



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO®

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación y Desarrollo
Tecnológico**

TESIS DE MAESTRÍA

Diseño de un robot bípedo bidimensional basado en
caminado de ciclo límite

presentada por

Jesús Eduardo Cortés Flores

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis

Dr. Andrés Blanco Ortega

Codirector de tesis

Dr. César Humberto Guzmán Valdivia

Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2025



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Departamento de Ingeniería Mecánica

Cuernavaca, Mor., 15/enero/2025

OFICIO No. DIM/012/2025

Asunto: Aceptación de documento de tesis
CENIDET-AC-004-M14-OFICIO

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

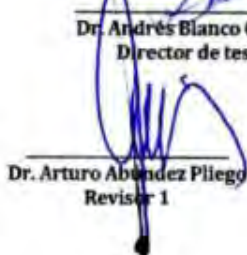
Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Jesús Eduardo Cortés Flores con número de control M23CE021, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis de grado titulado **"Diseño de un robot bípedo dimensional basado en caminado de ciclo límite"** y hemos encontrado que se han atendido todas las observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.



Dr. Andrés Blanco Ortega
Director de tesis



Dr. Cesar Humberto Guzmán Valdivia
Director de tesis



Dr. Arturo Abundez Pliego
Revisor 1



Dra. Claudia Cortés García
Revisor 2



Dr. Eladio Martínez Rayón
Revisor 3

C.e.p. Depto. Servicios Escolares.
Expediente / Estudiante
Iniciales RCA/mrs



2025
Año de
**La Mujer
Indígena**

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C. P. 62490, Cuernavaca Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 2106,
e-mail: dir_cenidet@tecnm.mx tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

cenidet





Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 17/enero/2025

Oficio No. SAC/020/2025

Asunto: Autorización de impresión de tesis

JESÚS EDUARDO CORTÉS FLORES
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Diseño de un robot bípedo dimensional basado en caminado de ciclo límite", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

A T E N T A M E N T E

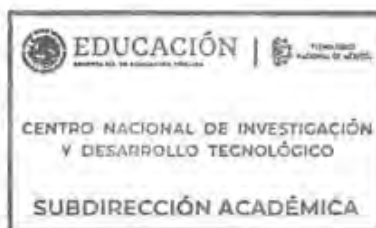
Excelencia en Educación Tecnológica®

"Conocimiento y Tecnología al Servicio de México"

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2025

Interior internado Palmira S/N, Col. Palmira,

C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, exL 4104,

cenidet
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO



Dedicatoria

A Dios, por ser la fuerza que me impulsó a superar cada obstáculo.

A mi familia, por su amor, paciencia y fe inquebrantable.

Con profundo agradecimiento, dedico este esfuerzo, que es el resultado de su apoyo incondicional.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi más sincero agradecimiento a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI), anteriormente CONAHCYT, por el apoyo económico que hizo posible la realización de este proyecto.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios y por las facilidades otorgadas durante el desarrollo de este trabajo.

A mi asesor, el Dr. Andrés Blanco Ortega, por su invaluable apoyo, orientación y acompañamiento a lo largo de este proceso.

A mis revisores, la Dra. Claudia Cortés García, el Dr. Arturo Abúndez Pliego, el Dr. Eladio Martínez Rayón y el Dr. César Humberto Guzmán Valdivia, por el tiempo dedicado a revisar este trabajo y por las observaciones que enriquecieron su contenido.

A los doctores y profesores que me impartieron clases, en especial a la Lic. Patricia Armas, por sus enseñanzas académicas y la amistad que me brindó durante este periodo.

A ti, Alexa, por ser mi mayor apoyo en este proceso. Tu amor, paciencia, comprensión y palabras de aliento me dieron fuerzas en los momentos más desafiantes.

A mis compañeros de trabajo, cuya compañía, consejos y aprendizajes compartidos enriquecieron mi desarrollo tanto profesional como personal.

Finalmente, pero con un lugar muy especial en mi corazón, a mi familia: a mi madre, mi padre, mi hermana, mi cuñado y mis sobrinos. Ustedes son mi fortaleza. Les agradezco profundamente por su amor, apoyo incondicional y paciencia, pero, sobre todo, por la fe que siempre han tenido en mí.

Resumen

En este documento de investigación se describe el diseño y la construcción de un robot bípedo con dos grados de libertad, desarrollado específicamente para ejecutar una marcha pasiva en superficies planas e inclinadas. El objetivo principal fue crear un sistema capaz de reproducir un patrón de locomoción continuo sin recurrir al uso de energía eléctrica.

Como primera etapa se desarrolló un robot bípedo de dos grados de libertad. Se realizan pruebas de marcha en una rampa con una inclinación de 1.6° . Se logró que el robot bípedo realizara una marcha en la longitud de la rampa, logrando que se tenga un ciclo límite del caminado. Posteriormente, se rediseñó el robot bípedo utilizando componentes de almacenamiento de energía, como lo es el resorte. El objetivo fue lograr una marcha en una superficie plana. Sin embargo, por los elementos que se agregaron se tuvo un incremento en la fricción, lo que ocasionó pérdida de energía y que no se lograra una marcha estable.

Además, se llevó a cabo una simulación del modelo CAD en un software especializado en sistemas multicuerpo, donde se evalúan aspectos clave como la estabilidad, la eficiencia energética y el comportamiento dinámico bajo distintas condiciones. El análisis energético realizado identifica las pérdidas de energía y la distribución de esfuerzos en el sistema, lo que resulta fundamental para optimizar el desempeño del robot tanto en superficies planas como inclinadas.

Otro trabajo importante, fue determinar los ciclos límites de las pruebas experimentales, mediante el uso de vídeos y su tratamiento con el software de Kinovea.

Abstract

This research paper describes the design and construction of a biped robot with two degrees of freedom, specifically developed to perform passive walking on flat and inclined surfaces. The primary goal is to create a system capable of reproducing a continuous locomotion pattern without relying on electrical energy.

The first stage is to develop a 2-degree-of-freedom biped robot. Walking tests are carried out on a ramp with an inclination of 1.6 degrees. The biped robot can walk the length of the ramp, achieving a walking limit cycle. The biped robot is then redesigned using energy storage components, such as a spring. The objective is to achieve walking on a flat surface. However, due to the elements that are added, there is an increase in friction, which causes energy loss, and a stable walk is not achieved.

Additionally, a simulation of the CAD model is conducted using specialized multibody system software to evaluate key aspects such as stability, energy efficiency, and dynamic behavior under different conditions. The energy analysis identifies energy losses and the distribution of forces within the system, which are essential for optimizing the robot's performance on both flat and inclined surfaces.

Another important task is to determine the limit cycles of the experimental tests, by using videos and their treatment with Kinovea software.

Contenido

1	Capítulo 1	Introducción.....	9
1.1	Definición del problema	11	
1.2	Justificación	11	
1.3	Objetivos	12	
1.3.1	Objetivo general	12	
1.3.2	Objetivos específicos.....	12	
2	Capítulo 2	Fundamentos	13
2.1	Conceptos generales	13	
2.1.1	Robot caminante dinámico	13	
2.1.2	Marcha pasiva	14	
2.1.3	Espacio de fases.....	14	
2.1.4	Atractores y ciclo límite.....	15	
2.2	Estado del arte	17	
2.3	Conclusiones de estado del arte	38	
2.4	Antecedentes	39	
2.5	Marco teórico	41	
2.5.1	Parámetros de diseño	41	
2.5.2	Dinámica de robots	46	
3	Capítulo 3	Modelado dinámico del robot bípedo	48
3.1	Análisis dinámico del modelo.....	48	
4	Capítulo 4	Diseño y desarrollo de los robots	56
4.1	Prototipo preliminar con marcha dinámica pasiva	56	
4.2	Modelo CAD del prototipo preliminar.....	57	
4.3	Selección de materiales.....	59	
4.4	Evaluación inicial.....	60	
4.5	Conclusiones y mejoras propuestas.....	61	
4.6	Prototipo con marcha dinámica pasiva (Versión final)	62	
4.7	Simulación virtual del prototipo final	63	
4.8	Proceso de fabricación del prototipo final.....	64	

4.9	Pruebas.....	66
4.10	Diseño y desarrollo del robot con elementos elásticos.....	67
4.11	Diseño del prototipo preliminar con elementos elásticos.....	68
4.12	Pruebas iniciales	70
4.13	Prototipo con elementos elásticos (Versión final).....	70
5	Capítulo 5 Análisis de resultados.....	73
5.1	Simulación del prototipo virtual sin elementos elásticos.....	73
5.1.1	Análisis energético del prototipo virtual	76
5.2	Pruebas experimentales al robot pasivo sin elementos elásticos.....	78
5.3	Resultados del prototipo virtual con elementos elásticos.....	80
5.3.1	Análisis energético de los prototipos virtuales	82
5.4	Resultados experimentales del robot pasivo con elementos elásticos.....	85
5.4.1	Resultados experimentales del prototipo sin resortes en superficie sin inclinación	87
5.5	Resultados del modelo matemático	90
5.6	Resultados de la simulación y prueba experimental.....	91
6	Capítulo 6 Conclusiones	93
6.1	Recapitulación	93
6.1.1	Robot bípedo pasivo sin elementos elásticos en superficies con inclinación	94
6.1.2	Robot bípedo pasivo con y sin elementos elásticos en superficies sin inclinación	95
6.1.3	Análisis de energía potencial y cinética del prototipo sin elementos elásticos en superficies con 1.6° de inclinación	95
6.1.4	Análisis de energía potencial y cinética de los prototipos con y sin elementos elásticos en superficies sin inclinación.....	96
6.1.5	Modelo dinámico.....	96
6.1.6	Simulación y pruebas experimentales	97
6.2	Trabajos futuros.....	97
7	Referencias	98
8	Apéndice A.....	104
9	Apéndice B	111
10	Apéndice C.....	122
11	Apéndice D	130

Lista de figuras

Figura 1.1 Derivación de la marcha pasiva [1].	10
Figura 2.1 Los atractores de tipo punto fijo.	16
Figura 2.2 Atractor periódico.	16
Figura 2.3 Caminante pasivo de McGeer [1].	18
Figura 2.4 Representación esquemática del modelo [5].	19
Figura 2.5 Mapa de Poincaré [7].	20
Figura 2.6 Marcha bípeda de compás [9].	21
Figura 2.7 A) Bípedo Cornell B) Bípedo Delft C) Bípedo MIT [10].	22
Figura 2.8 Modelo de bípedo plano telescópico con pies semicirculares [12].	22
Figura 2.9 Robot con y sin rodillas [13].	23
Figura 2.10 Andador de cuatro patas con mecanismo de bloqueo activo de rodilla [14].	24
Figura 2.11 Secuencia de imagen de un ciclo de caminata de un sujeto de prueba [14].	24
Figura 2.12 Andador pasivo dinámico con forma de radio con dos marcos cruzados [15].	25
Figura 2.13 Modelos. A) Andador con rodillas. B) Andador dinámico simple. C) Andador con torso [16].	26
Figura 2.14 Modelo de un robot bípedo con rodillas y pies planos, caminando por una pendiente [17].	26
Figura 2.15 Modelo de bípedo con accionamiento de cadera [20].	27
Figura 2.16 Sistema experimental del robot [23].	28
Figura 2.17 Modelo marcha dinámica tipo compás [25].	29
Figura 2.18 Prototipo robot bípedo semipasivo [26].	30
Figura 2.19 (a) Esquema de un robot tipo compás sin torso y (b) con torso [28].	31
Figura 2.20 Modelo 3D de Rodríguez [29].	32
Figura 2.21 Robot bípedo de Noda [30].	32
Figura 2.22 La marcha periódica bípeda comienza en la mitad de la postura [32].	33
Figura 2.23 Esquema del robot bípedo con marcha por brújula bajando una pendiente ϕ [33].	34
Figura 2.24 Modelo pasivo de una marcha en 2D y 3D [35].	35

Figura 2.25 Geometría del robot tipo compás. (2021 Added) [38].....	36
Figura 2.26 Parámetros del andador de dos enlaces y esquema de un andador de dos enlaces sobre una superficie inclinada con pendiente ϕ [39].	37
Figura 2.27 Prototipo final robot humanoide [44].	40
Figura 2.28 Prototipo final del robot cuadrúpedo controlado por CNN [45].	41
Figura 2.29 Periodo de paso y pendiente para la marcha pasiva de bípedos con distintos tamaños de pies [1].	43
Figura 2.30 Disposición general de un bípedo 2D. Incluye piernas de masa arbitraria e inercia, pies semicirculares, y una masa puntual en la cadera [1].	44
Figura 3.1 Modelo de marcha del bípedo.	49
Figura 3.2 Marco de referencia y coordenadas generalizadas.	50
Figura 4.1 Diseño preliminar robot bípedo.....	58
Figura 4.2 Prototipo preliminar.....	60
Figura 4.3 Prototipo virtual final.	62
Figura 4.4 Prototipo final desde software Adams View.....	64
Figura 4.5 Secuencia de marcha simulación.....	64
Figura 4.6 Prototipo físico final.	65
Figura 4.7 Secuencia de marcha.	66
Figura 4.8 Diseño virtual del prototipo preliminar con elementos elásticos.	69
Figura 4.9 Robot preliminar con elementos elásticos.....	70
Figura 4.10 Prototipo virtual final con elementos elásticos.....	71
Figura 4.11 Prototipo físico del robot con elementos elásticos.	72
Figura 5.1 Comportamiento angular de θ_1 y θ_2 del robot bípedo sin elementos elásticos.....	74
Figura 5.2 Velocidad angular de $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del robot bípedo sin elementos elásticos.....	74
Figura 5.3 Comportamiento de θ_1 , θ_2 , $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del robot bípedo sin elementos elásticos.....	75
Figura 5.4 Energía potencial del robot bípedo sin elementos elásticos.	76
Figura 5.5 Energía cinética del robot bípedo sin elementos elásticos.	77
Figura 5.6 Comportamiento angular de θ_1 y θ_2 del prototipo sin elementos elásticos.	78
Figura 5.7 Velocidad angular de $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del prototipo sin elementos elásticos.....	79
Figura 5.8 Comportamiento de θ_1 , θ_2 , $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del prototipo sin elementos elásticos.	80

Figura 5.9 Comportamiento angular de θ_1 y θ_2 del robot bípedo con elementos elásticos.	81
Figura 5.10 Velocidad angular de $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del robot bípedo con elementos elásticos.....	81
Figura 5.11 Ciclos de marcha.	82
Figura 5.12 Energía potencial piernas internas.....	83
Figura 5.13 Energía potencial de las externas.....	83
Figura 5.14 Energía cinética de las piernas externas.	84
Figura 5.15 Energía cinética de las piernas internas.....	84
Figura 5.16 Comportamiento de θ_1 y θ_2	86
Figura 5.17 Comportamiento de $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$	86
Figura 5.18 Diagrama de estado de fase inestable.....	87
Figura 5.19 Posición angular de θ_1 y θ_2	88
Figura 5.20 Velocidad angular $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$	89
Figura 5.21 Diagrama de estado de fase con inestabilidad.....	89
Figura 5.22 Solución del modelo matemático.	90
Figura 5.23 Comparación del comportamiento de las piernas externas en simulación y experimental.....	91
Figura 5.24 Comparación del comportamiento de las piernas externas en simulación y experimental.....	92
Figura C. 1 Comportamiento del sistema marcha 1.....	122
Figura C. 2 Comportamiento del sistema marcha 2.....	123
Figura C. 3 Comportamiento del sistema marcha 3.....	124
Figura C. 4 Comportamiento del sistema marcha 4.....	125
Figura C. 5 Comportamiento del sistema marcha 5.....	126
Figura C. 6 Comportamiento del sistema marcha 6.....	127
Figura C. 7 Comportamiento del sistema marcha 7.....	128
Figura C. 8 Comportamiento del sistema marcha 8.....	129

Lista de tablas

Tabla 4-1 Propiedades físicas del robot sin resortes.	65
Tabla 4-2 Propiedades físicas del robot con resortes	72

Simbología

Símbolo	Definición
L	Longitud total de las piernas.
k	Energía cinética.
v	Energía potencial.
q_i	Coordenadas generalizadas.
Q_i	Fuerzas externas aplicadas al sistema.
g	Gravedad.
a	Longitud de la masa al punto de contacto del pie.
b	Longitud de la masa a la articulación.
m	Masa.
J_1, J_2	Momento de inercia de la pierna de apoyo/balanceo.
x_0	Coordenada del origen en el eje x.
y_0	Coordenada del origen en el eje y.
$x_{1,2}$	Coordenada en el eje x de los centros de masa.
$y_{1,2}$	Coordenada en el eje y de los centros de masa.
θ_1	Ángulo entre la pierna de apoyo y el eje “y”.
θ_2	Ángulo entre la pierna de apoyo y la pierna oscilante.
L	Longitud total de las piernas.
k	Energía cinética.
R^n	Espacio de estados.
U	Subconjunto del espacio de estado.
A	Atractor.
ξ	Atractor periódico.
CO_2	Dióxido de carbono

R_{gir}	Radio de giro de los centros de masa
c	Distancia longitudinal al centro de masa
w	Distancia del eje longitudinal de la pierna a su centro de masa

Abreviaturas y acrónimos

<i>CENIDET</i>	Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
ASIMO	Advanced Step in Innovative Mobility
PD	Proporcional-Derivativo
NIM	Modelos neuronales inversos
2D	Dos dimensiones
3D	Tres dimensiones
DCLF	Control basado en una Función de Lyapunov por Diseño
CNN	Redes neuronales celulares
SNC	Sistema nervioso central
PLA	Ácido Poliláctico
MBD	Dinámica multicuerpo

Capítulo

1

Introducción

A lo largo de la historia, el ser humano ha buscado aprovechar su ingenio para facilitar sus actividades diarias. La creación de herramientas para la caza, la rueda en molinos de agua y viento, y las carrozas para transporte son ejemplos de intentos por aligerar el trabajo.

Con el tiempo, estos dispositivos se han perfeccionado con el objetivo de optimizar aún más las tareas, e incluso reducir la intervención humana. En este contexto, han surgido mecanismos avanzados como los robots industriales, que minimizan o eliminan la intervención directa del hombre. Sin embargo, la búsqueda de mayor confort ha llevado a crear máquinas con apariencia humana (robots bípedos) para interactuar de forma más natural con las personas.

Los robots bípedos más avanzados destacan por su gran versatilidad, siendo capaces de realizar una amplia variedad de tareas como caminar, mantenerse de pie, girar y subir escaleras, tal como lo demuestra el robot Honda ASIMO. No obstante, al evaluar estos sistemas, es crucial considerar aspectos adicionales, como el consumo energético y la simplicidad en el control de su movimiento. Una reducción en el consumo de energía durante la locomoción de un robot bípedo permite aumentar su autonomía, lo que a su vez posibilita que una mayor cantidad de energía sea destinada a otras tareas o para transportar cargas más pesadas.

Una de las soluciones clave para mejorar la eficiencia en la locomoción es reducir la cantidad de energía que los actuadores deben suministrar al sistema. Esto se puede lograr mediante un diseño mecánico adecuado, que permita aprovechar la inercia del robot. De esta forma, la

morfología y la estructura del mecanismo se convierten en elementos fundamentales para el control eficiente del movimiento, minimizando la dependencia de los actuadores para generar locomoción.

En este contexto, el análisis de la marcha debe centrarse en entender este movimiento como un ciclo límite, el cual se genera principalmente por el aprovechamiento de la gravedad y la inercia de la propia estructura mecánica, en lugar de depender exclusivamente de los motores de los actuadores. Un ejemplo claro de este enfoque son los caminantes dinámicos pasivos de McGeer, que reproducen marchas cuesta abajo aprovechando la energía proporcionada por la pendiente. En estos robots, el control de la locomoción no depende de un sistema de actuadores convencionales, sino que se deriva de la interacción entre la estructura del robot y el entorno.

En la Figura 1.1, se muestra la evolución de la caminata pasiva siguiendo el enfoque de McGeer, desde la rueda simple hasta el caminador más complejo, pasando por la rueda sin rin y la rueda sintética. Cada uno de estos modelos ilustra cómo la eficiencia energética y el control pasivo pueden ser incorporados en el diseño de robots bípedos, optimizando la locomoción sin necesidad de grandes intervenciones energéticas externas.

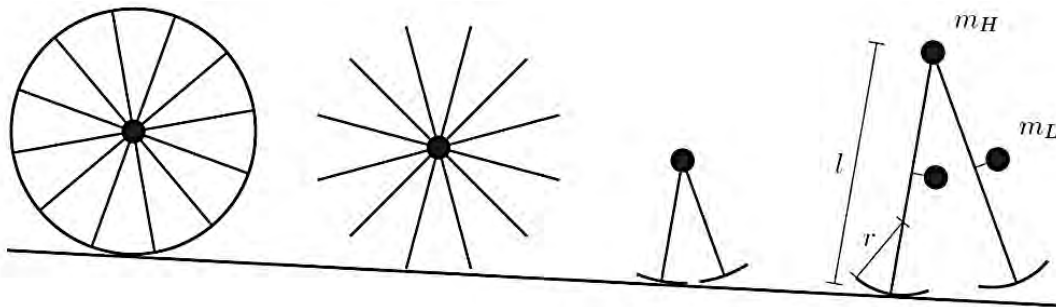


Figura 1.1 Derivación de la marcha pasiva [1].

1.1 Definición del problema

El desarrollo acelerado de nuevas tecnologías alrededor del mundo provoca un gran rezago nacional. Las investigaciones sobre robots bípedos en México están en etapa de crecimiento, por lo que se presentan diferentes problemáticas. Los robots bípedos pasivos tienen la capacidad de realizar una caminata sin uso de algún dispositivo electrónico; sin embargo, su trayectoria es corta, sobre todo en superficies planas horizontales. Por otro lado, los robots caminantes activos o electrónicos requieren una gran cantidad de sensores y actuadores para lograr la locomoción, lo que conlleva un elevado consumo de energía.

Con base en lo anterior, se plantea el desafío de diseñar y fabricar un robot bípedo caminante, capaz de mantener un ciclo límite que le permita caminar de forma continua sobre superficies inclinadas.

El segundo enfoque requiere determinar cómo el robot puede manipular la distribución de masa en su centro de gravedad y en qué dirección hacerlo para aumentar su inercia. Este ajuste busca generar un impulso que le permita continuar caminando de manera controlada.

1.2 Justificación

Un robot caminante pasivo es un mecanismo que, gracias a su complejidad mecánica, permite el aprovechamiento de la energía potencial que contiene, y la transforma en un movimiento que permite realizar una caminata. Implementando elementos elásticos, se incrementa el rango de longitud de caminata aprovechando al máximo la energía utilizada, en comparación con los robots completamente accionados.

En los robots dinámicos pasivos la marcha es más una cuestión de diseño mecánico que de control. Para el CENIDET es importante dentro de la línea de investigación de diseño mecánico, desarrollar un robot bípedo de caminado dinámico pasivo que evite el uso de actuadores o utilice actuadores únicamente para aportar un nivel de energía que permita mantener el caminado del robot en superficies planas. Esto, además, permitirá asimilar el conocimiento correspondiente.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Diseñar un robot bípedo bidimensional basado en el caminado dinámico pasivo para lograr que el mecanismo de piernas logre un caminado de forma natural.

1.3.2 Objetivos específicos

- Diseñar un prototipo virtual de un robot bípedo para analizar su ciclo de marcha bajo condiciones iniciales específicas.
- Diseñar y analizar un sistema mecánico que almacene energía para mantener una marcha estable.
- Construir un prototipo físico del robot bípedo con elementos elásticos para validar la teoría aplicada.

Capítulo

2

Fundamentos

2.1 Conceptos generales

2.1.1 Robot caminante dinámico

En primer lugar, es fundamental distinguir entre máquinas estáticas y dinámicas, ya que cada tipo opera bajo principios completamente diferentes de equilibrio y movimiento. Las máquinas estáticas son aquellas que mantienen el equilibrio estático durante todo su ciclo de operación. Para lograrlo, requieren al menos cuatro o incluso seis piernas, ya que esto garantiza que siempre haya suficientes puntos de apoyo en contacto con el suelo para evitar caídas. Sin embargo, este enfoque introduce limitaciones significativas en su desempeño, especialmente en términos de velocidad. Las aceleraciones cíclicas deben mantenerse dentro de un rango limitado para minimizar los efectos inerciales, lo que restringe su capacidad para realizar movimientos rápidos o adaptarse a cambios súbitos en el entorno. En consecuencia, las máquinas estáticas son más apropiadas para tareas que requieren estabilidad extrema, pero no velocidad o agilidad.

Por otro lado, las máquinas dinámicas poseen características que las hacen más semejantes a los seres humanos, principalmente por su capacidad de reproducir patrones de marcha utilizando un número reducido de extremidades, generalmente dos piernas en el caso de robots bípedos. Este diseño permite que las máquinas dinámicas aprovechen el equilibrio dinámico, es decir, su capacidad para mantenerse estables mientras están en movimiento, en lugar de depender únicamente del equilibrio estático. Este enfoque les otorga ventajas significativas, como mayor eficiencia energética, mayor velocidad y una capacidad superior

para adaptarse a terrenos irregulares o condiciones cambiantes. Además, el uso de menos piernas no solo simplifica su construcción mecánica, sino que también abre la puerta a aplicaciones más avanzadas que requieren maniobrabilidad y un comportamiento más humano en su locomoción [1].

2.1.2 Marcha pasiva

La marcha pasiva se refiere a un tipo de movimiento periódico que imita el patrón de la marcha bípeda, pero sin la intervención de sistemas de control activos ni dispositivos electromecánicos que inyecten energía eléctrica al sistema. En otras palabras, se trata de un proceso en el cual el robot o el sistema bípedo realiza su locomoción aprovechando exclusivamente las fuerzas naturales, como la gravedad, la inercia y la distribución adecuada de su masa, sin necesidad de actuadores o fuentes de energía externas.

Este tipo de marcha se basa en la idea de que, al igual que en la locomoción humana, el cuerpo puede mantener su movimiento de manera autónoma a través de un ciclo de balanceo en el que las piernas se mueven de forma periódica. La eficiencia de este proceso radica en el aprovechamiento de las condiciones dinámicas del sistema, como el ciclo límite, donde el robot alcanza un equilibrio entre las fuerzas que actúan sobre él. La marcha pasiva no requiere motores ni sensores complejos para funcionar, lo que la convierte en una opción muy eficiente desde el punto de vista energético.

Este enfoque tiene aplicaciones prometedoras en el diseño de robots de bajo consumo energético, ya que, al eliminar la necesidad de energía constante para controlar el movimiento, se reducen significativamente los requerimientos energéticos del sistema, lo que mejora su autonomía y eficiencia [2].

2.1.3 Espacio de fases

Un sistema dinámico es un modelo matemático que describe cómo evoluciona un sistema a lo largo del tiempo, determinado por un conjunto de reglas que dictan su comportamiento en función de su estado actual. Estos sistemas se utilizan para representar fenómenos en los que las variables de interés cambian continuamente con el tiempo, como el movimiento de un objeto o el crecimiento de una población.

Para comprender y analizar estos sistemas, se recurre al concepto de espacio de fases. Este espacio es un espacio vectorial en el que cada vector representa el estado instantáneo de un sistema dinámico en un momento específico. Las componentes del vector corresponden a las variables que describen el sistema en ese instante, tales como la posición, la velocidad u otras magnitudes relevantes, proporcionando una representación completa del estado del sistema en un punto particular en el tiempo.

Los sistemas dinámicos pueden clasificarse en tres tipos según el comportamiento de sus órbitas en el espacio de fases, denominado R^n , y más específicamente en el subconjunto U donde el sistema evoluciona. En los sistemas disipativos, U se contrae con el tiempo, lo que significa que todo movimiento tiende a disminuir hasta alcanzar una posición de equilibrio, debido a la pérdida de energía provocada por factores como la fricción. Por otro lado, en los sistemas conservativos, U permanece constante a lo largo del tiempo, ya que la energía total del sistema se conserva durante su evolución. Finalmente, en los sistemas expansivos, U se expande con el tiempo, lo que refleja un aumento continuo en la amplitud o alcance de las trayectorias del sistema.

2.1.4 Atractores y ciclo límite

El concepto de atractor está estrechamente relacionado con los sistemas disipativos, ya que son los únicos en los que el subconjunto U del espacio de fases se contrae con el tiempo. Un atractor se define como un subconjunto A dentro del espacio de fases hacia el cual convergen las órbitas del sistema. Una vez que una trayectoria alcanza el atractor, no puede escapar de él, permaneciendo confinada en su interior de manera permanente. En términos generales, se distinguen cuatro tipos de atractores; sin embargo, en este caso, se analizarán únicamente dos de ellos.

Los atractores de tipo punto fijo consisten en un único punto dentro del espacio de fases al que convergen todas las órbitas que se inician en su entorno. En el sistema dinámico ilustrado en la Figura 2.1, se observa un punto fijo localizado en el origen de coordenadas cuando el parámetro U toma valores negativos. Sin embargo, para valores positivos de U , el comportamiento del sistema cambia, generando un ciclo límite, como se muestra en la Figura 2.2.

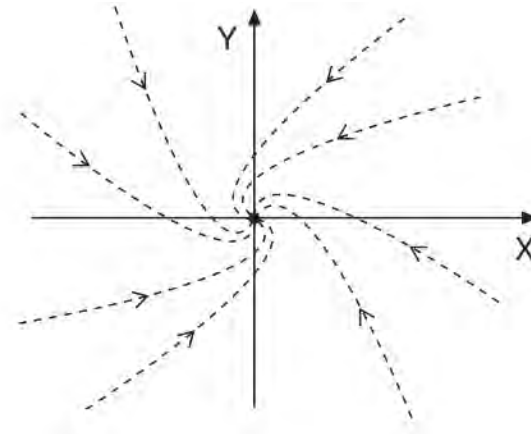


Figura 2.1 Los atractores de tipo punto fijo.

Atractor periódico o ciclo límite se define como un punto ξ para el cual existe un n tal que $f^n(\xi) = \xi$, lo que significa que la órbita se cierra; el menor entero n que satisface esta condición se denomina orden del punto periódico; un atractor periódico está compuesto por el conjunto de puntos periódicos que un vector recorre antes de regresar a su posición inicial, como se muestra en la Figura 2.2.

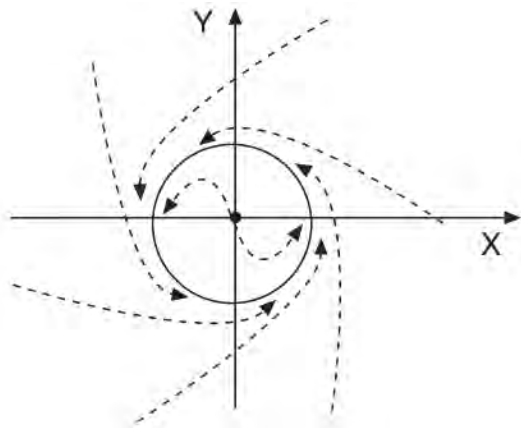


Figura 2.2 Atractor periódico.

2.2 Estado del arte

El análisis de la marcha en el movimiento humano ha sido de gran interés desde tiempos remotos, algunos de los personajes que resaltan en el estudio, son Aristóteles y Leonardo da Vinci. Uno de los primeros en estudiar el movimiento de diferentes marchas fue Eadweard Muybridge, el cual realizó importantes aportaciones al estudio del movimiento humano, mediante el uso de la fotografía seriada.

Con el paso del tiempo, los sistemas se fueron perfeccionando con la introducción de los sistemas computacionales. El laboratorio de análisis de movimiento permite el estudio de diferentes tipos de movimiento humano. El mayor desarrollo se ha enfocado en la marcha, la cual corresponde a una secuencia de movimientos coordinados y alternantes, que requieren un buen funcionamiento e interacciones estructuras a cargo del sistema nervioso central. A diferencia de lo que ocurre con los animales cuadrúpedos, donde su centro de masa se encuentra dentro de la base del soporte, la marcha bípeda es inherentemente inestable, ya que los centros de masa se encuentran por encima de la base de soporte [3].

Existe una clase de máquinas de dos piernas que tienen la capacidad de caminar sobre una pendiente ligeramente inclinada. Este tipo de máquinas adoptan un andar constante sin control ni aporte de energía, muy similar a la del ser humano. Estas máquinas (andadores pasivos) existieron desde hace muchos años atrás. En 1980 se mostraron los primeros andantes pasivos, los cuales podían caminar por pendientes poco profundas mientras se balanceaban de lado a lado para levantar alternadamente los pies. Su caminar era posible gracias a su interacción pasiva entre la gravedad y la inercia.

Estas máquinas se clasifican en dos grandes grupos, estáticos y dinámicos. Los estáticos mantienen el equilibrio a lo largo de su movimiento, sin embargo, necesitan de al menos cuatro patas e imponer restricciones de velocidad. Por otro lado, las máquinas dinámicas generalmente tienen aspecto humanoide, cuentan con menos piernas que los estáticos y pueden ser más rápidas.

McGeer, propuso una máquina que realiza caminatas dinámicas, este mecanismo estaba constituido principalmente de dos piernas rígidas articuladas en la cadera, como se muestra en la Figura 2.3. Su dinámica de marcha se reproduce en un plano longitudinal, donde la

gravedad y la inercia, por sí solas generan un patrón de locomoción sin la intervención de energía eléctrica (marcha pasiva) [1].

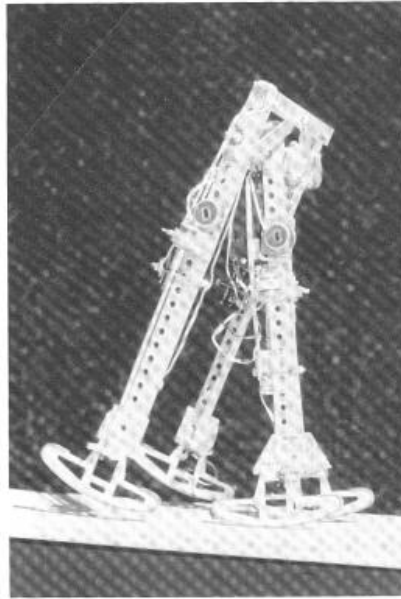


Figura 2.3 Caminante pasivo de McGeer [1].

La marcha dinámica pasiva de un mecanismo puede evaluarse observando los dos primeros pasos consecutivos. Para que esta marcha sea cíclica y estable, es fundamental que las condiciones iniciales de ambos pasos sean similares y adecuadas, permitiendo al mecanismo alcanzar su ciclo límite. Una vez logrado este ciclo límite, el bípedo lo mantendrá de manera constante, a menos que una fuerza externa actúe sobre él. En caso de perturbaciones menores, existe un conjunto de estados capaces de devolver al bípedo a su ciclo límite, garantizando así la estabilidad de la marcha cíclica [4].

El análisis básico de los modelos de locomoción bípeda se caracteriza por presentar un mayor número de incógnitas que de ecuaciones cinemáticas y dinámicas, lo que hace necesario desarrollar modelos simplificados, relaciones y suposiciones adicionales para obtener un modelo resoluble (véase la Figura 2.4). Entre los enfoques descritos en la literatura, uno de los primeros principios empleados fue el de la energía mecánica mínima, propuesto en 1972, aunque en 1976 se demostró que es poco probable que esta sea la variable efectivamente minimizada. Otro enfoque, estudiado entre 1972 y 1982, consistió en resolver el problema

de la locomoción definiendo el movimiento de las extremidades inferiores a partir de datos biológicos, imponiendo una condición de repetibilidad para generar locomoción estable; sin embargo, este análisis arrojó resultados imprecisos. En función de estos antecedentes, Hürmüzlü *et al.* argumentaron que, en una locomoción estable, el impacto desempeña un papel crucial al permitir que el sistema evite secciones de trayectorias inestables y facilite la transferencia de impulso necesaria para avanzar en la marcha [5].

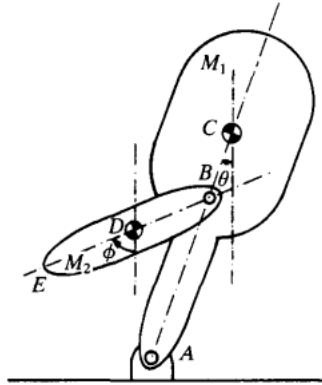


Figura 2.4 Representación esquemática del modelo [5].

En 1997, García *et al.* centraron su investigación en parámetros de control físicos en lugar de activos, como las ganancias de retroalimentación, redes neuronales o esquemas de recompensa, entre otros. En este contexto, examinaron y profundizaron en el modelo teórico y experimental de McGeer. Su trabajo reveló la posibilidad de duplicar el periodo y generar comportamientos caóticos en modelos con y sin rodilla, logrando caminatas en pendientes cercanas a cero. Además, identificaron una relación entre los caminantes sintonizados para estas pendientes y aquellos no sintonizados, desarrollando un modelo experimental tridimensional de un andador que, aunque carece de una configuración estable, es capaz de realizar locomoción [2].

Un año después, García *et al.* demostraron que su modelo más simple de marcha no controlada era capaz de caminar de manera estable, cojear y tambalearse, evidenciando una sorprendente versatilidad. Además, encontraron que el consumo de energía de este modelo se relacionaba directamente con la cuarta potencia de su velocidad, destacando la eficiencia energética inherente a este tipo de locomoción. Estos hallazgos consolidaron su enfoque

basado en parámetros físicos y reforzaron la relevancia de su trabajo en el desarrollo de modelos de marcha más simples y energéticamente eficientes [6].

Khraief *et al.*, demostraron que ciertos sistemas con patas pueden lograr marchas cíclicas estables sin necesidad de activación ni control, aprovechando la recuperación de energía perdida en la fricción y el impacto a través de la gravedad. Debido al comportamiento periódico de este tipo de robots, eventos discretos, como el contacto del pie con el suelo, pueden generar conjuntos de límites estables (Figura 2.5). Basándose en este principio, desarrollaron un robot bípedo sin rodillas y con torso capaz de caminar en un ciclo de marcha estable en una pendiente descendente, utilizando un control PD simple aplicado entre el torso y la pierna de apoyo. A través del mapa de Poincaré, es posible encontrar soluciones periódicas, y mediante una generalización de la sensibilidad de la trayectoria, analizar la estabilidad. Esto permite calcular la matriz de monodromía evaluando las sensibilidades de la trayectoria durante un periodo del ciclo límite [7].

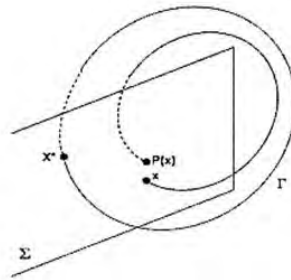


Figura 2.5 Mapa de Poincaré [7].

