



Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

Desarrollo de un sistema de sintonización para
hidrogeneradores sin aspas de baja escala

presentada por

Ing. Hugo Andres Mauricio

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ciencias en Ingeniería
Mecánica**

Director de tesis

Dr. Arturo Abúndez Pliego

Codirector de tesis

Dr. Jorge Colín Ocampo

Cuernavaca, Morelos, México a 24 abril del 2026



Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 16/abril/2026

Oficio No. SAC/104/2026

Asunto: Autorización de impresión de tesis

HUGO ANDRES MAURICIO
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E

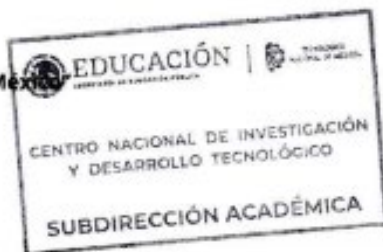
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Desarrollo de un sistema de sintonización para hidrogeneradores sin aspas de baja escala"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica.

"Conocimiento y Tecnología al servicio de México"



CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2026
año de
Margarita
Maza

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104,
e-mail: acad_cenidet@tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx



Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Departamento de Ingeniería Mecánica

Cuernavaca, Mor., 13/abril/2026

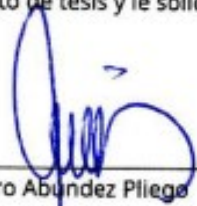
OFICIO No. DIM/070/2026

Asunto: Aceptación de documento de tesis

CENIDET-AC-004-M14-OFICIO

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Hugo Andres Mauricio con número de control M23CE137, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis de grado titulado **"Desarrollo de un sistema de sintonización para hidrogeneradores sin aspas de baja escala"** y hemos encontrado que se han atendido todas las observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.


Dr. Arturo Abundez Pliego
Director de tesis


Dr. Jorge Colín Ocampo
Revisor 1


Dr. Eladio Martínez Rayón
Revisor 2


Dr. Miguel Angel Chagolla
Aranda
Revisor 3

C.c.p. Depto. Servicios Escolares,
Expediente / Estudiante



cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 1408,
e-mail: dim_cenidet@tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

Agradecimientos

Al CONAHCYT, por brindarme el apoyo económico que me permitió continuar con mi formación académica.

Al CENIDET, por aceptarme y permitirme continuar con mi formación académica.

A Dios, por darme la fuerza y sabiduría, por cuidarme y guiarme en este camino.

A mis padres, por darme la vida, apoyarme en todas y cada una de las decisiones tomadas en mi vida, enseñarme a esforzarme por alcanzar mis metas, enseñarme la importancia del trabajo duro, por ser mi mayor ejemplo a seguir, mis guías y sobre todo a enseñarme a nunca darme por vencido sin importar las adversidades.

A mi hermana mayor, la persona que más ha creído en mí sin importar las circunstancias.

A mis asesores, Dr. Arturo Abúndez Pliego y Dr. Jorge Colin Ocampo, por guiarme y brindarme su apoyo durante el desarrollo de este proyecto.

A mis profesores, Dra. Claudia Cortes García, Dr. Arturo Abúndez Pliego, Dr. Miguel Ángel Chagolla, Dr. Eladio Martínez Rayón y Dr. Jorge Colín Ocampo, por sus enseñanzas y valiosas aportaciones a mi formación académica.

A mis compañeros de generación por los buenos y malos momentos durante el posgrado.

En general a todas aquellas personas las cuales conocí durante mi estancia y el desarrollo de este trabajo en el posgrado, por brindarme apoyo, conocimiento y su amistad.

Resumen

En este trabajo se evaluó el efecto de un sintonizador sobre el comportamiento dinámico de sistemas fluido-estructura autoexcitados, con especial atención a su aplicación en hidrogeneradores sin aspas que operan según el principio de oscilaciones inducidas por flujo (FIO). Tradicionalmente, estos sistemas se modelan mediante el acoplamiento entre los osciladores del fluido y de la estructura, lo que permite describir su comportamiento tanto en el régimen de vibraciones inducidas por vórtices (VIV) como en el de galope. Asimismo, se han identificado fenómenos de inestabilidad, como el lock-in, cuya diferenciación en este trabajo se basa en el número de Scruton, un parámetro que relaciona la masa y el amortiguamiento del sistema.

Se seleccionaron condiciones con un número de Scruton elevado para separar adecuadamente las velocidades críticas asociadas a VIV y al galope, lo que permite analizar de forma independiente cada fenómeno. Esta separación se logra mediante coeficientes de galope obtenidos a partir de polinomios de orden superior (séptimo para secciones cuadradas y undécimo para secciones rectangulares), lo que garantiza una representación adecuada de las no linealidades de la fuerza de sustentación. A diferencia del enfoque convencional, en el que los absorbedores dinámicos de vibración (DVA) se emplean para suprimir las vibraciones, en este trabajo se propone su uso como sintonizadores. Para ello, se incorpora un DVA al sistema fluido-estructura, modelándolo como un sistema de dos grados de libertad. El modelo resultante se resolvió mediante el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden para sistemas no lineales, evaluando la respuesta dinámica ante distintas relaciones de masa entre el sistema principal y el secundario.

Los resultados mostraron que, al incrementar la relación de masa de 0 a 0.9, se observan dos comportamientos diferenciados: i) en galope, se reduce la inestabilidad característica y se anticipa su aparición hasta en un 60% respecto al sistema sin sintonizador; ii) en VIV, la amplitud de oscilación aumenta hasta en un 80% y el intervalo de velocidades reducidas asociado a máximas amplitudes se incrementa hasta 18 veces. Finalmente, se propone un diseño conceptual de un prototipo de hidrogenerador a pequeña escala que sienta las bases para escalar el diseño a aplicaciones de mayor tamaño o a dispositivos microelectromecánicos, manteniendo la integridad de la respuesta dinámica y la eficiencia de sintonización del sistema.

Nomenclatura

- $m \rightarrow$ Masa principal del sistema.
- $k \rightarrow$ Rigidez del sistema principal.
- $c \rightarrow$ Amortiguamiento del sistema principal.
- $m_{a \rightarrow}$ Masa del sistema secundario.
- $k_{a \rightarrow}$ Rigidez del sistema secundario
- $c_a \rightarrow$ Amortiguamiento del sistema secundario.
- $F_v \rightarrow$ Fuerza de sustentación relacionada con el desprendimiento de vórtices.
- $F_g \rightarrow$ Fuerza de sustentación relacionada con el galope.
- $\delta_a \rightarrow$ Relación de las frecuencias naturales del sistema secundario con el sistema principal.
- $\delta \rightarrow$ Frecuencia angular reducida.
- $z \rightarrow$ Relación de masas del sistema secundario y el principal.
- $\xi_a \rightarrow$ Relación de amortiguamiento del sistema secundario.
- $\mu \rightarrow$ Relación entre las masas de la estructura y el fluido.
- $\xi \rightarrow$ Amortiguamiento estructural del sistema principal.
- $y_1 \rightarrow$ Desplazamiento del sistema principal.
- $\dot{y}_1 \rightarrow$ Velocidad del sistema principal.
- $\ddot{y}_1 \rightarrow$ Aceleración del sistema principal.
- $\omega_s \rightarrow$ Frecuencia angular de la estructura.
- $\omega_f \rightarrow$ Frecuencia de desprendimiento de vórtices.

Contenido

1. Introducción	10
2. Estado del arte.....	12
2.1. Oscilaciones inducidas por flujo (FIO)	12
2.2. Absorbedores de vibraciones	13
2.3. Conclusiones del estado del arte	15
2.4. Definición del problema.....	16
2.5. Hipótesis.....	16
2.6. Objetivos	17
2.6.1. General	17
2.6.2. Específicos	17
2.7. Justificación del problema.....	17
2.8. Alcances y limitaciones.....	18
2.8.1. Alcances	18
2.8.2. Limitaciones	18
2.9. Productos y beneficios esperados.....	18
3. Marco teórico	19
3.1. Oscilaciones inducidas por flujo (<i>FIO</i>).....	19
3.1.1. Vibraciones inducidas por vórtices (VIV).....	19
3.1.2. Vibraciones inducidas por galope	20
3.2. Modelos: matemático y físico descriptivo del sistema de hidrogenerador sin aspas	20
3.2.1. Modelo Físico.....	20
3.2.2. Modelo matemático dinámico del sistema y las fuerzas de los fluidos	21
3.3. Absorbedor de vibración dinámico amortiguado	21
3.4. Modelo descriptivo de las vibraciones inducidas por vórtices (VIV).....	25
3.5. Inestabilidad (Galopeo)	26
3.6. Modelo no lineal combinando VIV y galopeo	29
3.6.1. modelos: físico y matemático.....	30
4. Desarrollo y solución del modelo de sintonización	36
4.1. modelos: físico y matemático.....	36
4.2. Adimensionamiento del modelo de acoplamiento Estructura-sintonizador.....	38
4.3. Solución numérica.....	39

4.3.1. Solución numérica del modelo galopeo puro	39
4.3.2. Solución numérica del modelo VIV puro.....	45
5. Discusión de resultados.....	51
6. Conclusiones	57
Bibliografía.....	59
Apéndices	65
A.1 Adimensionamiento: Oscilador	65
A.2 Adimensionamiento: ecuación del Oscilador de estela	69
A.3 Acoplamiento aceleración.....	71
A4. Acoplamiento velocidad-aceleración.....	74
A5. Propuesta de diseño	76

Índice de figuras

Figura 1.- Esquemas representativos: a) cilindro circular VIV expuesto a flujo [3], b) cilindro cuadrado VIV-Galope expuesto a flujo [36] y c) sistema de hidrogenerador VIV [5]	13
Figura 2.- Aditamentos colocados sobre la superficie del cilindro: a) tiras rugosas PTC [47], b) tiras en forma de aletas [50] y c) ranuras físicas en la superficie del cilindro [51].	13
Figura 3.- Sistemas integrando absorbedores de vibraciones a) ambas masas solo con resorte, b) masa principal con resorte y masa secundaria con amortiguador y c) ambas masas con resorte y amortiguador [8].....	14
Figura 4.- Estructuras con incorporación de absorbedores de vibraciones [57].	15
Figura 5.- Clasificación de Oscilaciones inducidas por flujo (FIO), adaptada de [24]	19
Figura 6.- Diagrama esquemático representativo sobre la interacción fluido estructura y el desprendimiento de vórtices [13].	20
Figura 7.- Modelo físico del hidrogenerador VIV sin aspas [5].	21
Figura 8.- Esquema de absorbedor de vibración dinámico integrado a un sistema principal, tomado de S. Rao, 2011 [1].....	22
Figura 9.- Comportamiento del sistema con y sin DVA, tomada de S. Rao, 2011 [1].....	24
Figura 10.- Absorbedor de vibración sintonizado, tomada de S. Rao, 2011 [1]	24

Figura 11.- Modelo de cilindro configurado horizontalmente [67].....	25
Figura 12.- Sistema descriptivo del galope[11].....	27
Figura 13.- Triángulo de velocidades utilizado en sistemas galopantes [11].....	28
Figura 14.- Modelo VIV y Galope [36].	30
Figura 15.- Respuesta acoplamiento “aceleración”: a) coeficiente de sustentación total (R) y b) ángulo de fase [36].	33
Figura 16.- Respuesta acoplamiento “velocidad-aceleración”: a) y b) $y_0 = 0.1$, c) y d) $y_0 = 0.2$, e) y f) con $y_0 = 0.3$ [36].	34
Figura 17.- Respuesta del sistema: galopeo puro [36].	35
Figura 18.- Respuesta del sistema: VIV puro [36].	35
Figura 19.- Esquemas representativos: a) hidrogenerador sin aspas y b) absorbedor de vibración [1].	36
Figura 20.- a) Esquema gráfico: hidrogenerador sin aspas con absorbedor de vibración, b) Esquema simplificado: Sistema-sintonizador [68].	37
Figura 21.- Curva de comportamiento del sistema en "galopeo puro" con el sintonizador inactivo.	41
Figura 22.- Respuesta de galopeo puro, con sintonizador activo (0 a 0.9).	43
Figura 23.- Respuesta de galopeo puro, con sintonizador activo (0 a 0.09).	44
Figura 24.- Respuesta de galopeo puro, con sintonizador activo (0 a 0.009).	45
Figura 25.- Curva de comportamiento del sistema "VIV puro" con sintonizador inactivo.	47
Figura 26.- Respuesta de VIV puro, con sintonizador activo (0 a 0.9).	48
Figura 27.- Respuesta de VIV puro, con sintonizador activo (0 a 0.09).	49
Figura 28.- Respuesta de VIV puro, con sintonizador activo (0 a 0.009).	50
Figura 29.- Transición del sistema VIV puro a diferentes relaciones de masa.	54
Figura 30.- Respuesta al galopeo puro: modelo original y relación de masa (z) óptima.	55
Figura 31.- Respuesta VIV puro: modelo original y relación de masa (z) óptima.	56

Figura 32.- Modelo 3d del diseño propuesto.....	78
Figura 33.- Vista y número de componentes del diseño propuesto.....	79
Figura 34.- Posición del DVA en el sistema: Galope, VIV.....	80

Índice de tablas

Tabla 1.- Parámetros adimensionales al agregar un DVA [1].....	23
Tabla 2.- Parámetros de adimensionamiento: Modelo no lineal combinando VIV y galopeo [36]...	31
Tabla 3.- Parámetros y relaciones para sintonizador [1].	39
Tabla 4.- Parámetros de solución para el modelo de Galopeo con sintonizador [36], [69].	40
Tabla 5.- Intervalo de variación de la relación de masa (z) del sintonizador.	41
Tabla 6.- Parámetros de solución modelo VIV con sintonizador [36], [70].....	46
Tabla 7.- Parámetros de entrada para el dimensionamiento.....	77
Tabla 8.- Parámetros del modelo propuesto.	77
Tabla 9.- Lista de componentes del diseño propuesto.....	79
Tabla 10.- Valor de z con respecto al intervalo de relación.....	80

1. Introducción

En la actualidad, debido a la problemática ambiental, que está alcanzando un punto irreversible, se han buscado nuevas fuentes de energía renovables y amigables con el medio ambiente [1], tales como la solar, la eólica, la térmica y la nuclear, entre otras [2]. Sin embargo, a pesar de sus grandes ventajas, estas fuentes presentan desventajas en su operación y en la generación de energía. Estudios recientes [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9] han demostrado que es posible generar energía a partir del aprovechamiento de las corrientes oceánicas y de ríos, mediante hidrogeneradores sin aspas, cuyo principio de funcionamiento se basa en las oscilaciones inducidas por flujo (FIO) y en los fenómenos derivados de ellas, como las vibraciones inducidas por vórtices (VIV) y el galope.

Las vibraciones inducidas por vórtices surgen debido a la interacción fluido-estructura y ocurren cuando un flujo, ya sea líquido o gas (agua o aire), es interceptado en su trayectoria por una estructura [10] [11]. Este fenómeno provoca que el fluido rodee el cuerpo por ambos lados, generando el desprendimiento de vórtices, y es gracias al patrón alternante de dicho desprendimiento que se produce una vibración en la estructura. Debido a esto, el fenómeno VIV ha sido objeto de estudio durante décadas, ya que ha causado fallas en diversas estructuras de ingeniería, tales como las aeronáuticas, civiles, mecánicas y marinas, entre otras [3], [12]. Por esta razón, se han desarrollado numerosos dispositivos y refuerzos diseñados para disipar o suprimir los efectos de estas vibraciones [13], [14], [15].

Por otro lado, el galope es una inestabilidad que ocurre en estructuras con secciones transversales no circulares, como las rectangulares o las en forma de D, entre otras. Este fenómeno se caracteriza por generar oscilaciones y amplitudes muy bruscas en los sistemas en los que se manifiesta. Debido a esto, se han desarrollado sistemas y mecanismos destinados a aprovechar estas amplitudes en cilindros configurados horizontalmente, que operan en condiciones de resonancia e inestabilidad para generar energía [3], [4], [8], [16], [17].

En la literatura se han publicado modelos tanto experimentales como matemáticos que describen y analizan el comportamiento de un hidrogenerador sin aspas. Estos modelos han sido evaluados en condiciones de flujo controladas, variando parámetros como la masa, el amortiguamiento, la rigidez

y la velocidad del flujo, con el fin de optimizar el aprovechamiento del fenómeno VIV y del galope. Sin embargo, aún existe un amplio margen de mejora en el desempeño de estos sistemas.

En este trabajo se presenta el desarrollo de un método de sintonización para hidrogenadores sin aspas a baja escala mediante la implementación de un sintonizador de vibración con el objetivo de ampliar el intervalo de trabajo de dichos dispositivos. El documento se encuentra organizado por los siguientes capítulos: Capítulo dos, se presenta el estado del arte correspondiente al estudio de los hidrogenadores sin aspas bajo la influencia de vibraciones inducidas por vórtices y galopeo, así como el planteamiento del problema, la hipótesis, objetivos, justificación, alcances y limitaciones, y los productos y beneficios esperados. En el capítulo tres, se presenta el marco teórico en el que se definen los conceptos básicos que guían las variables de estudio de este proyecto. En el capítulo cuatro, se muestra el desarrollo y la solución del modelo de sintonización. En el capítulo cinco se discuten los resultados obtenidos de la solución y del desarrollo. En el capítulo seis se describen las conclusiones obtenidas y, por último, se presenta la bibliografía utilizada para el desarrollo del trabajo, así como los apéndices, donde se detalla con mayor detalle parte del modelado matemático junto con una propuesta de diseño con valores físicos.

2. Estado del arte

2.1. Oscilaciones inducidas por flujo (FIO)

De acuerdo a la literatura, los cuerpos expuestos a un entorno el cual involucre un flujo de fluido están sujetos a sufrir oscilaciones alternantes causadas por un fenómeno llamado oscilaciones inducidas por flujo (FIO), si bien se sabe que estas oscilaciones pueden llegar a ser peligrosas en determinados casos [1] [2], también se han realizado estudios , en los cuales se planteó el aprovechamiento de dichas oscilaciones para la generación de energía a partir de dispositivos nombrados hidrogeneradores sin aspas los cuales tienen como principio de funcionamiento dichas oscilaciones (VIV y/o galope) [3], [4], [5], dichos dispositivos son fabricados principalmente de componentes mecánicos [1], [6], [7], [8], los cuales hicieron posible su funcionamiento.

Con el paso del tiempo, las investigaciones relacionadas con el estudio de las VIV [9], [10], [11], [12], [13],[14], [15], el galope [16], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], nuevas fuentes de generación de energía marina [24], [25], [26], así como la que se planteó el aprovechamiento de estos fenómenos [5], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], han ido en un constante crecimiento. La mayoría de estos estudios se basaron en la exploración de masas y amortiguamientos muy bajos, que se realizaron mediante técnicas de modelado matemático [3], [5], [36], [37], simulaciones computacionales [38], [37] y bancos experimentales [4], [39], [40], [41], [42], [12], [43].

Entre los estudios recopilados, resaltan tres trabajos los cuales muestran el modelado matemático así como los esquemas gráficos de los dispositivos utilizados en sus investigaciones, en el primero de ellos(Figura 1a),resalta el modelado matemático ya que se realizó un acoplamiento de una ecuación correspondiente a un oscilador de estela o ecuación de van der Pol a una ecuación correspondiente a un sistema vibratorio compuesto por un cilindro circular expuesto a un flujo de aire cuyo principio de funcionamiento son las vibraciones inducidas por vórtices (VIV) [3], el segundo trabajo (Figura 1b), planteó el mismo principio de trabajo con una diferencia en la geometría, en este trabajo se utilizó una sección cuadrada sometido tanto a VIV como galope [36], el tercer trabajo (Figura 1c) , muestra el modelo matemático así como el diagrama del banco experimental de un sistema de hidrogeneradores cuya función son las oscilaciones generadas por el desprendimiento de vórtices pero en un entorno acuático [5], el esquema de este y los dos últimos trabajos mencionados con anterioridad se muestran en la Figura 1.

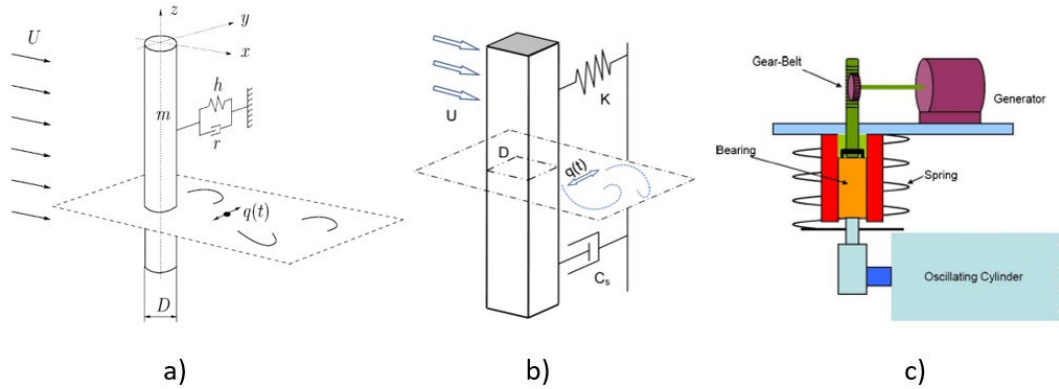


Figura 1.- Esquemas representativos: a) cilindro circular VIV expuesto a flujo [3], b) prisma cuadrado VIV-Galope expuesto a flujo [36] y c) sistema de hidrogenerador VIV [5]

Por otro lado, se han desarrollado alternativas que permitan el desarrollo del galope en sistemas de hidrogeneradores, a partir de tiras rugosas denominadas “dispositivos PTC” (Figura 2a) (Control Pasivo de Turbulencia), de manera experimental [23], [44], [34], [33], mediante simulación con dinámica de fluidos computacional (CFD) [45], [46], [47] y numérica mediante ecuaciones bidimensionales inestables de Reynolds-Averaged Navier-Stokes [48], [49]. De la misma forma, otros investigadores han utilizado tiras en forma de aleta [50] (Figura 2b) y ranuras físicas [51] (Figura 2c), las cuales se colocan o se realizan directamente en la superficie del cilindro, con el fin de modificar la geometría de dicho cilindro y, con ello, el ángulo de ataque del fluido, para aprovechar las oscilaciones generadas por el galopeo. En la Figura 2 se muestran estas alternativas utilizadas.

