

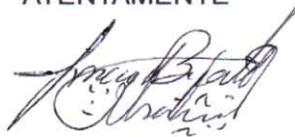
Chetumal, Quintana Roo a 2 de septiembre de 2024

C. Mario Vicente González Torres
Tecnológico Nacional de México
Campus, Chetumal.
Presente

Por este medio le envío un afectuoso saludo esperando no distraerlo de sus múltiples actividades y solo para informarle que con fecha del 28 de agosto de 2023 se emitió el oficio AS-2-162/23 donde se informa, por parte del director general del Tecnológico Nacional de México, la autorización para realizar mi año sabático comprendido desde el 1 de septiembre de 2023 al 31 de agosto 2024. En cumplimiento de los lineamientos establecidos y con base en el plan de trabajo autorizado, **le solicito la revisión del reporte final del año sabático en la modalidad B1. Elaboración de apuntes, B.1.2 asignaturas: Inteligencia Artificial y Matemáticas Discretas.**

Sin más por el momento, y esperando gire instrucciones a quienes corresponda para que se pueda proceder con dicha solicitud, quedo a sus órdenes para cualquier duda o aclaración.

ATENTAMENTE



Manuel Abraham Zapata Encalada
Profesor de carrera de educación superior
Tecnológico Nacional de México, campus Chetumal.

CARTA DE RECONOCIMIENTO DEL AUTOR DE LOS DERECHOS A FAVOR DEL TECNM

Ciudad de México, 31/08 /2024

**TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
PRESENTE**

Bajo protesta de decir verdad, Manuel Abraham Zapata Encalada, personal docente adscrito al Campus Chetumal del Tecnológico Nacional de México, manifiesto que en cumplimiento de mis actividades relacionadas con el Año Sabático elaboré la obra titulada "Reporte final del año sabático, B1 Elaboración de apuntes/ B.1.2. Asignaturas: Inteligencia Artificial y Matemáticas Discretas".

Con base en lo anterior, y con fundamento en los artículos 83 de la Ley Federal del Derecho de Autor y 46 de su Reglamento, reconozco que el Tecnológico Nacional de México es titular de los derechos patrimoniales sobre la misma y le corresponden las facultades relativas a la divulgación, integridad de la obra y de colección, conservando el derecho a figurar como autor.

Asimismo, respondo por la autoría y originalidad de la citada obra; y relevo de toda responsabilidad al Tecnológico Nacional de México de cualquier demanda o reclamación que llegara a formular alguna persona física o moral que considere que con esta obra es afectado en alguno de los derechos protegidos por la Ley en cita, asumiendo todas las consecuencias legales y económicas.

ATENTAMENTE



Manuel Abraham Zapata Encalada
Profesor de carrera de tiempo completo
Tecnológico Nacional de México, campus Chetumal.

NOMBRE DEL TRABAJO

Reporte Final Sabático ITChetumal Zapata a 2024.pdf

AUTOR

Manuel Abraham Zapata Encalada

RECUENTO DE PALABRAS

99359 Words

RECUENTO DE CARACTERES

528157 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

456 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

17.6MB

FECHA DE ENTREGA

Sep 2, 2024 11:20 PM EST

FECHA DEL INFORME

Sep 2, 2024 11:25 PM EST**● 22% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos.

- 21% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 11% Base de datos de trabajos entregados
- 3% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

V. B. O.
María de los A. Navarrete
SUBDIRECTORA ACADÉMICA





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



“Primer Reporte del Año Sabático Apuntes de la Asignatura: Inteligencia Artificial”

Autor:

Manuel A. Zapata Encalada

Profesor de Carrera de tiempo completo.

Tecnológico Nacional de México campus Chetumal,

Departamento de Sistemas y Computación

Asignatura 1:	Inteligencia Artificial
Clave oficial de la asignatura:	SCC-1012
Nombre y clave del Programa educativo al que impacta:	Nombre: Ingeniería en Sistemas Computacionales Clave del Programa: ISIC-210-224

Modalidad B.1.2 Elaboración de Apuntes de Asignaturas

Febrero 29, 2024

Contribución Académica

Análisis de la contribución del tema a los objetivos educacionales y perfil de egreso del programa educativo.

Se analizó la contribución de este tema (asignatura) a los objetivos educacionales y perfil de egreso del programa educativo (PE). Este análisis se llevó a cabo con base en los criterios de acreditación de CACEI aplicados en la evaluación del PE de Ingeniería en Sistemas Computacionales. En la siguiente figura 1, se presenta una matriz de cruce entre los objetivos educacionales y perfil de egreso definidos con base en los lineamientos de CACEI, y que se señalan aquellos cruces en los que el tema (asignatura) contribuye a que sean alcanzados por el estudiante.

Ingeniería en Sistemas Computacionales. Atributos de Egreso (AE, perfil de egreso alineado)		Objetivos Educacionales		
AE	Descripción	OE1 Ejerce satisfactoriamente las competencias de Ingeniería en Tecnologías de la Información y Comunicaciones en la solución de problemas que la sociedad le presente.	OE2 Desarrolla competencias específicas o cumple con requisitos necesarios para mejorar su nivel de empleabilidad dentro del ámbito de trabajo de su carrera	OE3 Se distingue por comunicar adecuadamente asuntos de su profesión a cualquier audiencia, dirigir y/o participar apropiadamente en equipos de trabajo y/o tener una atención orientada al buen trato del cliente
1	Identifica, analiza y resuelve problemas complejos y multicontextuales de ingeniería, definidos implícitamente o explícitamente, mediante la aplicación de modelos y principios de las ciencias básicas e ingeniería, proponiendo en sus soluciones el uso de las tecnologías de información cuando sea necesario.	X		
2	Aplica, analiza y adapta procesos de diseño de sistemas que generen como resultado proyectos que satisfacen necesidades predeterminadas, haciendo uso pertinente de las tecnologías de la información y comunicaciones.	X	X	
3	Experimenta adecuadamente con sistemas para evaluar los resultados emitidos por ellos y tomar decisiones que ayuden a mejorar el comportamiento de los mismos, haciendo uso del análisis e interpretación de los datos, así como del juicio ingenieril, para llegar a conclusiones.	X		
4	Se comunica adecuadamente ante distintas audiencias para exponer o conocer asuntos relacionados con su formación.			X
5	Está consciente de la responsabilidad ética y profesional que deberá asumir en las diferentes situaciones a las que haga frente en el ejercicio de su carrera y emite juicios sustentados que consideran los impactos de las soluciones propuestas en los diferentes contextos que se evalúan.	X	X	X
6	Está consciente de la necesidad de mantenerse informado sobre los sucesos que ocurren en ámbitos que impactan en su carrera y acepta que requiere formarse en aquellos avances tecnológicos y metodológicos que mejoren su desempeño, teniendo la habilidad para adquirir y aplicar los conocimientos que estos conlleven.		X	
7	Dirige y/o participa en equipos de trabajo para la aplicación de soluciones a problemas, bajo las directrices de un plan alineado a las buenas prácticas de la administración de proyectos.			X

Figura 1.- Matriz de cruce que entre objetivos educacionales y perfil de egreso, e influye la asignatura.

A partir de esta tabla se definieron los criterios de desempeño por cada atributo de egreso los cuales también se dividieron en niveles (inicial, medio y alto). De esta manera, se identifica la forma en que cada asignatura contribuye a alcanzar el objetivo educacional y el atributo de egreso de los estudiantes. En la figura 2 se observa la contribución en particular de la asignatura a los objetivos educacionales y los atributos de egreso, alineado también a los atributos de CACEI.

Instituto Tecnológico de Chetumal Departamento de Sistemas y Computación Ingeniería en Sistemas Computacionales Cédula 3.3.2 – Programa del curso, asignatura o unidad de aprendizaje									
INSTRUCCIONES:		Utilice la siguiente cédula para aportar la información de los cursos, asignaturas o unidades de aprendizaje que integran el programa educativo. Se debe llenar sólo una cédula por cada curso previsto en el plan de estudios. Ver instrucciones detalladas al final.							
1. Clave del curso		SCC - 1012		4. Ubicación Enero - Junio 2023			9		
2. Nombre del curso		Inteligencia Artificial.							
3. Seriación o prerrequisitos		9							
5. Tipo de curso		Ejes	Ciencias Básicas	Ciencias de la Ingeniería	Ingeniería Aplicada	Diseño en Ingeniería	C. Sociales y Humanidades	C. Económ. Administrativas	Otros Cursos
Obligatorio	Optativo								
X		6. Horas totales	0	0	4	0	0	0	0
7. Objetivos del curso		General	Definir, diseñar, construir y programar las fases del analizador léxico y sintáctico de un traductor o compilador.						
Principales resultados de aprendizaje (indicadores de los AE)		Específico 1	Conocer los conceptos fundamentales de la IA, así como el estado del arte de las áreas de la inteligencia artificial.						
		Específico 2	Representar el conocimiento por medio de un sistema basado en conocimiento.						
		Específico 3	Resolver problemas en base a técnicas de búsqueda en espacio de estado.						
		Específico 4	Conocer las áreas de la IA y sus aplicaciones actuales, identificando oportunidades de desarrollo de soluciones en su entorno.						
		Competencias genéricas	Capacidad de análisis y síntesis. Capacidad de organizar y planificar. Habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas. Solución de problemas. Toma de decisiones. Trabajo en equipo. Capacidad de aplicar los conocimientos. Habilidades de investigación. Capacidad de generar nuevas ideas. Liderazgo. Habilidad para trabajar en forma. Autónoma. Búsqueda del logro.						
Aportación a los atributos del egresado Indicar nivel de aportación N1 = nivel introductorio N2 = nivel medio N3 = nivel avanzado		8. Aportación del curso a los atributos de egreso del PE							
		AE1 Solución de problemas	AE2 Diseño	AE3 Experimentación	AE4 Comunicación	AE5 Responsabilidad Ética	AE6 Consciencia de Formación	AE7 Trabajo en equipo	
		OE1A1CD1 N3			AE4CD1N2 AE4CD2N2			AE7CD1N3 AE7CD2N3	
		9. Aportación del curso a los atributos de egreso del CACEI							
		1 Problemas Ing.	2 Diseño Ing.	3 Experiment.	4 Comun. Efect.	5 Respon. Ética	6 Actualización	7 Trabajo en equipo	
OE1A1CD1 N3			AE4CD1N2 AE4CD2N2			AE7CD1N3 AE7CD2N3			

Figura 2. Contribución de la asignatura en forma particular a los objetivos educacionales y atributos de egreso

Como se observa en la figura 2 y con base en el análisis del objetivo general, de los objetivos específicos de cada unidad temática, las competencias generales y específicas la asignatura aporta a los objetivos educativos de la siguiente forma:

1. En la solución de problemas AE1. Como se indica la clave OE1A1CD1N3 significa que el programa impacta en el objetivo educativo 1 (resolución de problemas de ingeniería) al contribuir a alcanzar el atributo de egreso 1 en su criterio de desempeño 1 y en a un nivel avanzado (3).
2. En la comunicación AE4. Como se indica en la figura 2 la clave AE4CD1N2 y AE4CD2N2 significa que el programa impacta en el objetivo educativo 3 sobre la forma de comunicar y trabajar en equipo del estudiante y contribuyendo a que también alcance el atributo de egreso 4 en su criterio de desempeño 1 y 2, aplicándolo en un nivel medio (2).
3. En la capacidad de trabajo en equipo AE7. Como se indica en la figura 2 la clave AE7CD1N3 y AE7CD2N3 lo que significa que el programa impacta en el objetivo educativo 3 sobre la forma de trabajar en equipo del estudiante y contribuye a que también alcance el atributo de egreso 7 en su criterio de desempeño 1 y 2, aplicándolo en un nivel avanzado (3).

De esta forma se demuestra como la asignatura impacta a los objetivos educativos y a los atributos de egreso del programa educativo y alineados a los indicados por la casa acreditadora CACEI.

Tabla de Contenido

INTRODUCCIÓN	1
1 TEMA: INTRODUCCIÓN A LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL	2
Competencias para desarrollar:.....	2
1.1 Introducción a la Inteligencia Artificial.....	2
1.1.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:	2
1.1.2 Descripción del Sub-Tema.....	3
1.1.3 Presentación.....	8
1.1.4 Cuestionario de Evaluación.....	8
1.2 Historia de la Inteligencia Artificial	9
1.2.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:	9
1.2.2 Descripción del Sub-Tema.....	9
1.2.4. Presentación.....	15
1.2.5. Cuestionario de Evaluación.....	15
1.3 Las habilidades cognoscitivas según la psicología.....	16
1.3.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:	16
1.3.2 Reporte habilidades cognitivas	16
1.3.3 Rúbrica del Reporte: Habilidades cognitivas.....	22
1.3.4 Presentaciones.....	23
1.3.5 Evaluación.....	23
1.4 El proceso de razonamiento según la lógica.	24
1.4.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema.	24
1.4.2 Reporte: Razonamiento según la lógica.	24
1.4.3 Secuencia Didáctica propuesta.	32
1.5 El modelo de adquisición del conocimiento según la filosofía.....	35
1.5.1 Herramientas didácticas por utilizar en el subtema	35
1.5.2 Reporte del subtema: Adquisición del conocimiento según la filosofía.	36
1.5.3 Secuencia didáctica del subtema	37
1.6 El modelo cognoscitivo	41
1.6.1 Herramientas didácticas por utilizar en el subtema	41
1.6.2 Reporte del subtema: Modelo Cognoscitivo.....	41
1.6.3 Secuencia didáctica del subtema	42
1.7 El modelo del agente inteligente, multi-agentes y oblicuos.....	46
1.7.1 Herramientas didácticas por utilizar en el subtema	46
1.7.2 Reporte del subtema	46
1.7.3 Secuencia Didáctica del subtema.....	53
1.8 El papel de la heurística.....	56
1.8.1 Herramientas didácticas para utilizar en el subtema	56
1.8.2 Reporte del subtema: Heurística	56
1.8.3 Algoritmos de exploración de alternativas.....	57
1.8.4 Algoritmo A*.....	61

1.8.5	Algoritmos de búsqueda local.....	62
1.8.6	Secuencia Didáctica Heurística y algoritmos de búsqueda	63
2	REPRESENTACIÓN DEL CONOCIMIENTO, RAZONA-MIENTO Y LOS ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA IA	66
	Competencias para desarrollar:.....	66
2.1	Principios y Metodología de la Inteligencia Artificial	67
2.1.1	Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:	67
2.1.2	Descripción del Sub-Tema: Principios y metodologías de la IA	67
2.2	Subtema: Paradigmas de la IA	70
2.2.1	Herramientas didácticas para utilizar en el subtema	70
2.2.2	Descripción del subtema: Paradigmas de la IA	70
2.2.3	Cuestionario de evaluación de los puntos 2.1 y 2.2.	73
2.2.4	Reporte de Investigación del subtema.	75
2.3	Mapas conceptuales	77
2.3.1	Herramientas Didácticas para utilizar en el subtema	77
2.3.2	Descripción del subtema: Mapas conceptuales	77
2.4	Redes Semánticas	80
2.4.1	Herramientas didácticas para utilizar en el subtema	80
2.4.2	Descripción del subtema: Redes Semánticas	80
2.4.3	Ejemplo de aprendizaje basado en problemas (PBL).	82
2.4.4	Reporte de investigación del subtema.	84
2.5	Razonamiento monótono	85
2.5.1	Herramientas didácticas para utilizar en el subtema	85
2.5.2	Descripción del subtema: Razonamiento monótono	86
2.6	Razonamiento no monótono y otras lógicas.....	86
2.6.1	Herramientas didácticas para utilizar en el subtema	86
2.6.2	Descripción del subtema: Razonamiento no monótono y otras lógicas.....	87
2.6.3	Tabla comparativa de los razonamientos monótonos y no monótonos.....	87
2.6.4	Secuencia didáctica.....	89
2.7	Razonamiento probabilístico	92
2.7.1	Herramientas didácticas para utilizar en el subtema	92
2.7.2	Descripción del subtema: Razonamiento Probabilístico	92
2.7.3	Aprendizaje con base en Retos. Subtema Razonamiento Probabilístico	95
2.8	Teorema de Bayes.....	98
2.8.1	Herramientas didácticas para usar en el subtema	98
2.8.2	Descripción del subtema: Teorema de Bayes.....	98
2.8.3	Elaboración de un reporte	100
2.8.4	Aprendizaje basado en retos	100
2.8.5	Ejercicios prácticos.....	102
2.8.6	Proyecto integrador	102
2.8.7	Resumen final de puntajes del tema 2.....	104
3	REGLAS Y BÚSQUEDA	105
	Competencias para desarrollar:.....	105

3.1	Representación del conocimiento mediante reglas.....	106
3.1.1	Herramientas didácticas utilizadas.....	106
3.1.2	Subtema: Representación del conocimiento mediante reglas.....	106
3.1.3	Subtema: Métodos de inferencia en Reglas.....	109
3.1.4	Subtema: Reglas de Producción.....	111
3.1.5	Subtema: Sintaxis de las Reglas de Producción.....	112
3.1.6	Subtema: Semántica de las reglas de producción.....	114
3.1.7	Subtema: Arquitectura de un sistema de producción.....	118
3.1.8	Estudio de casos.....	121
3.2	Espacios de estados deterministas y no deterministas.....	125
3.2.1	Herramientas didácticas utilizadas.....	125
3.2.2	Descripción del subtema: Espacios de estados deterministas y No Deterministas.....	125
3.2.3	Aprendizaje con base en problemas.....	130
3.3	Búsqueda Sistemática.....	134
3.3.1	Herramientas didácticas utilizadas.....	134
3.3.2	Descripción del Subtema: Búsqueda sistemática.....	134
3.3.3	Aprendizaje basado en retos.....	139
3.3.4	Proyecto integrador del tema 3 Reglas y Búsqueda.....	142
3.3.5	Resumen final del puntaje del subtema 3.3. Búsqueda sistemática.....	145
4	APLICACIONES CON TÉCNICAS DE IA.....	146
	En este último tema se va a hacer una revisión de algunas técnicas de Inteligencia Artificial que más auge han tenido históricamente, sus principios, clasificaciones y aplicaciones actuales que se implementan en la vida cotidiana. Esta revisión no es exhaustiva en cada tema, sin embargo, lo que se busca es incentivar al alumno para que realice investigaciones un poco más profundas de cada uno y tener un mejor conocimiento sobre la posibilidad de implementar algunas de ellas a futuro.	
	146	
	Competencias para desarrollar:.....	146
4.1	Robótica.....	147
4.1.1	Herramientas didácticas.....	147
4.1.2	Descripción del subtema: Robótica.....	147
4.1.3	Conceptos básicos.....	147
4.1.4	Clasificación.....	151
4.1.5	Estudio de casos. Tema: Robótica.....	156
4.2	Redes Neuronales.....	159
4.2.1	Herramientas didácticas.....	159
4.2.2	Descripción del subtema: Redes Neuronales.....	159
4.2.3	Conceptos básicos de las Redes Neuronales.....	159
4.2.4	Clasificación de las Redes Neuronales.....	163
4.2.5	Desarrollos actuales y aplicaciones.....	164
4.2.6	Estudio de casos. Tema: Redes Neuronales.....	165
4.3	Visión Artificial.....	168
4.3.1	Herramientas didácticas.....	168
4.3.2	Competencias.....	168
4.3.3	Descripción del subtema: Visión Artificial.....	168
4.3.4	Conceptos básicos.....	169

4.3.5	Desarrollos actuales y aplicaciones.....	171
4.3.6	Estudio de casos	171
4.4	Lógica Difusa (Fuzzy Logic).....	174
4.4.1	Herramientas didácticas	174
4.4.2	Descripción del subtema: Lógica Difusa.....	174
4.4.3	Conceptos básicos	174
4.4.4	Desarrollos actuales y aplicaciones de la lógica difusa	177
4.4.5	Estudio de casos	178
4.5	Procesamiento del Lenguaje Natural (PLN)	180
4.5.1	Herramientas Didácticas	180
4.5.2	Descripción del subtema: Procesamiento del Lenguaje Natural.	180
4.5.3	Conceptos básicos	180
4.5.4	Desarrollos actuales y aplicaciones.....	182
4.5.5	Estudio de casos	182
4.6	Sistemas expertos.....	185
4.6.1	Herramientas Didácticas	185
4.6.2	Descripción del Subtema: Sistemas Expertos.....	185
4.6.3	Conceptos básicos	185
4.6.4	Clasificación	186
4.6.5	Desarrollos actuales y aplicaciones.....	187
4.6.6	Estudio de casos	187
4.6.7	Proyecto Integrador	190
4.6.8	Resumen final del puntaje	192
	Referencias Bibliográficas	193
	ANEXO 1.....	i
	Instrumentación didáctica de la Asignatura:	i

Lista de Figuras.

Figura 1.1.2.1. Infografía de definiciones de IA. Creación propia.....	5
Figura 1.2.2.1.. Infografía que presenta una línea de tiempo de la evolución histórica de la IA. Creación propia.....	10
Figura 1.3.2.1. Las 4 etapas del desarrollo cognitivo según Piaget. Creación propia	17
Figura 1.3.2.2.Habilidades cognitivas según KUMON. Creación propia.	18
Figura 1.3.2.3.Teoría de las Inteligencias Múltiples, tomado de (TokAPP, n.d.).....	19
Figura 1.3.2.4. Cuatro capacidades cognitivas de la IA. Creación propia.	20
Figura 1.3.2.5. Aplicaciones de IA cognitiva. Creación Propia.....	21
Figura 1.4.2.1. Tipos de Razonamiento Lógico. Creación propia.....	25
Figura 1.5.2.1. Los tres niveles de capacidad del conocimiento. Creación propia.	37
Figura 1.6.2.1. Niveles de proceso de la información. Creación propia.	42
Figura 1.7.2.1. Diseño de un agente inteligente. Creación propia.	47
Figura 1.8.2.1 Problema del vendedor y determinación del espacio de estados posibles. Creación propia	57
Figura 1.8.3.1 Algunos algoritmos de búsqueda utilizados en IA. Creación propia.....	58
Figura 1.8.3.2 Algoritmos supervisados y no supervisados. Creación propia.	58
Figura 1.8.3.3. Espacio de estados, Tic-Tac-Toe. Creación propia	60
Figura 1.8.3.4. Espacio de estados en una búsqueda exhaustiva. Creación propia.....	61
Figura 1.8.5.1. Algoritmos de búsqueda primera profundidad, primera anchura. Creación Propia.....	63
Figura 2.1.2.1.Principios y paradigmas de la IA. Recuperado de (Coogle, 2024)	68
Figura 2.2.2.1 Paradigmas de la IA. Creación propia.....	71
Figura 2.3.2.1. Ejemplo de Mapa conceptual. Creación Propia	79
Figura 2.3.2.2. Ejemplo 2 de un mapa conceptual. Creación Propia.....	79
Figura 2.3.2.3. Ejemplo de mapa mental. Creación propia.	80
Figura 2.6.3.1. Tabla comparativa entre razonamientos monótonos y no monótono. Creación propia	88
Figura 3.1.2.1. Formas de representar el conocimiento. Creación propia.	106
Figura 3.1.2.2. Clasificación de representación conocimiento. Creación propia.....	107
Figura 3.1.2.3. propiedades de las reglas. Creación propia.....	109
Figura 3.1.6.1. Ejemplo de inferencia en reglas de producción. Creación propia.	117
Figura 3.1.7.1. Arquitectura de un sistema de reglas de producción. tomado de (José & Pena, n.d.)	118
Figura 3.1.8.1. Estudio de caso, ejercicio 1. Creación propia.	123
Figura 3.2.2.1. Clasificación de los espacios de estado. Creación Propia.	127
Figura 3.2.2.2. Espacio de estados Implícitos donde E_i es el estado de inicio. Creación propia.....	128
Figura 3.2.2.3. Espacio de estados Explícito, donde hay cuatro estados de inicio. creación propia.....	128
Figura 3.2.2.4. Mapa de la península de Yucatán. Tomado de (Pinterest, n.d.).....	129
Figura 3.2.2.5. Espacio de estados determinista del ejemplo 1. Creación propia	129
Figura 3.2.2.6. Ejemplo de un problema no determinista. Creación propia	130
Figura 3.2.2.7. Espacio de estados no determinista. Creación propia.....	130
Figura 3.3.2.1. Ejemplo de representación de espacio de estados mediante un árbol binario. Creación Propia.	136
Figura 4.1.3.1.Ejemplos de tipos de robots. imágenes tomadas de (CONCEPTO.de, 2020)	148
Figura 4.1.3.2. Elemento que forma parte de un Robot. Creación propia.	150

Figura 4.1.4.1, Clasificación de Robots. Tipo de hardware y software. Creación propia	151
Figura 4.1.4.2. Aplicaciones de la Robótica. Creación Propia.....	154
Figura 4.1.4.3. Otro ejemplo de aplicaciones de la Robótica. Creación propia	154
Figura 4.1.4.4. Algunos desarrollos actuales de la Robótica. Creación Propia.	155
Figura 4.2.3.1. perceptrón. Creación Propia	160
Figura 4.2.3.2. Infografía de la Historia de las Redes Neuronales. Creación Propia.	162
Figura 4.2.4.1. Clasificación por tipos de Redes Neuronales. Creación Propia. Información tomada de (IBM, 2020).....	163
Figura 4.2.4.2. Clasificación de Redes Neuronales por el tipo de Aprendizaje. Creación propia.....	164
Figura 4.3.4.1. Etapas de un proceso de Visión Artificial. Creación Propia.	169
Figura 4.4.3.1.. Categorías de modificadores difusos. Creación Propia.	175
Figura 4.4.3.2. Arquitectura de un modelo difuso. Tomado de(Hurtado, 2014)	176
Figura 4.4.4.1. Algunas aplicaciones de la Lógica Difusa. Tomado de (Hurtado, 2014).....	177
Figura 4.5.3.1.Arquitectura de un sistema PLN. Creación propia.....	181
Figura 4.6.4.1. Clasificación de un Sistema Experto. Creación propia.....	186

INTRODUCCIÓN

Actualmente nuestra sociedad se encuentra en plena recuperación tanto económica como social y de salud después de la pandemia que nos confinó en nuestros hogares por casi dos años, y que originó una interacción limitada entre las personas y su quehacer cotidiano en forma presencial. El confinamiento demostró que era necesario recurrir de forma urgente a las Tecnologías de la Información (TIC's), lo cual nos permitió y facilitó la interacción en todos los sentidos tanto las relaciones personales, comerciales, trabajo y entretenimiento.

Lo anterior descrito ha generado una necesidad del uso de las TIC's para mejorar la comunicación y automatizar muchas de las interacciones que todos los días realizamos como sociedad. Como consecuencia de esto, se requiere del desarrollo de sistemas autónomos que utilicen metodologías, algoritmos y software con base en las TIC's, pero sobre todo de la Inteligencia Artificial para facilitar las acciones que realizamos todos los días.

Con relación a esto, se puede afirmar que ha surgido la necesidad de actualizar los conocimientos sobre Inteligencia Artificial mediante la guía didáctica, revisión de bibliografía y de nuevos elementos de apoyo pedagógico como el aprendizaje con base en problemas y en casos que se presentan en este documento. De esta forma se asegura que los estudiantes logren desarrollar sus habilidades y alcanzar las competencias específicas de cada unidad temática y las genéricas que lo fortalecen como profesionalista.

La importancia de estos apuntes radica en el hecho fortalecer el contenido temático de la asignatura de Inteligencia Artificial (IA) que forma parte del mapa curricular del Ingeniero en Sistemas Computacionales y que presenta elementos didácticos ordenados, actualizados y al alcance de los docentes que impartan esta asignatura.

1 TEMA: INTRODUCCIÓN A LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Competencias para desarrollar:

- **Específicas:** Conocer los conceptos fundamentales, así como el estado del arte de las áreas de la inteligencia artificial.
- **Genéricas:**
 - Capacidad de análisis y síntesis.
 - Capacidad de organizar y planificar.
 - Habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas.
 - Solución de problemas.
 - Toma de decisiones.
 - Trabajo en equipo.
 - Capacidad de aplicar los conocimientos.
 - Habilidades de investigación.
 - Capacidad de generar nuevas ideas.
 - Liderazgo.
 - Habilidad para trabajar en forma Autónoma.
 - Búsqueda del logro.

1.1 Introducción a la Inteligencia Artificial

1.1.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías	-Bibliografía	-Word -Excel

	-Cuestionario de evaluación		
--	-----------------------------	--	--

1.1.2 Descripción del Sub-Tema.

Primero que nada, se proporcionan algunas de las definiciones de IA que se han dado a lo largo de su historia realizadas por los autores más conocidos, las de la Real Academia Española, así como una propia. También, se presentan los conceptos de comportamiento humano para construir modelos de sistemas “inteligentes” y dar una clasificación de los entornos en los que puede interactuar dicho sistema. Se concluye con una pequeña evaluación sugerida para ser aplicada a los alumnos.

El termino Inteligencia Artificial se define en la Real Academia Española (RAE), como la “Disciplina científica que se ocupa de crear programas informáticos que ejecutan operaciones comparables a las que realiza la mente humana, como el aprendizaje o razonamiento lógico” (Real Academia Española, 2023b). En pocas palabras y en un orden natural de las cosas, se presenta a la IA como una consecuencia del desarrollo de programas de informática que tratan de imitar a la mente humana en el aprendizaje y razonamiento lógico.

Con base en la experiencia se proporciona una definición personal de lo que es Inteligencia Artificial:

“El área de las ciencias computacionales que se encarga del desarrollo de algoritmos traducidos a software y/o Hardware que son capaces recibir información del entorno en el que se desarrollan y con base en esta información, tomar las mejores decisiones tal y como las podría tomar un ser humano en forma inteligente y realizar acciones como resultado de estas decisiones”. Nuestra definición se centra en que las ciencias de la computación construyan artefactos, ya sean software o software/hardware que actúen de forma independiente a un ser humano.

El término Inteligencia Artificial fue acuñado en el año 1955 en una conferencia en el campus de la Universidad Dartmouth Collague, donde John McCarthy, era profesor de esa universidad y organizador del evento en el que participaron varias personalidades como Marvin Minsky entre otros, que fueron considerados los que iniciaron formalmente las investigaciones sobre Inteligencia Artificial (McCarthy et al., 1955). En ese momento no se daba una definición exacta de lo que debería de ser la IA, sino que se expresaban en términos de “maquinas pensantes”, o “autómatas”, entre otros.

En su libro (Russell et al., 2004) hace una definición de IA como el comportamiento que debe tener un “Agente” en forma inteligente, incluso bajo incertidumbre. Estos autores son clásicos, y van más allá de una definición del comportamiento inteligente que debe tener un agente en forma individual, sino que presentan el término “Sistemas Multi-agentes”, en los que incorporan mecanismos de comunicación y comportamientos grupales que buscan alcanzar metas comunes, ya sea en forma colaborativa o cooperativa. Adicionalmente, incorporan aspectos relacionados a negociación entre los agentes y actuación en entornos antagónicos con otros agentes.

Finalmente, podemos encontrar en (Pino et al., 2001) alguna definición de IA en la que consideran a los sistemas de cómputo como dispositivos conectados a sensores y actuadores, que les permite conocer el entorno en el que se encuentran y tomar decisiones sobre este.

Cómo se puede observar en la figura 1.1.2.1, se presenta una infografía que muestra varias definiciones sobre lo que es la IA. Cada una de ellas no excluya a las otras, por el contrario, se puede decir que son complementarias y que en un análisis podemos identificar que muchas de las definiciones dependen de la temporalidad en que se emitieron. Esto es relevante, ya que, por ejemplo, en las definiciones iniciales realizadas en el evento de Dartmouth en 1955 se habla de máquinas pensantes, como el hecho de dotar de inteligencia a artefactos físicos. Se observa que en (Russell et al., 2004) ya se habla de grupos de agentes y las características que deben cumplir como tal. En la actualidad, el desarrollo de la IA sobrepasa a las definiciones más

antiguas, ya que ahora se tendría que incluir temas relacionados con Chatbots, Drones, Artefactos Militares Inteligentes, Robots Asistentes entre otros.

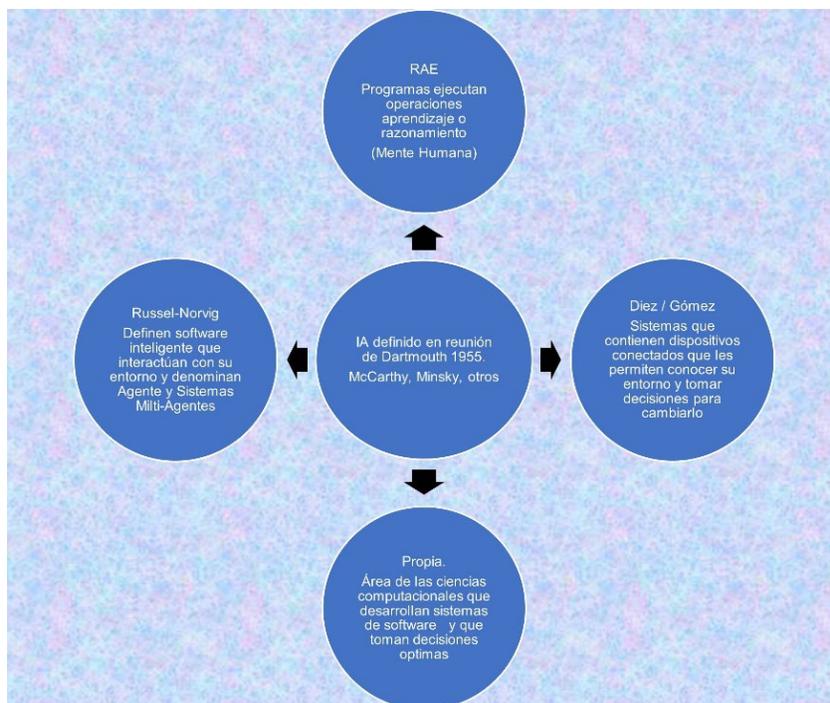


Figura 1.1.2.1. Infografía de definiciones de IA. Creación propia

Desde los inicios de la IA se han tratado de crear máquinas o software que realice actividades inteligentes como si las hicieran los seres humanos, esto implica un problema principal que consiste en cómo representar y/o programar algo que sea o tenga un comportamiento inteligente. Se tienen dos enfoques, el empírico y el racional tal como se menciona en (Russell et al., 2004).

El enfoque empírico, desde nuestra perspectiva y experiencia, trata con comportamientos que se podrían llamar “inteligentes” de las personas dentro de la sociedad. Un comportamiento empírico reactivo podría ser la forma de actuar de una persona en una situación no prevista. Por ejemplo, si estamos viajando en nuestro coche y otro vehículo se atraviesa delante de nosotros sin precaución, nuestra reacción podría ser insultarlo o dirigirse con cortesía para indicarle que está mal la maniobra que realizó. En ese caso el comportamiento inteligente podría ser el no

esperado, es decir, responder con cortesía. Otro ejemplo puede ser la decisión de pagar o no impuestos al gobierno, aunque esto signifique violar la ley, respetar la vida o bienes de los demás. Podemos decir que el comportamiento inteligente empírico es aquel que está muy relacionado con el comportamiento humano, tanto en lo individual como en sociedad. Tenemos comportamientos inteligentes empíricos como aquellos que se dan por imitación como lo hacen los niños.

El enfoque racional esta más orientado a la búsqueda de la representación del conocimiento por medio de modelos matemáticos que permitan su implementación en software. Estos modelos matemáticos ayudan a representar la toma de decisiones inteligentes mediante el uso de la lógica proposicional, estructuras de datos tipo árboles, redes neuronales, entre otros.

En la bibliografía de (Russell et al., 2004), se pueden encontrar diferentes definiciones de lo que es inteligencia artificial con base en el comportamiento inteligente.

La IA busca en pocas palabras, emular el comportamiento similar a los que realiza un ser humano en cualquier entorno en el que se desenvuelve. Sin embargo, como se ha mencionado anteriormente, es muy difícil establecer un sólo modelo para la representación de la inteligencia. También es necesario identificar los diferentes tipos de entornos e interacciones en los que puede estar inmerso un sistema de Software o Hardware/Software. En este sentido se pueden definir varios factores relacionados con los tipos de ambientes en lo que se desenvuelven los sistemas inteligentes, por ejemplo:

1. **Ambientes Totalmente Observables:** El Sistema inteligente en el momento de su interacción con su entorno toma decisiones optimas, es decir, no necesita más información porque está observando totalmente su entorno. Como ejemplo, tenemos un juego de cartas el sistema conoce todas las cartas de un mazo en ese momento.
2. **Ambientes Parcialmente Observables:** Cuando la decisión que debe tomar requiere de conocimiento extra al del obtenido del sensado de su entorno, se considera que el ambiente es parcialmente observable. En pocas palabras, se requiere de conocimiento

extra o anterior. Cuando estas jugando cartas y necesitas recordar las cartas que hayan salido anteriormente.

3. **Ambientes Deterministas:** Son aquellos en los que un sistema inteligente puede predecir el resultado de una decisión dentro de varias posibles. Un ejemplo de esto es el juego de ajedrez ya que no hay movimientos aleatorios, sino que se puede esperar un resultado de varios posibles ya que se puede “modelar” todo el tablero, las 64 posibles casillas en donde se desarrolla el juego.
4. **Ambientes estocásticos:** Son aquellos ambientes en los que no es posible determinar con certeza la reacción del entorno con base en las decisiones tomadas por el sistema inteligente. Se busca tomar la mejor acción de varias posibles, por eso se requiere de dar un valor al resultado de cada decisión tomada, de esta forma, se puede evaluar el avance hacia el objetivo final. Por ejemplo, en el juego de serpientes y escaleras se puede esperar un resultado que depende de lanzar uno o dos dados.
5. **Ambientes Discretos:** Las decisiones que se deben tomar son finitas, es decir, son puntuales. El juego de ajedrez se puede modelar como espacio de posibles estados discretos ya que se puede mover a uno de 64 posibles casillas.
6. **Ambiente Continuos:** Donde las decisiones que se pueden tomar son infinitas, es decir, se puede manejar probabilidades en las decisiones.
7. **Ambientes Amigables:** Son entornos en donde los sistemas inteligentes pueden colaborar con otros para alcanzar metas comunes. La toma de decisión estaría condicionada a los otros sistemas con la finalidad de tomar la mejor para el grupo.
8. **Ambientes Antagónicos:** Son entornos donde los sistemas inteligentes compiten por los recursos y con esa premisa se toma la mejor decisión, cual puede ser con base en negociación u otros tipos de modelos de competencia como los de subastas, por ejemplo.

Se puede concluir que el desarrollo de sistemas con capacidad de IA no es tan sencillo, ya que estos deben considerar todos los aspectos anteriormente mencionados que generan un problema

llamado **incertidumbre**. La incertidumbre se da por la naturaleza misma de las interacciones de los seres humanos, ya que en la mayoría de las decisiones no se tiene en control de las cosas, se trabaja en ambientes estocásticos, heterogéneos, dinámicos y continuos, entre otros.

1.1.3 Presentación.

Se hace la presentación del cuestionario de evaluación.

1.1.4 Cuestionario de Evaluación

El alumno deberá de elegir de cada una de las aseveraciones que se presentan a continuación que sea correcta. Cada reactivo vale 2 puntos, para un total de 10 puntos.

Pregunta	Respuesta correcta
1.Busca crear dispositivos que imiten el comportamiento humano: a) Razonamiento b) Comunicación c) Lógica d) Inteligencia Artificial e) Hablar	1.Busca crear dispositivos que imiten el comportamiento humano: a) Razonamiento b) Comunicación c) Lógica d) Inteligencia Artificial e) Hablar
2.El término IA fue acuñado en Darhmount por: a) Alan Turin b) McCarthy y Minsky c) Norvig y Russell d) Turin y Russell e) Turin y Norkig	2.El término IA fue acuñado en Darhmount por: a) Alan Turin b) McCarthy y Minsky c) Norvig y Russell d) Turin y Russell e) Turin y Norkig
3.No es un comportamiento como inteligente: a) Sistemas que piensan como humanos b) Sistemas que actúan como humanos c) Sistemas que comen como humanos d) Sistemas que actúan racionalmente e) Sistemas que piensan racionalmente	3.No es un comportamiento como inteligente: a) Sistemas que piensan como humanos b) Sistemas que actúan como humanos c) Sistemas que comen como humanos d) Sistemas que actúan racionalmente e) Sistemas que piensan racionalmente
4.- Parte del entorno de un sistema inteligente que compite con otros a) Continuo b) Discreto c) Antagónico d) Estático e) Dinámico	4.- Parte del entorno de un sistema inteligente que compite con otros a) Continuo b) Discreto c) Antagónico d) Estático e) Dinámico
5.- Es parte del entorno con incertidumbre: a) Continuo y estático b) Dinámico y estático c) Antagónico y Discreto d) Estocástico y heterogéneos e) Estático y Observable	5.- Es parte del con incertidumbre: a) Continuo y estático b) Dinámico y estático c) Antagónico y Discreto d) Estocástico y heterogéneos e) Estático y Observable

1.2 Historia de la Inteligencia Artificial

1.2.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	-Infografías -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

1.2.2 Descripción del Sub-Tema.

En este subtema se presentará un breve recorrido de la evolución histórica de la IA de acuerdo con algunos autores quienes tienen diferentes puntos de vista de los inicios de esta y hasta la actualidad. Después, se presentan elementos ideológicos y las ciencias que han apoyado el desarrollo de la IA. Finalmente, se muestran algunas de las áreas más importantes en las que se aplica la IA.

El desarrollo de la IA ha sido históricamente muy lento debido a la complejidad innata de tratar de modelar el comportamiento humano en cualquier situación en la que se pueda encontrar. Esto significa que hay muchas áreas del conocimiento que apoyan la IA, por ejemplo, la filosofía, psicología, matemáticas, lógica, ciencia de datos y junto con las ciencias computacionales buscan crear entidades de software y/o hardware que modelen comportamientos inteligentes.

El desarrollo histórico de la IA se puede decir que inició desde que se acuñó el nombre en 1955 en Dartmouth como se mencionó en párrafos anteriores, sin embargo, existen investigaciones anteriores como las que realizó Alan Turing que apoyaron el desarrollo de esta. En la figura 1.2.2.1 se muestra una infografía que representa una línea de tiempo que describe la evolución histórica de la IA creada a partir de lo señalado en (Russell et al., 2004).

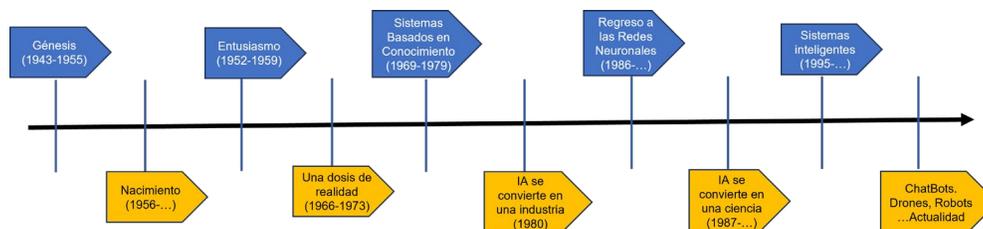


Figura 1.2.2.1.. Infografía que presenta una línea de tiempo de la evolución histórica de la IA. Creación propia.

Con base en la figura presentada, se considera la evolución histórica de la IA en 10 etapas que considera elementos actuales tales como los ChatBots, Drones, entre otros. A continuación, se dará una breve descripción de cada una de las etapas históricas.

- **Génesis:** Antes de la reunión de Dartmouth en 1955 en la que se acuñó el término Inteligencia Artificial, ya existían trabajos relacionados en cómo modelar el comportamiento humano e incorporarlo en máquinas. Por ejemplo, en (McCulloch & Pitts, 1943) se incluyen los primeros trabajos sobre Redes Neuronales, un modelo matemático de cómo funcionan las neuronas del cerebro. Unos años antes, tenemos el trabajo de Alan Turin en (Turing, 1937) que sentó las bases de las ciencias computacionales, desarrolló las bases de los llamados “autómatas” para la construcción de los lenguajes de programación y además acuñó su famoso postulado “Máquina de Turin”. Adicionalmente, aseveró que en un futuro una máquina podía resolver problemas como si fuera humano y desarrolló la llamada “Prueba de Turin”, para demostrarlo.
- **Nacimiento:** Como se mencionó anteriormente, el término IA se acuñó en Dartmouth en 1955 con lo que dio inicio esta nueva área. Entre los participantes además de McCarthy estaba Marvin Minsky, también llamado padre de la IA.
- **Entusiasmo:** En este periodo inicia un entusiasmo por explotar el conocimiento de modelar comportamientos humanos inteligentes para implementarlos en sistemas de cómputo. A la par, empieza a tener mayor auge el desarrollo de las computadoras a través de las cuales se podían implementar estos modelos de comportamiento humano.

- **Una dosis de realidad:** Los investigadores comienzan a darse cuenta de la complejidad de modelar el comportamiento humano e implementarlo en sistemas de cómputo, no es tarea fácil. Se requiere de más poder de cómputo para hacer cálculos más eficientes y rápidos. Para estas fechas, el ser humano había llegado a la luna, sin embargo, le faltaba lograr desarrollos de lenguajes de programación, algoritmos, poder de cómputo, entre otros. Además, se tenían otros problemas tales como obtener mejores evidencias del entorno y tratar con incertidumbre (problemas en tiempo real).
- **Sistemas Basados en Conocimiento:** Como parte de las experiencias anteriores, los investigadores se enfocan en cómo se podría “Representar el conocimiento” adquirido. Para lograr esto, es necesario organizar estos modelos de razonamiento lógicos con base al conocimiento obtenido, entonces surgen los llamados Sistemas Basados en Conocimiento o Sistemas Expertos. Estos sistemas, lograron construir representaciones del conocimiento con base en la experiencia sobre un tema determinado por parte personas expertas.
- **IA se convierte en una industria:** Estos grandes avances sobre representar y modelar el conocimiento ayudaron a que los sistemas inteligentes empezaran a ser tomados en cuenta en la industria. Inicia la construcción y uso de robots en las fábricas de ensamblaje de automóviles, en las oficinas se popularizó el uso de computadoras con poder de cálculos para ayudar a inferir resultados y dar pronósticos que ayuden en la toma de decisiones. Surgen los Simuladores de Vuelo, Video Juegos, Robots que utilizaban sensores más sofisticados como Cámaras de Visión, se desarrollaron Software con capacidad de navegar en la reciente Internet, que fueron llamados “spiderware”, cuya función era monitorear el tráfico en internet y modelaban algunos comportamientos en la web, entre otros.
- **Regreso de las Redes Neuronales:** Se incrementa la investigación y desarrollo de las Redes Neuronales, ahora más complejas y capaces de hacer mejores predicciones. Se

amplía la investigación en áreas como la visión por computadoras en donde surgen trabajos de desarrollo de Reconocimiento Facial, Reconocimiento de Voz, Imágenes 3D. Surgen Robots con sensores más sofisticados como los de movimientos, distancia, intensidad de luz. También inician los desarrollos de algoritmos más complejos como los Genéticos, Ant-Systems, Simulated Annealing (recocido simulado), Q-Learning (aprendizaje por refuerzo) que ayudan a la interacción de sistemas bajo entornos de incertidumbre.

- **IA se convierte en una ciencia:** Con base en los años de investigación y desarrollo de la IA, esta se convierte en una ciencia por la misma necesidad del desarrollo de sistemas que apoyen aspectos de salud, seguridad, empleo, comercio, interacción y entendimiento. Se sientan las bases para lograr interacciones con otras áreas del conocimiento de las que se apoya y que apoya. Inicia el desarrollo de Sistemas de Navegación Autónomos, interpretación del lenguaje, manejo de la incertidumbre, toma de decisiones optimas, interacción humano-computadora, desarrollo de mejores interfaces, entre otros.
- **Sistemas Inteligentes:** Se fortalece el desarrollo de sistemas autónomos e inteligentes con la capacidad de resolver problemas complejos y multidisciplinarios dando soporte a la toma de decisiones. Se crean modelos de interacción llamados "*patrones de comportamiento*" de personas para poder determinar sus gustos y preferencias durante sus interacciones en Internet mediante el uso de cualquier dispositivo electrónico (Computadoras, Teléfonos Móviles, Tabletas electrónicas, Relojes inteligentes entre otros). Se fortalecen los modelos matemáticos que permiten representar mejor el conocimiento ya no sólo de una entidad inteligente, sino de varias entidades inteligentes y autónomas con capacidad de comunicarse entre ellas y tomar decisiones conjuntas.
- **Actualidad:** En la actualidad nos encontramos en la realidad de que muchas de las acciones cotidianas las hemos relegado a la Inteligencia Artificial. Acciones tan sencillas como encender la luz o escuchar música son posibles mediante el uso de la voz para dar

instrucciones a dispositivos con IA. También, han proliferado los sistemas de Charla interactiva por texto con los llamados “ChatBots, estos mismos pueden ayudar a elaborar trabajos escolares, imitar la voz de las personas, modificar imágenes originales para que puedan ser usadas sin preocupación del derecho de autor. Desafortunadamente, ahora vemos el uso de la IA con fines bélicos como por ejemplo el uso de Drones con capacidad de llevar bombas para dañar a las personas.

A continuación, se presentan algunas de las áreas que han favorecido el desarrollo de la IA en diversos campos de la ciencia, entre los que se destacan algunos de los señalados en (Russell et al., 2004) como:

- **Filosofía.** Cerca del año 400 los filósofos griegos buscaban entender el porqué del ser humano y su comportamiento. Trataban de entender todas las facetas, razonamientos y comportamientos de lo que significaba ser razonable.
- **Matemática.** Las matemáticas siempre han sido las bases de la ciencia de la computación y de la IA. Todo el modelo de representación del conocimiento tiene una base matemática que permite su validación y comprobación por medio de teoremas e hipótesis. Esto permite utilizar estas herramientas para copiar estos modelos, adaptarlos y utilizarlos una vez que sean validados.
- **Economía:** Por ejemplo, el uso de medidas de utilidad para aumentar la ganancia o reducir la pérdida en un proceso empresarial. El uso de la “teoría de juegos” utilizados en la interacción entre grupos de “agentes” que deben “negociar” la toma de decisiones, ya sea en forma colaborativa o antagónica.
- **Neurociencia:** El aporte de esta ciencia se basa principalmente en los estudios de la forma en que trabaja el cerebro humano, en especial las neuronas y las sinapsis que ocurre entre ellas. Construcción de modelos matemáticos que representen la funcionalidad de una neurona, lo que generó la creación de las “Redes Neuronales”.

- **Psicología:** La aportación de la psicología consiste en la representación del razonamiento por medio de modelos matemáticos como la lógica proposicional y las técnicas de inducción e inferencia matemática.
- **Ingeniería Computacional:** En definitiva, el desarrollo tecnológico de las computadoras es la base de la IA, la creación de lenguajes de programación más afines, modernos, trabajo en la nube, incorporación de protocolos de comunicación, desarrollo de interfaces, entre otros.
- **Teoría del control y Cibernética:** Desarrollo de mejores elementos de control como servomotores más precisos, mejores protocolos de comunicación, mayor facilidad de control entre dispositivos electromecánicos y el software de programación.
- **Lingüística:** Esta área a apoyado mucho a la IA mediante el desarrollo de mecanismos de interpretación de texto para ser traducido a voz y viceversa. Desarrollo de lenguajes de comunicación entre “agentes” inteligentes como el KQML desarrollado por DARPA.

En relación con los nuevos desarrollos de la IA:

- **Educación:** se cuenta con ChatBots que permite la comunicación textual llamados Chats entre Robots y usuarios en la búsqueda de información.
- **Comercio:** Chatbots para ayudar a escoger elementos de un menú de comida por internet. Comercio electrónico, desarrollo de patrones de comportamiento de usuarios y clientes, investigación de mercados entre otros.
- **Seguridad:** Elaboración de Software para reconocimiento de rostros, Drones con capacidad de movilidad autónoma, Robots autónomos, mejores mecanismos de visión.
- **Capacitación:** mejores simuladores de vuelo, cursos en línea.
- **Salud:** Mejores algoritmos de Visión de imágenes para diagnósticos más certeros, Robots asistentes en sala de operaciones, Software de control en hospitales, entre otros.
- **Industria:** Robots que ayudan a ensamblar piezas de automóviles.

1.2.4. Presentación

Presentación del cuestionario de evaluación.

1.2.5. Cuestionario de Evaluación

El alumno deberá de elegir de cada una de las aseveraciones que se presentan a continuación la frase o expresión que sea correcta. Cada reactivo vale 2 puntos para un total de 10 puntos.

Pregunta	Respuesta correcta
1.Desarrolló los autómatas: a) Einstein b) Turin c) Minsky d) Peter e) McCarthy	1.Desarrolló los autómatas: a) Einstein b) Turin c) Minsky d) Peter e) McCarthy
2.Periodo en que surgen las Redes Neuronales: a) Génesis b) Una dosis de realidad c) Sistemas basados en conocimiento d) IA se convierte en una industria e) Sistemas basados en conocimiento	2. Periodo en que surgen las Redes Neuronales: a) Génesis b) Una dosis de realidad c) Sistemas basados en conocimiento d) IA se convierte en una industria e) Sistemas basados en conocimiento
3.Época en que surgen los sistemas expertos: a) Génesis b) Una dosis de realidad c) Sistemas basados en conocimiento d) IA se convierte en una industria e) Sistemas basados en conocimiento	3.Época en que surgen los sistemas expertos: a) Génesis b) Una dosis de realidad c) Sistemas basados en conocimiento d) IA se convierte en una industria e) Sistemas basados en conocimiento
4.A través de la negociación apoyó IA a) Génesis b) Una dosis de realidad c) Sistemas basados en conocimiento d) IA se convierte en una industria e) Economía	4.A través de la negociación apoyó IA a) Génesis c) Una dosis de realidad b) Sistemas basados en conocimiento d) IA se convierte en una industria e) Economía
5. Elemento de la IA que ayuda en la educación a) Génesis b) Una dosis de realidad c) Sistemas basados en conocimiento d) Chatbot e) Economía	5. Elemento de la IA que ayuda en la educación a) Génesis b) Una dosis de realidad c) Sistemas basados en conocimiento d) Chatbot e) Economía

1.3 Las habilidades cognoscitivas según la psicología.

1.3.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	-Infografías -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

1.3.2 Reporte habilidades cognitivas

En este subtema se presentará una breve descripción de las habilidades cognitivas según la psicología y que han servido de base a la IA. También, se presentan las teorías de lo que es inteligencia según algunos autores. Finalmente, se presenta la relación que han tenido estas áreas con el desarrollo de la IA.

Primero vamos a conocer lo que son las habilidades cognitivas iniciando con la definición del término en general. Primero revisamos la definición de habilidades según la RAE (Real Academia Española, 2023b, 2023c), así como la definición de esta RAE de la palabra cognoscitivo (Real Academia Española, 2023d).

Habilidad:

- *Capacidad y disposición para algo*
- *Gracia y destreza en ejecutar algo que sirve de adorno a la persona, como bailar, montar a caballo, etc.*

Cognoscitivo, va:

- *Que es capaz de conocer*

El término habilidades cognitivas proviene de la psicología cognitiva que consiste en definir habilidades de la mente de las personas para aprender y los procesos utilizados para esto.

En general los seres humanos utilizamos los sentidos para obtener información (conocimiento) que pueda entender y servirle (aprendizaje) por medio de un proceso definido para esto.

Habilidades Cognitivas

La teoría del desarrollo cognitivo fue desarrollada por el filósofo suizo Jean Piaget (1896 – 1980)(Jean Piaget, 1967), propone las bases del cómo aprendemos desde la infancia en el hacer y explorar activamente hasta que dejemos de existir. Él, sienta las bases para el entendimiento de las habilidades cognitivas y define cuatro etapas del desarrollo cognitivo como se muestran en la figura 1.3.2.1.

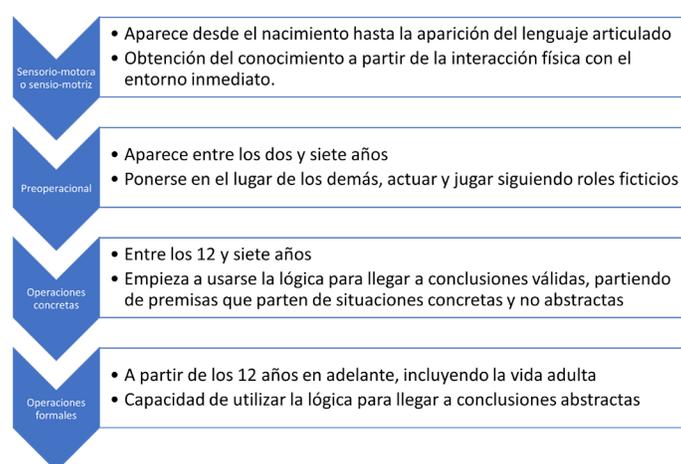


Figura 1.3.2.1. Las 4 etapas del desarrollo cognitivo según Piaget. Creación propia

Aunque el trabajo de Piaget es uno de los que inician los aspectos cognitivos, existen diferentes autores que han realizado sus propias definiciones. Por ejemplo, tenemos el que dice que “*los procesos cognitivos utilizan diferentes competencias para, por ejemplo, pensar, aprender, raciocinar, recordar y prestar atención*” (KUMON, 2022) .

Con base en la definición del párrafo anterior y el material presentado en esa misma referencia podemos ver en la figura 1.3.2.2 las habilidades cognitivas que han considerado.

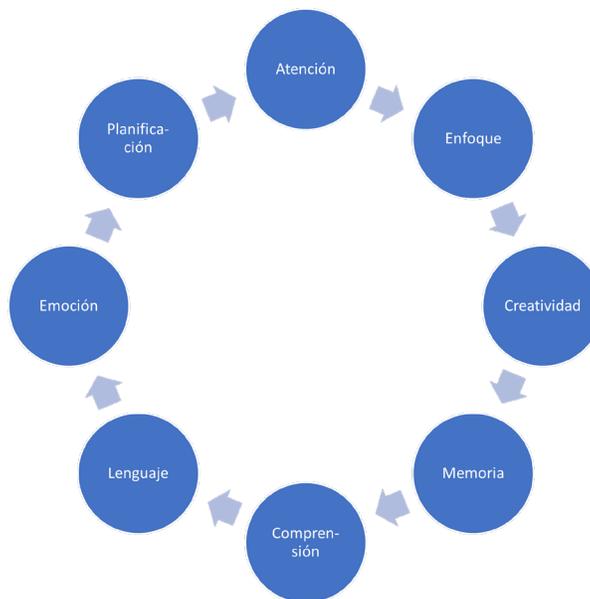


Figura 1.3.2.2. Habilidades cognitivas según KUMON. Creación propia.

- **Atención:** Enfocarse a estímulos que se perciben del entorno que nos rodea e incluso de nuestros pensamientos.
- **Enfoque:** Capacidad de enfocarse en estímulos externos importantes e ignorar los menos importantes.
- **Creatividad:** Capacidad de inventar o construir cosas nuevas a partir de la asociación de ideas
- **Memoria:** Capacidad de almacenar información en nuestro cerebro
- **Comprensión:** Entender el mundo que nos rodea de forma lógica, que es la base para la creación de ideas y desarrollo del raciocinio.
- **Lenguaje:** Expresión del pensamiento clara, precisa y objetiva por medio de palabras escritas y habladas.
- **Emoción:** Es una reacción que puede provocar sensaciones agradables o desagradables
- **Planear:** Capacidad para pensar en el futuro, elegir las acciones para alcanzar los objetivos, determinar el mejor orden para esto y establecer un plan.

Teoría de la Inteligencia.

Primero debemos de entender lo que significa inteligencia, después tratemos de modelarla e incorporarla a un sistema de Hardware/Software. Iniciamos con la definición de inteligencia según la RAE en (Real Academia Española, 2023b), como la capacidad de entender o comprender, es decir, capacidad de razonar con lógica la información que se recibe del entorno.

La denominada “Teoría de la Inteligencia” fue desarrollada por Howard Gardner en su libro (Gardner, 1983), en el que presenta 8 tipos de inteligencias ilustradas en la figura 1.3.2.3 tomado de (TokAPP, n.d.)



Figura 1.3.2.3. Teoría de las Inteligencias Múltiples, tomado de (TokAPP, n.d.)

Las teorías de la inteligencia múltiple de Howard Gardner son ocho y se definen en forma general a continuación:

- a) **Intrapersonal o individual.** Llamada también “inteligencia emocional”, trata con la capacidad de controlar las emociones y sentimientos para canalizarlos en mejores interacciones sociales.
- b) **Interpersonal:** Trata con el entender y comprender a los demás, a las personas con las que interactuamos día a día. Se busca la sana convivencia en sociedad.
- c) **Naturalista:** Entender el entorno desde el punto de vista natural, consciencia del cuidado de la naturaleza y los animales, tener consciencia ecológica.
- d) **Lingüística:** Tiene que ver con la capacidad de expresión y comunicación en todos los sentidos oral, escrita, lectura y escucha.

- e) **Lógica matemática:** Habilidad para el uso de los números, razonamiento lógico y capacidad para solucionar problemas matemáticos.
- f) **Visual-espacial:** Percepción del entorno, observar el mundo, ver los objetos desde varios puntos de vista, evitar el llamado “me engaño la vista”. Capacidad para crear imágenes en la mente a partir de la observación.
- g) **Corporal-Kinestésica:** Capacidad de controlar los movimientos del cuerpo, coordinación en los movimientos la llamada “memoria muscular”.
- h) **Musical-Auditiva:** Habilidades para la música, escribir canciones, tocar instrumentos, escuchar música.

Relación con la IA

El autor Fernando de Águeda dice “La inteligencia cognitiva es una parte, de la Inteligencia Artificial” y abarca principalmente las tecnologías y herramientas que permiten ver, oír, hablar comprender e interpretar las necesidades del usuario por medio del lenguaje” (Fernando de Águeda, 2020). En este artículo se mencionan cuatro capacidades cognitivas de la IA, tal y como se muestra en la figura 1.3.2.4.

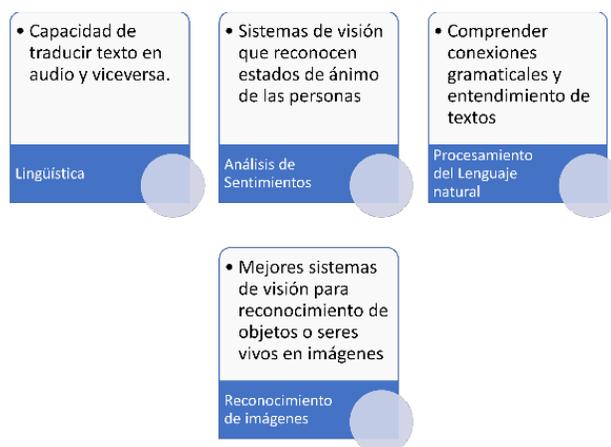


Figura 1.3.2.4. Cuatro capacidades cognitivas de la IA. Creación propia.

Finalmente, el autor menciona algunas de las aplicaciones de la IA con base en las capacidades cognitivas que ha desarrollado, figura 1.3.2.5, se describen a continuación:

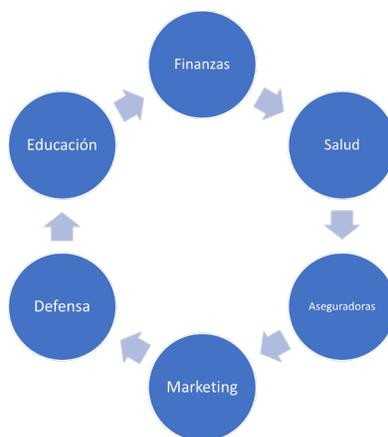


Figura 1.3.2.5. Aplicaciones de IA cognitiva. Creación Propia.

- **Finanzas:** Mejorar la atención a clientes, por ejemplo, servicio de 24 horas con asistentes virtuales llamados ChatBots, mejorar sus productos, modelar comportamientos de usuarios.
- **Salud:** Ser más eficientes en los procesos de análisis de nuevos fármacos, mejorar en los sistemas de interpretación de imágenes.
- **Aseguradoras:** Mejorar los procesos de análisis de situaciones de riesgo mediante el procesamiento de técnicas de Big Data, modelar patrones de comportamiento de clientes.
- **Publicidad:** Mejorar los procesos de creación de contenidos, modelar comportamiento de productos en el mercado.
- **Defensa:** Análisis de rostros humanos y actitudes mediante visión para interpretación de intenciones, reconocimiento de voz, interpretación de textos entre usuarios potencialmente peligrosos.
- **Educación:** interacción con estudiantes para la búsqueda de información a través del intercambio de diálogos mediante los ChatBots, plataformas de capacitación.

En resumen, podemos concluir que tanto el modelo de las habilidades cognitivas junto con los esfuerzos de modelar los diferentes tipos de inteligencias, han ayudado a potenciar el desarrollo de la IA mediante la creación de sistemas de Hardware y Software que interactúen con

los seres humanos de una forma más natural y transparente, contrario al hecho de solo tratar con máquinas.

1.3.3 Rúbrica del Reporte: Habilidades cognitivas

Reporte que deben elaborar los estudiantes en el trabajo de investigación a realizar como se describe a continuación:

Unidad 1. Introducción a la Inteligencia Artificial

Las habilidades cognitivas según la psicología. Teoría de la inteligencia.

Trabajo de investigación: Reporte.

Objetivo del trabajo:

Elaborar un reporte de investigación documental sobre las habilidades cognitivas según la psicología que han servido de base a la IA. Incluir las teorías de la inteligencia de autores como Jean Piaget o Howard Gardner. Presentar ejemplos de las aplicaciones de estas teorías en el desarrollo de la IA.

Competencia específica de la rúbrica: Conocer los conceptos de las habilidades cognitivas de la teoría de la inteligencia y su influencia en el desarrollo de aplicaciones con IA.

El trabajo deberá de contener lo siguiente:

- 1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)**
- 2. Contenido o índice**
- 3. Habilidades cognitivas**
 - a. Describir al menos 3 diferentes definiciones y mencionar autor**
 - b. Mencionar las habilidades cognitivas**
 - c. Definición propia de habilidades cognitivas**
- 4. Diferentes tipos de inteligencia**
 - a. Definición de Inteligencia según autor**
 - b. Definición propia**
 - c. Describir al menos 5 tipos de inteligencias**
- 5. Aplicaciones de las habilidades cognitivas o inteligencia en la IA**
 - a. Describir 5 ejemplos del uso de las habilidades cognitivas**
 - b. Describe con tus propias palabras alguna aplicación de la IA que haga o pueda hacer uso de las habilidades cognitivas o inteligencia.**

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

Unidad 1. Introducción a la Inteligencia Artificial
Las habilidades cognitivas según la psicología. Teoría de la inteligencia.
Trabajo de investigación.
RÚBRICA.

CATEGORIA	Notable = 3	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
1. Portada: - Identificación - Título - Autores - Fecha 2. Contenido. 3. Bibliografía			La portada contiene todos los elementos indicados, está definido el contenido y la bibliografía.	La portada no contiene la totalidad de todos los elementos indicados ni el contenido.
3. Habilidades cognitivas.	Cumplió completamente con los incisos a), b) y c).	Cumplió completamente con dos de los incisos.	Cumplió completamente con el inciso a) y c).	Sólo cumplió con un inciso.
4. Diferentes tipos de Inteligencia.	Cumplió completamente con los incisos a), b) y c).	Cumplió completamente con dos de los incisos.	Cumplió completamente con el inciso a) y c).	Sólo cumplió con un inciso.
5. Aplicaciones de las habilidades cognitivas o inteligencia en la IA.	Cumplió completamente con los incisos a) y b).	Cumplió completamente con el inciso a) y no con el b).	Cumplió parcialmente con el inciso a) y no con el b).	No cumplió con ningún inciso..
Total:	9	6	4	NA

1.3.4 Presentaciones.

Presentación de la evaluación del subtema.

1.3.5 Evaluación.

La evaluación considerada en este subtema es la que se presentó en el punto 1.3.4 más el valor de la rúbrica del trabajo de investigación. El resultado de la evaluación del trabajo de

investigación deberá ser considerado como la calificación de este subtema y sumativa al de los demás subtemas.

1.4 El proceso de razonamiento según la lógica.

1.4.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Secuencia didáctica -Reporte de investigación.	-Bibliografía	-Word -Excel

1.4.2 Reporte: Razonamiento según la lógica.

A continuación, se describe lo que se considera “razonamiento lógico”, definiciones de lo que son axiomas, teoremas y demostración. Posteriormente se describe una secuencia didáctica con la finalidad de que el alumno realice una actividad similar y logre conocer el proceso de razonamiento lógico, lo entienda y pueda recrear modelos del razonamiento e incorporarlo en las computadoras para servir de base en la IA.

Se debe definir lo que se considera razonamiento según la lógica como “el conjunto de acciones que permiten estructurar ideas y organizarlas para obtener una conclusión” (Pérez & Merino, 2021). También, define lógica como “la forma, principios y métodos del conocimiento científico, es decir, todo lo que se puede comportar, definir y explicar mediante resultados válidos utilizando argumentos científicos” (Pérez & Merino, 2021). Con base en esto, podemos decir que un razonamiento lógico es el proceso que ocurre en nuestra mente cuando se aplica la lógica. Es decir, utiliza argumentos válidos o premisas deducidos lógicamente para llegar a una conclusión.

Ahora bien, el razonamiento lógico puede empezar con una observación o lectura de algún argumento válido. En ese momento, la mente entra en un proceso de análisis para obtener una conclusión a partir de un razonamiento inductivo o deductivo. Con base en el razonamiento, el

producto final que es una conclusión la cual podrá tener mayor o menor posibilidad de ser válida. En la figura 1.4.2.1. encontramos diferentes tipos de razonamiento lógico. Se aclara que, la lista presentada no es exclusiva ni exhaustiva puede variar ya que depende de los autores y la trazabilidad en el tiempo en que se presentaron los elementos del razonamiento.



Figura 1.4.2.1. Tipos de Razonamiento Lógico. Creación propia.

- **Deductivo:** Inicia con una idea general y por medio de la lógica se llega a una conclusión específica o en particular. Por ejemplo, si llega a la ciudad de México una persona extranjera y habla en español con varias personas, entonces puede deducir que todos hablan español.
- **Analógico:** Se compara una situación bien conocida con otra parecida y se llega a la conclusión de que la segunda es similar a la primera. Por ejemplo, una falla determinada en el motor de un coche de una marca específica, puede ser similar a las fallas del motor de la misma marca de coches.
- **Matemático:** Se puede utilizar una regla matemática para llegar a una conclusión. Por ejemplo, aplicar las veces que se requiera la fórmula para calcular el área de un círculo.
- **Científico:** Por medio de la aplicación del método científico en experimentos se garantiza llegar a los mismos resultados o conclusiones, bajo las mismas condiciones. Por ejemplo,

dejar caer objetos y medir la aceleración con que caen, se puede deducir que todos caen a la misma aceleración debido a la gravedad.

- **Abductivo:** Se crean hipótesis para justificar eventos y de ahí se generaliza. Por ejemplo, ver un medicamento en la mesa de comer, se puede decir que la persona que lo toma estuvo ahí.
- **Inductivo:** Se observa que condiciones particulares se repiten, entonces se puede generalizar. Por ejemplo, Si todos los perros chihuahuas que se han visto son pequeños, se puede generalizar que todos de esa misma raza son de ese mismo tamaño.
- **Condiciona:** Se parte de una situación y se observa que otra es consecuencia de la primera y si una es verdadera, entonces la otra también. Por ejemplo, si me como 2 manzanas de tres, entonces me queda una manzana. Si la primera es verdadera, entonces la segunda también.
- **Emocional:** Se utilizan los sentimientos para tomar decisiones lógicas. Por ejemplo, si estoy contento me pongo a bailar.
- **Intuitivo:** Se utiliza para razonar sin una lógica específica, sino solo por intuición. Por ejemplo, si una persona se reusa a subirse a una moto en donde ya hay 2 personas, es porque a lo mejor tiene miedo de que sea más fácil de que ocurra un accidente.

A continuación, describimos algunos de los métodos que se utilizan para lograr un razonamiento lógico.

- **Axioma.** – Proposición tan obvia que no necesita demostración.
Ejemplo: $2 + 2 = 4$. No se requiere demostrar ya que es una operación obvia en la que se cuenta dos objetos más dos objetos el total es cuatro.
- **Teorema.** – Es una proposición que se demuestra lógicamente partiendo de axiomas o de otros teoremas, mediante reglas de inferencia.

Ejemplo:

Axiomas de un maestro.

Da clases

Prepara su material didáctico

Llega a trabajar

Califica a los alumnos

- **Demostración.** – Una demostración matemática es un argumento utilizado para mostrar la veracidad de una proposición. Una proposición es un enunciado que puede ser validado y obtener un valor de verdadero o falso. La demostración inicia con una premisa o declaraciones o expresiones, cada una de estas se van probando para obtener en cada una de ellas el valor de verdad que derive en una conclusión verdadera de la expresión.

A continuación, se presenta el cómo se realiza un razonamiento lógico deductivo llamado “Silogismo Hipotético”, el cual tiene como punto de partida una premisa hipotética, es decir condicional. En este sentido, una expresión es condicional de otra, ambas deben de ser verdaderas para que sea demostrada la hipótesis. Esta expresión tiene la forma “Si condición (proposición 1), entonces resultado (proposición 2), en donde ambos deben de ser verdaderos.

Para poder entender el silogismo hipotético como una forma de razonamiento lógico que puede ser modelado y utilizado para implementarse en Software y/o Hardware, se requiere utilizar la llamada “Lógica proposicional”. La lógica proposicional inicialmente define una proposición como una expresión que puede ser evaluada y obtener como resultado uno de dos valores, verdadero o falso. Se utilizan conectores “lógicos” para evaluar dos o más proposiciones y obtener como resultado todos los posibles valores de verdad de dicha evaluación. Cuando el resultado de la evaluación de una expresión proposicional es verdadero en todos sus resultados, entonces se llama “Tautología”. Existen trabajos muy extensos sobre la lógica proposicional, que no es primicia de estos apuntes, sus axiomas y postulados que derivan en lo que se conoce como “álgebra proposicional” la cual es la estructura algebraica que se forma con expresiones utilizando los conectivos lógicos.

Todo lo anterior nos ha servido de base para describir como ocurre el razonamiento lógico es decir, evaluar una expresión y obtener una conclusión, podemos inferir el resultado final para determinar si el razonamiento realizado y la conclusión son válidos o correctos. Como se mencionó, la forma de determinar si una expresión evaluada es correcta, es si todos los posibles resultados son verdaderos, es decir es una tautología. Por eso, se dice que los argumentos validados con tautologías representan razonamientos universalmente correctos; y su validez depende solamente de la forma de las proposiciones que intervienen y no de los valores de verdad de las variables que contiene. A esos argumentos se les llama "Reglas de Inferencia". Las reglas de inferencia permiten relacionar dos o más tautologías o hipótesis en una demostración.

Por ejemplo, tenemos lo siguientes argumentos:

- Si es un perro, entonces nació del vientre de su mamá,
- Si nació del vientre de su mamá, entonces es un mamífero.

-
- \therefore Si es un perro, entonces es un mamífero
- Utilizando las reglas de inferencia, se pueden definir esas expresiones como variables que pueden tener un valor de verdadero o falso. A continuación, se muestra el ejemplo de un **silogismo hipotético**:

p: Es un perro

q: Nació del vientre de su madre

r: Es un mamífero

La notación lógica de esta expresión queda:

$p \rightarrow q$

$q \rightarrow r$

$\therefore p \rightarrow r$

- Ahora se presenta un razonamiento utilizando la regla de inferencia conocida como **“Modus Ponens”**.

p: trabajo horas extras

q: gano más

La notación lógica de la expresión queda:

p

p \rightarrow q

\therefore q

A continuación, se presenta en la tabla 1.4.2. varias de las reglas de inferencia que se utilizan para el razonamiento lógico, incluyendo las dos anteriores, ya presentadas.

Reglas de inferencia. Creación propia.

Adición	$ \begin{array}{l} p \\ \text{-----} \\ \therefore p \vee q \end{array} $
Simplificación	$ \begin{array}{l} p \wedge q \\ \text{----} \\ \therefore p \end{array} $
Silogismo Disyuntivo	$ \begin{array}{l} p \vee q \\ p' \\ \text{-----} \\ \therefore q \end{array} $
Silogismo hipotético	$ \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \text{-----} \\ \therefore p \rightarrow r \end{array} $
Modus ponens	$ \begin{array}{l} p \\ p \rightarrow q \\ \text{-----} \\ \therefore q \end{array} $

Conjunción	$ \begin{array}{c} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array} $
Modus Tollens	$ \begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q' \\ \hline \therefore p' \end{array} $

Finalmente, se presenta un ejemplo de cómo se logra realizar el razonamiento lógico con base en las reglas de inferencia. La expresión formada por dos proposiciones será evaluada para obtener una conclusión, recordando que, si el resultado de esa evaluación es una tautología, entonces se puede decir que la conclusión es válida y se logró hacer un razonamiento lógico.

Ejemplo:

- “Trabajo horas extras”.
- “Si trabajo horas extras entonces obtendré más dinero”

Tengo más dinero

Se define mediante lógica proposicional:

- p : Trabajo horas extras
- q : Tengo más dinero

se crear la siguiente expresión:

$$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$$

Lo que se interpreta: Si p y (si p entonces q) entonces q .

“Si trabajo horas extras y (si trabajo horas extras, tengo más dinero) entonces tengo más dinero”.

Para solucionar esta expresión y obtener una conclusión válida, se hace uso de las “tablas de verdad” que evalúan todos los posibles valores de verdad de las variables asociadas a las proposiciones, y si el resultado es una tautología, entonces la representación de la oración

mediante la lógica proposicional es correcta y al usar las reglas de inferencia se obtiene una conclusión válida. En la tabla V=verdadero y F=falso

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

En la tabla se puede observar que la última columna contiene la evaluación final de la expresión y todos sus valores son “verdaderos”, por lo tanto, es una tautología. Esto significa que el resultado del razonamiento lógico es válido.

1.4.3 Secuencia Didáctica propuesta.

A continuación, se presenta la secuencia didáctica que deberán realizar los estudiantes con base en lo presentado en este subtema 1.4. Razonamiento Lógico. En (Barraza et al., 2020) podemos ver varios ejemplos de cómo elaborar una secuencia didáctica de la cual tomaremos la definida por David Ausubel.

<i>Secuencia Didáctica del subtema 1.4. Razonamiento Lógico.</i>		
Escuela	Profr. (a)	Periodo:
Asignatura:	Grado y grupo:	Tema: 1. Introducción a la Inteligencia Artificial. Subtema 1.4. El proceso de razonamiento según la lógica
Competencia	Genéricas: Desarrolla la capacidad de investigar mediante una secuencia didáctica temas relacionados con el razonamiento según la lógica. Específicas: Aplicaciones de estos razonamientos en modelos computacionales	
Aprendizaje esperado	El alumno conocerá los tipos de razonamiento lógicos que se han definido, los elementos utilizados para estos razonamientos como axiomas, teoremas y demostración, así como el mecanismo de inferencia lógica-matemática utilizada para demostrar que una expresión proposicional es válida.	
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Computadora - Word - Internet 	
<p style="text-align: center;"><u>Papel del docente:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Tener en cuenta que durante el desarrollo de las actividades el docente dirige. • Evaluar trabajos de los alumnos. 	<p style="text-align: center;"><u>Papel del alumno:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Receptor de la información que proporcione el docente • Debe haber disposición por parte del alumno para aceptar el aprendizaje significativo. • Realizar las actividades de investigación y entregar el reporte señalado. 	
Secuencia didáctica		
Inicio		
Postulados	Actividades: Tiempo estimado: 45 minutos	
Tomar en cuenta estructuras cognitivas previas: -El alumno ya conoce la lógica proposicional. -El álgebra declarativa. - Reglas de inferencia.	Apertura del subtema en clase. Activación de conocimientos previos a través del repaso de los siguientes temas en forma de preguntas de exploración, que deberá de responder el alumno en un reporte. Varias de estas preguntas ya forman parte del conocimiento del alumno en semestres anteriores, y son parte de sus competencias previas: - ¿Qué es lógica proposicional? - ¿Qué es álgebra proposicional? - ¿Qué es una tautología? - ¿Qué son las reglas de inferencia?	

Desarrollo	
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 2 horas
<p>-Vincular una nueva información con un concepto relevante pre-existente en una estructura cognitiva.</p> <p>-Tomar en cuenta los inclusores y/o conceptos que ya trae en la estructura cognitiva de los alumnos y que les permiten aprender la nueva información.</p> <p>-Transmisión de conocimientos significativos que pueda usar el alumno considerando su estructura cognitiva y las ideas de anclaje para que pueda conectarlas con la nueva información de manera no lineal y significativa.</p>	<p>El maestro explica apoyado con diapositivas los siguientes conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué es el razonamiento lógico? • Se presentan nueve tipos de razonamiento lógico • Repasa brevemente las reglas de inferencia. • Explica cómo se realiza el razonamiento lógico por medio de la evaluación de una expresión y la obtención de una conclusión válida que demuestre que el razonamiento es correcto. • Presenta un ejemplo del razonamiento lógico deductivo. <p>El alumno deberá de realizar un trabajo de investigación en equipo y entregar un informe con base en la rúbrica que se anexa.</p>
Cierre	
Postulado	Actividades Tiempo estimado: 1 hora
<p>Se debe percibir las modificaciones y evolución de la nueva información; la nueva información modifica la estructura cognitiva y fortalecer las debilidades encontradas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor realiza el cierre de la sesión mediante conclusiones. • El profesor Informa las actividades que deberán de hacer los alumnos que consiste en un trabajo de investigación con base en los temas presentados en la sesión de inicio y de desarrollo. Se anexa la rúbrica correspondiente.
<p>Adecuaciones curriculares</p>	<p>Se realizan cuando un alumno requiere mayor apoyo para lograr ampliar los conceptos sobre lo trabajado</p>
<p>Evaluación</p>	<p>Observar si los alumnos lograron ampliar los conceptos trabajados y/o relacionar la información nueva con la ya existente mediante la elaboración de un reporte de investigación con forme a la rúbrica que se anexa al presente documento.</p>

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)

2. Contenido o índice

3. Respuesta de las siguientes preguntas:

- ¿Qué es lógica proposicional?
- ¿Qué es algebra proposicional?
- ¿Qué es una tautología?
- ¿Qué son las reglas de inferencia?

4. Diferentes tipos de inteligencia

- a. ¿Qué es el razonamiento lógico?
- b. Se presentan nueve tipos de razonamiento lógico
- c. Repasa brevemente las reglas de inferencia.
- d. Explica cómo se realiza el razonamiento lógico por medio de la evaluación de una expresión y la obtención de una conclusión válida que demuestre que el razonamiento es correcto.

5. Ejemplo de razonamiento lógico-deductivo mediante la demostración válida de un enunciado hecho por medio de proposiciones conjuntas:

- e. Usar reglas de inferencia o aplicaciones del álgebra proposicional
- f. Usar tablas de verdad

6. Bibliografía

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

Proceso de razonamiento según la lógica.

Trabajo de investigación.

RÚBRICA.

CATEGORIA	Notable = 3	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
1. Portada: - Identificación - Título - Autores - Fecha 2. Contenido.	El documento contiene los 2 elementos indicados: La portada, contenido.	Contiene solo uno de los dos elementos: Portada o contenido.	Contiene uno de los dos elementos o los dos incompletos.	No contiene ninguno de los elementos indicados: La portada, contenido.
3. Respuestas a las preguntas	Respondió correctamente a las 4 preguntas	Respondió correctamente a 3 preguntas	Respondió correctamente a 2 preguntas.	Sólo respondió a una pregunta o a ninguna
4. Respuestas a las definiciones.	Respondió correctamente a las 4 definiciones.	Respondió correctamente a 3 definiciones.	Respondió correctamente a 2 definiciones.	Sólo respondió a una definición o a ninguna.
5. Dar 2 ejemplos usando reglas de inferencia y tablas de verdad.	Cumplió completamente con los dos ejemplos.	Cumplió completamente con un solo ejemplo.	Cumplió parcialmente un ejemplo o con los dos.	No cumplió con ningún ejemplo.
6. Bibliografía.	Puso al menos 4 referencias.	Puso al menos 3 referencias.	Puso al menos 2 referencias.	Puso solo una referencia o ninguna.
Total:	15	10	5	NA

1.5 El modelo de adquisición del conocimiento según la filosofía

1.5.1 Herramientas didácticas por utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
----------------	-------------------------	--------------	---------------------------

-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Secuencia didáctica	-Bibliografía	-Word
	-Reporte de investigación		-Excel

1.5.2 Reporte del subtema: Adquisición del conocimiento según la filosofía.

Primero, vamos a conocer lo que la RAE define como conocimiento “Acción y efecto de conocer” (Real Academia Española, 2023e), es decir, descubrir cosas, personas, objetos de la vida. Conocer, es identificar, saber las características propias de cada uno de esos elementos y razonar de forma lógica las relaciones entre ambos.

El dualismo de sujeto y objeto permanece a la esencia del conocimiento visto desde el objeto, el conocimiento se presenta como una transferencia de las propiedades y sus relaciones lógicas entre ellas y el entorno, del objeto al sujeto.

Existen tres niveles de conocimiento: Sensible, conceptual y holístico. En la figura 1.5.2.1 podemos ver estas formas de adquirir un conocimiento.

- **Sensible.** - Esta es la primera forma de adquisición del conocimiento y tiene que ver sobre como aprendemos con base en la utilización de nuestros sentidos. Por ejemplo, al tocar una estufa caliente aprendemos a acercarnos a ella en forma lenta y cuidadosa. También, cuando probamos una comida, podemos determinar si está bien o ya se echó a perder.
- **Conceptual.** - Conocimiento sobre cosas que existen y no podemos ver o medir, simplemente están y no dudamos de su existencia. Por ejemplo, sabemos que $2 + 2 = 4$. También, podemos tener un conocimiento conceptual de cosas como la existencia de la gravedad, o que el sol sale después de la noche. Son objetos que no tienen forma visible o que se pueda medir, pero sabemos que existen y tienen injerencia en nuestra vida.
- **Holístico:** El conocimiento holístico es llamado también intuitivo en el que los objetos no tienen forma ni son visibles, pero tienen mucha influencia en nuestra vida por quizás experiencia o simplemente previsión o precaución. Por ejemplo, a veces tenemos la

intuición de que va a llover, quizás porque se nublo o porque es temporada de lluvia. Otro ejemplo, es cuando conocemos a alguien y creemos que no le caímos bien o cuando presentamos un examen y especulamos un poco con la calificación que vamos a sacar.

