



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico**

## Tesis de Doctorado

**Diseño, Optimización y Construcción de una  
Plataforma Móvil para el Anaveaje de Helicópteros**

presentada por

**M.C. Norma Celeste Ruiz Hidalgo**

como requisito para la obtención del grado de  
**Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica**

Director de tesis

**Dr. Andrés Blanco Ortega**

Codirector de tesis

**Dr. Arturo Abúndez Pliego**

**Cuernavaca, Morelos, México. Junio 2025**





Cuernavaca, Mor.,  
No. De Oficio:  
Asunto:

20/marzo/2024  
SAC/129/2024  
Autorización de  
impresión de tesis

**NORMA CELESTE RUIZ HIDALGO  
CANDIDATA AL GRADO DE DOCTORA EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA MECÁNICA  
P R E S E N T E**

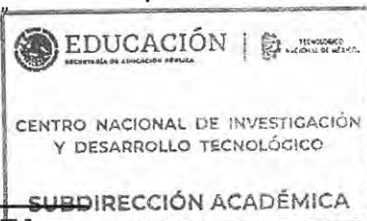
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **“Diseño, optimización y construcción de una plataforma móvil para el anaveaje de helicópteros”**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

Excelencia en Educación Tecnológica®  
“Conocimiento y tecnología al servicio de México”

**CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



C. c. p. Departamento de Ingeniería Mecánica  
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz






Cuernavaca, Morelos, **15/febrero /2024**

**ACEPTACIÓN DEL TRABAJO DE TESIS DOCTORAL**

**DR. RAFAEL CAMPOS AMEZCUA**  
**JEFE DEPTO. ING. MECÁNICA**  
**PRESENTE**

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial de la Tesis Doctoral de la Alumna Norma Celeste Ruiz Hidalgo, manifiestan que después de haber revisado su trabajo de tesis doctoral titulado "Diseño, optimización y construcción de una plataforma móvil para el anaveaje de helicópteros", realizado bajo la dirección del Dr. Andrés Blanco Ortega, Co-director Dr. Arturo Abúndez Pliego el trabajo se ACEPTA para proceder a su impresión.

**ATENTAMENTE**  
*Excelencia en Educación Tecnológica®*



DR. JORGE COLÍN OCAMPO  
CENIDET



DR. LUIS GERARDO VELA VALDÉS  
CENIDET



DR. JOSÉ ANTONIO ARELLANO CABRERA  
VIZCARRA



DR. MANUEL ARIAS MONTIEL  
UTM



DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA  
CENIDET



DR. ARTURO ABUNDEZ PLIEGO  
CENIDET

c.c.p: Ma. Elena Gómez Torres Jefa del Departamento de Servicios Escolares  
c.c.p: Carlos Manuel Astorga Zaragoza Subdirector Académico  
c.c.p: Expediente





# Dedicatoria

Esta tesis está dedicada a mi mamá Norma Edith Hidalgo Becerril, quien es la persona que ha estado impulsándome, escuchándome y apoyándome en casi todo lo que he realizado en mi vida. Mamá, gracias por enseñarnos a ser generosas y a compartir con los demás, por tu cariño, por creerme y respetar mi punto de vista, y por exigirme a dar ese extra porque sabías que podía dar más. Te admiro por la forma tan fácil como le encuentras solución a los problemas, por tu ingenio, creatividad, intuición y por tantos talentos que nunca cesan de sorprenderme. Gracias por enseñarme a exteriorizar cuando algo no me parece y así como a defender lo que pienso. Gracias por ser como eres; le agradezco a la vida el tener una madre como tú; te quiero mucho mamá!

A mi tío Arturo Hidalgo Becerril. Agradezco a la vida por la fortuna que tengo de tenerlo como tío, por ser la persona en la que siempre se puede confiar, por centrarme e ir directamente al punto cuando he requerido un consejo de usted. Le doy las gracias porque he aprendido muchas cosas de usted como “sé buena persona, actúa bien con los demás y respeta a todos”. Gracias tío por ayudarme a tener esa seguridad y confianza en mí. Tío eres una persona muy brillante en todo lo que haces, gracias por enseñarme el significado de lo que es hacer familia. Te quiero mucho tío.

A mi papá Celedonio Ruiz García por tomarme en cuenta en las decisiones importantes de la familia y de la casa, por confiar en mí, por escucharme, por compartir con nosotras tu tiempo y por haber trabajado tanto para que siempre tuviéramos lo mejor. Por ser un ejemplo de una persona dedicada a su trabajo, que siempre da el cien por ciento para alcanzar las metas, por actuar honestamente y ser leal a lo que crees. Hace un tiempo me diste un consejo muy importante: “Da lo mejor de ti y nunca tendrás que preocuparte de nada”. Te quiero mucho papá.

A mis hermanas Arantza y Mariana por ser tan maravillosas y excepcionales personas: mis amigas, con las que he compartido juegos, alegrías, tristezas, triunfos y reveses, así como han sido apoyos incondicionales en mi vida y por lo sinceras y solidarias que son. Estoy muy agradecida con la vida y soy muy afortunada por tener unas hermanas como ustedes.

A mi hermana Arantza Estefanía Ruiz Hidalgo, por enseñarme a ver la vida sin complicaciones, por la forma tan práctica y determinada con la que has resuelto las situaciones que se te han presentado procurando sacar lo mejor de cada una de ellas. Gracias por tu generosidad y por dar prioridad y tiempo a la familia. Reconozco que con el talento que tienes para escribir me has transmitido que los sueños siempre se pueden llevar a cabo. Te quiero mucho hermana.

A mi hermana Mariana Alejandra Ruiz Hidalgo que me has enseñado a ver la vida con alegría y diversión, por tu gran corazón y empatía que me aterrizan y solucionas rápido las cosas. Por ser tan comprensiva y generosa, porque siempre tratas de sacar lo positivo de las situaciones y me has enseñado a ver la vida desde otra perspectiva a través de lo que expresas en tus obras de arte. Gracias hermana por todo tu apoyo y cariño incondicional. Te quiero mucho hermana.



A mis abuelitos maternos les agradezco por formar una gran familia. A mi abuelita Lourdes Becerril Rodríguez (†) por la oportunidad que me dio la vida de haberla conocido. Por su forma de pensar tan adelantada a su época que ayudó a que tuviéramos otra forma de pensar y de ser.

Cuando los diagnósticos parecían poco favorables, o cuando la vida no iba muy bien, usted siempre salía adelante con la fe que tenía y con lo que había aprendido de la vida. Usted nunca se dejó vencer, sin importar su estado de salud, gracias a su carácter y a su determinación de ser autosuficiente. Con su frase de “arriba y adelante” usted era inquebrantable. La quiero mucho abuelita.

A mi abuelito Eduardo Hidalgo Castro (†) por el tiempo y paciencia que le dedicó a mi mamá, a mis tíos y tías, y de los cuales formó grandes seres humanos. Siempre mencionan la buena actitud que tenía, el tiempo que les dedicaba, la paciencia y la seguridad que imprimió en cada uno de ellos. Sobre todo, por los buenos comentarios que siempre he escuchado de la gente que lo conoció. Gracias abuelito por enseñarnos a ver el lado positivo a la vida y por tu sentido del humor con el cual toda la familia y la gente te recuerda.

Muchas Gracias a mi tía Carmen Becerril Rodríguez (†) porque fue una parte importante en la familia, por su gran generosidad y apoyo para todos, quien siempre tuvo confianza en todos nosotros para que lográramos nuestras metas.

A mi tía Yanet Del Carmen Maldonado Gil. Gracias por estar ahí en los momentos importantes de nuestra familia. Le agradezco el cariño que nos ha mostrado y la forma de recibirnos en su hogar con una alegría enorme, por estar de buen humor, por su autenticidad, por ser tan compartida. Cuando la recuerdo siempre se me viene a la mente su sonrisa. Gracias por ser mi tía.

Agradezco a mi amigo Jorge Iván Bermúdez Rodríguez por tu autenticidad y sinceridad, porque sé que puedo hablar contigo de lo que sea y porque eres alguien que sabe escuchar. Gracias por confiar en mí y platicarme las situaciones por las que a veces has pasado. Le agradezco a la vida el haberte conocido.

A mi instructor de Yoga Javier Miguel Aldama Blanco. Por siempre estar dispuesto a ayudar a los demás, por su generosidad, y por dar lo mejor de usted. Desde que lo conocí ha estado dispuesto a escucharme. Gracias a esas conversaciones he aprendido a ver las cosas desde otro punto de vista. Nunca olvido su frase que usa en la clase de yoga: “esfuércense, pero no se fuercen”. Muchas gracias profe.

Agradezco a la vida este momento, por la maravillosa familia de la que formo parte, por la salud que tengo y, sobre todo por los momentos difíciles que he pasado. En su momento no lo entendía, pero ahora lo agradezco porque las cosas son como son, y está en uno saber cómo actuar frente a las situaciones por las que uno está viviendo e ir en la vida con un pensamiento positivo, constructivo y creativo.

Gracias por compartir este momento.  
Norma Celeste Ruiz Hidalgo.



# Agradecimientos

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por ser el lugar donde realicé el posgrado y adquirí nuevos conocimientos y aunado a esto es en donde conocí a mis maestros y compañeros de los cuales aprendí de cada uno de ellos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por otorgarme la beca para realizar mis estudios de posgrado.

Al Tecnológico Nacional de México (TNM) por permitirme realizar el examen de grado, pese a las circunstancias que se me presentaron en el camino.

A mi asesor de tesis, el Dr. Andrés Blanco Ortega, por la motivación y confianza que me dio en el mismo momento en que ingresé al doctorado. Le agradezco mucho que no haya desistido en su idea de que yo me pudiera titular. Gracias por su incondicional apoyo, por el tiempo que dedicó a escucharme, a impulsarme a presentar artículos, lo cual me dio un gran aprendizaje. Gracias Dr. Blanco por su amistad, y aun cuando usted no estaba de acuerdo en algunas cosas que yo proponía o decía, siempre respetó mi punto de vista.

Al Dr. Luis Gerardo Vela Valdés (†), porque sus preguntas y comentarios tan acertados fueron una fuente inagotable de aprendizaje, y gracias al cual logré encontrar algunas de las respuestas que estaba buscando en mi vida personal.

Agradezco al Dr. Marco Antonio Oliver Salazar (†) por las observaciones y sugerencias que aportó a mi tesis; por toda la enseñanza y el aprendizaje que recibí. Muchas gracias por su forma tan clara de explicarme las cosas.

A mis revisores de tesis: Dr. Andrés Blanco Ortega, Dr. Arturo Abúndez Pliego, Dr. Jorge Colín Ocampo, Dr. Luis Gerardo Vela Valdés (†), Dr. Manuel Arias Montiel, Dra. Claudia Cortés García, Dr. José Antonio Arellano Cabrera, Dr. Eladio Martínez Rayón. Les agradezco el tiempo empleado en cada avance de tesis, así como las sugerencias y observaciones que realizaban en cada presentación semestral; por aclararme las dudas sobre lo que estaba presentando que ayudaron a que mi trabajo lo pudiera explicar de una forma más concisa y directa.

A mi maestra Nora Sofía Barrero Ruiz que me impartió la clase de Historia en la preparatoria. A quien recuerdo con cariño y desde que la conocí supo cómo hacer para que yo cuestionara las cosas. Me enseñó a ver ambos lados de las situaciones y, sobre todo, a crear conciencia.

A mis amigos y compañeros que tuve la oportunidad de conocer durante mis estudios de posgrado: Jorge Iván Bermúdez Rodríguez, Alan F. Pérez Vidal, Moisés Román Sedeño, Luis Vázquez Sánchez,



Carlos M. Lara Barios, Héctor R. Azcaray Rivera, Fabio A. Gómez Becerra (†), Víctor M. Penagos Pérez, Eduardo Barrero Hernández, Rafael A. García García. Les agradezco todo su apoyo y el tiempo que dedicaron para compartir sus conocimientos conmigo, por su confianza y amistad. Gracias a todas esas charlas sostenidas por tantos años puede ver cosas en mí de las que nunca me había dado cuenta.

Agradezco al Maestro Alberto Abarca Abraham por su forma de ser tan alegre y entusiasta que tiene de contar historias mediante las cuales nos hace apreciar la vida desde otro punto de vista. Y más que nada, gracias por la disposición que tiene siempre para ayudarnos.

Gracias a la Maestra Guadalupe Patricia Armas León por su tiempo, dedicación y compromiso porque me ha enseñado a que las cosas se pueden dar con constancia y trabajo.

Agradezco a la secretaria María del Rocío Salazar Ruiz por su apoyo, su disposición y su gran compromiso con los alumnos, lo que refleja el profesionalismo y el compromiso en la organización del departamento de Ingeniería Mecánica.

Gracias infinitas a todos.  
Norma Celeste Ruiz Hidalgo.



# Resumen

En este proyecto de investigación se presenta el desarrollo de un robot paralelo en configuración Revoluta-Prismático-Esférico (*Revolute-Prismatic-Spherical* - RPS). El robot paralelo es de 3 grados de libertad y consiste en dos plataformas, una fija y una móvil, que están conectadas, entre ellas, por tres cadenas cinemáticas, conformadas por los actuadores.

El objetivo de este robot paralelo es ayudar al anaveaje de helicópteros en buques. Se abordan el movimiento en la dirección vertical y dos movimientos angulares, correspondientes a movimientos de cabeceo y balance. Se determinó la cinemática inversa, cinemática directa y el modelo dinámico del robot paralelo. Para resolver las ecuaciones no lineales de la cinemática directa, se empleó el método de Newton-Kantorovich.

Para el sistema de control, se propuso primero implementar una metodología de identificación de la masa que cada actuador soportará para, posteriormente, dar esta información al controlador de la plataforma móvil. Puesto que en el sistema real se tendrá presencia de incertidumbres de parámetros; correspondiente a la masa del helicóptero (vacío, lleno o con carga media). Con esta metodología, se puede tener una mejor aproximación de la masa que soportará cada actuador. De los resultados de simulación se observa que la identificación de cada masa de los actuadores es inmediata (menos de 0.1 s).

Posteriormente, se propusieron controladores tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) para el seguimiento de la trayectoria de posición deseada en cada actuador, para así controlar la posición de la plataforma móvil.

Se realizó el análisis de singularidades del robot paralelo 3-RPS propuesto, donde se puede observar que no presenta singularidades a diferencia de otros robots paralelos 3-RPS que si presentan singularidades. Como se puede ver en los resultados obtenidos de las simulaciones del prototipo virtual en MSC ADAMS™ y las simulaciones obtenidas de los modelos cinemático y dinámico, se observa que se tiene una buena aproximación (error máximo de  $\pm 2^\circ$ ). Finalmente, se realizaron unas pruebas de regulación con el prototipo físico del robot paralelo, para llevar la plataforma móvil a una posición deseada.



# Abstract

This research project presents the development of a parallel robot in a Revolute-Prismatic-Spherical (RPS) configuration. The parallel robot has 3 degrees of freedom and consists of two platforms, one fixed and one mobile, which are connected between them by three kinematic chains, made up of the actuators.

The design objective of this parallel robot is to help the navigation of helicopters on ships. Movement in the vertical direction and two angular movements, corresponding to pitch and roll movements, are addressed. The inverse kinematics, direct kinematics and the dynamic model of the parallel robot were determined. To solve the nonlinear equations of direct kinematics, the Newton-Kantorovich method was used.

For the control system, it was first proposed to implement a methodology for identifying the mass that each actuator will support and subsequently give this information to the controller of the mobile platform. Since in the real system parameter uncertainties will be present; corresponding to the mass of the helicopter (empty, full or half loaded). With this methodology, a better approximation of the mass that each actuator will support can be obtained. From the simulation results, it is observed that the identification of each actuator mass is immediate (less than 0.1 s).

Subsequently, Proportional Integral Derivative (PID) type controllers were proposed to track the desired position trajectory in each actuator, in order to control the position of the mobile platform.

The analysis of singularities of the proposed 3-RPS parallel robot was carried out, where it can be seen that it does not present singularities unlike other 3-RPS parallel robots that do present singularities. As can be seen in the results obtained from the virtual prototype simulations in MSC ADAMS<sup>TM</sup> and the simulations obtained from the kinematic and dynamic models, it is observed that there is a good approximation (maximum error of  $\pm 2^\circ$ ). Finally, some regulation tests were carried out with the physical prototype of the parallel robot, to bring the mobile platform to a desired position.



# Índice General

<b>Dedicatoria .....</b>	<b>IV</b>
<b>Agradecimientos .....</b>	<b>VI</b>
<b>Resumen .....</b>	<b>VIII</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>IX</b>
<b>Índice General.....</b>	<b>X</b>
<b>Índice de Figuras .....</b>	<b>XIII</b>
<b>Índice de Tablas .....</b>	<b>XVII</b>
<b>Acrónimos y Terminología .....</b>	<b>XVIII</b>
<b>Capítulo 1. Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Problemática .....	2
1.2 Justificación .....	3
1.3 Alcance .....	4
1.4 Limitaciones .....	4
1.5 Objetivos.....	4
1.5.1 Objetivo general .....	4
1.5.2 Objetivos específicos.....	4
1.6 Organización de la tesis .....	5
<b>Capítulo 2. Estado del Arte .....</b>	<b>6</b>
2.1 Robots paralelos .....	6
2.1.1 Singularidades de los robots paralelos .....	11
2.1.2 Ventajas y desventajas de los robots paralelos.....	13
2.2 Antecedentes de los robots paralelos en CENIDET .....	14
<b>Capítulo 3. Marco Teórico.....</b>	<b>17</b>
3.1 Plataformas sobre buques .....	17
3.2 Cinemática de los robots paralelos .....	19
3.3 Control en los robots paralelos .....	21
3.4 Buques .....	21



3.5	Características del buque .....	22
3.6	Estabilidad del buque.....	23
3.7	Movimientos del buque o grados de libertad del buque.....	23
3.8	Helicóptero .....	24
3.8.1	Helicóptero Eurocopter Panther .....	24
3.8.2	Características del helicóptero.....	24
3.9	Helipuertos.....	25
3.9.1	Amplitud de onda y periodo de onda .....	29
3.9.2	Espectro de ola.....	30
<b>Capítulo 4.</b>	<b>Diseño y Desarrollo del Robot de 3-GDL .....</b>	<b>32</b>
4.1	Diseño del robot paralelo.....	32
4.2	Grados de libertad.....	33
4.3	Cinemática del robot paralelo.....	33
4.3.1	Cinemática inversa .....	33
4.3.2	Cinemática directa del robot paralelo .....	36
4.4	Análisis de singularidades .....	42
4.5	Fuerzas que intervienen en la plataforma móvil.....	43
4.6	Cálculo de reacciones en la plataforma .....	44
4.7	Zona de contacto de la plataforma móvil .....	46
4.7.1	Especificaciones del neumático del helicóptero Eurocopter Panther .....	46
4.8	Dinámica del robot paralelo .....	48
4.9	Identificación algebraica de parámetros .....	50
4.10	Estrategia de control .....	52
4.11	Construcción del prototipo del robot paralelo .....	55
4.11.1	Dimensiones del robot paralelo .....	55
4.11.2	Características del robot paralelo .....	56
<b>Capítulo 5.</b>	<b>Análisis y Discusión de Resultados .....</b>	<b>59</b>
5.1	Validación de las ecuaciones de la cinemática inversa .....	59
5.2	Validación de las ecuaciones de la cinemática directa .....	60
5.3	Espacio de trabajo.....	62



5.4	Simulaciones del prototipo virtual.....	63
5.4.1	Simulaciones en MSC ADAMS™ .....	65
5.5	Simulación de la identificación de parámetros .....	69
5.6	Resultados con prototipo físico .....	73
<b>Capítulo 6.</b>	<b>Conclusiones y Trabajo Futuro.....</b>	<b>79</b>
6.1	Conclusiones.....	79
6.2	Aportaciones .....	80
6.3	Trabajo futuro .....	80
6.4	Publicaciones realizadas .....	81
6.4.1	Artículos publicados en revistas indexadas .....	81
6.4.2	Artículos publicados en revistas arbitradas .....	81
6.4.3	Artículos publicados en congreso.....	82
<b>Referencias</b>	<b>.....</b>	<b>83</b>
<b>Anexo A. Conceptos Básicos de Buques</b>	<b>.....</b>	<b>87</b>
A.1	Estabilidad del buque.....	87
<b>Anexo B. Programas de simulación</b>	<b>.....</b>	<b>95</b>
B.1	Cinemática Inversa .....	95
B.2	Cinemática Inversa Gráfica (10 s) .....	96
<b>Anexo C. Robot Paralelo 3-RPS.....</b>	<b>.....</b>	<b>99</b>
C.1	Vista isométrica y componentes del robot paralelo.....	99
C.2	Planos de los componentes del robot paralelo 3-RPS .....	100
<b>Anexo D. Artículos de investigación</b>	<b>.....</b>	<b>108</b>
D.1	Artículo de revista JCR.....	109
D.2	Artículo de revista arbitrada .....	121
D.3	Artículos de congreso .....	145



# Índice de Figuras

## Figuras del Capítulo 1:

Figura 1.1 Anaveaje de helicóptero en buque tipo Sierra.....	1
Figura 1.2 Buque azotado por un fuerte oleaje y anaveaje nocturno. ....	2

## Figuras del Capítulo 2:

Figura 2.1 Plataforma espacial de James E. Gwinett [4], b) Robot paralelo de William L.V. Pollard [5].....	7
Figura 2.2 a) Robot paralelo del Dr. Gough [6], b) Simulador de vuelo de Stewart [7]. ....	7
Figura 2.3 Simulador de movimiento de Klaus Cappel [8]. ....	8
Figura 2.4 Robot paralelo 6-RUS de K.H.Hunt [9]. ....	8
Figura 2.5 Robot Hexa [12]. ....	9
Figura 2.6 Robot paralelo de tres grados de libertad [14]. ....	10
Figura 2.7 Robot paralelo para la evaluación de la dinámica de aviones [15]. ....	10
Figura 2.8 Simulador de movimiento de estructura paralela [16]. ....	11
Figura 2.9 Singularidades en Robots Paralelos 3-RPS [28]. ....	13
Figura 2.10 Robots paralelos 3-RPS [26], [31]. ....	13
Figura 2.11 Rehabilitador de tobillo tres grados de libertad [33]. ....	15
Figura 2.12 Rehabilitador de tobillo de dos grados de libertad [34]. ....	15
Figura 2.13 Rehabilitador de tobillo basado en ejes XY [35]. ....	16

## Figuras del Capítulo 3:

Figura 3.1 Plataforma de sistema de acceso a altamar Ampelmann [36]. ....	18
Figura 3.2 Banco de pruebas de una plataforma activa para estructuras flotantes basado en la plataforma Stewart [37]. ....	19
Figura 3.3 Cinemática inversa y directa para obtener la posición y orientación de la plataforma móvil. ....	20
Figura 3.4 Buque clase Sierra. ....	22
Figura 3.5 Representación de los 6 grados de libertad del buque [36]. ....	23



Figura 3.6 Helicóptero Eurocopter Panther AS565MB [51].	24
Figura 3.7 Plano del Eurocopter Panther.	25
Figura 3.8 Diámetro del helicóptero.	26
Figura 3.9 Helipuertos, a) cuadrado, b) rectangular y c) circular.	27
Figura 3.10 Área de toma de contacto y de ascenso inicial.	28
Figura 3.11 Área de seguridad libre de obstáculos.	28
Figura 3.12 Aterrizaje de helicópteros en helipuertos.	29
Figura 3.13 Amplitud y periodo de una ola.	29
Figura 3.14 Espectro de onda conocido es el espectro de Pierson-Moskowitz y Jonswap.	31
Figuras del Capítulo 4:	
Figura 4.1 Configuración del robot paralelo de 3-GDL.	32
Figura 4.2 Modelo geométrico del robot paralelo 3-RPS.	34
Figura 4.3 Geometría de la plataforma móvil y fija del robot paralelo.	35
Figura 4.4 Determinación de los ángulos de la estructura 3-RPS.	37
Figura 4.5 Representación geométrica del ángulo $\alpha$ en el robot paralelo 3-RPS.	41
Figura 4.6 Representación geométrica del ángulo $\beta$ en el robot paralelo 3-RPS.	42
Figura 4.7 Diagrama de cuerpo libre de la plataforma.	44
Figura 4.8 Diagrama de reacciones en la plataforma móvil.	44
Figura 4.9 Llantas del “Eurocopter Panther AS565”.	46
Figura 4.10 Representación de la presión en una llanta.	47
Figura 4.11 Dimensiones de la llanta del helicóptero “Eurocopter Panther AS565”.	47
Figura 4.12 a) Plataforma móvil orientada a un ángulo $\alpha$ , b) y un ángulo $\beta$ .	49
Figura 4.13 Diagrama esquemático del robot paralelo – actuadores.	53
Figura 4.14 Diagrama del controlador de la plataforma móvil con una posición deseada.	55
Figura 4.15 Tren de aterrizaje del helicóptero “Eurocopter Panther AS565”.	56
Figura 4.16 Dimensiones del helipuerto.	56
Figura 4.17 Prototipo físico de la plataforma móvil.	57
Figura 4.18 a) Unión de revoluta y b) Unión esférica.	57
Figura 4.19 Actuador Linak LA23, carrera de 30 cm.	58



## Figuras del Capítulo 5:

Figura 5.1 Resultado cinemático del desplazamiento de los tres actuadores. ....	59
Figura 5.2 Robot paralelo 3-RPS diseño en CAD. ....	60
Figura 5.3 Representación del ángulo $\alpha$ . ....	62
Figura 5.4 Representación del ángulo $\beta$ : a) actuador $l_2$ y $l_3$ fijos y b) actuador $l_1$ fijo. ....	62
Figura 5.5 Representación del desplazamiento con respecto al eje z del robot paralelo. ....	63
Figura 5.6 Espacio de trabajo de los movimientos del robot paralelo. ....	63
Figura 5.7 Simulación de la dinámica y control de un robot paralelo 3-RPS. ....	64
Figura 5.8 Programa de identificación algebraica realizado en Simulink. ....	65
Figura 5.9 Respuesta de los actuadores y movimiento angular $\alpha$ de la plataforma móvil. ....	66
Figura 5.10 Respuesta de los actuadores y movimiento angular $\beta$ de la plataforma móvil. ....	66
Figura 5.11 Respuesta para un ángulo deseado de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 0^\circ$ . ....	67
Figura 5.12 Respuesta de los desplazamientos de los actuadores para un ángulo deseado de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 0^\circ$ . ....	67
Figura 5.13 Respuesta para un ángulo deseado de $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 15^\circ$ . ....	68
Figura 5.14 Respuesta de los desplazamientos de los actuadores para un ángulo deseado de $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 15^\circ$ . ....	68
Figura 5.15 Respuesta para un ángulo deseado de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 15^\circ$ . ....	69
Figura 5.16 Respuesta de los desplazamientos de los actuadores para un ángulo deseado de $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 15^\circ$ . ....	69
Figura 5.17 Representación del sistema del robot paralelo 3-RPS. ....	70
Figura 5.18 Respuesta para un ángulo deseado de $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 0^\circ$ . ....	70
Figura 5.19 Respuesta de las fuerzas de los actuadores $l_1$ , $l_2$ y $l_3$ . ....	71
Figura 5.20 Respuesta de la identificación algebraica de las masas en cada actuador. ....	71
Figura 5.21 Posición de los actuadores $l_1$ , $l_2$ y $l_3$ , desplazados sobre el eje z. ....	72
Figura 5.22 Respuesta de la identificación algebraica de las masas en cada actuador. ....	72
Figura 5.23 Respuesta de las fuerzas de los actuadores $l_1$ , $l_2$ y $l_3$ . ....	73
Figura 5.24 Posición de los actuadores $l_1$ , $l_2$ y $l_3$ , desplazados sobre el eje z. ....	73
Figura 5.25 Interfaz en LabVIEW para caracterizar los actuadores. ....	74
Figura 5.26 Señal de entrada ( $u_1$ ) y salida del actuador $l$ ( $l_1$ ). ....	74



Figura 5.27 Función de transferencia del actuador $l$ con la herramienta de identificación de sistema de MATLAB® .	75
Figura 5.28 Ganancias del controlador PID, del actuador $l$ , con la herramienta de PID Tuner de MATLAB® .	75
Figura 5.29 Posición inicial y final de la plataforma experimental del robot paralelo ( $\alpha = 10^\circ$ ). .....	76
Figura 5.30 Interfaz de control en LabVIEW del robot paralelo, para $\alpha = 10^\circ$ y $\beta = 0^\circ$ . .....	77
Figura 5.31 Posición inicial y final de la plataforma experimental del robot paralelo ( $\beta = 10^\circ$ ). .....	77
Figura 5.32 Interfaz de control en LabVIEW del robot paralelo, para $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 10^\circ$ .....	78
Figuras del Anexo A:	
Figura A. 1 Escora de un buque. ....	87
Figura A. 2 Centro de gravedad de un buque. ....	88
Figura A. 3 Centro de carena. ....	88
Figura A. 4 Estabilidad transversal.....	89
Figura A. 5 Escora y centro de carena del buque .....	89
Figura A. 6 Metacentro del buque. ....	90
Figura A. 7 Altura metacéntrica. ....	90
Figura A. 8 Equilibrio inestable de un buque. ....	91
Figura A. 9 Equilibrio neutro de un buque. ....	91
Figura A. 10 Buque blando. ....	92
Figura A. 11 Buque duro. ....	92
Figura A. 12 Brazo adrizante.....	93
Figura A. 13 Brazo adrizante con menor altura metacéntrica. ....	94
Figura A. 14 Buque y plataforma escorados. ....	94
Figuras del Anexo C:	
Figura C. 1 Diseño del Robot Paralelo 3-RPS. ....	99



# Índice de Tablas

## Tablas del Capítulo 2:

Tabla 2.1 Parámetros de movimiento de robot paralelo.....	10
---	----

## Tablas del Capítulo 3:

Tabla 3.1 Grados de rotación de la plataforma Ampelmann.....	18
Tabla 3.2 Especificaciones del buque clase Sierra.....	22
Tabla 3.3 Especificaciones del helicóptero Eurocopter Panther.....	25
Tabla 3.4 Categorías para el diseño y equipamiento de helipuertos.....	26
Tabla 3.5 Clasificación de helipuertos con base al tipo de operación.....	26

## Tablas del Capítulo 4:

Tabla 4.1 Peso del helicóptero en kilogramos, Newtons, libras.....	46
--	----

## Tablas del Capítulo 5:

Tabla 5.1 Resultados de la cinemática inversa.....	60
Tabla 5.2 Resultados de la cinemática directa.....	61
Tabla 5.3 Resultados de la simulación en MSC ADAMS™.....	61
Tabla 5.4 Parámetros de simulación del prototipo virtual.....	64
Tabla 5.5 Funciones de transferencia y ganancias del control PID de los actuadores lineales.....	76

## Tablas del Anexo C:

Tabla C. 1 Componentes del robot paralelo.....	99
--	----



# Acrónimos y Terminología

CAD	Computer Aided Design (Diseño asistido por computadora)
GDL	Grado de Libertad
JCR	Journal Citation Register
LabVIEW	Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench (Laboratorio de Instrumentos Virtuales en Ingeniería)
MATLAB <sup>®</sup>	MATrix LABoratory (Laboratorio de Matrices)
MATLAB <sup>®</sup> System Identification Toolbox	
MSC ADAMS <sup>™</sup>	Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems (Análisis Dinámico Automático de Sistemas Mecánicos)
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PID Tuner de MATLAB <sup>®</sup> Simulink	Proportional-Integral-Derivative Tuner (Sintonizador Proporcional-Integral-Derivativo)
SolidWorks <sup>®</sup>	



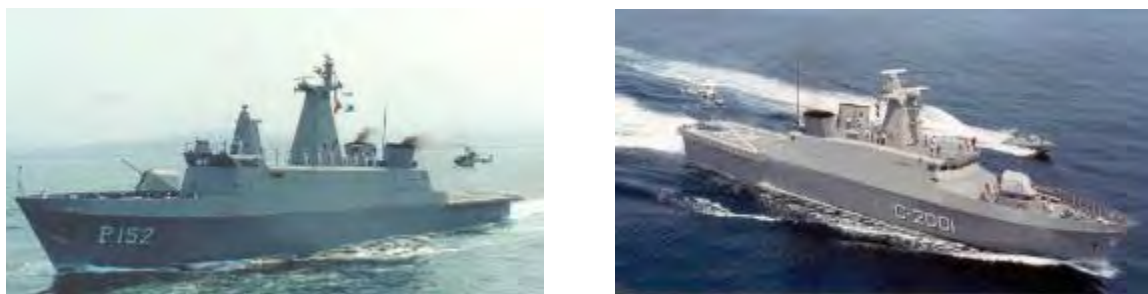
# Capítulo 1. Introducción

---

Los mecanismos paralelos se han utilizado para muchas aplicaciones prácticas, como simuladores de vuelo, simuladores de automóvil, en los robots delta para operaciones de manipulación y ensamblaje de piezas, para cirugías en la cuestión de posicionamiento preciso, los cuales han ido adquiriendo importancia en ciertas áreas.

Los mecanismos paralelos ofrecen una alta rigidez y bajo peso, en comparación con los robots seriales, además de que son capaces de soportar cargas relativamente grandes, aunado a esto, pueden realizar movimientos a velocidades y aceleraciones elevadas sin presentar esfuerzos dinámicos que impidan su realización, [1], [2].

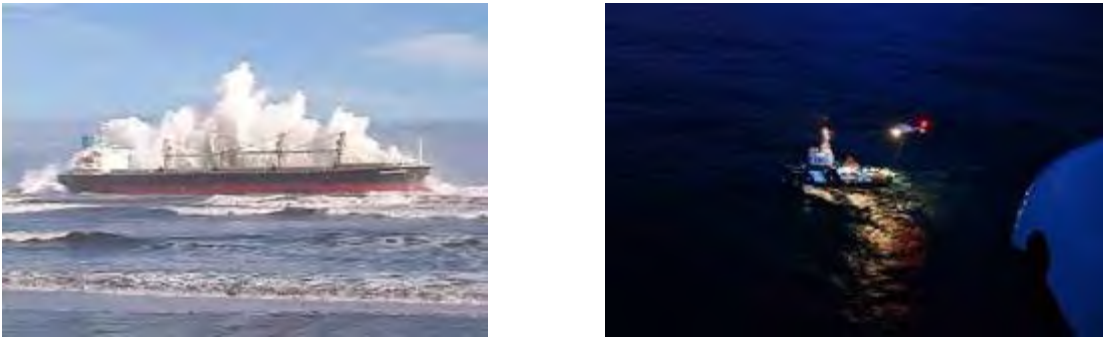
Las patrullas oceánicas de clase Sierra están destinadas principalmente a la preservación de la soberanía en los mares territoriales y patrimoniales, así como para la intercepción de traficantes de drogas y lucha contra el terrorismo. Estas naves representan una construcción naval moderna que contempla el trinomio buque, helicóptero y lancha interceptora, cuenta con una cubierta de aterrizaje y el hangar de popa para el helicóptero, como se muestra en la Figura 1.1.



*Figura 1.1 Anaveaje de helicóptero en buque tipo Sierra.*

El anaveaje se refiere al aterrizaje de un helicóptero en un buque. En esta operación han ocurrido diversos accidentes, debido a los problemas que se presentan por la baja visibilidad, en tiempo nocturno, con mal tiempo o en situaciones tácticas comprometidas, ver Figura 1.2.





*Figura 1.2 Buque azotado por un fuerte oleaje y anaveaje nocturno.*

Por lo cual, es de interés el desarrollar un sistema mecánico, robot paralelo, que ayude en la solución de este problema de anaveaje. El problema presenta retos en cuanto al diseño mecánico que pueda cumplir con las especificaciones de ingeniería y que responda de manera adecuada para lograr un anaveaje seguro.

### 1.1 Problemática

En la interacción del Buque - Helicóptero, al utilizar las plataformas de vuelo a bordo de los buques no se cuenta con sistemas de ayuda del anaveaje que garanticen la aproximación correcta y segura para el anaveaje, debido a las condiciones de baja visibilidad, nocturnas, con mal tiempo o en situaciones tácticas comprometidas, resultando que en ocasiones ocurran accidentes. Aunque se tuviera un sistema visual para el anaveaje, se cuenta con movimientos bruscos en el buque, debido a las fuerzas que son ocasionadas por el oleaje. Estos movimientos bruscos y de gran amplitud dificultan el anaveaje de helicópteros en los buques, las fuerzas que interactúan entre el buque y el helicóptero ocasionan esfuerzos que pueden llegar a dañar tanto al helicóptero como al buque.

No obstante, la mayoría de las unidades de superficie de los buques mexicanos no cuentan con un sistema que provea una senda de aproximación para el anaveaje y si bien puede adquirirse en el extranjero, representaría una mayor erogación de recursos y dependencia tecnológica, además el movimiento en el hangar presenta un riesgo de accidentes al momento del anaveaje.

Un mecanismo que permita mantener una plataforma en una posición horizontal para el anaveaje de un helicóptero sería una solución que reduciría los riesgos de accidentes, y reduciría



## 1.2 Justificación

---

los esfuerzos y daños a la estructura del helicóptero y del buque. Sin embargo, un buque cuenta con restricciones para modificar drásticamente el helipuerto (pequeño aeropuerto solamente válido para helicópteros) lo que dificulta implementar algunos tipos de mecanismos. Además, por el movimiento que debe de compensar la plataforma requiere de un espacio de trabajo, lo que puede incrementar los grados de libertad de la plataforma.

Se requiere, además, que el robot paralelo cuente con un espacio de trabajo adecuado, ya que la configuración de cadenas cerradas limita su espacio de trabajo. Un robot paralelo es una máquina viable para la solución a este problema, sin embargo, en el diseño de los robots paralelos se presentan diversos problemas para obtener los modelos matemáticos de su cinemática y dinámica. Dada la complejidad de análisis no se tiene una metodología concreta de estudio, opuesto a lo que serían los robots seriales, para poder simplificar las ecuaciones dinámicas y o singularidades que se pudieran presentar en el robot, se llegan a modificar las estructuras mecánicamente; aumentando sensores, actuadores o eslabones. Esto aumenta la complejidad para diseñar una estrategia de control con el objetivo de que el robot paralelo proporcione los movimientos suaves y rápidos para mantener la plataforma móvil en la posición horizontal.

## 1.2 Justificación

En el anaveaje de helicópteros en buques se presentan riesgos que pueden causar accidentes y daños a las estructuras (tanto del helicóptero como al buque), esto por el movimiento en el buque ocasionado por las fuerzas que se presentan por las olas que lo azotan. El uso de un robot paralelo que mantenga horizontalmente una plataforma disminuirá los riesgos de accidentes y reducirá los esfuerzos que se pudieran transmitir a las estructuras del helicóptero y del buque. Se requiere el diseño de un mecanismo que se pueda implementar en los buques sin alterar la estructura, de manera que se respeten las normas de los buques. Es importante reducir las fuerzas que se requieren para mantener estable la plataforma en su posición horizontal y que, a la vez, soporte el peso del helicóptero, compense las perturbaciones ocasionadas por el oleaje del mar y fuerzas del viento. El buen diseño de un robot paralelo, por lo tanto, requiere de aplicar



### 1.3 Alcance

---

diversos conocimientos de áreas diferentes para contar con una solución factible para el anaveaje en barcos.

El utilizar un robot paralelo en el anaveaje de buques, brinda altas velocidades y aceleraciones, espacio de trabajo adecuado, capacidades de carga elevadas (debido a que esta se divide entre los actuadores que soporten la plataforma), por lo que es importante que se cuente con un sistema de control que permita mejorar el funcionamiento del mecanismo ante posibles singularidades y perturbaciones.

### 1.3 Alcance

El alcance del proyecto es diseñar un robot paralelo e implementar estrategias de control en un prototipo virtual, con el fin de que la plataforma móvil pueda posicionarse angularmente respecto a los dos ejes horizontales, ante la presencia de ciertas perturbaciones. Se construirá un prototipo para validar solo los movimientos requeridos.

En este trabajo desafortunadamente no se realizó la parte de optimización debido a la complejidad del modelado matemático y su control.

Por lo que se recomienda en trabajos futuros realizar la parte de optimización.

### 1.4 Limitaciones

Se plantea el diseño del robot paralelo para que la plataforma móvil considere ángulos máximos de  $15^\circ$ .

### 1.5 Objetivos

#### 1.5.1 Objetivo general

Diseñar un prototipo de un mecanismo paralelo que mantenga la plataforma móvil en una posición horizontal considerando principalmente un movimiento de desplazamiento vertical y dos movimientos angulares, cabeceo y balance, para una aplicación de anaveaje en buques.

#### 1.5.2 Objetivos específicos

- Realizar el estado del arte sobre robots paralelos, buques, comportamiento del buque en el mar reportado en publicaciones científicas como artículos de congreso y de revista.



- Realizar simulaciones de plataformas móviles para evaluar y seleccionar la configuración cinemática que cumpla con los movimientos requeridos en el robot paralelo.
- Obtener el modelo matemático del robot paralelo para analizar su dinámica y diseñar una estrategia de control.
- Diseñar la plataforma móvil que cumpla con las especificaciones de ingeniería que resuelvan el problema del anaveaje.

### 1.6 Organización de la tesis

La tesis está dividida en seis capítulos. En el primer capítulo se presentó una breve introducción, el planteamiento del problema y los objetivos. En el segundo capítulo se presenta el estado del arte y los antecedentes sobre los robots paralelos, algunas características de estos. El tercer capítulo contiene el marco teórico relacionado a robots paralelos y las bases para resolver la problemática para el anaveaje utilizando un robot paralelo. En el cuarto capítulo se presenta el desarrollo del robot paralelo 3-RPS propuesto, se reporta la cinemática y dinámica, así como la construcción de un prototipo físico. El capítulo cinco contiene los resultados derivados de las simulaciones con un prototipo virtual, y resultados preliminares con la plataforma experimental. Finalmente, en el capítulo seis se presentan las conclusiones, recomendaciones y trabajo futuro.



# Capítulo 2. Estado del Arte

---

## 2.1 Robots paralelos

En las últimas décadas los robots han ido incursionando en la vida del ser humano, debido a que han sido diseñados para realizar trabajos peligrosos, repetitivos, de alta precisión, además de soportar cargas elevadas, no obstante, de que pueden adaptarse a diversas situaciones modificando el programa que comanda los movimientos del robot. Los robots manipuladores son empleados en diferentes aplicaciones como lo son en el ámbito de la medicina, aeronáutica, industria automotriz, máquinas herramientas de control numérico, robots para líneas de ensamblaje, simuladores para entrenamiento de pilotos (avión, helicóptero, camiones de gran tonelaje, etc.), simuladores para evaluar funcionamiento de autos, manipuladores para intervenciones quirúrgicas a distancia, plataformas para rehabilitación de pacientes con discapacidad locomotora, simuladores de marcha humana, entre otras.

A su vez en las aplicaciones anteriormente presentadas son utilizados dos tipos de manipuladores: en serie y paralelos. Los manipuladores en serie están formados por una cadena cinemática abierta, tienen la ventaja de poseer un mayor espacio de trabajo en relación a los robots paralelos. No obstante un robot paralelo se define como un mecanismo de cadena cinemática cerrada, en el cual su configuración está basada en dos plataformas, una fija y una móvil, esta última conocida como efector final o plataforma móvil; el efector final está unido a la base a través de cadenas cinemáticas independientes, las cuales tienden a ser simétricas y se encuentran unidas a las plataformas a través de diferentes tipos de articulaciones, como lo pueden ser prismáticas, rotacionales, universales y esféricas [3].

El primer robot paralelo del cual se tiene registro es una plataforma sobre la cual se encontraban colocados los asientos de un teatro con el fin de introducir un movimiento que diese una apariencia más real al espectáculo, el cual fue patentado por James E. Gwinett en el



## 2.1 Robots paralelos

---

año 1931 (Figura 2.1.a), sin embargo de acuerdo a la información existente el mecanismo no llegó a construirse [4].

En 1940, Willard L.V. Pollard presentó un robot de 5 grados de libertad el cual estaba destinado a operaciones de pintura en aerosol (Figura 2.1.b). El robot consistía en tres brazos de dos eslabones cada uno. Los eslabones estaban unidos mediante juntas universales. Los tres actuadores de la base comandaban la posición de la herramienta, mientras que la orientación era proporcionada por otros dos actuadores situados en la base y que transmitían el movimiento a la herramienta mediante la rotación proporcionada a unos cables flexibles [5].

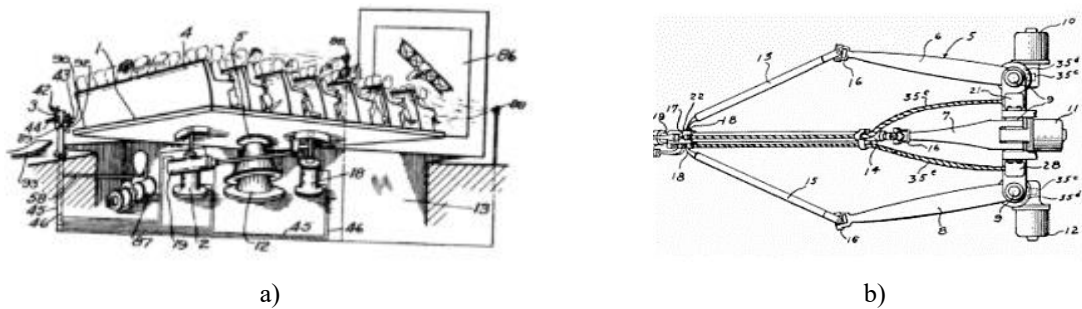


Figura 2.1 Plataforma espacial de James E. Gwinett [4], b) Robot paralelo de William L.V. Pollard [5].

Poco tiempo después, Gough en 1947, diseñó una plataforma (Figura 2.2.a), probablemente la más conocida de todas, la cual consistía en un hexápodo con lados de longitud variable con el objetivo de realizar pruebas a neumáticos, bajo cargas aplicadas en diferentes ejes, [6].

En 1965, Stewart presentó el diseño de una plataforma móvil de seis grados de libertad (Figura 2.2.b), para generar movimiento en el espacio con el objetivo de ser utilizada como simulador de vuelo, [7].

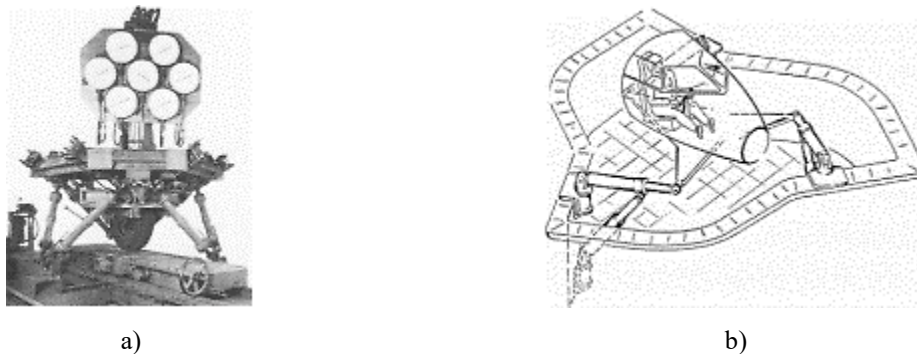


Figura 2.2 a) Robot paralelo del Dr. Gough [6], b) Simulador de vuelo de Stewart [7].



## 2.1 Robots paralelos

---

Paralelamente, en 1967 el ingeniero Klaus Cappel patentó una plataforma similar como simulador de movimiento (Figura 2.3), el cual está basado en un hexápodo, [8].

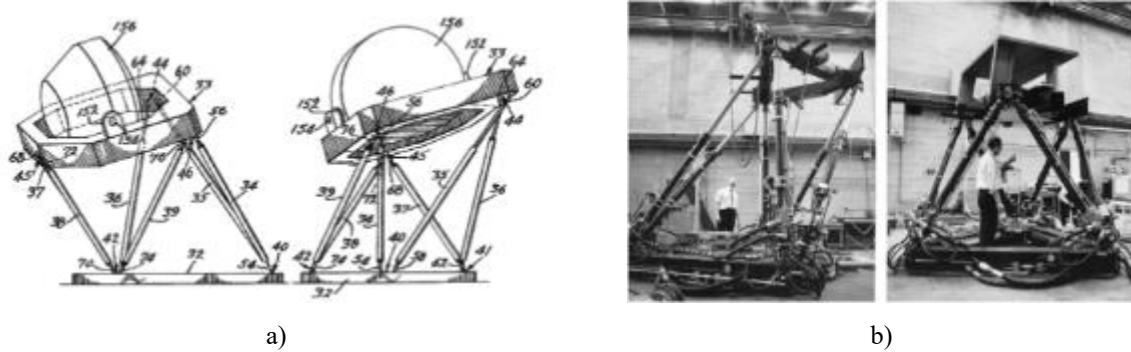


Figura 2.3 Simulador de movimiento de Klaus Cappel [8].

Posteriormente, en 1978 Hunt sugirió que los mecanismos actuados de forma paralela de los simuladores de vuelo se usaran como robots manipuladores, y a su vez enfatizó que los manipuladores paralelos requerían un estudio más profundo de acuerdo con las ventajas que estos presentaban en cuanto a rigidez y precisión en contraste a los robots seriales (Figura 2.4). A la vez Hunt propuso un manipulador paralelo 6-RUS (Revolute-Universal-Spherical) con seis grados de libertad accionado por actuadores giratorios en 1983, [9].

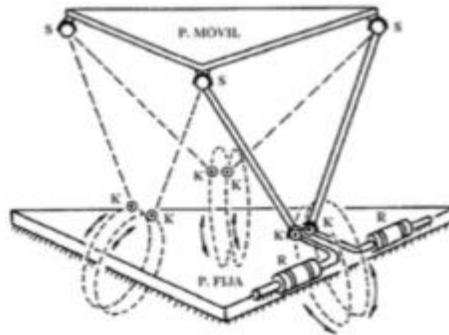


Figura 2.4 Robot paralelo 6-RUS de K.H.Hunt [9].

En 1979, McCallion y Pham propusieron utilizar la plataforma Stewart como un robot paralelo dentro de una célula de ensamblaje robotizada, debido a que la posición del efector final es mucho menos sensible a los errores de los sensores articulares que poseen los robots en serie. La gran rigidez que presenta este tipo de manipuladores paralelos asegura que las deformaciones de los actuadores sean mínimas, lo cual contribuye a la precisión en el posicionamiento del manipulador, [10].



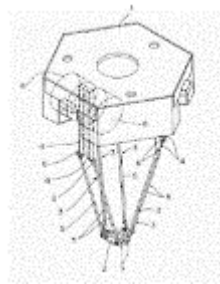
## 2.1 Robots paralelos

---

En los robots paralelos se busca tener un mayor número de grados de libertad (GDL), pues con ello se logra un mayor espacio de trabajo, por lo que normalmente son mecanismos de 5 o 6-GDL, pero los robots paralelos de 3-GDL pueden ser considerablemente más ligeros, por lo cual existen diferentes tipos de robots clasificados de acuerdo con sus grados de libertad. Existen otros robots de 6 grados de libertad, aparte de los mencionados anteriormente, los cuales son mencionados a continuación:

El robot Hexa (Figura 2.5), es un robot completamente paralelo formado por 6 cadenas cinemáticas RSS (Revolute-Spherical-Spherical) que unen una base fija a un elemento terminal, el cual surge como una generalización del robot Delta, lo que hace posible que cada una de las cadenas de los paralelogramos que forman parte de este último puedan moverse de forma independiente, [11].

También se encuentra el robot HexaM, un robot paralelo constituido por 6 cadenas cinemática y con una configuración PSS (Prismatic-Spherical-Spherical), [12].



*Figura 2.5 Robot Hexa [12].*

El robot tipo Delta es uno de los robots más conocidos en diferentes campos, patentado por R. Clavel, este robot posee 3-GDL de traslación, el cual se compone de tres cadenas idénticas con la estructura paralelogramo y accionado por 3 motores rotativos. El robot Delta ha sido empleado en diversas aplicaciones como en la industria alimentaria o en el área de cirugía en lo que respecta al campo de la medicina. En lo que respecta a la aceleración, es capaz de soportar cargas ligeras (alrededor de 1 kg) desplazándose a aceleraciones de 12 g en aplicaciones reales y hasta 20 g en condiciones experimentales, [13].

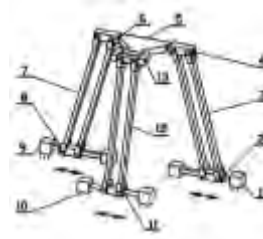
En [14], se presenta un robot paralelo de tres grados de libertad (Figura 2.6), los cuales son dos grados de libertad de traslación, y el tercer grado de libertad de rotación. Consiste en dos plataformas unidas mediante tres eslabones, se presentan tres tipos de singularidades en ciertas



## 2.1 Robots paralelos

---

condiciones debido al tipo de configuración; se presentan los modelos cinemáticos sin embargo no se obtiene modelo dinámico.



*Figura 2.6 Robot paralelo de tres grados de libertad [14].*

En [15], se diseña y simula un robot paralelo con un espacio de trabajo grande para la Evaluación Funcional de la dinámica de los aviones (Figura 2.7), el robot paralelo tiene 6 grados de libertad, el cual está compuesto por 6 cadenas cinemáticas unidas por medio de uniones universales, prismáticas y de revoluta, obtienen la cinemática directa e inversa. El robot paralelo utiliza los siguientes rangos de movimiento mostrados en la Tabla 2.1.



*Figura 2.7 Robot paralelo para la evaluación de la dinámica de aviones [15].*

*Tabla 2.1 Parámetros de movimiento de robot paralelo.*

Parámetros de movimiento	
Arfada	$\pm 0.18 \text{ m}$
Avance o retroceso	$\pm 0.25 \text{ m}$
Deriva	$\pm 0.25 \text{ m}$
Guiñada	$\pm 22^\circ$
Balance	$\pm 21^\circ$
Cabeceo	$\pm 22^\circ$

En [16], se presenta un robot paralelo de 3-GDL, dónde las ecuaciones de la cinemática inversa presentan términos altamente acoplados. La aplicación constituye un simulador de



## 2.1 Robots paralelos

movimiento, donde la pose deseada de la plataforma móvil es dada en el espacio de tareas; luego es necesario transformar las variables en el espacio cartesiano a los correspondientes valores articulares mediante las ecuaciones de la cinemática inversa y gracias a ello poder implementar un control desacoplado articular, donde, controlando la posición de cada actuador por separado se tendrá el efecto deseado sobre la pose del elemento terminal, Figura 2.8.

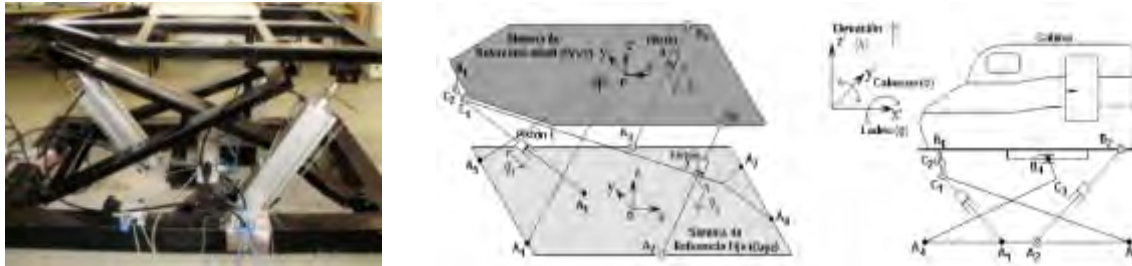


Figura 2.8 Simulador de movimiento de estructura paralela [16].

En 1996, Merlet aborda el problema para encontrar las soluciones de la cinemática directa para cada una de las posibles arquitecturas de robots paralelos planares con diferentes configuraciones de actuadores por medio del uso de métodos geométricos [17].

En [18], se obtiene un algoritmo para resolver la cinemática directa, hasta el análisis de aceleración, de una plataforma Gough-Stewart con una topología especial, conocida como tipo 6-3. El análisis directo de posición se lleva a cabo aplicando conceptos geométricos que conducen a un sistema no lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas, el cual lo resuelven mediante el método de Newton-Raphson.

### 2.1.1 Singularidades de los robots paralelos

Los robots paralelos pueden presentar configuraciones en las cuales las fuerzas articulares no puedan equilibrar los esfuerzos sobre la plataforma móvil. Estas configuraciones singulares consisten en posiciones particulares del efector final, en el cual llegan a aumentar los grados de libertad del robot [19]. Es de suma importancia analizar y determinar estas configuraciones en donde las fuerzas articulares tienden a infinito y el robot puede colapsar.

En [20], se realiza un estudio analítico elemental de este tipo de singularidades en donde se denominan singularidades de segundo tipo, estas disposiciones singulares se caracterizan por la anulación del determinante de la matriz jacobiana inversa. A pesar de que esta matriz sea conocida, en la mayoría de los casos el cálculo simbólico de este determinante no conduce a



soluciones analíticas, por lo que hay que recurrir a procedimientos numéricos. Estas disposiciones singulares están caracterizadas por la anulación del determinante de la matriz jacobiana inversa. Por otra parte [21], utilizó la geometría de Grassman para enumerar con detalle las condiciones geométricas singulares de diferentes robots paralelos. En [22] dan a conocer que algunas arquitecturas simétricas de la plataforma Stewart presentan ciertas singularidades extendidas por todo el espacio de trabajo, caracterizadas por la capacidad de movimiento continuo de la plataforma móvil con todos los actuadores bloqueados, a estas singularidades las llaman singularidades de arquitectura. A pesar de que este tipo de singularidades proveen ciertos problemas de control, se pueden llegar a eliminar en la fase de diseño. Por otra parte, en [23] formuló el problema de la planificación de trayectorias evitando singularidades y desarrollaron una estrategia para planificar entre dos puntos trayectorias bien condicionadas en el espacio de trabajo del robot. En [24], se propone un nuevo método de control de singularidad llamado esquema de control de aceleración de resolución de velocidad amortiguada (DRRAC), para un manipulador de robot completamente paralelo de configuración 3-RPS con el fin de evitar la singularidad. En [25], se presenta un manipulador paralelo 3-RPS, donde la descripción algebraica con ecuaciones de restricción permite una descripción completa de la cinemática directa y los modos de operación debido a que el robot presenta singularidades por su configuración. En [26], se propone un esquema de control híbrido de aceleración-resolución amortiguado (HDRAC) con un método de optimización de enjambre de partículas (MSPO), el cual es asintóticamente estable. Este esquema fue implementado en un robot 3-RPS, donde no es necesario planificar trayectorias para evitar el punto singular. En [27], se presenta un robot paralelo 3-UPS redundante para la rehabilitación de tobillo, donde se obtiene la cinemática inversa, el diseño del robot así como el control por impedancia, en el cual se demuestra que al usar la redundancia se busca eliminar las singularidades del espacio de trabajo del robot, así como mejorar la destreza y el rendimiento con el que un robot puede realizar una determinada tarea.