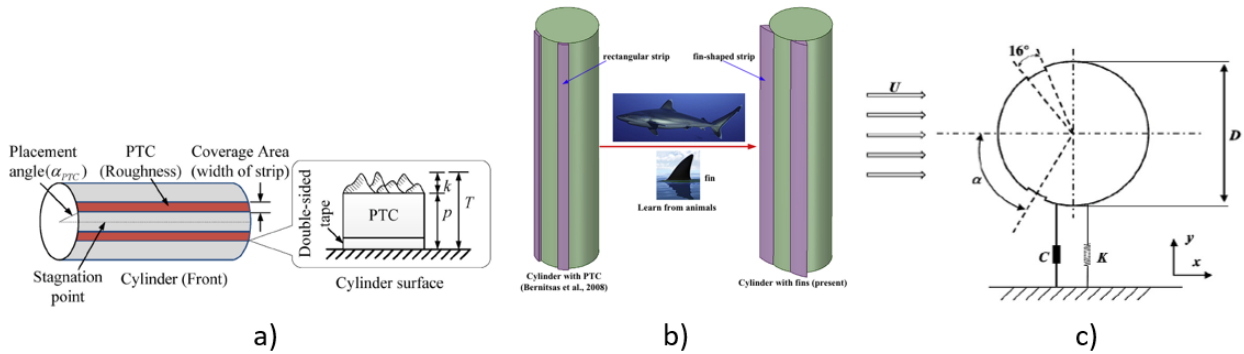


Figura 2.- Aditamentos colocados sobre la superficie del cilindro: a) tiras rugosas PTC [47], b) tiras en forma de aletas [50] y c) ranuras físicas en la superficie del cilindro [51].

2.2. Absorbedores de vibraciones

Como se mencionó en la introducción de la sección 2.1, los dispositivos desarrollados para el aprovechamiento de las FIO como las VIV y el galope están compuestos principalmente por

componentes mecánicos que brindan: a) fuerzas inerciales, b) rigidez y c) amortiguamiento. Es bien sabido que, dentro de la rama de la ingeniería, como la civil o la mecánica, las vibraciones son un campo de estudio muy importante debido a los riesgos que estas implican para sistemas como estructuras o edificaciones [1]. Incluso dentro del área automotriz, donde se han utilizado dispositivos absorbentes de vibraciones con el fin de estabilizar sistemas de dicha área [52], [53]. Es por ello que se han desarrollado e investigado dispositivos capaces de proteger estos sistemas frente a niveles de vibración excesivamente altos, por ejemplo: a) los dispositivos denominados absorbedores dinámicos de vibraciones (DVA), también llamados neutralizadores de vibraciones y/o amortiguadores de masas sintonizados, que son apéndices mecánicos que incorporan inercia, rigidez y elementos amortiguadores. Estos dispositivos se conectan a una estructura o máquina denominada sistema principal, estos se pueden añadir ya sea desde el diseño general del sistema o pueden ser agregados a un sistema ya existente, con fines de una acción correctiva [8], en la Figura 3 se muestran las diferentes configuraciones que estos sistemas pueden tener y b) el dispositivo inersor [7], [54], [55], el cual se ha utilizado principalmente en aplicaciones de ingeniería civil y mecánica, como puentes y estructuras.

Otro tipo de análisis que se han realizado han sido con el método de análisis de Elemento Finito (FEA, por sus siglas en inglés) [56], así como la incorporación de diferentes dispositivos o amortiguadores aisladores de vibraciones con rigidez negativa, incluyendo otros, como tipo de resorte, tipo de viga compuesta, tipo de magnetismo, tipo estructural geoméricamente no lineal y tipo estructural compuesto [57]. En la Figura 4a y la Figura 4b, se muestra la implementación de supresores de vibración en: una estructura metálica y un puente respectivamente.

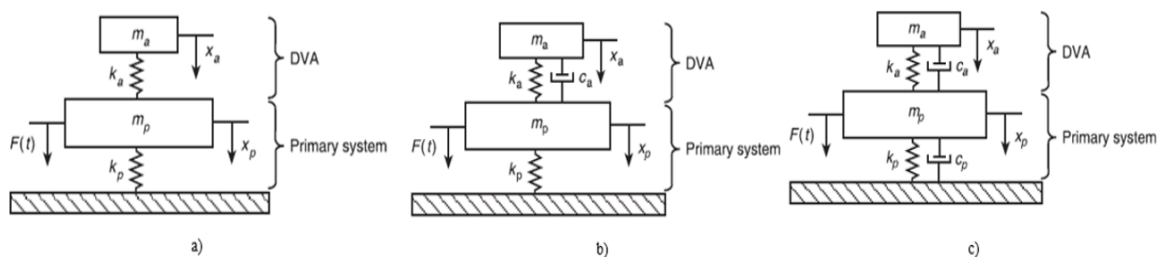


Figura 3.- Sistemas integrando absorbedores de vibraciones a) ambas masas solo con resorte, b) masa principal con resorte y masa secundaria con amortiguador y c) ambas masas con resorte y amortiguador [8].

Por otro lado, cuando se habla de estructuras expuestas ante un flujo, estas tienden a oscilar o vibrar gracias al fenómeno FIO, es por ello que se han realizado estudios con el fin de reducir las vibraciones en estructuras colocadas en mar abierto, las cuales están expuestas a vibraciones ocasionadas por factores ambientales de la propia naturaleza como el oleaje [58] y terremotos marinos [59]. Tal es el

caso de un estudio reciente [60], en el que se logró el acoplamiento de un dispositivo DVA a un sistema de aerogenerador, el cual opera con el principio de las VIV, sintonizando la frecuencia del aerogenerador ampliando de esta forma su intervalo operacional para lograr un mejor aprovechamiento de las oscilaciones generadas por dicho fenómeno.

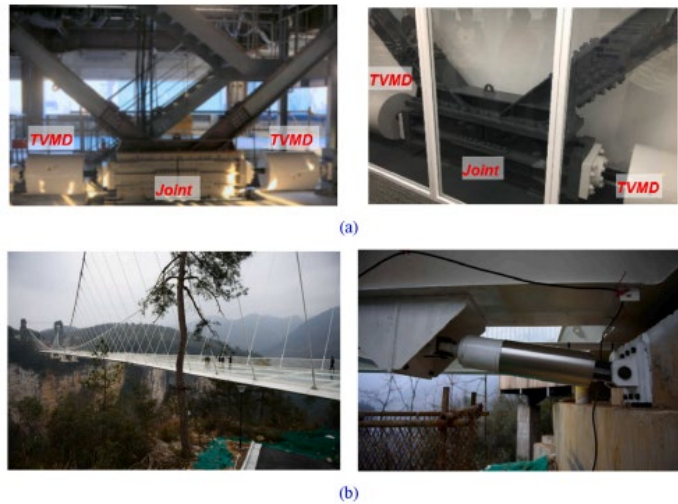


Figura 4.- Estructuras con incorporación de absorbedores de vibraciones [57]

2.3. Conclusiones del estado del arte

Como parte de los trabajos e investigaciones revisadas para la elaboración del estado del arte, se puede deducir, que el estudio de las Oscilaciones inducidas por flujo (FIO), en especial el fenómeno de VIV y galope no son campos de estudio de surgimiento reciente, debido a los efectos que este genera en estructuras expuestas a un flujo, si bien en un principio el foco de estudio estaba dirigido al análisis y comportamientos de dichas estructuras, con el surgimiento de nuevas tecnologías se han desarrollado trabajos con las cuales se ha aprovechado el fenómeno de las oscilaciones inducidas por flujo (FIO).

Es posible concluir que los hidrogeneradores sin aspas representan una alternativa viable, tanto económica como ecológica, para la generación de energía eléctrica. Dichos dispositivos se basan en las oscilaciones inducidas por flujo (FIO), en especial las VIV y el galope, que surgen de la interacción fluido-estructura. Debido a que las corrientes acuáticas que impulsan a estos dispositivos tienen un comportamiento aleatorio, tanto en su velocidad, como en su dirección, por lo que su eficiencia resulta negativamente afectada, debido a que las condiciones para alcanzar la resonancia ocurren en cortos periodos de tiempo, es por ello que se ha buscado tener un control sobre las oscilaciones que estos

presentan a partir de: a) modificación de la geometría y b) colocación de aditamentos sobre la superficie, del cuerpo o cilindro oscilante. Además de eso, se identificaron investigaciones en las que se reportó el acoplamiento entre modelos matemáticos de osciladores, osciladores de estela y dispositivos de control de vibración (absorbedores de vibración); sin embargo, solo se han probado en condiciones de resonancia al trabajar con vibraciones inducidas por vórtices.

Por otro lado, se encontró un trabajo que modeló con éxito el acoplamiento entre las oscilaciones producidas por las vibraciones inducidas por vórtices (VIV) y por el galopeo, al añadir un absorbedor de vibraciones (DVA).

2.4. Definición del problema

En ingeniería, las oscilaciones o vibraciones son un foco de estudio debido a los riesgos que representan para las estructuras. Sin embargo, con el desarrollo de nuevas tecnologías para la generación de energía, se han buscado alternativas para aprovecharlas en lugar de minimizarlas. Una de estas tecnologías es el hidrogenerador sin aspas. Estos dispositivos se basan en las oscilaciones inducidas por flujo (FIO) para la generación de energía, y entre ellos destacan dos fenómenos principales: las vibraciones inducidas por vórtices y el galopeo.

Los hidrogeneradores sin aspas presentan una gran alternativa en la generación de energía, sin embargo al ser una tecnología nueva y aun en desarrollo presenta ciertas limitaciones como: a) deficiencia de sintonización entre el dispositivo y el flujo que hace funcionar a estos, b) intervalos de trabajo muy pequeños lo cual genera un desaprovechamiento de energía y c) al trabajar solo con vibraciones inducidas por vórtices (VIV) las amplitudes suelen ser muy pequeñas pero al trabajar con galopeo las amplitudes suelen ser mayores sin embargo al no tener control sobre esto se genera inestabilidad incitando al colapso del sistema.

2.5. Hipótesis

De acuerdo con la literatura especializada en técnicas de modelado matemático para hidrogeneradores sin aspas, se identificó una deficiencia de sintonización entre el dispositivo y el fluido que excita el sistema y, por lo tanto, es posible mejorar estos dispositivos mediante la ampliación de su intervalo de trabajo y el control del *lock-in* y de la respuesta de galopeo.

Por otro lado, se identificaron dispositivos mecánicos llamados absorbedores de vibraciones dinámicos, con los cuales se ha logrado sintonizar sistemas vibratorios, tales como estructuras y

edificaciones, generando: a) un aislamiento de vibraciones más eficaz y b) una mayor estabilidad del sistema. Se espera que, al incorporar el sintonizador antes mencionado a un sistema de hidrogeneradores sin aspas, se alcance el control de la respuesta de vibración aun cuando se presente inestabilidad, y así aumentar significativamente su intervalo de operación, aprovechando las oscilaciones de mayor amplitud a mayor número de velocidades de flujo.

2.6. Objetivos

2.6.1. General

Desarrollar un sistema de sintonización pasiva para su aplicación en hidrogeneradores que operan bajo el principio de oscilaciones inducidas por el flujo (VIV y galope), con el propósito de incrementar su intervalo de operación. A partir de un modelo matemático que describa el comportamiento dinámico de dichos sistemas y, adicionalmente, incorporando un sistema de control de vibración (sintonizador de vibración).

2.6.2. Específicos

- Acoplar un sintonizador al hidrogenerador.
- Desarrollar un modelo que represente la dinámica de un sistema de hidrogeneradores e incluya un sintonizador de vibraciones.
- Analizar e implementar parámetros óptimos en el modelo acoplado.
- Simular el comportamiento del sistema acoplado con y sin sintonizador.
- Analizar e interpretar resultados obtenidos.

2.7. Justificación del problema

El efecto causado por la interacción fluido estructura es un tema que ha sido foco de estudio durante mucho tiempo debido a los fenómenos que surgen a partir de dicha interacción, sin embargo, con la problemática ambiental y la demanda energética distintos investigadores han propuesto una alternativa de generación eléctrica a partir del aprovechamiento de las vibraciones inducidas flujo [2], [5], [27], [28], [31], [33], [50], [61], la cual promete ser amigable con el medio ambiente[32], [35].

Debido a esto, la generación de energía a partir de fuentes acuáticas ha aumentado de forma constante en los últimos años, gracias a la densidad del fluido, lo que permite generar energía eléctrica con un caudal muy bajo. Sin embargo, los dispositivos propuestos en la literatura han demostrado una

deficiencia de sintonización; es por eso que se plantea la realización del presente trabajo, ya que al incorporar dispositivos mecánicos a hidrogeneradores a una baja escala, será posible sintonizar su sistema vibratorio y con ello incrementar su intervalo de velocidades a las cuales están expuestas y por consiguiente la capacidad de generación energética en un amplio intervalo de flujos, con la posibilidad de escalarlos a dimensiones mucho mayores sin perder eficiencia.

2.8. Alcances y limitaciones

2.8.1. Alcances

- Analizar el comportamiento dinámico de un hidrogenerador sin aspas mediante la implementación de un sintonizador de vibraciones.
- Optimizar y sintonizar el sistema de hidrogenerador sin aspas.
- Aplicar los resultados obtenidos a un estudio de caso reportado en la literatura.

2.8.2. Limitaciones

- Obtener un modelo que integre un sintonizador acoplado a un sistema de hidrogeneradores.
- Realizar pruebas numéricas en un sistema simplificado.

2.9. Productos y beneficios esperados

- Un método de sintonización que describa el comportamiento de hidrogeneradores basado en el aprovechamiento de vibraciones inducidas por flujo (VIV y galopeo) al ser expuestos a diferentes flujos de fluido, mediante un modelo que sirva como punto de partida para futuros diseños y actualizaciones.
- Publicación de un artículo de investigación.
- Obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica.
- Actividad de retribución social.

3. Marco teórico

3.1. Oscilaciones inducidas por flujo (FIO)

Las FIO's se pueden dividir en dos principales tipos de régimen [24], los cuales son: a) resonancia, que puede generar golpeteo o vibraciones inducidas por vórtices (VIV, por sus siglas en inglés), y b) inestabilidad, que puede generar galopeo o aleteo, como se muestra en la Figura 5.

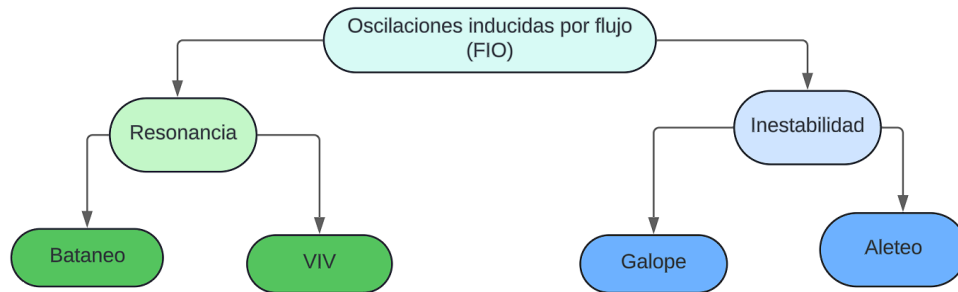


Figura 5.- Clasificación de las oscilaciones inducidas por flujo (FIO), adaptada de [24] .

Las VIV y el bataneo pertenecen a una familia de vibraciones forzadas. El galope y el aleteo pertenecen a una familia de vibraciones de ciclo límite. En comparación con la familia anterior, la velocidad de corte en este grupo es mayor y el intervalo de velocidad de operación efectiva es más amplio, lo que se traduce en una mayor amplitud de respuesta a una velocidad de flujo más alta, lo cual es beneficioso para la recolección de energía [26].

3.1.1. Vibraciones inducidas por vórtices (VIV)

Las vibraciones inducidas por vórtices se originan debido a la interacción fluido-estructura surge cuando una fuerza excitante, la cual puede ser líquida o gaseosa (agua o aire), es interceptada en su camino por una estructura [62]. Esto provoca que el fluido rodee el cuerpo por ambos lados, generando así el desprendimiento de vórtices; gracias al patrón alternante de su formación, se genera una vibración (ver Figura 6). Es por esto, que diversas investigaciones, se han encargado del estudio del comportamiento de las VIV en estructuras [63], [10], [11],[12], [13], [64], principalmente elásticas, ya que es de gran importancia su estudio debido a su efecto potencialmente destructivo en estas, tales como: puentes, cables, torres, tuberías en alta mar, intercambiadores de calor, etc., [11],[14].

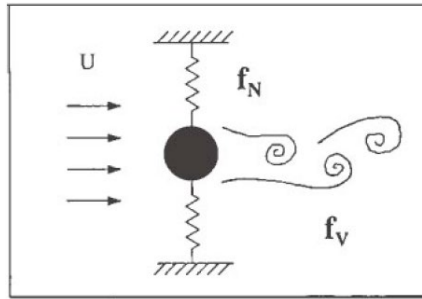


Figura 6.- Diagrama esquemático representativo sobre la interacción fluido-estructura y el desprendimiento de vórtices [13].

3.1.2. Vibraciones inducidas por galope

De acuerdo con la literatura, existen dos tipos principales de galopeo, galopeo transversal [18], [31], [30], [61], [29], [65] y galopeo torsional [19], [66], [21], [20]. A grandes rasgos, el fenómeno de galope se presenta cuando una estructura de sección transversal no circular experimenta una fuerza debida al flujo de fluido que varía según la orientación del flujo. A medida que la estructura vibra, su orientación cambia y la fuerza del fluido oscila. Si esta fuerza fluctuante del fluido tiende a aumentar la vibración, la estructura se vuelve aerodinámicamente inestable y puede experimentar vibraciones de gran amplitud. En muchos análisis de galope y aleteo, se utiliza la dinámica de fluidos cuasiestacionaria, lo que implica asumir que la fuerza del fluido sobre la estructura está determinada únicamente por la velocidad relativa instantánea. Esta suposición es válida siempre que la frecuencia de los componentes periódicos de la fuerza del fluido, relacionados con la formación de vórtices o efectos de retardo de tiempo, esté significativamente por encima de la frecuencia de vibración natural de la estructura ($f_s \gg f_n$) [11].

3.2. Modelos: matemático y físico descriptivo del sistema de hidrogenerador sin aspas

3.2.1. Modelo Físico

El modelo físico de un hidrogenerador se muestra en la Figura 7, así como los elementos que componen este dispositivo lo cuales son: a) un cilindro rígido circular con diámetro D y longitud L , b) dos resortes lineales de soporte, cada uno de rigidez $k/2$, c) sistema de amortiguación C_{system} , d) uno o más generadores, C_{gen} de amortiguación del generador, C_{tram} de amortiguación de la transmisión y C_{harm} de amortiguación generador de energía. El cilindro se coloca con su eje alineado con la

dirección z , perpendicular a la velocidad del flujo U , que está en la dirección x . El cilindro oscila en la dirección y , perpendicular al eje z y a la velocidad del flujo en x [5].

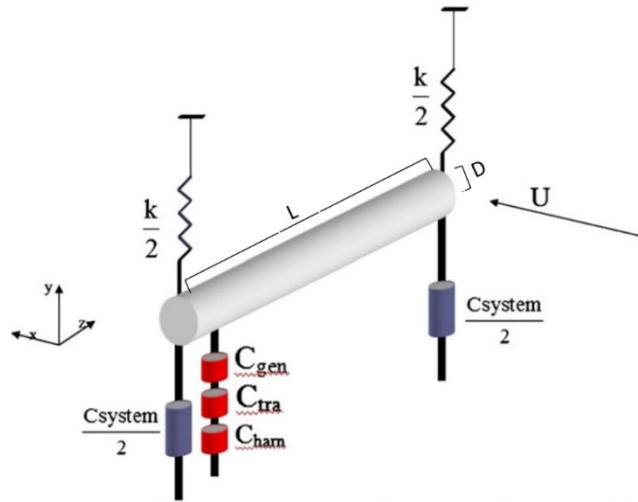


Figura 7.- Modelo físico del hidrogenerador VIV sin aspas [5].

3.2.2. Modelo matemático dinámico del sistema y las fuerzas de los fluidos

El modelo matemático que describe el movimiento de un cilindro en dirección y se muestra mediante una ecuación lineal de segundo orden:

$$m_{osc}\ddot{y} + c_{total}\dot{y} + ky = F_{fluid}\hat{y} \quad (4.1)$$

Donde y es la dirección perpendicular al flujo y al eje del cilindro, m_{osc} es la masa del sistema oscilante, k es la rigidez del resorte, c_{total} es el coeficiente de amortiguación total y F_{fluid} corresponde a la fuerza ejercida por el fluido sobre el cuerpo en la dirección y .

3.3. Absorbedor de vibración dinámico amortiguado

El absorbedor de vibración dinámica (DVA) es un dispositivo mecánico utilizado para disipar y reducir las vibraciones en sistemas. Los DVA suponen la integración de una masa adicional a la ya existente en el sistema principal, así como de efectos de rigidez y amortiguamiento para disminuir la amplitud de vibración [1], en la Figura 8 se muestra esta configuración.

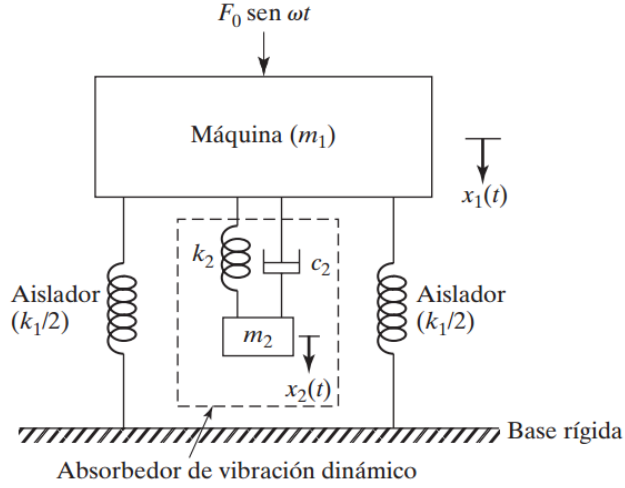


Figura 8.- Esquema de un absorbedor de vibración dinámico integrado a un sistema principal, tomado de S. Rao, 2011 [1].

Las ecuaciones (4.2 y 4.3) describen el movimiento de un sistema cualquiera integrado con un absorbedor de vibraciones.

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2(x_1 - x_2) + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_0 \sin \omega t \quad (4.2)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \quad (4.3)$$

Suponiendo que la solución es:

$$x_j(t) = X_j e^{i\omega t}, \quad j = 1, 2 \quad (4.4)$$

Resolviendo las ecuaciones 4.2 y 4.3 con la solución propuesta 4.4, obtenemos:

$$X_1 = \frac{F_0(k_2 - m_2\omega^2 + ic_2\omega)}{[(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2] + i\omega c_2(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2)} \quad (4.5)$$

$$X_2 = \frac{X_1(k_2 + ic_2\omega)}{(k_2 - m_2\omega^2 - i\omega c_2)} \quad (4.6)$$

Una vez obtenidas las soluciones de estado estable del sistema, tanto para X_1 como para X_2 , se define una serie de parámetros adimensionales que sirven para reducir el número de variables del sistema; dichos parámetros se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros adimensionales al agregar un DVA [1].

