



INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE MISANTLA

“DISEÑO OPTIMIZADO DE UN PROTOTIPO DE GENERADOR TERMOELÉCTRICO PARA APLICACIONES ELÉCTRICAS DE BAJA POTENCIA”

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO(A) EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**

P R E S E N T A

ING. EDUARDO ENRIQUE SALAZAR

ASESOR

M.I.I. GABRIEL GROSSKELWING NUÑEZ

MISANTLA, VERACRUZ.

NOVIEMBRE, 2024.

Hoja de Liberación



INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE MISANTLA

AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN DE TRABAJO DE TITULACIÓN MAESTRÍA

FECHA: 15 DE NOVIEMBRE DEL 2024

ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN:
TESIS PROFESIONAL

A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el (la) C:

EDUARDO ENRIQUE SALAZAR

Estudiante de la MAESTRIA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL con No. de Control 142T0064 ha cumplido satisfactoriamente con lo estipulado por el Lineamiento de Posgrado para la obtención del grado de Maestría mediante TESIS PROFESIONAL

Por tal motivo se Autoriza la impresión del Tema titulado:

**“DISEÑO OPTIMIZADO DE UN PROTOTIPO DE GENERADOR
TERMOELÉCTRICO PARA APLICACIONES ELÉCTRICAS DE BAJA
POTENCIA”**

Dándose un plazo no mayor de un mes de la expedición de la presente a la solicitud del examen para la obtención del grado de maestría.

ATENTAMENTE

M.I.I. GABRIEL GROSSKELWING NÚÑEZ
Presidente



M.I.I. CARLOS ÁNGEL VICENTE RODRÍGUEZ
Secretario

M.I. ELIUD POLO DE LOS SANTOS
Vocal

Archivo.

VER. 01/03/09

F-SA-39

Agradecimientos

La vida es bella por este motivo en primera instancia a Dios por permitirme vivir y ser feliz en ella.

A mi madre Luciana Salazar por traerme a la vida y hacerme hombre de bien, por sacrificar sus sueños, por sacrificar sus anhelos, por sacrificar su tiempo, por sacrificar parte de su vida para sacarme adelante al igual que a mis hermanos.

En especial a un ser que es parte de mi vida personal y sin la cual no podría dedicar el tiempo para poder sacar adelante este trabajo me refiero a mi bella esposa Martha quien con su esfuerzo se ha dedicado a ser una buena esposa y una excelente madre y que siga dando parte de su vida para que nuestra familia tenga un excelente porvenir.

De la misma manera a mis dos hermosos hijos Allan y Alexis quienes me dan motivos para seguir preparándome y demostrarles el mejor camino para ser hombres de bien.

A mis hermanos Juan Pablo y Víctor por motivarme a terminar la maestría, a ser mejor y por demostrarme que a veces hay que tomar algunas decisiones firmes para lograr algunos objetivos. De la misma a Eliseo por ser parte de esta familia a la que tanto amo.

De manera particular a todos mis amigos Eliud, Mayra, Gabriel, Martin, Cecy y Yoli por su amistad y sobre todo por alentarme a culminar mi trabajo de tesis.

No podrían faltar mis asesores de tesis en especial el M. I. I. Gabriel Grosskelwing Nuñez quien con la aportación de su asesoría y sus conocimientos permitió que un servidor lograra el objetivo de culminación de este trabajo.

Por último a todos mis familiares y amigos que sé que siempre están ahí para apoyarme en los momentos difíciles.

A todos ustedes, ¡Muchas Gracias!

Eduardo Enrique Salazar

Resumen

El diseño de experimentos es de crucial importancia en las organizaciones y empresas porque permite considerar decisiones basadas en información y datos. El desarrollo de pruebas controladas permite identificar relaciones causa-efecto, optimizar procesos y mejorar productos o servicios, esto contribuye a reducir costos, aumentar la eficiencia y minimizar riesgos al implementar cambios; además, facilita la innovación al probar nuevas ideas bajo condiciones controladas, proporcionando resultados confiables. En un entorno competitivo, el diseño de experimentos es una herramienta estratégica para lograr ventajas sostenibles y satisfacer mejor las necesidades de los clientes. He aquí la importancia de su aplicación en el desarrollo de nuevas tecnologías en el ámbito de la generación de energía sustentable, el presente trabajo documenta la aplicación de un diseño experimental, con el objetivo de diseñar un generador termoeléctrico para aplicaciones de baja potencia.

Para determinar el diseño óptimo de un generador termoeléctrico, se ha utilizado la metodología un diseño experimental completamente aleatorio (DCA), que es una técnica que consiste en asignar tratamientos de manera aleatoria a las unidades experimentales, sin restricciones, asegurando que cada unidad tenga la misma probabilidad de recibir cualquier tratamiento. Esta técnica es ideal cuando las unidades experimentales son homogéneas, ya que la aleatorización elimina el sesgo y permite que las diferencias observadas en los resultados se atribuyan únicamente a los tratamientos aplicados, facilitando un análisis estadístico confiable.

La aplicación del DCA permitió determinar que las celdas Peltier muestran una respuesta de voltaje predecible y consistente a variaciones en el gradiente de la temperatura y el modelo estadístico empleado maneja adecuadamente la variabilidad inherente a los datos. La independencia, aleatoriedad, y homogeneidad de la varianza de los residuales confirman la adecuación del modelo para describir la relación entre el gradiente de temperatura y voltaje en celdas Peltier lo que permitió determinar los valores óptimos de gradiente para diseñar un generador termoeléctrico a base de Celdas Peltier.

Abstract

The design of experiments is of crucial importance in organizations and companies because it allows considering decisions based on information and data. The development of controlled tests allows to identify cause-effect relationships, optimize processes and improve products or services, this contributes to reduce costs, increase efficiency and minimize risks when implementing changes; in addition, it facilitates innovation by testing new ideas under controlled conditions, providing reliable results. In a competitive environment, the design of experiments is a strategic tool to achieve sustainable advantages and better meet customer needs. Hence the importance of its application in the development of new technologies in the field of sustainable energy generation, the present work documents the application of an experimental design, with the objective of designing a thermoelectric generator for low power applications.

To determine the optimal design of a thermoelectric generator, a completely randomized experimental design (CRD) methodology has been used, which is a technique that consists of randomly assigning treatments to the experimental units, without restrictions, ensuring that each unit has the same probability of receiving any treatment. This technique is ideal when the experimental units are homogeneous, since randomization eliminates bias and allows the differences observed in the results to be attributed solely to the treatments applied, facilitating a reliable statistical analysis.

The application of DCA allowed determining that the Peltier cells show a predictable and consistent voltage response to variations in the temperature gradient and the statistical model employed adequately handles the inherent variability in the data. The independence, randomness, and homogeneity of the variance of the residuals confirm the adequacy of the model to describe the relationship between the temperature and voltage gradient in Peltier cells, which allowed determining the optimal values of gradient to design a thermoelectric generator based on Peltier cells.

Contenido

Hoja de Liberación	ii
Agradecimientos	iii
Resumen	iv
Abstract	v
Contenido	vi
Indice de Figuras	viii
Indice de tablas.....	ix
Capítulo 1. Generalidades.	1
1.1 Introducción	1
1.2 Planteamiento Del Problema	3
1.3 Justificación de la investigación.	3
1.4 Objetivos	4
1.4.1 Objetivo General	4
1.4.2 Objetivos específicos.	4
1.5 Hipótesis.....	5
1.6 Metodología Propuesta.....	5
1.7 Alcance De La Investigación.....	6
1.8 Limitación De La Investigación	6
Capítulo 2. Fundamentos teóricos y estudios preliminares.	7
2.1 Generación de energía eléctrica en la actualidad.	7
2.2 Parámetros Eléctricos y fundamentos de generación eléctrica.	11
2.2.1 Corriente	11
2.2.2 Voltaje	12
2.2.3 Resistencia	12
2.2.4 Efecto Seebeck.....	13
2.3 Optimización Matemática.....	14
2.3.1 Resolución Mediante Cálculo	15
2.3.2 Resolución mediante técnicas de búsquedas.....	15
2.3.3 Resolución mediante técnicas de convergencia de soluciones	16
2.4 Optimización restringida	16
2.4.1 Programación lineal	16

2.4.1.1	Problema de transporte.....	17
2.4.1.2	Problema de Transbordo.....	18
2.4.1.3	Problema de asignación.....	18
2.4.2	Programación cuadrática	19
2.4.2.1	Criterios de Concavidad	20
2.4.3	Programación no lineal.....	20
2.4.3.1	Métodos metaheurísticos	21
2.4.3.2	Algoritmos Genéticos	21
2.5	Optimización no restringida	21
2.5.1	No lineal	21
2.6	Diseño De Experimentos	21
2.6.1	Diseño completamente al azar	23
2.6.2	Diseño en bloques al azar	25
2.6.3	Diseño de bloques al azar con parcela perdida.....	27
2.6.4	Diseño en cuadro latino.....	28
2.6.5	Diseño en cuadro Grecolatino	30
2.6.6	Diseños factoriales generales	31
2.6.7	Diseños de la familia 2k	32
2.6.8	Estimación de contrastes, efectos y sumas de cuadrados.	33
2.6.9	Estimación de efectos y sumas de cuadrados.....	34
2.6.10	Taguchi	36
2.6.10.1	Factores de control, de ruido y de señal.....	37
2.6.10.2	Factores de ruido.	37
2.6.10.3	Arreglos ortogonales	38
2.6.10.4	Razón señal/ruido	38
Capítulo 3.	Desarrollo	40
3.1	Construcción del generador termoeléctrico.....	40
3.1.1	Diseño de elementos en SolidWorks.....	40
3.1.2	Materiales del generador termoeléctrico.....	44
3.1.3	Ensamble del generador termoeléctrico.	46
3.1.4	Configuración de las conexiones de las celdas Peltier	51
Capítulo 4.	Resultados.....	54
4.1	Planeación y diseño del experimento.....	54
4.1.1	Reconocimiento del problema	55
4.1.2	Elección de los niveles y factores.....	55
4.1.3	Selección de la variable de respuesta.....	55
4.1.4	Selección del diseño experimental	55
4.1.4.1	Verificación de la calidad de los datos recolectados.....	57
4.1.4.2	Análisis de varianza	59

4.1.4.3	Análisis residual	61
Capítulo 5.	Conclusiones y recomendaciones.....	67
Referencias Bibliograficas		68

Índice de Figuras

Fig. 2.1	Distribución de la demanda mundial de energía 1990-2010.....	8
Fig. 2.2	Mapa de radiación solar. (Loster, 2006)	10
Fig. 2.3	Tasa de crecimiento de la capacidad global de producción de energía renovable, 2006-2011. (%)	10
Fig. 2.4	Esquema efecto Seebeck	13
Fig. 2.5	Red de transporte.	17
Fig. 2.6	Red de transbordo.	18
Fig. 2.7	Red de asignación.	19
Fig. 2.8	Representación de efectos DCA. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C.	25
Fig. 2.9	Cuadro latino estándar. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C. Runger	29
Fig. 2.10	Ejemplos de cuadros latinos estándar. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C. Runger.....	30
Fig. 2.11	Ejemplos de efecto lineal y efecto con curvatura. Fuente: Análisis y diseño de experimentos, Humberto Gutiérrez Pulido Y Román de la Vera Salazar.....	35
Fig. 2.12	Clases de factores de control de acuerdo a su efecto sobre la media (eje X) y/o variabilidad (eje Y).	38
Fig. 3.1	Celda Peltier	40
Fig. 3.2	Vista Isométrica de la lámina	41
Fig. 3.3	Vista isométrica de la placa de acero.....	41
Fig. 3.4	Vista Isométrica del disipador	41
Fig. 3.5	Vista Isométrica de la base de cobre	42
Fig. 3.6	Vista Isométrica de la lámina de aluminio	42
Fig. 3.7	Cubo con Orificios.....	42
Fig. 3.8	Tanque de Enfriamiento	43

Fig. 3.9 Esquema del generador termoeléctrico. Fuente Propia.....	43
Fig. 3.10 Ensamble de la tapa con el cilindro.....	47
Fig. 3.11 Medición de los disipadores en el recipiente.	47
Fig. 3.12 Disipadores dentro del Recipiente.....	48
Fig. 3.13 Colocación de las celdas peltier sobre el recipiente	48
Fig. 3.14 Armado con Placas de láminas y celdas peltier.....	49
Fig. 3.15 Placas de Cobre. Fuente Elaboración Propia.....	49
Fig. 3.16 Placas de Cobre. Fuente Elaboración Propia.....	50
Fig. 3.17 Ensamble del Generador Termoeléctrico	50
Fig. 3.18 Entrada de la bomba de agua	51
Fig. 3.19 Entrada de la bomba de agua	51
Fig. 3.20 Conexión en serie de celdas	51
Fig. 3.21 Arreglo de celdas Peltier.	52
Fig. 3.22 Voltaje generado en cada celda Peltier.	53
Fig. 4.1 Metodología para DCA Fuente: Montgomery et al.....	54
Fig. 4.2 Relación Voltaje Niveles de tratamiento	59
Fig. 4.3 Grafica de probabilidad normal de los residuales	63
Fig. 4.4 Residuales contra orden	64
Fig. 4.5 Residuales contra ajustes.	65
Fig. 4.6 Residuales contra factores.....	66

Índice de tablas

Tabla 2.1 Diseños de bloques completamente aleatorizados. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C. Runger	26
Tabla 3.1 Lista de Materiales	44
Tabla 4.1 Tabla de Tratamientos	56
Tabla 4.2 Formato para recolección de datos (Elaboración Propia).....	56
Tabla 4.3 Diferencia de Potencial (Volts)	57

Capítulo 1. Generalidades.

1.1 Introducción

La creciente necesidad de energía y la urgencia por disminuir las emisiones de gases de efecto invernadero ha impulsado la exploración de nuevas formas innovadoras para generar electricidad en todo el mundo. Estas alternativas van desde tecnologías en desarrollo hasta enfoques revolucionarios que buscan transformar la manera en que obtenemos y utilizamos la energía eléctrica.

En la actualidad existe gran variedad de fuentes de generación de electricidad tanto para alta potencia y para aplicaciones de baja potencia, las más notables son:

La energía solar muestra significativos avances mediante la mejora de la eficiencia de las células solares y el desarrollo tecnológico de células solares orgánicas, así como de células solares de perovskita. Los proyectos de concentración solar e instalaciones fotovoltaicas a gran escala están revolucionando la generación de energía eléctrica.

La energía eólica ha evolucionado mediante la creación de aerogeneradores de última generación. Los parques eólicos marinos y los aerogeneradores flotantes permiten nuevas expectativas para la generación de energía eólica en áreas costeras y aguas profundas.

En cuanto a energía hidroeléctrica, los avances tecnológicos en cuestión de turbinas de flujo libre y micro hidroeléctricas permiten la generación de energía hidroeléctrica en una escala más pequeña y sostenible.

Actualmente la energía de las mareas y corrientes oceánicas también se analizan como fuentes potenciales de generación con la creación de plataformas flotantes y sistemas de columna de agua oscilante son ejemplos de tecnologías emergentes en este campo.

La geotermia ha incursionado en enfoques mejorados para mejorar la eficiencia y reducir los impactos ambientales. La tecnología de fracturación geotérmica y los proyectos de geotermia de baja entalpía están expandiendo las oportunidades para aprovechar el calor de la Tierra.

Por ultimo las Innovaciones en la conversión de energía residual, incluyendo tecnologías termoeléctricas y piezoeléctricas, están permitiendo la captura y utilización de la energía desperdiciada en procesos industriales, vehículos y otros sistemas.

En este trabajo se documenta precisamente el desarrollo de un prototipo de generador termoeléctrico a base de celdas Peltier utilizando el efecto Seebeck que se trata de un fenómeno termoeléctrico en el que se genera una fuerza electromotriz (FEM) en un circuito cerrado cuando se mantiene un gradiente de temperatura entre dos extremos de un conductor eléctrico.

Para determinar el diseño óptimo del generador termoeléctrico se utilizó la técnica de diseño experimental completamente aleatorio que es un tipo de diseño experimental en el que los sujetos de estudio o unidades experimentales son asignados de manera aleatoria a los diferentes tratamientos o condiciones de estudio. Esto permite analizar cómo diferentes tratamientos afectan la respuesta del sistema.

Este tipo de diseño experimental permitió la optimización del prototipo de generador termoeléctrico, ya que proporciono información detallada sobre las relaciones e interacciones entre las variables de gradiente de temperatura aplicada y el voltaje generado.

Con base en las 8 pruebas experimentales por cada uno de los tratamientos, los resultados demuestran que el parámetro que influye de mayor manera en el rendimiento del generador termoeléctrico es la maximización del gradiente de temperatura aplicadas en el rango de 75 0 80 grados de temperatura en el lado caliente donde se pueden obtener voltajes máximos de alrededor de 8 volts y al mantener gradientes de temperatura constantes los voltajes promedios obtenidos corresponden a 5 volts.

1.2 Planteamiento Del Problema

En el actual mundo moderno no se puede coexistir sin energía o electricidad, y el origen de este en su mayoría fruto de la quema de petróleo y gas natural. La dependencia en estas fuentes de energía es total, pero a lo largo del nuevo siglo se está teniendo un auge en la investigación, desarrollo e implementación de fuentes de energía renovable. Estos ejemplos son claros y dignos de seguir ya que este tipo de energía renovable garantiza no solo el crecimiento actual y desarrollo de la sociedad, sino que da oportunidad de que generaciones futuras puedan gozar de un entorno grato y sostenible.

Existen diferentes maneras de generar energía como es el caso de; la energía hidráulica, la energía eólica, la energía oceánica, biomasa, y la energía solar.