En 2003 se propuso un enfoque basado en el concepto de *Flatness* para el control de un caminante compuesto por dos piernas y un cuerpo central rotatorio. Este método permite una marcha "suave", considerando longitudes de paso arbitrarias y omitiendo los impactos de las piernas contra el suelo. Rouchon *et al.*, presentaron la dinámica del caminante utilizada previamente por McGee y Spong, demostrando la propiedad de planitud. A partir de esto, formuló el problema elemental de seguimiento de trayectorias "de reposo a reposo", bajo un conjunto de suposiciones razonables y restricciones físicas. Posteriormente, desarrolló un controlador de seguimiento basado en la planitud, dedicando especial atención a la

planificación de trayectorias que garantizaran simultáneamente el aterrizaje de la pierna oscilante con velocidad cero y el cumplimiento de las restricciones físicas [8].

Miyakoshi *et al.*, propusieron un modelo bípedo de marcha basado en un mecanismo tipo compás con patas telescópicas que siguen un patrón de movimiento simple, (ver Figura 2.6). Este modelo, con pies en forma de punta, es capaz de replicar características fundamentales de la locomoción humana. Al modificar la forma del pie de punta a una superficie plana, el modelo se asemeja aún más al patrón de marcha humano, logrando beneficios como una mayor estabilidad y la reducción de las fuerzas de impacto durante el contacto con el suelo. En esta investigación, se presentó un método para determinar el perfil de la superficie del pie a partir del modelo de pie en punta. Este perfil muestra similitudes con el pie humano y reproduce aspectos clave del movimiento característicos de la locomoción humana tal y como se muestra en la Figura 2.6 [9].

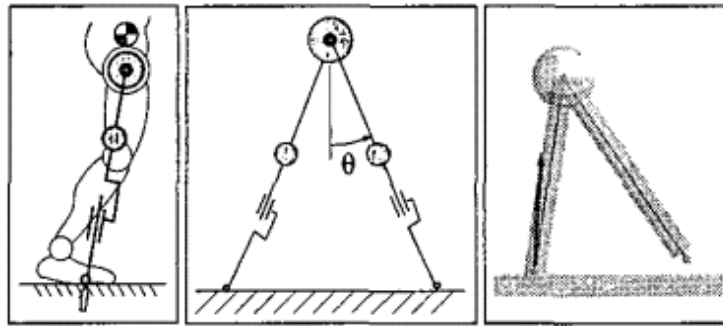


Figura 2.6 Marcha bípeda de compás [9].

Respecto a Collins *et al.*, presentaron tres robots basados en dinámica pasiva con pequeñas inyecciones de energía activa, capaces de realizar locomoción en terrenos planos (ver Figura 2.7). Estos robots utilizan menos control y energía en comparación con los modelos completamente motorizados, además de reproducir una marcha más natural. Esto resalta la relevancia de la dinámica pasiva como base para comprender la locomoción humana. También, introdujeron un enfoque innovador al estudiar la locomoción humana a través del diseño y la experimentación con máquinas caminantes, permitiendo comparar la morfología, el patrón de marcha, el consumo energético y el control humano [10].

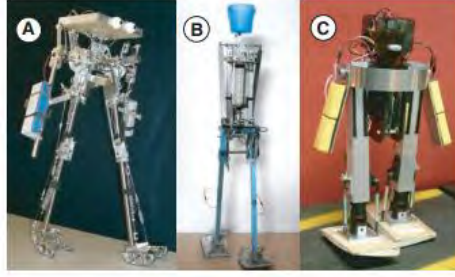


Figura 2.7 A) Bípedo Cornell B) Bípedo Delft C) Bípedo MIT [10].

En este contexto, en 2007, Harata *et al.* lograron que un robot bípedo sin extremidades realizara una caminata periódica mediante la restauración de energía cinética. Gracias a su complejidad mecánica, el robot pudo convertir energía potencial en energía cinética, facilitando el movimiento. Sin embargo, en terrenos planos este proceso no resultó efectivo, lo que requirió modificaciones en el diseño, como la incorporación de rodillas, para permitir que el robot ejecutara su marcha de manera eficiente [11].

En otro estudio, Asano *et al.* propusieron un método para generar una marcha dinámica basado en el principio de excitación paramétrica, utilizando la actuación telescópica de las piernas. Además, presentaron un modelo bípedo simple con patas telescópicas y pies semicirculares (ver Figura 2.8), junto con una ley de control de movimiento diseñada específicamente para este sistema. Los resultados teóricos demostraron que los pies semicirculares poseen un mecanismo capaz de reducir la energía disipada durante las colisiones con el talón [12].

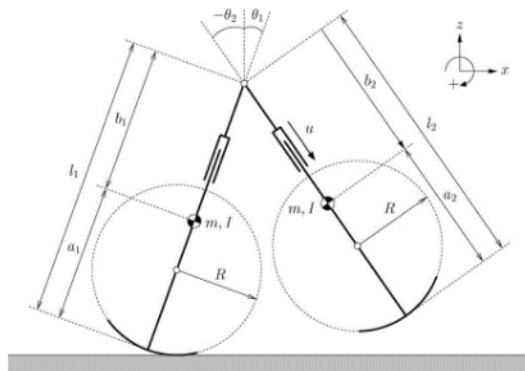


Figura 2.8 Modelo de bípedo plano telescópico con pies semicirculares [12].

Asimismo, Briones propuso el diseño de un robot bípedo pasivo con rodillas que sirva de base para el diseño de un robot activo más eficiente. Primeramente, se diseña un robot sin rodillas del cual se extrapole el diseño final, ver Figura 2.9. Para el diseño del robot sin rodillas, los resultados se derivaron de las soluciones de la formulación del modelo matemático y de las simulaciones, logrando 10 pasos en la caminata. En el caso del robot con rodillas, se realiza el modelado matemático sin llevar a cabo la solución de ellas. Al implementar el modelo en el programa se obtiene, bajo prueba y error, una caminata de 17 pasos. Para desarrollar las simulaciones se utilizó el programa SolidWorks y para los resultados numéricos Maple. En términos de consumo energético, el robot con rodillas presentó un consumo mayor que el robot sin rodillas. El principal obstáculo para reproducir la locomoción del robot pasivo fue la falta de coordinación, no obstante, esto se resolvió modificando el diseño del pie, la amplitud de los movimientos y posicionando las condiciones iniciales correctamente [13].

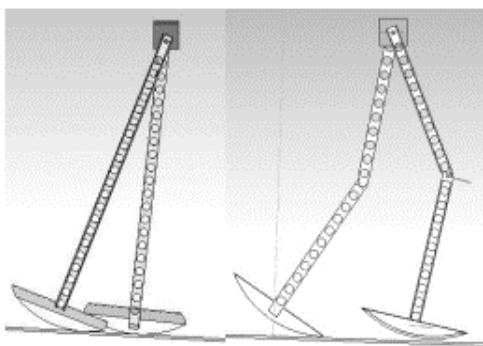


Figura 2.9 Robot con y sin rodillas [13].

Con la finalidad de mejorar las capacidades de los robots caminantes, Trifonov *et al.* construyeron una máquina pasiva-dinámica de cuatro patas; las patas externas se conectan al igual que las internas, siendo una máquina bípeda en términos de dinámica. Realizaron experimentos con dos diseños de rodilla diferentes con el intento de crear un mecanismo de bloqueo de rodilla más simple y fácil de ajustar. Además, elaboraron dos tipos de experimentos, uno analiza los pasos de los andadores con diferentes bloqueos de rodilla y el segundo analiza el ciclo de caminata de una persona, ambos experimentos se realizaron por la misma pendiente. El primer mecanismo cuenta con un bloqueo de rodilla basado en imanes

permanentes, el cual nunca pudo dar más de cinco pasos. El segundo robot, cuenta con un mecanismo de liberación activa de rodilla, aunque no es del todo pasiva. Éste mostró resultados prometedores, realizando cien ensayos se consiguió una media de cuarenta y cuatro éxitos, ver Figura 2.10. En los experimentos sobre el andador y los ciclos de marcha humana, se midieron los intervalos de tiempo entre los momentos de movimiento. Al analizar y comparar los resultados se observa que el sujeto de prueba (Figura 2.11) y el segundo mecanismo son similares entre sí [14].



Figura 2.10 Andador de cuatro patas con mecanismo de bloqueo activo de rodilla [14].



Figura 2.11 Secuencia de imagen de un ciclo de caminata de un sujeto de prueba [14].

Por otro lado, Asano investigó cómo la fase de doble apoyo afecta las propiedades de la marcha pasivo-dinámica en un robot de este tipo. El robot consta de dos marcos cruzados simétricos, cuyos centros de masa están posicionados en el eje central, véase la Figura 2.12.

Además, cada pata está equipada con una goma en su extremo, diseñada para absorber los impactos con el terreno, y cuenta con un contrapeso interno que contribuye al equilibrio y la dinámica del sistema [15].



Figura 2.12 Andador pasivo dinámico con forma de radio con dos marcos cruzados [15].

En investigaciones adicionales, Singh identificó dos enfoques principales en la marcha dinámica: el primero consiste en crear una pendiente virtual y aplicar torques en los tobillos y cadera, mientras que el segundo utiliza resortes torsionales y amortiguadores en estas mismas articulaciones.

Ambos enfoques se analizaron en función de la posición y demostraron que la estabilidad depende de mantenerse dentro del área de apoyo. Singh experimentó con métodos que generaron reglas simples para lograr una marcha continua a partir de una configuración estable.

Estas reglas se basan en dos conceptos: el empuje de tobillo, que ocurre después de que el caminante inicia la locomoción y da un empujón hasta que la pierna cruce la vertical, y la aplicación de una velocidad angular constante en el tobillo trasero hasta que la pierna delantera cruce la vertical. Usando una analogía con un mecanismo de cuatro barras simple, se realizaron simulaciones y se compararon con los resultados obtenidos del software ADAMS, confirmando que cualquier modelo que cumpla estas reglas puede mantener una locomoción continua sin interrupciones, véase la Figura 2.13 [16].

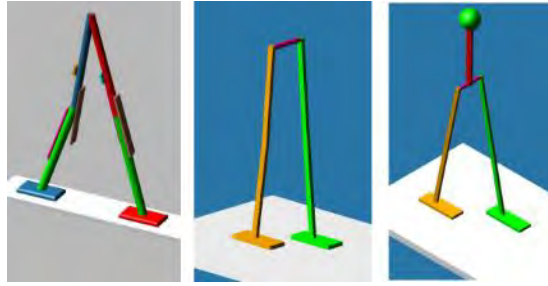


Figura 2.13 Modelos. A) Andador con rodillas. B) Andador dinámico simple. C) Andador con torso [16].

El estudio de la locomoción en robots bípedos generalmente comienza con la determinación de las trayectorias de las articulaciones y la planificación del movimiento de las extremidades. Aunque este enfoque permite obtener marchas estables, no resulta eficiente en términos energéticos. Kim *et al.*, demostraron que el modelo del robot, ilustrado en la Figura 2.14, puede caminar pasivamente por una pendiente manteniendo ciclos límite estables. La existencia de estos ciclos se confirmó mediante cálculos numéricos basados en los mapas de Poincaré. Asimismo, se evidenció que un mayor tamaño de los pies incrementa la velocidad del robot [17].

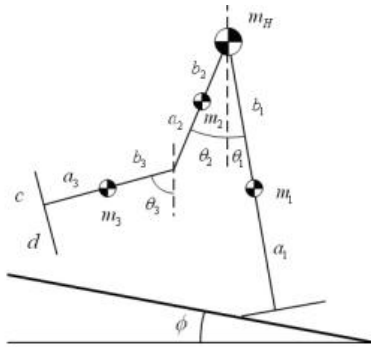


Figura 2.14 Modelo de un robot bípedo con rodillas y pies planos, caminando por una pendiente [17].

En otro sentido, Moon *et al.* analizaron un sistema de retroalimentación de energía controlado únicamente por la gravedad, desarrollando el concepto de análisis del plano de energía, aplicado en investigaciones sobre marchas dinámicas pasivas desde la perspectiva de los flujos de energía, con el propósito de describir el análisis energético de caminantes dinámicos

pasivos. Además, se observó que las interacciones de energía se equilibran incluso después de que ocurren bifurcaciones [18].

Un año después, Benallegue *et al.* constataron que los robots caminantes pasivos con extremidades que se encuentran por encima de la cadera (torso, cabeza, brazos), presentaron una mejora en la estabilidad del ciclo límite en su caminata, siempre y cuando se logren estabilizar las extremidades. Sin embargo, estabilizar la parte superior exige un gran consumo de energía, por lo que, es necesario reproducir la caminata en pendientes más pronunciadas, debido a que, al realizarla en superficies planas, se obtiene un mal desempeño [19].

Así mismo, Stopforth *et al.* diseñaron un robot bípedo pasivo dinámico, tal y como se muestra en la Figura 2.15, con rasgos antropomórficos relacionados a la locomoción. Fue diseñado para caminar pasivamente por pendientes suaves y controladas mediante actuadores en las articulaciones de la cadera. Además, presentaron una comparación de simulaciones teóricas con resultados experimentales, donde se describen las similitudes y se explican las diferencias. Cuando se estableció una condición inicial correcta, el bípedo fue capaz de realizar una locomoción consecutiva sobre una rampa cuesta abajo. Además, logró un aumento en la distancia recorrida cuando se utilizaron actuadores, comprobando que el bípedo construido tiende a caminar de la misma manera que el modelo teórico [20].



Figura 2.15 Modelo de bípedo con accionamiento de cadera [20].

En 2013, Vargas *et al.* investigaron la locomoción en robots bípedos pasivos, centrándose en la dinámica pasiva y los conceptos asociados al campo de gravedad virtual. Este término

describe la capacidad de un robot para realizar una marcha pasiva dinámica virtual usando únicamente el efecto de la gravedad, permitiendo simular el movimiento esperado de un bípedo con actuadores en superficies horizontales. Además, desarrollaron simulaciones en Matlab para un robot con forma de compás, implementando estrategias de control como el control por gravedad virtual, modelos neuronales inversos (NIM) y aprendizaje reforzado. Estas técnicas buscaron estabilizar la marcha, optimizar el consumo energético y mejorar la resistencia a perturbaciones. Aunque se lograron avances en el control de actuadores en caderas y tobillos, la estabilidad a largo plazo no fue garantizada, ya que el robot tendía a colapsar tras cierto tiempo en un plano inclinado [21] [22].

Un año después, Yamada *et al.* realizaron un robot pasivo capaz de reproducir locomoción sobre un plano inclinado, al cual se le instalaron dos motores en la cadera del robot pasivo para que este pueda realizar locomoción sobre terrenos sin inclinación, tal y como se muestra en la Figura 2.16. Además, presentaron un método para controlar los movimientos de la marcha semipasiva, aplicando una ley de control donde se combina el control proporcional-diferencial (PD) y el control energético para obtener un movimiento de marcha continuo, confirmar su validez y conocer las condiciones óptimas de marcha. El control PD se utiliza para mantener el ángulo deseado en el torso y el control de energía para balancear la pierna de atrás hacia delante. En las simulaciones numéricas, el robot realizó una marcha continuamente, sosteniendo el torso gracias a la ley de control propuesta [23].

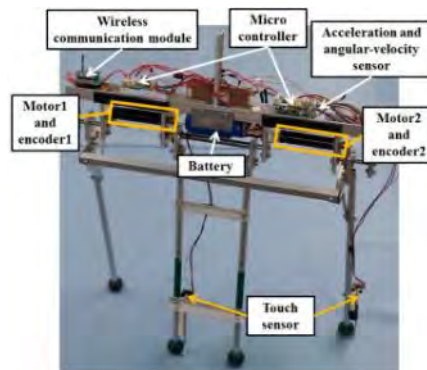


Figura 2.16 Sistema experimental del robot [23].

La asimetría en un andador pasivo, manifestada en factores como la distribución de masa, la longitud de piernas y la pendiente del camino, amplifica fenómenos como bifurcaciones y caos. Estas características contribuyen a variaciones en la longitud de los pasos durante la marcha y generan inestabilidad en el sistema [24].

Desde la perspectiva de la teoría de sistemas dinámicos y empleando el modelo de caminata más simple, como el mostrado en la Figura 2.17, se comprende el mecanismo subyacente responsable de las características geométricas del movimiento. Asimismo, se evidencia la naturaleza hiperbólica intrínseca en la dinámica gobernante, lo que contribuye a una mejor comprensión de la estabilidad del mecanismo. Sin embargo, la cuenca de atracción resulta ser extremadamente pequeña, delgada y con una estructura fractal, lo que explica la dificultad de reproducir una marcha dinámica pasiva estable [25].

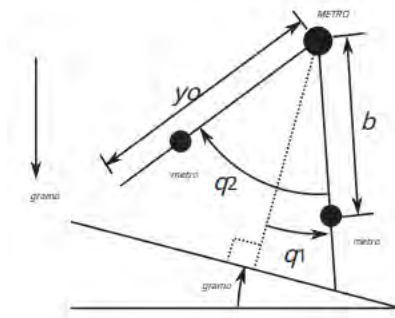


Figura 2.17 Modelo marcha dinámica tipo compás [25].

En 2016, Rasouli *et al.* presentaron un modelo de andador pasivo asimétrico simple, donde se analizaron tanto el comportamiento caótico como el periódico. A partir de datos recopilados de modelos simétricos previamente estudiados, se introdujeron dos variantes asimétricas. Para cada uno de estos modelos, se derivaron ecuaciones y se generaron diagramas de movimiento, los cuales fueron comparados con sus sistemas simétricos equivalentes. Los resultados indicaron que, en andadores pasivos asimétricos, es posible modificar la posición de cada masa en hasta un 5%. Sin embargo, se demostró que incluso una ligera alteración del 0.46% en la relación de masa puede desestabilizar el sistema, provocando que el andador pierda estabilidad y caiga [24].

Un año después, Suzuki *et al.* presentaron un robot bípedo plano capaz de reproducir una caminata continua basado en la información de la postura corporal, específicamente en terrenos horizontales. El robot mostrado en la Figura 2.18 tenía una estructura semipasiva compuesta por cinco enlaces, con dos articulaciones activas en las caderas y dos articulaciones pasivas en las rodillas, empleando el principio de la dinámica de péndulo. Se propuso e implementó un mecanismo pasivo en las rodillas, lo que permitió mantenerlas extendidas durante la fase de apoyo y facilitó el movimiento pasivo de flexión durante la fase de balanceo. Además, se utilizó un controlador que aprovechaba la retroalimentación sensorial de un sensor de posición, logrando así demostrar experimentalmente el movimiento de caminata [26].

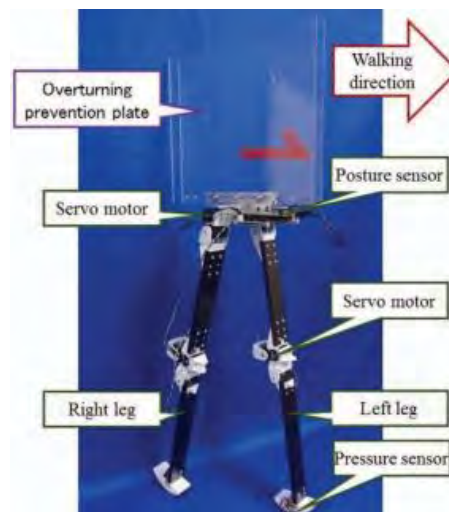


Figura 2.18 Prototipo robot bípedo semipasivo [26].

Los robots completamente actuados (activos) se caracterizan por un alto consumo de energía, ya que dependen de sensores y actuadores para generar movimiento. Para abordar esta limitación, surgieron los robots subactuados, que combinan características de caminantes pasivos con actuadores, logrando reducir significativamente el consumo energético. Por otro lado, los robots pasivos aprovechan exclusivamente la energía potencial, transformándola en energía cinética, lo que elimina por completo la necesidad de energía adicional.

En este contexto, Hussain *et al.* desarrollaron un robot subactuado inspirado en el mecanismo de una rueda sin llanta. Este sistema consistía en dos ruedas sin llanta conectadas por un eje

central. Cada rueda estaba equipada con ocho patas que alternaban su contacto con la superficie, permitiendo el desplazamiento. Este robot pasivo dinámico también incorporaba un sistema de control para mantener un movimiento constante y estable [27].

Por otra parte, en 2018 se estudiaron las propiedades dinámicas de un robot bípedo, tanto con torso, (Figura 2.19(a)), como sin él, (Figura 2.19(b)), desplazándose sobre una superficie inclinada. La investigación se centró en analizar los equilibrios y sus estabilidad, las bifurcaciones, y las cuencas de atracción. Durante el análisis de la cuenca de atracción, se observó que el modelo presenta un atractor caótico oculto, lo que añade complejidad al comportamiento dinámico del sistema [28].

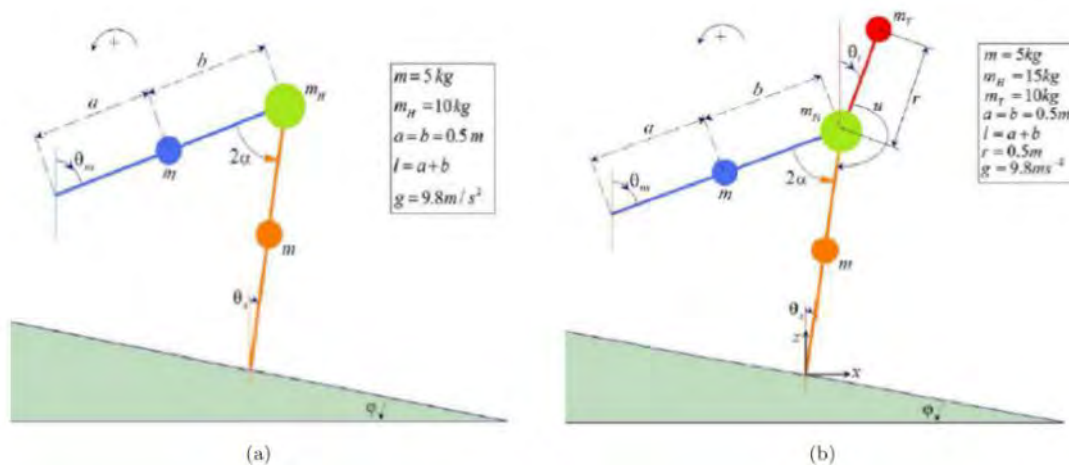


Figura 2.19 (a) Esquema de un robot tipo compás sin torso y (b) con torso [28].

En 2018, Rodríguez *et al.*, presentaron un mecanismo de tipo compás bípedo con pies curvos, accionado por un mecanismo basculante en la cadera, tal y como se muestra en la Figura 2.20. Se realizó un estudio mediante la simulación dinámica, para establecer parámetros generales de las condiciones de actuación en la marcha.

Se estudiaron las marchas cíclicas estables, el arranque, la parada y el giro. Tanto los resultados de la simulación como las pruebas experimentales proponían que, para un rango de frecuencia de excitación dado, el robot manifiesta un equilibrio y arrastre atractivo [29].

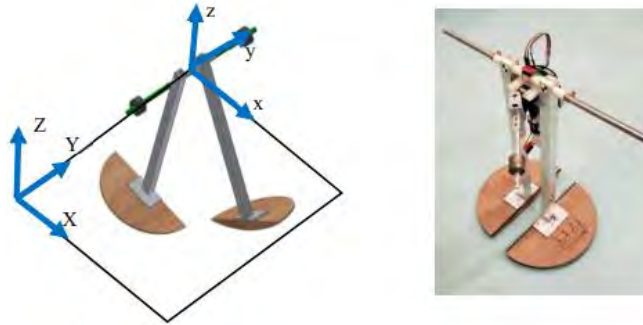


Figura 2.20 Modelo 3D de Rodríguez [29].

Por otro lado, Noda *et al.* desarrollaron un robot híbrido capaz de reproducir tanto una caminata activa como una semipasiva de manera independiente (véase la Figura 2.21). En el modo activo, todas las articulaciones eran controladas mediante actuadores, mientras que en el modo semipasivo, las articulaciones de la cadera funcionaban de forma pasiva. Para implementar estos tipos de locomoción, se construyeron tres mecanismos clave: un embrague compacto capaz de soportar el peso del robot, un controlador diseñado específicamente para la caminata semipasiva y un identificador que consideraba tanto los parámetros del robot como las condiciones del entorno. El desarrollo abordó desafíos como el diseño de patas equipadas, la parametrización de las articulaciones pasivas mediante el controlador y la identificación precisa del modelo. Este proyecto marcó un hito al lograr, por primera vez, una locomoción híbrida que combinaba caminatas activas y pasivas en un cuerpo bípedo [30].

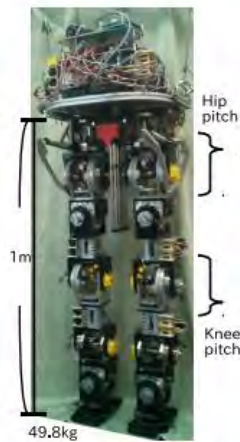


Figura 2.21 Robot bípedo de Noda [30].

Ese mismo año, Gritli *et al.* demostraron por primera vez la aparición de la bifurcación Neimark-Sacker sobre la marcha dinámica controlada del modelo marcha-compás. Esto se obtuvo a través de los mapas de Poincaré en lugar de utilizar el modelo de dinámica continua, a los diagramas de bifurcación y retratos de fase 2D del mapa de Poincaré. Además, se estableció que el caos y las bifurcaciones se convierten en la regla más que en la excepción en el andar dinámico de los robots bípedos. La aparición de la bifurcación Neimark-Sacker y el comportamiento cuasiperiódico reveló que el comportamiento de caminar no es periódico ni caótico. Sin embargo, el movimiento casi periódico parece ser irregular y luego errático [31].

Más adelante, Liu *et al.* establecieron un sistema de control basado en la función de Lyapunov de control discreto (DCLF) para un modelo pasivo simple, véase la Figura 2.22, presentando un método de transición de la marcha de un andador puramente pasivo. Primero, se introdujo el DCLF para estabilizar el proceso de caminata y planificar la trayectoria de la pierna oscilante. Además, se añadió un impulso justo antes de la pisada para poder realizar locomoción a través de terrenos llanos o cuesta arriba. Los resultados de la simulación presentan la capacidad de caminar en un entorno cambiante [32].

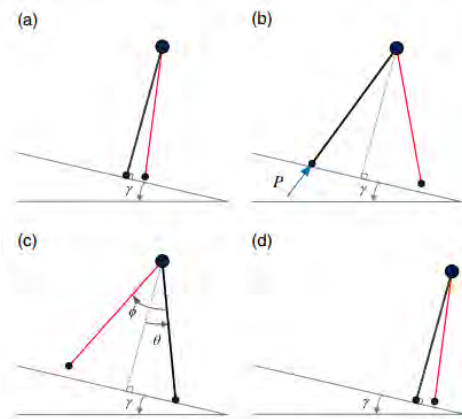


Figura 2.22 La marcha periódica bípeda comienza en la mitad de la postura [32].

Después, Znegui *et al.* desarrollaron un robot bípedo tipo compás modelado por un sistema no lineal híbrido impulsivo que muestra comportamientos complejos, como se muestra en la Figura 2.23. Además, lograron la estabilidad de la marcha dinámica pasiva del robot bípedo

mediante el diseño de una expresión analítica del mapa de Poincaré controlado. Tal método comienza con la linealización por tramos de tiempo del sistema impulsivo, alrededor de un ciclo límite híbrido pasivo periódico. Mediante el resultado de la serie de Taylor de primer orden, se diseña una expresión explícita del mapa de Poincaré controlado y una expresión simplificada que tiene una dimensión reducida. Para lograr la estabilización, primero se desarrolla el mapa de Poincaré linealizado alrededor de un punto fijo del periodo 1, adoptando una ley de control de retroalimentación [33].

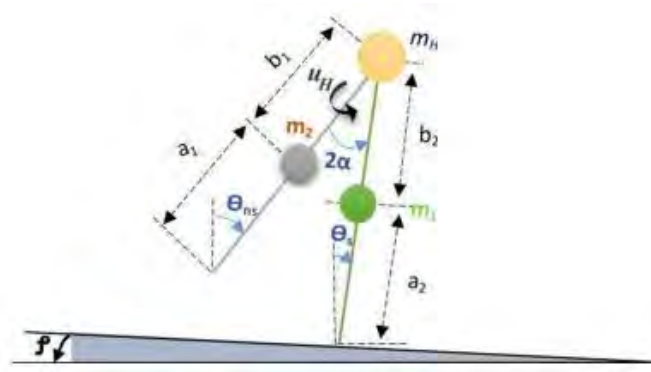


Figura 2.23 Esquema del robot bípido con marcha por brújula bajando una pendiente ϕ [33].

En línea con el trabajo anterior, se presenta un método para el diseño de una expresión clásica y analítica explícita del mapa de Poincaré para la marcha pasiva dinámica. La metodología se basa en una linealización por etapas de la dinámica impulsiva híbrida no lineal del caminante alrededor de un ciclo límite híbrido periódico. El proceso comienza con la linealización de la dinámica continua durante la fase de balanceo, así como de la dinámica discreta en la fase de impacto, con el objetivo de obtener una dinámica lineal híbrida impulsiva simplificada.

Mediante la aproximación de Taylor de primer orden, se diseña una expresión explícita del mapa de Poincaré y una versión simplificada con una dimensión reducida. Además, se desarrolla una expresión para la matriz jacobiana del mapa reducido. Finalmente, se realiza una comparación entre la dinámica no lineal híbrida impulsiva y el mapa de Poincaré desarrollado [34].

En 2020 Corral *et al.*, presentaron un enfoque general para el modelo dinámico y el análisis de un robot caminante pasivo, enfocado en la interacción de contacto entre los pies y el suelo, (véase la Figura 2.24). Se estudió y modeló el deslizamiento del pie de apoyo y la fuerza de contacto. Compararon varios modelos de fuerzas dinámicas en sistemas multi-cuerpos, lo que demostró que la fuerza normal que mejor funciona para este modelo es el modelo de fuerza de contacto. Los autores concluyen que una menor rigidez de contacto, combinada con un coeficiente de restitución elevado, permite un mejor control de los impactos entre los pies y el suelo. Además, destacaron que, aunque el factor de amortiguamiento no afecta directamente la estabilidad, sí influye en el rebote entre los pies y el suelo, lo que puede generar inestabilidad [35].

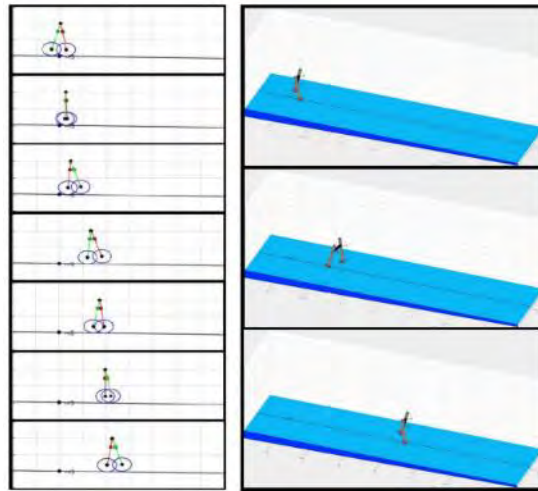


Figura 2.24 Modelo pasivo de una marcha en 2D y 3D [35].

Ese mismo año, Makarenkov demostró la existencia y estabilidad de un ciclo de marcha mediante la aplicación de métodos de teoría de perturbaciones. Además, desarrolló una herramienta capaz de verificar la existencia de un ciclo límite estable en sistemas conmutados. También, formuló un teorema de perturbación para mapas bidimensionales, lo que facilitó el estudio de la bifurcación de puntos fijos asintóticamente estables. [36].

En 2021, Martínez *et al.* propusieron un enfoque innovador de control que integró la sinergia entre la estructura del robot y las funciones de control. Este método permitió determinar simultáneamente la descripción estructural óptima, las magnitudes de torque y los intervalos

de encendido y apagado para la señal de control en un robot bípedo semipasivo. Además, aprovecharon la dinámica natural del mecanismo y la activación/desactivación de la señal de control para generar ciclos estables con un mínimo consumo de energía durante la marcha. Los autores afirman que los parámetros estructurales, como la condición inicial del plano frontal, los radios de curvatura de los pies, la masa y la amplitud del desplazamiento angular, influyen en la capacidad del robot para reproducir una caminata más eficiente y reducir el consumo energético. [37].

Added *et al.* estudiaron el análisis de la marcha pasiva de un robot bípedo tipo compás, véase la Figura 2.25 mientras desciende por superficies inclinadas. Este mecanismo de dos grados de libertad se caracteriza por una dinámica híbrida impulsiva que resalta fenómenos no lineales, como el caos y diversos tipos de bifurcaciones. A través de diagramas de bifurcación, investigaron la influencia de ciertos parámetros en el movimiento pasivo, revelando nuevos comportamientos complejos de la caminata derivados de distintas bifurcaciones, como la bifurcación de duplicación de periodo y la bifurcación de Neimark-Sacker. Demostraron que, al descender una pendiente inclinada, el robot exhibe caos y termina cayendo, lo que subraya la necesidad de un sistema de control robusto [38].

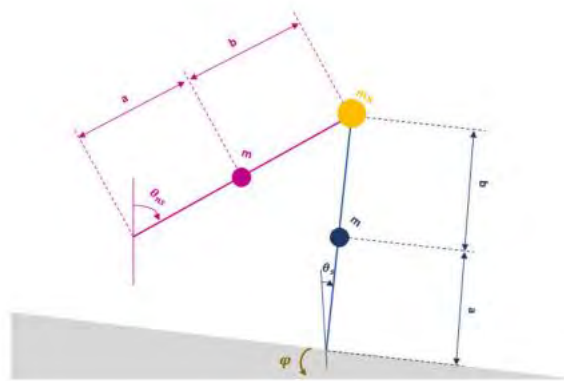


Figura 2.25 Geometría del robot tipo compás. (2021 Added) [38]

Farid *et al.*, investigaron el problema de diseñar un controlador robusto de tiempo finito para la dinámica híbrida de un sistema robótico bípedo, véase la Figura 2.26 sujeto a impactos, incertidumbre de parámetros y perturbaciones externas. Utilizaron un controlador de

posición PID en el bucle de posición y se aplicó un controlador de modo deslizante en el bucle de velocidad. Se propusieron dos técnicas de reconstrucción de perturbaciones para abordar la incertidumbre y las perturbaciones desconocidas. Utilizando la teoría de Lyapunov se demostró la estabilidad del sistema. Las estrategias de control de tiempo finito prevén un enfoque efectivo para resolver problemas de control en sistemas portuarios no lineales conmutados [39].

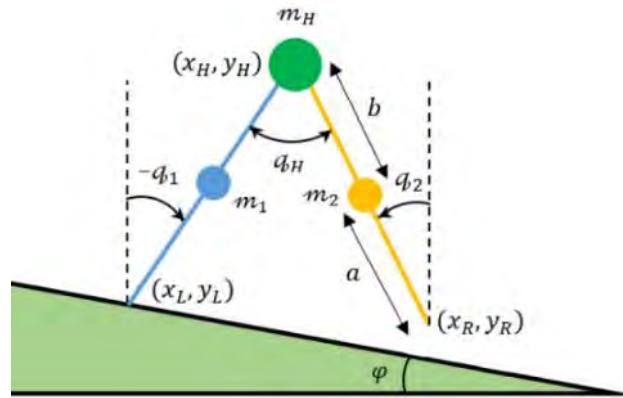


Figura 2.26 Parámetros del andador de dos enlaces y esquema de un andador de dos enlaces sobre una superficie inclinada con pendiente φ [39].

Un robot bípedo compás plano se caracteriza por su diseño simple y pasivo, en el cual no se emplean actuadores ni sensores, y por el complejo sistema dinámico que rige su marcha. Este sistema dinámico se modela mediante una dinámica impulsiva híbrida no lineal, que combina fases continuas de balanceo y eventos discretos de impacto. La transición entre estas fases introduce una alta sensibilidad a las condiciones iniciales y a los parámetros del sistema, lo que genera fenómenos complejos como caos y bifurcaciones.

Esta complejidad hace que el análisis del mecanismo locomotor bípedo mediante herramientas clásicas, como el mapa de Poincaré, sea un desafío. El mapa de Poincaré, ampliamente utilizado para estudiar sistemas dinámicos, requiere simplificar las ecuaciones de movimiento al reducirlas a un espacio de dimensión inferior. Sin embargo, en el caso de los robots bípedos planos, las interacciones no lineales y la dinámica híbrida dificultan esta simplificación, limitando su uso para investigar aspectos clave de la estabilidad y los ciclos límite del movimiento [40].

Liu *et al.*, se enfocaron en el desarrollo de un control robusto para un modelo pasivo simple, donde se estableció un sistema de control y se presentó un método de transición de la marcha basada en el estudio del andador pasivo. Modulando la longitud de los pasos y añadiendo impulsos justo antes de asentar el pie, se logró reproducir un patrón de marcha periódico sobre terrenos llanos o pendientes cuesta arriba. Además, el bípedo presentó una capacidad de caminar a través de un entorno cambiante [41].

En 2023 Zhou *et al.*, consideraron un modelo bípedo semipasivo tipo compás, el cual cuenta con dos grados de libertad y un sistema de empuje lineal. Obtuvieron las condiciones para la generación de una marcha periódica estable. Los resultados obtenidos revelaron que el impulso y el ángulo entre las dos piernas en el momento del impacto pueden influir en la estabilidad del sistema, llegando incluso a generar caos mediante bifurcaciones. Para abordar este problema, fue necesario implementar un control de bifurcación. Además, los patrones de marcha periódicos identificados pueden utilizarse para predecir comportamientos no lineales en la locomoción [42].

La importancia de los parámetros para los robots bípedos es importante para lograr una locomoción eficiente en entornos complejos. Chen *et al.*, proponen un nuevo concepto de eficiencia energética en el rango completo de marcha. Además, exploran el mecanismo de enlace óptimo dentro de ciertos rangos de longitud de zancada y velocidad de marcha. Establece un modelo bípedo que cuenta con torso y resuelve la marcha óptima sujeta a restricciones de marcha, donde analiza la influencia de los parámetros dinámicos en la eficiencia energética [43].

2.3 Conclusiones de estado del arte

En estudios previos, diversos autores han destacado la importancia de los componentes mecánicos para mejorar la estabilidad en la marcha de los robots bípedos. A partir de estas investigaciones, se identificaron los diseños más adecuados y eficientes para su desarrollo. En particular, se concluyó que los pies con geometría curva ofrecen un desempeño superior en terrenos irregulares, ya que su diseño permite una mejor adaptación al contacto con el suelo.

Por otra parte, el robot desarrollado por Trifonov *et al.*[14] presentan una configuración mecánica innovadora que elimina movimientos laterales no deseados. Esto se logra mediante un diseño con dos pares de piernas que se apoyan simultáneamente, lo cual simplifica el análisis dinámico al limitar los desplazamientos al plano bidimensional y mejora la estabilidad general del sistema.