Tres niveles de capacidad de captar un objeto para convertirlo en conocimiento

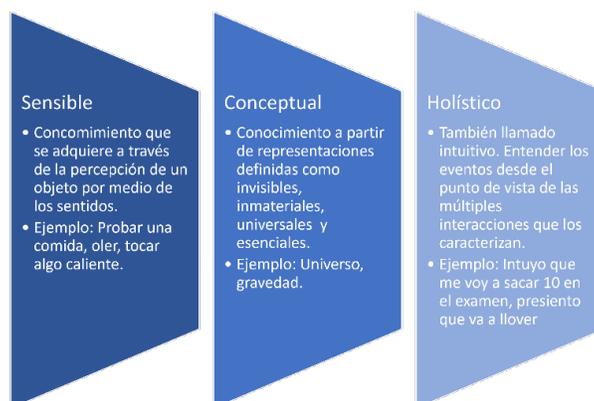


Figura 1.5.2.1. Los tres niveles de capacidad del conocimiento. Creación propia.

1.5.3 Secuencia didáctica del subtema

A continuación, se presenta la secuencia didáctica que deberán realizar los estudiantes con base en lo presentado en este subtema. En (Barraza et al., 2020) podemos ver varios ejemplos de cómo elaborar una secuencia didáctica de la cual tomaremos la definida por David Ausubel.

<i>Secuencia Didáctica del subtema 1.5. Modelo de adquisición del conocimiento.</i>		
Escuela:	Profr. (a)	Periodo:
Asignatura:	Grado y grupo:	Tema: 1. Introducción a la Inteligencia Artificial. Subtema 1.5. Modelo de adquisición del conocimiento
Competencia	Genéricas: Desarrolla la capacidad de investigar mediante una secuencia didáctica temas relacionados con la adquisición del conocimiento Específicas: Ejemplos de la adquisición del conocimiento	
Aprendizaje esperado	El alumno conocerá las diferentes formas de adquisición del conocimiento según la filosofía e identificará mediante ejemplos de la vida, cada uno de ellos.	
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Computadora - Word - Internet 	
<u>Papel del docente:</u>		<u>Papel del alumno:</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Tener en cuenta que durante el desarrollo de las actividades el docente dirige. • Evaluar trabajos de los alumnos. 		<ul style="list-style-type: none"> • Receptor de la información que proporcione el docente • Debe haber disposición por parte del alumno para aceptar el aprendizaje significativo. • Realizar las actividades de investigación y entregar el reporte señalado.
Secuencia didáctica		
Inicio		
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 45 minutos	
Tomar en cuenta estructuras cognitivas previas: -El alumno ya conoce la lógica proposicional. -El algebra declarativa. -Reglas de inferencia.	Activación de conocimientos: El maestro hace una presentación de los diferentes tipos de formas de adquisición del conocimiento, los alumnos deberán de responder lo siguiente: - ¿En qué consiste la adquisición del conocimiento según la lógica? - ¿En qué consiste la adquisición del conocimiento sensible? - ¿En qué consiste la adquisición del conocimiento conceptual? - ¿En qué consiste la adquisición del conocimiento holístico?	

Desarrollo	
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 2 horas
<p>-Vincular una nueva información con un concepto relevante pre-existente en una estructura cognitiva.</p> <p>-Tomar en cuenta los inclusores y/o conceptos que ya trae en la estructura cognitiva de los alumnos y que les permiten aprender la nueva información.</p> <p>-Transmisión de conocimientos significativos que pueda usar el alumno considerando su estructura cognitiva y las ideas de anclaje para que pueda conectarlas con la nueva información de manera no lineal y significativa.</p>	<p>El maestro explica apoyado con diapositivas las tres formas de adquisición del conocimiento mediante ejemplos, y los alumnos deberán de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dar dos ejemplos de lo que es adquisición del conocimiento sensible. • Dar dos ejemplos de lo que es adquisición del conocimiento conceptual. • Dar dos ejemplos de lo que es adquisición del conocimiento holístico. <p>El alumno deberá de realizar un trabajo de investigación en equipo y entregar un informe con base en la rúbrica que se anexa.</p>
Cierre	
Postulado	Actividades Tiempo estimado: 1 hora
<p>Se debe percibir las modificaciones y evolución de la nueva información; la nueva información modifica la estructura cognitiva y fortalecer las debilidades encontradas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor realiza el cierre de la sesión mediante conclusiones. • El profesor Informa las actividades que deberán de hacer los alumnos que consiste en un trabajo de investigación con base en los temas presentados en la sesión de inicio y de desarrollo. Se anexa la rúbrica correspondiente.
<p>Adecuaciones curriculares</p>	<p>Se realizan cuando un alumno requiere mayor apoyo para lograr ampliar los conceptos sobre lo trabajado</p>
<p>Evaluación</p>	<p>Observar si los alumnos lograron ampliar los conceptos trabajados y/o relacionar la información nueva con la ya existente mediante la elaboración de un reporte de investigación con forme a la rúbrica que se anexa al presente documento.</p>

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)

2. Contenido o índice.

3. Respuesta de las siguientes preguntas:

- ¿Qué es la adquisición del conocimiento según la lógica?
- Describe la adquisición del conocimiento sensible.
- Describe la adquisición del conocimiento conceptual
- Describe la adquisición del conocimiento holístico

4. Ejemplo de la adquisición del conocimiento:

- g. Ejemplo de cómo se adquiere el conocimiento sensible
- h. Ejemplo de cómo se adquiere el conocimiento conceptual
- i. Ejemplo de cómo se adquiere el conocimiento holístico

5. Bibliografía

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

Adquisición del conocimiento según la filosofía.

Trabajo de investigación.

RÚBRICA.

CATEGORIA	Notable = 3	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
- Tiene portada - Contenido - Tiene respuestas a las 4 preguntas.	El documento contiene los elementos de la portada, del contenido y respondió a las 4 preguntas.	El documento contiene los elementos de la portada, contenido y respondió al menos a 2 preguntas.	El documento no tiene portada o contenido y respondió a una pregunta.	No respondió a ninguna pregunta..
2. Ejemplo de adquisición del conocimiento y bibliografía.	Puso los 3 ejemplos y la bibliografía.	Respondió a 2 preguntas y puso la bibliografía	Respondió a 1 pregunta y puso la bibliografía.	No respondió a las preguntas y no puso bibliografía
5. Dar 2 ejemplos usando reglas de inferencia y tablas de verdad.	Cumplió completamente con los dos ejemplos.	Cumplió completamente con un solo ejemplo..	Cumplió parcialmente un ejemplo o con los dos	No cumplió con ningún ejemplo.
Total:	9	6	3	NA

1.6 El modelo cognoscitivo

1.6.1 Herramientas didácticas por utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Secuencia didáctica -Reporte de investigación	-Bibliografía	-Word -Excel

1.6.2 Reporte del subtema: Modelo Cognoscitivo

El modelo cognitivo trata con aspectos relacionados con la adquisición del conocimiento sobre el mundo en el que se desarrolla el ser humano. El proceso de adquisición tiene que ver con aspectos de cómo obtenemos y procesamos la información, entre ellos están la percepción, la atención y la memoria como se menciona en (Schwartz, 2021). En este trabajo, se hace una analogía entre la mente humana (de como adquiere conocimiento) y las computadoras. La forma en que se adaptan los programas de computadoras para procesar información e ir actualizándola, y el funcionamiento cognitivo humano. Esta analogía, ha servido como parte del modelo de las computadoras y el procesamiento de la información, para tratar de imitar como las personas adquieren conocimiento y lo procesan.

Dentro de los estudios del modelo cognitivo se tienen dos corrientes, una denominada “*Teoría del procesamiento de la información humana*”, y el otro es el “*Proceso de distribución paralela*”. De esta forma, el conocimiento es considerado por las ciencias cognitivas en tres niveles de acceso y operación de la información”, en la figura 1.6.2.1, se muestran estos tres niveles.



Figura 1.6.2.1. Niveles de proceso de la información. Creación propia.

1.6.3 Secuencia didáctica del subtema

A continuación, presentamos la secuencia didáctica del subtema de modelo cognoscitivo que servirá de guía al maestro y al alumno para que este alcance la competencia requerida.

<i>Secuencia Didáctica del subtema 1.6. Modelo cognoscitivo.</i>		
Escuela:	Profr.	Periodo:
Asignatura:	Grado y grupo:	Tema: 1. Introducción a la Inteligencia Artificial. Subtema 1.6. El modelo cognoscitivo
Competencia	Genéricas: Desarrolla la capacidad de investigar mediante una secuencia didáctica temas relacionados con el modelo cognoscitivo. Específicas: Ejemplos del modelo cognoscitivo.	
Aprendizaje esperado	El alumno conocerá lo que es el modelo cognoscitivo, conocerá los tres niveles de procesamiento de la información y podrá describir ejemplo de aplicación en la vida real de cada uno de los 3 niveles.	
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Computadora - Word - Internet 	
<p style="text-align: center;"><u>Papel del docente:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Tener en cuenta que durante el desarrollo de las actividades el docente dirige. • Evaluar trabajos de los alumnos. 		<p style="text-align: center;"><u>Papel del alumno:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Receptor de la información que proporcione el docente • Debe haber disposición por parte del alumno para aceptar el aprendizaje significativo. • Realizar las actividades de investigación y entregar el reporte señalado.

Secuencia didáctica	
Inicio	
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 45 minutos
Tomar en cuenta estructuras cognitivas previas: -El alumno ya conoce la lógica proposicional. -El algebra declarativa. -Reglas de inferencia.	Activación de conocimientos: El maestro hace una presentación lo que es el modelo de adquisición del conocimiento, como se compara el procesamiento de la información del ser humano con el de los sistemas de cómputo, con base en esto, los alumnos deberán de poder explicar lo siguiente: - Explica en qué consiste el modelo cognoscitivo. - Explica cómo se realiza el proceso de información del modelo humano. - y el de los sistemas de cómputo.
Desarrollo	
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 2 horas
-Vincular una nueva información con un concepto relevante pre-existente en una estructura cognitiva. -Tomar en cuenta los inclusores y/o conceptos que ya trae en la estructura cognitiva de los alumnos y que les permiten aprender la nueva información. -Transmisión de conocimientos significativos que pueda usar el alumno considerando su estructura cognitiva y las ideas de anclaje para que pueda conectarlas con la nueva información de manera no lineal y significativa.	El maestro explica apoyado con diapositivas los tres niveles procesamiento de la información que se adquiere y se vuelve conocimiento, da ejemplos. El alumno deberá: <ul style="list-style-type: none"> • Poder explicar brevemente los tres niveles de procesamiento de información para adquirir un conocimiento. • Dar dos ejemplos de la vida cotidiana de cada uno de los 3 niveles de procesamiento de información. El alumno deberá de realizar un trabajo de investigación en equipo y entregar un informe con base en la rúbrica que se anexa.
Cierre	
Postulado	Actividades Tiempo estimado: 1 hora
Se debe percibir las modificaciones y evolución de la nueva información; la nueva información modifica la estructura cognitiva y fortalecer las debilidades encontradas.	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor realiza el cierre de la sesión mediante conclusiones. • El profesor Informa las actividades que deberán de hacer los alumnos que consiste en un trabajo de investigación con base en los temas presentados en la sesión de inicio y de desarrollo. Se anexa la rúbrica correspondiente.
Adecuaciones curriculares	Se realizan cuando un alumno requiere mayor apoyo para lograr ampliar los conceptos sobre lo trabajado.
Evaluación	Observar si los alumnos lograron ampliar los conceptos trabajados y/o relacionar la información nueva con la ya existente mediante la elaboración de un reporte de investigación con forme a la rúbrica que se anexa al presente documento.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)

2. Contenido o índice

3. Respuesta de las siguientes preguntas:

- Explique en que consiste el modelo cognoscitivo.
- Explique cómo se realiza el proceso de información del modelo humano
- y el de los sistemas de cómputo.

4. Ejemplo de la adquisición del conocimiento:

- Explicar brevemente los tres niveles de procesamiento de información para adquirir un conocimiento.
- Dar dos ejemplos de la vida cotidiana de cada uno de los 3 niveles de procesamiento de información.

5. Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

**Modelo cognoscitivo.
Trabajo de investigación.
RÚBRICA.**

CATEGORIA	Notable = 3	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
- Tiene portada - Contenido	El documento contiene los elementos de la portada, tiene definido un contenido.	El documento contiene algunos elementos de la portada, no todos y el contenido	El documento no tiene portada o no tiene definido el contenido.	No respondió a ninguna pregunta
1. Explico el modelo cognitivo 2. Explico cómo se lleva a cabo el procesamiento de la información por humanos y 3. Por las computadoras	Respondió a las tres explicaciones	Respondió a 2 explicaciones	Respondió a 1 explicación	No respondió a ninguna explicación
Explica los tres niveles de procesamiento de la información	Cumplió con explicar los tres niveles	Cumplió con explicar 2 niveles.	Cumplió con explicar un nivel	No explicó ningún nivel
Describe dos ejemplos de la vida real de cada uno de los tres niveles de procesamiento de la información	Describe los tres ejemplos	Describe dos ejemplos	Describe un ejemplo	No describe ningún ejemplo
Tiene bibliografía.	Tiene al menos tres referencias bibliográficas	Tiene al menos dos referencias bibliográficas	Tiene al menos una referencia bibliográfica	No tiene referencias bibliográficas

Total:

15

10

5

NA

1.7 El modelo del agente inteligente, multi-agentes y oblicuos.

1.7.1 Herramientas didácticas por utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Secuencia didáctica -Reporte de investigación	- Bibliografía	-Word -Excel

1.7.2 Reporte del subtema

En este subtema trataremos con el modelo de agente inteligente como aquel Sistema de Software/Hardware capaz de utilizar sensores para obtener información de entrada sobre el medio en el que se encuentra, analizar dicha información mediante estrategias que le permitan tomar la mejor decisión para llevar a cabo acciones que alcance su meta y aplicación de actuadores (reacciones) en su medio ambiente. Esta es una definición propia de lo que es un agente inteligente. En (Russell et al., 2004) podemos encontrar un trabajo muy completo sobre lo que son los agentes y sistemas multi agentes, así como una categorización de estos. Ahora, se realizará un repaso sobre lo que estos autores señalan sobre los diferentes tipos de agentes.

Agente:

Primero, revisamos el concepto de agente inteligente:

“En cada posible secuencia de percepciones, un agente racional deberá emprender aquella acción que supuestamente maximice su medida de rendimiento, basándose en las evidencias aportadas por la secuencia de percepciones y en el conocimiento que el agente mantiene almacenado” (Russell et al., 2004).

Antes de continuar es importante saber la diferencia entre un agente inteligente y un sistema multi-agentes. Un agente inteligente está formado por dos elementos principales: Software y Hardware como se muestra en la figura 1.7.2.1.

Diseño de un agente inteligente

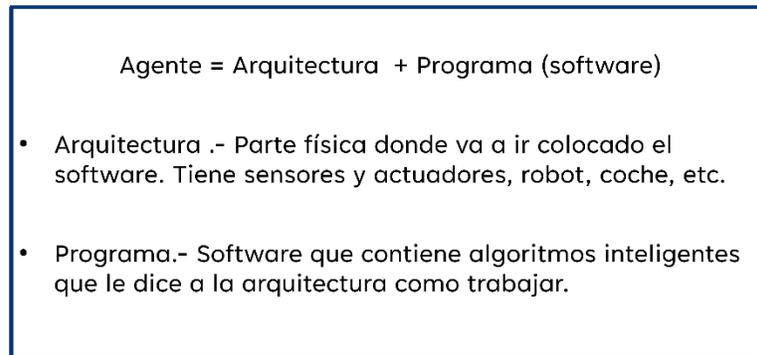


Figura 1.7.2.1. Diseño de un agente inteligente. Creación propia.

Ahora bien, un sistema multi-agentes es aquel conjunto de agentes inteligentes que se encuentran en el entorno y actuando al mismo tiempo y en el que pueden tener diferentes roles, por ejemplo, pueden ser colaborativos o antagónicos. Estos roles pueden ser en grupo o individual.

Como se describió en el subtema 1.1. existen diferentes entornos de interacción en los que puede coexistir un sistema con IA. A continuación, se hace una breve descripción de algunos de ellos.

▪ **Agentes Reactivos simples:**

- Este tipo de agentes toman decisiones para llevar a cabo acciones de forma inmediata con base en la información que han recibido de su entorno. No considera decisiones tomadas con anterioridad.
- Por ejemplo, un agente que tiene una combinación Hardware/Hoftware en la forma de un Robot físico con sensores de distancia en donde estos detectan objetos a

cierta distancia y tratan de evitar colisionar con el objeto. Toma la decisión de moverse a un lado u otro.

- A este modelo de agente reactivo también es conocido como condición-acción.
- **Agentes reactivos con base en modelos:**
 - En ocasiones como ya se mencionó, los agentes coexisten en entornos en los que tienen una vista parcial. En estos casos el agente deberá de poder contar con información almacenada de aquellas partes del entorno que no puede ver.
 - En pocas palabras el agente debe de tener alguna capacidad de almacenar internamente la historia del comportamiento que ha realizado, se le denomina Base de Conocimientos.
 - Para lograr lo anterior debe de mantener una actualización del conocimiento que va adquiriendo, debe de poder construir un modelo de reacciones anteriores e ir las actualizando.
 - También es importante que el agente sea capaz de actualizar el cómo va cambiando el mundo y cuáles fueron las consecuencias de las acciones que realizó.
- **Agentes con base en objetivos:**
 - En relación con el modelo anterior, ahora el agente no sólo necesita conocer su entorno por medio de la construcción de modelos, sino que debe tener una meta que debe alcanzar.
 - Con base en las decisiones que ha tomado, podrá verificar si la siguiente acción a tomar lo acerca o aleja de la meta u objetivo.
 - La construcción de este tipo de agentes se va complicando cada vez más, ya que ahora debe de considerar la secuencia de acciones que le puedan llevar hacia la meta y descartar aquellas que lo alejan.

- En este sentido, estos agentes deberán de aplicar algoritmos de búsqueda y planificación, para encontrar rutas o secuencia de acciones que lo acerquen o alejen de la meta.
- **Agente con base en utilidad:**
 - A veces, un agente no tiene suficiente capacidad para alcanzar sus metas u objetivos, sino que, requiere de tomar las mejores decisiones. Las más rápidas, confiables, seguras o más económicas.
 - Para lograr lo anterior es necesario que el agente este dotado de alguna forma de evaluar esta toma de decisiones para que estas sean las más optimas. Esto se logra de una de dos formas o se maximizan las utilidades o se reducen las pérdidas, es necesario contar con una Función de utilidad.
 - La función de utilidad permite tomar la decisión de hacia a dónde ir cuando tienes dos o más objetivos o metas.
- **Agente que aprenden:**
 - Este tipo de agentes deben contar con la capacidad de ir “aprendiendo” la forma en que tomaron las decisiones anteriores y utilizar este conocimiento para aplicarlo en situaciones similares
 - Tienen un módulo de aprendizaje que debe contener la forma en que se tomaron decisiones anteriores, debe servir para hacer mejoras en las decisiones siguientes.
 - También, tienen un módulo de actuación es responsable de hacer las mejores selecciones según el entorno.
- **Sistemas Multi-agentes.**
 - Ahora definiremos los sistemas multi-agentes como aquellos entornos en los que coexisten dos o más agentes que interactúan entre ellos para

alcanzar una meta común a todos. Es decir, que existe una forma de comunicación entre ellos que les permite conocer las acciones que han tomado todos dentro del mismo entorno en el que están interactuando. Esto es, con la finalidad de que cada uno de ellos tome una decisión considerando que ésta es la mejor para alcanzar el objetivo común, por encima de las decisiones de los otros agentes. En este tipo de escenarios podemos encontrar dos tipos de sistemas multi-agentes, los colaborativos y los antagónicos.

- **Sistemas multi-agentes colaborativos:**

- Entorno donde hay más de un agente.
- Existe un mecanismo de comunicación entre los agentes que puede ser implícito (compartir una misma cámara que monitorea todo el entorno) o explícito (utilizan un lenguaje de comunicación).
- Existe un mecanismo de evaluación para tomar la mejor decisión de entre todos (pueden utilizar un tipo agente con modelo de utilidad). Es decir, el modelo de utilidad evalúa todas las decisiones que puede tomar cada agente y determina la mejor decisión para alcanzar la meta.
- Ejemplo: Modelos de sistemas multi-agentes que navegan por internet, también llamados spyders. Cada uno monitorea parte de la web en busca de cierta información y la comunica a los otros agentes con la finalidad de decidir quién obtuvo el mejor resultado.

- **Sistemas multi-agentes antagónicos:**

- Entorno dónde hay más de un agente
- Pueden interactuar de dos formas:
 - **En forma individual.**
 - Significa que los agentes actúan de forma independiente y compiten contra otros agentes por recursos en el mismo entorno.

- Requieren de comunicación para poder conocer el estatus de los contrarios, deben de poder compartir parte de la visión del entorno en el que están interactuando.
 - La toma de decisión que hagan es en forma individual para que cada uno alcance sus propios objetivos o metas. Los mecanismos de decisión en el entorno donde compiten pueden ser implementado por diferentes tipos de algoritmos, por ejemplo, un mecanismo de subastas, de distancias, de mejor utilidad, entre otros
 - Se desarrollan normalmente en entornos: Distribuidos, Heterogéneos, Estocásticos, dinámicos.
 - Ejemplos: Recursos en la web cuando se presentan subastas.
- **Antagónicos grupales.**
- Son entornos donde se enfrentan grupos de agentes entre sí, compiten por recursos del sistema.
 - La toma de decisiones se da en forma de competencia entre los grupos de agentes. Se implementan algoritmos como los utilizados en la Teoría de Juegos (suma cero), subastas, entre otros.
 - Se desarrollan normalmente en entornos: Distribuidos, Heterogéneos, Estocásticos, dinámicos donde los recursos son limitados.
 - Ejemplos: Entornos de agentes que juegan al fútbol. Compiten en internet.

Sistemas Oblicuos.

- La Computación Oblicua se considera como la integración de la computación en el entorno de las personas. El sentido oblicuo, no considera a la computadora solo en su forma física, sino que, es parte ya del entorno de las personas en su quehacer cotidiano. Esto abarca incluso el internet y el llamado “Cómputo en la nube”. Este término de computación oblicua fue acuñado por Weiser, M. CIO del “Computer Science Laboratory at Xerox PARC”, en 1988, sin embargo, el término que aceptado en su trabajo “La computación del siglo 21” (Weiser, 1991).

Actualmente se considera la computación oblicua, como aquella en la que los sistemas se comunican entre sí para intercambiar información, procesarla y tomar decisiones sin la intervención del hombre. Como ejemplo de esto tenemos, los relojes Smart Watch, los Teléfonos celulares, sistemas de monitoreo de seguridad en redes, transacciones en la nube. Es importante no confundir la computación oblicua del Internet de las Cosas, industria 4.0, estas dos últimas son una subcategoría de la primera.

En relación con la computación oblicua y la IA, ambas se complementan adecuadamente ya que la filosofía de la primera utilice los algoritmos y tecnologías de la segunda para poder garantizar que el ser humano pueda integrarse de forma más natural con la tecnología. La IA puede lograr que sistemas autónomos se comuniquen entre sí, procesen información y ayuden a la toma de decisiones, organización de agendas y control de procesos.

1.7.3 Secuencia Didáctica del subtema

A continuación, se presenta la secuencia didáctica del subtema de Agentes, Multi-agentes y computación oblicua.

<i>Secuencia Didáctica del subtema 1.7. Agentes, Multi-agentes y computación oblicua.</i>		
Escuela:	Profr.	Periodo:
Asignatura:	Grado y grupo:	Tema: 1. Introducción a la Inteligencia Artificial. Subtema 1.7. Agentes, multi-agentes y sistemas oblicuos.
Competencia	Genéricas: Desarrolla la capacidad de investigar mediante una secuencia didáctica temas relacionados con los agentes, sistemas multi-agentes y oblicuos. Específicas: Presenta ejemplos de los tres conceptos.	
Aprendizaje esperado	El alumno conocerá lo que es un agente, un sistema multi-agente y oblicuo.	
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Computadora. - Word. - Internet. 	
<p style="text-align: center;"><u>Papel del docente:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Tener en cuenta que durante el desarrollo de las actividades el docente dirige. • Evaluar trabajos de los alumnos. 		<p style="text-align: center;"><u>Papel del alumno:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Receptor de la información que proporcione el docente • Debe haber disposición por parte del alumno para aceptar el aprendizaje significativo. • Realizar las actividades de investigación y entregar el reporte señalado.
Secuencia didáctica		
Inicio		
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 45 minutos	
Tomar en cuenta estructuras cognitivas previas: -El alumno ya conoce la lógica proposicional. -El algebra declarativa. -Reglas de inferencia.	Activación de conocimientos: El maestro hace una presentación lo que es un agente, un sistema multi-agentes y oblicuos. Con esta información, el alumno deberá de hacer una investigación para explicar lo siguiente: - Explica que son los agentes. - Explica en que consiste un sistema multi-agente. - Explica lo que es un sistema oblicuo.	
Desarrollo		
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 2 horas	

<p>-Vincular una nueva información con un concepto relevante pre-existente en una estructura cognitiva.</p> <p>-Tomar en cuenta los inclusores y/o conceptos que ya trae en la estructura cognitiva de los alumnos y que les permiten aprender la nueva información.</p> <p>-Transmisión de conocimientos significativos que pueda usar el alumno considerando su estructura cognitiva y las ideas de anclaje para que pueda conectarlas con la nueva información de manera no lineal y significativa.</p>	<p>El alumno complementa la investigación al definir claramente lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Explica que son cinco tipos de agentes. ▪ Explica en que consiste un sistema multi-agente colaborativo y antagonico. ▪ Explica la relación de un sistema oblicuo con la IA. ▪ Presenta un ejemplo de cada uno de los cinco tipos de agentes. ▪ Presenta un ejemplo de un sistema multi-agente colaborativo y uno antagonico. ▪ Presenta un ejemplo de un sistema oblicuo con IA <p>El alumno deberá de realizar un trabajo de investigación en equipo y entregar un informe con base en la rúbrica que se anexa.</p>
Cierre	
Postulado	Actividades Tiempo estimado: 1 hora
<p>Se debe percibir las modificaciones y evolución de la nueva información; la nueva información modifica la estructura cognitiva y fortalecer las debilidades encontradas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor realiza el cierre de la sesión mediante conclusiones. • El profesor Informa las actividades que deberán de hacer los alumnos que consiste en un trabajo de investigación con base en los temas presentados en la sesión de inicio y de desarrollo. Se anexa la rúbrica correspondiente.
Adecuaciones curriculares	<p>Se realizan cuando un alumno requiere mayor apoyo para lograr ampliar los conceptos sobre lo trabajado</p>
Evaluación	<p>Observar si los alumnos lograron ampliar los conceptos trabajados y/o relacionar la información nueva con la ya existente mediante la elaboración de un reporte de investigación con forme a la rúbrica que se anexa al presente documento.</p>

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)

2. Contenido o índice

3. Respuesta de las siguientes preguntas:

- Explica que son los agentes.
- Explica en que consiste un sistema multi-agente.
- Explica lo que es un sistema oblicuo.

1. Realice una investigación con relación a lo siguiente:

- Explica que son cinco tipos de agentes
- Explica en que consiste un sistema multi-agente colaborativo y antagonico
- Explica la relación de un sistema oblicuo con la IA

6. Proporcione las definiciones siguientes:

- Presenta un ejemplo de cada uno de los cinco tipos de agentes
- Presenta un ejemplo de un sistema multi-agente colaborativo y uno antagonico
- Presenta un ejemplo de un sistema oblicuo con IA

7. Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).

Nota:

- **El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).**
- **Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo**

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

CATEGORIA	Notable = 3	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
- Tiene portada - Contenido - Tiene respuestas a las 3 preguntas.	El documento contiene los elementos de la portada, del contenido y respondió a las 3 preguntas.	El documento contiene los elementos de la portada, contenido y respondió al menos a 2 preguntas.	El documento no tiene portada o contenido y respondió a una pregunta.	No respondió a ninguna pregunta.
2. Mencionó tres definiciones.	Tiene 3 definiciones.	Tiene 2 definiciones.	Tiene 1 definición.	No respondió a las preguntas y no puso bibliografía.
5. Proporcionó los 3 ejemplos Solicitados y bibliografía completa.	Cumplió completamente con los ejemplos y la bibliografía.	Cumplió completamente con dos ejemplos y la bibliografía.	Cumplió parcialmente con un ejemplo y cumplió con la bibliografía.	No cumplió con ningún ejemplo y no cumplió con la bibliografía.
Total:	9	6	3	NA

1.8 El papel de la heurística.

1.8.1 Herramientas didácticas para utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Secuencia didáctica -Reporte de investigación	- Bibliografía	-Word -Excel

1.8.2 Reporte del subtema: Heurística

Con base en lo indicado por la real academia española, la heurística es la “Técnica de la indagación y del descubrimiento” (Real Academia Española, 2023f). En el contexto de la computación encontramos el concepto de heurística como “Una forma de encontrar respuestas aproximadas a un problema es usar una **heurística**, una técnica que guía a un algoritmo a encontrar buenas opciones” (Khan Academy, 2023).

En sí, la heurística en el área de las ciencias de la computación que ayuda en la reducción de tiempo de procesamiento a algoritmos cuando el espacio de búsqueda de soluciones es muy grande. En un proceso normal de búsqueda de soluciones aplicando algoritmos tradicionales, el tiempo utilizado y los recursos computacionales son muy costosos. Se requiere, entonces utilizar técnicas que ayuden a reducir estos consumos de recursos computacionales por medio de la reducción de los espacios de búsqueda. Un algoritmo de búsqueda de soluciones o de toma de decisiones requiere encontrar una solución de un problema como el tomar la mejor decisión posible para la mejor solución de todas las posibles. En cambio, una heurística ayudaría a este algoritmo a reducir las opciones de búsqueda, al enfocarse en aquellos espacios de estado donde se encuentre la solución.

Un ejemplo de cómo funciona la heurística es el que se muestra en la figura 1.8.2.1, denominado “problema del viajero”, y consiste en que un vendedor requiere recorrer varias

ciudades para ofrecer sus productos. Un algoritmo de computación tradicional realizaría una búsqueda de todas las posibles rutas que debe recorrer el vendedor, incluso si estas se repiten.

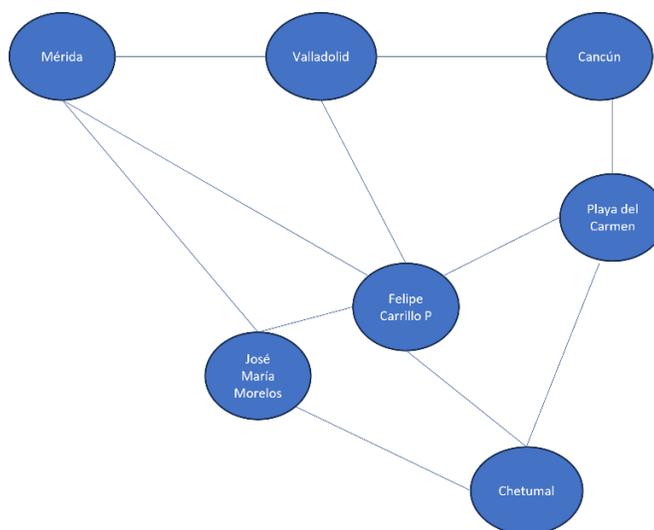


Figura 1.8.2.1 Problema del vendedor y determinación del espacio de estados posibles. Creación propia

La búsqueda de todas las rutas que puede recorrer el vendedor, donde una ruta es el camino que une dos ciudades, se llama espacio de estados y al recorrido uso del algoritmo “fuerza bruta”. El costo de gasolina, tiempo y viáticos para costear al vendedor es muy alto, por eso se requiere aplicar alguna heurística para reducir los costos. Una heurística puede ser, no recorrer rutas que ya se hayan recorrido o visitar ciudades que ya se hicieron. Este tipo de “reglas”, pueden ayudar a reducir los espacios de búsqueda.

1.8.3 Algoritmos de exploración de alternativas

Un algoritmo es un pedazo de código de software capaz de contener un conjunto de instrucciones que se le proporcionan a la computadora para realizar acciones requeridas. En el caso de los algoritmos de IA podemos identificarlos como aquellos que son desarrollados para la computadora e imiten el comportamiento de los seres humanos.

En el caso de los algoritmos de exploración de alternativas son aquellos que como su nombre lo indica, sirven para proporcionar uno o más caminos alternativos a la solución de un

problema dentro de un conjunto de posibles soluciones o de espacios de búsqueda. Además, evalúan múltiples alternativas de solución, toman una ruta y buscan una solución hasta encontrarla. Los algoritmos de búsqueda nacen por la necesidad de crear mecanismos autónomos como los Robots - Coche. Algunos de estos algoritmo más conocidos son DFS, BFS, A*, IDA*, Fringe Search o D*. En la figura 1.8.3.1 se muestra un cuadro sinóptico de algunos de estos algoritmos de búsqueda utilizados en IA.

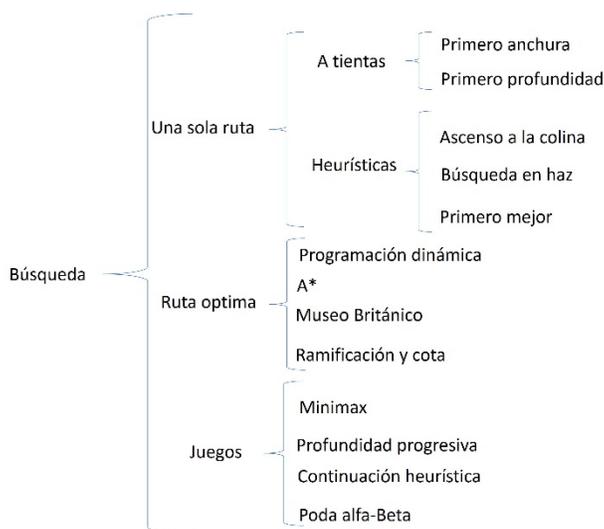


Figura 1.8.3.1 Algunos algoritmos de búsqueda utilizados en IA. Creación propia

Existen varias clasificaciones de los algoritmos utilizados en IA por ejemplo, algoritmos de aprendizaje supervisados y algoritmos de aprendizaje no supervisados. En la figura 1.8.3.2 tenemos un breve resumen de estos.

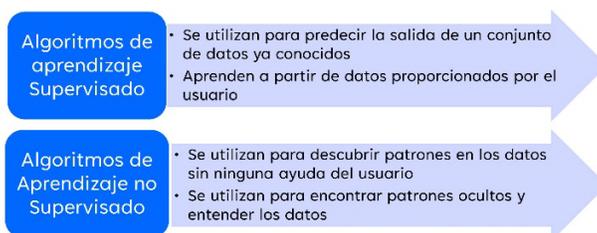


Figura 1.8.3.2 Algoritmos supervisados y no supervisados. Creación propia.

- **Algoritmos de aprendizaje supervisado.** El aprendizaje supervisado hace uso de datos “etiquetados” o marcados, es decir que algún valor se identifica y sirve para aprender modelos predictivos. El dato tiene un valor asignado con el que se puede asociar para comenzar con una interpretación semántica. Por ejemplo, en la venta de una casa el algoritmo podría aprender sobre la ubicación geográfica de las casas que se encuentran en zonas de mayor seguridad y aprender a ofrecerlas en primero lugar a los clientes.
- **Algoritmos de aprendizaje no supervisado.** Se utilizan para encontrar patrones de comportamiento sin usar etiquetas en los datos. No se busca necesariamente una respuesta correcta, sino patrones de comportamiento que permitan hasta cierto punto reducir la incertidumbre en un sistema. Por ejemplo, un algoritmo puede ser utilizado para identificar objetos o elementos en una imagen.

Otro tipo de clasificaciones de algoritmos son los que se dividen en búsqueda exhaustiva y búsqueda por heurística. Ejemplo de estos tenemos los de búsqueda primera en profundidad y primera en anchura, A^* , entre otros.

- **Búsqueda exhaustiva.** Este tipo de algoritmos recorren todos los estados posibles de un espacio de estados de un problema hasta encontrar la decisión óptima. El tiempo de procesamiento que se consume es muy grande lo que hace al algoritmo lento.
- **Búsqueda heurística.** En este caso el algoritmo de búsqueda aplica heurísticas para acercar la solución al algoritmo, el espacio de búsqueda se reduce al igual que el tiempo de ejecución.

Veamos un ejemplo en concreto para entender el uso de algoritmos sin aplicación de heurística y aquellos que usan heurística. Primero, hay que entender lo que es un espacio de estados en un problema, como la forma de llegar por parte de un agente de una posición actual a la siguiente después de tomar una decisión y aplicar una acción. Se parte de un estado de inicio del sistema, se tiene uno final, meta u objetivo, así como cualquier estado válido. Salvo el estado

de inicio del agente, su transición a otros estados estará dependiendo de las decisiones que tome. Si tenemos un sistema como el juego del Tic-Tac-Toe, o gato como se muestra en la figura 1.8.3.3, el agente tomará decisiones que lo lleven por todo el espacio de estados hasta lograr alinear a 3 de sus marcas para ganar el juego. Cómo podemos ver el espacio de estados es de sólo 9 posibles estados, sin embargo, las posibilidades de seleccionar un estado a partir de otro son muy grandes. En la figura 1.8.3.3. sólo se enumeran los posibles espacios de estado, pero no importa el orden en que pueden ser tomados.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Figura 1.8.3.3. Espacio de estados, Tic-Tac-Toe. Creación propia

Lo que importa es entender que en el estado de inicio del sistema se tiene puede tomar una posición de 9 posibles, en la segunda decisión se pueden tomar 8 posibles decisiones por cada una de las 9 anteriores tomadas. En la tercera decisión, se pueden tomar 7 posibles estados por cada uno de los 8 anteriores y así sucesivamente. En un algoritmo de búsqueda exhaustiva esto sería $9 \times 8 \times 7 \dots \times 1 = 362,880$ posibles espacios de estados. En la figura 1.8.3.4. podemos ver cómo va creciendo el espacio de estados. En cambio, un algoritmo de heurística podría tomar la decisión de buscar en su toma de decisiones sólo aquellos espacios que se encuentren vacíos después de su interacción y la del agente antagónico. Para esto, el agente debería de llevar un registro de las posiciones libres y ocupadas. En este caso, para la primera posición sería posible tomar 1 de 9 posibles, para la segunda posición del mismo agente debe considerar y descartar el espacio que ya ocupa él y el que ocupa el agente antagónico con el que está compitiendo. Ahora, el espacio de estados quedaría de $9 * 7$, ya que se encuentran ocupados dos espacios, $9 * 7 * 5 * 3 * 1 = 945$ posibles espacios de estados solamente. Esa es la diferencia, entre el uso de heurísticas y algoritmos de búsqueda exhaustiva.

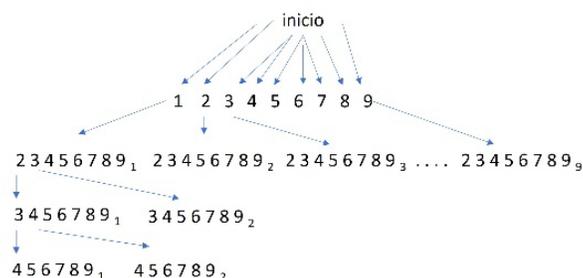


Figura 1.8.3.4. Espacio de estados en una búsqueda exhaustiva. Creación propia.

1.8.4 Algoritmo A*

Este algoritmo utiliza una búsqueda inteligente (aplica heurística) de la ruta más corta u óptima entre un estado inicial del sistema y su estado meta u objetivo, de entre todo el espacio de estados. Este algoritmo fue presentado en 1968 por Peter E. Hart, Nils J. Nilsson y Bertram Raphael. A* es un algoritmo que utiliza información del sistema como heurística para reducir el espacio de búsqueda y alcanzar la meta más rápida. Una heurística utilizada, puede ser la distancia máxima entre un nodo anterior y el nuevo nodo, o la mínima de entre el nodo anterior o el nodo objetivo. Basa su comportamiento en la evaluación de una función expresada del siguiente modo:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

La función se encuentra compuesta por:

$g(n)$: es el costo de las movidas realizadas (distancia, tiempo, dinero, etc)

$h(n)$: es la función heurística. Representa el costo estimado del mejor camino. El resultado de la decisión de ir por un camino u otro.

Este algoritmo A* es una variante del algoritmo "Primera mejor búsqueda" y la diferencia entre ambos es que A*, hace el cálculo para determinar el costo desde el inicio. Está catalogado como uno de los mejores algoritmos de búsqueda. A continuación, se presenta el pseudocódigo del algoritmo.

Pseudocódigo:

Se crean dos listas vacías llamadas: Abierta y Cerrada. Se coloca el nodo inicial en la lista Abierta

Repetir:

Si (Abierta = vacía) entonces

Regresa "error"

Seleccionar primer nodo, N de abierto y ponerlo en Cerrado

Si (N == Destino) entonces

Devolver N

Expandir N para obtener conjunto de sucesores

Para cada (S \in {sucesores (N) })

Si (S not \in Abierta y S not \in Cerrada) entonces

Guardar N como el predecesor de S

Meter S en la lista Abierta

Hasta que el nodo destino se haya encontrado

1.8.5 Algoritmos de búsqueda local

Los algoritmos de búsqueda local recorren el espacio de estados para encontrar soluciones optimas. Estos empiezan con una configuración inicial que incluso puede ser aleatoria y se desarrolla hasta encontrar una solución, a esto se conoce como un óptimo local. Esto se debe a que es muy complejo alcanzar el mejor óptimo de todo el sistema por el enorme espacio de búsqueda, y tomando esto en cuenta a veces un óptimo local es mejor.

Dentro de estos algoritmos de búsqueda tenemos a los más conocidos como *Algoritmo de Búsqueda en primero en Profundidad* y el *Algoritmo de Búsqueda de Primera Anchura*, como se muestra en la figura 1.8.5.2. Este tipo de algoritmos de búsqueda local utilizan heurísticas para "podar" el árbol que se genera del espacio de estados de un sistema. Los diferentes tipos de heurísticas utilizadas en las búsquedas locales, a su vez han generado varios algoritmos como, Ascensión de colinas (AdC), Ascensión de colinas por máxima pendiente (steepest-ascent hill climbing, gradient search), Recocido Simulado, Algoritmos Genéticos, Haz Local, Haz Estocástica, entre otros. Algunos de estos algoritmos son descritos en (Russell et al., 2004).

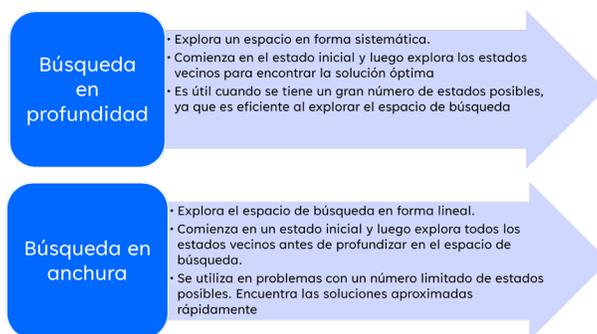


Figura 1.8.5.1. Algoritmos de búsqueda primera profundidad, primera anchura. Creación Propia

1.8.6 Secuencia Didáctica Heurística y algoritmos de búsqueda

Secuencia Didáctica del subtema 1.8. Heurística, algoritmos de exploración, A* y búsqueda local.		
Escuela:	Profr.	Periodo:
Asignatura:	Grado y grupo:	Tema: 1. Inteligencia Artificial. Subtema 1.8. Heurística, Algoritmos de exploración, A* y búsqueda local.
Competencia	Genéricas: Desarrolla la capacidad de investigar mediante una secuencia didáctica temas relacionados con Heurística, Algoritmos de exploración, A* y búsqueda local Específicas: Presenta ejemplos de los algoritmos	
Aprendizaje esperado	El alumno conocerá lo que es Heurística, Algoritmos de exploración, A* y búsqueda local	
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Computadora - Word - Internet 	
<p style="text-align: center;"><u>Papel del docente:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Tener en cuenta que durante el desarrollo de las actividades el docente dirige. • Evaluar trabajos de los alumnos. 		<p style="text-align: center;"><u>Papel del alumno:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Receptor de la información que proporcione el docente • Debe haber disposición por parte del alumno para aceptar el aprendizaje significativo. • Realizar las actividades de investigación y entregar el reporte señalado.
Secuencia didáctica		
Inicio		
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 90 minutos	
Tomar en cuenta estructuras cognitivas previas: -El alumno ya conoce la lógica proposicional. -El algebra declarativa. -Reglas de inferencia.	Activación de conocimientos: El maestro hace una presentación lo que es Heurística, Algoritmos de exploración, A* y búsqueda local. Con esta información, el alumno deberá de hacer una investigación para explicar lo siguiente: - Explica que es la heurística. - Conoce y explica lo que son los algoritmos de exploración. - Conoce y explica lo que es el algoritmo A*. - Conoce y explica lo que son los algoritmos de búsqueda local.	

Desarrollo	
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 2 horas
<p>-Vincular una nueva información con un concepto relevante pre-existente en una estructura cognitiva.</p> <p>-Tomar en cuenta los inclusores y/o conceptos que ya trae en la estructura cognitiva de los alumnos y que les permiten aprender la nueva información.</p> <p>-Transmisión de conocimientos significativos que pueda usar el alumno considerando su estructura cognitiva y las ideas de anclaje para que pueda conectarlas con la nueva información de manera no lineal y significativa.</p>	<p>El alumno complementa la investigación al definir claramente lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ ¿Qué es la heurística y da ejemplos en forma general de su aplicación en computación mediante la elaboración de un mapa mental? ▪ ¿Qué son los algoritmos de búsqueda exhaustiva, los define y da ejemplos como se presentó para el tic-tac-toe? ▪ ¿Cómo funciona el algoritmo A* y lo programa? ▪ ¿Cómo funcionan los algoritmos de búsqueda local, al menos 2? ▪ ¿Cómo funcionan los algoritmos: primero en anchura y primero en profundidad? <p>El alumno deberá de realizar un trabajo de investigación en equipo y entregar un informe con base en la rúbrica que se anexa.</p>
Cierre	
Postulado	Actividades Tiempo estimado: 1 hora
<p>Se debe percibir las modificaciones y evolución de la nueva información; la nueva información modifica la estructura cognitiva y fortalecer las debilidades encontradas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor realiza el cierre de la sesión mediante conclusiones. • El profesor Informa las actividades que deberán de hacer los alumnos que consiste en un trabajo de investigación con base en los temas presentados en la sesión de inicio y de desarrollo. Se anexa la rúbrica correspondiente.
<p>Adecuaciones curriculares</p>	<p>Se realizan cuando un alumno requiere mayor apoyo para lograr ampliar los conceptos sobre lo trabajado.</p>
<p>Evaluación</p>	<p>Observar si los alumnos lograron ampliar los conceptos trabajados y/o relacionar la información nueva con la ya existente mediante la elaboración de un reporte de investigación con forme a la rúbrica que se anexa al presente documento.</p>

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)

2. Contenido o índice

3. Respuesta de las siguientes preguntas:

- Explica que es la heurística mediante la elaboración de un mapa mental
- Conoce y explica lo que son los algoritmos de exploración
- Conoce y explica lo que es el algoritmo A*
- Conoce y explica lo que son los algoritmos de búsqueda local

4. Realice una investigación con relación a lo siguiente:

- ¿Qué son lo que es la heurística y da ejemplos en forma general de su aplicación en computación?
- ¿Qué son los algoritmos de búsqueda exhaustiva, los define y da ejemplos como el que se presentó del Tic-Tac-Toe?
- ¿Cómo funciona el algoritmo A* y lo programa?
- ¿Cómo funcionan los algoritmos de búsqueda local, al menos 2 y los programa?
- ¿Cómo funcionan los algoritmos: primero en anchura y primero en profundidad y los programa?

Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).

Nota:

- **El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).**
- **Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo**

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

CATEGORIA	Notable = 10	Bueno =8	Suficiente = 4	Insuficiente = 0
Respuestas a las 4 preguntas del punto 3.	Respondió a las 4 preguntas.	Respondió sólo a 3 preguntas.	Respondió sólo a 2 preguntas.	Sólo respondió a 1 pregunta o a ninguna.
Realizó las 5 investigaciones señaladas en el punto 4.	Realizó las 5 investigaciones.	Realizó 4 investigaciones.	Realizó 3 investigaciones.	Sólo realizó 2, 1 o ninguna investigación.
Sub total	20	16	8	NA
Categoría	Notable=3	Bueno=2	Suficiente=1	Insuficiente=0
Bibliografía	Cumplió con poner al menos 5 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 4 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 3 bibliografías.	no cumplió con la bibliografía.
Subtotal	3	2	1	0
Total:	23	18	9	NA

2 REPRESENTACIÓN DEL CONOCIMIENTO, RAZONAMIENTO Y LOS ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA IA

En esta segunda unidad temática de la asignatura se estudiarán aspectos relacionados con los principios y metodologías de la IA, así como sus paradigmas. Estos aspectos, sirven para entender cómo se han tratado de utilizar modelos de representación del conocimiento. Así mismo, se busca entender la diferencia entre dos tipos de razonamiento como el monotónico y no monotónico. Finalmente, se revisará el uso de la probabilidad en el razonamiento que permite tratar con aspectos de interacción en entornos con incertidumbre.

Competencias para desarrollar:

- **Específicas:** Representar el conocimiento por medio de un sistema basado en conocimiento
- **Genéricas:**
 - Capacidad de análisis y síntesis.
 - Capacidad de organizar y planificar.
 - Habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas.
 - Solución de problemas.
 - Toma de decisiones.
 - Trabajo en equipo.
 - Capacidad de aplicar los conocimientos.
 - Habilidades de investigación.
 - Capacidad de generar nuevas ideas.
 - Liderazgo.
 - Habilidad para trabajar en forma Autónoma.
 - Búsqueda del logro.

2.1 Principios y Metodología de la Inteligencia Artificial

2.1.1 Herramientas didácticas utilizadas en el subtema:

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	-Infografías - Evaluación	- Bibliografía	-Word -Excel

2.1.2 Descripción del Sub-Tema: Principios y metodologías de la IA

En la infografía mostrada en la figura 2.1.2.1 se puede apreciar una representación de los elementos que forman los principios y metodologías de la IA, obtenido en (Coogle, 2024). En esa imagen podemos apreciar cuatro elementos principales:

- **El conductismo.** - Una forma de razonamiento que utiliza, para su modelado y representación computacional, una metodología denominada Lógica Difusa. Trata de modelar el comportamiento humano mediante el uso de un lenguaje más cercano al que manejamos y utiliza elementos probabilísticos. El término difuso se refiere al manejo de incertidumbre en una representación lógica dónde no todo es verdadero, ni todo es falso. Implementa ciertos criterios de modelado del razonamiento como:
 - Pertenece a un grupo de sistemas lógicos con cualidades difusas.
 - Utiliza premisas que no todo es 100% verdadero, ni 100% falso.
 - Toma un valor de verdad dentro de un intervalo, es decir, si se afirma que algo es verdadero, hay que determinar con base en ese intervalo que tan verdadero es, un 100% o un 50%.
 - Para cada conjunto difuso, tiene asociado una función que indica una medida de pertinencia de sus elementos.
 - Maneja el concepto de incertidumbre.

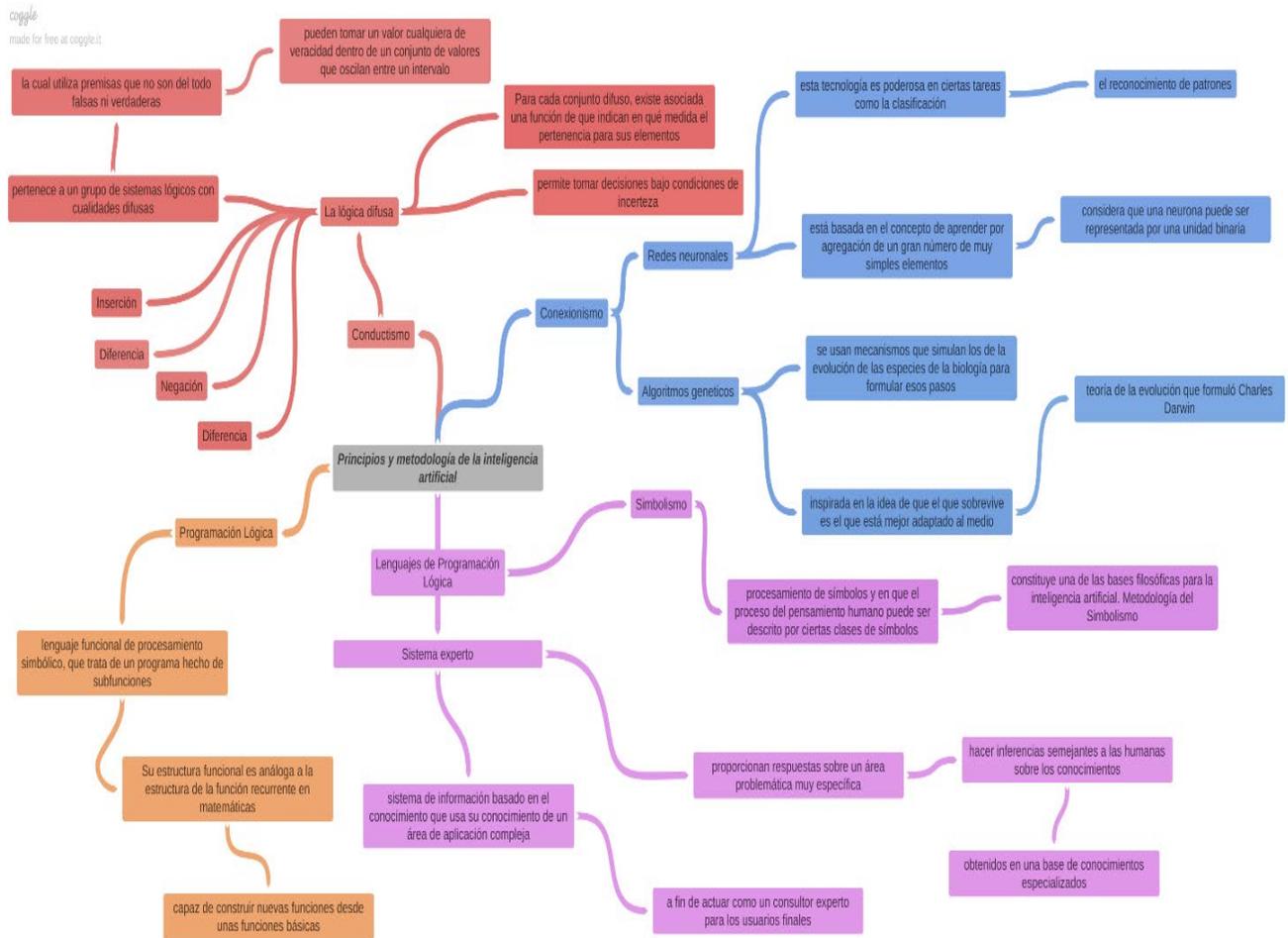


Figura 2.1.2.1. Principios y paradigmas de la IA. Recuperado de (Coogle, 2024).

- El conexionismo.** – Aplica principalmente modelos matemáticos que tratan de imitar a la naturaleza humana como las Redes Neuronales para la construcción de sistemas de software que simulen el comportamiento de las neuronas del cerebro. También hace uso de Algoritmos Genéticos, los cuales se basan en la capacidad de simular el comportamiento de los genes que se combinan para generar nuevos genes (hijos) con las mejores características que puedan heredar de los padres.
 - Redes Neuronales:**
 - Se utiliza principalmente en problemas de clasificación como el reconocimiento de patrones e imágenes.

- Se basa en el concepto de aprender por agregación de elementos.
- **Algoritmos Genéticos:**
 - Utiliza mecanismos para simular la evolución de las especies.
 - A partir de dos grupos de datos, estos se mezclan para generar un nuevo grupo de datos con las mejores características de los grupos iniciales.
 - Se obtienen los mejores datos de la mezcla bajo el concepto de que en la naturaleza sobrevive el que mejor este adaptado al medio.
- **Programación Lógica.** – Es un lenguaje funcional de procesamiento simbólico. Utiliza símbolos para programar una secuencia lógica de procedimientos. Relaciona símbolos en forma semántica para interpretaciones lógicas.
 - Permiten en forma natural la recursividad.
 - Capaz de construir nuevas funciones a partir otras funciones.
- **Lenguajes de Programación Lógica.** – Son lenguajes de programación de alto nivel que utilizan las metodologías simbólicas para hacer programas de forma más sencilla y lograr interpretaciones lógicas.
 - **Sistema experto.** – Utiliza información proporcionada por humanos expertos para la toma de decisiones e interpretaciones lógicas.
 - Cuando se le hace consultas, proporcionan respuestas en áreas muy específicas, expertas.
 - Hace inferencias semejantes a como lo hacen los humanos sobre el área de conocimiento.
 - El conocimiento se obtiene a partir de una base de conocimientos especializado
 - Actúa como un consultor experto para usuarios finales.
 - **Simbolismo.** – Utiliza el procesamiento de símbolos para describir el pensamiento humano.

- Es la base filosófica para la IA conocida como metodología del simbolismo.

2.2 Subtema: Paradigmas de la IA

2.2.1 Herramientas didácticas para utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías - Evaluación	- Bibliografía	-Word -Excel

2.2.2 Descripción del subtema: Paradigmas de la IA

Uno de los principales problemas a los que se enfrenta la IA es cómo lograr representar el razonamiento o la lógica y traducirlo a programas de computación. Para lograr hacer representaciones del conocimiento, se han utilizado varios paradigmas. En su libro (J. Muñoz, 2010), define siete principales paradigmas para representar el conocimiento que se muestran en la infografía de la figura 2.2.2.1.

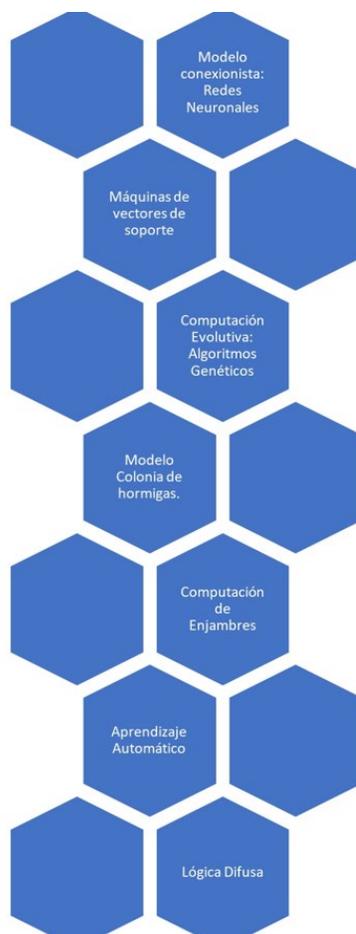


Figura 2.2.2.1 Paradigmas de la IA. Creación propia

A continuación, se hace una breve descripción de los elementos considerados en la imagen anterior sobre los paradigmas para representación del conocimiento.

- **Redes Neuronales.** – Son una representación del conocimiento con base en el estudio y representación matemática de las neuronas del cerebro y su implementación en los sistemas de cómputo. Tienen muchos años desde su modelado y actualmente han evolucionado para adaptarse o combinarse y lograr tener más representatividad. Desde su creación inicial de redes neuronales de un solo nodo, las de retro propagación, mapas autoorganizados, convolucionales y dinámicas. El avance en el estudio de ellas ha sido importante para su aplicación en reconocimiento de rostros, objetos en imágenes, y

aquellas combinadas en Redes Convolucionales han permitido identificar varios objetos en una misma imagen e inferir posibles acciones.

- **Máquinas de Vectores de Soporte.** – Son métodos de aprendizaje supervisado utilizados para clasificación estadística y análisis de regresión que son la base para el aprendizaje de máquina. Se utilizan para problemas de clasificación, predicción y detección de novedades, también se aplican en algoritmos para encontrar soluciones en los mínimos locales como si fueran mínimos globales.
- **Computación Evolutiva.** – Toma como ejemplo los procesos de evolución natural de los seres vivos en el sentido de que a partir de dos entidades, se pueden crear otros que tomen lo mejor de ambos, como lo hace el proceso evolutivo de la naturaleza. La base de esto es el proceso de evolución natural que considera tres factores importantes:
 - Una población capaz de reproducirse
 - Adaptación al medio ambiente cambiante
 - Selección natural de los mejores individuos, los que mejor se adapten a estos cambios y puedan sobre vivir.
- **Colonia de hormigas.** – También llamado Ant System representa a colonias de hormigas donde se busca la supervivencia. Se trata de imitar a las estas colonias dónde grupos de hormigas buscan alimento, es decir, se envían grupos de ellas para que busquen alimento. Cada una de ellas va dejando a su paso sus feromonas, también llamados olor y cuando alguna encuentra alimento regresa por el rastro que dejó de las feromonas y avisa a las demás, quienes siguen ese rastro. Los algoritmos utilizados bajo esta filosofía son aquellos que se aplican en grupo de poblaciones y permiten su implementación en paralelo en cada población diferente. Estos algoritmos permiten el paralelismo de su aplicación. Se utilizan técnicas llamadas clustering (agrupamiento) en los que se aplica el algoritmo en grupos independientes y al obtener los resultados se selecciona la mejor opción. Se utilizan con métodos de aprendizaje no supervisado.

- **Enjambres.** – También llamados Bee System, copian el modelo del comportamiento de una colmena de abejas en algoritmos de IA. Este tipo de algoritmos se aplica de manera similar al de ant system, que utilizan sistemas de multi-agentes descentralizados. Aquí, los algoritmos no utilizan secuencias de comportamientos como en los de ant system, sino que se buscan patrones de comportamiento y la abeja reina funciona como el objetivo principal del sistema multi-agentes.
- **Aprendizaje automático.** – El aprendizaje de máquina o también llamado aprendizaje automático, consiste en que las computadoras aprenden a partir de ejemplos, por analogía (comparación de situaciones similares). En este tipo de algoritmos se ha desarrollado el aprendizaje por refuerzo, que consiste en un aprendizaje del agente con base en las decisiones actuales y en comparación a la anterior, no es necesario conservar un historial de todas las decisiones anteriores, solo la inmediata anterior.
- **Lógica Difusa.** - Los sistemas difusos convierten problemas complejos en problemas más simples usando el razonamiento aproximado. Este razonamiento es más parecido al humano ya que permite manejar la incertidumbre y no hay decisiones tan lineales como verdadero o falso, sino que se evalúan aspectos de “que tan verdadero es algo”. Hay un rango de valores de verdad y un rango de valores de no verdad, lo que permite el manejo más natural de la incertidumbre. Estos rangos de valores se denominan difusos porque no son valores exactos, se manejan aspectos de probabilidad para determinar un grado de certeza.

2.2.3 Cuestionario de evaluación de los puntos 2.1 y 2.2.

El alumno deberá de elegir la frase correcta de cada una de las aseveraciones que se presentan a continuación. Cada reactivo vale 2 puntos, para un total de 10 puntos. Este es el valor numérico del subtema 2.1 y 2.2.

Preguntas de evaluación del subtema 2.1 . Cada respuesta correcta vale 2 puntos = 10 total	
Pregunta	Respuesta correcta
1. Es una de las metodologías de la IA a) Boole b) Turin c) Conexionismo d) Agente e) Multi-agente	1. Es una de las metodologías de la IA a) Boole b) Turin c) Conexionismo d) Agente e) Multi-agente
2. Utiliza mecanismos para simular la evolución a) Sistemas de hormigas b) Conductismo c) Redes neuronales d) Algoritmos genéticos e) Turing	2. Utiliza mecanismos para simular la evolución a) Sistemas de hormigas b) Conductismo c) Redes neuronales d) Algoritmos genéticos e) Turing
3. Lenguaje funcional de procesamiento simbólico a) Simbolismo b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica	3. Lenguaje funcional de procesamiento simbólico a) Simbolismo b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica
4. Aplica el modelo conexionista a) Simbolismo b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica	4. Aplica el modelo conexionista a) Simbolismo b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica
5. Representación computacional denominada lógica difusa a) Conductismo b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica	5. Representación computacional denominada lógica difusa a) Conductismo b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica

Preguntas de evaluación del subtema 2.2 . Cada respuesta correcta vale 1 punto = 4 total	
Pregunta	Respuesta correcta
1. Es un paradigma de la IA. a) Modelo conexionista b) Algebra de Boole c) Lógica propositiva d) Agente e) Multi-agente	1. Es un paradigma de la IA. a) Modelo conexionista b) Algebra de Boole c) Lógica propositiva d) Agente e) Multi-agente
2. Representación del conocimiento similar al cerebro a) Sistemas de hormigas b) Conductismo c) Redes neuronales d) Algoritmos genéticos e) Turing	2. Representación del conocimiento similar al cerebro a) Sistemas de hormigas b) Conductismo c) Redes neuronales d) Algoritmos genéticos e) Turing
3. Modelo similar a como trabajan las hormigas a) Lógica difusa b) Bee System c) Ant System d) Redes neuronales e) Programación Lógica	3. Modelo similar a como trabajan las hormigas a) Lógica difusa b) Bee System c) Ant System d) Redes neuronales e) Programación Lógica
4. Utiliza el razonamiento aproximado a) Lógica difusa b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica	4. Utiliza el razonamiento aproximado a) Lógica difusa b) Sistema experto c) Sistemas basados en conocimiento d) Redes neuronales e) Programación Lógica

El valor de la evaluación para los subtemas 2.1 y 2.2 es de 10 puntos para cada uno hacen un **total de 14 puntos** de ambos.

2.2.4 Reporte de Investigación del subtema.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
 2. Contenido o índice.
 3. Indicar los paradigmas de la representación del conocimiento en la IA al menos 6.
 4. Presentar un ejemplo de cada una de las representaciones del conocimiento del punto anterior
- Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

CATEGORIA	Notable = 4	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
Cumplió con el punto 4 de la investigación.	Indicó al menos lo 6 paradigmas.	Indicó al menos 4.	Indico al menos 3.	Indico menos de 3 o ninguno.
Presentó los ejemplos.	Presentó los 6 ejemplos.	Presentó al menos 4 ejemplos.	Presentó al menos 3 ejemplos.	Indico menos de 3 o ninguno ejemplo
Sub total	8	4	2	NA
Categoría	Notable=3	Bueno=2	Suficiente=1	Insuficiente=0
Bibliografía	Cumplió con poner al menos 5 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 4 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 3 bibliografías.	no cumplió con la bibliografía.
Subtotal	3	2	1	0
Total:	11	6	3	NA

Puntaje total de los subtemas 2.1. y 2.2., son 10 y 15 por cada uno respectivamente para un total de 25 puntos

2.3 Mapas conceptuales

2.3.1 Herramientas Didácticas para utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías - Aprendizaje basado en problemas.	- Bibliografía	-Word -Excel

2.3.2 Descripción del subtema: Mapas conceptuales

Una de las representaciones del conocimiento que más han sido utilizados históricamente son los Mapas Conceptuales. Estos buscan representar una idea principal de un concepto mediante un nodo central que se conecta por líneas, flechas o jerarquías a otros nodos o elementos con el fin de indicar relaciones entre ellos. El mapa conceptual debe mostrar de forma correcta los conceptos del tema y las relaciones que existen entre ellos para poder hacer inferencias lógicas. Las ideas normalmente se representan mediante nodos jerárquicamente organizados y se utilizan líneas (a veces flechas) que tienen palabras asociadas las cuales explican las relaciones entre las ideas. A continuación, mencionaremos algunas de las características de los Mapas Conceptuales:

- **Los conceptos.** – Son objetos o eventos identificados por “etiquetas” con el nombre correspondiente y representados con círculos, como nodos de un árbol o red.
- **Palabras de enlace.** – Pueden ser pequeñas frases o palabras que se colocan junto a líneas que unen dos o más conceptos para representar las relaciones entre ellos. Deben de ser concisas y normalmente tienen un verbo.
- **Estructura proposicional.** – Puede tener dos o más conceptos conectados mediante palabras de enlace de tal forma que se pueden “leer” como oraciones, al darle seguimiento

a estos enlaces. Son conocidos como “unidades semánticas” y son la base para representar un nuevo conocimiento en un dominio o ambiente. Este es la parte esencial de un mapa de conceptos, el poder modelar en un diagrama un conjunto de proposiciones, como el que se hace por medio de la lógica proposicional.

- **Estructura Jerárquica.** – El poder de expresividad de los mapas conceptuales es su estructura jerárquica. De esta forma los conceptos más generales se ubican en la parte superior y los más específicos en la parte inferior. De esta forma el mapa de conceptos se “lee” de arriba hacia abajo.
- **Pregunta de enfoque.** – Antes de iniciar en la construcción de un mapa conceptual se requiere definir una pregunta principal sobre el tema que se quiere representar. De esta forma, se puede ir teniendo idea de cómo empezar a hacer el diagrama que represente esa idea.
- **Definición de elementos.** – Con la pregunta de enfoque realizada, se debe de hacer una lista que permita identificar los conceptos de mayor a menor jerarquía. Algunos le llaman a esta etapa “estacionamiento”, ya que los conceptos se quedarán en la lista mientras se van acomodando en el diagrama.
- **Enlaces cruzados.** – Son relaciones entre conceptos que pertenecen a diferentes dominios o entornos del mapa conceptual.

En la figura 2.3.2.1. se presenta una infografía ejemplo de un mapa conceptual en general sobre cómo se pueden agrupar las ideas.

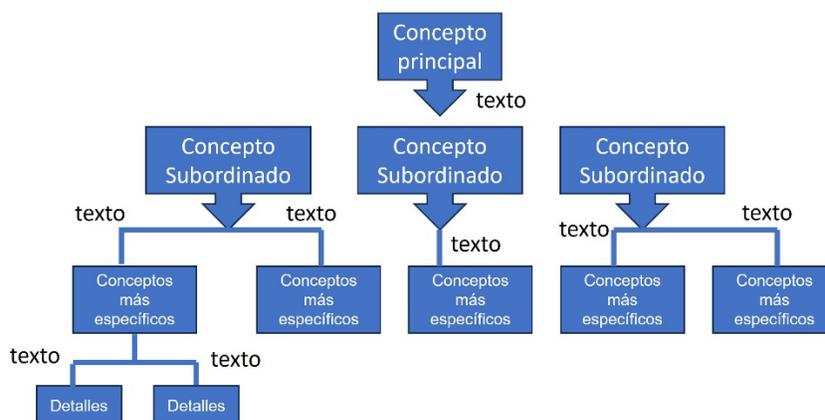


Figura 2.3.2.1. Ejemplo de Mapa conceptual. Creación Propia

En la figura 2.3.2.2. se presenta otro ejemplo de un mapa conceptual que muestra una forma de representar un automóvil.

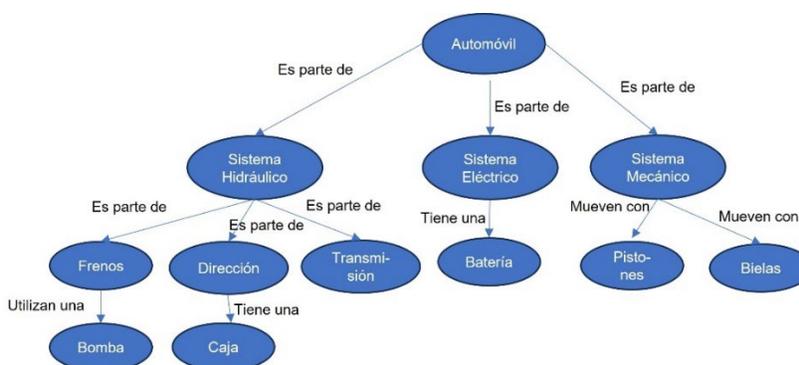


Figura 2.3.2.2. Ejemplo 2 de un mapa conceptual. Creación Propia

Los mapas conceptuales son muy similares a los mapas mentales, ya que ambos sirven para representar un conocimiento. La diferencia entre un mapa conceptual y un mapa mental es que el mapa mental es más usado para representar ideas y conceptos. La representación por medio de un mapa mental es que usan una única palabra, frase o imagen en el centro del diagrama y las demás ideas relacionadas con la primera se extienden hacia todas direcciones, no hay jerarquías como los del mapa conceptual. En la figura 2.3.2.3. se muestra un ejemplo de la estructura de un mapa mental.

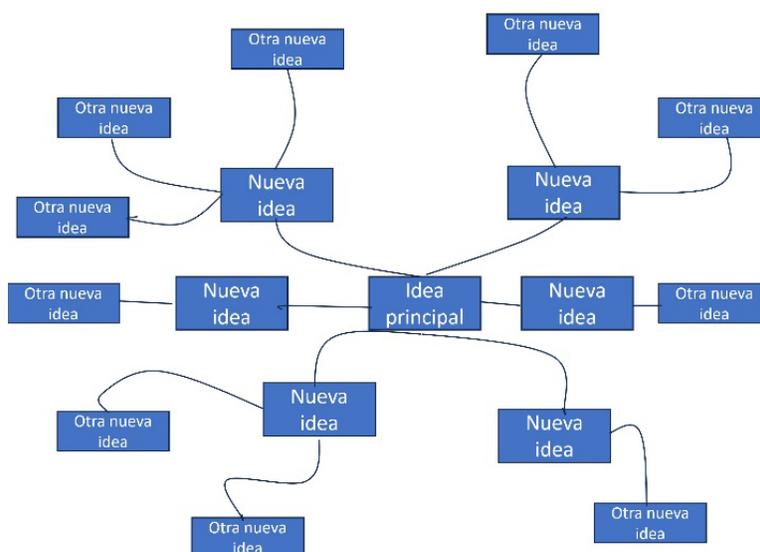


Figura 2.3.2.3. Ejemplo de mapa mental. Creación propia.

2.4 Redes Semánticas

2.4.1 Herramientas didácticas para utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías - Aprendizaje basado en problemas.	- Bibliografía	-Word -Excel

2.4.2 Descripción del subtema: Redes Semánticas

Las redes semánticas son una forma de representar el conocimiento en un forma simbólica de relaciones de conceptos. Es una notación gráfica de nodos y arcos que unen nodos mediante relaciones semánticas entre ellos, que a su vez representan una forma lógica de cómo se dan estas relaciones.

Uno de los primeros trabajos en los que se utilizó una representación gráfica del conocimiento por medio de lo que ahora son las redes semánticas está en (Quillian, 1967). En este trabajo se busca modelar la forma de revisar documento y almacenar los resultados, se

utilizan nodos para representar palabras y arcos que unen a los nodos para las relaciones entre ellos.

Las redes semánticas como ya se mencionó, utilizan nodos que representan objetos y arcos que unen esos nodos señalando las relaciones entre ellos. Los nodos son óvalos que tienen etiquetas dentro (nombres) que representan el tipo de objeto que se trata. Los arcos son líneas, normalmente continuas, que unen dos o más nodos con “leyendas” que indican el tipo de relación que existe entre dos nodos.

- **Nodos**

Pueden Representar:

- Objetos físicos: ver, tocar, coches, personas, etc.
- Objetos conceptuales: hechos, eventos, ciertos conceptos.
- Descriptivos: bajo ciertas cualidades.

- **Arcos**

Pueden Representan:

- La relación de dos nodos de una misma clase: es_un
- Una relación de dos nodos donde uno es parte del otro: parte_de
- Una causalidad entre nodos: causa_de
- Permite identifica características específicas de un nodo jerárquicamente mayor, o dar definiciones.

2.4.3 Ejemplo de aprendizaje basado en problemas (PBL).

- **Ejemplo 1.- Mapas conceptuales.** A continuación, se muestra la plantilla utilizada cómo rúbrica del problema de representar el conocimiento del sistema interno de un coche.

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE UN PBL: Un coche		
<p>Objetivos: </p> <p>El alumno aprenderá a representar el conocimiento por medio del uso de mapas conceptuales.</p>	<p>Producto final </p> <p></p> <p>El producto final es la representación gráfica de un coche como se muestra a continuación. Además, se deberá elaborar una presentación en clase de cómo se aplicó la metodología y el resultado final.</p> <p>Para el presente caso se muestra en la figura 2.3.2.2 el producto final de este ejemplo.</p>	<p>Recursos: </p> <ul style="list-style-type: none"> -Trabajo en equipo - Investigación bibliográfica - Investigación videoteca
<p> Enunciado:</p> <p>Se requiere hacer la representación del conocimiento de un coche para identificar sus componentes</p>	<p>Herramientas TIC</p> <p></p> <ul style="list-style-type: none"> - Internet - Word - Power point - Computadora 	
<p>Metodología </p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Revisar en video los componentes de un coche. (videografía) 2.- Identificar la jerarquía de esos componentes (lista de elementos) 3.- Identificar cuáles serían los nodos principales (lista de elementos) 4.- Identificar las relaciones entre nodos (lista de elementos) 5.- Elaborar la figura correspondiente 6.- Preparar la presentación en clase 7.- Hacer la presentación en clase 8.- Elaboración del documento con portada 9.- Contenido 10.- Bibliografía y videografía 	<p>Evaluación </p> <p>La evaluación será sumativa por cada uno de los puntos señalados en la metodología. El valor del puntaje será de 1 punto por cada uno de ellos para hacer un total de 10.</p>	

- **Ejercicio 1.- Mapas conceptuales.** Se tiene el problema de hacer la programación del software del sistema de un cajero automático. Por lo tanto, es necesario elaborar un mapa conceptual que represente los componentes del cajero y las relaciones entre ellos. Se presenta la plantilla correspondiente para que los alumnos realicen el trabajo. El valor total del ejercicio es de 10 puntos.

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE UN PBL: Cajero automático		
<p>Objetivos:</p> <p>El alumno aprenderá a representar el conocimiento de los elementos y sus relaciones de un cajero automático mediante mapas conceptuales</p>	<p>Producto final</p> <p>El producto final es la representación gráfica de un cajero mediante mapas conceptuales. Además, se deberá elaborar una presentación en clase de cómo se aplicó la metodología y el resultado final.</p> <p>Los alumnos deberán de entregar el producto final, tanto el documento como el prower point y hacer la presentación correspondiente.</p>	<p>Recursos:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Trabajo en equipo - Investigación bibliográfica - Investigación videoteca
<p>Enunciado:</p> <p>Se requiere hacer la programación del software del sistema de un cajero automático. Por lo tanto, es necesario elaborar un mapa conceptual que represente los componentes del cajero y las relaciones entre ellos</p>	<p>Herramientas TIC</p> <ul style="list-style-type: none"> - Internet - Word - Power point - Computadora 	
<p>Metodología</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Revisar en video los componentes y funcionamiento (videografía). 2.- Identificar la jerarquía de esos componentes (lista de elementos) 3.- Identificar cuáles serían los nodos principales (lista de elementos) 4.- Identificar las relaciones entre nodos (lista de elementos) 5.- Elaborar la figura correspondiente 6.- Preparar la presentación en clase 7.- Hacer la presentación en clase 8.- Elaboración del documento con portada 9.- Contenido 10.-Bibliografía y videografía 	<p>Evaluación</p> <p>La evaluación será sumativa por cada uno de los puntos señalados en la metodología. El valor del puntaje será de 1 punto por cada uno de ellos para hacer un total de 10.</p>	

- **Ejemplo 2.- Redes semánticas.** A continuación, se muestra la plantilla utilizada cómo rúbrica del problema de representar el conocimiento de un sistema de una aerolínea.

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE UN PBL: Sistema de una aerolínea		
<p>Objetivos:</p> <p>El alumno aprenderá a representar el conocimiento de los elementos y sus relaciones de un sistema de una aerolínea por medio de redes semánticas</p>	<p>Producto final</p> <p>El producto final es la representación gráfica de este sistema.</p>	<p>Recursos:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Trabajo en equipo - Investigación bibliográfica - Investigación videoteca
<p>Enunciado:</p> <p>Se requiere hacer la programación del software de un sistema de una aerolínea. Por lo tanto, es necesario elaborar una red semántica que represente los componentes del sistema y las relaciones entre ellos</p>	<p>Herramientas TIC</p> <ul style="list-style-type: none"> - Internet - Word - Power point - Computadora 	
<p>Metodología</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Revisar en video los componentes y funcionamiento de un sistema aerolínea (videografía). 2.- Identificar los componentes del sistema (lista de elementos) 3.- Identificar cuáles serían los nodos (lista) 4.- Identificar las relaciones entre nodos (lista) 5.- Elaborar la figura correspondiente 6.- Preparar la presentación en clase 7.- Hacer la presentación en clase 8.- Elaboración del documento con portada 9.- Contenido 10.-Bibliografía y videografía 	<p>Evaluación</p> <p>La evaluación será sumativa por cada uno de los puntos señalados en la metodología. El valor del puntaje será de 1 punto por cada uno de ellos para hacer un total de 10.</p>	

- **Ejercicio 2.- Redes semánticas.** Se tiene el mismo problema de hacer la programación del software del sistema de un cajero automático. Ahora se va a elaborar con una red semántica y comparar el resultado con el ejercicio anterior. Se presenta la plantilla correspondiente para que los alumnos realicen el trabajo. El valor total del ejercicio es de 10 puntos

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE UN PBL: Cajero automático		
<p>Objetivos:</p>  <p>El alumno aprenderá a representar el conocimiento de los elementos y sus relaciones de un cajero automático usando redes semánticas</p>	<p>Producto final</p>  <p>El producto final es la representación gráfica de un cajero automático mediante redes semánticas. Además, se deberá elaborar una presentación en clase de cómo se aplicó la metodología y el resultado final.</p>	<p>Recursos:</p>  <ul style="list-style-type: none"> -Trabajo en equipo - Investigación bibliográfica - Investigación videoteca
<p>Enunciado:</p>  <p>Se requiere hacer la programación del software del sistema de un cajero automático. Por lo tanto, es necesario elaborar una red semántica que represente los componentes del cajero y las relaciones entre ellos</p>	<p>Herramientas TIC</p>  <ul style="list-style-type: none"> - Internet - Word - Power point - Computadora 	
<p>Metodología</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1.- Revisar en video los componentes y funcionamiento (videografía). 2.- Identificar los componentes (lista de elementos) 3.- Identificar cuáles serían los nodos (lista de elementos) 4.- Identificar las relaciones entre nodos (lista de elementos) 5.- Elaborar la figura correspondiente 6.- Preparar la presentación en clase 7.- Hacer la presentación en clase 8.- Elaboración del documento con portada 9.- Contenido 10.-Bibliografía y videografía 	<p>Evaluación</p>  <p>La evaluación será sumativa por cada uno de los puntos señalados en la metodología. El valor del puntaje será de 1 punto por cada uno de ellos para hacer un total de 10.</p>	

2.4.4 Reporte de investigación del subtema.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)
 2. Contenido o índice
 3. Definiciones de un mapa conceptual y una red semántica
 4. Cuadro comparativo:
 - entre una red semántica y un mapa conceptual, sus diferencias
 - Ventajas y desventajas
- Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).**

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

CATEGORIA	Notable = 2	Bueno =1	Suficiente = 0.5	Insuficiente = 0
Cumplió con el punto 3 de la investigación.	Proporcionó ambas definiciones.	Proporcionó una sola definición.	Definiciones incompletas.	No tiene ninguna definición.
Cumplió con el punto 4.	1.Elaboró el cuadro comparativo 2. Mencionó sus diferencias 3.Ventajas y desventajas.	Realizó sólo dos de los 3 elementos.	Elaboró solo 1 de los 3 elementos.	No elaboró ningún elemento.
Sub total	4	2	1	NA
Categoría	Notable=1	Bueno=0.75	Suficiente=0.25	Insuficiente=0
Bibliografía.	Cumplió con poner al menos 3 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 2 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 1 bibliografías.	no cumplió con la bibliografía.
Subtotal	1	0.75	0.25	0
Total:	5	2.75	1.25	NA

Puntaje total de los ejercicios 1 = 10 (redes de conceptos), del ejercicio 2 = 10 (redes semánticas) y de la investigación 2.4.5 = 5. Total 25 puntos de los subtemas 2.3 y 2.4

2.5 Razonamiento monótono

2.5.1 Herramientas didácticas para utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías - Secuencia didáctica	- Bibliografía	-Word -Excel

2.5.2 Descripción del subtema: Razonamiento monótono

El razonamiento monótono es aquel que cuando se afirma un evento o hecho, no se puede alterar a lo largo del razonamiento. Sus conclusiones o afirmaciones son definitivas, sin embargo, se le pueden agregar nuevos hechos y demostrarse nuevos teoremas, pero esto no invalida la que se ha demostrado. Por ejemplo, $4 + 4 = 8$ es un hecho o afirmación definitiva. Si se le agrega $4 + 4 + 2 = 8 + 2 = 10$.

El razonamiento monótono es como sigue:

“Se tienen dos sentencias A y B, si hay dos aseveraciones CD que implican A,

Entonces $CD \wedge B$ también implican A”

Recordando la figura 1.8.3.3 y se tiene una proposición A=“ Al inicio del juego se tienen 9 espacios disponibles para que ocupe el jugador1”, de la forma $a = \text{fila1}$, $b = \text{fila2}$ y $c = \text{fila3}$ entonces $A = a + b + c$. Ahora, se tiene una sentencia X=“ Después del primer movimiento de ambos jugadores, ahora solo hay 7 espacios disponibles”, se puede decir que $A = a + b + c + X$, queda la nueva sentencia “Al inicio del juego se tienen 9 espacios disponibles para que ocupe el jugador1, después del primer movimiento de ambos jugadores, ahora solo hay 7 espacios disponibles”. Como se puede apreciar la primera sentencia A no cambia de valor a pesar de que se le agreguen nuevas sentencias.

