>4</sup>, Pinto Santos Jorge Adolfo<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Maestría en Ingeniería Industrial. Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez. División de Estudios de Posgrados e Investigación. [Laach19@gmail.com](mailto:Laach19@gmail.com). (656)3057554. Avenida Tecnológico 1340, 32510 Juárez, Chihuahua, México.

<sup>2</sup>Doctorado en Ciencias de la Ingeniería. Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez. División de Estudios de Posgrados e Investigación. [manuel\\_rodriguez\\_itcj@yahoo.com](mailto:manuel_rodriguez_itcj@yahoo.com). (656)6882500. Avenida Tecnológico 1340, 32510 Juárez, Chihuahua, México.

<sup>3</sup>Doctorado en Tecnología. Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez. División de Estudios de Posgrados e Investigación. [Pooe\\_65@hotmail.com](mailto:Pooe_65@hotmail.com) (656)6882500. Avenida Tecnológico 1340, 32510 Juárez, Chihuahua, México.

<sup>4</sup>Maestría en Ingeniería Administrativa. Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez. División de Estudios de Posgrados e Investigación. [Lalvarado@itcj.edu.mx](mailto:Lalvarado@itcj.edu.mx) . (656)6882500. Avenida Tecnológico 1340, 32510 Juárez, Chihuahua, México.

<sup>5</sup>Doctorado en Tecnología. Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez. División de Estudios de Posgrados e Investigación. [Jorge.ps@itcj.edu.mx](mailto:Jorge.ps@itcj.edu.mx) (656)6882500. Avenida Tecnológico 1340, 32510 Juárez, Chihuahua, México.

**Resumen** -- La industria automotriz y su normatividad (ISO 9001:2015 y la IATF 16949) establecen una secuencia lógica para el aseguramiento de la calidad de sus productos, la cual considera el plano de la parte, el FMEA de diseño (DFMEA), la matriz de causa y efecto, el diagrama de flujo de proceso, el FMEA de proceso (PFMEA) y el plan de control. El plan de aseguramiento de la calidad es establecido desde la etapa de planeación del producto, y en la etapa del diseño del producto se diseña de acuerdo a las metas de diseño y se definen las posibles fallas que este pudiera tener. Este documento muestra el análisis de fallas de un dispositivo utilizando de principio la información obtenida de un FMEA de diseño (PFMEA), mediante las herramientas de análisis de árbol de fallas (FTA) analizando las relaciones existentes entre los elementos fundamentales y sus relaciones y finalmente la construcción y análisis de una Red Bayesiana (BN) donde se permite establecer y apoyarse en las relaciones causales de las variables establecidas para la construcción del modelo y realizar en análisis estadístico que permita obtener información que de cuentas del comportamiento y adecuación que se puede hacer al modelo mediante el uso de softwares estadísticos como el SamIam que realiza cálculos de probabilidades condicionales en base a las relaciones causales propuestas. Mediante el uso y análisis de las herramientas anteriores se pudo llegar a encontrar el comportamiento de los componentes para una bomba de gasolina y establecer cuáles son las probabilidades de falla de cada una, así como su repercusión en el sistema y en la variable de interés primordial que es la falla general de la bomba.

**Palabras Clave:** Árbol de fallas, álgebra booleana, DFMEA, inferencia Bayesiana, Red Bayesiana.

**Abstract** -- The automotive industry and its regulations (ISO 9001:2015 and IATF 16949) establish a logical sequence for the quality assurance of its products, which considers the part plan, the design FMEA (DFMEA), the cause and effect matrix, the process flow diagram, the process FMEA (PFMEA) and the control plan. The

quality assurance plan is established from the product planning stage, and in the product design stage it is designed according to the design goals and the possible failures that it may have are defined. This document shows the failure analysis of a device using in principle the information obtained from a design FMEA (PFMEA), through the tools of failure tree analysis (FTA) analyzing the relationships between the fundamental elements and their relationships and finally the construction and analysis of a Bayesian Network (BN) where it is allowed to establish and rely on the causal relationships of the variables established for the construction of the model and perform in statistical analysis that allows obtaining information that accounts for the behavior and adaptation that can be made to the model through the use of statistical software such as SamIam which performs conditional probability calculations based on the proposed causal relationships. Through the use and analysis of the above tools, it was possible to find the behavior of the components for a gasoline pump and establish what are the probabilities of failure of each one, as well as its impact on the system and on the variable of primary interest that is the general failure of the pump.

**Key words** – Fault tree, Boolean algebra, DFMEA, Bayesian inference, Bayesian Network.

## INTRODUCCIÓN

Existen sistemas complejos debido a la cantidad de elementos que conforman su diseño y de los cuales se debe de asegurar que la etapa de diseño sea realizada de la forma correcta, debido a que estos sistemas se caracterizan por ser más propensos a fallas y a su vez requieren un equipo de expertos para diagnosticar problemas después de que ocurren o para obtener una base de datos de conocimiento adecuada para un diagnóstico más eficiente basado en modelos. [1] El análisis de árbol de fallas o un FTA, es un análisis sistemático que permite identificar la causa raíz de un

fallo a través de un diagrama. Un árbol de fallas permite el análisis de una sola ocurrencia indeseada, pero también puede utilizarse sistemáticamente para evaluar el funcionamiento de un conjunto de componentes, lo que hace que esta herramienta sea muy versátil. Este tipo de diagrama aplica la lógica booleana, con símbolos que representan cada uno de los eventos que pueden haber desencadenado el fallo, incluyendo los eventos externos y los eventos condicionantes. Están unidos entre sí por puertas lógicas («y», «o») que establecen la relación entre ellos. Esta es la lista de algunos símbolos utilizados en este tipo de análisis:

