

SEP

SES

TecNM

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AGUASCALIENTES



Instituto Tecnológico[®]
de Aguascalientes

**DISEÑO ÓPTIMO DE UN INTERCAMBIADOR DE MASA
INFLUENCIADO POR CAMPOS MAGNÉTICOS PARA LA
REMOCIÓN DE CONTAMINANTES DEL AGUA**

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS EN
INGENIERÍA AMBIENTAL**

PRESENTA

I. Q. RAYMUNDO RODRIGUEZ RUIZ ESPARZA

DIRECTOR DE TESIS

DR. SERGIO FRAUSTO HERNÁNDEZ

AGUASCALIENTES, AGS. A FECHA 21 DE ENERO DE 2026

OFICIO DE IMPRESIÓN



Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Instituto Tecnológico de Aguascalientes
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Aguascalientes, Ags., 20/enero/2026

Oficio No. DEPI 059/2026

Asunto: Autorización impresión tesis

**C. RAYMUNDO RODRIGUEZ RUIZ ESPARZA
PRESENTE**

Los abajo firmantes, Miembros del Jurado para Examen de Grado de Maestría, hacemos **constar** que, habiendo revisado el Trabajo de Tesis desarrollado por Usted, bajo el título: **"Diseño Óptimo de un Intercambiador de Masa Influenciado por Campos Magnéticos para la Remoción de Contaminantes del Agua"**, hemos dictaminado que éste es de aceptarse, por lo que se autoriza su impresión.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica.

Ingenio, Cultura y Saber, que conducen a la Excelencia®

PRESIDENTE

DR. SERGIO FRAUSTO HERNÁNDEZ

SECRETARIO

Ma. Rosario Moreno V.

DRA. MA. DEL ROSARIO MORENO VIRGEN

VOCAL

DR. OMAR FRANCISCO GONZÁLEZ VÁZQUEZ

ccp. Archivo
JFLH/yevo



2026
año de
**Margarita
Maza**



Av. Adolfo López Mateos # 1801, Fracc. Bona Gens. C.P. 20256 Aguascalientes, Ags.
Tel. : 449 9105002 ext. 127 y 196 Email: jefatura.depi@aguascalientes.tecnm.mx
Página web: www.tecnm.mx | www.aguascalientes.tecnm.mx

CESIÓN DE DERECHOS



Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Instituto Tecnológico de Aguascalientes
«Departamento»

Aguascalientes, Ags.; 20/enero/2026

Asunto: Autorización de uso de derechos

Raymundo Rodríguez Ruiz Esparza, mayor de edad, con domicilio ubicado en Guadalupe Victoria 503, Zona Centro, Jesús María, C.P. 20920, en mi calidad de titular y autor de la tesis denominada "**Diseño Óptimo de un Intercambiador de Masa Influenciado por Campos Magnéticos para la Remoción de Contaminantes del Agua**" quien para todos los fines del presente documento se denominará **EL AUTOR Y/O TITULAR**, suscribo el presente documento de autorización de uso de derechos patrimoniales de autor a favor del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes el cual se registrará por las cláusulas siguientes:

PRIMERA – AUTORIZACIÓN: **EL AUTOR Y/O TITULAR**, mediante el presente documento autoriza la utilización de los derechos patrimoniales de autor al Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes, de la tesis denominada "MÁQUINA DE APRENDIZAJE EN PARALELO PARA OPTIMIZAR EL TIEMPO DE PROCESAMIENTO EN LA DETENCIÓN DE PATRONES RELACIONADOS CON EL SUICIDIO EN REDES SOCIALES", a través del Repositorio Institucional del Tecnológico Nacional de México (en lo sucesivo TecNM) y en el Repositorio Nacional, que puede ser consultado en la liga electrónica: (www.repositorionacionalcti.mx/).

SEGUNDA – OBJETO: Por medio del presente escrito, **EL AUTOR Y/O TITULAR** autoriza al Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes, a través del Repositorio Institucional del TecNM y en el Repositorio Nacional para que de conformidad con la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de la Propiedad Industrial, use los derechos del documento antes referido, con fines exclusivamente académicos.

TERCERA – TERRITORIO: Los derechos aquí autorizados se dan sin limitación geográfica o territorial alguna.

CUARTA – ALCANCE: La presente autorización se da tanto para formato o soporte material, y se extiende a la utilización en medio óptico, magnético, electrónico, en red, mensajes de datos o similar conocido o por conocer, del ejemplar o número respectivo de la publicación.

QUINTA – EXCLUSIVIDAD: La autorización de uso aquí establecida no implica exclusividad en favor del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Aguascalientes. Por lo tanto, **EL AUTOR Y/O TITULAR** en su carácter de autor de la obra objeto del presente documento se reserva el derecho de publicar directamente, u otorgar a cualquier tercero, autorizaciones de uso similares o en los mismos términos aquí acordados.



2026
año de
Margarita
Maza



Av. Adolfo López Mateos # 1801, Fracc. Bona Gens. C.P. 20256 Aguascalientes, Ags.

Tel. : 449 910500 ext. «Teléfono» Email: «Email»

Página web: www.tecnm.mx | www.aguascalientes.tecnm.mx



Instituto Tecnológico de Aguascalientes
«Departamento»

SEXTA – DERECHOS MORALES (Créditos y mención): La Autorización de los derechos antes mencionados no implica la cesión de los derechos morales sobre los mismos por cuanto en conformidad con lo establecido en los artículos 18, 19, 20, 21, 22 y 23 de la Ley Federal de Derechos de Autor, dada la cuenta que estos derechos son inalienables, imprescriptibles, irrenunciables e inembargables. Por lo tanto, los mencionados derechos seguirán radicados en cabeza de EL AUTOR Y/O TITULAR, y siempre deberá mencionarse su nombre cuando se utilice la obra.

SÉPTIMA – AUTORÍA: EL AUTOR Y/O TITULAR, declara y ratifica que el material objeto de la presente fue realizada por él o por ella sin violar o usurpar derechos de Propiedad Intelectual de terceros.

ATENTAMENTE

*Excelencia en Educación Tecnológica»
Ingenio, Cultura y Saber, que conducen a la Excelencia*

Ing. Raymundo Rodriguez Ruiz Esparza
AUTOR DE LA TESIS

Vo.Bo.

Dr. Sergio Frausto Hernández
DIRECTOR DE LA TESIS

ccp. Archivo



2026
año de
Margarita
Maza



RESULTADO DE PRUEBA DE SIMILARIDAD



Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Instituto Tecnológico de Aguascalientes
«Departamento»

Aguascalientes, Ags., 21/enero/2026
Asunto: Oficio de originalidad

CONSEJO DE POSGRADO MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA AMBIENTAL PRESENTE

El director de tesis del Ing. Raymundo Rodríguez Ruiz Esparza, estudiante de Maestría en Ciencias en Ingeniería Ambiental con número de control G24153069, hace constar que, después de haber realizado la revisión del informe de originalidad generado con la herramienta Turnitin, el trabajo "Diseño óptimo de un Intercambiador de Masa Influenciado por Campos Magnéticos para la Remoción de Contaminantes del Agua" es original conforme a los criterios establecidos. El porcentaje de similitud es de 15 % y se adjunta resumen del reporte.

ATENTAMENTE

*Excelencia en Educación Tecnológica,
Ingenio, Cultura y Saber, que conducen a la Excelencia®*


Dr. Sergio Frausto Hernández
Profesor-investigador
División de Estudios de Posgrado e Investigación

Vo.Bo.


Dr. José Francisco Louvier Hernández
Jefe de la
División de Estudios de Posgrado e Investigación

ccp. Archivo



2026
año de
Margarita
Maza



Av. Adolfo López Mateos # 1801, Fracc. Bona Gens. C.P. 20256 Aguascalientes, Ags.
Tel. : 449 910500 ext. «Teléfono» Email: «Email»
Página web: www.tecnm.mx | www.aguascalientes.tecnm.mx

DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTOS

Este proyecto de tesis es dedicado a todas esas personas que siempre creyeron en mí y me apoyaron durante este periodo y etapa: Mis padres, hermanos, novia, amigos y maestros. Sin su apoyo y constantes palabras de aliento, esta etapa hubiera sido mucho más compleja.

Agradezco enormemente a mis maestros que siempre extendieron la mano para ayudarme con su conocimiento y guiarme cuando me sentía estancado o sin salida. Así como a mis compañeros y amigos que compartieron aulas, tiempo, experiencias, comidas, conocimiento, frustración y estrés conmigo, acompañándonos durante esta etapa convirtiéndola en una muy grata vivencia.

Agradezco de forma personal a mi familia, dentro de la cual ya se encuentra mi novia, pues siempre estuvieron para mostrarme que la vida es más que mis responsabilidades académicas y que me inculcaron a atenderlas responsablemente. De quienes recibí apoyo constante, desde lo emocional con palabras de ánimo hasta lo económico para poder priorizar la conclusión de mi maestría, así como la exhortación constante a cuidar de mí, mi sueño, mi alimentación, mi higiene personal, mi forma física y mi tiempo.

RESUMEN

La escasez de agua es un problema grave que afecta enormemente a los sectores social, económico e industrial de todo el mundo. La adsorción de contaminantes del agua asistida por campos magnéticos ha sido tema de recientes investigaciones, las cuales demuestran que la aplicación de campos magnéticos a procesos de adsorción de contaminantes tiene un efecto significativo sobre la capacidad de adsorción de varios MSAs.

La aplicación de un método teórico-matemático para el diseño óptimo de un intercambiador de masa resulta en costos totales anuales menores para diversos sistemas y garantizan la calidad y eficiencia del proceso. Se propone un modelo de optimización de Programación No Lineal (NLP, por sus siglas en inglés) que considera la integración de masa, las ecuaciones de diseño de una torre de adsorción en continuo y con un enfoque de proceso intensificado, al incorporar ecuaciones y datos de equilibrio que contemplan la influencia de campos magnéticos en el diseño y operación del equipo de intercambio.

El objetivo consiste en obtener el diseño preliminar óptimo de un intercambiador de masa intensificado con la influencia de campos magnéticos para minimizar el Costo Anualizado Total (CAT,), para la remoción de contaminantes del agua. Para su análisis se plantean dos casos de estudio: El primero consiste en una corriente de aguas residuales contaminadas con 500 *ppm* de plomo y se requiere llevarla hasta la concentración de 0.2 *ppm*. En el segundo caso se considera una corriente de agua de pozo contaminada con 35 ppm de flúor y se pretende llevarla a una concentración de 1 *ppm*. Los caudales de las corrientes de ambos casos de estudio son de 55 L/s.

Se obtuvieron los diseños preliminares óptimos de los equipos intensificados con campos magnéticos, empleando como material adsorbente carbón activado a partir de cenizas de hueso en ambos casos de estudio. Para el caso de estudio 1 se ha obtenido un CAT de 31.68 millones de unidades monetarias con un ahorro del 13.6% con respecto al diseño convencional; mientras que para el caso de estudio 2 se obtuvo un CAT de 99.08 millones de unidades monetarias y un ahorro del 8.9% con respecto al diseño convencional.

ÍNDICE DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.	Planteamiento del Problema	1
1.2.	Alcances y Limitaciones.....	2
1.3.	Justificación	3
1.4.	Objetivos.....	4
1.4.1.	General	4
1.4.2.	Específicos	4
2.	ESTADO DEL ARTE	5
3.	MARCO TEÓRICO	8
3.1.	Adsorción	8
3.1.1.	Isotermas de Adsorción.....	8
3.1.2.	Agente Másico de Separación (MSA).....	10
3.2.	Contaminantes	11
3.3.	Materiales Magnéticos Como Adsorbentes	12
3.3.1.	Campo Magnético	12
3.3.2.	Electromagnetismo.....	13
3.3.3.	Adsorbentes Magnéticos	15
3.4.	Técnicas de Integración de Masa.....	16
3.4.1.	Síntesis de Red de Intercambiadores de Masa	16
3.4.2.	Minimización del Costo Anualizado Total	19
3.4.3.	Diagrama de Intercambio de Masa.....	20
3.5.	Optimización	22
3.5.1.	Clasificación y Métodos de Solución de Problemas de Optimización.....	23
3.6.	Diseño	25
4.	DESARROLLO.....	27
4.1.	Planteamiento de los Casos de Estudio	27
4.2.	Determinación de Funciones de Equilibrio	28
4.3.	Criterio de Selección de los MSAs.....	29
4.4.	Construcción del Diagrama de Intercambio de Masa.....	31
4.5.	Modelado Matemático	32

5.	RESULTADOS Y DISCUSIONES	43
6.	CONCLUSIONES.....	47
7.	BIBLIOGRAFÍA	48
8.	ANEXOS	58
8.1.	Anexo A.....	58
8.2.	Anexo B.....	69
8.3.	Anexo C.....	82

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Tipos de programación más comunes en la resolución de problemas de optimización (Sarker & Newton, 2008; Diwekar, 2020).	24
Tabla 4.1. Casos de Estudio Propuestos.	27
Tabla 4.2. Parámetros de cálculo y resultado de la Ecuación 3.11 para todas las opciones de MSA de cada caso de estudio ordenados por costo de remoción de contaminante de forma ascendente.	30
Tabla 4.3. Función objetivo del modelo matemático a optimizar, significado de sus variables y parámetros, y unidades dimensionales de los mismos.	33
Tabla 4.4. Parámetros, valores, unidades y fuentes de donde se extrajeron empleados en el modelo matemático de ambos casos de estudio.	41
Tabla 4.5. Variables, significados y unidades calculadas por el modelo matemático de ambos casos de estudio.	42
Tabla 4.6. Parámetros de equilibrio, valores y unidades empleados en el modelo matemático, por caso de estudio.	42
Tabla 5.1. Tabla comparativa del CAT usando diferentes MSAs para resolver los mismos Casos de Estudio.	44
Tabla 8.1. Datos de funciones de equilibrio lineales para el Caso de Estudio 1.	58
Tabla 8.2. Datos de funciones de equilibrio lineales para el Caso de Estudio 2.	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1. Tipos de isothermas de adsorción (McCabe et al., 2007).	10
Figura 3.2. Líneas de campo alrededor de una barra magnética (Spaldin, 2010).	13
Figura 3.3. Ilustración de la dirección de las líneas de densidad de flujo magnético (B) con respecto a la dirección de flujo de corriente eléctrica (I).	14
Figura 3.4. Diagrama general del flujo de líneas de campo magnético (B) según del flujo de corriente eléctrica (I) de más (+) a menos (-) para la bobina solenoide.	15
Figura 3.5. Diagrama general de un intercambiador de masa.	16
Figura 3.6. Representación gráfica de una función de equilibrio y su acotación a una sección lineal (El-Halwagi, 2006).	17
Figura 3.7. Representación gráfica de la obtención de la recta de operación (El-Halwagi, 2006).	18
Figura 3.8. Demostración de la presencia de un valor de Diferencia Mínima Permisible de Composición ε_j óptimo para minimizar el CAT (De Lara Ramos et al., 2023).	19
Figura 3.9. Estructura general del diagrama de intercambio de masa (De Lara Ramos et al., 2023).	20
Figura 3.10. Diagrama de flujo del algoritmo para la selección de los MSAs que se usarán en el diseño del equipo.	21
Figura 3.11. Esquema de criterios para la clasificación de problemas de optimización (Sarker & Newton, 2008).	23
Figura 4.1. Isothermas de adsorción a 30 °C: (a) $B-Pb^{2+}$, (b) $BC-Pb^{2+}$, (c) $C-Pb^{2+}$, (d) $B-F^{-}$, (e) $BC-F^{-}$ y (f) $C-F^{-}$ bajo diferentes intensidades de campo magnético (González Vázquez et al., 2020).	28
Figura 4.2. Ejemplo de la acotación de datos de equilibrio con comportamiento no lineal a las secciones con comportamiento lineal necesarias para describir el comportamiento de todos los datos.	29
Figura 4.3. Diagrama de intercambio de masa para el Caso de Estudio 1.	31
Figura 4.4. Diagrama de intercambio de masa para el Caso de Estudio 2.	32
Figura 4.5. Diagrama de la estructura general de una torre de adsorción (Delgadillo Velasco, 2021).	34

Figura 4.6. Modelo matemático para resolver ambos Casos de Estudio.....	40
Figura 5.1. Diseño de equipo óptimo para resolver el Caso de Estudio 1.....	43
Figura 5.2. Diseño de equipo óptimo para resolver el Caso de Estudio 2.....	43
Figura 5.3. Comparación del CAT empleando diferentes opciones de MSA para el Caso de Estudio 1.	45
Figura 5.4. Comparación del CAT empleando diferentes opciones de MSA para el Caso de Estudio 2.	45
Figura 8.1. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa sin campo magnético, Caso de Estudio 1.	60
Figura 8.2. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 1.	60
Figura 8.3. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 1.	61
Figura 8.4. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal sin campo magnético, Caso de Estudio 1.	61
Figura 8.5. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 1.	62
Figura 8.6. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 1.	62
Figura 8.7. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso sin campo magnético, Caso de Estudio 1.	63
Figura 8.8. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 1.	63
Figura 8.9. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 1.	64
Figura 8.10. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa sin campo magnético, Caso de Estudio 2.	64
Figura 8.11. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 2.	65

Figura 8.12. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 2.	65
Figura 8.13. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal sin campo magnético, Caso de Estudio 2.	66
Figura 8.14. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 2.	66
Figura 8.15. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 2.	67
Figura 8.16. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso sin campo magnético, Caso de Estudio 2.	67
Figura 8.17. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 2.	68
Figura 8.18. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 2.	68

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Planteamiento del Problema

Se requiere diseñar un equipo de intercambio de masa que ponga en contacto una corriente de agua rica en contaminantes con un Agente Másico de Separación (MSA) para que, mediante el proceso de adsorción, la concentración de contaminantes de la corriente de agua se vea reducida hasta la concentración permisible para su descarga o consumo, intensificando el proceso de adsorción mediante la generación de campos magnéticos.

La metodología aplicada plantea que conociendo el flujo G_i , concentración de entrada y_i^{in} y concentración de salida deseada (permisible) y_i^{out} de un determinado número de corrientes ricas en contaminante i , así como, el número de corrientes de MSAs j y sus respectivas concentraciones de entrada x_j^{in} , además de los datos de equilibrio entre estas corrientes para el contaminante problema; es posible sintetizar una red de intercambiadores de masa mediante un modelo matemático de Programación No Lineal (NLP) el cual puede ser optimizado para minimizar el Costo Anualizado Total (CAT) del equipo (El-Halwagi & Manousiouthakis, 1990; El-Halwagi & Srinivas, 1992; El-Halwagi, 2006; De Lara Ramos et al., 2023).

Además, en el diseño se incorpora la presencia de campos magnéticos debido a que los MSAs incrementan la capacidad de adsorción de contaminantes (Flores López et al., 2018; González Vázquez et al., 2020; Rajczykowski et al., 2022).

1.2. Alcances y Limitaciones

Para determinar el diseño óptimo del intercambiador de masa se aplica una metodología matemática basada en las técnicas de integración de masa propuestas por El-Halwagi (2006). Gracias a esta metodología se han obtenido diseños óptimos de intercambiadores de masa que presentan mejores rendimientos y menores costos (Cheng-Liang & Ying-Jyuan, 2006; Chen et al., 2007; De Lara Ramos et al., 2023).

Esto permite la obtención de diseños de equipos de adsorción que son viables para su construcción y operación a nivel industrial.

El presente proyecto se limita a determinar el diseño preliminar de un equipo intensificado mediante campos magnéticos para compararlo con un diseño convencional y determinar su viabilidad.

Cabe resaltar que por el momento no se ha desarrollado una propuesta de diseño de un equipo industrial que incorpore los campos magnéticos para intensificar la adsorción tal y como se plantea en este proyecto generando áreas de oportunidad.

1.3. Justificación

Melo-Sabogal y Contreras-Medina describen al agua como “el líquido de la vida” (Melo-Sabogal & Contreras-Medina, 2022) y su escasez es un problema grave que afecta enormemente a los sectores social, económico e industrial de todo el mundo. Esto demanda una mejora en la gestión hídrica, pues la necesidad de agua se acrecienta a la par que ésta escasea a causa del crecimiento poblacional, deterioro ambiental, contaminación, entre otras razones atribuibles al ser humano y su deficiente administración de recursos que desemboca en un desequilibrio ecológico que manifiesta cada vez mayores consecuencias tanto en los sistemas sociales como ambientales (Cazares-Palacios et al., 2021; Kloster, 2021).

Se requiere de un sistema económico y productivo que haga el máximo aprovechamiento de los recursos naturales y erradique las prácticas depredadoras e insostenibles actuales. La economía circular atiende a tres principios que logran encajar con las necesidades actuales; el primer principio es el control de la producción para evitar extraer recursos a un ritmo que imposibilite la regeneración de los mismos; el segundo principio busca que se haga el máximo aprovechamiento de los recursos, implementando técnicas que permitan recircularlos como productos de valor; y el tercer principio fomenta la búsqueda y desarrollo incansable de técnicas y tecnologías que intensifiquen la eficiencia de los sistemas (González & Pomar Fernández, 2021; Da Costa Pimenta, 2022).

La aplicación de un método matemático para el diseño estimado de un intercambiador de masa resulta en costos totales menores para diversos sistemas y garantizan la calidad y eficiencia del proceso (Chen et al., 2007; De Lara Ramos et al., 2023; Xu et al., 2023) por lo que se justifica la implementación de este tipo de diseño en la industria.

A nivel internacional este proyecto impacta sobre los Objetivos de Desarrollo Sustentable (ODS) del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (2026) 3 “Salud y Bienestar” y 6 “Agua Limpia y Saneamiento”. Debido a que busca reducir la concentración de contaminantes en el agua para permitir el uso de ésta sin efectos perjudiciales a la salud de aquellos que la empleen.

1.4. Objetivos

1.4.1. General

Diseñar un equipo de intercambio de masa que sea económica y operativamente óptimo, intensificado mediante la influencia de campos magnéticos para la adsorción de contaminantes del agua.

1.4.2. Específicos

- Analizar y comparar MSAs que han sido estudiados bajo la influencia de campos magnéticos para adsorber contaminantes del agua, seleccionando aquel o aquellos que sean más convenientes para el diseño.
- Formular un modelo matemático de tipo NLP que minimice los costos de inversión y de operación.
- Incorporar en el diseño la generación de campos magnéticos y su costo.
- Comparar económica y operativamente el diseño intensificado con el convencional.

2. ESTADO DEL ARTE

Las altas concentraciones de contaminantes en aguas residuales es una problemática que lleva años de haberse reportado y los efectos negativos de los contaminantes se han manifestado al grado de que diversas instituciones señalan y recalcan la peligrosidad y toxicidad de los mismos. La Agencia de Protección Ambiental (EPA) que cataloga a los metales pesados como contaminantes prioritarios debido a los efectos tóxicos tanto a la salud humana como ambientales, así como los fluoruros que, de acuerdo con Organización Mundial de la Salud (OMS), a altas concentraciones y exposición prolongada tienen efectos dañinos sobre la salud humana (Delgadillo-Velasco et al., 2017; Durán-Jiménez et al., 2016).

Se han reportado tecnologías para la remoción de contaminantes de las aguas residuales mediante métodos convencionales como el proceso de adsorción (Delgadillo-Velasco et al., 2018; Rubio Clemente et al., 2013). Sin embargo, existen diferentes estudios que han demostrado la posibilidad y factibilidad de implementar campos magnéticos que intensifiquen la adsorción de diversos contaminantes.

González Vázquez et al. (2016) reportaron la remoción de Cd^{2+} y Zn^{2+} , haciendo uso de carbón activado a partir de hulla bituminosa y carbonizado de hueso, aplicando campos magnéticos externos en tres configuraciones diferentes: flujo directo (atracción de los polos), flujo curvado (repulsión de los polos) y flujo natural (monopolo). Los resultados de diversas configuraciones manifestaron un efecto positivo en la capacidad de adsorción a comparación de la ausencia de éste.

Posterioros estudios reportaron la remoción de Pb^{2+} y F^- mediante MSAs de los tres tipos de orden magnético: ferromagnético (carbón activado a partir de hulla bituminosa), paramagnético (carbonizado de hueso) y diamagnético (carbón vegetal). Determinaron que la permeabilidad magnética de los MSAs es un parámetro crucial para asegurar homogeneidad en el flujo del campo magnético y de esta forma conseguir que actúe desde la solución acuosa hasta la interfase donde se da la adsorción. También la susceptibilidad magnética del adsorbato juega un papel fundamental en la generación de fuerzas de propulsión que aumentan el movimiento y

la probabilidad de adhesión entre el adsorbato y el MSA, además de que el campo magnético favorece la velocidad de hidratación de los iones, incrementando su movimiento por la propiedad diamagnética del agua. La capacidad de adsorción incrementó proporcionalmente con la intensidad del campo al que era aplicado el sistema de absorción, manifestando un incremento hasta del 15% (González Vázquez et al., 2020).

Más tarde, se realizaron estudios sobre Cd^{2+} , Zn^{2+} y Pb^{2+} como adsorbatos, haciendo uso del carbón activado a partir de hulla bituminosa como único MSA, sometido a dos intensidades de campo magnético: baja y alta. Establecieron que la permeabilidad magnética, la susceptibilidad magnética y la hidratación iónica son los parámetros de mayor importancia en la adsorción asistida por campos magnéticos. Además de que un campo magnético uniforme y de alta intensidad propiciará que los adsorbatos se muevan y posicionen más fácilmente en los sitios activos del MSA, fomentando una mayor adsorción. Proponiendo además ecuaciones para calcular la capacidad de adsorción de un MSA sometido a un campo magnético en un proceso continuo (González-Vázquez et al., 2022).

Es importante mencionar que el carbón activado a partir de hulla bituminosa como MSA presentó, de entre los tres estudiados, los mayores incrementos en la capacidad de adsorción ante la presencia de campos magnéticos.

Paralelamente, Flores López et al. (2018) realizaron estudios de remoción de metales pesados (Cd^{2+} y Zn^{2+}) y colorantes (Basic Blue 9, Basic Green 1, Reactive Black 5 y Reactive Red 2) mediante adsorción asistida por campos magnéticos. Los MSAs usados fueron erionita, carbón activado a partir de hulla bituminosa y carbonizado de hueso.

Los resultados mostraron incrementos en la adsorción de colorantes de entre 30 y 70% en mezclas y hasta 150% en soluciones con un solo componente, mientras que para los metales pesados se alcanzaron incrementos de un 50% para soluciones de un solo componente y de entre 10 y 20% para mezclas. Los carbones activados presentan mejores incrementos en especies catiónicas mientras que la erionita lo hace con especies aniónicas.

Por su parte, Rajczykowski et al. (2022) estudiaron el efecto de un campo magnético sobre el proceso de adsorción del cobre, níquel y cadmio, haciendo uso de dos carbones activados como MSAs, uno paramagnético y otro ferromagnético.

El carbón activado paramagnético Activesorb no tuvo incremento en su capacidad de adsorción al ser sometido a un campo magnético, haciendo parecer que es necesario que el MSA sea ferromagnético; los resultados obtenidos dependen enormemente del adsorbato pues para el caso del cadmio no hubo diferencia significativa entre la adsorción conseguida cuando se aplicó un campo magnético y cuando no, la adsorción de níquel se inhibió bajo un campo magnético y la de cobre tuvo un incremento significativo; estos resultados tanto inhibitorios como de incremento fueron visibles principalmente a concentraciones iniciales bajas de los metales en solución; se puede acelerar hasta en un 20% la cinética del proceso de adsorción, especialmente en las etapas iniciales de la misma.

Estos estudios y procedimientos plantean la posibilidad de construir equipos de adsorción que estén bajo la influencia de campos magnéticos y así mejorar su rendimiento. Sin embargo, no sólo basta con diseñar un equipo de estas características, sino que éste debe ser económicamente viable para convencer al sector industrial de hacerlo realidad.

