

**TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO**  
**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHIHUAHUA**  
**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

---

***“DISEÑO DE UN CONVERTIDOR ELECTRÓNICO  
PARA UN MOTOR DE RELUCTANCIA  
CONMUTADA CON CONTROL DIGITAL POR  
MODOS DESLIZANTES”***

***TESIS***

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**

***MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA  
ELECTRÓNICA***

**PRESENTA:**

***Ing. Ever Adrián Hernández Castillo***

**DIRECTOR DE LA TESIS:**  
***C. Dr. Rogelio Enrique Baray Arana***

**Chihuahua, Chih., abril 2026**



**Educación**  
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO





Chihuahua, Chih. 20 de marzo de 2026

**C. EVER ADRIÁN HERNÁNDEZ CASTILLO**  
**PRESENTE**

En cumplimiento con los requerimientos para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica y a propuesta de su Comité Tutorial, la División de Estudios de Posgrado e Investigación le concede la autorización para imprimir la tesis titulada **"Diseño de un convertidor electrónico para un motor de reluctancia conmutada con control digital por modos deslizantes"** dirigida por el M.C. Rogelio Enrique Baray Arana con el siguiente contenido de capítulos:

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO II. CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA

CAPÍTULO III. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONVERTIDOR PARA UN MRC

CAPÍTULO IV. CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR

CAPÍTULO V. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica®*  
*"La Técnica por el Engrandecimiento de México"*

**LEONCIO OCHOA CERVANTES**  
**JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

LOC/vgo





**Educación**  
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO



Instituto Tecnológico de Chihuahua  
Departamento de Estudios de Posgrado e Investigación

Chihuahua, Chih., 12/enero/2026

**LEONCIO OCHOA CERVANTES**

**JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
PRESENTE**

En cumplimiento con los requerimientos para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le notificamos que el documento de tesis del alumno **C. EVER ADRIÁN HERNÁNDEZ CASTILLO**, titulado **"Diseño de un convertidor electrónico para un motor de reluctancia conmutada con control digital por modos deslizantes"** dirigido por el M.C. Rogelio Enrique Baray Arana, ha sido aprobado y aceptado para su impresión.

Por lo anterior, proponemos le sea concedida la autorización de impresión correspondiente.

Agradeciendo la atención a la presente, quedamos de usted:

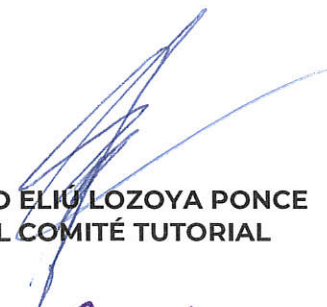
**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica®  
La técnica por el Engrandecimiento de México*

  
**M.C. ROGELIO ENRIQUE BARAY ARANA**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**

  
**DR. PEDRO RAFAEL ACOSTA CANO DE LOS RÍOS**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**

  
**DR. JOSÉ LUIS DURÁN GÓMEZ**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**

  
**DR. RICARDO ELIÚ LOZOYA PONCE**  
**MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL**



  
Vo. Bo.

**LEONCIO OCHOA CERVANTES**  
**JEFE DE LA DIV. DE ESTUDIOS DE PGDO. E INV.**



**2026**  
año de  
**Margarita  
Maza**

Av. Tecnológico No. 2909 Col. 10 de Mayo  
C.P. 31200, Chihuahua, Chihuahua. Tel. (614) 2012000 Ext. 2157  
e-mail: [dir\\_chihuahua@tecnm.mx](mailto:dir_chihuahua@tecnm.mx) tecnm.mx <http://itchiihuahua.mx/>



## CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Chihuahua el día 20 de marzo de 2026, el que suscribe, C. EVER ADRIÁN HERNÁNDEZ CASTILLO con número de control G04060290, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, adscrita a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del el M.C. Rogelio Enrique Baray Arana y cede los derechos del trabajo titulado "Diseño de un convertidor electrónico para un motor de reluctancia conmutada con control digital por modos deslizantes", al Tecnológico Nacional de México y/o Instituto Tecnológico de Chihuahua para su difusión, divulgación, transmisión, reproducción, así como su digitalización con fines académicos y de investigación.

*Ever Hernández*

**C. EVER ADRIÁN HERNÁNDEZ CASTILLO**



**2026**  
año de  
**Margarita  
Maza**







### DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

En la ciudad de Chihuahua el día 20 de marzo de 2026, el que suscribe, C. EVER ADRIÁN HERNÁNDEZ CASTILLO de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, con número de control G04060290 , adscrito a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua, manifiesta que es autor intelectual de la tesis titulada "Diseño de un convertidor electrónico para un motor de reluctancia conmutada con control digital por modos deslizantes" bajo la dirección el M.C. Rogelio Enrique Baray Arana; que el contenido es original y que las fuentes de información consultadas para su fundamentación están debidamente citadas y referenciadas.

*Ever Hernandez*

**C. EVER ADRIÁN HERNÁNDEZ CASTILLO**



**2026**  
año de  
**Margarita**  
**Maza**



Mtro. Ramón Jiménez López  
Director del Tecnológico Nacional de México

Presente.

Por este medio, le envió un saludo y le hago de su conocimiento que a la fecha he concluido con mis estudios en la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua obteniendo el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica, por lo cual, agradezco a la institución a la cual usted representa, por el apoyo brindado durante la realización de mis estudios de posgrado al otorgarme una beca económica, permitiéndome así dedicarme completamente al desarrollo e investigación de mi tesis, cumpliéndose con el objetivo de finalizar mis estudios.

Sin más por el momento, reitero mis agradecimientos. Muchas gracias.

Atentamente

*Ever Hernández*

---

Ing. Ever Adrián Hernández Castillo

*A mis padres*

## **AGRADECIMIENTOS**

### **A Dios**

Por haberme permitido llegar hasta este punto de mi vida, por permitirme gozar de buena salud y darme la sabiduría para solo preocuparme de realizar bien mi trabajo.

### **A mi familia**

Leobardo y Juana mis padres, así como a mis hermanos Mary y Moisés, por siempre entregar amor y apoyo incondicional en las buenas y en las malas.

### **A mi esposa**

Ninfa por su amor, apoyo incondicional y su paciencia.

### **A DGEST**

Por haberme entregado su apoyo económico para realizar mis estudios.

### **A mi asesor**

Rogelio por compartir experiencias y conocimiento sin reservas, así como sus consejos y sobre todo su amistad.

### **A mi escuela ITCH**

A todo el personal docente y administrativo, así como a la institución por haberme permitido realizar mis estudios.

## RESUMEN

### DISEÑO DE UN CONVERTIDOR ELECTRÓNICO PARA UN MOTOR DE RELUCTANCIA CONMUTADA CON CONTROL DIGITAL POR MODOS DESLIZANTES

Ing. Ever Adrián Hernández Castillo  
Candidato a Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
División de Estudios de Posgrado e Investigación  
Instituto Tecnológico de Chihuahua  
Chihuahua, Chih. 2026  
Asesor: C. Dr. Rogelio Baray Arana

Este trabajo de tesis se centra en el diseño, implementación y control de un convertidor electrónico de potencia, tratando su arquitectura de hardware como el sistema dinámico principal. La estrategia de control propuesta, una estructura en cascada de Modos Deslizantes (CMD) y Proporcional-Integrativo (PI), está diseñada para regular el comportamiento del convertidor ante las perturbaciones y no linealidades impuestas por un Motor de Reluctancia Conmutada (MRC) actuando como carga. Así, el objetivo primordial es la gestión robusta de la etapa de potencia, independientemente de la dinámica mecánica del motor.

Se analizaron diferentes topologías de convertidores electrónicos de potencia para MRC y se compararon con un convertidor basado en un inversor monofásico de medio puente con divisor de voltaje mediante capacitores, el cual, aprovechando el uso de dichos capacitores, es acoplado a un convertidor elevador (*Boost*), siendo este último controlado por el control PI-CMD. De esta forma se obtuvo un convertidor lo suficientemente estable y robusto para ser capaz de entregar voltajes y corrientes para las altas exigencias que demanda una carga altamente no lineal y variante en el tiempo como lo es un MRC.

El diseño y control del convertidor se validaron mediante un análisis comparativo de rendimiento, el desarrollo del modelo matemático y su posterior verificación tanto en simulación como en experimentación física utilizando un MRC como carga. En todas las etapas, los resultados obtenidos fueron satisfactorios.

# ÍNDICE

|                                                                                                    |             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>ÍNDICE .....</b>                                                                                | <b>X</b>    |
| <b>LISTA DE FIGURAS .....</b>                                                                      | <b>XIII</b> |
| <b>LISTA DE TABLAS.....</b>                                                                        | <b>XV</b>   |
| <b>I INTRODUCCIÓN.....</b>                                                                         | <b>1</b>    |
| 1.1 ESTADO DEL ARTE. ....                                                                          | 1           |
| 1.2 MOTIVACIÓN. ....                                                                               | 7           |
| 1.3 RESUMEN DEL CONTENIDO DE ESTA TESIS. ....                                                      | 9           |
| <b>II CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA .....</b>                                             | <b>11</b>   |
| 2.1 CONVERTIDORES CLÁSICOS (INVERSORES).....                                                       | 11          |
| 2.1.1 Inversor monofásico de medio puente alimentado por voltaje con carga RL .....                | 11          |
| 2.1.2 Inversor monofásico de puente completo con carga RL. ....                                    | 13          |
| 2.1.3 Inversor trifásico de puente completo con carga RL. ....                                     | 19          |
| 2.2 CONVERTIDORES ASIMÉTRICOS.....                                                                 | 23          |
| 2.2.1 Convertidor clásico .....                                                                    | 24          |
| 2.2.2 Convertidor Miller.....                                                                      | 26          |
| 2.3 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO .....                                                                | 28          |
| <b>III DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONVERTIDOR PARA UN MRC .....</b>                             | <b>29</b>   |
| 3.1 MOTOR DE RELUCTANCIA CONMUTADA.....                                                            | 29          |
| 3.1.1 Constitución geométrica del MRC. ....                                                        | 29          |
| 3.1.2 Principio de generación de par motor en el MRC.....                                          | 30          |
| 3.2 PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE UN CONVERTIDOR ASIMÉTRICO APLICADO A UN MRC.....               | 33          |
| 3.2.1 Convertidor clásico con carga MRC. ....                                                      | 33          |
| 3.2.2 Convertidor Miller con carga MRC.....                                                        | 34          |
| 3.3 PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE UN CONVERTIDOR CONVENCIONAL (INVERSOR) APLICADO A UN MRC. .... | 35          |
| 3.3.1 Modos de operación del convertidor Bipolar. ....                                             | 37          |
| 3.4 COMPARACIÓN ENTRE CONVERTIDORES. ....                                                          | 38          |
| 3.4.1 Reutilización de la energía almacenada en las fases.....                                     | 38          |
| 3.4.1.1 Reutilización de la energía almacenada en la fase en el convertidor Clásico. ....          | 39          |
| 3.4.1.2 Reutilización de la energía almacenada en la fase en el convertidor Bipolar.....           | 40          |
| 3.4.2 Generación de voltajes en las fases.....                                                     | 42          |
| 3.4.2.1 Generación de voltaje negativo en el convertidor Clásico. ....                             | 42          |
| 3.4.2.2 Generación de voltaje con signo contrario en el convertidor Bipolar.....                   | 43          |



|            |                                                                                                                                         |           |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.4.3      | Potencia entregada por la fuente de voltaje. ....                                                                                       | 43        |
| 3.4.4      | Dispositivos de conmutación. ....                                                                                                       | 44        |
| <b>3.5</b> | <b>VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS CONVERTIDORES. ....</b>                                                                                | <b>45</b> |
| <b>3.6</b> | <b>SOLUCIÓN AL PROBLEMA DEL DIVISOR DE TENSIÓN EN EL CONVERTIDOR BIPOLAR. ....</b>                                                      | <b>46</b> |
| 3.6.1      | Diseño de la etapa de elevación de voltaje. ....                                                                                        | 47        |
| 3.6.1.1    | Obtención de la inductancia $L_b$ para operación con corriente continua. ....                                                           | 48        |
| 3.6.1.2    | Obtención de la capacitancia para un rizo de voltaje de salida mínimo. ....                                                             | 52        |
| 3.6.2      | Desbalance de voltaje en los capacitores. ....                                                                                          | 52        |
| 3.6.2.1    | Obtención de la constante de tiempo para la descarga de los capacitores. ....                                                           | 52        |
| 3.6.2.2    | Velocidad mínima de operación de un MRC. ....                                                                                           | 55        |
| 3.6.2.3    | Frecuencia fundamental en las fases de un MRC a partir de la frecuencia mínima. ....                                                    | 57        |
| <b>3.7</b> | <b>CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO. ....</b>                                                                                                  | <b>57</b> |
| <b>IV</b>  | <b>CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR. ....</b>                                                                                    | <b>59</b> |
| <b>4.1</b> | <b>MODELADO MATEMÁTICO DEL CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR. ....</b>                                                                          | <b>59</b> |
| 4.1.1      | Primer Ecuación diferencial a partir del voltaje en la inductancia $L_b$ . ....                                                         | 61        |
| 4.1.2      | Segunda Ecuación diferencial a partir de la corriente en el capacitor $C_1$ . ....                                                      | 62        |
| 4.1.3      | Ecuaciones de estado del convertidor Boost-Bipolar. ....                                                                                | 64        |
| <b>4.2</b> | <b>DISEÑO DEL CONTROL POR MODOS DESLIZANTES PARA UN CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR. ....</b>                                                 | <b>65</b> |
| 4.2.1      | Punto de equilibrio. ....                                                                                                               | 66        |
| 4.2.2      | Condición de existencia. ....                                                                                                           | 67        |
| 4.2.3      | Condición de alcanzabilidad. ....                                                                                                       | 69        |
| 4.2.4      | Diseño del control PI. ....                                                                                                             | 72        |
| 4.2.5      | Superficie conmutada. ....                                                                                                              | 76        |
| <b>4.3</b> | <b>CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO. ....</b>                                                                                                  | <b>78</b> |
| <b>V</b>   | <b>RESULTADOS Y CONCLUSIONES. ....</b>                                                                                                  | <b>79</b> |
| <b>5.1</b> | <b>VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR. ....</b>                                                             | <b>79</b> |
| 5.1.1      | Diagramas a bloques del modelo matemático del convertidor Boost-Bipolar. ....                                                           | 79        |
| 5.1.2      | Resultados del modelo matemático del convertidor Boost-Bipolar. ....                                                                    | 81        |
| <b>5.2</b> | <b>VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA DE CONTROL EN CONJUNTO CON EL MODELO MATEMÁTICO DEL CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR. ....</b> | <b>83</b> |
| 5.2.1      | Parámetros y diagramas a bloques del control por modos deslizantes y el PI. ....                                                        | 83        |
| 5.2.2      | Resultados del modelo matemático Boost-Bipolar con un CMD-PI. ....                                                                      | 85        |
| <b>5.3</b> | <b>VALIDACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL APLICADO A UN SISTEMA REAL SIMULADO. ....</b>                                                      | <b>87</b> |
| 5.3.1      | Simulación del convertidor Boost-Bipolar con carga $R$ . ....                                                                           | 87        |
| 5.3.2      | Simulación del convertidor Boost-Bipolar con carga $RL$ . ....                                                                          | 89        |

|                         |                                                                 |            |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|------------|
| 5.3.3                   | Simulación del convertidor con un MRC como carga.....           | 92         |
| <b>5.4</b>              | <b>VALIDACIÓN DEL SISTEMA APLICADO A UN MRC FÍSICO. ....</b>    | <b>95</b>  |
| 5.4.1                   | Etapas del diseño del convertidor Boost-Bipolar.....            | 95         |
| 5.4.1.1                 | Etapa de potencia, convertidor Boost. ....                      | 95         |
| 5.4.1.2                 | Etapa de acondicionamiento de señales. ....                     | 97         |
| 5.4.1.3                 | Etapa de control. ....                                          | 99         |
| 5.4.1.4                 | Etapa de disparo del IGBT del convertidor Boost. ....           | 100        |
| 5.4.1.5                 | Etapa de potencia, convertidor Bipolar. ....                    | 101        |
| 5.4.2                   | Resultados del convertidor Boost-Bipolar con una carga MRC..... | 101        |
| <b>5.5</b>              | <b>CONCLUSIONES. ....</b>                                       | <b>116</b> |
| <b>REFERENCIAS.....</b> |                                                                 | <b>118</b> |
| <b>ANEXO A .....</b>    |                                                                 | <b>120</b> |

## LISTA DE FIGURAS

### CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA

|                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2.1 Inversor Monofásico de Medio Puente.....                                                     | 12 |
| Figura 2.2 Modos de operación del inversor monofásico de medio puente. a) Modo 1 y b) Modo 2.....       | 12 |
| Figura 2.3 Formas de onda para los modos 1 y 2.....                                                     | 13 |
| Figura 2.4 Inversor monofásico de puente completo. ....                                                 | 13 |
| Figura 2.5 a) Modo 1, b) Modo 2, c) modo 3 y d) modo 4 del inversor monofásico de puente completo. .... | 14 |
| Figura 2.6 Formas de onda para los modos 1, 2 y 4.....                                                  | 18 |
| Figura 2.7 Formas de onda para los modos 1, 3 y 4.....                                                  | 19 |
| Figura 2.8 Inversor trifásico de puente completo. ....                                                  | 19 |
| Figura 2.9 Formas de onda para los voltajes de línea y las secuencias de disparo. ....                  | 20 |
| Figura 2.10 Circuito equivalente para el modo 1.....                                                    | 21 |
| Figura 2.11 Convertidor puente asimétrico. ....                                                         | 24 |
| Figura 2.12 Circuitos equivalentes a) Modo 1, b) modo 2 y c) modo 3 del convertidor clásico. ....       | 25 |
| Figura 2.13 Formas de onda para las tres fases en los modos 1 y 2. ....                                 | 25 |
| Figura 2.14 Formas de onda para las tres fases en los modos 1 y 3. ....                                 | 26 |
| Figura 2.15 Convertidor Miller. ....                                                                    | 26 |
| Figura 2.16 a) Modo 1, b) modo 2 y c) modo 3 del convertidor Miller.....                                | 27 |
| Figura 2.17 Formas de onda para los tres modos de operación del convertidor Miller. ....                | 28 |

### DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONVERTIDOR PARA UN MRC

|                                                                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.1 Vista transversal de un MRC trifásico de 12/8. ....                                                                 | 31 |
| Figura 3.2 Ángulo entre posición de alineación y posición de desalineación para un MRC 12/8. ....                              | 31 |
| Figura 3.3 Operación ideal de un MRC con respecto a la posición del rotor. ....                                                | 32 |
| Figura 3.4 Cuadrantes de operación de un MRC.....                                                                              | 33 |
| Figura 3.5 Conexión del convertidor clásico trifásico con un MRC 12/8. ....                                                    | 33 |
| Figura 3.6 Ángulos de disparo del convertidor clásico.....                                                                     | 34 |
| Figura 3.7 Conexión del convertidor Miller trifásico con un MRC 12/8. ....                                                     | 35 |
| Figura 3.8 Conexión del convertidor Bipolar trifásico a un MRC 12/8.....                                                       | 36 |
| Figura 3.9 Ángulos de disparo del convertidor Bipolar.....                                                                     | 37 |
| Figura 3.10 Circuitos equivalentes en la desenergización de una fase para el convertidor Clásico a) etapa 1 y b) etapa 2.....  | 39 |
| Figura 3.11 Circuito equivalente en la desenergización de una fase para el convertidor Bipolar a) etapa 1 y b) etapa 2.....    | 40 |
| Figura 3.12 Formas de onda de voltaje para una fase en el convertidor Bipolar.....                                             | 43 |
| Figura 3.13 Convertidor Boost-Bipolar. ....                                                                                    | 46 |
| Figura 3.14 Convertidor <i>boost</i> con divisor de tensión. ....                                                              | 47 |
| Figura 3.15 Modos de operación del convertidor Boost a) modo 1 cuando Sb está cerrado y b) modo 2 cuando Sb está abierto. .... | 48 |
| Figura 3.16 Desbalance en el voltaje de los capacitores. ....                                                                  | 53 |
| Figura 3.17 Circuito Equivalente cuando $u_2=1$ . ....                                                                         | 54 |

### CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR

|                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 4.1 Circuito equivalente para el modelo matemático de un convertidor Boost-Bipolar.....               | 60 |
| Figura 4.2 Circuitos equivalentes cuando a) Sb está abierto y b) Sb está cerrado. ....                       | 61 |
| Figura 4.3 Circuitos equivalentes en la a) condición 1, b) condición 3, c) condición 5 y d) condición 7..... | 62 |
| Figura 4.4 Diagrama a bloques del sistema de control. ....                                                   | 66 |
| Figura 4.5 Gráficas para voltajes y corriente cuando la frecuencia del convertidor Bipolar es muy baja. .... | 77 |
| Figura 4.6 Diagrama a bloques con superficie deslizante conmutada.....                                       | 78 |

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

|                                                                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 5.1 Diagrama global a bloques del sistema Boost-Bipolar.....                                         | 80  |
| Figura 5.2 Diagrama a bloques de las Ecuaciones de estado del sistema Boost-Bipolar. ....                   | 80  |
| Figura 5.3 Diagrama a bloques de la Ecuación de Estado para la corriente en Lb. ....                        | 80  |
| Figura 5.4 Diagrama a bloques de la Ecuación de Estado para el voltaje en C1. ....                          | 81  |
| Figura 5.5 Diagrama a bloques de la Ecuación de Estado para el voltaje en C2. ....                          | 81  |
| Figura 5.6 Gráficas para corriente y voltajes del modelo matemático Boost-Bipolar. ....                     | 82  |
| Figura 5.7 Acercamiento en las señales de corriente y voltajes del modelo matemático Boost-Bipolar. ....    | 82  |
| Figura 5.8 Diagrama global a bloques del convertidor Boost-Bipolar con CMD-PI.....                          | 83  |
| Figura 5.9 Diagrama a bloques de sistema de control.....                                                    | 84  |
| Figura 5.10 Diagrama a bloques del conmutador del sistema de control. ....                                  | 84  |
| Figura 5.11 Diagrama a bloques del control PI. ....                                                         | 84  |
| Figura 5.12 Diagrama a bloques del control por modos deslizantes. ....                                      | 85  |
| Figura 5.13 Gráficas para corriente y voltajes con CMD-PI. ....                                             | 86  |
| Figura 5.14 Acercamiento en las señales de corriente y voltaje con CMD-PI. ....                             | 86  |
| Figura 5.15 Diagrama eléctrico del convertidor Boost-Bipolar para ser simulado en PSIM.....                 | 87  |
| Figura 5.16 Diagrama eléctrico del sistema de control para la simulación en PSIM. ....                      | 87  |
| Figura 5.17 Diagrama a bloques del sistema de control para simulación en PSIM. ....                         | 88  |
| Figura 5.18 Graficas y corrientes para corriente y voltajes en simulación en PSIM. ....                     | 88  |
| Figura 5.19 Acercamiento en las formas de onda de corrientes y voltajes en simulación en PSIM. ....         | 89  |
| Figura 5.20 Formas de onda para corriente y voltajes con una carga RL variante en el tiempo. ....           | 90  |
| Figura 5.21 Respuesta rápida ante variación de la inductancia.....                                          | 90  |
| Figura 5.22 Acercamiento a las formas de onda de corriente y voltajes ante una variación paramétrica. ....  | 91  |
| Figura 5.23 Respuesta del sistema ante cambios en el valor del voltaje deseado.....                         | 91  |
| Figura 5.24 Variación del voltaje de entrada con ruido. ....                                                | 92  |
| Figura 5.25 Sistema de control para un convertidor de potencia para un MRC. ....                            | 93  |
| Figura 5.26 Sistema generador de pulsos para energizar las fases de un MRC según la posición del rotor..... | 93  |
| Figura 5.27 Formas de onda cuando la carga es un MRC. ....                                                  | 94  |
| Figura 5.28 Acercamiento a las formas de onda cuando la carga es un MRC. ....                               | 94  |
| Figura 5.29 Etapa de potencia, convertidor Boost. ....                                                      | 95  |
| Figura 5.30 Etapa de acondicionamiento de señales. ....                                                     | 97  |
| Figura 5.31 Etapa de control. ....                                                                          | 99  |
| Figura 5.32 Etapa para el disparo del IGBT del convertidor Boost. ....                                      | 101 |
| Figura 5.33 Valores digitales obtenidos por el microcontrolador. ....                                       | 102 |
| Figura 5.34 CH1 = Vs, CH2 = VC2, CH3 = IL y CH4 = u1. ....                                                  | 104 |
| Figura 5.35 Formas de onda para un voltaje deseado de 52.624 V. ....                                        | 106 |
| Figura 5.36 Formas de onda para un Vd=52.624 V. ....                                                        | 106 |
| Figura 5.37 Acercamiento de las señales para un Vd = 52.624 V. ....                                         | 107 |
| Figura 5.38 Variación de Vs de 40 V a 26 V. ....                                                            | 108 |
| Figura 5.39 Variación de Vs de 40 V a 26 V. ....                                                            | 108 |
| Figura 5.40 Acercamiento en amplitud de Vc cuando se varia Vs.....                                          | 109 |
| Figura 5.41 Respuesta del sistema al variar Vref (color purpura). ....                                      | 109 |
| Figura 5.42 Señales de voltajes y corriente al variar Vref. ....                                            | 110 |
| Figura 5.43 Respuesta del sistema al variar Vref. ....                                                      | 111 |
| Figura 5.44 Señales tomadas por el microcontrolador en un corto espacio de tiempo. ....                     | 111 |
| Figura 5.45 Señal de control tomado por un segundo osciloscopio sincronizado. ....                          | 112 |
| Figura 5.46 Aproximación a amplitud real de señales capturadas con dos osciloscopios sincronizados. ...     | 112 |
| Figura 5.47 Formas de onda para Vs, VC2, IL y u1 en el convertidor Boost. ....                              | 113 |
| Figura 5.48 Diagrama a bloques para la conexión de un osciloscopio en el convertidor Boost. ....            | 113 |
| Figura 5.49 Formas de onda para VC1, Va e Ips en el convertidor Bipolar.....                                | 113 |
| Figura 5.50 Diagrama a bloques para la conexión de un osciloscopio en el convertidor Bipolar. ....          | 114 |
| Figura 5.51 Forma de onda de Va. ....                                                                       | 114 |
| Figura 5.52 Forma de onda para $iPs$ . ....                                                                 | 115 |
| Figura 5.53 Formas de onda para Va, Vb, Vc e Ip en el convertidor Bipolar. ....                             | 116 |

## LISTA DE TABLAS

### CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA

|                                                       |    |
|-------------------------------------------------------|----|
| Tabla 2.1 Tiempos de conducción de cada modo.....     | 21 |
| Tabla 2.2 Voltajes de fase y línea de cada modo. .... | 21 |

### DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONVERTIDOR PARA UN MRC

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 3.1 Secuencia de conmutación del convertidor Bipolar. ....  | 37 |
| Tabla 3.2 Comparación de convertidores según su conmutación. .... | 44 |
| Tabla 3.3 Comparación entre convertidores para MRC.....           | 45 |

### CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR

|                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 4.1 Condiciones posibles de las señales de control..... | 60 |
|---------------------------------------------------------------|----|

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

|                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla 5.1 Parámetros para validar el sistema Boost-Bipolar. ....                         | 79  |
| Tabla 5.2 Parámetros del sistema de control.....                                         | 83  |
| Tabla 5.3 Parámetros de un MRC para simulación en PSIM.....                              | 92  |
| Tabla 5.4 Parámetros del MRC a utilizar como carga con el convertidor Boost-Bipolar..... | 101 |
| Tabla 5.5 Valores utilizados en el convertidor Boost-Bipolar. ....                       | 102 |

# I INTRODUCCIÓN

## 1.1 Estado del arte.

Actualmente el tema de la eficiencia energética en todos los ámbitos de la vida del hombre se ha vuelto prioritario, por ello, en el área de la electrónica de potencia, es de suma importancia considerar la eficiencia en el diseño de los convertidores electrónicos de potencia. En la mayoría de los casos, el diseño de los convertidores se vuelve de mayor costo unitario debido a la adición de nuevos componentes electrónicos para mejorar, tanto el proceso de conversión de la energía, como las protecciones necesarias para los dispositivos, sin olvidar la calidad de la energía que exige filtros de entrada y de salida, pero con esas acciones se da mayor valor agregado al producto, compensándose en el tiempo por los beneficios en el ahorro de energía al ser integrado a sistemas más eficientes de conversión de la energía de lo que fueron sus antecesores. Además, en los últimos años se ha dado mucha importancia a hacer más eficientes, desde el punto de vista de cómputo, a los procesadores, ya que se exige que sean más potentes en cuanto a rapidez de procesamiento (millones de instrucciones por segundo MIPS) con el fin de tener procesos de cálculo y procesamiento de algoritmos en menor tiempo, traducándose en un ahorro de energía. Lo anterior logra tener un impacto bastante significativo en los diversos productos electrónicos comercialmente disponibles y sobre todo en aquellos que son alimentados por baterías y cuya demanda crece en los mercados cada año. Algunas ventajas en estos dispositivos son el tener computadoras súper rápidas, medios de almacenamiento masivo electrónicos (memorias) con más capacidad, más funciones a dispositivos telefónicos inteligentes (*Smartphones*), televisores con una alta calidad de imagen, videojuegos con alta definición de gráficos, altas velocidades de transmisión de datos (internet), iluminación basada en tecnología LED, manufactura mediante robots, etc.

La electrónica de potencia se puede definir como la forma en que se aplican los dispositivos semiconductores en el proceso de la conversión de la energía eléctrica y en el control de la misma, la cual se basa principalmente en la forma de conmutación de esos dispositivos semiconductores como interruptores del flujo de energía entre la fuente de

alimentación y la forma en la cual la carga demanda la energía para hacer uso de ella [1]. Esas aplicaciones incluyen circuitos que procesan desde miliwatts hasta megawatts de potencia. Las aplicaciones típicas de la electrónica de potencia son, entre otras, la conversión de corriente alterna en corriente directa (AC/DC), conversión de corriente directa en corriente alterna (DC/AC), conversión de una corriente directa no regulada en una corriente directa regulada (DC/DC) y la conversión de una corriente alterna con una determinada amplitud y frecuencia en otra de amplitud y frecuencia distinta (AC/AC) [2].

Los dispositivos semiconductores de potencia (interruptores electrónicos) se pueden clasificar con base en [1]:

1. Cerrado y apertura no controlados (Diodo).
2. Cerrado controlado y apertura no controlados (SCR).
3. Características controladas de cerrado y apertura (BJT, MOSFET, GTO, SITR, IGBT, SIT, MCT).
4. Necesidad de señal continua en compuerta (BJT, MOSFET, IGBT, SIT).
5. Necesidad de impulso en compuerta (SCR, GTO, MCT).
6. Capacidad de resistir un voltaje bipolar (SCR, GTO).
7. Capacidad de resistir un voltaje unipolar (BJT, MOSFET, GTO, IGBT, MCT).
8. Capacidad de corriente bidireccional (TRIAC, RCT, MOSFET, IGBT/Diodo).
9. Capacidad de corriente unidireccional (SCR, GTO, BJT, MCT, IGBT, SITR, SIT, Diodo).

Para mejorar la eficiencia en los sistemas de conversión de energía eléctrica, el flujo de energía debe ser controlado, por ello, el proceso de conversión de la energía debe ir de la mano de la teoría de control. Existen varias estrategias de control, como es el control clásico,

que incluye técnicas como el ON/OFF, ON/OFF con histéresis, Proporcional (P), Proporcional Integral (PI), Proporcional Derivativo (PD) y Proporcional Integral Derivativo (PID), o bien, en el caso del control moderno formal como son las técnicas de control óptimo, robusto, adaptivo, modos deslizantes, basado en pasividad, entre otros y el control moderno informal o también llamadas técnicas de control heurísticas como es la técnica de control con lógica difusa (fuzzy logic), redes neuronales, algoritmos genéticos, etc.

Antes de hablar de la ingeniería de control tal como la conocemos hoy en día, hablaremos de su desarrollo a través de la historia. El primer trabajo significativo en el campo lo realizó James Watt en el siglo XVIII, haciendo un control automático para controlar la velocidad de una máquina de vapor. En el siglo XIX, se establece el teorema de Routh-Hurwitz para determinar si un sistema dinámico es estable o no. Luego en 1922, Nicolás Minorsky desarrolló e implementó un método de control conocido como PID, que aun en nuestros días es ampliamente utilizado. En 1932, Harry Nyquist diseñó un método simple para determinar la estabilidad de sistemas de lazo cerrado. A principios de los años cincuenta se terminó de desarrollar el método del lugar geométrico de las raíces gracias a la propuesta de Walter R. Evans. Hasta aquí se desarrollaron los métodos clásicos de control que se basan en el análisis en respuesta a la frecuencia y lugar geométrico de las raíces, estos sistemas son estables, pero no son óptimos [3]. Además, estas técnicas se basan en la transformada de Laplace como método de solución a los modelos matemáticos lineales, principalmente modelos basados en la función de transferencia.

Debido al aumento de la complejidad en las plantas a controlar y el desarrollo de modelos matemáticos no lineales, los esquemas de control clásico empezaron a tener limitaciones en su desempeño, pero el desarrollo de tecnologías basadas con múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) motivaron el planteamiento de métodos de análisis diferente a los métodos clásicos (teoría de control clásica). Así es como a partir de 1960, debido a la disponibilidad de computadoras digitales, nació la teoría de control moderna, basada en el análisis en el dominio del tiempo y la síntesis a partir de variables de estado [3].



Entre 1960 y 1980 se desarrollaron los controles óptimos y adaptables y a partir de 1980 la teoría de control moderna se centró en el control robusto [3]. En la actualidad hay un amplio desarrollo de investigación en técnicas de control moderno como son el control por modos deslizantes y control basado en pasividad, control adaptivo, entre otras, así como el desarrollo de técnicas de control inteligente como son el control difuso, el control con redes neuronales, control basado en algoritmos genéticos, entre otros.

Los sistemas de control retroalimentados se pueden clasificar en lineales y no lineales, variantes en el tiempo e invariantes en el tiempo, tiempo continuo y tiempo discreto [4] y una entrada una salida (SISO) y múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). Estas clasificaciones se explican a continuación:

- **Los sistemas lineales:** son aquellos en que la causa es proporcional al efecto, es decir, si se puede aplicar el principio de superposición al sistema, entonces el sistema es lineal [3] [4] y, por lo tanto, si no se cumple el principio de superposición el sistema es no lineal.
- **Sistema variante en el tiempo:** Cuando los parámetros de un sistema son dinámicos con respecto al tiempo durante la operación del sistema, el sistema se llama sistema variante en el tiempo [4]. El ejemplo clásico de un sistema variante en el tiempo es el de una nave espacial donde sus parámetros varían cuando hay cambio en la resistencia aerodinámica al salir de la atmosfera terrestre, al igual que también varía el parámetro peso, al ir consumiendo el combustible.
- **Diferencia entre los sistemas de tiempo continuo y discreto:** es como son las señales en uno o más puntos dentro del sistema, ya sea señales análogas, pulsos, códigos binarios, etc.
- **Sistemas SISO y MIMO:** Los sistemas de control SISO regularmente son analizados con la teoría de control clásico en el dominio de la frecuencia y los sistemas MIMO con la teoría de control moderno y en el dominio del tiempo usando Ecuaciones de Estado.

Como ya se mencionó anteriormente, existen varios métodos de control que su uso depende del tipo de sistema que se quiera controlar. Existe un método de control de reciente auge llamado control por Modos Deslizantes, el cual está basado en control discontinuo para manejar la trayectoria de estado de un sistema sobre una superficie especificada en el espacio de estado llamada superficie deslizante y mantiene al sistema dentro de esta superficie deseada durante los tiempos siguientes [5]. El término control por modo deslizante primero apareció en el contexto de los sistemas de control de estructura variable (VSS por sus siglas en inglés) y poco después, hasta ahora, los modos deslizantes han jugado un papel muy importante en el diseño de los VSS, tanto en el diseño teórico, como en las aplicaciones prácticas [6]. La investigación en el área de los VSS y el control por modos deslizantes inició en la Unión Soviética hace más de 60 años (Emelyanov, 1962). [7]

La característica principal de los VSS es la retroalimentación del control no lineal la cual tiene una discontinuidad en uno o más *manifolds* (región de convergencia o subconjunto del espacio de estado en el que queremos estar para dar control óptimo) en el espacio de estado, esto quiere decir que la estructura del sistema de retroalimentación es conmutada cada vez que su estado cruza cada superficie de discontinuidad. Los VSS pueden ser vistos como una combinación de subsistemas los cuales tienen una estructura y operación fijas en una región especificada del espacio de estado [8] o, en otras palabras, son subsistemas continuos con una lógica que realiza una conmutación entre ellos en función de los estados del sistema [9].

El movimiento deslizante en los VSS ocurre cuando el estado del sistema queda confinado a una superficie, una selección de superficies o todas las superficies (*manifolds*) juntas, a este último caso se dice que el sistema está en modo deslizante [8].

El control por modo deslizante tiene la propiedad de reducción de orden del sistema y baja sensibilidad a los disturbios y variaciones de los parámetros de la planta, por lo tanto, es una excelente herramienta para controlar la operación de plantas dinámicas complejas de alto orden operadas bajo condiciones inciertas que son muy comunes en la tecnología moderna [6]. Esto explica el alto nivel de investigación y publicación de modos deslizantes y el continuo interés de los ingenieros en las últimas tres décadas.

