



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AGUASCALIENTES

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA QUÍMICA

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN
INGENIERÍA QUÍMICA**

**" DESARROLLO DE MODELOS DE PLANTA MEDIANTE
INFERENCIA DIFUSA E INCORPORANDO HERRAMIENTAS
NUMÉRICAS PARA EL AJUSTE DE PARÁMETROS"**

PRESENTADO POR:

ING. EDWIN MESIAS GUANOTASIG CALERO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ ENRIQUE JAIME LEAL

Aguascalientes, Ags., México.

Enero de 2026



Instituto Tecnológico de Aguascalientes
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Aguascalientes, Ags., 19/enero/2026

Oficio No. DEPI 057/2026

Asunto: Autorización impresión tesis

C. EDWIN MESIAS GUANOTASIG CALERO
PRESENTE

Los abajo firmantes, Miembros del Jurado para Examen de Grado de Maestría, hacemos **constar** que, habiendo revisado el Trabajo de Tesis desarrollado por Usted, bajo el título: **"Desarrollo de modelos de planta mediante inferencia difusa e incorporando herramientas numéricas para el ajuste de parámetros"**, hemos dictaminado que éste es de aceptarse, por lo que se autoriza su impresión.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®
Ingenio, Cultura y Saber, que conducen a la Excelencia®

PRESIDENTE

DR. JOSÉ ENRIQUE JAIME LEAL

SECRETARIO

DR. JAIME MORENO PÉREZ

VOCAL

DR. JOSÉ CRUZ MUÑOZ ESPARZA

ccp. Archivo
JFLH/yevo



2026
año de
Margarita
Maza



Instituto Tecnológico
de Aguascalientes



ABET



Instituto Tecnológico de Aguascalientes
«Departamento»

Ciudad de México, **16/enero/2026**

Asunto: **Oficio de originalidad**

**CONSEJO DE POSGRADO
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA QUÍMICA
PRESENTE**

El director de tesis de el alumno C. **Edwin Mesias Guanotasig Calero**, estudiante de la **Maestría en Ciencias en Ingeniería Química** con número de control **G24153061**, hace constar que, después de haber realizado la revisión del informe de originalidad generado con la herramienta Turnitin, el trabajo **"Desarrollo de Modelos de Planta mediante Inferencia Difusa e Incorporando Herramientas Numéricas para el Ajuste de Parámetros"** es original conforme a los criterios establecidos. El porcentaje de similitud es de **20 %** y se adjunta resumen del reporte.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

Ingenio, Cultura y Saber, que conducen a la Excelencia®

Vo.Bo.

DR. JOSÉ ENRIQUE JAIME LEAL
DIRECTOR DE TESIS
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERIA QUÍMICA

DRA. NORMA AUREA RANGEL VÁZQUEZ
COORDINADORA
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERIA QUÍMICA

ccp. Archivo





AUTORIZACIÓN DE USO DE DERECHOS DE AUTOR OTORGADO POR

Edwin Mesias Guanotasig Calero, mayor de edad, con domicilio ubicado en **Av. Adolfo López Mateos #1801 Ote. Fracc. Bona Gens**, en mi calidad de titular y autor de la tesis denominada **“Desarrollo de Modelos de Planta mediante Inferencia Difusa e Incorporando Herramientas Numéricas para el Ajuste de Parámetros”** quien para todos los fines del presente documento se denominará **EL AUTOR Y/O TITULAR**, suscribo el presente documento de autorización de uso de derechos patrimoniales de autor a favor del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes el cual se registrá por las clausulas siguientes:

PRIMERA – AUTORIZACIÓN: EL AUTOR Y/O TITULAR, mediante el presente documento autoriza la utilización de los derechos patrimoniales de autor al Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes, de la tesis denominada **“Desarrollo de Modelos de Planta mediante Inferencia Difusa e Incorporando Herramientas Numéricas para el Ajuste de Parámetros”**, a través del Repositorio Institucional del Tecnológico Nacional de México (en lo sucesivo TecNM) y en el Repositorio Nacional, que puede ser consultado en la liga electrónica: (www.repositorionacionalcti.mx/).

SEGUNDA – OBJETO: Por medio del presente escrito, EL AUTOR Y/O TITULAR autoriza al Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes, a través del Repositorio Institucional del TecNM y en el Repositorio Nacional para que de conformidad con la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de la Propiedad Industrial, use los derechos del documento antes referido, con fines exclusivamente académicos.

TERCERA – TERRITORIO: Los derechos aquí autorizados se dan sin limitación geográfica o territorial alguna.

CUARTA – ALCANCE: La presente autorización se da tanto para formato o soporte material, y se extiende a la utilización en medio óptico, magnético, electrónico, en red, mensajes de datos o similar conocido o por conocer, del ejemplar o número respectivo de la publicación.

QUINTA – EXCLUSIVIDAD: La autorización de uso aquí establecida no implica exclusividad en favor del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes. Por lo tanto, **EL AUTOR Y/O TITULAR** en su carácter de autor de la obra objeto del presente documento se reserva el derecho de publicar directamente, u otorgar a cualquier tercero, autorizaciones de uso similares o en los mismos términos aquí acordados.

SEXTA – DERECHOS MORALES (Créditos y mención): La Autorización de los derechos antes mencionados no implica la cesión de los derechos morales sobre los mismos por cuanto en conformidad con lo establecido en los artículos 18, 19, 20, 21, 22 y 23 de la Ley Federal de Derechos de Autor, dada la cuenta que estos derechos son inalienables, imprescriptibles, irrenunciables e inembargables. Por lo tanto, los mencionados derechos seguirán radicados en cabeza de **EL AUTOR Y/O TITULAR**, y siempre deberá mencionarse su nombre cuando se utilice la obra.

SÉPTIMA – AUTORÍA: EL AUTOR Y/O TITULAR, declara y ratifica que el material objeto de la presente fue realizada por él o por ella sin violar o usurpar derechos de Propiedad Intelectual de terceros.

Aguascalientes, Aguascalientes, a 16 días del mes de enero de 2026.

Autor de la Tesis

C. Edwin Mesias Guanotasig Calero

Director de Tesis

Dr. José Enrique Jaime Leal



Agradecimientos y Dedicatoria

Agradecimientos

A dios por la vida que me da, lo que me ha permitido llegar hasta este momento.

A mi familia por todo su apoyo para poder continuar con mi formación, especialmente a mis padres, ya que gracias a ellos ha sido posible todo esto.

A mi amor, Adalía, por estar a mi lado y apoyarme en todos los momentos que hemos pasado juntos.

A mis amigos, que compartieron conmigo esta etapa y gracias a ellos tengo nuevas experiencias que contar.

Al Dr. José Enrique Jaime Leal y al Dr. José Cruz, por su apoyo, enseñanza y paciencia durante la realización de este trabajo.

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación, por la oportunidad y apoyo económico para desarrollar este trabajo de investigación.

Dedicatoria

A mis padres, que esto sea reflejo de el gran esfuerzo que han realizado para brindarme todas las oportunidades.

A mis hermanas (Paola y Mishell) que han sido mi compañía y apoyo durante toda mi vida.

A mis sobrinos (Belén, Daniel, Sara y Sebastián) que son mi motivación para seguir y ser ejemplo para ellos.

A mi Adalía, gracias a su amor, mi vida es más feliz y sigo mejorando cada día gracias a su apoyo.

Índice general

Índice de tablas.....	I
Índice de figuras.....	II
Índice de ecuaciones	V
Capítulo 1. Introducción.....	1
Capítulo 2. Planteamiento del problema	2
2.1 Antecedentes	2
2.2 Planteamiento del problema	3
2.3 Objetivos	4
2.3.1 Objetivo General	4
2.3.2 Objetivos específicos.....	4
2.4 Justificación.....	4
Capítulo 3. Marco teórico.....	6
3.1 Sistemas dinámicos	6
3.2 Tipos de modelos	6
3.3 Lógica difusa.....	7
3.3.1 Conjuntos difusos.....	7
3.3.2 Variables lingüísticas	7
3.3.3 Funciones de pertenencia	7
3.3.4 Reglas difusas.....	8
3.4 Sistemas de inferencia difusa	8
3.5 Tipos de sistemas de inferencia difusa	8
3.6 Sistema de inferencia difusa de Tsukamoto	9
3.7 Algoritmos de optimización	10
3.7.1 Evolución diferencial (DE)	10
3.7.2 Búsqueda de armonías (HS).....	11
3.7.3 Enjambre de partículas (PSO)	12
3.8 Coeficiente de determinación R^2	13
3.9 Error cuadrático medio (MSE).....	14

3.10 Entrenamiento, verificación y validación.....	14
3.11 Diagrama de violín.....	14
3.12 Regresión lineal.....	15
3.13 Redes neuronales.....	15
Capítulo 4. Metodología.....	16
4.1 Selección de casos de estudio.....	16
4.1.1 Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua	16
4.1.2 Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de tanques	18
4.1.3 Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados.....	20
4.2 Reproducción de casos de estudios y obtención de datos	21
4.3 Selección de datos para la modelación.....	22
4.4 Generación del modelo de inferencia difusa	24
4.4.1 Reglas difusas.....	24
4.4.2 Funciones de membresía	25
4.4.3 Algoritmos metaheurísticos.....	27
4.5 Evaluación del modelo	28
4.6 Mejoramiento del modelo de inferencia difusa	28
4.6.1 Límites de búsqueda de reglas difusas	28
4.6.2 Menor cantidad de parámetros en las funciones de membresía	28
4.6.3 Coeficiente de determinación y obtención del código final	29
4.7 Modelos mediante regresión y redes neuronales.....	29
Capítulo 5. Resultados	31
5.1 Resultados del modelado mediante inferencia difusa de Tsukamoto.....	31
5.1.1 Resultados Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua mediante inferencia difusa.....	31
5.1.2 Resultados Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de estanques mediante inferencia difusa	36
5.1.3 Resultados Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados mediante inferencia difusa.....	41

5.2 Resultados del modelado mediante regresión lineal	46
5.2.1 Resultados del Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua con regresión lineal.....	46
5.2.2 Resultados Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de estanques con regresión lineal.....	48
5.2.3 Resultados Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados con regresión lineal.....	49
5.3 Resultados del modelo mediante redes neuronales	51
5.3.1 Resultados Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua con redes neuronales	51
5.3.2 Resultados Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de estanques con regresión lineal.....	52
5.3.3 Resultados Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados con redes neuronales.....	53
5.4 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas.....	54
5.4.1 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas para el Caso 1	55
5.4.2 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas para el Caso 2	56
5.4.3 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas para el Caso 3	58
5.5 Análisis estadístico de los modelos	60
Capítulo 6. Conclusiones.....	63
Bibliografía	64

Índice de tablas

Tabla 1. Parámetros para el modelado de un tanque con cilindro interior	18
Tabla 2. Parámetros para el modelado del tanque de llenado.....	19
Tabla 3. Parámetros para el modelado de dos tanques en serie.....	21
Tabla 4. Estructura de la base de reglas difusas	25
Tabla 5. Parámetros de optimización	31
Tabla 6. Límites de optimización para el Caso 1.....	32
Tabla 7. Límites de optimización para el Caso 2.....	36
Tabla 8. Límites de optimización para el Caso 3.....	41
Tabla 9. Base de reglas difusas (Caso 1)	56
Tabla 10. Base de reglas difusas (Caso 2)	57
Tabla 11. Base de reglas difusas (Caso 3)	59
Tabla 12. Comparativa estadística de los modelos generados para el Caso 1	60
Tabla 13. Comparativa estadística de los modelos generados para el Caso 2	61
Tabla 14. Comparativa estadística de los modelos generados para el Caso 3	61

Índice de figuras

Figura 1. Representación de un conjunto clásico y un conjunto difuso (Salazar y col., 2017)	7
Figura 2. Funciones de pertenencia triangular, trapezoidal y gaussiana (Cepeda, 2011).....	8
Figura 3. Diagrama del sistema de inferencia difusa de Tsukamoto	9
Figura 4. Diagrama de flujo del algoritmo de evolución diferencial	11
Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de búsqueda de armonías.....	12
Figura 6. Diagrama de flujo del algoritmo de enjambre de partículas	13
Figura 7. Gráfico estadístico de tipo violín	14
Figura 8. Representación gráfica de una red neuronal artificial.....	15
Figura 9. Sistema de enseñanza de control de procesos multifuncional PCT40 de Armfield.....	17
Figura 10. Tanque de llenado con un cilindro interior (Vojtesek et al., 2014)	17
Figura 11. Tanque de llenado con un despiche inferior (Fernández, 2015).....	19
Figura 12. Sistema de dos tanques en serie (Tierra et al., 2022).....	20
Figura 13. Tendencia de altura en los caudales establecidos del modelado de un tanque de llenado con un cilindro interior.....	23
Figura 14. Tendencia de altura en los caudales establecidos del modelado de un tanque de llenado	23
Figura 15. Tendencia de altura en los caudales establecidos del modelado de dos tanques en serie	24
Figura 16. Funciones de pertenencia para las variables de entrada.....	25
Figura 17. Funciones de pertenencia para la variable de salida	26
Figura 18. Diagrama de flujo del proceso de entrenamiento para la obtención de parámetros...	27
Figura 19. Diagrama de flujo del proceso de verificación y validación del modelo.....	27
Figura 20. Funciones de pertenencia coincidentes para las variables de entrada.....	29
Figura 21. Diagrama de flujo del programa Curve Fitter.....	30
Figura 22. Diagrama de flujo del programa Neural Net Fitting	30
Figura 23. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)	32
Figura 24. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS).....	33
Figura 25. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO).....	33
Figura 26. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)	34
Figura 27. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS).....	34

Figura 28. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO).....	35
Figura 29. Comparación de la evaluación de la función objetivo para los algoritmos de optimización del Caso 1: a) evolución diferencial (DE), b) búsqueda de armonías (HS) y c) enjambre de partículas (PSO).....	36
Figura 30. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE).....	37
Figura 31. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS).....	37
Figura 32. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO).....	38
Figura 33. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE).....	39
Figura 34. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS).....	39
Figura 35. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO).....	40
Figura 36. Comparación de la evaluación de la función objetivo para los algoritmos de optimización del Caso 2: a) evolución diferencial (DE), b) búsqueda de armonías (HS) y c) enjambre de partículas (PSO).....	41
Figura 37. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE).....	42
Figura 38. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS).....	42
Figura 39. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO).....	43
Figura 40. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE).....	44
Figura 41. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS).....	44
Figura 42. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO).....	45
Figura 43. Comparación de la evaluación de las funciones objetivos para los algoritmos de optimización del Caso 3: a) evolución diferencial (DE), b) búsqueda de armonías (HS) y c) enjambre de partículas (PSO).....	46
Figura 44. Verificación del modelo del Caso 1 utilizando regresión lineal.....	47
Figura 45. Validación del modelo del Caso 1 utilizando regresión lineal	47

Figura 46. Verificación del modelo del Caso 2 utilizando regresión lineal.....	48
Figura 47. Validación del modelo del Caso 2 utilizando regresión lineal	49
Figura 48. Verificación del modelo del Caso 3 utilizando regresión lineal.....	50
Figura 49. Validación del modelo del Caso 3 utilizando regresión lineal	50
Figura 50. Verificación del modelo del Caso 1 utilizando redes neuronales.....	51
Figura 51. Validación del modelo del Caso 1 utilizando redes neuronales	52
Figura 52. Verificación del modelo del Caso 2 utilizando redes neuronales.....	52
Figura 53. Validación del modelo del Caso 2 utilizando redes neuronales	53
Figura 54. Verificación del modelo del Caso 3 utilizando redes neuronales.....	53
Figura 55. Validación del modelo del Caso 3 utilizando redes neuronales	54
Figura 56. Funciones de pertenencia de las entradas (Caso 1).....	55
Figura 57. Funciones de pertenencia de la salida (Caso 1)	55
Figura 58. Funciones de pertenencia de las entradas (Caso 2).....	57
Figura 59. Funciones de pertenencia de la salida (Caso 2)	57
Figura 60. Funciones de pertenencia de las entradas (Caso 3).....	58
Figura 61. Funciones de pertenencia de la salida (Caso 3)	59

Índice de ecuaciones

Ecuación 1. Coeficiente de determinación	13
Ecuación 2. Error cuadrático medio	14
Ecuación 3. Ecuación diferencial de un tanque con cilindro interior	17
Ecuación 4. Ecuación diferencial de un tanque de llenado	19
Ecuación 5. Ecuación diferencial del primer tanque de un sistema de tanques en serie	20
Ecuación 6. Ecuación diferencial del segundo tanque de un sistema de tanques en serie	20
Ecuación 7. Ecuación de regresión lineal de un tanque de llenado con cilindro interior	46
Ecuación 8. Ecuación de regresión lineal de un tanque de llenado	48
Ecuación 9. Ecuación de regresión lineal de un sistema de dos tanques en serie	49

Capítulo 1. Introducción

En el área de ingeniería de procesos, parte importante para el adecuado desarrollo de los procesos es contar con modelos que permitan conocer el comportamiento del sistema y generen resultados confiables al compararlos con datos obtenidos en tiempo real.

Tradicionalmente los modelos más utilizados son los modelos deterministas, sin embargo la interacción de los parámetros muchas veces es compleja y eso dificulta generar un modelo matemático de un sistema, especialmente cuando no se conocen las condiciones iniciales de los parámetros que lo involucran o a su vez que el sistema presente perturbaciones, incertidumbre, retardo o ruido en las mediciones.

Debido a esto, los modelos de caja negra, especialmente las redes neuronales y aprendizaje de máquina, han sido las estrategias que han sustituido a los modelos deterministas ya que no se necesita una ecuación característica para obtener resultados debido a que estos modelos dependen del conjunto de datos de entrada-salida.

No obstante, estos modelos también tienen complicaciones, como que se requiere una alta cantidad de datos, el ajuste constante de sus parámetros y la principal desventaja está en que no se tiene un conocimiento interno del sistema. Por su parte, los modelos basados en inferencia difusa, también dependen de datos de entrada-salida, pero integran el conocimiento humano mediante las funciones de pertenencia y las reglas difusas que se pueden plantear en base a la experiencia que se tiene del sistema en cuestión. Sin embargo, existen sistemas donde se carece del conocimiento, por lo que se debe formular las reglas difusas de una manera diferente.

Abordando esto último, en el presente trabajo se plantea una metodología para generar modelos de planta mediante inferencia difusa de Tsukamoto, que a diferencia de Mamdani y Takagi-Sugeno, no necesita de un proceso de defusificación y esto reduce el tiempo de cómputo para obtener resultados.

Así mismo, la etapa para encontrar las reglas difusas y los valores de las funciones de pertenencia, ésta se realiza aplicando una estrategia de optimización metaheurística, y donde en este estudio se utilizaron tres algoritmos (evolución diferencial, búsqueda de armonías y enjambre de partículas) con los datos entrada-salida y teniendo como objetivo la minimización del negativo del coeficiente de determinación.

A su vez, obtenidos los parámetros de la inferencia difusa se procede a realizar la verificación y validación del modelo generado para comparar sus resultados predichos con los valores obtenidos de dos modelos que se realizan a la par que son: regresión lineal y redes neuronales.

Capítulo 2. Planteamiento del problema

2.1 Antecedentes

Los procesos industriales constan de tres partes principales que son: diseño, operación y control de los sistemas. La parte de diseño es la principal ya que con base a eso funcionan las otras dos restantes. La operación es la puesta en marcha del proceso con los parámetros establecidos en el diseño y el control consiste en mantener el equipo operando a condiciones adecuadas a pesar de las posibles alteraciones que puedan surgir en la operación.

Es por esto que, en el diseño el objetivo principal es obtener un modelo que represente de manera adecuada la dinámica del sistema para que los siguientes aspectos de los procesos industriales puedan llevarse a cabo con normalidad. Para esto los modelos más utilizados son los modelos deterministas que se basan en leyes fisicoquímicas, así como también en balances de materia y energía como es el caso de (Abitova, 2020) que presenta un modelo matemático de un horno de calcinación para sulfuros metálicos.

Sin embargo, en la generación de modelos matemáticos muchas veces se suele asumir la idealidad, debido a que la interacción de los parámetros del sistema es muy compleja, lo que conlleva a que la capacidad predictiva del modelo sea menor y el tiempo de resolución aumente. Así también, existen procesos reales en la industria química donde los sistemas son altamente no lineales, esto conlleva a que la generación de un modelo basado en ecuaciones matemáticas no sea factible ya que estos sistemas presentan incertidumbre, ruido y otras perturbaciones que no pueden ser consideradas mediante un modelo determinista.

Por lo mencionado en el párrafo anterior se han desarrollado modelos del tipo de caja negra que se obtienen a partir de solamente un conjunto de datos de entrada y salida como en el caso de (Merkatas, 2023) donde se utiliza redes neuronales bayesianas para la generación de los modelos. Aunque estos modelos tienen la ventaja de que se incluye la incertidumbre y las perturbaciones del sistema también tiene la desventaja de que no se puede interpretar y, por ende, no se conoce cual es la dinámica ni el comportamiento interno del sistema en cuestión.

Los sistemas de inferencia difusa son herramientas que se basan en la teoría de lógica difusa que imita el razonamiento humano y captura la incertidumbre del proceso, aunque ha sido principalmente utilizada en la parte de control de procesos (Mohammadzaheri y Chen, 2010; Al-Jehani y col., 2012) especialmente la inferencia difusa de Mamdani y la inferencia difusa Takagi-Sugeno, también existen casos donde se han obtenido modelos basados en esta metodología (Sozhamadevi, 2015) que nuevamente han sido del tipo Mamdani y Takagi-Sugeno. Existe una tercera inferencia difusa propuesta por (Tsukamoto, 1979) que a diferencia de las anteriores no necesita un proceso de defusificación y disminuye el tiempo de resolución, esta inferencia se ha

utilizado para generar modelos en otras áreas como se aprecia en (Adriyendi, 2018) que genera un modelo para estimar costos de equipos, sin embargo, en la literatura no se han encontrado casos de modelos basados en inferencia difusa de Tsukamoto, que además, no sea generado con conocimiento de personal humano como en (Sozhamadevi, 2015) para generar las reglas difusas.

2.2 Planteamiento del problema

Como se menciona en el capítulo anterior, la parte fundamental para que un proceso de ingeniería química pueda llevarse a cabo de manera correcta es la generación de un modelo que: *i)* tenga la capacidad de predicción de una respuesta, que se asemeje al valor medido en tiempo real, al ingresar los valores de entrada del sistema y *ii)* permita interpretar la dinámica característica del sistema para conocer el comportamiento interno del mismo.

Los modelos deterministas basados en ecuaciones diferenciales han sido tradicionalmente los más utilizados y son de gran utilidad en sistemas lineales y con pocos parámetros de modelado, ya que a medida que la cantidad de parámetros que se añaden a estos modelos aumenta, la interacción de los mismos se vuelve compleja, aumentando el tiempo de resolución, para evitar esto se tiende a la idealización de las condiciones iniciales de ciertos parámetros, sin embargo, esto conlleva a que los modelos reduzcan su desempeño predictivo y los valores obtenidos sean lejanos a los medidos en tiempo real.

La mayoría de procesos en la industria química corresponden a sistemas dinámicos que presentan no linealidad, retardo, perturbaciones externas y ruido en las mediciones. Esto hace casi imposible generar un modelo determinista que represente el comportamiento del sistema de manera adecuada. Para esto, los modelos de caja negra como redes neuronales y aprendizaje de máquinas han sido ampliamente utilizados, ya que permiten capturar todas las perturbaciones que pueden ocurrir en el sistema debido a que estos modelos solo utilizan datos de entrada y salida. No obstante, este tipo de modelos requiere una buena calidad de datos y un constante ajuste de parámetros para evitar que el modelo tenga una baja capacidad de predicción, así también, en estos modelos no se puede realizar una interpretación del comportamiento del sistema, lo cual se considera una desventaja en la obtención de modelos.

Los modelos basados en inferencia difusa permiten incorporar la incertidumbre del sistema a los modelos, aunque, acorde a la literatura los modelos por inferencia difusa se han generado a partir de la proposición de las reglas difusas incorporando el conocimiento del personal humano que conoce el comportamiento del sistema combinado con datos de entrada y salida.

Es por esto, que es importante generar modelos de inferencia difusa que requieran conjuntos de datos de entrada-salida y con ello determinar las estructuras internas (funciones de

pertenencia y base de reglas) mediante un proceso de optimización, lo que genera un modelo que se puede interpretar para conocer el comportamiento del sistema y que incorpore las perturbaciones del proceso que se esté modelando.

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo General

Desarrollar una metodología para el diseño de modelos de planta basados en la inferencia difusa y que incorporen herramientas numéricas para el ajuste de parámetros aplicado en sistemas industriales.

2.3.2 Objetivos específicos

- Realizar la programación y simulación de los casos de estudio presentes en la literatura para obtener los valores que servirán para la generación del modelo y como comparativa en este trabajo.
- Desarrollar una metodología basada en la teoría de inferencia difusa de Tsukamoto para generar propuestas de modelos aplicables sobre los casos de estudio.
- Acoplar algoritmos de optimización en el proceso de generación del modelo para el ajuste de los parámetros requeridos en la inferencia difusa.
- Realizar la modelación de los casos de estudio mediante regresión lineal y redes neuronales para tener una comparativa de los resultados obtenidos.
- Analizar y evaluar el desempeño y capacidad predictiva de los modelos de planta desarrollados sobre los modelos tradicionales que se plantearon en el objetivo anterior.