Parámetro	Definición
$\mu = \frac{m_2}{m_1}$	Relación de masa = Masa del absorbedor/masa principal
$\delta_{est} = \frac{F_0}{k_1}$	Deflexión estática del sistema
$\omega_a^2 = \frac{k_2}{m_2}$	Cuadrado de la frecuencia natural del absorbedor
$\omega_n^2 = \frac{k_1}{m_1}$	Cuadrado de la frecuencia natural de la masa principal
$f = \frac{\omega_a}{\omega_n}$	Relación de frecuencias naturales
$g = \frac{\omega}{\omega_n}$	Relación de frecuencia forzada
$c_c = 2m_2\omega_n$	Constante de amortiguamiento crítica
$\zeta = \frac{c_2}{c_c}$	Relación de amortiguamiento

Sustituyendo los parámetros adimensionales de la Tabla 1 en las ecuaciones 4.5 y 4.6, se tiene:

$$\frac{X_1}{\delta_{est}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{1/2} \quad (4.7)$$

$$\frac{X_2}{\delta_{est}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + f^4}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{1/2} \quad (4.8)$$

En la Figura 9 se muestra el efecto del absorbedor de vibración amortiguado en el comportamiento del sistema (ecuaciones 4.7 y 4.8), donde las líneas: “--” sistema con absorbedor sin amortiguamiento, “.-.” sistema sin absorbedor, “-” sistema con absorbedor con amortiguamiento.

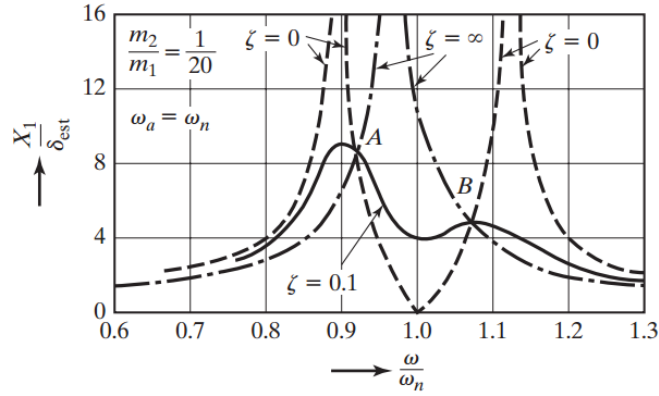


Figura 9.- Comportamiento del sistema con y sin DVA, tomada de S. Rao, 2011 [1].

En la Figura 9 se muestra que todas las curvas se cortan en los puntos A y B, independientemente del valor de amortiguamiento. Estos puntos se pueden localizar sustituyendo los casos extremos de $\zeta = 0$ y $\zeta = \infty$, en la ecuación (4.8) e igualando ambas.

Esto produce:

$$g^4 - 2g^2\left(\frac{1 + f^2 + \mu f^2}{2 + \mu}\right) + \frac{2f^2}{2 + \mu} = 0 \quad (4.9)$$

Se ha observado que el absorbedor de vibración más eficiente es aquel para el cual las ordenadas de los puntos A y B son iguales, como se muestra en la Figura 10.

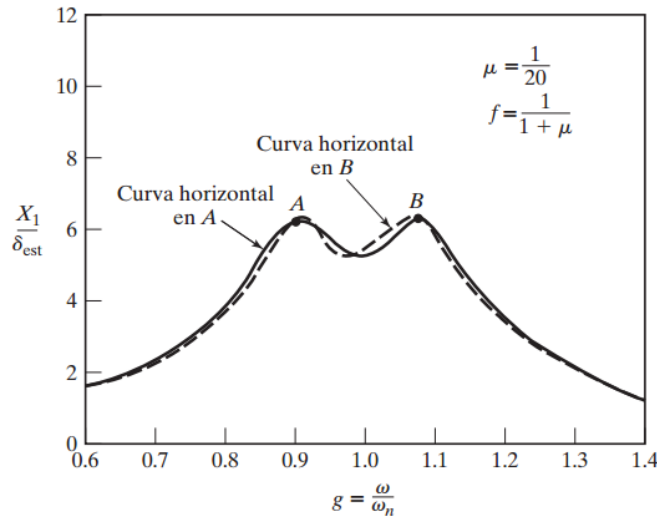


Figura 10.- Absorbedor de vibración sintonizado, tomada de S. Rao, 2011 [1].

Un absorbedor que satisface la ecuación (4.10) puede llamarse correctamente absorbedor de vibración sintonizado. Aunque la ecuación (4.10) indica cómo sintonizar un absorbedor, no especifica el valor óptimo de la relación de amortiguamiento ζ ni el valor correspondiente de X_1/δ_{est} . El valor óptimo

de ζ se determina haciendo la curva de respuesta X_1/δ_{est} lo más plana posible en los picos A y B. Esto se logra haciendo la curva horizontal ya sea en A o en B, como se muestra en la Figura 10. Para ello, primero se sustituyen las ecuaciones 4.11 y 4.12 en la ecuación 4.7 para obtener una ecuación aplicable al caso de sintonización óptima.

$$f = \frac{1}{1 + \mu} \quad (4.10)$$

$$\zeta_{optima}^2 = \frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3} \quad (4.11)$$

3.4. Modelo descriptivo de las vibraciones inducidas por vórtices (VIV).

Blevins [67] presentó un modelo que describe la formación de vórtices como un oscilador no lineal, el cual puede replicarse mediante sus parámetros adimensionales. La ecuación 4.12 y la Figura 11 representan el modelo matemático y el físico de este sistema, respectivamente.

$$F_L = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_L \sin(\omega_s t) \quad (4.12)$$

Donde:

ρ es la densidad del fluido, U es la velocidad del flujo libre, D corresponde al diámetro del cilindro, C_L es el coeficiente de sustentación, $\omega_s = 2\pi f_s$ es la frecuencia de desprendimiento de vórtices circulares, t es el tiempo en segundos y F_L es la fuerza de sustentación (fuerza perpendicular al flujo medio) por unidad de longitud del cilindro.

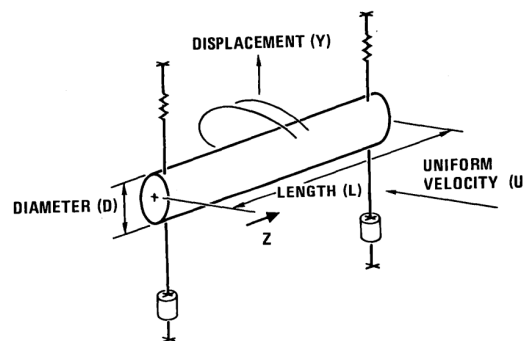


Figura 11.- Modelo de cilindro configurado horizontalmente [67].

Al restringir el movimiento del cilindro vertical y perpendicularmente al flujo, la ecuación que describe su movimiento es:

$$m\ddot{Y} + 2m\zeta\omega_y\dot{Y} + kY = \frac{1}{2}\rho U^2 D C_L \sin(\omega_s t) \quad (4.13)$$

Donde Y es desplazamiento del cilindro en el plano vertical desde su posición de equilibrio, m es la masa por unidad de longitud del cilindro, incluida la masa agregada, ζ es el factor de amortiguamiento estructural, k es la rigidez del sistema y $\omega_y = (\frac{k}{m})^{1/2} = 2\pi f_y$ es la frecuencia natural circular del cilindro.

Al proponer una solución a esta ecuación lineal considerando respuesta en estado armónico

$$y = A_y \sin(\omega_s t + \phi) \quad (4.14)$$

sustituyendo

$$\frac{y}{D} = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 D C_L \sin(\omega_s t + \phi)}{k \sqrt{(1 - (\frac{\omega_s}{\omega_y})^2)^2 + (\frac{2m\zeta\omega_s}{\omega_y})^2}} \quad (4.15)$$

donde el ángulo de fase está definido por.

$$\tan \phi = \frac{(2m\zeta\omega_s\omega_y)}{(\omega_s^2 - \omega_y^2)} \quad (4.16)$$

El ángulo de fase cambia 180 grados cuando el cilindro pasa a través de $f_s = f_y$.

La respuesta es mayor cuando la frecuencia de desprendimiento es aproximadamente igual a la frecuencia natural del cilindro, $f_s = f_y$, una condición llamada resonancia.

$$\frac{A_y}{D}_{f_s=f_y} = \frac{\rho U^2 C_L}{4k\zeta} = \frac{C_L}{4\pi S^2 \delta_r} \quad (4.17)$$

Inestabilidad (galopeo)

El fenómeno del galopeo ocurre cuando una estructura expuesta a un flujo, ya sea líquido o gaseoso, desarrolla oscilaciones crecientes debido a un desequilibrio de las fuerzas aerodinámicas o hidrodinámicas.

Dentro de este, existen dos casos particularmente importantes, donde el ángulo de ataque puede ser positivo o negativo

- El ángulo de ataque positivo puede inducir una fuerza de sustentación que se alinea con el desplazamiento del cuerpo, lo que amplifica las oscilaciones.
- El ángulo de ataque negativo puede estabilizar el sistema si la fuerza resultante actúa en sentido contrario al movimiento.

Por esta razón, un pequeño cambio en el ángulo α puede marcar la diferencia entre un sistema estable y uno que se des controle.

En la Figura 12 se muestra un cuerpo soportado por resortes, expuesto a un flujo de velocidad U y densidad ρ constantes. El resorte tiene una rigidez k por unidad de longitud. Las fuerzas dinámicas de fluido constantes sobre la sección son la fuerza de sustentación y la fuerza de arrastre por unidad de longitud.

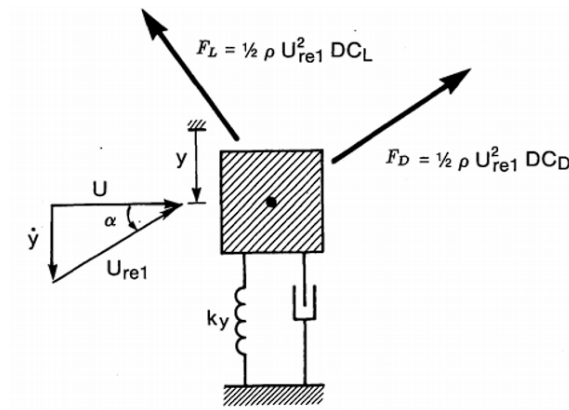


Figura 12.- Sistema descriptivo del galope [11].

Donde:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_L \quad (4.18)$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_D \quad (4.19)$$

La fuerza de sustentación actúa perpendicularmente al flujo medio y la fuerza de arrastre es la componente paralela al flujo medio. El ancho D es una dimensión utilizada como referencia para no dimensionar la sustentación y los coeficientes aerodinámicos de arrastre C_L y C_D . Por lo general, la fuerza del fluido se mide en varios ángulos de ataque en un túnel de viento y luego se resuelve en

coeficientes de sustentación y de arrastre. El ángulo de ataque puede determinarse a partir de un triángulo de velocidades, como se muestra en la Figura 13:

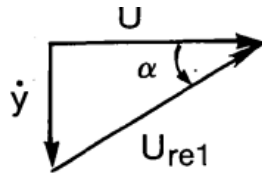


Figura 13.- Triángulo de velocidades utilizado en sistemas galopantes [11].

U es la velocidad del flujo principal (puede ser el viento o la corriente incidente), $\dot{y}$ es la velocidad vertical asociada al movimiento oscilatorio del sistema galopante (probablemente un cuerpo vibrante), U_{rel} es la velocidad resultante (combinación vectorial de U y $\dot{y}$), α es el ángulo de ataque, que se forma entre el vector de velocidad resultante (U_{rel}) y la dirección del flujo principal (U). El ángulo de ataque α se define como el ángulo entre la dirección del flujo principal y la dirección de la velocidad resultante.

Mediante trigonometría, en el triángulo rectángulo que se forma:

$$\tan \alpha = \frac{\dot{y}}{U} \quad (4.20)$$

De aquí, el ángulo α queda como:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}}{U} \right) \quad (4.21)$$

La velocidad del fluido en relación con el modelo en movimiento es la suma de la velocidad de la corriente libre y la velocidad inducida,

$$U_{REL}^2 = \dot{y}^2 + U^2 \quad (4.22)$$

donde $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ es la velocidad vertical. F_y es el vector resultante de la sustentación y la resistencia en el plano vertical, positivo hacia abajo

$$F_y = -F_L \cos(\alpha) - F_D \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_y \quad (4.23)$$

Donde C_y es el coeficiente vertical,

$$C_y = -\frac{U_{rel}^2}{U^2} (C_L \cos(\alpha) + C_D \sin(\alpha)) \quad (4.24)$$

3.5. Modelo no lineal combinando VIV y galopeo

Han *et al* [36] ajustó un modelo matemático que permite predecir las vibraciones transversales de un cilindro de sección cuadrada sometido a un flujo de fluido al considerar fuerzas de sustentación causadas por las vibraciones inducidas por vórtices (VIV) así como el galopeo, combinados y separados.

Se tomaron las ecuaciones de movimiento del sistema y la ecuación de Van der Pol, para posteriormente realizar el dimensionamiento de estas con los parámetros proporcionados. Así como el acoplamiento de aceleración y una combinación velocidad-aceleración con coeficientes de acoplamiento nombrados B_1 y B_2 .

En la Figura 14 se muestra un esquema del modelo físico de un sistema compuesto por un prisma de sección transversal cuadrada expuesto a un flujo, el cual está montado en soportes que, a su vez, aportan rigidez y amortiguamiento al sistema.

3.5.1. modelos: físico y matemático

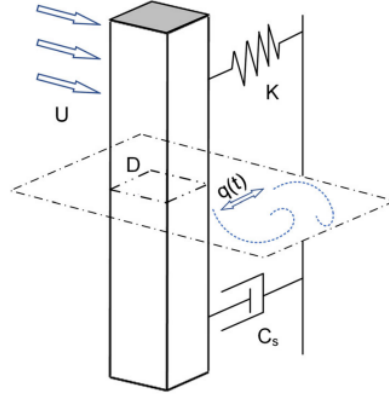


Figura 14.- Modelo VIV y Galope [36].

Donde:

m es la masa de la estructura cilíndrica.

D es el diámetro del prisma.

k es la rigidez de la estructura.

C_s es el amortiguamiento de la estructura.

U es la fuerza de flujo excitante.

$q(t)$ es la estela de vórtices generada por la interacción del fluido con la estructura.

El desplazamiento de la estructura, también llamado oscilador lineal, queda descrito por la ecuación 4.25:

$$m\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY = Fv + Fg \quad (4.25)$$

Donde Y es la oscilación en la dirección transversal, m la masa total de la estructura y del fluido circundante, C el amortiguamiento, que considera tanto las disipaciones viscosas en el soporte como el amortiguamiento agregado del fluido, k la rigidez externa de la estructura y F_v es el término de excitación que modela los efectos de los vórtices en la estructura. Para el modelado del comportamiento de la estela, se utilizó un oscilador no lineal que satisface la ecuación de van der Pol, que también pasó por un proceso de adimensionamiento.

$$\ddot{q} + \varepsilon\omega_f(q^2 - 1)\dot{q} + \omega_f^2 q = (A/D)\ddot{Y} \quad (4.26)$$

Donde:

q es el coeficiente de sustentación fluctuante en la estructura.

$(A/D)\ddot{Y}$, modela los efectos del movimiento del prisma en la estela.

ε , es el parámetro de no linealidad.

ω_f , es la frecuencia de desprendimiento de vórtices.

Se realizó el análisis, desarrollo y obtención de las ecuaciones correspondientes al oscilador y al oscilador de estela, se realizó un proceso de adimensionamiento con el fin de reducir el número de variables; estos parámetros se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2.- Parámetros de adimensionamiento: Modelo no lineal combinando VIV y galopeo [36].

Parámetro	Definición
$\mu = \frac{(m_s + m_a)}{\rho D^2}$	Relación de masa
$\zeta = \frac{r_s}{(2m\omega_s)}$	Relación de amortiguamiento
$U_r = \frac{2\pi U}{\omega_s D}$	Velocidad reducida
$\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}}$	Frecuencia angular de la estructura
$t = T\omega_f$	Tiempo adimensional
$y = \frac{Y}{D}$	Desplazamiento adimensional
$\delta = \frac{\omega_s}{\omega_f}$	Frecuencia angular reducida

Sustituyendo estos parámetros en las ecuaciones 5.1 y 5.2, se obtiene:

$$\ddot{y} + (2\zeta\delta)\dot{y} + \delta y = H\left(\frac{C_{L0}}{2} + (A_1(2\pi S_t \dot{y}) - A_2(2\pi S_t \dot{y})^3 + A_3(2\pi S_t \dot{y})^5 - A_4(2\pi S_t \dot{y})^7)\right) \quad (4.28)$$

$$\ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = f(y) \quad (4.29)$$

El desarrollo del adimensionamiento se encuentra en los Apéndices A1 y A2.

Las soluciones propuestas para la estructura y el oscilador de estela se presentan en la ecuación 4.30.

Solución propuesta de la
estructura:

$$\begin{aligned}y &= y_0 \cos(\omega t) \\ \dot{y} &= -y_0 \omega \sin(\omega t) \\ \ddot{y} &= -y_0 \omega^2 \cos(\omega t)\end{aligned}$$

Solución propuesta para
el oscilador de estela:

$$\begin{aligned}q &= q_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ \dot{q} &= -q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) \\ \ddot{q} &= -q_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)\end{aligned} \quad (4.30)$$

Han et al. [36] tomaron en consideración dos acoplamiento, inicialmente, un acoplamiento con la respuesta de la aceleración del sistema, debido a que en otras literaturas se demostró que este acoplamiento es el que más se acerca a las condiciones reales, sin embargo al resolver el modelo se percataron que el coeficiente de sustentación total “ R ”, sí logro predecir las amplitudes, pero el ángulo de fase muestran un desfase muy significativo, es por esto que se planteó el uso de otro acoplamiento al utilizar la velocidad y la aceleración del sistema junto a dos parámetros de acoplamiento B_1 y B_2 .

Acoplamiento aceleración:

$$q_0^6 - 8q_0^4 + 16q_0 \left(\frac{(\omega^2 - 1)^2}{\omega^2 \varepsilon^2} + 1 \right)^2 = \frac{16B_1^2 y_0^2 \omega^2}{\varepsilon^2} \quad (4.31)$$

$$(\theta) = (\tan)^{-1} \left(\frac{\omega \varepsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right)}{\omega(\omega^2 - 1)} \right) \quad (4.32)$$

El desarrollo de este modelo se encuentra en el Apéndice A3.

Acoplamiento velocidad-aceleración.

$$q_0^6 - 8q_0^4 + 16q_0 \left(\frac{(\omega^2 - 1)^2}{\varepsilon^2 \omega^2} + 1 \right)^2 = \frac{16B_1^2 y_0^2 \omega^2}{\varepsilon^2} + \frac{16B_2^2 y_0^2}{\varepsilon^2} \quad (4.33)$$

$$(\theta) = (\tan)^{-1} \left(\frac{\omega \varepsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right)}{(\omega^2 - 1)} \right) + (\tan)^{-1} \left(\frac{B_2 \omega}{-B_1 \omega^2} \right) \quad (4.34)$$

El desarrollo de este modelo se encuentra en el Apéndice A4. Acoplamiento velocidad-aceleración

Coefficiente de sustentación total:

$$R^2 = \left(\frac{q_0 C_{L0} \cos \theta}{2} + \omega^2 C_M 2\pi^3 S_t^2 y_0 \right)^2 + \left(-\frac{q_0 C_{L0} \sin \theta}{2} - 2\pi S_t y_0 \omega \right) A_1 + \frac{3}{4} (2\pi S_t y_0 \omega)^3 A_2 - \frac{5}{8} (2\pi S_t y_0 \omega)^5 A_3 + \frac{35}{64} (2\pi S_t y_0 \omega)^7 A_4 \quad (4.35)$$

Ángulo de fase:

$$\tan \theta = \frac{\left(-\frac{q_0 C_{L0} \cos \theta}{2} - 2\pi S_t y_0 \omega \right) A_1 + \frac{3}{4} (2\pi S_t y_0 \omega)^3 A_2 - \frac{5}{8} (2\pi S_t y_0 \omega)^5 A_3 + \frac{35}{64} (2\pi S_t y_0 \omega)^7 A_4}{\left(\frac{q_0 C_{L0} \cos \theta}{2} + \omega^2 C_M 2\pi^3 S_t^2 y_0 \right)} \quad (4.36)$$

Inicialmente, se buscó obtener el coeficiente de sustentación total y su ángulo de fase, comparando el comportamiento con datos experimentales. Por ello, se resolvieron las ecuaciones 4.31 y 4.32, es y con estas se resolvieron las ecuaciones 4.35 y 4.36 para obtener el coeficiente de sustentación y su ángulo de fase en el caso de acoplamiento de “aceleración”. La solución para esta configuración se muestra en la Figura 15.

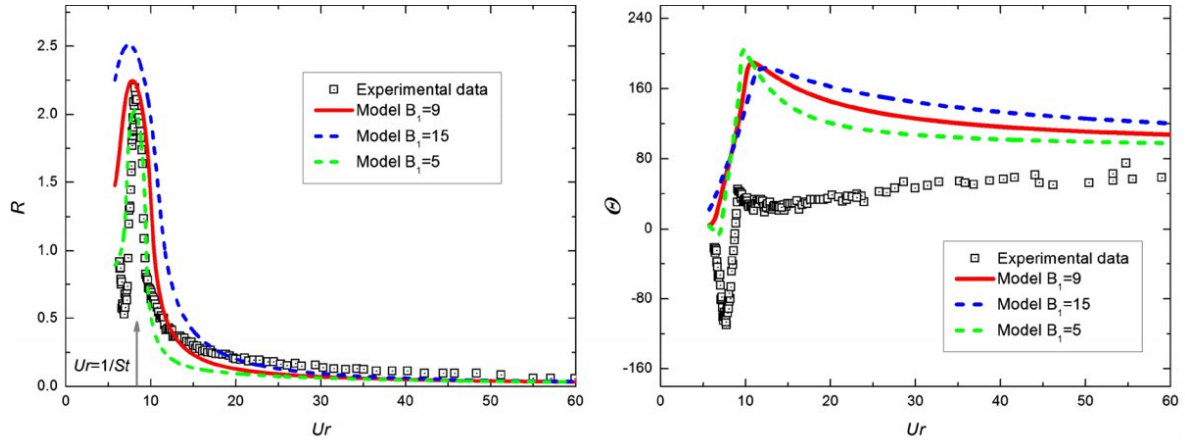


Figura 15.- Respuesta del acoplamiento de “aceleración”: a) coeficiente de sustentación total (R) y b) ángulo de fase [36].