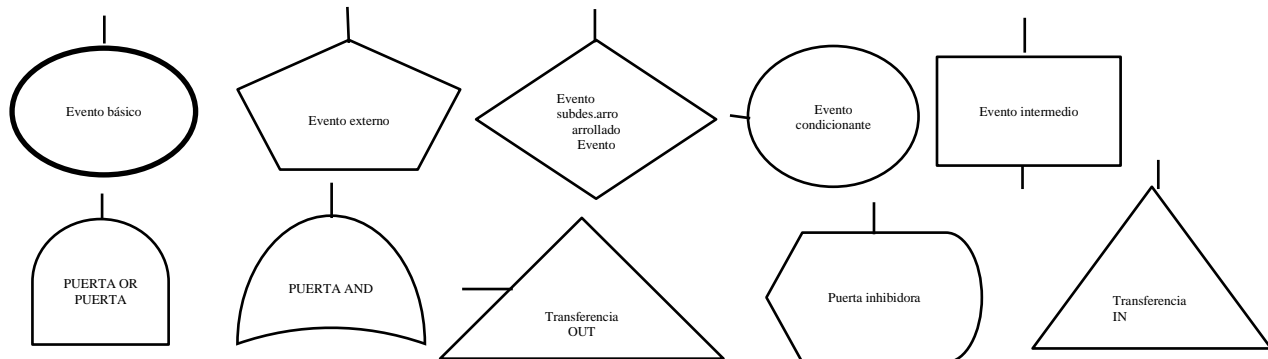


Figura 1. Símbolos para la construcción de un árbol de fallas

El análisis mediante la herramienta de árboles de falla es de gran utilidad en áreas de confiabilidad, puesto que su objetivo es representar la combinación de causas elementales, llamadas eventos primarios, que conducen a la ocurrencia de eventos no deseados llamados evento principal. La construcción de un árbol de fallas eventualmente revela la combinación de un conjunto de conectores lógicos que describen el comportamiento del sistema modelado. [2] En otras palabras, la construcción modular de un árbol de fallas se puede trasladar a la construcción de una red bayesiana equivalente.

La utilidad principal del análisis del árbol de fallas es diagnosticar la causa raíz de una falla, comprender cómo el sistema puede fallar, determinar los riesgos asociados con el sistema, identificar medidas para reducir el riesgo, además de estimar la frecuencia de los accidentes de seguridad.

Las ventajas de desarrollar un árbol de fallas son, principalmente: incrementar el cumplimiento de las normas de seguridad, ilustrar la relación entre las fallas y los subsistemas, establecer prioridades para el sistema en su conjunto, implementar cambios en el proyecto aún en la fase conceptual para reducir el riesgo, además de hacer una evaluación probabilística del riesgo.

Un árbol de fallas (FTA) completo puede producir información cualitativa y cuantitativa sobre las fallas en los sistemas. La información cualitativa podrá incluir rutas de falla, causas raíz, y áreas conflictivas del sistema, es decir, la construcción de un árbol de fallas en sí mismo

proporciona al analista con una mejor comprensión de las relaciones funcionales del sistema y fuentes potenciales de fallas, y, por lo tanto, sirve como un medio para revisar el diseño buscando eliminar o reducir posibles fallas. Los resultados del FTA resultan de gran ayuda para el desarrollo de planes de verificación del diseño, políticas de operación del mantenimiento y estrategias de diagnóstico y reparación. El análisis cuantitativo de un árbol de fallas da una estimación probabilística del evento principal y puede conducir a una conclusión como cuando el diseño es adecuado en términos de seguridad y

confiabilidad.

El análisis de modo de efecto y fallas, FMEA por sus siglas en inglés y los árboles de falla son usados ampliamente para el análisis de falla, debido a que permiten que en problemas a atacar estas dos herramientas se combinen [3] para proveer información relevante y así seleccionar las variables determinadas por el FMEA y se trasladen al FTA traducidas en conexiones causales.

La complejidad de los sistemas se ha incrementado debido, principalmente, al creciente desarrollo de la tecnología.[4] Los sistemas, diseñados para el cumplimiento de ciertas funciones, pueden desviarse de ellas debido a las fallas que pueden presentarse. Uno de los más importantes objetivos de la ingeniería es la localización de las fallas en los sistemas. Un enfoque nuevo de diagnóstico de fallas divide a este en dos etapas: primero un enfoque cualitativo y segundo un enfoque cuantitativo. El diagnóstico por medio de un árbol de fallas utiliza este enfoque en dos etapas, primero con la construcción del árbol de fallas y, enseguida con el análisis cuantitativo de la información.

El diagnóstico cuantitativo por árbol de fallas se lleva a cabo calculando los cut sets mínimos y los conjuntos ruta mínimos.

La industria automotriz y su normatividad (ISO 9001:2015 y la IATF 16949) establecen una secuencia lógica para el aseguramiento de la calidad de sus productos, la cual considera el plano de la parte, el FMEA

de diseño (DFMEA), la matriz de causa y efecto, el diagrama de flujo de proceso, el FMEA de proceso (PFMEA) y el plan de control. El plan de aseguramiento de la calidad es establecido desde la etapa de planeación del producto, y en la etapa del diseño del producto se diseña de acuerdo a las metas de diseño y se definen las posibles fallas que este pudiera tener. Es por eso que resulta interesante establecer para las componentes de un producto cómo se relacionen entre sí y las repercusiones que existen entre unas y otras debido a su buen funcionamiento o sus defectos. Las bombas de combustible cuentan con una serie de componentes que regulan su buen funcionamiento, sin embargo, la falla de alguna de ellas por distintos motivos puede llevar a la falla de la bomba completa o al mal funcionamiento de la misma. Por lo anterior, en el presente artículo se discuten los factores que pueden llevar a la falla de un producto, en este caso una bomba de gasolina, así como las relaciones causales existentes entre sus componentes y los efectos de las fallas de las mismas en la falla general. El objetivo general del análisis es establecer las relaciones entre los componentes y sus probabilidades simples o condiciones que explican las repercusiones de la falla de un componente en la falla del sistema.

## DESARROLLO

### El Teorema de Bayes y las Redes Bayesianas (BN)

Los conceptos relacionados al teorema de Bayes y la inferencia Bayesiana se describen en [5] de la manera siguiente: el Teorema de Bayes es una proposición probabilística planteada por el matemático inglés Thomas Bayes, publicada en 1763, dos años después de su muerte. Este teorema expresa la probabilidad condicional de un evento  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , dado un evento  $B$ ,  $P(A_i|B)$ . Este es expresado mediante

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)} \quad \text{Ec. (1)}$$

donde,  $P(A_i)$  son las probabilidades a priori de los eventos  $A_i$ ,  $P(B|A_i)$  es la probabilidad condicional de  $B$  dado  $A_i$  la cual es también llamada la función de verosimilitud, y  $P(A_i|B)$  son las probabilidades a posteriori de los eventos  $A_i$  dado el evento  $B$ .