2.4 Justificación

Una vez realizada la revisión literaria se han encontrado que la mayoría de modelos de sistemas dinámicos en la industria química son deterministas como los casos (Fernandez, 2015; Plaza, 2017; Tierra y col., 2022) que son modelos de tanque de llenado, así también se tiene modelos de reactores CSTR como en (Shyamalogowri y Rajeswari, 2013) y el modelo de calcinación de sulfuros metálicos (Abitova y col., 2020).

También se encontraron modelos de sistemas de caja negra donde se utilizan redes neuronales y aprendizaje de máquina, por citar los más recientes se tiene el caso de (Schweidtmann y col., 2021; Robinson y col., 2023; Merktas, 2023) que en el último se utilizan redes bayesianas para la identificación del sistema.

Acorde a la literatura los sistemas de inferencia difusa han sido utilizados principalmente en la parte del control de procesos como (Mohammadzaheri y Chen, 2009; Al-Jehani y col., 2012;

Mohindru, 2024) donde se controla reactores CSTR en los dos primeros y el tercero es el control de una planta química.

Debido al auge de la inteligencia artificial y en particular de los sistemas de inferencia difusa, estos se han utilizado para generar modelos de procesos químicos tales como: modelo para predecir qué tan efectiva es la eliminación de contaminación en plantas de aguas residuales (Alnajjar y Üçüncü, 2023), modelo del proceso de precipitación del hidróxido de aluminio (Alyshanly y col., 2022), el análisis de una columna de destilación en una unidad de craqueo catalítico (Kozhakhmetova y col., 2024), modelo de craqueo catalítico (Orazbayev y col., 2020), modelo de un reactor y horno de hidrotratamiento (Orazbayev y col., 2021), por nombrar los más recientes.

Sin embargo, esos modelos se han realizado utilizando inferencia difusa de Mamdani o Takagi-Sugeno, por lo que en la literatura no existe una metodología para generar modelos basados en la inferencia difusa de Tsukamoto en la industria química. Así también los trabajos de modelos de inferencia difusa presentados anteriormente los realizan proponiendo las reglas difusas en base al conocimiento de los operadores o en base a predicciones, no se realiza la determinación de la base de reglas difusas mediante un proceso de optimización, como se lo que se realiza en este trabajo.

Es por esto que se justifica la realización del presente trabajo ya que a partir de datos de entrada y salida obtenidos de los casos de estudio se encuentran las bases de reglas al realizar una optimización utilizando tres algoritmos de optimización que se detallan a continuación, y con ello realizar una interpretación del sistema para conocer su comportamiento.

Capítulo 3. Marco teórico

3.1 Sistemas dinámicos

Un sistema dinámico es aquel donde sus variables varían a medida que el tiempo transcurre, es decir, el valor actual depende del estado anterior del sistema, este tipo de sistemas generalmente considerado múltiples variables en su entorno, lo que muchas veces dificulta la interacción entre las mismas (Karnopp y col., 2012). En un sistema dinámico encontramos tres partes principales, la primera conocida como el estado del sistema, donde se puede representar la información del mismo en un determinado tiempo, la segunda parte denominada el espacio de estados que son todos los estados posibles del sistema y finalmente la tercera parte que se denomina como la función de transición de estados que permite cambiar el estado de un momento a otro (Busemeyer, 2002).

Un modelo es la representación del sistema dinámico lo que es de importancia para conocer el comportamiento del mismo, la finalidad del modelo es representar las diferentes soluciones que se pueden obtener con entradas, parámetros del sistema y condiciones iniciales (Luenberger, 1979). Tradicionalmente los modelos más utilizados son los modelos matemáticos que se representan mediante ecuaciones diferenciales, sin embargo, debido a la cantidad de variables y parámetros que se consideran en los sistemas, se tiende a la idealización lo que simplifica el modelo y eso conlleva que no se puede conocer de manera correcta el comportamiento del sistema en cuestión (Karnopp y col., 2012).

3.2 Tipos de modelos

Como ya se menciona en el apartado anterior, los modelos matemáticos también conocidos como modelos de caja blanca fueron los primeros desarrollados para representar la dinámica del sistema, estos presentan resultados confiables principalmente en sistemas lineales, sin embargo, los sistemas reales tienden a la no linealidad, debido a esto se desarrollaron modelos que están basados solamente en datos donde no es primordial conocer el comportamiento del sistema para generar una respuesta confiable a partir de datos de entrada, estos modelos se conocen como modelos de caja negra y un ejemplo de ellos son las redes neuronales, los modelos más recientes que se han implementado son los modelos basados en lógica difusa, donde se combina el conocimiento que se tiene del sistema y los datos de entrada y salida para generar un modelo que prediga de manera eficaz una respuesta (Babuska y Mamdani, 2008).

3.3 Lógica difusa

La lógica difusa es una técnica que permite analizar información imprecisa a través de variables lingüísticas donde se incluye la incertidumbre de un proceso, es decir, toma decisiones en base al razonamiento humano (Saatchi, 2024)

3.3.1 Conjuntos difusos

Un conjunto difuso a diferencia de un conjunto clásico, donde un elemento solamente puede tomar valores de 1 si pertenece al conjunto o de 0 si no pertenece, permite que los elementos toman valores que oscilan entre cero a uno, tal como se observa en la figura 1, lo que indica que un elemento puede pertenecer parcialmente a varios conjuntos a la vez (Zadeh, 1965).

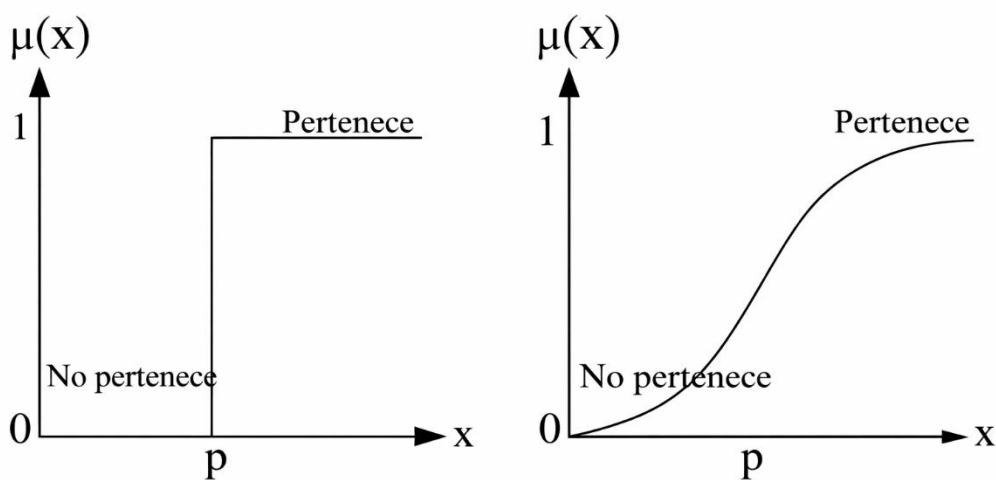


Figura 1. Representación de un conjunto clásico y un conjunto difuso (Salazar y col., 2017)

3.3.2 Variables lingüísticas

Las variables lingüísticas son las clasificaciones que se le dan a los distintos conjuntos difusos en que se divide el universo el conjunto difuso total y que se representan mediante etiquetas cotidianas como bajo, medio y alto, las mismas que se representan en las funciones de pertenencia (Jayalakshmi y Vijayaraghavan, 2017).

3.3.3 Funciones de pertenencia

Una función de pertenencia son estructuras donde se realizan los grados de pertenencia de los elementos con las clasificaciones del conjunto difuso mediante las variables lingüísticas, esto permite la conversión de valores numéricos a valores difusos para su interpretación mediante las bases de reglas difusas (Saatchi, 2024). Las funciones de pertenencia más comunes son del tipo triangular, que son las más simples y están definidas por solamente 3 parámetros, del tipo trapezoidal donde se definen 4 parámetros y la gaussiana que tiene 2 parámetros para definir, (Predycz, 2021), las mismas que se presentan en la figura 2.

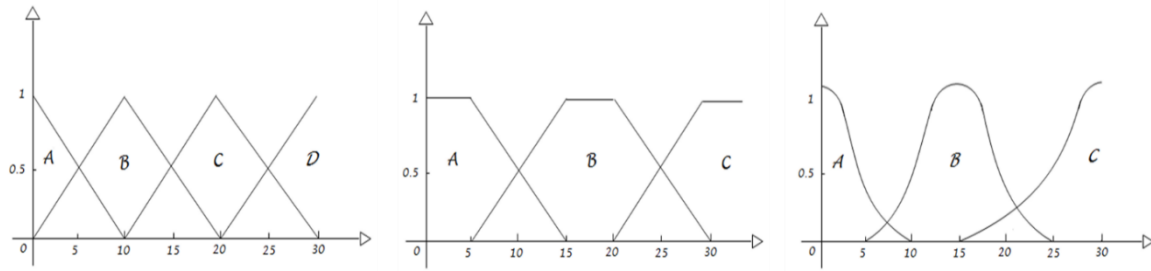


Figura 2. Funciones de pertenencia triangular, trapezoidal y gaussiana (Cepeda, 2011)

3.3.4 Reglas difusas

Las reglas difusas son implicaciones de la lógica difusa en forma de oraciones que tiene la estructura **If-Then** (Chen y Pham, 2000), dichas implicaciones deben estar asociadas a los valores lingüísticos establecidos, por ejemplo: *IF x es A and y es B then z es C* donde x , y y z son valores numéricos de entrada y z es el valor numérico de salida, y donde A , B y C corresponden a conjuntos difusos (Armendáriz y col., 2014).

3.4 Sistemas de inferencia difusa

Un sistema de inferencia difusa es una estructura donde se combinan las variables lingüísticas, las funciones de pertenencia y las reglas difusas para realizar un proceso que consta de tres partes, *i)* primero se realiza el proceso de fusificación donde los valores numéricos se transforman en valores difusos a través de las funciones de pertenencia y los valores lingüísticos, *ii)* seguido del proceso de inferencia donde se proporciona una salida luego de la interpretación de los valores utilizando una base de reglas, que es la unión de todas las reglas difusas establecidas en el sistema y *iii)* se realiza un proceso de defusificación donde los valores difusos de salida se transforman nuevamente a valores numéricos (Hooda y Raich, 2017).

3.5 Tipos de sistemas de inferencia difusa

Con base a la literatura se tienen tres tipos de sistemas de inferencia difusa que son: inferencia de Mamdani, inferencia de Takagi-Sugeno e inferencia de Tsukamoto. La principal diferencia de estos sistemas radica en la manera de realizar la defusificación de los valores difusos. La inferencia de Mamdani utiliza cinco estrategias que son: el más grande de los máximos, el más pequeño de los máximos, la media de los máximos, bisector de área y centroide de área, siendo este último el más utilizado (Armendáriz y col., 2014).

En la inferencia de Takagi-Sugeno las reglas difusas tienen la forma: *IF x is A and y is B then $z = f(x, y)$* , en donde $z = f(x, y)$ es una función certera para la salida que describe apropiadamente la salida del modelo dentro de la región difusa (Sugeno y Takagi, 1983).

En la inferencia de Tsukamoto la defusificación es un proceso ya que se genera de manera directa mediante un promedio ponderado una salida con un valor numérico (Olmedo-García y col., 2025).

3.6 Sistema de inferencia difusa de Tsukamoto

Como ya se mencionó en el apartado anterior la principal ventaja del sistema de inferencia difusa de Tsukamoto se debe a que cada regla difusa tiene un consecuente que se encuentra representado por una por un conjunto difuso que tiene una función de pertenencia monotonica, la misma que genera un valor numérico de salida para cada regla con base al antecedente y la salida total se calcula utilizando el promedio ponderado de cada regla difusa de salida, esto permite ahorrar tiempo de cálculo debido a que se omite el proceso de defusificación (Olmedo-García y col. 2025). La figura 3 muestra un diagrama del sistema de inferencia difusa de Tsukamoto.

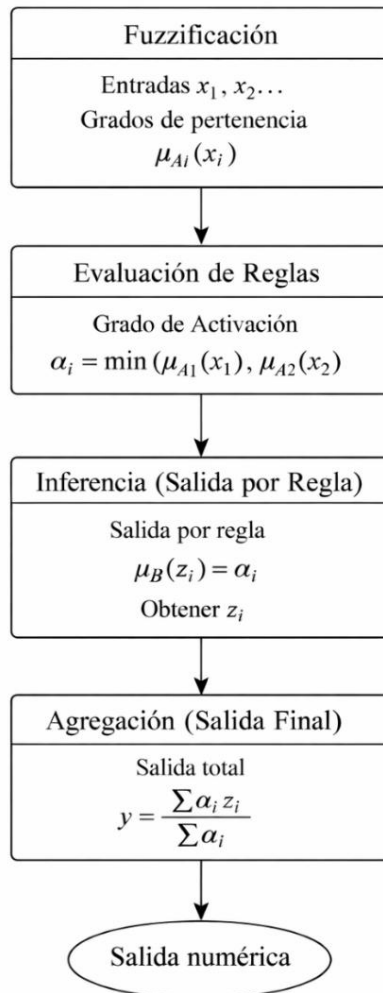


Figura 3. Diagrama del sistema de inferencia difusa de Tsukamoto

3.7 Algoritmos de optimización

La optimización es la técnica que permite encontrar la mejor solución que satisfaga los requerimientos establecidos de un problema analizado, esto depende de la cantidad de posibles soluciones que existen y de las restricciones del problema. Para realizar un proceso de optimización se tienen dos métodos: deterministas y estocásticos, donde los primeros calculan el óptimo utilizando el método del gradiente, y los estocásticos así también se dividen en dos, que son, heurísticos y metaheurísticos, donde ambos métodos no se basan en el gradiente sino en aleatoriedad, es decir, si se repite el proceso no se obtendrá la misma solución, pero si una muy cercana. Los métodos metaheurísticos trabajan mediante dos procesos que son la exploración, donde se recorre el espacio de búsqueda establecido y la explotación, que se encarga de mejorar una solución encontrada (Jiménez y col., 2016).

3.7.1 Evolución diferencial (DE)

El algoritmo de evolución diferencial es un método estocástico que se basa en la evolución natural, empezando con una solución inicial que va evolucionando mediante un proceso de mutación y cruce para finalmente realizar la selección (Storn Y Price, 1997). Es muy utilizado para optimización no lineal. En la figura 4 se muestra el proceso que sigue el algoritmo de evolución diferencial.

Algoritmo de Evolución Diferencial

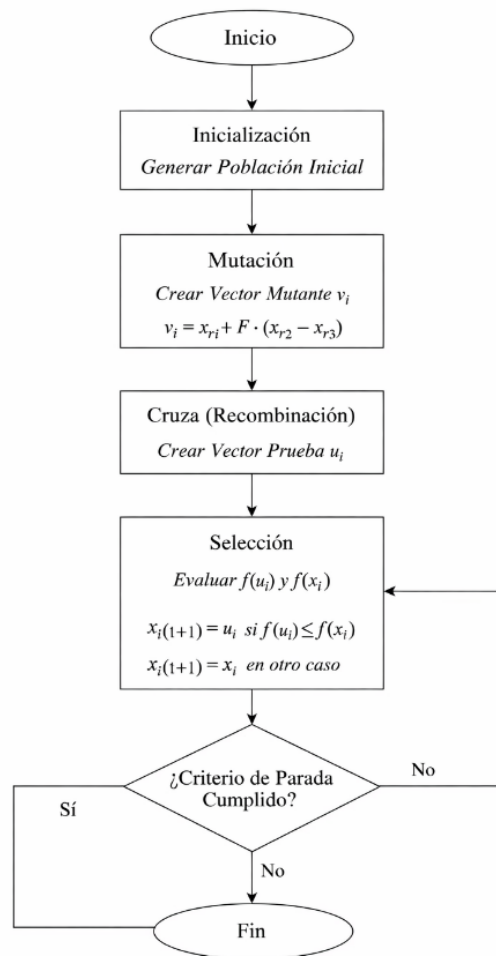


Figura 4. Diagrama de flujo del algoritmo de evolución diferencial

3.7.2 Búsqueda de armonías (HS)

El algoritmo de búsqueda de armonías es un método de optimización estocástica que se basa en el en la improvisación musical que realizan los músicos con el fin de encontrar una adecuada armonía que, en el caso de optimización, sería la mejor solución encontrada. Inicia con una memoria de armonías para posterior a eso realizar un ajuste de las notas y explorar el espacio de búsqueda para encontrar la mejor solución (Geem y Tseng, 2002). En la figura 5 se muestra un diagrama para el proceso de optimización utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías.

Algoritmo de Búsqueda de Armonías

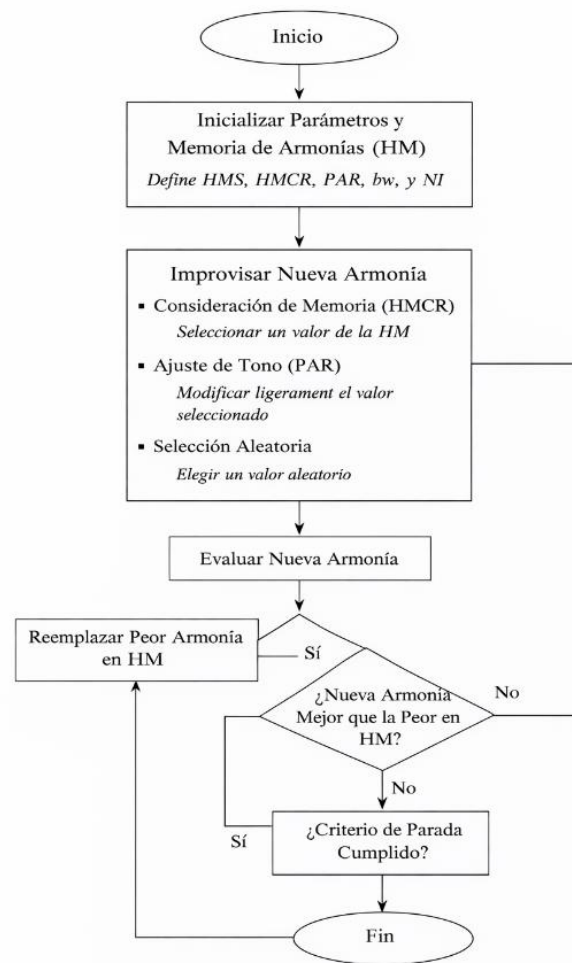


Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de búsqueda de armonías

3.7.3 Enjambre de partículas (PSO)

El algoritmo de enjambre de partículas es un método de optimización para sistemas no lineales que se basa en modelos sociales donde se comparte información dentro del denominado enjambre para lograr un objetivo común, como conseguir alimento en el caso de un banco de peces o migrar de un lugar a otro para el caso de la bandada de aves. Se inicia con un número de partículas definido para el enjambre y se evalúa la función en su lugar actual, se verifica cual es el mejor valor y se realiza una actualización de la posición para la exploración del espacio de búsqueda y así encontrar la mejor solución (Kennedy y Eberhart, 1995). En la figura 6 se muestra el diagrama para el algoritmo de enjambre de partículas.

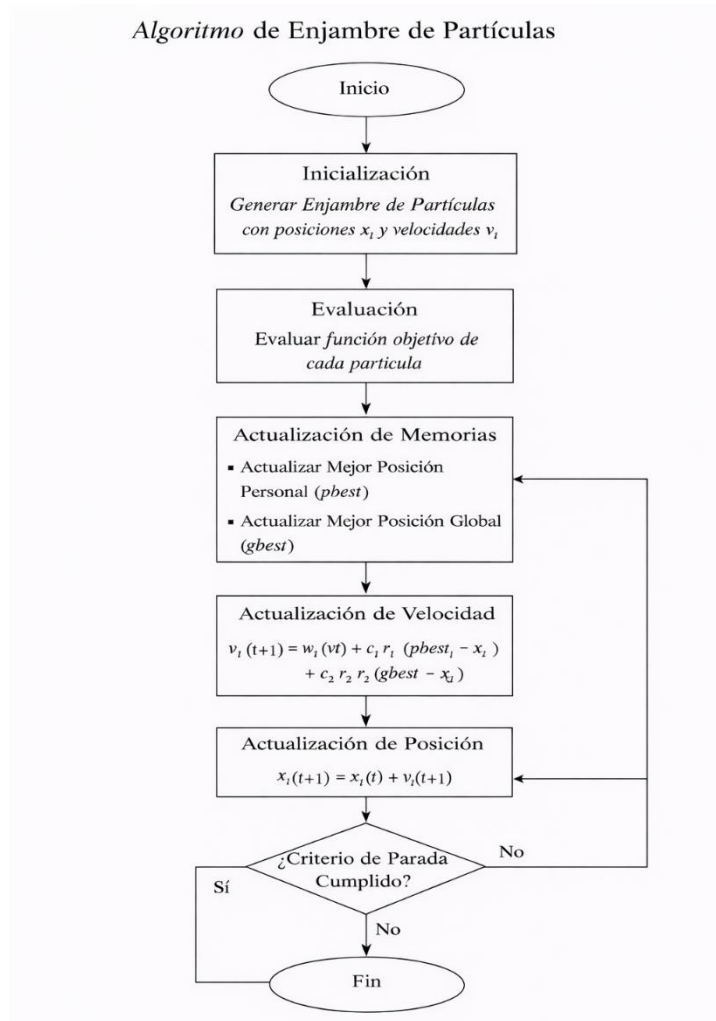


Figura 6. Diagrama de flujo del algoritmo de enjambre de partículas

3.8 Coeficiente de determinación R^2

El coeficiente de determinación R^2 es una técnica estadística que permite conocer la capacidad predictiva de un modelo, siendo uno el valor más alto que indica que el modelo se ajusta de manera adecuada y su capacidad predictiva es precisa. Se puede definir como una proporción de la varianza que puede llegar a tener una variable dependiente establecida, la misma que se puede predecir a partir de la variable independiente del modelo en cuestión (Chicco y col., 2021). La ecuación 1 muestra a la fórmula para calcular el coeficiente de determinación.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^m (\bar{Y} - Y_i)^2}$$

Ecuación 1. Coeficiente de determinación

3.9 Error cuadrático medio (MSE)

El error cuadrático medio es una técnica estadística que mide el error de un modelo generado al calcular el promedio de todos los errores al cuadrado que se generan al realizar la diferencia entre los valores reales y los valores predichos (Chicco y col., 2021). La fórmula para calcular el error cuadrático medio se muestra en la ecuación 2.

$$MSE = \sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2$$

Ecuación 2. Error cuadrático medio

3.10 Entrenamiento, verificación y validación

El entrenamiento es el proceso de encontrar el modelo que tenga mejor desempeño, así como los parámetros que mejor describan el sistema, los datos que se utilizan para este proceso se denominan datos de entrenamiento. La verificación es el proceso don se evalúa el modelo con datos parecidos a los de entrenamiento para conocer la capacidad predictiva y finalmente la validación se encarga de garantizar que el modelo tenga la capacidad predictiva no solo para los daos de entrenamiento sino también para un nuevo conjunto de datos de interés (Ljung, 2010).

3.11 Diagrama de violín

El diagrama de violín es una representación gráfica de un análisis estadístico y su distribución de datos, es una versión que mejora la interpretación en comparación con el diagrama de caja y bigotes ya que la densidad de los datos se observa como histogramas suavizados (Hu, 2020), al igual que los diagramas de caja y bigotes contiene los cuartiles (Q1, Q2 y Q3), así como la mediana que es la línea central y los extremos representan los valores mínimo y máximo. La figura 7 muestra un ejemplo del diagrama de violín, con cada uno de sus componentes.

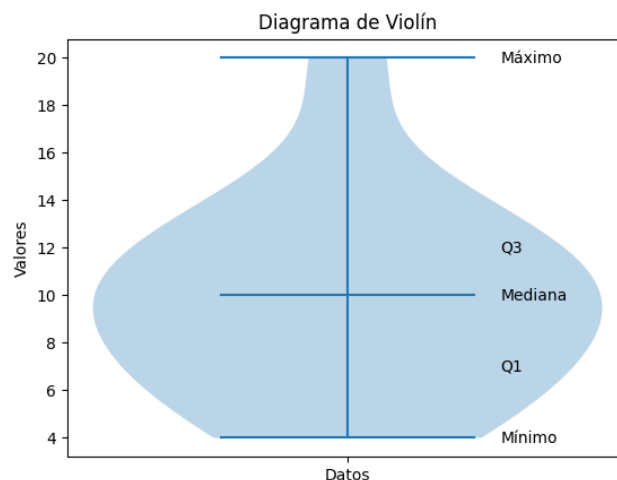


Figura 7. Gráfico estadístico de tipo violín

3.12 Regresión lineal

La regresión es una técnica estadística con la que se pueden generar modelos que permitan relacionar dos o más variables, este tipo de modelo se consideran empíricos. Para procesos que son lineales, se realiza un modelo de regresión lineal, donde la variable se tiene una variable dependiente y una independiente, y la relación entre ambas se representa con una línea recta (Montgomery y Runger, 2019).

3.13 Redes neuronales

Las redes neuronales artificiales se crearon basándose en la conexión de neuronas del cerebro humano, de esta manera también una red neuronal artificial contiene neuronas que se encuentran ocultas en capas y que la unión de las mismas forma una red. Las neuronas de una capa no se conectan entre sí, pero si lo hacen con las neuronas de capas superiores e inferiores, esto permite que la interacción imite la capacidad de una persona de pensar, razonar y aprender (Gasteiger y Zupan, 1993).