En [28], menciona que en el caso de la plataforma móvil del robot paralelo 3-RPS, estará bajo singularidad arquitectónica si las tres fuerzas se encuentran en un plano común y se cruzan en un punto; como en el caso cuando la plataforma móvil del manipulador 3-RPS que se muestra en la Figura 2.9 cae (se mueve o se desplaza) sobre la base fija.



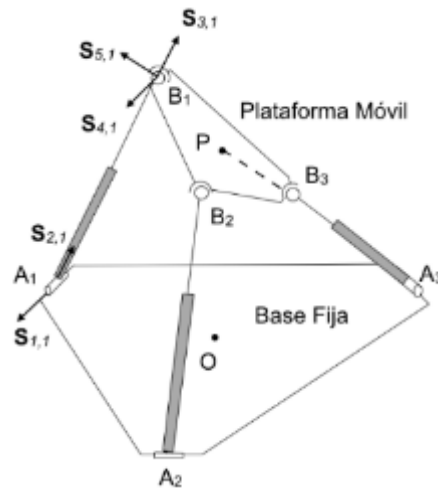


Figura 2.9 Singularidades en Robots Paralelos 3-RPS [28].

Existen robots paralelos de 3-GDL con cierta configuración [29], [30], donde los actuadores están situados hacia el interior [26], [31], [32], Figura 2.10, en oposición a la plataforma propuesta en la que los actuadores están orientados de forma diferente, lo cual genera singularidades en el mecanismo al momento de realizar los movimientos a diferencia del robot que se propone en esta investigación.

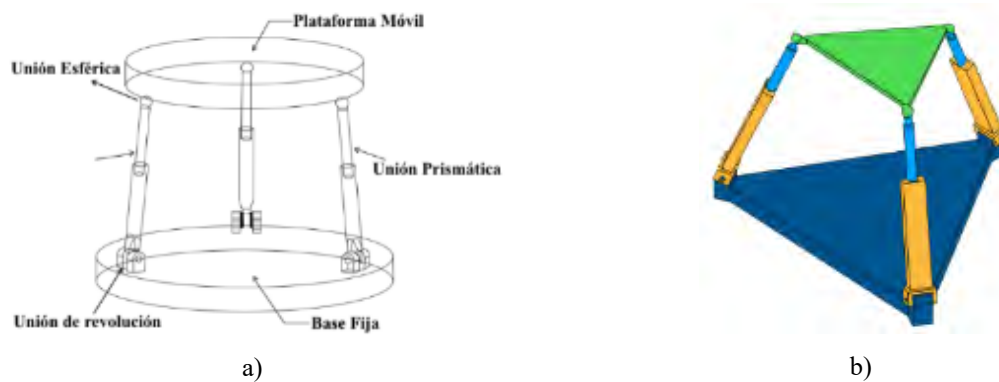


Figura 2.10 Robots paralelos 3-RPS [26], [31].

### 2.1.2 Ventajas y desventajas de los robots paralelos

En la actualidad los robots paralelos están incursionando en diferentes aplicaciones, especialmente en aquellas en las que la robótica serial se encuentra algo limitada, [1], [2].

A continuación, se dan a conocer algunas de las ventajas que presentan los robots paralelos.



## 2.2 Antecedentes de los robots paralelos en CENIDET

---

- Los accionamientos de potencia conectan la base del robot con el efector final. De tal forma que estos accionamientos sirven como elementos estructurales, además de que actúan de manera simultánea, lo cual da como resultado que posean la capacidad de manipular cargas superiores a su propio peso.
- Los mecanismos paralelos ofrecen una alta rigidez y bajo peso, debido a esto presentan mayor precisión que los robots tipo serie.
- Puesto que pueden soportar cargas relativamente grandes, son capaces de realizar movimientos a velocidades y aceleraciones elevadas sin presentan esfuerzos dinámicos que impidan su realización.
- Los pares cinemáticos actuados al encontrarse en diferentes cadenas cinemáticas dan como resultado que los errores ocurridos en la posición no supongan una amplificación elevada en el posicionamiento del efector final.

No obstante, los robots paralelos también presentan otras características las cuales se podrían considerar como desventajas, de acuerdo con la aplicación en que se desee emplear la estructura paralela:

- La cinemática de los robots paralelos es más compleja. Por lo cual en algunas ocasiones se recurre a colocar sensores en la estructura para poder establecer un control.
- El espacio de trabajo es menor en comparación a un robot serial debido a su propia estructura cinemática. El cálculo de la posición y orientación es algo complejo puesto a que se encuentran fuertemente acopladas.
- Este tipo de estructuras paralelas presentan cierto tipo de singularidades lo cual hace que se torne más compleja la cinemática, puesto que se debe resolver para cada diseño o configuración.
- No se tiene una metodología bien establecida para determinar el modelo dinámico en los robots paralelos a diferencia de los robots seriales. Lo cual dificulta el desarrollo de algoritmos de control y genera que los robots se controlen de forma desacoplada.

## 2.2 Antecedentes de los robots paralelos en CENIDET

En el Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) se han desarrollado diferentes tipos de robots paralelos orientados al área de rehabilitación.



### Rehabilitador de tobillo robot paralelo

Diseñado para proporcionar movimientos de rehabilitación del tobillo, de 3-GDL, el cual realiza 2 movimientos: dorsiflexión/plantarflexión e inversión/eversión, Figura 2.11. Utiliza actuadores lineales [33].



Figura 2.11 Rehabilitador de tobillo tres grados de libertad [33].

### Rehabilitador de tobillo de movimiento pasivo continuo

Rehabilitador de tobillo de 1-GDL de movimiento pasivo continuo, el cual realiza los 2 movimientos de dorsiflexión/plantarflexión e inversión/eversión (Figura 2.12), al cambiar de posición el actuador. Implementan un control tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) con seguimiento de trayectorias, tanto en el prototipo virtual como en un prototipo físico [34].

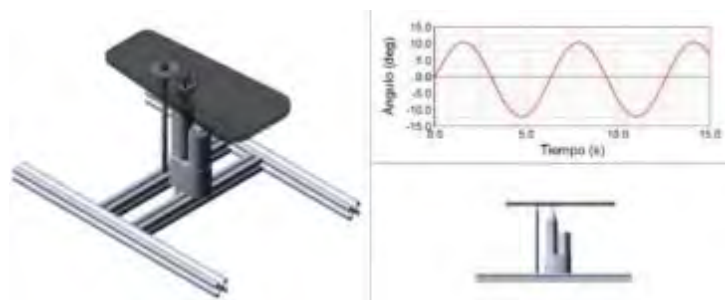
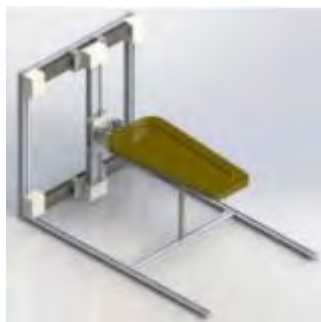


Figura 2.12 Rehabilitador de tobillo de dos grados de libertad [34].

### Rehabilitador de tobillo basado en mesa XY

Basado en movimientos dorsiflexión/plantarflexión y abducción/aducción, Figura 2.13. Implementan un control tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) con seguimiento de trayectorias, para proporcionar movimientos de dorsiflexión/plantarflexión y abducción/aducción. Utilizan un polinomio de Bézier de décimo grado para la trayectoria suave en los movimientos [35].





*Figura 2.13 Rehabilitador de tobillo basado en ejes XY [35].*



# Capítulo 3. Marco Teórico

---

## 3.1 Plataformas sobre buques

Existen plataformas que pueden ser capaces de crear movimientos en los seis grados de libertad en la forma de los simuladores de vuelo. La parte móvil de estos simuladores es un ensamble de una cabina y pantallas de video. Este conjunto se pone en movimiento por una configuración de seis cilindros hidráulicos conocidos como un hexápodo o una plataforma de Stewart.

Debido a la utilización de seis cilindros, estas plataformas se pueden mover de una manera controlada en todos los seis grados de libertad. Un requisito previo para la compensación de los movimientos es tener mediciones en tiempo real precisas de los movimientos del buque y un sistema de control para convertir los datos de los sensores de movimiento en señales de control para la plataforma Stewart. Por lo tanto, mediante la combinación de las tecnologías de sensores y un sistema de control activo, en la plataforma Stewart se puede lograr un movimiento en todos los seis grados de libertad.

El sistema conocido como “Ampelman” fue creado por la Universidad Tecnológica de Delft, para brindar un acceso seguro del buque a las turbinas eólicas en el mar (Figura 3.1). Este sistema permite la transferencia segura de personal y bienes, proporcionando una plataforma de transferencia inmóvil en un buque. La cubierta está montada en la parte superior de una plataforma de Stewart, un mecanismo (a menudo utilizado para simuladores de vuelo) que puede proporcionar movimientos en todos los seis grados de libertad utilizando seis cilindros hidráulicos. La plataforma de Stewart se fija en la cubierta del barco. Para mantener la cubierta inmóvil de transferencia, un sensor (octans) mide continuamente los movimientos de la cubierta de la nave. Los cilindros de la plataforma Stewart son controlados de tal manera que todos los movimientos del buque se contrarrestan, creando así una cubierta de transferencia estable e



### 3.1 Plataformas sobre buques

---

inmóvil. Esta plataforma puede compensar los seis movimientos utilizando los siguientes rangos de movimiento (Tabla 3.1), [36].



Figura 3.1 Plataforma de sistema de acceso a altamar Ampelmann [36].

Tabla 3.1 Grados de rotación de la plataforma Ampelmann.

Grados de rotación de la plataforma Ampelmann
Balance $\pm 10^\circ$
Cabeceo $\pm 5^\circ$
Guiñada $\pm 15^\circ$

También se creó otra estructura basada en la plataforma Stewart la cual es capaz de compensar los movimientos simulados de un barco en el mar, el cual es un banco de pruebas para helipuerto activo para estructuras flotantes basado en una plataforma Gough-Stewart, el cual fue diseñado, desarrollado y probado como un helipuerto flotante. El objetivo de este proyecto era demostrar las ventajas de helicópteros que utilizan un helipuerto activo tras el aterrizaje. El helipuerto activo compensa los movimientos simulados de un barco en el mar, Figura 3.2.

El objetivo principal de este estudio es mantener el efector final del robot (helipuerto) en una posición cuasi-estática de acuerdo con un sistema inercial absoluto. La compensación se lleva a cabo a través de la acción coordinada de sus seis actuadores prismáticos en función de una unidad de medición inercial.

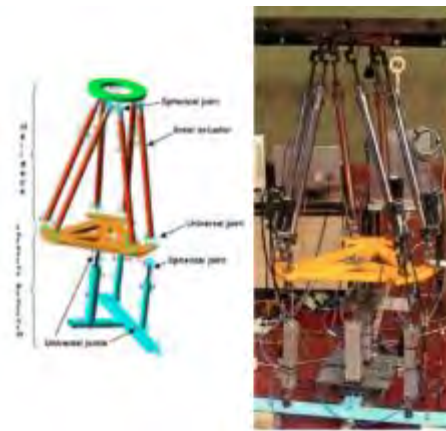
Por otra parte, la simulación del movimiento del mar se realiza con un robot paralelo de tres grados de libertad. La plataforma de la nave se construye con una oscilación vertical a lo largo



### 3.2 Cinemática de los robots paralelos

---

del eje z, es decir, tirón, y gira en ejes restantes, es decir, balanceo y cabeceo. El Helipuerto activo es capaz de compensar los movimientos simulados considerando la nave como un sistema inercial, cabe mencionar que se utiliza la cinemática inversa para el cálculo de las eslabones, pero no da a conocer los resultados, posteriormente plantea una estrategia de control con el objetivo de compensar los desplazamientos que se generan entre las dos plataformas, no obstante no plantea algún modelo dinámico [37].



*Figura 3.2 Banco de pruebas de una plataforma activa para estructuras flotantes basado en la plataforma Stewart [37].*

### 3.2 Cinemática de los robots paralelos

El análisis cinemático se refiere al estudio de la geometría del movimiento de un robot, sin tener en cuenta las fuerzas y pares de torsión que provocan el movimiento.

La cinemática directa se refiere a encontrar la posición y orientación de la plataforma móvil a partir de conocidas las variables articulares actuadas [16], por otra parte, la cinemática inversa consiste en establecer el valor de las coordenadas articulares correspondientes a la configuración del efector final (posición y orientación de la plataforma móvil son conocidas) [3], Figura 3.3.

Los robots paralelos se pueden clasificar de acuerdo con el número de actuadores como:

- **Manipuladores totalmente actuados**, se refiere a que poseen el mismo número de actuadores y grados de libertad.
- **Manipuladores paralelos sobreactuados**, tienen un mayor número de actuadores que el número de grados de libertad.



- **Manipuladores paralelos subactuados**, poseen un menor número de actuadores que el número de grados de libertad.

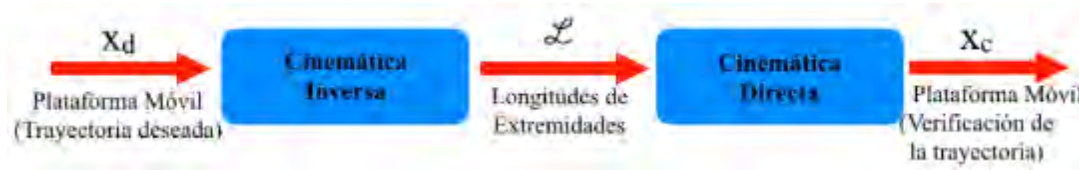


Figura 3.3 Cinemática inversa y directa para obtener la posición y orientación de la plataforma móvil.

La cinemática inversa involucra ecuaciones no lineales y altamente acopladas, lo cual genera una notable complejidad debido al aumento de GDL, [38]. En [39], se propone una metodología basada en redes neuronales artificiales, para aproximar el problema cinemático directo de un robot paralelo 3-RPS, debido a que el problema cinemático directo requiere el uso de procedimientos iterativos numéricos que requieren mucho tiempo, también se proponen varias configuraciones de red para aproximar el problema cinemático directo, además de que las redes se evalúan no sólo considerando la capacidad de aproximación, sino también su desempeño en tiempo real en comparación con los procedimientos iterativos tradicionales utilizados en robótica.

En [40], se presenta el análisis cinemático de un robot reconfigurable, el cual está integrado por dos sub-manipuladores que comparten la plataforma móvil, la independencia entre los sub-manipuladores permite que se pueda agregar un eslabón a las cadenas cinemáticas de uno de ellos sin afectar al otro, lo cual ayuda a evitar colisiones entre las cadenas cinemáticas. En [41], se presenta un robot paralelo 3-RPS donde se establece en el análisis cinemático inverso algunas relaciones de posición, velocidad y aceleración de cada elemento del robot. Por otra parte, el problema de dinámica inversa es planteado por medio del principio del trabajo virtual. En [42], se presenta un robot paralelo redundante de 3-GDL, donde muestra el desarrollo de la cinemática directa e inversa, en la cual usan un enfoque vectorial considerando cadenas cinemáticas cerradas, se propone considerar un mapeo adecuado entre el actuador, la articulación y los espacios de tareas del robot. En [43], se presenta un robot de 3-GDL con configuración 3-PUU donde se obtiene un modelo de error y posición, mapeando la entrada y salida del mecanismo, del cual obtienen 3 índices de sensibilidad de error que evalúan la precisión cinemática del robot. En [44], se analiza la cinemática de un robot paralelo 3-RPS,



### 3.3 Control en los robots paralelos

---

donde las articulaciones de revolución son activadas en lugar de las prismáticas, obteniendo un sistema de tres ecuaciones no lineales con tres incógnitas. Mediante el uso del método de homotopía y continuación de Ostrowski se resuelve la cinemática directa, obteniendo 7 soluciones reales con un 97% de precisión comparada con el método de homotopía de Newton.

En [45], se implementa un método basado en visión para la calibración de posición y orientación de un robot paralelo 3-RPS. Para realizar la calibración se obtiene la cinemática inversa y una ecuación de identificación de parámetros.

### 3.3 Control en los robots paralelos

El control en los robots paralelos es algo complejo, de acuerdo con [46], los mejores enfoques de control requieren modelos dinámicos que son difíciles de derivar y pueden requerir un esfuerzo computacional importante que hace difícil implementarlos en tiempo real. Para lograr una respuesta deseada en el control, los métodos de control más avanzados sólo consideran uniones activas, como consecuencia el movimiento de las demás articulaciones del mecanismo debe ser estimado por el modelo cinemático. Lo cual, da como resultado que la posición final del efector se base en la precisión del modelo y la identificación de los parámetros.

En [31], utilizan un robot con 3-GDL, 2 grados de rotación y uno de traslación, emplean un control por conjuntos, es decir, utilizan como entradas del algoritmo la diferencia de los ángulos calculados por medio de las ecuaciones de la cinemática inversa y el valor de los sensores.

En [47], se menciona que algunas estrategias de control desarrolladas para controlar el movimiento del manipulador paralelo requieren que los parámetros del manipulador y la carga sean conocidos de antemano y muchas de las técnicas de control, tales como el control proporcional integral derivativo (PID) y el control de la lógica difusa, no dan resultados satisfactorios en presencia de las incertidumbres de parámetros y la dinámica no modelada en el seguimiento de movimiento de los manipuladores.

### 3.4 Buques

Este proyecto se encuentra enfocado en diseñar una plataforma móvil para el anaveaje, para esto, se han considerado los buques de patrulla oceánica, ya que este tipo de buques son los que utilizan con mayor frecuencia el helipuerto debido a su forma de interactuar, lo cual se conoce



### 3.5 Características del buque

---

como trinomio (buque-helicóptero-interceptora rápida), los cuales pertenecen a la Secretaría de Marina [48].

Se eligió el buque Clase Sierra (Figura 3.4), el cual es una patrulla oceánica, construida y diseñada por la Armada de México para uso propio.



*Figura 3.4 Buque clase Sierra.*

Esta clase de buque fue concebido bajo el trinomio, el cual cuenta con una embarcación interceptora de velocidad de 50 nudos, así como un helicóptero, el cual puede ser Eurocopter Panther AS 565 MB, Eurocopter Fennec AS 555, Bölkow BO 105 CB, MD 902 Explorer.

Este tipo de embarcación está dedicada a realizar embarcaciones navales en la zona económica exclusiva, para ejercer funciones de estado mexicano en el mar, así como efectuar operaciones de búsqueda y rescate, apoyo a la población civil en casos de desastre y apoyo marítimo entre otras.

### 3.5 Características del buque

A continuación, se presentan las características del buque clase Sierra (Tabla 3.2):

*Tabla 3.2 Especificaciones del buque clase Sierra.*

Especificaciones “Buque Clase Sierra”	
Eslora 74.4 m	Velocidad 20 nudos
Manga 10.5 m	Tripulación 75 elementos
Calado 3.4 m	Desplazamiento 1200 toneladas



### 3.6 Estabilidad del buque

Para diseñar la plataforma es importante considerar ciertos datos con respecto al buque, puesto que los movimientos que genere el buque van a representar los movimientos de la plataforma en forma contraria, es decir, se deben tomar en cuenta los grados de inclinación (escora) del buque para que estos sean compensados en la plataforma y de esta manera al momento que el helicóptero aterrice la plataforma se encuentre adrizada, (A.1).

### 3.7 Movimientos del buque o grados de libertad del buque

El buque dentro del mar está sometido a todas las fuerzas actuantes (Figura 3.5), el cual se mueve según sus seis GDL (tres GDL de traslación y tres GDL de rotación) [36], [49].

- Traslaciones:  
Arfada: Movimiento vertical de ascenso y descenso ( $z$ )  
Deriva: Movimiento lateral a ambas bandas ( $y$ )  
Movimiento longitudinal de avance y retroceso ( $x$ )
- Rotaciones:  
Guiñada o rumbo: Guiñada o rumbo ( $\psi$ )  
Cabeceo: Según el eje vertical ( $\theta$ )  
Balance o rodillo: Según el eje longitudinal ( $\varphi$ )

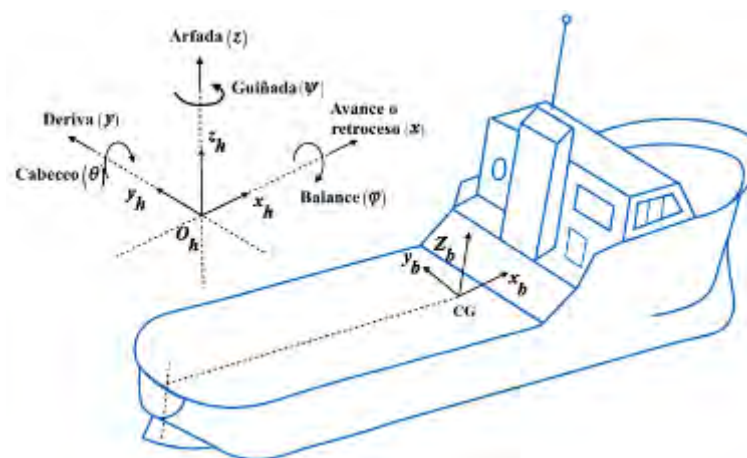


Figura 3.5 Representación de los 6 grados de libertad del buque [36].



### 3.8 Helicóptero

Es importante mencionar las medidas del helicóptero debido a que las medidas del helipuerto están basadas en las medidas de los helicópteros a continuación se presentan las características de los helicópteros Eurocopter Panther, debido a que es uno de los helicópteros usados en los buques tipo patrulla oceánica.

#### 3.8.1 Helicóptero Eurocopter Panther

Se consideran las dimensiones y características del helicóptero AS 565 Panther, el cual es la versión militar del helicóptero medio bimotor Eurocopter AS 365 Dauphin. El Panther es usado para una amplia gama de misiones militares, incluyendo asalto en combate, apoyo de fuego, guerra antisubmarina, guerra antisuperficie, búsqueda y rescate, y MEDEVAC (Figura 3.6), [50], [51].



*Figura 3.6 Helicóptero Eurocopter Panther AS565MB [51].*

El helicóptero Eurocopter Panther tiene un tren de aterrizaje tipo triciclo retráctil hidráulicamente, con una unidad de nariz con ruedas gemelas y unidades principales de ruedas individuales. Las unidades principal y nariz están equipadas con amortiguadores oleopneumáticos. La unidad de la nariz se retrae hacia atrás y las ruedas principales se retraen en los canales de las ruedas en el fuselaje, [52].

#### 3.8.2 Características del helicóptero

En la Tabla 3.3, se pueden observar las características del helicóptero:



### 3.9 Helipuertos

Tabla 3.3 Especificaciones del helicóptero Eurocopter Panther.

Especificaciones “Eurocopter Panther AS 565”	
Longitud: 13,7 m	Peso vacío: 2 389 kg
Diámetro rotor principal: 11,9 m	Peso cargado: 4 300 kg
Altura: 4,1 m	Diámetro de la hélice: 11.94 m
Área circular: 112 m <sup>2</sup>	Capacidad: 4-12 pasajeros

De acuerdo con la Tabla 3.3, se presentan los planos del helicóptero Eurocopter Panther en la Figura 3.7.

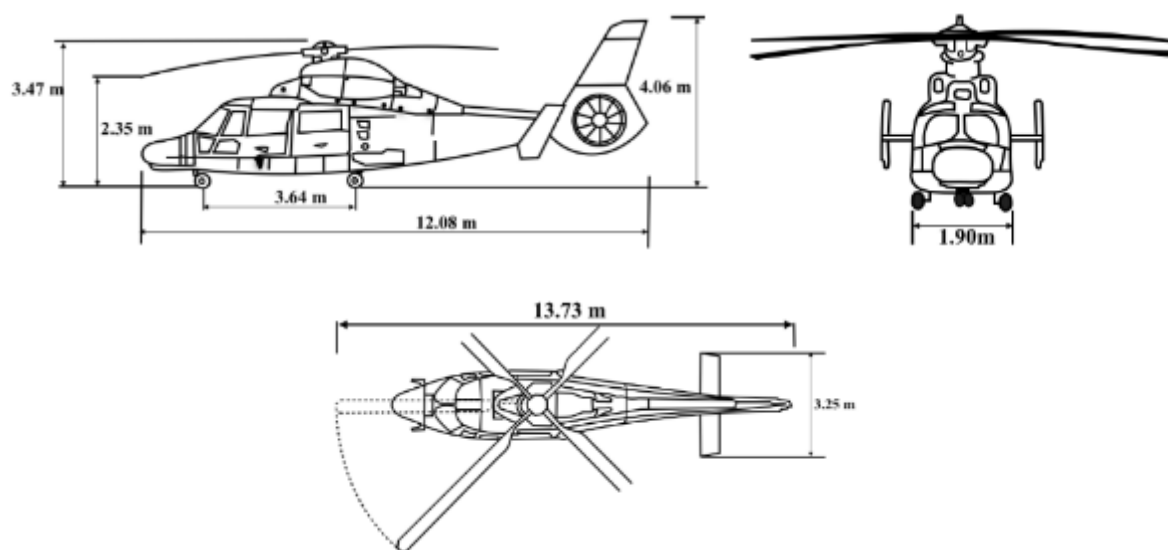


Figura 3.7 Plano del Eurocopter Panther.

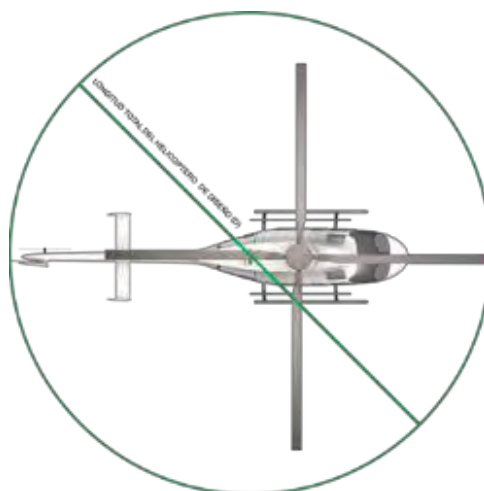
### 3.9 Helipuertos

Un helipuerto es mucho más pequeño que un aeropuerto, ya que están destinados solo a operaciones de despegue y aterrizaje vertical del helicóptero. A diferencia de los aviones que requieren recorrer una distancia en la pista para despegar o aterrizar. Un helipuerto para maniobrar debe tener como mínimo el doble de tamaño que ocupa el helicóptero. Cada vez es más larga la lista de centros sanitarios que disponen de una plataforma, permitiendo el traslado de heridos al hospital con helicóptero medicalizado. También es grande el número de helipuertos privados en las grandes ciudades y en rascacielos [53].



### 3.9 Helipuertos

Es importante mencionar que las dimensiones del helipuerto van a depender del diámetro del helicóptero (Figura 3.8), el cual servirá como base para definir las dimensiones mínimas necesarias de la plataforma, así como la categoría y su configuración.



*Figura 3.8 Diámetro del helicóptero.*

Actualmente existen 3 categorías definidas por la Organización de Aviación Civil Internacional (OACI) para el diseño y equipamiento de los helipuertos (Tabla 3.4), estas se basan en las dimensiones de las aeronaves conforme a lo siguiente:

*Tabla 3.4 Categorías para el diseño y equipamiento de helipuertos.*

Categoría	Longitud total del helicóptero
H1	Hasta 15 m
H2	De 15 m a 24 m
H3	De 24 m a 35 m

Así mismo el helipuerto se puede clasificar en base al tipo de operación conforme se muestra en la Tabla 3.5.

*Tabla 3.5 Clasificación de helipuertos con base al tipo de operación.*

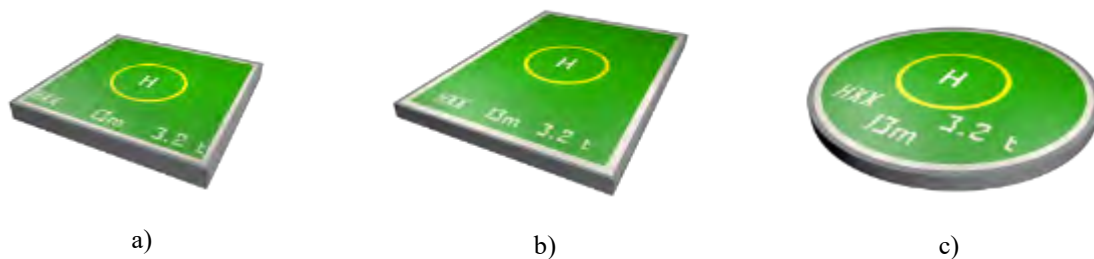
Tipo de Operaciones	Horario Diurno o Diurno y Nocturno
Ubicación	Elevado de Superficie o Mixto (para el caso de embarcaciones o plataformas petroleras)
Permiso de Operaciones	Helipuerto de Servicio particular, Servicio público, Hospital
Reglas de Operación	Reglas de vuelo Visual (VFR) Condiciones Meteorológicas Visuales (VMC)



Los helipuertos cuentan con características tanto físicas (helipuerto elevado, de superficie o mixto) como geométricas (cuadrado, rectangular, circular, octagonal, elíptico), para uso diurno y nocturno.

Para realizar el diseño del helipuerto se realiza un análisis de las características físicas del helicóptero de diseño crítico, como son: el peso máximo de despegue, distribución de la carga de aterrizaje, diámetro del rotor (RD), longitud total de la aeronave (D) y características del tren de aterrizaje.

La plataforma del helipuerto puede ser cuadrada, circular, rectangular, octagonal o de alguna otra forma geométrica. En todos los casos el diseño geométrico deberá siempre satisfacer los requerimientos normativos, de seguridad, estructurales, de libramiento de obstáculos y de operación, Figura 3.9.

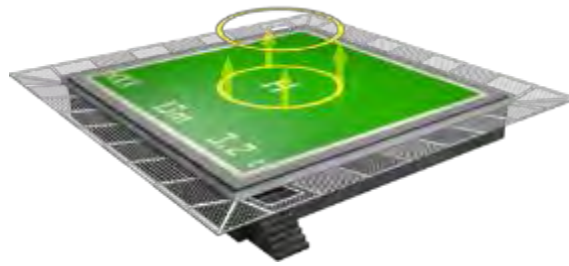


*Figura 3.9 Helipuertos, a) cuadrado, b) rectangular y c) circular.*

La geometría de un helipuerto deberá considerar tres áreas básicas:

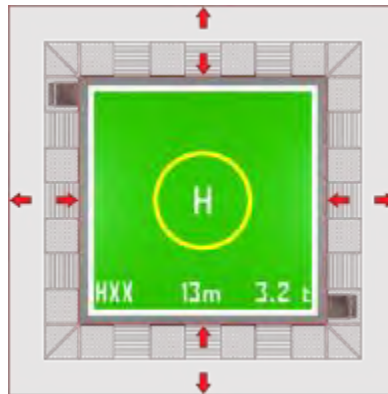
1. Área de aproximación final y de despegue (FATO). Área definida en la que termina la fase final de la maniobra de aproximación hasta el vuelo estacionario o el aterrizaje y a partir de la cual empieza la maniobra de despegue.
2. Área de toma de contacto y de ascenso inicial (TLOF). Área que permite la toma de contacto o la elevación inicial de los helicópteros, Figura 3.10.





*Figura 3.10 Área de toma de contacto y de ascenso inicial.*

3. Área de seguridad libre de obstáculos. Área definida de un helipuerto en torno a la FATO, que está sin obstáculos, salvo los que sean necesarios para la navegación aérea y destinada a reducir el riesgo de daños de los helicópteros que accidentalmente se desvíen de la FATO, Figura 3.11.



*Figura 3.11 Área de seguridad libre de obstáculos.*

Uno de los incidentes que se podría presentar si hay demasiado movimiento en el barco es con respecto al tren de aterrizaje (Figura 3.12), por lo cual es importante abordar el diseño y optimización de una plataforma móvil que permita mantener en niveles de amplitud mínimos que sean aceptables para un anaveaje más seguro del helicóptero. Por lo cual, es importante que la plataforma nivele tanto la amplitud en los ángulos de cabeceo como de la escora para evitar accidentes al momento del aterrizaje, [54].





*Figura 3.12 Aterrizaje de helicópteros en helipuertos.*

#### 3.9.1 Amplitud de onda y periodo de onda

Existen dos parámetros de onda importantes, los cuales son la amplitud y el periodo de la ola, Figura 3.13.



*Figura 3.13 Amplitud y periodo de una ola.*

Un parámetro importante es la media del periodo de cruce por cero  $T_z$ , el cual está definido por:

$$T_z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{z,i}$$

donde:

$T_z$  : periodo del cruce por cero [s]

$N$  : número de ola [-]

Otro parámetro importante es la amplitud de ola  $H_s$ , la cual se define como la altura de ola media de las olas más altas de 1/3 en el registro de la onda, [55]:



$$H_s = \frac{1}{N/3} \sum_{j=1}^{N/3} H_j$$

donde:

$H_s$  = amplitud de ola significativa [m]

$N$  = número de olas [-]

$j = 1$  Ola más alta [-]

$j = 2$  Ola más alta [-]

#### 3.9.2 Espectro de ola

Varios estudios se han hecho en el pasado para describir los espectros de densidad de la varianza (más adelante referidos como espectros de onda). Un espectro de onda conocido es el espectro de Pierson-Moskowitz, que describe un estado del mar total del estado del mar. Aunque en la práctica, un estado de la mar nunca está completamente desarrollado.

Otro espectro de ondas muy conocido es el espectro Jonswap. Es el resultado de observaciones durante el proyecto Wave conjunta del Mar del Norte realizadas en 1968 y 1969. El espectro Jonswap tiene la misma forma que el espectro de Pierson-Moskowitz; el pico se ha mejorado con una función de pico de mejora. El espectro Jonswap describe un estado de la mar en desarrollo (Figura 3.14). Parece ser universal para pequeñas cuencas (como el Mar del Norte) y de condiciones de tormenta, [55].

Ambos espectros se aplican a las profundas aguas oceánicas y son unidireccionales, es decir, todas las ondas viajan en la misma dirección.



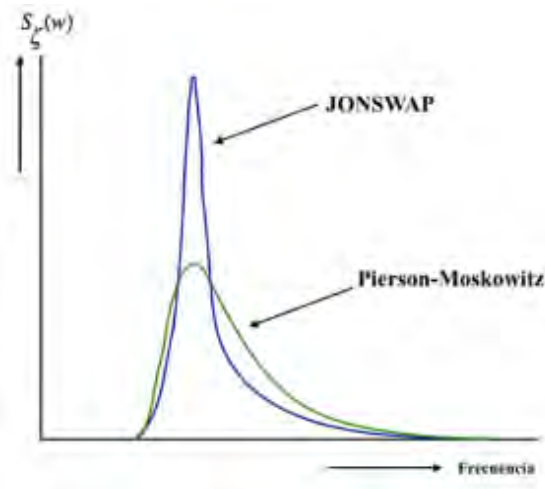


Figura 3.14 Espectro de onda conocido es el espectro de Pierson-Moskowitz y Jonswap.

Ambos espectros se pueden describir por la altura de ola significativa y la media del periodo de la ola de cruce por cero. El espectro de Pierson-Moskowitz se puede expresar de la siguiente forma:

$$S_{PM}(w) = \frac{A}{w^5} \exp\left\{-\frac{B}{w^4}\right\}$$

donde:

$$A = \frac{4\pi^3 H_s^2}{T_z^4}$$

$$B = \frac{16\pi^3}{T_z^4}$$

donde:

$S_{PM}(w)$  = Espectro de Ola de Pierson-Moskowitz [ $m^2s/rad$ ]

$w$  = Frecuencia angular [ $rad/s$ ]

$H_s$  = Amplitud de significativa de la ola [ $m$ ]

$T_z$  = Periodo medio de cruce por cero [ $s$ ]



# Capítulo 4. Diseño y Desarrollo del Robot de 3-GDL

---

## 4.1 Diseño del robot paralelo

Se diseñó una nueva estructura del robot paralelo de 3 grados de libertad (GDL), empleando la configuración RPS. En la Figura 4.1, se muestra el prototipo virtual, realizado en Solidworks®, el cual está formado por tres actuadores eléctricos, tres uniones de revoluta y tres uniones esféricas, así como una plataforma móvil y una plataforma fija. Como se observa en la Figura 4.1 dos de los actuadores se encuentran en posición opuesta, lo cual da como resultado que los ejes de las articulaciones de revoluta sean paralelos; sin embargo, el actuador restante está orientado a  $0^\circ$ , o mejor dicho el eje de la articulación de revoluta está girado  $90^\circ$  con respecto o en relación con los otros actuadores. Los robots paralelos propuestos por otros autores tienen los actuadores orientados hacia el centro, lo cual genera que al activar los tres actuadores al mismo tiempo, exista un bloqueo en el mecanismo, encontrándose el problema en la orientación de los actuadores hacia el centro, [56]–[60].

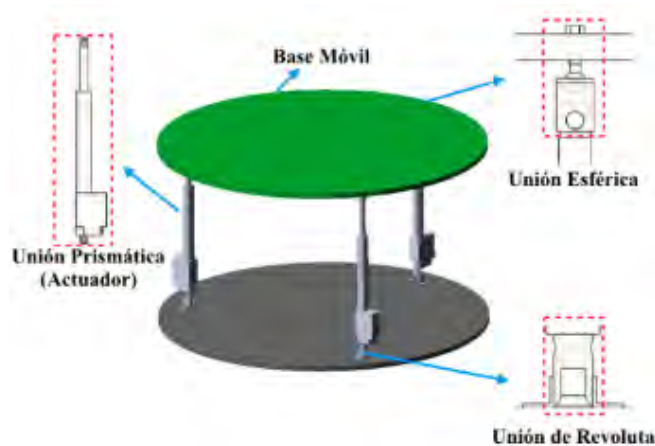


Figura 4.1 Configuración del robot paralelo de 3-GDL.



### 4.2 Grados de libertad

El mecanismo está compuesto por la plataforma móvil y la plataforma fija, que a su vez están conectadas por uniones prismáticas, esféricas y de revoluta.

La siguiente fórmula (4.1) realizada por Kutzbach Grübler determina los grados de libertad de un mecanismo espacial [61]:

$$M = 6(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (4.1)$$

Donde:

$M$  = número de GDL

$N$  = número de eslabones

$J$  = número de articulaciones

$f_i$  = número de GDL en cada articulación

Aplicando la fórmula de Kutzbach al robot paralelo propuesto, se puede determinar que tiene 3-GDL, como se muestra en la ecuación (4.2):

$$\begin{aligned} M &= 6(8 - 9 - 1) + 15 \\ M &= 3 \text{ gdl} \end{aligned} \quad (4.2)$$

### 4.3 Cinemática del robot paralelo

#### 4.3.1 Cinemática inversa

El diseño del modelo geométrico espacial del robot paralelo de configuración 3-RPS es propuesto, Figura 4.2.



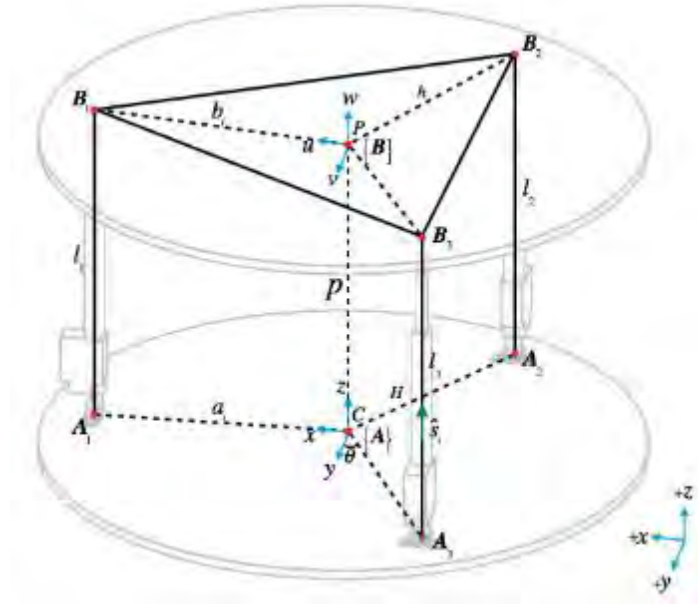


Figura 4.2 Modelo geométrico del robot paralelo 3-RPS.

Los parámetros de la cinemática se pueden definir como:

$$H = \|\vec{CA_i}\|, h = \|\vec{PB_i}\|, p = \|\vec{CP}\| \quad (4.3)$$

La posición del centro de la plataforma móvil está definida por:

$${}^A\mathbf{P} = [P_x \ P_y \ P_z]^T \quad (4.4)$$

La matriz de rotación  ${}^A\mathbf{R}_B$  se utiliza para definir la orientación de la plataforma móvil con respecto a la plataforma fija, a través de la representación cabeceo, balanceo y guiñada (*pitch-roll-yaw*), [19]:

$$\mathbf{R}_{uvw} = \mathbf{R}_u(\alpha)\mathbf{R}_v(\beta)\mathbf{R}_w(\gamma) \quad (4.5)$$

En la cinemática inversa, las longitudes del actuador  $l_i$  deben determinarse como una función variable de la orientación del manipulador  $\alpha$  y  $\beta$ . Con el fin de encontrar las longitudes del actuador  $l_i$ , la ecuación de cierre de circuito para cada eslabón actuado se proporciona a continuación:

$$\mathbf{L}_i = l_i \hat{\mathbf{s}}_i = {}^A\mathbf{P} + {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i \quad (4.6)$$

Donde:



### 4.3 Cinemática del robot paralelo

$l_i$  = longitud del eslabón actuado

$\hat{s}_i$  = vector unitario que apunta a la dirección del eslabón accionado

${}^A\mathbf{P}$  = posición del centro del vector

${}^A\mathbf{R}_B$  = matriz de rotación de la plataforma móvil

${}^B\mathbf{b}_i$  = vector que denota el punto fijo del actuador de la plataforma móvil

$\mathbf{a}_i$  = vector que denota el punto fijo del actuador de la plataforma fija

El vector  ${}^A\mathbf{P}$  es representado de la siguiente forma:

$${}^A\mathbf{P} = p[\sin \beta \quad -\cos \beta \sin \alpha \quad \cos \beta \cos \alpha]^T \quad (4.7)$$

Por otra parte, como se muestra en la Figura 4.3 los vectores  $\mathbf{a}_i$  y  $\mathbf{b}_i$  denotan los puntos del centro de la plataforma a los extremos de los actuadores ( $\mathbf{A}_i$ ,  $\mathbf{B}_i$ ), en ambos marcos: fijo y móvil, respectivamente.

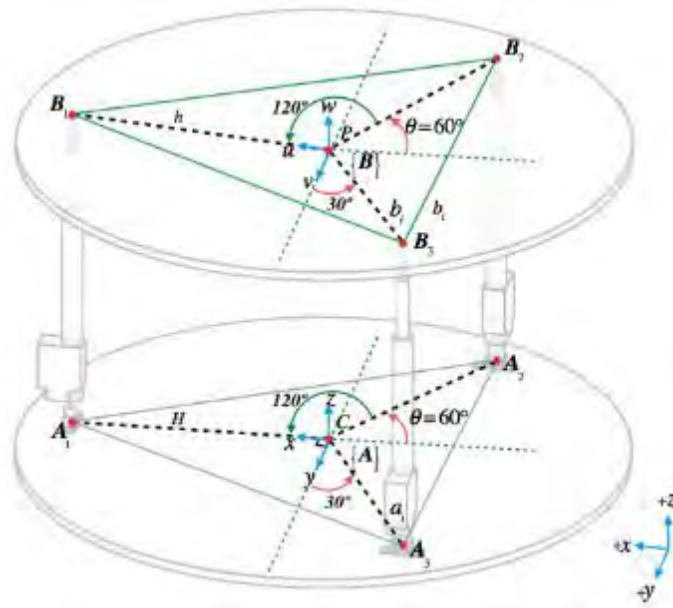


Figura 4.3 Geometría de la plataforma móvil y fija del robot paralelo.

De acuerdo con la Figura 4.3, la geometría del robot paralelo se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= H[1 \quad 0 \quad 0]^T & \mathbf{b}_1 &= h[1 \quad 0 \quad 0]^T \\ \mathbf{a}_2 &= H[-\cos \theta \quad -\sin \theta \quad 0]^T & \mathbf{b}_2 &= h[-\cos \theta \quad -\sin \theta \quad 0]^T \\ \mathbf{a}_3 &= H[-\cos \theta \quad +\sin \theta \quad 0]^T & \mathbf{b}_3 &= h[-\cos \theta \quad +\sin \theta \quad 0]^T \end{aligned} \quad (4.8)$$



### 4.3 Cinemática del robot paralelo

En la Figura 4.3 se muestra el sistema de referencia fijo  $\{A\}$  y móvil  $\{B\}$ , respectivamente. La matriz de rotación en términos de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  será la siguiente:

$$\mathbf{R}_{uvw} = \begin{bmatrix} c_\gamma c_\beta & -s_\gamma c_\beta & s_\beta \\ s_\gamma c_\alpha + c_\gamma s_\beta s_\alpha & c_\gamma c_\alpha - s_\gamma s_\beta s_\alpha & -c_\beta s_\alpha \\ s_\gamma s_\alpha - c_\gamma s_\beta c_\alpha & c_\gamma s_\alpha + s_\gamma s_\beta c_\alpha & c_\beta c_\alpha \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

De acuerdo con la matriz  ${}^A\mathbf{R}_B$ ,  $c$  denota el coseno del ángulo ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) y  $s$  denota el seno del ángulo ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ). Las longitudes del actuador llamado  $l_i$ , se calculan multiplicando punto por punto la ecuación  $\mathbf{L}_i = l_i \hat{\mathbf{s}}_i = {}^A\mathbf{P} + {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i$  por sí misma, tal como se indica en la siguiente ecuación:

$$\mathbf{L}_i^T \mathbf{L}_i = l_i^2 = [{}^A\mathbf{P} + {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i]^T [{}^A\mathbf{P} + {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i] \quad (4.10)$$

Después de haber realizado un análisis del robot paralelo se obtuvieron las ecuaciones que representan la cinemática inversa (4.11), las cuales son obtenidas al sustituir los parámetros cinemáticos en la ecuación (4.10), de la cual se obtienen tres ecuaciones debido a que es una ecuación por cada actuador, se puede observar que son ecuaciones no lineales y acopladas, por lo cual se vuelve complejo obtener la cinemática directa mediante el uso de estas ecuaciones.

$$\begin{aligned} l_1^2 &= h^2 + H^2 + p^2 - 2HP \sin \beta - 2Hh \cos \beta \\ l_2^2 &= h^2 + H^2 + p^2 - 2HP (\cos \beta \sin \alpha \sin \theta - \sin \beta \cos \theta) \\ &\quad - 2Hh (\cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta \\ &\quad + \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta) \\ l_3^2 &= h^2 + H^2 + p^2 + 2HP (\cos \beta \sin \alpha \sin \theta + \sin \beta \cos \theta) \\ &\quad - 2Hh (\cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta \\ &\quad - \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Para las simulaciones presentadas se consideran los siguientes valores para los parámetros y variables:  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 15^\circ$ ,  $\gamma = 0^\circ$ ,  $p = 0.6131 \text{ m}$ ,  $\theta = 60^\circ$  y  $H = h = 0.5 \text{ m}$ .

#### 4.3.2 Cinemática directa del robot paralelo

La cinemática directa del robot paralelo consiste en encontrar la orientación de la plataforma móvil tomando en cuenta los valores obtenidos de la cinemática inversa ( $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ ). Considerando los parámetros cinemáticos y las ecuaciones de los eslabones actuados obtenidos



### 4.3 Cinemática del robot paralelo

de la cinemática inversa, se obtuvieron las ecuaciones (4.15), las cuales se lograron resolver a través del método numérico Newton-Kantorovich. Posteriormente, tomando en cuenta los valores obtenidos del método numérico, se procedió a realizar algunos cálculos geométricos para obtener los ángulos de la plataforma móvil  $\alpha$  y  $\beta$ .

Para realizar el análisis cinemático directo se consideró la siguiente estructura 3-RPS, Figura 4.4.

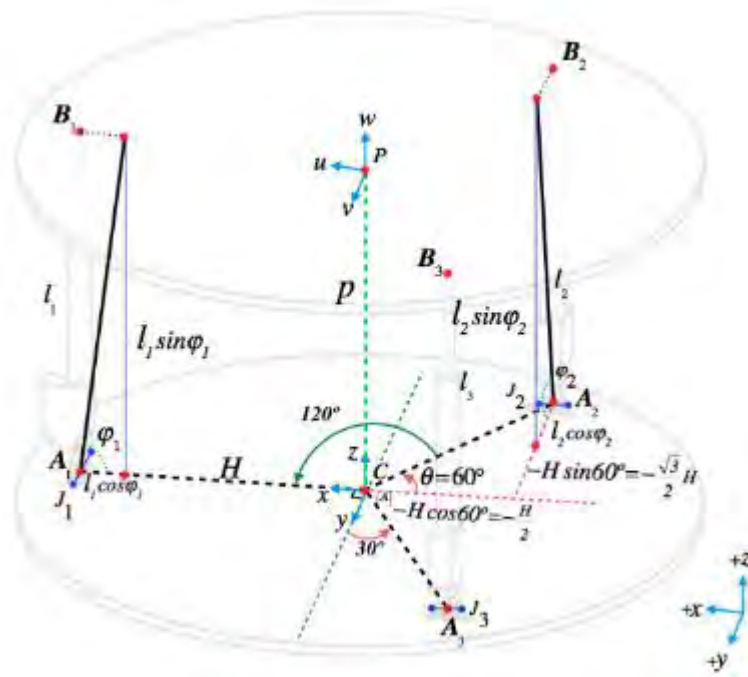


Figura 4.4 Determinación de los ángulos de la estructura 3-RPS.

Los ángulos que se forman entre  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$  y la plataforma fija se definen como  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\varphi_3$ , respectivamente. Por otra parte,  $J_1$ ,  $J_2$  y  $J_3$ , representan las uniones de revoluta, así como la orientación con respecto al centro de la plataforma fija, con el fin de apreciar claramente la ubicación de los actuadores y la forma sobre cómo se realizó el análisis geométrico para obtener las coordenadas posteriormente mencionadas.

Puesto que la longitud de cada lado de la plataforma móvil es igual a  $\sqrt{3}h$ , se puede escribir que  $|B_1B_2| = |B_2B_3| = |B_3B_1| = \sqrt{3}h$ , por lo tanto, el modelo matemático es introducido por el siguiente conjunto de ecuaciones:



$$\begin{cases} (x_{B_2} - x_{B_1})^2 + (y_{B_2} - y_{B_1})^2 + (z_{B_2} - z_{B_1})^2 = 3h^2 \\ (x_{B_3} - x_{B_2})^2 + (y_{B_3} - y_{B_2})^2 + (z_{B_3} - z_{B_2})^2 = 3h^2 \\ (x_{B_1} - x_{B_3})^2 + (y_{B_1} - y_{B_3})^2 + (z_{B_1} - z_{B_3})^2 = 3h^2 \end{cases} \quad (4.12)$$

Retomando la Figura 4.4, se puede observar el punto  $\mathbf{B}_i = (1,2,3)$  en la plataforma móvil. A continuación, se muestra en la (4.13) las coordenadas de  $\mathbf{B}_i$ .

	$x$	$y$	$z$
$B_1$	$x_{B_1} = H - l_1 \cos \varphi_1$	$y_{B_1} = 0$	$z_{B_1} = l_1 \sin \varphi_1$
$B_2$	$x_{B_2} = -\frac{1}{2}H$	$y_{B_2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}H + l_2 \cos \varphi_2$	$z_{B_2} = l_2 \sin \varphi_2$
$B_3$	$x_{B_3} = -\frac{1}{2}H$	$y_{B_3} = \frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3$	$z_{B_3} = l_3 \sin \varphi_3$

(4.13)

A través de sustituir las coordenadas de  $\mathbf{B}_i$  (4.14) en (4.13) se determina el modelo matemático como un sistema compuesto de tres ecuaciones no lineales con respecto a  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\varphi_3$ , así como también  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$  [62].

$$\begin{cases} f_1(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = 0 \\ f_2(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = 0 \\ f_3(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

Donde:

$$\begin{aligned} f_1 &= \left(-\frac{1}{2}H - H + l_1 \cos \varphi_1\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}H + l_2 \cos \varphi_2\right)^2 + (l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1)^2 - 3h^2 = 0 \\ f_2 &= \left(-\frac{1}{2}H + \frac{1}{2}H\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}H - l_2 \cos \varphi_2\right)^2 - (l_3 \sin \varphi_3 - l_2 \sin \varphi_2)^2 - 3h^2 = 0 \\ f_3 &= \left(H - l_1 \cos \varphi_1 + \frac{1}{2}H\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3\right)^2 + (l_1 \sin \varphi_1 - l_3 \sin \varphi_3)^2 - 3h^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

#### 4.3.2.1 Implementación del método Newton-Kantorovich

Como ya se mencionó anteriormente, es posible encontrar la solución de forma numérica para el sistema propuesto, aplicando el método numérico de Newton-Kantorovich.



$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_3} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

A continuación, se muestran las derivadas parciales de  $f_1$ ,  $f_2$  y  $f_3$  con respecto a  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\varphi_3$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1} &= 3Hl_1 \sin \varphi_1 - l_1 l_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + l_1 l_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_2} &= \sqrt{3}Hl_2 \sin \varphi_2 - l_1 l_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - l_1 l_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_3} &= 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1} &= 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_2} &= 2\sqrt{3}Hl_2 \sin \varphi_2 - 2l_2 l_3 (\varphi_2 + \varphi_3) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_3} &= 2\sqrt{3}Hl_3 \sin \varphi_3 - 2l_2 l_3 (\varphi_2 + \varphi_3) \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_1} &= 3Hl_1 \sin \varphi_1 - l_1 l_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_3) + l_1 l_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_3} &= \sqrt{3}Hl_3 \sin \varphi_3 - l_1 l_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - l_1 l_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_3) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Para cada iteración es necesario resolver el sistema de ecuaciones lineales (4.14), las cuales se pueden reescribir de la forma  $A(x^{(0)})z = -f(x^{(0)})$ .

Cabe mencionar que el sistema se resolvió por medio del método de Cramer. Posteriormente se pueden apreciar las estructuras de las matrices y sus determinantes (4.18), respectivamente.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$



$$Det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{31}a_{12}a_{23}$$

$$A_{\varphi_1} = \begin{vmatrix} -f_1(x^{(k)}) & a_{12} & 0 \\ -f_2(x^{(k)}) & a_{22} & a_{23} \\ -f_3(x^{(k)}) & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$Det(A_{\varphi_1}) = -f_1(x^{(k)})a_{22}a_{33} + f_2(x^{(k)})a_{12}a_{33} - f_3(x^{(k)})a_{12}a_{23}$$

$$A_{\varphi_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & -f_1(x^{(k)}) & 0 \\ 0 & -f_2(x^{(k)}) & a_{23} \\ a_{31} & -f_3(x^{(k)}) & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$Det(A_{\varphi_2}) = -a_{11}f_2(x^{(k)})a_{33} + a_{11}a_{23}f_3(x^{(k)}) - a_{31}f_1(x^{(k)})a_{23}$$

$$A_{\varphi_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & -f_1(x^{(k)}) \\ 0 & a_{22} & -f_2(x^{(k)}) \\ a_{31} & 0 & -f_3(x^{(k)}) \end{vmatrix}$$

$$Det(A_{\varphi_3}) = -a_{11}a_{22}f_3(x^{(k)}) - a_{31}a_{12}f_2(x^{(k)}) + a_{31}a_{22}f_1(x^{(k)})$$

Los valores de (4.19) corresponden a la matriz A.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1}, a_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_2}, a_{13} = \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_3} \\ a_{21} &= \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1}, a_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_2}, a_{23} = \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_3} \\ a_{31} &= \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_1}, a_{32} = \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_2}, a_{33} = \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_3} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Después de haber obtenido los determinantes, la solución para la iteración  $k + 1$  se expresa de la siguiente forma (4.20).

$$\begin{aligned} \varphi_1^{k+1} &= Det(A_{\varphi_1})/Det(A) + \varphi_1^k; \\ \varphi_2^{k+1} &= Det(A_{\varphi_2})/Det(A) + \varphi_2^k; \\ \varphi_3^{k+1} &= Det(A_{\varphi_3})/Det(A) + \varphi_3^k; \end{aligned} \quad (4.20)$$

Una vez obtenidos los valores de cada iteración, es importante mencionar que el valor de la iteración 10, fue el que se utilizó para realizar los cálculos posteriores, debido a que desde la iteración 5 permanece constante.



### 4.3 Cinemática del robot paralelo

Por lo tanto, se obtuvieron las siguientes expresiones o ecuaciones para determinar el ángulo  $\alpha$  y  $\beta$ :

Ángulo  $\alpha$ :

Como se muestra en la Figura 4.5, se obtuvo el punto medio (4.21) de la distancia entre los puntos  $B_2$  y  $B_3$ , después tomando en cuenta el punto medio se calculó la distancia (4.22), para finalmente obtener lo que sería el ángulo  $\alpha$  (4.23).

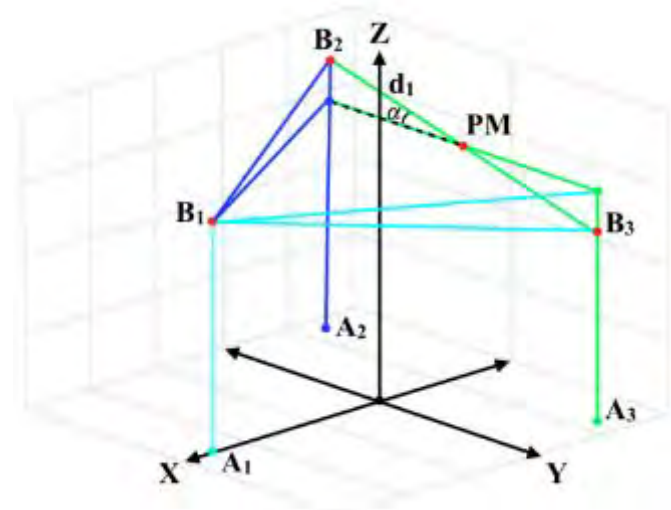


Figura 4.5 Representación geométrica del ángulo  $\alpha$  en el robot paralelo 3-RPS.

$$\begin{aligned} PM_x &= \frac{(x_{B_2} + x_{B_3})}{2} \\ PM_y &= \frac{(y_{B_2} + y_{B_3})}{2} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$PM_z = \frac{(z_{B_2} + z_{B_3})}{2}$$

$$d_1 = \sqrt{(x_{B_2} - PM_x)^2 + (y_{B_2} - PM_y)^2 + (z_{B_2} - PM_z)^2} \quad (4.22)$$

$$\alpha = \left( \cos^{-1} \left( \frac{y_{B_2} - PM_y}{d_1} \right) \right) \frac{180^\circ}{\pi} \quad (4.23)$$



#### 4.4 Análisis de singularidades

Ángulo  $\beta$ :

Como se muestra en la Figura 4.6, se obtuvo el punto medio (4.21) de la distancia entre los puntos  $B_2$  y  $B_3$ , después tomando en cuenta el punto medio se calculó la distancia (4.24), para finalmente obtener lo que sería el ángulo  $\beta$  (4.25).