Las probabilidades previas representan el conocimiento o creencia relacionada a una variable antes de haber obtenido una evidencia. Las probabilidades posteriores son las probabilidades condicionales después de la colección de datos mediante una de probabilidades y la función de verosimilitud usando el Teorema de Bayes. En el árbol de fallas (FTA) la probabilidad de ocurrencia del evento principal, las aberturas intermedias son gobernadas por sus eventos básicos.

La regla de Bayes está dada por

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{k=1}^n P(B|A_k)P(A_k)} \quad \text{Ec. (2)}$$

La inferencia Bayesiana es descrita de una manera sencilla [6] haciendo la consideración de que los estadísticos Bayesianos centrados en el teorema de Bayes, realmente representan una filosofía estadística, basada en que un estado de información sobre un evento desconocido, variables o parámetro es posible disminuir su incertidumbre mediante una distribución de probabilidad, proveyendo así una guía para la construcción y el razonamiento sobre modelos complejos, generando de esta manera soluciones correctas a problemas de trato complicado bajo enfoques clásicos.

Las redes Bayesianas (BN) son un área creciente y de gran importancia para la investigación en todos los campos de la Inteligencia Artificial. Las redes bayesianas son una herramienta de modelado gráfico que permite especificar las distribuciones de probabilidad de un conjunto de variables aleatorias relacionadas entre sí que puede representar una situación específica. Las BN son comúnmente utilizadas para disminuir incertidumbre en problemas complejos utilizando funciones de distribución de probabilidad para las variables consideradas en la red.

Una BN como un par  $N = \langle \{V, E\}, P \rangle$  donde  $V = \{X_1, \dots, X_n\}$ , son variables aleatorias discretas, las cuales constituyen los nodos,  $E$  representa los arcos o relaciones causales probabilísticas entre los nodos.  $P$  es una distribución de probabilidad sobre  $V$ . [7]

Las redes Bayesianas son un modelo gráfico probabilístico, donde los cálculos de probabilidad están basados en inferencia Bayesiana. [8] La red Bayesiana es un gráfico acíclico dirigido (DAG) capaz de modelar las distribuciones de probabilidad conjunta para un conjunto finito de variables aleatorias.

### La metodología del árbol de fallas

Consideremos primeramente que un Sistema se puede definir como un conjunto determinístico de elementos discretos interrelacionados entre sí.

Dos formas diferentes de observar la operación de un sistema son: verificar las diferentes maneras en que el sistema opere de manera exitosa, o enumerar las formas de que el sistema falle, es decir que funcione incorrectamente. Así, el objetivo básico del análisis de un sistema es obtención de información con relación al funcionamiento y no la obtención de un modelo del sistema.

Un análisis de árbol de fallas puede describirse como una técnica analítica, mediante la cual se especifica un estado no deseado (falla) del sistema y luego se analiza el sistema en el contexto de su entorno y operación para encontrar todas las formas creíbles en las que puede ocurrir el evento no deseado. Además, mencionan que un árbol de falla es un modelo cualitativo que puede ser

evaluado cuantitativamente. Se considera en [9] que un árbol de fallas es un complejo de elementos definidos como "puertas" lógicas que se usan para permitir o inhibir el paso de la lógica de fallas hacia arriba en el árbol. Las puertas muestran las relaciones de eventos necesarias para que ocurra un evento principal. El evento principal es la "salida" de la puerta lógica; los eventos en las partes inferiores son las "entradas" a la puerta o conector lógico. El símbolo de puerta denota el tipo de relación de los eventos de entrada necesarios para el evento de salida.

Las puertas AND en un FT son lógicamente equivalentes a un diagrama de bloque de confiabilidad en paralelo, mientras que las OR son equivalentes a un bloque de confiabilidad en serie. Ambos tipos de bloques describen la misma lógica que el evento principal, siempre que se cumplan las condiciones de los eventos en paralelo y los eventos en serie.

La Figura 1 (a) muestra un árbol de fallas (FT) con un conector AND con tres eventos básicos y la Figura 1 (b) el diagrama de bloques de confiabilidad en paralelo correspondiente. La Figura 1 (c) muestra la RB correspondiente.

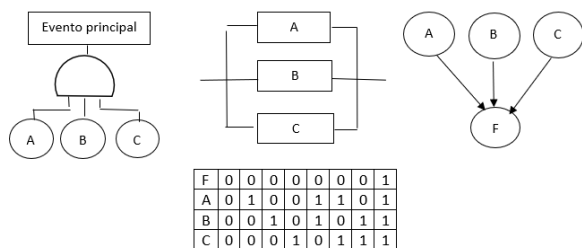


Figura 2. (a) Árbol de falla con puerta AND, (b) Diagrama de bloques de confiabilidad en paralelo y (c) Red Bayesiana (RB) correspondiente

Los diagramas para la conversión de una puerta lógica OR y una AND en nodos equivalentes en la red bayesiana (BN) se presentan a continuación en referencia al trabajo realizado en [7]. La Figura 2 muestra las conversiones y las probabilidades previas de los nodos padres A, B y C al mismo tiempo que se asignan las probabilidades condicionales (CPT) del nodo C.

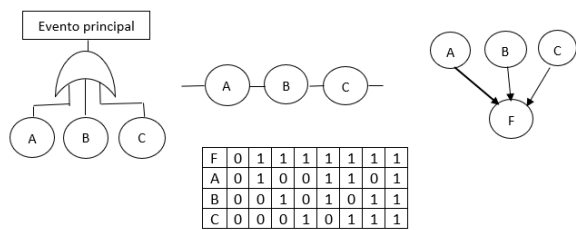


Figura 3. (a) Árbol de falla con puerta AND, (b) Diagrama de bloques de confiabilidad en serie y (c) Red Bayesiana (RB) correspondiente.

