Educación
Secretaría de Educación Pública

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de La Laguna
División de Estudios de Posgrado e Investigación

"Análisis y Diseño óptimo de la Geometría Polar de un Generador Síncrono de Imanes Permanentes"

POR

M.C. Francisco Jacob Martínez Ríos
CVU: 228748

T E S I S

PRESENTADO COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

DIRECTORA DE TESIS
Dra. Concepción Hernández Flores
CO-DIRECTOR DE TESIS
Dr. Marco Antonio Arjona López

ISSN: 0188-9060

TECNOLOGICO DE LA LAGUNA

RIITEC: (02)-TDCIE – 2025
Torreón, Coahuila, México.
Marzo, 2025

Educación
Secretaría de Educación Pública

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de La Laguna
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Torreón, Coahuila, 27/febrero/2025
Circular No. DEPI/171
Asunto: Se autoriza Impresión de Tesis

C. FRANCISCO JACOB MARTÍNEZ RIÓS
CANDIDATO(A) AL GRADO DE DOCTOR(A)
EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
PRESENTE.-

Después de haber sometido a revisión su trabajo de tesis titulado:

"Análisis y Diseño Óptimo de la Geometría Polar de un Generador Síncrono de Imanes Permanentes"

Habiendo cumplido con todas las indicaciones que el jurado revisor de tesis hizo, se le comunica que se le concede la autorización con el número de registro ***RIITEC (02) –TDCIE-2025***, para que proceda a la impresión del mismo.

A T E N T A M E N T E
Excelencia en Educación Tecnológica®
Educación Tecnológica, Fuente de Innovación

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE LA LAGUNA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

C. RAMÓN HUMBERTO SANDOVAL RODRÍGUEZ
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

c.c.p. Expediente
RHSR/GSL/*mjsl

Instituto Tecnológico de La Laguna
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Torreón, Coah., 27/FEB/2025
ASUNTO: Autorización de Impresión

C. RAMÓN HUMBERTO SANDOVAL RODRÍGUEZ
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

Por medio de la presente, hacemos de su conocimiento que después de haber sometido a revisión el trabajo de tesis titulado:

"Análisis y Diseño Óptimo de la Geometría Polar de un Generador Sincrono de Imanes Permanentes"

Desarrollo por el ***C. Francisco Jacob Martínez Ríos,*** con número de control D1813008, habiendo cumplido con todas las correcciones que se le indicaron, estamos de acuerdo que se le conceda la autorización de la fecha de examen de grado para que proceda a la impresión de la misma.

A T E N T A M E N T E
Excelencia en Educación Tecnológica®
Educación Tecnológica, Fuente de Innovación

Dra. Concepción Hernández Flores
Director(a) de Tesis

Dr. Marco Antonio Arjona López
Co-Director

Dr. Héctor García Viveros
Comité Tutorial

Dr. Francisco Valdés Perezgasga
Comité Tutorial

Dra. Merit Cisneros González
Comité Tutorial Externo

Agradecimientos

Gracias a Dios por permitir que llegue a este momento, por permitir que fueran vencidas todas las pruebas que se presentaron en el camino aún por muy difíciles.

Con infinita gratitud y respeto, a mis directores de Tesis:

Dra. Concepción Hernández Flores
Dr. Marco Antonio Arjona López

por su guía, asistencia moral, calidad humana y apoyo absoluto. Les brindo mi más grande Agradecimiento por apoyarme a terminar mi crecimiento profesional al lado de tan distinguidas personas y de quienes aprendí el trabajo arduo y por quienes tengo todo lo logrado en mi carrera profesional. Agradezco el apoyo recibido de mi Comité Tutorial de esta Tesis, cuyas atenciones han permitido obtener un manuscrito con la calidad que amerita el grado que he pretendido lograr.

Agradezco a mis padres Margarita y Fco. Jacob por su apoyo en esta travesía que termina y comienza una nueva etapa, a mis hermanas Mirna y Nuria por su apoyo y cariño. A mis amigos y gente que dio anhelo y ánimos para no decaer. A mis amigas que siempre me apoyaron en presencia y distancia: Graciela y Merit.

A quienes estuvieron acompañándome siempre y durante gran parte de este proyecto a mi abuelita que con cariño cuidé y ahora me cuida desde el cielo, a *Plof* por acompañarme al final de mi tesis.

Finalmente, agradezco al Tecnológico Nacional de México – Instituto Tecnológico de la Laguna y a CONACYT por la beca que me otorgó para mis estudios de grado de doctor.

Agradezco al fondo sectorial CONACYT–SENER-Sustentabilidad Energética (Cemie-Eólico).

Índice General

Índice General ..... **iv**

Índice de Figuras ..... **vii**

Lista de Símbolos ..... **xiii**

Resumen ..... **xvii**

Abstract ..... **xviii**

Publicaciones y Productos Obtenidos ..... **xix**

1. Introducción **1**

1.1 Estado del arte 2

1.2 Objetivos de la investigación y contribución 17

1.3 Estructura general de la tesis 18

1. Elemento Finito **20**

2.1 Introducción 20

2.2 Ecuaciones de Maxwell y ecuaciones constitutivas 21

2.2.1 Primera ecuación de Maxwell: Ley de la inducción magnética de Faraday 23

2.2.2 Segunda ecuación de Maxwell: Teorema de Ampere–Maxwell 25

2.2.3 Tercera ecuación de Maxwell: Ley de Gauss para el campo magnético 27

2.2.4 Cuarta ecuación de Maxwell: Ley de Gauss para el campo eléctrico 28

2.2.5 Ecuación de continuidad eléctrica 29

2.2.6 Ecuaciones constitutivas 30

2.2.7 Potenciales electromagnéticos 31

2.2.8 Norma de Coulomb 36

2.2.9 Clasificación de las condiciones frontera 36

2.3 Método de Elemento Finito 38

2.3.1 Método de elemento finito 2D 43

2.3.2 Método de elemento finito 3D 48

2.3.3 Métodos de solución por elemento finito 52

3. Máquina Síncrona de Imanes Permanentes 66

3.1 Introducción 66

3.2 Tipos de generadores eólicos 67

3.3 Generador de imanes permanentes 70

3.3 Materiales magnéticos 72

3.4.1 Imanes permanentes 76

3.4 Ecuaciones de diseño de un generador síncrono de imanes permanentes de flujo radial 81

3.5 Elementos en el entrehierro para máquinas eléctricas 86

4. Optimización y Algoritmos Bio-Inspirados 97

4.1 Introducción 97

4.2 Optimización 98

4.3 Métodos de optimización 102

4.4 Optimización en ingeniería eléctrica 108

4.5 Computación evolutiva y optimización 109

4.5.1 Clasificación 110

5. Algoritmos Genéticos y Optimización Aplicada 114

5.1 Aplicaciones de los algoritmos genéticos 115

5.1.1 Operadores genéticos 116

6. Resultados 127

6.1 Introducción 127

6.2 Formulación del modelo electromagnético en 2D utilizando potencial magnético vectorial 128

6.3 Modelo 2D del generador síncrono de imanes permanentes 131

6.4 Optimización de la cara polar de un generador síncrono de imanes permanentes 142

6.4.1 Modelo paramétrico del generador para optimización 142

6.4.2 Resultados de la optimización 145

6.5 Formulación transitoria para modelos 3D del generador síncrono de imanes permanentes 159

6.5.1 Modelo 3D del generador síncrono de imanes permanentes para validación de la optimización 160

7. Conclusiones 171

7.1 Contribuciones 171

7.2 Trabajo futuro. 173

Bibliografía 174

Índice de Figuras

Figura 2.1. División de las aplicaciones físicas de las Ecuaciones de Maxwell.....22

Figura 2.2. Ley de inducción de Faraday. Una superficie típica S, definida por una línea cerrada l, es penetrada por un flujo magnético Φ con una densidad **B**. Un cambio en la densidad de flujo genera una intensidad de campo eléctrico **E**. Los círculos muestran el comportamiento de **E**, d**S** es un vector ortogonal a la superficie S.....25

Figura 2.3. Aplicación de la ley de Ampere en las cercanías de un conductor que transporta corriente. La línea l define una superficie S, siendo el vector d**S** perpendicular a ella.....26

Figura 2.4. Ley de Gauss: para (a) un campo eléctrico y (b) un campo magnético. La carga Q dentro de una superficie cerrada actúa como una fuente y crea un flujo eléctrico con la intensidad de campo **E**. De forma correspondiente, un flujo magnético es creado por la densidad de corriente **J** fuera de una superficie cerrada S, el campo magnético atraviesa la superficie cerrada (penetra en la esfera y luego sale). De este modo, el campo magnético no tiene fuente ($\nabla \cdot \mathrm{B} = 0$).....29

Figura 2.5. Relaciones constitutivas, a) **B**=μ**H**, b) **J**=σ**E**. 31

Figura 2.6. Metodologías para la solución de un problema.....39

Figura 2.7. División de una región en elementos triangulares. 42

Figura 2.8. Elementos finitos típicos: a) 1D, b) 2D y c) 3D.....43

Figura 2.9. Interpolación lineal en dos dimensiones.....45

Figura 2.10. Representación de funciones de interpolación lineal.....47

Figura 2.11. Elemento tetraédrico de primer orden.....49

Figura 2.12. Interpretación geométrica de la función de forma de un elemento tetraédrico. 52

Figura 2.13. Dominios de aplicación del Método de Elemento Finito. 52

Figura 3.1. Clasificación de las máquinas eléctricas.....69

Figura 3.2. Ventajas de las MSIP vs las máquinas de inducción, (a) comparación de tamaño, (b) comparación de peso.....70

Figura 3.3. Topologías de rotor de máquinas síncronas de imanes permanentes: (a) rotor de I.P. montados en la superficie de rotor; (b) rotor con I.P. interiores radiales; (c) rotor con I.P. interiores tangenciales; (d) rotor con I.P. embebidos; (e) rotor de doble capa de I.P.; (f) rotor con imanes insertados distribuidos asimétricamente.....72

Figura 3.4. Comparación entre tipos de máquinas de imanes permanentes. 73

Figura 3.5. Comportamientos magnéticos de los materiales. 76

Figura 3.6. Curva de desmagnetización de los imanes permanentes.....77

Figura 3.7. Segundo cuadrante de la curva de histéresis de un imán permanente general y el correspondiente comportamiento del producto (BH) del PM. 78

Figura 3.8. Curvas típicas de un imán de neodimio a) se ilustra la densidad de fujo B y la polarización J. b) El comportamiento de las curvas de polarización y desmagnetización al incrementar temperatura T. 79

Figura 3.9. Densidad de campo magnético en el entrehierro y ranuras semi cerradas del estator. 89

Figura 4.1. Espacio de búsqueda y espacio objetivo. 102

Figura 4.2. Taxonomía de los algoritmos globales de optimización. 107

Figura 5.1. Proceso básico de selección en algoritmos genéticos.....118

Figura 5.2. Ejemplo de cruce simple de dos cromosomas o individuos de 8 genes, a partir del tercer gen. 119

Figura 5.3. Cruce uniforme entre dos cromosomas de 8 genes.....120

Figura 5.4. Mutación aleatoria del cuarto gen de un individuo codificado de manera binaria.....121

Figura 5.5. Ciclo básico de los algoritmos genéticos. 123

Figura 5.6. Procedimiento generalizado de un algoritmo genético. 125

Figura 5.7. Procedimiento para el diseño de una máquina eléctrica usando algoritmos genéticos. 126

Figura 6.1. Proceso general de configuración para solución con software de método de elemento finito. 130

Figura 6.2. Modelo 2D del Generador síncrono de imanes permanentes de 900W. 133

Figura 6.3. Mallado del modelo 2D del generador síncrono sin optimización. 133

Figura 6.4. Voltajes inducidos en el generador síncrono sin optimización. 134

Figura 6.5. Voltajes en terminales del generador síncrono sin optimización. 134

Figura 6.6. Corrientes de línea del generador síncrono sin optimización. 135

Figura 6.7. Par electromagnético del modelo del generador síncrono sin optimización. 135

Figura 6.8. Potencias eléctrica y mecánica del modelo sin optimización. 136

Figura 6.9. Pérdidas en el núcleo del modelo sin optimizar. 136

Figura 6.10. Pérdidas en el cobre del modelo sin optimizar. 137

Figura 6.11. Componente radial del campo magnético en el entrehierro. 137

Figura 6.12. Representación del comportamiento de las líneas de flujo magnético en t=0 s en el modelo con simetría de un octavo del generador sin optimizar. 139

Figura 6.13. Comportamiento de la magnitud de la densidad de campo magnético **B** en t=0 s. 139

Figura 6.14. Vectores de la densidad del campo magnético en la zona del entrehierro. 140

Figura 6.15. Vectores de la densidad del campo magnético en el rotor e imanes. 141

Figura 6.16. Geometría para optimizar. 143

Figura 6.17. a) rotor del generador sin optimización en su cara polar, b) rotor del generador con optimización de la cara polar. 145

Figura 6.18. Evolución de la evaluación del algoritmo genético para optimizar la cara polar del rotor del generador síncrono de imanes permanentes. 147

Figura 6.19. Voltajes inducidos del modelo optimizado. 148

Figura 6.20. Comparativa de los voltajes inducidos de los modelos del generador sin optimizar y optimizado. 148

Figura 6.21. Contenido armónico de los voltajes inducidos del modelo optimizado. 149

Figura 6.22. Acercamiento del contenido armónico entre las frecuencias 180 y 520 Hz del modelo optimizado. 149

Figura 6.23. Acercamiento del contenido armónico entre las frecuencias 180 y 520 Hz del modelo sin optimizar. 150

Figura 6.24. Comparación de componentes armónicas de la fase A de los modelos 2D con y sin optimización. 151

Figura 6.25. Corrientes del modelo optimizado. 152

Figura 6.26. Comparación de las señales de corriente de la fase A de los modelos optimizado y sin optimizar. 152

Figura 6.27. Par electromagnético del modelo optimizado. 154

Figura 6.28. Potencias eléctrica y mecánica del modelo optimizado. 154

Figura 6.29. Pérdidas en el núcleo del modelo optimizado. 155

Figura 6.30. Pérdidas en el cobre del modelo optimizado. 155

Figura 6.31. Componente radial del campo magnético en el entrehierro del modelo optimizado. 156

Figura 6.32. Componente radial del campo magnético en el entrehierro de los modelos optimizado y sin optimizar en la que se muestra la comparativa de las dos características. 156

Figura 6.33. Representación del comportamiento de las líneas de flujo magnético en t=0 s en el modelo del generador con optimización. 157

Figura 6.34. Comportamiento de la magnitud de la densidad de campo magnético B en t=0 s del modelo optimizado..... 158

Figura 6.35. a) Vista 3D isométrica del rotor optimizado, b) vista muy cercana a vista frontal del rotor con la cara polar optimizada. 161

Figura 6.36. Mallado del modelo 3D de elemento finito para la validación de resultados del modelo 2D optimizado..... 162

Figura 6.37. Validación de voltajes inducidos optimizados con el modelo 3D..... 163

Figura 6.38. Comparativa de los voltajes inducidos 3D y 2D optimizados que validan los resultados obtenidos..... 163

Figura 6.39. Componentes armónicas de los voltajes inducidos 3D..... 164

Figura 6.40. Acercamiento de las componentes armónicas entre 180 y 520 Hz de la FFT de voltajes inducidos 3D..... 164

Figura 6.41. Validación de las corrientes con modelo 3D. 165

Figura 6.42. Comparativa de las corrientes 3D y 2D optimizados que validan los resultados obtenidos..... 165

Figura 6.43. Validación del par electromagnético calculado con el modelo 3D. 167

Figura 6.44. Validación de las potencias eléctrica y mecánica calculadas con el modelo 3D. 167

Figura 6.45. Pérdidas en el núcleo calculadas con el modelo 3D. 168

Figura 6.46. Pérdidas en el cobre calculadas con el modelo 3D..... 168

Figura 6.47. Comportamiento de la magnitud de la densidad del campo magnético B en t=0s en el modelo 3D para validación de resultados del modelo optimizado 2D..... 169

Figura 6.48. Vista superior del modelo 3D en el que se muestra el comportamiento de la magnitud de la densidad del campo magnético en t=0 s en el generador optimizado. 169

Índice de Tablas.

Tabla 2-1. Condiciones Frontera.....37

Tabla 4-1. Métodos de investigación de operaciones (optimización) 103

Tabla 6-1. Resultados del modelo 2D sin optimización del generador síncrono. 141

Tabla 6-2. Resultados de la simulación del modelo 2D optimizado.....157

Tabla 6-3. Resultados de la simulación de validación con el modelo 3D.....170

Tabla 6-4. Resultados de los modelos 2D y 3D.....170

Lista de Símbolos

Símbolo	
α	Coeficientes de función de forma
α_p	Arco del polo magnético y paso polar
σ	Conductividad eléctrica
$\boldsymbol{\phi}$	Flujo magnético, condición frontera
ϕ_e	Potencial escalar magnético
ϕ_g	Potencial generalizado
$\boldsymbol{\lambda_i}$	Número aleatorio 0 o 1 para recombinación de individuos
μ	Permeabilidad magnética de materiales
μ_0	Permeabilidad del vacío
μ_r	Permeabilidad relativa de los materiales
ψ	Potencial magnético escalar
$\boldsymbol{\theta_s}$	Grados de ranuras
$\boldsymbol{\theta_p}$	Grados de polo
τ	Profundidad
$\boldsymbol{\tau_s}$	Paso de polo de estator
$\boldsymbol{\tau_r}$	Paso de polo de rotor
ρ	Distribución de carga eléctrica, resistividad
$\boldsymbol{\chi_m}$	Susceptibilidad magnética
$\boldsymbol{\upsilon}$	Inverso de la permeabilidad magnética
ρ_v	densidad volumétrica de carga eléctrica
Ω_0	Región de espacio libre
Ω_1	Región permeable no conductora
Ω_2	Región permeable conductora
$\boldsymbol{\partial}$	Operador diferencial parcial
$\boldsymbol{\nabla}$	Operador diferencial nabla
$\mathbf{A}$	Magnitud vectorial, Potencial Magnético vectorial
$\mathbf{A_x}$	Componente x de un campo vectorial
$\mathbf{A_y}$	Componente y de un campo vectorial
$\mathbf{A_z}$	Componente z de un campo vectorial
A_{nI}	Constante a determinar del potencial magnético vectorial
A	Área, carga eléctrica
$\mathbf{a}_r$	Vector unitario dirección radial
$\mathbf{a}_\theta$	Vector unitario dirección tangencial

$\mathbf{B}$	Inducción magnética, densidad de campo magnético
$\boldsymbol{B_d}$	Densidad de campo real en los dientes de las ranuras
$\boldsymbol{B'_d}$	Densidad de flujo aparente en el diente de la ranura
B_I	Densidad de campo magnético en la región aire
B_{II}	Densidad de campo magnético en la región imán permanente
B_{nI}	Constante a determinar del potencial magnético vectorial
B_r	Remanencia
$\mathbf{B}_{ts}$	Densidad de flujo magnético en dientes del estor
C	Cromosoma
c	Trayectoria cerrada
d	Derivada
$\mathbf{D}$	Densidad de campo eléctrico
D	Diámetro
$d\tau$	Diferencial de volumen
dl	Diferencial de longitud
dS	Diferencial de superficie
dv	Diferencial de volumen
e	Fuerza electromotriz inducida (fem)
$\mathbf{E}$	Intensidad de campo eléctrico
$\boldsymbol{\mathcal{F}}$	Conjunto de valores que satisface restricciones de igualdad o desigualdad
F	Región factible de un problema de optimización, Función de un sistema de elemento finito
f	Forma compacta de la función de interpolación, frecuencia, función objetivo, individuo de una población
g_i	Variables dependientes
g_j	Restricciones de desigualdad
$\mathbf{H}$	Intensidad de campo magnético
H_c	Coercitividad
H_g	Campo magnético de prueba.
H_r	Componente radial de $\mathbf{H}$
H_s	Campo magnético obtenido de la ley de Biot-Savart
$\boldsymbol{H_\theta}$	Componente tangencial de $\mathbf{H}$
h_k, h_i	Restricciones de igualdad
$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{n}$	Vectores unitarios
i	Número real positivo de cero hasta infinito
I	Corriente de conducción

I_D	Corriente de desplazamiento
$\mathbf{J}$, $\mathbf{J}_s$	Densidad de corriente
l	Longitud
l_g	Ancho del entrehierro
$\boldsymbol{L_{stk}}$	Longitud axial
$\boldsymbol{k_{w1}}$	Armónico fundamental del factor de devanado
N	Funciones triangulares de primer orden, función de forma
$\mathbf{M}$	Vector magnetización
M_n	Componente de la magnetización a valor armónico impar
M_r	Componente radial de la magnetización
M_1	Componente fundamental de la magnetización
M_θ	Componente tangencial de la magnetización
m	Número de fases
N_p	Número de polos
N_s	Número de ranuras
P	Potencia eléctrica
P_t	Población de padres
p	Número de pares de polos
p_c	Probabilidad de cruce
p_m	Probabilidad de mutación
Q_t	Población de descendientes.
$\mathbf{R}$	Vector del lado del término integral de la frontera por método de Galerkin
R	Conjunto de variables, vector de variables
R_m	Radio del arco del imán
R_r	Radio del rotor
R_s	Radio del estator
R_t	Población nueva
$\mathbf{S}$	Matriz de un sistema de elemento finito
S	Superficie
S_u	Área a través de la ranura
S_d	Área de la sección transversal del diente
t	tiempo
$\mathbf{T}$	Potencial eléctrico vectorial
$\boldsymbol{T_{ph}}$	Número de espiras en serie por fase
V	Potencial eléctrico escalar
v	Velocidad de partes móviles

x	Variables de diseño
$\mathbf{x}^*$	Vector solución
x_i	Variables independientes
$\boldsymbol{Y_s}$	Yugo del estator

Resumen

El trabajo que es presentado en esta tesis se enfoca en la optimización de la cara polar de generadores síncronos de imanes permanentes utilizados en el tenor de la generación de energía eléctrica con el empleo de fuentes renovables, en específico la energía eólica. La optimización que se realiza al generador es con el propósito de mejorar su desempeño electromagnético. A pesar de los avances en el desarrollo de esta tecnología de generadores síncronos, aún existen desafíos significativos, particularmente en la conversión de la energía. Los objetivos fundamentales de esta investigación se centran en la aplicación de algoritmos genéticos para realizar la optimización de la cara polar del generador.

La metodología de este proyecto se complementa con el análisis electromagnético detallado del comportamiento del generador utilizando el método del elemento finito (MEF) en dos dimensiones. El empleo de MEF permite una evaluación precisa de las características electromagnéticas de las distintas configuraciones de la cara polar del generador, obtenidas por el algoritmo genético, para finalmente validar los resultados con modelos en tres dimensiones. La combinación de algoritmos genéticos y análisis electromagnéticos con el método de elemento finito constituye un enfoque integral que busca lograr mejoras en el contenido armónico de los voltajes inducidos. Los resultados obtenidos en este trabajo de tesis se utilizarán para contribuir al desarrollo de aerogeneradores, con la implementación de generadores síncronos de imanes permanentes optimizados.

Abstract

The work presented in this thesis focuses on optimizing the pole face of permanent magnet synchronous generators used in the field of electrical power generation through renewable sources, specifically wind energy. The optimization performed on the generator aims to enhance its electromagnetics performance. Despite advancements in the development of these synchronous generators, significant challenges persist, particularly in the conversion of electromagnetic energy.

The principal objectives of this research are centered on the application of genetic algorithms to optimize the generator's pole face. The methodology of this project is complemented by a detailed electromagnetic analysis of the generator's behavior using the two-dimensional Finite Element Method (FEM). The use of FEM allows for a precise evaluation of the electromagnetic characteristics of various pole face configurations obtained through the genetic algorithm, with subsequent validation of the results using three-dimensional models.

The combination of genetic algorithms and electromagnetic analysis with the Finite Element Method constitutes a comprehensive approach aimed at achieving substantial improvements in generator performance.

Publicaciones y Productos Obtenidos

Artículo revista indizada por el JCR

- C. Hernández, J. Lara, M. A. Arjona, F.J. Martínez, *et al.*, "Electromagnetic Optimal Design of a PMSG Considering Three Objectives and Using NSGA-III," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 58, no. 9, pp. 1-4, Sept. 2022, Art no. 8107504, doi: 10.1109/TMAG.2022.3167306

Artículo en congreso internacional

- C. Hernández, J. Lara, M. A. Arjona, F.J. Martínez, *et al.*, "Electromagnetic Optimal Design of a PMSG Considering Three Objectives and Using NSGA-III," 23rd International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (Compumag 2021), 16-20 Enero 2022, Cancun México.

Patentes

- F.J. Martínez, M. A. Arjona, C. Hernández, *et al*, "Herramental Para Insertar Imanes Permanentes En El Rotor De Generadores Síncronos," Título de patente No. 414977. Instituto Mexicano de la Propiedad Intelectual. 2024.

- F.J. Martínez, M. A. Arjona, and C. Hernández, *et al*, "Sistema Manual Para La Formación De Inclinación (Skew) En Las Laminaciones Que Conforman El Estator De Generadores Síncronos De Imanes Permanentes," Título de patente No. 414976. Instituto Mexicano de la Propiedad Intelectual. 2024.

Capítulo 1

Introducción

El contexto global energético actual ha contribuido a que el escenario de la generación de energía se enfoque en la búsqueda continua de métodos eficientes y sostenibles, lo que ha llevado a un creciente desarrollo de la tecnología de generadores síncronos de imanes permanentes. Estos generadores desempeñan un papel fundamental en la producción de energía eléctrica, a partir de fuentes renovables, en aerogeneradores.

En este contexto, la presente tesis se centra en la optimización de un componente: la cara polar de un generador síncrono de imanes permanentes, con el objetivo de obtener mejoras como minimizar el contenido armónico del voltaje generado a partir de la implementación de un algoritmo genético que realice la nueva configuración de la cara polar.

A pesar de los avances en la tecnología de generadores síncronos de imanes permanentes, persisten desafíos significativos relacionados con la eficiencia, contenido armónico, etc. La optimización de estos generadores constituye una parte fundamental para mejorar la eficacia de la generación eléctrica en sistemas eólicos.

1.1 Estado del arte

Durante los últimos años del siglo XX y primeros años del siglo XXI, se ha hecho más evidente la limitante de los recursos energéticos no renovables como el petróleo, carbón mineral y gas. Diversos países han desarrollado tecnologías para aprovechar los recursos naturales como el sol y el viento, dando auge a las energías alternas de energía o energías renovables y a obtener energía eléctrica a partir de ellas [1]. La generación de energía eléctrica en el campo de la eólica, consiste en convertir la energía generada por la velocidad del viento en energía mecánica; esta energía es convertida por una turbina en energía eléctrica [2], [3].

El aprovechamiento de la energía eólica en la generación de energía eléctrica se ha expandido, a partir del desarrollo de aerogeneradores modernos o turbinas eólicas. A finales de 2015, la participación de las energías renovables en la producción de electricidad a nivel mundial fue del 23% del total generado [4]; particularmente la energía eólica contribuyó con el 3.5% de ese porcentaje. Bajo este contexto, nuestro país creó consorcios para el desarrollo de tecnología que aproveche los recursos naturales con los que se cuenta, lo que ha favorecido la investigación en desarrollo de nuevas tecnologías para producción de energía eléctrica.

Un ejemplo en particular es el desarrollo de nuevas propuestas de generadores eléctricos para ser utilizados en torres eólicas, como las propuestas en el marco de proyectos como el Centro Mexicano de Innovación en energía Eólica (CEMIE-E), el cual es un consorcio para la investigación, desarrollo e innovación de la energía eólica en México.

Dicho consorcio integra proyectos nacionales en los que participan instituciones de educación superior, centros de investigación y empresas.

México es un país que cuenta con regiones de alto potencial eólico en los estados de Oaxaca, Tamaulipas, algunas zonas de Coahuila y Baja California Norte, lo que ha originado la creación de grandes granjas eólicas y la creciente necesidad de contar con la tecnología propia para el desarrollo y explotación de este recurso natural, como una estrategia para impulsar el aprovechamiento sustentable de las fuentes de energía renovable [1], [4].

Tradicionalmente los generadores eléctricos sincrónicos han sido construidos desde la perspectiva clásica, es decir, un estator y un rotor con excitación de CD. Lo anterior implica algunas desventajas para ser implementados en proyectos de generación por medio de la energía del viento (eólica) [5]. En la actualidad se han desarrollado modelos y prototipos que sustituyen el rotor tradicional por uno construido con imanes permanentes, debido a las ventajas que aporta [6], [7].

Los generadores de imanes permanentes poseen un alto factor de potencia, alta densidad de par y alta eficiencia. Estos generadores se emplean en muchas aplicaciones industriales, tanto en elementos de pequeña escala como son los discos duros, hasta grandes aplicaciones, como son en sí los aerogeneradores [8], [9], llegando en la actualidad a dispositivos de hasta 1.5 MW [10].

Existen otras alternativas para la construcción de centrales eólicas, como son los generadores de inducción doblemente alimentados y los de jaula de ardilla [11]. Aunque los generadores de inducción de jaula de ardilla se han empleado por su robustez y bajo mantenimiento, éstos tienen el inconveniente de poseer bajo factor de potencia y baja eficiencia [12].

Para el ahorro de energía se prefiere utilizar máquinas con alto factor de potencia y alta eficiencia; se ha optado por implementar nuevos enfoques de generación, con los generadores síncronos de imanes permanentes (PMSG por sus siglas en inglés), desde diversas perspectivas como máquinas eléctricas, desde aspectos eléctricos y mecánicos [13-14].

Entre las desventajas de los PMSG se pueden mencionar que no tienen regulación de voltaje en terminales, debido a que no poseen devanado de campo y tienden a la variación de frecuencia, puesto que la velocidad del viento no es constante. Para solucionar esta situación se han desarrollado controladores o convertidores electrónicos de potencia con configuración de doble etapa. En otras ocasiones se emplean cajas multiplicadoras o de engranes de velocidad variable. Otras de las desventajas son el alto costo de los materiales de los imanes permanentes, así como las dificultades al manipularlos en la construcción de las máquinas de imanes permanentes[15], [16].

En la literatura se han presentado múltiples propuestas de generadores, siendo clasificados en forma general en [9]: generadores de flujo axial y generadores de flujo radial, generadores de eje horizontal y generadores de eje vertical. Existen diferentes propuestas de topologías de las máquinas con imanes permanentes, como son la

máquina convencional de flujo radial con rotor interior, la máquina de flujo radial de rotor exterior, la máquina de flujo axial de doble rotor, la máquina de flujo axial de un solo lado con balance en estator, la máquina de flujo axial de un solo lado con balance en rotor, entre otras. [17], [18].

Cada topología está diseñada para satisfacer una necesidad o aplicación específica. Por lo tanto, comparar entre si las topologías propuestas en las diversas investigaciones es una tarea delicada, puesto que son diseñadas para diferentes requerimientos y situaciones [19], [20]. Existe una prevalencia por los generadores de eje horizontal para aplicaciones de generación por medio de energía eólica, y éstos son diseñados para operar a la máxima eficiencia aerodinámica [16], [21], [22].

En diversa literatura, en la revisión del desempeño de los generadores, se ha mencionado que las construcciones para baja velocidad son superiores a las construcciones para altas velocidades. Los generadores de imanes permanentes de múltiples polos son preferidos en las aplicaciones de pequeños sistemas eólicos sin cajas multiplicadoras de velocidad [9], [12], [16], [23].

En últimos años ha existido una generalización por la utilización de imanes permanentes en las diversas máquinas eléctricas, la cual se debe a los beneficios que los imanes permanentes aportan a las máquinas, entre los que se destacan [24]:

- Mejora del rendimiento al eliminar el circuito de excitación, por lo que se minimizan las pérdidas.

- La obtención de alta densidad de par en comparación del volumen de la máquina.
- Mejor comportamiento dinámico.
- El mantenimiento y su construcción se ven simplificados.

En la clasificación existente de las máquinas síncronas de imanes permanentes, existen topologías según la disposición de los imanes, en las que se encuentran aquellas con imanes insertados en el rotor y las que tienen imanes montados en la superficie del rotor [1], [4].

Diversas investigaciones realizadas han demostrado que las máquinas con imanes insertados tienen mayor eficiencia que las que tienen imanes montados en la superficie del rotor [3], [16]. En los rotores con imanes insertados, se cuenta con diversas topologías de insertar los imanes, como son los rotores tipo V, los rotores tipo S [14] y los que tienen los imanes insertados de forma tangencial [25]. Estos imanes pueden ser de diferentes materiales, como los elaborados con tierras raras como los NdFeB y SmCo, el Alnico (Al, Ni, Co Fe) y las ferritas cerámicas como la ferrita de Bario [2].

La forma de los imanes permanentes juega un papel importante, ya que la minimización de flujo de dispersión mejora el desempeño del dispositivo. En el enfoque de diseño clásico, un imán permanente es diseñado para obtener un nivel de flujo específico en un entrehierro y la forma del imán es proporcionada para reducir el volumen y/o contar con un perfil deseado [11], [26]. Otro factor importante en el diseño de los imanes es minimizar el inevitable flujo de dispersión, así como disminuir el relativo costo elevado de las tierras raras con las que se construyen los imanes.

Considerando otras perspectivas, en el análisis y diseño de generadores se han realizado muchas investigaciones: relacionadas con generadores doble capa de imanes e imanes permanentes interiores, diseño asistido con el método de elementos finitos, generadores de imanes permanentes considerando pantallas de flujo magnético, generadores de doble estator, diseños donde se minimiza el rizo del par, experimentos para determinar el comportamiento no lineal de los generadores, y determinación de parámetros de modelos de los generadores de imanes permanentes [27].

Recientemente, en los diseños e investigaciones de generadores síncronos de imanes permanentes, en la comunidad científica han ganado interés los diseños que emplean devanado de paso fraccionario y devanados concentrados, debido a las ventajas que tienen estos tipos de devanados [28]. Entre estas ventajas figuran: alta densidad de potencia, alta eficiencia, cabezales cortos, alto factor de relleno en las ranuras, capacidad de debilitamiento de flujo, y tolerancia a las fallas. También se incluyen todos los trabajos que tienen como fin la optimización de la forma de la máquina síncrona, que buscan reducir el par de retención (*cogging torque*), el alto contenido armónico, la eficiencia o costo, entre otros [29], [30].

Aunque las máquinas síncronas de imanes permanentes poseen muchas ventajas, y su construcción es más sencilla que la máquina tradicional, al sustituir el rotor devanado por un rotor con imanes, esto conlleva una serie de nuevos retos a minimizar, por la naturaleza inherente de los imanes. Entre los problemas que se producen con el uso de rotores con imanes permanentes se tiene la interacción del campo magnético de los imanes con las ranuras del estator, produciendo el efecto mencionado anteriormente y denominado par de retención. En diversa literatura esto se nombra: par de cogging

[26], [31], [32]. Otros retos a minimizar son el rizado de par [25], las vibraciones producidas [33] y el ruido que se origina [5], [34-36].

El empleo del Método de Elemento Finito (MEF o FEM por sus siglas en inglés) se realiza por ser un método numérico muy poderoso para la solución de ecuaciones diferenciales parciales y geometrías complejas en el diseño de las diversas máquinas eléctricas. El inconveniente de emplear únicamente soluciones con MEF, es el alto costo computacional y tiempo que toma encontrar una solución a un problema específico. Lo anterior ha llevado a la comunidad científica a apoyarse de más herramientas para encontrar el mejor modelo de sus diseños [6], [7]. Se han utilizado métodos globales de optimización y múltiples propuestas de metodologías para diseños óptimos, hablando en el contexto de los generadores síncronos de imanes permanentes [8].

Los métodos de optimización son tan variados y de diferentes aplicaciones, como aquellos que se basan en los organismos vivos y simulan su comportamiento, entre los que se pueden mencionar: algoritmos genéticos, computación diferencial evolutiva, cúmulo de partículas, entre otros [12], [37], [38]. También están los métodos basados en los procesos de calidad y la reducción de la variabilidad de un proceso, como el método de Taguchi; los métodos que han permitido una aplicación a diversos campos de la ingeniería a partir de optimizar un objetivo sin afectar otros parámetros, como el propuesto por la optimización de Pareto [21], [39]. Todas estas propuestas tienen como finalidad apoyarse de un primer modelo con MEF y posteriormente encontrar el modelo óptimo [40], [41-43].

Existen algunas aplicaciones que tienen la necesidad de optimizar los modelos y disminuir problemas como el par de retención, como son los servo-controladores o los discos duros que no toleran el par de retención de cualquier nivel. Apoyados en modelos de elemento finito y modelos globales de optimización como pueden ser los algoritmos genéticos, se puede lograr la mejor forma de los imanes. A través de estas mejoras se puede obtener la reducción del par de retención. Hay trabajos que reducen el par de retención haciendo un diseño óptimo del estator. De igual modo, para la optimización se opta por utilizar estrategias evolutivas, para encontrar la forma óptima de las ranuras del estator. De este modo se puede lograr una reducción del par de retención [29], [30].

No existe una metodología única para el diseño de máquinas eléctricas, como lo es el generador síncrono de imanes permanentes y no hay una regla establecida para optimizar un diseño. Sin embargo, indudablemente, como primer paso se utilizan los modelos electromagnéticos basados en el método de elemento finito, posteriormente se utilizan métodos de optimización. En la literatura revisada se aprecia una preferencia por técnicas basadas en estrategias evolutivas como métodos globales de optimización. De entre estos métodos, destaca el empleo de algoritmos genéticos, en gran parte debido a que son robustos y pueden ser aplicados a problemas de gran escala sin mayor dificultad, basándose en las características de los seres vivos como reproducción, cruza y mutación [44], [45].

En la literatura dedicada a los aspectos teóricos de las diversas herramientas y metodologías para el diseño y el análisis de las máquinas de imanes permanentes (IP), se tienen trabajos que como el libro de Kenjo y Nagamori [46]. Este trabajo se enfoca en máquinas de baja potencia; se discuten los principios fundamentales de las máquinas eléctricas rotativas en general, antes de adentrarse en las máquinas con IP, detallando su estructura y composición, así como la electrónica de control asociada, siendo uno de los primeros trabajos que se desarrollaron en el estudio de las máquinas con imanes [24].

En la bibliografía también se pueden encontrar trabajos con enfoques más matemáticos y análisis más exhaustivos, tanto de máquinas de imanes permanentes como de las de reluctancia. En este apartado, T. J. E. Miller [47] proporciona una herramienta de estudio, a la par que presenta resultados de cálculos mediante el método de elementos finitos (MEF), aplicados a una de estas máquinas. Se incluye un capítulo que explora el estudio de los imanes permanentes y los circuitos relacionados [47].

En la literatura técnica de máquinas eléctricas, J. F. Gieras [48] proporciona un trabajo muy interesante, el cual trata sobre el diseño y las aplicaciones de diferentes tipos de máquinas que utilizan imanes permanentes, ya sea en máquinas de corriente continua o máquinas síncronas con imanes permanentes, máquinas de alta densidad de par y máquinas con estructuras especiales. El trabajo de Gieras [48] también contiene un capítulo que a los estudiantes de máquinas eléctricas podría resultar interesante, al tratar sobre el uso de la técnica de elementos finitos como herramienta de análisis [48].

Finalmente, R. Krishnan [49] publica un trabajo que se dedica principalmente al control de las máquinas con imanes permanentes, ya sean síncronas o de corriente continua sin escobillas, el cual se divide en tres partes. La primera parte explica los aspectos fundamentales de las máquinas con imanes permanentes, comenzando con el estudio de los imanes en sí y centrándose en las máquinas síncronas con imanes permanentes, y una introducción a los inversores utilizados junto a las máquinas de imanes permanentes y su control [49]. La segunda parte se enfoca al estudio de los dispositivos de control para las máquinas con imanes permanentes, comenzando con el análisis dinámico del comportamiento de estas máquinas. La tercera parte, de manera similar a la segunda, se centra en el control de las máquinas de corriente continua sin escobillas. El trabajo de Krishna [49] es destacable por las numerosas referencias bibliográficas que proporciona, las cuales constituyen un referente de análisis para profundizar más en estos temas.

Las descripciones anteriores se refieren a la bibliografía teórica de las máquinas eléctricas. Es importante contar con un breve análisis de los trabajos desarrollados por investigadores en el estudio y avances en las máquinas de imanes permanentes como tema central, sin abordar más detalles generales de la teoría de máquinas. Los siguientes trabajos constituyen una breve descripción de algunas de las referencias que se encuentran en el estado del arte.

Una referencia relevante es el trabajo de los investigadores Li y Slemon [50]; en su trabajo se habla de la manera de minimizar el par de retención. La minimización se propone estudiando diversas dimensiones de la máquina, sin la necesidad de realizar

inclinación (*skew*) a las ranuras del estator o de los imanes. Actualmente este es un método muy utilizado para lograr esta minimización [50].

El trabajo de J. De La Ree y N. Boules [51], se realiza el análisis del origen del rizado de par y del par de retención (*cogging torque*) en las máquinas síncronas de imanes permanentes, cuyos convertidores son alimentados por onda cuadrada. En este trabajo se propone lo que se conoce como par de conmutación, el cual resulta de la interacción de los imanes permanentes con las corrientes del estator; se realiza el estudio de los efectos de inclinar las ranuras en el estator con diferentes ángulos [51].

El empleo de la técnica de inclinar las ranuras del estator o los propios imanes del rotor es, probablemente, la más utilizada como técnica de diseño, encaminada a la reducción del par de retención y el rizado de par en las máquinas síncronas de imanes permanentes; a su estudio se han dedicado numerosos trabajos. El método analítico propuesto por los autores para predecir ambas causas del rizado, es válido tanto en motores con imanes interiores o embebidos como superficiales; se analiza el efecto de dar diferentes ángulos de inclinación a las ranuras del estator.

Los trabajos [52], [53] de los años 1991 y 1997 respectivamente, estudian el efecto de la inclinación de ranuras o de inclinar los imanes sobre el par de retención, la fuerza electromotriz o las fuerzas radiales de las máquinas síncronas de imanes permanentes. En cuanto a las mejoras de diseño de estas máquinas, considerando rendimiento y minimización de efectos no deseados, como rizado de par, par de retención, reducción de contenido armónico o el incremento de aquellos que benefician el diseño como la densidad de par, potencia, etcétera.

Los investigadores se han enfocado en el uso de herramientas de optimización, en las que se ha dado un impulso a técnicas basadas en la biología, llamándolas bio-inspiradas, entre las que se encuentran técnicas como los algoritmos genéticos, cúmulo de partículas, redes neuronales, enjambres de insectos, muestreo con hipercubo latino, entre muchas otras.

El estudio que presentan los investigadores Hui, Zhe y Henk [5] examina los intervalos, económicamente convenientes, de relaciones entre los engranajes y potencias de sistemas de generación de energía eléctrica eólicos con imanes permanentes (PM), utilizando un método de optimización para su diseño. En este trabajo se presenta un modelo analítico del aerogenerador, que consta de una caja de cambios de un solo paso y un generador síncrono de imanes permanentes de flujo radial trifásico, con un convertidor de potencia en paralelo. La optimización propuesta del diseño se lleva a cabo mediante un algoritmo genético, con el objetivo de minimizar los costos del sistema generador [5].

El trabajo que presentan Chen, Ho y Fu, describe un algoritmo que busca minimizar el par de retención en motores sin escobillas de imanes permanentes montados en la superficie del rotor (SPM); se utiliza la optimización del perfil superficial del imán permanente. Se propone una estrategia eficiente para aplicar el método de elementos finitos (MEF) en el cálculo del par de retención en motores, con diferentes diseños de forma para los imanes permanentes. En comparación con el uso del método de elemento finito convencional, el método propuesto por los autores sugiere que se reduce significativamente el tiempo de cálculo, representando solo el 0.017% del tiempo requerido por el método anterior. Al obtener esta reducción considerable, en el tiempo

de cálculo para el análisis del comportamiento electromagnético en motores con imanes permanentes, se sugiere la viabilidad de emplear un algoritmo genético (AG) para optimizar la forma de los imanes permanentes, con el fin de lograr la minimización del par de retención [40].

En diversas ocasiones, los problemas prácticos de ingeniería implican la optimización de múltiples objetivos. A diferencia de la optimización de un solo objetivo, donde se busca la mejor solución global, en la optimización multiobjetivo, los objetivos en ocasiones suelen entrar en conflicto entre sí y esto provoca que puede no existir una solución que sea la mejor global, sino un conjunto de soluciones en el espacio de búsqueda. Estas soluciones son conocidas como soluciones óptimas de Pareto o soluciones no dominantes. Después de identificar todas las soluciones de Pareto, los diseñadores o ingenieros pueden elegir entre estas soluciones, según sus necesidades [54].

Existen muchos algoritmos de optimización multiobjetivo que pueden obtener buenas soluciones para funciones de prueba clásicas. Sin embargo, hay poca información disponible sobre la aplicación de estos algoritmos en problemas prácticos de ingeniería. Una de las principales dificultades en las aplicaciones, es sobre cómo minimizar el costo computacional para la evaluación de funciones objetivo y cómo mantener la diversidad de soluciones. Los avances en este campo mejoran cada vez más las implementaciones y utilizaciones de estos algoritmos y métodos de optimización [55], [56].

En problemas de ingeniería, considerados como grandes para los procesos de optimización, las funciones objetivo no tienen expresiones matemáticas directas y los valores de las funciones se calculan generalmente con métodos numéricos. La implementación de estos problemas lleva mucho tiempo, incluso si las funciones objetivo se evalúan solo una vez. Además, el proceso de optimización requiere miles de evaluaciones de funciones objetivo, lo que hace que muchas optimizaciones multiobjetivo prácticas sean muy complejas.

Los algoritmos genéticos no dominados de segunda generación (NSGA-II) han sido uno de los métodos de optimización multiobjetivo ampliamente utilizados. Lo anterior se debe a que pueden obtener buenas soluciones de Pareto óptimas en el proceso de optimización de muchas funciones de prueba. Sin embargo, al aplicarse a algunos problemas prácticos, las soluciones obtenidas a menudo no son lo suficientemente dispersas.

El trabajo de Xie, Sun et al, aborda un problema de optimización de forma, para un conjunto de imanes permanentes utilizado en un sistema de resonancia magnética. La importancia de este trabajo radica en el énfasis en cómo resolver eficazmente este problema práctico de optimización multiobjetivo. Para encontrar buenas soluciones de Pareto óptimas, en su trabajo se propone un NSGA-II mejorado mediante la introducción de un nuevo operador de cruce, con el cual se trata de mantener la diversidad de especies. El trabajo indica que, para reducir el tiempo computacional en la solución de las funciones objetivo, se adopta el modelo de superficie de respuesta, basado en la función de base radial y se combina con el NSGA-II mejorado [54].

Actualmente, se presentan nuevas modificaciones para la tercera versión de este algoritmo [57], [58], aunque no se implementan algoritmos genéticos multiobjetivo en este trabajo de tesis.

En la optimización se ha desarrollado un amplio abanico de oportunidades, con diversas opciones como el método Taguchi, optimización por modelos Kriging, hipercubo latino. El estado del arte permite identificar este apartado con trabajos como el presentado por Lui y Zhou [59]. Los autores abordan los problemas del par de retención, utilizando un escaneo paramétrico. El enfoque de este artículo es mejorar la eficiencia del motor, modificando los requisitos de diseño para no llegar a saturación. Los parámetros de optimización se enfocaron en características de los imanes permanentes como la forma, el grosor y la disposición. Con método de elemento finito se analizó el flujo en los dientes del estator, el yugo del estator y yugo del rotor [59], [60].

1.2 Objetivos de la investigación y contribución

La investigación presentada en esta tesis se centra en desarrollar los modelos de elementos finitos de un generador síncrono de imanes permanentes, con la finalidad de efectuar su análisis electromagnético. Posteriormente, mediante técnicas de optimización basadas en estrategias evolutivas como algoritmos genéticos, se procede con el diseño óptimo de la geometría polar del rotor.