El-Halwagi & Manousiouthakis (1989) introdujeron la noción de sintetizar redes de intercambiadores de masa mediante una metodología matemática. Años más tarde esta idea es retomada por Cheng-Liang & Ying-Jyuan (2006), Chen et al. (2007) y por el mismo El-Halwagi (2006) para la modelación, optimización y diseño de intercambiadores de masa.

Finalmente, en 2023, De Lara Ramos et al. (2023) proponen un modelo matemático para determinar al diseño óptimo de una Red de Intercambiadores de Masa (MEN, del inglés Mass Exchangers Network) y lo resuelven usando el software GAMS (General Algebraic Modeling System).

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Adsorción

La adsorción se define como un fenómeno superficial en el cual un soluto diluido en un medio líquido o gaseoso, denominado adsorbato, se retiene en la superficie o interfase de otra sustancia que se encuentra en fase sólida y se llama adsorbente. El objetivo de la adsorción es inducir el flujo másico de un adsorbato de interés, desde una corriente rica en éste hacia un material adsorbente con el fin de disminuir la concentración de dicho adsorbato en la corriente rica; actualmente su aplicación se ha visto en auge en el tratamiento de aguas residuales (García-Rojas et al., 2012; Tubert & Talanquer, 2018).

3.1.1. Isotermas de Adsorción

Las isotermas de adsorción son funciones matemáticas que permiten conocer los puntos de equilibrio de la concentración de un soluto entre la fase líquida y las partículas del adsorbente (o interfase) a una temperatura fija. Para su obtención de manera práctica se requiere tener un sistema a temperatura y agitación constante del cual se debe conocer el volumen de la solución (V) y la masa del adsorbente (M), los cuales para un mismo experimento se mantendrán constantes. Una vez construido este sistema, se le agregará una cantidad de adsorbato la cual constituirá la concentración inicial (C_0), una vez que ya no haya intercambio másico entre la solución acuosa y el adsorbente se dice que se llegó a la concentración en equilibrio (C_E) y mediante la Ecuación 3.1 se describe la cantidad de adsorbato captado por el adsorbente (q_E), también llamada capacidad de adsorción (Andrade- Espinosa, 2007; McCabe et al., 2007).

$$q_E = \frac{V}{M}(C_0 - C_E) \quad (3.1)$$

El modelo o isoterma de Langmuir, mostrado en la Ecuación 3.2, es un modelo matemático concebido para describir el comportamiento de sistemas que presentan quimisorción, monocapa de adsorbato alrededor del adsorbente y homogeneidad energética de

los sitios activos del adsorbente; sin embargo, es capaz de describir gran variedad de sistemas, aunque éstos no se ajusten a las consideraciones establecidas, por esta razón es ampliamente usado en el estudio de sistemas de adsorción (Andrade -Espinosa, 2007; Landeta- Tapia & Agreda- Oña, 2020).

$$q_E = \frac{q_{max} * b * C_E}{1 + b * C_E} \quad (3.2)$$

Donde q_{max} es la capacidad máxima de adsorción (según los criterios del modelo, cuando se completa la monocapa en el adsorbente) y b es la constante de adsorción de Langmuir que tiene unidades recíprocas a las de la concentración, es decir, volumen sobre masa. El producto de $b * C_E$ es determinante para definir el tipo de isoterma (favorable o desfavorable) que se presenta (Andrade -Espinosa, 2007; Landeta- Tapia & Agreda- Oña, 2020).

El modelo o isoterma de Freundlich, mostrado en la Ecuación 3.3, es un modelo matemático que se originó como una ecuación empírica y que actualmente se usa principalmente para describir sistemas con las siguientes características: isothermas altamente favorables, presencia de multicapa de adsorbato sobre el adsorbente y heterogeneidad, siendo una solución líquida en contacto con un adsorbente sólido como el carbón activado (Andrade- Espinosa, 2007; Gilbonio -Zarate, 2024; Landeta -Tapia & Agreda- Oña, 2020; McCabe et -al., 2007).

$$q_E = k * C_E^n \quad (3.3)$$

Donde k es el coeficiente de adsorción del adsorbente, cuanto mayor sea, más cantidad de adsorbato se puede fijar al adsorbente; sus unidades son las de q_E multiplicadas por el inverso de las de C_E^n . Por su parte, n es un parámetro de la intensidad de adsorción relacionado con la heterogeneidad energética de la superficie del adsorbente y la forma de la isoterma; para valores menores a 1 se presenta una isoterma favorable, para valores mayores a 1 una isoterma desfavorable y para el valor de 1 una isoterma lineal (Andrade- Espinosa, 2007; Gilbonio- Zarate, 2024; Landeta- Tapia & Agreda- Oña, 2020; McCabe et al., 2007).

Las formas típicas de las isothermas graficadas se pueden ver en la Figura 3.1 y cada tipo de isoterma obtiene su nombre debido a su comportamiento.

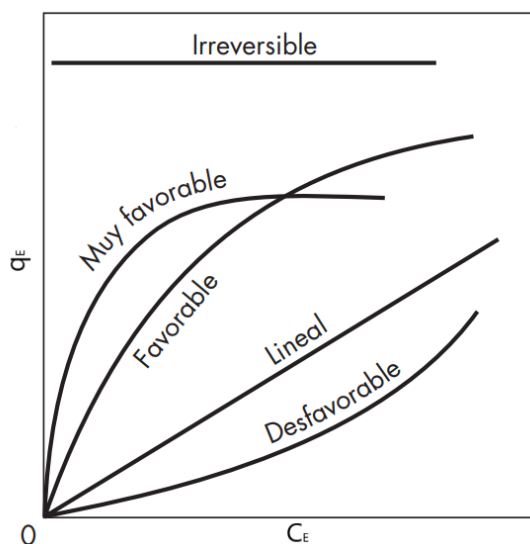


Figura 3.1. Tipos de isothermas de adsorción (McCabe et al., 2007).

Los casos de isothermas favorables y muy favorables reciben su nombre debido a que, desde bajas concentraciones de adsorbato en la solución, los adsorbentes captan una gran cantidad de éste, llegando a su capacidad de adsorción máxima desde concentraciones iniciales relativamente; por el contrario, las isothermas desfavorables son aquellas en las que se requiere de una gran concentración en la solución para visualizar un mínimo incremento en la capacidad de adsorción. Las isothermas irreversibles son tipos de isothermas favorables llevadas al límite, pues desde mínimas concentraciones en la solución el adsorbente llega rápidamente a su capacidad de adsorción máxima, pareciendo incluso que la cantidad adsorbida es constante e independiente de la concentración de la solución. Las isothermas lineales adquieren su nombre por su comportamiento lineal al ser graficadas (McCabe et al., 2007).

3.1.2. Agente Másico de Separación (MSA)

El agente másico de separación (MSA, del inglés Mass Separating Agent) es el material adsorbente que se utiliza para captar el o los adsorbatos disueltos en la fase líquida, los cuales se adhieren a su superficie mediante el fenómeno de adsorción y provocan que la fase líquida, originalmente rica en adsorbato, se vea reducida en concentración.

El carbón activado es un sólido con una superficie interna y volumen de poros extremadamente grandes. Es muy usado en procesos de adsorción como el tratamiento de aguas residuales, debido a su baja afinidad con el agua, tamaño de poros que permite el flujo de agua

a través de éstos y a su bajo índice de toxicidad y peligrosidad para la salud humana, además que después de usado puede ser regenerado, siendo un material reciclable (Arellano- Lara et al., 2017; Baker et al., 2000; Marsh & Rodríguez-Reinoso, 2006).

La activación de un carbón consiste en dos pasos: carbonización y activación. El primer paso se realiza en una atmósfera inerte, eliminando compuestos que no sean carbono y produciendo una masa de carbón con una estructura de poros muy finos y cerrados; en el segundo paso la estructura porosa rudimentaria previamente creada se convierte en una red con mayor cantidad de macro, meso y microporos alargados y completamente disponibles (Arellano- Lara et al., 2017; Hu et al., 2001; Marsh & Rodríguez-Reinoso, 2006).

Existen dos posibles métodos de activación; física o térmica, que consiste en la gasificación a altas temperaturas del material carbonizado usando dióxido de carbono o vapor de agua (Marsh & Rodríguez-Reinoso, 2006; Molina-Sabio et al., 1996). Y la química, en la cual se impregna la materia prima en un activador químico (por ejemplo: hidróxido de potasio, ácido fosfórico, cloruro de zinc, entre otros) para posteriormente ser carbonizada (Heidarinejad et al., 2020; Hu et al., 2001).

3.2. Contaminantes

Los contaminantes son aquellas sustancias que no pertenecen al lugar al que se encuentran, sino que fueron transportados desde su lugar de origen (generalmente de forma antropogénica) hasta dicho sitio. La presencia de contaminantes en cualquier ecosistema puede acarrear grandes consecuencias ambientales y a la salud de la población nativa.

De los contaminantes más frecuentes y peligrosos son los metales pesados, éstos son elementos químicos de alta densidad, con masa y peso atómico elevados; algunos ejemplos son Plomo (Pb), Mercurio (Hg), Aluminio (Al), Hierro (Fe), entre otros. Generan un gran impacto ambiental debido a su toxicidad desde concentraciones bajas, su persistencia que impide su degradación natural y la presencia de altas concentraciones debido a su amplia explotación. Al introducirse en los mantos acuíferos a causa de las descargas de aguas residuales se distribuyen y son asimilados por diversas especies a través de los ciclos biogeoquímicos, resultando en un impacto a la salud animal, vegetal y humana (Caviedes- Rubio et al., 2015; Pabón et al., 2020; Reyes et al., 2016).

No menos importante es la contaminación del agua por flúor, el cual es uno de los principales problemas alrededor del planeta desde hace algunas décadas, con muchos estudios reportando problemas de salud relacionados al consumo de agua con alta concentración de flúor. Esto ocasiona problemas de salud pública como la fluorosis dental y esquelética, que ocasionan caries, fragilidad dental, necesidad de reemplazos de dentadura, dolor y rigidez de articulaciones, incremento en el riesgo de fracturas de huesos, limitación (Ali et al., 2016; Ortiz-Magdaleno & Pozos-Guillén, 2024).

3.3. Materiales Magnéticos Como Adsorbentes

El magnetismo es una fuerza de atracción o repulsión dada por el acomodo del spin de los electrones de un material, formando un dipolo, es decir, dos polos magnéticos: norte y sur. Cuando polos diferentes se acercan, presentan fuerzas de atracción; cuando polos iguales se acercan, son fuerzas de repulsión (Beléndez, 2008; McKeehan, 2022).

El magnetismo es una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza, su definición es empírica pues se describe al fenómeno desde la apreciación de lo que sucede cuando se manifiesta (Stöhr & Siegmann, 2006; McKeehan, 2022).

3.3.1. Campo Magnético

Se observa que alrededor de un imán se genera un campo de fuerza que atrae o repele a diversos materiales, a éste se le llama campo magnético y se produce debido a electrones en movimiento, ya sea una corriente eléctrica fluyendo a través de un conductor o por los electrones de un material que, aunque pareciera estar inmóvil, dichos electrones están en constante movimiento tanto de traslación, formando orbitales alrededor del núcleo atómico, como de rotación, siendo el spin de los electrones (Spaldin, 2010; Jiles, 2015).

Este campo de fuerza se ilustra y representa en la Figura 3.2, por convención se acepta que las líneas de campo fluyen desde el polo magnético norte hacia el polo magnético sur (Spaldin, 2010; Jiles, 2015).

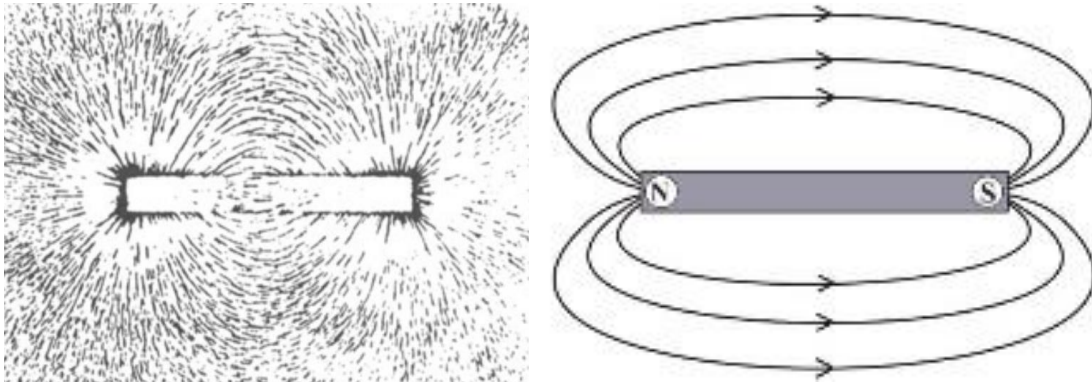


Figura 3.2. Líneas de campo alrededor de una barra magnética (Spaldin, 2010).

Cuando hay presencia de un campo magnético externo en un medio o material, éste presentará cierta cantidad de líneas de campo magnético que atraviesan una determinada área transversal a la dirección de flujo de las líneas de campo. Esta es la densidad de flujo (B) y dependerá de la fuerza del campo magnético externo (H) y de la permeabilidad de campo magnético (μ), como se establece en la Ecuación 3.4. Según la relación entre los valores de densidad de flujo y campo magnético externo para un medio o material dado se puede clasificar a éste según su orden magnético (Griffiths, 2013; Jiles, 2015; Griffiths, 2013; Spaldin, 2010).

$$B = \mu H \quad (3.4)$$

3.3.2. Electromagnetismo

El magnetismo se genera a partir del movimiento de electrones, y una corriente eléctrica no es otra cosa sino un conjunto de electrones moviéndose en cierta dirección. Esto infiere una relación entre la corriente eléctrica y un campo magnético; dicha relación es expresada matemáticamente mediante la Ley de Ampere (Ecuación 3.5), la cual expresa que la densidad de flujo del campo magnético ($\vec{B}$) a lo largo del paso de la corriente eléctrica ($d\vec{l}$) es el producto de la intensidad de corriente (I) que esté fluyendo por la permeabilidad magnética del medio, que cuando se trata de aire, se emplea la permeabilidad del vacío (μ_0) (Hayt & Buck, 2012; Griffiths, 2013).

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3.5)$$

La dirección de las líneas de densidad de flujo magnético ($\vec{B}$) dependerá de la dirección del flujo de corriente eléctrica (I) obedeciendo a la ley de la mano derecha, donde al cerrar la mano derecha y levantar el pulgar, éste último apuntará a la dirección en que fluye la corriente eléctrica, mientras el resto de los dedos de la mano apuntarán en la misma dirección que las líneas de flujo magnético que rodean a la corriente eléctrica (Hayt & Buck, 2012; Griffiths, 2013). Esto se muestra visualmente en la Figura 3.3

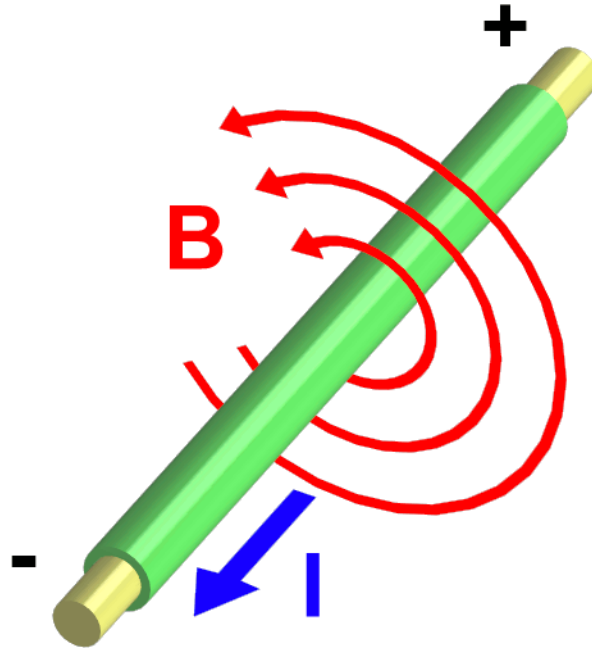


Figura 3.3. Ilustración de la dirección de las líneas de densidad de flujo magnético (B) con respecto a la dirección de flujo de corriente eléctrica (I).

La Ley de Ampere ha sido estudiada y simplificada para varios arreglos magnéticos como en espira, recto, toroide y en bobina solenoide. Este último arreglo, del cual se muestra un diagrama en la Figura 3.4, presenta una ecuación matemática (Ecuación 3.6) que permite calcular la intensidad del campo magnético (B) que habrá en el centro de la bobina a partir de la intensidad de corriente eléctrica (I) que circule a través de sus espiras, la densidad de éstas ($\frac{N}{L}$) y la permeabilidad relativa del material dentro de la bobina (μ_r) (Hayt & Buck, 2012; Griffiths, 2013).

$$B = \mu_0 * \mu_r * \frac{N}{L} * I \quad (3.6)$$

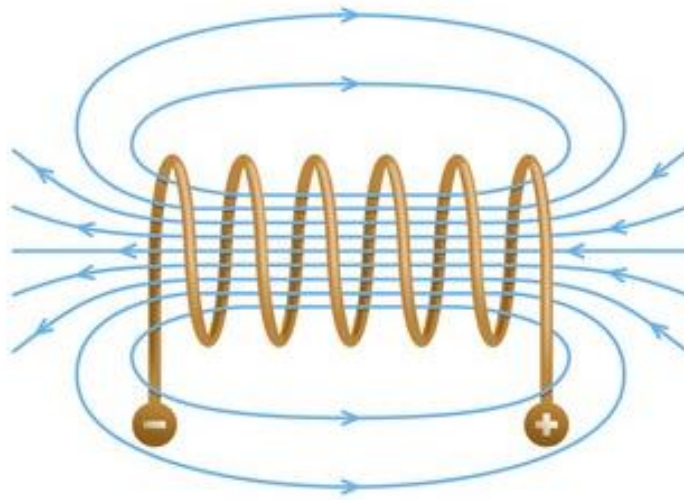


Figura 3.4. Diagrama general del flujo de líneas de campo magnético (B) según del flujo de corriente eléctrica (I) de más (+) a menos (-) para la bobina solenoide.

3.3.3. Adsorbentes Magnéticos

Generalmente un material presenta dipolos en sus electrones que generan una fuerza magnética, pero al encontrarse en direcciones aleatorias se terminan cancelando unas con otras, por eso no existen muchos materiales altamente magnéticos como los imanes. Sin embargo, cuando un material es influenciado por un campo magnético los dipolos de sus electrones se alinean según la dirección y fuerza del campo aplicado, produciendo una respuesta al mismo, ya sea positiva o negativa, a esto se le llama magnetización (Griffiths, 2013; Jiles, 2015; Griffiths, 2013; Kumar & Yusuf, 2015).

Se puede clasificar a los materiales según su orden magnético, con base en la respuesta que tengan ante la presencia de un campo magnético, como paramagnéticos, diamagnéticos y ferromagnéticos. Los materiales paramagnéticos y ferromagnéticos son atraídos por campos magnéticos, por el contrario, los materiales diamagnéticos son repelidos. Los materiales paramagnéticos y diamagnéticos presentan una fuerza de atracción y repulsión, respectivamente, sumamente débiles ante la presencia de un campo magnético representada en su permeabilidad magnética relativa casi igual a 1, es decir que es igual a la del vacío. Los materiales ferromagnéticos presentan una fuerza visiblemente mucho mayor manifestada en su permeabilidad relativa con cifras elevadas; (Cullity & Graham, 2009; Getzlaff, 2008; Jiles, 2015;

Spaldin, 2010, Cullity & Graham, 2009, Getzlaff, 2008)(Cullity & Graham, 2009; Getzlaff, 2008; Jiles, 2015; Spaldin, 2010, Cullity & Graham, 2009, Getzlaff, 2008).

Las dos propiedades que ayudan a determinar el tipo de material magnético son la permeabilidad y la susceptibilidad. La permeabilidad es la capacidad del material de permitir una alta densidad de flujo en su interior, es decir, ser permeable a las líneas de campo. La susceptibilidad se refiere a la sensibilidad del material ante un campo magnético (Spaldin, 2010; Jiles, 2015).

3.4. Técnicas de Integración de Masa

Un intercambiador de masas es un equipo donde se lleve a cabo el fenómeno de transporte de masa mediante el contacto directo entre una corriente rica en un adsorbato dado y un MSA o corriente pobre que removerá el adsorbato de la corriente rica (El-Halwagi, 2006). La Figura 3.5 muestra el diagrama general de cualquier intercambiador de masa.



Figura 3.5. Diagrama general de un intercambiador de masa.

El flujo de la corriente rica (naranja) se representa con G_i , y sus concentraciones de entrada y salida con y_i^{in} y y_i^{out} , respectivamente; el subíndice i hace referencia al número de corriente que se trabaja pudiendo tener desde 1 hasta n corrientes. Paralelamente, el flujo de la corriente pobre (azul) se representa con L_j , y sus concentraciones de entrada y salida con x_j^{in} y x_j^{out} , respectivamente; el subíndice j hace referencia al número de corriente que se trabaja pudiendo tener desde 1 hasta n corrientes.

3.4.1. Síntesis de Red de Intercambiadores de Masa

Existen dos aspectos que determinan el desempeño y eficiencia que tendrá un intercambiador de masa: Equilibrio y Balance de Materia. Siendo el equilibrio, el punto en el cual ambas fases, rica y pobre, tienen el mismo potencial químico y no se presenta más

transferencia de adsorbato entre las fases, es decir, es el punto en el cual el MSA ha removido toda la cantidad de adsorbato que le era posible para las concentraciones dadas (El-Halwagi, 2006).

El equilibrio entre dos fases puede representarse gráficamente (Figura 3.6) y matemáticamente mediante una función de equilibrio; generalmente, es posible acotar esta función compleja a una sección lineal, la cual se representa matemáticamente mediante la Ecuación 3.7.

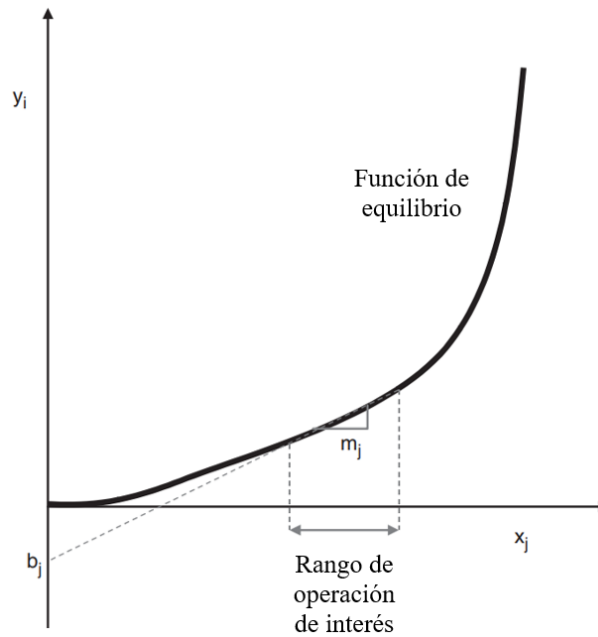


Figura 3.6. Representación gráfica de una función de equilibrio y su acotación a una sección lineal (El-Halwagi, 2006).

$$y_i = m_j x_j^* + b_j \quad (3.7)$$

Esta ecuación representa la relación lineal que existe entre la concentración de la fase rica y_i y la de la fase pobre o MSA x_j^* , con su respectiva pendiente m_j e intercepto con el eje de las ordenadas b_j . Cabe notar que la concentración del MSA x_j^* se refiere a la concentración máxima que puede alcanzar el MSA en el equilibrio.

Por otra parte, el balance de materia se refiere al principio fundamental de conservación de masa por el cual se implica que la cantidad de adsorbato que se haya removido de la fase rica es la misma que adquiere la fase pobre (El-Halwagi, 2006). Esto se representa matemáticamente en la Ecuación 3.8.

$$G_i(y_i^{in} - y_i^{out}) = L_j(x_j^{in} - x_j^{out}) \quad (3.8)$$

A su vez, el balance de masa provee la descripción matemática de la recta de operación, la cual se presenta gráficamente en un diagrama de McCabe-Thiele que va desde el punto (y_i^{in}, x_j^{out}) hasta el punto (y_i^{out}, x_j^{in}) y presenta una pendiente de L_j/G_i . Sin embargo, cuando se desconoce alguno de los flujos y no se puede conocer la pendiente de manera directa es posible determinarla a partir de conocer el punto (y_i^{out}, x_j^{in}) y proponer un desfase ε_j con respecto a la recta de equilibrio como lo muestra la Figura 3.7 (El-Halwagi, 2006).

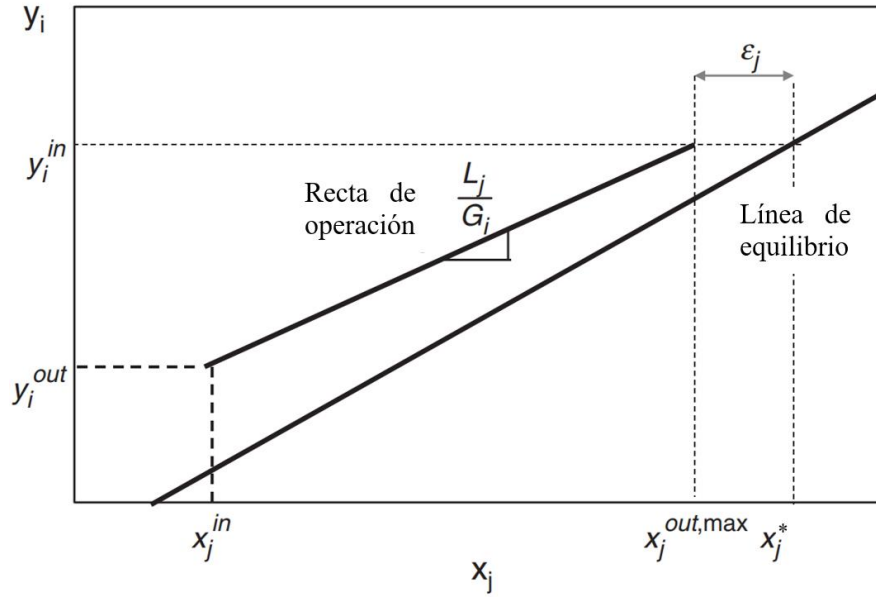


Figura 3.7. Representación gráfica de la obtención de la recta de operación (El-Halwagi, 2006).

Este valor de ε_j se le conoce como “Diferencia Mínima Permissible de Composición” y es la que factibiliza la existencia del equipo de adsorción, pues si la recta de operación tocara la línea de equilibrio se requeriría de un equipo de longitud infinita. Por esto, se debe proponer un valor de desfase ε_j que se reste al valor máximo de composición en el equilibrio x_j^* y así obtener el valor de concentración máximo factible que puede alcanzar el MSA $x_j^{out, max}$ (De Lara-Ramos et al., 2023; El-Halwagi, 2006). Las Ecuaciones 3.9 a la 3.11 desarrollan este planteamiento.

$$x_j^{out, max} = x_j^* - \varepsilon_j \quad (3.9)$$

$$x_j^{out} \leq x_j^{out, max} \quad (3.10)$$

$$x_j^{out} \leq x_j^* - \varepsilon_j \quad (3.11)$$

A sabiendas de esta diferencia entre el valor en equilibrio x_j^* y el valor máximo factible x_j^{out} se modifica la Ecuación 3.5 para que sirva en el cálculo de un diseño factible, resultando en la Ecuación 3.12.

$$y_i^{in} = m_j(x_j^{out,max} + \varepsilon_j) + b_j \quad (3.12)$$

3.4.2. Minimización del Costo Anualizado Total

El valor de ε_j ha demostrado estar asociado con el Costo Anualizado Total (CAT) de un equipo (Figura 3.8), encontrando que este es una variable de decisión cuando se busca minimizar el CAT y convertir esta metodología en un problema de optimización (Chen et al., 2007; De Lara- Ramos et al., 2023; El-Halwagi, 2006).

