



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de Doctorado

**Análisis Numérico y Experimental del
Problema de Contacto en Uniones Mecánicas
con Elementos Rugosos**

presentada por

MC. Manuel Salgado Cruz

como requisito para la obtención del grado de

**Doctor en Ciencias en Ingeniería
Mecánica**

Director de tesis

Dra. Claudia Cortés García

Codirector de tesis

Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz

Cuernavaca, Morelos, México. Junio de 2026.



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 08/mayo/2026

Oficio No. SAC/127/2026

Asunto: Autorización de impresión de tesis

MANUEL SALGADO CRUZ
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E

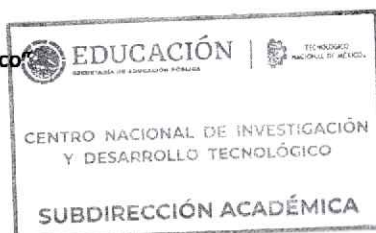
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Análisis numérico y experimental del problema de contacto en uniones mecánicas con elementos rugosos"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

A T E N T A M E N T E

Excelencia en Educación Tecnológica

"Conocimiento y Tecnología al servicio de México"



CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2026
año de
Margarita
Maza

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico





Educación
Secretaría de Educación Pública



TECNOLOGICO
NACIONAL DE MEXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Departamento de Ingeniería Mecánica

Cuernavaca, Mor. 30/abril/2026

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
P R E S E N T E

AT'n: DR. ENRIQUE ALCUDIA ZACARIAS
PRESIDENTE DEL CLAUSTRO DOCTORAL
DEL DEPARTAMENTO DE ING. MECÁNICA

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del estudiante Manuel Salgado Cruz manifiestan que después de haber revisado el documento de tesis titulado **"Análisis numérico y experimental del problema de contacto en uniones mecánicas con elementos rugosos"** realizado bajo la dirección de la Dra. Claudia Cortés García, el trabajo se ACEPTA para proceder a su impresión.

ATENTAMENTE

DR. ARTURO ABÚNDEZ PLIEGO
CENIDET

DR. JORGE COLÍN OCAMPO
CENIDET

DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
CENIDET

DR. JORGE BEDOLLA HERNÁNDEZ
IT APIZACO

DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
CENIDET

c.c.p: Mtra. Verónica Sotelo Boyas Jefa del Departamento de Servicios Escolares
c.c.p: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza Subdirector Académico
c.c.p: Expediente



2026
año de
Margarita Maza

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext.1408,
e-mail: dim_cenidet@tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Subdirección Académica

Cuernavaca Mor, 08/mayo/2026

Oficio No. SAC/127/2026

Asunto: Autorización de impresión de tesis

MANUEL SALGADO CRUZ
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E

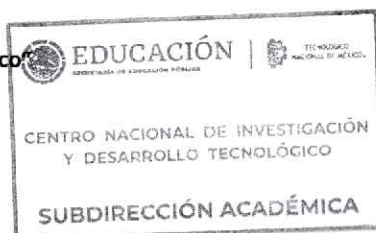
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Análisis numérico y experimental del problema de contacto en uniones mecánicas con elementos rugosos"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

A T E N T A M E N T E

Excelencia en Educación Tecnológica

"Conocimiento y Tecnología al servicio de México"



CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



2026
año de
Margarita
Maza

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico



Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), por el apoyo financiero fundamental para la realización de este posgrado.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), por brindarme el espacio y los recursos necesarios para mi formación.

A mi asesora, la Dra. Claudia Cortés García, por su invaluable guía, paciencia y conocimiento compartido durante todo este proceso.

A mi coasesor, el Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz (Q.E.P.D.), por sus enseñanzas y la huella que dejó en este trabajo; su legado académico continúa presente en esta investigación.

A mi comité revisor, por sus valiosas observaciones, críticas constructivas y el tiempo dedicado a la mejora de esta tesis.

A mi familia, por su amor incondicional, apoyo moral y por ser el pilar fundamental en mi vida y en el cumplimiento de mis metas.

A la señora Rocío, por su invaluable ayuda y disposición con todos los trámites administrativos durante el cierre de mi proceso de titulación.

Resumen

Las uniones eje/cubo utilizan la diferencia de diámetros para realizar el ensamble, ya sea por presión o por temperatura. En este trabajo se presenta el estudio de la resistencia o capacidad de carga de la unión mecánica eje-cubo en función del acabado superficial del proceso de maquinado (torneado) a diferentes regímenes de carga, con la finalidad de representar de forma simplificada el efecto de la rugosidad

En el modelo de rigidez normal de contacto se analiza el efecto del tamaño de las rugosidades en la resistencia al deslizamiento axial entre piezas de uniones eje/cubo con interferencia. La rugosidad superficial se obtuvo de un proceso de torneado con diferentes acabados (fino, medio y rugoso). Se desarrolló un modelado por elementos finitos que utiliza una rigidez normal de contacto k_n (tomada de la literatura) equivalente al tamaño de la rugosidad superficial entre las piezas de la unión para representar al contacto real.

En el modelo posterior se estudió el efecto de la rugosidad en un ensamblaje, representado por el anillo interior de un rodamiento cuyo diámetro interno se toma como referencia fija, con distintos ejes. Los ejes se maquinaron en un torno CNC a distintas velocidades de avance cada uno. Estas variaciones modificaron el tamaño de la rugosidad superficial, y se realizaron para conocer el efecto de la rugosidad en las tolerancias. Con el rodamiento y las flechas se realizaron pruebas de ensamble-desensamble a compresión en las uniones eje/anillo para determinar la fuerza máxima. Se desarrolló un modelo por el método de elementos finitos MEF del ensamble-desensamble eje/anillo. Las superficies en contacto se representaron lisas, para determinar el valor de interferencia que representa la rugosidad obtenida del torneado. Para validar el modelo, se compararon resultados de presión de contacto y fuerza de extracción con la teoría de cilindros de pared gruesa. Los resultados obtenidos demuestran que una mayor rugosidad superficial, obtenida al variar la velocidad de avance durante el mecanizado de la flecha en el torno, contribuye al aumento de la capacidad de carga de este tipo de uniones. A partir de las pruebas realizadas, se propuso una modificación de forma empírica en la ecuación de presión de contacto de ajuste para que considere esta tendencia.

Por último, debido a las incertidumbres de la parte experimental se desarrolló un modelo matemático de la unión eje-cubo, donde la interferencia del ajuste está relacionada con la rugosidad generada del proceso de maquinado. Al relacionar la amplitud de la rugosidad con la profundidad de corte y la longitud de onda, con la velocidad de avance de una función senoidal, se logró una representación precisa de las condiciones de contacto. El objetivo principal fue establecer una relación cuantitativa entre los parámetros del proceso de fabricación por torneado y el rendimiento mecánico de la unión. Se consideraron tres casos de interferencia: picos, eje medio y valles, los cuales cambian la capacidad de carga de la unión. Se observó que en el Caso 1 (picos), la capacidad de carga disminuye, con el Caso 2 (eje medio) se mantiene y con el Caso 3 (valles) incrementa. Finalmente, el modelo matemático en MATLAB, se adaptó, para que a partir de parámetros de entrada se determine el número de rugosidades, la presión media de contacto, el área efectiva y la fuerza de extracción.

Contenido

Agradecimientos	i
Resumen.....	i
Índice de figuras.....	vi
Índice de tablas.....	viii
Capítulo I. Introducción	1
1.1. Ubicación del problema.....	1
1.1. Estudios Analíticos	2
1.2. Estudios Numéricos	3
1.3. Estudios Experimentales.....	3
1.4. Modelos de Contacto	4
1.5. Proceso de Manufactura	4
1.6. Metrología Superficial.....	4
1.7. Fricción.....	5
1.8. Tendencias Actuales	5
1.9. Conclusión del Estado del Arte	5
1.10. Objetivo General.....	6
1.11. Objetivos Específicos	6
1.12. Justificación	6
1.13. Alcance y Limitaciones	7
1.14. Estructura de la tesis	7
Capítulo II. Marco teórico.....	9
2.1. Unión eje-cubo	9
2.2. Aplicación.....	9
2.3. Cilindros de pared gruesa	10
2.3.1. Introducción	10
2.3.2. Solución del problema general.....	10
2.3.3. Equilibrio estático	11
2.3.4. Compatibilidad geométrica.....	11
2.3.5. Propiedades de las materiales	12
2.3.6. Formulación de la ecuación diferencial	13

2.3.7. Solución de la ecuación diferencial	13
2.4. Esfuerzos en cilindros presurizados sometidos a presión interna.....	15
2.5. Presión de contacto y capacidad de carga axial en ajustes por interferencia.....	16
2.6. Textura de la superficie	18
2.7. Rugosidad	18
2.8. Relación rugosidad-tolerancia-ajuste.....	20
2.9. Contacto mecánico de una rugosidad: Contacto de Hertz	22
2.10. Fricción.....	23
2.11. Coeficiente de fricción de la unión eje-cubo	25
2.12. Rigidez de contacto normal y tangencial.....	26
Capítulo III. Modelo de rigidez normal de contacto	29
3.1. Introducción.....	29
3.2. Datos experimentales para el modelo	29
3.2.1. Desviación estándar de un proceso de torneado	29
3.2.2. Maquinado de los ejes.....	30
3.2.3. Medición de la desviación estándar de la rugosidad superficial	30
3.2.4. Rigidez normal de contacto.....	32
3.3. Modelo por elemento finito	32
3.3.1. Datos del ajuste y material	32
3.3.2. Consideraciones	33
3.3.3. Modelo discreto	33
3.4. Comparación MEF - teórica	35
3.5. Resultados y conclusiones	36
Capítulo IV. Modelo del efecto de la rugosidad	39
4.1. Introducción.....	39
4.2. Análisis experimental	39
4.2.1. Diseño de las probetas	40
4.2.2. Material	40
4.2.3. Maquinado en torno CNC	40
4.2.4. Medición de la rugosidad.....	40
4.2.5. Pruebas a compresión en máquina universal.	43
4.3. Análisis por elemento finito.....	43
4.3.1. Consideraciones	44
4.3.2. Modelo discreto	44

4.3.3. Mallado y concentración de esfuerzos	44
4.4. Resultados.....	45
Capítulo V. Modelo matemático de la rugosidad.....	49
5.1. Introducción.....	49
5.2. Marco teórico.....	49
5.3. Caracterización de la rugosidad superficial en el proceso de torneado	50
5.4. Modelado de la rugosidad.....	51
5.5. Interferencia Total en la Unión Eje-Cubo	52
5.6. Número de rugosidades en la longitud de contacto	53
5.7. Presión de contacto con perfil senoidal	53
5.8. Área efectiva de contacto.....	54
5.9. Coeficiente de fricción local.....	54
5.10. Fuerza de extracción.....	55
5.11. Estudio paramétrico de la unión eje-cubo	56
5.12. Análisis y discusión de resultados	56
5.13. Rugosidad Rz v/s velocidad de avance.....	59
5.14. Número de crestas v/s velocidad de avance.....	59
5.15. Variación de presión media v/s velocidad de avance	60
5.16. Área efectiva de contacto v/s velocidad de avance.....	61
5.17. Coeficiente de fricción efectivo v/s velocidad de avance.....	61
5.18. Fuerza de extracción v/s velocidad de avance	62
5.19. Perfiles de rugosidad	64
5.20. Perfiles de coeficientes de fricción	65
5.21. Perfiles de presión de contacto	66
Capítulo VI. Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros.....	67
6.1. Conclusiones.....	67
6.1.1. Modelo de rigidez normal de contacto.....	67
6.1.2. Modelo del efecto de la rugosidad	67
6.1.3. Modelo matemático de la rugosidad	68
6.2. Recomendaciones	69
6.3. Trabajos futuros.....	69
Bibliografía	70
Anexos	77
Anexo A. Planos técnicos.....	77

A-1. Probetas eje y cubo	77
A-2. Probetas eje y cubo 2	78
A-3. Accesorios para realizar las pruebas.....	79
Anexo B. Códigos de los programas utilizados.....	81
B-1. Código en Python para ABAQUS	81
B-2. Código en MATLAB de las ecuaciones de cilindros presurizados.....	82
B-3. Código en G y M para mecanizado de probetas eje en Torno CNC	83
B-4. Modelo eje – cubo paramétrico con rugosidad senoidal.....	84
Anexo C. Perfiles de rugosidad	91
C-1. Acabado fino, medio y rugoso en torno convencional.....	91
Anexo D. Gráficas de fuerza en Máquina Universal.....	94
D-1. Fuerza de ensamble por prensa de las uniones eje-cubo.....	94
D-2. Fuerza de extracción de las uniones eje-cubo ensambladas por temperatura	96
D-3. Fuerza de extracción de las uniones eje-cubo ensambladas por prensa.....	98
D-4. Gráficas de tensión, compresión y tensión	100
Anexo E. Productos obtenidos.....	103
E-1. Artículo en congreso “3 ^{ra} Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada”	103
E-2. Artículo en la revista “ <i>Journal of Scientific and Technical Applications</i> ”	110
E-3. Artículo en la revista “DYNA Ingeniería e Industria”	120

Índice de figuras

Figura 2. 1 Aplicaciones en porta herramientas y en engranes.	9
Figura 2.2 Cilindro de pared gruesa [5].	11
Figura 2.3 Distribución de esfuerzos en un cilindro de pared gruesa sometido a presión interna [5].	15
Figura 2.4 Representación gráfica de la textura de la superficie [62]	18
Figura 2.5 Diagrama de los factores que afectan la rugosidad superficial [66].	19
Figura 2.6 Tolerancias y rasgos del acabado superficial por el proceso de maquinado en la unión eje- cubo [63]	21
Figura 2.7 Contacto de Hertz entre dos esferas [70].	22
Figura 2.8 La fuerza de fricción estática es mayor o igual que la fuerza de fricción cinética [61]... 23	
Figura 2.9. Cambio en la rugosidad media de la superficie para el régimen de carga a tensión medido antes y después de la prueba [43].	25
Figura 2.10. Correlación entre el coeficiente de fricción y la rugosidad de la superficie axial (medida antes de la prueba) para altas presiones de interfaz bajo diversos regímenes de carga [43].	26
Figura 2.11 Diagrama esquemático de un ciclo de histéresis por fricción.	27
Figura 2.12 Cálculo de la pendiente.....	27
Figura 3.1 Modelo de rigidez normal de contacto, donde: (a) consideración de la rugosidad por medio de la rigidez normal de contacto y (b) modelo MEF	29
Figura 3.2 Maquinado en torno convencional.	30
Figura 3.3 Ejes maquinados con diferentes acabados superficiales (fino, medio y rugoso).	30
Figura 3.4 Verificación de la calibración del rugosímetro.	31
Figura 3.5 Medición de σ de los ejes	31
Figura 3.6 Ejemplo del perfil de rugosidad por cada acabado superficial, donde: a) fino, b) medio y c) rugoso.	31
Figura 3.7 Valores del ajuste Ø20 H7/s6 para el modelo de elementos finitos en milímetros.....	33
Figura 3.8 Condiciones de frontera y carga.	34
Figura 3.9 Paso 1 “ensamble” del ajuste Ø20 H7/s6 para el modelo de elementos finitos.....	34
Figura 3.10 Paso 2 “extracción” del eje del ajuste Ø20H7/s6.....	34
Figura 3.11. Presión de contacto con interferencia mínima.	35
Figura 3.12. Presión de contacto con interferencia máxima	36
Figura 3.13. Fuerza mínima de extracción.	37
Figura 3. 14 Fuerza máxima de extracción.	37
Figura 3.15 Rangos de fuerza de extracción.	38
Figura 4.1 Modelo del efecto de la rugosidad, donde: a) rugosidad producida en el torno, b) prueba experimental y c) modelo MEF.....	39
Figura 4.2 Diseño, maquinado y mediciones de rugosidad del eje y del anillo, donde: (a) diseño del eje, (b) diseño del anillo, (c) ejes y anillos limpios y enumerados, (d) medición de rugosidad de los ejes y (e) medición de rugosidad de los anillos.....	41

Figura 4.3 Mediciones y perfiles representativos de rugosidad, donde: (a) Perfil del anillo sin alteraciones al de fábrica, (b) Perfil del eje 1, (c) Perfil del eje 2, (d) Perfil del eje 3, (e) Perfil del eje 4 y (f) Perfil del eje 5.	42
Figura 4.4 Pruebas experimentales a compresión, donde: (a) esquema de la prueba, (b) aditamento guía, (c) unión eje-anillo colocada entre los platos a compresión para realizar el ensamble y desensamble y (d) aditamento base.....	43
Figura 4.5 Modelo de la unión eje-anillo, donde: (a) Mallado del eje y el anillo, (b) Interacciones y condiciones de frontera y (c) Concentración de esfuerzos.....	45
Figura 4.6 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.1 y modelo MEF-1.....	47
Figura 4.7 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.2 y modelo MEF-2.....	47
Figura 4.8 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.3 y modelo MEF-3.....	48
Figura 4.9 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.4 y modelo MEF-4.....	48
Figura 4.10 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.5 y modelo MEF-5.....	48
Figura 5.1 Representación gráfica de los parámetros de profundidad de corte y velocidad de avance en relación con el tipo de inserto y la rugosidad superficial teórica generada.	50
Figura 5.2 Caracterización de la rugosidad de la unión eje-cubo, donde: (a) Perfil de rugosidad del eje y cubo liso, (b) Perfil senoidal del eje y cubo liso.....	51
Figura 5.3 Consideración de la posición de los perfiles de rugosidad en relación con la medida nominal.....	53
Figura 5.4 Rugosidad R_z respecto a la velocidad de avance ($f = 0 - 0.5$ mm/rev)	59
Figura 5.5 Número de crestas N en la longitud de contacto L_c cuando se aumenta el avance f en el torneado.....	59
Figura 5.6 Variación de presión media de acuerdo con la velocidad de avance para cada caso (picos, eje medio, valles).	60
Figura 5.7 Variación del área efectiva de contacto A_{efectiva} con la velocidad de avance f para cada caso (picos, eje medio, valles).....	61
Figura 5.8 Variación del coeficiente de fricción efectivo μ_{ef} con el avance f para las tres fases de rugosidad.	62
Figura 5.9 Gráfica de la fuerza de extracción F_{ext} en relación con el avance f para los tres casos de consideración de la rugosidad.	63
Figura 5.10 Perfiles de rugosidad para cada velocidad de avance a lo largo de la longitud de contacto.	64
Figura 5.11 Variación de coeficiente de fricción $\mu(x)$ para cada velocidad de avance.	65
Figura 5.12 Perfiles de presión de contacto $p(x)$ para cada avance a lo largo de la longitud de contacto	66

Índice de tablas

Tabla 3.1 Características de las mediciones de rugosidad.	30
Tabla 3.2 Valores de σ obtenidos para los 15 ejes.	32
Tabla 3.3 Valores de kn de acuerdo con la σ de la rugosidad del acabado superficial (fino, medio y rugoso) del eje.	32
Tabla 3.4 Propiedades del acero AISI 1045.	33
Tabla 3.5 Comparación numérica-teórica.	35
Tabla 3.6 Resultados de la fuerza de extracción de acuerdo con los valores de desviación estándar de la rugosidad.	36
Tabla 4.1 Valores experimentales, donde:(a) medidas reales de los ejes y (b) rugosidad R_a y R_{ap} de los ejes y anillos.	41
Tabla 4.2 (a) Resultados de la fuerza máxima de las uniones eje-anillo, (b) Comparación del modelo del MEF con las ecuaciones teóricas, (c) Comparación de los resultados experimentales con el modelo MEF.....	46
Tabla 5.1 Valores más comunes de velocidad de avance de acuerdo con el acabado superficial del material.....	50
Tabla 5.2 Valores de factor de contacto F_c en relación con el parámetro de rugosidad R_a	54
Tabla 5.3 Coeficiente de fricción nominal μ_0 para ajustes de interferencia (apriete medio, seco)...	55
Tabla 5.4 Valores del factor de influencia de rugosidad kr en el coeficiente de fricción nominal μ_0 para diferentes materiales.....	55
Tabla 5.5 Parámetros de entrada para el estudio paramétrico.....	56
Tabla 5.6 Resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 1 (picos).	56
Tabla 5. 7 Resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 2 (eje medio).	57
Tabla 5.8 Resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 3 (valles).	58

Capítulo I. Introducción

En la actualidad, la industria de la manufactura y el diseño mecánico requiere el desarrollo de maquinaria y sistemas de transmisión de potencia altamente eficientes y confiables, capaces de mantener altos índices de producción sin comprometer su integridad estructural. Dentro de estos sistemas, las uniones mecánicas representan componentes críticos, ya que introducen discontinuidades en la estructura que a menudo generan concentraciones de esfuerzos localizados; de hecho, la mayoría de las fallas operativas suelen iniciarse directamente en estas zonas de acoplamiento. Históricamente, el análisis y diseño de la unión cilíndrica eje-cubo se ha fundamentado en modelos teóricos clásicos, como la teoría de cilindros de pared gruesa de Timoshenko y Lamé, los cuales asumen de manera idealizada que las superficies en contacto son perfectamente lisas.

Sin embargo, la ingeniería contemporánea reconoce que la calidad superficial resultante de cualquier proceso de manufactura, como el maquinado por arranque de viruta en tornos CNC, se ve afectada por múltiples variables cinemáticas y dinámicas que inevitablemente imprimen una huella topográfica a microescala, comúnmente conocida como rugosidad. Estas imperfecciones geométricas provocan deformaciones intermitentes a lo largo de la longitud axial de contacto, induciendo picos de esfuerzo que pueden derivar en deformaciones plásticas severas, desgaste prematuro y nucleación de grietas por fatiga. En este contexto, la presente investigación doctoral aborda integralmente el problema de contacto sólido-sólido en uniones mecánicas con elementos rugosos, proponiendo enfoques numéricos (mediante el Análisis por Elementos Finitos) y experimentales para representar matemáticamente el efecto físico de la rugosidad interfacial y, con ello, predecir con exactitud la resistencia al deslizamiento y la capacidad de carga real del ensamble.

1.1. Ubicación del problema

Con propósitos de organización y estandarización en el diseño de maquinaria, los métodos de ensamble se clasifican en categorías como sujetadores roscados, remaches, insertos moldeados y ajustes de interferencia. Dentro de esta última categoría, las uniones mecánicas por fricción son de uso extensivo para la transmisión de potencia entre ejes y cubos [1], [2], destacando por su característica respuesta inmediata frente a cambios inerciales y su excepcional adaptabilidad geométrica. La unión cilíndrica se materializa mediante un ajuste por interferencia diametral, lo que permite prescindir de elementos de sujeción convencionales (tales como cuñas, pasadores o roscas), resultando en ensambles altamente compactos, estéticamente limpios y con un costo de fabricación significativamente reducido, siendo capaces de transmitir momentos de torsión y fuerzas axiales de gran magnitud [3], [4].

El acoplamiento físico de estas piezas se ejecuta comúnmente a través de dos técnicas principales: los ajustes a presión, donde los componentes provistos de chaflanes se fuerzan mecánicamente a temperatura ambiente; y los ensambles térmicos, un método cada vez más utilizado que aprovecha los gradientes de temperatura (mediante la dilatación del cubo por inducción térmica y la contracción

del eje usando hielo seco) para permitir un montaje inicial sin deslizamiento ni fricción. El rendimiento estructural y la capacidad de retención de estas uniones dependen críticamente de seis factores de diseño: (1) el diámetro exterior del eje, (2) el diámetro interno del cubo, (3) la longitud efectiva de la articulación, (4) la cantidad de interferencia geométrica, (5) las propiedades mecánicas y térmicas de los materiales involucrados, y finalmente, (6) el acabado superficial de las caras en contacto [3].

Es precisamente en el análisis de este último factor donde radica el núcleo del problema de investigación. Mientras que el efecto de los primeros cinco parámetros (basados en geometría y propiedades constitutivas de los materiales), puede modelarse y predecirse con un alto grado de precisión matemática empleando la teoría clásica de elasticidad para cilindros presurizados de pared gruesa [5], el impacto del acabado superficial representa un desafío analítico formidable. La naturaleza inherentemente irregular y estocástica de las superficies maquinadas imposibilita el uso directo de ecuaciones analíticas cerradas para predecir el comportamiento tribológico y elástico-plástico de la interfaz. Dado que la totalidad de los esfuerzos radiales, axiales y tangenciales en el ensamble se transmiten exclusivamente a través del contacto y aplastamiento de estas microasperezas, el comportamiento dinámico y estático global del sistema queda fuertemente condicionado por la topografía de fabricación. En consecuencia, la limitación de los modelos clásicos para incorporar de forma eficiente el efecto físico de la rugosidad y sus desviaciones geométricas genera una incertidumbre significativa en el cálculo de la rigidez y resistencia real de la unión, propiciando el diseño empírico sobredimensionado o la ocurrencia de fallas prematuras no previstas por cálculos teóricos.

1.1. Estudios analíticos

La base fundamental del cálculo de esfuerzos en cilindros de pared gruesa sometidos a presión interna o externa se remonta a las ecuaciones clásicas desarrolladas por Timoshenko y Lamé. A medida que la ingeniería exigió diseños más ajustados a la realidad operativa, surgieron esfuerzos analíticos para superar estas idealizaciones. Mack *et al.* [6] y Bengeri *et al.* [7] sentaron precedentes de alta relevancia al modelar la cinemática de los ensambles térmicos, proponiendo formulaciones que incluían la dependencia de la temperatura sobre el límite de fluencia de los metales, el endurecimiento por deformación transitorio y las complejas resistencias de contacto térmico entre el núcleo y el cilindro exterior.

En décadas subsecuentes, los modelos matemáticos se volvieron herramientas invaluable para optimizar configuraciones geométricas sin recurrir de inmediato al costoso software numérico. Chen *et al.* [8] introdujeron la optimización por mínimos cuadrados en el diseño de matrices conformadas por contracción, logrando mitigar los errores residuales del forjado en frío. A su vez, enfoques más contemporáneos han permitido simular acoplamientos asimétricos y multicapa, tales como los modelos analíticos presentados por Schmitz *et al.* [9] para suspensiones telescópicas, y las predicciones de esfuerzos en uniones laminadas que consideran de manera estricta la orientación de las fibras [11]. Recientemente, el modelado ha intentado sortear la ausencia de rugosidad incorporando variables macro-mecánicas, como lo hicieron Radi *et al.* [12] al acoplar sistemas mediante vigas elásticas de Timoshenko para evaluar matemáticamente la flexión bajo ensambles por

presión, así como el análisis de Aleksandrova *et al.* [10] para calcular la presión radial en geometrías de doble cizallamiento.

1.2. Estudios numéricos

Dada la inherente y compleja naturaleza no lineal que rige el contacto sólido a sólido y la plasticidad en los acoplamientos metálicos, el Análisis por Elementos Finitos (MEF) se ha consolidado como la principal y más confiable herramienta de simulación en la tribología computacional. Investigadores pioneros en la aplicación de simulaciones termo-estructurales, como Bari *et al.* [2] y Özel *et al.* [16], comprobaron de manera fehaciente que la incursión de las asperezas interfaciales en la región plástica es un fenómeno insoslayable y debe considerarse como un parámetro rector de diseño. A través del MEF, se ha logrado monitorear la propagación de zonas de deformación y la concentración de tensiones intermitentes generadas por variaciones en las relaciones dimensionales entre el diámetro y la longitud de contacto [17].

El modelado numérico avanzado ha escalado hacia la integración de desviaciones geométricas de manufactura. Estudios exhaustivos llevados a cabo por Dudziak *et al.* [26], [27] han demostrado, mediante la simulación de componentes bajo tolerancias de grado IT4 hasta IT9, cómo las pequeñas deformaciones transversales y la asimetría geométrica perturban las distribuciones de presión y elevan peligrosamente los valores de los esfuerzos de Von Mises. Simultáneamente, el uso del MEF se ha diversificado para resolver problemas en sistemas de manufactura, tales como la predicción de deflexiones microscópicas en el ajuste por contracción térmica de herramientas de corte de alta velocidad [21], [23]. No obstante, el reto computacional más grande ha sido simular los millones de micro-asperezas de la rugosidad en contacto sin requerir un poder de procesamiento prohibitivo; para ello, técnicas como la homogeneización paramétrica propuesta por Boutoutaou *et al.* [29] han abierto un nuevo horizonte al predecir la resistencia al desprendimiento utilizando propiedades de contacto promediadas que superan en fidelidad a los clásicos modelos de paredes lisas.

1.3. Estudios experimentales

La observación empírica de la interfaz mecánica es el paso obligado para validar los modelos teóricos y numéricos expuestos. Los trabajos seminales dirigidos por Ramachandran [32] y Ramamoorthy [33] iniciaron la caracterización física de las huellas de contacto, revelando que los perfiles microscópicos de las piezas se fracturan, deforman irreversiblemente y reconfiguran su topografía durante el momento mismo del acoplamiento a presión. Posteriormente, para poder medir exhaustiva y repetidamente la respuesta elástica y plástica, la academia apostó por el desarrollo de mecanismos y bancos de ensayo controlados, como las plataformas analizadas por Booker y Truman [36], [37], [38], las cuales permitieron constatar estadísticamente que la resistencia mecánica (fricción estática) es una propiedad direccional que varía sustancialmente si la unión experimenta tracción, compresión pura o cargas combinadas de torsión. Asimismo, pruebas físicas recientes de altísima precisión llevadas a cabo por McMillan *et al.* [25], [47] han logrado medir desplazamientos tangenciales en el rango de uno a dos micrómetros antes de la separación final, sentando el precedente experimental necesario para comprender el desprendimiento inminente y la capacidad máxima de la unión.