Adicionalmente, se resalta la importancia de integrar un sistema de inyección activa o elementos elásticos en los mecanismos, ya que estos componentes juegan un papel crucial en la mejora de la locomoción en terrenos llanos. En el caso de los sistemas pasivos, la marcha depende exclusivamente de la energía potencial obtenida al descender pendientes, lo que limita su funcionamiento en superficies horizontales. La incorporación de elementos activos o elásticos permite superar esta limitación al proporcionar energía adicional que compensa la falta de inclinación.

Un sistema de inyección activa puede incluir actuadores que generen impulsos controlados en momentos clave del ciclo de marcha, como durante el despegue o la oscilación de las piernas, facilitando el avance del robot. Por su parte, los elementos elásticos, como resortes o materiales con propiedades de amortiguación, pueden almacenar y liberar energía de manera eficiente, imitando el comportamiento de los tendones en seres humanos. Esta capacidad no solo contribuye a reducir el consumo energético, sino que también mejora la estabilidad y la fluidez del movimiento.

En conjunto, estas tecnologías no solo extienden la funcionalidad de los robots bípedos a diferentes tipos de terreno, sino que también potencian su eficiencia energética y versatilidad, acercándolos más al desempeño observado en locomoción biológica.

2.4 Antecedentes

En el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), en el departamento de Ingeniería Mecánica, Guzmán desarrolló un robot humanoide diseñado para simular el movimiento natural de un ser humano al caminar. Este proyecto se enfocó en los principios de la locomoción humana, que sirven como base para el tratamiento sistemático y el manejo de alteraciones patológicas de la marcha.

La investigación incluye un análisis cinemático de una pierna, con el objetivo de determinar su posición y orientación en uno de los extremos. También se estudia el comportamiento dinámico de la pierna en movimiento, empleando el método lagrangiano.

El robot está equipado con dos brazos mecánicamente conectados a los muslos, dos rodillas con un sistema de enclavamiento, una cadera que, gracias a un sistema de engranes y cadenas, permite mantener una postura erguida, y músculos neumáticos responsables del movimiento, como se muestra en la Figura 2.27. El prototipo consume hasta tres tanques de CO₂ en un periodo de 20 minutos y cuenta con cinco grados de libertad: uno en la cadera, uno en cada rodilla y uno en cada tobillo [44].



Figura 2.27 Prototipo final robot humanoide [44].

Los robots caminantes destacan por su capacidad para desplazarse en terrenos irregulares, lo que ha motivado a los investigadores a centrar sus estudios en este ámbito. La locomoción se puede alcanzar por medio de células denominadas Redes Neuronales Celulares (CNN) que se encuentran en el sistema nervioso central (SNC). Éstas tienen la capacidad de mostrar un comportamiento rítmico sin necesidad de un estímulo. Sedeño realiza una investigación que se enfoca en aplicar las Redes Neuronales Celulares en la locomoción de un robot cuadrúpedo, (Figura 2.28) y evaluar su desempeño. Además, realiza un cambio de locomoción de caminado a trote desde la distancia mediante un control remoto [45].

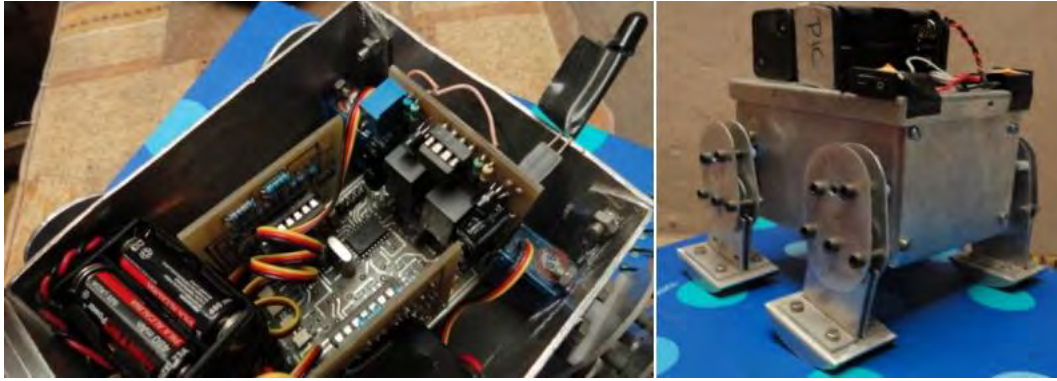


Figura 2.28 Prototipo final del robot cuadrúpedo controlado por CNN [45].

2.5 Marco teórico

2.5.1 Parámetros de diseño

Los parámetros de diseño desempeñan un papel crucial, pues permiten definir elementos clave como los materiales a utilizar, la estructura y construcción del robot, las especificaciones del banco de pruebas, y las dimensiones generales, asegurando así que el robot sea adecuado para las condiciones del terreno y los objetivos del proyecto. Además, es fundamental considerar las características del entorno en el que el robot bípedo realizará su marcha, ya que estas influyen directamente en su diseño, funcionalidad y desempeño.

En este contexto, se presenta una conceptualización detallada de los parámetros de diseño, junto con dos enfoques principales que analizan cómo las variables de diseño afectan el rendimiento de la marcha dinámica pasiva del robot bípedo:

- **Delinear las opciones de diseño:** Este enfoque implica identificar, evaluar y seleccionar entre las diversas alternativas de diseño que permitan al robot adaptarse eficientemente al entorno previsto. Aquí se consideran factores como la geometría del robot, la distribución de masas, los materiales, y los mecanismos de articulación, entre otros. Estas decisiones impactan directamente la estabilidad, eficiencia y capacidad de locomoción del robot.
- **Explorar los ciclos de marcha:** Este enfoque se centra en el análisis de los patrones de marcha que el robot puede realizar. Los ciclos de marcha representan una amplia gama de variaciones que se encuentran en los modelos bípedos 2D, lo que permite

estudiar cómo los diferentes diseños influyen en la estabilidad, periodicidad y adaptabilidad del movimiento en terrenos variados. Este análisis es esencial para optimizar la marcha dinámica pasiva, asegurando que el robot sea capaz de desplazarse de manera eficiente y estable sin necesidad de un control activo constante.

En conjunto, estos enfoques proporcionan una base integral para guiar el diseño del robot bípedo, optimizando su rendimiento y su capacidad para enfrentarse a los desafíos de locomoción en entornos reales.

El efecto de escala se refiere a los cambios en tres parámetros fundamentales: la masa (m), la longitud de las piernas (l) y la constante gravitacional (g). Estos cambios afectan distintos aspectos del comportamiento del robot bípedo:

- Cambio en la masa m : Al aumentar la masa, las fuerzas involucradas también aumentan proporcionalmente. Sin embargo, este cambio no modifica los patrones de marcha del robot.
- Cambio en la longitud de las piernas l : Un incremento en la longitud de las piernas afecta el periodo y la longitud del paso. Específicamente, el periodo del paso aumenta proporcionalmente a $1/\sqrt{l}$, mientras que la longitud del paso crece con $\sqrt{l}$.
- Cambio en la constante gravitacional g : Al variar g , tanto el periodo como la velocidad del paso se ven afectados, incrementándose ambos proporcionalmente a $\sqrt{l}$.

Este análisis de escala permite comprender cómo los parámetros físicos impactan el rendimiento de la marcha dinámica pasiva, lo que resulta crucial para diseñar robots que puedan adaptarse a diferentes condiciones.

Por otro lado, se ha observado una mejora en la marcha cuando se cuenta con un pie curvo a diferencia de un pie de punta, tal y como se muestra en la Figura 2.29. Al tener un bípedo con pie de radio igual a cero es necesaria una pendiente relativamente pronunciada, sin embargo, con un pie que tiene un radio igual al largo de sus piernas, se esperan marchas estables en pendientes con una ligera inclinación [1].

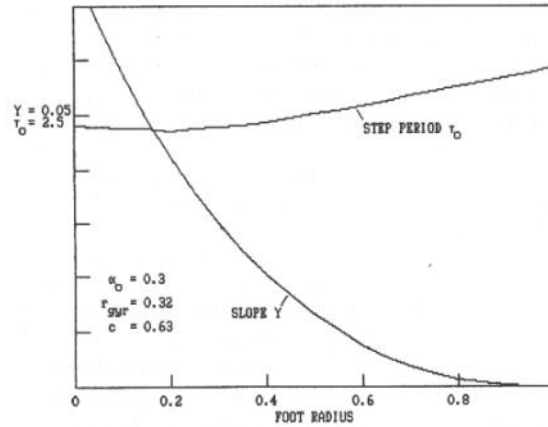


Figura 2.29 Periodo de paso y pendiente para la marcha pasiva de bípedos con distintos tamaños de pies [1].

Durante el análisis desarrollado por McGeer, el centro de masa y la inercia permanecen constantes, independientemente de las variaciones en el radio del pie. Cuando el radio del pie es igual a uno, la pendiente requerida es cero.

Por último, los bípedos con pies grandes presentan una estabilidad al tambaleo relativamente débil, pero compensan esta característica con una mayor resistencia a los empujones, en comparación con los bípedos de pies pequeños.

El radio de giro de la pierna R_{gyr} y la altura del centro de masa c , comparten aspectos similares, como se ilustra en la Figura 2.30. Incrementar R_{gyr} o elevar c manteniendo R_{gyr} constante, alarga el periodo del péndulo, lo que ralentiza la cadencia de marcha. Sin embargo, si el centro de masa está demasiado cerca de la cadera, la pierna oscilante no logra avanzar lo suficiente para evitar que la pierna de apoyo colapse, lo que provoca la desaparición del ciclo límite de marcha.

Por otro lado, reducir R_{gyr} o c puede generar una transferencia de apoyo deficiente. Si esta transferencia es demasiado ineficaz, el ciclo de marcha se vuelve inestable o incluso desaparece por completo. En estos casos, el ciclo puede recuperarse añadiendo masa a la cadera, lo que eleva el centro de masa general y mejora la estabilidad de la marcha, véase la Figura 2.30.

En el caso del ser humano, aproximadamente el 70% de la masa corporal se encuentra por encima de la cadera, lo que asegura una transferencia de apoyo favorable independientemente de las propiedades específicas de las piernas [1].

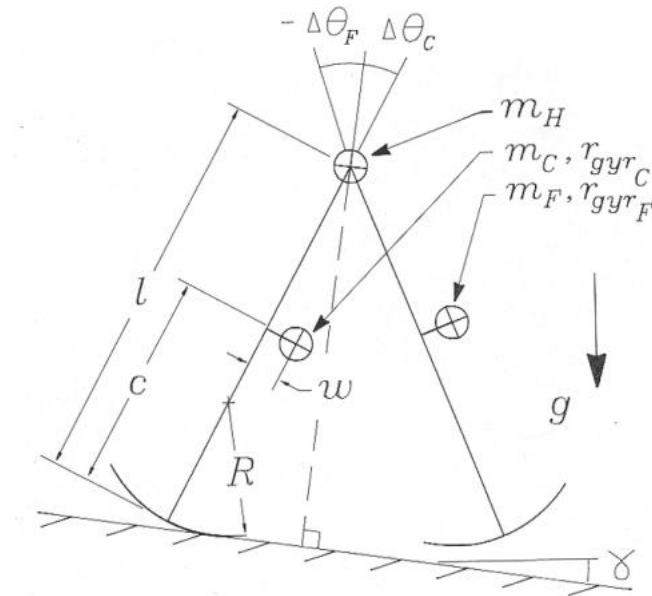


Figura 2.30 Disposición general de un bípodo 2D. Incluye piernas de masa arbitraria e inercia, pies semicirculares, y una masa puntual en la cadera [1].

Al incrementar la resistencia a caídas aplicando una fuerza inicial en el mecanismo, la transferencia de apoyo mejora considerablemente. Esta mejora es aún más significativa cuando la masa adopta la forma de un torso extendido. En esta configuración, el torso puede inclinarse hacia atrás, permitiendo que la pierna de apoyo reaccione de manera efectiva. Este movimiento genera un par de fuerzas que facilita el descenso en pendientes pronunciadas, mejorando la estabilidad y el control del robot.

La marcha pasiva demuestra una notable robustez frente a variaciones en los parámetros de diseño. Sin embargo, no es universalmente tolerante a todos los cambios, siendo la articulación de la cadera especialmente vulnerable. Por esta razón, es esencial mantener la fricción en niveles lo más bajos posible, utilizando rodamientos para minimizarla. Incluso una pequeña cantidad de fricción adicional puede provocar la desaparición de la solución cíclica, comprometiendo la estabilidad de la marcha.

Alternativas mecánicas, como aquellas basadas en estructuras de huesos y cartílagos, podrían no ofrecer un rendimiento óptimo en este contexto. Afortunadamente, es posible compensar los efectos negativos de la fricción mediante el desplazamiento lateral del centro de masa de las piernas respecto a los ejes. Si la articulación presenta una fricción significativa, la masa de la pierna puede desplazarse hacia atrás desde la línea entre el centro de curvatura de la cadera y el pie $w < 0$.

Ajustes pequeños en w , incluso de solo unos milímetros, pueden tener un impacto notable en la sensación de arranque manual, lo que hace que este parámetro no solo sea atractivo como elemento de diseño, sino también como una variable de control dinámico ajustable. Esta característica podría aprovecharse para modular la marcha paso a paso, mejorando la estabilidad y adaptabilidad del robot en tiempo real.

La solución de marcha constante se vuelve inviable cuando existe una gran discrepancia entre las masas de las piernas. Esta desigualdad provoca un desequilibrio en la dinámica de oscilación y soporte, ya que las fuerzas generadas durante el movimiento no se distribuyen uniformemente. Como resultado, la pierna más pesada tiende a dificultar el balanceo natural y afecta negativamente la transferencia de apoyo, mientras que la pierna más ligera puede carecer de la estabilidad necesaria para sostener el peso del sistema durante el ciclo de marcha.

Además, esta asimetría amplifica las pérdidas de energía debido a la fricción y genera patrones de marcha inestables que pueden llevar a la desaparición del ciclo límite. En casos severos, las discrepancias entre las masas de las piernas pueden hacer que el sistema sea incapaz de mantener la marcha pasiva, lo que obliga a implementar ajustes adicionales en el diseño. Entre estos ajustes se incluyen la redistribución de la masa mediante contrapesos o el desplazamiento del centro de masa hacia configuraciones más equilibradas, así como el uso de parámetros de control dinámico, como el ajuste de w , para compensar las diferencias y restablecer la estabilidad de la marcha [1].

2.5.2 Dinámica de robots

El estudio dinámico de sistemas conservativos se enfoca en analizar cómo se comportan los sistemas mecánicos en los que la energía mecánica total se mantiene constante a lo largo del tiempo. Esto ocurre únicamente cuando no intervienen fuerzas disipativas, como la fricción o la resistencia del medio, lo que simplifica tanto el modelado matemático como la simulación de dichos sistemas.

En este marco, el principio de conservación de la energía constituye una herramienta fundamental para comprender y describir la evolución del sistema. En lugar de recurrir a la resolución directa de ecuaciones diferenciales del movimiento, se puede optar por un enfoque basado en métodos energéticos, como el análisis lagrangiano, que se basa en la diferencia entre las energías cinética y potencial [46].

El principal desafío en la obtención del modelo dinámico de un robot bípedo radica en que, a medida que aumentan los grados de libertad, la complejidad del sistema también crece considerablemente.

Para abordar este problema, el modelo dinámico puede derivarse mediante la formulación de Lagrange. Este proceso comienza calculando la energía potencial del sistema, seguida del cálculo de la energía cinética.

El lagrangiano L se define como la diferencia entre la energía cinética K y la energía potencial V , como se muestra en la siguiente ecuación.

$$L = K - V \quad (2.1)$$

Posteriormente, se aplican las ecuaciones de Lagrange para cada coordenada generalizada q_i , utilizando la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad (2.2)$$

donde τ_i representa el torque o fuerza generalizada correspondiente a q_i .

Es importante destacar que, en el diseño de un sistema en el cual no actúan fuerzas externas, las ecuaciones de Lagrange se igualan a cero:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.3)$$

Este enfoque permite modelar de manera precisa el comportamiento dinámico del robot bípedo, incluso en sistemas de alta complejidad.

Las ecuaciones resultantes suelen organizarse en forma matricial para facilitar su análisis y control:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = 0 \quad (2.4)$$

Donde:

$M(q)$ es la matriz de inercia

$C(q, \dot{q})$ la matriz de Coriolis y centrífuga

$G(q)$ agrupa los efectos gravitatorios

Capítulo

3

Modelado dinámico del robot bípedo

En este capítulo se llevará a cabo el análisis dinámico de un robot bípedo pasivo diseñado para realizar una marcha sobre una superficie plana sin inclinación. Para ello, se empleará la formulación de Euler-Lagrange, enfocada en sistemas conservativos, con el objetivo de describir y comprender el comportamiento del mecanismo en condiciones específicas.

3.1 Análisis dinámico del modelo

El modelo propuesto es un sistema simplificado que consta de dos eslabones rígidos y asimétricos, los cuales representan las piernas de un robot bípedo. Estos eslabones están conectados por una articulación en uno de sus extremos, formando una estructura articulada capaz de simular los movimientos fundamentales de la marcha humana.

Estos eslabones corresponden a las piernas del robot, la pierna de apoyo y la pierna de balanceo. La pierna de apoyo se identifica como el eslabón que permanece en contacto con la superficie durante la fase de apoyo, actuando como el punto de anclaje que sostiene el cuerpo del robot. Por otro lado, la pierna de balanceo es el eslabón que se encuentra en el aire, realizando un movimiento pendular sin contacto con el suelo, contribuyendo al desplazamiento del robot.

Como se observa en la Figura 3.1, la pierna de apoyo tiene una longitud l_1 , mientras que la pierna de balanceo, que realiza el movimiento oscilatorio durante la marcha, tiene una longitud l_2 . Donde, a_1 y a_2 son las distancias desde los centros de masa m_1 y m_2 , respectivamente, hasta la unión de los eslabones. Asimismo, b_1 y b_2 representan las

distancias entre los centros de masa y los puntos de contacto de la pierna de apoyo y la pierna de balanceo, respectivamente.

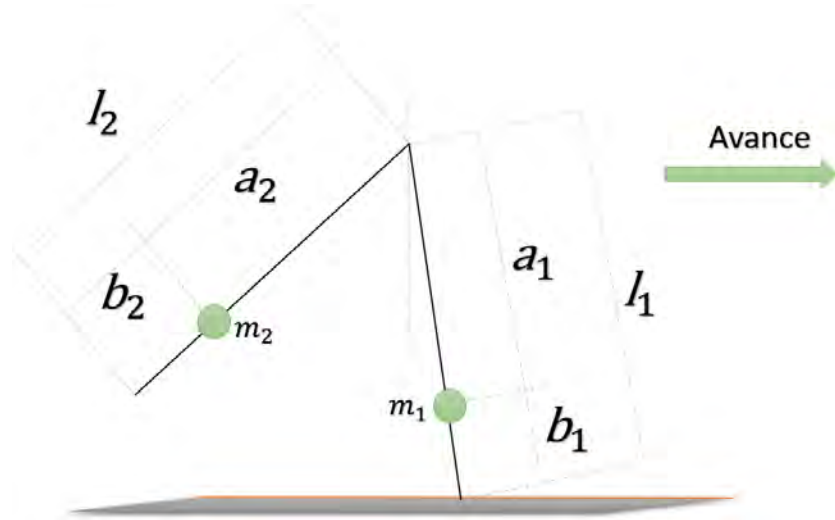


Figura 3.1 Modelo de marcha del bípedo.

Cada pierna tiene asociado un centro de masa que influye en el comportamiento dinámico del sistema. Los centros de masa de las piernas están ubicados en posiciones específicas dentro del plano, descritas mediante coordenadas cartesianas. El centro de masa de la pierna de apoyo se encuentra en (x_1, y_1) , y su comportamiento dinámico está determinado por un momento de inercia J_1 . En la pierna de balanceo, el centro de masa está ubicado en (x_2, y_2) , con un momento de inercia J_1 . Estas características son fundamentales para el análisis dinámico, ya que determinan cómo se distribuye la masa y cómo cada pierna resiste la rotación bajo la influencia de las fuerzas aplicadas.

Como se puede apreciar en la Figura 3.2, los ángulos de configuración también son cruciales para describir el sistema. El ángulo θ_1 se forma entre la pierna de apoyo y el eje vertical, indicando la inclinación de la pierna respecto a la vertical. En contraste, el ángulo θ_2 se define como el ángulo entre la pierna de apoyo y la pierna de balanceo, lo que refleja la posición de la pierna de balanceo en relación con la pierna de apoyo durante su movimiento pendular.

Esta parametrización completa, que incluye las posiciones, distancias, masas, momentos de inercia y ángulos, establece las bases para desarrollar un modelo matemático detallado que

describa el comportamiento dinámico del robot (véase la Figura 3.2). Al comprender la interacción de estos elementos, se puede predecir el movimiento del sistema y ajustar el diseño para optimizar la estabilidad y el rendimiento durante la marcha.

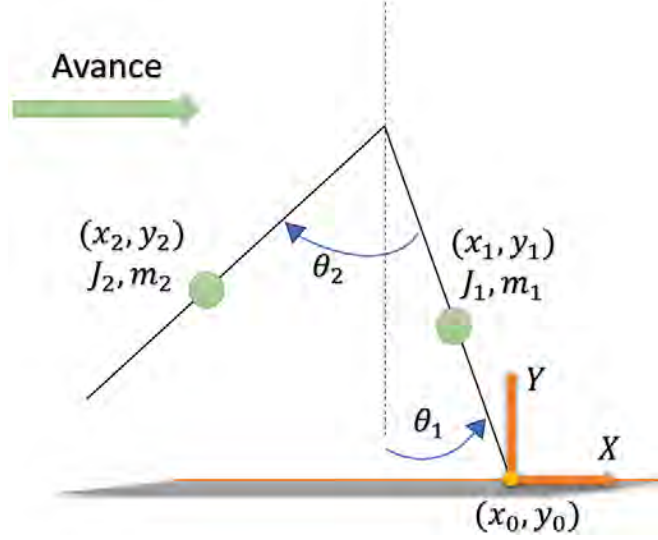


Figura 3.2 Marco de referencia y coordenadas generalizadas.

Para obtener el modelo dinámico, es fundamental calcular inicialmente las energías asociadas a cada pierna, específicamente la energía potencial y la cinética. Sin embargo, antes de proceder con estos cálculos, es necesario establecer las expresiones matemáticas que describen las posiciones de los centros de masa de ambas piernas en los ejes X y Y . Donde (x_0, y_0) es un punto de referencia para determinar estas posiciones.

La posición del centro de masa de la pierna de apoyo m_1 , se describe en las ecuaciones (3.1) (3.2), por otro lado, para la pierna de balanceo la posición se describe en las ecuaciones (3.3) (3.4).

$$x_1 = x_0 - b_1 \sin \theta_1 \quad (3.1)$$

$$y_1 = y_0 + b_1 \cos \theta_1 \quad (3.2)$$

$$x_2 = x_0 - (a_1 + b_1) \sin \theta_1 + a_2 \sin(\theta_2 + \theta_1) \quad (3.3)$$

$$y_2 = y_0 + (a_1 + b_1) \cos \theta_1 - a_2 \cos(\theta_2 + \theta_1) \quad (3.4)$$

A partir de las ecuaciones previamente descritas, se derivan las expresiones que permiten calcular las velocidades correspondientes a cada uno de los centros de masa.

$$\dot{x}_1 = -b_1\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \quad (3.5)$$

$$\dot{y}_1 = -b_1\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \quad (3.6)$$

$$\dot{x}_2 = -(a_1 + b_1)\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + a^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.7)$$

$$\dot{x}_2 = -(a_1 + b_1)\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + a^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.8)$$

A continuación, mediante la ecuación (3.9), se determinan las velocidades totales de cada centro de masa.

$$v_i^2 = \dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 \quad (3.9)$$

Por lo tanto, si consideramos que $l_i = (a_i + b_i)$, las expresiones correspondientes a las velocidades de cada centro de masa se encuentran representadas en las ecuaciones (3.10) - (3.14).

$$v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 \quad (3.10)$$

$$v_1^2 = (-b_1\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1))^2 + (-b_1\dot{\theta}_1 \sin(\theta_1))^2 \quad (3.11)$$

$$v_1^2 = b_1^2\dot{\theta}_1^2 \quad (3.12)$$

$$v_2^2 = (-l_1\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + a^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2))^2 \quad (3.13)$$

$$+ (-(l_1)\dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + a^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2))^2$$

$$v_2^2 = (l_1)^2\dot{\theta}_1^2 + a^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - 2l_1\dot{\theta}_1a_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_2) \quad (3.14)$$

Para calcular la energía potencial (V) de cada miembro del robot, se emplea la ecuación (3.15), la cual establece una relación directa entre la masa, la altura del centro de masa respecto a una referencia, y la aceleración gravitacional. Este cálculo es esencial, ya que la energía potencial representa el trabajo almacenado debido a la posición del centro de masa de cada pierna en el campo gravitacional.

$$V = m_i g h_i \quad (3.15)$$

Por lo que, para determinar la energía potencial del sistema se puede representar por la ecuación (3.16).

$$V = m_1gh_1 + m_2gh_2 \quad (3.16)$$

Por lo tanto, la ecuación (3.17) representa la energía potencial total del sistema bípedo, que incluye tanto la energía potencial de la pierna de apoyo como la de balanceo.

$$V = y_0m_1g + b_1m_1g \cos(\theta_1) + y_0m_2g + l_1m_2g \cos(\theta_1) - a_2m_2g \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.17)$$

Para calcular la energía cinética (K) de cada miembro del robot, se emplea la ecuación (3.18), que establece una relación entre la masa, los momentos de inercia y las velocidades de rotación y traslación. Este cálculo es esencial, ya que la energía cinética representa la capacidad del robot para realizar trabajo al moverse.

$$K = \frac{1}{2}m_i v_i^2 + \frac{1}{2}J_i \theta_i^2 \quad (3.18)$$

Con base en lo anterior, la energía cinética del sistema se representa con la ecuación (3.19), donde J_i representa el momento de inercia.

$$K = \frac{1}{2}m_1b_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2a_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - m_2l_1\dot{\theta}_1a_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos(\theta_2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 \quad (3.19)$$

Para obtener el Lagrangiano, se sustituyen las energías cinéticas y potenciales en la ecuación (3.20), obteniendo así la ecuación (3.21).

$$L = K - V \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{1}{2}m_1b_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2a_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\
 & - m_2l_1\dot{\theta}_1a_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos(\theta_2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 - y_0m_1g \\
 & - b_1m_1g\cos(\theta_1) - y_0m_2g - l_1m_2g\cos(\theta_1) \\
 & + a_2m_2g\cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Ya que un robot bípedo pasivo es un sistema conservativo, el formulismo de Lagrange se establece en la ecuación (3.22).

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \tag{3.22}$$

Obteniendo las derivadas parciales del Lagrangiano con respecto a $\dot{q}_i$ y q_i , y la derivada con respecto al tiempo, se obtienen las ecuaciones (3.23) – (3.26).

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1}\right) = & (J_1 + m_1b_1^2 + m_2l_1^2)\ddot{\theta}_1 + m_2a_2^2(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\
 & + m_2l_1a_2(-\ddot{\theta}_2\cos(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2\sin(\theta_2)) \\
 & + 2m_2l_1a_2(-\ddot{\theta}_1\cos(\theta_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin(\theta_2))
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = b_1m_1g\sin(\theta_1) + l_1m_2g\sin(\theta_1) - a_2m_2g\sin(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.24}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2}\right) = m_2a_2^2(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) - m_2l_1a_2\ddot{\theta}_1\cos\theta_2 + m_2l_1a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin\theta_2 + J_2\ddot{\theta}_2 \tag{3.25}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = m_2l_1a_2\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\sin\theta_2 - a_2m_2g\sin(\theta_1 + \theta_2) \tag{3.26}$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.23) – (3.26) en la ecuación (3.22) se obtiene el sistema de ecuaciones (3.27) y (3.28).

$$\ddot{\theta}_1(J_1 + m_1 b_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 a_2^2 - 2m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_2)) \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} &+ \ddot{\theta}_2(m_2 a_2^2 - m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_2)) \\ &+ 2m_2 l_1 a_2 (\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \sin(\theta_2) + m_2 l_1 a_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) \\ &- (b_1 m_1 g + l_1 m_2 g) \sin(\theta_1) + a_2 m_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) = 0 \\ &\ddot{\theta}_1(m_2 a_2^2 - m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_2)) + \ddot{\theta}_2(J_2 + m_2 a_2^2) - m_2 l_1 a_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2) \\ &+ a_2 m_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) = 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Al escribir el sistema de ecuaciones a forma matricial se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} (J_1 + m_1 b_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 a_2^2 - 2m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_2)) & (m_2 a_2^2 - m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_2)) \\ (m_2 a_2^2 - m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_2)) & (J_2 + m_2 a_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_2 l_1 a_2 (\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \sin(\theta_2) + m_2 l_1 a_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) - (b_1 m_1 g + l_1 m_2 g) \sin(\theta_1) + a_2 m_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -m_2 l_1 a_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2) + a_2 m_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Se realiza una introducción de variables, sustituyendo cada expresión de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} f & p \\ h & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Reordenando y aislando la matriz que contiene a θ_1 y θ_2 .

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f & p \\ h & k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Resolviendo la matriz inversa.

$$- \begin{bmatrix} f & p \\ h & k \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{fk - hp} \begin{bmatrix} k & -p \\ -h & f \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.32)$$

Sustituyendo la ecuación (3.32) en la ecuación (3.31) se obtiene la siguiente expresión.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{fk - hp} \begin{bmatrix} kq & -pw \\ fw & -hq \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.33)$$

Se realiza un cambio de variable (3.34)-(3.39) con la finalidad de graficar el sistema de ecuaciones, obteniendo las siguientes definiciones:

$$z_1 = \theta_1 \quad (3.34)$$

$$z_2 = \dot{\theta}_1 = \dot{z}_1 \quad (3.35)$$

$$\dot{z}_2 = \ddot{\theta}_1 \quad (3.36)$$

$$z_3 = \theta_2 \quad (3.37)$$

$$z_4 = \dot{\theta}_2 = \dot{z}_3 \quad (3.38)$$

$$\dot{z}_4 = \ddot{\theta}_2 \quad (3.39)$$

Por lo tanto, se obtiene la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ -\frac{1}{fk - hp} (kq - pq) \\ z_4 \\ -\frac{1}{fk - hp} (fw - hq) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Capítulo

4

Diseño y desarrollo de los robots

En el siguiente capítulo se abordará el diseño y la construcción del robot bípedo con marcha basada en un ciclo límite, destacando los aspectos clave que dieron forma al desarrollo del prototipo final. Se presentarán los materiales seleccionados para la construcción, las características técnicas empleadas y las decisiones de diseño que garantizaron el funcionamiento óptimo del robot.

Además, se describirá la creación de un primer mecanismo preliminar, el cual sirvió como base para mejorar y ajustar el diseño final. Este mecanismo inicial fue fundamental, ya que permitió identificar áreas de mejora y validar conceptos clave relacionados con la estabilidad y desempeño del robot.

4.1 Prototipo preliminar con marcha dinámica pasiva

El diseño y desarrollo de un robot bípedo requiere un análisis detallado de varios aspectos fundamentales para garantizar su funcionalidad y estabilidad. A continuación, se describen algunas de las consideraciones más importantes:

Aunque el diseño del robot bípedo se enfoca en dos extremidades, una aproximación basada en una morfología de cuatro piernas es útil para la sincronización y análisis del movimiento. El conjunto de piernas externas e internas se comportan como pares complementarios, facilitando la estabilidad dinámica durante la marcha. Este enfoque reduce movimientos no deseados y mantiene marchas en dos dimensiones.

La sincronización adecuada entre las piernas internas y externas es esencial para lograr un movimiento fluido y estable. Este sincronismo debe considerar tanto las fases del ciclo de marcha (apoyo y oscilación) como la transición entre ellas.

El uso de pies con una geometría semicircular permite una transición suave entre las fases de apoyo. Este diseño contribuye a mantener un contacto continuo con el suelo y reduce los impactos bruscos al caminar, lo que mejora la estabilidad y prolonga marchas estables.

La fricción excesiva en la articulación entre las piernas puede obstaculizar el movimiento eficiente de las piernas. Para minimizarla, es crucial emplear cojinetes de baja fricción, ejes bien lubricados y materiales que ofrezcan resistencia mínima al deslizamiento. Esto no solo mejora el rendimiento, sino que también reduce el desgaste mecánico.

Antes de la implementación física, es necesario definir parámetros arbitrarios que simplifiquen el modelo matemático del robot. Estos incluyen longitudes de las piernas, masas segmentadas y distribuciones de peso, así como ángulos iniciales y velocidades para las simulaciones. La selección de estos valores debe permitir flexibilidad para ajustarse durante la fase de pruebas.

El uso de materiales ligeros, como aleaciones de aluminio o plásticos como lo es el Ácido Poliláctico (PLA), es fundamental para reducir el consumo energético y aumentar la eficiencia del robot. Materiales más ligeros disminuyen las fuerzas necesarias para mover las extremidades, lo que también favorece la estabilidad dinámica al disminuir la inercia del sistema.

Estas consideraciones son la base para el diseño de un robot bípedo funcional y estable. Al implementarlas correctamente, se logra un equilibrio entre las capacidades mecánicas del robot y los requerimientos energéticos necesarios para su movimiento.

4.2 Modelo CAD del prototipo preliminar

Con base en las consideraciones previas, que incluyen aspectos clave como la morfología de cuatro piernas, la sincronización de las extremidades internas y externas, el diseño de pies semicirculares, la reducción de fricción en las articulaciones, el uso de materiales ligeros y

la definición de parámetros arbitrarios, se procede al desarrollo del diseño virtual del robot bípedo.

Este diseño se realiza empleando herramientas de modelado asistido por computadora (CAD), lo que permite visualizar, ajustar y analizar las características del robot antes de su construcción física. En esta etapa, se definen las proporciones, las conexiones articuladas y la distribución de las masas segmentadas, asegurando que el modelo sea coherente con los requisitos mecánicos y dinámicos establecidos previamente.

El enfoque sistemático del diseño virtual asegura que el robot bípedo cumpla con los objetivos planteados, sirviendo como base sólida para su posterior implementación y pruebas experimentales. En la Figura 4.1 se muestra el prototipo virtual del robot atendiendo los puntos previamente establecidos, se sugiere consultar el Apéndice A.

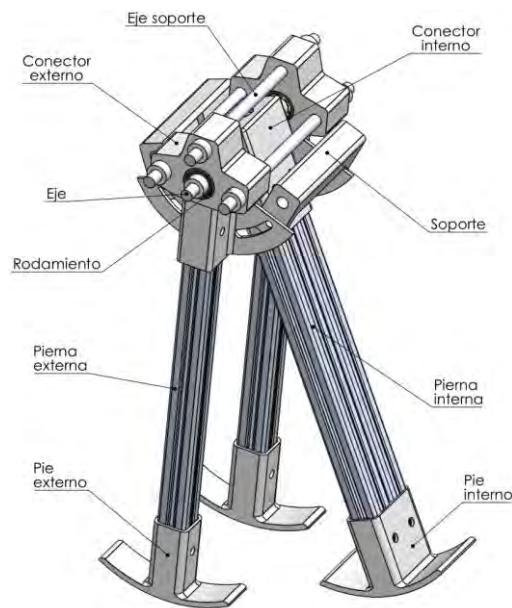


Figura 4.1 Diseño preliminar robot bípedo.

Este prototipo preliminar está compuesto por cuatro piernas dispuestas en pares, internos y externos, con el fin de replicar el movimiento de un robot bípedo. Cada pierna está equipada con pies semicirculares, diseñados para proporcionar una mayor estabilidad y facilitar el contacto con el suelo durante la marcha. Los conectores, ubicados en la parte superior de cada pierna, permiten la unión de las diferentes partes del sistema.

Para garantizar un movimiento sincronizado y fluido entre las piernas, se diseñaron enlaces que se conectan a los conectores externos, de forma que las piernas externas queden interconectadas y puedan moverse conjuntamente. Además, se incorporaron tres barras de acero acopladas a los conectores externos, lo que permitió un movimiento simultáneo de las piernas externas. Esta conexión resulta fundamental para mantener la coordinación y la estabilidad durante el desplazamiento del robot.

Además, las piernas se conectan entre sí mediante un eje, que actúa como punto de pivote para facilitar el movimiento. Los rodamientos, integrados en los conectores, juegan un papel esencial en la reducción de la fricción, lo que a su vez optimiza el rendimiento y la eficiencia del sistema. Al reducir la fricción en el movimiento de los eslabones, se consigue una mayor fluidez en la marcha, minimizando el desgaste y la energía necesaria para el desplazamiento. Este diseño inicial no solo marca el comienzo del desarrollo del robot, sino que también establece una base para futuras mejoras y ajustes en el diseño final.

4.3 Selección de materiales

Para la construcción del prototipo preliminar, se seleccionaron materiales que permitieran mantener el peso lo más bajo posible, lo que resulta fundamental en el diseño de un robot bípedo para garantizar la estabilidad y eficiencia en el movimiento. Se eligieron perfiles cuadrados de aluminio para las piernas, ya que este material ofrece una excelente combinación de ligereza y resistencia, lo que lo convierte en una opción ideal para componentes estructurales que deben ser fuertes, pero no excesivamente pesados. Además, el aluminio es fácilmente disponible y se adapta bien a los procesos de fabricación utilizados en el prototipo.

En cuanto a los conectores, las piernas y los enlaces, se optó por PLA, un material termoplástico que destaca por su bajo costo, facilidad de impresión 3D y accesibilidad. El PLA es adecuado para la fabricación rápida de piezas complejas y ligeras, lo que facilita la iteración en el diseño sin incurrir en costos elevados. Su versatilidad y facilidad de manejo también permitieron realizar ajustes durante el proceso de construcción, sin comprometer la funcionalidad del prototipo.

Sin embargo, al seleccionar el material para el eje, se optó por una barra de acero, debido a que este componente debe soportar cargas significativas durante la marcha. El acero, al ser mucho más resistente que el aluminio o el PLA, garantiza la estabilidad y durabilidad del sistema en esta parte crítica del mecanismo. El eje es responsable de conectar las piernas y de permitir su movimiento, por lo que debe ser capaz de resistir las fuerzas que se generan durante la locomoción, especialmente en la fase de apoyo, donde el robot soporta el peso total del cuerpo.