Una vez visualizado que en las curvas de comportamiento del acoplamiento “aceleración” se observó una variación con respecto a los datos experimentales. Por este motivo utilizaron otro tipo de acoplamiento, “velocidad-aceleración”, y, de la misma forma, con las soluciones de las ecuaciones 4.33 y 4.34, fue posible obtener la solución del coeficiente de sustentación y su ángulo de fase, según las ecuaciones 4.35 y 4.36, respectivamente. Con este acoplamiento se logró un comportamiento más

cercano a los datos experimentales; para ello, se realizaron tres soluciones variando el parámetro $y_0 = 0.1, 0.2$ y 0.3 , como se muestra en la Figura 16.

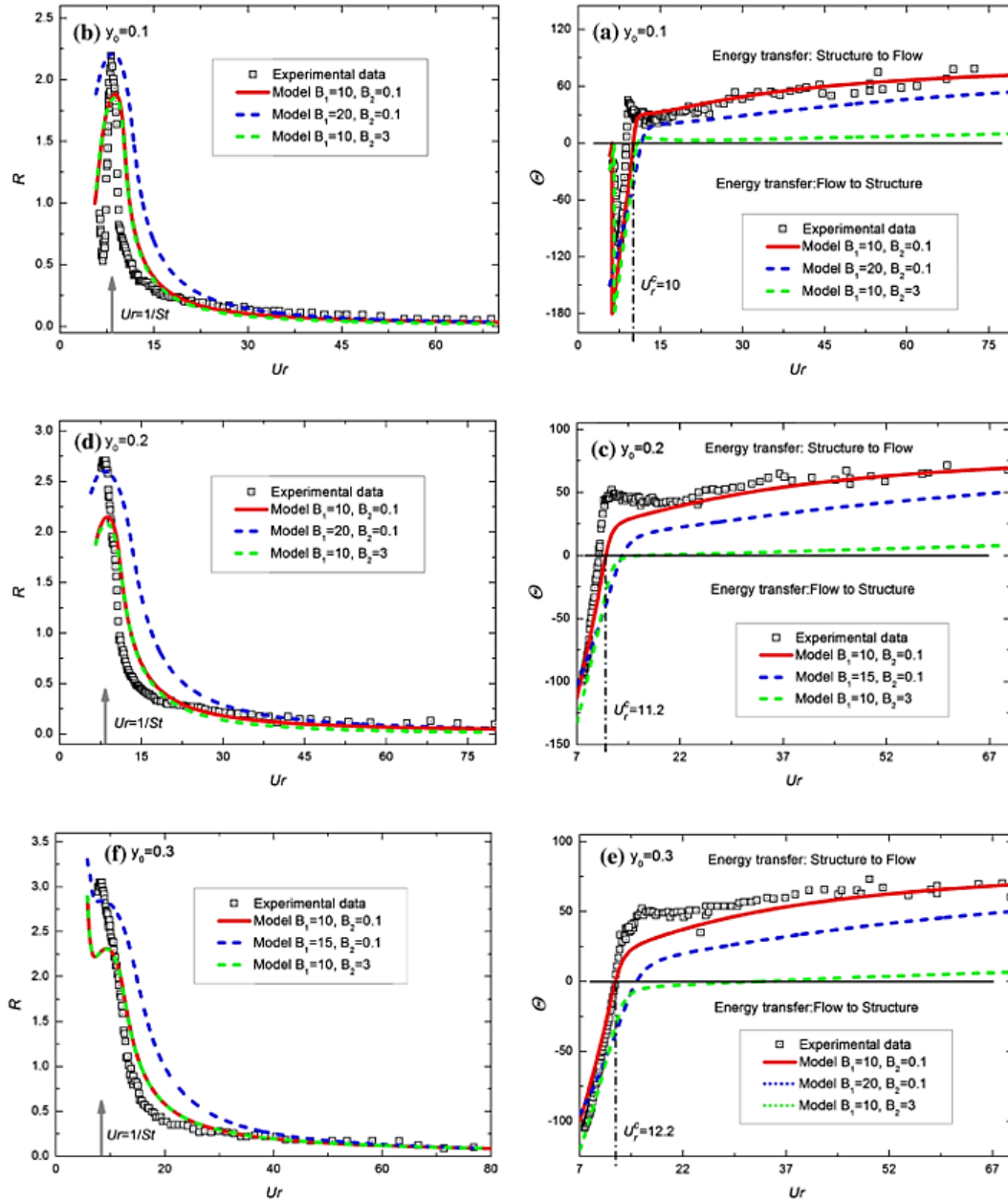


Figura 16.- Respuesta acoplamiento “velocidad-aceleración”: a) y b) $y_0 = 0.1$, c) y d) $y_0 = 0.2$, e) y f) con $y_0 = 0.3$ [36].

Por otro lado, para obtener la respuesta del sistema, resolvieron el sistema de ecuaciones propuesto que describe el movimiento del sistema y la dinámica del aire, (ecuaciones 4.28 y 4.29, respectivamente). Posteriormente, dichas ecuaciones se resolvieron computacionalmente por medio

de una solución numérica, lo que permitió calcular el comportamiento del sistema paso a paso en el tiempo, bajo diferentes velocidades de flujo u_r y considerando un parámetro denominado “número de Scruton alto”. Para finalmente mostrar los resultados de la respuesta del sistema de forma visual en las gráficas de la Figura 17 para el caso de galopeo puro y la Figura 18 para el caso de VIV puro.

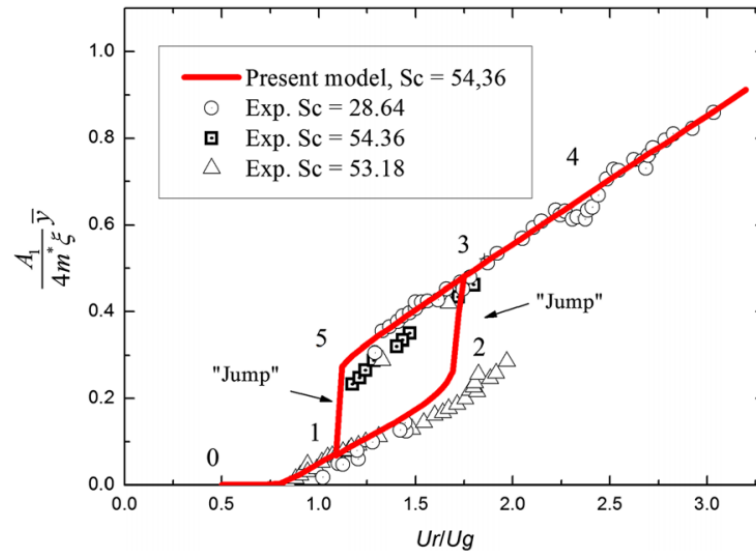


Figura 17.- Respuesta del sistema: galopeo puro [36]

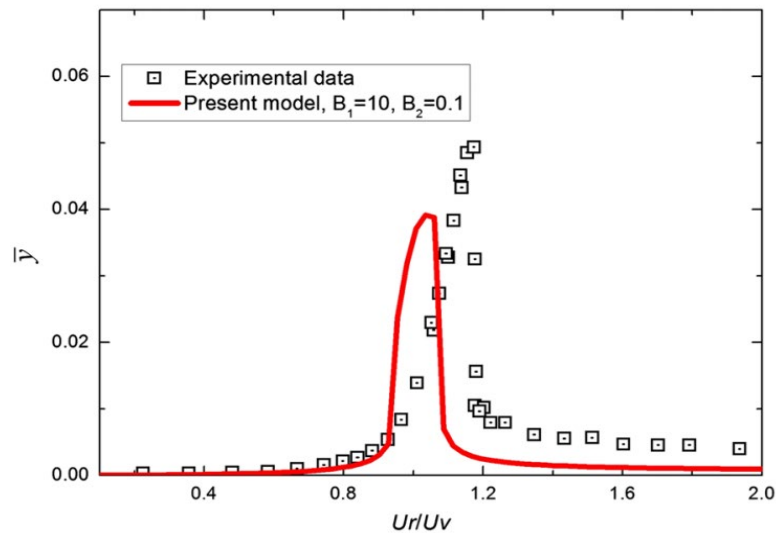


Figura 18.- Respuesta del sistema: VIV puro [36].

4. Desarrollo y solución del modelo de sintonización

La metodología de sintonización se fundamenta en trabajos previamente reportados en la literatura especializada, en particular, el trabajo realizado por Han et al. [36] donde, a partir de un modelo matemático, lograron predecir las vibraciones transversales de un prisma de sección cuadrada sometido a un flujo de fluido al presentarse dos fenómenos de inestabilidad aeroelástica que suelen estudiarse por separado: las vibraciones inducidas por vórtices (VIV) y el galopeo.

De manera complementaria se consideró el trabajo realizado por Rao [1], el cual plantea la teoría para modelar un absorbedor dinámico de vibración, donde este último, a diferencia de los enfoques tradicionales que buscan la supresión de vibraciones, se utilizó como “sintonizador de vibración” para: a) sintonizar el sistema ante variaciones del flujo (U), b) gestionar la respuesta dinámica y c) garantizar el control de las inestabilidades y con esto aprovechar las oscilaciones sin comprometer la integridad del sistema.

4.1. modelos: físico y matemático

En el nuevo modelo matemático se integró un sintonizador en un sistema de hidrogenerador, con la finalidad de que funcione tanto ante vibraciones inducidas por vórtices (VIV) como ante el galopeo. Sin embargo, el nuevo modelo no suprime ni las VIV ni el galopeo. El sintonizador permite aprovechar las oscilaciones de mayor amplitud y controlar la inestabilidad del sistema. Dicho sistema se muestra en la Figura 19, y en la Figura 20 se muestra el esquema del sistema propuesto, ya con la adición del sintonizador de vibración, así como su esquema simplificado, pasando de un sistema de un grado de libertad (1GDL) a uno de dos grados de libertad (2GDL).

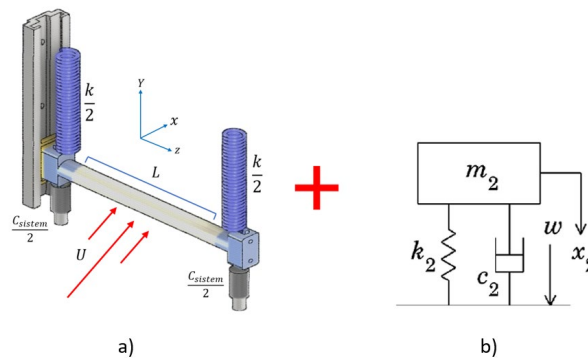


Figura 19.- Esquemas representativos: a) hidrogenerador sin aspas y b) absorbedor de vibración [1].

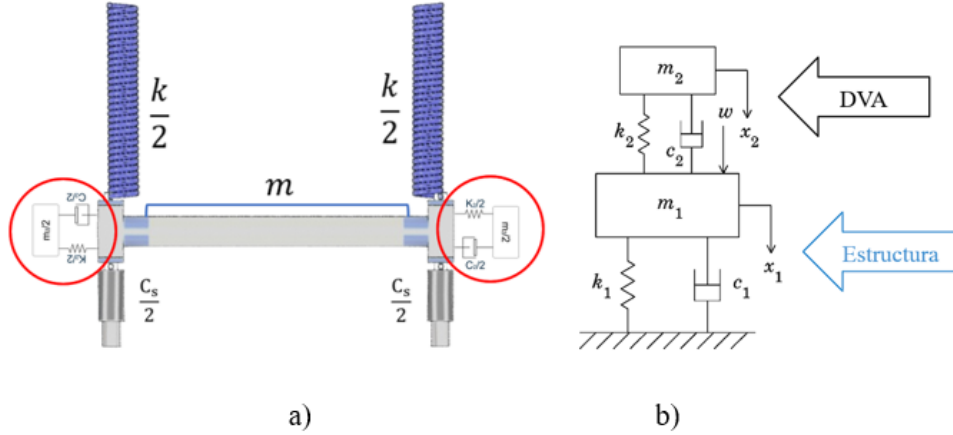


Figura 20.- a) Esquema gráfico: hidrogenerador sin aspas con absorbedor de vibración, b) Esquema simplificado: sistema-sintonizador [68].

Las ecuaciones 4.1 y 4.2 describen la dinámica de un sistema sometido a VIV y galope, que incorpora un absorbedor de vibración. Estas expresiones corresponden al sistema principal y al secundario, respectivamente. Estas ecuaciones se presentan en su forma dimensional, por lo que se realizó su adimensionamiento.

Sistema principal:

$$m_1 \ddot{Y}_1 + c_1(\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) + c_2(\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) + k_1 Y_1 + k_2(Y_1 - Y_2) = F_v + F_g \quad (4.1)$$

Sistema secundario:

$$m_2 \ddot{Y}_2 + c_2(\dot{Y}_2 - \dot{Y}_1) + k_2(Y_2 - Y_1) = 0 \quad (4.2)$$

Donde:

m_1 , k_1 , c_1 , representan los parámetros del sistema principal, masa, rigidez y amortiguamiento, respectivamente,

m_2 , k_2 , c_2 , son los parámetros del absorbedor.

Y_1 , Y_2 , son los desplazamientos del sistema principal y del absorbedor, respectivamente.

F_v , F_g , son las fuerzas de sustentación de vórtices y galope.

4.2. Adimensionamiento del modelo de acoplamiento Estructura-sintonizador

Se tomaron en consideración los parámetros adimensionales mostrados a continuación:

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{m}{M}, \text{ es la relación de masas} \\
 \omega_a^2 &= \frac{k}{m}, \text{ es la frecuencia natural del absorbedor} \\
 \Omega_n^2 &= \frac{K}{M}, \text{ es la frecuencia natural del sistema} \\
 c_c &= 2m\omega_a, \text{ es el amortiguamiento crítico} \\
 f &= \frac{\omega_a}{\Omega_n}, \text{ es la relación de frecuencias naturales} \\
 g &= \frac{\omega}{\Omega_n}, \text{ es la relación de frecuencia forzada}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Retomando los parámetros adimensionales mostrados en las ecuaciones 4.3, las ecuaciones 4.1 y 4.2, quedan de la siguiente forma:

Sistema principal:

$$\ddot{y}_1 + (2\zeta)\dot{y}_1 + 2\zeta_a\delta_a z(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + y_1 + \delta_a^2 z(y_1 - y_2) = G \tag{4.4}$$

Donde:

$$G = \frac{H}{\delta} \cdot \left(\frac{C_{L0} \cdot q}{2} + (A_1(2\pi S_t \dot{y}_1) - A_2(2\pi S_t \dot{y}_1)^3 + A_3(2\pi S_t \dot{y}_1)^5 - A_4(2\pi S_t \dot{y}_1)^7) \right) \tag{4.5}$$

Donde

$$H = \frac{1}{8\pi^2 S t^2 \mu} \tag{5.5.1}$$

Sistema secundario:

$$\ddot{y}_2 + 2\zeta_a\delta_a(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + \delta_a^2(y_2 - y_1) = 0 \tag{4.6}$$

Oscilador de estela

$$\ddot{q} + \varepsilon\omega_f(q^2 - 1)\dot{q} + \omega_f^2 q = \frac{f(Y)}{D} \tag{4.7}$$

Tras el desarrollo matemático, se observó que los resultados arrojaron un sistema de ecuaciones no lineales y acopladas entre sí, lo cual indicó una dependencia mutua entre ellas. Debido a que las ecuaciones 4.4, 4.6 y 4.7 no proporcionaron una función de transferencia, fue necesario resolver numéricamente para obtener las respuestas de ambos sistemas. Este procedimiento se ejecutó con el fin de optimizar los parámetros de relación de masas y de amortiguamiento.

4.3. Solución numérica

En este capítulo se abordó la solución numérica de los modelos matemáticos que rigen la dinámica del sistema del hidrogenerador VIV-Galope (ecuaciones 4.4, 4.6 y 4.7) al integrar un sintonizador de vibración. Para la solución de dichos modelos matemáticos, la metodología se basó en la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales y acopladas, empleando el método de Runge-Kutta en el software Matlab.

La solución se dividió en dos etapas: en la primera, en las ecuaciones 4.4, 4.6 y 4.7, se consideró la condición de un sistema sin sintonizador, es decir, z , f y $\zeta_{opt}^2 = 0$. Para la segunda etapa, las mismas ecuaciones 4.4, 4.6 y 4.7 se resolvieron considerando los valores óptimos de los parámetros del sintonizador; estos valores se tomaron de la literatura especializada [1], donde se presentó la implementación de un sistema secundario amortiguado a un sistema principal (Absorbedor de vibración dinámico amortiguado 3.3 Absorbedor de vibración dinámico amortiguado). Estos valores se muestran en la Tabla 3.

Un factor determinante en la respuesta es el número de Scruton (S_c) elevado que posee el sistema. Este parámetro adimensional representa el equilibrio entre la masa y el amortiguamiento estructural frente a las fuerzas del fluido; físicamente, describe la sensibilidad de la estructura a las vibraciones inducidas por el flujo [36].

Tabla 3. Parámetros y relaciones para *sintonizador* [1].

Parámetro	Relación matemática	Valor
Relación de masa	z (4.8)	0-0.9 0-0.09 0-0.009
Relación de frecuencias óptima	$f = \frac{1}{1+z}$ (4.9)	Varía con respecto a z
Amortiguamiento óptimo	$\zeta_{opt}^2 = \frac{3\mu}{8(1+z)^3}$ (4.10)	Varía con respecto a z

4.3.1. Solución numérica del modelo galopeo puro

Se utilizaron las ecuaciones 4.4-4.7, se aplicó el método de solución descrito en la Sección 4.3 (Solución numérica) y se obtuvo la solución o respuesta del sistema. En este caso, el modelo (ecuación 4.4) que se resolvió fue de séptimo orden y se resolvió con los parámetros que representan la dinámica

de un prisma con sección transversal cuadrada, mostrados en la Tabla 4. En dicha tabla se muestran los valores de los parámetros mecánicos y dinámicos del fluido obtenidos a partir de los experimentos [36], [69].

Una vez resuelto numéricamente el modelo desarrollado y con los parámetros del sintonizador en cero, $z=0$, $f=0$ y $\zeta_{opt}^2=0$ (esto indica que el sintonizador no tiene efecto alguno en el sistema, es decir, “no está activo”) y con un valor alto del número de Scruton ($S_c=54.36$), se muestra la Figura 21 donde se visualiza la respuesta del sistema propuesto con el sintonizador desactivado; la curva de respuesta se comporta igual que la reportada por Han et al. [36] (Figura 17), indicando que el modelo propuesto puede predecir correctamente el comportamiento sometido a “galopeo puro”, se identificó con claridad las siguientes características: a) para valores de $U_r/U_g \leq 0.75$ el sistema permanece en completo reposo indicando que a esas velocidades el amortiguamiento es suficiente para suprimir la energía del fluido y b) se muestra la zona de histéresis o salto característico del galopeo que es la zona donde se generan saltos bruscos entre la respuesta ascendente (línea roja) y descendente (línea azul punteada) lo que genera inestabilidades en el sistema.

Tabla 4.- Parámetros de solución del modelo de galopeo con sintonizador [36], [69].

Parámetro	Símbolo	Valor
Coeficiente de amortiguamiento estructural	ζ	0.00372
Número de Scruton	S_c	54.36
Coeficiente de sustentación inicial	CL_0	1.4
Coeficiente no lineal cúbico	A_1	2.69
Coeficiente no lineal cúbico	A_2	168
Coeficiente no lineal quinto	A_3	6270
Coeficiente no lineal séptico	A_4	59900
Coeficiente de no linealidad de q	ε	0.3
Acoplamiento entre y y q	B_1	10
Acoplamiento adicional entre y y q	B_2	0.1
Relación de masa	μ	1162.8
Factor de normalización de y	D	$A_1 / (4\mu\zeta)$

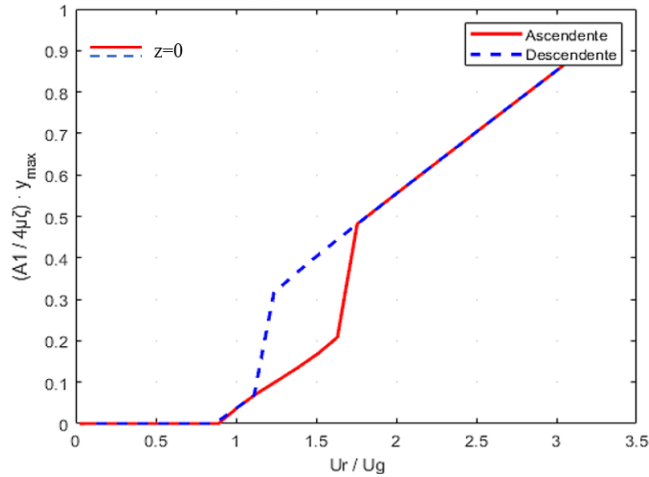


Figura 21.- Curva de comportamiento del sistema en "galopeo puro" con el sintonizador inactivo.

Una vez establecida la validez del modelo para galopeo puro, se estudió el impacto de activar el sintonizador. El interés principal radica en observar cómo varía la respuesta del sistema al modificar la relación de masa (z).

Se realizaron pruebas numéricas variando la relación de masa (z) en los intervalos específicos indicados en la Tabla 5 para observar la respuesta del sistema.

Tabla 5. Intervalo de variación de la relación de masa (z) del sintonizador.

Relación de masa		Intervalo
z	a)	0-0.9 (paso 0.1)
	b)	0-0.09 (paso 0.01)
	c)	0-0.009 (paso 0.001)

El análisis de la respuesta dinámica del sistema bajo la influencia del sintonizador evidencia cambios significativos en la estabilidad aeroelástica del prisma cuadrado. A continuación, se presenta una serie de curvas en la Figura 22, Figura 23 y Figura 24 en las que se muestra el comportamiento del sistema al variar el parámetro principal del sintonizador (relación de masas " z ") y cómo afecto a la respuesta dinámica.