1.4. Modelos de contacto

La necesidad de transitar de lo macroscópico a lo microscópico ha generado una prolífica área orientada estrictamente al modelado de la mecánica de contacto. Inicialmente basados en los fundamentos del modelo de esferas deformables de Kogut y Etsion [5], los modelos actuales han evolucionado para representar la morfología fractal y auto-afín de las superficies reales. El enfoque moderno se centra en reemplazar el complejo análisis estocástico de millones de picos por la implementación de una rigidez normal de contacto global (kn), la cual simula matemáticamente la resistencia a la deformación del lecho rugoso sin requerir un mallado excesivamente denso [55]. De forma análoga, investigadores como Buczkowski *et al.* [13] han introducido vanguardistas modelos constitutivos de endurecimiento por fricción cinemática, planteando que durante las etapas tempranas del micro-deslizamiento el material local aumenta progresivamente su límite de fluencia, elevando la fuerza axial requerida para romper el ensamble de forma definitiva.

1.5. Proceso de manufactura

La convergencia entre la ciencia de los materiales y la tecnología de manufactura es indiscutible en este ámbito. El estado del arte subraya que la calidad superficial, en lugar de ser un efecto secundario no deseado, es una variable activa de diseño estructural. Amplias investigaciones realizadas por Yang *et al.* [3], [19], [34], [35] han evidenciado sistemáticamente que procesos de corte con alta tasa de remoción de viruta y menores costos, como el torneado convencional, dejan una red estriada de marcas sobre la pieza que propicia un efecto de engranaje o entrelazamiento mecánico (*interlocking*), mejorando considerablemente la capacidad de retención ante sollicitaciones axiales. Estas observaciones se correlacionan directamente con el análisis de los parámetros de mecanizado, donde la velocidad de avance de la herramienta y el perfil de la matriz de punzonado interno [39] se vuelven las directrices primarias para asegurar un llenado óptimo y homogéneo de la cavidad geométrica del ensamble.

1.6. Metrología superficial

Cuantificar adecuadamente el efecto tribológico exige un salto más allá de los estándares de medición convencionales. Como lo señala la literatura revisada, la simple obtención de un valor de rugosidad promedio aritmética (R_a), a través de un perfilómetro, es frecuentemente insuficiente para capturar el comportamiento visco-plástico de las asperezas bajo elevadas presiones de confinamiento [20]. Los avances en metrología superficial, documentados por investigadores como Qureshi *et al.* [44], establecen que el análisis de la distribución estadística espacial de las alturas (R_z), el recuento volumétrico de los picos y la morfología del radio de curvatura en la cresta son métricas críticas y verdaderamente representativas del área real de contacto, la cual define de facto la distribución de tensiones al interior de las uniones cilíndricas de pared gruesa.

1.7. Fricción

La dinámica de fricción es quizás el fenómeno físico más sensible a las perturbaciones en los sistemas de acoplamiento por interferencia. Lejos de ser la simple constante universal promulgada por las leyes de Coulomb, el coeficiente de fricción (μ) exhibe un comportamiento altamente transitorio, dinámico y dependiente de la ruta de carga. Autores como Booker [38] y el equipo de Seifi *et al.* [30] han expuesto mediante modelos numéricos calibrados experimentalmente que el coeficiente tangencial puede actualizarse y variar en función de si la pieza sufre aplastamiento direccional radial o si el daño y el cizallamiento se acumula en las interfaces debido al endurecimiento plástico [13]. Por ende, el éxito de la predicción en uniones mecánicas subyace en tratar a la fricción como una curva de evolución material, más que como un factor geométrico estático.

1.8. Tendencias actuales

Las fronteras de la investigación internacional en el diseño de uniones mecánicas apuntan hacia entornos de alta confiabilidad y hacia la mitigación del deterioro cíclico a largo plazo. Un cuerpo de investigación voluminoso está enfocado en evaluar la susceptibilidad al daño y micro-agrietamiento originado por el “*fretting fatigue*” (desgaste por micromovimiento bajo cargas alternativas), particularmente en sistemas que soportan esfuerzos cortantes severos, como acoplamientos aeroespaciales, ejes de propulsión ferroviaria de alto tonelaje y componentes sometidos a fuertes flexiones giratorias en aerogeneradores [40], [42], [43]. Paralelamente, una tendencia innovadora busca la hibridación tecnológica, inyectando adhesivos poliméricos anaeróbicos y resinas epóxicas en el intersticio de ajuste de interferencia [27], [51], [53] para maximizar la absorción de vibraciones y elevar la carga de tracción. Asimismo, el uso de ultrasonido avanzado, mediante el rastreo por ondas de pseudo-interfaz acústica, se posiciona como una revolucionaria técnica de inspección no destructiva (NDE) para el diagnóstico en el sitio para la integridad estructural de los acoplamientos en la industria energética e industria aeroespacial [48].

1.9. Conclusión del Estado del Arte

A partir del análisis de los estudios abordados a lo largo de este capítulo [1-55], se observa que existe una severa dicotomía teórica que imposibilita un diseño de maquinaria ágil y exacto. Por una parte, las formulaciones analíticas convencionales (esencialmente derivadas de las presiones de pared lisa) subestiman peligrosamente la contribución visco-plástica de las irregularidades superficiales, mientras que, por la otra, los modelos numéricos microscópicos de elementos finitos exigen una carga computacional inmensa que escapa de la practicidad industrial.

Se identifica así un enorme vacío de conocimiento y aplicabilidad. Faltan esquemas matemáticos simplificados y eficaces que posean la capacidad de correlacionar y traducir directamente las variables físicas de la maquinaria de fabricación (es decir, los parámetros específicos de maquinado en un torno CNC) hacia indicadores funcionales tangibles como la capacidad de retención, la fuerza axial de extracción y la rigidez inter-componente. De ahí que el desarrollo, justificación y posterior

validación paramétrica de un modelo fundamentado en perfiles periódicos acoplados a la rigidez normal de contacto (k_n), que es el eje medular de esta investigación de doctorado, proveerá una solución eficiente, económicamente viable y académicamente sólida para solventar la problemática expuesta en el diseño mecánico global.

1.10. Objetivo general

Determinar y modelar la resistencia y capacidad de carga de la unión mecánica eje-cubo en función del acabado superficial derivado del proceso de torneado CNC a diferentes regímenes de carga, con el propósito fundamental de representar matemática y numéricamente, y de forma simplificada, el efecto físico y tribológico de la rugosidad en la interfaz de contacto.

1.11. Objetivos específicos

- Diseñar, instrumentar y habilitar un banco experimental especializado para ejecutar el proceso de ensamble por gradiente de temperatura, asegurando un control estricto en la dilatación y contracción térmica de los componentes.
- Cuantificar de manera experimental la magnitud de la deformación elasto-plástica de las asperezas de la rugosidad superficial como consecuencia directa de las cargas de ensamble y extracción aplicadas en una máquina universal de ensayos mecánicos.
- Desarrollar y validar un modelo avanzado mediante Análisis de Elementos Finitos (MEF) que emplee perfiles geométricos equivalentes (funciones senoidales y el concepto de rigidez normal de contacto k_n) en función de las mediciones de rugosidad obtenidas tras el maquinado CNC.
- Ejecutar un análisis paramétrico integral, numérico y experimental, de la rigidez de contacto tangencial en uniones eje-cubo variando sistemáticamente el acabado superficial (fino, medio y rugoso), sometidas tanto a pruebas estáticas de tensión como de compresión axial.

1.12. Justificación

En los ajustes por interferencia cilíndrica, la transferencia de cargas mecánicas depende de manera absoluta de la presión de contacto interfacial y del coeficiente de fricción efectivo. Por consiguiente, el acabado superficial de las piezas maquinadas se erige no solo como un parámetro de calidad, sino como uno de los factores tribológicos más influyentes en la resistencia al deslizamiento.

Al comprender e integrar las variables del proceso de torneado CNC (tales como la velocidad de avance, la profundidad de corte y la geometría del inserto) para generar deliberadamente una topografía específica, se abre la posibilidad de favorecer el fenómeno de entrelazamiento mecánico (*interlocking*). Esto permite incrementar significativamente la resistencia estructural del ensamble sin necesidad de incurrir en rediseños geométricos o el uso de acoplamientos excesivamente masivos. Desde una perspectiva económica e industrial, este enfoque es transformador, ya que demuestra que procesos de acabado superficial sumamente finos y costosos (como el rectificado o el pulido de

precisión) pueden resultar innecesarios e incluso perjudiciales para la capacidad de retención de la unión, puesto que alisan en exceso las crestas que de otro modo proporcionarían agarre mecánico. Por lo tanto, la trascendencia de esta tesis radica en proveer a los ingenieros de diseño y manufactura un modelo predictivo validado que relacione cuantitativamente el tamaño y forma de la rugosidad superficial con la rigidez de contacto, permitiendo una toma de decisiones óptima y costo-eficiente en la industria de la transmisión de potencia.

1.13. Alcance y limitaciones

- **Alcance analítico y computacional:** El estudio de la capacidad de retención mecánica de la unión eje-cubo se llevará a cabo mediante simulaciones no lineales por Análisis de Elementos Finitos (MEF), las cuales serán acopladas y calibradas a través de pruebas experimentales destructivas de extracción (carga y descarga en máquina universal).
- **Condiciones de operación y carga:** Las uniones ensambladas serán evaluadas y sometidas exclusivamente a solicitaciones estáticas y cuasi-estáticas, específicamente esfuerzos axiales de tensión y compresión puras. Las cargas de naturaleza completamente dinámica, solicitaciones de fatiga a alto ciclaje o cargas de impacto súbito no están contempladas dentro del modelo propuesto.
- **Fenómenos tribológicos excluidos:** Aunque se evaluará el contacto inicial y el deslizamiento macroscópico, la presente investigación no abordará el efecto a largo plazo de la fatiga por desgaste oscilatorio (*fretting fatigue*), el deterioro micro-estructural por corrosión por contacto (*fretting corrosion*), ni la falla superficial por desprendimiento de material (*pitting*).

1.14. Estructura de la tesis

El presente trabajo de investigación se encuentra estructurado en seis capítulos, los cuales guían al lector desde la fundamentación teórica hasta la validación de los modelos propuestos. A continuación, se describen brevemente los alcances de cada sección:

Capítulo I. Introducción

En este capítulo se establece el marco de referencia de la investigación. Se presenta formalmente el planteamiento del problema, resaltando la brecha existente en el análisis de uniones eje-cubo. Asimismo, se incluye una revisión crítica del estado del arte, los objetivos (general y específicos), la justificación técnica y económica, y los alcances que delimitan el estudio.

Capítulo II. Marco teórico

Este capítulo aborda los fundamentos físicos y tribológicos esenciales para comprender el comportamiento de la interfaz mecánica. Se analizan los factores determinantes en la integridad de la unión, tales como la metrología de la rugosidad superficial, los modelos de contacto mecánico, los fenómenos de adhesión, la fricción y los mecanismos de desgaste elasto-plástico.

Capítulo III. Modelo de rigidez normal de contacto

En esta etapa de la investigación se evalúa el impacto del tamaño de las asperezas en la resistencia al deslizamiento axial. A partir de perfiles de rugosidad obtenidos mediante procesos de torneado (acabados fino, medio y rugoso), se desarrolla un modelo computacional por el Método de Elementos Finitos (MEF). Este modelo incorpora el concepto de rigidez normal de contacto (z) como una equivalencia matemática de la topografía real, permitiendo simular con precisión la respuesta de la interfaz bajo interferencia.

Capítulo IV. Modelo del efecto de la rugosidad

Este capítulo describe la propuesta de una modificación analítica a la ecuación clásica de presión de ajuste para uniones tipo eje-anillo. La reformulación se fundamenta en una correlación entre pruebas experimentales de ensamble-desensamble y simulaciones numéricas, con el fin de integrar el efecto físico de la rugosidad generada por el maquinado CNC al variar específicamente la velocidad de avance.

Capítulo V. Modelo numérico de la rugosidad

Se presenta el desarrollo y consolidación de un modelo matemático integral que vincula la interferencia del ajuste con la topografía generada en el proceso de manufactura. El objetivo central de este capítulo es establecer una relación cuantitativa y predictiva entre los parámetros de corte (manufactura) y el rendimiento mecánico (capacidad de carga) de la unión.

Capítulo VI. Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros

Finalmente, se sintetizan los hallazgos más relevantes derivados de la comparación entre los modelos numéricos y los resultados experimentales. Se ofrecen recomendaciones técnicas para la consideración de la rugosidad en el diseño mecánico y se proponen líneas de investigación futuras para extender los alcances de este trabajo.

Capítulo II. Marco teórico

2.1. Unión eje-cubo

Este tipo de unión se lleva a cabo con un ajuste de interferencia entre los diámetros de las piezas que estarán interactuando. Los ajustes de interferencia son ampliamente utilizados en la práctica de la ingeniería. La ausencia de sujeción convencional como el uso de llaves, rosca o cuñas, los hace compactos y estéticos en apariencia [3]. Debido al bajo costo de fabricación, el fácil montaje y la integridad compacta, los ajustes de interferencia proporcionan momentos de torsión y fuerzas axiales elevadas[4].

Estos ajustes de interferencia se clasifican como ajustes a presión y ajustes térmicos. En los ajustes a presión, las piezas de acoplamiento (ambas con chaflán) se presionan y montan. En los ajustes térmicos, las piezas se someten a calentamiento (inducción térmica) y enfriamiento (dióxido de carbono en estado sólido “hielo seco”), lo que da como resultado expansión y contracción de las piezas y permite un fácil montaje [1].

2.2. Aplicación

Sus aplicaciones son en portaherramientas de corte, ruedas y bandas para material ferroviario, discos de turbina, rotores para motores eléctricos, implantes dentales [60], poleas y para ubicar rodamientos de bolas y rodillos. También son una forma efectiva de ensamblar elementos de la máquina (Figura 2.1), como un engrane a un eje para transmitir el par [25],[29] y resistir el empuje axial a través de la resistencia a la fricción [2].



Figura 2. 1 Aplicaciones en porta herramientas y en engranes.

2.3. Cilindros de pared gruesa

2.1.1. Introducción

En este apartado se analizan los cilindros de pared gruesa bajo presión interna y externa. Para resolver este tipo de problemas se utiliza un método característico de la teoría matemática de la elasticidad. Este consiste en garantizar el equilibrio de cada elemento infinitesimal y por medio del uso de relaciones geométricas, permitir sólo sus deformaciones compatibles (posibles). Las condiciones de equilibrio están relacionadas con esas deformaciones por medio de la ley de Hooke generalizada. Luego, la ecuación diferencial establecida con base a lo anterior, se resuelve sujeta a las condiciones de frontera prescritas. Este enfoque difiere del usado en la mecánica de sólidos donde la indeterminación estática interna se resuelve por medio de una suposición cinemática plausible en cada caso particular. Ocasionalmente, en la mecánica de sólidos resulta necesario recurrir a las soluciones obtenidas usando los métodos de la teoría matemática de la elasticidad. Las soluciones de problemas bi y tridimensionales usando el enfoque del elemento finito son en muchos aspectos similares a los métodos de la teoría matemática de la elasticidad. En ambos casos se buscan soluciones a problemas de valor en la frontera.

2.1.2. Solución del problema general

Considere un cilindro largo con extremos axialmente restringidos cuya sección transversal tiene las dimensiones mostradas en la Figura 2.2a. El radio interno de este cilindro es r_i ; el radio externo es r_o . Sean p_i la presión interna en el cilindro y p_o la presión externa. Se buscan los esfuerzos en la pared del cilindro causados por esas presiones.

Este problema puede resolverse convenientemente usando coordenadas cilíndricas. Como el cilindro es largo, todo anillo de espesor unitario perpendicular al plano del papel está sometido al mismo estado de esfuerzo. Un elemento infinitesimal típico de espesor unitario está definido por dos radios, r y $r + dr$ y un ángulo $d\phi$, como se muestra en la Figura 2.2b.

Si el esfuerzo normal radial que actúa sobre el elemento infinitesimal a una distancia r del centro del cilindro es σ_r , este esfuerzo variable a una distancia $r + dr$ será $\sigma_r + (d\sigma_r / dr) dr$. Ambos esfuerzos normales tangenciales que actúan sobre las otras dos caras del elemento son σ_r . Esos esfuerzos, análogos a los esfuerzos de aro en un cilindro delgado, son iguales. Además, ya que por la condición de simetría todo elemento a la misma distancia radial desde el centro debe estar sometido al mismo estado de esfuerzo, ningún esfuerzo cortante actúa sobre el elemento mostrado. Además, los esfuerzos axiales σ_x sobre las dos caras del elemento son iguales, opuestos y normales al plano del papel.

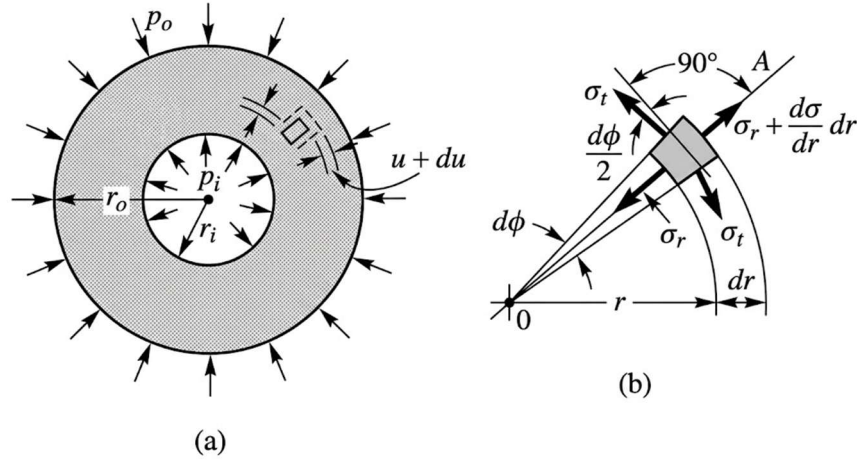


Figura 2.2 Cilindro de pared gruesa [5].

Una vez formulada la naturaleza de los esfuerzos que actúan sobre un elemento infinitesimal, una solución característica de la teoría de la elasticidad procede a lo largo del siguiente patrón de razonamientos.

2.1.3. Equilibrio estático

El elemento escogido debe estar en equilibrio estático. Para expresar esto matemáticamente se requiere de una evaluación de las fuerzas que actúan sobre el elemento. Estas fuerzas se obtienen multiplicando esfuerzos por sus áreas respectivas. El área sobre la cual actúa σ_r es $1 \times r \, d\phi$; sobre la que actúan $\sigma_r + d\sigma_r$ es $1 \times (r + dr) \, d\phi$ y cada área sobre la cual actúa σ_t es $1 \times dr$. El peso del elemento mismo no se toma en cuenta. Como el ángulo incluido entre los lados del elemento es $d\phi$, ambos esfuerzos tangenciales están inclinados $\frac{1}{2} d\phi$ respecto a la línea perpendicular a OA . Entonces, sumando las fuerzas a lo largo de una línea radial, $\sum F_r = 0$,

$$\sigma_r r \, d\phi + 2\sigma_t dr \left(\frac{d\phi}{2} \right) - \left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr \right) (r + dr) d\phi = 0 \quad (2.1)$$

Simplificando y sin tomar en cuenta los infinitesimales de orden superior,

$$\sigma_t - \sigma_r - r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad \text{o} \quad \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0 \quad (2.2)$$

Esta ecuación tiene dos esfuerzos desconocidos, σ_t y σ_r . Se requieren pasos intermedios para expresar esta ecuación en términos de una incógnita de modo que pueda ser resuelta. Esto se hace introduciendo la geometría de las deformaciones y las propiedades de los materiales en el problema.

2.1.4. Compatibilidad geométrica

La deformación de un elemento es descrita por sus deformaciones unitarias en las direcciones radial y tangencial. Si u representa el desplazamiento radial o movimiento de una superficie cilíndrica de radio r , Figura 2.2a, $u + (du/dr) \, dr$ es el desplazamiento radial o movimiento de la superficie

adyacente de radio $r + dr$. Por consiguiente, la deformación unitaria ε_r de un elemento en la dirección radial es

$$\varepsilon_r = \frac{\left(u + \frac{du}{dr} dr\right) - u}{dr} = \frac{du}{dr} \quad (2.3)$$

La deformación unitaria ε_t en la dirección tangencial se obtiene restando de la longitud de la circunferencia de la superficie cilíndrica deformada de radio $r + u$ la circunferencia del cilindro no deformado de radio r y dividiendo la diferencia entre esta última longitud. Por lo tanto,

$$\varepsilon_t = \frac{2\pi(r + u) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{u}{r} \quad (2.4)$$

Nótese que las ecuaciones 2.3 y 2.4 dan deformaciones unitarias expresadas en términos de una variable desconocida u .

2.1.5. Propiedades de los materiales

La ley de Hooke generalizada relaciona las deformaciones unitarias con los esfuerzos, y puede reescribirse aquí en la forma

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_t - \nu\sigma_x) \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(-\nu\sigma_r + \sigma_t - \nu\sigma_x) \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(-\nu\sigma_r - \nu\sigma_t + \sigma_x) \quad (2.7)$$

Sin embargo, en el caso del cilindro de pared gruesa con deformación axialmente restringida, el problema es uno de deformación unitaria en un plano (es decir, $\varepsilon_x = 0$). La última ecuación conduce entonces a una relación para el esfuerzo axial dada por

$$\sigma_x = \nu(\sigma_r + \sigma_t) \quad (2.8)$$

Introduciendo este resultado en las ecuaciones 2.5 y 2.6 y resolviéndolas simultáneamente se obtienen expresiones para los esfuerzos σ_r y σ_t en términos de deformaciones unitarias:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}[(1 - \nu)\varepsilon_r + \nu\varepsilon_t] \quad (2.9)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}[\nu\varepsilon_r + (1 - \nu)\varepsilon_t] \quad (2.10)$$

Esas ecuaciones traen la condición de deformación unitaria en un plano en el problema para material elástico.

2.1.6. Formulación de la ecuación diferencial

Ahora, la ecuación de equilibrio 2.2 puede expresarse en términos de una variable u . Se eliminan entonces las deformaciones unitarias ε_r y ε_t de las ecuaciones 2.9 y 2.10 expresándolas en términos del desplazamiento u , tal como están dadas por las ecuaciones 2.3 y 2.4; los esfuerzos radial y tangencial son entonces

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu) \frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right] \quad (2.11)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\nu \frac{du}{dr} + (1-\nu) \frac{u}{r} \right] \quad (2.12)$$

Sustituyendo esos valores en la ecuación 2.2 y simplificando, se obtiene la ecuación diferencial gobernante deseada:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (2.13)$$

2.1.7. Solución de la ecuación diferencial

Como puede verificarse por sustitución, la solución general de la ecuación 2.2, correspondiente al desplazamiento radial u de cualquier punto sobre el cilindro, es

$$u = A_1 + A_2/r \quad (2.14)$$

donde las constantes A_1 y A_2 deben determinarse a partir de las condiciones en las fronteras del cuerpo. Desafortunadamente, para la determinación de las constantes A_1 y A_2 , no se conoce el desplazamiento u ni en la frontera interna ni en la frontera externa de la pared del cilindro. Sin embargo, las presiones conocidas son iguales a los esfuerzos radiales que actúan sobre los elementos en los radios respectivos. Por consiguiente:

$$\sigma_r(r_i) = -p_i \quad \text{y} \quad \sigma_r(r_o) = -p_o \quad (2.15)$$

donde los signos menos se usan para indicar esfuerzos de compresión. Además, como u tal como está dada por la ecuación 2.14 y $du/dr = A_1 - A_2/r^2$ pueden sustituirse en la expresión para σ_r dada por la ecuaciones 2.11 y 2.12, las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones 2.11 y 2.12 toman la forma

$$\sigma_r(r_i) = -p_i = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[A_1 - (1-2\nu) \frac{A_2}{r_i^2} \right] \quad (2.16)$$

$$\sigma_r(r_o) = -p_o = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[A_1 - (1-2\nu) \frac{A_2}{r_o^2} \right] \quad (2.17)$$

Resolviendo simultáneamente estas ecuaciones, se obtienen para A_1 y A_2 las expresiones

$$A_1 = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \frac{p_i r_i^2 - p_o r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (2.18)$$

$$A_2 = \frac{1+\nu}{E} \frac{(p_i - p_o) r_i^2 r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (2.19)$$

Estas constantes, cuando se usan en la ecuación 2.14, permiten la determinación del desplazamiento radial de cualquier punto sobre el cilindro elástico sometido a presiones específicas. Así entonces, los desplazamientos de las fronteras interior y exterior del cilindro pueden calcularse.

Si la ecuación 2.14 y su derivada, junto con las constantes dadas por las ecuaciones 2.18 y 2.19, se sustituyen en las ecuaciones 2.11 y 2.12, y los resultados se simplifican, se obtienen ecuaciones generales para los esfuerzos radial y tangencial en cualquier punto de un cilindro elástico. Estas son

$$\sigma_r = C_1 - \frac{C_1}{r^2} \quad \text{y} \quad \sigma_t = C_1 + \frac{C_1}{r^2} \quad (2.20)$$

donde

$$C_1 = \frac{p_i r_i^2 - p_o r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad \text{y} \quad C_2 = \frac{(p_i - p_o) r_i^2 r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (2.21)$$

Nótese que $\sigma_r + \sigma_t$ es constante sobre toda el área transversal del cilindro. Esto significa que el esfuerzo axial σ_x dado por la ecuación 2.8 es también constante sobre toda el área transversal del cilindro de pared gruesa.

2.4. Esfuerzos en cilindros presurizados sometidos a presión interna

En el caso particular de los ajustes por interferencia, únicamente se presenta presión interna ($p_i \neq 0$ y $p_o = 0$). Bajo esta condición específica, las ecuaciones 2.20 se simplifican.

$$\sigma_t = \frac{r_i^2 p_i}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \quad y \quad \sigma_r = \frac{r_i^2 p_i}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \quad (2.22)$$

En la Figura 2.3 se muestran las gráficas del par de ecuaciones 2.22, para mostrar la distribución de los esfuerzos en el espesor de la pared. Como es usual, los valores positivos indican tensión y los negativos compresión

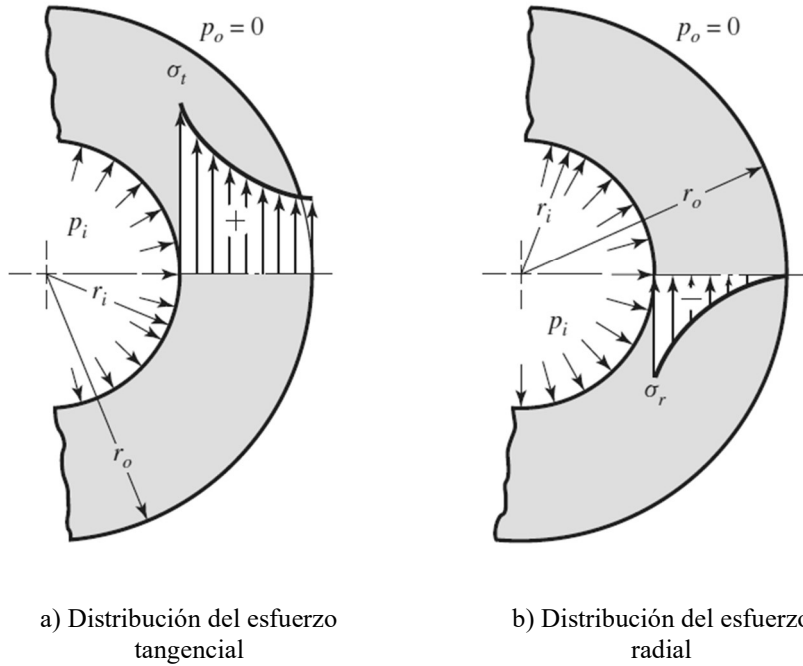


Figura 2.3 Distribución de esfuerzos en un cilindro de pared gruesa sometido a presión interna [5].

Debe considerarse que existen esfuerzos longitudinales cuando el propio recipiente a presión toma las reacciones en los extremos debidas a la presión interna. Este esfuerzo resulta ser:

$$\sigma_l = \frac{p_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (2.23)$$

2.5. Presión de contacto y capacidad de carga axial en ajustes por interferencia

Los ajustes por interferencia entre un eje y sus componentes pueden usarse para minimizar la necesidad de hombros y cuñeros. Los esfuerzos debidos a un ajuste por interferencia pueden obtenerse si se considera al eje como un cilindro con presión externa uniforme, y el cubo como un cilindro hueco con una presión interna uniforme [5].