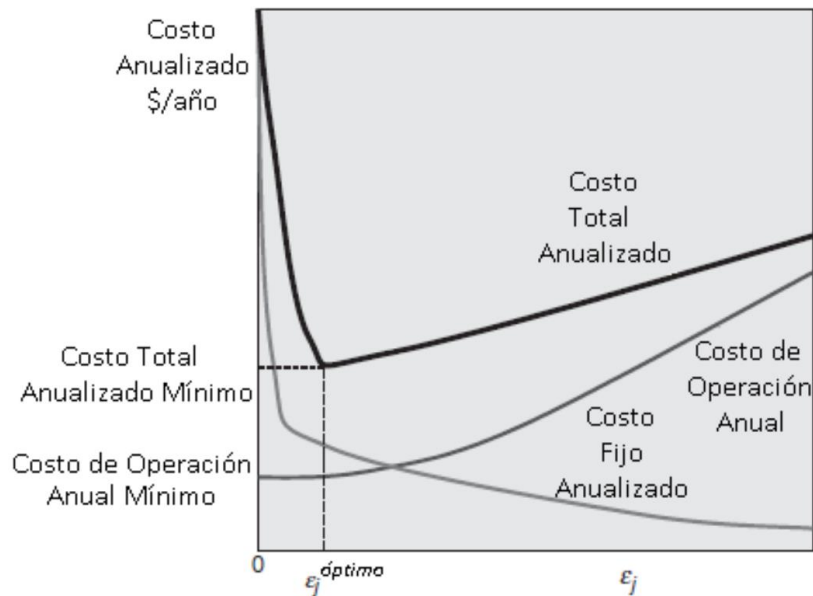


Figura 3.8. Demostración de la presencia de un valor de Diferencia Mínima Permisible de Composición ε_j óptimo para minimizar el CAT (De Lara Ramos et al., 2023).

Otro aspecto importante para la minimización del CAT de un equipo de adsorción es la elección correcta del MSA que se utilizará para rellenar el equipo de adsorción. El-Halwagi (2006) propone la Ecuación 3.13, en la que se divide el costo de adquisición del MSA entre su rango de operación respectivo.

$$C_j^r = \frac{C_j}{x_j^{out,max} - x_j^{in}} \quad (3.13)$$

Cabe resaltar que el costo de adquisición C_j contempla los costos referentes al MSA, desde la compra hasta el tratamiento previo que se le dé antes de emplearla en la torre o equipo de adsorción. El costo de remoción de contaminante C_j^r se calcula para cada MSA considerado y posteriormente seleccionar aquél o aquellos que exhiban el menor costo.

3.4.3. Diagrama de Intercambio de Masa

Para seleccionar el o los MSAs que se requieren para llevar a cabo el proceso de adsorción, se construye un diagrama de intercambio de masa (ver Figura 3.9).

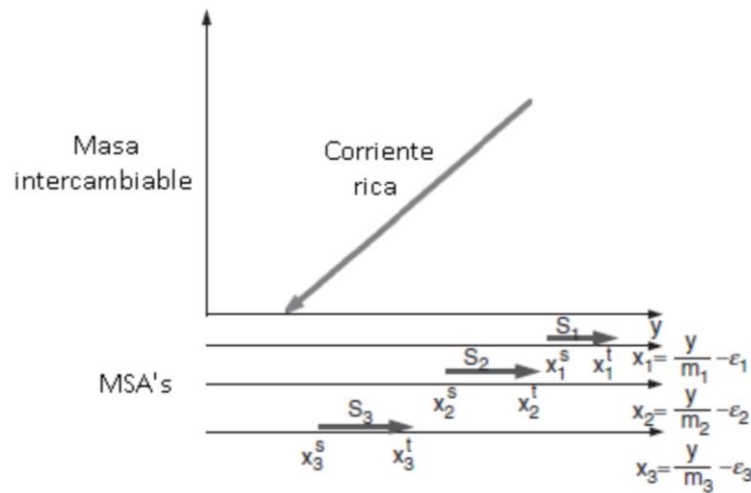


Figura 3.9. Estructura general del diagrama de intercambio de masa (De Lara- Ramos et al., 2023).

El diagrama de intercambio de masa, desarrollado por El-Halwagi (2006), es un plano con dos ejes, el de las abscisas que representa la concentración del adsorbente a transferir en escala de la corriente rica, esta escala se emplea para homogeneizar los rangos de operación de todos los MSAs y puedan visualizarse correctamente en el diagrama; el eje de las ordenadas representa la cantidad total de adsorbato (masa) a transferir (intercambiar), obtenida de multiplicar el flujo de la corriente G_i por la concentración a la entrada y_i^{in} (base de flecha) y por la concentración a la salida y_i^{out} (punta de flecha).

Debajo del diagrama se encuentran todas las opciones de MSAs, ordenadas según el costo de remoción de contaminante, de menor a mayor de arriba hacia abajo, respectivamente. Cada flecha representa el rango de operación de su respectivo MSA, yendo desde la concentración de entrada x_j^{in} (base de flecha) hasta la máxima factible $x_j^{out,max}$ (punta de flecha), habiendo convertido éstos a la escala de la corriente rica y_i mediante la Ecuación 3.10.

Los MSAs se enumeran según el costo de remoción de contaminante de menor a mayor, y se sigue el algoritmo de la Figura 3.10, donde la base de las flechas de los MSAs corresponde a la concentración mínima x_j^{in} a la que el MSA_j es capaz de llevar a la corriente rica.

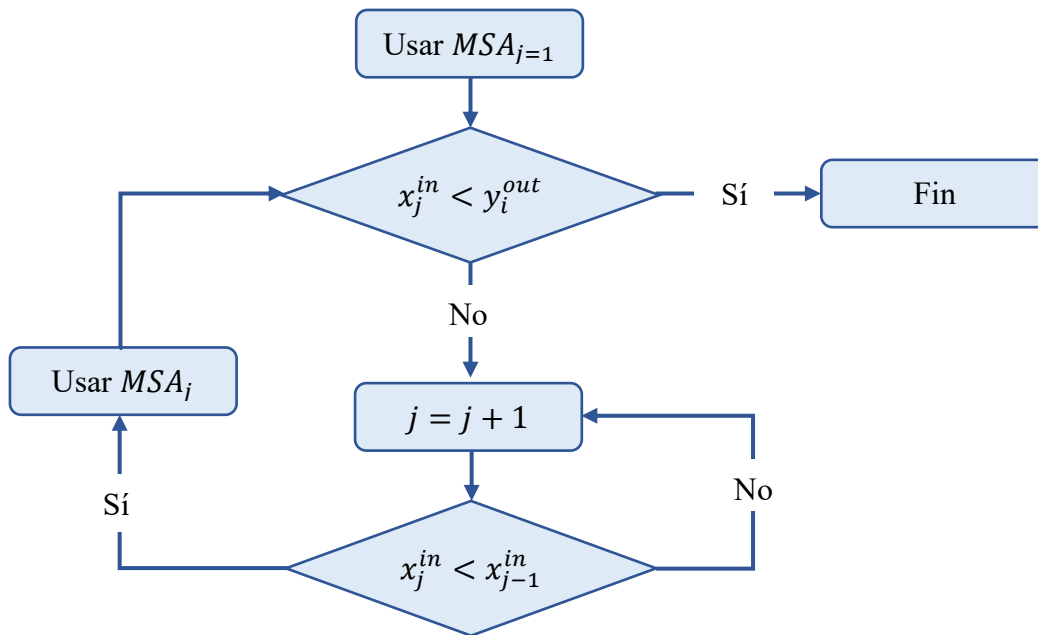


Figura 3.10. Diagrama de flujo del algoritmo para la selección de los MSAs que se usarán en el diseño del equipo.

El algoritmo empieza seleccionando automáticamente al primer MSA, si su concentración de entrada x_j^{in} está por debajo de la concentración de salida de la corriente rica y_i^{out} , entonces no se requiere de otro MSA. Si no es el caso, pasamos al siguiente MSA y lo usaremos siempre y cuando la concentración de entrada de éste x_j^{in} sea menor a la concentración de entrada del que ya seleccionamos x_{j-1}^{in} , si no es menor, entonces no será de utilidad y pasamos a la siguiente opción. Repitiendo esta serie de pasos hasta que el último MSA seleccionado cumpla con el

requisito de presentar una concentración de entrada x_j^{in} menor que la de salida de la corriente rica y_i^{out} , finalizando así la selección de MSAs.

3.5. Optimización

La optimización significa encontrar la mejor solución posible para un problema o modelo matemático determinado. Cuando se habla de optimización de procesos industriales, por lo general, se busca minimizar los costos de producción (Edgar et al., 2001; Sarker & Newton, 2008).

Para que un problema pueda ser optimizado requiere de tres elementos fundamentales: alternativas, restricciones y criterio o función objetivo. Las alternativas se refieren al conjunto de posibles valores que pueden ser asignados a las variables involucradas en el problema; estos valores no pueden crecer o decrecer hasta el infinito pues nunca se encontraría una solución, entonces tienen que estar sujetos a rangos de valores (planteados mediante inecuaciones) o bien, adquirir valores específicos (determinados por ecuaciones) con la finalidad de modelar matemáticamente fronteras físicas, dando realismo a los cálculos; sin olvidar que el objetivo en la resolución de un problema es minimizar o maximizar un criterio de interés, adquiriendo el nombre de función objetivo cuando se plantea el modelo matemático (Bradley et al., 1977; Edgar et al., 2001; Taha, 2012).

Un concepto asociado íntimamente con las alternativas de un problema es el de grados de libertad, el cual es el número de variables de decisión que se pueden cambiar para obtener el diseño óptimo, el número de grados de libertad (N_F) se obtiene a partir de la diferencia entre el número de variables involucradas en el problema (N_V) y el número de ecuaciones independientes (N_E), como se muestra en la Ecuación 3.14.

$$N_F = N_V - N_E \quad (3.14)$$

Según el número de grados de libertad se pueden clasificar a los problemas bajo tres categorías:

- Exactamente definido: Si $N_F = 0$ se tiene una única solución para el sistema de ecuaciones planteado y no existe optimización, se trata de una simulación.

- Sobredefinido: Si $N_F < 0$ se tienen más ecuaciones que variables; la única forma de resolver este problema es añadiendo ecuaciones independientes.
- Subdefinido: Si $N_F > 0$ hay mayor número de variables que ecuaciones; el problema está indeterminado y da cabida a la optimización (Diwekar, 2020; Edgar et al., 2001).

Es importante considerar todas las posibles alternativas de un problema, lo que significa que se debe estar seguro de las ecuaciones, restricciones y variables que se van a incluir en el modelado matemático, pues dependiendo de si se realiza correctamente este paso se podrá, por un lado, decir que el modelo representa y es aplicable a la realidad, y por otro, que el resultado obtenido, además de ser factible (resolver el problema) es óptimo pues dentro de todo el espectro de alternativas el que se encontró es el mejor (Bradley et al., 1977; Diwekar, 2020; Taha, 2012).

3.5.1. Clasificación y Métodos de Solución de Problemas de Optimización

Los problemas de optimización se clasifican según la función o funciones objetivo, variables de decisión y restricciones. Su clasificación es importante pues según ésta se tienen diferentes métodos para su resolución. Se pueden distinguir muchos tipos de problemas de optimización, pero los criterios generales para clasificarlos se muestran en la Figura 3.11 (Sarker & Newton, 2008; Taha, 2012; Diwekar, 2020).

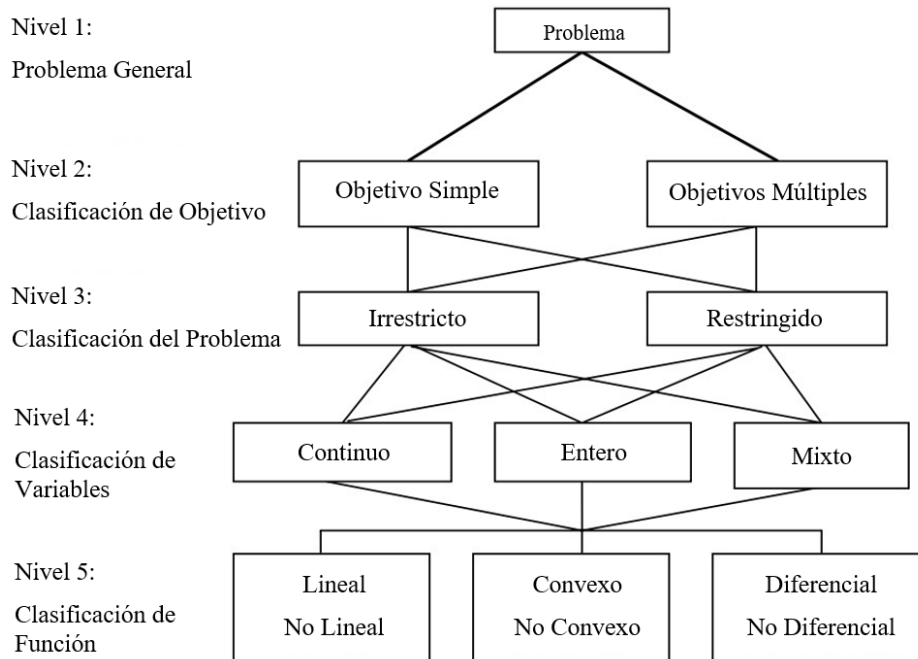


Figura 3.11. Esquema de criterios para la clasificación de problemas de optimización (Sarker & Newton, 2008).

A partir de cada posible combinación de las características presentadas en la Figura 3.11 se obtienen una gran variedad de problemas de programación. Dentro de los más comunes encontramos cuatro tipos de problemas de programación, los cuales se muestran en la Tabla 3.1, junto con ejemplos de los métodos de solución para resolverlos.

Tabla 3.1. Tipos de programación más comunes en la resolución de problemas de optimización (Sarker & Newton, 2008; Diwekar, 2020).

Tipo de Programación	Características	Métodos de Solución
Programación Lineal (LP)	Todas las variables, tanto de la función objetivo como de las restricciones son de primer orden (lineales) y continuas.	• Método Simplex • Puntos interiores
Programación No Lineal (NLP)	Al menos una de las variables, ya sea de la función objetivo o de las restricciones es de orden mayor a 1, o hay un producto de variables. Todas las variables son continuas.	• Estrategia del conjunto activo • Programación Cuadrática Sucesiva (SQP) • Gradiente reducido
Programación Mixta Entera Lineal (MILP)	Todas las variables son de primer orden (lineales). Existen variables continuas y discretas en el problema.	• Ramificación y acotamiento
Programación Mixta Entera No Lineal (MINLP)	Al menos una de las variables es de orden mayor a 1, o hay un producto de variables. Existen variables continuas y discretas en el problema.	• Aproximación Exterior • Descomposición de Benders

Una vez que el problema ha sido formulado y se ha desarrollado un modelo matemático se procede a buscar su solución óptima mediante una secuencia de evaluaciones matemáticas llamadas iteraciones. Todos los métodos de solución consisten en proponer valores factibles para resolver el modelo y con los valores calculados iterar nuevamente para encontrar soluciones, idealmente, cada vez más cercanas al punto óptimo. Las iteraciones se detienen

cuando la diferencia entre los nuevos valores calculados y los previos está por debajo de una tolerancia dada (Sarker & Newton, 2008).

Existe una enorme variedad de métodos o algoritmos de solución de problemas de optimización, basándose muchos de éstos en algoritmos base como el del Gradiente Reducido Generalizado (GRG), Puntos Interiores, Ramificación y acotamiento, entre otros, pero integrando mejoras o consideraciones particulares que, dependiendo del problema a resolver, los hacen ideales para resolverlo.

Existen muchos softwares comerciales que contienen uno o más algoritmos para resolver determinadas clases de modelos matemáticos. Algunos ejemplos son LINGO/LINDO, GAMS, OptiMax 2000, CPLEX and XPRESS, MINOS, Solver and Premium Solver (Sarker & Newton, 2008). General Algebraic Modelling System (GAMS) es un sistema de modelado de alto nivel para programación y optimización matemática, permite realizar modelados complejos y a gran escala rápidamente adaptables a nuevas situaciones. El software GAMS está especialmente diseñado para modelar problemas de optimización lineal, no lineal y mixto entero (Sarker & Newton, 2008; GAMS Development Corp., 2024).

3.6. Diseño

El diseño en ingeniería hace referencia al proceso de desarrollar un equipo industrial, considerando tanto crear uno desde cero como tomar un equipo existente y modificarlo o expandirlo. Para que el diseño sea factible debe incluir características necesarias de las piezas y materiales para construir el equipo (Peters & Timmerhaus, 1991), las cuales deben ser capaces de resistir condiciones particulares del proceso como presión, temperatura, caudal, corrosividad, entre otras; además de durabilidad para evitar altos costos en mantenimiento o pérdidas por devaluación, pues el principal objetivo es diseñar un equipo que garantice la productividad en la máxima ganancia, al menor costo.

En la práctica se identifican diferentes niveles de diseño clasificados acorde con el nivel de precisión y detalle. Porque cuando se busca el diseño óptimo de un equipo se cuenta con gran cantidad de alternativas, y plantear un diseño con el más mínimo detalle muchas veces resulta demasiado lento y costoso (Peters & Timmerhaus, 1991; Jiménez Gutiérrez, 2003).

Una forma adecuada de proceder es realizar un diseño preliminar que sea considerablemente pequeño, que tome en cuenta sólo las principales variables y proporcione rápidamente las características físicas del equipo; por ejemplo, para el caso de una columna de adsorción, número de etapas, altura de la torre y diámetro. Posteriormente, se continua con un diseño detallado, riguroso y apegado a la realidad y contexto en el que se construirá el equipo (Peters & Timmerhaus, 1991; Jiménez Gutiérrez, 2003).

Peters & Timmerhaus (1991) proponen tres clasificaciones de diseño según la precisión y cantidad de detalles requeridos:

- Diseño preliminar o de estimación rápida: Con este diseño se puede justificar o descartar la utilización del proceso. Se basa en métodos de aproximación, los cálculos de costos no son muy refinados, con pocos detalles y mínima inversión de tiempo.
- Diseño de estimación detallada: Se lleva a cabo siempre y cuando el diseño preliminar haya justificado continuar trabajando en ese proceso. Se establece una relación costo-beneficio del proceso mediante análisis y cálculos especificados; sin embargo, no se obtiene aún información exacta del equipo y los esquemas que se trazan son todavía minimalistas.
- Diseño final o de proceso firme: En caso de que en el diseño detallado se haya determinado que el proceso tiene el potencial para ser un éxito comercial, entonces se procede al diseño con las especificaciones para la construcción del equipo.

En particular, para el diseño de intercambiadores de masa pudieran ser considerados los siguientes factores principales:

- Número de Etapas: Las etapas necesarias para lograr la transferencia deseada.
- Tiempo de residencia: Con éste se determinará el caudal y la altura para completar el proceso de manera efectiva.
- Energía requerida: Calorífica o mecánica, la mayoría de los procesos incrementan su capacidad de remoción con respecto a la temperatura, por lo que es necesario considerar si esta es suministrada (Treybal, 1980).

4. DESARROLLO

4.1. Planteamiento de los Casos de Estudio

En la Tabla 4.1 se presenta información que se utilizó para proponer el análisis de los casos de estudio. Para ello, primero es importante identificar el contaminante o adsorbato que se estará tratando. El caudal y la concentración de la corriente, así como los MSAs disponibles para la adsorción.

Tabla 4.1. Casos de Estudio Propuestos.

Caso de Estudio 1	Caso de Estudio 2
Aguas residuales industriales contaminadas con iones de plomo (Pb^{2+}) que se pretenden descargar a un manto acuífero (Arbabi et al., 2015).	Agua proveniente de un pozo que presenta alta concentración de flúor (F^{-}), destinada al consumo humano (Qian et al., 1999).
	
• Caudal (Q) = 55 L/s • Contaminante: Pb^{2+} • $y^{in} = 500 \text{ ppm}$ • $y^{out} = 0.2 \text{ ppm}$ (NOM-001-SEMARNAT-2021: Límites máximos permisibles de contaminantes en las descargas de aguas residuales en cuerpos receptores nacionales, 2021)	• Caudal (Q) = 55 L/s • Contaminante: F^{-} • $y^{in} = 35 \text{ ppm}$ • $y^{out} = 1 \text{ ppm}$ (Qian et al., 1999)

4.2. Determinación de Funciones de Equilibrio

Una vez planteados los casos de estudio se identifican los MSAs que se han reportado para tratar cada contaminante según sea el caso. Para ello se realiza una búsqueda bibliográfica de estudios que se hayan reportado en la remoción de los contaminantes (Pb^{2+} y F^-) específicamente bajo la influencia de campos magnéticos.

González Vázquez et al. (2020) propusieron algunas isothermas de adsorción que son presentadas en la Figura 4.1. En este reporte emplearon tres MSAs: Carbón activado a partir de hulla bituminosa (B), cenizas de hueso (BC) y carbón vegetal (C); los cuales fueron sometidos a tres intensidades de campo magnético: Sin campo magnético, campo magnético con intensidad nominal de 0.4 Tesla y campo magnético con intensidad nominal de 1 Tesla. Estos materiales adsorbentes e intensidades de campo magnético resultan en nueve opciones de MSAs de tratamiento tanto para el plomo (Pb^{2+}) como para el flúor (F^-).

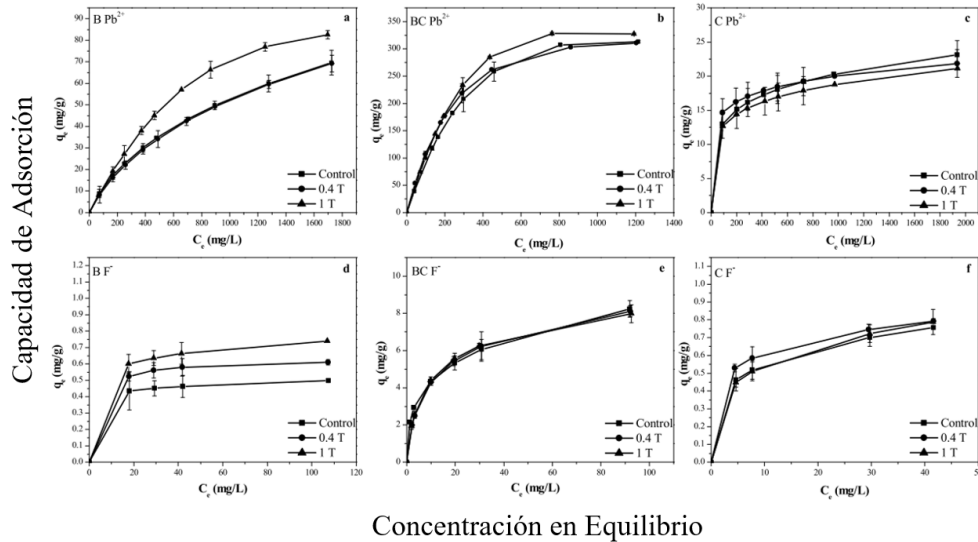


Figura 4.1. Isothermas de adsorción a 30 °C: (a) B- Pb^{2+} , (b) BC- Pb^{2+} , (c) C- Pb^{2+} , (d) B- F^- , (e) BC- F^- y (f) C- F^- bajo diferentes intensidades de campo magnético (González Vázquez et al., 2020).

Es importante poner atención en la homogeneidad de unidades para ambas fases. En este caso, se utilizaron la concentración en volumen (mg/L) para la fase líquida y concentración en peso (mg/g) para la fase sólida. La concentración en volumen puede expresarse en partes por millón en peso (ppm_w) al ser dividida por la densidad (kg/L). La concentración en peso se convierte en ppm_w al ser multiplicada por el factor de conversión de g a kg .

Nótese, que para aplicar la metodología de integración de masa en las funciones de equilibrio el eje de las ordenadas corresponde a la concentración en la fase rica (y_i), mientras que el eje de las abscisas a la concentración en la fase pobre (x_j); por lo que para que exista una correspondencia estos deben estar invertidos.

De esta manera, los datos de equilibrio reportados y presentados en la Figura 4.1 se trataron matemáticamente bajo las consideraciones anteriores. Se observa un comportamiento no lineal de los datos de equilibrio originales. Debido a que es más conveniente trabajar con funciones de equilibrio lineales en la metodología de integración de masa, es recomendable acotar los datos de equilibrio a tantas secciones lineales sean requeridas para describir una función de equilibrio no lineal como la aquí presentada. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 4.2, mientras que en el Anexo A se presentan todas las combinaciones disponibles.

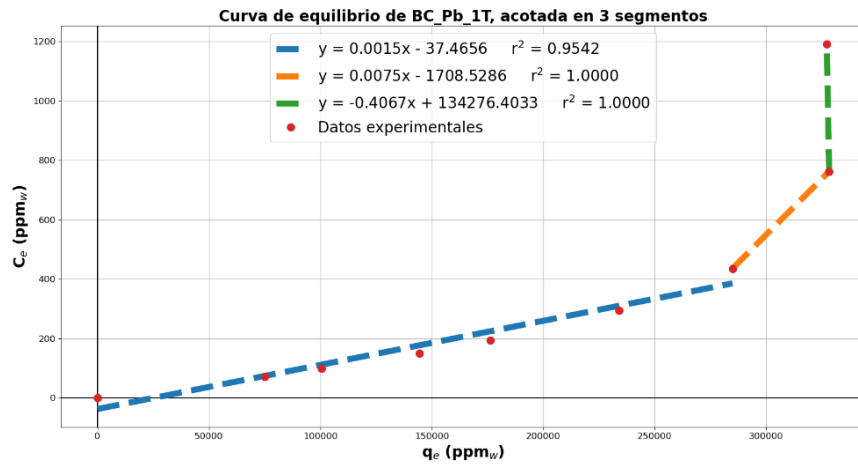


Figura 4.2. Ejemplo de la acotación de datos de equilibrio con comportamiento no lineal a las secciones con comportamiento lineal necesarias para describir el comportamiento de todos los datos.

Cabe resaltar que, en un proceso de optimización, el uso de ecuaciones o restricciones lineales simplifica la complejidad del problema, disminuye el número de iteraciones y agiliza la determinación del punto óptimo.

4.3. Criterio de Selección de los MSAs

Como se ha mencionado, se dispone de nueve alternativas de MSAs para cada caso de estudio, 3 MSAs diferentes y 3 diferentes intensidades de campos magnéticos. De esta manera, utilizando la Ecuación 3.11, se ordenan las nueve alternativas con base al Costo de Remoción

de Contaminante c_j^r en unidades monetarias por cada kilogramo de Contaminante Removido (CR), tal y como se muestra en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Parámetros de cálculo y resultado de la Ecuación 3.11 para todas las opciones de MSA de cada caso de estudio ordenados por costo de remoción de contaminante de forma ascendente.