4.3.1.1. Análisis del efecto del sintonizador en un sistema sometido a galope puro

Retomando la Tabla 5, inciso a), los primeros valores que se consideraron para variar z están en el intervalo $0 \leq z \leq 0.9$; la Figura 22 muestra el comportamiento del sistema al asignarle dichos valores. Donde la curva roja representa el sistema con el sintonizador inactivo ($z = 0$), reproduce fielmente el comportamiento de "galope puro" (Figura 17) descrito por Han et al. [36]. En esta configuración, el sistema permanece estable (amplitud original reportada por Han et al. [36]) hasta alcanzar una velocidad crítica cercana a $U_r/U_g \approx 1$. Una vez traspasado ese punto crítico, se observa el fenómeno de "*lock-in*" característico del galopeo, en el que la amplitud aumenta bruscamente hasta alcanzar un ciclo de límite estable, lo que coincide con la tendencia ascendente de la teoría cuasiestacionaria.

Por otro lado, a medida que se incrementa la relación de masa " z " del sintonizador, se identificaron tres efectos principales en la respuesta del sistema:

- a) A medida que aumenta z , de 0 a 0.9, la velocidad crítica a la que inicia el galope se desplaza significativamente hacia la izquierda, lo que indica que la adición de masa en el sintonizador adelanta el inicio de las oscilaciones.
- b) El comportamiento de la histéresis, marcado por líneas sólidas (barrido ascendente $\uparrow$) y punteadas (barrido descendente $\downarrow$), tiende a estrecharse al aumentar z ; esto indica que la zona de *lock-in* se suaviza al generar amplitudes mayores.
- c) Independientemente del valor que tome z , todas las curvas tienden a converger hacia la misma trayectoria de amplitud para valores de $U_r/U_g > 1$.

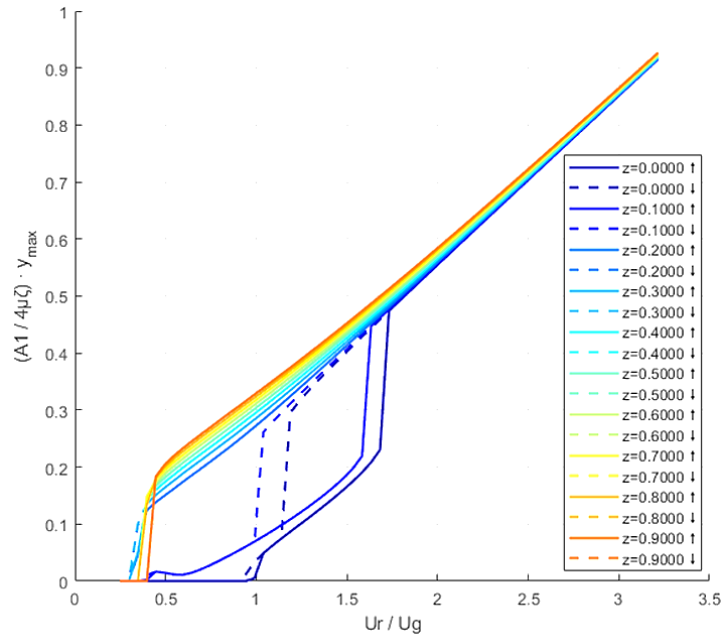


Figura 22.- Respuesta de galopeo puro, con sintonizador activo (0 a 0.9).

En la Figura 23 se muestra la respuesta del sistema con los valores de la Tabla 5, inciso b). En este caso, se pudo observar cómo, con relaciones de masa (z) en escala de $0 \leq z \leq 0.09$, los efectos del sintonizador tienden a no ser tan significativos a diferencia de lo observado con relaciones más grandes, por lo que se observaron los siguientes efectos en la respuesta del sistema:

- En el intervalo $0.01 \leq z \leq 0.09$, todas las curvas iniciarán su crecimiento en un intervalo de velocidad muy estrecho, aproximadamente entre $0.7 \leq U_r/U_g \leq 0.9$. Este comportamiento indicó que, para valores de masa inferiores al 10%, el sintonizador no altera significativamente la velocidad crítica a partir de la cual comienza la inestabilidad por galope.
- Todas las configuraciones en esta escala mantienen la estructura de "salto" característica del modelo original (línea roja). El salto hacia la rama de alta amplitud ocurre de manera casi síncrona para todas las variantes de z , concentrándose entre $U_r/U_g = 1.6$ y 1.8 .
- Al igual que en el sistema original de Han et al. [36], una vez superado el valor de $U_r/U_g = 2$, todas las curvas convergen en una trayectoria lineal única. En este punto, la fuerza debida a la teoría cuasiestacionaria predomina sobre los efectos inerciales introducidos por el sintonizador.
- Se observó que, conforme " z " aumenta sutilmente dentro de este intervalo, la diferencia entre las líneas sólidas (barrido ascendente ↑) y las punteadas (barrido descendente ↓) comienza a

reducirse ligeramente. Esto sugirió que pequeñas adiciones de masa afectan la estabilidad de las soluciones de estado estacionario y la energía que el sistema puede aprovechar antes de cambiar de rama.

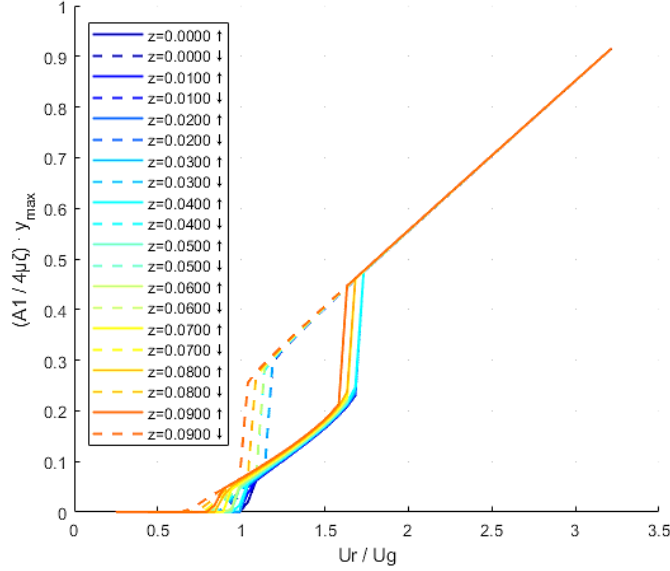


Figura 23.- Respuesta de galopeo puro, con sintonizador activo (0 a 0.09).

En la Figura 24 se muestra la tercera solución; asimismo, se utilizaron los valores de la Tabla 5, inciso c), donde se analizó el comportamiento del sistema. En este nivel de análisis, las variaciones en la relación de masa son tan sutiles que el sistema mantiene una estabilidad casi idéntica a la de la configuración original de Han et al. [36]. Los aspectos más relevantes observados en esta figura son:

- Debido a las variaciones mínimas en el valor de z , las curvas de respuesta para los diferentes valores ($0.001 \leq z \leq 0.009$) se superpusieron entre sí sobre la línea de referencia roja ($z=0$). Esto indica que, en este intervalo, el sintonizador no provoca una alteración significativa en la dinámica global del galopeo.
- El inicio de la inestabilidad se mantuvo constante en una velocidad reducida $U_r/U_g \approx 0.9$. El sistema conservó la fase de reposo absoluto antes de esta velocidad, lo que demostró que masas extremadamente bajas no comprometen ni benefician la dinámica operativa del prisma cuadrado.
- Se observó el ciclo de histéresis completo, sin ningún efecto, delimitado por el salto brusco de amplitud en el barrido ascendente ($\uparrow$) ($U_r/U_g \approx 1.7$) y representa la caída en el barrido

descendente ($\downarrow$) ($U_r/U_g \approx 1.1$). Esto indica que el efecto del parámetro z y, por ende, el sintonizador, es nulo en el sistema.

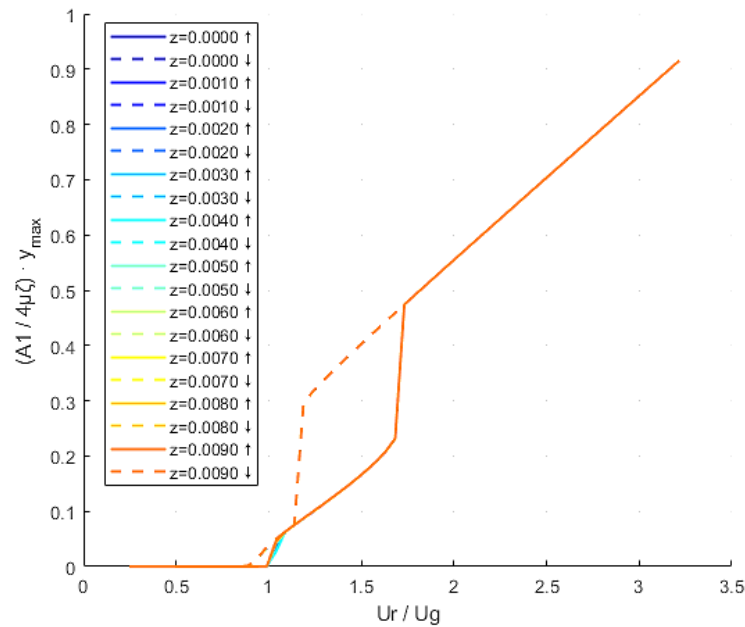


Figura 24.- Respuesta de galopeo puro, con sintonizador activo (0 a 0.009).

4.3.2. Solución numérica del modelo VIV puro

Este capítulo detalla la implementación y la solución del modelo matemático, enfocado exclusivamente en la vibración inducida por vórtices (VIV). Para describir la fuerza de sustentación fluctuante causada por el desprendimiento de vórtices, se utilizó un oscilador de estela no lineal basado en la ecuación de van der Pol. A diferencia del galope, el modelo de VIV puro se centra en la interacción entre la frecuencia de desprendimiento de vórtices y la frecuencia natural de la estructura, fenómeno conocido como *lock-in*.

En este capítulo, al igual que en la sección pasada (Sección 4.3.1), se resolvió mediante el método de solución numérica propuesto en la Sección 4.3. En este caso, el modelo utilizado para resolver la dinámica de VIV es un polinomio de grado once, marcando una distinción fundamental respecto al polinomio convencionalmente utilizado para el fenómeno de galope (polinomio de grado siete). Esta configuración se tomó directamente para seguir la metodología establecida por Han et al. [36], asegurando la consistencia en la replicación y validación de los resultados previos. La elección de este modelo de orden superior es crítica debido a que se utilizó una geometría de sección rectangular. A diferencia de los cuerpos circulares o cuadrados, la sección rectangular presenta una dinámica de desprendimiento de vórtices más compleja, lo que genera fuerzas no lineales que modelos de menor

grado (como el de séptimo orden) no logran caracterizar con precisión. Los parámetros dinámicos se presentan en la Tabla 6, donde se muestran los valores de los parámetros mecánicos y dinámicos del fluido obtenidos de la literatura [70], [36].

De la misma forma, los parámetros del sintonizador se consideraron en valores de cero: $z=0$, $f=0$ y $\zeta_{opt}^2=0$, suponiendo que los efectos del sintonizador son nulos. En la Figura 25 se muestra la respuesta del sistema con el sintonizador desactivado; en la gráfica se observa que la curva de comportamiento es la misma que la reportada por Han et al. [36] (Figura 18), y se logró apreciar que: a) fue posible replicar correctamente el comportamiento sometido a “VIV puro”, con la incorporación de un sintonizador y b) se forma la curva característica del fenómeno VIV, mostrando el característico *lock-in* al alcanzar el punto de resonancia, lo cual generó un bloqueo en la respuesta dinámica del sistema.

Tabla 6.- Parámetros de solución al modelo VIV con sintonizador [36], [70].

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Coeficiente de sustentación inicial	CL_0	0.656	-
Coeficiente lineal	A_1	4.88	-
Coeficiente no lineal cúbico	A_2	290.09	-
Coeficiente no lineal quinto	A_3	30140	-
Coeficiente no lineal séptimo	A_4	1117300	-
Coeficiente no lineal de orden 9	A_5	17730000	-
Coeficiente no lineal de orden 11	A_6	87490000	-
Acoplamiento entre y y q	B_1	20	-
Acoplamiento adicional entre y y q	B_2	0.1	-
Amortiguamiento estructural	ζ	0.0135	-
No linealidad de q	ε	0.3	-
Número de Strouhal	St	0.106	-
Número de Scruton	Sc	87.7	-
Ancho del prisma	B	1.16	-
Densidad del fluido	ρ	1.2	kg/m ³
Dimensión característica	D	0.77	m
Longitud del prisma	L	0.986	m
Masa del sistema	m	5.526	kg
Relación de masa	μ	1162.8	-
Número de Reynolds	Re	33600	-

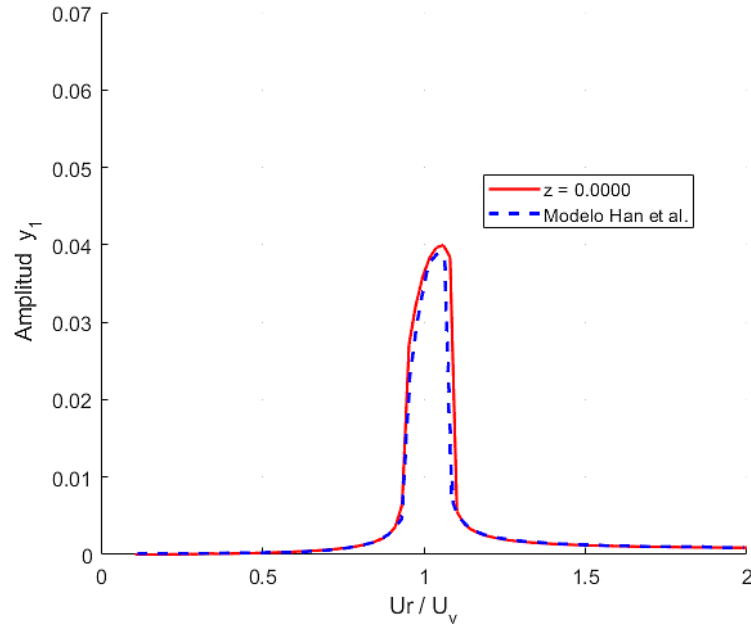


Figura 25.- Curva de comportamiento del sistema "VIV puro" con el sintonizador inactivo.

4.3.2.1. Análisis del efecto del sintonizador en un sistema sometido a VIV puro

Una vez validado el modelo para VIV puro, se estudió el impacto de activar el sintonizador sobre la variación de la relación de masa (z). Los valores evaluados de la relación de masa (z) coinciden con los presentados en la Tabla 5. En comparación con la respuesta al galopeo, esta es completamente diferente, ya que se caracteriza por una "zona de resonancia" en la que la amplitud alcanza un máximo y luego decrece; lo cual se puede observar en la Figura 26. En dicha figura se muestra la respuesta del sistema al asignarle los valores de la Tabla 5, inciso a) (0-0.9), donde el análisis de la respuesta dinámica frente a la velocidad reducida (U_r/U_v) reveló una alta sensibilidad del fenómeno de resonancia por desprendimiento de vórtices ante la presencia del sintonizador.

La curva en rojo representa el sistema original sin la influencia del sintonizador, lo que validó el modelo propuesto en este trabajo al compararlo con la Figura 18 de Han et al. [36]. En esta configuración, se observó que la estructura comienza a vibrar significativamente cerca de $U_r/U_v \approx 1.2$, el pico de resonancia se alcanza rápidamente, logrando una amplitud normalizada de aproximadamente $y_1 \approx 0.04$, tras alcanzar el pico, se presenta un fenómeno llamado "lock-in", generando que la respuesta descienda bruscamente, afectando la dinámica del sistema.

Al activar el sintonizador e incrementar la relación de masa (z), el sistema experimenta un cambio drástico en la transferencia de energía entre el fluido y la estructura, donde es notable que para valores muy bajos de z ($z \leq 0.2$), el sintonizador actúa como un supresor de vibraciones, tal es el caso de las curvas de color naranja ($z = 0.1$) y amarillo ($z = 0.2$), donde la amplitud de la resonancia se reduce casi a cero, lo que elimina tanto el fenómeno de *lock-in*, como también cualquier vibración o energía aprovechable. Al continuar incrementando z hacia valores mayores ($0.3 \leq z \leq 0.9$), el sistema desarrolla una nueva rama de respuesta. A diferencia del sistema original, estas curvas presentan picos de amplitud mucho más elevados (llegando a $y_1 > 3$) e intervalos de sincronización más extendidos, que se desplazan hacia velocidades reducidas más altas (U_r/U_v entre 2 y 6). Se observa que el valor máximo de la amplitud se desplaza proporcionalmente al incremento de z . Esto indica que la masa adicional del sintonizador altera la frecuencia natural del sistema acoplado, sintonizando la resonancia a velocidades de flujo superiores.

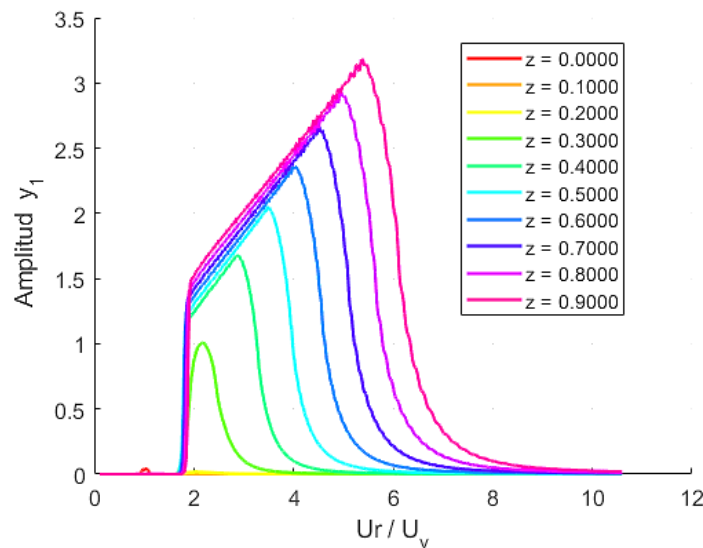


Figura 26.- Respuesta de VIV puro, con sintonizador activo (0 a 0.9).

El segundo caso de solución corresponde a los valores de la Tabla 5, inciso b). La Figura 27 muestra la gráfica de VIV puro en el intervalo de sensibilidad de 0.00 a 0.09. Esto permitió demostrar la efectividad del sintonizador en el sistema.

A diferencia del caso anterior, aquí se observó una mitigación drástica de las vibraciones con cambios de masa mínimos. De la misma forma, la curva en rojo del sistema original de Han et al. [36] sin sintonizador; sin embargo, es notable que la introducción de una relación de masa de apenas $z = 0.01$

(línea naranja) redujo la amplitud máxima en más de un 80%, situándola por debajo de $y_1 \approx 1$. Conforme z aumenta gradualmente hasta 0.09, el pico de resonancia disminuye de forma sistemática hasta prácticamente suprimirse por completo.

A diferencia de lo observado en escalas de masa mayores, en este intervalo el sintonizador no desplaza el pico de resonancia hacia otras velocidades; en cambio, actúa de forma concentrada en la zona crítica ($U_r/U_v = 1.0$), "absorbiendo" la energía del sistema principal y, en consecuencia, su amplitud de vibración.

Se observó que, para valores de $z > 0.04$, la curva de respuesta pierde su forma característica y se convierte en una oscilación mínima. Esto demostró que, para relaciones de masa muy pequeñas, el sintonizador se comporta como un absorbedor capaz de captar toda la energía aprovechable del sistema.

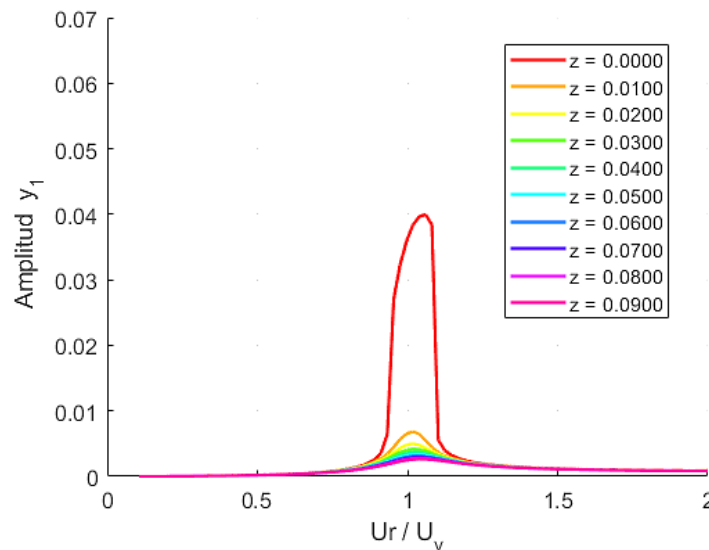


Figura 27.- Respuesta de VIV puro, con sintonizador activo (0 a 0.09).

La última simulación de respuesta es la mostrada en la Figura 28; esta última figura presenta el análisis del sistema de VIV puro en el intervalo de milésimas ($z = 0.000$ a 0.009). A diferencia de los intervalos anteriores, aquí se observó con precisión el umbral en el que el sintonizador comienza a romper la simetría del pico de resonancia original de Han et al. [36].

En esta escalada de variaciones de masa, el sistema reveló una transición mecánica sutil pero fundamental en la dinámica de la vibración inducida por vórtices:

La curva roja ($z = 0.000$) muestra la respuesta máxima del prisma sin control, con una amplitud y_1 casi igual a 0.04. Es notable cómo, incluso con incrementos de masa de apenas un 0.1% ($z = 0.0010$, línea naranja), el pico de amplitud comenzó a fracturarse y a perder altura, lo que demostró que el fenómeno de VIV es extremadamente sensible a pequeñas perturbaciones inerciales.

A medida que z aumenta de 0.001 a 0.004, la cresta de la curva de resonancia deja de ser una campana suave y presenta picos característicos de los dos grados de libertad del sistema. Esto sugirió que el sintonizador está comenzando a interferir con el proceso de sincronización (*lock-in*) entre la estela y la estructura.

A pesar de la reducción de la amplitud (que cae a $y_1 < 0.01$, para $z = 0.009$), el centro de la zona de resonancia permaneció fijo en $U_r/U_v \approx 1$. Esto confirma que, en este intervalo de relación de masas tan bajo, el sintonizador actúa puramente como absorbedor de energía y no como sintonizador de frecuencia, manteniendo la inestabilidad localizada en el mismo punto que en el modelo original.