2.6 Razonamiento no monótono y otras lógicas.

2.6.1 Herramientas didácticas para utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías - Secuencia didáctica	- Bibliografía	-Word -Excel

2.6.2 Descripción del subtema: Razonamiento no monótono y otras lógicas.

- **Razonamiento No monótono.** - El razonamiento no monótono es un sistema de razonamiento el cual, después de agregarle nuevas sentencias, se pueden invalidar teoremas concluidos anteriormente. Este tipo de razonamiento puede fortalecer el sentido común, cambiar reglas o actualizar creencias. Por ejemplo, tenemos la teoría del Big Bag que se daba por hecho, sin embargo, con los nuevos descubrimientos científicos realizados por el telescopio James Web, esta teoría está en duda. Otro ejemplo es cuando elaboramos un plan de trabajo, cuando se va a construir una casa. El plan detalla los avances esperados por día y costo, sin embargo, si el día en el que se tiene planeado construir los cimientos de la casa llueve, entonces se deberá de cambiar el plan, es decir ajustar.
- **Razonamiento por defecto o de facto.** – Es cuando damos por cierto o válido de un argumento, ya que no hay evidencias o pruebas que demuestren lo contrario. Una vez que se adquieren las evidencias o pruebas que refuten el argumento, este podrá ser modificado o eliminado. Por ejemplo, las leyes de la gravedad de Newton fueron refutadas por Albert Einstein en su teoría del espacio-tiempo.
- **Razonamiento Abductivo.** – Se basa en las explicaciones más comunes, existe evidencia que lo apoya, sin embargo, en algunos casos no es la correcta.

2.6.3 Tabla comparativa de los razonamientos monótonos y no monótonos

En la figura 2.6.3.1, se muestra una tabla comparativa entre los razonamientos monótonos y no monótonos que resume la diferencia entre ellos

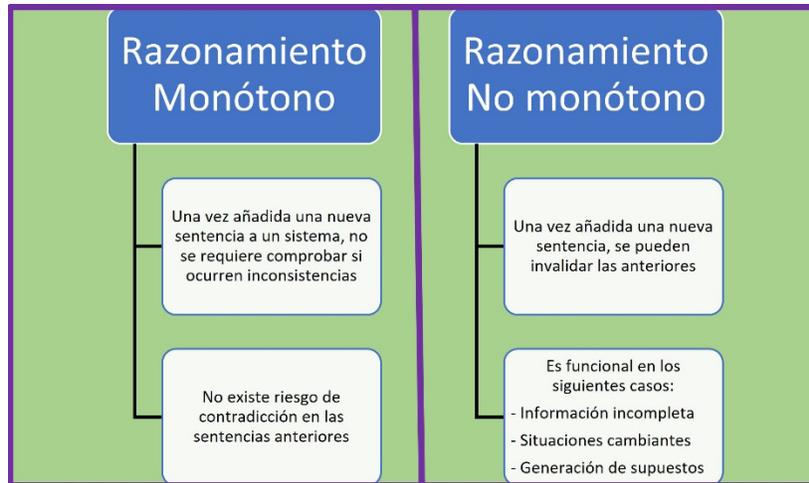


Figura 2.6.3.1. Tabla comparativa entre razonamientos monótonos y no monótono. Creación propia

2.6.4 Secuencia didáctica.

Secuencia Didáctica del subtema 2.5 y 2.7. Razonamiento monótono y no monótono		
Escuela:	Profr..	Periodo:
Asignatura:	Grado y grupo:	Tema: 2. Representación del conocimiento, razonamiento y aspectos metodológicos en IA. Subtema 2.5 y 2.7. Razonamiento monótono y no monótono.
Competencia	Genéricas: Desarrolla la capacidad de investigar mediante una secuencia didáctica temas relacionados y definiciones de Razonamiento monótono y no monótono. Específicas: Presenta ejemplos de este tipo de razonamientos	
Aprendizaje esperado	El alumno conocerá lo que es Razonamiento monótono y no monótono, sus diferencias y explicará ejemplos de estos tipos de razonamiento.	
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Computadora - Word - Internet 	
Papel del docente:		Papel del alumno:
<ul style="list-style-type: none"> • Tener en cuenta que durante el desarrollo de las actividades el docente dirige. • Evaluar trabajos de los alumnos. 		<ul style="list-style-type: none"> • Receptor de la información que proporcione el docente • Debe haber disposición por parte del alumno para aceptar el aprendizaje significativo. • Realizar las actividades de investigación y entregar el reporte señalado.
Secuencia didáctica		
Inicio		
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 60 minutos	
Tomar en cuenta estructuras cognitivas previas: -El alumno ya conoce la lógica proposicional. -El algebra declarativa. -Reglas de inferencia.	Activación de conocimientos: El maestro hace una presentación lo que es Razonamiento monótono y no monótono mediante un cuadro comparativo, proporcionará videografía y bibliografía. Con esta información, el alumno deberá de hacer una investigación para explicar lo siguiente: - Explica qué es el razonamiento monótono. - Explica qué es el razonamiento no monótono. - Conocerá otro tipo de razonamientos.	
Desarrollo		

Postulados	Actividades Tiempo estimado: 2 horas
<p>-Vincular una nueva información con un concepto relevante pre-existente en una estructura cognitiva.</p> <p>-Tomar en cuenta los inclusores y/o conceptos que ya trae en la estructura cognitiva de los alumnos y que les permiten aprender la nueva información.</p> <p>-Transmisión de conocimientos significativos que pueda usar el alumno considerando su estructura cognitiva y las ideas de anclaje para que pueda conectarlas con la nueva información de manera no lineal y significativa.</p>	<p>El alumno complementa la investigación al definir claramente lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ejemplos de la vida real de estos tipos de razonamiento: ▪ Monótono. ▪ No monótono. <p>El alumno deberá de realizar un trabajo de investigación en equipo y entregar un informe con base en la rúbrica que se anexa.</p>
Postulado	Actividades Tiempo estimado: 1 hora
<p>Se debe percibir las modificaciones y evolución de la nueva información; la nueva información modifica la estructura cognitiva y fortalecer las debilidades encontradas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor realiza el cierre de la sesión mediante conclusiones. • El profesor Informa las actividades que deberán de hacer los alumnos que consiste en un trabajo de investigación con base en los temas presentados en la sesión de inicio y de desarrollo. Se anexa la rúbrica correspondiente.
<p>Adecuaciones curriculares</p>	<p>Se realizan cuando un alumno requiere mayor apoyo para lograr ampliar los conceptos sobre lo trabajado</p>
<p>Evaluación</p>	<p>Observar si los alumnos lograron ampliar los conceptos trabajados y/o relacionar la información nueva con la ya existente mediante la elaboración de un reporte de investigación con forme a la rúbrica que se anexa al presente documento.</p>

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. **Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)**
 2. **Contenido o índice.**
 3. **Definiciones de razonamiento monótono y no monótono.**
 4. **Presentar 3 ejemplos de cada uno de los razonamientos monótonos y no monótonos.**
- Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).**

Nota:

- **El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).**
- **Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.**

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 8	Bueno =4	Suficiente = 2	Insuficiente = 0
Cumplió con el punto 3 de la investigación.	Proporcionó ambas definiciones.	Proporcionó una sola definición.	Definiciones incompletas.	No tiene ninguna definición.
Cumplió con el punto 4	Presentó 6 ejemplos, 3 por cada uno de los razonamientos.	Presentó 4 ejemplos, 2 por cada uno de los razonamientos.	Presentó 2 ejemplos, 1 por cada uno de los razonamientos.	No elaboró ningún elemento.
Sub total	16	8	4	NA
Categoría	Notable=4	Bueno=3	Suficiente=2	Insuficiente=0
Bibliografía	Cumplió con poner al menos 3 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 2 bibliografías.	Cumplió con poner al menos 1 bibliografías.	no cumplió con la bibliografía.
Subtotal	4	3	2	0
Total:	20	11	6	NA

2.7 Razonamiento probabilístico

2.7.1 Herramientas didácticas para utilizar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	- Aprendizaje basado en retos -Ejercicios prácticos	- Bibliografía	-Word -Excel

2.7.2 Descripción del subtema: Razonamiento Probabilístico

Ahora revisaremos la forma de representar el conocimiento cuando los agentes inteligentes requieren trabajar en entornos con incertidumbre. Esto puede ser porque no se cuenta con el modelado de todo el entorno, este es extremadamente dinámico (simuladores), o son colaborativos o antagónicos. Uno de los modelos utilizados para tratar con la incertidumbre y reducirla lo más que se pueda, son los Modelos Probabilísticos.

La forma de representación del conocimiento para la toma de decisiones se complica en presencia de incertidumbre en el sistema. Por ejemplo, si tenemos una proposición del tipo $p=$ "Esta soleado", bajo las condiciones de la lógica proposicional puede tener un valor de verdadero o falso. Pero, si la evaluación dependiera un sensor de calor, de humedad o temperatura, podríamos caer en toma de decisiones inciertas, si el clima este medio nublado, o medio soleado, o por ejemplo que exista sol con algunas nubes. Para este tipo de decisiones el valor no puede ser totalmente verdadero o falso. Otro ejemplo de esto es, en el juego del Tic-tac-toe hay que cuando se tiene que tomar la primera decisión de colocarse en uno de los 9 espacios disponibles, se tiene una probabilidad $1/9$. Sin embargo, después de que cada jugador seleccionó su posición la primera vez, la probabilidad cambia porque ahora solo se cuenta con 7 espacios disponibles o $1/7$, y no los 9 que se tenían en la jugada anterior. Con forme el juego se va

desarrollando las probabilidades de ocupar espacios en el tablero van cambiando en el tiempo por las posiciones ocupadas. Por lo tanto, las decisiones que deben tomar los sistemas inteligentes deben considerar aspectos de probabilidad y de utilidad, a esto se le llama **Teoría de decisión = teoría de la probabilidad + teoría de la utilidad**.

En el párrafo anterior se habla de los valores que puede tomar una proposición inicialmente, ya sea verdadero o falso. Sin embargo, bajo incertidumbre estos valores pueden cambiar haciendo que ahora se incorporen los diferentes valores de verdad que puedan existir. Si una proposición dice “hay frío” y estamos a 25°, una persona puede decir que es verdadero, hay frío porque a esa temperatura siente el frío. Pero, para otra persona estar a esa temperatura no es frío, sino a los 19°. Entonces, es necesario la incorporación de una variable que pueda tomar cualquiera de los valores disponibles. A esa variable se le llama **Variable aleatoria** ya que puede tomar cualquier valor en forma aleatoria del conjunto de valores disponibles. Esta será incorporada como parte del modelo probabilista para representar el conocimiento bajo incertidumbre. Por ejemplo, una variable aleatoria que se llame **Temperatura**, podría contener todos los valores de la temperatura de un sistema de calderas, donde existe un valor mínimo y uno máximo, donde $Temperatura = \{2^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ\}$. Esta variable podría tener una representación del conocimiento usando lógica proposicional como sigue: $Temperatura \geq 30^\circ - > Valor = \text{“verdadero”}$.

Se puede construir un modelo de representación del conocimiento en presencia de incertidumbre por medio de la probabilidad de una de dos formas:

- **Uso de la probabilidad a priori o incondicional:** También llamada probabilidad incondicional que se define como el grado de certeza de una proposición **a**, en ausencia de alguna otra información al respecto y se describe como $P(a)$, probabilidad de **a**. Por ejemplo, la probabilidad de que este lloviendo es,

$P(a = \text{lluvia}) = 1.0$ o $P(a) = 0.1$; mientras no exista información adicional. Sin embargo, en el momento en que exista información adicional se debe tratar con probabilidad condicional de **a**.

- **Uso de la probabilidad condicional:** También llamada a *posteriori*, es necesaria cuando el sistema inteligente (agente) obtiene evidencias o valores de las variables aleatorias desconocidas, y las probabilidades a priori ya no son aplicables. Ahora, se utiliza la notación $P(a|b)$ donde a y b son proposiciones cualesquiera, pero se interpretan como la probabilidad de **a**, dado que ocurre el evento **b**. Como ejemplo, podemos considerar que $a =$ "esta nublado" y $b =$ "hay frío" entonces:

La $P(a|b) = 0.8$, o $P(\text{"este nublado" dado que "hay frío"}) = 0.8$

Para poder entender (semánticamente) las oraciones probabilísticas se han definido tres axiomas de probabilidad, también conocidos como axiomas de Kolmogorov:

- a) La probabilidad para cualquier proposición **a** se encuentra entre 0 y 1, igual al teorema de probabilidad.

$$0 \leq P(a) \leq 1$$

- b) Las proposiciones totalmente verdaderas tienen un valor de probabilidad de 1, y las totalmente falsas de 0.

$$P(\text{verdadero}) = 1 \qquad P(\text{falso}) = 0$$

- c) La probabilidad de una disyunción se puede expresar como:

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

La utilización de estos axiomas es muy importante para el manejo de la incertidumbre ya que nos permite conocer dos razonamientos de la lógica probabilística que nos van a permitir el uso de la inferencia, el complemento de la probabilidad de una variable y la probabilidad conjunta.

- **Complemento de la probabilidad:** si se tiene una variable aleatoria **a** con probabilidad $P(a)$, entonces el complemento de todo el evento es la no probabilidad de que ocurra **a** y ambas deben sumar 1.

$$1 = P(a) + P(\neg a) \text{ por lo tanto,}$$

$$P(\neg a) = 1 - P(a)$$

- **Probabilidad conjunta:** Lo anterior es muy útil cuando pasamos de variables tipo booleanas a variables discretas. Esto es, que todas las variables discretas que sean consideradas en un evento también deben de sumar 1. Consideremos la variable discreta A que agrupe a varias variables en un dominio tipo $\{a_1, \dots, a_n\}$ entonces se puede demostrar que:

$$\sum_{i=1}^n P(A = a_i) = 1$$

Es decir, se tiene una probabilidad conjunta como la suma de las probabilidades de cada variable involucrada en el evento.

A continuación, en el último subtema de esta unidad utilizaremos esta lógica probabilística para mostrar una forma de representar el conocimiento utilizando lo que se conoce como Redes Bayesianas.

2.7.3 Aprendizaje con base en Retos. Subtema Razonamiento Probabilístico

A continuación, se presenta la plantilla guía para la elaboración por parte de los alumnos del aprendizaje con base en retos del subtema de razonamiento probabilístico. En el punto anterior (2.7.3), se presentó un ejemplo del manejo de la representación del conocimiento de este tipo de razonamiento usando lógica proposicional probabilística, aplicado al manejo de la temperatura. La siguiente plantilla se presenta el trabajo que deberán hacer los alumnos mediante la aplicación del aprendizaje con base en retos.

IDEA GENERAL:		
Aprender a construir una representación del conocimiento usando razonamiento probabilístico: Representar el clima en la ciudad		
PREGUNTA ESENCIAL:		
¿Es posible el uso del razonamiento probabilista para construir un modelo que represente el conocimiento sobre el clima?		
RETO:		
¿Se puede construir un modelo de representación del conocimiento sobre el clima usando razonamiento probabilista?		
PREGUNTAS GUIA:	ACTIVIDADES GUIA	RECURSOS GUIA
<p>¿Se tiene el conocimiento sobre qué es el razonamiento probabilista?</p> <p>¿Se han revisado ejemplos de cómo usar este razonamiento?</p> <p>¿Se ha delimitado en forma correcta el problema de representar el clima?</p> <p>¿Ya se conocen todas las variables a utilizar en el reto (humada, temperatura, cielo despejado, nublado)?</p> <p>¿Se han discretizado las variables a utilizar?</p> <p>¿Se tienen los registros del clima por día del mes en curso en los tres últimos años?</p> <p>¿Se han asignado valores probabilísticos a las variables identificadas?</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión bibliográfica de lo que es razonamiento probabilístico. - Revisión de datos del clima en el mes en curso. - Elaborar una lista de las variables a utilizar. - Asignar probabilidades a cada variable - Identifica las variables (2) independientes y las dependientes, clima: húmedo, soleado, lluvioso, temperatura=frio<20 , agradable>20<30, caluroso>30 . - Empezar a construir el modelo usando lógica probabilista. - Elaboración de un reporte de las actividades realizadas - Preparar una presentación del modelo final de representación del conocimiento. 	<p>Videos</p> <p>-Introducción https://www.youtube.com/watch?v=3mARit0YAzY</p> <p>- ejemplos https://www.youtube.com/watch?v=-yFrwkZAuvQ</p> <p>-Red Bayesiana https://www.youtube.com/watch?v=c5bLS-S8COg</p>
SOLUCION-IMPLEMENTACION		

<p>Construir un modelo de representación del conocimiento sencillo del clima mediante razonamiento probabilista. Se debe entregar una presentación en digital del cómo se construyó el modelo y del modelo terminado. Se deberá de exponer en clase la presentación final.</p>	
<p>EVALUACION</p>	
<p>El modelo vale = 5 puntos. La presentación del modelo = 5 puntos para un total de = 10 puntos.</p>	
<p>PUBLICACION: IMPLEMENTACION DE LOS ESTUDIANTES</p>	<p>PUBLICACION: DOCUMENTACION/ REFLEXIÓN DE LOS ESTUDIANTES</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Se formarán equipos entre 3 y 5 integrantes dependiendo del tamaño del grupo. - Describir las actividades realizadas por los estudiantes en un reporte. - En su caso, mencionar los roles de cada integrante del equipo. - Experiencia adquirida. - Bibliografía utilizada. - Elaborará un documento reporte como se indica en la sección solución- implementación. - Se realizará una presentación por equipo en el aula. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se realiza una evaluación del grupo a cada equipo que participe. - Se deberá de exponer las competencias adquiridas en el reto.

2.8 Teorema de Bayes

2.8.1 Herramientas didácticas para usar en el subtema

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	- Aprendizaje basado en retos -Ejercicios prácticos -Proyecto Integrador	- Bibliografía	-Word -Excel

2.8.2 Descripción del subtema: Teorema de Bayes

Hay que recordar que las probabilidades condicionales se pueden expresar en términos de probabilidades no condicionales, como se muestra a continuación:

$$P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$$

Recordando que $P(b) > 0$

También se puede escribir como:

$$P(a \wedge b) = P(a|b) P(b)$$

O también de la forma:

$$P(a \wedge b) = P(b|a) P(a)$$

A esto se le llama la regla de la cadena o producto.

Si a la ecuación anterior se igualan los términos $P(a \wedge b)$ por sus equivalentes, no queda la siguiente ecuación:

$$P(b|a) = \frac{P(a|b)P(b)}{P(a)}$$

A esta ecuación se le conoce como **Regla de Bayes, Ley de bayes o teorema de Bayes.**

Una forma de representar este conocimiento incierto es por medio de un modelo de grafo denominado Redes Bayesianas. Se va a definir la sintaxis y semántica de estas redes para mostrar la forma natural y eficiente de modelar el conocimiento incierto.

Una red bayesiana es un grafo dirigido en el que cada nodo representa una información probabilística como se describe a continuación:

- 1.- Los nodos de la red representan variables aleatorias que pueden ser discretas o continuas.
- 2.- Un conjunto de arcos o líneas de enlaces dirigidos (flechas) conectan pares de nodos. Si hay un enlace dirigido entre el nodo A hacia un nodo B, se dice que A es padre de B.
- 3.- Cada nodo A_i tiene una distribución de probabilidad condicionada $P(A_i | \text{Padres}(A_i))$ que cuantifica el efecto de los padres del nodo.
- 4.- El grafo no tiene ciclos dirigidos (es un grafo acíclico dirigido, o GAD).

Como ejemplo de la construcción de una Red Bayesiana se puede observar en (Russell et al., 2004), que muestra la representación del conocimiento de un sistema inteligente capaz de hacer diagnósticos médicos dentales.

Otro ejemplo de una red bayesiana en (Russell et al., 2004) muestra un modelo de alarma antirrobo instalado en la casa del Sr. Pearl, la cual también suena cuando detecta pequeños terremotos. El señor Pearl, tiene dos vecinos, Sr. John y Sra. Mary quienes le van a llamar cuando escuchen la alarma. John llama cuando suena la alarma, pero a veces confunde la alarma con el timbre de su puerta, mientras que, la Sra. Mary escucha música con un volumen muy alto y a veces no escucha la alarma.

Con las redes bayesianas se pueden modelar las probabilidades condicionales, con variables independientes y se pueden hacer inferencias probabilísticas en ellas. Sin embargo, en este subtema sólo se hace una breve introducción a este tipo de representación del conocimiento, ya que profundizar en sus detalles es muy extenso y sería tema de cursos de posgrados.

2.8.3 Elaboración de un reporte

Los alumnos deben elaborar un reporte sobre la inferencia en la lógica de predicados e incorporar ejemplos. Sin embargo, parte de este ejercicio se realizó en el tema 1 (unidad 1), en el punto 1.4.2. Por lo tanto, sólo se le debe pedir a los alumnos incorporar 2 ejemplos de la representación de la lógica de predicados con probabilidades. Podrán entregar el mismo reporte que ya hicieron en el subtema señalado, sólo que ahora tendrán que incorporar los ejemplos. El valor total de la calificación es de 5 puntos si entregan los dos ejemplos y 2 puntos si sólo entregan un ejemplo, en caso de no entregar ningún ejemplo la calificación será de NA.

2.8.4 Aprendizaje basado en retos

Con base en el ejercicio del aprendizaje con base en retos del punto 2.7.4. se define el reto de elaborar la Red Bayesiana de esa representación del conocimiento.

IDEA GENERAL:		
Aprender a construir una Red Bayesiana usando como ejemplo el ejercicios del punto 2.7.4: Construir una Red Bayesiana del clima en la ciudad		
PREGUNTA ESENCIAL:		
¿Es posible construir una Red Bayesiana que represente el conocimiento sobre el clima del ejercicio 2.7.4?		
RETO:		
¿Se puede construir una Red Bayesiana de la representación del conocimiento sobre el clima usando razonamiento probabilista del punto 2.7.4?		
PREGUNTAS GUIA:	ACTIVIDADES GUIA	RECURSOS GUIA
¿Se tiene el conocimiento sobre qué es una Res Bayesiana? ¿Se han revisado ejemplos de cómo construirlas? ¿Se ha delimitado en forma correcta el problema de representar el clima? ¿Ya se conocen todas las variables a utilizar en el reto (¿humada, temperatura, cielo despejado, nublado)? ¿Se han discretizado las variables a utilizar? ¿Se tienen los registros del	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión bibliográfica de lo que es una Red Bayesiana. - Revisión de datos del clima en el mes en curso. - Elaborar una lista de las variables a utilizar. - Asignar probabilidades a cada variable - Identifica las 	Vídeos - Definición https://www.youtube.com/watch?v=xDUDX6B1ltk - ejemplos https://www.youtube.com/watch?v=H3Uq1ULBZC o -Red Bayesiana https://www.youtube.com/watch?v=c5bLS-S8COg

<p>clima por día del mes en curso en los tres últimos años? ¿Se han asignado valores probabilísticos a las variables identificadas? ¿Se han identificado los nodos y los arcos dirigidos de la Red?</p>	<p>variables (2) independientes y las dependientes, clima: húmedo, soleado, lluvioso, temperatura=frio<20, agradable>20<30, caluroso>30 .</p> <ul style="list-style-type: none"> - Empezar a construir el modelo. - Elaboración de un reporte de las actividades realizadas - Preparar una presentación del modelo final de la Red Bayesiana. 	
---	--	--

SOLUCION-IMPLEMENTACION

Construir un modelo de Red Bayesiana sencillo del clima con base en el ejercicio 2.4.7.
 Se debe entregar una presentación en digital del cómo se construyó el modelo y del modelo terminado.
 Se deberá de exponer en clase la presentación final.

EVALUACION

El modelo vale = 5 puntos. La presentación del modelo = 5 puntos para un total de = 10 puntos.

PUBLICACION: IMPLEMENTACION DE LOS ESTUDIANTES	PUBLICACION: DOCUMENTACION/ REFLEXIÓN DE LOS ESTUDIANTES
<ul style="list-style-type: none"> - Se formarán equipos entre 3 y 5 integrantes dependiendo del tamaño del grupo. - Describir las actividades realizadas por los estudiantes en un reporte. - En su caso, mencionar los roles de cada integrante del equipo. - Experiencia adquirida. - Bibliografía utilizada. - Elaborará un documento reporte como se indica en la sección solución- implementación. - Se realizará una presentación por equipo en el aula. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se realiza una evaluación del grupo a cada equipo que participe. - Se deberá de exponer las competencias adquiridas en el reto.

2.8.5 Ejercicios prácticos

Los ejercicios ejemplo han sido presentados en los puntos 2.7.3 y 2.8.3 de este documento, los deben realizar los alumnos y fueron solicitados como parte de la plantilla del aprendizaje con base en retos.

2.8.6 Proyecto integrador

Representación del Conocimiento

Objetivo del ejercicio:

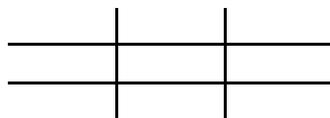
Desarrollar un modelo de representación del conocimiento del espacio de estados posibles (estados y transiciones) del problema denominado "juego del Tik Tac Toe", para un Robot que pueda jugar como una persona. Se debe considerar las capacidades de movimientos del Agente Inteligente y la toma de decisiones básicas.

El proyecto integrador en general abarca las unidades 2, 3 y 4 en las fases de representación del conocimiento, reglas y búsqueda y el desarrollo de una aplicación con técnicas de IA. Esta rúbrica se enfoca exclusivamente en la Unidad 2 representación del conocimiento.

Competencia específica de la rúbrica: El alumno conoce las diferentes formas de representar el conocimiento.

El trabajo deberá de contener lo siguiente:

8. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)
9. Contenido o índice
10. Introducción
 - a. Descripción del Juego.
 - b. Su creación (historia).
 - c. Ejemplos de simuladores.
 - d. Ligas de páginas web en donde encontrar simuladores.
11. Definición del Problema.
 - i. Número de posiciones que puede ocupar el agente durante el juego.



- ii. Número de movimientos que se consideran para ganar..

- iii. Número de movimientos que se consideran al perder
- iv. Describir cuando se considera un empate.

12. Presenta el espacio de estados completo en los que puede estar el agente, nueve posibles posiciones de inicio.

13. Describe con un ejemplo la ruta de decisiones que podría tomar un agente si

- a. Gana si inicia.
- b. Pierde si inicia.
- c. Empata si inicia.
- d. Gana si es segundo en iniciar.
- e. Pierde si es segundo en iniciar.
- f. Empata si es segundo en iniciar.

Nota:

- El trabajo puede ser realizado entre los equipos que decidan los estudiantes.
- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Excelente = 2	Notable = 1.5	Bueno = 1	Suficiente = 0.5	Insuficiente = 0
1. Portada y 2. Contenido.	La portada contiene los 4 elementos indicados y está definido el contenido.	La portada contiene los 3 elementos indicados y está definido el contenido.	La portada contiene los 2 elementos indicados y está definido el contenido.	La portada contiene solo 1 elemento de los señalados y está definido el contenido.	La portada no contiene los todos los elementos indicados ni el contenido.
3.Introducción.	Tiene 4 elementos indicados.	Tiene 3 elementos indicados.	Tiene 2 elementos indicados.	Tiene 1 elemento indicado.	No tiene ningún elemento indicado.
4.Definición del problema.	Tiene 4 elementos indicados.	Tiene 3 elementos indicados.	Tiene 2 elementos indicados.	Tiene 1 elemento indicado.	No tiene ningún elemento indicado.
5. Representación del conocimiento. Espacio de estados.	Presenta el espacio de estados en forma correcta de las 9 posiciones de inicio.	Presenta el espacio de estados en forma correcta de las 7 posiciones de inicio.	Presenta el espacio de estados en forma correcta de las 5 posiciones de inicio.	Presenta el espacio de estados en forma correcta de las 3 posiciones de inicio.	No tiene ningún elemento indicado.
6.Ejemplo.	Señala los 6 ejemplos solicitados.	Señala los 5 ejemplos solicitados.	Señala los 4 ejemplos solicitados.	Señala los 3 ejemplos solicitados.	Tiene 2 o menos ejemplos.
Total:	10	7.5	5	2.5	NA

2.8.7 Resumen final de puntajes del tema 2.

Subtema	Descripción	Puntaje
2.1. Principios y Metodologías de la IA	Evaluación	10
2.2 Paradigmas	Evaluación	4
2.2 Investigación	Reporte	11
2.3. Mapas conceptuales	PBL (aprendizaje basado en problemas)	10
2.4 Redes Semánticas	PBL (aprendizaje basado en problemas)	10
2.4 Investigación	Reporte	5
2.5. Razonamiento Monótono	Secuencia Didáctica	10
2.6. Razonamiento No Monótono	Secuencia Didáctica	10
2.7. Razonamiento Probabilístico	PBR (aprendizaje basado en Retos)	10
2.8. Teorema de Bayes	PBR (aprendizaje basado en Retos)	10
Proyecto Integrador	Representación del Conocimiento	10
Puntaje Total	Toda la unidad	100

NOTA:

1.- Se sugiere utilizar una plataforma digital para que se coloque las actividades que deben realizar los estudiantes, ahí mismo, ellos deberán de colocar las evidencias y respuestas con base en el calendario establecido.

2.- En el temario de la asignatura no se tiene enumerado un subtema 2.6, del 2.5 se pasa al 2.7. La secuencia de enumeración consecutiva se respetó en este trabajo.

3 REGLAS Y BÚSQUEDA

En esta tercera unidad temática del curso se van a abordar aspectos relacionados con las reglas que debe seguir un agente inteligente en la búsqueda de la toma de decisiones correctas para llegar a la meta u objetivo buscado. Se revisarán asuntos que tratan con la secuencia de toma de decisiones con base en las reglas establecidas en una base de conocimientos que mediante un plan de acción y criterios de decisión permitan alcanzar las metas. Es necesario conocer algunos de los algoritmos de búsqueda más comunes, sus ventajas y desventajas, así como la creación de reglas (planes) que funcionan como condiciones para guiar las acciones del agente.

Competencias para desarrollar:

- **Específicas:** Resolver problemas en base a técnicas de búsqueda en espacio de estado

- **Genéricas:**

Capacidad de análisis y síntesis.

Capacidad de organizar y planificar.

Habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas.

Solución de problemas.

Toma de decisiones.

Trabajo en equipo.

Capacidad de aplicar los conocimientos.

Habilidades de investigación.

Capacidad de generar nuevas ideas.

Liderazgo.

Habilidad para trabajar en forma Autónoma.

Búsqueda del logro.

3.1 Representación del conocimiento mediante reglas.

3.1.1 Herramientas didácticas utilizadas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Estudio de casos.	- Bibliografía	-Word -Excel

3.1.2 Subtema: Representación del conocimiento mediante reglas

Hay que recordar que la representación del conocimiento es importante para poder modelar un comportamiento inteligente y está formado por dos partes, el espacio de estados y los procedimientos interpretativos que permitan tomar las mejores decisiones. Sin embargo, primero hay que reconocer las tres etapas de la adquisición del conocimiento en sistemas tipo IA como se muestra en la figura 3.1.2.1.



Figura 3.1.2.1. Formas de representar el conocimiento. Creación propia.

Como se ha mencionado existen varias formas de representar el conocimiento, desde aquellas que son formales, hasta la no formales como se indica en (Gustavo & Juárez, n.d.). En la figura 3.1.2.2, podemos ver la clasificación de estas representaciones.



Figura 3.1.2.2. Clasificación de representación conocimiento. Creación propia.

A continuación, se presentan la forma de representar el conocimiento mediante reglas de producción, su inferencia, sintaxis, semántica y arquitectura.

El uso de reglas para representar el conocimiento fue de los primeros formalismos usados para el diseño de lenguajes de programación y el desarrollo de los sistemas expertos. Esta representación se basa en “técnicas para solucionar problemas” con base en reglas tipo *situación – acción; condición – consecuencia* o *causa - efecto*. En casa sistema inteligente se debe tener una **base de conocimientos** de las reglas definidas.

Ejemplo 1:

Si tengo hambre y es hora de comer,

Entonces

Pido comida

Ejemplo 2:

Si Tiene fiebre y le duele la garganta

Entonces

Es un tipo de gripa

Ejemplo 3:

R1: Si el coche tiene gasolina y funciona la batería

Entonces

Enciende

R2: Si el coche tiene gasolina y no funciona la batería

Entonces

No enciende

R3: Si el coche no tiene gasolina y funciona la batería

Entonces

No enciende

R4: Si el coche no tiene gasolina y no funciona la batería

Entonces

No enciende

En forma de lógica proposicional se puede plantear de la siguiente forma:

p ="el coche tiene gasolina"

q ="funciona la batería"

r ="el coche enciende"

R1: $p \wedge q \rightarrow r$

R2: $p \wedge \neg q \rightarrow \neg r$

R3: $\neg p \wedge q \rightarrow \neg r$

R4: $\neg p \wedge \neg q \rightarrow \neg r$

En la figura 3.1.2.3, se muestran las propiedades de las reglas, las cuales se definen a continuación:



Figura 3.1.2.3. Propiedades de las reglas. Creación propia

- **Modularidad.** - Se refiere a que cada regla definida es independiente de las demás y representan parte del conocimiento.
- **Incrementalidad:** Es posible definir e incorporar nuevas reglas a la base de conocimientos sin que afecten a las demás.
- **Modificabilidad.** - Al ser cada regla independiente de las demás, es posible realizar modificaciones sin afectar a las demás.
- **Transparencia.** - Cada una de las reglas definidas puede explicar por sí misma sus decisiones y soluciones, sin intervención de las demás.

3.1.3 Subtema: Métodos de inferencia en Reglas

Ahora se presenta la forma de inferencia usando reglas para interpretar comportamientos. Dentro del sistema con base en reglas, se denomina motor de inferencia a la parte que define la forma en que se van aplicando las reglas establecidas. Existen dos formas de razonar, una de ellas es llamado “Razonamiento hacia adelante (forward chaining)” y “Razonamiento hacia atrás (backward chaining)”.

- Razonamiento hacia adelante:

- A partir de los hechos, buscar conclusiones.
- Desde los datos, hacia los objetivos.
- Razonamiento hacia atrás:
 - Dadas las conclusiones, se buscan los hechos que la derivan.
 - Desde los objetivos hacia los datos.

La dirección de búsqueda determina el tipo de razonamiento, por ejemplo, dependiendo del tipo de problema es adecuado el razonamiento:

- **Hacia adelante.** Monitorización y control, Problemas dirigidos por datos y Sin necesidad de explicación.
- **Hacia atrás.** Diagnóstico, Problemas dirigidos por objetivos e Interacción/Explicación al usuario.

Para el caso del ejemplo 3 del punto anterior se puede presentar un razonamiento hacia delante de la siguiente forma.

Echo 1:

Si el coche tiene gasolina y funciona la batería

Entonces

Enciende

Con base en este ejemplo, podemos observar el encaminamiento hacia adelante a partir de los *hechos* se buscan *conclusiones*. Si los hechos *son verdaderos*, que el coche tiene gasolina y la batería funciona, entonces se concluye que *el coche enciende*.

Para el caso del encaminamiento hacia atrás, se puede interpretar que el coche enciende porque la batería funciona bien y tiene gasolina. Dadas las *conclusiones u objetivos* de los *datos*, el coche *enciende*, entonces los hechos son que *tiene gasolina y funciona la batería*.

Finalmente es importante recordar que las reglas de producción también pueden trabajar con incertidumbre, es decir, se puede incorporar lógica probabilística en las reglas de representación del conocimiento.

Por ejemplo, en el caso de la “Batería está bien, a lo mejor la pila no está al 100% cargada, sino que a esta al 80%” y aún así encendería el coche. Se podría representar, en lugar de $q = \text{“verdadero”}$, $q = P(0.80)$, para este caso.

3.1.4 Subtema: Reglas de Producción

Las reglas de producción es una forma de representación del conocimiento tipo procedimental que tiene una estructura tipo:

- Si < condición o condiciones >
- Entonces < conclusiones, acciones, hipótesis >

Cada una de estas estructuras (reglas) representa una parte de información pequeña y completa. De esta forma, entendemos que cada regla de producción es una acción u operación válida en un espacio de estados.

Es el formalismo más utilizado en los sistemas expertos que fueron los primeros sistemas denominados inteligentes y que la información que contenían mediante reglas o producciones, venía de humanos expertos o de datos estadísticos históricos. Las reglas de producción manipulan estructuras de símbolos como listas o vectores.

La estructura general de las reglas es:

Antecedente => Consecuente

- **Antecedente:** Contiene las condiciones o cláusulas que deben cumplirse para que la regla pueda evaluarse o ejecutarse. Se puede evaluar el valor de una variable, una cadena de caracteres o incluso valores probabilísticos.
- **Consecuente:** Señala las conclusiones que se deducen de las premisas o las acciones que el sistema debe realizar cuando ejecuta la regla. Si las condiciones se cumplen, entonces se realizan acciones (consecuente) especificadas. Este consecuente puede ser otra regla que también se deberá evaluar.

Si consideramos la implementación de un sistema con base en reglas de producción por medio de un lenguaje de programación, podría quedar como se señala a continuación:

- **La forma en general de la regla en forma de pseudocódigo quedaría:**
 - **Si se cumple la** condición₁ **y** condición₂ ... **y** condición_n
 - **Entonces** realizar la acción₁ **y** acción₂ ... **y** acción_n
- **Mediante el uso de un lenguaje de programación sería como sigue:**
 - IF cond1 && cond2 && condx {
...
}
 - THEN {
acc1 && acc2 and accx
...
}
- **Ejemplo1:**
 - **If** (moto MOTO-LUIS) **and**
(motor MOTO-LUIS no-enciende)
 - **then** (verificar_gasolina MOTO-LUIS)
- **Ejemplo2 : mediante el uso de variables:**
 - **If** (moto X) **and** (motor X no-enciende)
 - **then** (verificar_gasolina X)

3.1.5 Subtema: Sintaxis de las Reglas de Producción

La estructura general de las reglas de producción como se mencionó en párrafos anteriores es: antecedente => consecuente. En un lenguaje de programación sería de la forma **IF condición o condiciones, Then acción o acciones**. También, se puede representar en forma de

pseudocódigo como sigue, **Si** *precondición, premisa, antecedentes* **Entonces** conclusión, acción, hipótesis, consecuente.

La sintaxis general es:

- **Si** <condiciones>
- **Entonces** <conclusión, acciones, hipótesis>

Donde:

- **Condiciones:**
 - en una regla de producción que está formada por cláusulas y conectivas del tipo AND, OR O NOT (&&, || o !, simbología normalmente usada en algún lenguaje de programación).
 - Es una representación casual que debe corresponder con conocimiento del dominio.
 - Formato típico:<parámetro/relación/valor>
 - Parámetro. - es la característica relevante del dominio.
 - Relación. - entre el parámetro y el valor.
 - Valor. - numérico, simbólico o literal.
 - También se puede expresar en términos de lógica de predicados
- **Conclusiones, acciones o hipótesis:**
 - Condición o hipótesis son conocimiento declarativo.
 - Acciones: acción procedimental (actualización de un conocimiento, interacción con el mundo exterior)

Reglas especiales:

- **Del tipo IF ALL.** - reglas construidas con cláusulas conectadas con AND, o “y”, en donde todas deben cumplir con ser verdaderas.

- **Del tipo IF ANY.** - reglas construidas con clausulas conectadas con OR u “o” en donde no necesariamente todas deben de ser verdaderas.

Ejemplo:

- **Si** (tiene dolor de cabeza=verdadero) **AND** (tiene calentura=verdadero) **AND** (tiene dolor de estómago=verdadero) **AND** (diarrea=verdadero)

Entonces (infección estomacal) = Verdadera

- **Si** (tiene dolor de cabeza=verdadero) **AND** (tiene calentura = verdadero) **AND** (tiene dolor de estómago = falso) **AND** (diarrea = falso) **OR** (tiene dolor de garganta = verdadero) **AND** (tiene irritada garganta=verdadero)

Entonces (infección de la garganta) = verdadero

3.1.6 Subtema: Semántica de las reglas de producción

A continuación, se tratará el tema de la semántica interpretativa de las reglas de producción o también llamada inferencia. Este tema se refiere a el cómo podemos interpretar desde un punto de vista lógico el razonamiento sobre esta forma de representación del conocimiento. A este tipo de razonamiento, también se le llama inferencia, porque se busca deducir un comportamiento inteligente del sistema a partir del análisis de las decisiones tomadas.

La interpretación lógica o semántica de las reglas de producción es muy similar a la del Modus Ponens en la lógica proposicional.

- Sintaxis muy sencilla
- Permite acciones en los consecuentes
- El mecanismo de control determina el tipo de inferencia a realizar

El tipo de inferencia es determinada y aplicada por medio de las sintaxis y los mecanismos de control. A esto se le llama Búsqueda, porque realmente buscan la solución o respuestas a las

consultas realizadas al sistema. Una consulta podría ser, por ejemplo, inferir o buscar una respuesta sobre qué tipo de enfermedad puede tener una persona con base en los síntomas que presenta. Normalmente se tienen dos formas de sistemas de inferencia, sistemas de encadenamiento hacia adelante y sistemas de encadenamiento hacia atrás, tomado de (José & Pena, n.d.).

- **Características del Sistema de encadenamiento hacia adelante:**

- Dirigido por los datos.
- Una regla se activa cuando sus antecedentes o condiciones se cumplen con algunos hechos del propio sistema.
- En caso de las reglas especiales tipo IF ALL, todas las condiciones deben de cumplirse o ser verdaderas.
- En caso de las reglas especiales tipo IF ANY, de todas las condiciones al menos un debe cumplirse.
- El punto de partida es hechos ya confirmados.
- Se llama razonamiento hacia adelante ya que se buscan antecedentes que cumplan la regla. Se cumple una regla y se continua hacia adelante y así sucesivamente hasta agotar todas las reglas disponibles.

- **Sistema de encadenamiento hacia atrás:**

- Dirigido por los objetivos.
- Una regla se activa si sus consecuentes se cumplen con algún hecho del sistema
- Se comienza con una hipótesis.
- Se busca que los consecuentes, conclusiones, hipótesis o acciones coincidan con los hechos del sistema.
- Se llama razonamiento hacia atrás porque se buscan consecuentes o acciones que se han cumplido hasta llegar a la condición que activo la regla.

Notas para considerar en el sistema:

- Si se requiere descubrir todo lo que se pueda de un conjunto de hechos, se conocen las entradas al sistema, pero no las conclusiones, entonces se hace un encadenamiento hacia adelante.
- Si al contrario, lo que se busca es verificar o negar una conclusión se tienen claras las metas pero no las entradas, entonces se hace encadenamiento hacia atrás.
- Una misma regla puede ser activada varias veces por hechos (o hipótesis).
- Cada regla activada es una instancia de esta.
- El motor de inferencia trata a cada instancia por separado, manteniendo el seguimiento o traza de los hechos o hipótesis que provocaron esa activación.
- Consecuentes y antecedentes se pueden considerar submetas que se deben verificar a partir de los hechos o hipótesis, respectivamente.
- Posibilidad de explicar el “porque” de un resultado.
- Devolver una cadena de reglas utilizadas.
- Combinar reglas y hechos aplicadas en un árbol de búsqueda.

Ejemplo: con base en la figura 3.1.6.1, se observa un árbol de espacio de estados de un problema que representa las alternativas para ir a la escuela de un estudiante. Se puede ir en moto, en taxi o caminando. Se muestran las reglas definidas para este sistema inteligente y se hace la inferencia lógica de la pregunta ¿en qué se fue a la escuela el alumno?

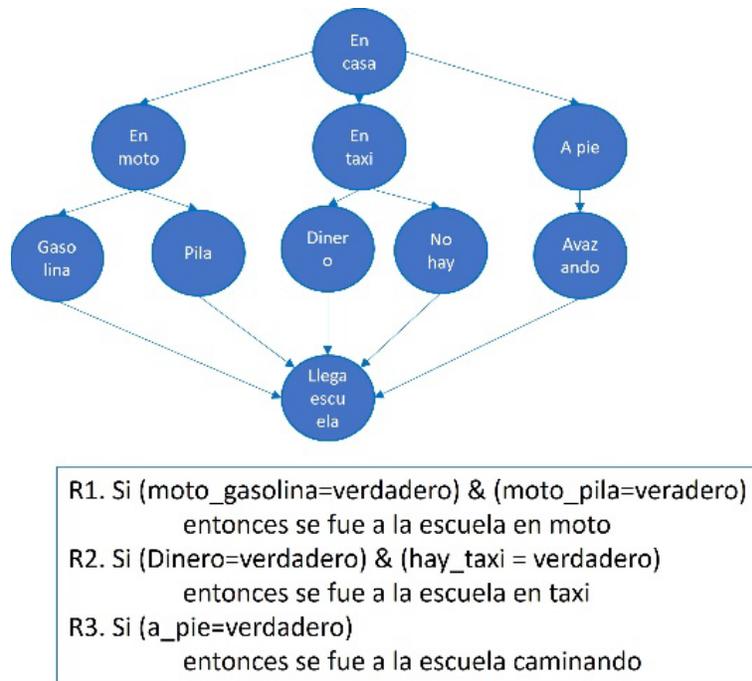


Figura 3.1.6.1. Ejemplo de inferencia en reglas de producción. Creación propia.

Con base en las reglas definidas en la figura 3.1.7.1. se hace la pregunta:

- **¿En qué se fue el estudiante a la escuela si no sirve su moto, pero le dejaron \$10 pesos para el taxi?**
 - En este caso, los hechos son: Dinero y hay taxis.
 - Por lo tanto, es la regla 2 la que se activa, ya que para ambos casos (dinero, hay_taxi) es verdadero. Para los casos de la moto e irse a pie no es verdadero, las reglas no concuerdan con los hechos.
 - La respuesta con base en lo inferido en este sistema es que tenía dinero para el taxi y había taxis, se fue en taxi. Esta inferencia se hace por encadenamiento hacia adelante.

Con base en las mismas reglas cual sería la respuesta a la siguiente pregunta:

- **¿En qué llegó el alumno a la escuela si no sirve su moto?**
 - La hipótesis es que “se bajó del taxi”, entonces llegó a la escuela en taxi.

- Esto se logró porque encontró taxi a tiempo.
- Tenía dinero para el taxi.
- La respuesta con base en lo inferido es este sistema es que llegó en taxi, por lo tanto, encontró taxi y tenía dinero. Esta inferencia se hace por medio de encadenamiento hacia atrás.

3.1.7 Subtema: Arquitectura de un sistema de producción

A continuación, revisaremos como está formada la arquitectura de un sistema de producción, sus partes y las funciones de cada una de ellas. Con base en la figura 3.1.7.1, tomada de (José & Pena, n.d.), se pueden ver las tres partes que forman la arquitectura de un sistema de reglas de producción:

3.1.7.1 Subtema: Hechos

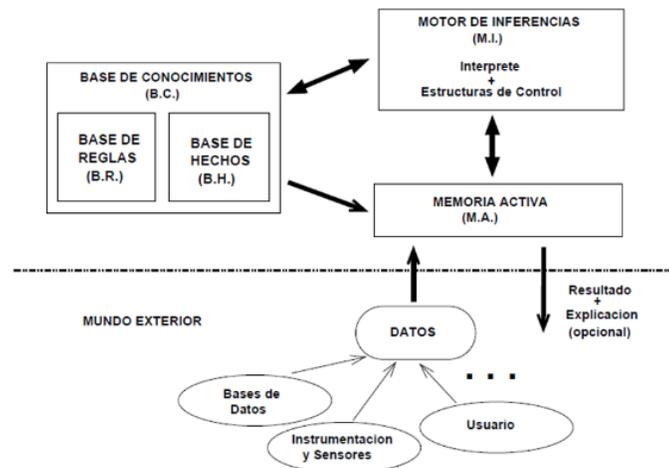


Figura 3.1.7.1. Arquitectura de un sistema de reglas de producción. tomado de (José & Pena, n.d.)

- **Base de conocimientos.** Contiene todo el conocimiento del sistema y está formado por:
 - Base de reglas (BR): Contiene todas las reglas definidas en el sistema.
 - Base de hechos (BH): Contiene todos los hechos declarados del sistema.

3.1.7.2 Subtema: Base de conocimientos

- **Memoria activa:** Es una colección de hechos que representan el estado actual del problema o agente.
 - Actúa como un “disparador” del motor de inferencias.
 - Refleja los cambios en el conocimiento del sistema.
 - Interactúa con el mundo exterior.
 - Contiene:
 - Datos iniciales del problema + datos incorporados posteriormente.
 - Hechos establecidos durante los procesos de inferencia.
 - Hipótesis, metas y submetas aún no confirmados.
 - Determina las reglas activadas para darle seguimiento.
 - Conjunto de reglas que van a ejecutarse.

Encadenamiento hacia adelante: antecedentes representados en la memoria activa.

Encadenamiento hacia atrás: consecuentes representados en la memoria activa.

El motor de inferencia determina cual o cuales de las reglas activas se ejecutará.

3.1.7.3 Mecanismos de control

- **Motor de inferencia:**
 - Controla el funcionamiento del sistema.
 1. Proceso de identificación de reglas a activar.
 2. Selección de reglas.
 3. Ejecución de reglas.
 4. Rutinas externas.
 - Compuesto por un intérprete + una estructura de control.
 - Separado e independiente de la Base de conocimientos.
 - Funcionamiento similar al de búsqueda en espacio de estados.
 1. ESTADO: Representado por conjunto de hechos de Memoria Activa.

2. OPERADORES: Reglas de la Base de reglas.
3. Con encadenamiento hacia atrás: Búsqueda en grafos AND-OR (búsqueda por subobjetivos).

- **Procedimiento del Motor de Inferencia:**

- **Ciclo básico:**

1. Examen de la memoria activa y selección de las reglas activas (denominado emparejamiento), depende del tipo de encaminamiento.
2. Selecciona las reglas a ejecutar (resolución de conflictos) con base en
 - Estrategia de exploración.
 - Modelo de resolución de conflictos.
3. Ejecución de las reglas seleccionadas y actualización de la Memoria Activa.
4. Mantenimiento del autoconocimiento del sistema
 - Control de las instancias de las reglas activadas (se lleva un registro de las reglas que se están ejecutando en ese momento)
 - Control de las reglas ya ejecutadas
 - Control del orden de activación y de ejecución
 - Mantener el orden de los hechos en la Memoria Activa

- **El ciclo anterior depende de la dirección del proceso inferencial**

1. Encadenamiento hacia adelante (progresivo): emparejamiento de hechos (coincidan) en Memoria Activa con sus antecedentes.
2. Encadenamiento hacia atrás (regresivo): emparejamiento de hipótesis en Memoria Activa con consecuentes.

- **Interpretación cognitiva (descripción de como se hace el razonamiento)**

- Correspondencia entre los componentes de un sistema con base en reglas de producción y el razonamiento del ser humano.

- Memoria Activa -> memoria a corto plazo.
 - Conocimiento intermedio que se utiliza sólo durante el razonamiento (temporal)
 - Es temporal (se olvida, memoria volátil) y de pequeña capacidad (memoria cache),
- Base de conocimientos -> Memoria a largo plazo
 - Conocimiento permanente
 - Puede ser innato o adquirido (aprendizaje), como una memoria en disco duro.
 - Motor de inferencias -> Similar a mecanismos de razonamiento

En el caso de los sistemas con base en reglas de producción estos son usados más comúnmente en los sistemas expertos (León Tomas Q., 2007).

3.1.8 Estudio de casos

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 3.1. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y es transformada a un formato guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

- **Ejemplo:**

Estudio de caso: Representación del conocimiento y razonamiento de un sistema que pueda determinar cómo se fue un estudiante desde casa a su escuela.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Cómo determinar que un estudiante se fue a la escuela? -Elaborar un modelo de reglas de producción, y aplicar inferencia.
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Construir un modelo de reglas de producción. -Revisar bibliografía sobre reglas de producción. - Elaborar un pequeño marco teórico sobre las reglas de producción.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir el problema correctamente. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc). -Recopilar toda la información.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos construidos.	- Construir un espacio de estados del problema (figura 3.1.7.1.). -Construir el conjunto de reglas con base en el espacio de estados. -Construir la arquitectura del sistema. -Aplicar algoritmos de encadenamiento hacia adelante. -Aplicar algoritmos de encadenamiento hacia atrás.
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados. -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	- Aplicar consultas sobre el motor de inferencia. -Analizar los resultados. -Evaluar se alcanzó el objetivo.
6. Aspectos complementarios	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones. -Discusión de competencias alcanzadas.

- **Ejercicio para los alumnos en el aprendizaje con base en análisis de casos de estudio que se presenta en la figura 3.1.8.1. La problemática consiste en que se debe construir un sistema con base en reglas para determinar la ruta más corta desde Cancún hacia Chetumal, o desde Cancún hacia cualquier destino en Yucatán.**

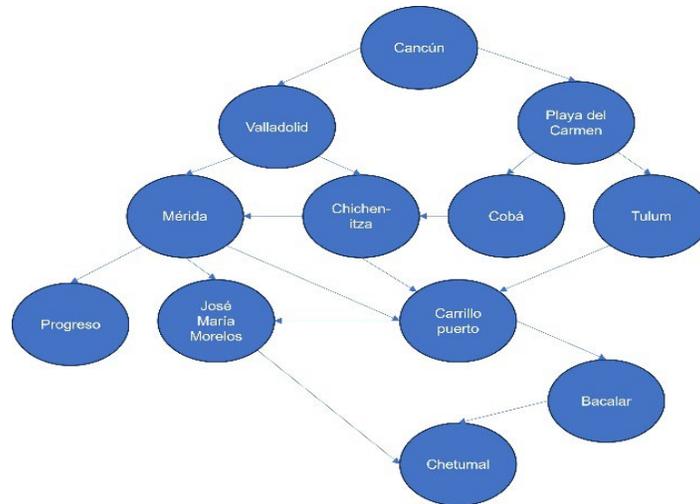


Figura 3.1.8.1. Estudio de caso, ejercicio 1. Creación propia.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
2. Contenido o índice.
- 3.- Diseño del estudio del caso.
- 4.- Marco teórico referencial.
- 5.- Estudio del caso y recopilación de la información.
- 6.- Análisis de la información.
- 7.- Resultado y aportaciones.
- 8.- Aspectos complementarios.
- 9.- Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).
- 10.- Entregó el archivo a tiempo.

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 8	Bueno =4	Suficiente = 2	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7	Cumplió sólo con el punto 8	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	40	20	10	NA

3.2 Espacios de estados deterministas y no deterministas.

3.2.1 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Aprendizaje con base en problemas.	- Bibliografía	-Word -Excel

3.2.2 Descripción del subtema: Espacios de estados deterministas y No Deterministas.

Lo primero que hay que hacer antes de tratar de resolver un problema con el uso de la IA es entenderlo, es decir conocer que se tiene y a dónde se quiere llegar. Primero se deben de identificar los elementos que forman parte del problema:

- **Estado inicial.** - Es la posición inicial de todos los elementos del problema, dónde inicia o cual es el punto de partida.
- **El objetivo o meta que hay que alcanzar.** - Partiendo del estado de inicio, se van tomando decisiones hasta llegar a la meta u objetivo. Por lo tanto, este debe de estar bien definido para que el sistema inteligente identifique que llegó a la meta.
- **Acciones.** - Con base a las entradas al sistema, se evaluarán y seleccionarán aquellas acciones que sean las más adecuadas que lleven a la meta. Se deben definir de forma correcta y concreta todas las acciones que puede realizar el agente, aquellas que le lleven de un estado a otro estado válido y así hacia la meta.

- **Elementos relevantes.** - Se deben considerar elementos relevantes en la formulación del problema. Por ejemplo, si va a existir algún tipo de criterio para seleccionar la siguiente acción que va a tomar el agente o será de forma aleatoria.
- **Restricciones sobre el objetivo.** - Es necesario definir cuáles serían las restricciones que pueden existir para alcanzar el objetivo. Por ejemplo, el menor tiempo que lleve del estado inicial al objetivo, el mayor ahorro de recursos, entre otros.

Ahora es necesario construir un modelo que represente al problema identificando sus partes importantes y las relaciones entre estas. Para esto, es necesario construir un espacio de estados del problema.

- **Espacio de estados.** – Es la forma en como dividimos el problema en una secuencia de pasos que den la solución al problema, partimos de un estado de inicio y se avanza en la toma de decisiones hasta alcanzar el objetivo o meta del problema. Son todas las posibles situaciones que se pueden presentar en la solución del problema.
- **Representación.** - En la mayoría de los casos se utiliza un grafo cuyos nodos son los posibles estados del sistema. Se utilizan líneas o flechas que señalen una conexión (relación) entre dos o más nodos y que forman caminos o rutas entre todos los estados posibles hasta encontrar una ruta al estado final o meta.
 - **Nodos.** - Representan todos los estados posibles del problema (representados por círculos o elipses). Se deben identificar de forma correcta cada uno de los posibles estados incluyendo el o los posibles estados de inicio y el estado final al que se debe llegar.
 - **Líneas.** - Líneas que unen a dos o más nodos y muestran la relación entre ellos. Indican cual es la relación que une esos nodos y si en el momento de evaluarla se cumple, entonces se establece una ruta que va del nodo actual al siguiente, teniendo a la línea como guía.

- **Acciones.** – Las acciones son todas las decisiones que puede tomar el sistema inteligente y representan la ruta de un estado a otro. En un momento determinado se evalúan las acciones a tomar y de acuerdo con el estado actual se determina mediante mecanismos de inferencia cual acción deberá “dispararse”, para activar esa ruta de un nodo al otro.

Para tener éxito en la solución de los problemas, los espacios de estados deben de considerar todos los posibles estados o posiciones en los que puede encontrarse el problema o el sistema. Los espacios de estados se pueden clasificar de dos tipos, explícitos o implícitos, figura 3.2.2.1.



Figura 3.2.2.1. Clasificación de los espacios de estado. Creación Propia.

Los espacios de estados implícitos sólo tienen un estado de inicio del sistema y normalmente utilizan un sistema de reglas de producción que generan sobre la marcha en los posibles siguientes estados a partir del inicio, figura 3.2.2.2. Es muy común aplicarlos a juegos porque tiene sus espacios definidos, por ejemplo, el juego de ajedrez tiene un estado inicial definido que consiste en que todas las piezas saben dónde debe colocarse al inicio, por ejemplo, el Rey va en una casilla determinada, la dama igual y así sucesivamente.

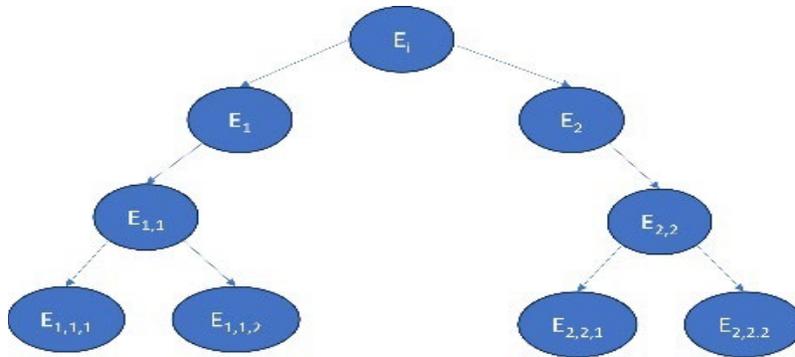


Figura 3.2.2.2. Espacio de estados Implícito donde E_i es el estado de inicio. Creación propia

En cambio, los espacios de estados explícitos son aquellos que definen todos los posibles espacios de inicio (no se tiene uno solo), sino cuatro, figura 3.2.2.3. A partir de estos estados, se puede ir avanzando por la ruta del estado inicial que se haya “disparado” o activado.

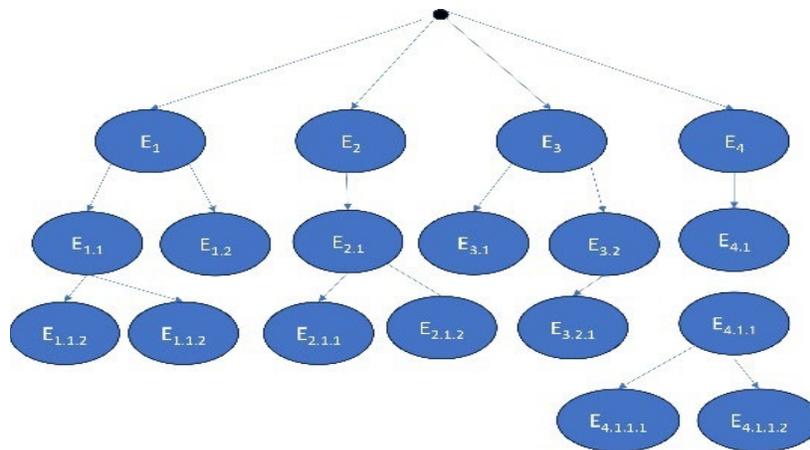


Figura 3.2.2.3. Espacio de estados Explícito, donde hay cuatro estados de inicio. creación propia

- **Espacios de estados deterministas.** – Es aquel en el cual cualquier acción ejecutada, tiene un solo efecto garantizado sobre el sistema, no hay incertidumbre sobre el estado resultante de la acción ejecutada.

Ejemplo 1: en la figura 3.2.2.4 se muestra un mapa de varias ciudades de la península de Yucatán (Pinterest, n.d.), y las rutas de cómo llegar a varias de ellas. El problema consiste en determinar ¿Cuál es la ruta más corta para llegar a Lol-Tun?, ¿saliendo de Cancún?, ¿Cuál es la ruta más corta para llegar a Mahahual saliendo de Cancún?



Figura 3.2.2.4. Mapa de la península de Yucatán. Tomado de (Pinterest, n.d.)

En la figura 3.2.2.5 se muestra el espacio de estados de este problema. Se tiene un solo estado de inicio, la ciudad de Cancún y se va avanzando hasta encontrar el estado meta, en este caso Lol-Tun, por un lado y Mahahual por otro lado.

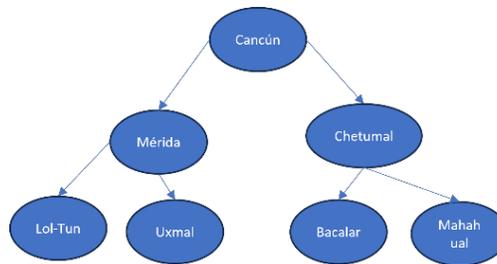


Figura 3.2.2.5. Espacio de estados determinista del ejemplo 1. Creación propia

- **Espacios de estados No deterministas.** - Si más de una regla o relación aplica a uno cualquier de los estados en particular del sistema, o si una regla aplica a un estado en particular en más de una forma.

Ejemplo 2.- En la figura 3.2.2.6, se muestra el panel de inicio del juego conocido como “gato” o Tic-Tac-Toe, el cual consiste en la participación de dos jugadores quienes por turnos van colocando una “marca” propia que los identifique hasta alcanzar el objetivo del juego, lograr colocar alineados tres marcas del mismo jugador. Esta alineación de las tres marcas de un mismo jugador puede ser en forma horizontal, vertical o diagonal. En la figura se muestra en cada inciso a), b) o c) las diferentes posiciones en las que puede empezar el juego, siendo que estas no son las únicas posibles, puede haber más. De esta

forma el espacio de estado inicial para cada jugador es una posición cualquiera de las 9 que se muestran en el panel. Las rutas para alcanzar el objetivo o meta se van trazando conforme se van ocupando los espacios libres por cada jugador en su turno.

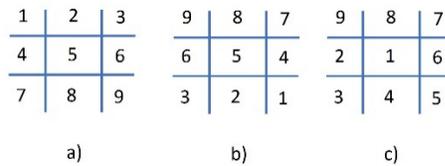


Figura 3.2.2.6. Ejemplo de un problema no determinista. Creación propia

En la figura 3.2.2.7, se presenta el espacio de estados de este juego en donde se indica que hay nueve posibles estados de inicio para el primer jugador. Una vez que el primer jugador en su primer turno ha colocado su marca, ahora el estado inicial del sistema para el segundo jugador consta de 8 posibles estados. De esta forma, podemos entender que este es un espacio de estados no determinista ya que se tienen varios posibles estados de inicio.

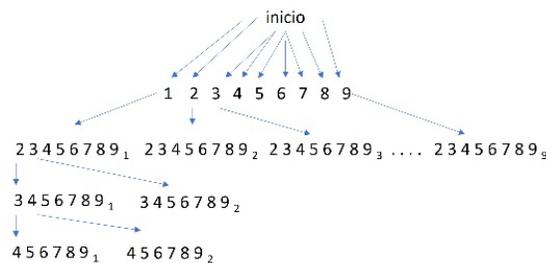


Figura 3.2.2.7. Espacio de estados no determinista. Creación propia.

3.2.3 Aprendizaje con base en problemas

A continuación, se presenta la plantilla guía del aprendizaje con base en problemas que le indica al alumno que deberá de resolver la representación del espacio de estados determinista del problema de los misioneros. Posteriormente, se presenta la guía del reporte final que deben entregar los alumnos con la solución del problema, y finalmente se muestra la rúbrica correspondiente del reporte.

3.2.3.1 Ejercicio del Espacios de estados Deterministas.

Plantilla para el diseño de un Aprendizaje con base en problemas, para un espacio de estados determinista caso: Misioneros.

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE UN PBL: Espacio de estados determinista, caso Misioneros		
<p>Objetivos:</p> <p>El alumno aprenderá a elaborar un espacio de estados determinista como parte inicial del problema del misionero junto con todos los elementos (estados, transiciones, etc) y mostrar la secuencia de la ruta de solución del problema.</p>	<p>Producto final</p> <p>El producto final es la representación gráfica del espacio de estados determinista junto con un ejemplo de solución o ruta del estado inicial al estado meta.</p>	<p>Recursos:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Trabajo en equipo - Investigación bibliográfica - Investigación videoteca
<p>Enunciado:</p> <p>Tres misioneros y tres canibales se encuentran en una orilla de un río. A todos ellos les gustaría pasar a la otra orilla. Los misioneros no se llan ce los canibales. Por eso, los misioneros han diseñado el viaje de forma que el número de misioneros en cada orilla del río nunca sea menor que el número de canibales en esa misma orilla. Sólo disponen de una balsa de dos plazas. ¿Cómo podrían atravesar el río sin que los misioneros corran peligro de ser devorados por los canibales?</p>	<p>Además, se deberá elaborar una presentación en clase de cómo se aplicó la metodología y el resultado final.</p> <p>Los alumnos deberán de entregar el producto final, tanto el documento como el power point y hacer la presentación correspondiente.</p>	<p>Herramientas TIC</p> <ul style="list-style-type: none"> - Internet - Word - Power point - Computadora
<p>Metodología</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Revisar bibliografía referente al problema 2.- Entender correctamente el problema y su posible solución. 3.- Iniciar la construcción del espacio de estados empezando con el estado inicial y las metas. 4.- Identificar todos los demás estados de transición (estados válidos) y las relaciones entre ellos. 5.- Identificar la ruta de la solución al problema 6.- Preparar la presentación en clase 7.- Hacer la presentación en clase 8.- Elaboración del documento con portada 9.- Contenido 10.- Bibliografía y videografía 	<p>Evaluación</p> <p>La evaluación será sumativa por cada uno de los puntos señalados en la metodología. El valor del trabajo será de 15 puntos totales aplicados con base en la rúbrica indicada.</p>	

El reporte del trabajo de investigación, con base en la plantilla descrita, deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha), contenido o índice.
- 2.- Describir correctamente el problema en forma escrita y su posible solución.
- 3.- Identificación de las partes que debe llevar el espacio de estados del planteamiento del problema (estados y transiciones).
- 4.- Identificar el estado de inicio y final (meta).
- 5.- Identificar los estados de transición (estados válidos) y las relaciones entre ellos.
- 6.- Construcción del grafo.
- 7.- Elaborar ejemplo de la ruta de solución (estado inicial al final).
- 8.- Elaborar comentarios sobre el trabajo de investigación.
- 9.- Describir las competencias alcanzadas.
- 10.-Bibliografía y videografía (en su caso)

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

CATEGORIA	Notable = 3	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7	Cumplió sólo con el punto 8	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	15	10	5	NA

3.2.3.2 Ejercicio de espacios de estados no determinista

Plantilla para el diseño de un Aprendizaje con base en problemas, para un espacio de estados no determinista caso: Tic-Tac-Toe.

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE UN PBL: Espacio de estados determinista, caso Tic-tac-toe

Objetivos: 

El alumno aprenderá a elaborar un espacio de estados no determinista como parte inicial del problema del juego tic-tac-toe junto con todos los elementos (estados, transiciones, etc) y mostrar la secuencia de la ruta de solución del problema.

Producto final 

El producto final es la representación gráfica del espacio de estados no determinista junto con un ejemplo de solución o ruta de un estado inicial al estado meta.

Además, se deberá elaborar una presentación en clase de cómo se aplicó la metodología y el resultado final.

Los alumnos deberán de entregar el producto final, tanto el documento como el power point y hacer la presentación correspondiente.

Recursos: 

- Trabajo en equipo
- Investigación bibliográfica
- Investigación videoteca

Enunciado: 

Se tiene el juego del Tic-Tac-Toe o gato que se requiere modelar sus posibles soluciones mediante un espacio de estados no determinista. Este problema fue presentado como ejemplo en el mismo tema. Se le pide al alumno hacer el modelado del espacio de estados de sólo los 3 primeros movimientos. Esto es, porque en el proyecto integrador se construirá el modelo completo.

Herramientas TIC 

- Internet
- Word
- Power point
- Computadora

Metodología 

- 1.- Revisar bibliografía referente al problema
- 2.- Entender correctamente el problema y su posible solución.
- 3.- Iniciar la construcción del espacio de estados no determinista empezando con los posibles estados de inicio y la o las metas.
- 4.- Identificar todos los demás estados de transición (estados válidos) y las relaciones entre ellos.
- 5.- Identificar la ruta de la solución al problema
- 6.- Preparar la presentación en clase
- 7.- Hacer la presentación en clase
- 8.- Elaboración del documento con portada
- 9.- Contenido
- 10.- Bibliografía y videografía

Evaluación 

La evaluación será sumativa por cada uno de los puntos señalados en la metodología. El valor del trabajo será de 15 puntos totales aplicados con base en la rúbrica indicada.

El reporte del trabajo de investigación, con base en la plantilla descrita deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha), contenido o índice.
- 2.- Describir correctamente el problema en forma escrita y su posible solución.
- 3.- Identificación de las partes que debe llevar el espacio de estados del planteamiento del problema (estados y transiciones).
- 4.- Identificar los estados de inicio y final (meta).
- 5.- Identificar los estados de transición (estados válidos) y las relaciones entre ellos.
- 6.- Construcción del grafo.
- 7.- Elaborar ejemplo de la ruta de solución (estado inicial al final).
- 8.- Elaborar comentarios sobre el trabajo de investigación.
- 9.- Describir las competencias alcanzadas.
- 10.-Bibliografía y videografía (en su caso)

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

CATEGORIA	Notable = 3	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía.	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1.	Cumplió sólo con el punto 2.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3.	Cumplió sólo con el punto 4.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5..	Cumplió sólo con el punto 6.	No cumplió con ningún punto..
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7.	Cumplió sólo con el punto 8.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9.	Cumplió sólo con el punto 10.	No cumplió con ningún punto.
Total:	15	10	5	NA

Puntaje total de los ejercicios:

Aprendizaje Basado en casos:	Puntos:
Determinista	15
No determinista	15
Total del subtema 3.2.	30

3.3 Búsqueda Sistemática

3.3.1 Herramientas didácticas utilizadas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Aprendizaje con base en retos.	-Presentación	-Word -Excel

3.3.2 Descripción del Subtema: Búsqueda sistemática.

Hasta ahora se ha presentado la necesidad del uso de técnicas de IA para la solución de problemas. Se describió la necesidad, primero que nada, de entender el problema que se presenta, descomponerlo en pequeñas partes y como estas se pueden modelar mediante el espacio de estados del sistema y recorrerlos hasta llegar a un estado meta u objetivo.

Ahora se requiere entender cómo se deben hacer los recorridos dentro del espacio de estados, de tal forma que se encuentren rutas bien definidas y puedan ser repetidas bajo condiciones similares. Esos recorridos, se llevan a cabo mediante la transición de un estado (nodo) a otro estado (otro nodo) por medio del cumplimiento de las relaciones o activación de reglas o toma de decisiones de las acciones a realizar (líneas que unen nodos).

En pocas palabras, lo que se trata de hacer es una búsqueda de esas rutas exitosas que lleven al objetivo deseado mediante el desarrollo e implementación de algoritmos computacionales. Es importante mencionar, que los algoritmos de búsqueda deben trabajar tanto en entornos deterministas, como no deterministas. A continuación, se presentan dos de los primeros algoritmos desarrollados sobre búsqueda sistemática denominados “Búsqueda de metas a profundidad” y “Búsqueda de metas en anchura”. El término búsqueda sistemática se refiere al hecho de que la estrategia de control tiene dos características: 1) Nunca deja un solo camino sin explorar (recorrido completo) y 2.- No explora un mismo camino más de una vez (eficiencia).

3.3.2.1 Búsqueda de metas a profundidad

Se muestra un ejemplo un diagrama de árbol binario indicado en la figura 3.3.2.1, que representa un espacio de estados de un problema determinado. Si tiene un nodo de inicio llamado nodo raíz que es el estado inicial del sistema y un conjunto de nodos jerárquicamente descendente por nivel. A partir del nodo raíz, se va recorriendo todo el árbol empezando por las ramas del lado izquierdo y luego se recorren los nodos del lado derecho. Cada nodo que tiene ramas se llama nodo padre y sus nodos en el siguiente subnivel se llaman hijos, ya sea hijo derecho o hijo izquierdo, dependiendo de la posición que ocupen en la gráfica.

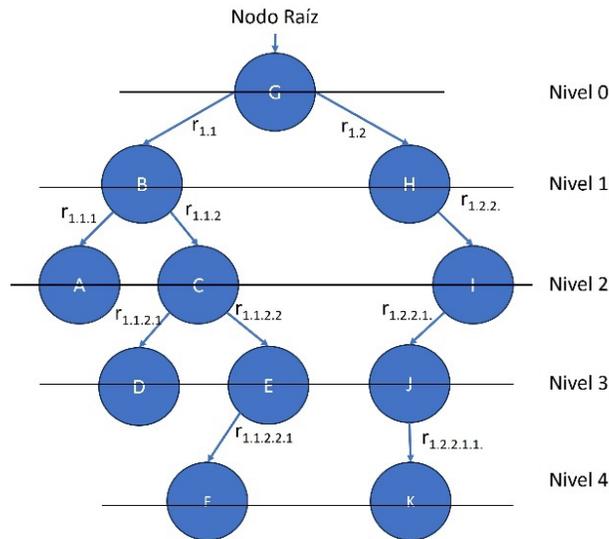


Figura 3.3.2.1. Ejemplo de representación de espacio de estados mediante un árbol binario. Creación Propia.

- Este algoritmo inicia en el nodo raíz, en este caso identificado como “G”.
- Luego se busca el siguiente nodo empezando por los hijos del lado izquierdo “B”.
- Como el nodo “B” es un nodo padre, entonces se recorre nuevamente sus ramas empezando con el lado izquierdo, nodo “A”.
- Ahora el nodo “A” no tiene hijos, por lo tanto, se regresa al nodo padre “B” y se recorre el lado derecho del padre, nodo “C”.
- El nodo “C” es nodo padre ya que tienes ramas hijas. Se recorre el lado izquierdo, nodo “D”.
- Como el nodo “D” no tiene hijos, se regresa al nodo padre “C” y se recorre el nodo hijo de la derecha “E”.
- El nodo “E” es nodo padre, se recorre su rama hija de la izquierda, y se llega al nodo “F”.
- Como “F” no tiene hijos, se regresa al nodo padre “E”. Como este nodo no tiene hijos rama del lado derecho entonces se regresa al nodo “C”. Pero como ya se recorrieron todos los hijos ramas de ese nodo, se regresa a “B”.
- Como ya se recorrieron todas las ramas del nodo “B”, entonces se regresa al nodo raíz.

- Ahora como ya se recorrió el lado izquierdo del nodo raíz “G” se hace el recorrido del lado derecho del nodo y se llega a “H”.
- El nodo “H” no tiene ramas hijos del lado izquierdo, así que se hace el recorrido del lado derecho llegando al nodo “I”.
- El nodo “I” tiene ramas hijos del lado izquierdo y se llega al nodo “J”.
- El nodo “J” tiene un único hijo del lado izquierdo y se recorre, llegando al nodo “K”.
- Como el nodo “K” no tiene hijos, se regresa a su nodo padre “J”.
- Como el nodo “J” no tiene hijos del lado derecho para recorrer, entonces se regresa a su nodo padre “I”.
- Como el nodo “I” no tiene hijos del lado derecho, se regresa a su nodo padre “H”.
- Como el nodo “H” ya terminó el recorrido de su rama hijo de la derecha, regresa a su nodo padre “G”.
- Como ya se recorrió el árbol en su totalidad, entonces el algoritmo termina.

Algunas de las características del algoritmo de búsqueda en profundidad:

- Se recorren todos los nodos y eso hace que su tiempo de computabilidad en la búsqueda sea muy grande. Sobre todo, si las metas se encuentran muy lejos del nodo raíz, es decir en la profundidad de las ramas hijos a su derecha.
- El tiempo de búsqueda crece exponencialmente.
- No se garantiza una solución óptima
- También se le llama búsqueda en primera profundidad, porque durante el recorrido en profundidad se busca el primer estado meta u objetivo que encuentre. Pueden existir más estados metas u objetivos, pero se detiene en el primero que encuentre.

3.3.2.2 Búsqueda de metas en anchura

Antes de revisar el algoritmo de búsqueda de meta en anchura, se va a utilizar el mismo árbol de espacio de estados indicado en la figura 3.3.3.1. Si tiene un nodo de inicio llamado nodo

raíz, que es el estado inicial del sistema y un conjunto de nodos jerárquicamente descendente por nivel. A partir del nodo raíz, se va recorriendo todo el árbol nodo por nodo por nivel empezando por el lado izquierdo del árbol. Cuando se terminen de recorrer todos los nodos de un nivel n , entonces se recorren todos los nodos del siguiente nivel, $n+1$, que deben de ser recorridos, aunque no se encuentren en la misma rama, pero si en el mismo nivel. Luego de ser recorridos todos los nodos del mismo nivel se continúa con los del siguiente nivel inferior, los cuales serían los nodos hijos de los nodos del nivel anterior.

- Este algoritmo inicia en el nodo raíz en este caso identificado como “G” en el nivel $N=0$. El nivel dónde se encuentra el nodo raíz en cualquier árbol, se enumera como 0 y se incrementa la numeración conforme existan niveles inferiores.
- Luego se pasa al siguiente nivel $N+1 = 1$, y se inicia la búsqueda del lado izquierdo empezando con el nodo “B”.
- Continúa el algoritmo con su recorrido en anchura pasando al nodo “H”, ya que este nodo es nodo hermano del “B” porque se encuentran en el mismo nivel y tienen el mismo padre.
- Como ya no hay más nodos que estén en el mismo nivel, entonces se pasa al siguiente nivel $N+2=2$. Se inicia el recorrido con el nodo más a la izquierda, en este caso el “A”.
- Luego se pasa al hermano del nodo “A” a su derecha, el nodo “C”.
- Luego se pasa al nodo “I” que se encuentra a la derecha del “C” y aunque no dependen del mismo nodo padre, si se recorre porque está en el mismo nivel. Con este nodo “I” se termina de recorrer el nivel.
- Luego se pasa al siguiente nivel $N+3=3$ empezando, como ya se sabe, por el nodo más a la izquierda del nivel. En este caso es el nodo “D”, luego se recorre el nodo hermano de éste el “E”. Posteriormente, se recorre el nodo “J”, y ya no hay más nodos en ese nivel.

- Se pasa el siguiente nivel $N+4=4$ empezando con el nodo más a la izquierda, en este caso el “F” y luego hacia la derecha el nodo “K”, el último nodo en ese nivel.
- Como ya no hay más niveles y se recorrió el árbol en su totalidad, entonces el algoritmo termina.
Algunas de las características de es algoritmo de búsqueda en anchura:
- Se recorren todos los nodos y eso hace que su tiempo de computabilidad en la búsqueda sea grande.
- Menor complejidad temporal y espacial con relación al de búsqueda en profundidad.
- La solución que se encuentre es óptima en el número de niveles desde la raíz.

También se le llama búsqueda en primera anchura, porque durante el recorrido se busca el primer estado meta u objetivo que encuentre. Pueden existir más estados metas u objetivos, pero se detiene en el primero que encuentre.

3.3.3 Aprendizaje basado en retos.

Con base en el ejercicio del aprendizaje con base en retos se presenta a continuación, consiste en que los alumnos deben determinar el o los algoritmos que utilizaran para resolver el problema presentado del proyecto integrador en la unidad temática 2.

IDEA GENERAL:		
Determinar el o los algoritmos que aplicaran en la solución del ejercicio presentado en el proyecto integrador de la unidad temática 2.		
PREGUNTA ESENCIAL:		
¿Es posible identificar el o los algoritmos que serán utilizados en la solución del problema presentado en el proyecto integrador de la unidad temática 2?		
RETO:		
Determinar los algoritmos de búsqueda en profundidad o anchura que pueden ser utilizados en el espacio de estados encontrados en el proyecto integrador de la unidad temática 2.		
PREGUNTAS GUIA:	ACTIVIDADES GUIA	RECURSOS GUIA

<ul style="list-style-type: none"> ¿Se tiene el conocimiento sobre qué es una búsqueda? ¿Se han realizados revisiones bibliográficas sobre el tema de búsqueda? ¿Se ha delimitado en forma correcta el problema en la unidad anterior, requiere revisar? ¿Ya se conocen todas las características, estados y relaciones? ¿Se tiene identificado los estados de inicio y meta, así como las transiciones? ¿Se han validado las acciones que deben considerar para lograr las transiciones entre estados? ¿Se han identificado los niveles y ramas del grafo? 	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión bibliográfica. - Se revisa el modelo del espacio de estados creado en la unidad anterior, específicamente en el proyecto integrador. - Se identifican los estados o nodos iniciales, finales y las transiciones. - Se revisan todos los estados de transición. - Se conocen las ramas y niveles del grafo. - Elaboración de un reporte del algoritmo elegido. - Pruebas del algoritmo y su registro. - Preparar una presentación del o los algoritmos elegidos. 	<p>Videos</p> <ul style="list-style-type: none"> - https://www.youtube.com/watch?v=UAIDAxof3kA - https://www.youtube.com/watch?v=gsXXfWotFY -
SOLUCION-IMPLEMENTACION		
<p>Identifica y prueba el algoritmo de búsqueda en primera profundidad o primera en anchura. Se debe entregar una presentación en digital del cómo se eligió el algoritmo o algoritmos. Se deberá de exponer en clase la presentación final.</p>		
EVALUACION		
El modelo vale = 10 puntos. La presentación del modelo = 10 puntos para un total de = 20 puntos.		
PUBLICACION: IMPLEMENTACION DE LOS ESTUDIANTES	PUBLICACION: DOCUMENTACION/ REFLEXIÓN DE LOS ESTUDIANTES	
<ul style="list-style-type: none"> - Se formarán equipos entre 3 y 5 integrantes dependiendo del tamaño del grupo. - Describir las actividades realizadas por los estudiantes en un reporte. - En su caso, mencionar los roles de cada integrante del equipo. - Experiencia adquirida. - Bibliografía utilizada. - Elaborará un documento reporte como se indica en la sección solución- implementación. - Se realizará una presentación por equipo en el aula . 	<ul style="list-style-type: none"> - Se realiza una evaluación del grupo a cada equipo que participe. - Se deberá de exponer las competencias adquiridas en el reto. 	

Esta es apenas una introducción a los algoritmos de búsqueda de soluciones en un espacio de estados, hay que recordar que no se trataron en esta unidad temática (no se considera en el temario) el uso de algoritmos aplicados en espacios de estados no deterministas, espacios de estados con incertidumbre. Existe un gran número de algoritmos que se han desarrollado para diversas soluciones, incluso algunos utilizan heurísticas para reducir su complejidad computacional o mejorar sus tiempos de aplicación, pasando de tiempos que crecen exponencialmente a logarítmicamente. Algoritmos, que aprenden o que recuerdan, algoritmos supervisados o no supervisados, entre otros.

3.3.4 Proyecto integrador del tema 3 Reglas y Búsqueda

Trabajo de la Unidad 3. Reglas y Búsqueda

Objetivo del ejercicio:

Describir la utilización de un algoritmo de búsqueda ya sea en profundidad o anchura sobre el espacio de estados posibles (estados y transiciones) del problema denominado "juego del Tik Tac Toe", para un Robot que pueda jugar como una persona. Se debe considerar las capacidades de movimientos del Agente Inteligente y la toma de decisiones básicas.

El proyecto integrador en general abarca las unidades 2, 3 y 4 en las fases de representación del conocimiento, reglas y búsqueda; y finalmente la aplicación con técnicas de IA respectivamente. Esta rúbrica se enfoca exclusivamente en la Unidad 3 Reglas y Búsqueda.

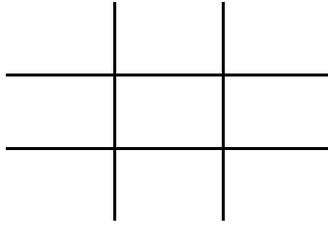
Competencia específica de la rúbrica: El alumno conoce como definir las reglas aplicables a un sistema que represente el conocimiento y razonamiento del sistema del juego mencionado, así como la aplicación de algoritmos de búsqueda básicos como el de primero en profundidad y primero en anchura.

1. El trabajo deberá de contener lo siguiente:

- Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)
- Contenido o índice
- Introducción
- Bibliografía
- Retomar el espacio de estados del tema 2.
- Revisión bibliográfica de simuladores del juego

2. Continuación de la definición del Problema

- i. Número de posiciones que puede ocupar el agente durante el juego.



- ii. Número de movimientos que se consideran para ganar
- iii. Número de movimientos que se consideran al perder
- iv. Describir cuando se considera un empate

3. Presenta el conjunto de acciones que permitirán las transiciones entre estados que puede tomar el sistema.

4. Describir el conjunto de reglas válidas aplicables al juego con base en las siguientes condiciones.

- b. Si gana
- c. Si pierde
- d. Si empata
- e. Las mismas condiciones si inicia
- f. Las mismas condiciones si es segundo

5. Aplicación del algoritmo seleccionado (anchura o profundidad) con ejemplos de prueba y sus resultados, usando las reglas definidas.