Se propone que los árboles de falla (FTA) son una técnica de análisis de sistemas para determinar las causas raíz y la probabilidad de ocurrencia de un evento no deseado en específico. Para construirlo se siguen los siguientes pasos:

1. Identificar el objetivo para el FTA.
2. Definir el evento principal del árbol de falla.
3. Definir el alcance del FTA.
4. Definir la resolución del análisis del árbol de falla.
5. Definir normas básicas para el FTA.
6. Construir la estructura grafica del árbol de falla.
7. Evaluar el árbol de falla.
8. Interpretar y presentar los resultados. [10]

**Aplicación en falla de bomba de combustible**

La Tabla 1 muestra el desarrollo del FMEA de diseño, donde se considera únicamente los componentes principales y sus más importantes modos de falla. El DFMEA se elaboró de acuerdo a la revisión 5 del FMEA tomado de [11] en la cual desaparece el Número de Probabilidad de Riesgo, y estableciendo el Riesgo Prioritario (H, M, L).

Tabla 1 Análisis del Modo de falla y Efecto del Diseño de la bomba de combustible

Modo de falla	Descripción de la falla	Causa de la falla	Severidad	Impacto	Medidas de control	Consecuencia	Gravedad	Riesgo	Acción
Falla de sistema	La bomba no funciona	Falta de combustible	3	Material impuro	Verificación de la calidad del combustible	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de combustible	Falta de combustible	Deficiencia de combustible	3	Deficiencia de combustible	Verificación de la calidad del combustible	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la manguera	Falla de la manguera	Deficiencia de la manguera	3	Deficiencia de la manguera	Verificación de la calidad de la manguera	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la válvula	Falla de la válvula	Deficiencia de la válvula	3	Deficiencia de la válvula	Verificación de la calidad de la válvula	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la bobina	Falla de la bobina	Deficiencia de la bobina	3	Deficiencia de la bobina	Verificación de la calidad de la bobina	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la bujía	Falla de la bujía	Deficiencia de la bujía	3	Deficiencia de la bujía	Verificación de la calidad de la bujía	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la cámara	Falla de la cámara	Deficiencia de la cámara	3	Deficiencia de la cámara	Verificación de la calidad de la cámara	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la válvula de admisión	Falla de la válvula de admisión	Deficiencia de la válvula de admisión	3	Deficiencia de la válvula de admisión	Verificación de la calidad de la válvula de admisión	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la válvula de escape	Falla de la válvula de escape	Deficiencia de la válvula de escape	3	Deficiencia de la válvula de escape	Verificación de la calidad de la válvula de escape	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la bomba de agua	Falla de la bomba de agua	Deficiencia de la bomba de agua	3	Deficiencia de la bomba de agua	Verificación de la calidad de la bomba de agua	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la correa	Falla de la correa	Deficiencia de la correa	3	Deficiencia de la correa	Verificación de la calidad de la correa	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la pulsera	Falla de la pulsera	Deficiencia de la pulsera	3	Deficiencia de la pulsera	Verificación de la calidad de la pulsera	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la bomba de combustible	Falla de la bomba de combustible	Deficiencia de la bomba de combustible	3	Deficiencia de la bomba de combustible	Verificación de la calidad de la bomba de combustible	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la bomba de agua	Falla de la bomba de agua	Deficiencia de la bomba de agua	3	Deficiencia de la bomba de agua	Verificación de la calidad de la bomba de agua	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la correa	Falla de la correa	Deficiencia de la correa	3	Deficiencia de la correa	Verificación de la calidad de la correa	Parada del motor	Alto	300	H
Falla de la pulsera	Falla de la pulsera	Deficiencia de la pulsera	3	Deficiencia de la pulsera	Verificación de la calidad de la pulsera	Parada del motor	Alto	300	H

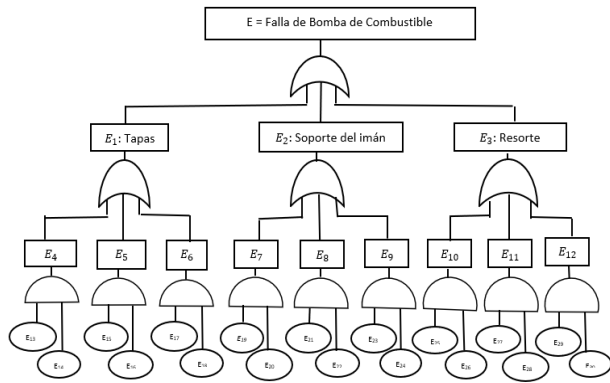


Figura 4. Árbol de fallas de bomba de combustible automotriz

El análisis cuantitativo de un árbol de fallas es evaluar la probabilidad del evento tope, el cual puede ser expresado mediante la unión de un número finito de conjuntos de corte (CUT SETs), esto es:

$$P(T) = \sum_{i=1}^n P(C_i) - \sum_{i < j=2}^n P(C_i \cdot C_j) + \sum_{i < j < k=3}^n P(C_i \cdot C_j \cdot C_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(C_1 \cdot C_2 \cdot \dots \cdot C_n) \quad \text{Ec. (3)}$$

donde se aplica el principio de inclusión- exclusión.

Enseguida, de acuerdo a las recomendaciones de [12], se determinan los CUT SET mínimos de los cuales, primeramente, se determinarán las probabilidades de los eventos básicos, usando principalmente datos históricos de diseño.

Los CUT SET mínimos del árbol de fallas son determinados enseguida:

**Puerta lógica AND**

$$E_{12} = E_{29} \cdot E_{30} \quad E_{11} = E_{27} \cdot E_{28} \quad E_{10} = E_{25} \cdot E_{26} \quad E_9 = E_{23} \cdot E_{24} \quad E_8 = E_{21} \cdot E_{22} \quad E_7 = E_{19} \cdot E_{20} \quad E_6 = E_{17} \cdot E_{18}$$