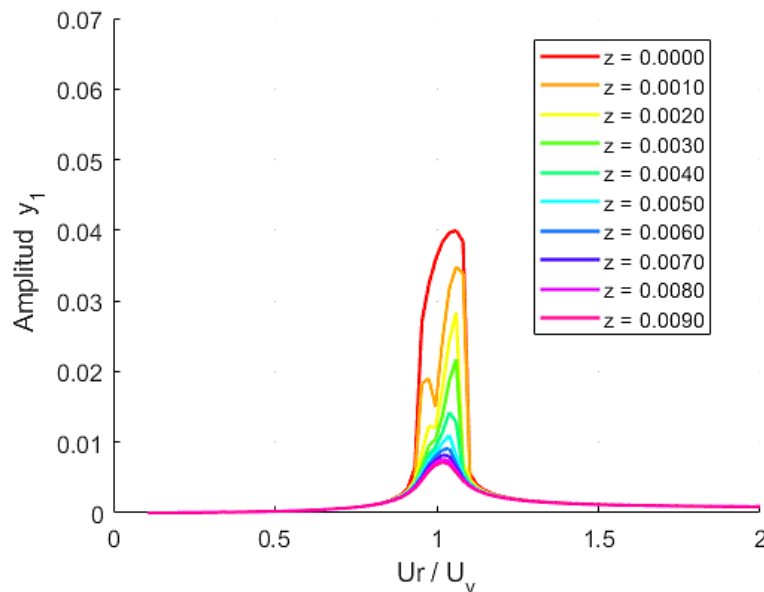


Figura 28.- Respuesta de VIV puro, con sintonizador activo (0 a 0.009).

5. Discusión de resultados

En la presente discusión se analiza la influencia del sintonizador de vibración en la respuesta de un prisma de sección cuadrada, contrastando los regímenes de galope puro y de VIV puro. Mediante la variación de la relación de masa (z), se identificó un comportamiento dual en el que el dispositivo actúa de forma divergente según la fuerza de sustentación que induce al sistema a oscilar (galope o VIV).

La implementación del sintonizador en el modelo base de Han et al. [36] permitió una manipulación estratégica de las inestabilidades aeroelásticas. A diferencia de los enfoques convencionales de supresión, los resultados obtenidos demostraron que el sintonizador es una herramienta eficaz para controlar la histéresis y amplificar la respuesta dinámica, lo que optimiza el sistema para aplicaciones de aprovechamiento energético.

En el régimen de galope puro, el objetivo principal fue controlar el inicio de la inestabilidad y la morfología del ciclo de histéresis.

- El incremento de la relación de masa (z) permitió reducir sistemáticamente la velocidad crítica de inicio del galope (U_r/U_g). Esto resultó ventajoso para dispositivos de generación de energía, ya que permite que el sistema entre en régimen de oscilación a velocidades de flujo mucho más bajas.
- En la configuración original ($z=0$), el sistema presentó un salto brusco de amplitud que dependía de la dirección del flujo (ascendente o descendente). Los resultados mostraron que mediante el ajuste de z es posible suavizar o eliminar esta discontinuidad, lo que permite obtener una respuesta más predecible y lineal y facilita la regulación de la potencia en sistemas de transducción.
- A pesar de las variaciones en z , la convergencia de todas las curvas a altas velocidades garantiza que el dispositivo mantendrá una alta densidad energética en regímenes de flujo plenamente desarrollados.

En el caso de VIV puro, el enfoque consistió en modificar la naturaleza autolimitada del fenómeno para ampliar su intervalo operativo.

- En el intervalo $z < 0.1$, el sintonizador logró "romper" la sincronización observada en la Figura 18 de Han et al. [36]. Esta supresión inicial no es un fin en sí mismo, sino el preámbulo de la transición a un nuevo régimen dinámico.
- El hallazgo más relevante se observó en el intervalo de $z > 0.4$, donde el sintonizador indujo una nueva rama de resonancia. A diferencia del VIV puro, este nuevo régimen acoplado permitió alcanzar amplitudes de oscilación significativamente mayores ($y_1 > 3$) y extendió el intervalo de velocidades de trabajo.
- La masa del sintonizador permitió alcanzar la respuesta máxima en velocidades específicas de interés, transformando un fenómeno de banda estrecha (*lock-in* original) en una respuesta de banda ancha controlada.

La implementación del sintonizador permitió ajustar la respuesta del sistema variando la relación de masa z . El análisis reveló que el sistema transita por tres etapas de comportamiento distintas según la magnitud de este parámetro.

En el intervalo $0 \leq z \leq 0.9$, el sintonizador generó el mayor efecto en el sistema, ya que es en este intervalo donde se aprecian las mayores modificaciones a la dinámica del mismo.

- **Comportamiento en galope:** Al alcanzar $z=0.9$, la inestabilidad se adelantó a velocidades muy bajas ($U_r/U_g \approx 2.5$), eliminando la zona de estabilidad inicial del sistema original. Además, la desaparición total de la histéresis convierte al sistema en un oscilador de respuesta continua, lo que facilita la captación de energía de flujos de baja velocidad.
- **Comportamiento en VIV:** se observó un fenómeno de amplificación estratégica. Tras suprimir el pico de VIV original, el incremento de z por encima de 0.3 generó una segunda rama de resonancia con amplitudes significativamente superiores ($y_1 > 1$). Este desplazamiento hacia velocidades reducidas más altas ($U_r/U_g > 4$) permitió expandir la ventana operativa de captación de energía más allá de los límites autolimitados del VIV puro reportado por Han et al.[36], hasta amplitudes superiores a $y_1 > 3$. En la Figura 31 se puede visualizar este incremento al variar el valor de la relación de masa z .

En el intervalo $0 \leq z \leq 0.09$ se obtiene la zona de control en la amplitud de vibración del sistema.

- Comportamiento en galope: Se observó el inicio del control de la histéresis. Sin embargo, el umbral de activación permaneció relativamente constante (entre 0.7 y 0.9); el ciclo de "salto" comenzó a contraerse. Esto permitió una transición más suave entre los estados de reposo y de oscilación.
- Comportamiento en VIV: En este intervalo se logró eliminar de manera efectiva el *lock-in* original. Para $z=0.09$, la curva de resonancia se aplanó casi por completo, lo que elimina la zona de peligro de sincronización detectada por Han et al.[36]. El sintonizador actuó como un supresor de energía que impedía que la estructura entrara en resonancia con el desprendimiento de vórtices.

En el intervalo 0-0.009, el sistema alcanzó el límite inferior de la influencia mecánica del sintonizador.

- Comportamiento en Galope: El sistema es prácticamente indiferente a estas variaciones. El umbral de inestabilidad se mantuvo en $U_r/U_g \approx 0.9$ y el ciclo de histéresis permaneció intacto, lo que indicó que, para el control de galope, se requirieron masas superiores a este intervalo para observar cambios significativos en la predictibilidad de la respuesta.
- Comportamiento en VIV: el fenómeno de VIV se comportó de forma completamente diferente, en este caso, en escalas de milésimas de unidad las curvas de respuesta con relaciones de masa de 0.001 a 0.009 se muestran por debajo de la curva original ($z=0$) y conforme la escala va aumentando, el sistema tiende a suprimir cualquier energía aprovechable, lo que demostró que pequeñas perturbaciones inerciales son suficientes para desestabilizar la dinámica del sistema pero sin desplazar la frecuencia donde ocurre la resonancia ($U_r/U_g \approx 1$).

En la Figura 29 se puede observar el modelo original reportado por Han et al. [36] con galopeo puro, en esta figura se puede observar la relación de masa $z = 0.2$, la cual, con base en los resultados obtenidos con anterioridad, se dedujo que es el valor que tiende a tener un mejor control del galopeo en el sistema, logrando reducir la histéresis sin afectar el comportamiento dinámico del modelo propuesto.

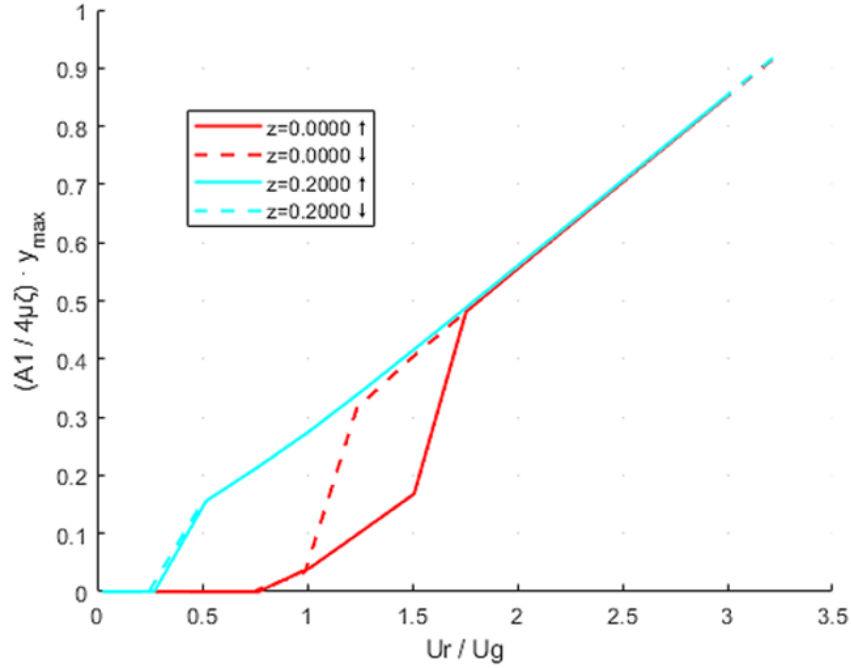


Figura 29.-Respuesta al galope puro: modelo original y relación de masa (z) óptima.

En la Figura 30 es posible apreciar el comportamiento del modelo propuesto y la variación de la relación de masa z en escalas de décimas de unidad (0-0.9) y cómo, al variar este parámetro, afecta al sintonizador, y se puede observar cómo la curva de respuesta en el caso a) ($z = 0.1$) suprime casi por completo toda la energía aprovechable. En el caso b) ($z = 0.2$) se generan dos curvas de amplitud: la primera, muy cercana a cero, similar al caso del inciso a); la segunda, por su parte, se adelanta en el punto de resonancia $U_r/U_v \approx 2.1$, con amplitud $y_1 \approx 0.02$ por debajo de la curva original de color rojo. A partir de relaciones de masa $z \geq 0.3$, la respuesta se comportó de forma completamente diferente, adelantando el punto de resonancia del modelo original ($z = 0$), en el caso c) la curva se disparó considerablemente alcanzando una amplitud $y_1 \approx 1$, en los casos d) a i), el comportamiento del sistema al variar la relación de masa z generan picos de amplitud por encima de $1.7 \leq y_1 \leq 3.2$, a la misma vez que el ancho de banda de estas respuestas se amplifica a $1.8 \leq U_r/U_v \leq 8$, lo que indica mayor energía aprovechable, todos estas variaciones se pueden observar a mayor detalle en la Figura 31.

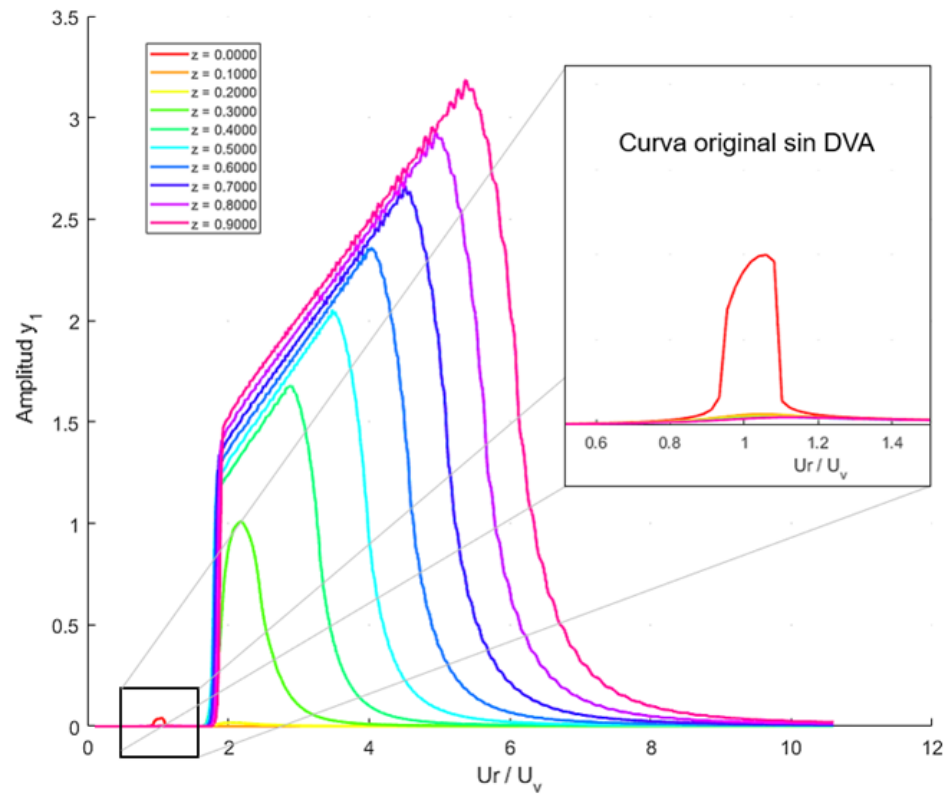


Figura 30.- Respuesta VIV puro: modelo original y relación de masa (z) óptima.

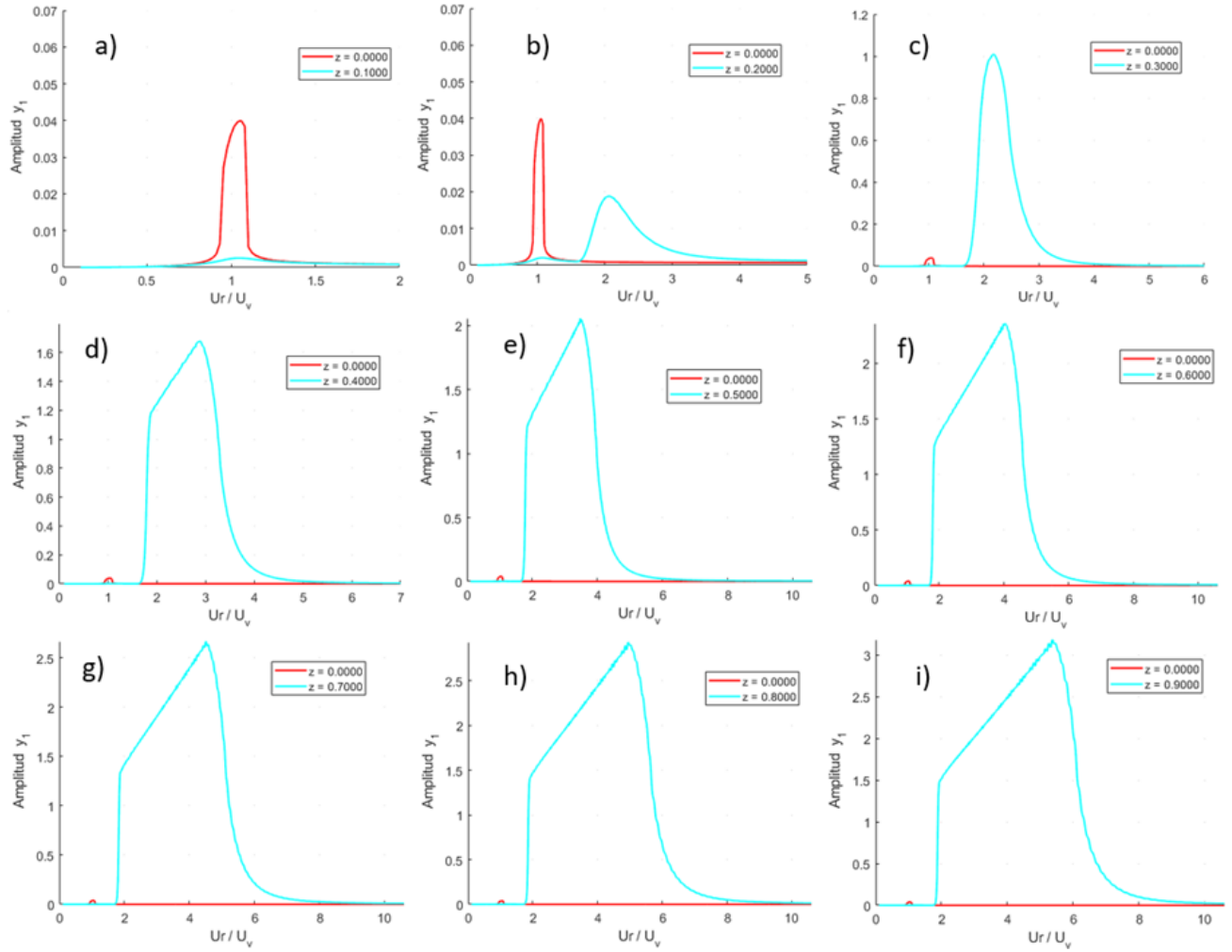


Figura 31.- Transición del sistema VIV puro a diferentes relaciones de masa: a) relación de masa $z=0$, b) relación de masa $z=0.1$, c) relación de masa $z=0.2$, d) relación de masa $z=0.4$, e) relación de masa $z=0.5$, f) relación de masa $z=0.6$, g) relación de masa $z=0.7$, h) relación de masa $z=0.8$ e i) relación de masa $z=0.9$

6. Conclusiones

En este trabajo se analizó el efecto de un sintonizador de vibración sobre el comportamiento de un sistema compuesto por un prisma de sección cuadrada sometido a flujo, con base en el modelo matemático propuesto por Han et al. [36]. A diferencia de los enfoques tradicionales centrados exclusivamente en la supresión de vibraciones, en este estudio se concluye que la implementación de un sintonizador permitió una modulación estratégica de las respuestas dinámicas con fines de control y aprovechamiento energético. A continuación, se presentan las conclusiones principales derivadas del análisis de los resultados:

- a) Se logró la replicación exacta de los resultados reportados en la Figura 17 y la Figura 18 del trabajo de Han et al. [36] para los casos de galope puro y VIV puro al establecer la relación de masa en $z = 0$. Este resultado se utilizó como prueba para validar el modelado del sistema con el sintonizador integrado y su respectiva solución.
- b) El incremento de la relación de masa z actuó como un activador temprano del galope. Al aumentar z de 0 a 0.9, la velocidad crítica de inestabilidad disminuyó significativamente, lo que permitió que el sistema iniciara oscilaciones a velocidades de flujo más bajas. Este comportamiento es fundamental para aplicaciones de recolección de energía en entornos de baja velocidad de fluido.
- c) El sintonizador demostró ser una herramienta eficaz para controlar la histéresis. Mientras que el sistema original presenta ciclos de histéresis marcados y saltos bruscos de amplitud, el ajuste de la relación de masa z permitió controlar estas transiciones, convirtiendo una respuesta no lineal discontinua en un crecimiento de amplitud más predecible y controlable, reduciendo la inestabilidad característica y anticipando la aparición del galopeo hasta un 60% con respecto al sistema sin sintonizador.
- d) En el intervalo de relaciones de masa de $0 \leq z \leq 0.1$, la implementación del sintonizador logro eliminar de manera efectiva la región de *lock-in*. Esto demuestra que pequeñas variaciones inerciales estabilizan el acoplamiento entre la estela de van der Pol y la estructura principal.
- e) Se concluye que las relaciones de masa $z \geq 0.3$ no solo desplazaron la resonancia hacia velocidades mayores, sino que habilitaron un régimen de oscilación de gran escala. Las amplitudes obtenidas en este intervalo superan significativamente el límite del VIV original,

lo que incrementa el potencial de captación de energía del sistema en un 80% y amplía el intervalo de velocidades reducidas en un factor de 18, en el que el sistema presenta las máximas amplitudes.

- f) Finalmente, la investigación establece que la relación de masa z no presentó un efecto uniforme, sino que es dual y depende del intervalo. En escalas de milésimas ($z < 0.001$), el sistema es conservador y conserva la física del modelo base. En escalas decimales ($z \approx 0.9$), el sistema experimenta una reconfiguración total.
- g) El diseño de dispositivos de control de vibraciones inducidas por flujo debe integrar el parámetro “ z ” como variable de sintonización para maximizar el desempeño, permitiendo "adelantar" el galope y "amplificar" el VIV según los requerimientos operativos de la estructura.

Como último punto, las relaciones de masa con mejor comportamiento en el sistema, en el caso de “galope puro”, son $z = 2$; esto se debió a la reducción del salto de histéresis presente en el modelo original reportado por Han et al.[36] . Por otro lado, en el caso de “VIV puro”, fue posible apreciar que los valores de la relación de masa del sintonizador que modifican el comportamiento y la amplitud del sistema se sitúan entre 0.1 y 0.9, siendo este último el que amplificó de mejor manera la amplitud de vibración ($y_1 > 3$), así como el intervalo de velocidades reducidas a las que opera el sistema.

Se tomaron en consideración las relaciones de masa en las que el sistema opera adecuadamente para aprovechar la energía generada por los fenómenos de galopeo y VIV. En el Apéndice A5 se presenta una propuesta conceptual del sistema de hidrogenerador con sintonizador de vibración, así como los valores físicos y dinámicos del sistema principal y del sintonizador.

Bibliografía

- [1] S. S. Rao, “Vibraciones Mecánicas,” 2011.
- [2] X. Ma and S. Zhou, “A review of flow-induced vibration energy harvesters,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 254, p. 115223, Feb. 2022, doi: 10.1016/j.enconman.2022.115223.
- [3] M. L. Facchinetti, E. de Langre, and F. Biolley, “Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations,” *J. Fluids Struct.*, vol. 19, no. 2, pp. 123–140, Feb. 2004, doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2003.12.004.
- [4] M. M. Bernitsas, Y. Ben-Simon, K. Raghavan, and E. M. H. Garcia, “The VIVACE Converter: Model Tests at High Damping and Reynolds Number Around 105,” *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, vol. 131, no. 1, Feb. 2009, doi: 10.1115/1.2979796.
- [5] M. M. Bernitsas, K. Raghavan, Y. Ben-Simon, and E. M. H. Garcia, “VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A New Concept in Generation of Clean and Renewable Energy From Fluid Flow,” *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, vol. 130, no. 4, Nov. 2008, doi: 10.1115/1.2957913.
- [6] C. Mazón, “Diseño y construcción de un sistema de amortiguamiento con inersor y fluido reológico,” Jun. 2019.
- [7] R. Ma, K. Bi, and H. Hao, “Inerter-based structural vibration control: A state-of-the-art review,” *Eng. Struct.*, vol. 243, p. 112655, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.engstruct.2021.112655.
- [8] V. Steffen and D. Rade, “Absorbers, Vibration,” in *Encyclopedia of Vibration*, Elsevier, 2001, pp. 9–26. doi: 10.1006/rwvb.2001.0176.
- [9] M. R. Gharib, “Vortex-Induced Vibration,-Absence of Lock-in and Fluid Force Deduction Thesis by,” 1999.
- [10] T. Sarpkaya, “A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations,” *J. Fluids Struct.*, vol. 19, no. 4, pp. 389–447, May 2004, doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2004.02.005.
- [11] R. D. Blevins, *Flow-induced vibration*. Krieger publ, 2001.
- [12] Y. H. Irawan and S. A. Raza, “Vortex-induced vibration of two circular cylinders in a side-by-side arrangement at moderate Reynolds number: A numerical study,” *Physics of Fluids*, vol. 35, no. 5, May 2023, doi: 10.1063/5.0139301.
- [13] C. H. K. Williamson and R. Govardhan, “Vortex-Induced vibrations,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 36, no. 1, pp. 413–455, Jan. 2004, doi: 10.1146/annurev.fluid.36.050802.122128.
- [14] S. Cammelli, A. Bagnara, and J. G. Navarro, “VIV-galloping interaction of the deck of a footbridge with solid parapets,” *Procedia Eng.*, vol. 199, pp. 1290–1295, 2017, doi: 10.1016/j.proeng.2017.09.313.