Objetivos particulares:

1. El estudio electromagnético de las diversas topologías de generadores síncronos de imanes permanentes empleados en aerogeneradores para plantas eólicas a través de método de elemento finito en 2D.
2. El estudio electromagnético de la topología de imanes embebidos en el rotor de generadores síncronos de imanes permanentes con el MEF en 3D.
3. Planteamiento de la función objetivo de la cara polar del generador para optimización por medio de técnica bio-inspirada.
4. Optimización de la geometría de la cara polar del generador en 2D con la implementación de algoritmos genéticos, con los cuales se realizarán las modificaciones que contribuyan a mejorar el comportamiento electromagnético del generador.

La principal contribución de este trabajo de tesis se puede resumir en el desarrollo y análisis del modelo electromagnético de un generador síncrono de imanes permanentes con imanes embebidos en el rotor, utilizando algoritmos bio-inspirados para la optimización de la geometría polar del rotor.

Los algoritmos bio-inspirados, como los algoritmos genéticos, tienen la robustez para encontrar la solución a problemas de optimización, como el presentado en esta tesis; la optimización es realizada en dos dimensiones y la validación de resultados se lleva a cabo con modelos en tres dimensiones.

1.3 Estructura general de la tesis

Este trabajo de tesis se encuentra constituido por seis capítulos, los cuales son estructurados en cinco capítulos con las generalidades del proyecto desarrollado, un capítulo con las conclusiones y trabajo a futuro y al final un apartado para las referencias bibliográficas empleadas para complementar el contenido de la tesis, siendo principalmente artículos y libros. Cada capítulo se describe a continuación:

Capítulo 1: Introducción. En este capítulo se presentan los antecedentes en el avance en la tecnología de los generadores síncronos de imanes permanentes aplicados a la energía eólica. Se proporciona un panorama de los retos a los que se enfrenta el ingeniero de diseño de máquinas eléctricas para ofrecer un dispositivo (que en este trabajo corresponde a un generador para sistemas eólicos), que sea optimizado para mejorar su comportamiento electromagnético, destacando las estrategias de optimización utilizadas.

Capítulo 2: Electromagnetismo y Método de Elemento Finito (MEF). Se plantean los fundamentos del electromagnetismo y el método de elemento finito, se proporciona una base teórica sólida en donde se inicia con la evolución que condujo a la unificación del electromagnetismo en las ecuaciones de Maxwell, se introducen potenciales electromagnéticos y se explora la aplicación del MEF, un método numérico versátil para resolver problemas complejos en área del electromagnetismo.

Capítulo 3: Máquinas Síncronas de Imanes Permanentes. En este capítulo se presentan a detalle los conceptos y la teoría que sustenta las máquinas síncronas de imanes permanentes, las diversas topologías que existen, se presenta un breve resumen de las ecuaciones para diseño de las máquinas síncronas de imanes permanentes y se da un breve antecedente sobre los imanes permanentes.

Capítulo 4: Optimización y Algoritmos Bio-Inspirados. Se presentan los conceptos necesarios para el entendimiento de los algoritmos bio-inspirados. Este capítulo se estructura de manera que simplifique los diversos métodos que se utilizan para la optimización de problemas en la ingeniería, centrándose en los algoritmos genéticos para la optimización de la cara polar del generador síncrono de imanes permanentes.

Capítulo 5: Algoritmos Genéticos y Optimización Aplicada, en esta sección de la tesis se presentan más detalles de los algoritmos genéticos y de sus conceptos básicos; también se presenta una breve introducción a los algoritmos multiobjetivo.

Capítulo 6: Resultados, en este capítulo se presentan los resultados de los modelos electromagnéticos obtenidos con simulaciones, con el método de elemento finito en dos dimensiones, se muestran los resultados de la optimización de la cara polar del generador síncrono y los resultados obtenidos con la validación empleando un modelo en 3D.

Capítulo 7: Conclusiones, se concluye este trabajo de tesis con el capítulo concerniente a las conclusiones obtenidas en esta investigación y se plantea el trabajo a futuro.

Capítulo 2
Electromagnetismo y Método de Elemento Finito

2.1 Introducción

Los efectos eléctricos y magnéticos fueron considerados fenómenos físicos independientes, asociados a las cargas eléctricas y a los imanes, respectivamente. Sin embargo, a inicios del siglo XIX, Oersted observó que las corrientes eléctricas tenían influencia sobre una aguja imantada. Posteriormente, con en el estudio de los fenómenos electromagnéticos de Ampere y el descubrimiento de la inducción por Faraday, se establecieron las bases para una teoría unificada del electromagnetismo.

Maxwell reunió y completó los resultados de Oersted, Ampere y Faraday, sintetizando las teorías eléctrica y magnética en un único sistema de ecuaciones, con la publicación del tratado de electricidad y magnetismo. Las ecuaciones de Maxwell predicen que los campos eléctricos variantes en el tiempo producen campos magnéticos y que recíprocamente, los campos magnéticos variantes en el tiempo inducen corrientes eléctricas.

En este capítulo se hace una breve revisión de las ecuaciones de Maxwell, las cuales constituyen las bases para cualquier formulación que tenga como objetivo resolver un problema electromagnético de las diversas máquinas eléctricas, como son los

transformadores, generadores y motores. También se presenta la teoría del método de elementos finitos, así como las formulaciones que se emplean para resolver problemas de campos electromagnéticos con dicho método [53].

2.2 Ecuaciones de Maxwell y ecuaciones constitutivas

El electromagnetismo puede ser descrito por las ecuaciones de Maxwell y por las ecuaciones constitutivas. Las ecuaciones de Maxwell implican el uso y la operación de magnitudes que son vectoriales y escalares. El campo electromagnético clásico macroscópico es descrito por cuatro vectores de función de posición denotados por $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$ y $\mathbf{B}$. Los campos vectoriales fundamentales $\mathbf{E}$ y $\mathbf{H}$ son llamados intensidades de campo eléctrico y magnético, respectivamente. $\mathbf{D}$ y $\mathbf{B}$ son el desplazamiento eléctrico y la inducción magnética, respectivamente. Estos campos vectoriales pueden ser eliminados de la descripción de los campos electromagnéticos, aplicando las relaciones constitutivas apropiadas para sustituirlas [61].

Las ecuaciones de Maxwell pueden dividirse en dos grupos, eléctricas y magnéticas y pueden ser tratadas independientemente. En la figura 2.1 se representa una posible división de las aplicaciones físicas de estas ecuaciones. La nomenclatura y definiciones de las operaciones vectoriales que se emplean en el electromagnetismo se define a continuación.

El operador vectorial diferencial nabla simbolizado por una delta invertida ∇ se describe como [53]:

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{k} \tag{2.1}$$

donde i, j y k son los cosenos directores. El operador nabla puede ser utilizado sobre una magnitud escalar o sobre una magnitud vectorial y la forma exacta de las derivadas depende del símbolo que sigue al operador [62].

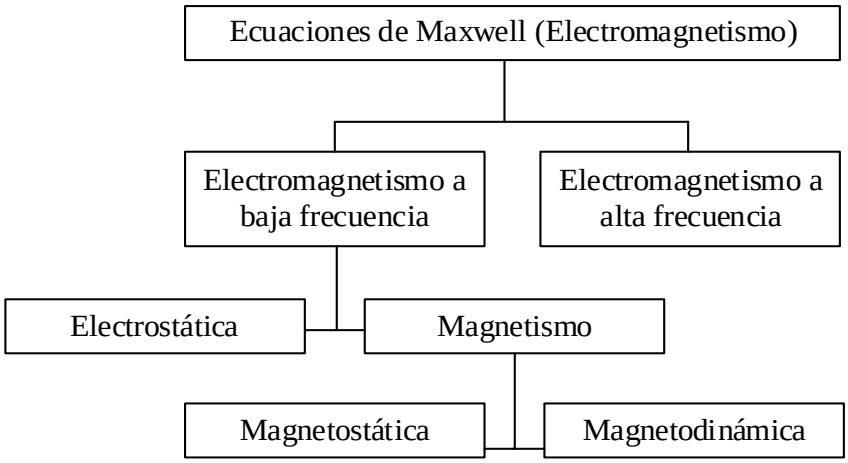


Figura 2.1. División de las aplicaciones físicas de las Ecuaciones de Maxwell.

Cuando opera sobre una magnitud escalar lo hace en forma de producto y a dicha operación se denomina gradiente:

$$\mathrm{grad(u)} = \nabla \mathrm{u} \equiv \frac{\partial u}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\boldsymbol{k} \tag{2.2}$$

donde u es una magnitud escalar u(x, y, z), Así pues, grad(u) yace en la dirección de máximo incremento de u.

Las magnitudes vectoriales pueden ser manejadas con el operador nabla en forma de producto escalar o producto vectorial. Al utilizarse como producto escalar, a esta operación se le denomina divergencia:

$$div(\boldsymbol{A}) = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \tag{2.3}$$

donde **A** es un campo vectorial, como es el potencial magnético vectorial.

De otra manera, cuando se utiliza como producto vectorial esta operación se denomina rotacional:

$$rot(\boldsymbol{A}) = \nabla \times \mathbf{A} = \begin{pmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

2.2.1 Primera ecuación de Maxwell: Ley de la inducción magnética de Faraday

La primera ecuación de Maxwell tiene como base la ley de la inducción, Faraday estableció que un flujo magnético variante en el tiempo $\boldsymbol{\phi}$ induce una fuerza electromotriz (f.e.m.) dada por:

$$\boldsymbol{e} = -\frac{d\phi}{dt} \tag{2.5}$$

La expresión 2.6 muestra la dependencia del tiempo del flujo magnético con una trayectoria cerrada C orientada arbitrariamente, se puede expresar la f.e.m. en términos del vector campo eléctrico a través del trabajo realizado por una carga en dicha trayectoria C,

$$\boldsymbol{e} = \oint_{\boldsymbol{C}} \boldsymbol{E} \cdot dl \tag{2.6}$$

y de mismo modo el flujo magnético $\boldsymbol{\phi}$ en la trayectoria cerrada C expresado en términos del vector campo magnético es la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\phi} = -\int_{S} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{dS} \tag{2.7}$$

Reemplazando 2.6 y 2.7 en 2.5 obtenemos la primera ecuación de Maxwell en su forma integral:

$$\oint_{\boldsymbol{C}} \boldsymbol{E} \cdot dl = -\int_{S} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{dS} \tag{2.8}$$

Aplicando el teorema de Stokes a la expresión anterior y sustituyendo en 2.8, resulta en la siguiente ecuación:

$$\int_{\boldsymbol{S}} \nabla \times \boldsymbol{E} \cdot dS = -\int_{S} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{dS} \tag{2.9}$$

Finalmente identificando las partes que integran la expresión se obtiene la forma diferencial de la primera ecuación de Maxwell, resultando en:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{2.10}$$

Esta ecuación de Maxwell lo que nos marca, es que la variación del campo magnético **B** en el tiempo es una fuente de campo eléctrico **E**. En la expresión 2.10, el término del lado derecho de la ecuación se relaciona con la fuerza electromotriz, el cual más adelante se identifica con el potencial escalar eléctrico.

El segundo término de esta ecuación es la derivada temporal del flujo magnético. En la figura 2.2 se muestra una ilustración de la ley de la inducción de Faraday [63].

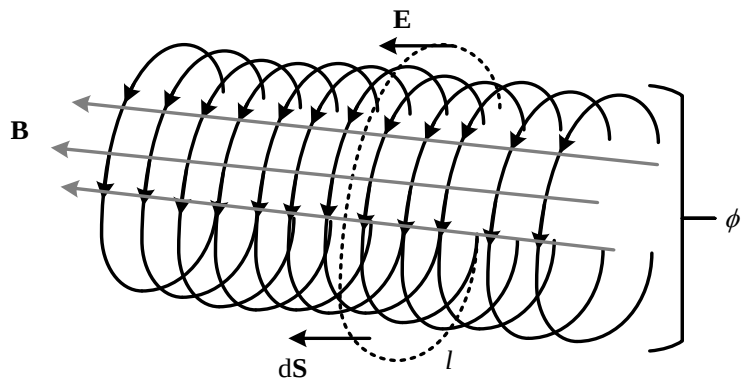


Figura 2.2. Ley de inducción de Faraday. Una superficie típica S, definida por una línea cerrada *l*, es penetrada por un flujo magnético Φ con una densidad **B**. Un cambio en la densidad de flujo genera una intensidad de campo eléctrico **E**. Los círculos muestran el comportamiento de **E**, d**S** es un vector ortogonal a la superficie S.

2.2.2 Segunda ecuación de Maxwell: Teorema de Ampere–Maxwell

En el trabajo realizado por Maxwell se propusieron las mismas propiedades atribuidas a la corriente de conducción y a la corriente de desplazamiento, particularmente en lo concerniente a la producción de campo magnético.

Se define la corriente de conducción I:

$$I = \iint_s \boldsymbol{J} \cdot \mathrm{ds} \tag{2.11}$$

y la corriente de desplazamiento I_D:

$$I_D = \iint_s \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{ds} \tag{2.12}$$

i se aplican las definiciones de corriente de conducción y corriente de desplazamiento, y posteriormente al aplicar el teorema de Stokes se obtiene la expresión integral, la que se denomina ley circuital de Ampere generalizada:

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{dl} = \int_S \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right) \cdot \mathrm{ds} \tag{2.13}$$

A los casos en los que se puede menospreciar el vector desplazamiento se les denomina cuasi estáticos; se les distingue de aquellos en los que **D**≠0, de los cuales se denominan magneto-dinámicos. La expresión en su forma diferencial, para la segunda ecuación de Maxwell es la expresión 2.14:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathrm{x}} \tag{2.14}$$

donde **H** es el campo magnético, **J** es la densidad de corriente eléctrica y **D** es el vector densidad de flujo eléctrico. Se puede observar que el campo magnético no es conservativo porque $\nabla \times \mathbf{H} \neq 0$. También se puede observar que imponiendo un campo constante $\partial/\partial t = 0$, reproduce el original para la "ley circuital de Ampere". En la figura 2.3 se muestra una representación de la aplicación de la ley de Ampere.

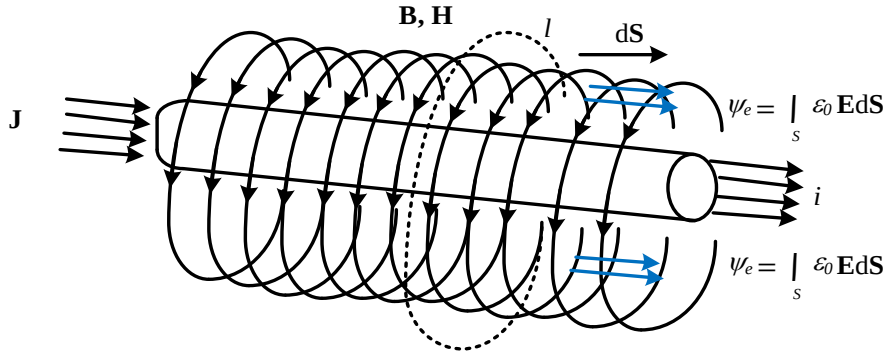


Figura 2.3. Aplicación de la ley de Ampere en las cercanías de un conductor que transporta corriente. La línea *l* define una superficie S, siendo el vector d**S** perpendicular a ella.

2.2.3 Tercera ecuación de Maxwell: Ley de Gauss para el campo magnético

La tercera ecuación de Maxwell se representa con la expresión diferencial:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{2.15}$$

donde **B** representa la densidad de flujo magnético.

Esta ecuación es conocida como la ley de Gauss para campos magnéticos, la cual indica que no existe la carga magnética aislada o monopolos magnéticos. Lo anterior es diferente a lo que ocurre en el campo eléctrico, que tiene dos tipos de cargas, la carga positiva y la carga negativa [64].

Una magnitud vectorial cuya divergencia es cero, es denominada como una magnitud solenoidal, lo cual quiere decir que un campo solenoidal no tiene ni fuentes, ni sumideros [53].

El campo magnético es un claro ejemplo de magnitud solenoidal. Cuando el flujo de un campo solenoidal como el campo magnético es conservativo, esto indica que el flujo que entra en un volumen es igual al flujo que sale. Por lo que aplicando el teorema de la divergencia de Gauss se puede deducir la versión integral de la tercera ecuación de Maxwell [53]:

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{B} \mathrm{dV} = \oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{ds} = 0 \tag{2.16}$$

2.2.4 Cuarta ecuación de Maxwell: Ley de Gauss para el campo eléctrico

La cuarta ecuación de Maxwell o ley de Gauss establece que una carga eléctrica puede ser expresada en términos de densidad volumétrica de carga, por lo que con las sustituciones adecuados se puede obtener la forma integral de esta ecuación:

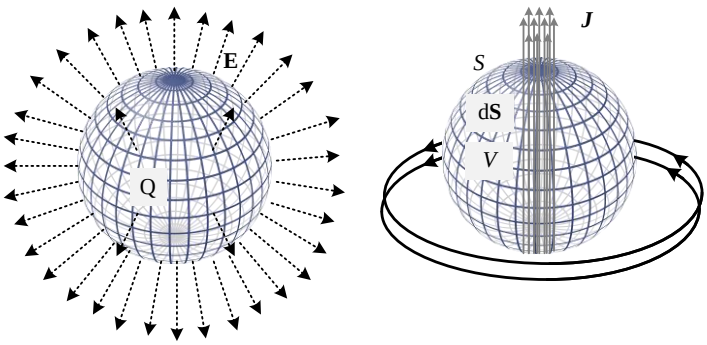
$$\oint_{\tau} \boldsymbol{D} \cdot dS = \int_{\tau} \rho_v d\tau \tag{2.17}$$

donde ρ_v representa la densidad volumétrica de carga eléctrica, la expresión diferencial de 2.17 se obtiene de aplicar el Teorema de Gauss al lado izquierdo de la ecuación, resultando en:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_V \tag{2.18}$$

Si se realiza la comparación de la cuarta ecuación de Maxwell con la tercera ecuación de Maxwell, se puede apreciar una de las diferencias fundamentales existentes entre el campo eléctrico y el magnético. La tercera ecuación de Maxwell indica que el campo magnético es solenoidal y por esta característica entonces el flujo magnético es conservativo.

En cambio, el campo eléctrico no es solenoidal y al no tener esta característica, su flujo no es conservativo. En la figura 2.4 se muestra una interpretación de la Ley de Gauss.



a) b)

Figura 2.4. Ley de Gauss: para (a) un campo eléctrico y (b) un campo magnético. La carga Q dentro de una superficie cerrada actúa como una fuente y crea un flujo eléctrico con la intensidad de campo **E**. De forma correspondiente, un flujo magnético es creado por la densidad de corriente **J** fuera de una superficie cerrada S; el campo magnético atraviesa la superficie cerrada (penetra en la esfera y luego sale). De este modo, el campo magnético no tiene fuente ($\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$).

2.2.5 Ecuación de continuidad eléctrica

Uno de los postulados fundamentales de la física corresponde al principio de conservación de la carga eléctrica, el cual establece que las cargas no se crean ni se destruyen. Aplicando el operador divergencia a ambos lados del teorema de Ampere en las ecuaciones de Maxwell se obtiene:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H}) = \nabla \cdot \boldsymbol{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{2.19}$$

Por las propiedades vectoriales, se observa que la divergencia del rotacional es cero, entonces el término de la izquierda de 2.19 es cero. Por tanto, combinando (2.19) con la cuarta ecuación de Maxwell se obtiene:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \tag{2.20}$$

En el caso cuasi estático podemos considerar que la derivada en el tiempo de la densidad volumétrica de carga eléctrica será nula, con lo que la ecuación 2.20 resulta en:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = 0 \tag{2.21}$$

Esta ecuación permite identificar que la corriente de conducción es conservativa, lo que implica que la corriente entrante en un volumen es igual a la corriente saliente. Cuando no ocurre o no se cumple dicha relación, se debe a que existe una acumulación de cargas.

Finalmente, con esta ecuación se evidencia el hecho de la posibilidad de existencia de fuentes puntuales (o sumideros) en caso de variación de la densidad volumétrica de cargas [64].

2.2.6 Ecuaciones constitutivas

Son las ecuaciones que consideran el medio físico en el cual se establecen las magnitudes que intervienen en las ecuaciones de Maxwell, de tal forma que las complementan. Para la aplicación a los problemas electromagnéticos como el que se analiza, las ecuaciones constitutivas de interés son:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \tag{2.22}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{2.23}$$

donde σ es la conductividad eléctrica. μ es la permeabilidad magnética. En la ecuación 2.23 se puede identificar la ley de Ohm.

Al establecer el campo magnético en el material ferromagnético la permutabilidad no es constante, su valor varía dependiendo del material que se trate. Finalmente, las ecuaciones de Maxwell no hacen distinción entre la baja y alta frecuencia. Por lo tanto, al llevarlos a una aplicación práctica, es posible adaptarlos a estas dos situaciones. Por otra parte, los problemas de baja frecuencia generalmente se pueden dividir en dos grupos: la electrostática y el magnetismo [65] [66].

En la figura 2.5 se muestra el comportamiento típico de estas relaciones constitutivas en los principales materiales que se emplean en los diseños de ingeniería.

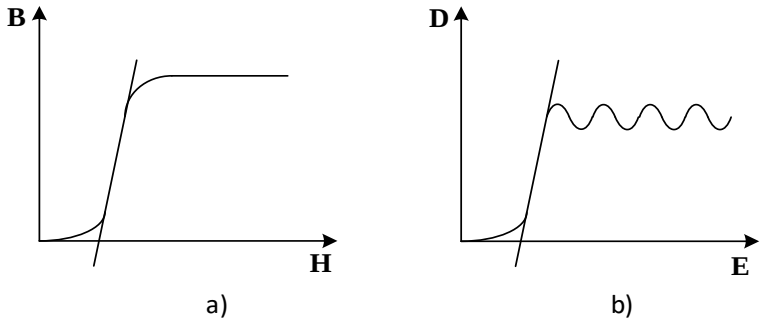


Figura 2.5. Relaciones constitutivas, a) **B**=μ**H**, b) **J**=σ**E**.

2.2.7 Potenciales electromagnéticos

En situaciones donde la solución es extremadamente compleja, los conceptos de los potenciales electromagnéticos son ampliamente explorados en la formulación matemática, siendo magnitudes auxiliares que se emplean para facilitar la resolución de las ecuaciones de Maxwell.

Los potenciales son herramientas para los análisis o artificios matemáticos para facilitar los modelos, suelen ser confundidos con los campos eléctrico y magnético que los originan.

Se tiene una cierta variedad de potenciales electromagnéticos; el empleo de uno u otro implica una serie de ventajas e inconvenientes, en función del problema que se formula y se intenta resolver.

Los potenciales típicamente empleados para el caso cuasi estático en análisis electromagnéticos en la ingeniería eléctrica; es decir, aquellos que se pueden emplear en el desarrollo de formulaciones de problemas a baja frecuencia como en este proyecto de tesis, son los que se presentarán a continuación (no se entrará en detalle de su formalismo matemático, únicamente se presentará su definición, nomenclatura y algunas particularidades).

Los potenciales que se deducen directamente de las ecuaciones de Maxwell. Estos potenciales son [67]:

- Potencial magnético vectorial $\mathbf{A}$
- Potencial magnético escalar ψ
- Potencial eléctrico vectorial $\mathbf{T}$
- Potencial eléctrico escalar V

De los potenciales “no clásicos” el que se suele emplear en aplicaciones de ingeniería eléctrica es el potencial eléctrico escalar integrado en el tiempo.

Potencial magnético vectorial A

Sí la inducción B es solenoidal, existe una magnitud vectorial $\mathbf{A}$ tal que cumple:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{2.27}$$

Esta magnitud vectorial $\mathbf{A}$ es llamada potencial magnético vectorial.

Cuando la inducción $\mathbf{B}$ es solenoidal, esta magnitud vectorial $\mathbf{A}$ es llamada potencial magnético vectorial, sin embargo, no se asegura la unicidad de $\mathbf{A}$ con 2.27, debido a que el campo vectorial con cualquier función escalar f, toma el mismo campo magnético como por la definición del potencial magnético vectorial muestra en la ecuación 2.28:

$$\mathrm{A}' = \mathbf{A} + \nabla f \tag{2.28}$$

Para asegurar la unicidad, se impone su divergencia seleccionando:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \tag{2.29}$$

Son destacadas un par de propiedades del potencial magnético vectorial siendo la primera característica correspondiente al hecho de que el campo magnético es paralelo a la línea equipotencial del potencial magnético vectorial.

La segunda indica que en un problema de dos dimensiones donde el flujo magnético está dado por unidad de profundidad (longitud axial), la diferencia de potenciales magnéticos vectoriales determina el flujo por unidad de profundidad.

Si bien, como se ha mencionado anteriormente, el potencial magnético vectorial no tiene por qué tener un significado físico determinado, se trata de un vector auxiliar,

es decir se trata de un artificio matemático para resolver problemas que involucran las ecuaciones de Maxwell; por lo tanto, se puede considerar que **A** proporciona un indicativo de la capacidad que tiene un campo magnético para inducir una fuerza electromotriz [43] [64].

Potencial magnético escalar $\boldsymbol{\psi}$

La segunda ecuación de Maxwell en una región libre de corrientes se transforma en:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \tag{2.30}$$

En un campo vectorial cuyo rotacional (propiedad irrotacional) es cero, existe un potencial escalar al cual su gradiente es la propia magnitud vectorial. Aplicando esta propiedad al caso del campo H como el que se encuentra en 2.30, se deduce la existencia del potencial escalar magnético ψ:

$$\mathbf{H} = -\nabla\psi \tag{2.31}$$

Aplicando la segunda ecuación de Maxwell y la ecuación constitutiva en 2.23 se obtiene la generalización no lineal de la ecuación de Laplace:

$$\nabla \cdot (\mu\nabla\psi) = 0 \tag{2.32}$$

Potencial eléctrico vectorial T

Una densidad de corriente J que en el caso cuasi estático se pueda considerar solenoidal, ecuación 2.26; en este caso existe un potencial vectorial cuyo rotacional es la propia densidad de corriente, este es el que denominamos potencial eléctrico vectorial T:

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{T} \tag{2.33}$$

El potencial eléctrico vectorial es considerado interesante, porque de alguna forma proporciona una cierta simetría entre el campo magnético y el campo eléctrico.

Utilizando un razonamiento análogo como el seguido para el potencial magnético vectorial A, para el potencial eléctrico vectorial T se puede deducir que la diferencia de potenciales proporciona la intensidad de corriente eléctrica por unidad de profundidad:

$$\boldsymbol{T}_1 - \mathbf{T}_2 = \frac{I}{\tau} \tag{2.34}$$

donde τ es la profundidad. $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ son los potenciales eléctricos vectoriales que originan la diferencia de potencial.

Potencial eléctrico escalar V

A partir de la ley de Faraday de las ecuaciones de Maxwell, se puede deducir:

$$\nabla \times \left(\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial x}\right) = 0 \tag{2.35}$$

y recordando la propiedad de los campos irrotacionales como la que se sugirió en el potencial magnético escalar, debe existir un potencial escalar V que cumplirá con:

$$\nabla \mathrm{V} = \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{x}} \tag{2.36}$$

Esta ecuación es la que se nombra potencial eléctrico V. Es muy común en la literatura expresar el potencial eléctrico como el gradiente de la función de la intensidad de campo eléctrico:

$$\mathbf{E} = -\nabla \mathrm{V} \tag{2.37}$$

El signo negativo es colocado a conveniencia. El potencial eléctrico también llamado diferencia de potencial es aquellos valores obtenidos de la medición entre dos puntos diferentes que se pueden obtener con un voltímetro bajo ciertas condiciones.

2.2.8 Norma de Coulomb

Según el teorema de Helmholtz sólo se puede considerar único a un campo vectorial si dicho campo vectorial tiene especificados tanto su rotacional como su divergencia [43]. Al potencial magnético $\mathbf{A}$ le especifica su rotacional a través de $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$, donde $\mathbf{B}$ es la densidad de campo magnético. Sin embargo, es necesario definir la divergencia de $\mathbf{A}$. Este valor puede asignarse sin modificar el problema físico, es decir, que para todos los valores posibles siempre se produzca la misma densidad de flujo [67]. La norma más empleada en electromagnetismo se conoce como norma de Coulomb y está dada por:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \tag{2.38}$$

2.2.9 Clasificación de las condiciones frontera

Las condiciones fronteras son por lo general del tipo Dirichlet y Neumann, las condiciones fronteras que tienen una combinación de ambas se denominan mixtas [68].

1. Condición de frontera Dirichlet $\phi(r) = 0$
2. Condición de frontera Neumann $\frac{\partial \phi(r)}{\partial \mathrm{n}} = 0$
3. Condición de frontera Mixta $\frac{\partial \phi(r)}{\partial \mathrm{n}} + \phi(r) = 0$

En la tabla 2-1, se muestran las condiciones de frontera obtenidas de la aplicación de las ecuaciones de Maxwell en un dominio infinitesimal en el cual es posible evaluar el efecto del cambio de medio en los campos electromagnéticos.

Tabla 2-1. Condiciones Frontera

Vector	**Componente Normal**	**Componente Tangencial**
B	$B_{n1} = B_{n2}$	$\boldsymbol{n} \times \left(\frac{\boldsymbol{B}_2}{\mu_1} - \frac{\boldsymbol{B}_1}{\mu_2}\right) = \boldsymbol{J}_l$
H	$\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}$	$\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{H}_2) = \boldsymbol{J}_l$
D	$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$	$\frac{D_{t1}}{\varepsilon_1} - \frac{D_{t2}}{\varepsilon_2}$
E	$\varepsilon_1 E_{n1} - \varepsilon_2 E_{n2} = \rho_s$	$E_{t1} = E_{t2}$
J	$J_{n1} - J_{n2} = -\frac{d\rho_s}{dt}$	$\frac{J_{t1}}{\sigma_1} - \frac{J_{t2}}{\sigma_2}$
Nota: $\boldsymbol{n}$ es un vector unitario, el cual es normal a la superficie y dirigido de un medio 1 a un medio 2		

2.3 Método de Elemento Finito

Los científicos y los ingenieros utilizan varias técnicas en la solución de continuidad o de campos. En términos generales, estas técnicas pueden ser clasificadas como experimentales, analíticas, o numéricas. Los métodos experimentales son caros, consumen mucho tiempo, a veces son peligrosos, y por lo general no permiten una gran flexibilidad en la variación de parámetros. Sin embargo, muchos métodos numéricos hacen una simplificación analítica.

Los siguientes métodos son los más comúnmente utilizados en electromagnetismo [69].

Métodos Analíticos (soluciones exactas)

1. Separación de variables.
2. Expansión de series.
3. Mapeo.
4. Solución de integrales (Transformada de Laplace, Fourier).
5. Método de perturbaciones.

Métodos Numéricos (soluciones aproximadas)

1. Método de diferencias finitas.
2. Método de residuos ponderados.
3. Método de momentos.
4. Método de elementos finitos (MEF).
5. Método de perturbaciones.

La aplicación de estos métodos no se limita únicamente a los problemas de electromagnetismo, también se aplican en fluidos, transferencia de calor y acústica. A continuación, en la figura 2.6 se presenta un diagrama en el que se simplifica la forma en que un problema físico puede ser resuelto, ya sea discretizando el problema o mediante la solución de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema:

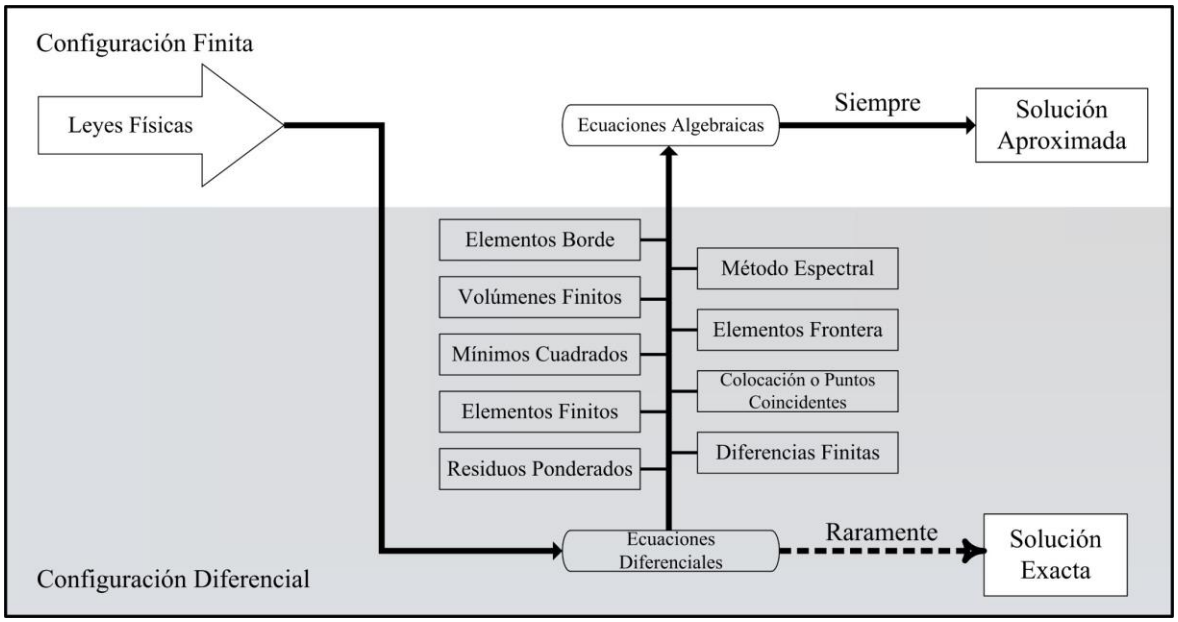


Figura 2.6. Metodologías para la solución de un problema.

Dentro de la literatura dedicada al estudio del electromagnetismo, los diversos autores hacen la mención que, durante la primera mitad del siglo XX, R. Courant [70] desarrolló el método del elemento finito. Para el desarrollo de esta técnica numérica, utilizó el método de Rayleigh-Ritz para encontrar soluciones aproximadas a problemas variacionales. La manera que propuso para resolver este tipo de problemática fue realizando la sustitución de las funciones con las correspondientes combinaciones de elementos básicos, para luego encontrar la solución mínima.

El proceso inicial se realiza para que los problemas de valor en la frontera se conviertan en su equivalente de problema variacional.

En la ecuación 2.39 se presenta la ecuación para la forma de un problema variacional [71], [70].

$$\begin{aligned} F_v(E) = \frac{1}{2}\iiint_V & \left[\frac{1}{\mu_r}(\nabla \times E)\cdot(\nabla \times E) - k_0^2\varepsilon_r E\cdot E\right] dV \\ & + \frac{1}{2}\iint_S [E\cdot(\hat{n}\times\nabla\times E)]dS \\ & + \iiint_V E\cdot\left[jk_0Z_0J^i + \nabla\times\left(\frac{1}{\mu_r}\right)M^i\right]dV \end{aligned} \tag{2.39}$$

y la ecuación para la solución de los problemas por medio del método de residuos ponderados es:

$$\begin{aligned} F_v(W) = \frac{1}{2}\iiint_V & \left[\frac{1}{\mu_r}(\nabla \times E)\cdot(\nabla \times W) - k_0^2\varepsilon_r E\cdot W\right] dV \\ & + \frac{1}{2}\iint_S [W\cdot(\hat{n}\times\nabla\times E)]dS \\ & + \iiint_V W\cdot\left[jk_0Z_0J^i + \nabla\times\left(\frac{1}{\mu_r}\right)M^i\right]dV \end{aligned} \tag{2.40}$$

donde V es el volumen que contiene los términos desconocidos, S es la superficie que encierra al volumen, W es la función de ponderación, J^i es la fuente de corriente eléctrica inducida y M^i es la fuente de corriente magnética inducida.

Los análisis a los problemas electromagnéticos se resolvían aplicando métodos analíticos. Sin embargo, es limitado el número de problemas que se pueden resolver de manera sencilla utilizando estos métodos, puesto que se requiere un alto grado de experiencia y esfuerzo en problemas con geometrías complejas. A partir de la década de 1940, se empezó a aplicar el método del elemento finito. Algunas de las ventajas que proporciona el método de elementos finitos son [71]:

- Es versátil.
- Produce soluciones y exactas.
- Puede manejar no linealidad y corrientes de eddy.
- Las condiciones frontera están implícitas en la formulación del funcional.

Los pasos para solucionar un problema con elemento finito son:

1. Definir el problema de valor en la frontera que se genera a partir de la ecuación diferencial parcial.
2. Obtener una formulación variacional en términos de un funcional de energía para las ecuaciones diferenciales parciales.
3. Dividir la región bajo estudio en subregiones es decir en elementos finitos, por ejemplo, como se muestra en la figura 2.7.
4. Seleccionar una función de prueba con valores nodales.
5. Minimizar la funcionalidad respecto a cada uno de los potenciales.
6. Resolver el sistema de ecuaciones generado por el método de Galerkin.
7. Realizar el post procesamiento de los potenciales para un diseño útil.

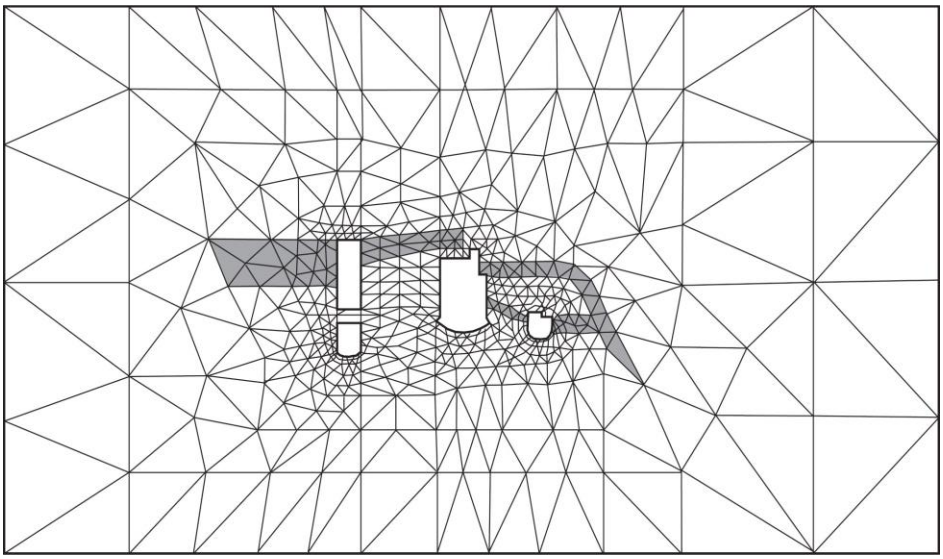


Figura 2.7. División de una región en elementos triangulares.

A pesar de que métodos como diferencias finitas o momentos son más fáciles de programar que el MEF, el método del elemento finito es más versátil en su técnica numérica para el manejo de geometrías complejas.

El análisis de elementos finitos se compone básicamente por cuatro pasos que se describen a continuación [69] [71]:

1. Discretización de la región solución en un número finito de subregiones o elementos finitos triangulares.
2. Formulación de las ecuaciones elementales que rigen a un elemento.
3. Acoplamiento de todos los elementos de la región.
4. Solución del sistema de ecuaciones generado.

La figura 2.8 muestra algunos elementos típicos para problemas en una, dos y tres dimensiones [69]

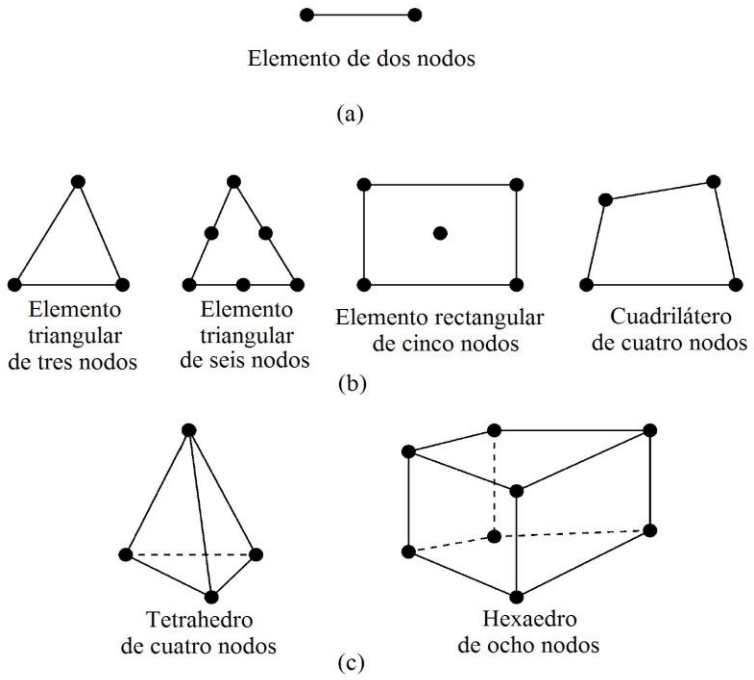


Figura 2.8. Elementos finitos típicos: a) 1D, b) 2D y c) 3D.

2.3.1 Método de elemento finito 2D

Si bien en el mundo real, todos los problemas y estructuras electromagnéticas son tridimensionales. En la literatura se encuentra que cerca del 90% de los dispositivos eléctricos presentan una fuerte tendencia preferente a dos direcciones, por lo que realmente recae en el diseñador la decisión de realizar estudios en 2D o 3D. Un análisis en 2D generalmente es suficiente para obtener la exactitud necesaria para el pronóstico del desempeño de los dispositivos. Sin embargo, existen estudios que se requiere validar los modelos de dos dimensiones con los modelos de tres dimensiones, como es en este proyecto de tesis.

En los problemas en dos dimensiones tiene amplia aplicación la discretización del dominio a resolver, mediante el uso de los elementos triangulares. Es posible obtener con ellos una alta resolución al discretizar geometrías complejas, aunque en algunos casos puede encontrarse problemas que implementen junto a los elementos triangulares, elementos poligonales de cuatro lados.

Una vez que el tipo de elemento se ha seleccionado, al iniciar el proceso de discretización [64] se tiene las siguientes consideraciones:

1. La intersección entre 2 elementos cualquiera deberá ser en las aristas o vértices.
2. Aunque la importancia del tamaño de los elementos es relativa, deberá colocarse un número elevado de elementos en la región en la que se espera mayor variación de campo.
3. Solo se admiten medios homogéneos dentro de los elementos.

En el proceso de desarrollo de modelos con el método de elemento finito, después del proceso de discretización de la región de estudio, se llega a un punto en el que será necesaria una función de interpolación, la cual dará la información que facilite la definición de elemento "local" y la referencia a sistema local de coordenadas o espacio, con lo que se irá familiarizando el concepto de función de forma o "*shape funtion*".

En la figura 2.9 se muestra la discretización de un dominio utilizando elementos triangulares de primer orden para el estudio con elemento finito, así como en relieve, una solución exacta representada en una superficie con su correspondiente

aproximación, formulada con valores de los nodos del mallado e interpolados por planos, los cuales conectan tres valores de la función a tres nodos del elemento.

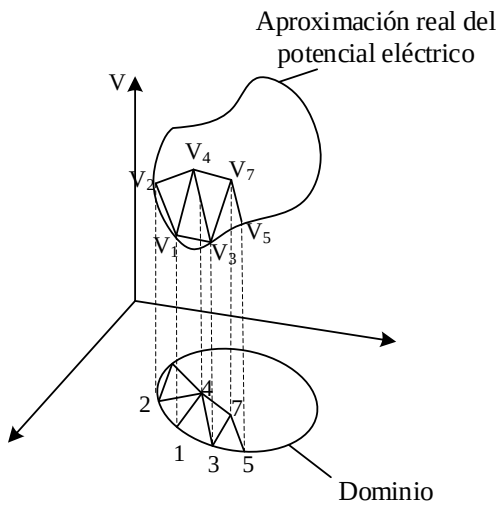


Figura 2.9. Interpolación lineal en dos dimensiones.

La función de interpolación de primero orden para cualquier punto dentro del elemento conociendo los valores de los nodos es la siguiente:

$$f(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \tag{2.41}$$

Para obtener los coeficientes de la función de interpolación $f(x,y)$ en los nodos del elemento tenemos:

$$f_1 = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 \tag{2.42}$$

$$f_2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 \tag{2.43}$$

$$f_3 = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 \tag{2.44}$$

La resolución de las tres ecuaciones proporciona los valores de los coeficientes buscados tal que:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A}(a_1 f_1 + a_2 f_2 + a_3 f_3) \tag{2.45}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2A}(b_1 f_1 + b_2 f_2 + b_3 f_3) \tag{2.46}$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2A}(c_1 f_1 + c_2 f_2 + c_3 f_3) \tag{2.47}$$

donde A es el área del elemento triangular.

Reemplazando los coeficientes obtenidos en la ecuación 2.41, se obtiene:

$$f(x,y) = N_1(x,y)f_1 + N_2(x,y)f_2 + N_3(x,y)f_3 \tag{2.48}$$

Las funciones triangulares de primer orden de elemento finito satisfacen la siguiente condición:

$$N_i(x_j, y_j) = \begin{Bmatrix} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{Bmatrix} \tag{2.49}$$

Finalmente, una forma compacta de representar la función de interpolación de los elementos triangulares de primer orden es:

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{3} N_i(x_j, y_j) f_i \tag{2.50}$$

En la figura 2.10, se muestra la representación de funciones lineales de interpolación de un enésimo elemento triangular [68].

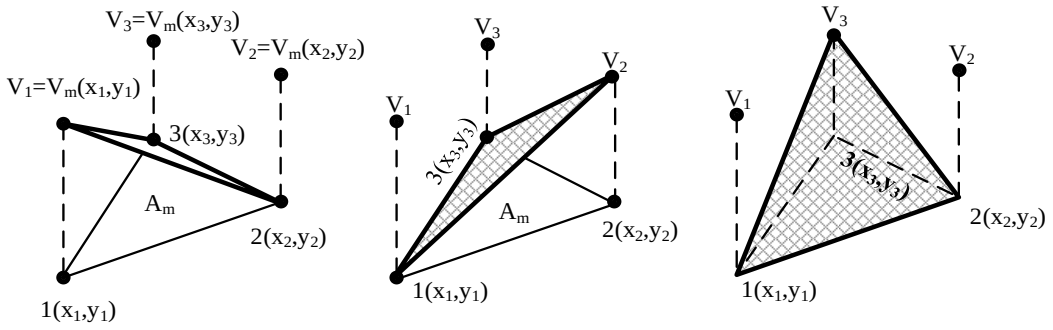


Figura 2.10. Representación de funciones de interpolación lineal.

Una vez que se han identificado los elementos y los nodos que corresponden a cada uno de ellos, y de conocer los valores globales y de atribuir propiedades físicas, se puede generar el sistema de ecuaciones del dominio bajo estudio tal que se pueda resolver el siguiente sistema:

$$[A] \cdot [x] = [b] \tag{2.51}$$

donde $[A]$ corresponde a la matriz global del sistema de ecuaciones de igual número de nodos de la malla de elemento finito (no se debe confundir con A que representa el área del elemento triangular); $[x]$ es el vector de valores desconocidos de variables de estado, constituye los componentes del vector de campo y $[b]$ corresponde al vector fuente, los elementos que dependen de las fuentes de campo y las condiciones frontera impuestas al problema a resolver.

Finalmente, tanto en los estudios con método de elemento finito (FEM) sea bidimensional o tridimensional, el último paso consiste en la exploración de los resultados obtenidos. Este paso consiste en la visualización gráfica de los resultados, como pueden ser las líneas de campo, gradientes del dominio por medio de paleta de

colores, graficas que muestren la variación de campo o las variables de estado, entre muchos otros resultados, según sea el requerimiento del estudio a desarrollar.