En la última década, los sistemas de accionamiento basados en MRC han mantenido un interés significativo debido a su alta robustez, eficiencia, tolerancia a fallas y bajo costo de fabricación, especialmente en aplicaciones emergentes como la movilidad eléctrica y los sistemas alimentados por energía fotovoltaica [10], [11]. Diversos trabajos han demostrado la viabilidad de los MRC en esquemas de bombeo de agua y aplicaciones de potencia media alimentadas por arreglos fotovoltaicos, en los que un convertidor CC–CC adecuado resulta esencial para maximizar el aprovechamiento del bus de continua bajo condiciones variables de irradiancia [10]. En el ámbito de la electrónica de potencia asociada a MRC, se observa una tendencia clara hacia topologías **boost**, **buck–boost** e **híbridas**, diseñadas para ampliar el rango de operación del motor cuando la fuente primaria es limitada o variable, así como para mejorar la utilización del bus de CD y mitigar problemas de desbalance en configuraciones con divisor de tensión, en línea con el uso de convertidores front–end elevadores y convertidores bipolares para el accionamiento de MRC [10], [11].

Históricamente, el accionamiento convencional del MRC ha dependido del convertidor asimétrico por su capacidad para independizar las fases del motor. Sin embargo, esta arquitectura presenta limitaciones en la flexibilidad del control de potencia. Ante esto, la literatura reciente muestra una tendencia hacia el uso de topologías *front-end* elevadoras y convertidores bipolares que buscan mejorar la utilización del bus de CD y mitigar problemas de desbalance en configuraciones con divisor de voltaje [10] [11].

A diferencia de la mayoría de las investigaciones, que centran su atención en la dinámica mecánica (par y velocidad), este trabajo desvía la atención hacia el convertidor de potencia. Bajo esta perspectiva, se propone el uso de un inversor trifásico convencional con un divisor de voltaje capacitivo y un convertidor *boost* integrado. En este esquema, el inversor se trata como el sistema dinámico principal, mientras que el MRC se considera como una perturbación de carga RL no lineal con variaciones paramétricas.

Si bien esta investigación se originó hace más de una década, mantiene una vigencia absoluta ante la evolución de los semiconductores de banda ancha, como el Carburo de Silicio (SiC). La aparición de plataformas de procesamiento de última generación, incluyendo DSPs

de alto rendimiento, FPGAs y SoCs con aceleradores dedicados, permite ahora ejecutar algoritmos de Modos Deslizantes en cascada con controles PI con latencias mínimas. Esta combinación resuelve el desafío crítico del balance de voltaje en los capacitores del divisor del voltaje y la estabilidad del bus, garantizando una robustez del hardware que los controles lineales tradicionales no logran alcanzar frente a las exigencias de los sistemas de reluctancia modernos.

### 1.2 Motivación.

Diversos sectores económicos, como la industria, el transporte y los electrodomésticos, dependen de motores eléctricos para realizar sus procesos productivos. En consecuencia, la generación y transformación de energía desde diversas fuentes de alimentación hacia los motores eléctricos se ha convertido en una actividad fundamental y de gran relevancia económica. En este contexto, la búsqueda de alternativas más eficientes en el conjunto convertidor-motor se vuelve una estrategia clave de competitividad para las empresas dedicadas al desarrollo de tecnologías de propulsión eléctrica. Un ejemplo claro se encuentra en las tecnologías de transporte que requieren motores eléctricos para generar los sistemas de tracción [12]. Por lo tanto, nuestra **primera motivación** es incursionar en la búsqueda de nuevas topologías y esquemas de control que permitan competir dentro del amplio espectro de soluciones existentes para la transformación y el control de la energía aplicada a sistemas propulsores basados en motores eléctricos.

Hoy en día, el **Motor de Reluctancia Conmutada (MRC)** se considera una alternativa viable frente al motor de inducción (IM) y el motor síncrono de imán permanente (PMSM), principalmente debido a su rotor pasivo sin devanados ni imanes permanentes. Esta característica elimina las pérdidas por efecto Joule asociadas a las corrientes inducidas en el rotor del motor de inducción, así como las pérdidas por corrientes parásitas y los riesgos de desmagnetización térmica presentes en los imanes permanentes del motor síncrono [13], [14]. Además, los imanes de tierras raras utilizados en los PMSM implican una fuerte dependencia de materiales críticos, con impactos en el costo, la disponibilidad y la sostenibilidad de estas

máquinas [15]. En contraste, el MRC concentra la disipación térmica principalmente en el estator y reduce significativamente las pérdidas rotóricas, lo que mejora su robustez y fiabilidad en un amplio rango de condiciones de operación [16] [17]. Sin embargo, debido a su estructura fuertemente no lineal, el MRC requiere que el convertidor de potencia asociado maneje la energía de manera precisa y consistente, de modo que la máquina eléctrica pueda extraer el máximo de energía con la mayor eficiencia posible a partir del convertidor que la alimenta. Aunque este tipo de motor fue propuesto originalmente en el siglo XIX, su auge se consolidó a partir de la década de 1970, gracias al avance de tres áreas tecnológicas fundamentales: la electrónica digital, la electrónica de potencia y los esquemas modernos de control para sistemas no lineales [12] [18] [19]. En consecuencia, nuestra **segunda motivación** es el desarrollo de un convertidor electrónico de potencia específico para este tipo de motores, considerando que las topologías más empleadas hasta ahora son de carácter convencional, conocidas de manera general como convertidores asimétricos.

Uno de los problemas característicos de los convertidores asimétricos es que deben responder a exigencias de corriente muy elevadas en intervalos de tiempo muy pequeños. Esto se debe a que, a altas velocidades de operación, el MRC demanda valores de  $di/dt$  elevados para energizar los devanados de los polos del estator, y, adicionalmente, requiere desalojar rápidamente la corriente de fase para desmagnetizar el núcleo del estator y conservar el desacople de flujos magnéticos entre polos, condición crucial para el control de la conmutación de la máquina eléctrica. A bajas velocidades, por la naturaleza misma del MRC, es necesario conmutar cada fase mediante un voltaje “troceado” para mantener el control de la corriente de fase [19]. Todo lo anterior provoca que la corriente de CD presente un rizo significativo, que la corriente pueda volverse discontinua y que, en consecuencia, se genere un alto contenido armónicos. Desde el punto de vista de control, nuestra **tercera motivación** es aprovechar que este tipo de convertidores representa una buena oportunidad para aplicar un esquema de control robusto; en particular, se propone el uso de **control por modos deslizantes**, ya que este tipo de control es especialmente adecuado para sistemas altamente no lineales y variantes en el tiempo, además de ser robusto e insensible a perturbaciones [7].

Para dar solución a los problemas anteriores, la presente investigación propone una arquitectura de conversión basada en un inversor convencional con un divisor de voltaje capacitivo y una etapa *boost*. Se aborda específicamente la limitación del bus DC, la cual restringe la aplicación del voltaje total y es susceptible a desbalances de los capacitores.

La contribución fundamental reside en el desarrollo de una estrategia de control robusta bajo la técnica de Modos Deslizantes en cascada con un PI, diseñada para estabilizar el punto neutro del bus y gestionar la conversión de potencia de manera independiente a las perturbaciones del MRC. Con ello, se busca no solo resolver las restricciones de voltaje, sino también garantizar la vigencia de la propuesta ante las exigencias de procesamiento y eficiencia de las tecnologías actuales, como el *SiC* y los sistemas *SoC/FPGA*.

### 1.3 Resumen del contenido de esta tesis.

En el primer capítulo de este trabajo se da una breve explicación de lo que es de interés para la realización relacionando el estado del arte con las problemáticas que existen, desde la conversión de la energía eléctrica en otro tipo de energía eléctrica y/o mecánica hasta lo que encierra el control para llevar a cabo esa conversión.

En el segundo capítulo se revisan convertidores electrónicos de potencia para dos clases de motores, inducción y de reluctancia conmutada, esto con el fin de ver los modos de operación con carga lineal RL y adentrarnos un poco a lo que es la conversión de energía eléctrica mediante el análisis de circuitos y mediante gráficos y así comenzar a definir algunos conceptos para luego pasar a diseñar un convertidor para un MRC.

El tercer capítulo está dividido en varias secciones, primeramente, explica los principios de operación de un MRC que es la carga del sistema (convertidor) que se diseñó, y así conocer lo que los convertidores deben ser capaces de realizar. La siguiente sección analiza tres convertidores para MRC, dos básicos (asimétricos) y uno con una topología nueva basada en un convertidor inversor para un motor de inducción, que después se comparan en base a su

topología, rapidez, y formas de las corrientes y voltajes, y a partir de allí se define cual es el convertidor base para el diseño de un nuevo convertidor. La siguiente parte del capítulo soluciona los principales problemas del convertidor base analizando y diseñando una etapa que se acopla al convertidor base.

En el cuarto capítulo se realiza el análisis para encontrar el modelo matemático de todo el sistema en el espacio de estado y una vez obtenidas las ecuaciones de estado se procedió a realizar el diseño de un control basado en modos deslizantes.

El quinto capítulo muestra la implementación del sistema y su control en un MRC, teniendo en cuenta los elementos utilizados para realizar una maqueta prototipo para posteriormente seguir con la investigación y desarrollo de una nueva tecnología.

Y por último se tiene el capítulo de resultados y conclusiones.

## II CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA

En este capítulo se analizará algunos convertidores de potencia, desde su funcionamiento, así como su modelado matemático. El capítulo está dividido en dos partes, la primera parte hablaremos sobre los inversores y en la segunda parte de los convertidores asimétricos. Aun cuando parte de estos conceptos se encuentran en la literatura clásica sobre inversores, es importante resaltar algunos de sus principios de operación, debido a la naturaleza del convertidor propuesto en este trabajo.

### 2.1 Convertidores clásicos (inversores)

Los inversores (convertidores DC/AC) tienen muchas aplicaciones hoy en día, como, por ejemplo, se usan en monitores, en sistemas basados en fuentes de alimentación DC (baterías, celdas solares, turbinas eólicas, etc.), impulsores de motores de inducción, hornos de inducción, entre muchas otras aplicaciones.

Existen básicamente dos clasificaciones de inversores, monofásicos y trifásicos, los cuales a su vez se dividen en básicamente cuatro tipos, alimentados por voltaje (VFI, *Voltage Fed Inverter*), alimentados por corriente (CFI, *Current Fed Inverter*), alimentados por voltaje controlado (*DC-Link Voltage*) y pulso resonante [2]. En este trabajo, sólo se analiza el inversor monofásico y trifásico alimentado por voltaje, ya que para el propósito del presente trabajo sólo es necesaria la alimentación por voltaje. También solamente se analiza para cargas RL debido a que el MRC es altamente inductivo y variante en el tiempo.

#### 2.1.1 Inversor monofásico de medio puente alimentado por voltaje con carga RL

Para convertir la energía de CD a CA se utiliza un inversor y debido a que la CA tiene dos polaridades, es necesario dividir en dos modos de operación la conmutación de los dispositivos semiconductores de potencia del inversor, los cuales se explican individualmente a continuación con la ayuda del circuito mostrado en la Figura 2.1:



- **Modo 1:** S2 es apagado y se enciende S1 durante un tiempo  $T/2$ , donde  $T$  es el tiempo total de cada ciclo (periodo), por lo tanto, el voltaje del capacitor C1 es entregado a la carga durante el primer medio ciclo, entonces:

$$v_{C1} = v_s/2 = v_o \quad (2.1)$$

- **Modo 2:** S1 es apagado y se enciende S2 durante un tiempo  $T/2$ , por lo tanto, el voltaje del capacitor C2 es entregado a la carga durante el segundo medio ciclo.

$$v_{C2} = -v_s/2 = -v_o \quad (2.2)$$

Los dos modos se repiten, y así se entrega voltaje y corriente positivos durante la mitad de un ciclo y voltaje y corriente negativos durante el otro medio ciclo como se ve en la Figura 2.3.

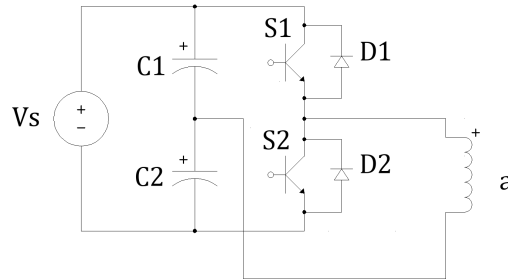


Figura 2.1 Inversor Monofásico de Medio Puente.

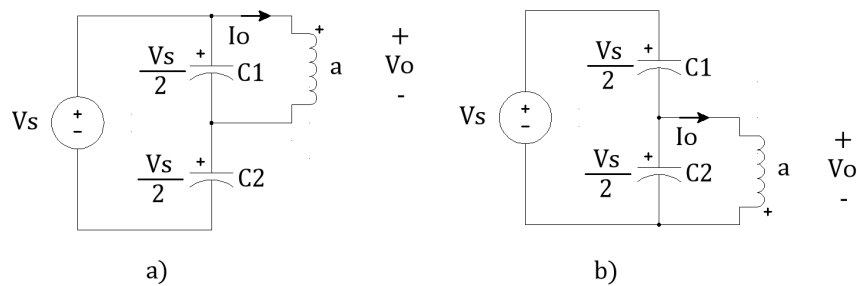


Figura 2.2 Modos de operación del inversor monofásico de medio puente. a) Modo 1 y b) Modo 2.

A continuación, en la Figura 2.3 se muestran las formas de onda a la salida del inversor, así como las señales de disparo de los interruptores S1 y S2.

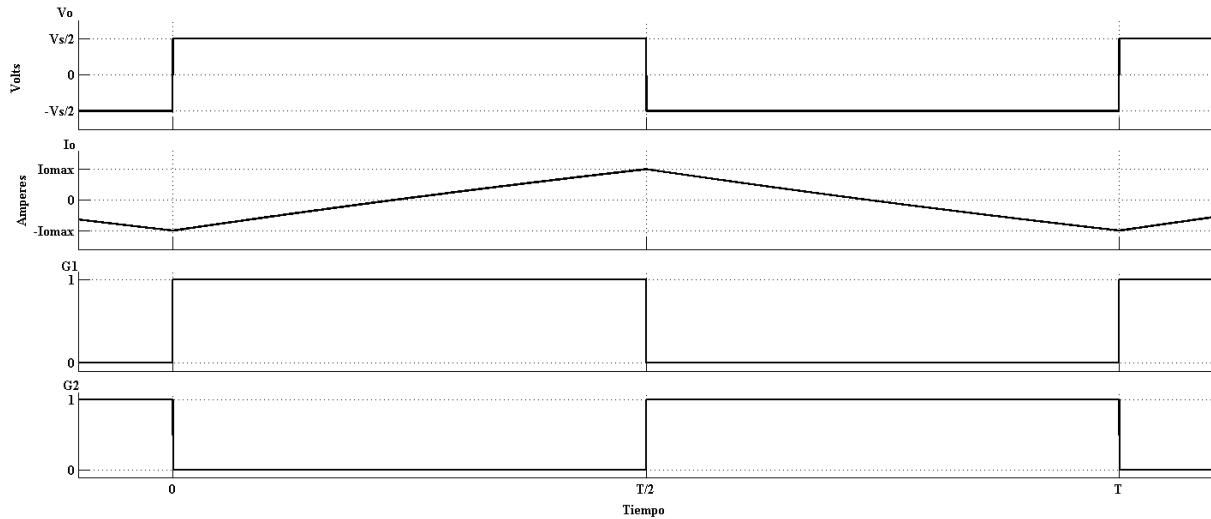


Figura 2.3 Formas de onda para los modos 1 y 2.

### 2.1.2 Inversor monofásico de puente completo con carga RL.

La principal desventaja del inversor anterior es el uso de dos capacitores que forman un divisor de tensión, esto es que el voltaje de salida es igual a la mitad del voltaje de entrada  $v_{Omax} = v_s/2$ , para solucionar este problema se sustituyen los capacitores por dos interruptores electrónicos, a esta topología se le llama puente completo y se muestra en la Figura 2.4.

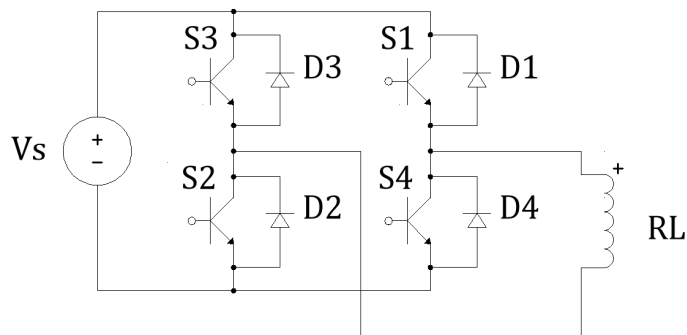


Figura 2.4 Inversor monofásico de puente completo.

Para explicar la operación de este inversor se divide en cuatro modos de operación (estados) lo cual permite entender la acción del diodo de libre rodada (*freewheeling*) y la desenergización forzada. Esto nos ayudará a comprender fácilmente el funcionamiento de los estados de conmutación del convertidor electrónico propuesto para un MRC. Los modos de operación son mostrados en la Figura 2.5.

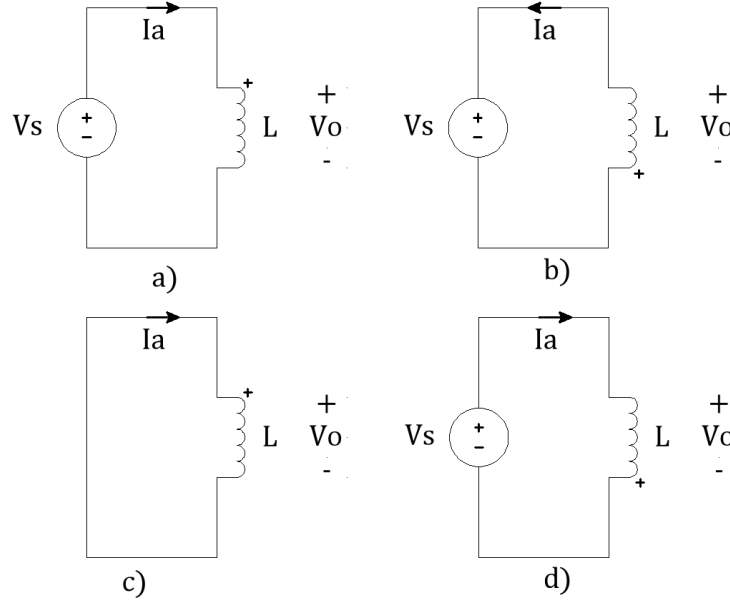


Figura 2.5 a) Modo 1, b) Modo 2, c) modo 3 y d) modo 4 del inversor monofásico de puente completo.

- **Modo 1:** Energización positiva. S3 y S4 son apagados y se encienden S1 y S2 como se muestra en la Figura 2.5a durante un tiempo  $T_0/2$ , donde  $T_0$  es el tiempo total que conducen cada par de interruptores (S1S2 y S3S4), por lo tanto, el voltaje de la fuente  $v_s$  es entregado a la carga  $v_o = v_s$ .

Para determinar la corriente de salida instantánea durante este modo, por la ley de Kirchhoff para voltajes se tiene que

$$v_s - v_R - v_L = 0$$

Despejando  $v_L$

$$v_L = v_S - v_R$$

$$L \frac{di_L}{dt} = v_S - i_L \cdot R$$

resolviendo por medio de la transformada de Laplace

$$L \cdot s \cdot I(s) - L \cdot I_1 = \frac{v_S}{s} - R \cdot I(s)$$

$$L(s \cdot I(s) - I_1) = \frac{v_S}{s} - R \cdot I(s)$$

$$s \cdot I(s) - I_1 = \frac{v_S}{L \cdot s} - \frac{R}{L} \cdot I(s)$$

$$I(s) \left( s + \frac{R}{L} \right) = \frac{v_S}{L \cdot s} + I_1$$

$$I(s) = \frac{v_S}{L \cdot s(s + \frac{R}{L})} + \frac{I_1}{s + \frac{R}{L}}$$

Resolviendo por fracciones parciales y agrupando tenemos

$$I(s) = \frac{v_S}{R \cdot s} - \frac{v_S}{R \left( s + \frac{R}{L} \right)} + \frac{I_1}{s + \frac{R}{L}} = \frac{v_S}{R} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right) + \frac{I_1}{s + \frac{R}{L}}$$

Utilizando la antitransformada de Laplace

$$i(t) = \frac{v_S}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) + I_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.3)$$

donde  $I_1$  es el valor de corriente en la carga al iniciar el modo 1, entonces  $0 \leq t < \frac{T_0}{2}$ , es decir que la mitad de un ciclo es  $\frac{T}{2} = \frac{T_0}{2} + \frac{\alpha}{2}$ , donde  $\alpha/2$  es el tiempo que existe entre el

modo 1 al 4 y viceversa (cambio de polaridad) para prevenir un corto circuito (*shoot-through*).

- **Modo 2:** Desenergización forzada (Retorno de energía a la fuente de voltaje). Todos los interruptores son apagados como se muestra en la Figura 2.5b durante un tiempo  $\alpha / 2$  en el cual se genera un voltaje con signo contrario en la inductancia, circulando por ella una corriente decreciente hacia la fuente de alimentación ya sea cerrando el lazo D4, la carga, D3 y la fuente de alimentación o el lazo D2, la carga, D1 y la fuente de alimentación.

Debido a la conducción de los diodos y el cambio de polaridad en el voltaje de la inductancia, la Ecuación de voltajes según la ley de Kirchhoff para voltajes queda así

$$v_S + v_R + v_L = 0$$

Llevando el mismo procedimiento del modo 1, tenemos la transformada de Laplace

$$I(s) = \frac{v_S}{R} \left( \frac{1}{s + \frac{R}{L}} - \frac{1}{s} \right) + \frac{I_2}{s + \frac{R}{L}}$$

Antitransformando tenemos que:

$$i(t) = \frac{v_S}{R} \left( e^{-\frac{R}{L}t} - 1 \right) + I_2 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Debido a que este modo es después del modo 1 o del modo 4, la corriente de salida durante este modo es

$$i(t) = \frac{v_S}{R} \left( e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{T_0}{2})} - 1 \right) + I_2 \cdot e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{T_0}{2})} \quad (2.4)$$

Donde  $I_2$  es el valor de corriente en la carga al iniciar el modo 2 (en el instante  $i(\frac{T_0}{2})$ ) y el tiempo de duración de este modo es  $\frac{T_0}{2} \leq t < \frac{T_0}{2} + \frac{\alpha}{2}$ , es decir, que el ciclo completo de este inversor es:

$$T = T_0 + \alpha \quad (2.5)$$

- **Modo 3:** Desmagnetización libre. S2 y S4 son apagados y S1 o S3 (o, al contrario) son encendidos como se muestra en la Figura 2.5c durante un tiempo  $\alpha/2$ , siendo este modo una alternativa al modo 2, con la diferencia que la corriente tendrá libre camino con voltaje cercano a cero a través del lazo S1, la carga y S3 (o S2, la carga y S4) hasta que se disipa la energía almacenada en la inductancia o se pasa a otro estado.

Por la ley de Kirchhoff de voltajes, la ecuación matemática es:

$$v_L + v_R = 0$$

Realizando el mismo procedimiento que en el modo anterior obtenemos la transformada de Laplace.

$$I(s) = \frac{I_2}{s + \frac{R}{L}}$$

Antitransformando

$$i(t) = I_2 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Debido a que este modo es después del modo 1 o el modo 4, la corriente de salida durante este modo es

$$i(t) = I_2 \cdot e^{-\frac{R}{L}(t - \frac{T_0}{2})} \quad (2.6)$$

Donde los valores son los mismos que se definieron en el modo 2.

- **Modo 4:** Energización negativa. S1 y S2 son apagados y se encienden S3 y S4 como se muestra en la Figura 2.5d durante un tiempo  $\frac{T_0}{2}$ , por lo tanto, el voltaje de la fuente  $V_s$  es entregado en las terminales opuestas de la carga, entonces:

$$v_o = -v_s$$

La Ecuación matemática para la corriente en este modo es igual al modo 1, sin embargo, al tener voltaje negativo, la corriente de salida durante este modo es

$$i(t) = -\frac{v_s}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}(t-(T_0+\alpha))} \right) + I_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}(t-(T_0+\alpha))} \quad (2.7)$$

Donde  $I_3 = i\left(\frac{T_0}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$  para  $\frac{T_0}{2} + \frac{\alpha}{2} \leq t < T_0$

Después de este modo se repite ya sea el modo 2 o el modo 3 durante un tiempo  $\frac{\alpha}{2}$  cerrándose así un ciclo completo.

Se debe enfatizar que este inversor funcionaría sólo con los modos 1 y 4, pero en la realidad se debe de hacer uso de un tiempo muerto entre el modo 1 y el 4 para evitar un corto circuito con los interruptores  $S_1$  y  $S_4$  o  $S_2$  y  $S_3$ , para evitar esto se debe de usar cualquiera de los modos 2 y 3. En la Figura 2.6 se puede observar que en el intervalo de tiempo que se deja para evitar un corto circuito utilizando el modo 2, el nivel de corriente es muy rápido casi llegando a cero y no es así utilizando el modo 3 como se puede observar en la Figura 2.7.

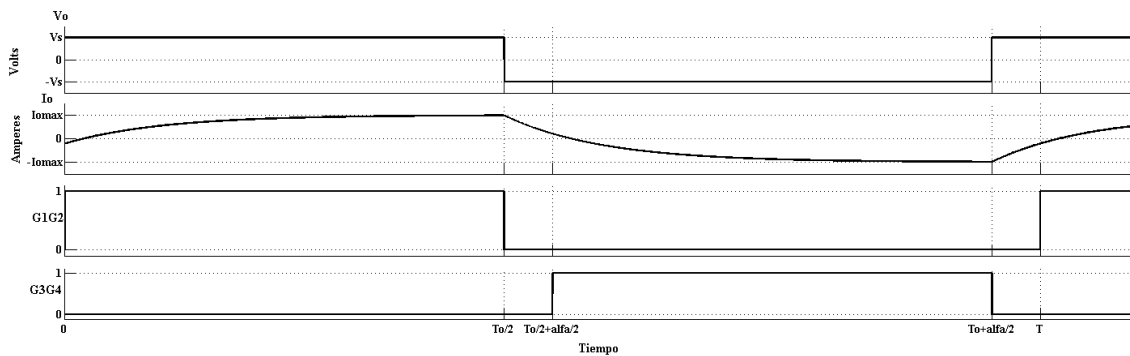


Figura 2.6 Formas de onda para los modos 1, 2 y 4.

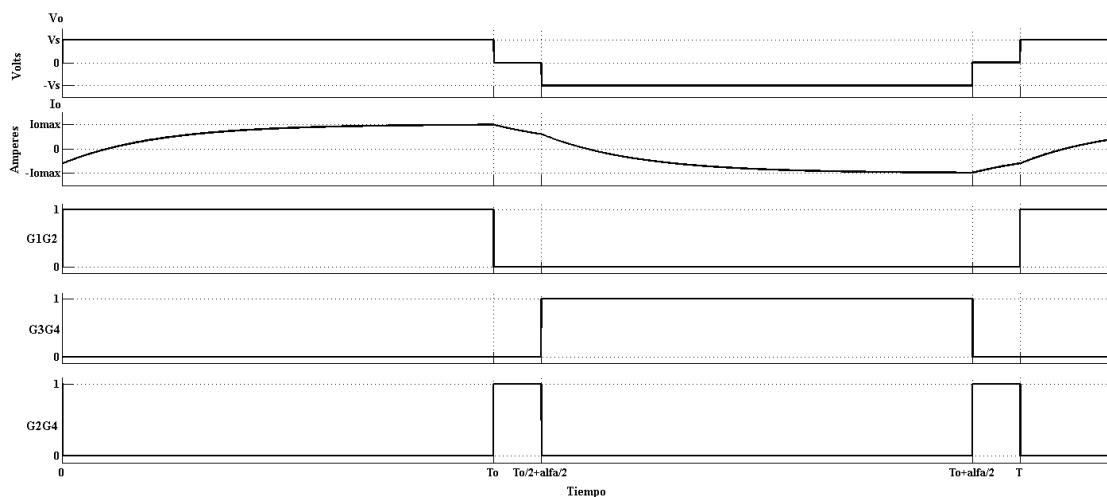


Figura 2.7 Formas de onda para los modos 1, 3 y 4.

## 2.1.3 Inversor trifásico de puente completo con carga RL.

Este inversor se analiza como tres inversores monofásicos completos con voltajes de salida desfasados entre si  $120^\circ$ . Existen dos tipos de inversores trifásicos completos según el tiempo de conducción de cada interruptor,  $180^\circ$  y  $120^\circ$ . En esta tesis sólo se analiza la conducción a  $180^\circ$  debido a su amplio uso.

El diagrama eléctrico se muestra en la Figura 2.8 y en la Figura 2.9 se muestran las formas de onda del voltaje de línea a línea y las secuencias de disparo de los interruptores electrónicos de potencia.

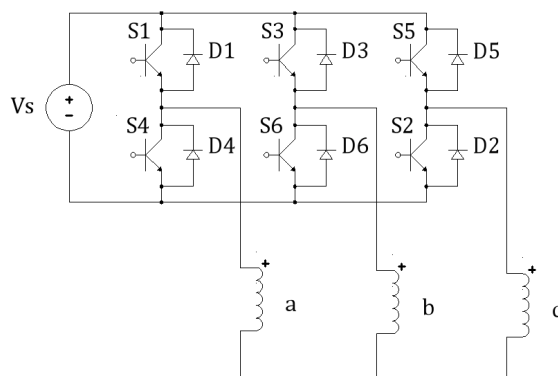


Figura 2.8 Inversor trifásico de puente completo.



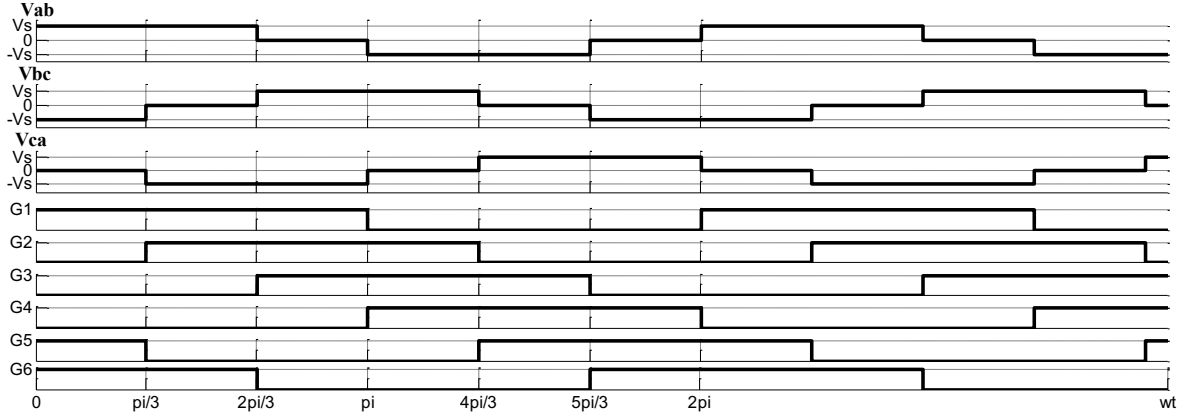


Figura 2.9 Formas de onda para los voltajes de línea y las secuencias de disparo.

Este inversor consta de 7 modos de operación los cuales se explican según la Figura 2.10.

- **Modo 1:** S2, S3 y S4 son apagados y se encienden S1, S5 y S6 durante  $0 \leq \omega t < \pi/3$ , en la Figura 2.11 se ilustra el circuito equivalente con las cargas vistas como impedancias, por lo tanto,  $v_{ab} = v_s$ ,  $v_{bc} = -v_s$  y  $v_{ca} = 0$ .

Tomando en cuenta que las impedancias son iguales y resolviendo el divisor de tensión de la Figura 2.10 obtenemos los voltajes de fase.

$$v_{ao} = v_{co} = \frac{v_s \cdot \frac{Z}{2}}{\frac{Z}{2} + Z} = \frac{\frac{Z \cdot v_s}{2}}{\frac{Z + 2Z}{2}} = \frac{Z \cdot v_s}{3Z}$$

$$v_{ao} = v_{co} = \frac{1}{3} v_s \quad (2.8)$$

Y por la ley de Ohm y respetando la polaridad mostrada en la Figura 2.8, obtenemos:

$$v_{bo} = v_{ao} - v_s$$

$$v_{bo} = -\frac{2}{3} v_s \quad (2.9)$$

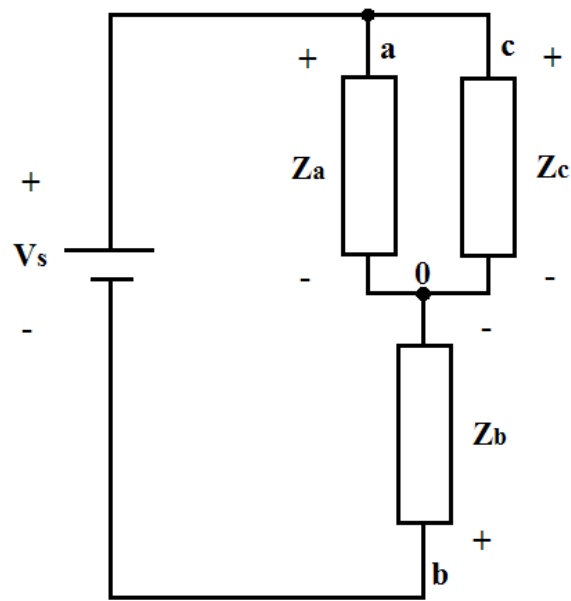


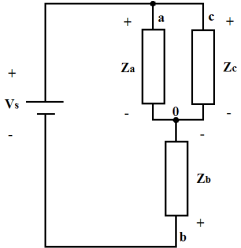
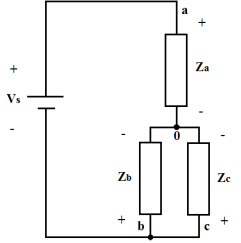
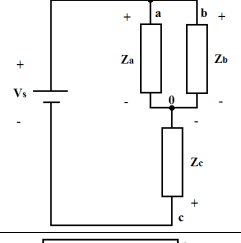
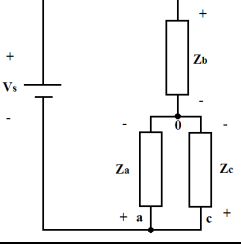
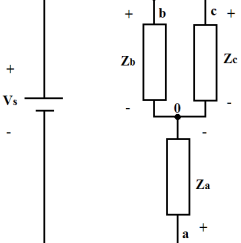
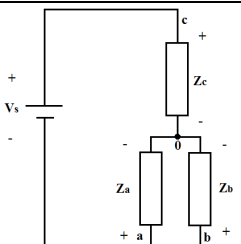
Figura 2.10 Circuito equivalente para el modo 1.

Los siguientes 5 modos de operación para el inversor trifásico son descritos como se realizó en el modo 1 y se resumen en la Tabla 2.1 así como en la Tabla 2.2.

Tabla 2.1 Tiempos de conducción de cada modo.

| Modo | Tiempo de conducción (un ciclo)                 |
|------|-------------------------------------------------|
| 1    | $0 \leq \omega t < \frac{1}{3}\pi$              |
| 2    | $\frac{1}{3}\pi \leq \omega t < \frac{2}{3}\pi$ |
| 3    | $\frac{2}{3}\pi \leq \omega t < \pi$            |
| 4    | $\pi \leq \omega t < \frac{4}{3}\pi$            |
| 5    | $\frac{4}{3}\pi \leq \omega t < \frac{5}{3}\pi$ |
| 6    | $\frac{5}{3}\pi \leq \omega t < 2\pi$           |

Tabla 2.2 Voltajes de fase y línea de cada modo.

| Modo | Interruptores | Circuito Equivalente                                                                | Voltaje de línea                                                               | Voltaje de fase                                                                                                    |
|------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | S1=S5=S6=ON   |    | $\begin{aligned} v_{ab} &= v_S \\ v_{bc} &= -v_S \\ v_{ca} &= 0 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} v_{ao} &= \frac{1}{3}v_S \\ v_{bo} &= -\frac{2}{3}v_S \\ v_{co} &= \frac{1}{3}v_S \end{aligned}$  |
|      | S2=S3=S4=OFF  |                                                                                     |                                                                                |                                                                                                                    |
| 2    | S1=S2=S6=ON   |    | $\begin{aligned} v_{ab} &= v_S \\ v_{bc} &= 0 \\ v_{ca} &= -v_S \end{aligned}$ | $\begin{aligned} v_{ao} &= \frac{2}{3}v_S \\ v_{bo} &= -\frac{1}{3}v_S \\ v_{co} &= -\frac{1}{3}v_S \end{aligned}$ |
|      | S3=S4=S5=OFF  |                                                                                     |                                                                                |                                                                                                                    |
| 3    | S1=S2=S3=ON   |   | $\begin{aligned} v_{ab} &= 0 \\ v_{bc} &= v_S \\ v_{ca} &= -v_S \end{aligned}$ | $\begin{aligned} v_{ao} &= \frac{1}{3}v_S \\ v_{bo} &= \frac{1}{3}v_S \\ v_{co} &= -\frac{2}{3}v_S \end{aligned}$  |
|      | S4=S5=S6=OFF  |                                                                                     |                                                                                |                                                                                                                    |
| 4    | S2=S3=S4=ON   |  | $\begin{aligned} v_{ab} &= -v_S \\ v_{bc} &= v_S \\ v_{ca} &= 0 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} v_{ao} &= -\frac{1}{3}v_S \\ v_{bo} &= \frac{2}{3}v_S \\ v_{co} &= -\frac{1}{3}v_S \end{aligned}$ |
|      | S1=S5=S6=OFF  |                                                                                     |                                                                                |                                                                                                                    |
| 5    | S3=S4=S5=ON   |  | $\begin{aligned} v_{ab} &= -v_S \\ v_{bc} &= 0 \\ v_{ca} &= v_S \end{aligned}$ | $\begin{aligned} v_{ao} &= -\frac{2}{3}v_S \\ v_{bo} &= \frac{1}{3}v_S \\ v_{co} &= \frac{1}{3}v_S \end{aligned}$  |
|      | S1=S2=S6=ON   |                                                                                     |                                                                                |                                                                                                                    |
| 6    | S4=S5=S6=ON   |  | $\begin{aligned} v_{ab} &= 0 \\ v_{bc} &= -v_S \\ v_{ca} &= v_S \end{aligned}$ | $\begin{aligned} v_{ao} &= -\frac{1}{3}v_S \\ v_{bo} &= -\frac{1}{3}v_S \\ v_{co} &= \frac{2}{3}v_S \end{aligned}$ |
|      | S1=S2=S3=OFF  |                                                                                     |                                                                                |                                                                                                                    |

Existen otros dos modos, uno de ellos consiste en cerrar ya sea el conjunto de interruptores S1, S3 y S5 o los interruptores S2, S4 y S6 con esto se genera corriente de libre camino y el otro modo sucede cuando abrimos todos los interruptores generándose una corriente de retorno a la fuente de alimentación.