**Puerta lógica OR**

$$E_5 = E_{15} \cdot E_{16} \quad E_4 = E_{13} \cdot E_{14} \quad \text{Ec. (4)}$$

$$E_1 = E_4 + E_5 + E_6 \quad E_2 = E_7 + E_8 + E_9 \quad E_3 = E_{10} + E_{11} + E_{12}$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3$$

$$E = E_4 + E_5 + E_6 + E_7 + E_8 + E_9 + E_{10} + E_{11} + E_{12}$$

$$E = (E_{13} \cdot E_{14}) + (E_{15} \cdot E_{16}) + (E_{17} \cdot E_{18}) + (E_{19} \cdot E_{20}) + (E_{21} \cdot E_{22}) + (E_{23} \cdot E_{24}) + (E_{25} \cdot E_{26}) + (E_{27} \cdot E_{28}) + (E_{29} \cdot E_{30})$$

$$P(E) = P(E_{13} \cdot E_{14}) + P(E_{15} \cdot E_{16}) + P(E_{17} \cdot E_{18}) + P(E_{19} \cdot E_{20}) + P(E_{21} \cdot E_{22}) + P(E_{23} \cdot E_{24}) + P(E_{25} \cdot E_{26}) + P(E_{27} \cdot E_{28}) + P(E_{29} \cdot E_{30}) \quad \text{Ec. (5)}$$

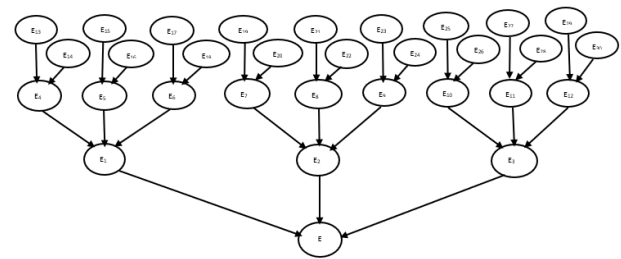


Figura 5. Red Bayesiana derivada del árbol de fallas de la bomba de combustible

**Cálculo de Probabilidades**

Tomando como apoyo el trabajo realizado en [13], donde se considera que las tasas de falla de cada uno de los eventos siguen una distribución Weibull se tiene

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad \text{Ec. (6)}$$

con función de confiabilidad

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad \text{Ec. (7)}$$

y función acumulada de fallas

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad \text{Ec. (8)}$$

La cual se puede utilizar como sigue:

$$P(X = falla = 1, t) = F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad \text{Ec. (9)}$$

El parámetro de forma  $\beta$  y el parámetro de escala  $\alpha$  de la distribución Weibull podrán obtenerse maximizando la función de verosimilitud

$$L(t, \beta, \alpha) = \ln \left\{ \prod_{i=1}^n \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \exp \left[ -\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \right] \right\} \quad \text{Ec. (10)}$$

Tabla 2 Probabilidades de falla a priori y a posteriori de los componentes de la bomba de combustible

eventos de la bomba de combustible	t, horas	f(t)	probabilidades a priori	probabilidades a posteriori
evento indeseable				
caja de bomba	4000	0.03087	0.03087	0.03087
Tapas extremas	4000	0.830987	0.830987	0.830987
Soporte del imán	3500	0.500648	0.500648	0.500648
resorte	3500	0.551142	0.551142	0.551142
Flanqueo	2700	0.555142	0.555142	0.555142
Tubo de combustible roto	1800	0.307324	0.307324	0.307324
Flanqueo por fatiga cíclica	3500	0.743624	0.743624	0.743624
Circuito abierto/soldadura fría	2500	0.500648	0.500648	0.500648
Circuito abierto/ corrosión	2700	0.555142	0.555142	0.555142
especificación soldadura deficiente	1900	0.59812	0.59812	0.59812
Fuerza alta/bloqueo mecánico	2900	0.607136	0.607136	0.607136
Especificación fuerza baja	2500	0.500648	0.500648	0.500648
Diseño erróneo	2800	0.581514	0.581514	0.581514
Materiales incorrectos	2500	0.500648	0.500648	0.500648
Espesor de la pared	2700	0.555142	0.555142	0.555142
Geometría incorrecta	2800	0.581514	0.581514	0.581514
Ubicación longitudinal incorrecta	2000	0.358820	0.358820	0.358820
Materiales incorrectos	2300	0.464440	0.464440	0.464440
Fuerza de la pared incorrecta	2700	0.555142	0.555142	0.555142
Soldadura incorrecta	2800	0.581514	0.581514	0.581514
Especificación ciclo de trabajo	2600	0.543721	0.543721	0.543721
Especificación incorrecta mecánica	2400	0.477708	0.477708	0.477708
Especificación Premontado incorrecto	1900	0.510474	0.510474	0.510474
Especificación diámetro incorrecta	2500	0.500648	0.500648	0.500648
Similitud o la tensión incorrecta	2800	0.581514	0.581514	0.581514
Fuerza tolerancia incorrecta	2700	0.555142	0.555142	0.555142
Especificación fuerza sobre impresión	2600	0.528158	0.528158	0.528158
Fuerza inpropia	2500	0.500648	0.500648	0.500648
Fuerza sobre impresión inadmisible	2600	0.528158	0.528158	0.528158
Especificación tasa de resorte inpropia	2800	0.594445	0.594445	0.594445
Fuerzas incorrectas en alfileres	2500	0.500648	0.500648	0.500648

Los cálculos obtenidos anteriormente permiten conocer las probabilidades de falla de cada uno de los elementos que conforman el mecanismo de la bomba de

combustible, basados en una determinada cantidad de horas de funcionamiento y un conjunto de parámetros definidos en base al comportamiento de los datos recolectados.

Por otro lado, existe otra manera de obtener un conjunto de probabilidades para cada elemento que es obteniendo una base de datos referente a las diferentes situaciones en donde los componentes fallen o no. A partir de ello se pueden utilizar las definiciones básicas de cálculo de probabilidades para conocer las referentes a los padres de la red Bayesiana, las probabilidades condicionales de padres e hijos hasta llegar al nodo principal que representa el evento de interés que es la falla de la bomba de combustible.

A continuación, se mostrarán los resultados obtenidos del manejo de una base de datos de 40 escenarios distintos, en donde las únicas opciones son que los componentes de la bomba de gasolina fallen (1) o no fallen (0). Apoyados en softwares estadísticos se puede proceder a realizar una propagación de la información de la red para así obtener información del comportamiento de la misma con respecto a los eventos de interés.