En conjunto, esta selección estratégica de materiales no solo permitió reducir el peso del prototipo sin sacrificar la resistencia de los componentes esenciales, sino que también mejoró la versatilidad del proceso de construcción. La utilización de materiales ligeros y fáciles de trabajar facilitó el ensamblaje, mientras que las decisiones tomadas en los componentes críticos, como el eje, garantizó la robustez necesaria para soportar las cargas dinámicas del robot. Esto permitió avanzar en el desarrollo del prototipo de manera eficiente, optimizando tanto el diseño como la funcionalidad del sistema. En la Figura 4.2 se puede apreciar el prototipo preliminar construido.

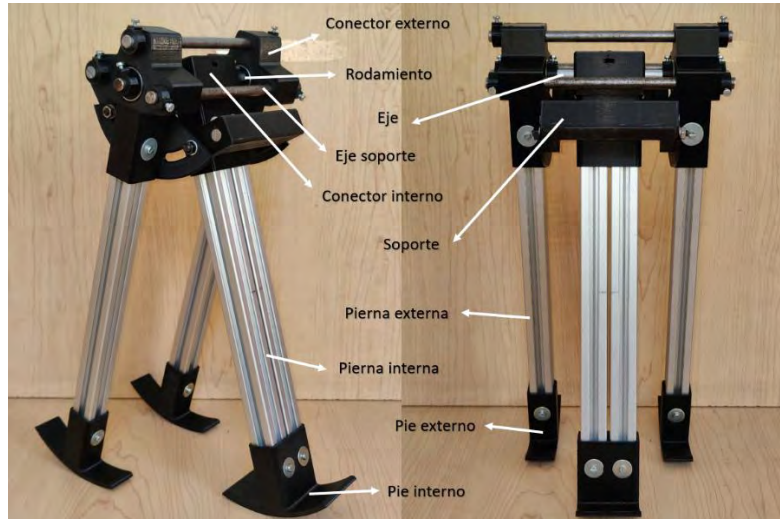


Figura 4.2 Prototipo preliminar.

4.4 Evaluación inicial

La evaluación del prototipo se centró en analizar el desempeño del mecanismo de marcha en condiciones controladas, con el objetivo de observar su capacidad para mantener la

estabilidad y generar movimientos eficientes. Para realizar las pruebas, se lanzó el prototipo a través de una superficie especialmente diseñada, equipada con protuberancias que ayudaban a evitar impactos no deseados durante el desplazamiento.

A pesar de los esfuerzos en el diseño, los resultados obtenidos no fueron los esperados. El prototipo solo logró completar un total de tres pasos sobre superficies planas, lo que indicaba una limitada capacidad para mantener la marcha de manera continua y estable en condiciones ideales. Además, al someterlo a una ligera inclinación de 2° , el mecanismo solo logró 3.5 pasos antes de que la marcha se viera comprometida. Esto sugiere que el sistema aún presenta deficiencias en cuanto a su capacidad para realizar marchas periódicas, lo que limita su funcionalidad y rendimiento.

Estos resultados evidencian la necesidad de realizar ajustes y mejoras en el diseño del prototipo para incrementar su estabilidad y eficiencia en la marcha, especialmente en condiciones de inclinación o terrenos irregulares. El análisis detallado de estos fallos proporcionó información valiosa para enfocar los esfuerzos de mejora en las áreas clave, como el peso, la distribución de los centros de masa, lo que permitirá avanzar hacia versiones más optimizadas del robot bípedo.

4.5 Conclusiones y mejoras propuestas

Se propone optimizar los parámetros de masa del robot mediante la reducción del peso del mecanismo y un ajuste preciso en la localización de los centros de masa de ambas piernas. Esta estrategia busca mejorar el equilibrio y la estabilidad del robot durante sus desplazamientos. Al reducir el peso, se minimiza la energía requerida para el movimiento, lo que aumenta la eficiencia en el consumo de energía. Además, la correcta ubicación de los centros de masa favorece una distribución equilibrada del peso, lo que contribuye a un mejor control y a la prevención de caídas.

La optimización de estos parámetros no solo facilita el aprovechamiento de la energía cinética y potencial, sino que también tiene un impacto significativo en la capacidad del robot para sostener marchas más estables. De este modo, el robot podrá recorrer distancias más largas sin sacrificar la estabilidad.

4.6 Prototipo con marcha dinámica pasiva (Versión final)

Con base en las conclusiones obtenidas previamente, se llevaron a cabo una serie de modificaciones en el robot preliminar para abordar la pérdida de masa y la necesidad de acercar los centros de gravedad a los puntos de apoyo.

En primer lugar, se modificó el material del eje que permite el movimiento rotacional de los eslabones. Para reducir el peso, se eliminaron enlaces y barras de acero, aunque esto resultó en la pérdida de la sincronización entre las piernas externas. Para solucionar este problema, se realizaron ajustes en los conectores y el eje de rotación, de modo que estos se acoplaran correctamente y pudieran transmitir el movimiento simultáneo entre las piernas.

Además, en los componentes fabricados mediante impresión 3D, se ajustó el porcentaje de relleno hasta un 10%, lo que permitió reducir aún más el peso en las piernas, manteniendo la integridad estructural necesaria para el funcionamiento del prototipo.

En la Figura 4.3 se puede observar el prototipo virtual final del robot bípedo, donde se pueden apreciar de manera general las modificaciones realizadas, se recomienda ver el Apéndice B.

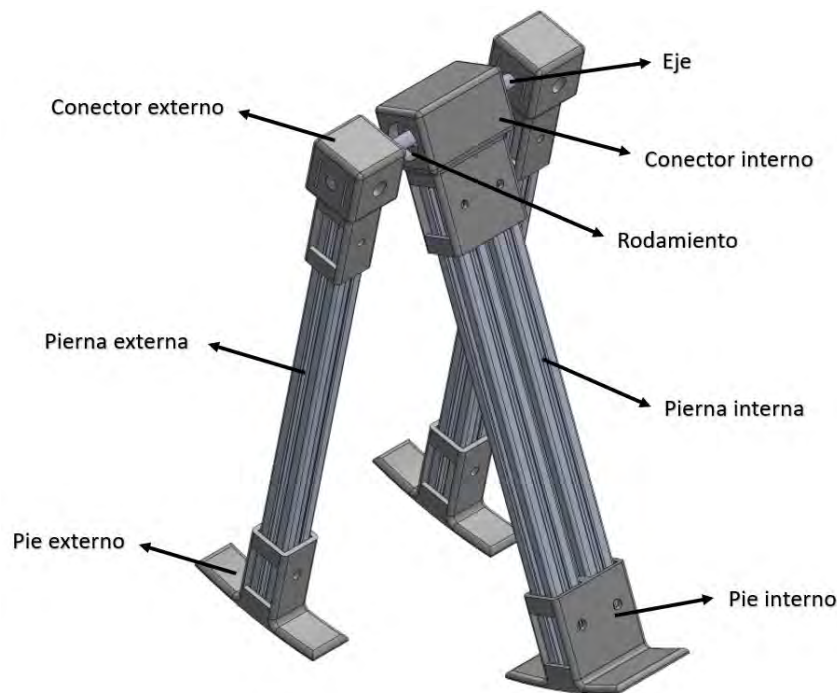


Figura 4.3 Prototipo virtual final.

4.7 Simulación virtual del prototipo final

En primer lugar, se llevó a cabo el ensamblaje virtual del prototipo físico junto con la superficie de marcha en el software SolidWorks, seleccionando cada componente y definiendo su posición y relaciones mecánicas. Este ensamblaje incluyó no solo el mecanismo del robot, sino también la configuración de la superficie de marcha adaptada para las pruebas, estableciendo un ángulo inicial entre eslabones de $\theta_2 = 30^\circ$ para evaluar su comportamiento en condiciones específicas.

Una vez completado el diseño en SolidWorks, el ensamblaje fue exportado en formato Parasolid, un estándar ampliamente utilizado que garantiza la compatibilidad entre diferentes plataformas de simulación. El archivo resultante fue importado al software Adams View, especializado en análisis dinámicos multibody, donde se configuraron de manera detallada las propiedades mecánicas y dinámicas del sistema.

Primeramente, se colocó la unión fija de la superficie de marcha a tierra con una inclinación de 1.6° con respecto a la horizontal, se definieron las uniones fijas del mecanismo necesarias para las partes que debían permanecer estáticas durante la simulación. Además, se configuraron las articulaciones tipo revoluta para permitir el movimiento rotacional de los eslabones del robot en torno a sus ejes, replicando fielmente el comportamiento mecánico del prototipo físico. También, se implementaron contactos entre los pies del robot y la superficie de marcha, ajustando parámetros como la fricción y la elasticidad para simular de forma realista las interacciones durante la marcha. En la Figura 4.4 se observa el prototipo virtual final desde el software de simulación *multibody*.

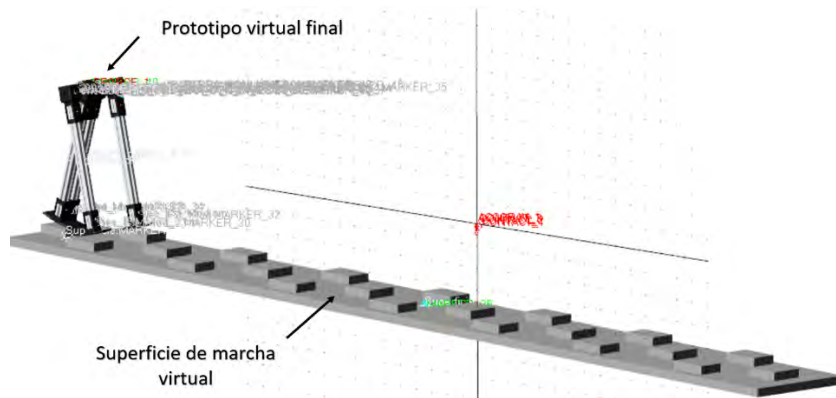


Figura 4.4 Prototipo final desde software Adams View.

Este proceso permitió crear un modelo virtual completamente funcional y listo para realizar simulaciones dinámicas, proporcionando información valiosa sobre el desempeño del robot en distintas condiciones de marcha antes de proceder a las pruebas físicas. Se recomienda ver el Capítulo 5, donde se muestra a detalle los parámetros utilizados y los resultados de la simulación.

La marcha simulada exhibe un total de 13 pasos en un lapso de 5.6 segundos, por lo que el periodo de marcha es de $T = 0.43$ segundos. En la Figura 4.5 se muestra la secuencia de marcha del robot bípedo.

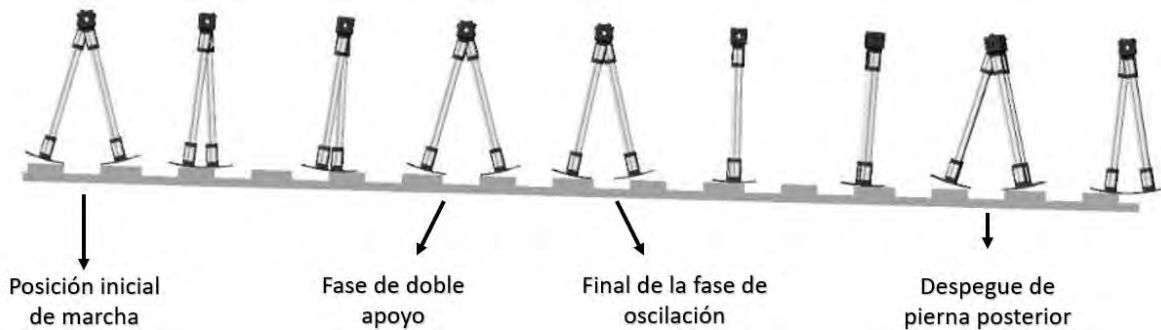


Figura 4.5 Secuencia de marcha simulación.

4.8 Proceso de fabricación del prototipo final

Los componentes del prototipo final fueron fabricados mediante impresión 3D, optimizando el porcentaje de relleno para reducir el peso total sin comprometer la resistencia estructural. En este sentido, las conexiones se imprimieron con un relleno del 10%, mientras que los pies, al requerir mayor rigidez, se diseñaron con un 20% de relleno.

En comparación con el prototipo preliminar, se introdujo una mejora significativa al reemplazar el eje de acero por uno de aluminio, logrando una notable reducción en el peso total de los componentes y mejorando la eficiencia del sistema.

La Figura 4.6 ilustra el diseño final del prototipo, destacando las modificaciones realizadas para mejorar su desempeño y adaptarlo a las necesidades específicas del proyecto.

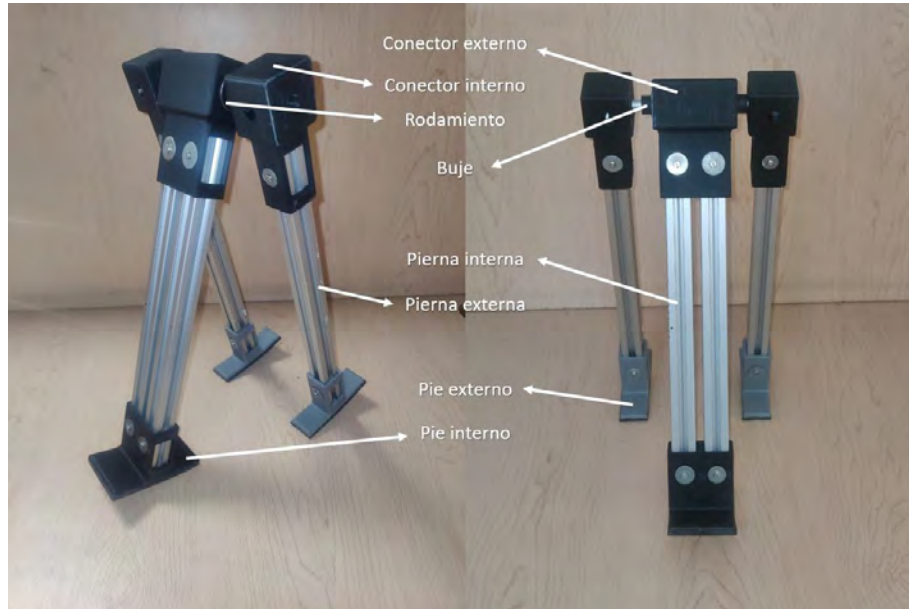


Figura 4.6 Prototipo físico final.

En la Tabla 4-1 se presentan las propiedades físicas del robot bípedo construido, las cuales incluyen parámetros clave como la masa de las piernas internas y externas, la masa total, la ubicación de los centros de masa, los momentos de inercia (J_1, J_2) correspondientes a las piernas externa e interna, respectivamente, y los coeficientes de fricción considerados entre los pies y la superficie. Todos estos valores están expresados en unidades del sistema internacional (MKS), lo que asegura consistencia y claridad para su análisis y diseño. Los coeficientes de fricción se obtuvieron a través de pruebas experimentales realizadas con los materiales empleados en el estudio.

Tabla 4-1 Propiedades físicas del robot sin resortes.

Pierna	Momento de inercia Kg(m)^2	Coefficiente de fricción Dinámica Coulomb	Coefficiente de fricción Estática Coulomb	Masa Kg	Ubicación (COM) metros
Externa	$1.92e^{-2}$	0.1	0.8	0.42175	0.175
Interna	$1.59e^{-2}$	0.1	0.8	0.406	0.164

4.9 Pruebas

Se llevaron a cabo una serie de pruebas al mecanismo con el propósito de evaluar su desempeño en la marcha real y compararlo con el comportamiento previsto en el prototipo virtual. Estas pruebas permitieron analizar la estabilidad, periodicidad y eficacia del diseño en condiciones reales de operación. Los resultados obtenidos evidenciaron que el mecanismo es capaz de generar una marcha estable y periódica, comportamiento que fue analizado en detalle utilizando el software Kinovea. Este análisis permitió observar y registrar el movimiento periódico de los eslabones, validando así la presencia del ciclo límite en el robot pasivo, se recomienda consultar en el Capítulo 5.

La secuencia de marcha registrada destaca la coordinación y fluidez del movimiento de las piernas, cumpliendo con los objetivos de diseño propuestos. En la Figura 4.7 se puede observar esta secuencia de marcha, la cual ilustra claramente el comportamiento dinámico del bípedo durante su desplazamiento. Este resultado no solo respalda la efectividad del diseño conceptual y del modelo matemático, sino que también confirma la coherencia entre las simulaciones realizadas y el desempeño físico del prototipo.



Figura 4.7 Secuencia de marcha.

4.10 Diseño y desarrollo del robot con elementos elásticos

El desarrollo de un robot bípedo con marcha pasiva basada en ciclo límite ha demostrado ser efectivo para generar un movimiento estable y periódico, particularmente en superficies inclinadas donde la gravedad actúa como la principal fuente de energía. Sin embargo, al trasladar este concepto a superficies planas o sin inclinación, surge un desafío significativo: la falta de inyección de energía externa necesaria para mantener el movimiento continuo. En estos casos, la resistencia inherente del sistema, como la fricción en las articulaciones y las pérdidas por impacto, detiene el mecanismo tras unos pocos pasos. Este problema subraya la necesidad de incorporar elementos que puedan proporcionar energía adicional al sistema de manera eficiente y controlada.

Los elementos elásticos, como resortes o bandas elásticas, representan una solución ideal para abordar esta limitación. Su implementación permite almacenar y liberar energía durante las distintas fases de la marcha, imitando el comportamiento biomecánico observado en sistemas vivos. En la naturaleza, estructuras elásticas, como los tendones, juegan un papel crucial en la locomoción al acumular energía durante la fase de apoyo y liberarla durante el impulso, maximizando la eficiencia energética. Al incorporar este principio al diseño del robot bípedo, se espera que los elementos elásticos actúen de manera similar, compensando las pérdidas energéticas y permitiendo que el mecanismo mantenga su movimiento en superficies sin inclinación.

Una de las principales ventajas de utilizar elementos elásticos es su capacidad para proporcionar una inyección de energía pasiva y recurrente sin necesidad de motores adicionales o fuentes de energía externas. Durante la marcha, los elementos elásticos pueden deformarse y almacenar energía mecánica cuando las piernas alcanzan posiciones extremas, liberándola luego para impulsar el sistema hacia el siguiente paso. Este proceso no solo mejora la eficiencia energética del sistema, sino que también contribuye a suavizar el impacto entre los pies y la superficie, reduciendo el desgaste del mecanismo y mejorando su durabilidad.

Además, en superficies planas, los elementos elásticos pueden proporcionar la energía necesaria para superar la resistencia al movimiento y ampliar la repetibilidad del ciclo de marcha.

Por último, desde una perspectiva de diseño, los elementos elásticos son componentes relativamente ligeros, accesibles y económicos, lo que los convierte en una solución práctica para mejorar el rendimiento del robot sin comprometer la reducción de peso alcanzada en prototipos anteriores. Su implementación se alinea con los objetivos de mejora del diseño, manteniendo un equilibrio entre funcionalidad y simplicidad constructiva.

Lo que lleva a la conclusión, que la incorporación de elementos elásticos en el prototipo final del robot bípedo es una decisión justificada por su capacidad para solucionar las limitaciones energéticas inherentes a la marcha en superficies planas, mejorar la estabilidad y la durabilidad del sistema, y mantener la periodicidad del ciclo límite.

4.11 Diseño del prototipo preliminar con elementos elásticos

Se diseñó un mecanismo pasivo similar al prototipo anterior, incorporando modificaciones significativas en la geometría de los pies. El objetivo principal de estos cambios fue integrar un conjunto de resortes que inyecten energía al sistema mediante su deformación, mejorando así la eficiencia y funcionalidad del robot. Este diseño innovador permite que los pies realicen movimientos específicos gracias a la interacción con los elementos elásticos, lo que añade versatilidad al mecanismo y optimiza su desempeño en diferentes condiciones de marcha.

Desde una perspectiva dinámica, se contempla la implementación de cuatro resortes por pierna, cuidadosamente posicionados para maximizar su contribución al movimiento general del robot. Estos resortes no solo almacenan y liberan energía durante las distintas fases de la marcha, sino que también ayudan a suavizar el impacto de los pies con la superficie, lo que favorece una locomoción más estable y prolongada.

En la Figura 4.8 se presenta el diseño virtual preliminar del prototipo con elementos elásticos. En esta representación, se puede apreciar con mayor claridad la disposición de los resortes y la configuración geométrica de los pies, destacando cómo estas modificaciones estructurales contribuyen al movimiento eficiente del mecanismo. Este diseño marca un avance significativo en la evolución del robot, al integrar soluciones que mejoran su capacidad para mantener una marcha fluida y estable en diversas condiciones. Se recomienda ver el Apéndice B, donde se describen a detalle las características de los componentes.

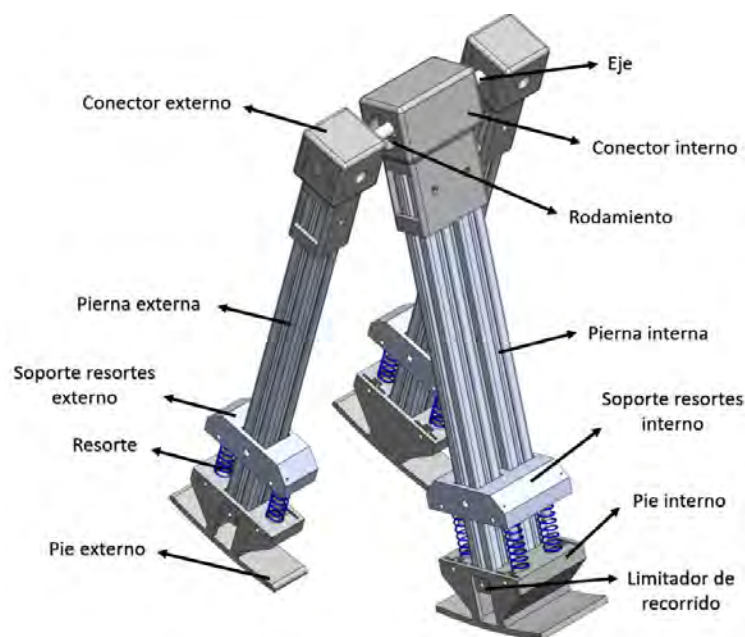


Figura 4.8 Diseño virtual del prototipo preliminar con elementos elásticos.

Como se muestra en la Figura 4.8, estos elementos están dispuestos de manera que el pie pueda desplazarse suavemente a lo largo del perfil de aluminio, permitiendo un recorrido longitudinal en el eje de la pierna. Este diseño facilita un movimiento más natural y dinámico, similar al de un ser humano o un animal, lo que mejora la adaptabilidad del robot a diferentes superficies y condiciones de marcha.

La fabricación mediante impresión 3D ofrece una gran ventaja al permitir la personalización precisa de los componentes, además de ser un proceso eficiente en cuanto a tiempo y costos. El 20% de relleno utilizado en la impresión 3D de los pies logra un equilibrio óptimo entre resistencia y ligereza, permitiendo que estos componentes sean suficientemente robustos para soportar los impactos sin añadir un peso innecesario al sistema. Por otro lado, en los conectores se empleó un relleno del 10%, ya que no están expuestos a impactos directos, lo que hace innecesario utilizar un porcentaje de material más elevado. Esta estrategia optimiza el uso de recursos y contribuye a la funcionalidad del prototipo. Los ocho resortes con un coeficiente de 1374 N/m juegan un papel clave en la absorción y distribución de las fuerzas generadas durante el movimiento del robot. En la Figura 4.9 se presenta el robot preliminar con elementos elásticos.

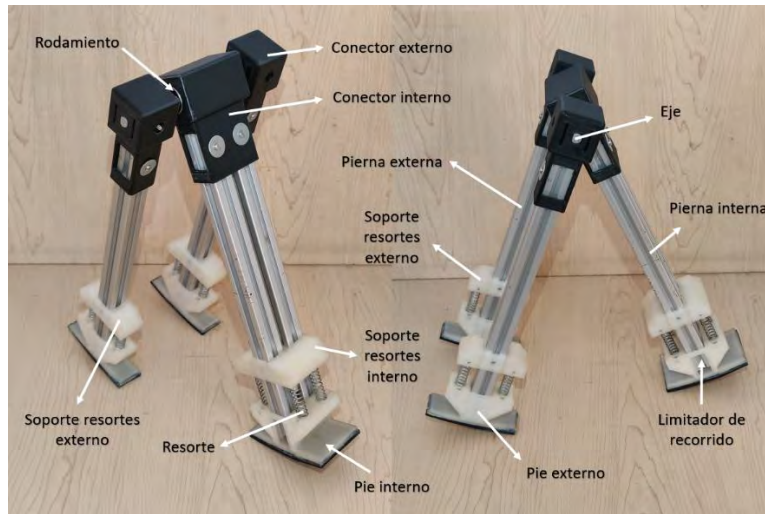


Figura 4.9 Robot preliminar con elementos elásticos.

4.12 Pruebas iniciales

Se realizaron una serie de pruebas iniciales para evaluar el desempeño del mecanismo durante la marcha. A partir de estas pruebas, se observó que el prototipo presenta una fricción no deseada en el recorrido del perfil de aluminio a través de los pies. Mediante el análisis en Kinovea y considerando el bajo número de pasos realizados, se concluyó que la elevada fricción en los componentes, junto con el aumento en el peso del mecanismo, son los factores clave que contribuyen a su mal desempeño. Para ver el análisis energético se recomienda consultar el Capítulo 4.

4.13 Prototipo con elementos elásticos (Versión final)

A partir de las observaciones previas, se implementaron varios ajustes en el diseño del mecanismo para mejorar su desempeño. En primer lugar, se incorporaron ejes y rodamientos lineales integrados en los pies y las piernas del robot. Esta modificación facilita una reducción significativa de la fricción, lo que permite un movimiento más suave y eficiente.

Con estos cambios, el prototipo final presenta un diseño mejorado, el cual se ilustra en la Figura 4.10. Estos ajustes fueron fundamentales para abordar las dificultades iniciales, mejorar la estabilidad y el aprovechamiento de las energías.

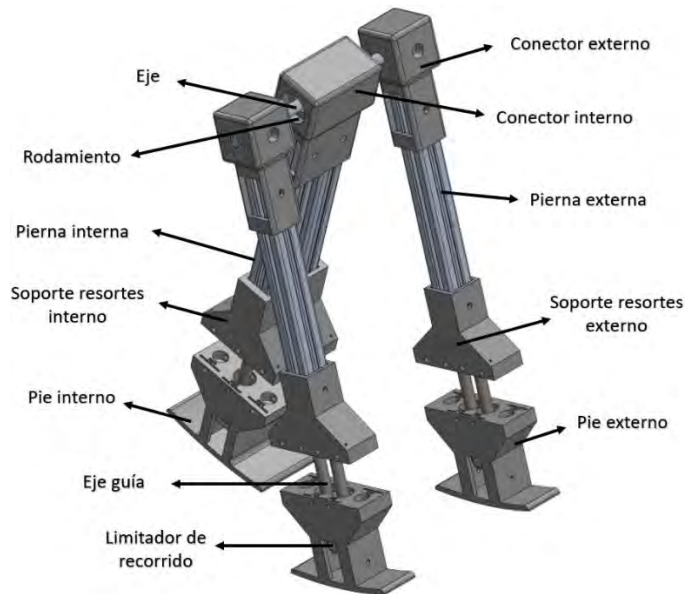


Figura 4.10 Prototipo virtual final con elementos elásticos.

Se realizó una simulación en el software Adams View, configurando las conexiones, uniones e impactos correspondientes, utilizando un coeficiente de 850 N/m. Como resultado, el prototipo con elementos elásticos logró completar un total de 5.5 pasos. Aunque no alcanzó a desarrollar una marcha completa a lo largo de toda la rampa, es relevante destacar que el desempeño del sistema fue superior al del prototipo sin elementos elásticos en superficies planas. Se recomienda consultar el Capítulo 5, donde se aborda a detalle el comportamiento de las marchas.

Para la construcción del prototipo físico, se emplearon ejes de acero con el fin de bajar el centro de masa. Esto fue necesario para mantener la similitud el centro de masa lo más próximo al prototipo que no cuenta con resortes.

Para mantener la misma longitud de las piernas en ambos prototipos (con y sin resortes), fue necesario reducir la longitud de los perfiles de aluminio con el fin de integrar los ejes de los pies de manera adecuada. Además, se incorporaron rodamientos lineales acoplados en los pies del robot, lo que facilita el movimiento, y se seleccionaron resortes con una rigidez de 1374 N/m, que fueron los más cercanos al coeficiente de rigidez a lo planteado en la

simulación. En la Figura 4.11 se puede observar el prototipo físico del robot con elementos elásticos, donde se pueden apreciar las modificaciones al modelo preliminar.

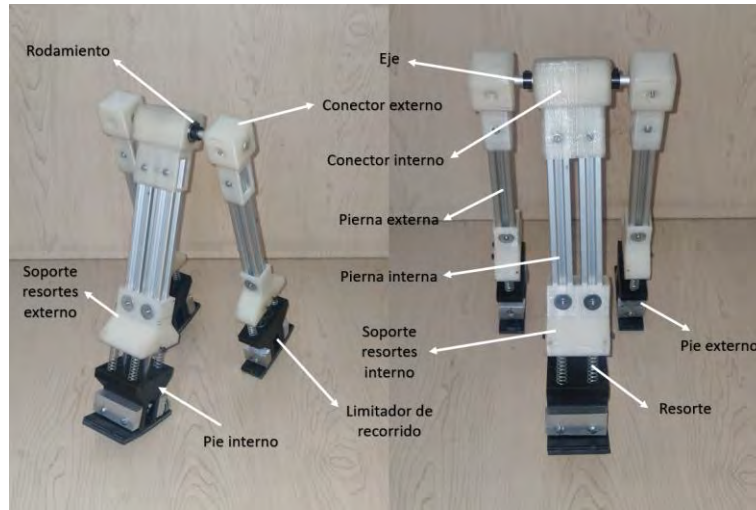


Figura 4.11 Prototipo físico del robot con elementos elásticos.

En la Tabla 4-2 se presentan las propiedades físicas del robot bípedo construido con elementos elásticos, las cuales incluyen parámetros como la masa de las piernas internas y externas, la masa total, la ubicación de los centros de masa, los momentos de inercia (J_1, J_2) correspondientes a las piernas externa e interna, respectivamente, y la fricción entre los pies y la superficie. Todos estos valores están expresados en unidades del sistema internacional (MKS), lo que asegura consistencia y claridad para su análisis y diseño.

Tabla 4-2 Propiedades físicas del robot con resortes

Pierna	Momento de inercia $\text{Kg}(m)^2$	Coefficiente de fricción Dinámica Coulomb	Coefficiente de fricción Estática Coulomb	Masa Kg	Ubicación (COM) metros
Externa	$2.9e^{-2}$	0.1	0.8	0.889	0.154
Interna	$1.96e^{-2}$	0.1	0.8	0.739	0.159

Capítulo

5

Análisis de resultados

En este capítulo se examina el comportamiento de los mecanismos físico, virtual y el sistema de ecuaciones que describe el movimiento de un robot bípedo. En primer lugar, se evalúa el comportamiento del robot virtual, incluyendo un análisis detallado de las energías involucradas; posteriormente, se analiza el desempeño del prototipo físico. Finalmente, se realiza una comparación entre las marchas obtenidas: la marcha física, la simulada virtualmente y la solución numérica del sistema de ecuaciones, destacando las similitudes y diferencias entre ellas.

5.1 Simulación del prototipo virtual sin elementos elásticos

Mediante el uso del Software ADAMS, se llevó a cabo la simulación virtual del prototipo previamente diseñado en un software CAD. En primer lugar, se analizó la simulación del prototipo sin elementos elásticos y, posteriormente, se estudió el sistema que incorpora componentes flexibles.

Para la simulación del primer dispositivo, se utilizó el ensamble del robot bípedo y la superficie en la que realiza la marcha, con una inclinación de 1.6° . Se aplicó una fuerza de 5.2 Newtons durante 0.1 segundos en la conexión interna del robot, en dirección a la barra de aluminio. A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la marcha.

La Figura 5.1 muestra el comportamiento de θ_1 (pierna externa) y θ_2 (pierna interna) en función del tiempo, el gráfico muestra una amplitud para θ_1 que oscila entre 16.99° y -33.75° , y para θ_2 entre 34.96° y 33.74° .

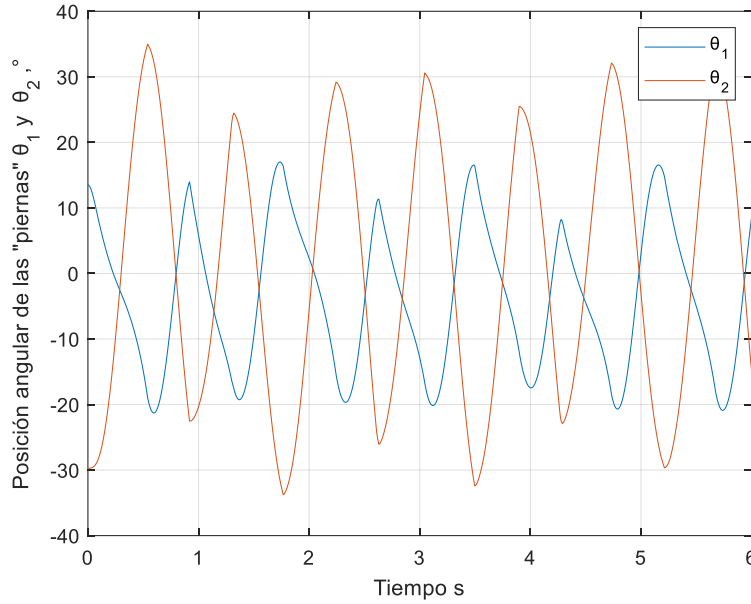


Figura 5.1 Comportamiento angular de θ_1 y θ_2 del robot bípido sin elementos elásticos.

La velocidad en función del tiempo es presentada en la Figura 5.2 donde $\dot{\theta}_1$ varía de $157.77^\circ/\text{s}$ a $114.04^\circ/\text{s}$ y $\dot{\theta}_2$ cambia de $216.56^\circ/\text{s}$ a $-204.2^\circ/\text{s}$.

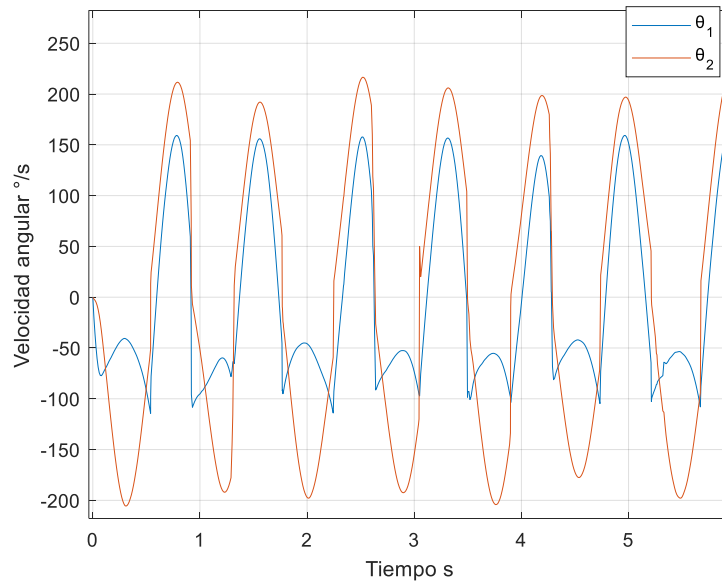


Figura 5.2 Velocidad angular de θ_1 y θ_2 del robot bípido sin elementos elásticos.

La Figura 5.3 se muestra el comportamiento de ambas piernas, donde θ_1 y θ_2 están graficados en el eje de las abscisas, y $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ en el eje de las ordenadas.

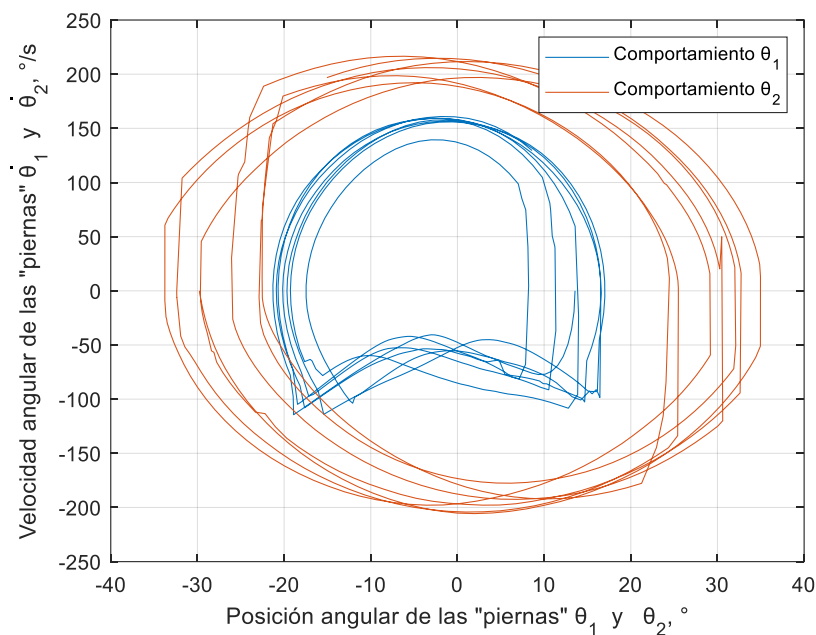


Figura 5.3 Comportamiento de θ_1 , θ_2 , $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del robot bípedo sin elementos elásticos.

En la Figura 5.3 se observa un comportamiento repetitivo en el sistema dinámico, que adopta la forma de un lazo cerrado. Además, al observar una aproximación con amplitud constante, se confirma que el sistema es conservativo. En los puntos máximos de desplazamiento, la velocidad es cero. Estos puntos son críticos, ya que marcan el alcance máximo de la oscilación, y se observa que el sistema mantiene un comportamiento estable cuando se aproxima a los puntos de inversión del movimiento.

5.1.1 Análisis energético del prototipo virtual

Con base en la simulación realizada en el Software ADAMS, de una marcha pasiva a través de una superficie con 1.6° de inclinación, se realiza un estudio de las energías del sistema, potencial y cinética. En la Figura 5.4 se muestra la energía potencial de ambas piernas en relación con el tiempo.