2.3.2 Método de elemento finito 3D

Los modelos de análisis electromagnéticos en 2D son considerados aceptables por la exactitud que presenta los resultados. Se debe tener claro que, ante dispositivos con geometrías complejas, los modelos en 2D no son suficientes para caracterizarlos, en estos casos es preferible desarrollar un modelo en 3D.

La metodología descrita para los elementos bidimensionales se puede extender para elementos tridimensionales sin mucha dificultad. Al igual que los elementos triangulares en 2D son los elementos a considerar en la discretización de las regiones bajo estudio, en los estudios en 3D los elementos tetraédricos representan los elementos más simples, esto debido a que los tetraedros son los únicos elementos con los que se puede aplicar una aproximación de primer orden que permite introducir directamente análisis con método de elemento finito con las ecuaciones de Maxwell sin el uso de formulaciones complejas [64].

En la figura 2.11 se presenta un elemento tetraédrico de primer orden, el cual puede ser un elemento visto en un dominio 3D, así mismo en esta representación se aprecian las dos formas en que puede numerarse: numeración local y numeración global, en la primera los vértices son numerados del 1 al 4 siguiendo la regla de la mano derecha en

sentido antihorario y la segunda es una numeración aleatoria dada a los vértices desde 1 hasta NN, en la misma figura 2.11 se puede apreciar la numeración.

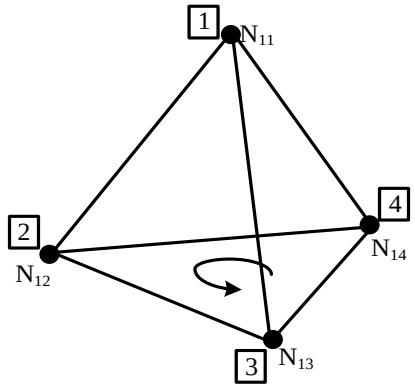


Figura 2.11. Elemento tetraédrico de primer orden.

Como se dijo anteriormente, a partir de los procedimientos en dos dimensiones se puede escalar a tres dimensiones, considerando que el método de elemento finito es una herramienta que nos ayuda a evaluar las variables nodales las cuales pueden ser funciones escalares o campos vectoriales o ambos como en el caso de los campos dependientes del tiempo.

Considerando que se tiene una función escalar que representa la variación de una cantidad física dentro de un elemento, como puede ser en los estudios electromagnéticos los potenciales eléctrico y magnético, los cuales se pueden representar como una función de primer orden como se muestra en la ecuación 2.52:

$$f(x, y, z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \tag{2.52}$$

Evaluando en los nodos del elemento se obtiene las siguientes ecuaciones de primer orden:

$$f_1 = f(x_1,\ y_1, z_1) = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 + \alpha_4 z_1 \tag{2.53}$$

$$f_2 = f(x_2,\ y_2, z_2) = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 + \alpha_4 z_2 \tag{2.54}$$

$$f_3 = f(x_3,\ y_3, z_3) = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 + \alpha_3 z_3 \tag{2.55}$$

$$f_4 = f(x_4,\ y_4, z_4) = \alpha_1 + \alpha_2 x_4 + \alpha_3 y_4 + \alpha_4 z_4 \tag{2.56}$$

Resolviendo los sistemas de ecuaciones de 2.53 a 2.56, se obtienen los coeficientes, como se muestra en las ecuaciones 2.57 a 2.60.

$$\alpha_1 = \frac{1}{6V}(a_1 f_1 + a_2 f_2 + a_3 f_3 + a_4 f_4) \tag{2.57}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{6V}(b_1 f_1 + b_2 f_2 + b_3 f_3 + b_4 f_4) \tag{2.58}$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{6V}(c_1 f_1 + c_2 f_2 + c_3 f_3 + c_4 f_4) \tag{2.59}$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{6V}(d_1 f_1 + d_2 f_2 + d_3 f_3 + d_4 f_4) \tag{2.60}$$

donde:

$$a_1 = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \tag{2.61}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \tag{2.62}$$

$$c_1 = \begin{bmatrix} 1 & x_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & z_4 \end{bmatrix} \tag{2.63}$$

$$d_1 = \begin{bmatrix} 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

$$6V = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Mediante la rotación cíclica de los índices, se obtienen los otros coeficientes, y V representa el volumen del elemento finito. Remplazando estos coeficientes en la ecuación 2.52 y después de realizar los procedimientos matemáticos adecuados, se obtiene la siguiente expresión:

$$f(x,y,z) = N_1(x,y,z)f_1 + N_2(x,y,z)f_2 + N_3(x,y,z)f_3 + N_4(x,y,z)f_4 \tag{2.66}$$

donde:

$$N_i(x,y,z) = \frac{1}{6V}(a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \qquad i = 1,2,3 \tag{2.67}$$

De igual modo que en 2D se identificó como función de forma, en 3D la función de forma del elemento tetraédrico de primer orden debe satisfacer la siguiente relación:

$$N_i(x_j, y_j, z_i) = \begin{Bmatrix} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{Bmatrix} \tag{2.68}$$

De igual manera, la forma compacta en 3D de la función de interpolación es:

$$f(x,y,z) = \sum_{i=1}^{3} N_i(x_j, y_j, z_i)\, f_i \tag{2.69}$$

La figura 2.12 muestra la interpretación geométrica de la función de forma.

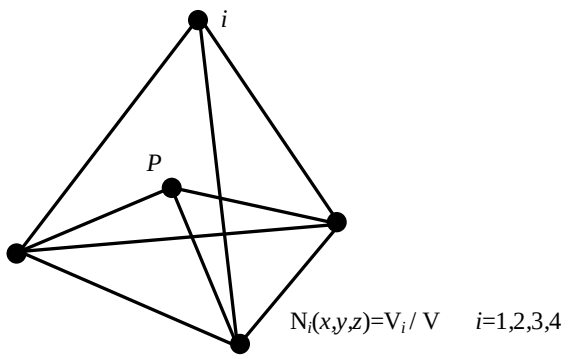


Figura 2.12. Interpretación geométrica de la función de forma de un elemento tetraédrico.

El estudio del método de elemento finito es muy amplio y si bien, se debe tener nociones de la aplicación y solución y post-procesamiento de los resultados, así como las nociones de cómo son ensambladas las matrices para solución, para esos fines, se sugiere la revisión de la literatura especializada como son [69], [64], [68], [71] entre otros.

2.3.3 Métodos de solución por elemento finito

Aplicando el método de elemento finito para solución de campos electromagnéticos se emplean funciones de potencial, de los cuales existen dos tipos [72] [73]:

- Funciones con potencial vectorial.
- Funciones con potencial escalar.

Las regiones donde son aplicados estos métodos de solución se muestran en la figura 2.13, en las que se aprecian los dominios en los que se divide un problema a resolver con el uso del MEF, en donde Ω_0 es la región del espacio libre, Ω_1 es la región permeable no conductora, Ω_2 es la región conductora, μ es la permeabilidad del acero, μ_0 es la

permeabilidad del aire, $\mathbf{M}_0$ son los imanes permanentes, S_1 es la frontera de Ω_1, σ es la conductividad.

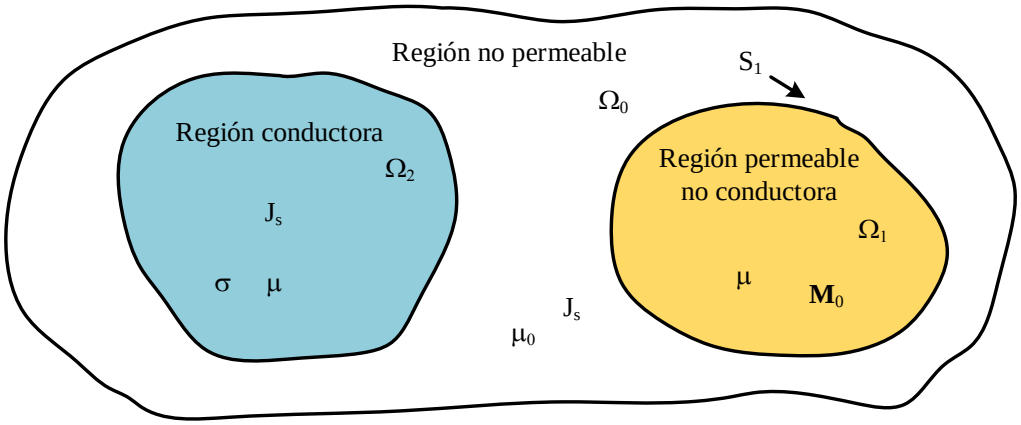


Figura 2.13. Dominios de aplicación del Método de Elemento Finito.

En la solución de problemas electromagnéticos de las diferentes técnicas aplicables para resolución con método elemento finito se tienen las formulaciones generales siguientes [72] [73]:

- Potencial magnético escalar.
    - Potencial escalar reducido (RSP por sus siglas en inglés).
    - Diferencias de potencial escalar (DSP por sus siglas en inglés).
    - Potencial escalar general (GSP por sus siglas en inglés).
- Potencial magnético vectorial.
- Potencial eléctrico escalar.

A continuación se muestran las soluciones empleando las técnicas mencionadas anteriormente aplicadas al MEF.

Solución implementando potencial magnético escalar

Su aplicación es principal en la solución de problemas magnetostáticas, es decir en los dominios mostrados en la figura 2.13 como Ω_0 y Ω_1 (la región Ω_2 no se considera para

magnetostática) donde se ignoran los efectos del tiempo, esto permite reducir a dos las ecuaciones de Maxwell, siendo estas $\nabla \times \boldsymbol{H} = \mathrm{J}_s$ y $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$, la solución buscada tiene la forma:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_g - \nabla\phi_g \tag{2.70}$$

$$\nabla \cdot \mu\nabla\phi_g - \nabla \cdot \mu\boldsymbol{H}_g - \nabla \cdot \mu_0\boldsymbol{M}_0 = 0 \tag{2.71}$$

El campo de prueba debe satisfacer la ley de Ampere.

El campo buscado se obtiene con el potencial generalizado, $\boldsymbol{H}_g$ deberá ser mayor que $\nabla\phi_g$. En la aplicación del potencial magnético escalar es importante la correcta selección del campo de prueba $\boldsymbol{H}_g$ y siempre va asociado a la ley de Biot–Savart y al campo obtenido de ella ($\boldsymbol{H}_s$):

$$\boldsymbol{H}_s = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{J}_s \times \boldsymbol{r}}{\boldsymbol{r}^3} dV \tag{2.72}$$

donde $\boldsymbol{r}$ es el vector posición de la fuente de corriente al nodo y V es el volumen ocupado por la fuente de corriente $\boldsymbol{J}_s$. La ecuación 2.72 se pude reducir a una integral de superficie:

$$\boldsymbol{H}_s = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{\boldsymbol{J}_s}{\boldsymbol{r}} dA \tag{2.73}$$

donde A es la superficie de la fuente de corriente.

A continuación, se presentan las estrategias con potencial escalar con las que se puede plantear problemas a resolver con MEF.

Estrategia con potencial escalar reducido

Esta estrategia es aplicable si se cuenta con una permeabilidad relativa unitaria, es decir que $\mu = \mu_0$ o cuando no existen fuentes de corriente, fue desarrollada por O. C. Zienkiewicz [74] y es un procedimiento de un solo paso, se resuelven igualando los campos magnéticos es

$$\boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{H}_s \tag{2.74}$$

Esta estrategia permite tener en cuenta materiales no lineales y considera efectos de saturación, así como imanes permanentes, su aplicación en las regiones Ω_0 y Ω_1.

Estrategia con diferencias de potencial escalar

Esta estrategia es aplicable cuando existen fuentes de corriente ($\mathbf{J}_s \neq 0$) y regiones con permeabilidades diferentes a la del vacío ($\mu \neq \mu_0$) y que no contenga corriente alguna o fuentes, la integral circular de campo en esta región debe tender a cero cuando la permeabilidad tiende a infinito, como primer paso se sustituyen en 2.70 y 2.71 $\boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{H}_s$ en las regiones Ω_0 y Ω_1, sujeta a la siguiente condición:

$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_g = 0 \tag{2.75}$$

Dicha condición se aplica en la frontera S_1. Esta condición de frontera se satisface con valores muy elevados de permeabilidad en la región correspondiente a Ω_1, considerando como campo efectivo $\boldsymbol{H}_1$, con los valores de permeabilidad se considera el valor de dicho campo como cero, es decir $\boldsymbol{H}_1 = 0$, por lo que el campo en la zona de Ω_0 es:

$$\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{H}_s - \nabla\phi_g \tag{2.76}$$

Empleando los campos calculados como campos de prueba, siendo estos $\boldsymbol{H}_g = 0$ en Ω_1 y $\boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{H}_0$ Ω_0 y ahora considerando la no linealidad de los materiales y los imanes permanentes, se obtienen los siguientes campos:

$$\boldsymbol{H}_1 = -\nabla\phi_g \qquad en\ \Omega_1 \tag{2.77}$$

$$\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{H}_g - \nabla\phi_g \qquad en\ \Omega_0 \tag{2.78}$$

Estrategia con potencial escalar general

La estrategia con potencial escalar general es aplicable cuando existen fuentes de corriente es decir $\boldsymbol{J}_s \neq 0$ y cuando se tienen regiones con valor de permeabilidad diferente a la del vacío $\mu \neq \mu_0$ y fuentes de corriente en su interior. Esta estrategia se compone de tres pasos para el procedimiento de solución:

1. En la región Ω_1 se aplica una solución con la sustitución $\boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{H}_s$ que se sujetará a la restricción $\boldsymbol{n} \cdot [\mu] \cdot \left(\boldsymbol{H}_g - \nabla\phi_g\right) = 0$ en S_1, se consideran los efectos de saturación, pero no los imanes permanentes y el campo resultante es:

$$\boldsymbol{H}_1 = \boldsymbol{H}_s - \nabla\phi_g \tag{2.79}$$

2. En este paso se busca una solución para la región Ω_0 se hace la sustitución $\boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{H}_s$, sujeta a la restricción en S_1: $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_1$, con esta condición se satisface de manera automática la restricción al potencial solución ϕ_g en la superficie S_1, de igual manera que se realizó en el paso 1, la solución en la región Ω_0 es:

$$\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{H}_s - \nabla\phi_g \tag{2.80}$$

3. En este paso se emplean los campos calculados anteriormente en los pasos anteriores como campos de prueba, siendo $\boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{H}_1$ en Ω_1 y $\boldsymbol{H}_g = \boldsymbol{H}_0$ en Ω_0 en este paso se consideran tanto los efectos de saturación como imanes permanentes.

Solución implementado potencial magnético vectorial

Las implementaciones con potencial magnético vectorial consideran los campos estáticos y dinámicos y se desprecian las corrientes de desplazamiento. Esta solución aplica la ley de Ampere, Faraday y Gauss para el campo magnético de las ecuaciones de Maxwell. La solución introduce a $\boldsymbol{A}$ que es el potencial magnético vectorial, lo que permite expresar los campos magnético y eléctrico, como se había definido con anterioridad en la expresión 2.27 para el campo magnético y para el campo eléctrico, como se muestra en la siguiente expresión [72]- [73]

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \nabla \mathrm{V} \tag{2.81}$$

Por lo que las ecuaciones empleadas con esta aplicación son (para garantizar la unicidad del potencial vector, se emplea la norma de Coulomb):

En Ω_2

$$\nabla \cdot \left(-\sigma \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \sigma \nabla \mathrm{V} + \nu \times \sigma \nabla \times \mathbf{A}\right) \tag{2.82}$$

En $\Omega_0 + \Omega_1$

$$\nabla \times \nu \nabla \times \mathrm{A} - \nabla \nu_e \nabla \cdot \boldsymbol{A} = \boldsymbol{J}_s + \nabla \times \frac{1}{\nu_0} \nu \boldsymbol{M}_0 \tag{2.83}$$

donde:

$$\nu_e = \frac{1}{3} tr[\nu] = \frac{1}{3}\big(\nu(1.1) + \nu(2.2) + \nu(3.3)\big)$$

Este método no es recomendable en modelos tridimensionales en los que se tienen diferentes permeabilidades. Las soluciones obtenidas se ha demostrado que son erróneas cuando la componente normal del potencial vectorial es elevada entre elementos con distinta permeabilidad. Los problemas se pueden resolver empleando elementos que admiten componente normal discontinua, para profundizar más en este tema se recomienda revisar [75].

Solución implementado potencial eléctrico escalar

Los campos electrostáticos cumplen con las ecuaciones $\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$ y $\nabla \times \boldsymbol{D} = \rho$, donde ρ corresponde a la densidad de carga eléctrica libre. Ambas ecuaciones son relacionadas por la constante dieléctrica ε siendo dicha relación o ecuación constitutiva:

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \cdot \boldsymbol{E} \tag{2.84}$$

Al trabajar con campo electrostáticos, las relaciones entre componentes en la interfase de distintos medios se sujetan a las siguientes condiciones de contorno:

$$\boldsymbol{E}_{t1} - \boldsymbol{E}_{t2} = 0 \tag{2.85}$$

Siendo la relación entre componentes tangencial y normal.

$$\boldsymbol{D}_{n1} - \boldsymbol{D}_{n2} = 0 \tag{2.86}$$

La solución se obtendrá utilizando e introduciendo el potencial eléctrico escalar V definido anteriormente ($\boldsymbol{E} = -\nabla V$). Dando la ecuación del vector desplazamiento:

$$-\nabla \cdot \varepsilon \nabla \mathrm{V} = \rho \tag{2.86}$$

Matrices de parámetros electromagnéticos

Estas matrices pueden ser derivadas de principios variacionales, se utilizan para el empleo de materiales lineales y no lineales, así como como para la respuesta estática y transitoria [72] [73].

Matriz de parámetros con potencial magnético escalar

Las formulaciones con este potencial están restringidas al análisis de campos estáticos con permeabilidad anisotrópica no lineal parcial.

Grados de libertad:

ϕ_e. Potencial escalar magnético.

Matriz de coeficientes:

$$[\boldsymbol{K}^m] = [\boldsymbol{K}^L] + [\boldsymbol{K}^N] \tag{2.87}$$

$$[\boldsymbol{K}^L] = \int_V (\nabla \boldsymbol{N}^T) \cdot [\boldsymbol{\mu}](\nabla \boldsymbol{N}^T)^T dV \tag{2.88}$$

$$[\boldsymbol{K}^N] = \int_V \frac{d\mu_h}{d|\boldsymbol{H}|} (\boldsymbol{H}^T \nabla \boldsymbol{N}^T) \cdot (\boldsymbol{H}^T \nabla \boldsymbol{N}^T) \frac{dV}{|\boldsymbol{H}|} \tag{2.89}$$

Cargas:

$$\mathbf{J}_i = \int_V (\nabla \boldsymbol{N}^T)^T \cdot [\boldsymbol{\mu}](\mathbf{H}_g + \mathbf{H}_c)\mathrm{dV} \tag{2.90}$$

donde $\boldsymbol{N}$ son las funciones de forma $\boldsymbol{\phi} = N^T \boldsymbol{\phi}_e$. V es el volumen del elemento. $\mathbf{H}_g$ indica el campo de prueba. $\mathbf{H}_c$ representa el campo coercitivo. $[\boldsymbol{\mu}]$ es la matriz de permeabilidad. $\frac{d\mu_h}{d|\boldsymbol{H}|}$ es la derivada de la permeabilidad con respecto a la intensidad de campo magnético, se obtiene de la curva B-H.

La característica de propiedad del material es en forma de valores de B contra H y es entonces cuando se convierte en una curva polinómica de μ contra H de la cual los términos μ_h y $\frac{d\mu_h}{d\boldsymbol{H}}$ son evaluados.

El campo coercitivo se relaciona con la magnetización remanente con la expresión:

$$[\boldsymbol{\mu}] \cdot \mathbf{H}_c = \mu_0 \boldsymbol{M}_0 \tag{2.91}$$

donde la ecuación básica a resolver es:

$$[\boldsymbol{K}^m]\phi_e = \boldsymbol{J}_i \tag{2.92}$$

Matriz de parámetros con potencial magnético vectorial

Las formulaciones resultantes son aplicables a campos estáticos y dinámicos, a materiales con característica de permeabilidad no lineal, así como campos parciales.

La ecuación a resolver es de la forma:

$$[\boldsymbol{C}]\frac{d}{dt}\mathbf{u} + [\mathbf{K}]\mathbf{u} = \boldsymbol{J}_i \tag{2.93}$$

que tiene los grados de libertad:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_e \\ \boldsymbol{v}_e \end{bmatrix} \tag{2.94}$$

donde $\boldsymbol{A}_e$ corresponde a los potenciales magnéticos vectoriales de los elementos y $\boldsymbol{v}_e$ es el potencial eléctrico integrado $ve_e = \int V dt$.

Las matrices de coeficientes son:

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{K}^A] & 0 \\ [\boldsymbol{K}^B] & 0 \end{bmatrix} \tag{2.95}$$

$$[\boldsymbol{K}^A] = [\boldsymbol{K}^L] + [\boldsymbol{K}^N] + [\boldsymbol{K}^G] \tag{2.96}$$

$$[\boldsymbol{K}^L] = \int_V (\nabla \times [\boldsymbol{N}_A]^T)^T \, [\boldsymbol{v}]\big(\nabla \times [\boldsymbol{N}_A]^T - [\boldsymbol{N}_A][\sigma](\mathbf{v} \times \nabla \times [\boldsymbol{N}_A]^T)\big)\mathrm{dV} \tag{2.97}$$

$$[\boldsymbol{K}^G] = \int_V (\nabla \cdot [\boldsymbol{N}_A]^T)^T \, [\boldsymbol{\mu}](\nabla \cdot [\boldsymbol{N}_A]^T)\mathrm{dV} \tag{2.98}$$

$$[\boldsymbol{K}^N] = 2\int_V \frac{dv_h}{d|B^2|}\big(\boldsymbol{B}^T(\nabla \times [\boldsymbol{N}_A]^T)\big)^T \big(\boldsymbol{B}^T(\nabla \times [\boldsymbol{N}_A]^T)\big)^T dV \tag{2.99}$$

$$[\boldsymbol{K}^B] = -\int_V (\nabla \cdot [\boldsymbol{N}]^T)^T \, [\boldsymbol{\sigma}](\mathbf{v} \times \nabla \times [\boldsymbol{N}_A]^T) dV \tag{2.100}$$

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} [C^A] & [C^{AB}] \\ [C^{AB}]^T & [C^B] \end{bmatrix} \tag{2.101}$$

$$[C^A] = \int_V [\boldsymbol{N}_A][\boldsymbol{\sigma}] \, [\boldsymbol{N}_A]^T dV \tag{2.102}$$

$$[C^{AB}] = \int_V [\boldsymbol{N}_A][\boldsymbol{\sigma}] \, \nabla \boldsymbol{N}^T dV \tag{2.103}$$

$$[C^B] = \int_V (\nabla \boldsymbol{N}^T)^T \, [\boldsymbol{\sigma}] \nabla \boldsymbol{N}^T dV \tag{2.104}$$

Aplicados a cargas

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}^A \\ \boldsymbol{I}^t \end{bmatrix} \tag{2.105}$$

$$\boldsymbol{J}^A = \boldsymbol{J}^S + \boldsymbol{J}^M \tag{2.106}$$

$$\boldsymbol{J}^S = \int_V \boldsymbol{J}^S [\boldsymbol{N}_A]^T \, dV \tag{2.107}$$

$$\boldsymbol{J}^M = \int_V (\nabla \times [\boldsymbol{N}_A]^T)^T \, \boldsymbol{H}_C dV \tag{2.108}$$

$$\boldsymbol{I}^t = \int_V \boldsymbol{J}_t [\boldsymbol{N}_A]^T \, dV \tag{2.109}$$

donde $\boldsymbol{N}_A$ corresponde a la matriz de funciones de forma elementales para el potencial magnético vectorial $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{N}$ es el vector de funciones de forma elementales para el potencial eléctrico escalar V, $\boldsymbol{J}_s$ es el vector densidad de corriente de la fuente de corriente, $\boldsymbol{J}_t$ es el vector densidad de corriente total, V es el volumen del elemento, $\boldsymbol{H}_c$ es el campo coercitivo, $\boldsymbol{v_0}$ es la reluctividad del vacío, $[\boldsymbol{v}]$ es la matriz de reluctividad, $\frac{dv_h}{d|B^2|}$ es la derivada que se obtiene de la curva B-H, $[\boldsymbol{\sigma}]$ es la matriz de conductividades y $\mathbf{v}$ es el vector de velocidad.

La relación que se tiene entre la magnetización remante y el campo coercitivo se expresa por la relación:

$$\boldsymbol{H}_C = \frac{1}{\boldsymbol{v}_0} [\boldsymbol{v}][\boldsymbol{M}_0] \tag{2.110}$$

Matriz de parámetros con el potencial eléctrico escalar

Es aplicable al análisis de problemas de campo electrostático.

La expresión a resolver es:

$$[\boldsymbol{K}_e^P]\boldsymbol{V}_e = \boldsymbol{Q}_e \tag{2.111}$$

La matriz de coeficientes es:

$$[\boldsymbol{K}_e^P] = \int_V (\nabla \cdot \boldsymbol{N}^T)^T [\varepsilon] (\nabla \cdot \boldsymbol{N}^T) dV \tag{2.112}$$

Las cargas son:

$$\boldsymbol{Q}_e = \boldsymbol{Q}_e^V + \boldsymbol{Q}_e^S \tag{2.113}$$

$$\boldsymbol{Q}_e^V = \int_V \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{N}^T \, dV \tag{2.114}$$

$$\boldsymbol{Q}_e^S = \int_S \boldsymbol{\rho}_S \boldsymbol{N}^T \, dS \tag{2.115}$$

donde $\boldsymbol{N}$ es el vector de funciones de forma elementales $V = \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{V}_e$. $\boldsymbol{\rho}$ es el vector densidad de carga, y $\boldsymbol{\rho}_S$ es el vector densidad de carga superficial.

Magnitudes resultantes de campos electromagnéticos

De los métodos descritos anteriormente, los cuales se emplean en las formulaciones para la solución de problemas electromagnéticos, se presentan los resultados con el empleo de los potenciales magnéticos escalar y vectorial [72]- [73].

Resultado por el método del potencial magnético escalar

El potencial escalar generalizado ϕ_g es el resultado obtenido al resolver el sistema de 2.92, aplicando funciones de forma se obtendrá el vector intensidad de campo:

$$\boldsymbol{H}_\alpha = -\nabla \boldsymbol{N}^T \phi_g \tag{2.116}$$

Por lo que el campo resultante se obtendrá de la adición de dicho campo al campo generalizado:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_g + \boldsymbol{H}_\alpha \tag{2.117}$$

La densidad de campo se obtiene de la aplicación de la relación constitutiva de 2.23 con la única variación que se utiliza la matriz de permeabilidades y la intensidad de campo calculada en 2.117.

$$\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{\mu}]\mathbf{H} \tag{2.118}$$

Resultado por el método del potencial magnético vectorial

El primer resultado derivado es la densidad de flujo magnético, es definido como el rotacional del potencial magnético vectorial; dicha evaluación es desempeñada de la integración de los puntos utilizados en las funciones de forma de elementos.

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times [\mathbf{N}_A]^T \boldsymbol{A}_e \tag{2.119}$$

donde $\mathbf{N}_A$ son las funciones de forma y $\boldsymbol{A}_e$ representa el potencial vectorial nodal

Se determinan el valor de la intensidad de campo por medio de la matriz de reluctividades.

$$\boldsymbol{H} = [\boldsymbol{\nu}]^T \boldsymbol{B} \tag{2.120}$$

Para el análisis transitorio con potencial magnético vectorial, se calculan las densidades de corriente:

$$\boldsymbol{J}_t = \boldsymbol{J}_e + \boldsymbol{J}_S + \boldsymbol{J}_V \tag{2.121}$$

$$\boldsymbol{J}_e = -[\boldsymbol{\sigma}]\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = -[\boldsymbol{\sigma}]\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[\boldsymbol{N}_A]^T\,\dot{\boldsymbol{A}}_e \tag{2.122}$$

$$\boldsymbol{J}_s = -[\boldsymbol{\sigma}]\nabla V = -[\boldsymbol{\sigma}]\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\nabla\mathbf{N}^T\,V_e \tag{2.123}$$

$$\boldsymbol{J}_V = \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} \tag{2.123}$$

donde $\boldsymbol{J}_e$ es la componente de la densidad de corriente debida a la variación temporal de A, n es el número de puntos de integración, $[N_A]$ son las funciones de forma elementales para el potencial vectorial, evaluadas en los puntos de integración, $\boldsymbol{J}_S$ es la densidad de corriente debido al potencial eléctrico V, $\boldsymbol{J}_V$ es la densidad de corriente de velocidad, V_e es el potencial eléctrico escalar, N son las funciones de forma elementales para V, evaluadas en los puntos de integración. $\boldsymbol{v}$ es el vector velocidad aplicado.

Capítulo 3
Máquina Síncrona de Imanes Permanentes

3.1 Introducción

La tecnología de los generadores eléctricos utilizando imanes permanentes se ha desarrollado ampliamente, debido a las ventajas que tienen en comparación a otras tecnologías de generación, así como las múltiples aplicaciones en las que se pueden utilizar. Cuando se habla de generadores eléctricos de imanes permanentes, en particular de los síncronos, a la mente suelen llegar un amplio catálogo de aplicaciones, entre las que muchas ocasiones se centran en dos grandes campos en donde se desarrollan estas aplicaciones: en la industria automotriz y en la generación de energía eléctrica por medio de aerogeneradores.

Después de décadas de investigación y desarrollo, se ha demostrado que el aprovechamiento de la energía eólica cuenta con un grado de madurez técnica para comprobar su viabilidad en la generación de energía eléctrica. Lo anterior ha permitido que los investigadores trabajaran en el desarrollo de diversas tecnologías para esta tarea, tales como el desarrollo de las máquinas de inducción doblemente alimentadas, las máquinas síncronas de imanes permanentes, etc. [1].

En los años 1970's, cuando se empezó a desarrollar la máquina síncrona de imanes permanentes, se empezó el desarrollo de una máquina versátil, que ha demostrado tener ventajas que ha permitido un vertiginoso campo de estudio científico y tecnológico. En este proyecto de tesis, se trabajó con el generador síncrono de imanes permanentes para las aplicaciones de generación de energía eléctrica con aerogeneradores.

3.2 Tipos de generadores eólicos

Existen múltiples criterios para clasificar los generadores eléctricos, en particular los empleados en los aerogeneradores. Una clasificación simplificada puede ser como la que se encuentra en [1]. Para entender la clasificación y la subdivisión en la que se encuentra la máquina eléctrica que se trabaja en este proyecto de tesis, es conveniente hacer una representación general de todas las máquinas eléctricas. En [1] se propone una clasificación que se enfoca directamente en los generadores eléctricos utilizados en aplicaciones eólicas, según criterios como son:

a) Dependiendo de la disposición del eje de giro:

- Eje horizontal: casi la totalidad de las turbinas eólicas son de este tipo.
- Eje vertical: las aplicaciones prácticas son muy escasas.

b) Según el número de palas:

- Mono-palas y bipalas: existe un número pequeño de este tipo.
- Tripala: la mayoría de las turbinas dedicadas a la producción eléctrica.
- Multi-pala, utilizadas en bombeo de agua.

c) Por la velocidad del rotor del aerogenerador:

- Velocidad constante.
- Velocidad variable.
- Velocidad semivariable.
- Dos velocidades.

d) Según su control y regulación:

- Control por pérdida aerodinámica (control pasivo) o de palas de paso fijo.
- Control por pérdida activa aerodinámica (control activo).
- Control por variación del ángulo del paso de pala.

e) Por tecnología del generador eléctrico:

- Generador asíncrono con rotor jaula de ardilla.
- Generador asíncrono con rotor bobinado doblemente alimentado.
- Generador síncrono. (Máquina síncrona de imanes permanentes).

f) Según su emplazamiento:

- Aerogeneradores para emplazamientos terrestres (Onshore).
- Aerogeneradores para emplazamientos marinos (Offshore).

g) Por la potencia nominal de diseño:

- Microturbinas eólicas (<5 kW).

- Mini turbinas eólicas (5 – 100 kW).
- Turbinas de media a gran potencia (100 kW a 1 GW).
- Turbinas de gran potencia (1 a 5 GW).

En la figura 3.1 se muestra un panorama general de la clasificación de las máquinas eléctricas en sus dos ramas principales las máquinas de CA y de CD.

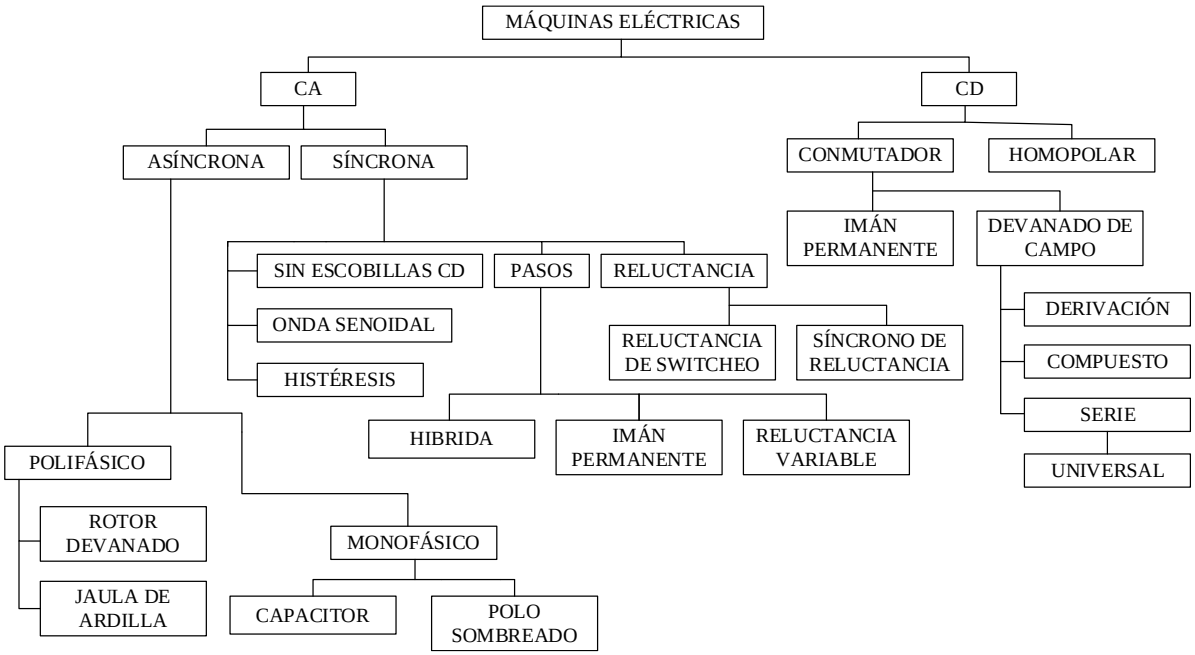


Figura 3.1. Clasificación de las máquinas eléctricas.

3.3 Generador de imanes permanentes

Entre las diversas opciones de los aerogeneradores, de las tecnologías desarrolladas, tomamos la clasificación de generadores síncronos, de la que en particular nos centraremos en los generadores con imanes permanente, los cuales han tenido alta aplicación, debido a que son compactos, eficientes y en cierta medida son libres de mantenimiento.

La preferencia de utilizar generadores síncronos de imanes permanentes está relacionada a que la implementación de los imanes disminuye el volumen y diámetro de la máquina. En la literatura se menciona que existen reducciones de volumen entre un 40 a 50% o incluso más.

En la figura 3.2 se muestra una comparación entre una máquina síncrona de imanes permanentes comparado con una máquina de inducción [76].

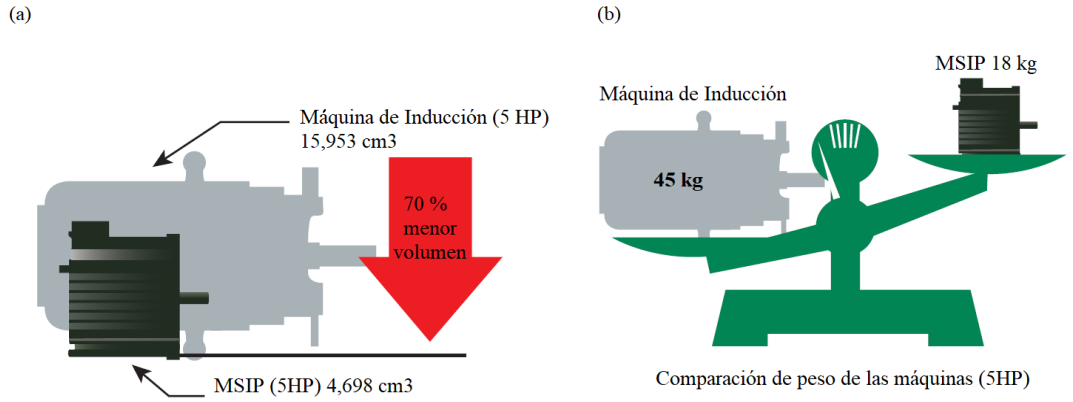


Figura 3.2. Ventajas de las MSIP vs las máquinas de inducción, (a) comparación de tamaño, (b) comparación de peso.

Los generadores síncronos de imanes permanentes, a su vez, se pueden clasificar en dos categorías, básicamente acorde a la dirección del flujo magnético en el entrehierro: generadores de flujo radial y generadores de flujo axial, los cuales se utilizan comúnmente en sistemas de accionamiento directo [16].

En la clasificación de los generadores de tipo radial existen diferentes topologías de construcción y diseño, de las cuales las más comunes son [2], [9], [12]:

- Generador síncrono con imanes montados en la superficie del rotor.
- Generador síncrono con imanes insertados en el rotor.
- Generador síncrono de rotor exterior con imanes permanentes.
- Generador síncrono con rotor interior y exterior con imanes permanentes.

Los generadores síncronos de flujo axial también cuentan con diversas topologías, entre las cuales, las más típicas son:

- Generador tipo axial con imanes en el rotor.
- Generador tipo axial con doble rotor con imanes.
- Generador con doble estator.

En este trabajo de tesis, se trabajará únicamente con los generadores de flujo radial.

En la figura 3.3, se muestran las diversas topologías de los generadores de imanes permanentes de flujo radial.

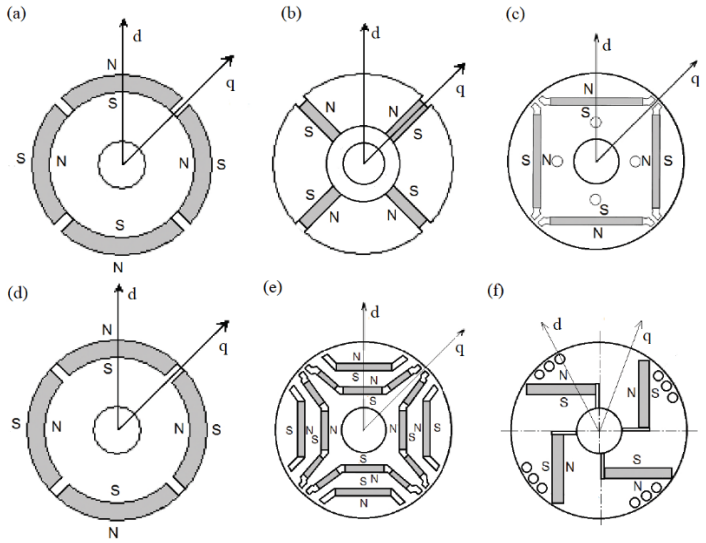


Figura 3.3. Topologías de rotor de máquinas síncronas de imanes permanentes: (a) rotor de I.P. montados en la superficie de rotor; (b) rotor con I.P. interiores radiales; (c) rotor con I.P. interiores tangenciales; (d) rotor con I.P. embebidos; (e) rotor de doble capa de I.P.; (f) rotor con imanes insertados distribuidos asimétricamente.

3.3 Materiales magnéticos

En el desarrollo de materiales magnéticos como los creados a partir de las llamadas tierras raras, se ha supuesto un impulso en el desarrollo de las máquinas de imanes permanentes, puesto que al emplearlos en los diseños constructivos se consigue alta magnitud de campo magnético en el entrehierro y máquinas más ligeras [72].

El diseño de máquinas utilizando imanes permanentes como los de Sm-Co o Ne-Fe-B, implica que las máquinas desarrolladas son síncronas. Existe un riesgo de desmagnetizar los imanes si son sometidos a corrientes de campo o temperaturas

elevadas, se obtienen máquinas más ligeras al disminuir el acero en los rotores y son más compactas.

La figura 3.4, muestra una comparación entre una máquina de CA y una con conmutador de CD los dos tipos de máquinas son de imanes permanentes.

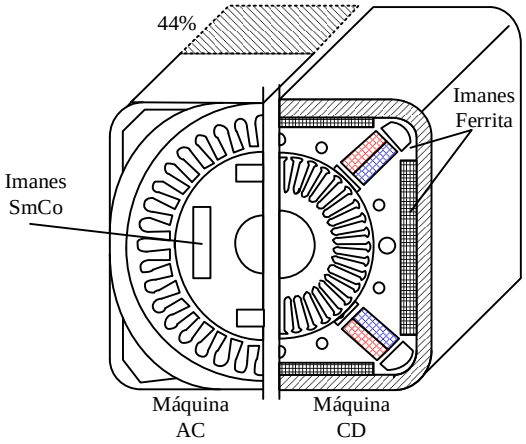


Figura 3.4. Comparación entre tipos de máquinas de imanes permanentes.

El estudio de las propiedades magnéticas de la materia está relacionado al comportamiento de los electrones que la componen, y, la expresión que relaciona los fenómenos magnéticos es la de la inducción magnética, como se muestra en la expresión 3.1:

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H \tag{3.1}$$

donde B es la densidad de flujo magnético, H es la intensidad de campo magnético aplicado, µ es la permeabilidad magnética de los materiales, μ_0 es la permeabilidad del vacío y $\mu_r$es la permeabilidad relativa de los materiales.

La expresión anterior puede ser expresada agregando la magnetización que aporta un material para representar el fenómeno que se está produciendo, por lo que la inducción

magnética estará en términos de la H aplicada y la M (magnetización) del material, quedando como:

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 (H + M) = \mu_0 H + B_i \tag{3.2}$$

$$B_i = B - \mu_0 H \tag{3.3}$$

donde $\mu_0 H$ es la inducción debida a la intensidad de campo magnético aplicada. B_i representa la aportación del material a la inducción total o magnetización intrínseca.

La expresión anterior se puede reescribir sustituyendo el valor de la permeabilidad relativa por la expresión que incluye la susceptibilidad magnética χ_m. Esta propiedad mide la capacidad de magnetización interna de un material.

$$\mu_r = (1 + \chi_m) \tag{3.4}$$

$$B = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 (1 + \chi_m) H \tag{3.5}$$

Las características magnéticas de los materiales permiten que se puedan clasificar en tres grupos, los diamagnéticos, los paramagnéticos y los ferromagnéticos, como se muestra en la figura 3.5, en la que se muestra el comportamiento magnético de estos materiales [24].

- Materiales diamagnéticos: En estos materiales se cumple que la magnetización M y la intensidad de campo H tienen sentidos opuestos, cumpliendo que $\chi_m < 0$; este efecto se debe a que cuando se excitan externamente los electrones, siempre reaccionan oponiéndose a dicha excitación. Entre los materiales

diamagnéticos se tienen el hidrógeno, los gases nobles, oro, plata, cobre, bismuto, zinc, etc.

- Materiales paramagnéticos: Al aplicar una excitación a estos materiales, los spines de sus electrones se orientan paralelamente al campo externo, por lo que la magnetización y el campo externo tienen la misma dirección, esto hace que se cumpla que $\chi_m > 0$. Ejemplos de estos materiales son el oxígeno, el ácido nítrico, el aluminio, el platino, sales de hierro, etc.

  Materiales ferromagnéticos: Estos materiales se caracterizan por contar con zonas con imantaciones previas e intrínsecas en direcciones aleatorias, llamadas dominios magnéticos, cada dominio posee una orientación, por lo que sin la presencia de una excitación externa no poseen carácter magnético, por lo que al aplicar una excitación externa los dominios magnéticos se orientan en la dirección del campo aplicado. En estos materiales se obtiene una magnetización M muy intensa pero que no se incrementa de forma lineal con el campo aplicado, por lo que su χ_m es variable pudiendo alcanzar valores muy elevados.

  Todos los materiales ferromagnéticos tienen una temperatura critica llamada temperatura de Curie, y cuando superan este punto, presentan un comportamiento paramagnético y al seguir aumentando la temperatura su comportamiento se convierte en diamagnéticos. Entre los materiales ferromagnéticos se encuentra el hierro, el níquel y el cobalto y sus aleaciones.

Finalmente se establece que debido a que la susceptibilidad magnética y permeabilidad de los materiales diamagnéticos y paramagnéticos es prácticamente cero, son clasificados como materiales no magnéticos.

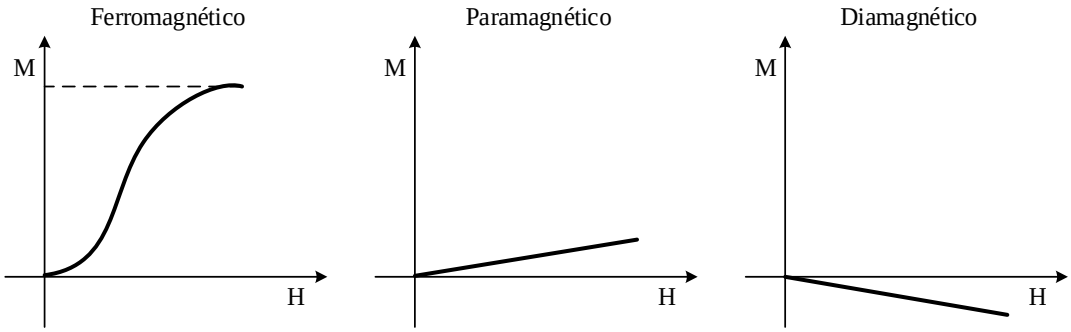


Figura 3.5. Comportamientos magnéticos de los materiales.

3.4.1 Imanes permanentes

Si bien se puede hablar de los inicios del estudio de los materiales magnéticos con el descubrimiento de la magnetita hace más de 2000 años, es a partir de mediados del siglo XX cuando se empezó el desarrollo y manufactura de los materiales de los imanes permanentes.

En la actualidad básicamente se cuenta con tres tipos de imanes permanentes que se emplean en el diseño y fabricación de máquinas eléctricas:

- Alnicos.
- Ferritas cerámicas.
- Tierras raras.

Todos los materiales ferromagnéticos son definidos por su ciclo de histéresis. Al hablar de los imanes permanentes, el área de interés se encuentra en el segundo cuadrante, en la que en la literatura especializada es llamada curva de desmagnetización. En [24] se distingue entre la curva de desmagnetización intrínseca y la curva normal, así como presentar de manera sencilla las curvas, como se muestra en la figura 3.6.

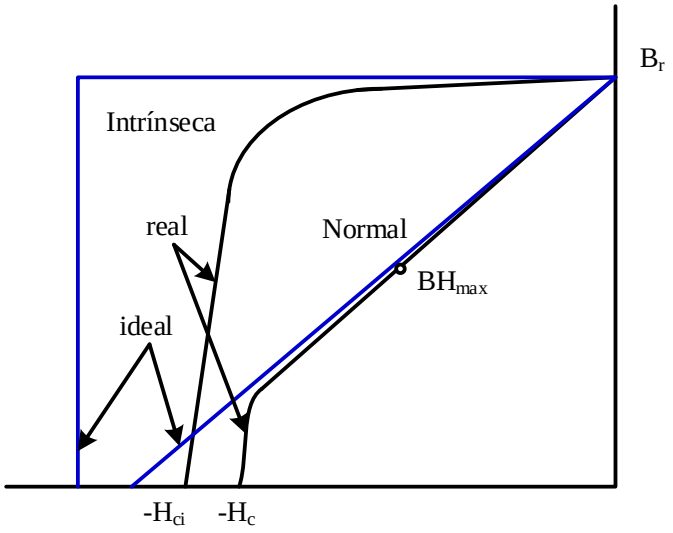


Figura 3.6. Curva de desmagnetización de los imanes permanentes.