Un modelo basado en redes neuronales no tiene la necesidad de generar una ecuación matemática, sino más bien, una suficiente cantidad de datos de entrada y salida para generar un modelo que tenga la capacidad de predicción de nuevos resultados, la desventaja principal de este tipo de modelos radica en que son modelos de caja negra, es decir, que no se conoce el comportamiento interno del sistema y la principal ventaja se da en su aplicación en sistemas no lineales donde la interacción de los parámetros es muy compleja y la generación de un modelo determinista sería demasiado complicado (Ren y col., 2022). La figura 8 muestra la representación de una red neuronal y su estructura básica.

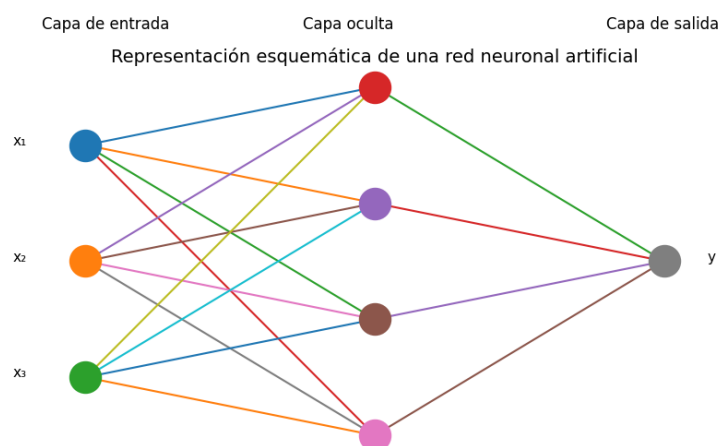


Figura 8. Representación gráfica de una red neuronal artificial

Capítulo 4. Metodología

En este capítulo se detalla cada procedimiento y consideración realizada para la generación de los modelos mediante inferencia difusa, tomando en cuenta que existen tres tipos de sistemas de inferencia difusa desarrollados por Mamdani, Takagi-Sugeno y Tsukamoto para este estudio se opta por utilizar la inferencia difusa de Tsukamoto y evaluar la capacidad de predicción de la misma. La optimización se realiza mediante algoritmos de optimización metaheurísticos basados en población que incluyen exploración y explotación para encontrar el óptimo global, aunque no lo garantizan, estos tipos de algoritmos se basan en fenómenos naturales o procesos sociales. Para el ajuste de los parámetros en este proyecto se utilizan los algoritmos de evolución diferencial (DE), enjambre de partículas (PSO) y armonía musical (HS). La selección del tipo de inferencia difusa y los algoritmos de optimización permiten cumplir con el objetivo de desarrollar una metodología para modelar sistemas mediante lógica difusa, conociendo las reglas difusas y los valores de las funciones de membresía.

4.1 Selección de casos de estudio

Para el desarrollo de este proyecto se consideraron 3 casos de estudios basados en el modelamiento mediante ecuaciones diferenciales de tanques de llenado que son parte importante en la industria química, ya que estos equipos tienen varias funciones esenciales como, almacenar materia prima líquida, regular el flujo al proceso, homogeneizar mezclas, entre otras. Cada uno de los casos y las condiciones de diseño se explican a continuación:

4.1.1 Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua

En este trabajo desarrollado por (Vojtesek et al., 2014) se muestra el modelado real de un tanque de agua perteneciente al sistema de enseñanza de control de procesos multifuncional PCT40 de Armfield, donde se incluye otros equipos indispensables de la industria química como el reactor continuo de tanque agitado (CSTR), un intercambiador de calor y una válvula de seguridad por presión, el sistema completo se puede observar en la figura 9.

El tanque es un cilindro de plástico que tiene un radio exterior r_1 , debido a la respuesta dinámica más rápida del sistema y al menor consumo de agua de alimentación hay otro cilindro en el interior con radio r_2 como se puede observar en la figura 10, en este caso, el caudal de entrada (q_i) y la altura anterior (h^{-1}) son las variables de entrada del sistema que sirven para predecir la altura posterior (h^0) que se considera la variable de interés en la predicción del modelo.

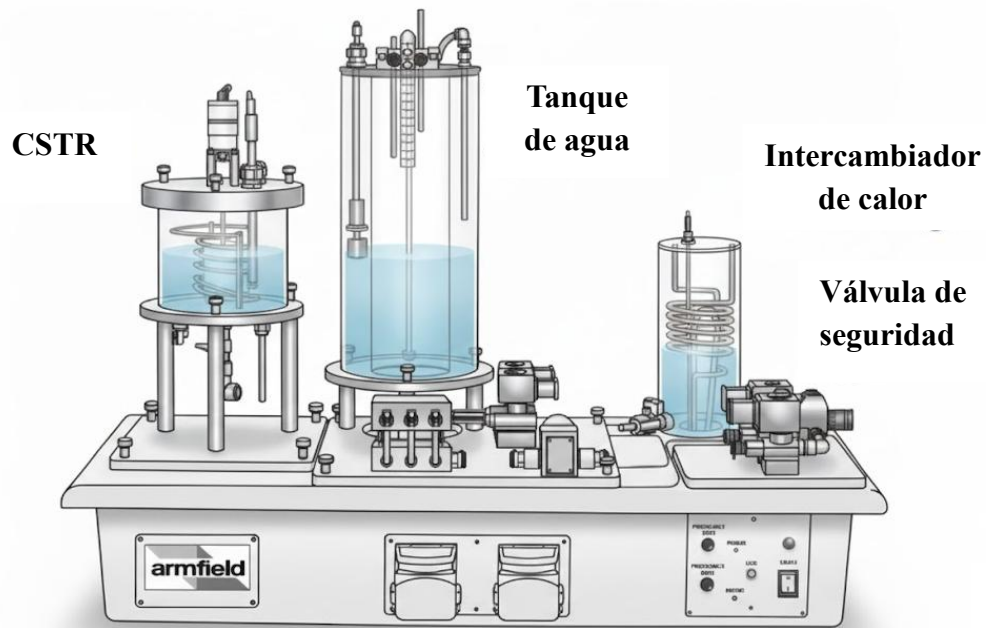


Figura 9. Sistema de enseñanza de control de procesos multifuncional PCT40 de Armfield

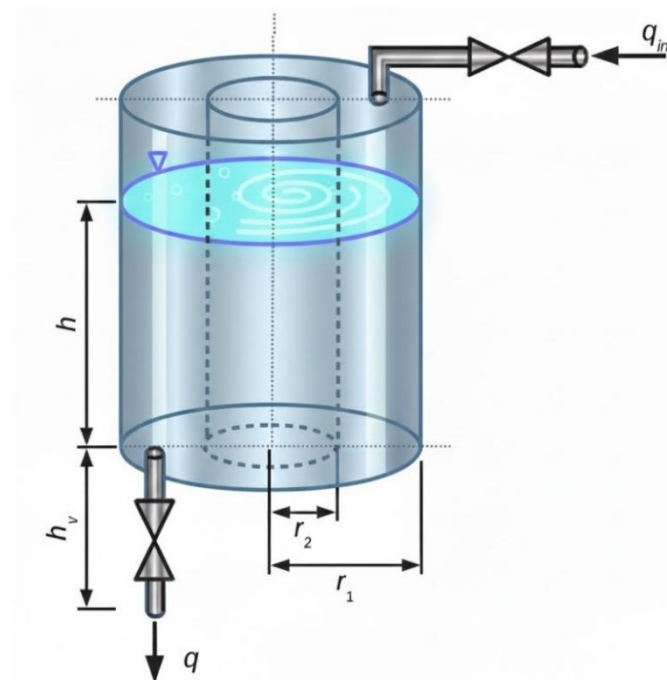


Figura 10. Tanque de llenado con un cilindro interior (Vojtesek et al., 2014)

Una vez realizado el balance de materia del sistema se obtiene la ecuación diferencial presentada en la ecuación 3.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{q_i - k\sqrt{h}}{F}$$

Ecuación 3. Ecuación diferencial de un tanque con cilindro interior

Esta ecuación describe la dependencia de la altura (h) con respecto al caudal de entrada (q_i), donde F es el área cilíndrica del tanque y k es la constante de válvula, esta es específica para cada válvula que depende de la geometría y del tipo de válvula, y en este trabajo su valor se obtiene realizando el cálculo en el estado estacionario. Los valores de las constantes y las consideraciones de diseño para la obtención de los datos de altura se muestran en la tabla 1. En este caso se analiza el comportamiento dinámico de un tanque a nivel estudiantil, lo que es de importancia ya que sienta las bases para comprender sistemas más complejos y a escalas mayores como los que se presentan posteriormente en este trabajo.

Tabla 1. Parámetros para el modelado de un tanque con cilindro interior

	Valores
Altura máxima (h_{max})	0.3 m
Área del tanque (F)	$1.36e^{-2} m^2$
Altura inicial (h_o)	0.05 m
Constante de la válvula (k)	$3.24e^{-5} (m^3/min)$
Caudal (q_i)	$[9e^{-6} - 1.9e^{-5}] m^3/s$

4.1.2 Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de tanques

Este caso desarrollado por (Fernández, 2015) establece el modelado de un tanque de llenado con un despiche en la parte inferior como se muestra en la figura 11, las variables de interés de este caso son el caudal de entrada (q_i) y la altura anterior (h^{-1}) que son consideradas como variables de entrada para predecir la variable de salida que será la altura posterior (h^0).

Luego de realizar el modelado del tanque se determina la ecuación diferencial que rige al sistema, la misma que se presenta en la ecuación 4. Dicha ecuación predice la variación de altura en el tiempo en relación con el caudal de entrada (q_i), en esta ecuación también se considera el caudal inicial (q_o) que se obtiene en altura inicial (h_o) que se encuentra el tanque, A representa el área transversal por donde circula el fluido y R_h es la constante del desagüe ubicado en la parte inferior del tanque.

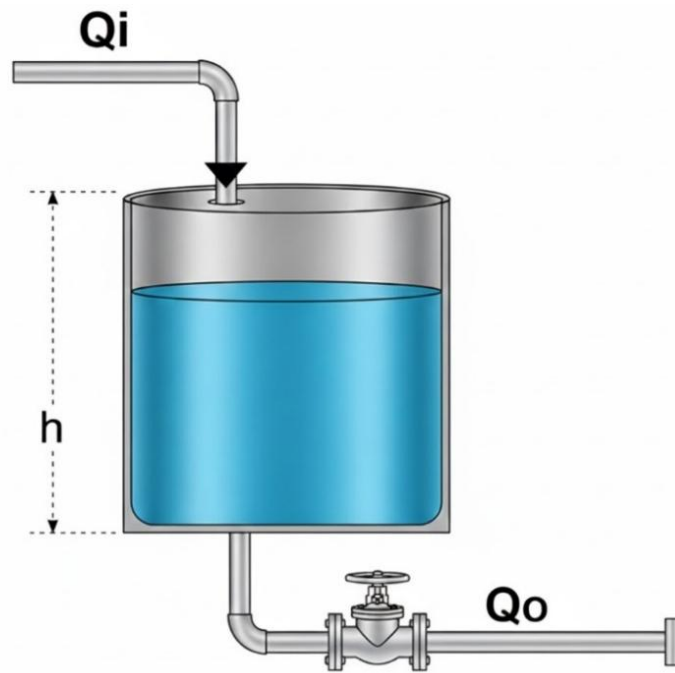


Figura 11. Tanque de llenado con un despiche inferior (Fernández, 2015)

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} \left[q_i - (q_0(h_0)) + \frac{h - h_0}{Rh} \right]$$

Ecuación 4. Ecuación diferencial de un tanque de llenado

En la tabla 2, se muestran los valores de las constantes y las consideraciones de diseño que permiten obtener los datos de altura (h^0).

Tabla 2. Parámetros para el modelado del tanque de llenado

	Valores
Área (A)	5 m ²
Altura inicial (h_0)	1 m
Caudal inicial (q_0)	4.0 m ³ /min
Constante del desagüe (Rh)	0.42 m ³ /min
Caudal (q_i)	[3.6-6.5] m ³ /min

4.1.3 Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados.

(Tierra et al., 2022) desarrollan el modelado de dos tanques de llenado que se muestran en la figura 12, los tanques están conectados en serie y las variables de interés para generar el modelo de inferencia difusa son el caudal de entrada (q_i) y la altura del segundo tanque en el estado anterior (h_2^{-1}) que son las variables de entrada del modelo para predecir la altura del estado posterior del segundo tanque (h_2^0).

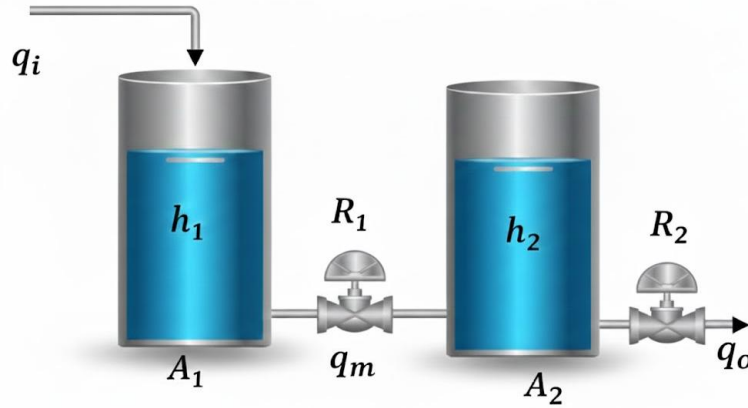


Figura 12. Sistema de dos tanques en serie (Tierra et al., 2022)

Al realizar el modelado de los tanques se obtienen las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento de las alturas para ambos tanques, la ecuación 5 describe el cambio de altura en función del tiempo para el primer tanque considerando el caudal de entrada (q_i), las alturas de ambos tanques (h_1 y h_2), R_1 representa el coeficiente de resistencia al flujo de la primera válvula y τ_{u1} es una constante que se obtienen mediante el producto del área del primer tanque y R_1 , mientras que en la ecuación 6 se muestra el cambio en el tiempo de la altura del segundo tanque, considerando las alturas de ambos tanques (h_1 y h_2), los coeficientes de resistencia al flujo de ambos tanques (R_1 y R_2) y las constantes τ_{u1} y τ_{u2} donde este último valor es el producto de la altura del segundo tanque y R_1 . Para este caso la ecuación que nos genera los datos necesarios para la obtención del modelo es la ecuación 6 ya que la altura h_2 es la que sale del sistema.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{q_i R_1 - h_1 + h_2}{\tau_{u1}}$$

Ecuación 5. Ecuación diferencial del primer tanque de un sistema de tanques en serie

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{h_1 - h_2}{\tau_{u2}} - \frac{R_1 h_2}{\tau_{u2} R_2}$$

Ecuación 6. Ecuación diferencial del segundo tanque de un sistema de tanques en serie

Las consideraciones de diseño y los valores necesarios para la simulación y obtención de datos del sistema de tanques en serie se presentan en la tabla 3. Este caso nos permite analizar el comportamiento de un sistema dinámico más complejo que puede llegar a comportarse como un sistema de segundo orden y esto es importante debido a que es lo que se encuentra de manera diaria en la industria química.

Tabla 3. Parámetros para el modelado de dos tanques en serie

	Valores
q_i	0.03 – 0.08 (m^3/s)
R_1	21 (s/m^2)
R_2	15 (s/m^2)
τ_{u_1}	63 (s)
τ_{u_2}	73.5 (s)
h_1 inicial	1 (m)
h_2 inicial	0.5 (m)

4.2 Reproducción de casos de estudios y obtención de datos

La obtención de los datos necesarios para la generación de los modelos de inferencia difusa se realiza mediante la reproducción de los casos de estudio mencionados anteriormente, los casos se reproducen en el entorno gráfico de Simulink perteneciente al programa Matlab, donde se utiliza el solver ode45 que se basa en el método Runge-Kutta para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias. Utilizando las ecuaciones diferenciales y los valores de las condiciones de diseño correspondientes a cada caso de estudio que se han detallado previamente se realiza la recopilación de los datos para generar el modelo. En cada caso de estudio se obtienen dos conjuntos de datos, los primeros se utilizan en el entrenamiento y verificación del modelo, mientras que el segundo conjunto permite realizar la validación del modelo obtenido.

Para el primer caso de estudio desarrollado por (Vojtesek et al., 2014) los datos se obtienen a ocho caudales diferentes, para la etapa de entrenamiento y verificación se toman los valores de $[1.1e^{-5}, 1.5e^{-5}, 1.3e^{-5}, 9.0e^{-6}, 1.2e^{-5}, 1.7e^{-5}, 1.6e^{-5}, 1.95e^{-5}] m^3/s$, a su vez, para la etapa de validación los caudales toman los siguientes valores: $[1.6e^{-5}, 1.4e^{-5}, 1.8e^{-5}, 1.25e^{-5}, 9.5e^{-6}, 1.15e^{-5}, 1.55e^{-5}, 1.9e^{-5}] m^3/s$.

En el segundo caso que corresponde al modelado de un tanque de llenado (Fernández, 2015). Los dos conjuntos de datos se obtienen a ocho caudales diferentes, el primero, que se utiliza en el entrenamiento y verificación del modelo se toma a valores de:

[3.5, 4.0, 5.5, 4.5, 3.0, 6.0, 5.0 y 6.5] m^3/s , mientras que, los datos utilizados para la validación se obtienen a valores de caudal de: [5.3, 4.1, 3.2, 3.8, 5.9, 4.7, 6.4 y 6.1] m^3/s .

De la misma forma, para el caso del modelado de dos tanques industriales conectados en serie (Tierra y col., 2022), se obtuvieron datos a ocho caudales diferentes, los valores de caudal para ambos conjuntos son: [0.02, 0.015, 0.04, 0.06, 0.03, 0.07, 0.08, 0.05] m^3/s y [0.045, 0.075, 0.025, 0.035, 0.0175, 0.055, 0.0775, 0.065] m^3/s respectivamente.

4.3 Selección de datos para la modelación

En este proyecto los datos que se obtienen mediante la reproducción en Simulink se utilizan para las 3 fases del modelado mediante inferencia difusa que se establecen, las cuales son: entrenamiento, verificación y validación.

Para el primer caso de estudio, cada caudal se simuló en un tiempo de 2000 segundos para que la altura se estabilice, sin embargo, el tiempo al que se toma cada muestra de dato es cada 25 segundos obteniendo así 960 datos en total, de los cuales, se toman 120 datos representativos para el entrenamiento del modelo, mientras que, tanto para la verificación como la validación se utilizan los 960 datos obtenidos inicialmente. En la figura 13, se puede apreciar la tendencia que siguen los distintos caudales y los valores que se tomaron para realizar el entrenamiento.

En el segundo caso, el tiempo total de simulación de cada caudal fue de 20 segundos, que es el tiempo reportado para la estabilización de la altura, mientras que el tiempo de muestreo fue cada segundo, de esta manera, se obtienen 800 datos en total. Para el entrenamiento, de los 800 datos se toman los más representativos de cada curva en los caudales que se muestran en la figura 14, obteniendo así 100 datos con los que se entrena el modelo, mientras que para la verificación y validación se utilizan los obtenidos inicialmente.

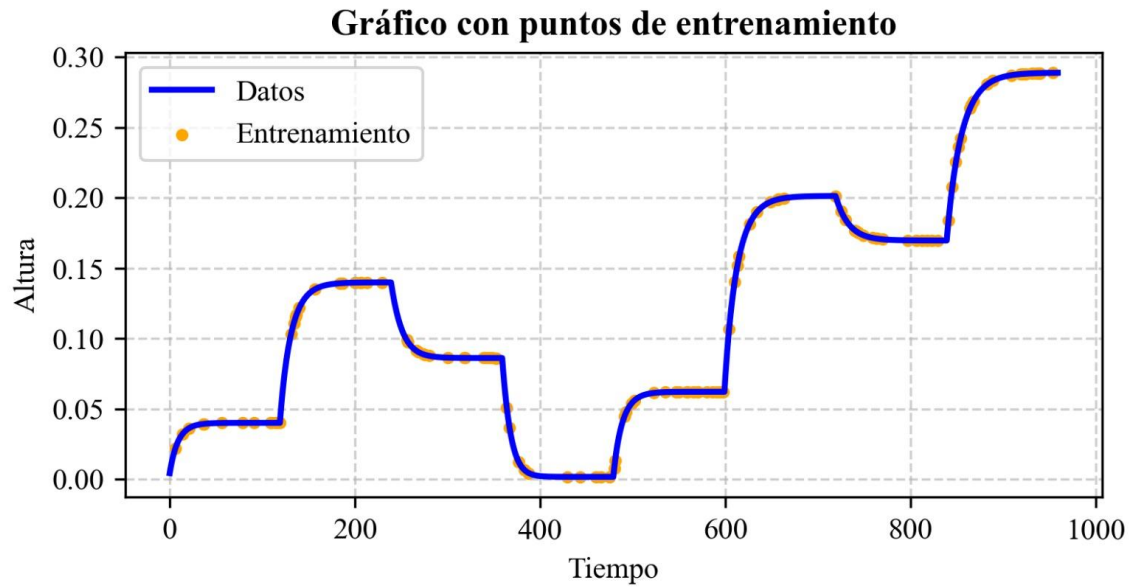


Figura 13. Tendencia de altura en los caudales establecidos del modelado de un tanque de llenado con un cilindro interior

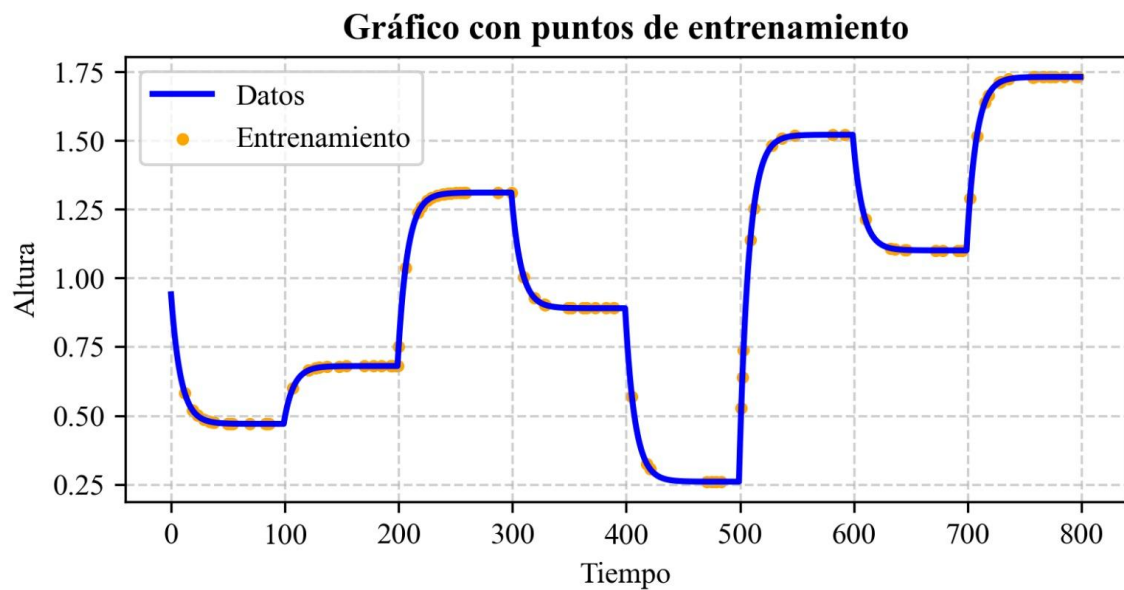


Figura 14. Tendencia de altura en los caudales establecidos del modelado de un tanque de llenado

Para el modelado de los tanques conectados en serie la cantidad total de datos obtenidos fue de 960, ya que el tiempo total de simulación para cada caudal fue de 600 segundos, sin embargo, el muestreo se lo realizó cada 30 segundos. De la misma forma que en los anteriores casos, para el entrenamiento se toman los valores representativos de la altura en los distintos caudales de la figura 15, es así, que el entrenamiento se realiza con 120 datos y tanto la verificación como validación del modelo se realizan con los 960 datos obtenidos inicialmente.

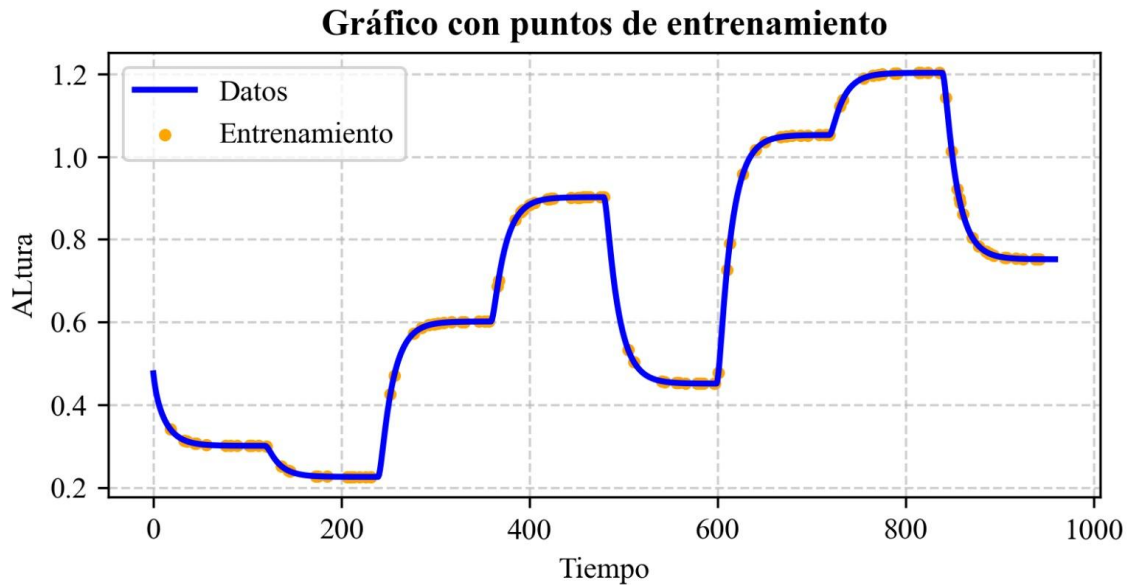


Figura 15. Tendencia de altura en los caudales establecidos del modelado de dos tanques en serie

4.4 Generación del modelo de inferencia difusa

En este proyecto los modelos propuestos se basan en el método de inferencia difusa de Tsukamoto, donde se utiliza la implicación de Larsen y el promedio ponderado para la determinación del valor de salida del modelo.