- [15] G. Di Pasquo, C. G. Varrenti, P. A. Caron, and W. A. Gazeck, “Desarrollo de una experiencia académica de visualización de vibraciones inducidas por vórtices,” *7mo Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica*, 2023.
- [16] B. Zhao, J. Yang, and X. Zhan, “Differential design based on double pendulum anti-galloping device for important line,” *Energy Reports*, vol. 7, pp. 613–618, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.egy.2021.09.209.
- [17] A. Hossein Rabiee, F. Rafieian, and A. Mosavi, “Active vibration control of tandem square cylinders for three different phenomena: Vortex-induced vibration, galloping, and wake-induced vibration,” *Alexandria Engineering Journal*, vol. 61, no. 12, pp. 12019–12037, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.aej.2022.05.048.
- [18] Ignacio Gómez Pérez, “Investigación de fenómenos de galope en cuerpos de diversa sección transversal,” universidad Politécnica de Madris, Madrid, 2014.
- [19] G. Alonso, “Fenómenos de galope en obstáculos de sección no rectangular,” Universidad Politécnica de Madrid, Madrid , 2005.
- [20] M. Armandei and A. C. Fernandes, “Performance Improvement and Similarity Analysis for Torsional Galloping Based Turbine,” in *Volume 9: Ocean Renewable Energy*, American Society of Mechanical Engineers, May 2015. doi: 10.1115/OMAE2015-42095.
- [21] M. Armandei and A. C. Fernandes, “Torsional Instability of an Elastic Flat Plate due to Hydrodynamic Loads,” *Journal of Mechanics*, vol. 30, no. 6, pp. 643–650, Dec. 2014, doi: 10.1017/jmech.2014.28.
- [22] D. Vicente-Ludlam, A. Barrero-Gil, and A. Velazquez, “Enhanced mechanical energy extraction from transverse galloping using a dual mass system,” *J. Sound Vib.*, vol. 339, pp. 290–303, Mar. 2015, doi: 10.1016/j.jsv.2014.11.034.
- [23] C. Chang, R. Ajith Kumar, and M. M. Bernitsas, “VIV and galloping of single circular cylinder with surface roughness at $3.0 \times 10^4 \leq Re \leq 1.2 \times 10^5$,” *Ocean Engineering*, vol. 38, no. 16, pp. 1713–1732, Nov. 2011, doi: 10.1016/j.oceaneng.2011.07.013.
- [24] E. S. Kim *et al.*, “Development of an alternating lift converter utilizing flow-induced oscillations to harness horizontal hydrokinetic energy,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 145, p. 111094, Jul. 2021, doi: 10.1016/j.rser.2021.111094.
- [25] D. Khojasteh *et al.*, “A large-scale review of wave and tidal energy research over the last 20 years,” *Ocean Engineering*, vol. 282, p. 114995, Aug. 2023, doi: 10.1016/j.oceaneng.2023.114995.
- [26] J. Wang, L. Geng, L. Ding, H. Zhu, and D. Yurchenko, “The state-of-the-art review on energy harvesting from flow-induced vibrations,” *Appl. Energy*, vol. 267, p. 114902, Jun. 2020, doi: 10.1016/j.apenergy.2020.114902.

- [27] X. Huang and T. Zhong, "Hydrokinetic energy harvesting from flow-induced vibration of a hollow cylinder attached with a bi-stable energy harvester," *Energy Convers. Manag.*, vol. 278, p. 116718, Feb. 2023, doi: 10.1016/j.enconman.2023.116718.
- [28] W. Sun, T. Tan, Z. Yan, D. Zhao, X. Luo, and W. Huang, "Energy harvesting from water flow in open channel with macro fiber composite," *AIP Adv.*, vol. 8, no. 9, Sep. 2018, doi: 10.1063/1.5035383.
- [29] D. Vicente-Ludlam, A. Barrero-Gil, and A. Velazquez, "Optimal electromagnetic energy extraction from transverse galloping," *J. Fluids Struct.*, vol. 51, pp. 281–291, Nov. 2014, doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2014.09.007.
- [30] J. Sirohi and R. Mahadik, "Piezoelectric wind energy harvester for low-power sensors," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 22, no. 18, pp. 2215–2228, Dec. 2011, doi: 10.1177/1045389X11428366.
- [31] A. Barrero-Gil, G. Alonso, and A. Sanz-Andres, "Energy harvesting from transverse galloping," *J. Sound Vib.*, vol. 329, no. 14, pp. 2873–2883, Jul. 2010, doi: 10.1016/j.jsv.2010.01.028.
- [32] V. Cabello, "Plantas de energías renovables marinas: Efectos potenciales en mamíferos marinos y medidas de mitigación," Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California (CICESE)), Ensenada, Baja California, México, 2022.
- [33] W. Xu, M. Yang, E. Wang, and H. Sun, "Performance of single-cylinder VIVACE converter for hydrokinetic energy harvesting from flow-induced vibration near a free surface," *Ocean Engineering*, vol. 218, p. 108168, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.oceaneng.2020.108168.
- [34] J. H. Lee and M. M. Bernitsas, "High-damping, high-Reynolds VIV tests for energy harnessing using the VIVACE converter," *Ocean Engineering*, vol. 38, no. 16, pp. 1697–1712, Nov. 2011, doi: 10.1016/j.oceaneng.2011.06.007.
- [35] J. C. Cajas and X. Ancona, "Un giro a la energía: las vibraciones inducidas por vórtices, pingüica-aglutinando conocimiento numero 6 (2023)," 2023. Accessed: Nov. 18, 2023. [Online]. Available: <https://www.pinguica.org>
- [36] P. Han, P. Hémon, G. Pan, and E. de Langre, "Nonlinear modeling of combined galloping and vortex-induced vibration of square sections under flow," *Nonlinear Dyn.*, vol. 103, no. 4, pp. 3113–3125, Mar. 2021, doi: 10.1007/s11071-020-06078-4.
- [37] M. L. Facchinetti, E. de Langre, .E. Fontaine, P. A. Bonnet, S. Etienne, and F. Biolley, "VIV of Two Cylinders in Tandem Arrangement: Analytical and Numerical Modeling.," *The International Society of Offshore and Polar Engineers*, 2002.
- [38] K. Theophilus, S. O. Enibe, and C. A. Mgbemene, "Size Dependence of Vortex-Induced Vibrations Based Energy Converter Bluff Body cylinder," 2023. [Online]. Available: www.scopel-journal.com

- [39] C. Ma, H. Sun, G. Nowakowski, E. Mauer, and M. M. Bernitsas, “Nonlinear piecewise restoring force in hydrokinetic power conversion using flow induced motions of single cylinder,” *Ocean Engineering*, vol. 128, pp. 1–12, Dec. 2016, doi: 10.1016/j.oceaneng.2016.10.020.
- [40] A. Modir and N. Goudarzi, “Experimental investigation of Reynolds number and spring stiffness effects on vortex induced vibrations of a rigid circular cylinder,” *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol. 74, pp. 34–40, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.euromechflu.2018.10.016.
- [41] D. Lefebure, N. Dellinger, P. François, and R. Mosé, “Analytical and CFD study of the influence of control parameters on the maximum efficiency of a hydro-power conversion system based on vortex-induced vibrations,” *Renew. Energy*, vol. 155, pp. 369–377, Aug. 2020, doi: 10.1016/j.renene.2020.03.068.
- [42] D. Ran *et al.*, “Flow-Induced Motion and Energy Conversion of the Cir-T-Att Oscillator in a Flow Field with a High Reynolds Number,” *J. Mar. Sci. Eng.*, vol. 11, no. 4, p. 795, Apr. 2023, doi: 10.3390/jmse11040795.
- [43] H. Park, “Estimation of Fluid Force for Renewable Energy Generation Using Vortex-induced Vibrations,” *New & Renewable Energy*, vol. 19, no. 2, pp. 23–30, Jun. 2023, doi: 10.7849/ksnre.2023.0006.
- [44] C.-C. Chang and M. M. Bernitsas, “Hydrokinetic Energy Harnessing Using the VIVACE Converter With Passive Turbulence Control,” in *Volume 5: Ocean Space Utilization; Ocean Renewable Energy*, ASMEDC, Jan. 2011, pp. 899–908. doi: 10.1115/OMAE2011-50290.
- [45] J. Liu and M. M. Bernitsas, “Envelope of Power Harvested by a Single-Cylinder VIVACE Converter,” in *Volume 9: Ocean Renewable Energy*, American Society of Mechanical Engineers, May 2015. doi: 10.1115/OMAE2015-42333.
- [46] L. Ding, L. Zhang, M. M. Bernitsas, and C.-C. Chang, “Numerical simulation and experimental validation for energy harvesting of single-cylinder VIVACE converter with passive turbulence control,” *Renew. Energy*, vol. 85, pp. 1246–1259, Jan. 2016, doi: 10.1016/j.renene.2015.07.088.
- [47] W. Ding, H. Sun, W. Xu, and M. M. Bernitsas, “Experimental and computational investigation of interactive flow induced oscillations of two tandem rough cylinders at $3 \times 10^4 \leq Re \leq 1.2 \times 10^5$,” *Ocean Engineering*, vol. 223, p. 108641, Mar. 2021, doi: 10.1016/j.oceaneng.2021.108641.
- [48] W. Ding, H. Sun, W. Xu, and M. M. Bernitsas, “Numerical investigation on interactive FIO of two-tandem cylinders for hydrokinetic energy harnessing,” *Ocean Engineering*, vol. 187, p. 106215, Sep. 2019, doi: 10.1016/j.oceaneng.2019.106215.
- [49] M. Gu, B. Song, B. Zhang, Z. Mao, and W. Tian, “The effects of submergence depth on Vortex-Induced Vibration (VIV) and energy harvesting of a circular cylinder,” *Renew. Energy*, vol. 151, pp. 931–945, May 2020, doi: 10.1016/j.renene.2019.11.086.

- [50] H. Zhu and Y. Gao, "Hydrokinetic energy harvesting from flow-induced vibration of a circular cylinder with two symmetrical fin-shaped strips," *Energy*, vol. 165, pp. 1259–1281, Dec. 2018, doi: 10.1016/j.energy.2018.10.109.
- [51] G. Zhao, J. Xu, K. Duan, M. Zhang, H. Zhu, and J. Wang, "Numerical analysis of hydroenergy harvesting from vortex-induced vibrations of a cylinder with groove structures," *Ocean Engineering*, vol. 218, p. 108219, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.oceaneng.2020.108219.
- [52] G. I. Y. Mustafa, H. P. Wang, and Y. Tian, "Vibration control of an active vehicle suspension systems using optimized model-free fuzzy logic controller based on time delay estimation," *Advances in Engineering Software*, vol. 127, pp. 141–149, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.advengsoft.2018.04.009.
- [53] Z. Zhao, H. Taghavifar, H. Du, Y. Qin, M. Dong, and L. Gu, "In-Wheel Motor Vibration Control for Distributed-Driven Electric Vehicles: A Review," *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 7, no. 4, pp. 2864–2880, Dec. 2021, doi: 10.1109/TTE.2021.3074970.
- [54] M. C. Smith, "The Inerter: A Retrospective," *Annu. Rev. Control Robot. Auton. Syst.*, vol. 3, no. 1, pp. 361–391, May 2020, doi: 10.1146/annurev-control-053018-023917.
- [55] M. C. Smith, "Synthesis of mechanical networks: the inerter," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 47, no. 10, pp. 1648–1662, Oct. 2002, doi: 10.1109/TAC.2002.803532.
- [56] S. Pani, S. K. Senapati, K. C. Patra, and P. Nath, "Review of an Effective Dynamic Vibration Absorber for a Simply Supported Beam and Parametric Optimization to Reduce Vibration Amplitude," *Int. J. Eng. Res. Appl.*, vol. 07, no. 07, pp. 49–77, Jul. 2017, doi: 10.9790/9622-0707034977.
- [57] H. Li, Y. Li, and J. Li, "Negative stiffness devices for vibration isolation applications: A review," *Advances in Structural Engineering*, vol. 23, no. 8, pp. 1739–1755, Jun. 2020, doi: 10.1177/1369433219900311.
- [58] M. H. Enferadi, M. R. Ghasemi, and N. Shabakhly, "Wave-induced vibration control of offshore jacket platforms through SMA dampers," *Applied Ocean Research*, vol. 90, p. 101848, Sep. 2019, doi: 10.1016/j.apor.2019.06.005.
- [59] H.-N. Feng, B.-L. Zhang, Y.-D. Zhao, H. Ma, H. Su, and J. Li, "Vibration control of network-based offshore structures subject to earthquakes," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 44, no. 4, pp. 861–870, Feb. 2022, doi: 10.1177/01423312211025956.
- [60] M. A. Ramírez, "Análisis del comportamiento dinámico de un aerogenerador VIV utilizando absorbedores de vibración aplicando el concepto de admitancia mecánica global," Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (Cenidet), 2026.

- [61] F. Ewere and G. Wang, “Performance of galloping piezoelectric energy harvesters,” *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 25, no. 14, pp. 1693–1704, Sep. 2014, doi: 10.1177/1045389X13505251.
- [62] Y. A. Çengel and J. M. Cimbala, “Mecánica de Fluidos,” 2006.
- [63] C. H. K. Williamson and R. Govardhan, “Vortex-induced vibrations,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 36, pp. 413–455, 2004, doi: 10.1146/annurev.fluid.36.050802.122128.
- [64] Y. J. Lee, Y. Qi, G. Zhou, and K. B. Lua, “Vortex-induced vibration wind energy harvesting by piezoelectric MEMS device in formation,” *Sci. Rep.*, vol. 9, no. 1, p. 20404, Dec. 2019, doi: 10.1038/s41598-019-56786-0.
- [65] O. Shoshani, “Theoretical aspects of synchronization in transverse galloping aeroelastic instability,” *Appl. Math. Model.*, vol. 80, pp. 257–267, Apr. 2020, doi: 10.1016/j.apm.2019.11.039.
- [66] A. C. Fernandes and M. Armandei, “Phenomenological model for torsional galloping of an elastic flat plate due to hydrodynamic loads,” *Journal of Hydrodynamics*, vol. 26, no. 1, pp. 57–65, Feb. 2014, doi: 10.1016/S1001-6058(14)60007-X.
- [67] R. D. Blevins, *Flow-Induced Vibration*, 2001st ed., vol. 3. Malabar, Florida, 2001.
- [68] J. P. Den Hartog, *Mecánica de las vibraciones*, Sexta edición. New York, 1976.
- [69] G. Parkinson and Smith J., “The square prism as an aeroelastic non-linear oscillator,” *Quart. Journ. Mech. and Applied Math.*, 1964.
- [70] C. Mannini, T. Massai, A. Marra, and G. Bartoli, “Modelling the interaction of VIV and galloping for rectangular cylinders ,” *14th International Conference on Wind Engineering*, Jun. 2015.

Apéndices

A.1 Adimensionamiento: Oscilador

$$m\ddot{Y} + C_s \dot{Y} + kY = F_v + F_g \quad (\text{A1.1})$$

$$\ddot{q} + \varepsilon \omega_f (q^2 - 1) \dot{q} + \omega_f^2 q = \frac{f(Y)}{D} \quad (\text{A1.2})$$

Se supone una frecuencia de excitación, en este caso se sabe que:

$$\omega = \frac{\omega_{exc}}{\omega_f} \quad (\text{A1.3})$$

Pero:

$$\omega_{exc} = \omega \cdot \omega_f \quad (\text{A1.4})$$

sustituyendo valores adimensionales en ec. de Y y Q

$$\omega_{exc} T = \omega \omega_f \left(\frac{t}{\omega_f} \right) \quad (\text{A1.5})$$

$$\omega_{exc} T = \omega t \quad (\text{A1.6})$$

por lo tanto, las ecuaciones de Y y Q se pueden reescribir como:

$$\begin{aligned} Y &= Y_0 \cos(\omega t) & Q &= Q_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ \dot{Y} &= -\omega \omega_f Y_0 \sin(\omega t) & \dot{Q} &= -\omega \omega_f Q_0 \sin(\omega t + \varphi) \\ \ddot{Y} &= -\omega^2 \omega_f^2 Y_0 \cos(\omega t) & \ddot{Q} &= -\omega^2 \omega_f^2 Q_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

Con los términos adimensionales:

$$\delta = \frac{\omega_s}{\omega_f}, \quad w = \frac{\omega_{exc}}{\omega_f}, \quad t = T \cdot \omega_f \quad (\text{A1.8})$$

Por lo tanto:

$$T = \frac{t}{\omega_f}, \quad \omega_{exc} = \omega \cdot \omega_f \quad (A1.9)$$

sustituyendo valores adimensionales en ec. de Y y Q:

$$\omega_{exc} T = \omega \omega_f \left(\frac{t}{\omega_f} \right), \quad \omega_{exc} T = \omega t \quad (A1.10)$$

por lo tanto, las ecuaciones de Y y Q se pueden reescribir como:

$$\begin{aligned} Y &= Y_0 \cos(\omega t) & Q &= Q_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ \dot{Y} &= -\omega \omega_f Y_0 \sin(\omega t) & \dot{Q} &= -\omega \omega_f Q_0 \sin(\omega t + \varphi) \\ \ddot{Y} &= -\omega^2 \omega_f^2 Y_0 \cos(\omega t) & \ddot{Q} &= -\omega^2 \omega_f^2 Q_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (A1.11)$$

sustituyendo valores nuevos de y: ec. A1.11 en la ec. A1.1

$$m \left(-\omega^2 \omega_f^2 Y_0 \cos(\omega t) \right) + C_s \left(-\omega \omega_f Y_0 \sin(\omega t) \right) + k \left(Y_0 \cos(\omega t) \right) = F_v + F_g \quad (A1.12)$$

Donde:

$$C_s = \zeta 2 m \omega_f \delta, \quad k = m \omega_f^2 \delta^2 \quad (A1.13)$$

Sustituyendo la ec. A1.13 en la ec. A1.2:

$$m \left(-\omega^2 \omega_f^2 Y_0 \cos(\omega t) \right) + (\zeta \cdot 2 \cdot m \cdot \omega_f \cdot \delta) \left(-\omega \omega_f Y_0 \sin(\omega t) \right) + \left(m \omega_f^2 \delta^2 \right) \left(Y_0 \cos(\omega t) \right) = F_v + F_g \quad (\text{A1.14})$$

Haciendo

$$Y_0 = y_0 D \quad (\text{A1.15})$$

Queda:

$$-\omega^2 y_0 \cos(\omega t) + \zeta 2 \delta \left(-\omega y_0 \sin(\omega t) \right) + \delta^2 y_0 \cos(\omega t) = \frac{F_v + F_g}{m \omega_f^2 D} \quad (\text{A1.16})$$

Sabiendo que:

$$\begin{aligned} y &= y_0 \cos(\omega t) \\ \dot{y} &= -\omega y_0 \sin(\omega t) \\ \ddot{y} &= -\omega^2 y_0 \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (\text{A1.17})$$

Reemplazando estos valores en la ec. A1.13, queda:

$$\ddot{y} + (\zeta 2 \delta) \cdot \dot{y} + \delta^2 \cdot y = \frac{F_v + F_g}{m \omega_f^2 D} \quad (\text{A1.18})$$

Trabajando solo con la parte derecha de la ecuación:

$$\frac{F_v + F_g}{m \omega_f^2 D} \quad (\text{A1.19})$$

Sabiendo que:

$$F_v = \frac{\rho(U)^2 D C_L^v}{2} \quad (A1.20)$$

$$C_L^v = \frac{C_{L0} q}{2} \quad (A1.21)$$

$$F_g = \frac{\rho(U)^2 D C_L^g}{2} \quad (A1.22)$$

$$C_L^g = \left(A_1 \left(\frac{\dot{Y}}{U} \right) - A_2 \left(\frac{\dot{Y}}{U} \right)^3 + A_3 \left(\frac{\dot{Y}}{U} \right)^5 - A_4 \left(\frac{\dot{Y}}{U} \right)^7 \right) \quad (A1.23)$$

$$\omega_f^2 = \frac{4 \cdot (\pi)^2 \cdot (S_t) \cdot (U)^2}{(D)^2} \quad (A1.24)$$

$$(D)^2 = \frac{m}{\rho \cdot \mu} \quad (A1.25)$$

$$H = \frac{1}{8 \mu \pi^2 S_t} \quad (A1.26)$$

Sustituyendo y desarrollando ec. A1.20 – A1.25:

$$\frac{1}{8 \mu \pi^2 S_t} \left(C_L^v + C_L^g \right) \quad (A1.27)$$

Sustituyendo ec. A1.26 en A1.27:

$$H \cdot \left(\frac{C_{L0} q}{2} + \left(A_1 \left(2 \dot{Y} \cdot \pi \cdot S_t \right) - A_2 \left(2 \dot{Y} \cdot \pi \cdot S_t \right)^3 + A_3 \left(2 \dot{Y} \cdot \pi \cdot S_t \right)^5 - A_4 \left(2 \dot{Y} \cdot \pi \cdot S_t \right)^7 \right) \right) \quad (A1.28)$$

Agrupando y juntando los términos de los lados derecho e izquierdo de la ec. A1.18:

$$\ddot{y} + (\zeta 2\delta) \cdot \dot{y} + \delta^2 \cdot y = H \cdot \left(\frac{C_{L0} q}{2} + \left(A_1 (2 \dot{y} \cdot \pi \cdot S_t) - A_2 (2 \dot{y} \cdot \pi \cdot S_t)^3 + A_3 (2 \dot{y} \cdot \pi \cdot S_t)^5 - A_4 (2 \dot{y} \cdot \pi \cdot S_t)^7 \right) \right) \quad (A1.29)$$

A.2 Adimensionamiento: ecuación del oscilador de estela

$$\ddot{q} + \varepsilon \omega_f (q^2 - 1) \dot{q} + \omega_f^2 q = \frac{f(Y)}{D} \quad (A2.1)$$

Tomando ec. A1.3 – A1.11 y sustituyendo valores de las soluciones propuestas de q:

$$\begin{aligned} & -\omega^2 \omega_f^2 Q_0 \cos(\omega t + \varphi) + \varepsilon \omega_f \left((Q_0 \cos(\omega t + \varphi))^2 - 1 \right) \\ & \left(-\omega \omega_f Q_0 \sin(\omega t + \varphi) \right) + \omega_f^2 (Q_0 \cos(\omega t + \varphi)) = \frac{f(Y)}{D} \end{aligned} \quad (A2.2)$$

Haciendo:

$$Q_0 = q_0 D \quad (A2.3)$$

La ec. A2.2 queda:

$$\begin{aligned} & \omega^2 q_0 \cos(\omega t + \varphi) + \varepsilon \left(q_0^2 \cos(\omega t + \varphi)^2 - 1 \right) \left(-\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi) \right) + q_0 \cos(\omega t + \varphi) = \frac{f(Y)}{(D)^2 \cdot \omega_f^2} \end{aligned} \quad (A2.4)$$

Sabiendo que:

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (A2.5)$$

$$\dot{q} = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{q} = \omega^2 q_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Sustituyendo A2.5 en A2.4:

$$\ddot{q} + \varepsilon((\dot{q})^2 - 1)\dot{q} + q = f(y) \tag{A2.6}$$

A.3 Acoplamiento aceleración

Teniendo la ecuación del oscilador de estela con la configuración del lado derecho de aceleración, con sus coeficientes B_1 , tenemos:

$$\ddot{q} + \epsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = B_1 \ddot{y} \quad (A3.1)$$

Se propone una solución para el sistema que se derivará: una vez para la velocidad y dos veces para obtener la respuesta de aceleración del sistema.