Como se muestra en la figura anterior, la curva de desmagnetización intrínseca es la que muestra el estado de magnetización interna del material. El cruce con eje horizontal muestra la intensidad de campo coercitiva intrínseca (H_{ci}), que es el valor de intensidad de campo necesario para llevar a cero la magnetización intrínseca de un material, y, la curva normal, es la que muestra la densidad de flujo magnético resultante respecto de la intensidad de campo (curva BH) [24].

Al momento de evaluar un imán permanente, es importante considerar su producto de energía máxima $(BH)_{max}$. En la curva BH de desmagnetización, este es el punto donde

dicho producto es máximo e indica la cantidad de energía por unidad de volumen (J/m^3) que el imán es capaz de almacenar. Cuanto mayor $(BH)_{max}$ se tenga, menor es el volumen del imán que se necesita en un circuito magnético para lograr valores similares de flujo.

En la construcción de circuitos magnéticos con imanes permanentes, la geometría del circuito magnético es seleccionado de tal manera que se alcance un producto de energía máximo típico para cada material de imanes permanentes. La figura 3.7, muestra la evolución de dicho producto.

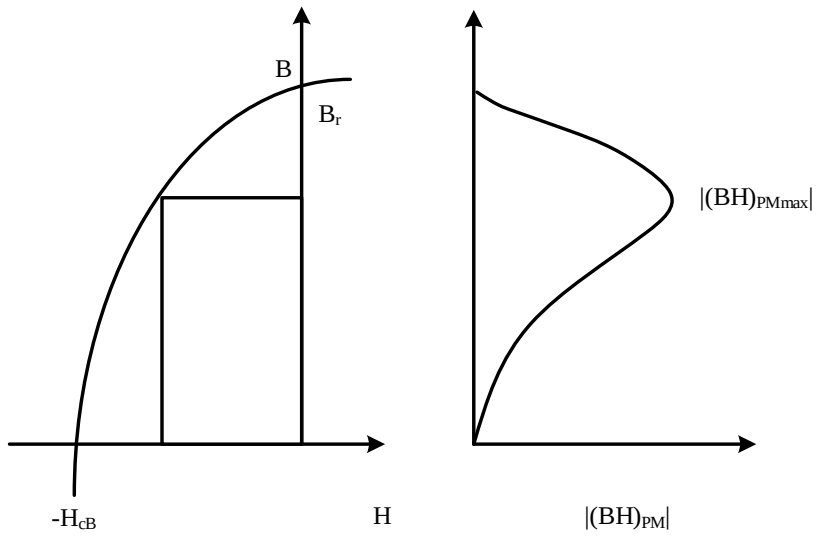


Figura 3.7. Segundo cuadrante de la curva de histéresis de un imán permanente general y el correspondiente comportamiento del producto (BH) del PM.

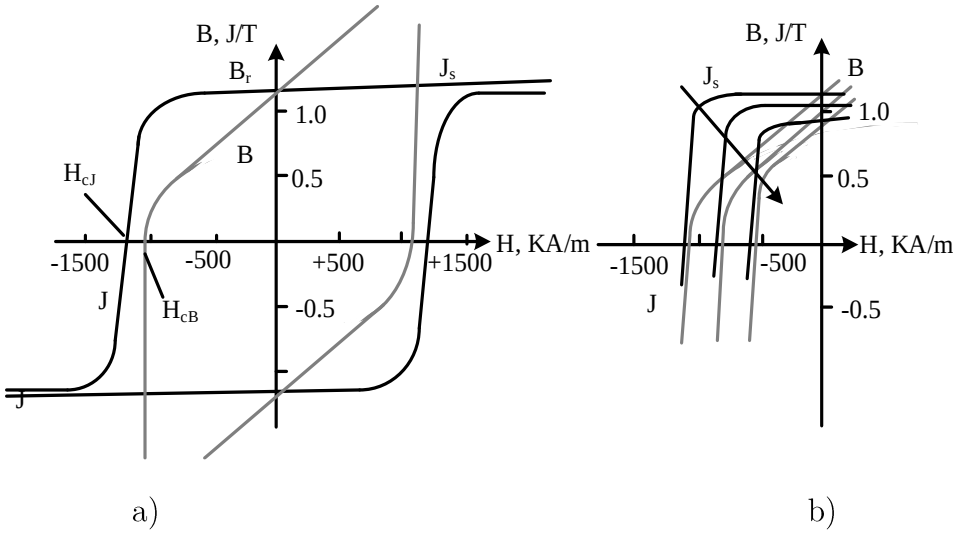
En la figura 3.8, se ilustran las cantidades que se relacionan con la magnetización y se describe la curva típica de histéresis de un imán de neodimio, en la que se muestra la densidad de flujo y la polarización [63].

Los imanes permanentes son caracterizados por los siguientes parámetros [48].

- Densidad de flujo magnético de saturación B_{sat} y la correspondiente intensidad de campo magnético de saturación H_{sat}. Es en este punto donde se han alineado todos los dominios magnéticos en la dirección del campo magnético aplicado externamente.

- Densidad de flujo magnético remanente B_r, o también llamado remanencia, es la densidad de campo magnético correspondiente cuando la intensidad de campo magnético es cero. Una remanencia elevada permite que los imanes puedan soportar una densidad de campo magnético en el entrehierro.

- Fuerza de campo coercitivo H_c, o coercitividad, es el valor de la intensidad de campo de desmagnetización necesaria para llevar la densidad de flujo magnético a cero en un material magnetizado previamente.



a) b)

Figura 3.8. Curvas típicas de un imán de neodimio a) se ilustra la densidad de fujo B y la polarización J. b) El comportamiento de las curvas de polarización y desmagnetización al incrementar temperatura T.

- Curva intrínseca de desmagnetización, es la porción del lazo de histéresis $B_i = f(H)$ localizado en el segundo cuadrante donde $B_i = B - \mu_0 H$. Para H=0 la densidad de flujo intrínseca $B_i = B_r$, como se observa en la figura 3.8.

- Coercitividad intrínseca H_{ci} es la fuerza del campo requerida para llevar a cero la densidad de flujo magnético intrínseca B_i de un material magnético descrito por $B_i = f(H)$, para los materiales de los imanes permanentes $H_{ci} > H_c$.

- Permeabilidad magnética de retroceso μ_{rec}, que representa la relación de la densidad de flujo magnético para la intensidad de campo magnético en cualquier punto de la curva de desmagnetización.

- Máxima energía magnética por unidad que produce un imán permanente en el espacio externo, y corresponde a la densidad máxima de energía magnética por volumen.

3.4 Ecuaciones de diseño de un generador síncrono de imanes permanentes de flujo radial

Es preciso aclarar que en esta tesis no se enfocó en el diseño del generador y que se plantea la optimización de la cara polar. Sin embargo, es de importancia conocer si no todas, la mayoría de las ecuaciones y parámetros requeridos para el diseño de las máquinas síncronas de imanes permanentes de flujo radial.

No existe una metodología única para el diseño de las máquinas eléctricas, por lo que de entre las diversas fuentes de información bibliográfica [47-49], se presenta en forma de resumen las ecuaciones que se emplean en el diseño de máquinas síncronas de imanes permanentes de flujo radial. Con estas ecuaciones se permite el dimensionamiento de la máquina, así como definir el primer diseño de la geometría del diseño al calcular valores como son el número de ranuras, el paso de polo.

Las dimensiones de las ranuras entre otros datos necesarios para completar el diseño. Se anticipa que de entre estos datos, se pueden elegir variables para procesos de optimización con objetivos como pueden ser minimizar peso, armónicos, el propio dimensionamiento entre muchas posibilidades, dependiendo que se busque conseguir con el proceso de optimización. Estas ecuaciones son las que se presentan a continuación [77-79]:

Dimensión principal: El dimensionamiento de una máquina eléctrica está directamente relacionado con la carga eléctrica A y carga magnética B según la expresión mostrada en 3.6 [78].

$$A = \frac{Amperes - conductor\ total}{circunferencia\ de\ entrehierro} = \frac{2mT_{ph}I}{\pi D} \quad A/m \tag{3.6}$$

donde I es la corriente rms de hace, m número de fases, T_{ph} es el número de espiras en serie por fase y D es el diámetro del entrehierro.

La densidad de campo magnético B se define como el promedio de la densidad de flujo sobre la superficie del rotor. En las máquinas de corriente alterna la densidad de flujo es distribuida sinusoidalmente y el flujo/polo fundamental está dado por la ecuación 3.7:

$$\varphi_1 = B \times \frac{\pi D L_{stk}}{2p} \text{Weber} \tag{3.7}$$

donde p es el número de pares de polos y L_{stk} es la longitud axial.

La fuerza electromotriz (fem) generada por fase es dada por la ecuación estándar, la cual se puede apreciar en 3.8.

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} k_{w1} T_{ph} \varphi_1 f \tag{3.8}$$

donde f es la frecuencia fundamental, k_{w1} es el armónico fundamental del factor de devanado.

Utilizando la expresión 3.9, calculamos el número de polos de la máquina que se está diseñando.

$$N_p = \frac{120f}{n} \tag{3.9}$$

donde Np es el número de polos y n es la velocidad de giro en r.p.m.

Con el grupo de ecuaciones de 3.10 a 3.18, se calculan diversas secciones del núcleo del estator y el rotor, como los grados de ranura, grados de polo, longitud efectiva del núcleo, etc. Estas relaciones se presentan a continuación:

Grados de ranura:

$$\theta_s = \frac{2\pi}{N_s} \tag{3.10}$$

donde N_s es el número de ranuras.

Grados de polo:

$$\theta_p = \frac{2\pi}{p} \tag{3.11}$$

Longitud efectiva de núcleo:

$$Li = LK_{stack} \tag{3.12}$$

donde K_{stack} es el factor de apilamiento del estator y debe comprender rangos entre 0.9 y 0.95

Paso de polo de estator:

$$\tau_s = \frac{\pi D}{N_p} \tag{3.13}$$

Paso de polo de rotor:

$$\tau_r = \tau_s(0.75) \tag{3.14}$$

Área de polo de rotor (m^2):

$$A_{pr} = \tau_r \cdot Li \tag{3.15}$$

Ancho de diente de estator:

$$W_{ts} = \frac{N_p B A_{pr}}{N_s Li B_{ts}} \tag{3.16}$$

donde B_{ts} es la densidad de flujo en los dientes del estator

Diámetro de rotor:

$$D_r = D - 2l_g \tag{3.17}$$

donde D es el diámetro del entrehierro y l_g es el ancho del entrehierro.

Yugo del estator:

$$Y_s = \frac{\varphi}{2Li \cdot B_{ts}} \tag{3.18}$$

Se ha mencionado que estas ecuaciones no indican una sola metodología de diseño, puesto que se puede presentar y/o utilizar una metodología diferente. Sin embargo, todas las metodologías pretenden el mismo fin, el diseño de una máquina síncrona de imanes permanentes.

Algunos autores realizan sus análisis de sus diseños bajo diversas consideraciones de desempeño, como los análisis con diversos tipos de convertidores electrónicos [80]. Estos análisis ayudan a mejorar los diseños de los componentes, puesto que se evalúa eficiencia, oscilaciones de par, encontrar los armónicos presentes en el diseño del

generador síncrono de imanes permanentes. Al ser modelado con componentes electrónicos, permite identificar los armónicos y por consiguiente se pueden elaborar las estrategias para minimizar sus efectos.

Realmente llegar a este nivel de análisis, el cual es ya muy enfocado a los resultados finales en diseño, construcción, análisis de generadores, pasaron años, en los que poco a poco se analizaban los dispositivos con imanes. Poco a poco se fue buscando encontrar las mejores opciones mediante utilización de diversas técnicas de optimización, como en un análisis bibliográfico que se muestra en [29], donde presentan la optimización de la forma de los dispositivos con imanes permanentes usando gradientes basados en la metodología de problemas inversos (GIPM por sus siglas en inglés).

3.5 Elementos en el entrehierro para máquinas eléctricas

El modelado en la zona del entrehierro de las máquinas eléctricas suele ser un desafío considerable y complejo. La longitud del entrehierro suele ser de magnitud más pequeña que la circunferencia, lo que resulta en relaciones de aspecto deficientes para los entrehierros, en general al utilizar modelos de elemento finito. Debido a que es frecuente, se necesitan elementos más pequeños para obtener una solución de campos más precisa; es común tener el dilema de elegir entre elementos mal conformados o un gran número de incógnitas [81].

Los elementos finitos en el entrehierro se distorsionan durante el cálculo. Remallar el entrehierro para eliminar esta distorsión introduce complicaciones e inconvenientes adicionales, entre los que suele ser usual el error numérico y por tal motivo es una tarea ardua.

En [81] se plantean las diversas opciones para este problema, describiendo las posibilidades para enfrentar a esta complejidad, como lo describe en el trabajo de Razek *et al.* y Feliachi et al., donde se menciona que se introdujo un macro elemento para la región del entrehierro de una máquina rotativa.

En la literatura especializada en análisis de elementos finito en máquinas eléctricas, sin embargo, se indica que se sacrifica parcialmente la dispersión de la matriz del sistema final, siendo esta una de las principales ventajas del método de elemento finito (MEF), debido a la amplia banda introducida por el macroelemento. En este sentido,

se indica la propuesta de un método que combina el MEF con una solución analítica. Así, con esta combinación, la matriz del sistema final es menos dispersa que la matriz estándar de elementos finitos. Sin embargo, en la misma literatura se indica que la banda es considerablemente menor que en el método propuesto por Razek, por lo que se propone un método para análisis en la zona del entrehierro [81].

En la descripción del método y la discretización con método de elemento finito se recuerda que la región del entrehierro es una zona no conductora y se describe con la ecuación de Poisson y para problemas bidimensionales ($\partial/\partial z$) se tiene que:

$$\nabla \times \nu \nabla \times \mathrm{A} = \mathbf{J} \tag{3.19}$$

donde A es la componente z del potencial magnético vectorial, J es la densidad de corriente y ν es la reluctividad magnética.

Aplicando el método de Galerkin a la ecuación 3.19 se obtiene la ecuación

$$\iint_{\Omega} \nu \left[\frac{\partial N}{\partial x}\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\frac{\partial A}{\partial y}\right] dx\, dy - \iint_{\Omega} JN\, dx\, dy - \oint_{C} \nu N \frac{\partial A}{\partial \hat{n}} dC = 0 \tag{3.20}$$

donde N son las funciones de forma, C es la frontera, y $\hat{n}$ es el vector unitario normal a la frontera.

En este punto, normalmente se fija el límite de la integral a cero, haciendo que la condición de la frontera Neumann homogénea sea implícita en la formulación. Este método propuesto en la literatura [81], utiliza el término integral de frontera para acoplar las ecuaciones elemento finito en las regiones del estator y del rotor a una solución analítica en el entrehierro.

El sistema resultante de las ecuaciones se escribe en forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \tag{3.21}$$

donde los subíndices 1 y 2 representan los nodos interiores y los nodos del límite del entrehierro, respectivamente. La matriz (S) y el vector {F} son la matriz del sistema y la función de forzado del método de elemento finito estándar.

El vector R resulta directamente del término integral de la frontera en la ecuación 3.20.

$$R = \{R_1, R_2, \dots, R_{N_B}\} \tag{3.22}$$

donde N_B es el número de nodos en el entrehierro.

Los términos de R_j están dados por la expresión:

$$R_j = \oint_C -N_j \, H_\theta dC \tag{3.23}$$

donde N_j son las funciones de forma utilizadas para el discretizado del sistema, y el termino H_θ es la componente tangencial de la intensidad de campo magnético, el cual se obtiene de solución analítica para la región del entrehierro.

En la ecuación 3.21, el acoplamiento de las ecuaciones de elemento finito estándar con la solución analítica se logra a través del término R. El desarrollo analítico de la solución, el esquema de acoplamiento y aplicación se describe de manera más detallada en la referencia [81].

En la zona del entrehierro, el análisis del comportamiento del campo magnético debido a la influencia de la geometría del estator representa un área de interés, puesto que la distribución del campo nos permite entender los resultados que se obtienen en el lado del estator de la máquina: las distorsiones en las señales, la presencia de armónicos de diversos ordenes entre otros efectos.

La figura 3.9 muestra una representación de la distribución de la densidad de campo magnético con una señal fundamental de campo y el campo magnético con la influencia de la posición angular del rotor y el estator y los efectos de las ranuras en dicha señal [63].

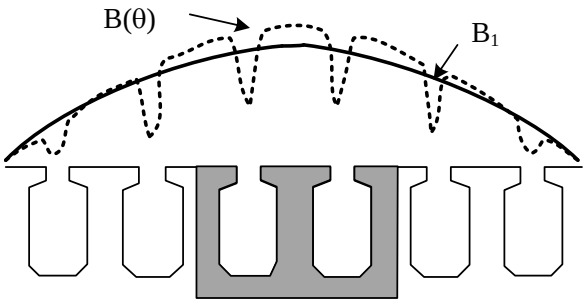


Figura 3.9. Densidad de campo magnético en el entrehierro y ranuras semi cerradas del estator.

El análisis del comportamiento en el entrehierro es de interés puesto que es la zona de mayor importancia en las máquinas eléctricas rotativas, donde sucede la conversión de la energía electromecánica, así como los cambios de medio en los análisis electromagnéticos con los que se comprende por qué en los análisis de esta región se gobierna por dos ecuaciones diferentes, siendo estas la ecuación de Laplace y la ecuación de Poisson.

La relación entre la densidad de flujo **B** y la intensidad de campo **H** en donde será definiendo el aire como región I y los imanes como región II, en el aire dicha relación es:

$$\boldsymbol{B_I} = \mu_0 \mathbf{H}_{\boldsymbol{I}} \tag{3.24}$$

Y la relación en los imanes permanentes es:

$$\boldsymbol{B_{II}} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}_{\boldsymbol{II}} + \mu_0 \mathbf{M} \tag{3.25}$$

donde **M** es el vector magnetización μ_r la permeabilidad relativa del imán, para imanes cuya característica de desmagnetización es lineal, se puede expresar en términos del flujo remanente:

$$\mathbf{M} = \frac{\boldsymbol{B}_r}{\mu_0} \tag{3.26}$$

Relacionando B en el espacio libre y aplicando las ecuaciones de Maxwell, así como términos de potencial magnético escalar como se mostrará más adelante, así como expresando en coordenadas polares, el vector magnetización **M** está dado por [82]:

$$\boldsymbol{M} = M_{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{a}_r + M_\theta \boldsymbol{a}_\theta \tag{3.27}$$

donde se aprecian las componentes radial y paralela de la magnetización, expresando en series de Fourier M_r y M_θ se tiene:

$$M_r = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} M_{rn} cos(np\theta) \tag{3.28}$$

$$M_\theta = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} M_{\theta n} sen(np\theta) \tag{3.29}$$

donde p es el número de pares de polos y θ es el desplazamiento angular relativo al centro del imán.

Para la magnetización radial se tiene que:

$$M_{rn} = \frac{\boldsymbol{B}_r}{\mu_0}\frac{4}{np}\operatorname{sen}\frac{n\pi\alpha_p}{2} \tag{3.30}$$

$$M_{\theta n} = 0 \tag{3.31}$$

donde α_p es la relación entre el arco del polo magnético y el paso polar.

Para la magnetización paralela se tiene que:

$$M_{rn} = \frac{\boldsymbol{B}_r}{\mu_0}\alpha_p(A_{1n} + A_{2n}) \tag{3.32}$$

$$M_{\theta n} = \frac{\boldsymbol{B}_r}{\mu_0}\alpha_p(A_{1n} - A_{2n}) \tag{3.33}$$

donde

$$A_{1n} = \frac{sen\left[(np+1)\alpha_p\frac{\pi}{2p}\right]}{(np+1)\alpha_p\frac{\pi}{2p}} \tag{3.34}$$

$$A_{2n} = 1 \tag{3.35}$$

Para $np = 1$

$$A_{1n} = \frac{sen\left[(np-1)\alpha_p\frac{\pi}{2p}\right]}{(np-1)\alpha_p\frac{\pi}{2p}} \tag{3.36}$$

Para $np \neq 1$

La distribución del potencial magnético escalar en el aire es gobernada por la ecuación de Laplace, expresada en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{\partial^2\psi_I}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_I}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi_I}{\partial\theta^2}=0 \tag{3.37}$$

Y en los imanes, esta distribución del potencial escalar es gobernada por la ecuación quasi-Poissoniana.

Definiendo la divergencia del vector magnetización, con las componentes radial y tangencial es:

$$\nabla\boldsymbol{M}=\frac{1}{r}M_r+\frac{\partial M_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial M_\theta}{\partial\theta}=\sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{1}{r}M_n\cos(np\theta) \tag{3.38}$$

donde $M_n=M_{rn}+npM_{\theta n}$

Aplicando sustituciones y considerando la región II definida para los imanes, se tiene que:

$$\frac{\partial^2\psi_{II}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_{II}}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi_{II}}{\partial\theta^2}=\frac{1}{\mu_r}\sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{1}{r}M_n\cos(np\theta) \tag{3.39}$$

Y puesto que:

$$\boldsymbol{H}=-\nabla\psi=-\frac{\partial\psi}{\partial r}\boldsymbol{a}_r-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\boldsymbol{a}_\theta \tag{3.40}$$

La relación entre las componentes radial y tangencial de la intensidad de campo **H** y el potencial magnético escalar $\boldsymbol{\psi}$ es:

$$H_r=-\frac{\partial\psi}{\partial r} \tag{3.41}$$

$$H_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \tag{3.42}$$

La solución completa para las componentes del campo magnético en las regiones del entrehierro y los imanes permanentes se presentan a continuación. Para los fines de

esta tesis se omite la parte del desarrollo de la solución. Sin embargo, se remite a las fuentes, para quien esté interesado en conocer el proceso que se utilizó para llegar a los resultados y ecuaciones siguientes, dichas fuentes son [82-84].

Para las máquinas con rotores internos, las soluciones completas para las componentes radial y tangencial en coordenadas polares, considerando la expansión de series infinitas, se presentarán dichas soluciones para frecuencias diferentes a la fundamental $(np \neq 1)$ y para la fundamental $(np = 1)$ respectivamente.

Para $(np \neq 1)$

$$B_{rI}(r,\theta) = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{\mu_0 M_r}{\mu_r} \frac{np}{(np)^2-1} \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{np-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{np+1} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{np+1} \right] \left\{ \frac{(A_{3n}-1) + 2\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1} - (A_{3n}+1)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np} - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]} \right\} \cos(np\theta) \tag{3.43}$$

$$B_{\theta I}(r,\theta) = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{\mu_0 M_n}{\mu_r} \frac{np}{(np)^2-1} \left[-\left(\frac{r}{R_s}\right)^{np-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{np+1} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{np+1} \right] \left\{ \frac{(A_{3n}-1) + 2\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1} - (A_{3n}+1)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np} - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]} \right\} sen(np\theta) \tag{3.44}$$

$$B_{rII}(r,\theta) = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} \mu_0 M_n \frac{np}{(np)^2-1} \left[\left(\frac{r}{R_m}\right)^{np-1} + \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np-1} \left(\frac{R_r}{r}\right)^{np+1} \right] \tag{3.45}$$

$$\left\{\frac{\left(A_{3n}-\frac{1}{\mu_r}\right)\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}+\left(1+\frac{1}{\mu_r}\right)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}-\left(A_{3n}+\frac{1}{\mu_r}\right)-}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right]-\frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}-\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]}\right.$$

$$\left.\frac{\left(1-\frac{1}{\mu_r}\right)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right]-\frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}-\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]}\right\}\cos(np\theta)$$

$$+\sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}\mu_0 M_n\frac{np}{(np)^2-1}\left[\left(\frac{R_r}{r}\right)^{np+1}+A_{3n}\right]\cos\,(np\theta)$$

$$B_{\theta II}(r,\theta)=\sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}-\mu_0 M_n\frac{np}{(np)^2-1}\left[\left(\frac{r}{R_m}\right)^{np-1}-\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np-1}\left(\frac{R_r}{r}\right)^{np+1}\right]$$

$$\left\{\frac{\left(A_{3n}-\frac{1}{\mu_r}\right)\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}+\left(1+\frac{1}{\mu_r}\right)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}-\left(A_{3n}+\frac{1}{\mu_r}\right)-}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right]-\frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}-\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]}\right.$$

$$\left.\frac{\left(1-\frac{1}{\mu_r}\right)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right]-\frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np}-\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]}\right\}sen(np\theta) \tag{3.46}$$

$$+\sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}\mu_0 M_n\frac{np}{(np)^2-1}\left[\left(\frac{R_r}{r}\right)^{np+1}+A_{3n}\right]sen\,(np\theta)$$

Para $(np = 1)$

$$B_{rI}(r,\theta) = \frac{\mu_0 M_1}{2\mu_r}\left[1 + \left(\frac{R_s}{r}\right)^2\right]$$

$$\left\{\frac{A_{3n}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 + A_{3n}\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2 + \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2 \ln\left(\frac{R_m}{R_r}\right)^2}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^2\right]}\right\}\cos(\theta) \tag{3.47}$$

$$B_{\theta I}(r,\theta) = \frac{\mu_0 M_1}{2\mu_r}\left[-1 + \left(\frac{R_s}{r}\right)^2\right]$$

$$\left\{\frac{A_{3n}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 + A_{3n}\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2 + \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2 \ln\left(\frac{R_m}{R_r}\right)^2}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^2\right]}\right\}sen(\theta) \tag{3.48}$$

$$B_{rII}(r,\theta)$$

$$= \frac{\mu_0 M_1}{2}\left\{\frac{A_{3n}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 - A_{3n} + \ln\left(\frac{R_m}{R_r}\right)\left[\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2 - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^2\right]}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^2\right]}\right\} \tag{3.49}$$

$$\left[1 + \left(\frac{R_s}{r}\right)^2\right]\mathrm{sen}(\theta) + \frac{\mu_0 M_1}{2}\left[A_{3n} - \ln\left(\frac{r}{R_m}\right) + \left(\frac{R_r}{r}\right)^2 \ln\left(\frac{R_m}{R_r}\right)\right]\mathrm{sen}(\theta)$$

$$B_{\theta II}(r,\theta)$$

$$= -\frac{\mu_0 M_1}{2}\left\{\frac{A_{3n}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 - A_{3n} + ln\left(\frac{R_m}{R_r}\right)\left[\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2 - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^2\right]}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^2\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^2 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^2\right]}\right\} \tag{3.50}$$

$$\left[1 - \left(\frac{R_s}{r}\right)^2\right]sen(\theta) - \frac{\mu_0 M_1}{2}\left[-1 + A_{3n} - ln\left(\frac{r}{R_m}\right) - \left(\frac{R_r}{r}\right)^2 ln\left(\frac{R_m}{R_r}\right)\right]sen(\theta)$$

donde para ($np \neq 1$)

$$A_{3n} = \begin{cases} \left(np - \dfrac{1}{np}\right)\dfrac{M_{rn}}{M_n} + \dfrac{1}{np} & \text{Para magnetización paralela} \\ np & \text{Para magnetización radial} \end{cases}$$

y para ($np = 1$)

$$A_{3n} = \begin{cases} 2\dfrac{M_{r1}}{M_1} - 1 & \text{Para magnetización paralela} \\ 1 & \text{Para magnetización radial} \end{cases}$$

Finalmente, es posible conocer la densidad de campo real en los dientes de las ranuras producida por los efectos de la distribución de campo en el entrehierro con la expresión 3.51 [63]:

$$\boldsymbol{B}_d = \boldsymbol{B}'_d - \frac{S_u}{S_d}\mu_0 \boldsymbol{H}_\theta \tag{3.51}$$

donde: $\mathbf{B}'_d$ es la densidad de flujo aparente en el diente de la ranura. S_u es el área a través de la ranura. S_d es el área de la sección transversal del diente. $\mathbf{H}_\theta$ es la componente tangencial del campo magnético.

Capítulo 4
Optimización y Algoritmos Bio-Inspirados

4.1 Introducción

La ingeniería se define como el arte y la técnica de la aplicación de todos los conocimientos científicos a los procesos inventivos, al diseño, al perfeccionamiento y manejo de nuevos procedimientos a utilizar en la industria y otros campos de aplicación científicos. La ingeniería es el conocimiento del análisis y del diseño, por lo que se convierte en un requisito de gran importancia en el diseño, la simplicidad y la optimización en el rendimiento [85], [86].

En las décadas pasadas, con un pequeño número de componentes en el proceso de toma de decisiones, conseguir estos requisitos juntos era relativamente fácil. Sin embargo, hoy en día, con un gran número de componentes en los sistemas de ingeniería, lograr este objetivo se ha vuelto más complejo y en algunos casos en una tarea ardua. Una herramienta alternativa para lograr este objetivo es la optimización [87]. El área de la ingeniería eléctrica siempre se ha visto auxiliada por herramientas y tecnologías matemáticas, siendo una de estas herramientas la optimización matemática [86].

Uno de los elementos de gran importancia en nuestra vida moderna es el uso de electricidad, la cual actualmente se genera de diversas fuentes y con diversos dispositivos, entre los que se encuentran los generadores eléctricos y dentro de ellos, el generador síncrono. La estimación del comportamiento de los generadores síncronos es un tema que no es sólo de interés para el campo académico, sino también para las compañías eléctricas, quienes necesitan predecir el desempeño de las máquinas conectadas a las redes eléctricas.

Se han publicado diferentes artículos que utilizan modelos matemáticos que simulan el comportamiento de los generadores, los cuales utilizan diversos métodos para la estimación de parámetros en generadores síncronos, generadores de inducción, generadores síncronos de imanes permanentes y generadores de corriente continua. Además de estos métodos, se emplean técnicas de optimización para mejorar el desempeño de las máquinas eléctricas, disminuyendo efectos como rizado de par, par de retención, entre otros problemas. [88], [89].

4.2 Optimización

La optimización implica mejorar un proceso o idea existente. Los ingenieros y científicos generan nuevas ideas, y a través de la optimización, se busca perfeccionar esas ideas. Optimizar consiste en explorar diferentes variaciones de un concepto inicial y utilizar la información obtenida para mejorar la idea inicial [85], [86].

Los equipos de cómputo son una herramienta fundamental en este proceso, siempre y cuando la idea o las variables que afecten al proceso puedan ser ingresadas en formato

electrónico. Al proporcionar datos a la computadora, ésta nos brinda una solución. Sin embargo, cabe destacar que no siempre es la única solución y determinar si es la mejor solución puede ser un desafío. La optimización es la herramienta matemática en la que se confía para obtener respuestas en estos casos.

Se puede considerar la optimización como la búsqueda de la mejor solución de un problema. Al hablar de optimización se está sujeto al contexto en que se realiza un proceso de optimización, puesto que puede significar minimizar una función, como puede ser de costos o maximizar dicha función, con lo que puede traducirse como incrementar beneficios. Estos beneficios pueden ser como el que se desarrolla en este trabajo de tesis, el cual consiste en mejorar el desempeño de un generador síncrono de imanes permanentes a partir de diversas variables para: minimizar pérdidas, incrementar densidad de par, reducir peso, aumentar potencia, minimizar distorsión armónica, etc.

Se dice que la optimización es el proceso con el cual se buscan encontrar los máximos o mínimos de las funciones que describen a las características particulares en un sistema. Se entiende por función objetivo a la expresión matemática que examina uno o varios objetivos a ser optimizados y que dicha función debe estar definida de manera única y completa por un conjunto de variables, las cuales intervienen en el problema de optimización y están dentro de las restricciones impuestas en dicho problema. Según la técnica de optimación que se implemente, ésta puede operar de manera directa si la función objetivo no cuenta con restricciones de alguna manera, alternativamente, es necesario implementar funciones de penalización u otros factores, de tal forma que se defina la transformación del problema no restringido a uno restringido [90], [91].

Un algoritmo híbrido de optimización es aquel que utiliza tanto las técnicas de búsqueda de valores óptimos con carácter global, como lo son los algoritmos genéticos, así como de métodos de optimización de los llamados convencionales, como se clasifican todas las técnicas que procesan la información proporcionada por el gradiente [92].

Los métodos de optimización más elementales se aplican en la resolución de problemas de optimización no lineales que involucran variables reales en un espacio continuo y no están sujetos a restricciones. En este contexto, se supone que la función $f(x)$ es diferenciable dos veces. Muchos de los algoritmos diseñados para optimizar este tipo de funciones se basan en iteraciones y utilizan series de Taylor de $f(x)$, esto hace necesario el cálculo de derivadas parciales. En muchos casos, diversas técnicas de optimización estiman estas derivadas parciales mediante el empleo de diferencias finitas. De esta manera, incluso cuando la derivada sea complicada de determinarse de manera analítica o si se prefiere evitar su cálculo directo, aún es posible abordar el problema mediante la estimación de las derivadas mediante diferencias finitas [93].

Los problemas que se deben analizar y resolver mediante la implementación de alguna técnica de optimización cuentan con tres elementos principales a considerar: 1) la función objetivo f, 2) las variables independientes x_i del problema y 3) las variables dependientes g_i existentes en el sistema o problema a optimizar. Las variables dependientes y la función objetivo se definen a partir de las variables independientes. Sin embargo, para algunos problemas, las variables dependientes muestran el estado del sistema a ser optimizado, lo que permite realizar la evaluación en cada iteración del proceso; sin dejar de indicar que en diversos problemas existen de igual manera

restricciones, las cuales pueden ser de igualdad o de desigualdad, con las que se deben cumplir para que las soluciones obtenidas sean soluciones válidas.

Una función objetivo, en optimización matemática, es una función que se busca maximizar o minimizar. Esta función evalúa el rendimiento, el valor, el costo o cualquier otro parámetro definido asociado a un conjunto específico de decisiones o variables. En esencia, la función objetivo representa la métrica que se intenta optimizar para encontrar la solución más favorable en un problema determinado.

En problemas de optimización, se identifican variables de decisión que influyen en el resultado de la función objetivo. El propósito es ajustar estas variables para maximizar o minimizar el valor de la función objetivo, sujeto a restricciones específicas, considerando que existan dichas restricciones. El espacio objetivo corresponde con la cantidad de funciones que se desea optimizar en un problema de optimización, en un problema mono – objetivo la dimensión de este espacio es unidimensional, en cambio en los problemas multi objetivo este espacio es multi dimensional, donde cada dimensión corresponde a las funciones objetivo a optimizar.

El espacio de decisiones o búsqueda no se debe confundir con el espacio objetivo, puesto que el primero es el dominio de la(s) función(es) a optimizar y por lo general es multidimensional; mientras que el espacio objetivo corresponde al co-dominio de la(s) función(es) y este espacio tiene tantas dimensiones como funciones objetivo se optimizan de forma simultánea como se ilustra en la figura 4.1.

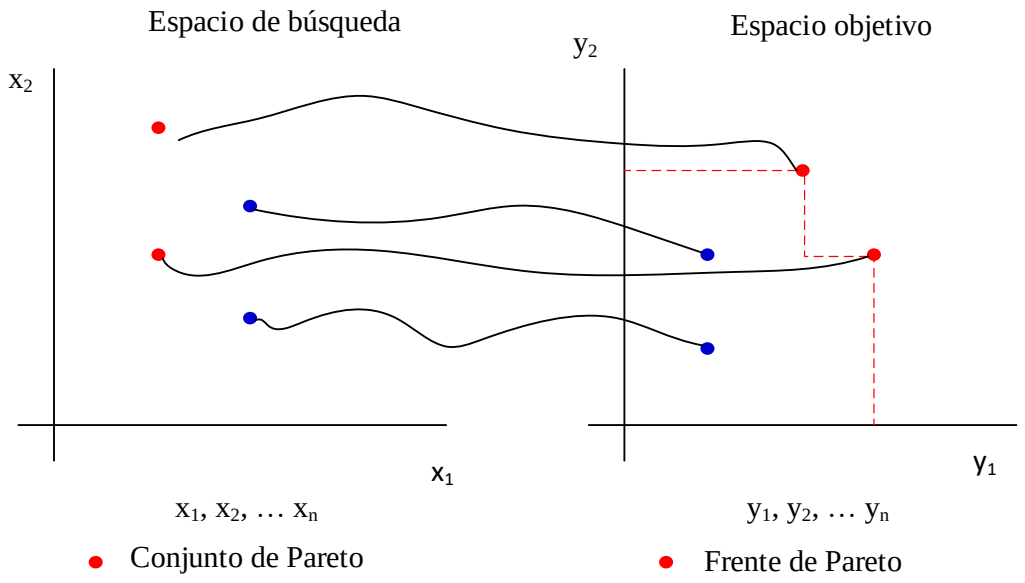


Figura 4.1. Espacio de búsqueda y espacio objetivo.

Las variables de decisión en el espacio de un problema que contiene *n* dimensiones, se definen como las variables *n-dimensionales* que identifican cada solución en dicho espacio de un problema cualquiera en forma unívoca.

4.3 Métodos de optimización

Los métodos de optimización también se conocen como técnicas de programación matemática y generalmente se estudian como una parte de lo que se conoce como investigación de operaciones. La investigación de operaciones es una rama de las matemáticas relacionada con la aplicación de técnicas y métodos científicos a los problemas de toma de decisiones, con el establecimiento de la solución óptima. La siguiente tabla muestra varias técnicas de programación matemática junto con otras áreas bien definidas de la investigación de operaciones [94].

Tabla 4-1. Métodos de investigación de operaciones (optimización)

Técnicas de procesos estocásticos	**Métodos estadísticos**	**Técnicas de programación matemática**
Teoría de decisiones	Análisis de regresión	Métodos clásicos basados en cálculo.
Procesos de Markov	Reconocimiento de patrones	Programación con restricciones.
Teoría de colas	Diseño de experimentos	Programación sin restricciones
Teoría de renovación	Análisis discriminatorio	Programación lineal
Métodos de simulación		Programación no lineal
Teoría de confiabilidad		Programación geométrica
		Programación cuadrática
		Programación entera
		Programación real
		Programación de un objetivo
		Programación de múltiples objetivos
		Redes neuronales
		Computación evolutiva

Es de resaltar que esta clasificación no es única, está dada principalmente por conveniencia y para presentar las principales técnicas de programación matemática. Los métodos de optimización como los presentados en la tabla 1, también se pueden clasificar en dos grupos distintos: directos y basados en el gradiente [94].

En los métodos directos la estrategia de búsqueda se realiza mediante la utilización de una función objetivo (f (x)) y de un conjunto de restricciones: (g_j (x), h_k (x)), a diferencia de los métodos basados en el gradiente, que utilizan la primera y/o segunda derivada de la función objetivo y/o de las restricciones para guiar el proceso de búsqueda.

Los métodos directos normalmente son lentos y requieren evaluar muchas veces la función para que puedan converger; esto se debe a que no utilizan la información de derivadas. Por otro lado, los métodos basados en gradiente convergen rápidamente a una solución óptima, pero no son eficientes en problemas no diferenciables o discontinuos. Además de lo anterior, existen algunas dificultades que son comunes a la mayoría de las técnicas tradicionales, tanto directas como basadas en el gradiente:

- La convergencia a una solución óptima depende de la solución inicial seleccionada.
- La mayoría de los algoritmos tienden a converger en una solución sub-óptima.
- Un algoritmo que es eficiente para resolver un problema de optimización puede no ser eficiente en la resolución de un problema diferente.
- Los algoritmos no son eficientes para manejar problemas que tienen variables discretas.
- Los algoritmos pueden no ser utilizados eficientemente en procesamiento paralelo.

Debido a las no linealidades y a las complejas interrelaciones entre las variables del problema que a menudo existen en los problemas de ingeniería de diseño, el espacio de búsqueda puede tener varias soluciones óptimas, de las cuales, la mayoría corresponde a óptimos locales no deseados. Cuando se resuelven estos problemas, los métodos tradicionales pueden quedar atrapados en algunas de estas soluciones óptimas locales.

Generalmente, cada algoritmo de optimización está diseñado para resolver un tipo específico de problema. Por ejemplo, el método de programación geométrica está

diseñado para resolver sólo funciones objetivo y restricciones de tipo posinomial. La programación geométrica es eficiente para resolver este tipo de problemas, pero no puede aplicarse adecuadamente para resolver otro tipo de problemas.

Los métodos de gradiente conjugado tienen pruebas de convergencia para resolver funciones objetivo-cuadráticas que tienen una solución óptima, pero no se espera que funcionen bien en problemas que tienen múltiples soluciones óptimas.

En resumen, un algoritmo que puede ser el más adecuado para resolver un problema, puede no ser aplicable para resolver un problema diferente. Esto requiere que sea necesario conocer varios algoritmos de optimización para poder resolver diferentes problemas de diseño y se sugiere que los métodos tradicionales no son buenos candidatos para ser considerados como algoritmos de optimización eficientes para la ingeniería de diseño, como se plantea en el problema a resolver en este trabajo de tesis.

En optimización, existen dos tipos de formulaciones: en la primera se intenta optimizar un solo objetivo, en la segunda, el procedimiento trata de optimizar de forma simultánea dos o más objetivos. Para resolver cualquiera de estos dos tipos de formulaciones, existen múltiples técnicas de programación matemática y métodos numéricos. Sin embargo, todos ellos requieren restricciones e información adicional del modelo, como continuidad y que sean derivables.

Una alternativa a la resolución de problemas de optimización es el enfoque heurístico, que permite obtener soluciones razonables a un costo computacional aceptable, pero no garantiza la optimalidad (ni siquiera la viabilidad) de las soluciones obtenidas [95], [96].

Los métodos heurísticos son una alternativa para resolver problemas de optimización, se obtienen soluciones aceptables a un costo computacional razonable; el empleo de estos métodos tiene la limitante de que no se puede garantizar la optimalidad de las soluciones obtenidas. Dentro de los métodos heurísticos se encuentra la computación evolutiva; este tipo de algoritmos emplea las soluciones de un problema como individuos de una población, y dichos individuos son mejorados utilizando mecanismos inspirados en la evolución de los seres vivos.

En la figura 4.2, se muestra la taxonomía de los algoritmos globales de optimización [97].

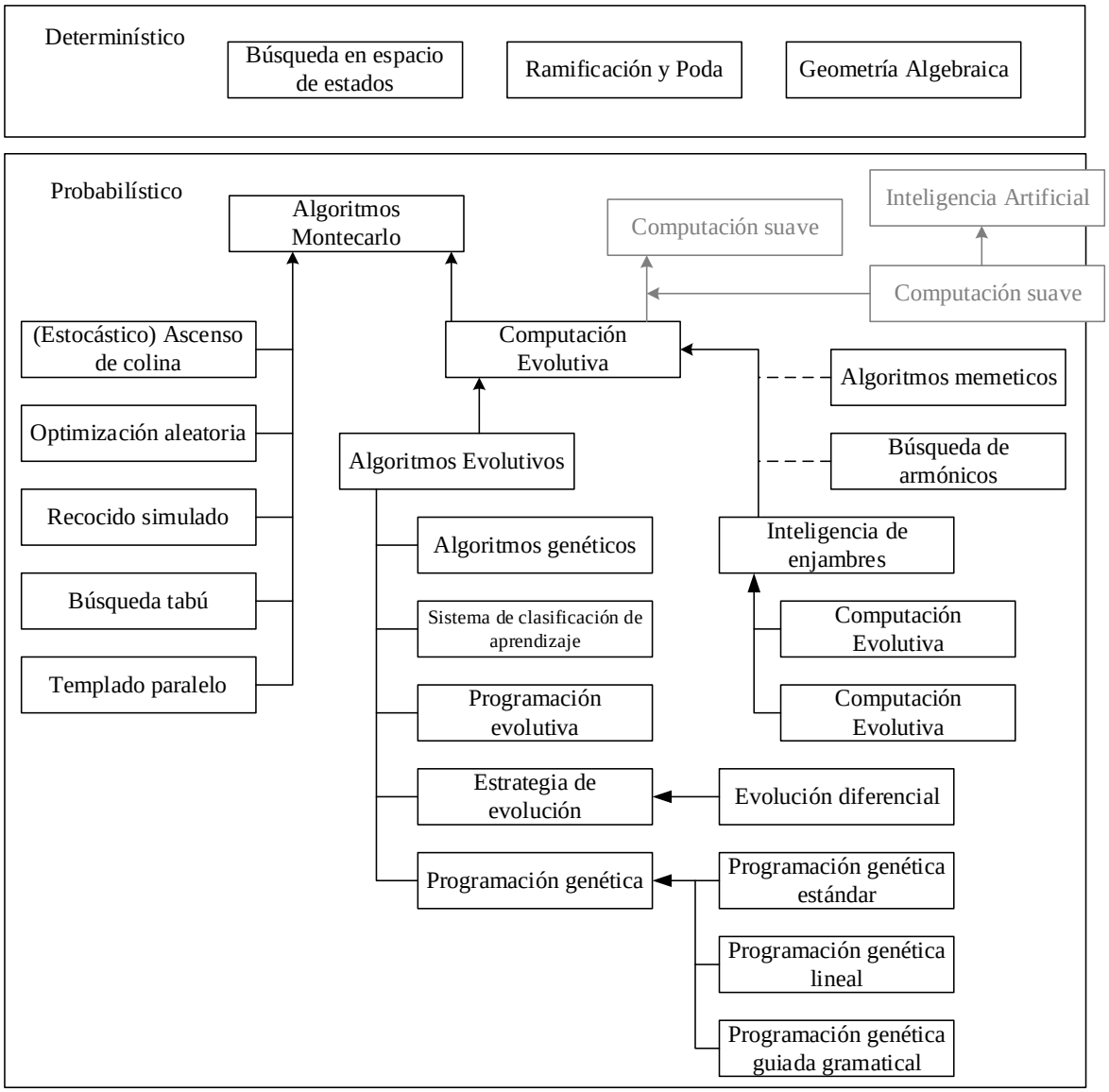


Figura 4.2. Taxonomía de los algoritmos globales de optimización.

4.4 Optimización en ingeniería eléctrica

A lo largo de los años, el área de la ingeniería eléctrica se centró en el análisis y la síntesis de un sistema con un número limitado o pequeño de elementos. Hoy en día, las cosas han cambiado. No solo los sistemas son cada vez más grandes y complejos, sino que también se conectan y colaboran entre sí. Trabajan hacia un objetivo común mientras enfrentan algunas limitaciones. Para abordar los requisitos de los sistemas de ingeniería eléctrica emergentes, esta área se ha visto influenciada recientemente por la optimización matemática [98], [99]. Esto es de gran importancia cuando existe la necesidad de que los sistemas de ingeniería operen económicamente.

El conocimiento de la optimización ayuda a los ingenieros a diseñar sistemas más eficientes, a llevar a cabo el modelado, diseño y análisis sistemáticos de redes y sistemas complejos considerando las restricciones y parámetros requeridos. Por ejemplo, las infraestructuras de comunicación y energía eléctrica son cada vez más inteligentes, un mayor número de dispositivos electrónicos se colocan en circuitos integrados, y la tecnología de la información genera y procesa más datos. En particular en nuestro campo de interés, dentro de la ingeniería eléctrica, en la rama de máquinas eléctricas se encuentra el diseño de máquinas rotativas; aquí es donde se hace uso de técnicas de optimización para mejorar el desempeño de los diseños que se realizan, en particular en el campo de los generadores síncronos de imanes permanentes.

4.5 Computación evolutiva y optimización

La teoría de la selección natural sugiere que las plantas y los animales que existen hoy son el resultado de millones de años de adaptación a las demandas ambientales. En un momento dado, muchos organismos diferentes pueden coexistir dentro de un ecosistema, compitiendo por los mismos recursos a lo largo del tiempo.

Los organismos que pueden adquirir recursos y reproducirse con éxito son aquellos cuya descendencia tiende a reproducirse en el futuro. Por alguna razón, los organismos menos capaces tienen poca o ninguna descendencia futura. Los más capaces se consideran mejor que los menos capaces. Se cree que las poblaciones generales de los ecosistemas evolucionan con el tiempo para contener, en promedio, organismos más saludables que las poblaciones anteriores, porque exhiben rasgos de supervivencia más favorables.