Nota:

- El trabajo puede ser realizado entre los equipos que decidan los estudiantes
- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Excelente = 2	Notable = 1.5	Bueno = 1	Insuficiente = 0
1. Punto 1.	Presenta los 6 puntos definidos.	Presenta 3 puntos definidos.	Contiene 1 punto de los definidos.	La portada no contiene los todos los elementos indicados.
2. Punto 2.	Cumplió con los 4 subpuntos.	Cumplió con los 3 subpuntos.	Cumplió con 2 subpuntos.	No tiene ningún elemento indicado.
3. Punto 3.	Definió al menos 4 acciones.	Definió al menos 3 acciones.	Definió al menos 2 acciones.	No definió ninguna acción.
4. Punto 4.	Definió los 5 puntos.	Definió los 4 puntos.	Definió los 3 puntos.	No tiene ningún elemento indicado.
5. Punto 5	Aplicó un algoritmo y presento resultados de la prueba.	Aplicó un algoritmo y presento sólo una prueba.	Aplicó el algoritmo sin presentar la prueba.	No presentó nada.
Total:	10	7.5	5	NA

3.3.5 Resumen final del puntaje del subtema 3.3. Búsqueda sistemática

Subtema	Descripción	Puntaje
3.1. Reglas y Búsqueda.		
3.10.9. Estudio de casos	Reporte	40
3.2. Espacio de estados deterministas y no deterministas		
3.2.4.1. Espacios deterministas	PBL (aprendizaje basado en problemas)	15
3.2.4.2. Espacios no deterministas	PBL (aprendizaje basado en problemas)	15
3.3. Búsqueda sistemática		
3.3.4.	PBR (aprendizaje basado en Retos)	20
Proyecto integrador		10
Puntaje Total	Toda la unidad	100

4 APLICACIONES CON TÉCNICAS DE IA

En este último tema se va a hacer una revisión de algunas técnicas de Inteligencia Artificial que más auge han tenido históricamente, sus principios, clasificaciones y aplicaciones actuales que se implementan en la vida cotidiana. Esta revisión no es exhaustiva en cada tema, sin embargo, lo que se busca es incentivar al alumno para que realice investigaciones un poco más profundas de cada uno y tener un mejor conocimiento sobre la posibilidad de implementar algunas de ellas a futuro.

Competencias para desarrollar:

- **Específicas:** Conocer las áreas de la IA y sus aplicaciones actuales, identificando oportunidades de desarrollo de soluciones en su entorno
- **Genéricas:**
 - Capacidad de análisis y síntesis.
 - Capacidad de organizar y planificar.
 - Habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas.
 - Solución de problemas.
 - Toma de decisiones.
 - Trabajo en equipo.
 - Capacidad de aplicar los conocimientos.
 - Habilidades de investigación.
 - Capacidad de generar nuevas ideas.
 - Liderazgo.
 - Habilidad para trabajar en forma Autónoma.
 - Búsqueda del logro.

4.1 Robótica

4.1.1 Herramientas didácticas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Infografías -Estudios de casos	- Bibliografía	-Word -Excel

4.1.2 Descripción del subtema: Robótica

En este subtema se va a realizar una breve descripción de los conceptos de lo que es la Robótica, su evolución histórica, clasificación y los desarrollos actuales.

4.1.3 Conceptos básicos

En la actualidad la gran mayoría de las personas en el mundo han hecho uso de Robots o Software con Inteligencia Artificial en algún momento de su vida cotidiana. Un ejemplo sencillo de esto es el uso de la aplicación de posicionamiento geográfico denominado Google Maps en nuestro celular, el cual utiliza un Robot de Software para localizar una dirección, encontrar la ruta más óptima y guiarnos mediante un asistente virtual de voz hasta llegar a nuestro destino. En la actualidad se han incrementado el uso de los Robots en la vida cotidiana y en muchas ocasiones las personas no se enteran de que hacen uso de ellos. Tan simple como el uso de un buscador web, detrás de cualquier consulta existe uno o varios Robots que se requieren encontrar el resultado deseado. Sin embargo, hace muchos años era impensable que pudiéramos desarrollar Robots en casi todas las acciones de la vida cotidiana, convivir con ellos y depender en mucho de sus servicios. A continuación, vamos a hacer una breve revisión histórica de la evolución de los Robots y sus aplicaciones en la vida.

Iniciamos primero con la definición de la palabra misma según la RAE encontramos varias definiciones, pero la primera es la que más se acerca a lo que conocemos, “Máquina o ingenio electrónico programable que es capaz de manipular objetos y realizar diversas operaciones” (Real Academia Española, 2023a). Históricamente la palabra Robot viene del vocablo checo Robota, que significa literalmente “esclavo”, según el escritor checo Karel (1890-1938) de su novela R.U.R. (Robots Universales Rossum) de 1920, tomado de (CONCEPTO.de, 2020). Se pueden observar algunos ejemplos de Robots en la infografía de la imagen 4.1.3.1.



Figura 4.1.3.1. Ejemplos de tipos de robots. imágenes tomadas de (CONCEPTO.de, 2020)

Entre las décadas de 1950 y 1960 aparecieron los primeros Robots que realizaban labores industriales simples. Esos eran máquinas reactivas casi en su totalidad, mecánicas principalmente que no contaban con un software sofisticado ya que, en ese entonces, el costo del desarrollo de las partes mecánicas (hardware) era más económico y sencillo que el desarrollo del software. La integración de las partes de Hardware y Software aún no se había logrado en forma exitosa, el Software era más costoso que el Hardware, sobre todo en los aspectos de tiempo de procesamiento y almacenamiento computacional.

Después de las décadas de los años 60's y con la realidad de la guerra fría, los países que eran potencia le apostaron al desarrollo tecnológico como parte de la industria armamentista. A mediados de los años 70's surge el desarrollo de la carrera espacial con el lanzamiento de dos Robots de este tipo hacia Marte denominados Vikingo 1 y Vikingo 2 por parte de la ex Unión Soviética.

En los años 80's se continuo con el desarrollo de los Robots gracias al gran salto que se da en el desarrollo del software y el fortalecimiento de las bases de la representación del conocimiento y la eficiencia de algoritmos de búsqueda y heurística. El Software empieza a ser menos costoso que el Hardware y por lo tanto esto impulsa el desarrollo de nuevos tipos de Robots capaces de establecer una comunicación.

En la década de los 90 los robots empiezan a trabajar en comunidades denominadas sistemas multi-agentes que se requieren de mecanismos de coordinación entre ellos como la comunicación. DARPA en Estados Unidos concentra parte de sus investigaciones en lograr la construcción de un lenguaje de comunicación entre Agentes.

En la década de los años 2000 se crear la FIRA (Federación Internacional de Robots Asociación) en el país de Korea del Sur como un organismo que se encargaba de realizar campeonatos mundiales de fútbol de Robots casi en forma simultánea a los campeonatos de mundiales de fútbol de los humanos. Estos torneos se realizaban en dos modalidades los Robots físicos y los simulados por Software, logrando impulsar el desarrollo de estos tipos de sistemas con características de estar inmersos en entornos colaborativos y antagónicos. De forma similar en Japón surge la Robo-Cup que impulsa también el juego de fútbol. Continua el desarrollo de los Robots industriales más eficientes y con capacidad de comunicación. El desarrollo armamentista de Robots continua y empiezan a desarrollarse los primeros Drones, Automóviles autónomos, Bipedos entre otros.

En el 2010 surge el auge del desarrollo de los Robots denominados asistentes personales o Chat-Bots, o simplemente Bots completamente de Software que tratan de simular ser asistentes o ayudantes a las personas que requerían buscar información en la Red o en páginas específicas.

Los robos en su gran mayoría están formados por varios elementos como se muestra en la figura 4.1.3.2.

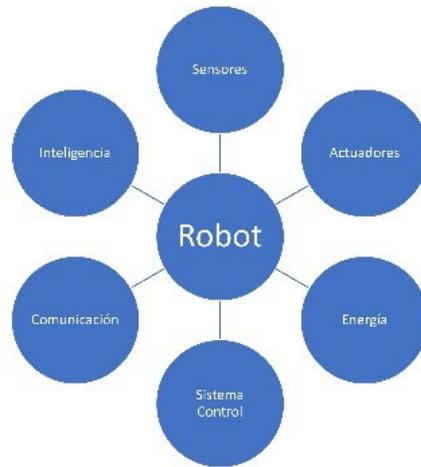


Figura 4.1.3.2. Elemento que forma parte de un Robot. Creación propia.

- **Sensores.** - Dispositivos electrónicos que perciben en medio ambiente en el que actúa el robot y lo hace por diversos medios, desde una base de datos a la que accede pasando por sensores de movimientos, distancias, cámaras con Software de reconocimiento facial o de objetos, termómetros, barómetros, láseres, antenas inalámbricas entre otros.
- **Actuadores.** – Dispositivos electrónicos que responden a las acciones seleccionadas por el Robot y que se llevan a cabo sobre el medio en el que se está interactuando. Puede ser el movimiento de las ruedas del Robot, movimiento de una cámara, activar una bomba de agua, abrir o cerrar una válvula, girar por sí mismo, etc.
- **Energía.** - Todo Robot necesita de una fuente de potencia o energía (pila o batería) para poder mover sus actuadores, sensores, algoritmos entre otros.
- **Sistema de Control.** - Es necesario que se cuente con un sistema de control que se encargue de llevar el registro de los movimientos del Robot, de las rutas que se deben seguir según un plan establecido, controlar los movimientos, etc.
- **Comunicación.** – Los Robots actuales en su mayoría requieren de un mecanismo de comunicación para poder entenderse con otros Robots para acordar con ellos movimientos que eviten colisiones, hacer más eficiente su trabajo al ahorrar costos o gastos. La comunicación puede ser de varias formas ya sea utilizando el lenguaje

denominado KQML desarrollado por DARPA del departamento de defensa de Estados Unidos, o un lenguaje básico desarrollado por los mismos programadores del robot, etc. Lo importante es que el emisor y receptor estén de acuerdo en el intercambio de mensajes durante la comunicación.

- **Inteligencia.** - Robots tipo Software o Hardware/Software están diseñados para tomar decisiones y realizar comportamientos inteligentes. Cuentan con algoritmos capaces de tomar las mejores acciones que se requieran, capacidad del manejo de heurísticas, memorias de decisiones pasadas, capacidad de aprendizaje y recordar la toma de decisiones en situaciones similares.

4.1.4 Clasificación

En la bibliografía se encuentran diversas formas de clasificar los Robots, siendo los más comunes son por las llamadas generaciones, sin embargo también por los tipos de Robots y el tipo de aplicaciones en las que se utilizan. Primero presentamos una clasificación personal de los Robots que considero es más fácil y rápido de interpretar y la he denominado:

Tres tipos. - Se clasifican en la forma en que se encuentra asociado el Hardware y el Software como se muestra en la infografía de la figura 4.1.4.1.

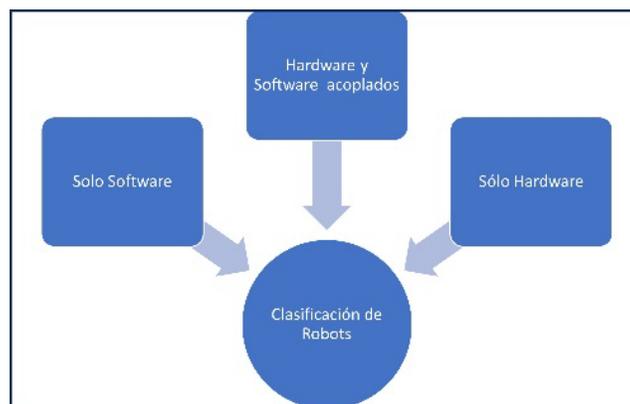


Figura 4.1.4.1, Clasificación de Robots. Tipo de hardware y software. Creación propia.

- **Solo Software.** - Robots que sólo contiene software inmersos en sistemas de cómputo en los que su interacción en su entorno se realiza por medio del intercambio de información. A qui encontramos los Chatbots, asistentes virtuales, buscadores de información, aplicados a ciencia de datos.
- **Sólo Hardware.** - Robots que actúan de forma reactiva en su entorno, tienen un mínimo de software incorporado sólo como mecanismo de control de sus sensores y actuadores. Normalmente existen en la industria como grúas, elevadores, montacargas, armadoras de autos. En el hogar tenemos entre otros los limpiadores de pisos autónomos, podadoras, lámparas inteligentes, etc.
- **Hardware y Software acoplados.** - Robots que tienen hardware fuertemente acoplado con el software el cual contiene algoritmos inteligentes, sensores y actuadores más sofisticados, decisiones sobre acciones más optimas, planeación de rutas, etc. Entre algunos ejemplos tenemos simuladores de vuelo, sistemas de navegadores geográficos autónomos (coches), asistentes como Alexa capaces de encender y apagar dispositivos, visión por computadora.

Clasificación con base en cronología.

- **Primera generación:** Robots manipuladores. Pueden tomar objetos, moverlos y sus movimientos son muy limitados
- **Segunda generación:** Robots en aprendizaje. Toman información del entorno para poder hacer movimientos más complejos.
- **Tercera generación:** Robots reprogramables. Tienen sensores y utilizan programación para varias sus decisiones con base en las necesidades del momento.
- **Cuarta Generación:** Robots Móviles. Primeros robots inteligentes capaces de interpretar su entorno en tiempo real.
- **Quintan Generación:** Robots con IA. Robots actuales.

Otra clasificación de los Robots es por su uso:

- **Robots Industriales.** – Aquellos incorporados en las cadenas de producción o ensamblaje de las fábricas como los usados en automóviles, realizan acciones repetitivas casi siempre son reactivos.
- **Robots Domésticos.** – Realizan tareas de limpieza o vigilancia en el hogar. Aspiradoras automáticas, control de aparatos domésticos (encendido de luz, de TV, etc)
- **Robots Educativos.** – Robots Lego para apoyar a los niños en su desarrollo cognitivo, o estudiantes de ingeniería que usan estos como principio de programación de computadoras, asistentes virtuales educativos, correctores de redacción, dictado, etc.
- **Robots Médicos.** – Apoyo a pacientes que no tengan mucha movilidad, en quirófanos, interpretación de imágenes de tomografías, diagnósticos, etc.
- **Robots de uso militar.** – Apoyo a la tropa cargando maletas o mochilas, drones de vigilancia o con capacidad de disparar hacia objetivos.
- **Robots Comerciales.** - ChatBots que sirven de asistente en las páginas web de empresas, ayuda en asuntos de servicios, atención a clientes. Búsqueda geográfica en la web, etc
- **Robots para juegos y simulaciones.** - Simuladores de vuelo, juegos de casino en línea, Ajedrez, etc.

4.1.4.1 Desarrollos actuales y aplicaciones

En la infografía presentada en la imagen 4.1.4.2, se muestran algunas aplicaciones de la robótica en el campo profesional.

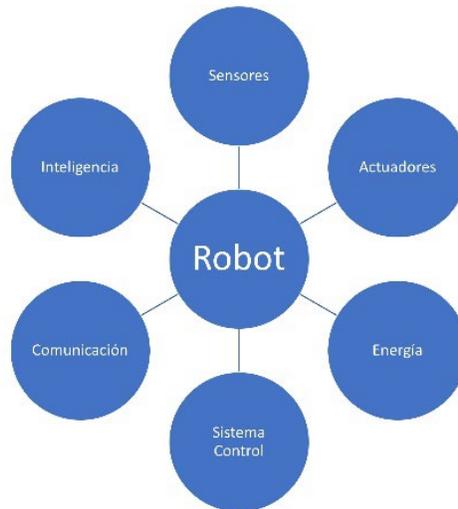


Figura 4.1.4.2. Aplicaciones de la Robótica. Creación Propia.

En la infografía presentada en la figura 4.1.4.3, se muestra otras aplicaciones de la Robótica muy similar a la anterior.

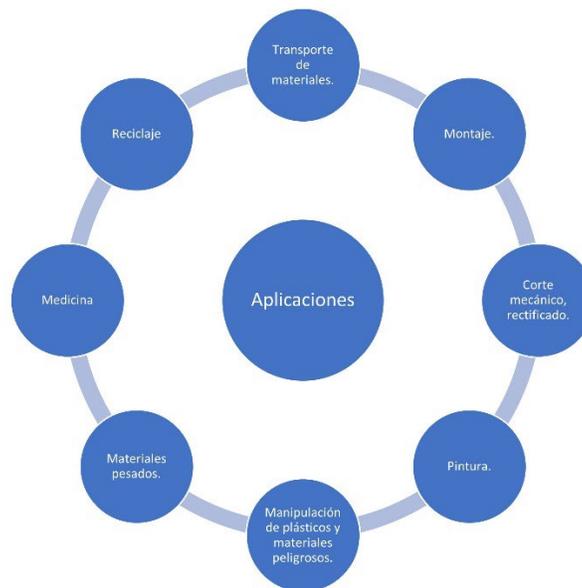


Figura 4.1.4.3. Otro ejemplo de aplicaciones de la Robótica. Creación propia

Finalmente, se presentan en la infografía de la figura 4.1.4.4 algunos de los desarrollos actuales de los Robots.



Figura 4.1.4.4. Algunos desarrollos actuales de la Robótica. Creación Propia.

- **Visión por computadora.** - Desarrollo de software autónomo capaz de identificar elementos en imágenes que el ojo humano no es capaz de reconocer en primera instancia. Aplicación de algoritmos para reconocimiento de rostros, objetos, animales ya sea en forma estática o en movimiento.
- **Asistentes Virtuales.** – Software inteligente que es capaz de asistir a las personas para ayudarles a encontrar información en la red. También, se han puesto de moda los Robots de Software inteligente como el ChatGPT que ayuda en la construcción de reportes a los estudiantes o personas. Robots capaces de encontrar patrones de comportamiento para apoyo en el comercio.
- **Militares.** - Desarrollo de sistemas autónomos de apoyo al ejército como el uso de Drones inteligentes capaces de transportar armas de fuego. Sistemas autónomos masivo en forma de sistemas multiagentes capaces de sugerir tomas de decisiones en campos de batalla. Robots con capacidad de transportar material o soldados heridos.

- **Navegación autónoma.** - Desarrollo de robots de software con capacidad de movilidad en forma autónoma. Ejemplo de esto, son vehículos autónomos creados por la empresa Tesla que le dan capacidad de movilidad sin intervención humana.
- **Drones.** - Uso de drones inteligentes capaces de volar en rutas establecidas y con capacidad de regresar a su punto de partida, toma de decisión como regresar a su origen si la carga de la batería llega a cierto nivel. Drones que forman enjambres de 100 o más de ellos coordinándose para formar figuras. También, con capacidad rastrear superficies con cámaras infrarrojas, con capacidad de firmas de calor.
- **Maestros virtuales.** - Robots con capacidad de asesorar a alumnos en asignaturas, ordenar su material, preparar sus presentaciones entre otros.
- **Juegos y Simuladores.** - Robots de software con desarrollo de mejores simuladores de vuelo, de manejo de coches, de sistemas de energías. Juegos con Robots capaces de participar en videojuegos y competir por sí mismos contra los usuarios humanos.
- **Otros.** - Son muchos los casos del desarrollo de nuevos robots como los llamados Rovers que se encuentran en la superficie del planeta Marte o en la luna. Robots humanoides que cada vez se parecen más a los seres humanos.

4.1.5 Estudio de casos. Tema: Robótica.

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 4.1. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y es transformada a un formato guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

Plantilla de estudio de caso.

Estudio de caso: Robótica.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Dar dos ejemplos del uso de robots en la vida cotidiana del alumno. Un ejemplo es de Robots sólo de software y el otro Robots con software y hardware.
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Revisar bibliografía sobre los tipos de robots. - Elaborar un pequeño marco teórico sobre robots más comúnmente usados en la vida cotidiana.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir correctamente los ejemplos a seleccionar. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc). -Recopilar toda la información necesaria para definir los ejemplos.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos construidos.	- Explicar el ejemplo del uso de robots sólo de software (Chatbots, búsqueda de información, asistente virtual, video juego). -Definir el uso de Robots con software y hardware (Lego, limpiador de casa, Alexa, etc). -Para ambos casos también definir sus beneficios, -Problemas que pueden acarrear. - Explicación sencilla de cómo trabajan.
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados. -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	-Analizar la información. -Evaluar se alcanzó el objetivo.
6. Aspectos complementarios.	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones. -Discusión de competencias alcanzadas.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)
2. Contenido o índice
- 3.- Diseño del estudio del caso (describir los ejemplos)
- 4.- Marco teórico referencial
- 5.- Estudio del caso y recopilación de la información
- 6.- Análisis de la información
- 7.- Resultado y aportaciones
- 8.- Aspectos complementarios
- 9.-Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).
- 10.- Entregó el archivo a tiempo

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 2	Bueno =1	Suficiente = .5	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7	Cumplió sólo con el punto 8	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	10	5	2.5	NA

4.2 Redes Neuronales

4.2.1 Herramientas didácticas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Infografías -Estudios de casos	- Bibliografía	-Word -Excel

4.2.2 Descripción del subtema: Redes Neuronales

Las redes neuronales son algoritmos del tipo de clasificación con aprendizaje supervisado que tratan de representar el funcionamiento del razonamiento humano como lo hacen las neuronas del cerebro. Estos algoritmos toman un conjunto de datos de entrada para procesarlos en un entrenamiento, aprenden a clasificarlos mediante una función de activación que determina si la salida pertenece a una clase u otra.

4.2.3 Conceptos básicos de las Redes Neuronales

A continuación, se va a dar una breve explicación sobre lo que son los algoritmos llamados Redes Neuronales y su modelado con base en la idea principal de representar el funcionamiento de las neuronas del cerebro. En (Russell et al., 2004), se presenta lo que se considera una neurona del cerebro.

Una neurona es una célula del cerebro cuya función principal es la de recoger, procesar y emitir de señales eléctricas entre células. Las neuronas se pueden unir formando redes para realizar razonamientos en el cerebro, siendo este el motivo para tratar de imitar mediante algoritmos esta funcionalidad propia de las neuronas. Todo inicia con la imitación de una neurona en términos de su modelado mediante técnicas matemáticas, se denomina perceptrón (neurona

artificial) tal y como se muestra en la infografía de la figura 4.2.3.2. Podemos identificar 3 partes del perceptrón, las entradas identificadas como x_i , que son valores que se recogen del exterior, los pesos w_i , y una función de activación $f(y)$ como valores de salida para y que puede ser 0 o 1 .

A continuación, describimos el perceptrón.

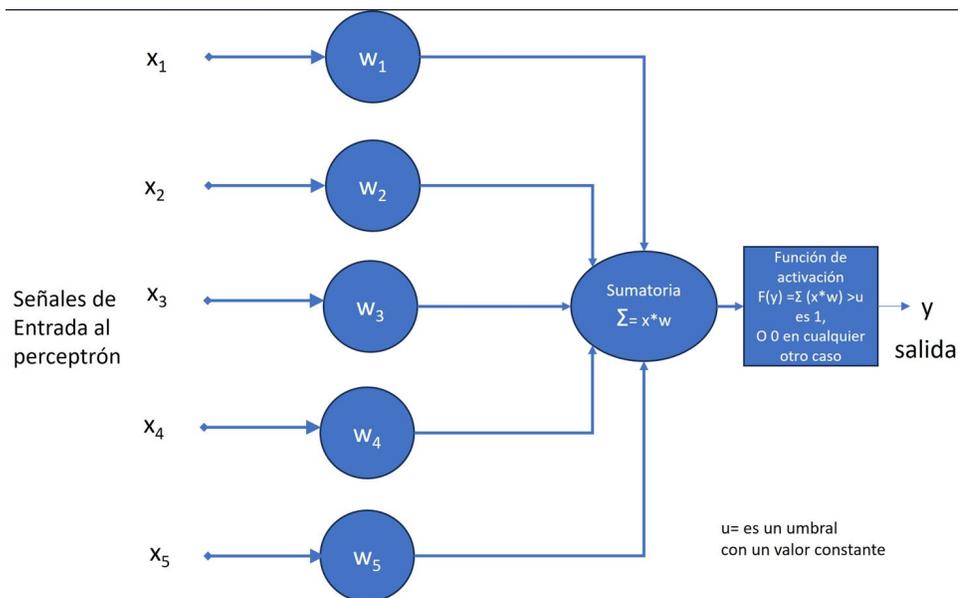


Figura 4.2.3.1. perceptrón. Creación Propia

- **Señales de entradas.** - Son valores conocidos que se le proporcionan de entrada al perceptrón y pueden ser datos de entrenamiento. También, es posible obtenerlos de forma externa al entorno o de otros perceptrones.
- **Pesos.** - Es un valor constante para todas las entradas en una primera instancia, sin embargo, pueden ir cambiando su valor y ajustándose durante un proceso iterativo de las redes. En el perceptrón, el valor del peso es el mismo para todos los nodos, para todas las entradas. Sin embargo, las salidas del sistema pueden ser entradas a los pesos de otros perceptrones.
- **Función de activación.** - Se forma de varias acciones que se deben realizar y consiste en determinar si el conjunto de datos de entrada pertenece a una clase u otra. En el caso

del perceptrón, la red neuronal sirve para determinar si la salida es 1 o 0, clasificando los datos en uno de esos dos tipos. Sin embargo, el perceptrón es la red neuronal más sencilla que existe, pero al convertirse en redes neuronales interconectadas, la clasificación puede ser de más de 2 tipos. Para eso, la función de activación requiere de:

- **Sumatoria** de los productos de los valores de entrada con los pesos. Se realiza la multiplicación del valor de cada entrada con la de cada peso y se van acumulando los resultados.
- **Comparación** con un umbral para determinar si el resultado de la multiplicación pertenece a una clase u otra.
- **Después** de que se determinó a que clase pertenecen las entradas a la red, se le asigna un valor. En el caso del perceptrón puede ser 1 o 0, considerando que para otro tipo de redes puede haber más tipos de clasificaciones (1,2, 3,...n).
- **Función de salida** es el resultado final de las acciones realizadas por las redes neuronales que, para el caso del perceptrón la salida es 1 o 0. Esta salida puede ser definitiva o puede servir como pesos de entrada a los nodos de otra red.

Cuando se tienen más de una capa formando redes neuronales, se dice que se tiene una capa de entrada, capas ocultas y una función de salida. En (Russell et al., 2004), se muestra una red neuronal de varias capas y la forma en que estas se encuentran conectadas entre sí.

En la figura 4.2.3.2, podemos observar una infografía sobre la historia de la evolución de las redes neuronales con base en una revisión bibliográfica.

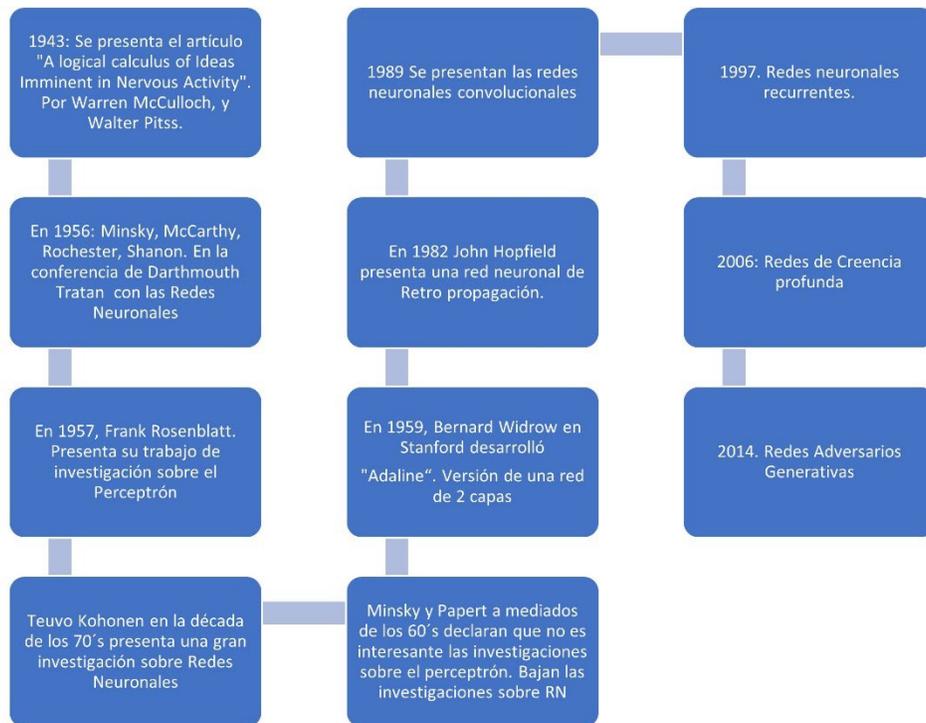


Figura 4.2.3.2. Infografía de la Historia de las Redes Neuronales. Creación Propia.

Otra breve revisión histórica sobre las redes neuronales se encuentra en (Na8, 2018) , y se muestra a continuación:

- 1958 – perceptrón
- 1965 – Multilayer Perceptron
- 1980's
 - Neuronas Sigmoidales
 - Redes Feedforward
 - Backpropagation
- 1989 – Convolutional neural networks (CNN) / Recurrent neural networks (RNN)
- 1997 – Long short term memory (LSTM)
- 2006 – Deep Belief Networks (DBN): Nace deep learning
 - Restricted Boltzmann Machine
 - Encoder / Decoder = Auto-encoder

- 2014 – Generative Adversarial Networks (GAN)

4.2.4 Clasificación de las Redes Neuronales

En la bibliografía correspondiente nos encontramos con varias formas de clasificar a las redes neuronales. A continuación, presentaremos en infografías algunas de estas clasificaciones.

Por ejemplo, en la infografía de la imagen 4.2.4.1 podemos encontrar una clasificación por los tipos de redes, y creada a partir de la información tomada de la página de IBM en (IBM, 2020).

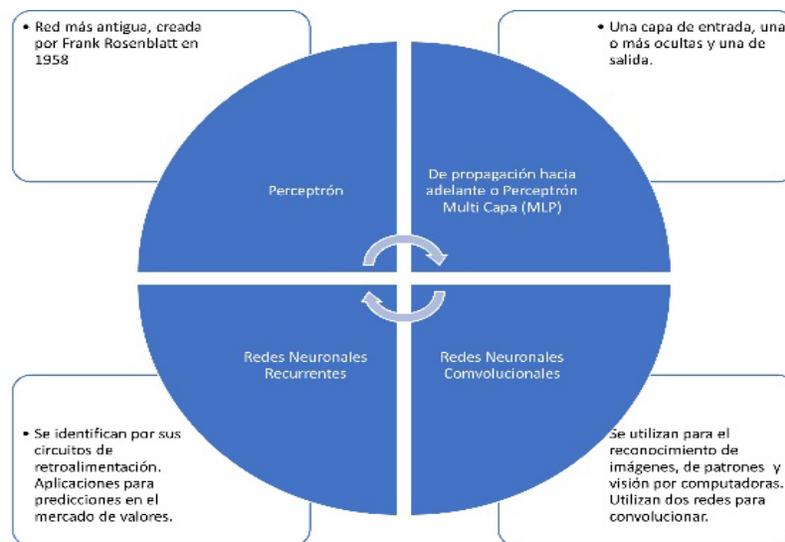


Figura 4.2.4.1. Clasificación por tipos de Redes Neuronales. Creación Propia. Información tomada de (IBM, 2020).

Por el tipo de aprendizaje de la red se puede clasificar como se muestra en la infografía de la imagen 4.2.4.2, información tomada de (UNIR la Universidad en Internet, 2023).

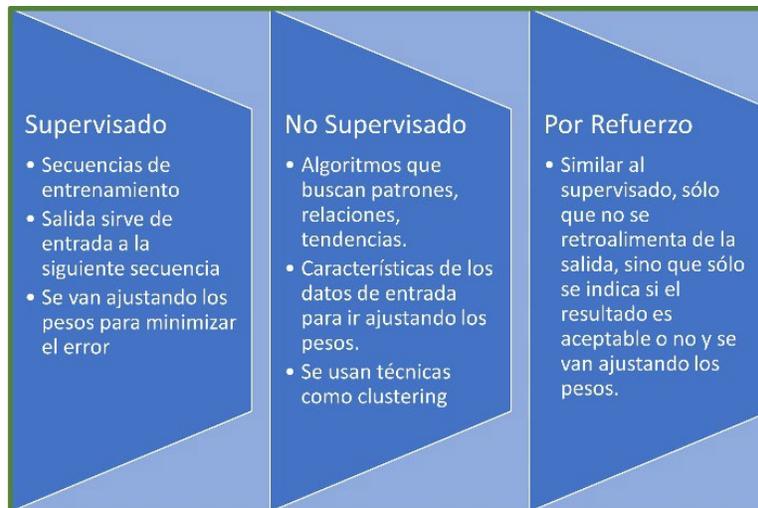


Figura 4.2.4.2. Clasificación de Redes Neuronales por el tipo de Aprendizaje. Creación propia.

4.2.5 Desarrollos actuales y aplicaciones

A continuación, se mencionan algunos desarrollos actuales de las Redes Neuronales y sus aplicaciones:

- **Sistemas de reconocimiento de voz.** Buscadores en internet de Google, dispositivos como Alexa, el mismo control remoto de las cajas de empresas de cable que con decirle a que canal quieres ir, obedecen. Accesos restringidos por medio del reconocimiento de voz.
- **Vehículos de conducción autónoma.** Entre estas aplicaciones tenemos a los vehículos de la empresa Tesla o Uber, que tienen mucha autonomía de conducción obviamente sin el control de las personas.
- **ChatBots.** Sistemas de software que asisten a las personas como el caso del ChatBot GPT, Siri o Cortana.
- **Sistemas de seguridad.** Como ejemplo de estas aplicaciones tenemos los de reconocimiento de Rostros, objetos o movimientos.
- **Procesamiento del Lenguaje Natural.** Aplicaciones que reconocen el uso del lenguaje tanto para comunicación escrita como oral. En ambos casos se busca que los usuarios

no tengan que estar dando instrucciones a los sistemas en forma manual, sino por medio de la voz.

- **Predicción.** Sistemas de predicción del clima como movimiento de huracanes, comportamiento de la bolsa de valores, del mercado de ventas.
- **Simuladores.** Se utilizan para simulares de vuelo, videojuegos entre otros.
- **Visión por computadoras.** Desarrollo de algoritmos capaces de reconocer e interpretar imágenes para diagnóstico de enfermedades.

4.2.6 Estudio de casos. Tema: Redes Neuronales.

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 4.2. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y es transformada a un formato guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

Platilla del estudio de caso.

Estudio de caso: Redes Neuronales.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Dar dos ejemplos del uso de Redes Neuronales en la vida cotidiana reciente (no más de 10 años atrás). Un ejemplo de Red de Retro propagación y el otro usando cualquier arquitectura de Red.
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Revisar bibliografía correspondiente - Elaborar un pequeño marco teórico.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir correctamente los ejemplos a seleccionar. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc) -Recopilar toda la información necesaria para definir los ejemplos.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos construidos.	- Explicar la arquitectura de red usada. -Definir el uso o sea la aplicación donde se implementa. -Para ambos casos también definir sus beneficios, -Problemas que pueden acarrear. - Explicación sencilla de cómo trabajan.
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados. -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	-Analizar la información -Evaluar se alcanzó el objetivo
6. Aspectos complementarios.	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones -Discusión de competencias alcanzadas

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
2. Contenido o índice.
- 3.- Diseño del estudio del caso (describir los ejemplos).
- 4.- Marco teórico referencial.
- 5.- Estudio del caso y recopilación de la información.
- 6.- Análisis de la información.
- 7.- Resultado y aportaciones.
- 8.- Aspectos complementarios.
- 9.-Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).

10.- Entregó el archivo a tiempo.**Nota:**

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 2	Bueno =1	Suficiente = .5	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7	Cumplió sólo con el punto 8	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	10	5	2.5	NA

4.3 Visión Artificial

4.3.1 Herramientas didácticas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Infografías -Estudios de casos	- Bibliografía	-Word -Excel

4.3.2 Competencias

- Genéricas. – Conoce y describe los conceptos básicos sobre las Visión Artificial y algunas de sus aplicaciones en la vida real y desarrollos actuales.
- Específicas. – Conoce y describe ejemplos de las aplicaciones más recientes de Visión Computacional.

4.3.3 Descripción del subtema: Visión Artificial

En la actualidad, se pueden encontrar varias definiciones sobre lo que es Visión Artificial o Visión Computacional. Sin embargo, podemos resumirlo en “dotar a entidades de software y hardware con la capacidad de obtener imágenes por medio de cualquier dispositivo de visión, procesar esas imágenes, interpretarlas mediante algoritmos de razonamiento, obtener información de ese procesamiento y generar una salida ya sea de la misma imagen procesada o de datos obtenidos”.

Con base en la definición, entendemos que la visión Artificial es una combinación de elementos de hardware y algoritmos de software, que buscan interpretar imágenes en forma lógica sin las limitaciones de nuestra propia visión humana.

4.3.4 Conceptos básicos

La visión Artificial es un conjunto de acciones que se deben de realizar coordinadamente desde la obtención de la imagen por medio de un equipo de visión, hasta su interpretación y salida por medio de otro equipo de visión, o software. En la infografía que se presenta en la imagen 4.3.4.1, podemos ver las etapas de un proceso de visión. Sin embargo, otra forma ligeramente diferente de definir las etapas del proceso de visión por computadora lo encontramos en la figura 1.3. del documento de (González et al., 2006) .

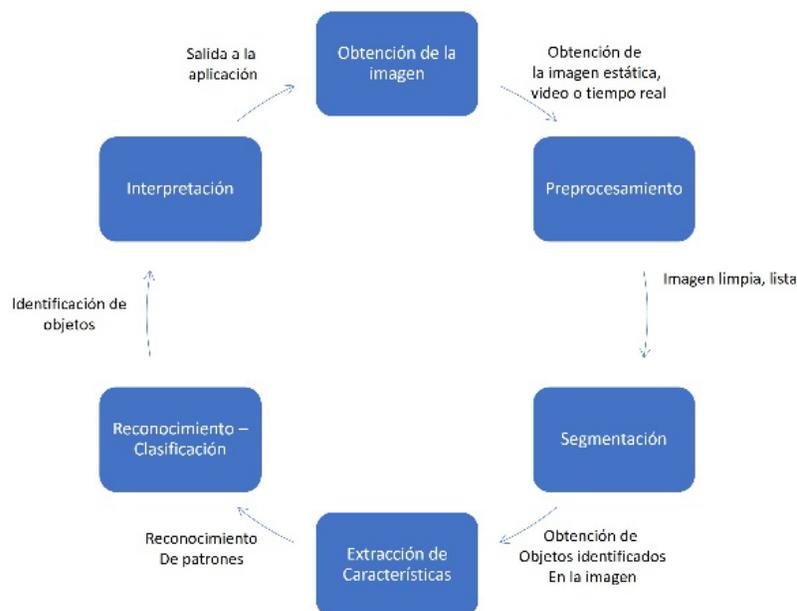


Figura 4.3.4.1. Etapas de un proceso de Visión Artificial. Creación Propia.

Se proporciona una breve descripción de cada una de estas:

- **Obtención de la imagen.** La imagen se puede obtener desde cualquier dispositivo o equipo de visión, ya sea una cámara de cualquier tipo como la del celular, de fotografía, vigilancia, satelital, ultrasonido, radiografía, sensor, etc. En este caso las imágenes pueden ser de tres formas

- **Analógicos.** En este formato las cámaras antiguas capturaban las imágenes tipo analógicos en los que la información se almacenaba con valores continuos. También algunos sensores capturaban información con este formato.
- **Digitales.** Este formato almacena la información de las imágenes en valores discretos. Son formatos más comunes ya que su manipulación es mejor por medios computacionales y son los más usados en la actualidad.
- **Digitalizada.** Es aquella imagen que originalmente estaba en formato analógico y se tuvo que transformar a un formato digital.
- **Preprocesamiento.** Se busca atenuar la posible degradación de la imagen, es decir eliminar “ruido”, realzar el contraste en caso de que la imagen este borrosa, en general preparar a la imagen para su estudio.
- **Segmentación.** El primer paso de la segmentación es extraer la información general de la imagen, por ejemplo, el tipo de formato en el que está codificada sea jpg, gif, move, tamaño de la imagen, entre otros. La extracción de la información de la imagen consiste en realizar una descomposición en partes o unidades.
- **Extracción de caracteres.** Se parametrizan los objetos o las partes generadas en la etapa anterior. Se hace la segmentación, es decir se determina la forma de cómo se va a manejar la información obtenida. Esta información puede ser coordenadas geográficas, valores de cada pixel de la imagen, codificación, etc.
- **Reconocimiento o clasificación.** Clasificar los diferentes objetos de la imagen extraídos en el paso anterior. Por ejemplo, se pueden agrupar por valores de pixeles que represente un objeto particular dentro de la imagen.
- **Interpretación.** Se busca dar un significado a los grupos de objetos reconocidos en el paso anterior, responder a las preguntas sobre que hacen los objetos en la imagen, como se relacionan entre sí, o que representan.

4.3.5 Desarrollos actuales y aplicaciones

Dentro de los múltiples desarrollos actuales de la visión artificial podemos mencionar aquellas relacionadas con:

- Automatización de Robots que se desplazan evitando obstáculos.
- Drones automatizados que reconocen el terreno o campo por donde sobrevuelan.
- Vehículos con desplazamiento autónomo.
- Reconocimiento de imágenes para diagnóstico médico.
- Reconocimiento de rostros en tiempo real para asuntos de seguridad.
- Reconocimiento de posturas de personas para determinar intenciones con base en imágenes de video en tiempo real.

Otra forma de clasificar las aplicaciones de la visión por computadora más orientada a la industria es la que se presenta en (COGNEX, 2018).

4.3.6 Estudio de casos

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 4.2. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y es transformada a un formato guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

Plantilla del estudio de caso.

Estudio de caso: Visión Artificial.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Dar dos ejemplos del uso de Visión Artificial. Un ejemplo de uso de visión en la vida del alumno y otro ejemplo su uso e cualquier situación de la vida.
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Revisar bibliografía correspondiente - Elaborar un pequeño marco teórico.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir correctamente los ejemplos a seleccionar. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc) -Recopilar toda la información necesaria para definir los ejemplos.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos construidos.	- Explicar por qué de esos ejemplos. -Definir el uso o su aplicación donde se implementa. -Para ambos casos también definir sus beneficios, -Problemas que pueden acarrear. - Explicación sencilla de cómo trabajan.
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados. -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	-Analizar la información -Evaluar se alcanzó el objetivo
6. Aspectos complementarios.	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas. -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones -Discusión de competencias alcanzadas

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

- 1.- Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
- 2.- Contenido o índice.
- 3.- Diseño del estudio del caso (describir los ejemplos).
- 4.- Marco teórico referencial.
- 5.- Estudio del caso y recopilación de la información.
- 6.- Análisis de la información.
- 7.- Resultado y aportaciones.
- 8.- Aspectos complementarios.
- 9.-Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).
- 10.- Entregó el archivo a tiempo.

Nota: El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).

- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 2	Bueno =1	Suficiente = .5	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7	Cumplió sólo con el punto 8	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	10	5	2.5	NA

4.4 Lógica Difusa (Fuzzy Logic)

4.4.1 Herramientas didácticas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Infografías -Estudios de casos	- Bibliografía	-Word -Excel

4.4.2 Descripción del subtema: Lógica Difusa.

En el mundo en el que vivimos el concepto de certeza absoluta es un poco ambiguo, y ya que se debe tratar con incertidumbre. La incertidumbre está presente en todos los aspectos y ámbitos de nuestra vida cotidiana. Por ejemplo, cuando a alguien le preguntamos ¿hay calor? La respuesta depende de varios factores como el lugar donde se encuentra (oficina con clima), en la calle caminando al medio día, en la playa, en su jardín en la noche. Todos estos factores no podrían darnos la misma respuesta, por lo tanto, se tienen que definir valores intermedios como por ejemplo hay mucho calor, poco o regular.

4.4.3 Conceptos básicos

En párrafos anteriores hemos revisado como se utilizan algunas herramientas como la lógica proposicional, de predicados o algebra de Boole para representación y razonamiento. La característica principal es que usan proposiciones del tipo verdadero o falso como respuestas de las evaluaciones de proposiciones. Sin embargo, no siempre podremos tomar los valores de verdad con total certeza, es necesario considerar intervalos debido a la incertidumbre propia del entorno en el que vivimos.

Por eso surge la necesidad de considerar intervalos de valores de verdad o falso que han dado al auge de la Lógica Difusa o también llamada Lógica Borrosa. La Lógica Difusa, fue creado por Zadeh en 1965 y que la define como “La lógica difusa es una extensión de la lógica tradicional

(Booleana) que utiliza conceptos de pertenencia de sets más parecidos a la manera de pensar humana”, (Zadeh, 1965).

La forma de trabajar de la lógica difusa es más parecida a la forma de pensar del ser humano. Se puede razonar con información vaga, imprecisa o ambigua y aprovechar que se puede tratar con conceptos que incluso no estén aún definidos en forma precisa. Por eso, es necesario partir del concepto de pertenencia a un conjunto (definido en la lógica proposicional o de predicados), al concepto de pertenencia parcial o a conjuntos difusos. Por ejemplo, si decimos que una persona mide 1.7 metros y otra 1.8, entonces ¿cuál de ellas se puede considerar alta? La respuesta puede ser que las dos personas se consideren altas si establecemos un límite, es decir, si es mayor o igual a 1.7 metros.

Es importante entender que existe diferencia entre la lógica probabilística y la difusa, no son lo mismo. La pertenencia o no a un conjunto es un evento pasado, mientras que la probabilística habla de eventos que aún no han pasado. En la infografía de la figura 4.4.3.1, se pueden observar tres grandes categorías de modificadores difusos que se deben considerar.



Figura 4.4.3.1.. Categorías de modificadores difusos. Creación Propia.

- **Dilatadores.** - Diluyen el efecto del concepto difuso. Ejemplo, “un tanto”, “a penas”, “casi”, etc.

- **Concentradores.** - Enfatizan el efecto del concepto difuso. Ejemplo, “muy”, “requete”, etc
- **Contrastadores.** - Que cambian el nivel de incertidumbre del concepto difuso. Ejemplo, “tal vez”, etc

Zadeh define el concepto de conjuntos difusos en que los valores que pueden tomar las variables se definen como grados de pertenencia a un conjunto y estos se encuentran en el intervalo entre 0 y 1. Mientras que los valores de las variables tradicionales son discretos y sólo pueden ser 0 o 1, no hay valores intermedios. A este proceso de asociar los valores de pertenencia entre los conceptos de un conjunto difuso se le llama fuzzificación, y una vez que los valores han sido fuzzificados se puede trabajar con ellos utilizando reglas lingüísticas, aplicar inferencia y obtener una salida que se puede interpretar como datos difusos o convertirlos a valores discretos en un proceso que llamó defuzzificación. En la infografía de la figura 2.1. en (Morcillo, n.d.), se muestra un ejemplo de la diferencia de manejar valores de altura de personas, con valores difuzzos.

Para trabajar con la lógica difusa es necesario conocer el modelo presentado por su creador, el investigador Zadeh, y que se muestra en la figura 4.4.3.3, (Hurtado, 2014) .



LÓGICA DIFUSA: PERSPECTIVA Y APLICACIONES



estructura difusa planteada por el Dr. Zadeh, donde la base del mismo es la matemática y se genera la entrada y salida de datos del sistema, así:

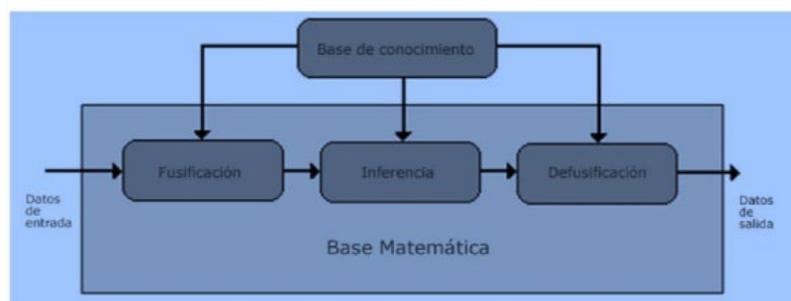


Figura 4.4.3.2. Arquitectura de un modelo difuso. Tomado de(Hurtado, 2014) .

4.4.4 Desarrollos actuales y aplicaciones de la lógica difusa

Desde su creación la lógica difusa ha sido empleada por su gran capacidad de combinarse con el conocimiento experto para la automatización de las tareas, ya que este tipo de sistemas son fáciles de diseñar, modificar y mantener. En la siguiente figura 4.4.4.1, podemos ver un listado de las aplicaciones de la lógica difusa según (Hurtado, 2014).

Tabla 1. Aplicaciones lógica difusa

Año	Industria	Aplicación
1965	Equipo electrónico	Control de nivel (mecánico eléctrico)
1974	Control de ambiente	Calefactor de agua
1975	Equipo electrónico	Fotocopiadoras
1985	Control de ambiente	Humidificadores
1991	Automotriz	Control de clima
1991	Control de ambiente	Calefactores
1992	Equipo para el hogar	Lavadoras
1993	Automotriz	Cajas de velocidades
1995	Automotriz	Dirección asistida
1997	Equipo para el hogar	Aspiradoras
1999	Equipo electrónico	Televisores
1999	Automotriz	Control de retrovisores
2001	Equipo para el hogar	Sistemas de sonido de HIGH-FI
2002	Automotriz	Asientos térmicos
2003	Equipo electrónico	Cámaras foto con auto-exposición
2004	Automotriz	Sistemas de frenado ABS
2005	Automotriz	Faros antiniebla
2005	Equipo electrónico	Videocámaras sin vibración
2008	Equipo para el hogar	Refrigeradores
2008	Equipo para el hogar	Hornos microondas
2009	Equipo electrónico	Sistemas de antena wi-fi
2010	Automotriz	Estacionamiento paralelo automático

Figura 4.4.4.1. Algunas aplicaciones de la Lógica Difusa. Tomado de (Hurtado, 2014).

También se han desarrollado algunas aplicaciones mediante la lógica difusa que podemos encontrar en los siguientes dispositivos:

- **Controladores Difusos.**
 - Electrodomésticos: Microondas, lavadoras, tostadoras, etc.
 - Focos automáticos: Cámaras fotográficas.
 - Sistemas de controles: industria
 - Mejoras de eficiencia: Consumo de combustibles en motores
- **Sistemas de reconocimiento de escrituras.**

4.4.5 Estudio de casos

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 4.2. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y es transformada a un formato guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

Plantilla del estudio de caso.

Estudio de caso: Lógica Difusa o borrosa.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Dar dos ejemplos del uso de Lógica Difusa. Un ejemplo de uso en la vida del alumno y otro ejemplo su uso e cualquier situación de la vida.
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Revisar bibliografía correspondiente. - Elaborar un pequeño marco teórico.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir correctamente los ejemplos a seleccionar. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc) -Recopilar toda la información necesaria para definir los ejemplos.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos contruidos.	- Explicar por qué de esos ejemplos. -Definir el uso o su aplicación donde se implementa. -Para ambos casos también definir sus beneficios, -Problemas que pueden acarrear. - Explicación sencilla de cómo trabajan.
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados. -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	-Analizar la información. -Evaluar se alcanzó el objetivo.
6. Aspectos complementarios.	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones. -Discusión de competencias alcanzadas.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)
2. Contenido o índice
- 3.- Diseño del estudio del caso (describir los ejemplos)
- 4.- Marco teórico referencial
- 5.- Estudio del caso y recopilación de la información
- 6.- Análisis de la información
- 7.- Resultado y aportaciones
- 8.- Aspectos complementarios
- 9.-Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).
- 10.- Entregó el archivo a tiempo

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 2	Bueno =1	Suficiente = .5	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía.	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1.	Cumplió sólo con el punto 2.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3.	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía..	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5.	Cumplió sólo con el punto 6.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7.	Cumplió sólo con el punto 8.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9.	Cumplió sólo con el punto 10.	No cumplió con ningún punto.
Total:	10	5	2.5	NA

4.5 Procesamiento del Lenguaje Natural (PLN)

4.5.1 Herramientas Didácticas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Infografías -Estudios de casos	- Bibliografía	-Word -Excel

4.5.2 Descripción del subtema: Procesamiento del Lenguaje Natural.

El Procesamiento del Lenguaje Natural (PLN) es un área de la IA que se encarga del estudio sobre la forma de construir sistemas inteligentes capaces de entender el lenguaje natural del ser humano y lograr una interacción o comunicación más natural entre ellos.

4.5.3 Conceptos básicos

En el trabajo de (Cortez V. A. et al., 2009) se mencionan dos objetivos del estudio del lenguaje natural desde el punto de vista de la IA.

- Lograr un acceso más fácil entre la computadora y usuarios no tan especializados en su uso.
- Modelar procesos cognoscitivos para la comprensión del lenguaje en sistemas que puedan hacer traducciones, resumen de textos o recuperación de información.

En resumen, lo que se trata de lograr en el Procesamiento del Lenguaje Natural es utilizar nuestro propio lenguaje para comunicarnos de forma más sencilla con las computadoras, de tal forma que esta sea capaz de entender las instrucciones que se le proporcionan por medio de oraciones y frases, sin ambigüedades o errores gramaticales. La ventaja de lograr esto es que

sería mucho más fácil la comunicación con la computadora, por ejemplo, darle instrucciones por medio de la voz.

En (Cortez V. A. et al., 2009), se presenta una arquitectura de un sistema de procesamiento del lenguaje natural y se representa en la infografía de la figura 4.5.3.1.

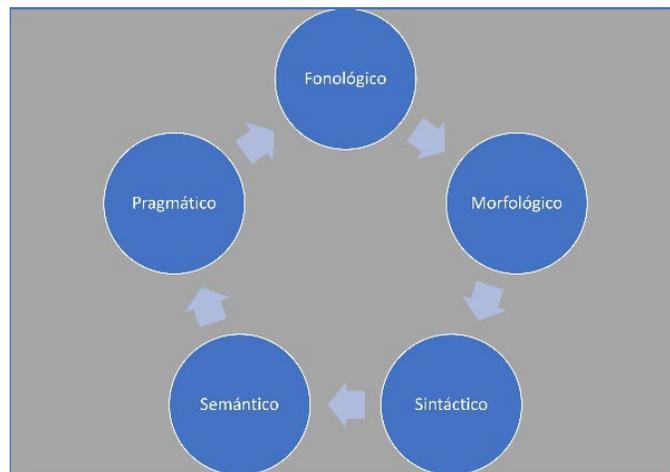


Figura 4.5.3.1.Arquitectura de un sistema PLN. Creación propia.

Una arquitectura de un sistema de procesamiento de lenguaje natural contiene:

- **Nivel Fonológico:** Tiene que ver con la relación de las palabras con los sonidos que representan.
- **Nivel Morfológico:** La construcción de palabras a partir de morfemas (unidades más pequeñas).
- **Nivel Sintáctico:** Trata de cómo se van uniendo las palabras para formar oraciones.
- **Nivel Semántico:** Trata del significado de cada palabra y de estas cuando se agrupan para entender el significado de las oraciones.
- **Nivel Pragmático:** Trata de cómo se interpretan las oraciones dependiendo de cada situación en particular en la que se encuentre.

El procesamiento del lenguaje natural fue desarrollado originalmente a principio de la guerra fría como un mecanismo que usaban los físicos soviéticos para traducir documentos,

según (Locke, 1955). La base del desarrollo del PLN es muy amplia, desde el desarrollo realizado por los grandes investigadores en las ciencias de la computación como Turing, Minsky, McCarthy entre otros.

4.5.4 Desarrollos actuales y aplicaciones

- **Desarrollos actuales:**
 - Traducción automática de textos por parte del computador.
 - Recuperación de información.
 - Extracción de información y resumen.
 - Resolución cooperativa de problemas.
 - Tutores inteligentes.
 - Reconocimiento de voz.
- **Aplicaciones comerciales.**
 - Reservación de Trenes.
 - Control de vehículos por medio de la voz (clima, música, sistemas de navegación).
 - Búsqueda de información en videos usando reconocimiento de voz.
 - Sistemas de traducción automática (Google translate, DeepL).
 - Agentes virtuales que actúan como tutores.
 - Análisis automático de textos.

4.5.5 Estudio de casos

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 4.2. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y es transformada a un formato guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

Plantilla del estudio de caso.

Estudio de caso: Procesamiento del Lenguaje Natural.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Dar dos ejemplos del uso del Procesamiento del Lenguaje Natural. Un ejemplo de uso en la vida del alumno y otro de cualquier situación de la vida.
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Revisar bibliografía correspondiente. - Elaborar un pequeño marco teórico.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir correctamente los ejemplos a seleccionar. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc). -Recopilar toda la información necesaria para definir los ejemplos.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos construidos.	- Explicar por qué de esos ejemplos. -Definir el uso o su aplicación donde se implementa. -Para ambos casos también definir sus beneficios, -Problemas que pueden acarrear. - Explicación sencilla de cómo trabajan.
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	-Analizar la información. -Evaluar se alcanzó el objetivo.
6. Aspectos complementarios.	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones. -Discusión de competencias alcanzadas.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
2. Contenido o índice.
- 3.- Diseño del estudio del caso (describir los ejemplos).
- 4.- Marco teórico referencial.
- 5.- Estudio del caso y recopilación de la información.
- 6.- Análisis de la información.
- 7.- Resultado y aportaciones.
- 8.- Aspectos complementarios.
- 9.-Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).
- 10.- Entregó el archivo a tiempo.

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 2	Bueno =1	Suficiente = .5	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7	Cumplió sólo con el punto 8	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	10	5	2.5	NA

4.6 Sistemas expertos

4.6.1 Herramientas Didácticas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos.	- Infografías -Estudios de casos	- Bibliografía	-Word -Excel

4.6.2 Descripción del Subtema: Sistemas Expertos

Un sistema experto es aquel que está construido para realizar actividades y reaccionar como si fuera un humano experto, razonando y tomando decisiones con base en la información que tiene almacenada la cual está elaborada con los conocimientos que se le han proporcionado.

4.6.3 Conceptos básicos

Una definición más formal sobre los sistemas expertos dice “Un sistema experto (SE) es una rama de la inteligencia artificial que trata de imitar y simular los procesos de aprendizaje, memorización, razonamiento, y acción de un humano experto en cualquier rama de la ciencia.”, (Grupo de Investigación en Sistemas Inteligentes. Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. UNAM., 2018). En términos generales, la palabra “experto” hace referencia a que el sistema contiene como base la información adquirida o almacenada de una persona experta en un área de conocimiento y que el sistema utiliza para definir reglas de decisión.

De los primeros sistemas expertos desarrollados en la historia tenemos los de 1957 en el análisis de compuestos químicos. Está formado por una interfaz de entrada de datos, una base de conocimientos que contiene los hechos (conocimiento base del experto), las reglas (condiciones para tomar decisiones), un motor de inferencia (busca reglas que lo lleven a la meta)

y una interfaz de salida (Grupo de Investigación en Sistemas Inteligentes. Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. UNAM., 2018).

Los sistemas expertos iniciaron en la década de los años 60's y luego tuvieron mucha popularidad, hasta la fecha en la se han incorporado capacidades de aprendizaje automático como el machine learning o Deep learning.

4.6.4 Clasificación

En la infografía de la imagen 4.6.4.1, podemos ver las tres formas de clasificar un sistema experto las cuales son: sistemas de razonamiento con base en reglas, con base en casos y con base en redes bayesianas.



Figura 4.6.4.1. Clasificación de un Sistema Experto. Creación propia

- **Razonamiento con base en reglas.** - Utilizan el seguimiento de reglas creadas por el experto, comparan resultados y pueden aplicar nuevas reglas utilizadas en otros contextos.
- **Razonamiento con base en casos.** - Se utiliza la experiencia en la solución de problemas pasados y se aplican en nuevos problemas similares.
- **Razonamiento con Redes Bayesianas.** - Utilizan modelos de redes bayesianas que sirven para representar en gráficos (árboles) variables conocidas y las relaciones de dependencia entre ellas. Buscan encontrar las probabilidades de las variables desconocidas.

4.6.5 Desarrollos actuales y aplicaciones

- Toma de decisiones financieras.
- Diagnósticos de fallas en sistemas.
- Planeación de metas.
- Diseño de objetos en manufacturas.
- Presentación de información disponible al usuario.
- Monitoreo de dispositivos y sistemas.
- Creación de procesos de manufactura.

Ejemplos:

- **Dendral:** Es un sistema creado para ayudar en procesos químicos de un compuesto desconocido.
- **Mycin:** Un sistema experto dedicado al diagnóstico de enfermedades de la sangre.
- **Dipmeter advisor:** Fue un sistema experto para análisis de datos recolectados en operaciones de exploración petrolera.
- **CADUCEUS:** Fue un sistema experto dedicado al diagnóstico de medicina interna.

4.6.6 Estudio de casos

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 4.2. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y es transformada a un formato guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

Plantilla del estudio de caso.

Estudio de caso: Sistemas Expertos.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Dar dos ejemplos del uso de sistemas expertos. Un ejemplo de uso en la vida del alumno y otro ejemplo su uso e cualquier situación de la vida.
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Revisar bibliografía correspondiente. - Elaborar un pequeño marco teórico.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir correctamente los ejemplos a seleccionar. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc). -Recopilar toda la información necesaria para definir los ejemplos.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos construidos.	- Explicar por qué de esos ejemplos. -Definir el uso o su aplicación donde se implementa. -Para ambos casos también definir sus beneficios, -Problemas que pueden acarrear. - Explicación sencilla de cómo trabajan.
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados. -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	-Analizar la información. -Evaluar se alcanzó el objetivo.
6. Aspectos complementarios.	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones. -Discusión de competencias alcanzadas.

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
2. Contenido o índice.
- 3.- Diseño del estudio del caso (describir los ejemplos).
- 4.- Marco teórico referencial.
- 5.- Estudio del caso y recopilación de la información.
- 6.- Análisis de la información.
- 7.- Resultado y aportaciones.
- 8.- Aspectos complementarios.
- 9.- Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).
- 10.- Entregó el archivo a tiempo.

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 2	Bueno =1	Suficiente = .5	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía.	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1.	Cumplió sólo con el punto 2.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3.	Cumplió sólo con el punto 4.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5.	Cumplió sólo con el punto 6.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7.	Cumplió sólo con el punto 8.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9.	Cumplió sólo con el punto 10.	No cumplió con ningún punto.
Total:	10	5	2.5	NA

4.6.7 Proyecto Integrador

Trabajo de la Unidad 4. Aplicaciones con Técnicas de IA Proyecto Integrador

Objetivo del ejercicio:

Describir la utilización de alguna técnica de IA para implementar los algoritmos definidos en las unidades anteriores que le permita desarrollar una aplicación del juego “Tik Tac Toe. Se debe considerar las capacidades de movimientos de un Agente Inteligente y la toma de decisiones básicas.

El proyecto integrador en general abarca las unidades 2, 3 y 4 en las fases de representación del conocimiento, reglas y búsqueda; y finalmente la aplicación con técnicas de IA respectivamente. Esta rúbrica se enfoca exclusivamente en la Unidad 4 Aplicaciones de la IA.

Competencia específica de la rúbrica: El alumno aplica alguna técnica de IA que le permita desarrollar una aplicación del juego Tic-Tac-Toe con los algoritmos y espacio de estados desarrollados en los proyectos integradores de las unidades anteriores 2 y 3.

1. El trabajo deberá de contener lo siguiente:

- Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
- Contenido o índice.
- Introducción.
- Bibliografía.

2. Definición de las jugadas de entrenamiento o rutas del algoritmo que se va a implementar

- i. Si gana
- ii. Si pierde
- iii. Si empata

3. Presentación de la aplicación con pantallas de capturas de al menos 3 jugadas y análisis de los resultados de las jugadas.

4. Presentación del código utilizado, sus módulos y el lenguaje de programación junto con la estructura de la base de datos que se utilizó.

5. Presentación del programa funcionando en el salón de clase.

Nota:

- El trabajo puede ser realizado entre los equipos que decidan los estudiantes.
- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor.
- A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Excelente = 8	Notable = 4	Bueno = 2	Insuficiente = 0
1. Punto 1.	Presenta los 5 puntos definidos.	Presenta 3 puntos definidos.	Contiene 1 punto de los definidos.	La portada no contiene los todos los elementos indicados.
2. Punto 2 .	Cumplió con los 3 subpuntos.	Cumplió con los 2 subpuntos.	Cumplió con 1 subpuntos.	No tiene ningún elemento indicado
3. Punto 3.	Cumplió con 3 jugadas.	Cumplió con 2 jugadas.	Cumplió con 1 jugadas.	No definió ninguna acción.
4. Punto 4.	Cumplió con los 3 puntos.	Cumplió con los 2 puntos.	Cumplió con los 1 puntos.	No tiene ningún elemento indicado.
5. Punto 5.	Presentó el programa completo.	Presentó solo la aplicación funcionando sin ejemplos.	Presentó solo los resultados.	No presentó nada.
Total:	40	20	10	NA

4.6.8 Resumen final del puntaje

Subtema	Descripción	Puntaje
4.1. Robótica.	Estudio de casos	10
4.2. Redes Neuronales	Estudio de casos	10
4.3. Visión Artificial	Estudio de casos	10
4.4. Lógica Difusa	Estudio de casos	10
4.5. Procesamiento del Lenguaje Natural	Estudio de casos	10
4.6. Sistemas Expertos	Estudio de casos	10
Proyecto integrador		40
Puntaje Total	Toda la unidad	100

Referencias Bibliográficas

- Barraza, A., Valles, A., Jedzeleex, G., Soto, P., Segovia, V., Bustillos, S., Heredia, L., Torrecillas, N., Uribe, G., García, I., Castañeda, A., Martínez, H., Vallejo, J., Ortiz, E., Reyes, Minerva, Ortega, S., & Valenzuela, Silvia. (2020). *MODELOS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS* (Rosa de Lima Moreno Luna & ARTURO BARRAZA MACÍAS, Eds.; 1st ed., Vol. 1). UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA DE DURANGO.
- COGNEX. (2018). *INTRODUCCIÓN A LA VISIÓN ARTIFICIAL Una guía para la automatización de procesos y mejorar la calidad*.
- CONCEPTO.de. (2020, August 3). *ROBÓTICA*. Única. <https://concepto.de/robotica/>
- Coogle. (2024, January 4). *Principios y metodología de la IA*. Coogl. <https://coggle.it/diagram/XyDek0XhP0f1fluN/t/principios-y-metodolog%C3%ADa-de-la-inteligencia-artificial>
- Cortez V. A., Vega H. H., & Quispe, P. J. (2009). Procesamiento de lenguaje natural. *Revista de Ingeniería de Sistemas de Informática*, 6(No. 2 Julio-Diciembre), 45–54.
- Fernando de Águeda. (2020, December 28). *Inteligencia Artificial Cognitiva y sus aplicaciones y sus aplicaciones multisectoriales*. Linkein. <https://www.linkedin.com/pulse/inteligencia-artificial-cognitiva-y-sus-aplicaciones-de-%C3%A1gueda/?originalSubdomain=es>
- Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*. (Basic Books. New York, Ed.; 1st ed., Vol. 1).
- González, A., Martínez, F., Pernía, A., Alba, F., Castejón, M., Ordieres, J., & Vergara, E. (2006). Técnicas y algoritmos básicos de Vision Artificial. *Material Didáctico. Servicio de Publicaciones. Universidad de La Rioja*, 1(Grupo de Investigación), 1–96.
- Grupo de Investigación en Sistemas Inteligentes. Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. UNAM. (2018). *Sistemas Expertos. Acervo Para El Mejoramiento Del Aprendizaje de Alumnos de Ingeniería En Inteligencia Artificial*. https://virtual.cuautitlan.unam.mx/intar/?page_id=200
- Gustavo, M. I., & Juárez, E. (n.d.). *Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología Universidad Nacional de Tucumán Ciclo Lectivo 2018 Parte I Inteligencia Artificial (EC5) INTRODUCCIÓN A LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL*.
- Hurtado, J. P. (2014). *LÓGICA DIFUSA: PERSPECTIVA Y APLICACIONES*.
- IBM. (2020, November 20). *¿Qué son las Redes Neuronales?*. IBM. <https://www.ibm.com/mx-es/topics/neural-networks>
- Jean Piaget. (1967). *Biologie et connaissance : essai sur les relations entre les régulations organiques et les processus cognitifs* (Université de Genève Faculté des sciences, Ed.; 1st ed.). Gallimard, [Paris], 1967.
- José, F., & Pena, R. (n.d.). *TEMA 3 (parte 3). Representación del Conocimiento*.

- Khan Academy. (2023, December 29). *Principios de ciencias de la computación avanzados (AP Computer Science Principles)*. Google Classroom. <https://es.khanacademy.org/computing/ap-computer-science-principles/algorithms-101/solving-hard-problems/a/using-heuristics>
- KUMON. (2022, July 18). *Habilidades cognitivas: qué son, tipos y cómo desarrollarlas?* KUMON América Del Sur. <https://www.kumon.com.pe/blog/habilidades-cognitivas/>
- León Tomas Q. (2007). "SISTEMAS EXPERTOS Y SUS APLICACIONES." chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/<https://www.uaeh.edu.mx/docencia/Tesis/icbi/licenciatura/documentos/Sistemas%20expertos%20y%20sus%20aplicaciones.pdf>
- Locke, W. N. (1955). Speech Typewriters and Translating Machines. *PMLA/Publications of the Modern Language Association of America*, 70(2), 23–32. <https://doi.org/10.2307/2699157>
- McCarthy, J. , Minsky, M. , & Rochester, N. (1955). A Proposal for The Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence. *DARTMOUTH SUMMER RESEARCH PROJECT. Stanford University, Computer Science Department*, 11–13. [//efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://jmc.stanford.edu/articles/dartmouth/dartmouth.pdf](https://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://jmc.stanford.edu/articles/dartmouth/dartmouth.pdf)
- McCulloch, W. S., & Pitts, W. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5(4), 115–133. <https://doi.org/10.1007/BF02478259>
- Morcillo, C. G. (n.d.). *Lógica Difusa Una introducción práctica Técnicas de Softcomputing*.
- Muñoz, C. (2011). *Como elaborar y asesorar una investigación de tesis*. (M. 2011 PEARSON Educación, Ed.; 2a ed., Vol. 1). UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/<https://www.indesgua.org.gt/wp-content/uploads/2016/08/Carlos-Mu%C3%B1oz-Razo-Como-elaborar-y-asesorar-una-investigacion-de-tesis-2Edicion.pdf>
- Muñoz, J. (2010). *Inteligencia Computacional Inspirada en la Vida* (SERVICIO DE PUBLICACIONES DE LA UNIVERSIDAD DE MÁLAGA, Ed.; 1a ed., Vol. 1). SPICUM. https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=X6eEFHIUxYC&oi=fnd&pg=PA6&dq=Perez+2010+paradigmas+IA&ots=ENJpXSa6cG&sig=SAEwimZJOBmFrvtolzCb_6av4TU#v=onepage&q&f=false
- Na8. (2018, September 12). *Breve historia de las Redes Neuronales*. Aprende de Machine Learning En Español. <https://www.aprendemachinelearning.com/breve-historia-de-las-redes-neuronales-artificiales/>
- Pérez, J., & Merino, M. (2021, August 24). *Razonamiento lógico - Qué es, definición, ejemplos y disciplinas*. Definición.De. <https://definicion.de/razonamiento-logico/>
- Pino, R. , Gómez, A. , & De Abajo, N. (2001). *Introducción a la Inteligencia Artificial: Sistemas Expertos, Redes Neuronales Artificiales y Computación Evolutiva*. (Servicio de Publicaciones, Ed.; 1st ed., Vol. 1). Universidad de Oviedo. https://publicaciones.uniovi.es/catalogo/publicaciones/-/asset_publisher/pW5r/content/introduccion-a-la-inteligencia-artificial:-sistemas-expertos-redes-neuronales-artificiales-y-computacion-evolutiva-1;jsessionid=986D357594D09A48E33060E7B98524D5?redirect=%2Fcatalogo%2Fpublicaciones%3Fp_p_id%3D101_INSTANCE_pW5r%26p_p_lifecycle%3D0%26p_p_state%3Dnormal%26p_p_mode%3D

Dview%26p_p_col_id%3Dcolumn-1%26p_p_col_pos%3D1%26p_p_col_count%3D4%26_101_INSTANCE_pW5r_c1nntag%3Dpublicacion%252C%26p_r_p_564233524_tag%3D%26_101_INSTANCE_pW5r_delta%3D12%26_101_INSTANCE_pW5r_keywords%3D%26_101_INSTANCE_pW5r_advancedSearch%3Dfalse%26_101_INSTANCE_pW5r_andOperator%3Dtrue%26cur%3D47

- Pinteres. (n.d.). *Playas y tesoros mayas de Yucatán*. Página Web. Retrieved January 23, 2024, from <https://www.pinterest.es/pin/447967494184422443/>
- Quillian, M. R. (1967). Word concepts: A theory and simulation of some basic semantic capabilities. *Behavioral Science*, 12(5), 410–430. <https://doi.org/10.1002/bs.3830120511>
- Real Academia Española. (2023a, January 27). *Robot*. Edición Tricentenario. <https://dle.rae.es/robot>
- Real Academia Española. (2023b, September 20). *inteligencia | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE*. Edición Del Tricentenario. <https://dle.rae.es/inteligencia?m=form#2DxmHCT>
- Real Academia Española. (2023c, October 5). *Habilidades*. Edición de Tricentenario. <https://dle.rae.es/habilidad>
- Real Academia Española. (2023d, December 8). *Cognoscitivo, va*. Edición Tricentenario. <https://dle.rae.es/cognoscitivo>
- Real Academia Española. (2023e, December 19). *Conocimiento*. Edición Tricentenario. <https://dle.rae.es/conocimiento>
- Real Academia Española. (2023f, December 29). *Heurística*. Edición Tricentenario. <https://dle.rae.es/heur%C3%ADstico>
- Russell, S. J. (Stuart J., Norvig, Peter., Corchado Rodríguez, J. Manuel., & Joyanes Aguilar, Luis. (2004). *Inteligencia artificial : un enfoque moderno*. Pearson Prentice Hall.
- Schwartz, Ceclia. (2021). Modelo cognitivo de procesamiento de la información. Comprendiendo los procesos PINE de la cognición. *Creative Commons*, 1.
- TokAPP. (n.d.). *Teoría de las inteligencias múltiple de Howard Gardner: cuáles son y cómo potenciarlas*. TAokApp. Retrieved December 8, 2023, from <https://www.tokappschool.com/teoria-de-las-inteligencias-multiples-de-howard-gardner/>
- Turing, A. M. (1937). On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2-42(1), 230–265. <https://doi.org/10.1112/plms/s2-42.1.230>
- UNIR la Universidad en Internet. (2023, November 29). *¿Qué son las Redes Neuronales? Concepto y usos principales*. UNIR Calidad Europea. <https://mexico.unir.net/ingenieria/noticias/redes-neuronales-artificiales/>
- Weiser, M. (1991). *The Computer for the 21st Century*. Journals. <https://web.archive.org/web/20141022035044/http://www.ubiq.com/hypertext/weiser/SciAmDraft3.html>

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *INFORMATION AND CONTROL*, 8, 338–353.

ANEXO 1.

Instrumentación didáctica de la Asignatura: Inteligencia Artificial

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 1 de 15

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS Y COMPUTACIÓN

INSTRUMENTACIÓN DIDÁCTICA PARA LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE COMPETENCIAS PROFESIONALES

Periodo: Enero – Junio 2024 _____

Nombre de la asignatura: Inteligencia Artificial

Plan de estudios: ISC-2010-224 Ingeniería en Sistemas Computacionales

Horas teoría–horas prácticas –créditos: 2 – 2 – 4

1. Caracterización de la asignatura:	<p>Esta asignatura aporta al perfil del Ingeniero en Sistemas Computacionales la capacidad de aplicar técnicas de Inteligencia Artificial mediante el desarrollo y programación de modelos matemáticos, estadísticos y de simulación a la solución de problemas complejos de control automático, diagnóstico, toma de decisiones, clasificación, minería de datos, es decir, problemas propios de la Inteligencia Artificial.</p> <p>Con esta asignatura se da una Introducción a la Inteligencia Artificial (IA) presentando a los estudiantes, algunos de los métodos más utilizados en las diferentes áreas de la Inteligencia Artificial.</p> <p>Para ello, se introducen las técnicas más comunes de manipulación y representación del conocimiento y se analizan las características de las herramientas disponibles para la construcción de aplicaciones reales, en las diferentes áreas de la IA, con el fin de conformar una actitud científica, crítica y responsable del egresado.</p> <p>Esta materia está situada como una de las últimas del plan de estudio, debido a que el alumno necesita tener de base el aprendizaje de otras materias que permitan que posea habilidades de estructuras de control, listas, arboles, recursividad, así como, conocimientos de teoría de la probabilidad, autómatas 1 y 2, programación lógica y funcional, programación en lenguajes de alto nivel, conocimientos de estructura y bases de datos.</p> <p>La aportación de la asignatura al perfil del egresado sin las siguientes:</p>
---	---

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 2 de 15

	<ul style="list-style-type: none"> - Coordina y participa en equipos multidisciplinarios para la aplicación de soluciones innovadoras en diferentes contextos - Diseña, implementa y administra bases de datos optimizando los recursos disponibles, conforme a las normas vigentes de manejo y seguridad de la información - Desarrolla y administra software para apoyar la productividad y competitividad de las organizaciones cumpliendo con estándares de calidad - Evalúa tecnologías de hardware para soportar aplicaciones de manera efectiva
2. Intención didáctica:	<p>La asignatura se dividió en cuatro unidades, de tal manera que el estudiante en las primeras tres unidades obtendrá los conocimientos generales, para que en la última unidad diseñe soluciones del entorno tales como robótica, redes neuronales, visión artificial, lógica difusa, procesamiento de lenguaje natural, sistemas expertos, etcétera.</p> <p>La primera unidad aborda conocimientos esenciales que el estudiante debe poseer para comprender el origen, los distintos enfoques y el estado actual de los desarrollos en el campo de la inteligencia artificial, que le serán útiles para desarrollar su capacidad de análisis crítico y ubicar la materia en el contexto global. Las unidades dos y tres tratan los conceptos necesarios para que el estudiante obtenga la capacidad de solucionar problemas, mediante técnicas de búsqueda y la capacidad de generar nuevas ideas para la representación del conocimiento y del razonamiento, retomando los conceptos de la lógica de predicados, inducción y teoría de grafos estudiados en la asignatura de matemáticas discretas.</p> <p>Dentro de la unidad cuatro, se le sugiere al docente coordinar a los estudiantes para que desarrollen un proyecto de aplicación en alguna de las distintas ramas de la Inteligencia Artificial, que será seleccionada de acuerdo con la demanda del sector productivo de la región. Es primordial que el alumno logre desarrollar una solución final o proyecto integrador, puesto que la necesidad de una solución terminada es el claro escenario que se presenta en el ambiente laboral y para que el alumno sea capaz de enfrentar dicha situación, debe reunir habilidades de investigación, capacidad de adaptarse a nuevas situaciones y de generar nuevas ideas y al mismo tiempo, capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinario.</p> <p>Por último, es importante que el profesor proporcione una visión completa de la asignatura sabiendo delimitar las aplicaciones al sector productivo y las del sector de investigación.</p>

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 3 de 15

3. Competencia de la asignatura:	Conoce los aspectos básicos de las técnicas de inteligencia artificial y las aplica en la solución de problemas en la toma de decisiones
---	--

4. Análisis por competencias específicas: (4)

Competencia No.: 1. Introducción a la Inteligencia Artificial.

Descripción: Conocer los conceptos fundamentales de la IA, así como el estado del arte de las áreas de la inteligencia artificial.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
1.1 Introducción a la Inteligencia Artificial. 1.2 Historia de la Inteligencia Artificial. 1.3 Las habilidades cognitivas según la psicología. Teorías de la inteligencia (conductismo, Gardner, etc.). 1.4 El proceso de razonamiento según la lógica (Axiomas, Teoremas, demostración). 1.5 El modelo de adquisición del conocimiento según la filosofía. 1.6 El modelo cognoscitivo. 1.7 El modelo del agente inteligente, Sistemas Multi Agentes, Sistemas Ubicuos. 1.8 El papel de la heurística. 1.8.1 Algoritmos de exploración de alternativas.	Investigar sobre los diferentes enfoques de la Inteligencia artificial. <input type="checkbox"/> Discutir en grupo los diferentes enfoques. <input type="checkbox"/> Plantear una línea de tiempo de la historia de la IA. <input type="checkbox"/> Investigar las técnicas actuales de la inteligencia artificial.	<ul style="list-style-type: none"> • Encuadre del curso • Proporcionar el temario del curso. • Proporcionar la calendarización del curso. • Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va 	Genéricas: <ul style="list-style-type: none"> • Habilidades interpersonales • habilidades de trabajo en equipo • Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación • Compromiso ético. 	15 horas teóricas

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 4 de 15

<p>1.8.2 Algoritmo A*. 1.8.3 Algoritmos de búsqueda local.</p>	<input type="checkbox"/> Investigar y seleccionar desarrollos <input type="checkbox"/> actuales de la inteligencia artificial. <input type="checkbox"/> Comentar en grupo los desarrollos actuales de la Inteligencia artificial. <input type="checkbox"/> Investigar información acerca de los modelos de agente inteligente. <input type="checkbox"/> Discutir acerca de los diferentes modelos de agentes inteligentes. <input type="checkbox"/> Investigar el concepto de heurística. <input type="checkbox"/> Elaborar el mapa conceptual de heurística.	<p>avanzando en ella.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exponer los temas indicados por la unidad temática. • Fomentar debates entre los estudiantes sobre lo que se entiende como simulación • Aplicar evaluación escrita de acuerdo con lo visto en clase. 		
--	---	--	--	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Introducción a la Inteligencia Artificial	20%
B. Historia	38%

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 5 de 15

C. Habilidades cognoscitivas	16%
D. Heurística	26%

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	91 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial, al menos 80%.	81-90
	Bueno	Que cumplan con el indicador A y B en su totalidad.	71 – 80
	Suficiente	A, B, C y D se cumplan parcialmente 50%	70
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con al menos el 50% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 6 de 15

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%	X(25)	X(25)		X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%		X(60)		X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		20	38	16	26	

Competencia No. 2: Representación del conocimiento, razonamiento y los Aspectos Metodológicos en Inteligencia Artificial.

Descripción: Representar el conocimiento por medio de un sistema basado en conocimiento.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
2.1 Principios y Metodología de la Inteligencia Artificial. 2.2 Paradigmas de la Inteligencia Artificial. 2.3 Mapas conceptuales. 2.4 Redes semánticas. 2.5 Razonamiento monótono. 2.7 Conocimiento no-monótono y otras lógicas. 2.8 Razonamiento probabilístico. 2.9 Teorema de Bayes.	Investigar información acerca de definiciones y elementos de los sistemas basados en conocimientos. <input type="checkbox"/> Representar el conocimiento mediante un mapa conceptual y una red semántica. <input type="checkbox"/> Investigar y comentar los conceptos de sintaxis,	<ul style="list-style-type: none"> • Encuadre del curso • Proporcionar el temario del curso. • Proporcionar la calendarización del curso. • Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán 	Genéricas: <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para tomar decisiones • Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación 	15 hrs teóricas

Toda copia en PAPEL es un "Documento No Controlado"

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 7 de 15

	<p>semántica, validez e inferencia en la lógica de predicados. Representar el conocimiento por medio de lógica de predicados.</p> <p><input type="checkbox"/> Investigar y seleccionar información acerca de los conceptos de aprendizaje, razonamiento probabilístico, lógicas multivaluadas y lógica difusa.</p> <p><input type="checkbox"/> Realizar un modelo de red bayesiana a un problema de diagnóstico.</p>	<p>contestando conforme se va avanzando en ella.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exponer los temas indicados por la unidad temática. • Hacer mesas redondas donde se planteen los cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo. • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para aplicar los conocimientos en la práctica • Capacidad de trabajo en equipo 	
--	--	--	---	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Principios y metodología	16%
B. Paradigmas de la I.A.	20%
C. Razonamiento Monótono	38%
E. Razonamiento Probabilístico y teorema de Bayes	26%

Niveles de desempeño:

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 8 de 15

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	91 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial, al menos 80%.	81-90
	Bueno	Que cumplan con el indicador B y C en su totalidad.	71 – 80
	Suficiente	A, B, C y D se cumplan parcialmente 50%	70
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con al menos el 50% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

Matriz de evaluación:

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 9 de 15

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%		X(25)	X(25)	X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(60)	X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		16	20	38	26	

Competencia No. 3: Reglas y Búsqueda.

Descripción: Resolver problemas en base a técnicas de búsqueda en espacio de estado.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
3.1 Representación de conocimiento mediante reglas 3.2 Métodos de Inferencia en reglas 3.2.1 Espacios de estados determinísticos y espacios no determinísticos. 3.2.2 Búsqueda sistemática. 3.2.3 Búsqueda de metas a profundidad. 3.2.4 Búsqueda de metas en anchura.	Investigar los tipos de problemas que se resuelven con las técnicas de búsqueda. <input type="checkbox"/> Describir gráficamente problemas en términos de espacios de estado (problema de misioneros y caníbales, problemas de	<ul style="list-style-type: none"> Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. Exponer los temas indicados por la unidad temática. Hacer mesas redondas donde se planteen los 	Genéricas: <ul style="list-style-type: none"> Habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas Habilidades en el uso de las tecnologías 	10 hrs teóricas y 5 prácticas

Toda copia en PAPEL es un "Documento No Controlado"

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 10 de 15

<p>3.3 Reglas de producción. 3.4 Sintaxis de las reglas de producción. 3.5 Semántica de las reglas de producción 3.6 Arquitectura de un sistema de Producción (SP) o sistemas basados en reglas, (SBR). 3.6.1 Hechos. 3.6.2 Base de conocimientos. 3.6.3 Mecanismo de control</p>	<p>juego entre dos adversarios, etc.).</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Investigar información sobre los métodos de búsqueda (primero en anchura, primero en profundidad). <input type="checkbox"/> Discutir en grupo los diferentes algoritmos de búsqueda. <input type="checkbox"/> Realizar un proyecto para resolver un problema de un juego clásico (gato, ajedrez, puzzle, misioneros y caníbales, etc.), empleando un método de búsqueda óptima. 	<p>cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	<p>de la información y de la comunicación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajo en equipo • Compromiso ético. 	
---	---	---	--	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Representación del Conocimiento	16%
B. Espacios determinísticos y no determinísticos	20%
C. Reglas de producción	38%
D. Bases de conocimiento	26%

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
-----------	--------------------	------------------------	---------------------

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 11 de 15

Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	91 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial, al menos 80%.	81-90
	Bueno	Que cumplan con el indicador B y C en su totalidad.	71 – 80
	Suficiente	A, B, C y D se cumplan parcialmente 50%	70
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con al menos el 50% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

Competencia No. 4. Aplicaciones con técnicas de IA

Descripción: Conocer las áreas de la IA y sus aplicaciones actuales, identificando oportunidades de desarrollo de soluciones en su entorno

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
4.1. Robótica. 4.1.1. Conceptos básicos. 4.1.2. Clasificación. 4.1.3. Desarrollos actuales y aplicaciones. 4.2. Redes Neuronales (RN). 4.2.1. Conceptos básicos. 4.2.2. Clasificación.	Investigar la clasificación de las diferentes áreas que comprenden la IA. <input type="checkbox"/> Investigar, desarrollar y exponer en grupo y/o en equipos, la situación actual de cada una de las	<ul style="list-style-type: none"> Encuadre del curso Proporcionar el temario del curso. Proporcionar la calendarización del curso. 	Genéricas: <ul style="list-style-type: none"> Capacidad para tomar decisiones Habilidades en el uso de las tecnologías 	10 hrs teóricas y 6 prácticas

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 12 de 15

<p>4.2.3. Desarrollos actuales y aplicaciones.</p> <p>4.3. Visión artificial.</p> <p>4.3.1. Conceptos básicos.</p> <p>4.3.2. Desarrollos actuales y aplicaciones.</p> <p>4.4. Lógica difusa (Fuzzy Logic).</p> <p>4.4.1. Conceptos básicos.</p> <p>4.4.2. Desarrollos actuales y aplicaciones.</p> <p>4.5. Procesamiento de Lenguaje Natural (PLN).</p> <p>4.5.1. Conceptos básicos.</p> <p>4.5.2. Desarrollos actuales y aplicaciones.</p> <p>4.6. Sistemas Expertos (SE).</p> <p>4.6.1. Conceptos básicos.</p> <p>4.6.2. Clasificación.</p> <p>4.6.3. Desarrollos actuales y aplicaciones.</p>	<p>áreas que comprenden la IA.</p> <p><input type="checkbox"/> Realizar una aplicación que resuelva problemas del entorno aplicando una vertiente de la IA.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. • Exponer los temas indicados por la unidad temática. • Hacer mesas redondas donde se planteen los cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo. • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	<p>de la información y la comunicación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para aplicar los conocimientos en la práctica • Capacidad de trabajo en equipo 	
--	---	---	--	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Aplicaciones en Robótica	16%
B. Aplicaciones con Redes Neuronales y Visión	20%
C. Procesamiento del Lenguaje natural	38%
D. Sistemas expertos	26%

Niveles de desempeño:

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 13 de 15

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	95 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial.	85-94
	Bueno	Que cumplan con el indicador A en 70% y con el indicador B en su totalidad.	75-84
	Suficiente	Que A y B cumplan parcialmente	70-74
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

Matriz de evaluación:



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL

Fecha de Aprobación:
22 Noviembre 2022

Revisión: 4

Nombre del formato:
Instrumentación Didáctica.