Estas alternativas existentes generan la necesidad de propuestas concretas en base a la tecnología actual que estén dirigidas hacia características específicas con las que cuenta México. Sí bien sabemos se caracteriza por la extracción de petróleo en plataforma en mar abierto, que en su quema libera dióxido de carbono y demás sustancias químicas que contaminan.

Gran parte de la generación de electricidad es subsidiada por el gobierno, la sociedad no paga el monto total, esto solo genera más y más inestabilidad económica que bien dicho recurso puede ser utilizado para otros programas sociales que el estado requiere.

El cambio progresivo y constante hacia energías renovables creará empleos, reducirá a mediano plazo el costo del servicio energético y a su vez fomentará una cultura sustentable. El problema real que tiene la tecnología es que su compra e instalación será un costo relativamente alto y se requieren cambios en el suministro eléctrico.

1.3 Justificación de la investigación.

El ser humano ha tenido la necesidad de contar con una fuente de energía eléctrica ya que de ella depende la iluminación, ayuda en la obtención de los alimentos, el funcionamiento de las industrias, por tanto, es un elemento fundamental para la vida cotidiana.

El cambio climático y la escasez de recursos naturales son un problema en la actualidad para la vida humana. Esto ha impulsado una mayor conciencia de la repercusión de cada una de nuestras acciones sobre el medio ambiente, pues de esto depende no sólo nuestra calidad de vida, sino nuestra supervivencia.

Debido al incremento en la demanda energética en el municipio de Misantla-Veracruz, a las condiciones de sequía impuestas por el cambio climático y ante la necesidad de no incrementar los factores que intervienen en la generación de gases de efecto invernadero, resulta necesario comenzar a orientar los esfuerzos científicos en dirección de la generación de energía eléctrica de manera sustentable, utilizando los medios disponibles en el municipio y su región de influencia. Dado lo anterior, se justifica la puesta en marcha de un dispositivo optimizado para la generación de energía eléctrica que ofrezca una producción útil de energía eléctrica de corriente directa (CD).

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Diseñar un dispositivo con la capacidad de generar diferencia de potencial eléctrico para aplicaciones de baja potencia producto del aprovechamiento del efecto Seebeck en celdas termoelectricas mediante gradientes de temperatura obtenidos del calor residual generado por la quema de biomasa en estufas ecológicas y enfriamiento por agua con apoyo de técnicas de optimización mediante diseño experimental.

1.4.2 Objetivos específicos.

- ❖ Identificar los niveles de potencial eléctrico que se pueden obtener mediante distintos gradientes de temperatura aplicado a las celdas termoelectricas.
- ❖ Definir los parámetros del circuito eléctrico, así como del prototipo posteriormente aplicar el proceso de optimización apoyado en un diseño completamente aleatorio.

- ❖ Definir mediante diseño de parámetros la región de trabajo del dispositivo una vez construido con los valores resultantes del proceso de optimización mediante DCA.

1.5 Hipótesis

La optimización matemática armonizada con el DCA permitirá construir un dispositivo con capacidad de generar la máxima cantidad de energía eléctrica producida por efecto Seebeck en celdas termoeléctricas mediante gradientes de temperatura obtenidos del calor residual generado por la quema de biomasa en estufas ecológicas y enfriamiento por agua.

1.6 Metodología Propuesta

1. Establecer las diferencias de potencial eléctrico de acuerdo con diferentes métricas obtenidas de distintos gradientes de temperatura aplicados a las celdas termoeléctricas.
2. Establecer una configuración inicial de los elementos del circuito eléctrico, así como del prototipo mediante la modelación de este mediante el análisis de las curvas características de generación de voltaje contra gradientes de las celdas termoeléctricas a utilizar.
3. Optimizar el prototipo mediante un Diseño Experimental Completamente Aleatorio.
4. Construir el dispositivo con los valores resultantes del proceso de optimización por DCA y verificar mediante muestreo estadístico su región de trabajo.

1.7 Alcance De La Investigación

Esta investigación tiene como alcance el fenómeno que se está proponiendo, cualquier otra aplicación deberá considerar la adaptación del sistema a los parámetros particulares del sujeto de estudio.

1.8 Limitación De La Investigación

La información existente en este tópico es escasa y la existente es poco clara, por lo tanto, se deberá recurrir a experimentación directa para lograr los resultados esperados.

Capítulo 2. Fundamentos teóricos y estudios preliminares.

En este capítulo se describirá el soporte conceptual de la investigación, mismo que servirá de base para la construcción de los modelos físicos y teóricos involucrados.

2.1 Generación de energía eléctrica en la actualidad.

La necesidad de energía eléctrica en la actualidad es fundamental para el desarrollo de la vida es por ello por lo que la humanidad se ha obligado a buscar una mayor eficiencia en la producción energética y llevar a cabo el desarrollo potencial de las fuentes de energía no fósiles que aparecen como un elemento primordial contribuyente a aumentar la seguridad de energía en el país. Una de las alternativas que puede generar un cambio son las energías renovables. Estas según la Agencia Internacional de Energía clasifica a las ER de la siguiente forma: solar, eólica, geotérmica, mareomotriz, hidráulica y biomasa. (Blanco, 2007)

Según (SENER, 2012) Países como Alemania, Brasil, Dinamarca, Canadá y Reino Unido han desarrollado tecnologías que les han permitido utilizar diversas fuentes renovables, fundamentalmente para la generación de energía eléctrica y, aunque su participación en la producción mundial aún es pequeña, estas energías representan una opción para el suministro eléctrico mundial. Así el sector eléctrico experimento un mayor crecimiento anual en términos de capacidad con un crecimiento significativo en todas las regiones.

Por otro lado, la federación rusa señala que el 30 % de la de las emisiones del CO₂ es generado primordialmente por el sector de generación de energía eléctrica a nivel global. La dinámica de la demanda, cambios en la economía, económico, innovación tecnológica, estructura y volumen del sector energético son unas de las causas que hace que se genere el efecto invernadero. Los países en desarrollo han tomado mucho en cuenta las energías renovables dedican parte de su desarrollo a este tipo de energías.

El 61 % de emisiones de los gases de efecto invernadero son provocados por el sector energético en México según los datos del Plan Nacional de Diseño, este mismo plan propone dos estrategias: impulsar la eficiencia energética y tecnologías limpias para la

generación de energía. Las estrategias mencionadas tienen que ver mucho con la reducción de emisiones del sector energético.

En México, las zonas urbanas como los son Acapulco, Mérida, Tuxtla Gutiérrez y Veracruz, para los años 2025, 2050 y 2075 representaran incrementos de demanda por consumo de energía eléctrica ya que habrá incremento poblacional provocando calentamiento global. Teniendo aumento de consumo de energía eléctrica aumentan las emisiones de Gas de Efecto Invernadero (GEI), es por eso que se tienen que aplicar tecnologías más eficientes en la generación de energía.

Las fuentes renovables de energía contribuyen a: reducir parcialmente la presión sobre los recursos naturales causada por los combustibles fósiles, disminuir la contaminación y reducir los riesgos asociados con la volatilidad de precios de los combustibles al equilibrar el portafolio energético. Las energías renovables crecieron un 2.9% en los años de 1990 hasta 2010 contribuyendo en la generación de energía a nivel mundial con un 19.4% de significancia.

De manera gráfica se observa se la siguiente manera:

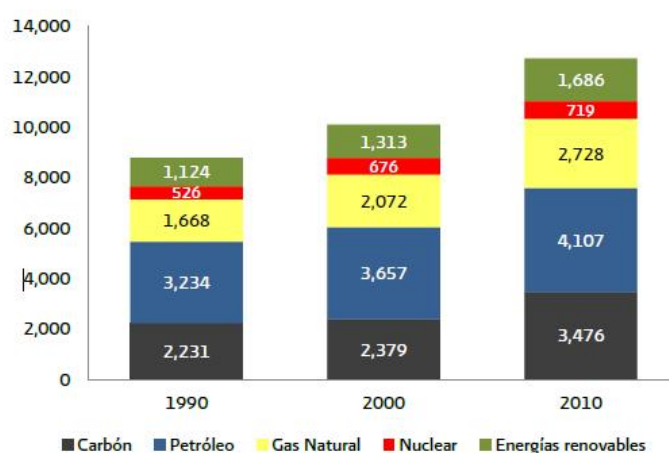


Fig. 0.1 Distribución de la demanda mundial de energía 1990-2010.

Existen diferentes tipos de generación de energía como lo son:

La eléctrica, la cual es una fuente de energía que se obtiene mediante el movimiento de un generador compuestos de dos campos magnéticos interconectados a una carga.

Otro tipo de energía es la eólica que se obtiene a través del viento, generado por la energía cinética por el efecto de las corrientes de aire. Es utilizada principalmente para generar energía por medio de aerogeneradores, se caracteriza por ser renovable,

abundante y sobre todo limpia que a su vez ayuda en las disminuciones de las emisiones de gases y el efecto invernadero.

Un estudio realizado por (REN21, Energías renovables, 2016) Fue la principal fuente de nueva capacidad generadora de electricidad en Europa y Estados Unidos, y la segunda más importante en China. A nivel mundial, se añadió un récord de 63 GW, sumando un total aproximado de 433 GW.

La energía oceánica o mareomotriz se adquiere por la marea transformándola en energía eléctrica. Lugares en el mundo que cuentan con potencial para instalar centrales mareomotrices, son: Cabo Tres Puntas (Argentina), Kimberleys (Australia), Golfo de Khambat (India), la bahía de Fundy y Frobisher (Canadá), Chansy (Francia) y el Alto golfo de California (México).

La energía hidráulica es una fuente de energía renovable que es aprovechada por la caída de agua desde cierta altura para generar energía. Esta es una fuente renovable de electricidad más importante y utilizada en el mundo, registrando 970 GW de capacidad de generación eléctrica en 2011. El crecimiento de centrales hidroeléctricas en el periodo 2001-2011 ha sido del 3% anual.

La energía solar puede ser aprovechada para la fabricación de energía eléctrica tanto del aspecto fotovoltaico como de la foto térmica.

El proceso fotovoltaico y la foto térmica son dos ramas que clasifican las tecnologías para el aprovechamiento de la energía solar. Los procesos foto térmicos producen vapor, electricidad, frio entre otras y los procesos fotovoltaicos producen electricidad a partir de la conversión directa de la energía solar a energía eléctrica.

En el caso de la energía solar para su aplicación es indispensable del recurso solar. Uno de los países que tiene mejor incidencia de radiación solar según (Loster, Mapa de radiación solar. Departamento de Física. Universidad de California, 2006) Es la república mexicana y la zona más alta de radiación es el noroeste y esta recibe una radiación solar en promedio al día, la cual es considerada de las mejores del mundo Ilustración 1.

A continuación, se muestra un mapa en el que se muestra la radiación solar en el mundo.

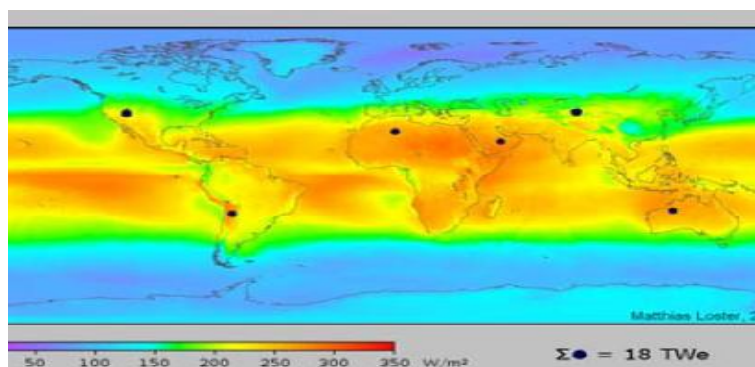


Fig. 0.2 Mapa de radiación solar. (Loster, 2006)

Si se instalaran células solares en los puntos especificados en la ilustración 1, la luz captada a través de estos puntos contaría con la capacidad de abastecer a todo el mundo ya que tendrían una eficiencia de conversión de 8% es decir se produciría en promedio, 18 TW de energía eléctrica que supera el total disponible de todas las fuentes de energías primarias incluyendo el carbón, el aceite, el gas, el nuclear y la hidroeléctrica. (Loster, Mapa de radiación solar. Departamento de física. Universidad de California, 2006)

En 2011 la energía solar fotovoltaica representó la mayor cantidad de nueva capacidad eléctrica instalada en la Unión Europea. Por otra parte, la energía solar termoeléctrica aumentó casi 37%, considerando que existía una pequeña cantidad de plantas instaladas al inicio del período. La producción de biocombustibles ha sido variada, con una expansión del biodiesel en 2011, mientras que el etanol se mantiene estable, ligeramente por debajo en comparación con 2010; la energía eólica creció a un ritmo de 27% anual (véase Gráfica 2).

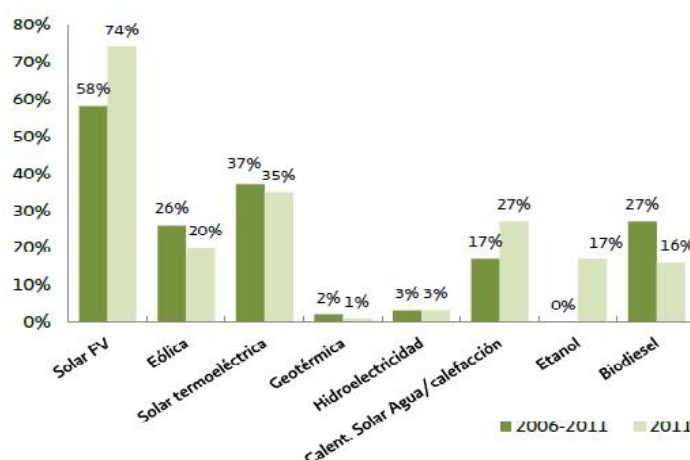


Fig. 0.3 Tasa de crecimiento de la capacidad global de producción de energía renovable, 2006-2011. (%)

Aprovechamientos térmicos o fotovoltaicos de la energía solar requieren de diversos umbrales de radiación solar que, además, están en función de las dimensiones de los equipos y los consumos.

Para la generación de potencia eléctrica se encuentran: plantas solares térmicas o las termo solares de potencia, la primera se encarga de coleccionar la energía solar para después convertirla en calor y la otra convierte el calor en electricidad. Generalmente la vida de una planta CSP es de 20 a 30 años de utilidad. (Tejeda Martínez, Gay García, Cuevas Guillaumin, & Rivera Blanco, 2007).

Por otra parte la biomasa es una fuente de energía renovable debido a que su contenido energético proviene de la energía solar transformada en los procesos fotosintéticos, la cual se libera al romperse los enlaces de los compuestos orgánicos durante el proceso de combustión, emitiendo bióxido de carbono y agua.

Se encuentra disponible en estado sólido, líquido o gaseoso y puede tener distintas aplicaciones, tales como la generación de energía térmica, la generación de energía eléctrica o el uso directo para la generación de calor; en este último caso el calor específico de la biomasa va a depender del origen de la misma y de su humedad.

La capacidad de generación eléctrica a partir de biomasa alcanzó los 72 GW en el mundo a finales de 2011. La producción de electricidad a partir de biomasa se incrementó 7% promedio anual durante el período comprendido entre 2000 y 2010.

2.2 Parámetros Eléctricos y fundamentos de generación eléctrica.

2.2.1 Corriente

La corriente es el flujo neto de cargas positivas (iones positivos) o negativas (electrones libres o iones negativos) a través de una sección transversal de un conductor. En los metales se presenta movimiento de electrones libres; en los gases movimiento de electrones libres en un sentido y movimiento de iones positivos en el otro sentido; en las soluciones salinas hay movimiento de iones positivos y negativos en direcciones opuestas. [1]

2.2.2 Voltaje

Como se ha visto, existe una fuerza de atracción entre una carga positiva y una negativa. Se debe aplicar cierta cantidad de energía, en forma de trabajo, para vencer dicha fuerza y separar las cargas a determinada distancia. Todas las cargas opuestas poseen cierta energía potencial a causa de la separación que hay entre ellas. La diferencia en la energía potencial por carga es la diferencia de potencial o voltaje. En circuitos eléctricos, el voltaje es la fuerza propulsora y es lo que establece la corriente. Como una analogía, considere un tanque de agua que está soportado a varios pies sobre el nivel del suelo. Se debe ejercer una cantidad dada de energía, en forma de trabajo, para subir agua y llenar el tanque. Una vez almacenada en el tanque, el agua tiene cierta energía potencial que, si es liberada, puede utilizarse para realizar trabajo. El voltaje, simbolizado mediante V , se define como energía o trabajo por unidad de carga.

$$V = \frac{W}{Q} \quad (1)$$

Donde

V : Voltaje en volts

W : Energía en joule

Q : Carga en coulombs

La unidad de voltaje es el volt, simbolizada mediante V . Un volt es la diferencia de potencial (voltaje) entre dos puntos cuando se utiliza un joule de energía para mover un coulomb de carga de un punto a otro.

2.2.3 Resistencia

Cuando en un material existe corriente, los electrones libres se mueven en éste y de vez en cuando chocan con átomos. Estas colisiones provocan que los electrones pierdan algo de su energía, con lo cual se restringe su movimiento. Entre más colisiones haya, más se restringe el flujo de electrones. Esta restricción varía y está determinada por el tipo de material. La propiedad de un material de restringir u oponerse al flujo de electrones se llama resistencia, R . La resistencia es la oposición a la corriente. La resistencia se expresa en ohms, simbolizada mediante la letra griega

omega (Ω). Existe un ohm (1Ω) de resistencia si hay un ampere ($1 A$) de corriente en un material cuando se aplica un volt ($1 V$) al material.

2.2.4 Efecto Seebeck

El primer efecto termoeléctrico descubierto fue el efecto Seebeck. El físico que lo descubrió, Thomas Johann Seebeck, que desde principio de los años 20 comenzó a experimentar para encontrar una relación entre el calor y la electricidad; observó, en 1921 que, soldando dos alambres de materiales distintos en lazo (cobre y bismuto), y aplicando calor a uno de ellos mientras que el otro se mantenía frío, se generaba un campo magnético entre ellos, y, que si este calor era aplicado a la unión de los dos metales se generaba una corriente eléctrica por ellos.