La generación del modelo se realiza con base en las variables que se consideraron de entrada y salida para cada caso de estudio y con los datos obtenidos en la reproducción mediante Simulink. A partir de los datos se realiza un proceso de entrenamiento utilizando un algoritmo de optimización para así obtener los mejores valores de parámetros que se utilizarán en la predicción del resultado. Los parámetros que se deben obtener son:

4.4.1 Reglas difusas

Para la generación del modelo se propone una base de reglas con una matriz de 3x3 utilizando el operador AND con dos valores de entrada y una salida, es así que, se deben encontrar 9 valores que corresponden a las reglas difusas que rigen el comportamiento del sistema. Los valores a encontrar que representan las reglas son 1 para negativo, 2 para cero y 3 para positivo, de esta manera al obtener estos valores podemos interpretarlos y encontrar las reglas difusas estableciendo que negativo es bajo, cero es medio y positivo es alto, la tabla 4 presenta la estructura que tiene la base de reglas difusas, donde se muestra el orden de los parámetros que se encuentran mediante el algoritmo de optimización.

Tabla 4. Estructura de la base de reglas difusas

		Entrada 1		
		Negativo	Cero	Positivo
Entrada 2	Negativo	1	4	7
	Cero	2	5	8
	Positivo	3	6	9

4.4.2 Funciones de membresía

Para las variables de entrada se establecen las funciones de pertenencia de la forma trapezoidal para el negativo, triangular para cero y trapezoidal para el positivo como se muestra en la figura 16, mientras que para la variable de salida las funciones de membresía son del tipo lineal como se ilustra en la figura 17.

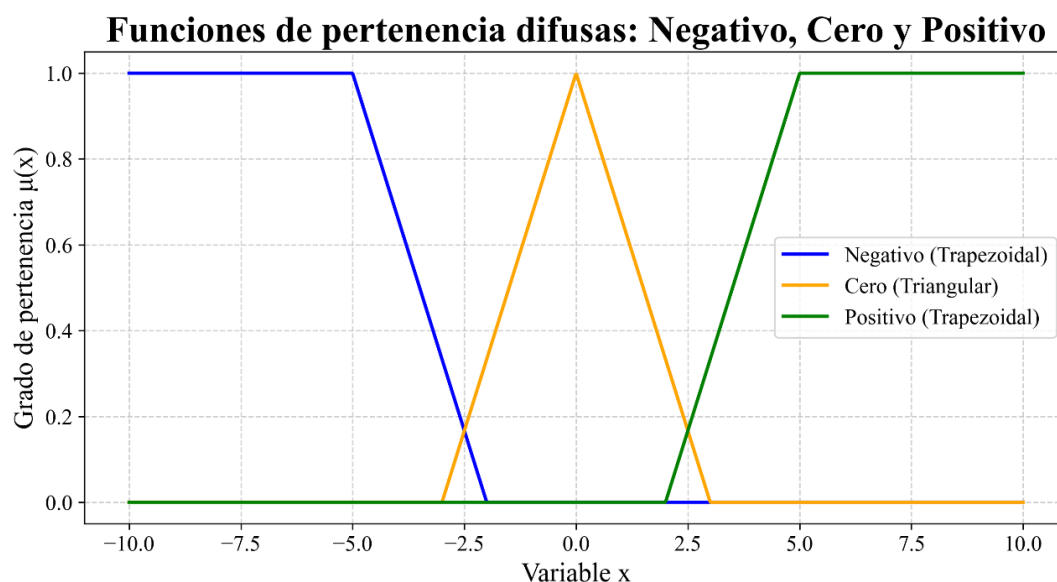


Figura 16. Funciones de pertenencia para las variables de entrada

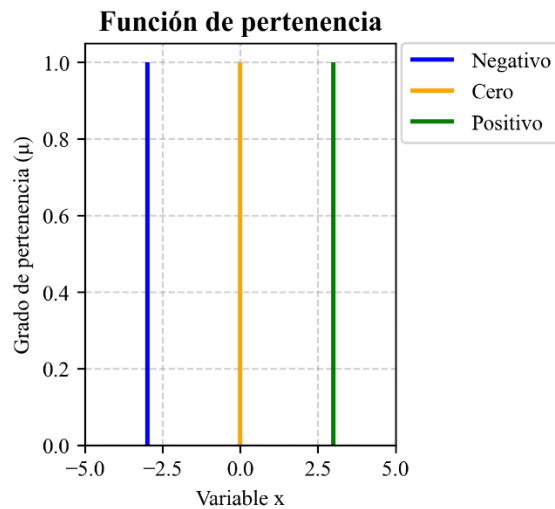


Figura 17. Funciones de pertenencia para la variable de salida

De esta manera, realizando la asignación de parámetros que se deben considerar, se establece que se necesitan 15 valores para las funciones de membresía que establecen el grado de pertenencia de las variables en el sistema, los que, se obtienen al realizar el entrenamiento del modelo. Es así que, el número total de parámetros que se deben encontrar para predecir el comportamiento del sistema es de 24 valores, y con dichos valores se realiza la verificación y validación del modelo.

La verificación consiste en tomar los valores de la mejor función objetivo y colocarlos en el código diseñado, junto con los datos de verificación ejecutar el código y crear un archivo con los valores de predicción del modelo y comparar los valores predichos con los reales obtenidos mediante la reproducción de los casos de estudio, para el proceso de validación se sigue el mismo procedimiento, pero se utilizan los datos de validación obtenidos mediante Simulink para cada caso de estudio.

En la figura 18 se presenta el diagrama de flujo del proceso de entrenamiento para la obtención de los parámetros necesarios del modelo de inferencia difusa, mientras que, en la figura 19 se muestra el diagrama de flujo que se sigue para el proceso de verificación y validación del modelo de inferencia difusa.

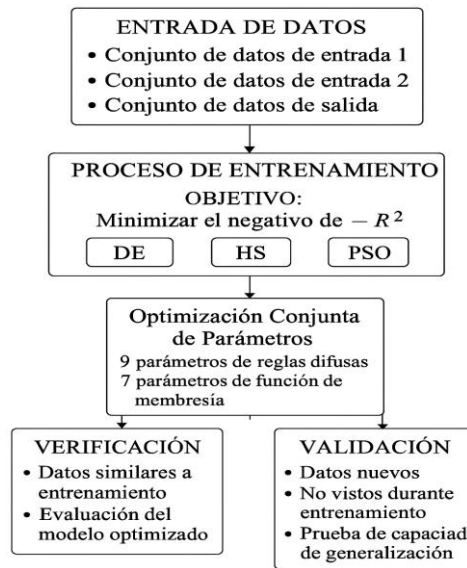


Figura 18. Diagrama de flujo del proceso de entrenamiento para la obtención de parámetros

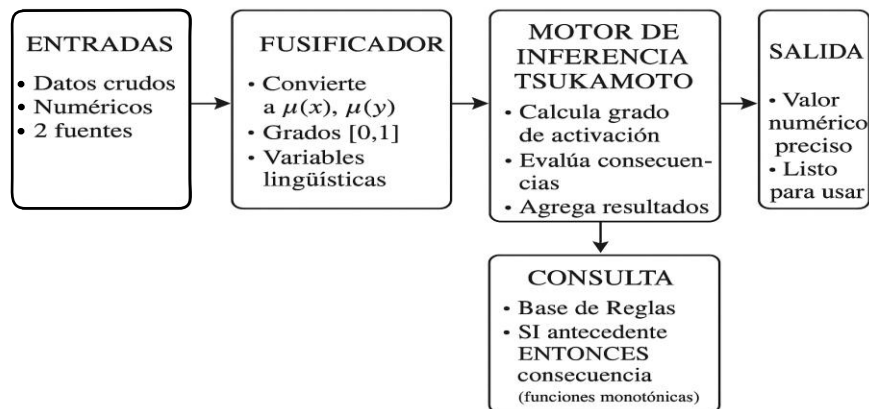


Figura 19. Diagrama de flujo del proceso de verificación y validación del modelo

4.4.3 Algoritmos metaheurísticos

Los 24 parámetros se encuentran mediante algoritmos de optimización con mínimos cuadrados como función objetivo, donde, se realiza el proceso de optimización con los datos establecidos para el entrenamiento y se encuentra los valores nueve valores que corresponden a las reglas difusas y los catorce correspondientes a las funciones de membresía de entrada y salida. En este proyecto se utilizan tres algoritmos metaheurísticos que son: evolución diferencial (DE), búsqueda de armonías (HS) y optimización por enjambre de partículas (PSO). Para cada algoritmo se establece una población inicial de 20 individuos, los límites de búsqueda inferior y superior es de 0 y 10 respectivamente para todos los parámetros de interés, se realiza 10000 iteraciones en todos los algoritmos y el número de repeticiones del algoritmo es de 100.

Por ende, de las 100 repeticiones que se realiza cada una tendrá un resultado de la función objetivo, se toman los valores de los parámetros que corresponden al menos valor de la función objetivo calculado, estos valores son los que establecen el comportamiento de cada caso de estudio y se utilizan para realizar la verificación y validación del modelo con los conjuntos de datos obtenidos en cada caso.

Todo lo mencionado se desarrolla mediante el código diseñado en el programa Fortran, que contiene en conjunto la inferencia difusa de Tsukamoto, los algoritmos de optimización y las líneas de código para la verificación y validación del modelo.

4.5 Evaluación del modelo

Luego de la etapa de verificación y validación, los datos predichos en ambos casos, se grafican en simultáneo con los valores obtenidos en la reproducción de los casos de estudio para cada algoritmo de optimización, lo que permite determinar qué algoritmo se acopla de mejor manera en cada caso. Para la evaluación del desempeño de los algoritmos metaheurísticos se realizan gráficas de tipo violín con los valores de la función objetivo en cada una de las 100 repeticiones para realizar el respectivo análisis estadístico, dichas gráficas se muestran en el capítulo de resultados.

4.6 Mejoramiento del modelo de inferencia difusa

Luego de haber realizado la generación del modelo establecido previamente se realizan dos propuestas de mejora para minimizar el tiempo de cómputo y obtener valores más precisos, los cambios realizados son:

4.6.1 Límites de búsqueda de reglas difusas

Inicialmente en el modelo desarrollado se estableció que los límites de búsqueda en los algoritmos de optimización sean de 0 a 10 para cada uno de los parámetros de interés. Sin embargo, en las reglas difusas no se consideran valores tan altos, por lo que en esta propuesta de mejora los límites de búsqueda inferior y superior para los 9 parámetros correspondientes a las reglas difusas son de 0 a 3 respectivamente, a su vez, también se modifica el código para que dichos valores sean del tipo entero, lo que permite interpretar de mejor manera las reglas difusas establecidas.

4.6.2 Menor cantidad de parámetros en las funciones de membresía

Además de definir los límites de búsqueda de las reglas difusas, se propone reducir el número de parámetros en las funciones de membresía, esto se realiza considerando que los valores de los vértices de las funciones trapezoidal (negativo), triangular (cero) y trapezoidal (positivo) de las variables de entrada coinciden en un mismo punto tal como se muestra en la figura 20, de

esta semana se reduce de 15 a 7, lo que se espera permita reducir el tiempo de cómputo y mejorar la interpretabilidad de los valores predichos.

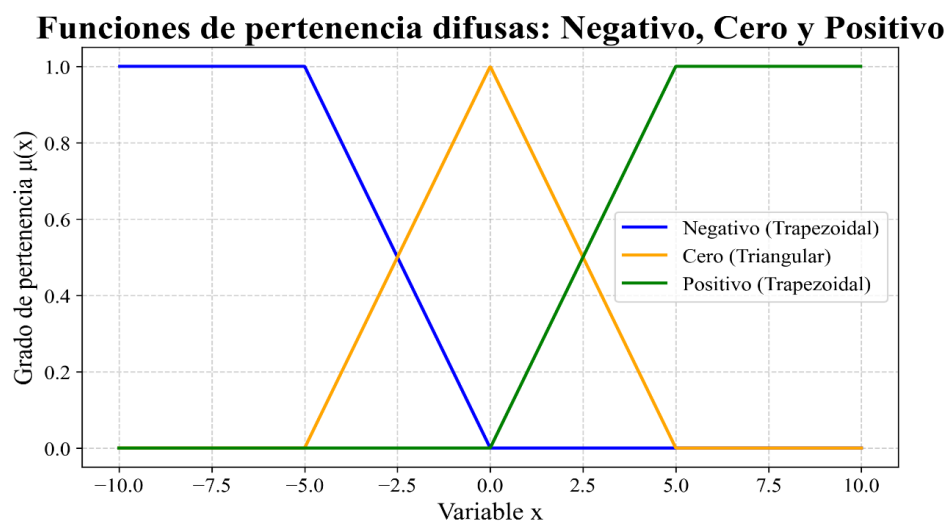


Figura 20. Funciones de pertenencia coincidentes para las variables de entrada

De la misma forma para estas propuestas de mejora se ejecuta el código elaborado en Fortran con los datos de entrenamiento para obtener los parámetros que rigen los casos de estudio y realizar la posterior verificación y validación del modelo para finalmente evaluar el desempeño del mismo de la forma predicha anteriormente en este capítulo.

4.6.3 Coeficiente de determinación y obtención del código final

Una vez realizadas todas las correcciones al código, se modifica la obtención de los mínimos cuadrados por la minimización del negativo del coeficiente de determinación como función objetivo, esto permite interpretar de mejor manera los resultados mediante los valores obtenidos, así mismo, se modifica el número de repeticiones del algoritmo de optimización de 100 a 50 para reducir el tiempo de cómputo y los límites tanto para las reglas difusas como para las funciones de membresía se mantienen en 1 a 3 para las reglas y 0 a 10 para las funciones de membresía.

4.7 Modelos mediante regresión y redes neuronales

Para tener una comparativa del desempeño del modelo de inferencia difusa se genera un modelo mediante regresión lineal utilizando el programa Curve Fitter y un modelo mediante redes neuronales utilizando Neural Net Fitting ambos pertenecientes a Matlab. La figura 21 muestra el funcionamiento del programa Curve Fitter, mientras que, la figura 22 muestra el funcionamiento del programa Neural Net Fitting.

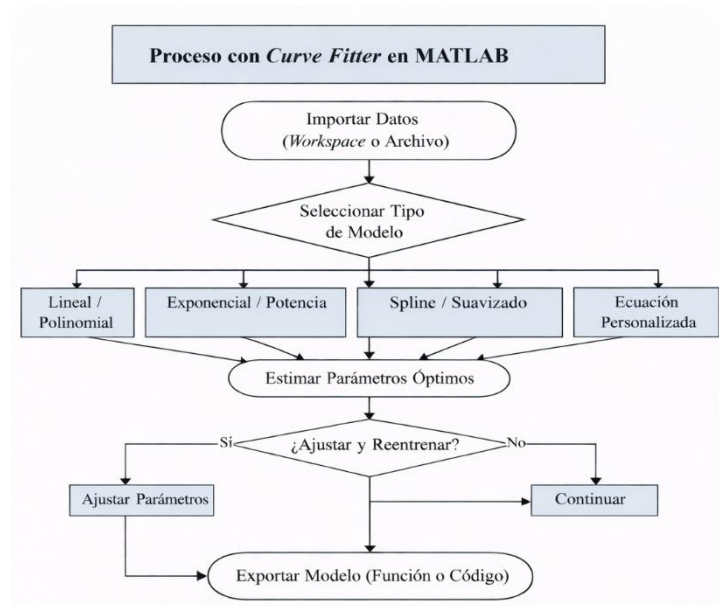


Figura 21. Diagrama de flujo del programa Curve Fitter

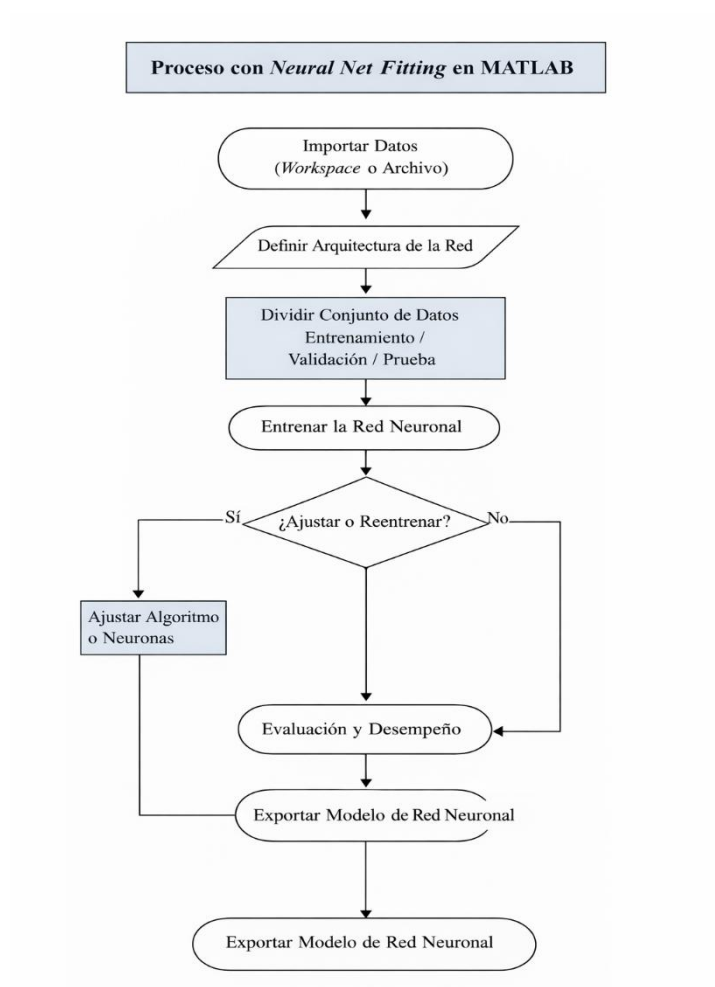


Figura 22. Diagrama de flujo del programa Neural Net Fitting

Capítulo 5. Resultados

En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos luego de generar el modelo mediante inferencia difusa de Tsukamoto de los casos de estudio descritos anteriormente, para cada uno de ellos se presentan los valores obtenidos con los algoritmos de optimización (DE, HS y PSO) y las gráficas para evaluar el desempeño de cada algoritmo. Con el fin de tener una comparativa del modelo de inferencia difusa se muestran los resultados de modelos obtenidos utilizando i) regresión lineal y ii) redes neuronales. Finalmente se presentan los valores de las funciones de pertenencia y reglas difusas que generaron el mejor modelo de inferencia difusa para cada caso.

5.1 Resultados del modelado mediante inferencia difusa de Tsukamoto

En este apartado se presentan los resultados del proceso de entrenamiento de los casos de estudio utilizando los 3 algoritmos de optimización, estableciendo como función objetivo la minimización del negativo del coeficiente de determinación (R^2), en la tabla 5 se muestran los parámetros utilizados para el proceso de entrenamiento y obtención del mejor valor de la función objetivo.

Tabla 5. Parámetros de optimización

	Valores
Tamaño de población	20
Evaluación de la función objetivo	10000
Iteraciones	50

5.1.1 Resultados Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua mediante inferencia difusa

Para el proceso de entrenamiento se establecen los límites de las 16 variables que se desean obtener mediante la utilización de los algoritmos de optimización, donde los valores de 1 a 9 corresponden a las reglas difusas, mientras que de 10 a 12 y de 13 a 15 corresponden a las funciones de pertenencia de las variables de entrada de altura y caudal respectivamente, a su vez, los valores de la variable 16 corresponde a la función de pertenencia de salida. En la tabla 6 se muestran los límites establecidos para el Caso 1. Estos límites se obtienen con base a los parámetros utilizados para el modelo que se presentaron en la metodología.

Tabla 6. Límites de optimización para el Caso 1

	Valores
Límites inferior y superior (1:9)	$[1.0 - 3.0]$
Límites inferior y superior (10:12)	$[0.0 - 0.3]$
Límites inferior y superior (13:15)	$[8e^{-6} - 2e^{-5}]$
Límites inferior y superior (16)	$[0.0 - 0.3]$

Siguiendo la metodología establecida, una vez realizado el entrenamiento del modelo, se selecciona la mejor función objetivo y se toman los valores correspondientes para el proceso de verificación y validación con los datos obtenidos en la reproducción de los casos, donde la verificación se realiza con valores similares a los utilizados en el entrenamiento del modelo, mientras que, la validación se lo realiza con datos completamente nuevos pero que se encuentran dentro del rango establecido en el entrenamiento del modelo. Este proceso se realiza con cada uno de los algoritmos establecidos en la metodología, obteniendo así los resultados que se muestran en cada una de las siguientes figuras, en donde, los valores representados con líneas entrecortadas corresponden a los valores obtenidos mediante el modelo generado y de nombre “Predicción” y los valores que de la línea azul continua son los obtenidos mediante la reproducción de los casos de estudio utilizando las ecuaciones diferenciales y tienen por nombre “Respuesta”.

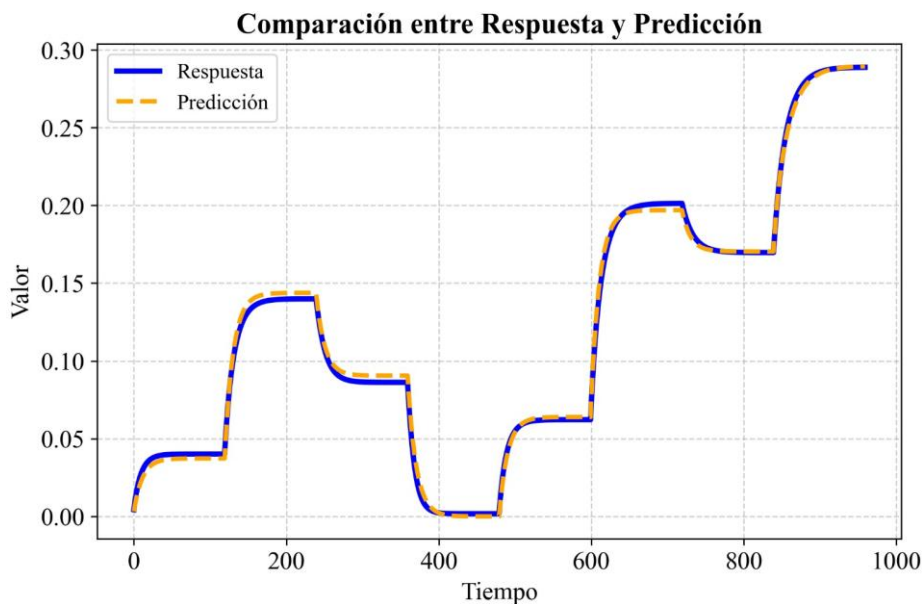


Figura 23. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)

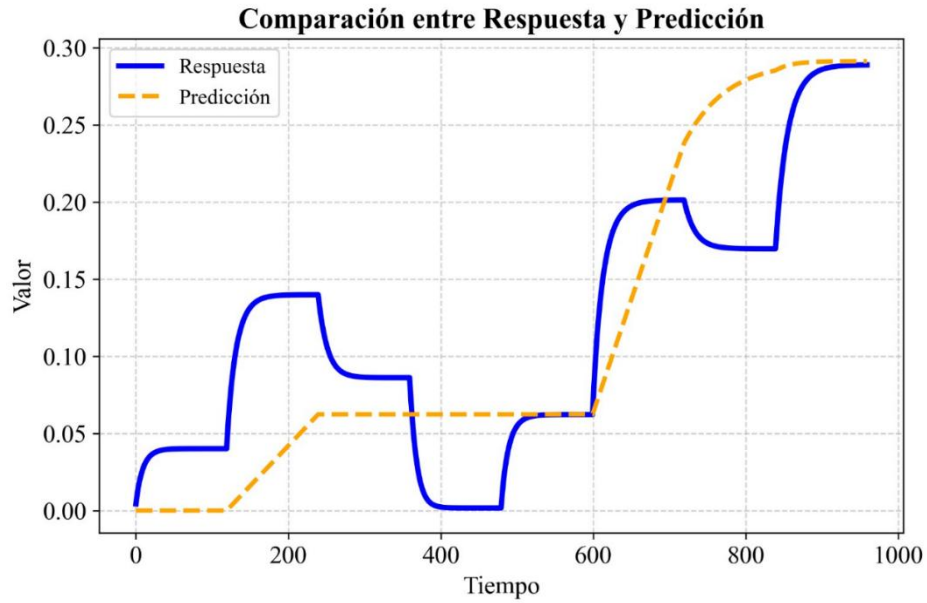


Figura 24. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS)

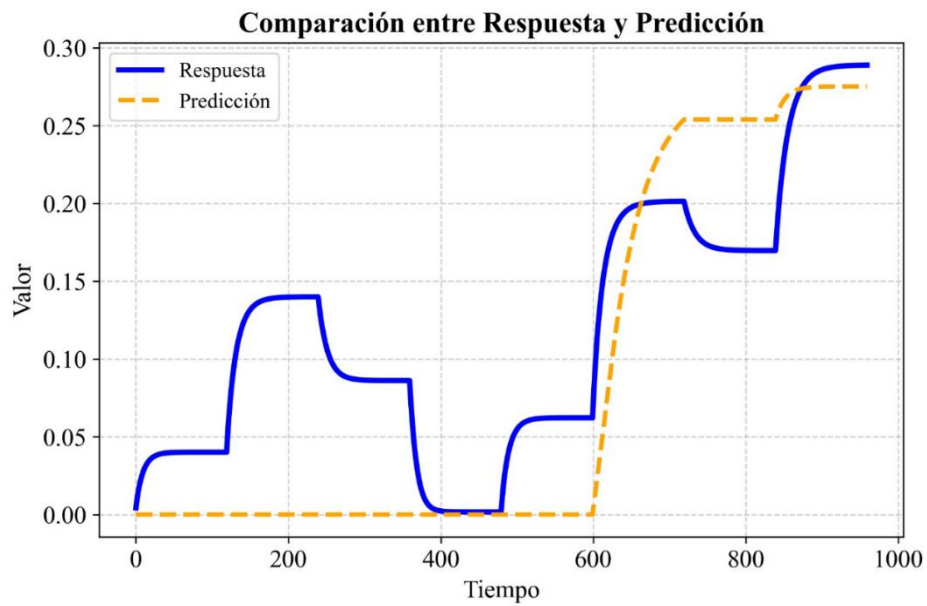


Figura 25. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO)

Se puede apreciar que el algoritmo de evolución diferencial que se muestra en la figura 23, tiene valores con mayor concordancia a los deseados tanto en estados transitorios como en las etapas donde el sistema tiene régimen estacionario, estableciéndose como el mejor algoritmo para la verificación en este caso de estudio, a su vez, en las figuras 24 y 25 se observa que tanto para el algoritmo de búsqueda de armonías como para el de enjambre de partículas respectivamente,

los resultados no son satisfactorios comparados con los deseados, en el algoritmo de búsqueda de armonías el modelo tiende a presentar mejores respuestas en la parte final de los datos, sin embargo, esto no satisface los requerimientos del modelo, por otro lado en el modelo con enjambre de partículas se aprecia que los valores predichos son cero durante la mayor parte de los datos lo que nos indica que el modelo no tiene la capacidad de identificar el sistema inicial.