La presión p generada en la interfaz del ajuste por interferencia, está dada por:

$$p = \frac{\delta_d}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + v_o \right) + \frac{d}{E_i} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - v_i \right)} \quad (2.24)$$

Con las siguientes consideraciones y limitaciones:

- Elasticidad lineal, materiales isotrópicos, eje/cubo perfectamente cilíndricos, contacto completo y presión uniforme a lo largo de la longitud de contacto.
- Sin considerar rugosidad explícita, plasticidad, ni variación del coeficiente de fricción con la presión o con velocidad/temperatura.
- Estado plano de deformación (valido para piezas “largas”), si la longitud de contacto es corta, hay error no despreciable

en el caso donde ambos elementos son del mismo material,

$$p = \frac{E \delta_d}{2d^3} \left[\frac{(d_o^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)}{d_o^2 - d_i^2} \right] \quad (2.25)$$

donde d es el diámetro nominal del eje, d_i es el diámetro interno (si hay alguno) del eje, d_o es el diámetro externo del cubo, E es el módulo de Young y v es la relación de Poisson, con subíndices o e i para el elemento externo (cubo) e interno (eje), respectivamente. Por su parte, δ_d es la interferencia diametral entre el eje y el cubo, esto es, la diferencia entre el diámetro externo del eje y el diámetro interno del cubo [5].

$$\delta_d = d_{eje} - d_{cubo} \quad (2.26)$$

Como habrá tolerancias en ambos diámetros (d_{min} , d_{max} para el eje y D_{min} , D_{max} para el cubo), la presión máxima y mínima puede encontrarse mediante la aplicación de las interferencias máxima δ_{max} y mínima δ_{min} .

$$\delta_{min} = d_{min} - D_{max} \quad (2.27)$$

$$\delta_{max} = d_{max} - D_{min} \quad (2.28)$$

La interferencia máxima debe usarse en la ecuación (2.24) o (2.25) para determinar la presión máxima en busca del esfuerzo excesivo.

Los esfuerzos tangenciales en la interfaz del eje y el cubo son:

$$\sigma_{t, eje} = -p \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} \quad (2.29)$$

$$\sigma_{t, cubo} = p \frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} \quad (2.30)$$

Los esfuerzos radiales en la interfaz son simplemente

$$\sigma_{r, eje} = -p \quad (2.31)$$

$$\sigma_{r, cubo} = -p \quad (2.32)$$

Los esfuerzos tangenciales y radiales son ortogonales, y deben combinarse mediante una teoría de falla para comparar con la resistencia a la fluencia. Si el eje o el cubo fluyen durante el ensamble, no se logrará la presión completa, lo que disminuye el par de torsión que se puede transmitir. La interacción de los esfuerzos debidos al ajuste por interferencia con los otros esfuerzos debidos a las cargas sobre el eje no es trivial. El análisis de elemento finito para la interfaz será útil siempre que esté garantizado [5].

La cantidad de fuerza de tensión que puede transmitirse a través de un ajuste de interferencia puede estimarse mediante un análisis simple de fricción en la interfaz. La fuerza de fricción es el producto del coeficiente de fricción estático μ y la fuerza normal que actúa en la interfaz. La fuerza normal N puede representarse mediante el producto de la presión p y el área de la superficie A en la interfaz. Por lo tanto, la fuerza de fricción F_f es:

$$F_f = \mu N = \mu(pA) = \mu p \pi d l \quad (2.33)$$

donde l es la longitud axial del cubo en interferencia.

2.6. Textura de la superficie

La textura o acabado de la superficie es la desviación repetitiva o aleatoria de la superficie nominal que forma la topografía tridimensional de la superficie. La textura de la superficie incluye: (1) rugosidades (nano y micro rugosidad); (2) ondulación (macro rugosidad); (3) dirección; y (4) fallas o defectos [61]. La Figura 2.4 es una representación gráfica de la textura de la superficie con una disposición unidireccional.

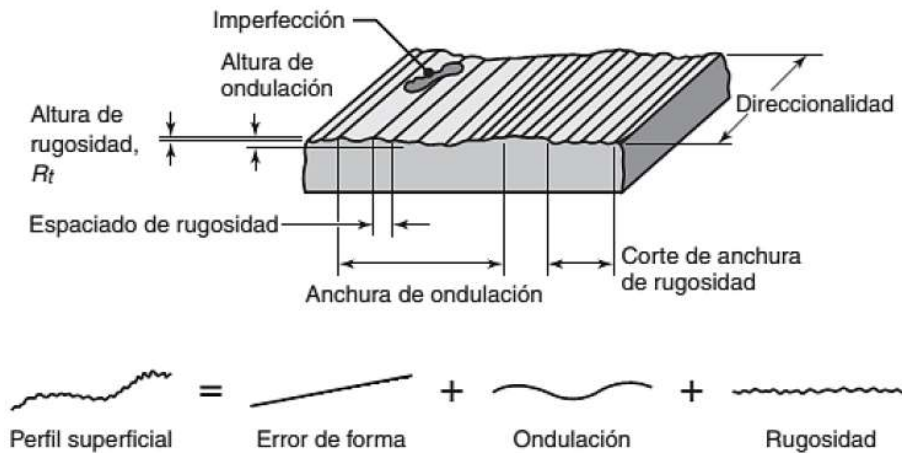


Figura 2.4 Representación gráfica de la textura de la superficie [62]

La capacidad de carga de las uniones eje-cubo está relacionada con el acabado superficial de las superficies de contacto, ya que la fuerza en este tipo de unión se transmite a través de las interfaces conjuntas. Esto influye en el área de contacto y, a su vez, en la presión de contacto de los componentes. Por lo tanto, se puede esperar que el comportamiento estático y dinámico de las uniones eje-cubo esté influenciado en gran medida por el acabado superficial de los componentes de acoplamiento [1], [4].

El acabado de la superficie es un término más subjetivo que denota la suavidad y calidad general de una superficie. En el habla popular, es frecuente utilizar el acabado superficial como sinónimo de su rugosidad [63].

2.7. Rugosidad

La rugosidad se refiere a las desviaciones pequeñas (a nivel nano y micro), espaciadas finamente, de la superficie nominal y que están determinadas por las características del material y el proceso que formó la superficie [64].

La rugosidad superficial es el parámetro más representativo para la descripción de la textura superficial, esto es debido a su influencia directa en la fricción, fatiga, y resistencias eléctrica y térmica del material [65]. En la Figura 2.5 se muestra una clasificación de los factores que afectan la rugosidad superficial.

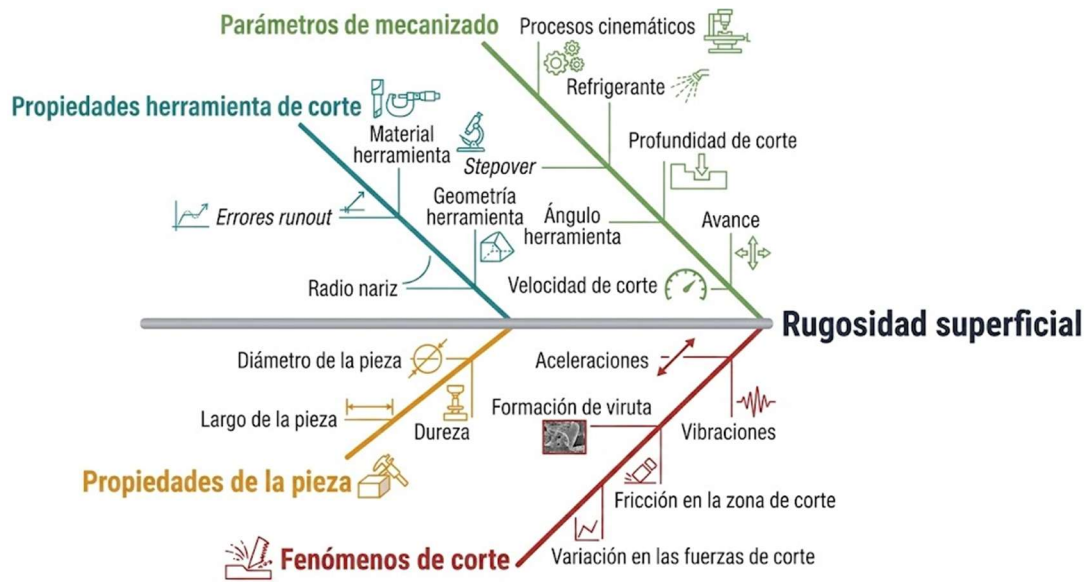


Figura 2.5 Diagrama de los factores que afectan la rugosidad superficial [66].

En el caso de las uniones eje-cubo, las superficies se cargan juntas; el contacto se realiza en las cumbres de aspereza. En general, se observa que cuanto mejor es el acabado de la superficie, mayor es la resistencia del conjunto [1].

Se han realizado pocos estudios que tomen en cuenta la rugosidad en los diseños de ensamblajes de ajuste de interferencia. Yang *et al.* [41] mostraron que, para algunas topologías de textura de superficie, la rugosidad tiene una influencia notable en la resistencia del ajuste. Analizaron tres diferentes valores de rugosidad y encontraron que hay un incremento de la fuerza de extracción a mayor rugosidad, pero considerando la rugosidad a la mitad de la medida nominal. En el artículo de Boutoutaou *et al.* [33], utilizando una técnica de homogeneización, demostraron que la forma de ambas superficies en contacto es el factor clave en la determinación de la resistencia del ensamblaje. La norma francesa NF E22-621 indica que la pérdida del ajuste debido a la rugosidad puede estimarse a partir de la rugosidad aritmética de ambas superficies de contacto en la siguiente forma:

$$L_{\Delta} = 3(R_{a1} + R_{a2}) \quad (2.34)$$

Donde R_{a1} y R_{a2} son la rugosidad aritmética del cubo y el eje, respectivamente. Esta relación es empírica y no tiene antecedentes científicos [33]. Boutoutaou *et al.* [31] y Zhang *et al.* [20] propusieron un enfoque efectivo utilizando simulaciones de elementos finitos para lograr la calidad requerida a costos de fabricación más bajos de conexiones con interferencia. Algunas investigaciones también sugieren que las formulaciones de diseño de ajuste por encogimiento deben tener en cuenta los fenómenos de adherencia. También, indican que las fórmulas de diseño actuales y ampliamente utilizadas son inadecuadas para la predicción del par de retención [42, 10].

El método predominante de producción de superficies de ingeniería es por un proceso de mecanizado, aunque algunas superficies acabadas son el resultado de técnicas primarias tales como fundición, extrusión o forja. Cada método de producción de superficie tiene un rango de rugosidad de la superficie característica [64].

El papel del acabado superficial en la resistencia de los ajustes de interferencia es crítico y ha sido informado por varios investigadores. A continuación, se mencionan los más relevantes para esta investigación. Yang *et al.* [41] mostraron que las rugosidades juegan un papel importante y positivo en el ajuste cilíndrico de interferencia; recomiendan utilizar procesos de fabricación económicos como el torneado para producir las superficies de ajuste, en lugar de métodos como el pulido que son mucho más caros. Yang *et al.* [22] proponen un modelo sencillo para calcular la presión real de un ajuste con interferencia. Este modelo consiste en la sustitución de la compleja área real para un área equivalente. Boutoutaou *et al.* [31] analizaron la fuerza de extracción para la unión eje-cubo de forma numérica variando defectos de forma (lóbulos). Llegaron a la conclusión de que la fuerza de extracción incrementa conforme se aumenta el número de lóbulos. Boutoutaou *et al.* [33] presentaron una técnica de homogeneización numérica para evaluar el comportamiento de un ajuste de interferencia por contracción. Este enfoque permite tomar en cuenta la influencia de la rugosidad en el modelado de piezas industriales que, por lo general, tienen una geometría compleja. Los resultados del modelado muestran que la predicción de la resistencia a la extracción, al utilizar elementos homogeneizados, mejoró en comparación con un enfoque que considera las superficies en contacto entre las dos partes ensambladas perfectamente lisas (sin rugosidad). McMillan *et al.* [67] analizaron el aumento de par de retención después de cada ciclo de carga cuando se produce un deslizamiento recurrente. Estas observaciones sugieren que un aumento efectivo en el par de retención entre el eje y el cubo fue el desgaste conocido como "arado". Buczkowski *et al.* [4] proporcionaron una metodología para mejorar el diseño de un ensamble por temperatura, centrándose en dos objetivos: i) tomando en cuenta la rugosidad de los componentes, ii) introduciendo una ley de endurecimiento por fricción no clásica, en la cual los micro-deslizamientos tangenciales son considerados. Concluyeron que, para superficies lisas, la fuerza del ensamble o la capacidad de carga incrementa. En el caso del modelo de endurecimiento por fricción, la unión pierde su capacidad de carga a una fuerza axial mucho menor; además, la plasticidad reduce considerablemente la resistencia de la unión.

2.8. Relación rugosidad-tolerancia-ajuste

La rugosidad superficial está íntimamente ligada a la exactitud o la tolerancia de un componente de la máquina. Una dimensión cerca de la tolerancia requiere un acabado muy fino, y el acabado de un componente a un valor muy bajo de rugosidad puede requerir múltiples operaciones de mecanizado. Por ejemplo, un valor de 3.2 micras de rugosidad de la superficie puede ser producido por fresado o torneado, mientras que una superficie muy fina (bajo valor de rugosidad) requeriría operaciones posteriores adicionales, tales como el bruñido, superacabado, pulido, o el flujo de abrasivo. Por lo tanto, la especificación de acabados muy finos normalmente resultará en aumento de los costos [64].

El eje y el cubo se manufacturan con una cierta tolerancia que, por una parte, está limitada por su proceso de maquinado con algún tipo de desviación o variación y, por otra, esta tolerancia les permite

acoplarse entre sí. La tolerancia, en la forma más común, representa una desviación dentro de ciertos límites aceptables en referencia con la geometría nominal o ideal del elemento (Figura 2.6) [68].

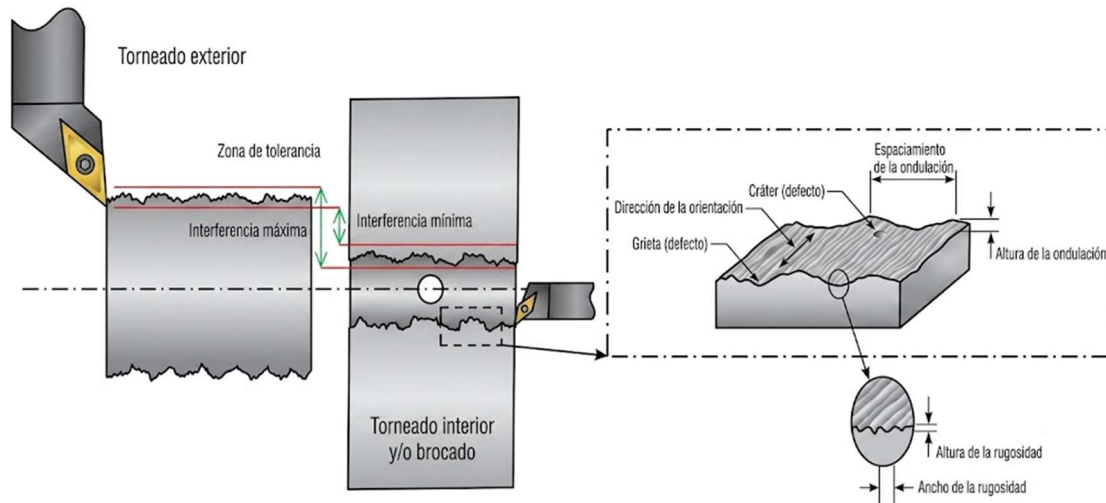


Figura 2.6 Tolerancias y rasgos del acabado superficial por el proceso de maquinado en la unión eje-cubo [63]

Esto quiere decir que las tolerancias geométricas establecen una condición de interferencia máxima y mínima para los componentes al realizar el ensamble. A su vez, se ejerce una presión de contacto mínima y máxima, y, por lo tanto, un rango de presión de contacto en la que se puede ubicar el ensamble.

Por ejemplo, en un ajuste de interferencia $\varnothing 10 \text{ H7/s6}$ (10-10.015 mm para $\varnothing 10\text{H7}$ y 10.023-10.032 mm para $\varnothing 10\text{s6}$), se tendría como resultado una presión de contacto mínima de 59.40 MPa y una máxima de 237.61 MPa, para lo cual, la presión máxima es 400% mayor que la presión mínima.

Además de este rango de presión de contacto, es necesario considerar que el perfil de rugosidad de ambas piezas determinará los puntos de contacto reales dentro de sus respectivas zonas de tolerancia. Esto da como resultado una variación de la presión de contacto a través de la interfaz como si fuera un ecualizador.

Debido a esta incertidumbre de la presión de contacto, de acuerdo con las tolerancias y la rugosidad superficial del proceso de maquinado del eje y el cubo, se han desarrollado mecanismos de apriete, con la finalidad de aplicar una carga conocida a la unión eje-cubo y analizar con mayor precisión este tipo de parámetros. Los estudios precursores en este tipo de análisis son los de Booker & Truman [2], Booker *et al.* [69], Booker & Truman [43], quienes han desarrollado mecanismos de apriete para analizar la unión eje-cubo en torno al coeficiente de fricción estático en función de la carga aplicada. Esto ha resultado en una buena forma de aproximar el comportamiento de la unión, pero la presión de contacto suministrada es variable en el contacto; se asemeja más a un contacto hertziano cóncavo-convexo.

2.9. Contacto mecánico de una rugosidad: Contacto de Hertz

Considere dos cuerpos sólidos en contacto físico mediante la acción de las fuerzas aplicadas. El contacto entre los dos cuerpos ocurre en muchas áreas pequeñas, cada una de las cuales constituye un único contacto de cada aspereza. Es necesario relacionar la fuerza que actúa en una sola aspereza con su área de deformación y contacto. La conocida solución de este problema fue desarrollada a finales del siglo XIX por Hertz [70]. Los supuestos para lo que se conoce como el problema de contacto de Hertz son: (1) el área de contacto es elíptica; (2) cada cuerpo se aproxima por medio espacio elástico cargado sobre el área de contacto elíptica plana; (3) las dimensiones del área de contacto deben ser pequeñas en comparación con las dimensiones de cada cuerpo y los radios de curvatura de las superficies; (4) las deformaciones son lo suficientemente pequeñas para que la elasticidad lineal sea válida; y (5) el contacto no tiene fricción, de modo que solo se transmite una presión normal. En la Figura 2.7 se muestra un esquema del contacto de Hertz entre dos esferas.

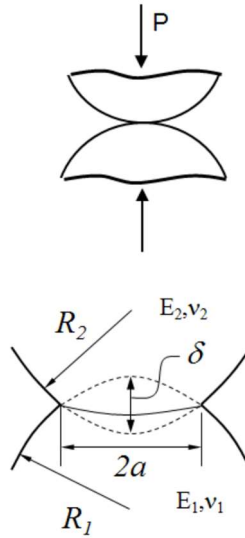


Figura 2.7 Contacto de Hertz entre dos esferas [70].

El radio de contacto se encuentra expresado como [20]:

$$a^3 = \frac{3PR^*}{4E^*} \quad (2.35)$$

La deformación δ está dada por:

$$\delta = \frac{a^2}{R^*} = \left(\frac{9P^2}{16R^*E^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.36)$$

La presión máxima de contacto en el centro del contacto es:

$$p_o = \left(\frac{3P}{2\pi a^2} \right) = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^3 R^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.37)$$

El radio efectivo R^* y el módulo de Young efectivo E^* se obtienen:

$$R^* = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]^{-1} \quad E^* = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]^{-1} \quad (2.38)$$

Con base en una serie de análisis numéricos y mediciones experimentales de la indentación del semiespacio de materiales elásticos y plásticos con y sin endurecimiento por deformación por esferas y conos, Johnson [71] en 1985 dio una relación entre la dureza (H) y el esfuerzo de fluencia en compresión simple (Y),

$$H \sim 2.8Y \quad (2.39)$$

2.10. Fricción

El movimiento de deslizamiento relativo de dos superficies en contacto es resistido por una fuerza tangencial que se llama fuerza de fricción. Existen dos tipos; la fuerza de fricción estática (F_s) se trata de la fuerza que se necesita vencer para iniciar el movimiento. Pueden pasar algunos milisegundos antes de que se inicie el movimiento relativo en la interfaz. La fuerza tangencial requerida para mantener el movimiento relativo se conoce como la fuerza de fricción cinética (F_k). La fuerza de fricción estática es mayor o igual que la fuerza de fricción cinética (Figura 2.8) [61].

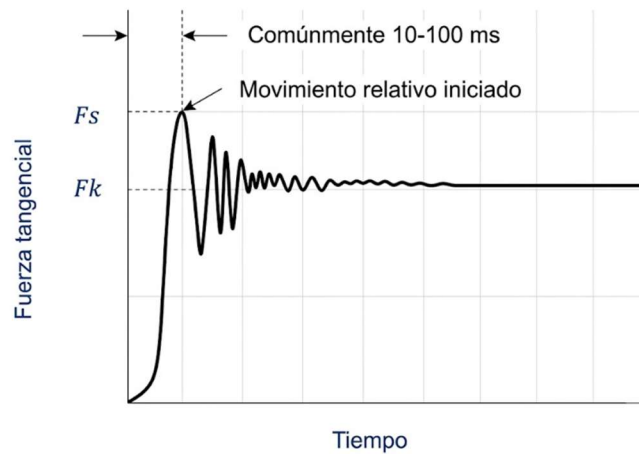


Figura 2.8 La fuerza de fricción estática es mayor o igual que la fuerza de fricción cinética [61].

La relación de esta fuerza tangencial a la fuerza normal se denomina coeficiente de fricción (μ). Aunque este coeficiente se puede determinar fácilmente de manera experimental, la mecánica del contacto y la fricción es bastante compleja, ya que la fricción es una consecuencia de muchos fenómenos que interactúan.

Básicamente, la fuerza de fricción se atribuye a las fuerzas de adhesión tangencial. Por lo tanto, la fuerza de fricción debe ser proporcional al área real de contacto. Esta proporcionalidad es casi cierta para el contacto estático de asperezas elásticas y plásticamente deformables. Una revisión completa de la fricción fue realizada por Tabor [72] y Rabinowicz [73].

Según Bhushan [61], “La fricción no es una propiedad material, es una respuesta del sistema. Si dos superficies sólidas están limpias sin películas químicas, se produce una alta fricción. Los contaminantes superficiales o las películas delgadas afectan la fricción. Con superficies bien lubricadas, se observa generalmente una adherencia débil y fricción. Sin embargo, una pequeña cantidad de líquido presente en la interfaz produce una adhesión mediada por líquido, lo que puede resultar en una alta fricción, especialmente entre dos superficies lisas”.

También menciona que “Las fuerzas de fricción pueden ser buenas o malas. Sin fricción, sería imposible caminar, usar neumáticos de automóviles en una carretera o recoger objetos. Incluso en algunas aplicaciones de máquinas tales como frenos y embragues de vehículos y transmisión de potencia por fricción (como las transmisiones por correa), la fricción se maximiza. Sin embargo, en la mayoría de los otros componentes deslizantes y giratorios, tales como rodamientos y sellos, la fricción es indeseable. La fricción provoca la pérdida de energía y el desgaste de las superficies móviles en contacto. En estos casos, la fricción se minimiza” [61].

La interacción entre ambas superficies se da por medio de fricción, pero es necesario determinar los factores de los cuales depende este coeficiente de fricción. Según Patil *et al* [74], el coeficiente de fricción estático depende en gran cantidad de la carga normal, las propiedades del material, la resistencia interfacial local y los parámetros de rugosidad. Chang *et al* [75] obtuvieron como resultado que las superficies más rugosas y los materiales más blandos soportan menos fuerza de cizalla tangencial. Chang *et al* [76] encontraron que la adhesión en superficies lisas y limpias puede superar el 20% de la carga de contacto, pero es insignificante para superficies rugosas contaminadas o con cargas externas muy elevadas. Kogut *et al* [77] mostraron que los principales parámetros adimensionales que afectan el coeficiente de fricción estático son el índice de plasticidad y el parámetro de adhesión. Lee *et al* [78] analizaron tanto teórica como experimentalmente el efecto de la distribución asimétrica de la altura de la aspereza sobre el coeficiente de fricción estático. Encontraron que el modelo KE (Kogut-Etsion), con la distribución de Pearson, se compara favorablemente con las mediciones experimentales. Ovcharenko *et al* [79] concluyeron que el nivel real del coeficiente de fricción estático en el régimen elástico de deformaciones parece depender del material y el diámetro de la esfera y de su rugosidad superficial o índice de plasticidad. También, encontraron que, a cargas normales bajas, el coeficiente de fricción estático depende de la carga normal, infringiendo las leyes clásicas de fricción. Bhushan *et al.* [80], con base en su estudio, determinaron que la carga crítica a la cual el coeficiente de fricción comienza a aumentar corresponde a la dureza de la muestra. Se cree que el arado a altas cargas es responsable de los altos valores del coeficiente de fricción. Además, concluyeron que los valores medidos del coeficiente de fricción en una microescala son una fuerte función de la carga normal y el área de contacto aparente.

2.11. Coeficiente de fricción de la unión eje-cubo

Para uniones eje-cubo de acero sometidas a una mayor presión de contacto, el coeficiente de fricción es menor. Según Booker *et al* [2], el coeficiente de fricción para cargas normales bajas va de 0.7-0.9, en el caso de ajustes de interferencia con cargas normales altas es de 0.1-0.25

Booker *et al.* [43] realizaron pruebas experimentales de medición del coeficiente de fricción a torsión, con una presión de interferencia de 110 MPa, por medio de un mecanismo de apriete; obtuvieron en promedio un valor de 0.147 en un total de 26 pruebas realizadas. Esto está muy cerca del rango de valores cotizados con frecuencia: 0.14–0.15, mencionados en [96–98]. Estas pruebas se realizaron en un material más duro, acero de medio carbono 080M40. De hecho, el coeficiente medio de desviación medido bajo regímenes de carga de compresión y tensión es mayor que 0.147, y la torsión es menor.

La Figura 2.9 muestra el cambio en la rugosidad media de la superficie para los regímenes de carga de torsión, compresión y tensión, respectivamente, medidos antes y después de cada prueba, tanto a presiones altas como bajas.

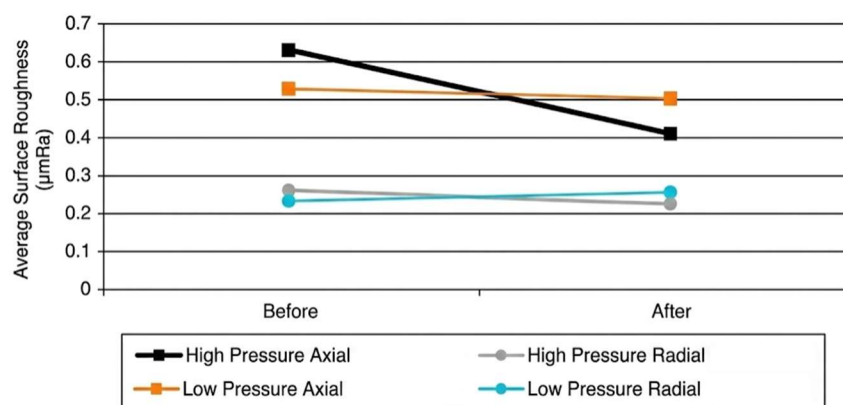


Figura 2.9. Cambio en la rugosidad media de la superficie para el régimen de carga a tensión medido antes y después de la prueba [43].

La Figura 2.10 muestra la correlación del coeficiente de fricción para los regímenes de carga de torsión, compresión y tensión con los valores de rugosidad.

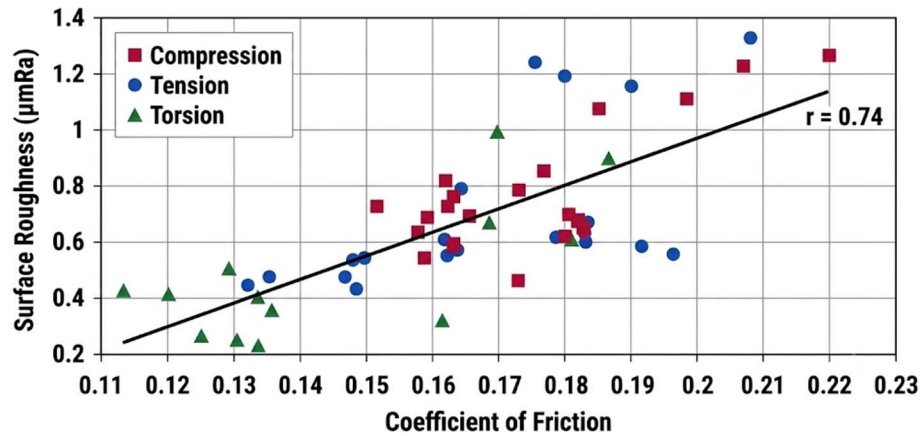


Figura 2.10. Correlación entre el coeficiente de fricción y la rugosidad de la superficie axial (medida antes de la prueba) para altas presiones de interfaz bajo diversos regímenes de carga [43].

2.12. Rigidez de contacto normal y tangencial

La rigidez de contacto tangencial se obtiene como la pendiente de la región lineal de la parte de micro deslizamiento de la carga tangencial frente al gráfico de desplazamiento tangencial relativo.