La computación evolutiva se refiere al uso de algoritmos evolutivos de búsqueda y optimización que intentan reproducir mediante modelos computacionales, la mecánica inherente a la evolución natural para resolver problemas difíciles de optimización [100]. Los algoritmos evolutivos (AE) utilizan una población de individuos que evolucionan sobre numerosas generaciones; cada uno de estos individuos representa una posible solución a un problema. En cada generación, los individuos son seleccionados, mutados y recombinados para producir descendientes; finalmente, los individuos más aptos sobreviven mientras que los menos aptos son eliminados de la población. La búsqueda es guiada en forma iterativa por una medida de aptitud (fitness), la cual indica qué tan bueno es un individuo con respecto al objetivo que se desea alcanzar. Esta búsqueda

evolutiva da como resultado uno o más individuos que posiblemente solucionen el problema en cuestión [100], [101].

Los algoritmos evolutivos han sido bien adaptados a tareas de optimización realizadas en investigaciones, industrias y negocios. Sin embargo, su habilidad para encontrar soluciones óptimas globales disminuye en la presencia de muchos óptimos locales, un gran número de dimensiones o regiones aisladas con altos niveles de aptitud. Este fenómeno se conoce como convergencia prematura y está considerado como una seria falla de los AE.

La utilización de los parámetros apropiados para los operadores evolutivos (selección, mutación y recombinación) puede prevenir la aparición de este fenómeno. Sin embargo, encontrar los valores ideales para estos parámetros puede ser un trabajo tedioso que requiere de conocimiento experto, lo cual disminuye considerablemente la parte atractiva de las técnicas evolutivas de búsqueda y optimización [102].

4.5.1 Clasificación

La idea de los algoritmos evolutivos apareció a principios de la década de los 60, cuando varios científicos en Estados Unidos y Alemania, en forma independiente, desarrollaron técnicas de optimización inspiradas en el proceso evolutivo. Durante largo tiempo muchos de estos investigadores trabajaron en paralelo sin notar la existencia de los otros. Esto llevó al desarrollo de diferentes escuelas de pensamiento dentro de esta área de investigación. Actualmente, muchos AE pueden clasificarse en alguno de los siguientes paradigmas:

a) Programación evolutiva (PE)

Se originó con Lawrence Fogel en 1962 [103], como un intento por crear inteligencia artificial [5]. La población de individuos normalmente estaba formada por máquinas de estados finitos y en lugar de hacer énfasis en el modelado de operadores genéticos, como en algoritmos genéticos, se enfatizaba la evolución del comportamiento de padres a hijos. La PE está inspirada en una abstracción de la evolución al nivel de las especies.

b) Estrategias evolutivas (EE)

Fueron desarrolladas por Rechenberg y Schwefel en 1965, con el objetivo principal de resolver problemas experimentales de optimización de parámetros [100]. Un individuo en la población es un arreglo de parámetros reales; no hay codificación. Las EE originalmente estaban basadas en una población de tamaño uno; en cada iteración la competencia por la supervivencia se realiza entre el padre y un solo descendiente. Sin embargo, ahora las EE normalmente utilizan una población más grande.

c) Algoritmos genéticos (AG)

Los algoritmos genéticos (AG) fueron introducidos por Holland en 1962; originalmente fueron concebidos como un modelo general de procesos adaptativos [100], pero posteriormente fueron ampliamente adoptados como optimizadores [101] [102]. Están inspirados en los procesos genéticos naturales, y por lo tanto tienen una población de cromosomas, análogos al ADN de un organismo natural. La población evoluciona mediante la utilización de operadores genéticos.

d) Los algoritmos de optimización de cúmulo de partículas

Estos algoritmos imitan el comportamiento de organismos sociales como colonias o enjambres de insectos, como por ejemplo hormigas, termitas abejas y avispas entre muchos otros. La optimización con el método colonia de hormigas está basado en el comportamiento cooperativo de las colonias de hormigas, las cuales son capaces de encontrar el camino más corto hasta su nido o una fuente de alimento [2].

e) Optimización por colonia de hormigas

Marco Dorigo propuso este algoritmo, el cual está inspirado en el comportamiento de las colonias de hormigas y como este insecto social busca los caminos hacia las fuentes de alimentos y sus colonias [93]. En este algoritmo, las hormigas artificiales intercambian información en forma indirecta esto es con la utilización de feromonas. En la implementación, las hormigas deciden el camino con base a un proceso local estocástico. A su vuelta dejan rastros de feromonas en las conexiones utilizadas. Se implementan además procedimientos de evaporación de las feromonas; este procedimiento tiene como objetivo evitar que el algoritmo quede atrapado en óptimos locales. Este algoritmo se caracteriza porque las soluciones son aceptables; las hormigas no son adaptativas, pero si es adaptativa la forma en que modifican la forma del problema visto por ellas.

f) Recocido simulado

Este es un algoritmo metaheurístico de optimización global, su inspiración se basa en los procesos de cocción de metales y cerámicas. Este algoritmo implica el calentamiento y el enfriamiento controlado; se desarrolló de manera simultánea por dos equipos de investigación independientes en los años 80 del siglo XX, su rendimiento es dependiente

del enfriamiento durante el proceso iterativo del algoritmo y a su vez depende del problema a optimizar. La convergencia de este algoritmo se ha demostrado en forma teórica al óptimo global.

Capítulo 5
Algoritmos Genéticos y Optimización Aplicada

Los algoritmos genéticos han sido probados en forma teórica y práctica para realizar búsquedas en espacios complejos. La primera monografía sobre este tópico fue escrita por Holland en 1975 [101]. Muchos trabajos han probado la validez de esta técnica en aplicaciones como diseño, control y optimización de funciones. Actualmente, los algoritmos genéticos tienen amplia aplicación en áreas como negocios, ciencia e ingeniería [2], [102], puesto que son computacionalmente simples, pero con alto potencial en búsqueda de mejoras. Además, no están limitados por suposiciones restrictivas sobre el espacio de búsqueda (continuidad, derivables, unimodalidad, entre otras) [104], [105].

Los algoritmos genéticos requieren el conjunto natural de parámetros del problema de optimización para codificarlo como cadenas de longitud finita sobre algún alfabeto finito. En muchos métodos de optimización, el movimiento se hace desde un punto en el espacio de decisión hacia el siguiente, utilizando alguna regla de transición para determinar ese siguiente punto. Este tipo de movimiento contiene la indicación perfecta para localizar extremos falsos en el espacio de búsqueda. En cambio, los algoritmos genéticos trabajan a partir de una base de datos de puntos en forma simultánea, escalando muchos extremos en paralelo; por lo tanto, la probabilidad de encontrar un extremo falso se reduce.

Un algoritmo genético inicia con una población de individuos y a partir de ahí genera poblaciones sucesivas de individuos; trabaja a partir de una población de individuos bien adaptados en lugar de trabajar con un solo punto. Para realizar una búsqueda efectiva buscando mejores y mejores estructuras solamente se requieren valores de una función objetivo asociados con cada individuo. La idea básica de los algoritmos genéticos es utilizar la evolución como un modelo para el proceso computacional de optimización. La teoría de la evolución está basada en conceptos como selección natural y supervivencia del más apto. A medida que avanza la evolución de soluciones, toda la población se adaptará al ambiente y conforme avanza el tiempo, la población convergerá hacia un óptimo.

5.1 Aplicaciones de los algoritmos genéticos

Desde que se desarrollaron los algoritmos genéticos, a mediados del siglo pasado, al paso del tiempo fueron ganando aplicación y mayor desarrollo. Algunas razones por las que son muy atractivos pueden describirse a continuación.

a) Se ha demostrado en múltiples aplicaciones que son capaces de resolver en menor tiempo (comparados con otras técnicas de optimización) y eficientemente problemas complejos que tienen características como: tener un gran espacio de búsqueda, alta dimensión de la función de aptitud y funciones de aptitud no lineales.
b) En su implementación se puede utilizar poca información específica del problema, puesto que solo es requerida una solución propuesta y asignar una evaluación.

c) En los algoritmos genéticos es posible modificar o incorporar conocimiento en los operadores genéticos lo que los hace extensibles.

d) Se pueden emplear como método inicial de búsqueda global para luego continuar con algún método de búsqueda local.

Entre las múltiples aplicaciones de los algoritmos genéticos se tienen: diseño de circuitos VLSI, optimización de redes de comunicaciones, problema del viajero, optimización de funciones, procesamiento de imágenes, reconocimiento de patrones, sistemas clasificadores, etc. [106].

5.1.1 Operadores genéticos

En la implementación de los algoritmos genéticos es importante la utilización de los operadores genéticos los cuales corresponden a:

a) Selección

En la implementación de los algoritmos genéticos, mediante la selección se escogen los individuos de la población inicial en el algoritmo o población anterior que pasarán a la siguiente generación. La cantidad de individuos está predeterminada por el tamaño de la población. El proceso de selección es el primer operador genético que se aplica en los algoritmos genéticos y se realiza directamente a la población, y su función es elegir a aquellos individuos que van a reproducirse para producir una nueva población. En la figura 5.1 muestra el proceso básico de selección en algoritmos genéticos.

En algoritmos genéticos se han desarrollado diversas estrategias para los procesos de selección de los individuos, cuyo cruce resulte en individuos con mejores cualidades. Estas estrategias se basan en establecer una probabilidad de selección la cual estará relacionada con el valor de la función de aptitud de los individuos, por lo que con estas estrategias los mejores individuos tienen más opciones de ser elegidos [107].

Una de las estrategias de selección y de amplia aplicación es la selección de Ruleta. A cada individuo se le asigna una probabilidad de selección proporcional a $f(C_i)$, expresada mediante la expresión 4.1:

$$P(C_i) = \frac{f(C_i)}{\sum_{j=1}^{N} f(C_i)} \tag{5.1}$$

El principio de funcionamiento es que la población representa una ruleta, en este principio el espacio correspondiente a cada individuo es proporcional a la probabilidad de ser seleccionado. La ruleta gira N veces, y cada vez será seleccionado un individuo, con esta selección serán elegidos todos los individuos que pasarán a la siguiente generación. Existen diversas estrategias para realizar la selección, estas estrategias tienen como finalidad evitar que un individuo con un valor de la función aptitud que sea considerablemente más alto al de los demás individuos sea elegido de forma repetida o constante, y de esta manera unas pocas soluciones se repiten una y otra vez, eliminando la diversidad de la población.

El muestreo estocástico universal consiste en una implementación de la ruleta en la que, en vez de haber un seleccionador, hay N seleccionadores y la ruleta se gira una sola vez, y con ese giro serán seleccionando los N individuos en una sola tirada. Otro

método de selección es mediante torneo, en la cual se repite N veces el proceso de elegir aleatoriamente dos individuos los cales son sometidos a un torneo en el que el mejor tendrá más probabilidad de ganar [107], [108].

Otros operadores utilizados para la selección son [109]:

- Selección de Boltzmann
- Selección de torneo.
- Selección de rango.
- Selección de estado estable.
- Selección de truncamiento.
- Selección local.

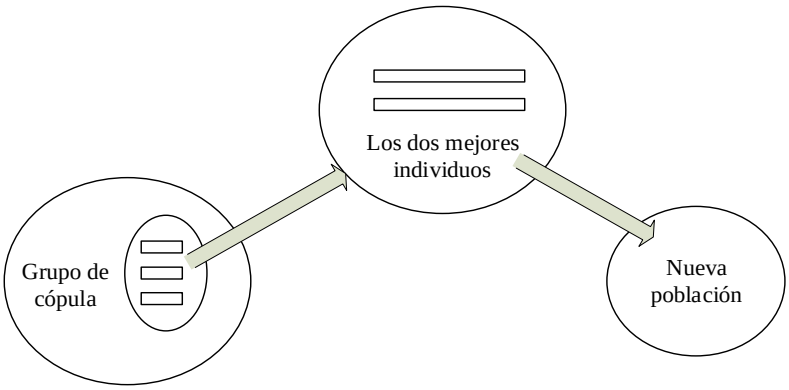


Figura 5.1. Proceso básico de selección en algoritmos genéticos.

b) Cruza

Para la cruza, se seleccionan al azar dos cromosomas padres y un punto de fraccionamiento también al azar y se obtienen dos hijos permutando los fragmentos de ambos padres. La cruza, también denominada recombinación, consiste en que una vez que se han seleccionado aquellos individuos que se van a reproducir, se cruzan entre

ellos para producir nuevos individuos que contienen las características de los individuos seleccionados (padres). No todos los individuos seleccionados se reproducen, una parte de ellos pasa a la siguiente generación tal cual son seleccionados. Como en el caso de la selección para la recombinación, existen diferentes estrategias:

- Cruce simple

Es el método más simple para el proceso de cruce, y es aplicable en el caso de los algoritmos genéticos que han sido codificados tanto de manera binaria como de manera real, siempre y cuando el individuo esté compuesto por más de un parámetro o valor. En la figura 5.2 se muestra cómo se elige aleatoriamente un punto entre 0 y N, siendo N la longitud o cantidad de parámetros del cromosoma o individuo, y se divide en dos desde ese punto. Los genes de la parte izquierda a ese punto se toman del primer individuo o padre, y los de la derecha del segundo, formando un nuevo individuo con esos genes.

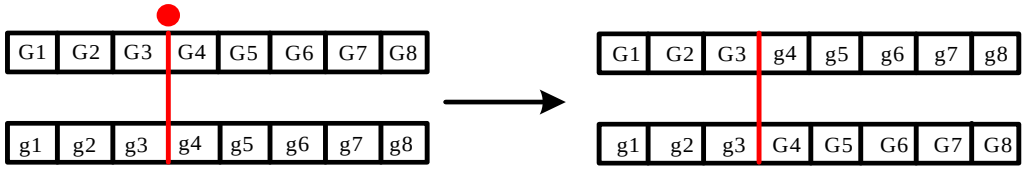


Figura 5.2. Ejemplo de cruce simple de dos cromosomas o individuos de 8 genes, a partir del tercer gen.

La cruza simple se puede generalizar eligiendo más de un punto de cruce, hasta el llamado cruce uniforme que se muestra en la figura 5.3 donde se van alternando todos los genes de los padres.

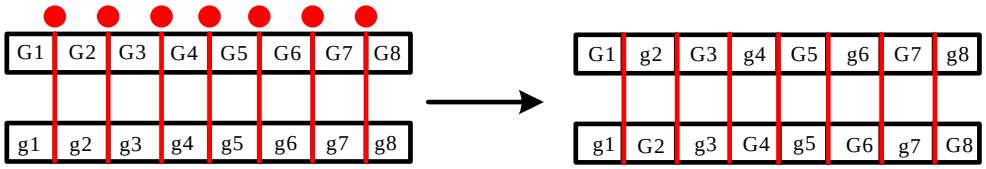


Figura 5.3. Cruce uniforme entre dos cromosomas de 8 genes.

- Flat Crossover

Se emplea esta estrategia para cruzar cromosomas codificados mediante números reales. Es decir, teniendo: $C_1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ y $C_2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$ los dos cromosomas a cruzar, cada gen que producirá el cromosoma $C' = (x_1', x_2', \dots, x_n')$ llamado cromosoma hijo se calcula utilizando la siguiente expresión:

$$x_i' = \lambda_i \cdot x_i^1 + (1 - \lambda_i) \cdot x_i^2 \tag{5.2}$$

donde λ_i es un numero aleatorio entre [0,1].

Otras técnicas de cruza en la literatura son [109]:

- Cruzamiento uniforme.
- Cruzamiento uniforme media.
- Cruzamiento de los tres padres.
- Cruzamiento parcialmente coincidente.
- Cruzamiento por ciclos.
- Cruzamiento basado en la posición, etc.

c) Mutación

La mutación cambia uno o más genes del cromosoma con probabilidad igual a la tasa de mutación. En los algoritmos genéticos se puede entender como mutación al cambio que ocurre de manera aleatoria en un gen (esto es que un valor cambia por ejemplo de 0 a 1 o viceversa). Al ocurrir estos cambios, se añaden nuevas características a la población, y esos cambios ayudan a descubrir nuevas áreas en el espacio de búsqueda del algoritmo genético. Si esas características son nuevas, sobrevivirán durante generaciones siguientes, en cambio, si no lo son, desaparecerán.

La mutación se lleva a cabo solamente en unos pocos genes de unos pocos individuos, puesto que, de ocurrir en mayor proporción dentro de la población del algoritmo genético, éste se comportaría de una manera totalmente aleatoria, por lo que la tasa de mutación suele ser muy pequeña, hasta en un 5% o menos. La figura 5.4 muestra un ejemplo de mutación.

Figura 5.4. Mutación aleatoria del cuarto gen de un individuo codificado de manera binaria.

Algunas de las técnicas populares para mutación en la literatura son:

- Uniforme.
- No uniforme.
- Gaussiana.
- Mutación supervisada.
- Mutación de unicidad.
- Probabilidad variable de mutación.
- Reducción, etc.

Para aplicar técnicas de optimización, es necesario definir primero los objetivos. Estos son, por ejemplo, el costo de producir un diseño, el tiempo que lleva fabricarlo, el error de aproximación, etc. El segundo factor por determinar son los parámetros que permiten ajustar las propiedades del problema. El objetivo será encontrar los valores de estos parámetros para optimizar el problema. Finalmente, se deben definir las restricciones que deben cumplir los parámetros. Por ejemplo, si un parámetro es la distancia, no puede tomar un valor negativo.

Para optimizar un modelo se deben identificar elementos como los que se mencionan a continuación; estas definiciones fueron mencionadas en el Capítulo 4 de esta tesis:

Variables de decisión. Son los parámetros que determinan una posible solución del problema. Las variables de decisión se denotan por el vector:

$$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots, \boldsymbol{x_n}]^{\boldsymbol{T}},\ \boldsymbol{x_i} \in \boldsymbol{R} \tag{5.3}$$

A una elección particular de los elementos de un vector de variables de decisión se le conoce como solución de la optimización.

Función objetivo. Es la expresión matemática bajo la que se evaluarán las variables de decisión para realizar el proceso de optimización, es una expresión vectorial

$$\boldsymbol{f(x)} = [f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), \dots, f_k(\boldsymbol{x})]^{\boldsymbol{T}} \tag{5.4}$$

Restricciones. Se llama restricción a cada uno de los elementos en las funciones de igualdad o desigualdad que involucran a una o más variables. En los problemas de optimización se deben satisfacer todas las restricciones para considerar una solución como factible. En caso contrario si no se cumplen es una solución no factible [101], [103], [110].

En la figura 5.5 se muestra el ciclo básico de los algoritmos genéticos [97].

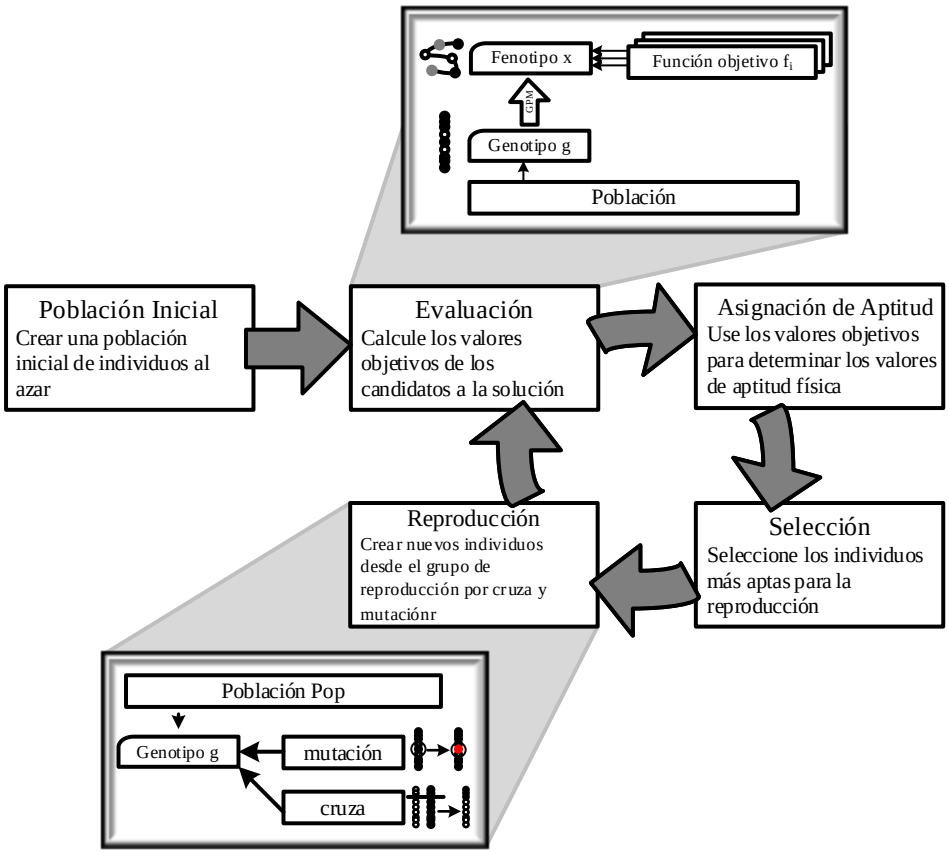


Figura 5.5. Ciclo básico de los algoritmos genéticos.

En la figura 5.6 se presenta el diagrama de flujo con un procedimiento generalizado de los algoritmos genéticos, con el cual se puede realizar el pseudocódigo de un algoritmo genético [104]. A continuación, se muestra el procedimiento representado en seudocódigo, el cual puede ser implementado en diversos lenguajes de programación para ser utilizados:

Función objetivo $f(x),\ x = (x_1, x_2, \dots x_i)^{\ T}$

Codificar solución en cromosomas (cadenas binarias)

Definir FITNESS

Generar población inicial

Inicializar probabilidad de cruce (p_c) y mutación (p_m)

WHILE (t < Max núm. de generaciones)

    Generar nueva solución por cruce y mutación

    IF p_c > rand, cruce; **END IF**

    IF p_m > rand, mutar; **END IF**

    Aceptar nueva solución si mejora su FITNESS

    Seleccionar los mejores para nueva generación (ELITISMO)

END WHILE

Decodificar los resultados y visualizar

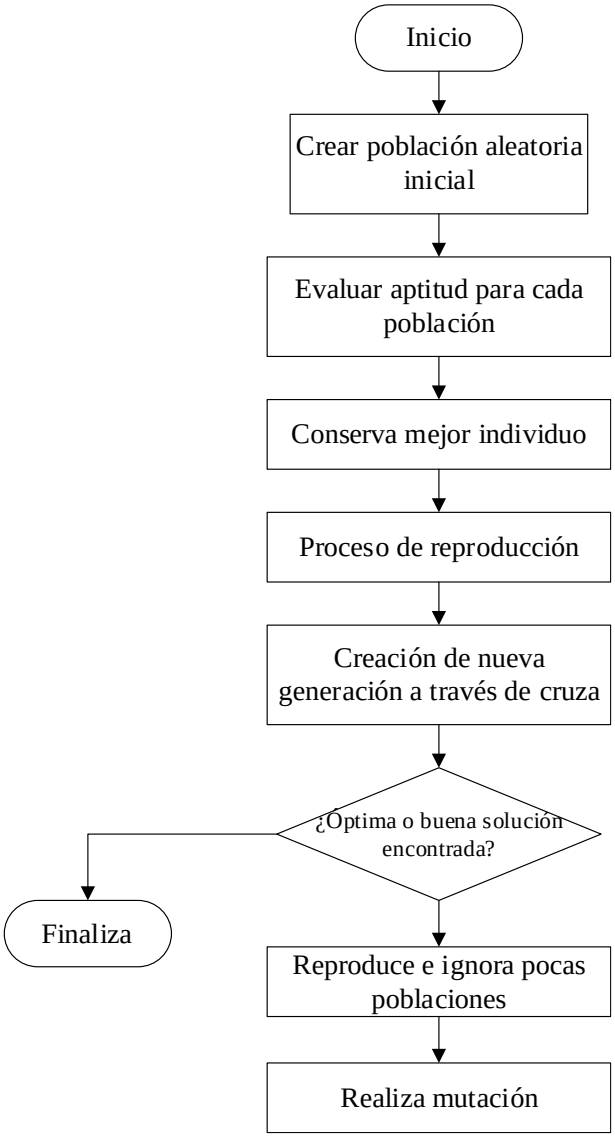


Figura 5.6. Procedimiento generalizado de un algoritmo genético.

En la figura 5.7 se muestra el diagrama de la implementación del procedimiento de diseño de máquinas eléctricas (generador síncrono) utilizando los algoritmos genéticos [111].

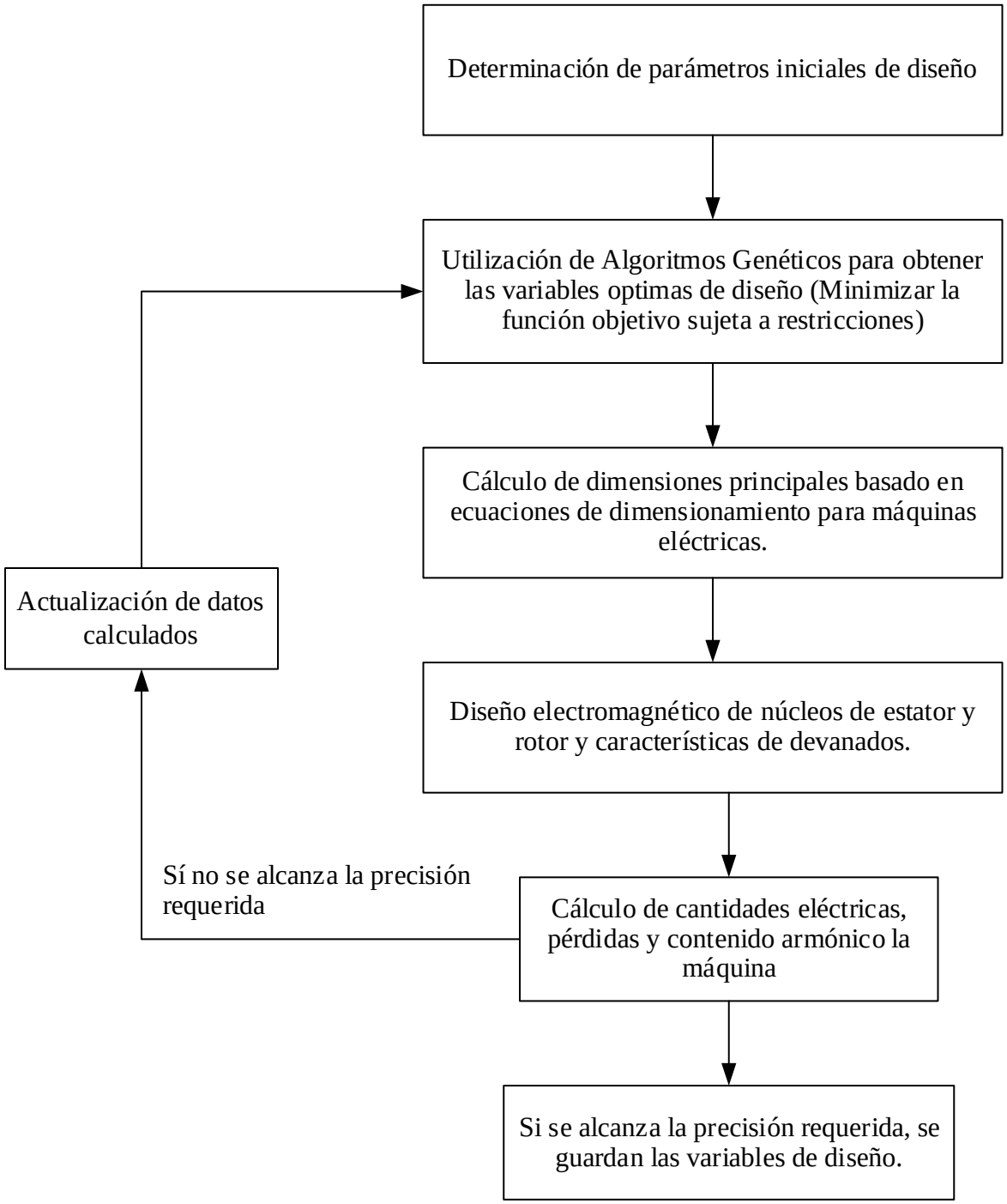


Figura 5.7. Procedimiento para el diseño de una máquina eléctrica usando algoritmos genéticos.

Capítulo 6
Resultados

6.1 Introducción

El presente capítulo muestra los resultados obtenidos del desarrollo de esta tesis, para lo cual se hace una breve descripción de los modelos electromagnéticos empleados para el modelo y análisis del generador al que se realiza la optimización de la cara polar.

Los análisis del comportamiento del generador se realizan con modelos electromagnéticos en el dominio del tiempo. Sin embargo, para llegar a estos modelos es importante conocer los antecedentes en modelos estáticos, con los cuales es posible comprender los resultados en modelos transitorios. También se presenta un esquema con el proceso general de configuración para la solución de los modelos electromagnéticos con software especializado de método de elemento finito asistido por computadora. La figura 6.1 muestra el proceso [112].

6.2 Formulación del modelo electromagnético en 2D utilizando potencial magnético vectorial

Los modelos electromagnéticos, como los que se emplean en esta tesis, se basan en modelos de campos acoplados, y se basan en la formulación con el potencial magnético vectorial, puesto que esta formulación tiene una relación directa con el flujo magnético. Además, permite establecer las ecuaciones acopladas con circuitos eléctricos y campos magnéticos de una forma sencilla [65].

Aplicando la relación del campo magnético con el potencial magnético vectorial en la ecuación del Maxwell (la ley de Faraday) se obtiene:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}} = \nabla \times \left[\boldsymbol{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{t}}\right] = 0 \tag{6.1}$$

A la ecuación 6.1 puede ser introducido un potencial eléctrico escalar V como:

$$\boldsymbol{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{t}} = -\nabla \mathrm{V} \tag{6.2}$$

Con 6.2, la densidad de corriente $\mathbf{J}$ puede ser escrita como:

$$\mathbf{J} = \sigma \boldsymbol{E} = \sigma\left[-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{t}} - \nabla \mathrm{V}\right] \tag{6.3}$$

Utilizando la relación $\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$ y escribiendo la inducción magnética como $\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} + \boldsymbol{B}_0$, donde B_0 es la inducción remanente de los imanes permanentes y remplazando en 6.3 se tiene:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \boldsymbol{A}\right) = \sigma\left[-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{t}} - \nabla \mathrm{V}\right] + \nabla \times \frac{1}{\mu} \boldsymbol{B}_0 \tag{6.4}$$

Con los antecedentes de la formulación de modelos electromagnéticos con el potencial magnético vectorial, y considerando resolverlos utilizando el método de elemento finito en 2D para un modelo transitorio.

La ecuación que se modela para la solución de campos acoplados es [112]:

$$\nabla \times \upsilon \nabla \times \mathbf{A} = \boldsymbol{J}_s - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{t}} - \sigma \nabla V + \nabla \times \boldsymbol{H}_c + \sigma v \times \nabla \times \boldsymbol{A} \tag{6.5}$$

donde $\boldsymbol{H}_c$ es la coercitividad del imán permanente, v es la velocidad de las partes móviles, A es el potencial magnético vectorial, V es el potencial eléctrico, $\boldsymbol{\upsilon}$ es la reluctividad y $\boldsymbol{J}_s$ es la densidad de corriente (fuente).

La solución transitoria que se utiliza emplea un marco de referencia que es fijado con respecto a los componentes del modelo y se establece la velocidad v igual a cero. Esto se logra considerando la ecuación para el potencial magnético vectorial en la parte móvil y estática en su propio marco de referencia con la velocidad siempre cero, esto permite que la derivada parcial se convierta en una derivada total respecto al tiempo, por lo que la ecuación 6.5 se convierte en:

$$\nabla \times \upsilon \nabla \times \mathbf{A} = \boldsymbol{J}_s - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{t}} - \sigma \nabla V + \nabla \times \boldsymbol{H}_c \tag{6.6}$$

que se obtiene en cada paso de tiempo en cada nodo en el modelo de elemento finito.

En esta ecuación 6.6 la velocidad esta implícita en la derivada total de A.

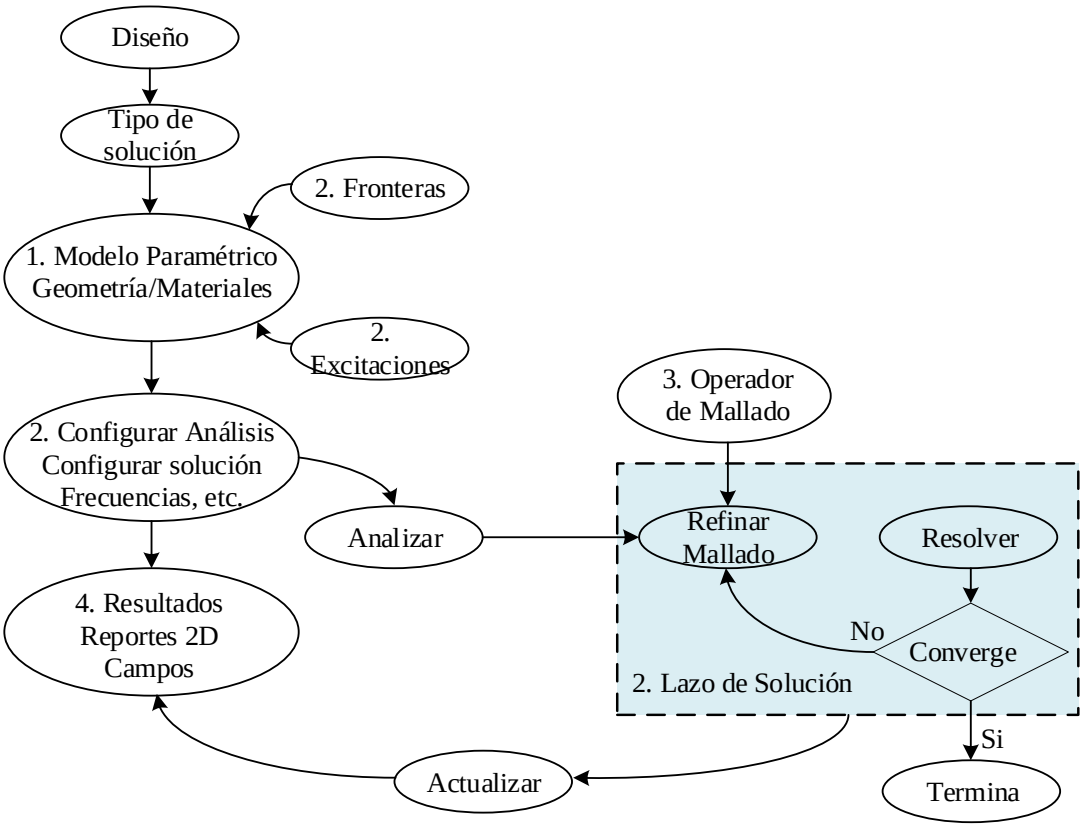


Figura 6.1. Proceso general de configuración para solución con software de método de elemento finito.

6.3 Modelo 2D del generador síncrono de imanes permanentes

El modelo que se analiza en esta tesis corresponde a un modelo de campos acoplados entre ecuaciones de campos y circuitos eléctricos para el comportamiento electromagnético. Este modelo se presenta en la figura 6.2, y corresponde a un modelo con el diseño de imanes embebidos en el rotor. Este tipo de generador corresponde a la topología de generadores con imanes insertados tangencialmente en el rotor.

Se presentan los resultados del análisis con un modelo acoplado de elemento finito en el comportamiento electromagnético del generador. En los resultados obtenidos se muestra los voltajes, corrientes, potencias y otros parámetros como el comportamiento del campo magnético en la zona del entrehierro. Estos resultados corresponden al modelo de elemento finito en 2D; la simulación de este modelo se realiza hasta un tiempo de simulación correspondiente a t=0.1s, este tiempo es suficiente para el análisis de los resultados en estado estable y correspondientes a 6 ciclos de trabajo a una frecuencia de 60 Hz.

En la figura 6.3, se muestra el mallado del modelo en 2D realizado para el análisis transitorio del generador síncrono de imanes permanentes, en donde se muestra una mayor densidad de elementos en la zona del entrehierro y el imán permanente. En estas zonas se realiza el mallado más denso porque se quiere conocer como es el

comportamiento del campo magnético en la zona del entrehierro y cómo la geometría de este diseño impacta en los resultados del análisis.

El primer resultado presentado corresponde a los voltajes inducidos en el generador en estado estable, en los cuales se muestra que los voltajes inducidos en las bobinas del estator. El valor obtenido es de 136.58 V rms para cada una de las fases; este resultado se muestra en la gráfica de la figura 6.4, en donde se puede apreciar magnitud y la forma de la señal obtenida en la simulación. En la gráfica de la figura 6.5 se muestran los voltajes en terminales del generador, en el que se tiene una magnitud de 127.0133 V rms por fase de la máquina.

Las corrientes nominales del generador se muestran en la gráfica de la figura 6.6, en donde se ilustra que los resultados de corrientes son de 2.42 A por fase del generador, obtenidas al conectarse a bus infinito. Estas gráficas representan la dinámica de operación del generador de imanes permanentes embebidos en su operación transitoria, y en las gráficas de las figuras 6.7 y 6.8 se muestran los resultados de par generado y las potencias eléctrica y mecánica obtenidas, en donde se muestra que el valor obtenido es 10.60 N-m, 923.77 W y 999.27 W respectivamente.

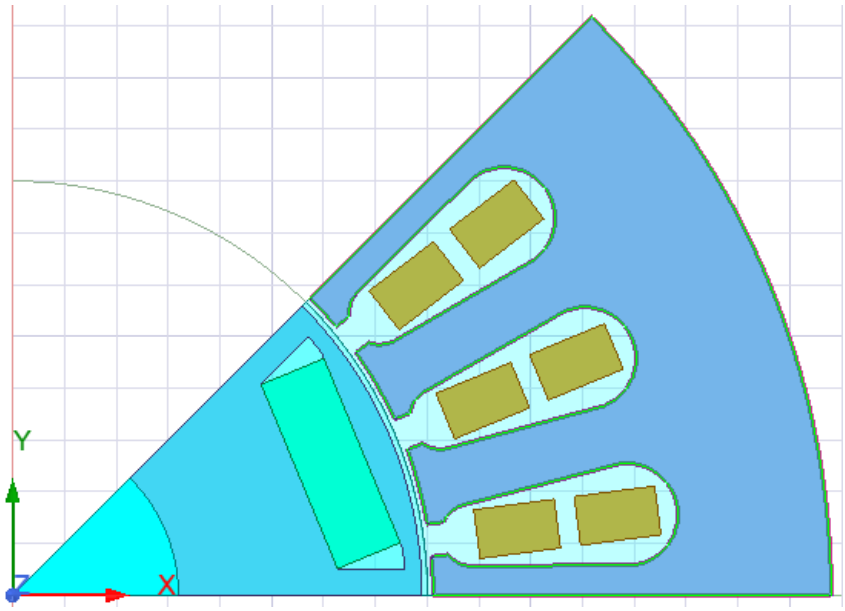


Figura 6.2. Modelo 2D del Generador síncrono de imanes permanentes de 900W.

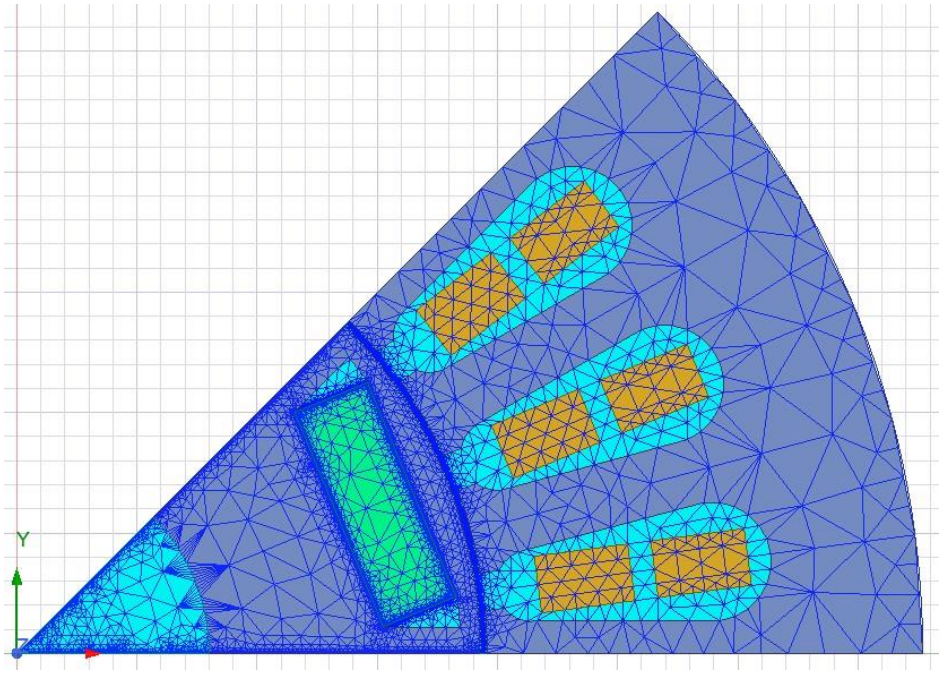


Figura 6.3. Mallado del modelo 2D del generador síncrono sin optimización.

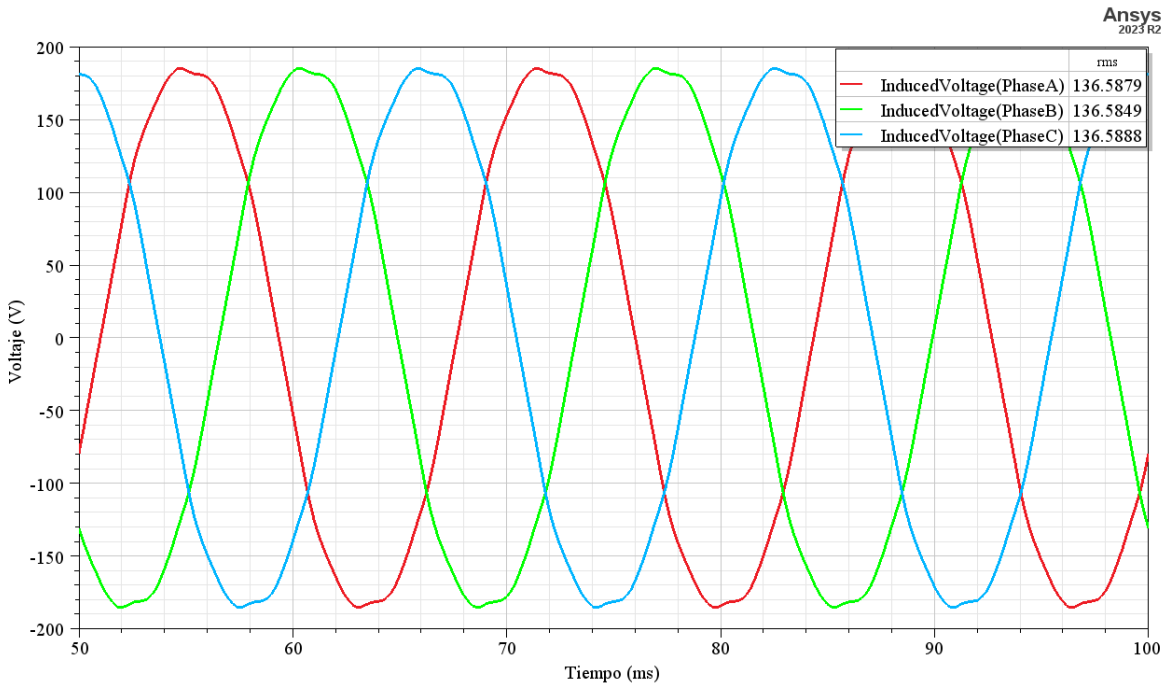


Figura 6.4. Voltajes inducidos en el generador síncrono sin optimización.

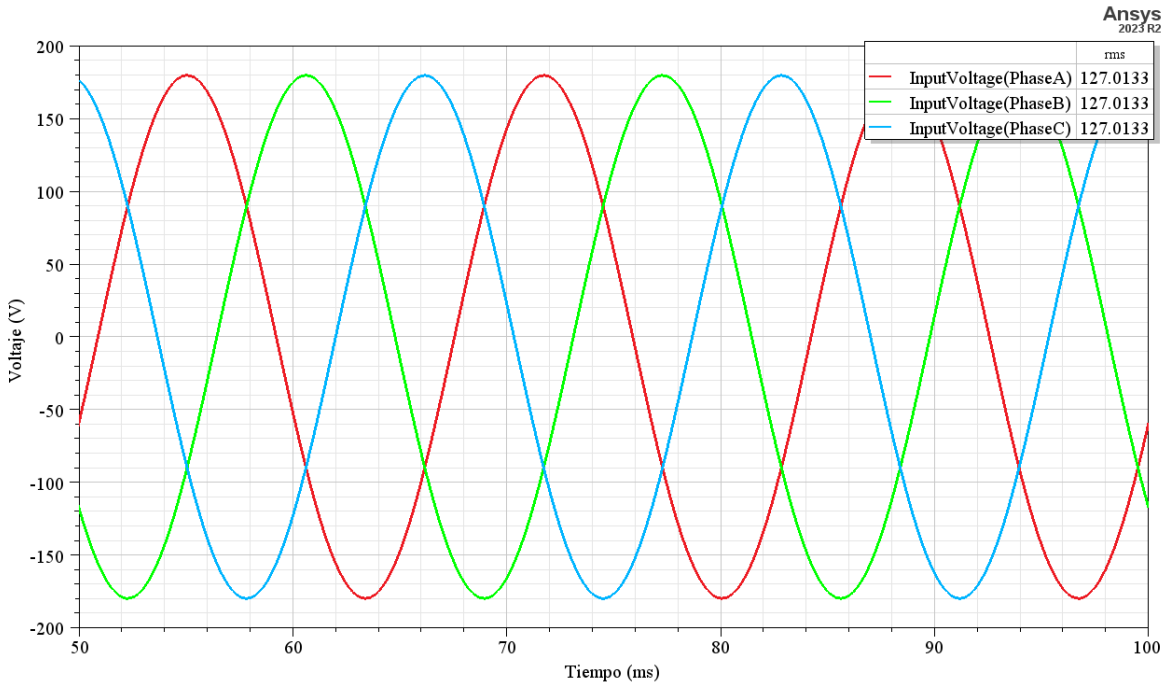


Figura 6.5. Voltajes en terminales del generador síncrono sin optimización.