Caso de Estudio	MSA	Intensidad (T)	C_j (\$/kg _{MSA})	x_j^{in} (ppm _w)	$x_j^{out,max}$ (ppm _w)	C_j^r (\$/kg _{CR})
<i>Pb²⁺</i>	BC	1	156	0	293509.0	531.5
	BC	0.4	156	0	267239.2	583.7
	BC	0	156	0	254019.3	614.1
	B	1	90	0	44248.5	2034.0
	B	0	90	0	33221.3	2709.1
	B	0.4	90	0	32404.9	2777.4
	C	0.4	115	0	18587.9	6186.8
	C	0	115	0	18282.5	6290.2
	C	1	115	0	17136.8	6710.7
<i>F⁻</i>	BC	1	156	0	6384.3	24435.0
	BC	0.4	156	0	6145.9	25382.7
	BC	0	156	0	5851.8	26658.4
	B	1	90	0	639.7	140696.4
	C	0.4	115	0	764.9	150352.4
	C	1	115	0	748.4	153660.5
	B	0.4	90	0	567.9	158467.7
	C	0	115	0	722.3	159215.6
	B	0	90	0	452.6	198871.1

Los Costos de Adquisición C_j del MSA fueron el resultado de un promedio de sus costos en el mercado. Es decir, para un kilogramo de carbón activado a partir de hulla bituminosa (B), su costo es de \$90.00 (MXN) (Carbotecnia, 2022; Carbones Mexicanos, 2024; Grupo Pochteca, 2024; TodoAgua, 2024). \$115.00 MXN para el carbón vegetal (C) (Abreiko, 2024; Chipocle Enmascarado, 2024b, 2024a) y \$156 MXN para el carbón activado a partir de cenizas de hueso (Carbones Mexicanos, 2024; GBonechar Carbón Activado, 2025).

La concentración máxima de salida $x_j^{out,max}$ es la concentración inicial de la corriente rica y_i^{in} en la escala del MSA sobre el que se hace el cálculo; que sería la concentración que alcanza dicho MSA al llegar al equilibrio. Con la Ecuación 4.1 (la cual resulta de la Ecuación

3.10), se calcula $x_j^{out,max}$. En las Tabla 8.1 y Tabla 8.2 se presentan los valores de la función lineal y las curvas de equilibrio acotadas para el Caso de Estudio 1 y 2, respectivamente.

$$x_j^{out,max} = \frac{(y_i^{in} - b_j)}{m_j} - \varepsilon_j \quad (4.1)$$

4.4. Construcción del Diagrama de Intercambio de Masa

Una vez que se ha determinado el orden de empleo de los MSAs, se construye el diagrama de intercambio de masa, como los que se muestran en la Figura 4.3 para el Caso de Estudio 1 y en la Figura 4.4 para el Caso de Estudio 2.

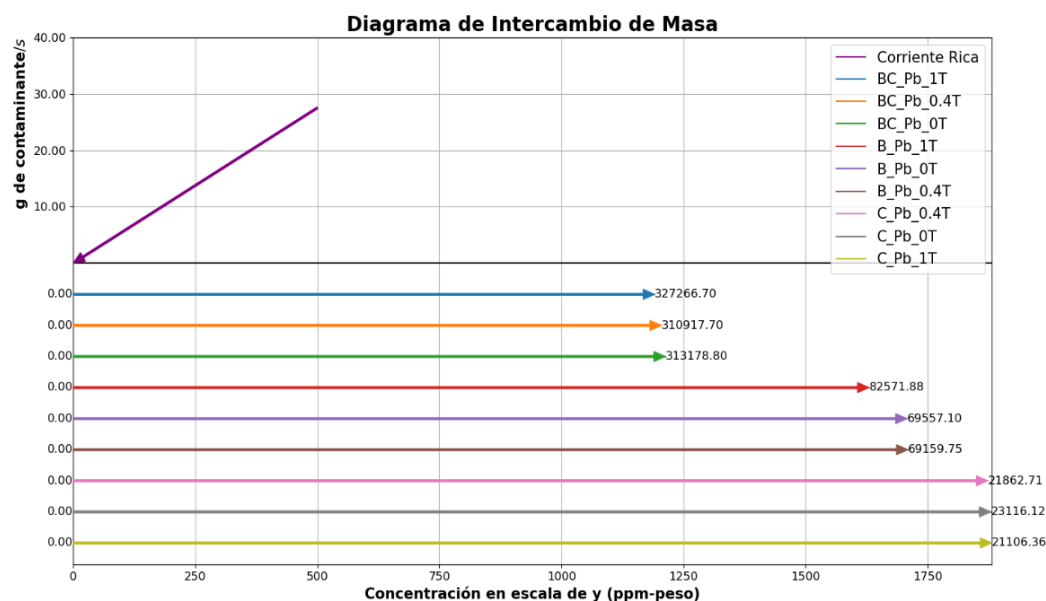


Figura 4.3. Diagrama de intercambio de masa para el Caso de Estudio 1.

Para el Caso de Estudio 1 se requeriría únicamente del primer MSA, el carbón activado a partir de cenizas de hueso con intensidad de campo magnético de 1 T para llevar el Pb^{2+} de 27.5 g/s hasta 0.011 g/s. Es importante mencionar que cualquiera de la lista de los MSAs disponibles tendrían la capacidad de adsorber este contaminante; sin embargo, se selecciona el MSA que presenta el menor costo de remoción.

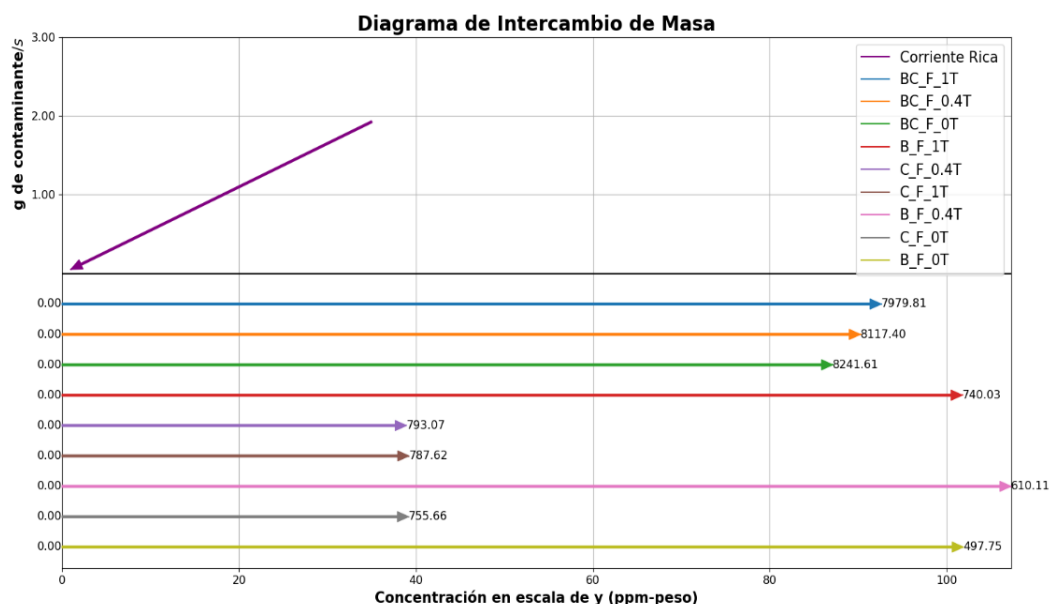


Figura 4.4. Diagrama de intercambio de masa para el Caso de Estudio 2.

De igual manera, para el Caso de Estudio 2, el carbón activado a partir de cenizas de hueso bajo una intensidad de campo magnético de 1 T es el MSA más indicado para llevar el F^- de 1.925 g/s hasta 0.055 g/s .

En el Anexo B se presenta el código en lenguaje de programación Python que determina de manera general el proceso de Determinación de Funciones de Equilibrio, Criterio de Selección de los MSAs y Construcción del Diagrama de Intercambio de Masa, y que puede ser empleado para cualquier conjunto de datos de equilibrio y opciones de MSAs.

4.5. Modelado Matemático

Una vez que se han seleccionados los MSAs adecuados, se formula el modelo matemático que será codificado en el software General Algebraic Modeling Systems (GAMS) para minimizar el Costo Anualizado Total (CAT), determinando la altura y el diámetro del equipo, la cantidad de MSA y el valor de la Diferencia Mínima Permisible de Composición ε_j .

El modelo matemático originalmente fue propuesto por El-Halwagi (2006) y posteriormente mejorado por De Lara Ramos et al. (2023), por lo que en este trabajo se reformula para que considere la influencia de los campos magnéticos. El código que se muestra en el Anexo C resulta de la codificación de las ecuaciones que se describen a continuación.

La función objetivo del problema de optimización, consiste en minimizar el Costo Anualizado Total (CAT) en unidades monetarias. Este costo se compone del costo del MSA, del costo de construcción del equipo, del costo de generación de un campo magnético y del costo de energía para producir el campo Ver Ecuación 4.2 y la descripción de sus variables se presenta en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3. Función objetivo del modelo matemático a optimizar, significado de sus variables y parámetros, y unidades dimensionales de los mismos.

$CAT = [L * TOA * \$_{MSA}] + \left[\frac{67735.26 * H^{0.85} * D^{0.95}}{Vida_{Equipo}} \right] + \left[\frac{Lon_{Cu} * \$_{Cu}}{Vida_{Eléctrico}} \right] + \left[\frac{I^2 * R_{Cu} * Lon_{Cu}}{A_{Cu} * FC_{\frac{W}{kW}}} * \frac{TOA}{FC_{\frac{s}{h}}} * \$_{kWh} \right] \quad (4.2)$		
Variable	Significado	Unidades
CAT	Costo Anual Total	$\$/Año$
L	Flujo de MSA	kg/s
H	Altura del equipo	m
D	Diámetro del equipo	m
Lon_{Cu}	Longitud del cable de cobre	m
I	Intensidad de corriente eléctrica	A
Parámetro	Significado	Unidades
TOA	Tiempo de Operación Anual	$s/Año$
$\$_{MSA}$	Costo por kilogramo del MSA	$\$/kg_{MSA}$
$Vida_{Equipo}$	Vida del equipo	$Año$
$\$_{Cu}$	Costo por metro de cobre	$\$/m$
$Vida_{Eléctrico}$	Vida útil de instalaciones eléctricas	$Año$
R_{Cu}	Resistividad del cobre	$\Omega * m$
A_{Cu}	Área transversal del cable de cobre	m^2
$FC_{\frac{W}{kW}}$	Factor de Conversión de watt a kilowatt	$\frac{W}{kW}$
$FC_{\frac{s}{h}}$	Factor de Conversión de segundo a hora	$\frac{s}{h}$
$\$_{kWh}$	Tarifa por kWh consumido	$\$/kWh$

La Ecuación 4.2 se compone de una sumatoria de los costos de construcción y operación del equipo, así como los correspondientes a los campos magnéticos. El término constante

(67,735.26) está en unidades monetarias de \$MXN. Esta ecuación empírica ha sido adaptada, pues el valor original es de 2300 dólares estadounidenses (\$USD) en el año 2006. Por lo que se actualiza el valor en dólares según la inflación a uno más reciente mediante el Índice de Costos de Plantas de Ingeniería Química (CEPCI, por sus siglas en inglés) (Department of Chemical Engineering, 2025) tal y como se presenta en la Ecuación 4.3, y el transformado a Pesos Mexicanos según la divisa actual (Ecuación 4.4.), obteniéndose el término constante de 67,735.26\$MXN.

$$2300 * \frac{CEPCI_{2023}}{CEPCI_{2006}} = 2300 * \frac{797.9}{499.6} = 3673.3 \quad (4.3)$$

$$3673.3 \text{ USD} \frac{18.44 \text{ \$MXN}}{1 \text{ \$USD}} = 67735.26 \text{ MXN} \quad (4.4)$$

. La altura se determina en la Ecuación 4.5, la cual consiste en la determinación del número de unidades de transferencia por un Factor de Ajuste (FA) que asegura un diseño de construcción factible (De Lara Ramos et al., 2023).

$$H = HTU * NTU * FA \quad (4.5)$$

El Factor de Ajuste (FA) es un parámetro que se establece en 1.2 para que el 20% de la torre se empaque de un material inerte y que asegure un flujo uniforme en todo el lecho (M. Ruthven, 1984; Thomas & Crittenden, 1998; Delgadillo Velasco, 2021), tal y como se muestra en la Figura 4.5.

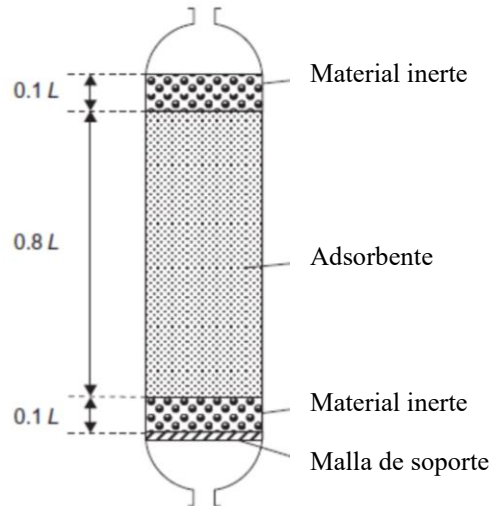


Figura 4.5. Diagrama de la estructura general de una torre de adsorción (Delgadillo Velasco, 2021).

Para calcular el NTU se emplea la Ecuación 4.6 que divide el gradiente total de concentración entre la diferencia de concentración media del logaritmo natural por cada unidad de transferencia.

$$NTU = \frac{y_i^{in} - y_i^{out}}{\frac{(y_i^{in} - m_j^{out} x_j^{out} - b_j^{out}) - (y_i^{out} - m_j^{in} x_j^{in} - b_j^{in})}{\ln \left[\frac{y_i^{in} - m_j^{out} x_j^{out} - b_j^{out}}{y_i^{out} - m_j^{in} x_j^{in} - b_j^{in}} \right]}} \quad (4.6)$$

Como se puede observar, la diferencia media del logaritmo natural se calcula con la función de equilibrio lineal correspondiente al par MSA – Contaminante elegido. Cabe destacar que en este trabajo existen varias secciones lineales para cada par MSA – Contaminante, lo cual implica que la función de equilibrio que entra con la corriente rica, puede ser una función de equilibrio diferente a la salida; por lo que se recomienda poner especial atención a los valores de la pendiente e intercepto correctos para evitar infactibilidades en la resolución del modelo.

La concentración de contaminante a la salida del MSA x_j^{out} debe estar en equilibrio dinámico entre ambas fases, separadas lo suficiente (ε_j) del equilibrio estacionario $x_j^{out,max}$ determinado por las Ecuaciones 4.7 y 4.8, respectivamente. La ecuación 4.9 es un balance de materia.

$$y_i^{in} = (x_j^{out} + \varepsilon_j) * m_j + b_j \quad (4.7)$$

$$x_j^{out} + \varepsilon_j \leq x_j^{out,max} \quad (4.8)$$

$$L_j * (x_j^{out} - x_j^{in}) = G_i (y_i^{in} - y_i^{out}) \quad (4.9)$$

Las concentraciones (y_i^{in} y y_i^{out}) y flujo de la corriente rica (G_i) son parámetros definidos desde el planteamiento del problema; la concentración inicial del MSA (x_j^{in}), la concentración máxima en el equilibrio ($x_j^{out,max}$) y los valores del modelo lineal (m_j y b_j) también son parámetros que están dados según el equilibrio que se presenta entre las fases. Mientras que la concentración en equilibrio (x_j^{out}), la Diferencia Mínima Permisible de Composición (ε_j) y el flujo de MSA (L_j) son variables.

Geankoplis (2006) y De Lara Ramos et al. (2023) proponen emplear el coeficiente global de transferencia de masa (K_C) como se muestra en la Ecuación 4.10.

$$HTU = \frac{u}{K_C * a} \quad (4.10)$$

Donde el área interfacial efectiva (a) se calcula mediante la Ecuación 4.11; al basarse en la porosidad (ϕ) y el diámetro medio de partícula (D_P) del MSA, los cuales son parámetros. Mientras que la velocidad de flujo de la corriente rica (u) es una variable.

$$a = \frac{6(1 - \phi)}{D_P} \quad (4.11)$$

El valor del coeficiente global de transferencia de masa (K_C) se relaciona con el factor adimensional de transferencia de masa (J_D) mediante la Ecuación 4.12. La Ecuación 4.13 aplica para Números de Reynolds (N_{Re}) entre 0.0016 y 55 (Ecuación 4.15).

$$J_D = \frac{K_C}{u} * N_{Sc}^{\frac{2}{3}} \quad (4.12)$$

$$J_D = \frac{1.09}{\phi} * N_{Re}^{-\frac{2}{3}} \quad (4.13)$$

$$0.0016 < N_{Re} < 55 \quad (4.14)$$

$$K_C * N_{Sc}^{\frac{2}{3}} * N_{Re}^{\frac{2}{3}} * \phi = 1.09 * u \quad (4.15)$$

Estas últimas ecuaciones implican el cálculo de los Números adimensionales de Reynolds (N_{Re}) (Ecuación 4.16) y Schmidt (N_{Sc}) (Ecuación 4.17).

$$N_{Re} = \frac{D_P * u * \rho}{\mu} \quad (4.16)$$

$$N_{Sc} = \frac{\mu}{\rho * D_{AB}} \quad (4.17)$$

Para ambas ecuaciones se utiliza la densidad (ρ) y viscosidad (μ) del agua. El número de Schmidt requiere de la determinación del Coeficiente de Difusión de Masa (D_{AB}), para el cual Geankoplis (2006) propone la Ecuación 4.18.

$$D_{AB} = 5.1E - 17 * \frac{(\varphi PM_B)^{1/2} T}{\mu * V_A^{1/3}} \quad (4.18)$$

Donde la temperatura (T), peso molecular (PM_B), viscosidad (μ) del agua, parámetro de asociación del disolvente (φ) y el volumen molar del soluto en su punto de ebullición normal (V_A) son parámetros (Geankoplis, 2006).

Las variables por optimizar son la altura de la torre de adsorción (H), la cantidad de MSA (L) y el diámetro (D) de la misma. La Ecuación 4.19 muestra la relación entre el flujo volumétrico o caudal (G) y la velocidad (u). Mientras que la Ecuación 4.20 calcula el área de sección transversal por la que fluye la corriente (A_C), que para este caso de estudio se considera de forma cilíndrica. La combinación de estas dos ecuaciones resulta en la Ecuación 4.21.

$$G * FC_{\frac{m^3}{L}} = u * A_C \quad (4.19)$$

$$A_C = \frac{\pi D^2}{4} \quad (4.20)$$

$$D = \sqrt{\frac{4 * G * FC_{\frac{m^3}{L}}}{\pi * u}} \quad (4.21)$$

En la Ecuación 4.22 se establece la relación L/D , la cual se recomienda que se encuentre entre 3 y 6 para mantener controlados aspectos como la caída de presión, el riesgo de compactación del lecho, la probabilidad de formación de canales preferentes, evitar problemas como soporte estructural complejo, costoso o frágil o problemas de llenado y vaciado, entre otros (M. Ruthven, 1984; Thomas & Crittenden, 1998; Delgadillo Velasco, 2021).

$$3 < \frac{L}{D} < 6 \quad (4.22)$$

Además, para asegurar congruencia entre el volumen del lecho del equipo $V_{Cilindro}$ (Ecuación 4.23) y el espacio que ocupa el MSA V_{MSA} (Ecuación 4.24) se establece la Ecuación 4.25 que se añade al modelo, y su resultado es la densidad aparente del MSA (ρ_{MSA}) que queda restringida a los valores provistos por el proveedor de 600 a 700 kg/m^3 (GBonechar Carbón Activado, 2025) (Ecuación 4.26). En esta última ecuación, la V_{MSA} se multiplica por el flujo de

MSA por el Tiempo de Operación de un Ciclo, que para este caso se considera de $12h = 43200s$ (De Lara Ramos et al., 2023).

$$V_{Cilindro} = HTU * NTU * \pi * \frac{D^2}{4} \quad (4.23)$$

$$V_{MSA} = \frac{L * TOC}{\rho_{MSA}} \quad (4.24)$$

$$\rho_{MSA} = \frac{4 * L * TOC}{HTU * NTU * \pi * D^2} \quad (4.25)$$

$$600 < \rho_{MSA} < 700 \quad (4.26)$$

Para integrar las ecuaciones que incorporan la presencia de los campos magnéticos, se emplea la Ley de Ampere aplicada a una bobina solenoide (Ecuación 4.27) como arreglo magnético debido a su sencillez de cálculo y facilidad de construcción.

$$B = \mu_0 * \mu_r * I * \frac{N}{H} \quad (4.27)$$

Mediante esta ecuación se relaciona la intensidad de campo magnético (B) como un parámetro conocido, con la intensidad de corriente eléctrica (I) requerida para su generación. Dicha relación se encuentra a través de la permeabilidad relativa del material dentro de la bobina (μ_r) y su densidad de espiras $\left(\frac{N}{H}\right)$.

La permeabilidad relativa del carbón activado a partir de cenizas de hueso es 1 porque se trata de un material paramagnético. La densidad de espiras es el número de espiras o vueltas del conductor (N) por unidad de longitud de la bobina que corresponde a la altura de la torre (H).

A partir del número de espiras (N), y de la ecuación para determinar el perímetro de un círculo (Ecuación 4.28) se obtiene la longitud del conductor necesaria para construir la bobina solenoide (L_{Cu}) (ver Ecuación 4.29).

$$P_C = \pi * D \quad (4.28)$$

$$Lon_{Cu} = P_C * N = \pi * D * N \quad (4.29)$$

El material conductor considerado es cobre THW-LS calibre 2/0 AWG, del cual se puede obtener información específica en la Tabla 310-15(b)(16) de la NOM-001-SEDE-2012

(Secretaría de Energía, 2012). El costo promedio del material en el mercado es de 230 \$MXN/m (ALCIONE, 2025; Bsai Seguridad y Controles, 2025; DistribuMex, 2025).

El costo de Infraestructura Eléctrica (ver Ecuación 4.30), así como el costo del consumo energético utilizando la Ley de Ohm (Griffiths, 2013) (Ecuación 4.31) para una tarifa y consumo horario (\$_{kWh}) resulta en la Ecuación 4.32. Observe que las Ecuaciones 4.30 y 4.32 formarían parte ahora de la función objetivo (Ecuación 4.2).

$$CAT_{\text{Infraestructura Eléctrica}} = \frac{Lon_{Cu} * \$_{Cu}}{Vida_{\text{Eléctrico}}} \quad (4.30)$$

$$P = R_{Cu} * \frac{Lon_{Cu}}{A_{Cu}} * I^2 \quad (4.31)$$

$$CAT_{kWh} = \frac{I^2 * R_{Cu} * Lon_{Cu}}{A_{Cu} * FC_{\frac{W}{kW}}} * \frac{TOA}{FC_{\frac{s}{h}}} * \$_{kWh} \quad (4.32)$$

El Costo de Infraestructura Eléctrica ($CAT_{\text{Infraestructura Eléctrica}}$) es calculado con los metros totales de cable de cobre (Lon_{Cu}) que se necesitan para construir la bobina por su costo (\$_{Cu}) dividido por los años de vida útil de la infraestructura eléctrica ($Vida_{\text{Eléctrico}}$).

Combinando la ley de Watt con la ley de Ohm, se determina que la potencia en watts (W) es el producto de la resistencia y el cuadrado de la intensidad de corriente en Amperes. La resistencia de un material es igual a su coeficiente de resistividad multiplicado por la longitud del material y dividido entre su área transversal. La potencia en W se convierte en kW multiplicada por un Factor de Conversión ($FC_{W/kW}$), a su vez para obtener los kWh consumidos en el año se multiplica por el Tiempo de Operación Anual (TOA) y por la tarifa vigente (\$_{kWh}) para determinar el costo de consumo energético.

De esta forma, la minimización del CAT en la función objetivo de la Ecuación 4.2; sujeto a las restricciones descritas por las Ecuaciones 4.5 a la 4.10, 4.15, 4.16, 4.21, 4.25, 4.27 y 4.29 dan como resultado el modelo matemático que se presenta en la Figura 4.6.

$$F.O. MIN CAT = [L_j * TOA * \$_{MSA}] + \left[\frac{67735.26 * H^{0.85} * D^{0.95}}{Vida_{Equipo}} \right] +$$

$$\left[\frac{Lon_{Cu} * \$_{Cu}}{Vida_{Eléctrico}} \right] + \left[\frac{I^2 * R_{Cu} * Lon_{Cu}}{A_{Cu} * FC_{\frac{W}{kW}}} * \frac{TOA}{FC_{\frac{s}{h}}} * \$_{kWh} \right]$$

s. t.

$$H = HTU * NTU * FA$$

$$NTU = \frac{y_i^{in} - y_i^{out}}{\frac{(y_i^{in} - m_j^{out} x_j^{out} - b_j^{out}) - (y_i^{out} - m_j^{in} x_j^{in} - b_j^{in})}{\ln \left[\frac{y_i^{in} - m_j^{out} x_j^{out} - b_j^{out}}{y_i^{out} - m_j^{in} x_j^{in} - b_j^{in}} \right]}}$$

$$y_i^{in} = (x_j^{out} + \varepsilon_j) * m_j + b_j$$

$$x_j^{out} + \varepsilon_j \leq x_j^{out, max}$$

$$L_j * (x_j^{out} - x_j^{in}) = G_i (y_i^{in} - y_i^{out})$$

$$HTU = \frac{u}{K_C * a}$$

$$K_C * N_{Sc}^{\frac{2}{3}} * N_{Re}^{\frac{2}{3}} * \phi = 1.09 * u$$

$$N_{Re} = \frac{D_p * u * \rho}{\mu}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 * G * FC_{\frac{m^3}{L}}}{\pi * u}}$$

$$\rho_{MSA} = \frac{4 * L * TOC}{HTU * NTU * \pi * D^2}$$

$$B = \mu_0 * \mu_r * I * \frac{N}{H}$$

$$Lon_{Cu} = \pi * D * N$$

Figura 4.6. Modelo matemático para resolver ambos Casos de Estudio.

Para la solución del modelo en ambos casos de estudio se utilizan los parámetros descritos en la Tabla 4.4, en donde además del valor del parámetro, se muestra como información adicional las unidades y referencias de procedencia. Mientras que en la Tabla 4.5 se describen las variables a optimizar en la resolución del problema. Por su parte, en la Tabla 4.6 se desglosan los parámetros de equilibrio que se emplearon en cada caso de estudio.

Tabla 4.4. Parámetros, valores, unidades y fuentes de donde se extrajeron empleados en el modelo matemático de ambos casos de estudio.

Parámetro	Valor	Unidades	Referencia
TOC	43,200	$s/Ciclo$	(De Lara Ramos et al., 2023)
$Ciclos$	50	$Ciclos/Año$	
$Vida_{Equipo}$	11	$Año$	(Peters & Timmerhaus, 1991)
$Vida_{Eléctrico}$	12	$Año$	
$\$Cu$	230	$\$MXN/m$	(ALCIONE, 2025; Bsai Seguridad y Controles, 2025; DistribuMex, 2025)
R_{Cu}	1.68×10^{-8}	$\Omega * m$	(Haynes, 2017)
A_{Cu}	6.743×10^{-3}	m^2	(NOM-001-SEDE-2012. Instalaciones eléctricas (utilización), 2012)
$FC_{\frac{W}{kW}}$	1,000	W/kW	
$FC_{\frac{s}{h}}$	3,600	s/h	
$\$_{kWh}$	1.69	$\$MXN/kWh$	(Comisión Federal de Electricidad & Gobierno de México, 2025)
$CEPCI_{2023}$	797.9		(Department of Chemical Engineering, 2025)
$CEPCI_{2006}$	499.6		
FA	1.2		(Delgadillo Velasco, 2021)
ϕ	0.6		(Thomas & Crittenden, 1998; Green & Perry, 2008)
ρ	995.68	kg/m^3	(Geankoplis, 2006)
μ	8.007×10^{-4}	$kg/m * s$	
φ	2.6		
V_A^F	0.0087	$m^3/kmol$	
V_A^{Pb}	0.01817	$m^3/kmol$	(Haynes, 2017)
PM_B	18	$kg/kmol$	
$FC_{\frac{m^3}{L}}$	1×10^{-3}	m^3/L	
T	30	$^{\circ}C$	(González Vázquez et al., 2020)
D_p	6.705×10^{-4}	m	
B	0.06	T	
μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	$T * m/A$	(Hayt & Buck, 2012)
μ_r	1		

Tabla 4.5. Variables, significados y unidades calculadas por el modelo matemático de ambos casos de estudio.