Sistema Integral de Gestión:
ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6
14001:2015
ISO 45001:2018

Página 14 de 15

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%		X(25)	X(25)	X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(60)	X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		16	20	38	26	

1. Fuentes de información y apoyos didácticos

Fuentes de información:	Apoyos didácticos:
<p>Impresas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Winston, patrick henry, (1992). Inteligencia artificial, ed. Addison wesley 2. p.m, Gonzalo & p.m, santos. (2006). Inteligencia artificial e ingeniería del Conocimiento, Alfaomega. 3. Del brio b. & saenz, Martín m. (2006). Redes neuronales y sistemas borrosos. Alfaomega. 4. Russell P. & Norvig P. (2006). Inteligencia artificial, un enfoque moderno. Prentice hall. 5. Giarratano j. & riley g. (1996). Sistemas expertos, principios y programación (clips). International Thompson. 6. Mocker r, & dologite d.g. (1992). Knowledge-based systems: an introduction to Expert systems. Macmillan. 7. Suppes h & hill h. (1998). Introducción a la lógica matemática. Reverté. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Computadora portátil. 2. Cañón para computadora portátil 3. Power Point. 4. Presentaciones en Power Point. 5. Plataforma Moodle (Educación a Distancia del ITCh). 6. Aula con capacidad mínima para 30 alumnos, con contactos.

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 15 de 15

<p>Electrónicas:</p> <p>8. Fernández g. (2004). Universidad politécnica de madrid. Escuela técnica superior De ingenieros de telecomunicación. Departamento de ingeniería de sistemas Telemáticos. Grupo de sistemas inteligentes. Obtenido de Http://www.gsi.dit.upm.es/~gfer/ssii/rcsi/</p>	
---	--

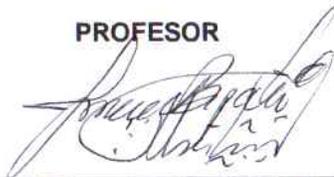
	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 15 de 15

1. Calendarización de evaluación en semanas: (6)

Sermana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
TP tiempo planeado			Ok				Ok				Ok				Ok	
TR tiempo real																
SD seguimiento departamental																

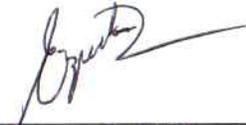
Fecha de elaboración: 15 de enero 2024

PROFESOR



Manuel Abraham Zapata Encalada

JEFE DEL ÁREA ACADÉMICA



Carlos Eduardo Azueta León



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



“Segundo Reporte del Año Sabático Apuntes de la Asignatura: Matemáticas Discretas”

Autor:

Manuel A. Zapata Encalada

Profesor de Carrera de tiempo completo.

Tecnológico Nacional de México campus Chetumal.

Departamento de Sistemas y Computación

Asignatura 2:	Matemáticas Discretas
Clave de la asignatura:	AEF-1041
Nombre y clave del Programa educativo al que impacta:	Nombre: Ingeniería en Sistemas Computacionales Clave del Programa: ISIC-210-224

Modalidad B.1.2 Elaboración de Apuntes de Asignaturas

Agosto 31, 2024

Contribución Académica

Análisis de la contribución del tema a los objetivos educacionales y perfil de egreso del programa educativo al cual contribuye la asignatura.

Se analizó la contribución de este tema (asignatura) a los objetivos educacionales y perfil de egreso del programa educativo (PE). Este análisis se llevó a cabo con base en los criterios de acreditación de CACEI aplicados en la evaluación del PE de Ingeniería en Sistemas Computacionales. En la siguiente figura 1, se presenta una matriz de cruce entre los objetivos educacionales y perfil de egreso definidos con base en los lineamientos de CACEI aplicados al Programa educativo al que pertenece el tema (asignatura).

Ingeniería en Sistemas Computacionales. Atributos de Egreso (AE, perfil de egreso alineado)		Objetivos Educacionales		
AE	Descripción	OE1 Ejerce satisfactoriamente las competencias de Ingeniería en Tecnologías de la Información y Comunicaciones en la solución de problemas que la sociedad le presente.	OE2 Desarrolla competencias específicas o cumple con requisitos necesarios para mejorar su nivel de empleabilidad dentro del ámbito de trabajo de su carrera	OE3 Se distingue por comunicar adecuadamente asuntos de su profesión a cualquier audiencia, dirigir y/o participar apropiadamente en equipos de trabajo y/o tener una atención orientada al buen trato del cliente
1	Identifica, analiza y resuelve problemas complejos y multicontextuales de ingeniería, definidos implícitamente o explícitamente, mediante la aplicación de modelos y principios de las ciencias básicas e ingeniería, proponiendo en sus soluciones el uso de las tecnologías de información cuando sea necesario.	X		
2	Aplica, analiza y adapta procesos de diseño de sistemas que generen como resultado proyectos que satisfacen necesidades predeterminadas, haciendo uso pertinente de las tecnologías de la información y comunicaciones.	X	X	
3	Experimenta adecuadamente con sistemas para evaluar los resultados emitidos por ellos y tomar decisiones que ayuden a mejorar el comportamiento de los mismos, haciendo uso del análisis e interpretación de los datos, así como del juicio ingenieril, para llegar a conclusiones.	X		
4	Se comunica adecuadamente ante distintas audiencias para exponer o conocer asuntos relacionados con su formación.			X
5	Está consciente de la responsabilidad ética y profesional que deberá asumir en las diferentes situaciones a las que haga frente en el ejercicio de su carrera y emite juicios sustentados que consideran los impactos de las soluciones propuestas en los diferentes contextos que se evalúan.	X	X	X
6	Está consciente de la necesidad de mantenerse informado sobre los sucesos que ocurren en ámbitos que impactan en su carrera y acepta que requiere formarse en aquellos avances tecnológicos y metodológicos que mejoren su desempeño, teniendo la habilidad para adquirir y aplicar los conocimientos que estos conllevan.		X	
7	Dirige y/o participa en equipos de trabajo para la aplicación de soluciones a problemas, bajo las directrices de un plan alineado a las buenas prácticas de la administración de proyectos.			X

Figura 1. Identificación de relación entre los objetivos educaciones con los atributos de egreso

A partir de esta tabla se definieron los criterios de desempeño por cada atributo de egreso los cuales también se dividieron en niveles (inicial, medio y alto), de este modo se identifica la forma en que cada asignatura contribuye a alcanzar el objetivo educacional y el atributo de egreso de los estudiantes. En el cuadro mostrado en la figura 2 se observa cómo se identificó la contribución en particular de cada asignatura a los objetivos educacionales y los atributos de egreso, alineado también a los atributos de CACEI.

Instituto Tecnológico de Chetumal Departamento de Sistemas y Computación Ingeniería en Sistemas Computacionales Cédula 3.3.2 – Programa del curso, asignatura o unidad de aprendizaje									
INSTRUCCIONES:		Utilice la siguiente cédula para aportar la información de los cursos, asignaturas o unidades de aprendizaje que integran el programa educativo. Se debe llenar sólo una cédula por cada curso previsto en el plan de estudios. Ver instrucciones detalladas al final.							
1. Clave del curso		AEF-1041		4. Ubicación Agosto - Diciembre 2022					
2. Nombre del curso		Matemáticas Discretas							
3. Seriación o prerrequisitos		Ninguno							
5. Tipo de curso		Ejes	Ciencias Básicas	Ciencias de la Ingeniería	Ingeniería Aplicada	Diseño en Ingeniería	C. Sociales y Humanidades	C. Económ. Administrativas	Otros Cursos
Obligatorio	Optativo								
x		6. Horas totales	0	5	0	0	0	0	0
7. Objetivos del curso		General	Comprende y aplica los conceptos básicos de lógica matemática, relaciones, grafos y árboles para aplicarlos a modelos que resuelvan problemas computacionales.						
Principales resultados de aprendizaje (indicadores de los AE)		Específico 1	Comprende y aplica las conversiones entre los diferentes sistemas de numeración para su aplicación en problemas computacionales.						
		Específico 2	Conoce y aplica las operaciones y propiedades de los conjuntos y relaciones para la resolución de problemas reales.						
		Específico 3	Analiza y resuelve problemas computacionales utilizando las técnicas básicas de lógica e inducción matemática.						
		Específico 4	Aplica los conceptos y propiedades del álgebra booleana, para optimizar expresiones booleanas y diseñar circuitos básicos con compuertas lógicas.						
		Específico 5	Aplica los conceptos básicos de grafos para resolver problemas afines al área computacional, relacionados con el recorrido, búsqueda y ordenamiento en grafos.						
		Específico 6	Aplica la organización y relación entre los datos mediante procesos de ordenamiento, para resolver problemas de programación matemática donde se hace uso de las redes.						
		Competencias genéricas	Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica. Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión. Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes diversas. Capacidad de trabajo en equipo. Capacidad de comunicación oral y escrita. Capacidad de investigación. Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación.						
Aportación a los atributos del egresado Indicar nivel de aportación N1 = nivel introductorio N2 = nivel medio N3 = nivel avanzado		8. Aportación del curso a los atributos de egreso del PE							
		AE1 Solución de problemas	AE2 Diseño	AE3 Experimentación	AE4 Comunicación	AE5 Responsabilidad Ética	AE6 Consciencia de Formación	AE7 Trabajo en equipo	
		OE1A1CD1N2			AE4CD1N1			AE7CD1N1	
		9. Aportación del curso a los atributos de egreso del CACEI							
1 Problemas Ing.	2 Diseño Ing.	3 Experiment.	4 Comun. Efect.	5 Respon. Ética	6 Actualización	7 Trabajo en equipo			
OE1A1CD1N2			AE4CD1N1			AE7CD1N1			

Figura 2. Aportación de la asignatura a los objetivos educacionales y atributos de egreso

Como se observa en la figura 2 y con base en el análisis del objetivo general, de los específicos de cada unidad temática, las competencias generales y específicas se concluye que la asignatura aporta a los objetivos educativos en la siguiente forma:

1. En la solución de problemas AE1. Como se indica la clave OE1A1CD1N2 significa que el programa impacta en el objetivo educativo 1 solución de problemas de ingeniería, y contribuye a alcanzar el atributo de egreso 1 en su criterio de desempeño 1 en el nivel medio 2.
2. En la comunicación AE4. Como se indica la clave AE4CD1N1, significa que el programa aporta en la formación del estudiante en su capacidad de comunicación y trabajo en equipo OE3, ayuda a que alcance el atributo de egreso 4 con el criterio de desempeño 1 y nivel inicial.
3. En la capacidad de trabajo en equipo AE7. Como se indica en la figura 2 la clave AE7CD1N1 significa que el programa impacta en el objetivo educativo 3 sobre la forma de trabajar en equipo del estudiante y contribuye a que también alcance el atributo de egreso 7 en su criterio de desempeño 1, en un nivel inicial (1).

De esta forma se demuestra como la asignatura impacta a los objetivos educativos y a los atributos de egreso del programa educativo y alineados a los indicados por la casa acreditadora CACEI.

Contenido

INTRODUCCIÓN	1
1 TEMA: SISTEMAS NUMÉRICOS	2
Competencias para desarrollar:.....	2
1.1 Subtema 1.1. Sistemas Numéricos (Binario, Octal, Decimal y Hexadecimal).....	2
1.1.1 Herramientas didácticas utilizadas.....	2
1.1.2 Descripción del Sub-Tema 1.1.	2
1.2 Subtema 1.2. Conversión entre sistemas numéricos.....	7
1.2.1 Herramientas didácticas utilizadas.....	7
1.2.2 Descripción del Subtema 1.2.	7
1.2.3 Conversión: Decimal a Binario.	8
1.2.4 Conversión de Decimal a Octal.	11
1.2.5 Conversión de Decimal a Hexadecimal.	13
1.2.6 Conversión de Binario a Decimal.	15
1.2.7 Conversión de Binario a Octal.....	17
1.2.8 Convertir de Binario a Hexadecimal.....	19
1.2.9 De Octal a Decimal, Binario y Hexadecimal.....	21
1.3 Subtema 1.3. Operaciones Básicas (suma, resta, multiplicación y división).....	23
1.3.1 Herramientas didácticas utilizadas.....	23
1.3.2 Descripción del Sub-Tema 1.3.	23
1.3.3 Suma o Adición Binaria	23
1.3.4 Resta o sustracción Binaria.	26
1.3.5 Multiplicación binaria	28
1.3.6 División Binaria	30
1.3.7 Subtema 1.4. Aplicación de los sistemas numéricos en la computación.....	32
1.3.8 Cuestionario de Evaluación.....	33
2 TEMA: CONJUNTOS Y RELACIONES.....	35
Competencias para desarrollar:.....	35
2.1 Características de los conjuntos y subconjuntos.	35
2.1.1 Herramientas didácticas utilizadas.....	35
2.1.2 Descripción del subtema 2.1.....	36
2.1.3 Herramientas didácticas utilizadas.....	42
2.1.4 Descripción del subtema 2.2.....	42

2.1.5	Herramientas didácticas utilizadas.....	47
2.1.6	Descripción del Subtema 2.3.	47
2.2	Producto cartesiano y relación binaria.....	59
2.2.1	Herramientas didácticas utilizadas.....	59
2.2.2	Descripción del subtema 2.4.....	59
2.3	Representación de las Relaciones	66
2.3.1	Herramientas Didácticas utilizadas.	66
2.3.2	Descripción del subtema 2.5.....	66
2.4	Propiedades de las Relaciones	69
2.4.1	Herramientas didácticas utilizadas.....	69
2.4.2	Descripción del Subtema 2.6.	69
2.5	Relaciones de Equivalencia.	71
2.5.1	Herramientas Didácticas utilizadas	71
2.5.2	Descripción del Subtema 2.7.	71
2.6	Funciones.....	72
2.6.1	Herramientas Didácticas utilizadas	72
2.6.2	Descripción del subtema 2.8.....	72
2.7	Aplicación de las Relaciones y las Funciones en la Computación.	77
2.7.1	Herramientas Didácticas utilizadas.	77
2.7.2	Descripción del subtema 2.9.....	77
3	TEMA: LOGICA MATEMÁTICA	79
	Competencias para desarrollar:.....	79
3.1	LOGICA PROPOSICIONAL.....	80
3.1.1	Proposiciones simples y compuestas.....	80
	Descripción del tema 3.1.	80
3.1.2	Tablas de Verdad.....	92
3.1.3	Tautologías, contradicción y contingencia.	96
3.1.4	Equivalencias Lógicas.....	99
3.1.5	Reglas de inferencia.....	100
3.1.6	Argumentos Válidos y no válidos.	105
3.1.7	Demostración formal	107
3.2	LOGICA DE PREDICADOS	110
3.2.1	Cuantificadores.....	110

3.2.2	Representación y evaluación de predicados	113
3.3	ALGEBRA DECLARATIVA.....	115
3.4	INDUCCIÓN MATEMÁTICA.....	116
3.5	APLICACIONES DE LA LÓGICA MATEMÁTICA EN LA COMPUTACIÓN.....	117
4	TEMA: ALGEBRA BOOLEANA	119
	Competencias para desarrollar:.....	119
4.1	Teoremas y postulados.....	120
4.2	Optimización de expresiones Booleanas.....	124
4.3	Aplicaciones del Algebra de Boole	126
4.3.1	Mini y maxi términos	126
4.4	Representación de expresiones booleanas con circuitos lógicos	127
5	TEMA: TEORÍA DE GRAFOS.....	137
	Competencias para desarrollar:.....	137
5.1	Elementos, características y componentes de los grafos.....	138
5.1.1	Tipos de grafos.....	141
5.2	Representación de los grafos	147
5.2.1	Matemática.....	147
5.2.2	Computacional.....	149
5.3	Algoritmos de recorrido y búsqueda.	152
5.3.1	El camino más corto.....	153
5.3.2	A lo ancho.....	154
5.3.3	A lo largo o profundidad.	155
6	TEMA: ÁRBOLES Y REDES.....	157
	Competencias para desarrollar:.....	157
6.1	Árboles.....	158
6.1.1	Componentes y Propiedades	158
6.1.2	Clasificación por altura y por número de nodos.	160
6.2	Árboles con peso.....	161
6.2.1	Recorrido de un Árbol.....	162
6.3	Redes	165
6.3.1	Teorema de flujo máximo.	165
6.3.2	Teorema del flujo mínimo	166
6.3.3	Pareos y Redes de Petri.....	167

7	ANEXO 1.	173
	Tema 1. Sistemas Numéricos.	173
	Ejercicios propuestos de Conversiones.....	173
	Ejercicios propuestos de aritmética binaria.....	176
	Tema 2. Conjuntos y Relaciones.	178
	Estudio de casos	179
	Tema 3. Lógica Matemática	186
7.1	Secuencia Didáctica.....	186
	Tema 4. Álgebra de Boole	191
4.1.	Optimización de expresiones booleanas	191
4.2.	Representación de expresiones booleanas mediante circuitos lógicos.	191
	Tema 5. TEORÍA DE GRAFOS	192
	Tema 6. Árboles y Redes.....	194
8	ANEXO 2.	196
	INSTRUMENTACIÓN DIDÁCTICA	196

Lista de figuras.

Figura 1.1.1.Ejemplo de sistemas numéricos. Creación Propia.	3
Figura 1.1.2.Ejemplos de sistemas de numeración. Creación Propia.....	4
Figura 1.1.3.Posición de los símbolos que representan cantidades, sistema posicional. Creación Propia.	5
Figura 1.2.1. Ejemplo 1, conversión decimal a binario. Creación propia.	9
Figura 1.2.2.Ejemplo 2, convertir 13 decimal a binario. Creación propia.	9
Figura 1.2.3.Ejemplo 3 Convertir Decimal a binario el 25. Creación propia.....	9
Figura 1.2.4. Otros ejemplos de conversión de decimal a binario. Creación Propia.	10
Figura 1.2.5. Solución de los ejercicios 1 de conversión de decimal a binario. Creación propia.....	11
Figura 1.2.6.Ejemplos de conversión de Decimal a Octal. Creación propia.	12
Figura 1.2.7.Ejercicios resueltos Decimal-Octal. Creación propia.	13
Figura 1.2.8.Ejemplo de conversión de Decimal a Hexadecimal. Creación propia.....	14
Figura 1.2.9.Solución de ejercicios propuestos, conversión de decimal a hexadecimal. Creación propia.....	15
Figura 1.2.10.Ejemplo1 de conversión Binario - Decimal. Creación propia.	16
Figura 1.2.11. Ejercicios resueltos Binario a Decimal. Creación Propia.....	17
Figura 1.2.12.Ejemplo de convertir de binario a octal. Creación propia.....	18
Figura 1.2.13. Solución ejercicios convertir de binario a octal. Creación propia.....	19
Figura 1.2.14. Ejemplo de convertir de Binario a Hexadecimal. Creación propia.	20
Figura 1.2.15. Solución de ejercicios de la tabla 1.2.8.1. De binario a Hexadecimal. Creación propia.	21
Figura 1.2.16. Ejemplo de convertir octal a decimal. Creación Propia.....	21
Figura 1.3.1.Reglas de suma binaria. Creación propia.	24
Figura 1.3.2. Ejemplo 1 de suma binaria $10 + 11 = 101$. Creación propia.	24
Figura 1.3.3. ejemplo de suma binaria $100 + 11 = 111$. Creación propia.	24
Figura 1.3.4. Ejercicio 3 de suma binarias $111+111=1110$. Creación propia.....	25
Figura 1.3.5. Solución a los ejercicios de suma binaria. Creación propia.....	26
Figura 1.3.6.Reglas de resta binaria y acarreo negativo. Creación propia.....	26
Figura 1.3.7. Ejemplo 1 de resta binaria. Creación propia.	27
Figura 1.3.8.Solución resta binaria. Creación propia.	28
Figura 1.3.9. Reglas de multiplicación binaria. Creación propia.	28
Figura 1.3.10. Ejemplo de multiplicación binaria. Creación propia.....	29
Figura 1.3.11. Solución de multiplicación binaria. Creación propia.	30
Figura 1.3.12.Reglas de la división binaria. Creación propia.....	30
Figura 1.3.13. Ejemplo de división binaria. Creación propia.....	31
Figura 1.3.14. Segundo ejemplo de división binaria. Creación propia.....	31
Figura 1.3.15. Solución de divisiones. Creación propia.....	32
Figura 2.1.1. Ejemplo 1 de representación de un conjunto mediante diagrama de Ven. Creación Propia.	38
Figura 2.1.2. Ejemplo 2 de representación de un conjunto mediante diagrama de Venn. Creación Propia.	38

Figura 2.1.3. Ejemplo 3 de representación de conjunto con diagrama de Venn. Creación propia.....	39
Figura 2.1.4. . Representación de la unión de conjuntos $A \cup B$ por medio de Diagramas de Ven. Creación propia.....	43
Figura 2.1.5. Ejemplo de Intersección $A \cap B$ por medio de la representación de Diagramas de Venn. Creación propia.....	44
Figura 2.1.6. Ejemplo de intersección $Q \cap R$ por medio de la representación de Diagramas de Ven. Creación propia.....	45
Figura 2.1.7. Ejemplo de Diferencia de conjuntos $A-B$. Creación propia.....	46
Figura 2.1.8. . Conjunto complemento. Líneas azules forman el conjunto A' . Creación propia.....	46
Figura 2.1.9. Propiedad asociativa. Diagrama de Ven. Creación propia.....	49
Figura 2.1.10. Propiedad asociativa ejemplo 2. Diagrama de Ven. Creación propia.....	50
Figura 2.1.11. Demostración Propiedad distributiva, ejemplo 1. Diagrama de Ven. Creación propia.....	50
Figura 2.1.12. Demostración Propiedad distributiva ejemplo 2. Diagrama de Ven. Creación propia.....	51
Figura 2.1.13. Demostración de la Ley de Morgan Diagrama de Ven. Propiedad 1. Creación propia.....	52
Figura 2.1.14. . Demostración de la Ley de Morgan Diagrama de Venn. Propiedad 2. Creación propia.....	52
Figura 2.1.15. Propiedad 1 del complemento. Creación propia.....	53
Figura 2.1.16. Propiedad 2 del complemento. Creación propia.....	53
Figura 2.1.17. Propiedad Identidad ejemplo 1. Creación propia.....	54
Figura 2.1.18. Propiedad Identidad ejemplo 3. Creación propia.....	55
Figura 2.1.19. Conjunto propio $A \cup B = B$. Ejemplo A. Creación propia.....	56
Figura 2.1.20. Conjunto propio $A \cap B = A$. Ejemplo b. Creación propia.....	56
Figura 2.1.21. Respuesta ejercicio 1 subtema 3. Creación propia.....	57
Figura 2.1.22. Respuesta ejercicio 4 del tema 3. Creación propia.....	58
Figura 2.1.23. Solución al ejercicio 5. Creación propia.....	59
Figura 2.2.1. Plano cartesiano que representa el resultado del producto $A \times B$. Creación Propia.....	62
Figura 2.2.2. Relación binaria entre países y sus capitales. Creación propia.....	64
Figura 2.2.3. Relación Binaria 2, países y sus continentes. Creación propia.....	64
Figura 2.2.4. Relación Binaria 3, países y ciudades. Creación propia.....	65
Figura 2.2.5. Caso 1, relación uno a uno. Creación propia.....	65
Figura 2.2.6. Caso 2, relación muchos a uno. Creación propia.....	65
Figura 2.2.7. Caso 3, relación uno a muchos. Creación propia.....	66
Figura 2.3.1, Representación gráfica de una función: $y = x^2 + 1$. creación propia.....	68
Figura 2.6.1. Representación de una función. Creación propia.....	73
Figura 2.6.2. Variable independiente y dependiente. Creación propia.....	74
Figura 2.6.3. Dominio y Rango. Creación propia.....	74
Figura 2.6.4. Función Inyectiva. Creación Propia.....	75
Figura 2.6.5. Gráfica de la función suprayectiva $f(x) = 2x^2 + 1$. Creación propia.....	76
Figura 2.6.6. De la función Biyectiva $f(x) = 4x$. Creación propia.....	77
Figura 3.1.1. Definición de Lógica Proposicional. Creación propia.....	81
Figura 3.2.1. Definición de cuantificación implícita. Creación propia.....	113

Figura 4.4.1. Circuitos abiertos y cerrados. Creación propia.....	127
Figura 4.4.2. Circuito en serie y en paralelo. Creación propia.	128
Figura 4.4.3. Compuerta Lógica Or. Creación propia.	130
Figura 4.4.4. Compuerta lógica AND. Creación propia.....	130
Figura 4.4.5. Compuerta lógica Not o NO. Creación propia.	131
Figura 4.4.6. Representación de la Compuerta Lógica NOR. Creación propia.	132
Figura 4.4.7. Compuerta lógica NAND. Creación propia.	133
Figura 4.4.8. Compuerta lógica XOR. Creación propia.	133
Figura 4.4.9. Representación de Algebra de Boole con compuertas lógicas. Creación propia.	135
Figura 4.4.10. Representación del algebra de Boole del lado derecho de la expresión asociativa. Creación propia.	135
Figura 4.4.11. Ley asociativa del lado izquierdo de la ecuación. Creación propia.....	135
Figura 4.4.12. Ley asociativa del lado derecho de la ecuación. Creación propia.	135
Figura 4.4.13. Circuito lógico que representa a la Ley Distributiva del producto sobre la adición. Creación propia.	136
Figura 4.4.14. Ejercicio a). Creación propia.	136
Figura 5.1.1. Grafo simple con dos nodos (a,b) y una arista =1. Creación propia.	138
Figura 5.1.2. Ejemplo de un (V.A). Creación propia.	139
Figura 5.1.3. Ejemplo de un grado de grafo. Creación propia.....	140
Figura 5.1.4. Grafo Regular. Creación propia.	141
Figura 5.1.5. Ejemplo de grafo completo y No completo. Creación propia.....	141
Figura 5.1.6. Ejemplo de grafos bipartitos. Creación propia.	142
Figura 5.1.7. Ejemplo de multígrafo. Creación propia.	142
Figura 5.1.8. Grafo simple. Creación propia.	143
Figura 5.1.9. Ejemplo de grafo no dirigido. Creación propia.....	143
Figura 5.1.10. Ejemplo de un Dígrafo. Creación propia.	144
Figura 5.1.11. Grado de un Dígrafo. Creación propia.....	144
Figura 5.1.12. Grafo No Dirigido y Dirigido con costo. Creación propia.	145
Figura 5.1.13. Grafo Conexo. Creación propia.	146
Figura 5.1.14. Segundo ejemplo de un grafo conexo. Creación propia.....	146
Figura 5.1.15. Grafo inconexo. Creación propia.....	146
Figura 5.2.1. Grafo y matriz de adyacencia. Creación propia.....	148
Figura 5.2.2. Matriz de incidencia. Creación propia.	149
Figura 5.2.3. Matriz de Adyacencia dirigida. Creación propia.....	150
Figura 5.2.4. Matriz de Incidencia Dígrafo. Creación propia.	151
Figura 5.2.5. Matriz camino de un Dígrafo. Creación propia.	152
Figura 5.3.1. Recorrido de un grafo a lo ancho. Creación propia.	155
Figura 5.3.2 Recorrido a profundidad. Creación propia.....	156
Figura 6.1.1. Ejemplo de un Árbol. Creación propia.	158
Figura 6.1.2. Niveles de un árbol. Creación propia.	159
Figura 6.1.3. Características de un árbol. Creación propia.....	160
Figura 6.1.4. Clasificación por conexión. Creación propia.	161
Figura 6.2.1. Ejemplo de un árbol con peso. Creación propia.	161
Figura 6.2.2. Ejemplo de Recorrido de un árbol en Preorden. Creación propia.....	163

Figura 6.2.3. Recorrido de un árbol en Inorden. Creación propia.....	164
Figura 6.2.4. Recorrido de un árbol en Posorden. Creación propia.	165
Figura 6.3.1. Ejemplo de grafos tipo Redes. Creación propia.	165
Figura 6.3.2. Ejemplo de una Red de flujo máximo. Creación propia.	166
Figura 6.3.3. Red de flujo mínimo. Creación propia.....	167
Figura 6.3.4. Ejemplo de Pareo. Creación Propia.....	167
Figura 6.3.5. Ejemplo de una Red de Petri con sus elementos. Creación propia.	169
Figura 6.3.6. Comportamiento de una Red de Petri. Creación propia.	169
Figura 6.3.7. Otro tipo de comportamiento de una Red de Petri. Creación propia.	169

Lista de Tablas

Tabla 1.1.1. Equivalencias entre sistemas numéricos. Creación propia.	7
Tabla 1.2.1. Ejercicios decimales a binario. Creación Propia.....	10
Tabla 1.2.2. Ejercicios conversión de decimal a octal. Creación propia	12
Tabla 1.2.3. Conversión de decimal a Hexadecimal. Creación propia.	14
Tabla 1.2.4. ejercicios de binario a decimal. Creación propia.	16
Tabla 1.2.5. Ejercicio para convertir de binario a octal. Creación Propia.	18
Tabla 1.2.6. Conversión de Binario a Hexadecimal. Creación propia.	20
Tabla 1.3.1. Ejercicios para resolver mediante suma binaria. Creación Propia.	25
Tabla 1.3.2. Ejercicios resueltos de resta binaria. Creación propia.	27
Tabla 1.3.3. Ejemplos de multiplicación binaria. Creación propia.....	29
Tabla 1.3.4. Ejercicios de división binaria. Creación propia.	31
Tabla 1.3.5. Tabla de evaluación. Creación propia.	33
Tabla 2.3.1. Representación de la función $y = x^2 + 1$. Creación propia.	68
Tabla 2.6.1. Tabla de la función $y = x^2$. Creación propia.	75
Tabla 2.6.2. Tabla de la función $f(x) = 2x^2 + 1$. Creación propia.	76
Tabla 2.6.3. Tabla de la función Biyectiva $f(x) = 4x$. Creación propia.....	76
Tabla 3.1.1. Tabla de verdad del conector lógico "y". Creación propia.	84
Tabla 3.1.2. Ejemplo de tabla de verdad del conector lógico "y". Creación propia.....	85
Tabla 3.1.3. Tabla de verdad del conector lógico "o". Creación propia.....	85
Tabla 3.1.4. Ejemplo de tabla de verdad del conector lógico "o". Creación propia.	86
Tabla 3.1.5. Tabla de verdad del conector lógico "No". Creación propia.	87
Tabla 3.1.6. Ejemplo de tabla de verdad del conector lógico "no". Creación propia.	87
Tabla 3.1.7. Tabla de verdad del conector lógico "xor". Creación propia.....	88
Tabla 3.1.8. Ejemplo de la tabla de verdad del conector lógico "xor". Creación propia.....	89
Tabla 3.1.9. Tabla de verdad del conector lógico "Si p entonces q". Creación propia.	89
Tabla 3.1.10. Ejemplo de la tabla de verdad del conector lógico "Si... entonces...". Creación propia.	90
Tabla 3.1.11. Tabla de verdad del conector " p si y solo si q". Creación propia.	91
Tabla 3.1.12. Ejemplo de Tabla de verdad del conector lógico "p si y solo si q". Creación propia. ...	92
Tabla 3.1.13. Jerarquía de aplicación de los operadores lógicos. Creación propia.....	94
Tabla 3.1.14. Tabla de verdad de la proposición conjunta $[(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r)] \leftrightarrow (r \rightarrow q)$. Creación propia.....	95
Tabla 3.1.15. Tabla de verdad de la expresión: $F = p' \rightarrow (r' \vee q \wedge p) \leftrightarrow r \vee q' \rightarrow p$. Creación propia.	95
Tabla 3.1.16. Tautología de la expresión: $(p \vee p')$. Creación propia.	96
Tabla 3.1.17. Tabla de verdad de la tautología: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q' \rightarrow p')$. Creación propia.	97
Tabla 3.1.18. Tabla de contradicción para la expresión: $(p \wedge p')$. Creación propia.....	98
Tabla 3.1.19. Tabla de verdad de Contingencia de la expresión: $[(q' \vee q) \rightarrow p'] \wedge q$. Creación propia.	98
Tabla 3.1.20. Tabla de equivalencias entre proposiciones. Creación propia.	99
Tabla 3.1.21. Tabla que valida las premisas de un argumento para determinar si es válido o no. Creación propia.	108
Tabla 3.1.22. Demostración del argumento Modus Ponens. Creación propia.	109

Tabla 4.1.1. Tabla de verdad del operador Not con valores del algebra de Boole. Creación propia.	121
Tabla 4.1.2 Tabla de verdad del operador + del algebra de Boole. Creación propia.	121
Tabla 4.1.3. Tabla de verdad del operador * del algebra de Boole.	122
Tabla 4.1.4. Tabla de los teoremas del algebra de Boole. Creación propia.	124
Tabla 4.3.1. Minitérminos y Maxitérminos de una función. Creación propia.	126
Tabla 4.4.1.Circuitos abiertos y cerrados. Creación propia.	128
Tabla 4.4.2. Tabla del circuito del inciso b)	129
Tabla 4.4.3. Tabla de Verdad de la compuerta lógica Or. Creación propia.	130
Tabla 4.4.4. Tabla de Verdad de la compuerta lógica AND. Creación propia.....	131
Tabla 4.4.5. Tabla de la compuerta lógica Not o No. Creación propia.	131
Tabla 4.4.6. Tabla de verdad de la Compuerta lógica NOR. Creación propia.	132
Tabla 4.4.7. Tabla de verdad de la Compuerta lógica NOR. Creación propia.	133
Tabla 4.4.3. Tabla de Verdad de la compuerta lógica Or. Creación propia.	133

INTRODUCCIÓN

Como consecuencia del confinamiento al que estuvimos inmersos por casi dos años a consecuencia de la pandemia derivada del virus Covid-19, se generó una gran necesidad de dependencia y por consiguiente de interacción con las Tecnologías de la Información y comunicaciones (TIC's). Esta situación de dependencias de las TIC's en la sociedad demostró la gran carencia que se tenía del conocimiento para poder hacer uso de estas en todos los ámbitos de la vida cotidiana, ya sea relaciones o comunicaciones con amistades o familiares, actividades comerciales desde pedir comida o comprar en línea, acciones de trabajo en casa, educación, entretenimiento entre otros.

Todo lo anterior a demostrado que se no se va a regresar al pasado y por lo tanto el uso y dependencia de las TIC's se va a ir incrementando cada vez más. Como consecuencia de esto, surge la necesidad de actualizar y fortalecer los conocimientos de los futuros profesionistas en el área de las ciencias computacionales, específicamente en los temas o asignaturas que fortalecen su ingeniería. Como por ejemplo aquellas que le ayudan en el razonamiento abstracto, de síntesis y lógica que se imparten en la asignatura de Matemáticas Discretas. Es necesario revisar y actualizar los contenidos, la bibliografía, los instrumentos de aprendizaje y enseñanza entre otros. Es precisamente lo que se busca en este trabajo de elaboración de apuntes actualizados, ordenados, con revisión bibliográfica con la finalidad de ser un instrumento que ayude al profesor a transmitir el conocimiento y lograr que el estudiante alcance las competencias establecidas en la asignatura.

1 TEMA: SISTEMAS NUMÉRICOS

Competencias para desarrollar:

Específicas: Comprende y aplica las conversiones entre los diferentes sistemas de numeración para su aplicación en problemas computacionales.

- **Genéricas:**
 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis
 - Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
 - Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión
 - Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes diversas
 - Capacidad de trabajo en equipo

1.1 Subtema 1.1. Sistemas Numéricos (Binario, Octal, Decimal y Hexadecimal).

1.1.1 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

1.1.2 Descripción del Sub-Tema 1.1.

En este primer subtema denominado Sistemas numéricos, se presentan cuatro sistemas que se relacionan con la forma en que las computadoras procesan información en sus registros internos. Estos son el sistema binario, el más básico de todos y el que requiere solo de dos símbolos para representar cualquier cantidad, el sistema octal que está formado por ocho símbolos para representar cualquier número y surge de la forma en que estos ocho símbolos

podrían representar a todo el alfabeto. El sistema decimal, que utiliza diez símbolos para representar cantidades y es nuestro sistema de numeración como sociedad, y finalmente el sistema hexadecimal que usa dieciséis símbolos para representar cantidades y que es utilizado en un lenguaje denominado “lenguaje de máquina” de las computadoras, previo al binario que es el básico en las computadoras.

Antes de definir lo que es un sistema numérico, debemos definir lo que es o significa un número. En una definición personal:

- Un número es un símbolo que representa la cantidad de objetos de un conjunto determinado.
- Un sistema numérico, es un conjunto finito de símbolos y reglas que se aplican a estos símbolos para representar cualquier cantidad de objetos o elementos de un conjunto, así como las operaciones básicas de la aritmética que pueden realizar.

Con base en la definición de la RAE sobre la palabra número dice “Expresión de una cantidad con relación a su unidad” (REAL ACADEMIA ESPAÑOLA: 2023). Sin embargo, se tienen muchas definiciones sobre la palabra número en la RAE y aquí sólo se tomo la primera definición.

Cada sistema numérico debe definir el conjunto finito de símbolos que le permitirán representar cualquier cantidad, por ejemplo, en la infografía presentada en la figura 1.1.1, Se muestran varios ejemplos de sistemas numéricos y la cantidad de símbolos que utilizan.

No.	Descripción	No. Símbolos	Ejemplos: 1,5,10
1	Romano	7	I, V, X
2	Maya	20	●, —, ==
3	Decimal	10	1, 5 ,10
4	Binario	2	1, 1001, 1010
5	Octal	8	1, 5, 12,
6	Hexadecimal	16	1, 5, A

Figura 1.1.1.Ejemplo de sistemas numéricos. Creación Propia.

En un análisis histórico de las grandes culturas que han existido en el mundo, se pueden encontrar el desarrollo de diferentes sistemas numéricos de cada una de ellas. Podemos mencionar dos formas principales de clasificar estos sistemas numéricos como se indica en la infografía de la figura 1.1.2:

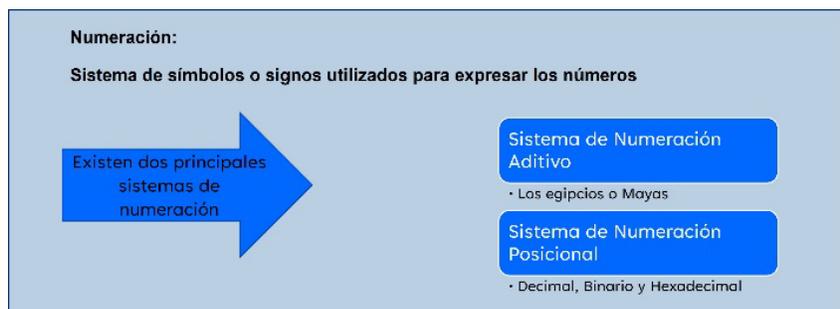


Figura 1.1.2. Ejemplos de sistemas de numeración. Creación Propia.

- **Sistema de numeración Aditivo.** –

- Para el caso del sistema Romano, los símbolos se leen de izquierda a derecha, donde los de mayor valor van más a la izquierda y los de menor valor a la derecha. El número se obtiene sumando los valores de los símbolos, de ahí surge la denominación aditiva. En el sistema romano se tiene por ejemplo el número XIII = $10 + 1 + 1 + 1 = 13$. El X romano representa al 10 decimal y la I al 1.
- Existen excepciones como: El símbolo que se asocia con I, que representa el 1, se encuentra a la izquierda de otro de mayor valor como X, C, o M, se resta al valor mayor, por ejemplo, IV se resta 1 al V que es 5, queda $5 - 1 = 4$. También, el IX es 1 restarle al 10, queda 9. De esta forma, los símbolos que representan valores menos a la izquierda de un mayor, se interpreta como restando el valor del menor de la izquierda al mayor de la derecha.
- Hay otras excepciones, pero son exclusivas del sistema romano, lo único que se hace en este documento es señalar como es el sistema aditivo.

- **Sistema de numeración posicional.** – Contiene dos características

- El valor del símbolo (que representa la cifra) lo determina la posición que ocupa
- La base del sistema está determinada por la cantidad de diferentes símbolos utilizados en el sistema.
- Ejemplo: en el sistema decimal el cual es un sistema de numeración posicional, las posiciones se interpretan de derecha a izquierda, de menor a mayor. El símbolo que ocupa la posición más a la derecha es el de menor valor, y el que se encuentre a su izquierda es un valor mayor al que está a la derecha, como se indica en la infografía de la figura 1.1.3 que representa el número 846,537.00.



Figura 1.1.3. Posición de los símbolos que representan cantidades, sistema posicional. Creación Propia.

Ahora revisaremos los sistemas de numeración posicional relacionados con los sistemas de cómputo los cuales son Binario, Octal, Decimal y Hexadecimal. Pero ¿cómo representamos los números en general en estos sistemas numéricos posicional? Se puede hacer de dos formas:

- Inicialmente, se utilizan todos los símbolos disponibles que se tiene para representar los valores de cantidades desde el mínimo hasta el valor máximo que se puede representar.
 - Se repiten los valores con forme se vayan incrementando las cantidades a representar.
- **Sistema Decimal.** - En el sistema decimal, como su nombre lo indica tenemos diez símbolos en total, esto son {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve. Estas son los todos los símbolos que se pueden utilizar para representar valores sin repetir. Ahora bien, si es necesario representar valores o cantidades mayores, entonces se empiezan a repetir. Para representar el valor de diez se repite el 1 con el 0 y tenemos 10, para el once se repite el 1 con el 1, y así sucesivamente.
 - **Sistema Binario.** - El sistema binario se deriva del decimal y sólo utiliza dos símbolos de este, estos son {0, 1}, cero y uno. Estos son los únicos símbolos con que se cuenta en

este sistema. Ahora bien, si es necesario representar valores mayores, entonces se empiezan a repetir. El cero se representa con el 0, el uno con el 1, el dos como no hay más símbolos se empiezan a repetir, el 1 con el 0=10, el tres es el 1 con el 1= 11. El cuatro, ya no hay más símbolos, entonces se empiezan a repetir desde el dos=10 con el 0 =100, el cinco es el dos 10 con el 1 = 101, y así sucesivamente.

- **Sistema Octal.** – También se deriva del sistema decimal pero sólo utiliza 8 símbolos de este para representar sus valores o cantidades, estos son { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Algo importante que hay que notar en el sistema octal es que se llama así porque son 8 símbolos tomados del sistema decimal pero el ocho no forma parte del sistema, así que, si alguna vez se dice que un número está en sistema octal y tiene el 8 o 9, **NO es correcto**. Si se requiere representar cantidades mayores a los ocho símbolos, se toma de la misma forma que en el decimal y binario, se empiezan a repetir. El número 8 en el octal es 10, el 9 es 11, el 10 es 12 y así sucesivamente.
- **Sistema Hexadecimal.** - También derivado del binario y como su nombre lo dice son 16 símbolos utilizados para representar las cantidades que se requieran, estos son {0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}. Este sistema toma los 10 símbolos del sistema decimal, pero como necesita 16 y no puede repetir los que ya tomó, entonces se complementa con las 6 primeras letras mayúsculas del abecedario. Si se requiere representar cantidades mayores al 16, se repiten como en los otros sistemas. El 17 es el 10, el 18 es el 11 y así sucesivamente.

A continuación, se presentan en la infografía de la tabla 1.1.1, una representación de las equivalencias de los sistemas numéricos empezando con el que manejamos que es el decimal. Continuamos con el binario, octal y hexadecimal y la equivalencia llega hasta el número 15 en forma consecutiva.

Tabla 1.1.1. Equivalencias entre sistemas numéricos. Creación propia.

Equivalencias entre los sistemas numéricos			
Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Para saber más sobre los diferentes sistemas numéricos desarrollados por algunas culturas en la historia, se sugiere revisar el capítulo 7 denominado “Bases y congruencias numéricas” en (Murillo, 2010).

1.2 Subtema 1.2. Conversión entre sistemas numéricos

1.2.1 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

1.2.2 Descripción del Subtema 1.2.

En este subtema se presenta la forma en que podemos hacer conversiones entre los diferentes sistemas numéricos aplicados en las ciencias computacionales empezando con el que

manejamos cotidianamente, el decimal y el cómo convertir hacia otros sistemas como el Binario, Octal y Hexadecimal. También, se presenta la forma de conversión entre todos estos cuatro sistemas numéricos para encontrar sus equivalencias. En la bibliografía podemos encontrar algunas fórmulas para hacer las conversiones entre sistemas numéricos como las que encontramos en (David & García, n.d). Sin embargo, con base en la experiencia se va a presentar estrategias que permitan las conversiones de forma más sencilla. Finalmente es importante mencionar que cada sistema numérico que se va a trabajar a partir de este momento en este documento será llamado Base por el número de símbolos que utiliza. Por ejemplo, el sistema decimal puede ser llamado base diez, el binario base dos, el octal base ocho y el hexadecimal base 16. Se coloca como subíndice en un paréntesis abierto el número de la base a la que pertenece la cantidad señalada. Por ejemplo, $123_{(10)}$ base 10 o en decimal; $1001_{(2)}$ base 2 o binario; $14_{(8)}$ base 8 u octal y $A1_{(16)}$ base 16 o hexadecimal

1.2.3 Conversión: Decimal a Binario.

- a) El número en decimal se divide entre la base a la que se quiere convertir.
- b) Se separa el residuo de la división
- c) La parte entera se toma y se repite el inciso a) mientras sea mayor a la base
 - Si el entero que queda de la división es menor a la base, se detiene el cálculo y el valor equivalente en la base a la que se quiere convertir se forma al tomar el primer residuo obtenido, como la cantidad más a la derecha (la menor) e ir colocando los demás residuos de derecha a izquierda con forme se fueron obteniendo. El último dígito de la cantidad equivalente, será el último entero que haya quedado menor a la base.
 - Ejemplos: Convertir el número $5_{(10)}$ a su equivalente en base 2. El resultado se muestra en la figura 1.2.1.

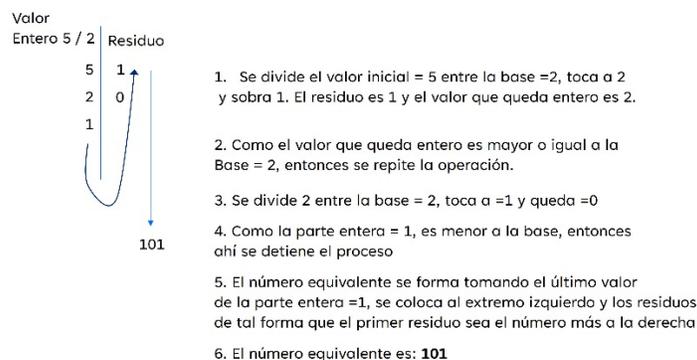


Figura 1.2.1. Ejemplo 1, conversión decimal a binario. Creación propia.

En la figura 1.2.2 se muestra otro ejemplo de conversión entre el sistema decimal a binario, ahora se convierte el numero 13 a su equivalente en base 2.

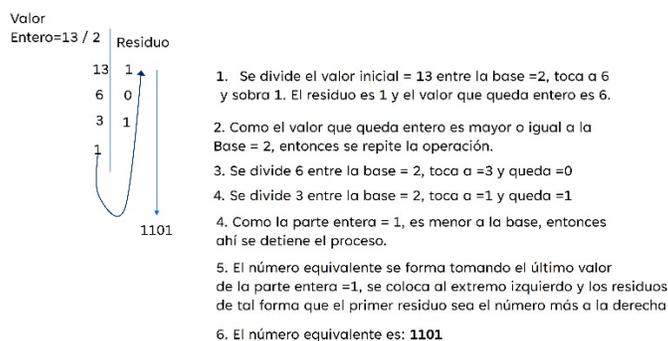


Figura 1.2.2. Ejemplo 2, convertir 13 decimal a binario. Creación propia.

En la figura 1.2.3 se muestra otro ejemplo de conversión entre el sistema decimal a binario, ahora se convierte el numero 25 a su equivalente en base 2.

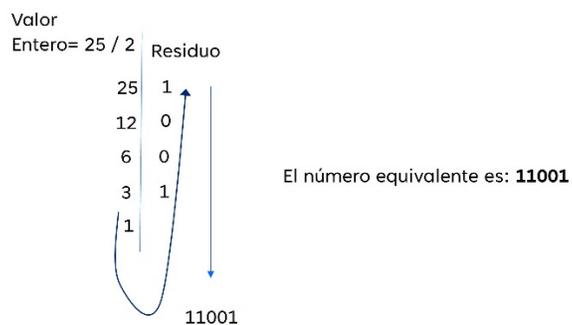


Figura 1.2.3. Ejemplo 3 Convertir Decimal a binario el 25. Creación propia.

En la figura 1.2.4 se presentan dos ejemplos de conversión de números decimal a su equivalente en binario, son el 87 y el 593.

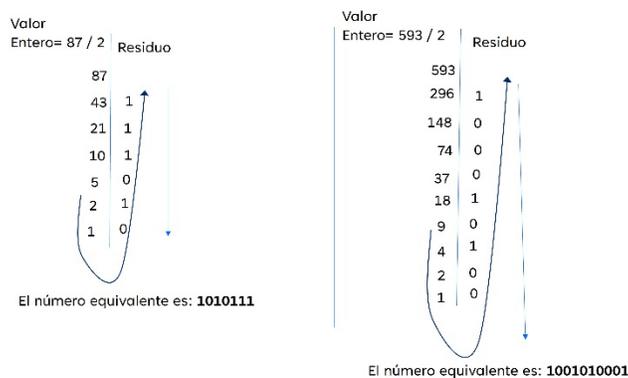


Figura 1.2.4. Otros ejemplos de conversión de decimal a binario. Creación Propia.

A continuación, se dejan varios ejercicios con sus respectivas respuestas para que sean presentados en clase y los alumnos los respondan mostrados en la tabla 1.2.1.

Tabla 1.2.1. Ejercicios decimales a binario. Creación Propia.

No.	Número en decimal	Número en binario
1	7	111
2	9	1001
3	16	10000
4	77	1001101
5	851	1101010011
6	1024	1000000000

La respuesta a los ejercicios propuestos en la figura anterior son mostrados en la figura 1.2.5. Estas respuestas se realizaron a mano y en una hoja en blanco, para ejemplificar su solución tal y como lo debería de hacer cualquier estudiante, además sirve como base al profesor para que lo haga en la pizarra en caso de ser necesario.

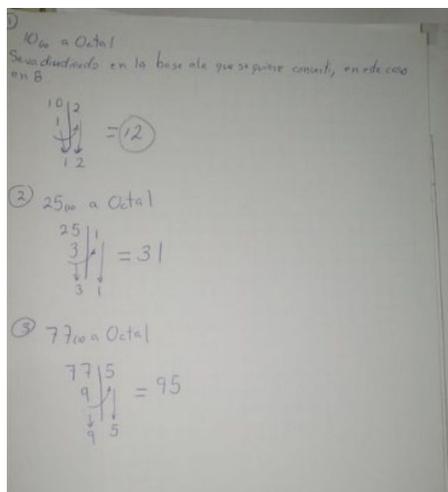


Figura 1.2.6. Ejemplos de conversión de Decimal a Octal. Creación propia.

A continuación, se dejan varios ejercicios con sus respectivas respuestas para que sean presentados en clase y los alumnos los respondan. Se muestran en la tabla 1.2.2, con sus respectivas respuestas.

Tabla 1.2.2. Ejercicios conversión de decimal a octal. Creación propia

No.	Número en decimal	Número en Octal
1	33	41
2	47	57
3	327	507
4	586	1112
5	278	426

La respuesta a los ejercicios propuestos en la figura anterior, son mostrados en la imagen de la figura 1.2.7.

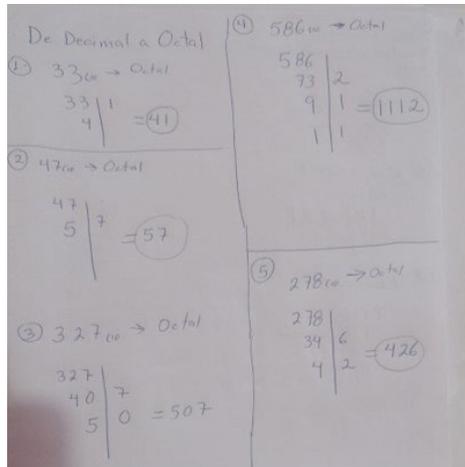


Figura 1.2.7. Ejercicios resueltos Decimal-Octal. Creación propia.

1.2.5 Conversión de Decimal a Hexadecimal.

- e) El número en decimal se divide entre la base a la que se quiere convertir.
- f) Se separa el residuo de la división
- g) La parte entera se toma y se repite el inciso a) mientras sea mayor a la base
- h) Si el entero que queda de la división es menor a la base, se detiene el cálculo y el valor equivalente en la base a la que se quiere convertir se forma al tomar el primer residuo obtenido, como la cantidad más a la derecha (la menor) e ir colocando los demás residuos de derecha a izquierda conforme se fueron obteniendo. El último dígito de la cantidad equivalente (más a la izquierda), será el último entero que haya quedado y que es menor a la base.
- o Ejemplos de conversión de decimal a hexadecimal. En la imagen de la figura 1.2.8 se presentan 3 ejemplos de cómo convertir de decimal a hexadecimal utilizando el mismo procedimiento que para la conversión de decimal a binario.

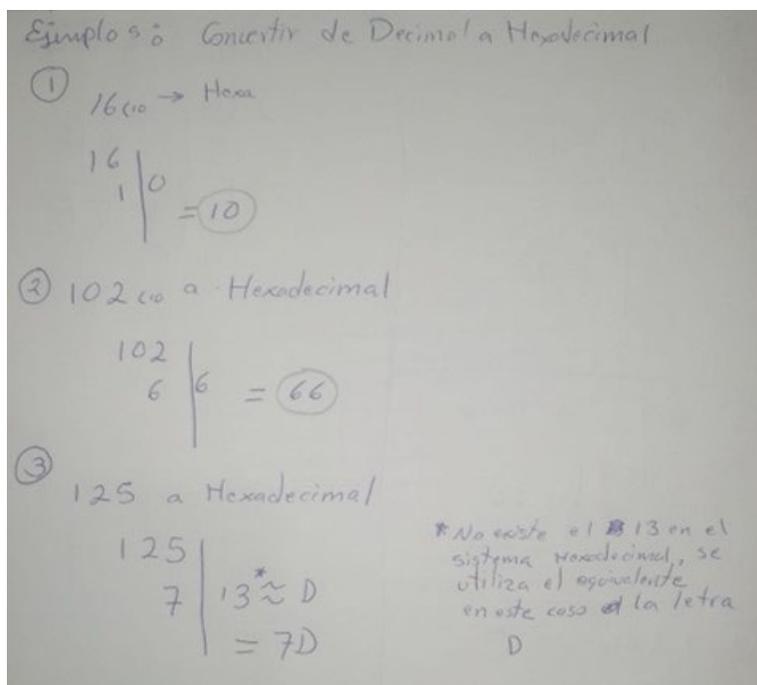


Figura 1.2.8. Ejemplo de conversión de Decimal a Hexadecimal. Creación propia.

A continuación, se dejan varios ejercicios con sus respectivas respuestas para que sean presentados en clase y los alumnos los respondan. Se muestran en la tabla 1.2.3 con sus respectivas respuestas.

Tabla 1.2.3. Conversión de decimal a Hexadecimal. Creación propia.

No.	Número en decimal	Número en Hexadecimal
1	25	19
2	56	38
3	109	6D
4	126	7E
5	255	FF

La respuesta a los ejercicios propuestos en la tabla anterior, son mostrados en la imagen de la figura 1.2.9.

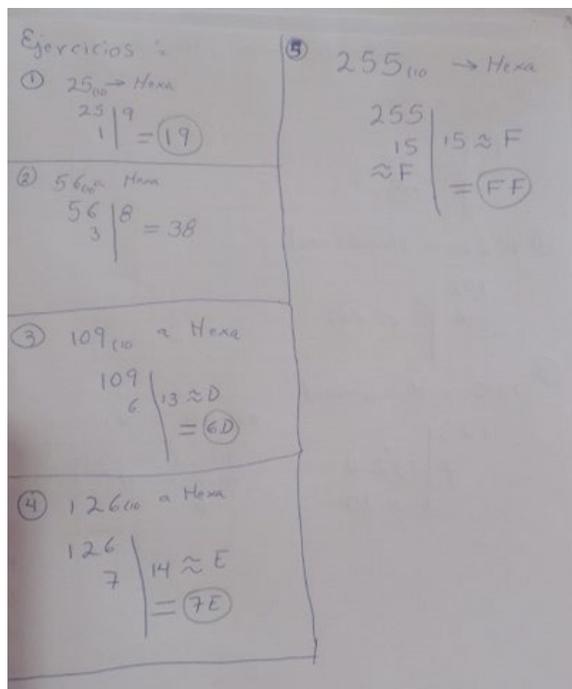


Figura 1.2.9. Solución de ejercicios propuestos, conversión de decimal a hexadecimal. Creación propia.

1.2.6 Conversión de Binario a Decimal.

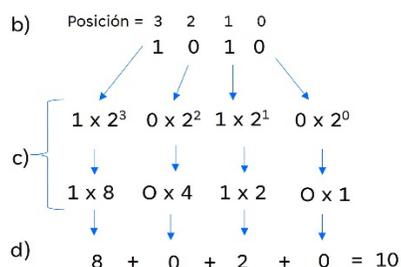
Para convertir de binario a decimal se debe seguir el siguiente procedimiento en general.

- Se identifica la base a la cual se encuentra el número, en el caso binario es 2.
- Cada dígito que forma de la cantidad a convertir es enumerado de acuerdo con la posición que ocupa tomado de derecha a izquierda. Si inicia con la posición $i=0$ para la cifra que se encuentre más a la derecha y se va incrementando en 1 hacia la izquierda hasta enumerar todas las posiciones.
- Cada cifra se multiplica por la base (en este caso 2) elevada a la potencia de la posición en que se encuentre el número y se guarda el resultado. Este resultado se guarda para irse sumando a todos los resultados siguientes.
- Se repite la operación del inciso c) mientras existan cifras. Cuando ya no haya más cifras se detiene la multiplicación.
- El número equivalente se obtiene al sumar todos los resultados obtenidos en el paso c) y ese total será el número equivalente a la base en la que se quería convertir.

- Ejemplo: Convertir 1010_2 a decimal, figura 1.2.10.

Ejemplo de Conversión de Binario a Decimal

a) 1010_2 a decimal



El número binario 1010 en decimal es el = 10

Figura 1.2.10. Ejemplo 1 de conversión Binario - Decimal. Creación propia.

A continuación, se dejan varios ejercicios con sus respectivas respuestas para que sean presentados en clase y los alumnos los respondan. Estos ejercicios son los mismo utilizados para convertir de decimal a binario, solo que ahora se convertirán de binario a decimal para comprobar, con ese ejercicio anterior, que las respuestas son correctas. Se muestran en la tabla 1.2.4, con sus respectivas respuestas.

Tabla 1.2.4. ejercicios de binario a decimal. Creación propia.

No.	Número binario	Número en decimal
1	111	7
2	1001	9
3	10000	16
4	1001101	77
5	1101010011	851

La respuesta a los ejercicios propuestos en la tabla anterior, son mostrados en la imagen de la figura 1.2.11.

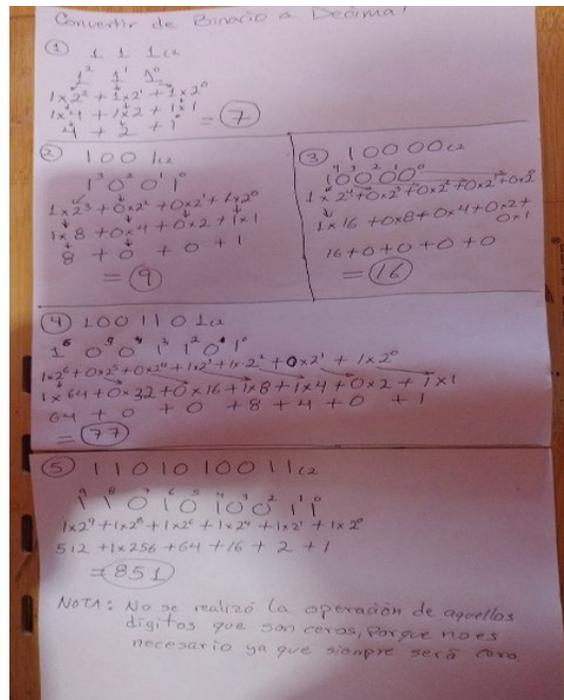


Figura 1.2.11. Ejercicios resueltos Binario a Decimal. Creación Propia.

1.2.7 Conversión de Binario a Octal

Para convertir de Binario a octal es muy sencillo.

- Se identifica la base a la cual se encuentra el número, en el caso binario es 2.
- El número en octal se va formando al ir tomando de 3 en 3 los dígitos en binario comenzando con el de menor valor, más a la derecha, hacia el mayor valor, a la izquierda. Es decir, se toman los primeros 3 dígitos de derecha a izquierda y el valor que representan esos tres dígitos en octal. Luego se toman los siguientes 3 dígitos, se determina su valor en octal y ese es el siguiente dígito de la cifra en octal. Se continúa hasta acabar con la cifra completa en binario.
- Si al final no se pueden tomar 3 dígitos porque solo quedan dos o uno, se asume que se colocan ceros a la izquierda para completar el grupo de 3.
- El número en octal se forma al colocar el valor que se forma al tomar el grupo de 3 dígitos en binario, en el orden de derecha a izquierda con forme se van encontrando.

Nota: El valor que se forma al tomar los 3 dígitos en binario, será un entre 0 y 7 ya que el mayor valor a tomar en 3 dígitos en binario es 111 que en decimal es 7.

- Ejemplo: Convertir el número $1010_{(2)}$ en octal. En la figura 1.2.12 está el ejemplo de convertir de binario a octal.

De Binario a Octal

Ejemplo: Convertir el número $1010_{(2)}$ en octal.

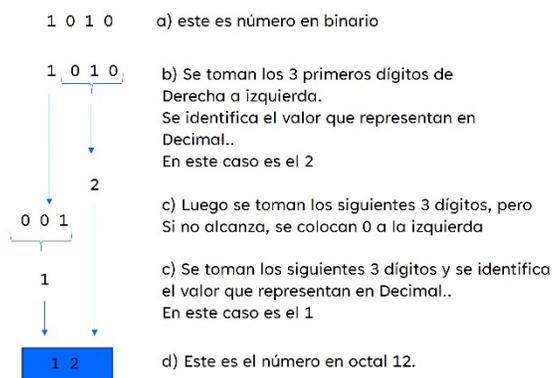


Figura 1.2.12. Ejemplo de convertir de binario a octal. Creación propia.

A continuación, se dejan varios ejercicios con sus respectivas respuestas para que sean presentados en clase y los alumnos los respondan. Estos ejercicios, requieren convertir los números de binario a octal. Se muestran en la tabla 1.2.5 con sus respectivas respuestas.

Tabla 1.2.5. Ejercicio para convertir de binario a octal. Creación Propia.

No.	Número binario	Número en octal
1	111	7
2	1001	11
3	10000	20
4	1001101	115
5	1101010011	1523

La respuesta a los ejercicios propuestos en la tabla anterior, son mostrados en la imagen de la figura 1.2.13.

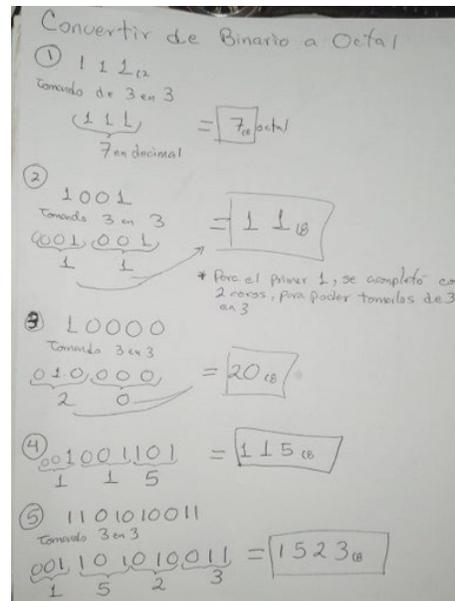


Figura 1.2.13. Solución ejercicios convertir de binario a octal. Creación propia.

1.2.8 Convertir de Binario a Hexadecimal.

Para convertir de Binario a Hexadecimal es muy sencillo.

- Se identifica la base a la cual se encuentra el número, en el caso binario es 2.
- El número en hexadecimal se va formando al ir tomando de 4 en 4 los dígitos en binario comenzando con el de menor valor, más a la derecha hacia el mayor valor, a la izquierda. Es decir, se toman los primeros 4 dígitos de derecha a izquierda y el valor que representan esos cuatro dígitos, es el valor menor en Hexadecimal. Luego se toman los siguientes 4 dígitos, se determina su valor en hexadecimal y ese es el siguiente dígito de la cifra en Hexadecimal. Se continúa hasta acabar con la cifra completa en binario.
- Si al final no se pueden tomar 4 dígitos porque solo queda uno, dos o tres, se colocan ceros a la izquierda para completar el grupo de 4.
- El número en hexadecimal se forma al colocar el valor que se forma al tomar el grupo de 4 dígitos en binario, en el orden de derecha a izquierda con forme se van encontrando.

Nota: El valor en decimal que se forma al tomar los 4 dígitos en binario, será un entre 0 y 15 ya que el mayor valor a tomar en 4 dígitos en binario es 1111 que es en hexadecimal 15.

- Ejemplo: Convertir el número 1010_2 en octal. En la figura 1.2.14, se muestra el ejemplo de convertir de binario a hexadecimal.

Ejemplo: Convertir el número 1010_2 en hexadecimal.

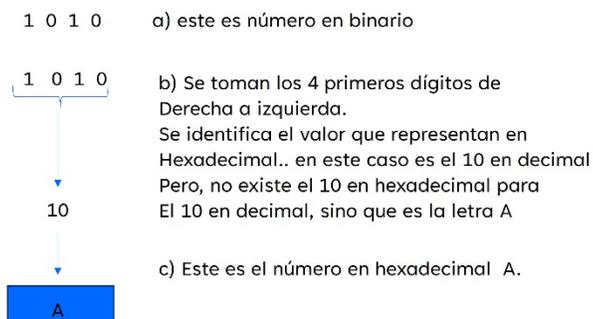


Figura 1.2.14. Ejemplo de convertir de Binario a Hexadecimal. Creación propia.

A continuación, se dejan varios ejercicios con sus respectivas respuestas para que sean presentados en clase y los alumnos los respondan. Estos ejercicios, requieren convertir los números de binario a hexadecimal. Se muestran en la tabla 1.2.6 con sus respectivas respuestas.

Tabla 1.2.6. Conversión de Binario a Hexadecimal. Creación propia.

No.	Número binario	Número en hexadecimal
1	111	7
2	1001	9
3	10000	10
4	1001101	4D
5	1101010011	353

La respuesta a los ejercicios propuestos en la tabla anterior, son mostrados en la imagen de la figura 1.2.15.

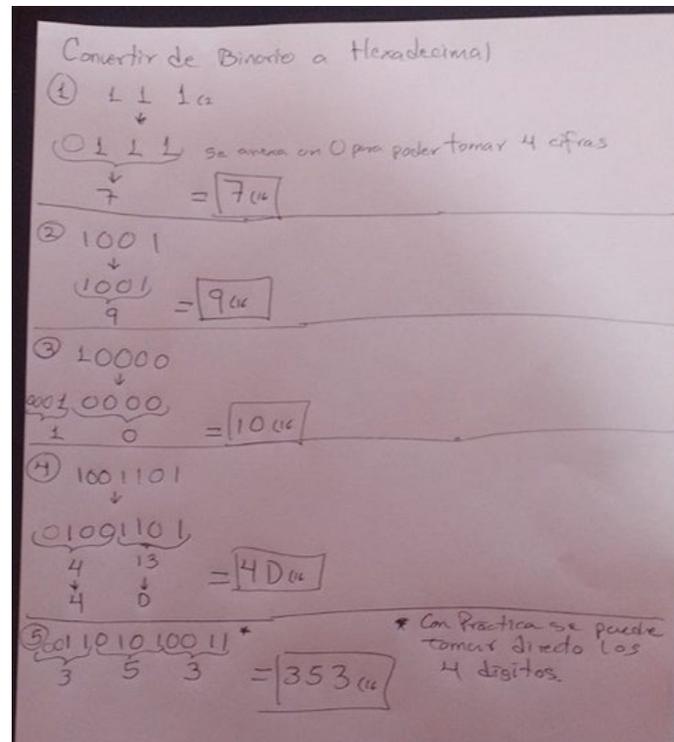


Figura 1.2.15. Solución de ejercicios de la tabla 1.2.8.1. De binario a Hexadecimal. Creación propia.

1.2.9 De Octal a Decimal, Binario y Hexadecimal

Para convertir de Octal a decimal se hace de la misma forma que convertir de binario a decimal, es decir se toma el primer dígito en octal y se multiplica por la base, en este caso 8 elevado a la potencia de la posición del dígito. Ejemplo: convertir 11_8 y 115_8 en decimal, se presenta en la figura 1.2.16.

$$\begin{array}{l}
 11 = 1^1 1^0 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 1 \times 8^1 + 1 \times 8^0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \times 8 + 1 \times 1 \\
 8 + 1 = 9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 115 = 1^2 1^1 5^0 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow \\
 1 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 5 \times 8^0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \times 64 + 1 \times 8 + 5 \times 1 \\
 64 + 8 + 5 = 77
 \end{array}$$

Figura 1.2.16. Ejemplo de convertir octal a decimal. Creación Propia.

Para convertir de Octal a Binario se hace de la misma forma que se hace al convertir de decimal a binario, es decir se va dividiendo el número en octal entre 2. Para convertir de octal a

hexadecimal se sugiere no hacerlo en forma directa, sino, convertir el número en octal a binario y luego tomar las cifras de 4 en 4 de la misma forma que se hace para convertir de binario a hexadecimal. Para convertir de hexadecimal a decimal se hace de la misma forma que convertir de binario a decimal, es decir se toma el primer dígito en hexadecimal y se multiplica por la base, en este caso 16 elevado a la potencia de la posición del dígito. Para convertir de hexadecimal a Binario se hace de la misma forma que se hace al convertir de decimal a binario, es decir se va dividiendo el número en hexadecimal entre 2. Ahora bien, para convertir de hexadecimal a octal se sugiere no hacerlo en forma directa, sino, convertir el número en hexadecimal a binario y luego tomar las cifras de 3 en 3 de la misma forma que se hace para convertir de binario a octal.

NOTA: En el anexo 1 se presentan ejercicios de conversión entre sistemas numéricos ya revisados para que los realicen los estudiantes. Se deja al alumno, como parte de su formación, hacer la práctica de conversión de octal a hexadecimal, de hexadecimal a decimal, binario y octal.

1.3 Subtema 1.3. Operaciones Básicas (suma, resta, multiplicación y división).

1.3.1 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

1.3.2 Descripción del Sub-Tema 1.3.

En este subtema se presenta la forma de realizar cuatro operaciones básicas de la aritmética tales como suma, resta, multiplicación y división, pero en el sistema binario. Estas operaciones aritméticas se centran en este sistema binario, ya que son parte de las que realiza la Unidad Central de Procesos (CPU) de una computadora, en sus ejecuciones matemáticas y lógicas.

1.3.3 Suma o Adición Binaria

La suma o adición binaria se realiza de la misma forma que la suma decimal, se aplica el mismo procedimiento que ya sabemos utilizar con la suma en el sistema decimal. Sólo de debe tener cuidado de que los resultados de las sumas de los dígitos en binario solo pueden dar como resultado otro valor en binario. En la figura 1.3.1 se muestran las reglas de la suma binaria que es similar a la suma decimal, solo que hay que observar que ahora el acarreo también es en binario. Como se muestra, en dicha figura no hay problema en sumar $0 + 0 = 0$; $1 + 0 = 1$; o $0 + 1 = 1$. Se complica un poco cuando es $1 + 1 =$ en decimal sería 2, pero ese dígito no existe en binario, por eso se toma su equivalente en binario que es 10, sin embargo, como son dos dígitos se debe colocar el 0 como resultado de la suma y llevar de acarreo el 1 al otro dígito si existe.

Otro caso similar es, $1 + 1 + 1 = 3$ en decimal, pero su equivalente es 11 en binario, se pone 1 como resultado de la suma y se lleva de acarreo el otro 1.

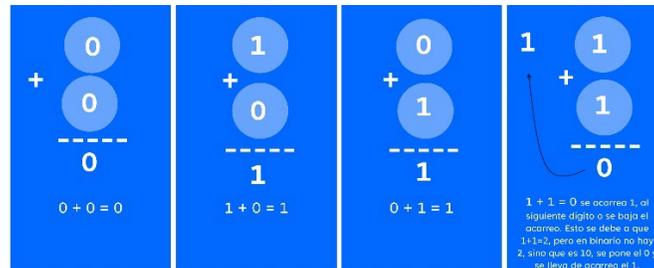


Figura 1.3.1. Reglas de suma binaria. Creación propia.

A continuación, mostramos algunos ejemplos de cómo realizar la suma binaria, incluso a partir de número en decimal. Esto significa que primero se deberán de convertir los números en binario y luego realizar la suma correspondiente. El ejemplo se muestra en la figura 1.3.2 que representa la suma en binario de $10 + 11 = 101$, en decimal es $2 + 3 = 5$.

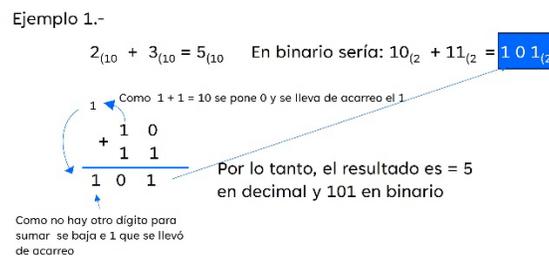


Figura 1.3.2. Ejemplo 1 de suma binaria $10 + 11 = 101$. Creación propia.

A continuación, se presenta otro ejemplo de suma binaria de las cantidades en decimal $4 + 3 = 7$ en la figura 1.3.3. Se debe convertir a binario, primero y luego hacer la suma correspondiente.

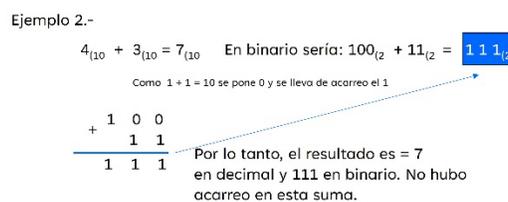


Figura 1.3.3. ejemplo de suma binaria $100 + 11 = 111$. Creación propia.

Es este último ejemplo mostramos como se realiza una suma binaria con acarreo que afecta al siguiente dígito, se muestra en la figura 1.3.4.

Ejemplo 3.-

$7_{(10)} + 7_{(10)} = 14_{(10)}$ En binario sería: $111_2 + 111_2 = 1110_2$

Como $1 + 1 = 10$ se pone 0 y se lleva de acarreo el 1
Sin embargo, el 1 del primer acarreo se suma con los siguientes dígitos de la siguiente suma: $1 + 1 + 1$ del acarreo = 11 que es $1+1+1 = 3_{(10)}$ y 11_2

Por lo tanto, el resultado es = 5 en decimal y 101 en binario

El resultado de la suma de los 2 dígitos y el acarreo es 11, se pone el 1 y se vuelve a acarrear el otro 1. En la siguiente suma ocurre lo mismo hoy $1 + 1 + 1$ de acarreo. Se pone un 1 y se lleva de acarreo el otro 1. Finalmente, como ya no hay más cifras se baja el último 1 acarreado.

Figura 1.3.4. Ejercicio 3 de suma binarias $111+111=1110$. Creación propia.

En la siguiente tabla se presentan una serie de ejercicios de suma binaria con número en base 2. Es importante tomar en cuenta dos cosas, primero se debe poner el número con mayores dígitos encima del número con menores dígitos, para poder hacer en forma correcta los acarreos. Segundo, si hay más de dos cifras para sumar, se sugiere hacerlo de dos en dos y tratar de hacer la suma de todos al mismo tiempo. Finalmente, se sugiere hacer las conversiones a decimal para comprobar que los resultados son correctos, como se muestra en la tabla 1.3.1.

Tabla 1.3.1. Ejercicios para resolver mediante suma binaria. Creación Propia.

No.	Número binarios	Resultado de la suma
1	$111 + 11 =$	1010
2	$1010 + 111 =$	10001
3	$111 + 100 =$	1011
4	$1001101 + 1101 + 11 =$	1011101
5	$11010100011 + 111001 =$	11011011100

En la figura 1.3.5 se presenta la solución de los ejercicios propuestos de suma binaria de la tabla anterior. Es importante señalar que en el anexo 1 se proponen otros ejercicios de suma binaria como sugerencia para que sean resueltos por los alumnos.

Suma binaria:

① $111 + 11$ ($7 + 3 = 10$)₁₀

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 11 \\ \hline 1010 \end{array} = 1010$$

② $1010 + 111$ ($10 + 7 = 17$)₁₀

$$\begin{array}{r} 1010 \\ + 111 \\ \hline 10001 \end{array} = 10001$$

③ $111 + 100$ ($7 + 4 = 11$)₁₀

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 100 \\ \hline 1011 \end{array} = 1011$$

④ $1001101 + 1101 + 11$ ($77 + 13 + 3 = 93$)₁₀

$$\begin{array}{r} 1001101 \\ + 1101 \\ + 11 \\ \hline 1011101 \end{array} = 1011101$$

⑤ $11010100011 + 111001$ ($1699 + 57 = 1756$)₁₀

$$\begin{array}{r} 11010100011 \\ + 111001 \\ \hline 11011011100 \end{array} = 11011011100$$

Figura 1.3.5. Solución a los ejercicios de suma binaria. Creación propia.

1.3.4 Resta o sustracción Binaria.

Para realizar la resta o sustracción en binario, esta se realiza de la misma forma que se hace la resta en decimal, solo que hay que tener cuidado porque se utiliza un término denominado acarreo negativo. En la figura 1.3.6 se presentan las reglas de operación de la resta o sustracción binaria.

Resta binaria: Reglas de resta y acarreos negativos.

$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$ <p>$0 - 0 = 0$</p>	$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$ <p>$1 - 0 = 1$</p>	$\begin{array}{r} 0 \\ - 1 \\ \hline 1 \text{ Y} \end{array}$ <p>acarreo -1 $0 - 1 = 1$, acarreo -1</p>	$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$ <p>$1 - 1 = 0$</p>
---	---	---	---

Figura 1.3.6. Reglas de resta binaria y acarreo negativo. Creación propia.

Ahora en la figura 1.3.7 se muestran ejemplos de la resta binaria con sus respectivos acarreos negativos en los que hay que tomar en cuenta que en la operación $0 - 1$ se pone 1 y se realiza el acarreo negativo de -1. Este acarreo se suma (resta por ser negativo) al siguiente dígito de la cifra a la que se le está restando. Si el siguiente dígito al que se le va a sumar el acarreo negativo es 1, el resultado es 0 y este será restado de la cifra que se está restando, en caso de

existir. Si, por el contrario, el valor al que se le va a sumar el acarreo negativo es 0 se hace nuevamente $0 + (-1) = 1$ y se pone 1 en el lugar del 0 y a este se le aplica la resta correspondiente (en caso de existir) y de nueva cuenta se hace el acarreo negativo a la siguiente cifra. Si no hay más cifras y se tiene el acarreo negativo -1 , este se baja sin el signo negativo y ya se termina la operación. Se baja sin el signo negativo, porque no es un número negativo, sino que el signo solo indica resta.

Ejemplo de resta binaria.

Ejemplo 1. Restar $7 - 3 = 4$ todo base 10, en binario

7 -> 1 1 1
3 -> 1 1
4 -> 1 0 0

esta resta es muy fácil de realizar
ahora veremos restas donde se aplica $0 - 1$.

Ejemplo 3. Restar $14 - 7$ decimal en binario

(-1 de acarreo se suma al 1
El resultado es 0 y se coloca
Debajo del dígito correspondiente

14 -> 1 1 1 0
7 -> 1 1 1
7 -> 0 1 1 1

La primera resta es:
 $0 - 1 = 1$ y acarreo
negativo -1

Ahora ese 0 que quedó en lugar del 1, se hace
la resta correspondiente, en este caso es $0 - 1 = 1$ y se
lleva de acarreo -1 .. Se repite la misma operación.

Ejemplo 2. Restar $4 - 2$ en binario

Ahora se hace la suma correspondiente de $1 + -1 = 0$

Se aplica la 3ra regla de la
Resta binaria. $0 - 1 = 1$ y Se aplica
el acarreo negativo: -1

4 -> 1 0 0
2 -> 1 0
2 -> 0 1 0

Figura 1.3.7. Ejemplo 1 de resta binaria. Creación propia.

A continuación, en la tabla 1.3.2 se muestran ejercicios de resta binaria resueltos que se pueden presentar en clase para que los estudiantes practiquen y verifiquen si lo resolvieron bien o no al comparar sus resultados con las respuestas de la tabla. Se sugiere que se pongan en decimal para que los estudiantes los transformen en binario y realicen la resta, de esta forma, también practican sus conversiones.

Tabla 1.3.2. Ejercicios resueltos de resta binaria. Creación propia.

No.	Números para restar	Resultado de la resta
1	$(13 - 2)$ 1101 - 10	(11) 1011
2	$(27 - 3)$ 11011 - 11	(24) 11000
3	$(45 - 25)$ 101101 - 11001	(20) 10100
4	$(91 - 21)$ 1011011 - 10101	(70) 1000110
5	$(88 - 15)$ 1011000 - 1111	(73) 1001001

En la figura 1.3.8 se muestran las respuestas de los ejercicios de resta binaria presentada en la tabla anterior.

Realiza los siguientes restas Binarias

$$\begin{array}{r} ① \quad 13_{10} \rightarrow 1101 \\ - 2_{10} \rightarrow 0010 \\ \hline 11_{10} \rightarrow 1011 \end{array} \Rightarrow \boxed{1011}$$

$$\begin{array}{r} ② \quad 27_{10} \rightarrow 11011 \\ - 3_{10} \rightarrow 0011 \\ \hline 24_{10} \rightarrow 11000 \end{array} \Rightarrow \boxed{11000}$$

$$\begin{array}{r} ③ \quad 45_{10} \rightarrow 101101 \\ - 25_{10} \rightarrow 11001 \\ \hline 20_{10} \rightarrow 010100 \end{array} \Rightarrow \boxed{00100}$$

$$\begin{array}{r} ④ \quad 91_{10} \rightarrow 1011011 \\ - 21_{10} \rightarrow 110101 \\ \hline 70_{10} \rightarrow 1000110 \end{array} \Rightarrow \boxed{1000110}$$

$$\begin{array}{r} ⑤ \quad 88_{10} \rightarrow 1011000 \\ - 15_{10} \rightarrow 11111 \\ \hline 73_{10} \rightarrow 1001001 \end{array} \Rightarrow \boxed{1001001}$$

Figura 1.3.8. Solución resta binaria. Creación propia.

Es importante recordar que en el anexo 1 se pueden encontrar ejercicios propuestos de suma y resta binaria con sus respuestas.

1.3.5 Multiplicación binaria

Para realizar la multiplicación binaria se sigue el mismo procedimiento que en el sistema decimal, y siguiendo las mismas reglas como se muestran en la figura 1.3.9. Solo se debe de tener en cuenta la colocación de los resultados de las operaciones de multiplicación por cifras y su colocación debajo de cada resultado para realizar la suma correspondiente.

Multiplicación binaria: Reglas.

0 * 0 ----- 0 0 * 0 = 0	1 * 0 ----- 0 1 * 0 = 0	0 * 1 ----- 0 0 * 1 = 0	1 * 1 ----- 1 1 * 1 = 1
--	--	--	--

Figura 1.3.9. Reglas de multiplicación binaria. Creación propia.

Ahora se presenta un ejemplo de la multiplicación o producto binario en la figura 1.3.10, recordando que la multiplicación se realiza en 2 pasos. El primer paso es la multiplicación de cada una de las cifras por cada número de la otra cifra. Paso 2 se realiza la suma de los resultados del paso 1, conservando la posición de cada resultado. También, es importante considerar que la ventaja que se tiene en la multiplicación binaria es que cualquier número multiplicado por cero es cero, y cualquier multiplicado por 1 será la misma cifra.