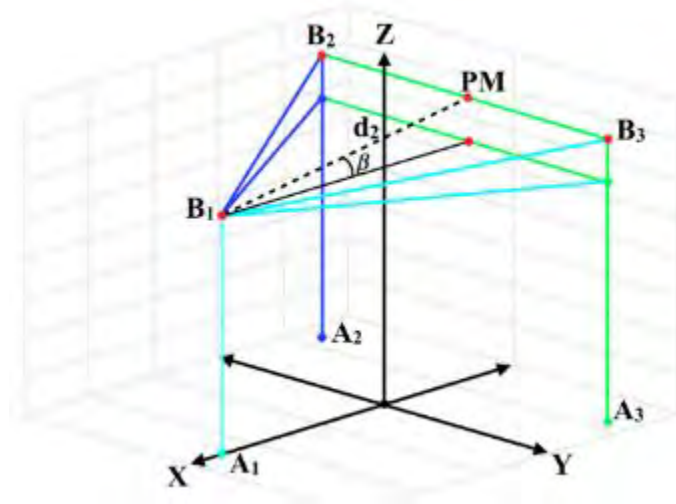


Figura 4.6 Representación geométrica del ángulo  $\beta$  en el robot paralelo 3-RPS.

$$d_2 = \sqrt{(x_{B_1} - PM_x)^2 + (y_{B_1} - PM_y)^2 + (z_{B_1} - PM_z)^2} \quad (4.24)$$

$$\beta = 180^\circ - \left( \cos^{-1} \left( \frac{PM_x - x_{B_1}}{d_2} \right) \right) \frac{180^\circ}{\pi} \quad (4.25)$$

#### 4.4 Análisis de singularidades

De acuerdo con [26], [63], se formuló la posición de singularidad directa del robot paralelo 3-RPS a partir de diferenciar las ecuaciones (4.15), como resultado se obtuvieron las ecuaciones de velocidad (4.26).

$$\begin{aligned} f_1 &= \dot{l}_1(2l_1 - 2l_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - 3H \cos \varphi_1) + \dot{l}_2(2l_2 - 2l_1 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sqrt{3}H \cos \varphi_2) + \\ &\quad \dot{\varphi}_1(3Hl_1 \sin \varphi_1 - 2l_1l_2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2) + \dot{\varphi}_2(\sqrt{3}Hl_2 \sin \varphi_2 - 2l_1l_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2) \\ f_2 &= \dot{l}_2(2l_2 + 2l_2l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) - 2\sqrt{3}H \cos \varphi_2) + \dot{l}_3(2l_3 + 2l_2l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) - 2\sqrt{3}H \cos \varphi_3) + \\ &\quad \dot{\varphi}_2(2\sqrt{3}Hl_2 \sin \varphi_2 - 2l_2l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + \dot{\varphi}_3(2\sqrt{3}Hl_3 \sin \varphi_3 - 2l_2l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) \\ f_3 &= \dot{l}_1(2l_1 - 2l_3 \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 - 3H \cos \varphi_1) + \dot{l}_3(2l_3 - 2l_1 \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 - \sqrt{3}H \cos \varphi_3) + \end{aligned} \quad (4.26)$$



#### 4.5 Fuerzas que intervienen en la plataforma móvil

---

$$\dot{\varphi}_1(3Hl_1 \sin \varphi_1 - 2l_1l_3 \cos \varphi_1 \sin \varphi_3) + \dot{\varphi}_3(\sqrt{3}Hl_3 \sin \varphi_3 - 2l_1l_3 \sin \varphi_1 \cos \varphi_3)$$

Las ecuaciones (4.27) se pueden escribir en espacio de estados como se muestra en (4.28).

$$\begin{Bmatrix} \frac{df_1}{dt} \\ \frac{df_2}{dt} \\ \frac{df_3}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{Bmatrix} + \mathbf{B} \begin{Bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.27)$$

O

$$\mathbf{B} \dot{\mathbf{l}} = -\mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\varphi}} \quad (4.28)$$

Donde  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  son:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 3Hl_1 \sin \varphi_1 - 2l_1l_2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & b_{11} &= 3H \cos \varphi_1 - 2l_1 + 2l_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \\ a_{12} &= \sqrt{3}Hl_2 \sin \varphi_2 - 2l_1l_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 & b_{12} &= \sqrt{3}H \cos \varphi_2 - 2l_2 + 2l_1 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \\ a_{22} &= 2\sqrt{3}Hl_2 \sin \varphi_2 - 2l_2l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) & b_{22} &= 2\sqrt{3}H \cos \varphi_2 - 2l_2 - 2l_2l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) \\ a_{23} &= 2\sqrt{3}Hl_3 \sin \varphi_3 - 2l_2l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) & b_{23} &= 2\sqrt{3}H \cos \varphi_3 - 2l_3 - 2l_2l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) \\ a_{31} &= 3Hl_1 \sin \varphi_1 - 2l_1l_3 \cos \varphi_1 \sin \varphi_3 & b_{31} &= 3H \cos \varphi_1 - 2l_1 + 2l_3 \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 \\ a_{33} &= \sqrt{3}Hl_3 \sin \varphi_3 - 2l_1l_3 \sin \varphi_1 \cos \varphi_3 & b_{33} &= \sqrt{3}H \cos \varphi_3 - 2l_3 + 2l_1 \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Para obtener el determinante de la matriz  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  se programaron las ecuaciones en MATLAB®, la singularidad en el robot se puede presentar donde el determinante de la matriz sea igual a 0. Dentro de los resultados obtenidos de las matrices no se presentó ninguna singularidad.

#### 4.5 Fuerzas que intervienen en la plataforma móvil

En la Figura 4.7 se presenta un diagrama de la plataforma móvil, en el cual están representadas las fuerzas que intervienen para generar los movimientos de rotación de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .



#### 4.6 Cálculo de reacciones en la plataforma

---

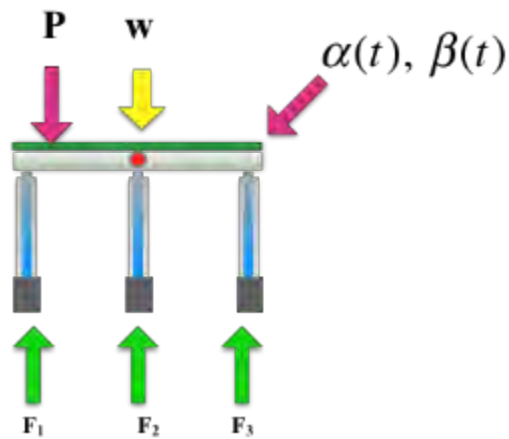


Figura 4.7 Diagrama de cuerpo libre de la plataforma.

$F_1, F_2, F_3$  = Fuerzas generadas por actuadores

$w$  = Peso del helicóptero total (4300 kg), peso vacío (2389 kg)

$P$  = Perturbaciones acotadas (corriente, viento, olas)

$\alpha(t), \beta(t)$  = Movimiento del buque ocasionado por el oleaje.

#### 4.6 Cálculo de reacciones en la plataforma

La Figura 4.8 muestra un diagrama de las reacciones y el peso ( $w$ ) los cuales se tomaron en cuenta para obtener el valor de cada reacción.

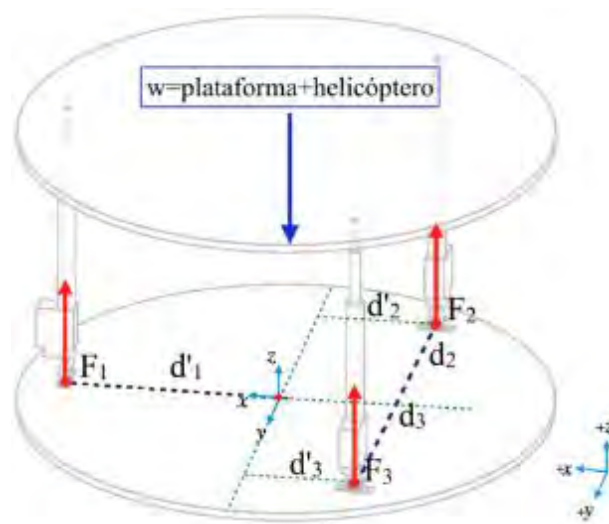


Figura 4.8 Diagrama de reacciones en la plataforma móvil.



#### 4.6 Cálculo de reacciones en la plataforma

---

Se realiza la sumatoria de momentos en  $x$ .

$$\sum M_x = 0 \quad (4.30)$$

En ecuación (4.31) se iguala  $F_2$  y  $F_3$  así como  $d_2$  y  $d_3$ , debido a que son las mismas distancias y el momento que se genera es con respecto al mismo eje.

$$-F_2 d_2 + F_3 d_3 = 0 \quad d_2 = d_3 \quad \therefore \quad F_2 = F_3 \quad (4.31)$$

Se realiza la sumatoria de momentos en  $y$ .

$$\sum M_y = 0 \quad (4.32)$$

Se iguala  $F_2 d'_2$  y  $F_3 d'_3$  (4.33).

$$-F_1 d'_1 + F_2 d'_2 + F_3 d'_3 = 0 \quad d'_2 = d'_3 \quad (4.33)$$

$$-F_1 d'_1 + 2F_2 d'_2 = 0 \quad (4.34)$$

Se realiza la sumatoria de momentos y fuerzas en el  $z$ .

$$\begin{aligned} \sum M_z &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 + F_3 &= w \\ F_1 + 2F_2 &= w \quad \therefore \quad F_1 = w - 2F_2 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Se sustituye  $F_1 = w - 2F_2$  en (4.34) y se obtiene  $F_2$  (4.37):

$$F_2 = \frac{w d'_1}{2(d'_1 + d'_2)} \quad (4.37)$$

Posteriormente se obtiene  $F_3$  (4.38) a partir de la ecuación (4.31):

$$F_3 = \frac{F_2 d_2}{d_3} \quad (4.38)$$

Los valores de las distancias del robot paralelo son  $d_1 = 0.5013 \text{ m}$ ,  $d_2 = 0.4341 \text{ m}$ ,  $d_3 = 0.4341 \text{ m}$ ,  $d'_1 = 0.5013 \text{ m}$ ,  $d'_2 = 0.25065 \text{ m}$ ,  $d'_3 = 0.25065 \text{ m}$ ,  $H = 0.5031 \text{ m}$ ,  $m =$



#### 4.7 Zona de contacto de la plataforma móvil

---

716.66 kg,  $w = 7030.5 \text{ N}$ . De acuerdo con estos datos se calcularon las fuerzas  $F_1 = 2343.5 \text{ N}$ ,  $F_2 = 2343.5 \text{ N}$ ,  $F_3 = 2343.5 \text{ N}$ .

#### 4.7 Zona de contacto de la plataforma móvil

El helicóptero Eurocopter Panther AS565 cuenta con cuatro llantas en el tren de aterrizaje, dos de las cuales se encuentran en la parte delantera y dos en la parte trasera del mismo, Figura 4.9.

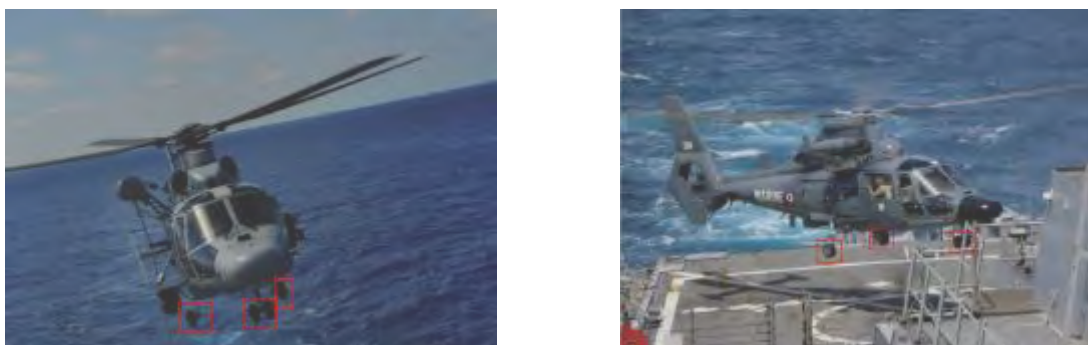


Figura 4.9 Llantas del “Eurocopter Panther AS565”.

Para obtener el área de contacto de la plataforma móvil al momento que aterriza el helicóptero “Eurocopter Panther AS 565”, es importante tomar en cuenta el peso del helicóptero, debido a que este influye para obtener los cálculos del área de contacto de la llanta (Tabla 4.1).

Tabla 4.1 Peso del helicóptero en kilogramos, Newtons, libras.

Peso del Helicóptero			
<b>Peso vacío</b>	2389 kg	23,436.09 N	5,266.84 lb
<b>Peso (<math>W_T</math>)</b>	4300 kg	42,183 N	9,479.88 lb

##### 4.7.1 Especificaciones del neumático del helicóptero Eurocopter Panther

Entre mayor sea el área de contacto entre la llanta y el pavimento mejor agarre y estabilidad tendrá el vehículo, razón por la cual los coches de carreras utilizan llantas lisas, en la calle, el dibujo de la llanta únicamente sirve para desplazar agua y evitar el acuaplaneo.

Una llanta con poca presión de inflado, aunque aparente ser más ancha a simple vista hace que el peso del vehículo recaiga sobre las paredes de la llanta en lugar de la presión de aire, por



#### 4.7 Zona de contacto de la plataforma móvil

lo tanto, esta se vuelve cóncava de en medio y pierde mucha área de contacto (Figura 4.10), [64], [65].



Figura 4.10 Representación de la presión en una llanta.

Las dimensiones de la llanta son las siguientes [66], Figura 4.11.

Diámetro: 15" = 0.3810 m

Ancho: 6" = 0.1524 m

Presión ( $P_a$ ) = 68 psi

TIRE DESCRIPTIONS					APPLICATION RATING				INFLATED TIRE DIMENSIONS <small>(inches)</small>					
M	SIZE	N	D	PLY RATING	SPEED INDEX (mph)	MAX. LOADING (lbs)	INFLATION PRESSURE (UNLOADED) (psi)	APPROX. BOTTOMING LOAD (lbs)	Do MAX.	Do MIN.	W MAX.	W MIN.	Ds MAX.	Ws MAX.
13	x	5.0	-4	14	180	3,100	143	9,300	13.25	12.70	5.25	4.95	11.60	4.60
13.5	x	6.0	-4	12		2,450	95	7,350	13.75	13.20	6.10	5.75	12.00	5.40
13.5	x	6.0	-4	14	230	3,450	135	10,350	13.75	13.20	6.10	5.75	12.00	5.40
14.5	x	5.5	-6	8					14.20		5.50	5.15	13.00	4.85
14.5	x	5.5	-6	12		3,000	135	9,000	14.50	14.00	5.50	5.15	13.00	4.85
14.5	x	5.5	-6	14		3,550	155	10,650	14.50	14.00	5.50	5.15	13.00	4.85
15	x	6.0	-6	4	120	1,250	45	3,750	15.20	14.55	6.30	5.90	13.55	5.55
15	x	6.0	-6	6	120	1,950	68	5,850	15.20	14.55	6.30	5.90	13.55	5.55
15	x	6.0	-6	8	160	1,950	68	5,850	15.20	14.55	6.30	5.90	13.55	5.55
15	x	6.0	-6	6	15	1,950	68	5,850	15.20	14.55	6.30	5.90	13.55	5.55

Figura 4.11 Dimensiones de la llanta del helicóptero "Eurocopter Panther AS565".

Para calcular el área de contacto de la llanta, primero se debe determinar el peso que va a soportar cada llanta, considerando una distribución uniforme del peso:

$$W_{li} = \frac{W_T}{4} = \frac{9479.88 \text{ lb}}{4} = 2366.97 \text{ lb} \quad (4.39)$$



## 4.8 Dinámica del robot paralelo

---

Posteriormente, se procede a calcular el área de contacto de la llanta, tomando en cuenta el peso (lb) por cada llanta y la presión de esta (psi):

$$A_c = \frac{W_{ll}}{P_a} = \frac{2366.97 \text{ lb}}{68 \text{ lb/in}^2} = 34.8083 \text{ in}^2 \quad (4.40)$$

La forma del área de huella del neumático se entiende generalmente como una elipse 1.6 (según se hace referencia en el Informe S-77-1 del Cuerpo de Ingenieros de EE. UU.), en la que el eje principal es 1,6 veces el eje menor. El cálculo para resolver el eje menor es 0.894 veces la raíz cuadrada del área de contacto, [67].

Por consiguiente, el área de la huella se determina calculando el eje menor ( $E_a$ ) y el eje mayor ( $E_b$ ):

Eje menor:

$$E_a = 0.894 * \sqrt{34.8083 \text{ in}^2} = 5.2744 \text{ in} \quad (4.41)$$

Eje mayor:

$$E_b = 1.6 * 5.2744 \text{ in} = 8.4391 \text{ in} \quad (4.42)$$

## 4.8 Dinámica del robot paralelo

Para realizar el movimiento de rotación del ángulo  $\alpha$ , el desplazamiento de los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se mueven en sentido contrario, mientras que el actuador  $l_1$  permanece estático, Figura 4.12.a. En cambio, para generar el movimiento con respecto al ángulo  $\beta$ , los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  son desplazados hacia el mismo sentido y  $l_1$  se mueve en sentido contrario a  $l_2$  y  $l_3$ , Figura 4.12.b. Para el modelado matemático se considera que la fuerza se aplica en un eje de acción vertical, derivado que los ángulos ( $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ ) son cercanos a  $90^\circ$ , ver Tabla 5.2.



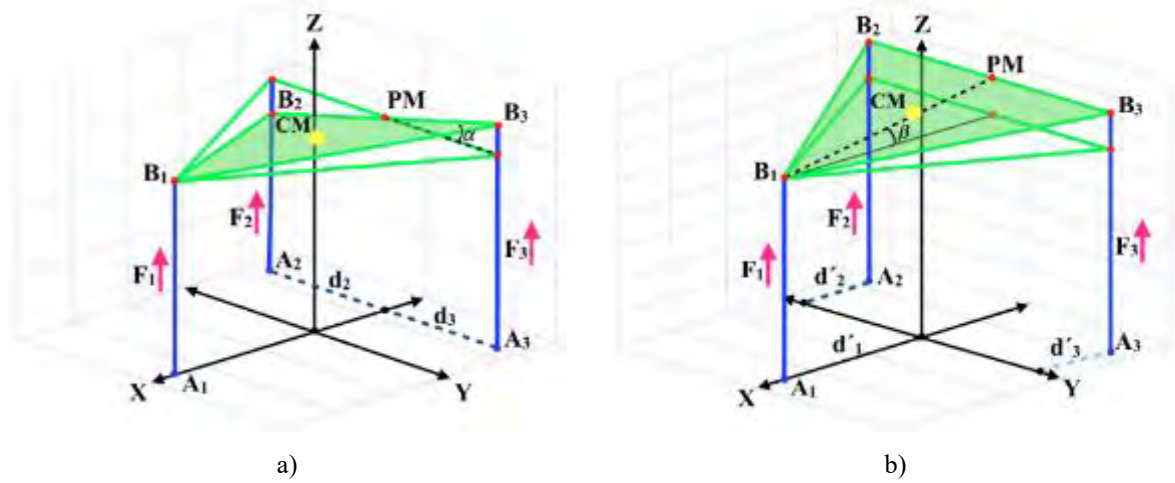


Figura 4.12 a) Plataforma móvil orientada a un ángulo  $\alpha$ , b) y un ángulo  $\beta$ .

Las ecuaciones dinámicas del robot paralelo 3-RPS se obtienen al aplicar el formulismo de Euler-Lagrange (4.43).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} &= F_3 d_3 - F_2 d_2 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\beta}} &= -F_1 d'_1 + F_2 d'_2 + F_3 d'_3 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} + \frac{\partial D}{\partial \dot{z}} &= F_1 + F_2 + F_3 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $z$ , representan los movimientos de la plataforma móvil,  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  representan las fuerzas proporcionadas por los actuadores. El lagrangiano ( $L$ ) está dado por la energía cinética ( $K$ ) menos la energía potencial ( $V$ ). Donde  $d'_1, d_2$ ,  $d'_2, d_3$  y  $d'_3$  son las distancias indicadas en la Figura 4.12.

La energía cinética de la plataforma móvil está dada por:

$$K = \frac{1}{2} J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m v^2 \quad (4.44)$$

Donde  $v^2 = \dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2 + \dot{z}_G^2$  y (4.45) son las coordenadas al centro de masa de la plataforma móvil. Tomando como referencia un sistema de coordenadas por abajo del centro de masa y al nivel del centro de las uniones esféricas.

$$x_G = l_o \cos \alpha \sin \beta \quad (4.45)$$



$$y_G = -l_o \sin \alpha$$

$$z_G = z + l_o \cos \alpha \cos \beta$$

La energía potencial está dada por:

$$V = mgh \quad \therefore \quad mg(z + l_o \cos \alpha \cos \beta) \quad (4.46)$$

Las ecuaciones que rigen la dinámica de la plataforma móvil están dadas por:

$$\begin{aligned} (J_x + ml_o^2)\ddot{\alpha} - ml_o\ddot{z} \cos \beta \sin \alpha + ml_o^2\dot{\beta}^2 \cos \alpha \sin \alpha - mgl_o \sin \alpha \cos \beta \\ = F_3d_3 - F_2d_2 \\ (J_y + ml_o^2 \cos^2 \alpha)\ddot{\beta} - ml_o\ddot{z} \cos \alpha \sin \beta - 2ml_o\dot{\alpha}\dot{\beta} \cos \alpha \sin \alpha - mgl_o \cos \alpha \sin \beta = \\ -F_1d'_1 + F_2d'_2 + F_3d'_3 \\ m\ddot{z} - ml_o\ddot{\alpha} \cos \beta \sin \alpha - ml_o\ddot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + 2ml_o\dot{\alpha}\dot{\beta} \sin \beta \sin \alpha - \\ ml_o \cos \alpha \cos \beta (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) = F_1 + F_2 + F_3 - mg \end{aligned} \quad (4.47)$$

Se puede observar que el modelo matemático es altamente no lineal (términos de productos de cosenos, senos, variables al cuadrado, entre otros), con términos acoplados y multivariable. Aunque el robot paralelo es de 3-GDL y se tienen tres entradas de fuerza (sistema totalmente actuado), para el control de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  se utilizan 2 o 3 actuadores, lo que indica que en estas coordenadas el sistema es sobreactuado.

El modelo matemático (4.47) puede representarse de la forma:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (4.48)$$

Donde

$M(q)$	Matriz de inercia, simétrica y definida positiva
$C(q, \dot{q})$	Matriz de Coriolis
$g(q)$	Vector de gravedad

Además, se cumple que  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  es una matriz antisimétrica ( $A = -A^t$ ).

## 4.9 Identificación algebraica de parámetros

Como se mencionó en la Sección 3.3, en [47] concluye que algunas estrategias de control desarrolladas para controlar el movimiento del manipulador paralelo requieren que los parámetros del manipulador y la carga sean conocidos de antemano y muchas de las técnicas de control, tales como el control proporcional integral derivativo (PID) y el control de la lógica



difusa, no dan resultados satisfactorios en presencia de incertidumbres de parámetros y la dinámica no modelada. Por esta razón, se plantea como solución implementar una metodología de identificación de la masa que cada actuador soporta para dar esta información al controlador de la plataforma móvil.

En [68], se menciona que la expresión (4.49) tiene la ventaja de ser completamente independiente de las condiciones iniciales, por lo cual solo requiere la medición de la entrada y la salida para calcular  $m$  o su inversa  $1/m$ . La siguiente fórmula (4.50) es para el cálculo de  $1/m$ :

$$m \left[ (t - t_0)^2 x(t) - 4 \int_{t_0}^t (\sigma - t_0) x(\sigma) d\sigma + 2 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma} x(\lambda) d\lambda d\sigma \right] \\ = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma} (\lambda - t_0)^2 u(\lambda) d\lambda d\sigma \quad (4.49)$$

$$\frac{1}{m} = \frac{n(t)}{d(t)} \\ n(t) = (t - t_0)^2 x(t) - 4 \int_{t_0}^t (\sigma - t_0) x(\sigma) d\sigma + 2 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma} x(\lambda) d\lambda d\sigma \\ d(t) = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma} (\lambda - t_0)^2 u(\lambda) d\lambda d\sigma \quad (4.50)$$

No obstante, se puede observar que en (4.50), en el tiempo  $t = t_0$ , tanto el numerador como el denominador son cero, por lo cual el cociente se indetermina. Por lo tanto, se debe evaluar (4.50) en un momento posterior a  $t_0$ . Se propone el proceso de estimación para  $1/m$ , denotado como  $1/m_e$ , donde  $m_e$  es la cantidad de masa estimada (4.51).

$$\frac{1}{m_e} = \begin{cases} \text{arbitrario} & t \in [t_0, t_0 + \varepsilon) \\ \frac{n(t)}{d(t)} & t > t_0 + \varepsilon \end{cases} \quad (4.51)$$

A continuación, se muestra el procedimiento para aplicar la identificación algebraica.

El modelo matemático de cada actuador, tomando en cuenta que la masa de la plataforma móvil y la carga que soportará (helicóptero, pasajeros, carga, etc.)  $m_i$ , está descrito por la siguiente ecuación diferencial ordinaria:



$$m_i \ddot{x}_i = \sum F_i \quad (4.52)$$

$$m_i \ddot{x}_i = F_i - b_i \dot{x}_i$$

Donde  $F_i$  es la fuerza proporcionada por el actuador y  $b_i$  es un amortiguamiento del tipo viscoso. Aplicando la transformada de Laplace:

$$m_i (s^2 X(s) - s x(0) - \dot{x}(0)) e^{-st_0} = F(s) e^{-st_0} - b_i (s X(s) - (x(0))) e^{-st_0} \quad (4.53)$$

Derivando dos veces con respecto a  $s$ :

$$m_i \left( 2X(s) + 4 \frac{d}{ds} X(s) + s^2 \frac{d^2}{ds^2} X(s) \right) = \frac{d^2}{ds^2} F(s) - b_i \left( 2 \frac{d}{ds} X(s) + s \frac{d^2}{ds^2} X(s) \right) \quad (4.54)$$

Multiplicando por  $s^2$  y aplicando la transformada inversa de Laplace:

$$m \left( 2 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 + 4 \int_{t_0}^t x(\sigma_1 - t_0) x(\sigma_1) d\sigma_1 + (t - t_0)^2 x(t) \right) =$$

$$\int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0)^2 F(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - 2b_i \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0) x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - b_i \left( \int_{t_0}^t (\sigma_1 - t_0)^2 x(\sigma_1) d\sigma_1 \right) \quad (4.55)$$

Despejando  $m$  (masa):

$$m = \frac{\int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0)^2 F(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - 2b_i \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0) x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - b_i \left( \int_{t_0}^t (\sigma_1 - t_0)^2 x(\sigma_1) d\sigma_1 \right)}{\left( 2 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 + 4 \int_{t_0}^t x(\sigma_1 - t_0) x(\sigma_1) d\sigma_1 + (t - t_0)^2 x(t) \right)} \quad (4.56)$$

El identificador de la masa que soportará cada actuador queda expresado de la forma:

$$m = \frac{d(t)}{n(t)}$$

$$n(t) = 2m \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 + 4m \int_{t_0}^t x(\sigma_1 - t_0) x(\sigma_1) d\sigma_1 + m(t - t_0)^2 x(t) \quad (4.57)$$

$$d(t) = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0)^2 F(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - 2b_i \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0) x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1$$

$$- b_i \left( \int_{t_0}^t (\sigma_1 - t_0)^2 x(\sigma_1) d\sigma_1 \right)$$

## 4.10 Estrategia de control

Para el modelo matemático de cada actuador, se considera que proporciona la fuerza  $F_i$  que debe mover una masa  $m_i$  a una distancia  $z_i$ , ver Figura 4.13. En este movimiento, se considera



#### 4.10 Estrategia de control

---

la presencia de amortiguamiento viscoso  $b_i$  y una perturbación constante  $P_i$ . La perturbación representa parte del peso que debe soportar cada actuador del robot, el cual no es conocido.

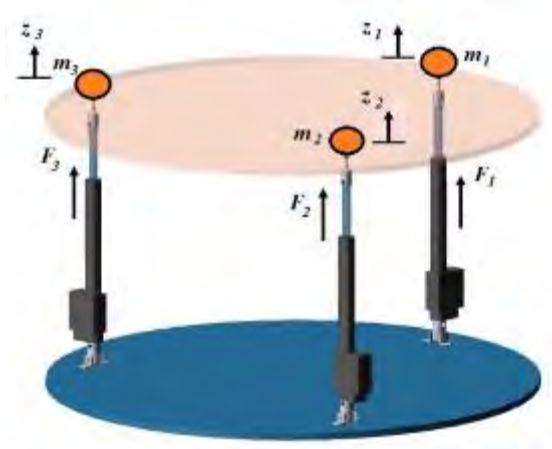


Figura 4.13 Diagrama esquemático del robot paralelo – actuadores.

El modelo matemático que gobierna la dinámica de este movimiento puede obtenerse aplicando la segunda ley de Newton, la cual está dada por:

$$m_i \ddot{z}_i = F_i - b_i \dot{z}_i + P_i \quad (4.58)$$

El modelo matemático que gobierna la dinámica de este movimiento puede obtenerse aplicando la segunda ley de Newton, la cual está dada por:

$$m_i \ddot{z}_i = F_i - b_i \dot{z}_i + P_i \quad (4.59)$$

Donde el subíndice  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) corresponde al número de actuadores del robot paralelo.

Para diseñar un controlador con el objetivo de seguimiento de trayectoria de posición, se considera la ecuación (4.59). A continuación, se propone el siguiente controlador tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) para el seguimiento de la trayectoria de posición deseada para la plataforma móvil.

$$F_i = m_i \left( \ddot{z}_{id} - k_d (\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) - k_p (z_i - z_{id}) - k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt \right) + b_i \dot{z}_i \quad (4.60)$$

- $k_p$  ganancia de acción proporcional
- $k_{id}$  ganancia de acción integral
- $k_d$  ganancia de acción derivativa



- $(z_i - z_{id})$  es el error  $e$  de la posición angular.

Dado por la posición real  $z_i$  medida desde la simulación menos una posición deseada  $z_{id}$  dada por la trayectoria deseada.

Mediante la sustitución de la ecuación (4.60) en (4.59), resulta:

$$\ddot{z}_i - \ddot{z}_{id} + k_d(\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) + k_p(z_i - z_{id}) + k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (4.61)$$

El uso de este controlador de tipo PID produce la siguiente dinámica de bucle cerrado para el error de seguimiento de trayectoria dado por  $e = z_i - z_{id}$ :

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} \int e dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (4.62)$$

Derivando la ecuación (4.62):

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} e = 0 \quad (4.63)$$

Las ganancias del controlador  $k_p, k_{id}$  y  $k_d$  fueron establecidas para coincidir con el polinomio característico deseado, dado por:

$$(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + p) = 0$$

$$\zeta = 0.7, \omega_n = 10, p = 8 \quad (4.64)$$

Se adoptó un polinomio de Bézier interpolado suavemente entre la posición inicial y la posición final para el seguimiento de trayectoria de los desplazamientos del actuador  $z_i$ .

La trayectoria de posición deseada viene dada por el siguiente polinomio de Bézier:

$$z_{id}(t) = z_i + (z_f - z_i)\sigma(t, t_i, t_f)\mu_p^5,$$

$$\sigma(t, t_i, t_f) = \gamma_1 - \gamma_2\mu_p + \gamma_3\mu_p^2 - \dots + \gamma_6\mu_p^5, \quad (4.65)$$

$$\mu_p = \frac{t - t_i}{t_f - t_i}$$

Donde  $z_o = z(t_o)$  y  $z_f = z(t_f)$  son las posiciones iniciales y finales deseadas, de modo que la base de la plataforma móvil comience desde una posición inicial y vaya a una posición final con un cambio suave, de manera que:



## 4.11 Construcción del prototipo del robot paralelo

$$z_{id}(t) = \begin{cases} z_i & 0 \leq t < t_i \\ \sigma(t, t_i, t_f)z_f & t_i \leq t < t_f \\ z_f & t > t_f \end{cases} \quad (4.66)$$

Los parámetros de la función polinomial  $z_{id}(t)$  son  $\gamma_1 = 252, \gamma_2 = 1050, \gamma_3 = 1800, \gamma_4 = 1575, \gamma_5 = 700, \gamma_6 = 126$ .

En la Figura 4.14 se muestra el diagrama de control implementado en el prototipo virtual. Se puede apreciar en el diagrama que la entrada es la posición deseada, en este caso los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  y el desplazamiento a lo largo del eje  $z$ . Posteriormente, se obtienen las longitudes de los actuadores a través de la cinemática inversa, posteriormente, los valores son utilizados para definir una trayectoria deseada (polinomio de Bézier). Finalmente, la posición y velocidad deseadas son comparadas con las reales para que entre como el error al control PID, con el fin de enviar la señal de control al prototipo.

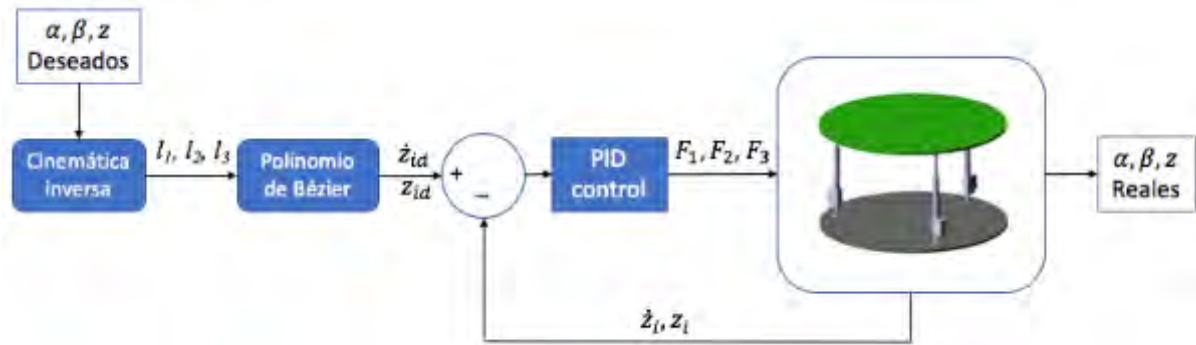


Figura 4.14 Diagrama del controlador de la plataforma móvil con una posición deseada.

## 4.11 Construcción del prototipo del robot paralelo

### 4.11.1 Dimensiones del robot paralelo

Las dimensiones de la plataforma del robot paralelo están basadas en las dimensiones del tren de aterrizaje del helicóptero Figura 4.15.



#### 4.11 Construcción del prototipo del robot paralelo

---

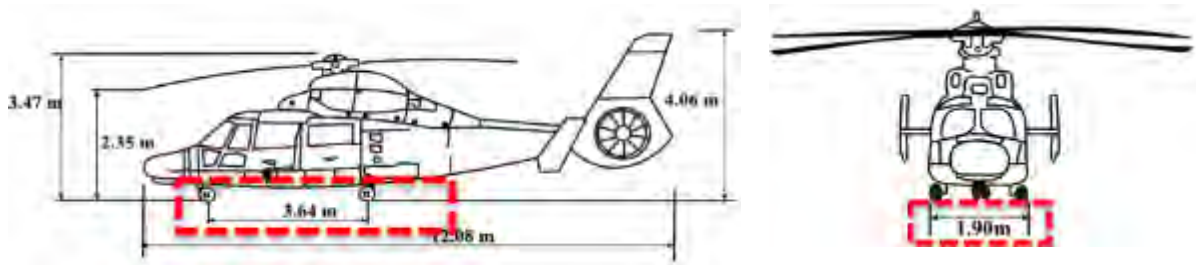


Figura 4.15 Tren de aterrizaje del helicóptero “Eurocopter Panther AS565”.

El tren de aterrizaje mide 3.64 m de la parte lateral del helicóptero y de la parte frontal del mismo 1.90 m. De acuerdo a [53], el tamaño del helipuerto va a depender de las dimensiones del helicóptero, no obstante el helicóptero sólo aterriza en el área central del helipuerto, por lo cual se consideró que las dimensiones del robot paralelo comprendan aproximadamente la parte del tren de aterrizaje del helicóptero. En este caso la plataforma del robot paralelo tendrá un diámetro de 1 m (Figura 4.16) solo para validar los movimientos, no es a escala.

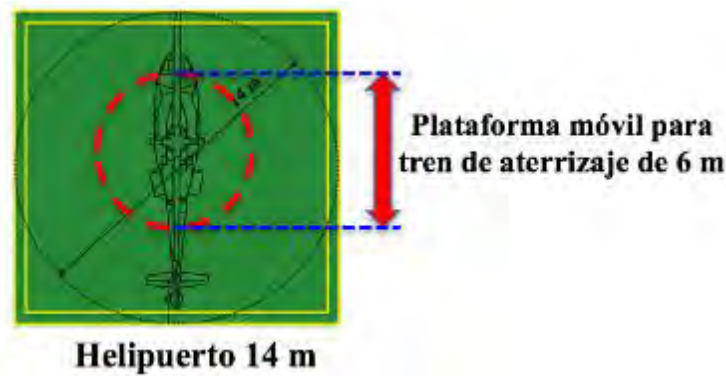


Figura 4.16 Dimensiones del helipuerto.

##### 4.11.2 Características del robot paralelo

El diseño de la plataforma móvil se realizó en SolidWorks®, después se simuló la plataforma en el software MSC ADAMS™. Posteriormente, se construyó el prototipo de la plataforma móvil como se muestra en la Figura 4.17. Se realizaron pruebas iniciales alimentando directamente los actuadores para validar el espacio de trabajo requerido, y se mostró que el robot no presenta ningún tipo de singularidad.



#### 4.11 Construcción del prototipo del robot paralelo

---



*Figura 4.17 Prototipo físico de la plataforma móvil.*

La Figura 4.18 muestra las uniones esféricas y de revoluta utilizadas para construir el prototipo, las cuales fueron seis uniones en total (tres uniones de revoluta y tres esféricas).



a)



b)

*Figura 4.18 a) Unión de revoluta y b) Unión esférica.*



#### 4.11 Construcción del prototipo del robot paralelo

---

El actuador utilizado para el robot paralelo (Figura 4.19), tiene las siguientes características:

- Carrera de 300 mm
- Motor de 24 V
- Sensor de efecto hall
- Carga: 2500 N



*Figura 4.19 Actuador Linak LA23, carrera de 30 cm.*

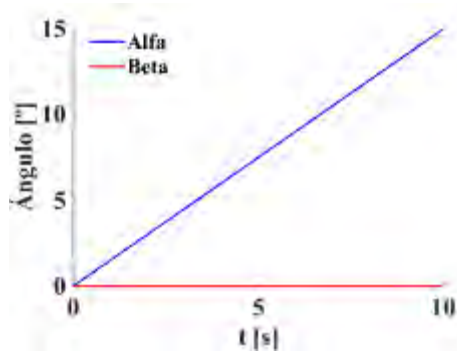
Existen actuadores de la marca Servomech, los cuales se pueden mandar a hacer de acuerdo con la medida requerida de la carrera del actuador; algunos de ellos son el atl 100 y atl 125 con una carga dinámica y estática de 200,000 N y 350,000 N respectivamente.



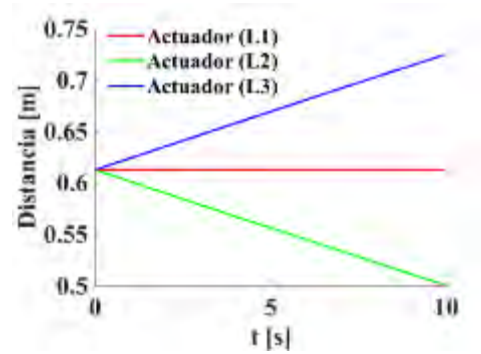
# Capítulo 5. Análisis y Discusión de Resultados

## 5.1 Validación de las ecuaciones de la cinemática inversa

En esta sección se presentan los resultados de la cinemática inversa. Se programaron las ecuaciones obtenidas (4.11) en el software MATLAB®, con el fin de obtener los valores de las longitudes de cada actuador, denotadas por  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ , durante un tiempo de 10 s, Figura 5.1.

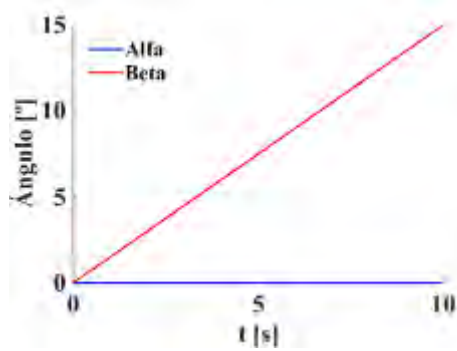


a)

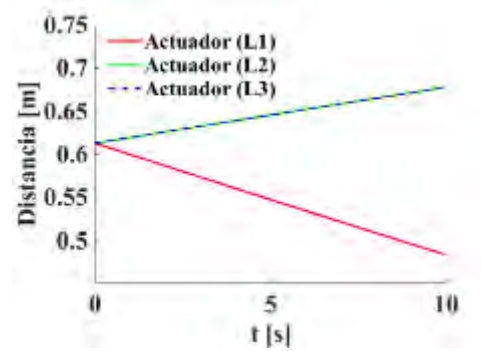


b)

a) Ángulo  $\alpha = 15^\circ, \beta = 0^\circ$  b) Distancia de los actuadores



c)



d)

c) Ángulo  $\alpha = 0^\circ, \beta = 15^\circ$  d) Distancia de los actuadores

Figura 5.1 Resultado cinemático del desplazamiento de los tres actuadores.



## 5.2 Validación de las ecuaciones de la cinemática directa

La validación de las ecuaciones de cinemática directa se realizó con la ayuda del software MSC ADAMS™, mediante el cual se simuló el prototipo virtual (Figura 5.2), posteriormente se introdujeron los valores de  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ , lo cual dio como resultado los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ . Una vez obtenidos los datos, estos fueron comparados con los resultados obtenidos en MATLAB® (Tabla 5.1, Tabla 5.2).



Figura 5.2 Robot paralelo 3-RPS diseño en CAD.

Primero se obtuvo la cinemática inversa, se introdujeron valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , usando el software MATLAB®, lo cual dio como resultado los valores de  $l_1$ ,  $l_2$ , y  $l_3$ , Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Resultados de la cinemática inversa.

Cinemática Inversa ( $l_1, l_2$ y $l_3$ (m))								
Nº	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\alpha$	$\beta$
1	0.6131	0.5010	0.7256	-	-	-	15°	0°
2	0.4837	0.6780	0.6780	-	-	-	0°	15°
3	0.5869	0.5362	0.7164	-	-	-	12°	3°
4	0.5434	0.6330	0.6630	-	-	-	2°	8°
5	0.4920	0.6224	0.7254	-	-	-	7°	14°
6	0.5694	0.5599	0.7071	-	-	-	10°	5°
7	0.5434	0.5882	0.7079	-	-	-	8°	8°

Posteriormente, los valores de  $l_1$ ,  $l_2$ , y  $l_3$ , adquiridos en el programa de cinemática inversa, se tomaron como entradas para la cinemática directa y de esta forma se obtuvo  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\varphi_3$ , finalmente se obtiene  $\alpha$  y  $\beta$ , Tabla 5.2.



## 5.2 Validación de las ecuaciones de la cinemática directa

Tabla 5.2 Resultados de la cinemática directa.

Cinemática Directa ( $l_1, l_2$ y $l_3$ (m))								
Nº	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\alpha$	$\beta$
1	0.6131	0.5010	0.7256	90°	88.31°	88.83°	14.99°	0.01°
2	0.4837	0.6780	0.6780	86.95°	90	90	0°	15.03°
3	0.5869	0.5362	0.7164	89.90°	89.88°	88.58°	11.98°	3.07°
4	0.5434	0.6330	0.6630	89.23°	90.30°	89.66°	1.98°	8.01°
5	0.4920	0.6224	0.7254	87.36°	91.72°	88.04°	6.81°	14.11°
6	0.5694	0.5599	0.7101	89.70°	90.51°	88.55°	9.96°	5.08°
7	0.5434	0.5882	0.7079	89.21°	91.01°	88.49°	7.92°	8.08°

En Tabla 5.3, se puede observar los datos obtenidos  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\varphi_3$ , así como  $\alpha$  y  $\beta$  de la simulación realizada en el software de MSC ADAMS™, donde sólo se introdujeron como entradas  $l_1$ ,  $l_2$ , y  $l_3$ .

Tabla 5.3 Resultados de la simulación en MSC ADAMS™.

Simulación en MSC ADAMS™ ( $l_1, l_2$ , y $l_3$ (m))								
#	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\alpha$	$\beta$
1	0.6131	0.5010	0.7256	90°	91.17°	88.31°	15.03°	0.01°
2	0.4837	0.6780	0.6780	86.96°	90°	90°	0°	15.03°
3	0.5869	0.5362	0.7164	89.89°	91.43°	89.88°	12.01°	3.01°
4	0.5434	0.6330	0.6630	89.23°	90.34°	90.30°	1.99°	8.02°
5	0.4920	0.6224	0.7254	87.35°	91.96°	91.72°	6.83°	14.05°
6	0.5694	0.5599	0.7101	89.70°	91.46°	90.51°	9.98°	5.02°
7	0.5434	0.5882	0.7079	89.21°	91.52	91.02°	7.94°	8.02°

Comparando los valores de la cinemática directa (Tabla 5.2) con los valores obtenidos en MSC ADAMS™ (Tabla 5.3), se puede observar que la variación entre los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son mínimos, lo cual valida las ecuaciones de la cinemática directa e inversa. Para la cinemática directa de velocidad, de este robot paralelo 3-RPS, se reportó en [69].



### 5.3 Espacio de trabajo

Para obtener el espacio de trabajo del robot paralelo de 3-GDL, se desarrollaron códigos numéricos en MATLAB®, a partir de las ecuaciones (4.23) y (4.25), por lo cual se puede observar que el robot paralelo abarca los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  a través del desplazamiento de los actuadores.

En la Figura 5.3, se representa el ángulo  $\alpha$ , donde se puede observar que los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se desplazan en sentido contrario con respecto al eje  $x$ , mientras que el actuador  $l_1$  se mantiene fijo.

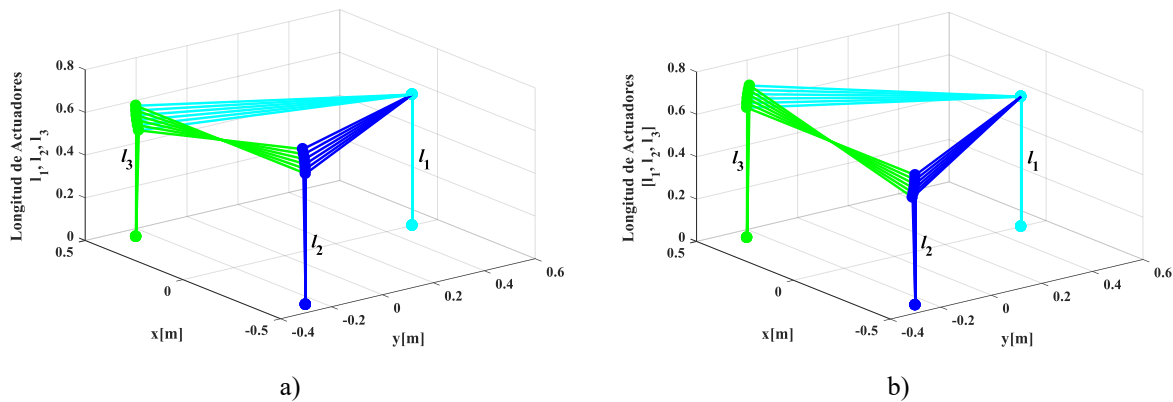


Figura 5.3 Representación del ángulo  $\alpha$ .

El ángulo  $\beta$  está representado por la Figura 5.4, donde el actuador  $l_1$  es desplazado, partiendo del valor medio ( $0.6131\text{ m}$ ), mientras que los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se quedan fijos (Figura 5.4.a). En la Figura 5.4.b el actuador  $l_1$  permanece fijo mientras que los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se desplazan.

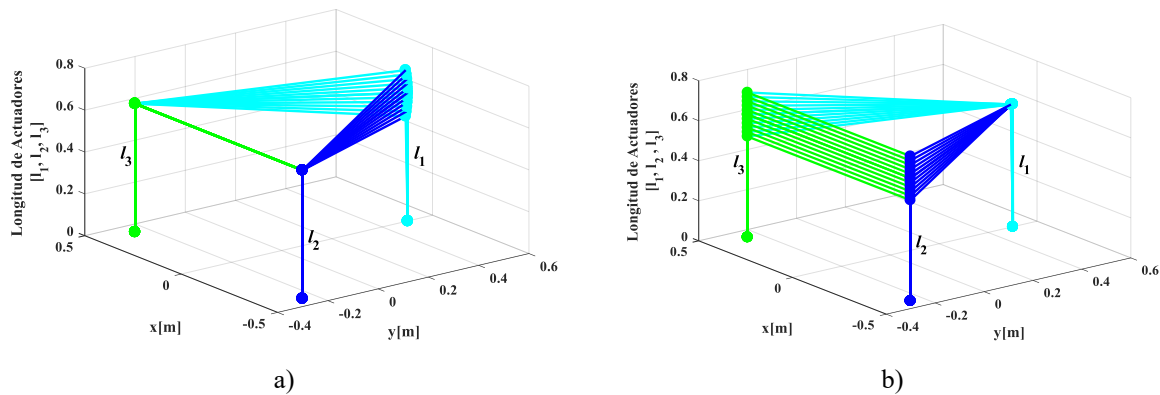


Figura 5.4 Representación del ángulo  $\beta$ : a) actuador  $l_2$  y  $l_3$  fijos y b) actuador  $l_1$  fijo.



## 5.4 Simulaciones del prototipo virtual

La Figura 5.5 representa el desplazamiento de los tres actuadores ( $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ ) con respecto del eje z, a partir del valor medio ( $0.6131\text{ m}$ ), desplazándose, a partir del punto medio (referencia), en sentido positivo (hacia arriba) como negativo (hacia abajo).

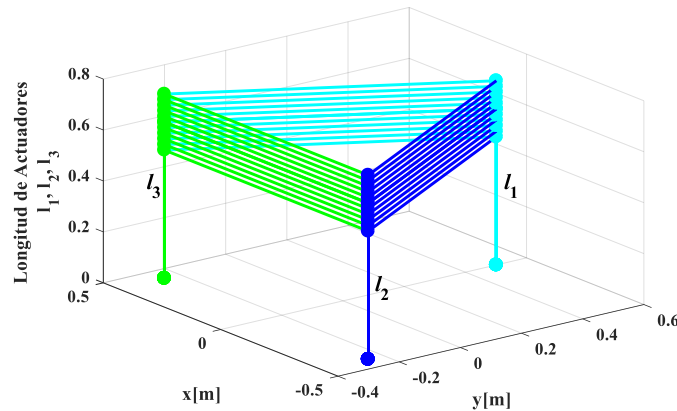


Figura 5.5 Representación del desplazamiento con respecto al eje z del robot paralelo.

En la Figura 5.6, se muestra el espacio de trabajo del robot paralelo. Es importante aclarar que solo se considera el espacio de trabajo basado en la carrera del actuador seleccionado ( $l = 0.27\text{ m}$ ).

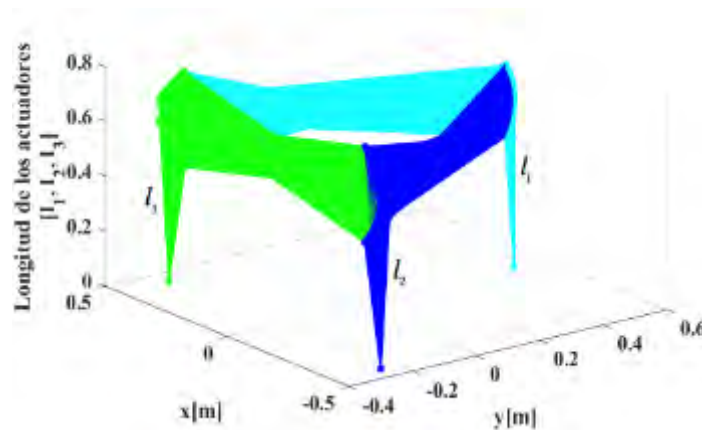


Figura 5.6 Espacio de trabajo de los movimientos del robot paralelo.

## 5.4 Simulaciones del prototipo virtual

Se realizaron algunas simulaciones con el prototipo virtual del robot paralelo en el software MSC ADAMS™ (*Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*) para verificar el rendimiento del controlador tipo PID, ver Figura 5.9 a Figura 5.16.



## 5.4 Simulaciones del prototipo virtual

Para las simulaciones presentadas se utilizaron los parámetros del prototipo virtual del robot paralelo, mostrados en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4 Parámetros de simulación del prototipo virtual.

Parámetros de Simulación	
$h = H = 0.50 \text{ m}$	$l_1 = l_2 = l_3 = l_0 + \Delta l$
$M = m_1 + m_2 + m_3$	$m_i = M/3, i = 1,2,3$
$M = 8.9 \text{ kg}$	$l_0 = 0.5 \text{ m}$
$p = 0.61 \text{ m}$	$\Delta l = 0.23 \text{ m}$
$k_p = 212$	$k_i = 8$
$k_d = 22$	

En Simulink, se programaron las ecuaciones de la dinámica, la cinemática y el control, como se observa en la Figura 5.7. Al colocar un ángulo deseado en  $\alpha$  y  $\beta$ , se obtienen los valores de la cinemática inversa, los cuales son alimentados a la parte de control, posteriormente se envía al modelo dinámico, para así obtener el valor real de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .

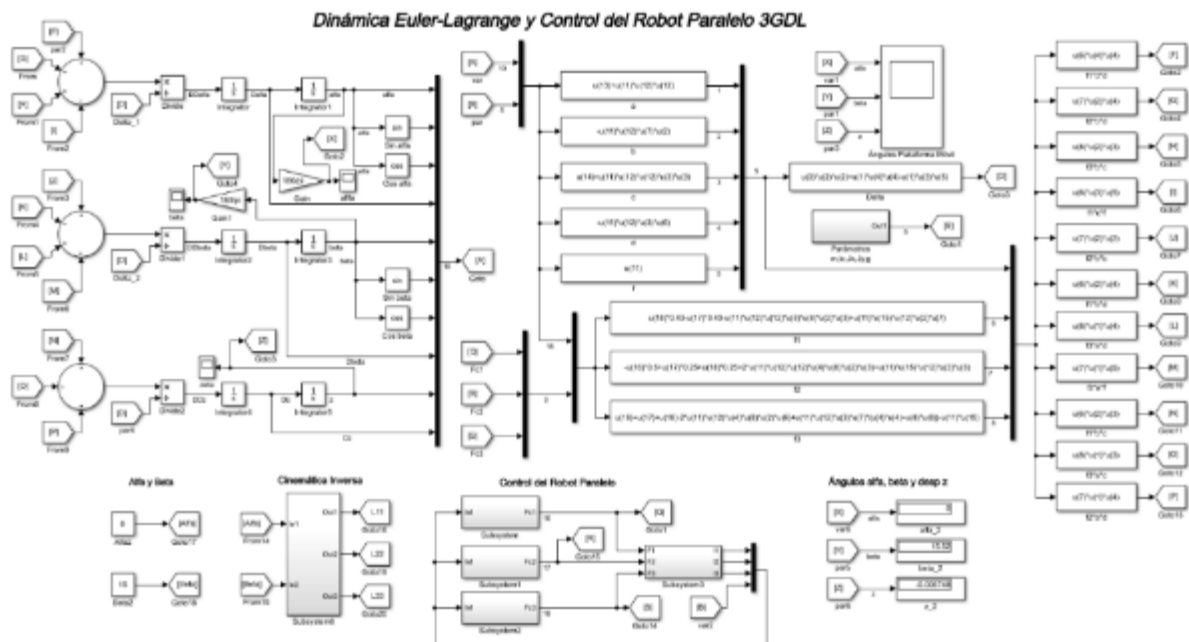


Figura 5.7 Simulación de la dinámica y control de un robot paralelo 3-RPS.







## 5.4 Simulaciones del prototipo virtual

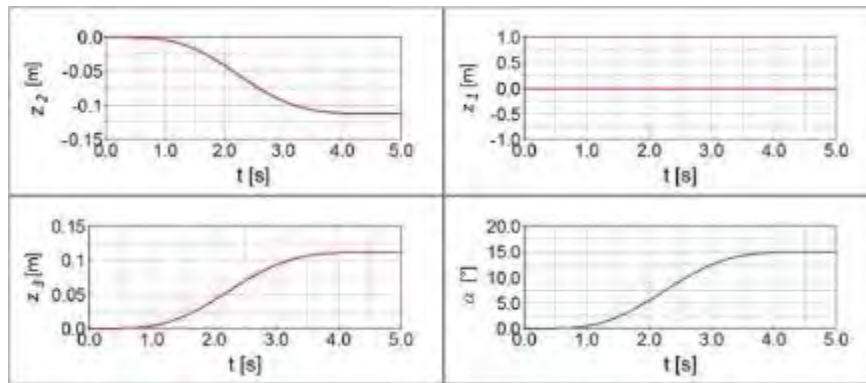


Figura 5.9 Respuesta de los actuadores y movimiento angular  $\alpha$  de la plataforma móvil.

La Figura 5.10 corresponde al movimiento angular  $\beta$ . Se puede observar que se obtiene un movimiento suave de  $0^\circ$  a  $-15^\circ$  en la plataforma móvil. Para este movimiento, se requieren desplazamientos de  $0.0648\text{ m}$  en los actuadores  $l_2$ ,  $l_3$  y  $-0.1291\text{ m}$  en el actuador  $l_1$  (Figura 5.10).