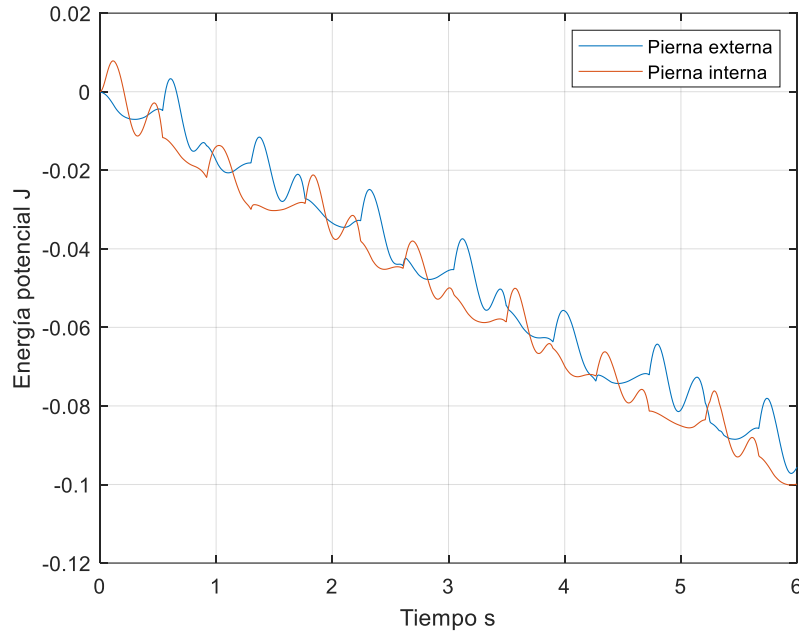


Figura 5.4 Energía potencial del robot bípedo sin elementos elásticos.

Dado que el punto de referencia para el análisis de la energía potencial se define como la posición inicial de cada centro de masa de las piernas, cualquier desviación de esta posición implica un cambio en la energía potencial asociado al sistema. En este caso, el comportamiento observado muestra un incremento negativo de la energía potencial a medida que las masas se desplazan desde su posición original, lo que sugiere que las fuerzas gravitatorias están siendo utilizadas de manera eficiente dentro del sistema dinámico. Este enfoque permite modelar de forma precisa las oscilaciones del sistema y facilita la comparación con el comportamiento predicho teóricamente para sistemas conservativos.

En la Figura 5.5 se presenta el análisis de la energía cinética en el sistema. Aquí se confirma que el sistema mantiene la conservación de la energía cinética, evidenciada por la estabilidad

en los valores máximos y mínimos durante el ciclo límite. Este resultado es posible gracias al diseño del sistema, que optimiza el aprovechamiento de las fuerzas gravitatorias y las inercias asociadas al movimiento de las piernas. Este balance dinámico entre las fuerzas internas y externas refuerza la capacidad del robot para sostener un movimiento fluido y estable, minimizando las pérdidas de energía no deseadas por fricción u otros factores. La gráfica proporciona una validación visual de que el sistema opera dentro de los parámetros esperados para un modelo conservativo.

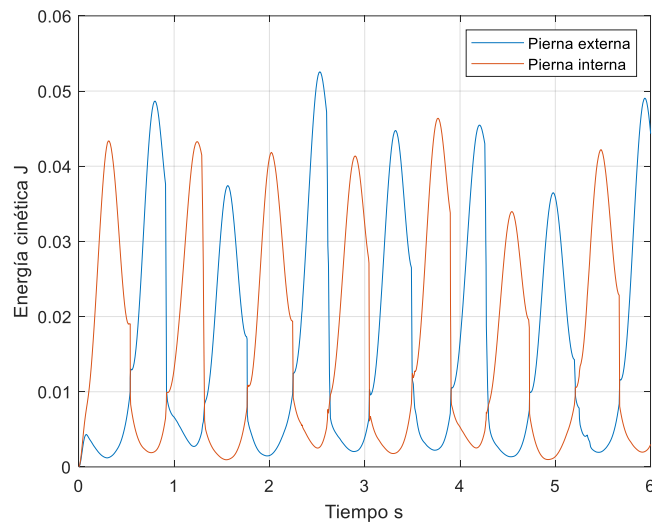


Figura 5.5 Energía cinética del robot bípido sin elementos elásticos.

En conclusión, el análisis energético del sistema confirma la conservación de la energía en un entorno dinámico diseñado para optimizar las fuerzas gravitatorias y las inercias. El incremento negativo de la energía potencial, es debido al desplazamiento de los centros de masa en el plano negativo, sin embargo, las energías en ambas piernas se conservan a medida que el caminante avanza. De igual manera, la estabilidad observada en los valores de energía cinética respalda el funcionamiento conservativo del sistema, asegurando movimientos fluidos y continuos. Estos resultados destacan la importancia de integrar el análisis teórico y experimental para validar el comportamiento dinámico del robot, contribuyendo al desarrollo de diseños más robustos y eficientes.

5.2 Pruebas experimentales al robot pasivo sin elementos elásticos

Se presenta el desempeño del robot bípedo pasivo que realiza una marcha sobre una superficie inclinada a 1.5 grados, correspondiente a la prueba experimental número 8. En esta evaluación, el prototipo fue sometido a condiciones controladas sin la incorporación de elementos elásticos, con el objetivo de observar su comportamiento dinámico bajo dichas características. El análisis se centró en identificar la estabilidad de la marcha y el aprovechamiento de las fuerzas gravitatorias para sostener el movimiento en pendiente.

Durante la prueba, se registró el ciclo límite del sistema y se analizaron las variaciones en las posiciones y velocidades de cada pierna. Los resultados obtenidos permitieron evaluar los efectos de la fricción y las inercias sobre el desempeño general del robot. Esta prueba es crucial para comprender cómo el diseño básico responde a inclinaciones y para establecer una referencia inicial antes de incorporar elementos adicionales.

Las gráficas de posición contra tiempo, mostradas en la Figura 5.6, de ambas piernas del robot bípedo, muestran cómo las articulaciones de las piernas se desplazan durante la marcha. Para ambas piernas se observa un comportamiento más estable, con un desplazamiento suave que refleja su función primaria de mantener el equilibrio. Estas gráficas son clave para entender cómo cada pierna contribuye al desplazamiento del sistema en función del tiempo.

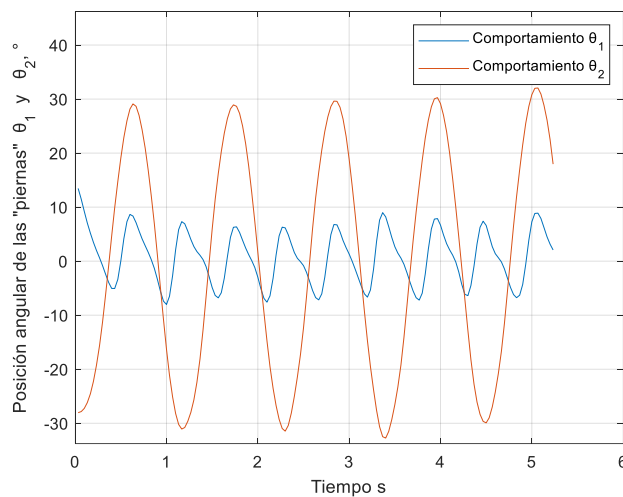


Figura 5.6 Comportamiento angular de θ_1 y θ_2 del prototipo sin elementos elásticos.

En la Figura 5.7 se presenta el análisis de las velocidades angulares de ambas piernas del robot bípedo a lo largo del tiempo. En este gráfico, destaca que la pierna interna exhibe una mayor amplitud en comparación con la pierna externa. Este comportamiento se asocia con la función dinámica de cada pierna: la pierna interna realiza movimientos más extensos y rápidos durante el ciclo de la marcha, ya que está más involucrada en las fases de balanceo. Por el contrario, la pierna externa mantiene movimientos más controlados y de menor magnitud, al desempeñar un rol predominante en el soporte y estabilidad del sistema.

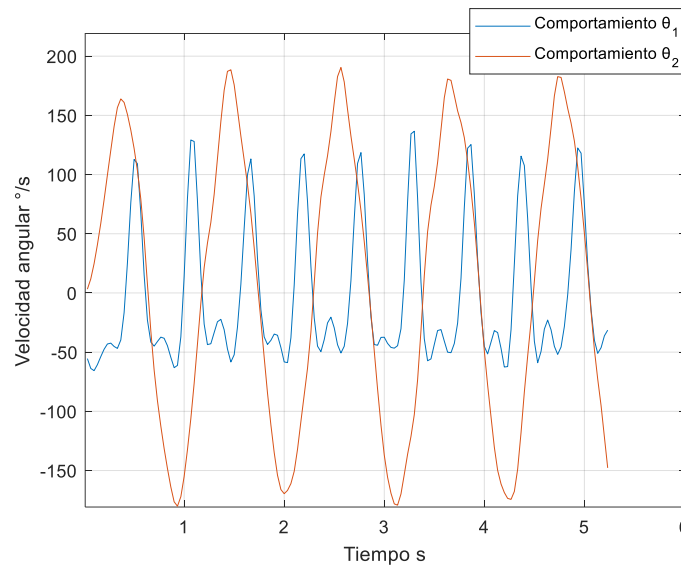


Figura 5.7 Velocidad angular de $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del prototipo sin elementos elásticos.

El ciclo límite graficado como velocidad vs. posición refleja la dinámica oscilatoria del sistema. Ambas piernas forman lazos cerrados, indicando un comportamiento periódico y estable. La pierna externa tiene un ciclo más compacto debido a su movimiento restringido, mientras que la pierna de balanceo presenta un lazo más amplio que corresponde a su mayor rango de movimiento. Las gráficas mostradas en la Figura 5.8 son cruciales para validar el comportamiento conservativo del sistema, asegurando que el diseño aprovecha las fuerzas gravitatorias e inerciales.

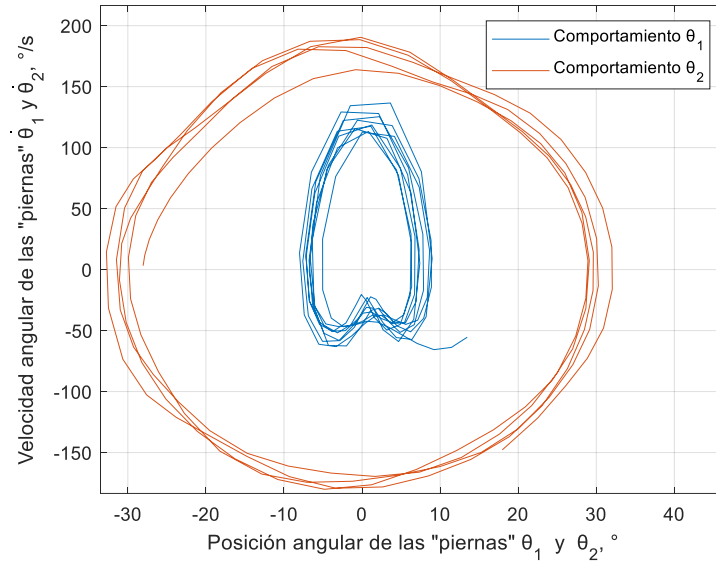


Figura 5.8 Comportamiento de θ_1 , θ_2 , $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del prototipo sin elementos elásticos.

5.3 Resultados del prototipo virtual con elementos elásticos

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir de la simulación virtual de un robot bípido pasivo, que incorpora elementos elásticos en su diseño. El mecanismo simula una marcha sobre una superficie plana, sin inclinación, con el objetivo de evaluar el comportamiento dinámico del sistema en condiciones controladas. La integración de los elementos elásticos tiene como objetivo mejorar la eficiencia del movimiento al aprovechar las fuerzas de restitución y reducir la pérdida de energía durante el ciclo de marcha. Los resultados virtuales permiten analizar cómo estos componentes influyen en la estabilidad y la fluidez del desplazamiento, proporcionando una base para las siguientes pruebas físicas del prototipo.

En la Figura 5.9 y Figura 5.10 se observa el comportamiento dinámico de ambas piernas del robot bípido pasivo con elementos elásticos, durante la simulación de la marcha sobre una superficie plana. Esta gráfica ilustra cómo cada pierna se mueve de manera sincronizada dentro de los primeros 5.5 pasos. Se observa una interacción entre las fuerzas del elemento

elástico y las inercias del sistema, dando como resultado un total de 5 pasos completos sobre la superficie de marcha. Además, se aprecia durante la marcha, amplitudes similares en

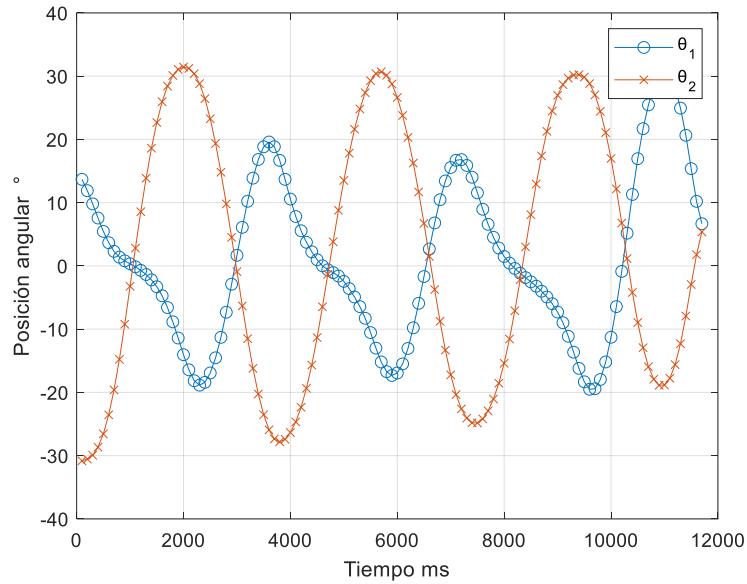


Figura 5.9 Comportamiento angular de θ_1 y θ_2 del robot bípedo con elementos elásticos.

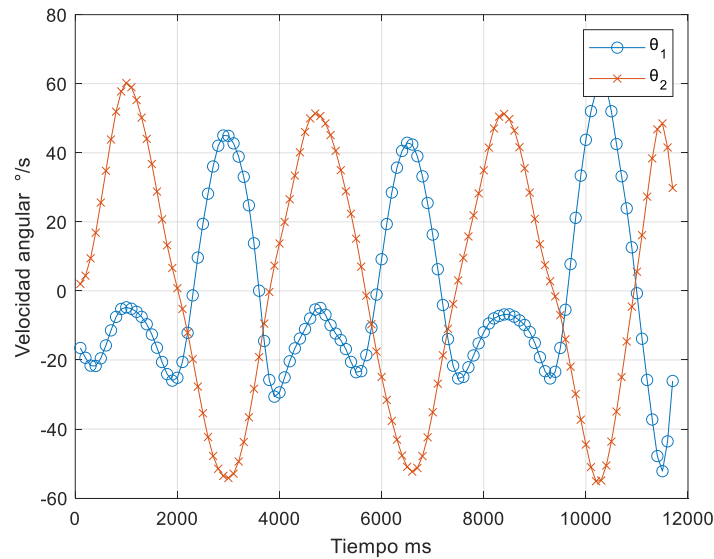


Figura 5.10 Velocidad angular de $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ del robot bípedo con elementos elásticos.

En la Figura 5.11 se observa el ciclo de marcha, que presenta el bípedo, manteniendo amplitudes similares en el comportamiento de θ_1 y θ_2 , lo que indica una estabilidad notable en los primeros cinco pasos del robot bípedo pasivo. Durante este intervalo, el sistema

mantiene un comportamiento predecible y controlado, lo que refleja una correcta sincronización entre las piernas y un adecuado aprovechamiento de las fuerzas de restitución proporcionadas por los elementos elásticos.

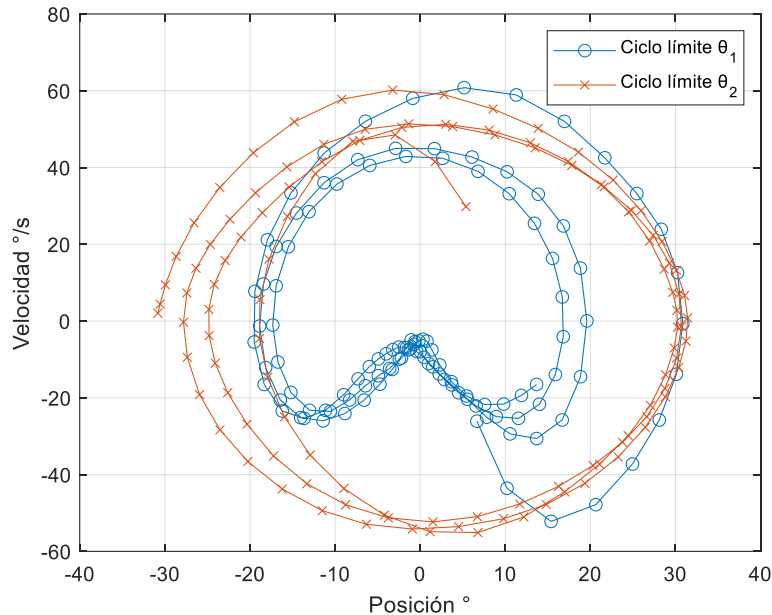


Figura 5.11 Ciclos de marcha.

5.3.1 Análisis energético de los prototipos virtuales

En este apartado se presentará un análisis comparativo de las energías involucradas en dos prototipos virtuales de robot bípedo: uno que incorpora resortes en su diseño y otro que prescinde de ellos. El enfoque se centra en la evaluación de la energía potencial y cinética de ambos sistemas durante su ciclo de marcha. A través de este análisis, se explorará cómo los resortes impactan en la distribución y conservación de la energía en el sistema, mejorando la eficiencia del movimiento, en comparación con el prototipo sin estos elementos. Este estudio permitirá comprender cómo las fuerzas elásticas contribuyen al rendimiento dinámico del robot, incrementando la estabilidad y fluidez del desplazamiento.

En la Figura 5.12 se presenta el gráfico de las energías potenciales de las piernas externas de ambos robots, donde se observa cómo varía esta energía a lo largo del ciclo de marcha. El análisis de energías en el software ADAMS, permite entender cómo la energía potencial cambia al incorporar resortes. De manera similar, en la Figura 5.13 se muestra el gráfico correspondiente a las piernas internas, reflejando la energía potencial asociada con estos miembros durante su movimiento. Ambas gráficas proporcionan una visión detallada del comportamiento energético de cada pierna y cómo su diseño influye en la eficiencia y estabilidad del robot durante el desplazamiento.

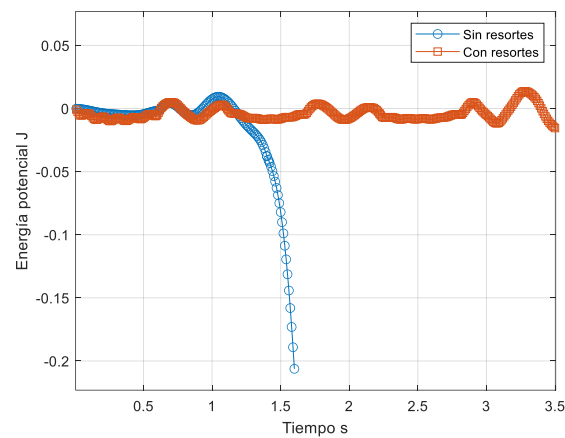


Figura 5.12 Energía potencial piernas internas

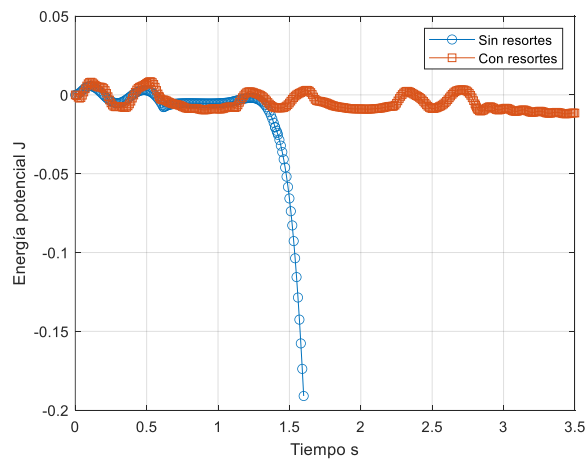


Figura 5.13 Energía potencial de las externas.

En la Figura 5.14 se muestra el gráfico de las energías cinéticas de piernas externas del robot bípedo. De manera similar, en la Figura 5.15 se presenta el gráfico correspondiente a las piernas internas, ilustrando la energía cinética asociada con estos miembros. Ambas figuras permiten una comparación detallada del comportamiento energético de cada pierna en cada robot.

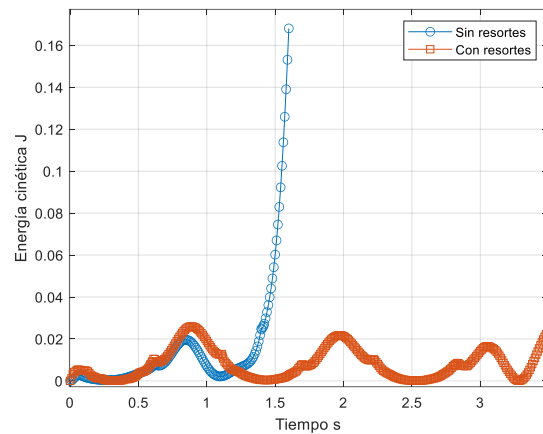


Figura 5.14 Energía cinética de las piernas externas.

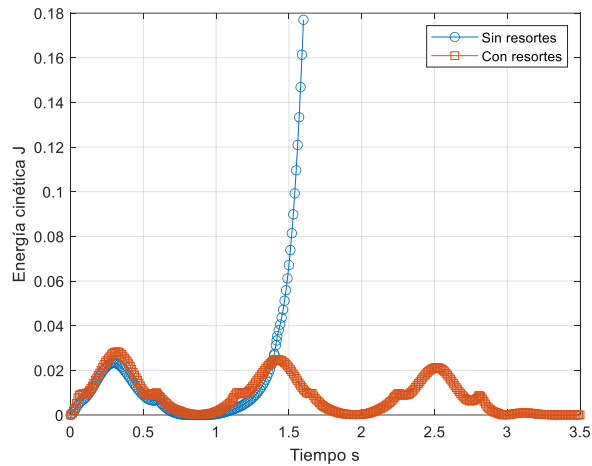


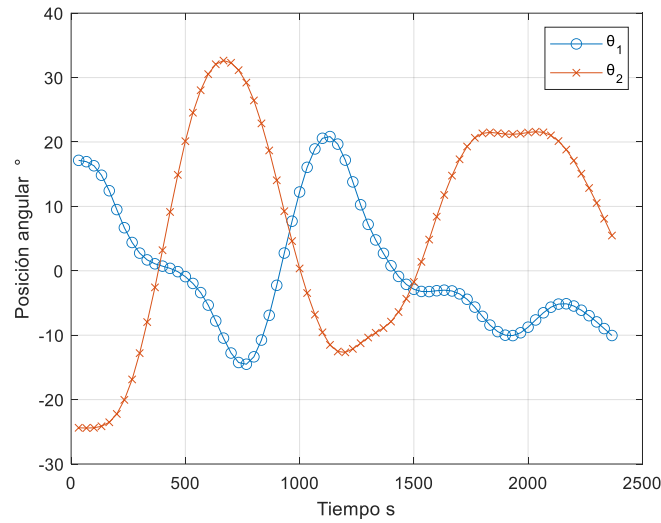
Figura 5.15 Energía cinética de las piernas internas.

El análisis del desempeño del robot bípedo con elementos elásticos demuestra una mejora significativa en comparación con el prototipo sin resortes. Los resortes incorporados permiten un aprovechamiento más eficiente de la energía almacenada, lo que se traduce en una marcha más estable y eficiente. Esto se respalda en los gráficos obtenidos, donde se observa que las energías cinética y potencial del prototipo con resortes oscilan de manera cercana al eje $y = 0$, evidenciando un patrón más controlado y balanceado. En contraste, las gráficas correspondientes al robot sin resortes muestran fluctuaciones abruptas y un alejamiento notable del equilibrio energético, reflejando una pérdida de estabilidad y eficiencia en la marcha. Estos hallazgos destacan la importancia de los elementos elásticos para optimizar el comportamiento dinámico de robots bípedos.

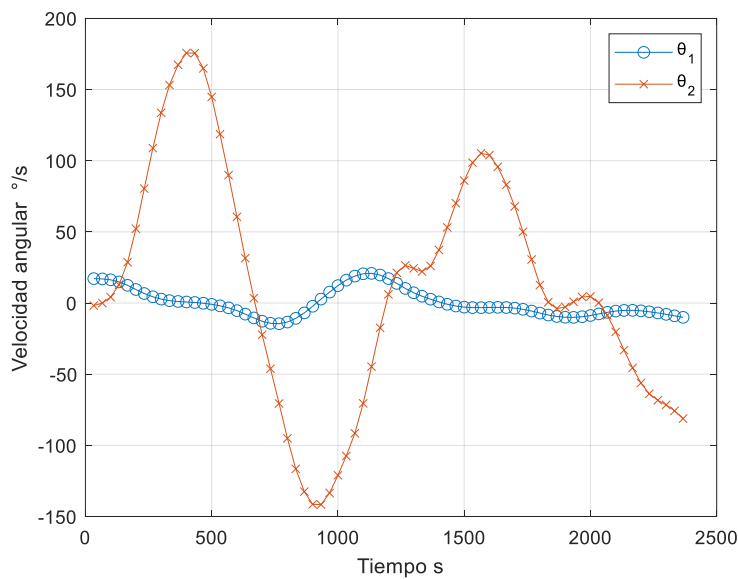
5.4 Resultados experimentales del robot pasivo con elementos elásticos

En este apartado se presentan los resultados experimentales obtenidos del robot bípedo pasivo, el cual incorpora elementos elásticos en su diseño. El robot reproduce una marcha sobre una superficie no inclinada, con el objetivo de evaluar su desempeño y eficiencia en este tipo de entornos. Los resultados experimentales permitirán analizar cómo los elementos elásticos influyen en la dinámica del robot, especialmente en términos de estabilidad y fluidez de movimiento. Estos experimentos son fundamentales para entender el impacto de los resortes en la marcha del robot y su capacidad para mantener el equilibrio sin la intervención de sistemas de control complejos.

En la Figura 5.16 se muestra el comportamiento angular de las piernas del sistema bípedo durante la marcha experimental. En este gráfico, se puede observar un comportamiento anormal en comparación con lo esperado según las simulaciones previas. Este comportamiento inesperado sugiere posibles discrepancias entre las condiciones del modelo virtual y los resultados obtenidos en el entorno físico, lo que podría deberse a factores como la fricción o variaciones indeseadas en los parámetros.


 Figura 5.16 Comportamiento de θ_1 y θ_2 .

En la Figura 5.17 se muestra el comportamiento de las velocidades en cada pierna del robot bípedo. Al igual que en el gráfico de posiciones, se observa un comportamiento anormal en comparación con lo que se esperaba según las simulaciones previas. Este desajuste puede estar relacionado con factores como el coeficiente de rigidez en los resortes, fricciones o posibles imprecisiones en los parámetros físicos del prototipo, lo que provoca diferencias en el desempeño real respecto a los resultados simulados.


 Figura 5.17 Comportamiento de $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$.

En el diagrama mostrado en la Figura 5.18, se observa un comportamiento no deseado que se aleja del patrón comúnmente esperado en sistemas como el del robot bípedo pasivo con marchas derivadas al ciclo límite. Normalmente, los ciclos límite presentan una trayectoria cerrada y continua, donde el sistema mantiene un ciclo repetitivo y estable durante su marcha. Sin embargo, en este caso, se puede notar una irregularidad en el ciclo, lo que sugiere que el robot no está alcanzando el equilibrio o la estabilidad ideal en los puntos de inversión de movimiento.

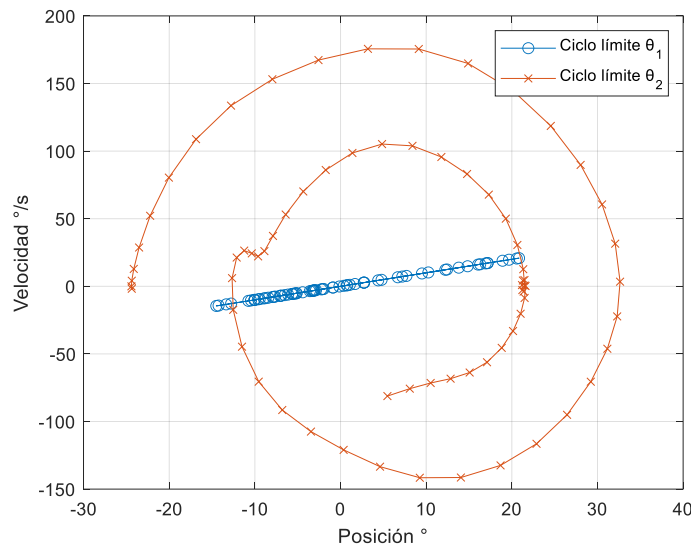


Figura 5.18 Diagrama de estado de fase inestable.

El análisis de esta anomalía es crucial, ya que afecta directamente la capacidad del robot para caminar de manera eficiente y estable. Se requiere una revisión más profunda del modelo y las condiciones experimentales para identificar la causa exacta y corregirla, optimizando así el comportamiento del robot en futuras pruebas.

5.4.1 Resultados experimentales del prototipo sin resortes en superficie sin inclinación

A pesar del comportamiento imprevisto observado en el prototipo con resortes, es fundamental realizar un análisis del mecanismo que no incorpora estos elementos elásticos. Este análisis es crucial para obtener una comprensión más completa del fenómeno de marcha del robot bípedo, especialmente en condiciones controladas de una superficie sin inclinación. Al estudiar el desempeño de la versión sin resortes, se pueden identificar las diferencias clave

en la dinámica del robot, lo que permitirá realizar ajustes y mejoras en el diseño general del sistema. Además, este análisis ofrece una perspectiva sobre cómo la ausencia de resortes influye en la estabilidad, la eficiencia del movimiento y el control del robot en comparación con la versión con resortes.

En la Figura 5.19, se presenta el comportamiento angular de las piernas del robot sin resortes, donde se observa un patrón de movimiento que es coherente con el comportamiento del robot que cuenta con resortes, ya que pierde de forma abrupta la estabilidad.

El comportamiento observado es similar, sin embargo, la ausencia de los resortes modifica el rendimiento general del robot, pero aun así permite identificar la influencia de otros factores como la fricción, la inercia de los componentes y la distribución del peso sobre las piernas, los cuales siguen jugando un papel crucial en el movimiento y la estabilidad del sistema.

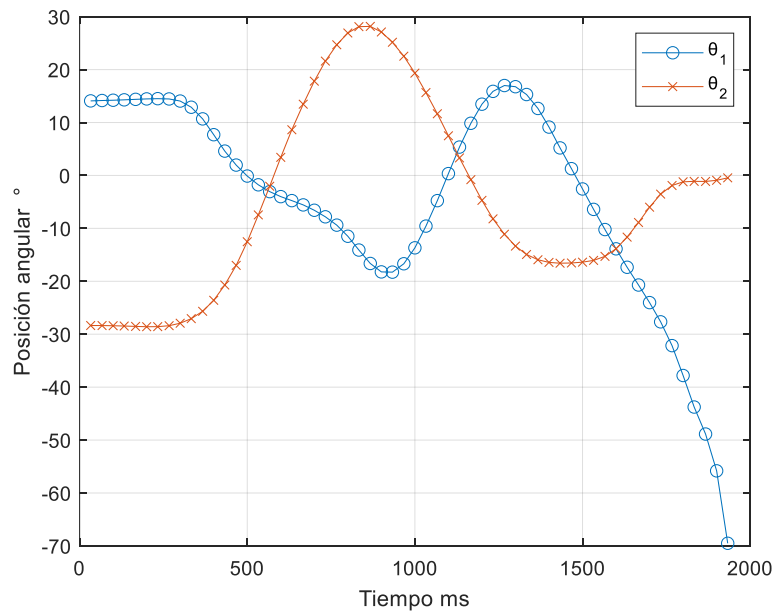


Figura 5.19 Posición angular de θ_1 y θ_2 .

En la Figura 5.20, se observa el comportamiento de las velocidades angulares de los eslabones en el robot bípedo sin resortes. El gráfico revela los momentos de mayor y menor velocidad angular en las diferentes fases del ciclo. Sin embargo, este modelo sin resortes

presentó una notable limitación en su capacidad para mantener la marcha activa, logrando únicamente completar menos de dos ciclos completos de marcha (pasos) antes de detenerse.

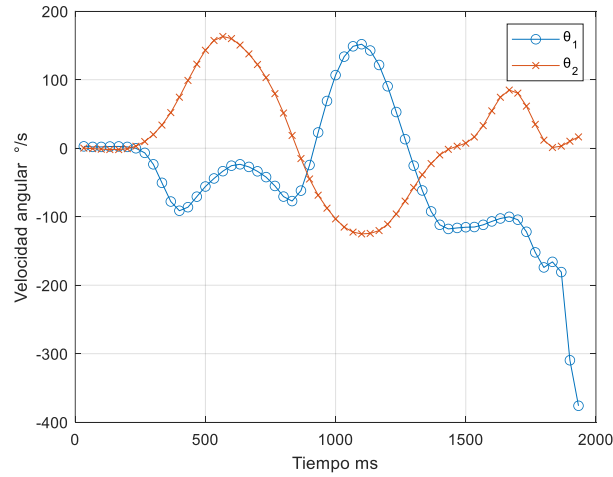


Figura 5.20 Velocidad angular θ_1 y θ_2 .

En la Figura 5.21 se observa el comportamiento del ciclo límite para las variables θ_1 y θ_2 . En el caso de θ_1 , su trayectoria muestra una tendencia a salir de la órbita esperada, lo que indica una pérdida de estabilidad en el comportamiento dinámico del sistema. Por otro lado, la trayectoria de θ_2 converge hacia un punto estable en el espacio de estados. Este comportamiento sugiere que, aunque θ_2 logre estabilizarse, el sistema en general no es capaz de mantener un patrón cíclico estable debido al comportamiento en θ_1 .

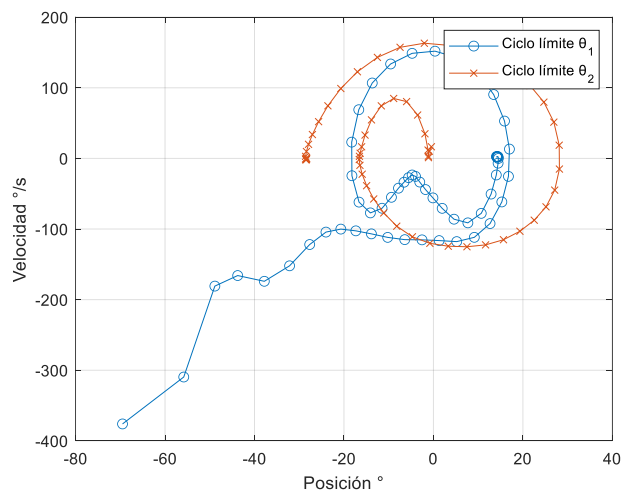


Figura 5.21 Diagrama de estado de fase con inestabilidad.

5.5 Resultados del modelo matemático

La Figura 5.22 presenta el ciclo de marcha del sistema de ecuaciones presentado en la Ecuación (3.29), donde se observa una aproximación del ciclo límite del comportamiento del sistema. Este ciclo se obtiene a través de la combinación de dos simulaciones, que comparten datos para asegurar la continuidad del comportamiento. Para ello, se sustituyen los valores finales de la primera simulación en las condiciones iniciales de la segunda. El método de solución empleado para estas simulaciones fue el de Runge-Kutta de 4° y 5° orden.

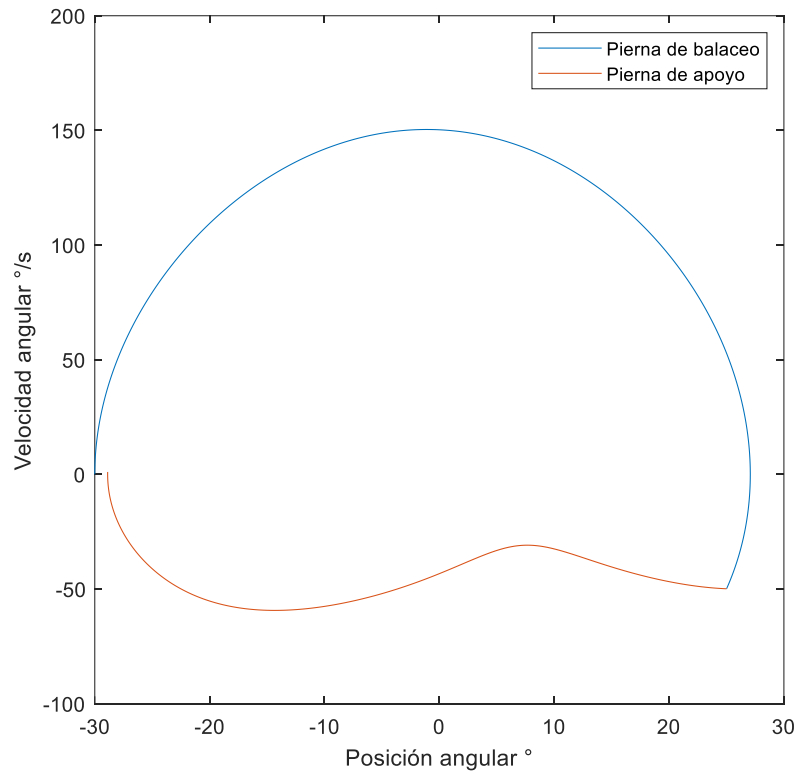


Figura 5.22 Solución del modelo matemático.

Esta solución muestra un comportamiento cercano al ciclo límite del sistema, ya que no se considera el modelo de contacto presente en los pies y la superficie de marcha. En el gráfico se muestran dos variables: θ_1 y θ_2 (posición angular de ambas piernas) en el eje horizontal y $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ (velocidad angular de ambas piernas) en el eje vertical. El cambio entre las diferentes regiones refleja un comportamiento no lineal del sistema, evidenciando una interacción entre la energía cinética y la energía potencial.

5.6 Resultados de la simulación y prueba experimental

La Figura 5.23 presenta una comparación del comportamiento de las piernas externas, mostrando los ciclos de marcha. Las curvas azules representan los ciclos de marcha obtenidos en la simulación, mientras que la curva naranja corresponde al ciclo de marcha experimental.