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21
1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
2	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
3	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
4	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
5	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
7	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
8	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
9	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0
10	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
11	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
13	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
14	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
15	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1
16	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
17	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1
18	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
19	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1
20	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1

Figura 6. Base de datos para escenarios de fallas y no fallas de distintos elementos de la bomba de gasolina

Mediante el uso del software R, se puede manejar la información que se tiene sobre la red con respecto a la cantidad de variables que se manejan, sus estados y sus conexiones entre sí. La siguiente imagen muestra la codificación de la red propuesta en la figura 5, especificando quienes son los padres de la red, quienes son antecesores de quien, sucesores de qué nodos y sucesivamente hasta llegar al nodo final o el que representa el evento cumbre. Para el problema de la bomba de combustible la red establecida consta de 30 variables o nodos de la red y 31 arcos que conectan y/o representan las relaciones entre cada variable.

```

Random/Generated Bayesian network

model:
[E13][E14][E15][E16][E17][E18][E19][E20][E21][E22][E23][E24][E25][E26][E27]
[E28][E29][E30][E4][E13:E14][E5][E15:E16][E6][E17:E18][E7][E19:E20][E8][E21:E22]
[E9][E23:E24][E10][E25:E26][E11][E27:E28][E12][E29:E30][E1][E4:E5:E6][E2][E7:E8:E9]
[E3][E10:E11:E12][E1][E1:E2:E3]

nodes:
31
arcs:
30
  undirected arcs:
0
  directed arcs:
30
average markov blanket size:
3.29
average neighbourhood size:
1.94
average branching factor:
0.97

generation algorithm:
Empty

> modelERING(dag)
[1] "E13" "E14" "E15" "E16" "E17" "E18" "E19" "E20" "E21" "E22" "E23" "E24" "E25" "E26" "E27" "E28" "E29"
> nodes(dag)
[1] "E" "E1" "E2" "E3" "E4" "E5" "E6" "E7" "E8" "E9" "E10" "E11"
[13] "E12" "E13" "E14" "E15" "E16" "E17" "E18" "E19" "E20" "E21" "E22" "E23"
[25] "E24" "E25" "E26" "E27" "E28" "E29" "E30"
> arcs(dag)
  from to
[1,] "E13" "E4"
[2,] "E14" "E4"
[3,] "E4" "E1"
[4,] "E1" "E"
[5,] "E15" "E5"
[6,] "E16" "E5"
[7,] "E5" "E1"
[8,] "E17" "E6"
[9,] "E18" "E6"
[10,] "E6" "E1"
[11,] "E19" "E7"
[12,] "E20" "E7"
[13,] "E7" "E2"
  
```

Figura 7. Descripción del modelo de la bomba de combustible y sus conexiones

Todo lo descrito anteriormente concierne a la descripción del modelo que se está analizando, las conexiones de los nodos y los caminos que se deben de recorrer para llegar al evento principal o deseado.

```

RGui (64-bit) - [R Console]
Archivo Editar Visualizar Misc Paquetes Ventanas Ayuda

> prop.table(table(E13))
E13
 0 1
0.55 0.45
> prop.table(table(E14))
E14
 0 1
0.3 0.7
> prop.table(table(E15))
E15
 0 1
0.5 0.5
> prop.table(table(E16))
E16
 0 1
0.3 0.7
> prop.table(table(E17))
E17
 0 1
0.55 0.45
> prop.table(table(E18))
E18
 0 1
0.55 0.45
> prop.table(table(E19))
E19
 0 1
0.65 0.35
> prop.table(table(E20))
E20
 0 1
0.35 0.65
> prop.table(table(E21))
E21
 0 1
0.45 0.55
> prop.table(table(E22))
E22
 0 1
  
```

Figura 8. Cálculo de probabilidades de los nodos padres de la red con respecto a la base de datos.

Esta codificación y el acceso a las bases de datos concernientes al problema permiten continuar con un uso

de la información para obtener las CPT (tablas de probabilidad condicional) de cada nodo con respecto a sus conexiones con los antecesores de los mismos. A continuación, se muestra un ejemplo del cálculo en R de las probabilidades de los nodos padres de la red Bayesiana.

## DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Existen investigaciones en donde se han aplicado procedimientos similares en donde se aplican los recursos de redes Bayesianas y arboles de falla para el aprendizaje y entendimiento de un problema. Por ejemplo, una investigación sobre redes para el diagnóstico de fallas en plantas eléctricas, en donde de forma muy similar a la investigación presentada se establecía una red Bayesiana y analizaba la misma a forma de encontrar las posibles causas de falla o diagnóstico de un sistema para lograr predecir los efectos de una situación anormal o falla.

Del mismo modo, existen investigaciones aplicadas a problemáticas de relevancia social, como la existente en la creación de una metodología para estimar sucesos raros y, como caso particular, estimar la frecuencia de accidentes de tráfico mediante la construcción y análisis de la red Bayesiana que permita establecer probabilidades a eventos raros y de esta formar analizar alternativas a los sucesos o características que puedan desencadenar las fallas, en este caso, accidentes automovilísticos. O bien, aplicar los procedimientos de creación de árboles de falla y redes Bayesianas a problemas educativos, como lo es el sistema de tutorías para el aprendizaje en línea, en donde se analizan las características principales que influyen en el proceso enseñanza aprendizaje de un alumno, las cuales pueden ser propias del mismo, así como del contexto del entorno del estudiante.

En esta investigación se analizan los factores que pueden desencadenar un efecto de retroceso o de avance en el aprendizaje de tópicos específicos mediante herramientas que se utilizan en la enseñanza virtual, construyendo la red Bayesiana y asignando las probabilidades necesarias para analizar las relaciones causales de las variables y los efectos de los cambios que pueden suceder en las mismas.

Por otro lado, como se muestra en [14] las redes Bayesianas se han aplicado también a procesos de predicción de errores en redes de software, donde se enfoca al análisis de fallos mediante el aprendizaje de la red Bayesiana a partir de datos extraídos y procesados de redes de software reales para establecer que fallos podrían suceder en ella y evaluar su desempeño y funcionalidad.