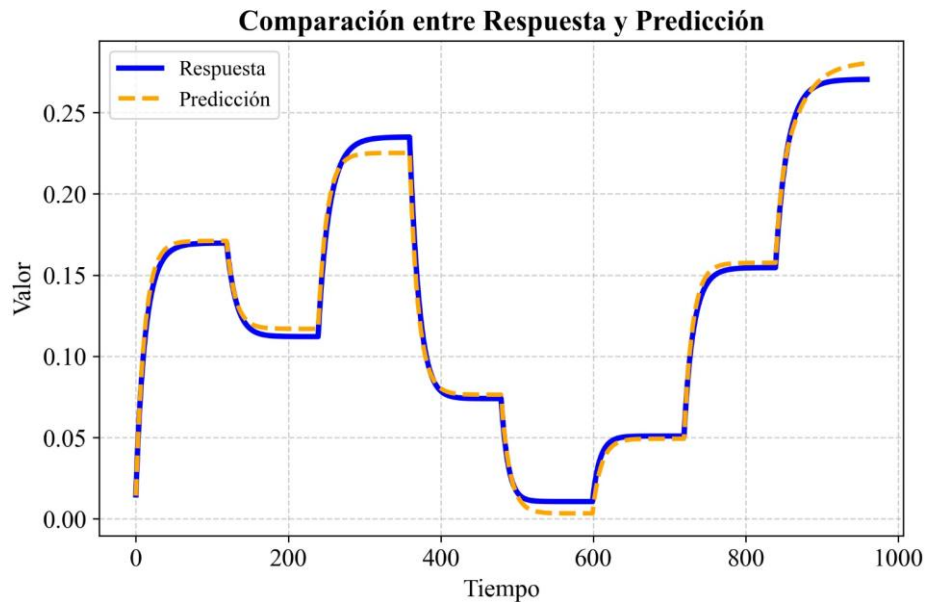


Figura 26. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)

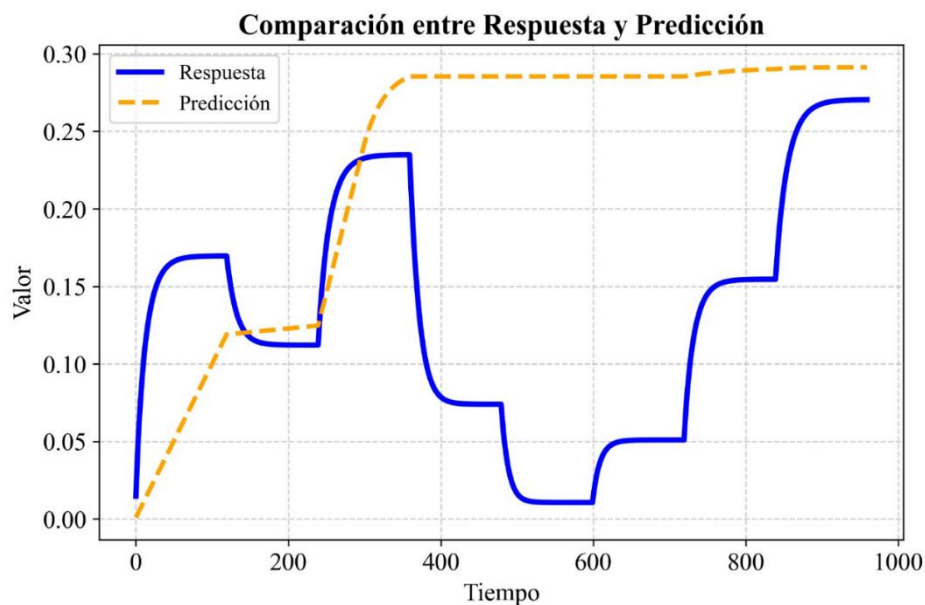


Figura 27. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS)

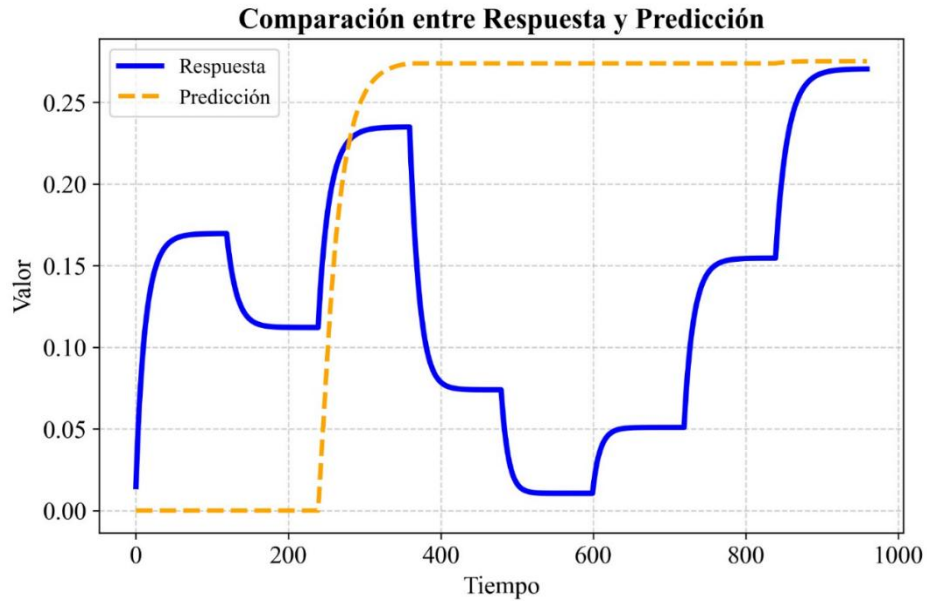


Figura 28. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 1 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO)

Para la validación del modelo, la tendencia es la misma ya que se aprecia que el modelo generado mediante el algoritmo de evolución diferencial presentado en la figura 26 presenta mejores resultados al compararlo con los valores de Respuesta, de igual manera los algoritmos HS y PSO, que se muestran en las figuras 27 y 28 respectivamente, predicen resultados que no son idóneos en este caso de estudio e incluso existen menores puntos de cercanía en comparación con la verificación presentada previamente.

Para tener una mejor perspectiva de los algoritmos de optimización y las evaluaciones de la función objetivo de cada uno se realizan gráficas de caja y bigotes, donde, en la figura 29 se observa que el algoritmo DE tiene valores más cercanos a la función objetivo, así también, tiene una menor dispersión y es más estable en comparación con los otros dos algoritmos, por lo que presenta mayor robustez en la convergencia, lo que coincide con la predicción de mejores valores en la verificación y validación del modelo, reafirmando así que es el mejor algoritmo para este caso de estudio. Aunque PSO presenta un mejor promedio de la función objetivo, esta se encuentra más alejada del objetivo en comparación con DE. Finalmente, HS presenta el peor desempeño ya que se observa alta variabilidad y los valores están muchos más alejados del óptimo que PSO y DE.

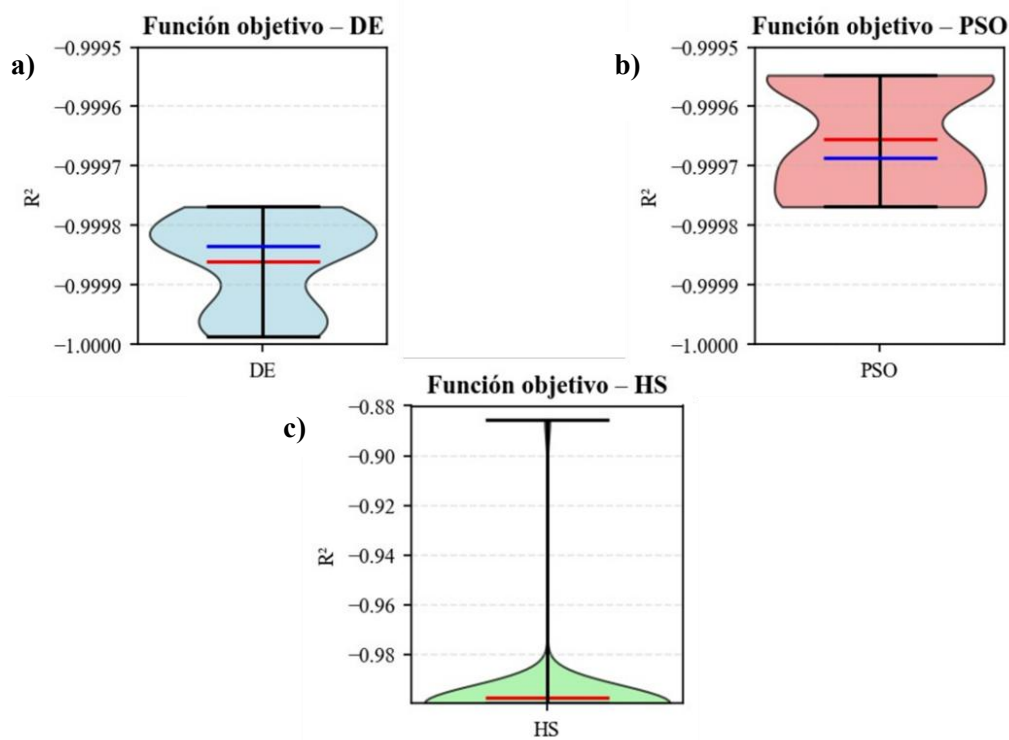


Figura 29. Comparación de la evaluación de la función objetivo para los algoritmos de optimización del Caso 1: a) evolución diferencial (DE), b) búsqueda de armonías (HS) y c) enjambre de partículas (PSO)

5.1.2 Resultados Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de estanques mediante inferencia difusa

En la tabla 7, se presentan los límites de optimización de las variables de búsqueda en el proceso de entrenamiento, al ser un caso similar al primero los valores que valores que representan cada intervalo de búsqueda es igual al caso 1 y de igual manera estos límites se establecen con base a los parámetros propuestos en la metodología.

Tabla 7. Límites de optimización para el Caso 2

	Valores
Límites inferior y superior (1:9)	[1.0 – 3.0]
Límites inferior y superior (10:12)	[0.0 – 2.0]
Límites inferior y superior (13:15)	[3.0 – 6.5]
Límites inferior y superior (16)	[0.0 – 2.0]

De esta manera también se presentan los valores de la mejor función objetivo obtenida en el entrenamiento para cada uno de los algoritmos de optimización y se presentan a continuación los valores graficados tanto para la verificación como la validación del modelo con cada uno de ellos.

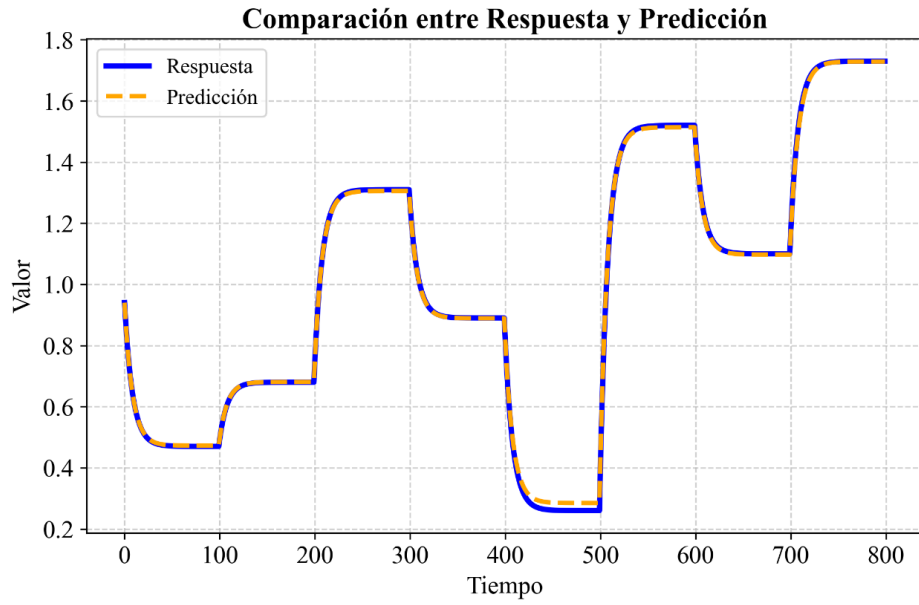


Figura 30. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)

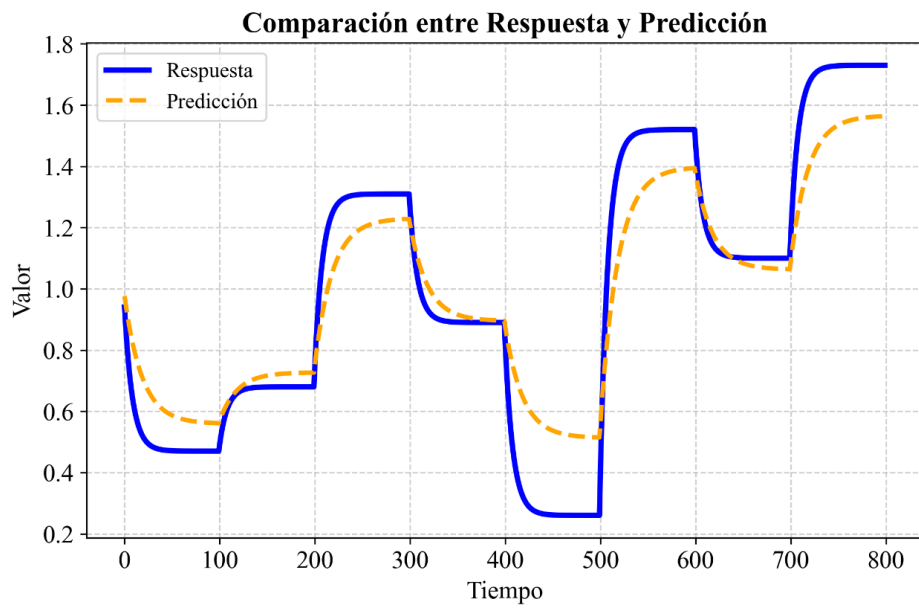


Figura 31. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS)

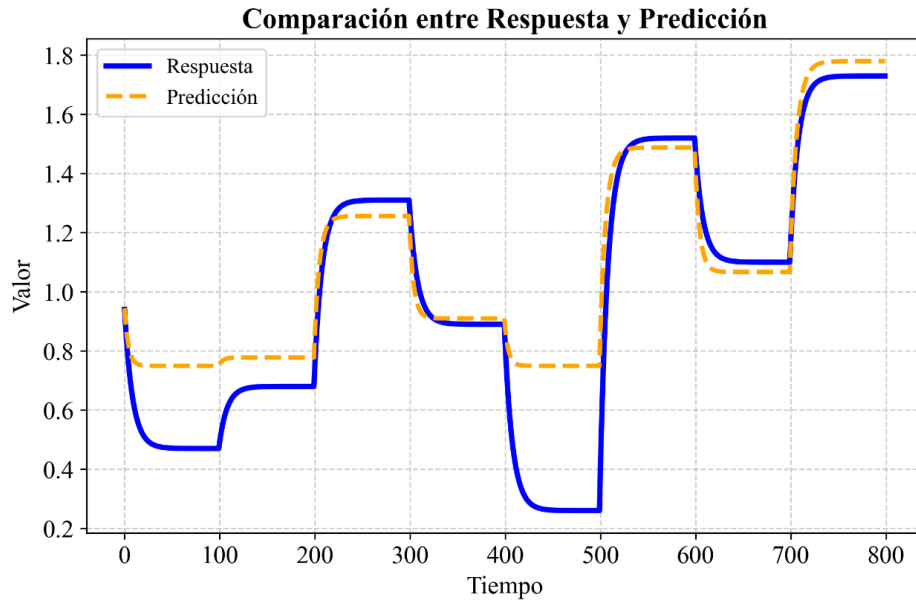


Figura 32. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO)

El modelo generado utilizando DE mostrado en la figura 30 presenta un ajuste casi exacto durante toda la región de datos presentados, existe una pequeña región donde los datos difieren un poco sus resultados, sin embargo, en mayor parte los valores predichos se superponen a los de respuesta, esto indica que los valores de funciones de pertenencia y base de reglas encontrados durante el entrenamiento son los óptimos. En la figura 31 se observa que el modelo generado utilizando HS sigue la tendencia general de los datos, pero no llega a alcanzar su estabilidad, lo que indica que existe un desfase temporal moderado con este modelo, presentando un desempeño menor que el modelo utilizando DE. Para el caso del PSO de la figura 32, se observa que de igual manera el desempeño es inferior al modelo con DE, especialmente en valores mínimos, no tiene la capacidad de predicción correcta, aunque existe una mejora en el tramo final de los datos, tampoco satisface los requerimientos de predicción.

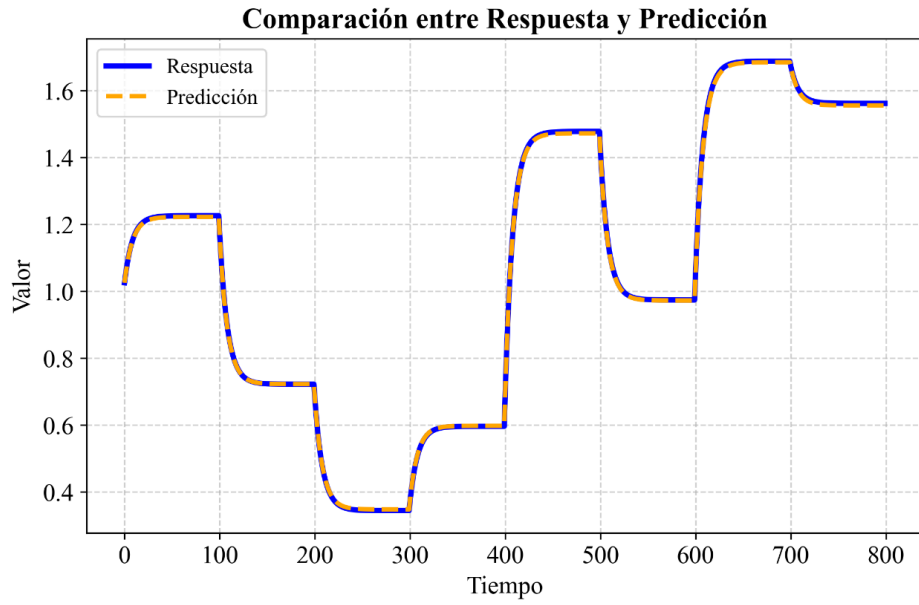


Figura 33. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)

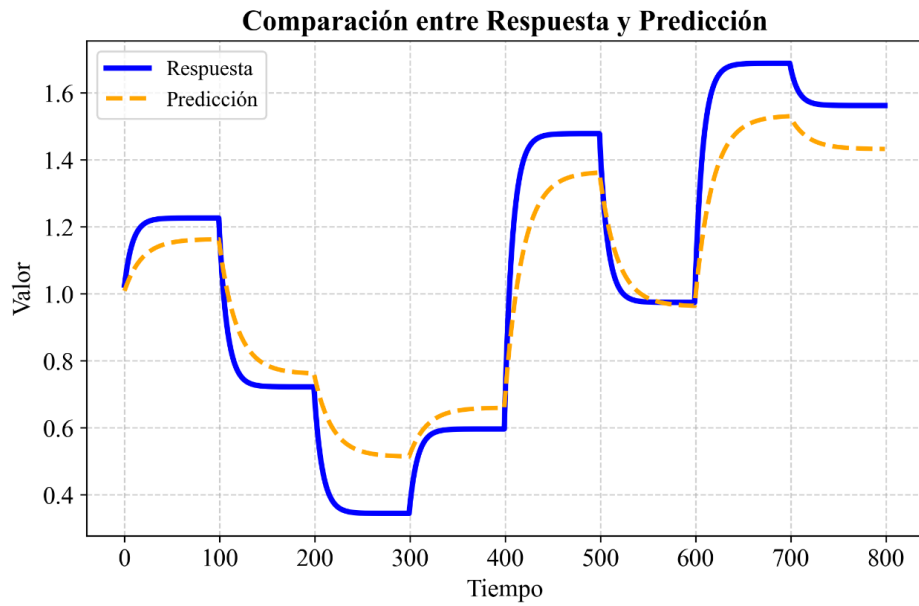


Figura 34. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS)

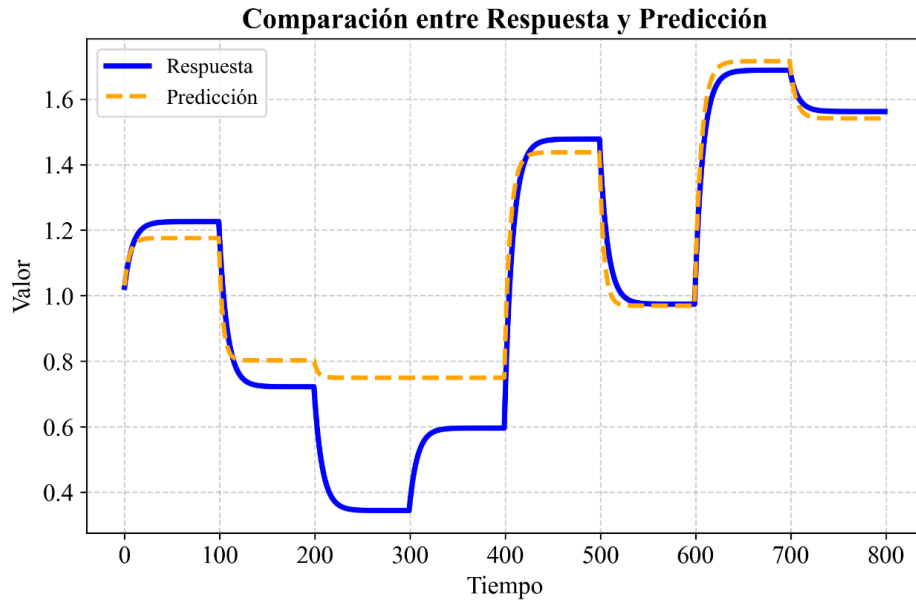


Figura 35. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 2 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO)

La validación del modelo con DE observado en la figura 33 presenta un ajuste exacto con los valores de Respuesta, siendo incluso mejor que en la verificación, así mismo, en las figuras 34 y 35 correspondientes a los modelos con HS y PSO respectivamente, se observa que la tendencia descrita en la verificación es la misma para ambos modelos, concluyendo así que nuevamente para este caso de estudio el mejor algoritmo para generar un modelo mediante inferencia difusa es evolución diferencial.

De igual manera se presentan las gráficas de tipo caja y violín para presentar las evaluaciones de la función objetivo con cada uno de los algoritmos utilizados. En la figura 36 se observa que el algoritmo de evolución diferencial tiene valores más cercanos a la función objetivo deseada, tiene una dispersión muy pequeña y no se observan valores atípicos en la gráfica. El algoritmo de búsqueda de armonías tiene los valores más lejanos de la función objetivo y presenta una alta dispersión con valores que se van alejando cada vez más de la función objetivo y finalmente en el algoritmo de enjambre de partículas se observan valores cercanos a la función objetivo, pero con mayor dispersión y una variabilidad mayor comparado con DE. De esta manera el algoritmo DE tiene un mejor desempeño y es el más estable, seguido del PSO con menor desempeño y finalmente el HS presenta el peor desempeño y una robustez menor de los tres algoritmos.