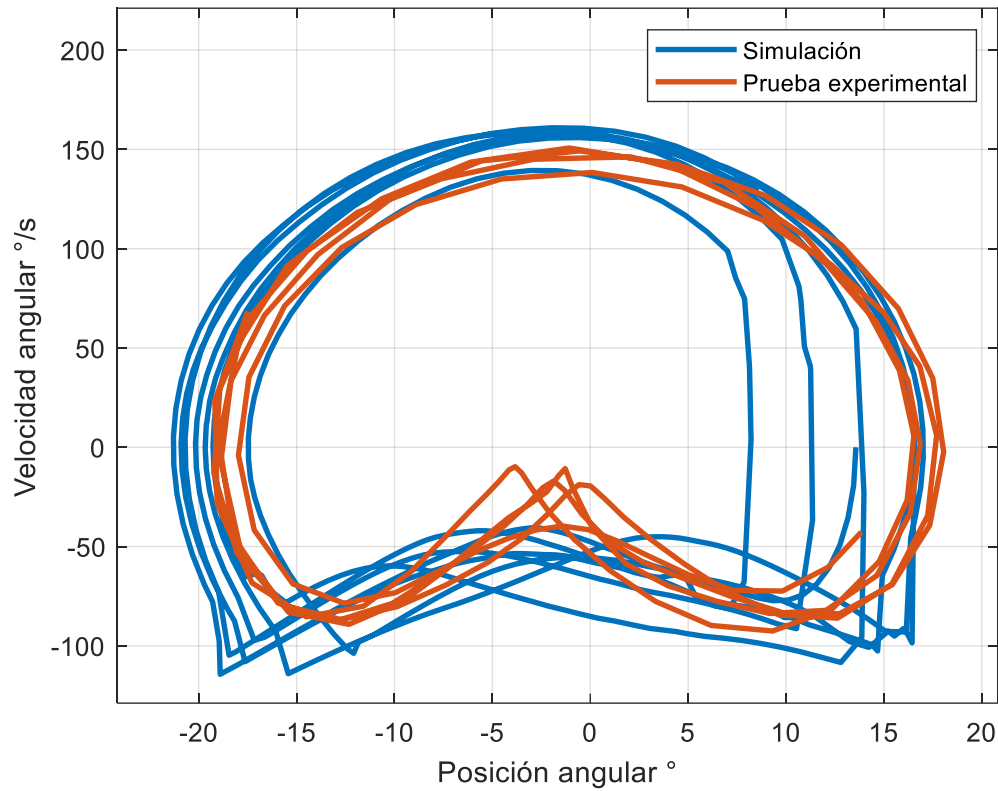


Figura 5.23 Comparación del comportamiento de las piernas externas en simulación y experimental.

Por otro lado, la Figura 5.24 muestra la comparación del comportamiento de las piernas internas. Los datos obtenidos de las simulaciones y del análisis del prototipo físico se grafican con el fin de validar los resultados de la simulación.

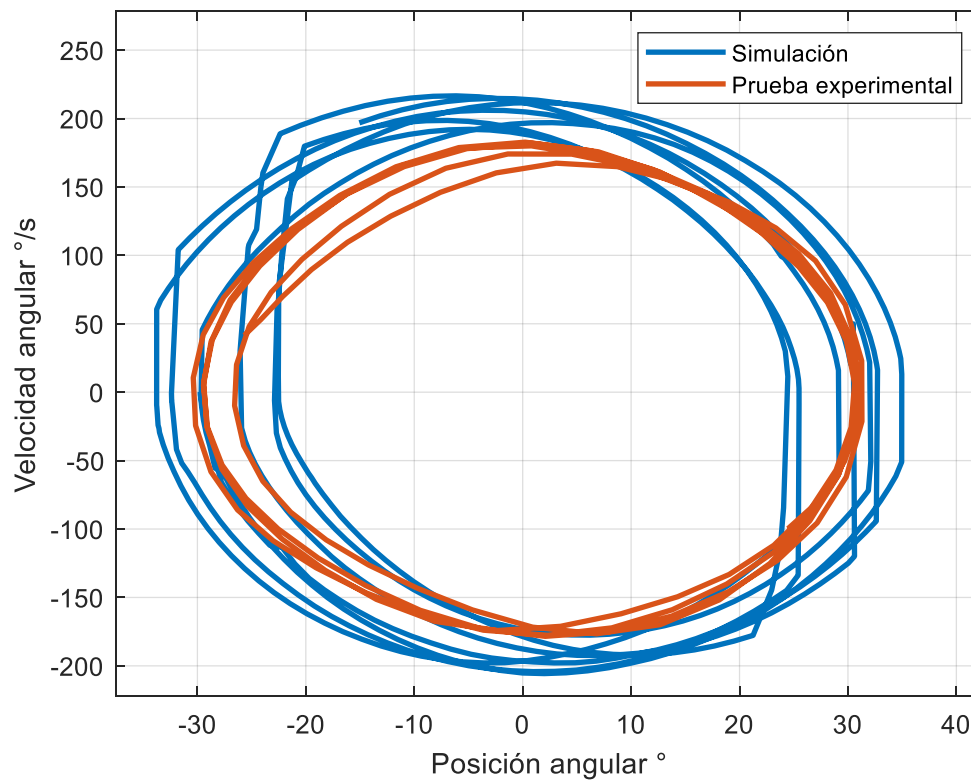


Figura 5.24 Comparación del comportamiento de las piernas externas en simulación y experimental.

Capítulo

6

Conclusiones y trabajos futuros

6.1 Recapitulación

El presente subtema aborda las conclusiones del estudio de investigación en el desarrollo de un robot bípedo pasivo basado en el ciclo límite, destacando la implementación de dos modelos principales. El primer modelo corresponde a un robot pasivo sin elementos elásticos, que demuestra la capacidad de realizar marchas pasivas estables sobre superficies inclinadas a 1.6 grados, reflejando un diseño eficiente para condiciones específicas. Por otro lado, se desarrolló un segundo modelo que incluye elementos elásticos, lo que permite un aprovechamiento más efectivo de la energía de deformación almacenada en los resortes. Este diseño mejora el desempeño general del sistema, mostrando una estabilidad superior en comparación con el modelo sin resortes.

Se realizó una simulación en el software ADAMS para representar un comportamiento aproximado a la realidad. Estas simulaciones reflejan fielmente el diseño del robot construido y utilizan parámetros lo más cercanos posible. Además, se incluye un análisis de energías (potencial y cinética) en este software, aspecto que no se aborda en la revisión bibliográfica.

A continuación, se presentan las conclusiones derivadas de los análisis realizados tanto en el prototipo virtual como en el físico

6.1.1 Robot bípedo pasivo sin elementos elásticos en superficies con inclinación

El diseño y construcción del robot bípedo pasivo presentado destaca por su enfoque simplificado para replicar la locomoción humana, aprovechando la energía gravitacional. El diseño mecánico fue cuidadosamente mejorado para garantizar estabilidad y eficiencia durante la marcha, empleando materiales ligeros y resistentes, como aluminio y PLA, lo que permitió una construcción funcional, precisa y económica.

Se comprobó que el prototipo puede mantener marchas estables en una superficie con 1.6° de inclinación, siempre que se cumplan las condiciones iniciales necesarias. Estas condiciones incluyen una adecuada generación de velocidades iniciales, una correcta posición de las piernas previas al lanzamiento, una alineación precisa del prototipo y la ausencia de perturbaciones externas, como impactos no deseados o irregularidades en la superficie de marcha.

Bajo las circunstancias correctas, el robot logró completar una rampa de 11 pasos consecutivos, demostrando no solo la viabilidad del diseño, sino también su capacidad para reproducir un patrón de marcha controlado y estable. Sin embargo, cuando no se logra una marcha continua, los resultados indican que las fallas se deben principalmente a deficiencias en la generación de las condiciones iniciales o a factores externos, como desalineaciones o desajustes en la superficie.

El robot realiza marchas constantes siempre y cuando las amplitudes de θ_1 oscilen entre 18.05° y -21.28° y de θ_2 cuando oscile entre 34.9° y -33.75° . Además, el sistema debe mantener velocidades que oscilen de forma cuasi-periódica en los siguientes intervalos. Para $\dot{\theta}_1$ entre $160.9^\circ/\text{s}$ y $-114.3^\circ/\text{s}$ y para $\dot{\theta}_2$ entre $216.2^\circ/\text{s}$ y $-205.6^\circ/\text{s}$.

En conclusión, este prototipo valida el potencial de los robots bípedos pasivos como plataformas accesibles y sostenibles para el estudio de la locomoción en terrenos con inclinación. Los resultados obtenidos abren nuevas oportunidades para perfeccionar este tipo de tecnologías y explorar su aplicación en investigaciones futuras relacionadas con la biomecánica y la robótica.

6.1.2 Robot bípedo pasivo con y sin elementos elásticos en superficies sin inclinación

El diseño de un robot bípedo pasivo con elementos elásticos representa una contribución significativa a la comunidad científica, ya que abre nuevas posibilidades para mejorar los mecanismos de locomoción e innovar en el uso de materiales.

El prototipo con resortes logró completar al menos tres pasos consecutivos en una superficie plana, superando ligeramente al modelo sin elasticidad, ya que solo alcanzó un máximo de dos pasos por marcha. Además, su desplazamiento se mantuvo aproximadamente un segundo más, gracias al almacenamiento y liberación parcial de energía. Sin embargo, su desempeño sigue limitado por la falta de mitigación de perturbaciones. Las oscilaciones en los pies con respecto a las piernas durante la marcha hacen que irregularidades en el terreno, como bloques o desniveles, afecten significativamente su estabilidad, provocando su detención o caída.

Para mejorar su desempeño, se recomienda integrar un sistema de inyección de energía que optimice la estabilidad y aumente el número de pasos consecutivos. Este prototipo no solo es una innovación tecnológica, sino que también destaca por su bajo costo, accesibilidad y facilidad de fabricación. Además, promueve el uso de materiales sostenibles, como el PLA, en el desarrollo de robots experimentales, alineándose con las tendencias actuales en sostenibilidad. Este avance tiene el potencial de ampliar el conocimiento y las aplicaciones de la locomoción robótica pasiva en distintos entornos científicos y tecnológicos.

6.1.3 Análisis de energía potencial y cinética del prototipo sin elementos elásticos en superficies con 1.6° de inclinación

El análisis de las energías cinética y potencial en sistemas dinámicos, como los robots pasivos, proporciona información clave para el diseño y mejora de estos mecanismos. Este estudio permite comprender la distribución de energía dentro del sistema, la interacción entre sus componentes y las posibles mejoras en su desempeño.

En particular, se analizó la energía cinética y potencial del robot sin elementos elásticos sobre una rampa con una inclinación de 1.6°. Al calcular esta energía tomando como referencia la

posición inicial de los centros de masa, se espera una disminución en la energía potencial, ya que el sistema avanza cuesta abajo. Se observó que la energía potencial de la pierna interna oscila entre 0.013 J y 0.016 J, tomando la máxima y mínima amplitud de las curvas. Al mantener oscilaciones cuasiperiódicas a través de todo el recorrido sin permanecer constante, se concluye que, el sistema gana energía a causa de las fuerzas gravitatorias, por encima de las pérdidas de energía por fricción e impacto.

En la energía cinética se puede observar de manera más clara las oscilaciones cuasiperiódicas del sistema lo que corrobora que el mecanismo tiene una marcha estable a través de la superficie de marcha.

6.1.4 Análisis de energía potencial y cinética de los prototipos con y sin elementos elásticos en superficies sin inclinación

El análisis de las energías cinética y potencial demuestra el desempeño superior del robot con elementos elásticos en comparación con el modelo sin ellos. La presencia de oscilaciones cuasiperiódicas en ambas energías indica una marcha estable. En contraste, el robot sin elementos elásticos muestra una caída abrupta en la energía potencial y un incremento súbito en la energía cinética, evidenciando una marcha inestable.

Se concluye que la incorporación de un sistema de inyección de energía es fundamental para permitir al mecanismo mantener marchas más prolongadas, aprovechando de la energía almacenada en los elementos elásticos.

6.1.5 Modelo dinámico

El modelado dinámico del robot bípedo bidimensional permitió obtener un sistema de dos ecuaciones diferenciales no lineales, cuya solución ofrece una aproximación al comportamiento del ciclo límite del sistema. Sin embargo, esta solución no representa con total precisión el ciclo límite real, ya que no considera efectos clave como los impactos durante la marcha, la fricción entre las piernas ni la interacción con el medio. Para obtener un modelo más fiel a la realidad, es necesario incorporar estos factores en futuras iteraciones

del análisis, lo que permitirá una mejor comprensión de la estabilidad y el desempeño del robot en diferentes condiciones.

6.1.6 Simulación y pruebas experimentales

Tanto en el robot experimental como en la simulación virtual, se observaron ciclos de marcha que presentan comportamientos cualitativamente similares en términos de la amplitud de los ángulos y las velocidades de ambas piernas.

Aunque los comportamientos son similares, no son idénticos. Las amplitudes de los ángulos y velocidades presentan discrepancias, las cuales pueden atribuirse a perturbaciones no consideradas en la simulación, como la fricción y el amortiguamiento presentes en el sistema experimental.

Estos errores son significativos en ciertos intervalos de tiempo, lo que indica que el modelo simulado no captura completamente la dinámica del sistema real. En ambos casos, el sistema tiende a un comportamiento periódico estable, es decir, un ciclo límite.

6.2 Trabajos futuros

Las diferencias observadas entre las simulaciones y los resultados experimentales sugieren la necesidad de realizar investigaciones adicionales que aborden la mejora de los modelos matemáticos y la simulación.

- Incorporación de la geometría de los pies al modelo matemático.
- Estudio del fenómeno de contacto (impacto) en la superficie de marcha con los pies del robot.
- Estudio de los fenómenos de fricción en los múltiples enlaces del prototipo físico.
- Un análisis teórico de los ciclos límite y bifurcaciones del robot bípedo.
- Incorporación de un dispositivo de inyección de energía a los prototipos pasivos.

Referencias

- [1] T. McGeer, "Passive Dynamic Walking," *Int J Rob Res*, vol. 9, no. 2, pp. 62–82, Apr. 1990, doi: 10.1177/0278364990000900206.
- [2] M. Garcia, A. Ruina, and M. Coleman, "Some Results In Passive-Dynamic Walking," Dec. 1997.
- [3] M. Haro, "Laboratorio de análisis de marcha y movimiento," *Revista Médica Clínica Las Condes*, vol. 25, no. 2, pp. 237–247, Mar. 2014, doi: 10.1016/S0716-8640(14)70034-3.
- [4] J. Gallego and A. Forner, "Síntesis de la marcha robótica mediante la aproximación del ciclo límite: el robot bípedo esbirro," *Science CSIC*, 2008.
- [5] Y. Hörmüzlü and G. D. Moskowitz, "The role of impact in the stability of bipedal locomotion," *Dynamics and Stability of Systems*, vol. 1, no. 3, pp. 217–234, Jan. 1986, doi: 10.1080/02681118608806015.
- [6] M. Garcia, A. Chatterjee, A. Ruina, and M. Coleman, "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling," *J Biomech Eng*, vol. 120, no. 2, pp. 281–288, Apr. 1998, doi: 10.1115/1.2798313.
- [7] N. Khraief, N. K. M'Sirdi, and M. W. Spong, "Nearly passive dynamic walking of a biped robot," in *2003 European Control Conference (ECC)*, IEEE, Sep. 2003, pp. 1832–1838. doi: 10.23919/ECC.2003.7085232.
- [8] P. Rouchon and H. Sira-Ramirez, "Control of the walking toy: a flatness approach," in *Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003.*, IEEE, Jun. 2003, pp. 2018–2023. doi: 10.1109/ACC.2003.1243371.
- [9] S. Miyakoshi and G. Cheng, "Examining human walking characteristics with a telescopic compass-like biped walker model," in *2004 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (IEEE Cat. No.04CH37583)*, IEEE, 2004, pp. 1538–1543. doi: 10.1109/ICSMC.2004.1399850.

- [10] S. Collins, A. Ruina, R. Tedrake, and M. Wisse, “Efficient Bipedal Robots Based on Passive-Dynamic Walkers,” *Science (1979)*, vol. 307, no. 5712, pp. 1082–1085, Feb. 2005, doi: 10.1126/science.1107799.
 - [11] Y. Harata, F. Asano, Z.-W. Luo, K. Taji, and Y. Uno, “Biped gait generation based on parametric excitation by knee-joint actuation,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, Oct. 2007, pp. 2198–2203. doi: 10.1109/IROS.2007.4399337.
 - [12] F. Asano, Zhi-Wei Luo, and Zhi-Wei Luo, “Energy-Efficient and High-Speed Dynamic Biped Locomotion Based on Principle of Parametric Excitation,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24, no. 6, pp. 1289–1301, Dec. 2008, doi: 10.1109/TRO.2008.2006234.
 - [13] R. Briones, “Diseño de un robot bípedo pasivo con rodillas,” Universidad de Chile Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Santiago Chile, 2008.
 - [14] K. Trifonov, G. Enriquez, and S. Hashimoto, “Design issues and applications for a passive-dynamic walker,” *International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*, vol. 4, no. 3, pp. 57–71, 2009.
 - [15] F. Asano, “Simulation and experimental studies on passive-dynamic walker that consists of two identical crossed frames,” in *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, May 2010, pp. 1703–1708. doi: 10.1109/ROBOT.2010.5509531.
 - [16] B. Singh, “A Rule Based Biped Dynamic Walking,” Indian Institute of Technology Hyderabad, Hyderabad, 2011.
 - [17] J. Kim, C.-H. Choi, and M. W. Spong, “Passive dynamic walking with knee and fixed flat feet,” in *2012 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, IEEE, Oct. 2012, pp. 2744–2750. doi: 10.1109/ICSMC.2012.6378163.
 - [18] J.-S. Moon and M. W. Spong, “Energy plane analysis for passive dynamic walking,” in *2012 12th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids 2012)*, IEEE, Nov. 2012, pp. 580–585. doi: 10.1109/HUMANOIDS.2012.6651578.
-

- [19] M. Benallegue, J.-P. Laumond, and A. Berthoz, “Contribution of actuated head and trunk to passive walkers stabilization,” in *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, May 2013, pp. 5638–5643. doi: 10.1109/ICRA.2013.6631387.
- [20] R. Stopforth, G. Bright, and C. Feng, “A hip actuated passive dynamic walking biped,” in *Eurocon 2013*, IEEE, Jul. 2013, pp. 1905–1910. doi: 10.1109/EUROCON.2013.6625238.
- [21] A. Matus and H. G. Gonzalez-Hernandez, “Dynamic passive biped robot simulation based on virtual gravity using Matlab,” in *CONIELECOMP 2013, 23rd International Conference on Electronics, Communications and Computing*, IEEE, Mar. 2013, pp. 207–211. doi: 10.1109/CONIELECOMP.2013.6525787.
- [22] A. Matus-Vargas and H. G. Gonzalez-Hernandez, “Passive dynamic walking based on virtual gravity using neural networks,” in *2013 IEEE International Autumn Meeting on Power Electronics and Computing (ROPEC)*, IEEE, Nov. 2013, pp. 1–6. doi: 10.1109/ROPEC.2013.6702751.
- [23] T. Yamada, S. Okamoto, and J. H. Lee, “Semi-passive Biped Robot using Motion Control Combining Energy and PD Controls,” *The Proceedings of Conference of Chugoku-Shikoku Branch*, vol. 2014.52, no. 0, p. _608-1 _- 608-3_, 2014, doi: 10.1299/jsmeecs.2014.52._608-1_.
- [24] F. Rasouli, M. Naraghi, and A. T. Safa, “Asymmetric gait analysis based on passive dynamic walking theory,” in *2016 4th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM)*, IEEE, Oct. 2016, pp. 361–366. doi: 10.1109/ICRoM.2016.7886765.
- [25] I. Obayashi, S. Aoi, K. Tsuchiya, and H. Kokubu, “Formation mechanism of a basin of attraction for passive dynamic walking induced by intrinsic hyperbolicity,” *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 472, no. 2190, p. 20160028, Jun. 2016, doi: 10.1098/rspa.2016.0028.
- [26] H. Suzuki, J. H. Lee, and S. Okamoto, “Development of semi-passive biped walking robot embedded with CPG-based locomotion control,” in *2017 14th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI)*, IEEE, Jun. 2017, pp. 75–78. doi: 10.1109/URAI.2017.7992889.

- [27] I. Hussain, M. I. Awad, A. Bin Junaid, F. Renda, L. Seneviratne, and D. Gan, “Dynamic modeling and numerical simulations of a passive robotic walker using Euler-Lagrange method,” in *2018 11th International Symposium on Mechatronics and its Applications (ISMA)*, IEEE, Mar. 2018, pp. 1–6. doi: 10.1109/ISMA.2018.8330124.
 - [28] M. Nourian Zavareh, F. Nazarimehr, K. Rajagopal, and S. Jafari, “Hidden Attractor in a Passive Motion Model of Compass-Gait Robot,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 28, no. 14, p. 1850171, Dec. 2018, doi: 10.1142/S0218127418501717.
 - [29] C. Rodriguez, J. Martinez, and S. Murillo, “Stable walking dynamics in a semi-passive biped,” in *Robotics Transforming the Future*, CLAWAR Association Ltd., Sep. 2018. doi: 10.13180/clawar.2018.10-12.09.33.
 - [30] S. Noda *et al.*, “Semi-Passive Walk and Active Walk by One Bipedal Robot,” in *2018 IEEE-RAS 18th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, IEEE, Nov. 2018, pp. 1025–1031. doi: 10.1109/HUMANOIDS.2018.8624983.
 - [31] H. Gritli and S. Belghith, “Walking dynamics of the passive compass-gait model under OGY-based state-feedback control: Rise of the Neimark–Sacker bifurcation,” *Chaos Solitons Fractals*, vol. 110, pp. 158–168, May 2018, doi: 10.1016/j.chaos.2018.03.026.
 - [32] C. Liu, J. Yang, K. An, M. Liu, and Q. Chen, “Robust Control of Semi-passive Biped Dynamic Locomotion based on a Discrete Control Lyapunov Function,” *Robotica*, vol. 38, no. 8, pp. 1345–1358, Aug. 2020, doi: 10.1017/S0263574719001504.
 - [33] W. Znegui, H. Gritli, and S. Belghith, “Design of an explicit expression of the Poincaré map for the passive dynamic walking of the compass-gait biped model,” *Chaos Solitons Fractals*, vol. 130, p. 109436, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.chaos.2019.109436.
 - [34] W. Znegui, H. Gritli, and S. Belghith, “Stabilization of the passive walking dynamics of the compass-gait biped robot by developing the analytical expression of the controlled Poincaré map,” *Nonlinear Dyn*, vol. 101, no. 2, pp. 1061–1091, Jul. 2020, doi: 10.1007/s11071-020-05851-9.
-

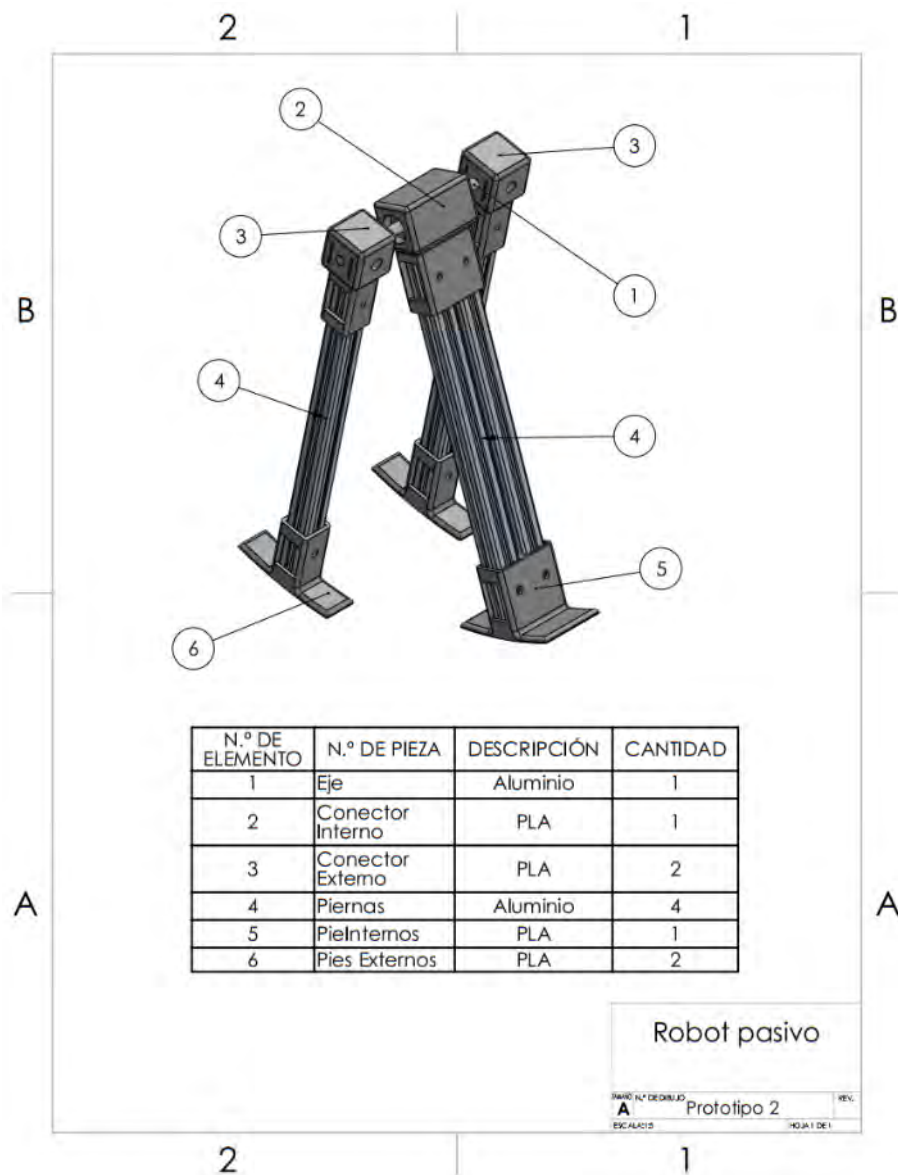
- [35] E. Corral, M. J. García, C. Castejon, J. Meneses, and R. Gismeros, “Dynamic Modeling of the Dissipative Contact and Friction Forces of a Passive Biped-Walking Robot,” *Applied Sciences*, vol. 10, no. 7, p. 2342, Mar. 2020, doi: 10.3390/app10072342.
 - [36] O. Makarenkov, “Existence and stability of limit cycles in the model of a planar passive biped walking down a slope,” *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 476, no. 2233, p. 20190450, Jan. 2020, doi: 10.1098/rspa.2019.0450.
 - [37] J. Martínez-Castelán and M. Villarreal-Cervantes, “Integrated Structure-Control Design of a Bipedal Robot Based on Passive Dynamic Walking,” *Mathematics*, vol. 9, no. 13, p. 1482, Jun. 2021, doi: 10.3390/math9131482.
 - [38] E. Added, H. Gritli, and S. Belghith, “Further Analysis of the Passive Walking Gaits of the Compass Biped Robot: Bifurcations and Chaos,” in *2021 18th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, IEEE, Mar. 2021, pp. 160–165. doi: 10.1109/SSD52085.2021.9429490.
 - [39] Y. Farid and F. Ruggiero, “Finite-time disturbance reconstruction and robust fractional-order controller design for hybrid port-Hamiltonian dynamics of biped robots,” *Rob Auton Syst*, vol. 144, p. 103836, Oct. 2021, doi: 10.1016/j.robot.2021.103836.
 - [40] W. Znegui, H. Gritli, and S. Belghith, “A new Poincaré map for investigating the complex walking behavior of the compass-gait biped robot,” *Appl Math Model*, vol. 94, pp. 534–557, Jun. 2021, doi: 10.1016/j.apm.2021.01.036.
 - [41] Y. Liu, H. An, and H. Ma, “A Biped Robot Learning to Walk like Human by Reinforcement Learning,” in *Proceedings of the 4th International Conference on Advanced Information Science and System*, New York, NY, USA: ACM, Nov. 2022, pp. 1–5. doi: 10.1145/3573834.3574484.
 - [42] G. Zhou, X. Hui, J. Chen, and G. Jiang, “Walking dynamics of a semi-passive compass-like robot with impulse thrust,” *Nonlinear Dyn*, vol. 111, no. 4, pp. 3307–3325, Feb. 2023, doi: 10.1007/s11071-022-08035-9.
-

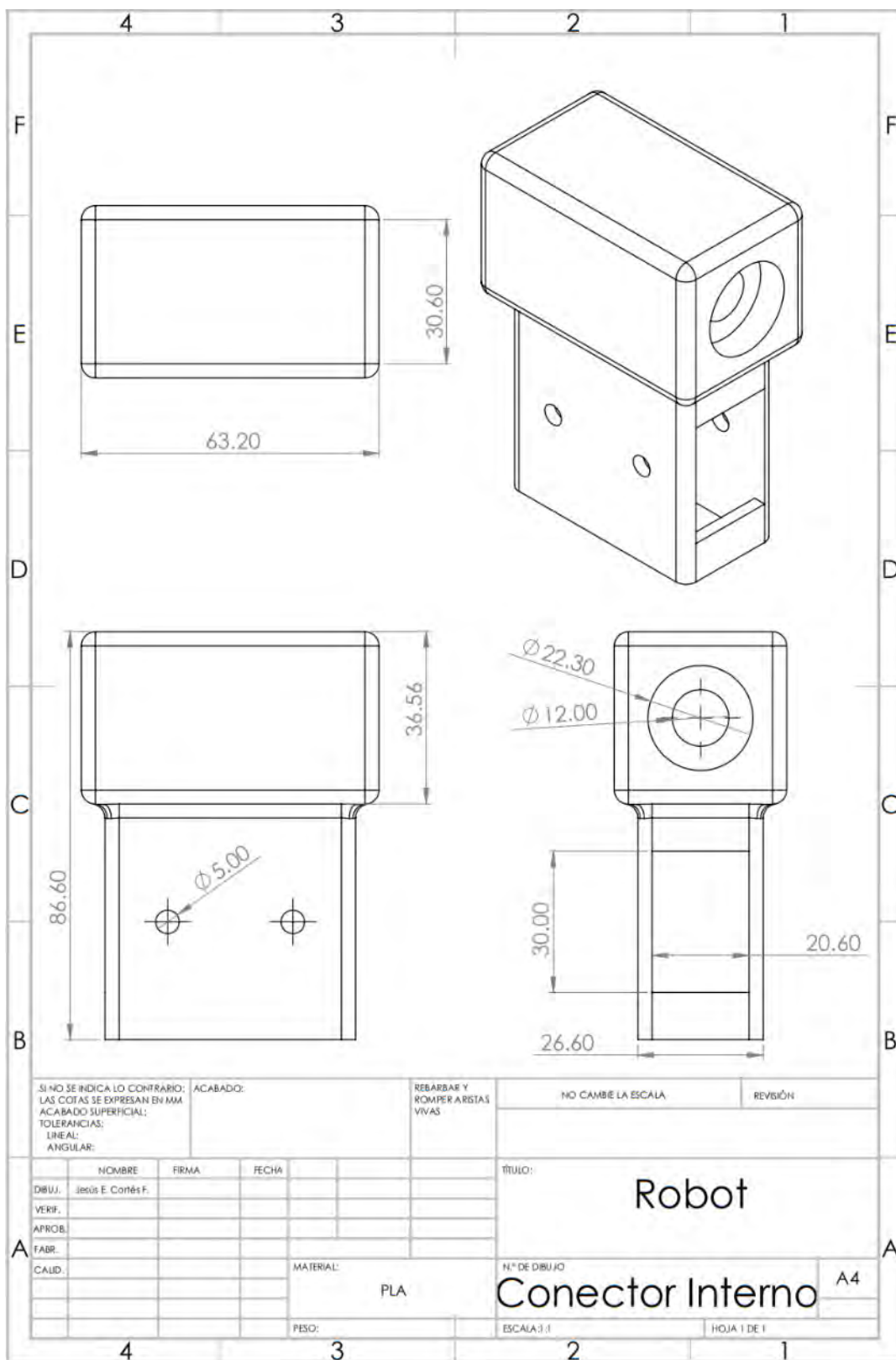
- [43] Z. Chen, K. An, Z. Wang, T. Miao, Y. Song, and Q. Shangguan, “Dynamic Optimization of Mechanism Parameters of Bipedal Robot Considering Full-Range Walking Energy Efficiency,” *Applied Sciences*, vol. 13, no. 19, p. 10791, Sep. 2023, doi: 10.3390/app131910791.
- [44] C. Guzmán, “Construcción de un Robot Bípedo Basado en Caminado Dinámico,” Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México., 2010.
- [45] E. Sedeño, “Locomoción de un Robot Cuadrúpedo: Un Enfoque a Celdas Neuronales Analógicas ,” Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México, 2011.
- [46] S. Thornton and J. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems-Thomson*, 5th ed. Thomson, 2004.