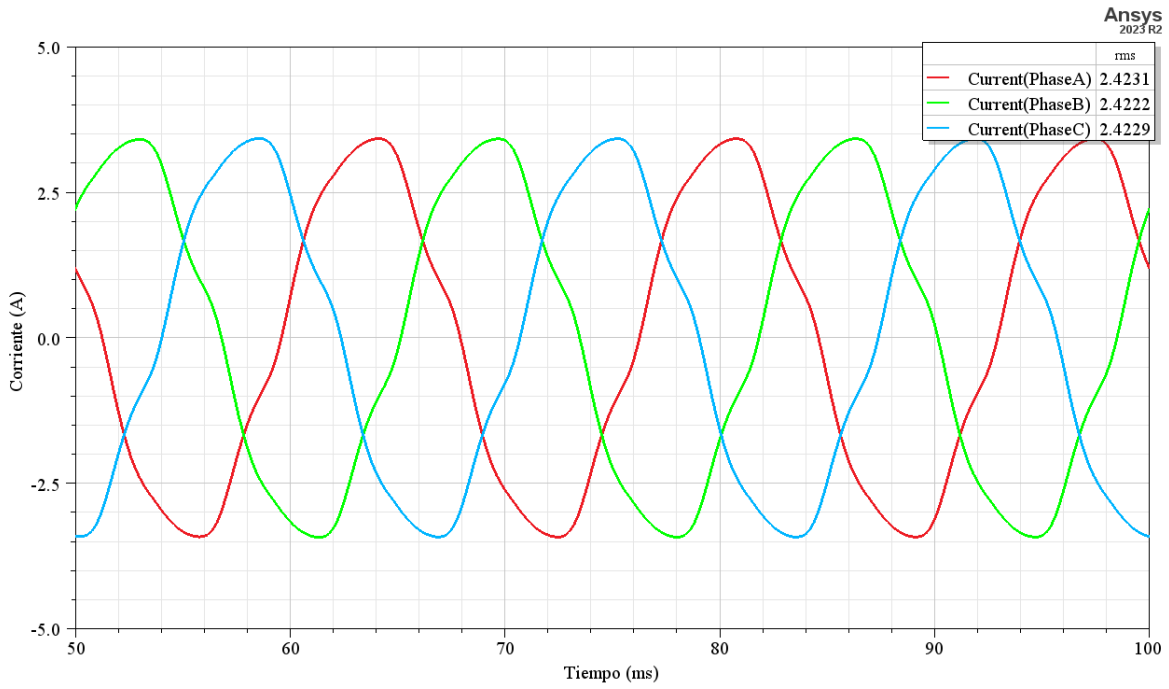


Figura 6.6. Corrientes de línea del generador síncrono sin optimización.

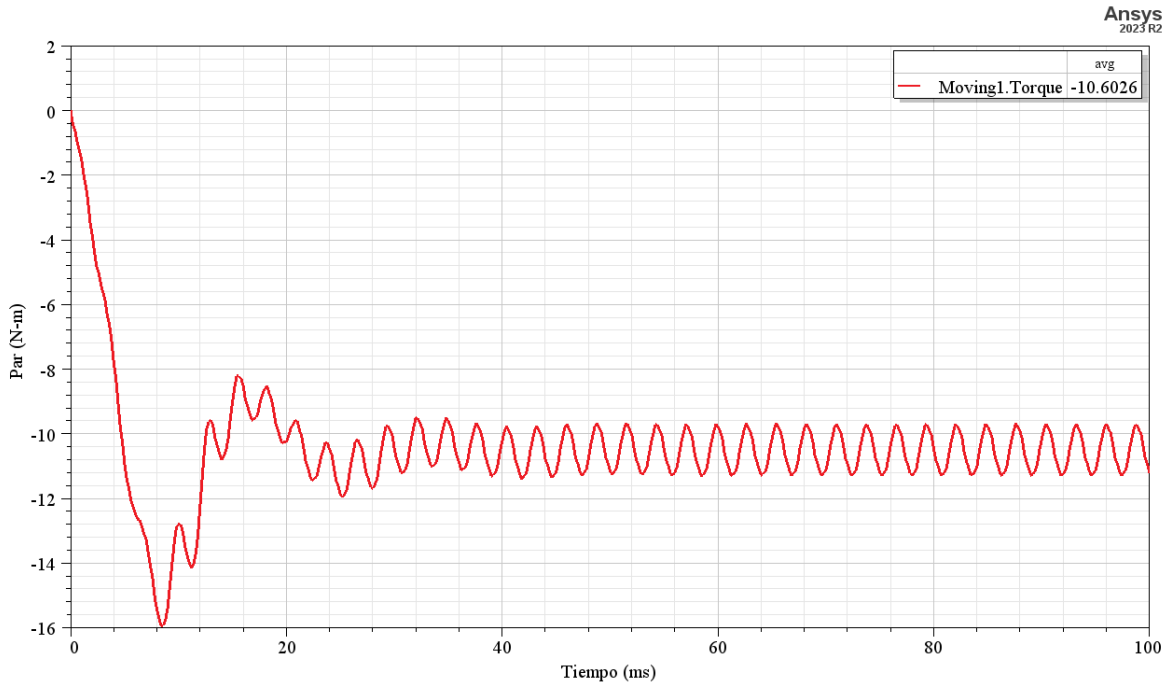


Figura 6.7. Par electromagnético del modelo del generador síncrono sin optimización.

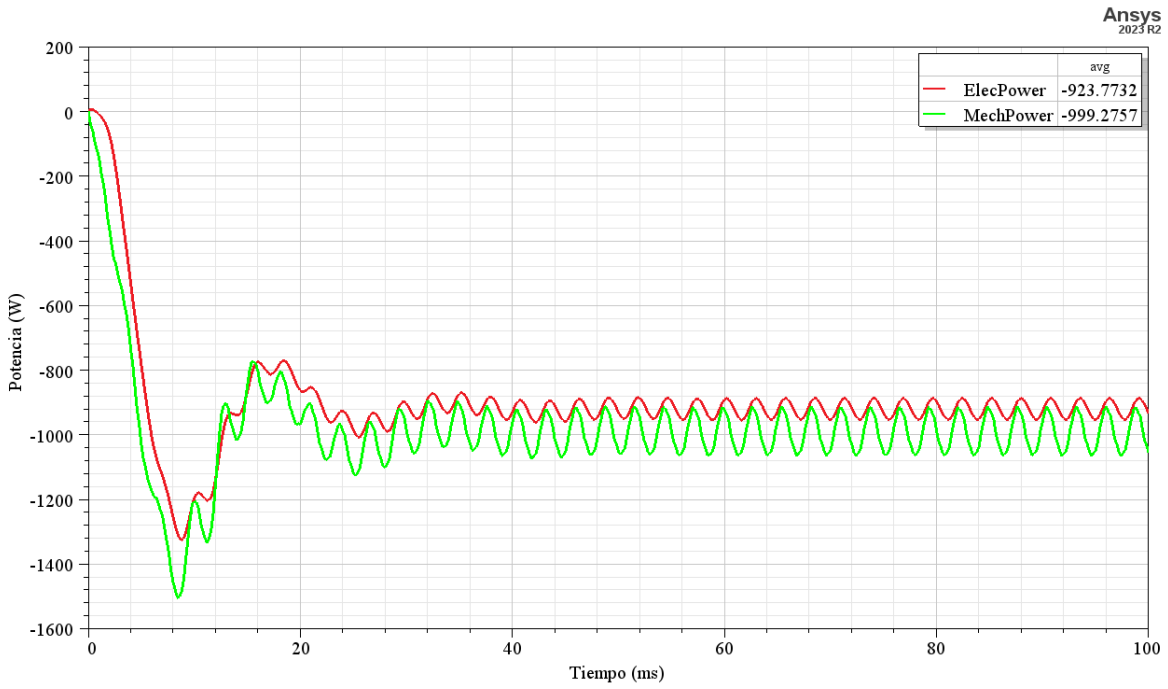


Figura 6.8. Potencias eléctrica y mecánica del modelo sin optimización.

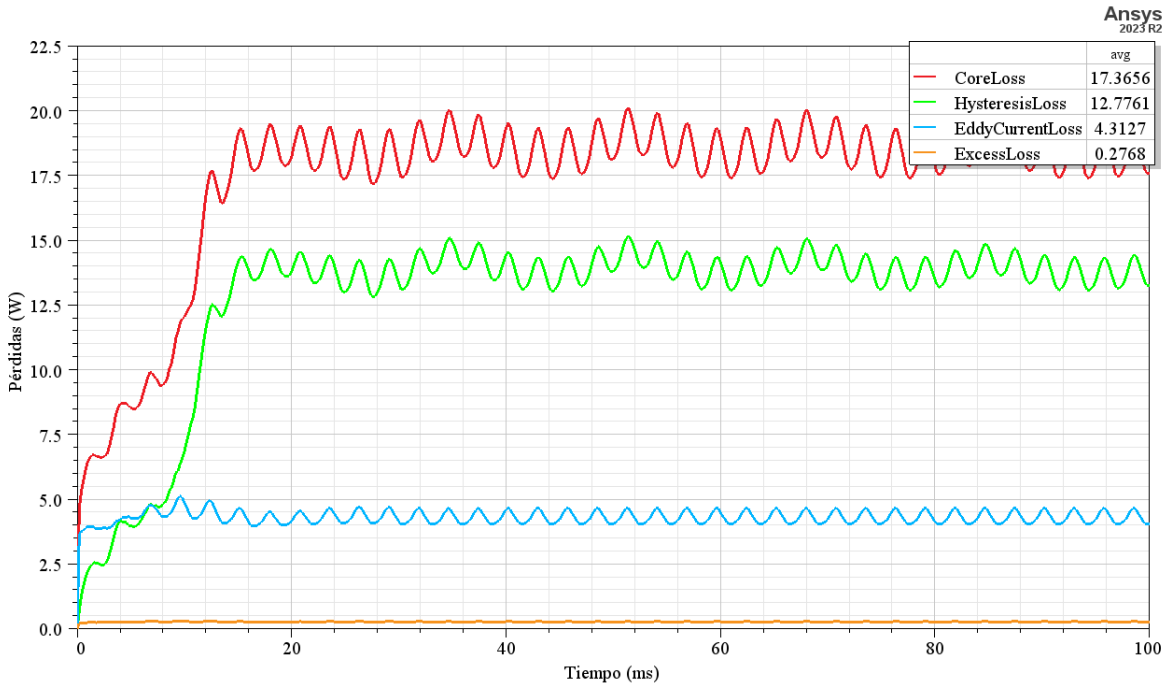


Figura 6.9. Pérdidas en el núcleo del modelo sin optimizar.

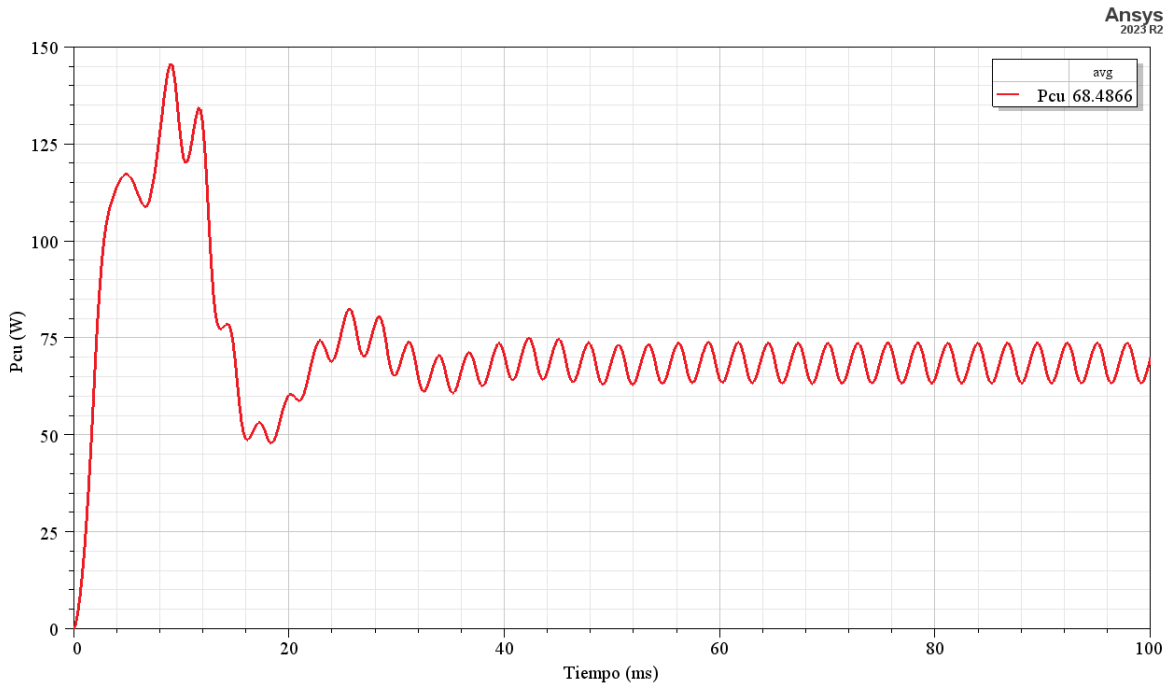


Figura 6.10. Pérdidas en el cobre del modelo sin optimizar.

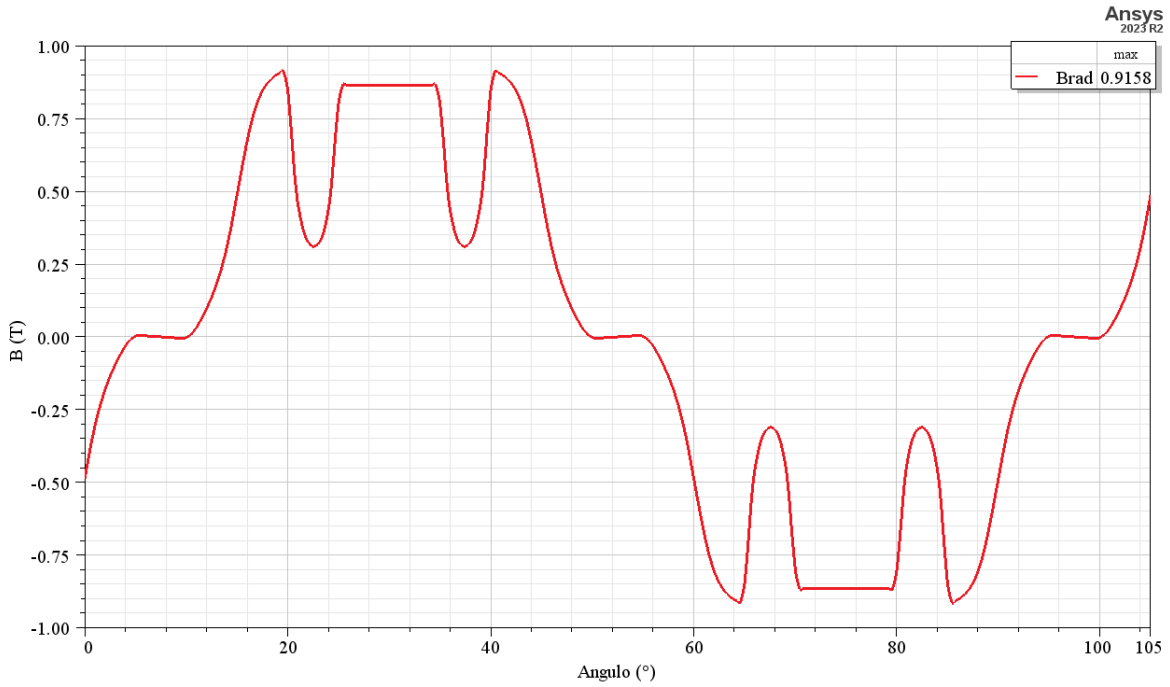


Figura 6.11. Componente radial del campo magnético en el entrehierro.

Las gráficas 6.9 y 6.10 muestran las pérdidas calculadas en el modelo sin optimizar. Estas pérdidas corresponden a las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en el cobre. Como se puede observar en el modelo sin optimizar, las pérdidas en el núcleo son de 17.36 W y las del cobre de 68.4866 W siendo el total de 85.8522 W y respecto de la diferencia de potencias eléctrica y mecánica que es de 75.5025 W, se tiene que la eficiencia es del 92.44 %.

La gráfica presentada en la figura 6.11, es la representación del comportamiento de la componente radial del campo magnético en el entrehierro. En esta gráfica se observa la interacción del campo magnético de los imanes permanentes con la geometría del estator y el valor máximo obtenido en la magnitud del campo magnético en la zona del entrehierro es de 0.9158 T.

En la figura 6.12 se aprecia la representación de las líneas de flujo. En esta gráfica se ilustra una de las maneras de representación del potencial magnético vectorial $\mathbf{A}$ y la interacción entre las geometrías del rotor y el estator del generador de imanes permanentes. Los resultados se muestran en la geometría con simetría de un octavo del generador y tiene un valor máximo de 0.111 Wb/m.

En la gráfica 6.13 se muestran los resultados del comportamiento de la densidad de flujo magnético en el generador y se ilustran los efectos de las barreras de flujo en las ranuras, donde se embeben los imanes permanentes. En la gráfica se observa cómo el campo magnético se concentra en las zonas de las barreras de flujo de los imanes, con un valor máximo de 2.18 T.

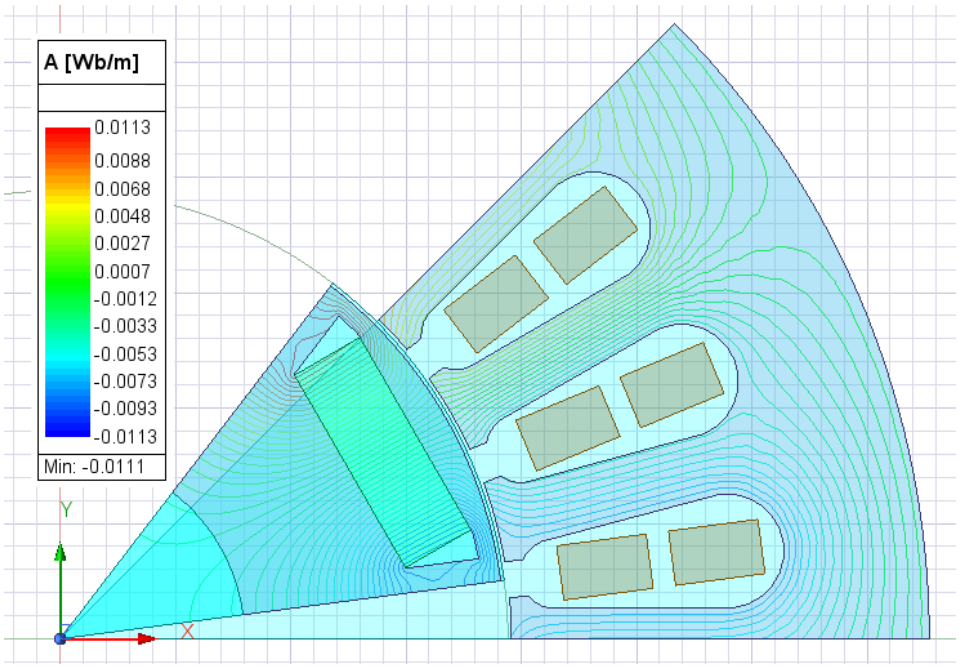


Figura 6.12. Representación del comportamiento de las líneas de flujo magnético en t=0 s en el modelo con simetría de un octavo del generador sin optimizar.

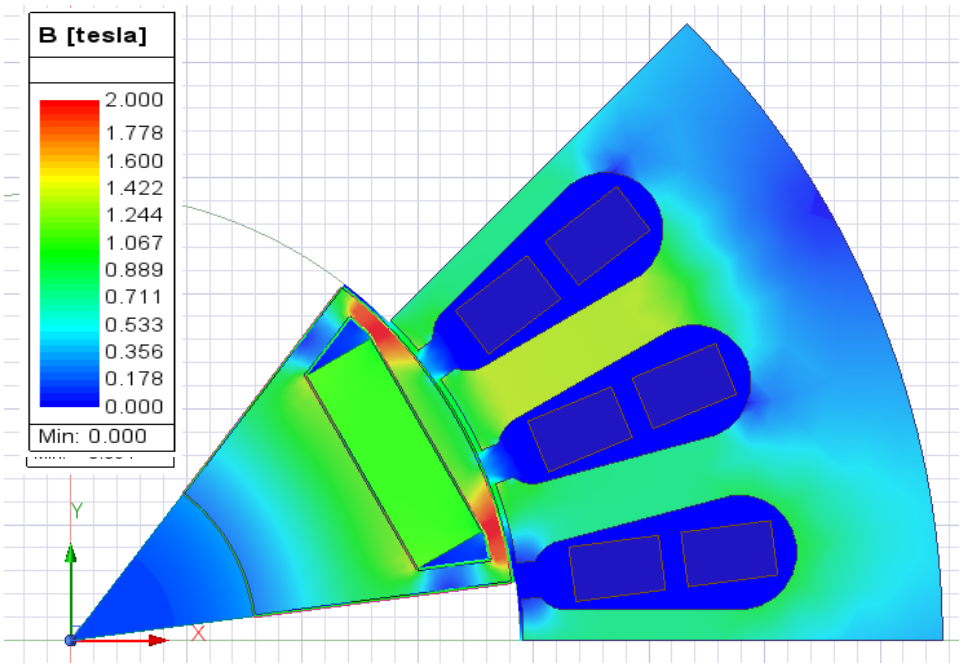


Figura 6.13. Comportamiento de la magnitud de la densidad de campo magnético **B** en t=0 s.

En la figura 6.14 se muestran los vectores de campo en la zona del entrehierro del generador, en el cual se ve la correlación existente con la característica de la componente radial de campo magnético de la figura 6.11 y muestra otra perspectiva del comportamiento debido a los cambios de medio, de material magnético y los imanes permanentes a aire y nuevamente a material magnético, donde se puede apreciar cómo los valores corresponden a los mostrados anteriormente en la gráfica de la componente radial del campo magnético. Es notable la interacción o efectos de la geometría del generador con el comportamiento del campo en el entrehierro y permite comprender la interacción magnética entre el rotor y el estator.

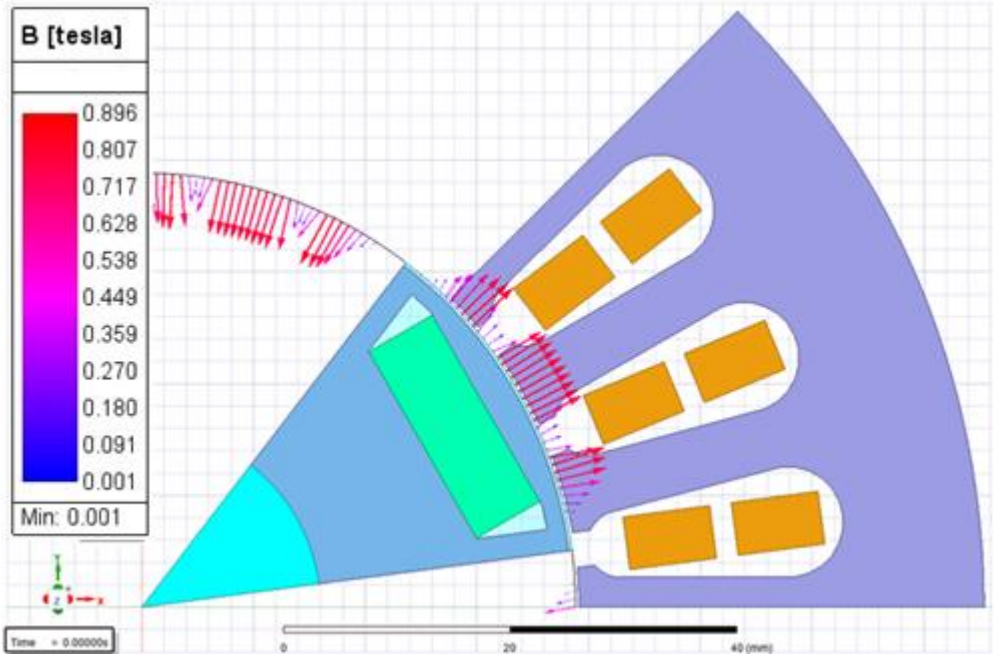


Figura 6.14. Vectores de la densidad del campo magnético en la zona del entrehierro.

En la figura 6.15 se muestra el comportamiento de los vectores de campo magnético en el modelo 2D, como es la interacción de los imanes y el material ferromagnético y la zona del entrehierro.

En la tabla 6.1 se muestran, en resumen, los resultados de los parámetros eléctricos básicos obtenidos al modelo sin optimizar la cara polar del rotor del generador.

Tabla 6-1. Resultados del modelo 2D sin optimización del generador síncrono.

Parámetro	Magnitud de la variable	Unidades
Voltajes inducidos	136.58	Volt
Voltajes	127.01	Volt
Corrientes	2.42	Ampere
Par	10.60	N-m
Potencia mecánica	999.27	Watt
Potencia eléctrica	923.77	Watt

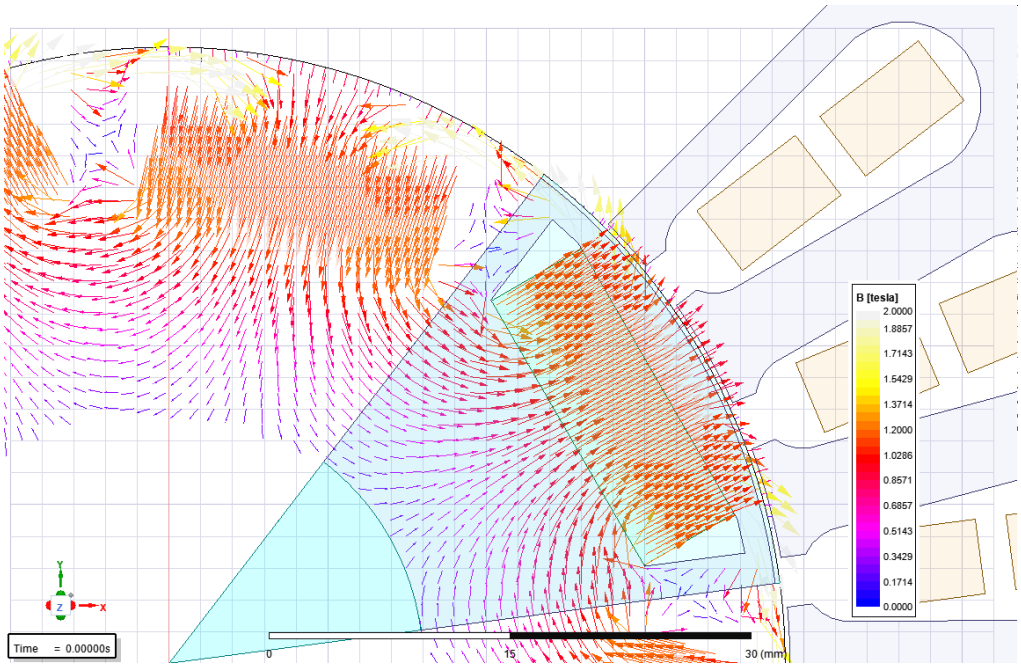


Figura 6.15. Vectores de la densidad del campo magnético en el rotor e imanes.

6.4 Optimización de la cara polar de un generador síncrono de imanes permanentes

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de la implementación de técnicas de optimización global, implementando un algoritmo bioinspirado. En este trabajo se utilizan los algoritmos genéticos. Se tiene como objetivo la modificación de la cara polar del rotor del generador para minimizar los armónicos presentes en la señal de voltaje y a partir de dicha optimización se obtengan mejoras en la distorsión armónica de los voltajes inducidos del generador. Posteriormente se realiza la validación de los resultados con un modelo de MEF 3D.

6.4.1 Modelo paramétrico del generador para optimización

Se considera que la optimización con algoritmos genéticos está dentro de la metodología de amplia implementación en los diseños de máquinas eléctricas, por su robustez y por ser considerados de última generación. Se definen los parámetros para satisfacer las especificaciones de diseño, así como las restricciones que delimitan la función objetivo.

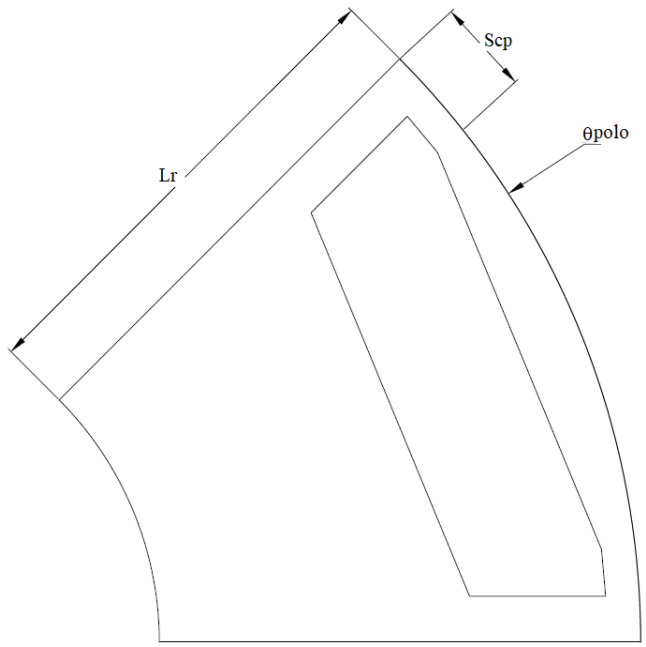


Figura 6.16. Geometría para optimizar.

Como variables de diseño se plantean, L_r, que corresponde a la longitud radial del rotor, S_{cp} se define como la sección del arco de polo relacionados a la optimización de la geometría de la cara polar, estas modificaciones afectan la forma de B(θ) que impacta el THD de voltaje que se desea minimizar para eliminar la distorsión armónica de voltaje.

En la figura 6.16 se muestra la geometría para realizar la optimización de la cara polar del generador síncrono de imanes permanentes. El ángulo θ_{polo} y el entrehierro son parámetros que no se modifican. La función objetivo que pretende minimizar la distorsión de voltaje inducido y relacionada directamente con el flujo magnético es:

$$min\, F(x) = THD(V) = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty}|B_n|^2}{|B_1|^2}} \tag{6.7}$$

tal que:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = \theta_{polo} \tag{6.8}$$

$$L_r \in [L_{r,min}, L_{r,max}]; L_{r,min} = L_r \mp 1.5mm, L_{r,max} = L_r \tag{6.9}$$

$$S_{cp,i} > 0 \tag{6.10}$$

donde:

$$x = [L_r, S_{cp,1}, S_{cp,2}] \tag{6.11}$$

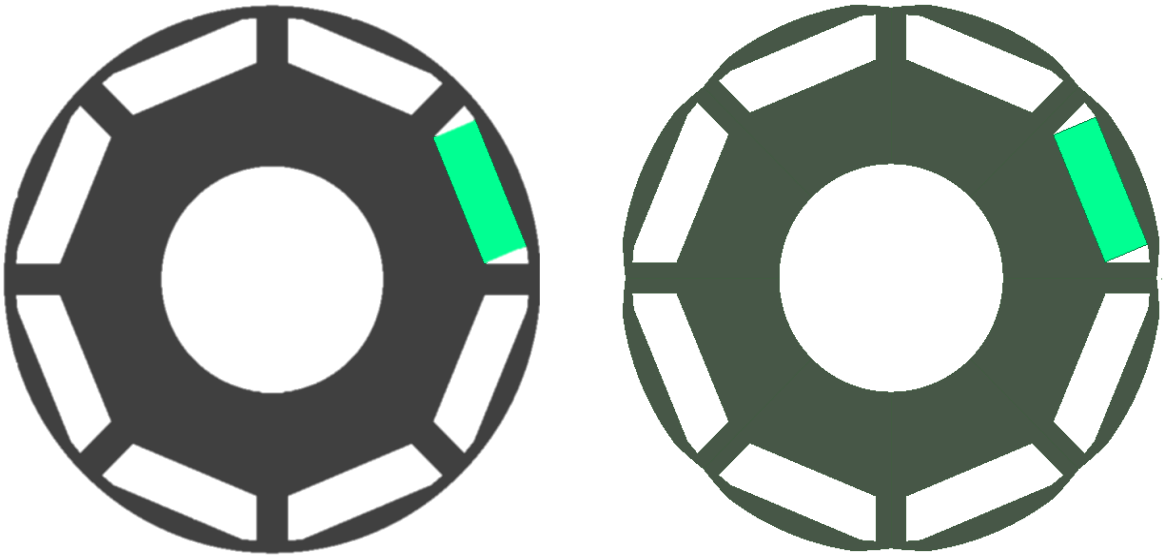
$$B_n = B_1,\ B_3, B_5, B_7 \ldots \tag{6.12}$$

La implementación de esta función con un objetivo, pretende que las modificaciones de la cara polar afecten directamente B(θ), y por tanto su distribución y comportamiento en el entrehierro lo que directamente impacta al voltaje inducido.

En el proceso de optimización que se plantea en esta tesis, no se considera modificar las dimensiones de los imanes o su forma así como tampoco modificar la posición dentro del rotor, es la razón por lo que no se muestran ni consideran en el proceso de optimización; se realiza la implementación con algoritmos genéticos, con los que se calculará la optimización de la cara polar, lo cual dará como resultado las modificaciones geométricas que permitan minimizar el contenido armónico del voltaje inducido.

6.4.2 Resultados de la optimización

Con la implementación de un algoritmo genético para la solución de la función objetivo que se plantea, se obtiene una modificación de la cara polar del rotor del generador síncrono de imanes permanentes que se analiza en este proyecto de tesis. En la figura 6.17 se presentan los rotores del generador antes de la optimización y después de la optimización, en esta figura se ilustra la nueva cara polar del rotor del generador síncrono.



a) b)

Figura 6.17. a) rotor del generador sin optimización en su cara polar, b) rotor del generador con optimización de la cara polar.

Los siguientes resultados son del análisis con elemento finito 2D; se presentan los resultados obtenidos de la simulación electromagnética del modelo optimizado para contrastar con los resultados del modelo sin optimizar. En estos resultados se obtienen de nueva cuenta los voltajes inducidos, las corrientes, potencias, pérdidas entre otros resultados.

En la figura 6.18 se muestra la gráfica de evolución de la evaluación del algoritmo genético en la que se muestra el proceso iterativo de la función objetivo en la búsqueda de los valores óptimos.

En la figura 6.19 se muestra el voltaje del modelo con optimización, dando como valor de voltaje inducido de 138.36 V, en la forma de la señal se puede observar que la señal ha adquirido un aspecto más senoidal, lo que implica minimización de su contenido armónico respecto del modelo sin optimización.

En la figura 6.20 se muestra la comparación de las formas de onda de los voltajes inducidos en su respectiva fase A de los modelos 2D con y sin optimización en donde se percibe la mejora de la forma de la señal y queda evidente al mostrarlas de manera conjunta. En la figura 6.21 se muestra el contenido armónico de los voltajes inducidos del modelo optimizado.

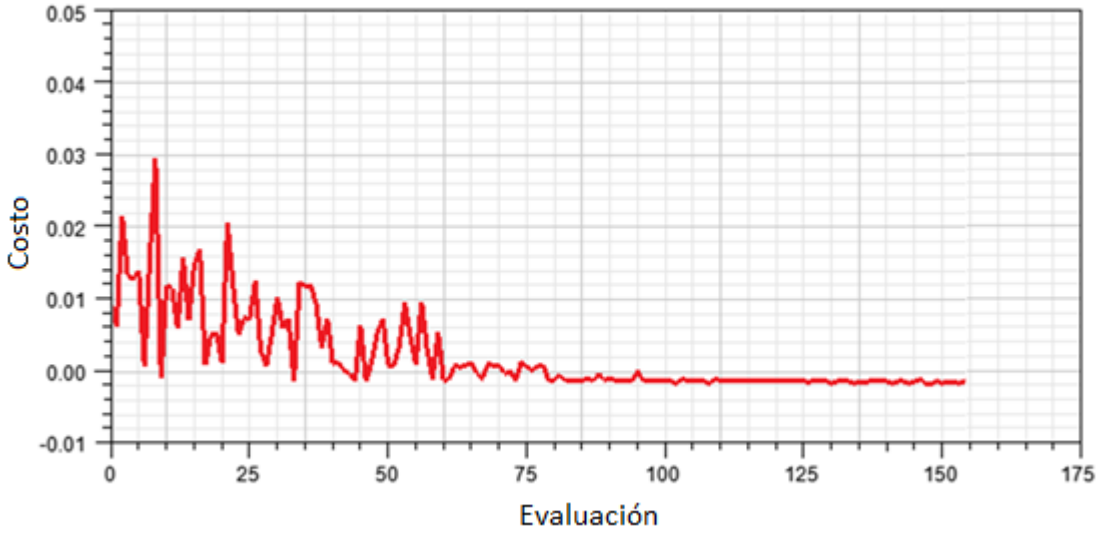


Figura 6.18. Evolución de la evaluación del algoritmo genético para optimizar la cara polar del rotor del generador síncrono de imanes permanentes.

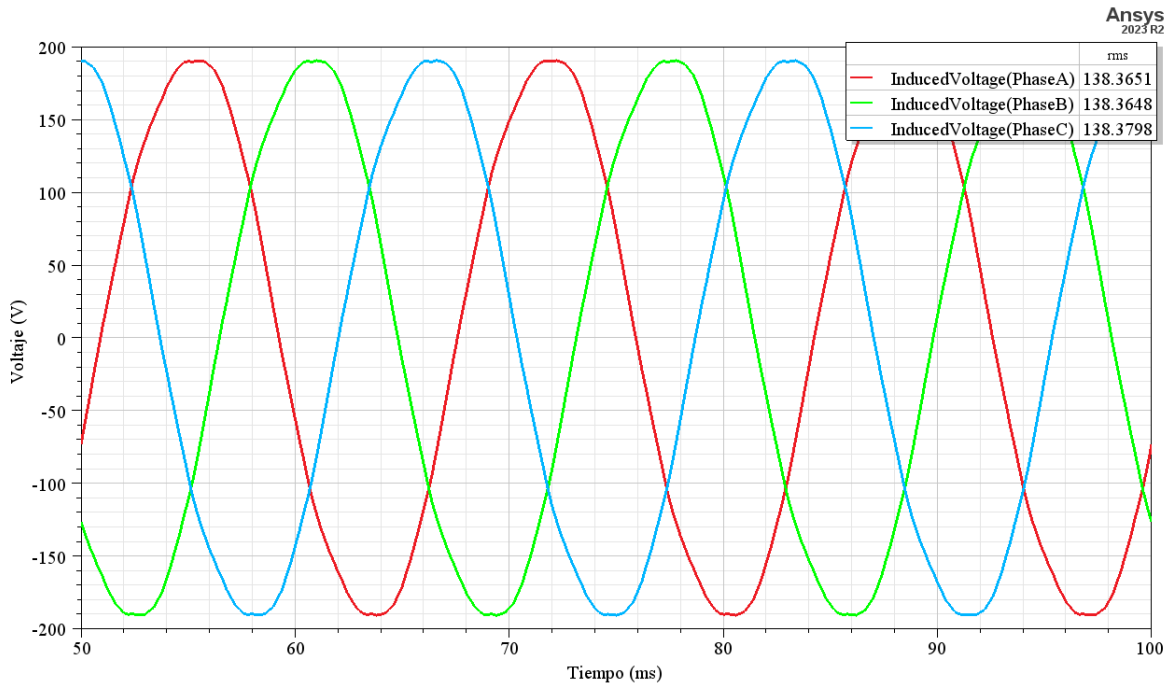


Figura 6.19. Voltajes inducidos del modelo optimizado.

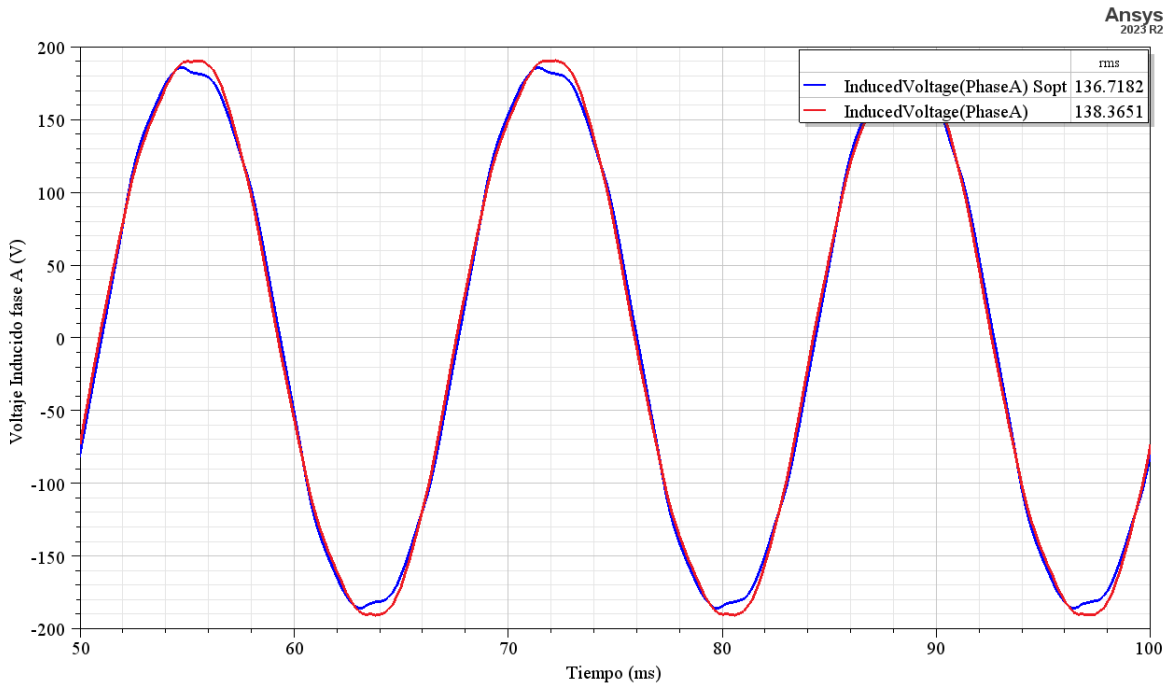


Figura 6.20. Comparativa de los voltajes inducidos de los modelos del generador sin optimizar y optimizado.

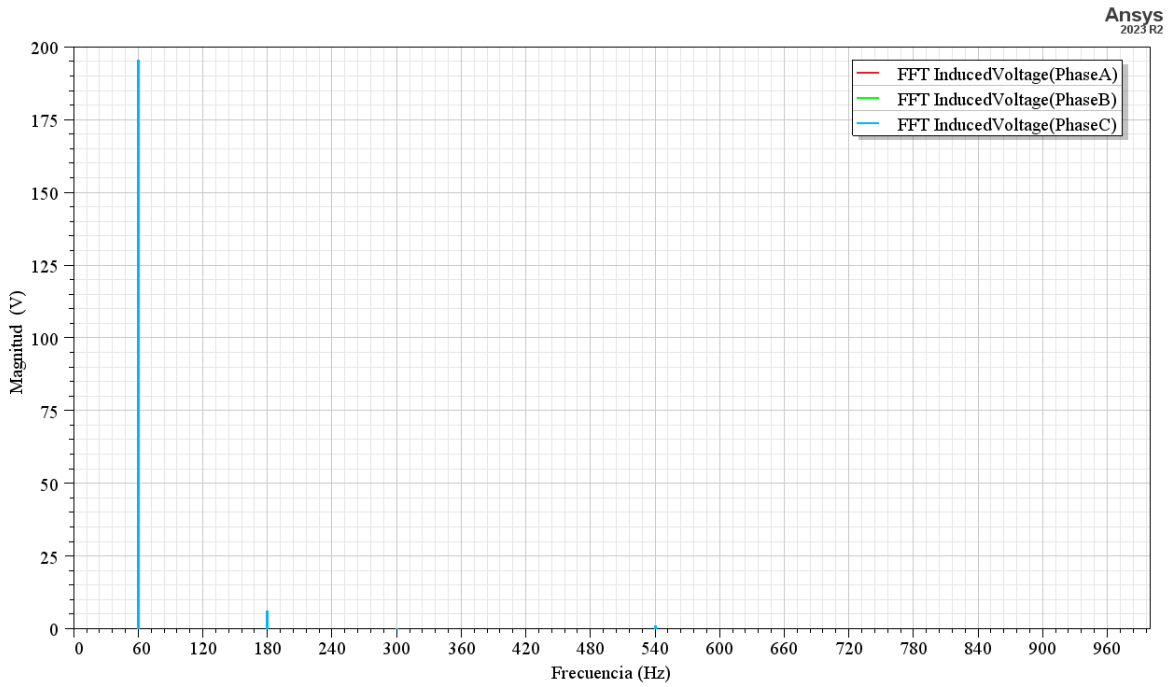


Figura 6.21. Contenido armónico de los voltajes inducidos del modelo optimizado.

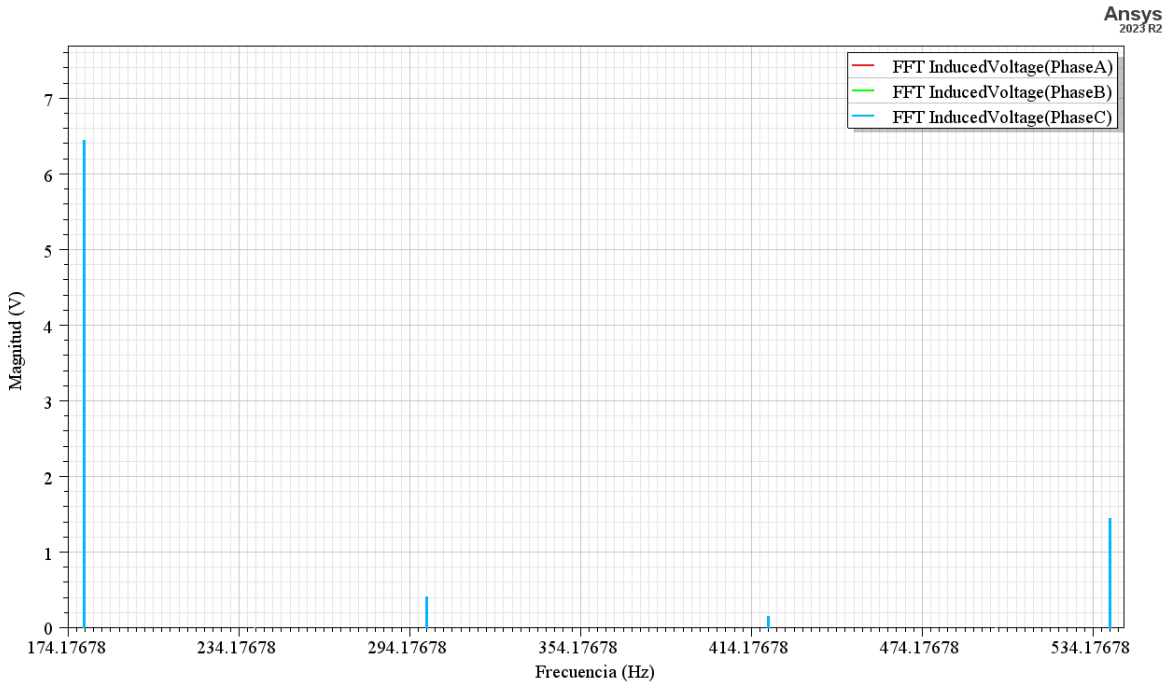


Figura 6.22. Acercamiento del contenido armónico entre las frecuencias 180 y 520 Hz del modelo optimizado.

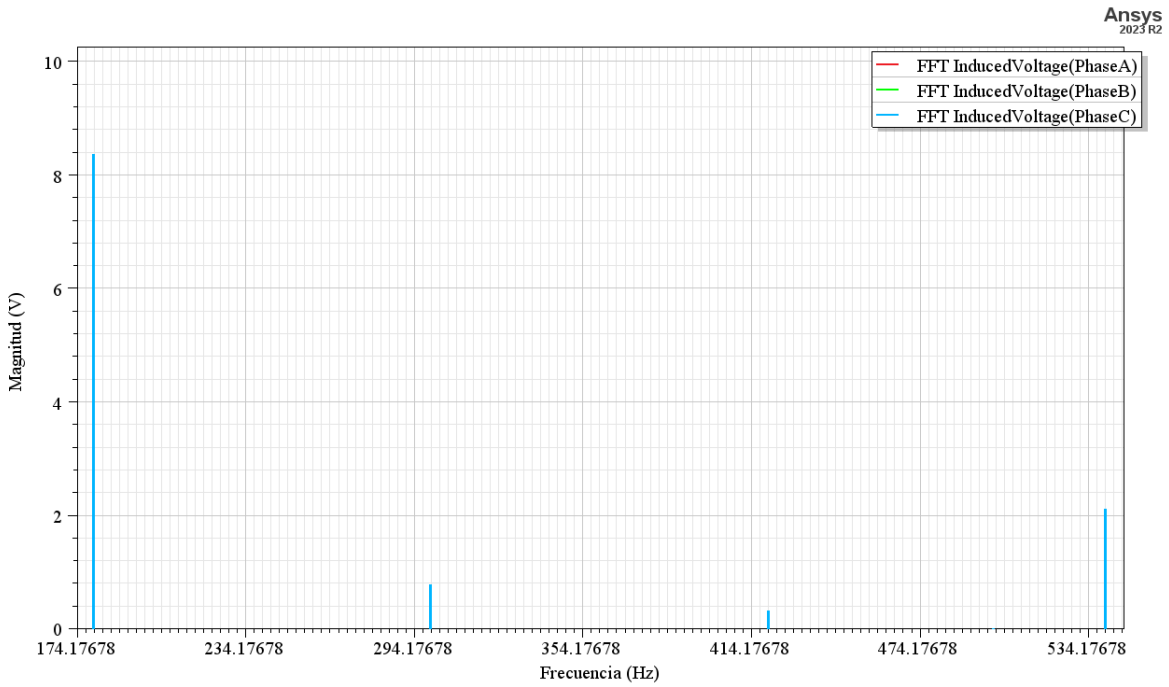


Figura 6.23. Acercamiento del contenido armónico entre las frecuencias 180 y 520 Hz del modelo sin optimizar.