En la Figura 5.11 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ , utilizando el control (4.60) y el modelo dinámico del robot paralelo (4.43). En la Figura 5.12, se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado. En este caso el actuador  $l_1$  no debe de tener desplazamiento (Figura 4.12.a).

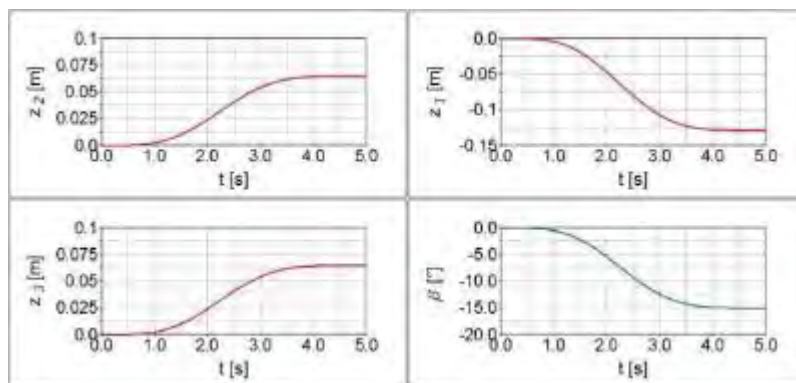


Figura 5.10 Respuesta de los actuadores y movimiento angular  $\beta$  de la plataforma móvil.



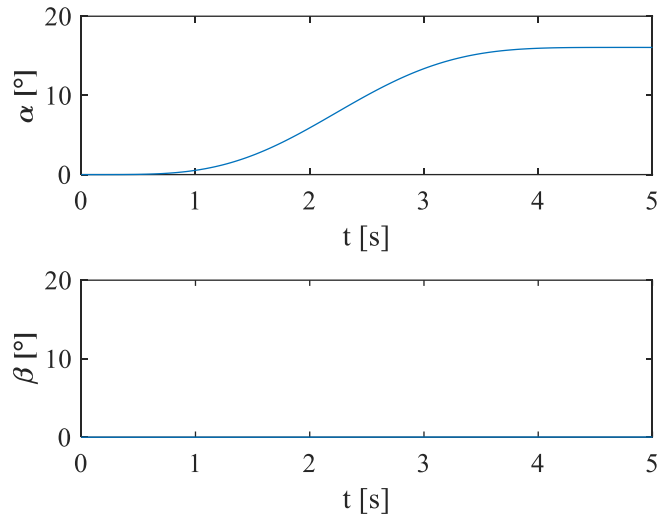


Figura 5.11 Respuesta para un ángulo deseado de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .

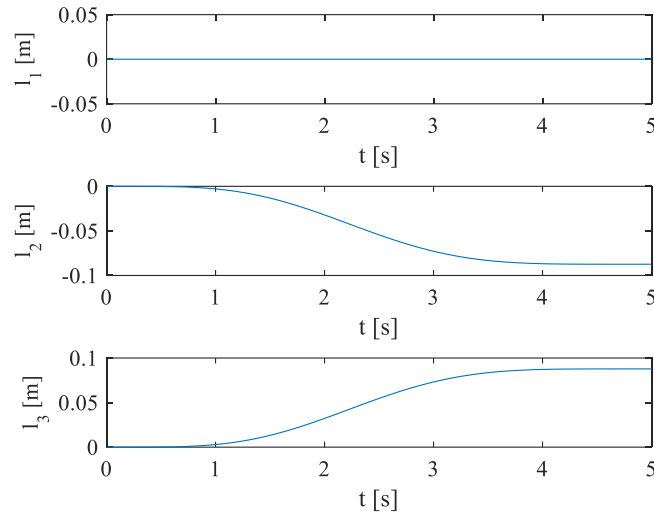


Figura 5.12 Respuesta de los desplazamientos de los actuadores para un ángulo deseado de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .

En la Figura 5.13 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ , utilizando el control (4.60) y el modelo dinámico del robot paralelo (4.43). En la Figura 5.14 se muestra la respuesta del desplazamiento que deben tener los actuadores para lograr el ángulo deseado. En este caso, la longitud del actuador  $l_1$  debe ser negativo y las longitudes de los actuadores  $l_2$  y  $l_3$ , deben de tener un valor positivo (Figura 4.12.b).



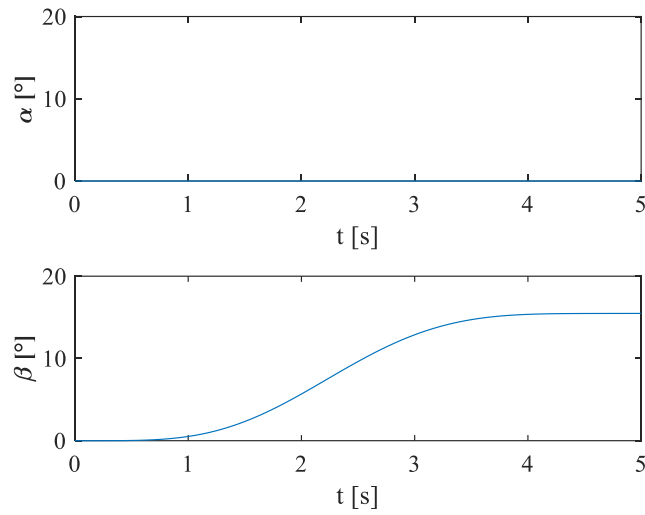


Figura 5.13 Respuesta para un ángulo deseado de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

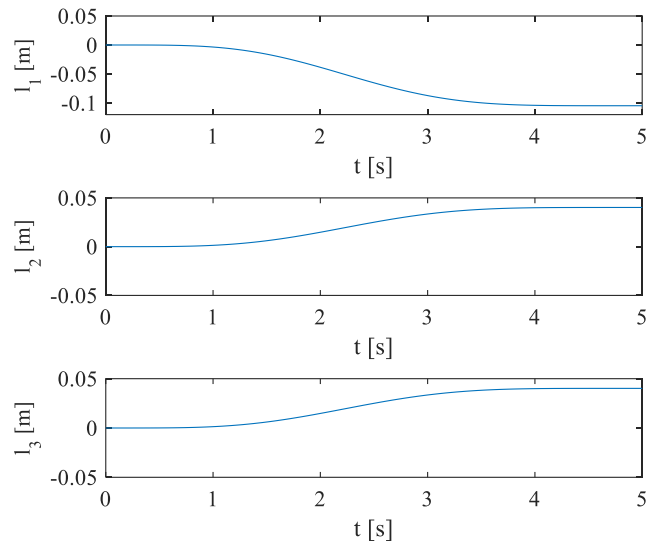


Figura 5.14 Respuesta de los desplazamientos de los actuadores para un ángulo deseado de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

En la Figura 5.15, se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ . En la Figura 5.16, se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado.



## 5.5 Simulación de la identificación de parámetros

---

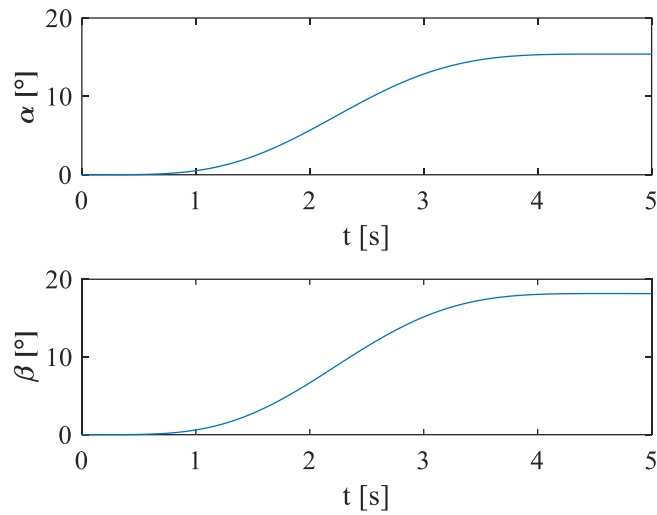


Figura 5.15 Respuesta para un ángulo deseado de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

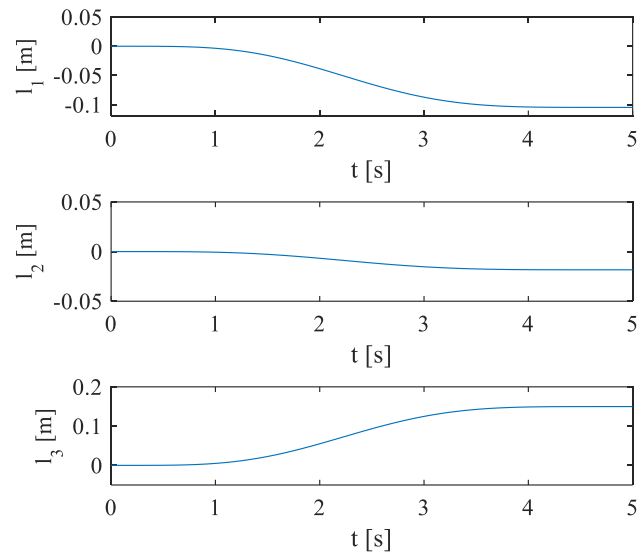


Figura 5.16 Respuesta de los desplazamientos de los actuadores para un ángulo deseado de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

## 5.5 Simulación de la identificación de parámetros

Mediante la identificación algebraica se obtuvieron los valores de la masa ( $m$ ) empleados en el control del actuador, Figura 5.17.



## 5.5 Simulación de la identificación de parámetros

---

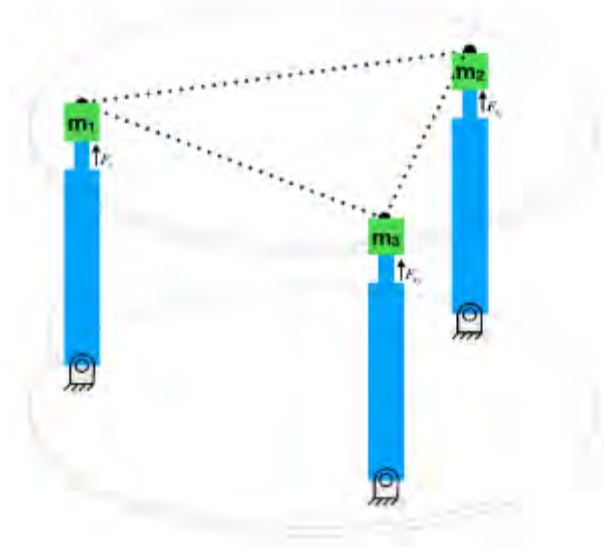


Figura 5.17 Representación del sistema del robot paralelo 3-RPS.

Se realizó la simulación de la identificación de parámetros mediante Simulink en co-simulación con MSC ADAMS™, de tal forma que se comparó la masa del controlador con la identificación algebraica de parámetros, cabe mencionar que la plataforma no se desplazó en los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  los cuales son iguales a cero, Figura 5.18.

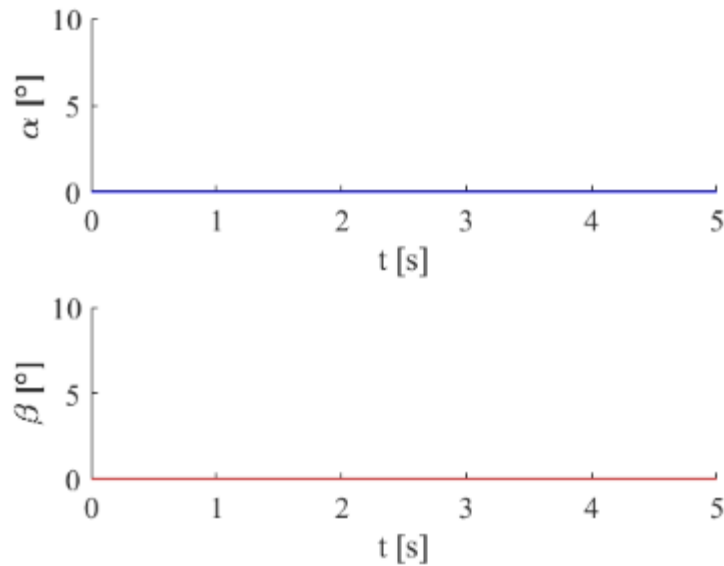


Figura 5.18 Respuesta para un ángulo deseado de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .



## 5.5 Simulación de la identificación de parámetros

La masa de la plataforma es de 9 kg, dentro del controlador de cada actuador se colocó una masa de 3.08 kg. Por lo cual la fuerza obtenida del controlador se muestra en la Figura 5.19.

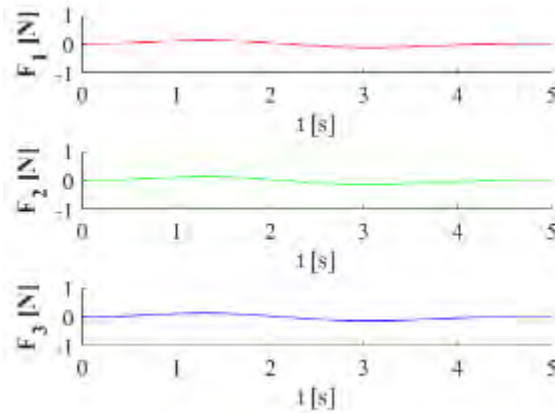


Figura 5.19 Respuesta de las fuerzas de los actuadores  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ .

Las masas que se colocaron en el identificador como valor inicial fueron de:  $m_1 = 8$  kg,  $m_2 = 30$  kg,  $m_3 = 20$  kg, como se aprecia la identificación algebraica es capaz de determinar el valor de la masa que cada actuador debe compensar la cual es aproximadamente 3 kg, el material de madera se utilizó para simular la plataforma móvil, Figura 5.20.

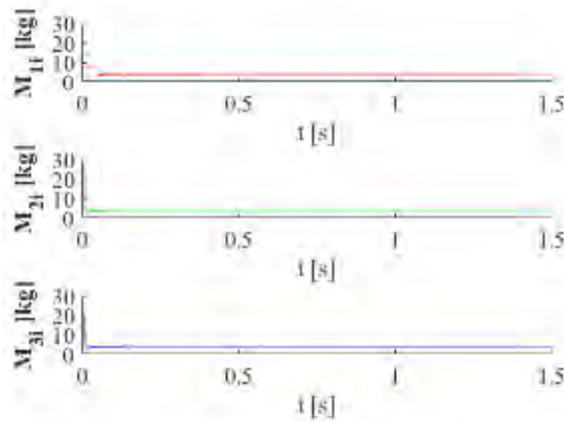


Figura 5.20 Respuesta de la identificación algebraica de las masas en cada actuador.

En la Figura 5.21 se muestra el desplazamiento de los actuadores, puesto que, los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son iguales a cero, el desplazamiento solo se llevó a cabo en el eje z.



## 5.5 Simulación de la identificación de parámetros

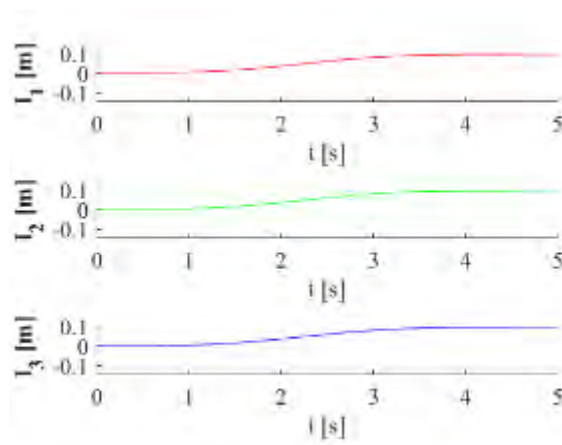


Figura 5.21 Posición de los actuadores  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ , desplazados sobre el eje z.

En la Figura 5.22 se puede apreciar la respuesta de la identificación algebraica, en este caso se cambió el material de la plataforma por aluminio, lo cual modifica el peso de la plataforma el cual es de 56.1 kg y hace que la identificación algebraica adquiera nuevos valores en la masa ( $m$ ), al ángulo  $\alpha$  y  $\beta$  se le colocó el valor de 0, con el fin de comprobar la respuesta del identificador.

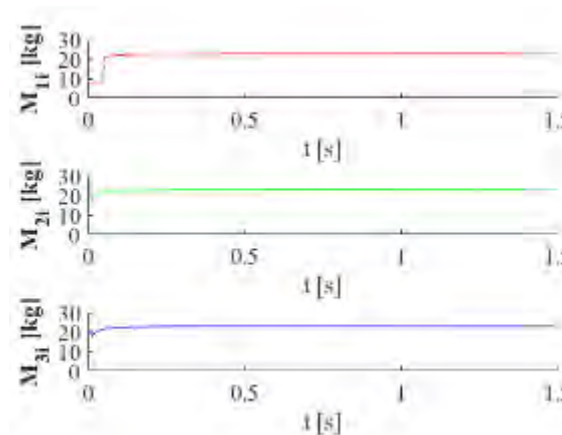


Figura 5.22 Respuesta de la identificación algebraica de las masas en cada actuador.

La fuerza obtenida del controlador se muestra en la Figura 5.23, donde también es mostrada la trayectoria deseada.



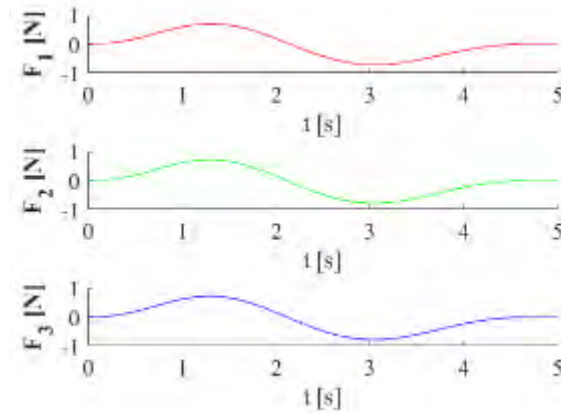


Figura 5.23 Respuesta de las fuerzas de los actuadores  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ .

En la Figura 5.24 se muestra el desplazamiento de los actuadores, puesto que, los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son iguales a cero, el desplazamiento solo se llevó a cabo en el eje z.

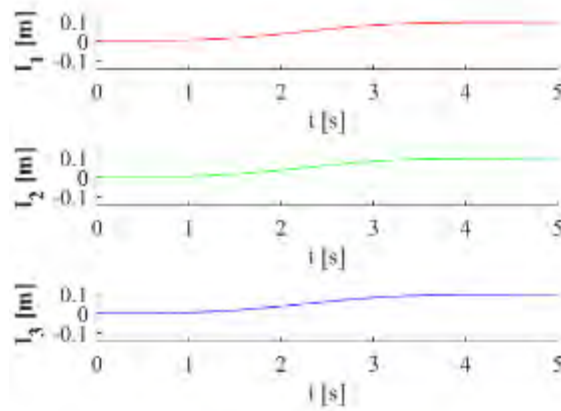


Figura 5.24 Posición de los actuadores  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$ , desplazados sobre el eje z.

## 5.6 Resultados con prototipo físico

Se realizaron algunas pruebas con el prototipo físico del robot paralelo 3-RPS, ver Figura 4.17. Inicialmente se determinó la función de transferencia con la herramienta de MATLAB®, *System Identification Toolbox*. Posteriormente, se utilizó la herramienta de PID Tuner para sintonizar un controlador PID que se implementará en el robot paralelo. Se realizó el mismo procedimiento para cada uno de los actuadores. En la Figura 5.25 se muestra la interfaz con la cual se realizaron las pruebas para caracterizar los actuadores. Se envió una señal de un pulso de entrada al actuador (voltaje) y se guardó la respuesta del desplazamiento que se obtuvo en el



## 5.6 Resultados con prototipo físico

actuador ( $m$ ), ver Figura 5.26. Estas señales se introducen a la herramienta *System Identification Toolbox* de MATLAB®, para obtener la función de transferencia, en este caso del actuador  $l$ , ver Figura 5.27.

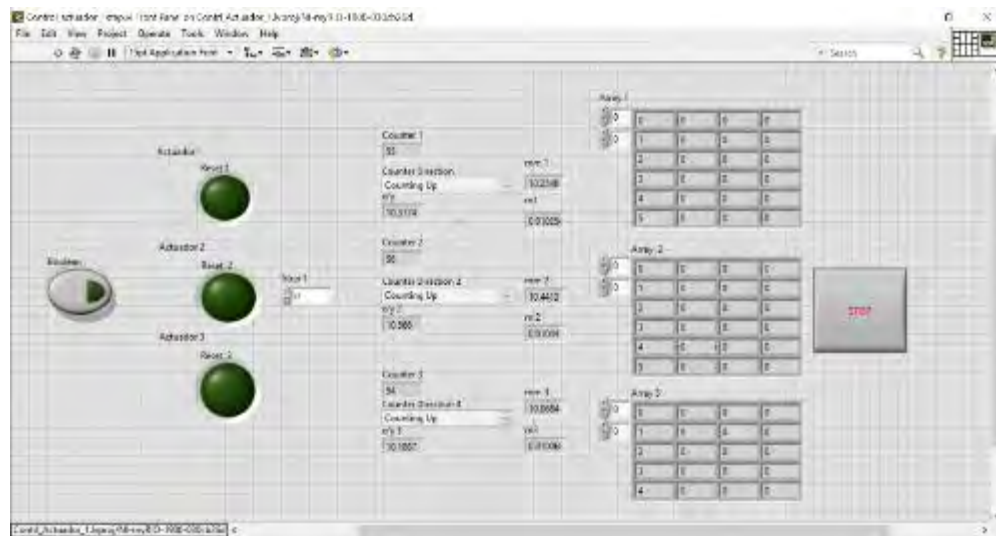


Figura 5.25 Interfaz en LabVIEW para caracterizar los actuadores.

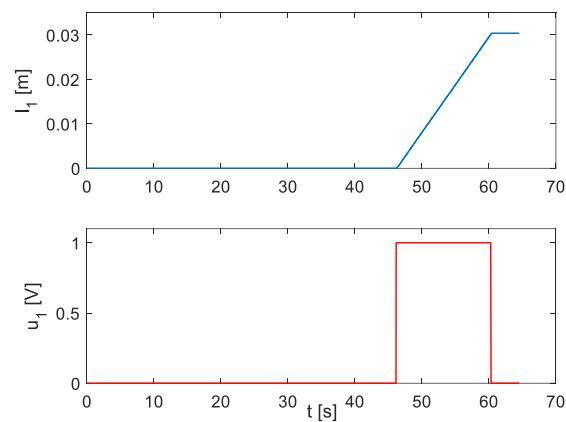


Figura 5.26 Señal de entrada ( $u_1$ ) y salida del actuador  $l$  ( $l_1$ ).



## 5.6 Resultados con prototipo físico

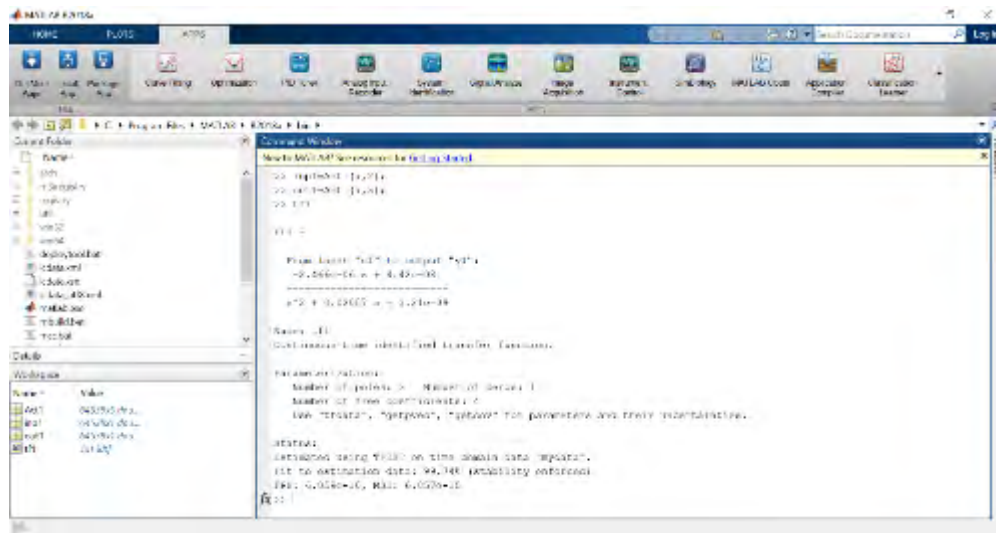


Figura 5.27 Función de transferencia del actuador  $l$  con la herramienta de identificación de sistema de MATLAB®.

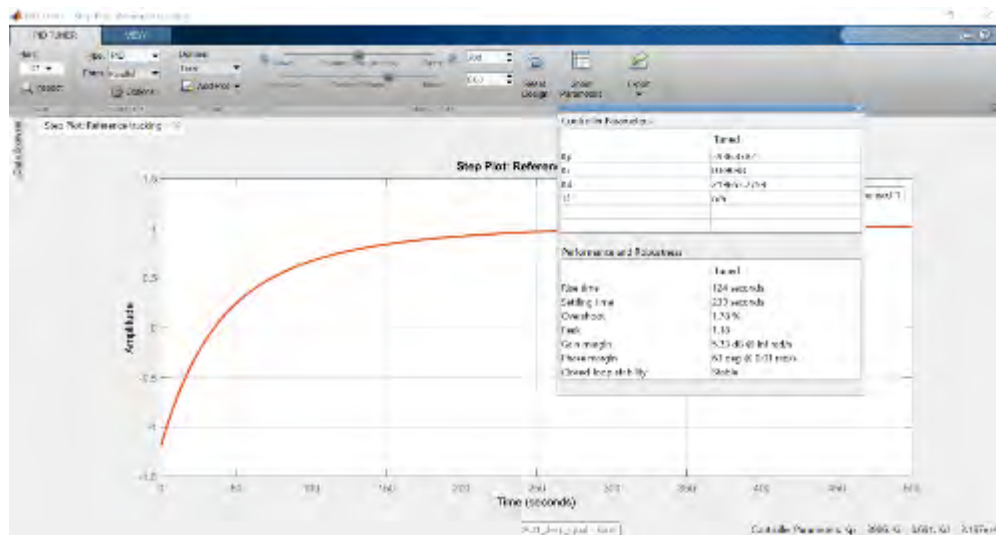


Figura 5.28 Ganancias del controlador PID, del actuador  $l$ , con la herramienta de PID Tuner de MATLAB®.

En la Tabla 5.5 se muestran las funciones de transferencia obtenidas, así como las ganancias respectivas del controlador PID.

En la Figura 5.29 se muestra la posición inicial del robot paralelo, donde todos los actuadores están a la mitad de su carrera ( $l_1 = l_2 = l_3 = 0.15$  m). Posteriormente, se muestra el robot paralelo en la posición final deseada, se lleva a la posición de  $\alpha = 10^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .



## 5.6 Resultados con prototipo físico

Tabla 5.5 Funciones de transferencia y ganancias del control PID de los actuadores lineales.

Desplazamiento	Actuador	Función de Transferencia $G(s)$	Ganancias del controlado PID
30 mm	1	$\frac{-2.47 \times 10^{-6}s + 4.4 \times 10^{-8}}{s^2 + 0.02057s + 3.21 \times 10^{-9}}$	$k_p = 3986.4$ $k_i = 0.69$ $k_d = 219653.2$
	2	$\frac{-6.075 \times 10^{-7}s + 2.38 \times 10^{-8}}{s^2 + 0.0108s + 8.15 \times 10^{-18}}$	$k_p = 7715.8$ $k_i = 3.54$ $k_d = 993512.6$
	3	$\frac{-1.52 \times 10^{-6}s + 1.74 \times 10^{-8}}{s^2 + 0.008s + 2.58 \times 10^{-9}}$	$k_p = 13908.8$ $k_i = 73.34$ $k_d = 659446.1$

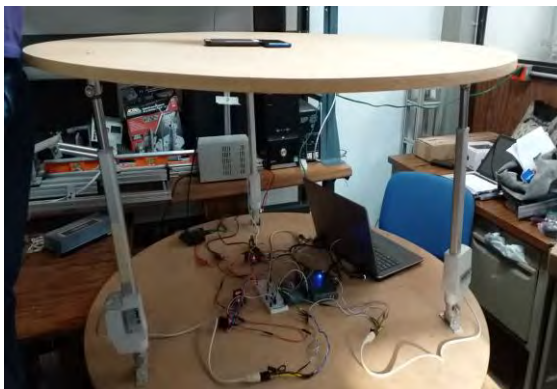


Figura 5.29 Posición inicial y final de la plataforma experimental del robot paralelo ( $\alpha = 10^\circ$ ).

La interfaz para el control del robot paralelo se muestra en la Figura 5.30, donde se observa que se desea la posición final de  $\alpha = 10^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .

En Figura 5.31 se muestra la posición inicial del robot paralelo, donde todos los actuadores están a la mitad de su carrera ( $l_1 = l_2 = l_3 = 0.15$  m). Posteriormente, se muestra el robot



## 5.6 Resultados con prototipo físico

---

paralelo en la posición final deseada, se lleva a la posición de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 10^\circ$ . La interfaz para el control del robot paralelo se muestra en la Figura 5.32.

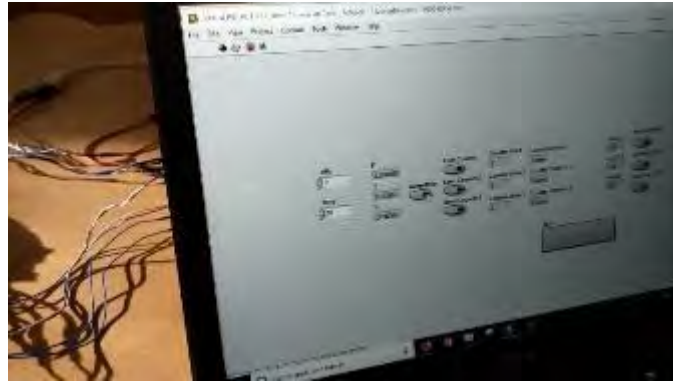


*Figura 5.30 Interfaz de control en LabVIEW del robot paralelo, para  $\alpha = 10^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .*



*Figura 5.31 Posición inicial y final de la plataforma experimental del robot paralelo ( $\beta = 10^\circ$ ).*





*Figura 5.32 Interfaz de control en LabVIEW del robot paralelo, para  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 10^\circ$ .*

Estas pruebas sólo se realizaron para mostrar la funcionalidad del robot paralelo 3-RPS propuesto. Obtener los movimientos angulares deseados permitió validar la cinemática al desplazar los actuadores a una longitud y obtener el ángulo definido (deseado), el cual se midió con una aplicación en un celular. En la parte dinámica, se implementó un controlador PID, retroalimentado con la posición lineal del encoder del actuador. Se recomienda como trabajo futuro implementar estrategias de control para estabilizar la plataforma móvil utilizando la cinemática inversa.



# Capítulo 6. Conclusiones y Trabajo Futuro

---

## 6.1 Conclusiones

Se revisó el estado del arte sobre robots paralelos de los cuales algunos han sido implementados en buques y poseen ciertas características como los grados de libertad, el tipo de uniones que utilizan, dependiendo de la aplicación para la cual se utilicen. De acuerdo con esto se llegó a la conclusión que el buque presenta una mayor problemática en ángulos de cabeceo y escora al momento del aterrizaje del helicóptero, por lo cual se procedió a diseñar un helicóptero que fuera capaz de mantener la plataforma móvil de una posición horizontal, compensando los ángulos producidos por el buque con el fin de llevar a cabo un anaveaje más seguro.

Por otra parte, se determinó la cinemática inversa del robot paralelo en la cual se obtuvieron ecuaciones no lineales y acopladas. Posteriormente, se procedió a obtener la cinemática directa, y se resolvió a través de la implementación del método de Newton-Kantorovich, derivado de la complejidad para resolver las ecuaciones de manera analítica. Posteriormente, después de unos cálculos algebraicos se obtuvieron las ecuaciones de los ángulos finales de la plataforma. Una vez obtenida la cinemática directa, se determinó el espacio de trabajo. Además, se comprobaron los resultados de la cinemática con los resultados obtenidos en MSC ADAMS™, de lo cual se observó la variación de los resultados obtenidos del modelo cinemático con respecto al prototipo virtual es menor de  $0.1^\circ$ .

Para el control de la plataforma, se propuso una ley de control tipo PID, con seguimiento de trayectorias, para la dinámica de cada actuador de manera independiente; para posicionar la plataforma móvil en una orientación deseada. Para lograr esto, primero se determinan las longitudes con base al modelo cinemático y así definir el objetivo deseado en el control de los actuadores y lograr la posición deseada en la plataforma móvil del robot paralelo. Se obtuvo el análisis de singularidades del robot paralelo 3-RPS de esta forma se comparó con los robots



paralelos donde se puede observar que no presenta singularidades. Como se puede ver en los resultados obtenidos de las simulaciones del prototipo virtual en MSC ADAMS™ y las simulaciones obtenidas de los modelos cinemático y dinámico, se observa que se tiene una buena aproximación (error máximo de  $\pm 2^\circ$ ) y se logra controlar la posición de la plataforma móvil. Posteriormente se aplicó la identificación de parámetros con el fin de conocer la masa, la cual requiere el controlador y esta depende de las cargas que se tienen en la plataforma (helicóptero, pasajeros, carga, etc).

Se realizó la caracterización de los actuadores Linak LA23 acoplados a las dos plataformas, móvil y fija, utilizando la herramienta de Identificación de Sistemas de MATLAB®.

Se realizó la interfaz en LabVIEW para la caracterización de los actuadores y el control PID del robot paralelo.

## 6.2 Aportaciones

- Se diseñó un robot paralelo de tres grados de libertad para el anaveaje, basado en los grados de libertad que se requería para mantener en una posición estable (horizontal) la plataforma en un buque. Se resalta que a pesar de haber diversos robots paralelos 3-RPS reportados en la literatura, la configuración propuesta no había sido reportada.
- Debido a la complejidad de los robots paralelos para obtener la cinemática, directa como inversa, no existe una metodología para determinarla. En este proyecto se determinó ambas cinemáticas, directa e inversa, así como su solución. Se implementó el método de Newton-Kantorovich para resolver las ecuaciones no lineales de la cinemática directa.
- En la literatura reportada, es difícil encontrar el modelado matemático de robots paralelos, por ser de alta complejidad para determinarlos. En esta investigación se determinaron también las ecuaciones matemáticas que rigen la dinámica del robot paralelo 3-RPS propuesto. Las cuales se validaron con las simulaciones de un prototipo virtual en el entorno de MSC ADAMS™.
- Se construyó y realizaron pruebas de un prototipo de robot paralelo funcional que muestren la viabilidad para un anaveaje más seguro en barcos.

## 6.3 Trabajo futuro

Como trabajo futuro se proponen las siguientes actividades.



Para dar seguimiento, a este proyecto en particular, se propone:

- Caracterizar los actuadores lineales para determinar el modelado matemático de manera más precisa y así proponer las estrategias de control.
- Diseñar e implementar estrategias de control (clásico, robusto, rechazo activo de perturbaciones, entre otras) con el objetivo de mantener la plataforma en la posición horizontal. Considerando perturbaciones de posición en la plataforma fija. También, utilizar actuadores lineales más rápidos.

Para trabajos futuros en forma general se propone:

- Desarrollar un robot paralelo 3-RPS para aplicación de rehabilitación de tobillo, movimientos de dorsiflexión/plantarflexión e inversión/eversión. Diseñar estrategias de control para movimientos pasivos y resistivos.
- Desarrollar un sistema de control remoto (laboratorio remoto) para el control del robot paralelo. Para ofrecer prácticas a otras instituciones educativas.
- Desarrollar una plataforma de simulador de vuelo, con este robot paralelo 3-RPS, con una aplicación de realidad virtual o un juego serio.
- Se recomienda como uno de los trabajos futuros la optimización del robot paralelo 3-RPS en cuestiones estructurales.

## 6.4 Publicaciones realizadas

### 6.4.1 Artículos publicados en revistas indexadas

Se publicó el siguiente artículo en revista indizada JCR. (ver Anexo D.1)

- NC Ruiz-Hidalgo, A Blanco Ortega, A Abúndez Pliego, J Colin-Ocampo and WM Alcocer Rosado, “Dynamic analysis and control of a three- revolute–prismatic–spherical parallel robot by algebraic parameters identification”, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol.16, No. 3, p.1-12, 2019.

### 6.4.2 Artículos publicados en revistas arbitradas

Se publicó el siguiente artículo en revista arbitrada e indizada. (ver Anexo D.2)

- Norma Celeste Ruiz Hidalgo, Andrés Blanco Ortega, Arturo Abúndez Pliego, Jorge Colín Ocampo, Wilberth Melchor Alcocer Rosado, Manuel Arias Montiel, “Dinámica y



control de un robot paralelo 3-RPS”, Pistas Educativas, No. 125, Vol. 39, 18-20 de Octubre, México, p. 518-542, 2017.

### 6.4.3 Artículos publicados en congreso

Se publicaron artículos en congreso, los cuales son los siguientes, (ver Anexo D.3):

- N. C. Ruiz-Hidalgo, A. Blanco-Ortega, A. Abúndez-Pliego, J. Colín-Ocampo, M. Arias-Montiel, “Design and Control of a Novel 3-DOF Parallel Robot”, International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE), 22-25 de Noviembre, Cuernavaca, Morelos, México, p. 66-71, 2016.
- Norma C. Ruiz Hidalgo, Andrés Blanco Ortega, Jorge Colin Ocampo, Edgar Antunez Leyva, Wilberth Alcocer Rosado, Arturo Abundez Pliego, “Diseño de un robot paralelo para el anaveaje”, Memorias del XXIV Congreso Internacional Anual de la SOMIM, 19 al 21 de Septiembre, Campeche, Campeche, México, p. 1-7, 2018.
- Andrés Blanco-Ortega, Norma C. Ruiz-Hidalgo, Jorge Colín-Ocampo, Arturo Abúndez-Pliego, Wilberth Alcocer-Rosado, “Robust GPI Controller for Trajectory Tracking in a 3RPS Parallel Robot”, Proceedings of IASTEM International Conference, Ciudad de México, México, 28-29 de Junio, p. 5-10, 2018.



# Referencias

- [1] O. Salgado, “Síntesis, análisis y diseño de manipuladores paralelos de baja movilidad,” Tesis Doctoral. Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea, 2008.
- [2] R. Aracil, R. J. Salazar, J. M. Sabater, and O. Reinoso, “Robots Paralelos: Máquinas con un pasado para una robótica del futuro,” *RLAI - Rev. Iberoam. Autom. e Inform. Ind.*, vol. 3, pp. 16–28, 2006.
- [3] J. P. Merlet, *Parallel Robots*, Second. Netherlands: Springer Dordrecht, 2006.
- [4] J. E. Gwinnett, “Amusement devices,” U.S. Patent 1789680A, October 1, 1931.
- [5] W. L. Pollard, “Position-controlling-apparatus,” U.S. Patent 2286571A, June 16, 1942.
- [6] V. E. Gough and S. G. Whitehall, “Universal tyre test machine,” *Proc. 9th Int. Congr. FISITA*, vol. 9, pp. 117–137, 1962.
- [7] D. Stewart, “A platform with six degrees of freedom,” *Arch. Proc. Inst. Mech. Eng. 1847-1982 (vols 1-196)*, vol. 180, no. 1965, pp. 371–386, 2006.
- [8] K. Cappel, “Motion simulator,” U.S. Patent 3295224A, Jan 3, 1967.
- [9] K. H. Hunt, “Kinematic Geometry of Mechanisms,” *Clarendon Press. Oxford*, 1978.
- [10] H. and D. T. P. McCallion, “The analysis of a six degrees of freedom work station for mechanized assembly,” *Proc. 5th World Congr. Theory Mach. Mech. Montr.*, pp. 611–616, 1979.
- [11] O. Toyama, M. Uchiyama, and F. Pierrot, “Parallel Robot,” U.S. Patent 5333514, March 26, 1993.
- [12] H. Toyama, T. Yamakawa, Y. Suzuki, “Machine Tool Having Parallel Structure,” U.S. Patent 5715729A, February 10, 1998.
- [13] R. Clavel, “Device for the Movement and Positioning of an Element in Space,” U.S. Patent 4976582A, December 11, 1990.
- [14] X. J. Liu and J. Kim, “A new spatial three-DOF parallel manipulator with high rotational capability,” *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 10, no. 5, pp. 502–512, 2005.
- [15] U. Asif, “Design of a parallel robot with a large workspace for the functional evaluation of aircraft dynamics beyond the nominal flight envelope,” *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, vol. 9, pp. 1–13, 2012.
- [16] E. Izaguirre, L. Hernández, E. Rubio, P. J. Prieto, and O. Urquijo, “Análisis cinemático y control articular aplicado a simulador de movimiento de estructura paralela,” *RIELAC*, vol. XXXII, pp. 1–12, 2011.
- [17] J. P. Merlet, “Direct kinematics of planar parallel manipulators,” in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1996, no. 22-28 April, pp. 3744–3749.
- [18] J. G. Alvarado, J. M. R. Martínez, and H. O. Mendoza, “Un Algoritmo para Resolver la Cinemática Directa de Plataformas Gough-Stewart Tipo 6-3,” *Comput. y Sist.*, vol. 8, no. 2, pp. 132–149, 2004.
- [19] H. D. Taghirad, *Parallel robots mechanics and control*, Second. Springer, 2006.
- [20] C. Gosselin and J. Angeles, “Singularity analysis of closed-loop kinematic chains,” *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 6, no. June 3, pp. 281–290, 1990.



- [21] J. P. Merlet, "An algorithm for the forward kinematics of general 6 d.o.f. parallel manipulators," *Res. Rep. 1331, INRIA*, p. 27, 1990.
- [22] O. Ma and J. Angeles, "Architecture singularities of platform manipulator," in *Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1991, no. 09-11 April, pp. 1542–1547.
- [23] B. Dasgupta and T. S. Mruthyunjaya, "Singularity-free planning for the Stewart platform manipulator," in *Mech. Mach. Theory*, 1998, vol. 33, pp. 711–725.
- [24] C.-C. Kao, S.-L. Wu, and R.-F. Fung, "The 3RPS parallel manipulator motion control in the neighborhood of singularities," in *Proceedings of the International Symposium on Industrial Electronics, Mechatronics and Applications*, 2007, vol. 1, pp. 165–179.
- [25] J. Schadlbauer, D. R. Walter, and M. L. Husty, "A complete kinematic analysis of the 3-RPS parallel manipulator," in *15th National Conference on Machines and Mechanisms*, 2011, pp. 1–10.
- [26] C.-C. Kao and T.-S. Zhan, "Modified PSO method for robust control of 3RPS parallel manipulators," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2010, p. 25, 2010.
- [27] J. A. Saglia, N. G. Tsagarakis, J. S. Dai, and D. G. Caldwell, "A High-performance Redundantly Actuated Parallel Mechanism for Ankle Rehabilitation," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 28, no. 9, pp. 1216–1227, 2009.
- [28] S. A. Joshi and L.-W. Tsai, "Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators," *J. Mech. Des.*, vol. 124, no. 2, pp. 254–258, 2002.
- [29] G. Alici, J. Gallardo-Alvarado, and R. Rodriguez-Castro, "A novel three degrees of freedom partially decoupled robot with linear actuators," *Robotica*, vol. 30, pp. 467–475, 2012.
- [30] L. Xinjun, W. Jinsong, L. Tiemin, and D. Guanghong, "Parallel mechanisms with two or three degrees of freedom," *TSINGHUA Sci. Technol.*, vol. 8, no. 1, pp. 105–112, 2003.
- [31] D. Verdeş, S. D. Stan, M. Manic, R. Bălan, and V. Mătieş, "Kinematics analysis, workspace, design and control of 3-RPS and TRIGLIDE medical parallel robots," in *Proceedings - 2009 2nd Conference on Human System Interactions.*, 2009, pp. 103–108.
- [32] C. Wang, S. Lu, C. Zhang, J. Gao, B. Zhang, and S. Wang, "Design and dynamic modeling of a 3-RPS compliant parallel robot driven by voice coil actuators," *Micromachines*, vol. 12, no. 12, 2021.
- [33] A. Blanco Ortega, J. Isidro Godoy, E. Quintero Mármol, and L. G. Vela Valdés, "Robot paralelo para rehabilitación asistida de tobillo," in *X Congreso Internacional sobre Innovación y Desarrollo Tecnológico, CIINDET'13*, 2013.
- [34] A. Blanco Ortega, H. R. Azcaray Rivera, R. F. Vázquez Bautista, and L. J. Morales Mendoza, "Máquina de Rehabilitación de Tobillo: prototipo virtual y físico," in *X Congreso Internacional sobre Innovación y Desarrollo Tecnológico, CIINDET'13*, 2013, no. March, p. 7.
- [35] F. A. Gómez Becerra, A. Blanco Ortega, and L. G. Vela Valdés, "Rehabilitador de tobillo basado en una Mesa XY," *X Congr. Int. sobre Innovación y Desarrollo Tecnológico, CIINDET'13*, 2013.
- [36] D. J. Cerda Salzmann, *Ampelmann development of the Access System for Offshore Wind Turbines*. Thesis, 2010.
- [37] A. Campos, J. Quintero, R. Saltarén, M. Ferre, and R. Aracil, "An active helideck testbed for floating structures based on a stewart-gough platform," *2008 IEEE/RSJ Int. Conf.*



- Intell. Robot. Syst. IROS*, pp. 3705–3710, 2008.
- [38] A. Cherfia, A. Zaatri, and M. Giordano, “Kinematics Analysis of a Parallel Robot With a Passive Segment,” *Ingeniare. Rev. Chil. Ing.*, vol. 15, no. 2, pp. 141–148, 2007.
  - [39] A. Zubizarreta, M. Larrea, E. Irigoyen, I. Cabanes, and E. Portillo, “Real time direct kinematic problem computation of the 3PRS robot using neural networks,” *Neurocomputing*, vol. 271, pp. 104–114, 2018.
  - [40] R. E. Sánchez-Alonso, J. J. González-Barbosa, E. Castillo-Castañeda, and M. A. García-Murillo, “Análisis Cinemático de un Novedoso Robot Paralelo Reconfigurable,” *RIAI - Rev. Iberoam. Autom. e Inform. Ind.*, vol. 13, no. 2, pp. 247–257, 2016.
  - [41] S. Staicu, “Inverse dynamics of the spatial 3-RPS parallel robot,” *Proc. Rom. Acad. A*, vol. 13, no. 1, pp. 62–70, 2012.
  - [42] H. Sadjadian and H. D. Taghirad, “Kinematic, singularity and stiffness analysis of the hydraulic shoulder: A 3-d.o.f. redundant parallel manipulator,” *Adv. Robot.*, vol. 20, no. 7, pp. 763–781, 2006.
  - [43] G. Cui, H. Zhang, D. Zhang, and F. Xu, “Analysis of the kinematic accuracy reliability of a 3-DOF parallel robot manipulator,” *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, vol. 12, pp. 1–11, 2015.
  - [44] S. H. Mirmohammad, Y.-K. Aghil, and S. S. Mohtasebi, “Direct Kinematics of a Three Revolute-Prismatic-Spherical Parallel Robot Using a fast Homotopy Continuation Method,” *4th Int. Conf. Robot. Mechatronics*, pp. 410–415, 2016.
  - [45] L. Yu, Y. Yan, S. Ren, and J. Zhao, “Vision-based method of kinematic calibration and image tracking of position and posture for 3-RPS parallel robot,” *2017 IEEE Int. Conf. Mechatronics Autom. ICMA 2017*, no. 61203358, pp. 1757–1762, 2017.
  - [46] A. Zubizarreta, M. Marcos, I. Cabanes, C. Pinto, and E. Portillo, “Redundant sensor based control of the 3RRR parallel robot,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 54, pp. 1–17, 2012.
  - [47] X. M. Niu, G. Q. Gao, X. J. Liu, and Z. Da Bao, “Dynamics and control of a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy,” *Int. J. Autom. Comput.*, vol. 10, no. 6, pp. 552–562, 2013.
  - [48] “<http://www.semar.gob.mx/s/armada-mexico/galeria-fotografica/unidades-superficie/buques-guerra.html>.”
  - [49] Lallemand Luis Delgado, *De Proa a Popa (Conceptos Básicos)*, Ed. Paranin., vol. 1. 1er edición, 2005.
  - [50] “Eurocopter AS565 Panther | Thai Military and Asian Region.” [Online]. Available: <https://thaimilitaryandasianregion.wordpress.com/2015/11/28/eurocopter-as565-panther/>. [Accessed: 16-Oct-2024].
  - [51] “AS 565MB Panther Multitrole Naval Helicopter - Naval Technology.” [Online]. Available: <http://www.naval-technology.com/projects/as565-panther/>. [Accessed: 16-Oct-2024].
  - [52] “AS 565 Panther Multirole Light Helicopter - Army Technology.” [Online]. Available: <http://www.army-technology.com/projects/as565/>. [Accessed: 16-Oct-2024].
  - [53] “Helipuerto - EcuRed.” [Online]. Available: <http://www.ecured.cu/index.php/Helipuerto>. [Accessed: 16-Oct-2024].
  - [54] “Cramex Heliport Consulting.” [Online]. Available: <http://www.cramexhelipuestos.com/index.html>. [Accessed: 16-Oct-2024].
  - [55] A.J. Göbel, “Simulation of ship motions and probabilistic design of Ampelmann Platforms,” Delft University of Technology, 2006.



- [56] J. A. Saglia, N. G. Tsagarakis, J. S. Dai, and D. G. Caldwell, “A high-performance redundantly actuated parallel mechanism for ankle rehabilitation,” *Int. J. Rob. Res.*, vol. 28, no. 9, pp. 1216–1227, 2009.
- [57] X. Jiayin and L. Yi, “Computer simulation for a real-time process of machining on a 3D free surface by using a spatial 3-UPRR parallel robot,” in *2008 International Conference on Computer and Electrical Engineering*, 2008, pp. 470–474.
- [58] E. Izaguirre, L. Hernández, E. Rubio, P. J. Prieto, and A. Hernández, “Control desacoplado de plataforma neumática de 3-GDL utilizada como simulador de movimiento,” *RIAI - Rev. Iberoam. Autom. e Inform. Ind.*, vol. 8, no. 4, pp. 345–356, 2011.
- [59] Y. A. O. Tai-ke, Z. Xi, Z. Feng, Z. Li-min, and W. Yong, “Accuracy synthesis of a 3-RPS parallel robot based on manufacturing costs,” in *31st Chinese Control Conference*, 2012, pp. 5168–5172.
- [60] C.-R. Rad, M. Manic, R. Balan, and S.-D. Stan, “Real time evaluation of inverse kinematics for a 3-RPS medical parallel robot using dSpace platform,” in *3rd International Conference on Human System Interaction*, 2010, pp. 48–53.
- [61] J. Zhao, K. Zhou, and Z. Feng, “A theory of degrees of freedom for mechanisms,” *Mech. Mach. Theory* 39, vol. 39, pp. 621–643, 2004.
- [62] V. Lukanin, “Inverse kinematics, forward kinematics and working space determination of 3 dof parallel manipulator with S-P-R joint structure,” *Period. Polytech. Mech. Eng.*, vol. 49, no. 1, pp. 39–61, 2005.
- [63] C. H. Liu and S. Cheng, “Direct singular positions of 3RPS parallel manipulators,” *J. Mech. Des.*, vol. 126, no. 6, p. 1006, 2004.
- [64] P. Ortiz-Monasterio, “Dinámica de Vehículo, Manejo de Seguridad.” [Online]. Available: <http://www.as3.com.mx/blog/2012/02/07/dinamica-presion-de-llantas/>. [Accessed: 16-Oct-2024].
- [65] M. Chawla and J. Medzorian, “Tire Footprint Studies,” 1995. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19960009454>. [Accessed: 16-Oct-2024].
- [66] Michelin, “Aircraft tire Engineering Data.” [Online]. Available: [https://www.jupitor.co.jp/pdf/michelin\\_aircraft.pdf](https://www.jupitor.co.jp/pdf/michelin_aircraft.pdf). [Accessed: 16-Oct-2024].
- [67] B. Co, “Calculating Tire Contact Area,” no. February, p. 98124, 2014.
- [68] Hebertt Sira Ramírez, C. G. Rodríguez, J. C. Romero, and A. L. Juárez, *Algebraic Identification and estimation methods in feedback control systems*, 2014 John. 2014.
- [69] J. A. Mayo-Álvarez, A. Blanco-Ortega, W. M. Alcocer-Rosado, D. Slawomir Szwedowicz, E. Martínez Rayón, and A. Abúndez Pliego, “Cinemática de un robot paralelo 3-RPS con la Teoría de Tornillo,” *Jorn. Cienc. y Tecnol. Apl.*, vol. 4, no. 2, 2021.
- [70] “Manual de Prácticas de Seguridad Relativas a la Estabilidad de Buques Pesqueros.”



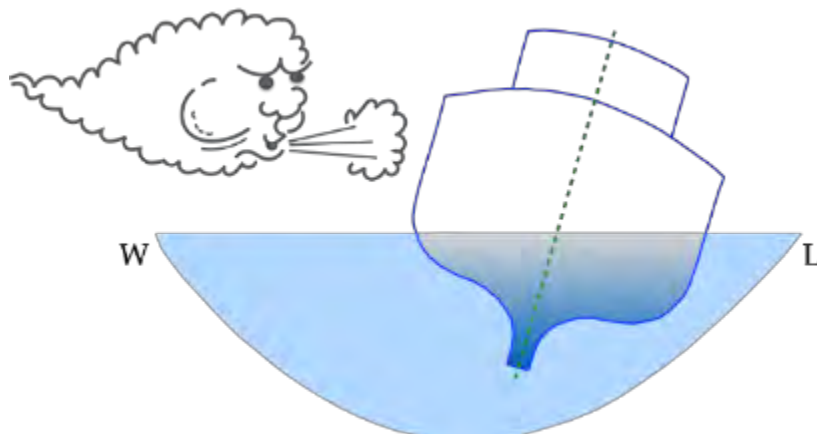
# Anexo A. Conceptos Básicos de Buques

A continuación se presentan los conceptos básicos de un buque obtenidos de la siguiente referencia, [70].

## A.1 Estabilidad del buque

### **Escora**

Se dice que un buque está escorado cuando se inclina debido a una fuerza externa como, por ejemplo, las olas o el viento, Figura A. 1.

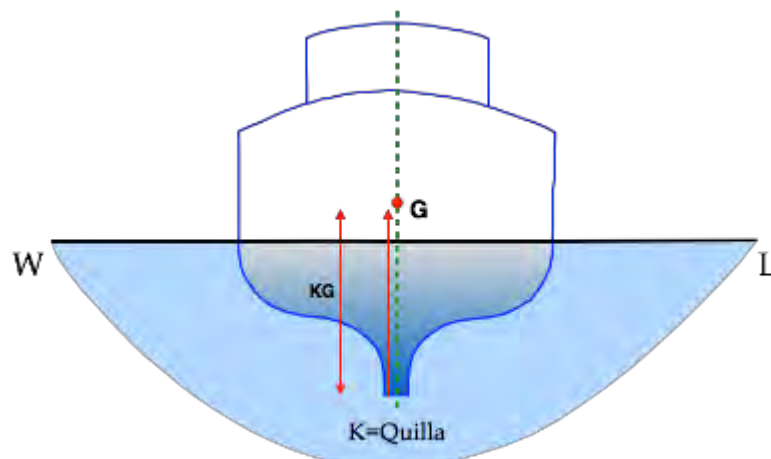


*Figura A. 1 Escora de un buque.*

### **Centro de gravedad de un buque**

El centro de gravedad de un buque depende de la distribución del peso dentro del mismo y su posición se puede encontrar realizando una prueba de estabilidad o mediante el cálculo matemático. La posición del centro de gravedad (**G**) se mide verticalmente desde un punto de referencia, que por lo general es la quilla del buque (**K**), y la distancia entre estos dos puntos se denomina **KG**, Figura A. 2.

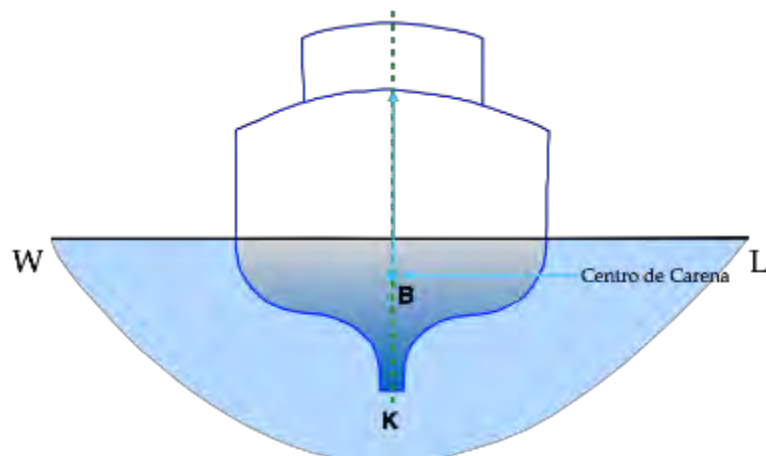




*Figura A. 2 Centro de gravedad de un buque.*

### **Centro de Carena**

Se considera que el centro de carena (**B**) se encuentra en el punto a través del cual el empuje de flotabilidad actúa verticalmente hacia arriba. Dicho punto se encuentra en el centro geométrico de la sección sumergida del buque, Figura A. 3.