Variable	Significado	Unidades
CAT	Costo Anual Total	$\$/Año$
L_j	Flujo de MSA	kg/s
H	Altura del equipo	m
D	Diámetro del equipo	m
Lon_{Cu}	Longitud del cable de cobre	m
I	Intensidad de corriente eléctrica	A
HTU	Altura de las Unidades de Transferencia	m
NTU	Número de Unidades de Transferencia	Número
x_j^{out}	Concentración de salida del MSA	ppm_w
ε_j	Diferencia mínima permisible de composición	ppm_w
u	Velocidad de flujo de corriente líquida	m/s
K_C	Coefficiente global de transferencia de masa	m/s
N_{Re}	Número de Reynolds	Adimensional
N	Número total de espiras de la bobina solenoide	Número

Tabla 4.6. Parámetros de equilibrio, valores y unidades empleados en el modelo matemático, por caso de estudio.

	Caso de Estudio 1	Caso de Estudio 2	
Parámetro	Valor	Valor	Unidades
G_i	55	55	L/s
y_i^{in}	500	35	ppm
y_i^{out}	0.2	1	ppm
x_j^{in}	0	0	ppm
$x_j^{out,max}$	294470.48	6384.40	ppm
m_j^{in}	0.0015	0.0012	Razón de cambio
b_j^{in}	-37.4656	-0.0525	ppm
m_j^{out}	0.0075	0.0361	Razón de cambio
b_j^{out}	-1708.5286	-195.4768	ppm

El modelo resultante es un Problema de Programación No Lineal (NLP), codificado en el lenguaje de programación GAMS, y resuelto mediante el resolvidor CONOPT (GAMS Development Corp., 2026).

5. RESULTADOS Y DISCUSIONES

La Figura 5.1 muestra el diseño óptimo determinado al resolver el modelo matemático para el Caso de Estudio 1, y la Figura 5.2. Diseño de equipo óptimo para resolver el Caso de Estudio 2. muestra el diseño para el Caso de Estudio 2.

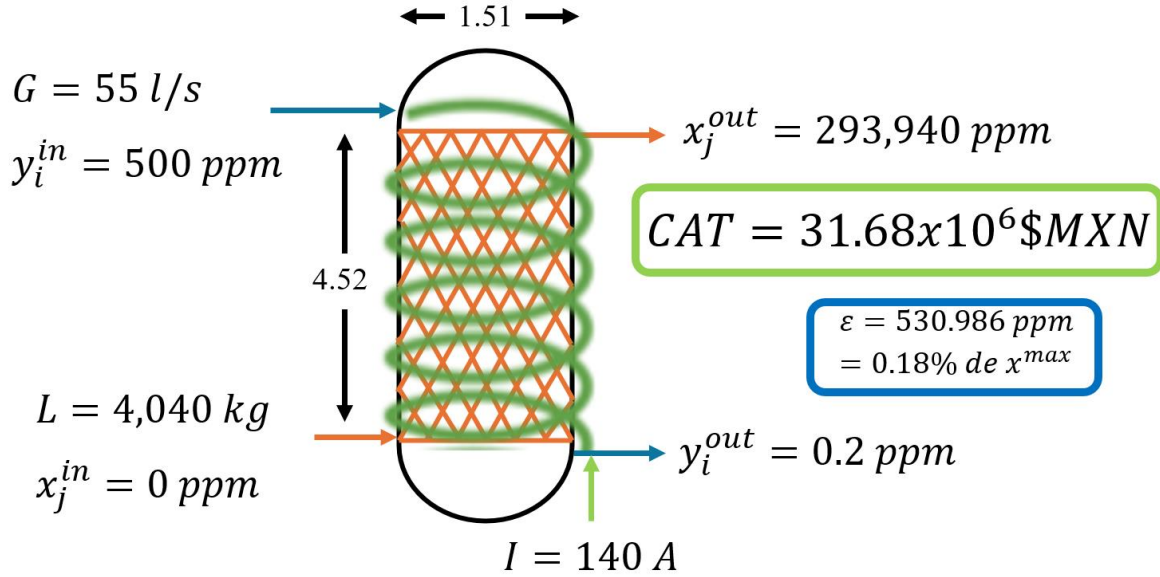


Figura 5.1. Diseño de equipo óptimo para resolver el Caso de Estudio 1.

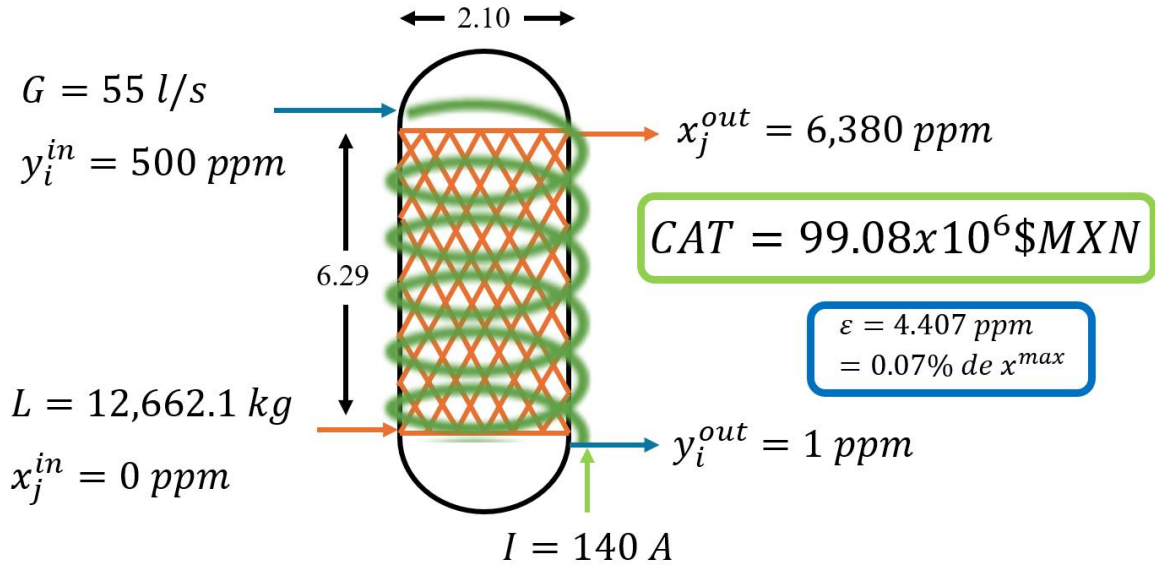


Figura 5.2. Diseño de equipo óptimo para resolver el Caso de Estudio 2.

En la Tabla 5.1 se presenta la comparación del diseño convencional con respecto al diseño intensificado; en la tabla se puede observar el CAT, el porcentaje correspondiente a la compra del MSA, el porcentaje de la construcción del equipo y el porcentaje de la infraestructura y costo energético de los campos magnéticos. Así como el porcentaje de ahorro si se usaran campos magnéticos. Las Figura 5.3 y Figura 5.4 muestran estos datos de manera gráfica para el Caso de Estudio 1 y 2, respectivamente.

Tabla 5.1. Tabla comparativa del CAT usando diferentes MSAs para resolver los mismos Casos de Estudio.

MSA	Caso de Estudio (Contaminante)	Campo Magnético	CAT $\left(1 \times 10^6 \frac{\$MXN}{\text{Año}}\right)$	Porcentaje del CAT (%)			Porcentaje de Ahorro al Usar el Campo Magnético (%)
				MSA	Equipo	Campo Magnético	
Cenizas de Hueso (BC)	Caso 1 (Pb)	Sí	31.68	98.92	0.11	0.45	13.6
		No	36.67	99.89	0.23	0	
	Caso 2 (F)	Sí	99.08	99.65	0.06	0.24	8.9
		No	108.75	99.77	0.09	0	
Hulla Bituminosa (B)	Caso 1 (Pb)	Sí	120.66	99.73	0.04	0.17	26.2
		No	163.42	99.99	0.01	0	
	Caso 2 (F)	Sí	568.76	99.94	0.01	0.06	29.2
		No	803.40	99.98	0.01	0	
Carbón Vegetal (C)	Caso 1 (Pb)	Sí	399.92	98.82	0.04	0.18	-6.9
	Caso 2 (F)	No	373.60	99.91	0.08	0	

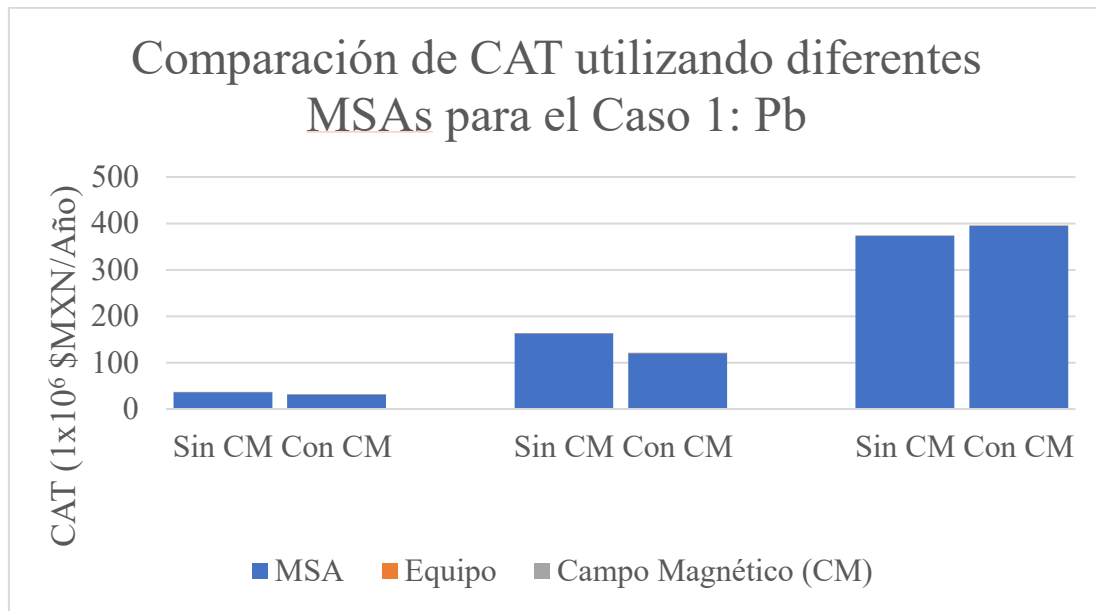


Figura 5.3. Comparación del CAT empleando diferentes opciones de MSA para el Caso de Estudio 1.

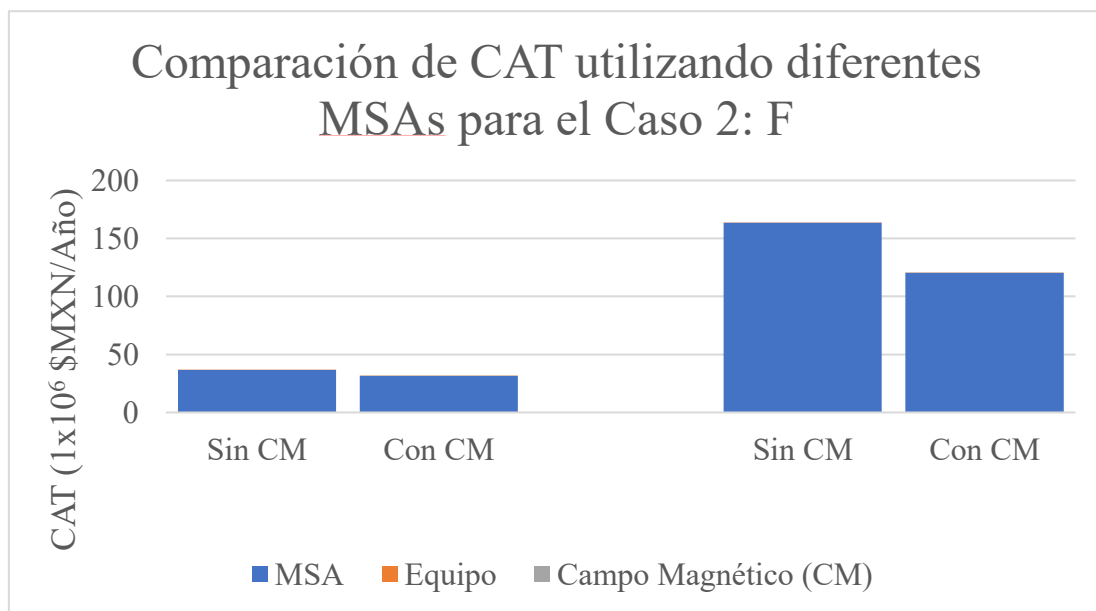


Figura 5.4. Comparación del CAT empleando diferentes opciones de MSA para el Caso de Estudio 2.

Las Figura 5.3, Figura 5.4 y la Tabla 5.1 permiten apreciar que el MSA seleccionado representa el costo menor con respecto a los otros, siendo 4 y hasta 13 veces más costosos el empleo de la hulla bituminosa (B) y el carbón vegetal (C), respectivamente.

Se puede observar además que el diseño intensificado con campos magnéticos empleando las cenizas de hueso (BC) presenta un ahorro del 13.6% con respecto al diseño convencional para el Caso de Estudio 1, y del 8.9% para el Caso de Estudio 2. Sin embargo, el que presenta el mayor porcentaje de ahorro al utilizar campos magnéticos es el carbón activado a partir de hulla bituminosa (B). Note también que si se empleara el carbón vegetal (C) se incrementaría en un 6.9% su costo, resaltando que este diseño se tomó en cuenta únicamente para establecer que la influencia de los campos magnéticos no sería aplicable para todos los pares MSA – Contaminante.

Los porcentajes de ahorro están bastante relacionados con el orden magnético de los materiales empleados, pues mientras las cenizas de hueso (BC) y el carbón vegetal (C) corresponden a materiales paramagnético y diamagnético, respectivamente, con permeabilidad magnética relativa de 1, la hulla bituminosa (B) es un material ferromagnético. Por lo que, los diseños que implementan esta tecnología deberían contemplar ser rellenos con MSAs ferromagnéticos de permeabilidad relativa elevada.

Además, se aprecia que el CAT está compuesto casi en su totalidad por el costo del MSA, por lo que, si se contemplara regeneración en el proceso se disminuiría enormemente el CAT. Los costos de construcción de equipo y generación del campo magnético son ínfimos con respecto al costo del MSA, lo que implica que la inversión anualizada de generar el campo magnético a un equipo convencional es muy baja. Sin embargo, cabe resaltar que dicha inversión es 4 o hasta 6 veces mayor que la inversión de construcción del equipo.

Se resalta que al momento de la selección del MSA se tomó el mismo costo de adquisición C_j para las tres intensidades de campo magnético de cada MSA, a sabiendas de que el costo de los MSAs que emplean el campo magnético debe ser naturalmente más elevado; sin embargo, determinar este costo sería complejo porque depende de las dimensiones del equipo y de la corriente eléctrica. Es decir, implementar estas consideraciones resultaría en una reformulación del problema NLP a uno de tipo MINLP y se deja para análisis de un trabajo futuro.

En el presente diseño se consideró un arreglo magnético de bobina solenoide por su fácil implementación y construcción; sin embargo, no se han considerado las desventajas de éste, como la generación de calor que altere la adsorción, la necesidad de emplear materiales de construcción no magnéticos (como acero inoxidable) y la interferencia con sensores de control.

6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo de investigación se alcanzaron el objetivo general y los objetivos específicos que consistieron en la obtención de un diseño óptimo de equipos de intercambio de masa intensificado por un campo magnético.

Se valida e implementa una vez más el procedimiento propuesto por De Lara Ramos et al. (2023) para la obtención del diseño óptimo de equipos de intercambio de masa, permitiendo seleccionar el mejor MSA disponible y comparar el uso de diferentes tecnologías.

El diseño preliminar del equipo intensificado con campos magnéticos presenta un ahorro del 13.6% con respecto al diseño convencional para el Caso de Estudio 1, y del 8.9% para el Caso de Estudio 2. Estas estimaciones revelan la existencia de un ahorro potencial al implementar esta tecnología, porque el consumo energético impacta favorablemente en los costos operativos resultando incluso en algunos casos menor que su diseño convencional.

A pesar de que aún se desconoce el mecanismo mediante el cual los campos magnéticos son capaces de intensificar la adsorción; se podría implementar esta aportación en el diseño de los equipos de intercambio de masa a nivel industrial.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Abreiko. (2024). *Carbón activado en polvo super fino 1 Kilo*. articulo.mercadolibre.com.mx.
https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-588904441-carbon-activado-en-polvo-super-fino-1-kilo-_JM#polycard_client=search-nordic&position=5&search_layout=grid&type=item&tracking_id=ee8078f5-8505-49df-a3aa-8df26b778034
- ALCIONE. (2025, noviembre 17). *Cable THW 2/0 AWG rollo 100 negro CONDULAC*. alcione.mx. https://alcione.mx/cable-thw-2-3-0-awg-rollo-100-negro-condulac-calac2--3%3D0nm?srsltid=AfmBOoqMsYSEOuuIfNhxp2VW7ZddVfqhPZR_K7SOi6yq7D3UzhwYVDlQ
- Ali, S., Thakur, S. K., Sarkar, A., & Shekhar, S. (2016). Worldwide contamination of water by fluoride. *Environmental Chemistry Letters*, 14(3), 291–315.
<https://doi.org/10.1007/s10311-016-0563-5>
- Andrade Espinosa, G. (2007). *Activación y caracterización de materiales nanoestructurados (CNx y CST): Remoción de cadmio* [Para obtener el grado de maestro en ciencias aplicadas]. Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C.
- Arbabi, M., Hemati, S., & Amiri, M. (2015). Removal of lead ions from industrial wastewater: A review of removal methods. *International Journal of Epidemiologic Research*, 2(2), 105–109.
- Arellano Lara, M. D., Nicasio Tovar, D. A., & Ruiz Torres, M. Á. (2017). Síntesis físico-química de carbón activado a partir de residuos ácidos. *Verano de la Investigación Científica*, 3(2), 2505–2509.
<http://www.repositorio.ugto.mx/bitstream/20.500.12059/4894/1/S%C3%ADntesis%20f%C3%ADsico-qu%C3%ADmica%20de%20carb%C3%B3n%20activado%20a%20partir%20de%20residuos%20%C3%A1cidos.pdf>
- Baker, F. S., Miller, C. E., Repik, A. J., & Tolles, E. D. (2000). Activated carbon. En *Kirk-Othmer Encyclopedia of Chemical Technology*. Wiley.
<https://doi.org/10.1002/0471238961.0103200902011105.a01>

- Beléndez, A. (2008). La unificación de luz, electricidad y magnetismo: la “síntesis electromagnética” de Maxwell. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 30(2), 2601.1-2601.20. <https://doi.org/10.1590/S1806-11172008000200012>
- Bradley, S. P., Hax, A. C., & Magnanti, T. L. (1977). *Applied mathematical programming*. Addison-Wesley Pub. Co.
- Bsai Seguridad y Controles. (2025, noviembre 17). *Cable de cobre recubierto THW-LS calibre 2/0 AWG 19 hilos color negro (venta por metro)*. bsai.com.mx. https://bsai.com.mx/products/cable-de-cobre-recubierto-thw-ls-calibre-2-0-awg-19-hilos-color-negro-venta-por-metro?variant=42365567434967&utm_source=Google&utm_medium=Shopping%2520Ads&utm_campaign=BSAI+FEED+2024&gad_source=1&gad_campaignid=9641223494&gclid=CjwKCAiA_dDIBhB6EiwAvzclcBAtTheFV1dbJrsD3cOlPmRZjkrH-hK38R0Mdl4vpFnR2pCr1a1R2xhoCokMQAvD_BwE
- Carbones Mexicanos. (2024). *Carbón activado*. carbonesmexicanos.com. <https://www.carbonesmexicanos.com/comprar>
- Carbotecnia. (2022). *Carbón bituminoso mineral, presentación de 25 kg*. filtrashop.com. <https://filtrashop.com/producto/carbon-activado-mineral-bituminoso-presentacion-de-25-kg/>
- Caviedes Rubio, D. I., Muñoz Calderón, R. A., Perdomo Gualtero, A., Rodríguez Acosta, D., & Sandoval, J. (2015). Tratamientos para la remoción de metales pesados comúnmente presentes en aguas residuales industriales. Una revisión. *Ingeniería y Región*, 13(1), 73–90. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5432290>
- Cazares-Palacios, I. M., Valdés-García, K. P., & De Arce, A. (2021). Estrategias de las mujeres del noreste de México para la sostenibilidad de la vida frente a la escasez del agua. *región y sociedad*, 33, e1415. <https://doi.org/10.22198/rys2021/33/1415>
- Chen, L., Gao, Z., Du, J., & Yao, P. (2007). A simultaneous optimization method for the structure and composition differences of a mass exchange network. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 15(2), 254–261. [https://doi.org/10.1016/S1004-9541\(07\)60067-6](https://doi.org/10.1016/S1004-9541(07)60067-6)

- Cheng-Liang, C., & Ying-Jyuan, C. (2006). Superstructure-based MINLP formulation for synthesis of semicontinuous mass exchanger networks. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45(20), 6728–6739. <https://doi.org/10.1021/ie0602207>
- Chipocle Enmascarado. (2024a). *Carbón activado Clarimex granular vegetal madera malla 6x20*. [articulo.mercadolibre.com.mx](https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-1451910112-carbon-activado-clarimex-granular-vegetal-madera-malla-6x20-_JM). https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-1451910112-carbon-activado-clarimex-granular-vegetal-madera-malla-6x20-_JM
- Chipocle Enmascarado. (2024b). *Carbón activado Clarimex vegetal madera malla 6x20 2ft3 13kg*. [articulo.mercadolibre.com.mx](https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-1537943743-carbon-activado-clarimex-vegetal-madera-malla-6x20-2ft3-13kg-_JM). https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-1537943743-carbon-activado-clarimex-vegetal-madera-malla-6x20-2ft3-13kg-_JM
- Comisión Federal de Electricidad, & Gobierno de México. (2025, octubre 29). *Tarifa gran demanda en media tensión ordinaria*. <https://app.cfe.mx>. <https://app.cfe.mx/Aplicaciones/CCFE/Tarifas/TarifasCREIndustria/Tarifas/GranDemandamTO.aspx>
- Cullity, B. D., & Graham, C. D. (2009). *Introduction to magnetic materials* (L. Hanzo, Ed.; Segunda). John Wiley & Sons, Inc.
- Da Costa Pimenta, C. C. (2022). La economía circular como eje de desarrollo de los países latinoamericanos. *Revista Economía y Política*, 35, 1–18. http://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?pid=S2477-90752022000100001&script=sci_arttext
- De Lara Ramos, Y., Frausto Hernández, S., Hernández Montoya, V., & Moreno Virgen, Ma. D. R. (2023). *Determinación de agentes máxicos de separación (MSAs) para la remoción de fosfatos de aguas residuales de la industria automotriz* [Tesis para obtener el grado de: Maestra En Ciencias En Ingeniería Ambiental]. Instituto Tecnológico de Aguascalientes.
- Delgadillo Velasco, L. (2021). *Design and construction of a water treatment system based on adsorption and chemical precipitation methods, for the removal of phosphate from the wastewater of an anodizing industry* [Doctor in Engineering Sciences]. Instituto Tecnológico de Aguascalientes.
- Delgadillo-Velasco, L., Hernández-Montoya, V., Cervantes, F. J., Montes-Morán, M. A., & Lira-Berlanga, D. (2017). Bone char with antibacterial properties for fluoride removal:

- Preparation, characterization and water treatment. *Journal of Environmental Management*, 201, 277–285. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2017.06.038>
- Delgadillo-Velasco, L., Hernández-Montoya, V., Rangel-Vázquez, N. A., Cervantes, F. J., Montes-Morán, M. A., & Moreno-Virgen, Ma. del R. (2018). Screening of commercial sorbents for the removal of phosphates from water and modeling by molecular simulation. *Journal of Molecular Liquids*, 262, 443–450. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2018.04.100>
- Department of Chemical Engineering. (2025, noviembre 17). *Chemical engineering plant cost index*. [training.itservices.manchester.ac.uk. https://www.training.itservices.manchester.ac.uk/public/gced/CEPCI.html?reactors/CEPCI/index.html](https://www.training.itservices.manchester.ac.uk/public/gced/CEPCI.html?reactors/CEPCI/index.html)
- DistribuMex. (2025, noviembre 17). *Cable de cobre recubierto THW-LS calibre 2/0 AWG 19 hilos color negro (venta por metro)*. [distribumex.com. https://sys.distribumex.com/cable-de-cobre-recubierto-thw-ls-calibre-2/0-awg-19-hilos-color-negro-venta-por-metro-?gad_source=1&gad_campaignid=22561608702&gclid=CjwKCAiA_dDIBhB6EiwAvzc1cK7e_XkiSowFQUtDvbK3Jy_TVK8oC25n13Dl1E6DYs7Co6U_r5fWYhoCUjoQAvD_BwE](https://sys.distribumex.com/cable-de-cobre-recubierto-thw-ls-calibre-2/0-awg-19-hilos-color-negro-venta-por-metro-?gad_source=1&gad_campaignid=22561608702&gclid=CjwKCAiA_dDIBhB6EiwAvzc1cK7e_XkiSowFQUtDvbK3Jy_TVK8oC25n13Dl1E6DYs7Co6U_r5fWYhoCUjoQAvD_BwE)
- Diwekar, U. M. (2020). *Introduction to applied optimization* (D. Ding-Zhu, Ed.; Tercera, Vol. 22). Springer Link.
- Durán-Jiménez, G., Hernández-Montoya, V., Montes-Morán, M. A., Rangel-Méndez, J. R., & Tovar-Gómez, R. (2016). Study of the adsorption-desorption of Cu²⁺, Cd²⁺ and Zn²⁺ in single and binary aqueous solutions using oxygenated carbons prepared by Microwave Technology. *Journal of Molecular Liquids*, 220, 855–864. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2016.05.027>
- Edgar, T. F., Himmelblau, D. M., & Lasdon, L. S. (2001). *Optimization of chemical processes* (E. D. Glandt, M. T. Klein, & T. F. Edgar, Eds.; Segunda). McGraw-Hill.
- El-Halwagi, M. M. (2006). *Process integration* (Vol. 7). Elsevier Inc.
- El-Halwagi, M. M., & Manousiouthakis, V. (1989). Synthesis of mass exchange networks. *AIChE Journal*, 35(8), 1233–1244. <https://doi.org/10.1002/aic.690350802>

- El-Halwagi, M. M., & Manousiouthakis, V. (1990). Automatic synthesis of mass-exchange networks with single-component targets. *Chemical Engineering Science*, 45(9), 2813–2831. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(90\)80175-E](https://doi.org/10.1016/0009-2509(90)80175-E)
- El-Halwagi, M. M., & Srinivas, B. K. (1992). Synthesis of reactive mass-exchange networks. *Chemical Engineering Science*, 47(8), 2113–2119. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(92\)80332-7](https://doi.org/10.1016/0009-2509(92)80332-7)
- Flores López, S. L., Moreno Virgen, M. R., Hernández Montoya, V., Montes Morán, M. A., Tovar Gómez, R., Rangel Vázquez, N. A., Pérez Cruz, M. A., & Esparza González, M. S. (2018). Effect of an external magnetic field applied in batch adsorption systems: Removal of dyes and heavy metals in binary solutions. *Journal of Molecular Liquids*, 269(1), 450–460. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2018.08.063>
- GAMS Development Corp. (2024, mayo 24). *System overview*. gams.com. <https://www.gams.com/products/gams/gams-language/>
- GAMS Development Corp. (2026, enero 1). *CONOPT*. gams.com. https://www.gams.com/latest/docs/S_CONOPT.html
- García Rojas, N., Villanueva Díaz, P., Campos Medina, E., & Velázquez Rodríguez, A. (2012). Análisis de la adsorción como método de pulimiento en el tratamiento de aguas residuales. *Quivera Revista de Estudios Territoriales*, 14(1), 109–129. <https://quivera.uaemex.mx/article/view/10455>
- GBonechar Carbón Activado. (2025, diciembre 3). *Carbón Activado*. bonechar.com.br. <https://www.bonechar.com.br/carvao-ativado>
- Geankoplis, C. J. (2006). *Procesos de transporte y operaciones unitarias* (Cuarta). Compañía Editorial Continental, S. A. de C. V.
- Getzlaff, M. (2008). *Fundamentals of magnetism*. Springer.
- Gilbonio Zarate, H. L. (2024). *Utilización de la isoterma de Freundlich en la termodinámica de adsorción del carbón activado de las soluciones cianuradas de Au/Ag* [Tesis doctoral para obtener el grado académico de Doctor en: Seguridad y control en minería]. Universidad nacional del centro del Perú.