La rigidez tangencial del contacto se obtiene experimentalmente del ciclo de histéresis obtenido al trazar la fuerza tangencial contra el desplazamiento tangencial relativo durante un ciclo de desgaste. Sin embargo, los ciclos de histéresis medidos generalmente muestran un comportamiento no lineal, especialmente en la transición del deslizamiento parcial al régimen de deslizamiento bruto o severo. Por lo tanto, para obtener una relación lineal entre la carga tangencial y el desplazamiento tangencial relativo, la región de micro-deslizamiento del ciclo, que se produce justo después de la inversión en la dirección de deslizamiento, se utiliza para obtener una rigidez de contacto tangencial constante desde la pendiente de la curva carga-desplazamiento en esta región. La Figura 2.11 muestra un diagrama esquemático de un ciclo de histéresis por fricción y la región en la que se calcula la rigidez del contacto tangencial. La Figura 2.12 muestra el análisis de la pendiente,

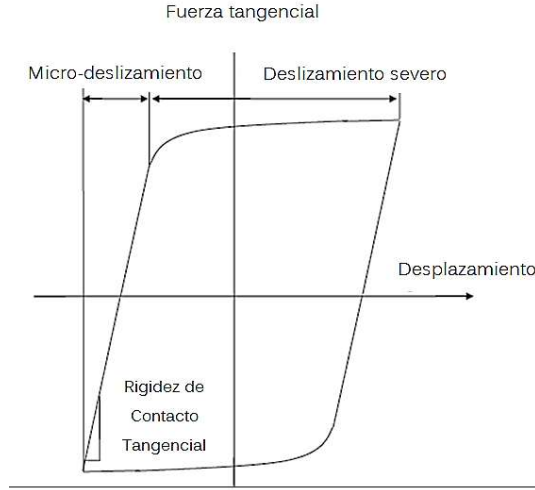


Figura 2.11 Diagrama esquemático de un ciclo de histéresis por fricción.

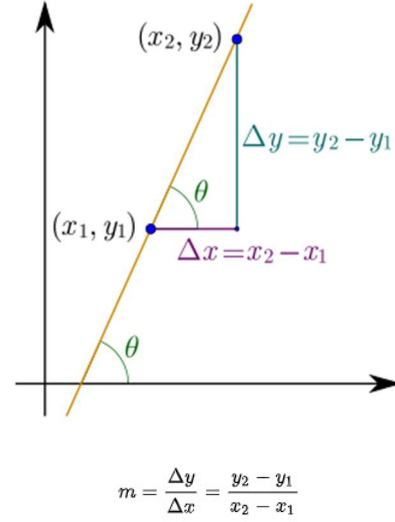


Figura 2.12 Cálculo de la pendiente

Gonzalez-Valadez *et al.* [84] propusieron el uso de un modelo de resorte simple que relaciona la rigidez de la interfaz con el complejo coeficiente de reflexión del ultrasonido en un contacto aproximado. El modelo de resorte no puede relacionarse directamente con el área real de contacto ya que esto depende de la cantidad, la forma y la distribución de las asperezas de contacto.

Sin embargo, está claro que el modelo proporciona una herramienta no destructiva para evaluar fácilmente las rigideces interfaciales longitudinales y de corte y su relación. Los hallazgos experimentales indican que la relación de rigidez interfacial k_t/k_n , determinada durante los ciclos de carga/descarga, es sensible al nivel de rugosidad y la histéresis de la carga. Los resultados que obtuvieron se desvían de los modelos micromecánicos teóricos disponibles, lo que indica que el fenómeno de contacto real es más complejo y que los modelos no tienen en cuenta otras variables necesarias.

También, Buczkowski *et al.* [4] analizaron la unión eje-cubo por medio de la rigidez de contacto normal y tangencial, en donde las rigideces variaban en función de la carga aplicada.

Cabe hacer notar que, para el inicio de la aplicación en la fuerza tangencial, la relación entre la rigidez normal y tangencial elástica sea igual a:

$$\frac{k_t}{k_n} = \frac{4G}{E} \quad (2.40)$$

donde:

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2.41)$$

ν_1 y ν_2 son las relaciones de poisson, E_1 y E_2 son los módulos de Young, y G_1 y G_2 son los módulos al cortante de los dos materiales, respectivamente.

$$\frac{1}{G} = \frac{2 - \nu_1}{G_1} + \frac{1 - \nu_2}{G_2} \quad (2.42)$$

La ecuación 2.40 indica que existe una relación directa entre la rigidez tangencial y la normal, y esta relación solo depende de la relación de Poisson del material, independientemente del valor de la carga normal aplicada. Las características interesantes de la relación de rigidez normal y tangencial se ilustran adecuadamente al examinar el caso en el que los dos cuerpos tienen las mismas propiedades elásticas. Por lo tanto, para $\nu = 0.3$, asumiendo el mismo material para ambos cuerpos en contacto, el parámetro de rigidez combinado dado por la ecuación (2.42) es igual a:

$$\frac{k_t}{k_n} = \frac{2(1 - \nu)}{2 - \nu} = 0.82 \quad (2.43)$$

Al final, recomendaron que, para aplicaciones en ingeniería, la rigidez de contacto normal para superficies rugosas k_n , para una presión nominal W/A_0 , podría ser estimada con la siguiente ecuación:

$$k_n = \frac{3}{2} \frac{W}{A_0 \sigma} \quad (2.44)$$

Donde W es la carga normal de contacto, A_0 es el área nominal de contacto y σ denota la desviación estándar de la superficie rugosa. La σ se obtiene se determina con la ecuación 2.55.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - X)^2} \quad (2.45)$$

Donde:

- X = Media de las rugosidades
- X_i = Medida de cada rugosidad
- N = Número de rugosidades

Capítulo III. Modelo de rigidez normal de contacto

3.1. Introducción

En este modelo se representa la rugosidad de las superficies en contacto de la unión eje-cubo mediante una rigidez normal de contacto entre ambas superficies (Figura 3.1a). Se describe el efecto del tamaño de las rugosidades en la resistencia al deslizamiento axial entre piezas de uniones eje/cubo con interferencia. La rugosidad superficial se obtuvo de un proceso de torneado con diferentes acabados (fino, medio y rugoso). Se desarrolló un modelado por elementos finitos (Figura 3.1b) que utiliza una rigidez normal de contacto k_n equivalente al tamaño de la rugosidad superficial entre las piezas de la unión para representar al contacto real. Para validar el modelo numérico, se compararon resultados teóricos de presión de contacto y fuerza de extracción de la unión eje/cubo con elementos lisos con los correspondientes resultados numéricos obtenidos.

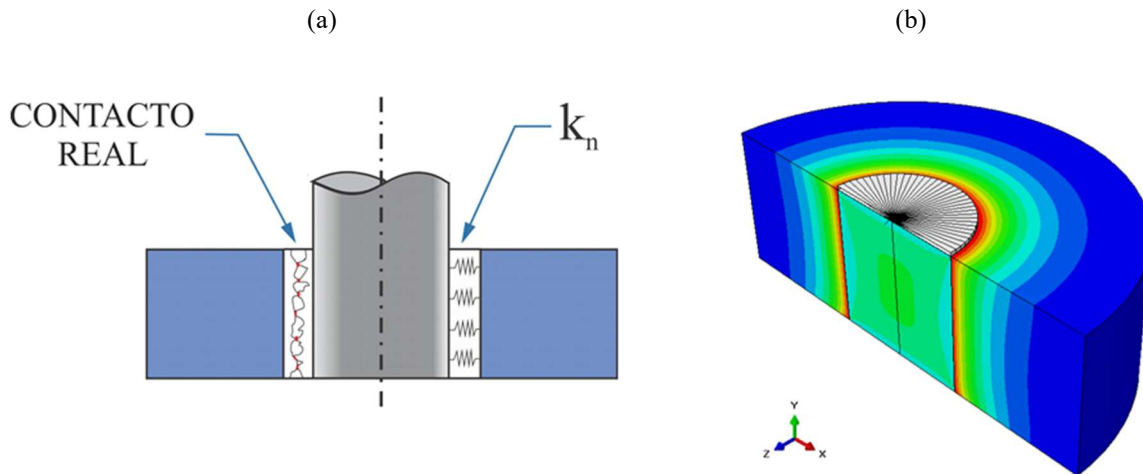


Figura 3.1 Modelo de rigidez normal de contacto, donde: (a) consideración de la rugosidad por medio de la rigidez normal de contacto y (b) modelo MEF

3.2. Datos experimentales para el modelo

3.2.1. Desviación estándar de un proceso de torneado

A continuación, se presenta la obtención de la desviación estándar (σ) de un proceso de torneado. Los ejes fueron maquinados en un torno convencional. El acabado superficial fue liso, medio y rugoso. Se maquinaron cinco ejes por cada acabado superficial. Posteriormente, se midió la desviación

estándar de la rugosidad superficial de los distintos acabados, con la ayuda de un rugosímetro. Finalmente, se obtuvo un valor promedio de desviación estándar para cada acabado superficial.

3.2.2. Maquinado de los ejes

Se maquinaron 15 ejes en un torno convencional (Figura 3.2). El acabado superficial fue fino, medio y rugoso (Figura 3.3). El material de los ejes fue acero AISI 1045.



Figura 3.2 Maquinado en torno convencional.



Figura 3.3 Ejes maquinados con diferentes acabados superficiales (fino, medio y rugoso).

3.2.3. Medición de la desviación estándar de la rugosidad superficial

Se realizaron las mediciones de σ de los diferentes acabados superficiales. El instrumento utilizado fue un rugosímetro sj-210 de la marca Mitutoyo. En la Tabla 3.1 se muestran las características de las mediciones de rugosidad. Primero, se verificó la calibración del rugosímetro. El valor obtenido de rugosidad promedio (R_a) fue el mismo al bloque de calibración (Figura 3.4). Posteriormente, se realizaron las mediciones de σ de la rugosidad superficial de los ejes (Figura 3.5).

Tabla 3.1 Características de las mediciones de rugosidad.

Norma	ISO 1997
Perfil	R
Número de mediciones (N)	8
Longitud de corte (Cut-Off)	0.8 mm
Filtro	GAUSS



Figura 3.4 Verificación de la calibración del rugosímetro.



Figura 3.5 Medición de σ de los ejes

La medición con el rugosímetro proporciona el perfil de rugosidad graficado del eje. En la Figura 3.6 se muestra un ejemplo del perfil de rugosidad por cada acabado superficial (fino, medio y rugoso).

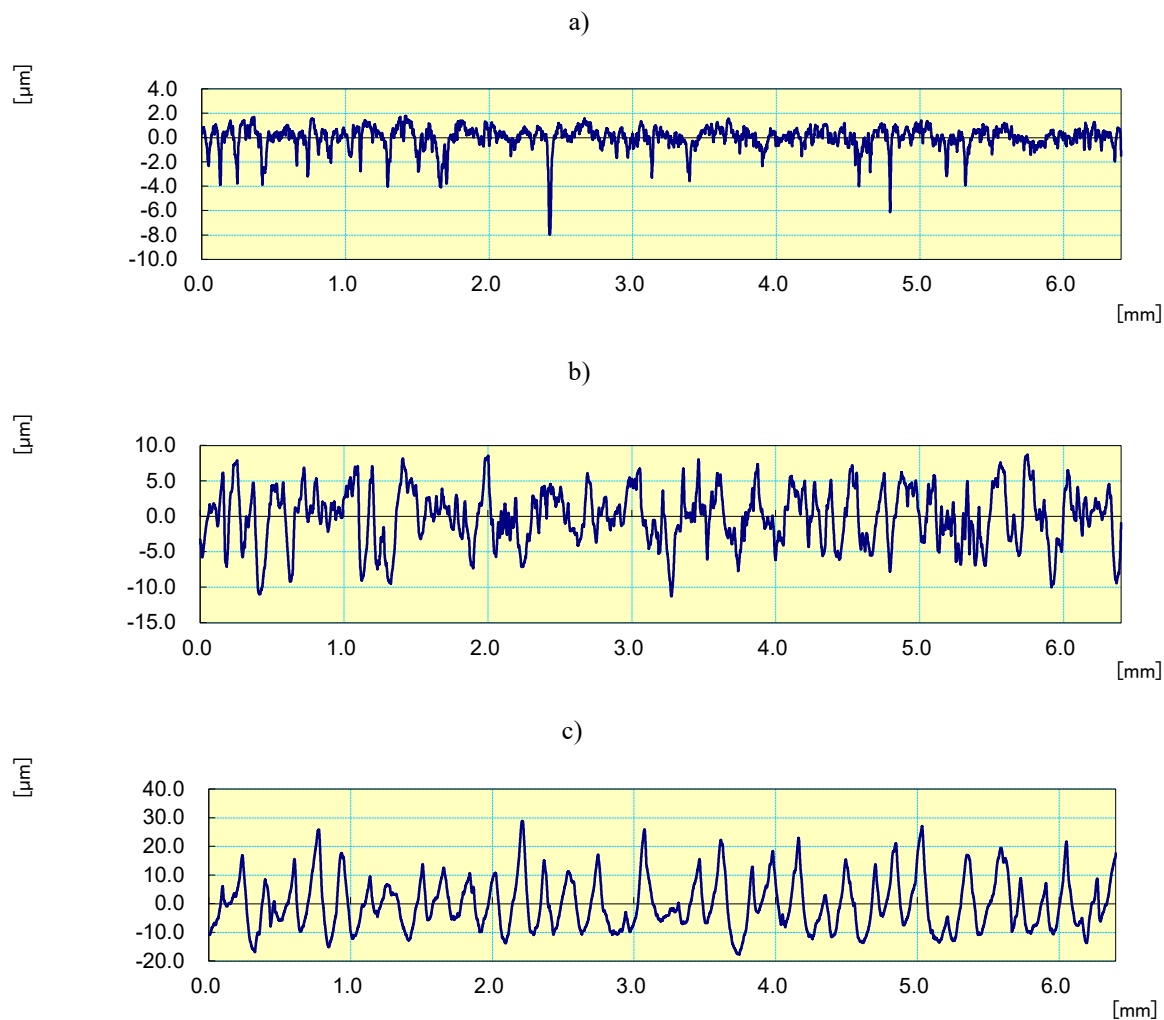


Figura 3.6 Ejemplo del perfil de rugosidad por cada acabado superficial, donde: a) fino, b) medio y c) rugoso.

También, se obtienen los valores de la desviación estándar σ de las mediciones de la rugosidad superficial. En la tabla 3.2 se muestran los valores de σ obtenidos para los 15 ejes y se obtiene un valor promedio de σ para cada acabado superficial.

3.2.4. Rigidez normal de contacto

A partir de la ecuación 2.44 de Buczkowski & Kleiber (2016), se obtuvieron los valores de rigidez normal de contacto (k_n) de acuerdo con la σ de la rugosidad del acabado superficial (fino, medio y rugoso) del eje y a la interferencia mínima y máxima del ajuste Ø20H7/s6 (Tabla 3.3). La desviación estándar σ se calcula con la ecuación 2.45 y con el rugosímetro se obtiene con el parámetro R_q .

Tabla 3.2 Valores de σ obtenidos para los 15 ejes.

Desviación estándar (σ) de la rugosidad superficial en micras (μm)			
Eje	Fino	Medio	Rugoso
1	0.658	3.364	8.871
2	0.684	3.093	8.165
3	0.724	3.893	9.975
4	0.946	3.769	9.058
5	0.911	3.074	8.237
Promedio	0.7846	3.4386	8.8612

Tabla 3.3 Valores de k_n de acuerdo con la σ de la rugosidad del acabado superficial (fino, medio y rugoso) del eje.

Acabado superficial	σ	Mínima k_n	Máxima k_n
Fino	0.7846	121930.49	418047.41
Medio	3.4386	27821.40	95387.65
Rugoso	8.8612	10796.12	37015.30

3.3. Modelo por elemento finito

3.3.1. Datos del ajuste y material

La unión eje/cubo analizada tiene un ajuste de interferencia de Ø20 H7/s6. Los valores de los diámetros y de la interferencia se muestran en la Figura 3.7. El material utilizado en este estudio fue acero AISI 1045. Las propiedades del acero se muestran en la tabla 3.4.

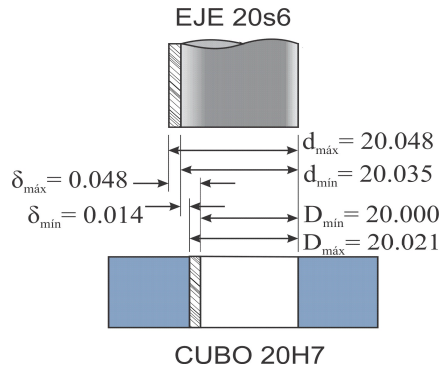


Figura 3.7 Valores del ajuste Ø20 H7/s6 para el modelo de elementos finitos en milímetros.

Tabla 3.4 Propiedades del acero AISI 1045.

Módulo de Young (E)	205×10^3 MPa
Relación de Poisson (ν)	0.29
Esfuerzo de fluencia (σ_y)	350 MPa

3.3.2. Consideraciones

- El eje y el cubo se dibujan lisos. Solo se considera la rugosidad superficial del eje por medio de un valor de rigidez normal de contacto (k_n) en la interacción de las piezas. Esto con la finalidad de observar el efecto del acabado del torno (fino, medio y rugoso) en la unión eje-cubo.
- La opción “*interference fit*” se utiliza para realizar el ensamble. No se considera la temperatura que se utiliza para realizar el ensamble.
- El coeficiente de fricción depende de muchos parámetros (es decir, interferencia, superficies, esfuerzos de trabajo, concentración de esfuerzos, desgaste, ensamblaje, temperatura, entre otros). Se sabe que el coeficiente de fricción a presiones de ajuste por contracción es mucho más bajo que el indicado para cargas normales bajas [85]. Booker & Truman [85] han demostrado que el coeficiente de fricción es independiente del área (porque al aumentar el área de contacto, también disminuye la presión entre las superficies, y estos dos efectos se compensan mutuamente, resultando en una fuerza de fricción constante). Por lo tanto, el coeficiente de fricción se considera idéntico para cada prueba. Se elige un valor convencional de 0.15 entre acero-acero [85].
- El modelado se realiza con el método de elementos finitos utilizando el software ABAQUS.

3.3.3. Modelo discreto

Se crearon el eje y el cubo, se les asignó el mismo material (acero AISI 1045). Se formaron dos interacciones; una entre el eje y el cubo, donde el contacto normal está en función de la rigidez de contacto de la ecuación 2.44, y al contacto tangencial se le asignó un valor de coeficiente de fricción de 0.15. La segunda interacción se realizó entre el eje y el cuerpo rígido para obtener la fuerza de extracción por medio de la fuerza normal de contacto por sus siglas en inglés “CFN”.

Las condiciones de frontera fueron un empotramiento en la parte inferior del cubo y un desplazamiento de 20 mm en y sobre el punto de referencia “RP” (ver Figura 3.8).

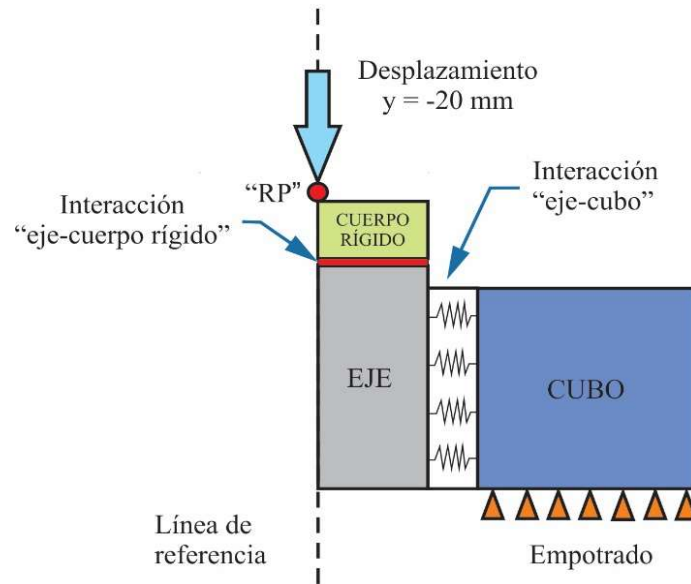


Figura 3.8 Condiciones de frontera y carga.

Se declararon dos pasos para su análisis; en el Paso 1 se realiza el ensamble por medio de la opción “*interferece fit*” de ABAQUS y en el Paso 2 se realiza la extracción axial del eje para determinar la carga que soporta la unión. En la Figura 3.9 se muestra el Paso 1 “ensamble” en una vista isométrica con una sección a 180°.

Las condiciones de frontera y carga se aplicaron en el Paso 2 “extracción” (Figura 3.10), ya que en el Paso 1 “ensamble” se realiza sin condiciones de frontera. El mallado de las piezas fue de 0.2 mm. El tipo de elemento que se utilizó fue el CAX4R (*A 4-node bilinear quadrilateral axisymmetric, reduced integration, hourglass control*).

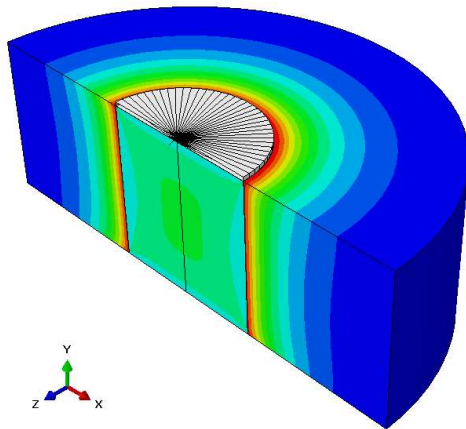


Figura 3.9 Paso 1 “ensamble” del ajuste Ø20 H7/s6 para el modelo de elementos finitos.

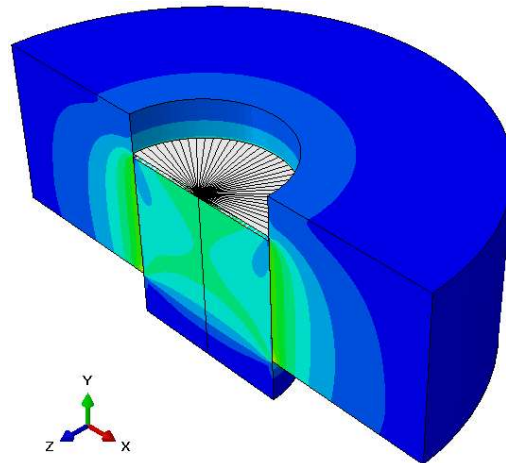


Figura 3.10 Paso 2 “extracción” del eje del ajuste Ø20H7/s6.

3.4. Comparación MEF - teórica

En primer lugar, se realizó una comparación MEF - teórica para tener un punto de partida del estudio. Se comparó la presión de contacto y la fuerza de extracción con la finalidad de validar el modelo por elemento finito. En la Tabla 3.5 se muestran los resultados.

Tabla 3.5 Comparación numérica-teórica.

Interferencia mínima	Teórico	MEF	% diferencia
Presión de contacto (MPa)	63.77	62.81- 65.03	-1.5 – 1.97
Fuerza de extracción (N)	12,021.82	12,914.30	7.7
Interferencia máxima	Teórico	Numérico	% diferencia
Presión de contacto (MPa)	218.66	218.67-225.07	0.004 – 2.9
Fuerza de extracción (N)	41,217.69	44,278.40	7.4

La variación de la presión de contacto se atribuye a que en la Ecuación 2.24 se asigna un mismo valor para todo el contacto entre las superficies del eje y el cubo. En cambio, en el modelo por elemento finito la presión de contacto incrementa en el centro del contacto debido al coeficiente de fricción. Estas variaciones contribuyen también a un aumento de la fuerza de extracción en el modelo numérico. Por lo tanto, no significa que existan errores en el modelo por MEF, sino que la ecuación de presión de contacto no considera estas variaciones. En las Figuras 3.11 y 3.12 se muestra la comparación de la gráfica la presión de contacto para una interferencia mínima y máxima del ajuste Ø20H7/s6 respectivamente.

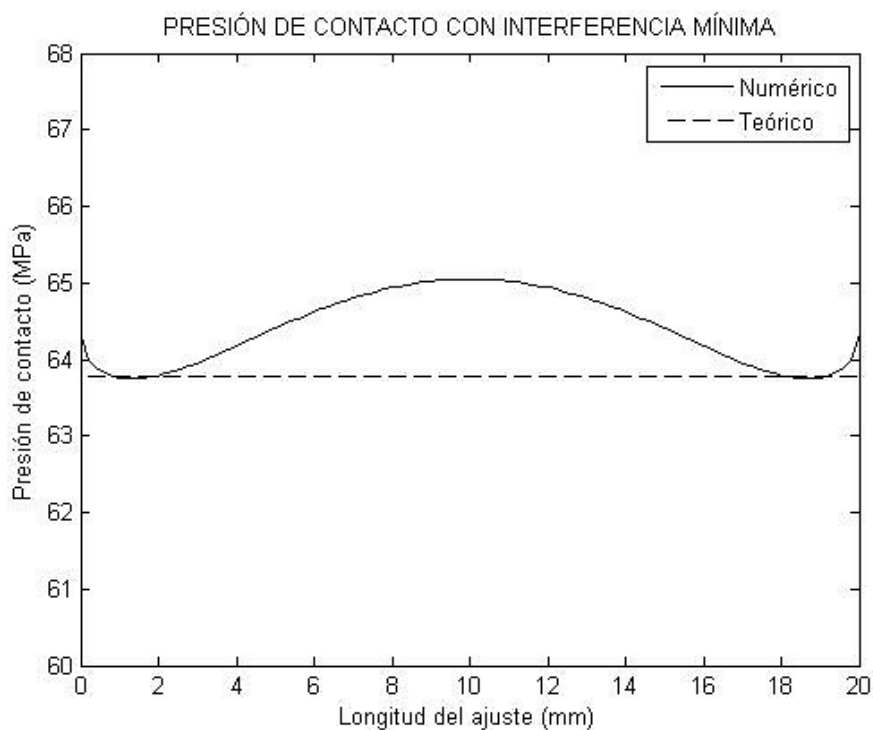


Figura 3.11. Presión de contacto con interferencia mínima.

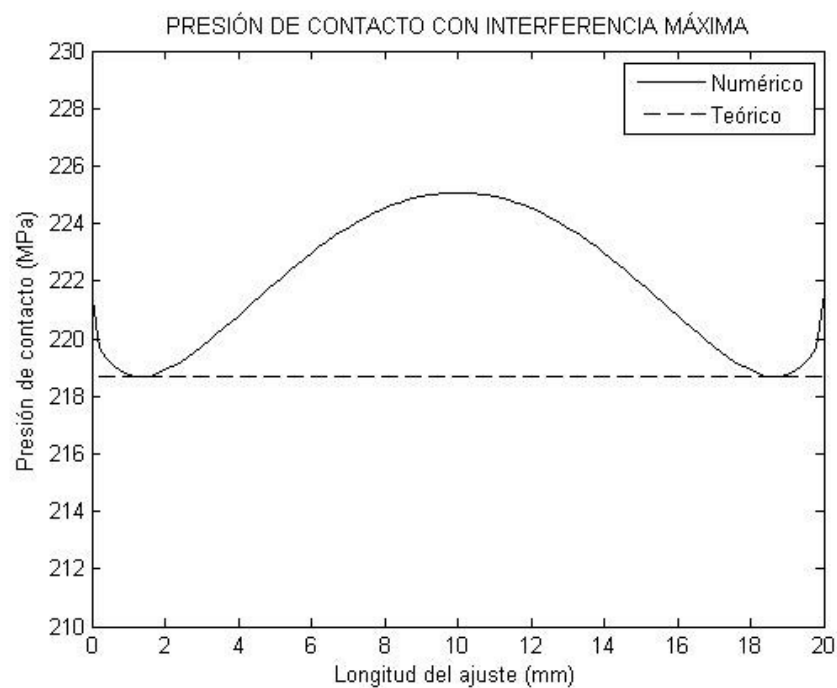


Figura 3.12. Presión de contacto con interferencia máxima

3.5. Resultados y conclusiones

En la Tabla 3.6 se muestran los resultados obtenidos de la fuerza de extracción del modelo por el método de elemento finito de la unión eje-cubo con ajuste de interferencia Ø20H7/s6, en donde se analizó la desviación estándar de los tres acabados (fino, medio y rugoso). Se comparó con resultados de un modelo liso (sin rugosidad). Al final, se determinó el porcentaje de diferencia respecto al modelo liso.

Tabla 3.6 Resultados de la fuerza de extracción de acuerdo con los valores de desviación estándar de la rugosidad.

Acabado superficial	σ (micras)	Fuerza de extracción mínima (N)	% de diferencia respecto al liso
---	Liso	12,914.30	-----
Fino	0.7846	11,975.50	-7.26
Medio	3.4386	9,556.59	-25.99
Rugoso	8.8612	6,767.86	-47.59
Acabado superficial	σ (micras)	Fuerza de extracción máxima (N)	% de diferencia respecto al liso
---	Liso	44,278.40	-----
Fino	0.7846	43,270.10	-2.27
Medio	3.4386	40,137.80	-9.35
Rugoso	8.8612	34,982.00	-20.99

Se observa:

- **A mayor σ , menor fuerza de extracción.** La rugosidad reduce el área real y la interferencia efectiva, una caída de la presión domina y la fuerza baja.
- **Con interferencia mínima,** la pérdida llega a – 48 % en la fuerza de extracción con superficie rugosa.
- **Con interferencia máxima,** la fuerza de extracción disminuye – 21 % con la superficie rugosa.