Al igual al inversor monofásico de puente completo no es posible encender los dos interruptores que hay en cada lazo en el mismo tiempo (S1-S4, S3-S6 y S5-S2) porque provocaría un corto circuito (*shoot-through*).

### 2.2 Convertidores asimétricos.

Este tipo de convertidores no son convencionales debido a sus pocas aplicaciones porque sólo permiten corrientes positivas a diferencia de los inversores, aun así, los estudiaremos ya que son los más usados en los motores de reluctancia conmutada. El análisis aquí presentado parte del principio de que el acoplamiento mutuo entre cada una de las fases es ignorado en los MRC, dando la característica de que la generación y control del par en cada uno de los devanados de fase es independiente uno del otro, facilitando con ello el diseño del convertidor. Por lo anterior, es importante hacer la siguiente observación: la energía del campo magnético tiene que ser provista de una trayectoria durante la conmutación de la fase, o de lo contrario, resultará en un voltaje excesivo a través de los devanados y, por lo tanto, exceder las capacidades de los interruptores semiconductores de potencia encargados de la conmutación provocándoles falla severa. Por lo cual, la forma en que esa energía es manejada hace que un convertidor difiera de otro generando diversas topologías de convertidores para manejar un MRC. Se puede jugar de diversas formas en la colocación de los componentes del circuito de conmutación para el manejo de la energía, pero lo que es esencial, como se mencionó anteriormente, es la trayectoria de desalajo del magnetismo en los devanados a través de diodos de libre rodada o desmagnetización colocados estratégicamente para cada una de las diversas topologías. Analizaremos dos de las topologías trifásicas básicas, el convertidor Clásico y el convertidor Miller, las cuales tienen como característica principal que las fases del MRC son conectadas en serie a los interruptores que las energizan [20].

### 2.2.1 Convertidor clásico

También conocido como puente asimétrico, el cual usa dos interruptores y dos diodos de libre rodada por cada fase. En la Figura 2.11 se muestra un convertidor clásico de 3 fases.

Las principales ventajas de este convertidor, es el rango relativamente bajo de voltaje de los componentes y la principal característica es que todas sus fases pueden ser analizadas y controladas independientemente [21], lo cual es esencial para la operación en alta velocidad [12]. La principal desventaja de este convertidor es el número total de componentes electrónicos.

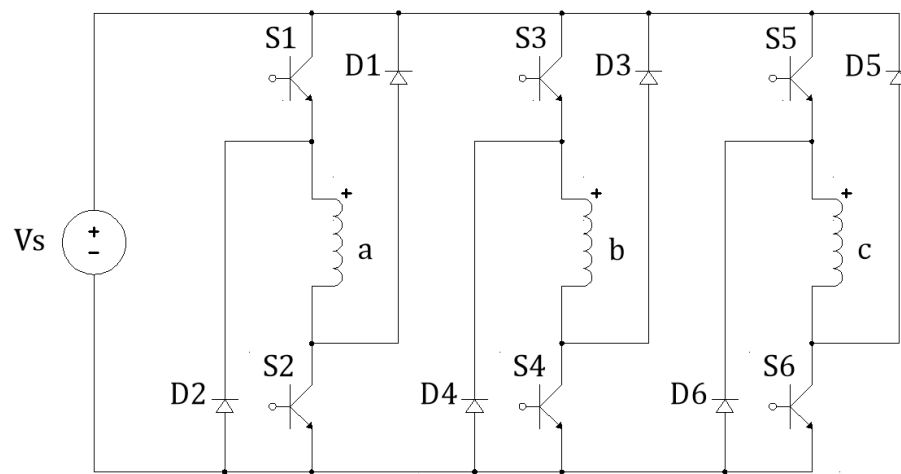


Figura 2.11 Convertidor puente asimétrico.

El funcionamiento para el convertidor clásico se basa en tres modos de operación, tomando en cuenta sólo una fase ya que éstas son independientes [21] [12].

- **Modo 1:** Magnetización. Los dos interruptores S1 y S2 se activan (se cierran) aplicando así el voltaje CD a la carga. La corriente aumentará en la carga a medida que fluye por el lazo compuesto por la terminal positiva de la fuente Vs, S1, la carga, S2, y la terminal negativa Vs. El tiempo de activación de los dos dispositivos dependerá de la corriente máxima que se desea. Cuando la corriente se eleva hasta el valor de referencia entonces los interruptores S1 y S2 se desactivan. El circuito equivalente se muestra en la Figura 2.12a.

- **Modo 2:** Desenergización libre. S2 permanece encendido y se apaga a S1, como la carga está energizada se crea una corriente de libre camino a través del lazo formado por la carga, S2 y D1. El circuito equivalente se muestra en la Figura 2.12b.
- **Modo 3:** Desenergización forzada. S1 y S2 se apagan, la energía almacenada en la inductancia de la fase trata de mantener el mismo sentido de la corriente y por lo tanto la polaridad de la bobina cambia y se convierte entonces en una fuente de corriente que polariza directamente a los diodos D1 y D2, entonces la corriente de la carga fluirá a través de D2, la terminal positiva  $V_s$ , la terminal negativa  $V_s$ , D1 y la carga. La energía almacenada en la carga es regresada a la fuente CD. El circuito equivalente se muestra en la Figura 2.12c.

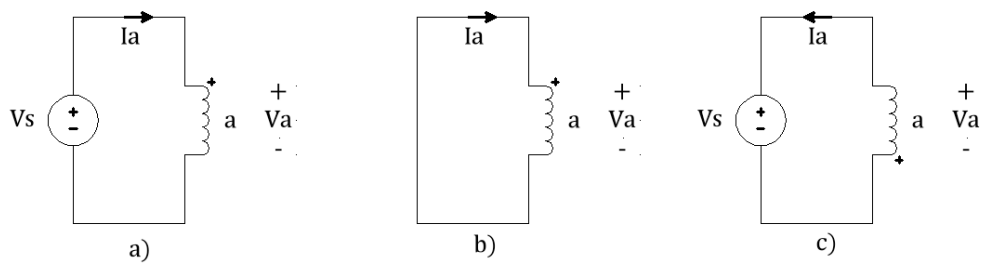


Figura 2.12 Circuitos equivalentes a) Modo 1, b) modo 2 y c) modo 3 del convertidor clásico.

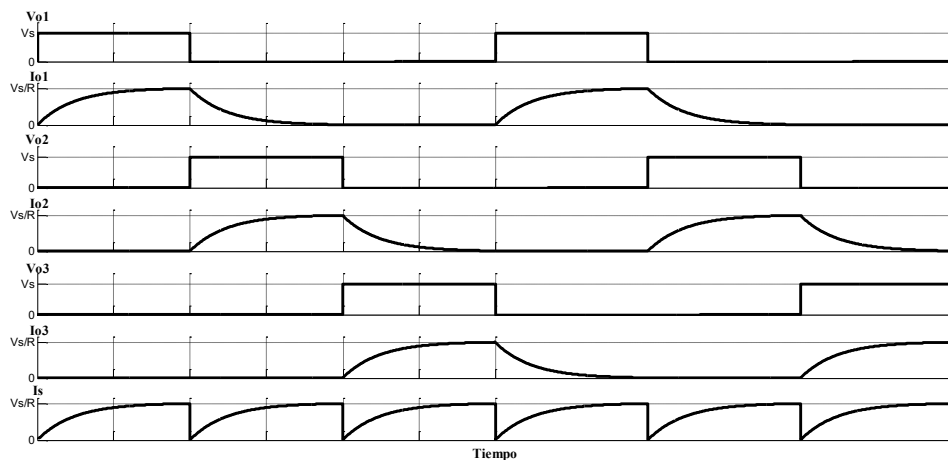


Figura 2.13 Formas de onda para las tres fases en los modos 1 y 2.

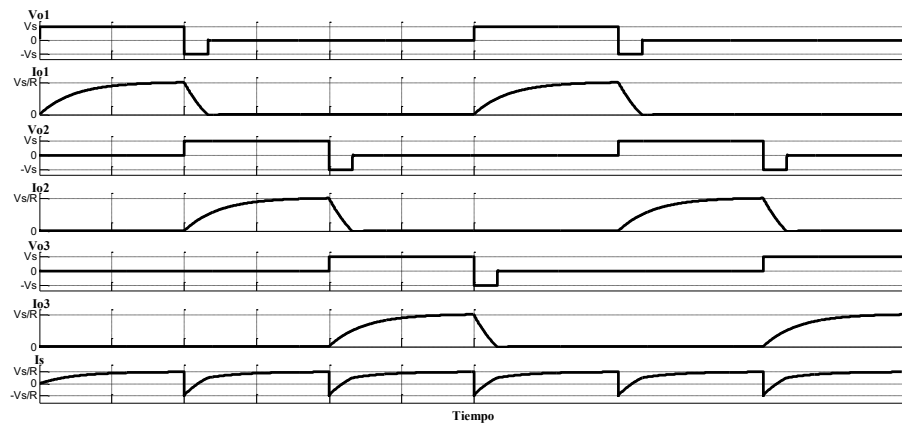


Figura 2.14 Formas de onda para las tres fases en los modos 1 y 3.

### 2.2.2 Convertidor Miller

Este convertidor tiene como característica principal que utiliza un interruptor por fase más un interruptor compartido para todas las fases, es por eso que también es llamado convertidor  $n+1$ , donde  $n$  es el número de fases. Al tener un interruptor compartido, se presenta dos grandes desventajas al compararlo con otros convertidores, no pueden magnetizarse dos fases al mismo tiempo y debe de desmagnetizarse completamente una fase para poder magnetizar la siguiente fase [18], esto tratará el Capítulo 3 del presente trabajo. La Figura 2.15 muestra el diagrama eléctrico de un convertidor Miller.

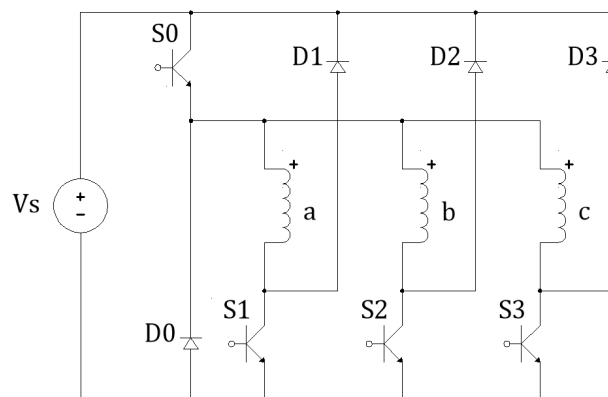


Figura 2.15 Convertidor Miller.

Los modos de operación para el convertidor Miller se muestran en la Figura 2.16 y se explican a continuación para una fase [18]:

- **Modo 1:** Energización. Los dos interruptores  $S_0$  y  $S_1$  se encienden aplicando así el voltaje CD a la carga. La corriente aumentará en la carga a medida que fluye por el lazo compuesto por la terminal positiva de la fuente  $V_s$ ,  $S_0$ , la carga,  $S_1$ , y la terminal negativa  $V_s$ . El circuito equivalente se muestra en la Figura 2.16a.
- **Modo 2:** Desenergización libre.  $S_0$  es apagado, entonces la corriente de rodada libre fluye a través de la carga,  $S_1$  y  $D_0$ . El circuito equivalente se muestra en la Figura 2.16b.
- **Modo 3:** Desenergización forzada.  $S_1$  es apagado y la energía almacenada en la carga fluye a través de  $D_0$ , la carga y  $D_1$  devolviéndose energía a la fuente  $V_s$ . El circuito equivalente se muestra en la Figura 2.16c.

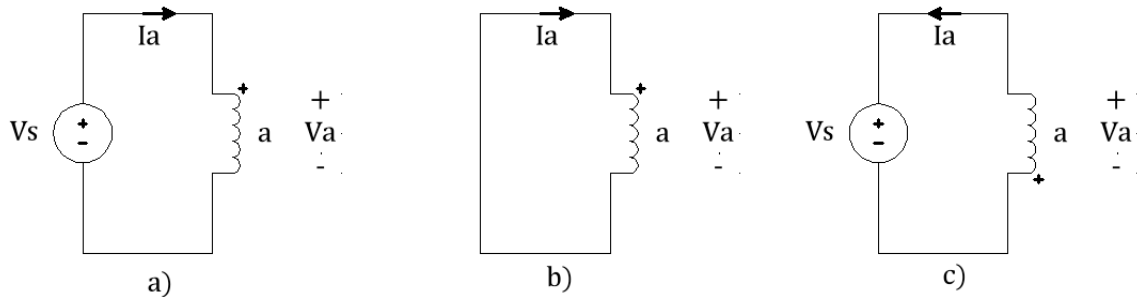


Figura 2.16 a) Modo 1, b) modo 2 y c) modo 3 del convertidor Miller.

En la Figura 2.17 se muestra que es lo que sucede antes de que se desenergice completamente una fase y se empiece a energizar la siguiente fase. Se puede notar que la fase **a** está en el modo 3 cuando la fase **b** entra en el modo 1, por lo tanto, el voltaje negativo generado en la fase 1 se vuelve cero y la fase a automáticamente entra en el modo 2 hasta que se colapsa toda la energía almacenada en la fase. Estos es una desventaja en medias y altas velocidades, que como ya se mencionó, será explicado en el Capítulo 3.



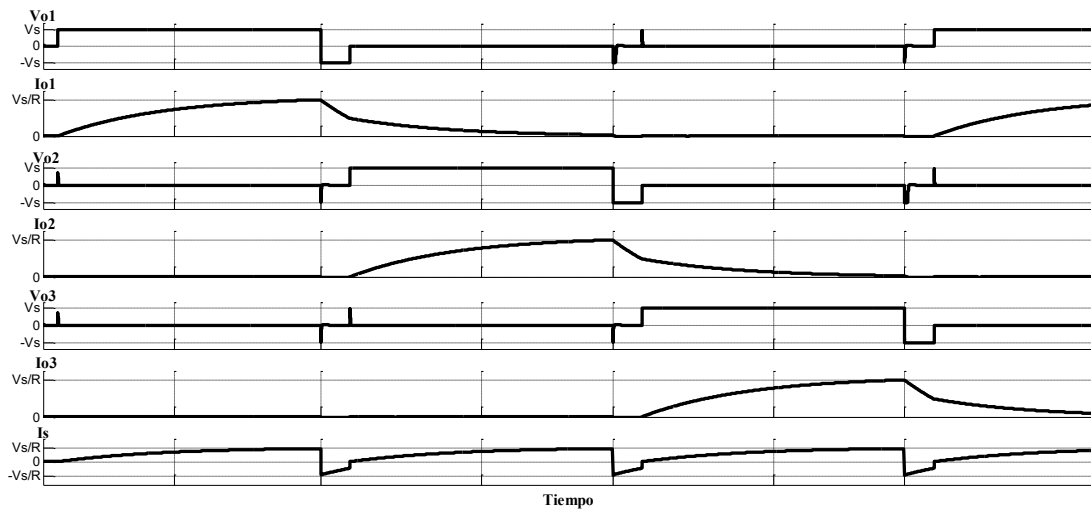


Figura 2.17 Formas de onda para los tres modos de operación del convertidor Miller.

## 2.3 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se vieron diferentes topologías de convertidores y sus principios de operación, y se observa la diferencia entre los convertidores inversores y los asimétricos. Esta diferencia consiste en que en el caso de los inversores la polaridad del voltaje de salida, así como la corriente alterna cada mitad de un ciclo y no así en los convertidores asimétricos.

También se observa que en los convertidores inversores existe la posibilidad de un corto circuito (*shoot-through*) como se explica en la sección 2.1.2 en su parte final y tal posibilidad no sucede en los convertidores asimétricos debido a la forma de conexión de las fases del MRC [20].

En los convertidores asimétricos existe discontinuidad en las corrientes de fase lo cual hace que tengan alto contenido armónico a la salida, pero la corriente de entrada no es discontinua, entonces se podría hacer uso de filtros a la entrada para reducir el contenido armónico.

### **III DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONVERTIDOR PARA UN MRC**

Para el diseño de un convertidor electrónico de potencia, primeramente, se debe tomar en cuenta el tipo de energía eléctrica de la fuente de alimentación, la cual es la entrada al convertidor de potencia, así mismo, considerar cual es la forma de la energía eléctrica que la carga conectada a la salida del convertidor demanda. Para ello necesitamos conocer el principio de operación de la carga a la que se le suministrará la energía proveniente del convertidor, es decir, se debe conocer el comportamiento del MRC como una carga altamente no lineal, para posteriormente explicar su efecto en los convertidores de interés para el presente trabajo, los cuales serán el convertidor Clásico, Miller y un inversor trifásico aplicado a un MRC.

#### **3.1 Motor de reluctancia conmutada.**

Un Motor de Reluctancia Conmutada (MRC) tiene como característica principal, que el rotor está diseñado de tal forma que presenta polos salientes y que no requiere de bobinados de ningún tipo, además de no contener imanes ni en el rotor, ni en el estator, dándole características de desempeño que son superiores en comparación a otros motores. Pero el hecho de tener polos salientes en el rotor lo hace altamente no lineal con parámetros variantes en el tiempo, lo cual le genera también sus propias desventajas [19].

##### **3.1.1 Constitución geométrica del MRC.**

En los polos del estator se ubican las bobinas conectadas en serie a pares diametralmente opuestos y que forman las fases del motor. El número de polos del rotor tiene que ser tal que impida, para cualquier posición, la alineación completa con todos los polos del estator, ya que siempre ha de existir algún polo en el rotor que pueda alcanzar el alineamiento. Comúnmente se utiliza un mayor número de polos en el estator:

$$N_e > N_r$$

Donde  $N_e$  es el número de polos en el estator y  $N_r$  es el número de polos en el rotor. Actualmente se utilizan las siguientes configuraciones, tomándose el primer número como la cantidad de polos en el estator seguido por la cantidad de polos en el rotor: para dos fases 4/2, para tres fases 6/4 y 12/8, para cuatro fases 8/6 y 16/12 y para cinco fases 10/8.

La relación entre velocidad y frecuencia de conmutación fundamental de cada fase, está dada por la Ecuación 3.1 [19].

$$f_1 = nN_r = \frac{r.p.m.}{60} N_r \quad (3.1)$$

donde  $n$  es la velocidad del motor en revoluciones por segundo y  $f_1$  está dada en Hertz.

Si hay  $p$  fases, entonces existen  $pN_r$  pasos por revolución, por lo tanto, cada uno de estos pasos tiene un desplazamiento angular  $\gamma$  que se puede determinar por la Ecuación 3.2 [19].

$$\gamma = \frac{2\pi}{pN_r} \text{ rad} \quad (3.2)$$

### 3.1.2 Principio de generación de par motor en el MRC.

En la Figura 3.1 se observa que al hacer fluir una corriente eléctrica a través de la fase **b** se crea un campo magnético el cual busca la trayectoria para el flujo magnético hacia el rotor con menor oposición, es decir, la mínima reluctancia, por lo cual se provoca un movimiento del polo saliente del rotor que se encuentra más cercano al polo del estator energizado, buscando de esta forma alinearse para reducir la reluctancia entre los dos polos [19], originando un ángulo de paso igual a  $15^\circ$ . El proceso de movimiento anterior obliga, por lo tanto, a conocer en todo momento la posición del rotor con respecto al estator para determinar la secuencia correcta al energizar cada una de las fases.

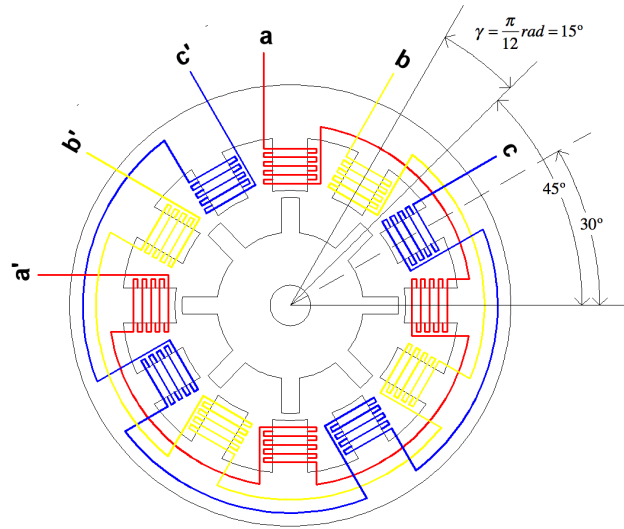


Figura 3.1 Vista transversal de un MRC trifásico de 12/8.

Existe una variación en el valor de la inductancia  $L$  en cada fase causada por el movimiento del rotor siendo la inductancia mínima  $L_{min}$  en la posición en que los polos están desalineados y  $L_{max}$  en que los polos están alineados, en la Figura 3.2 se explica lo anterior para la fase **a** con dos diferentes posiciones del rotor, donde el ángulo de giro del rotor entre la posición de alineación y la desalineada es:

$$\phi = \frac{\pi}{N_r} \text{ rad} \quad (3.3)$$

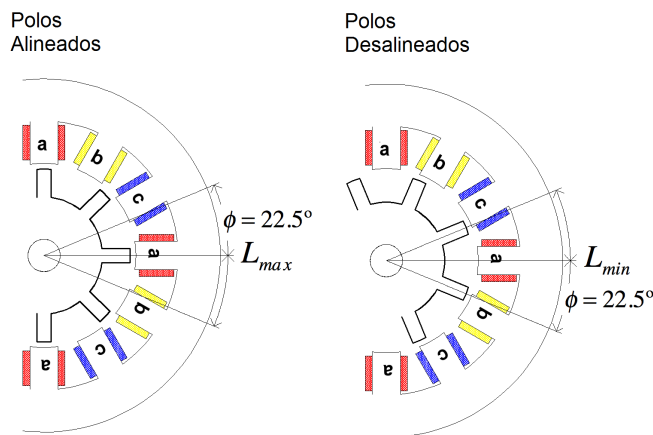


Figura 3.2 Ángulo entre posición de alineación y posición de desalineación para un MRC 12/8.

En la Figura 3.3, se interpreta de forma gráfica lo que se muestran en las Figuras 3.1 y 3.2, tomando en cuenta a  $\alpha$  y  $\beta$  como los instantes de energización y desenergización de la fase **a** respectivamente. En la misma Figura 3.3 se muestra la corriente en la fase **a** y el par motor generado por esta misma fase, donde las formas de onda de las señales son consideradas en su forma ideal. Cada una de las fases contribuye con una tercera parte del par motor total.

En la Figura 3.4 se presenta tres regiones de operación; motor, generador y frenado. Básicamente la región de operación como motor se produce cuando la fase es energizada en la región de pendiente positiva de la inductancia, donde se produce el par motor positivo. La región de operación como generador es cuando el par motor es negativo y se produce con la energización de la fase cuando la pendiente de la inductancia es negativa. Finalmente, la región de operación de frenado se da en la parte de inductancia máxima, que en este caso está idealizada en forma plana, en este caso el par generado es cero debido a que la pendiente es cero. Por lo tanto, se vuelve importante determinar la posición que tienen los polos uno con respecto al otro para secuenciar de forma correcta el instante de energización de cada una de las fases, para producir siempre par motor.

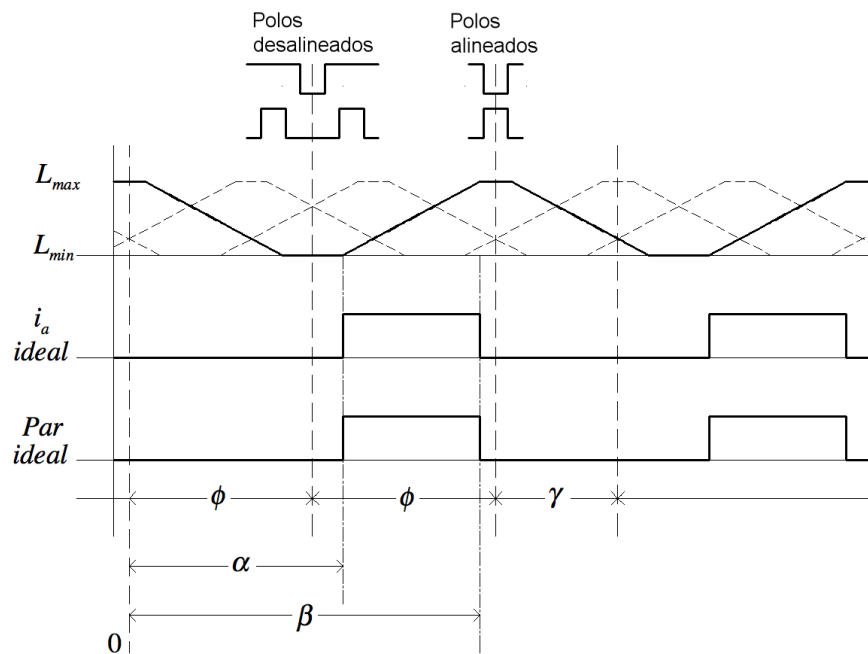


Figura 3.3 Operación ideal de un MRC con respecto a la posición del rotor.

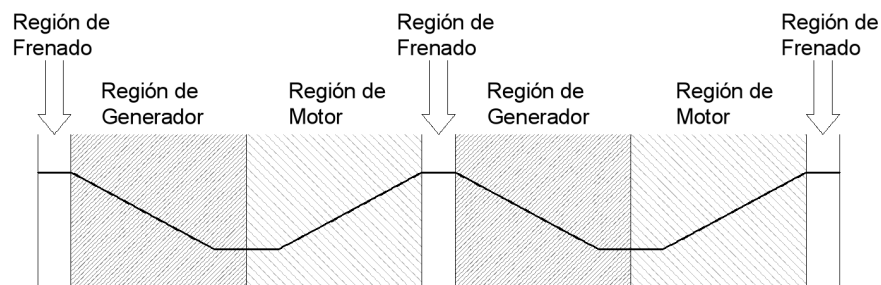


Figura 3.4 Cuadrantes de operación de un MRC.

## 3.2 Principios de funcionamiento de un convertidor asimétrico aplicado a un MRC.

### 3.2.1 Convertidor clásico con carga MRC.

Se conecta un convertidor clásico (asimétrico) a un MRC 12/8 como se muestra en la Figura 3.5.

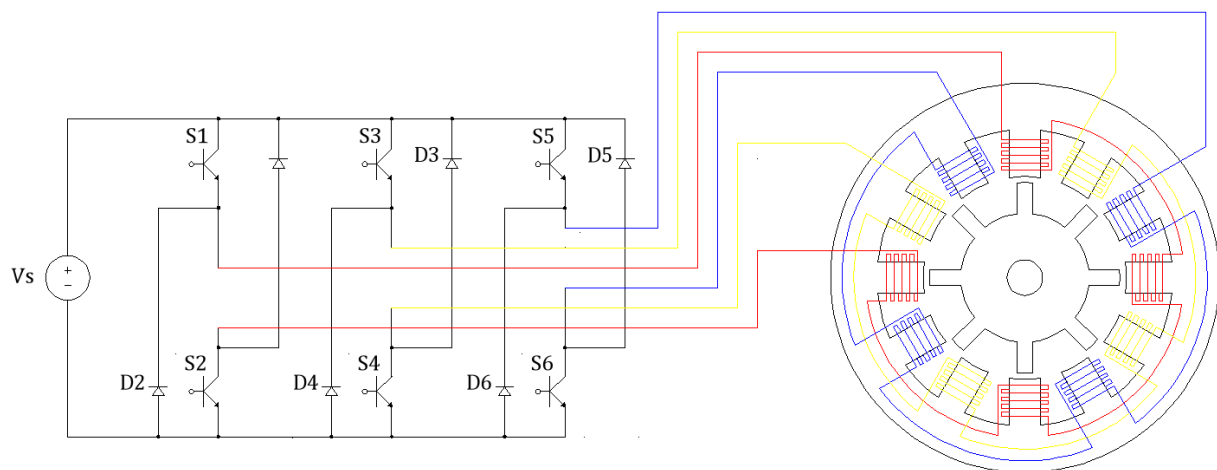


Figura 3.5 Conexión del convertidor clásico trifásico con un MRC 12/8.

En la Figura 3.2 se observa cual es el ángulo entre la posición alineada del polo saliente del rotor con el polo del estator ( $L_{max}$ ) y la posición no alineada del polo saliente del rotor con el polo del estator ( $L_{min}$ ) que es de  $22.5^\circ$ . Este ángulo determina el margen angular para

energizar la fase correspondiente y obtener el par motor deseado. Pero en realidad, en la Figura 3.6 se muestra que la fase aún sigue magnetizada en la región de frenado y en la región de generador a causa del flujo de corriente que aún circula por la fase debido a la autoinducción, sobrepasando el ángulo de  $22.5^\circ$  y provocando una caída en la generación de par motor. El ángulo  $\Delta$  (ángulo que conducen los diodos en el modo 3) se reduce en el convertidor debido al voltaje negativo generado a través de la inductancia (fase) como ya se explicó en el modo 2 de la sección 2.1.2.

Debido al problema de rizo en la generación de par motor en el MRC, existen diferentes métodos para reducirlo, uno de ellos está en la capacidad del convertidor de energizar dos fases al mismo tiempo (traslape de energización de fases) [20], lo cual es una gran ventaja para el convertidor clásico.

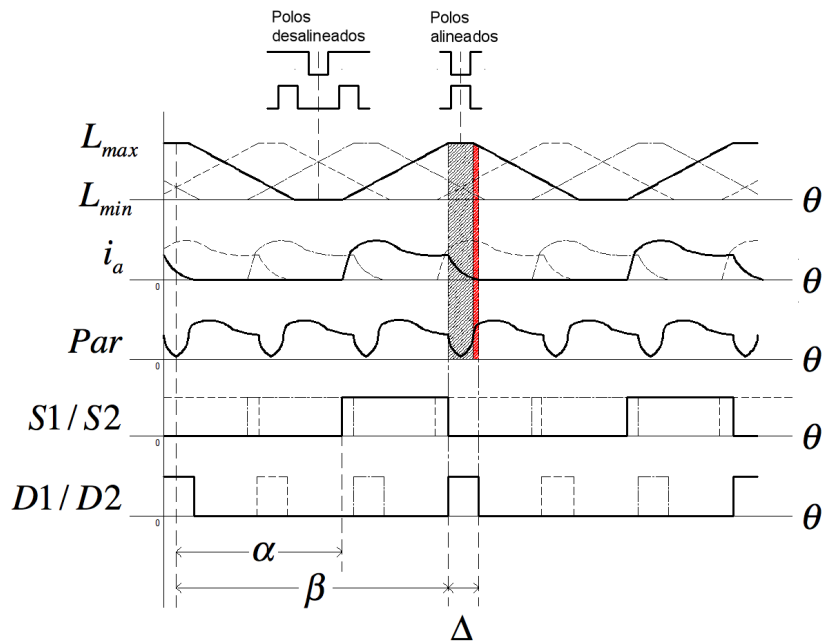


Figura 3.6 Ángulos de disparo del convertidor clásico.

### 3.2.2 Convertidor Miller con carga MRC.

El convertidor Miller se conecta a un MRC como se muestra en la Figura 3.7:

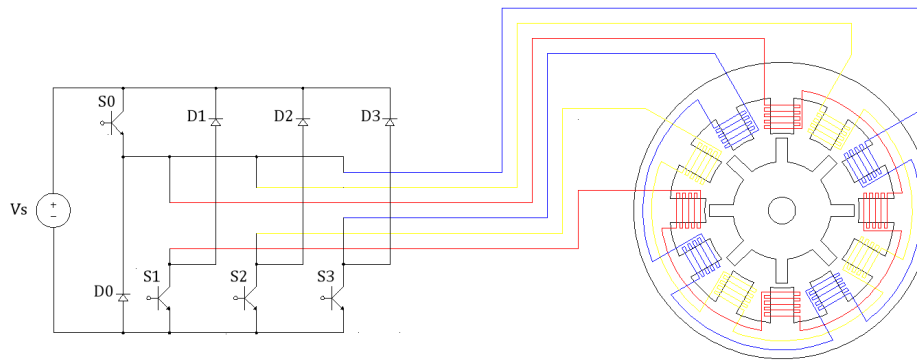


Figura 3.7 Conexión del convertidor Miller trifásico con un MRC 12/8.

Al tener como base la Figura 2.17, se observa que si se energiza la fase **b** durante la desenergización forzada (modo 3) de la fase **a** mediante los diodos D0 y D1, la fase **a** entraría en desenergización libre (modo 2), por lo tanto, la región sombreada en rojo en la Figura 3.6 se haría más ancha, influyendo notablemente en la caída del valor para el par motor, debido a que la fase **a** aún contiene energía en la región de generador.

Por lo anterior, se puede concluir que el convertidor Miller sólo servirá para velocidades lo suficientemente bajas como para no sacrificar el par motor. Además, por obviedad el convertidor Miller no es capaz de traslapar fases a diferencia del convertidor Clásico que si es capaz.

### 3.3 Principios de funcionamiento de un convertidor convencional (inversor) aplicado a un MRC.

Aunque la topología para un inversor trifásico de puente completo como el de la Figura 2.8 (las fases dependen del número de ramas de conmutación en el convertidor) sugiere que no es posible ser utilizada en un MRC, y esto es simplemente porque algunos autores dan las mismas desventajas que pueda tener en un motor de inducción a que si es implementado en un MRC, sin tomar en cuenta que los principios de operación de ambas máquinas son totalmente diferentes. En la Figura 3.8 se muestra la topología de un inversor en conjunto con dos capacitores que forman un divisor de voltaje formando así una topología que se llamará



convertidor bipolar [22], ya que su función no es la de un inversor si no la de un convertidor para un MRC, añadiendo como característica que se producirá tanto corriente positiva, como corriente negativa en una misma fase (lo que le da la característica bipolar).

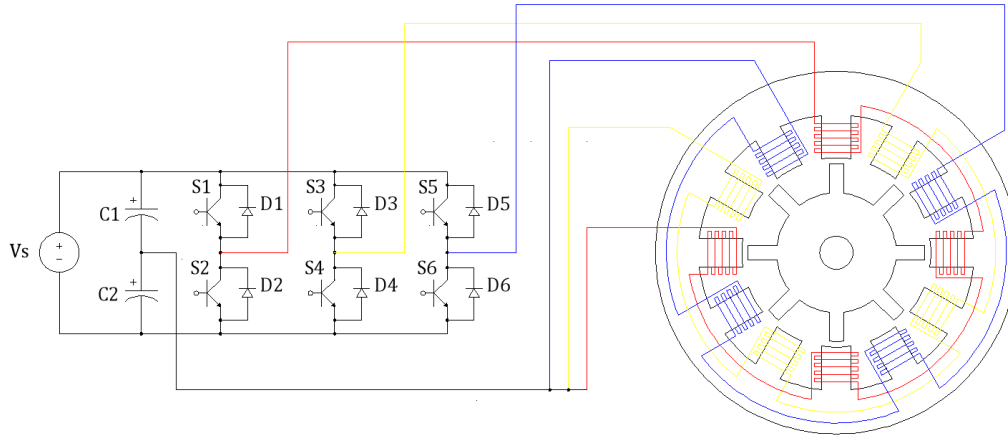


Figura 3.8 Conexión del convertidor Bipolar trifásico a un MRC 12/8.

El convertidor bipolar se basa en la Ecuación para el par motor explicado en [19] y en [20]

$$T = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\theta} \quad (3.4)$$

La Ecuación 3.4 es utilizada por la mayoría de los autores para justificar la utilización de corriente unipolar para la generación de par motor unipolar en un MRC, pero en este caso se utiliza esta Ecuación (aprovechando la característica de la corriente al cuadrado) para la implementación del convertidor bipolar o corriente bipolar en un MRC [22] para generar par motor unipolar.

### 3.3.1 Modos de operación del convertidor Bipolar.

En la Figura 3.9 se muestra como la corriente  $i_a$  (corriente en la fase **a**) va alternándose entre valor positivo y valor negativo, generando par motor positivo siendo así que el sentido del par motor sólo depende de la posición y no del sentido de la corriente.

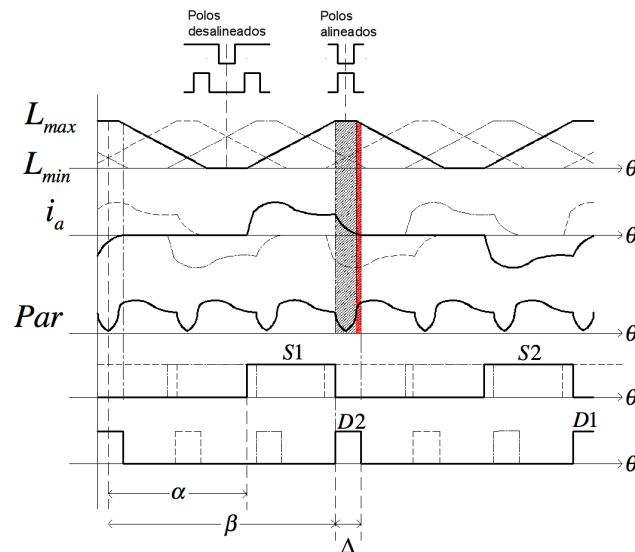


Figura 3.9 Ángulos de disparo del convertidor Bipolar.