El esquema general que presenta este efecto es el siguiente:

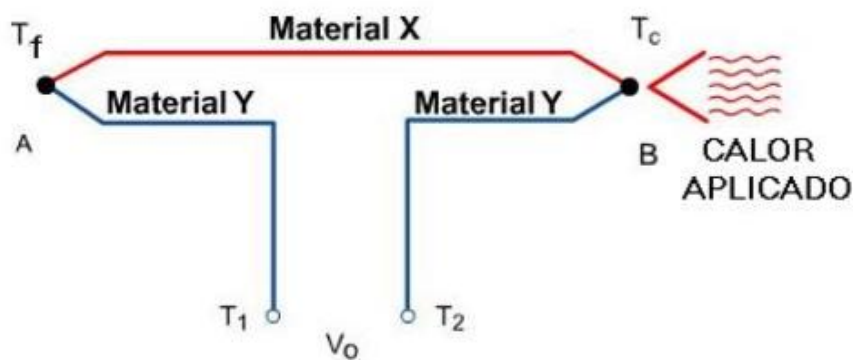


Fig. 0.4 Esquema efecto Seebeck

Del cual se extrae la siguiente relación:

$$V_A = \alpha_x \cdot (T_c - T_f) \quad (2)$$

Donde:

V_A : Voltaje de salida en V

α_x : Coeficiente de Seebeck entre los dos materiales, x e y, expresado en V/K

$T_c - T_f$: Temperatura caliente y fría de las uniones expresadas en K

El coeficiente de Seebeck se define como la variación del voltaje en función de la temperatura:

$$\alpha_x = \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad (3)$$

Este descubrimiento se ha aprovechado para la fabricación de sensores de temperatura (también conocidos como termopares). Manteniendo una de las dos soldaduras entre los dos materiales a una temperatura controlada y relativamente fría; y utilizando el otro punto de unión de los materiales como detector de la temperatura de interés, creamos una diferencia de potencial medible entre los puntos A y B en relación con la diferencia de temperatura entre las uniones de los dos materiales.

2.3 Optimización Matemática.

Un modelo es una representación matemática simplificada de una realidad compleja. Modelar es la acción de construir un modelo de encorsetar la realidad. Implica la relación entre dos figuras (no necesariamente encarnadas por personas únicas sino por equipos): el modelador (encargado de la especificación y desarrollo del modelo) y el experto sobre la realidad (conocedor del problema real).

Un modelo es, en definitiva, una herramienta de ayuda a la toma de decisiones. Por esta razón, sus resultados deben ser inteligibles y útiles. Modelar se puede entender simultáneamente como ciencia y como arte. (Ramos, Sánchez, María, Julián, & Pedro, 2015)

Según Hamdy A. Taha, un modelo matemático es una representación simbólica de un proceso o fenómeno, en el cual se requiere identificar cuatro componentes:

- ¿Cuáles son las alternativas de decisión?
- ¿Bajo qué restricciones se toma la decisión?
- ¿Cuál es el criterio objetivo adecuado para evaluar las alternativas?
- ¿Cuál es el algoritmo adecuado para resolverlo?

En lo general, diversos autores coinciden en que la estructura genérica para la modelación matemática puede definirse de la siguiente manera:

1. Definición de las variables de decisión.
2. Establecimiento de la función objetivo.
3. Definición de las restricciones del modelo. (Taha, 2012)

El desarrollo de método de optimización para su empleo en la búsqueda de soluciones a problemas enteros mixtos ocupa un lugar importante en diversos campos de la ingeniería, debido a las amplias posibilidades de aplicación en problemas de diseño óptimo cuando en este tipo de problemas las variables enteras no pueden ser relajadas a variables reales, que suelen ser abordados con el propósito de emplear algún método algorítmico de optimización desarrollado para variables reales. (Ebert, 2014)

Los métodos de resolución de problemas de optimización se pueden clasificar en tres tipos diferentes:

- Resolución mediante cálculo.
- Resolución mediante técnicas de búsquedas.
- Resolución mediante técnicas de convergencia de soluciones.

2.3.1 Resolución Mediante Cálculo

Los métodos de resolución por cálculo apelan al cálculo de derivadas para determinar para qué valores del dominio la función presenta un máximo o un mínimo. Son métodos de optimización muy robustos, pero que requieren mucho esfuerzo de cómputo y que tanto la función objetivo como las restricciones presenten determinadas condiciones (por ejemplo, que estén definidas, que sean continuas, etc.). En general, no se suele apelar a estos métodos en el mundo de la ingeniería, ya que los problemas no se ajustan a las restricciones de continuidad y tienen demasiadas variables como para que su tratamiento pueda ser eficiente.

2.3.2 Resolución mediante técnicas de búsquedas

Dentro de este apartado, podemos encontrar un gran abanico de técnicas, desde el viejo método de prueba y error hasta las modernas técnicas de programación matemática. En forma genérica, consisten en el siguiente algoritmo:

Seleccionar una solución inicial y hacerla la solución actual:

1. Hacer Mejor Solución = Solución Actual
2. Buscar n soluciones cercanas a la Solución Actual
3. Para cada una de las n soluciones cercanas hacer
 - a) Si el valor de la función objetivo de la solución a verificar es mayor (o menor) al valor generado por la solución actual, hacer Mejor Solución = Solución Evaluada
 - b) Si Mejor Solución = Solución Actual, Finalizar del procedimiento, en caso contrario Hacer Solución Actual = Mejor Solución y volver a 2)

Dentro de estos métodos tenemos técnicas para abarcar una gran variedad de problemas. Desde técnicas exactas, como la “Programación Lineal” (que se limita solo a problemas con un conjunto solución convexo y función objetivo y restricciones lineales) hasta las técnicas metaheurísticas de solución aproximada como la “Búsqueda Tabú”.

2.3.3 Resolución mediante técnicas de convergencia de soluciones

Dentro de este grupo, tenemos las técnicas más recientemente desarrolladas. A diferencia del conjunto anterior, está compuesto casi completamente por técnicas metaheurísticas (o sea, que los resultados van a ser aproximadamente óptimos). Estos métodos se basan en generar una gran cantidad de soluciones, determinar cuáles son las “mejores” y, a partir de ellas, generar un nuevo conjunto de soluciones a analizar, repitiendo el proceso hasta que las soluciones generadas converjan en una (o sea, hasta la iteración en la cual todas las soluciones generadas tengan un valor de función objetivo muy parecido). Entre las técnicas más conocidas de este grupo, aunque no las únicas, tenemos a todas las versiones de “Algoritmos Genéticos”. (Gabrie Baquela & Redchuk, 2014)

2.4 Optimización restringida

2.4.1 Programación lineal

La programación lineal se aplica a modelos de optimización en los que las funciones objetivo y restricciones son estrictamente lineales. Esta técnica se aplica en una amplia gama de casos, entre ellos, los campos de la agricultura, industria, transporte, ciencias sociales y de la conducta, aplicaciones militares, etc. También produce algoritmos eficientes de cómputo para problemas con miles de restricciones y variables.

2.4.1.1 Problema de transporte

Muchas de sus aplicaciones involucran el cómo determinar la manera óptima de transportar bienes. Sin embargo, algunas aplicaciones importantes, como la planeación de la producción, no tienen nada que ver con el transporte.

El problema de transporte puede representarse en forma de red, de la siguiente manera:

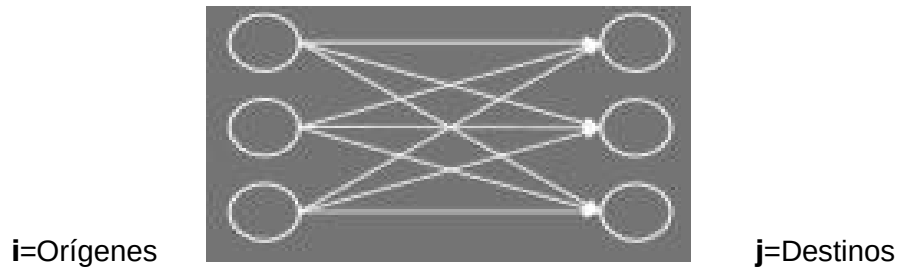


Fig. 0.5 Red de transporte.

El modelo matemático en programación lineal para el problema de transporte se define como:

$$M = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 0_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 0_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

2.4.1.2 Problema de Transbordo

El concepto del modelo de transbordo es más general que el modelo de transporte, en dónde se tiene la restricción de que sólo se pueden hacer envíos directamente desde un conjunto de orígenes a un conjunto de destinos. En el modelo de transbordo se pueden considerar puntos intermedios, lo que permite eficiente el concepto de transporte en una cadena de suministros, además de que, por su naturaleza, resulta ser más económico del modelo de transporte, Desde un enfoque de red, el modelo de transbordo se representa de la siguiente manera:

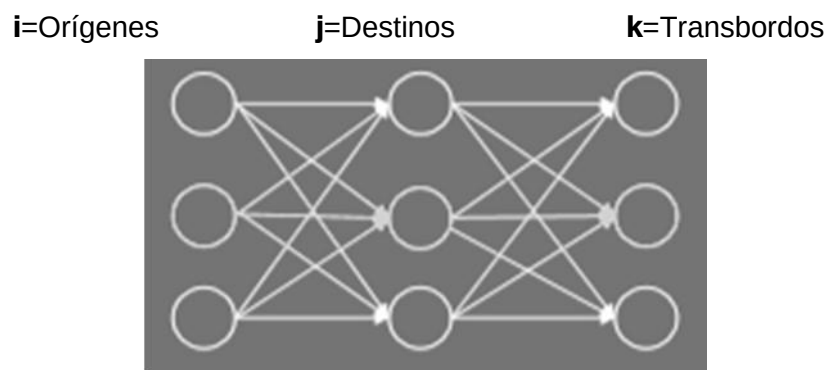


Fig. 0.6 Red de transbordo.

El modelo de transbordo puede reconfigurarse como un modelo de transporte básico, utilizando el concepto de “amortiguador”, el cual asegura que toda la oferta puede pasar por los nodos de transbordo hacia los nodos de demanda, haciendo con esto que el modelo matemático del modelo de transbordo pueda ser atendido con el modelo de transporte básico.

2.4.1.3 Problema de asignación

El modelo de asignación es, en realidad, un caso especial del modelo de transporte, en el cual los orígenes son los criterios por asignar y los destinos son las asignaciones propuestas.

i= Criterios a asignar

j=Asignaciones propuesta

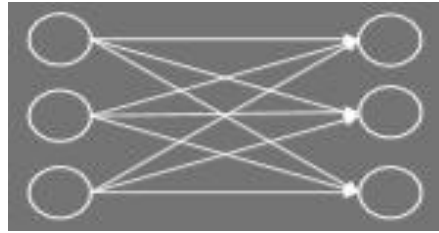


Fig. 0.7 Red de asignación.

El modelo matemático en programación lineal para el problema de asignación se define de la siguiente manera:

$$M = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n x = 0i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^m x = 0j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

$$x = [0,1] \forall i = 1, 2, \dots, m \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

2.4.2 Programación cuadrática

El papel fundamental de la programación lineal en aplicaciones de ingeniería la hace una herramienta práctica de modelado para situaciones en dónde es posible aplicar el supuesto de linealidad. Sin embargo, existen muchas más situaciones en donde no es posible aplicar este supuesto, para estos casos, resulta necesario considerar la situación como un problema de programación no lineal.

Para poder implementar este modelado es necesario comprender dos conceptos fundamentales, concavidad y las condiciones necesarias y suficientes de Karush-Kuhn-Tucker (KKT).

2.4.2.1 Criterios de Concavidad

Una función de dos variables es cóncava o convexa si y sólo si cumple con los siguientes criterios:

$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial^2 x_1} \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial^2 x_2} - \left[\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \right]^2$$

Convexa	Estrictamente convexa	Cóncava	Estrictamente Cóncava
≥ 0	0	≥ 0	0
≥ 0	0	≤ 0	0
≥ 0	0	≤ 0	0

$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial^2 x_1}$$

$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial^2 x_2}$$

Valores de (x_1, x_2)

Condiciones necesarias y suficientes de Karush-KuhnTucker (KKT).

$$1. \frac{d}{d} - \sum_{i=1}^m u \frac{d}{d} \leq 0 \dots \dots \dots \text{Ecuación 2.7}$$

$$2. x * \left(\frac{d}{d} - \sum_{i=1}^m u \frac{d}{d} = 0 \dots \dots \dots \right) \text{Ecuación 2.8}$$

$$3. g \text{ Ecuación 2.9}$$

$$1. x^2 \geq 0 \dots \dots \dots \text{Ecuación 2.10}$$

$$2. u^2 \geq 0 \dots \dots \dots \text{Ecuación 2.11}$$

2.4.3 Programación no lineal

En este caso, la única forma de solución estrictamente matemática son las condiciones KKT, sin embargo, la complejidad para encontrar las soluciones óptimas varía de un problema a otro, inclusive, la lógica para encontrar dichos valores es diferente para cada problema. Sin embargo, existen otras alternativas para encontrar las soluciones de manera más rápida y con un muy buen grado de exactitud. Estas alternativas se denominan métodos metaheurísticos.

2.4.3.1 Métodos metaheurísticos

- Búsqueda Tabú. La búsqueda tabú es una metaheurística muy usada que utiliza algunas ideas de sentido común para permitir que el proceso de búsqueda escape de un óptimo local.
- Templado simulado. Es otra metaheurística que se utiliza con amplitud que permite al proceso de búsqueda escapar de un óptimo local.
- Algoritmo Genético. Los algoritmos genéticos proporcionan un tercer tipo de metaheurística que es muy diferente de las primeras dos. Inspirado en la Teoría de la Evolución, el AG permite escapar rápidamente de los óptimos locales para llegar de manera eficiente a los óptimos globales. Para este curso utilizaremos como método de optimización los algoritmos genéticos.

2.4.3.2 Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos, en su propuesta original, se distinguen de otros algoritmos evolutivos por tres características:

- Codificación binaria.
- Método de Selección (Proporcional a la función de adaptación).
- Cruce.

2.5 Optimización no restringida

2.5.1 No lineal

Las funciones de una o varias variables son susceptibles de optimizarse si y sólo si cumplen con la condición de suficiencia, es decir, que sean cóncavas, en el caso de buscar maximizar una función, o convexas, en caso de buscar minimizar una función. Particularmente, en el caso de funciones de varias variables, en algunas ocasiones no es posible optimizar una función por técnicas de cálculo convencionales, por lo que se debe implementar un algoritmo de ascenso (o descenso), por medio del gradiente de la función, sin embargo, implementaremos un AG para optimizar la función.

2.6 Diseño De Experimentos

En los últimos años, la aplicación del diseño experimental ha florecido notablemente debido al reconocimiento que los experimentos diseñados son esenciales para la mejora de la calidad de productos y servicios. Además, el gerenciamiento del control estadístico de calidad, resuelve la inspección y otras

herramientas de calidad que también sirven para esta función, el diseño de experimentos representa la metodología de la elección de marcos complejos, variables e interacciones. El diseño de experimentos desempeña un papel importante dentro del campo de diseño y optimización de procesos y productos, particularmente en áreas de manufactura y mejora continua. (Arias-Nava, Ríos-Lira, Vázquez-López, & Pérez-González, 2015)

Históricamente, el diseño de experimentos ha evolucionado y prosperado en las áreas agrícolas. Rutinariamente, los procesos industriales son testigos de los beneficios considerables de esta metodología – debido a la facilidad para iniciar esfuerzos (paquetes informáticos amigables para el usuario), mejoras en el entrenamiento, apoyan las influencias y sucesos acumulativos del diseño de experimentos.

El diseño de experimentos es esencialmente una estrategia para la planificación de experimentos de manera tal que las conclusiones relevantes sean alcanzadas en forma eficiente y económica. La selección del plan experimental específico es dependiente del tipo de preguntas a ser respondidas, el grado de generalidad a vincularse a las conclusiones y los recursos disponibles (material experimental, personal, tiempo). Un experimento diseñado y ejecutado apropiadamente permite en forma simple un análisis estadístico y la interpretación de los resultados.

Los experimentos factoriales proporcionan una metodología para estudiar las interrelaciones entre los factores múltiples de interés para el experimentador. Este tipo de experimentos es mucho más eficiente y efectivo que los experimentos intuitivos “un factor cada vez”. Los experimentos factoriales están bien ajustados para la determinar que un factor procede en forma diferente (reflejado en la respuesta experimental) a niveles diferentes de los otros factores. Frecuentemente, el “avance sensorial” en calidad comienza a partir del sinergismo revelado en un estudio de “interacciones”. Si el número de factores bajo consideración es grande, entonces los experimentos factoriales van a exceder los recursos. Sin embargo, los diseños factorial fraccionarios ofrecen un compromiso posible. Actualmente, si el objetivo inicial es identificar factores afianzados durante la investigación, entonces se deben usar los diseños de barrido. En la planificación de un experimento, es necesario limitar los desvíos introducidos por las condiciones experimentales o a la asignación de tratamientos a las unidades experimentales. Tópicos como la “aleatorización” y “bloqueo” cumplen con minimizar los efectos molestos o elementos extraños. Las estrategias específicas de bloqueo incluyen los diseños de bloques aleatorizados. Los diseños de cuadrados latinos y sus

variantes y los diseños de bloques incompletos. Mirando el diseño de experimentos como un proceso evolutivo teniendo como objetivo la mejora continua, los diseños de superficie de respuesta juegan un rol fundamental. Considerando niveles múltiples de los factores claves, los métodos de superficie de respuesta, acomodan los efectos curvilíneos en la vecindad de los puntos óptimos. (Morales, 2018)

2.6.1 Diseño completamente al azar

El interés del experimentador está centrado en comparar los tratamientos en cuanto a sus medias poblacionales, sin olvidar que también es importante compararlos con respecto a sus varianzas. Así, desde el punto de vista estadístico, la hipótesis fundamental a probar cuando se comparan varios tratamientos es:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

$$H_A: \mu_i \neq \mu_j \quad \text{ú} \quad n \neq j$$

Con la cual se quiere decidir si los tratamientos son iguales estadísticamente en cuanto a sus medias, frente a la alternativa de que al menos dos de ellos son diferentes. La estrategia natural para resolver este problema es obtener una muestra representativa de mediciones en cada uno de los tratamientos, y construir un estadístico de prueba para decidir el resultado de dicha comparación.