También se graficó la fuerza de extracción mínima y máxima de la unión eje-cubo a lo largo de sus 20 mm de longitud del ajuste (Figura 3.13 y 3.14). En las gráficas se muestra la comparación de los diferentes acabados (fino, medio y rugoso) respecto al liso (sin rugosidad).

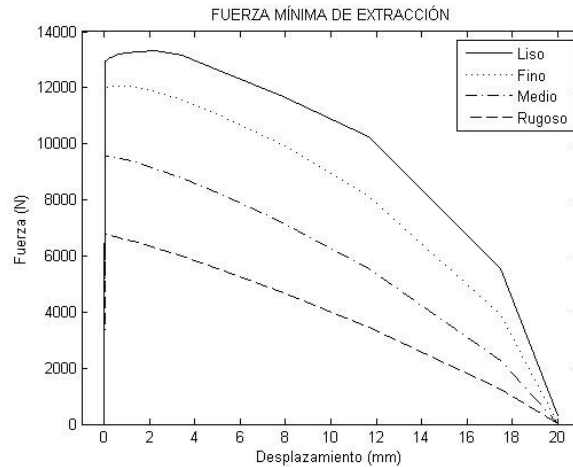


Figura 3.13. Fuerza mínima de extracción.

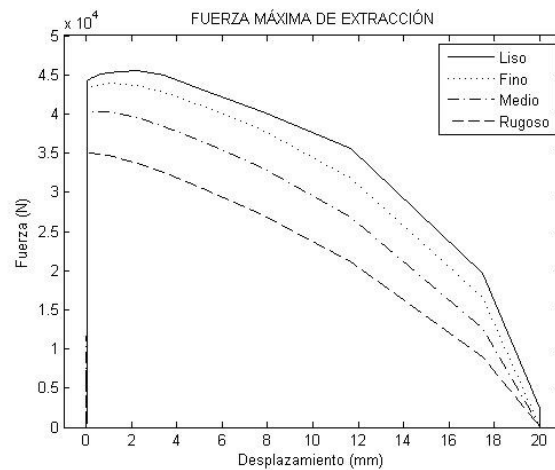


Figura 3. 14 Fuerza máxima de extracción.

Finalmente, se graficó la variación de los rangos de fuerza de extracción de los diferentes acabados superficiales obtenidos de un torno convencional. El rango de fuerza de extracción es resultado de las tolerancias del ajuste Ø20H7/s6. En la gráfica de la Figura 3.15 se observan los rangos de los diferentes acabados (fino, medio y rugoso) en comparación al liso (sin rugosidad).

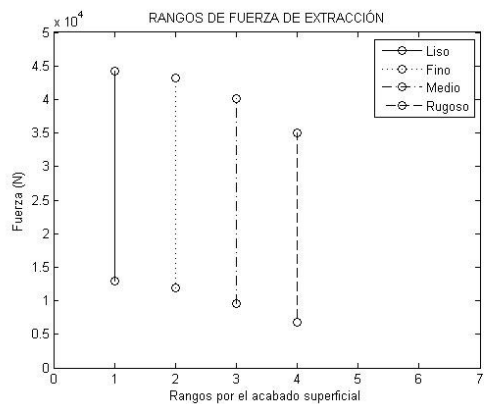


Figura 3.15 Rangos de fuerza de extracción.

Capítulo IV. Modelo del efecto de la rugosidad

4.1. Introducción

En este modelo se plantea una modificación en la ecuación de presión de contacto de ajuste para una unión eje/anillo, con base en pruebas experimentales de ensamble-desensamble (Figura 4.1b) y simulaciones por el método de elementos finitos (Figura 4.1c), con la finalidad de considerar el efecto de la rugosidad generada por el mecanizado en torno CNC al variar la velocidad de avance (Figura 4.1a).

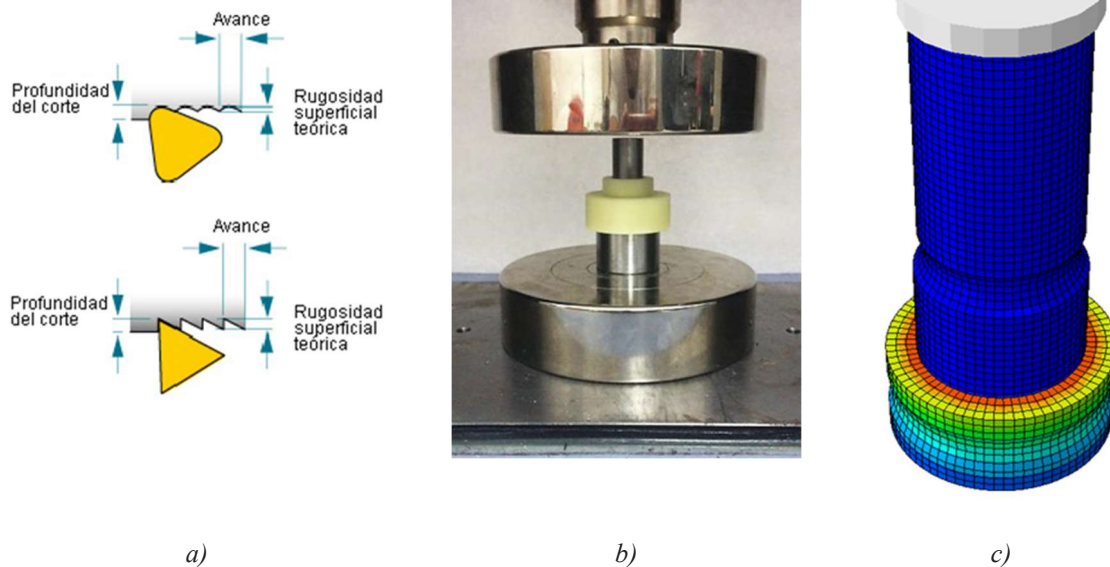


Figura 4.1 Modelo del efecto de la rugosidad, donde: a) rugosidad producida en el torno, b) prueba experimental y c) modelo MEF

4.2. Análisis experimental

Se llevó a cabo el análisis experimental de la unión eje/anillo con los platos a compresión de la máquina universal. La finalidad es determinar la capacidad de carga o resistencia de la unión con diferentes valores de rugosidad R_a debido a la velocidad de avance A_v de un proceso de torneado. Esta capacidad de carga se ha medido mediante la fuerza de ensamble-desensamble de las pruebas a compresión de forma axial de la unión eje/anillo.

4.2.1. Diseño de las probetas

El experimento consistió en analizar 15 uniones eje/anillo. Los ejes fueron diseñados con un diámetro de 18.880 mm y se varió A_v de 0.1 a 0.5 mm/rev (ver Figura 4.2a). Los anillos fueron obtenidos del anillo interior de rodamientos URB R12ZZ, con la finalidad de una mayor precisión y repetitividad; tienen un diámetro de $18.870^{+0.000}_{-0.010}$ mm y un ancho de 11.112 mm (ver Figura 4.2b), con lo que se tiene una interferencia mínima y máxima de 10 y 20 μ m respectivamente en el ajuste.

4.2.2. Material

El material de los ejes es acero AISI 1045, y el de los anillos, acero cromado AISI 52100. Las propiedades mecánicas fueron: un módulo de Young E de 206×10^3 y 210×10^3 MPa, una relación de Poisson ν de 0.29 y 0.30, y un esfuerzo de fluencia σ_y de 310 y 410 MPa, para el eje y el anillo respectivamente.

4.2.3. Maquinado en torno CNC

Los ejes fueron maquinados en un torno CNC. Se utilizó un inserto DCMT 3-55° romboidal y un portainserto de torneado derecho con ángulos de corte de 32° y 93° respecto a la perpendicular de la pieza. Las velocidades de avance fueron 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 y 0.5 mm/rev; se maquinaron tres ejes por cada A_v . La velocidad de corte fue de 30 m/min con una profundidad de pasada de 0.2 mm y se utilizó lubricante.

En la Tabla 4.1a se muestran las medidas reales de los ejes obtenidas de variar A_v . Se observa que los valores de los diámetros de los ejes incrementan cuando aumenta A_v , esto influye en una mayor interferencia de las uniones eje/anillo.

Al terminar el maquinado de los ejes, se limpiaron todas las piezas con desengrasante y se enumeraron como se muestra en la Figura 4.2c. Los números del 1-5 indican la A_v de 0.1-0.5 mm/rev respectivamente, y las letras a, b y c hacen referencia a las pruebas por cada valor de A_v . En total se maquinaron 15 ejes y 15 anillos.

4.2.4. Medición de la rugosidad

La medición de los perfiles de rugosidad se realizó con un rugosímetro SurfTest SJ-210 de la marca Mitutoyo. Primero, se verificó la calibración del rugosímetro, donde el valor de rugosidad R_a del bloque de calibración es 2.97 μ m y el obtenido al realizar la medición fue de 2.95 μ m.

Después, se determinaron las especificaciones para la medición de los perfiles de rugosidad. Se utilizó la norma de especificación geométrica de productos (ISO 4287:1997) [87], se midió el perfil R , el número de mediciones N de longitudes de corte fue de 8 y 3 para el eje y el anillo respectivamente, la longitud de corte de 0.8 mm y se usó el filtro GAUSS. Posteriormente, se realizaron las mediciones de la rugosidad de los ejes y anillos. Ver Figuras 4.2d y 4.2e.

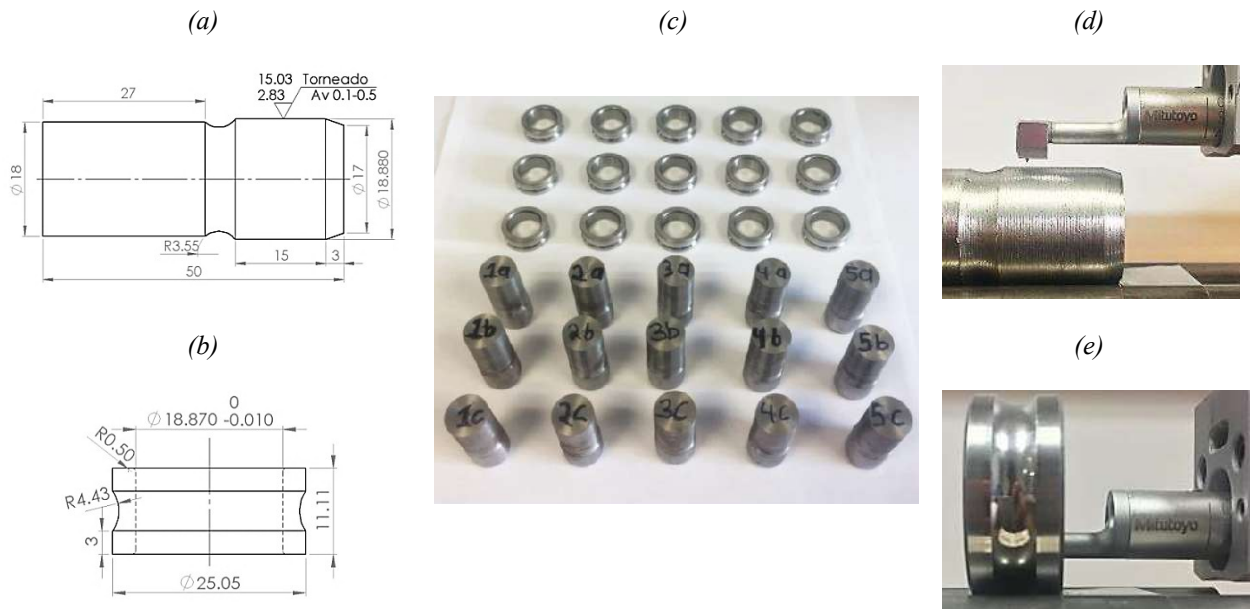


Figura 4.2 Diseño, maquinado y mediciones de rugosidad del eje y del anillo, donde: (a) diseño del eje, (b) diseño del anillo, (c) ejes y anillos limpios y enumerados, (d) medición de rugosidad de los ejes y (e) medición de rugosidad de los anillos

En la Tabla 4.1b se muestran los valores de rugosidad R_a de los ejes, maquinados a distintas velocidades A_v , y los anillos. En la última columna se muestra el valor de rugosidad promedio R_{ap} .

Tabla 4.1 Valores experimentales, donde:(a) medidas reales de los ejes y (b) rugosidad R_a y R_{ap} de los ejes y anillos.

(a)					(b)					
Eje	A_v (mm/rev)	a (mm)	b (mm)	c (mm)	Eje	A_v (mm/rev)	a (μm)	b (μm)	c (μm)	R_{ap} (μm)
1	0.1	18.882	18.880	18.876	1	0.1	2.69	2.89	2.90	2.83
2	0.2	18.902	18.901	18.894	2	0.2	4.08	4.92	5.03	4.68
3	0.3	18.917	18.915	18.920	3	0.3	7.04	7.20	6.96	7.07
4	0.4	18.952	18.950	18.956	4	0.4	10.87	10.86	11.12	10.95
5	0.5	18.977	18.968	18.979	5	0.5	14.69	14.55	15.85	15.03
Anillo					1		0.46	0.47	0.45	0.44
					2		0.44	0.49	0.43	
					3		0.48	0.45	0.39	
					4		0.40	0.46	0.47	
					5		0.45	0.42	0.41	

En la Figura 4.3 se muestran los perfiles de rugosidad, uno de los anillos (Figura 4.3a), y cinco de los ejes maquinados a distintas velocidades de avance (Figuras 3b-3f). Las unidades del eje X están en milímetros, y del eje Y en micras. Cabe mencionar que el valor del eje Y se ajusta a la altura de cada perfil para una mejor visualización.

De la medición de perfiles de rugosidad se aprecia que las Figuras 4.3c-4.3f siguen un patrón definido y relacionado con el avance, mientras que en las Figuras 4.3a y 4.3b no se aprecia una tendencia. Como es previsible, la amplitud de los perfiles va en claro aumento según incrementa el valor del avance.

Cabe mencionar que el análisis del efecto de la rugosidad se ha aislado de factores como son redondez, cilíndricidad, conicidad, entre otros.

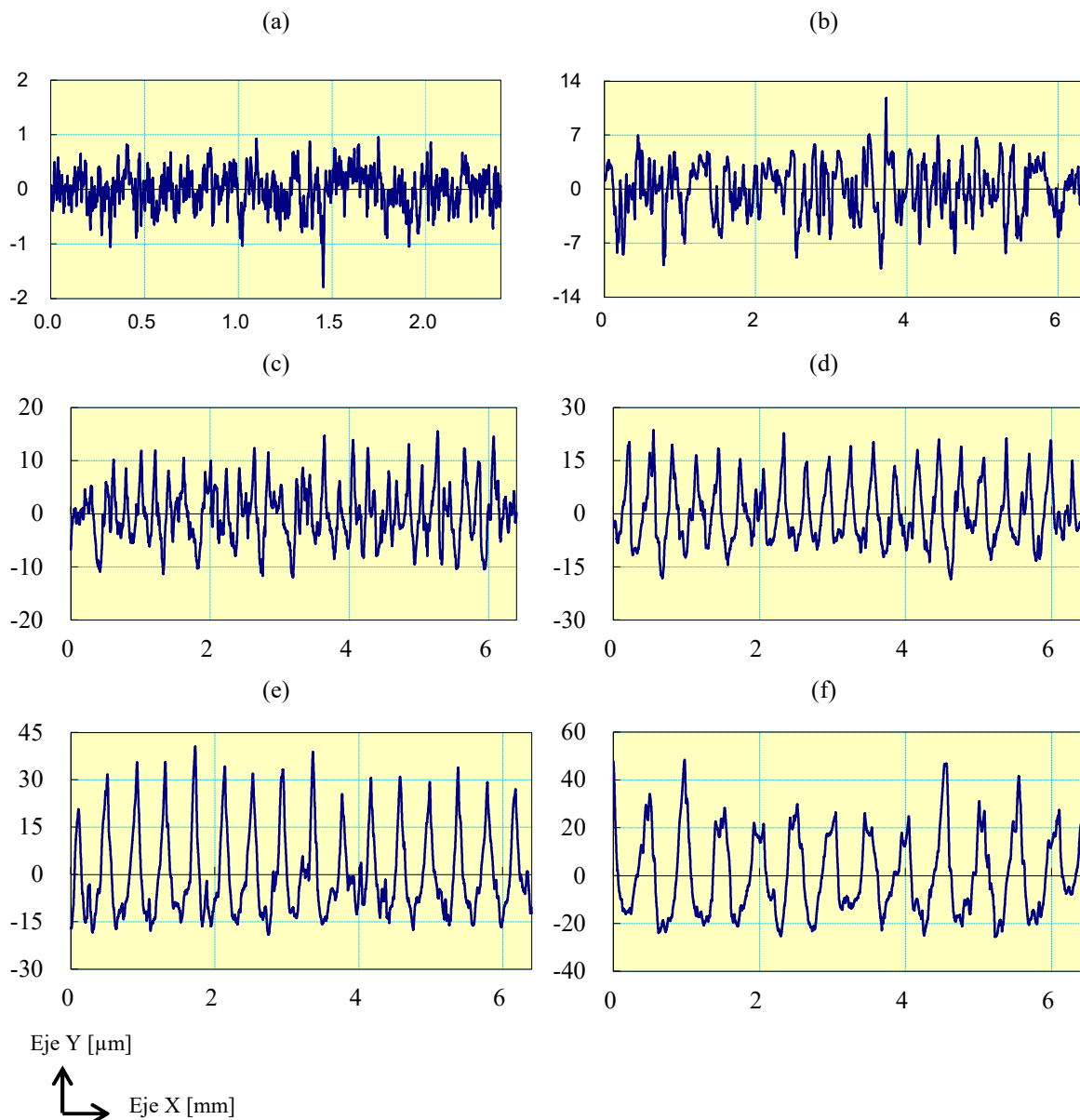


Figura 4.3 Mediciones y perfiles representativos de rugosidad, donde: (a) Perfil del anillo sin alteraciones al de fábrica, (b) Perfil del eje 1, (c) Perfil del eje 2, (d) Perfil del eje 3, (e) Perfil del eje 4 y (f) Perfil del eje 5.

4.2.5. Pruebas a compresión en máquina universal

En la siguiente etapa del análisis experimental, se realizaron las pruebas a compresión. Se diseñaron y maquinaron los aditamentos guía en nylamid blanco (Figura 4.4b) y la base de acero AISI 1045 (Figura 4.4d). En la Figura 4.4a se observa un esquema de la prueba; se muestra la posición del eje (1), el anillo (2), la base (3) y la guía (4). Se utilizó la máquina universal Shimadzu AG-X plus (capacidad máxima de carga de 100 kN). Se midió la fuerza axial máxima en el ensamble de cada una de las cinco uniones eje-anillo con diferentes valores de rugosidad R_a debido a A_v .

Utilizando el software TrapeziumX, se especificaron las características de la prueba: modo de ensayo a control, tipo de ensayo a compresión, velocidad 5 mm/min, desplazamiento del plato superior de 25 mm hacia abajo, y el límite de carga de 80 kN de la máquina universal. En la Figura 4.4c se observa el resultado final de la colocación de la unión eje/anillo entre los platos de compresión. Posteriormente, se procedió con las pruebas a compresión para cada una de las 15 uniones.

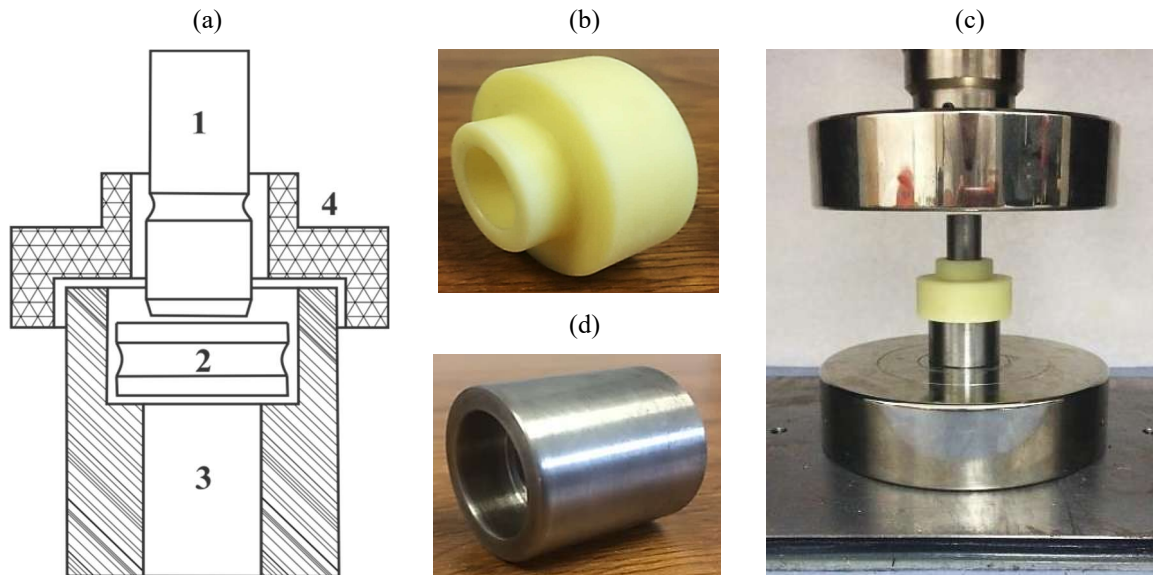


Figura 4.4 Pruebas experimentales a compresión, donde: (a) esquema de la prueba, (b) aditamento guía, (c) unión eje-anillo colocada entre los platos a compresión para realizar el ensamble y desensamble y (d) aditamento base

4.3. Análisis por elemento finito

Se desarrolló un modelo por el método de elementos finitos MEF de la unión eje/anillo, en el proceso de ensamble-desensamble por presión, emulando las pruebas experimentales. Se simuló la prueba a compresión de la unión para determinar la fuerza axial máxima. El objetivo es determinar la interferencia en un modelo MEF equivalente al comportamiento de la rugosidad en el calado de la unión. El modelo MEF se calibró con las Ecuaciones (2.1) y (2.10) de cilindros de pared gruesa [5], variando la interferencia de 50 a 600 micras en el ensamble eje-anillo.

4.3.1. Consideraciones

Se utilizó ABAQUS/CAE como software MEF. La opción “*penalty*” se eligió en el contacto tangencial para modelar la fricción, donde solo se aporta el coeficiente de rozamiento estático del contacto (fricción de Coulomb). En el modelo discreto de la unión se usó un coeficiente de fricción cinemático μ de 0.1, tomando en cuenta que las superficies en contacto son acero-acero, y además la prueba experimental tuvo carácter cuasiestático, donde la velocidad fue constante. En la referencia [88] se recomienda usar los valores de coeficientes de fricción de 0.06 hasta 0.13 para este tipo de uniones.

4.3.2. Modelo discreto

En la Figura 4.5 se observa el modelo con MEF de la unión eje/anillo. Se crearon el eje, el anillo y el plato rígido; se les asignaron las propiedades mecánicas del material: acero AISI 1045 para el eje y acero AISI 52100 para el anillo. Al plato rígido no se le asignó material ya que es un cuerpo rígido y fue utilizado para empujar al eje. Se asumió un solo paso para el análisis; en este paso se realiza el ensamble y desensamble por medio de un desplazamiento de 24.5 mm en la dirección “y” del plato rígido, para determinar la carga que soporta la unión. También, se formaron dos interacciones; la interacción “eje-anillo”, en donde, al contacto tangencial se le asignó un valor de coeficiente de fricción de 0.1.

La segunda interacción “eje-plato rígido” se realizó entre el eje y el cuerpo rígido para obtener la fuerza de extracción por medio de la fuerza normal de contacto por sus siglas en inglés “CFN” (ver Figura 4.5b). Por último, se crearon dos condiciones de contorno. La primera en la base del anillo, fijando la traslación en la dirección y y la rotación en los tres ejes R_x , R_y y R_z . La segunda en el eje, se fijó la traslación en la dirección x y z y la rotación en R_x , R_y y R_z , solo se puede trasladar en la dirección y como se muestra en la Figura 4.5b.

4.3.3. Mallado y concentración de esfuerzos

En la Figura 4.5a se muestra el mallado de las piezas. Se realizó un análisis de refinamiento de malla, y comparando con la Ecuación 2.24 de presión de contacto, el tamaño de malla se determinó de 1 mm. El tipo de elemento que se utilizó fue el C3D8R. En la Figura 4.5c se muestra la distribución de los esfuerzos de la unión eje-anillo al realizarse el ensamble.

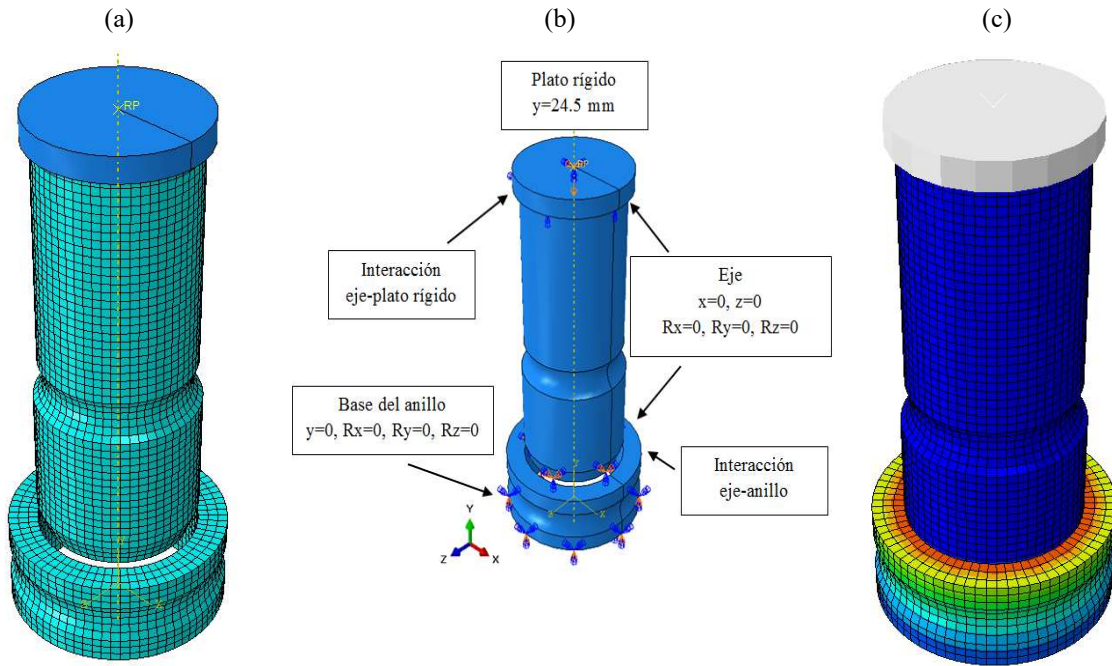


Figura 4.5 Modelo de la unión eje-anillo, donde: (a) Mallado del eje y el anillo, (b) Interacciones y condiciones de frontera y (c) Concentración de esfuerzos

4.4. Resultados

A continuación, se muestran los resultados experimentales de la fuerza máxima obtenida en cada prueba realizada de las probetas a, b y c de cada valor de A_v . También, se presenta una validación del modelo comparándolo con las ecuaciones de cilindros de pared gruesa. Después, se determina el valor de interferencia del modelo con MEF correspondiente a cada avance de las pruebas experimentales. Por último, se hace una comparación de las gráficas de la fuerza de ensamble-desensamble de las probetas a, b y c, con las obtenidas por el modelo MEF. Cabe recordar que en la Tabla 4.2 y la Figura 4.6, los números del 1 a 5 indican la A_v de 0.1 a 0.5 mm/rev respectivamente, y las letras a, b y c hacen referencia a las muestras por cada una de estas velocidades.

La Tabla 4.2a muestra la fuerza máxima de ensamble-desensamble de cada una de las pruebas experimentales a, b, c, y la fuerza máxima promedio X. El símbolo * indica que se alcanzó el límite de 80 kN de la máquina universal. Por ejemplo, la unión eje/anillo 1 corresponde a la velocidad de avance de 0.1 mm/rev, las fuerzas máximas fueron de 814, 497 y 0 N, para las pruebas 1a, 1b y 1c respectivamente. La prueba 1c no obtuvo carga, y en la última columna de la tabla se refleja el valor de X. Este procedimiento se repitió para cada unión eje/anillo. Se observa que la fuerza máxima promedio X incrementa a medida que aumenta A_v .

En la Tabla 4.2b se observan los resultados de la calibración del modelo con MEF, comparándolo con las ecuaciones teóricas. Se analizó una interferencia δ de 50 a 600 μm , con intervalos de 50 μm . En la segunda columna se muestra la presión de contacto PCE obtenida por la Ecuación 2.24. En la tercera columna se muestra la fuerza de extracción FE1 de la Ecuación 2.33. La cuarta columna

corresponde a la fuerza de extracción FE2 con el modelo MEF y, por último, en la quinta columna, el porcentaje de diferencia %-FE entre FE1 y FE2. Esto, con la finalidad de validar el modelo del MEF con las ecuaciones de la teoría de cilindros de pared gruesa.