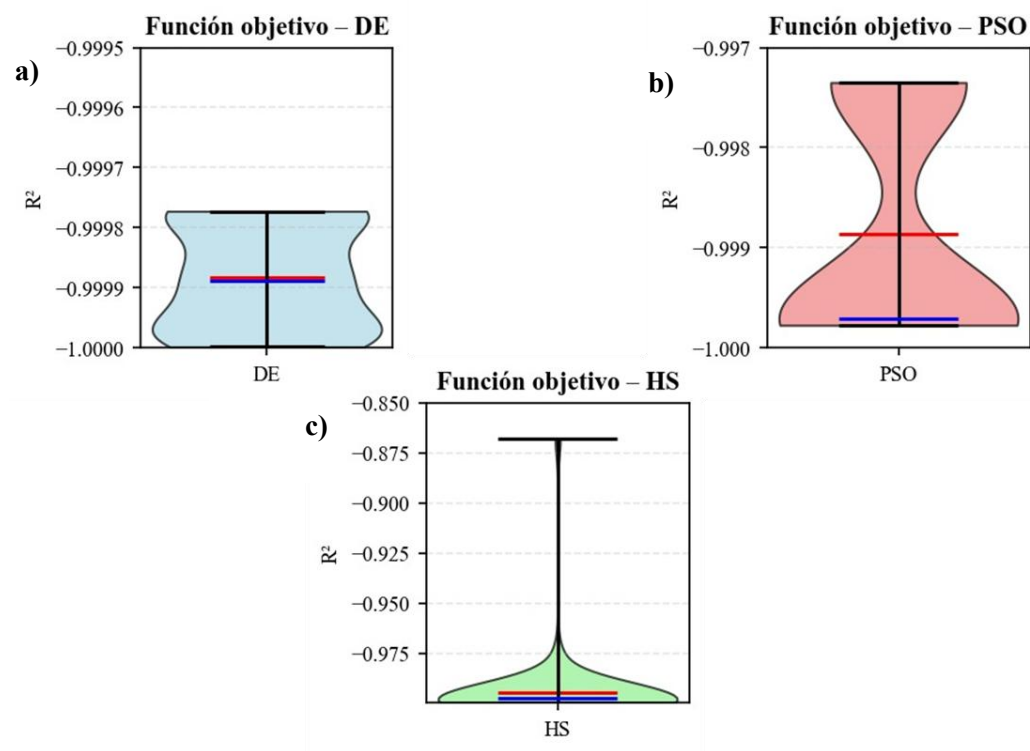


Figura 36. Comparación de la evaluación de la función objetivo para los algoritmos de optimización del Caso 2: a) evolución diferencial (DE), b) búsqueda de armonías (HS) y c) enjambre de partículas (PSO)

5.1.3 Resultados Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados mediante inferencia difusa

En la tabla 8, se presentan los límites de optimización de las variables de búsqueda en el proceso de entrenamiento, de igual manera que los casos anteriores los límites se establecen con base a los parámetros de la metodología.

Tabla 8. Límites de optimización para el Caso 3

	Valores
Límites inferior y superior (1:9)	[1.0 – 3.0]
Límites inferior y superior (10:12)	[0.0 – 3.0]
Límites inferior y superior (13:15)	[0.0 – 1.0]
Límites inferior y superior (16)	[0.0 – 3.0]

La verificación y validación para este caso de estudio con los mejores valores de la función objetivo se presentan en las siguientes gráficas.

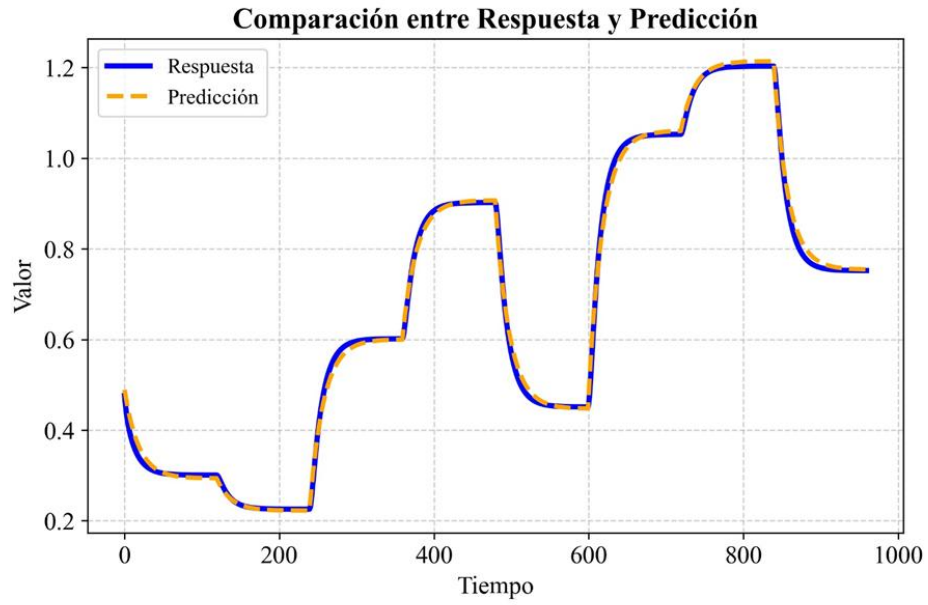


Figura 37. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)

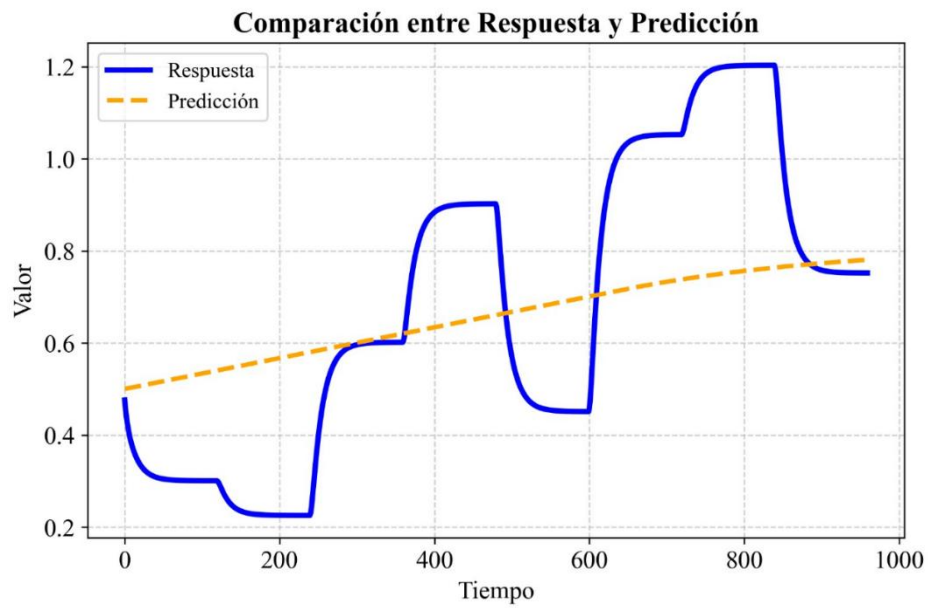


Figura 38. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS)

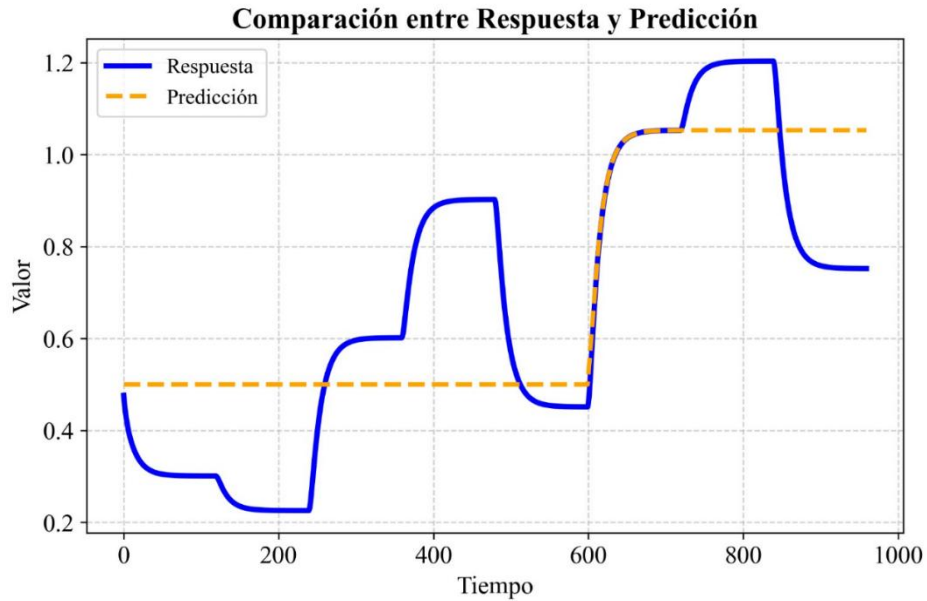


Figura 39. Verificación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO)

En la figura 37 del modelo con DE, se observa que el modelo genera valores que siguen la dinámica del sistema durante todo el intervalo de tiempo, existiendo mínimos errores ya que los valores se superponen en la mayor parte de los datos tanto en estados transitorios como en estacionarios, esto significa que se ha logrado un ajuste preciso del modelo, no es este el caso del modelo mediante HS de la figura 38 donde se observa que se genera una línea creciente, la misma que no sigue la dinámica del sistema en ningún momento presentando una pobre capacidad predictiva, a su vez, el modelo con PSO de la figura 39 presenta una región aproximadamente en el tiempo de 600 donde su predicción coincide con la respuesta, sin embargo, el tiempo restante tampoco sigue la dinámica del sistema en cuestión. Nuevamente en este caso el modelo con algoritmo DE tiene mejor capacidad predictiva que HS y PSO.

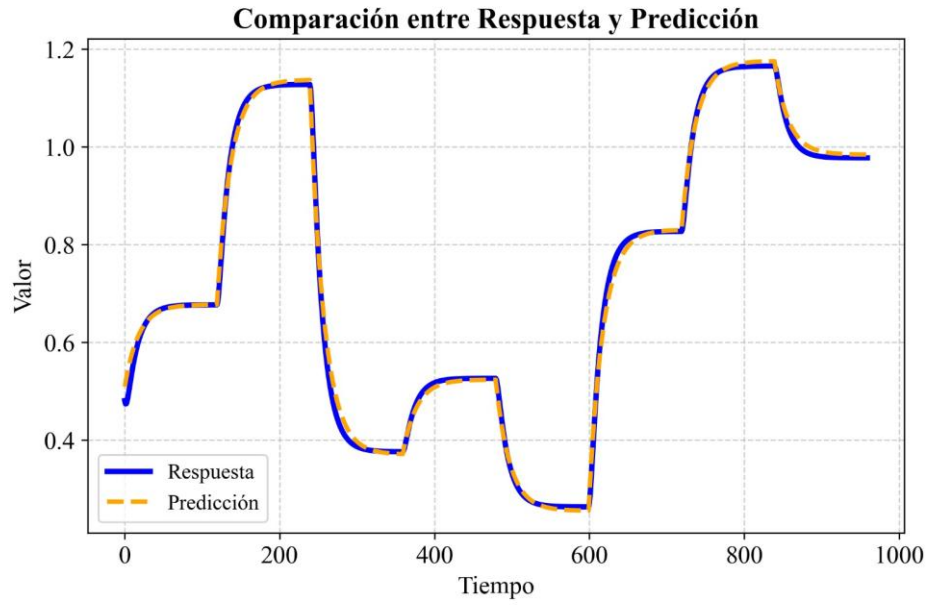


Figura 40. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de evolución diferencial (DE)

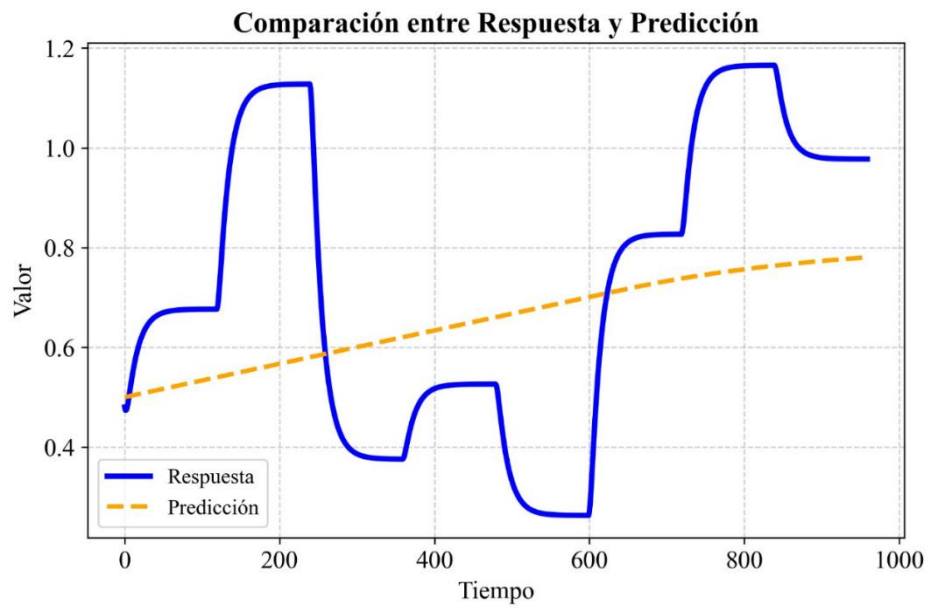


Figura 41. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de búsqueda de armonías (HS)

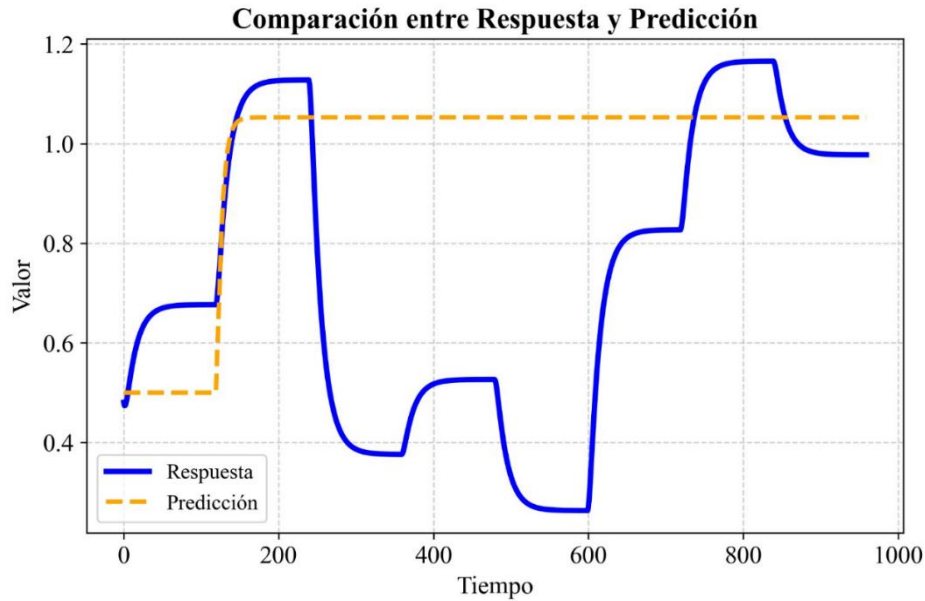


Figura 42. Validación del modelo de inferencia difusa del Caso 3 utilizando el algoritmo de enjambre de partículas (PSO)

Nuevamente la tendencia de verificación del modelo se repite en la parte de validación, ya que se observa en la figura 40 del modelo con DE que los valores se superponen y se sigue la dinámica del sistema, así mismo el modelo con HS de la figura 41 sigue una tendencia lineal creciente y no tiene capacidad predictiva y en la figura 42 del modelo con PSO existe una región aproximadamente en 180 donde los valores de predicción y respuesta coinciden pero el resto del tiempo no tiene concordancia alguna. Con esto, se concluye que el mejor algoritmo de optimización para buscar parámetros que permitan generar modelos mediante inferencia difusa es el algoritmo de evolución diferencial.

También se presentan las gráficas de evaluación de función objetivo para este caso de estudio. La figura 43 muestra que nuevamente el algoritmo que tiene valores más cercanos a la función objetivo es DE, con menor dispersión, aunque existen valores atípicos que se encuentran más cercanos al óptimo, los valores promedio superan tanto a HS y PSO, como se observa HS presenta peor desempeño, con valores más alejados del óptimo y con mayor dispersión de datos, PSO tiene un desempeño intermedio, siendo superior a HS pero inferior a PSO, ya que los valores se encuentran más alejados y con mayor variabilidad. Esto comprueba que el mejor algoritmo de optimización para generar modelos de inferencia difusa es el algoritmo de evolución diferencial.

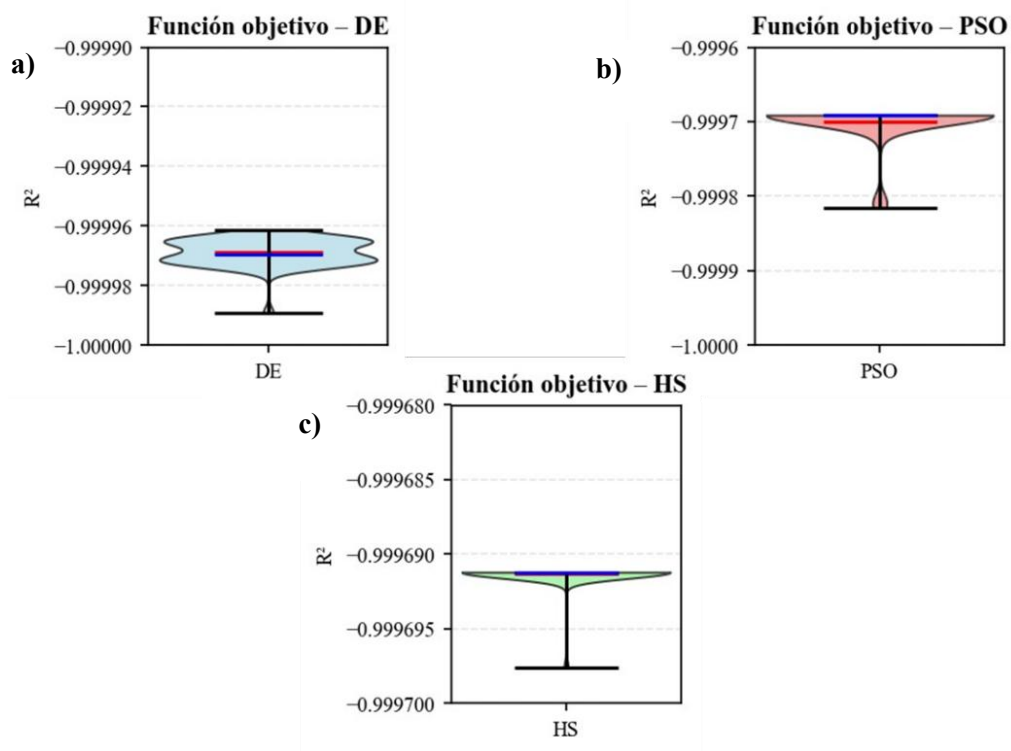


Figura 43. Comparación de la evaluación de las funciones objetivos para los algoritmos de optimización del Caso 3: a) evolución diferencial (DE), b) búsqueda de armonías (HS) y c) enjambre de partículas (PSO)

5.2 Resultados del modelado mediante regresión lineal

Para realizar una comparación del desempeño del modelo generado con inferencia difusa frente a otras técnicas de modelación, se realiza un modelo utilizando regresión lineal, con los mismos datos de entrenamiento, verificación y validación utilizados previamente mediante el programa Curve Fitter del programa Matlab.

5.2.1 Resultados del Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua con regresión lineal

Al realizar la regresión con los datos de entrenamiento se encuentra la ecuación característica que rige el sistema la misma que se describe a continuación.

$$h^0 = -0.0177 + 0.9348 * h^{-1} + 1.8308e^{+3} * q$$

Ecuación 7. Ecuación de regresión lineal de un tanque de llenado con cilindro interior

Se realiza la verificación y validación del Caso 1 con los datos obtenidos al reproducir los casos de estudio y se obtienen las siguientes gráficas.

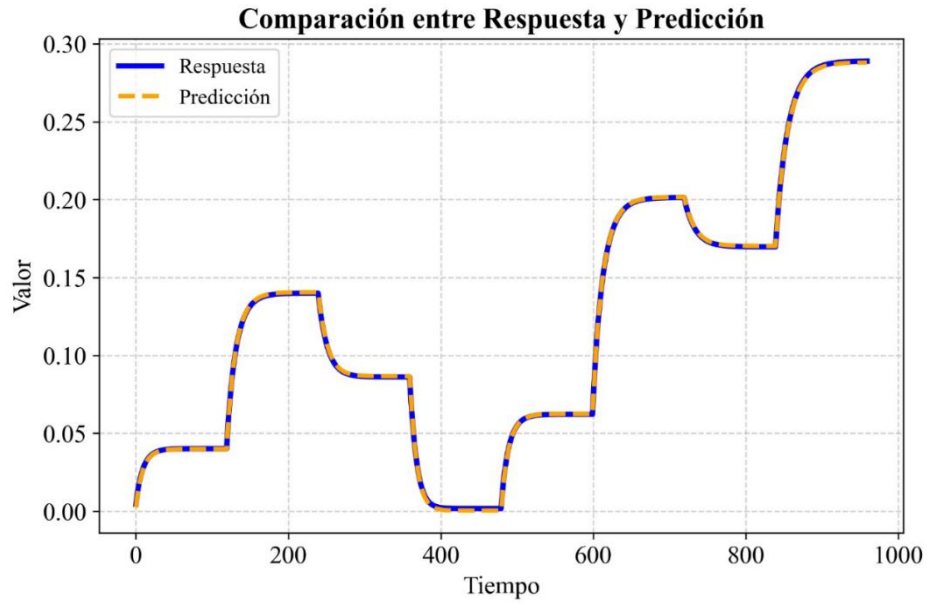


Figura 44. Verificación del modelo del Caso 1 utilizando regresión lineal

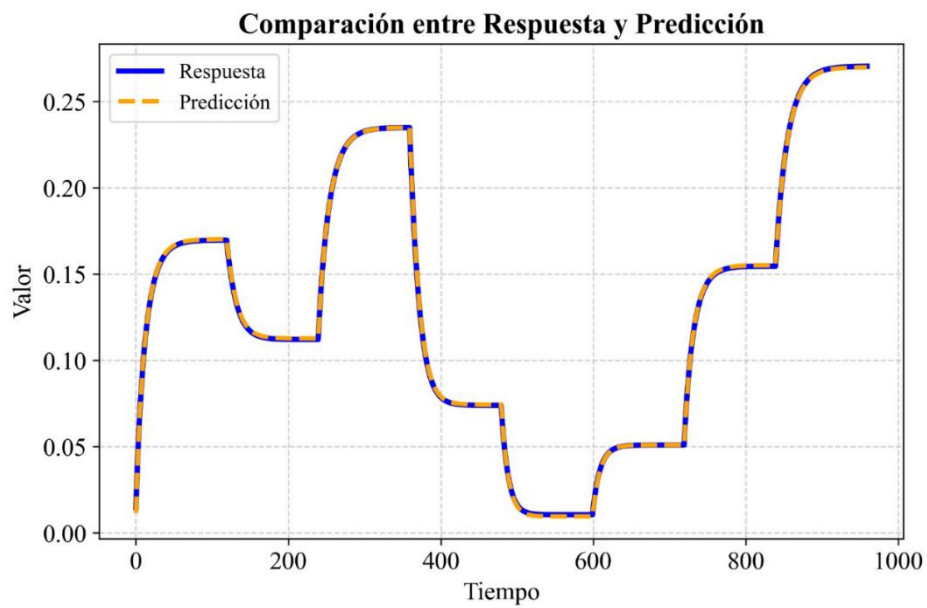


Figura 45. Validación del modelo del Caso 1 utilizando regresión lineal

Tanto en la gráfica de verificación (figura 44) y validación (figura 45) se observa que los valores de predicción y respuesta se superponen, esto indica que el sistema es altamente lineal y debido a ello la ecuación característica obtenida tiene la misma capacidad predictiva que las ecuaciones diferenciales del caso de estudio.

5.2.2 Resultados Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de estanques con regresión lineal

La ecuación característica que se obtiene luego de realizar la regresión con los datos de entrenamiento para el caso de estudio 2 es la siguiente:

$$h^0 = -0.1122 + 0.8878 * h^{-1} + 0.0471 * q$$

Ecuación 8. Ecuación de regresión lineal de un tanque de llenado

Utilizando los datos de verificación y validación se realiza la comparación de los valores obtenidos mediante regresión con los valores de las ecuaciones diferenciales del caso de estudio, dichas gráficas se muestran a continuación.