En la figura 6.22 se muestra un acercamiento de las magnitudes del contenido armónico presente entre las frecuencias 180 y 520 Hz, considerando este rango para contrastar con el mismo rango obtenido en el modelo sin optimización, dicho resultado se muestra en la figura 6.23. Con estos resultados se muestra como la magnitud de las componentes armónicas del modelo optimizado son minimizados respecto al modelo sin optimización. Aunque se muestra una componente extra en el modelo optimizado que no se presenta en el modelo sin optimizar, se demuestra como su efecto no afecta significativamente la forma de la señal.

En la figura 6.24, se muestra de manera gráfica lo descrito anteriormente y se ilustra cómo se reduce significativamente la magnitud de los armónicos lo que se traduce en una mejor señal de voltaje, como se mostró anteriormente en la forma de la señal presentada. Estos valores serán validados con un modelo 3D de elemento finito y serán únicamente al modelo 2D optimizado.

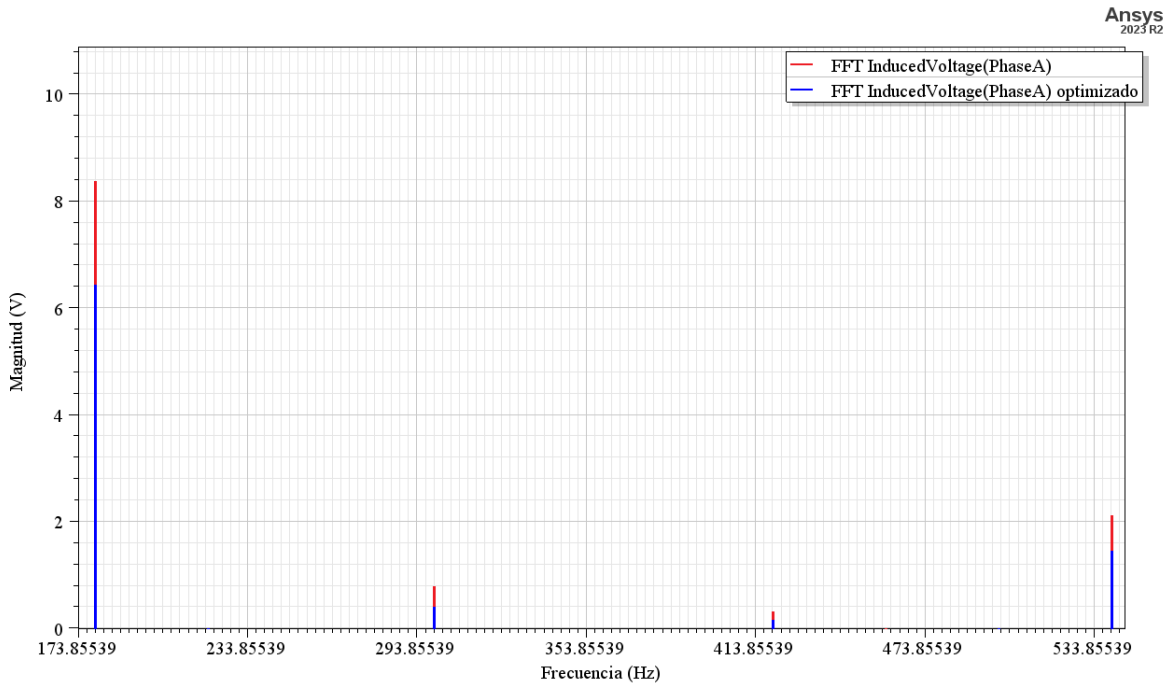


Figura 6.24. Comparación de componentes armónicas de la fase A de los modelos 2D con y sin optimización.

En las figuras 6.25 y 6.26 se muestran las corrientes obtenidas con el modelo optimizado y la comparativa de las corrientes con respecto al modelo sin optimizar, en donde también se observa que la señal de corriente ha mejorado en su forma de onda, el valor de la corriente obtenida es de 2.89 A.

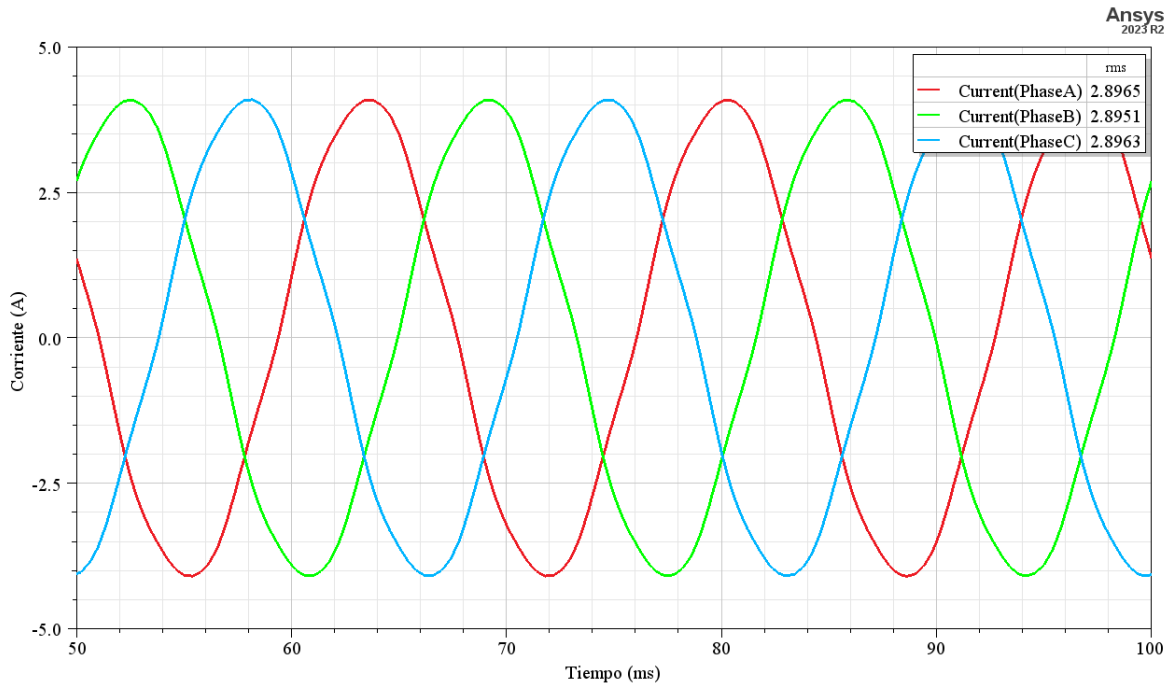


Figura 6.25. Corrientes del modelo optimizado.

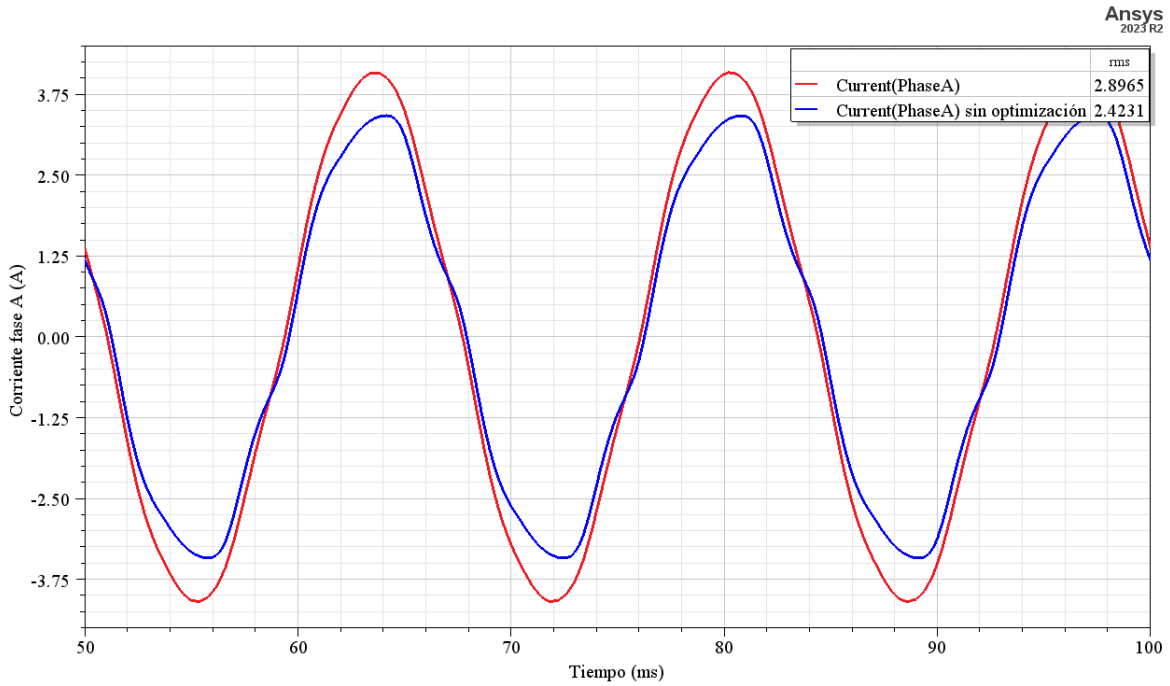


Figura 6.26. Comparación de las señales de corriente de la fase A de los modelos optimizado y sin optimizar.

La figura 6.27 corresponde al par electromagnético del modelo con optimización y la figura 6.28 ofrece los resultados de las potencias eléctrica y mecánica que fueron obtenidas, siendo 12.99 N-m, 1107.54 W y 1225.09 W respectivamente los valores de estas gráficas.

Las figuras 6.29 y 6.30 corresponden a las pérdidas calculadas, que son en el núcleo y en el cobre respectivamente. El valor de estas pérdidas es de 20.72 W y 97.85 W dando como sumatoria 118.58 W. La parte correspondiente a la diferencia de potencias mecánica y eléctrica es de 117.55 W siendo finalmente la diferencia de 1.03 W con una eficiencia final en el modelo 2D optimizado de 90.40 %.

El campo magnético presente en el entrehierro y su comportamiento se presenta en la figura 6.31. En la figura 6.32 se muestra la comparativa con la característica del campo en el entrehierro del modelo sin optimización, en el que se puede apreciar que debido a la ligera modificación en la cara polar del rotor se obtiene un incremento del 0.5% en el valor máximo del campo en el entrehierro, siendo suficiente para obtener los resultados ya presentados anteriormente.

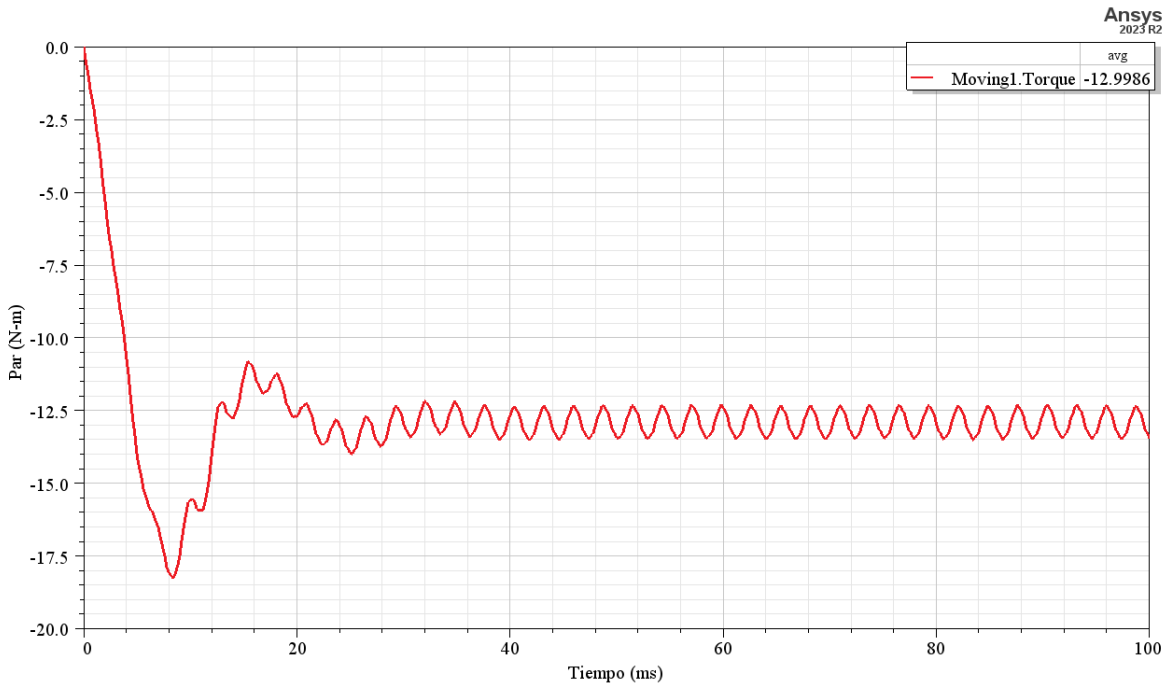


Figura 6.27. Par electromagnético del modelo optimizado.

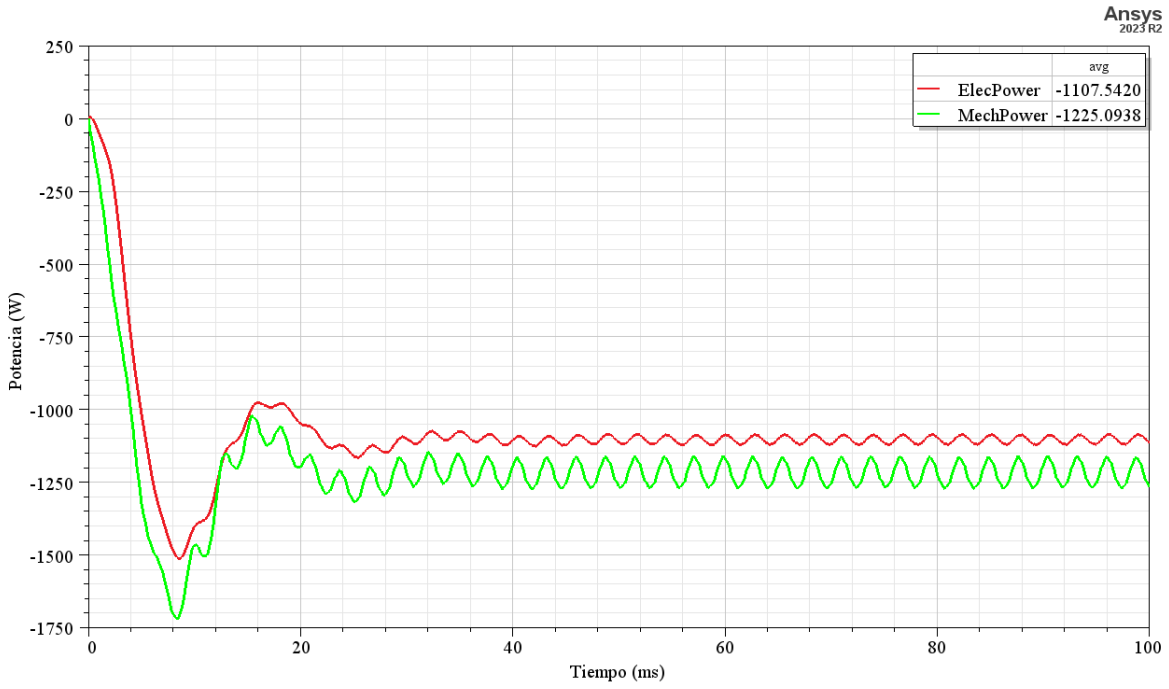


Figura 6.28. Potencias eléctrica y mecánica del modelo optimizado.

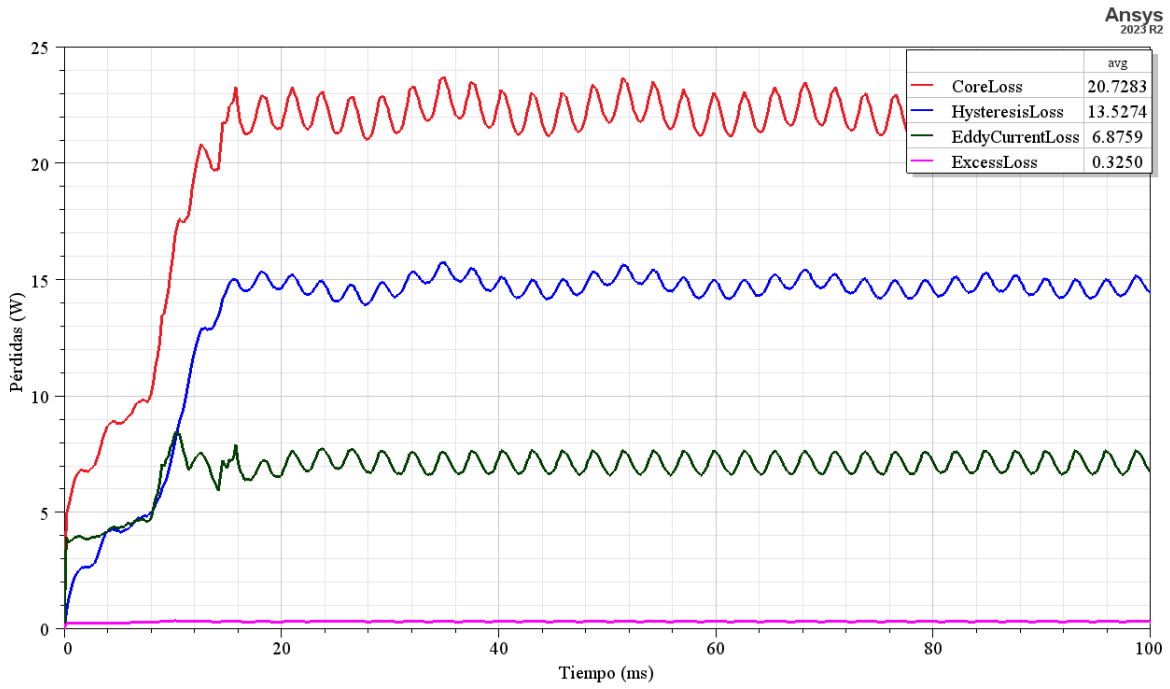


Figura 6.29. Pérdidas en el núcleo del modelo optimizado.

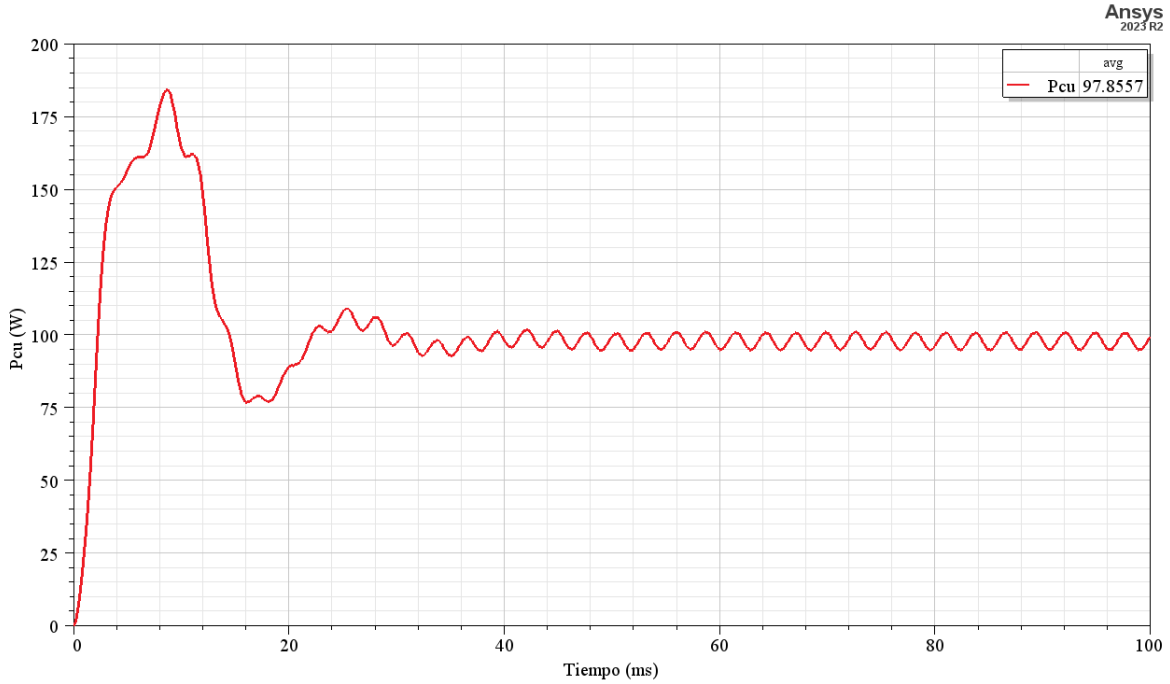


Figura 6.30. Pérdidas en el cobre del modelo optimizado.

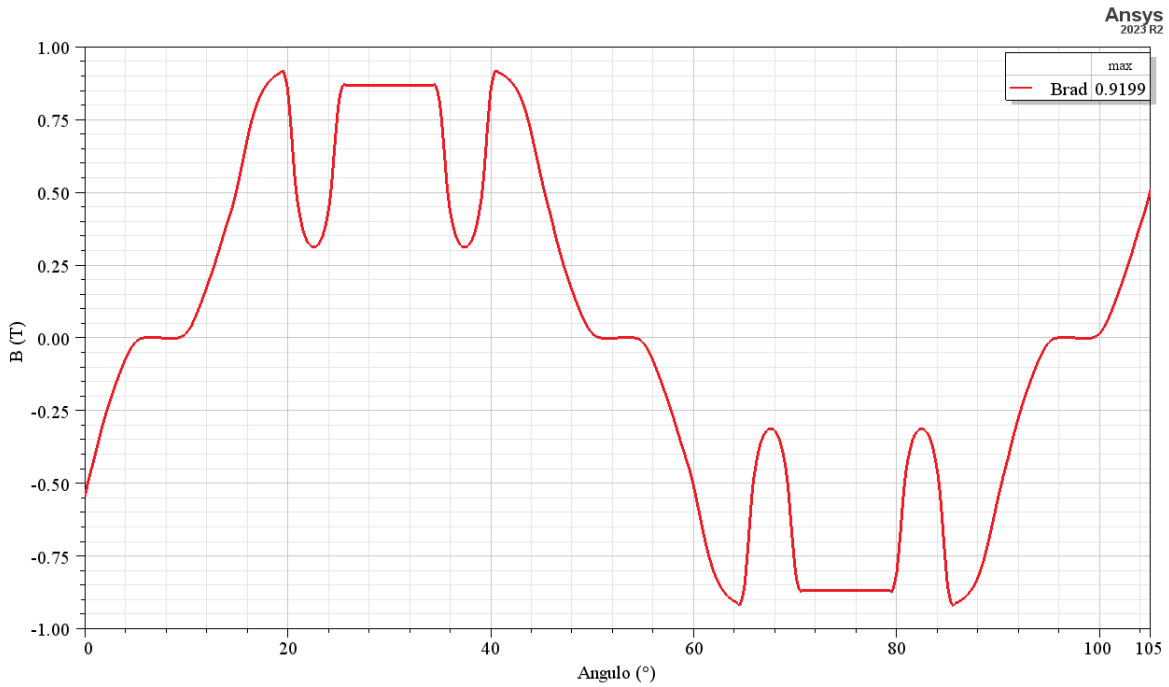


Figura 6.31. Componente radial del campo magnético en el entrehierro del modelo optimizado.

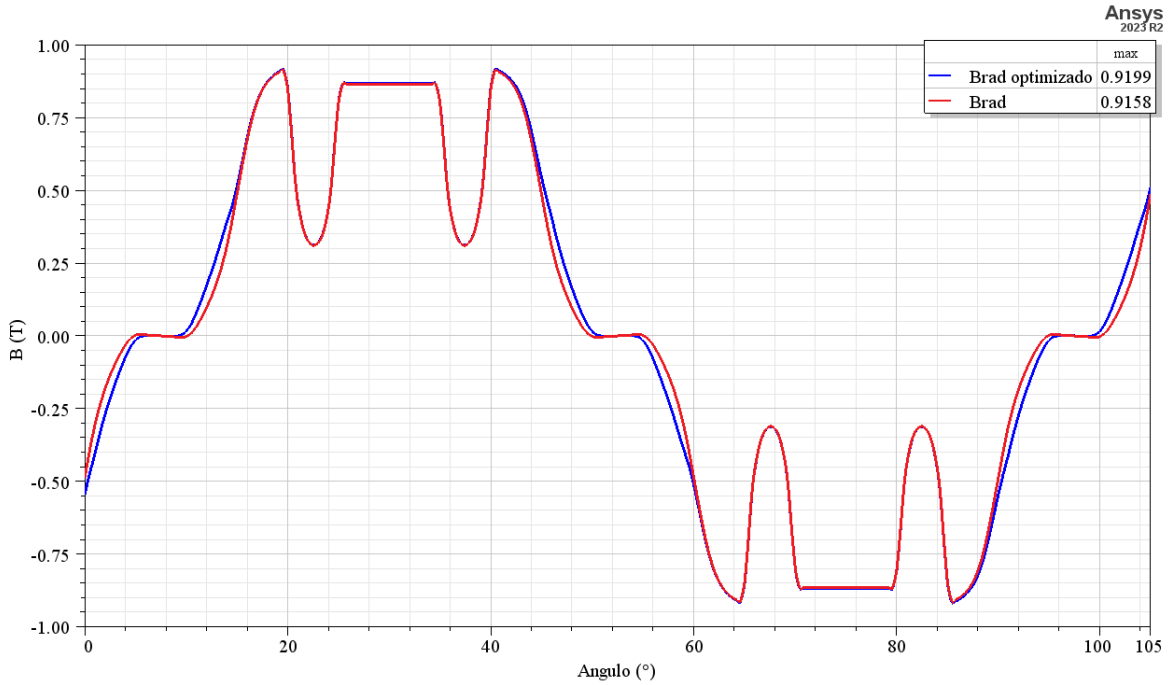


Figura 6.32. Componente radial del campo magnético en el entrehierro de los modelos optimizado y sin optimizar en la que se muestra la comparativa de las dos características.

En la tabla 6.2 se muestra el resumen de los resultados básicos en la simulación de elemento finito 2D del modelo optimizado en la cara polar del rotor.

Tabla 6-2. Resultados de la simulación del modelo 2D optimizado.

Parámetro	Magnitud de la variable	Unidades
Voltajes inducidos	138.36	Volt
Corrientes	2.89	Ampere
Par	12.99	N-m
Potencia mecánica	1225.09	Watt
Potencia eléctrica	1107.54	Watt

La figura 6.33 corresponde a las líneas de flujo magnético en el generador después de la optimización de la cara polar. El valor máximo presente en este resultado es de 0.0110 Wb/m.

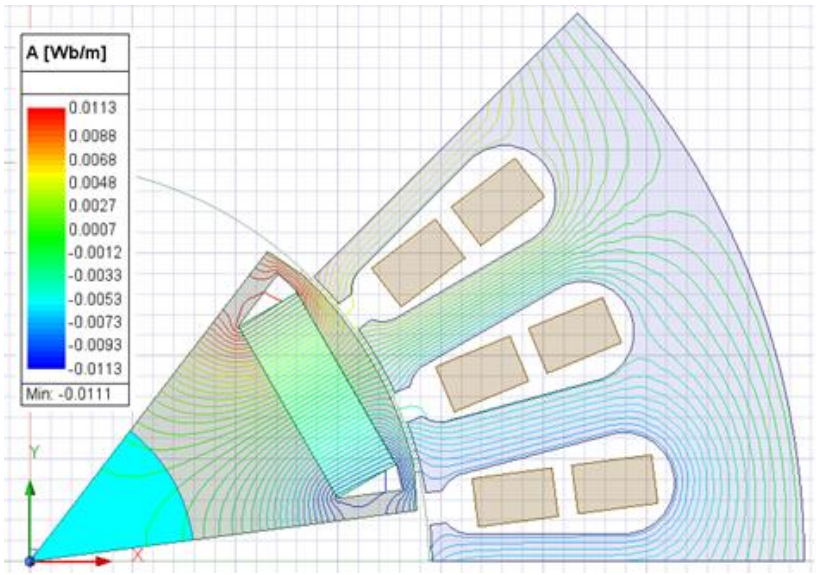


Figura 6.33. Representación del comportamiento de las líneas de flujo magnético en t=0 s en el modelo del generador con optimización.

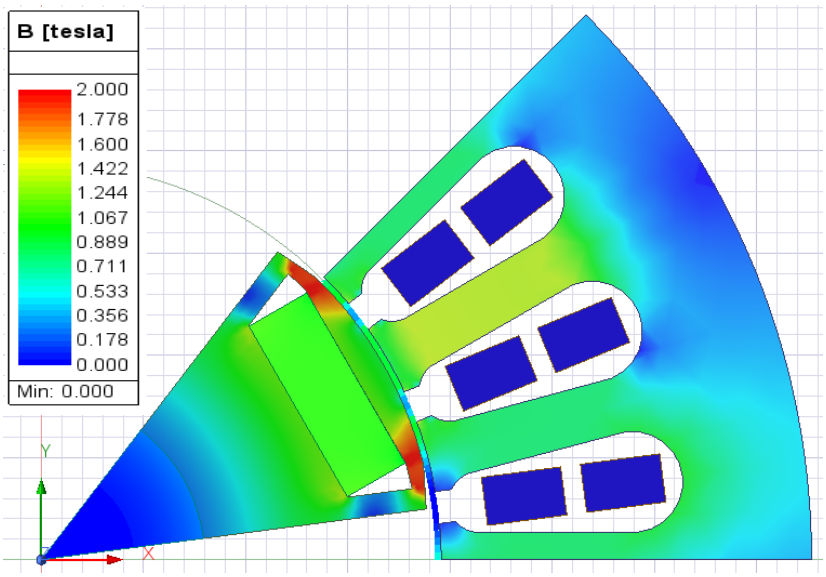


Figura 6.34. Comportamiento de la magnitud de la densidad de campo magnético B en t=0 s del modelo optimizado.

La figura 6.34 corresponde al comportamiento de la densidad de flujo que se obtiene de la simulación de elemento finito en el modelo 2D con optimización de la cara polar del rotor con un resultado máximo de 2.06 T.

6.5 Formulación transitoria para modelos 3D del generador síncrono de imanes permanentes

El modelo de tres dimensiones utilizado para validar los resultados obtenidos en 2D, utiliza la formulación T-Ω. En esta formulación, el movimiento está permitido (es decir hablamos de movimiento traslacional o rotación cilíndrica/no cilíndrica), las fuentes de excitación que pueden ser corrientes y/o voltajes pueden asumir formas arbitrarias como funciones del tiempo, en esta formulació3n también se permiten la dependencia de materiales no lineales utilizando su característica BH [112].

La formulación de elemento finito utilizada para la simulación del modelo tridimensional, está implementada utilizando un sistema de coordenadas cilíndricas con el eje z alineado con el eje de rotación real. Esta formulación permite emplear condiciones de fronteras de periodicidad y calcula las corrientes de eddy inducidas debidas al movimiento en todas partes del modelo que se está simulando, incluyendo las partes que son estacionarias, así como las partes en movimiento que conforman el modelo.

La simulación con esta formulación acopla las ecuaciones mecánicas que involucran a las partes móviles de cuerpo rígido y eso permite una formulación compleja de campos electromagnéticos acoplados con los circuitos eléctricos, la parte de elementos finitos y con los elementos mecánicos, esto cuando son incluidos los efectos mecánicos transitorios en la simulación para ser considerados en la solución.

En aplicaciones transitorias de baja frecuencia son relevantes tres ecuaciones de Maxwell en las simulaciones tridimensionales con las cuales se desarrolla la formulación que utiliza el software para simular los modelos, la ley de Ohm, la ley de Faraday y la ley de Gauss para campos magnéticos, dando como resultado:

$$\nabla \times \frac{1}{\sigma} \nabla \times \boldsymbol{H} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathrm{t}} = 0 \tag{6.13}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{6.14}$$

Finalmente, las ecuaciones características utilizadas por el software para la simulación transitoria de los modelos de generador síncrono de imanes permanentes con método de elemento finito en 3D que se simula son las ecuaciones 6.13, 6.14 y la ecuación 6.15 que se presenta a continuación:

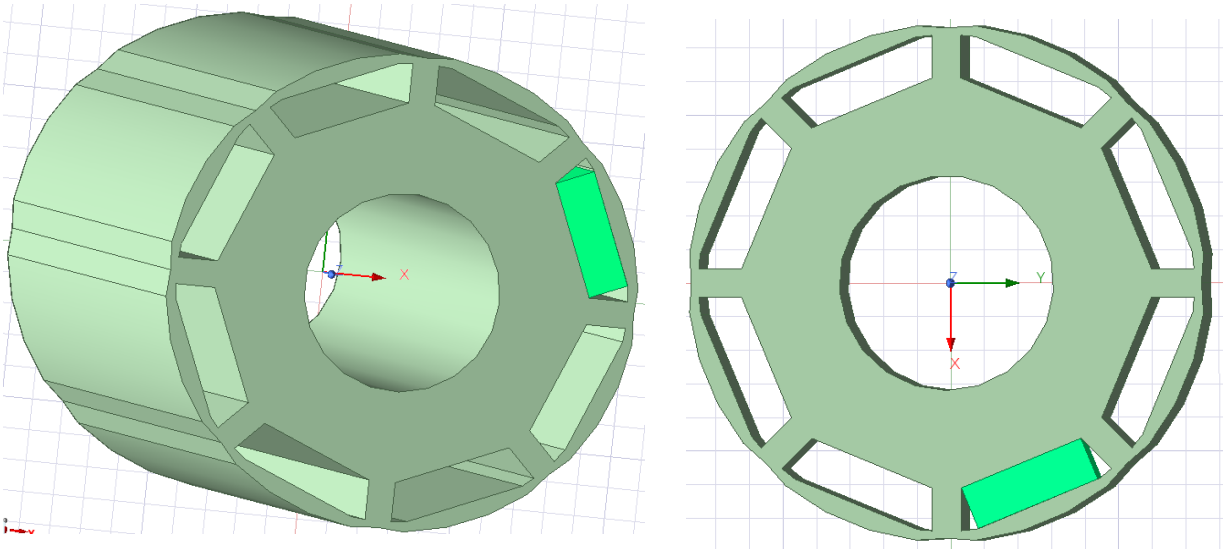
$$-\nabla \cdot \left(\epsilon \nabla \frac{\partial \phi}{\partial \mathrm{t}} \right) - \nabla(\sigma \nabla \phi) = 0 \tag{6.15}$$

6.5.1 Modelo 3D del generador síncrono de imanes permanentes para validación de la optimización

En esta sección de la presente tesis se presentan los resultados de la validación del modelo 2D optimizado. Esta validación se realiza con un modelo 3D con el método de elemento finito.

En la figura 6.35 se muestra en vista 3D el rotor del generador de imanes permanentes optimizado, el cual corresponde al modelo 3D de elemento finito que se utiliza para validar los resultados obtenidos en el modelo 2D con optimización, presentados en la

sección anterior. En la figura 6.36 se presenta el mallado del modelo 3D que se analiza con el método de elemento finito y el software de simulación.



a) b)

Figura 6.35. a) Vista 3D isométrica del rotor optimizado, b) vista muy cercana a vista frontal del rotor con la cara polar optimizada.

Los voltajes inducidos en el modelo 3D se ven en la figura 6.37, dando un valor promedio de 136.86 V, adicional se puede observar como en la forma de la onda de los voltajes se mantiene la característica mayormente con tendencia senoidal lo que permite anticipar la eliminación de componentes armónicos.

En la figura 6.38 se muestra la comparación de los voltajes inducidos en el modelo 2D optimizado y en el modelo 3D para validación de resultados, y, queda validado al conservar la tendencia senoidal.

El análisis de los componentes armónicos se muestra en las figuras 6.39 y 6.40, en la primera se ve el detalle general de la FFT y en la segunda se hace como en resultados

anteriores un acercamiento de las componentes entre los 180 y 520 Hz, en donde en este último resultado se valida la minimización de la magnitud de componentes armónicos. Adicionalmente se demuestra que desaparecen armónicos entre las frecuencias mencionadas, lo que demuestra que la optimización cumple su objetivo de mejorar la distorsión armónica de la señal de voltaje. Además, se valida con el modelo en 3D la magnitud que se obtuvo en los resultados 2D optimizados, al mostrar que son similares en magnitud las componentes que se encuentran en la FFT de los voltajes inducidos.

Las figuras 6.41 y 6.42 corresponden a los resultados de las corrientes del modelo 3D y la comparación que de manera similar al voltaje inducido se realiza entre la validación 3D y las corrientes obtenidas en el modelo 2D optimizado, en estas figuras también se muestra la mejora en la forma de la señal, la corriente tiene un valor promedio de 2.60 A.

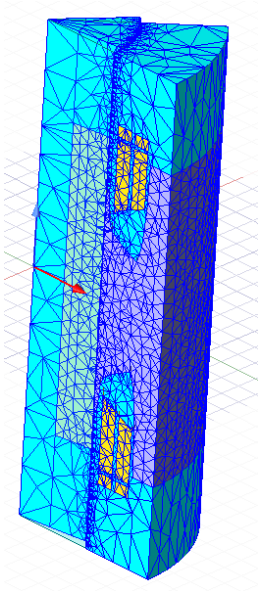


Figura 6.36. Mallado del modelo 3D de elemento finito para la validación de resultados del modelo 2D optimizado.

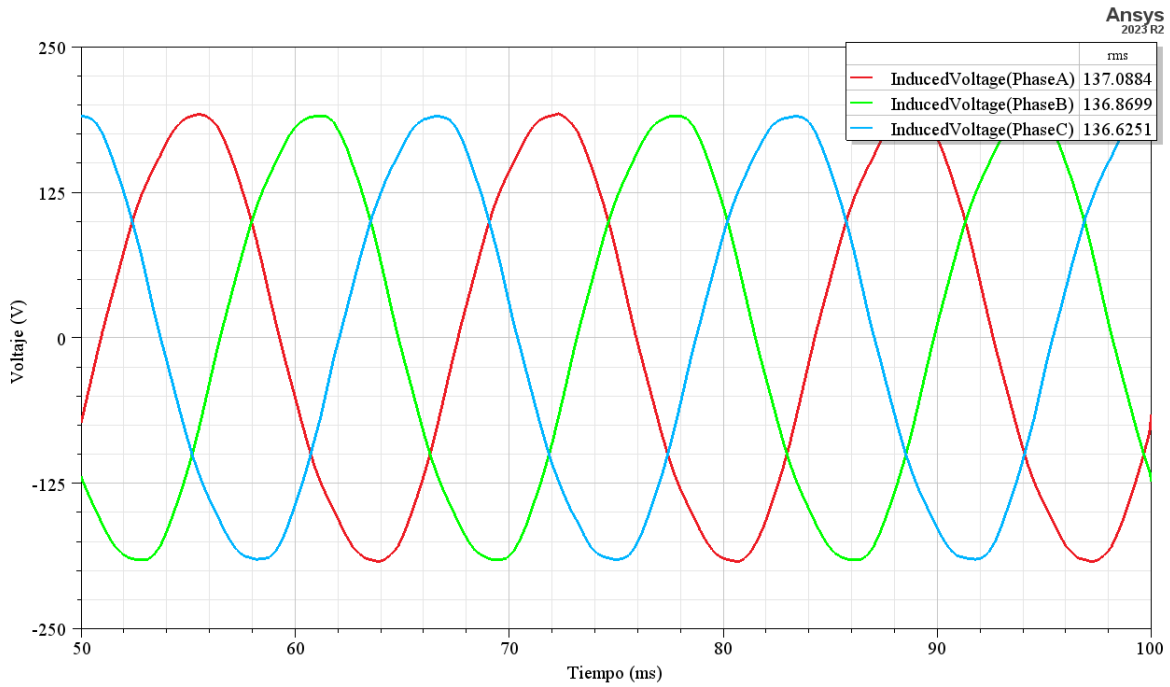


Figura 6.37. Validación de voltajes inducidos optimizados con el modelo 3D.

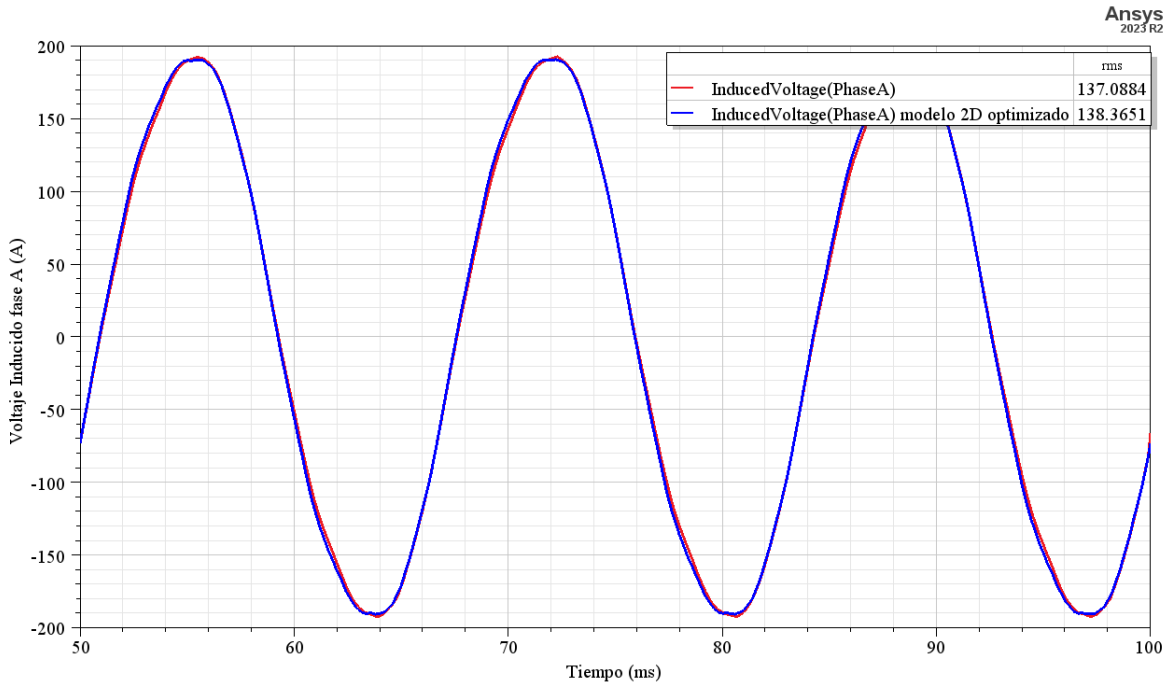


Figura 6.38. Comparativa de los voltajes inducidos 3D y 2D optimizados que validan los resultados obtenidos.

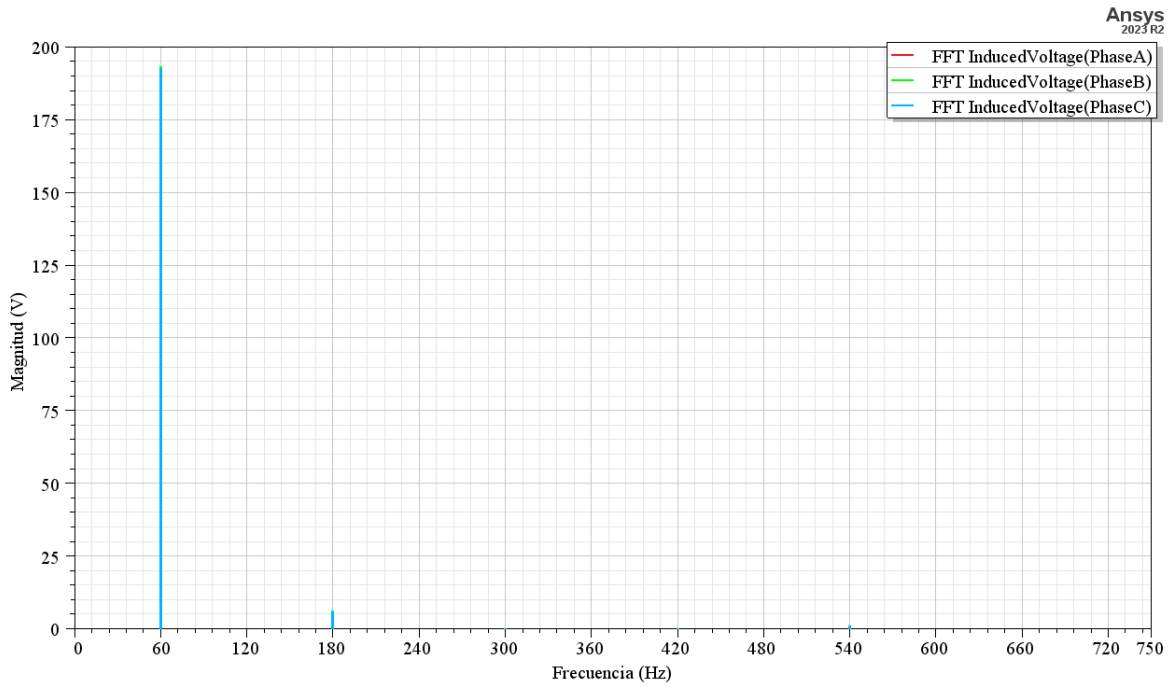


Figura 6.39. Componentes armónicas de los voltajes inducidos 3D.

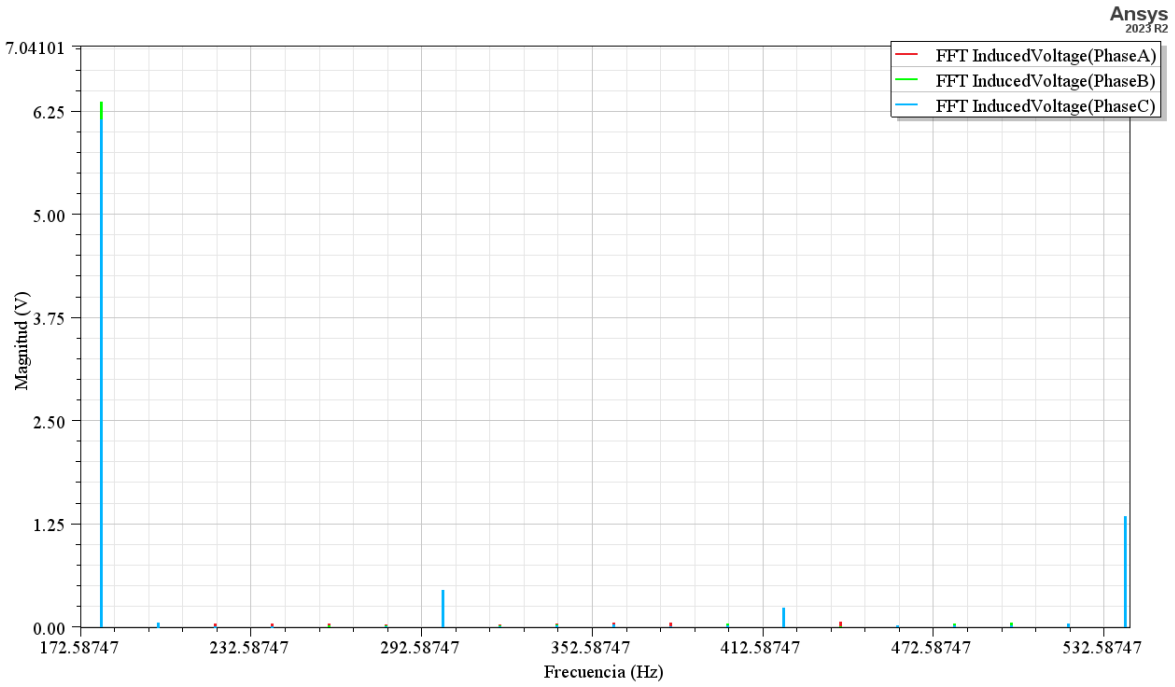


Figura 6.40. Acercamiento de las componentes armónicas entre 180 y 520 Hz de la FFT de voltajes inducidos 3D.