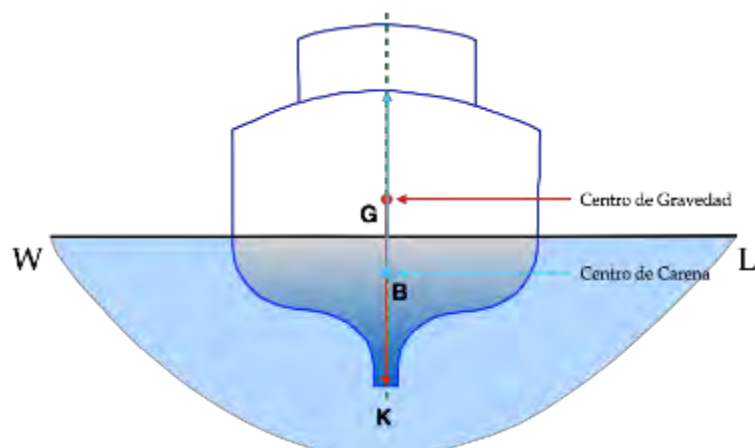


*Figura A. 3 Centro de carena.*

### **Estabilidad transversal**

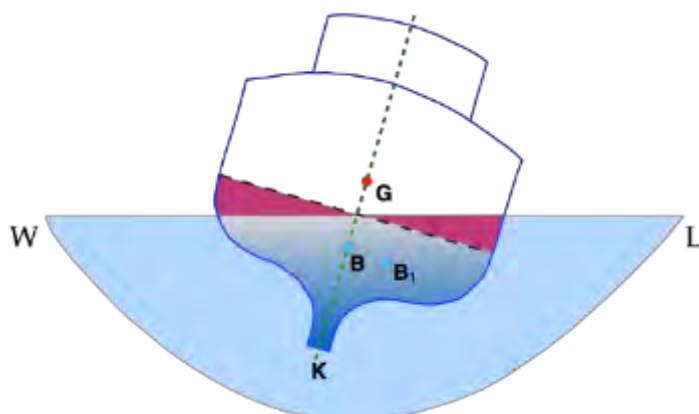
Cuando un buque se encuentra adrizado (en posición de equilibrio) en aguas tranquilas, el centro de carena (fuerza ascendente) y el centro de gravedad fuerza descendente se encuentran en la misma línea vertical por encima de la quilla (**K**), Figura A. 4.





*Figura A. 4 Estabilidad transversal.*

Si el buque está inclinado debido a una fuerza externa (es decir, que exista algún peso interno), se produce una cuña de emersión al costado del mismo y otra cuña de inmersión de similar tamaño al otro costado. Como consecuencia, el centro de carena cambiará de posición del punto **B** al punto **B<sub>1</sub>**, Figura A. 5.



*Figura A. 5 Escora y centro de carena del buque*

### **Metacentro**

El metacentro (**M**) es el punto de intersección de las líneas verticales trazadas desde el centro de carena a pequeños ángulos de escora consecutivos, y se puede equiparar a un eje central cuando el buque está inclinado a pequeños ángulos de escora. Su altura se mide desde el punto de referencia (**K**) y, por consiguiente, se denomina **KM**, Figura A. 6.



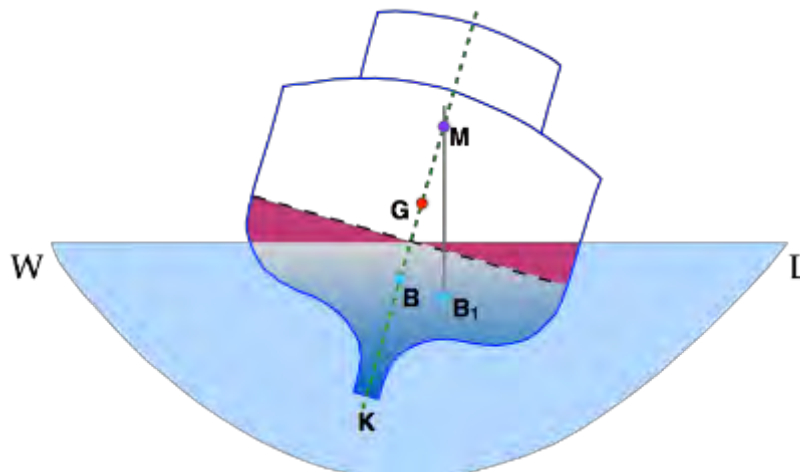


Figura A. 6 Metacentro del buque.

### Equilibrio de un buque

Se dice que un buque se encuentra en equilibrio estable si tiende a volver a la posición de adrizado después de estar inclinado.

Para que esto ocurra el centro de gravedad (**G**) deberá estar por debajo del metacentro (**M**).

### Altura metacéntrica

La distancia entre **G** y **M** se conoce como la altura metacéntrica (**GM**). Un buque estable en posición de adrizado tiene una altura metacéntrica (**GM**) positiva, es decir, el metacentro (**M**) se encuentra por encima del centro de gravedad (**G**). Por lo general, esta magnitud se denomina altura **GM** positiva o estabilidad inicial positiva, Figura A. 7.

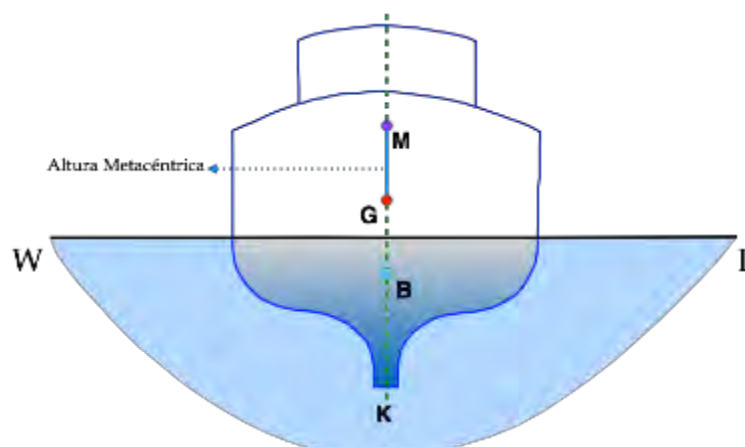
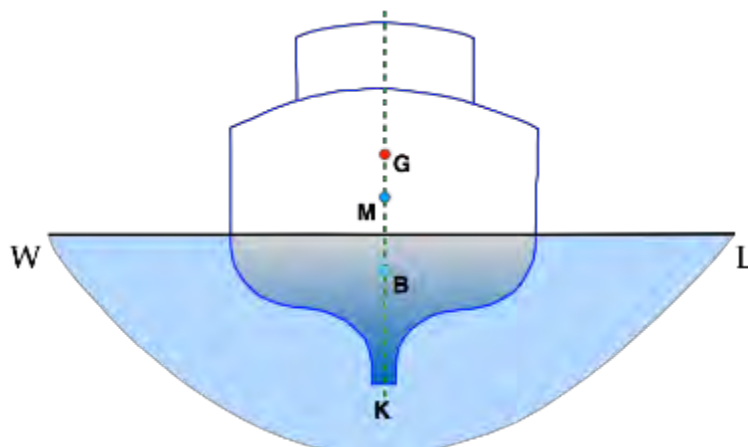


Figura A. 7 Altura metacéntrica.



### Equilibrio inestable

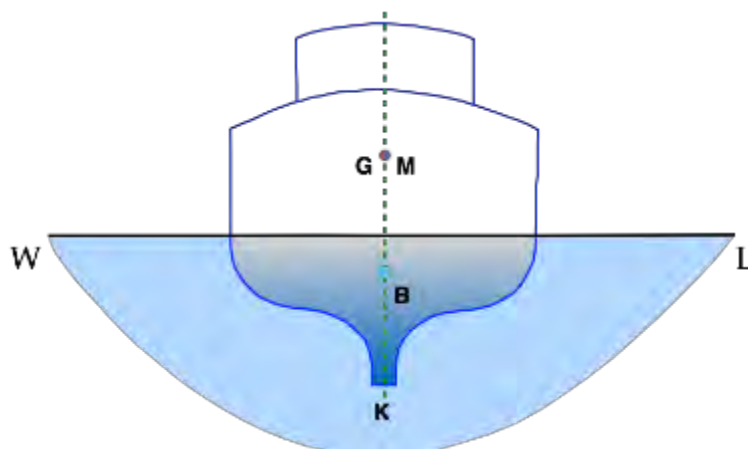
Si el centro de gravedad ( $G$ ) de un buque se encuentra por encima del metacentro ( $M$ ), se dice que este tiene una altura  $GM$  negativa o una estabilidad inicial negativa. Una embarcación en este estado muestra un equilibrio indiferente, es decir, flota a un ángulo con respecto de la posición de equilibrio hacia un costado u otro, y está en peligro de zozobrar, Figura A. 8.



*Figura A. 8 Equilibrio inestable de un buque.*

### Equilibrio Neutro

Cuando la posición del centro de gravedad ( $G$ ) de un buque coincide con el metacentro ( $M$ ), se dice que este se encuentra en equilibrio neutro ( $GM_0$ ) y, si la embarcación se inclinara a un ángulo pequeño de escora, tenderá a mantenerse en esta posición, Figura A. 9.



*Figura A. 9 Equilibrio neutro de un buque.*

### Buques duros y buques blandos

Cuando se añade peso a un buque, su centro de gravedad ( $G$ ) se mueve siempre en la dirección del peso añadido.



Si el peso se añade a nivel de la cubierta, la posición del centro de gravedad ( $G$ ) del buque asciende, lo que provoca una disminución en la altura metacéntrica ( $GM$ ) y, por consiguiente, de la estabilidad. Se dice que un buque es blando cuando su altura metacéntrica es muy pequeña o igual a cero, Figura A. 10.

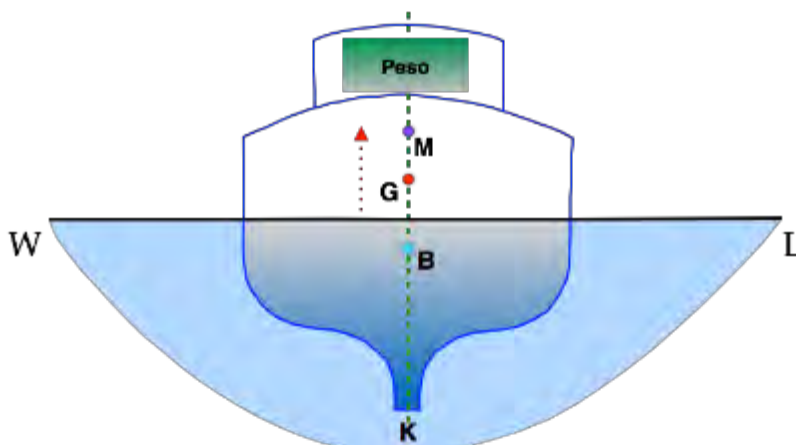


Figura A. 10 Buque blando.

Cualquier peso que se añada en la parte baja del buque provocará un descenso del centro de gravedad ( $G$ ) y, por lo tanto, aumentará la altura metacéntrica ( $GM$ ) del mismo. Se dice que un buque es duro cuando se tiene una gran altura metacéntrica, Figura A. 11.

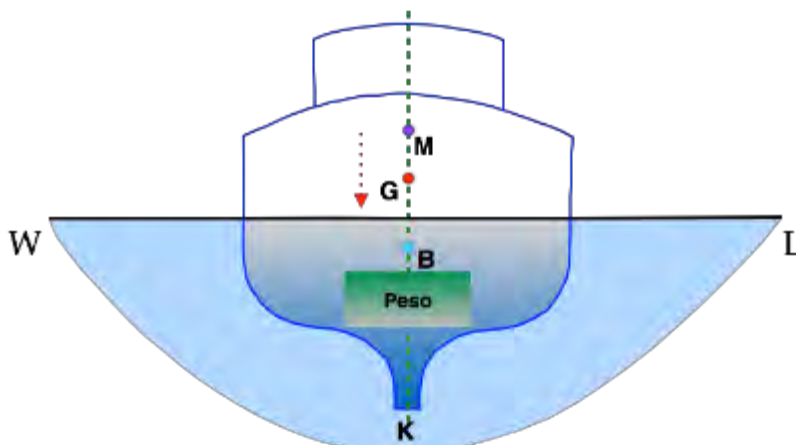


Figura A. 11 Buque duro.

### Brazo Adrizante

Cuando un buque está escorado debido a una fuerza externa, se considera que su centro de gravedad ( $G$ ), el cual no se ve afectado por la escora ni por el peso de la embarcación, actúa verticalmente hacia abajo a través de  $G$ . El centro de carena ( $B$ ) se desplaza a una nueva posición



**B<sub>1</sub>** y el empuje de flotabilidad se considera que actúa verticalmente hacia arriba a través del nuevo centro de carena **B<sub>1</sub>**. La distancia horizontal desde el centro de gravedad (**G**) a la línea vertical que parte desde **B<sub>1</sub>**, se denomina brazo adrizante. Dicha distancia se puede medir y normalmente se denomina **GZ**. Por consiguiente, la fuerza necesaria para que el buque vuelva a la posición de adrizado es el peso de este actuando hacia abajo a través del centro de gravedad (**G**), multiplicado por el valor del brazo adrizante (**GZ**). Esta fuerza es denominada momento de estabilidad estática.

El centro de gravedad (**G**) del buque ejerce un efecto notable sobre el brazo adrizante (**GZ**) y, por consiguiente, sobre la capacidad del buque de volver a la posición de adrizado. Cuanto más bajo se encuentre el centro de gravedad (**G**), mayor será el valor del brazo adrizante (**GZ**), Figura A. 12.

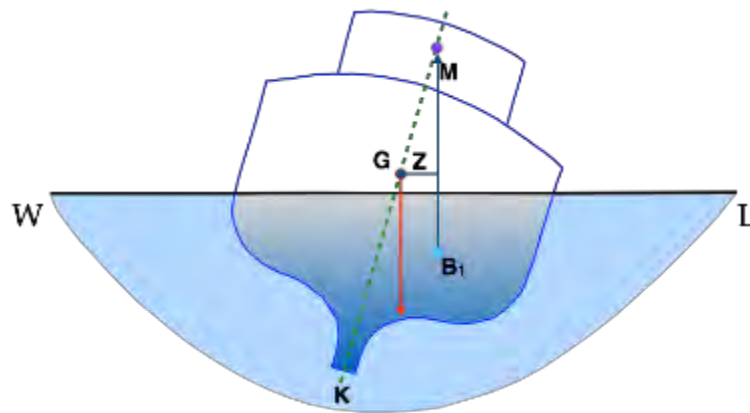
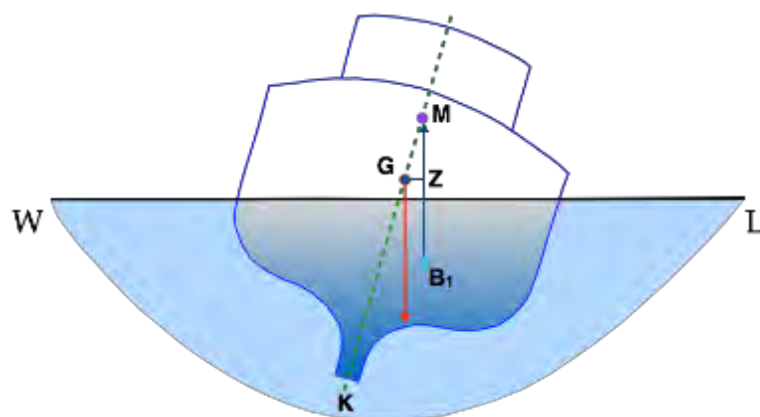


Figura A. 12 Brazo adrizante.

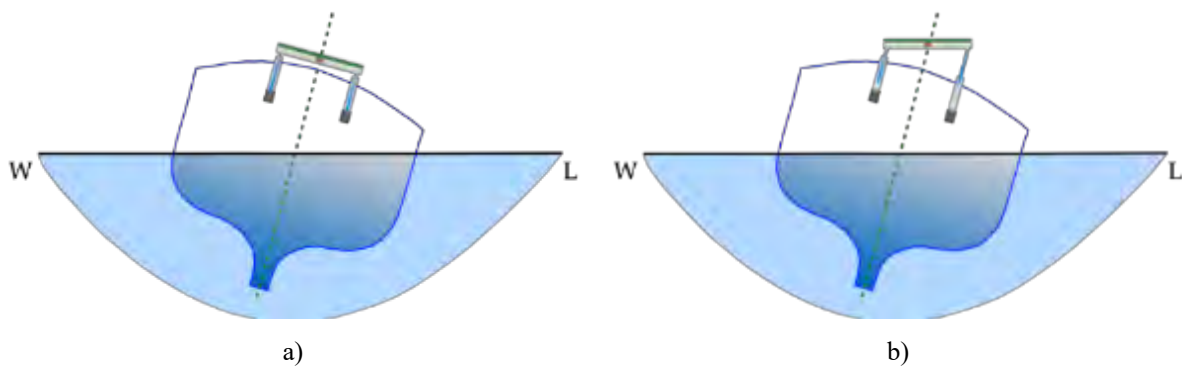
Si el centro de gravedad (**G**) del buque se encuentra cerca del metacentro (**M**), los valores de la altura metacéntrica (**GM**) y el brazo adrizante (**GZ**) serán bajos, Figura A. 13. Por lo tanto, el momento de estabilidad estática para volver el buque a la posición de adrizado será considerablemente menor que el mostrado en la imagen anterior, Figura A. 13, [49].





*Figura A. 13 Brazo adrizante con menor altura metacéntrica.*

De acuerdo a los movimientos del buque mostrados anteriormente, se busca que la plataforma móvil compense los movimientos de balance (x), cabeceo (y) y arfada (z), con el fin de que el helicóptero pueda aterrizar de forma segura. En la Figura A. 14a, se presenta el buque con cierto ángulo en este caso la plataforma gira con respecto al buque, posteriormente en la Figura A. 14b se muestra el movimiento de la plataforma cuando el buque se encuentra escorado.



*Figura A. 14 Buque y plataforma escorados.*



# Anexo B. Programas de simulación

En esta sección se presentan algunos de los programas realizados en MATLAB®.

## B.1 Cinemática Inversa

```
%.....  
%  
% CINEMÁTICA INVERSA DE UN ROBOT PARALELO 3-RPS  
%.....  
  
% Este programa obtiene la cinemática inversa de un robot paralelo 3-RPS.  
% Primero se deben introducir los ángulos deseados alpha y beta de la  
% plataforma para poder obtener las longitudes de los actuadores l1,l2,l3.  
clear,clc  
%% Definir ángulos alpha y beta  
disp('CINEMÁTICA INVERSA DE UN ROBOT PARALELO')  
disp(' ')  
disp('Indicar los valores de los ángulos deseados para la plataforma  
móvil de 0 a 15 grados')  
disp(' ')  
alpha= input('Alpha ='); % ángulo alpha de 0 a 15 grados.  
beta = input('Beta ='); % ángulo beta de 0 a 15 grados.  
  
% Convertir ángulos alpha y beta a radianes.  
a1=alpha*pi/180; % alpha  
b2=beta*pi/180; % beta  
g3=0; % gamma  
  
%% Parámetros;  
p=0.6131; % m distancia entre la plataforma móvil y la plataforma fija  
H=0.5013; % m distancia del centro de la plataforma fija al actuador  
h=0.5013; % m distancia del centro de la plataforma móvil al actuador  
theta=pi/3; % ángulo theta  
  
%% Vectores de posición y matriz de rotación  
% Vector de posición central (P)  
P=p*[sin(b2) -cos(b2)*sin(a1) cos(b2)*cos(a1)];  
  
% Matriz de Rotación  
R=[cos(g3)*cos(b2) -sin(g3)*cos(b2)  
sin(b2)  
sin(g3)*cos(a1)+cos(g3)*sin(b2)*sin(a1) cos(g3)*cos(a1)-  
sin(g3)*sin(b2)*sin(a1) -cos(b2)*sin(a1)
```



## B.2 Cinemática Inversa Gráfica (10 s)

---

```
sin(g3)*sin(a1)-cos(g3)*sin(b2)*cos(a1)
cos(g3)*sin(a1)+sin(g3)*sin(b2)*cos(a1) cos(b2)*cos(a1)];

% Vectores de posición (ai,bi)
b_1=h*[1 0 0];
b_2=h*[-cos(theta) -sin(theta) 0];
b_3=h*[-cos(theta) sin(theta) 0];

a_1=H*[1 0 0];
a_2=H*[-cos(theta) -sin(theta) 0];
a_3=H*[-cos(theta) sin(theta) 0];

%% Ecuaciones del lazo cerrado para cada actuador
l1=P'+(R*[b_1]')-a_1';
l2=P'+(R*[b_2]')-a_2';
l3=P'+(R*[b_3]')-a_3';
%% Longitud del actuador (li)
l1=sqrt(sum((l1).^2));
l2=sqrt(sum((l2).^2));
l3=sqrt(sum((l3).^2));
%% Desplazamiento de los actuadores en metros
disp(' ')
disp('Longitud del actuador')
li=[l1;l2;l3]; % Longitudes de los actuadores
ln=char('l1 ','l2 ','l3 '); % Actuadores
li=num2str(li);
metros=char(' m',' m',' m'); % metros
table=[ln,li,metros];
disp(table)
```

## B.2 Cinemática Inversa Gráfica (10 s)

```
%.....
%.....
%          CINEMÁTICA INVERSA DE UN ROBOT PARALELO 3-RPS (GR;FICA)
%.....
%.....

% Este programa obtiene la cinemática inversa de un robot paralelo 3-RPS.
% Primero se deben introducir los ángulos deseados alpha y beta de la
% plataforma para poder obtener las longitudes de los actuadores l1,l2,l3.
clear,clc,close
%% Definir ángulos alpha y beta
disp('CINEMÁTICA INVERSA DE UN ROBOT PARALELO GR;FICA (10s)')
disp(' ')
disp('Gráfica de los ángulos Alpha y Beta de la plataforma Móvil')
disp('Indique los ángulos deseados')
disp(' ')
%% Entradas
alpha= input('Alpha =');
beta= input('Beta =');
alpha=alpha/10;
```



```

    beta=beta/10;
%% Graficar en 10 s
    t =0:0.01:10;
    a1=alpha*t; % alpha
    b2=beta*t; % beta
    g3=0; % gamma
%% Parámetros;
    p=0.6131; % m distancia entre la plataforma móvil y la plataforma fija
    H=0.5013; % m distancia del centro de la plataforma fija al actuador
    h=0.5013; % m distancia del centro de la plataforma móvil al actuador
    theta=60; % ángulo theta
%% Vectores de posición y matriz de rotación
for i=1:1001
P=p*[sind(b2(i)) -cosd(b2(i))*sind(a1(i)) cosd(b2(i))*cosd(a1(i))];

R=[cosd(g3)*cosd(b2(i)) -
sind(g3)*cosd(b2(i)) sind(b2(i))
sind(g3)*cosd(a1(i))+cosd(g3)*sind(b2(i))*sind(a1(i))
cosd(g3)*cosd(a1(i))-sind(g3)*sind(b2(i))*sind(a1(i)) -
cosd(b2(i))*sind(a1(i))
sind(g3)*sind(a1(i))-cosd(g3)*sind(b2(i))*cosd(a1(i))
cosd(g3)*sind(a1(i))+sind(g3)*sind(b2(i))*cosd(a1(i))
cosd(b2(i))*cosd(a1(i))];

b_1=h*[1 0 0];
b_2=h*[-cosd(theta) -sind(theta) 0];
b_3=h*[-cosd(theta) sind(theta) 0];

a_1=H*[1 0 0];
a_2=H*[-cosd(theta) -sind(theta) 0];
a_3=H*[-cosd(theta) sind(theta) 0];

l1(i)=sum((P'+(R*[b_1]')-a_1').^2);
l2(i)=sum((P'+(R*[b_2]')-a_2').^2);
l3(i)=sum((P'+(R*[b_3]')-a_3').^2);

l1(i)=sqrt(l1(i));
l2(i)=sqrt(l2(i));
l3(i)=sqrt(l3(i));
end

%% Desplazamiento de los actuadores en metros
i;
disp(' ')
disp('Desplazamiento final')
li=[l1(1001);l2(1001);l3(1001)];
li=num2str(li);
ln= char('l1=','l2= ','l3= ');
grafica= char(' (rojo)', ' (verde) ', ' (azul)');
metros=char(' m',' m',' m');
Table=[ln,li,metros,grafica];
disp(Table)
%% Grafica del desplazamiento de los actuadores y los ángulos deseados

```



```
plot(t,a1)
hold on
plot(t,b2)
legend('alpha','beta','Location','northwest')
legend('boxoff')
hold off
figure;
plot(t,l1,'-r');
hold on
plot(t,l2,'-g');
plot(t,l3,'-b');
legend('l1','l2','l3','Location','southwest')
legend('boxoff')
```

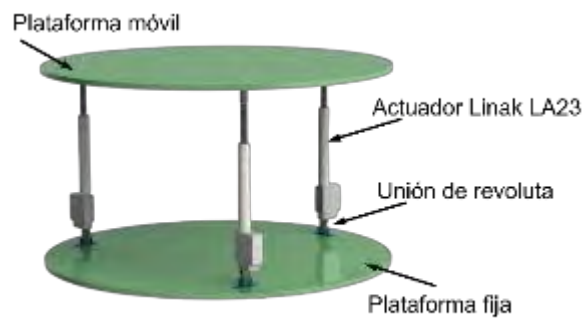


## Anexo C. Robot Paralelo 3-RPS

En este anexo se presentan los dibujos de trabajo de los componentes estándar del robot paralelo.

### C.1 Vista isométrica y componentes del robot paralelo

En la Figura C. 1 se muestra la vista isométrica del robot paralelo.








*Figura C. 1 Diseño del Robot Paralelo 3-RPS.*

En la Tabla C. 1 se muestran los componentes personalizados.

*Tabla C. 1 Componentes del robot paralelo.*

Componente	CAD	Cantidad
<b>Soporte actuador</b>		6 piezas (2 por cada actuador)
<b>Cople unión de revoluta</b>		3 piezas (1 por cada actuador)

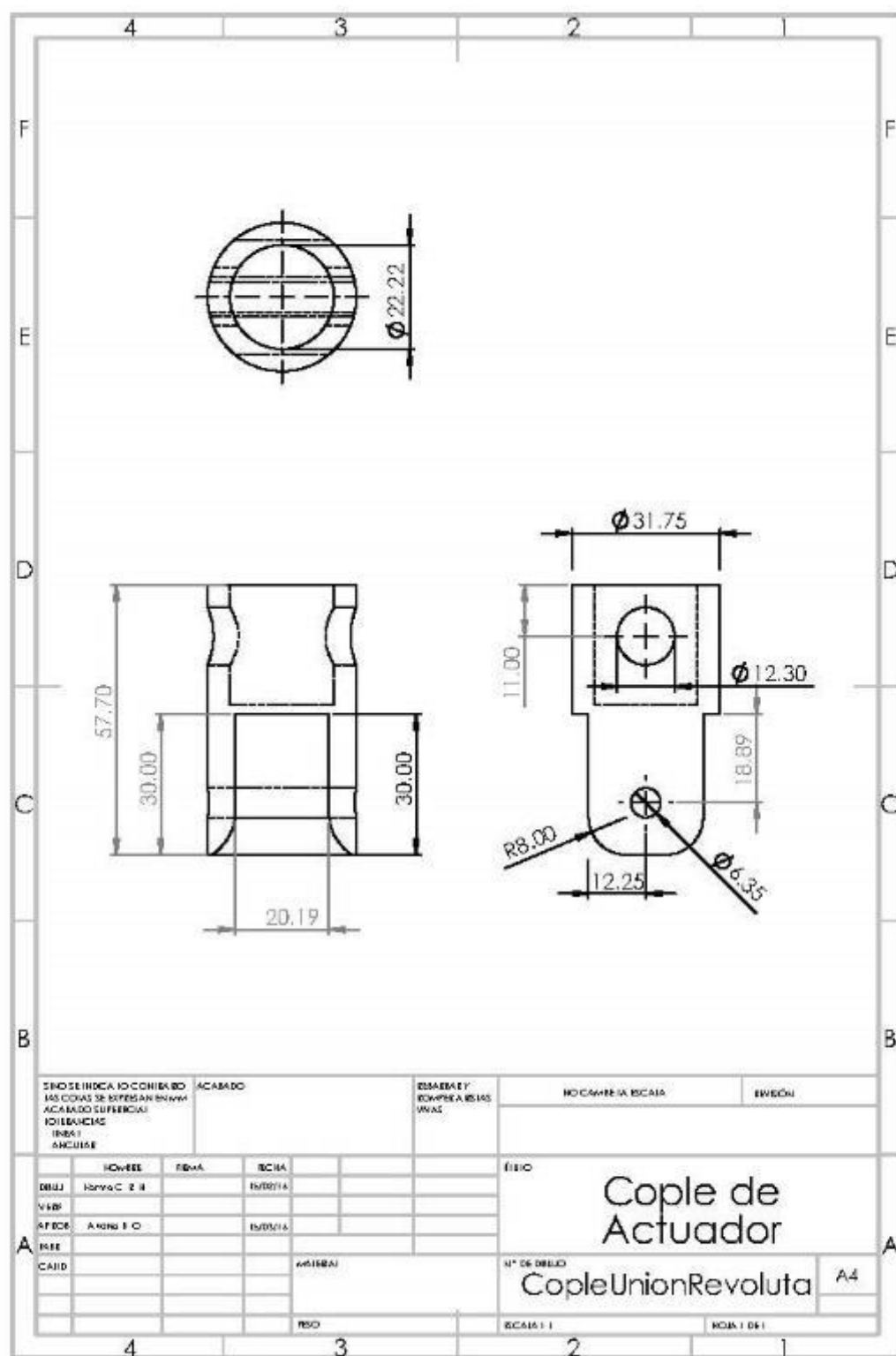


<b>Unión revoluta – esfera</b>		3 piezas (1 por cada actuador)
<b>Unión revoluta – Cilindro</b>		3 piezas (1 por cada actuador)
<b>Unión revoluta – tapa</b>		3 piezas (1 por cada actuador)
<b>Plataforma móvil</b>		1 pieza
<b>Plataforma fija</b>		1 pieza

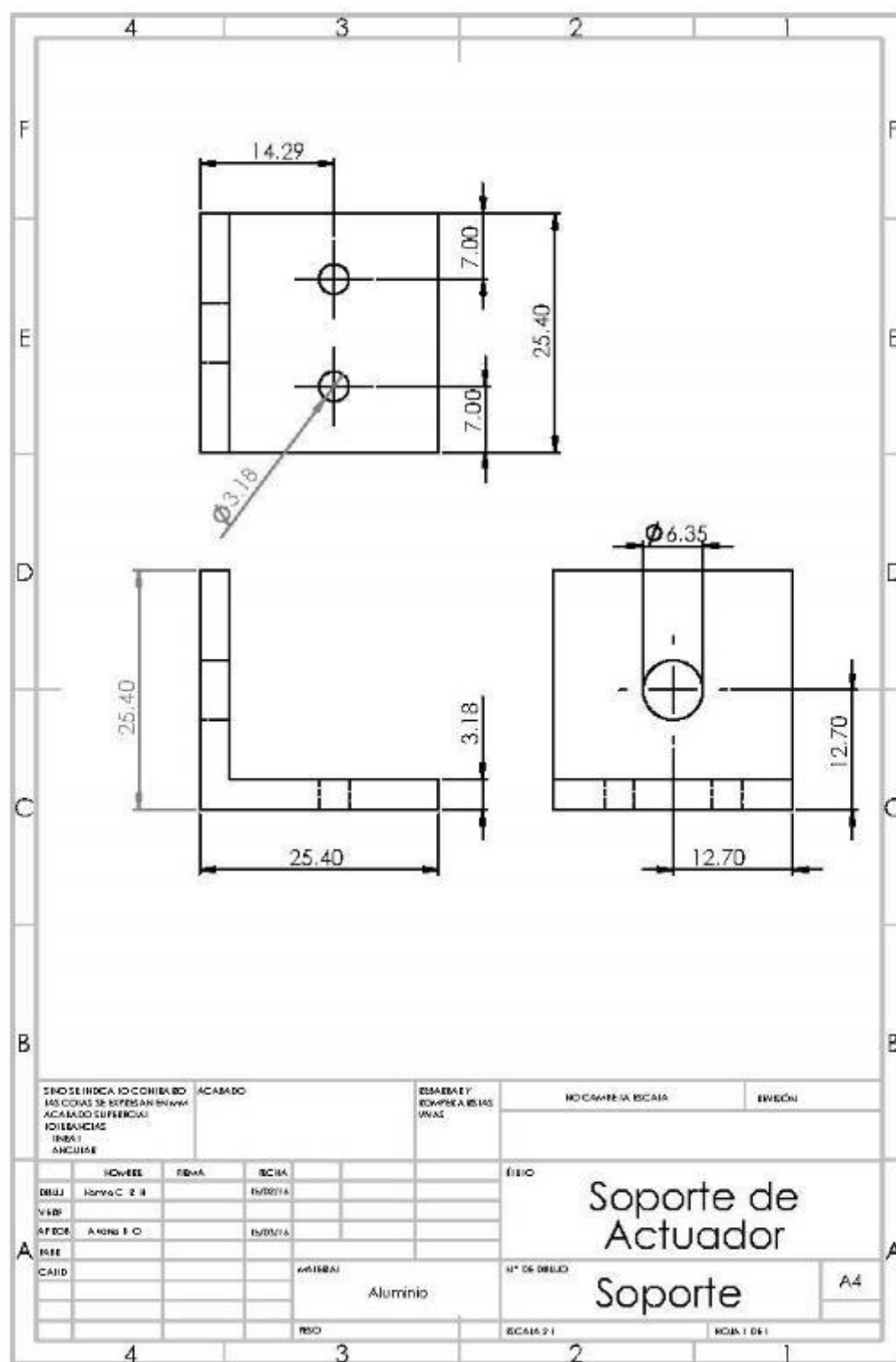
## C.2 Planos de los componentes del robot paralelo 3-RPS

A continuación, se presentan los dibujos de trabajo de los componentes.

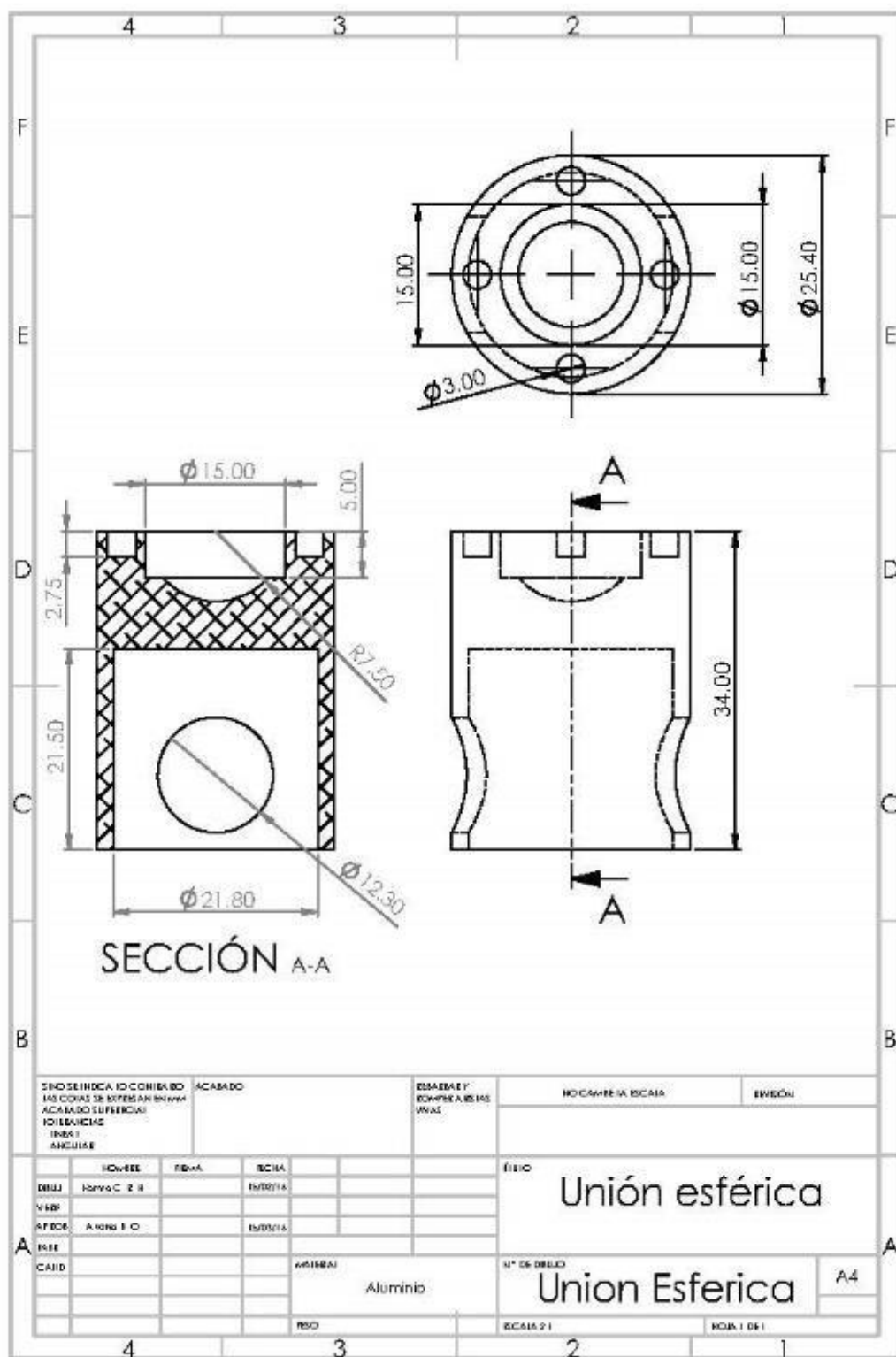




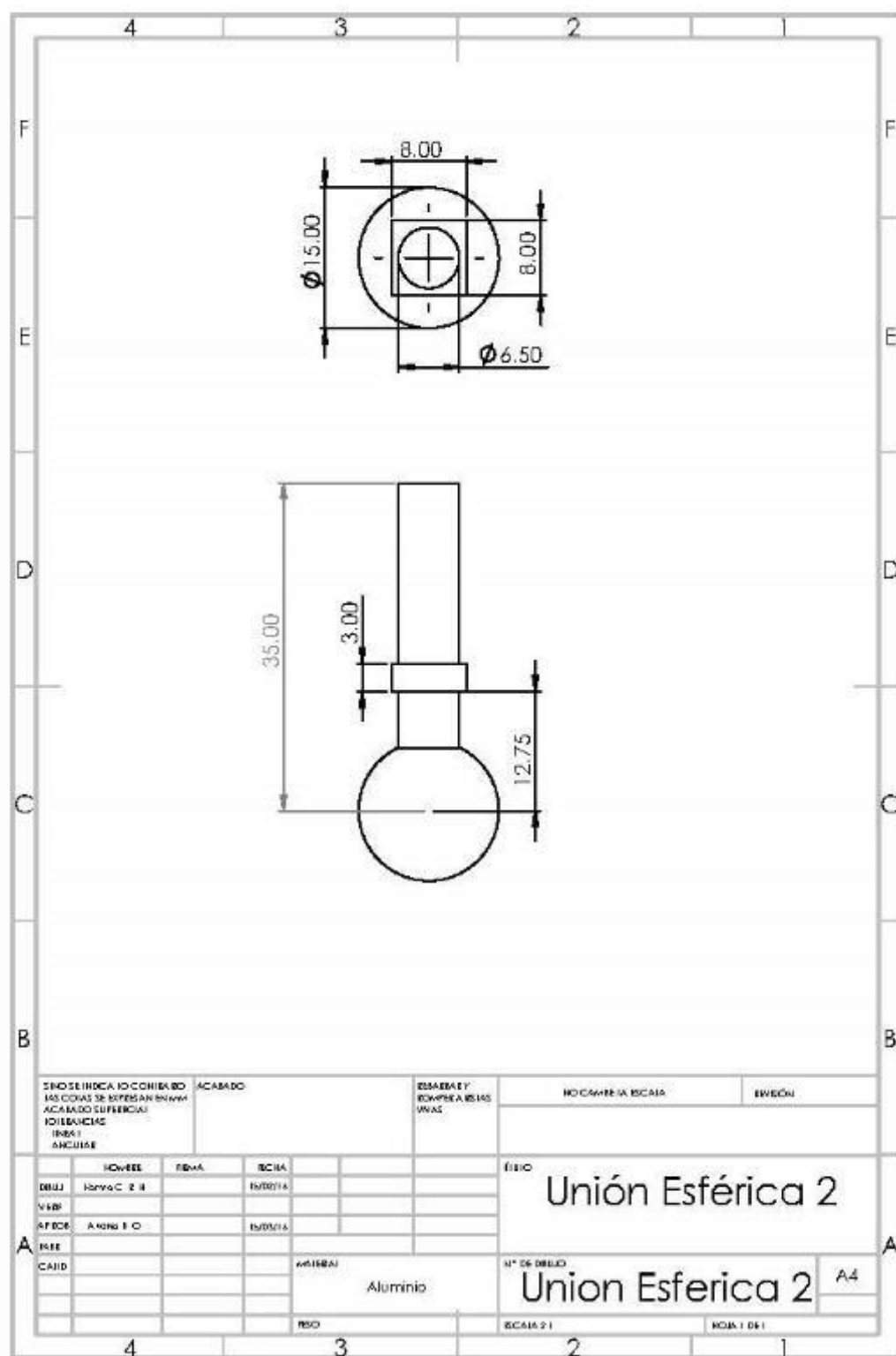




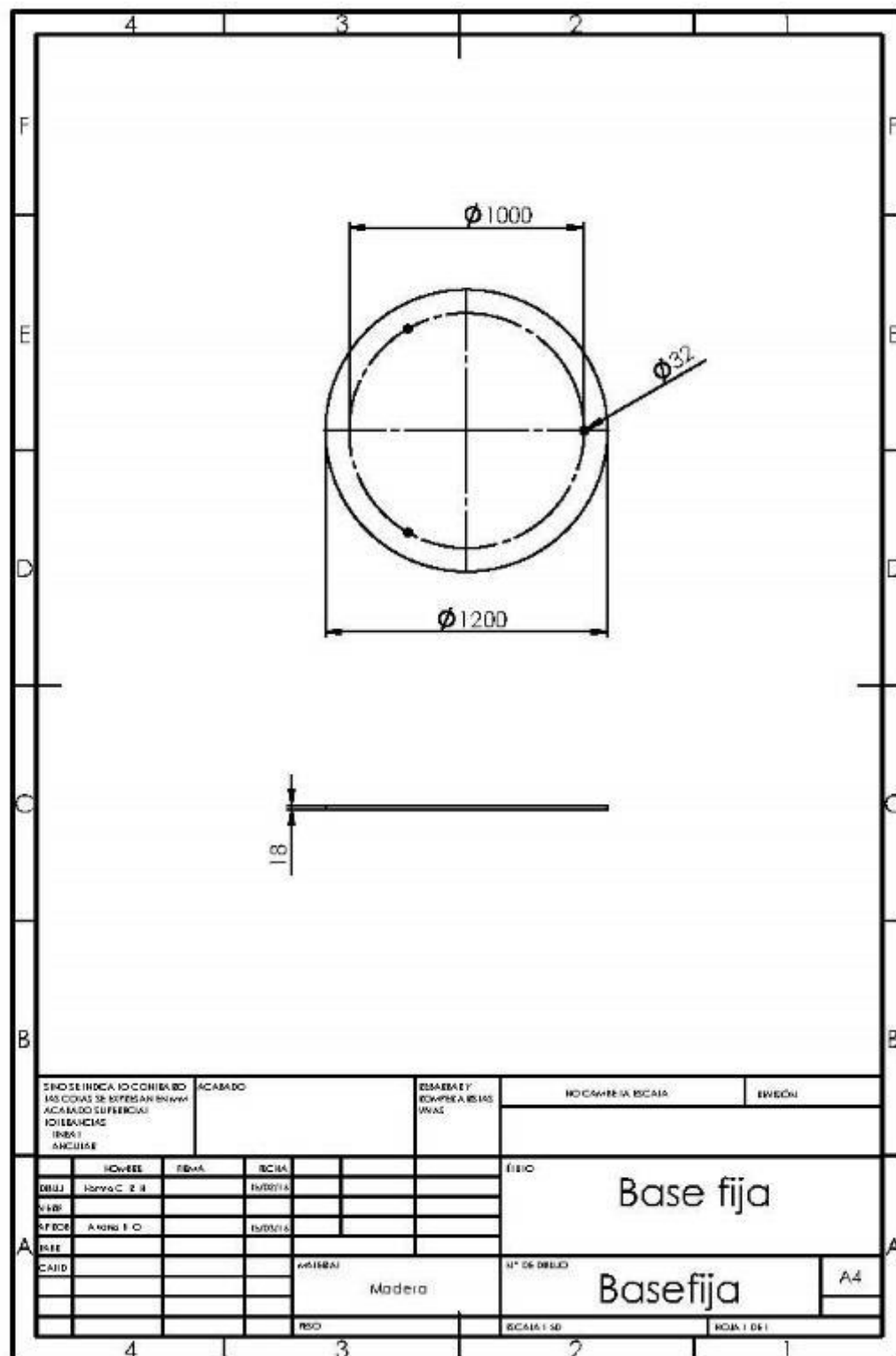




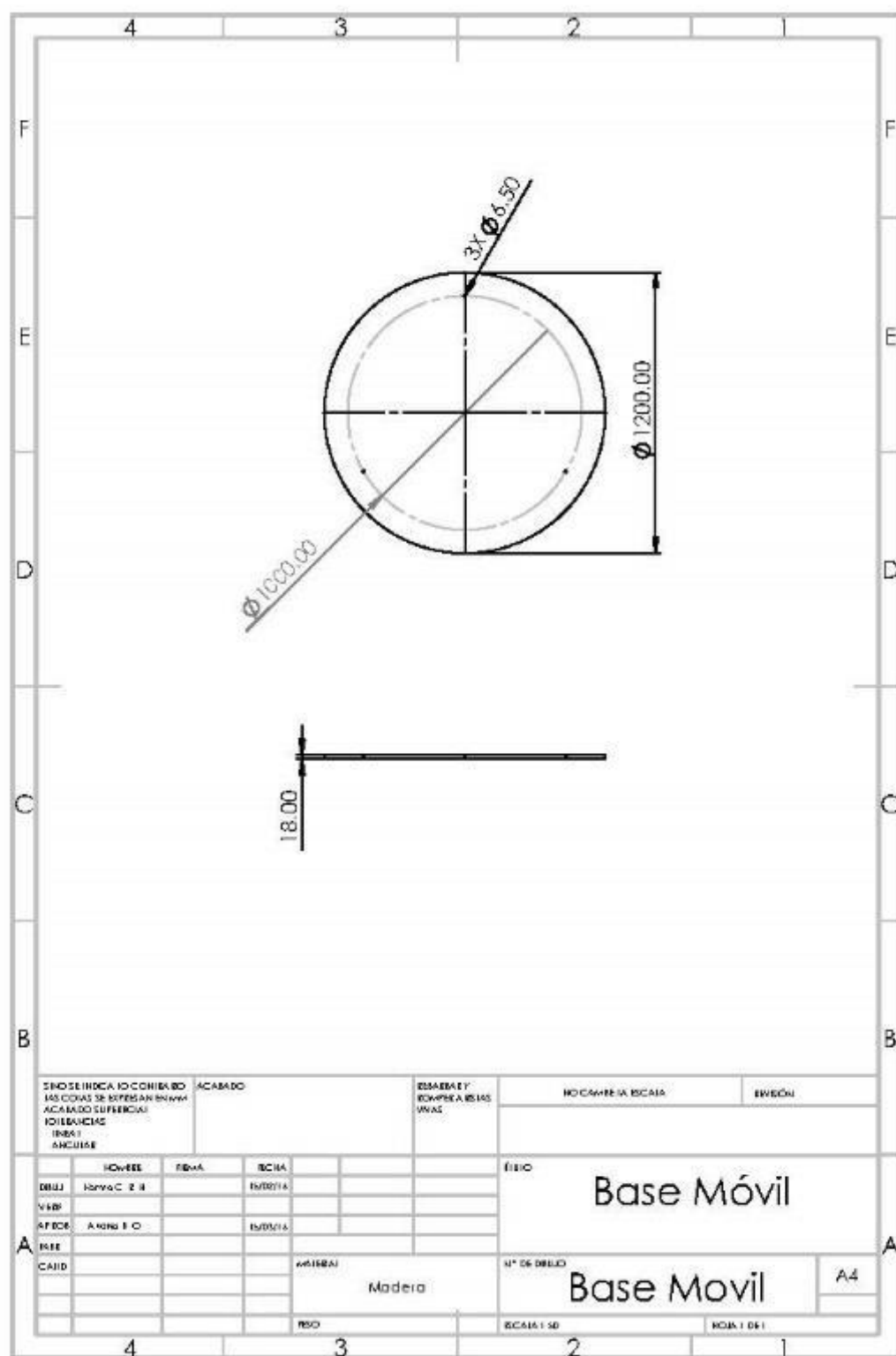




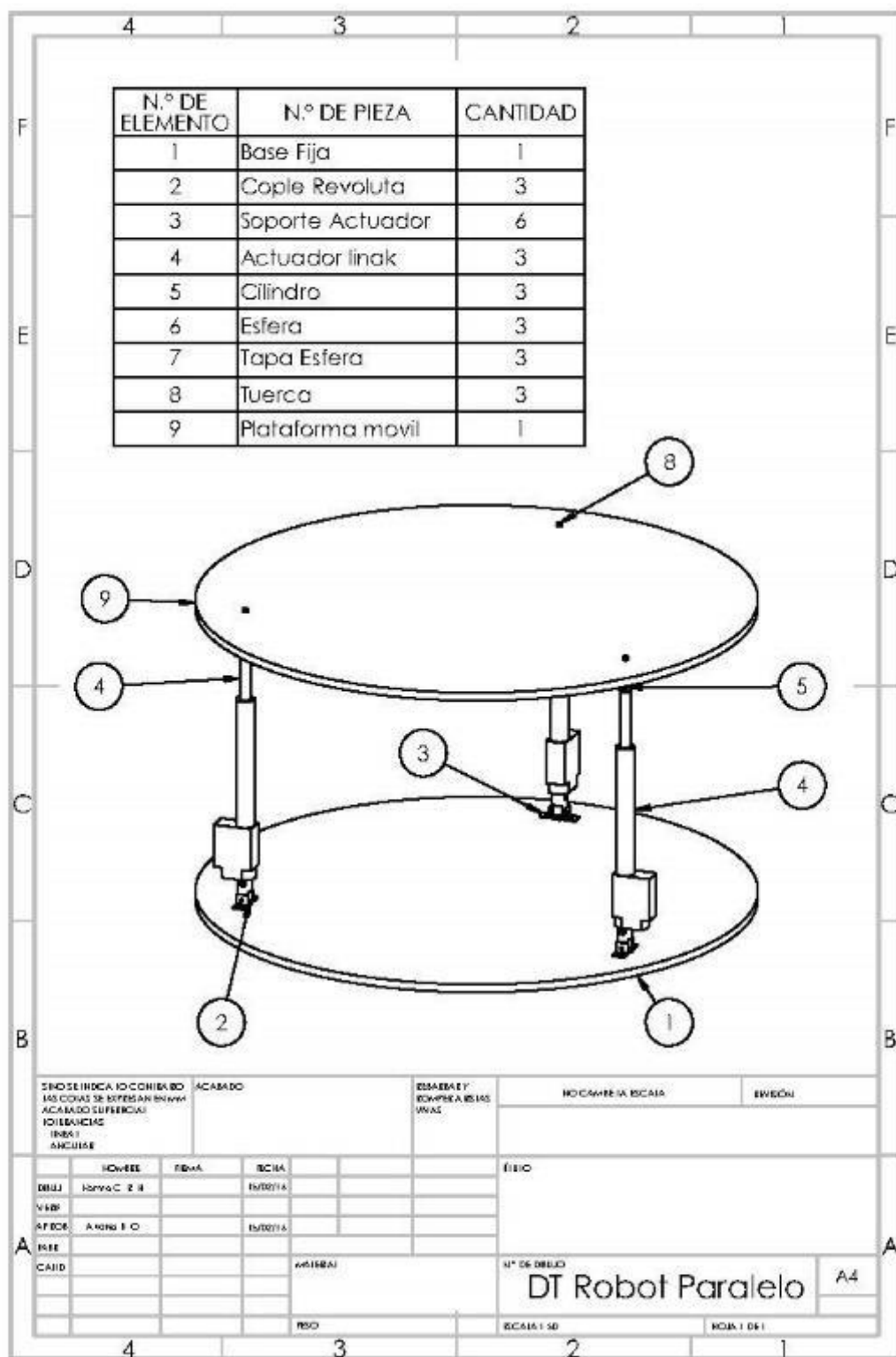












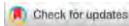


## Anexo D. Artículos de investigación

En este anexo se presentan los artículos realizados durante la investigación.



## D.1 Artículo de revista JCR



Research Article

INTERNATIONAL JOURNAL OF  
ADVANCED ROBOTIC SYSTEMS

International Journal of Advanced  
Robotic Systems

May-June 2019: 1–12

© The Author(s) 2019

DOI: 10.1177/1729881419841533

journals.sagepub.com/home/arx



# Dynamic analysis and control of a three-revolute–prismatic–spherical parallel robot by algebraic parameters identification

NC Ruiz-Hidalgo , A Blanco Ortega, A Abúndez Pliego,  
J Colin-Ocampo and W M Alcocer Rosado

## Abstract

The inverse dynamic model of a three-revolute–prismatic–spherical parallel robot based on Lagrange method is presented. This parallel robot presents a different configuration in the orientation of the actuators of the already reported in the literature. The dynamic model is validated by simulations obtained with a virtual prototype under MSC Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems environment. For positioning the moving platform in a desired orientation, a proportional–integral–derivative-type controller is implemented for trajectory tracking using the dynamic of the actuators. In this dynamic, the load supported is unknown, that is, due to the inclination of the moving platform, the weight is not evenly distributed. Algebraic identification of parameters is implemented in order to know the load and improve the response in the orientation of the moving platform. Some simulations were performed with the virtual prototype in co-simulation environment under MSC Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems/View and MATLAB/Smulink to verify the performance of the proportional–integral–derivative controller using the algebraic parameters identification.

## Keywords

RPS parallel robot, algebraic identification, dynamic model, PID control, virtual prototype

Date received: 11 December 2018; accepted: 10 February 2019

Topic: Field Robotics

Topic Editor: Yangquan Chen

Associate Editor: Xiong Luo

## Introduction

Parallel robots are defined as a closed kinematic chain mechanism based on two platforms, a fixed and a moving, the latter also known as end effector or moving platform. The end effector is connected to the base through independent kinematic chains, which tend to be symmetrical and through different types of joints, such as prismatic, rotational, universal, and spherical.<sup>1</sup> According to their structure, parallel robots present certain advantages such as rigid structure, high precision, low inertia, and high speeds and accelerations, which have allowed them to be introduced in applications such as motion simulators, three-dimensional printers, rehabilitation systems, medical surgeries, positioning of objects, among others.<sup>2–8</sup> However, parallel

robots also present certain disadvantages such as limitation in the workspace, complexity in the analysis and design of the robot, difficulty in obtaining kinematic and dynamic models because they are highly nonlinear and complex, as well as the singularities that they present due to their configuration.<sup>9–12</sup>

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México

Corresponding author:

NC Ruiz-Hidalgo, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, prolongación Av. Palmira s/n Esq. Apatzingán, Cuernavaca, Morelos 62490, México.

Email: celesterh@cenidet.edu.mx



Creative Commons CC BY: This article is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 License (<http://www.creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) which permits any use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is attributed as specified on the SAGE and Open Access pages (<https://us.sagepub.com/en-us/nam/open-access-at-sage>).



Control in parallel robots is complex; according to Zubizarreta et al.,<sup>13</sup> the best control approaches require dynamic models that are difficult to determine and may require significant computational effort that makes it difficult to implement in real time. To achieve a desired control response, the most advanced control methods only consider active joints; as a consequence, the movement of the other joints of the mechanism must be estimated by the kinematic model. This results in the end position of the effector being based on the precision of the model and the parameters identification. Verdes et al. proposed a parallel robot with two degrees of rotation and one degree of translation. The authors use a set control, that is to say, they use as inputs of the algorithm the difference of the angles calculated by means of the equations of inverse kinematics and the value of the sensors.<sup>14</sup>

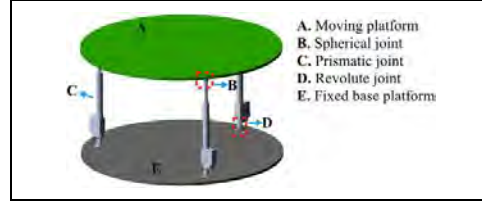
Chiacchio et al. mention that independent joint controllers (of proportional-derivative (PD) or proportional-integral-derivative (PID) type) are usually employed in industrial robot manipulators but cannot achieve satisfactory performance due to their inherent low rejection to disturbances and parameter variations.<sup>15</sup>

Based on the information given above, it was decided to use a method of parameters identification. The algebraic identification methodology requires a rather precise knowledge of the model of the plant; on the other hand, the algebraic identification method is model based and aimed at obtaining an exact, static, formula for the unknown parameters. The parameter calculation formula are obtained via specific algebraic manipulations carried out on the model equations. The operations carried out in algebraic manipulations to eliminate the influence of initial conditions and, also, the so-called classical perturbations (step inputs, ramps, etc.).<sup>16</sup>

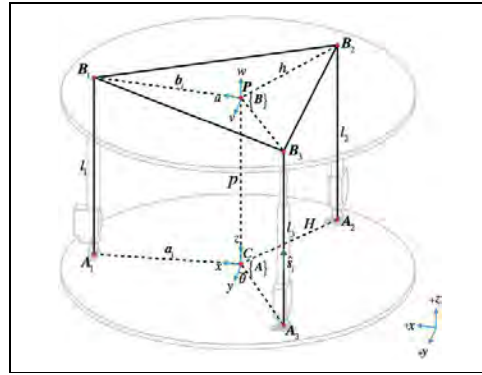
The design of the three-revolute–prismatic–spherical (3-RPS) parallel robot presented in this article aims to assist in the landing (landing on deck of helicopters on ships). To achieve the objective, the design considers three degrees of freedom (DOF): one translational movement and two rotational movements to keep the platform in horizontal position while the ship is moving. The purpose is to keep the moving platform in a horizontal position, despite the movement of the ship due to the sea waves, in order to make the landing easier and safer, thus avoiding material risks and human losses. The article is divided into five sections. The first section presents the introduction to the work. The second and third sections describe the design of the parallel robot, the kinematic and dynamic models, the control as well as the parameters identification. Subsequently, the fourth section shows the simulation results of the mathematical models and the virtual prototype. Finally, the last section presents the conclusions.

### System description

An RPS parallel robot of three DOFs was designed<sup>17</sup> (see Figure 1). The prismatic joints are considered to be actively



**Figure 1.** Configuration of the 3-RPS parallel robot. 3-RPS: three-revolute–prismatic–spherical.



**Figure 2.** Geometric model of the 3-RPS robot. 3-RPS: three-revolute–prismatic–spherical.

actuated. As shown in Figure 2, two of the actuators ( $l_2$  and  $l_3$ ) are in the opposite position with respect to the  $x$ -axis, which means that the axes of revolute joints are parallel; however, the third actuator is oriented at  $90^\circ$ , that is, the axis of the revolute joint rotates with respect to the axis  $y$ . The 3-RPS parallel robots, proposed by other authors, have the actuators oriented to the center.<sup>18–23</sup> However, there is a similar robot proposed by Li et al.,<sup>24</sup> which consists of a base and a moving platform connected by two identical revolute–prismatic–universal limbs and one spherical–prismatic–revolute limb.