Muchas comparaciones, como las antes mencionadas, se hacen con base en el diseño completamente al azar (DCA), que es el más simple de todos los diseños que se utilizan para comparar dos o más tratamientos, dado que sólo consideran dos fuentes de variabilidad: los tratamientos y el error aleatorio. Este diseño se llama completamente al azar porque todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo. De esta manera, si durante el estudio se hacen en total N pruebas, éstas se corren al azar, de manera que los posibles efectos ambientales y temporales se vayan repartiendo equitativamente entre los tratamientos.

El número de tratamientos k es determinado por el investigador y depende del problema particular de que se trata. El número de observaciones por tratamiento (n) debe escogerse con base en la variabilidad que se espera observar en los datos, así como en la diferencia mínima que el experimentador considera que es importante detectar. Con este tipo de consideraciones, por lo general se recomiendan entre 5 y 30 mediciones en cada tratamiento. Por ejemplo, se usa n = 10 cuando las mediciones dentro de cada tratamiento tienen un comportamiento consistente (con poca dispersión). En el otro extremo, se recomienda n = 30 cuando las mediciones muestran bastante dispersión. Cuando es costoso o tardado realizar las pruebas para

cada tratamiento se puede seleccionar un número menor de repeticiones, con lo cual sólo se podrán detectar diferencias grandes entre los tratamientos. En caso de que los tratamientos tengan efecto, se podrán describir con el modelo estadístico lineal dado por la ecuación 2.1.

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2.12}$$

Donde μ es el parámetro de escala común a todos los tratamientos, llamado media global τ_i ; es un parámetro que mide el efecto del tratamiento i y ε_{ij} es el error atribuible a la medición Y_{ij} . Este modelo implica que en el diseño completamente al azar actuarían a lo más dos fuentes de variabilidad: los tratamientos y el error aleatorio (Figura 2.1). La media global μ de la variable de respuesta no se considera una fuente de variabilidad por ser una constante común a todos los tratamientos, que hace las veces de punto de referencia con respecto al cual se comparan las respuestas medias de los tratamientos. Si la respuesta media de un tratamiento particular μ_i es “muy diferente” de la respuesta media global μ , es un síntoma de que existe un efecto de dicho tratamiento, $\tau_i = \mu_i - \mu$. La diferencia que deben tener las medias entre sí para concluir que hay un efecto (que los tratamientos son diferentes), nos lo dice el análisis de varianza (ANOVA). La idea general de esta técnica es separar la variación total en las partes con las que contribuye cada fuente de variación en el experimento.

El objetivo del análisis de varianza en el DCA es probar la hipótesis de igualdad de los tratamientos con respecto a la media de la correspondiente variable de respuesta:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

$$H_A: \mu_i \neq \mu_j \text{ para } i \neq j$$

La cual es equivalente a decir que:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k = 0$$

$$H_A: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i$$

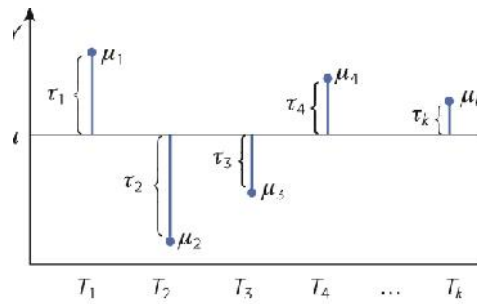


Fig. 0.8 Representación de efectos DCA. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C.

Donde τ_i es el efecto del tratamiento i sobre la variable de respuesta. Si se acepta H_0 se confirma que los efectos sobre la respuesta de los k tratamientos son estadísticamente nulos (iguales a cero), y en caso de rechazar se estaría concluyendo que al menos un efecto es diferente de cero. La equivalencia de las hipótesis descritas anteriormente se deduce directamente del modelo asociado al diseño, pero se observa más fácilmente en la figura 3.2, que es una manera de representar el diseño completamente al azar. En dicha figura se ve que, $\tau_i = \mu_i - \mu$, el efecto del tratamiento i , es la distancia entre la respuesta media del tratamiento, μ_i , y la respuesta media global, μ , y cuando un efecto es igual a cero equivale a decir que la media del tratamiento correspondiente es igual a la media global. Así, se observa que para que todas las respuestas medias de tratamientos sean iguales a la respuesta media global μ , representada por la línea horizontal, se requiere que todos los efectos τ_i sean iguales a cero. Para probar la hipótesis dada por las relaciones mediante la técnica de ANOVA, lo primero es descomponer la variabilidad total de los datos en sus dos componentes: la variabilidad debida a tratamientos y la que corresponde al error aleatorio.

2.6.2 Diseño en bloques al azar

En muchos problemas de diseño experimental, es necesario diseñar el experimento de tal modo que la variabilidad que surge de un factor perturbador pueda controlarse. El diseño de bloques aleatorizados es una ampliación de la prueba t-pareada a situaciones en las que el factor de interés tiene más de dos niveles; es decir, deben compararse más de dos tratamientos. A este diseño se le llama de bloques completamente aleatorizados, porque cada bloque es lo suficientemente grande para contener todos los tratamientos y porque la asignación real de cada uno de los tratamientos dentro de cada bloque se hace al azar.

El procedimiento general de un diseño de bloques al azar consiste en seleccionar b -bloques y correr una réplica completa del experimento en cada bloque. En la tabla 2.1 se muestran los datos que resultan de correr un diseño de bloques completos aleatorizados para investigar un solo factor con α niveles y b bloques. Habrá α observaciones (una por cada nivel de factor) en cada bloque, y el orden en que se corran estas observaciones se asigna aleatoriamente dentro del bloque (ver tabla 2.1).

Tabla 0.1 Diseños de bloques completamente aleatorizados. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C. Runger

	Bloques					
Tratamientos	1	2	...	B	Totales	Promedios
1	Y_{11}	Y_{12}		Y_{1b}	$Y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	Y_{21}	Y_{22}		Y_{2b}	$Y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
1.	.	.		.	.	.
.	.	.		.	.	.
.	.	.		.	.	.
A	$y_{\alpha 1}$	$y_{\alpha 2}$		$y_{\alpha b}$	$y_{\alpha.}$	$\bar{y}_{\alpha.}$
Totales	$y_{.1}$	$y_{.2}$		$y_{.b}$	$y_{..}$	
Promedios	$\bar{y}_{.1}$	$\bar{y}_{.2}$		$\bar{y}_{.b}$		$\bar{y}_{..}$

El análisis estadístico de un diseño de bloques completos aleatorizados contempla que el interés se entra en un solo factor con α niveles y que el experimento se corre en b bloques. Las observaciones pueden representarse con el modelo estadístico lineal dado en la ecuación 2.13.

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad \text{.....Ecuación 2.13}$$

Donde μ es la media global, τ_i es el efecto del tratamiento i -ésimo, β_j es el efecto del bloque j -ésimo, y ε_{ij} es el término del error aleatorio, el cual se supone que tiene una distribución normal e independiente con media cero y varianza σ^2 . Los tratamientos y los bloques se consideran inicialmente como desviaciones de la media global, por lo que $\sum_{i=1}^{\alpha} \tau_i = 0$ y $\sum_{j=1}^b \beta_j = 0$. Se supondrá asimismo que no hay interacción entre los tratamientos y los bloques. Es decir, el efecto del tratamiento i -ésimo es el mismo, independientemente del bloque (o bloques) en el que se pruebe. El interés se encuentra en probar la igualdad de los efectos de los tratamientos. Es decir

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_\alpha = 0$$

$$H_1: \tau_i \neq 0 \text{ Para al menos una } i$$

Probar la hipótesis de que todos los efectos de los tratamientos τ_i son iguales a cero, es equivalente a probar la hipótesis de que las medias de los tratamientos son iguales.

2.6.3 Diseño de bloques al azar con parcela perdida.

En los experimentos pueden ocurrir accidentes que dan como resultado la perdida de una o varias unidades experimentales.

La pérdida de una de estas unidades experimentales anula el teorema de la adición de cuadrados, y, por consiguiente, no se podría el método de mínimos cuadrados al menos que se estime el valor para esas unidades perdidas. Además, las observaciones perdidas destruyen el balance o la simetría con la cual se planteó el experimento inicialmente. En dado caso se pueden utilizar dos alternativas, el análisis estadístico para desigual número de observaciones, digamos por tratamiento, o, el procedimiento de estimación de observaciones perdidas de Yates.

Los casos que se pueden suscitar son:

- Falta un bloque o tratamiento completo: en este caso se elimina el bloque o el tratamiento y se procede al análisis habitual.
- Falta una observación: en esta situación se estima la observación por el método de Yates (ecuación 2.14).

$$Y = \frac{t' + r - G}{(t - 1)(r - 1)}$$

Y: observación perdida

T: número de tratamientos

R: número de bloques

t; suma de observaciones en el tratamiento donde se encuentra la observación perdida.

B: suma de observaciones en el bloque donde figura la observación perdida.

G: gran total de las observaciones que quedan en el experimento.

La observación así estimada se anota en la matriz de datos y se procede al análisis estadístico, de la forma habitual con la excepción que se reducen en uno los grados de libertad del total, como consecuencia en igual cantidad, los grados de libertad del error. Yates indico que el análisis de varianza desarrollado utilizando valores estimados conlleva a una sobre-estimación de la suma de cuadrados de los

tratamientos, lo cual puede ser corregido a través de la siguiente formula (ecuación 2.15).

$$S_T = S_T -$$

- c) Falta más de una observación: el procedimiento más exacto para esta situación consiste en asignar el valor de la observación que reduzca la suma de cuadrados del error experimental. Se calcula la expresión algebraica de la suma de cuadrados del error experimental, derivamos esta expresión con respecto a las observaciones perdidas e igualamos a cero, obteniendo de esta manera un sistema de ecuaciones cuya solución nos da el valor estimando de las observaciones perdidas.

Si el número de observaciones pérdidas son dos, ocurre la pérdida de dos grados de libertad para el error y dos para el total. Asimismo, debe reducirse la suma de cuadrados de tratamientos en igual cantidad, a fin de evitar la sobreestimación como se observa en la ecuación 2.16.

$$S_T = S_T -$$

Donde:

t: es el número de tratamientos

B': suma de observaciones en el bloque donde figura Y1

B'': suma de observaciones en el bloque donde figura Y2

Y1: estimación de la primera observación perdida

Y2: estimación de la segunda observación perdida

Nota: las dos observaciones no deben ser de mismo bloque para que el planteamiento este correcto.

2.6.4 Diseño en cuadro latino.

En el diseño en cuadro latino (DCL) se controlan dos factores de bloque y se estudia un factor de tratamientos, por lo que se tienen cuatro fuentes de variabilidad que pueden afectar la respuesta observada, estas son: los tratamientos, el factor de bloque I (columnas), el factor de bloque II (renglones) y el error aleatorio. Se llama cuadro latino por dos razones: es un cuadro debido a que tiene la restricción adicional de que los tres factores involucrados se prueban en la misma cantidad de niveles, y es latino porque se utilizan letras latinas para denotar a los tratamientos o niveles del factor de interés. Sean A, B, C, ..., K, los k tratamientos a comparar, por lo tanto ambos factores de bloques tienen también k niveles cada uno. Ahora se necesitan al menos tres subíndices, por ejemplo, la respuesta Y313 se generó en el tratamiento tres (C), en el primer nivel del factor renglón y en el tercer nivel del factor columna.

El modelo estadístico para describir el comportamiento de las observaciones está dado por la ecuación 2.17.

$$Y_{ijl} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varepsilon_{ijl} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2.17}$$

Donde Y_{ijl} es la observación del tratamiento i , en el nivel j del factor renglón y en el nivel l del factor columna; ε_{ijl} es el error atribuible a dicha observación. De acuerdo con este modelo, la variabilidad total presente en los datos se puede descomponer como se observa en la ecuación 2.18.

$$S_T = S_T + S_B + S_C + S_D + S_E + \dots\dots\dots \text{Ecuación 2.18}$$

Los grados de libertad correspondientes se observan en la ecuación 2.19

$$k^2 - 1 = (k - 1) + (k - 1) + (k - 1) + (k - 2)(k - 1) \dots\dots\dots \text{Ecuación 2.19}$$

El ANOVA para el diseño en cuadro latino se muestra en la tabla 4.5. En él se prueba la hipótesis sobre los efectos de tratamiento del factor renglón y del factor columna. Otra vez, la hipótesis fundamental es la de los tratamientos; las otras dos proporcionan un adicional al objetivo inicial y permiten comprobar la relevancia de controlar los factores de bloque.

No cualquier arreglo de letras latinas en forma de cuadro es un cuadro latino. La regla fundamental es que cada letra debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna. Siempre es fácil construir un cuadro latino estándar: en el que en la primera columna y en el primer renglón aparecen las letras en orden alfabético. Por ejemplo, un cuadro latino estándar de tamaño cuatro está dado por la figura 2.2.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>
<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>D</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>

Fig. 0.9 Cuadro latino estándar. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C. Runger

Existen además los siguientes tres cuadros latinos estándar de dimensión cuatro visualizados en la Fig. 2.9

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	B	A
D	C	A	B

,

A	B	C	D
B	D	A	C
C	A	D	B
D	C	B	A

y

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

Fig. 0.10 Ejemplos de cuadros latinos estándar. Fuente: Probabilidad y Estadística, Douglas C. Montgomery y George C. Runger

Para cuatro tratamientos se pueden construir un total de 576 cuadros latinos, de los cuales cuatro son estándar. La selección del diseño debería ser elegir uno al azar de los 576 posibles; no obstante, es prácticamente imposible construir todos para seleccionar uno al azar. Sin embargo, ocurre que, dado un cuadro latino, cualquier intercambio de columnas o de renglones también es un cuadro latino. Por eso la estrategia de selección y aleatorización recomendada en la práctica es la siguiente:

- Se construye el cuadro latino estándar más sencillo.
- Se aleatoriza el orden de los renglones (o columnas) y después se aleatoriza el orden de las columnas (o renglones).
- Por último, los tratamientos a comparar se asignan en forma aleatoria a las letras latinas.

El cuadro latino tiene dos restricciones a la aleatorización que se deben a los dos factores de bloque, lo cual implica que a la hora de correr el experimento no hay ningún margen de aleatorización. Es decir, se puede correr por columna o por renglón según convenga. Lo que no es correcto es hacer todas las pruebas de un tratamiento, luego todas las de otro, y así sucesivamente, puesto que se puede introducir ruido adicional debido a factores no controlables que cambian con el tiempo.

2.6.5 Diseño en cuadro Grecolatino

Con el diseño en cuadro grecolatino (DCGL) se controlan tres factores de bloque, además del factor de tratamientos. Se llama cuadro grecolatino porque los cuatro factores involucrados se prueban en la misma cantidad de niveles, de aquí que se pueda escribir como un cuadro (véase tabla 4.8); además, se utilizan letras latinas para denotar a los tratamientos y letras griegas para nombrar a los niveles del tercer factor de bloque. Al igual que en el cuadro latino, cada letra (latinas y griegas) debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna. Además, cada par de letras debe aparecer sólo una vez en todo el arreglo. En la tabla 4.8 se presenta el

aspecto de los datos del diseño en cuadro latino de dimensión $k = 4$. El modelo estadístico que describe a las mediciones en un cuadro grecolatino está dado por la ecuación 2.20

$$Y_{i_l} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varphi_m + \varepsilon_{i_l} \dots\dots\dots \text{Ecuación 1.20}$$

Donde Y_{i_l} es la observación o respuesta que se encuentra en el tratamiento i (i -ésima letra latina), en el renglón j , en la columna l y en la m -ésima letra griega; τ_i es el efecto del tratamiento i , γ_j es el efecto del renglón j , δ_l representa el efecto de la columna l y φ_m representa el efecto de la m -ésima letra griega, que son los niveles del tercer factor de bloque; el término ε_{i_l} representa el error aleatorio atribuible a la medición Y_{i_l} .

Es importante no confundir las letras griegas del modelo que representan efectos, con las letras griegas en el diseño que simbolizan a los niveles del tercer factor de bloque. La variabilidad total presente en los datos se puede partir de la manera usual como lo representa la ecuación 2.21.

$$S_T = S_T + S_{B1} + S_{B2} + S_{B3} + S_E \dots\dots\dots \text{Ecuación 2.21}$$

Donde las sumas S_{B1}, S_{B2} y S_{B3} miden la variabilidad debida a los factores de bloque renglón, columna y de letras griegas, respectivamente. Para k tratamientos, los grados de libertad correspondientes a cada suma (ecuación 2.22).

$$k^2 - 1 = (k - 1) + (k - 1) + (k - 1) + (k - 3)(k - 1) \dots\dots \text{Ecuación 2.22}$$

Un bosquejo del análisis de varianza se muestra en la tabla 4.9, en la cual se prueban las hipótesis de igualdad de letras latinas (tratamientos), de renglones, de columnas y de letras griegas.