En la Tabla 4.2c se determinó el valor de interferencia del modelo MEF correspondiente a los resultados experimentales de X de cada prueba. En la tercera columna se observa la fuerza máxima F-MEF obtenida con el modelo numérico; en la cuarta columna se muestra la interferencia δ -MEF del mismo modelo, y en la última columna se muestra el porcentaje de diferencia %-X/F-MEF entre X y F-MEF. Por ejemplo, la unión eje/anillo 1 tiene un valor X de 655 N, de ahí se determinó que 10 μm de δ -MEF daría una F-MEF de 647 N, en donde, el %-X/F-MEF fue de -1.33%. Esto se realizó para cada caso. La tendencia que se aprecia es que la δ -MEF incrementa a medida que aumenta A_v de las pruebas experimentales.

Tabla 4.2 (a) Resultados de la fuerza máxima de las uniones eje-anillo, (b) Comparación del modelo del MEF con las ecuaciones teóricas, (c) Comparación de los resultados experimentales con el modelo MEF

(a)

Unión eje/anillo	Prueba			X (1×10^3 N)
	a (1×10^3 N)	b (1×10^3 N)	c (1×10^3 N)	
1	0.814	0.497	Sin carga	0.655
2	17.071	15.747	15.564	16.127
3	37.961	35.112	39.594	37.556
4	49.976	56.116	48.984	51.692
5	79.870*	79.355	80.064*	79.763

(b)

δ (μm)	PCE (MPa)	FE1 (1×10^3 N)	FE2 (1×10^3 N)	%-FE
50	124.74	6.655	6.033	-9.33
100	249.49	13.311	12.974	-2.53
150	374.24	19.967	19.958	-0.04
200	498.99	26.622	26.977	1.33
250	623.74	33.278	34.037	2.28
300	748.49	39.934	41.118	2.96
350	873.23	46.590	48.217	3.49
400	997.98	53.245	55.335	3.92
450	1122.73	59.901	62.474	4.29
500	1247.48	66.557	69.631	4.61
550	1372.23	73.213	76.810	4.91
600	1496.98	79.869	84.010	5.18

(c)

Unión eje/anillo	X (1×10^3 N)	F-MEF (1×10^3 N)	δ -MEF (μm)	%-X/F- MEF
1	0.655	0.647	10	-1.33
2	16.127	16.464	125	2.09
3	37.556	38.282	280	1.93
4	51.692	52.483	380	1.52
5	79.763	79.683	570	-0.10

Las Figuras 4.6-4.10 muestran la comparación de las gráficas de ensamble-desensamble de cada A_v obtenidas experimentalmente, con la obtenida con el modelo por MEF, con su respectivo valor de δ -MEF (ver Tabla 4.2c). Cabe mencionar que en las gráficas de las Figuras 4.6-4.10, el eje Y de la fuerza se ajusta de acuerdo con la gráfica, por lo que pueden tener distintas escalas.

En la Figura 4.6 se observa que las gráficas de la prueba 1a y modelo MEF-1 tienen una tendencia similar, aunque desfasada; la gráfica de la prueba 1b presenta a los 3 mm de desplazamiento un decremento en la fuerza y a los 6 mm vuelve a incrementar, y la prueba 1c no presentó fuerza, es

decir, no hubo interferencia entre el eje y el anillo. Las Figuras 4.7 y 4.8 reflejan una misma tendencia de las gráficas, el modelo MEF se ajusta respecto a las pruebas experimentales. En la Figura 4.9 se muestra una diferencia de las pruebas del lado izquierdo de la gráfica, mientras que del lado izquierdo es uniforme.

En la Figura 4.10 las pruebas 5a y 5c rebasaron el límite de 80 kN asignado en la máquina universal, por esta razón las gráficas no están completas. La prueba 5b se comportó de manera diferente a la gráfica del modelo MEF-5.

Las variaciones entre las curvas al comparar las gráficas de las distintas pruebas a, b, y c con el modelo MEF, se deben a la rugosidad obtenida en cada A_v del proceso de maquinado, ya que en el modelo MEF las superficies se consideran lisas (sin rugosidad). Al observar a detalle las gráficas, se aprecia un escalonamiento del lado izquierdo de la curva debido a la rugosidad, esto es más visible en las Figuras 4.9 y 4.10. A pesar de ello, las diferencias son aceptables con el modelo MEF.

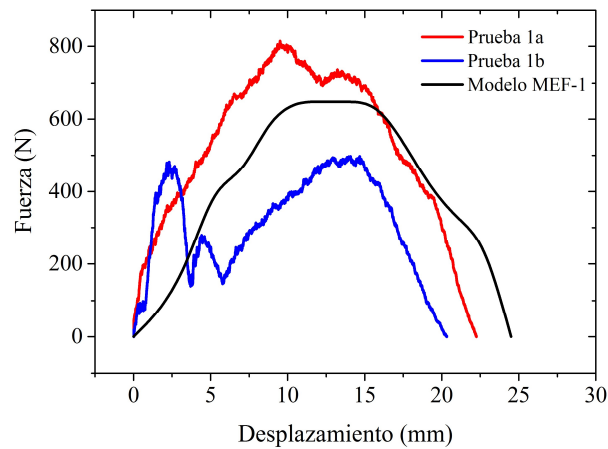


Figura 4.6 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.1 y modelo MEF-1.

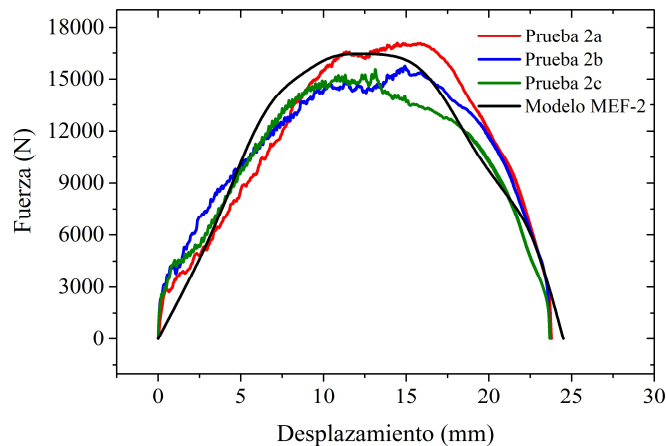


Figura 4.7 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.2 y modelo MEF-2.

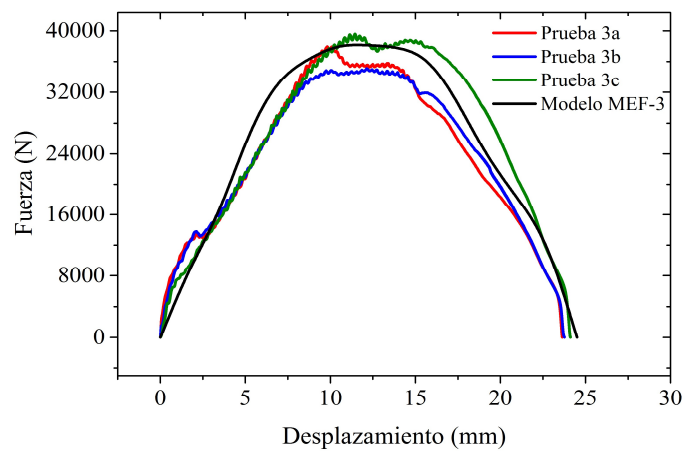


Figura 4.8 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.3 y modelo MEF-3

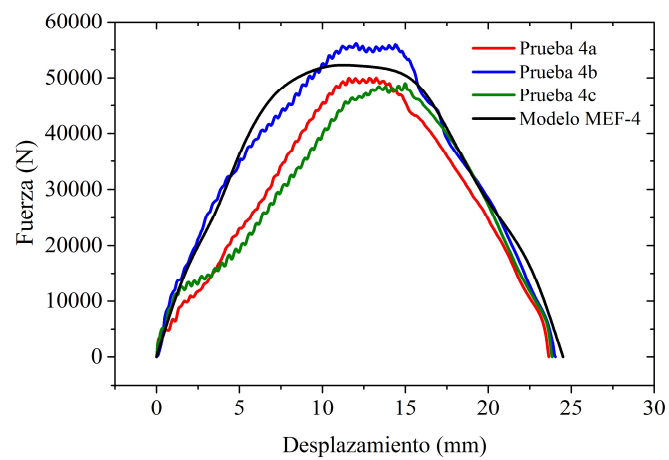


Figura 4.9 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.4 y modelo MEF-4

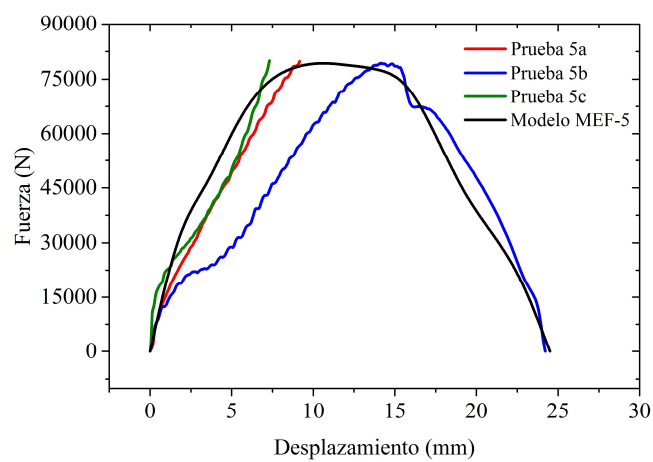


Figura 4.10 Fuerza de ensamble-desensamble del avance 0.5 y modelo MEF-5

Capítulo V. Modelo matemático de la rugosidad

5.1. Introducción

Este capítulo presenta el desarrollo de un modelo matemático de la unión eje-cubo, donde la interferencia del ajuste está relacionada con la rugosidad generada del proceso de maquinado. El objetivo principal es establecer una relación cuantitativa entre los parámetros del proceso de fabricación por torneado y el rendimiento mecánico de la unión. El modelo se apoya en conceptos fundamentales de la mecánica de contacto y la tribología.

5.2. Marco teórico

La presión de contacto en un ajuste por interferencia se obtiene a partir de las ecuaciones de Lamé, considerando las deformaciones radiales del eje y del cubo [89][90]. Este enfoque permite analizar cómo la geometría, las propiedades elásticas y la interferencia afectan la distribución de tensiones y, por ende, el desempeño de la unión. La ecuación de presión de contacto de la unión eje-cubo sería:

$$p = \frac{\delta}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + v_o \right) + \frac{d}{E_i} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - v_i \right)} \quad (5.1)$$

donde d es el diámetro nominal del eje, d_i es el diámetro interno (si hay alguno) del eje, d_o es el diámetro externo del cubo, E es el módulo de Young y v es la relación de Poisson, con subíndices o e i para el elemento externo (cubo) e interno (eje), respectivamente. Por su parte, δ es la interferencia diametral entre el eje y el cubo, esto es, la diferencia entre el diámetro externo del eje y el diámetro interno del cubo [5]. En el caso de eje macizo ($d_i = 0$), la ecuación de presión de contacto se simplifica.

$$p = \frac{\delta}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + v_o \right) + \frac{d}{E_i} (1 - v_i)} \quad (5.2)$$

Estas ecuaciones de Lamé considera que las superficies en contacto son lisas, sin embargo, la rugosidad superficial modifica la interferencia efectiva y la distribución de presiones en el contacto.

5.3. Caracterización de la rugosidad superficial en el proceso de torneado

El proceso de torneado produce una rugosidad superficial periódica que depende de dos parámetros fundamentales:

- **Profundidad de corte:** Esta afecta la **amplitud** de la rugosidad. Cuanto mayor es la profundidad de corte, más pronunciada será la rugosidad generada.
- **Velocidad de avance:** Esta influye en la **longitud de onda** de la rugosidad. Una velocidad de avance mayor aumenta la distancia entre los picos de la rugosidad, mientras que una velocidad más baja produce una rugosidad más compacta.

En la Figura 5.1 se observa una representación gráfica de los parámetros de profundidad de corte y velocidad de avance en relación al tipo de inserto y la rugosidad superficial teórica generada [91].

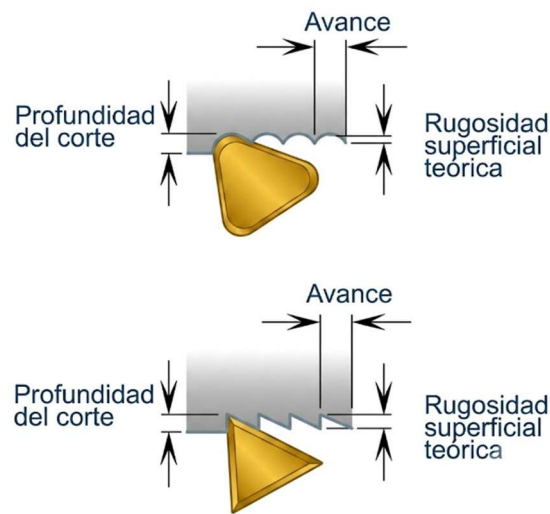


Figura 5.1 Representación gráfica de los parámetros de profundidad de corte y velocidad de avance en relación con el tipo de inserto y la rugosidad superficial teórica generada.

En la Tabla 5.1 se muestran los valores más comunes de velocidad de avance de acuerdo con el acabado superficial del material.

Tabla 5.1 Valores más comunes de velocidad de avance de acuerdo con el acabado superficial del material.

Material	Acabado fino (mm/rev)	Semifino (mm/rev)	Desbaste (mm/rev)
Acero	0.05 – 0.15	0.15 – 0.30	0.30 – 0.60
Aluminio	0.10 – 0.25	0.25 – 0.50	0.50 – 0.80
Bronce	0.08 – 0.20	0.20 – 0.40	0.40 – 0.70

En la Figura 5.2 se muestra la caracterización de la rugosidad de la unión eje-cubo. Para este modelo, el cubo se considera liso y el eje con rugosidad; En la Figura 5.2a se observa un perfil de rugosidad que depende de la profundidad de corte medida con un rugosímetro con el parámetro R_z (medida de pico a valle de la rugosidad). En la Figura 5.2b se representa dos veces la amplitud A del perfil senoidal, de igual manera la velocidad del avance del lado izquierdo representa la longitud de onda del perfil senoidal.

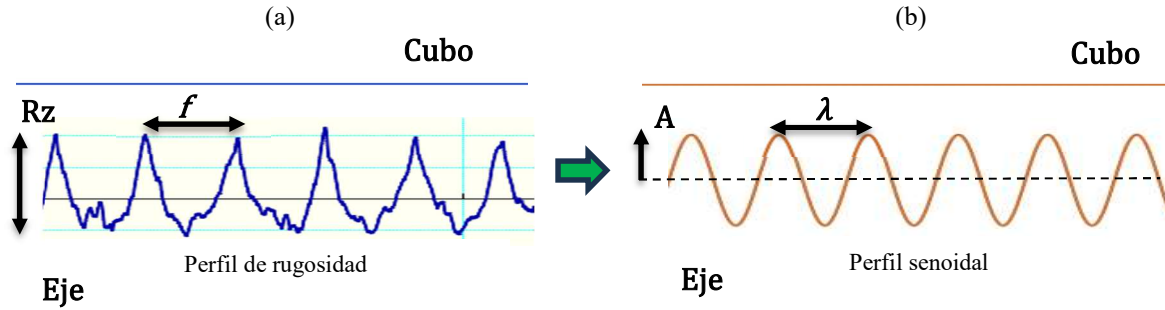


Figura 5.2 Caracterización de la rugosidad de la unión eje-cubo, donde: (a) Perfil de rugosidad del eje y cubo liso, (b) Perfil senoidal del eje y cubo liso.

5.4. Modelado de la rugosidad

La rugosidad superficial periódica generada se puede modelar matemáticamente mediante una función senoidal, donde la amplitud A es proporcional a la profundidad de corte y la longitud de onda λ está relacionada con la velocidad de avance del proceso de torneado:

$$\delta_r(x) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \quad (5.3)$$

donde:

- $\delta_r(x)$: Variación de la interferencia debido a la rugosidad superficial.
- λ : Longitud de onda de la rugosidad, que depende de la velocidad de avance $\lambda \approx A_v$
- x : Posición a lo largo de la superficie de contacto.
- A : Amplitud de la rugosidad, relacionada con el parámetro R_z , mediante $A = R_z/2$
- R_z : se vincula empíricamente con los parámetros de corte (según la norma ISO 4287 [92]) por:

$$R_z = \frac{f^2}{8r_\epsilon} \quad (5.4)$$

Donde f es la velocidad de avance y r_ϵ el radio de punta de la herramienta. Esta formulación se basa en estudios previos que modelan la rugosidad superficial como una serie de ondulaciones periódicas, como se detalla en [93] y [94].

El radio de punta de la herramienta r_ϵ , influye directamente en el acabado superficial y la rugosidad generada, algunos valores de comunes de radios de punta son:

- 0.2 – 0.4 mm: Acabado fino
- 0.4 – 0.8 mm: Semiacabado
- 0.8 – 1.6 mm: Desbaste y cortes más profundos

El inserto utilizado en las pruebas experimentales del capítulo anterior fue el DCMT 3-55°, el cual está estandarizado por la norma ISO 1832 [95]. Cada letra y número describe la geometría, tipo de fijación y dimensiones del inserto.

Para el inserto DCMT 3-55°:

- D → rombo de 55°
- C → ángulo de incidencia positivo (7°)
- M → tolerancia media
- T → sujeción mediante orificio y ranura
- 3 → tamaño del inserto
- 55° → ángulo
- Radios de punta r_ϵ disponibles: 0.2, 0.4, 0.8 mm (acabado y semiacabado)

5.5. Interferencia Total en la Unión Eje-Cubo

La interferencia total $\delta_{total}(x)$ entre el eje y el cubo es el resultado de la interferencia nominal δ_0 (diseñada para garantizar el ajuste entre ambas partes) y la interferencia adicional $\delta_r(x)$ debido a la rugosidad superficial:

$$\delta_{total}(x) = \delta_0 + A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (5.5)$$

Esta interferencia varía a lo largo de la longitud de contacto debido a la naturaleza senoidal de la rugosidad, lo que genera una distribución no uniforme de la presión de contacto entre las dos superficies. Esto sigue el enfoque de la teoría de interferencia variable aplicada en contacto de superficies, como se describe en Hertz [89] y extendido por Johnson [90].

La interferencia total $\delta_{total}(x)$ en la unión eje-cubo depende del posicionamiento de los perfiles de rugosidad respecto a la medida nominal (picos, eje medio o valles). Este posicionamiento, tiene que ver directamente con el proceso de mecanizado y la medición de la pieza. En la Figura 5.3 se muestran tres consideraciones de la rugosidad respecto a la medida nominal del eje.

- **Caso 1.** Picos: $\delta_{total}(x) = \delta_{01} + \delta_r(x)$ donde: $\delta_{01} = \delta_0 - \frac{Rz}{2}$

- **Caso 2.** Eje medio: $\delta_{total}(x) = \delta_{02} + \delta_r(x)$ donde: $\delta_{02} = \delta_0$
- **Caso 3.** Valles: $\delta_{total}(x) = \delta_{03} + \delta_r(x)$ donde: $\delta_{03} = \delta_0 + \frac{R_z}{2}$

El primer caso considera que los picos de la rugosidad están justo en la medida nominal y para ello se le resta a la medida nominal la mitad del parámetro R_z , esta consideración es más común en maquinados con torno convencional. El segundo caso considera que el perfil queda centrado en la medida nominal, quedando el mismo valor; esta consideración es empleada en la parte teórica con mayor frecuencia. El tercer caso considera que los valles del perfil de rugosidad quedan por encima de la medida nominal, y se le tiene que sumar la mitad del parámetro R_z , este caso es más común en maquinados con torno CNC.

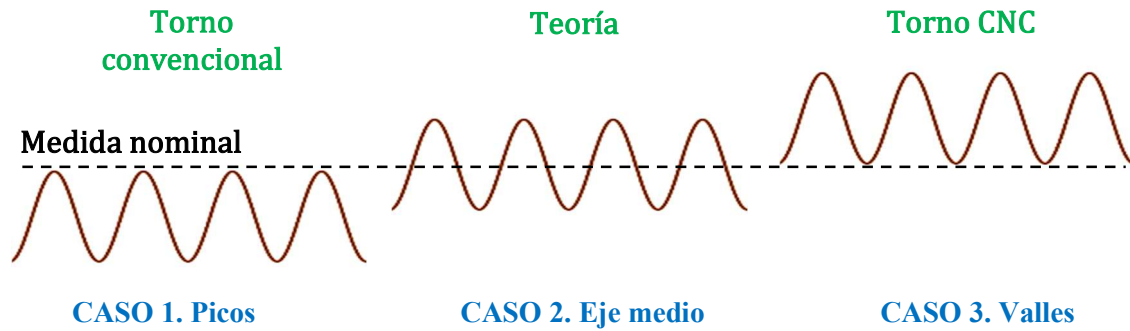


Figura 5.3 Consideración de la posición de los perfiles de rugosidad en relación con la medida nominal

5.6. Número de rugosidades en la longitud de contacto

Dado que la rugosidad es periódica, el número de crestas dentro de la longitud de contacto L_c es:

$$N = \frac{L_c}{\lambda} \quad (5.6)$$

Este parámetro determina el número de rugosidades, y por cada rugosidad hay una variación de presión de contacto y fricción dentro de la unión.

5.7. Presión de contacto con perfil senoidal

La presión de contacto $p(x)$ a lo largo del contacto, se obtiene con la ecuación 5.7, donde se considera una interferencia total $\delta_{total}(x)$, que es la suma de la interferencia nominal δ_0 con la interferencia de la rugosidad con perfil senoidal $\delta_r(x)$.

$$p(x) = \frac{\delta_{total}(x)}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + v_o \right) + \frac{d}{E_i} (1 - v_i)} \quad (5.7)$$

5.8. Área efectiva de contacto

Para determinar el área efectiva de contacto o área real de contacto, se utiliza la siguiente ecuación:

$$A_{real} = \pi d L_c * F_c \quad (5.8)$$

El factor de contacto F_c , representa la fracción del área geométrica que realmente soporta carga (ver Tabla 5.2). Puede estimarse mediante:

$$F_c = \frac{A_{real}}{A_{geom}} = \frac{P_m}{H} \quad (5.9)$$

Donde P_m es la presión media de contacto y H la dureza del material. Bowden y Tabor en 1950 [96] y Johnson en 1985 [90] presentaron metodologías experimentales para su determinación.

Tabla 5.2 Valores de factor de contacto F_c en relación con el parámetro de rugosidad R_a

Rugosidad R_a (μm)	F_c típico
0.2 – 0.4	0.95 – 1.00
0.5 – 0.8	0.85 – 0.94
0.9 – 1.5	0.75 – 0.84
1.6 – 3.2	0.60 – 0.74
3.3 – 6.3	0.40 – 0.59

5.9. Coeficiente de fricción local

El coeficiente de fricción cambia de manera local por la variación de la amplitud y la longitud de onda del perfil de rugosidad, se utiliza un coeficiente de fricción nominal y se agrega una constante en función de la variación de la rugosidad y material (ver ecuación 5.10).

$$\mu(x) = \mu_0 + k_r \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \quad (5.10)$$

donde:

μ_0 : Coeficiente de fricción nominal que proviene de tablas de materiales lisos. En la Tabla 5.3 se presentan los valores de μ_0 , para ajustes de interferencia con apriete medio.

k_r : Factor que describe la influencia de la rugosidad en el coeficiente de fricción y se determina por ensayos tribológicos. En la Tabla 5.4 se muestran valores típicos de k_r según rugosidad y material.

Tabla 5.3 Coeficiente de fricción nominal μ_0 para ajustes de interferencia (apriete medio, seco).

Par de materiales	Rango típico μ_0	Valor de cálculo μ_0	Referencia
Acero – acero	0.20 – 0.28	0.22	[90], [96], [97]
Acero – bronce	0.12 – 0.18	0.15	[97]
Acero – aluminio	0.20 – 0.30	0.25	[90], [97]
Aluminio - aluminio	0.35 – 0.50	0.40	[97]

Tabla 5.4 Valores del factor de influencia de rugosidad k_r en el coeficiente de fricción nominal μ_0 para diferentes materiales

Rugosidad R_a (μm)	Acero – Acero k_r	Acero – Aluminio k_r	Acero – Bronce k_r
0.2 – 0.4	0.005 – 0.010	0.004 – 0.008	0.003 – 0.007
0.5 – 0.8	0.010 – 0.020	0.008 – 0.015	0.007 – 0.013
0.9 – 1.5	0.020 – 0.035	0.015 – 0.030	0.013 – 0.025
1.6 – 3.2	0.035 – 0.050	0.030 – 0.045	0.025 – 0.040
3.3 – 6.3	0.050 – 0.070	0.045 – 0.065	0.040 – 0.060

Esta ecuación captura la influencia de la rugosidad en la variación del coeficiente de fricción, la cual puede afectar la resistencia al deslizamiento entre las dos superficies en contacto, siguiendo un enfoque similar al presentado en Bowden y Tabor [96].

5.10. Fuerza de extracción

La fuerza de extracción F_{ext} necesaria para deslizar el eje fuera del cubo, está directamente relacionada con la presión de contacto y el coeficiente de fricción. Se puede calcular integrando la presión de contacto multiplicada por el coeficiente de fricción a lo largo de la longitud de contacto.

$$F_{ext} = \pi \cdot d \int_0^{L_c} p(x) \mu(x) dx \quad (5.11)$$

Al sustituir las expresiones para $p(x)$ y $\mu(x)$, se obtiene:

$$F_{ext} = \pi \cdot d \int_0^{L_c} \frac{\delta_0 + A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + v_o \right) + \frac{d}{E_i} (1 - v_i)} \cdot \mu_0 + k_r \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) dx \quad (5.12)$$

Esta integral proporciona una estimación de la fuerza de extracción de la unión eje-cubo, considerando los efectos combinados de la interferencia, la rugosidad superficial y fricción. Está

influenciada por la profundidad de corte (a través de la amplitud A) y la velocidad de avance (a través de la longitud de onda λ).

5.11. Estudio paramétrico de la unión eje-cubo

Después de obtener el modelo matemático de la rugosidad en relación a la unión eje – cubo, se realizó un estudio paramétrico variando la velocidad de avance f de 0.1 – 0.5 mm/rev para determinar el parámetro de rugosidad R_z , el número de crestas N en la longitud de contacto L_c , la presión media P_m , el área real en contacto A_{real} , el coeficiente de fricción efectivo $\mu_{efectivo}$ y la fuerza de extracción F_{ext} para cada caso de estudio (picos, eje medio, valles).

El modelo se programó en Matlab, en el anexo B-4 se adjunta el código utilizado, los parámetros de entrada utilizados en el estudio paramétrico se muestran en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5 Parámetros de entrada para el estudio paramétrico

Parámetros de entrada			
Diámetro del eje	18.880 mm	Módulo de Young del eje	210 000 MPa
Diámetro interior del cubo	18.860 mm	Módulo de Young del cubo	210 000 MPa
Diámetro exterior del cubo	25.05 mm	Poisson del eje	0.30
Longitud de contacto	15 mm	Poisson del cubo	0.30
Interferencia nominal	20 μ m	Dureza	2000
Coeficiente de fricción	0.22	Radio de la punta de inserto	0.40 mm

5.12. Análisis y discusión de resultados

Los resultados obtenidos del estudio paramétrico de la unión eje – cubo cuando se aumenta la velocidad de avance bajo tres escenarios de fase entre las superficies. En la Tabla 5. 6 se muestran los resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 1: picos.

Tabla 5.6 Resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 1 (picos).

f (mm/rev)	R_z (μ m)	N (crestas)	P_m (MPa)	A_{real} (mm ²)	$\mu_{efectivo}$	F_{ext} (N)	% liso
0	0	0	48.045	21.3728	0.2200	9404.03	0.00
0.05	0.78	300	47.1066	20.9553	0.2201	9223.48	-1.92
0.10	3.12	150	44.2915	19.7030	0.2206	8694.38	-7.55
0.15	7.03	100	39.5996	17.6158	0.2245	7910.64	-15.88
0.20	12.5	75	33.0309	14.6938	0.2297	6749.12	-28.23
0.25	19.53	60	24.5855	10.9368	0.2486	5438.37	-42.17
0.30	28.12	50	18.8560	8.3880	0.2609	4376.98	-53.46
0.35	38.28	42.86	15.7277	6.9964	0.2665	3730.74	-60.33
0.40	50	37.5	13.6672	6.0798	0.2699	3283.21	-65.09
0.45	63.28	33.33	12.0433	5.3574	0.2721	2915.21	-69.00
0.50	78.12	30	10.6006	4.7156	0.2737	2582.23	-72.54

Observaciones:

- **R_z vs f :** R_z crece fuertemente con f
- **N (crestas):** cae aproximadamente como $N \approx L_c / f$ (ejemplo: con $L_c \approx 15$ mm: $15/0.05=300$, $15/0.10=150\dots$), es decir, menos crestas a mayor avance y por consecuencia crestas más separadas y más altas.
- **P_m :** desciende monótonamente de 48.045 a 10.60 MPa (−78 %). La superficie más rugosa disminuye la interferencia al recibir mayor deformación: se pierde rigidez de contacto y baja la presión media.
- **A_{real} :** también baja en el mismo orden que P_m (−78 % de 21.37 a 4.72 mm²), señal de contacto cada vez más parcial (parches en crestas) en vez de contacto continuo.
- **$\mu_{efectivo}$:** aumenta suavemente (0.22 a 0.27). La rugosidad favorece componentes de arado/engranamiento que elevan el rozamiento.
- **F_{ext} :** pese al ligero aumento de μ , cae con fuerza de 9404 N a 2582 N (−72.5 %). El efecto dominante es la pérdida de P_m y A_{real} ; el incremento de μ no alcanza para compensar.