### Mathematical model

#### Inverse kinematic

The design of the geometric model of the 3-RPS parallel robot is presented in Figure 2. Revolute joints on the fixed base platform and spherical joints on the moving platform are denoted by  $A_1, A_2, A_3$ , and  $B_1, B_2, B_3$ , respectively. Origin  $C$  of the global  $(xyz)$  coordinate is at the circumcenter of the equilateral triangle  $A_1, A_2, A_3$ .

The kinematic parameters can be defined as

$$H = \overrightarrow{CA_i}, h = \overrightarrow{PB_i}, p = \overrightarrow{CP} \quad (1)$$



In the inverse kinematics, the lengths of the actuator  $l_i$  must be determined as a variable function of the orientation of  $\alpha$  and  $\beta$  angles. The lengths  $l_i$  for each actuator can be calculated by the following relations

$$\mathbf{L}_i = l_i \hat{s}_i = {}^A\mathbf{P} + {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (2)$$

where  $l_i$  is length of the  $i$ th actuated link,  $\hat{s}_i$  is unit vector pointing along the direction of the  $i$ th actuated limb,  ${}^A\mathbf{P}$  is center position vector,  ${}^A\mathbf{R}_B$  is rotation matrix of the moving platform,  ${}^B\mathbf{b}_i$  is the coordinate vector of the hinge point of the moving platform, and  $\mathbf{a}_i$  is the coordinate vector of the hinge point of the fixed platform.

The vector  $\mathbf{P}$  is represented as follows

$${}^A\mathbf{P} = p[\sin \beta \quad -\cos \beta \sin \alpha \quad \cos \beta \cos \alpha]^T \quad (3)$$

According to Figure 2, the geometry of the parallel robot can be expressed as

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= H[1 \quad 0 \quad 0]^T \\ \mathbf{a}_2 &= H[-\cos \theta \quad -\sin \theta \quad 0]^T \\ \mathbf{a}_3 &= H[-\cos \theta \quad +\sin \theta \quad 0]^T \\ \mathbf{b}_1 &= h[1 \quad 0 \quad 0]^T \\ \mathbf{b}_2 &= h[-\cos \theta \quad -\sin \theta \quad 0]^T \\ \mathbf{b}_3 &= h[-\cos \theta \quad +\sin \theta \quad 0]^T \end{aligned} \quad (4)$$

The lengths of the actuator  $l_i$  can be calculated by the following equation

$$\mathbf{L}_i^T \mathbf{L}_i = l_i^2 = [{}^A\mathbf{P} + {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i]^T [{}^A\mathbf{P} + {}^A\mathbf{R}_B {}^B\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i] \quad (5)$$

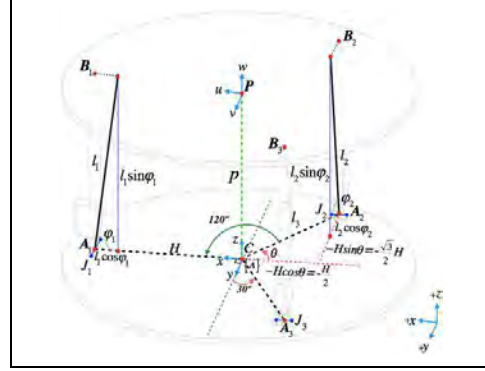
Finally, the inverse kinematic equations are given by

$$\begin{aligned} l_1^2 &= h^2 + H^2 + p^2 - 2HP \sin \beta - 2Hh \cos \beta \\ l_2^2 &= h^2 + H^2 + p^2 - 2HP(\cos \beta \sin \alpha \sin \theta - \sin \beta \cos \theta) \\ &\quad - 2Hh \begin{pmatrix} \cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta \\ + \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta \end{pmatrix} \\ l_3^2 &= h^2 + H^2 + p^2 + 2HP(\cos \beta \sin \alpha \sin \theta - \sin \beta \cos \theta) \\ &\quad - 2Hh \begin{pmatrix} \cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta \\ - \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Numerical simulations were performed using the following design parameters of the parallel robot:  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 15^\circ$ ,  $\gamma = 0^\circ$ ,  $p = 0.6131$  m,  $\theta = 60^\circ$  and  $H = h = 0.5$  m.

#### Forward kinematic

The forward kinematics of the parallel robot consist in finding the orientation of the moving platform given the lengths of the actuators ( $l_1, l_2, l_3$ ). The structure of the 3-RPS is presented in Figure 3, which was considered in order to perform the forward kinematic analysis.



**Figure 3.** Determination of the 3-RPS structure angles. 3-RPS: three-revolute–prismatic–spherical.

The mathematical model of forward kinematics (7) was reported by Ruiz Hidalgo et al.,<sup>25</sup> which is given by a nonlinear system of three equations

$$\begin{aligned} f_1 &= \left(-\frac{1}{2}H - H + l_1 \cos \varphi_1\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}H + l_2 \cos \varphi_2\right)^2 \\ &\quad + (l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1)^2 - 3H^2 = 0 \\ f_2 &= \left(-\frac{1}{2}H + \frac{1}{2}H\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}H\right)^2 \\ &\quad - l_2 \cos \varphi_2 \\ &\quad - (l_3 \sin \varphi_3 - l_2 \sin \varphi_2)^2 - 3H^2 = 0 \\ f_3 &= \left(H - l_1 \cos \varphi_1 + \frac{1}{2}H\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3\right)^2 \\ &\quad + (l_1 \sin \varphi_1 - l_3 \sin \varphi_3)^2 - 3H^2 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

To solve the nonlinear forward kinematic equation (7), the Newton–Kantorovich method was implemented. Then proceeded to obtain the  $\alpha$  and  $\beta$  angles according to Figure 4.

Considering Figure 4(a), the midpoint (8) of the distance between points  $B_2$  and  $B_3$  was determined, later the distance  $d_1$  (9) was calculated, to finally obtain what would be the angle  $\alpha$  (10)

$$\begin{aligned} PM_x &= \frac{x_{B_2} + x_{B_3}}{2}, \quad PM_y = \frac{y_{B_2} + y_{B_3}}{2} \\ PM_z &= \frac{z_{B_2} + z_{B_3}}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

$$d_1 = \sqrt{(x_{B_2} - PM_x)^2 + (y_{B_2} - PM_y)^2 + (z_{B_2} - PM_z)^2} \quad (9)$$



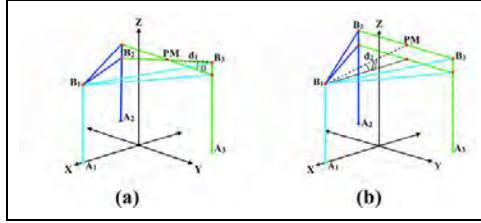
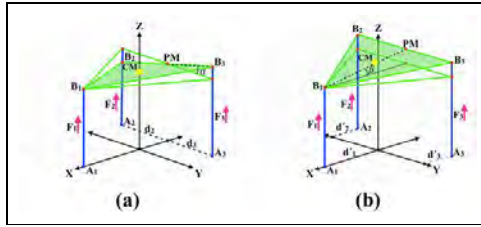


Figure 4. Angles geometrical representation.

Figure 5. (a) Moving platform oriented to an angle  $\alpha$  and (b) angle  $\beta$ .

$$\alpha = \left( \cos^{-1} \left( \frac{y_{B_2} - PM_y}{d_1} \right) \right) \times \frac{180^\circ}{\pi} \quad (10)$$

The midpoint (8) of the distance between the points  $B_2$  and  $B_3$  was obtained, and the distance  $d_2$  (11) was later calculated, to finally obtain what would be the angle  $\beta$  (12) (Figure 4(b))

$$d_2 = \sqrt{(x_{B_1} - PM_x)^2 + (y_{B_1} - PM_y)^2 + (z_{B_1} - PM_z)^2} \quad (11)$$

$$\beta = 180^\circ - \left( \cos^{-1} \left( \frac{PM_x - x_{B_1}}{d_2} \right) \right) \times \frac{180^\circ}{\pi} \quad (12)$$

#### Parallel robot dynamic

To position the moving platform of the robot parallel in the angle  $\alpha$ , the displacements of the actuators  $l_2$  and  $l_3$  must move in opposite direction, while the actuator  $l_1$  must remain static (Figure 5(a)). On the other hand, to generate movement with respect to the angle  $\beta$ ,  $l_2$  and  $l_3$  are

displaced toward the same direction and  $l_1$  moves in the opposite direction (Figure 5(b)).

To determine the mathematical modeling, three assumptions are considered: (1) forces of the actuators act vertically, derived that the angles  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  are approximately  $90^\circ$ , (2) inertias of the actuators are negligible, and (3) the viscous damping is neglected.

The dynamic equations of the 3-RPS parallel robot are obtained by applying the Euler-Lagrange equation

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \alpha} &= -F_3 d_3 + F_2 d_2 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{\partial D}{\partial \beta} &= -F_1 d'_1 + F_2 d'_2 + F_3 d'_3 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} + \frac{\partial D}{\partial z} &= F_1 + F_2 + F_3 \end{aligned} \quad (13)$$

where  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $z$  represent the movements of the moving platform;  $F_1, F_2$ , and  $F_3$  represent the forces provided by the actuators. The Lagrangian ( $L$ ) is given by the kinetic energy ( $K$ ) minus the potential energy ( $V$ ), where  $d'_1, d_2, d'_2, d_3$ , and  $d'_3$  are the distances indicated in Figure 5.

The kinetic energy of the moving platform is given by

$$K = \frac{1}{2} J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m v^2 \quad (14)$$

where  $v^2 = \dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2 + \dot{z}_G^2$  and equation (15) are the coordinates to the center of mass of the moving platform. Taking as reference a coordinate system below the center of mass and at the center level of the spherical joints.

$$\begin{aligned} x_G &= l_o \cos \alpha \sin \beta \\ y_G &= -l_o \sin \alpha \\ z_G &= z + l_o \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (15)$$

The potential energy is given by

$$V = mgz_G = mg(z + l_o \cos \alpha \cos \beta) \quad (16)$$

The mathematical model of the moving platform is given by the set of highly nonlinear differential equation (17). To obtain these equations, kinetic energy (14) and potential energy (16) were substituted in the Lagrangian equation (13), which is given by  $L = K - V$ ; later the model was derived to obtain the solution

$$\begin{aligned} (J_x + ml_o^2) \ddot{\alpha} - ml_o \ddot{z} \cos \beta \sin \alpha + ml_o^2 \dot{\beta}^2 \cos \alpha \sin \alpha - mgl_o \sin \alpha \cos \beta &= F_3 d_3 - F_2 d_2 \\ (J_y + ml_o^2 \cos^2 \alpha) \ddot{\beta} - ml_o \ddot{z} \cos \alpha \sin \beta - 2ml_o^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \alpha \sin \alpha - mgl_o \cos \alpha \sin \beta &= -F_1 d'_1 + F_2 d'_2 + F_3 d'_3 \\ m \ddot{z} - ml_o \ddot{\alpha} \cos \beta \sin \alpha - ml_o \ddot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + 2ml_o \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta \sin \alpha - ml_o \cos \alpha \cos \beta (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) &= F_1 + F_2 + F_3 - mg \end{aligned} \quad (17)$$



It can be seen that the mathematical model is highly nonlinear, with coupled terms and multivariable. Although the parallel robot is 3-DOF and there are three force inputs (fully actuated system), for controlling  $\alpha$  or  $\beta$  angles, two or three actuators are required, which indicates that in these coordinates the system is overactuated.

The Lagrangian motion equations of the parallel robot (17) can be represented in the standard form

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (18)$$

where  $M(q)$  is positive-definite inertia matrix,  $C(q, \dot{q})$  is centrifugal and Coriolis term, and  $g(q)$  is gravitational term.

In addition,  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  is an antisymmetric matrix ( $A = -A^T$ ).

#### Algebraic parameters identification

Niu et al.<sup>26</sup> conclude that some control strategies developed for controlling the movement of the parallel manipulator require that the manipulator parameters and the load must be known in advance and many of the control techniques, such as PID and fuzzy logic controllers, do not give satisfactory results in the presence of the parameters uncertainties and the unmodeled dynamic in the movement tracking

of the manipulators. For this reason, it is proposed to implement a methodology for identifying the mass that each actuator should load to control the moving platform. Next, the procedure for applying the algebraic identification is shown.

The mathematical model for each actuator, considering that the mass of the moving platform and the load it will support (helicopter, passengers, load, etc.)  $m_i$ , is described by the following ordinary differential equation

$$m_i \ddot{x}_i = F_i - b_i \dot{x}_i \quad (19)$$

where  $F_i$  is the force provided by the actuator and  $b_i$  is a viscous damping. Applying the Laplace transform

$$m_i(s^2 X(s) - sx(0) - \dot{x}(0))e^{-st_0} = F(s)e^{-st_0} - b_i(sX(s) - (x(0)))e^{-st_0} \quad (20)$$

Deriving twice with respect to  $s$

$$\begin{aligned} m_i \left( 2X(s) + 4 \frac{d}{ds} X(s) + s^2 \frac{d^2}{ds^2} X(s) \right) \\ = \frac{d^2}{ds^2} F(s) - b_i \left( 2 \frac{d}{ds} X(s) + s \frac{d^2}{ds^2} X(s) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Multiplying by  $s^2$  and applying the inverse Laplace transform

$$\begin{aligned} m \left( 2 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 + 4 \int_{t_0}^t x(\sigma_1 - t_0) x(\sigma_1) d\sigma_1 + (t - t_0)^2 x(t) \right) \\ = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0)^2 F(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - 2b_i \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0) x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - b_i \left( \int_{t_0}^t (\sigma_1 - t_0)^2 x(\sigma_1) d\sigma_1 \right) \end{aligned} \quad (22)$$

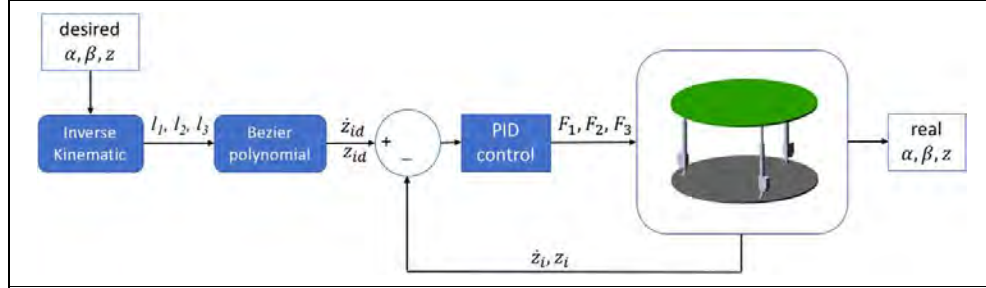
Clearing  $m$  (mass) is given by

$$m = \frac{\int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0)^2 F(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - 2b_i \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0) x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - b_i \left( \int_{t_0}^t (\sigma_1 - t_0)^2 x(\sigma_1) d\sigma_1 \right)}{\left( 2 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 + 4 \int_{t_0}^t x(\sigma_1 - t_0) x(\sigma_1) d\sigma_1 + (t - t_0)^2 x(t) \right)} \quad (23)$$

Expressed of the following form

$$\begin{aligned} m &= \frac{d(t)}{n(t)} \\ n(t) &= 2m \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 + 4m \int_{t_0}^t x(\sigma_1 - t_0) x(\sigma_1) d\sigma_1 + m(t - t_0)^2 x(t) \\ d(t) &= \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0)^2 F(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - 2b_i \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} (\sigma_2 - t_0) x(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 - b_i \left( \int_{t_0}^t (\sigma_1 - t_0)^2 x(\sigma_1) d\sigma_1 \right) \end{aligned} \quad (24)$$





**Figure 6.** PID-type controller diagram with the virtual prototype. PID: proportional–integral–derivative.

### Control

For the mathematical model of the actuator, it is considered to provide the force  $F_i$  that should move a mass  $m_i$  at a distance  $z_i$ . In this analysis, viscous damping  $b_i$  and a constant perturbation  $P_i$  are considered. The disturbance represents part of the weight that each actuator of the parallel robot must support, which is unknown.

The mathematical model can be obtained by applying Newton's second law, which is given by

$$m_i \ddot{z}_i = F_i - b_i \dot{z}_i + P_i \quad (25)$$

where the subscript  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) corresponds to the number of parallel robot actuators.

Next, the following PID-type controller is proposed for the desired position trajectory tracking of the moving platform

$$F_i = m_i \left( \ddot{z}_{id} - k_d(\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) - k_p(z_i - z_{id}) - k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt \right) + b_i \dot{z}_i \quad (26)$$

By replacing equation (26) in equation (25), it results

$$\ddot{z}_i - \ddot{z}_{id} + k_d(\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) + k_p(z_i - z_{id}) + k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (27)$$

The use of this controller produces the following closed-loop dynamic for the path-tracking error given by  $e = z_i - z_{id}$

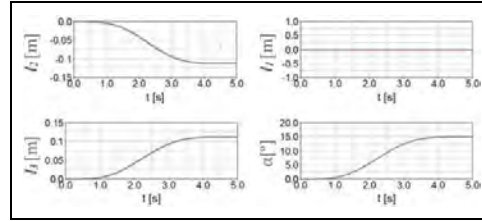
$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} \int e dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (28)$$

Taking the first derivative with respect to time

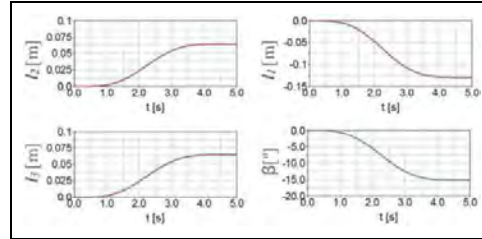
$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} e = 0 \quad (29)$$

The controller gain  $k_p$ ,  $k_{id}$ , and  $k_d$  was selected so that the associated characteristic polynomial for equation (29) be Hurwitz; one guarantees that the error dynamics be globally asymptotically stable

$$(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + p), \quad \zeta = 0.7, \omega_n = 10, p = 8 \quad (30)$$



**Figure 7.** Simulation results for the  $\alpha = 15^\circ$  and displacements in actuators.



**Figure 8.** Simulation results for the  $\beta = -15^\circ$  and displacements in actuators.

The PID-type controller is a decentralized uncoordinated control strategy relying on the measured error between the desired and the actual position of the actuator hinge.

The desired position trajectory is given by the following Bézier polynomial

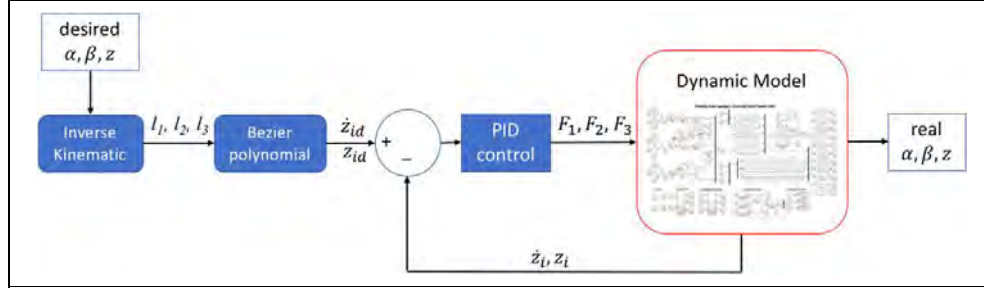
$$z_{id}(t) = z_i + (z_f - z_i) \sigma(t, t_i, t_f) \mu_p^5$$

$$\sigma(t, t_i, t_f) = \gamma_1 - \gamma_2 \mu_p + \gamma_3 \mu_p^2 - \dots + \gamma_6 \mu_p^5 \quad (31)$$

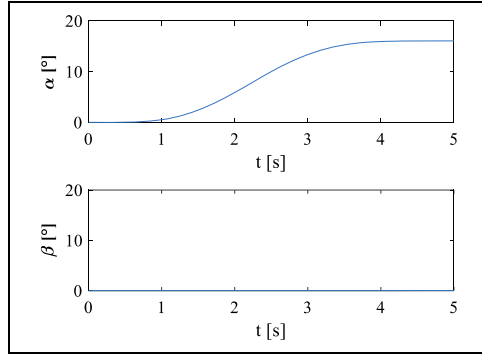
$$\mu_p = \frac{t - t_i}{t_f - t_i}$$

where  $z_o = z(t_o)$  and  $z_f = z(t_f)$  are the initial and final desired positions, so that the base of the moving platform starts from an initial position and goes to a final position with a smooth change, so that

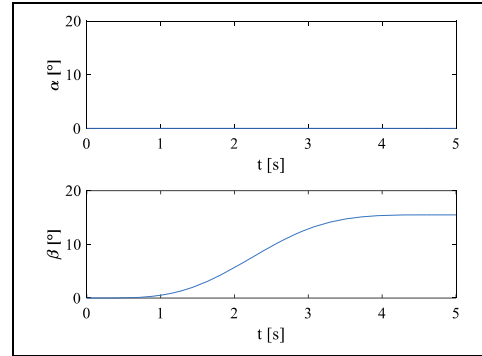




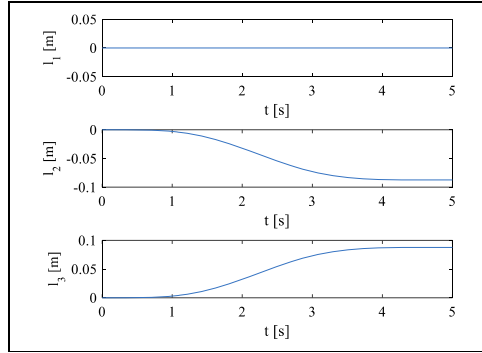
**Figure 9.** PID-type controller diagram with the mathematical model. PID: proportional–integral–derivative.



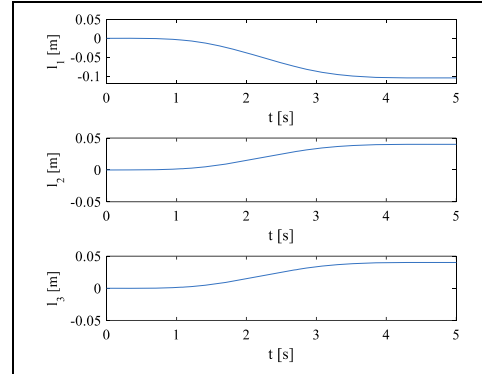
**Figure 10.** Response for  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 0^\circ$ .



**Figure 12.** Response for a desired angle of  $\alpha = 0^\circ$  and  $\beta = 15^\circ$ .



**Figure 11.** Response of the displacements of actuators for  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 0^\circ$ .



**Figure 13.** Displacements of actuators for  $\alpha = 0^\circ$  and  $\beta = 15^\circ$ .

$$z_{id}(t) = \begin{cases} z_i & 0 \leq t < t_i \\ \sigma(t, t_i, t_f)z_f & t_i \leq t < t_f \\ z_f & t > t_f \end{cases} \quad (32)$$

The parameters of the polynomial are  $\gamma_1 = 252$ ,  $\gamma_2 = 1050$ ,  $\gamma_3 = 1800$ ,  $\gamma_4 = 1575$ ,  $\gamma_5 = 700$ ,  $\gamma_6 = 126$ .

Figure 6 shows the control diagram implemented in the virtual prototype. It can be seen in the diagram that the input is the desired position, in this case, the angles  $\alpha$  and



$\beta$  and the displacement along the  $z$ -axis. Subsequently, the actuator lengths are obtained through the inverse kinematics and are used to define the desired trajectories (Bézier polynomial). Finally, the desired position and

speed are compared with the real ones so that the PID-type controller is calculated, in order to send the control signal (control force) to the virtual prototype.

## Simulation results

### Virtual prototype and PID-type controller

Some simulations were carried out with the virtual prototype of the parallel robot in the MD Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems (ADAMS) software to verify the performance of the PID controller (see Figures 7 and 8).

In Figure 7, angular response of  $\alpha$  is shown. The moving platform rotates around the  $x$ -axis (Figure 5(a)); this movement is obtained only by the displacement of the actuators 2 ( $l_2$ ) and 3 ( $l_3$ ) in the opposite direction. It can be seen that the displacements of the actuators are smooth to get the orientation of the moving platform ( $\alpha = 15^\circ$ ).

Figure 8 shows the angular response of  $\beta$ . It can be seen that a smooth trajectory from  $0^\circ$  to  $15^\circ$  is obtained on the moving platform. For this movement, displacements of 0.0648 m are required in  $l_2$  and  $l_3$  and  $-0.1291$  m for  $l_1$  (see Figure 8).

### Dynamic model with prototype virtual simulations

Figure 9 shows the diagram of the dynamic model implemented in Simulink with the PID-type controller. The simulation results shown in Figures 10 and 11 are similar to Figure 7.

The response to position the moving platform at an angle of  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 0^\circ$  is shown in Figure 10, using the control (26) and the dynamic model of the parallel robot (17). In Figure 11, the response of the displacement that the actuators must have to achieve the desired angle is shown. In this case, the actuator  $l_1$  should not have displacement (see Figure 5(a)),  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 0^\circ$ .

The response of the moving platform for  $\alpha = 0^\circ$  and  $\beta = 15^\circ$  is shown in Figure 12. Figure 13 shows the response of the displacements of actuators to achieve the

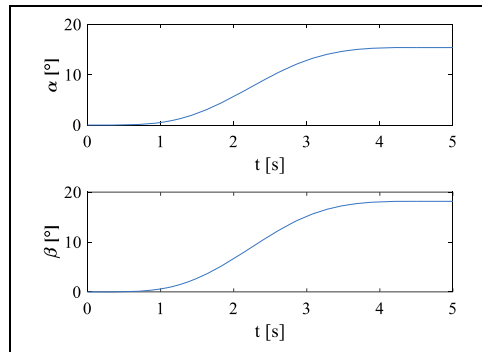


Figure 14. Response for a desired angle of  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 15^\circ$ .

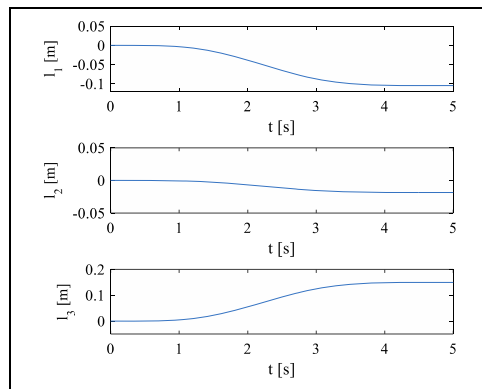


Figure 15. Displacements of actuators for  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 15^\circ$ .

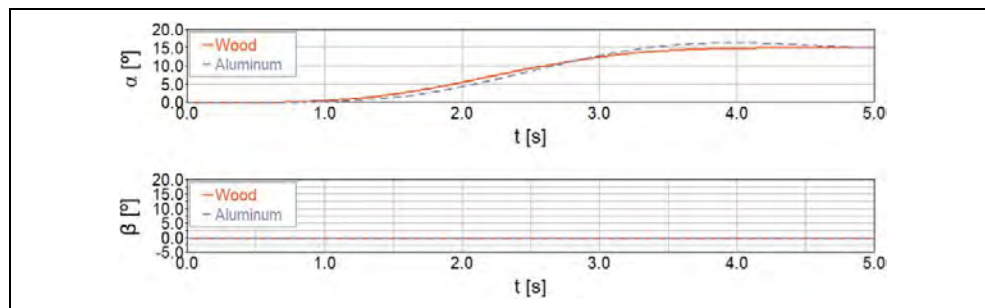


Figure 16. Angles moving platform for material of wood and aluminum.



desired angle. In this case, the length of the actuator  $l_1$  must be negative and the lengths of the actuators  $l_2$  and  $l_3$  should have a positive value (see Figure 5(b)).

In Figure 14, the response of the moving platform for  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 15^\circ$  is shown. In Figure 15, the response of the displacements of actuators to achieve the desired angle is shown.

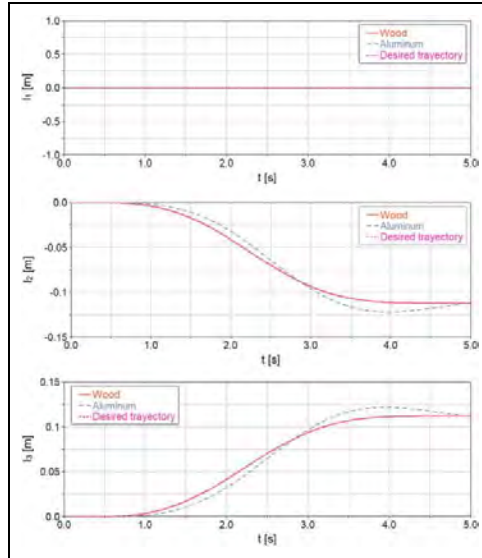
Figure 16 shows the simulation results for  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 0^\circ$ , using the virtual prototype of the 3-RPS parallel robot considering two different materials in the moving platform, which are wood and aluminum. As can be seen in Figure 16, the response considering the moving platform of wood, the controller tries to bring the platform to

$\alpha = 15^\circ$ . However, when modifying the weight in the moving platform (aluminum), there is an error between the real and desired trajectory due to the controller parametric uncertainty.

In Figure 17, the displacements of the actuators  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  are shown. As can be seen in the displacements  $l_2$  and  $l_3$  for moving platform of wood, the actuators follow the desired trajectory. However, modifying the material of the moving platform by aluminum, the displacements of the actuators presented an error with respect to the desired trajectory.

Figure 18 shows the simulation results for  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$  and displacement in  $z = 0.7256$  m obtained from the simulation of the 3-RPS parallel robot for two different materials of the moving platform, which are wood and aluminum.

Figure 19 shows the displacements of the actuators  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ , as a result of moving the platform on the z-axis. As can be observed in the displacements  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  when simulating the moving platform made of wood, the actuators follow the desired trajectory; however, when changing the material of the moving platform by aluminum, the displacement of the actuators changes with respect to the desired trajectory. As can be seen when comparing the values of the simulation with wood and with aluminum between more load is added to the parallel robot, the variation will be greater with respect to the desired trajectory.

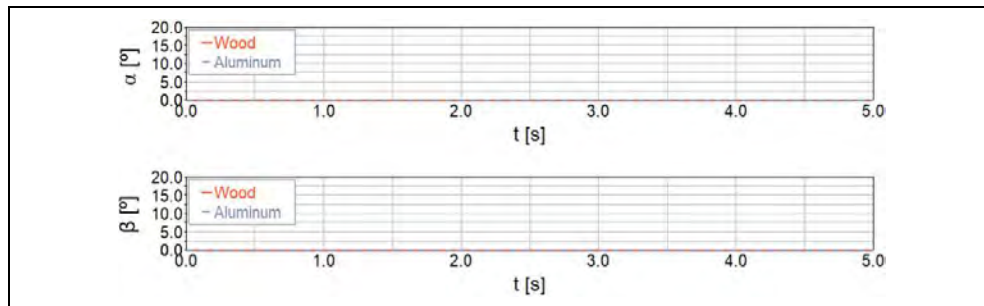


**Figure 17.** Displacements of actuators for the moving platform of wood and aluminum.

#### Algebraic parameters identification simulation

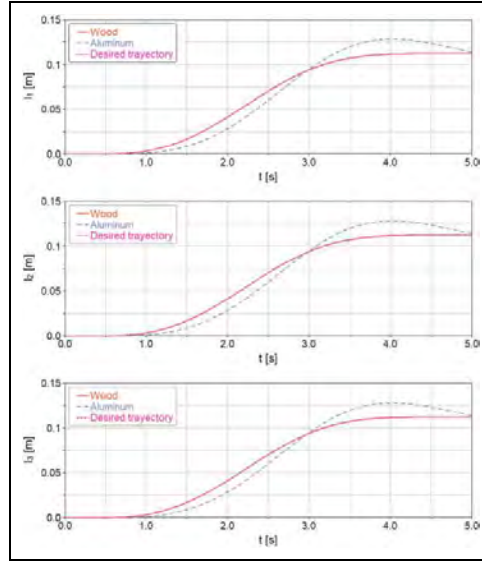
According to Figures 16 to 19, it was observed that the controller does not follow the trajectory because of parametric uncertainty. Therefore, the algebraic identification was implemented to feedback the controller and, in this way, if any load is placed on the moving platform, the controller will have the correct value of mass. Through the algebraic identification, the values of the (mass) used in the control of the actuators were obtained (Figure 20).

Simulation results of the parameters identification were performed in co-simulation with ADAMS and Simulink.

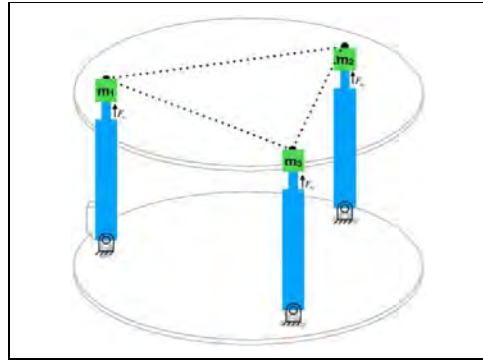


**Figure 18.**  $\alpha$  and  $\beta$  angles in the moving platform made of wood and aluminum.





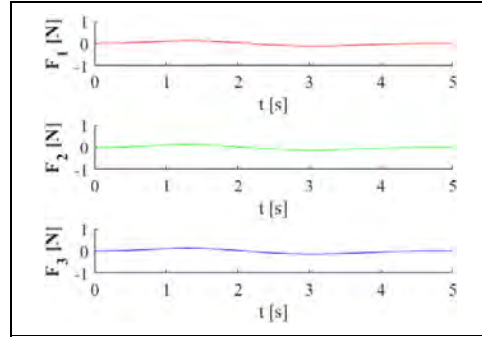
**Figure 19.** Displacements of actuators ( $z_{1d} = z_{2d} = z_{3d} = 0.7256$  m) for the moving platform of wood and aluminum.



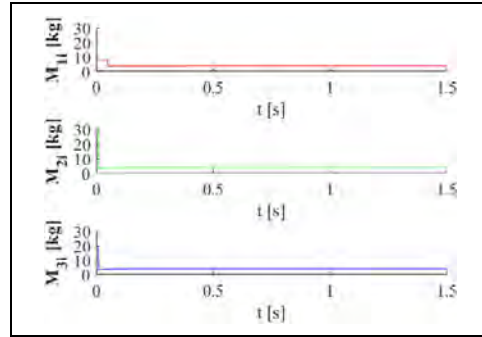
**Figure 20.** Distribution of the moving platform mass in the three actuators.

The moving platform mass is 9 kg (wood material), in the controller of each actuator was placed a mass of 3.0802 kg. Therefore, the force obtained from the controller is shown in Figure 21.

The mass values that were placed in the identifier as initial value were  $m_1 = 8$  kg,  $m_2 = 30$  kg, and  $m_3 = 20$  kg, as shown in Figure 22; the identification in the algebraic is able to determine the value of the mass that each actuator must compensate which is approximately 3 kg.



**Figure 21.** Response of actuators  $F_1, F_2, F_3$  to move the moving platform of wood material.



**Figure 22.** Mass algebraic identification of actuators (wood material).

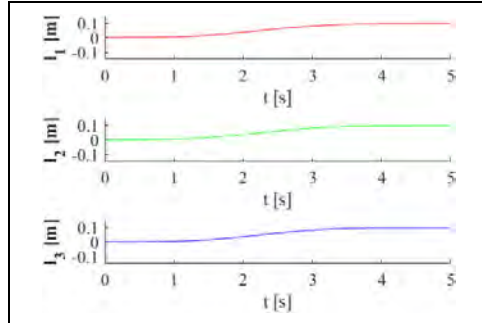
The displacement of the actuators is shown in Figure 23; since the angles  $\alpha$  and  $\beta$  are equal to zero, the displacement was only carried out on the z-axis.

In Figure 24, the response of the algebraic identification can be appreciated; in this case, the material of the platform was changed by aluminum, moving platform weight is 56.0994 kg. Here it is clear how the mass parameter identification is quickly performed and it is almost exact with respect to the real parameter in the virtual prototype.

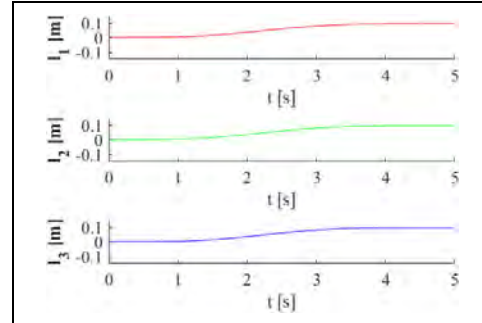
The response of the control force (26) and the corresponding displacement of the actuators are shown in Figures 25 and 26, respectively. The angles  $\alpha$  and  $\beta$  are equal to zero, because the moving platform displacement was only carried out on the z-axis.

As can be observed in the simulations with the algebraic identification (Figures 21 to 26), the controller responds appropriately since it is able to estimate the mass of the platform. It is important to mention that these simulations were done by moving the platform over the z-axis, in order to corroborate that the algebraic identification is working

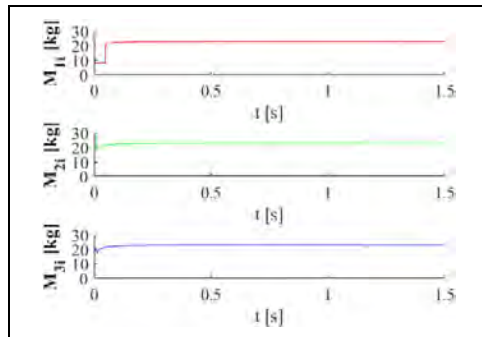




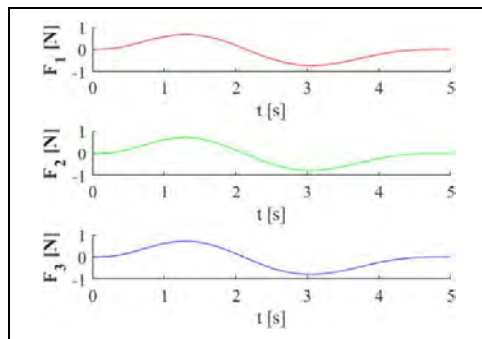
**Figure 23.** Displacement response of actuators  $l_1, l_2, l_3$ .



**Figure 26.** Displacement response of actuators  $l_1, l_2, l_3$ .



**Figure 24.** Mass algebraic identification of actuators (aluminum material).



**Figure 25.** Response of actuators  $F_1, F_2, F_3$  to move the moving platform of aluminum material.

properly. However, if the platform changes position, that is, the actuators move differently, the mass will vary in each actuator, but the identifier will estimate the mass according to the position of the platform.

A scale prototype is being constructed to validate the kinematics, dynamics, and control strategies, in which the Max Jac Thomson Linear Actuators MX24-B8M30E1 were selected based on the results presented in this article.

## Conclusion

This article presents a 3-RPS parallel robot, which has the characteristic of having two actuators directed to the same axis and not to the center as the known 3-RPS robots and a third actuator directed to the center of the platform. A PID-type controller is proposed for positioning the moving platform in a desired orientation, which is based on determining the lengths of the actuators considering the kinematic model and thus achieve the position desired on the moving platform of the parallel robot. The simulation results obtained from the virtual prototype in MSC ADAMS, the kinematic and dynamic models show a good approximation, and the position of the moving platform is controlled. Coupled with this, the implementation of parameters identification helped to improve the response of the controller. Without this data, it is not possible to obtain the desired response if the weight of the moving platform is modified.


## Declaration of conflicting interests

The author(s) declared no potential conflicts of interest with respect to the research, authorship, and/or publication of this article.

## Funding

The author(s) disclosed receipt of the following financial support for the research, authorship, and/or publication of this article: This work was supported by grants of the Tecnológico Nacional de México through Fortalecimiento a Cuerpos Académicos with the project "Diseño y construcción de un robot paralelo para el anaveaje", IDCA 24320, CENIDET-CA-16.

## ORCID iD

NC Ruiz-Hidalgo  <https://orcid.org/0000-0003-2127-1283>



## References

- Merlet JP. *Parallel Robot, Second*. Netherlands: Springer, 2006.
- Zhang J, Yu H, Gao F, et al. Application of a novel 6-DOF parallel robot with redundant actuation for earthquake simulation. In: *IEEE international conference on robotics and biomimetics*, Tianjin, China, 14–18 December 2010, pp. 513–518.
- Elias Giordano D, Barriga Gamarra B, and Sevillano Ganiza G. Sistema mecánico de un simulador de marcha del tipo pie plataforma. *VII Congr Bolív Ing Mec*, Cusco, Perú, 23–25 October 2012.
- Celi R, Sempértgui A, Morocho D, et al. Study, design and construction of a 3D printer implemented through a delta robot. In: *Chilean conference on electrical, electronics engineering, information and communication technologies (CHILECON)*, Santiago, Chile, 28–30 October 2015.
- Ayas MS and Altas IH. A redundantly actuated ankle rehabilitation robot and its control strategies. In: *2016 IEEE symposium series on computational intelligence (SSCI)*, Athens, Greece, 6–9 December 2016, pp. 1–7.
- Jamwal PK, Xie SQ, Hussain S, et al. An adaptive wearable parallel robot for the treatment of ankle injuries. *IEEE/ASME transactions on mechatronics* 2014; 19(1): 64–75.
- Tanev TK. Minimally-invasive-surgery parallel robot with non-identical limbs. In: *MESA 2014 - 10th IEEE/ASME International Conference Mechatron Embed System Application Conference Proceeding*, Senigallia, Italy, 10–12 September 2014, pp. 1–6.
- Ibrahim K, Ramadan A, Fanni M, et al. Development of a new 4-DOF endoscopic parallel manipulator based on screw theory for laparoscopic surgery. *Mechatronics* 2015; 28: 4–17.
- Chablat D, Jha R, Rouillier F, et al. Workspace and joint space analysis of the 3-RPS parallel robot. *ASME 2014 international design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference*, 2014; 5A: 1–10.
- Kao CC, Wu SL, and Fung RF. The 3RPS parallel manipulator motion control in the neighborhood of singularities. *Proceedings of the International Symposium on Industrial Electronics, Mechatronics and Applications* 2007; 1: 165–179.
- Taherifar A, Salarieh H, Alasty A, et al. Inverse and forward dynamics of N-3RPS manipulator with lockable joints. *Robotica* 2016; 34(6): 1383–1402.
- Zubizarreta A, Larrea M, Irigoyen E, et al. Real time direct kinematic problem computation of the 3PRS robot using neural networks. *Neurocomputing* 2018; 271: 104–114.
- Zubizarreta A, Marcos M, Cabanes I, et al. Redundant sensor based control of the 3RRR parallel robot. *Mechanism and Machine Theory* 2012; 1(54): 1–17.
- Verdeş D, Stan SD, Manic M, et al. Kinematics analysis, workspace, design and control of 3-RPS and TRIGLIDE medical parallel robots. In: *2009 2nd conference on human system interactions*, Catania, Italy, 21–23 May 2009, pp. 103–108.
- Chiacchio P, Pierrot F, Sciavicco L, et al. Robust design of independent joint controllers with experimentation on a high-speed parallel robot. *IEEE Trans Ind Electron* 1993; 40(4): 393–403.
- Hebertt SR, Rodríguez CG, Romero JC, et al. *Algebraic Identification and estimation methods in feedback control systems 2014*. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, Springer, 2014.
- Ruiz-Hidalgo NC, Blanco-Ortega A, Abúndez-Pliego A, et al. Design and control of a novel 3-DOF parallel robot. In: *2016 international conference on mechatronics, electronics and automotive engineering (ICMEAE)*, Cuernavaca, Mexico, 22–25 November 2016, pp. 66–71.
- Tsagarakis NG, Dai JS, Caldwell DG, et al. A High-performance redundantly actuated parallel mechanism for ankle rehabilitation. 2009; 7–12.
- Jiayin X and Yi L. Computer simulation for a real-time process of machining on a 3D free surface by using a spatial 3-UPRR parallel robot. In: *2008 International Conference on Computer and Electrical Engineering*, Phuket, Thailand, 20–22 December 2008, pp. 470–474.
- Izaguirre E, Hernández L, Rubio E, et al. Control desacoplado de plataforma neumática de 3-GDL utilizada como simulador de movimiento. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)* 2011; 8(4): 345–356.
- Tai-ke YAO, Xi Z, Feng Z, et al. Accuracy synthesis of a 3-RPS parallel robot based on manufacturing costs. In: *31st Chinese Control Conference*, Hefei, China, 25–27 July 2012, pp. 5168–5172.
- Rad CR, Manic M, Balan R, et al. Real time evaluation of inverse kinematics for a 3-RPS medical parallel robot using dSpace platform. In: *3rd International Conference on Human System Interaction*, Rzeszow, Poland, 13–15 May 2010, pp. 48–53.
- Yu L, Zhang L, Zhang N, et al. Kinematics simulation and analysis of 3-RPS parallel robot on SimMechanics. In: *2010 IEEE international conference information. Automation ICIA 2010*, Harbin, China, 20–23 June 2010, pp.2363–2367.
- Li B, Li Y, and Zhao X. Kinematics analysis of a novel over-constrained three degree-of-freedom spatial parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory* 2016; 104: 222–233.
- Ruiz Hidalgo NC, Blanco Ortega A, Abúndez Pliego A, et al. Dinámica y control de un robot paralelo 3-RPS. *Pistas Educativas* 2017; 39(125): 518–542.
- Niu XM, Gao GQ, Liu XJ, et al. Dynamics and control of a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy. *International Journal of Automation and Computing* 2013; 10(6): 552–562.



D.2 Artículo de revista arbitrada

---

*Pistas Educativas*, No. 125, octubre 2017, México, Tecnológico Nacional de México en Celaya

---

## **DINÁMICA Y CONTROL DE UN ROBOT PARALELO 3-RPS**

***Norma Celeste Ruiz Hidalgo***

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
*celesterh@cenidet.edu.mx*

***Andrés Blanco Ortega***

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
*andres.blanco@cenidet.edu.mx*

***Arturo Abúndez Pliego***

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
*abundez@cenidet.edu.mx*

***Jorge Colín Ocampo***

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
*jcolin@cenidet.edu.mx*

***Wilberth Melchor Alcocer Rosado***

Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
*wilberth@cenidet.edu.mx*

***Manuel Arias Montiel***

Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM)  
*mam@mixteco.utm.mx*

### **Resumen**

En el presente artículo se propone una nueva configuración de un robot paralelo de 3 grados de libertad (gdl) con configuración revoluta-prismática-esférica (RPS), el cual genera 2 movimientos de rotación y uno de traslación. La diferencia respecto a los robots paralelos 3-RPS que se han propuesto radica en la orientación de los actuadores. Por otra parte, se presenta el análisis cinemático inverso y directo, así como un modelo matemático dinámico aproximado. Se

---

**Pistas Educativas Vol. 39 - ISSN: 2448-847X**  
**Reserva de derechos al uso exclusivo No. 04-2016-120613261600-203**  
**<http://itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas>**

~518~



presentan algunos resultados de simulación para validar los modelos matemáticos obtenidos.

**Palabra(s) Clave:** Cinemática inversa, configuración RPS, modelo dinámico, Robot Paralelo.

### **Abstract**

*In this paper, a new configuration of a parallel robot of 3 degrees of freedom (DOF) with revolute-prismatic-spherical (RPS) configuration is proposed, which generates 2 movements of rotation and one of translation. The difference with regard to the parallel robots 3-RPS that have been proposed lies in the orientation of the actuators. On the other hand, the inverse and direct kinematic analysis, as well as an approximate dynamic mathematical model is presented. Some simulation results are presented to validate the mathematical models obtained.*

**Keywords:** *Dynamic model, inverse kinematics, parallel robot, RPS configuration*

### **1. Introducción**

Los robots han ido incorporándose en la vida del ser humano, supliendo tareas que el mismo solía hacer como trabajos repetitivos y peligrosos, así como en áreas que se necesita una alta precisión o existe un tiempo límite. Además, los robots son capaces de soportar cargas grandes y adaptarse a diferentes tareas modificando el código de programación que rige los movimientos del robot. De tal forma, que los robots se están empleando en diferentes campos tales como: exploraciones espaciales, cirugías remotas y rehabilitación para pacientes con discapacidad motora, simuladores de vuelo para el entrenamiento de pilotos (aviones, helicópteros, camiones pesados), simuladores de marcha humana, entre otros. De acuerdo con [12], los robots se clasifican en seriales y paralelos. Los robots seriales están formados por una cadena cinemática abierta, lo que les da la ventaja de tener más espacio de trabajo en relación con robots paralelos. Sin embargo, un robot paralelo se define como un mecanismo de cadena cinemática estrecha con configuración basada en dos plataformas, una fija y una móvil, este último también conocido como efector final o plataforma móvil.



El efector final se une a la base a través de cadenas cinemáticas independientes, que tienden a ser simétricas y se unen a la plataforma a través de diferentes tipos de articulaciones, tales como prismáticas, rotacionales, universales y esféricas.

El primer robot paralelo del cual se tiene registro es una plataforma sobre la cual se encontraban colocados los asientos de un teatro con el fin de introducir un movimiento que diese una apariencia más real al espectáculo, el cual fue patentado por James E. Gwinett en el año 1931, sin embargo de acuerdo a la información existente el mecanismo no llegó a construirse [5].

En 1940, Willard L.V. Pollard presentó un robot de 5 grados de libertad (gdl) el cual estaba destinado a operaciones de pintura con spray. El robot consistía en tres brazos de dos eslabones cada uno. Los eslabones estaban unidos mediante juntas universales. Los tres actuadores de la base comandaban la posición de la herramienta, mientras que la orientación era proporcionada por otros dos actuadores situados en la base y que transmitían el movimiento a la herramienta mediante la rotación proporcionada a unos cables flexibles [14].

Poco tiempo después, en 1947 el Dr. Gough diseñó una plataforma probablemente la más conocida de todas, la cual consistía en un hexápodo con lados de longitud variable con el objetivo de realizar pruebas a neumáticos, bajo cargas aplicadas en diferentes ejes [4]. Stewart, presentó el diseño de una plataforma móvil de seis grados de libertad, para generar movimiento en el espacio con el objetivo de ser utilizada como simulador de vuelo [19]. Paralelamente, en 1967 el ingeniero Klaus Cappel patentó una plataforma similar como simulador de movimiento, el cual está basado en un hexápodo [2].

Hunt, sugirió que los mecanismos actuados de forma paralela de los simuladores de vuelo se usarán como robots manipuladores, y a su vez enfatizó que los manipuladores paralelos requerían un estudio más profundo de acuerdo con las ventajas que estos presentaban en cuanto a rigidez y precisión en contraste a los robots seriales. A la vez Hunt propuso un manipulador paralelo 6-RUS (Revoluta-Universal-Esférica) con seis grados de libertad accionado por actuadores giratorios en 1983 [6].



En 1979, McCallion y Pham propusieron utilizar la plataforma Stewart como un robot paralelo dentro de una célula de ensamble robotizada, debido a que la posición del efector final es mucho menos sensible a los errores de los sensores articulares que poseen los robots en serie. La gran rigidez que presenta este tipo de manipuladores paralelos asegura que las deformaciones de los actuadores sean mínimas, lo cual contribuye a la precisión en el posicionamiento del manipulador [McCallion, 1979].

En los robots paralelos se busca tener un mayor número de grados de libertad (gdl), pues con ello se logra un mayor espacio de trabajo, por lo que normalmente son mecanismos de 5 o 6 gdl, pero los robots paralelos de 3 gdl pueden ser considerablemente más ligeros, por lo cual existen diferentes tipos de robots clasificados de acuerdo con sus grados de libertad. Existen otros robots de 6 grados de libertad, aparte de los mencionados anteriormente, los cuales son mencionados a continuación:

El robot Hexa, es un robot completamente paralelo formado por 6 cadenas cinemáticas RSS que unen una base fija a un elemento terminal, el cual surge como una generalización del robot Delta, lo que hace posible que cada una de las cadenas de los paralelogramos que forman parte de este último puedan moverse de forma independiente [21].

El robot tipo Delta es uno de los robots más conocidos en diferentes campos, patentado por R. Clavel, este robot posee 3 gdl de traslación, el cual se compone de tres cadenas idénticas con la estructura paralelogramo y accionado por 3 motores rotativos. El robot Delta ha sido empleado en diversas aplicaciones como en la industria alimentaria o en el área de cirugía, en lo que respecta al campo de la medicina. En cuanto a la aceleración, es capaz de soportar cargas ligeras (alrededor de 1 kg) desplazándose a aceleraciones de 12 g en aplicaciones reales y hasta 20 g en condiciones experimentales [3]. En [8], se presenta un robot paralelo de 3 gdl, el cual presenta un carácter altamente acoplado. La aplicación constituye un simulador de movimiento, donde la pose deseada de la plataforma móvil es dada en el espacio de tareas; luego es necesario transformar las variables en el espacio cartesiano a los correspondientes valores articulares



mediante las ecuaciones de la cinemática inversa y gracias a ello poder implementar un control desacoplado articular, donde, controlando la posición de cada actuador por separado se tendrá el efecto deseado sobre la pose del elemento terminal.

Existen robots paralelos de 3 gdl con cierta configuración [1,18], donde los actuadores están situados hacia el interior, en oposición a la plataforma propuesta en la que los actuadores están orientados de forma diferente, figura 1.

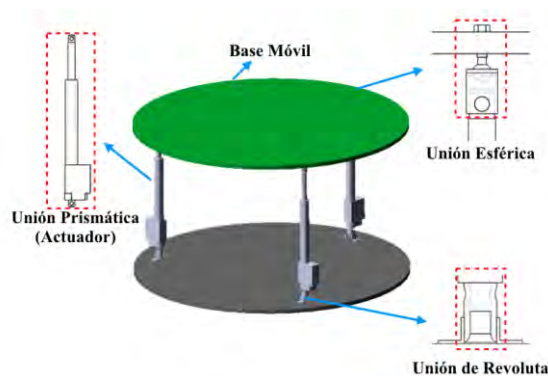


Figura 1 Configuración del robot paralelo 3-RPS.

El control en los robots paralelos es algo complejo, de acuerdo con [24], los mejores enfoques de control requieren modelos dinámicos que son difíciles de derivar y pueden requerir un esfuerzo computacional importante que hace difícil implementarlos en tiempo real. Para lograr una respuesta deseada en el control, los métodos de control más avanzados sólo consideran uniones activas, como consecuencia el movimiento de las demás articulaciones del mecanismo debe ser estimado por el modelo cinemático. Lo cual, da como resultado que la posición final del efector se base en la precisión del modelo y la identificación de los parámetros.

En [22], utilizan un robot con 3 grados de libertad, 2 grados de rotación y uno de traslación, emplean un control por conjuntos, es decir, utilizan como entradas del algoritmo la diferencia de los ángulos calculados por medio de las ecuaciones de



la cinemática inversa y el valor de los sensores. El control PD (Proporcional - Derivativo) es una estrategia de control descentralizada y no coordinada que depende del error medido entre la posición deseada y la posición real.

En [13], menciona que algunas estrategias de control desarrolladas para controlar el movimiento del manipulador paralelo requieren que los parámetros del manipulador y la carga sean conocidos de antemano y muchas de las técnicas de control, tales como el control proporcional integral derivativo (PID) y el control de la lógica difusa, no dan resultados satisfactorios en presencia de las incertidumbres de parámetros y la dinámica no modelada en el seguimiento de movimiento de los manipuladores.

## **2. Métodos**

### **Diseño del Robot Paralelo**

Se realizó el diseño de una nueva estructura del robot paralelo 3-RPS. El prototipo virtual (figura 1) fue realizado en Solidworks®, el cual está conformado por 3 actuadores eléctricos, 3 uniones de revoluta, 3 uniones esféricas, así como una plataforma móvil y fija. De acuerdo con la figura 1, se plantea una nueva configuración del robot paralelo, la cual consiste en que dos de los actuadores se encuentran en posición opuesta, lo cual da como resultado que los ejes de las articulaciones de revoluta sean paralelos; sin embargo, el actuador restante está orientado a 0°, o mejor dicho el eje de la articulación de revoluta está girado 90° con respecto o en relación con los otros actuadores.

Los robots paralelos propuestos por otros autores tienen los actuadores orientados hacia el centro, lo cual genera singularidades, debido que al activar los tres actuadores al mismo tiempo los mecanismos se bloquean, encontrándose el problema en la orientación de los actuadores hacia el centro [8,9,15,20,17].

### **Análisis Geométrico y Cinemática Inversa**

El diseño del modelo geométrico espacial del robot paralelo de configuración 3-RPS es propuesto, figura 2. En [16], se publicaron las ecuaciones y resultados de la cinemática inversa.



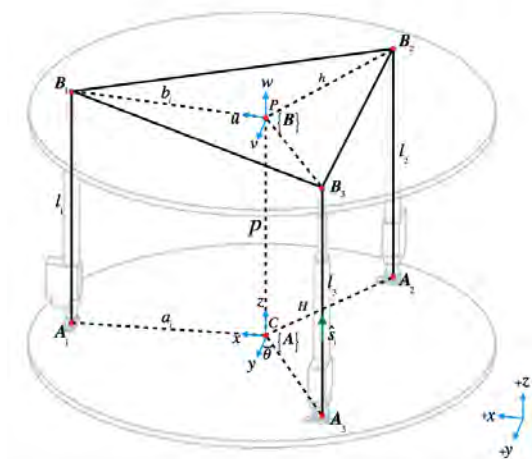


Figura 2 Modelo Geométrico del robot paralelo 3-RPS.

Los parámetros cinemáticos son definidos con ecuación 1.

$$H = \|CA_i\|, h = \|PB_i\|, p = \|CP\| \quad (1)$$

La posición del centro de la plataforma móvil es definida por ecuación 2.

$$P = p[\sin \beta \quad -\cos \beta \sin \alpha \quad \cos \beta \cos \alpha]^T \quad (2)$$

La orientación de la plataforma móvil con respecto a la plataforma fija se define mediante la matriz de rotación  ${}^A R_B$  ecuación 3.:

$$R_{uvw} = R_u(\alpha)R_v(\beta)R_w(\gamma) \quad (3)$$

Las longitudes de los actuadores  $l_i$  son determinadas mediante la ecuación 4 de cierre de circuito.

$$L_i = l_i S_i = {}^A P + {}^A R_B \cdot a_i \quad (4)$$

Los parámetros del robot paralelo son:  $p = 0.6131 \text{ m}$ ,  $H = h = 0.5013 \text{ m}$ ,  $\theta = 60^\circ$ .