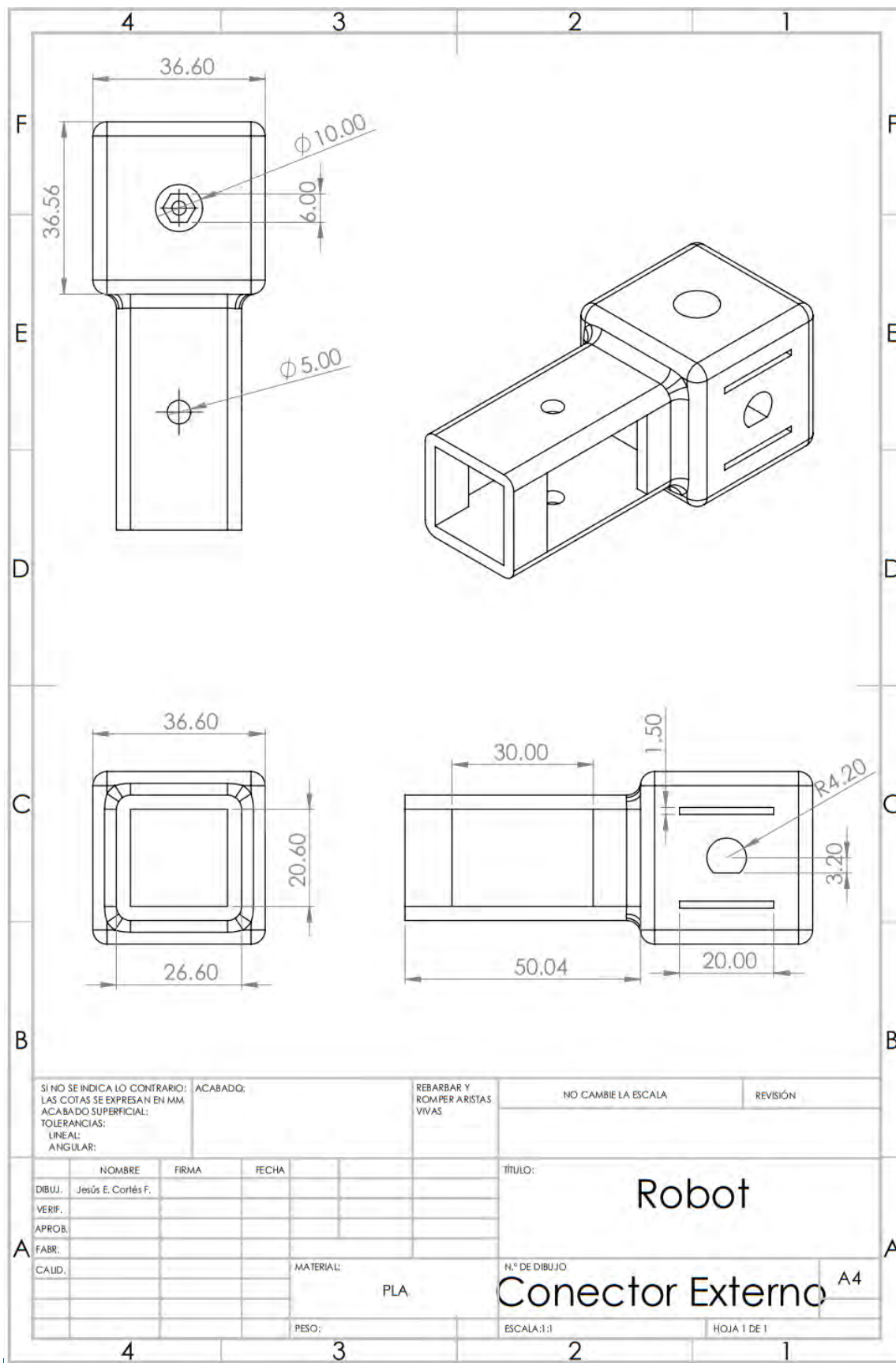
Apéndice

A

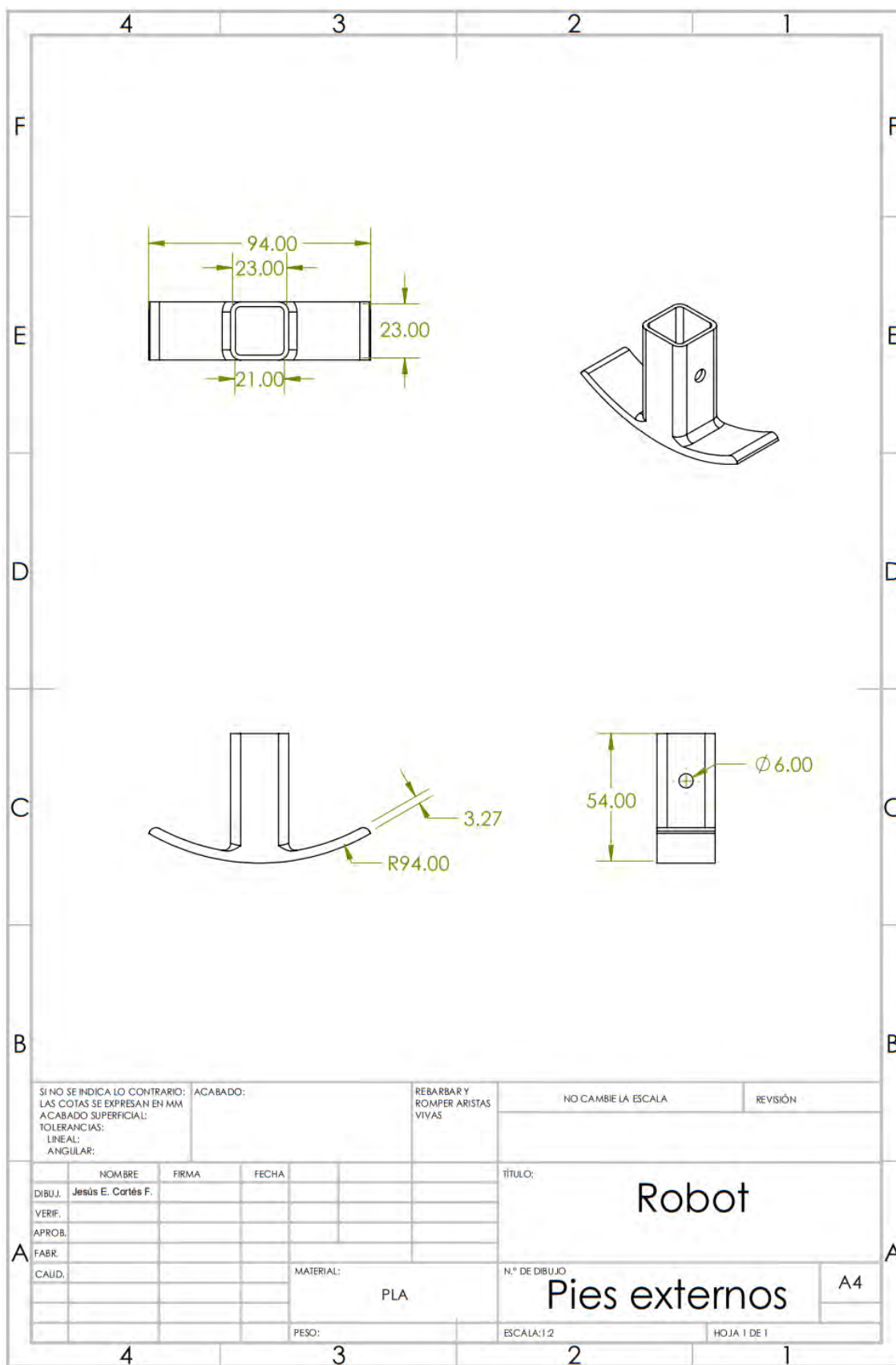
Robot pasivo sin elementos elásticos

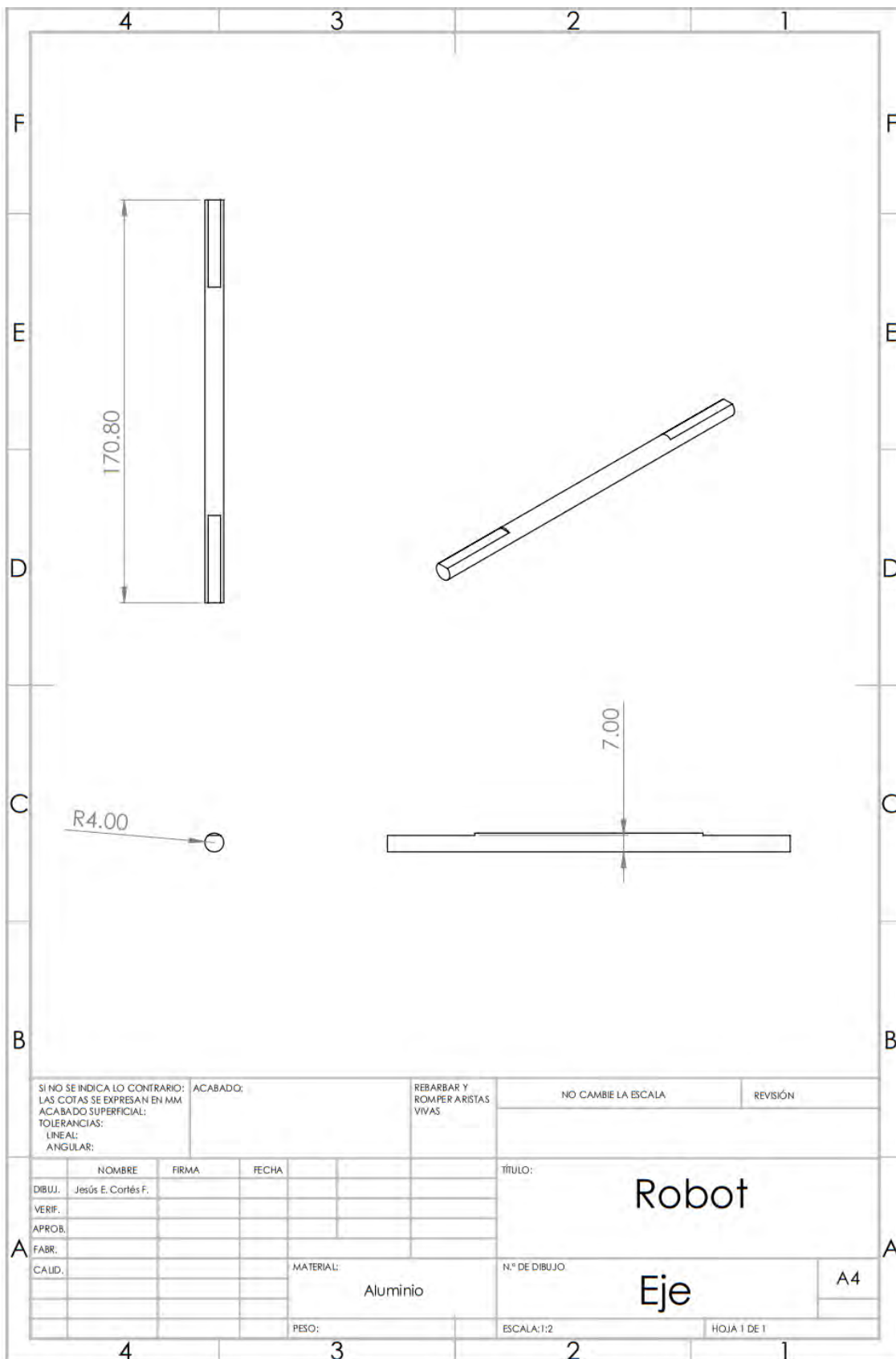








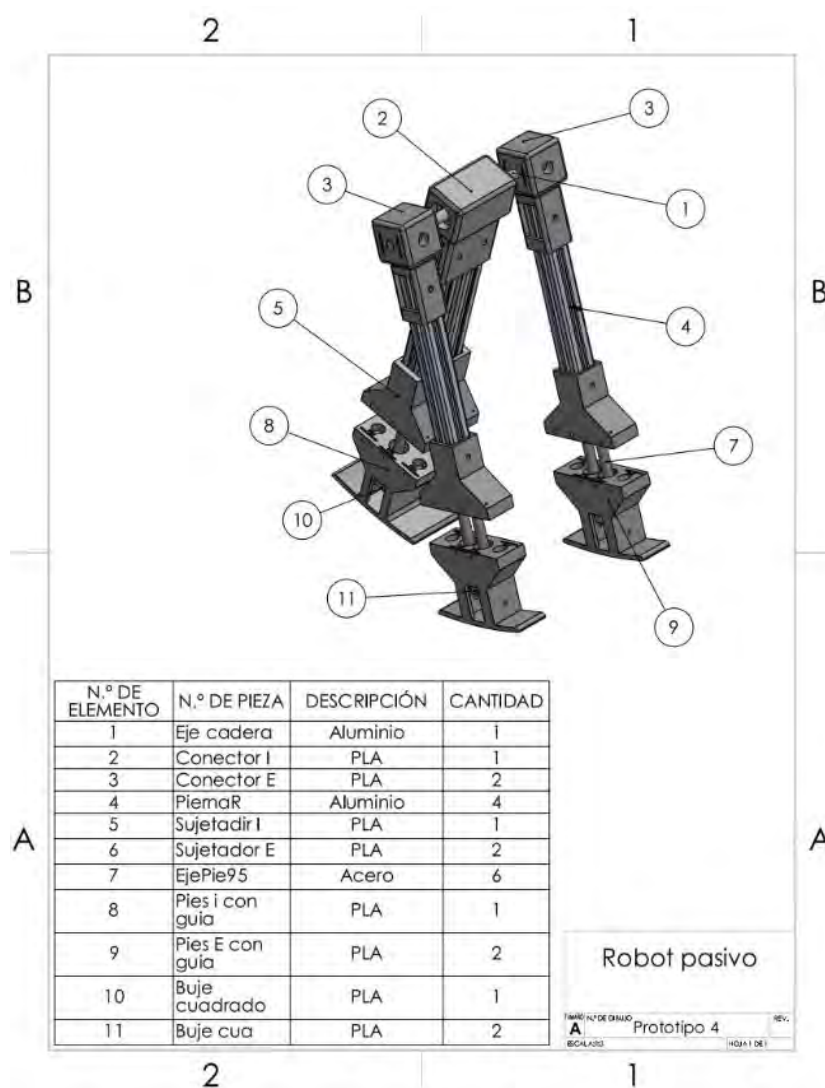


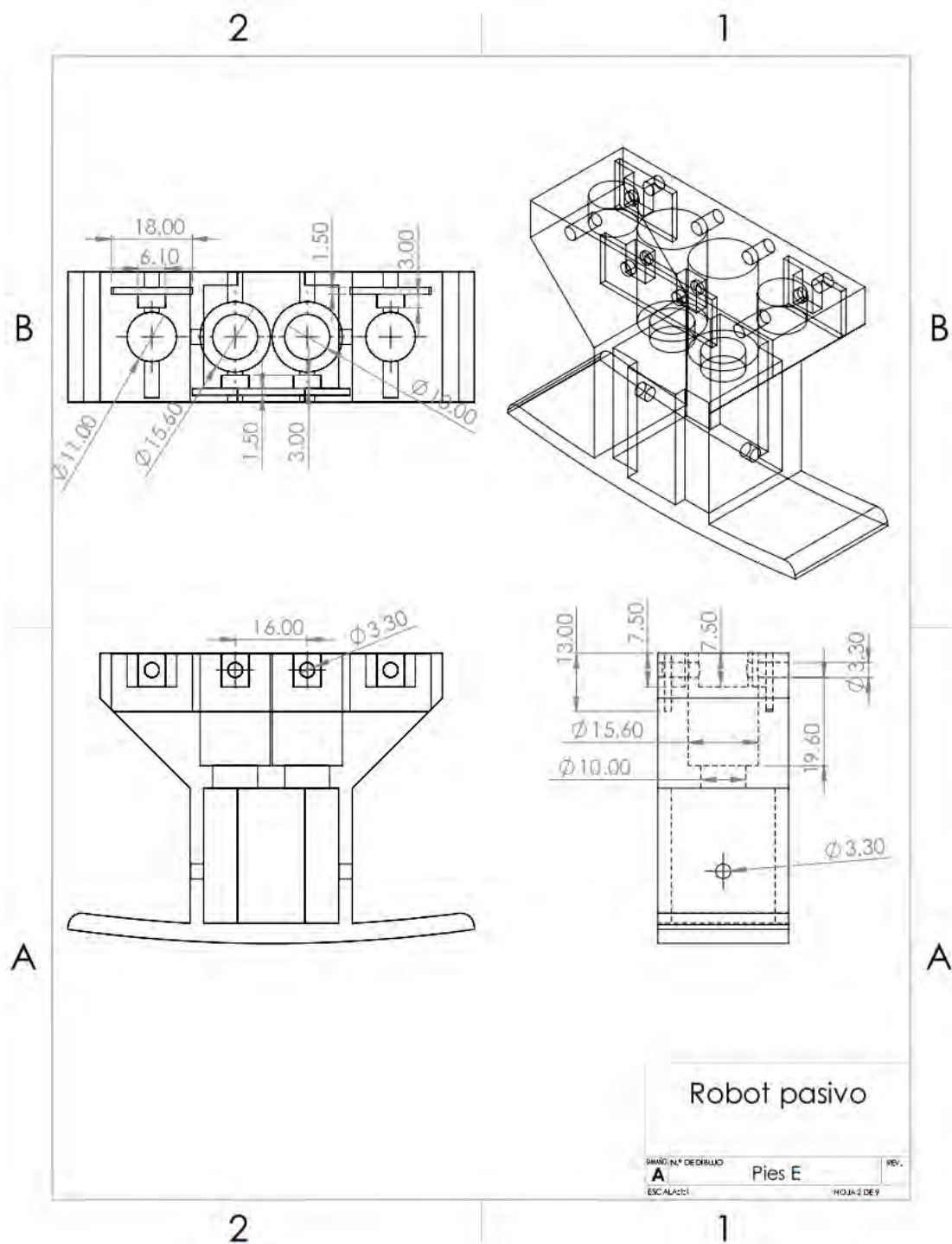


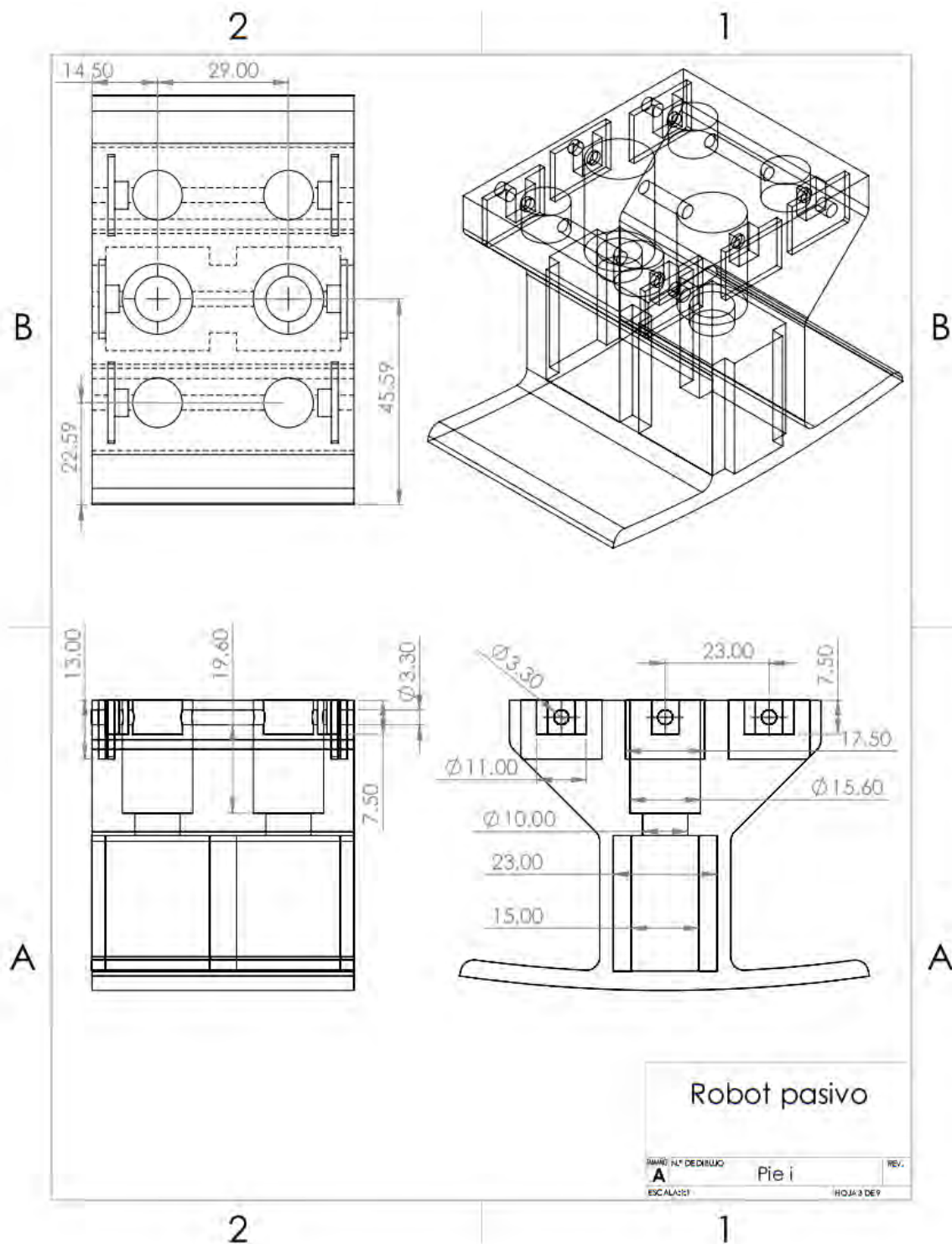


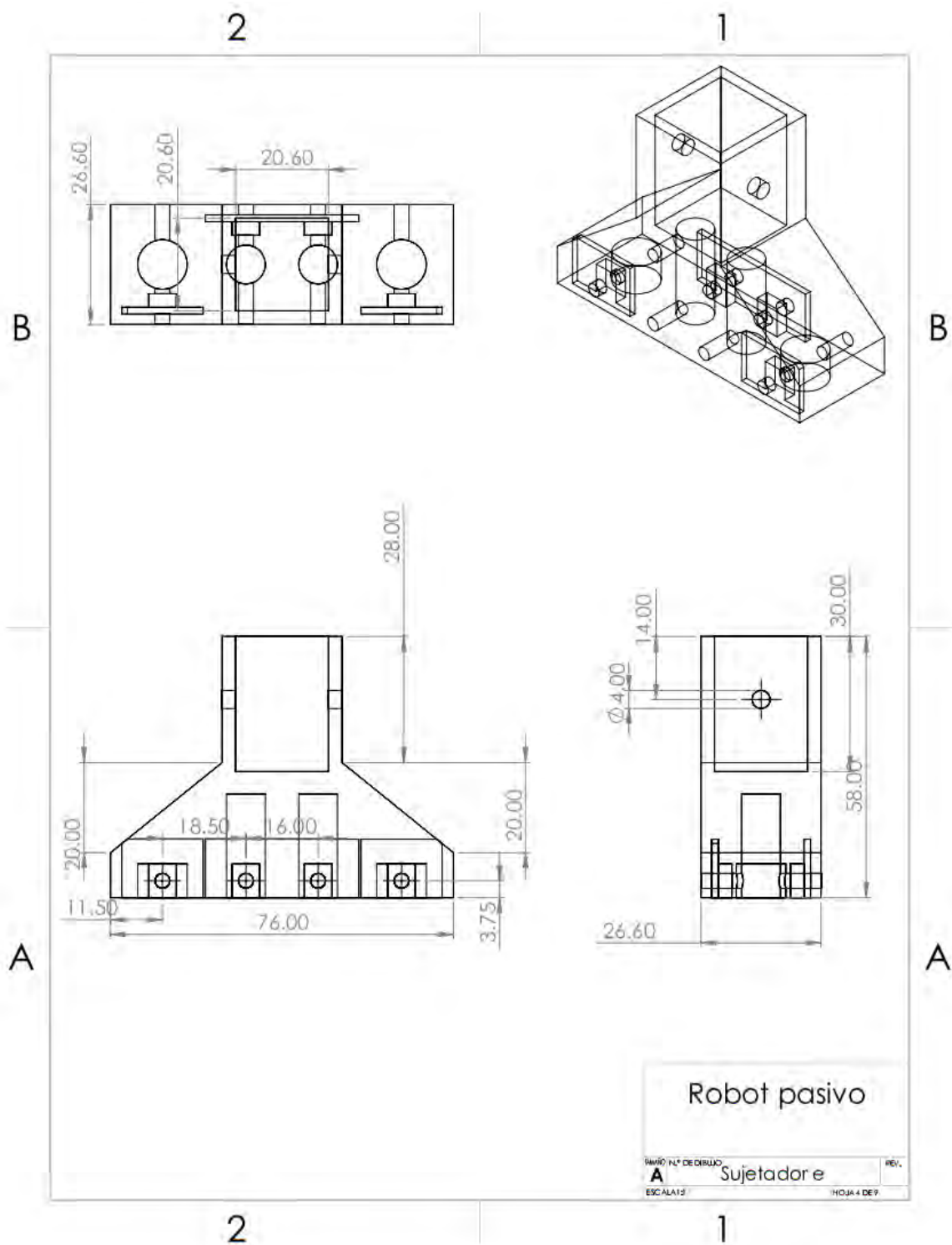
Apéndice B

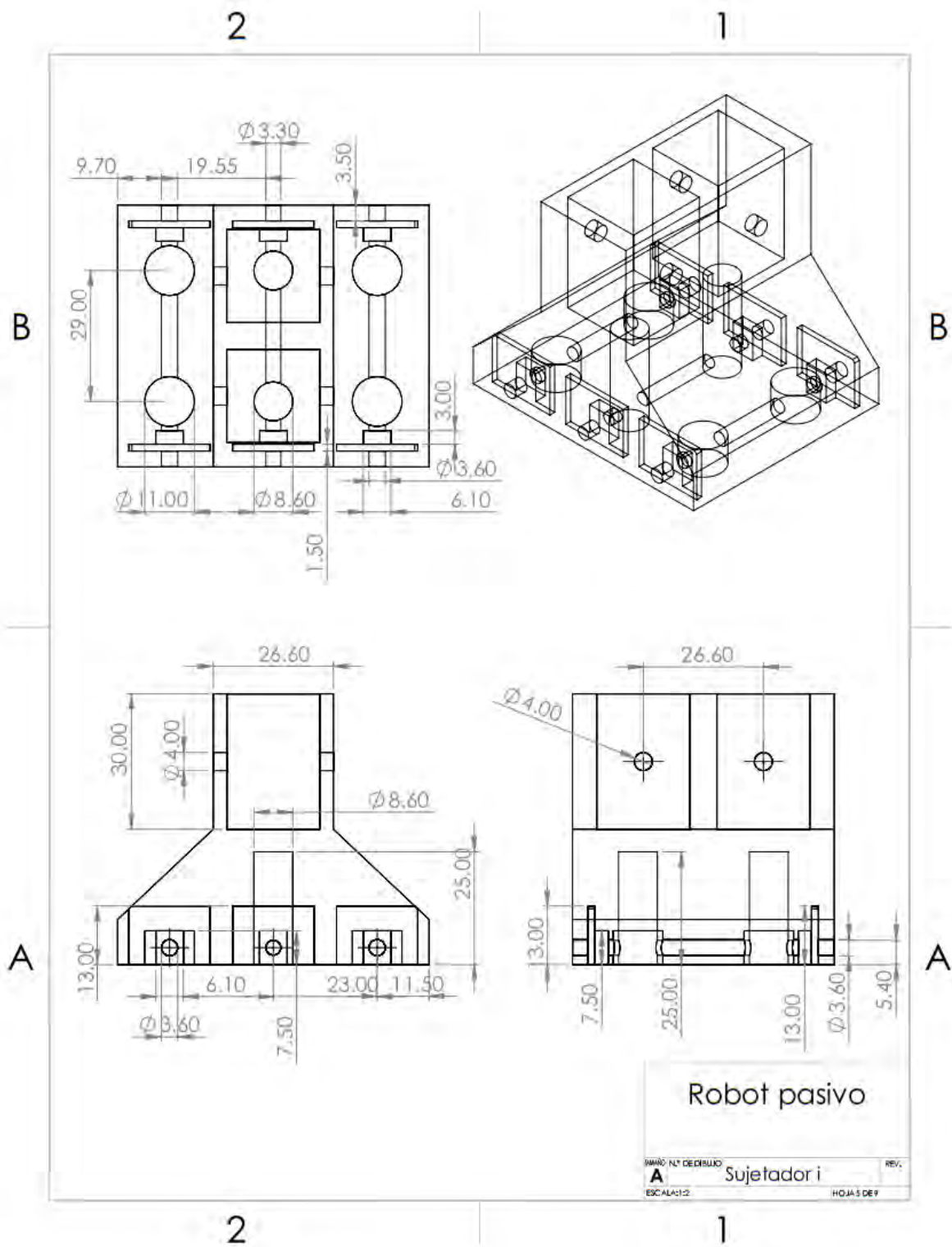
Robot bípedo pasivo con elementos elásticos