- González, G. C., & Pomar Fernández, S. (2021). La economía circular en los nuevos modelos de negocio. *Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento*, 9(23). <https://doi.org/10.22201/enesl.20078064e.2021.23.79933>
- González Vázquez, O. F., Moreno Virgen, M. R., Esparza González, M. S., Hernández Montoya, V., Tovar-Gómez, R., & Durán Valle, C. J. (2020). Analysis of the effect of a magnetic field applied to a process of adsorption of water contaminants using adsorbents of different magnetic orderings. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 59(30), 13820–13830. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.0c00116>
- González Vázquez, O. F., Moreno Virgen, Ma. del R., Hernández Montoya, V., Tovar Gómez, R., Alcántara Flores, J. L., Pérez Cruz, Ma. A., & Montes Morán, M. A. (2016). Adsorption of heavy metals in the presence of a magnetic field on adsorbents with different magnetic properties. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 55(34), 9323–9331. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.6b01990>
- González-Vázquez, O. F., Moreno-Virgen, M. R., Hernández-Montoya, V., Tovar-Gómez, R., Kamaraj, S.-K., Ortiz-Morales, M., & Frausto-Reyes, C. (2022). Intensification of a continuous adsorption system by applying an external magnetic field for the removal of heavy metals in the ionic state. *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*, 181, 109140. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2022.109140>
- Green, D. W., & Perry, R. H. (2008). *Perry's chemical engineers' handbook* (Octava). McGraw-Hill.
- Griffiths, D. J. (2013). *Introduction to electrodynamics* (J. Smith, M. Steele, & C. Benson, Eds.; 4a ed.). Pearson.
- Grupo Pochteca, S. A. B. de C. V. (2024). *Carbón activado bituminoso 25 kg*. tienda.pochteca.com.mx/. <https://tienda.pochteca.com.mx/carbon-activado-bituminoso-25-kg.html>
- Haynes, W. M. (2017). *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (97a ed.). CRC Press.
- Hayt, W. H., & Buck, J. A. (2012). *Engineering Electromagnetics* (M. Lange, Ed.; 8a ed.). McGraw-Hill.

- Heidarinejad, Z., Dehghani, M. H., Heidari, M., Javedan, G., Ali, I., & Sillanpää, M. (2020). Methods for preparation and activation of activated carbon: A review. *Environmental Chemistry Letters*, 18(2), 393–415. <https://doi.org/10.1007/s10311-019-00955-0>
- Hu, Z., Srinivasan, M. P., & Ni, Y. (2001). Novel activation process for preparing highly microporous and mesoporous activated carbons. *Carbon*, 39(6), 877–886. [https://doi.org/10.1016/S0008-6223\(00\)00198-6](https://doi.org/10.1016/S0008-6223(00)00198-6)
- Jiles, D. (2015). *Introduction to magnetism and magnetic materials* (Tercera). CRC Press. https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=z-UmEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT20&dq=Introduction+to+Magnetism+and+Magnetic+Materials&ots=zJcqYxwlg7&sig=Qzj-TJ51wL57-fuw5N-v7XkoRFE&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false
- Jiménez Gutiérrez, A. (2003). *Diseño de procesos en ingeniería química* (S. A. de C. V. Reverté Ediciones, Ed.). Reverté, S. A.
- Kloster, K. (2021). *Las luchas por el agua en México (1990-2010)* (Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ed.; Primera). Universidad Autónoma de la Ciudad de México. https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=1KVKEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT7&dq=escasez+de+agua+en+m%C3%A9xico&ots=05_LvMudy1&sig=HRBqyjih4eQm0rBp8jMG2ynIpSY&redir_esc=y#v=onepage&q=escasez%20de%20agua%20en%20m%C3%A9xico&f=false
- Kumar, A., & Yusuf, S. M. (2015). The phenomenon of negative magnetization and its implications. *Physics Reports*, 556(9), 1–34. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.10.003>
- Landeta Tapia, J. J., & Agreda Oña, J. L. (2020). *Análisis bibliográfico de tipos de isothermas de adsorción Freundlich, Langmuir y Brunauer, Emmett, Teller en zeolita para la recuperación de suelos agrícolas de la provincia de Cotopaxi en el periodo 2020* [Proyecto de investigación presentado previo a la obtención del título de ingeniero en medio ambiente]. Universidad Técnica de Cotopaxi.
- M. Ruthven, D. (1984). *Principles of adsorption and adsorption processes* (John Wiley & Sons, Ed.).

- Marsh, H., & Rodríguez-Reinoso, F. (2006). *Activated carbon* (Elsevier, Ed.; 1a ed., Vol. 1). Elsevier.
<https://books.google.com.mx/books?id=UaOXSk2vFVQC&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>
- McCabe, W. L., Smith, J. C., & Harriott, P. (2007). *Operaciones unitarias en ingeniería química* (R. Del Bosque Alayón, Ed.; Séptima edición). McGraw-Hill.
- McKeehan, L. W. (2022). *Magnetismo* (S. A. Reverté Mexicana, Ed.; 1a ed., Vol. 1). Reverté Mexicana, S. A.
- Melo-Sabogal, D. V., & Contreras-Medina, L. M. (2022). ¿Cómo afecta la escasez de agua a la producción de tus alimentos y qué estrategias agrícolas se han implementado para reducir su impacto? *Digital Ciencia@UAQRO*, 15(1), 20.
<https://revistas.uaq.mx/index.php/ciencia/article/view/629>
- Molina-Sabio, M., Gonzalez, M. T., Rodriguez-Reinoso, F., & Sepúlveda-Escribano, A. (1996). Effect of steam and carbon dioxide activation in the micropore size distribution of activated carbon. *Carbon*, 34(4), 505–509. [https://doi.org/10.1016/0008-6223\(96\)00006-1](https://doi.org/10.1016/0008-6223(96)00006-1)
- NOM-001-SEDE-2012. Instalaciones eléctricas (utilización), Pub. L. No. NOM-001-SEDE-2012, Diario Oficial de la Federación (2012).
- NOM-001-SEMARNAT-2021: Límites máximos permisibles de contaminantes en las descargas de aguas residuales en cuerpos receptores nacionales., Pub. L. No. NOM-001-SEMARNAT-2021, Diario Oficial de la Federación (2021).
- Ortiz-Magdaleno, M., & Pozos-Guillén, A. (2024). Flúor en el agua: Riesgos y beneficios para la salud. *Elementos*, 135, 41–48.
- Pabón, S. E., Benítez, R., Sarria, R. A., & Gallo, J. A. (2020). Contaminación del agua por metales pesados, métodos de análisis y tecnologías de remoción. Una revisión. *Entre Ciencia e Ingeniería*, 14(27), 9–18.
- Peters, M. S., & Timmerhaus, K. D. (1991). *Plant design and economics for chemical engineers* (J. J. Carberry, J. R. Fair, W. P. Schowalter, M. Tirrell, & J. Wei, Eds.; Cuarta edición). McGraw-Hill, Inc.
- Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. (2026). *Los ODS en acción*. undp.org.
<https://www.undp.org/es/sustainable-development-goals>

- Qian, J., Susheela, A. K., Mudgal, A., & Keast, G. (1999). Fluoride in water: An overview. *WATERfront*, 13(13), 11–13.
- Rajczykowski, K., Loska, K., & Hatton, T. A. (2022). Changes of the adsorption parameters under the influence of static magnetic field. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 561(1). <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2022.169731>
- Reyes, Y. C., Vergara, I., Torres, O. E., Díaz, M., & González, E. E. (2016). Contaminación por metales pesados: Implicaciones en salud, ambiente y seguridad alimentaria. *Ingeniería, Investigación y Desarrollo*, 16(2), 66–77. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6096110>
- Rubio Clemente, A., Chica Arrieta, E. L., & Peñuela Mesa, G. A. (2013). Wastewater treatment processes for the removal of emerging organic pollutants. *Ambiente e Agua - An Interdisciplinary Journal of Applied Science*, 8(3). <https://doi.org/10.4136/ambi-agua.1176>
- Sarker, R. A., & Newton, C. S. (2008). *Optimization modelling: A practical approach*. CRC Press.
- Spaldin, N. A. (2010). *Magnetic materials: Fundamentals and applications* (Segunda). Cambridge University Press. https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=vnrOE8pQUgIC&oi=fnd&pg=PR7&dq=Magnetic+Materials:+Fundamentals+and+Device+Applications&ots=JXwbXV7Cvs&sig=d9_C8rPgbdD-PKdkbG9KpSd2s20&redir_esc=y#v=onepage&q=Magnetic%20Materials%3A%20Fundamentals%20and%20Device%20Applications&f=false
- Stöhr, J., & Siegmann, H. C. (2006). Introduction. En *Magnetism* (1a ed., Vol. 152, pp. 1–36). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-30283-4>
- Taha, H. A. (2012). *Investigación de operaciones* (G. López Ballesteros, Ed.; Novena). Pearson.
- Thomas, W. J. ., & Crittenden, B. D. . (1998). *Adsorption technology and design*. Butterworth-Heinemann.
- TodoAgua. (2024). *Carbón activado mineral bituminoso 8 x 30 10 sacos de 25 kgs*. [purificadoragua.tododeagua.mx. https://purificadoragua.tododeagua.mx/filtro/medias-filtrantes-carbon-activado-mineral-bituminoso-8-x-30-10-sacos-de-25-kgs-ca-bit-0830-0250-carbon-clean](https://purificadoragua.tododeagua.mx/filtro/medias-filtrantes-carbon-activado-mineral-bituminoso-8-x-30-10-sacos-de-25-kgs-ca-bit-0830-0250-carbon-clean)

- Treybal, R. E. (1980). *Operaciones de transferencia de masa* (A. García Rodríguez & F. J. Lozano, Eds.; Segunda edición). McGraw-Hill.
- Tubert, I., & Talanquer, V. (2018). Sobre adsorción. *Educación Química*, 8(4), 186–190. <https://doi.org/10.22201/fq.18708404e.1997.4.66595>
- Xu, Y., Cui, G., Shen, S., Xiao, Y., Zhang, G., & Yang, Q. (2023). An efficient two-step optimization method for mass exchanger network synthesis. *Chemical Engineering Science*, 273, 118631. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2023.118631>

8. ANEXOS

8.1. Anexo A

Las tablas a continuación contienen los datos para construir las funciones lineales; es decir, pendiente (m_j), intercepto con el origen (b_j) y ajuste de modelo a los datos experimentales (R^2), así como las figuras que muestran la correspondiente función de equilibrio graficada y acotada en los rangos necesarios. Esto para cada MSA empleado, a sus respectivas intensidades de campo magnético. La Tabla 8.1 corresponde al Caso de Estudio 1 en el cual el contaminante es plomo (Pb^{2+}), y la Tabla 8.2 para el Caso de Estudio 2 donde el contaminante es flúor (F^-).

Tabla 8.1. Datos de funciones de equilibrio lineales para el Caso de Estudio 1.

MSA	Intensidad (T)	Rango	m_j	b_j	R^2	Figura
B	0	1	0.0179	-94.4453	0.9540	Figura 8.1
		2	0.0418	-1199.8126	0.9959	
	0.4	1	0.0180	-84.8550	0.9610	Figura 8.2
		2	0.0415	-1162.6923	0.9955	
	1	1	0.0125	-54.8802	0.9712	Figura 8.3
		2	0.0495	-2454.1855	0.9542	
C	0	1	0.0070	0.0000	1.0000	Figura 8.4
		2	0.0834	-1023.4110	0.9572	
		3	0.2854	-4718.1734	0.9803	
	0.4	1	0.0062	0.0000	1.0000	Figura 8.5
		2	0.1118	-1579.7402	0.9522	
		3	0.4194	-7294.8463	0.9770	
	1	1	0.0074	0.0000	1.0000	Figura 8.6
		2	0.1001	-1208.5536	0.9571	
		3	0.3481	-5464.4989	0.9798	
BC	0	1	0.0014	-13.8763	0.9821	Figura 8.7
		2	0.0051	-792.0494	0.9525	
		3	0.0722	-21391.4584	1.0000	
	0.4	1	0.0013	-18.7280	0.9683	Figura 8.8
		2	0.0036	-502.0554	1.0000	
		3	0.0101	-2196.7545	1.0000	
		4	0.0430	-12165.3753	1.0000	
	1	1	0.0015	-37.4656	0.9542	Figura 8.9
		2	0.0075	-1708.5286	1.0000	
		3	-0.4067	134276.4033	1.0000	

Tabla 8.2. Datos de funciones de equilibrio lineales para el Caso de Estudio 2.

MSA	Intensidad (T)	Rango	m_j	b_j	R^2	Figura
B	0	1	0.0414	0.0000	1.0000	Figura 8.10
		2	1.4797	-634.6476	0.9544	
	0.4	1	0.0341	0.0000	1.0000	Figura 8.11
		2	0.4111	-198.4812	0.9568	
		3	2.1855	-1226.1349	1.0000	
	1	1	0.0294	0.0000	1.0000	Figura 8.12
		2	0.6652	-390.5424	0.9584	
C	0	1	0.0100	0.0000	1.0000	Figura 8.13
		2	0.1249	-55.1783	0.9780	
	0.4	1	0.0084	0.0000	1.0000	Figura 8.14
		2	0.1390	-71.2858	0.9733	
	1	1	0.0104	0.0000	1.0000	Figura 8.15
		2	0.1072	-45.2109	0.9801	
BC	0	1	0.0006	0.0000	1.0000	Figura 8.16
		2	0.0041	-8.1100	0.9693	
		3	0.0218	-92.6067	0.9569	
	0.4	1	0.0013	-0.0419	0.9870	Figura 8.17
		2	0.0053	-10.8297	0.9515	
		3	0.0280	-137.2265	0.9786	
	1	1	0.0012	-0.0525	0.9849	Figura 8.18
		2	0.0036	-6.0310	1.0000	
		3	0.0106	-37.3549	0.9743	
		4	0.0361	-195.4768	1.0000	

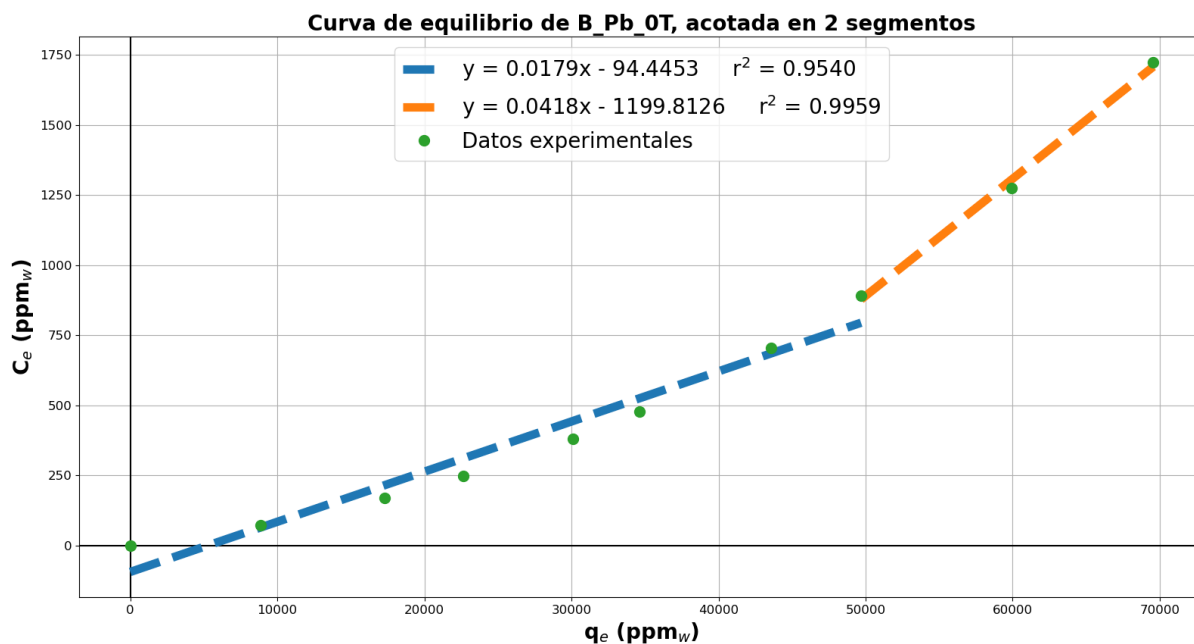


Figura 8.1. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa sin campo magnético, Caso de Estudio 1.

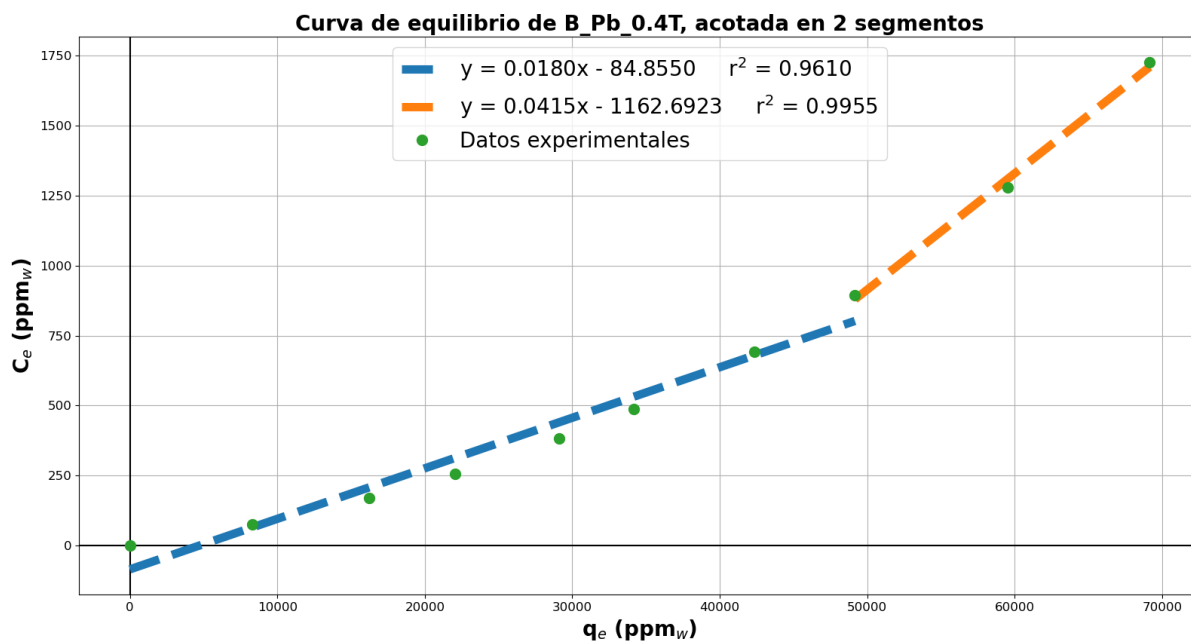


Figura 8.2. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 1.

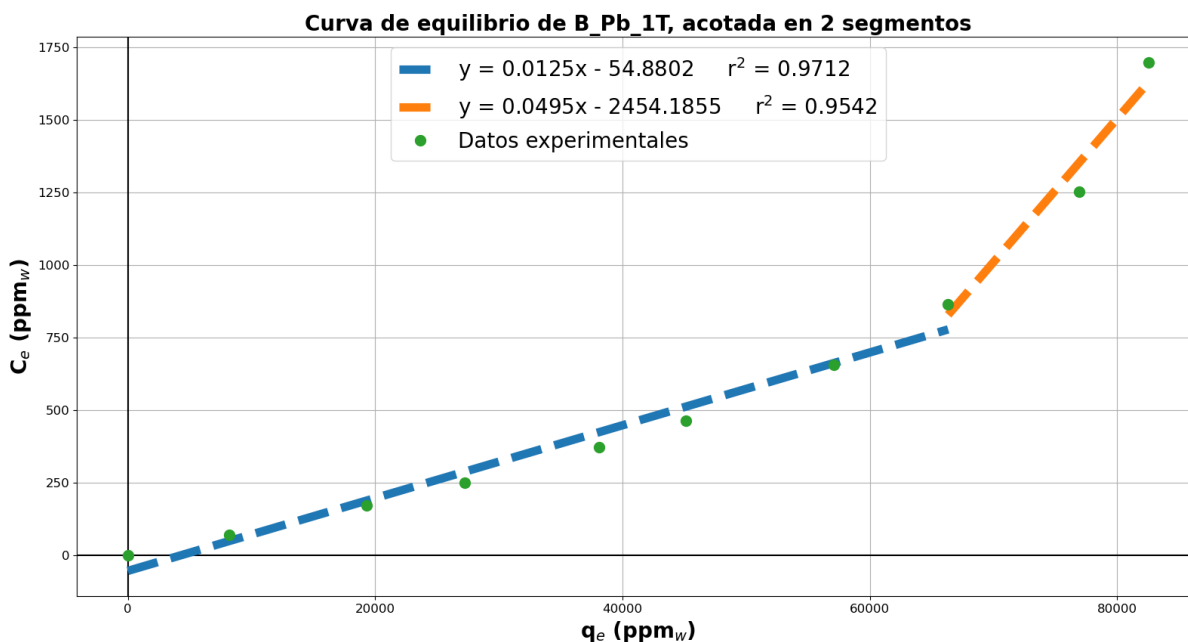


Figura 8.3. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 1.

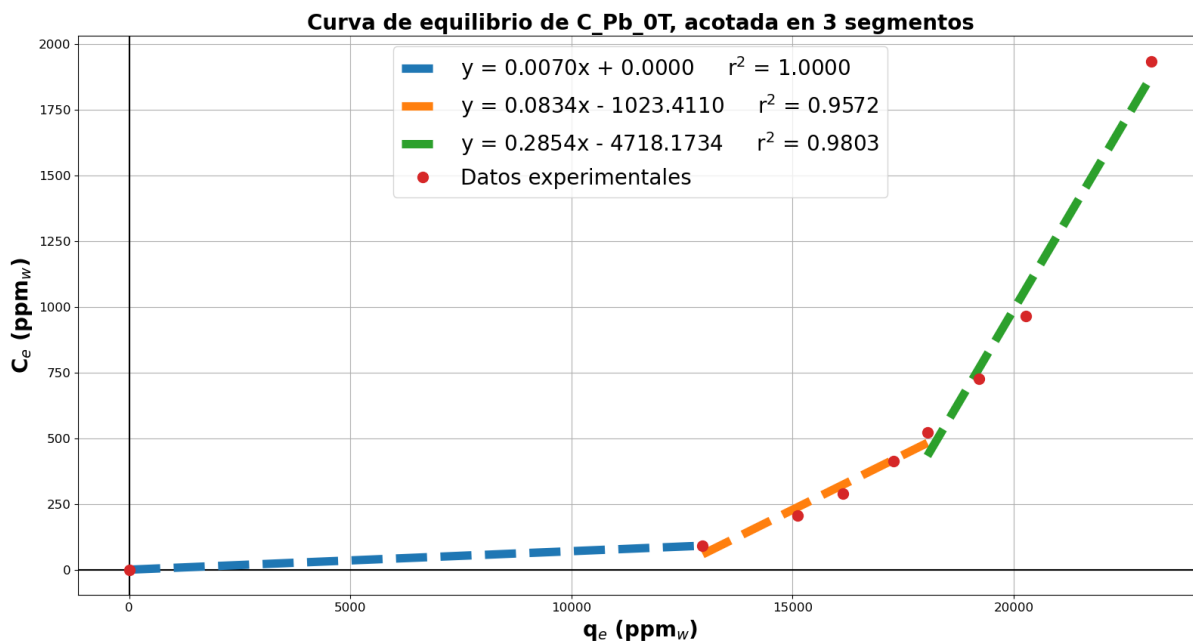


Figura 8.4. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal sin campo magnético, Caso de Estudio 1.

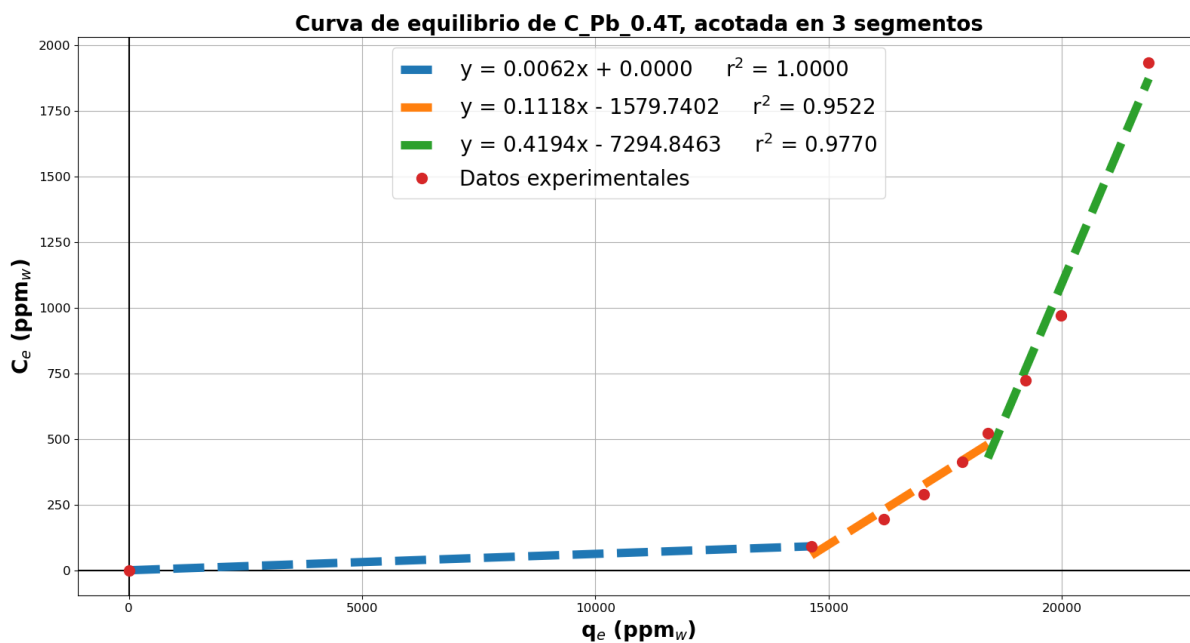


Figura 8.5. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 1.