Solución propuesta de la estructura: $y = y_0 \cos(\omega t)$ $\dot{y} = -y_0 \omega \sin(\omega t)$ $\ddot{y} = -y_0 \omega^2 \cos(\omega t)$	Solución propuesta para el oscilador de estela: $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ $\dot{q} = -q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)$ $\ddot{q} = -q_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$	$(A3.2)$
---	--	----------

Sustituyendo los valores de la solución propuesta de la ecuación A3.2 en la A3.1, obtenemos:

$$-q_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) - \epsilon(q_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) - 1) q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) + q_0 \cos(\omega t + \varphi) = -B_1 y_0 \omega^2 \cos(\omega t) \quad (A3.3)$$

Tomando en consideración las siguientes identidades trigonométricas:

$$\cos^2(\omega t + \varphi) \cdot \sin(\omega t + \varphi) \approx \frac{1}{4} \sin(\omega t) \quad (A3.4)$$

$$\begin{aligned} \cos(\omega t + \varphi) &= \cos(\omega t) \cdot \cos(\varphi) - \sin(\omega t) \cdot \sin(\varphi) \\ \sin(\omega t + \varphi) &= \sin(\omega t) \cdot \cos(\varphi) + \cos(\omega t) \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (A3.5)$$

Sustituyendo las identidades A3.4 y A3.5, en la ec. A3.3, se obtiene:

$$\begin{aligned} -q_0 \omega^2 (\cos(\omega t) \cos(\varphi) - \sin(\omega t) \sin(\varphi)) - \epsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) q_0 \omega (\sin(\omega t) \cos(\varphi) + \cos(\omega t) \sin(\varphi)) \\ + q_0 (\cos(\omega t) \cos(\varphi) - \sin(\omega t) \sin(\varphi)) = -B_1 y_0 \omega^2 \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (A3.6)$$

Separando en términos de seno y coseno:

$$\begin{aligned} \text{Sen}(\omega t) \\ q_0 \cdot \sin(\varphi) (\omega^2 - 1) - \epsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) q_0 \omega \cdot \cos(\varphi) = 0 \end{aligned} \quad (A3.7)$$

$$\begin{aligned} \text{Cos}(\omega t) \\ -q_0 \cos(\varphi) (\omega^2 - 1) + \epsilon \cdot \omega \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) q_0 \sin(\varphi) = -B_1 y_0 \omega^2 \end{aligned} \quad (31.8)$$

Se acomodan de forma matricial las ecuaciones A3.7 y A3.8 para obtener los valores correspondientes a seno(φ) y cos(φ). Antes, es necesario calcular el determinante; posteriormente, obtener estos valores y, con ellos, encontrar las funciones q y φ .

Cálculo del determinante de ambas expresiones:

$$\begin{bmatrix} -(\omega^2 - 1) & -\epsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) \\ \epsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) & (\omega^2 - 1) \end{bmatrix} \quad (\text{A3.9})$$

Determinante:

$$D = -(\omega^2 - 1)^2 + \left(\epsilon \cdot \omega \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) \right)^2 \quad (\text{A3.10})$$

Una vez obtenido el valor del determinante (D), es posible obtener los valores de seno(φ) y cos(φ).

$$q_0 \sin(\varphi) = \frac{\begin{bmatrix} -(\omega^2 - 1) & -B_I y_0 \omega^2 \\ \epsilon \omega \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) & 0 \end{bmatrix}}{D} \quad (\text{A3.11})$$

$$q_0 \cos(\varphi) = \frac{\begin{bmatrix} -B_I y_0 \omega^2 & -\epsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) \\ 0 & (\omega^2 - 1) \end{bmatrix}}{D} \quad (\text{A3.12})$$

Obteniendo:

$$q^2 = \frac{B_I^2 y_0^2 \omega^4}{(\omega^2 - 1)^2 + \epsilon^2 (\omega)^2 \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right)^2} \quad (\text{A3.13})$$

Despejando al lado izquierdo el denominador y desarrollando el binomio que integra q_0 obtenemos:

$$q_0^6 - 8 q_0^4 + 16 q_0 \left(\frac{(\omega^2 - 1)^2}{\omega^2 \epsilon^2} + 1 \right)^2 = \frac{16 B_I^2 y_0^2 \omega^2}{\epsilon^2} \quad (\text{A3.14})$$

Sabiendo que:

$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \quad (\text{A3.15})$$

Obtenemos:

$$(\varphi) = (\tan)^{-1} \left(\frac{\omega \varepsilon \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right)}{\omega (\omega^2 - 1)} \right) \quad (\text{A3.16})$$

A4. Acoplamiento velocidad-aceleración

Teniendo la ecuación del oscilador de estela con la configuración del lado derecho velocidad-aceleración, con sus coeficientes B_1 y B_2 respectivamente:

$$\ddot{q} + \epsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = B_1\ddot{y} + B_2\dot{y} \quad (A4.1)$$

Realizando el mismo procedimiento que el caso anterior, sustituyendo las soluciones propuestas y considerando las identidades trigonométricas en la ecuación A4.1, se obtiene:

$$\begin{aligned} -q_0\omega^2(\cos(\omega t)\cos(\varphi) - \sin(\omega t)\sin(\varphi)) - \epsilon\left(\frac{q_0^2}{4} - 1\right)q_0\omega(\sin(\omega t)\cos(\varphi) - \cos(\omega t)\sin(\varphi)) \\ + q_0(\cos(\omega t)\cos(\varphi) - \sin(\omega t)\sin(\varphi)) = -B_1y_0\omega^2\cos(\omega t) + B_2(-y_0\omega\sin(\omega t)) \end{aligned} \quad (A4.2)$$

De igual forma separando en términos de $\text{sen}(\omega t)$ y $\text{cos}(\omega t)$:

$$\begin{aligned} \text{seno}(\omega t) \\ q_0\sin(\varphi)(\omega^2 - 1) - \epsilon\left(\frac{q_0^2}{4} - 1\right)q_0\omega\cos(\varphi) = -B_2y_0\omega \end{aligned} \quad (A4.3)$$

$$\begin{aligned} \text{cos}(\omega t) \\ -q_0\cos(\varphi)(\omega^2 - 1) + \epsilon\omega\left(\frac{q_0^2}{4} - 1\right)q_0\sin(\varphi) = -B_1y_0\omega^2 \end{aligned} \quad (A4.4)$$

Se acomodan de forma matricial las ecuaciones A4.7 y A4.8 para obtener los valores correspondientes a $\text{seno}(\varphi)$ y $\text{cos}(\varphi)$. Pero primero es necesario calcular el determinante, para posteriormente obtener estos valores y, con ellos, encontrar las funciones q y φ .

$$\begin{bmatrix} -(\omega^2 - 1) & -\epsilon\left(\frac{q_0^2}{4} - 1\right) \\ \epsilon\left(\frac{q_0^2}{4} - 1\right) & (\omega^2 - 1) \end{bmatrix} \quad (A4.5)$$

Determinante:

$$D = -(\omega^2 - 1)^2 + \left(\epsilon\omega\left(\frac{q_0^2}{4} - 1\right)\right)^2 \quad (A4.6)$$

$$q_0 \sin(\varphi) = \frac{\begin{bmatrix} -B_2 y_0 \omega & -\epsilon \omega \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) \\ -B_1 y_0 \omega^2 & -(\omega^2 - 1) \end{bmatrix}}{D} \quad (\text{A4.7})$$

$$q_0 \cos(\varphi) = \frac{\begin{bmatrix} (\omega^2 - 1) & -B_2 y_0 \omega \\ \epsilon \cdot \omega \cdot \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right) & -B_1 y_0 \omega^2 \end{bmatrix}}{D} \quad (\text{A4.8})$$

Obteniendo:

$$q^2 = \frac{B_1^2 y_0^2 \omega^4 + B_2^2 y_0^2 \omega^4}{(\omega^2 - 1)^2 + \epsilon^2 \omega^2 \left(\frac{q_0^2}{4} - 1 \right)^2} \quad (\text{A4.9})$$

$$(q_0)^6 - 8(q_0)^4 + 16(q_0)^2 \left(\left(\frac{\omega^2 - 1}{\omega \cdot \epsilon} \right)^2 + 1 \right) = \frac{16B_1^2 y_0^2 \omega^2}{\epsilon^2} + \frac{16B_2^2 y_0^2}{\epsilon^2} \quad (\text{A4.10})$$

Sabiendo que:

$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \quad (\text{A4.11})$$

$$\theta = \arctan \frac{\epsilon \omega}{\omega^2 - 1} (q_0^2/4 - 1) + \arctan \frac{B_2 \omega}{-B_1 \omega^2} \quad (\text{A4.12})$$

A5. Propuesta de diseño

La transición del modelo matemático a una implementación física requiere convertir las variables adimensionales analizadas en los capítulos anteriores en parámetros físicos reales. Esta propuesta de diseño se fundamenta en las ecuaciones dinámicas de Han et al. (2020), las cuales acoplan el oscilador de estela de van der Pol con la fuerza cuasi-estacionaria de galope.

Para el proceso de dimensionamiento se consideraron tres puntos fundamentales, los cuales son:

- Parámetros o ecuaciones adimensionales.
- Material y sus propiedades.
- Tipo de flujo y sus propiedades.

El dimensionamiento es un proceso inverso del adimensionamiento, se realizó a partir de los parámetros mostrados en las ecuaciones (A5.1 a A5.8), junto con los valores de los parámetros de la Tabla 2, para obtener los valores de masa, rigidez y amortiguamiento de nuestra propuesta de diseño.

Frecuencia del fluido:

$$\omega_f = \frac{2\pi StU}{D} \quad (A5.1)$$

Masa por unidad de longitud:

$$m = \rho_{PVC} A \quad (A5.2)$$

Coefficiente de masa añadida:

$$m_a = C_m(\rho_{agua} D^2) \quad (A5.3)$$

Masa total:

$$m_{total} = m + m_a \quad (A5.4)$$

Momento de inercia

$$I = \frac{D_{ext}^4 - D_{int}^4}{12} \quad (A5.5)$$

Longitud:

$$L = \frac{(B_n l)^2}{\omega_n} \sqrt{\frac{EI}{\rho_{PVC}}} \quad (A5.6)$$

Rigidez:

$$k = \omega_n^2 m \quad (A5.7)$$

Amortiguamiento:

$$r_s = \xi 2m\omega_s \quad (A5.8)$$

Tabla 7.- Parámetros de entrada para el dimensionamiento.

Parámetros de entrada		Valor
Velocidad del fluido	U	0.4 m/s [5]
Fluido	$Agua$	-
Densidad del fluido	ρ_{agua}	$1000 \frac{kg}{m^3}$
Material del prisma	PVC	-
Densidad del material	ρ_{PVC}	$1300 \frac{kg}{m^3}$
Diámetro exterior	D_{ext}	1.5 in = 0.0381 m
Espesor	e	0.054 in = 0.00137m
Diámetro interior	D_{int}	0.035357m
Área del material	A_{PVC}	$2.0149 \times 10^{-4} m^2$
Modulo Young	E	$3 \times 10^9 Pa$
Coeficiente de masa añadido	C_M	1.5 [36]
Numero de Strouhal	St	0.135 [36]
Relación de amortiguamiento	ξ	0.00372 [36]

Una vez sustituidos los valores y desarrollados los cálculos correspondientes, los valores para del sistema son los mostrados en la Tabla 8.

Tabla 8.- Parámetros del modelo propuesto.

Parámetro	Valor
Masa total m_{total}	$2.453 \frac{kg}{m}$
Rigidez k	$71.5356 \frac{N}{m}$
Amortiguamiento r_s	$0.16251 \frac{Ns}{m}$
Longitud L	0.9021 m

Una vez obtenidos los valores de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema, el modelado 3D del diseño propuesto se realizó en el software Autodesk Inventor. La Figura 32 muestra el modelo 3D del diseño propuesto; dicho modelo se realizó de tal forma que el prisma cuadrado quedara sujeto en ambos extremos por guías lineales, las cuales permiten el movimiento inútil en la dirección Y. Una

vez que el fluido impacte perpendicularmente el cuerpo de dicho prisma, este, a su vez, cuenta con dos componentes que brindan rigidez y amortiguamiento al sistema; estos y todos los componentes que conforman el modelo, se enumeran y se nombran en la Figura 33 y la Tabla 9 respectivamente.

Cabe mencionar que las guías y correderas lineales pueden reemplazarse durante el desarrollo e instrumentación del banco experimental.

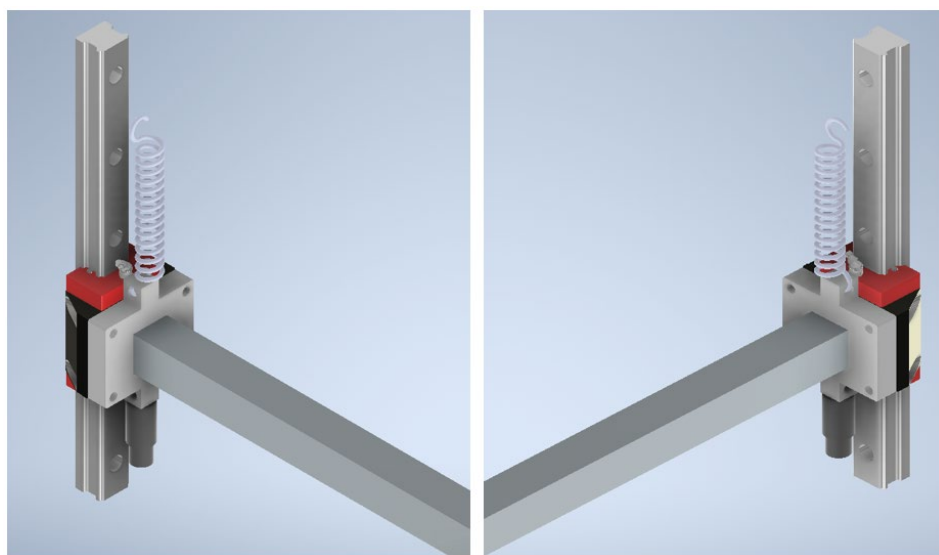


Figura 32.- Modelo 3D del diseño propuesto.

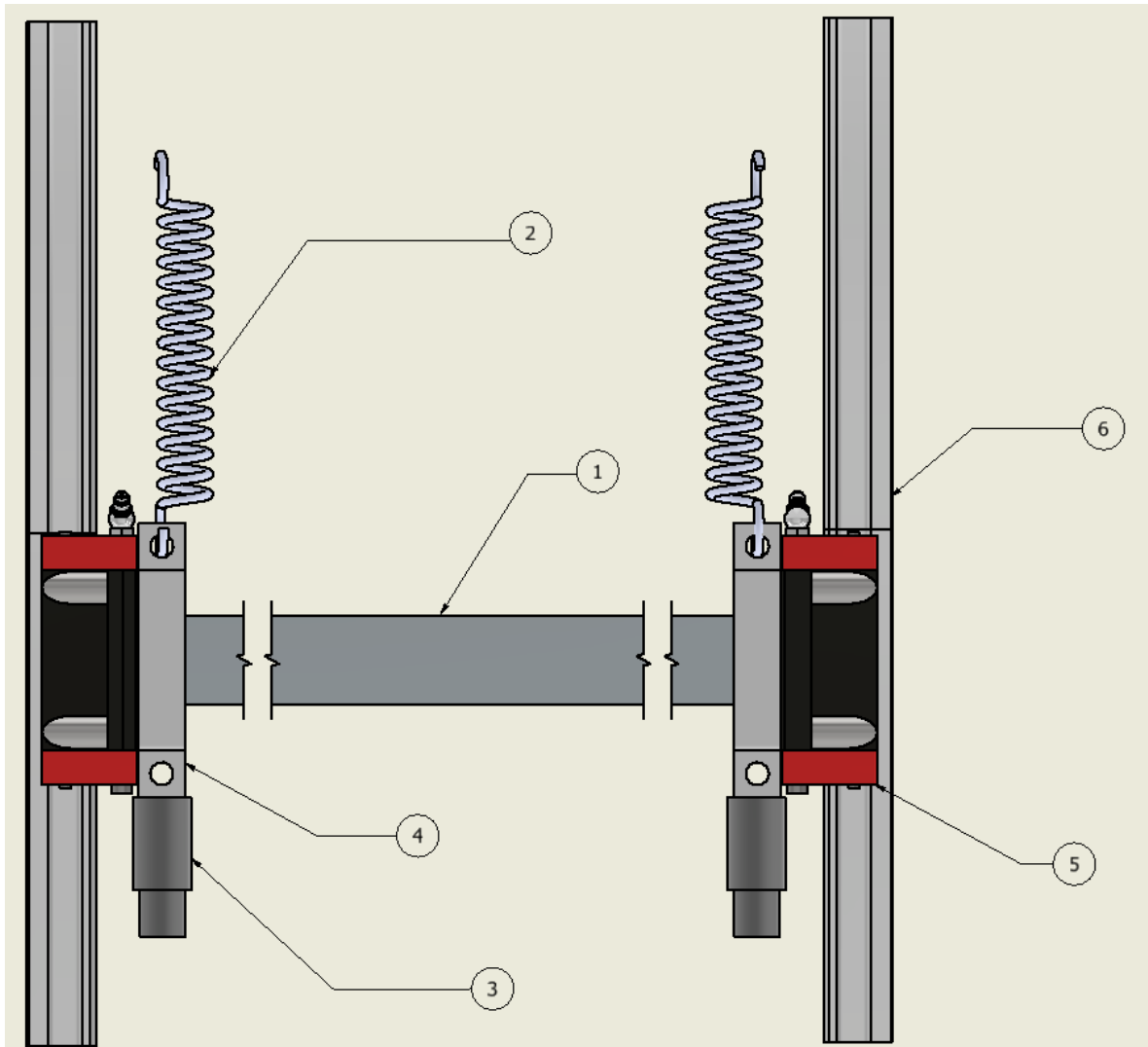


Figura 33.- Vista y número de componentes del diseño propuesto.

Tabla 9.- Lista de componentes del diseño propuesto.

Número componente	Nombre componente
1	prisma sección cuadrada
2	Resorte
3	Amortiguador
4	Acoplador prisma-corredera
5	Corredera lineal
6	Guía lineal

Por último, el cálculo de la masa del sintonizador, según los resultados obtenidos, y el valor óptimo de “z” en el caso de galopeo y VIV puro se sitúan dentro del intervalo 0-0.9. Conociendo esto y con

el valor de la masa obtenido en la Tabla 8, la relación de masa se muestra en la Tabla 10, donde se muestra la colocación estratégica del sintonizador en el sistema.

Tabla 10.- Valor de z con respecto al intervalo de relación.

Masa total (m_{total})	Intervalo	Valor de z
$2.453 \frac{kg}{m}$	0	$0 \frac{kg}{m}$
	0.1	$0.5453 \frac{kg}{m}$
	0.2	$0.4906 \frac{kg}{m}$
	0.3	$0.7359 \frac{kg}{m}$
	0.4	$0.9812 \frac{kg}{m}$
	0.5	$1.2265 \frac{kg}{m}$
	0.6	$1.4718 \frac{kg}{m}$
	0.7	$1.7171 \frac{kg}{m}$
	0.8	$1.9624 \frac{kg}{m}$
	0.9	$2.2077 \frac{kg}{m}$

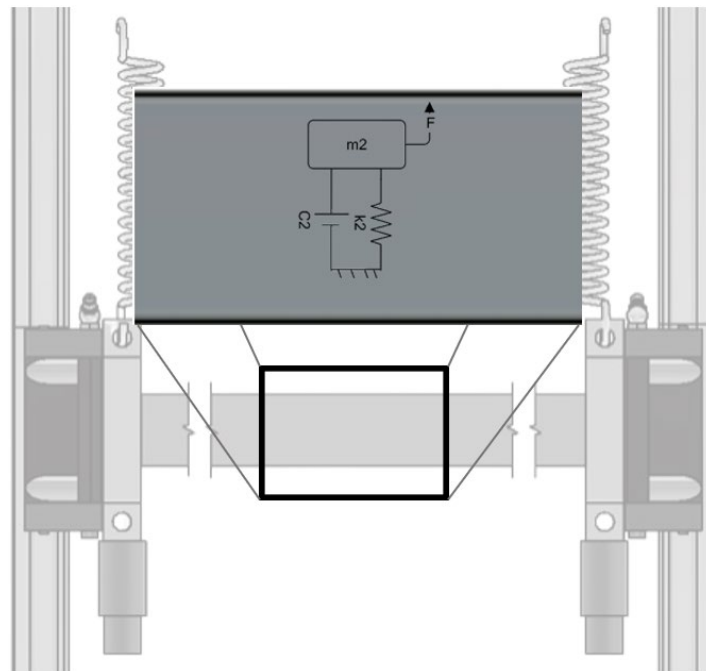


Figura 34.- Posición del sintonizador en el sistema: Galope, VIV.