En la Tabla 3.1 se muestra la secuencia de conmutación del convertidor Bipolar comenzando por la fase **a**.

Tabla 3.1 Secuencia de conmutación del convertidor Bipolar.

| Secuencia | Fase | Modo | Interruptor | Signo Corriente/Voltaje |
|-----------|------|------|-------------|-------------------------|
| 1         | a    | 1    | S1          | +/+                     |
|           |      | 2    | D2          | +/-                     |
| 2         | b    | 1    | S4          | -/-                     |
|           |      | 2    | D3          | -/+                     |
| 3         | c    | 1    | S5          | +/+                     |
|           |      | 2    | D6          | +/-                     |
| 4         | a    | 1    | S2          | -/-                     |
|           |      | 2    | D1          | -/+                     |
| 5         | b    | 1    | S3          | +/+                     |
|           |      | 2    | D4          | +/-                     |
| 6         | c    | 1    | S6          | -/-                     |
|           |      | 2    | D5          | -/+                     |

Si se observa bien la Figura 3.8, se puede ver que el convertidor Bipolar no es capaz de manejar corrientes de libre camino debido a que los diodos de desahogo están en antiparalelo a los interruptores, cosa que no sucede en los convertidores asimétricos analizados anteriormente, por lo tanto, el convertidor Bipolar sólo tiene dos modos de operación: energización y desenergización forzada como se puede ver en la Figura 3.9, los cuales son iguales al convertidor Clásico con la diferencia que sólo se conmuta un solo interruptor como se expone en la Tabla 3.1.

### 3.4 Comparación entre convertidores.

Se hará un resumen de lo que se espera de cada convertidor al aplicarse a un MRC y en base a esto determinar cuál será el convertidor a utilizar.

#### 3.4.1 Reutilización de la energía almacenada en las fases.

Primeramente se tiene que las fases al ser altamente inductivas, almacenan energía considerablemente alta, y que para nuestro propósito se debe de disipar lo más rápidamente posible, pero tampoco podemos desconectar la fase repentinamente ya que se elevaría el voltaje a niveles muy altos provocando destrucción de los dispositivos de conmutación, entonces hay varios caminos por donde se puede conducir a esta energía, una de ellas es disiparla con una resistencia eléctrica (convertidor R-Dump) [18], la cual se lograría disipar la energía muy rápidamente pero con la desventaja de que esta energía eléctrica se convierte en calor, entonces no es posible la recuperación de la energía.

Otro método para disipar la energía almacenada es la utilización de capacitores (convertidor C-Dump) [18] en lugar del uso de resistencias, lo cual a estos tipos de convertidores los hace más eficiente debido a que no se disipa la energía en forma de calor y puede ser reutilizada.

El método que se utiliza en el convertidor Clásico es el de utilizar la energía ya sea de regreso a la fuente o entregarla a la siguiente fase, en el convertidor Miller esta energía solamente es devuelta a la fuente y en el convertidor Bipolar también es regresada a la fuente o utilizada en la siguiente fase, pero con la ventaja que se tiene dos capacitores los cuales suavizan el esfuerzo de la fuente al momento de energizar a las fases.

Ahora se analizarán matemáticamente los convertidores Clásico y Bipolar para realizar una comparativa de eficiencia en cuanto a recuperación de energía cuando es encendida la fase **a** antes de que se desenergice totalmente la fase **c** (como se vio anteriormente el convertidor Miller no aplica en esta condición). Primeramente, será el turno del convertidor Clásico y después el convertidor Bipolar.

#### 3.4.1.1 Reutilización de la energía almacenada en la fase en el convertidor Clásico.

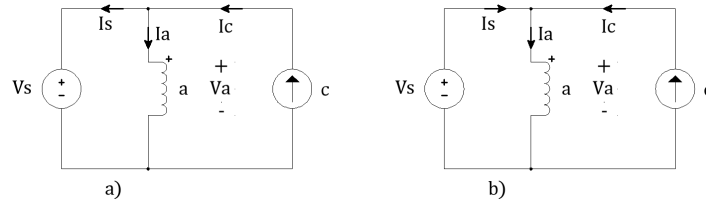


Figura 3.10 Circuitos equivalentes en la desenergización de una fase para el convertidor Clásico a) etapa 1 y b) etapa 2.

En la Figura 3.10 se muestra a la fase **c** (fase que se desenergiza) como una fuente de corriente la cual es variable decreciente y se muestran dos etapas que en conjunto equivalen a  $\Delta$  y a continuación se explican:

- **Etapas 1.** En este momento solamente la fase **c** alimenta a la fase **a** y también parte de su energía es regresada a la fuente  $V_s$ , entonces tenemos por la ley de Kirchhoff para corrientes:

$$i_c - i_s - i_a = 0$$

$$i_a = i_c - i_s \quad (3.5)$$

Esta etapa es válida si y sólo si  $i_c \geq i_a$  ya que la energía almacenada en  $i_c$  va decreciendo y la corriente  $i_a$  va creciendo, entonces se deduce que durante esta etapa la corriente  $i_s$  es negativa y por lo tanto la fuente también recibe energía.

- **Etapa 2.** En este momento la fase **c** y la fuente  $V_s$  entregan juntos corriente para energizar la fase **a**, entonces por la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_c + i_s - i_a = 0$$

$$i_a = i_c + i_s \quad (3.6)$$

Esta etapa es válida si y sólo si  $i_c < i_a$  hasta que  $i_c = 0$  y después de que sucede esto solamente la fuente  $V_s$  entrega energía a la fase **a**.

#### 3.4.1.2 Reutilización de la energía almacenada en la fase en el convertidor Bipolar.

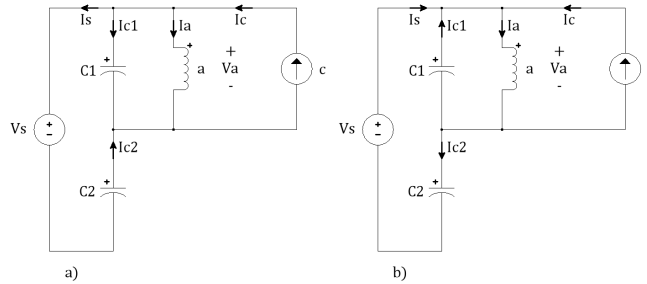


Figura 3.11 Circuito equivalente en la desenergización de una fase para el convertidor Bipolar a) etapa 1 y b) etapa 2.

En la Figura 3.11 se muestra a la fase **c** como una fuente de corriente la cual es variable decreciente y se muestran dos etapas que en conjunto equivalen a  $\Delta$  y a continuación se explican:

- **Etapa 1.** En este momento solamente la fase **c** alimenta a la fase **a** y también parte de su energía es regresada a la fuente  $V_s$ , entonces tenemos por la ley de Kirchhoff para corrientes:

$$i_c - i_s - i_{c1} - i_a = 0$$

$$i_a = i_c - i_{c1} - i_s \quad (3.7)$$

Esta etapa es válida si y solo si  $i_c \geq i_a$  y se puede apreciar tanto en la Figura 3.11a como en la Ecuación 3.7 que la corriente en la fase **a** es proporcionada por la fase **c** y el resto de la energía almacenada es devuelta a la fuente  $V_s$  y al capacitor  $C1$ .

- **Etapas 2.** En este momento la fase **c**, la fuente  $V_s$  y el capacitor  $C1$  entregan juntos corriente para energizar la fase **a**, entonces por la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_c + i_s + i_{c1} - i_a = 0$$

$$i_a = i_c + i_s + i_{c1} \quad (3.8)$$

Esta etapa es válida si y sólo si  $i_c < i_a$  hasta que  $i_c = 0$  y después de que sucede esto la fuente  $V_s$  y  $C1$  entregan juntos energía a la fase **a**.

En el caso del convertidor bipolar hay que tomar en cuenta el valor de los capacitores debido a que en la etapa 2 debe ser capaz de entregar energía durante esta misma etapa, ya que, de no ser así, el sistema podría entrar en resonancia y entonces la forma deseada de la corriente no sería controlable.

De la Figura 3.11 y tomando a los capacitores e inductancias como ideales podemos decir que  $|i_s| = |i_{c1}| = |i_{c2}|$ , es decir, para la etapa 1:

$$i_a = i_c - 2 * i_s \quad (3.9)$$

Para la etapa 2:

$$i_a = i_c + 2 * i_s \quad (3.10)$$

e

$$i_{am} = 2 * i_s \quad (3.11)$$

donde  $i_{am}$  es la corriente cuando  $i_c = 0$ .

Entonces podemos decir que la fuente Vs en el convertidor bipolar sólo entrega la mitad de la corriente que requieren las fases para ser energizadas a diferencia del convertidor Clásico en donde la fuente Vs entrega toda la corriente exigida por las fases.

### 3.4.2 Generación de voltajes en las fases.

La generación de voltajes negativos en el caso de los convertidores Clásico y Miller y generación de voltajes de signo contrario para desenergizar una fase en el caso del convertidor Bipolar es de suma importancia, ya que es lo que lleva a desenergizar (desmagnetizar) rápidamente a las fases.

Se analiza el convertidor Clásico (igual para el convertidor Miller) y después el convertidor Bipolar.

#### 3.4.2.1 Generación de voltaje negativo en el convertidor Clásico.

La generación de voltaje negativo se da en el modo 3 (explicados en el Capítulo 2) y en las Figuras 2.12c y 2.14 se muestra este voltaje negativo, donde por la ley de Kirchhoff para voltajes tenemos para la fase **a**:

$$v_a = -v_s \quad (3.12)$$

Y tiene la misma duración que el ángulo  $\Delta$  y se da de forma natural al abrir los interruptores y por la acción de los diodos.

### 3.4.2.2 Generación de voltaje con signo contrario en el convertidor Bipolar.

Al igual que los otros convertidores, este voltaje se genera por la acción de los diodos y tiene una duración  $\Delta$  hasta que las fases se desenergizan totalmente, en la Figura 3.12 se muestran las formas de onda de los voltajes para este convertidor.

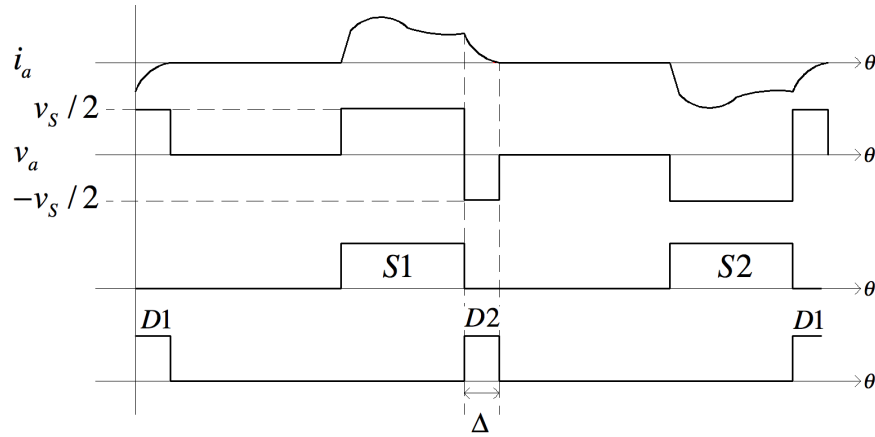


Figura 3.12 Formas de onda de voltaje para una fase en el convertidor Bipolar.

Como se puede observar en la Figura 3.8 existe el divisor de tensión formado por los capacitores C1 y C2, por lo tanto, el voltaje para la fase **a** en el semiciclo positivo es:

$$v_a = \frac{v_s}{2} \quad (3.13)$$

### 3.4.3 Potencia entregada por la fuente de voltaje.

De la Ecuación 3.6 sustituimos  $i_c = 0$  que es cuando solamente la fuente  $V_s$  alimenta a las fases activas (en este caso la fase **a**) y llamaremos a esta corriente de fase como corriente alimentadora  $i_{am}$ , entonces tenemos la potencia entregada por  $V_s$  en este momento:

$$P_s = i_s * v_s$$

y sustituyendo:



$$P_S = i_{am} * v_a \quad (3.14)$$

En el caso del convertidor Bipolar tenemos

$$P_S = i_S * v_S$$

y sustituyendo de las Ecuaciones 3.11 y 3.13 tenemos:

$$P_S = \frac{i_{am}}{2} * 2 * v_a = i_{am} * v_a \quad (3.15)$$

Entonces concluyendo de las Ecuaciones 3.14 y 3.15 al elevar el voltaje de  $V_s$  al doble en el convertidor Bipolar para tener el mismo voltaje en las fases que en el convertidor Clásico (o Miller), la potencia entregada por  $V_s$  será la misma en ambos convertidores.

#### 3.4.4 Dispositivos de conmutación.

Como el número de polos en el rotor es igual al número de pulsos por cada fase en una revolución, entonces tenemos que en un MRC 12/8 tenemos 8 pulsos por revolución en cada fase. Tomando en cuenta lo anterior, el número de dispositivos de conmutación y la forma en que se conmutan, se llega a la siguiente Tabla en un rango de una revolución del MRC.

Tabla 3.2 Comparación de convertidores según su conmutación.

| Convertidor | Número dispositivos de conmutación | Veces que se conmuta cada interruptor |
|-------------|------------------------------------|---------------------------------------|
| Miller      | 8                                  | 8 y 24 el interruptor $S_0$           |
| Clásico     | 12                                 | 8                                     |
| Bipolar     | 6                                  | 4                                     |

Aunque en la topología del convertidor Bipolar existen 12 dispositivos de conmutación, en la Tabla 3.2 solo se muestra que son 6, debido a que es muy común encontrar encapsulados de IGBTs (o MOSFETs) con un diodo en antiparalelo, entonces se puede decir que sólo son 6 dispositivos de conmutación.

Los convertidores para MRC tiene la característica de seguir funcionales a pesar de que falle un dispositivo de conmutación, en el caso del convertidor Clásico, debido a que es necesario de dos interruptores para energizar las fases, sólo es permitido el fallo de un interruptor para un MRC trifásico, ya que al ocurrir tal fallo el motor sólo funcionará con dos fases sacrificando su potencia de salida (se incrementa el rizo de par) [20]. Con el convertidor Miller sucede lo mismo que el convertidor Clásico con la diferencia que si es el interruptor S0 el que llegará a fallar entonces todo el sistema dejará de funcionar. En el caso del convertidor Bipolar, aún con el fallo de un interruptor las fases pueden ser energizadas habiendo una pequeña pérdida en el par solamente dos veces por revolución, y lo sobresaliente es que podrían fallar hasta tres interruptores, entonces, podríamos decir que el convertidor Bipolar es altamente robusto.

### 3.5 Ventajas y desventajas de los convertidores.

A continuación, se resume las características en los convertidores analizados anteriormente en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Comparación entre convertidores para MRC.

| Características                               | Clásico | Miller | Bipolar |
|-----------------------------------------------|---------|--------|---------|
| Todo el rango de velocidades                  | ✓       | ✗      | ✓       |
| Fases independientes entre si                 | ✓       | ✗      | ✓       |
| Corrientes de libre camino                    | ✓       | ✓      | ✗       |
| Reutilización de energía                      | ✓       | ✓      | ✓       |
| Traslape de fases                             | ✓       | ✗      | ✓       |
| Bus completo de VCD.                          | ✓       | ✓      | ✗       |
| A prueba de fallas de dos o más interruptores | ✗       | ✗      | ✓       |
| Bajo número de elementos                      | ✗       | ✓      | ✓       |

Vemos en la Tabla 3.3 que las desventajas del convertidor Bipolar se pueden corregir (y no así en los demás convertidores), ya que al utilizar desenergización forzada, la frecuencia de conmutación para trocear el voltaje se incrementa, pero al usar un solo interruptor podríamos decir que se compensa con el número de conmutaciones en los otros dos convertidores y la desventaja del divisor de tensión en la siguiente sección se muestra una solución.

### 3.6 Solución al problema del divisor de tensión en el convertidor Bipolar.

Como se pudo apreciar en la Figura 3.8, el convertidor Bipolar tiene una característica que puede ser aprovechada, la cual es la utilización de los dos capacitores para formar una etapa de elevación de voltaje o mejor dicho convertidor *boost*, como se muestra en la Figura 3.13.

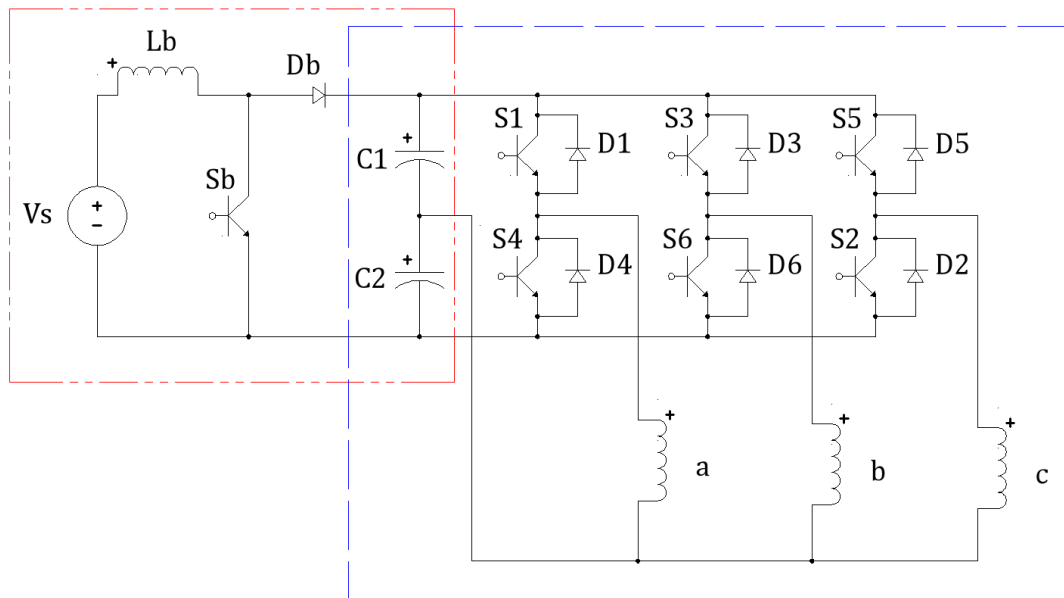


Figura 3.13 Convertidor Boost-Bipolar.

A partir de la Figura 3.13 se llega a una nueva topología, la cual es propuesta en el presente trabajo, en donde dos convertidores, un *boost* (recuadro rojo) y un Bipolar (recuadro azul), se traslapan (acoplan) mediante el divisor de tensión formado por los capacitores C1 y

C2, llegando así a poder elevar aún más el voltaje de  $V_s$  y encontrar la solución al problema del convertidor Bipolar.

### 3.6.1 Diseño de la etapa de elevación de voltaje.

Para diseñar el convertidor *boost* es necesario separar en dos etapas el sistema como se mostró en la Figura 3.13, y se utiliza una carga resistiva en paralelo a cada capacitor debido a que el efecto de una carga inductiva es despreciable ya que lo que se busca es elevar el voltaje y no la corriente, además se colocan las dos resistencias de modo que los voltajes en los capacitores estén balanceados, ya que la naturaleza del convertidor Bipolar es que la carga está conmutando su conexión entre los dos capacitores, entonces llegamos al circuito equivalente de la Figura 3.14:

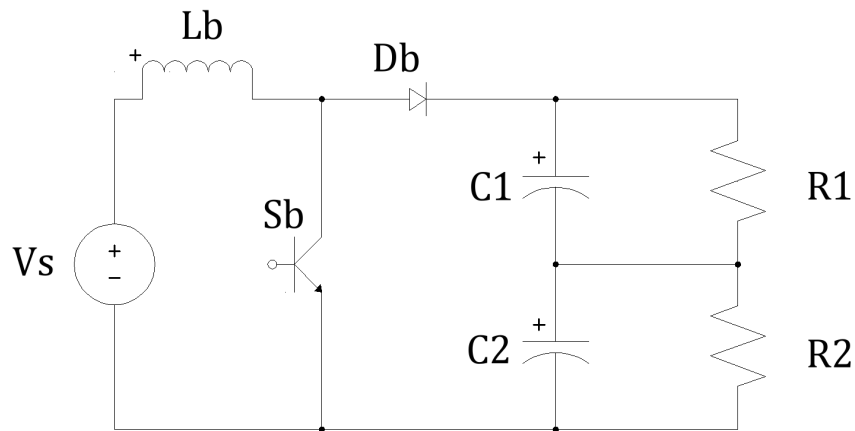


Figura 3.14 Convertidor *boost* con divisor de tensión.

El análisis es similar al de un convertidor *boost* convencional donde tenemos dos modos de operación dependientes del interruptor  $S_b$  y los cuales se muestran los circuitos equivalentes de la Figura 3.15.

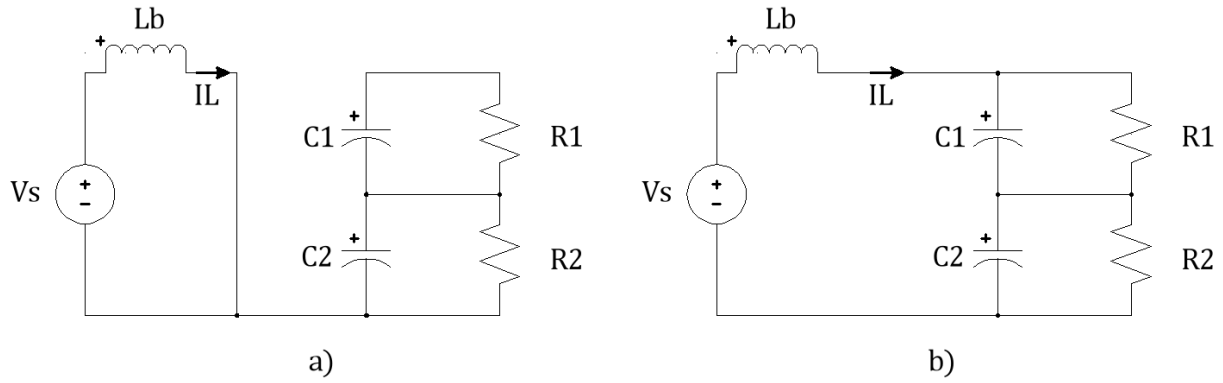


Figura 3.15 Modos de operación del convertidor Boost a) modo 1 cuando Sb está cerrado y b) modo 2 cuando Sb está abierto.

El funcionamiento básico del convertidor Boost es conmutar el interruptor Sb periódicamente, donde tenemos que  $DT$  es el tiempo en que el interruptor permanece cerrado y  $(1 - D)T$  el tiempo que permanece abierto dentro de un periodo  $T$ , entonces  $D$  es el ciclo de trabajo del convertidor y  $0 \leq D < 1$ . Considerando lo anterior y que la corriente en la inductancia  $i_L$  siempre es mayor a cero (continua), llegamos al siguiente análisis para encontrar la inductancia mínima.

### 3.6.1.1 Obtención de la inductancia $L_b$ para operación con corriente continua.

- **Modo 1.** [1] Este modo es cuando el interruptor Sb está cerrado (durante  $DT$ ), entonces la corriente en la inductancia  $L_b$  comienza a aumentar linealmente y la carga se aísla debido a que el diodo Db se polariza inversamente, entonces por la ley de voltajes de Kirchhoff tenemos que:

$$v_s = v_L = L_b \frac{di_L}{dt}$$

entonces debido a la linealidad se tiene que la variación de  $i_L$  con respecto al tiempo durante este modo es:

$$\frac{v_S}{L_b} = \frac{di_L}{dt} = \frac{\Delta i_L}{DT}$$

$$(\Delta i_L)_{modo\ 1} = \frac{v_S * DT}{L_b} \quad (3.16)$$

- **Modo 2.** [1] Este modo es cuando el interruptor Sb está abierto (durante  $(1 - D)T$ ), entonces la corriente en la inductancia Lb comienza a disminuir linealmente y el diodo Db se polariza directamente, entonces por la ley de voltajes de Kirchhoff tenemos que:

$$v_S = v_L + v_{C1} + v_{C2}$$

despejando  $v_L$  tenemos:

$$v_L = L_b \frac{di_L}{dt} = v_S - v_{C1} - v_{C2}$$

como los capacitores están balanceados como se observa en la Figura 3.14, entonces

$$v_{C1} = v_{C2} = v_C$$

$$L_b \frac{di_L}{dt} = v_S - 2v_C$$

y debido a la linealidad se tiene que la variación de  $i_L$  con respecto al tiempo durante este modo es:

$$\frac{v_S - 2v_C}{L_b} = \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{(1 - D)T}$$

$$(\Delta i_L)_{modo\ 2} = \frac{(v_S - 2v_C) * (1 - D)T}{L_b} \quad (3.17)$$

La tasa de cambio de la corriente de los dos modos debe ser igual (en estado estable) ya que de no ser así el convertidor será inestable, por lo tanto, tenemos de las Ecuaciones 3.16 y 3.17:

$$(\Delta i_L)_{modo\ 1} + (\Delta i_L)_{modo\ 2} = 0$$

$$\frac{v_S * DT}{L_b} + \frac{(v_S - 2v_C) * (1 - D)T}{L_b} = 0$$

$$v_S * D + (v_S - 2v_C) * (1 - D) = 0$$

despejando  $v_C$

$$v_C = \frac{v_S}{2 * (1 - D)} \quad (3.18)$$

Ahora para encontrar el valor de la corriente media se parte de la potencia de salida la cual, al tener dos cargas iguales se llega a la siguiente Ecuación por la ley de ohm:

$$P_o = \frac{2v_C^2}{R}$$

se iguala la potencia de entrada a la de salida y se sustituye  $v_C$  y queda:

$$P_i = v_S * \bar{i}_L = \frac{2v_C^2}{R} = \frac{2 \left( \frac{v_S}{2 * (1 - D)} \right)^2}{R} = \frac{v_S^2}{2R * (1 - D)^2}$$

$$\bar{i}_L = \frac{v_S}{2R * (1 - D)^2} \quad (3.19)$$

Ahora se puede encontrar la corriente en la inductancia  $L_b$  máxima  $i_{Lmax}$  y mínima  $i_{Lmin}$  utilizando cualquiera de las dos Ecuaciones 3.16 y 3.17 dividida entre dos ya que tienen la misma tasa de cambio, pero se utilizará la más sencilla.

$$i_{Lmax} = \bar{i}_L + \frac{(\Delta i_L)_{modo\ 1}}{2} = \frac{v_S}{2R * (1 - D)^2} + \frac{v_S * DT}{2L_b} \quad (3.20)$$

$$i_{Lmin} = \bar{i}_L - \frac{(\Delta i_L)_{modo 1}}{2} = \frac{v_S}{2R * (1 - D)^2} - \frac{v_S * DT}{2L_b} \quad (3.21)$$

La Ecuación 3.20 sirve para elegir el interruptor y el diodo que tengan la capacidad de manejar esta corriente y la Ecuación 3.21 se utiliza para diseñar el inductor  $L_b$ , dando la posibilidad de elegir una inductancia mínima para que el convertidor trabaje en modo continuo, así como se muestra a continuación.

Para que el convertidor trabaje en modo continuo se debe cumplir la condición que la corriente  $i_L$  siempre deberá ser mayor a cero, entonces igualamos a cero la Ecuación 3.21.

$$i_{Lmin} = \frac{v_S}{2R * (1 - D)^2} - \frac{v_S * DT}{2L_b} = 0$$

$$\frac{1}{R * (1 - D)^2} = \frac{DT}{L_b}$$

despejando  $L_b$

$$i_{Lbmin} = DT * R * (1 - D)^2 = \frac{D * R * (1 - D)^2}{f_b} \quad (3.22)$$

Donde  $f_b$  es la frecuencia de conmutación del convertidor Boost y la cual también podría ser modificada en lugar de la inductancia para que el convertidor opere en modo de corriente continua.



### 3.6.1.2 Obtención de la capacitancia para un rizo de voltaje de salida mínimo.

Debido a que no existe capacitancia infinita (ideal) se debe procurar escoger un valor que sea capaz de reducir altamente el rizo en el voltaje de salida, entonces partimos de la Ecuación de corriente para un capacitor (análogo al voltaje en la inductancia).

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} = C \frac{\Delta v_c}{\Delta t} = C \frac{\Delta v_c}{DT}$$

como  $i_c = i_R$  y por la ley de ohm tenemos,

$$i_c = \frac{v_c}{R}$$

entonces tenemos que la variación del capacitor cuando se descarga (en el modo 1) es:

$$\Delta v_c = \frac{v_c * DT}{RC} = \frac{v_c * D}{RCf_b} \quad (3.23)$$

Típicamente los valores para el rizo de voltajes se expresan en términos de porcentaje, por lo tanto, reacomodamos a la Ecuación 3.23 y se obtiene el rizo de voltaje en cada capacitor.

$$rizo \ de \ voltaje = \frac{\Delta v_c}{v_c} * 100 = \frac{D}{RCf_b} * 100 \quad (3.24)$$

## 3.6.2 Desbalance de voltaje en los capacitores.

### 3.6.2.1 Obtención de la constante de tiempo para la descarga de los capacitores.

Como ya se mencionó anteriormente, las cargas (fases del motor) al estar conmutando las la conexión entre los dos capacitores, éstos tienden a desbalancearse como se muestra en la

Figura 3.16, entonces el convertidor Bipolar está limitado a una frecuencia mínima de operación (velocidad mínima de operación del MRC).

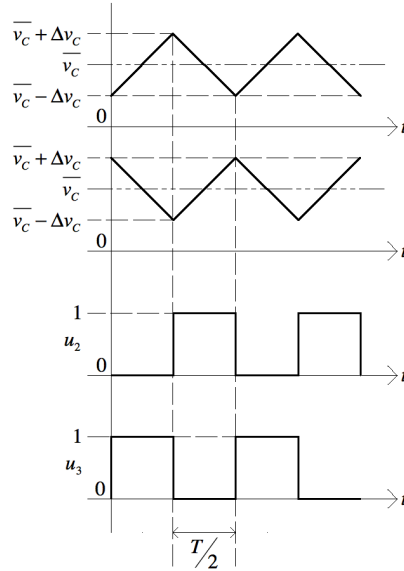


Figura 3.16 Desbalance en el voltaje de los capacitores.

De la Ecuación 3.24 suponemos que la frecuencia  $f$  tiende a infinito (debido a la alta frecuencia de conmutación del control por modos deslizantes), por lo tanto, el rizo en el voltaje en los capacitores tiende a cero, aquí se puede decir que el voltaje es constante, entonces solo se toma en cuenta el efecto producido en los capacitores al conmutar los interruptores del convertidor bipolar.

Para definir la frecuencia mínima de conmutación del convertidor Bipolar y obtener una tasa de desbalance aceptable, se debe de establecer algunas consideraciones. El ciclo de trabajo en el convertidor bipolar es de 50%, es decir  $t_1 = t_2$ , donde  $t_1$  es el tiempo en que  $u_2 = 1$  y  $t_2$  cuando  $u_3 = 1$ . También se considera que  $u_2$  y  $u_3$  son complementarios, ya que si existiera traslape de fases o desenergización forzada los capacitores tenderán a balancearse. El voltaje máximo de desbalance en cualquiera de los dos capacitores es  $v_c = v_b$  donde  $v_b$  es el voltaje entregado por el convertidor boost considerándolo constante (sin rizo de voltaje). Debido a que la tasa de desbalance es igual en ambos, sólo se analiza el circuito equivalente de

la Figura 3.17 tomando como carga una resistencia ya que es el elemento que define la corriente máxima.

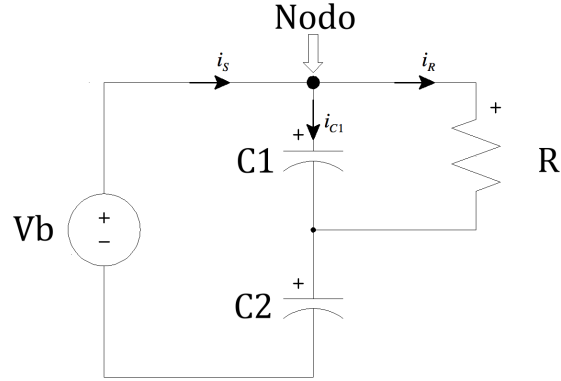


Figura 3.17 Circuito Equivalente cuando  $u_2=1$ .

usando la Figura 3.17 y por la ley de Kirchhoff para corrientes se tiene:

$$i_S - i_{C1} - i_R = 0$$

despejando

$$i_{C1} = C1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_S - i_R$$

deduciendo de la Ecuación 3.11 se puede decir que

$$i_S = \frac{i_R}{2} = \frac{v_{C1}}{2R} \quad (3.25)$$

Sustituyendo

$$C1 \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{v_{C1}}{2R} - \frac{v_{C1}}{R} = -\frac{v_{C1}}{2R}$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = -\frac{v_{C1}}{2RC1} \quad (3.26)$$

Resolviendo la Ecuación diferencial anterior con la transformada de Laplace

$$sV_{C1}(s) - V = -\frac{V_{C1}(s)}{2RC1}$$

$$\left(s + \frac{1}{2RC1}\right)V_{C1}(s) = V$$

$$V_{C1}(s) = \frac{V}{\left(s + \frac{1}{2RC1}\right)}$$

Antitransformando

$$v_{C1}(t) = Ve^{-t/2RC1}$$

De la Ecuación anterior se toma como la constante de tiempo de descarga del capacitor

$$\tau = 2RC1$$

entonces se tiene:

$$v_{C1}(t) = Ve^{-t/\tau} \quad (3.27)$$

### 3.6.2.2 Velocidad mínima de operación de un MRC.

Haciendo un ajuste en la Ecuación 3.27 se puede obtener la frecuencia mínima de operación en el convertidor Bipolar para tener un rizo de voltaje en los capacitores aceptable, tomando al valor final como  $v_{C1}(t_0) = \overline{v_C} - \Delta v_C$  y la condición inicial como  $V = \overline{v_C} + \Delta v_C$ , donde  $\overline{v_C} = \frac{v_b}{2}$ , entonces sustituyendo y despejando  $t$  se tiene:

$$\overline{v_C} - \Delta v_C = (\overline{v_C} + \Delta v_C)e^{-t/\tau}$$

$$\frac{\overline{v_C} - \Delta v_C}{\overline{v_C} + \Delta v_C} = e^{-t/\tau}$$

$$\ln\left(\frac{\overline{v}_C - \Delta v_C}{\overline{v}_C + \Delta v_C}\right) = \ln(e^{-t/\tau})$$

$$\ln\left(\frac{\overline{v}_C - \Delta v_C}{\overline{v}_C + \Delta v_C}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

$$t = -\tau \ln\left(\frac{\overline{v}_C - \Delta v_C}{\overline{v}_C + \Delta v_C}\right)$$

la Ecuación anterior hace referencia solo al tiempo de descarga, como la tasa de cambio en la carga del capacitor es igual a la descarga, se define:

$$T_i = 2t = \frac{1}{f_i}$$

donde  $T_i$  y  $f_i$  es el periodo y la frecuencia de conmutación del convertidor bipolar respectivamente, entonces sustituyendo tenemos:

$$f_{imin} = -\frac{1}{2\tau \ln\left(\frac{\overline{v}_C - \Delta v_C}{\overline{v}_C + \Delta v_C}\right)} \quad (3.28)$$

Para encontrar la tasa de cambio a partir del porcentaje de rizo de voltaje, se reacomoda la siguiente Ecuación:

$$\begin{aligned} \%rizo &= \frac{\Delta v_C}{\overline{v}_C} * 100 \\ \Delta v_C &= \frac{\%rizo(\overline{v}_C)}{100} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Como  $T = 2t = 1/f_i$  entonces  $t = 1/2f_i$  y como se analizó en el Capítulo 2, para que haya una revolución en un MRC se necesitan  $pN_r$  pulsos de tiempo igual a  $t$ , donde  $p$  y  $N_r$  es el número de fases y el número de polos en el rotor respectivamente, por lo tanto,

$$T_{mrc} \approx \frac{pN_r}{2f_i} \quad (3.30)$$

Para encontrar la velocidad mínima de operación de un MRC con un convertidor bipolar, se debe de tomar la Ecuación 3.30 y convertirla a r.p.m.,

$$vel_{min} = \frac{60}{T_{mrc}} = \frac{60}{\frac{pN_r}{2f_{imin}}} \quad (3.31)$$

$$vel_{min} = \frac{120f_{imin}}{pN_r}$$

3.6.2.3 Frecuencia fundamental en las fases de un MRC a partir de la frecuencia mínima.

De la Ecuación 3.1 se despeja *r. p. m.* y se iguala con la Ecuación 3.31:

$$\frac{60f_1}{N_r} = \frac{120f_i}{pN_r}$$

y despejando  $f_1$

$$f_1 = \frac{2f_i}{p} \quad (3.32)$$

Entonces ya se podría obtener la frecuencia fundamental en cada fase si se quisiera realizar un análisis de Fourier para encontrar las armónicas.

### 3.7 Conclusiones del capítulo.

Una de las desventajas de utilizar un inversor en un motor de inducción es el problema del *shoot-through*, lo cual es prácticamente imposible que ocurra al ser implementado en un MRC, debido a la forma de conmutación alternada como se explica en la Tabla 3.1.

Una ventaja de utilizar el convertidor Bipolar es que, en el mercado actual, existen inversores trifásicos encapsulados en un solo dispositivo, permitiendo así la reducción de espacio del convertidor, a diferencia de los otros convertidores.