2.6.6 Diseños factoriales generales

Considere f factores $A, B, C, \dots, K$ con niveles $a, b, c, \dots, k$, respectivamente, donde la letra K denota al f -ésimo o último factor del conjunto a estudiar, no necesariamente el undécimo, que es el lugar de esta letra en el alfabeto. Con estos niveles y factores se puede construir el diseño factorial general $a \times b \times \dots \times k$, que consiste de $a \times b \times \dots \times k$ tratamientos o puntos de prueba. Con este diseño se pueden estudiar f efectos principales, $f(f - 1)/2$ interacciones dobles, $f(f - 1)(f - 2)/(3 \times 2)$ interacciones triples, y así sucesivamente hasta la única interacción de los f factores ($ABC \dots K$). El cálculo del número de interacciones de cierta cantidad m de factores se hace mediante la operación “combinaciones de f en m que cuenta el número de diferentes maneras de seleccionar m factores de los f , donde $f! = f \times (f - 1) \times \dots \times 2 \times 1$.

De acuerdo con lo antes dicho, en el factorial general $a \times b \times \dots \times k$, se pueden plantear $2f - 1$ hipótesis que se prueban mediante el análisis de varianza. Si se tienen n réplicas. Las primeras tres columnas de este ANOVA se muestran en la tabla 5.10. La suma de cuadrados totales está dada por la ecuación 2.12.

$$S_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \dots \sum_{m=1}^k \sum_{r=1}^n Y_{i \dots m}^2 - \frac{Y^2 \dots \dots}{N} \dots \dots \dots E \quad \text{ón2.23}$$

Donde $N = abc \dots kn$ es el total de observaciones en el experimento.

Al final, la suma de cuadrado del error se calcula por sustracción,

$$S_E = S_T - S_A - \dots - S_k - S_A - \dots - S_{(K-1)K} - S_A - \dots - S_{A \dots K} \cdot E \quad \text{ón2.24}$$

En el ANOVA de la tabla 5.10 para la factorial general $a \times b \times \dots \times k$ se observa la necesidad de contar con al menos dos réplicas del experimento para calcular la suma de cuadrados del error (SCE), y completar toda la tabla de ANOVA. Sin embargo, esta necesidad de réplicas ($n = 2$), es para el caso irreal de que interesaran los $2f - 1$ efectos. Pero resulta que, con excepción de la factorial 2^2 , en una factorial completa prácticamente nunca interesan todos sus posibles efectos, puesto que en términos generales sólo algunos de ellos están activos. El principio de Pareto, que en este contexto también se llama principio de esparcida de efectos, dice que la mayoría de la variabilidad observada se debe a unos pocos de los efectos posibles; por lo común se debe a algunos efectos principales e interacciones dobles.

2.6.7 Diseños de la familia 2^k

En el diseño 2^k , en el cual se consideran k factores con dos niveles cada uno, y tiene 2^k tratamientos o puntos de diseño. Las k columnas y 2^k renglones que componen la matriz para este diseño, considerando una réplica, se construyen de la siguiente manera: en la primera columna, que corresponde a los niveles del factor A, se alternan signos $+$ y $-$, empezando con $-$ hasta llegar a los 2^k renglones; en la segunda columna se alternan dos signos menos con dos signos más; en la tercera, se alternan cuatro signos menos y cuatro signos más, y así sucesivamente hasta la k -ésima columna compuesta por 2^{k-1} signos $-$, seguidos de 2^{k-1} signos $+$. En la tabla 6.10 se muestra la familia de diseños factoriales 2^k ($k \leq 5$). Nótese que el número de tratamientos siempre es potencia de dos (4, 8, 16 y 32). Con el diseño factorial completo 2^k se pueden estudiar en total los 2^{k-1} efectos siguientes:

$$\left(\frac{k}{1}\right) = k, e.$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{k}{2}\right) &= \frac{k!}{2!(k-2)!} = \frac{k(k-1)}{2}, \text{ etc.} \\ \left(\frac{k}{3}\right) &= \frac{k!}{3!(k-3)!}, \text{ etc.} \\ \left(\frac{k}{k}\right) &= 1 \text{ etc.}\end{aligned}$$

Donde la operación $\left(\frac{k}{r}\right) = \frac{k!}{r!(k-r)!}$ son las combinaciones de k factores tomados de r en r. Por ejemplo, el diseño factorial 2^5 tiene 5 efectos principales, 10 interacciones dobles, 10 interacciones triples, 5 interacciones cuádruples y una interacción quíntuple, lo cual da un total $2^5 - 1 = 31$ efectos.

2.6.8 Estimación de contrastes, efectos y sumas de cuadrados.

Cada uno de los efectos se estima a partir de su contraste, el cual a su vez se puede obtener construyendo la tabla de signos del diseño, como se explicó en las secciones anteriores. Recordemos que las columnas de signos para los contrastes que definen a los efectos principales están dadas directamente por la matriz de diseño, mientras que la columna de un efecto de interacción se obtiene multiplicando las columnas que señala dicho efecto de interacción. En la tabla 6.11 se muestra parte de la tabla de signos para un diseño 2^5 . El contraste de cada efecto se obtiene al multiplicar su columna de signos por la columna de totales expresados en la notación de Yates. Con los contrastes se procede a estimar los efectos mediante la ecuación 2.24.

$$E \quad \dots K = \frac{1}{n2^{k-1}} [C_1 \quad \dots K] \dots \dots \dots \text{Ecuación 2.24}$$

Para el cual su suma de cuadrados con un grado de libertad está dada por la ecuación 2.25.

$$S_{A \dots K} = \frac{1}{n2^k} \text{Ecuación 2.25}$$

Donde n es el número de réplicas del experimento.

ANOVA del diseño factorial 2^k . La suma de cuadrados totales (S_T) en el diseño factorial 2^k se calcula como se muestra en la ecuación 2.26

$$S_T = \sum_{i=1}^{n2^k} Y_i^2 - \frac{Y^2}{n2^k} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2.26}$$

El cual tiene $n2^k - 1$ grados de libertad, donde el subíndice i corre sobre el total de observaciones. La suma de cuadrados del error (S_E) se obtiene por diferencia y tiene $2k(n - 1)$ grados de libertad. Cuando se concluye que un efecto está activo, significa que es estadísticamente diferente de cero. Si en la tabla de ANOVA se

incluye el total de efectos que se estiman con el factorial completa 2^k , será necesario realizar cuando menos dos réplicas del experimento para estimar una suma de cuadrados del error. Sin embargo, en la mayoría de los casos sólo interesa estudiar los efectos principales y las interacciones dobles.

Esto hace que cuando el número de factores es mayor o igual a cuatro ($k \geq 4$) no sea estrictamente necesario realizar réplicas. Cabe agregar que cuando se emplea un diseño factorial 2^k , se supone que la respuesta es aproximadamente lineal en el rango de variación de cada uno de los factores estudiados. No es necesario suponer una linealidad perfecta, pero sí que no haya una curvatura muy grande. De esta manera, dado que cada factor se prueba en dos niveles, no es posible estudiar efectos de curvatura (efectos del tipo A^2 , B^2 , etc.), aunque ésta exista en el proceso; para estudiar tales efectos se necesitan al menos tres niveles en cada factor. Esto no implica que de entrada sea recomendable un diseño factorial con al menos tres niveles en cada factor, sino que en primera instancia se pueden agregar repeticiones (mínimo tres) al centro del diseño factorial 2^k , y con ellas se podrá detectar la presencia de curvatura.

Un diseño factorial fraccionado 2^{k-p} es una fracción $1/2^p$ del diseño factorial completo 2^k . Para construir un diseño 2^{k-p} se eligen p generadores iniciales, todas interacciones del más alto orden posible, de manera que todos sus productos también sean interacciones de alto orden. Una vez elegidos los p generadores el diseño se puede construir en dos pasos, a saber: 1) Se escribe el diseño 2^{k-p} como si fuera el factorial completo para $k - p$ factores. 2) Para los últimos p factores las columnas de signos se obtienen multiplicando las columnas que indican los generadores. La relación definidora tiene tantos términos como productos se puedan hacer con los p generadores. De la relación definidora se obtiene la estructura de alias y la resolución de la fracción resultante. En todo el procedimiento descrito quizá lo más difícil es encontrar los mejores generadores de la fracción que se desea utilizar. Por fortuna, existen tablas de diseños factoriales fraccionadas que incluyen su estructura de alias, lo que permite al investigador elegir el diseño, y saber con anticipación cuáles serían los alias de los efectos potencialmente importantes. Esta selección adecuada del diseño factorial fraccionada también se puede hacer con software estadísticos.

2.6.9 Estimación de efectos y sumas de cuadrados.

Los efectos y las sumas de cuadrados en los diseños factoriales fraccionados 2^{k-p} se obtienen a partir de los contrastes, de manera similar a como se hace con los factoriales completos 2^k . Se obtiene un contraste para cada grupo de efectos alias y se pondera por una constante apropiada para estimar el efecto correspondiente como una diferencia de medias. Así, el efecto de un grupo de efectos alias X se estima como se aprecia en la ecuación 2.26.

$$E_{oX} = \frac{(c)}{2^{k-p-1}} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2.27}$$

Su correspondiente suma de cuadrados está representada en la ecuación 2.27.

Ahora, profundizando en la posible existencia de curvatura, consideremos un factor X de tipo continuo que se supone tiene efecto sobre la respuesta Y . Dicho efecto desconocido podría ser de tipo lineal, al menos en forma aproximada, como en la figura 2.7 (derecha) o de tipo cuadrático como en la misma figura, pero del lado izquierdo. En esta misma figura se observa que para estudiar un efecto lineal, o aproximadamente lineal, basta con probar el factor X en dos niveles, mientras que para estudiar un efecto cuadrático son necesarios al menos tres niveles del factor X .

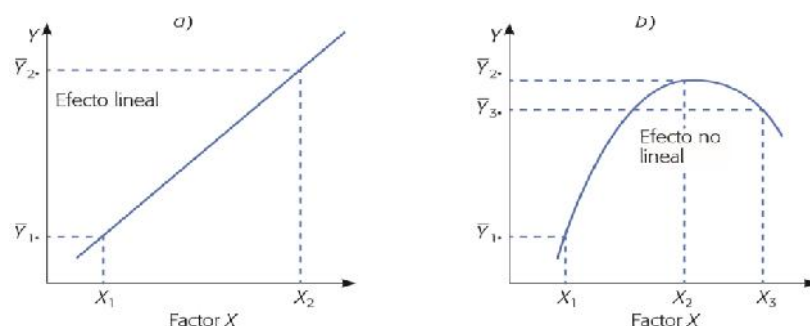


Fig. 0.11 Ejemplos de efecto lineal y efecto con curvatura. Fuente: **Análisis y diseño de experimentos, Humberto Gutiérrez Pulido Y Román de la Vera Salazar.**

El problema es que de antemano no se sabe cómo será el efecto del factor y a veces se corre el riesgo de utilizar dos niveles, cuando en realidad se requerían de al menos tres. Entonces, se recomienda contar con una estrategia experimental que permita detectar de manera económica la presencia de curvatura. Ése es precisamente el propósito de agregar puntos al centro en un diseño 2^k . Sin embargo, con esta estrategia sólo se detecta si hay curvatura, pero no es posible estudiarla (modelarla). El diseño factorial 3^k es una de las alternativas experimentales que permite estudiar efectos de curvatura, además de efectos lineales y de interacción.

2.6.10 Taguchi

Taguchi establece que la calidad de un producto debe ser medida en términos de abatir al mínimo las pérdidas que ese producto le trae a la sociedad, desde que inicia su fabricación hasta que concluye su ciclo de vida; estas pérdidas sociales se traducen en pérdidas de la empresa en el mediano y largo plazos. Asimismo, se plantea el enfoque al cliente (sociedad) en vez del enfoque al fabricante. Taguchi retoma el concepto del control de calidad fuera de línea (off line QC), planteando que la inspección y el control del proceso no son suficientes para alcanzar una calidad competitiva, y que los niveles elevados de calidad sólo pueden lograrse, en términos económicos, en las fases de diseño (producto y proceso). El objetivo del diseño robusto de parámetros es lograr productos y procesos robustos frente a las causas de la variabilidad (ruidos), que hacen que las características funcionales de los productos se desvíen de sus valores óptimos provocando costos de calidad.

El concepto parámetro se refiere a los parámetros del sistema, es decir, son los factores o variables del proceso. Decimos que un producto o proceso es robusto cuando su funcionamiento es consistente al exponerse a las condiciones cambiantes del medio.

Un concepto y herramienta clave en el diseño de parámetros es la función de pérdida, la cual establece una medida financiera del impacto negativo a la sociedad (consumidor, productor, etc.) por el desempeño de un producto cuando se desvía de un valor designado como meta ($t = \text{target}$). Esto implica que la característica de calidad de un producto, y , debe estar cada vez más cerca de su valor ideal, t , y todo lo que se desvíe del ideal es considerado como una pérdida para la sociedad. La función de pérdida de Taguchi, se define en la ecuación 2.28.

$$L(y) = k$$

Donde k es una constante que depende de tolerancias y de los costos de reparación del producto.

Un diseño robusto es un experimento en el cual existen factores de ruido (no controlables), considerados de manera explícita o implícita, cuyo efecto se pretende minimizar de forma indirecta (o sea sin controlarlo directamente), a fin de encontrar la combinación de niveles de los factores de proceso que sí se pueden controlar, y en donde el efecto de dichos factores de ruido es mínimo. Dicho de otra manera, en un experimento robusto se trata de lograr que el producto/proceso tenga el desempeño deseado sin que le afecten las fuentes de variación no controladas. El objetivo fundamental de un diseño robusto es determinar la combinación de niveles de los factores controlables, en donde los factores de ruido no afecten al proceso, aunque

estos últimos no se controlen. El significado de la palabra robusto es en el sentido de hacer el proceso o producto insensible o resistente a factores de ruido que no está en nuestras manos controlar.

2.6.10.1 Factores de control, de ruido y de señal

En un proceso existen básicamente dos tipos de factores: controlables y no controlables (o de ruido) como se observa en la figura 2.5. Por lo regular, los factores de estudio eran controlables. Sin embargo, en diseño robusto es conveniente tener una clasificación más detallada del tipo de factores controlables que pueden influenciar el proceso, en cuanto a su efecto sobre la media y la variabilidad de la respuesta de interés. Se distinguen cuatro tipos de factores, a saber:

- Afecta la media y la variabilidad.
- Afecta sólo la variabilidad.
- Afecta sólo la media.
- No afecta la media ni la variabilidad.
- Factor señal

Muchos productos están diseñados para trabajar en diferentes niveles de desempeño y de acuerdo con los deseos del usuario o consumidor. En otras palabras, el usuario puede elegir la señal (o valor promedio de la respuesta) que desea en un momento dado del producto. Se llama factor señal al dispositivo que permite cambiar el nivel de operación de acuerdo con los deseos del usuario.

2.6.10.2 Factores de ruido.

Los factores de ruido que actúan sobre el producto o sobre el proceso se clasifican como: de ruido externo, ruido interno y de deterioro. El ruido externo se refiere al ambiente en el cual el proceso (o producto) se desempeña y a la carga de trabajo a que es sometido. Por ejemplo, es ruido externo la humedad ambiental, el polvo o los errores en la operación del equipo. El ruido interno se refiere a la variación generada por el proceso de unidad a unidad producida, y que se debe a su propia naturaleza o tecnologías y la diversidad de sus componentes. El deterioro se refiere a efectos que aparecen poco a poco con el tiempo por la degradación paulatina del proceso y sus componentes, que pueden causar la aparición de fallas en el proceso/producto. Por ejemplo, piezas o herramientas que se van gastando por el mismo uso.

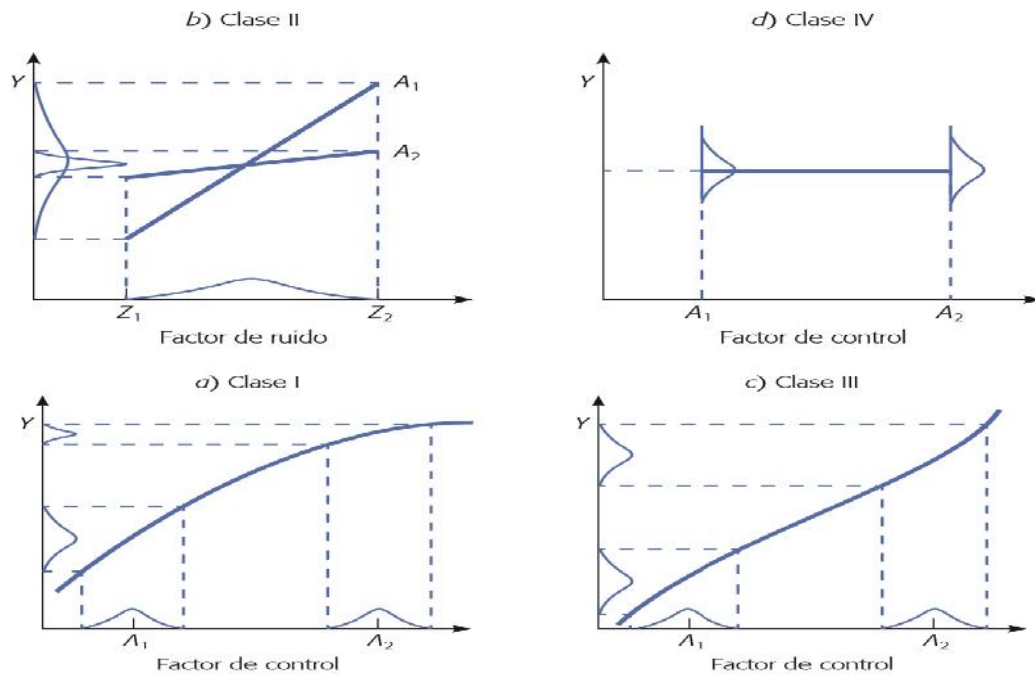


Fig. 0.12 Clases de factores de control de acuerdo a su efecto sobre la media (eje X) y/o variabilidad (eje Y).