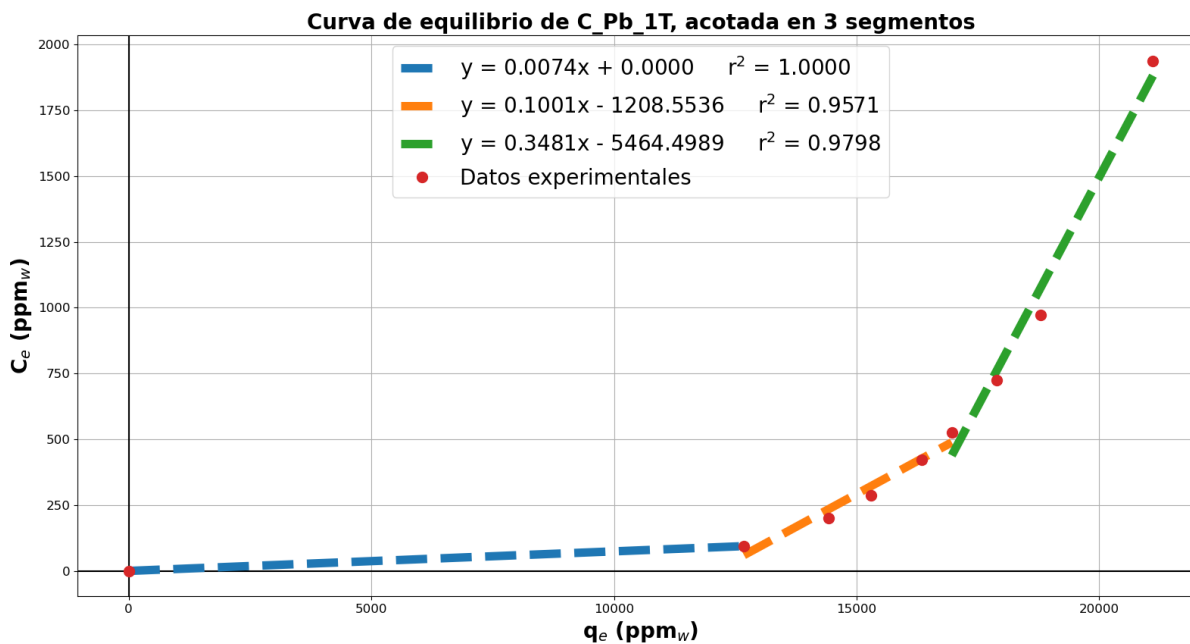


Figura 8.6. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 1.

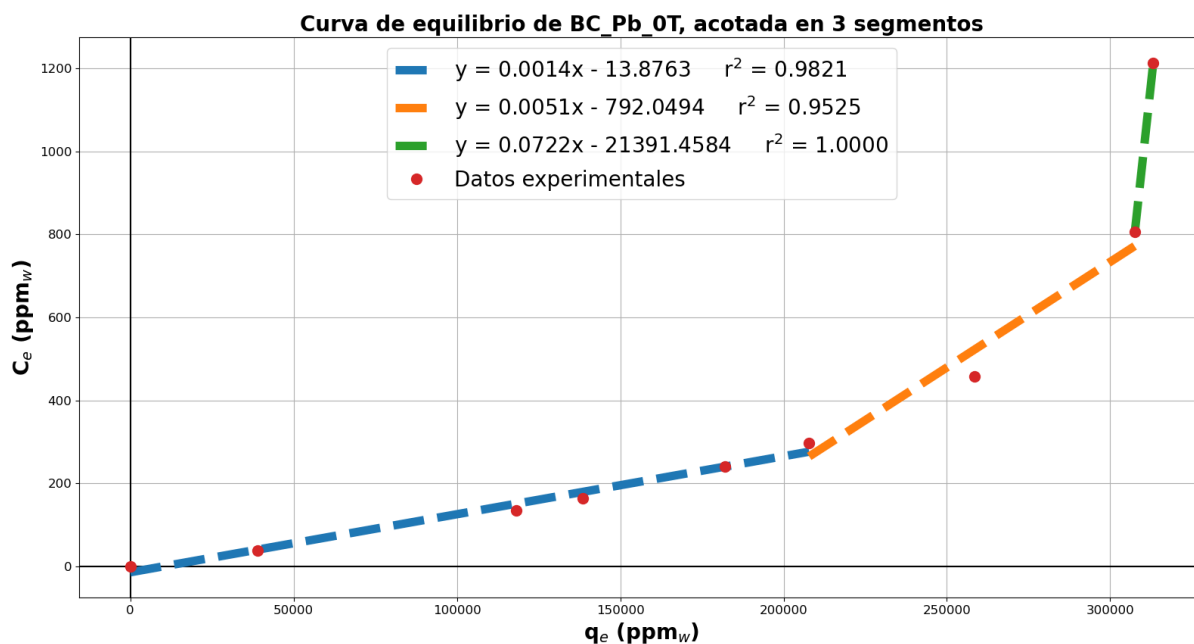


Figura 8.7. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso sin campo magnético, Caso de Estudio 1.

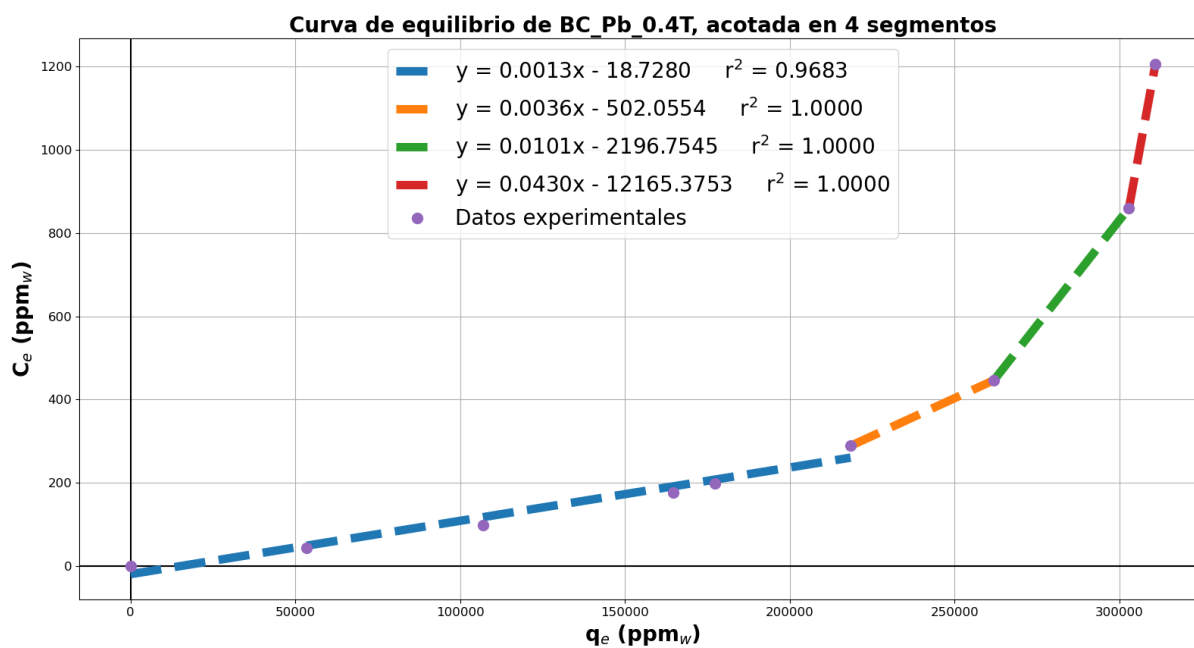


Figura 8.8. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 1.

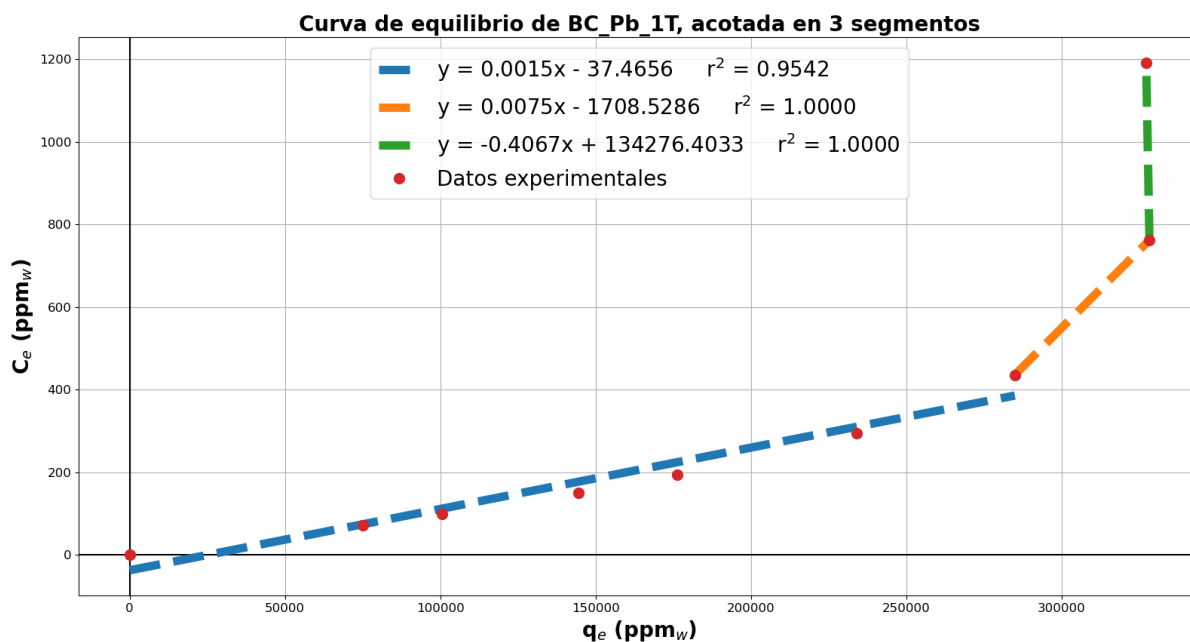


Figura 8.9. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 1.

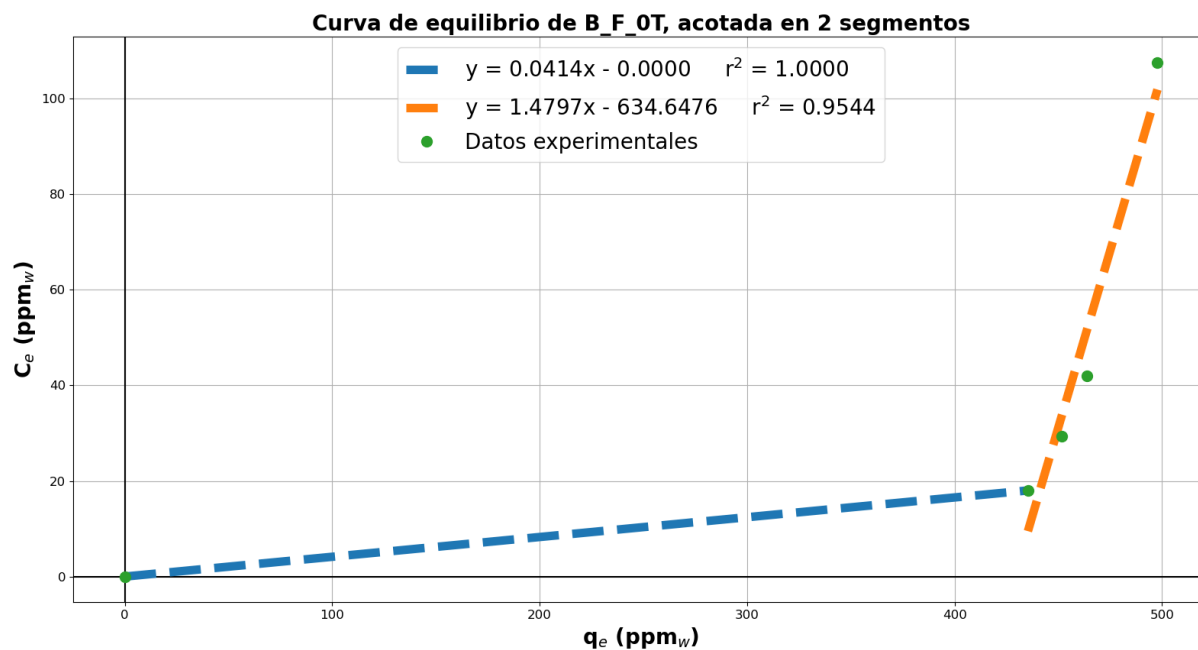


Figura 8.10. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa sin campo magnético, Caso de Estudio 2.

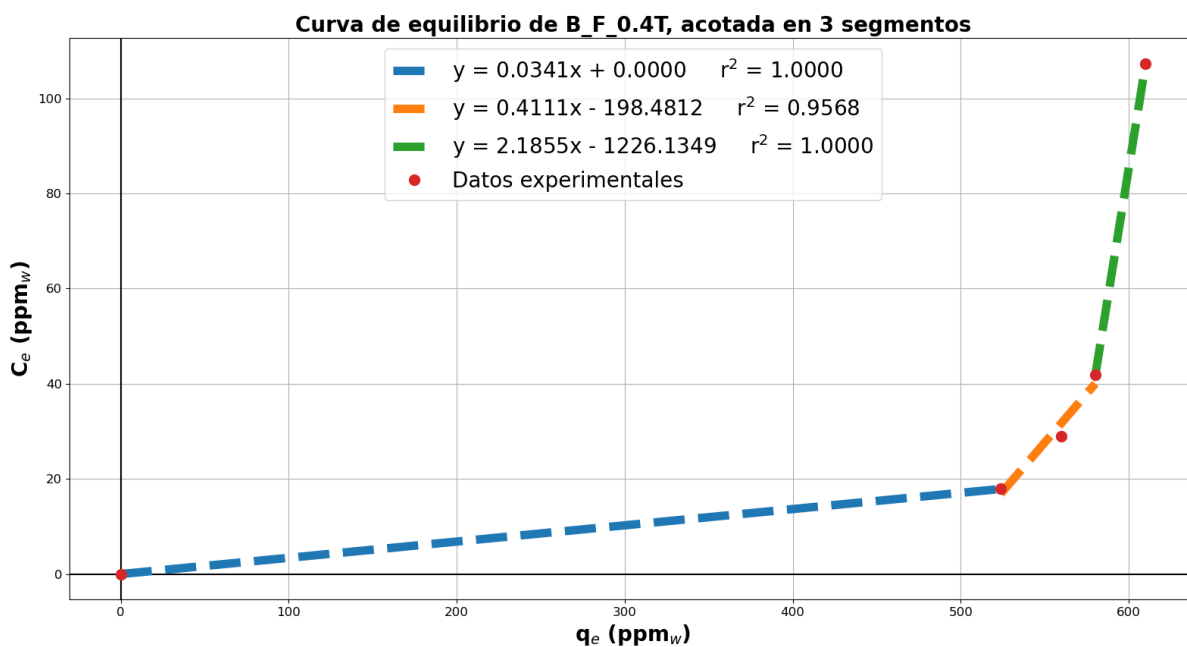


Figura 8.11. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 2.

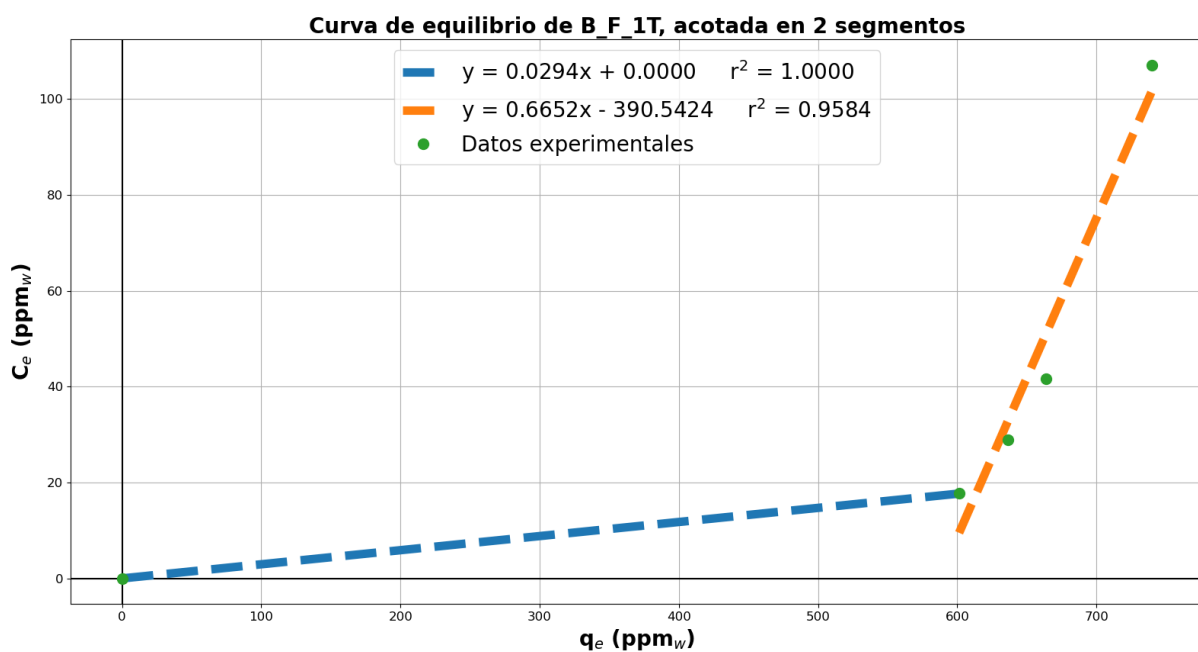


Figura 8.12. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de hulla bituminosa con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 2.

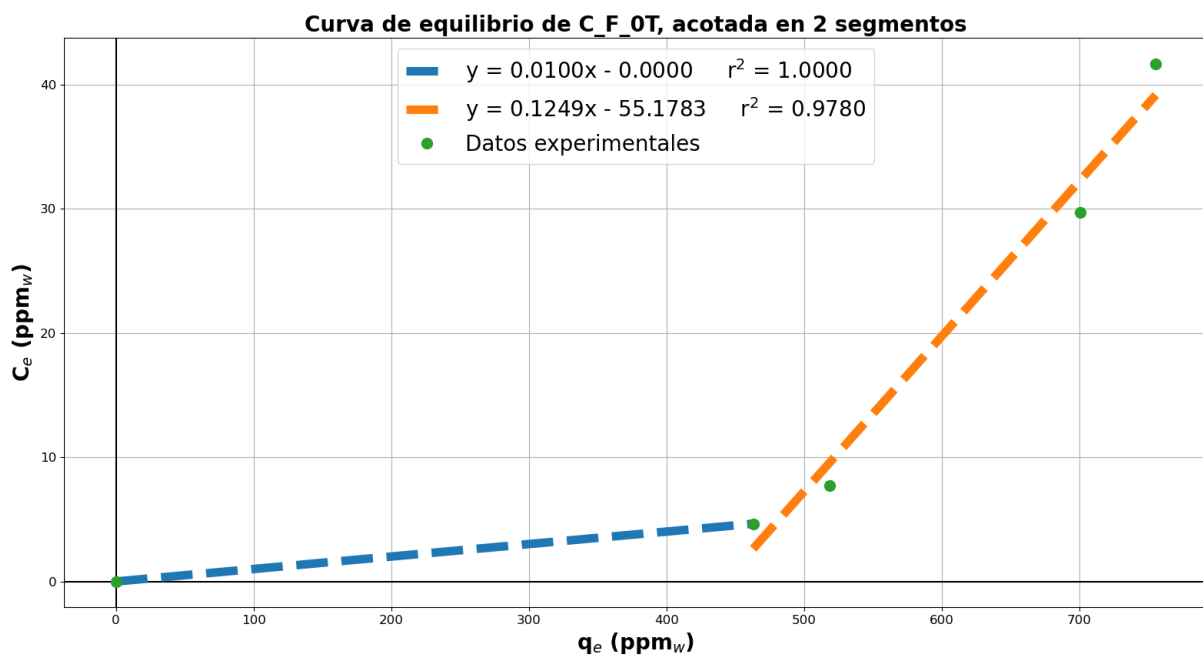


Figura 8.13. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal sin campo magnético, Caso de Estudio 2.

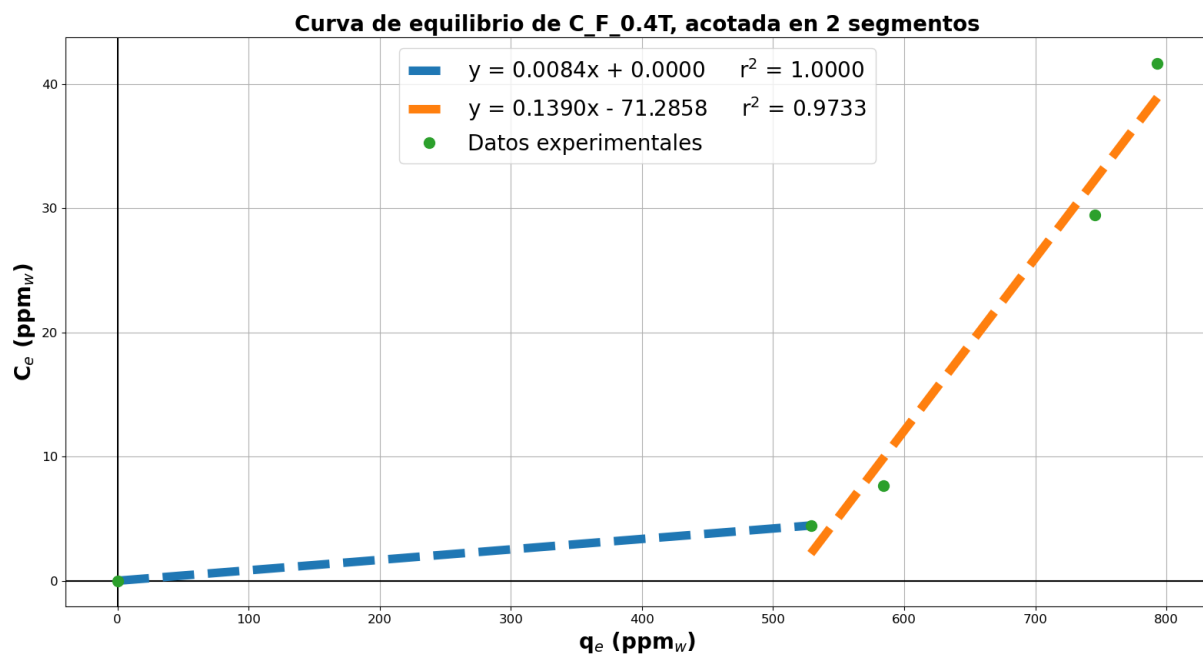


Figura 8.14. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 2.

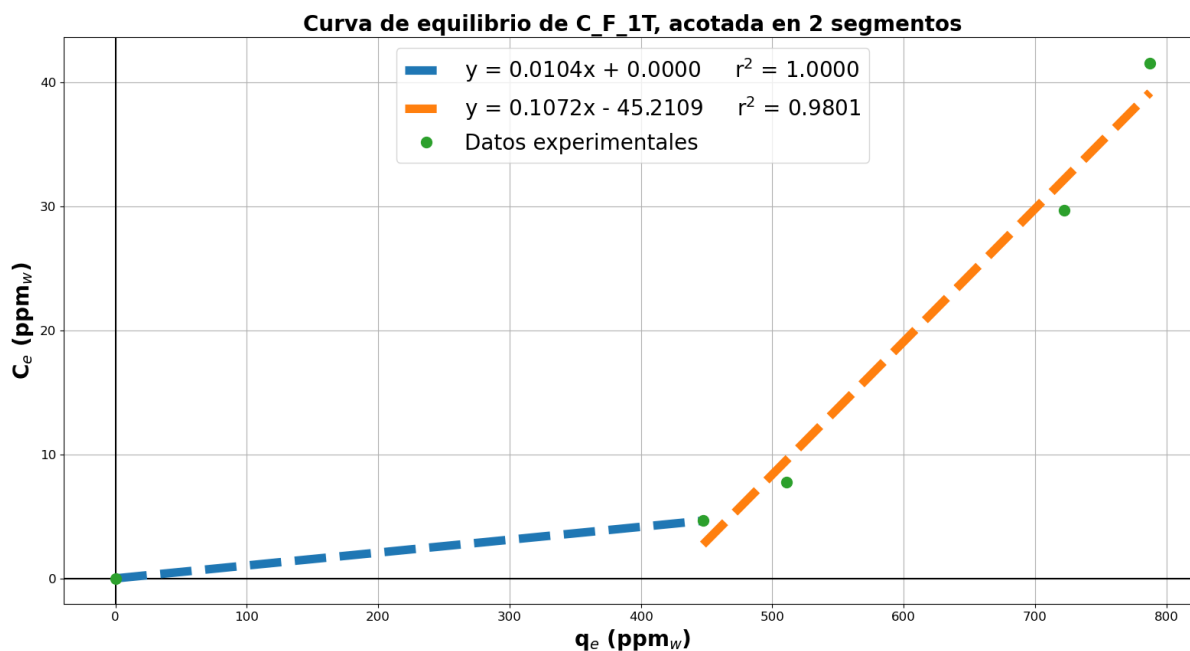


Figura 8.15. Curva de equilibrio acotada para carbón vegetal con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 2.

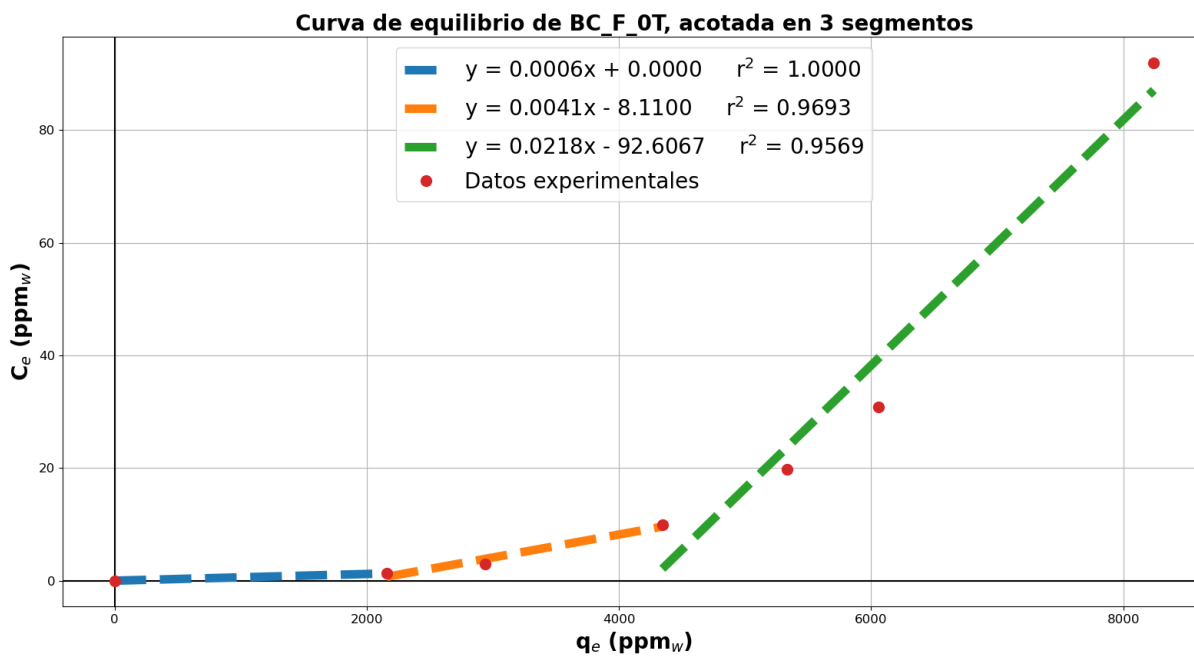


Figura 8.16. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso sin campo magnético, Caso de Estudio 2.