Ejemplo de multiplicación binaria.

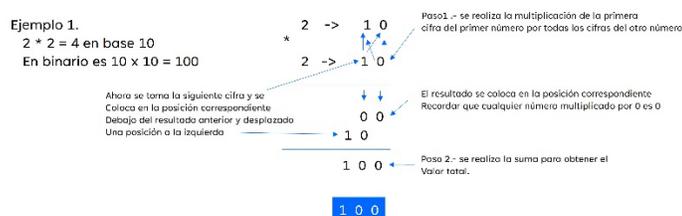


Figura 1.3.10. Ejemplo de multiplicación binaria. Creación propia.

En la tabla 1.3.3 se presentan varios ejercicios de multiplicación binaria que se propone sean presentados en clase y los alumnos los resuelvan.

Tabla 1.3.3. Ejemplos de multiplicación binaria. Creación propia.

No.	Números para multiplicar	Resultado de la multiplicación
1	$(3 \times 2) \ 11 * 10 =$	$(6) \ 110$
2	$(6 \times 3) \ 110 * 11 =$	$(18) \ 10010$
3	$(3 \times 3) \ 11 * 11 =$	$(9) \ 1001$
4	$(25 \times 3) \ 11001 * 11 =$	$(75) \ 1001011$
5	$(88 \times 11) \ 1011000 * 1011 =$	$(968) \ 1111001000$

En la figura 1.3.11 se presenta la solución a los ejercicios que se presentaron en la tabla anterior, con la solución de cada uno de ellos.

Realiza las siguientes multiplicaciones binarias

① $3 \times 2_{10}$ en binario

$$\begin{array}{r} 3 \rightarrow 11 \\ * 2 \rightarrow 10 \\ \hline 6 \\ + 11 \\ \hline 110 \end{array} = 110$$

② $6 \rightarrow 110$

$$\begin{array}{r} 6 \rightarrow 110 \\ * 3 \rightarrow 11 \\ \hline 18 \\ + 110 \\ \hline 10010 \\ = 10010 \end{array}$$

③ $3 \times 3 = 9$

$$\begin{array}{r} 3 \rightarrow 11 \\ * 3 \rightarrow 11 \\ \hline 9 \\ + 11 \\ \hline 1001 \end{array} = 1001$$

④ 25×3

$$\begin{array}{r} 25 \rightarrow 11001 \\ * 3 \rightarrow 11 \\ \hline 75 \\ + 11001 \\ \hline 1001011 \\ = 1001011 \end{array}$$

⑤ 88×11

$$\begin{array}{r} 88 \rightarrow 1011000 \\ * 11 \rightarrow 1011 \\ \hline 968 \\ + 10110000 \\ \hline 10110000 \\ + 10110000 \\ \hline 10110000 \\ + 10110000 \\ \hline 1111001000 \\ = 1111001000 \end{array}$$

Figura 1.3.11. Solución de multiplicación binaria. Creación propia.

Es importante recordar que en el anexo 1 se pueden encontrar ejercicios propuestos de multiplicación binaria con sus respuestas.

1.3.6 División Binaria

La división de números binarios se realiza de la misma forma que se conoce en el sistema decimal, teniendo en cuenta de que es más fácil en binario ya que el primer número del cociente, que resulta de la primera división entre el dividendo entre el divisor, siempre será 1. El residuo solo puede ser 1 o 0. En la figura 1.3.12 se presentan las reglas de la división en binario.

Las reglas de la división binaria sólo consideran la división de un número mayor entre un número menor o igual. Los casos en los que se involucra el cero ya sea como divisor o dividendo no se considera.

Para lograr hacer la división, en estos apuntes, sólo se considera que el Dividendo sea mayor o igual al divisor, para poder realizar las divisiones que tengan valores enteros de inicio.

Figura 1.3.12. Reglas de la división binaria. Creación propia.

A continuación, se presentan en la figura 1.3.13 un ejemplo de división binaria del número 6 entre 2 y que da como resultado 3 en decimal, y en binario es $110 / 10 = 11$ y sobra 0.

En la figura 1.3.15 se presenta la solución a los ejercicios que se presentaron en la tabla anterior, con la solución de cada uno de ellos.

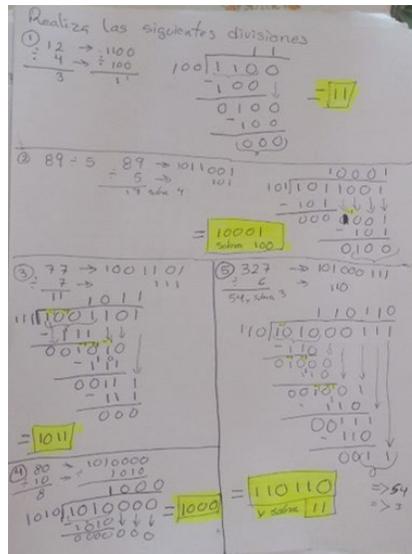


Figura 1.3.15. Solución de divisiones. Creación propia.

1.3.7 Subtema 1.4. Aplicación de los sistemas numéricos en la computación

Los sistemas numéricos posicionales como los decimales, binarios, hexadecimales y octales son muy importantes para la computación porque son parte de cómo funcionan las computadoras. Por ejemplo, la mínima representación en un sistema de cómputo es mediante la representación en binario, es decir 0 y 1 a los que se le llamaron Bits. Con estos dos símbolos se puede representar cualquier letra del abecedario, números, símbolos. Al Inicio de la computación se determinó que mediante el número binario se podían representar hasta 255 caracteres, que representaban 8 dígitos. El mayor número a representar era el 1111111, cuyo valor en decimal es 255, a lo que se le llamó Byte, ocho bits. Sin embargo, la representatividad no era lo suficiente, y el manejo de cifras con decimales, o negativos generó entre otras cosas la necesidad de utilizar 2 byte, 16 bits, a lo que se le llamó, número hexadecimal.

Cómo el ser humano no trabaja con número binarios, octales o hexadecimales, sino con decimales, era importante conocer estos otros sistemas numéricos y su representatividad en los

sistemas de cómputo. En las siguientes unidades, se aprenderá a representar no sólo la aritmética de los números binarios, sino también su aplicación desde un punto de vista lógica y el razonamiento (inferencia) mediante su uso.

Por otro lado, el uso de la información en los sistemas de cómputo se hace mediante su representación en formatos digitales que se representan como unos o ceros para manejar imágenes, sonidos, videos, redes de comunicaciones, programación, almacenamiento de información en bases de datos, entre otros.

1.3.8 Cuestionario de Evaluación.

A continuación, se presenta en la tabla 1.3.8.1, un cuestionario de evaluación correspondiente al tema 1, y en el que aparece en la columna de la izquierda las preguntas y en el de la derecha las respuestas correctas de esas preguntas. El valor de cada pregunta respondida de forma correcta es de 4 puntos.

Tabla 1.3.5. Tabla de evaluación. Creación propia.

Pregunta	Respuesta correcta
1. Es un sistema de numeración posicional: a) Maya b) Berebere c) Chichimeca d) Árábigo e) Decimal	1. Es un sistema de numeración posicional: a) Maya b) Berebere c) Chichimeca d) Árábigo e) Decimal
2. Realiza las siguientes conversiones a) 20 decimal a binario b) 125 decimal a binario c) 1011101 binario a octal d) 111000 a octal e) 10101100001 binario a hexadecimal	2. Resultados: a) 10100 binario b) 1111101 binario c) 135 octal d) 70 octal e) 561 en hexadecimal
3. Realiza las siguientes operaciones en binario, los números están en decimal: a) $4 + 6 = 8$ b) $25 + 5 = 30$ c) $75 + 75 = 150$ d) $30 - 7 = 23$ e) $67 - 22 = 45$	3. Resultados de las operaciones en binario: a) 1000 b) 11110 c) 10010110 d) 10111 e) 101101
4.- Realiza las siguientes operaciones en binario, los números están en decimal a) $45 * 3 = 135$ b) $12 * 12 = 144$	4.- Resultados de las operaciones en binario a) 10000111 b) 10010000

<p>c) $4 * 3 = 12$ d) $256 / 8 = 32$ e) $233 / 3 = 77$ y sobra 2</p>	<p>c) 1100 d) 100000 e) 77 y sobra 10</p>
<p>5.- Responde a las siguientes preguntas: a) Es una representación numérica de un byte b) El número 256 es la mayor cantidad que se puede representar con ocho bits. c) Es una representación numérica mediante unos y ceros. d) Es una representación numérica que utiliza 16 símbolos e) Es una representación numérica que utiliza 8 símbolos.</p>	<p>5.- Respuestas: a) 1 o 0 b) Falso, es 255. c) imágenes digitales, audio, video, telecomunicaciones, entre otros. d) Sistema hexadecimal e) Sistema octal</p>

2 TEMA: CONJUNTOS Y RELACIONES

Competencias para desarrollar:

Específicas: Conoce y aplica las operaciones y propiedades de los conjuntos y relaciones para la resolución de problemas reales.

Genéricas:

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis
- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
- Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión
- Capacidad de comunicación oral y escrita
- Capacidad de investigación
- Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes diversas
- Capacidad de trabajo en equipo

2.1 Características de los conjuntos y subconjuntos.

2.1.1 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.1.2 Descripción del subtema 2.1.

Es este segundo tema se centra en un elemento básico en las ciencias de las matemáticas y la computación, las funciones. Una función es parte de una relación que se establece entre dos elementos que forman conjuntos en una relación causa – efecto, o algo como el Sí- entonces, donde se deben cumplir con las condiciones que se establecen en la relación para obtener un consecuente o resultado cuando se cumplan las condiciones. Estas relaciones que se establecen pueden ser consideradas como funciones bajo ciertas condiciones como veremos más adelante.

Definición de conjunto.

A continuación, se describe lo que por definición propia podemos considerar como un conjunto, y es a un *“grupo de cosas (físicas o seres vivos) que tienen características, propiedades o atributos en común que les permiten identificarse y asociarse entre sí”*. Por ejemplo, podemos identificar al conjunto denominado estudiantes del primer semestre del tecnológico del grupo “A” que cursan la materia “Matemáticas discretas”. En este caso, podemos identificar a este grupo de estudiantes por medio de sus características, tales como semestre = 1, Institución=“ Tecnológico”, grupo =”A”, materia=“Matemáticas Discretas” y que cursan la carrera de “Ingeniería en Sistemas Computacionales”. De esta forma podemos decir que este grupo esta formado por todos los estudiantes de la institución que cumplen con esas características. El total de alumnos en el tecnológico es considerado un universo del que se puede derivar el grupo de ellos que cumplen con las características señaladas, son un subconjunto de ese universo. Sin embargo, encontramos en la RAE varias definiciones de lo que se considera en general un conjunto, tomando la número 6 como la más apropiada a lo que se va a tratar en estos apuntes tenemos, *“Totalidad de los elementos o cosas poseedores de una propiedad común, que los distingue de otros; p. ej., los seres vivos”* (Real Academia Española, 2023).

Otra definición sobre lo que es un conjunto es “En matemática, un conjunto es una colección bien definida de objetos distintos” (Briand, 2011) y en (Mata Pérez, 2021).

En general, la característica principal que debe tener un conjunto es la de estar bien definido, es decir, dado un determinado objeto descrito por sus propias características determinar si este pertenece o no a un conjunto. Por eso, es importante conocer tres aspectos para definir un conjunto,

- **Elementos.** - Definir a los miembros u objetos distintos que forman un conjunto determinado por medio de las características, propiedades o atributos con los que se identifiquen como parte del conjunto. Se dice que un elemento pertenece a un conjunto o es elemento de un conjunto de la siguiente forma, un elemento x pertenece a un conjunto A se escribe $x \in A$, y si no pertenece al conjunto A , se escribe $x \notin A$.
- **El conjunto discreto.** - El conjunto debe de estar formado por elementos discretos, o sea son numerables, se debe poder enlistar.
- **Definición usando llaves.** - Las llaves “{” y “}” son reservados para definir a un conjunto, enlistando a sus elementos dentro de las llaves y separados por comas. Se utilizan letras mayúsculas como A , B , C , o Z , para definir un conjunto.

Ejemplos:

- Se puede definir el conjunto formado por las letras minúsculas del alfabeto como $A = \{a, b, c, d, \dots, x, y, z\}$.
- Se puede definir el conjunto formado por todos los números pares entre 0 y 10 como $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.
- Los alumnos del salón de clases que sean mayores de 20 años, $C = \{\text{Juan, Pedro, Luis, } \dots\}$.
- Las estaciones del año $Z = \{\text{primavera, verano, otoño, invierno}\}$
- **Definición matemática.** - La definición de conjuntos se puede hacer mediante aquellos elementos que cumplen ciertas condiciones matemáticas.

Ejemplos:

- $A = \{x | x \text{ es un número par entre } 0 \text{ y } 10\}$ que se lee, x es un elemento tal que x es un número par.

- $B = \{x | x \in \mathbb{Z}\}$ que se lee que x es un elemento que pertenece al conjunto de los números enteros.
- $C = \{x | x \text{ es un número que cumple con la condición de } x^2 + x^2 = 8\}$. En este caso se lee x es un elemento del conjunto tal que x cumple con la condición de la ecuación, en este caso es el 2 y -2 los elementos del conjunto.
- **Diagramas de Venn.** Un diagrama de ven es una representación gráfica de conjuntos y sus elementos. Se utiliza un círculo para representar el conjunto o los conjuntos y dentro del círculo se colocan los elementos que los forman. Se pueden colocar uno o varios círculos en el mismo diagrama y también se pueden superponer para representar relaciones entre los conjuntos. Los círculos normalmente se colocan dentro de un rectángulo el cual representa el universo dentro del que están inmersos los conjuntos y se identifican con la letra U .

Ejemplos:

- $A = \{x | x \text{ es un número par entre 0 y 10}\}$, su representación usando diagramas de Venn sería como se muestra en la infografía de la figura 2.1.1.

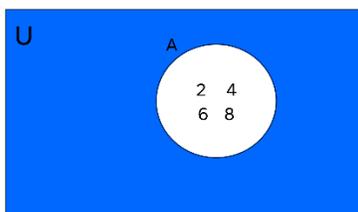


Figura 2.1.1. Ejemplo 1 de representación de un conjunto mediante diagrama de Ven. Creación Propia.

- Las estaciones del año $Z = \{\text{primavera, verano, otoño, invierno}\}$ representado en el diagrama de Venn que se presenta en la figura 2.1.2.



Figura 2.1.2. Ejemplo 2 de representación de un conjunto mediante diagrama de Venn. Creación Propia.

Conjunto universal o conjunto universo.

Se considera al conjunto que contiene a todos los elementos a los que se hacer referencia. Es importante reconocer que el conjunto universo no se refiere por definición al universo como lo conocemos, sino al conjunto que contiene a todos los elementos sobre los que se trata el tema en cuestión y de donde se van a formar los subconjuntos con los elementos que cumplan ciertas características particulares en las que se puede agrupar con relación a los demás elementos que forman el universo. Se denota con la letra U y en ocasiones con la S (espacio muestral), depende mucho de la bibliografía correspondiente.

Ejemplo:

Considerar el conjunto de los estudiantes del primer semestre de la Ingeniería en Sistemas Computacionales (ISC) de un Instituto Tecnológico, entonces el universo podría ser todos los demás alumnos de la institución. También se puede reducir el espacio muestral del universo al considera solamente a los alumnos de todos los semestres que cursan la misma ingeniería, este último ejemplo se muestra en la infografía de la figura 2.1.3.

$U = \{ \text{ todos los alumnos que estudian la carrera de ingeniería en sistemas computacionales} \}$

$A = \{ \text{alumnos del primer semestre de la carrera de Ingeniería en sistemas computacionales (ISC)} \}$



Figura 2.1.3. Ejemplo 3 de representación de conjunto con diagrama de Venn. Creación propia.

Conjunto vacío.

Dentro del tema de conjuntos existe un conjunto en especial, el llamado conjunto vacío. El conjunto vacío es aquel que no contiene a ningún elemento. También, es llamado conjunto nulo y es denotado como $\{ \}$, o mediante el símbolo ϕ .

Ejemplos:

- $A = \{\text{todas las ballenas que vuelan}\}; A = \{\}; A = \phi$
- $B = \{x \mid x \text{ es un año que tiene 400 días}\}; B = \{\}; B = \phi$

Subconjuntos

- Si tenemos dos conjuntos definidos como sigue, el $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ y el $B = \{3, 5, 7, 9\}$.
- Se puede decir que el conjunto B este contenido en A, o que el conjunto B es subconjunto de A.
- Un conjunto **X** es subconjunto de otro conjunto **Y**, si todos los elementos del conjunto **X** también son parte del conjunto **Y**. **Y**, puede tener más elementos además de los del conjunto **X**.
- En cualquier caso, si B es subconjunto de A, se puede denotar o representar como $B \subseteq A$. En este caso se llama conjunto **impropio** cuando todos los elementos de B están en A y A contiene a los mismos elementos que B.
- En el caso de que B sea subconjunto de A, pero A tiene más elementos se escribe $B \subset A$. Esto se lee B subconjunto **propio** de A o B pertenece a A.
- Los conjuntos propios e impropios se denominan operación de inclusión, porque un conjunto está incluido en otro y como ya se demostró, la inclusión puede ser propia o impropia.
- Además, si B no es subconjunto de A, es decir ninguno de sus elementos están en A, entonces se escribe $B \not\subseteq A$. Se lee, B no es subconjunto de A o B no pertenece a A.
- Finalmente, si tenemos $X = \{1, 2, 3, 4\}$, entonces los siguientes son subconjuntos propios de X:

$$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}$$

Conjunto potencia

Dado un conjunto X , se denomina conjunto potencia al conjunto de todos los subconjuntos que forman X , y se escribe $P(X)$.

Ejemplo:

- Si tenemos $X = \{a, b, c\}$, entonces el conjunto potencia de X denotado como $P(X)$ es:
- $P(X) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$, todos los subconjuntos que se pueden formar a partir del conjunto X , incluyendo el conjunto vacío.

Conjunto finito e infinito.

Se considera conjunto finito si puedes contar de uno en uno a todos los elementos que forman el conjunto. Por otro lado, el conjunto infinito es que en el que no puedes contar todos los elementos del conjunto.

Ejemplos:

- **Conjunto finito:**
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{x \mid x \text{ son los alumnos del primer semestre de ISC del instituto}\}$
- **Conjunto infinito:**
 $X = \{\text{números pares}\}$
 $Z = \{\text{números primos}\}$

Conjuntos iguales o igualdad de conjuntos.

Se dice que dos conjuntos A y B , son iguales si y solo si tienen los mismos elementos y se representa como $A=B$. Se puede considerar que dos conjuntos iguales no son dos diferentes, sino que es el mismo conjunto, pero con dos nombres diferentes.

Ejemplos:

- $A = \{\text{Luis, Ana, Pedro, Carlos}\}$ y $B = \{\text{Pedro, Carlos, Ana, Luis}\}$ tienen los mismos elementos, aunque el orden no es el mismo. Aquí el orden no importa porque son los mismos elementos que forman el conjunto sin importar la posición que se colocan en la lista dentro de las llaves, por lo tanto, A y B son iguales y se representa como: $A = B$.

- La representación matemática es:

$A = B$ si y sólo si, para todo elemento $a \in A$ implica $a \in B$ y para todo elemento $b \in B$ se tiene que $b \in A$.

2.1.3 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.1.4 Descripción del subtema 2.2.

Unión.

La operación de unión se da entre dos conjuntos distintos A y B, y consiste en crear un nuevo conjunto, un tercero, con los elementos que están tanto en A, como en B. Dado dos conjuntos A y B, la unión de estos conjuntos se denota $A \cup B$. Matemáticamente se expresa de la forma: $A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \vee x \in B\}$, se lee, “un elemento x pertenece al universo, tal que, x pertenece al conjunto A o x pertenece al conjunto B”. Con base en lo anterior, se puede aseverar que la unión de dos conjuntos A con B se por aquellos elementos que están en A, en B o en ambos. El símbolo “ \vee ” representa la letra “o” que significa unión.

La unión de dos conjuntos también se puede representar con la letra “o”. también como se mencionó con el símbolo “v”, que significaría “los elementos de un conjunto o los del otro conjunto “. Más adelante se verá que la unión también tiene el mismo resultado como si los elementos de ambos conjuntos se sumaran, y esto permite utilizar además de la letra “o” el símbolo más “+”, el de suma. La interpretación sería “los elementos del conjunto A, más los elementos del conjunto B”. La unión de los conjuntos A y B se puede representar como $A \cup B$, $A \vee B$, $A + B$, dependiendo de la bibliografía que se revise.

Ejemplos:

- Dado el conjunto $A = \{ 1,2,3,4,5,6,7,8, \}$ y $B=\{1,3,5,7,9, 11,13\}$ la unión de ambos conjuntos queda como $A \cup B = \{ 1,2,3,4,5,6,7,8,9,11,13 \}$.
- Mediante el uso de un diagrama de Venn la unión se muestra con la región resaltada que señala a ambos conjuntos, y se colocan aquellos elementos que están en A, en B o en ambos, tal y como se muestra en la infografía de la figura 2.2.2.1. Las líneas que atraviesan a las circunferencias que representan a los conjuntos, indican el resultado de la unión de los conjuntos, es decir, indican donde se encuentran todos los elementos que forman la unión.

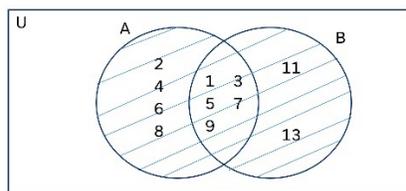


Figura 2.1.4. . Representación de la unión de conjuntos $A \cup B$ por medio de Diagramas de Ven. Creación propia.

Intersección.

La operación **intersección** entre dos conjuntos distintos A y B da como resultado un nuevo conjunto que contiene a los elementos del conjunto A y que también están en el conjunto B, es decir a los elementos comunes a ambos. Dado dos conjuntos A y B, la intersección de estos dos

conjuntos se representa como $A \cap B$ y como resultado de esta intersección, es un nuevo conjunto con los elementos que están en ambos conjuntos. Matemáticamente se expresa de la forma: $A \cap B = \{x|x \in A \wedge x \in B\}$ y se lee “un elemento x tal que x pertenece al conjunto A y x pertenece al conjunto B . En donde el símbolo \wedge representa a la letra “y”, lo que significa intersección.

La intersección de dos conjuntos también se puede representar con la letra “y”, que significaría “los elementos de un conjunto y que también son elementos del otro conjunto “. Más adelante se verá que la intersección también tiene el mismo resultado como si fuera una multiplicación de ambos conjuntos y esto permite utilizar además de la letra “y” el símbolo de multiplicación o producto “*”. La interpretación sería “los elementos del conjunto A , y/por los elementos del conjunto B que coinciden”. La intersección de los conjuntos A y B se puede representar como $A \cap B$, A y B , $A \wedge B$, $A*B$, dependiendo de la bibliografía que se revise.

Ejemplos:

- Dado el conjunto $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ y $B = \{2,4,6,8,12\}$ los elementos comunes en ambos conjuntos son: $\{2,4,6,8\}$ y este sería el conjunto resultante de la intersección del conjunto A con el conjunto B , $A \cap B$.
- Dado el conjunto $Q=\{a,e,i,o,u\}$ y el conjunto $R=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j\}$ la intersección de los conjuntos sería, $Q \cap R = \{ a,e,i\}$.
- Por medio del uso de un diagrama de Venn los ejemplos anteriores quedarían de la siguiente forma, como se muestra en la figura 2.2.2.2, para el caso del primer ejemplo $A \cap B$. Para el caso del segundo ejemplo donde $Q \cap R$ la representación mediante el diagrama de Venn quedaría como se muestra en la figura 2.1.5:

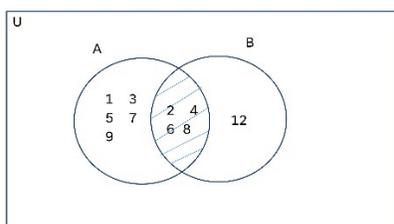


Figura 2.1.5. Ejemplo de Intersección $A \cap B$ por medio de la representación de Diagramas de Venn. Creación propia.

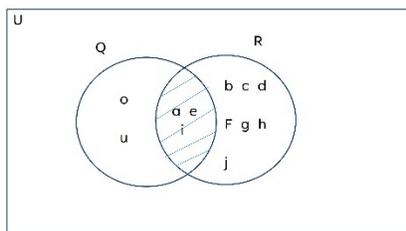


Figura 2.1.6. Ejemplo de intersección $Q \cap R$ por medio de la representación de Diagramas de Ven. Creación propia.

NOTA:

Es importante recordar que tanto la unión como la intersección se puede dar entre dos o más conjuntos. En estos ejemplos se trabajaron con 2 conjuntos para que sea más fácil de explicar y entender. Sin embargo, estas operaciones y las que siguen pueden incluir a más de dos conjuntos.

Diferencia de conjuntos

La operación diferencia entre dos conjuntos es la creación de un nuevo conjunto con los elementos que se encuentran en el primer conjunto y que no están en el segundo conjunto, el que resta al primero. Es decir, el nuevo conjunto se crea con los elementos del primero conjunto que no se repiten en el segundo. La operación diferencia entre dos conjuntos A menos el conjunto B, se define por $A - B$. Matemáticamente se define como: $A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\}$, lo que se interpreta como existe un elemento en el universo que pertenece al conjunto A y ese elemento no pertenece al conjunto B.

El símbolo $-$ que se utiliza en la operación diferencia es el signo “menos” o “resta” y la acción significa que se van a restar o eliminar los elementos repetidos en ambos, quedando un nuevo conjunto solo con los elementos del primero que no están repetidos en el segundo.

Ejemplos:

- Dado el conjunto $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ y un conjunto $B = \{2,4,6,8\}$, la operación $A - B$ da como resultado el conjunto $A - B = \{1,3,5,7\}$.
- Por medio del diagrama de Venn tenemos en la infografía de la figura 2.2.2.4.

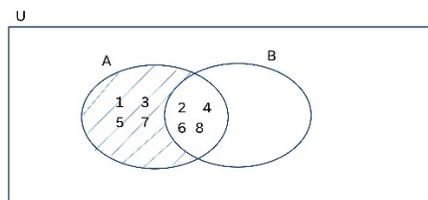


Figura 2.1.7. Ejemplo de Diferencia de conjuntos A-B. Creación propia.

Complemento.

El complemento de un conjunto determinado A, con respecto al universo U, es aquel conjunto que se forma con los elementos de U que no pertenecen a A. El complemento de un conjunto A se representa de la forma A' . En la literatura se encuentran varias formas de representar el complemento de un conjunto, además del A' , se tiene A^c , \bar{A} , $\neg A$ o A^c entre otros. La representación matemática del complemento se define como: $A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$.

Ejemplos:

- Sea el universo $U = \{a,b,c,d,e,f,g\}$, el conjunto $A = \{a, e\}$ donde $A \subset U$, entonces el complemento de $A' = \{b,c,d,f,g\}$.
- En la infografía de la figura 2.1.8 se puede apreciar la representación del complemento del conjunto A del punto anterior mediante el diagrama de Venn. Recordar que la parte del diagrama de Venn que esta con líneas azules, contiene a los elementos que forman el nuevo conjunto, ahora llamado conjunto complemento de A' .

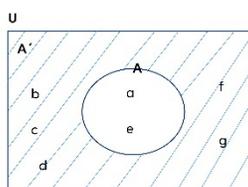


Figura 2.1.8. . Conjunto complemento. Líneas azules forman el conjunto A' . Creación propia.

2.1.5 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.1.6 Descripción del Subtema 2.3.

A continuación, se presentan las propiedades que se pueden encontrar en la teoría de conjuntos.

Propiedades de los conjuntos:

- Reflexiva.

$$A = A$$

Todo conjunto es subconjunto de sí mismo ($A \subseteq A$), en este caso subconjunto impropio, porque son exactamente iguales.

- Simétrica.

Si $A = B$ implica que $B = A$

Para dos conjuntos A y B , si $A \subset B$ es cierta, entonces $B \subset A$ será falsa, excepto en el caso de que $A = B$. La relación de inclusión no es simétrica.

- Transitiva

$A = B$ y $B = C$ se tiene $A = C$

Si $A \subset B$ y $B \subset C$ entonces $A \subset C$. La inclusión es una relación transitiva.

- **Propiedad del conjunto vacío.**

El conjunto vacío (ϕ) es subconjunto de cualquier conjunto ($\phi \subseteq A$) excepto de sí mismo.

Propiedades Algebraicas de los conjuntos.

- **Idempotencia.**

a) $A \cap A = A$

Si tenemos un conjunto $A = \{1,2,3\}$, la intersección con el mismo da como resultado los mismos elementos.

b) $A \cup A = A$

Si tenemos un conjunto $A = \{1,2,3\}$, la unión con el mismo da como resultado los mismos elementos.

Estas propiedades se demuestran por sí mismas al ser muy obvias.

- **Conmutativa.**

a) $A \cap B = B \cap A$

La intersección entre dos conjuntos da como resultado el mismo conjunto sin importar el orden en que se tomen.

b) $A \cup B = B \cup A$

La unión entre dos conjuntos da como resultado el mismo conjunto sin importar el orden en que se tomen.

Estas propiedades se demuestran por sí mismas al ser muy obvias.

- **Asociativa.**

a) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Demostración. Sean los conjuntos $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$; $B=\{2,4,6\}$ y $C= \{2,3,5,7\}$. La primera parte de la teoría dice $(A \cap B)$ y el resultado es el conjunto $\{2,4,6\}$, ahora al resultado se aplica $\cap C$ y queda $(A \cap B) \cap C = \{2\}$. Ahora en el caso de la segunda parte de la igualdad, primero se hace $(B \cap C)$ quedando el conjunto $\{2\}$ y ahora haciendo $A \cap$, finalmente queda $\{2\}$. El mismo resultado para ambos lados de la igualdad lo que demuestra que esa propiedad se cumple. En la figura 2.1.9 se muestra el resultado de esta demostración indicado por la sección que se encuentra entre líneas azules de las convergencias de los grupos.

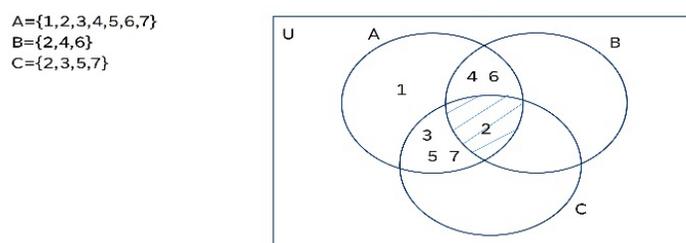


Figura 2.1.9. Propiedad asociativa. Diagrama de Ven. Creación propia.

b) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Demostración. Sean los conjuntos $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$; $B=\{2,4,6\}$ y $C= \{2,3,5,7\}$. La primera parte de la teoría dice $(A \cup B)$ y el resultado es el conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7\}$, ahora al resultado se aplica $\cup C$ y queda $(A \cup B) \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Ahora en el caso de la segunda parte de la igualdad, primero se hace $(B \cup C)$ quedando el conjunto $\{2,3,4,5,6,7\}$ y ahora haciendo $A \cup$, finalmente queda $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. El mismo resultado para ambos lados de la igualdad lo que demuestra que esa propiedad se cumple. En la figura 2.1.10 se muestra el resultado de esta demostración indicado por la sección que se encuentra entre líneas azules de las convergencias de los grupos.

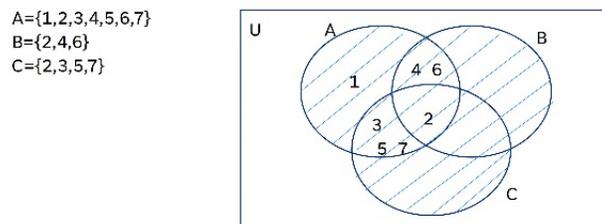


Figura 2.1.10. Propiedad asociativa ejemplo 2. Diagrama de Ven. Creación propia.

- **Distributiva.**

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Demostración: Sean los conjuntos $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$; $B=\{2,4,6\}$ y $C= \{ 2,3,5,7\}$, la primera parte de la igualdad se divide en dos, resolviendo primero lo que está dentro de los paréntesis, como lo señalan las reglas de precedencia de símbolos.

$B \cap C = \{2\}$, ahora $A \cup (B \cap C) = \{1,2,3,4,5,6,7\} \cup \{ 2 \} = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

Ahora, se resuelve la segunda parte de la igualdad, primero lo del paréntesis.

$(A \cup B) = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, ahora $(A \cup C)=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, se obtiene el mismo resultado que la primera parte de la igualdad.

La figura 2.1.11 muestra el resultado de esta propiedad mediante un diagrama de Venn.

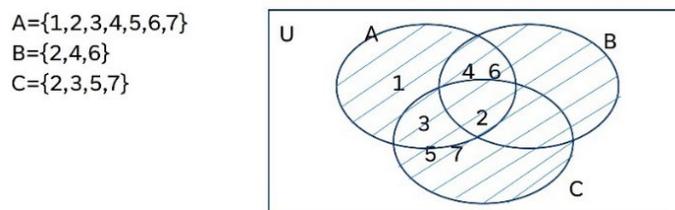


Figura 2.1.11. Demostración Propiedad distributiva, ejemplo 1. Diagrama de Ven. Creación propia.

b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Demostración: Sean los conjuntos $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$; $B=\{2,4,6\}$ y $C= \{ 2,3,5,7\}$, la primera parte de la igualdad se divide en dos, se resuelve primero lo que está

dentro del paréntesis $B \cup C = \{2,3,4,5,6,7\}$ y ahora intersección con $A \cap (B \cup C) = \{2,3,4,5,6,7\}$. Ahora se resuelve la segunda parte de la igualdad, primero $A \cap B = \{2,4,6\}$, luego $A \cap C = \{2,3,5,7\}$. Finalmente, el resultado es $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2,3,4,5,6,7\}$. El mismo resultado que en la primera parte de la igualdad, lo que demuestra que la propiedad se cumple. La figura 2.1.12 muestra el resultado de esta propiedad mediante diagrama de Venn.

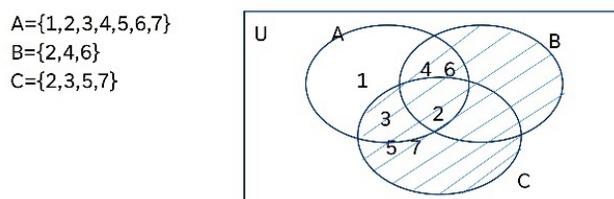


Figura 2.1.12. Demostración Propiedad distributiva ejemplo 2. Diagrama de Ven. Creación propia.

- **Ley de Morgan.**

a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Demostración. La primera propiedad de la ley Morgan dice que el complemento de la unión de dos conjuntos es igual a la intersección de los complementos individuales de estos conjuntos. Sean $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$, $A = \{a, e, i\}$ y $B = \{c, f\}$, entonces $(A \cup B) = \{a, e, i, c, f\}$ y $(A \cup B)^c = \{b, d, g, h, j\}$, son aquellos elementos que no son parte de esta unión, que no pertenecen ni a un conjunto, ni a otro. La segunda parte de la igualdad es $A^c = \{b, c, d, f, g, h, j\}$ y $B^c = \{a, b, d, e, g, h, i, j\}$. El resultado de esta intersección $A^c \cap B^c = \{b, d, g, h, j\}$. El resultado es igual al de la primera igualdad, demostrando que se cumple esta primera propiedad de la ley de Morgan. En la figura 2.1.13 se muestra el resultado de esta propiedad indicado con las líneas azules.

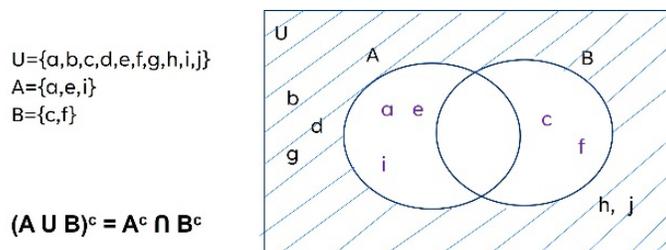


Figura 2.1.13. Demostración de la Ley de Morgan Diagrama de Ven. Propiedad 1. Creación propia.

b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Demostración. La segunda propiedad de la ley de Morgan dice que el complemento de la intersección de dos conjuntos es igual a la unión de los complementos individuales de estos conjuntos. Sean los conjuntos $A = \{a, e, i, o, u\}$ y $B = \{a, i, z\}$, entonces la primera parte de la igualdad queda $A \cap B = \{a, i\}$, y $(A \cap B)^c = \{e, o, u, z\}$. para la segunda parte de la igualdad tenemos $A^c = \{z\}$ y $B^c = \{e, o, u\}$ y $A^c \cup B^c = \{e, o, u, z\}$. En la figura 2.1.14 se muestra el resultado mediante diagramas de Venn identificado por las líneas azules, son aquellos elementos de A y B que no son parte de la intersección incluyendo al resto del universo.

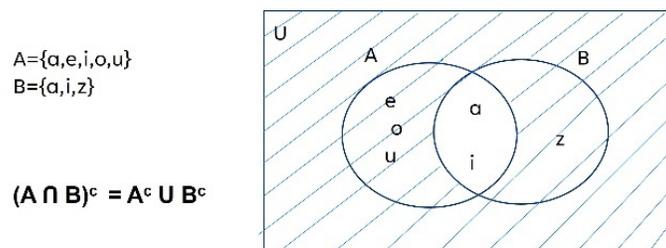


Figura 2.1.14. . Demostración de la Ley de Morgan Diagrama de Venn. Propiedad 2. Creación propia.

- **Complementación.**

a) $(A^c)^c = A$

Demostración. El complemento del complemento de un conjunto es igual al conjunto. Se lee “El complemento de un conjunto A, son aquellos elementos que no son parte del conjunto A, y el complemento de este nuevo conjunto son los elementos que forman el conjunto A”. Sea el Universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ y

dato el conjunto $A=\{1,2,3,4,5\}$, el $A'=\{6,7,8,9,10\}$ y el complemento de este queda como $(A')'=\{1,2,3,4,5\}$. En la figura 2.1.15 se muestra en el inciso a) el complemento del conjunto A' con líneas azules y en el inciso b) el complemento del complemento y mostrados con líneas azules el resultado.

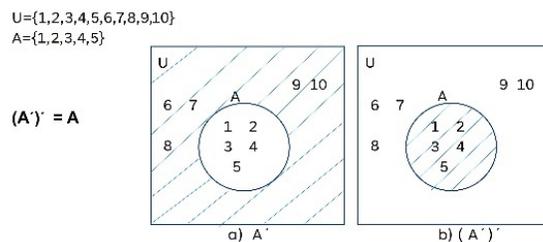


Figura 2.1.15. Propiedad 1 del complemento. Creación propia.

b) $A \cup A' = U$

Demostración. La unión de un conjunto con su complemento es igual al universo. En la figura 2.1.16 y mediante un diagrama de Venn, podemos ver en el inciso a) la definición del conjunto A , en el inciso b) el conjunto A' y en el inciso c) la unión de estos dos, que da como resultado el universo $A \cup A' = U$.

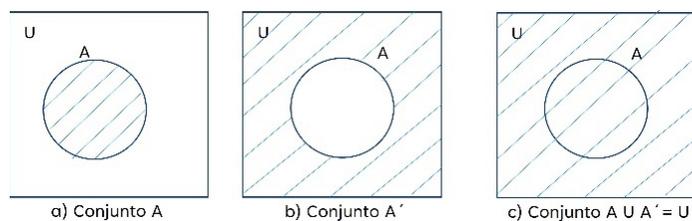


Figura 2.1.16. Propiedad 2 del complemento. Creación propia.

c) $U' = \phi$

Demostración. El complemento del universo es igual al vacío, debido a que, si el universo contiene a todos los elementos, el complemento obviamente es el conjunto vacío.

d) $(\phi)' = U$

Demostración. Es una propiedad inversa de la anterior que se lee “el complemento del conjunto vacío es el universo porque contiene a todos los elementos.

- **Identidad.**

a) $A \cup U = U$

Demostración. La unión de un conjunto con el universo es el universo, ya que todos los conjuntos son subconjuntos del conjunto universo. En la figura 2.1.17 se presenta la demostración de esta propiedad de identidad.

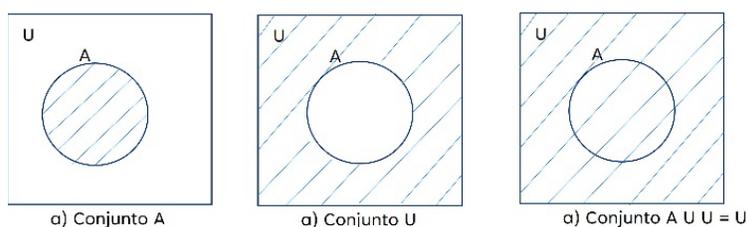


Figura 2.1.17. Propiedad Identidad ejemplo 1. Creación propia.

b) $A \cup \phi = A$

Demostración. La unión de cualquier conjunto con el conjunto vacío es igual al mismo conjunto. Esto es obvio por dos razones, la primera es que el conjunto vacío no contiene ningún elemento y al unirse a cualquier otro, no lo afecta. Segundo, por la propiedad que dice que el conjunto vacío es subconjunto de cualquier conjunto, por lo tanto, está incluido en el mismo conjunto.

c) $A \cap U = A$

Demostración. Esta propiedad señala que la intersección de un conjunto con el universo es igual al mismo conjunto. Esto es lógico por definición de intersección, recordando que el conjunto A, en este caso, es subconjunto del universo, así que

todos los elementos que pertenecen al conjunto A, también pertenecen al universo.

En la figura 2.1.18 se muestra esta propiedad

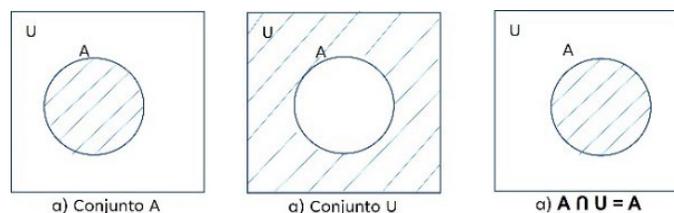


Figura 2.1.18. Propiedad Identidad ejemplo 3. Creación propia.

d) $A \cap \phi = \phi$

Demostración. La demostración de esta propiedad se lee “la intersección de un conjunto con el conjunto vacío, es el conjunto vacío”. Esto es fácil de demostrar ya que el conjunto vacío no contiene ningún elemento de algún conjunto, por eso cuando se realiza la operación de intersección, no puede crearse un conjunto con elementos, por eso da como resultado el conjunto vacío.

- Si $A \subset B$ entonces para cualquier A y para cualquier B, se cumple:

a) $A \cup B = B$

Demostración. En este caso, si $A \subset B$ significa que A es un subconjunto propio de B o que A pertenece a B. Es decir, que todos los elementos de A están en B que tiene otros elementos. El resultado de esta unión es el conjunto B que contiene a todos los elementos, tanto los de A y los propios de B. Si se tiene un conjunto $A=\{1,2,3\}$ y $B = \{1,2,3,4,5\}$, entonces $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$. En la figura 2.1.19 se muestra un ejemplo usando un diagrama de Venn.

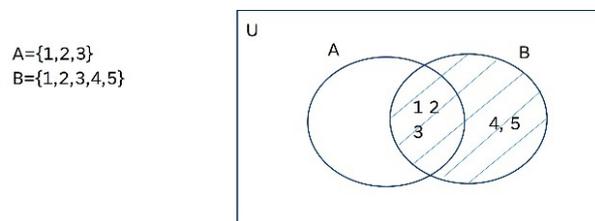


Figura 2.1.19. Conjunto propio $A \cup B = B$. Ejemplo A. Creación propia.

b) $A \cap B = A$

Demostración. La demostración de esta propiedad de los conjuntos propios es que la intersección de un conjunto propio A de un conjunto B, es el conjunto. Esto es muy obvio porque los elementos de A también están en B, pero B tiene más elementos que no están en A. Si se tiene un conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, entonces $A \cap B = \{1, 2, 3\}$. En la figura 2.1.20 se muestra un ejemplo usando un diagrama de Venn.

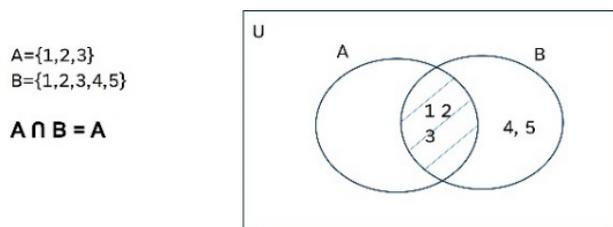


Figura 2.1.20. Conjunto propio $A \cap B = A$. Ejemplo b. Creación propia.

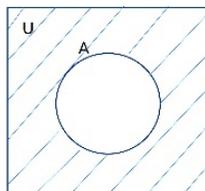
c) $A \subset (A \cup B)$

Demostración. Esta propiedad es fácil de comprobar si partimos de la premisa de que $A \subset B$, y por el inciso b) que se demuestra que $(A \cup B) = B$, solamente se sustituye esta igualdad por B en la propiedad y queda demostrado.

Ejercicios para resolver en el aula.

1.- Representar por medio de un diagrama de Venn el complemento de un conjunto.

Respuesta:



a) A' : complemento del conjunto A

Figura 2.1.21. Respuesta ejercicio 1 subtema 3. Creación propia.

2.- Se tiene un conjunto $A = \{x | x \in \text{pares } 1 \dots 100\}$ y $B = \{x | x \in \text{impares } 1 \dots 100\}$.

a) ¿Determinar cuál de ellos es subconjunto del otro?

Respuesta: para determinar cuál es subconjunto del otro es necesario identificar aquellos elementos que son comunes en ambos, sin embargo, en este caso por definición de cada uno de ellos, no se tienen elementos comunes por eso no puede uno ser subconjunto del otro.

b) ¿Qué tipo de subconjunto es?

Respuesta: Al no ser subconjuntos no pueden ser de algún tipo.

3.- Se tiene un conjunto $A = \{x | x \in \text{números del } 1 \dots 100\}$ y $B = \{x | x \in \text{impares } 1 \dots 100\}$.

a) ¿Determinar cuál de ellos es subconjunto del otro?

Respuesta: En este caso como el conjunto A contiene todos los números del 1 al 100 y el conjunto B a los números impares del 1 al 100, por lo tanto, el conjunto A contiene al conjunto B y además tiene sus elementos, entonces $B \subset A$.

b) ¿Qué tipo de subconjunto es?

Respuesta. En este caso como A contiene a los elementos de B y obtiene la relación $B \subset A$, B es subconjunto propio de A.

4.- Dado un conjunto $A = \{x | x \text{ son alumnos de gastronomía de una universidad } X\}$ y $B = \{x | x \text{ son alumnos de gastronomía del primer semestre de una universidad } X\}$. Representar mediante

diagramas de Venn el resultado de $A - B$. en la figura 2.1.22 se muestra el resultado mediante un diagrama de Venn.

Respuesta.

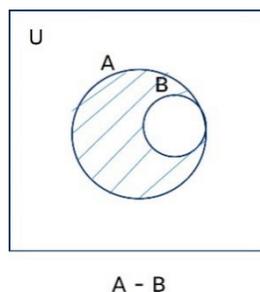


Figura 2.1.22. Respuesta ejercicio 4 del tema 3. Creación propia.

5.- En una universidad se tiene que presentaron exámenes 1000 alumnos de los cuales el 30% presentaron para la carrera de Medicina. El 50% del total presentó para alguna ingeniería y el 10% presentó para medicina e ingeniería. Responder:

a) ¿Cuántos alumnos presentaron para medicina?

Respuesta. Se tiene un universo $U=1000$ alumnos que presentaron el examen, de ahí el conjunto $A=\{x|x \text{ 30\% de alumnos presentaron medicina}\} = 300$.

b) ¿Cuántos alumnos presentaron para ingeniería?

Respuesta. Para el conjunto $B= \{x|x \text{ 50\% alumnos presentaron ingeniería}\} = 500$.

c) ¿Cuántos presentaron para ambas carreras?

Respuesta.

Los que presentaron ambas carreras son el 10% = 100 presentaron para ambas carreras.

Esto se puede representar como la intersección del conjunto A con el conjunto B, $A \cap B = 10\%$.

d) Mostrar el resultado mediante un diagrama de Venn

Respuesta.

En la figura 2.3.2.15, se presenta la solución mediante el uso de un diagrama de Venn en donde se puede observar la intersección entre el conjunto A y B que representan a aquellos alumnos que presentaron para ambas carreras.

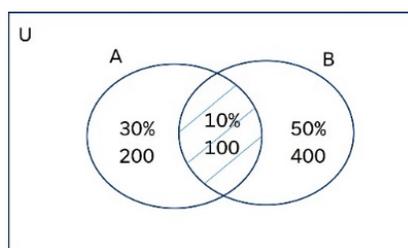


Figura 2.1.23. Solución al ejercicio 5. Creación propia.

2.2 Producto cartesiano y relación binaria.

2.2.1 Herramientas didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.2.2 Descripción del subtema 2.4.

A continuación, se presenta el tema de producto cartesiano y relación binaria que se da entre los elementos de dos o más conjuntos, lo que permite establecer un tipo de relación entre ellos. Pero vamos por partes, ya se presentó en el tema anterior la definición de lo que es un conjunto y sus elementos, junto con las propiedades que puede establecerse entre dos o más

conjuntos. Ahora, vamos a revisar como se pueden asociar los elementos de cada conjunto entre sí para formar relaciones. A partir a partir de estas, definiremos lo que son las funciones como casos especiales de las relaciones que cumplen ciertas propiedades.

Antes de definir lo que es un producto cartesiano, se va a definir lo que es un par ordenado que representa las relaciones entre cada uno de los elementos de un conjunto con los elementos de otro conjunto.

- **Par ordenado.** Un par o pareja ordenados se entiende que es una asociación de dos elementos x y y , de tal forma que el primer elemento es x y el segundo es y . Se denota como (x,y) . Es importante notar que se llama “par ordenado” porque existe un orden en la forma de asociar a los elementos.

Una definición formal de lo que es un par o pareja ordenados la encontramos en (Kuratowski, 1921) , de la siguiente forma:

- Un par ordenado se define mediante el siguiente conjunto:

$$(x,y) = \{\{x\}, \{a,b\}\}$$

- En este caso hay que recordar:
 - Por ejemplo, $(2,3) \neq (3,2)$, esto es porque existe un orden en la forma de tomar el par.
 - Por ejemplo, $(a,b) = (c,d)$ si, y sólo si, $a = c$ y $b = d$
 - Los elementos del par pueden ser los mismos: (a,a)
- **Conjunto Producto o Producto Cartesiano.** Sean A y B dos conjuntos, se les llama el conjunto producto o producto cartesiano de A con B , denotado por $A \times B$, al conjunto de todas las parejas ordenadas (a,b) en donde $a \in A$ y $b \in B$.
- **Formalmente:**

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

- Puede ocurrir el producto cartesiano de un mismo conjunto $A \times A$ denotado por A^2 .

$$A^n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_1, a_2, \dots, a_n \in A\}$$

- Esta definición se puede extender a más de dos conjuntos, por ejemplo, sean los conjuntos A_1, A_2, \dots, A_n , el producto cartesiano se define como:

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n\}$$

a cada elemento de (a_1, a_2, \dots, a_n) es conocida como n -tupla ordenada.

- **Ejemplos.**

a) Sean $A=\{a,b,c\}$ y $B=\{1,2\}$ dos conjuntos, entonces el producto cartesiano $A \times B = \{(a,1), (a,2), (b,1), (b,2), (c,1), (c,2)\}$.

b) Sean los conjuntos $A=\{1,2,3,4\}$ y $B= \{a,b,c\}$, entonces el producto cartesiano de $A \times B = \{(1,a), (1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c),(3,a),(3,b),(3,c),(4,a),(4,b),(4,c)\}$

- **Diagrama cartesiano.**

Un diagrama cartesiano conocido como plano cartesiano puede ser utilizado para mostrar los pares ordenados que resultan de un producto cartesiano. El plano cartesiano utiliza ejes coordenados para mostrar los puntos de coincidencia de cada par ordenado. Cada eje coordenado representa a un conjunto y los elementos de este conjunto se colocan o enumeran sobre su eje respectivo. El par ordenado se representa en el plano como un punto en el que las coordenadas representan el orden de los objetos de la forma (x,y) donde el primer elemento representa al valor que tiene sobre el eje x , y el segundo al eje y . A continuación, se puede observar en la infografía de la figura 2.2.1, el plano cartesiano que representa el producto cartesiano de los conjuntos A y B del inciso b) del ejemplo del párrafo anterior.

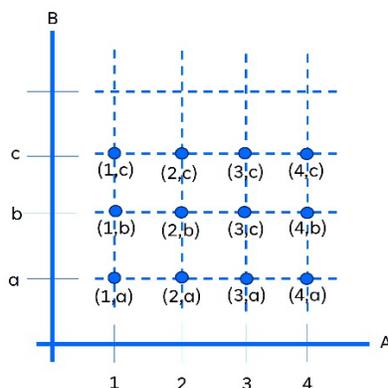


Figura 2.2.1. Plano cartesiano que representa el resultado del producto $A \times B$. Creación Propia.

- **Relación Binaria.**

Dado el conjunto generado por todas las tuplas obtenidas de un producto cartesiano, se puede definir una relación **R** entre los elementos que forman esas tuplas, para generar un nuevo conjunto de tuplas que cumplan con esas relaciones. Como se verá más adelante, las relaciones son una *generalización de las funciones*.

Un par ordenado (a,b) obtenido de un producto cartesiano entre conjuntos se puede interpretar como la existencia de una relación de a hacia b . Por ejemplo, tenemos el conjunto $A = \{x \mid x = 10, 20, 30, 40, 50 \text{ km} \in \text{kilómetros entre Chetumal y Bacalar}\}$ y $B = \{x \mid x = 1, 2, 3, 4, 5 \in \text{horas}\}$. El producto cartesiano de $A \times B = \{(10,1), (10,2), (10,3), (10,4), (10,5), (20,1), \dots, (50,1), (50,2), (50,3), (50,4), (50,5)\}$. Por lo tanto, establecemos una Relación que considere a los elementos del conjunto A que recorran 30 kilómetros y conjunto B que tarden 3 horas. Las tuplas que se van a considerar son aquellas que recorran 30 km/3h, por lo tanto, $R = \{(x,y) \mid x \in A = 30 \wedge y \in B = 3\} = \{(30,3)\}$.

A este tipo de relación que existe entre dos elementos a y b , de dos conjuntos **A** y **B** respectivamente se les llama **Relación Binaria**. Esta es la mínima relación que se puede encontrar como resultado de un producto cartesiano entre dos conjuntos.

Esta relación se puede representar como:

- Pares ordenados (a, b)
 - Indicando a \mathbf{R} b
 - \mathbf{R} (a,b)
- **Ejemplos.**

Sea el conjunto $A = \{\text{números naturales}\}$, una relación binaria sobre sí mismo puede ser, $\mathbf{R} = \text{múltiplo de}$.

Por ejemplo, el número 4 está relacionado con 2 debido a que 4 es múltiplo de 2, por tanto, escribimos $4 \mathbf{R} 2$ o (4,2).

En el caso de no estar relacionados escribiremos a no está relacionado con b tachando la \mathbf{R} . Por ejemplo, el 3 y 5 para este caso son dos elementos que no están relacionados.

Una relación binaria puede darse entre elementos de un mismo conjunto.

Relaciones. - Se define como **relación** a una **conexión o vínculo** establecido entre dos entes, lográndose así una **interacción** entre los mismos,

Ejemplo de relaciones:

- La distancia por tiempo del recorrido entre dos ciudades por un vehículo (distancia \mathbf{R} tiempo).
- Nombre de alumnos con su matrícula escolar (nombre \mathbf{R} matrícula).
- Ciudad con el país donde se encuentra (ciudad \mathbf{R} país).
- Sea el conjunto A formado por algunos países y B las capitales políticas de algunos países. Podemos establecer la relación $\mathbf{R}_1 = \text{"tiene por capital política a"}$, establece una relación entre el conjunto $A \mathbf{R} B$ en el que solamente existe un elemento del primer conjunto A, que se puede asociar a cada elemento del segundo conjunto B. Por ejemplo, (Francia, París), (España, Madrid), (Alemania, Berlín), (Inglaterra, Londres), (Italia, Roma). En la figura 2.2.2, se muestra la representación gráfica.

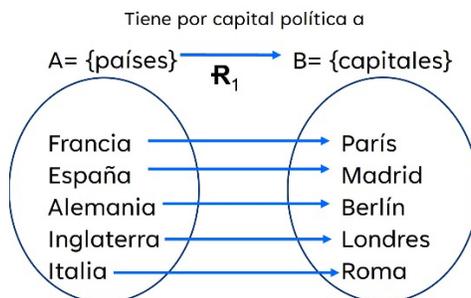


Figura 2.2.2. Relación binaria entre países y sus capitales. Creación propia.

- Se A el conjunto formado por los países del mundo, $A = \{\text{países del mundo}\}$ y B por los continentes $B = \{\text{continentes}\}$. La relación $\mathbf{R}_2 = \text{"pertenece a"}$ podría establecer que dos o más elementos del primer conjunto se pueden asociar con cada elemento del segundo conjunto. Por ejemplo, (EEUU, América), (México, América), (Brasil, América), (Italia, Europa), (Sudáfrica, África), (España, Europa), (Ghana, África). En la figura 2.2.5, se puede apreciar gráficamente esta relación.

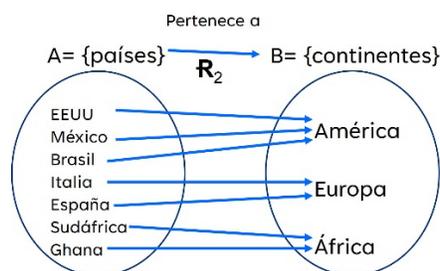


Figura 2.2.3. Relación Binaria 2, países y sus continentes. Creación propia.

- Se A el conjunto formado por países y B por ciudades, entonces la Relación $\mathbf{R}_3 = \text{"tiene como ciudad a"}$ establece que para un elemento del conjunto del primer conjunto tiene asociado a dos o más elementos del segundo conjunto. Por ejemplo, (México, Mérida), (México, Chetumal), (México, Cancún), (España, Madrid), (España, Barcelona). En la figura 2.2.4, podemos ver una representación gráfica.

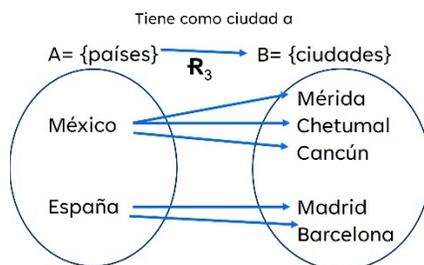


Figura 2.2.4. Relación Binaria 3, países y ciudades. Creación propia.

Con base en lo presentado sobre las relaciones, las podemos clasificar en tres casos como se muestra a continuación:

- Caso 1.- De un elemento de un primer conjunto a un elemento de un segundo conjunto. Es una relación uno a uno. En la figura 2.4.2.4, se muestra gráficamente esta relación.

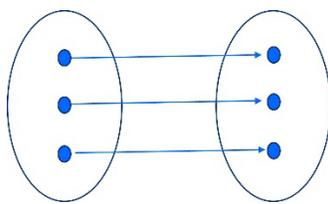


Figura 2.2.5. Caso 1, relación uno a uno. Creación propia.

- Caso 2.- Dos o más elementos del primer conjunto a un elemento del segundo conjunto. Es decir, es una relación de muchos a uno. En la figura 2.4.2.5, se muestra gráficamente esta relación.

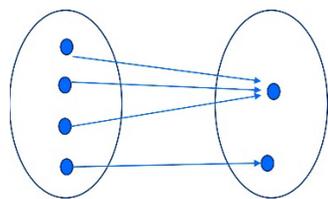


Figura 2.2.6. Caso 2, relación muchos a uno. Creación propia.

- Caso 3.- De un elemento del primer conjunto a dos o más elementos del segundo conjunto. Es decir, es una relación de uno a muchos. En la figura 2.4.2.6, se muestra gráficamente esta relación.

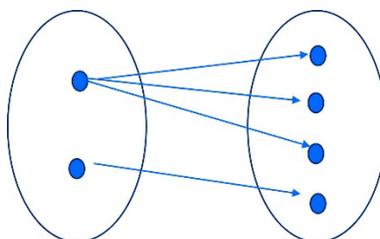


Figura 2.2.7. Caso 3, relación uno a muchos. Creación propia.

2.3 Representación de las Relaciones

2.3.1 Herramientas Didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.3.2 Descripción del subtema 2.5.

En párrafos anteriores se ha demostrado que las relaciones entre elementos de diversos conjuntos son importantes y forman parte esencial de la vida. Todos los elementos en el mundo tienen una relación con al menos otro elemento. Esta es la base del razonamiento, ya que un elemento por si solo no serviría de mucho si no está relacionado con algo, pueden existir relaciones tan sencillas entre dos elementos o más complicadas entre muchos elementos. Es esencial utilizar alguna forma de representar estas relaciones y tener una mejor explicación de ellas. Las relaciones pueden tener muchas formas de representación como la verbal, algebraica, numérica, tabla o gráfica.

Antes de mostrar un ejemplo de las diferentes formas de representar una relación es importante recordar algunas definiciones:

- **Constante.** - Es un valor que permanece fijo, no cambia en cualquier problema en el que se defina.
- **Variable.** - Es un valor que puede cambiar durante la solución de un problema, y normalmente se utilizan las últimas letras del alfabeto para representarlas.

- **Dominio.** - Se llama Dominio de \mathbf{R} al conjunto formado por:

$$\{ x \in X \mid (x,y) \in \mathbf{R} \text{ para alguna } y \in Y \}$$

- **Rango o contradominio.** - Se llama Rango de \mathbf{R} al conjunto formado por:

$$\{ y \in Y \mid (x,y) \in \mathbf{R} \text{ para alguna } x \in X \}$$

- **Función.** - Una función es un tipo especial de relación y la podemos representar con la letra f . Por lo tanto, se puede definir una función f de X a Y , es una relación de X a Y que tiene las propiedades:

- El dominio de f es igual a X .
- Para cada $x \in X$, existe exactamente una $y \in Y$ tal que $(x,y) \in f$.

Es importante recordar y nunca olvidar que las funciones son un **subconjunto de las relaciones binarias**, en las que sólo se cumplen dos casos el primero que establece **una relación de uno a uno, y el caso 3 una relación de uno a muchos**. No se consideran funciones donde existen relaciones del tipo 2 muchos a uno.

Las relaciones se pueden representar de varias formas, entre las que tenemos:

1. En forma verbal. - La relación se describe mediante un lenguaje y de forma natural lo más preciso que se pueda escribir.

Por ejemplo:

“Un número real “ y ” es igual al cuadrado de otro número “ x ” más una unidad.

2. Mediante una ecuación algebraica. - Se puede representar una función mediante una ecuación algebraica. Esta es la forma más común de representar una función.

Por ejemplo:

$$y = x^2 + 1$$

3. En forma numérica o de tabla. - Se puede representar una función mediante una tabla de valores y elaborar una gráfica de esa tabla.

Tabla 2.3.1. Representación de la función $y = x^2 + 1$. Creación propia.

x	y
1	10
2	5
3	2
4	1
5	2
6	5
7	10

4. En forma de una gráfica. - Se puede representar por medio de una gráfica dibujada en un diagrama de coordenadas y. En dónde x es la ordenada al origen e y, es la abscisa.



Figura 2.3.1, Representación gráfica de una función: $y = x^2 + 1$. creación propia.

5. Relaciones Implícitas. – Se expresa en forma algebraica y ocurre cuando no está despejada ninguna de sus variables.

Ejemplo de expresiones algebraicas implícitas:

a) $x^2 + y^2 = 9$

b) $2x - 3y = 1$

c) $x^2y + y = x + 1$

6. Relaciones Explícitas. – Se expresa en forma algebraica y ocurre cuando alguna de sus variables está despejada.
7. Ejemplo de expresiones algebraicas explícitas. Con base en las expresiones implícitas presentadas en los ejemplos anteriores se convierten en explícitas al despejar al menos una de sus variables.
- a) $y = \pm\sqrt{9 - x^2}$
- b) $y = -1/3 + 2/3 x$
- c) $y = (x + 1) / (x^2 + 1)$

2.4 Propiedades de las Relaciones

2.4.1 Herramientas didácticas utilizadas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.4.2 Descripción del Subtema 2.6.

A continuación, se van a explicar las propiedades de las relaciones y como ejemplo de estas definimos el conjunto $A=\{1,2,3, 4\}$.

- a) **Propiedad Reflexiva (idéntica).** – Una relación \mathbf{R} sobre un conjunto A , es reflexiva si para toda $x \in A$ entonces $(x,x) \in \mathbf{R}$. En otras palabras, una relación es reflexiva si todo elemento del conjunto sobre el que está definida está relacionado consigo mismo.

Ejemplo: $\forall x \in A$ se cumple que $(x,x) \in \mathbf{R}$.

$$\mathbf{R} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$$

- b) **Propiedad Anti reflexiva o irreflexiva.** – Una relación \mathbf{R} sobre un conjunto A es anti reflexiva si para todo $x \in A$ se cumple que $(x,x) \notin \mathbf{R}$ (no pertenece a \mathbf{R}), se dice que $\forall x \in A$ se cumple que x no está relacionado consigo mismo.

$$\text{Ejemplo: } \mathbf{R} = \{(1,2), (2,1), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)\}$$

- c) **Propiedad Simétrica.** – Una relación \mathbf{R} sobre un conjunto A es simétrica si para todo $x \in A$, $y \in A$ si $(x,y) \in \mathbf{R}$ entonces $(y,x) \in \mathbf{R}$. De otra forma $\forall x,y \in A$ se cumple que si $(x,y) \in \mathbf{R}$ entonces $(y,x) \in \mathbf{R}$.

$$\text{Ejemplo: } \mathbf{R} = \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,4), (3,1), (4,2), (4,4)\}$$

- d) **Propiedad Antisimétrica.** – Una relación \mathbf{R} sobre un conjunto A es antisimétrica, si para toda $x \in A$, $y \in A$, si $x \mathbf{R} y$ e $y \mathbf{R} x$ entonces $x = y$. Se define $\forall x,y \in A$ se cumple que si $(x,y), (y,x) \in \mathbf{R}$ entonces $x=y$.

$$\text{Ejemplo: } \mathbf{R} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$$

- e) **Propiedad Asimétrica.** - Una relación \mathbf{R} sobre un conjunto A es asimétrica si para toda $x \in A$, $y \in A$, si $(x,y) \in \mathbf{R}$ entonces $(y,x) \notin \mathbf{R}$. De otra forma: $\forall x,y \in A$ se cumple que si $(x,y) \in \mathbf{R}$ entonces $(y,x) \notin \mathbf{R}$.

Ejemplo: $\mathbf{R} = \{(1,2), (1,3), (2,4), (4,3)\}$. Nota.- Las relaciones asimétricas son antirreflexivas.

- f) **Propiedad transitiva.** - Una relación \mathbf{R} sobre un conjunto A es transitiva si para todo $x \in A$, $y \in A$, $z \in A$ si $(x,y) \in \mathbf{R}$ y $(y,z) \in \mathbf{R}$ entonces $(x,z) \in \mathbf{R}$. Definimos que, $\forall x,y,z \in A$ se cumple que si $(x,y), (y,z) \in \mathbf{R}$ entonces $(x,z) \in \mathbf{R}$.

$$\text{Ejemplo: } \mathbf{R} = \{(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3)\}.$$

Para conocer un poco más sobre estos temas, se sugiere revisar la bibliografía (Johnsonbaugh, 2005).

2.5 Relaciones de Equivalencia.

2.5.1 Herramientas Didácticas utilizadas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.5.2 Descripción del Subtema 2.7.

A continuación, es importante definir las relaciones de equivalencia en el entendido de nos pueden ayudar a simplificar o encontrar representaciones más sencillas de relaciones complejas.

Definición: “Una relación \mathbf{R} sobre un conjunto A es una relación de equivalencia si \mathbf{R} es una relación reflexiva, simétrica y transitiva.

- Ejemplo: $\mathbf{R} = \{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,3), (3,4), (1,4), (3,1), (4,3), (4,1) \}$
- **Clases de equivalencias:**
 - Dada una relación de equivalencia \mathbf{R} sobre un conjunto A , se llama **clase** de equivalencia del elemento “ a ” de A , y lo indicaremos $[a]_{\mathbf{R}}$ o C_a , al subconjunto de A integrado por los elementos relacionados a dicho elemento.
 - $[a]_{\mathbf{R}} = \{ x \in A / x \mathbf{R} a \}$
- **Propiedades**
 1. Las clases de equivalencias no son vacías, ya que por lo menos la integra el elemento que le da nombre.
 2. $[a]_{\mathbf{R}} = [b]_{\mathbf{R}} \Leftrightarrow a \mathbf{R} b$, es decir que dos clases de equivalencias son iguales si $(a,b) \in \mathbf{R}$.

$$3. [a]_R \neq [b]_R = \Leftrightarrow [a]_R \cap [b]_R = \emptyset.$$

2.6 Funciones.

2.6.1 Herramientas Didácticas utilizadas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.6.2 Descripción del subtema 2.8.

Una función es una relación con la característica de que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y solamente un elemento del segundo conjunto. Para poder establecer una función debemos:

1. Existe un conjunto X llamado *dominio* de la función.
 2. Existe un conjunto Y llamado *codominio* de la función
 3. Existe una *regla de correspondencia* entre los dos conjuntos, de tal forma que a los elementos del dominio les haga corresponder *uno y solo uno* de los elementos del codominio.
- Una función se denota usualmente por una letra minúscula, por ejemplo: f , g , etc.
 - Ejemplo: La correspondencia entre los conjuntos X y Y : Se muestra en la figura , una función ya que cada elemento del dominio tiene asociado uno y solo un elemento del codominio.

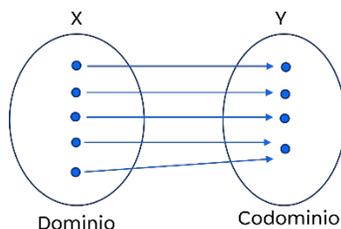


Figura 2.6.1. Representación de una función. Creación propia.

Definición. - Una función f definida del conjunto X al Y se denota como $f: X \rightarrow Y$. En donde X corresponde al dominio de la función, Y pertenece al codominio de la función y f es la característica de la función (regla de correspondencia). La característica indica qué se debe hacer con cada elemento del conjunto X para obtener los elementos correspondientes en el conjunto Y .

Para representar a los elementos del dominio, se elige una letra que los represente a todos. Esta letra será una variable, ya que puede tomar el valor de cualquier elemento del dominio. Usualmente se utiliza la letra x , y puede tomar cualquier valor de cualquier elemento del dominio, no depende de ninguna condición. A esta variable se le llama **independiente**.

Los elementos del segundo conjunto (codominio), también pueden utilizar una letra para ser representados, usualmente es la y , y también es una variable. Sin embargo, su valor depende del valor asignada a la variable independiente y del obtenido de la función asignada entre ellas. Por eso, a la variable que representa los valores de los elementos del segundo conjunto (codominio) se le llama dependiente.

- **Ejemplo:** Considerando lo anterior, si y es una función de x , lo cual se expresa simbólicamente como: $y = f(x)$. En la figura 2.8.2.2, se puede ver la representación de la función con sus variables dependientes e independientes.

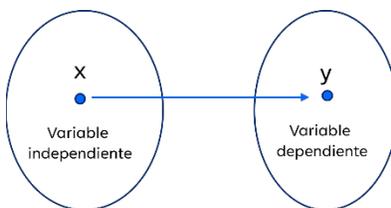


Figura 2.6.2. Variable independiente y dependiente. Creación propia.

- **Dominio de una Función.** - El dominio de una función no se especifica en sí, sino que se da una regla o ecuación que define la función que describe el conjunto de valores que puede tomar. El dominio de una función f de variable real es el conjunto de número reales para el cual la regla tiene sentido o, más específicamente, para el cual el valor de $f(x)$ es un número real.
- **Imagen y Rango de una función.** – El elemento que se obtiene en el segundo conjunto después de aplicar la regla de correspondencia a un elemento del primer conjunto, recibe el nombre de **imagen**. Si x es el elemento del dominio la imagen se denota como $f(x)$. El **rango o recorrido** es el conjunto formado por todas las imágenes correspondientes al dominio. Esto se muestra en la figura 2.6.3.

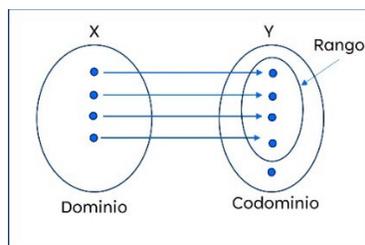


Figura 2.6.3. Dominio y Rango. Creación propia.

- Ejemplo: Dada la función $y = x^2$, $x \in \mathbf{N}$, $2 \leq x \leq 6$

Solución: Se elabora una tabla para obtener los valores de y a partir de los de x , recordando que los valores de x deben de estar entre 2 y 6, como se muestra en 2.6,1.

Tabla 2.6.1. Tabla de la función $y = x^2$. Creación propia.

x	y
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

El dominio es el primer conjunto de la función: $X = \{ 2,3,4,5,6\}$

El codominio es el segundo conjunto $Y = \{ 4,9,16,25,36 \}$

La imagen de 2 es 4, de 3 es 9, de 4 es 16, de 5 es 25 y de 6 es 36

El Rango es el conjunto de imágenes: $R = \{ 4, 9,16, 25, 36 \}$

Clasificación de las funciones: Las funciones se clasifican en

- **Inyectivas:** Una función inyectiva es aquella que al tomar dos valores diferentes en el dominio sus imágenes van a ser diferentes. Figura 2.6.4

Ejemplo:

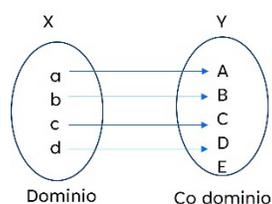


Figura 2.6.4. Función Inyectiva. Creación Propia.

Dominio $X = \{ a,b,c,d \}$

Co Dominio $Y = \{ A, B, C, D \}$

La imagen de a es A , de b es B , de c es C y de d es D .

El rango es $R = \{ A, B, C, D\}$

La relación es de uno a uno de los elementos del dominio a los del co dominio. Aunque sobra un elemento del co dominio, todos los del dominio tienen uno asociado.

- **Suprayectiva:** Es cuando el rango es igual al Co dominio. Esto significa de que todos los elementos del co dominio están relacionados con alguno del dominio.

Ejemplo: Sea la función $f(x) = 2x^2 + 1$, $x \in \mathbf{Z}$, $-3 \leq X \leq 3$. Al tabular se obtiene en la tabla

2.6.2.:

Tabla 2.6.2. Tabla de la función $f(x) = 2x^2 + 1$. Creación propia.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	19	9	3	1	3	9	19

El dominio de $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

El dominio de $Y = \{19, 9, 3, 1, 3, 9, 19\}$

La imagen de -3 es 19, -2 es 9, de -1 es 3, de 0 es 1, de 1 es 3, de 2 es 9 y de 3 es 19.

El rango es $R = \{1, 3, 9, 19\}$, en la figura 2.6.5. se muestra una imagen de esta función.

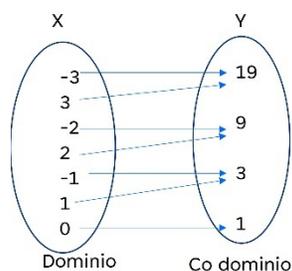


Figura 2.6.5. Gráfica de la función suprayectiva $f(x) = 2x^2 + 1$. Creación propia.

Todos los elementos del co dominio están asociados con al menos uno del dominio. Es una relación de muchos a un.

- **Biyectiva:** Es inyectiva y suprayectiva simultáneamente.

Ejemplo: Dada la función $f(x) = 4x$, $x \in \mathbf{N}$, $x \leq 5$. Se muestra en la tabla 2.6.3.

Tabla 2.6.3. Tabla de la función Biyectiva $f(x) = 4x$. Creación propia.

x	1	2	3	4	5
y	4	8	12	16	20

El dominio es $X = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

El Rango es $X = \{ 4, 8, 12, 16, 20 \}$

La imagen de 1 es 4, de 2 es 8, de 3 es 12, de 4 es 16, de 5 es 20

El rango es $R = \{ 4, 8, 12, 16, 20 \}$, en la figura 2.6.6. podemos ver gráficamente en donde la relación es uno a uno sin que sobre ningún elemento del co dominio.

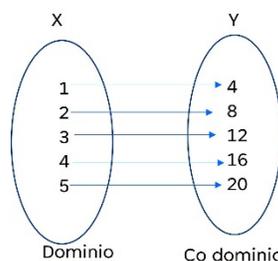


Figura 2.6.6. De la función Biyectiva $f(x) = 4x$. Creación propia.

2.7 Aplicación de las Relaciones y las Funciones en la Computación.

2.7.1 Herramientas Didácticas utilizadas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

2.7.2 Descripción del subtema 2.9.

En este subtema vamos a repasar algunas de las aplicaciones de las relaciones y funciones en el campo de la computación, con el fin de mostrar la importancia que tiene esta parte de las matemáticas en este campo.

Una de las áreas en las que podemos aplicar las relaciones en el uso de las bases de datos, de ahí que se llamen “Bases de datos relacionales”, porque utilizan las relaciones para manejar información en forma estructurada. Por ejemplo, en una base de datos podemos relacionar una tabla que contenga los números de identificación de los alumnos de una escuela, con otra tabla que contenga los nombres de los alumnos. En este caso sería una relación Biyectiva, porque solo se puede asignar una matrícula con un alumno.

Para el caso de la aplicación de funciones, es importante para los lenguajes de programación utilizar comandos para realizar funciones tales como calcular el seno de un ángulo x mediante la función $\text{Sin}(x)$ o $\text{Cos}(x)$ entre otras que ya tengan implementados. Sin embargo, también tienen estos lenguajes la posibilidad de que los programadores implementen sus propios lenguajes.

3 TEMA: LOGICA MATEMÁTICA

Competencias para desarrollar:

Específicas:

Analiza y resuelve problemas computacionales utilizando las técnicas básicas de lógica e inducción matemática.

Genéricas:

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis
- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
- Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión
- Capacidad de comunicación oral y escrita
- Capacidad de investigación
- Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes Diversas.
- Capacidad de trabajo en equipo

3.1 LOGICA PROPOSICIONAL

3.1.1 Proposiciones simples y compuestas.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Descripción del tema 3.1.

En este subtema vamos a presentar los conceptos de lógica proposicional la cual es la base para el modelado o representación del razonamiento lógico aplicado en las ciencias computacionales.

Lógica.

Vamos a empezar con una de las varias definiciones de lo que es la lógica tomada de la Real Academia Española que dice "*Modo de pensar y de actuar sensato, de sentido común*" (Real Academia Española, 2024). Sin embargo, podemos decir que la lógica es una forma de aplicar reglas o técnicas que permiten determinar si una acción o aseveración es verdadera o falsa.

La lógica en matemáticas nos permite demostrar teoremas y determinar si son verdaderos o falsos e inferir (deducir) resultados. La lógica se puede expresar como una proposición, también llamada declaración o aseveración que puede ser evaluada para determinar, bajo ciertas condiciones, si es verdadera o falsa. Esto de determinar si es verdadera o falsa es una forma de lógica porque como sociedad consideramos comportamientos lógicos aquellos que se encuentran determinados por el sentido común, las leyes de la naturaleza o las impuestas por la sociedad.

En las ciencias de la computación la lógica se aplica en el desarrollo de lenguajes de programación, algoritmos, programación lógica. También se utiliza en el desarrollo e implementación de modelos matemáticos para construcción de aplicaciones con Inteligencia Artificial.

Proposición. - Es un enunciado, oración, frase o expresión matemática que puede ser falsa o verdadera, pero no ambas. Se le llama “valor de verdad” al resultado de verdadero o falso que puede tomar una proposición. En la figura , se puede ver una infografía que define lo que es la lógica proposicional.



Figura 3.1.1. Definición de Lógica Proposicional. Creación propia.

Ejemplos:

A continuación, se describen algunas expresiones que puede ser proposiciones o no.

Para ser proposición se deben poder evaluar como falso o verdadero.

- a) p = México está en el continente americano.
- b) q = $12 + 3 = 33$
- c) r = ¿Cómo estás?
- d) s = Levanta ese lápiz.
- e) t = El café está muy bueno.

Ahora evaluamos cada una de las expresiones para determinar si ¿es una proposición o no? Y si lo es, ¿cuál sería su valor de verdad?

- a) ¿Podemos, evaluar esta expresión?, ¿podemos determinar si es verdadera o falsa? Podemos asegurar que es cierta, porque México sí se encuentra en el continente americano. Por lo tanto, al poder tomar un valor de verdad, en este caso de verdadero, podemos asegurar que es una proposición. Al igual, si hubiera sido su valor de verdad falso, también se debe considerar como proposición. Finalmente reafirmamos que, si una expresión puede tomar un valor de verdad, ya sea falso o verdadero, entonces podemos decir que **es una proposición**.
- b) En este caso se trata de una expresión matemática (una ecuación) y se puede evaluar como verdadera o falsa. En este caso es falsa porque la expresión del lado izquierdo de la ecuación no es igual al lado derecho. Son desiguales porque la suma de $12 + 3$ no es 33. En este caso como tiene un valor de verdad de falso **es una proposición**.
- c) En el caso de la expresión de este inciso no se le puede asignar un valor de verdad porque es una pregunta y en estos casos la respuesta que se desconoce y depende de quién la responda y puede ser que diga “bien” o “mal” y no se puede asegurar que es verdadera o falsa ya que depende del estado de ánimo de la persona. Las preguntas NO son proposiciones.
- d) En este caso la expresión es una orden y no se puede evaluar por si misma, se puede evaluar el resultado de la orden, ¿se cumplió o no? pero no la propia orden. Por lo tanto, las ordenes no son proposiciones.
- e) Esta expresión, tampoco es una proposición porque representa un gusto personal, es decir, el que le guste ese café a alguien no está regido por el sentido común o por las reglas de la sociedad. Por lo tanto, las expresiones de gustos no son proposiciones.

Proposiciones simples.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de proposiciones siempre, se llaman simples porque están formadas por una sola expresión. En general son aseveraciones que pueden ser evaluadas como verdaderas o falsas.

- a) Está lloviendo (puede ser falso o verdadero).
- b) Pasaré mi examen (puede ser falso o verdadero).
- c) Juan llegará temprano (puede ser falso o verdadero).
- d) A las 6 de la tarde terminó mi tarea (puede ser falso o verdadero).
- e) Vamos a ganar el juego (puede ser falso o verdadero).

Proposiciones compuestas.

Las proposiciones se pueden unir entre sí mediante los llamados “Conectores Lógicos” y a sí, formar oraciones. Estas oraciones, pueden ser evaluadas en su conjunto para obtener un valor de verdad total a partir del resultado de cada una de ellas y aplicando la tabla de verdad asociada al conector. A continuación, se presentan los conectores lógicos, su significado, su simbología y su tabla de **verdad**. Estas tablas de verdad evalúan todos los valores de verdad que puede tomar cada proposición de forma individual y en conjunto. Es decir, cada proposición puede tomar 2 valores de verdad, ya sea falso o verdadero. Además, se debe combinar cada valor de cada proposición con la de la otra proposición para obtener 4 combinaciones por cada par de proposiciones. Estos valores son Verdadero y verdadero en el primer par, luego verdadero y falso, para el segundo par. Luego falso y verdadero para el tercer par y finalmente falso y falso para el cuarto par de valores de verdad de dos proposiciones. A continuación, en la parte de tablas de verdad se mostrará esta situación. Más adelante se mostrará la forma correcta de crear tablas de verdad cuando hay 3 o más combinaciones de proposiciones.

Conector Lógico: And

Significado: Une dos proposiciones mediante la letra “y”. Es decir, si tenemos dos proposiciones p y q , entonces las podemos unir mediante este conector y queda, “ p y q ”. Se debe cumplir la

proposición p (debe ser verdadera) y se debe cumplir la proposición q (debe de ser verdadera) para que toda la expresión sea verdadera, en cualquier otro caso será falsa.

Su representación simbólica: “and”, “y”, \wedge . También es llamado **conjunción**.

Su tabla de verdad dice que el resultado de $p \wedge q = r$, es que dadas dos proposiciones p y q , el resultado de la conjunción es $r =$ verdadero, si p y q son verdaderos, en cualquier otro caso es falso. Se describe el resultado final de esta evaluación como se muestra a continuación en la tabla de verdad del conector “and”, tabla 3.1.1:

V= Verdadero

F = Falso

Tabla 3.1.1.Tabla de verdad del conector lógico “y”. Creación propia.

Conector lógico: “y” o and		
P	Q	$r = p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplo:

$p =$ ” Está lloviendo”

$q =$ “Nos mojamos”

$r = p \wedge q =$ “Está lloviendo **y** nos mojamos”

Aplicando la tabla de verdad 3.1.2 tenemos:

Tabla 3.1.2. Ejemplo de tabla de verdad del conector lógico "y". Creación propia.

Conector lógico: "y"		
P	Q	$r = p \wedge q$
Está lloviendo = V	Nos mojamos = V	= V
Está lloviendo = V	Nos mojamos = F	= F
Está lloviendo = F	Nos mojamos = V	= F
Está lloviendo = F	Nos mojamos = F	= F

Conector Lógico: OR

Significado: Une dos proposiciones mediante la letra "O". Es decir, si tenemos dos proposiciones p y q, entonces las podemos unir mediante este conector y queda, "p o q". Se debe cumplir la proposición p o se debe cumplir la proposición q, o ambas para que toda la expresión sea verdadera, en cualquier otro caso será falsa.

Su representación simbólica: "or", "o", V. También es llamado **Disyunción**.