2.6.10.3 Arreglos ortogonales

Los arreglos ortogonales son diseños propuestos por Taguchi que, como su nombre lo indica, tienen la propiedad de ortogonalidad, misma que también poseen los diseños factoriales clásicos. Estos arreglos son diseños factoriales completas, fraccionadas o mixtas, dependiendo del número de factores a estudiar en un caso particular. Por ejemplo, el arreglo ortogonal L8 (AO_L8) tiene ocho corridas experimentales, y con él se pueden estudiar desde dos hasta siete factores en dos niveles cada uno. Si se estudian siete factores equivale a un diseño factorial fraccionado 2^{7-3}_{III} , mientras que con dos factores sería una factorial completa 2^2 con dos réplicas. Para menos de siete factores es necesario saber a cuáles columnas del arreglo deben asignarse los factores, para tener la estructura alias que permita estudiar lo más claro posible a esos factores.

2.6.10.4 Razón señal/ruido

Para el análisis del diseño con arreglo interno y externo, Taguchi propone un estadístico de desempeño, al cual le llama cociente o razón señal/ruido, que se calcula en cada combinación de los factores es controlables y se analiza como cualquier

variable de respuesta. La combinación más robusta de los niveles de los factores controlables es aquella que maximiza el estadístico razón señal/ruido.

El hecho de que se saque logaritmo en los estadísticos tiene que ver con buscar que los efectos de los factores controlables sean aditivos, es decir, que se minimice la posibilidad de efectos de interacción entre ellos. Se multiplican por 10 para trabajar en una escala más grande y el signo que lo antecede se escoge de manera que el problema siempre sea maximizar el valor del estadístico para obtener las condiciones de operación más robustas. (Morales, 2018).

Capítulo 3. Desarrollo

En esta sección se llevarán a cabo 4 etapas con la finalidad de cumplir los objetivos que se establecieron para lograr el desarrollo del proyecto.

3.1 Construcción del generador termoeléctrico

Para el diseño e implementación del generador termoeléctrico se requieren diferentes materiales los cuales permitirán controlar la variación de las variables de entrada del sistema y de esta manera obtener datos para el análisis. Se planteo el diseño y construcción de un prototipo a base de celdas peltier que funcionara con la aplicación de energía calorífica en la cara caliente de las celdas Peltier proporcionada por un fogón o un brasero y aplicación de enfriamiento en la cara fría de la celda Peltier proporcionado por un tanque de aluminio con flujo de agua como refrigerante en su interior, el diseño de estos elementos se puede apreciar en SolidWorks.

3.1.1 Diseño de elementos en SolidWorks

A continuación, se muestran los elementos del prototipo realizados en SolidWorks

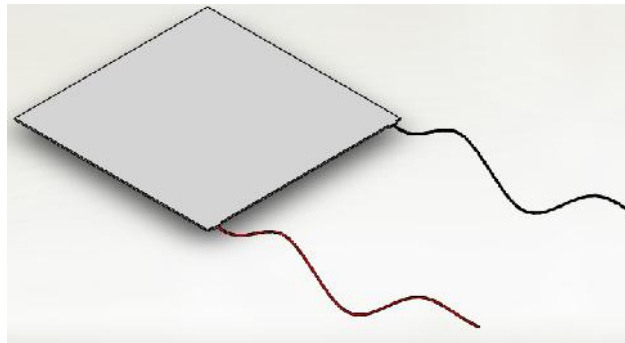


Fig. 0.1 Celda Peltier

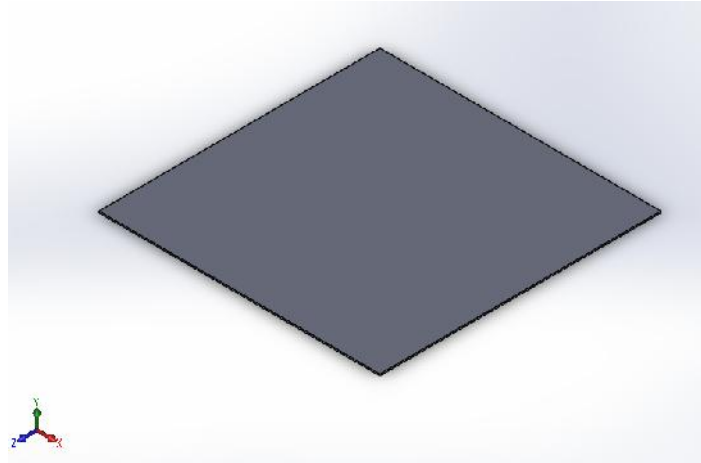


Fig. 0.2 Vista Isométrica de la lámina

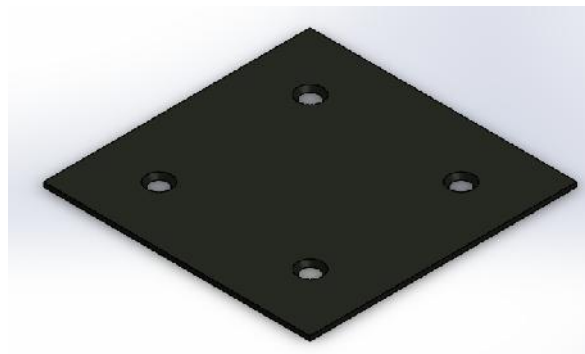


Fig. 0.3 Vista isométrica de la placa de acero

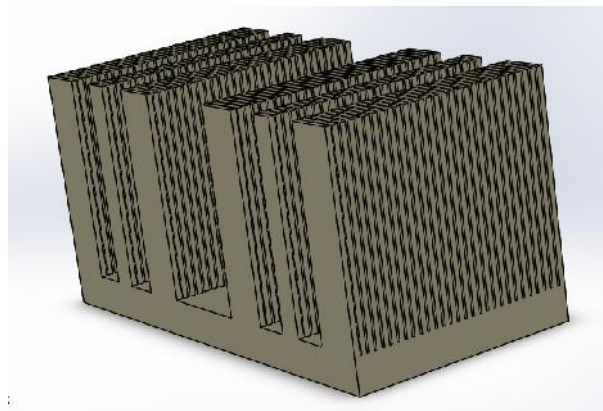


Fig. 0.4 Vista Isométrica del dissipador

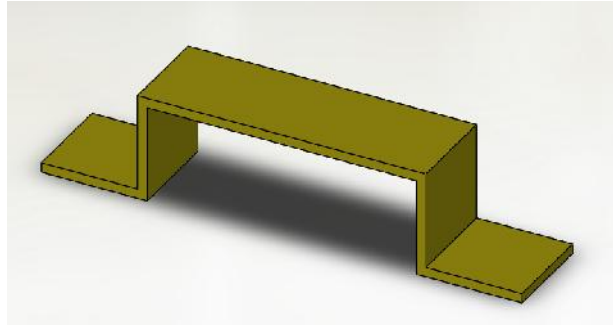


Fig. 0.5 Vista Isométrica de la base de cobre

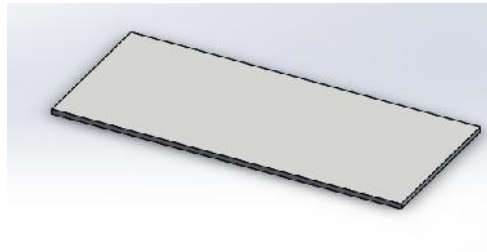


Fig. 0.6 Vista Isométrica de la lámina de aluminio

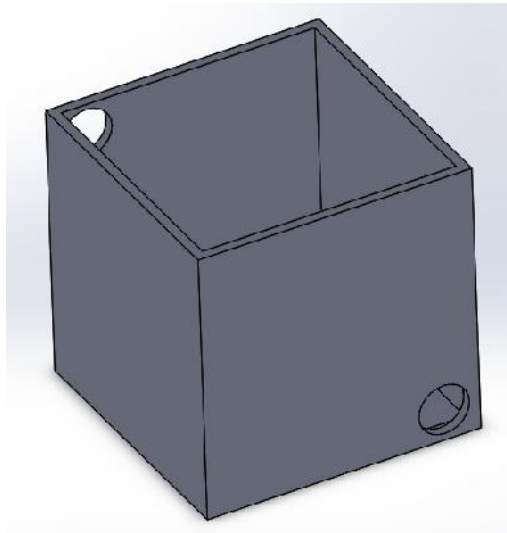


Fig. 0.7 Cubo con Orificios

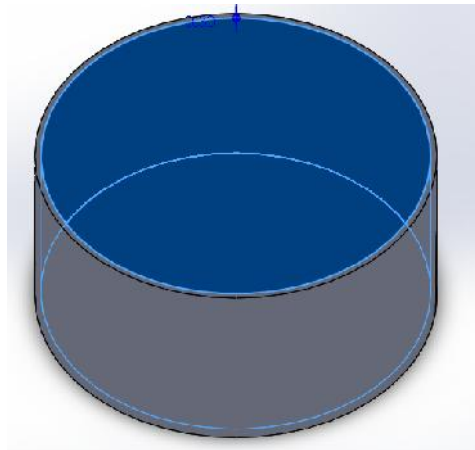


Fig. 0.8 Tanque de Enfriamiento

La figura siguiente muestra una vista lateral del ensamble del generador termoeléctrico se puede apreciar que las celdas Peltier quedan incrustadas entre la aplicación de calor en la parte inferior y enfriamiento en la parte superior. Las placas bajo las celdas son placas de acero que no permiten que el calor llegue directamente a las celdas Peltier para no dañar sus terminales ni la estructura interna por exceso de temperatura.

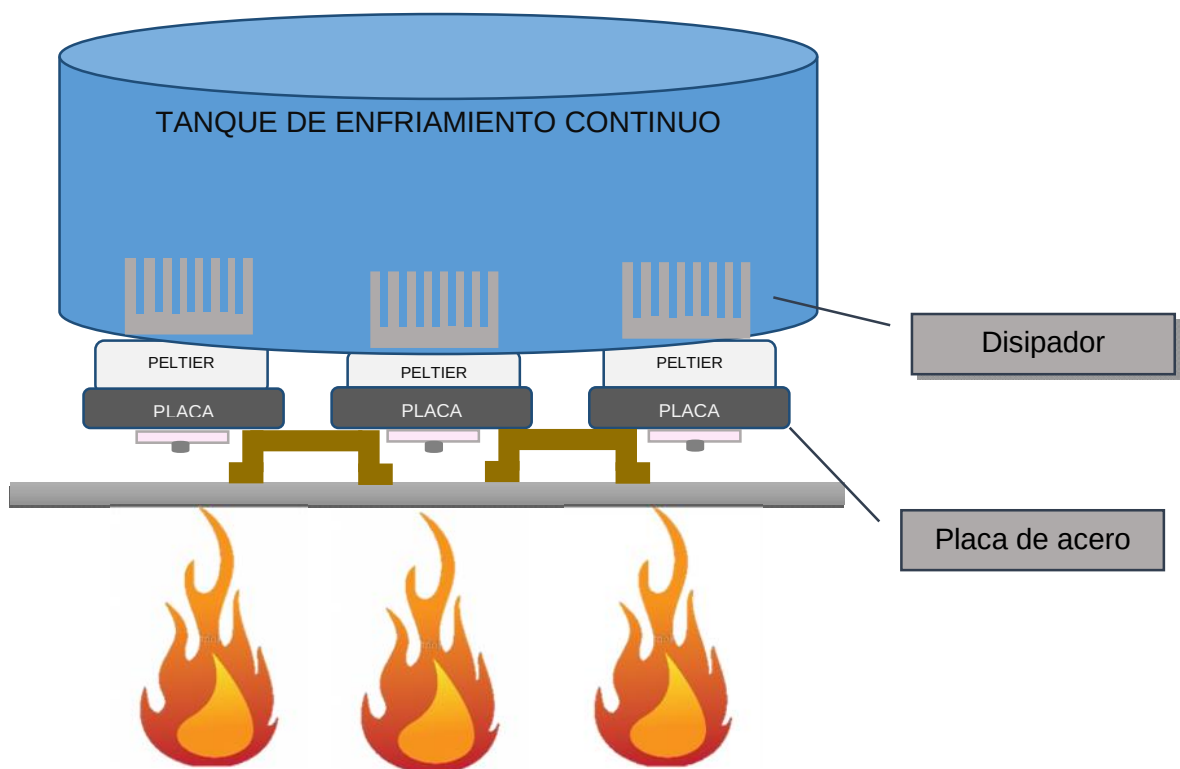


Fig. 0.9 Esquema del generador termoeléctrico. Fuente Propia

3.1.2 Materiales del generador termoeléctrico

Una vez que se han determinado las dimensiones de los elementos del generador termoeléctrico con la ayuda del programa SolidWorks se procede a obtener los materiales para la realización del generador termoeléctrico

Tabla 0.1 Lista de Materiales

Sistema de generación de voltaje		
9	Celdas Peltier TEC1-12706	
1	Láminas de 19 cm x 19 cm con 1 mm de espesor	
8	Láminas de acero	
4	Disipadores	
4	Bases de cobre	

8	Tornillos 1 pulgada	
1	Codo tubular para chimenea de estufa de leña	
1	Recipiente cilíndrico con tapa de 20 cm de diámetro y 20 de altura	
2	Tubos de pasta térmica	
Sistema de succión y enfriamiento por agua		
1	Cubo de 20 litros	

4	Conexiones con rosca externa de ½ Pulgada	
2	Válvulas de paso tipo esfera para cementar	
2	Tramos de tubo de CPVC de ½ pulgada	

3.1.3 Ensamble del generador termoeléctrico.

En el recipiente cilíndrico de 20 cm se realizan 2 orificios aun costado y en la parte superior de 1/2 pulgada de diámetro, se colocan las roscas de 1/2 pulgada y se realiza las medidas de los 4 disipadores que se colocan dentro del recipiente para el enfriamiento de la corrida del agua.



Fig. 0.10 Ensamble de la tapa con el cilindro



Fig. 0.11 Medición de los disipadores en el recipiente.

Dentro del recipiente cilíndrico de 20 cm se colocan los 4 disipadores sostenido con pasta térmica y tornillos, esto para reducir la transmisión de calor



Fig. 0.12 Disipadores dentro del Recipiente

En la parte inferior del recipiente de 20 cm se dibuja la forma del disipador, se colocan las celdas peltier del lado frio hacia el recipiente sujetado con pasta térmica, de tal manera que abarquen 2 celdas peltier por cada disipador.

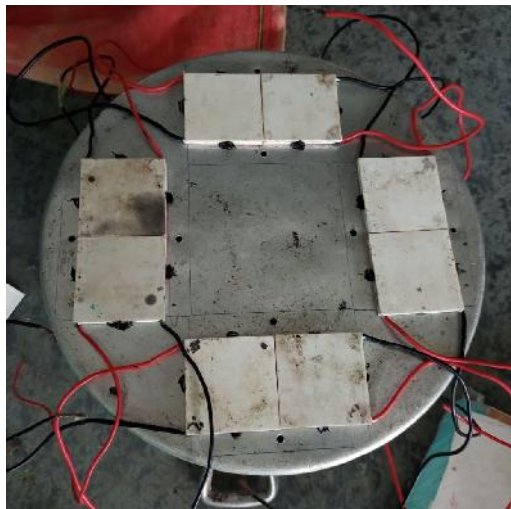


Fig. 0.13 Colocación de las celdas peltier sobre el recipiente

Sobre la celda peltier se colocan las placas de aluminio para mayor calentamiento sobre esta, sujetadas con una placa de aluminio y tornillos de 1 pulgada.

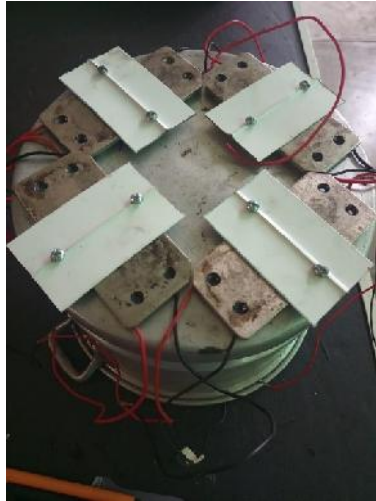


Fig. 0.14 Armado con Placas de láminas y celdas peltier.

Fuente Elaboración Propia

Las 4 láminas de cobre se colocan encima de la placa de lámina, ya que el cobre es un buen conductor de calor tocara la placa de lámina de 4 cm x 4cm, esto para tener un mayor rendimiento en las celdas peltier



Fig. 0.15 Placas de Cobre. Fuente Elaboración Propia

Las celdas Peltier o enfriadores termoeléctricos se utilizaron generando una diferencia de temperatura entre sus caras lo cual entre mayor sea, produce una corriente eléctrica, Se colocaron las placas de cobre por encima de la placa de lámina.

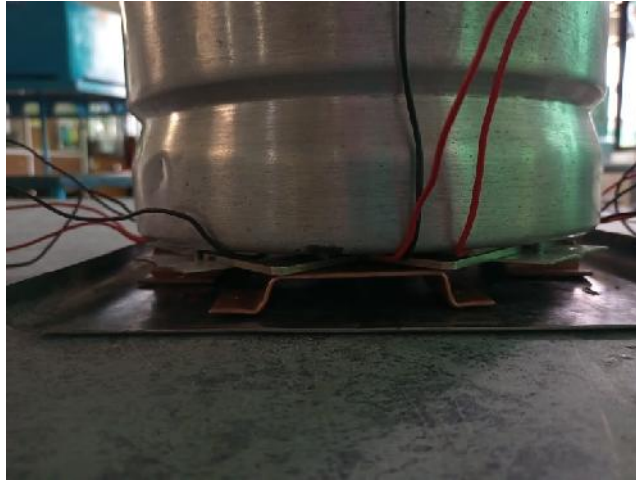


Fig. 0.16 Placas de Cobre. Fuente Elaboración Propia

La Figura 88 muestra el ensamble completo del generador termoeléctrico, el recipiente que esta sobre las placas tiene alimentación y flujo continuo de agua fría para permitir el enfriamiento de la cara superior de las celdas lo que mantiene un gradiente de temperatura suficiente para generar voltaje por efecto seebeck en las terminales de salida de las placas Peltier.