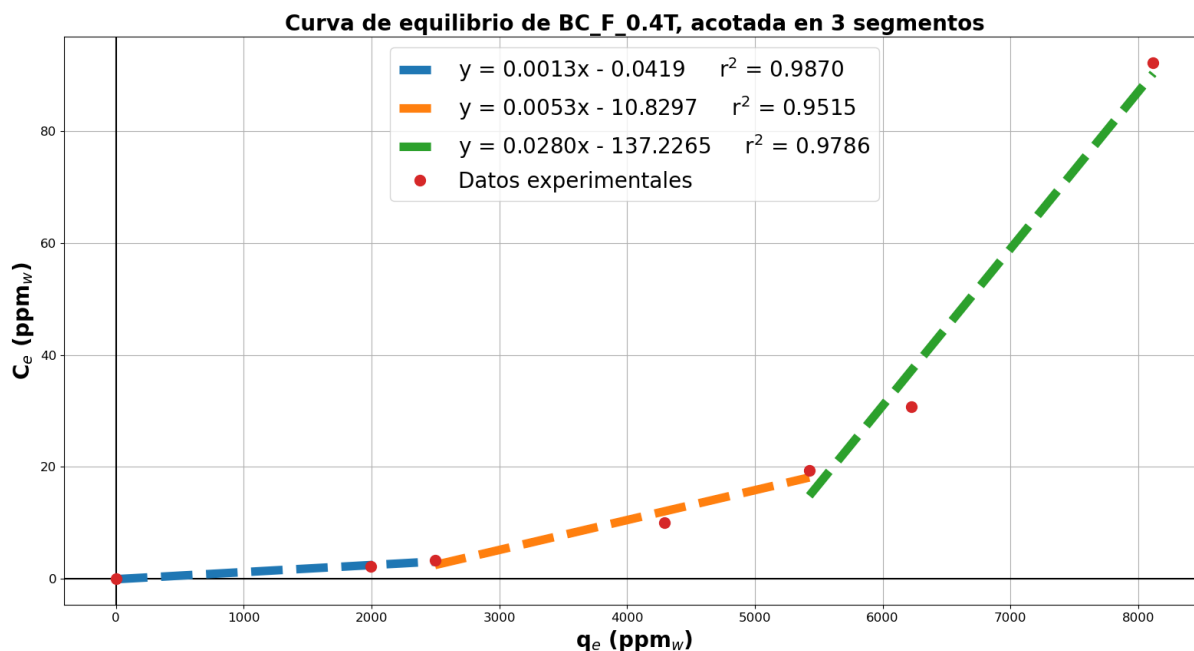


Figura 8.17. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 0.4 T de intensidad, Caso de Estudio 2.

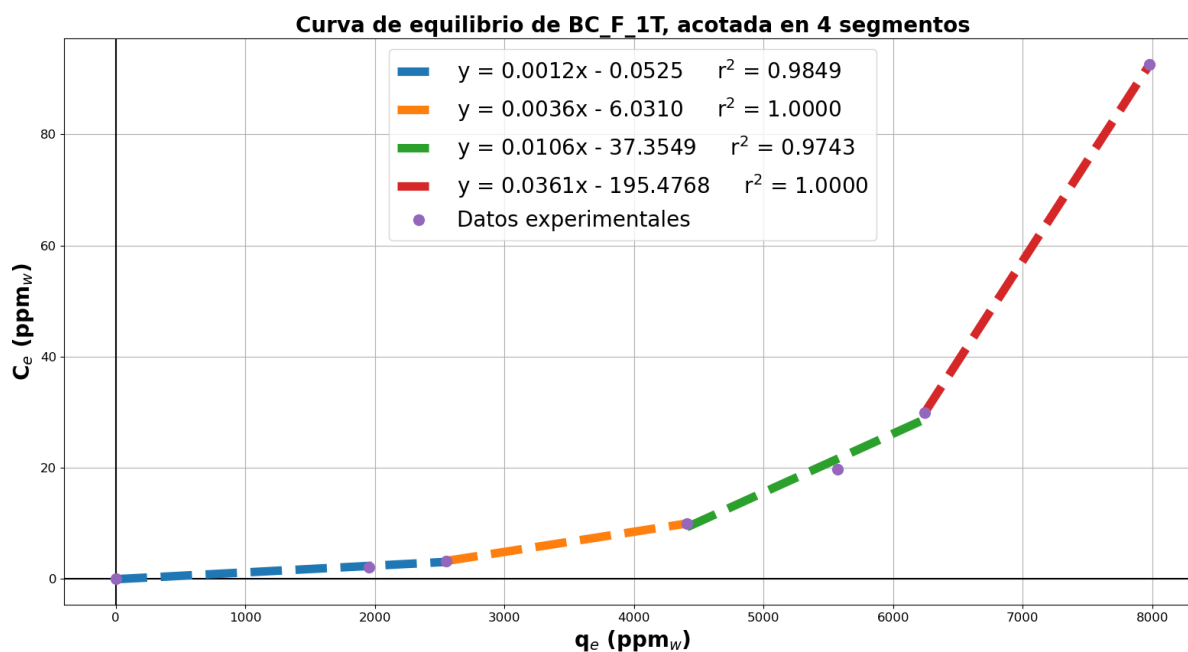


Figura 8.18. Curva de equilibrio acotada para carbón activado a partir de cenizas de hueso con campo magnético a 1 T de intensidad, Caso de Estudio 2.

8.2. Anexo B

Código en lenguaje Python creado en el entorno Spyder para automatizar el desarrollo de la metodología descrita en los apartados Determinación de Funciones de Equilibrio, Criterio de Selección de los MSAs y Construcción del Diagrama de Intercambio de Masa. Este código brinda las curvas de equilibrio y el Diagrama de Intercambio de Masa para el Caso de Estudio 1, para el Caso de Estudio 2 o cualquier otro caso, se debe modificar la sección de “Inputs necesarios” con los datos del caso de estudio en cuestión y los archivos con extensión csv que contengan los datos de equilibrio de las opciones de MSAs disponibles.

```
# -*- coding: utf-8 -*-
```

```
"""
```

```
Created on Wed Nov 27 21:12:39 2024
```

```
@author: raymu
```

```
"""
```

```
'''
```

```
ITA - MCIA
```

```
Raymundo Rodriguez Ruiz Esparza
```

```
Proyecto de Maestría
```

```
Mediante este script se determina el modelo de regresión lineal que mejor se ajuste a las isothermas de adsorción y se construye el DIM correspondiente
```

```
'''
```

```
'Prerrequisitos de cualquier código'
```

```
# Importación de librerías
```

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
import matplotlib.ticker as ticker
```

```

import pandas as pd
from sklearn.linear_model._base import LinearRegression
from sklearn.metrics import r2_score

# Cerrado de cualquier gráfica abierta
plt.close('all')

'Inputs necesarios'
# Variable para generar gráficas (1 = Sí)
graf_iso = 1      # Isotermas y funciones lineales
graf_DIM = 1      # Diagrama de Intercambio de Masa

# Número de corrientes ricas (R), flujo (G) y concentraciones de entrada (Yin)
# y máxima permitida de salida (Yout)
G   = 55      # L/s
Yin = 500     # ppm-peso
Yout = 0.2    # ppm-peso

# Datos de equilibrio de MSAs, precios, valores de epsilon y r^2 permisible, respectivamente
read = np.array(['B_Pb_0T.csv', 'B_Pb_0.4T.csv', 'B_Pb_1T.csv', 'C_Pb_0T.csv',
'C_Pb_0.4T.csv', 'C_Pb_1T.csv', 'BC_Pb_0T.csv', 'BC_Pb_0.4T.csv', 'BC_Pb_1T.csv'])
# El primer par de datos para ambas fases debe ser 0
pre = np.array([90, 90, 90, 115, 115, 115, 156, 156, 156]) # $MXN/kg      Uno
por cada MSA
eps = np.array([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]) # Valores sugeridos (a optimizar) Uno por cada
MSA
tol = 0.95      # Menor valor = menos funciones

'Inicio de código autónomo'

```

'''

Ciclo Global

Este ciclo determina las funciones de equilibrio lineales necesarias para describir la totalidad de cada isoterma, mediante descomponer cada isoterma de la variable "read" en rangos donde se presenten comportamientos que una función lineal pueda describir con el ajuste r^2 mínimo determinado en la tolerancia

'''

Variables vacías para concatenarles los valores calculados

Valores de modelos lineales

m = np.array([])

b = np.array([])

r2 = np.array([])

epsilon = np.array([]) # Diferencia mínima de composición

Rangos en escala x_j e y_i de cada función lineal.

xs = np.array([])

xt = np.array([])

xs_y = np.array([])

xt_y = np.array([])

Variables para el DIM

Rangos en escala de x_j y cálculo del costo

xs_DIM = np.array([])

xt_DIM = np.array([])

xmax = np.array([])

costo = np.array([])

Rangos en escala de y

```

xs_y_DIM= np.array([])
xt_y_DIM= np.array([])
y_s    = np.array([])
y_t    = np.array([])

# Orden de MSAs
FL     = np.array([])

# Nombres de rango de cada función lineal para CID
NS     = np.array([])

# Variables para ciclos
k      = 0          # Contador de iteraciones para Ciclo de Funciones Lineal

for i in range(len(read)):

    # Lectura, conversión y ordenamiento de los datos para poder trabajarse
    df = np.array(pd.read_csv(read[i])) # Primera columna q, segunda columna Ce. Datos crudos
    acotados

    # Determinación de ejes para modelo lineal
    x  = df[:, 0].reshape(-1,1) # Corriente pobre (q)
    y  = df[:, 1]              # Corriente rica (Ce)

    # Variables que guardan los valores originales
    yo = y*1
    xo = x*1

'''
Ciclo de Funciones Lineales

```

Mediante este ciclo se obtienen todas las funciones lineales que permiten describir el total del comportamiento de una isoterma completa

'''

Variable que lleva el conteo de dónde se hizo el último corte al eje x
para la función lineal anterior

cor = 0

Variable para empezar el Ciclo de Funciones Lineales

x_c = 0

Checkpoint del valor de k con el que inicia el Ciclo de Acotamiento

kin = k

while x_c != xo[-1, 0]:

'''

Ciclo de Acotamiento

Este ciclo ajusta cada función lineal a un rango en que el ajuste es el aceptado en la tolerancia

'''

Variable para llevar el conteo de iteraciones y el valor de r2

n, r = 0, 0

Valores de x recortados hasta el último valor de la función lineal anterior

x = xo[cor:]

y = yo[cor:]

while r < tol:

```

# Creación de modelo de regresión lineal ajustado a los datos
model = LinearRegression(fit_intercept=True)
model.fit(x, y)

# Predicción de valores de y según los modelos construidos y cálculo de r2
y_pred = model.predict(x)
r = r2_score(y, y_pred)

if r < tol:

    # Recorte de datos experimentales
    x = x[:-1]
    y = y[:-1]

# Paro de emergencia
n = n + 1
if n >= 100:
    print(f'Máximo de iteraciones ({n}) en Ciclo de Acotamiento')
    break

'Guardado de valores'
# Del modelo
m = np.append(m, model.coef_[0])
b = np.append(b, model.intercept_)
r2 = np.append(r2, r)

# De intervalos de operación
xs = np.append(xs, x[0])
xt = np.append(xt, x[-1])

```

```

# Del epsilon
epsilon = np.append(epsilon, eps[i])

# Del valor máximo que puede tomar x según la Yin

# Verificar los rangos de operación en escala de y
# Si es el rango 1, se calcula el inicio del rango
if k-kin == 0:
    if m[k]*xs[k] + b[k] < 0:
        y_s = np.append(y_s, 0)
    else:
        y_s = np.append(y_s, m[k]*xs[k] + b[k])

# Si es otro rango, se empieza a partir del final del rango anterior
else:
    y_s = np.append(y_s, y_t[k-1])

# Se calcula el final del rango
y_t = np.append(y_t, m[k]*xt[k] + b[k])

# Determinar si dentro de este rango está la concentración inicial
if Yin < y_t[k]:
    if Yin > y_s[k]:

# Si lo está, entonces se calcula el valor máximo de salida
xmax = np.append(xmax, (Yin - b[k])/m[k] - epsilon[k])

# Del nombre por rango de operación
NS = np.append(NS, read[i][-4] + f' Rango {k-kin+1}')
```

```

# Variable para agrupar las funciones lineales de una misma curva de equilibrio
FL    = np.append(FL, i)

# Del ciclo
cor    = cor + x.shape[0] - 1
x_c    = xt[k]

# Progresión de valor de k y paro de emergencia
k = k + 1
if k >= 100:
    print(f'Máximo de iteraciones ({k}) en Ciclo de Funciones Lineales')
    break

# Checkpoint del valor de k al final del Ciclo de Acotamiento
kfin = k

'Gráficas de los datos y la regresión'
if graf_iso == 1:

    plt.figure(f'CE_{read[i][:-4]}')
    plt.title(f'Curva de equilibrio de {read[i][:-4]}, acotada en {kfin - kin} segmentos', fontsize
= 20, fontweight = 'black')
    plt.axhline(color = 'black')
    plt.axvline(color = 'black')
    for g in range(kin, kfin):
        if b[g] < 0:
            plt.plot((xs[g], xt[g]), (m[g]*xs[g]+b[g], m[g]*xt[g]+b[g]), '--', label = f'y =
{m[g]:.4f}x - {abs(b[g]):.4f}   r$^2$ = {r2[g]:.4f}', linewidth = 8)
        else:

```

```

plt.plot((xs[g], xt[g]), (m[g]*xs[g]+b[g], m[g]*xt[g]+b[g]) , '--', label = f'y =
{m[g]:.4f}x + {abs(b[g]):.4f}    r$^2$ = {r2[g]:.4f}', linewidth = 8)
plt.plot(xo, yo,'o', label = 'Datos experimentales', markersize = 10)
plt.xlabel('q$_e$ (ppm$_w$)', fontsize = 20, fontweight = 'bold')
plt.ylabel('C$_e$ (ppm$_w$)', fontsize = 20, fontweight = 'bold')
plt.yticks(fontsize = 12)
plt.xticks(fontsize = 12)
plt.grid()
plt.legend(fontsize = 20)

```

'Construcción de Tabla CID'

Rango de concentraciones de corriente rica

```
y_CID = np.array([Yin, Yout])
```

Títulos de tabla

```
C_R = ['y']
```

```
C_L = [f'x {j}' for j in range(1, len(NS) + 1)]
```

```
F_R = ['R']
```

```
F_L = [f'{NS[j]}' for j in range(len(NS))]
```

Generación de tabla completa sin datos

```
CID = pd.DataFrame(index = F_R + F_L, columns = C_R + C_L)
```

```
CID = CID.loc[CID.index.repeat(2)]
```

Llenado de los datos conocidos

```
for c in range(len(NS) + 1):
```

```
    for f in range(c*2, c*2 + 2):
```

```
        if c == 0:
```

```
            CID.iloc[f, c] = y_CID[f]
```

```
        elif f == c*2:
```

```

        CID.iloc[f, c] = xs[c-1]
    else:
        CID.iloc[f, c] = xt[c-1]

# Cálculo de los datos faltantes

# Columnas en escalas de y
for j in range(len(NS)):
    for f in range(2+j*2, 4+j*2):
        CID.iloc[f, 0] = m[j]*(CID.iloc[f, j + 1] + epsilon[j]) + b[j]

# Guardado de valores de xs y xt en escala de y para cada rango
if f == 2+j*2:
    xs_y = np.append(xs_y, CID.iloc[f, 0])
    if xs_y[j] < 0:
        xs_y[j] = 0

else:
    xt_y = np.append(xt_y, CID.iloc[f, 0])
    if xt_y[j] < 0:
        xt_y[j] = 0

# Columnas en escalas de x
for c in range(1, len(NS) + 1):
    j = c - 1
    for f in range(len(CID)):
        if pd.isna(CID.iloc[f, c]):
            CID.iloc[f, c] = (CID.iloc[f, 0] - b[j])/m[j] - epsilon[j]

'Diagrama de Intercambio de Materia'
```

```

# Eje vertical
Gy      = y_CID*G/10**3      # g contaminante / s

# Determinación de xs en el primer rango de cada MSA
for j in range(len(FL)):

    # Al no haber FL[-1] se entiende que cuando j=0 estamos en el primer rango
    if j == 0:
        xs_DIM = np.append(xs_DIM, xs[j])
        xs_y_DIM = np.append(xs_y_DIM, xs_y[j])

    # Si el valor anterior de FL es diferente al actual, estamos en un nuevo rango
    elif FL[j] != FL[j - 1]:
        xs_DIM = np.append(xs_DIM, xs[j])
        xs_y_DIM = np.append(xs_y_DIM, xs_y[j])

# Determinación de xt en el último rango de cada MSA
for j in range(len(FL)):

    # Al llegar al último valor de FL no existe uno posterior, por lo que se genera
    # para que el código no marque error
    if j == (len(FL) - 1):
        FL = np.append(FL, FL[j] + 1)

    # Si el próximo valor de FL es diferente, entonces estamos en el último rango
    if FL[j] != FL[j + 1]:
        xt_DIM = np.append(xt_DIM, xt[j])
        xt_y_DIM = np.append(xt_y_DIM, xt_y[j])

    # Cálculo de xt según el valor de yin y con la función lineal correcta

```

```

# Orden según costo de remoción ascendente

# Determinación del costo por remoción de contaminante de cada MSA
for i in range(len(read)):
    costo = np.append(costo, pre[i]/((xmax[i]-xs_DIM[i])*10**(-6)))

# Reacomodo de variables según costo de remoción
reac = np.argsort(costo)
xmax = xmax[reac]
xs_y_DIM= xs_y_DIM[reac]
xt_y_DIM= xt_y_DIM[reac]
xt_DIM_r= xt_DIM[reac]
xs_DIM_r= xs_DIM[reac]
read = read[reac]

# Generación de Diagrama de Intercambio de Masa (DIM)
if graf_DIM == 1:
    jump = -Gy[0]*0.2
    fig, ax = plt.subplots(num = f'DIM_{read[0][-11:-4]}')
    plt.title('Diagrama de Intercambio de Masa', fontsize = 20, fontweight = 'black')
    plt.xlabel('Concentración en escala de y (ppm-peso)', fontsize = 15, fontweight = 'bold')
    plt.ylabel('g de contaminante$/s$', fontsize = 15, fontweight = 'bold', loc = 'top')
    plt.axhline(color = 'black')
    plt.axvline(color = 'black')
    ax.set_xlim(0, max(CID.iloc[:, 0]))
    ax.grid(axis = 'x')
    ax.grid(axis = 'y')
    plt.plot(y_CID, Gy, '-', label = "Corriente Rica", color = 'purple')

```

```

plt.annotate(", xy=(y_CID[-1], Gy[-1]), xytext=(y_CID[0], Gy[0]),
            arrowprops=dict(color = 'purple', width=2, headwidth=10))
for j in range(len(read)):
    line, = plt.plot([xs_y_DIM[j], xt_y_DIM[j]], [jump + jump*j, jump + jump*j],
                    '-',label = f'{read[j][:4]}')
    plt.annotate(", xy=(xt_y_DIM[j], jump + jump*j), xytext=(xs_y_DIM[j], jump + jump*j),
                arrowprops=dict(color = line.get_color(), width=2, headwidth=10))
    ax.text(xs_y_DIM[j],    jump    +    jump*j,    f'{xs_DIM_r[j]:.2f}',    fontsize=12,
verticalalignment='center', horizontalalignment='right')
    ax.text(xt_y_DIM[j],    jump    +    jump*j,    f'{xt_DIM_r[j]:.2f}',    fontsize=12,
verticalalignment='center', horizontalalignment='left')
    ax.yaxis.set_major_locator(ticker.MaxNLocator(integer=True))
    y_ticks = [tick for tick in ax.get_yticks() if tick > 0]
    ax.set_yticks(y_ticks)
    ax.yaxis.set_major_formatter(ticker.FormatStrFormatter("%.2f"))
    plt.yticks(fontsize = 12)
    plt.xticks(fontsize = 12)
    plt.legend(fontsize = 15)
    plt.show()
    plt.tight_layout()

```

8.3. Anexo C

Código programado en General Algebraic Modeling System (GAMS) que arroja como resultado los parámetros de diseño optimizados para minimizar el CAT para resolver el Caso de Estudio 1.

\$TITLE DISEÑO ÓPTIMO DE INTERCAMBIADOR DE MASA

\$TITLE CON EFECTO MAGNÉTICO DE UNA BOBINA SOLENOIDE

\$TITLE PARA EL CASO DEL PB

\$TITLE USANDO BC

SCALAR

* CONDICIONES DEL PROBLEMA

G FLUJO DE LA CORRIENTE RICA (L POR S) /55.0/

Y_IN CONCENTRACIÓN INICIAL DE CONTAMINANTE EN CORRIENTE RICA (MG POR L) /500.0/

Y_OUT CONCENTRACIÓN OBJETIVO (MG POR L) /0.2/

X2_IN CONCENTRACIÓN INICIAL DE CONTAMINANTE EN MSA2 (MG POR KG) /0.0/

X1_MAX CONCENTRACIÓN MÁXIMA QUE PUEDE ALCANZAR EL MSA1 (MG POR KG) /294470.48/

* FUNCIÓN DE EQUILIBRIO

M1 PENDIENTE DE LA FUNCIÓN DE EQUILIBRIO DEL MSA 1 (KG POR L) /0.0075/

M2 PENDIENTE DE LA FUNCIÓN DE EQUILIBRIO DEL MSA 2 (KG POR L) /0.0015/

B1 INTERCEPTO CON EL ORIGEN DEL MSA 1 (MG POR L) /-1708.5286/

B2 INTERCEPTO CON EL ORIGEN DEL MSA 2 (MG POR L) /-37.4656/

* PARÁMETROS DEL EQUIPO Y SU OPERACIÓN

TOC	TIEMPO DE OPERACIÓN DE CADA CICLO (S POR CICLO)	/43200/
CICLOS	CICLOS EFECTUADOS EN UN AÑO (CICLOS POR AÑO)	/50/
AREA	ÁREA INTERFACIAL EFECTIVA (M2 DE ÁREA SUPERFICIAL POR M3 DE LECHO)	/4921.7/
VIDA_EQ	AÑOS DE VIDA ÚTIL DEL EQUIPO (AÑOS)	/11/

* PROPIEDADES DEL MSA

DP	DIÁMETRO MEDIO DE PARTÍCULA (M)	/6.705E-4/
PORO	POROSIDAD	/0.6/
COST	COSTO DEL MSA (\$MXN POR KG)	/156/

* PROPIEDADES DEL CONTAMINANTE Y SU MEDIO

V_B	VISCOSIDAD DEL AGUA A 303.15 K (KG POR M Y S)	/8.007E-4/
RHO_B	DENSIDAD DEL AGUA A 303.15 K (KG POR M3)	/995.68/
NSC	NÚMERO DE SCHMIDT	/1252.1/

* PARÁMETROS DEL CAMPO MAGNÉTICO

B	DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO (TESLA)	/0.06/
PER_0	PERMEABILIDAD MAGNÉTICA EN EL VACIO (TESLA POR M SOBRE AMPERE)	/1.2566E-6/
PER_REL	PERMEABILIDAD MAGNÉTICA RELATIVA DEL MATERIAL DENTRO DEL SOLENOIDE	/1/
COST_KWH	PRECIO DEL KILOWATT HORA (\$MXN POR KWH)	/1.69/
R	RESISTIVIDAD ELÉCTRICA DEL COBRE (OHM SOBRE METRO)	/1.68E-8/
A_CU	ÁREA TRANSVERSAL DEL ALAMBRE DE COBRE EMPLEADO (M2)	/6.743e-3/
COST_CU	PRECIO DEL METRO DE ALAMBRE DE COBRE (\$MXN POR M)	/220/

VIDA_ELE AÑOS DE VIDA ÚTIL ESTIMADOS PARA EQUIPO ELÉCTRICO (AÑOS)
/12/

POSITIVE VARIABLES

L,

* FLUJO DE MSA NECESARIO (KG POR S)

X1_OUT,

* CONCENTRACIÓN DE SALIDA DEL MSA1 (MG POR KG)

NTU,

* NÚMERO DE UNIDADES DE TRANSFERENCIA

HTU,

* ALTURA DE LAS UNIDADES DE TRANSFERENCIA (M)

U,

* VELOCIDAD DE FLUJO DE CORRIENTE RICA (M POR S)

NRE,

* NÚMERO DE REYNOLDS (ADIMENSIONAL)

H,

* ALTURA DE COLUMNA (M)

D,

* DIÁMETRO DE COLUMNA (M)

L_CICLO,

* CANTIDAD DE MSA PARA RELLENAR LA TORRE (KG)

DEN_MSA,

* DENSIDAD APARENTE DEL MSA (KG POR M3)

TOA,

* TIEMPO DE OPERACIÓN ANUAL (S)

EPSILON,

* DIFERENCIA DE COMPOSICIÓN MÍNIMA (MG POR KG)

I,

* INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA (AMPERE)

N,

* NÚMERO DE ESPIRAS (ESPIRAS TOTALES)

L_CU;

* LONGITUD DEL ALAMBRE DE COBRE NECESARIA (M)

VARIABLES

JD,

* FACTOR DE FLUJO DIFUSIVO (ADIMENSIONAL)

KC,

* COEFICIENTE GLOBAL DE TRANSFERENCIA DE MASA (M POR S)

CAT;

* COSTO ANUAL TOTAL (MILLONES DE \$MXN POR AÑO)

EQUATIONS FUN_EQUIL, BAL_MASA, NUM_UNI, REYNOLDS, DIAMETRO_COL,
COEF_TRAN_MASA, ALTURA_UNI, ALTURA_MSA, FACTIBLE, HEURISTICA,
LECHO, DEN_APA, OPERACION, CAMPO_MAG, LONG_CU, OBJ;

FUN_EQUIL.. $Y_IN = E = M1*(X1_OUT + EPSILON) + B1;$

BAL_MASA.. $L*(X1_OUT - X2_IN) = E = G*(Y_IN - Y_OUT);$

NUM_UNI.. $NTU = E = (Y_IN - Y_OUT)/((Y_IN - M1*X1_OUT - B1 - Y_OUT + M2*X2_IN + B2)/\log((Y_IN - M1*X1_OUT - B1)/(Y_OUT - M2*X2_IN - B2)));$

REYNOLDS.. $NRE*V_B = E = DP*U*RHO_B;$

DIAMETRO_COL.. $(D^{**2})*PI*U*1000 = E = 4*G;$

COEF_TRAN_MASA.. $1.09*U = E = KC*NSC^{**2/3}*NRE^{**2/3}*PORO;$

ALTURA_UNI.. $HTU*KC*AREA = E = U;$

ALTURA_MSA.. $H = E = NTU*HTU*1.2;$

FACTIBLE.. $X1_OUT + EPSILON = L = X1_MAX;$

HEURISTICA.. $H = G = 3*D;$

LECHO.. $L_CICLO = E = L*TOC;$

DEN_APA.. $L*TOC*4 = E = HTU*NTU*PI*D^{**2}*DEN_MSA;$

OPERACION.. $TOA = E = TOC*CICLOS;$

CAMPO_MAG.. $B * H = E = PER_0 * PER_REL * N * I;$

LONG_CU.. $L_CU = E = N * D * PI;$

OBJ.. $CAT = E = ((L * TOA * COST) + (67735.26 * H^{**0.85} * D^{**0.95} / VIDA_EQ) +$
 $((I^{**2} * R * L_CU / A_CU) / 1000) * (TOA / 3600) * COST_KWH) +$
 $(L_CU * COST_CU / VIDA_ELE)) / 1E6;$

* COSTO DEL MSA COSTO DE CAPITAL (COLUMNA) COSTO
 DE ENERGÍA ELÉCTRICA COSTO DE CABLE DE COBRE

* VALORES ENTRE LOS CUALES ES VÁLIDA LA ECUACIÓN PARA EL
 COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE MASA

NRE.LO = 0.0016;

NRE.UP = 55;

* LÍMITES PARA ELIMINAR WARNINGS

D.LO = 1E-2;

H.LO = 1E-2;

DEN_MSA.UP = 700;

DEN_MSA.LO = 600;

I.UP = 140;

N.LO = 1;

MODEL DIS_OPT /ALL/;

SOLVE DIS_OPT USING NLP MINIMIZING CAT;