Ahora ya tenemos todas las herramientas para diseñar un convertidor Boost-Bipolar para un MRC, pero, aunque en este capítulo se analizaron las frecuencias mínimas de conmutación, no es suficiente para lograr reducir el rizo en el voltaje de los capacitores C1 y C2 (aunque estos lleguen a ser de valores altos), debido a que los capacitores en la realidad no tienen exactamente el mismo valor. También, al poner en funcionamiento un MRC el ciclo de trabajo para el convertidor Bipolar no será del 50% y con el tiempo podría no alcanzar la simetría (o balance) aun estando el MRC en velocidad continua, entonces, es necesario aplicar una estrategia de control al convertidor Boost-Bipolar, el cual se explica en el siguiente capítulo.

## **IV CONTROL DE UN CONVERTIDOR BOOST-BIPOLAR**

Como se vio anteriormente, en esta tesis se trata a un MRC como la carga de un convertidor Boost-Bipolar, la cual tiene variaciones paramétricas dependientes de la posición y de la corriente eléctrica, sumado el hecho de que es altamente no lineal, además el convertidor Boost-Bipolar también es un sistema no lineal (sistema bilineal) [6], entonces no será fácil que la carga tenga la corriente y el voltaje cuando sean requeridos sin el control correcto (traducido a nuestro sistema significa que el MRC no tendrá ni el par ni la velocidad que se deseen), por lo tanto, se diseñó un control por modos deslizantes para mantener un nivel de Voltaje de Corriente Directa (VCD) en cada capacitor y mantenerlos balanceados, para ello, primero se obtuvo el modelo matemático del sistema y después se diseñó el control.

### **4.1 Modelado matemático del convertidor Boost-Bipolar.**

El modelo matemático se realiza en el espacio de estado debido a que el sistema convertidor-carga es altamente no lineal y en el caso de usar una estrategia de control clásico (en el dominio de la frecuencia) sería muy complejo. También, para efecto de simplicidad, el modelo matemático obtenido está modelado con carga resistiva lineal (no hay corrientes de desenergización fluyendo por los diodos del convertidor Bipolar). Adicionalmente, un Control por Modos Deslizantes (CMD) es propuesto ya que es insensible a variaciones paramétricas y a perturbaciones [6] que pueda generar el MRC.

En este convertidor se utilizan tres señales de control  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  los cuales son la señal de control en la compuerta (*gate*) del interruptor  $S_b$ , en los interruptores superiores  $S_1$ ,  $S_3$  y  $S_5$  y en los interruptores inferiores  $S_2$ ,  $S_4$  y  $S_6$  respectivamente, debido a que si  $u_2 = 1$ , entonces alguna de las cargas (fases del MRC) estará conectada al capacitor  $C_1$  y si  $u_3 = 1$ , entonces alguna carga estará conectada a  $C_2$ . El circuito equivalente para el modelado matemático se muestra en la Figura 4.1. Todas las señales de control son discretas  $\{0,1\}$ .



De lo anterior, se deduce que existen 8 posibles combinaciones de  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$ , las cuales se les llamará condiciones como se muestra en la Tabla 4.1 y el circuito equivalente se muestra en la Figura 4.1.

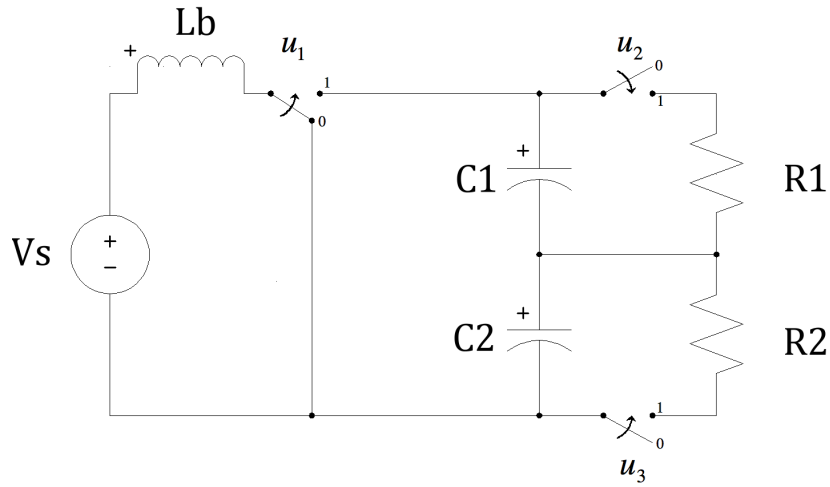


Figura 4.1 Circuito equivalente para el modelo matemático de un convertidor Boost-Bipolar.

Tabla 4.1 Condiciones posibles de las señales de control.

| Condición | $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ |
|-----------|-------|-------|-------|
| 1         | 0     | 0     | 0     |
| 2         | 0     | 0     | 1     |
| 3         | 0     | 1     | 0     |
| 4         | 0     | 1     | 1     |
| 5         | 1     | 0     | 0     |
| 6         | 1     | 0     | 1     |
| 7         | 1     | 1     | 0     |
| 8         | 1     | 1     | 1     |

Se obtendrá el modelo matemático a partir de las Ecuaciones de voltaje en la inductancia  $L_b$  y de las corrientes en los capacitores  $C_1$  y  $C_2$ .

#### 4.1.1 Primer Ecuación diferencial a partir del voltaje en la inductancia Lb.

Para establecer la Ecuación diferencial que define la dinámica de la corriente en el inductor Lb se debe considerar de acuerdo a la Tabla 4.1 que el voltaje en ese inductor sólo depende del valor de  $u_1$ , existiendo dos posibilidades ( $u_1 = 0$ ,  $u_1 = 1$ ), entonces se utiliza de la condición 1 a la 4 para obtener un circuito equivalente y de la condición 5 a la 8 para obtener el otro circuito equivalente para las dos condiciones de operación de la señal de control  $u_1$ , los cuales se muestran en la Figura 4.2.

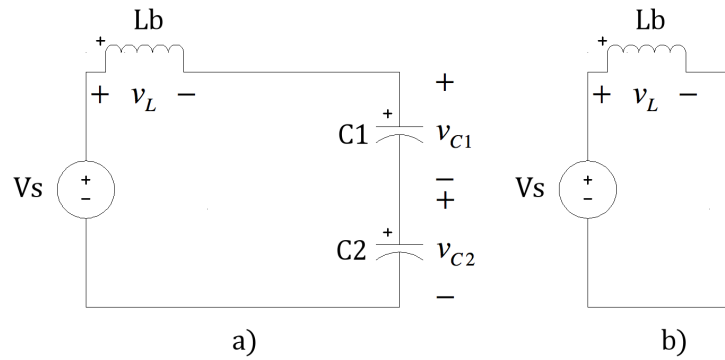


Figura 4.2 Circuitos equivalentes cuando a) Sb está abierto y b) Sb está cerrado.

- **Condición 1-4.** El interruptor Sb está abierto, o sea,  $u_1 = 0$ , entonces, por la ley de Kirchhoff para voltajes tenemos:

$$v_S - v_L - v_{C1} - v_{C2} = 0$$

$$v_L = v_S - v_{C1} - v_{C2} \quad (4.1)$$

- **Condición 5-8.** El interruptor Sb está cerrado, o sea,  $u_1 = 1$ , entonces, por la ley de voltajes de Kirchhoff tenemos:

$$v_S - v_L = 0$$

$$v_L = v_S \quad (4.2)$$

Se observa que los voltajes de los capacitores no están presentes en la Ecuación 4.2, entonces, podemos fusionar las Ecuaciones 4.1 y 4.2 en una sola ecuación agregando el termino  $u_1$  (condiciones de operación del interruptor), obteniendo así la primera ecuación diferencial.

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} = -(1 - u_1)v_{C1} - (1 - u_1)v_{C2} + v_S$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1 - u_1}{L} v_{C1} - \frac{1 - u_1}{L} v_{C2} + \frac{v_S}{L} \quad (4.3)$$

#### 4.1.2 Segunda Ecuación diferencial a partir de la corriente en el capacitor C1.

En este caso nos interesa encontrar la ecuación diferencial que describe el comportamiento dinámico del voltaje en el capacitor C1. La corriente en C1 depende del valor de  $u_1$  y  $u_2$  y el valor de  $u_3$  no importa, entonces con solamente las condiciones 1, 3, 5 y 7 de la Tabla 4.1, se llega a la segunda ecuación diferencial siguiendo la ley de Kirchhoff para corrientes en el nodo que se indica en la Figura 4.3, en donde se aprecia que el nodo no tiene conexión con C2.

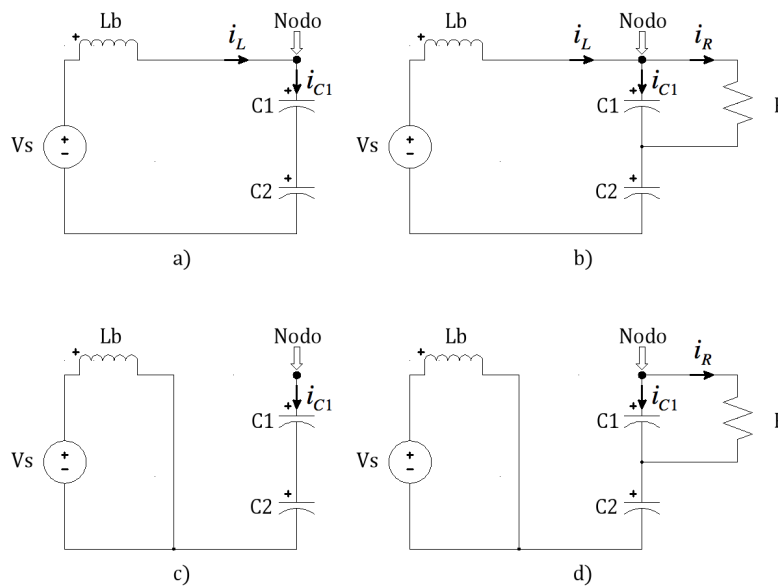


Figura 4.3 Circuitos equivalentes en la a) condición 1, b) condición 3, c) condición 5 y d) condición 7.

- **Condición 1.** Sb y todos los interruptores superiores están abiertos, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_L - i_{C1} = 0$$

$$i_{C1} = i_L \quad (4.4)$$

- **Condición 3.** Sb está abierto y algún interruptor superior está cerrado, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_L - i_{C1} - i_R = 0$$

$$i_{C1} = i_L - i_R \quad (4.5)$$

- **Condición 5.** Sb está cerrado y todos los interruptores superiores están abiertos, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_{C1} = 0 \quad (4.6)$$

- **Condición 7.** Sb está cerrado y algún interruptor superior está cerrado, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$-i_{C1} - i_R = 0$$

$$i_{C1} = -i_R \quad (4.7)$$

Se observa que  $i_L$  desaparece en las Ecuaciones 4.6 y 4.7 e  $i_R$  desaparece en las Ecuaciones 4.4 y 4.6, entonces, podemos fusionar las ecuaciones anteriores en una sola ecuación agregando el termino  $u_1$  y  $u_2$ , obteniendo así la segunda ecuación diferencial.

$$i_{C1} = C1 \frac{dv_{C1}}{dt} = (1 - u_1)i_L - u_2 i_R$$

Como R está en paralelo a C1 en las condiciones anteriores, entonces,  $i_R = v_{C1}/R$ , sustituyendo tenemos:

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1 - u_1}{C1} i_L - \frac{u_2}{RC1} v_{C1} \quad (4.8)$$

#### 4.1.3 Ecuaciones de estado del convertidor Boost-Bipolar.

La tercera ecuación diferencial que está basada en la corriente de C2 está implícita en la Ecuación 4.8, ya que los capacitores son del mismo valor y forman un divisor de voltaje, se deduce que solo se debe de sustituir  $u_2$  por  $u_3$  y  $v_{C1}$  por  $v_{C2}$  (ver Anexo A), por lo tanto, la tercera ecuación es la siguiente:

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1 - u_1}{C2} i_L - \frac{u_3}{RC2} v_{C2} \quad (4.9)$$

Se hace un cambio de  $i_L$ ,  $v_{C1}$  y  $v_{C2}$  en las Ecuaciones 4.3, 4.8 y 4.9 por variables de estado, así como se muestra a continuación:

$$i_L = x_1$$

$$v_{C1} = x_2$$

$$v_{C2} = x_3$$

Entonces tenemos las Ecuaciones de Estado para un mejor manejo y comprensión en el espacio de estado.

$$\dot{x}_1 = -\frac{1-u_1}{L}x_2 - \frac{1-u_1}{L}x_3 + \frac{v_s}{L} \quad (4.10)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1-u_1}{C1}x_1 - \frac{u_2}{RC1}x_2 \quad (4.11)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1-u_1}{C2}x_1 - \frac{u_3}{RC2}x_3 \quad (4.12)$$

## **4.2 Diseño del control por Modos Deslizantes para un convertidor Boost-Bipolar.**

Primeramente, al diseñar un control para un sistema se debe tomar en cuenta las necesidades y problemas que se involucran con el sistema a controlar, en este caso, se puede observar en las Ecuaciones 4.10, 4.11 y 4.12 que la señal de control  $u_1$  aparece en las tres Ecuaciones, afectando tanto a los voltajes ( $x_2$  y  $x_3$ ) como a la corriente ( $x_1$ ), se puede decir que es un sistema bilineal altamente no lineal [6], además, están presentes otras dos señales  $u_2$  y  $u_3$ , por lo tanto, es un sistema de control difícil de diseñar. Otro elemento que altera el comportamiento del sistema, es que este convertidor satisface el principio de separación de movimiento, el cual significa que la tasa de cambio de la corriente es más rápida que la tasa de cambio del voltaje [6].

Al tratarse de un convertidor (planta a controlar) para un MRC (la carga de la planta), le suma dificultad el hecho que sólo tenemos un dispositivo discreto de control, además está la situación que se puede presentar desbalance en los capacitores. A continuación, se comienza con el diseño del control.

#### 4.2.1 Punto de equilibrio.

Para el problema del principio de separación de movimiento, se establece un control PI en cascada con un CMD, utilizando dos lazos de realimentación uno interior y el otro exterior, dejando el CMD en el lazo interior para el control de la corriente siguiendo algunas reglas para el diseño [23] como se muestra en la Figura 4.4.

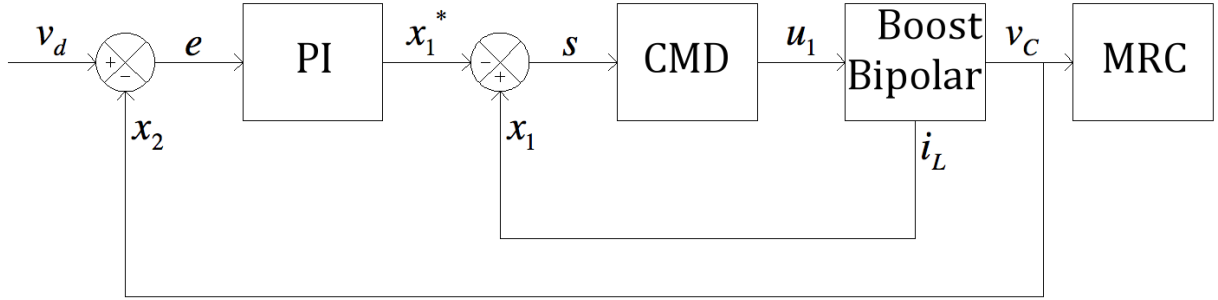


Figura 4.4 Diagrama a bloques del sistema de control.

Teniendo en cuenta la anterior se procede a reducir las Ecuaciones de Estado del convertidor, se supone  $x_2 = x_3$  debido a que los voltajes estarían en el punto de equilibrio, la Ecuación 4.12 la despreciamos debido a la simetría y en la segunda ecuación y en el segundo término lo dividimos entre dos debido al divisor de tensión, entonces se obtiene:

$$\dot{x}_1 = -\frac{2(1-u_1)}{L}x_2 + \frac{v_S}{L} \quad (4.13)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1-u_1}{C1}x_1 - \frac{u_2}{2RC1}x_2 \quad (4.14)$$

Para obtener el punto de equilibrio se igualan las ecuaciones anteriores a cero y se despeja  $u_1$  y se renombrará como  $U$  el cual es una constante [24].

$$0 = -\frac{2(1-U)}{L}x_2 + \frac{v_S}{L} = -2(1-U)x_2 + v_S$$

$$-2x_2 + 2Ux_2 = -v_S$$

$$U = \frac{2x_2 - v_s}{2x_2} = 1 - \frac{v_s}{2x_2} \quad (4.15)$$

Ahora se sustituye  $U$  en la Ecuación 4.14 y  $u_2 = 1$  suponiendo que la carga está conectada en C1.

$$0 = \frac{1 - U}{C1} x_1 - \frac{1}{2RC1} x_2 = x_1 - Ux_1 - \frac{x_2}{2R}$$

$$x_1 - \frac{2x_2 - v_s}{2x_2} x_1 - \frac{x_2}{2R} = \frac{2Rx_1x_2 - 2Rx_1x_2 + Rv_sx_1 - x_2^2}{2Rx_2} = Rv_sx_1 - x_2^2 = 0$$

Como ya se mencionó anteriormente, el CMD se realiza sobre la corriente en Lb, entonces se debe de obtener el valor de  $x_1$  en el punto de equilibrio y utilizarlo como nuestra referencia, para ello primero se despeja de la ecuación anterior.

$$x_1 = \frac{x_2^2}{Rv_s}$$

Ahora sustituimos  $x_2$  por un valor de voltaje deseado  $v_d$  (voltaje de referencia) y a  $x_1$  lo sustituimos por el valor de referencia de corriente  $x_1^*$  para el CMD, el cual deberá de ser entregado por el control PI para alcanzar el modo deslizante en el punto de equilibrio.

$$x_1^* = \frac{v_d^2}{Rv_s} \quad (4.16)$$

#### 4.2.2 Condición de existencia.

Esta condición hace referencia a la existencia del modo deslizante de la dinámica del sistema, ósea, del convertidor Boost-Bipolar, y para cumplir con esta condición se debe de establecer dos cosas, el control  $u_1$  y la superficie deslizante [7].



$$u_1 = \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(s)) \quad (4.17)$$

$$s = x_1 - x_1^* \quad (4.18)$$

Se elige a  $u_1$  de la forma de la Ecuación 4.17 debido a que la superficie  $s$  toma valores positivos y negativos, entonces de esta forma se limita a  $u_1$  a solo tomar valores discretos  $\{0,1\}$  y se toma a  $s$  de la forma de la Ecuación 4.18, ya que es el error en la corriente de la inductancia. Ahora se elige a la siguiente función como candidata para análisis de Lyapunov para encontrar la condición de existencia.

$$V = \frac{1}{2}s^2 > 0$$

Derivando tenemos la condición de existencia (estabilidad).

$$\dot{V} = s\dot{s} < 0 \quad (4.19)$$

Derivando  $s$  de la Ecuación 4.18 se tiene:

$$\dot{s} = \dot{x}_1 = -\frac{2(1 - u_1)}{L}x_2 + \frac{v_s}{L}$$

sustituyendo en la Ecuación 4.19

$$s\left(-\frac{2(1 - u_1)}{L}x_2 + \frac{v_s}{L}\right) < 0$$

sustituyendo la Ecuación 4.17 en la Ecuación anterior

$$\frac{s}{L}\left(-2\left(1 - \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(s))\right)x_2 + v_s\right) < 0$$

$$\frac{s}{L}(-2x_2 + (1 - \text{sign}(s))x_2 + v_s) < 0$$

$$\frac{s}{L}(-2x_2 + x_2 - \text{sign}(s)x_2 + v_s) < 0$$

$$\frac{s}{L}(-x_2 - \text{sign}(s)x_2 + v_s) < 0$$

$$\frac{1}{L}(s(v_s - x_2) - |s|x_2) = \frac{1}{L}(v_s - x_2 - x_2) < 0$$

$$v_s - 2x_2 < 0$$

Reacomodando se encuentra que la condición para que exista modo deslizante, el voltaje en C1 siempre debe ser mayor a la mitad del voltaje de la fuente  $v_s$ , lo cual significa que en verdad si se está hablando de un convertidor Boost.

$$x_2 > \frac{v_s}{2} \quad (4.20)$$

#### 4.2.3 Condición de alcanzabilidad.

Esta condición hacer referencia a que una vez que se forzó al sistema a estar en modo deslizante, este sea llevado a la estabilidad asintótica y allí permanezca, siendo inmune a perturbaciones y variaciones paramétricas [6]. Para ello se utilizará el método de control equivalente [6] para demostrar que el sistema sí llega a ser asintóticamente estable. Esto significa que no hay variaciones en la superficie deslizante (error de corriente), mejor dicho:

$$s = x_1 - x_1^* = 0$$

$$\dot{s} = \dot{x}_1 = 0 \quad (4.21)$$

Sustituyendo  $\dot{x}_1$

$$\dot{s} = -\frac{2(1 - u_1)}{L}x_2 + \frac{v_s}{L} = 0$$

$$-2x_2 + 2u_1x_2 + v_s = 0$$

$$u_{eq} = \frac{2x_2 - v_s}{2x_2} = 1 - \frac{v_s}{2x_2} \quad (4.22)$$

Sustituyendo el control equivalente  $u_{eq}$  en la Ecuación 4.14 y  $u_2 = 1$  se tiene:

$$\dot{x}_2 = \frac{1 - 1 + \frac{v_s}{2x_2}}{C1} x_1 - \frac{1}{2RC1} x_2 = \frac{v_s x_1}{2C1x_2} - \frac{1}{2RC1} x_2$$

Si se sustituye la Ecuación 4.16 en  $x_1$  se obtiene la Ecuación de estado que regirá al sistema en la región del *manifold* [6] (estabilidad asintótica).

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{v_s \frac{v_d^2}{Rv_s}}{2C1x_2} - \frac{1}{2RC1} x_2 = \frac{v_d^2}{2RC1x_2} - \frac{1}{2RC1} x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{v_d^2 - x_2^2}{2RC1x_2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Al resolver la Ecuación anterior por separación de variables se puede concluir que la condición de alcanzabilidad se logra.

$$\dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} = \frac{v_d^2 - x_2^2}{2RC1x_2}$$

$$\frac{2RC1x_2 dx_2}{v_d^2 - x_2^2} = dt$$

$$2RC1 \int \frac{x_2}{v_d^2 - x_2^2} dx_2 = \int dt$$

$$-RC1 \ln(v_d^2 - x_2^2) = t + C$$

$$\ln(v_d^2 - x_2^2) = -\frac{t}{RC1} + C$$

$$v_d^2 - x_2^2 = e^{-(t/RC1)+C} = C e^{-(t/RC1)}$$

La solución general es:

$$x_2(t) = \sqrt{v_d^2 - C e^{-t/RC1}} \quad (4.24)$$

Para encontrar una solución particular, suponemos lo siguiente:

$$x_2(0) = x_2(t_m)$$

entonces

$$x_2^2(0) = x_2^2(t_m) = v_d^2 - C e^0 = v_d^2 - C$$

donde  $t_m$  es el tiempo en que el sistema llega al *manifold* [6]. Despejando  $C$

$$C = v_d^2 - x_2^2(t_m)$$

sustituyendo en la Ecuación general

$$x_2(t) = \sqrt{v_d^2 - (v_d^2 - x_2^2(t_m))e^{-t/RC1}} \quad (4.25)$$

Se puede ver que si  $t_m$  es el tiempo en que se llega al *manifold*, por lo tanto,  $x_2^2(t_m)$  será igual a  $v_d^2$  viéndose así que el sistema cumple con la condición de alcanzabilidad. Para comprobar que  $u_{eq}$  es correcto y puede cumplir con la condición de alcanzabilidad, se toma la ecuación para la condición de existencia y se manipula de la siguiente manera [25]:

$$x_2 > \frac{v_s}{2} > 0$$

se cambian los signos

$$-x_2 < -\frac{v_S}{2} < 0$$

se suma  $x_2$

$$0 < -\frac{v_S}{2} + x_2 < x_2$$

se divide entre  $x_2$

$$0 < u_{eq} = 1 - \frac{v_S}{2x_2} < 1 \quad (4.26)$$

Se puede ver que  $u_{eq}$  sólo puede tomar cualquier valor entre (0,1), cumpliéndose así ambas condiciones.

#### 4.2.4 Diseño del control PI.

Una vez comprobado que el diseño del sistema de control basado en modo deslizante cumple con las condiciones de existencia y alcanzabilidad, es momento de diseñar el control PI para el lazo exterior (control de voltaje), ya que el diseño anterior del control de corriente se realizó con una referencia de corriente constante  $x_1^*$  y al hablar de una carga (MRC) que es altamente no lineal, variante en el tiempo y que produce perturbaciones, el sistema de control para el voltaje debe ser dinámico, debido a que le dará al sistema robustez.

Entonces en la Ecuación 4.18 se inserta la ecuación del controlador PI para el error de voltaje:

$$s = x_1 - x_1^* = x_1 - (k_p e + k_i \int_0^t e dt) \quad (4.27)$$

donde  $e$  es el error de voltaje en el capacitor C1.

$$e = v_d - x_2 \quad (4.28)$$

Por conveniencia, se deriva a  $s$  y a  $\dot{x}_2$  de la Ecuación 4.14 debido a que será más sencillo manipular la derivada del error que su integral [26].

$$\dot{s} = \dot{x}_1 - \dot{x}_1^* = \dot{x}_1 - (k_p \dot{e} + k_i e) \quad (4.29)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{1 - u_1}{C1} \dot{x}_1^* - \frac{1}{2RC1} \dot{x}_2 \quad (4.30)$$

Sustituyendo  $\dot{x}_1^*$  en la Ecuación 4.30

$$\ddot{x}_2 = \frac{1 - u_1}{C1} (k_p \dot{e} + k_i e) - \frac{1}{2RC1} \dot{x}_2$$

Despejando  $x_2$  de la Ecuación 4.28

$$x_2 = v_d - e$$

Ahora se encuentra la primera y segunda derivada de  $x_2$  teniendo en cuenta que  $v_d$  es constante.

$$\dot{x}_2 = -\dot{e}$$

$$\ddot{x}_2 = -\ddot{e}$$

Sustituyendo las Ecuaciones anteriores en  $\ddot{x}_2$  se tiene:

$$-\ddot{e} = \frac{1 - u_1}{C1} (k_p \dot{e} + k_i e) + \frac{1}{2RC1} \dot{e}$$

En la Ecuación anterior se puede observar que si  $u_1 = 1$  entonces no es necesario encontrar los valores de las constantes de proporcionalidad  $k_p$  ni de integración  $k_i$ , por lo tanto, se tomará  $u_1 = 0$ , entonces acomodando:

$$\begin{aligned}
 -\ddot{e} &= \left( \frac{k_p}{C1} + \frac{1}{2RC1} \right) \dot{e} + \frac{k_i}{C1} e \\
 \ddot{e} + \left( \frac{k_p}{C1} + \frac{1}{2RC1} \right) \dot{e} + \frac{k_i}{C1} e &= 0
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

La Ecuación 4.31 es convertida a una ecuación característica de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \lambda^2 + \alpha\lambda + \beta &= 0 \\
 \lambda^2 + \left( \frac{k_p}{C1} + \frac{1}{2RC1} \right) \lambda + \frac{k_i}{C1} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Se observa que la Ecuación 4.32 es lineal y se puede elegir sus raíces para encontrar los valores de  $k_p$  y  $k_i$ :

$$(\lambda + p_1)(\lambda + p_2) = \lambda^2 + (p_1 + p_2)\lambda + p_1p_2$$

$$\alpha = p_1 + p_2$$

$$\beta = p_1p_2$$

$$\frac{k_p}{C1} + \frac{1}{2RC1} = \alpha$$

$$k_p = \alpha C1 - \frac{1}{2R} \tag{4.33}$$

$$\frac{k_i}{C1} = \beta$$

$$k_i = \beta C1 \quad (4.34)$$

La función de transferencia del sistema de control PI también se encuentra a partir de la Ecuación de  $\ddot{x}_2$  [26].

$$\ddot{x}_2 = \frac{k_p \dot{e}}{C1} + \frac{k_i e}{C1} - \frac{1}{2RC1} \dot{x}_2$$

Insertando la Ecuación 4.28.

$$\ddot{x}_2 = \frac{k_p(\dot{v}_d - \dot{x}_2)}{C1} + \frac{k_i(v_d - x_2)}{C1} - \frac{1}{2RC1} \dot{x}_2$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{k_p \dot{v}_d}{C1} - \frac{k_p \dot{x}_2}{C1} + \frac{k_i v_d}{C1} - \frac{k_i x_2}{C1} - \frac{1}{2RC1} \dot{x}_2$$

Realizando la transformada de Laplace se obtiene:

$$\begin{aligned} s^2 X_2(s) - s x_2(0) - \dot{x}_2(0) \\ = (s V_d(s) - v_d(0)) \frac{k_p}{C1} - (s X_2(s) - x_2(0)) \frac{k_p}{C1} + (v_d(s)) \frac{k_i}{C1} - (x_2(s)) \frac{k_i}{C1} \\ - (s X_2(s) - x_2(0)) \frac{1}{2RC1} \end{aligned}$$

Haciendo las condiciones iniciales  $v_d(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 0$  y  $\dot{x}_2(0) = 0$ , se tiene:

$$s^2 X_2(s) = s V_d(s) \frac{k_p}{C1} - s X_2(s) \frac{k_p}{C1} + V_d(s) \frac{k_i}{C1} - X_2(s) \frac{k_i}{C1} - s X_2(s) \frac{1}{2RC1}$$

$$s^2 X_2(s) + s X_2(s) \frac{k_p}{C1} + X_2(s) \frac{k_i}{C1} + s X_2(s) \frac{1}{2RC1} = s V_d(s) \frac{k_p}{C1} + V_d(s) \frac{k_i}{C1}$$

$$\left( s^2 + \left( \frac{k_p}{C1} + \frac{1}{2RC1} \right) s + \frac{k_i}{C1} \right) X_2(s) = \left( s \frac{k_p}{C1} + \frac{k_i}{C1} \right) V_d(s)$$



$$\frac{X_2(s)}{V_d(s)} = \frac{\left(s \frac{k_p}{C1} + \frac{k_i}{C1}\right)}{s^2 + \left(\frac{k_p}{C1} + \frac{1}{2RC1}\right)s + \frac{k_i}{C1}} \quad (4.35)$$

Se puede observar en la Ecuación 4.34 que la ganancia  $k_i$  siempre será positiva cuando ambos polos son positivos (sistema estable) y no así para la ganancia  $k_p$  la cual, para que sea positiva debe cumplir la condición creada de la Ecuación 4.33.

$$\alpha \geq \frac{1}{2RC1} \quad (4.36)$$

El análisis del control PI concluye aquí, debido a que en la literatura existe demasiada información sobre este tema, además que no es el propósito principal de la presente tesis.

#### 4.2.5 Superficie conmutada.

El diseño del sistema de control (CMD-PI) se ha basado solamente en dos variable de estado  $x_1$  y  $x_2$ , pero el sistema Boost-Bipolar es de tercer orden (cuarto orden con carga MRC), entonces, es necesario aplicar control también a  $x_3$  (típicamente en bajas frecuencias), para ello, la superficie  $s$  conmutará dependiendo del valor de  $u_2$ , debido a que si el tiempo que  $u_2 = 1$  es demasiado grande, el esfuerzo del control por mantener a  $x_2 = v_d$  llevará a  $x_1$  y  $x_3$  a tender a  $\infty$  como se muestra en la Figura 4.5, entonces al pasar a  $u_2 = 0$  el control tenderá a llevar a los capacitores a un balance aprovechando el control PI, donde se puede variar las ganancias  $K_i$  y  $K_p$  para variar también el tiempo de asentamiento, repitiéndose lo mismo de la Figura 4.5 pero para capacitores opuestos.

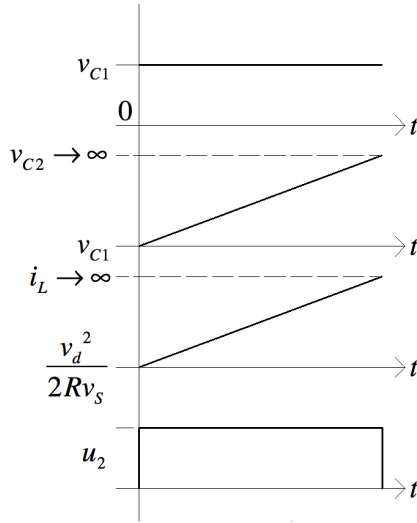


Figura 4.5 Gráficas para voltajes y corriente cuando la frecuencia del convertidor Bipolar es muy baja.

Entonces ahora se define una nueva Ecuación para  $s$  donde se separa en dos señales de error.

$$e_1 = v_d - x_2 \quad (4.37)$$

$$e_2 = v_d - x_3 \quad (4.38)$$

Como se mencionó anteriormente, el error que se utilizará, estará basado en el valor de  $u_2$ , entonces:

$$x_1^{**} = PI_{e_1} u_2 + PI_{e_2} (1 - u_2) \quad (4.39)$$

donde

$$PI_{e_1} = K_p e_1 + K_i \int_0^t e_1 dt$$

$$PI_{e_2} = K_p e_2 + K_i \int_0^t e_2 dt$$

Pero como  $v_d$  es el mismo para ambos errores, la Ecuación 4.39 puede ser modificada y fusionar los errores en un solo error:

$$e = v_d - (u_2 x_2 + (1 - u_2) x_3)$$

Entonces se puede decir que la superficie de deslizamiento estará conmutando entre dos errores.

$$s = x_1 - \left( K_p e - K_i \int_0^t e dt \right) = x_1 - x_1^{**} \quad (4.40)$$

El diagrama a bloques queda como se muestra en la Figura 4.6:

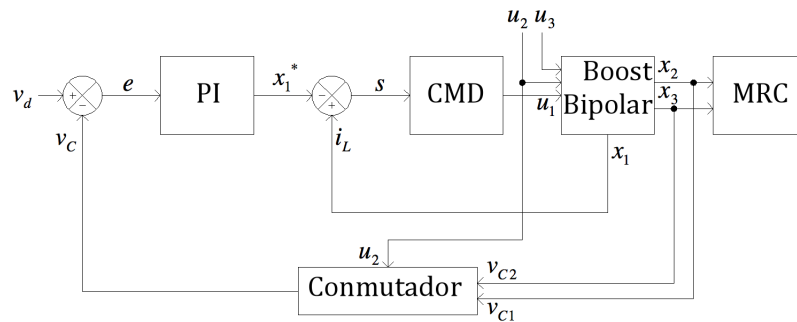


Figura 4.6 Diagrama a bloques con superficie deslizante conmutada.

### 4.3 Conclusiones del capítulo.

En este capítulo se diseña un control por modos deslizantes (control de corriente) en cascada con un control PI (control de voltaje) para el convertidor Boost-Bipolar y se logra solucionar matemáticamente los diferentes problemas que se presentaron al inicio del capítulo, sin tomar en cuenta aún que el convertidor tiene como carga una inductancia altamente inductiva (MRC), lo cual, teóricamente suavizará el esfuerzo del control por mantener al sistema asintóticamente estable (además de reducción del desbalance de los voltajes), lo cual se mostrará en el siguiente capítulo.

## V RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En los capítulos anteriores se encontraron los parámetros para diseñar eficientemente un convertidor Boost-Bipolar y su control basado en Modos Deslizantes. En el presente capítulo se validará el convertidor Boost-Bipolar y su control utilizando los softwares de simulación Matlab®/Simulink® y PSIM®.

### 5.1 Validación del modelo matemático del convertidor Boost-Bipolar.

Utilizando las Ecuaciones 4.10, 4.11 y 4.12 se realiza la simulación mediante el software Simulink® para validar el sistema del convertidor Boost-Bipolar con carga resistiva y con los siguientes parámetros.

La Tabla 5.1 muestra los parámetros a utilizar, los cuales se han elegido arbitrariamente, utilizando un valor muy alto para las capacitancias de acuerdo con la Ecuación 3.28, que se observa que entre más grande sea la capacitancia más grande será el espectro de frecuencias de conmutación.

Tabla 5.1 Parámetros para validar el sistema Boost-Bipolar.

| Parámetro                                | Valor       |
|------------------------------------------|-------------|
| Voltaje de alimentación $v_s$            | 100 V       |
| Frecuencia del convertidor Bipolar $f_i$ | 200 Hz      |
| Frecuencia del convertidor Boost $f_b$   | 10 kHz      |
| Ciclo de trabajo de ambos convertidores  | 50%         |
| Resistencia de carga $R$                 | 2 $\Omega$  |
| Inductancia $L_b$                        | 572 $\mu H$ |
| Capacitancias $C_1$ y $C_2$              | 8.2 mF      |

#### 5.1.1 Diagramas a bloques del modelo matemático del convertidor Boost-Bipolar.

En las Figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, y 5.5 se muestran los diagramas a bloques hechos en Simulink® de las Ecuaciones de estado del sistema.

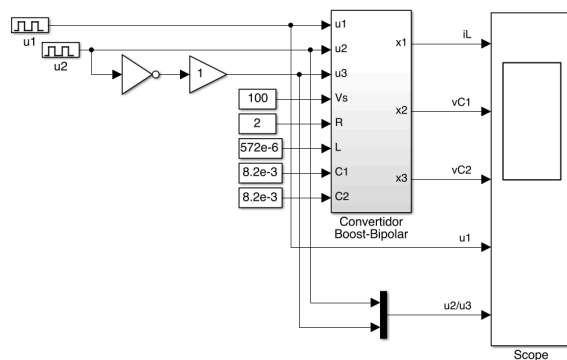


Figura 5.1 Diagrama global a bloques del sistema Boost-Bipolar.

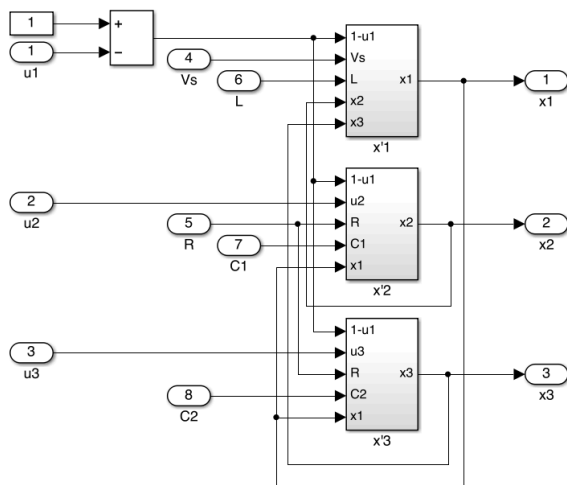


Figura 5.2 Diagrama a bloques de las Ecuaciones de estado del sistema Boost-Bipolar.