Su tabla de verdad dice que el resultado de $p \vee q = r$, es que dadas dos proposiciones p y q, el resultado de la disyunción es $r =$ verdadero, si p o q o ambas son verdaderos, en cualquier otro caso es falso. Se describe el resultado final de esta evaluación como se muestra a continuación en la tabla de verdad del conector "or", 3.1.3:

V= Verdadero

F = Falso

Tabla 3.1.3. Tabla de verdad del conector lógico "o". Creación propia

Conector lógico: "or"		
P	Q	$r = p \vee q$
V	V	V
V	F	V

F	V	V
F	F	F

Ejemplo:

p = "a la escuela me voy en bici"

q = "a la escuela me voy en taxi"

$r = p \vee q$ = "a la escuela me voy en bici o me voy en taxi"

Aplicando la tabla de verdad tenemos en 3.1.4:

Tabla 3.1.4. Ejemplo de tabla de verdad del conector lógico "o". Creación propia.

Conector lógico: "or"		
P	Q	$r = p \vee q$
Me voy en bici = V	Me voy en taxi = V	= V
Me voy en bici = V	Me voy en taxi = F	= V
Me voy en bici = F	Me voy en taxi = V	= V
Me voy en bici = F	Me voy en taxi = F	= F

Conector Lógico: NOT

Significado: Califica el valor de verdad de una proposición negándolo, mediante conector Not.

Es decir, si tenemos el valor de verdad de una proposición p y aplicamos en conector Not p , entonces el valor de verdad se invierte, si era verdadero. Si el valor de p era verdadero, ahora será falso, si era falso, ahora será verdadero.

Su representación simbólica: "not", "no", \neg , $\bar{\quad}$ - . También es llamado **Negación**.

Su tabla de verdad dice que el resultado de p al aplicar $p' = r$, es que el valor de verdad de p se invierte al valor de verdad contrario. Se describe el resultado final de esta evaluación como se muestra a continuación en la tabla de verdad del conector “not”, 3.1.5:

V= Verdadero

F = Falso

Tabla 3.1.5. Tabla de verdad del conector lógico “No”. Creación propia.

Tabla de verdad = No, \neg , $'$	
P	P'
V	F
F	V

Ejemplo:

P = “La puerta es verde”

Aplicando la tabla de verdad tenemos en 3.1.6:

Tabla 3.1.6. Ejemplo de tabla de verdad del conector lógico “no”. Creación propia.

Conector lógico: “Not”		
P	P'	
La puerta es verde = V	La puerta No es verde =F	
La puerta No es verde = F	La puerta es verde = V	

Conector Lógico: XOR

Significado: Une dos proposiciones mediante el conectivo “Xor”. Es decir, si tenemos dos proposiciones p y q , entonces las podemos unir mediante este conector **xor** y queda, “ p xor q ”.

Se debe cumplir al menos una de las proposiciones para que el resultado sea verdadero. En este

caso el xor es falso si las dos proposiciones tienen el mismo valor de verdad, ya sea que ambas sean falso o ambas verdadero.

Su representación simbólica: "xor", \oplus .

Su tabla de verdad dice que el resultado de $p \oplus q = r$, es que dadas dos proposiciones p y q, el resultado de $r =$ verdadero, si p o q tienen diferente valor de verdad. Si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad el resultado del Xor es Falso. Se describe el resultado final de esta evaluación como se muestra a continuación en la tabla de verdad del conector "Xor" 3.1.7:

V= Verdadero

F = Falso

Tabla 3.1.7. Tabla de verdad del conector lógico "xor". Creación propia.

Conector lógico: "Xor"		
P	Q	$r = p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplo:

$p =$ "a la escuela me voy en bici"

$q =$ "a la escuela me voy en taxi"

$r = p \oplus q =$ "Voy a la escuela" en taxi o voy a la escuela en bici"

Aplicando la tabla de verdad tenemos en 3.1.8:

Tabla 3.1.8. Ejemplo de la tabla de verdad del conector lógico "xor". Creación propia.

Conector lógico: "Xor"		
P	Q	$r = p \oplus q$
Me voy en bici = V	Me voy en taxi = V	= F, solo se puede ir de una forma
Me voy en bici = V	Me voy en taxi = F	= V, se fue en bici y no en taxi
Me voy en bici = F	Me voy en taxi = V	= V, se fue en taxi, pero no en bici
Me voy en bici = F	Me voy en taxi = F	= F, no se puede ir de dos formas

Conector Lógico: Condicional, \rightarrow

Significado: Une dos proposiciones p y q mediante el conectivo " \rightarrow ", que significa $p \rightarrow q$. Si p entonces q . Es decir, la proposición compuesta con el conectivo \rightarrow , solo es falsa si la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa, en cualquier otro caso es verdadero.

Su representación simbólica:

Su tabla de verdad dice que el resultado de $p \rightarrow q = r$, es que dadas dos proposiciones p y q , el resultado de $r =$ falso sólo si la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa. Se describe el resultado final de esta evaluación como se muestra a continuación en la tabla de verdad del conector " \rightarrow ", condicional, 3.1.9:

V= Verdadero

F = Falso

Tabla 3.1.9. Tabla de verdad del conector lógico "Si p entonces q". Creación propia.

Conector lógico: " \rightarrow "		
P	Q	$r = p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V

F	F	V
---	---	---

Ejemplo:

$p =$ "Llego temprano a casa"

$q =$ "hago mi tarea"

$r = p \rightarrow q =$ "**Si** llego temprano **entonces** hago mi tarea"

Aplicando la tabla de verdad tenemos en 3.1.10:

Tabla 3.1.10. Ejemplo de la tabla de verdad del conector lógico "Si... entonces...". Creación propia.

Conector lógico: "Si p entonces q"		
P	Q	$r = p \rightarrow q$
Llego temprano a casa = V	Hago mi tarea = V	= V, porque cumple las dos proposiciones
Llego temprano a casa = V	Hago mi tarea = F	= F, porque, aunque llega temprano a casa, no hace la tarea.
Llego temprano a casa = F	Hago mi tarea = V	= V, Porque, aunque no llega temprano, si hace la tarea
Llego temprano a casa = F	Hago mi tarea = F	= V porque no llega temprano y no hace la tarea. O sea no mintió.

Conector Lógico: Bi-Condicional, \leftrightarrow

Significado: Une dos proposiciones p y q mediante el conectivo \leftrightarrow , que significa $p \leftrightarrow q$, p sí y solo sí q . Es decir, la proposición compuesta con el conectivo \leftrightarrow , es verdadera si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad. Si las proposiciones tienen diferente valor de verdad, la proposición conjunta es falsa.

Su representación simbólica:

Su tabla de verdad dice que el resultado de $p \leftrightarrow q = r$, es que dadas dos proposiciones p y q , el resultado de $r =$ verdadero, si y solo si ambas tienen el mismo valor de verdad, en cualquier otro caso cuando tienen diferente valor de verdad entre ellas, es falso. Esto se debe a que la expresión “si y solo si” califica a la unión de las proposiciones con el hecho de que ambas deben o cumplirse o no cumplirse. Se describe el resultado final de esta evaluación como se muestra a continuación en la tabla de verdad 3.1.11, del conector “ \leftrightarrow ”, B-condicional o “si y solo si”:

V= Verdadero

F = Falso

Tabla 3.1.11. Tabla de verdad del conector “ p si y solo si q ”. Creación propia.

Conector lógico: “ \leftrightarrow ”		
P	Q	$r = p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplo:

$p =$ “Voy al cine”

$q =$ “tengo dinero”

$r = p \leftrightarrow q =$ “Voy al cine **si y solo si** tengo dinero”

Aplicando la tabla de verdad 3.1.12 tenemos:

Tabla 3.1.12. Ejemplo de Tabla de verdad del conector lógico "p si y solo si q". Creación propia.

Conector lógico: "p si y sólo si q"		
P	Q	$r = p \leftrightarrow q$
Voy al cine = V	Tengo dinero = V	= V, porque cumplen las dos proposiciones
Voy al cine = V	Tengo dinero = F	= F, porque, no se cumple que tenga dinero para ir al cine.
Voy al cine = F	Tengo dinero = V	= F, Porque, aunque tenga dinero no fue al cine.
Voy al cine = F	Tengo dinero = F	= V porque, aunque no tiene dinero, tampoco fue al cine. Se lee "No voy al cine, si y solo si no tengo dinero para ir". O sea, es verdadero ya que no fue.

3.1.2 Tablas de Verdad

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Descripción del tema 3.2.

Con base en los conectores lógicos presentados en el subtema anterior, se ha demostrado como se pueden construir enunciados complejos que están compuestos con dos o más

proposiciones cuyos valores de verdad se evalúan tanto en forma individual como conjunta. De esta forma se puede obtener un solo valor de verdad del enunciado al combinar el de todas las proposiciones con base en los conectores lógicos que están presentes. El proceso de aplicar los valores de verdad en todo el enunciado se representa mediante unas tablas denominadas “Tablas de Verdad”. Ahora vamos a mostrar cómo se elaboran las tablas de verdad

Creación de tablas de verdad:

Cuando las proposiciones se combinan entre sí por medio de conectores lógicos para formar enunciados complejos, es necesario obtener el valor de verdad de toda la expresión y determinar los resultados obtenidos de estas combinaciones. Todas las proposiciones que son utilizadas deben de ser evaluadas por medio de cada uno de los dos valores de verdad que pueden tener y a la vez, la combinación de estos con otras proposiciones con base en el conector lógico que las une. Para lograr esto, se utilizan las llamadas tablas de verdad que permiten observar con claridad el comportamiento en forma particular y en general de todo el enunciado de una proposición y, con base en ello, determinar sus propiedades y características.

Una tabla de verdad está formada de filas y columnas, donde el número de filas depende del número de proposiciones diferentes que están presentes en la proposición compuesta y los valores de verdad que puede tomar cada una de ellas. Con relación a las columnas, éstas dependen del número de proposiciones que integran la compuesta o enunciado junto con el número de operadores lógicos que lo forman.

En general se puede calcular el número de filas que deben de estar en las tablas de verdad de la siguiente forma:

Número de filas = 2^n en donde n es el número de proposiciones diferentes que integran una compuesta.

También es importante considerar que existe una prioridad o jerarquía de aplicación de operadores y conectores lógicos. En la siguiente tabla se muestra esta jerarquía de los conectores lógicos, las de los signos de agrupación como son los corchetes y paréntesis, además es necesario tener en cuenta que en caso de que los operadores tengan la misma jerarquía esta se aplica de izquierda a derecha, ver tabla 3.1.13:

Tabla 3.1.13. Jerarquía de aplicación de los operadores lógicos. Creación propia.

Jerarquía	Operador
1	[]
2	{ }
3	' , ¬ , not
4	∧
5	∨
6	-> , <->

Por ejemplo, a continuación, se muestra la forma en que se puede construir una oración con tres proposiciones unidas con dos conectores lógicos y la creación de la tabla de verdad correspondiente.

Ejemplo 1: Si tenemos tres proposiciones p: “si trabajo”, q= “ahorro mi dinero”, r= “voy al cine”. Estas tres proposiciones se pueden unir de la siguiente forma: “ $p \wedge q \rightarrow r$ ”, “si trabajo y ahorro mi dinero entonces voy al cine”, quedando la representación como lógica proposicional de la siguiente forma y su tabla de verdad 3.1.14:

$$[(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r)] \leftrightarrow (r \rightarrow q)$$

Tabla 3.1.14. Tabla de verdad de la proposición conjunta $[(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r)] \leftrightarrow (r \rightarrow q)$. Creación propia.

p	q	r	q'	$p \rightarrow q$	$(q' \wedge r)$	$(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r)$	$r \rightarrow q$	$[(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r)] \leftrightarrow (r \rightarrow q)$
V	V	V	F	V	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	F	F
V	F	F	V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V	V

Ejemplo 2: Construir la tabla de verdad de la siguiente expresión:

$$F = p' \rightarrow (r' \vee q \wedge p) \leftrightarrow r \vee q' \rightarrow p$$

En donde F es una literal que representa el resultado final de evaluar la expresión con sus valores de verdad, ver 3.1.15:

Tabla 3.1.15. Tabla de verdad de la expresión: $F = p' \rightarrow (r' \vee q \wedge p) \leftrightarrow r \vee q' \rightarrow p$. Creación propia.

p	q	r	p'	q'	r'	$q \wedge p$	$(r' \vee q \wedge p)$	$r \vee q'$	$p' \rightarrow (r' \vee q \wedge p)$	$r \vee q' \rightarrow p$	$p' \rightarrow (r' \vee q \wedge p) \leftrightarrow r \vee q' \rightarrow p$	F
V	V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	V	V	V

F	F	V	V	V	F	F	F	V	F	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	F	F

3.1.3 Tautologías, contradicción y contingencia.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Descripción del tema 3.1.1.

A continuación, se presenta la definición de Tautología, Contradicción y Contingencia que son las formas de clasificar el resultado de evaluar con los valores de verdad una proposición compuesta.

Tautologías.

Se le llama Tautología al resultado de la evaluación de los valores de verdad de las variables de una proposición compuesta en la cual todos son verdaderos.

Ejemplo 1: El resultado de la evaluación de la proposición compuesta $(p \vee p')$ es verdadero después de evaluar todos los valores de verdad que puede tener p , ver en 3.1.16:

Tabla 3.1.16. Tautología de la expresión: $(p \vee p')$. Creación propia.

P	P'	$p \vee p'$
V	F	V
F	V	V

Ejemplo 2: Tautología. Evaluar la siguiente expresión y demostrar que es una tautología, ver tabla 3.1.17:

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q' \rightarrow p')$$

Tabla 3.1.17. Tabla de verdad de la tautología: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q' \rightarrow p')$. Creación propia.

p	q	p'	q'	$p \rightarrow q$	$q' \rightarrow p'$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q' \rightarrow p')$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

Las tautologías son muy importantes en la lógica matemática ya que el resultado de una expresión es verdadero, entonces, se pueden utilizar para hacer demostraciones de teoremas o inferir resultados de proposiciones. Por ejemplo, existen tautologías de ciertas expresiones ya definidas que no necesitan demostraciones ya que estas se han hecho con anterioridad y por lo tanto se pueden utilizar incluso como equivalencias y simplificar expresiones. Cuando se utilizan expresiones con letras mayúsculas como $P \Rightarrow Q$, significa que cada variable representa una expresión proposicional combinada. En este caso $P \Rightarrow Q$ es muy diferentes a $p \rightarrow q$ donde p y q son variables simples y P, Q son variable que representan expresiones complejas.

Contradicción.

En caso de que el resultado de evaluar una expresión lógica compleja es falso en todos los valores de verdad, entonces se dice que es una **Contradicción**. También se le conoce como “absurdo”, y como ejemplo tenemos la proposición $(p \wedge p')$ que es la más conocida y que se muestra en la siguiente tabla 3.1.18.

Tabla 3.1.18. Tabla de contradicción para la expresión: $(p \wedge p')$. Creación propia.

p	p'	$p \wedge p'$
V	F	F
F	V	F

Por ejemplo, tenemos esta contradicción como sigue:

p: "El coche es azul"

entonces la proposición compuesta $p \wedge p'$ se interpreta que "El coche es azul y el coche No es azul". Por lo tanto, ocurre una contradicción.

Contingencia.

El resultado final de la evaluación de una proposición compuesta cuyos valores de verdad tienen tanto verdadero como falso es decir, no son tautologías ni contradicciones, se les llama Contingencia, Inconsistencia o Falacia.

Ejemplo. Hacer la tabla de verdad de la siguiente expresión, la cual es una contingencia, ver 3.1.19:

$$[(q' \vee q) \rightarrow p'] \wedge q$$

Tabla 3.1.19. Tabla de verdad de Contingencia de la expresión: $[(q' \vee q) \rightarrow p'] \wedge q$. Creación propia.

p	q	p'	q'	$q' \vee q$	$(q' \vee q) \rightarrow p'$	$[(q' \vee q) \rightarrow p'] \wedge q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	F

3.1.4 Equivalencias Lógicas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Descripción del Tema 3.1.4.

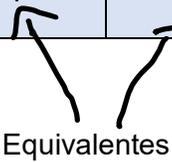
En este tema se va a demostrar que el resultado de evaluar proposiciones compuestas nos da resultados similares conocidos como equivalentes lógicos.

Proposiciones equivalentes.

Se dice que dos proposiciones son equivalentes o lógicamente equivalentes si coinciden sus resultados para los mismos valores de verdad y se indican como $p \equiv q$ o como $p \Leftrightarrow q$. A continuación, se presenta una tabla con proposiciones compuestas equivalentes, ver 3.1.20:

Tabla 3.1.20. Tabla de equivalencias entre proposiciones. Creación propia.

p	q	p'	q'	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$q' \rightarrow p'$	$(p \rightarrow q') \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V	V


Equivalentes


3.1.5 Reglas de inferencia.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Descripción del subtema 3.1.5.

Ahora se van a presentar una lista de proposiciones lógicamente equivalentes que sirven para la demostración de teoremas lógicos. A estas proposiciones, también se les llama "Reglas de Inferencia".

Reglas de inferencia.

Las tautologías son muy importantes ya que representan métodos de razonamientos universalmente correctos. Su validez depende de solamente de la forma de las proposiciones que las forman y no de los valores de verdad que pueden tomar las variables que la forman. A esos argumentos y a la forma en que se relacionan entre sí, se les llama **reglas de inferencia**, las cuales permiten relacionar dos o más proposiciones para obtener una tercera que es válida en una demostración.

Ejemplo 1. Se tiene el siguiente argumento:

- Si es un tigre, entonces come carne.
- Si come carne, entonces es un felino.

∴ Si es un tigre, entonces es un felino.

Utilizando proposiciones para representar este argumento queda:

p: Es un tigre

q: Come carne

r: Es un felino

Ahora, el argumento se expresa mediante lógica proposicional de la siguiente forma:

$p \rightarrow q$

$q \rightarrow r$

$\therefore p \rightarrow r$

Ejemplo 2. Se tiene el siguiente argumento:

- Me aumentan el sueldo
- Si me aumentan el sueldo, suben mis ingresos

\therefore suben mis ingresos

Ahora en forma de proposiciones tenemos,

p: Aumenta mi sueldo

q: suben mis ingresos

Ahora si utilizamos la notación de la lógica proposicional tenemos:

p

$p \rightarrow q$

$\therefore q$

En el ejemplo 1 se aplicó la inferencia llamada “silogismo hipotético” y en el ejemplo 2 se utilizó el denominado “Modus ponens”.

A continuación, se presentan un conjunto de reglas de inferencias más utilizadas, sin que esta lista sea limitativa. En (Russell et al., 2004) , podemos encontrar más reglas de inferencia. El símbolo \equiv significa equivalencia no igualdad.

Adición:

p

$\therefore p \vee q$

Simplificación:

$p \wedge q$

$\therefore p$

Conjunción:

p

q

$\therefore p \wedge q$

Modus Ponens:

p

$p \rightarrow q$

$\therefore q$

Silogismo Disyuntivo:

$$p \vee q$$

$$p'$$

$$\therefore q$$

Silogismo hipotético:

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

Modus Tollens:

$$p \rightarrow q$$

$$q'$$

$$\therefore p'$$

Proposiciones equivalentes:

Doble negación:

$$a) p'' = p$$

Leyes Conmutativas:

$$b) (p \vee q) \equiv (q \vee p)$$

$$c) (p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$$

$$d) (p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow P)$$

Leyes asociativas:

$$a) [(p \vee q) \vee r] \equiv [p \vee (q \vee r)]$$

$$b) [(p \wedge q) \wedge r] \equiv [p \wedge (q \wedge r)]$$

Leyes Distributivas:

$$a) [p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$$

$$b) [p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$$

Leyes de idempotencia:

$$a) (p \vee p) \equiv p$$

$$b) (p \wedge p) \equiv p$$

Ley de Morgan:

$$a) (p \vee q)' \equiv (p' \wedge q')$$

$$b) (p \wedge q)' \equiv (p' \vee q')$$

Contrapositiva:

$$a) (p \rightarrow q) \equiv (q' \rightarrow p')$$

Variantes de la condicional:

$$a) (p \rightarrow q) \equiv (p' \vee q)$$

$$b) (p \rightarrow q) \equiv (p \wedge q)'$$

$$c) (p \vee q) \equiv (p' \rightarrow q)$$

$$d) (p \wedge q) \equiv (p \rightarrow q)'$$

$$e) [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \equiv [(p \wedge q) \rightarrow r]$$

$$f) [p \rightarrow q] \wedge [p \rightarrow r] \equiv [p \rightarrow (q \wedge r)]$$

Variantes del bicondicional.

$$a) (p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$

$$b) (p \leftrightarrow q) \equiv [(p' \vee q) \wedge (q' \vee p)]$$

$$c) (p \leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (p' \wedge q')]$$

Contradicción:

$$a) (p \wedge p') \equiv 0$$

- Nota: en algunas bibliografías, el valor de falso se representa con un cero 0, y el valor verdadero con un 1, para los casos en que los que se indica como una ecuación de equivalencia.

Ley de identidad

$$a) (p \vee 0) \equiv p$$

$$b) (p \vee 1) \equiv 1$$

$$c) (p \wedge 0) \equiv 0$$

$$d) (p \vee p') \equiv 1$$

$$e) (p \wedge 1) \equiv p$$

$$f) (p \wedge q \vee q) \equiv q$$

Disyunción Exclusiva

$$a) (p \text{ xor } q) \equiv (p \leftrightarrow q)'$$

3.1.6 Argumentos Válidos y no válidos.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos	-Bibliografía	-Word -Excel

	-Cuestionario de evaluación		
--	-----------------------------	--	--

Descripción del subtema 3.1.6.

En este subtema se va a mostrar como determinar si un argumento es válido o no. Es decir, si la conclusión se deduce necesariamente de los enunciados anteriores. Esta decisión sólo depende de la forma de un argumento, no de su contenido.

Argumentos.

Podemos definir un argumento como una oración, expresión o enunciado a la cual se le pueden asignar variables tales como p y q (u otras) que representen proposiciones lógicas del enunciado. A estas variables del enunciado se le asignan valores de verdad para evaluarlos y se consideran válidos, si y solo si, todas las premisas son verdaderas, entonces la conclusión también lo es, se dice que es un argumento válido.

Cómo se definió en el párrafo anterior, podemos considerar que un argumento es una secuencia de enunciados (representados por variables lógicas como p o q) en el que todos los argumentos excepto el final es llamado **premisas** (o suposiciones o hipótesis). El enunciado final es llamado **conclusión**.

Entonces, si consideramos que un argumento es **válido** significa que no importa que argumentos sean sustituidos por los enunciados variables de sus premisas, si todas son verdaderas, entonces la conclusión también es verdadera. Decir que un argumento es válido significa que su forma es válida. Por lo tanto, se puede decir que la conclusión verdadera se deduce o infiere a partir de argumentos válidos.

Argumentos válidos y no válidos.

Prueba de la validez de una forma de argumento

1. Identifique las premisas y la conclusión de la forma de argumento
2. Construya una tabla de verdad que muestre los valores de verdad de todas las premisas y la conclusión.
3. Cada renglón de la tabla que tenga todas sus premisas verdaderas se llama renglón crítico. Si en ese tipo de renglón la conclusión es falsa el argumento es no válido. Pero si en ese renglón crítico es verdadero, entonces la forma del argumento es válida.

3.1.7 Demostración formal

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Se debe de determinar si el siguiente argumento es válido o no mediante una tabla de verdad en la que se deberá señalar que columnas representan las premisas y cuales las conclusiones.

$$p \rightarrow q \vee r'$$

$$q \rightarrow p \wedge r$$

$$p \rightarrow r$$

Tabla 3.1.21. Tabla que valida las premisas de un argumento para determinar si es válido o no. Creación propia.

p	q	r	r'	$q \vee r'$	$p \wedge r$	$p \rightarrow q \vee r'$	$q \rightarrow p \wedge r$	$p \rightarrow r$
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V	F *
F	V	V	F	V	F	V	F	V
F	V	F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V	V

En la tabla se puede observar en verde las conclusiones que tiene ambas premisas en verdadero y se observa que en el renglón número cuatro se tiene una conclusión falsa a partir de que las dos premisas son verdaderas. Esta conclusión indicada con un asterisco * (renglón cuatro) muestra que un argumento de esta forma no es válido porque tiene premisas verdaderas y conclusiones falsas. Los otros resultados de los valores verdaderos de la conclusión son irrelevantes.

Modus Ponens

Cuando se tienen dos premisas y una conclusión en un argumento, es conocido como **silogismo**. Las premisas se llaman mayor a la primera y menor la segunda.

La forma del modus ponens, como se mostró como parte de las reglas es inferencia, es la siguiente:

p

$$p \rightarrow q$$

$$\therefore q$$

Como ejemplo podemos decir que si la suma de los números primos $3 + 7$ es divisible entre 2, entonces $3+7$ es divisible entre 2.

p : $3+7$

q : divisible entre 2

$p \rightarrow q$: Si $3+7$ es divisible entre 2

\therefore divisible entre 2

Modus ponens significa “método de afirmación”, ya que la conclusión es una afirmación.

Ahora, se debe hacer la tabla de verdad para demostrar que la premisa es verdadera, ver

3.1.22.

Tabla 3.1.22. Demostración del argumento Modus Ponens. Creación propia.

p	q	$p \rightarrow q$	p	q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	F

Premisas
Conclusiones

Al observar la tabla 3.1.7.2. se demuestra que las premisas que son verdaderas tienen una conclusión también verdadera, por lo tanto, el argumento es verdadero.

Finalmente, en la hoja de ejercicios del anexo 1 en el tema 3 se presenta la demostración del silogismo Modus Tollens. Además, se presentan ejercicios para que los alumnos realicen

demostraciones de otros silogismos de la misma forma. Para más información, sobre argumentos válidos y no válidos se sugiere consultar la bibliografía de (Epp, 2012), en las páginas de la 54 a la 63.

3.2 LOGICA DE PREDICADOS

3.2.1 Cuantificadores

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Descripción del subtema 3.2.1.

La lógica proposicional tiene el problema de que los enunciados deben de ser evaluados ya sean falsos o verdaderos. Sin embargo, hay ocasiones en que estos valores de verdad no puede ser totalmente falsos o totalmente verdaderos. Por ejemplo, ¿cómo evaluamos la expresión “El trompo es azul”, cuando el trompo es de varios colores incluyendo el azul? Si la lógica proposicional solo nos permite determinar si la expresión es verdadera o falsa.

Para tratar con enunciados en los que no se pueden deducir verdades o falsedades absolutas, es necesario dividir estos en frases declarativas de sujetos y predicados. Es necesario analizar las palabras que denotan cantidades como “Todos”, “algunos” ya que pueden ayudar a determinar cierto nivel de certeza (verdad o falsedad) y se llaman cuantificables. Por lo tanto, el análisis de los predicados y enunciados cuantificados se llaman “**Calculo de Predicados**”. Para

los casos anteriores de análisis de enunciados compuestos ordinarios se les llama “**Calculo Proposicional**”.

En español el predicado es una frase que complementa información del sujeto en una oración. Por ejemplo, “El profesor Manuel trabaja en el Tecnológico de Chetumal”, en donde identificamos a “El profesor Manuel” como el sujeto y la frase “trabaja en el Tecnológico de Chetumal” es el predicado. En este caso, es el sujeto el que se elimina de la oración y queda nada más el predicado.

En lógica, se pueden obtener los predicados de las oraciones al eliminar a los sujetos o nombres a los que se hace referencia. En el ejemplo anterior, se puede representar con la letra P la frase “es profesor “, y Q la frase “Trabaja en el Tecnológico de Chetumal”. Entonces, P y Q son símbolos que representan predicados. La frase “x es un trabajador del Tecnológico de Chetumal” y “x es un trabajador de y” se pueden representar como $P(x)$ y como $Q(x,y)$. Las variables x y y son llamadas **variables del predicado**.

Finalmente, podemos definir el **predicado** como una frase la cual contiene un número finito de variables y se vuelve enunciado al sustituir estos valores en lugar de variables. El dominio de una de estas variables de predicado es el conjunto de todos los valores válidos para sustituir esas variables.

El cuantificador universal \forall .

Cómo se demostró en párrafos anteriores es posible cambiar predicados en los enunciados, al asignarle valores a sus variables. Por ejemplo, se puede decir que “x es divisible entre 3” y asignamos $x=3$, entonces el enunciado es verdadero. Sin embargo, hay otra forma de obtener enunciados de los predicados al agregar **cuantificadores**. Estos son palabras que se refieren a cantidades tales como “algunos” o “todos” y nos permite determinar para cuantos

elementos del predicado son verdaderos. Estos cuantificadores, fueron introducidos en la lógica simbólica a finales del siglo XIX por Charles Sanders Peirce.

El símbolo \forall es denominado cuantificador universal y significa “para todo”. Por ejemplo, al describir “todos los gatos son mamíferos”, se describe a continuación usando el cuantificador universal, queda:

“ \forall todos los gatos x , x es mamífero”

En este caso se entiende que x , es genérico sólo para propiedades en las que se incorpora la variable.

El cuantificador existencial \exists .

El símbolo \exists significa “existe” y se llama **cuantificador existencial**. Por ejemplo, se puede describir un enunciado como “Hay un trabajador del Tecnológico” usando el cuantificador como:

“ \exists Una persona p , tal que p es un trabajador del Tecnológico”

En este caso la variable se coloca entre el cuantificador existencia y después de la descripción de esta, y la frase “tal que” antes del predicado. Las frases que se pueden cuantificar existencialmente se pueden definir como enunciados al poder asignarles valores de verdad.

Se define como un **enunciado condicional universal** a aquel que es el más importante enunciado en matemáticas. Se define como,

$\forall x$, si $P(x)$, entonces $Q(x)$

Cuantificación implícita.

Esta ocurre cuando no se especifica la cuantificación de un enunciado, pero se puede determinar si es una descripción para todo (universal) o para un elemento en particular (existe).

Todo depende de la expresión, si el enunciado dice “un” o “una”, entonces podemos considerar una cuantificación existencial, si no, podría ser universal.

Finalmente, podemos definir la cuantificación implícita de dos formas, como condicional o bicondicional como se muestra a continuación, en la figura 3.2.1:

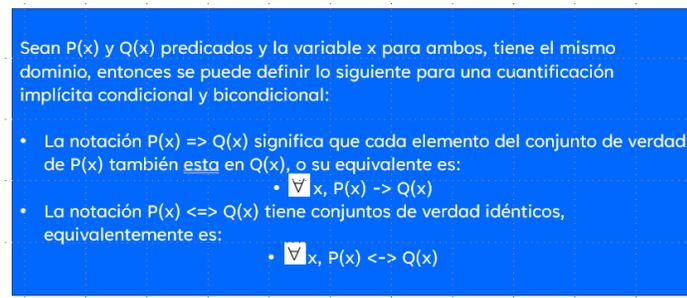


Figura 3.2.1. Definición de cuantificación implícita. Creación propia.

3.2.2 Representación y evaluación de predicados

A continuación, se presenta un ejemplo de como se aplican los cuantificadores universales y existenciales.

Ejemplo: Sean $U = \{ x \mid x \text{ es un habitante del continente americano} \}$

P : “Habla español”

A partir de esa definición podemos aplicar la variable x a la proposición p :

$p(x)$: “ x habla español”

utilizando los cuantificadores podemos definir:

$p(x)$: “Todos los americanos hablan español”

$\forall x p(x)$: “Todos los americanos hablan español”

$\exists x p(x)$: “Algunos o algún americano habla español”

En este caso la letra U representa al universo de elementos y p es el predicado que señala a los elementos del universo que cumplen con las condiciones que señalan los cuantificadores. Es importante notar que los predicados $p(x)$ es falso porque no todos los americanos hablan español, algunos hablan portugués, otros francés o inglés.

Ejemplo: Sea el enunciado:

“Algunas acciones del gobierno son buenas y no es cierto que todas sean dudosas o en algunas de ellas no se cuenta con información”.

Ahora se describen los argumentos usando el cálculo de predicados:

$U = \{ x \mid x \text{ es una acción del gobierno} \}$

p : Son buenas

q : Son dudosas

r : Se tiene información

$p(x)$: Todas las acciones son buenas

$q(x)$: Todas las acciones son dudosas

$r(x)$: De todas las elecciones se cuenta con la información

A partir de lo anterior el enunciado se puede expresar como:

$$\exists x p(x) \wedge \neg \forall x q'(x) \vee \exists x r'(x) \quad x \in U$$

Ahora se va a evaluar cada una de las proposiciones para determinar el valor de verdad de cada una.

- $\exists x p(x)$ Algunas acciones son buenas (verdadero).
- $\forall x q'(x) \equiv q(x)$ Todas las acciones son dudosas (falso)

- $q'(x)$ No es cierto que todas las acciones sean dudosas (verdadero)
- $\forall x r(x) \equiv r(x)$ Se cuenta con la información de todas las acciones (falso)
- $\exists x r'(x)$ De algunas acciones no se tiene información (verdadero)

Ahora bien, el enunciado completo se evalúa de la forma:

$$\exists x p(x) \wedge \forall x q'(x) \vee \exists x r'(x) = 1 \wedge 0' \vee 1 = 1 \vee 1 = 1$$

donde 1 es igual a verdadero y 0, a falso. Por lo tanto, el enunciado es verdadero.

3.3 ALGEBRA DECLARATIVA

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

El algebra declarativa o algebra proposicional es la estructura algebraica que se forma con expresiones utilizando los conectores lógicos. Estas expresiones son formulas lógicas sintácticamente correctas llamadas “formulas bien formadas, fmb”, cuya definición es:

“Una formula en lógica proposicional se obtiene al aplicar una o más veces las siguientes reglas”

- Si p es una proposición lógica, entonces es una fbf
- Si F es una formula bien formada (fbf), también lo es $\neg F$
- So p, q son fbf, entonces también lo son $(p * q)$ donde $*$ es uno de los conectores lógicos ($\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$).

Todas las propiedades ya presentadas, son aplicables al álgebra declarativa.

3.4 INDUCCIÓN MATEMÁTICA

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

La inducción matemática es una de las técnicas de demostración más recientes en la historia y se utiliza para comprobar suposiciones acerca de resultados de procesos que ocurren en forma repetitiva y de acuerdo a patrones definidos.

Sea $P(n)$ una propiedad que se define para enteros n y sea a un entero fijo. Suponga que los dos siguientes enunciados son verdaderos:

- $P(a)$ es verdadera
- Para todo entero $j \geq a$, si $P(j)$ es verdadera entonces $P(j + 1)$ es verdadera.

Entonces el enunciado

Para todo $n \geq a$, $P(n)$ es verdadera

El surgimiento de la lógica es muy antiguo, se considera sus inicios son desde el siglo III a.c. en la Grecia antigua con la “Teoría Silogista” de Aristóteles y quien introdujo el uso de los cuantificadores existenciales y universales. También, introdujo las llamadas “reglas de inferencia” como las que ya se mostraron y conocidas como silogismo hipotético, que son la base para la programación de computadoras:

Por ejemplo:

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

Aplicando esto en matemáticas y programación nos queda

$$p > q$$

$$q > r$$

$$\therefore p > r$$

Y como si fuera una línea de código en programación queda:

IF p > q AND y > z THEN p > z

3.5 APLICACIONES DE LA LÓGICA MATEMÁTICA EN LA COMPUTACIÓN

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

La lógica matemática es uno de los pilares de la computación y el desarrollo de software que ha permitido construir representaciones del conocimiento para dotar al hardware de capacidades de decisión y razonamiento que le permiten tomar decisiones “lógicas” y actuar con

base en toma de decisiones autónomas. Este desarrollo ha llevado a la construcción de grandes herramientas de software, y sentar las bases para el surgimiento de la Inteligencia Artificial.

Algunas de las aplicaciones de la lógica matemática son:

- **Algoritmos:** El desarrollo de algoritmos computacionales ha sido gracias a la lógica proposicional, al cálculo de predicados y la inferencia. Estas aplicaciones han permitido el desarrollo de algoritmos para la solución de problemas y fortalecer a aquellos que apoyan a la IA.
- **Circuitos integrados:** Tecnológicamente se ha logrado desarrollar circuitos lógicos llamados “compuertas lógicas”, que son diodos transistores que cumplen con las características de los conectores lógicos. Por ejemplo, se tiene un circuito AND que tiene dos entradas que reciben valores de 0 volts o 1 volt (simulando 1= verdadero y 0=falso), con una sólo salida que simula la salida de ese conector lógico y que puede ser 1 o 0 dependiendo de las entradas. De esta forma se tiene circuitos lógicos para poder construir cualquier expresión lógica y a aplicarlas en las computadoras para la toma de decisiones.
- **Programación Lógica:** El desarrollo de lenguajes de programación con aplicaciones lógicas que apoyen el desarrollo de la IA. Aquellos programas de computación que permitan el desarrollo de aplicaciones inteligentes como los ChatBots.

4 TEMA: ALGEBRA BOOLEANA

Competencias para desarrollar:

Específicas:

Aplica los conceptos y propiedades del álgebra booleana, para optimizar expresiones booleanas y diseñar circuitos básicos con compuertas lógicas.

Genéricas:

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis
- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
- Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión
- Capacidad de comunicación oral y escrita
- Capacidad de investigación
- Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes Diversas.
- Capacidad de trabajo en equipo

4.1 Teoremas y postulados

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

El algebra de Boole fue desarrollada por George Boole (1815-1864), matemático autodidacta de origen inglés, quien la definió como parte de un sistema lógico en un documento llamado "The Mathematical Analysis of Logic", publicado en 1847. El tema principal era tratar de utilizar las técnicas algebraicas para tratar expresiones de la lógica proposicional. Posteriormente, se publicó su libro "The Laws of Thought", publicado en 1854. Claude Shannon fue el primero en aplicar el algebra de Boole en el diseño de circuitos electrónicos en 1948.

El algebra de Boole se puede definir como:

- Un conjunto S que contine elementos distintos o variables booleanas $x \in \{1,0\}$. Es decir que las variables sólo pueden tomar valores de 1 o 0, lo que significa 1= verdadero, y 0 = falso, o 1=encendido, o 0 = apagado.
- Una literal A o \bar{A} , la cual es una variable o su negada. Es decir, literales con signo positivo $A = 1$ o con signo negativo $\bar{A}=0$.
- Un clausula, que está formada por un conjunto de literales enlazados por conectores lógicos.

- Una formula lógica (también llamada función), que a su vez está formada por clausulas también enlazadas por conectores lógicos.
- Una **interpretación** a una formula lógica que ocurre cuando se le dan valores de verdad (falso o verdadero) a sus variables. La interpretación se puede dar de muchas formas, tantas como valores de verdad puedan tomar sus variables.
- Finalmente, se busca que una formula sea **satisfactible** cuando existe al menos una interpretación de esta que la hace verdadera.

En el algebra de Boole se tiene tres operaciones básicas: la suma lógica (or), la multiplicación o producto lógico (and) y el complemento (not). A continuación, se presentan las tablas de verdad de las operaciones señaladas y que son las mismas tablas de verdad de los conectores lógicos del algebra proposicional, solo que aquí se utilizan los valores de 1 para verdadero y 0 para falso. En la tabla 4.1.1, se presenta la tabla de verdad del conector de negación, el Not con el ejemplo $y=\sim a$, en donde y es el resultado de la interpretación de la negación de A.

Tabla 4.1.1. Tabla de verdad del operador Not con valores del algebra de Boole. Creación propia.

a	y
0	1
1	0

En la tabla 4.1.2, se presenta la tabla de verdad del operador or, + del algebra de Boole con los valores correspondientes de la función $y = a + b$. En la tabla 4.1.3, se presenta la tabla de verdad del conector and, * del algebra de Boole correspondiente a la función $y = a * b$.

Tabla 4.1.2 Tabla de verdad del operador + del algebra de Boole. Creación propia.

a	b	$y = a + b$
0	0	0
0	1	1

1	0	1
1	1	1

Tabla 4.1.3. Tabla de verdad del operador * del algebra de Boole.

a	b	y = a * b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ahora se van a presentar los teoremas del algebra de Boole.

1. Idempotencia:

$$x + x = x$$

$$x * x = x$$

2. Identidad o acotación:

$$x + 1 = 1$$

$$x * 0 = 0$$

3. Absorción:

$$x + (x*y) = x$$

$$x * (x + y) = x$$

4. Complemento:

$$0' = 1$$

$$1' = 0$$

5. Involución:

$$(x')' = x$$

6. Leyes de Morgan:

$$(x + y)' = x' * y'$$

$$(x * Y)' = x' + y'$$

A continuación, se van a presentar las leyes del algebra de Boole

1. Asociativa:

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

2. Conmutativa:

$$x + y = y + x$$

$$x * y = y * x$$

3. Distributiva:

$$x * (y + z) = (x * y) + (x * z)$$

$$x + (y * z) = (x + y) * (x + z)$$

4. Identidad:

$$x + 0 = x$$

$$x * 1 = x$$

5. Complemento:

$$x + x' = 1$$

$$x * x' = 0$$

Todos los teoremas y leyes del algebra de Boole que se han presentado junto con otros, sirven para optimizar expresiones lógicas mediante la identificación de equivalentes más simples. Esto es importante, porque al hacer uso de estas expresiones lógicas para representar circuitos lógicos, es necesario hacerlo con la menor cantidad de compuertas lógicas que sean equivalentes a las originales. De ahí radica la importancia de la aplicación de los teoremas, simplificación de los circuitos lógicos para reducir costos, espacio y calor en su construcción y funcionamiento. En

la siguiente tabla 4.1.4, se presentan un concentrado de varios de los teoremas y leyes del algebra de Boole que se pueden utilizar para la optimización de expresiones booleanas y serán utilizadas en el siguiente subtema. Se presenta en una columna el teorema y en la otra columna su dual.

Tabla 4.1.4. Tabla de los teoremas del algebra de Boole. Creación propia.

No.	Teorema	No.	Dual
1a	$0A = 0$	1b	$1 + A = 1$
2a	$1A = A$	2b	$0 + A = A$
3a	$AA = A$	3b	$A + A = A$
4a	$AA' = 0$	4b	$A + A' = 1$
5a	$AB = BA$	5b	$A + B = B + A$
6a	$ABC = A(BC)$	6b	$A + B + C = A + (B + C)$
7a	$(AB...Z)' = A' + B' + ... + Z'$	7b	$(A + B + ... + Z)' = A' B' ... Z'$
8a	$AB + AC = A(B + C)$	8b	$(A + B)(A + C) = A + BC$
9a	$AB + AB' = A$	9b	$(A + B)(A + B') = A$
10a	$A + AB = A$	10b	$A(A + B) = A$
11a	$A + A'B = A + B$	11b	$A(A' + B) = AB$
12a	$CA + CA'B = CA + CB$	12b	$(C + A)(C + A' + B) = (C + A)(C + B)$
13a	$AB + A'C + BC = AB + A'C$	13b	$(A + B)(A' + C)(B + C) = (A + B)(A' + C)$

4.2 Optimización de expresiones Booleanas

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

En este subtema se va a demostrar la forma en que se aplican los postulados del algebra de Boole, tanto los teoremas como las leyes, para la reducci3n de las expresiones que se requieren representar mediante circuitos l3gicos.

Ejemplo 1. Reduce la siguiente expresi3n booleana, donde F es una funci3n que representa a una expresi3n del algebra de Boole: $F = Z'X + XY'Z + X'Z'W$

Inicia la simplificaci3n:

$$F = Z'X + XY'Z + X'Z'W$$

$$= Z'X + X'Z'W + XY'Z$$

$$F = Z'(X + X'W) + XY'Z \quad \text{por aplicaci3n del teorema 8a}$$

$$F = Z'(X + W) + XY'Z \quad \text{por la 11a}$$

$$F = Z'X + Z'W + XY'Z \quad \text{por la 8a a la inversa}$$

$$F = X(ZY' + Z') + Z'W \quad \text{por la 8a}$$

$$F = X(Z' + Y') + Z'W \quad \text{por la 11a}$$

$$F = XZ' + XY' + Z'W \quad \text{por la 8a a la inversa, final.}$$

Ejemplo 2: Simplifica la siguiente expresi3n booleana: $F = A'B + AZ + C(B' + A) + AB + Z$

$$A'B + AZ + CB' + CA + AB + Z$$

$$A'B + AZ + Z + CB' + CA + AB \quad \text{colocaci3n en orden}$$

$$A'B + Z + CB' + CA + AB \quad \text{por 10a}$$

$$BA' + Z + CB' + CA + AB \quad \text{colocaci3n en orden}$$

$$BA' + AB + Z + CB' + CA$$

$$BA + BA' + Z + CB' + CA \quad \text{aplicando 9ª}$$

$$B + Z + CB' + CA \quad \text{por 8ª}$$

$$B + Z + C(A + B') \quad \text{Final}$$

En el Anexo 1 de este documento se presentan más ejercicios para simplificar las expresiones y se dejan algunos para que realice en alumno en casa.

4.3 Aplicaciones del Algebra de Boole

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

4.3.1 Mini y maxi términos

Una forma de representar funciones lógicas es mediante la identificación de minitérminos y maxitérminos. Estas funciones se pueden representar como la suma de sus minitérminos o la multiplicación de sus maxitérminos. En la tabla 4.3.1, se muestra esta representación usando 3 variables proposicionales, pero se pueden representar con dos o más de tres.

Tabla 4.3.1. Minitérminos y Maxitérminos de una función. Creación propia.

p	q	r	Minitérminos	Maxitérminos
0	0	0	$m_0 = p' q' r'$	$M_0 = p + q + r$
0	0	1	$m_1 = p' q' r$	$M_1 = p + q + r'$
0	1	0	$m_2 = p' q r'$	$M_2 = p + q' + r$
0	1	1	$m_3 = p' q r$	$M_3 = p + q' + r'$
1	0	0	$m_4 = p q' r'$	$M_4 = p' + q + r$

1	0	1	$m_5 = p q' r$	$M_5 = p' + q + r'$
1	1	0	$m_6 = p q r'$	$M_6 = p' + q' + r$
1	1	1	$m_7 = p q r$	$M_7 = p' + q' + r'$

Los minitérminos son todas las combinaciones para los valores 1 que toma la función, y los maxitérminos son todas las combinaciones para los valores de 0 que toma la función. Por ejemplo, en la tabla anterior podemos identificar los minitérminos como aquellos que suman 1 como $Y = m_0 + m_1 + m_5 + m_7$. Para los maxitérminos tenemos $Y = m_2 * m_4 * m_6$.

4.4 Representación de expresiones booleanas con circuitos lógicos

A continuación, presentamos la forma en que se pueden representar expresiones de Bool mediante circuitos digitales o lógicos (electrónicos) y la forma en que a estos se les puede aplicar el algebra de Boole para reducir su diseño con base a lo establecido por Shannon en (Shannon, 1948).

Shannon se dio cuenta de que las operaciones en los circuitos electrónicos tenían una representación similar a algunos de conectores lógicos usados en la lógica proposicional, que a su vez se utiliza en el algebra de Boole.

Con base en lo demostrado por Shannon se puede observar en la figura 4.4.1 a), un circuito electrónico abierto en el cual no hay continuidad en él, y en la figura 4.4.1 b), se puede ver un circuito cerrado en donde hay continuidad. Si pasara corriente eléctrica por cada uno de los circuitos, en el inciso a) no habría continuidad y se le llamaría circuito abierto, y en el inciso b) en donde hay continuidad se llamaría circuito cerrado.



Figura 4.4.1. Circuitos abiertos y cerrados. Creación propia.

Ahora bien, si estas características de los circuitos se presentan en un circuito electrónico básico para controlar el encendido y apagado de la luz, entonces tenemos las representaciones mostradas en la figura 4.4.2 en donde el inciso a) nos muestra que se requiere que ambos conectores estén cerrados para que se encienda el foco, y el inciso b) nos indica que al menos uno de los dos conectores deberá de estar cerrado para que se encienda el foco.

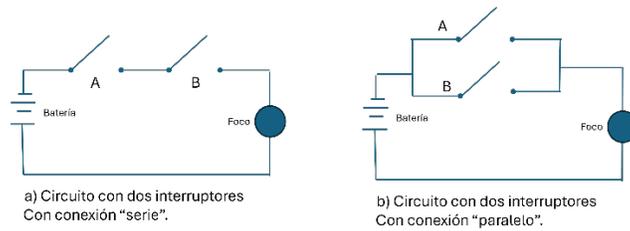


Figura 4.4.2. Circuito en serie y en paralelo. Creación propia.

Si analizamos todas las posibilidades de conexión de los interruptores de los circuitos señalados en la figura anterior y dándoles un valor cuando están abiertos de 0 (no paso de corriente) y 1 cerrado (paso de corriente) a los interruptores A y B, además designamos a S como el resultado final de esta combinación que sería **S= 0** foco no encendió y **S=1**, foco encendió. A continuación, se muestra la tabla 4.4.1 para el resultado del circuito con inciso a) y la tabla 4.4.2, como resultado del inciso b).

Tabla 4.4.1.Circuitos abiertos y cerrados. Creación propia.

A	B	S
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Tabla 4.4.2. Tabla del circuito del inciso b)

A	B	S
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

En el análisis de las tablas 4.4.1. y 4.4.2 podemos encontrar que la del inciso a) es similar a la tabla del conector lógico AND (“y”, \wedge) y la del inciso b) del OR (“o”, \vee). Por lo tanto, estos circuitos lógicos pueden ser considerados en la conexión de sus interruptores en serie como AND y en paralelo como OR, y tratarse bajo los enunciados del algebra Boole, tal y como lo definió Shannon, ya que para el Or su representación mediante el algebra de Boole es $S = A + B$, y para el AND sería $S = A * B$.

Con el avance de la tecnología logró encapsular a los interruptores en serie y paralelo en lo que se conoce como Transistores o Diodos que representan al circuito correspondiente .

Los Diodos llamados **circuitos lógicos** o **compuertas lógicas** tienen diferentes imágenes de su representación, por ejemplo aquellos que tienen la posibilidad de recibir dos señales al mismo tiempo, tiene dos conectores y una sola salida la cual depende de las señales de entrada para generar la salida, otros solo tiene una entrada y una salida que es la negación de la entrada.

Compuerta o circuito lógicos: O

El primer circuito o compuerta lógica que se va a exponer es el **Or** u “o” que representa la *suma* booleana como $S = A + B$, su tabla de verdad se muestra en la tabla 4.4.3, que es exactamente igual al del conector lógico Or. En donde A es una entrada y puede recibir un valor de 0 que significa circuito abierto (no paso de corriente eléctrica) o 1 que significa circuito cerrado

(paso de corriente eléctrica), S es el resultado de la combinación de la entrada en A y B aplicando el conector lógico Or, suma booleana $S = A + B$. En la figura 4.4.3 se muestra la representación de este circuito lógico.

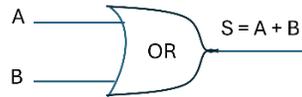


Figura 4.4.3. Compuerta Lógica Or. Creación propia.

Tabla 4.4.3. Tabla de Verdad de la compuerta lógica Or. Creación propia.

A	B	S = A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Compuerta o circuito lógicos: AND

El circuito o compuerta lógica **And** o “y” representa el *producto* booleano $S = A * B$, su tabla de verdad se muestra en la tabla 4.4.4, que es exactamente igual al del conector lógico AND. En donde A es una entrada y puede recibir un valor de 0 que significa circuito abierto (no paso de corriente eléctrica) o 1 que significa circuito cerrado (paso de corriente eléctrica), S es el resultado de la combinación de la entrada en A y B aplicando el conector lógico AND, producto booleano, $S = A*B$. En la figura 4.4.4 se muestra la representación de este circuito lógico.

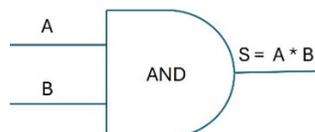


Figura 4.4.4. Compuerta lógica AND. Creación propia.

Tabla 4.4.4. Tabla de Verdad de la compuerta lógica AND. Creación propia.

A	B	S = A * B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Compuerta o circuito lógicos: NOT

El circuito o compuerta lógica **No** o **Not** representa la negación booleana la cual consiste en invertir el valor de verdad de que contiene la variable, por ejemplo $A=0$, $A' = 1$, su tabla de verdad se muestra en la tabla 4.4.5, que es exactamente igual al del **No** o **Not** lógico. Si A es una entrada y puede recibir un valor de 0 que significa circuito abierto (no paso de corriente eléctrica) o 1 que significa circuito cerrado (paso de corriente eléctrica), S es el resultado de la negación del valor de verdad de A representado como $S = A'$ ($\neg A$, $\sim A$, o no A). Si la entrada en A es 0, su salida será 1, y viceversa, su comportamiento es exactamente igual al conector lógico Not. En la figura 4.4.5 se muestra la representación de este circuito lógico.

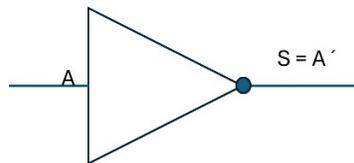


Figura 4.4.5. Compuerta lógica Not o NO. Creación propia.

Tabla 4.4.5. Tabla de la compuerta lógica Not o No. Creación propia.

A	S = A'
0	1
1	0

Compuerta o circuito lógicos: NOR

El circuito o compuerta lógica **NOR** tiene el mismo comportamiento que el **Or**, lo único que cambia es que la salida es negada, es decir, las salidas del Or que son 0 se vuelven 1, y los unos se vuelven ceros, la tabla de verdad se muestra en la tabla 4.4.6. **S** es el resultado de la combinación de la entrada en A y B aplicando el conector lógico **Nor**, cuya representación es $S = (A + B)'$, suma booleana negada. En la figura 4.4.6 se muestra la representación de este circuito lógico.

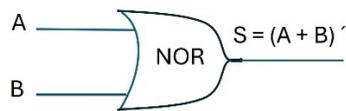


Figura 4.4.6. Representación de la Compuerta Lógica NOR. Creación propia.

Tabla 4.4.6. Tabla de verdad de la Compuerta lógica NOR. Creación propia.

A	B	$S = (A + B)'$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Compuerta o circuito lógicos: NAND

El circuito o compuerta lógica **NAND** tiene el mismo comportamiento que el **AND**, lo único que cambia es que la salida es negada, es decir, las salidas del AND que son 0 se vuelven 1, y los unos se vuelven ceros, la tabla de verdad se muestra en la tabla 4.4.7. **S** es el resultado de la combinación de la entrada en A y B aplicando el conector lógico **NAND**, cuya representación es $S = (A * B)'$, producto booleano negado. En la figura 4.4.7 se muestra la representación de este circuito lógico.

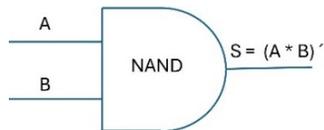


Figura 4.4.7. Compuerta lógica NAND. Creación propia.

Tabla 4.4.7. Tabla de verdad de la Compuerta lógica NOR. Creación propia.

A	B	$S = (A * B)'$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Compuerta o circuito lógicos: XOR

El circuito o compuerta lógica **XOr** tiene un comportamiento similar al conector Xor que ya se ha visto en párrafos anteriores (or inclusivo). La tabla de verdad se muestra en la tabla 4.4.8, que es exactamente igual al del conector lógico Xor. En donde A es una entrada y puede recibir un valor de 0 que significa circuito abierto (no paso de corriente eléctrica) o 1 que significa circuito cerrado (paso de corriente eléctrica), S es el resultado de la combinación de la entrada en A y B aplicando el conector lógico Xor, $S = A \oplus B$ denominado or inclusivo. En la figura 4.4.8 se muestra la representación de este circuito lógico.

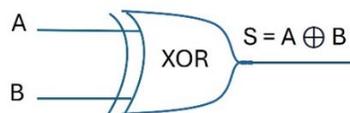


Figura 4.4.8. Compuerta lógica XOR. Creación propia.

Tabla 4.4.8. Tabla de Verdad de la compuerta lógica Or. Creación propia.

A	B	$S = A \oplus B$
0	0	0

0	1	1
1	0	1
1	1	0

Combinación de Compuertas Lógicas.

A continuación, se presenta la forma de cómo se transforma una expresión del álgebra de Boole a una representación en un circuito lógico, mediante el uso de compuertas lógicas. Primero debe quedar claro que cada conector lógico tiene una representación como compuerta lógica y cada uno de ellos tiene entradas y salidas y cada salida puede conectarse a otra entrada o ser una salida final. Empezaremos con un ejemplo muy sencillo: como representamos en un circuito lógico la ley asociativa de la adición, ya que las leyes conmutativas de la adición y producto son muy fáciles de demostrar porque se puede hacer con un solo conector lógico o compuerta lógica.

Ejemplo de representación de un circuito lógico usando la ley asociativa de la adición usando el álgebra de Boole:

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

Para hacer la representación de esta expresión mediante compuertas lógicas es necesario identificar primero las variables, en este caso son A, B, y C que significa que hay tres entradas al circuito. Luego los conectores lógicos que son + adición booleana y que se representa con una compuerta **Or**. Primero se construye el diagrama de la izquierda de la igualdad y luego el de la derecha de la igualdad identificando que en el primer grupo de la izquierda hay dos conectores lógicos que son "+", y que requieren de la construcción de dos compuertas lógicas que representan la suma. En la figura 4.4.9, se muestra como quedaría la expresión de la izquierda de la ecuación mediante un circuito lógico. En la figura 4.4.10, se muestra como quedaría la expresión de la derecha mediante un circuito lógico.

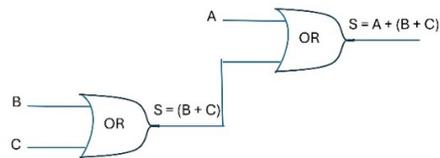


Figura 4.4.9. Representación de Algebra de Boole con compuertas lógicas. Creación propia.

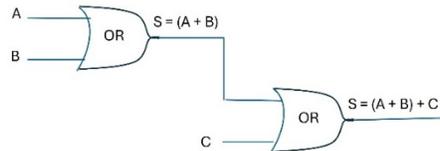


Figura 4.4.10. Representación del algebra de Boole del lado derecho de la expresión asociativa. Creación propia.

Ahora procederemos a realizar la construcción del diagrama de circuito lógico usando compuertas lógicas de la ley asociativa de la multiplicación o producto booleanos, con base en la expresión: $A * (B * C) = (A * B) * C$. En las figura 4.4.11 se presenta, mediante una circuito lógico, el lado izquierdo de la ecuación y en la figura el lado derecho.

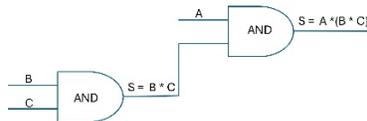


Figura 4.4.11. Ley asociativa del lado izquierdo de la ecuación. Creación propia.

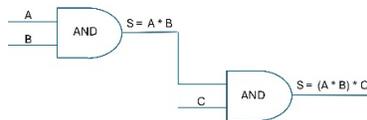


Figura 4.4.12. Ley asociativa del lado derecho de la ecuación. Creación propia.

Para el ejemplo de la ley distributiva del producto sobre la suma se presenta a continuación: $A * (B + C) = A*B + A*C$, y su representación mediante un circuito lógico se muestra en la figura 4.4.13.

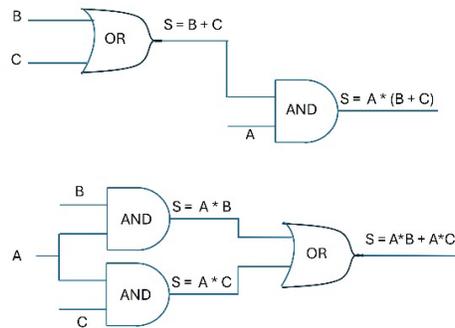


Figura 4.4.13. Circuito lógico que representa a la Ley Distributiva del producto sobre la adición. Creación propia.

A continuación, se debe de convertir las expresiones booleanas a circuitos lógicos mediante el uso de compuertas lógicas. Es importante recordar que se pueden usar, en caso de ser necesarios, las compuertas lógicas Not, NAND, NOR y XOR.

a) $X = (A + B) * C + (B * C)' + B * C$ ver en la figura 4.4.14.

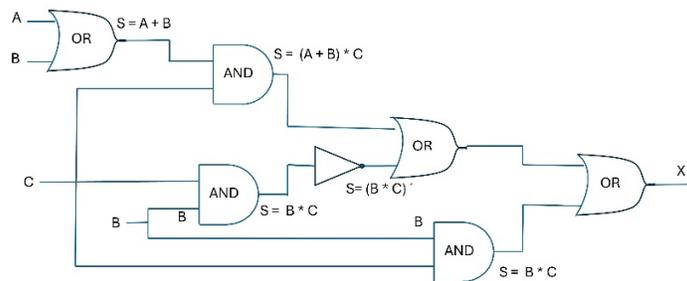


Figura 4.4.14. Ejercicio a). Creación propia.

En el anexo 1 se presentan ejercicios para resolver de la misma forma que el inciso a) se dan respuestas a algunos y se proponen otros.

5 TEMA: TEORÍA DE GRAFOS

Competencias para desarrollar:

Específicas:

Aplica los conceptos básicos de grafos para resolver problemas afines al área computacional, relacionados con el recorrido, búsqueda y ordenamiento en grafos.

Genéricas:

- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica.
- Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión.
- Capacidad de comunicación oral y escrita.
- Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes diversas.
- Capacidad de trabajo en equipo.
- Capacidad para organizar y planificar el tiempo.
- Capacidad de investigación.
- Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación.

5.1 Elementos, características y componentes de los grafos.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

Definición de Grafo.

En este tema se va a revisar lo que se conoce como grafos que son en términos muy generales, representaciones gráficas de relaciones entre objetos con características y propiedades muy particulares. Vamos a iniciar con la definición de lo que es un grafo:

“Un grafo G consiste en un par ordenado de V y A , donde $V = \{ \text{conjunto de vértices o nodos del grafo} \}$ y $A = \{ \text{conjunto de pares de vértices, también llamados arcos o aristas} \}$. Un vértice puede tener 0 o más aristas, pero toda arista debe de exactamente dos vértices.”

En la figura 5.1.1 se presenta la representación de un grafo con dos nodos (a,b) y una arista identificada con el número 1. Por definición, se tiene el grafo $G = V,A$. $V = \{a,b\}$ y $A = \{1=(a,b)\}$.

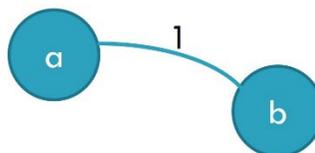


Figura 5.1.1. Grafo simple con dos nodos (a,b) y una arista =1. Creación propia.

Los grafos sirven para hacer representaciones abstractas del mundo real en donde se colocan objetos, personas o situaciones como nodos e indicar mediante aristas las relaciones que existen entre estos nodos, en el libro de (Caicedo et al., 2010) se encuentra información

suficiente sobre los grafos. Soy muy usados para resolver problemas de encontrar rutas o aristas que permitan llegar más rápido o más cortos a metas o destinos finales, lograr optimización o rutas cortas o críticas.

Los grafos son muy utilizados en:

- Modelado de redes.
- Geografía.
- Ingeniería en sistemas computacionales.
- Química.
- Ingeniería industrial.

Ejemplo de un grafo.

En la figura 5.1.2 podemos ver un grafo $G = (V,A)$ donde:

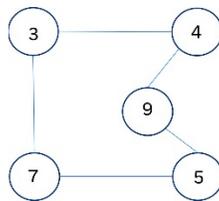


Figura 5.1.2. Ejemplo de un (V,A). Creación propia.

- V = conjunto de vértices o nodos.
- $V = \{v_3, v_4, v_9, v_7, v_5\}$
- v = Representa un objeto
- v = es el i -ésimo objeto
- A = conjunto de arcos o aristas que unen un par de nodos
- $A = \{ (3,4), (4,9), (9,5), (5,7), (7,3), (4,3), (3,7), (7,5), (5,9), (9,4) \}$
- Los 5 pares ordenados de la lista anterior representa a las mismas aristas que las 5 primeras, pero en orden inverso. Muchas aristas pueden tener cabezas de

flechas que indique la dirección del flujo de la relación y a esos grafos se les llama Dirigidos, como se verá más adelante.

Grado de un grafo.

Los grafos se pueden identificar por medio del grado que tenga, es decir, de la cantidad de nodos y aristas que están conectados en él. La identificación del grado de un nodo es muy importante porque sirva para construir los modelos matemáticos para su representatividad por medio de matrices, tal y como se verá más adelante.

- **El grado de un grafo** es la suma de los grados de los vértices o nodos.
- **El grado de un nodo o vértice**, es el número de arcos que están conectados o inciden en un vértice o nodo.
- Caso especial es lo que se considera un “**Lazo**”, que es una arista que sale y se conecta al mismo nodo del que salió sin pasar por otro nodo.
- El teorema del grado de un grafo: “La suma de los grados de los vértices equivale al doble del número de arcos”. En la infografía de la figura 5.1.3. se muestra un ejemplo del grado de un grafo.

$$\sum g(V_i) = 2 * |E|$$

donde, g es el grado del grafo y V_i = í-esimo nodo E es el número de aristas o arcos del grafo.

Ejemplo.

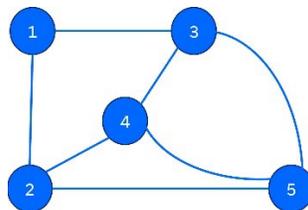


Figura 5.1.3. Ejemplo de un grado de grafo. Creación propia.

- Grado del nodo 1 = 2
- Grado del nodo 2 = 3
- Grado del nodo 3 = 3
- Grado del nodo 4 = 3
- Grado del nodo 5 = 3

Aplicando la formula obtenemos el grado del grafo = 14

5.1.1 Tipos de grafos.

- **Grafo Regular.**
 - Todos los vértices tienen el mismo grado
 - Si el grado es n , el grafo será n -regular.
 - En la figura 5.1.4 se muestra un ejemplo de un grafo n -regular.

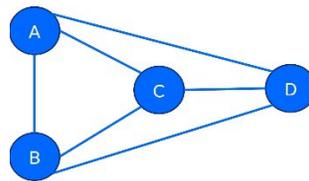


Figura 5.1.4. Grafo Regular. Creación propia.

- **Grafo Completo.**
 - Tiene una Arista entre cualquier par de vértices.
 - En la figura 5.1.5 se muestra un ejemplo de un grafo completo.

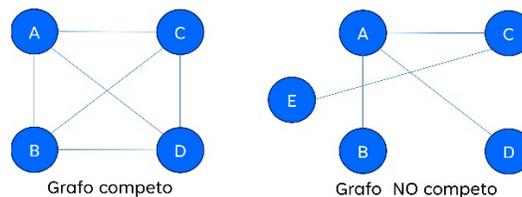


Figura 5.1.5. Ejemplo de grafo completo y No completo. Creación propia.

- **Grafo Bipartito.**
 - El grafo bipartito es aquel que tiene dos partes

- Por lo tanto, el grado $G = \{ V1 \cup V2, A \}$, donde $V1$ es una parte del grado y $V2$ la otra parte. U , es la unión de los dos grafos y A representa las aristas de ambos grafos.
- Los vértices o nodos son la unión de dos grupos de vértices.
- $V1$ y $V2$ son conjuntos disjuntos.
- Cada arista del grafo une un vértice de $V1$ con uno de $V2$.
- No existe aristas uniendo vértices del mismo grafo $V1$ o $V2$.
- En la figura 5.2.6 se muestra dos ejemplos de grafos bipartitos. Inciso a) El grafo $G_1 = \{V1, V2, A\}$, donde $V1 = \{A, B, (A, B)\}$ y $V2 = \{A, C, (A, C)\}$. El inciso b) EL grafo $G_2 = \{V1, V2, A\}$, donde $V2 = \{A, B, [(A, C), (A, D), (A, E)]\}$ y $V2 = \{C, D, E, [(C, A), (C, B), (D, A), (D, B), (E, A), (E, B)]\}$.

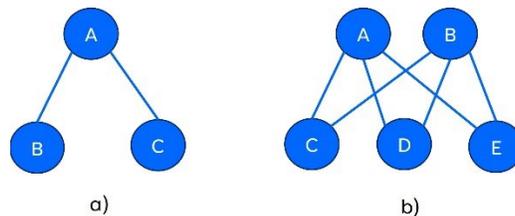


Figura 5.1.6. Ejemplo de grafos bipartitos. Creación propia.

• Multígrafo

- El multígrafo es aquel que tiene muchos arcos o aristas entre los que pueden ser paralelos o lazos (bucles).
- En la figura 5.1.7 se puede apreciar un multígrafo.

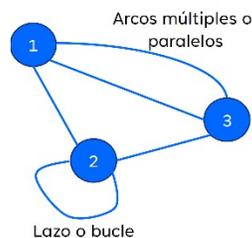


Figura 5.1.7. Ejemplo de multígrafo. Creación propia.

- **Grafo simple**

- Es un grafo o dígrafo que no tiene lazos ni bucles, es decir no es multigrafo.
- En la figura 5.1.8 se muestra un ejemplo de un grafo simple

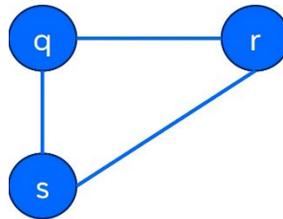


Figura 5.1.8. Grafo simple. Creación propia.

- **Tipos de grafos de acuerdo con la dirección de sus aristas.**

- **Grafos no dirigidos.**

- Son aquellos cuyas aristas o arcos unen dos nodos y no tienen una orientación, es decir no tienen un sentido, o sea no son flechas. Entonces, no hay un orden de recorrido entre los pares de arcos de los nodos y estos se pueden recorrer en ambos sentidos.
- En la figura se muestra un ejemplo de un grafo no dirigido. Las aristas o arcos no tienen sentido.

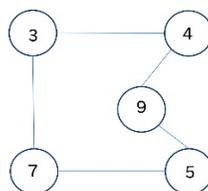


Figura 5.1.9. Ejemplo de grafo no dirigido. Creación propia.

- **Grafos Dirigidos.**

- **También llamados Dígrafos.** Los pares de los nodos que forman los arcos tiene un sentido (flechas), forman pares ordenados de tal forma que el arco o arista se puede recorrer en un solo sentido.
- En la figura se muestra un ejemplo de un Dígrafo.

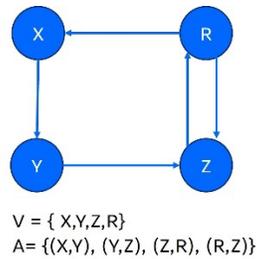


Figura 5.1.10. Ejemplo de un Dígrafo. Creación propia.

- **Grado de un Dígrafo.**

- Como se ha visto en un grafo dirigido los arcos se consideran pares ordenado de vértices en donde el primer elemento del par es el nodo de donde sale el arco o arista. El segundo elemento es el nodo o vértice a donde llega el arco indicado por la cabeza de flecha que señala el sentido del arco.
 - Esto significa que el par ordenado en el dígrafo $(x, y) \neq (y, x)$.
 - Los arcos o aristas se convierten en flechas que señalan la dirección del sentido del arco.
- El grado de entrada de un nodo es el número de arcos entrantes.
- El grado de salida de un nodo es el número de arcos salientes.
- En la figura se nuestro un ejemplo del grado de un Dígrafo.

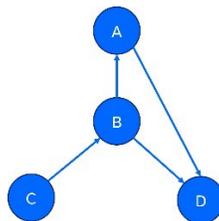


Figura 5.1.11. Grado de un Dígrafo. Creación propia.

- **Grafos ponderados.**

- En un grafo se pueden colocar valores a las aristas para señalar un posible costo o factor de peso de ir de un nodo a otro dependiendo de lo que representen los nodos.

- Se puede asociar un valor al arco o arista.
 - Depende de lo que el nodo represente, por ejemplo, los nodos pueden ser ciudades, las aristas o arcos la relación de distancia entre estas y el peso o costo pueden ser los kilómetros o costo de la gasolina entre estas ciudades.
 - Se puede sacar el valor total del costo del grafo por medio de la ponderación de los pesos de las aristas. A esto se le llama, grafo ponderado.
- En la figura 5.1.12 se muestra un ejemplo de un grafo dirigido y no dirigido con costo.

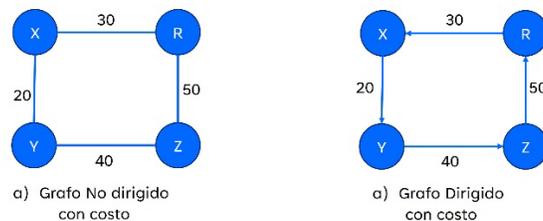


Figura 5.1.12. Grafo No Dirigido y Dirigido con costo. Creación propia.

- **Tipos de grafos de acuerdo con su conectividad.**

- **Grafo conexo.**
 - Existe un arco o arista entre cualquier par de nodos. Es decir, que no que ningún nodo sin conectarse a otro nodo. Siempre hay una ruta (secuencia de aristas o arcos) que te van a llevar desde un nodo a cualquier otro nodo del grafo.
 - En las figuras 5.1.13 y 5.1.14 se muestran ejemplos de grafos conexos.

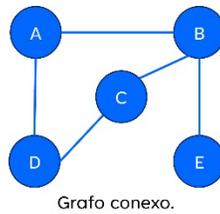


Figura 5.1.13. Grafo Conexo. Creación propia.

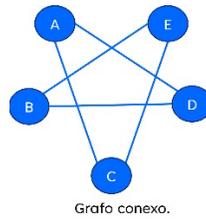


Figura 5.1.14. Segundo ejemplo de un grafo conexo. Creación propia.

○ Grafo inconexo

- No se puede llegar de un nodo a otro cualquiera, no hay una ruta que te lleve de un nodo a otro del grafo.
- En la figura 5.1.15 se muestra el ejemplo de un grafo inconexo. No existe una ruta entre el nodo B y el A. Así como tampoco hay una ruta entre el nodo F y E.

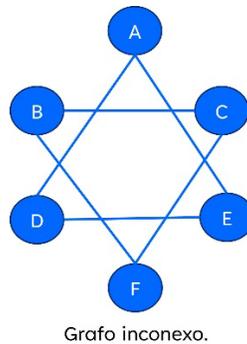


Figura 5.1.15. Grafo inconexo. Creación propia.

5.2 Representación de los grafos

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

A continuación, se presentan las formas en las que se pueden representar los grafos para su manejo y representatividad de la realidad, los cuales son matemática y computacional.

5.2.1 Matemática

Los grafos son muy útiles para realizar modelos de la realidad y a su vez utilizar una representación matemática para encontrar soluciones a estos modelos, mediante lo que se conoce como matriz de adyacencia la cual se describe a continuación.

Matriz de Adyacencia.

- Dado un grafo $G=(V,A)$ con n vértices en donde (v_1, v_2, \dots, v_n) , la matriz de adyacencia del grafo se define como la matriz de orden $n \times n$, donde la matriz del nodo $\mathbf{M(G)} = (a_{ij})$. Se dice que G = grafo, M = matriz de adyacencia y $(a_{i,j})$ = el número de aristas que unen los vértices v_i , y v_j .
- La matriz de adyacencia al ser $n \times n$, es por definición cuadrada.
- La matriz de adyacencia contiene 1 y 0's, donde 1 significa que tiene conexión con el vértice n_i , y ceros 0 que no tiene conexión con el nodo n_i .
- Ejemplo. En la figura 5.2.1 se muestra un grafo y su matriz de adyacencia.

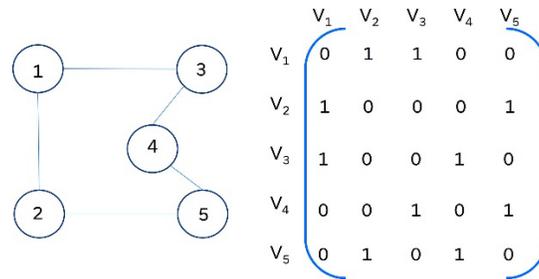


Figura 5.2.1. Grafo y matriz de adyacencia. Creación propia.

- Se observa que la diagonal de la matriz está en ceros.
- Los unos señalan que conexión por medio de aristas entre los nodos señalados.
- Los ceros representan no conexión entre los nodos.
- En el caso de la concordancia de la fila V_1 con la columna V_2 tiene un 1 lo que indica que hay una conexión o arista entre estos nodos.
- Para el caso de V_3 con V_5 es 0, porque no hay arco que una esos vértices.
- A este tipo de matrices que tienen ceros y unos en sus valores, se les llama matriz binaria.
- Si un vértice es aislado, entonces tendrá ceros en sus filas y columnas.
- Se llama **matriz de adyacencia** porque señala los vértices que son adyacentes.

Matriz de incidencia.

- Dado un grafo simple $G = (V, A)$ con $n = |V|$ vértices en donde (v_1, v_2, \dots, v_n) , y $m = |A|$ aristas (a_1, a_2, \dots, a_m) su **Matriz de Incidencia** se define como la matriz de orden $n \times m$, donde la matriz del nodo $I(G) = (i_{ij})$, donde $i_{ij}=1$ si v_i es incidente con a_j y $i_{ij}=0$ en caso contrario.
- Es una matriz binaria, ya que solo contiene 1's y 0's.
- Cada arista incide exactamente entre dos vértices, cada columna tiene exactamente dos unos.

- El número de unos que aparece en cada fila es igual al grado del vértice correspondiente.
- Una fila compuesta sólo por ceros corresponde a un vértice aislado.
- En la figura 5.2.2 se muestra un grafo con su matriz de incidencias.

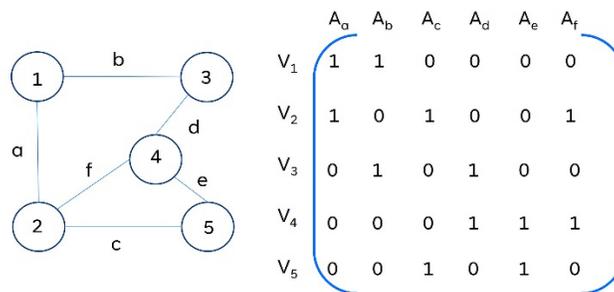


Figura 5.2.2. Matriz de incidencia. Creación propia.

- Se llama **matriz de incidencias** porque señala las aristas que inciden o conectan a un nodo determinado.

5.2.2 Computacional.

Una de las formas de representar a los grafos por medio de las computadoras es a través de su representación matricial, mediante software especializado en solución de matrices.

Se pueden representar matrices:

- Adyacencia donde se tienen Vértices vs Vértices
- Incidencia donde se tienen Vértices vs Aristas.

Ahora veremos en general los casos de matrices de adyacencia e incidencia creados a partir de grafos no dirigidos y dirigidos para hacer su representación en modelos computacionales.

- **Matriz de adyacencia para grafos no dirigidos.**
 - El ejemplo de la matriz de adyacencia para grafos no dirigidos se puede observar en la figura 5.2.1

- En donde podemos concluir que la matriz es cuadrada y esta construida de vértices x vértices.
- $a_{ij} = \{1 \text{ si hay un arco o arista de } (V_i, V_j), 0 \text{ si no hay arco } (V_i, V_j), \}$
- Caso especial cuando existe un lazo en el vértice o nodo entonces $a_{ij} = 1$.
- **Matriz de adyacencia para grafos dirigidos o dígrafos.**
 - Para el caso de los dígrafos la matriz de adyacencia debe considerar que los arcos o aristas tienen un sentido de orientación ósea un orden.
 - $a_{ij} = \{1 \text{ si hay un arco o arista de } (V_i, V_j) \text{ con orientación } v_i \rightarrow v_j.$
 - $a_{ij} = \{0 \text{ si no existe un arco o arista de } (V_i, V_j) \text{ con orientación } v_j \rightarrow v_i.$
 - Ejemplo. En la figura 5.2.3 se muestra el grafo dirigido con la matriz de adyacencia correspondiente.

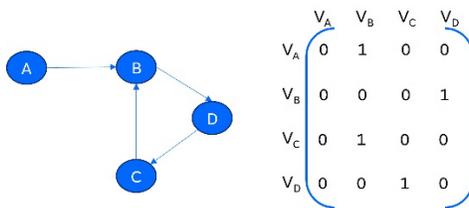


Figura 5.2.3. Matriz de Adyacencia dirigida. Creación propia.

- **Propiedades de la matriz de adyacencia.**
 - El grado de un vértice se obtiene sumando la fila o columna correspondiente y sólo para grafos no dirigidos.
 - Si la arista es un bucle, entonces se suma 2 en lugar de 1
- **Matriz de incidencia para grafos no dirigidos.**
 - Dado un grafo $G = (V, A)$
 - Representado por una matriz de $V=(\text{vértices})$ y $A=(\text{arcos})$, entonces tenemos que $a_{ij} = \{1, [\text{arco}, \text{vértice}] \text{ está conectado. } a_{ij} = \{0, [\text{arco}, \text{vértice}] \text{ NO está conectado.}$
 - 1 si el arco i incide en el vértice j .

- En un grafo sin lazos, la suma de una fila da el grado del vértice identificado con esa fila.
- Ejemplo en la figura 5.2.2.
- **Matriz de incidencia para Dígrafos.** Tomando en cuenta que A_{ij} , es la posición dentro de la matriz de incidencia que señala el vértice y la arista que lo conecta. Sin embargo, para el caso de Dígrafos, el sentido del arco o asista es importante, por eso el valor de las posiciones en la matriz queda:
 - $A_{ij} = 1$, si el arco sale del nodo.
 - $A_{ij} = -1$, si el arco entra al nodo.
 - $A_{ij} = 2$, si el nodo es origen y final del arco (lazo).
 - $A_{ij} = 0$, si el arco no incide en el nodo.
 - En la figura 5.2.4 se puede observar un ejemplo de esa matriz.

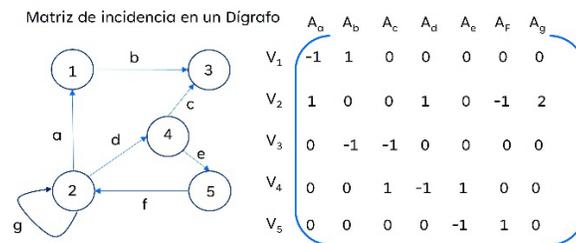


Figura 5.2.4. Matriz de Incidencia Dígrafo. Creación propia.

- **Matriz Distancia.**
 - Dado un grafo se puede encontrar la matriz de distancia que indica el camino que se debe recorrer, con base en el número de aristas o arcos, para ir de un nodo a otro.
 - La posición en la matriz se identifica como d_{ij} , donde d es la distancia y es :
 - $d_{ij} = 0$, si $i=j$.
 - $d_{ij} = x$, si no hay camino entre un vértice y otro, o sea entre V_i y V_j .
 - El número # de arcos del camino más corto para ir de V_i a V_j .

- En la figura 5.2.5 se muestra un ejemplo

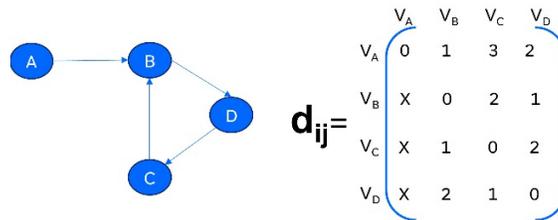


Figura 5.2.5. Matriz camino de un Dígrafo. Creación propia.

5.3 Algoritmos de recorrido y búsqueda.

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

A continuación, se verá la forma en de aplicar algoritmos para encontrar nodos a partir del recorrido de grafos e ir de un nodo a otro de la forma más corta, más eficiente o conveniente dependiendo del objetivo que se quiera alcanzar.

Recorrer un grafo consiste en alcanzar un nodo final, objetivo o de salida a partir de un nodo al que se llamará de inicio. A esto se le llama búsqueda, porque se trata de encontrar el camino que permita llegar a un nodo determinado. Estos recorridos pueden de ser de dos formas o con base en dos tipos de algoritmos, el llamado “Recorrido en primera profundidad” y el otro llamado “Recorrido en primera anchura”.

Cómo los grafos permiten hacer representaciones de modelos de la vida real y tratar de encontrar soluciones, como el camino más corto, más eficiente, o rutas de solución, es importante

el estudio de algoritmos que permitan hacer recorridos autónomos de los grafos para encontrar rutas que solucionen problemas. Este tipo de algoritmo pueden ser implementados en sistemas autónomos de navegación o sistemas con Inteligencia Artificial. Algunos de los algoritmos de búsqueda más utilizados son, búsqueda de primera anchura o profundidad, A*, LPA* o D*.

5.3.1 El camino más corto

En el estudio de los grafos uno de los principales problemas es el del “Camino más corto”, el cual consiste en encontrar la ruta o camino formado por el conjunto de arcos o aristas entre dos nodos cualesquiera, de tal forma que la suma de los pesos de esos arcos o aristas sea mínima. Si consideramos un grafo que represente la ruta para ir de la ciudad de Mérida, Yucatán a la de Cancún, Quintana Roo, con los nodos como las principales ciudades entre estas y el peso de los arcos es la distancia en kilómetros, entonces el camino más corto podría ser la menor cantidad de kilómetros que se requiere recorrer para llegar de Mérida a Cancún.

Se puede considerar que dado un grafo $G = (V,A)$ donde G es un grafo, V el conjunto de vértices y A el conjunto de aristas, se define una función de variable real ponderada de la forma $f: A \rightarrow \mathbf{R}$, un elemento $v \in V$ encuentra un camino \mathbf{P} (path) de v a $v' \in V$, tal que:

$$\sum_{p \in \mathbf{P}} f(p)$$

Es el camino más corto o mínimo de todos los caminos que conectan v y v' .

- **Ejemplo.**

- Consideremos el grafo no dirigido con pesos indicado en la figura 5.1.12 inciso a) y busquemos el camino más corto entre el nodo x y el nodo z , tenemos dos posibilidades:
- \mathbf{P}_1 , sea la ruta uno determinada por $\mathbf{P}_1 = \{X-Z, (X \rightarrow Y)=20, (Y \rightarrow Z)=40\}$, aplicando la formula tenemos $\sum f(p) = 20 + 40 = 60$.

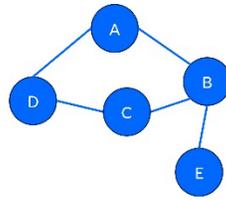
- P_2 , sea la ruta dos, determinada por $P_2 = \{X-Z, (X \rightarrow R)=30, (R \rightarrow Z)=50\}$, aplicando la formula tenemos $\Sigma f(p) = 30 + 50 = 80$.
- Por lo tanto, el camino más corto es: P_1 .

5.3.2 A lo ancho.

El algoritmo de búsqueda a lo ancho se aplica a un grafo iniciando con un nodo, al que se puede llamar “raíz” e ir recorriendo los nodos que se encuentren a una distancia de él, también llamados “vecinos”. Después se recorren los siguientes nodos vecinos de estos, y así sucesivamente hasta recorrer todos los demás nodos. Esta forma de recorrido del nodo se llama “A lo ancho” porque precisamente recorre el grafo a lo ancho.