Todas las investigaciones realizadas se basan en la utilidad de las redes Bayesianas en la inteligencia artificial dado que la topología de la representación gráfica permite describir con precisión las dependencias e independencias de las variables de su dominio y

utilizarlas para describir su eficiencia, normativa y conceptualizar su capacidad de mejora. [15]

Una herramienta adicional que se puede utilizar para conocer los efectos de propagación de la evidencia que se obtiene de la red es un software llamado SamIam, el cual permite diseñar la red Bayesiana con sus nodos y arcos de manera que a cada uno dependiendo de sus conexiones se le puede asignar las probabilidades simples o condicionales, dependiendo de sus conexiones a manera que se obtienen las probabilidades conjuntas de cada variable tomada en cuenta para el diseño de la red. Continuando trabajando respecto a la base de datos y a la información obtenida en las figuras anteriores y basados en la red Bayesiana diseñada en la figura 5, se pueden obtener las siguientes imágenes.

La figura 9 representa la visualización de la parte cualitativa de la red Bayesiana, la cual concierne al diseño del DAG (grafo acíclico dirigido).

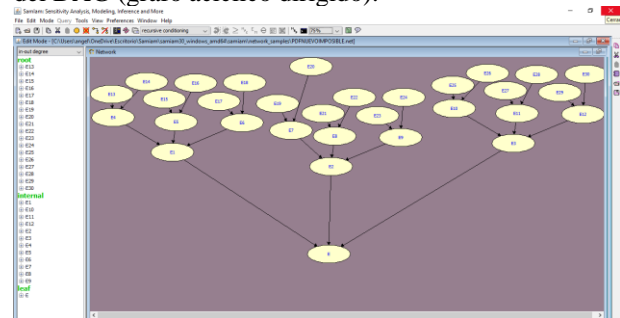


Figura 9. Diseño de la red Bayesiana en software SamIam

Como se puede apreciar en la imagen anterior, el software permite agregar tantas variables como sean necesarias para el diseño del problema basado en un árbol de falla o en una red Bayesiana, en la parte izquierda se listan los nodos que conforman la red desde los extremos, que representan las variables iniciales o padres de la red, seguidos de los nodos internos, que representan a los hijos y descendientes de otros nodos y por último a la variable principal, que representa el evento de interés; para el ejemplo propuesto, la falla de una bomba de combustible.

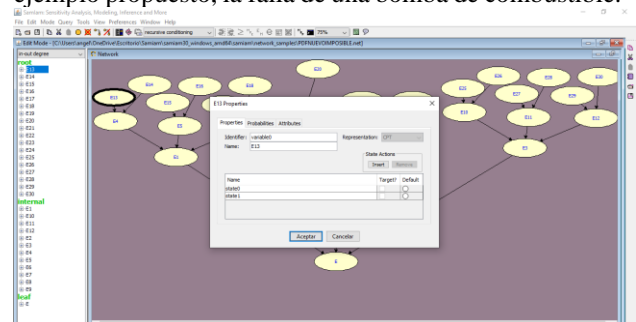


Figura 10. Estados de la variable

Además de poder diseñar los nodos y las conexiones entre los mismos, el software permite asignar tantos estados a las variables como sean necesarios. En este caso, como se mencionó anteriormente, se manejaron variables en donde las únicas posibilidades están 1 para falla y 0 para no falla.

Con ayuda del software R anteriormente se obtuvieron las CPT (tablas de probabilidad condicional) para cada uno de los nodos de la red, los cuales son información que se incorpora al software SamIam de forma que permita aplicar los algoritmos de propagación necesarios.

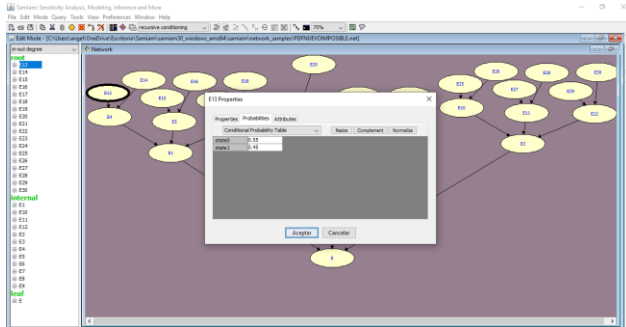


Figura 11. Probabilidades de un nodo padre de la red (E13)

La figura 11 muestra como dentro de las propiedades de cada nodo, en este caso un nodo padre de la red las probabilidades necesarias son probabilidades simples, pues al ser nodos padres no tienen ningún antecesor o ninguna condición que los afecte.

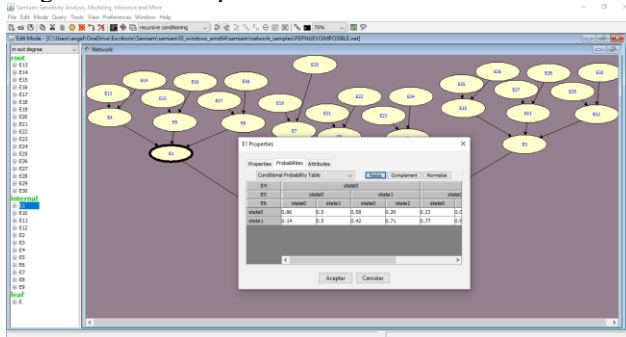


Figura 12. Probabilidades de un nodo interno (E1)

Por el contrario, como se muestra en la figura 12 el nodo E1 es un nodo interno de la red, es decir es sucesor de algún otro nodo padre.

Como se puede visualizar en la figura, el nodo E1 cuenta con 3 padres, los cuales son E4, E5 y E6, así su CPT (tabla de probabilidad condicional) será aquella que represente las probabilidades condicionales necesarias, en este caso calculadas por la siguiente restricción:  $P(E1|E4, E5, E6)$ , las cuales se pueden calcular por medio del teorema de Bayes, explicado anteriormente en este documento.