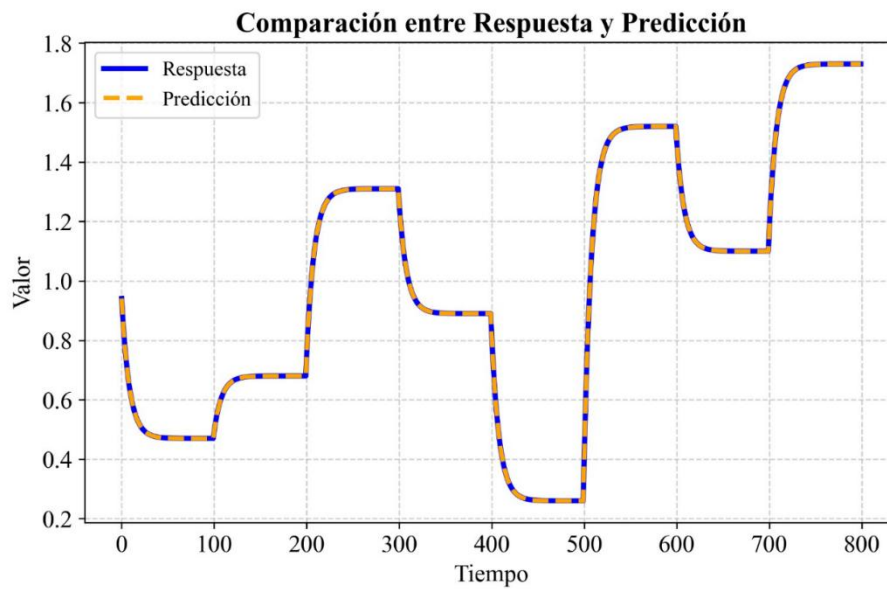


Figura 46. Verificación del modelo del Caso 2 utilizando regresión lineal

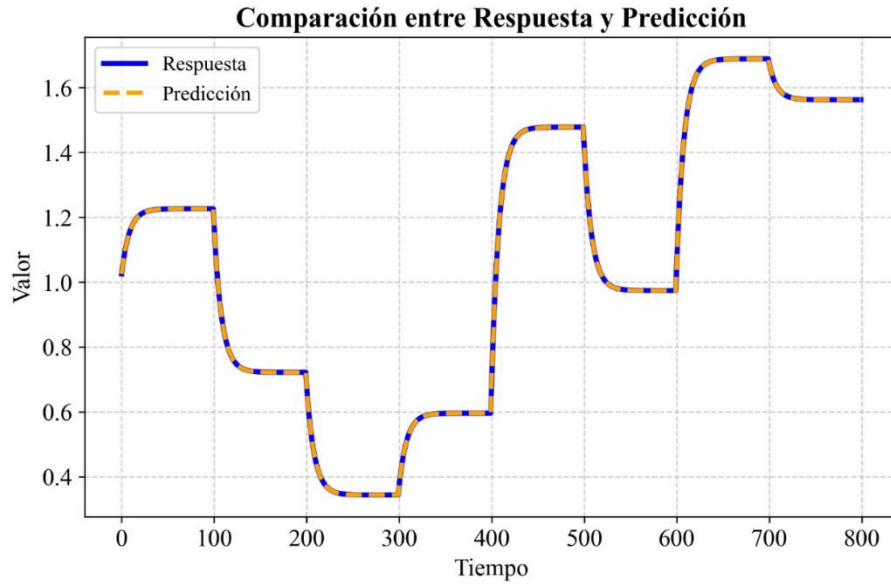


Figura 47. Validación del modelo del Caso 2 utilizando regresión lineal

De igual manera que en el caso 1 tanto en la gráfica de verificación (figura 46) y validación (figura 47) se observa que los valores de predicción y respuesta son los mismos, lo que indica, que este sistema también es altamente lineal, por ello los valores obtenidos mediante regresión coinciden con los valores de las ecuaciones diferenciales.

5.2.3 Resultados Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados con regresión lineal

En el tercer caso de igual manera que en los anteriores se utilizan los datos de entrenamiento para obtener la ecuación característica que rige el sistema, la que se presenta a continuación:

$$h^0 = -1.02121e^{-4} + 0.9458 * h^{-1} + 0.8172 * q$$

Ecuación 9. Ecuación de regresión lineal de un sistema de dos tanques en serie

Al realizar la verificación y validación del Caso 1 con los datos obtenidos al reproducir los casos de estudio se obtienen las siguientes gráficas.

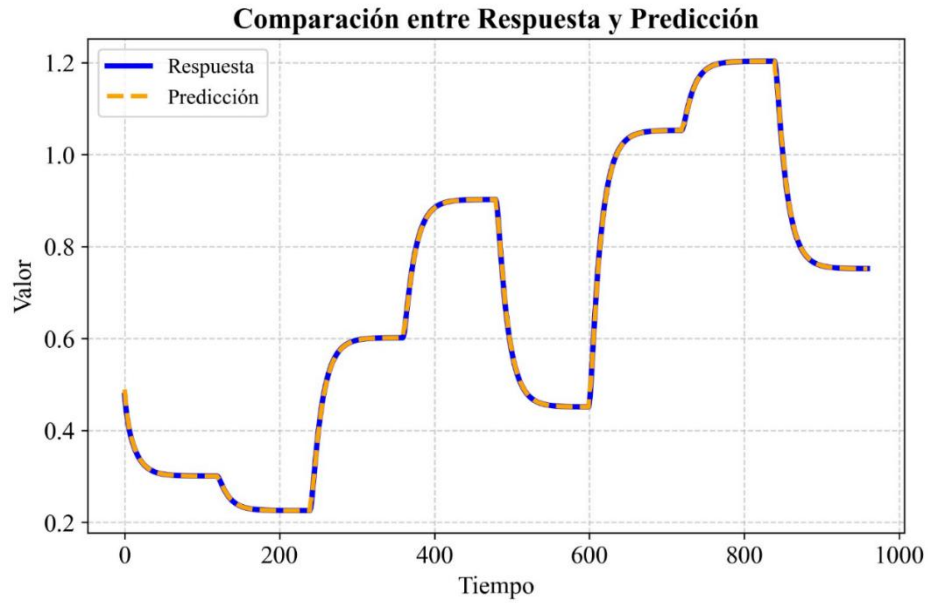


Figura 48. Verificación del modelo del Caso 3 utilizando regresión lineal

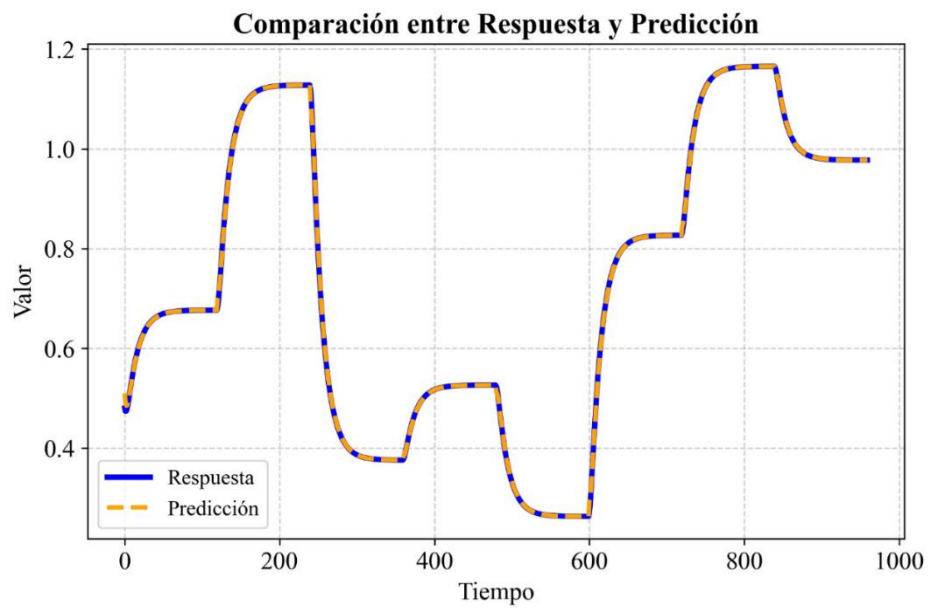


Figura 49. Validación del modelo del Caso 3 utilizando regresión lineal

Nuevamente se presenta la misma tendencia que en los dos casos anteriores, donde en las gráficas de verificación (figura 48) y validación (figura 49) los valores de predicción y respuesta coinciden, esto indica que este sistema también es altamente lineal, por ello, los valores obtenidos mediante regresión coinciden con los valores de las ecuaciones diferenciales.

5.3 Resultados del modelo mediante redes neuronales

Para tener otra forma de comparar el desempeño del modelo generado con inferencia difusa, se realiza un modelo utilizando redes neuronales con los mismos datos de entrenamiento, verificación y validación utilizados previamente mediante el programa Neural Net Fitting del programa Matlab.

5.3.1 Resultados Caso 1: Modelado y simulación de un tanque de agua con redes neuronales

Utilizando los datos de entrenamiento del caso 1 y seleccionando dos capas ocultas para la red neuronal, se genera el código, posterior a esto se realiza la verificación y validación de los valores y se presentan los resultados a continuación.

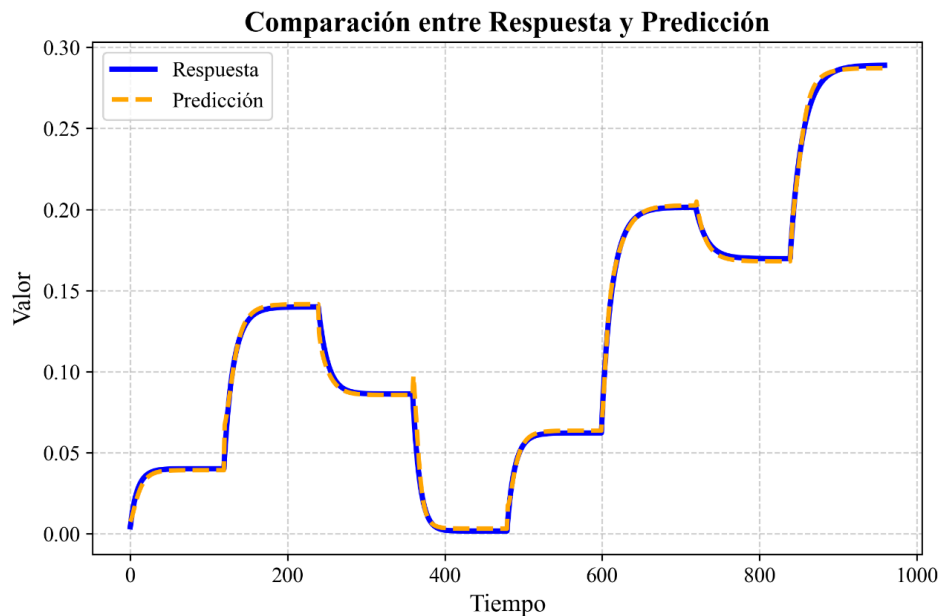


Figura 50. Verificación del modelo del Caso 1 utilizando redes neuronales

Como se observa en la figura 50, en la verificación los valores tienen alta concordancia entre los obtenidos con las redes neuronales y los de respuesta, de igual manera en la figura 51, en validación los valores coinciden en su mayoría, solamente se puede apreciar al inicio unos valores atípicos pero la tendencia en su mayoría es que el modelo predice valores cercanos a los deseados.

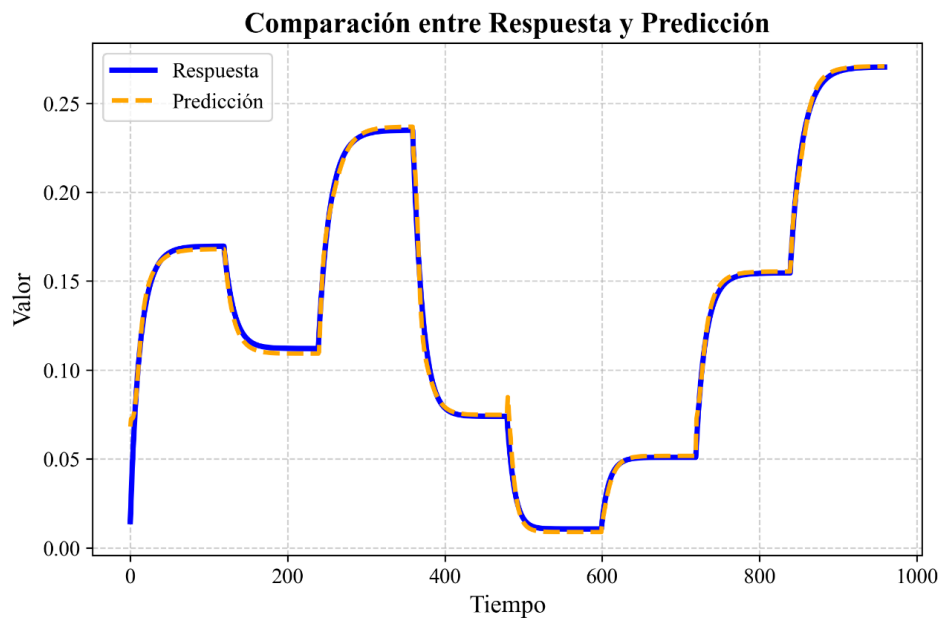


Figura 51. Validación del modelo del Caso 1 utilizando redes neuronales

5.3.2 Resultados Caso 2: Modelado y simulación de sistema de control de llenado de estanques con regresión lineal

Para el segundo caso se repite el proceso, se entrena el modelo y se genera el código de la red neuronal para posterior a eso realizar la verificación y validación que se presenta a continuación:

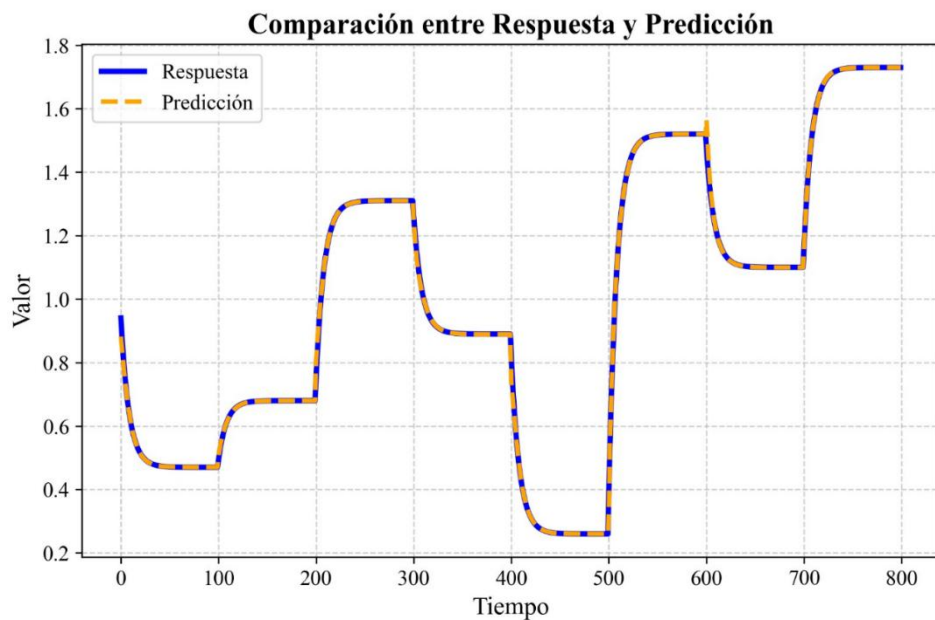


Figura 52. Verificación del modelo del Caso 2 utilizando redes neuronales

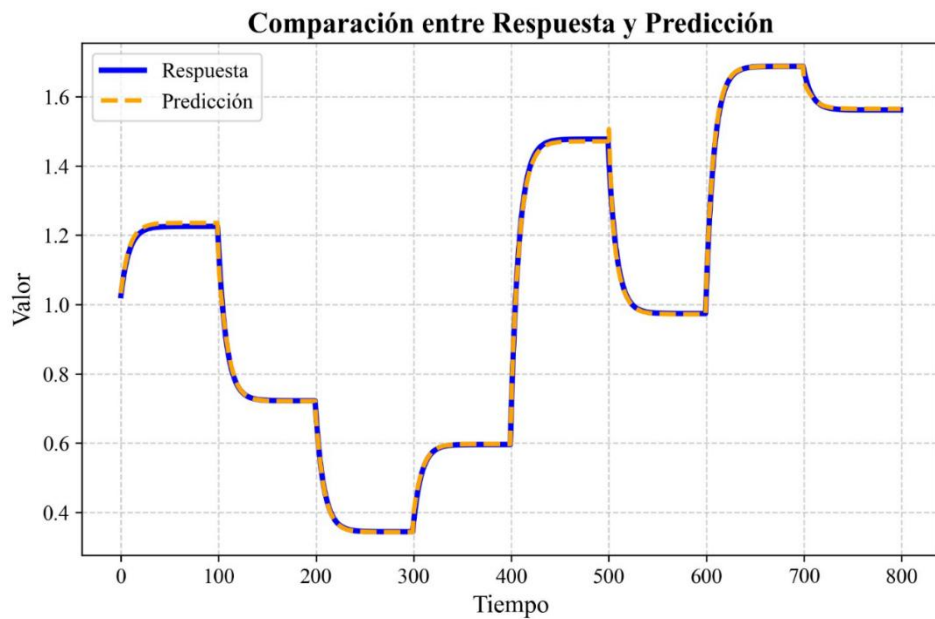


Figura 53. Validación del modelo del Caso 2 utilizando redes neuronales

Al igual que en el caso 1, la verificación (figura 52) y validación (figura 53) generados tienen alta precisión comparando los valores de respuesta con los valores de predicción.

5.3.3 Resultados Caso 3: Simulación de un modelo matemático, para dos tanques industriales conectados con redes neuronales

De igual manera, se entrena la red neuronal, se genera el modelo y se realiza el proceso de verificación y validación con los datos disponibles, los mismos que se presenta a continuación:

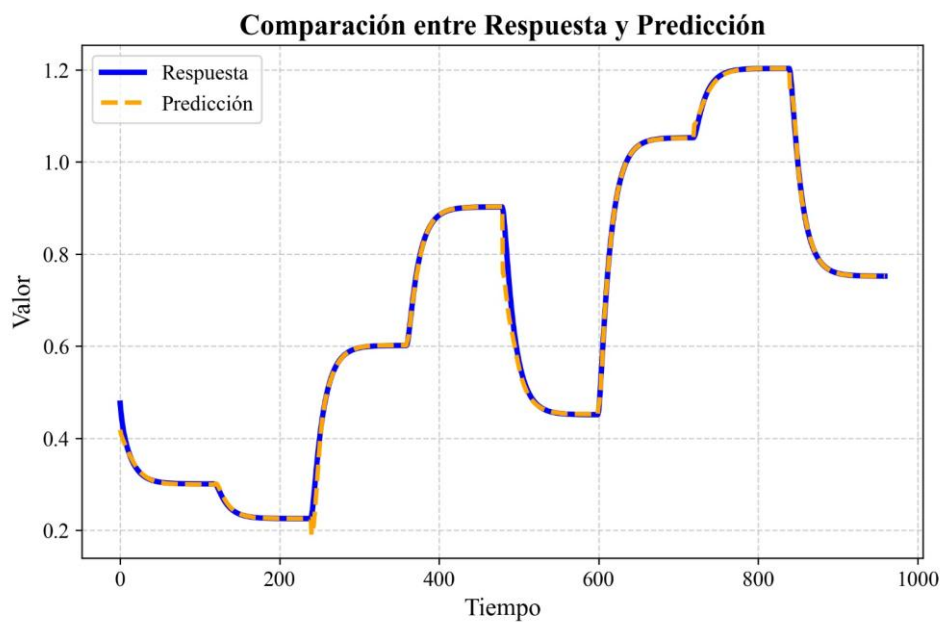


Figura 54. Verificación del modelo del Caso 3 utilizando redes neuronales

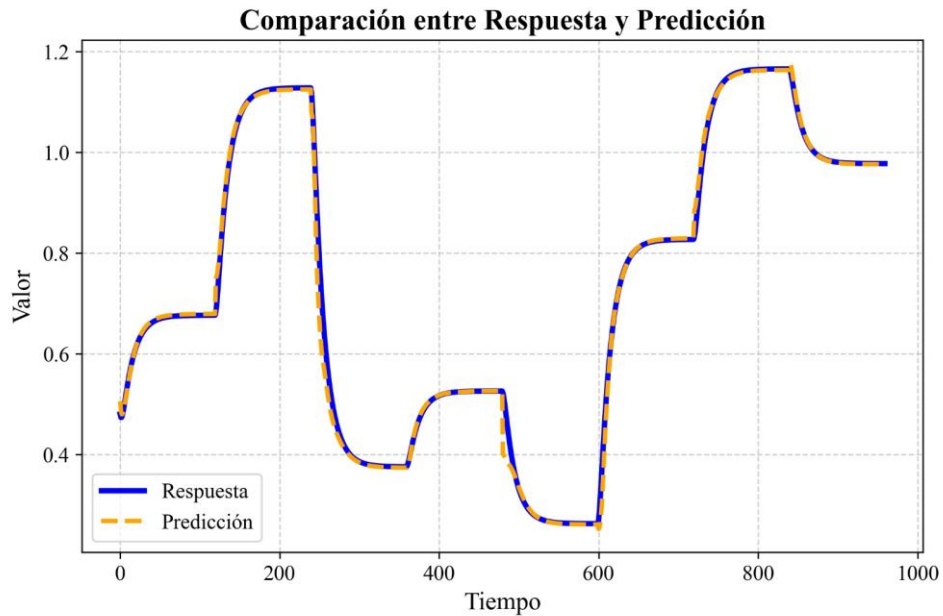


Figura 55. Validación del modelo del Caso 3 utilizando redes neuronales

La tendencia se repite nuevamente aquí, donde se observa qué tanto para la verificación (figura 54) como para la validación (figura 55) del modelo mediante redes neuronales, los valores predichos se superponen con la respuesta real del sistema.

Una vez realizado los modelos de los 3 casos, se aprecia que la regresión lineal es la metodología que ofrece mejores resultados debido a que los sistemas son altamente lineales, mientras que, tanto las redes neuronales como el modelo propuesto mediante el uso de inferencia difusa generan resultados favorables, siendo la principal diferencia que las redes neuronales son un modelo de caja negra y la inferencia difusa permite la interpretación del sistema mediante la base de reglas, con base a los resultados presentados se observa que el algoritmo de optimización de evolución diferencial es el que ofrece mejores resultados por lo que a continuación se presentan los valores de funciones de pertenencia y las bases de reglas difusas así como su interpretación de cada uno de los casos.

5.4 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas

Una de las principales características de los modelos mediante inferencia difusa son las bases de reglas que permiten tener una interpretabilidad del sistema en cuestión, en este apartado se presentan tanto las funciones de pertenencia de las variables de entrada y salida, así como la base de reglas y su interpretación de los casos de estudio propuestos. Las funciones de pertenencia de la entrada son del tipo trapezoidal y triangular, mientras que la salida es una función monótona.

5.4.1 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas para el Caso 1

Como se estableció en la metodología las entradas al sistema de inferencia difusa constan de tres funciones de pertenencia trapezoidal (negativo), triangular (cero) y trapezoidal (positivo), mientras que la salida tiene funciones de pertenencia monotónicas. En la figura 56 se observa las funciones de pertenencia de las entradas para el Caso 1 y la figura 57 muestra las funciones de pertenencia para la salida del mismo caso.

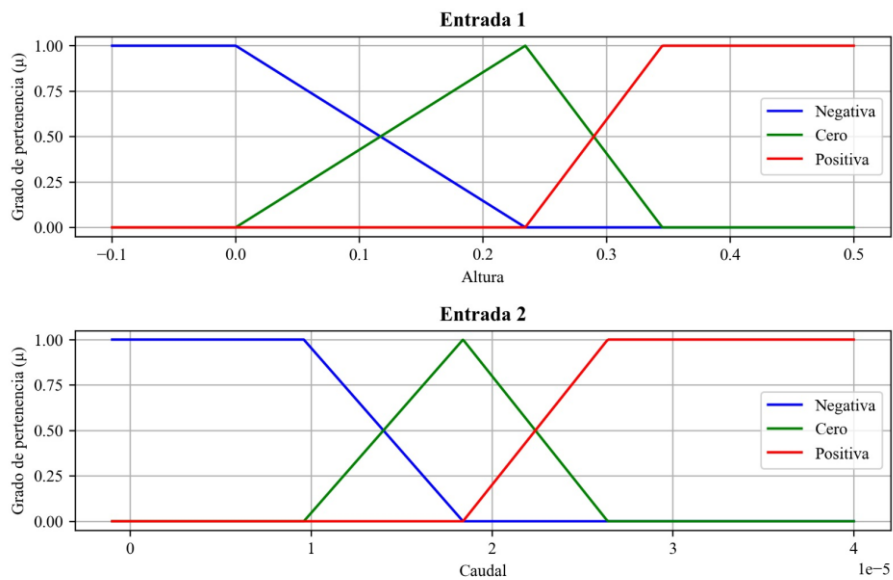


Figura 56. Funciones de pertenencia de las entradas (Caso 1)

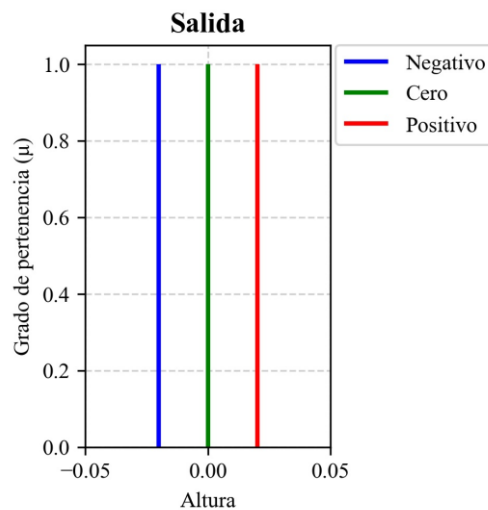


Figura 57. Funciones de pertenencia de la salida (Caso 1)

Tabla 9. Base de reglas difusas (Caso 1)

		Caudal		
		Negativo	Cero	Positivo
Altura	Negativo	Medio	Positivo	Positivo
	Cero	Negativo	Medio	Positivo
	Positivo	Negativo	Medio	Medio

En la tabla 9 se presentan la base de reglas difusas que se encuentran mediante el entrenamiento y la mejor función objetivo utilizando el algoritmo de evolución diferencial del Caso 1, la interpretación de la tabla es la siguiente:

- Si la altura anterior es baja y el caudal es bajo entonces la altura de salida es media.
- Si la altura anterior es media y el caudal es bajo entonces la altura de salida es baja.
- Si la altura anterior es alta y el caudal es bajo entonces la altura de salida es baja.
- Si la altura anterior es baja y el caudal es medio entonces la altura de salida es alta.
- Si la altura anterior es media y el caudal es medio entonces la altura de salida es media.
- Si la altura anterior es alta y el caudal es medio entonces la altura de salida es media.
- Si la altura anterior es baja y el caudal es alto entonces la altura de salida es alta.
- Si la altura anterior es media y el caudal es alto entonces la altura de salida es alta.
- Si la altura anterior es alta y el caudal es alto entonces la altura de salida es media.