El algoritmo desarrollado para hacer el recorrido de un grafo a lo ancho se muestra a continuación:

- 1.- Se define un nodo inicial y se visita.
 - 2.- Se visitan los nodos sucesores o sea a aquellos que están conectados al nodo inicial.
 - 3.- Luego se visitan los nodos sucesores de los sucesores, es decir aquellos que están conectados a los sucesores del nodo inicial.
 - 4.- Se continua con el paso 3 hasta visitar todos los nodos a partir de los ya visitados.
- **Ejemplo:** A continuación, se presenta un ejemplo del recorrido a lo ancho del grafo de la figura 5.1.13 con una rotación hacia la derecha para mostrar al nodo A, como inicial. El resultado del recorrido a lo ancho está en la figura 5.3.1.



Recorrido a lo ancho = {A,D,B,C,E}

Figura 5.3.1. Recorrido de un grafo a lo ancho. Creación propia.

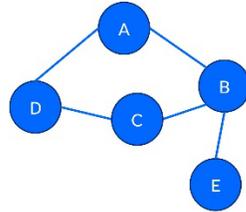
5.3.3 A lo largo o profundidad.

El algoritmo de búsqueda en profundidad se aplica a un grafo iniciando con un nodo, al que se puede llamar “raíz” e ir recorriendo los nodos de izquierda a derecha en el sentido en que leemos. El primer nodo que se recorre después del nodo raíz es el nodo “vecino” (a una arista) y se encuentra a su máxima izquierda. El siguiente nodo que se visita es el vecino del vecino y que se encuentra a su máxima izquierda, y así sucesivamente hasta que ya no haya más nodos a la izquierda. Cuando eso sucede, entonces se visita al nodo vecino a la derecha del nodo anterior.

El algoritmo desarrollado para hacer el recorrido de un grafo a profundidad se muestra a continuación:

- 1.- Se define un nodo inicial y se visita.
- 2.- Se visita el nodo vecino o sucesor, o sea a aquel que está conectado al nodo inicial y que se encuentra a su máxima izquierda.
- 3.- Luego se visita el nodo sucesor del sucesor, es decir aquel que está conectado al sucesor del nodo inicial o a dos arcos y a su máxima izquierda.
- 4.- Se continúa con el paso 3 hasta visitar a todos los nodos izquierdos.
- 5.- En caso de no existir más nodos a la izquierda, se hace un retroceso (backtraking) al nodo antecesor al último encontrado a la izquierda, y luego se visita el nodo a la derecha.
- 6.- Se repiten los pasos 4 y 5 hasta terminar de recorrer el grafo.

- **Ejemplo:** A continuación, se presenta un ejemplo del recorrido a profundidad del grafo de la figura 5.1.13 con una rotación hacia la derecha para mostrar al nodo A, como inicial. El resultado del recorrido a lo ancho está en la figura 5.3.2.



Recorrido a profundidad = {A,D,C,B,E}

Figura 5.3.2 Recorrido a profundidad. Creación propia.

En el apéndice A se presentan varios ejercicios relacionados con los grafos tanto propuestos como resueltos para complementar el aprendizaje.

6 TEMA: ÁRBOLES Y REDES

Competencias para desarrollar:

Específicas:

Aplica la organización y relación entre los datos mediante procesos de ordenamiento, para resolver problemas de programación matemática donde se hace uso de las redes.

Genéricas:

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis
- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
- Capacidad de comunicación oral y escrita Habilidades para buscar, procesar y
- analizar información procedente de fuentes diversas
- Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación
- Capacidad de trabajo en equipo.

6.1 Árboles

Texto de apoyo	Complementos Educativos	Otros apoyos	Herramientas tecnológicas
-Descripción del subtema, notas y apoyos didácticos	-Infografías -Aprendizajes basados en casos -Cuestionario de evaluación	-Bibliografía	-Word -Excel

En esta última unidad temática se abordará el tema de los Árboles que son un tipo de grafo que permite representar estructuras de datos que tienen relaciones entre sí. Los nodos y arcos representan espacio de estados, es decir, posibles estados de un sistema o de un proceso formado por el par nodo conectado por una arista la cual puede tener una semántica (etiqueta) asociada y que representa una relación entre ellas.

6.1.1 Componentes y Propiedades

Un Árbol como se mencionó en párrafos anteriores, es un tipo de grafo conexo (todos sus nodos están conectados), no tiene ciclos, ni lazos y tampoco lados paralelos. Una de las características más importantes de un árbol es que conectan todos los vértices con la menor cantidad de aristas posibles. En la figura se muestra un ejemplo de un árbol.

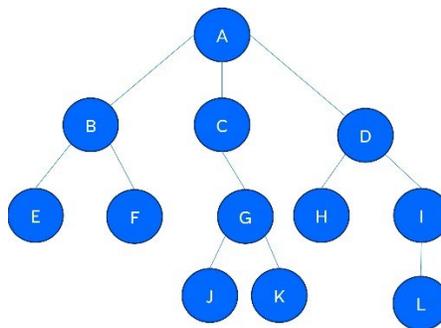


Figura 6.1.1. Ejemplo de un Árbol. Creación propia.

Un Árbol está constituido de los siguientes elementos:

- El árbol, al ser un grafo tiene Vértices también llamados **Nodos**.
- Lo que se conoce como aristas en un nodo ahora se llaman **Ramas** del árbol.
- El árbol está compuesto por Niveles o jerarquías, las cuales son el número de Ramas que se van interconectando desde un nodo inicial al nodo más alejado a este. A este nodo inicial se llama **nodo Raíz**.
- El nodo raíz tiene el **nivel 0** y los vértices que están inmediatamente debajo de él tienen el **nivel 1**. Los vértices o nodos que están un nivel más debajo de este tienen **nivel 2** y **así sucesivamente**.
- La **altura o peso** de un árbol es el valor del nivel más bajo del árbol.
- Ejemplo: En la figura 6.1.2 se interpreta que la altura o peso del árbol es 3.

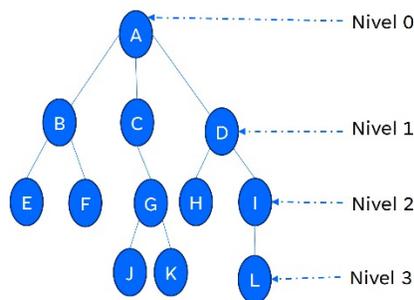


Figura 6.1.2. Niveles de un árbol. Creación propia.

- Después del nodo raíz los siguientes nodos en el nivel 1 se llaman **padres** de los nodos del siguiente nivel al que estén conectados. Los nodos del nivel 2 son nodos padres de los nodos del siguiente nivel (nivel 3) y así sucesivamente.
- Los nodos conectados a nodos padres se llaman nodos **hijos**. Estos se encuentran conectados a nodos en un nivel anterior. Es importante reconocer que ningún nodo hijo debe tener más de un padre.

- Cuando un nodo es el último conectado, es decir que no tiene hijos, no tiene ramas sino que son la punta de ellos, se les llama hoja. Todos aquellos nodos que no son hojas, se les llama vértices internos.
- Todos los nodos que están debajo de otro nodo, sin importar su nivel, también se les puede llamar descendientes.
- Los nodos que están en una misma línea de descendencia antes de un nodo, se les llama antecesores.
- En la figura se puede observar un ejemplo de estos conceptos definidos.
 - Altura del árbol = 3
 - Raíz Nodo = 1, no tiene padre.
 - Nodos padres = 2, 3 y 5.
 - Nodos hijos: nodo 1 = {2 y 3}; nodo 2 = {4 y 5}; nodo 3 = {6} y del nodo 5 = {7}.
 - Nodos hoja (no tienen hijos, pero si tienen padre) = {4,6, y 7}

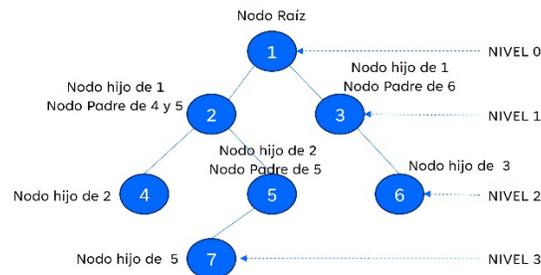


Figura 6.1.3. Características de un árbol. Creación propia.

6.1.2 Clasificación por altura y por número de nodos.

- Por el número de nodos conectados entre sí.
 - **Binarios.** - Cada nodo padre solo puede tener conectado uno o dos nodos hijos.
 - **Triarios.** - Cada nodo padre solo puede tener conectado tres nodos hijos.

- **Cuaternario.** – Cada nodo padre solo puede tener conectado hasta 4 nodos hijos.
- Ejemplo: En la figura 6.1.4 se puede ver un ejemplo de conexión de nodos. En el inciso a) es una conexión Binaria, en el b) Ternaria y en el c) Cuaternaria. Pueden existir muchas formas de conexión de los nodos en un árbol, pero se nombran de la misma forma.

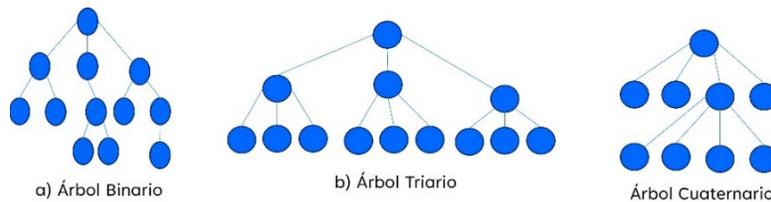


Figura 6.1.4. Clasificación por conexión. Creación propia.

- Por altura es la misma forma que se identifican por nivel, la altura es el nivel del árbol.

6.2 Árboles con peso.

En la definición de un árbol con peso significa que a cada arista que esta conectada a un nodo se le asigna un valor al que se llama “peso”, y que representa una relación con los nodos que conecta. Esa relación puede ser una distancia, el costo de ir de un nodo a otro, etc.

Si G es un grafo pesado y e es una arista de G , entonces $w(e)$ denota el peso de e , y $w(G)$ denota el peso total de G . Esto se muestra en la figura 6.2.1 donde los pesos están colocados en las aristas y representan la distancia en kilómetros entre las ciudades que se muestran. Por ejemplo, para ir de la ciudad de Mérida a Tulum el peso total es de $w = w(400) + w(160) = 560$.

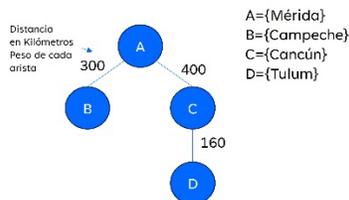


Figura 6.2.1. Ejemplo de un árbol con peso. Creación propia.

6.2.1 Recorrido de un Árbol.

Cómo se ha mencionado anteriormente, el árbol es un grafo y como tal su objetivo principal es la representación de relaciones entre objetos. En el árbol es importante entender la forma en que se construye al colocar de forma adecuada los nodos y aristas para representar las relaciones entre ellos. Con base en la forma en que se construye el árbol, será relevante para la obtención (recuperación) de la información que representa.

La forma de recuperar información de un árbol se llama recorrido y existen tres formas de recorrer un árbol y dependen de cómo se recorren los nodos en relación a un nodo padre y sus nodos hijos. A continuación, se presentan estos recorridos.

- **Recorrido en Preorden.** Este recorrido se realiza empezando con el nodo Padre, luego se visita el nodo hijo del lado izquierdo y luego el nodo del lado derecho. El recorrido se hace rama por rama en ese mismo orden: **Nodo Padre, nodo hijo izquierdo, nodo hijo derecho.**
 - Al inicio del recorrido se toma el nodo raíz.
 - Si el nodo raíz tiene hijo del lado izquierdo se toma ese hijo, si hay más a la izquierda de este se toma el hijo izquierdo. Si no hay más hijos del lado izquierdo, entonces se toma el hermano más cercano o sea a la derecha, y si ese hermano tiene hijos, primero se toma el del lado izquierdo hasta terminar y se pasa al hermano más cercano, el que está a su derecha.
 - Se repite el mismo procedimiento hasta terminar de recorrer todos los nodos del árbol.
 - En la figura 6.2.2 se muestra un árbol y el ejemplo del resultado de su recorrido en Preorden.

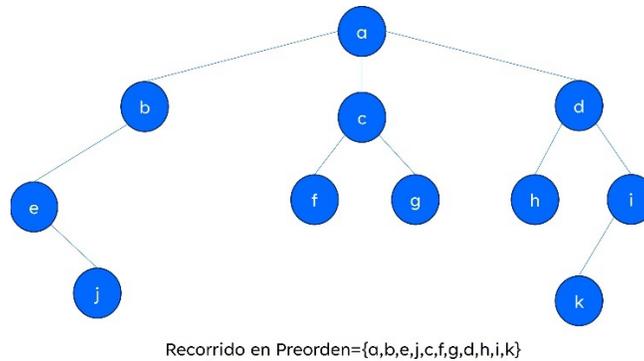


Figura 6.2.2. Ejemplo de Recorrido de un árbol en Preorden. Creación propia.

- **Recorrido en Inorden.** Este recorrido se realiza empezando con el nodo hijo más a la izquierda del árbol, luego se visita el nodo padre y luego el nodo hijo del lado derecho. El recorrido se hace rama por rama en ese mismo orden: **Nodo hijo izquierdo, Nodo Padre, nodo hijo derecho.**
 - Al inicio del recorrido se analiza si el nodo raíz tiene hijo izquierdo y si es así, se visita ese hijo, si hay más a la izquierda de este se visita hasta encontrar el nodo que este más a la izquierda, es decir el nodo hoja izquierda y se toma.
 - Luego se toma el padre de este nodo, y se visita la rama del lado derecho de este padre. Si el siguiente nodo tiene hijo izquierdo se visita hasta encontrar la hoja izquierda y se toma, luego se toma el padre de este y se visita el lado derecho. Se repite esto hasta visitar toda la rama.
 - Se repite el mismo procedimiento hasta terminar de recorrer todos los nodos del árbol.
 - En la figura 6.2.3 se muestra un árbol y el ejemplo del resultado de su recorrido en Inorden.

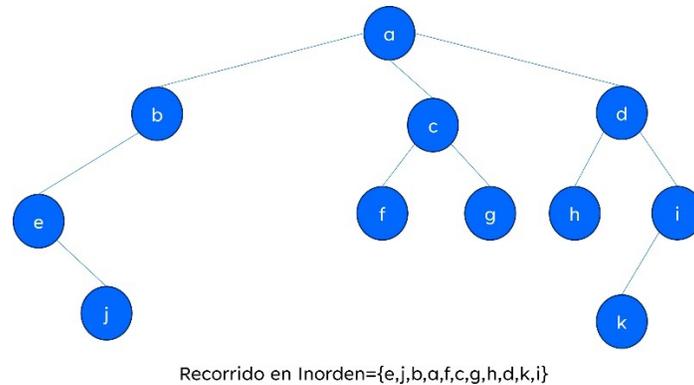


Figura 6.2.3. Recorrido de un árbol en Inorden. Creación propia.

- **Recorrido en Posorden.** Este recorrido se realiza empezando con el nodo hijo más a la izquierda del árbol, luego se visita el hermano de este, el nodo hijo del lado derecho. Por último, se visita el nodo padre y El recorrido se hace rama por rama en ese mismo orden:

Nodo hijo izquierdo, nodo hijo derecho y Nodo Padre.

- Al inicio del recorrido se analiza si el nodo raíz tiene hijo izquierdo y si es así, entonces se visita ese hijo, si hay más a la izquierda de este se visita hasta encontrar el nodo que este más a la izquierda, es decir el nodo hoja izquierda y se toma.
- Luego se visita la rama del lado derecho, nodo hermano de este. Si el siguiente nodo tiene hijo izquierdo se visita hasta encontrar la hoja izquierda y luego se toma el hermano del lado derecho hasta la hoja derecha. Finalmente, se toma el padre de esta rama por rama.
- Se repite el mismo procedimiento hasta terminar de recorrer todos los nodos del árbol.
- En la figura 6.2.4 se muestra un árbol y el ejemplo del resultado de su recorrido en Posorden.

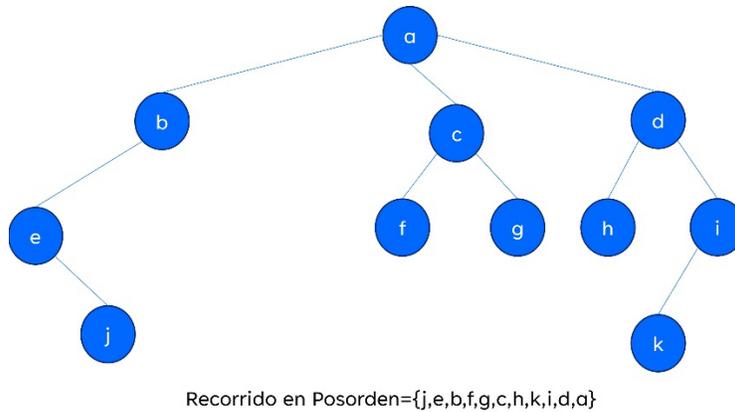


Figura 6.2.4. Recorrido de un árbol en Posorden. Creación propia.

6.3 Redes

Una red es un tipo especial de grafo porque representa múltiples conexiones de nodos con aristas y estas contienen un “peso” o valor relacionado con los nodos que conectan. En la figura se muestran ejemplos de grafos tipo redes.

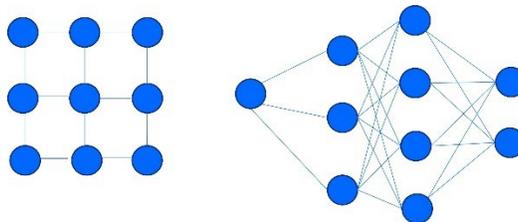


Figura 6.3.1. Ejemplo de grafos tipo Redes. Creación propia.

6.3.1 Teorema de flujo máximo.

El teorema de flujo máximo dice que, dado una red con nodos y aristas con peso, se pueden determinar varios flujos o rutas de un nodo a otro, se suman esos flujos que representan la suma del total de los valores de las aristas recorridas. El flujo máximo es aquel que contiene el mayor valor obtenido de esas sumas de los pesos de las aristas.

- El flujo máximo es el flujo con el valor máximo.
- Pueden encontrarse varios flujos con el mismo valor máximo.
- Se comienza con un flujo inicial

- Se va incrementado en forma iterativa el flujo hasta que ya no se pueda mejorar más.
- El flujo resultante será el flujo máximo.
- En la figura 6.3.2 podemos identificar el flujo máximo del nodo A al nodo I por el flujo $(A,I) = \{(A,D), (D,E), (E,G), (G,I)\} = 90$.

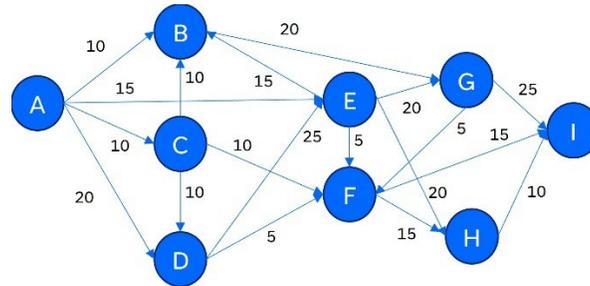


Figura 6.3.2. Ejemplo de una Red de flujo máximo. Creación propia.

6.3.2 Teorema del flujo mínimo

En el caso de una Red, y que se utiliza normalmente en redes de transportes, se hace un corte en él, de tal forma que quedan dos partes disjuntas del conjunto de vértices denominadas V_1 y V_2 que situados en la red uno de ellos por ejemplo V_1 es vértice o nodo origen y V_2 el nodo destino. Se le llama capacidad de un corte a la suma: **Capacidad (v,w) ; $v \in V_1, w \in V_2$** donde 1 es la parte que contiene al nodo origen y 2 al destino. Ahora, sea F un flujo en el grafo G y sea (S, S) un corte en G , entonces, la capacidad de (s,s) es mayor o igual que el valor de F . Es decir que la suma de un segmento del nodo para llegar a la posición del nodo destino en la ruta de mínimo costo, desde el nodo origen. En la figura 6.3.3 se muestra un grafo tipo Red, que indica un camino de un corte en la Red, para ir del nodo s al nodo w . Se busca que el camino o ruta menor de ir de una subparte, la que contiene al nodo origen, a la segunda subparte que contiene el nodo destino.

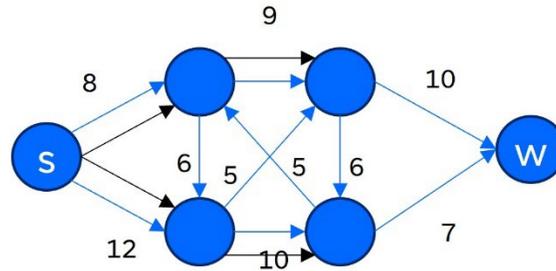


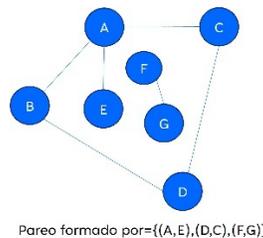
Figura 6.3.3. Red de flujo mínimo. Creación propia.

6.3.3 Pareos y Redes de Petri

Pareo

Un Pareo en un grafo es un subconjunto de aristas que no tienen vértices en común. En la figura se muestra un ejemplo de un pareo el cual está formado por las aristas indicadas.

- Un pareo se dice que es maximal cuando contiene el máximo número de aristas posibles, ya que se minimiza el número de vértices que no están unidos.
- Para el mejor de los casos, el pareo maximal contendrá cuando mucho la cantidad de vértices dividido entre dos.



Pareo formado por $\{(A,E), (D,C), (F,G)\}$

Figura 6.3.4. Ejemplo de Pareo. Creación Propia.

Redes de Petri.

Una Red de Petri creada por (Petri, 1962), es un grafo bipartito que sirve para modelar sistemas en tiempo real de forma fácil y sencilla por su gran capacidad de expresión. Han sido muy populares por la capacidad de modelar sistemas de forma sencilla. Una Red de Petri está formada por:

- Es un grafo **Bipartito**.
- Es un grafo **Dirigido**.
- Tiene dos tipos de vértices:
 - **Las plazas o lugares** que representan lugares o posiciones y se identifican mediante círculos.
 - **Las transiciones** que representan condiciones que se cumplen para que dependiendo del resultado se “disparen” la secuencia del recorrido de un nodo a otro.
- **Arcos** que son las aristas del grafo que conecta a las plazas con las transiciones, y estas a su vez con otras plazas.
- Una plaza ***p***, es **entrada** de una transición ***t*** si está conectada por medio de un **arco**, es decir de ***p* a *t***.
- Una plaza ***p***, es **salida** de una transición ***t*** si está conectada por medio de un **arco**, es decir de ***t* a *p***.
- **Marcas o Tags**, son puntos negros que se ubican dentro de una plaza y señalan la posición en el tiempo ***t*** en que se encuentra el sistema, es decir el estado actual del sistema.
- Las Marcas o Tags se mueven de un nodo a otro a través de la transición mediante un “**Disparo**”, es decir el tag se mueve hacia el nodo que cumpla la condición que ocasionó ese disparo.
- Una plaza se puede conectar a más de una transición y viceversa.
- Una Red de Petri es una cuádrupla $N = (P, T, I, O)$ de tal forma que:
 - P es un conjunto finito, no vacío de Plazas.
 - T es el conjunto de transiciones, no vacío y finito.
 - $P \cap T = \emptyset$ conjunto vacío.
 - $I: P \times T \rightarrow \mathbb{Q}$ es una función de incidencia previa a una transición.
 - $O: T \times P \rightarrow \mathbb{Q}$ incidencia posterior a una transición.
- En la figura 5.3.5 se muestra un ejemplo de una Red de Petri y los elementos que la forman.

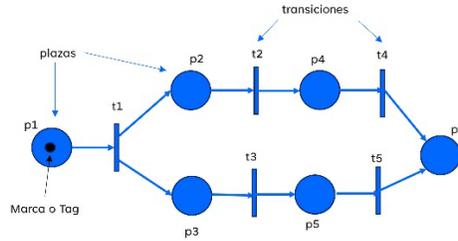


Figura 6.3.5. Ejemplo de una Red de Petri con sus elementos. Creación propia.

La red de Petri funciona de la siguiente forma, el toque o tag se encuentra inicialmente en el nodo de entrada al sistema que representa la Red. Luego y dependiendo en cual de las transiciones ocurre un “disparo”, el tag se moverá al nodo conectado a esta transición. En la figura 6.3.3 inciso a) se observa que la transición t1 se dispara y un Tag se mueve a cada plaza p2 y p3 inciso b), luego y dependiendo de la transición que se dispare puede quedar como se muestra en el inciso c) de esa figura que indica que la transición t2 no se disparó pero la t3, si.

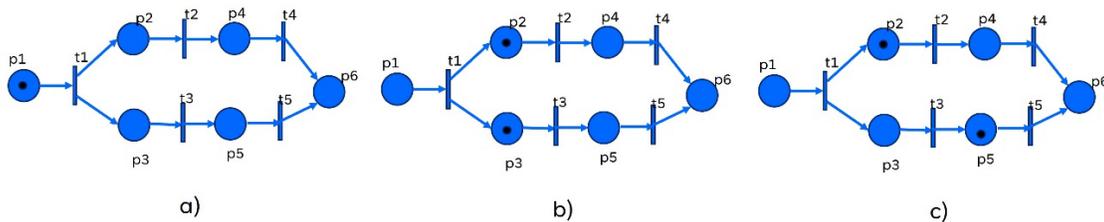


Figura 6.3.6. Comportamiento de una Red de Petri. Creación propia.

En otra red de Petri vemos cómo se puede ir moviendo el tag de acuerdo a la transición que se “dispara” como se muestra en la figura 6.3.7.

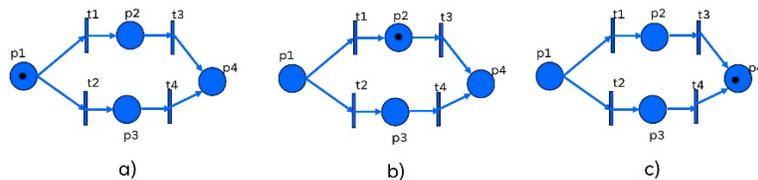


Figura 6.3.7. Otro tipo de comportamiento de una Red de Petri. Creación propia.

Finalmente, en el anexo A se encuentran ejercicios propuestos para los alumnos sobre los temas de esta unidad 6.

Bibliografía.

- Barraza, A., Valles, A., Jedzeleex, G., Soto, P., Segovia, V., Bustillos, S., Heredia, L., Torrecillas, N., Uribe, G., García, I., Castañeda, A., Martínez, H., Vallejo, J., Ortiz, E., Reyes, Minerva, Ortega, S., & Valenzuela, Silvia. (2020). *MODELOS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS* (Rosa de Lima Moreno Luna & ARTURO BARRAZA MACÍAS, Eds.; 1st ed., Vol. 1). UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA DE DURANGO.
- Briand, E. (2011). *INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA DISCRETA*. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://galois.azc.uam.mx/mate/LIBROS/matematicasdiscretas1.pdf
- Caicedo, Alfredo., Wagner, Graciela., & Méndez, R. María. (2010). *Introducción a la Teoría de Grafos* (E. Elizcom, Ed.; 1a ed., Vol. 1). Ediciones Elizcom.
https://books.google.com.mx/books/about/Introducci%C3%B3n_a_la_Teor%C3%ADa_de_Grafos.html?hl=es&id=3hH11r7j1tcC&redir_esc=y
- David, A., & García, G. (n.d.). *Ejercicios: Bases Numéricas y Álgebra de Boole*.
- Epp, S. S. (2012). Matemáticas discretas con aplicaciones, 4ta Edición. In G. Cervantes (Ed.), *Matemáticas Discretas con aplicaciones* (4th ed., pp. 54–63). Cengage Learning , Inc.
- Johnsonbaugh, R. (2005). *MATEMÁTICAS DISCRETAS* (M. 2005 PEARSON EDUCACIÓN, Ed.; Sexta Edición, Vol. 1). Pearson Educación de México, S.A. de C.V. www.pearsoneducacion.net
- Kuratowski, C. (1921). Sur la notion de l'ordre dans laThéorie des Ensembles. *Fundamenta Mathematicae*, 2(1), 161–171. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/fm/fm2/fm2122.pdf
- Mata Pérez, M. (2021). *Matemáticas discretas (material de apoyo de clase)*. <http://logistica.fime.uanl.mx/miguel/docs/MateDisc.pdf>
- Muñoz, C. (2011). *Como elaborar y asesorar una investigación de tesis*. (M. 2011 PEARSON Educación, Ed.; 2a ed., Vol. 1). UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.indesgua.org.gt/wp-content/uploads/2016/08/Carlos-Mu%C3%B1oz-Razo-Como-elaborar-y-asesorar-una-investigacion-de-tesis-2Edicion.pdf
- Murillo, T. Manuel. (2010). *Introducción a la Matemática Discreta* (Editorial Tecnológica de Costa Rica, Ed.; 4th ed., Vol. 1). Tecnológico de Costa Rica .
- Petri, C. (1962). *Kommunikation mit Automaten*. Technischen Hochschule Darmstadt.
- Real Academia Española. (2023). *Conjunto*. Diccionario de La Lengua Española. Edición Del Tricentenario. Versión 23.7 En Línea. <https://dle.rae.es/conjunto>
- Real Academia Española. (2024, May 9). *Lógica*. Edición Tricentenario. <https://dle.rae.es/l%C3%B3gica>

REAL ACADEMIA ESPAÑOLA: Diccionario de la lengua española. (2023). *Número*. 23.a Ed., [Versión 23.7.En Línea]. <https://dle.rae.es/n%C3%BAmero>

Russell, S. J. (Stuart J., Norvig, Peter., Corchado Rodríguez, J. Manuel., & Joyanes Aguilar, Luis. (2004). *Inteligencia artificial : un enfoque moderno*. Pearson Prentice Hall.

Shannon, C. E. (1948). A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits . *Transactions American Institute of Electrical Engineers AIEE*, 57, 38–80.

7 ANEXO 1.

Tema 1. Sistemas Numéricos.

Cuadernillo de Conversiones

Ejercicios propuestos de Conversiones.

a) Decimal a binario.

No.	Decimal	Resultado en Binario
1	11	1011
2	18	10010
3	122	1111010
4	1001	1111101001
5	777	1100001001

b) Decimal a Octal

No.	Decimal	Resultado en Octal
1	15	17
2	33	41
3	82	122
4	150	226
5	256	400

c) Decimal a Hexadecimal

No.	Decimal	Resultado en Hexadecimal
1	18	12
2	44	2C
3	187	BB
4	2128	850
5	2048	800

d) De Binario a decimal

No.	Binario	Resultado en Decimal
1	1011	11
2	10010	18
3	1111010	122
4	1111101001	1001
5	1100001001	777

e) De binario a Octal

No.	Binario	Resultado en Octal
1	1011	11
2	10010	22
3	1111010	172
4	1111101001	1751
5	1100001001	1411

f) De binario a Hexadecimal

No.	Binario	Resultado en Hexadecimal
1	1011	B
2	10010	12
3	1111010	7 A
4	1111101001	3E9
5	1100001001	309

g) De Octal a binario

No.	Octal	Resultado en Binario
1	11	1011
2	22	10010
3	172	1111010

4	1751	1111101001
5	1411	1100001001

h) Octal a decimal

No.	Octal	Resultado en decimal
1	17	15
2	41	33
3	122	82
4	226	150
5	400	256

i) Octal a hexadecimal

No.	Octal	Resultado en hexadecimal
1	17	F
2	41	21
3	122	52
4	226	96
5	400	100

j) Hexadecimal a decimal

No.	Hexadecimal	Resultado en decimal
1	12	18
2	2C	44
3	BB	187
4	850	2128
5	800	2048

k) Hexadecimal a binario

No.	Hexadecimal	Resultado en binario
1	B	1011
2	12	10010
3	7 A	1111010
4	3E9	1111101001
5	309	1100001001

l) Hexadecimal a octal

No.	Hexadecimal	Resultado en octal
1	F	17
2	21	41
3	52	122
4	96	226
5	100	400

Ejercicios propuestos de aritmética binaria

a) Suma Binaria

No.	Cantidades para sumar	Resultado de la suma
1	$1001101 + 111 =$	1010100
2	$1010101 + 1100 =$	1100001
3	$11111111 + 11111111 =$	111111110
4	$10011001110 + 11011 =$	10011101001
5	$1101101001 + 1011100100 =$	11001001101

b) Resta binaria.

No.	Cantidades para restar	Resultado de la resta
1	$10011 - 111 =$	1100
2	$101010 - 100 =$	100110
3	$111111 - 1111 =$	110000

4	$100110011 - 11011 =$	100011000
5	$111101001 - 10010 =$	111010111

c) Multiplicación binaria

No.	Cantidades para multiplicar	Resultado de la multiplicación
1	$100 * 100 =$	10000
2	$1100 * 11 =$	100100
3	$1001 * 1001 =$	1010001
4	$1111011 * 111 =$	1101011101
5	$100011000 * 1000 =$	100011000000

d) División binaria

No.	Cantidades para dividir	Resultado de la división
1	(8/2) $1000 / 10$	100
2	(16/8) $10000 / 1000$	10
3	(35/5) $100011 / 101$	111
4	(70/7) $1000110 / 111$	1010
5	(230/20) $11100110 / 10100$	1011 y sobra 1010

Tema 2. Conjuntos y Relaciones.

Ejercicios de Conjuntos

1.- Responder las siguientes preguntas.

- a) Defina lo que es un conjunto y de un ejemplo
- b) Defina lo que es el complemento de un conjunto
- c) Presente un ejemplo de lo que es un conjunto impropio
- d) De un ejemplo de un conjunto vacío

2.- Realice lo que se le pide con relación a conjuntos

- a) Muestre por medio de un diagrama de Venn la unión de dos conjuntos
- b) Muestre por medio de un diagrama de Venn el resultado de una intersección entre dos conjuntos que sea el conjunto vacío.
- c) Mostrar mediante un diagrama de Venn la resta entre conjuntos, por ejemplo $A - B$.
- d) Muestre la intersección entre 3 conjuntos
- e) Dados un conjunto $A = \{x | x \text{ es un número entre } 1 \dots 20\}$, $B = \{x | x \text{ es un número impar}\}$ y determinar cuál es subconjunto del otro, de qué tipo y mediante un diagrama de Venn mostrar la intersección.

Nota: Las respuestas de cada ejercicio presentado se pueden encontrar en las definiciones presentadas en el tema correspondiente en este mismo documento.

Estudios con base en casos de Relaciones Binarias y Funciones

Estudio de casos

A continuación, se presentará una actividad que consiste en el estudio de un caso que deberán de realizar los estudiantes como parte de su formación y adquisición de competencias y además será parte de su calificación del subtema 2.4, 2.5, 2.6, 2.7. El siguiente formato toma la información que se presenta en (Muñoz, 2011), y se sugiere como una guía para el docente, quien a su vez lo debe implementar en clase.

- **Ejemplo:**

Estudio de caso 1: Relaciones Binarias y Funciones. Identificar las relaciones de alumnos del Tecnológico con sus carreras.		
Pasos por seguir	Definición de cada uno	Ejemplo:
1. Diseño del estudio del caso.	-Identificación del problema. -Objetivos.	- Identificación de los conjuntos A y B. A= Alumnos y B= Carreras
2. Marco teórico referencial.	-Definición del contexto. -Marco referencial. -Marco teórico.	-Construir una lista de elementos que forman a cada conjunto, 20 alumnos y 5 carreras. -Revisar bibliografía relaciones y productos cartesianos. - Elaborar un pequeño marco teórico.
3. Estudio del caso y recopilación de la información.	-Estudio del caso. -Definición de los instrumentos para recopilar información. -Recopilación de la información.	-Definir el problema correctamente. -aplicar lluvia de ideas para recopilar información (cuestionarios, entrevistas, Bases de datos, etc). -Recopilar toda la información.
4. Análisis de la información.	-Análisis de la información de lo recuperado. -Construcción de modelos. -Pruebas de los modelos construidos.	- Establecer la relación que deben existir entre los alumnos y sus carreras. -Definir la relación en forma textual. - Elaborar un diagrama de ejes coordenados que represente, los pares ordenados formados por la relación. - Elaborar un diagrama de relación entre los dos conjuntos
5. Resultado y aportaciones.	-Informe de los resultados. -Explicación del caso. -Evaluación del objetivo (se alcanzó o no se alcanzó).	- Construir los pares ordenados obtenidos de la relación establecida.
6. Aspectos complementarios	-Conclusiones. -Competencias alcanzadas -Bibliografía.	-Elaborar conclusiones. -Discusión de competencias alcanzadas.

- Guía para la elaboración del estudio con base en casos definido en la plantilla del estudio de casos 1. La problemática ha sido definida en dicha plantilla y se debe elaborar un reporte que a continuación se describe el contenido. Finalmente, se presenta la rúbrica correspondiente.
- El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:
 1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha).
 2. Contenido o índice.
 3. Diseño del estudio del caso.
 4. Marco teórico referencial.
 5. Estudio del caso y recopilación de la información.
 6. Análisis de la información.
 7. Resultado y aportaciones.
 8. Aspectos complementarios.
 9. Bibliografía (al menos deberá de tener tres referencias).
 10. Entregó el archivo a tiempo.

Sugerencias:

- Se puede usar una plataforma digital para colocar la tarea señalada por el profesor
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo.
- A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación:

CATEGORIA	Notable = 4	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía.	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7.	Cumplió sólo con el punto 8.	No cumplió con ningún punto.
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	20	10	5	NA

Estudio con Base en Retos de Relaciones Binarias y Funciones

A continuación, se presenta la plantilla guía para la elaboración por parte de los alumnos del aprendizaje con base en retos del subtema de Relaciones Binarias y Funciones.

IDEA GENERAL:		
Aprende a definir relaciones e identificar sus propiedades y relaciones de equivalencia con base en el problema relacionar alumnos con sus carreras.		
PREGUNTA ESENCIAL:		
¿Es posible establecer una relación entre dos conjuntos y con base en esta identificar algunas de sus propiedades y relaciones de equivalencia?		
RETO:		
¿Se puede construir una relación binaria de alumnos con sus carreras e identificar sus relaciones?		
PREGUNTAS GUIA:	ACTIVIDADES GUIA	RECURSOS GUIA
<p>¿Se tiene el conocimiento sobre qué una relación binaria?</p> <p>¿Se han revisado varios ejemplos de relaciones binarias?</p> <p>¿Se ha delimitado en forma correcta el problema de la construcción de una relación binaria entre alumnos y sus carreras?</p> <p>¿Ya se conocen todas las variables tanto las independientes como las dependientes?</p> <p>¿Se han identificado al menos 20 elementos de la variable independiente ?</p> <p>¿Se han identificado los posibles elementos del rango o variable dependiente?</p> <p>¿Se ha definido correctamente la relación?</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión bibliográfica de lo Binarias. - Revisión ejemplos. - Elaborar una lista de las variables a utilizar, tanto la independiente y dependiente. - Definir los elementos de cada una. - Definir correctamente la Relación Binaria. - Construir las tuplas resultantes de la relación. - Identificar algunas propiedades de esta relación. - Preparar una presentación del conocimiento. 	<p>Videos</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=qA1v4iv3OXs</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=eZfyGhk5kY&list=PL6kQim6ljTJvp5SZUIR89ciPoKirwMNY6</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=6oDkdc6XHSw</p>
SOLUCION-IMPLEMENTACION		
<p>Construir una relación binaria.</p> <p>Construir las tuplas resultantes de esta relación.</p> <p>Dar ejemplo de algunas de las propiedades de la relación.</p> <p>Identificar alguna relación de equivalencia.</p> <p>Se debe entregar una presentación en digital del cómo se</p>		

<p>construyó la relación. Se deberá de exponer en clase la presentación final.</p>	
<p>EVALUACION</p>	
<p>El modelo vale = 10 puntos. La presentación del modelo = 10 puntos para un total de = 20 puntos.</p>	
<p>PUBLICACION: IMPLEMENTACION DE LOS ESTUDIANTES</p>	<p>PUBLICACION: DOCUMENTACION/ REFLEXIÓN DE LOS ESTUDIANTES</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Se formarán equipos entre 3 y 5 integrantes dependiendo del tamaño del grupo. - Describir las actividades realizadas por los estudiantes en un reporte. - En su caso, mencionar los roles de cada integrante del equipo. - Experiencia adquirida. - Bibliografía utilizada. - Elaborará un documento reporte como se indica en la sección solución- implementación. - Se realizará una presentación por equipo en el aula. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se realiza una evaluación del grupo a cada equipo que participe. - Se deberá de exponer las competencias adquiridas en el reto.

Aprendizaje con Base en Problemas

A continuación, se presenta la plantilla guía del aprendizaje con base en problemas que le indica al alumno que deberá de crear una función, presentarla identificando su tipo y algunas aplicaciones en las ciencias de la computación. Posteriormente, se presenta la guía del reporte final que deben entregar los alumnos con la solución de lo planteado y finalmente se muestra la rúbrica correspondiente del reporte

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE UN PBL: Definición de una función y su clasificación.		
<p>Objetivos:</p>  <p>El alumno aprenderá a elaborar una función a partir de la definición de una Relación Binaria y cumpliendo con las características requeridas e identificando su tipo.</p>	<p>Producto final</p>  <p>El producto final la presentación y de la función creada y su demostración al señalar las propiedades de esta..</p> <p>Además, se deberá elaborar una presentación en clase de cómo se aplicó la metodología y el resultado final.</p> <p>Los alumnos deberán de entregar el producto final, tanto el documento como el prower point y hacer la presentación correspondiente.</p>	<p>Recursos:</p>  <ul style="list-style-type: none"> -Trabajo en equipo - Investigación bibliográfica - Investigación videoteca
<p>Enunciado:</p>  <p>Se tiene un grupo de alumnos con una matrícula asignada que lo identifica como estudiante de un Instituto Tecnológico. Se tiene un grupo de Licenciaturas que ofrece la institución. Se busca resolver el problema de cómo relacionar mediante una función a los estudiantes con sus carreras.</p>	<p>Evaluación</p>  <p>La evaluación será sumativa por cada uno de los puntos señalados en la metodología. El valor del trabajo será de 15 puntos totales aplicados con base en la rúbrica indicada.</p>	<p>Herramientas TIC</p>  <ul style="list-style-type: none"> - Internet - Word - Power point - Computadora
<p>Metodología</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1.- Revisar bibliografía referente al problema. 2.- Entender correctamente el problema y su posible solución. 3.- Identificar a las variables independiente y dependiente. 4.- Determinar a los elementos de cada variable 5.- Definir la función que relacione a las variables. 6.- Demostrar que son una función aplicando las propiedades correspondientes. 7.- Preparar y hacer la presentación en clase 8.- Elaboración del documento con portada 9.- Contenido 10.-Bibliografía y videografía 		

El reporte del trabajo de investigación, con base en la plantilla descrita, deberá de contener lo siguiente:

- 1.- Revisar bibliografía referente al problema.
- 2.- Entender correctamente el problema y su posible solución.
- 3.- Identificar a las variables independiente y dependiente.
- 4.- Determinar a los elementos de cada variable
- 5.- Definir la función que relacione a las variables.
- 6.- Demostrar que son una función aplicando las propiedades correspondientes.
- 7.- Preparar y hacer la presentación en clase
- 8.- Elaboración del documento con portada
- 9.- Contenido
- 10.-Bibliografía y videografía

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

CATEGORIA	Notable = 4	Bueno =2	Suficiente = 1	Insuficiente = 0
Revisión de los puntos 1 y 2 de la guía	Cumplió con los dos puntos, 1 y 2.	Cumplió sólo con el punto 1	Cumplió sólo con el punto 2	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 3 y 4 de la guía	Cumplió con los dos puntos 3 y 4.	Cumplió sólo con el punto 3	Cumplió sólo con el punto 4	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 5 y 6 de la guía	Cumplió con los dos puntos 5 y 6.	Cumplió sólo con el punto 5	Cumplió sólo con el punto 6	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 7 y 8 de la guía	Cumplió con los dos puntos 7 y 8.	Cumplió sólo con el punto 7	Cumplió sólo con el punto 8	No cumplió con ningún punto
Revisión de los puntos 9 y 10 de la guía	Cumplió con los dos puntos 9 y 10.	Cumplió sólo con el punto 9	Cumplió sólo con el punto 10	No cumplió con ningún punto
Total:	20	10	5	NA

Evaluación del Tema

I. Responder las siguientes preguntas sobre las relaciones:

- Desde su punto de vista ¿Qué es un producto cartesiano?
- Desde su punto de vista ¿Qué es una relación Binaria?
- Proporcione un ejemplo de una relación binaria de la vida cotidiana
- Con base en el ejemplo definido en el índice anterior, señale dos propiedades de esa relación
- Con base en el ejemplo del inciso c), haga una representación gráfica de la relación propuesta
- Proporcione un ejemplo de relación de equivalencia

II. Con base en las funciones responda o realice los siguiente:

- Defina con sus propias palabras lo que entiende como función
- ¿Una función es un tipo de relación? ¿Por qué?

- i) Proporcione un ejemplo de una función y señale sus variables independiente y dependiente.
- j) Proporcione un ejemplo de una función en la vida real.

Tema 3. Lógica Matemática

Ejercicios del subtema 3.1.1.

Determina si las siguientes expresiones son proposiciones o no, marca con una X la respuesta correcta. (10 puntos cada respuesta correcta)

1. ¿Pasaste el examen? Si es- No es X
2. Levanta tu mochila Si es- No es X

Ejercicios del subtema 3.1.3.

Demuestra que esta expresión es una tautología: $[(p \rightarrow q) \wedge q'] \rightarrow p'$

p	q	p'	q'	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q'$	$[(p \rightarrow q) \wedge q'] \rightarrow p'$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V

Realiza los siguientes ejercicios:

2. Construye la tabla de verdad de la siguiente proposición compuesta y determine si es una tautología, contingencia o contradicción.

$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (r' \vee q)$$

$$((p \vee q) \wedge r) \leftrightarrow (r \vee q')$$

Secuencia Didáctica.

A continuación, se presenta la secuencia didáctica que deberán realizar los estudiantes con base en lo presentado en este subtema 3.2,3.4 y 3.5 Lógica Matemática. En (Barraza et al., 2020) podemos ver varios ejemplos de cómo elaborar una secuencia didáctica de la cual tomaremos la definida por David Ausubel.

<i>Secuencia Didáctica del subtema Lógica matemática</i>		
Escuela	Profr.	Periodo:
Asignatura:	Grado y grupo:	Tema: 3. Lógica Matemática. Subtema 3.2. Lógica de Predicados; 3.3. Algebra declarativa y 3.4. Inducción Matemática.
Competencia	Genéricas: Desarrolla la capacidad de investigar mediante una secuencia didáctica temas relacionados con el razonamiento según la lógica. Específicas: Aplicaciones de estos razonamientos en modelos computacionales	
Aprendizaje esperado	El alumno conocerá la lógica matemática en lo que se llama lógica de predicados para definir variables dentro de enunciados y que estos puedan ser utilizados con el algebra declarativa y la inducción matemática para la prueba y validación de argumentos..	
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Computadora - Word - Internet 	
<u>Papel del docente:</u>		<u>Papel del alumno:</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Tener en cuenta que durante el desarrollo de las actividades el docente dirige. • Evaluar trabajos de los alumnos. 		<ul style="list-style-type: none"> • Receptor de la información que proporcione el docente • Debe haber disposición por parte del alumno para aceptar el aprendizaje significativo. • Realizar las actividades de investigación y entregar el reporte señalado.
Secuencia didáctica		
Inicio		
Postulados	Actividades: Tiempo estimado: 45 minutos	
Tomar en cuenta estructuras cognitivas previas: -El alumno ya conoce la lógica proposicional. -El algebra declarativa. -Reglas de inferencia.	Apertura del subtema en clase. Activación de conocimientos previos a través del repaso de los siguientes temas en forma de preguntas de exploración, que deberá de responder el alumno en un reporte. Varias de estas preguntas ya forman parte del conocimiento del alumno en semestres anteriores, y son parte de sus competencias previas: - ¿Qué es lógica proposicional? - ¿Qué es algebra proposicional? - ¿Qué es una tautología? - ¿Qué son las reglas de inferencia?	
Desarrollo		
Postulados	Actividades Tiempo estimado: 2 horas	

<p>-Vincular una nueva información con un concepto relevante pre-existente en una estructura cognitiva.</p> <p>-Tomar en cuenta los inclusores y/o conceptos que ya trae en la estructura cognitiva de los alumnos y que les permiten aprender la nueva información.</p> <p>-Transmisión de conocimientos significativos que pueda usar el alumno considerando su estructura cognitiva y las ideas de anclaje para que pueda conectarlas con la nueva información de manera no lineal y significativa.</p>	<p>El maestro explica apoyado con diapositivas los siguientes conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué son los cuantificadores? • La lógica de predicados • Repasa brevemente las reglas de inferencia. • Explica el algebra declarativa. • Explica cómo se aplica la inducción matemática. <p>El alumno deberá de realizar un trabajo de investigación en equipo y entregar un informe con base en la rúbrica que se anexa.</p>
Cierre	
Postulado	Actividades Tiempo estimado: 1 hora
<p>Se debe percibir las modificaciones y evolución de la nueva información; la nueva información modifica la estructura cognitiva y fortalecer las debilidades encontradas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor realiza el cierre de la sesión mediante conclusiones. • El profesor Informa las actividades que deberán de hacer los alumnos que consiste en un trabajo de investigación con base en los temas presentados en la sesión de inicio y de desarrollo. Se anexa la rúbrica correspondiente.
Adecuaciones curriculares	<p>Se realizan cuando un alumno requiere mayor apoyo para lograr ampliar los conceptos sobre lo trabajado</p>
Evaluación	<p>Observar si los alumnos lograron ampliar los conceptos trabajados y/o relacionar la información nueva con la ya existente mediante la elaboración de un reporte de investigación con forme a la rúbrica que se anexa al presente documento.</p>

El trabajo de investigación deberá de contener lo siguiente:

1. Portada (título del trabajo, integrantes, grupo, fecha)

2.Contenido o índice

3.Respuesta de las siguientes preguntas:

- ¿Qué son los cuantificadores, su historia?
- Describa el cuantificador universal.
- Describa el cuantificador existencial.
- Dar dos ejemplos de enunciados con cuantificadores (uno universal y uno existencial)

4. Sobre el algebra declarativa

- a. Definición del algebra declarativa.
- b. Dar dos ejemplos de aplicación del algebra declarativa.

5. Inducción Matemática.

- c. Definir que es la inducción matemática.
- d. Dar dos ejemplos del uso de la inducción matemática.

6. Bibliografía.

Nota:

- El archivo deberá de ser colocado en la plataforma como respuesta a la tarea señalada por el profesor (sugerencia).
- Es suficiente con que un solo miembro del equipo suba a la plataforma el trabajo

A continuación, se muestra la rúbrica de la investigación

Trabajo de investigación: Lógica Matemática

RÚBRICA.

CATEGORIA	Notable = 5	Bueno =4	Suficiente = 2	Insuficiente = 0
1. Portada: - Identificación - Título - Autores - Fecha 2. Contenido.	El documento contiene los 2 elementos indicados: La portada, contenido.	Contiene solo uno de los dos elementos: Portada o contenido.	Contiene uno de los dos elementos o los dos incompletos.	No contiene ninguno de los elementos indicados: La portada, contenido.
3. Respuestas a las preguntas del punto 3	Respondió correctamente a las 4 preguntas	Respondió correctamente a 3 preguntas	Respondió correctamente a 2 preguntas.	Sólo respondió a una pregunta o a ninguna
4. Respuestas a las definiciones del punto 4	Respondió correctamente a las 2 definiciones.	Respondió correctamente a 1 y media definiciones.	Respondió correctamente a 1 definición.	No respondió a ninguna.
5. Dar 2 ejemplos del uso de la inducción matemática	Cumplió completamente con los dos ejemplos.	Cumplió completamente con un solo ejemplo.	Cumplió parcialmente un ejemplo o con los dos.	No cumplió con ningún ejemplo.

6.Bibliografía.	Puso al menos 4 referencias.	Puso al menos 3 referencias.	Puso al menos 2 referencias.	Puso solo una referencia o ninguna.
Total:	30	24	12	NA

Ejercicios de la unidad temática.

1. Menciona dos conectores lógicos y las características de sus tablas de verdad.
2. Escribe la tabla de verdad del Xor.

Filmografía:

- a) <https://www.youtube.com/watch?v=vKe0UKSpNQQ&list=PLeySRPnY35dHBYcVHPisjBCVHBa954rMZ>
- b) <https://www.youtube.com/watch?v=763OVDQ0kqw>
- c) <https://www.youtube.com/watch?v=3FuB6hoCHrU>

Tema 4. Algebra de Boole

4.1. Optimización de expresiones booleanas

Realiza la optimización de las siguientes expresiones booleanas:

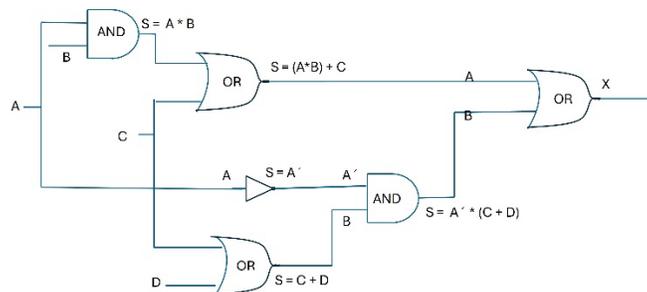
a) $F = A(B + C) + ABC' + A'B + ABC + ABC$

b) $S = XYZ + XY + X'Z + XYZ' + YZ$

4.2. Representación de expresiones booleanas mediante circuitos lógicos.

Realiza la representación de la siguiente expresión del algebra de Boole mediante su equivalente en un circuito lógico, este es un ejemplo de un caso.

a) $X = (A*B) + C + A'*(C+D)$



Tema 5. TEORÍA DE GRAFOS

5.1. Elementos, características y componentes

1. Dar tres ejemplos del uso de grafos para representar algo del mundo real.

a) **Representación de un algoritmo de computadora.**

- Los grafos se pueden utilizar para representar un algoritmo computacional.

b) **Representación de un plan.**

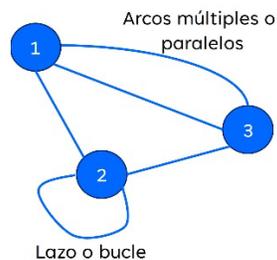
- Los grafos se pueden utilizar para hacer la representación de un plan de acción, incluso para encontrar rutas críticas.

c) **Modelar un sistema.**

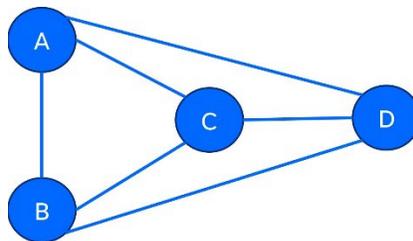
- Los grafos se pueden utilizar para modelar un sistema dinámico, por ejemplo, la forma en que trabaja una fábrica de ensamblaje.

2.El alumno deberá de dar 3 ejemplos del uso de nodos para modelar algo de la vida real.

3. Con base en la siguiente figura se deberá de definir el grado del grafo

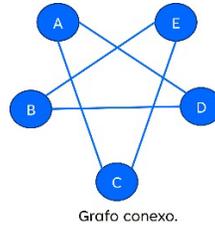


4. Con base en la siguiente figura se deberá de definir el tipo de grafo.

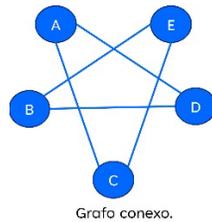


5.2. Representación de los grafos.

1. Hacer la representación Matemática del siguiente grafo, por medio de matriz de adyacencia.

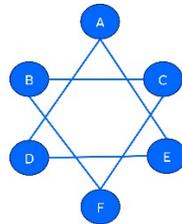


2.- Hacer la representación Computacional del siguiente grafo por medio de una matriz de incidencia.

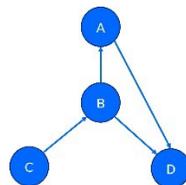


5.3. Algoritmos de recorrido y búsqueda

1. Hacer el recorrido del del siguiente grafo y como queda con su recorrido en anchura.



2.- Hacer el recorrido del del siguiente grafo y como queda con su recorrido en profundidad.



Algunos ejemplos de recorridos ya fueron presentados en la descripción del tema correspondiente.

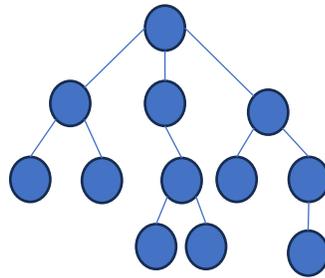
Tema 6. Árboles y Redes

6.1. Árboles

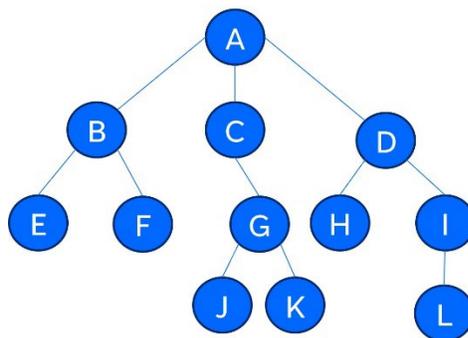
A. Responda las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es un árbol?
2. ¿Cuáles son los componentes de un árbol?
3. A qué se le llama profundidad de un árbol

B. Con base en la siguiente figura de un árbol, identifique todas sus propiedades.

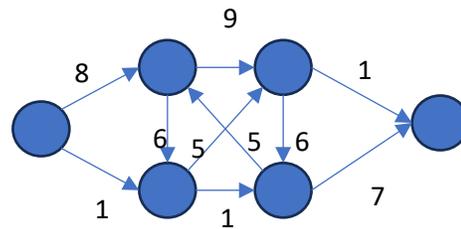


C. Explique el algoritmo de recorrido den Posorden del árbol mostrado en la figura anterior



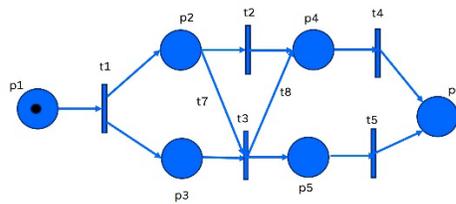
6.2. Árboles con peso

Con base en la siguiente figura identifique el recorrido de flujo máximo



6.3. Pareos y Redes de Petri

Muestra cuales serían los posibles movimientos del Tag con base en la siguiente Red de Petri.



8 ANEXO 2.
INSTRUMENTACIÓN DIDÁCTICA

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 1 de 22

Instituto Tecnológico de Chetumal
Subdirección Académica
Instrumentación Didáctica para la Formación y Desarrollo de Competencias Profesionales
 Periodo: Agosto 2024 – Diciembre 2024

Nombre de la asignatura: MATEMÁTICAS DISCRETAS (AEF-1041)

Plan de estudios: ISIC-2010-224 INGENIERÍA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

Horas teoría–horas prácticas –créditos: 3-2-5

1. Caracterización de la asignatura:	<p>Esta asignatura aporta al perfil del egresado los conocimientos lógico-matemáticos para entender, inferir, aplicar y desarrollar modelos matemáticos tendientes a resolver problemas en el área de las ciencias computacionales.</p> <p>Es el soporte para un conjunto de asignaturas que se encuentran vinculadas directamente con las competencias profesionales que se desarrollarán, por lo que se incluye en los primeros semestres de la trayectoria escolar. Aporta conocimientos a las asignaturas de Estructura de Datos y Redes de Computadoras con los conceptos básicos de Grafos y Árboles.</p>
2. Intención didáctica:	<p>La asignatura se organiza en seis temas de aprendizaje. Los dos primeros temas abordan conceptos básicos que serán utilizados a lo largo de curso, mientras que los cuatro restantes analizan contenidos propios del área de las ciencias computacionales.</p> <p>El primer tema se revisan los procedimientos para realizar la conversión entre diferentes bases numéricas, examinando las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, buscando que el estudiante analice y genere un procedimiento general de conversión entre bases numéricas.</p> <p>Los conceptos básicos de conjuntos y relaciones son revisados en el tema dos de la asignatura, en ella se analiza las características, propiedades y operaciones entre conjuntos, mismos que serán validados en los temas de álgebra booleana y lógica matemática. Por otro lado, los tópicos concernientes a las relaciones se abordan por medio del conocimiento del producto cartesiano, enfatizando en las</p>

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 2 de 22

	<p>relaciones de tipo binario y su representación. Adicionalmente se revisan las propiedades, relaciones de equivalencia, órdenes parciales y funciones como casos particulares de relaciones.</p> <p>Por su parte el tema tres, hace un análisis de la lógica proposicional con la finalidad de llegar a procesos de demostración formal, así mismo se examinan los conceptos de lógica de predicados y algebra declarativa. El concepto de inducción matemática es abordado en forma particular dada su aplicación en proceso de análisis y demostración de modelos matemáticos.</p> <p>En el tema cuatro, se estudian los teoremas y postulados con operaciones básicas en la simplificación de expresiones booleanas.</p> <p>El penúltimo tema de la asignatura, proporciona los conocimientos relacionados con la Teoría de grafos: conceptos básicos, representación, clasificación; así como los algoritmos de recorrido y búsqueda son analizados para su posterior aplicación. Finalmente, el tema seis Árboles y redes son revisados como un caso especial de grafos. Los contenidos se abordarán de manera secuencial como lo marca el programa, buscando la aplicación del conocimiento, basado en actividades que promuevan en el estudiante el desarrollo de sus habilidades para trabajar en equipo y llevar el conocimiento a la práctica, buscando con ello que integre ese saber a su experiencia personal mediante un aprendizaje significativo.</p> <p>La extensión y profundidad de los temas será la suficiente para garantizar que el estudiante logre las competencias señaladas oportunamente.</p> <p>El docente además de ser un motivador permanente en el proceso educativo deberá ser promotor y director de la enseñanza a través de la transmisión del conocimiento, así como la aplicación de sus habilidades y destrezas utilizando las herramientas tradicionales y digitales a su alcance para cautivar a sus estudiantes e interesarlos en el tema.</p>
3. Competencia de la asignatura:	Comprende y aplica los conceptos básicos de lógica matemática, relaciones, grafos y árboles para aplicarlos a modelos que resuelvan problemas computacionales.

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 3 de 22

4. Análisis por competencias específicas:

Competencia No. 1: Sistemas Numéricos

Descripción: Comprende y aplica las conversiones entre los diferentes sistemas de numeración para su aplicación en problemas computacionales.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
1.1 Sistemas numéricos (Binario, Octal, Decimal, Hexadecimal) 1.2 Conversiones entre sistemas numéricos 1.3 Operaciones básicas (Suma, Resta, Multiplicación y División) 1.4 Aplicación de los sistemas numéricos en la computación	Investigar en diferentes fuentes el concepto de sistema numérico, historia de los sistemas numéricos, utilidad y tipos de sistemas numéricos. <input type="checkbox"/> Discutir en equipos la información investigada para llegar a conclusiones por equipos y finalmente grupal. <input type="checkbox"/> Elaborar en equipos de trabajo un procedimiento general para convertir un número decimal a su equivalente en otro sistema numérico posicional. <input type="checkbox"/> Investigar los procedimientos para convertir del sistema binario a octal y hexadecimal, de	<ul style="list-style-type: none"> • Encuadre del curso • Proporcionar el temario del curso. • Proporcionar la calendarización del curso. • Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. • Exponer los temas indicados por la unidad temática. • Fomentar debates entre los estudiantes sobre lo que se entiende como simulación • Aplicar evaluación escrita de acuerdo a lo visto en clase. 	Habilidad de aplicar los conocimientos en la práctica. <input type="checkbox"/> Responsabilidad social y compromiso ciudadano. <input type="checkbox"/> Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y comunicaciones. <input type="checkbox"/> Habilidad de investigación. <input type="checkbox"/> Habilidad de aprender y actualizarse permanentemente.	5 horas teóricas, y 5 prácticas

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 4 de 22

	<p>octal a binario y hexadecimal, y de hexadecimal a binario y octal.</p> <p><input type="checkbox"/> Representar y convertir cantidades en los sistemas numéricos: decimal, binario, octal y hexadecimal.</p> <p><input type="checkbox"/> Por medio de una hoja electrónica de cálculo desarrollar un método para llevar a cabo conversiones entre sistemas posicionales.</p> <p><input type="checkbox"/> Realizar operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división en los sistemas decimal, binario, octal y hexadecimal</p>		
--	---	--	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Sistemas numéricos	25%
B. Conversión de sistemas numéricos	25%
C. Operaciones de sistemas numéricos	25%
D. Aplicaciones de sistemas numéricos	25%

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 5 de 22

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	91 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial, al menos 80%.	81 - 90
	Bueno	Que cumplan con al menos en su totalidad con dos indicadores.	71 – 80
	Suficiente	A, B, C, D y E se cumplan parcialmente 50%	70
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con al menos el 50% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

Matriz de evaluación:



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL

Fecha de Aprobación:
22 Noviembre 2022

Revisión: 4

Nombre del formato:
Instrumentación Didáctica.

Sistema Integral de Gestión:
ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6
14001:2015
ISO 45001:2018

Página 6 de 22

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance					Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	E	
Asistencia	10%	X(10)		X(45)	X(45)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%	X(25)	X(25)	X(25)	X(25)		Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(50)	X(50)		Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(25)	X(25)	X(25)	X(25)		calificación
Total		15	15	40	30		

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 7 de 22

Competencia No. 2: Conjuntos y relaciones

Descripción: Conoce los conceptos básicos de la lógica proposicional, lógica de predicados y álgebra declarativa.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
2.1 Características de los conjuntos y subconjuntos 2.2 Operaciones con conjuntos 2.3 Propiedades y aplicaciones de los conjuntos 2.4 Conceptos básicos: producto cartesiano y relación binaria 2.5 Representación de las relaciones 2.6 Propiedades de las relaciones 2.7 Relaciones de equivalencia 2.8 Funciones 2.9 Aplicaciones de las relaciones y las funciones en la computación	características y propiedades de los conjuntos, operaciones entre conjuntos y aplicación de los conjuntos. <input type="checkbox"/> Elaborar un mapa conceptual donde se represente el producto de la investigación realizada. <input type="checkbox"/> Representar información del ambiente cotidiano utilizando conjuntos, resolver problemas con las operaciones de conjuntos (unión, conjunción, complemento, diferencias, conjunto potencia). <input type="checkbox"/> Investigar la representación de conjuntos y sus operaciones mediante Diagramas de Venn, en grupos de trabajo resolver problemas que muestren esta técnica, como una manera de ilustrar y comprender mejor la operación entre conjuntos. <input type="checkbox"/> Elaborar una lista de aplicaciones de los conjuntos en el área de la computación. <input type="checkbox"/> Investigar los conceptos de: producto cartesiano, relación y relación binaria. <input type="checkbox"/> Utilizando conjuntos, matrices y diagramas de flechas presentar ejemplos de relaciones. <input type="checkbox"/> Resolver ejercicios de las operaciones que pueden realizarse entre relaciones (unión,	<ul style="list-style-type: none"> • Encuadre del curso • Proporcionar el temario del curso. • Proporcionar la calendarización del curso. • Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. • Exponer los temas indicados por la unidad temática. • Hacer mesas redondas donde se planteen los cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo. • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	Identifica la importancia de la lógica proposicional en aplicaciones computacionales. <input type="checkbox"/> Habilidad de aplicar los conocimientos en la práctica. <input type="checkbox"/> Responsabilidad social y compromiso ciudadano. <input type="checkbox"/> Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y comunicaciones. <input type="checkbox"/> Habilidad de investigación. <input type="checkbox"/> Habilidad de aprender y actualizarse permanentemente.	5 horas teóricas y 5 prácticas

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL

Fecha de Aprobación:
22 Noviembre 2022

Revisión: 4

Nombre del formato:
Instrumentación Didáctica.

Sistema Integral de Gestión:
ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6
14001:2015
ISO 45001:2018

Página 8 de 22

	<p>Resolver ejercicios donde una relación que no tenga la propiedad de equivalencia, adquiera está aplicando las cerraduras reflexiva, simétrica y transitiva.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Determinar cuándo una relación sea de orden parcial y determinar el diagrama de Hasse de dicha relación. <input type="checkbox"/> Realizar un cuadro comparativo entre una relación de equivalencia y una de orden parcial, identificando sus coincidencias y diferencias. <input type="checkbox"/> Elaborar un resumen con las aplicaciones de las relaciones de equivalencia y orden parcial en las ciencias computacionales. <input type="checkbox"/> Analizar los diferentes tipos de funciones (inyectiva, suprayectiva, biyectiva). <input type="checkbox"/> Presentar ejemplos del ambiente cotidiano donde se muestre el comportamiento de estas funciones, representar gráficamente los resultados (intersección, complemento, inversa y composición). <input type="checkbox"/> Construir ejemplos de manera individual que presente las propiedades de una relación <p>Resolver ejercicios donde una relación que no tenga la propiedad de equivalencia, adquiera está aplicando las cerraduras reflexiva, simétrica y transitiva.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Determinar cuándo una relación sea de orden parcial y determinar el diagrama de Hasse de dicha relación. <input type="checkbox"/> Realizar un cuadro comparativo entre una relación de equivalencia y una de orden parcial, identificando sus coincidencias y diferencias. 			
--	--	--	--	--



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL

Fecha de Aprobación:
22 Noviembre 2022

Revisión: 4

Nombre del formato:
Instrumentación Didáctica.

Sistema Integral de Gestión:
ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6
14001:2015
ISO 45001:2018

Página 9 de 22

	<input type="checkbox"/> Elaborar un resumen con las aplicaciones de las relaciones de equivalencia y orden parcial en las ciencias computacionales. <input type="checkbox"/> Analizar los diferentes tipos de funciones (inyectiva, suprayectiva, biyectiva). <input type="checkbox"/> Presentar ejemplos del ambiente cotidiano donde se muestre el comportamiento de estas funciones, representar gráficamente los resultados.			
--	---	--	--	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Características, propiedades y operaciones de los conjuntos	16%
B. Relaciones, conceptos básicos, productos cartesianos.	20%
C. Representación y propiedades	38%
D. Equivalencias y funciones	26%

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	91 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial, al menos 80%.	81-90
	Bueno	Que cumplan con el indicador B y C en su totalidad.	71 – 80
	Suficiente	A, B, C y D se cumplan parcialmente 50%	70

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 10 de 22

Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con al menos el 50% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA
--------------------------	--------------	--	----

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%		X(25)	X(25)	X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(60)	X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		16	20	38	26	

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 11 de 22

Competencia No. 3: Lógica matemática

Descripción: Analiza y resuelve problemas computacionales utilizando las técnicas básicas de lógica e inducción matemática

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
3.1 Lógica proposicional 3.1.1 Proposiciones simples y compuestas 3.1.2 Tablas de verdad 3.1.3 Tautologías, contradicción y contingencia 3.1.4 Equivalencias lógicas 3.1.5 Reglas de inferencia 3.1.6 Argumentos válidos y no válidos 3.1.7 Demostración formal 3.2 Lógica de predicados 3.2.1 Cuantificadores 3.2.2 Representación y evaluación de predicados 3.3 Algebra declarativa 3.4 Inducción matemática 3.5 Aplicaciones de la lógica matemática en la computación	Investigar el concepto de argumento, proposición y proposición lógica. <input type="checkbox"/> Presentar ejemplos de proposiciones lógicas. <input type="checkbox"/> Elaborar un esquema con los tipos de conexiones lógicas, su representación y tabla de verdad. <input type="checkbox"/> Representar enunciados usando para ello notación lógica. <input type="checkbox"/> Analizar ejemplos de evaluación de proposiciones lógicas compuestas mediante tablas de verdad. <input type="checkbox"/> Construir la tabla de verdad de proposiciones lógicas compuestas propuestas como ejercicios. <input type="checkbox"/> Usar una herramienta computacional para desarrollar un método que permita elaborar tablas de verdad de proposiciones compuestas. <input type="checkbox"/> Identificar cuando una proposición es una tautología, contradicción y contingencia. <input type="checkbox"/> Obtener por medio de tablas de verdad proposiciones lógicamente equivalentes, tautologías, reglas de inferencia lógica, discutir los resultados en grupos de trabajo. Investigar que es la inferencia lógica, sus silogismos y equivalencias lógicas y discutir en plenaria la información localizada para obtener conclusiones.	<ul style="list-style-type: none"> • Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. • Exponer los temas indicados por la unidad temática. • Hacer mesas redondas donde se planteen los cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo. • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	Habilidad de aplicar los conocimientos en la práctica. Responsabilidad social y compromiso ciudadano. <input type="checkbox"/> Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y comunicaciones. <input type="checkbox"/> Habilidad de investigación. <input type="checkbox"/> Habilidad de aprender y actualizarse permanentemente	7 hrs teóricas y 4 prácticas



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL

Fecha de Aprobación:
22 Noviembre 2022

Revisión: 4

Nombre del formato:
Instrumentación Didáctica.

Sistema Integral de Gestión:
ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6
14001:2015
ISO 45001:2018

Página 12 de 22

	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Resolver un problema de argumentos válidos y no válidos para determinar cuándo un argumento es válido o no, usando para ello tablas de verdad y reglas de inferencia. <input type="checkbox"/> Desarrollar ejercicios para la construcción de demostraciones formales utilizando silogismos. <input type="checkbox"/> Demostrar que dos proposiciones son lógicamente equivalentes apoyándose en las equivalencias lógicas. <input type="checkbox"/> Demostrar la validez de un teorema usando para ello la demostración formal por el método directo y el método por contradicción, apoyándose en tautologías, reglas de inferencia y equivalencias lógicas conocidas. <input type="checkbox"/> Representar enunciados usando para ello la lógica de predicados, operadores lógicos y cuantificadores. <input type="checkbox"/> Investigar el concepto de inducción matemática y el método de demostración por inducción. <input type="checkbox"/> Analizar en grupos de trabajo el proceso de resolución de problemas por el método inductivo. <input type="checkbox"/> Elaborar una lista de aplicaciones de la lógica matemática en la computación, justificando con argumentos válidos cada una de esas aplicaciones. <input type="checkbox"/> Elaborar un resumen individual donde se explique la relación que existe entre los elementos y conceptos de la lógica proposicional, de predicados, el álgebra declarativa y la inducción matemática. 			
--	---	--	--	--

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 13 de 22

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Lógica proposicional y tablas de verdad	16%
B. Lógica de predicados	20%
C. Algebra declarativa	38%
D. Inducción Matemática	26%

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	91 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial, al menos 80%.	81-90
	Bueno	Que cumplan con el indicador B y C en su totalidad.	71 – 80
	Suficiente	A, B, C y D se cumplan parcialmente 50%	70
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con al menos el 50% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Página 14 de 22

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%		X(25)	X(25)	X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(60)	X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		16	20	38	26	

Competencia No. 4: Álgebra Booleana

Descripción: Aplica los conceptos y propiedades del álgebra booleana, para optimizar expresiones booleanas y diseñar circuitos básicos con compuertas lógicas.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
4.1 Teoremas y postulados 4.2 Optimización de expresiones booleanas 4.3 Aplicación del álgebra booleana 4.3.1 Mini y maxi términos 4.3.2 Representación de expresiones booleanas con circuitos lógicos	Investigar en grupos de trabajo el concepto, historia, postulados y propiedades del álgebra booleana. <input type="checkbox"/> En reunión plenaria, discutir el material investigado y llegar a una conclusión grupal.	<ul style="list-style-type: none"> Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. Exponer los temas indicados por la unidad temática. 	Habilidad de aplicar los conocimientos en la práctica. Responsabilidad social y compromiso ciudadano. <input type="checkbox"/> Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y comunicaciones.	8 hrs teóricas y 5 prácticas



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL

Fecha de Aprobación:
22 Noviembre 2022

Revisión: 4

Nombre del formato:
Instrumentación Didáctica.

Sistema Integral de Gestión:
ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6
14001:2015
ISO 45001:2018

Página 15 de 22

	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Elaborar un mapa conceptual de los conceptos de álgebra booleana, las operaciones que se utilizan y las propiedades. <input type="checkbox"/> Resolver problemas de representación de expresiones booleanas usando para ello compuertas básicas (and, or, not y x-or). <input type="checkbox"/> Obtener expresiones booleanas a partir de una tabla de verdad que muestre todos los posibles valores de un sistema lógico. <input type="checkbox"/> Usar software para representar expresiones booleanas por medio de compuertas lógicas. <input type="checkbox"/> Simplificar expresiones booleanas usando para ello teoremas del álgebra booleana. <input type="checkbox"/> Desarrollar ejercicios de optimización de expresiones booleanas, aplicando las propiedades del álgebra booleana. <input type="checkbox"/> Resolver problemas para obtener la expresión equivalente simplificada a partir de un circuito lógico (mapas de Karnaugh). <input type="checkbox"/> Construir circuitos lógicos utilizando compuertas lógicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Hacer mesas redondas donde se planteen los cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo. • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Habilidad de investigación. <input type="checkbox"/> Habilidad de aprender y actualizarse permanentemente
--	---	--	---

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 16 de 22

Indicador de alcance	Valor del indicador
E. Teoremas y postulados	16%
F. Optimización de operaciones booleanas	20%
G. Aplicación del Algebra de Booleana	38%
H. Representación de expresiones booleanas con circuitos lógicos	26%

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	91 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial, al menos 80%.	81-90
	Bueno	Que cumplan con el indicador B y C en su totalidad.	71 – 80
	Suficiente	A, B, C y D se cumplan parcialmente 50%	70
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con al menos el 50% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

Matriz de evaluación:

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Página 17 de 22

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%		X(25)	X(25)	X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(60)	X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		16	20	38	26	

Competencia No. 5. Teoría de grafos

Descripción: Aplica los conceptos básicos de grafos para resolver problemas afines al área computacional, relacionados con el recorrido, búsqueda y ordenamiento en grafos

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
5.1 Elementos, características y componentes de los grafos. 5.1.1 Tipos de grafos 5.2 Representación de los grafos. 5.2.1 Matemática 5.2.2 Computacional 5.3 Algoritmos de recorrido y búsqueda. 5.3.1 El camino más corto 5.3.2 A lo ancho 5.3.3 En profundidad	Investigar los elementos y características de los grafos los grafos (vértice, arista, lazos, valencias, caminos) <input type="checkbox"/> Elaborar una presentación electrónica donde se identifiquen los conceptos básicos investigados. <input type="checkbox"/> Construir un esquema donde se muestren los diferentes tipos de grafos, sus características y ejemplos de cada uno de ellos. <input type="checkbox"/> Investigar y realizar un reporte cómo se representan los grafos utilizando matrices, identificar las razones	<ul style="list-style-type: none"> Encuadre del curso Proporcionar el temario del curso. Proporcionar la calendarización del curso. Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. Exponer los temas indicados por la unidad temática. 	Habilidad de aplicar los conocimientos en la práctica. Responsabilidad social y compromiso ciudadano. <input type="checkbox"/> Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y comunicaciones. <input type="checkbox"/> Habilidad de investigación. <input type="checkbox"/> Habilidad de aprender y actualizarse	8 horas teóricas y 5 prácticas

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 18 de 22

	<p>por las cuales se utilizan cada una de las representaciones y cuál es la más adecuada para su manejo en la computadora.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Investigar los diferentes algoritmos para el cálculo del número de caminos en un grafo, así como el camino más corto, analizar sus características y determinar cuál es el más óptimo. <input type="checkbox"/> Investigar cuales son las estrategias y algoritmos de búsqueda existentes, analizar los resultados en grupos de trabajo y presentar por escrito un resumen <input type="checkbox"/> Realizar ejercicios de grafos en la que se aplique búsqueda de información a lo ancho y en profundidad. <input type="checkbox"/> Usar software para determinar características, propiedades y recorridos en grafos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Hacer mesas redondas donde se planteen los cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo. • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	permanentemente	
--	--	--	-----------------	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
A. Elementos Características de los grafos	16%
B. Representación de los grafos	20%
C. Algoritmos de recorridos de búsqueda a lo ancho	38%
D. Algoritmos de recorridos de búsqueda en profundidad	26%

Niveles de desempeño:

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 19 de 22

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	95 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial.	85-94
	Bueno	Que cumplan con el indicador A en 70% y con el indicador B en su totalidad.	75-84
	Suficiente	Que A y B cumplan parcialmente	70-74
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%		X(25)	X(25)	X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(60)	X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		16	20	38	26	

Competencia No. 6. Árboles y redes

Descripción: Aplica la organización y relación entre los datos mediante procesos de ordenamiento, para resolver Problemas de programación matemática donde se hace uso de las redes.

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Página 20 de 22

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-prácticas
<p>6.1 Árboles.</p> <p>6.1.1 Componentes y propiedades</p> <p>6.1.2 Clasificación por altura y número de nodos</p> <p>6.2. Árboles con peso</p> <p>6.2.1 Recorrido de un árbol</p> <p>6.3 Redes.</p> <p>6.3.1 Teorema de flujo máximo</p> <p>6.3.2 Teorema de flujo mínimo</p> <p>6.3.3 Pareos y redes de Petri</p>	<p>Elaborar una presentación electrónica con los conceptos básicos de árboles y sus propiedades.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Diferenciar los conceptos entre un grafo y un árbol. <input type="checkbox"/> Analizar en grupos de trabajo la clasificación de los árboles, presentar un resumen de resultados. <input type="checkbox"/> Investigar los procedimientos para realizar el recorrido de un árbol, así como el ordenamiento y la búsqueda de los elementos. <input type="checkbox"/> Resolver ejercicios para el recorrido de árboles en preorden, inorden y postorden. <input type="checkbox"/> Investigar las aplicaciones de los recorridos de árboles en el área de las ciencias computacionales. <input type="checkbox"/> Estructurar la información en un árbol para llevar a cabo evaluación de ecuaciones matemáticas y ordenamiento de información por medio de sus diferentes recorridos. <input type="checkbox"/> Resolver ejercicios de búsqueda a lo ancho y en profundidad, así como el ordenamiento de información utilizando árboles. 	<ul style="list-style-type: none"> • Encuadre del curso • Proporcionar el temario del curso. • Proporcionar la calendarización del curso. • Proporcionar el material de estudio de la unidad, así como las preguntas que se irán contestando conforme se va avanzando en ella. • Exponer los temas indicados por la unidad temática. • Hacer mesas redondas donde se planteen los cuestionamientos investigados, para la retroalimentación del grupo. • Evaluar conforme a lo visto en clases y los apuntes proporcionados 	<p>Habilidad de aplicar los conocimientos en la práctica.</p> <p>Responsabilidad social y compromiso ciudadano.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y comunicaciones. <input type="checkbox"/> Habilidad de investigación. <input type="checkbox"/> Habilidad de aprender y actualizarse permanentemente 	7 horas teóricas y 4 prácticas

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
			Revisión: 4
Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018		Página 21 de 22

	<input type="checkbox"/> Realizar la decodificación de información por medio del método de Huffman. <input type="checkbox"/> Realizar un mapa mental para realizar la aplicación de flujo máximo, flujo mínimo y pareos. <input type="checkbox"/> Resolver ejercicios planteados por el profesor donde se apliquen los conceptos de flujo máximo, flujo mínimo, Pareos y Redes de Petri.			
--	--	--	--	--

Indicador de alcance	Valor del indicador
E. Componentes y clasificación de árboles	16%
F. Árboles con Peso y recorridos	20%
G. Redes Teoremas de flujo máximos y mínimos	38%
H. Pareos y redes de Petri	26%

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance	95 -100
	Notable	Cumple en su totalidad con los indicadores de alcance de manera parcial.	85-94
	Bueno	Que cumplan con el indicador A en 70% y con el indicador B en su totalidad.	75-84
	Suficiente	Que A y B cumplan parcialmente	70-74
Competencia no alcanzada	Insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente.	NA

Toda copia en PAPEL es un “Documento No Controlado”

	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 22 de 22

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicadores de alcance				Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	
Asistencia	10%	X(30)	X(30)	X(40)		Ninguna
Tareas sobre temas relacionados con la Prospectiva	20%		X(25)	X(25)	X(25)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Exposición	30%			X(60)	X(30)	Calificación y observaciones sobre los errores cometidos.
Evaluación	40%	X(30)	X(30)	X(30)	X(30)	calificación
Total		16	20	38	26	

1. Fuentes de información y apoyos didácticos

Fuentes de información:	Apoyos didácticos:
Espinoza Armenta, R., (2010), <i>Matemáticas Discretas</i> , México: Ed. Alfaomega. <input type="checkbox"/> Jiménez Murillo, J.A, (2008), <i>Matemáticas para la computación</i> , México: Ed. Alfaomega. <input type="checkbox"/> Johnsonbaugh, R, (2005), <i>Matemáticas Discretas</i> , México D.F. Grupo Editorial Iberoamérica. <input type="checkbox"/> Lipschutz, S, Lipsun, M. (2009), <i>Matemáticas Discreta</i> , McGraw Hill. <input type="checkbox"/> Rosen, K.H. (2004), <i>Matemática discreta y sus aplicaciones</i> , España: McGraw Hill. <input type="checkbox"/> Grimaldi, R.P.,(1989), <i>Matemáticas Discreta y Combinatoria (introducción y aplicaciones)</i> , Wilmington, Delaware, E.U.A.: Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Computadora portátil. 2. Cañón para computadora portátil 3. Power Point. 4. Presentaciones en Power Point. 5. Plataforma Moodle (Educación a Distancia del ITCh). 6. Aula con capacidad mínima para 30 alumnos, con contactos.

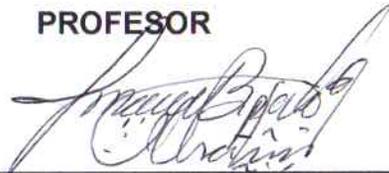
	INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHETUMAL		Fecha de Aprobación: 22 Noviembre 2022
	Nombre del formato: Instrumentación Didáctica.	Sistema Integral de Gestión: ISO 9001: 2015 8.1, 8.5.1, 8.5.2, 8.5.6, 8.6 14001:2015 ISO 45001:2018	Revisión: 4
			Página 23 de 23

1. Calendarización de evaluación en semanas:

Sermana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
TP tiempo planeado					16-20 Sep				14 - 18 Oct				11 - 14 Nov			2 - 6 Dic
TR tiempo real																
SD segui de- partamental																

Fecha de elaboración: 17 de agosto de 2024

PROFESOR



Manuel Abraham Zapata Encalada

JEFE DEL ÁREA ACADÉMICA



Carlos Eduardo Azueta León