En la figura 3, los vectores  $a_i$  y  $b_i$  denotan los puntos del centro de la plataforma a los extremos de los actuadores  $(A_i, B_i)$ , en ambos marcos: fijo y móvil, respectivamente.



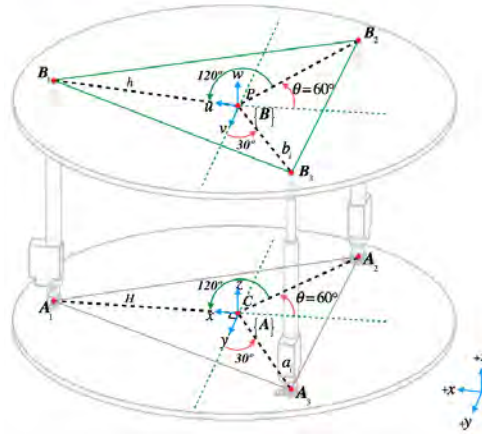


Figura 3 Geometría de la plataforma móvil y fija del robot paralelo.

Las ecuaciones 5 y 6 son las que rigen el movimiento de cada actuador de acuerdo con la cinemática inversa.

$$k_1 = b^2, k_2 = H^2, k_3 = p^2, k_4 = -2HP, k_5 = -2Hh \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l_1^2 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4(\sin \beta) + k_5(\cos \beta) \\ l_2^2 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4(\cos \beta \sin \alpha \sin \theta - \sin \beta \cos \theta) + \\ \quad k_5(\cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta + \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta) \\ l_3^2 = k_1 + k_2 + k_3 - k_4(\cos \beta \sin \alpha \sin \theta + \sin \beta \cos \theta) + \\ \quad k_5(\cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta - \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \sin \theta) \end{array} \right. \quad (6)$$

### Cinemática Directa

La cinemática directa del robot paralelo se obtuvo con el fin de encontrar la orientación de la plataforma móvil considerando los valores obtenidos de la cinemática inversa  $l_1, l_2, l_3$  y los parámetros cinemáticos. Las ecuaciones obtenidas se resolvieron a través del método numérico Newton-Kantorovich. Posteriormente, tomando en cuenta los valores obtenidos del método numérico, se procedió a realizar algunos cálculos geométricos para obtener los ángulos de la plataforma móvil  $\alpha$  y  $\beta$ .



Para realizar el análisis cinemático directo se consideró la siguiente estructura 3-RPS, figura 4.

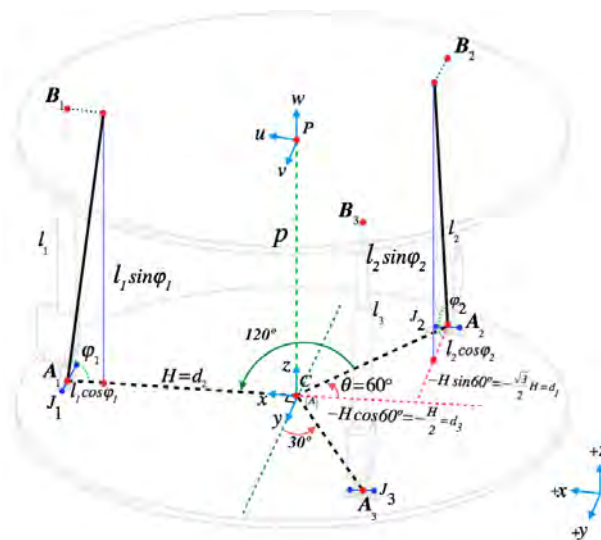


Figura 4 Determinación de los ángulos de la plataforma móvil.

Los ángulos que se forman entre  $l_1, l_2, l_3$  y la plataforma fija se definen como  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , respectivamente. Por otra parte,  $J_1, J_2, J_3$  representan las uniones de revoluta, así como la orientación con respecto al centro de la plataforma fija, con el fin de apreciar claramente la ubicación de los actuadores y la forma sobre cómo se realizó el análisis geométrico para obtener las coordenadas posteriormente mencionadas. Puesto que la longitud de cada lado de la plataforma móvil es igual a  $\sqrt{3}h$ , se puede escribir que  $|B_1B_2| = |B_2B_3| = |B_3B_1| = \sqrt{3}h$ , por lo tanto, el modelo matemático es introducido por el conjunto de ecuaciones 7.

$$\begin{cases} (x_{B_1} - x_{B_2})^2 + (y_{B_1} - y_{B_2})^2 + (z_{B_1} - z_{B_2})^2 = 3h^2 \\ (x_{B_2} - x_{B_3})^2 + (y_{B_2} - y_{B_3})^2 + (z_{B_2} - z_{B_3})^2 = 3h^2 \\ (x_{B_3} - x_{B_1})^2 + (y_{B_3} - y_{B_1})^2 + (z_{B_3} - z_{B_1})^2 = 3h^2 \end{cases} \quad (7)$$



Retomando la figura 4, se puede determinar las coordenadas de los puntos  $B_i (i = 1, 2, 3)$ . La ecuación 8 muestra las coordenadas de  $B_i$

$$\begin{array}{lcl}
 & x & y & z \\
 B_1 & x_{B_1} = H \cdot l_1 \cos \varphi_1 & y_{B_1} = 0 & z_{B_1} = l_1 \sin \varphi_1 \\
 B_2 & x_{B_2} = -\frac{1}{2}H & y_{B_2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}H + l_2 \cos \varphi_2 & z_{B_2} = l_2 \sin \varphi_2 \\
 B_3 & x_{B_3} = -\frac{1}{2}H & y_{B_3} = \frac{\sqrt{3}}{2}H + l_3 \cos \varphi_3 & z_{B_3} = l_3 \sin \varphi_3
 \end{array} \quad (8)$$

Al sustituir las coordenadas de  $B_i$  (ecuación 8) en ecuación 7 se determina el modelo matemático como un sistema compuesto de tres ecuaciones no lineales (ecuaciones 9) con respecto a  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  así como también  $l_1, l_2, l_3$ . [Lukanin, 2005].

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \left( -\frac{1}{2}H - H + l_1 \cos \varphi_1 \right)^2 + \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}H + l_2 \cos \varphi_2 \right)^2 + \\
 &\quad \left( l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 \right)^2 - 3H^2 = 0 \\
 f_2 &= \left( -\frac{1}{2}H + \frac{1}{2}H \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}H - l_2 \cos \varphi_2 \right)^2 + \\
 &\quad \left( l_3 \sin \varphi_3 - l_2 \sin \varphi_2 \right)^2 - 3H^2 = 0 \\
 f_3 &= \left( H - l_1 \cos \varphi_1 + \frac{1}{2}H \right)^2 + \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}H - l_3 \cos \varphi_3 \right)^2 + \\
 &\quad \left( l_1 \sin \varphi_1 - l_3 \sin \varphi_3 \right)^2 - 3H^2 = 0
 \end{aligned} \quad (9)$$

Posteriormente, se obtuvieron las siguientes ecuaciones para determinar el ángulo  $\alpha$  y  $\beta$ .

Para calcular el ángulo  $\alpha$ , se obtuvo el punto medio (ecuaciones 10) de la distancia entre los puntos  $B_2$  y  $B_3$ , después se calculó la distancia (ecuación 11), para finalmente obtener lo que sería el ángulo  $\alpha$  (ecuación 12).

$$\begin{aligned}
 PM_x &= x_{B_2} + x_{B_3} \\
 PM_y &= y_{B_2} + y_{B_3} \\
 PM_z &= z_{B_2} + z_{B_3}
 \end{aligned} \quad (10)$$



$$d_1 = \sqrt{(x_{B_2} - PM_x)^2 + (y_{B_2} - PM_y)^2 + (z_{B_2} - PM_z)^2} \quad (11)$$

$$\alpha = \left( \cos^{-1} \left( \frac{y_{B_2} - PM_y}{d_1} \right) \right) * \frac{180}{\pi} \quad (12)$$

Se obtuvo el punto medio de ecuación 10 de la distancia entre los puntos  $B_2$  y  $B_3$ , posteriormente se calculó la distancia (ecuación 13), para finalmente obtener lo que sería el ángulo  $\beta$  (ecuación 14).

$$d_2 = \sqrt{(x_{B_1} - PM_x)^2 + (y_{B_1} - PM_y)^2 + (z_{B_1} - PM_z)^2} \quad (13)$$

$$\beta = 180 - \left( \cos^{-1} \left( \frac{PM_x - x_{B_1}}{d_2} \right) \right) * \frac{180}{\pi} \quad (14)$$

### Dinámica

Para realizar el movimiento de rotación del ángulo  $\alpha$ , los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se mueven en sentido contrario, mientras que el actuador  $l_1$  permanece estático, figura 5. En cambio, para generar movimiento con respecto al ángulo  $\beta$ ,  $l_2$  y  $l_3$  son desplazados hacia el mismo sentido y  $l_1$  se mueve en sentido contrario a  $l_2$  y  $l_3$ .

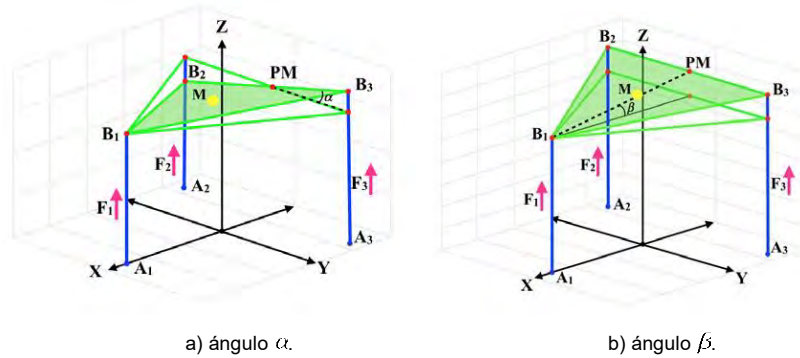


Figura 5 Plataforma móvil orientada a un ángulo.

Las ecuaciones dinámicas del robot paralelo 3-RPS se obtienen al aplicar el formulismo de Euler-Lagrange (ecuaciones 15).



$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \alpha} &= F_3 d_1 - F_2 d_1 \\
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{\partial D}{\partial \beta} &= -F_1 d_2 + F_2 d_3 + F_3 d_3 \\
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} + \frac{\partial D}{\partial z} &= F_1 + F_2 + F_3
\end{aligned} \tag{15}$$

Donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $z$ , representan los movimientos de la plataforma móvil,  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  representan las fuerzas proporcionadas por los actuadores. El lagrangiano (L) está dado por la energía cinética (K) menos la energía potencial (V).

La energía cinética de la plataforma móvil está dada por ecuaciones 16 y 17.

$$K = \frac{1}{2} J_x \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m v^2 \tag{16}$$

Donde  $v^2 = \dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2 + \dot{z}_G^2$  y

$$\begin{aligned}
x_G &= l_o \cos \alpha \sin \beta \\
y_G &= -l_o \sin \alpha \\
z_G &= z + l_o \cos \alpha \cos \beta
\end{aligned} \tag{17}$$

Son las coordenadas al centro de masa de la plataforma móvil. Tomando como referencia un sistema de coordenadas por abajo del centro de masa y al nivel del centro de las uniones esféricas.

La energía potencial está dada mediante ecuación 18.

$$V = mgh \quad \therefore \quad mg(z + l_o \cos \alpha \cos \beta) \tag{18}$$

Las ecuaciones que rigen la dinámica de la plataforma móvil se expresan mediante ecuaciones 19.

$$\begin{aligned}
(J_x + m l_o^2) \ddot{\alpha} - m l_o \ddot{z} \cos \beta \sin \alpha + m l_o^2 \dot{\beta}^2 \cos \alpha \sin \alpha - m g l_o \sin \alpha \cos \beta &= F_3 d_1 - F_2 d_1 \\
(J_y + m l_o^2 \cos^2 \alpha) \ddot{\beta} - m l_o \ddot{z} \cos \alpha \sin \beta - 2 m l_o^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \alpha \sin \alpha - m g l_o \cos \alpha \sin \beta &= \\
-F_1 d_2 + F_2 d_3 + F_3 d_3 \\
m \ddot{z} - m l_o \ddot{\alpha} \cos \beta \sin \alpha - m l_o \ddot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + 2 m l_o \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta \sin \alpha - m l_o \cos \alpha \cos \beta (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) &= \\
F_1 + F_2 + F_3 - m g
\end{aligned} \tag{19}$$



Se puede observar que el modelo matemático es altamente no lineal, con términos acoplados y multivariable.

El modelo matemático (ecuación 19) puede representarse mediante ecuación 20.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (20)$$

Donde

$M(q)$  Matriz de inercia, simétrica y definida positiva

$C(q, \dot{q})$  Matriz de Coriolis

$g(q)$  Vector de gravedad

Además, se cumple que  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  es una matriz antisimétrica.

### Modelado Matemático

En este trabajo se considera la dinámica de los actuadores por separado, además se consideran algunas perturbaciones para compensar los efectos dinámicos no modelados.

Para el modelo matemático del actuador, se considera que proporciona la fuerza  $F_i$  que debe mover una masa  $m_i$  a una distancia  $z_i$ . En este movimiento, se considera la presencia de amortiguamiento viscoso  $b_i$  y una perturbación constante  $P_i$ . La perturbación representa parte del peso que debe soportar cada actuador del robot, el cual no es conocido.

El modelo matemático que gobierna la dinámica de este movimiento puede obtenerse aplicando la segunda ley de Newton, ecuación 21.

$$m_i \ddot{z}_i = F_i - b_i \dot{z}_i + P_i \quad (21)$$

Donde el subíndice  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) corresponde al número de actuadores del robot paralelo.

Para diseñar un controlador con el objetivo de seguimiento de trayectoria de posición, se considera la ecuación 21. A continuación, se propone el siguiente tipo de controlador tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) para el seguimiento de la trayectoria de posición deseada para la plataforma móvil, ecuación 22.



$$F_i = m_i \left( \ddot{z}_{id} \cdot k_d (\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) - k_p (z_i - z_{id}) - k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt \right) + b_i \dot{z}_i \quad (22)$$

Donde:

- $k_p$       Ganancia de acción proporcional
- $k_{id}$      Ganancia de acción integral
- $k_d$       Ganancia de acción derivativa

$(z_i - z_{id})$  es el error  $e$  de la posición angular. Dado por la posición real  $z_i$  medida desde la simulación menos una posición deseada  $z_{id}$  dada por la trayectoria deseada.

Mediante la sustitución de la ecuación 22 en ecuación 21, la fuerza de control para cada actuador resulta ser ecuación 23.

$$\ddot{z}_i - \ddot{z}_{id} + k_d (\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) + k_p (z_i - z_{id}) + k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (23)$$

El uso de este controlador de tipo PID produce la siguiente dinámica de bucle cerrado para el error de seguimiento de trayectoria dado por ecuación 24.

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} \int e dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (24)$$

Derivando la ecuación 24:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} e = 0 \quad (25)$$

Las ganancias del controlador  $k_p$ ,  $k_{id}$  y  $k_d$  fueron establecidas para coincidir con el polinomio característico deseado, ecuación 26.

$$\zeta = 0.7, \omega_n = 10, p = \xi \quad (26)$$

Se adoptó un polinomio de Bézier interpolado suavemente entre la posición inicial y la posición final para el seguimiento de trayectoria de los desplazamientos del actuador  $z_i$ .

La trayectoria de posición deseada viene dada por el polinomio de Bézier, ecuaciones 27.



$$\begin{aligned}
 z_{id}(t) &= z_i + (z_f - z_i) \sigma(t, t_i, t_f) \mu_p^5, \\
 \sigma(t, t_i, t_f) &= \gamma_1 + \gamma_2 \mu_p + \gamma_3 \mu_p^2 + \dots + \gamma_6 \mu_p^5, \\
 \mu_p &= \frac{t - t_i}{t_f - t_i}
 \end{aligned} \tag{27}$$

Donde  $z_o = z(t_o)$  and  $z_f = z(t_f)$  son las posiciones iniciales y finales deseadas, de modo que la base de la plataforma móvil comience desde una posición inicial y vaya a una posición final con un cambio suave, de manera que:

$$z_{id}(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_i \\ \sigma(t, t_i, t_f) z_f & t_i \leq t < t_f \\ z_f & t > t_f \end{cases} \tag{28}$$

Los parámetros de la función polinomial son  $z_{id}(t)$   $\gamma_1 = 252, \gamma_2 = 1050, \gamma_3 = 1800, \gamma_4 = 1575, \gamma_5 = 700, \gamma_6 = 126$ .

### 3. Resultados

La validación de las ecuaciones de cinemática directa se realizó con la ayuda del software MD ADAMS, se utilizó el prototipo virtual, diseño en CAD (figura 6), posteriormente se procedió a realizar la simulación. Una vez obtenidos los datos, estos fueron comparados con los resultados obtenidos en Matlab (tablas 1 a 3) [16].



Figura 6 Diseño del robot paralelo 3-RPS en CAD.

Primero se obtuvo la cinemática inversa, se introdujeron valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , usando el software Matlab®, lo cual dio como resultado los valores de  $l_1, l_2, l_3$ , cabe mencionar que los valores de los actuadores están en metros, tabla 1.



Tabla 1 Resultados de la cinemática inversa.

Cinemática inversa								
#	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\alpha$	$\beta$
1	0.6131	0.5010	0.7256	-	-	-	15°	0°
2	0.4837	0.6780	0.6780	-	-	-	0°	15°
3	0.5869	0.5362	0.7164	-	-	-	12°	3°
4	0.5434	0.6330	0.6630	-	-	-	2°	8°
5	0.4920	0.6224	0.7254	-	-	-	7°	14°
6	0.5694	0.5599	0.7101	-	-	-	10°	5°
7	0.5434	0.5882	0.7079	-	-	-	8°	8°

Posteriormente, los valores de  $l_1, l_2, l_3$ , adquiridos en el programa de la cinemática inversa, se tomaron como entradas para la cinemática directa y de esta forma se obtuvo  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , finalmente se obtiene  $\alpha$  y  $\beta$ , tabla 2.

Tabla 2 Resultados de la cinemática directa.

Cinemática Directa								
#	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\alpha$	$\beta$
1	0.6131	0.5010	0.7256	90°	88.31°	88.83°	14.99°	0.01°
2	0.4837	0.6780	0.6780	86.95°	90°	90°	0°	15.03°
3	0.5869	0.5362	0.7164	89.90°	89.88°	88.58°	11.98°	3.07°
4	0.5434	0.6330	0.6630	89.23°	90.30°	89.66°	1.98°	8.01°
5	0.4920	0.6224	0.7254	87.36°	91.72°	88.04°	6.81°	14.11°
6	0.5694	0.5599	0.7101	89.70°	90.51°	88.55°	9.96°	5.08°
7	0.5434	0.5882	0.7079	89.21°	91.01°	88.49°	7.92°	8.08°

En la tabla 3, se puede observar los datos obtenidos  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , así como  $\alpha$  y  $\beta$  de la simulación de Adams, donde sólo se introdujeron como entradas  $l_1, l_2, l_3$ .

Comparando los valores de la cinemática directa (tabla 2) con los valores obtenidos de MD Adams (tabla 3), se puede observar que las variaciones entre los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son mínimas, cabe mencionar que los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  deseados



de la tabla 1 de la cinemática inversa comparados con los valores de la simulación en MD ADAMS son muy cercanos, lo cual valida las ecuaciones de la cinemática directa e inversa.

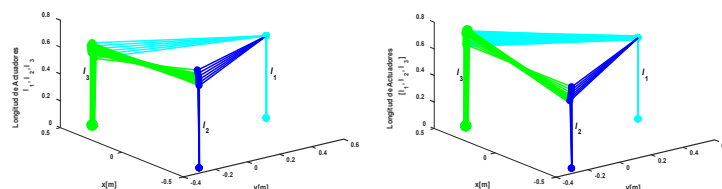
Tabla 3 Resultados de la simulación en MD Adams.

Simulación en MD Adams								
#	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\alpha$	$\beta$
1	0.6131	0.5010	0.7256	90°	91.17°	88.31°	15.03°	0.01°
2	0.4837	0.6780	0.6780	86.96°	90°	90°	0°	15.03°
3	0.5869	0.5362	0.7164	89.89°	91.43°	89.88°	12.01°	3.01°
4	0.5434	0.6330	0.6630	89.23°	90.34°	90.30°	1.99°	8.02°
5	0.4920	0.6224	0.7254	87.35°	91.96°	91.72°	6.83°	14.05°
6	0.5694	0.5599	0.7101	89.70°	91.46°	90.51°	9.98°	5.02°
7	0.5434	0.5882	0.7079	89.21°	91.52	91.02°	7.94°	8.02°

### Espacio de Trabajo

Para obtener el espacio de trabajo del robot paralelo de 3 gdl, se desarrollaron códigos numéricos en Matlab, a partir de las ecuaciones (12) y (14), por lo cual se puede observar que el robot paralelo abarca los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  a través del desplazamiento de los actuadores.

En la figura 7, se puede observar que los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se desplazan en sentido contrario, mientras que el actuador  $l_1$  se mantiene fijo, esta figura representa el ángulo  $\alpha$ .

Figura 7 Desplazamiento de actuadores para obtener un ángulo  $\alpha$ .



El ángulo  $\beta$  está representado por la figura 8, donde el actuador  $l_1$  es desplazado, partiendo del valor medio (0.6131 m), mientras que los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se quedan fijos (figura 8.a). En la figura 8.b el actuador  $l_1$  permanece fijo mientras que los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  se desplazan.

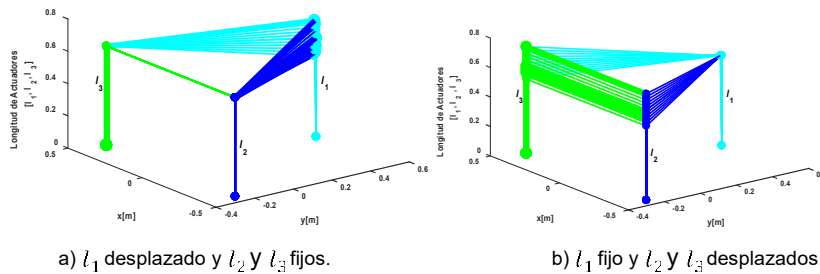


Figura 8 Desplazamiento de actuadores para obtener un ángulo  $\beta$ .

La figura 9, representa el desplazamiento de los tres actuadores ( $l_1, l_2, l_3$ ) con respecto del eje z, a partir del valor medio (0.6131 m), desplazándose en sentido positivo como negativo.

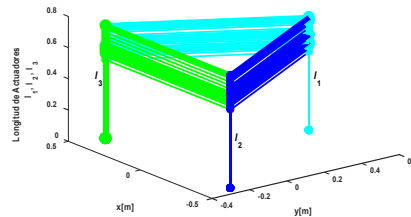


Figura 9 Desplazamiento de actuadores en el eje z.

### Simulaciones del Prototipo Virtual

Se realizaron algunas simulaciones con el prototipo virtual del robot paralelo en el software MD ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems) para verificar el rendimiento del controlador tipo PID, figuras 10 a 13.



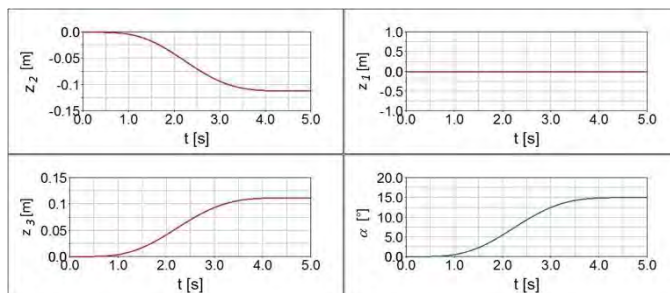


Figura 10 Respuesta de los actuadores y movimiento angular  $\alpha$  de la plataforma móvil.

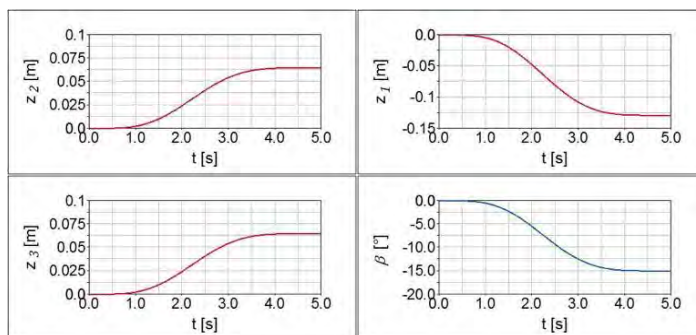


Figura 11 Respuesta de los actuadores y movimiento angular  $\beta$  de la plataforma móvil.

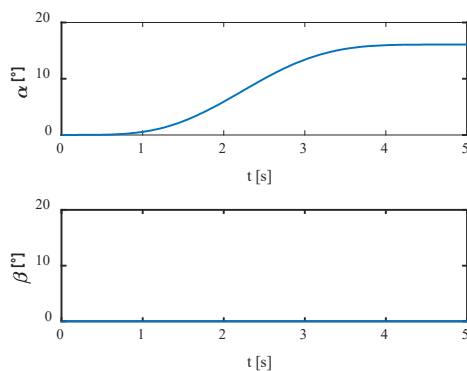


Figura 12 Respuesta para un ángulo deseado de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .



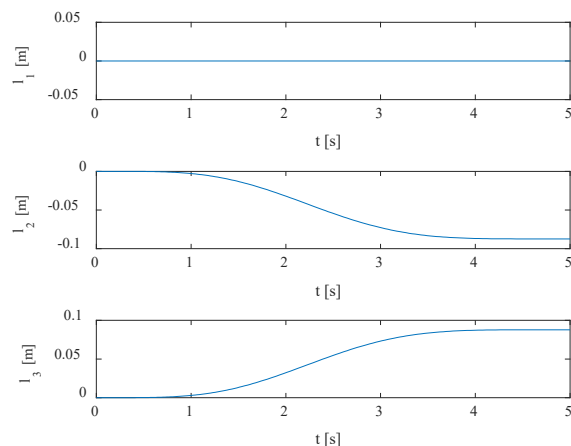


Figura 13 Respuesta de desplazamientos de actuadores para  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ .

La figura 10 muestra la respuesta del robot paralelo girando alrededor del eje x, este movimiento se obtiene solamente por el desplazamiento del actuador  $l_2$  y  $l_3$  en sentido opuesto.

La figura 11 corresponde al movimiento angular  $\beta$ . Se puede observar cómo se obtiene un movimiento suave de  $0^\circ$  a  $15^\circ$  en la plataforma móvil. Para este movimiento, se requieren desplazamientos de 0.0648 m en los actuadores  $l_2$  y  $l_3$  y -0.1291 m en el actuador  $l_1$ .

En la figura 12 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$ , utilizando el control (ecuación 22) y el modelo dinámico del robot paralelo (ecuación 19). En la figura 13 se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado. En este caso el actuador  $l_1$  no debe de tener desplazamiento, ver figura 5.a.  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$

En la figura 14 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ , utilizando el control (ecuación 22) y el modelo dinámico del robot paralelo (ecuación 19). En la figura 15 se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado.



En este caso, el actuador  $l_1$  debe ser negativo y los actuadores  $l_2$  y  $l_3$ , deben de tener un valor positivo, ver figura 5.b.

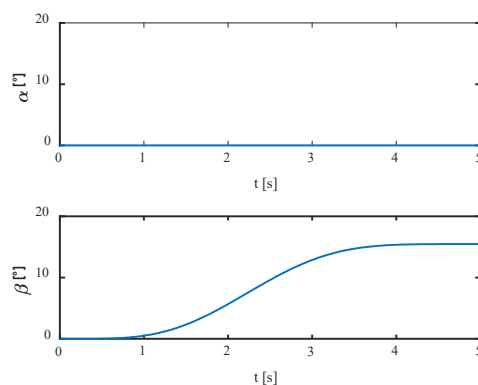


Figura 14 Respuesta para un ángulo deseado de  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

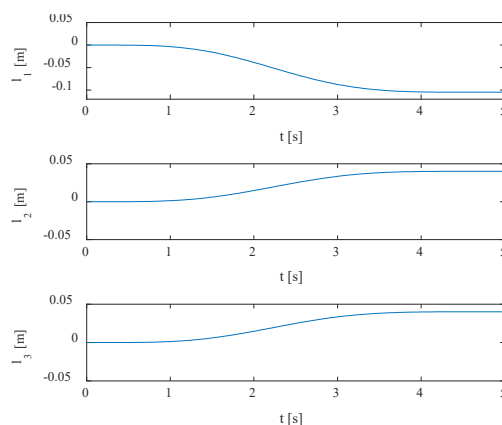


Figura 15 Respuesta de desplazamientos de actuadores para  $\alpha = 0^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

En la figura 16 se muestra la respuesta para posicionar la plataforma móvil a un ángulo de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ . En la figura 17 se muestra la respuesta del desplazamiento que deben de tener los actuadores para lograr el ángulo deseado.



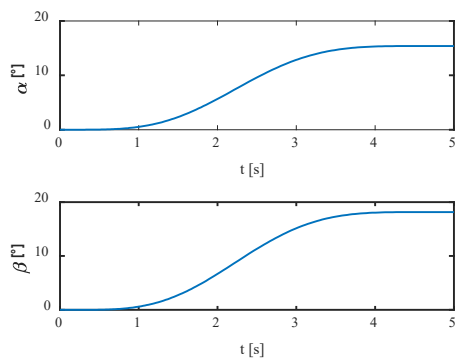


Figura 16 Respuesta para un ángulo deseado de  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

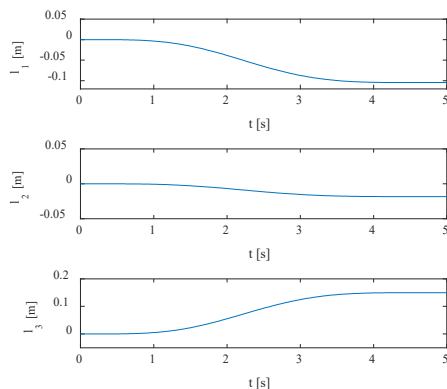


Figura 17 Respuesta de desplazamientos de actuadores para  $\alpha = 15^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ .

#### 4. Discusión

En este artículo se presenta una nueva configuración de un robot paralelo 3-RPS, la cual difiere en la orientación de los actuadores a los reportados en la literatura. Con base en los resultados obtenidos, el modelo dinámico determinado para el robot paralelo 3-RPS representa la dinámica del prototipo virtual realizado en ADAMS.

Se propone una ley de control tipo PID para la dinámica del actuador, para posicionar la plataforma móvil en una orientación deseada, la cual se basa en



determinar las longitudes con base al modelo cinemático y así definir el objetivo deseado de los actuadores y lograr la posición deseada en la plataforma móvil del robot paralelo. Como se puede ver en los resultados obtenidos de las simulaciones del prototipo virtual en ADAMS y las simulaciones obtenidas de los modelos cinemático y dinámico, se observa que se tiene una buena aproximación y se logra controlar la posición de la plataforma móvil.

Se presentó el diseño de un robot paralelo de 3 grados de libertad, con una nueva configuración, es decir, dos de los actuadores se encuentran opuestos y el actuador restante dirigido al centro, lo cual permite tener un mejor desempeño en los movimientos efectuados por el robot paralelo, en este caso se limitó el robot a  $15^\circ$ , por la carrera del actuador y las dimensiones de la plataforma. Se obtuvo la cinemática inversa y directa del robot paralelo, en lo que respecta a la cinemática directa, la cual en los robots se vuelve más compleja de resolver, en este caso, debido a la obtención de ecuaciones no lineales. Para la solución de la cinemática, se empleó el método numérico de Newton-Kantorovich. Posteriormente, se sacaron algunos cálculos tomando en cuenta los resultados de la cinemática directa para determinar los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ , así como determinar el espacio de trabajo. Las ecuaciones cinemáticas fueron validadas con la simulación del prototipo virtual en el software MD Adams, y se presentó la comparación de ambos datos, en lo cual se puede observar que son muy cercanos los resultados. Como trabajo futuro, se tiene contemplado construir la plataforma experimental para validar los resultados obtenidos.

### 5. Bibliografía y Referencias

- [1] Alici, G., Gursel, Gallardo-Alvarado J., Rodriguez-Castro, R., and (2012). "A Novel Three Degrees of Freedom Partially Decoupled Robot with Linear Actuators Linear Actuators." *Robotica* 30: 467–75.
- [2] Cappel, K. (1967). Motion Simulator.
- [3] Clavel, R. (1990). Device for the Movement and Positioning of an Element in Space. Patente US 4 976 582
- [4] Gough, V E, and S G Whitehall. (1945). Universal Tyre Test Machine.



- [5] Gwinnett, J. E. (1931). *Amusement Devices*. 680.
- [6] Hunt, K.H. (1978). "Kinematic Geometry of Mechanisms." Clarendon Press, Oxford.
- [7] Izaguirre, E., Hernández L., Rubio E., J. Prieto P., Urquijo O. (2011). Análisis Cinemático Y Control Articular Aplicado a Simulador de Movimiento de Estructura Paralela. *RIELAC Vol.XXXII*: 1–12.
- [8] Izaguirre, E., Hernández L., Rubio E., J. Prieto P., and Hernández A., (2011). Control Desacoplado de Plataforma Neumática de 3-GDL Utilizada Como Simulador de Movimiento. *RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial* 8(4): 345–56.
- [9] Jiayin, X., Yi, L. (2008) Computer Simulation for a Real-Time Process of Machining on a 3D Free Surface by Using a Spatial 3-UPRR Parallel Robot, in 2008 International Conference on Computer and Electrical Engineering, pp. 470–474.
- [10] Lukanin, Vladimir. (2005). "Inverse Kinematics, Forward Kinematics and Working Space Determination of 3 Dof Parallel Manipulator with S-P-R Joint Structure." *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering* 49(1): 39–61.
- [11] McCallion, H. and D.T. Pham. (1979). "The Analysis of a Six Degrees of Freedom Work Station for Mechanized Assembly." In: *Proc. of 5th World Congress on theory of machines and mechanisms*, Montreal: 611–616.
- [12] Merlet, J.P., (2006). *Parallel Robots*, Second. Netherlands.
- [13] Niu, X. M., Gao, G. Q., Liu, X. J., & Bao, Z. Da. (2013). Dynamics and control of a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy. *International Journal of Automation and Computing*, 10(6), 552–562. <https://doi.org/10.1007/s11633-013-0753-6>
- [14] Pollard, W. L. 1940. *Spray Painting Machine*.
- [15] Rad, C., Manic, M., Bălan, R., and Stan S., (2010). Real time Evaluation of Inverse Kinematics for a 3-RPS Medical Parallel Robot Usind dSpace Platform, pp. 48–53.
- [16] Ruiz Hidalgo, N.C., Blanco Ortega, A., Abúndez Pliego, A., Colín Ocampo, J., Arias Montiel, M. (2016). Design and Control of a Novel 3-DOF Parallel



## Design and Control of a Novel 3-DOF Parallel Robot

N. C. Ruiz-Hidalgo, A. Blanco-Ortega, A. Abundez-Piiego, J. Colín-Ocampo, M. Arias-Montiel

*Departamento de Ingeniería Mecánica  
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, CENIDET  
cesterh@cenidet.edu.mx, andres.blanco@cenidet.edu.mx, abundez@cenidet.edu.mx,  
jcolin@cenidet.edu.mx, mam@mexico.utm.mx*

**Abstract**— This paper proposes a new configuration of a 3 DOF parallel robot which uses revolute and spherical joints. It also presents the inverse kinematic model and proposes a PID-type controller with tracking to asymptotically track a desired reference trajectory. This 3 DOF parallel robot can be utilized as a motion simulator or ankle rehabilitator robot. Some simulations were performed with the virtual prototype in MD ADAMS software to verify the performance of the PID-type controller. Finally, preliminary experimental tests using a physical prototype are presented as well.

**Keywords**— Parallel robot, Inverse Kinematic, Inverse kinematics analysis, Trajectory tracking control.

### 1. INTRODUCTION

Over the last decades, robots have made an incursion in the lives of human beings, due to the fact that they have been designed to accomplish dangerous, repetitive and high-accuracy jobs; in addition, robots can support heavy loads and also adapt to different situations by modifying the program that commands the movements of the robot. Manipulative robots are employed in different fields such as medicine, aeronautics, automotive industry, numeric control machines and tools, assembly lines, flight simulators for pilot training (airplane, helicopter, heavy-duty trucks, etc.), simulators to evaluate car functioning, manipulators for remote surgeries, rehabilitation platforms for patients with locomotor disability, human gait simulators, etc.

In the previously mentioned applications, two kinds of manipulators are utilized: serial and parallel. The serial manipulators are formed by an open kinematic chain, which gives them the advantage of having more work-space in relation to parallel robots. Nonetheless a parallel robot is defined as a close kinematic chain mechanism with configuration based on two platforms, one fixed and one mobile, the latter also known as end effector or mobile platform; the end effector is united to the base through independent kinematic chains, which tend to be symmetrical and are united to the platform through different types of articulations, such as prismatic, rotational, universal and spherical, [1].

The first recorded parallel robot consisted of a platform upon which theatre seats were located with the intention of introducing motion in order to give greater realism to the appearance of the performance. It was patented by James E.

Gwinett in 1931; however, in accordance with existing information, the mechanism was never carried out [2].

In 1940, Willard L. V. Pollard presented a robot with 5 DOF, the robot was destined to be used in spray-painting operations. It consisted of three arms with two links per arm and the links were united by universal joints. The three actuators located on the base commanded the position of the tool, meanwhile the orientation was provided by two other actuators situated on the base as well, these actuators transmitted the movement to the tool through the rotation provided to flexible wires [3].

Shortly after, in 1947 Dr. Gough designed a platform, probably the best known of all, it consisted on a hexapodous with variable length, which aim was to test tires, under applied charges on different axes, [4]. Stewart, in 1965, presented the design of a mobile platform with 6 DOF to generate the movement of a flight simulator [5].

Concurrently, in 1967 the engineer Klaus Cappel patented a similar platform as a motion simulator, which is based on a hexapodous [6]. Hunt in 1978 suggested that the actuated mechanisms of parallel form of the flight simulators could be used as manipulator robots, he also emphasized that the parallel manipulators required further study according to the advantages that these presented in regard to stiffness and accuracy in contrast to the serial robots. In addition, Hunt proposed a 6-RUS parallel manipulator with 6 DOF, activated by rotating actuators in 1983 [7].

In 1979, McCallion and Pham suggested the use of the Stewart Platform as a parallel robot inside of a robotic assembly cell, due that the end effector position is far less sensitive to mistakes made by the articular sensors possessed by the serial robots. The high stiffness that present these kind of parallel manipulators assures minimal deformations on the actuators, which contributes to the accuracy in the positioning of the manipulator [8].

In parallel robots, having a higher number of DOF in order to achieve more workspace is important, since they usually have from 5 to 6 DOF, but 3 DOF parallel robots can be considerably lighter, which is the reason why there are different kinds of robots classified according to their degrees of freedom. There are other existent robots with 6 DOF apart from the previously mentioned, which are the following:

The Hexa robot, is a completely parallel robot formed by 6 RSS kinematic chains that join a fixed base to a terminal element; it arises as a generalization of the Delta robot, which



makes each chain of the parallelograms that are part of the latter, able to move independently [9].

The Delta robot, is one of the best known robots in different fields; patented by R. Clavel, these robots has 3 translational DOF, which in turn is composed by 3 identical chains with the parallelogram structure and is activated by 3 rotary motors. The Delta robot has had diverse applications such as in the food industry or in surgical specialties concerning the medical field. In regard to acceleration, it is able to carry light loads (around 1 kg) moving at 12 g accelerations in real applications up to 20 g in experimental conditions [10].

In [11], a 3 DOF parallel robot is presented, 2 of the 3 DOF are translational and one degree is rotary; it consists of two platforms joined by three links. This robot presents three kinds of singularities in certain conditions due to the kind of configuration. The authors present the kinematic model however the dynamic model is not presented. Another parallel robot, of 6 DOF is given in [12] with a big work-space for the functional evaluation of the airplane dynamics. The parallel robot is formed by 6 kinematic chains united by universal joints, prismatic and revolute, it's direct and inverse kinematic is presented.

In [13], a 3 DOF parallel robot is presented, this robot presents a highly coupled dynamic. The application of this robot is that of a motion simulator, where the desired pose of the mobile platform is given in the work-space; later, it is necessary to transform the variables in the Cartesian space to the correspondent articular values through the equations of inverse kinematics and as a result implement an uncoupled articular control, where by controlling the position of each actuator separately, the desired effect over the end effector pose will be obtained.

There are 3 DOF parallel robots with certain configuration [14], [15], where the actuators are located toward the inside, as opposed to proposed platform in which the actuators are oriented in a different way (Figure 3).

#### Advantages and disadvantages of parallel robots:

Currently, parallel robots have been introduced in different fields, especially on those where serial robotics is limited [16], [17].

Advantages and disadvantages of the parallel robots are presented in Table 1.

Table 1. Advantages and disadvantages of parallel robots.

Advantages	Disadvantages
Capacity to manipulate large loads	Complex kinematics and dynamics, a general model is not known in contrast to serial robots.
High stiffness and low weight	Less work-space in contrast to serial robots, high fabrication cost.
Higher accuracy	Complex position calculus and orientation, due the fact that they are strongly coupled.
High speed and accelerations in the operation.	Present some kind of singularities which complicates the kinematics.

#### Singularities in parallel robots

Parallel robots can present configurations in which the articular forces are not able to balance the strength set upon the mobile platform. This singular configurations consist of particular positions of the end effector, thus increasing the degrees of freedom of the robot, [1]. It is crucial to analyze and determine these configurations where the articular forces tend to infinity and the robot could collapse.

In [18] an analytical study of singularities of second type is made, these singular dispositions are characterized by the annullment of the determinant of the inverse jacobian matrix. Although this matrix is well known, in most cases the symbolic computation of this determinant will not lead to analytical solutions, thereby the need to resort to numerical procedures.

These singularity dispositions are characterized by the annullment of the determinant of the inverse jacobian matrix. Furthermore in [19] Grassman geometry is used to enumerate in detail the singular geometric conditions of different parallel robots. In [20] is clear that some symmetrical architectures of the Stewart platform present certain extended singularities throughout the work-space, characterized by the continuous movement capacity of the mobile platform with all the actuators blocked, these singularities are called architectural singularities. Even though these type of singularities provide certain control problems, the latter can be eliminated in the design phase. On the other hand, in [21] the trajectory planning problem was formulated avoiding singularities and a strategy to plan well-conditioned trajectories between two points within work-space was developed.

In [22], the singularity of a parallel robot with 5 DOF of 3 RRUR is studied, equations and its singularity geometry is also presented. In [23], the relation between singularity and the velocity equation of a mechanism is analyzed, hence the difference between the singularity of a redundant parallel robot and a general parallel robot is discussed. In [24], the parallel mechanism uses drive redundancy to eliminate singularities and to greatly improve skill in workspace.

#### Kinematics

The kinematic analysis refers to the study of the geometric motion of a robot, without taking into account the forces and pairs that cause movement, Figure 1.

**Direct kinematics:** finding the position and orientation of the mobile platform, knowing the lengths of the actuators of the parallel robot.

**Inverse kinematics:** finding the lengths of each actuator of the parallel robot provided that the position and orientation of the mobile platform are known.



Figure 1. Kinematics relations to obtain orientation and position of the mobile platform as a function of its chains lengths.



## II. PARALLEL ROBOT DESIGN

A new configuration of the parallel robot was realized and the virtual prototype was made in SolidWorks®, see Figure 2. This parallel robot consists of 3 electric actuators, 3 revolute joints, 3 spherical joints, as well as a mobile platform and a fixed platform, see Figure 2. The new configuration of the parallel robot consists in the orientation of the actuators using spherical and revolute joints. Two actuators are in opposite position, which means that the axes of the revolute joints are parallel; meanwhile the third actuator, is oriented at 90°, or rather, the axis of the revolute joint is 90° turned in relation to the other actuators. The parallel robots proposed by other authors have the actuator oriented to the center of the platform.

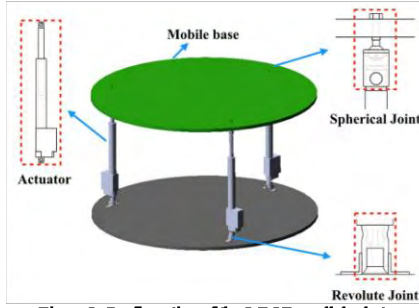


Figure 2. Configuration of the 3-DOF parallel robot.

### Degrees of freedom Analysis

The mechanism is composed of 8 links, (2 per each link, mobile platform and fixed platform), which are connected by 3 prismatic joints, 3 spherical joints and 3 revolute joints.

The following formula made by Kutzbach Grübler determines the DOF of a spatial mechanism, [25]:

$$M = 6(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1)$$

where:

M= number of DOF

n= number of links

j= number of joints

$f_i$  = number of DOF on each joint

Applying the Kutzbach formula to the proposed parallel robot, it can be determined that it has 3 DOF

$$\begin{aligned} M &= 6(8 - 9 - 1) + 15 \\ M &= 3 \text{ gdl} \end{aligned} \quad (2)$$

## III. INVERSE KINEMATIC MODEL

The geometric model design of the parallel robot is proposed, Figure 3.

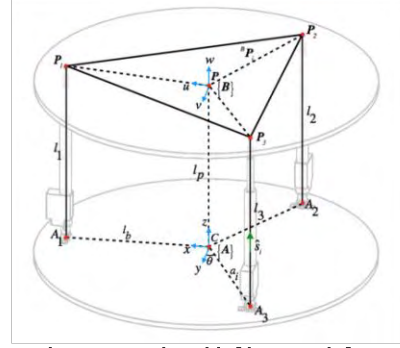


Figure 3. Geometric Model of the 3 DOF platform.

The parameters of kinematics can be defined as:

$$l_b = \|\vec{CA_i}\|, l_p = \|\vec{CP_i}\| \quad (3)$$

The position of the center of the mobile platform is defined by:

$${}^A P = [P_x \ P_y \ P_z]^T \quad (4)$$

The rotation matrix  ${}^A R_n$  is used to define the orientation of the mobile platform in respect to the fixed platform, using the pitch-roll-yaw representation, [26]:

$$R_{uvw} = R_u(\alpha)R_v(\beta)R_w(\gamma) \quad (5)$$

In inverse kinematics the actuator lengths  $l_i$  must be determined as a variable function of the orientation of the manipulator  $\alpha$  y  $\beta$ . In order to find the lengths of the actuator  $l_i$ , the closed circuit equation for each actuated link is provided below:

$$L_i = l_i \hat{s}_i = {}^A P + {}^A R_n - a_i \quad (6)$$

where:

$l_i$  = length of the actuated link.

$\hat{s}_i$  = unit vector that points to the actuated link direction.

${}^A R_n$  = rotation matrix of the mobile platform.

${}^A P$  = Position of the center of the vector.

For the parallel robot, the vector  $P$  was represented in the following way:

$$P = l_p [\sin\beta \ -\cos\beta\sin\alpha \ \cos\beta\cos\alpha] \quad (7)$$

It is considered  $\alpha = 15^\circ$  and  $\beta = 15^\circ$  as well as

$l_p = 0.63783 \text{ m}$ .

In addition, as is shown in Figure 4 the vectors  $a_i$  and  ${}^B P_i$  denote the points of the extremes of the actuators ( $A_i$ ) in both frames: fixed and mobile, respectively.



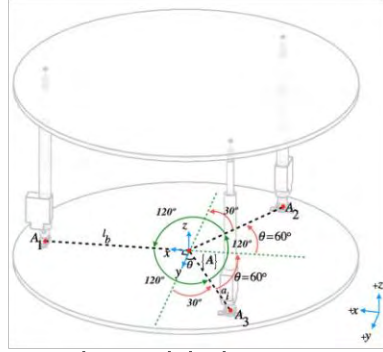


Figure 4. Manipulator base geometry.

Therefore, for the given geometry of the manipulator is:

$$\begin{aligned} a_1 &= l_b [1 \ 0 \ 0]^T \\ a_2 &= l_b [-\cos\theta \ -\sin\theta \ 0]^T \\ a_3 &= l_b [-\cos\theta \ +\sin\theta \ 0]^T \end{aligned} \quad (8)$$

In this case  ${}^B P_i$  will be called  $b_i$ :

$$\begin{aligned} b_1 &= l_b [1 \ 0 \ 0]^T \\ b_2 &= l_b [-\cos\theta \ -\sin\theta \ 0]^T \\ b_3 &= l_b [-\cos\theta \ +\sin\theta \ 0]^T \end{aligned} \quad (9)$$

It is considered  $\theta = 60^\circ$  and  $l_b = 0.5$  m

The rotation matrix in terms of  $\alpha$  and  $\beta$  will be as the following:

$$R_{uvw} = \begin{bmatrix} C_\gamma C_\beta & -S_\gamma C_\beta & S_\beta \\ S_\gamma C_\alpha + C_\gamma S_\beta S_\alpha & C_\gamma C_\alpha - S_\gamma S_\beta S_\alpha & -C_\beta S_\alpha \\ S_\gamma S_\alpha - C_\gamma S_\beta C_\alpha & C_\gamma S_\alpha + S_\gamma S_\beta C_\alpha & C_\beta C_\alpha \end{bmatrix} \quad (10)$$

Where  $C$  denotes the cosine of the angle  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , and  $S$  denotes the sine of the angle  $(\alpha, \beta, \gamma)$ .

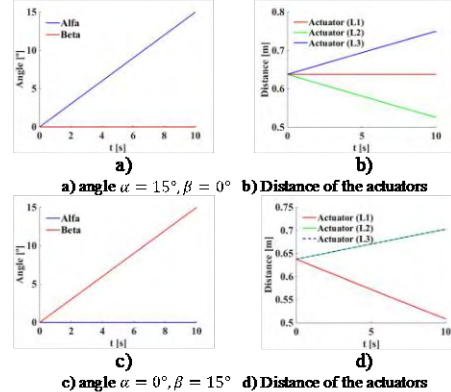
The lengths of the actuator  $l_i$  are calculated through point by point multiplication of the equation  $L_i = l_i \hat{s}_i = {}^A P + {}^A R_B - a_i$  by itself, as given in the following equation:

$$L_i^T L_i = l_i^2 = [{}^A P + {}^A R_B - a_i]^T [{}^A P + {}^A R_B - a_i] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} k_1 &= b^2, k_2 = l_b^2, k_3 = l_p^2, \\ k_4 &= -2l_b l_p, k_5 = -2b l_b \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \sin b_2 + k_5 \cos b_2 \\ l_2 &= k_1 + k_2 + k_3 + \\ &+ k_4 (\cos b_2 \sin \alpha_1 \sin \theta - \sin b_2 \cos \theta) + \\ &+ k_5 (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_1 \cos^2 \theta + \cos b_2 \cos^2 \theta + \\ &+ \sin \alpha_1 \sin b_2 \cos \theta \sin \theta) \\ l_3 &= k_1 + k_2 + k_3 - \\ &- k_4 (\cos b_2 \sin \alpha_1 \sin \theta + \sin b_2 \cos \theta) + \\ &+ k_5 (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_1 \cos^2 \theta + \cos b_2 \cos^2 \theta - \\ &- \sin \alpha_1 \sin b_2 \cos \theta \sin \theta) \end{aligned} \quad (13)$$

Thereafter, kinematic equations (12), (13) were programmed in order to obtain the values of the lengths of each actuator called  $l_1$ ,  $l_2$  and  $l_3$  over a 10 s time, Figure 5.



a) angle  $\alpha = 15^\circ, \beta = 0^\circ$  b) Distance of the actuators  
c) angle  $\alpha = 0^\circ, \beta = 15^\circ$  d) Distance of the actuators  
Figure 5. Kinematic result of the displacement of two simultaneous actuators.

### M athematical M odelling

There is indeed one school of thought that recommends that dynamic models should not be used because modeling errors are too numerous (some parameters which appear in the dynamics relations indeed are difficult to estimate, even though on-line estimation methods have been proposed). Thus instead of considering the whole system, some suggest that each actuator be controlled independently with a robust control law [1]. In this paper the dynamics of the actuators is considered separately, besides some disturbances to compensate the dynamic effects not modeled are considered.

For the mathematical model, it is considered that the actuator provides force  $F_i$  which must move a mass  $m_i$  some distance  $z_i$ . In this movement, presence of viscous damping  $b_i$  and a constant disturbance  $P_i$  are considered. The perturbation represents part of the weight that must support each actuator of the robot, which is not known.

The mathematical model governing the dynamics of this movement can be obtained by applying Newton's second law, which is given by

$$m_i \ddot{z}_i = F_i - b_i \dot{z}_i + P_i \quad (14)$$

Where the subscript  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) corresponds to the number of parallel robot actuators.

To design a controller for position reference tracking, consider equation (14). Then, one can propose the following Proportional Integral Derivative (PID) - type controller for asymptotic and robust tracking to the desired position trajectory  $y_{id}(t)$  for the movable platform position.

$$\begin{aligned} F_i &= m_i \left( \ddot{z}_{id} - k_d (\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) - k_p (z_i - z_{id}) \right. \\ &\quad \left. - k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt \right) + b_i \dot{z}_i \end{aligned} \quad (15)$$

- $k_p$  is the proportional action
- $k_{id}$  is the integral action
- $k_d$  is the derivative action



- $(z_i - z_{id})$  is the angular position error  $e$ . Given by the real position  $z_i$  measured from simulation minus a desired position  $z_{id}$  given by the desired path.

By substituting equation 15 on 14, the control force for each actuator, results:

$$\ddot{z}_i - \ddot{z}_{id} + k_d(\dot{z}_i - \dot{z}_{id}) + k_p(z_i - z_{id}) + k_{id} \int (z_i - z_{id}) dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (16)$$

The use of this PID-type controller yields the following closed loop dynamics for the trajectory tracking error given by  $e = z_i - z_{id}$ :

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} \int e dt = \frac{P_i}{m_i} \quad (17)$$

Deriving equation 17:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e + k_{id} e = 0 \quad (18)$$

The controller gains  $k_p$ ,  $k_{id}$  and  $k_d$  were set to coincide with those of the desired characteristic polynomial  $(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + p)$  with

$$\zeta = 0.7, \omega_n = 10, p = 8 \quad (19)$$

A trajectory tracking task was adopted to have the controlled mobile platform position  $z$  track, a Bézier polynomial smoothly interpolating between initial and a final position.

Desired position trajectory is given by the following Bézier polynomial:

$$z_{id}(t) = z_i + (z_f - z_i) \sigma(t, t_i, t_f) \mu_p^5, \quad (20)$$

$$\sigma(t, t_i, t_f) = \gamma_1 - \gamma_2 \mu_p + \gamma_3 \mu_p^2 - \dots + \gamma_6 \mu_p^5,$$

$$\mu_p = \frac{t - t_i}{t_f - t_i}$$

Where  $z_o = z(t_o)$  and  $z_f = z(t_f)$  are initial and final desired positions, so that the basis of rehabilitation starts from an initial position and go to a final position with a smooth change, such that:

$$z_{id}(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_i \\ \sigma(t, t_i, t_f) z_f & t_i \leq t < t_f \\ z_f & t > t_f \end{cases} \quad (21)$$

Parameters of the polynomial function  $z_{id}(t)$  are  $\gamma_1=252$ ,  $\gamma_2=1050$ ,  $\gamma_3=1800$ ,  $\gamma_4=1575$ ,  $\gamma_5=700$ ,  $\gamma_6=126$ .

#### IV. VIRTUAL PROTOTYPE SIMULATIONS

Some simulations were performed with the virtual prototype in MD ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems) software to verify the performance of the PID-type controller in the parallel robot, see Figures 6 to 9.

Where the subscript  $z_1, z_2, z_3$  corresponds to the number of parallel robot actuators  $l_1, l_2, l_3$  respectively, mentioned before in the inverse kinematic model.

Figure 7 shows the response of the parallel robot rotating about X axis, this movement is obtained by displacement only of the actuator 2 and 3 in opposite sense.

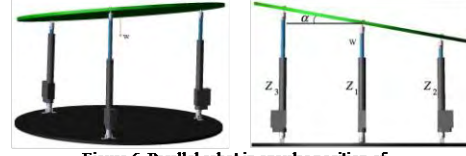


Figure 6. Parallel robot in angular position of  $\alpha$ .

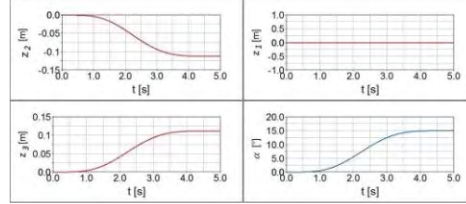


Figure 7. Response for actuators and angular movement  $\alpha$  in mobile platform.

Figures 8 and 9 show the performance of the PID-type controller (15) using the virtual prototype with the desired trajectory defined by the Bezier polynomial (20). Figure 8 corresponds to the angular movement  $\beta$ . It can be observed how smooth movement of  $0^\circ$  to  $15^\circ$  in the mobile platform is obtained. For this movement, displacements of 0.0648 m in actuators 2 and 3, and -0.1291 m in the actuator 1 are required (see Figure 9).

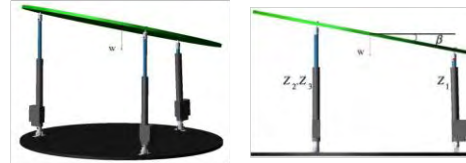


Figure 8. Parallel robot in angular position of  $\beta$ .

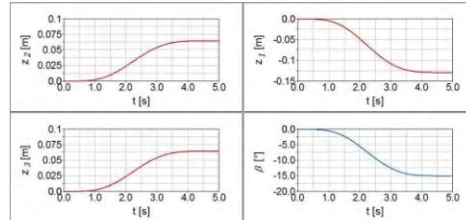


Figure 9. Response for actuators and angular movement  $\beta$  in mobile platform.

#### V. MOBILE PLATFORM CONSTRUCTION

A preliminary version of the 3-DOF parallel robot was constructed. Figure 10 show the physical prototype showing the main elements as were proposed in the CAD drawing. Figure 11 and 12 show the angular position of the mobile platform in the positions of the results obtained in the virtual



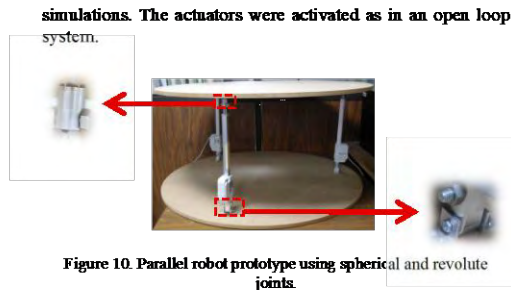


Figure 10. Parallel robot prototype using spherical and revolute joints.