Al realizar una interpretación más detallada de la deducción de las 9 reglas difusas presentadas anteriormente se puede concluir que:

- Si la altura anterior es baja el sistema tiene a tomar valores altos.
- Si la altura anterior es media la salida se comporta como un mecanismo de corrección.
- Si la altura anterior es alta la salida es moderada asegurando estabilidad.

5.4.2 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas para el Caso 2

Para el Caso 2 la consideración para las funciones de pertenencia, tanto en las entradas como en la salida es similar al caso anterior, de esta manera, en la figura 58 se muestran las funciones de pertenencia para las entradas y la figura 59 las funciones de pertenencia para la salida del sistema de inferencia difusa.

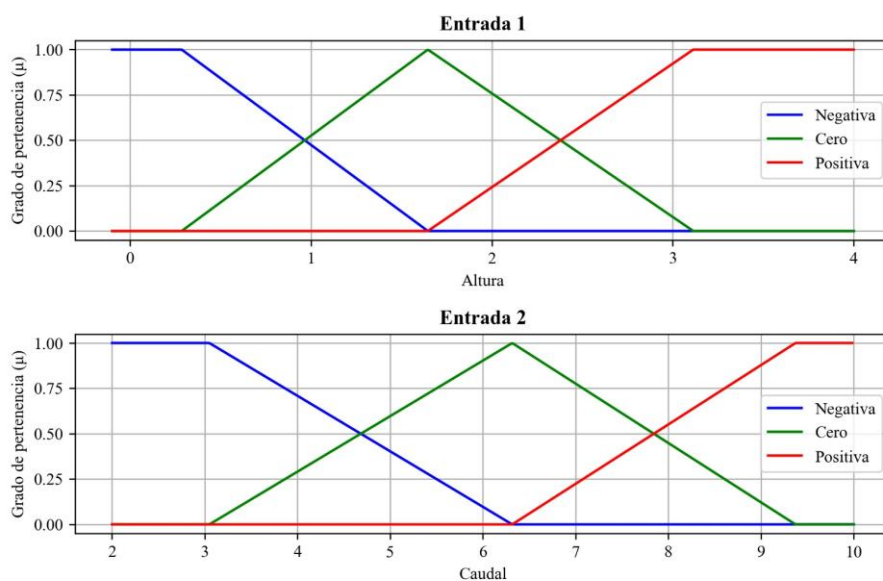


Figura 58. Funciones de pertenencia de las entradas (Caso 2)

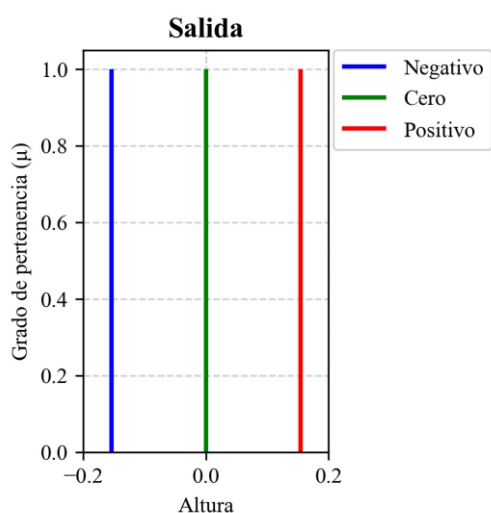


Figura 59. Funciones de pertenencia de la salida (Caso 2)

En la tabla 10 se muestran la base de reglas difusas que se encuentran mediante el entrenamiento y la mejor función objetivo utilizando el algoritmo de evolución diferencial del Caso 2.

Tabla 10. Base de reglas difusas (Caso 2)

		Caudal		
		Negativo	Cero	Positivo
Altura	Negativo	Cero	Positivo	Positivo
	Cero	Negativo	Medio	Positivo
	Positivo	Positivo	Negativo	Negativo

La interpretación de la tabla correspondiente a la base de reglas difusas del Caso 2 es la siguiente:

- Si la altura anterior es baja y el caudal es bajo entonces la altura de salida es media
- Si la altura anterior es media y el caudal es bajo entonces la altura de salida es baja
- Si la altura anterior es alta y el caudal es bajo entonces la altura de salida es alta
- Si la altura anterior es baja y el caudal es medio entonces la altura de salida es alta
- Si la altura anterior es media y el caudal es medio entonces la altura de salida es media
- Si la altura anterior es alta y el caudal es medio entonces la altura de salida es baja
- Si la altura anterior es baja y el caudal es alto entonces la altura de salida es alta
- Si la altura anterior es media y el caudal es alto entonces la altura de salida es alta
- Si la altura anterior es alta y el caudal es alto entonces la altura de salida es baja

Con las 9 reglas difusas obtenidas en el entrenamiento del modelo utilizando el algoritmo de evolución diferencial podemos interpretar lo siguiente:

- Si la altura anterior es baja el sistema tiene a tomar valores altos.
- Si la altura anterior es media la salida se comporta como un mecanismo de corrección.
- Si la altura anterior es alta la salida es baja lo que permite que el sistema sea estable.

5.4.3 Funciones de pertenencia y base de reglas difusas para el Caso 3

En el Caso 3, se toman las mismas consideraciones anteriores tanto para las funciones de pertenencia de entrada y salida. En la figura 60 se muestran las funciones de pertenencia de entrada y la figura 61 se observa la función de pertenencia de salida.

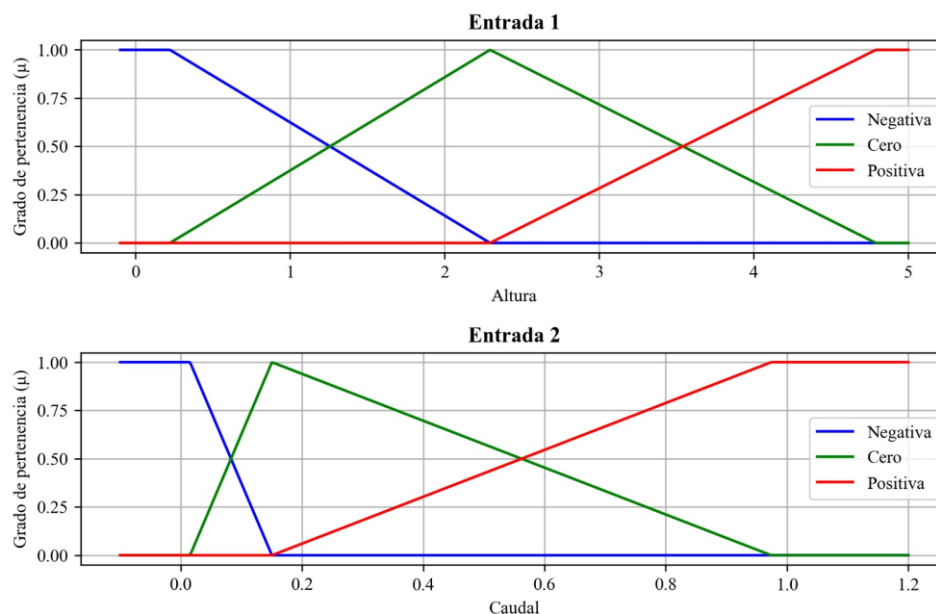


Figura 60. Funciones de pertenencia de las entradas (Caso 3)

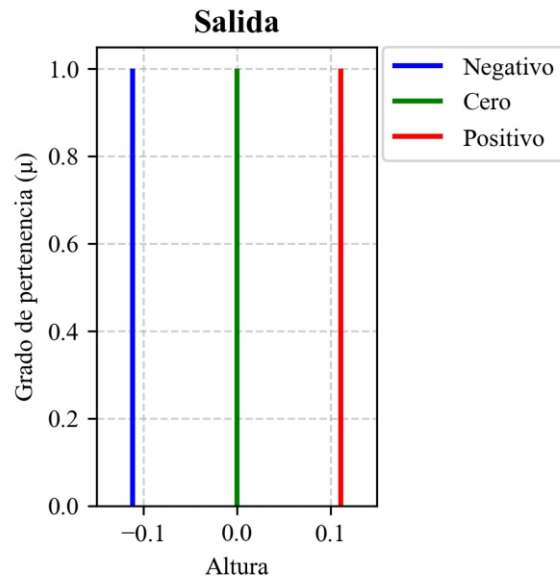


Figura 61. Funciones de pertenencia de la salida (Caso 3)

Tabla 11. Base de reglas difusas (Caso 3)

		Caudal		
		Negativo	Cero	Positivo
Altura	Negativo	Medio	Positivo	Negativo
	Cero	Negativo	Medio	Negativo
	Positivo	Medio	Negativo	Medio

En la tabla 11 se presentan la base de reglas difusas que se encuentran mediante el entrenamiento y la mejor función objetivo utilizando el algoritmo de evolución diferencial del Caso 3, la interpretación de la tabla es la siguiente:

- Si la altura anterior es baja y el caudal es bajo entonces la altura de salida es media
- Si la altura anterior es media y el caudal es bajo entonces la altura de salida es baja
- Si la altura anterior es alta y el caudal es bajo entonces la altura de salida es media
- Si la altura anterior es baja y el caudal es medio entonces la altura de salida es alta
- Si la altura anterior es media y el caudal es medio entonces la altura de salida es media
- Si la altura anterior es alta y el caudal es medio entonces la altura de salida es baja
- Si la altura anterior es baja y el caudal es alto entonces la altura de salida es baja
- Si la altura anterior es media y el caudal es alto entonces la altura de salida es baja
- Si la altura anterior es alta y el caudal es alto entonces la altura de salida es media

Nuevamente se realiza una interpretación más detallada de las 9 reglas difusas obtenidas en el entrenamiento del modelo para el Caso 3, las mismas que se muestran a continuación:

- Si la altura anterior es baja el caudal alto atenúa la salida.
- Si la altura anterior es media la salida tiene a los niveles bajos para evitar desbordes.
- Si la altura anterior es alta la salida tiene a la media asegurando la estabilidad.

5.5 Análisis estadístico de los modelos

Finalmente se realiza una comparación estadística calculando el error cuadrático medio (MSE) y el coeficiente de determinación (R^2) de los modelos generados (regresión lineal, redes neuronales e inferencia difusa) para cada uno de los casos de estudio, esto con el objetivo de comparar el desempeño del modelo y evaluar su confiabilidad en sistemas altamente lineales con el fin de proponer esta implementación en futuros trabajos donde los sistemas modelados presenten no linealidades.

Tabla 12. Comparativa estadística de los modelos generados para el Caso 1

	<i>Verificación</i>	
	<i>MSE</i>	<i>R²</i>
<i>Regresión lineal</i>	0.0006499	0.9999410
<i>Redes neuronales</i>	0.0026084	0.9990502
<i>Inferencia difusa</i>	0.0037491	0.9980379
	<i>Validación</i>	
	<i>MSE</i>	<i>R²</i>
<i>Regresión lineal</i>	0.0005839	0.9999458
<i>Redes neuronales</i>	0.0033232	0.9982453
<i>Inferencia difusa</i>	0.0047986	0.9963413

Al realizar el análisis estadístico se observa un desempeño confiable del modelo realizado mediante inferencia difusa ya que presenta valores de coeficiente de determinación (R^2) mayor a 0.99 en la parte de verificación y validación, aunque este valor es menor comparado con los modelos de regresión lineal y redes neuronales, considerando que el sistema modelado es altamente lineal es comprensible que los valores de regresión sean mejores, sin embargo, considerando que la finalidad del modelo de inferencia difusa es la aplicación del mismo en sistemas no lineales, se comprueba que el modelo es eficaz para su implementación y tiene ventajas respecto a las redes neuronales debido a su interpretabilidad mediante las reglas difusas propuestas, lo que no ocurre en las redes neuronales ya que es un modelo de caja negra. Por lo que se justifica su desarrollo y análisis.

Tabla 13. Comparativa estadística de los modelos generados para el Caso 2

	<i>Verificación</i>	
	<i>MSE</i>	<i>R²</i>
<i>Regresión lineal</i>	1.3207E-05	0.9999999
<i>Redes neuronales</i>	0.0076054	0.9997226
<i>Inferencia difusa</i>	0.0061019	0.9998214
	<i>Validación</i>	
	<i>MSE</i>	<i>R²</i>
<i>Regresión lineal</i>	1.0298E-05	0.9999999
<i>Redes neuronales</i>	0.0069998	0.9997542
<i>Inferencia difusa</i>	0.0012360	0.9999923

Al analizar los resultados estadísticos para el Caso 2 se reafirma que el modelo de inferencia difusa es confiable ya que presenta valores de coeficiente de determinación mayores a 0.999 en verificación y validación y un porcentaje de error inferior comparado con el modelo de redes neuronales, aunque sus resultados siguen siendo inferiores al modelo de regresión lineal, el modelo de inferencia difusa presenta una capacidad de generalización alta lo que justifica nuevamente su desarrollo y análisis tomando en cuenta que la finalidad es su implementación en casos donde los sistemas presenten no linealidades.

Tabla 14. Comparativa estadística de los modelos generados para el Caso 3

	<i>Verificación</i>	
	<i>MSE</i>	<i>R²</i>
<i>Regresión lineal</i>	0.0019272	0.9999638
<i>Redes neuronales</i>	0.0125850	0.9984599
<i>Inferencia difusa</i>	0.0117184	0.9986647
	<i>Validación</i>	
	<i>MSE</i>	<i>R²</i>
<i>Regresión lineal</i>	0.0022390	0.9999449
<i>Redes neuronales</i>	0.0173161	0.9967088
<i>Inferencia difusa</i>	0.0129035	0.9981724

De igual manera analizando los resultados del Caso 3, se observa que la regresión lineal vuelve a tener mejores resultados comparado con los modelos de redes neuronales e inferencia difusa, lo que es previsible ya que se trata del modelado de un sistema lineal, no obstante, el

modelo de inferencia difusa presenta resultados superiores al modelo de redes neuronales tanto en la verificación y validación y complementando que el modelo es interpretable mediante las reglas difusas, se respalda su desarrollo y análisis para futuros casos de sistemas no lineales.

Capítulo 6. Conclusiones

La metodología establecida en este proyecto aplicada a los casos de estudio demuestra que se pueden generar modelos de sistemas dinámicos basados en la inferencia difusa de Tsukamoto mediante la búsqueda, con algoritmos de optimización, de los parámetros necesarios para describir el sistema (reglas difusas y funciones de pertenencia).

El algoritmo de evolución diferencial (DE) tuvo mejor desempeño global al minimizar el negativo del coeficiente de determinación, destacando por su alta precisión, baja dispersión y comportamiento robusto. El algoritmo de enjambre de partículas (PSO) mostró resultados competitivos, alcanzando en algunos casos valores promedio similares, aunque con mayor variabilidad, mientras que el algoritmo de búsqueda de armonías (HS) presentó el desempeño más limitado, evidenciando menor capacidad de refinamiento y estabilidad, debido a esto, se concluye que DE es el algoritmo más adecuado para el entrenamiento del modelo propuesto.

El uso de una base de reglas difusas permite interpretar el comportamiento del sistema a través de valores lingüísticos definidos en las funciones de pertenencia, constituyendo una herramienta eficaz para la comprensión y análisis del sistema modelado, lo que permite que el modelamiento y posterior control de sistema se lo realice de manera más eficaz al conocer el funcionamiento del sistema.

A partir de la comparación de los valores obtenidos mediante la reproducción de los casos en Simulink y los generados por la inferencia difusa, empleando el método de error cuadrático medio como criterio de evaluación, se concluye que las diferencias numéricas entre ambos conjuntos de datos son mínimas, lo que demuestra que la metodología propuesta para generar modelos utilizando la inferencia difusa de Tsukamoto es viable para los casos de estudio realizados.

Así también al comparar los modelos generados por regresión, redes neuronales e inferencia difusa, se aprecia que el modelo por regresión muestra un mejor ajuste al tratarse de casos de estudio altamente lineales, sin embargo, tanto la inferencia difusa como las redes neuronales presentan capacidades de predicción altas y en dos casos siendo la inferencia difusa superior a la red neuronal. Con esto se concluye que los modelos de inferencia difusa de Tsukamoto pueden aplicarse a casos donde los sistemas sean lineales y su desempeño será satisfactorio.

Bibliografía

- Abitova, G. (2020). Mathematical simulation and study of control stability of the chemical-engineering processes in industry. *Scientific Journal of Astana IT University*, 4(4), 4-13.
- Adriyendi, M. (2018). Fuzzy logic using Tsukamoto model and Sugeno model on prediction cost. *I.J. Intelligent Systems and Applications* 6(10), 13–21.
- Al-Jehani, N. A., Nounou, H. N., & Nounou, M. N. (2012). Fuzzy control of a CSTR process. In *2012 8th International Symposium on Mechatronics and its Applications* (pp. 1-6). IEEE.
- Alnajjar, H. Y., & Üçüncü, O. (2023). Enhance and improve modelling prediction by using an adaptive neuro-fuzzy inference system-based model to predict pollution removal efficacy in wastewater treatment plants. *Desalination and Water Treatment*, 286, 52-63.
- Alyshanly, G. I., Geidarov, A. A., Mammadov, A. N., & Kalantarova, S. K. (2022). Modelling of the precipitation process of aluminium hydroxide from aluminate solutions based on fuzzy logic theory. *Kimya Problemleri*, 20(2), 183-190.
- Armendáriz E., Carbo Vela P., & Hernández Bocanegra C. (2014). Ingeniería Bioinspirada. *OmniaScience*, 33-36.
- Babuska, R., & Mamdani, E. (2008). Fuzzy control. *Scholarpedia*, 3(2), 2103.
- Busemeyer, J. (2002), Dynamic systems. In *Encyclopedia of Cognitive Science*, L. Nadel (Ed.), pp. 1039–1049 (London: Nature).
- Cepeda-Negrete, J. (2011). Modelado de Sistemas Difusos de Múltiples Entradas y Salidas (Tesis de Licenciatura). Universidad de Guanajuato DICIS, Salamanca, México.
- Chen, G., & Pham, T. (2000). *Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems*. CRC press.
- Chicco, D., Warrens, M., & Jurman, G. (2021). The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. *Peerj computer science*, 7, e623.
- Fernández, F. (2015). Modelado y simulación de sistema de control de llenado de estanques mediante Simulink. *Escuela Universitaria de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Universidad de Tarapacá, Iquique, Chile*.
- Gasteiger, J., & Zupan, J. (1993). Neural networks in chemistry. *Angewandte Chemie International Edition in English*, 32(4), 503-527.

- Geem, Z., & Tseng, C. (2002). New Methodology, Harmony Search, its Robustness. In *GECCO Late Breaking Papers*, 174-178.
- Hooda, D., & Raich, V. (2017). Fuzzy Logic Models and Fuzzy Control. In *An Introduction* (p. 408). Alpha Science International.
- Hu, K. (2020). Become competent within one day in generating boxplots and violin plots for a novice without prior R experience. *Methods and protocols*, 3(4), 64.
- Jayalakshmi, M., & Vijayaraghavan, G. (2017). Fuzzy logic and neural networks based expert systems in chemical process systems. *International Journal of Chemical Sciences*, 15(3).
- Jiménez, E., Navarro, D., Cortés, M., & Enciso, J. (2016). *Optimización: Algoritmos programados con MATLAB*. Alpha Editorial.
- Karnopp, D., Margolis, D., & Rosenberg, R. (2012). *System dynamics: modeling, simulation, and control of mechatronic systems*. John Wiley & Sons.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks 4*, 1942-1948.
- Kozhakhmetova, D., Kaliyeva, S., Sugurova, L., Sugur, Z., Wójtowicz, R., & Zhylykybayev, T. (2024). Analysis of the Distillation Column of a Catalytic Cracking Unit Using Fuzzy Input Information. *Energies (19961073)*, 17(17).
- Ljung, L. (2010). Perspectives on system identification. *Annual Reviews in Control*, 34(1), 1-12.
- Luenberger, D. (1979). Introduction to dynamic systems: theory, models, and applications. *Wiley New York*.
- Merkatas, C., & Säikkä, S. (2023). System identification using autoregressive Bayesian neural networks with nonparametric noise models. *Journal of Time Series Analysis*, 44(3), 319-330.
- Mohammadzaheri, M., & Chen, L. (2010). Double-command fuzzy control of a nonlinear CSTR. *Korean Journal of Chemical Engineering*, 27(1), 19-31.
- Mohindru, P. (2024). Review on PID, fuzzy and hybrid fuzzy PID controllers for controlling non-linear dynamic behaviour of chemical plants. *Artificial Intelligence Review*, 57(4), 97.
- Montgomery, D., & Runger, G. (2019). *Applied statistics and probability for engineers*. John wiley & sons.
- Olmedo-García, L. F., García-Martínez, J. R., Rodríguez-Reséndiz, J., Dublan-Barragán, B. S., Cruz-Miguel, E. E., & Barra-Vázquez, O. A. (2025). Tsukamoto fuzzy logic controller for motion control applications: Assessment of energy performance. *Technologies*, 13(9), 387.

- Orazbayev, B., Kozhakhmetova, D., Wójtowicz, R., & Krawczyk, J. (2020). Modeling of a catalytic cracking in the gasoline production installation with a fuzzy environment. *Energies*, 13(18), 4736.
- Orazbayev, B., Zhumadillayeva, A., Orazbayeva, K., Kurmangaziyeva, L., Dyussekeyev, K., & Iskakova, S. (2021). Methods for developing models in a fuzzy environment of reactor and hydrotreating furnace of a catalytic reforming unit. *Applied Sciences*, 11(18), 8317.
- Pedrycz, W. (2021). An introduction to computing with fuzzy sets. *IEEE ASSP Magazine*, 190, 283.
- Plaza, L. (2017). Modelo Matemático para vaciado de Tanques. *Scientia et technica*, 22(1), 89-94.
- Ren, Y. M., Alhajeri, M. S., Luo, J., Chen, S., Abdullah, F., Wu, Z., & Christofides, P. D. (2022). A tutorial review of neural network modeling approaches for model predictive control. *Computers & Chemical Engineering*, 165, 107956.
- Robinson, H., Lundby, E., Rasheed, A., & Gravidahl, J. T. (2023). Deep learning assisted physics-based modeling of aluminum extraction process. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 125, 106623.
- Saatchi, R. (2024). Fuzzy logic concepts, developments and implementation. *Information*, 15(10).
- Salazar, M., García, Y., & Márquez, R. (2017). Modelo difuso para optimizar la asignación de nuevos cargos docentes en la escuela de sistemas de la facultad de ingeniería de la universidad de los andes en venezuela. *Ciencia e Ingeniería*, 38(2), 197-206.
- Schweidtmann, A. M., Esche, E., Fischer, A., Kloft, M., Repke, J. U., Sager, S., & Mitsos, A. (2021). Machine learning in chemical engineering: A perspective. *Chemie Ingenieur Technik*, 93(12), 2029-2039.
- Shyamalogowri, M., & Rajeswari, R. (2013). Modeling and Simulation of Non-Linear Process Control Reactor–Continuous Stirred Tank Reactor. *International Journal of Advances in Engineering Technology*, 6(4), 1813-1818.
- Sozhamadevi, N., & Sathiyamoorthy, S. (2015). Intelligent modelling of continuous stirred tank reactor process. *International Journal of Automation and Control*, 9(2), 143-157.
- Storn, R., & Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11(4), 341-359.

Sugeno, M., & Takagi, T. (1983). Multi-dimensional fuzzy reasoning. *Fuzzy sets and systems*, 9(1-3), 313-325.

Tierra, L., Buñay, J., & Villacrés, J. (2022). Simulación de un modelo matemático con Matlab (Simulink), para dos tanques industriales conectado en paralelo. *Polo del Conocimiento*, 7(6), 2652-2667.

Tsukamoto, Y. (1979). An approach to fuzzy reasoning method. In: Gupta, M., Ragade, R., Yager, R. (Eds.), *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*. Elsevier, Amsterdam, pp. 137–149.

Vojtesek, J., Dostal, P., & Maslan, M. (2014). Modelling And Simulation Of Water Tank. In *ECMS*, 297-303.

Zadeh, L. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353