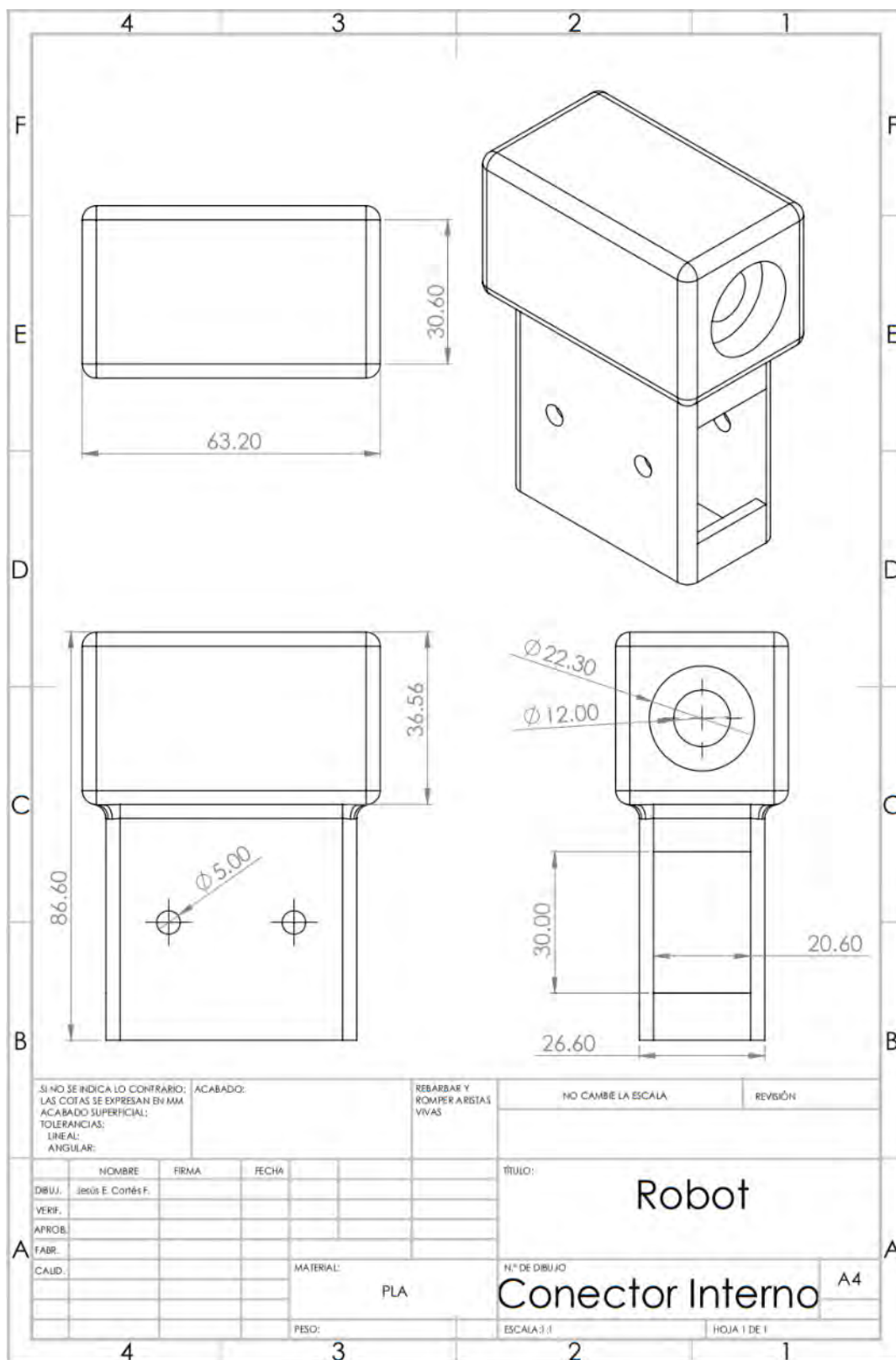


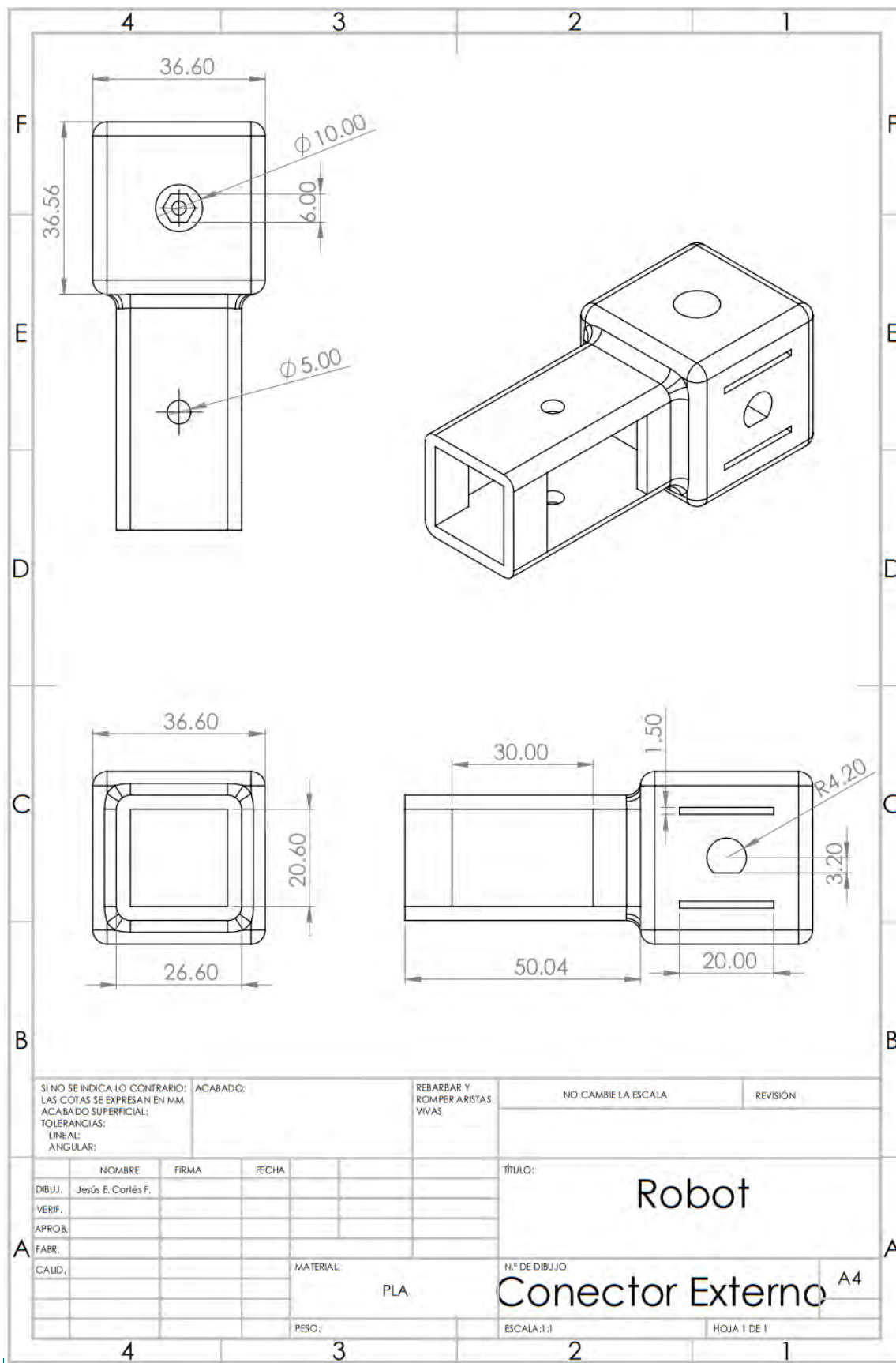


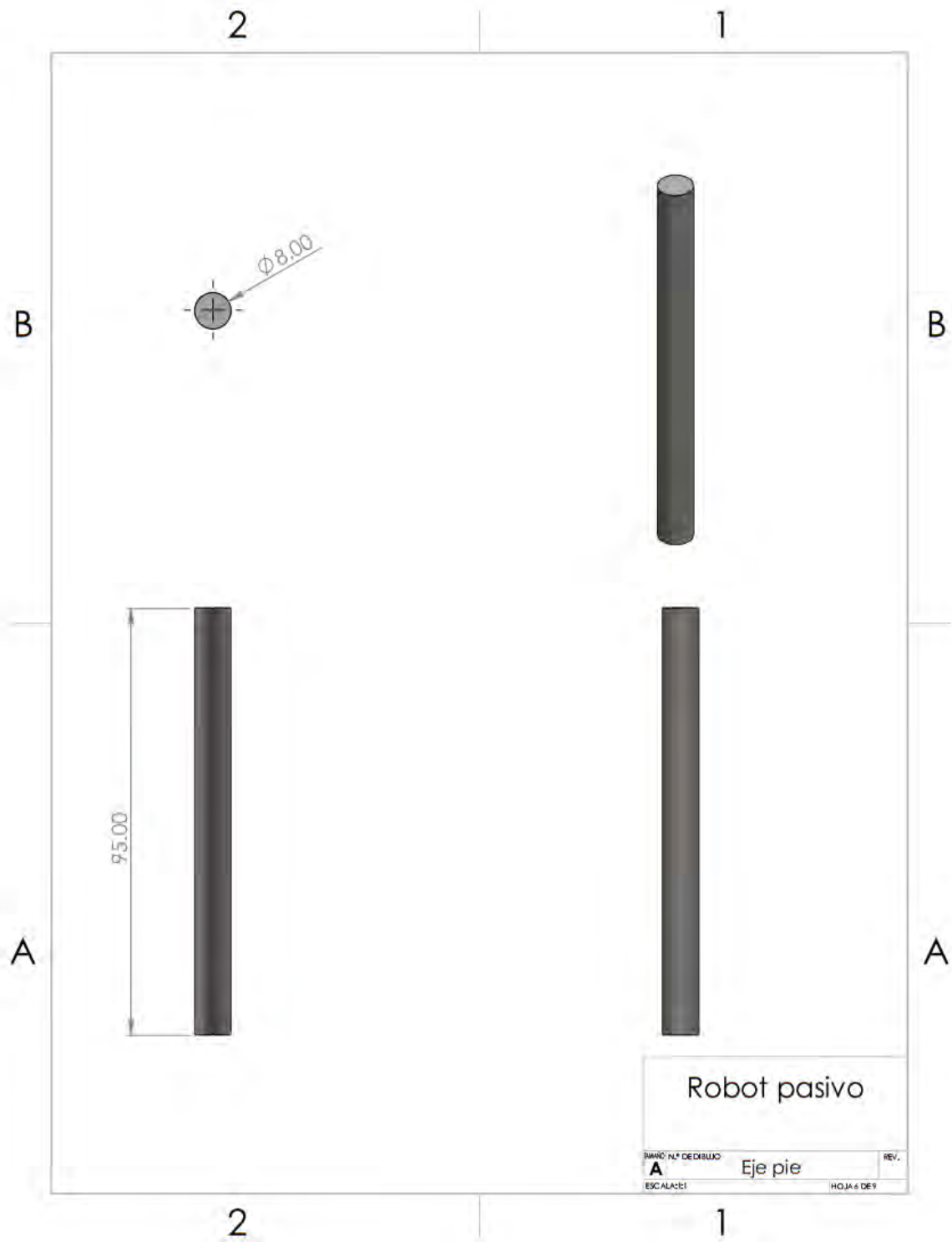


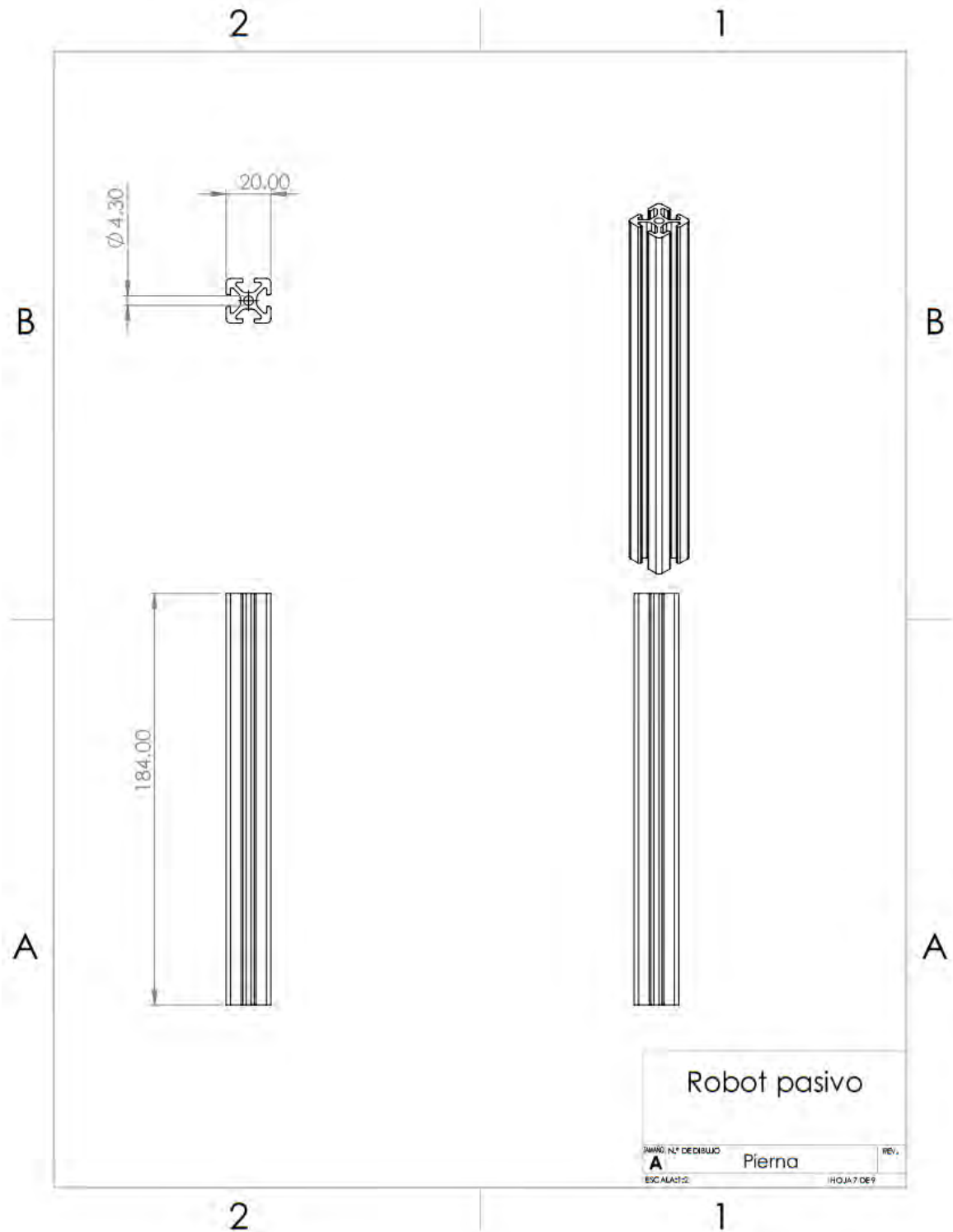


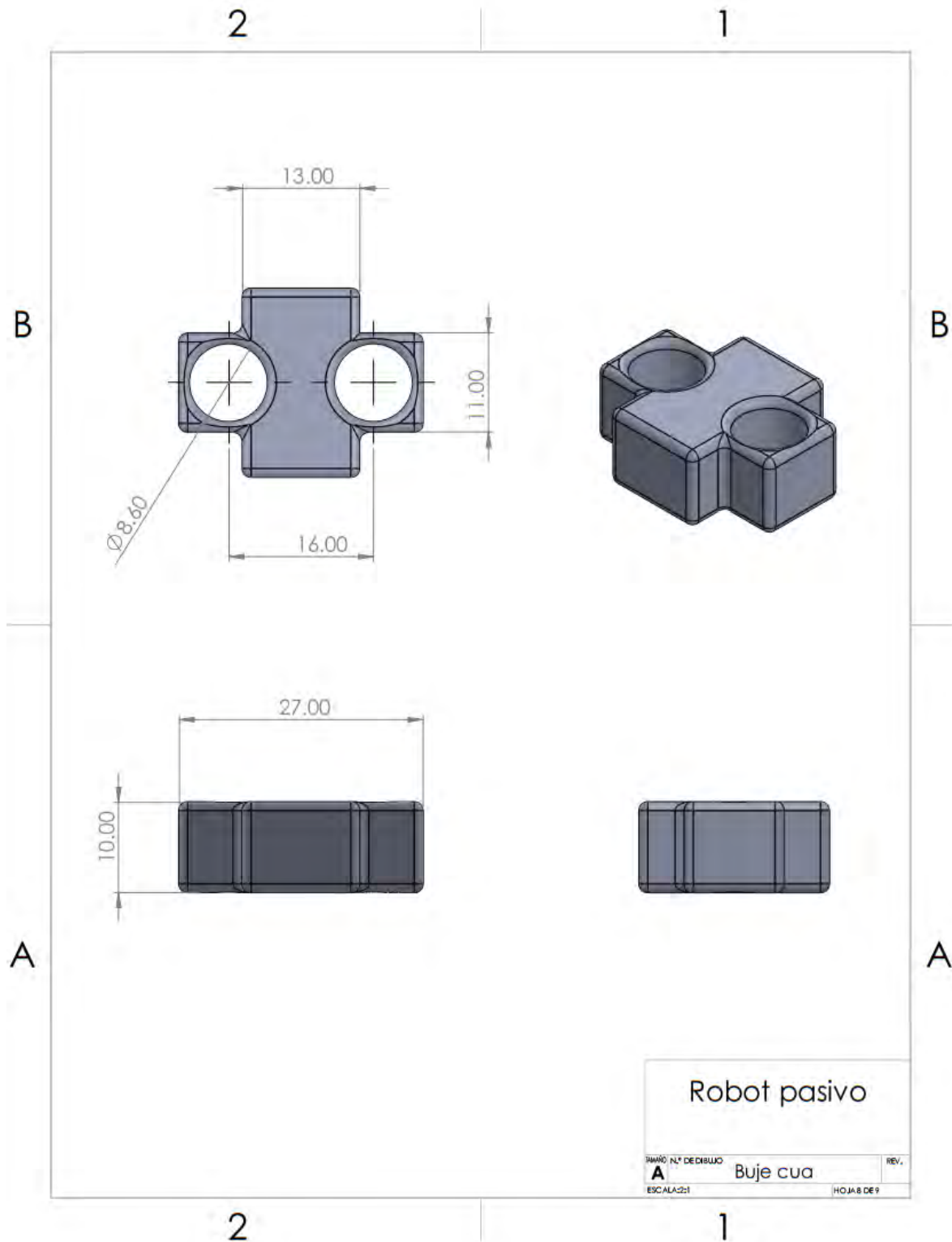


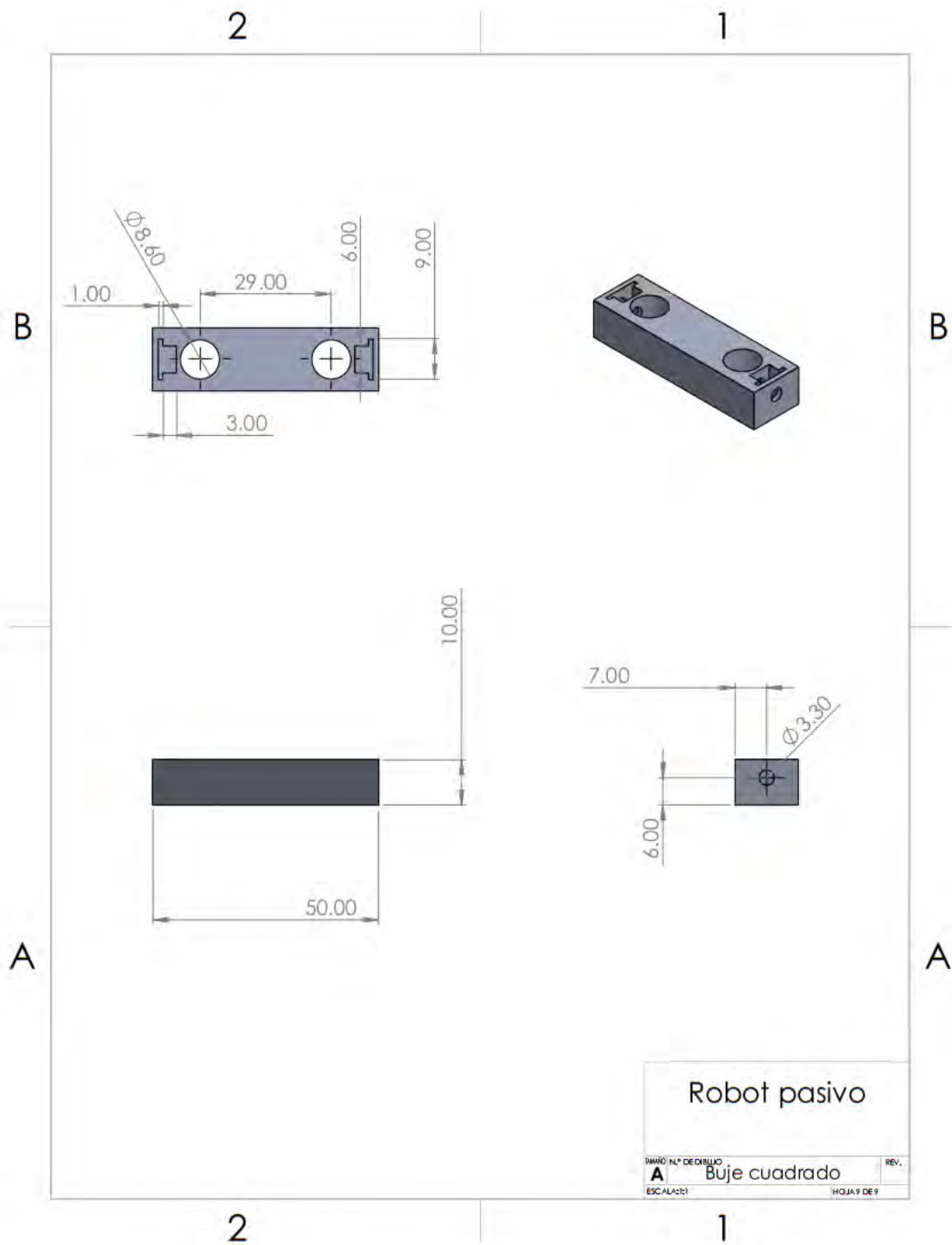












Apéndice

C

Resultados de marchas experimentales

A continuación, se presentan resultados obtenidos experimentalmente con el prototipo del robot bípedo. Se puede observar que algunos alcanzan el ciclo límite, logrando la marcha en la rampa, otros después de unos pasos salen de su ciclo límite, esto puede ser por las condiciones iniciales o por la dirección de la fuerza aplicada.

Marcha 1

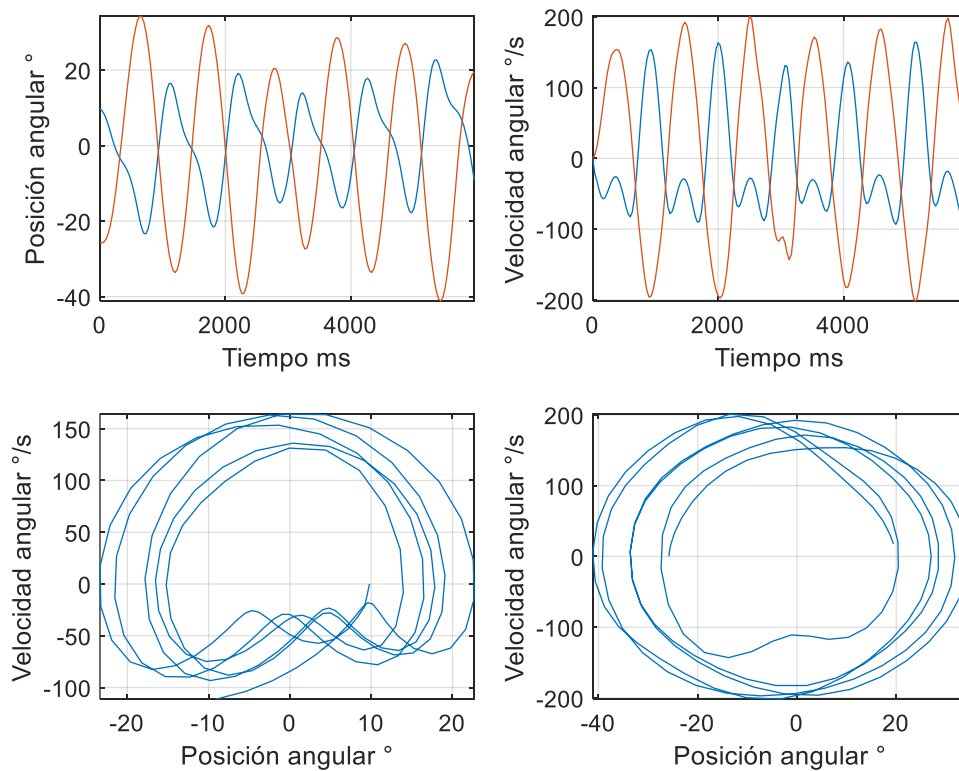


Figura C. 1 Comportamiento del sistema marcha 1

Marcha 2

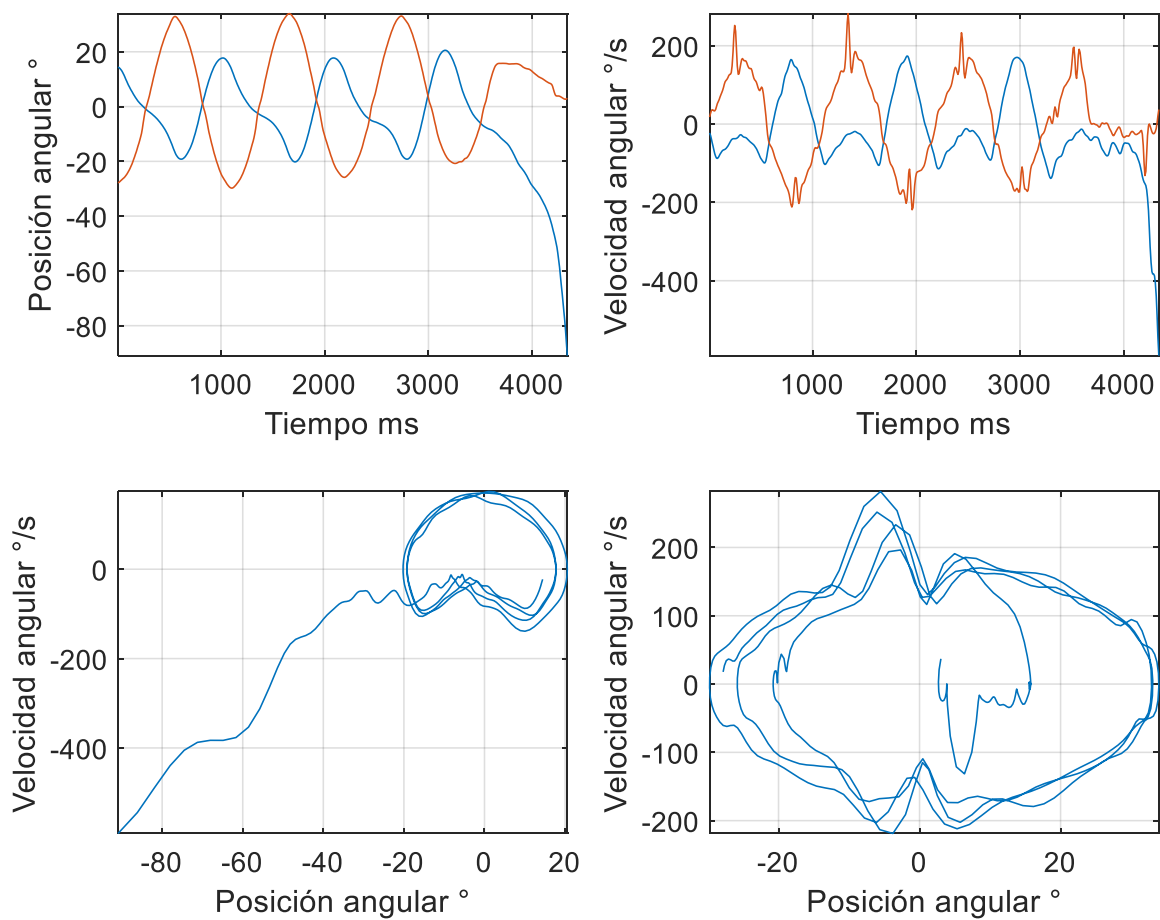


Figura C. 2 Comportamiento del sistema marcha 2

Marcha 3

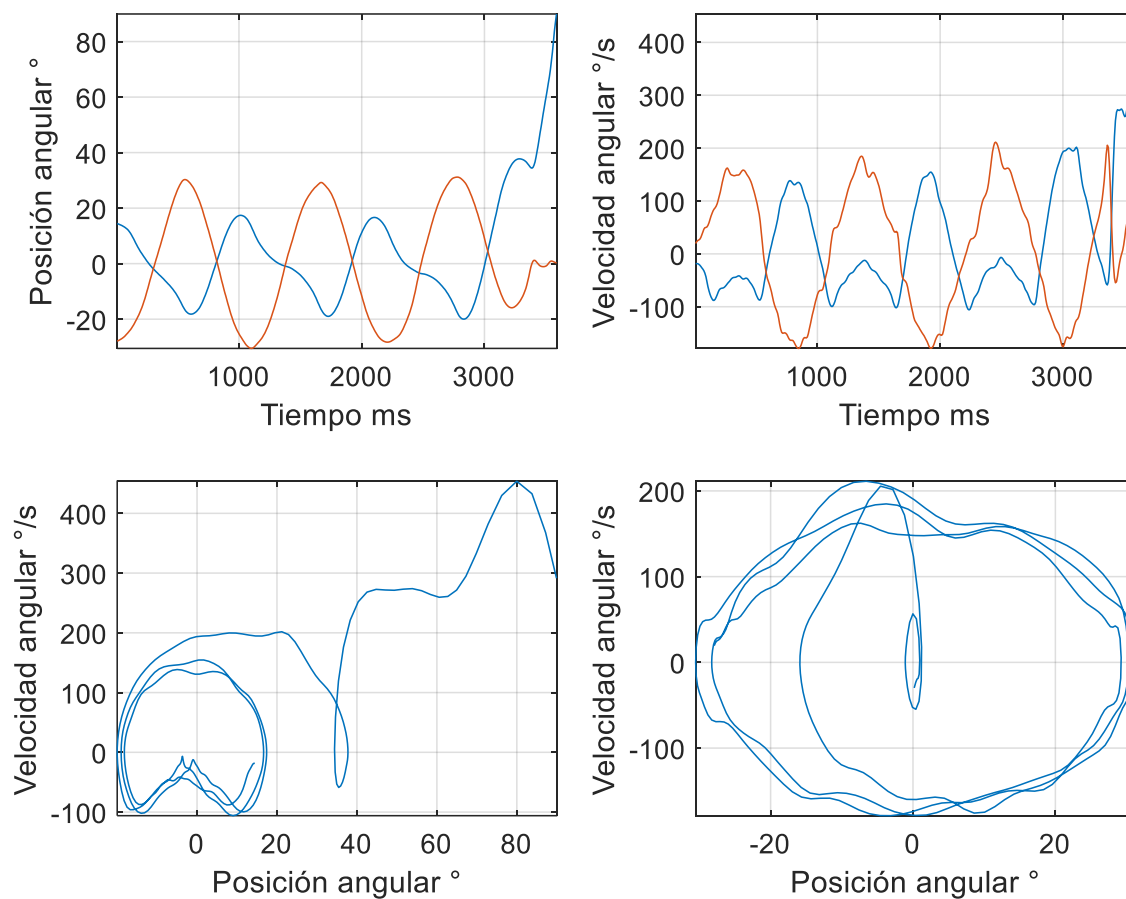


Figura C. 3 Comportamiento del sistema marcha 3

Marcha 4

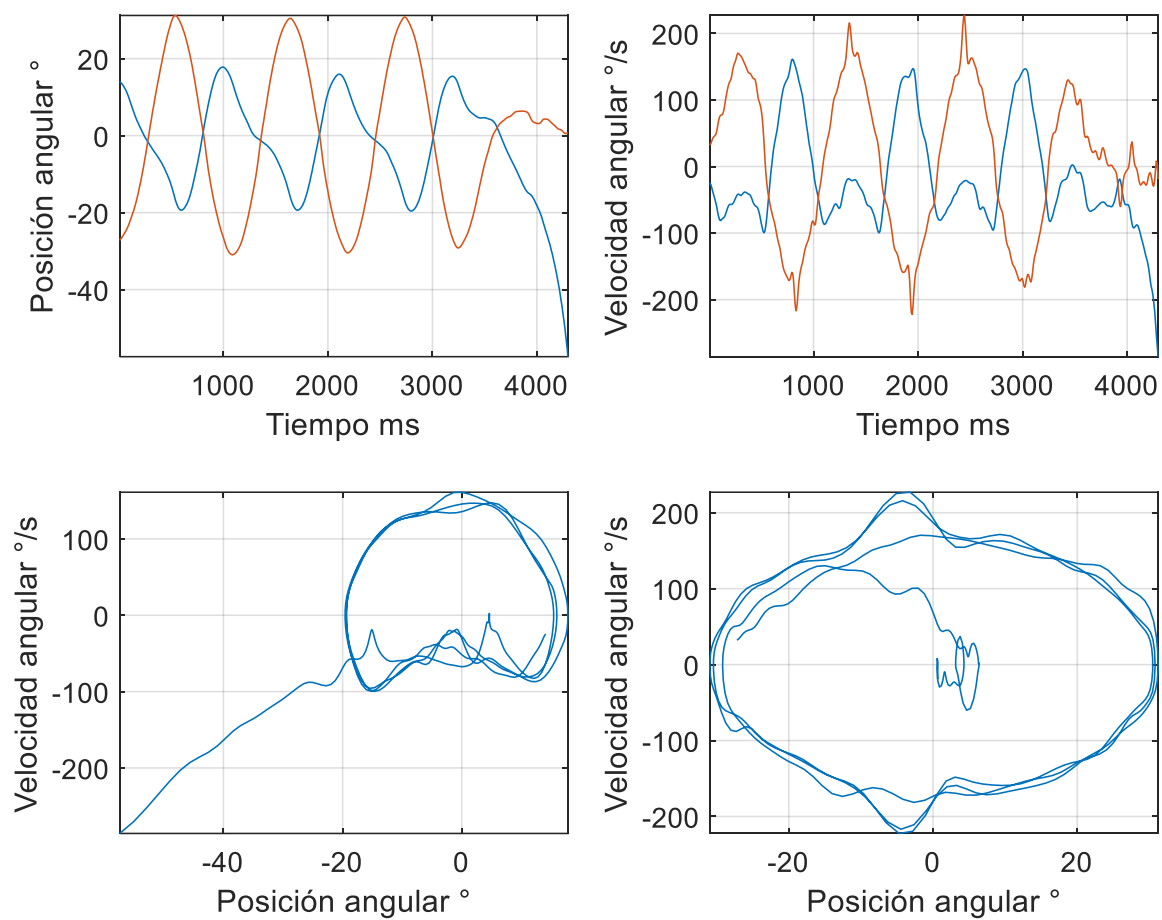


Figura C. 4 Comportamiento del sistema marcha 4

Marcha 5

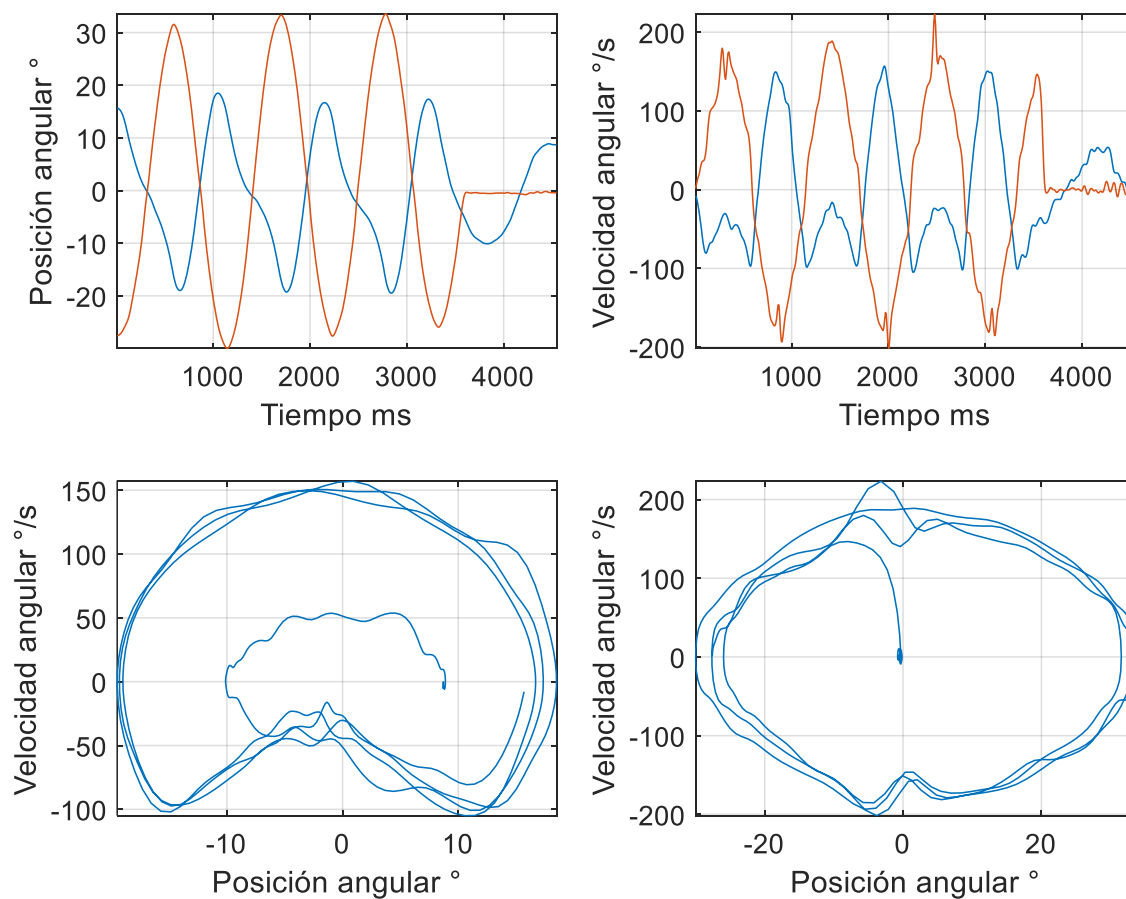


Figura C. 5 Comportamiento del sistema marcha 5

Marcha 6

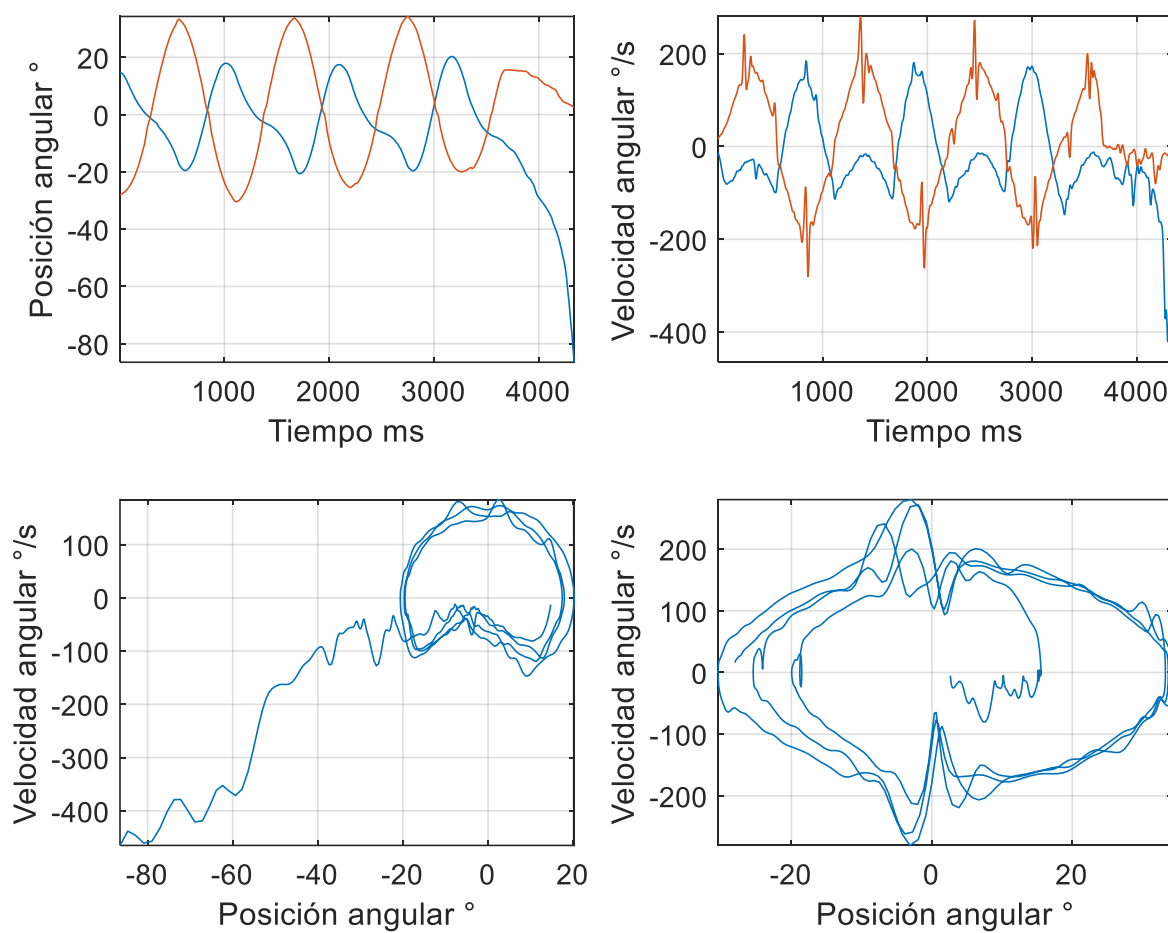


Figura C. 6 Comportamiento del sistema marcha 6

Marcha 7

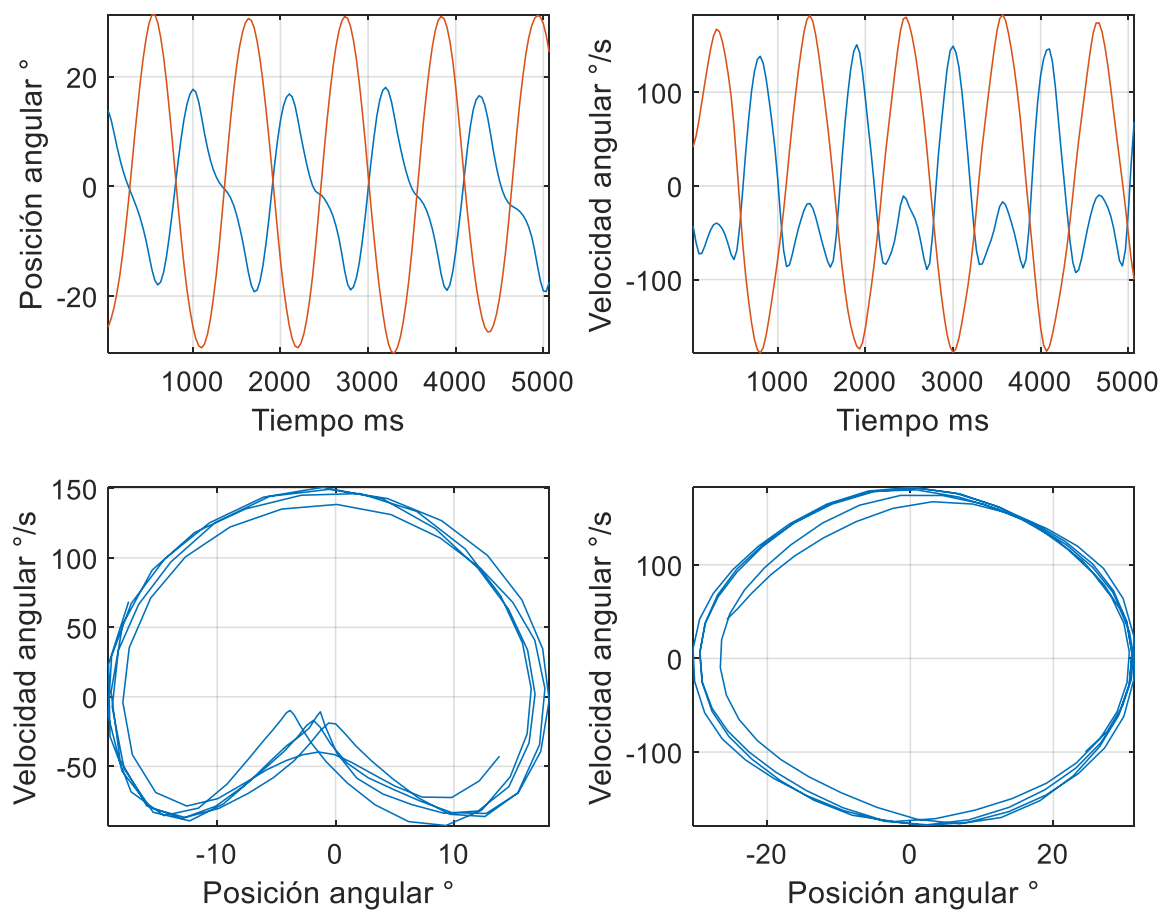


Figura C. 7 Comportamiento del sistema marcha 7

Marcha 8

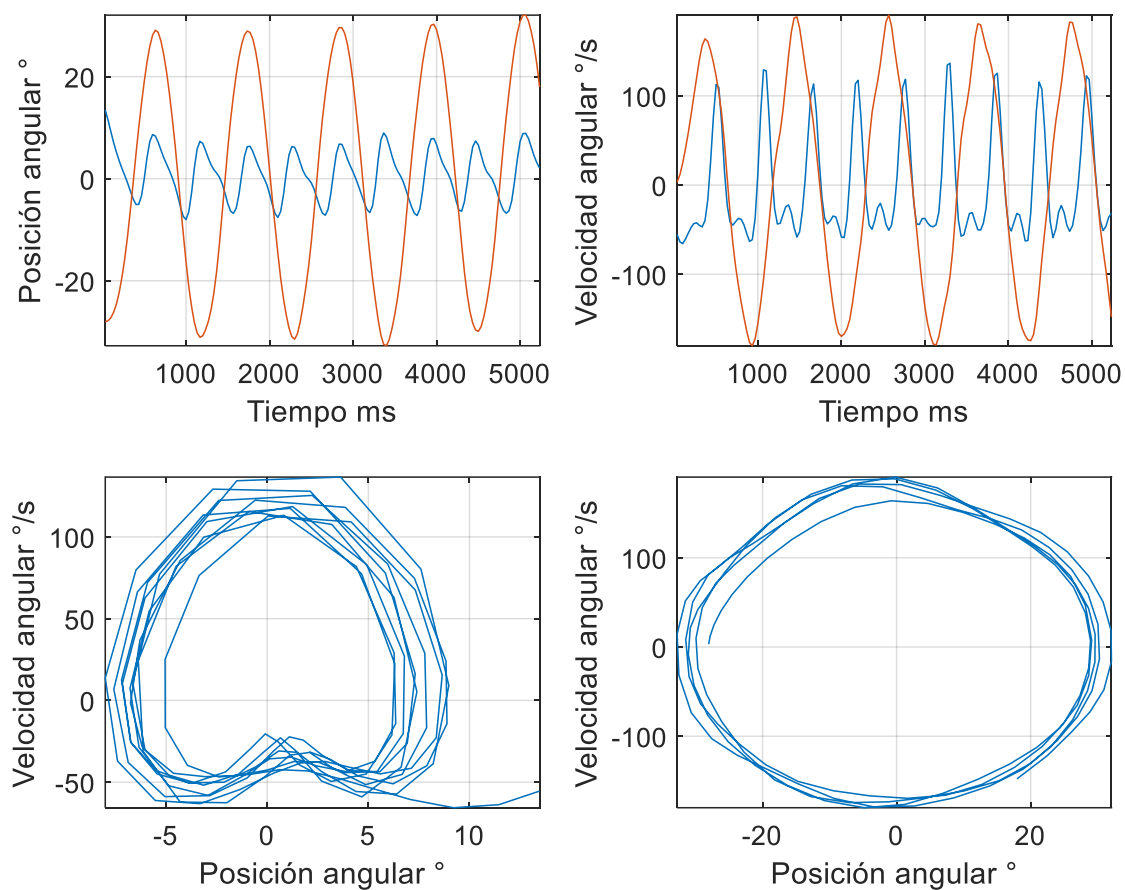


Figura C. 8 Comportamiento del sistema marcha 8

Apéndice

D

Productos académicos

Literature Review of Robots with Passive Dynamic Walking

Jesús Eduardo Cortés-Flores*, Andrés Blanco-Ortega*, Cesar Humberto Guzmán-Valdivia**, Arturo Abúndez-Pliego*, Edgar Gerardo Sotelo-Parra*, Adolfo Saenz-Millan*.

*TecNM/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca 62490, Morelos, México. (Tel: 777-362-7770; e-mail: m23ce021@cenidet.tecnm.mx, andres.bo@cenidet.tecnm.mx, arturo.ap@cenidet.tecnm.mx, m23ce027@cenidet.tecnm.mx, m23ce026@cenidet.tecnm.mx).

**Universidad Politécnica de Aguascalientes, Departamento de Ingeniería Mecatrónica, Aguascalientes 20342, México. (email: cesar.guzman@upa.edu.mx).

Abstract: This article reviews the evolution of bipedal robots, focusing on the different types of walking robots developed throughout history, including those classified as passive, active, and semi-passive. It analyzes various morphologies and design parameters that impact walking performance, as well as the results obtained from simulations and experimental tests. Special emphasis is placed on passive and semi-passive gaits, which utilize gravity to reduce energy consumption, highlighting their potential to enhance the overall functionality of robots. Furthermore, the practical applications of humanoid robots in everyday environments are explored, emphasizing how passive walking techniques can contribute to a more sustainable use of energy in various tasks. This analysis provides a comprehensive view of the behavior of bipedal robots and their integration into daily life, suggesting future directions for research aimed at developing more functional robots that adapt to human needs.

Keywords: biped, semi-passive, morphology, compass-like, application, results, parameters, technology.

1. INTRODUCTION

A través de la historia, el ser humano a intentado aprovechar su ingenio para facilitar las actividades que realiza día con día. La creación de herramientas para la caza, la rueda en molinos de agua y viento, carrozas para el transporte, son algunos ejemplos de intentos del hombre para aligerar el trabajo. Desde entonces, se han ido mejorando estos dispositivos con el objetivo de facilitar aún más las tareas e incluso tratar de evitar la intervención del hombre. Con base en lo anterior, se han ido desarrollando mecanismos complejos como lo son robots industriales que disminuyen o anulan la intervención directa de una persona.

A pesar de esto, la búsqueda del confort humano a encontrado una necesidad en la creación de máquinas con apariencia humana para que, en el momento de realizar cualquier actividad, interactúe de manera más natural con un ser humano. En el año de 1973 se desarrolla el primer humanoide WABOT-1 que tiene las habilidades básicas de caminar, agarrar objetos y una básica comunicación con el usuario. Por otro lado, Honda en 2000 desarrolla su primer robot humanoide ASIMO (Advanced Step in Innovative Mobility), el cual tiene la capacidad de caminar, correr, subir escaleras, manipular objetos e interactuar con los usuarios. A pesar de sus grandes capacidades, este tipo de robots realizan movimientos rígidos y anormales a la marcha humana, debido a que todos sus movimientos dependen del uso de energía eléctrica.

En 1990 [1] se desarrolla un mecanismo de cuatro eslabones que, sin el uso de energía eléctrica, es capaz de realizar una

caminata estable similar a la marcha humana, exhibiendo un movimiento repetitivo. Este comportamiento abre las puertas al estudio de la marcha pasiva y a su aplicación a robots bípedos. Este artículo está enfocado al estudio de robots que pueden realizar locomoción de forma pasiva y semipasiva en superficies con y sin inclinación.

2. ROBOTS CAMINANTES

Los robots caminantes pueden clasificarse según el tipo de marcha dinámica que generen. Véase en la Figura 2 una clasificación simple según el tipo de marcha y en la Figura 1 un ejemplo de cada una de ellas.

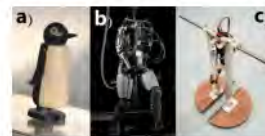


Figure 1. a) Passive toy, b) Active robot [9], c) Semi-passive robot [26].

Los robots activos exhiben una marcha utilizando principalmente articulaciones activas impulsadas por energía eléctrica. A pesar de que han logrado aplicaciones únicas, sus movimientos dependen necesariamente de la energía eléctrica suministrada. A este tipo de locomoción se le conoce como marcha activa [2]. Un ejemplo de robots que reproducen marcha activa es ASIMO desarrollado por [3], el cual ejecuta tareas como caminar, correr, tomar objetos, subir escaleras, interactuar con persona, etc. Al igual que ASIMO existen



EDUCACIÓN



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

**EL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
A TRAVÉS DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO DE ZACATEPEC**

OTORGA EL PRESENTE

RECONOCIMIENTO

A

JESÚS EDUARDO CORTÉS FLORES

**POR SU DESTACADA PARTICIPACIÓN COMO JURADO EN LA XVI EXPO
ELECTROMECÁNICA 2024 DEL PE DE INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA CELEBRADA EL 27
DE NOVIEMBRE DE 2024**

ZACATEPEC, MOR., A 27 DE NOVIEMBRE DEL 2024


PORFIRIO ROBERTO NÁJERA MEDINA
DIRECTOR DEL INSTITUTO





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

**EL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
A TRAVÉS DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO DE ZACATEPEC
OTORGA EL PRESENTE**

RECONOCIMIENTO

A

JESÚS EDUARDO CORTÉS FLORES

POR SU DESTACADA COLABORACIÓN EN LA IMPARTICIÓN DEL TALLER
TITULADO:

"DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADORA - AVANZADO"

REALIZADO LOS DÍAS 23 Y 24 DE OCTUBRE DE 2024 EN LAS JORNADAS
ACADÉMICAS DE INNOVACIÓN, TECNOLOGÍA, LIDERAZGO Y SOSTENIBILIDAD
2024

ZACATEPEC, MOR, A 24 DE OCTUBRE DE 2024

ENRIQUE LÓPEZ CHÁVEZ
JEFE DEL DEPTO. DE METAL MECÁNICA