Figure 11. Parallel robot prototype in angular position of  $\alpha$ .



Figure 12. Parallel robot prototype in angular position of  $\beta$ .

## VI. CONCLUSIONS

This paper presents the virtual prototype of a 3 DOF-parallel robot. The parallel robot provides smooth and controlled angular movements and it can be utilized as a motion simulator or ankle rehabilitator robot. The simulation results are obtained from the virtual prototype simulated under the ADAMS environment using the PID-type controller. This simulation shows the effectiveness of the proposed controller.

Future work will include the implementation of the PID-type controller using only position measurements in the mobile platform. Consequently, the parallel robot prototype will be evaluated through experiments using the controller.

## VII. REFERENCES

- [1] J.P. Merlet, *Parallel Robots*, Second, Netherlands, 2006.
- [2] J.E. Gwinnett, "Amusement devices," 1931.
- [3] W. L. Pollard, "Spray painting machine," 1940.
- [4] S. Gough, V. and Whitehall, "Universal tyre test machine," *Proc. FISITA Ninth Int. Tech. Congr.*, vol. 9, p. 117-137, 1962.
- [5] D. Stewart, "A platform with six degrees of freedom," *Arch. Proc. Inst. Mech. Eng. 1847-1982 (vols 1-196)*, vol. 180, no. 1965, pp. 371-386, 2006.
- [6] K. Cappel, "Motion simulator," 1967.
- [7] K. H. Hunt, "Kinematic Geometry of Mechanisms," Clarendon Press, Oxford, 1978.

- [8] H. and D. T. P. McCallion, "The analysis of a six degrees of freedom work station for mechanized assembly," *Proc. 5th World Congr. theory Mach. Mech. Montr.*, pp. 611-616, 1979.
- [9] F. Toyama, O. Uchiyama, M. Pierrot, "Parallel Robot, Patente US 5 333 514," 1994.
- [10] R. Clavel, "Device for the Movement and Positioning of an Element in Space," *Pat. US 4 976 582*, 1990.
- [11] X. J. Liu and J. Kim, "A new spatial three-DOF parallel manipulator with high rotational capability," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 10, no. 5, pp. 502-512, 2005.
- [12] U. Asif, "Design of a parallel robot with a large workspace for the functional evaluation of aircraft dynamics beyond the nominal flight envelope," *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, vol. 9, pp. 1-13, 2012.
- [13] E. Izaguirre, L. Hernández, E. Rubio, P. J. Prieto, O. Urquijo, E. Izaguirre, L. Hernández, E. Rubio, P. J. Prieto, and O. Urquijo, "Análisis Cinemático y Control Articular Aplicado a Simulador de Movimiento de Estructura Paralela," pp. 1-12, 2011.
- [14] W. J. Sismic, L. I. Tiemin, and D. Guanghong, "Parallel Mechanisms with Two or Three Degrees of Freedom," vol. 8, no. 1, 2003.
- [15] G. Alici, J. Gallardo-alvarado, R. Rodriguez-Castro, and J. Gallardo-Alvarado, "A novel three degrees of freedom partially decoupled robot with linear actuators linear actuators," vol. 30, pp. 467-475, 2012.
- [16] C. O. N. Un, P. Para, and U. N. A. Rob, "Robots Paralelos: Máquinas con un pasado para una robótica del futuro," vol. 3, pp. 16-28, 2006.
- [17] O. Salgado, "Síntesis, análisis y diseño de manipuladores paralelos de baja movilidad," p. 602, 2008.
- [18] J. Gosselin, C., and Angeles, "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, pp. 281-290, 1990.
- [19] J. P. Merlet, "An algorithm for the forward kinematics of general 6 d.o.f. parallel manipulators," *Res. Rep. 1331, INRIA*, 1989.
- [20] O. Ma and J. Angeles, "Architecture singularities of platform manipulator," *Proceedings. 1991 IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, no. April, pp. 1542-1547, 1991.
- [21] T. S. Dasgupta, B., Muthyunjaya, "Singularity-free planning for the Stewart platform manipulator," *Mech. Mach. Theory*, vol. 33, pp. 711-725, 1998.
- [22] L. Wang and Y. Li, "Singularity of a novel five-DOF parallel manipulator," *ICIMA 2010 - 2010 2nd Int. Conf. Ind. Mechatronics Autom.*, vol. 1, pp. 240-243, 2010.
- [23] H. Liao, T. Li, and X. Tang, "Singularity analysis of redundant parallel manipulators," *Conf. Proc. - IEEE Int. Conf. Syst. Man Cybern.*, vol. 5, pp. 4214-4220, 2004.
- [24] J. S. Dai, D. G. Caldwell, and I. Italiano, "A High-performance Redundantly Actuated Parallel Mechanism for Ankle Rehabilitation," pp. 7-12, 2009.
- [25] J. Zhao, K. Zhou, and Z. Feng, "A theory of degrees of freedom for mechanisms," vol. 39, pp. 621-643, 2004.
- [26] H. D. Taghirad, *Parallel Robots Mechanics and Control*, Second, Springer, 2006.



### Tema A1b. Automatización y Control Mecánico: Control de robots paralelos

#### “Diseño de un robot paralelo para el anaveaje”

**Norma C. Ruiz Hidalgo<sup>a</sup>, Andrés Blanco Ortega<sup>a</sup>, Jorge Colín Ocampo<sup>a</sup>, Edgar Antunez Leyva<sup>b</sup>, Wilberth Alcocer Rosado<sup>a</sup>, Arturo Abundez Pliego<sup>a</sup>**

<sup>a</sup>Tecnológico Nacional de México / Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Departamento de Ingeniería Mecánica, Prolongación Palmira s/n esq. Apatzingán, Col. Palmira, CP 62490, Cuernavaca, Morelos, México

<sup>b</sup>Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Blvd. Paseo Cuauhnáhuac 8532, Progreso, CP 62550 Jiutepec, Morelos.

\* Autor contacto. Dirección de correo electrónico: andres.blanco@cenidet.edu.mx

#### RESUMEN

El modelado dinámico de robots paralelos resulta complejo de obtener por los lazos cerrados que conforman el robot paralelo, y está representado por ecuaciones diferenciales no lineales y altamente acopladas, además, de ser un sistema multivariable. Diseñar estrategias de control considerando el modelo dinámico es complejo, por lo que varios autores proponen controlar los robots paralelos considerando la dinámica de los actuadores de manera independiente. En este artículo se propone un controlador Proporcional Integral Generalizado, GPI, que compense perturbaciones tipo rampa para controlar de manera independiente cada uno de los actuadores. Se presentan resultados de simulación utilizando un prototipo del robot paralelo 3 revolución-prismática-esférica (3 RPS) bajo el ambiente del software MSC Adams®. Este robot difiere a los reportados en la literatura en que los actuadores no se encuentran orientados hacia el centro de la plataforma. Los resultados muestran el buen desempeño del controlador para el seguimiento de trayectorias.

Palabras Clave: Robot paralelo, simulador de movimiento, Control GPI, control robusto.

#### ABSTRACT

Dynamic modeling of parallel robots is complex to obtain by closed loops that make up the parallel robot and is represented by nonlinear differential equations and highly coupled, in addition, being a multivariable system. Designing control strategies considering the dynamic model is complex, so several authors propose to control the parallel robots considering the dynamics of the actuators independently. This paper proposes a Generalized Proportional Integral controller, GPI, compensating disturbances type ramp to control each one of the actuators independently. Simulation results are presented using a prototype of the 3-revolution-prismatic-spherical parallel robot (3 RPS) under the MSC Adams® software environment. This robot differs from those reported in the literature in which the actuators are not oriented towards the platform center. The simulation results show the good performance of the controller for trajectory tracking.

Keywords: Parallel robot, motion simulator, GPI control, robust control.

#### 1. Introducción

Un robot paralelo consta de dos plataformas, una fija y otra móvil, esta última conocida como efector final o plataforma móvil. La plataforma móvil está vinculado a la base a través de cadenas cinemáticas independientes, que tienden a ser simétricas y están unidas a las plataformas a través de diferentes tipos de uniones, como prismáticas, revolución, universales y esféricas [1].

Los robots paralelos son muy utilizados en la actualidad por las ventajas que presenta como son: estructura rígida y estable, soportan grandes cargas, son precisos, presentan baja inercia y respuesta rápida.

Por sus ventajas, existe una vasta variedad de aplicaciones de los robots paralelos entre las cuales se encuentran en: sistemas de rehabilitación, cirugías médicas, simuladores de movimiento, máquinas herramientas, impresoras 3D, posicionamiento de objetos, entre otras, ver [2-7].

Para el control de robots paralelos es esencial establecer la cinemática inversa. La cinemática inversa consiste en establecer el valor de las coordenadas de las uniones correspondientes a la configuración del efector final. Varios autores no recomiendan utilizar el modelo dinámico del robot paralelo para el control del robot paralelo. Por lo que, en lugar de considerar el sistema completo, recomiendan que cada actuador se controle de manera independiente con una ley de control más robusta que el simple control Proporcional-Integral-Derivativo (PID) [1].



El controlador Proporcional Integral Generalizado (GPI) es una técnica para el diseño de controladores lineales que pueden rechazar diferentes tipos de perturbaciones de tipo polinomial, tales como: constantes, rampas, cuadráticas, etc. [8]. Se introdujo el control GPI, dentro del contexto del control predictivo de sistemas diferencialmente planos [9]. El controlador GPI evita el uso explícito de los observadores de estado recurriendo a las reconstrucciones estructurales del estado sobre la base de integraciones iteradas de entradas y salidas. Para los sistemas dinámicos, se ignoran las condiciones iniciales y las perturbaciones desconocidas al agregar una combinación lineal adecuada de integrales iteradas del error de seguimiento de la salida [8].

En este artículo se propone una configuración de robot paralelo 3 revolución-prismática-esférica (3 RPS) presentado en [10]. Este robot paralelo tiene dos actuadores en orientación opuesta (articulaciones de revolución paralelas) y el tercer actuador restante está orientado de manera perpendicular a estos dos (articulación de revoluta a  $90^\circ$  en relación con los otros actuadores). La diferencia con respecto a los robots paralelos 3 RPS reportados en la literatura radica en que estos tienen los actuadores orientados hacia el centro de la plataforma, de manera concurrente.

La aplicación considerada para el diseño del robot paralelo es que coadyuve en el anaveaje. En terminología de aeronáutica, el anaveaje se define como aterrizaje en cubierta, por ejemplo, cuando un helicóptero aterriza en el helipuerto (pista destinada al aterrizaje y despegue de helicópteros) de un buque [11].

En el anaveaje, binomio Buque – Helicóptero, se pueden presentar diferentes problemas, tales como: baja visibilidad, tiempo nocturno, ambiente brusco por el aire y/o mar, entre otros. Estos problemas complican al piloto en realizar un aterrizaje rápido y seguro, prueba de ello es que se han presentado diferentes accidentes donde han ocurrido tragedias. En el anaveaje se requiere evitar que existan pérdidas humanas, y que no se presenten daños al helicóptero y el buque para evitar también pérdidas económicas.

Para abordar esta problemática se propone un robot paralelo como la base del helipuerto de tal forma que mientras el barco esté oscilando debido a las fuerzas de las olas del mar, el robot paralelo mantenga lo más cercano en posición horizontal la plataforma móvil donde aterrizará el helicóptero.

El buque dentro del mar está sometido a fuerzas ocasionadas por el oleaje del mar y corrientes del viento, y se mueve en los seis grados de libertad (gdl) (tres de traslación y tres de rotación), ver Fig. 1.

#### Traslaciones:

- Arfada: Movimiento vertical de ascenso y descenso ( $z$ )
- Deriva: Movimiento lateral a ambas bandas ( $y$ )
- Movimiento longitudinal de avance y retroceso ( $x$ )

#### Rotaciones:

- Guiñada o rumbo: Guiñada o rumbo ( $\psi$ )
- Cabeceo: Según el eje vertical ( $\beta$ )
- Balance o rodillo: Según el eje longitudinal ( $\alpha$ )

Para el diseño del robot paralelo que coadyuve al anaveaje, se requieren tres grados de libertad: un desplazamiento en la dirección vertical (eje  $z$ ) y dos rotaciones ( $\alpha$  y  $\beta$ ) para compensar los movimientos de cabeceo y balance, ver Fig. 1.

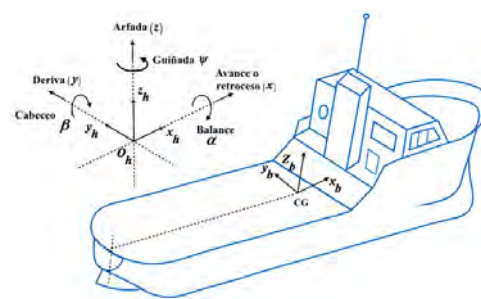


Figure 1 – Notación para los movimientos de un buque.

## 2. Desarrollo

En la Fig. 2 se presenta el robot paralelo 3 RPS. Como se puede observar, dos actuadores se encuentran alineados con ejes de revolución paralelos, mientras el tercer actuador el eje de revolución está a  $90^\circ$ , respecto a estos dos. EL robot paralelo es de 3 grados de libertad (gdl): dos movimientos angulares  $\alpha$  y  $\beta$ , y un movimiento traslacional en el eje  $z$ .

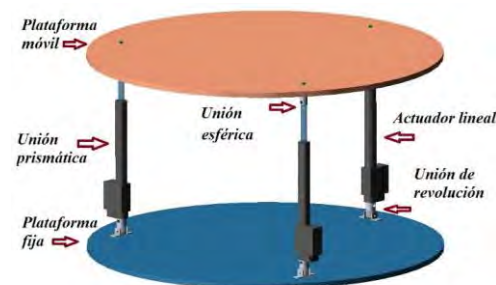


Figure 2 – Robot paralelo 3 RPS.



En la Fig. 3 se muestra el robot paralelo dónde la plataforma móvil se encuentra en las posiciones angulares de  $\alpha$  y  $\beta$ . Se toma como referencia la Fig. 4, dónde el actuador 1 ( $l_1$ ) es el que está en el eje x y en dirección al centro de la plataforma fija. Los actuadores 2 ( $l_2$ ) y 3 ( $l_3$ ) son los que se encuentran de manera opuesta con ejes de revolución paralelos.

Considerando la Fig. 4, se observa que si se mueven los actuadores 2 y 3 de manera opuesta se obtiene un ángulo  $\alpha$ . Mientras que, si se mueven los dos actuadores 2 y 3 en la misma dirección, mientras el actuador 1 se mueve en dirección opuesta, se obtiene un ángulo  $\beta$ , ver Fig. 3.

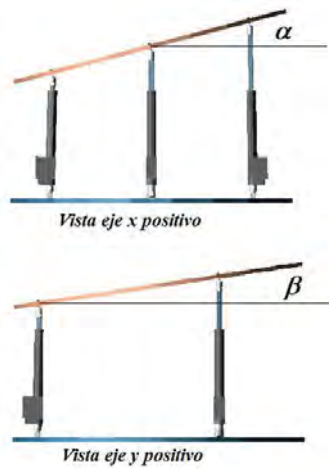


Figure 3 – Plataforma móvil en posiciones angulares de  $\alpha$  y  $\beta$ .

### 2.1. Cinemática inversa

La cinemática inversa de la nueva configuración del robot paralelo 3 RPS, fue presentada en [10] y se determinó a partir de los parámetros geométricos presentados en la Fig. 4. La cinemática inversa consiste en determinar la posición de los puntos  $B_i$ , desplazamientos de longitud de los actuadores, a partir de conocer la orientación de la plataforma móvil.

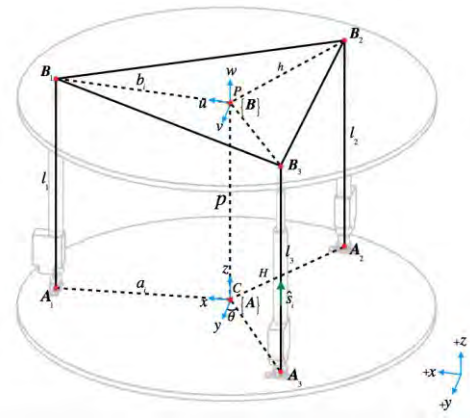


Figure 4 – Configuración de parámetros geométricos del robot paralelo 3 RPS.

Las ecuaciones de la cinemática inversa para determinar el desplazamiento que los actuadores deben de tener para un ángulo dado de  $\alpha$  y  $\beta$ , son:

$$\begin{aligned} l_1 &= k_{e1} + k_4 \sin \beta + k_5 \cos \beta \\ l_2 &= k_{e1} + k_4 \left( s_{\alpha\theta} \cos \beta - s_{\beta\theta} \right) + \\ &\quad k_5 \left( \cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta + s_{\alpha\theta} s_{\beta\theta} \right) \\ l_3 &= k_{e1} - k_4 \left( s_{\alpha\theta} \cos \beta + s_{\beta\theta} \right) + \\ &\quad k_5 \left( \cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \theta + \cos \beta \cos^2 \theta - s_{\alpha\theta} s_{\beta\theta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

donde

$$\begin{aligned} k_1 &= h^2, k_2 = H^2, k_3 = p^2, k_4 = -2HP, k_5 = -2Hh \\ k_{e1} &= k_1 + k_2 + k_3 \\ s_{\alpha\theta} &= \sin \alpha \sin \theta, s_{\beta\theta} = \sin \beta \cos \theta \end{aligned} \quad (2)$$

### 2.2. Modelado matemático

Para el control del robot paralelo, se considera la Fig. 5, dónde la masa total de la plataforma móvil se divide en masas puntuales ( $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$ ) que deberá mover cada actuador. Las entradas de control son las fuerzas que proporciona cada uno de los actuadores y están denotadas por  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$ . Además, se considera que se presenta amortiguamiento del tipo viscoso en el desplazamiento de los actuadores (se denotarán como  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$ ).



Para el modelado también se considera una perturbación desconocida presente en cada actuador. Esta perturbación puede considerarse por la variación del peso de la plataforma móvil respecto a cada punto de apoyo al estar en una posición fuera de equilibrio o considerar que está soportando una carga adicional (peso de helicóptero).

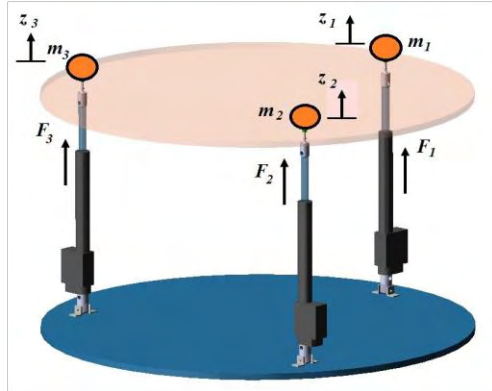


Figure 5 – Diagrama esquemático de actuadores.

El modelo matemático para cada actuador puede ser obtenido al aplicar la segunda ley de Newton o el formulismo de Euler-Lagrange, y está dado por el siguiente conjunto de ecuaciones dinámicas:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + b_1 \dot{z}_1 &= F_1 + P_1 \\ m_2 \ddot{z}_2 + b_2 \dot{z}_2 &= F_2 + P_2 \\ m_3 \ddot{z}_3 + b_3 \dot{z}_3 &= F_3 + P_3 \end{aligned} \quad (3)$$

### 2.3. Diseño de controlador

Para el control del robot paralelo, se realizará de manera independiente, controlando cada actuador con base en la posición deseada de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $z$  deseada. Se utilizará la cinemática inversa para conocer el valor del desplazamiento que cada actuador debe de tener para lograr la posición desea.

Para lograr el objetivo del controlador de posicionar la plataforma móvil a un valor deseado se diseñará un controlador robusto Proporcional Integral Generalizado (Generalized Proportional Integral control GPI) o controlador basado en reconstructores integrales para perturbaciones tipo rampa.

Para los tres actuadores es el mismo procedimiento para el diseño del controlador, por lo que solo se muestra el desarrollo de manera general.

El modelo dinámico del actuador ( $i=1,2,3$ ) puede ser representado como un sistema perturbado dado por:

$$\ddot{z}_i = u_i + \xi_i \quad (4)$$

donde

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{F_i}{m_i} \\ \xi_i &= \frac{1}{m_i} (P_i \square b_i \dot{z}_i) \end{aligned} \quad (5)$$

Se propone el siguiente controlador para el seguimiento de trayectorias y considerando una perturbación dependiente del tiempo tipo rampa ( $\xi_i = a_0 + a_1 t$ ):

$$\begin{aligned} u_i &= z_{id} \square k_3 (\hat{z}_i \square z_{id}) \square k_2 (z_i \square z_{id}) \\ &\square k_1 \int_0^t (z_i \square z_{id}) d\tau \square k_0 \int_0^t \int_0^\tau (z_i \square z_{id}) d\lambda d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

Donde (7) es el reconstructor integral de la velocidad del actuador.

$$\begin{aligned} \hat{z}_i &= \int_0^t u_x d\tau \\ \dot{z}_i &= \hat{z}_i + \dot{z}_{i0} \end{aligned} \quad (7)$$

Sustituyendo (6) en (4), considerando el reconstructor integral y la perturbación tipo rampa, se tiene

$$\begin{aligned} \ddot{z}_i &= \ddot{z}_{id} \square k_4 (\dot{z}_i \square \dot{z}_{i0} \square \dot{z}_{id}) \\ &\square k_3 (z_i \square z_{id}) \square k_2 \int_0^t (z_i \square z_{id}) d\tau \\ &\square k_1 \int_0^t \int_0^\tau (z_i \square z_{id}) d\lambda d\tau + a_1 t + a_0 \end{aligned} \quad (8)$$

Definiendo el error como  $e = z_i - z_{id}$  y derivando dos veces se obtiene la ecuación dinámica del error dada por:

$$e^{IV} + k_3 \ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e + k_0 e = 0 \quad (9)$$

Aplicando transformada de Laplace a (9), se obtiene la ecuación característica del sistema en lazo cerrado:

$$s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 = 0 \quad (10)$$



Las ganancias del controlador ( $k_i, i=0,1,2,3$ ) se determinan al igualar a un polinomio Hurwitz para que la dinámica del error sea asintóticamente estable, dado por:

$$(s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2)(s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2) = 0 \quad (11)$$

Para este caso se seleccionaron:

$$\zeta_1 = \zeta_2 = 1.5 \quad y \quad \omega_1 = \omega_2 = 8$$

### 3. Resultados

En esta sección se presentan los resultados al implementar el controlador GPI en el prototipo virtual bajo el ambiente del software MSC Adams view® en co-simulación con Matlab-Simulink, ver Fig. 6.

Es importante mencionar que en estas simulaciones el efecto de la gravedad fue omitido, puesto que los actuadores (fricción en tornillo) presentan una fuerza que compensa el peso de la plataforma móvil, por lo que en el reposo se encuentra en equilibrio sin aplicar fuerza en los actuadores.

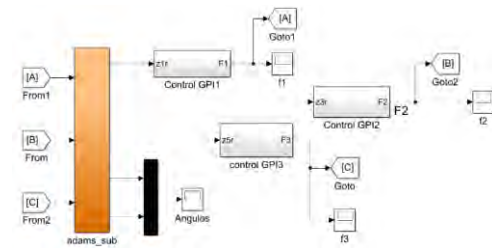


Figure 6 – Diagrama de bloques del control GPI en co-simulación con MSC Adams view®.

Los parámetros utilizados para la simulación del prototipo virtual, se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 – Parámetros de simulación.

$h = H = 0.50 \text{ m}$	$l_1 = l_2 = l_3 = l_0 + \Delta l$
$M = m_1 + m_2 + m_3$	$m_i = M/3$
$M = 8.9 \text{ kg}$	$l_0 = 0.5 \text{ m}$
$p = 0.61 \text{ m}$	$\Delta l = 0.23 \text{ m}$

En la Fig. 7 y 8 se muestran los resultados de simulación para el seguimiento de la trayectoria deseada para llevar la plataforma móvil a un ángulo de  $\alpha = 15^\circ$  (ver Fig. 3) en un

tiempo de 5s. Se puede observar que el actuador 1 no presenta desplazamiento, y el desplazamiento del actuador 2 es opuesto al desplazamiento del actuador 3.

En las respuestas de los desplazamientos de los actuadores se muestra también la trayectoria deseada, por lo que se aprecia que el controlador GPI compensa las perturbaciones derivado de la distribución de la masa en los actuadores conforme cambia de orientación. Esto se aprecia también en la Fig. 8, donde se muestra la respuesta para el ángulo  $\alpha$ .

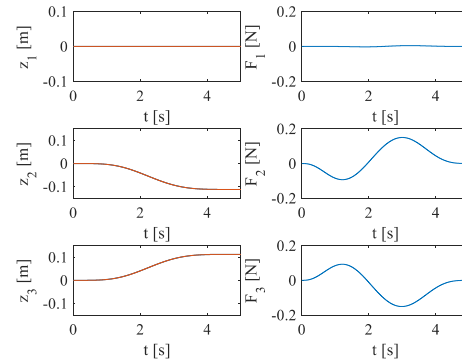


Figure 7 – Respuesta de los desplazamientos de los actuadores y el esfuerzo de control requerido para un  $\alpha=15^\circ$  y  $\beta=0^\circ$ .

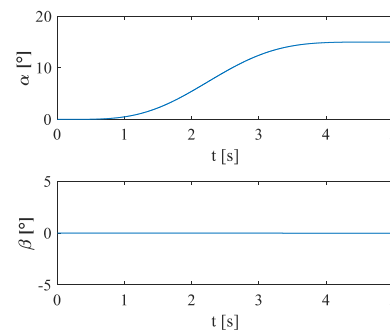


Figure 8 – Respuesta de posición angular en la plataforma móvil para un  $\alpha=15^\circ$  y  $\beta=0^\circ$ .

En la Fig. 9 y 10 se muestra la respuesta de los desplazamientos en los actuadores y el esfuerzo de control requerido para posicionar la plataforma móvil para un  $\alpha=15^\circ$  y  $\beta=0^\circ$ . Se observa un movimiento suave donde el error de seguimiento tiende a cero. En la Fig. 10 se observa que existe un pequeño error menor a medio grado en ambas orientaciones angulares de la plataforma móvil.



Es importante mencionar que el controlador GPI solo requiere de integraciones iteradas de la entrada y salida, ver ecuaciones (6) y (7).

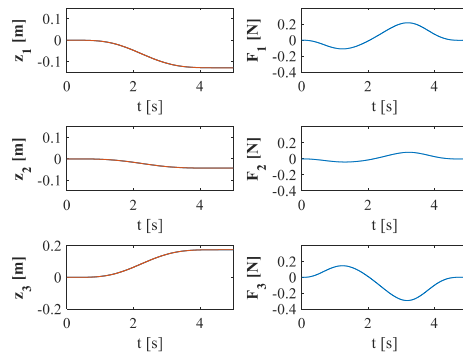


Figure 9 – Respuesta de los desplazamientos de los actuadores y el esfuerzo de control requerido para un  $\alpha=15^\circ$  y  $\beta=15^\circ$ .

Como se puede observar de los resultados de simulación, el robot paralelo 3 RPS propuesto puede ser utilizado para una aplicación como el anaveaje. Para el propósito del anaveaje, la plataforma móvil debe de permanecer en la posición horizontal mientras la base fija es la que recibe un movimiento de entrada en ambas direcciones ( $\alpha$  y  $\beta$ ). En este caso se propone utilizar sensores (acelerómetros) que permitan detectar ambos movimientos angulares. Con base en la cinemática inversa, se determina el desplazamiento que debe de tener cada actuador para mantener la plataforma móvil en posición horizontal y asignar este valor al controlador GPI, como se muestra en la Fig. 11.

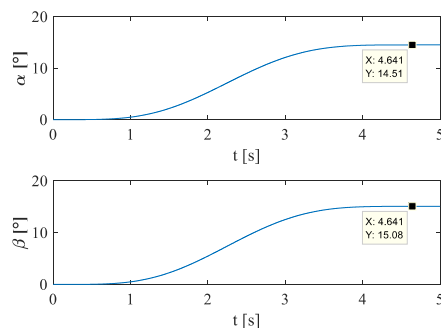


Figure 10 – Respuesta de posición angular en la plataforma móvil para un  $\alpha=15^\circ$  y  $\beta=15^\circ$ .



Figure 11 – Diagrama esquemático para el control del robot paralelo en el anaveaje.

#### 4. Conclusión

En este artículo se propone un control GPI robusto que compensa perturbaciones tipo rampa en un robot paralelo en configuración 3RPS. Con base en los resultados de simulación se observa un buen desempeño del controlador, capaz de compensar el comportamiento no lineal del sistema y las variaciones de fuerza que se presentan derivado de la distribución de la masa en cada uno de los actuadores conforme cambia de orientación. El uso de prototipos virtuales en el software de MSC Adams®, permite visualizar y analizar sistemas mecánicos, como el robot paralelo, para evaluar el desempeño de controladores.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo brindado por el Tecnológico Nacional de México (TecNM) a través del proyecto "Diseño y construcción de un robot paralelo para el anaveaje" para la realización de la presente investigación mediante el Fortalecimiento a Cuerpos Académicos, IDCA 24320, CENIDET-CA-16.

#### REFERENCIAS

- [1] J. P. Merlet, *Parallel Robots*, (Second Edition) Springer Netherlands, (2006).
- [2] Jamwal PK, Hussain S, Ghayesh MH, Rogozina SV. "Adaptive Impedance Control of Parallel Ankle Rehabilitation Robot," ASME. J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control; 139(11):111006-111006-7, 2017.
- [3] B. Guo, H. Jin, P. Zhang, J. Zhang, Y. Hu and H. Zhang, "Accuracy analysis and calibration of a parallel guidance device for minimal invasive spinal surgery," 2013 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), pp. 1468-1473, Shenzhen, 2013.
- [4] B. Li, H. Jin, M. Fang, Y. Hu and P. Zhang, "Spinal physiological motion simulator and compensation method for a robotic spinal surgical system," 2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2014), pp. 229-234, Bali, 2014.
- [5] Cao, R., Gao, F., Zhang, Y., Pan, D., Chen, W. "A new parameter design method of a 6-DOF Parallel Motion Simulator for a Given Workspace," Mechanics Based Design of Structures and Machines 43(1):1-18, 2015.



- [6] Dan Zhang, S. Patel, Zhen Gao and Yunjian Ge, "Stiffness control for a 3-DOF parallel robot based machine tools," 2008 International Conference on Information and Automation, pp. 1085-1090, Changsha, 2008.
- [7] R. Celi, A. Sempértegui, D. Morocho, D. Loza, D. Alulema and M. Proaño, "Study, design and construction of a 3D printer implemented through a delta robot," 2015 CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON), pp. 717-722, Santiago, 2015.
- [8] H. Sira-Ramírez, F. Beltrán-Carbajal, A. Blanco-Ortega, "A Generalized Proportional Integral Output Feedback Controller for the Robust Perturbation Rejection in a Mechanical System," e-STA, Sciences et Technologies de l'Automatique. Vol. 5, No. 4, pp. 24-32, 2008.
- [9] M. Fliess, R. Marquez, E. Delaleau and H. Sira-Ramírez, "Correcteurs Proportionnels-Intégraux Généralisés, ESAIM: Control, Optimization and Calculus of Variations," Vol. 7, No. 2, pp. 23-41, 2002.
- [10] C. Ruiz-Hidalgo, A. Blanco-Ortega, A. Abúndez-Pliego, J. Colin-Ocampo, and M. Arias-Montiel, "Design and Control of a Novel 3-DOF Parallel Robot," in 2016 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering Design, pp. 66–71 (2016).
- [11] J. García de la Cuesta, *Aviation terminology* (2da. edición) Ediciones Díaz de Santos (2011).



# ROBUST GPI CONTROLLER FOR TRAJECTORY TRACKING IN A 3RPS PARALLEL ROBOT

ANDRÉS BLANCO-ORTEGA, NORMA C. RUIZ-HIDALGO, JORGE COLIN-OCAMPO, ARTURO ABÚNDEZ-PLIEGO, WILBERTH ALCOCER-ROSADO

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

E-mail: andres.blanco@cenidet.edu.mx, celesterh@cenidet.edu.mx, jcolin@cenidet.edu.mx, abundez@cenidet.edu.mx, wilberth@cenidet.edu.mx

---

**Abstract-** Parallel robots have the advantages of handle heavy loads, high rigidity, low inertia and higher accuracy. These robots have been used in applications of motion simulators, machine-tools, fine positioning devices, haptic devices, 3D printers, part handling and spot welding among others. In this paper a configuration of a revolute-prismatic-spherical (RPS) parallel robot with different orientations of the actuators, with respect to other parallel robots reported in the literature, is presented. Robust GPI controller is proposed for trajectory tracking to position the mobile platform in a desired orientation. The simulation results show how the controller is able to compensate non-modeled system disturbances as well as external disturbances.

---

**Index Terms-** GPI control, parallel robot, 3 RPS mechanism.

---

## I. INTRODUCTION

Robots have been incorporated into human live little by little, replacing its own tasks. Such as repetitive and dangerous jobs, also in areas that need high precision and time deadline. Also, they are capable of carrying heavy loads and capable of adapting to different tasks. A parallel robot consists of two platforms, one fixed and one mobile, the latter known as end effector or mobile platform. The final effector is linked to the base through independent kinematic chains, which tend to be symmetrical and are attached to the platforms through different types of joints, such as prismatic, revolute, universal and spherical [1].

Parallel robot has many advantages such as stiffness in mechanical structure, stable structure, strong carrying capacity, high position accuracy, fast response, small inertia, low cost, no error accumulation, and can be modular.

Parallel robots are being used in different applications, such as: medical surgeries, rehabilitation systems, motion simulators, human gait simulators, 3D printers, high-precision machining centers, and so forth [2]-[7]. In the literature several works of 3 RPS parallel robots have been reported where the actuators are oriented towards the center in a concurrent manner. Inverse kinematics [8], [9] forward kinematics [10], dynamic model [11] and different control strategies have been reported such as PID control [12], impedance control [13], neuro-fuzzy control [14], adaptive control [15] [16], and computed-torque method [11].

Independent joint controllers (of PD or PID type) are usually employed in industrial robot manipulators but cannot achieve satisfactory performance due to their inherent low rejection to disturbances and parameter variations [17].

Generalized Proportional Integral (GPI) control was introduced, in the context of Predictive Control of Differentially Flat systems in an article by Fliess and

his coworkers [18].

GPI controller is proposed for the efficient rejection of a completely unknown perturbation input in a controlled mass system attached to an uncertain mass-spring-damper mechanical system [19].

For other developments concerning GPI control in rehabilitation systems, active vibration control, motor control, inverter are presented in [20]-[24].

The paper is organized in the following order: Section II introduces the model description of the 3RPS parallel robot and the inverse kinematic, in Section III the robust GPI controller for trajectory tracking is proposed. Section IV provides some numerical simulations under MSC Adams environment to show the behavior of the robust controller in a virtual prototype of the parallel robot. Finally, some conclusions are reported in section V.

## II. PARALLEL ROBOT DESCRIPTION

### A. 3RPS Parallel robot

A 3 degrees of Freedom (DOF) parallel robot structure was design using the RPS configuration [25]. In Fig. 1, shows the virtual prototype of the parallel robot. This robot is formed by 3 electric actuators, 3 revolute joints 3 spherical joints, as well as a mobile platform and a fixed platform.

The configuration of the parallel robot consists in the orientation of the actuators using spherical and revolute joints.

Two actuators are in opposite position, which means that the axes of the revolute joints are parallel; meanwhile the third actuator, is oriented at 90°, or rather, the axis of the revolute joint is 90° turned in relation to the other actuators. The parallel robots proposed by other authors have the actuators oriented to the center of the platform.



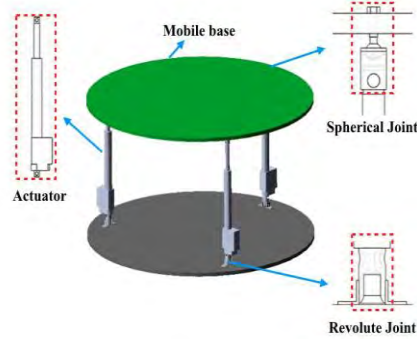


Fig. 1 Configuration of the 3-DOF parallel robot.

### B. Inverse kinematic

The inverse kinematics consists in establishing the value of the joint coordinates corresponding to the end-effector configuration (position and orientation). Establishing the inverse kinematics is essential for the position control of parallel robots. The geometric model design of the 3-RPS configuration parallel robot to obtain the inverse kinematic is shown in Fig. 2.

The equations (1) represented the inverse kinematic and were presented in [25].

$$\begin{aligned} l_1 &= K_{el} + k_4 \sin \alpha + k_5 \cos \alpha \\ l_2 &= K_{el} + k_4 \left( s_{\alpha\alpha} \cos \alpha - s_{\alpha\alpha} \right) + \\ &\quad k_5 \left( \cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cos^2 \alpha + s_{\alpha\alpha} s \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} l_3 &= K_{el} - k_4 \left( s_{\alpha\alpha} \cos \alpha + s_{\alpha\alpha} \right) + \\ &\quad k_5 \left( \cos \alpha - \cos \alpha \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cos^2 \alpha - s_{\alpha\alpha} s \right) \end{aligned}$$

where

$$k_1 = h^2, k_2 = H^2, k_3 = p^2, k_4 = -2HP, k_5 = -2t \quad (2)$$

$$\begin{aligned} K_{el} &= k_1 + k_2 + k_3 \\ s_{\alpha\alpha} &= \sin \alpha \sin \alpha, s_{\alpha\alpha} \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

Table 1 shows the parameters of the virtual prototype of the parallel robot and Table II shows the simulation results for inverse kinematic (1) for arbitrary values of  $\alpha$  and  $\beta$ .

Table I. Parallel robot parameters	
H=0.50 m	p=0.61 m
h=0.50 m	$l_1 = l_2 = l_3 = l_0 + -l$

$m_1 = 8.9 \text{ kg}$	$l_0 = 0.5 \text{ m}$
$w = m_1 g$	$-l = 0.23 \text{ m}$

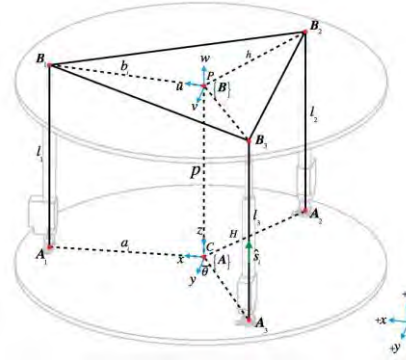


Fig. 2 Geometric model of the 3-RPS parallel robot.

Table II. Results for inverse kinematic

#	$l_1$ [m]	$l_2$ [m]	$l_3$ [m]	$\alpha$	$\beta$
1	0.6131	0.5010	0.7256	15°	0°
2	0.4837	0.6780	0.6780	0°	15°
3	0.5869	0.5362	0.7164	12°	3°
4	0.5434	0.6330	0.6630	2°	8°
5	0.4920	0.6224	0.7254	7°	14°
6	0.5694	0.5599	0.7101	10°	5°
7	0.5434	0.5882	0.7079	8°	8°

### III. ROBUST GPI CONTROLLER

#### C. Dynamic modelling

Obtaining the dynamic model of a parallel robot is complex. On the other hand, some researchers recommend that dynamic models are not used because modeling errors are too numerous [1]. Consider independently each of the actuators that make up the parallel robot, as shown in Fig. 3. The actuator displacement is denoted by  $z_i$  ( $i=1,2,3$ ),  $b_i$  is the viscous damping coefficient,  $F_i$  is the control input and  $P_i$  is considered a disturbance resulting from the mass of the mobile platform and the load may have.

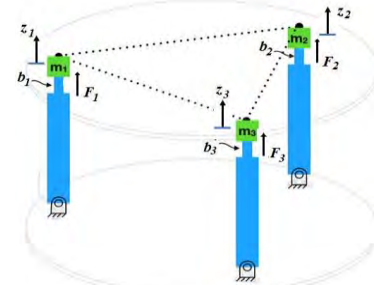


Fig. 3 Schematic diagram of the actuators.



The mathematical models of the actuators can be obtained by applying Newton's second law or Euler-Lagrange formulism and are given by:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + b_1 \dot{z}_1 &= F_1 + P_1 \\ m_2 \ddot{z}_2 + b_2 \dot{z}_2 &= F_2 + P_2 \\ m_3 \ddot{z}_3 + b_3 \dot{z}_3 &= F_3 + P_3 \end{aligned} \quad (1)$$

In order to control the position of the mobile platform of the parallel robot, the actuators are controlled independently. So only the development of the controller design for one actuator will be shown. Expressing the mathematical model of an actuator as a perturbed system:

$$\ddot{z}_1 = u_1 + \alpha_1 \quad (2)$$

Where  $\xi_1$  represents a time polynomial signal of degree 3, of, otherwise, unknown character. The control input is  $u_1$  and  $z$  is the output variable.

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{F_1}{m_1} \\ \alpha_1 &= \frac{1}{m_1} (P_1 - b_1 \dot{z}_1) \end{aligned} \quad (3)$$

A bounded disturbance is considered due to the mass present in the mobile platform of the form:

$$\alpha_1 = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (4)$$

#### D. Controller design

To compensate the disturbance and achieve the controller's objective of tracking a desired trajectory, the following robust controller is proposed.

$$\begin{aligned} u_1 &= \ddot{z}_d - k_5 (\dot{z}_1 - \dot{z}_d) - k_4 (z_1 - z_d) - k_3 \int_0^t (z_1 - z_d) d\alpha \\ &\quad - k_2 \int_0^t \int_0^\alpha (z_1 - z_d) d\alpha d\alpha - k_1 \int_0^t \int_0^\alpha \int_0^\alpha (z_1 - z_d) d\alpha d\alpha d\alpha \\ &\quad - k_0 \int_0^t \int_0^\alpha \int_0^\alpha \int_0^\alpha (z_1 - z_d) d\alpha d\alpha d\alpha d\alpha \end{aligned} \quad (5)$$

where  $\hat{z}_1$  is an integral reconstructor of the linear velocity of the piston rod, which is given by

$$\begin{aligned} \hat{z}_1 &= \int_0^t u_1 d\alpha \\ \hat{z}_1 &= \hat{z}_1 + z_{10} \end{aligned} \quad (6)$$

Clearly, a suitable linear combination of up to fourth iterated integrations of the system output tracking error compensates the three-degree time polynomial perturbation input,  $\xi(t)$ . Substituting the controller (5) and the polynomial representing the disturbance (4) in (2), we get

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1 &= \ddot{z}_d - k_5 (\dot{z}_1 - \dot{z}_d) - k_4 (z_1 - z_d) \\ &\quad - k_3 \int_0^t (z_1 - z_d) d\alpha - k_2 \int_0^t \int_0^\alpha (z_1 - z_d) d\alpha d\alpha \\ &\quad - k_1 \int_0^t \int_0^\alpha \int_0^\alpha (z_1 - z_d) d\alpha d\alpha d\alpha \\ &\quad - k_0 \int_0^t \int_0^\alpha \int_0^\alpha \int_0^\alpha (z_1 - z_d) d\alpha d\alpha d\alpha d\alpha \\ &\quad + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \end{aligned} \quad (7)$$

The use of the robust GPI controller (5) yields the following closed-loop dynamics for the trajectory tracking error,  $e(t) = z_1 - z_d(t)$ :

$$e^{(6)} + k_5 e^{(5)} + k_4 e^{(4)} + k_3 \ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e + k_0 e = 0 \quad (8)$$

The characteristic equation of the system is now:

$$s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 = 0 \quad (9)$$

The parameters were selected to ensure that the error dynamics was globally asymptotically stable. We carry out a term by term equalization of the closed loop characteristic polynomial with the desired polynomial, given by:

$$(s^2 + 2\alpha s + \alpha^2) = 0 \quad (10)$$

with  $\alpha = 1.5, \alpha_n = 8$ .

#### E. Trajectory tracking

Desired position trajectory is given by the following Bézier polynomial:

$$\begin{aligned} z_d &= z_i + (z_f - z_i) \alpha(t, t_i, t_f) \mu_p^5 \\ \alpha(t, t_i, t_f) &= \alpha_1 - \alpha_2 \mu_p + \alpha_3 \mu_p^2 - \dots + \alpha_6 \mu_p^5 \\ \mu_p &= \frac{t - t_i}{t_f - t_i} \end{aligned} \quad (11)$$

where  $z_i = z_d(t_i)$  and  $z_f = z_d(t_f)$  are initial and final desired positions, so that the mobile platform starts from an initial position and go to a final position with a smooth change, such that:

$$\begin{aligned} &= z_i & 0 < t < t_i \\ z_d &= \alpha(t, t_i, t_f) z_f & t_i < t < t_f \\ &= z_f & t > t_f \end{aligned} \quad (12)$$



Parameters of the polynomial function ( $x$ ) are  $\gamma_1=252$ ,  $\gamma_2=1050$ ,  $\gamma_3=1800$ ,  $\gamma_4=1575$ ,  $\gamma_5=700$ ,  $\gamma_6=126$ .

#### IV. SIMULATION RESULTS

A virtual prototype of the 3 RPS parallel robot [6] was designed and is shown in Fig. 4. Simulations were performed with this virtual prototype under MSC ADAMS software environment to verify the performance of the robust GPI controllers.

The ADAMS program is multibody dynamic analysis software. The 3 RPS parallel robot model is created based on the ADAMS/view.

To set up a co-simulation environment, ADAMS/view provides two modules, ADAMS/Controls and ADAMS/Solver. The ADAMS/Controls module generates a simulation model based on the ADAMS/view model, which can be imported into MATLAB/Simulink. During a co-simulation, a closed loop between the ADAMS/view model and control system is formed, as shown in Fig. 5.

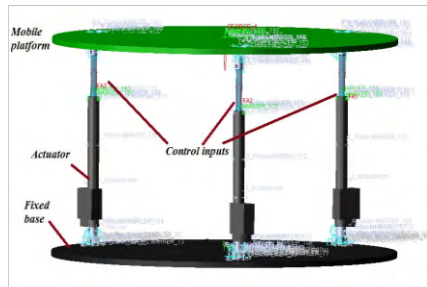


Fig. 4 Virtual prototype under MSC Adams environment.

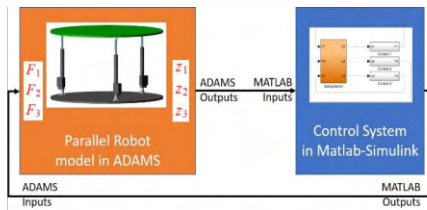


Fig. 5 ADAMS and Matlab in the co-simulation model.

The following figures depicts the response of the virtual prototype of the 3 RPS parallel robot. The simulations are obtained using the robust GPI controller (5) and the Bezier polynomial as desired reference trajectory (12) for the actuator displacements.

#### F. Simulations results without perturbation

Figure 6 shows the parallel robot response rotating around the  $x$  axis, this movement is obtained only by the displacement of the actuator 2 and 3 in the opposite direction (see Figs. 2 and 3). For this movement, from

the initial position ( $z_1 = z_2 = z_3 = 0.61$  m), the displacements of  $z_2 = -0.112$  m and  $z_3 = 0.112$  m are required in the actuators (see Fig. 3 and Table II). It can be seen that the displacements of the actuators are smooth to get the orientation of the mobile platform ( $\alpha = 15^\circ$ ).

Note the robust GPI controller for the displacements of the actuators, the tracking error tends to zero, and the movement is smooth. Fig. 7 shows the response for the angular position of the mobile platform for  $\alpha$  and  $\beta$ .

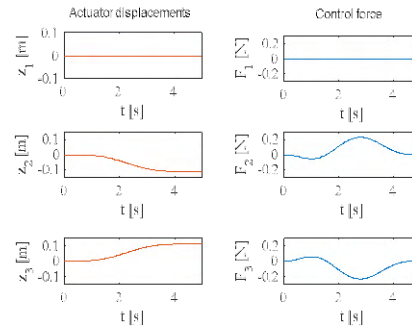


Fig. 6 Displacements and control inputs of the actuators for  $\alpha = 15^\circ$ .

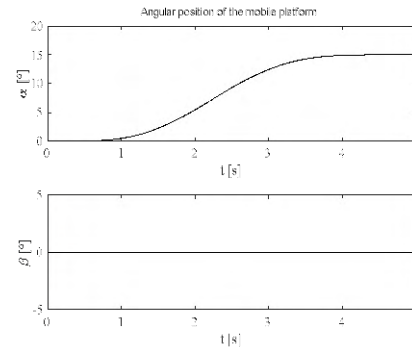


Fig. 7 Response of angular position of the mobile platform for  $\alpha = 15^\circ$ .

#### G. Simulations results with perturbation

As a disturbance to the robust GPI controller, the mobile platform mass is modified (55.8 kg) in the virtual prototype. It can be due a load additional in the mobile platform. The controller gains are the same used in the simulation without disturbance.

For simulation results shows in Fig. 8, the trajectories for the desired displacements are the same as those used in Fig. 6. Note the robust GPI controller for the displacements of the actuators, the tracking error tends to zero, and the movement is smooth. The robust



## Robust GPI Controller for Trajectory Tracking in A 3rps Parallel Robot

controller rejects the disturbance increasing three times with respect to the response of the parallel robot without disturbance. The displacements of the actuators and the control inputs to position the mobile platform ( $\varphi = 15^\circ$ ) is shown in Fig. 8. The angular positioning of the mobile platform is shown in Fig. 9.

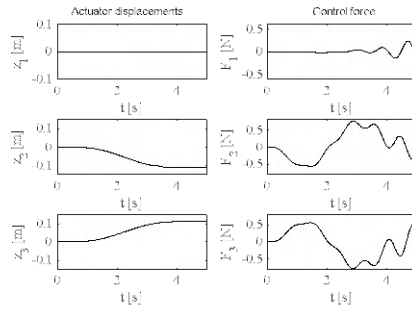


Fig. 8 Displacements and control inputs of the actuators for  $\varphi = 15^\circ$  with disturbance in the mobile platform mass.

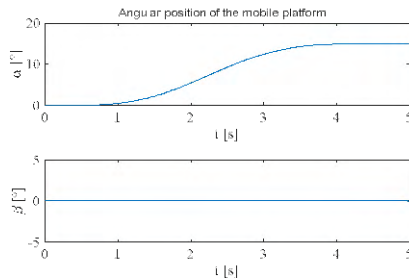


Fig. 9 Response of angular position of the mobile platform for  $\varphi = 15^\circ$  with disturbance in the mobile platform mass.

Fig. 10 and Fig. 11 show the response for the mobile platform of the parallel robot to achieve the desired angles ( $\varphi = \varphi = 15^\circ$ ). In this case, the actuator 1 must be negative and the actuators 2 and 3 must have a positive value, see Fig. 3 and Table II. In these simulation results there is an error in tracking the desired trajectory.

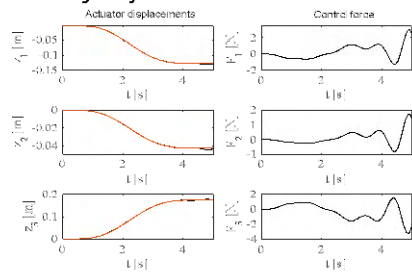


Fig. 10 Displacements and control inputs of the actuators for  $\varphi = 15^\circ$  and  $\varphi = 15^\circ$ .

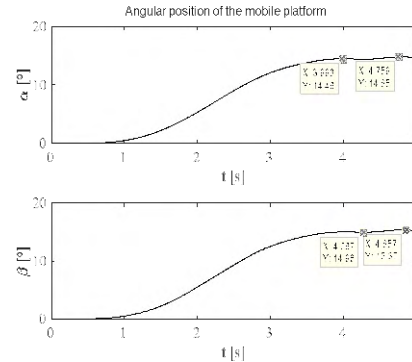


Fig. 11 Response of angular position of the mobile platform for  $\varphi = 15^\circ$  and  $\varphi = 15^\circ$ .

## CONCLUSION

In this paper, a control strategy for a 3 RPS parallel robot based on generalized proportional integral (GPI) controllers is presented, and the performance of the control system has been evaluated by means of simulations.

The simulation results are obtained from the virtual prototype simulated under the ADAMS environment using the robust GPI controller. An increase in the mass of the mobile platform is considered as disturbance for the controller. The control strategy demonstrated that it is able to guarantee the trajectory tracking task during the positioning of the mobile platform of the parallel robot. These simulations show the effectiveness of the proposed controller.

## ACKNOWLEDGMENT

Research reported here was supported by grants of the Tecnológico Nacional de México, TecNM through Fortalecimiento de Cuerpos Académicos 2017 with the project "Diseño y construcción de un robot paralelo para el anaveaje", IDCA 24320, CENIDET-CA-16

## REFERENCES

- [1] J. P. Merlet, "Parallel Robots," Second Edition. Springer Netherlands, 2006.
- [2] Jamwal PK, Hussain S, Ghayesh MH, Rogozina SV. "Adaptive Impedance Control of Parallel Ankle Rehabilitation Robot". ASME. J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control; 139(11):111006-111006-7, 2017.
- [3] B. Guo, H. Jin, P. Zhang, J. Zhang, Y. Hu and H. Zhang, "Accuracy analysis and calibration of a parallel guidance device for minimal invasive spinal surgery," 2013 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), pp. 1468-1473, Shenzhen, 2013.
- [4] B. Li, H. Jin, M. Fang, Y. Hu and P. Zhang, "Spinal physiological motion simulator and compensation method for a robotic spinal surgical system," 2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2014), pp. 229-234, Bali, 2014.



- [5] Cao, R., Gao, F., Zhang, Y., Pan, D., Chen, W. "A new parameter design method of a 6-DOF Parallel Motion Simulator for a Given Workspace". *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 43(1):1-18, 2015.
- [6] Dan Zhang, S. Patel, Zhen Gao and Yunjian Ge, "Stiffness control for a 3-DOF parallel robot based machine tools," 2008 International Conference on Information and Automation, pp. 1085-1090, Changsha, 2008.
- [7] R. Celi, A. Sempértegui, D. Morochó, D. Loza, D. Alulema and M. Proaño, "Study, design and construction of a 3D printer implemented through a delta robot," 2015 CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON), pp. 717-722, Santiago, 2015.
- [8] X. Li, D. Zhu, Z. Mei and D. Jiang, "Kinematic analysis of 3-RPS parallel mechanism," 2017 2nd International Conference on Robotics and Automation Engineering (ICRAE), pp. 183-187, Shanghai, 2017.
- [9] L. Yu, L. Zhang, N. Zhang, S. Yang and D. Wang, "Kinematics simulation and analysis of 3-RPS parallel robot on SimMechanics," The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation, pp. 2363-2367, Harbin, 2010.
- [10] S. H. Mirmohammad, A. Yousefi-Koma and S. S. Mohtasebi, "Direct kinematics of a three revolute-prismatic-spherical parallel robot using a fast homotopy continuation method," 2016 4th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM), pp. 410-415, Tehran, 2016.
- [11] M. Shahidi, J. Keighobadi, A. R. Khoogar, "3-RPS Parallel Manipulator Dynamical Modelling and Control Based on SMC and FL Methods," *AUT J. Modeling and Simulation*, 49(2), 217-226, 2017.
- [12] D. Verde, S. D. Stan, M. Manic, R. Balan and V. Matie, "Kinematics analysis, workspace, design and control of 3-RPS and TRIGLIDE medical parallel robots," 2009 2nd Conference on Human System Interactions, Catania, 2009, pp. 103-108.
- [13] H. Z. Arabshahi and A. B. Novinzadeh, "Impedance control of the 3RPS parallel manipulator," 2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM), pp. 486-492, Tehran, 2014.
- [14] Y. Fan and Y. Yin, "Mechanism design and motion control of a parallel ankle joint for rehabilitation robotic exoskeleton," 2009 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), pp. 2527-2532, Guilin, 2009.
- [15] Guoliang Tao, Ce Shang, and Deyuan Meng, "Adaptive Robust Posture Control of a 3-RPS Pneumatic Parallel Platform with Unknown Deadzone," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2016, Article ID 2034923, 16 pages, 2016.
- [16] Ce Shang, Guoliang Tao and Deyuan Meng, "Adaptive robust trajectory tracking control of a parallel manipulator driven by pneumatic cylinders," *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 8(4) 1-15, 2016.
- [17] P. Chiacchio, F. Pierrot, L. Sciavicco and B. Siciliano, "Robust design of independent joint controllers with experimentation on a high-speed parallel robot," in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 4, pp. 393-403, Aug 1993.
- [18] M. Fliess, R. Marquez, E. Delaleau and H. SiraRamírez, "Correcteurs Proportionnels-Intégraux Généralisés," *ESAIM Control, Optimisation and Calculus of Variations*, Vol. 7, No. 2, pp. 23-41, 2002.
- [19] H. Sira-Ramírez, F. Beltrán-Carbajal, and A. Blanco-Ortega, "Robust generalized proportional integral controller for the induction motor," in *Proc. of the 10th International Workshop on Variable Structure Systems*, Antalya, Turkey, June 2008.
- [20] F. Beltrán-Carbajal, E. Chávez-Conde, A. F. Contreras, R. F. Vázquez-Bautista, "Active perturbation rejection in motion control of milling machine tools," *Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia*, 69 (1) pp. 193-204, 2013.
- [21] C. H. Guzmán, A. Blanco, J. A. Brizuela, F. A. Gómez "Robust control of a hip-joint rehabilitation robot", *Biomedical Signal Processing & Control* 35: 100-109, 2017.
- [22] A. Blanco Ortega, L. G. Vela Valdés, G. López López and A. Magadán Salazar, "A Generalized Proportional Integral Controller for the Robust Perturbation Rejection in an Ankle Rehabilitation Machine," 2013 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering, pp. 140-145, Morelos, 2013.
- [23] H. Sira-Ramírez, F. Beltrán-Carbajal and A. Blanco-Ortega, "A robust generalized proportional integral controller for the induction motor," 2008 International Workshop on Variable Structure Systems, pp. 89-94, Antalya, 2008.
- [24] J. A. Juárez-Abad, J. Linares-Flores, E. Guzmán-Ramírez and H. Sira-Ramírez, "Generalized Proportional Integral Tracking Controller for a Single-Phase Multilevel Cascade Inverter: An FPGA Implementation," in *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 10, no. 1, pp. 256-266, Feb. 2014.
- [25] N. C. Ruiz-Hidalgo, A. Blanco-Ortega, A. Abúndez-Pliego, J. Colín-Ocampo, and M. Arias-Montiel, "Design and Control of a Novel 3-DOF Parallel Robot," in 2016 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering Design, pp. 66-71, 2016.

\*\*\*