En la Tabla 5.7 se muestran los resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 2: eje medio.

Tabla 5. 7 Resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 2 (eje medio).

f (mm/rev)	R_z (μ m)	N (crestas)	P_m (MPa)	A_{real} (mm ²)	$\mu_{efectivo}$	F_{ext} (N)	% liso
0	0	0	48.045	21.3728	0.22	9404.03	0.00
0.05	0.78	300	48.045	21.3728	0.2201	9407.16	0.03
0.10	3.12	150	48.045	21.3728	0.2206	9429.07	0.27
0.15	7.03	100	48.045	21.3728	0.2237	9563.70	1.70
0.20	12.5	75	48.045	21.3728	0.2266	9687.88	3.02
0.25	19.53	60	48.045	21.3728	0.2346	10030.19	6.66
0.30	28.12	50	48.045	21.3728	0.2411	10305.70	9.59
0.35	38.28	42.86	48.10018	21.3973	0.2488	10649.65	13.25
0.40	50	37.5	50.16032	22.3138	0.2546	11360.66	20.81
0.45	63.28	33.33	53.7404	23.9064	0.2576	12313.79	30.94
0.50	78.12	30	57.89533	25.7547	0.2594	13364.51	42.11

Observaciones:

- **P_m :** Permanece prácticamente constante en el rango de $f = 0 - 0.30$ (48 MPa) y aumenta suavemente a partir de 0.35 hasta 0.50 (20 %)
- **A_{real} :** Se mantiene en 21.37 mm^2 hasta $f = 0.30$ y luego crece hacia 25.75 mm^2 en 0.50 (20 %). Mas rugosidades en carga se aplana/engranar aumentando el área portante.
- **μ_{efectivo} :** Sube de 0.220 a 0.259 (18 %)
- **F_{ext} :** Aumenta de 9404 N (liso) a 13364 N en $f = 0.50$ (42 %).

En la Tabla 5.8 se muestran los resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 3: valles.

Tabla 5.8 Resultados de la unión eje-cubo variando la velocidad de avance f para el Caso 3 (valles).

f (mm/rev)	R_z (μm)	N (crestas)	P_m (MPa)	A_{real} (mm^2)	μ_{efectivo}	F_{ext} (N)	% liso
0	0	0	48.045	21.3728	0.22	9404.03	0.00
0.05	0.78	300	48.9834	21.7902	0.2201	9590.83	1.99
0.10	3.12	150	51.7985	23.0425	0.2205	10163.77	8.08
0.15	7.03	100	56.4904	25.1297	0.2232	11216.75	19.28
0.20	12.5	75	63.0591	28.0518	0.2251	12626.65	34.27
0.25	19.53	60	71.5045	31.8087	0.2298	14622.00	55.49
0.30	28.12	50	81.8266	36.4005	0.2324	16917.90	79.90
0.35	38.28	42.86	94.0807	41.8518	0.2348	19653.03	108.99
0.40	50	37.5	108.6102	48.3152	0.2371	22910.62	143.63
0.45	63.28	33.33	124.6138	55.4344	0.2388	26468.26	181.46
0.50	78.12	30	141.8829	63.1165	0.2398	30275.90	221.95

Observaciones:

- **P_m :** Aumenta fuertemente y de forma convexa de 48 hasta 142 MPa (+ 196 %)
- **A_{real} :** También crece mucho de 21.37 hasta 63.12 mm^2 (+ 195 %).
- **μ_{efectivo} :** Aumenta ligeramente de 0.220 a 0.240 (+ 9 %)
- **F_{ext} :** Se dispara de 9404 N (liso) a 30276 N en $f = 0.50$ (+ 222 %).

5.13. Rugosidad R_z v/s velocidad de avance

En la Figura 5.4 se muestra la gráfica del parámetro de rugosidad R_z en relación con la velocidad de avance ($f = 0 - 0.5$ mm/rev), la cual es una curva convexa creciente a medida que aumenta f , R_z aumenta cada vez mas rápido.

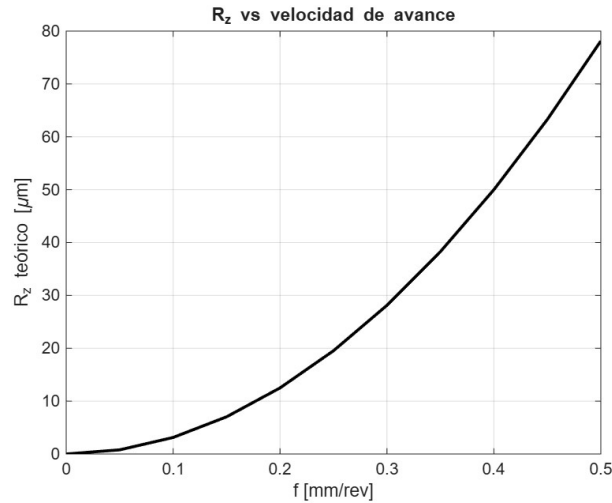


Figura 5.4 Rugosidad R_z respecto a la velocidad de avance ($f = 0 - 0.5$ mm/rev)

5.14. Número de crestas v/s velocidad de avance

En la Figura 5.5 se muestra cómo cambia el número de crestas N en la longitud de contacto L_c cuando se aumenta el avance f en el torneado. Se observa una curva hiperbólica decreciente, donde N es muy alto con f pequeño y cae rápidamente al aumentar f .

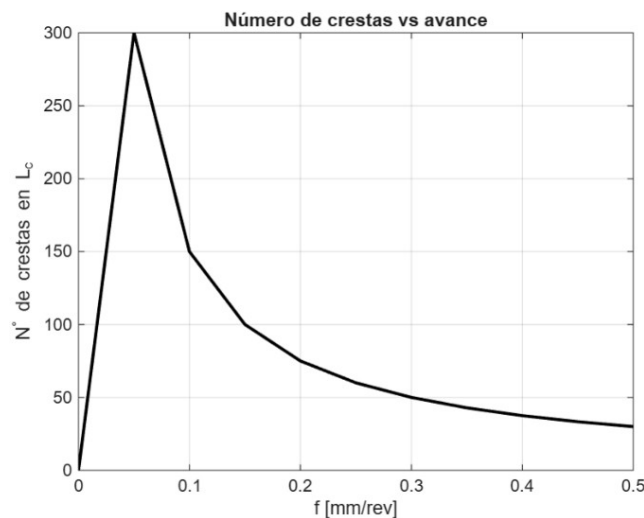


Figura 5.5 Número de crestas N en la longitud de contacto L_c cuando se aumenta el avance f en el torneado

Con pocas crestas (N pequeño) y R_z alto (típico de f alto) crece la dispersión entre los casos, verificable con las tablas de resultados:

- **Caso 1 – Picos:** bajan la presión media y el área real, por consecuencia cae la fuerza de extracción.
- **Caso 2 – Eje medio:** se mantiene la presión media, el área real y la fuerza de extracción sube moderadamente.
- **Caso 3 – Valles:** se suma interferencia y se disparan valores de presión media, área real y fuerza de extracción.

5.15. Variación de presión media v/s velocidad de avance

En la Figura 5.6 se observa la variación de presión media de acuerdo a la velocidad de avance para cada caso (picos, eje medio, valles), donde podemos observar:

- **Caso 1 – Picos (azul):** parte en 48 MPa y descende casi monótonamente hasta 10.60 MPa a $f = 0.5$ mm/rev.
- **Caso 2 – Eje medio (rojo):** se mantiene casi plano 48 MPa hasta $f = 0.35$ y luego sube suavemente hacia 57.89 MPa a $f = 0.5$ mm/rev.
- **Caso 3 – Valles (verde):** crecimiento convexo de 48 MPa hasta 141.88 MPa entre $f = 0$ y 0.5 mm/rev (incremento grande)

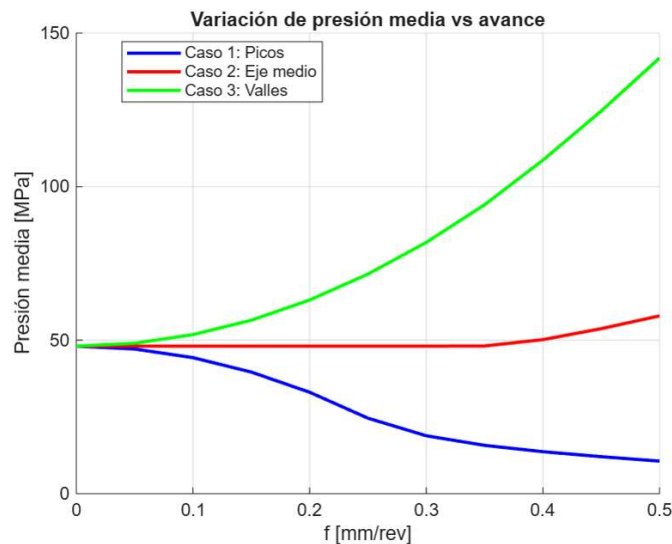


Figura 5.6 Variación de presión media de acuerdo con la velocidad de avance para cada caso (picos, eje medio, valles).

5.16. Área efectiva de contacto v/s velocidad de avance

En la Figura 5.7 se observa cómo cambia el área efectiva de contacto A_{efectiva} con el avance f para cada caso (picos, eje medio, valles), donde:

- **Caso 1 – Picos (azul):** A_{efectiva} disminuye de 21.37 a 4.72 mm² al pasar $f = 0 - 0.5$ (- 78 %).
- **Caso 2 – Eje medio (rojo):** A_{efectiva} se mantiene 21.37 mm² hasta $f = 0.30$ y luego crece levemente hasta 25.75 mm² en $f = 0.50$ (+ 20 %).
- **Caso 3 – Valles (verde):** aumenta de forma convexa de 21.37 a 63.12 mm² (+ 195 %).

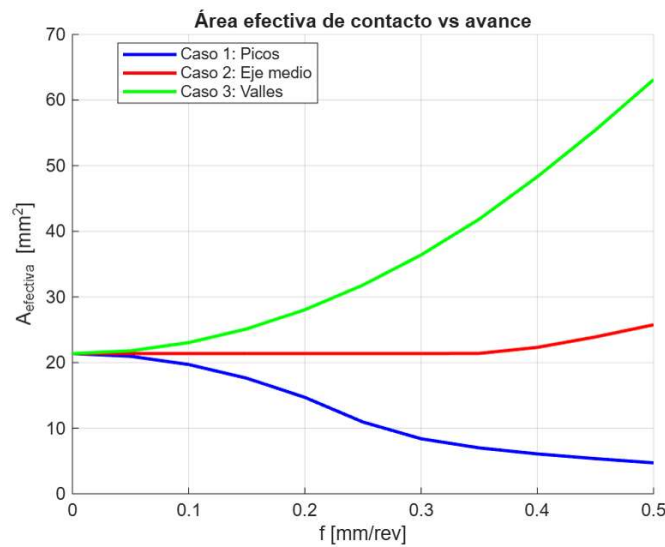


Figura 5.7 Variación del área efectiva de contacto A_{efectiva} con la velocidad de avance f para cada caso (picos, eje medio, valles)

5.17. Coeficiente de fricción efectivo v/s velocidad de avance

La Figura 5.8 resume cómo cambia el coeficiente de fricción efectivo μ_{ef} con el avance f para las tres fases de rugosidad, donde:

- **Caso 1 – Picos (azul):** μ_{ef} sube de 0.220 a 0.273 ($\Delta \approx + 0.053$). El aumento se acelera a partir de $f = 0.22 - 0.25$
- **Caso 2 – Eje medio (rojo):** de 0.220 a 0.259 ($\Delta \approx + 0.039$), crecimiento casi lineal a partir de $f = 0.25$
- **Caso 3 – Valles (verde):** de 0.220 a 0.240 ($\Delta \approx + 0.020$), el incremento es el menor y suave.

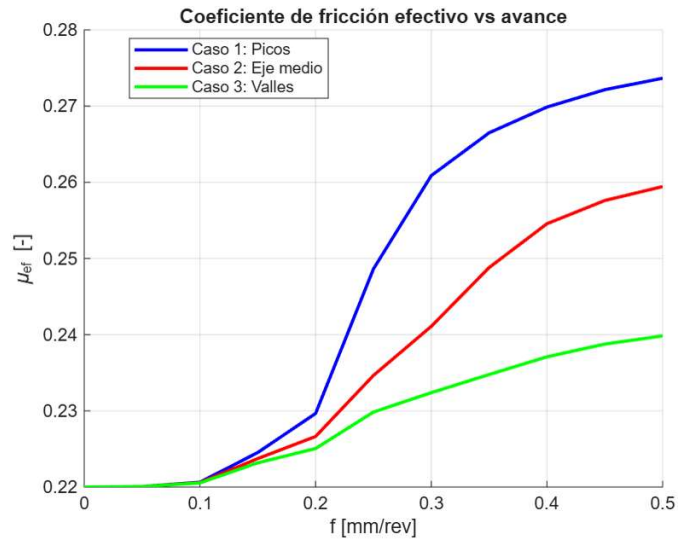


Figura 5.8 Variación del coeficiente de fricción efectivo μ_{ef} con el avance f para las tres fases de rugosidad.

5.18. Fuerza de extracción v/s velocidad de avance

La Figura 5.9 es la síntesis de la fuerza de extracción F_{ext} en relación con el avance f para los tres casos de consideración de la rugosidad (picos, eje medio, valles), donde:

- **Caso 1 – Picos (azul):** F_{ext} decrece de 9.4 kN (liso) hasta 2.6 kN en $f = 0.50$ (- 72 %). La caída es casi monótona y se acelera a partir de $f = 0.20$.
- **Caso 2 – Eje medio (rojo):** F_{ext} aumenta suavemente de 9.4 kN (liso) a 13.4 kN en $f = 0.50$ (+ 42 %). Curva ligeramente convexa desde $f = 0.30$.
- **Caso 3 – Valles (verde):** crecimiento convexo pronunciado de 9.4 kN hasta 30.3 kN (+ 222 %). A $f = 0.35$ ya supera el doble de la lisa.

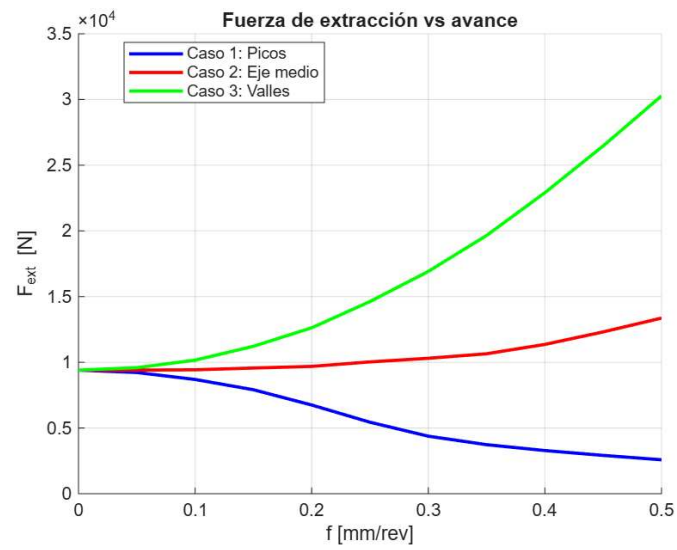


Figura 5.9 Gráfica de la fuerza de extracción F_{ext} en relación con el avance f para los tres casos de consideración de la rugosidad.

5.19. Perfiles de rugosidad

Se graficaron los cinco perfiles senoidales para $f = 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50$ mm/rev sobre $L_c = 15$ mm, donde la longitud de onda $\lambda \approx f$, y la amplitud de onda $A \approx R_z/2$, se observa que a mayor f las ondas son más altas y más separadas (Figura 5.10).

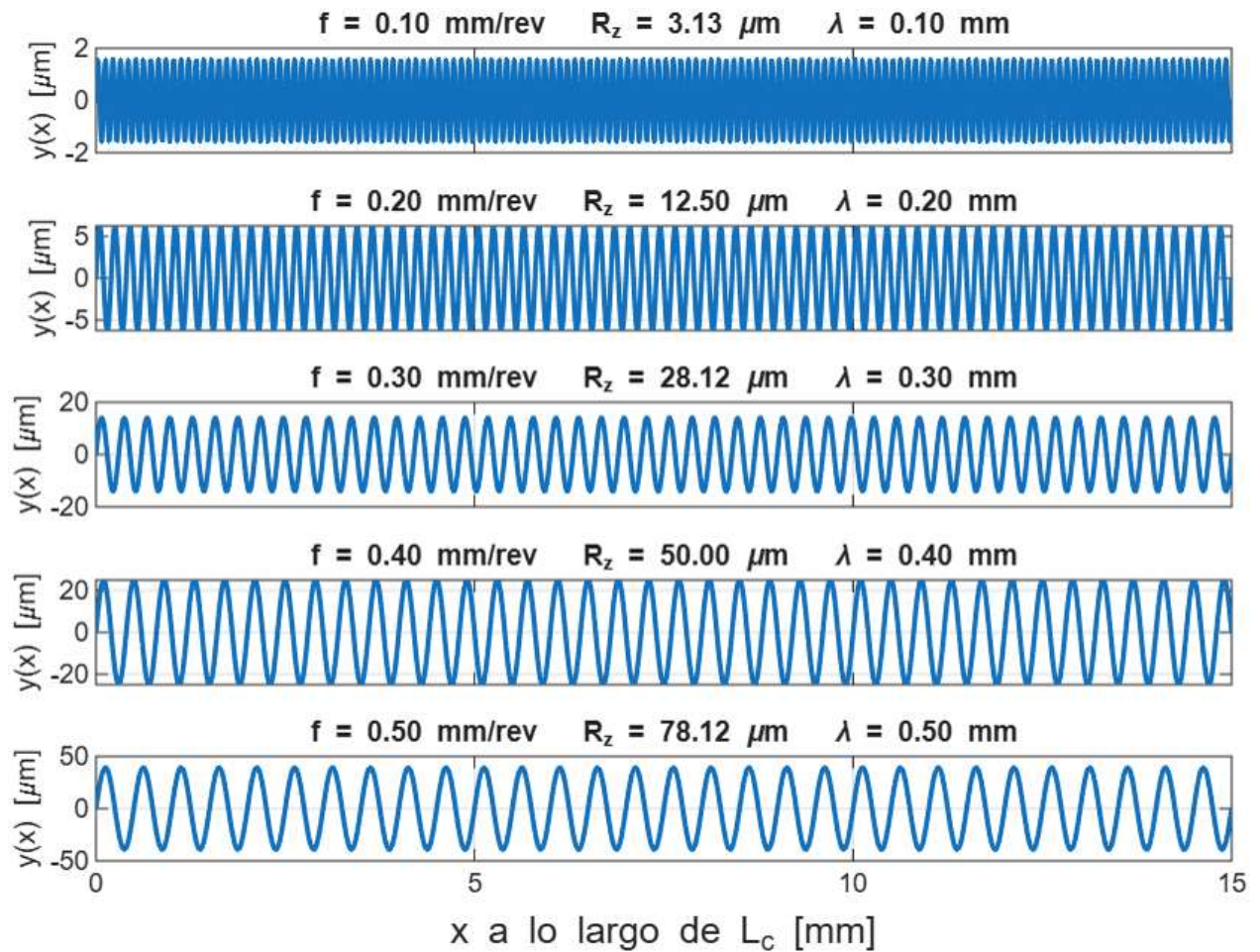


Figura 5.10 Perfiles de rugosidad para cada velocidad de avance a lo largo de la longitud de contacto.

5.20. Perfiles de coeficientes de fricción

La Figura 5.11 muestra los perfiles locales de coeficiente de fricción $\mu(x)$ a lo largo de la longitud de contacto L_c para distintos avances f (con los valores de R_z y longitud de onda λ indicados), donde se observan tres características:

- **Periodicidad:** $\mu(x)$ es periódico y su longitud de onda $\lambda \approx f$. Al aumentar f , las ondas se espacian más (menos crestas por L_c).
- **Amplitud:** La variación local μ crece con R_z (y por tanto crece con f), con $f = 0.10$ casi es uniforme y con $f = 0.50$ aparecen oscilaciones marcadas. Además, el coeficiente de fricción efectivo μ_{ef} sube con la velocidad de avance f .

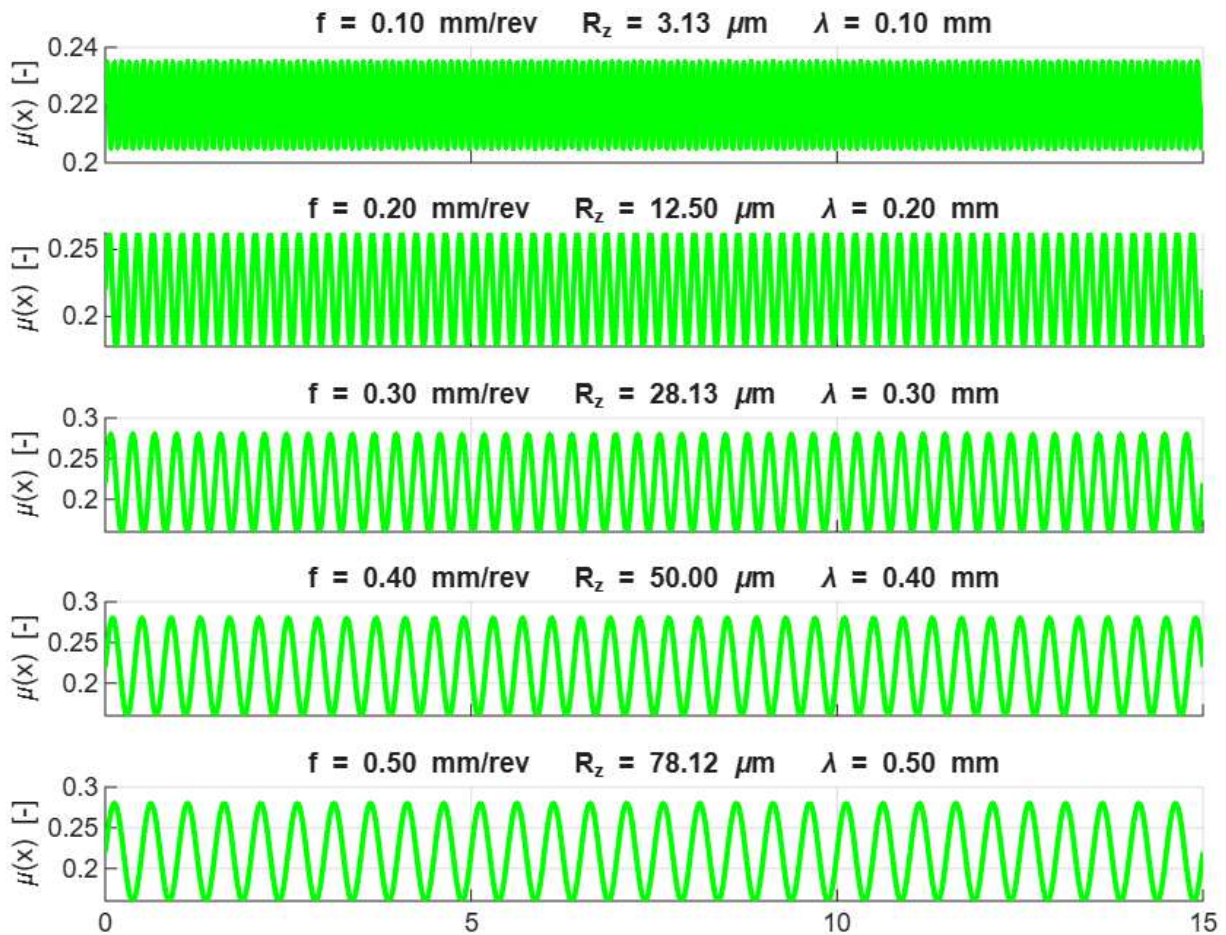


Figura 5.11 Variación de coeficiente de fricción $\mu(x)$ para cada velocidad de avance.

5.21. Perfiles de presión de contacto

También se obtuvieron los perfiles locales de presión $p(x)$ a lo largo de la longitud de contacto L_c (Figura 5.12), para los distintos avances f para cada caso (picos, eje medio, valles). La presión es periódica y su longitud de onda coincide con la rugosidad $\lambda \approx f$ y la amplitud de las oscilaciones crece con R_z . de manera particular se observa:

- **Picos (azul):** la línea base desciende con f y los valles se acercan a presiones muy bajas.
- **Medio (rojo):** casi constante hasta $f = 0.30$ y luego sube suavemente la presión de contacto.
- **Valles (verde):** la base aumenta con fuerza, a f altos aparecen picos de presión muy elevados.

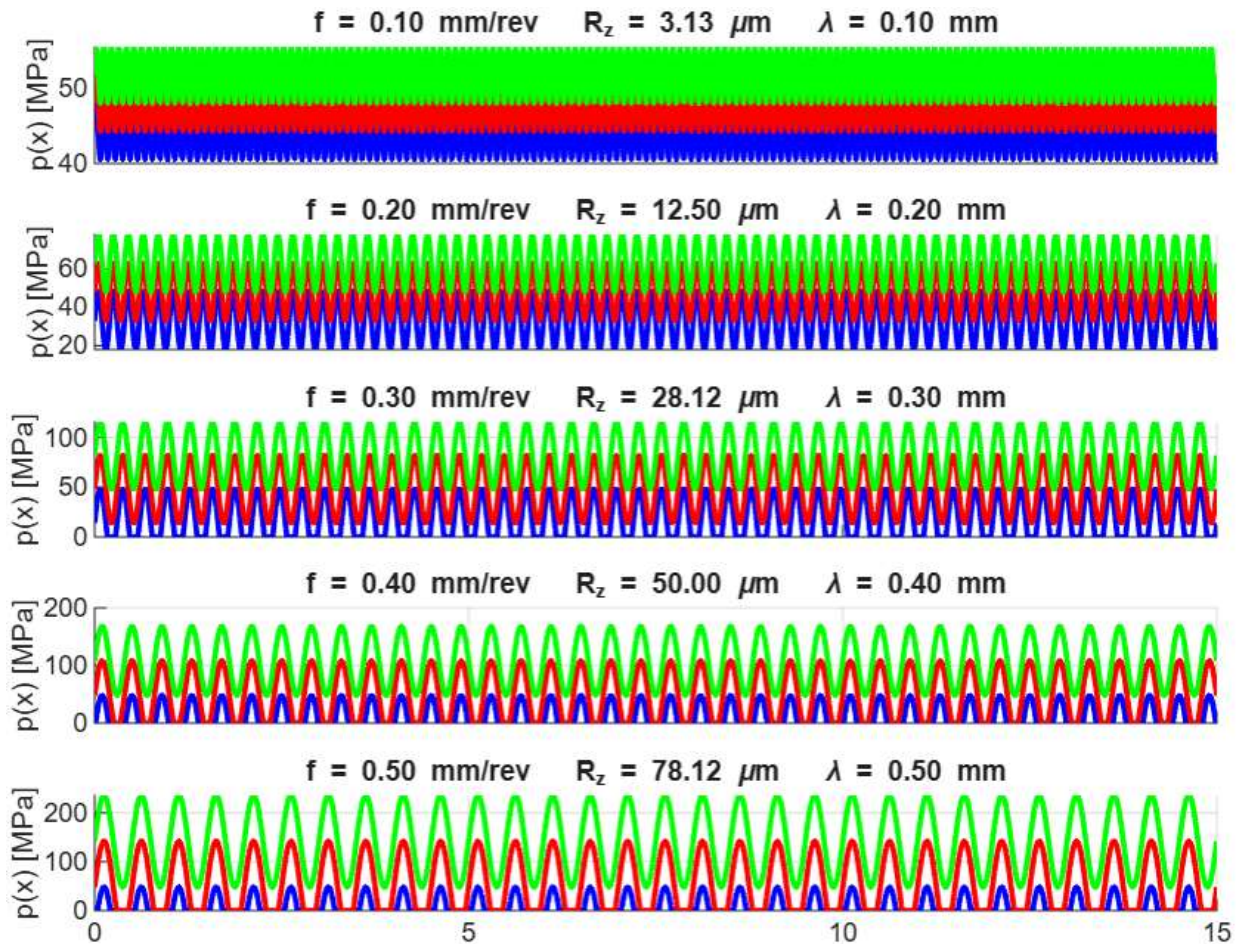


Figura 5.12 Perfiles de presión de contacto $p(x)$ para cada avance a lo largo de la longitud de contacto

Capítulo VI. Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros

6.1. Conclusiones

6.1.1. Modelo de rigidez normal de contacto

En este trabajo se desarrolló el modelado de las uniones eje-cubo por medio de la rigidez normal de contacto para representar la compleja geometría de la rugosidad superficial de las piezas. Este método genera un modelado ligero y práctico, ya que muchas veces el modelado de la rugosidad complica este tipo de análisis por la gran cantidad de malla a utilizar y el contacto irregular de las superficies, lo cual se ve reflejado en un incremento del costo computacional.