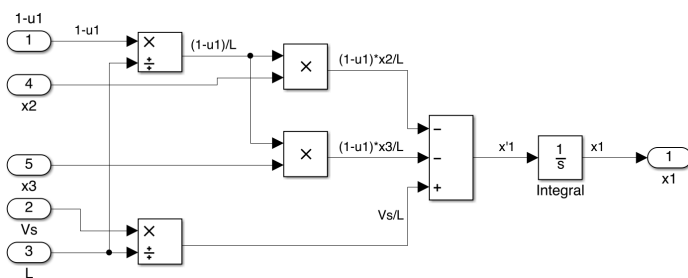


Figura 5.3 Diagrama a bloques de la Ecuación de Estado para la corriente en  $I_b$ .

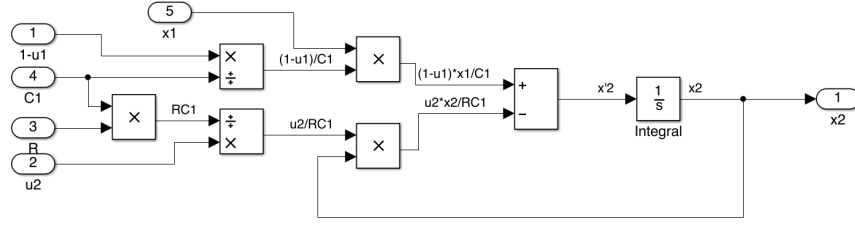


Figura 5.4 Diagrama a bloques de la Ecuación de Estado para el voltaje en C1.

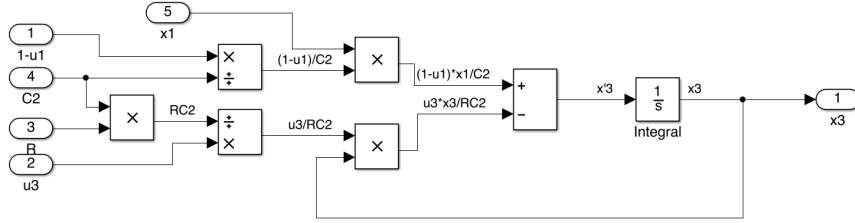


Figura 5.5 Diagrama a bloques de la Ecuación de Estado para el voltaje en C2.

### 5.1.2 Resultados del modelo matemático del convertidor Boost-Bipolar.

Se realizó una simulación en Simulink® del modelo matemático con un lapso de tiempo de simulación de 0.5 segundos, dando como resultado que el análisis del Capítulo 3 coincide con la gráfica de la Figura 5.6, en las cuales se pueden observar, que según la Tabla 5.1 el ciclo de trabajo para el convertidor Boost es del 50 %, lo que significa de acuerdo con la Ecuación 3.18 que el voltaje de salida es el doble del voltaje de entrada, es decir, el voltaje en cada capacitor será igual al voltaje de la fuente  $v_s \approx v_{C1} \approx v_{C2}$ .

También se observa en la gráfica de la Figura 5.7 que el rizo en el voltaje en estado estable corresponde aproximadamente al valor encontrado si se despeja  $\Delta v_C$  de la Ecuación 3.28 como se muestra a continuación:

$$\Delta v_C = \frac{\overline{v_C}(1 - e^{-\frac{1}{2\tau f_i}})}{1 + e^{-\frac{1}{2\tau f_i}}} = \frac{100(1 - e^{-\frac{1}{2(2*2*0.0082)200}})}{1 + e^{-\frac{1}{2(2*2*0.0082)200}}} = 3.8091 V$$

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

y en la gráfica de la Figura 5.7 se aprecia que  $\Delta v_C \approx 4 V$ , al igual también para la Ecuación 3.16, donde:

$$(\Delta i_L)_{modo\ 1} = \frac{v_S * DT}{L_b} = \frac{100 * 0.5}{0.000572 * 10000} = 8.7413 A$$

y en la gráfica de la Figura 5.7 se muestra  $(\Delta i_L)_{modo\ 1} \approx 9 A$ .

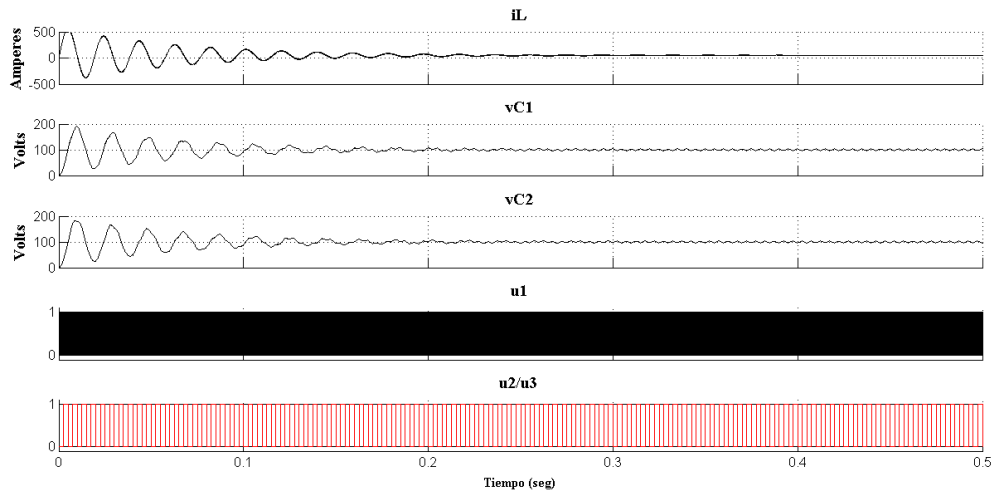


Figura 5.6 Gráficas para corriente y voltajes del modelo matemático Boost-Bipolar.

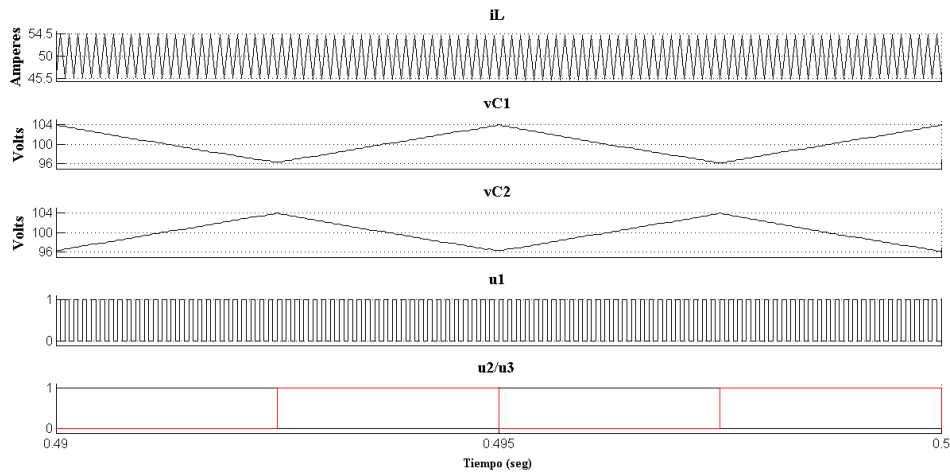


Figura 5.7 Acercamiento en las señales de corriente y voltajes del modelo matemático Boost-Bipolar.

## 5.2 Validación del modelo matemático del sistema de control en conjunto con el modelo matemático del convertidor Boost-Bipolar.

### 5.2.1 Parámetros y diagramas a bloques del control por modos deslizantes y el PI.

Utilizando las Ecuaciones 4.17 y 4.40 se realiza la simulación mediante el software Simulink® para validar el sistema de control modos deslizantes/PI del convertidor Boost-Bipolar con carga resistiva y con los parámetros de la Tabla 5.1 y 5.2.

Tabla 5.2 Parámetros del sistema de control.

| Parámetro                           | Valor |
|-------------------------------------|-------|
| Constante de proporcionalidad $K_p$ | 0.065 |
| Constante de integración $K_i$      | 9     |
| Voltaje de referencia $v_d$         | 100 V |

Los diagramas a bloques para el sistema de control se muestran en las Figuras 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 y 5.12.

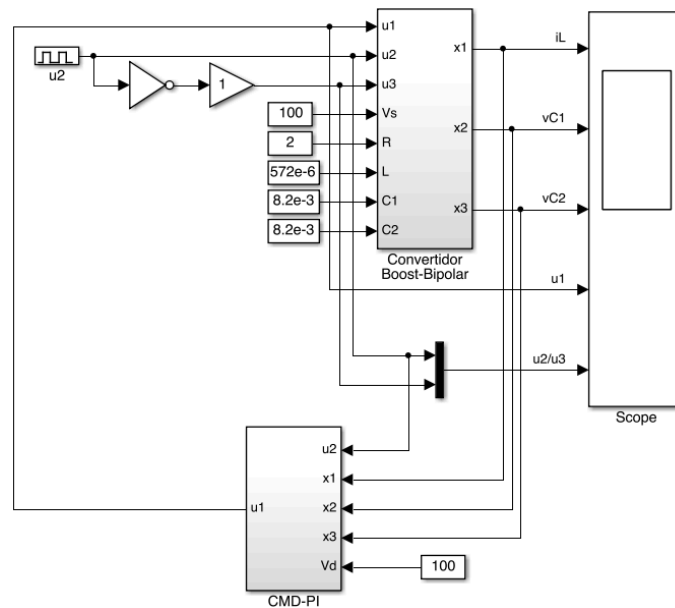
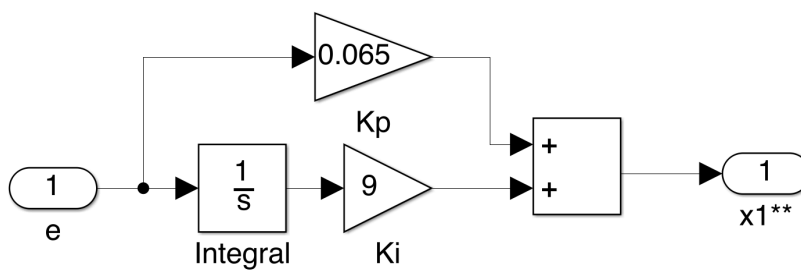
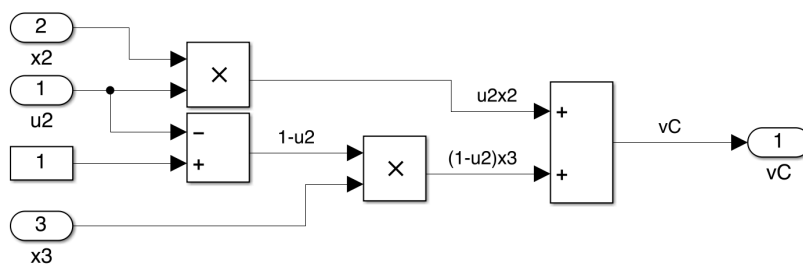
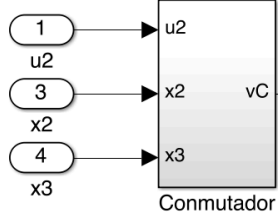


Figura 5.8 Diagrama global a bloques del convertidor Boost-Bipolar con CMD-PI.





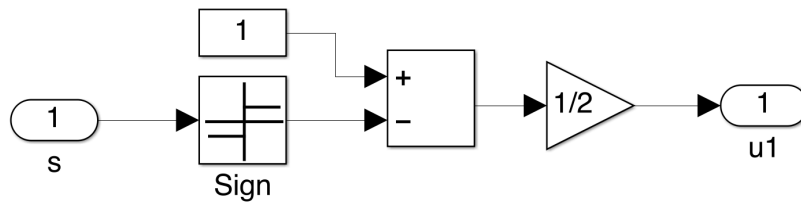


Figura 5.12 Diagrama a bloques del control por modos deslizantes.

### 5.2.2 Resultados del modelo matemático Boost-Bipolar con un CMD-PI.

En las gráficas de las Figuras 5.13 y 5.14 se observa que tanto el diseño del control por modos deslizantes como el control PI son correctos en comparación con el Capítulo 4, donde se puede observar que ni la corriente ni los voltajes tienen oscilaciones tan pronunciadas como en el caso de la Figura 5.6. También se observa en la Figura 5.13 que la señal de control  $u_1$  no es de frecuencia constante lo cual garantiza que existe control. Además, se observa de las graficas de voltajes y corriente que existe sobreimpulso, lo cual puede ser reducido mediante  $K_p$ .

Puede señalarse en la Figura 5.14 la frecuencia de la señal de control  $u_1$  tiende a infinito, limitada por la frecuencia de muestreo del software, lo que en un sistema real estaría limitada por la frecuencia máxima de conmutación del interruptor de estado sólido (IGBT, MOSFET, etc.), es por esta razón que la señal parece estar distorsionada.

Las Figuras 5.7 y 5.14 muestran gráficas para los voltajes muy similares, esto se debe a que ambos sistemas no contienen perturbaciones ni cambios en los parámetros, pero ya se puede decir que se ha validado ambos sistemas, tanto el sistema de potencia (convertidor Boost-Bipolar) como el sistema de control (CMD-PI).

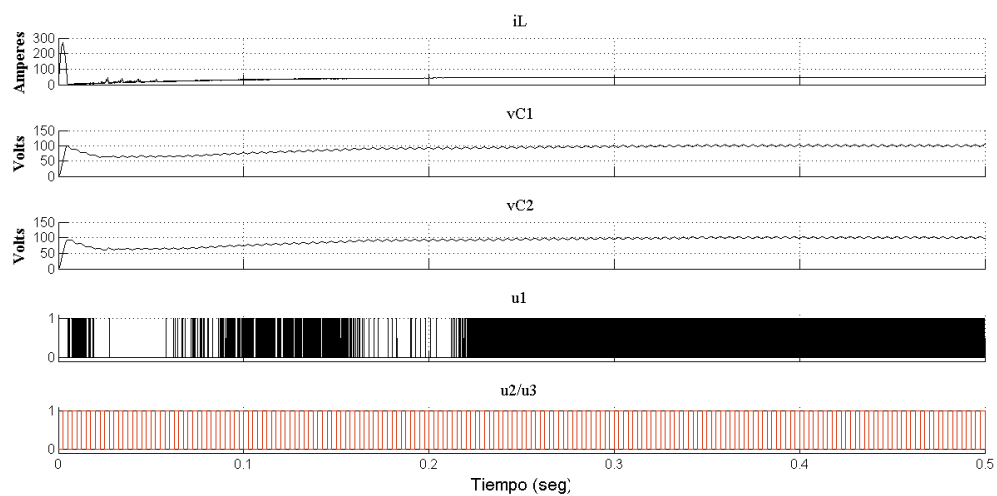


Figura 5.13 Gráficas para corriente y voltajes con CMD-PI.

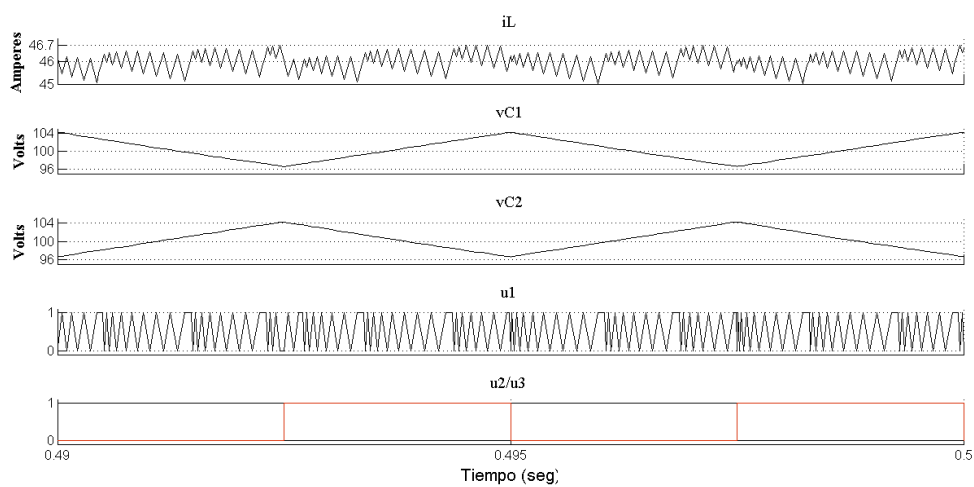


Figura 5.14 Acercamiento en las señales de corriente y voltaje con CMD-PI.

### 5.3 Validación del sistema de control aplicado a un sistema real simulado.

#### 5.3.1 Simulación del convertidor Boost-Bipolar con carga R.

Ahora se valida el sistema de control utilizando un circuito eléctrico simulado mediante el software PSIM® y utilizando los mismos parámetros de las Tablas 5.1 y 5.2. Los diagramas eléctricos se muestran en las Figuras 5.15, 5.16 y 5.17.

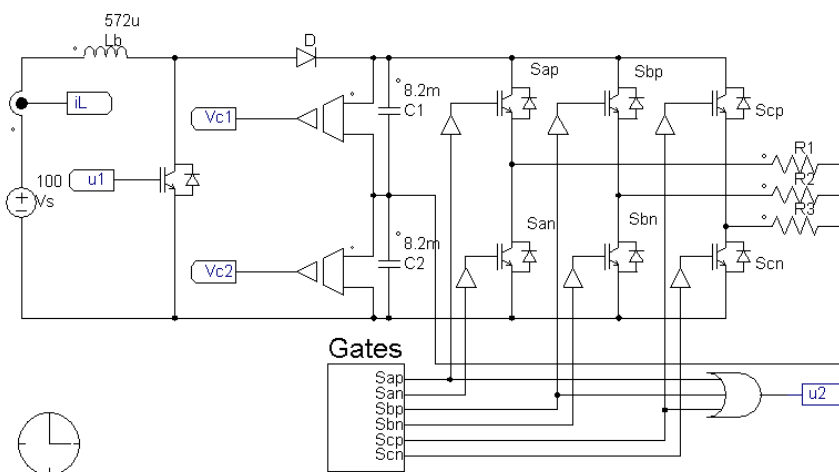


Figura 5.15 Diagrama eléctrico del convertidor Boost-Bipolar para ser simulado en PSIM.

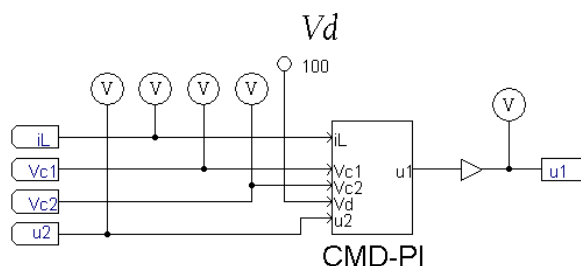


Figura 5.16 Diagrama eléctrico del sistema de control para la simulación en PSIM.

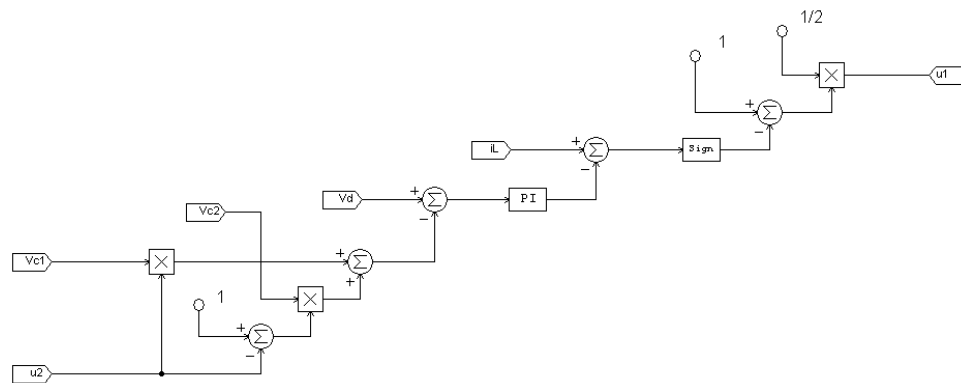


Figura 5.17 Diagrama a bloques del sistema de control para simulación en PSIM.

En las gráficas de las Figuras 5.18 y 5.19 se muestran las formas de onda para  $i_L$ ,  $v_{c1}$  y  $v_{c2}$ , teniendo en cuenta que la simulación se realiza con un convertidor Boost-Bipolar trifásico como se muestra en la Figura 5.15, por lo tanto, en las Figuras también se muestra la secuencia de conmutación establecidas en la Tabla 3.1, aun así, se observa que el resultado es muy parecido a la validación del sistema mediante su modelo matemático mostrado en las Figuras 5.13 y 5.14.

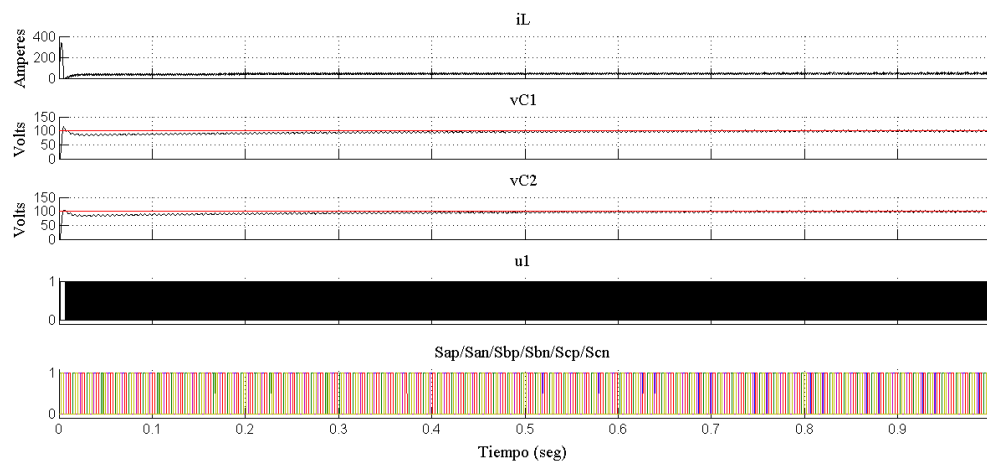


Figura 5.18 Graficas y corrientes para corriente y voltajes en simulación en PSIM.

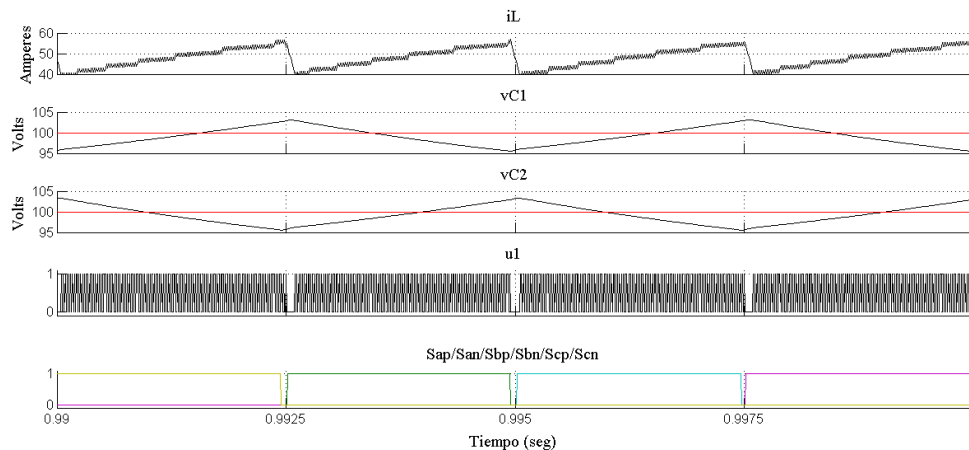


Figura 5.19 Acercamiento en las formas de onda de corrientes y voltajes en simulación en PSIM.

### 5.3.2 Simulación del convertidor Boost-Bipolar con carga RL.

A continuación, se presentan los resultados si la carga del convertidor es RL y la cual se varia su inductancia después de 0.5 segundos, pasando de 7 mH a 23 mH.

En la Figura 5.20 se muestra que la respuesta transitoria para una  $L = 7 \text{ mH}$  es aproximadamente de 0.5 s y no así para una  $L = 23 \text{ mH}$  donde es aproximadamente de 1.5seg, pero se valida lo dicho anteriormente, que el control por modos deslizantes es capaz de realizar control aún cuando no se modelan variables, en este caso las corrientes en las inductancias  $L$ , así como también es inmune ante variaciones paramétricas [6].

La Figura 5.20 aún no es aceptable debido a que contiene grandes oscilaciones, para corregir esto, se cambiará el valor  $K_p = 2$ .

En la Figura 5.21 se puede observar una notable mejoría con respecto a la Figura 5.20 al sólo variar una constante  $K_p$ . En la siguiente Figura se muestra un acercamiento en el tiempo cuando se hace el cambio brusco en el valor de la inductancia, donde es posible notar que el máximo pico no alcanza ni el 10 % de error en el voltaje.

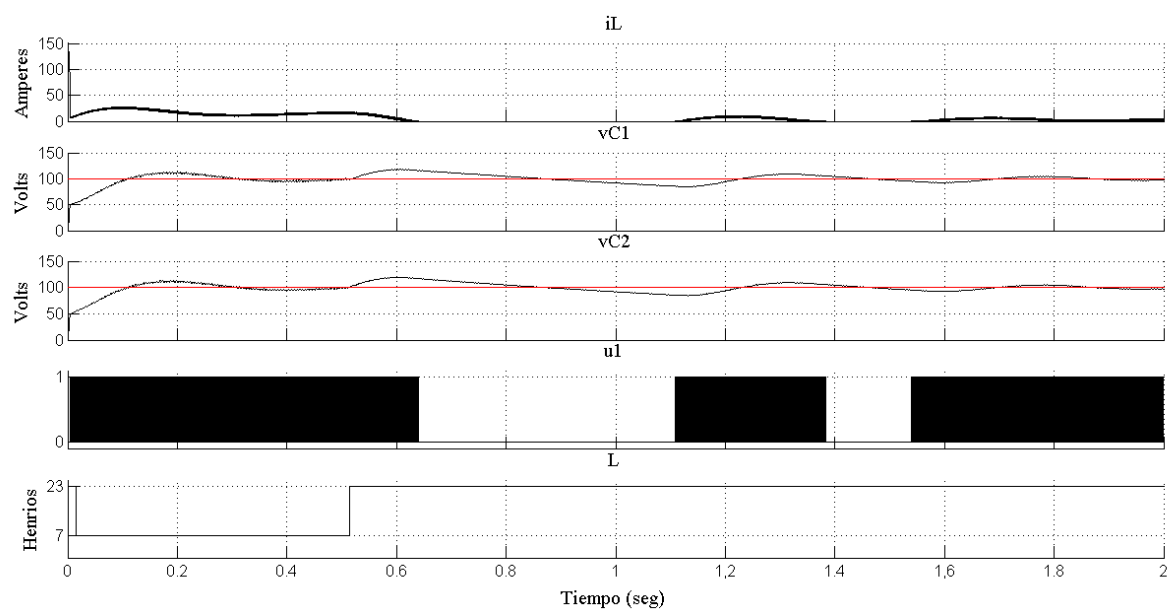


Figura 5.20 Formas de onda para corriente y voltajes con una carga RL variante en el tiempo.

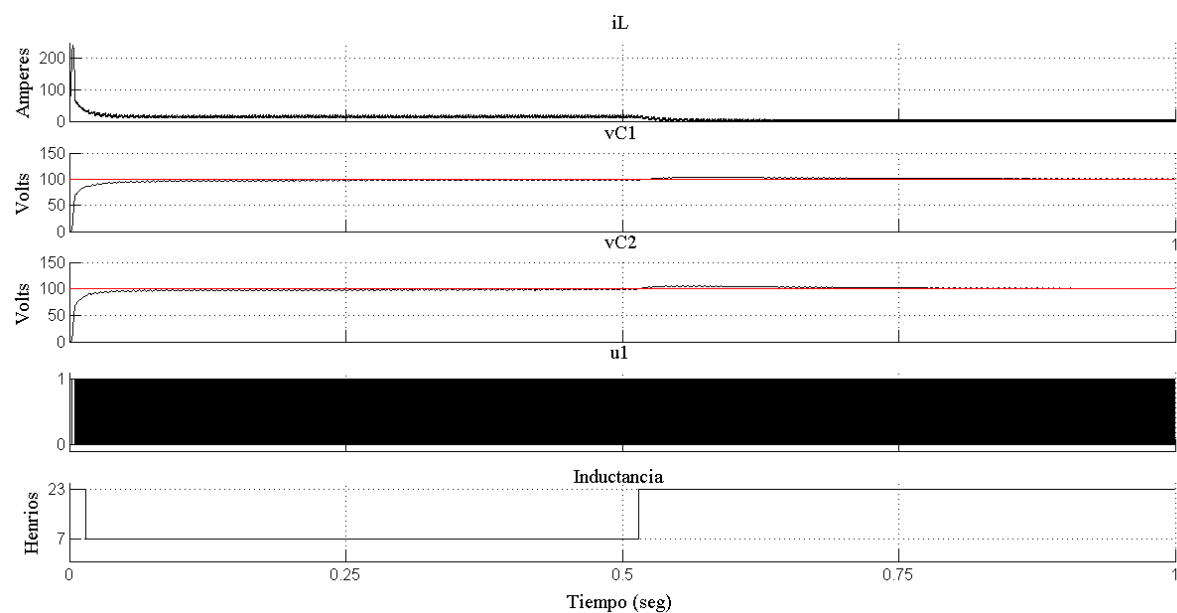


Figura 5.21 Respuesta rápida ante variación de la inductancia.

En la Figura 5.22, es necesario comentar que se está realizando un cambio en el valor de la inductancia bruscamente y aun así el sistema de control responde adecuadamente, entonces

se puede decir, que se tiene ventaja al tener una carga MRC, debido a que el cambio en el valor de la inductancia es progresivo y no brusco, como se observa en la Figura 3.3.

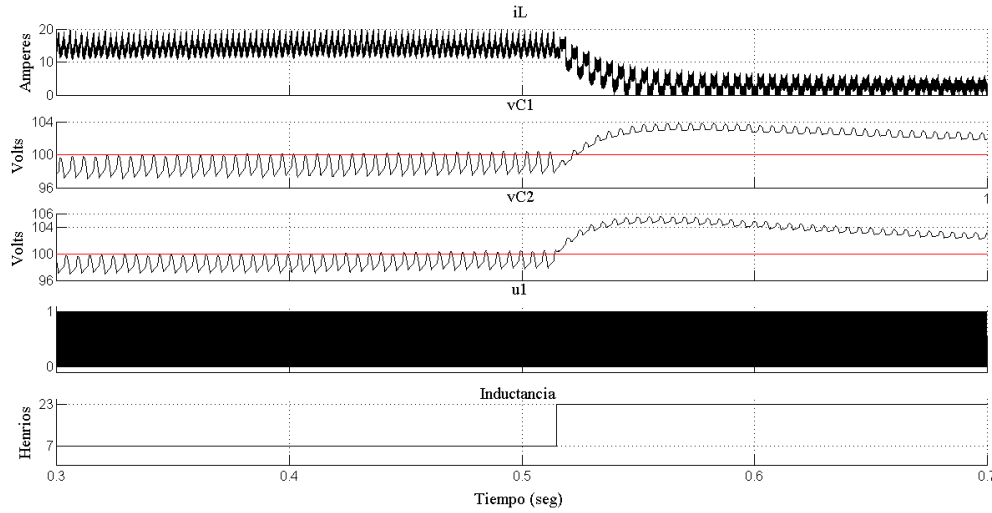


Figura 5.22 Acercamiento a las formas de onda de corriente y voltajes ante una variación paramétrica.

Ahora se muestra en la Figura 5.23 la respuesta del sistema cuando se varía el voltaje de referencia, primero  $v_d = 100\text{ V}$ , luego  $v_d = 200\text{ V}$  y por último  $v_d = 150\text{ V}$ , demostrándose que el sistema de control es capaz de llevar a los voltajes  $v_{C1}$  y  $v_{C2}$  hacia  $v_d$  en un lapso de tiempo considerablemente corto.

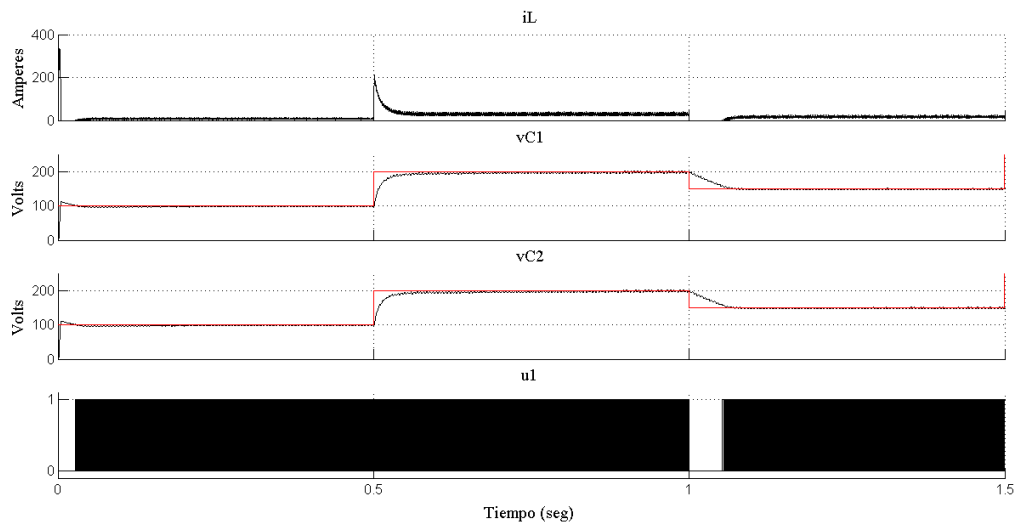


Figura 5.23 Respuesta del sistema ante cambios en el valor del voltaje deseado.



Por último, se varía el voltaje de entrada  $v_s$  de 50 V a 100 V con ruido de 50 Vpp, las formas de onda se muestran en la Figura 5.24.

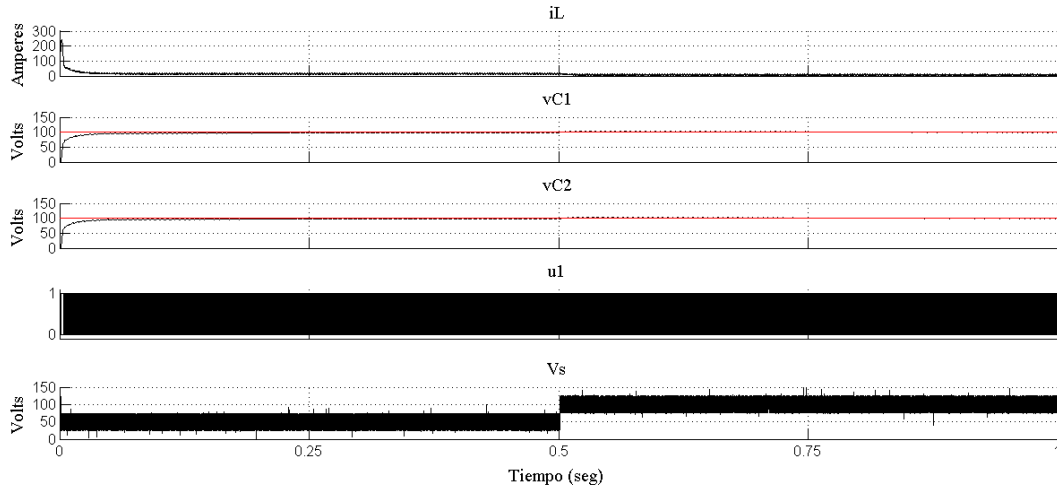


Figura 5.24 Variación del voltaje de entrada con ruido.

Se puede concluir que el sistema es lo suficientemente robusto para ser conectado a una carga MRC.

### 5.3.3 Simulación del convertidor con un MRC como carga.

El convertidor se conecta a un motor de reluctancia conmutada, el cual tiene las características mostradas en la Tabla 5.3:

Tabla 5.3 Parámetros de un MRC para simulación en PSIM.

| Parámetro                           | Valor            |
|-------------------------------------|------------------|
| Resistencia $R$                     | $2 \Omega$       |
| Inductancia mínima $L_{min}$        | $7 mH$           |
| Inductancia máxima $L_{max}$        | $23 mH$          |
| Polos en el estator $N_e$           | 6                |
| Polos en el rotor $N_r$             | 4                |
| Momento de inercia                  | $0.002 Kg * m^2$ |
| Constante de proporcionalidad $K_p$ | 5                |
| Constante de integración $K_i$      | 10               |

Los diagramas eléctricos se muestran en las Figuras 5.25 y 5.26:

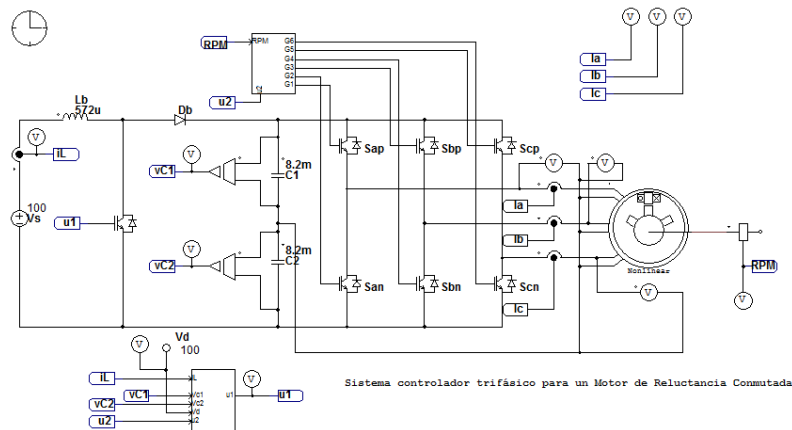


Figura 5.25 Sistema de control para un convertidor de potencia para un MRC.