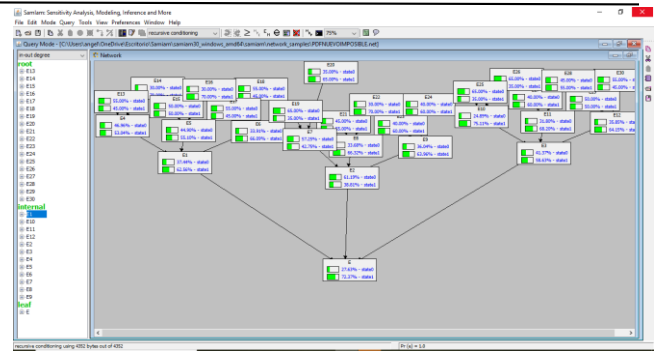


Figura 13. Probabilidad conjunta de cada nodo de la red

Una vez recopilada toda la información cuantitativa de la red, es decir, todas las probabilidades necesarias para cada nodo, el software SamIam nos ayuda a calcular las probabilidades totales o conjuntas de cada nodo o variable, como se muestra en la figura 12, de manera que es fácil ver cuáles serían las probabilidades de falla de cada uno de los componentes de la bomba de combustible basados en las posibles fallas de sus elementos condicionales, pero sobre todo permite visualizar la probabilidad de que la bomba de combustible falla en su totalidad dado las condiciones de sus componentes. Para la base de datos trabajada, se muestra que la probabilidad de “state1”, es decir de que la bomba falle es de 72.37%.

## CONCLUSIONES

Como se pudo observar a lo largo de la discusión de los conceptos y de la aplicación de las nociones a un ejemplo importante como lo es una bomba de combustible. El análisis de los datos y los resultados presentados evidencian que las herramientas presentadas como lo son el análisis de por medio de los árboles de fallas, el análisis bayesiano a las redes construidas y sus cálculos estadísticos, permiten obtener información relevante sobre el comportamiento de un sistema.

La información que puede ser recopilada forma un antecedente importante sobre distintos avances y nuevas contribuciones que se pueden realizar. Por ejemplo, sería interesante como investigación futura utilizar los datos obtenidos en la presente investigación para analizar el impacto que tiene en la confiabilidad y calidad del producto el hecho de que la probabilidad de que la bomba falle en base a las posibles fallas de sus componentes sea del 72.37% ya que esto representa una tasa de falla alta para los estándares que debe de tener el diseño y la producción de un producto.

Otra parte interesante que se podría desarrollar en un futuro es el análisis y comprobación del ajuste de la red propuesta al problema, es decir, mediante los distintos procedimientos existentes para la evaluación del ajuste de las redes Bayesianas a los problemas, establecer si la



propuesta es la mejor para el problema analizado, corroborarlo y fundamentarlo.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Przytula, K. W., Milford, R. (2006), An Efficient Framework for the Conversion of Fault Trees to Diagnostic Bayesian Network Models, IEEEAC paper No. 1224, Version 1.
- [2] Langseth, H. (2007). Bayesian networks in reliability. Elsevier. Recuperado de: [10.1016/j.res.2005.11.037](https://doi.org/10.1016/j.res.2005.11.037).
- Lopez, Takeya Bruno (2011) Algebra Booleana, <http://www.itnuevolaredo.edu.mx/takeyas>
- [3] Chengbing He, Runze Wang, Li Ma, Xiaobo Li, Xiaofeng Jiao, Lei Song, (2019), Research on Fault Diagnosis Method Based on FMEA/FTA and Bayesian Network, 2019 International Conference on Sensing, Diagnostics, Prognostics, and Control (SDPC), IEEE Xplore. Pp.173-177.
- [4] Rong-xing Duan, Hui-lin Zho, (2012), A New Fault Diagnosis Method Based on Fault Tree and Bayesian Networks, 2012 International Conference on Future Electrical Power and Energy Systems, Elsevier.
- [5] Sánchez, F. Alejandra; Tesis Doctoral (2021), Desarrollo de un modelo para determinar la confiabilidad del diagnóstico del vph mediante inferencia bayesiana, División de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez.
- [6] Almond, Rusell, G., Mislavy, Robert J., Steinberg, Linda S., Yan, Duanly, Williamson, David M. (2015), Bayesian Networks in Educational Assessment, Springer.
- [7] Bobbio, A., Portinalea, L., Minichinob, M., Ciancamerla, E., (2001), Improving the analysis of dependable systems by mapping fault trees into Bayesian networks, Reliability Engineering and System Safety 71 (2001) 249–260
- [8] Kraisangka, Jidapa and Druzdzal, Marek J. (2018). A Bayesian Network Interpretation of the Cox's Proportional Hazard Model. This manuscript is made available under the Elsevier user license <https://www.elsevier.com/open-access/userlicense/1.0/>
- [9] W. E. Vesely, F. F. Goldberg, N. H. Roberts, D. F. Haasl, (1981). Fault Tree Handbook, U.S. Nuclear Regulatory Commission.
- [10] Givehchi, S., Heidari, A. (2018). Bayes Networks and Fault Tree Analysis application in Reliability Estimation (Case Study: Automatic Water Sprinkler System). Environmental Energy and Economic Research. Recuperado de: [10.22097/eeer.2019.160566.1057](https://doi.org/10.22097/eeer.2019.160566.1057).
- [11] AIAG. Automotive Industry Action Group & VDA. Failure Mode and Effects Analysis FMEA Handbook.
- [12] Yang, Guangbin, (2006). LIFE CYCLE RELIABILITY ENGINEERING, JOHN WILEY & SONS, page 212- 229.
- [13] Malak Medkour, Azzedine Bouzaouit, Lakhdar Khochmane, Ouafae Bennis (2017). Transformation of Fault Trees into Bayesian Networks Methodology for Fault Diagnosis. Mechanika, Kaunas University of Technology, 23 (6), pp.891-899. [ff10.5755/j01.mech.23.6.17281ff](https://doi.org/10.5755/j01.mech.23.6.17281ff). [ffhal-02457178f](https://doi.org/10.5755/j01.mech.23.6.17281ff)

- [14] Oviedo Bayas, B. W., & Zambrano Vega, C. (2021). Redes bayesianas aplicadas a la predicción de errores en las redes definidas por software. Revista Universidad y Sociedad, 13(2), 419-429.
- [15] Pearl, J. (1991). Probabilistic reasoning in intelligent systems: Networks of plausible inference. Artificial Intelligence, 48(1), 117–124. doi:10.1016/0004-3702(91)90084-w

## ROLES DE CONTRIBUCIONES

Rol	Autor (es)
Autor	Luz Angélica Aguilar Chávez
Coautor	Manuel Arnoldo Rodríguez Medina
Revisor	Jorge Adolfo Pinto Santos, Eduardo Rafael Poblano Ojinaga, Lizette Alvarado Tarango



Esta obra está bajo una licencia internacional Creative Commons Atribución 4.0.