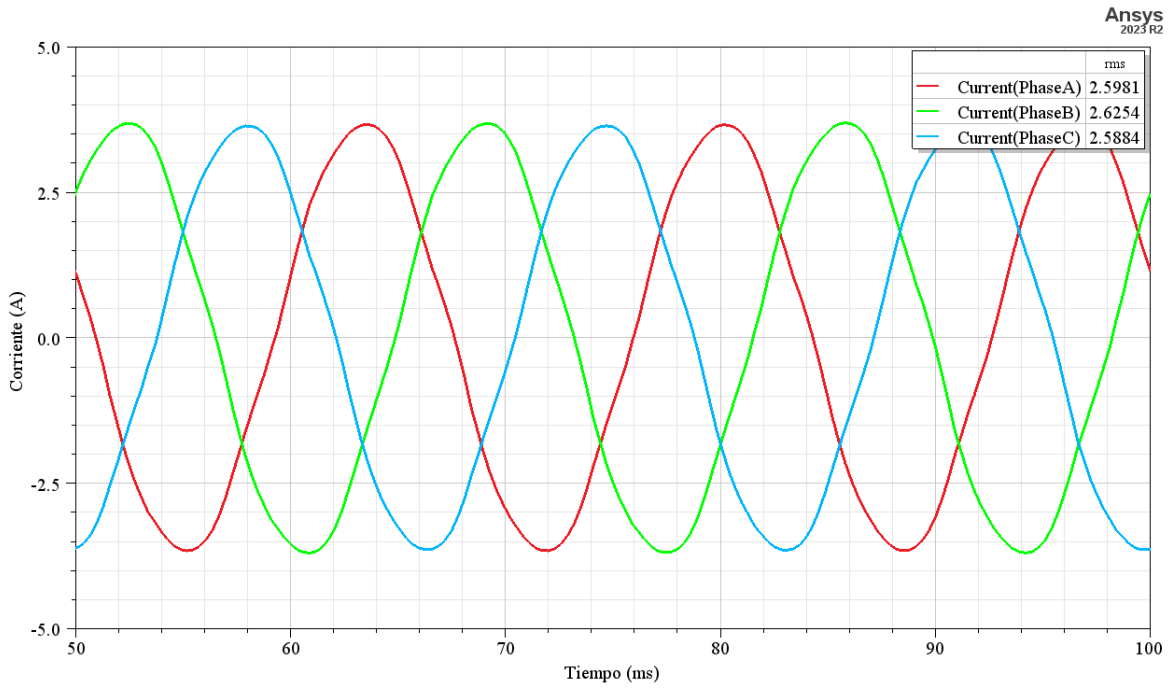


Figura 6.41. Validación de las corrientes con modelo 3D.

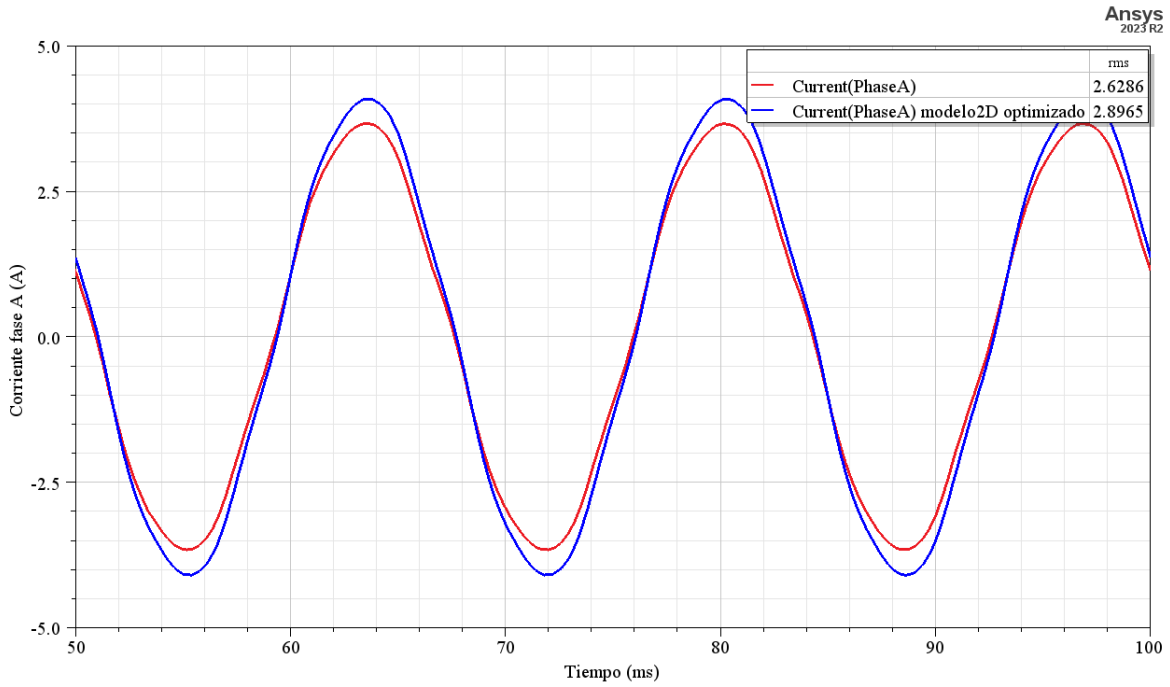


Figura 6.42. Comparativa de las corrientes 3D y 2D optimizados que validan los resultados obtenidos.

Los siguientes resultados corresponden a la validación del par, potencias, y pérdidas, en la figura 6.43 se tiene el par electromagnético calculado con el modelo 3D, dando como resultado 11.44 Nm, la validación de la potencia eléctrica y mecánica se proporciona en la figura 6.44 en la que se tienen los valores de 997.47 W y 1078.49 W respectivamente.

Las pérdidas calculadas se visualizan en las siguientes dos figuras, mostrándose las pérdidas en el núcleo en la figura 6.45 y las pérdidas en el cobre se presentan, en la figura 6.46. El valor de las pérdidas en el núcleo es de 16.48 W y en el cobre es de 83.36 W, siendo las pérdidas totales de 99.84 W.

La diferencia entre las potencias eléctrica y mecánica es de 81.01 W, dando finalmente una diferencia de 18.82 W. La eficiencia calculada con el modelo 3D es de 92.49 %.

Finalmente, las figuras 6.47 y 6.48 muestran la densidad de flujo magnético en el rotor optimizado, siendo la primera una vista de la geometría total del rotor en el modelo 3D y solamente una parte del estator, y en la segunda es una vista superior, mostrando el comportamiento como en los modelos 2D.

El valor máximo de la densidad de campo es de 2.18 T. Por último, la tabla 6.3 muestra un resumen de las magnitudes eléctricas de manera similar a las mostradas en los modelos 2D. La tabla 6.4 muestra de manera global los resultados de los tres modelos analizados, siendo el modelo 2D sin optimización, el modelo 2D optimizado y el modelo 3D de validación de resultados en donde se puede ver de manera general los resultados obtenidos.

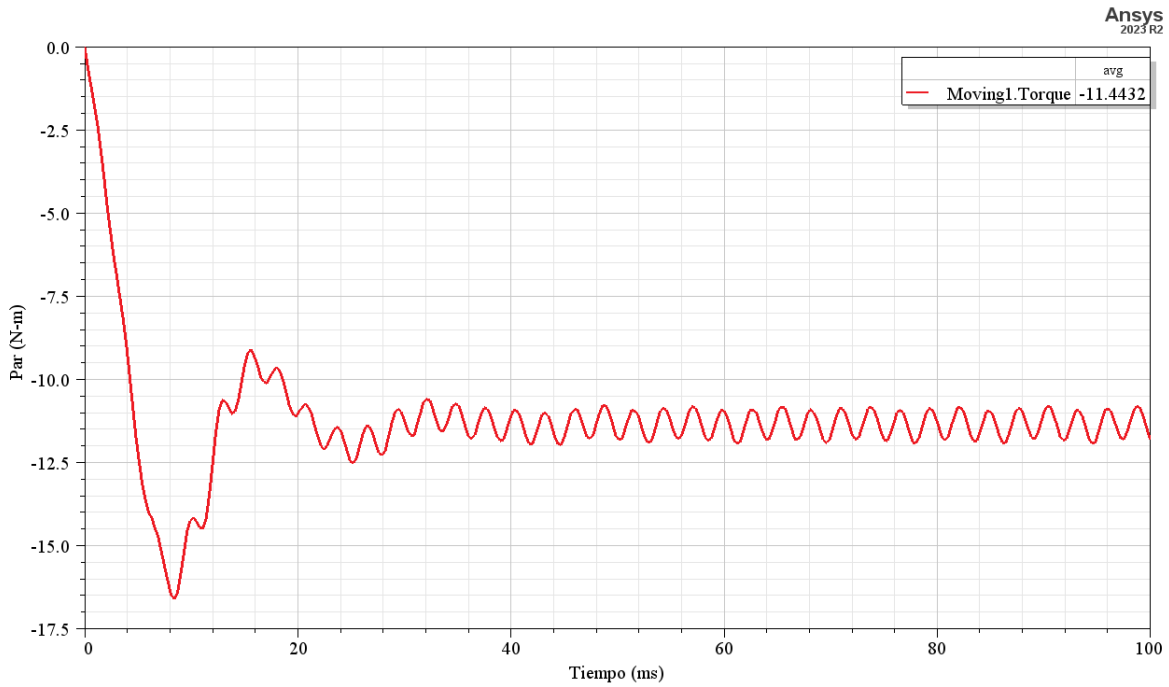


Figura 6.43. Validación del par electromagnético calculado con el modelo 3D.

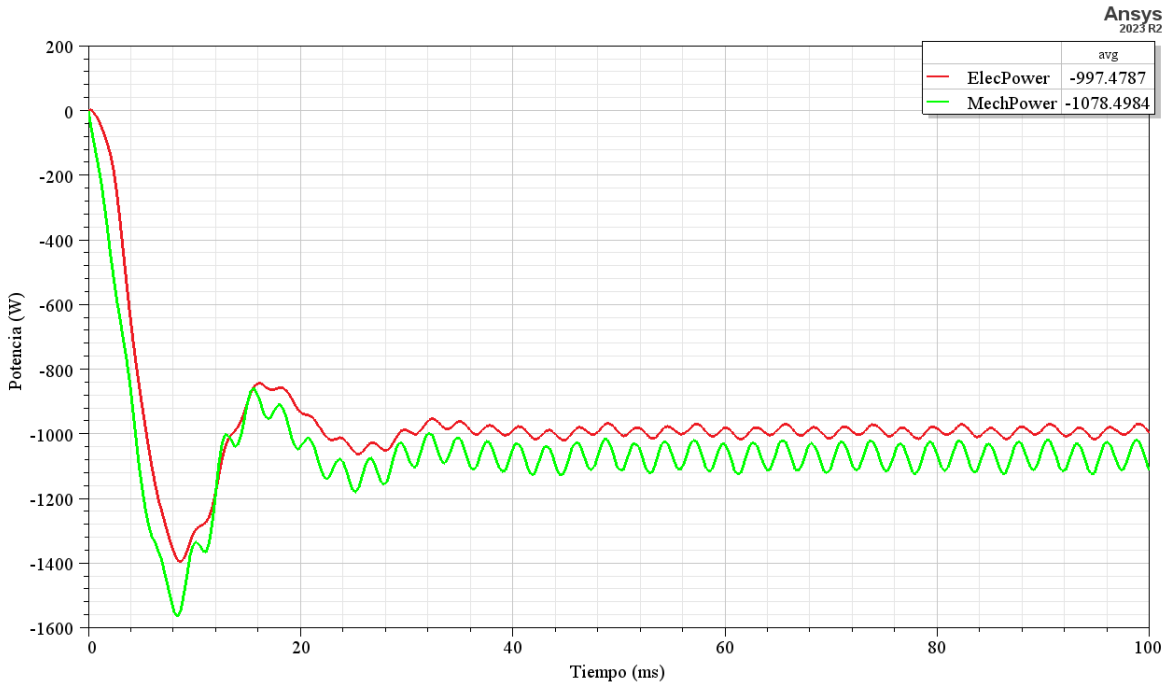


Figura 6.44. Validación de las potencias eléctrica y mecánica, calculadas con el modelo 3D.

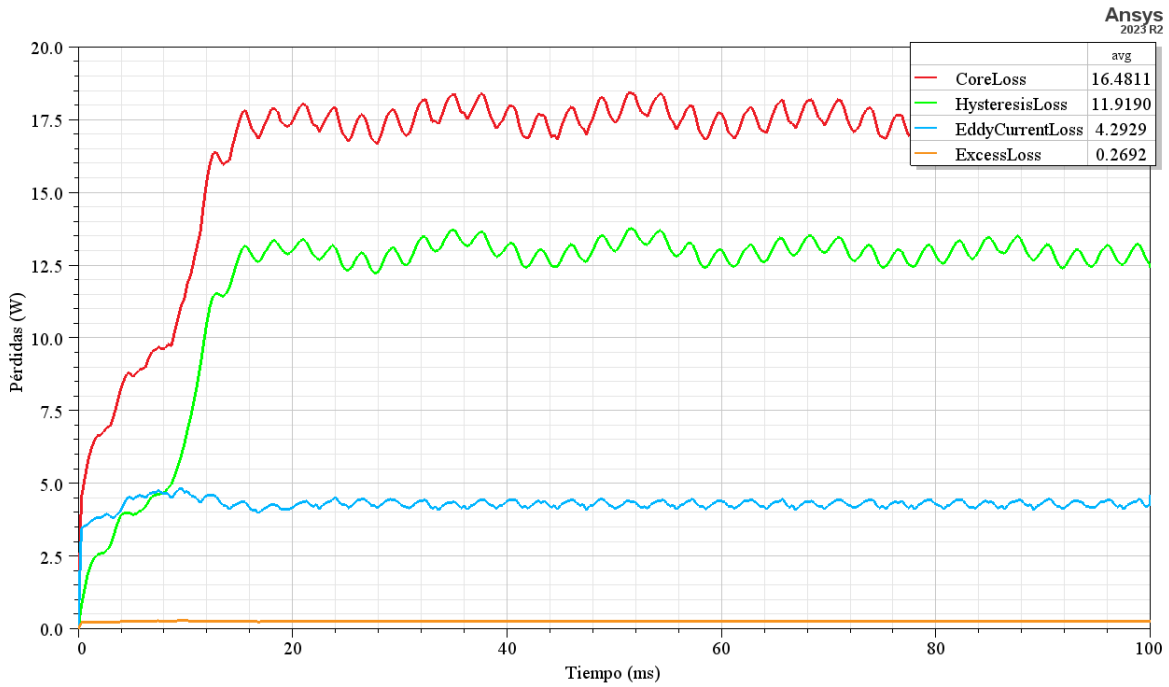


Figura 6.45. Pérdidas en el núcleo calculadas con el modelo 3D.

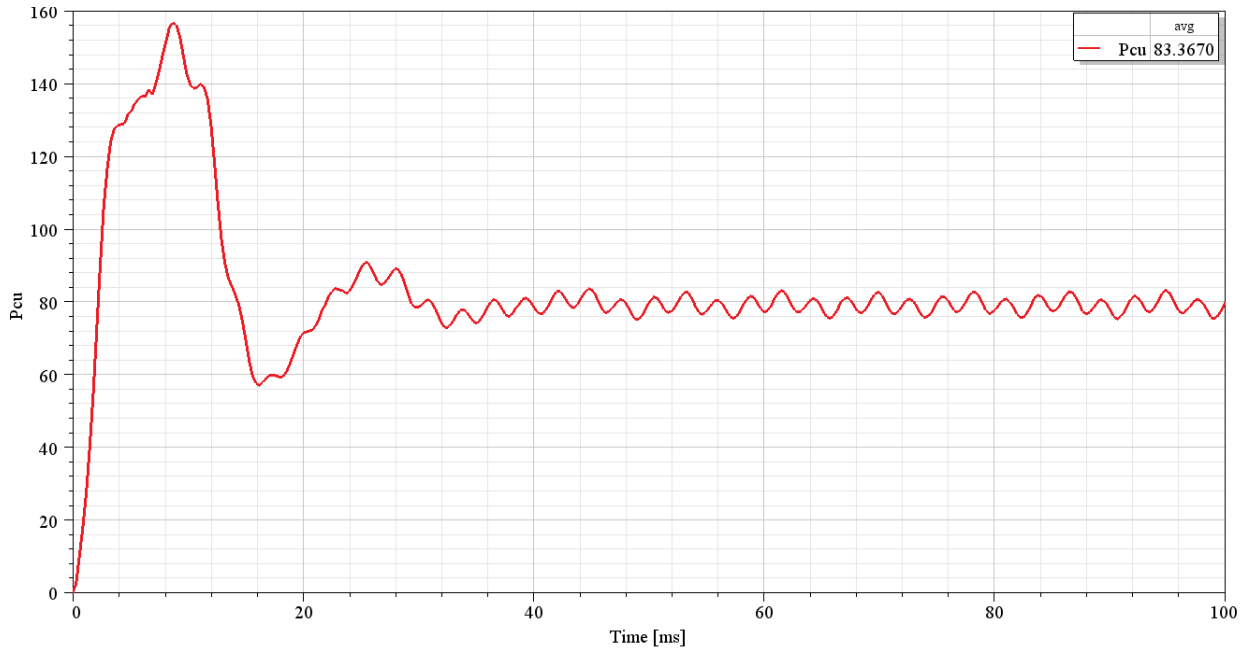


Figura 6.46. Pérdidas en el cobre calculadas con el modelo 3D.

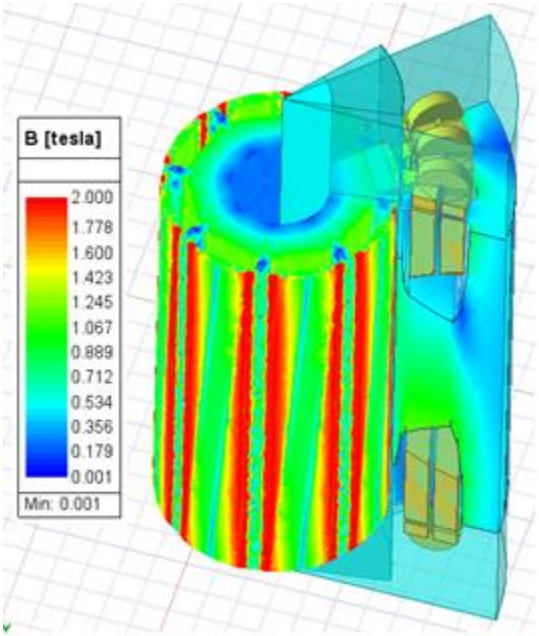


Figura 6.47. Comportamiento de la magnitud de la densidad del campo magnético B en t=0s en el modelo 3D para validación de resultados del modelo optimizado 2D.

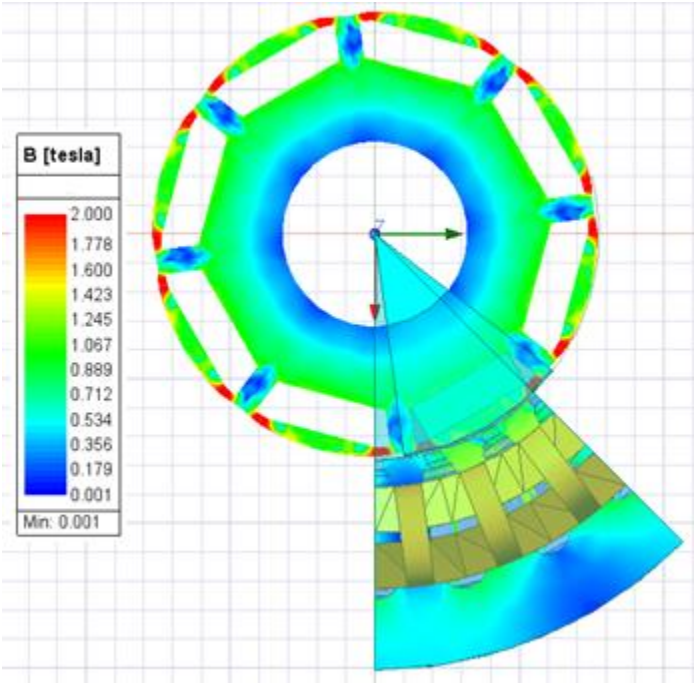


Figura 6.48. Vista superior del modelo 3D en el que se muestra el comportamiento de la magnitud de la densidad del campo magnético en t=0 s en el generador optimizado.

Tabla 6-3. Resultados de la simulación de validación con el modelo 3D.

Parámetro	Magnitud de la variable	Unidades
Voltajes inducidos prom.	136.86	Volt
Corrientes prom.	2.60	Ampere
Par electromagnético	11.44	Nm
Potencia mecánica	1078.49	Watt
Potencia eléctrica	997.47	Watt

Tabla 6-4. Resultados de los modelos 2D y 3D.

		Modelo sin optimizar		Modelo con optimización		Validación modelo 3D	
Voltajes	Fase A	136.5879	V	138.3651	V	137.0884	V
	Fase B	136.5849	V	138.3648	V	136.8699	V
	Fase C	136.5888	V	138.3798	V	136.6251	V
Corrientes	Fase A	2.4231	A	2.8965	A	2.5981	A
	Fase B	2.4222	A	2.8951	A	2.6254	A
	Fase C	2.4229	A	2.8963	A	2.5884	A
Par		10.6026	N-m	12.9986	N-m	11.4432	N-m
Potencia	Eléctrica	923.7732	W	1107.5420	W	997.4787	W
	Mecánica	999.2757	W	1225.0938	W	1078.4984	W
Pérdidas	P_h	12.7761	W	13.5274	W	11.9190	W
	P_{ce}	4.3127	W	6.8759	W	4.2929	W
	P_e	0.2768	W	0.3250	W	0.2692	W
	Pnúcleo	17.3656	W	20.7283	W	16.4811	W
	Cobre	68.4866	W	97.8557	W	83.3670	W
	Total Pérd.	85.85		118.58		99.84	
Eficiencia		92.44	%	90.40	%	92.49	%

Capítulo 7
Conclusiones

7.1 Contribuciones

En este trabajo de tesis se presenta una investigación enfocada en la aplicación de las técnicas de optimización para mejorar el diseño de las máquinas eléctricas, en este contexto se trabaja la optimización de la cara polar de un generador de imanes permanentes para aplicaciones eólicas.

Aunque los generadores con imanes son los que tienen la mayor densidad de par y son considerados de los que alcanzan mayores eficiencias, no están exentos de presentar contenido armónico que afecta la energía que producen. Este contenido armónico en el campo magnético que está presente en el entrehierro afecta directamente a los parámetros como el voltaje inducido.

La relación del campo magnético con los voltajes inducidos queda de manifiesto con la ley de Faraday en la que el dicho voltaje se deriva de la variación del flujo magnético y si este flujo magnético tiene distorsiones o variación no sinusoidal se traducen directamente en distorsiones armónicas en el voltaje inducido.

Para minimizar este contenido armónico se busca que el flujo sea lo más sinusoidal posible. En este trabajo de tesis se implementó un algoritmo genético que busca minimizar la distorsión armónica total de la señal de voltaje a partir de la modificación geométrica de la cara polar del generador que se analiza.

En el modelo inicial 2D sin la optimización de la cara polar la distorsión armónica total es de 4.5% promedio en las tres fases. Después de realizar la optimización de la cara polar y realizar las simulaciones electromagnéticas con el software comercial ANSYS Maxwell, se logró que el THD promedio de la señal de voltaje inducido se redujera a un 3.38%, lo que muestra que se cumple el objetivo de la optimización y la minimización del contenido armónico. Dicha reducción representa el 25 % del contenido armónico, lo que demuestra la efectividad del algoritmo en cumplir con el objetivo de optimización.

Para validar estos resultados se realizaron simulaciones del modelo optimizado con la representación de su geometría en 3D, para incrementar la precisión de los resultados y lograr el objetivo del trabajo de tesis, que es la optimización de la cara polar de un generador síncrono de imanes permanentes.

Los resultados de la simulación electromagnética 3D nos permite validar los resultados 2D optimizados. El análisis de la transformada rápida de Fourier en los voltajes inducidos nos permite confirmar un valor promedio de THD en las 3 fases en el modelo 3D en 3.33%. Estos resultados ratifican la consistencia con los resultados obtenidos en el modelo 2D, donde estos datos muestran que en valor global de la distorsión armónica eliminada es más del 1% del total lo que mejora la forma de la señal de manera efectiva.

Este resultado como conclusión permite validar el uso de las técnicas de optimización estocásticas, como lo son los algoritmos genéticos, para mejorar de manera efectiva el diseño de un dispositivo eléctrico como son los generadores eléctricos al ser técnicas robustas y eficaces.

7.2 Trabajo futuro.

La solución del problema de optimización con un solo objetivo permite mejorar la forma de la señal del voltaje inducido en el generador. Es evidente que se requiere un trabajo de optimización integral de más de un solo objetivo, como quedó demostrado en la tabla 6.4 la eficiencia logra un valor pequeño de mejora, lo que es predecible, puesto que no se puede mejorar mayormente el desempeño del generador solamente con un objetivo.

Como trabajo futuro se plantea la formulación de una función multiobjetivo, la cual sea evaluada por algoritmos genéticos de segunda o tercera generación, con los que no solo se mejora la forma de la señal de los voltajes inducidos con la reducción del THD, sino que otros objetivos consistan en la mejora de la eficiencia, temperaturas, entre otros parámetros, realizando simulaciones 2D con elemento finito y validación con modelos 3D de elemento finito.

Adicionalmente, se recomienda que se realice el prototipo real del generador para validar experimentalmente los resultados obtenidos con el modelo 3D y concluir la mejora del diseño de un generador síncrono de imanes permanentes.

Bibliografía

[1] M. Villarubia, Ingeniería de la Energía Eólica, Alfaomega. 2013.

[2] A. González, "Analisis y diseño de un generador síncrono de imanes permanentes para sistemas eólicos," *Tesis Doctoral, División de Estudios de Posgrado e Ivestigación,* julio Julio 2014.

[3] k. W. Cheng, J. K. Lin, Y. J. Bao y X. D. Xue, "Review of the Wind Energy Generating System," *The Hong Kong Polytechnic University. 2009.*

[4] SENER, "Mapa de Ruta Tecnológica Energía Eólica en La Tierra," 2017.

[5] H. Li, Z. Chen y H. Polinder, "Optimization of Multibrid Permanent-Magnet Wind Generator Systems," *IEEE Transactions on Energy Conversion,* vol. 24, nº 1, pp. 82-89, Mar. 2009.

[6] C. Schlensok, M. H. Gracia y K. Hameyer, "Combined numerical and analytical method for geometry optimization of a PM," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 42, nº 4, pp. 1211-1214, Abril 2006.

[7] S. Ruoho, E. Dlala y A. Arkkio, "Comparison of Demagnetization Models for Finite-Element Analysis of Permanent-Magnet Synchronous Machines," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 43, nº 11, pp. 3964-3968, Nov. 2007.

[8] T. Lindh, P. Salminen, J. Pyrhonen y et al, "Permanent Magnet Generator Designing Guidelines," *2007 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives,* pp. 185-189, 2007.

[9] H. Polinder, F. F. A. v. d. Pijl, G. -J. d. Vilder y P. J. Tavner, "Comparison of direct-drive and geared generator concepts for wind turbines," *IEEE Transactions on Energy Conversion,* vol. 21, nº 3, pp. 725-733, Sep. 2006.

[10] M. R. Faqih, S. Sutedjo y E. Wahjono, "Design and Fabrication of a Radial Flux Permanent Magnet Synchronous Generator," *2019 International Electronics Symposium (IES), Surabaya, Indonesia,* pp. 644-649, 2019.

[11] Y. Li, J. Zou y Y. Lu, "Optimum design of magnet shape in permanent-magnet synchronous motors," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 39, nº 6, pp. 3523-3526, Nov. 2003.

[12] H. Li y Z. Chen, "Overview of Different Wind Generator Systems and their Comparisons," *IET Renewable Power Generation,* vol. 2, nº 2, pp. 123-138, Jun. 2008.

[13] K. S. Jiji, J. N. H. y C. A. Babu, "FEM-Based Virtual Prototyping and Design of Third Harmonic Excitation System for Low-Voltage Salient-Pole Synchronous Generators," *IEEE Transactions on Industry Applications,* vol. 50, nº 3, pp. 1829-1834, May-Jun 2014.

[14] H. Fang y D. Wang, "A Novel Design Method of Permanent Magnet Synchronous Generator From Perspective of Permanent Magnet Material

Saving," *IEEE Transactions on Energy Conversion,* vol. 32, nº 1, pp. 48-54, Marzo 2017.

[15] M. Rostami, M. R. Feyzi y et al, "Genetic Algorithm Approach for Improved Design of a Variable Speed Axial-Flux Permanent-Magnet Synchronous Generator," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 48, nº 12, pp. 4860-4865, Dic. 2012.

[16] Y. Chen, P. Pillay y A. Khan, "PM wind generator topologies," *IEEE Transactions on Industry Applications,* vol. 41, nº 6, pp. 1619-1626, Nov.-Dic. 2005.

[17] G. K. Khan, G. W. Bluckey y N. Brooks, "Calculation of forces and stresses on generator end-windings. I. Forces," *IEEE Trans. On Energy Conversion,* vol. 4, nº 4, pp. 661-670, Dic. 1989.

[18] P. Di Barba y E. Mognaschi, "Industrial Design With Multiple Criteria: Shape Optimization of a Permanent-Magnet Generator," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 45, nº 3, pp. 1482-1485, 2009.

[19] H. Vansopel y e. al, "Optimized Design Considering the Mass Influence of an Axial Flux Permanent-Magnet Synchronous Generator With Concentrated Pole Windings," *IEEE Trans. On Magnetics,* vol. 6, nº 12, Dic. 2010.

[20] D. Kowal, P. Sergeant y et al, "Influence of electrical steel grade on the temperature distribution in direct-drive PM synchronous generators for 5 MW

wind turbines," *2012 XXth International Conference on Electrical Machines,* pp. 1740-1744, 2012.

[21] T. Wang y Q. Wang, "Optimization Design of a Permanent Magnet Synchronous Generator for a Potential Energy Recovery System," *IEEE Transactions on Energy Conversion,* vol. 27, nº 4, pp. 856-863, Dic. 2012.

[22] A. Monni, I. Marongiu y et al, "Design of a Fractional Slot Multi-Phase PMSG for a Direct-Drive Wind Turbine," *2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM),* pp. 2087-2093, 2014.

[23] C. Feng, X. Jing, G. Bin y et al, "Double-Stator Permanent Magnet Synchronous in-Wheel Motor for Hybrid Electric Drive System," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 45, nº 1, pp. 278-281, Ene. 2009.

[24] D. P. M. García Sánchez, "Influencia De Aspectos Constructivos En El Comportamiento De Motores Síncronos De Imanes Permanentes Para Aplicaciones De Control De Posición," *Universidad del País Vasco, Departamento de Ingeniería Eléctrica, TESIS,* Dic. 2016.

[25] S.-I. Kim, J.-Y. Lee y et al, "Optimization for reduction of torque ripple in interior permanent magnet motor by using the Taguchi method," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 41, nº 5, pp. 1796-1799, Mayo 2005.

[26] M. Lukaniszyn, M. JagieLa y R. Wrobel, "Optimization of permanent magnet shape for minimum cogging torque using a genetic algorithm," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 40, nº 2, pp. 1228-1231, Marzo 2004.

[27] P. Zheng, J. Zhao, J. Han y et al, "Optimization of the Magnetic Pole Shape of a Permanent-Magnet Synchronous Motor," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 43, nº 6, pp. 2531-2533, Jun. 2007.

[28] T. Ishikawa, M. Yamada y N. Kurita, "Design of Magnet Arrangement in Interior Permanent Magnet Synchronous Motor by Response Surface Methodology in Consideration of Torque and Vibration," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 47, nº 5, pp. 1290-1293, Mayo 2011.

[29] A. A. Arkadan y et al, "Shape optimization of PM devices using constrained gradient based inverse problem methodology," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 32, nº 3, pp. 1222-1225, May 1996.

[30] D.-H. Kim, I.-H. Park y et al, "Optimal shape design of iron core to reduce cogging torque of IPM motor," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 39, nº 3, pp. 1456-1459, Mayo 2003.

[31] C. Seop Kho, H. Soo Yoon y et al, "Magnetic pole shape optimization of permanent magnet motor for reduction of cogging torque," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 33, nº 2, pp. 1822-1827, Marzo 1997.

[32] J.-S. Chung, H.-K. Jung y J.-S. Yoon, "Shape optimization of closed slot type permanent magnet motors for cogging torque reduction using evolution strategy," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 33, nº 2, pp. 1912-1915, Marzo 1997.

[33] T. Ishikawa, M. Yamada y N. Kurita, "Design of magnet shape in interior permanent magnet synchronous motor by response surface methodology in

consideration of torque and vibration," *Digests of the 2010 14th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation,* pp. 1-1, 2010.

[34] A. Kioumarsi, M. Moallem y B. Fahimi, "Mitigation of Torque Ripple in Interior Permanent Magnet Motors by Optimal Shape Design," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 42, nº 11, pp. 3706-3711, Nov. 2006.

[35] Y. Yang y et al, "The optimization of pole arc coefficient to reduce cogging torque in surface-mounted permanent magnet motors," *IEEE Trans. On Magnetics,* vol. 42, nº 4, pp. 1135-1138, Abril 2006.

[36] C. -C. Hwang, P. -L. Li, F. C. Chuang y et al, "Optimization for Reduction of Torque Ripple in an Axial Flux Permanent Magnet Machine," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 45, nº 3, pp. 1760-1763, Mar. 2009.

[37] P. S. Shin y S. H. Woo, "An Application of Latin Hypercube Sampling Strategy for Cogging Torque Reduction of Large-Scale Permanent Magnet Motor," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 44, nº 11, pp. 4421-4424, Nov. 2008.

[38] Q. He y Q. Wang, "Optimal Design of Low-Speed Permanent Magnet Generator for Wind Turbine Application," *2012 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference,* pp. 1-3, 2012.

[39] A. M. EL-Refaie, ""Fractional-Slot Concentrated-Windings Synchronous Permanent Magnet Machines: Opportunities and Challenges," *IEEE Transactions on Industrial Electronics,* vol. 57, nº 1, pp. 107-121, Ene. 2010.

[40] N. Chen, S. L. Ho y W. N. Fu, "Optimization of Permanent Magnet Surface Shapes of Electric Motors for Minimization of Cogging Torque Using FEM," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 46, nº 6, pp. 2478-2481, Jun. 2010.

[41] K. Yamazaki y Y. Kanou, "Shape Optimization of Rotating Machines Using Time-Stepping Adaptive Finite Element Method," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 46, nº 8, pp. 3113-3116, Ago. 2010.

[42] K. I. Laskaris y A. G. Kladas, "Permanent-Magnet Shape Optimization Effects on Synchronous Motor Performance," *IEEE Transactions on Industrial Electronics,* vol. 58, nº 9, pp. 3776-3783, Sep. 2011.

[43] B. Del Hoyo, "Modelación de la Histéresis Magnética y su Aplicación al Cálculo Numérico en Máquinas Eléctricas.," *Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Politécnica de Cataluña, Tesis Doctoral. Barcelona-Soria,* Nov. 2005.

[44] Y. Duan, R. G. Harley y T. G. Habetler, "Comparison of Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithm in the design of permanent magnet motors," *2009 IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference,* pp. 822-825, 2009.

[45] C. Hernández, "Sistema Inteligente para el Diseño Electromagnético de Transformadores de Distribución," *Instituto Tecnológico de la Laguna, Tesis Doctoral,* 2007.

[46] C. Powell, P. T. Thant y M. Munetomo, "Evaluation of Three Steady-State NSGA-III Offspring Selection Schemes for Many-Objective Optimization," *2016*

Joint 8th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems (SCIS) and 17th International Symposium on Advanced Intelligent Systems (ISIS), pp. 166-171, 2016.

[47] T. Miller y J. Hendershot Jr., "Design of Brushless Permanent-Magnet Motors," *Oxford University Press,* 1994.

[48] J. F. Gieras y M. Wing, "Permanent Magnet Motor Technology. Design and Applications," *Marcel Dekker,* 2002.

[49] R. Krishnan, "Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives," *CRC Press,* 2010.

[50] T. Li y G. Slemon, "Reduction of cogging torque in permanent magnet motors," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 24, nº 6, pp. 2901-2903, 1988.

[51] J. De La Ree y N. Boules, "Torque Production in Permanent-Magnet Synchronous Motors," *IEEE Transactions on Industry Applications,* vol. 25, nº 1, pp. 107-112, 1989.

[52] D. C. Hanselman, "Effect of Skew, Pole Count and Slot Count on Brushless Motor Radial Force, Cogging Torque and Back EMF," *IEE Proceedings - Electric Power Applications,* vol. 144, nº 5, pp. 325-330, 1997.

[53] K. H. Kim, D. J. Sim y J. S. Won, "Analysis of Skew Effects on Cogging Torque and BEMF for BLDCM," *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting,* pp. 191-197, 1991.

[54] D. Xie, X. Sun y et al, "Multiobjective Optimization Based on Response Surface Model and Its Application to Engineering Shape Design," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 44, nº 6, pp. 1006-1009, Jun. 2008.

[55] M. A. Jamil, A. Alhindi, M. Arif y et al, "Multiobjective Evolutionary Algorithms NSGA-II and NSGA-III for Software Product Lines Testing Optimization," *2019 IEEE 6th International Conference on Engineering Technologies and Applied Sciences (ICETAS),* pp. 1-5, 2019.

[56] P. Asef, "Multi-level-objective design optimization of permanent magnet synchronous wind generator and solar photovoltaic system for an urban environment application," *Universitat Politècnica de Catalunya-Barcelona Tech,* 2018.

[57] J. Huang, Q. H. Wu, Z. G. Li y J. H. Zheng, "Multi-objective Optimal Power Flow Problem Using DE-NSGA-III Algorithm," *2018 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT Asia),* pp. 693-698, 2018.

[58] H. Ishibuchi, R. Imada, Y. Setoguchi y Y. Nojima, "Performance comparison of NSGA-II and NSGA-III on various many-objective test problems," *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC),* pp. 3045-3052, 2016.

[59] J. Liu y Q. Zhou, "Design and Optimization of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Finite Element analysis," *2019 14th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA),* pp. 2055-2058, 2019.

[60] J. Maitre, S. Gaboury, B. Bouchard y A. Bouzouane, "An effective identification of the induction machine parameters using a classic genetic algorithm, NSGA

II and ϴ-NSGA III," *2015 6th International Conference on Information, Intelligence, Systems and Applications (IISA),* pp. 1-6, 2015.

[61] P. Monk, "Finite Element Methods for Maxwell's Equations," *Oxford University Press,* 2003.

[62] D. Fleisch, A Student's Guide to Maxwell's Equations, Cambridge Press, 2007.

[63] J. Pyrhönen, T. Jakinen y V. Hrabovcová, "Design of Rotating Electrical Machines," *John Wiley & Sons, Ltd.,* 2008.

[64] J. R. Cardoso, "Electromagnetics through the finite element method: A simplified approach using Maxwell's equations," *CRC Press Taylor & Francis Group,* 2017.

[65] J. P. A. Bastos y N. Sadowski, "Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods," *Marcel Dekker,* 2003 .

[66] D. K. Cheng, "Field and Wave Electromagnetics," *Addison Wisley Publishing Company,* 1983.

[67] P. P. Silvester y R. L. Ferrari, "Finite Element for Elecritical Engineers," *Cambridge University Press, third edition,* 1996.

[68] N. Bianchi, Electrical Machine Analysis Using Finite Elements, CRC Press, 2005.

[69] M. N. O. Sadiku, "Numerical Techniques in Electromagnetics," *CCRC Press LLC, 2nd. Ed.,* 2001.

[70] R. Bansal, “Handbook of Engineering Electromagnetics,” *Marcel Dekker Inc,* 2004.

[71] M. Chari y S. J. Salon, “Numerical Methods in Electromagnetism,” *Academic Press.*

[72] E. Frias Valero, “Aportaciones al Estudio de las Máquinas Eléctricas de Flujo Axial Mediante la Aplicación del Método de los Elementos Finitos,” *Universitat Politècnica de Catalunya. Departament d'Enginyeria Elèctrica,* 2004.

[73] P. Kohnke, ANSYS Theory Reference Release 5.6, ANSYS, Inc., 1994.

[74] O. C. Zienkiewics , J. Lyness y D. R. j. Owen, “Three-Dimensional Magnetic Field Determination Using a Scalar Potential - A Finite Element Solution,” *IEEE Transactions on Magnetics,* Vols. %1 de %2MAG-13, nº 5, pp. 1649-1656, 1977.

[75] O. Biro, K. Preis, C. Magele, W. Renhart, K. R. Richter y G. Vrist, “Numerical Analysis of 3D Mafnetostatic Fields,” *IEEE Transaction on Magnetics,* vol. 27, nº 5, pp. 3798-3803, 1991.

[76] S. Vaez-Zadeh, “Control of Permanent Magnet Synchronous Motors,” *Oxford University Press,* 2018.

[77] D. C. Hanselman, “Brushless Permanent Magnet Motor Design,” *Magna Physics Publishing, Motorsoft Division of Fisher Electric Technology,* 2006.

[78] J. T. Hendershot y T. J. Miller, “Design of Brushless Permanent Magnet Machines,” *Motor Design Books LLC, USA,* 2010.

[79] L. Blanco, "Diseño Electromagnético De Un Motor Síncrono De Imanes Permanentes Para El Accionamiento Directo De La Hélice De Un Barco," *Universidad Politécnica de Madrid, Tesis,* 2017.

[80] T. Tudorache y et al, "Design and Performance Analysis of a Permanent Magnet Synchronous Generator Equipped with AC-DC Converter," *9th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering,* Mayo 2015.

[81] S. J. Salon, Finite Element Analysis of Electrical Machines, SPRINGER SCIENCE+BUSINESS MEDIA, LLC, 1995.

[82] D. Zarko, A Systematic Approach to Optimized Design of Permanent Magnet Motors With Reduced Torque Pulsations, University of Wisconsin-Madison, Tesis Doctoral, 2004.

[83] Z. Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte y B. Ackermann, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. I. Open-circuit field," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 29, nº 1, pp. 124-135, 1993.

[84] Z. Q. Zhu y D. Howe, "Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet DC Motors. III. Effect of Stator Slotting," *IEEE Transactions on Magnetics,* vol. 29, nº 1, pp. 143-151, 1993.

[85] S. S. Rao, "Engineering Optimization, Thoery and Practice," *Jhon Wiley and Sons, Inc.,* 1996.

[86] K. F. Riley, M. P. Hobson y S. J. Bence, "Mathematical Methods for Physics and Engineers," *Cambridge University Press, United States of America,* 2006.

[87] M. Fathi y H. Bevrani, "Optimization in Electrical Engineering," *Springer Nature Switzerland AG,* 2019.

[88] J. Nan Juang, "Applied System Identication," *Prentice Hall PTR,* 1994.

[89] E. Kyriakides y G. Heydt, "Estimation of synchronous generator parameters using an observer for damper currents and a graphical user interface," *Electric Power Systems Research,* vol. 69, pp. 7-16, 2004.

[90] D. G. Luenberger, "Linear and no Linear programming," *Addison Wesley Publishing company,* 1984.

[91] D. A. Pierre y M. J. Lowe, "Mathematical Programming via Augmented Lagrangians: an Introduction with Computer Programs," *Addison Wesley Publishing Company,* 1975.

[92] A. Reyes, "Optimización De La Geometría Del Polo De Una Máquina Síncrona," *Instituto Politécnico Nacional, Tesis,* 2007.

[93] J. López, "Optimización Multi-objetivo Aplicaciones a Problemas del Mundo Real," *Editorial de la Universidad Nacional de La Plata (EDULP),* 2015.

[94] S. R. Singiresu, "Engineering Optimization, Thoery and Practice," *hon Wiley and Sons, Inc. 3rd. Ed.,* 1996.

[95] M. Gutiérrez , Optimización Multi-Objetivo Usando Algoritmos Genéticos Culturales, Tesis, Departamento de Computación Unidad Zacatenco, IPN, México, 2011.

[96] D. H. Wolper y W. Macready, "No free lunch theorems for optimization," *IEEE Transaction on Evolutionary Computation,* vol. 5, nº 1, 1997.

[97] T. Weise, Global Optimization Algorithms - Theory and Application, http://www.it-weise.de/, 2009.

[98] M. Baker, "Nonlinear Optimization in Electrical Engineering with Applications in MATLAB," *IET, Hertfordshire,* 2013.

[99] J. A. Tylor , "Convex Optimization of Power Systems," *Cambridge University Press,* 2015.

[100] T. Bäck, U. Hammel y H. P. Schwefel, "Evolutionary computation: comments on the history and current state," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 1, nº 1, pp. 3-17, 1997.

[101] D. E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning," *Addison-Wesley,* 1989.

[102] M. Mitchell, "An Introduction to Genetic Algorithms," *The MIT Press,* 2001.

[103] D. B. Fogel, "An introduction to simulated evolutionary optimization," *IEEE Transactions on Neural Networks,* vol. 5, nº 1, pp. 3-14, 1994.

[104] S. N. Sivanandam y S. N. Deepa, "Introduction to Genetic Algorithms," *Springer-Verlag Berlin Heidelberg,* 2008.

[105] M. C. South, G. B. Wetherill y M. T. Tham, "Hitch-hicker's Guide to Genetic Algorithms," *Journal of Applied Statistics,* vol. 20, nº 1, pp. 153-175, 1993.

[106] L. Campusano, "Diseño de un Controlador Difuso y Genético Para el Control de Dirección del B.A.P. Carbajal de la Marina de Guerra del Perú," *Universidad Nacional del Callao, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Tesis,* 2007.

[107] M. Hayet, "Diseño e Implementación de Algoritmos Genéticos y su aplicación a problemas de Física," *Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad del País Vasco,* 2020.

[108] R. Shukla y R. Kala, "Real Life Application of Soft Computing," *CRC Press, 1era Edición,* 2010.

[109] S. Mirjalili, "Evolutionary Algorithms and Neural Networks Theory and Applications," *Springer International Publishing AG, part of Springer Nature,* 2019.

[110] T. Back, U. Hammel y H. -P. Schwefel, "Evolutionary computation: comments on the history and current state," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 1, nº 1, pp. 3-17, Abril 1997.

[111] N. Rostami, M. R. Feyzi, J. Pyrhonen, A. Parviainen y V. Behjat, "Genetic Algorithm Approach for Improved Design of a Variable Speed Axial-Flux

Permanent-Magnet Synchronous Generator," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, nº 12, pp. 4860-4865, Dic. 2012.

[112] I. Ansys, Manual de Ansys, ANSYS Electromagnetics Suite., 2020.

Thought hope is frail, it's hard to kill.

Plof