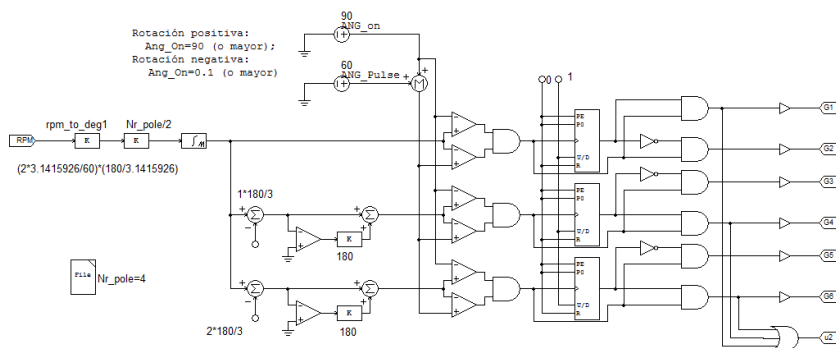


Figura 5.26 Sistema generador de pulsos para energizar las fases de un MRC según la posición del rotor.

La Figura 5.26 muestra un diagrama el cual su función es generar las señales de disparo de los IGBT de la Figura 5.25 para el convertidor Bipolar, se observa que primero se generan tres señales que están desfasadas entre sí por 60° de giro del rotor y estas a su vez, están limitadas a 30°, siendo que si es mayor a 30° entonces habrá separación entre fases, es decir, habrá desenergización forzada y si es menor a 30° habrá superposición de fases, al ya tener estas señales, mediante contadores se pasa a alternar cada señal para obtener la secuencia de disparo como fue explicado con la Tabla 3.1. El diagrama a bloques para el sistema de control es igual al mostrado en la Figura 5.17 y las formas de onda del resultado se muestran en las Figuras 5.27 y 5.28.

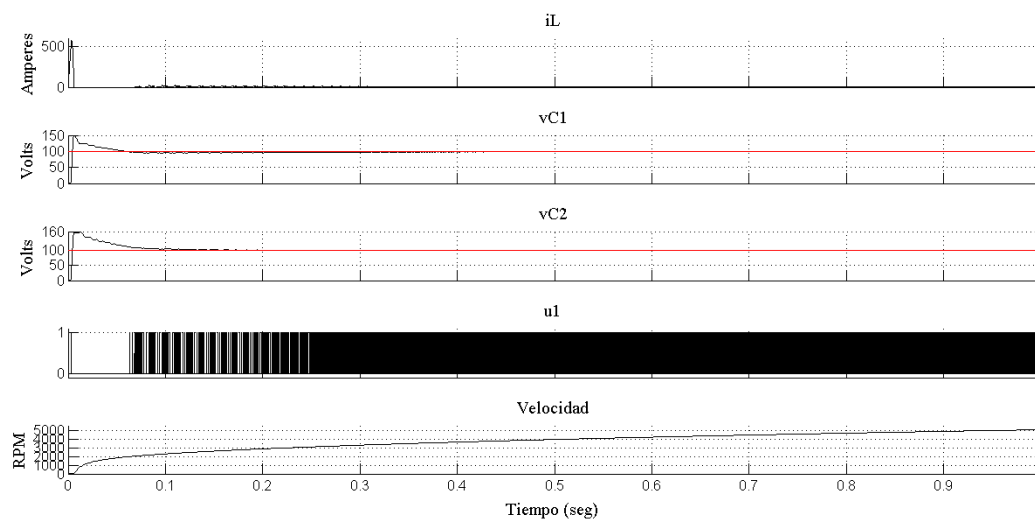


Figura 5.27 Formas de onda cuando la carga es un MRC.

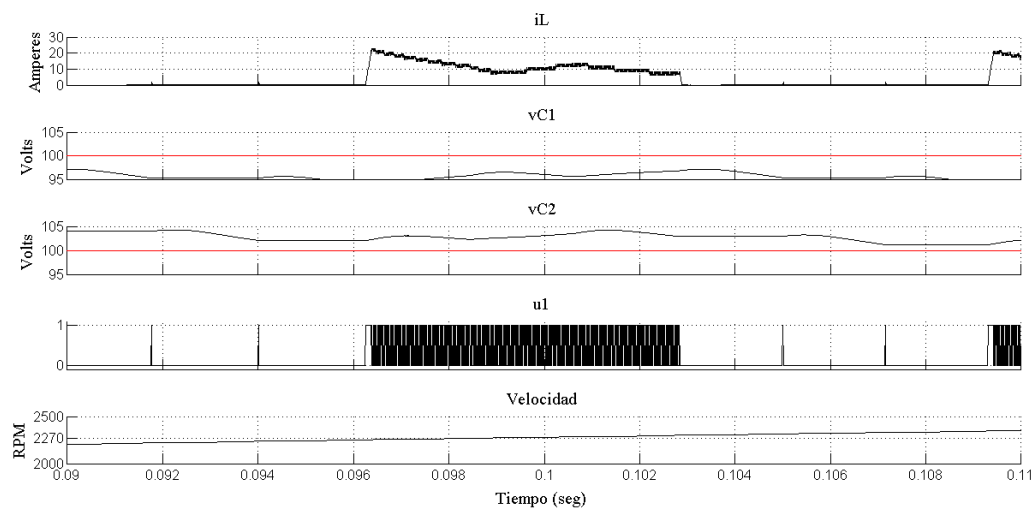


Figura 5.28 Acercamiento a las formas de onda cuando la carga es un MRC.

Las Figuras muestran que la repuesta transitoria es de aproximadamente 0.1 s para un error menor al 5 %, con esto se puede concluir mediante simulación que el sistema responde de acuerdo a lo esperado, observando que a mayor velocidad del motor mayor será la estabilidad.

#### 5.4 Validación del sistema aplicado a un MRC físico.

Para implementar el control en un sistema físico real, primeramente, es necesario contar tanto con el convertidor electrónico de potencia, así como con una etapa de acondicionamiento en la medición de corriente en el inductor y de los voltajes en los capacitores, para después ser procesados por un microcontrolador dsPIC® fabricado por la compañía Microchip Technology Inc. El diseño del circuito eléctrico se explica dividiéndolo en sus diferentes etapas. Cabe señalar que se utilizó el software Eagle® 6.5.0 para mostrar los esquemáticos eléctricos. Después se muestran los resultados obtenidos.

#### 5.4.1 Etapas del diseño del convertidor Boost-Bipolar.

#### 5.4.1.1 Etapa de potencia, convertidor Boost.

En esta etapa es donde se realiza la conversión de una forma de onda continua (corriente directa) a otra de la misma forma, pero de mayor amplitud, el esquemático se muestra en la Figura 5.29.

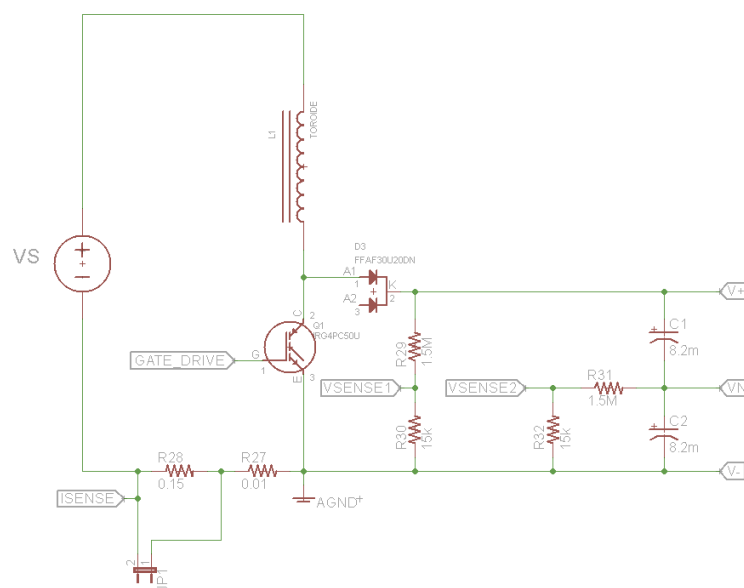


Figura 5.29 Etapa de potencia, convertidor Boost.

En la Figura anterior se observa que el circuito es básicamente similar a la etapa de elevación de voltaje de la Figura 5.25, con la diferencia que se hace uso de resistencias para monitorear tanto los voltajes en los capacitores, así como la corriente en la bobina.

Para medir los voltajes, se hace uso de resistencia de valores muy altos con el fin de que las corrientes que circulan por las mismas resistencias puedan ser despreciadas y no sean consideradas como cargas. La relación del divisor de voltaje en las resistencias de medición de voltaje es de aproximadamente 101:1, esto es que, el máximo voltaje de salida total  $v_{bmax}$  (voltaje entre las terminales V+ y V-) es de 330 V, así se tendría en teoría en la señal Vsense1 3.3 V que es el voltaje de alimentación del microcontrolador, se dice que en teoría debido a que el voltaje de salida está limitado por el voltaje de operación del MRC así como por el voltaje máximo soportado por los capacitores, que en este caso es de 100 V para el MRC y de 200 V para los capacitores. A continuación, se muestran las Ecuaciones para  $v_{sense1}$  y  $v_{sense2}$

$$v_{sense1} = \frac{v_b * R30}{R29 + R30} \approx 101 * v_b \quad (5.1)$$

$$v_{sense2} = \frac{v_{c2} * R32}{R31 + R32} \approx 101 * v_{c2} \quad (5.2)$$

donde  $v_b = v_{c1} + v_{c2}$

En el diagrama eléctrico se muestran dos resistencias Shunt en serie con opción de eliminar la resistencia de  $0.15 \Omega$  mediante el jumper JP1, esto es debido a que se desea que el prototipo final sea capaz de medir tanto pequeñas como altas corrientes. La Ecuación para obtener el valor de la corriente es:

$$i_{sense} = i_L * R_{shunt} = i_L * (R27 + R28) \quad (5.3)$$

donde  $i_{sense}$  esta expresado en Volts e  $i_L$  en Amperes.

#### 5.4.1.2 Etapa de acondicionamiento de señales.

En esta etapa se acondicionan las señales  $v_{sense1}$ ,  $v_{sense2}$  e  $i_{sense}$  mediante el uso de amplificadores operacionales.

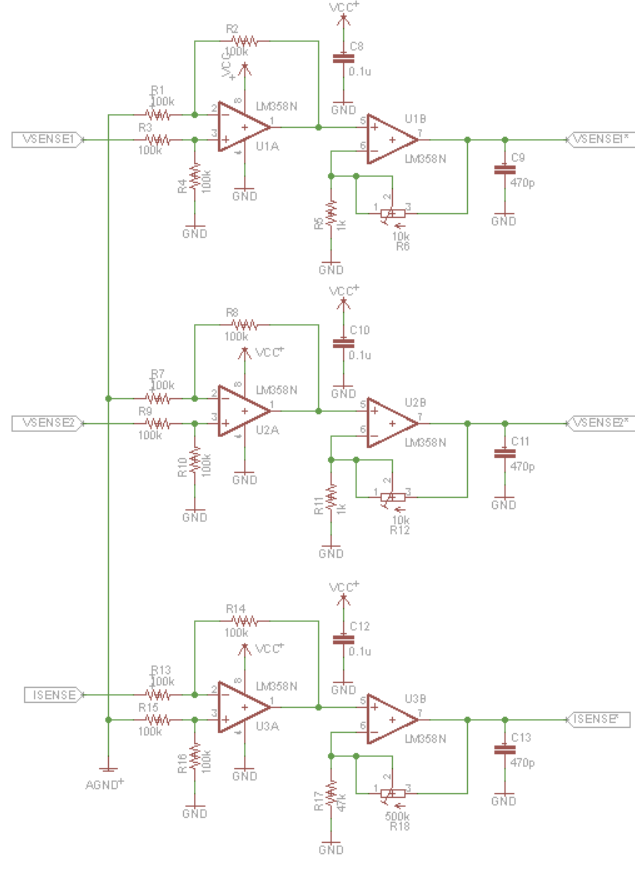


Figura 5.30 Etapa de acondicionamiento de señales.

En la Figura 5.30 se observa el uso de amplificadores diferenciales en cascada con amplificadores no inversores, se realiza de esta manera para aislar resistivamente la tierra de la etapa de potencia a la tierra de la etapa de control y a la vez realizar un control en el rango de los voltajes de salida que se quieren lograr, esto quiere decir que se puede controlar la equivalencia para 3.3v, entonces al manipular la Ecuación 5.1 se obtiene el valor de la ganancia de voltaje  $G_{volt}$  para un valor máximo deseado para  $v_b$ .

$$v_{sense1max}^* = \frac{v_{bmax} * R29}{R29 + R30} * G_{volt} = \frac{v_{bmax} * R29}{R29 + R30} * \left(1 + \frac{R6}{R5}\right)$$

donde  $v_{sense1}^*$  es la salida de los amplificadores operacionales. Despejando  $R6$  de la Ecuación anterior debido a que es una resistencia variable se tiene:

$$G_{volt} = \left(1 + \frac{R6}{R5}\right) = \frac{v_{sense1max}^* * (R29 + R30)}{v_{bmax} * R29}$$

$$R6 = \left(\frac{v_{sense1max}^* * (R29 + R30)}{v_{bmax} * R29} - 1\right) * R5 = \left(\frac{3.3 * (15000 + 1500000)}{v_{bmax} * 15000} - 1\right) * 1000$$

al sustituir los valores, se obtiene:

$$R6 = \left(\frac{333.3}{v_{bmax}} - 1\right) * 1000 \quad (5.4)$$

Como ya se ha explicado anteriormente, los voltajes en los capacitores deben ser iguales, entonces la ganancia debe ser igual para  $v_{sense1}$  y  $v_{sense2}$ , por lo tanto,  $R6 = R12$ .

La ganancia para  $i_{sense}$  también es utilizada para mantener un rango en la medición de corriente, entonces al manipular la Ecuación de salida del amplificador operacional, se tiene:

$$i_{sensemax}^* = i_{Lmax} * R_{shunt} * G_{amp} = i_{Lmax} * (R27 + R28) * \left(1 + \frac{R18}{R17}\right)$$

al despejar la resistencia variable  $R18$ , se tiene:

$$R18 = \left(\frac{i_{sensemax}^*}{i_{Lmax} * (R27 + R28)} - 1\right) * R17 = \left(\frac{3.3}{i_{Lmax} * (0.01 + 0.15)} - 1\right) * 47000$$

sustituyendo los valores:

$$R18 = \left(\frac{20.625}{i_{Lmax}} - 1\right) * 47000 \quad (5.5)$$

Y el valor de  $R18$  cuando se coloca el puente JP1 es:

$$R18 = \left( \frac{330}{i_{Lmax}} - 1 \right) * 47000 \quad (5.6)$$

#### 5.4.1.3 Etapa de control.

El control por Modos Deslizantes en cascada con el control PI se realiza en un microcontrolador dsPIC33F64MC802 el cual tiene la capacidad de procesar el algoritmo del control PI mientras se adquieren los datos (conversión de análogo a digital) con el uso del sistema integrado DMA (Accesos Directo a Memoria por sus siglas en ingles), permitiendo que el CPU no pierda tiempo en adquirir los datos haciendo al control más veloz [27]. La Figura 5.31 muestra el diagrama eléctrico para la etapa de control.

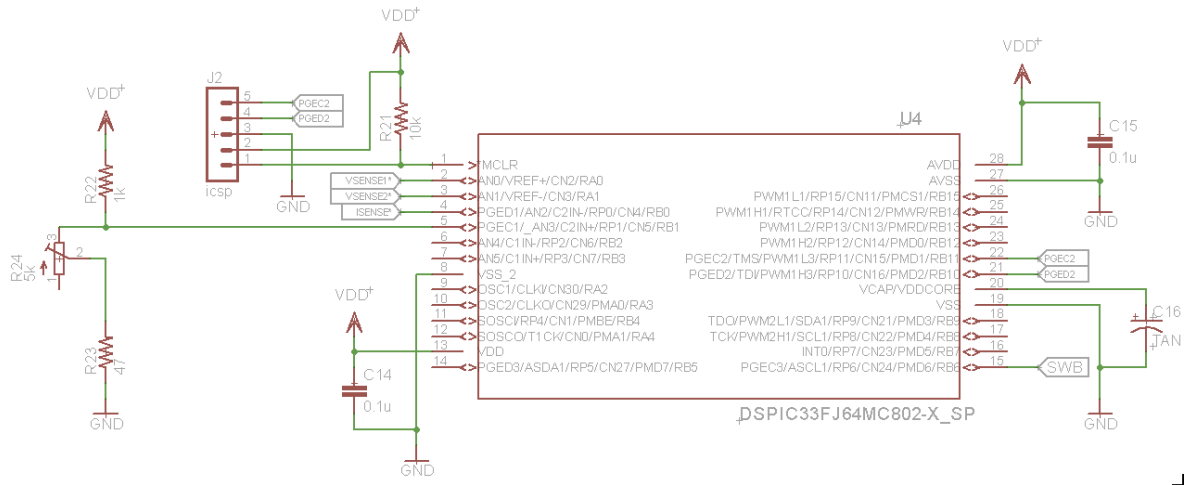


Figura 5.31 Etapa de control.

La Figura anterior muestra que se utiliza cuatro convertidores análogo a digital ADC de 10bits, uno para cada señal que se necesita controlar  $v_{sense1}$ ,  $v_{sense2}$  e  $i_{sense}$ , además de una señal que será la referencia, la cual, resolviendo el divisor de tensión se tiene:

$$v_{ref} = \frac{v_{DD} * (R23 + R24)}{R22 + R23 + R24}$$



La Ecuación anterior no es suficiente, por lo tanto, se agrega la relación del divisor de tensión en  $v_{sense1}$  y la ganancia  $G_{volt}$ , para encontrar el valor de  $R24$  para un voltaje deseado  $v_d$ .

$$v_d = \frac{v_{DD} * (R23 + R24) * \left(\frac{R30}{R29 + R30}\right)}{(R22 + R23 + R24) * \left(1 + \frac{R6}{R5}\right)} \approx \frac{v_{DD} * (R23 + R24) * 101}{(R22 + R23 + R24) * G_{volt}}$$

despejando la resistencia variable  $R24$  y sustituyendo los valores se tiene:

$$R24 \approx \frac{G_{volt} * v_d * R22}{(101 * v_{DD} - G_{volt} * v_d)} - R23$$

$$R24 \approx \frac{1000 * G_{volt} * v_d}{(333.3 - G_{volt} * v_d)} - 47 \quad (5.7)$$

El microcontrolador también se encarga de realizar la resta entre  $v_{sense1}^* - v_{sense2}^*$  para obtener el valor correspondiente a  $v_{C1}$ . Cabe destacar que no se ha implementado el conmutador para la superficie de deslizamiento, debido a que, en las pruebas realizadas, el MRC está operando en alta velocidad y el desbalance en los capacitores es despreciable, por lo tanto, el control de voltaje sólo se realiza en  $C1$ . La señal de control  $u_1$  es entregada por la señal SWB en el pin 15 del microcontrolador.

### 5.4.1.4 Etapa de disparo del IGBT del convertidor Boost.

En esta etapa se acondiciona la señal de control entregada por el microcontrolador ya que esta señal es de 3.3v y para disparar eficientemente al IGBT es necesario 15v y a la vez se utiliza aislamiento óptico. La Figura 5.32 muestra el circuito para abrir y cerrar el interruptor Q1 mostrado en la Figura 5.29 el cual es un IGBT fabricado por la compañía International Rectifier.

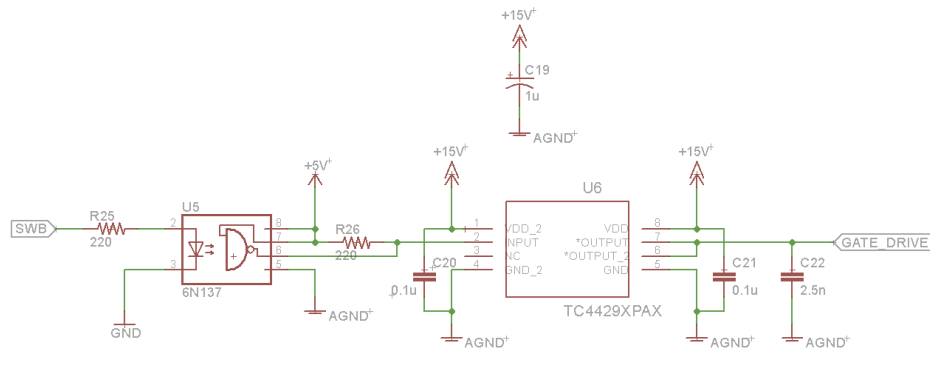


Figura 5.32 Etapa para el disparo del IGBT del convertidor Boost.

#### 5.4.1.5 Etapa de potencia, convertidor Bipolar.

Esta etapa no se muestra en esta tesis debido a que se utiliza una tarjeta previamente diseñada en otro trabajo de investigación y la cual es un inversor trifásico convencional que también implementa un dsPIC33F64MC802 para los disparos de los IGBTs, por lo tanto, en la presente tesis se programa al microcontrolador para disparar los IGBTs de acuerdo con la secuencia mostrada en la Tabla 3.1 según la posición del rotor utilizando un codificador óptico de cuadratura de 2000 líneas.

#### 5.4.2 Resultados del convertidor Boost-Bipolar con una carga MRC.

El convertidor Boost-Bipolar se implementa con un Motor de Reluctancia Conmutada como carga sin control y al vacío, el cual tiene las características mostradas en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4 Parámetros del MRC a utilizar como carga con el convertidor Boost-Bipolar.

| Parámetro                        | Valor             |
|----------------------------------|-------------------|
| Número de fases                  | 3                 |
| Resistencia $R$                  | $2 \Omega$        |
| Inductancia mínima $L_{min}$     | $9.14 \text{ mH}$ |
| Inductancia máxima $L_{max}$     | $23.6 \text{ mH}$ |
| Polos estator $N_e$ /rotor $N_r$ | 12/8              |
| Voltaje por fase $v_{pmax}$      | $120 \text{ V}$   |
| Corriente por fase $i_{pmax}$    | $2.5 \text{ A}$   |
| Potencia                         | $3 \text{ HP}$    |

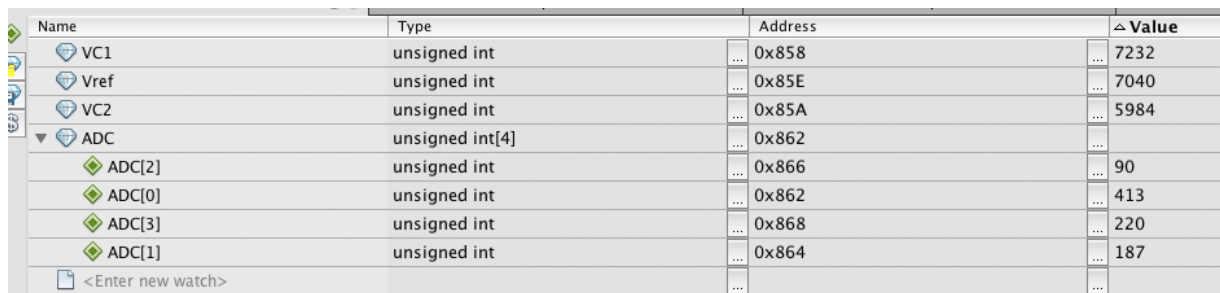
## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La sintonización del control PI se estableció mediante la variación sistemática de los valores  $k_p$  y  $k_i$  hasta encontrar buenas características de respuesta y ya que es un control PI discreto los valores deben ser menores a la unidad [28]. En la Tabla 5.5 se muestran los valores establecidos para el convertidor Boost-Bipolar.

Tabla 5.5 Valores utilizados en el convertidor Boost-Bipolar.

| Parámetro           | Valor         |
|---------------------|---------------|
| $L_b$               | 544 $\mu H$   |
| $C1 = C2$           | 8.2 $mF$      |
| $k_p$               | 0.0004        |
| $k_i$               | 0.01          |
| $T_s$               | 7.36 $\mu s$  |
| $G_{volt}/v_{bmax}$ | 2.5/134 $V$   |
| $G_{amp}/i_{Lmax}$  | 5.15/4 $A$    |
| $R_{shunt}$         | 0.16 $\Omega$ |

En la Figura 5.33 se muestran los valores obtenidos por los cuatro ADC del microcontrolador y desplegados en el software MPLAB® X IDE en algún momento arbitrario.



| Name              | Type            | Address | Value |
|-------------------|-----------------|---------|-------|
| VC1               | unsigned int    | 0x858   | 7232  |
| Vref              | unsigned int    | 0x85E   | 7040  |
| VC2               | unsigned int    | 0x85A   | 5984  |
| ▼ ADC             | unsigned int[4] | 0x862   |       |
| ◆ ADC[2]          | unsigned int    | 0x866   | 90    |
| ◆ ADC[0]          | unsigned int    | 0x862   | 413   |
| ◆ ADC[3]          | unsigned int    | 0x868   | 220   |
| ◆ ADC[1]          | unsigned int    | 0x864   | 187   |
| <Enter new watch> |                 |         |       |

Figura 5.33 Valores digitales obtenidos por el microcontrolador.

El arreglo mostrado en la Figura anterior despliega los resultados de la conversión de analógico a digital donde ADC[0], ADC[1], ADC[2] y ADC[3] es el valor de  $v_{sense1}^*$ ,  $v_{sense2}^*$ ,  $i_{sense}^*$  y  $v_{ref}$  respectivamente en formato digital entero sin signo (unsigned int). Los valores mostrados VC1, VC2 y Vref son los valores correspondientes a la medición de  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$  y  $v_d$  en formato Q15, es decir:

$$VC1 = (ADC[0] - ADC[1]) \ll 5$$

$$VC2 = ADC[1] \ll 5$$

$$Vref = ADC[3] \ll 5$$

Para encontrar la correspondencia análoga para 10 bits a partir del arreglo  $ADC[ ]$  se utiliza la relación:

$$v_{sense1}^* = \frac{v_{DD} * ADC[0]}{2^{10}} = \frac{3.3 V * ADC[0]}{1024}$$

Igualando la Ecuación anterior con la Ecuación 5.1 multiplicada por  $G_{volt}$ .

$$\frac{v_b * R29}{R29 + R30} * G_{volt} = \frac{3.3 V * ADC[0]}{1024}$$

Ahora se despeja a  $v_b$ .

$$v_b = \frac{3.3 V * ADC[0] * (R29 + R30)}{1024 * G_{volt} * R29}$$

sustituyendo los valores:

$$v_b \approx \frac{0.3255 * ADC[0]}{G_{volt}} \quad (5.8)$$

Lo mismo es para  $v_{C2}$  y  $v_d$ , por lo tanto,

$$v_{C2} \approx \frac{0.3255 * ADC[1]}{G_{volt}} \quad (5.9)$$

$$v_d \approx \frac{0.3255 * ADC[3]}{G_{volt}} \quad (5.10)$$

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Utilizando las Ecuaciones anteriores se obtiene los voltajes en los capacitores según la Figura 5.33.

$$v_b \approx \frac{0.3255 * 413}{2.5} \approx 53.7726 \text{ V}$$

$$v_{C2} \approx \frac{0.3255 * 187}{2.5} \approx 24.3474 \text{ V}$$

$$v_{C1} \approx v_b - v_{C2} \approx 29.4252 \text{ V}$$

$$v_d \approx \frac{0.3255 * 220}{2.5} \approx 28.644 \text{ V}$$

Con un análisis numérico se determina que el resultado para  $v_{C1}$  (donde se aplica el control) es satisfactorio ya que tiene un error de aproximadamente:

$$v_{Cerror} = \frac{v_C - v_d}{v_d} * 100 = \frac{29.4252 - 28.644}{28.644} * 100 = 2.72\%$$

y no así para  $v_{C2}$  que tiene un error aproximado de 15%. La Figura 5.34 muestra que el resultado para  $v_{C2}$  si es satisfactorio con un error aproximado de 3.68% el cual es mostrado en color azul (canal 2) con un voltaje medio de 29.7 V.

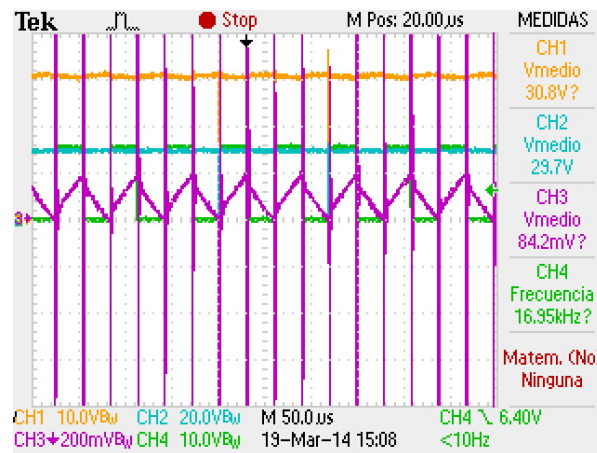


Figura 5.34 CH1 = Vs, CH2 = VC2, CH3 = IL y CH4 = u1.

Para determinar la ganancia  $G_B$  del convertidor Boost se toma la Ecuación 3.18 y se reacomoda tal que:

$$\frac{v_C}{v_s} = \frac{1}{2 * (1 - D)} \quad (5.11)$$

Como  $v_C$  es el voltaje de un solo capacitor, entonces se sustituye por un voltaje promedio de salida en cada capacitor  $v_C = \frac{v_b}{2}$ .

$$\frac{v_b}{2 * v_s} = \frac{v_{C1} + v_{C2}}{2 * v_s} = \frac{1}{2 * (1 - D)}$$

y multiplicando toda la Ecuación por 2 se obtiene:

$$G_B = \frac{v_b}{v_s} = \frac{v_{C1} + v_{C2}}{v_s} = \frac{1}{(1 - D)} \quad (5.12)$$

Sustituyendo los valores correspondientes:

$$G_B = \frac{29.4252 + 29.7}{30.8} \approx 1.92$$

El valor de  $G_B$  muestra que el convertidor casi eleva el voltaje de entrada al doble, mientras que la Figura 5.34 muestra que el sistema es estable con un MRC como carga.

Ahora se cambia  $v_s = 51 V$  y  $v_{ref} = 1.3156 V$  (valor arbitrario medido con un multímetro digital) que realizando los cálculos corresponde a  $v_d = 52.624 V$ , el resultado se muestra en la Figura 5.35:

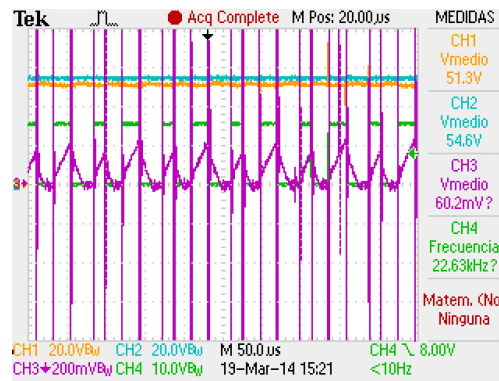


Figura 5.35 Formas de onda para un voltaje deseado de 52.624 V.

Cabe señalar que las formas de onda de la Figura 5.35 contienen sobreimpulsos en voltaje y corriente (altas pérdidas por conmutación) y ruidos debido a que las pruebas son realizadas en un protoboard, por lo tanto, el circuito contiene inductancias y capacitancias parasitas, además de no contar con un plano de tierra ni con una red snubber para el IGBT del convertidor Boost. Aun con todo lo anterior, el voltaje de salida medio (color azul) en  $v_{C22}$  es igual a 54.6 V teniendo así un error del 3.75 % con respecto a  $v_d$  y con una ganancia del convertidor de aproximadamente:

$$G_B = \frac{2 * 54.6}{51.3} = 2.13$$

El osciloscopio entrega un archivo con todos los datos muestreados, el cual es cargado en Matlab® y desplegado como se muestra en la Figura 5.36.

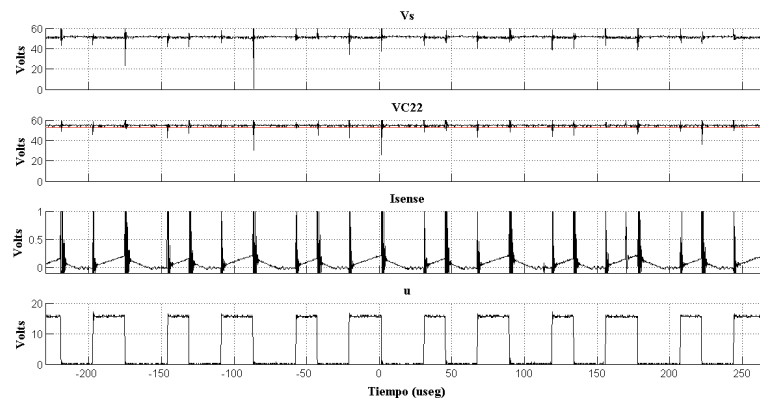


Figura 5.36 Formas de onda para un  $V_d=52.624$  V.

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La Figura anterior muestra que a pesar de los ruidos el sistema es estable donde  $v_{c2}$  se mantiene muy cerca de la referencia (en color rojo). También es necesario mencionar que la Figura 5.36 muestra tiempos negativos, esto es debido a que el osciloscopio cuando captura y muestra las señales, despliega aproximadamente 1250 datos anteriores y 1250 datos posteriores al disparo de señal (trigger) establecido de 8 V en bajada en la señal  $u_1$  (canal 4) como se muestra en la parte inferior derecha de la Figura 5.35.

En la Figura 5.37 se muestran las mismas señales de la Figura 5.36 pero con un acercamiento y se aprecia que el voltaje  $i_{sense}$  es discontinuo y para encontrar su valor en corriente su utiliza la siguiente Ecuación basada en la ley de Ohm.

$$i_L = \frac{i_{sense}}{R_{shunt}} \quad (5.13)$$

Entonces de la Figura 5.35 se obtiene la corriente media donde  $i_{sense}$  es el color purpura:

$$i_{Lmedia} = \frac{60.2 \text{ mV}}{0.16 \Omega} = 376.25 \text{ mA}$$

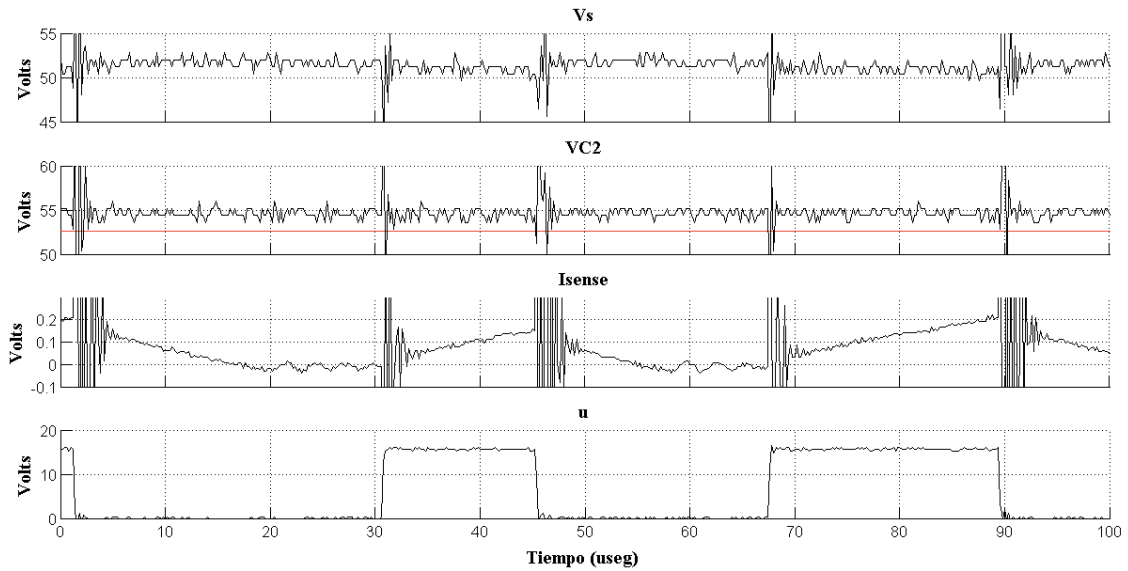


Figura 5.37 Acercamiento de las señales para un  $V_d = 52.624 \text{ V}$ .



Ahora se realiza una prueba con un decremento en  $v_s$  de 40 V a 26 V y con  $v_d \approx 39.2$  V ( $v_{ref} = 0.9702$  V) obteniéndose las formas de onda de la Figura 5.38.

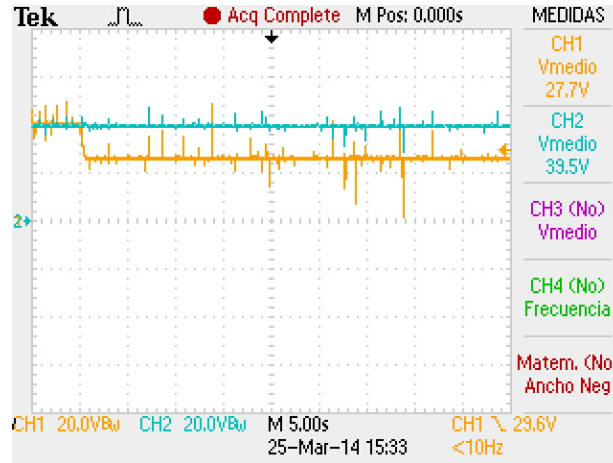


Figura 5.38 Variación de  $V_s$  de 40 V a 26 V.

Tomando el voltaje medio de  $v_{C2}$  (canal 2) de la Figura anterior se obtiene un error medio de 0.765 % lo cual indica que el control se realiza de una forma satisfactoria a pesar que el voltaje de entrada varía su valor. En la Figura 5.39 se muestra las señales desplegadas en Matlab® indicando en color rojo  $v_d$ .