Fig. 0.17 Ensamble del Generador Termoeléctrico

Las figuras 89 y 90 muestran la bomba de succión por el método sifón esta funciona colocando una columna de agua en el cubo dejando espacio de aire dentro del mismo al abrir la valvular de salida en el extremo del tubo que alimentara al sistema de enfriamiento la columna de agua ejercerá presión de succión sobre el espacio de aire dentro del cubo lo cual permitirá que se succione agua desde el tubo de alimentación colocado en la tapa del cubo.



Fig. 0.18 Entrada de la bomba de agua

Este sistema proporciona alimentación continua de agua fría al sistema de enfriamiento de las celdas Peltier que se encuentra sobre las mismas en el generador termoeléctrico.



Fig. 0.19 Entrada de la bomba de agua

3.1.4 Configuración de las conexiones de las celdas Peltier

Al conectar tres celdas en serie se obtiene un voltaje aproximado de 5.4 volts que al conectar a un regulador de 5 volts permite alimentar una batería recargable de 5 volts y así mismo conectar dispositivos a la misma como lámparas de leds de 5 volts, un cargador para celular, u otro dispositivo que funcione a 5 volts.

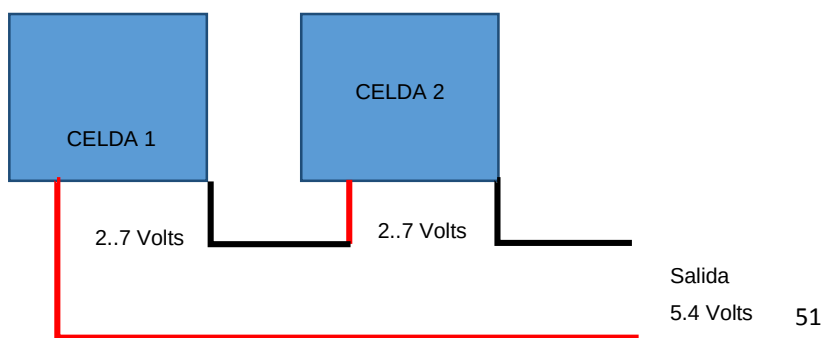


Fig. 0.20 Conexión en serie de celdas

Para aumentar la corriente para una carga mínima de 1 Amperio es necesario colocar 3 arreglos en paralelo como el de la figura siguiente.

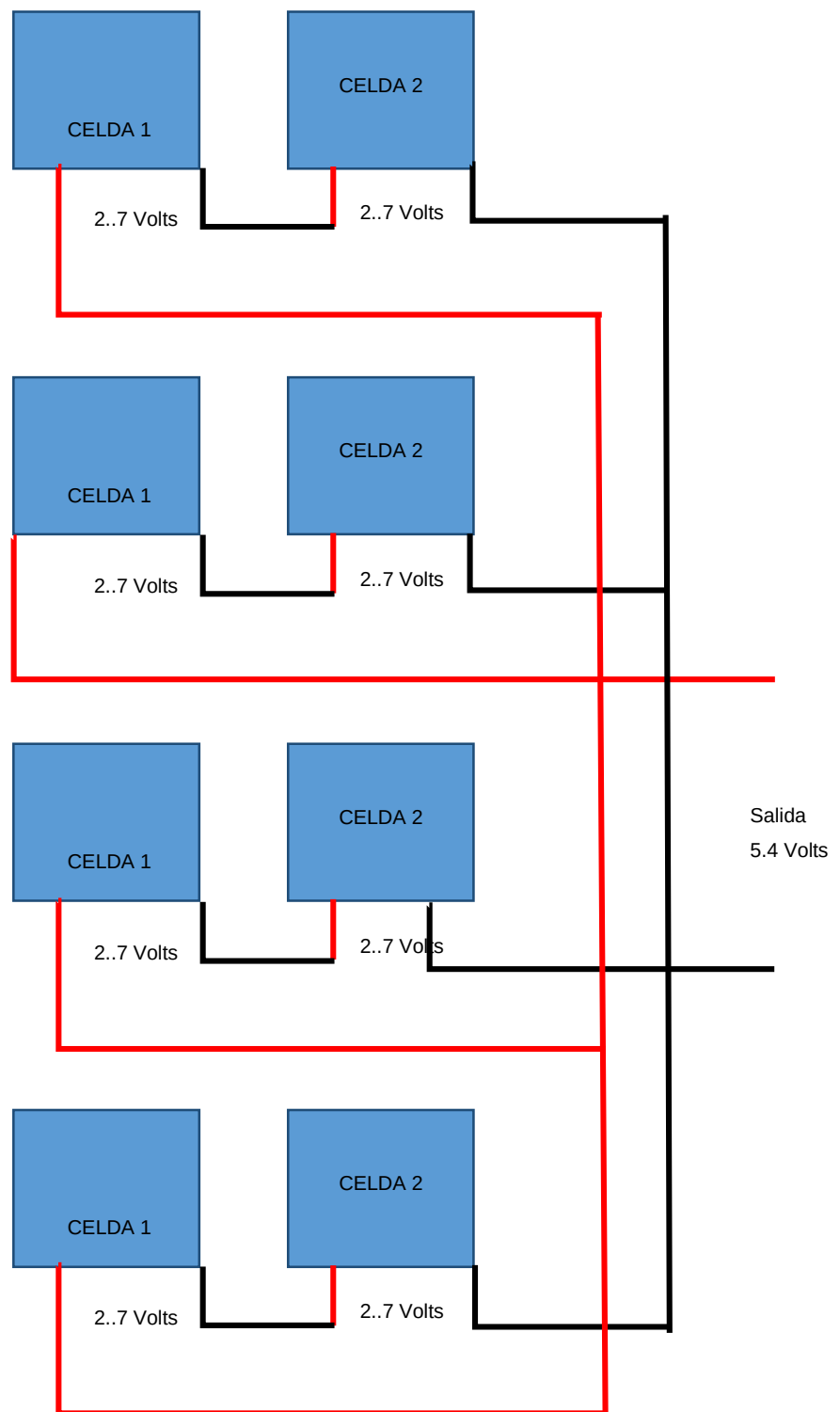


Fig. 0.21 Arreglo de celdas Peltier.

Después de realizar el ensamble del generador termoeléctrico basado en celdas peltier se procedió a realizar mediciones de prueba la Figura 94 muestra el voltaje generado por cada celda Peltier al momento de hacer las pruebas, cada celda genera un voltaje de aproximadamente 1.2 a 2.8 volts. En base a la experimentación realizada, se pudo evidenciar que las diferentes condiciones de temperatura y formas de conexión de los elementos (celdas Peltier) determina la funcionalidad del prototipo de generación eléctrica.



Fig. 0.22 Voltaje generado en cada celda Peltier.

Al conectar dos celdas en serie se puede llegar a obtener hasta un voltaje de 5.6 volts de manera que es necesario encontrar las condiciones óptimas para poder generar los voltajes máximos de operación y por lo tanto mantener un estado estable en la salida del generador termoeléctrico.

Capítulo 4. Resultados

4.1 Planeación y diseño del experimento

En este apartado se definen los niveles de los factores a considerar en el análisis experimental que le da sustento a este trabajo de investigación.

Para validar el funcionamiento del dispositivo diseñado para fines de optimizar la recolección de energía eléctrica de corriente directa generada a partir de un generador termoeléctrico a base de celdas peltier, se tomará como base la metodología propuesta por Montgomery et al (2010) para el diseño completamente al azar, conforme al siguiente diagrama de flujo:

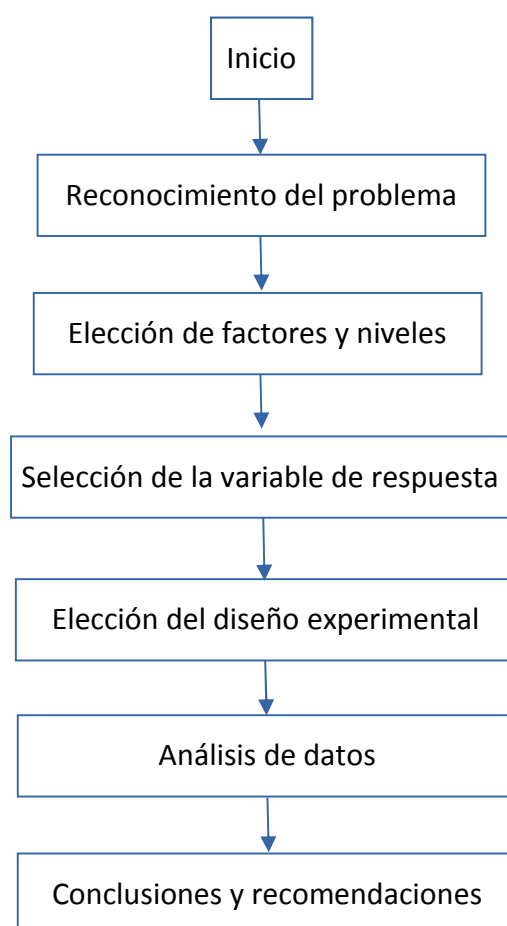


Fig. 0.1 Metodología para DCA Fuente: Montgomery et al

4.1.1 Reconocimiento del problema

Se plantearon diversas situaciones que pudieran estar ocurriendo en el proceso de determinación del fenómeno a estudiar. Derivado de los análisis de los diversos escenarios, se determinó que se debería de estudiar el efecto de la obtención de energía eléctrica de corriente directa a partir del generador termoeléctrico a base de celdas peltier mediante un diseño de experimental, en donde se hicieran variar diversos factores en niveles para verificar si se tienen tenían efectos significativos sobre las variables de respuesta a estudiar.

4.1.2 Elección de los niveles y factores

Se realizaron pruebas para determinar el efecto de la variación de varios parámetros que influyen sobre la salida de voltaje del generador termoeléctrico tales como velocidad de flujo de agua para enfriamiento, cantidad de combustible de la fuente de calentamiento, distancia a la fuente de calor y gradiente de temperatura determinándose que para llevar a cabo el experimento se optara como factor de tratamiento cinco niveles del gradiente de temperatura y 8 réplicas experimentales aplicadas al generador:

De los múltiples valores obtenidos en las mediciones preliminares se seleccionaron los niveles más estables descartando los valores que generaran los voltajes más bajos y los más altos por no ser valores estables.

4.1.3 Selección de la variable de respuesta

Para el análisis de la variable de respuesta, se seleccionaron diversas variables de respuesta, las relativas a la producción de energía eléctrica, como lo son la diferencia de potencial (Volts) y corriente eléctrica (mA). Con este conjunto de variables se pretende comprender el fenómeno estudiado.

4.1.4 Selección del diseño experimental

En base a la relación que existe entre las variables respuesta y los factores analizados reportada en la bibliografía, se propuso el diseño experimental completamente al azar con un solo factor, para evaluar como la variable propuesta influye sobre la variable de

respuesta. Este diseño experimental es sencillo y permitió llegar a conclusiones acorde a las hipótesis propuestas en este trabajo de investigación. En la tabla inferior se pueden apreciar los tratamientos aplicados al diseño experimental completamente al azar, así como las replicas de cada uno de los tratamientos. Cabe mencionar que el papel de aleatoriedad en este experimento es extremadamente importante debido a que cualquier debido que al hacer aleatorio el orden de las 40 series de prueba, el efecto de cualquier variable perjudicial que pueda afectar la variable de respuesta mas o menos se equilibra. Por ejemplo, si las réplicas se efectúan en orden de concentración creciente de gradiente de temperatura es posible que el calentamiento de las celdas Peltier afecte de manera significativa el lado frio y se pierda el control del gradiente de temperaturas del generador.

Tabla 0.1 Tabla de Tratamientos

Niveles	Gradiente de temperatura	Replicas
1	30	8
2	35	8
3	40	8
4	45	8
5	50	8

4.2.5 Análisis de datos

Para recabar la información se realizó una tabla en la cual se anotaron las mediciones de la diferencia de potencial obtenida en el generador termoelectrico realizadas durante el periodo de estudio.

Tabla 0.2 Formato para recolección de datos (Elaboración Propia)

Medición	Tratamiento (Gradientes de Temperatura en ° C)	Respuesta (Diferencia de Potencial en Volts)
1	30	1.732
2	35	2.189
3	40	3.146
4	45	3.867
5	50	4.729
6	30	1.456
7	35	2.414
8	40	3.129
9	45	3.836
10	50	4.803

11	30	1.487
12	35	2.466
13	40	3.180
14	45	3.679
15	50	4.500
16	30	1.647
17	35	2.206
18	40	3.113
19	45	3.686
20	50	4.622
21	30	1.483
22	35	2.466
23	40	2.960
24	45	3.949
25	50	4.641
26	30	1.554
27	35	2.347
28	40	3.018
29	45	3.855
30	50	4.674
31	30	1.572
32	35	2.237
33	40	3.061
34	45	3.906
35	50	4.630
36	30	1.669
37	35	2.473
38	40	3.046
39	45	3.779
40	50	4.795

Agrupando los datos por tratamientos y sus respectivas replicas experimentales podemos visualizar la variación de cada medición esto se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 0.3 Diferencia de Potencial (Volts)

Gradiente de Temperatura (° C)	Replicas u Observaciones							
	1	2	3	4	5	6	7	8
30	1.732	1.456	1.487	1.647	1.483	1.554	1.572	1.669
35	2.189	2.414	2.466	2.206	2.466	2.347	2.237	2.473
40	3.146	3.129	3.180	3.113	2.960	3.018	3.061	3.046
45	3.867	3.836	3.679	3.686	3.949	3.855	3.906	3.779
50	4.729	4.803	4.500	4.622	4.641	4.674	4.630	4.795

4.1.4.1 Verificación de la calidad de los datos recolectados.

Para el análisis estadístico fue necesario capturar los datos empleando la hoja de cálculo del software Excel de acuerdo con el esquema del diseño completamente al

azar realizar el análisis de datos con un software de elección. En el presente proyecto el tamizado de datos, las pruebas de normalidad y homocedasticidad, así como la prueba ANOVA para factores individuales se realizó empleando Google Colab configurado en entorno de ejecución R, con acelerador por hardware CPU, en un equipo de cómputo DELL con procesador Intel Core I5, memoria RAM de 8 GB, con sistema operativo Windows 10.

En esta primera etapa del análisis de datos se verifica que los datos hayan sido obtenido mediante los métodos y técnicas propuestos, es decir, que se haya recolectado la información de forma aleatoria, para asegurar la validez científica de los resultados, así como la presencia de datos atípicos dentro del proceso de recolección, la presencia de éstos afectaría las conclusiones obtenidas mediante la tabla ANOVA, siendo necesario para solventar esta situación, la implementación de análisis no paramétricos equivalentes para el análisis de varianza.

Para verificar estas situaciones, se generaron gráficos de caja (boxplot) en esta gráfica puede observarse que, para la variable de salida, considerando los niveles de los tratamientos, no se encuentra evidencia de datos atípicos de acuerdo a las siguientes conclusiones.

A primera vista, se observa que a medida que aumenta la temperatura, el voltaje proporcionado por las celdas Peltier también tiende a aumentar. Esto se evidencia en el desplazamiento hacia arriba de la mediana (línea dentro de la caja) conforme se incrementa la temperatura. Este comportamiento es esperado, dado que las celdas Peltier generalmente aumentan su voltaje de salida en respuesta a un aumento de la diferencia de temperatura a la que están expuestas.

El boxplot de 30 grados muestra el rango de voltaje más bajo, con una mediana cercana al límite inferior de la caja, lo que indica que la mayoría de los valores de voltaje se concentran en la parte inferior del rango. A medida que la temperatura aumenta a 35 y 40 grados, el voltaje se incrementa y la distribución de los datos se vuelve un poco más simétrica, como se ve en las cajas de 35 y 40 grados.

Al llegar a 45 y 50 grados, la mediana y el rango intercuartílico continúan aumentando, mostrando que las celdas Peltier generan más voltaje a gradientes de temperatura más altas. Sin embargo, la dispersión de los datos (tamaño de las cajas) también parece incrementarse, lo cual puede indicar una mayor variabilidad en la respuesta de voltaje de las celdas a estos gradientes temperaturas más elevadas.

En resumen, el boxplot sugiere una relación positiva entre el gradiente de la temperatura y el voltaje generado por las celdas Peltier, con un aumento en la variabilidad de la respuesta a temperaturas más altas. Este análisis permite entender mejor cómo se comportan las celdas Peltier ante cambios en la temperatura y podrá ser útil para optimizar su uso en aplicaciones prácticas. Esto se reporta en la siguiente figura.

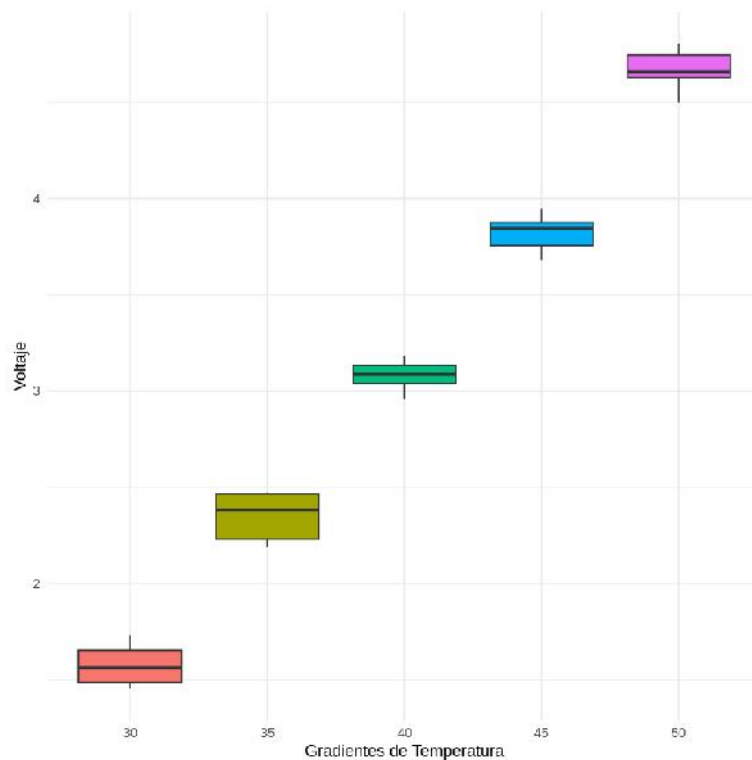


Fig. 0.2 Relación Voltaje Niveles de tratamiento

4.1.4.2 Análisis de varianza

Para el análisis de varianza, se propuso el modelo matemático correspondiente al diseño en bloques al azar, mismo que se define como:

$$y_i = \mu + \tau_i + \varepsilon_i$$

Donde:

- y_i corresponde a las variables de respuesta.
- μ corresponde a la media general del experimento.
- τ_i corresponde a los niveles del factor de tratamiento
- ε_i corresponde al error aleatorio

Se ejecutó el análisis de varianza en el software previamente especificado, arrojándose los siguientes resultados:

```
modelo=lm(Respuesta~Factor,data=df)
```

```
summary(modelo)
```

Call:

```
lm(formula = Respuesta ~ Factor, data = df)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.17425	-0.06972	-0.00150	0.07559	0.15700

Coefficients:

	Pr(> t)	Estimate	Std. Error	t value	
(Intercept)		1.57500	0.03537	44.53	<2e-16 ***
Factor35	0.77475	0.05001	15.49	<2e-16	***
Factor40	1.50663	0.05001	30.12	<2e-16	***
Factor45	2.24463	0.05001	44.88	<2e-16	***
Factor50	3.09925	0.05001	61.97	<2e-16	***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1 on 35 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9926, Adjusted R-squared: 0.9918

```
F-statistic: 1176 on 4 and 35 DF, p-value: < 2.2e-16
```

```
anova=aov(modelo)
```

```
summary(anova)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Factor	4	47.08	11.77	1176	<2e-16 ***
Residuals	35	0.35	0.01		

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Derivado del análisis realizado, se puede llegar a las siguientes conclusiones, para la variable de respuesta:

Respuesta Diferencia de Potencial: Con base en la evidencia experimental, se concluye con una 95% de confianza que no existen diferencias significativas en términos de los niveles del factor de tratamiento.

4.1.4.3 Análisis residual

En esta fase del análisis se verifica los supuestos de adecuación, mismos que según la literatura revisada en cuánto a Diseño de Experimentos se refiere, se enuncian a continuación:

1. Que los residuales del modelo sigan una distribución normal con media igual a cero.
2. Que los residuales sean independientes.
3. Que los residuales tengan una varianza constante.

Para realizar este análisis se ejecutaron los siguientes códigos y se obtuvieron las respectivas graficas:

Pruebas de adecuación

```
residuales=rstudent(modelo)
ajustes=modelo$fitted.values
df=df%>%mutate(Residuales=rstudent(modelo),Ajustes=ajustes,Corrida=
seq(1,40,1))
str(df)

'data.frame':   40 obs. of  6 variables:
 $ Respuesta  : num  1.73 2.19 3.15 3.87 4.73 ...
 $ Tratamiento: num  30 35 40 45 50 30 35 40 45 50 ...
 $ Factor      : Factor w/ 5 levels "30","35","40",...: 1 2 3 4 5 1 2
3 4 5 ...
 $ Residuales : Named num  1.725 -1.77 0.683 0.501 0.58 ...
 ..- attr(*, "names")= chr [1:40] "1" "2" "3" "4" ...
 $ Ajustes     : Named num  1.58 2.35 3.08 3.82 4.67 ...
 ..- attr(*, "names")= chr [1:40] "1" "2" "3" "4" ...
 $ Corrida     : num  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
```

Normalidad de residuos

```
qq_res=ggplot(data = df, aes(sample = Residuales)) +
  stat_qq() +
  stat_qq_line() +
  ggtitle("Gráfica de Probabilidad Normal de los Residuales") +
  xlab("Cuantiles Teóricos") +
  ylab("Residuales Studentizados")+
  theme_minimal()

qq_res
```

Derivado del análisis residual, se puede concluir que para la variable de respuesta se cumplen los supuestos antes mencionados, por lo tanto, se puede concluir, que con un 95% de confianza, el diseño completamente al azar es adecuado para explicar la relación entre la variable voltaje en relación con el gradiente de temperatura considerado en este análisis durante la corrida experimental ver figura 20.

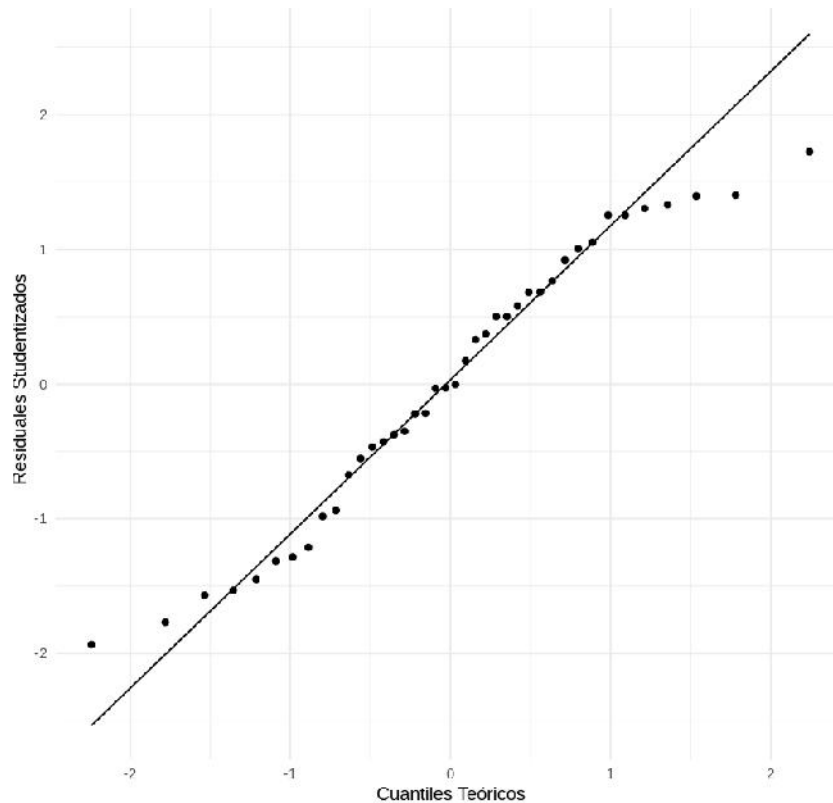


Fig. 0.3 Grafica de probabilidad normal de los residuales

Residuales contra orden

```
g4=ggplot(data=df)+
  geom_point(aes(x=Corrida,y=Residuales))+
  geom_hline(aes(yintercept=mean(Residuales),color="red"))+
  theme_minimal()+
  theme(legend.position = "none")
```

g4

La gráfica de residuales contra la corrida muestra una distribución aleatoria de los residuales a lo largo de las diferentes corridas experimentales. No se observa ningún patrón claro o tendencia sistemática, lo que sugiere que los residuales son independientes del orden de las corridas. Esto es un indicador positivo de que nuestro modelo es robusto y que los efectos de orden no influyen significativamente en la respuesta del voltaje de las celdas Peltier. Esto se puede apreciar en la siguiente figura

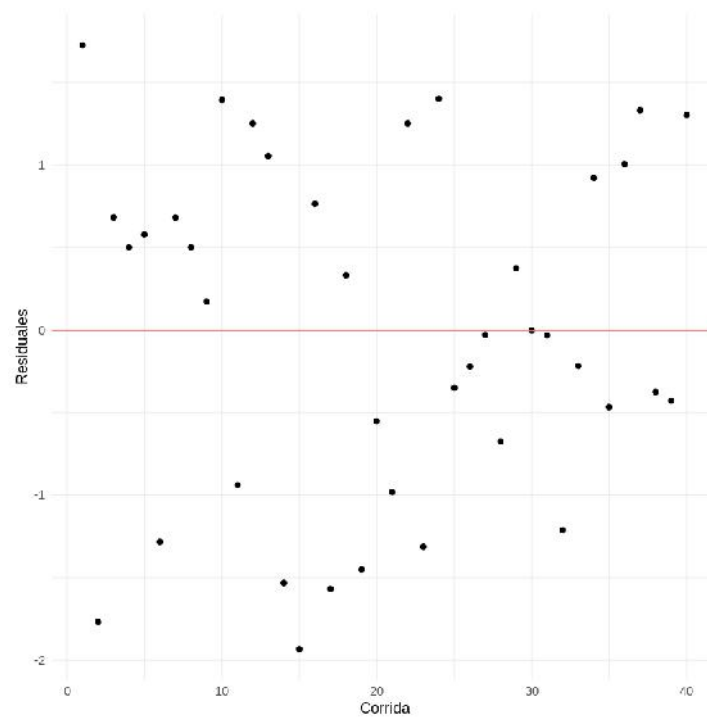


Fig. 0.4 Residuales contra orden

Residuales contra ajustes.

```
g3=ggplot(data=df)+
  geom_point(aes(x=Ajustes,y=Residuales))+
  geom_hline(aes(yintercept=mean(Residuales),color="red"))+
  theme_minimal()+
  theme(legend.position = "none")
```

g3

La gráfica de residuales contra ajustes muestra igualmente una dispersión aleatoria de puntos sin un patrón aparente. Esto indica que la variabilidad de los residuales no está sistemáticamente relacionada con la magnitud de los ajustes del modelo. En otras palabras, el modelo ajusta de manera uniforme a lo largo de diferentes niveles de la variable respuesta (voltaje), sin mostrar sesgo en particular hacia sobreajuste o subajuste en Áreas específicas del rango de datos.

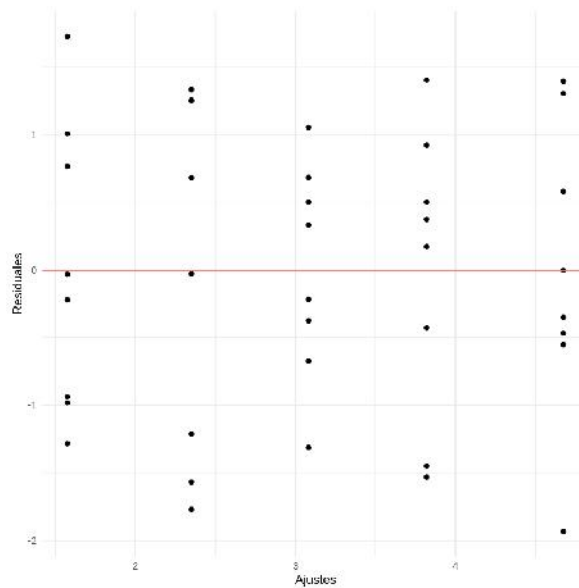


Fig. 0.5 Residuales contra ajustes.

Residuales contra factores

```
g2=ggplot(data=df)+
  geom_point(aes(x=Factor,y=Residuales))+
  geom_hline(aes(yintercept=mean(Residuales),color="red"))+
  theme_minimal()+
  theme(legend.position = "none")
```

g2

Finalmente, la gráfica de residuales contra el factor gradiente de temperatura revela que no hay una relación sistemática entre los residuales y las temperaturas a las que se expusieron las celdas Peltier. Aunque los residuales se distribuyen aleatoriamente a lo largo de los diferentes niveles de gradiente de temperatura, es importante notar que la variabilidad parece ser constante, lo que sugiere homocedasticidad. Este es un indicador de que la varianza de los errores es uniforme a través de los gradientes de temperaturas estudiadas, cumpliendo con otra importante suposición de los modelos de regresión.

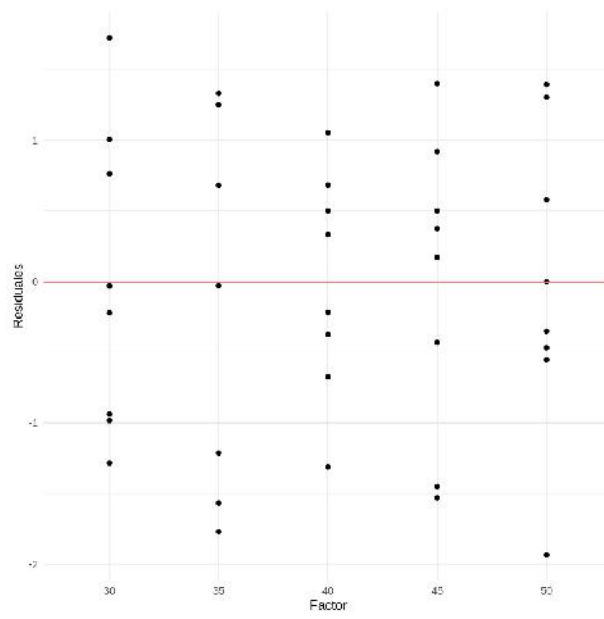


Fig. 0.6 Residuales contra factores.

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

La integración de los análisis de residuales refuerza la confianza en nuestro modelo estadístico y en las conclusiones derivadas del estudio. Las celdas Peltier muestran una respuesta de voltaje predecible y consistente a variaciones en el gradiente de la temperatura y el modelo estadístico empleado maneja adecuadamente la variabilidad inherente a los datos. La independencia, aleatoriedad, y homogeneidad de la varianza de los residuales confirman la adecuación del modelo para describir la relación entre el gradiente de temperatura y voltaje en celdas Peltier identificándose que el gradiente de temperatura más óptimo es de 40 ° C que permite mantener voltajes más estables en la salida del generador termoeléctrico. Estos hallazgos validan el enfoque metodológico adoptado y proporcionan una base sólida para futuras investigaciones que busquen optimizar o explorar nuevas aplicaciones de las celdas Peltier en contextos industriales o de investigación.

Referencias Bibliograficas

- Arias-Nava, E. H., Ríos-Lira, A. J., Vázquez-López, J. A., & Pérez-González, R. (2015). Estudio comparativo entre los enfoques de diseño experimental robusto de Taguchi y tradicional en presencia de interacciones de control por control. *Ingeniería Investigación y Tecnología* , 131-142.
- Axel Falcón, J. E. (2009). Bioelectricidad. *BioTecnología Vol. 13 No. 3* , https://dientesdesable.files.wordpress.com/2017/01/generacion_de_bioelectricidad.pdf.
- Blanco, T. G. (2007). *ESCENARIOS DE ENERGÍAS RENOVABLES EN MÉXICO BAJO CAMBIO CLIMÁTICO*. MÉXICO.
- Bruce e. Logan, B. B. (2006). Microbial Fuel Cells. *Methodology and Technology* , <file:///C:/Users/G3%20256GB%20SSD/Downloads/Logan20MFC20review.pdf>.
- Carlos, V. M. (2015). Desarrollo Humano Sostenible . *Universidad de la costa* . , 233-254.
- Ebert, B. (2014). Una extensión del método de Nelder Mead a problemas de optimización no lineales enteros mixtos. *Reviste Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño de Ingeniería* , 163-174.
- Gabrie Baquela, E., & Redchuk, A. (2014). Optimización Matemática con R. *Bubok Publishing* , 13-153.
- Gaviria. (2011). Microbial Fuel Cells for Wastewater Treatment. En Gaviria, *Waste Water - Treatment and Reutilization* (pág. Capítulo 8). Rijeka, Croatia: Fernando S. García Einschlag.
- Kunduu, V. S. (2010). Biocatalysts in microbial fuel cells. *Tecnología enzimática y microbiana* , [179–188].
- LOGAN, B. E. (2006). Microbial Fuel Cells. *Environmental Challenges and Applications* , <https://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/es0627592>.
- LOGAN, B. E. (2008). *Microbial Fuel Cells*. PENNSYLVANIA: WILEY.
- Loster, M. (2006). Mapa de radiacion solar .Departamento de fisisca. Universidad de California .
- Loster, M. (2006). Mapa de radiacion solar .Departamento de fisisca. Universidad de California. *Total Primary Energy Supply* .
- Morales, M. A. (2018). *Constrastación de la velocidad de crecimiento del maní forrajero contra cultivos forrajeros tradicionales*. Misantla: Instituto Tecnológico Superior de Misantla.
- PROSPECTIVA DE ENERGÍAS RENOVABLES* . (2012). MÉXICO.

Ramos, A., Sánchez, P., María, F. J., Julián, B., & Pedro, L. (2015). Modelos matemáticos de optimización. *Universidad Pontificia* , 3-53.

REN21. (2016). *Energías renovables*. Francia.

REN21. (2016). *Energías renovables*.

SENER. (2012). *PROSPECTIVA DE ENERGÍAS RENOVABLES*. MÉXICO: Gobierno Federal.

Taha, H. A. (2012). *Investigacion de operaciones* . México: PEARSON .

Tejeda Martínez, A., Gay García, C., Cuevas Guillaumin, G., & Rivera Blanco, C. O. (2007). Escenarios de energias renovables en Mexico.

Wei, J. L. (2011). Recent progress in electrodes for microbial fuel cells. *Bioresour. Technol. 102*, 9335-9344 , PubMed.

Wen-Wei Li, G.-P. S.-W.-Q. (2011). Recent advances in the separators for microbial fuel cells. *Bioresource Technology* , 244–252.