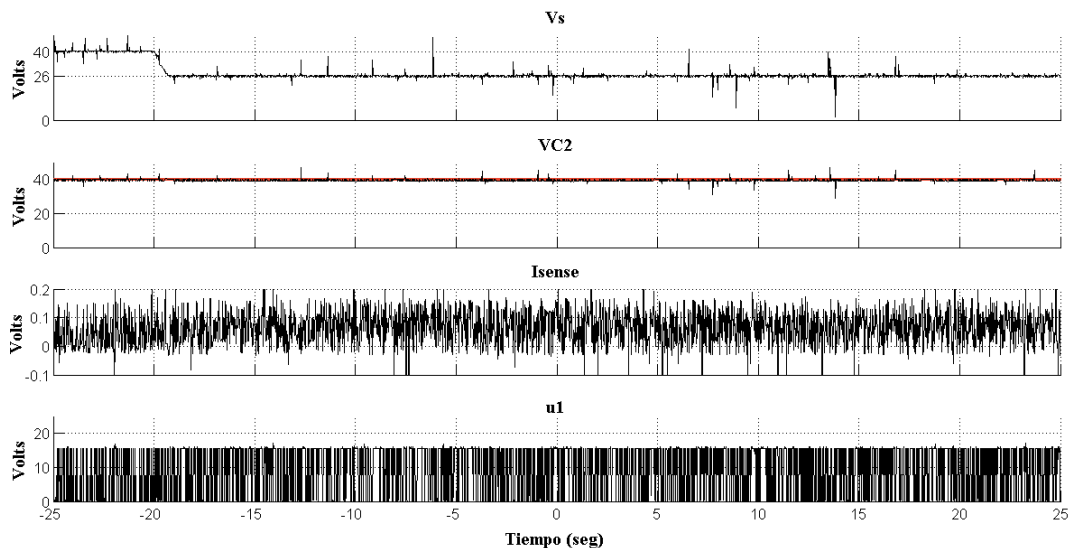


Figura 5.39 Variación de  $V_s$  de 40 V a 26 V.

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La Figura 5.40 muestra las señales con un acercamiento en amplitud en  $v_{C2}$  demostrándose que el error es demasiado pequeño y manteniendo su amplitud a pesar de la variación de  $v_S$ .

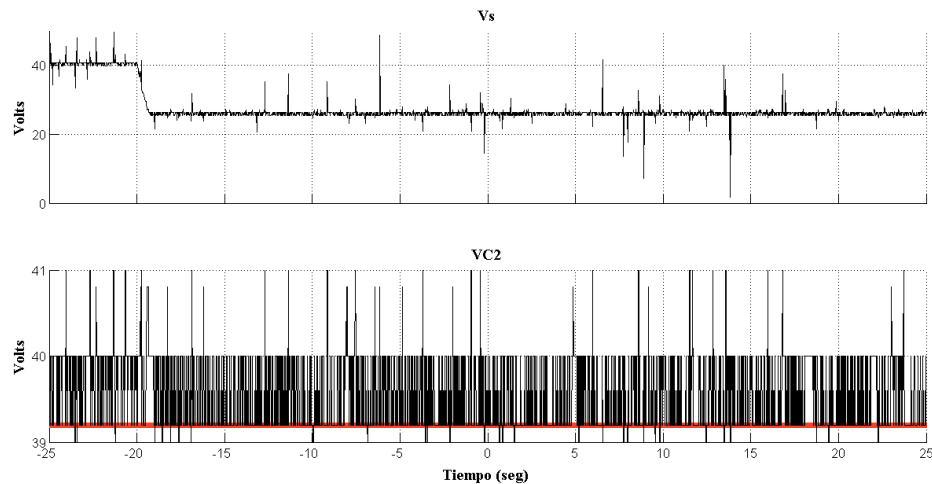


Figura 5.40 Acercamiento en amplitud de  $V_c$  cuando se varia  $V_s$ .

Se debe señalar que todos los resultados obtenidos se realizaron con un arranque suave y una variación de  $v_{ref}$ , es decir, que al iniciar el movimiento del MRC (a través del convertidor Bipolar) el convertidor Boost aún no eleva el voltaje, elevándose posteriormente mediante la variación del potenciómetro  $R24$ . La Figura 5.41 muestra las señales  $v_{sense1}^*$ ,  $v_{sense2}^*$ ,  $i_{sense}^*$  y  $v_{ref}$  obtenidas con el osciloscopio.

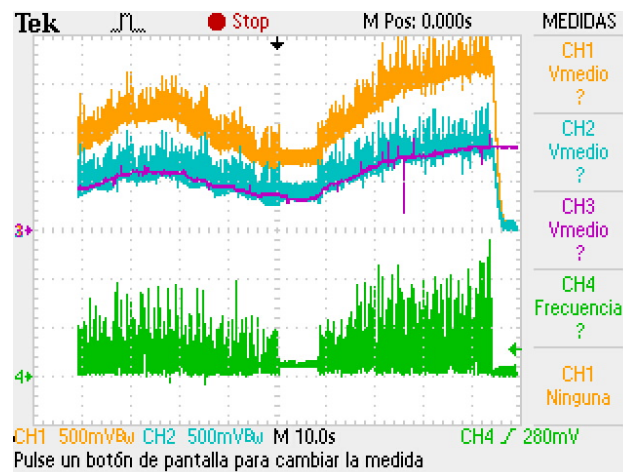


Figura 5.41 Respuesta del sistema al variar  $V_{ref}$  (color purpura).

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la Figura anterior se muestra a  $v_{sense1}^* = CH1$ ,  $v_{sense2}^* = CH2$ ,  $v_{ref} = CH3$  y  $i_{sense}^* = CH4$  y se observa una respuesta satisfactoria. Se manipulan los datos entregados por el osciloscopio para obtener  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$ ,  $v_d$  e  $i_L$  para  $v_S = 30 V$  y se muestran en la Figura 5.42, donde:

$$v_{C1} = \frac{(v_{sense1}^* - v_{sense2}^*) * Relacion\ divisor}{G_{volt}} = \frac{(v_{sense1}^* - v_{sense2}^*) * 101}{2.5}$$

$$v_{C2} = \frac{v_{sense2}^* * 101}{2.5}$$

$$v_d = \frac{v_{ref} * 101}{2.5}$$

$$i_L = \frac{i_{sense}^*}{G_{amp} * R_{shunt}} = \frac{i_{sense}^*}{5.15 * 0.16} = \frac{i_{sense}^*}{0.824}$$

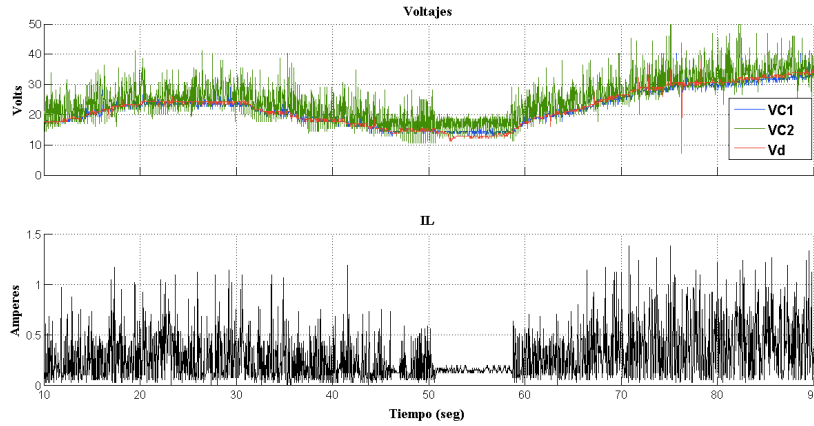


Figura 5.42 Señales de voltajes y corriente al variar Vref.

Al observar la Figura anterior se puede notar que aproximadamente entre los segundos 50 y 60 no se realiza control, es decir, no hay elevación de voltaje comprobándose la condición de existencia del modo deslizante (Ecuación 4.20), la cual es:

$$x_2 > \frac{v_S}{2} = v_{C1} > \frac{30}{2} \approx 15 V$$

Como el CMD-PI es realizado sobre el voltaje en  $C1$ , entonces la Figura 5.43 muestra sólo a  $v_{C1}$  y  $v_d$  apreciándose que el error es mínimo.

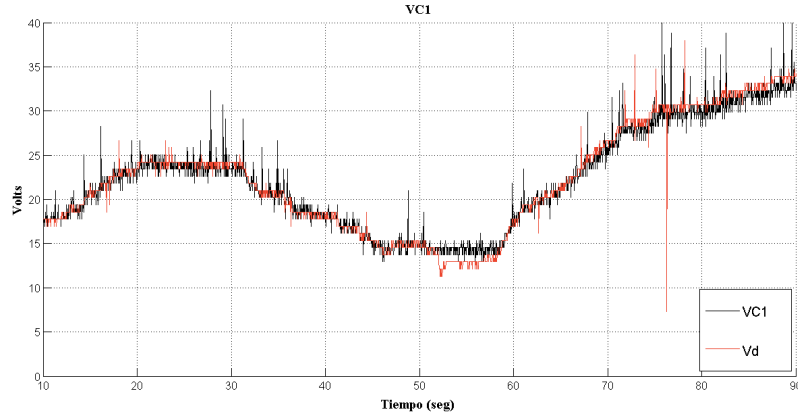


Figura 5.43 Respuesta del sistema al variar  $V_{ref}$ .

Se tomó otra medición sincronizando dos osciloscopios donde se observa en un osciloscopio que lo que aparenta ser ruido en la Figura 5.42 en  $v_{C2}$  e  $i_L$  son simplemente picos. En el otro osciloscopio se muestra la señal de control  $u_1$  y en la Figura 5.46 mediante aproximación se traslapan las señales de ambos osciloscopios en Matlab, donde el primer osciloscopio (Figura 5.44) despliega valores anteriores y posteriores a partir de la línea vertical central y el segundo osciloscopio (Figura 5.45) muestra sólo valores posteriores a partir de la primera línea vertical de la izquierda. La correspondencia de los canales del primer osciloscopio es a  $v_{sense1}^* = CH1$ ,  $v_{sense2}^* = CH2$ ,  $v_{ref} = CH3$  y  $i_{sense}^* = CH4$ .

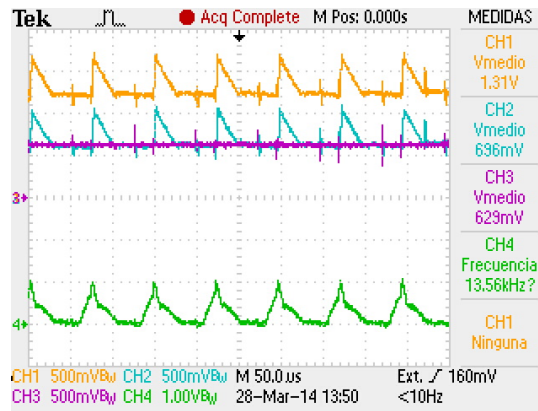


Figura 5.44 Señales tomadas por el microcontrolador en un corto espacio de tiempo.

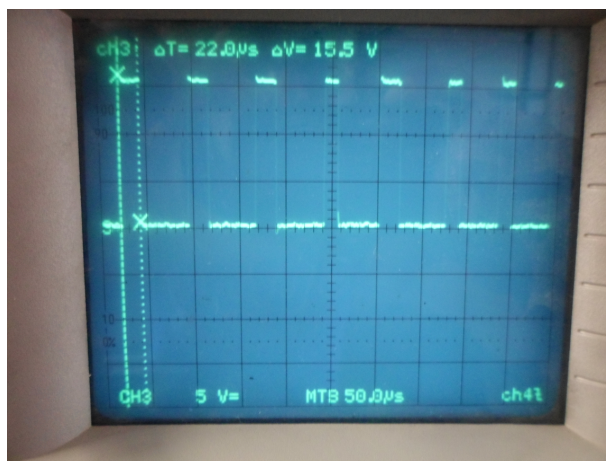


Figura 5.45 Señal de control tomado por un segundo osciloscopio sincronizado.

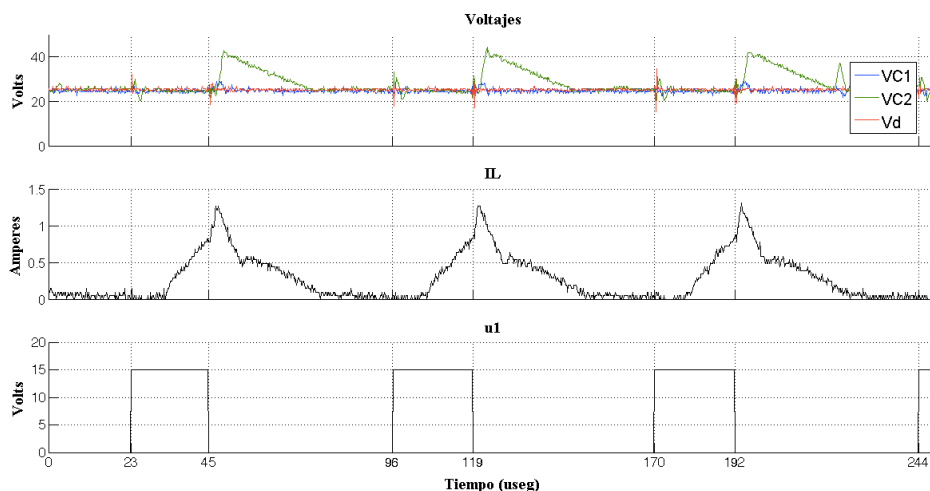


Figura 5.46 Aproximación a amplitud real de señales capturadas con dos osciloscopios sincronizados.

Cabe señalarse en la Figura anterior que las señales son más limpias debido a la etapa de acondicionamiento, permitiendo así un mejor control del microcontrolador.

Debido a que el convertidor Boost-Bipolar tiene varias tierras eléctricas entre ellas una tierra formada por el divisor de tensión entre  $C1$  y  $C2$ , es decir, un punto común  $v_n$  para las tres fases del MRC, se realiza una sincronización con dos osciloscopios para obtener 2 grupos de señales con dos diferentes niveles de tierra. Las señales resultantes se muestran en la Figura 5.47 donde  $v_d \approx 38.46 V$ .

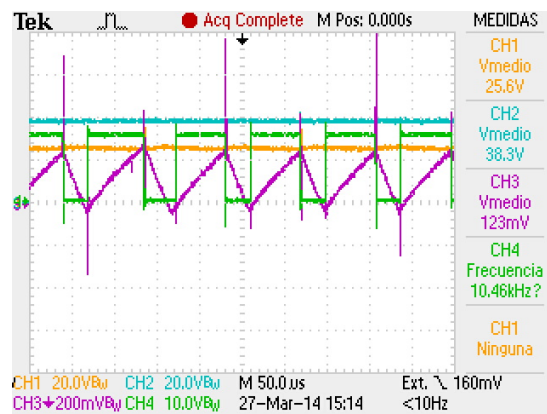


Figura 5.47 Formas de onda para  $V_s$ ,  $V_{C2}$ ,  $I_L$  y  $u_1$  en el convertidor Boost.

De la Figura anterior se tiene  $v_s = CH1$ ,  $v_{C2} = CH2$ ,  $i_{sense} = CH3$  y  $u_1 = CH4$  y donde la referencia a tierra es  $AGND$  mostrada en la Figura 5.29. El diagrama a bloques de las conexiones se muestra en la Figura 5.48.

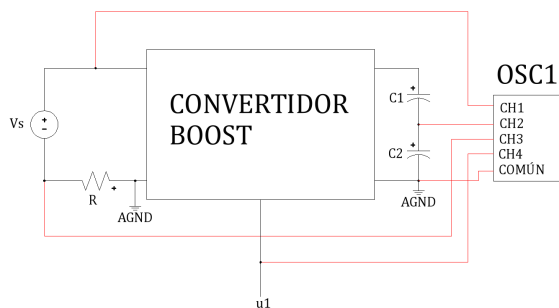


Figura 5.48 Diagrama a bloques para la conexión de un osciloscopio en el convertidor Boost.

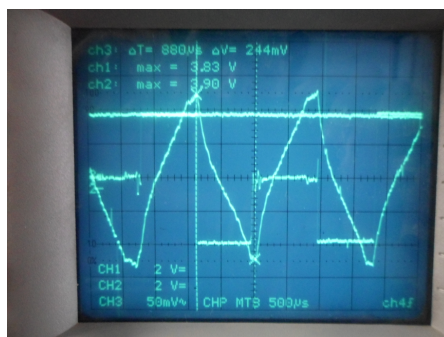


Figura 5.49 Formas de onda para  $V_{C1}$ ,  $V_a$  e  $I_{ps}$  en el convertidor Bipolar.

De la Figura 5.49 se tiene  $v_{c1} = CH1$ ,  $v_a = CH2$  y  $i_{ps} = CH3$  y la referencia a tierra es  $v_n$  mostrada en la Figura 5.29, y donde  $v_a$  es el voltaje en la Fase A e  $i_{ps}$  es la caída de voltaje en una resistencia Shunt de  $0.15 \Omega$  conectada a las tres fases y a la terminal  $v_n$  pudiéndose medir la suma de las corrientes de las fases. Cabe señalarse que las mediciones son hechas con puntas de prueba con atenuación de 10x. El diagrama a bloques de las conexiones se muestra en la Figura 5.50.

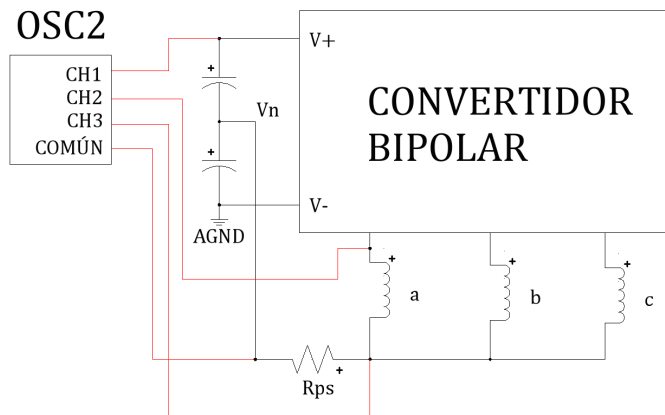


Figura 5.50 Diagrama a bloques para la conexión de un osciloscopio en el convertidor Bipolar.

La Figura 5.51 solo muestra a  $v_a$  de la Figura 5.49 y se observa cómo es que la forma de onda de  $v_a$  es muy similar a la mostrada en la Figura 3.12 y las voltajes positivos y negativos corresponden a  $v_{c1}$  y  $v_{c2}$ .

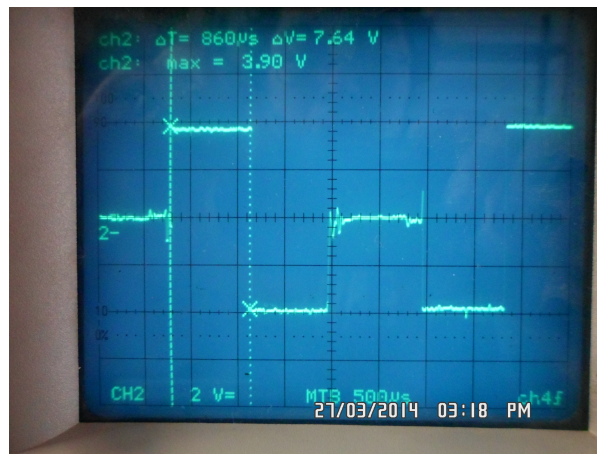


Figura 5.51 Forma de onda de  $V_a$ .

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La Figura 5.52 muestra la forma de onda para  $i_{ps}$  donde se indica el tiempo de un semiciclo, entonces, se define la frecuencia de conmutación del convertidor Bipolar.

$$f_i = \frac{1}{2 * 880 \mu s} \approx 568 \text{ Hz}$$

utilizando la Ecuación 3.31 se obtiene la velocidad aproximada del MRC.

$$vel = \frac{120 f_i}{p N_r} = \frac{120 * 568}{3 * 8} \approx 2841 \text{ rpm.}$$

para obtener la corriente de neutro pico a pico  $i_{Npp}$  se realiza la siguiente operación:

$$i_{Npp} = \frac{0.244}{0.15} \approx 1.63 \text{ A}$$

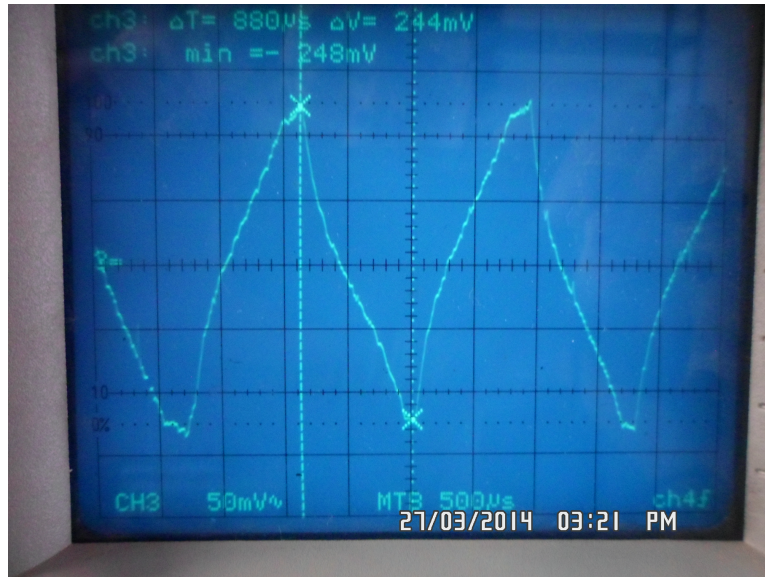


Figura 5.52 Forma de onda para  $i_{ps}$ .

Por último, se muestra la Figura 5.53 donde se observan los voltajes de las tres fases y la corriente de neutro  $i_N$  para un voltaje de entrada  $v_s = 30 \text{ V}$ .



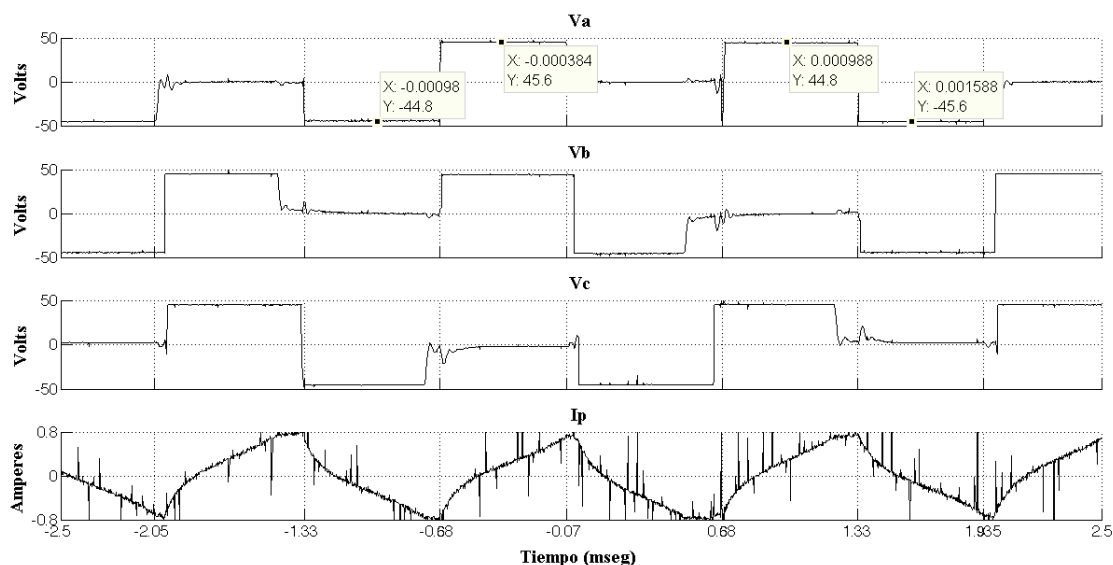


Figura 5.53 Formas de onda para Va, Vb, Vc e Ip en el convertidor Bipolar.

Al observar la Figura 5.53 se puede calcular que la velocidad del MRC es de aproximadamente 3846 rpm.

### 5.5 Conclusiones.

Todas las pruebas realizadas, desde la validación matemática hasta la verificación experimental del sistema físico, han sido satisfactorias e incluso superiores a lo esperado. Esto es relevante si se considera que se trabajó con una carga fuertemente no lineal y variante en el tiempo, y que el propio convertidor Boost-Bipolar introduce un comportamiento adicionalmente no lineal. A pesar de ello, el sistema se controló adecuadamente utilizando únicamente componentes comerciales de bajo costo tanto para la adquisición de datos como para la implementación del control.

El microcontrolador fue capaz de generar la señal de control con una frecuencia aproximada de 136 kHz (cálculo realizado a partir de  $T_s$  en la Tabla 5.5). No obstante, gracias al esquema de control CMD-PI, los interruptores conmutan únicamente cuando es necesario, operando con corriente discontinua en el inductor. Esto permite reducir el esfuerzo eléctrico sobre los dispositivos de potencia y disminuir las pérdidas por conmutación, dado que el

objetivo principal del control es mantener el voltaje en los capacitores cercano al valor de referencia y no regular directamente la corriente del inductor.

Uno de los problemas a resolver era que, al utilizar únicamente el convertidor Bipolar, el voltaje de bus  $v_s$  se dividía a la mitad. Con el acoplamiento del convertidor Boost se demostró que es posible elevar el voltaje de salida a valores superiores al doble del voltaje de entrada; es decir, la ganancia en voltaje del convertidor Boost puede ser  $G_B > 2$ . De esta manera, la topología propuesta aprovecha mejor el bus de continua que el convertidor Bipolar convencional.

Asimismo, se debe destacar que el convertidor Bipolar conmuta sólo un interruptor por región de generación de par motor. De ello se infiere una disminución de las pérdidas tanto por conmutación como por conducción, ya que en otras topologías de convertidores para MRC es necesario conmutar dos interruptores por fase.

Finalmente, al emplear capacitores de valor suficientemente elevado, el rizo de voltaje observado en las pruebas fue prácticamente nulo. Con base en los resultados experimentales puede afirmarse que el sistema presenta un comportamiento asintóticamente estable para una carga MRC operando a velocidades medias y altas, en condiciones donde la conmutación entre fases no se traslapa. Estos resultados confirman la viabilidad práctica del convertidor Boost–Bipolar controlado mediante CMD–PI y sientan una base sólida para futuras extensiones del trabajo hacia aplicaciones de mayor potencia o integración con fuentes renovables.

## REFERENCIAS

- [1] D. W. Hart, *Electrónica de Potencia*, Madrid: Prentice Hall, 2001.
- [2] M. H. Rashid, *Electronica de Potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones*, 3a ed. México: Pearson Educación, 2004.
- [3] K. Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, 3a ed. México: Prentice Hall, 1998.
- [4] B. C. Kuo, *Sistemas de Control Automático*, 7a ed. México: Prentice Hall, 1996.
- [5] C. Vecchio, *Sliding Mode Control: theoretical developments and applications to uncertain mechanical systems*, Pavia: Università Degli Studi Di Pavia, 2008.
- [6] J. G. y. J. S. V. Utkin, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, 1a ed. Philadelphia, USA: Taylor and Francis, 1999.
- [7] V. I. Utkin, "Sliding Mode Control Design Principles and Applications to Electric Drives," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 23-36, February 1993, <https://doi.org/10.1109/41.184818>.
- [8] A. S. I. Zinober, *Deterministic control of uncertain systems*, Londres: Peter Peregrinus Ltd., 1990, <https://doi.org/10.1049/PBCE040E>.
- [9] F. Garelli, "Sistemas de Estructura Variable. Aplicación al Control con Restricciones," Tesis Doctoral, Fac. de Ingenieria, Universidad Nacional de la Plata, Buenos Aires, Argentina, 2007, <https://doi.org/10.35537/10915/1363>.
- [10] A. K. M. a. B. Singh, "Control of SRM drive for photovoltaic powered water pumping system," *IET Electric Power Applications*, vol. 11, n° 6, p. 1055–1066, 2017, <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0303>.
- [11] F. P. Scalcon, D. Xiao, R. P. Vieira, H. A. Gründling, A. Emadi, and G. Fang, "Advanced control of switched reluctance motors (SRMs): A review on current regulation, torque control and vibration suppression," *IEEE Open J. Ind. Electron. Soc.*, vol. 2, pp. 280-301, 2021, DOI: 10.1109/OJIES.2021.3076807.
- [12] Y. Gao, A. Emadi, and M. Ehsani, *Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles: Fundamentals, Theory, and Design*, 2a ed. Boca Raton: CRC Press, 2010, <https://doi.org/10.1201/9781420054002>.
- [13] C. Di, I. Petrov, J. Nerg, O. Liukkonen, R. P. Jastrzebski, and E. Kurvinen, "Design and Manufacturing of a Modular Low-Voltage Multimegawatt High-Speed Solid-Rotor Induction Motor," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 57, no. 6, pp. 6903-6912, 2021, DOI: 10.1109/TIA.2021.3084137.
- [14] I. Petrov, J. J. Pyrhönen, J. Link, R. Stern, P. Sergeant, and Dmitry Egorov, "Hysteresis Loss in NdFeB Permanent Magnets in a Permanent Magnet Synchronous Machine," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 69, no. 1, pp. 121-129, 2022, DOI: 10.1109/TIE.2021.3050358.
- [15] I. Ilankoon, N. Dushyantha, G. T. Nwaila, and Yousef Ghorbani, "Rare earth permanent magnets for the green energy transition: Bottlenecks, current developments and cleaner production solutions," *Resources, Conservation & Recycling*, vol. 212, 2025,

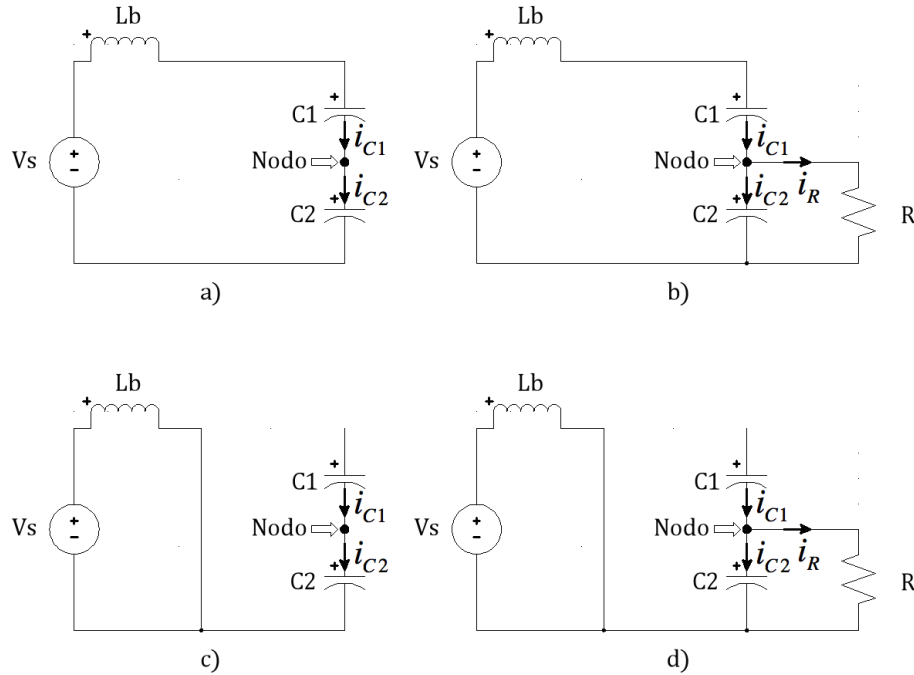
- <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2024.107966>.
- [16] G. F. Lukman and J. W. Ahn, "Switched Reluctance Motor: Research Trends and Overview," *CES Trans. Elect. Mach. Syst.*, vol. 2, no. 4, pp. 339-347, 2018, DOI: 10.30941/CESTEMS.2018.00043.
  - [17] Y. Lan, K. Deepak, A. Aksoz, M. E. Baghdadi, E. Bostanci, O. Hegazy, and Y. Benomar, "Switched Reluctance Motors and Drive Systems for Electric Vehicle Powertrains: State of the Art Analysis and Future Trends," *Energies*, vol. 14, no. 8, 2021, DOI: /10.3390/en14082079.
  - [18] A. Emadi, *Energy-Efficient Electric Motors, Revised and Expanded*, 3a ed. Nueva York: Marcel Dekker, Inc., 2005.
  - [19] T. J. E. Miller, *Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives*, Oxford: Oxford University Press, 1989.
  - [20] R. Krishnan, *Switched Reluctance Motor Drives Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications*, Boca Raton: CRC Press, 2001.
  - [21] V. Stefanovic and S. Vukosavic, "SRM Inverter Topologies: A Comparative Evaluation," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 27, no. 6, pp. 1034-1047, 1991, <https://doi.org/10.1109/28.108453>.
  - [22] M. A. E.-K. F. M. A. K. Y. A. H. A. E. Kalas, "A Mathematical Model of a Proposed Bipolar Inverter for Switched Reluctance Motors," *International Conference on Communication, Computer and Power*, Muscat, 2009.
  - [23] S. C. Verhaegen, "When To Use Cascade Control," *Intech Engineer's Notebook*, Octubre 1991.
  - [24] H. S. Ramírez and R. S. Ortigoza, *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*, Cd. México: Springer, 2006.
  - [25] W. Gao, J. Hu, X. Ye, and Z. Chen, "Closed-Loop Analysis and Cascade Control of a Nonminimum Phase Boost Converter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 26, no. 4, pp. 1237-1252, 2010, <https://doi.org/10.1109/TPEL.2010.2070808>.
  - [26] C. Zengshi, "Modeling, Analysis and Simulation of a Buck Converter Under Cascade Control," *Artículos científicos chinos en línea*, 2011.
  - [27] Microchip, "16-bit Digital Signal Controllers (up to 128 KB Flash and 16K SRAM) with Motor Control PWM and Advanced Analog," 2011.
  - [28] K. Ogata, *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*, 2a ed. Prentice Hall Hispanoamérica, 1996.

## ANEXO A

La corriente en C2 depende del valor de  $u_1$  y  $u_3$  y el valor de  $u_2$  no importa, entonces con solamente las condiciones 1, 2, 5 y 6 (véase Tabla 4.1), se llega a la tercera ecuación diferencial siguiendo la ley de Kirchhoff para corrientes en el nodo que se indica en la Figura A.1, en donde se aprecia que el nodo tiene conexión con la corriente en C1, por lo tanto, se aprovecha esta conexión y de la Ecuación 4.8 se despeja  $i_{C1}$  la cual utilizaremos para encontrar la tercera ecuación de estado.

$$i_{C1} = C1 \frac{dv_{C1}}{dt} = (1 - u_1)i_L - \frac{u_2}{R}v_{C1}$$

Como se realizó en el Capítulo 4, se divide en cuatro condiciones necesarias para obtener la Ecuación de estado para C2, y en cada condición se obtiene una ecuación diferencial que será integrada en una sola ecuación.



- **Condición 1.**  $S_b$  y todos los interruptores inferiores están abiertos, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_{C1} - i_{C2} = 0$$

sustituyendo  $i_{C1}$  se tiene:

$$(1 - u_1)i_L - \frac{u_2}{R}v_{C1} - i_{C2} = 0$$

y como en esta condición  $u_1 = 0$  y  $u_2 = 0$  entonces:

$$i_L - i_{C2} = 0$$

- **Condición 2.** Sb está abierto y por lo menos algún interruptor inferior está cerrado, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_{C1} - i_R - i_{C2} = 0$$

sustituyendo  $i_{C1}$  se tiene:

$$(1 - u_1)i_L - \frac{u_2}{R}v_{C1} - i_R - i_{C2} = 0$$

como en esta condición  $u_1 = 0$  y  $u_2 = 0$  entonces:

$$i_L - i_R - i_{C2} = 0$$

- **Condición 5.** Sb está cerrado y todos los interruptores inferiores están abiertos, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_{C1} - i_{C2} = 0$$

sustituyendo  $i_{C1}$  se tiene:

$$(1 - u_1)i_L - \frac{u_2}{R}v_{C1} - i_{C2} = 0$$

como en esta condición  $u_1 = 1$  y  $u_2 = 0$  entonces:

$$-i_{C2} = 0$$

- **Condición 6.** Sb está cerrado y por lo menos algún interruptor inferior está cerrado, por lo tanto, según la ley de Kirchhoff para corrientes tenemos:

$$i_{C1} - i_R - i_{C2} = 0$$

sustituyendo  $i_{C1}$  se tiene:

$$(1 - u_1)i_L - \frac{u_2}{R}v_{C1} - i_R - i_{C2} = 0$$

como en esta condición  $u_1 = 1$  y  $u_2 = 0$  entonces:

$$-i_R - i_{C2} = 0$$

Al suponer que la capacitancia es ideal (infinita) y todas las resistencias son iguales, ósea,  $\frac{v_{C1}}{R} = \frac{v_{C2}}{R} = i_R$  se llegaría a las mismas ecuaciones anteriores utilizando las demás condiciones. Al observar que  $i_L$  desaparece en las condiciones 5 y 6 al igual que lo hace  $i_R$  en las condiciones 1 y 5, entonces se concluye que  $i_L$  depende del valor de  $u_1$  y  $i_R$  depende del valor de  $u_3$ . La ecuación resultante será:

$$(1 - u_1)i_L - u_3i_R - i_{C2} = 0$$

$$(1 - u_1)i_L - \frac{u_3}{R}v_{C2} - i_{C2} = 0$$

$$i_{C2} = C2 \frac{dv_{C2}}{dt} = (1 - u_1)i_L - \frac{u_3}{R}v_{C2}$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{(1 - u_1)}{C2}i_L - \frac{u_3}{RC2}v_{C2}$$