Los resultados obtenidos demuestran que la rugosidad superficial de mayor tamaño contribuye a la disminución de la capacidad de carga de este tipo de uniones. Para los tres acabados superficiales (fino, medio y rugoso) se redujo la fuerza de extracción.

Debido a la rugosidad superficial, el ajuste $\text{Ø}20\text{H}7/\text{s}6$ de la unión reduce su rango de capacidad de carga hasta un 47.59 y 27.99 % para un acabado rugoso para la interferencia mínima y máxima respectivamente. Por tal motivo, se debe tomar en cuenta la rugosidad superficial para tener un óptimo desempeño de las uniones eje/cubo con interferencia.

El modelado de las uniones eje-cubo por medio de la rigidez normal de contacto para representar la compleja geometría de la rugosidad superficial de las piezas genera un modelado ligero y práctico, ya que muchas veces el modelado de la rugosidad complica este tipo de análisis por la gran cantidad de malla a utilizar y el contacto irregular de las superficies, lo cual se ve reflejado en un incremento del costo computacional. También cabe resaltar que sería importante analizar el comportamiento local de las rugosidades en la interfaz de contacto de la unión eje-cubo.

6.1.2. Modelo del efecto de la rugosidad

La tendencia de los resultados obtenidos demuestra que una mayor rugosidad R_a obtenida al incrementar A_v de un proceso de torneado, aumenta la capacidad de carga. Esto se debe al aumento de la fuerza de fricción debida al acabado burdo de la superficie, y al aumento del diámetro del eje. Revisando la bibliografía se observan dos tendencias, enfocadas en cómo se considera el perfil de rugosidad respecto la medida nominal. En la primera [4], el perfil de rugosidad se considera que no

sobrepase la medida nominal (Caso 1), en esta tendencia se concluye que las superficies lisas contribuyen a una mayor resistencia de la unión. Esto sucede con acabados muy buenos (se habla de acabados especulares) que aumentan la superficie de contacto entre las dos piezas, aumentando el rozamiento. La segunda tendencia [7,8], toma como referencia la línea media del perfil de rugosidad como la medida nominal de la pieza (Caso 2), cabe resaltar que la línea media de la rugosidad es una línea ficticia que genera el instrumento de medida (rugosímetro) para calcular los parámetros que definen el perfil. Esta tendencia concluye que la rugosidad genera una mayor resistencia.

En el caso del mecanizado en torno CNC (Caso 3), el posicionamiento de la rugosidad se encuentra por encima de la medida nominal, más parecida a la segunda tendencia. Esto se debe, a que la punta del inserto queda en la medida nominal, pero el radio de la punta del inserto y la A_v es la que determina el valor de rugosidad.

Se puede concluir, que el efecto de la rugosidad depende del posicionamiento de los perfiles de rugosidad respecto a la medida nominal. Este posicionamiento, tiene que ver directamente con el proceso de mecanizado.

6.1.3. Modelo matemático de la rugosidad

El modelo matemático desarrollado permite estudiar como los parámetros del proceso de torneado, en particular la profundidad de corte y la velocidad de avance, influyen en las características de la unión eje-cubo, los resultados muestran que:

CASO 1: PICOS ($\delta_{01} = \delta_0 - \frac{Rz}{2}$)

- Un aumento en la **profundidad de corte** (amplitud A) provoca mayores variaciones en la interferencia y la presión de contacto, lo que puede **disminuir** la resistencia al desensamblaje.
- Un aumento en la velocidad de avance (longitud de onda λ) disminuye la frecuencia de las variaciones en la interferencia, lo que puede suavizar la distribución de la presión de contacto, pero también puede reducir el área efectiva de contacto.

CASO 2: EJE MEDIO ($\delta_{02} = \delta_0$)

- Un aumento en la **profundidad de corte** (amplitud A) provoca mayores variaciones en la interferencia y la presión de contacto, pero **mantiene** la resistencia al desensamblaje.
- Un aumento en la velocidad de avance (longitud de onda λ) disminuye la frecuencia de las variaciones en la interferencia, lo que puede suavizar la distribución de la presión de contacto, pero también puede reducir el área efectiva de contacto.

CASO 3: VALLES ($\delta_{03} = \delta_0 + \frac{Rz}{2}$)

- Un aumento en la **profundidad de corte** (amplitud A) provoca mayores variaciones en la interferencia y la presión de contacto, lo que puede **aumentar** la resistencia al desensamblaje.
- Un aumento en la velocidad de avance (longitud de onda λ) disminuye la frecuencia de las variaciones en la interferencia, lo que puede suavizar la distribución de la presión de contacto, pero también puede reducir el área efectiva de contacto.

6.2. Recomendaciones

El modelo matemático propuesto (ver anexo B-4) demuestra la importancia de considerar la rugosidad superficial generada durante el proceso de torneado en el análisis de la unión eje-cubo. Al relacionar la amplitud de la rugosidad con la profundidad de corte y la longitud de onda con la velocidad de avance, se logra una representación precisa de las condiciones de contacto.

Este enfoque permite mejorar el diseño de uniones mecánicas y optimizar el proceso de fabricación, garantizando un mejor rendimiento estructural y una mayor durabilidad de los componentes. Además, proporciona una herramienta útil para la predicción de la fuerza de extracción y el comportamiento tribológico de la unión en función de los parámetros del proceso de torneado. Al ajustar estos parámetros durante el proceso de fabricación, posible optimizar la calidad de la unión y su comportamiento en servicio.

6.3. Trabajos futuros

Con la intención de dar seguimiento al estudio realizado en este trabajo y de este modo, extender y aplicar los conocimientos adquiridos en el mismo, se recomiendan los siguientes puntos para estudios posteriores:

- Realizar el análisis MEF y experimental del torque máximo que soporta la unión eje-cubo con ajuste de interferencia H7/s6.
- Realizar el análisis MEF y experimental de la unión eje-cubo variando la dureza del eje por nitruración de plasma.
- Determinar el coeficiente de fricción de forma experimental al variar el acabado superficial y el ajuste de interferencia.
- Analizar de forma MEF y experimental la variación de las frecuencias naturales y los modos de vibración al variar el ajuste y la rugosidad superficial.
- Realizar el análisis numérico y experimental con diferentes valores de rugosidad y procesos de mecanizado.

Bibliografía

- [1] Ramamoorthy and Radhakrishnan, “A study of the surface deformations in press and shrink fitted assemblies,” *Wear*, vol. 173, no. 1–2, pp. 75–83, 1994, doi: 10.1016/0043-1648(94)90259-3.
- [2] Booker and Truman, “Measuring the coefficient of friction for use in shrink-fit calculations,” *TECHNIQUES*, no. April, pp. 7–13, 2011, doi: 10.1111/j.1747-1567.2009.00593.x.
- [3] Ramachandran and Radhakrishnan, “Influence of surface finish on interference fits,” *Int J Prod Res*, vol. 12, no. 6, pp. 705–719, 1974, doi: 10.1080/00207547408919587.
- [4] Buczkowski and Kleiber, “A study of the surface roughness in elasto-plastic shrink fitted joint,” *Tribol Int*, vol. 98, pp. 125–132, 2016, doi: 10.1016/j.triboint.2016.02.021.
- [5] Budynas and Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. México, D.F.: The McGraw-Hill, 2008.
- [6] Mack and Wien, “Thermal assembly of an elastic-plastic hub and a solid shaft,” *Archive of Applied Mechanics*, vol. 63, no. 1, pp. 42–50, 1993, doi: 10.1007/BF00787908.
- [7] Bengeri and Mack, “The influence of the temperature dependence of the yield stress on the stress distribution in a thermally assembled elastic-plastic shrink fit,” *Acta Mech*, vol. 103, no. 1–4, pp. 243–257, 1994, doi: 10.1007/BF01180229.
- [8] Ramamurti and Karthikeyan, “Stress analysis of taper locks,” *Comput Struct*, vol. 62, no. 4, pp. 721–736, 1996.
- [9] Chen, Balendra, and Qin, “A new approach for the optimisation of the shrink-fitting of cold-forging dies,” *J Mater Process Technol*, vol. 145, no. 2, pp. 215–223, 2004, doi: 10.1016/S0924-0136(03)00672-1.
- [10] Truman and Booker, “Analysis of a shrink-fit failure on a gear hub/shaft assembly,” *Eng Fail Anal*, vol. 14, no. 4, pp. 557–572, 2006, doi: 10.1016/j.engfailanal.2006.03.008.
- [11] Schmitz, Powell, Won, Duncan, Sawyer, and Ziegert, “Shrink fit tool holder connection stiffness/damping modeling for frequency response prediction in milling,” *Int J Mach Tools Manuf*, vol. 47, no. 9, pp. 1368–1380, 2007, doi: 10.1016/j.ijmachtools.2006.08.009.
- [12] Croccolo, Cuppini, and Vincenzi, “The design and optimization of fork-pin compression coupling in front motorbike suspensions,” *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 43, no. 13, pp. 977–988, 2007, doi: 10.1016/j.finel.2007.06.016.
- [13] Croccolo, Agostinis, and Vincenzi, “Design and optimization of shaft-hub hybrid joints for lightweight structures: Analytical definition of normalizing parameters,” *Int J Mech Sci*, vol. 56, no. 1, pp. 77–85, 2012, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2012.01.007.

-
- [14] Kleditzsch, Awiszus, Lätzer, and Leidich, "Steel-aluminum knurled interference fits: Joining process and load characteristics," *Procedia Eng*, vol. 81, no. October, pp. 1982–1987, 2014, doi: 10.1016/j.proeng.2014.10.268.
- [15] Song, Li, Zhang, Liu, Cheng, and Wu, "Stress distribution modeling for interference-fit area of each individual layer around composite laminates joint," *Compos B Eng*, vol. 78, pp. 469–479, 2015, doi: 10.1016/j.compositesb.2015.04.013.
- [16] J. Carrero-Blanco, M. Estrems, and H. T. Sánchez, "Método semianalítico para la mecánica del contacto entre el eje y la chumacera en un vehículo sumergible," *Revista Internacional de Metodos Numericos para Calculo y Diseno en Ingenieria*, vol. 32, no. 4, pp. 240–251, 2015, doi: 10.1016/j.rimni.2015.07.003.
- [17] Aleksandrova, "Analytical Modeling in Deformation Analysis of Interference-Fit Structures," *Structures*, vol. 6, pp. 30–36, 2016, doi: 10.1016/j.istruc.2016.01.003.
- [18] Qiu and Zhou, "Analytical Solution for Interference Fit for Multi-Layer Thick-Walled Cylinders and the Application in Crankshaft Bearing Design," *applied sciences*, pp. 13–16, 2016, doi: 10.3390/app6060167.
- [19] Radi, Lanzoni, Strozzi, and Bertocchi, "Shaft-hub press fit subjected to bending couples: Analytical evaluation of the shaft-hub detachment couple," *Appl Math Model*, vol. 50, pp. 135–160, 2017, doi: 10.1016/j.apm.2017.05.018.
- [20] Zhang, McClain, and Fang, "Design of interference fits via finite element method," *Int J Mech Sci*, vol. 42, no. 9, pp. 1835–1850, 2000, doi: 10.1016/S0020-7403(99)00072-7.
- [21] Citarella and Gerbino, "BE analysis of shaft- hub couplings with polygonal profiles," vol. 109, pp. 30–37, 2001.
- [22] Yang, Coquille, Fontaine, and Lambertin, "Contact pressure between two rough surfaces of a cylindrical fit," *J Mater Process Technol*, vol. 123, pp. 490–497, 2002.
- [23] Sen and Aksakal, "Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions," *Mater Des*, vol. 25, no. 5, pp. 407–417, 2004, doi: 10.1016/j.matdes.2003.11.009.
- [24] Özel, Temiz, Aydin, and Şen, "Stress analysis of shrink-fitted joints for various fit forms via finite element method," *Mater Des*, vol. 26, no. 4, pp. 281–289, 2005, doi: 10.1016/j.matdes.2004.06.014.
- [25] Kim, Kim, Bae, and Han, "Development of optimization technique of warm shrink fitting process for automotive transmission parts (3D FE analysis)," *J Mater Process Technol*, vol. 187–188, pp. 458–462, 2007, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2006.11.107.
- [26] Houming, Chengyong, and Zhenyu, "Dynamic characteristics of conjunction of lengthened shrink-fit holder and cutting tool in high-speed milling," *J Mater Process Technol*, vol. 207, no. 1–3, pp. 154–162, 2008, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2007.12.083.

-
- [27] Lewis, Hossain, Booker, Truman, and Stuhr, "Measurement of torsionally induced shear stresses in shrink-fit assemblies," *Exp Mech*, vol. 49, no. 5, pp. 637–651, 2009, doi: 10.1007/s11340-008-9175-8.
- [28] Lee, Saroosh, Song, and Im, "The effect of shrink fitting ratios on tool life in bolt forming processes," *J Mater Process Technol*, vol. 209, no. 8, pp. 3766–3775, 2009, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2008.08.032.
- [29] Kim, Kim, Hwang, Kang, and Kim, "IMPROVED METHOD FOR ANALYZING AUTOMOTIVE TRANSMISSION PARTS (SHAFT/GEAR) MANUFACTURED USING THE WARM SHRINK FITTING PROCESS," *International Journal of Automotive Technology*, vol. 13, no. 2, pp. 293–300, 2009, doi: 10.1007/s12239.
- [30] Kovan, "Separation frequency analysis of interference fitted hollow shaft-hub connections by finite element method," *Advances in Engineering Software*, vol. 42, no. 9, pp. 644–648, 2011, doi: 10.1016/j.advengsoft.2011.05.001.
- [31] Boutoutaou, Bouaziz, and Fontaine, "Modeling of interference fits taking form defects of the surfaces in contact into account," *Mater Des*, vol. 32, no. 7, pp. 3692–3701, 2011, doi: 10.1016/j.matdes.2011.03.059.
- [32] Shen, Lohrengel, and Schäfer, "Plain-fretting fatigue competition and prediction in spline shaft-hub connection," *Int J Fatigue*, vol. 52, pp. 68–81, 2013, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2012.11.012.
- [33] Boutoutaou, Bouaziz, and Fontaine, "Modelling of interference fits with taking into account surfaces roughness with homogenization technique," *Int J Mech Sci*, vol. 69, pp. 21–31, 2013, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2013.01.012.
- [34] Vasilya and Anton, "Finite-Element Analysis of Parts Stress State of Tight Joint Assembled by Press Fitting," no. November, pp. 198–206, 2014.
- [35] Dudziak, Domek, Kołodziej, and Talaška, "Contact problems between the hub and the shaft with a three-angular shape of cross-section for different angular positions," *Procedia Eng*, vol. 96, pp. 50–58, 2014, doi: 10.1016/j.proeng.2014.12.097.
- [36] Hüyük, Music, Koç, Karadoğan, and Bayram, "Analysis of elastic-plastic interference-fit joints," *Procedia Eng*, vol. 81, no. October, pp. 2030–2035, 2014, doi: 10.1016/j.proeng.2014.10.276.
- [37] Seifi and Abbasi, "Friction coefficient estimation in shaft/bush interference using finite element model updating," *Eng Fail Anal*, vol. 57, pp. 310–322, 2015, doi: 10.1016/j.engfailanal.2015.08.006.
- [38] Houming, Bo, Youhang, and Ruitao, "Error compensation in high-speed milling of deep cavity dies and molds based on the lengthened shrink-fit holder," *International Journal of Mechanical and Materials Engineering*, vol. 10, no. 1, p. 15, 2015, doi: 10.1186/s40712-015-0043-x.

-
- [39] Dudziak, Kołodziej, Domek, and Talaśka, "Multi-angularity - Identification of Parameters and Compatibility Conditions of the Axisymmetric Connection with form Deviations," *Procedia Eng*, vol. 177, pp. 431–438, 2017, doi: 10.1016/j.proeng.2017.02.241.
- [40] Juuma, "Torsional fretting fatigue strength of a shrink-fitted shaft with a grooved hub," *Tribol Int*, vol. 33, no. 8, pp. 537–543, 2000, doi: 10.1016/S0301-679X(00)00102-X.
- [41] Yang, Coquille, Fontaine, and Lambertin, "Influence of roughness on characteristics of tight interface fit of a shaft and a hub," *Int J Solids Struct*, vol. 38, no. 42–43, pp. 7691–7701, 2001, doi: 10.1016/S0020-7683(01)00035-X.
- [42] Booker, Truman, Wittig, and Mohammed, "A Comparison of Shrink- fit Holding Torque using Probabilistic, Micromechanical and Experimental Approaches," *Engineering*, vol. 218, pp. 175–187, 2004, doi: 10.1243/095440504322886505.
- [43] Booker and Truman, "A statistical study of the coefficient of friction under different loading regimes," *J Phys D Appl Phys*, vol. 41, no. 17, 2008, doi: 10.1088/0022-3727/41/17/174003.
- [44] Ognjanovic, Simonovic, Ristivojevic, and Lazovic, "Research of rail traction shafts and axles fractures towards impact of service conditions and fatigue damage accumulation," *Eng Fail Anal*, vol. 17, no. 7–8, pp. 1560–1571, 2010, doi: 10.1016/j.engfailanal.2010.06.007.
- [45] Kartal, Mulvihill, Nowell, and Hills, "Measurements of pressure and area dependent tangential contact stiffness between rough surfaces using digital image correlation," *Tribol Int*, vol. 44, no. 10, pp. 1188–1198, 2011, doi: 10.1016/j.triboint.2011.05.025.
- [46] Zeng, Cai, Feng, and Zhou, "In situ observation and analysis of a shrink-fitted PMMA shaft subjected to rotating bending," *Tribol Int*, vol. 48, pp. 149–154, 2012, doi: 10.1016/j.triboint.2011.11.020.
- [47] Gallio, Lombardi, Rovarino, Fino, and Montanaro, "Influence of the mechanical behaviour of different adhesives on an interference-fit cylindrical joint," *Int J Adhes Adhes*, vol. 47, pp. 63–68, 2013, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2013.09.021.
- [48] Dörr, Funk, Liewald, Binz, and Köstlmeier, "Influence of internal hub profile on joining process of shaft-hub connection by lateral extrusion," *Procedia Eng*, vol. 81, no. October, pp. 1988–1993, 2014, doi: 10.1016/j.proeng.2014.10.269.
- [49] Croccolo, De Agostinis, Fini, and Olmi, "Influence of the engagement ratio on the shear strength of an epoxy adhesive by push-out tests on pin-and-collar joints: Part I: Campaign at room temperature," *Int J Adhes Adhes*, vol. 67, pp. 76–85, 2016, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2015.12.029.
- [50] McMillan *et al.*, "Analysis of increasing torque with recurrent slip in interference-fits," *Eng Fail Anal*, vol. 62, pp. 58–74, 2016, doi: 10.1016/j.engfailanal.2015.12.005.
- [51] Rauert, Herrmann, Dalhoff, and Sander, "Fretting fatigue induced surface cracks under shrink fitted main bearings in wind turbine rotor shafts," *Procedia Structural Integrity*, vol. 2, pp. 3601–3609, 2016, doi: 10.1016/j.prostr.2016.06.449.

-
- [52] Lee, Park, and Cho, "A novel ultrasonic NDE for shrink fit welded structures using interface waves," *Ultrasonics*, vol. 68, pp. 1–7, 2016, doi: 10.1016/j.ultras.2016.01.009.
- [53] Qureshi, Cura, and Mura, "Experimental characterization of roughness parameters for fretting wear in spline couplings," *Meccanica*, vol. 52, no. 8, pp. 1975–1984, 2017, doi: 10.1007/s11012-016-0535-7.
- [54] McMillan, Hendry, Woolley, and Pavier, "Measurement of Partial Slip at the Interface of a Shrink Fit Assembly under Axial Load," *Exp Mech*, vol. 58, no. 3, pp. 407–415, 2018, doi: 10.1007/s11340-017-0359-y.
- [55] Croccolo, Agostinis, and Mauri, "Influence of the assembly process on the shear strength of shaft-hub hybrid joints," *Int J Adhes Adhes*, vol. 44, pp. 174–179, 2013, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2013.02.018.
- [56] Croccolo, Agostinis, Mauri, and Olmi, "Influence of the engagement ratio on the joint strength of press fitted and adhesively bonded specimens," *Int J Adhes Adhes*, vol. 53, pp. 80–88, 2014, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2014.01.017.
- [57] Croccolo and Agostinis, "Analytical solution of stress and strain distributions in press fitted orthotropic cylinders," *Int J Mech Sci*, vol. 71, pp. 21–29, 2013, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2013.03.002.
- [58] Croccolo, Agostinis, Ceschini, Morri, and Marconi, "Interference fit effect on improving fatigue life of a holed single plate," *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, vol. 36, no. 7, pp. 689–698, 2013, doi: 10.1111/ffe.12039.
- [59] Croccolo, Agostinis, and Vincenzi, "Static and dynamic strength evaluation of interference fit and adhesively bonded cylindrical joints," *Int J Adhes Adhes*, vol. 30, no. 5, pp. 359–366, 2010, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2010.03.003.
- [60] Bozkaya and Müftü, "Mechanics of the tapered interference fit in dental implants," *J Biomech*, vol. 36, no. 11, pp. 1649–1658, 2003, doi: 10.1016/S0021-9290(03)00177-5.
- [61] Bhushan, *INTRODUCTION TO TRIBOLOGY*, Second. New York., 2013.
- [62] Kalpakjian and Schmid, *Manufactura, Ingeniería y Tecnología*, Quinta edi. 2008.
- [63] Groover, *FUNDAMENTOS DE MANUFACTURA MODERNA*. D.F.: McGraw-Hill, 2007.
- [64] Field, Kahles, and Koster, *Metal Handbook*, 16th ed. ASM, 1989.
- [65] Correa, Ramírez, Alique, and Rodríguez, "Factores que afectan el acabado superficial en los procesos de mecanizado: Técnicas de análisis y modelos.," *XXV Jornadas de Automática Industrial CEA-IFAC*, pp. 75–82, 2004.
- [66] Benardos and Vosniakos, "Predicting surface roughness in machining: A review.," *Int J Mach Tools Manuf*, pp. 833–844., 2003.

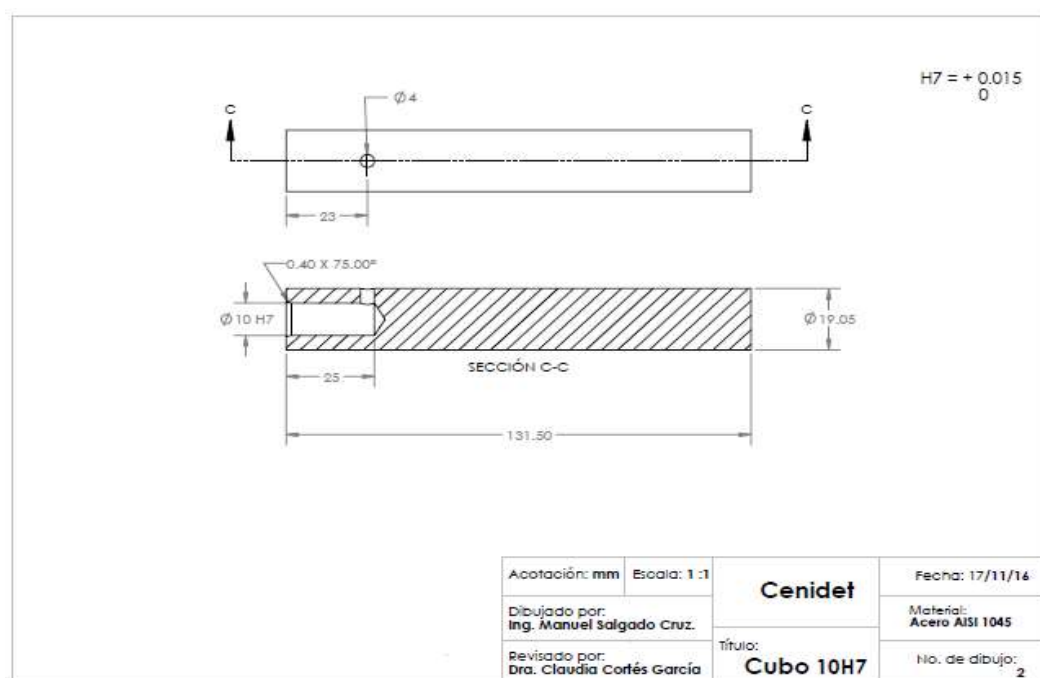
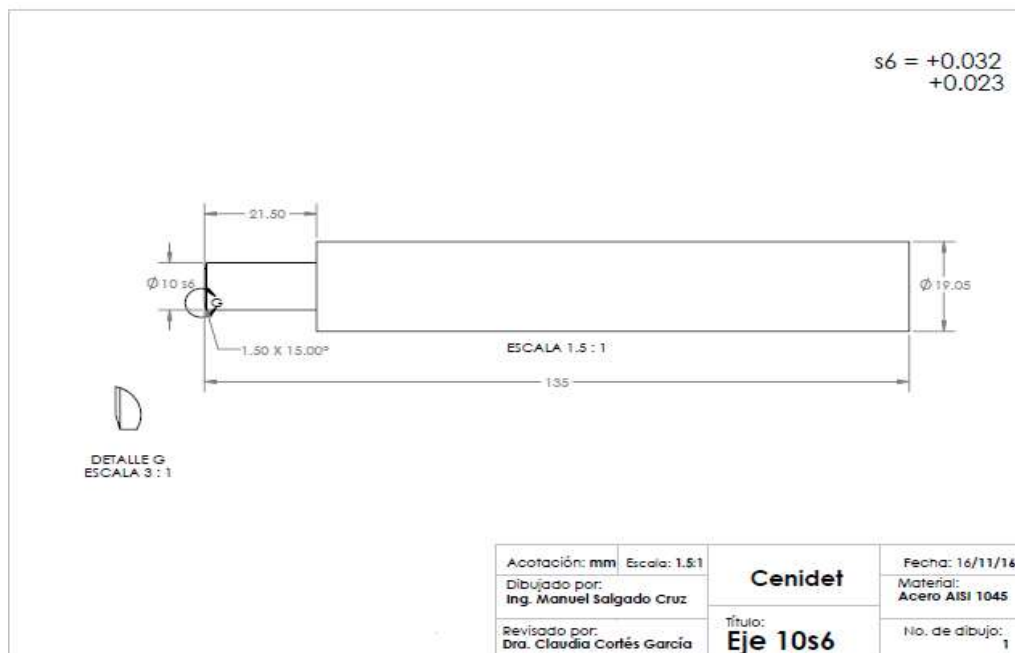
-
- [67] Mcmillan *et al.*, “Analysis of increasing torque with recurrent slip in interference- fits,” *Eng Fail Anal*, vol. 62, pp. 58–74, 2015, doi: 10.1016/j.engfailanal.2015.12.005.
- [68] Bedolla and Szwedowicz, “Impotancia de las variaciones dimensionales en las uniones mecánicas,” *Ideas*, 2010.
- [69] Booker, Truman, Wittig, and Mohammed, “A comparison of shrink-fit holding torque using probabilistic, micromechanical and experimental approaches,” *Proc Inst Mech Eng B J Eng Manuf*, vol. 218, no. 2, pp. 175–187, 2004, doi: 10.1243/095440504322886505.
- [70] G. G. Adams and M. Nosonovsky, “Contact modeling - forces,” *Tribol Int*, vol. 33, no. 5, pp. 431–442, 2000, doi: 10.1016/S0301-679X(00)00063-3.
- [71] Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [72] G. G. Adams and M. Nosonovsky, “Contact modeling - forces,” *Tribol Int*, vol. 33, no. 5, pp. 431–442, 2000, doi: 10.1016/S0301-679X(00)00063-3.
- [73] Rabinowicz, *Friction and Wear of Material*, Second edi. New York., 1995.
- [74] Patil and Eriten, “Effects of Interfacial Strength and Roughness on the Static Friction Coefficient,” *Tribol Lett*, vol. 56, no. 2, pp. 355–374, 2014, doi: 10.1007/s11249-014-0414-0.
- [75] Chang, Etsion, and Bogy, “Static Friction Coefficient Model for Metallic Rough Surfaces,” *J Tribol*, vol. 110, no. 1, p. 57, 1988, doi: 10.1115/1.3261575.
- [76] Chang, Etsion, and Bogy, “Adhesion Model for Metallic Rough Surfaces,” *J Tribol*, vol. 110, no. 1, p. 50, 1988, doi: 10.1115/1.3261574.
- [77] Kogut and Etsion, “A Static Friction Model for Elastic-Plastic Contacting Rough Surfaces,” *J Tribol*, vol. 126, no. 1, p. 34, 2004, doi: 10.1115/1.1609488.
- [78] Lee, Eriten, and Polycarpou, “Application of Elastic-Plastic Static Friction Models to Rough Surfaces With Asymmetric Asperity Distribution,” *J Tribol*, vol. 132, no. 4, p. 047001, 2010, doi: 10.1115/1.4002486.
- [79] Ovcharenko, Halperin, and Etsion, “Experimental Study of Adhesive Static Friction in a Spherical Elastic-Plastic Contact,” *J Tribol*, vol. 130, no. 2, p. 021401, 2008, doi: 10.1115/1.2842247.
- [80] Bhushan and Kulkarni, “Effect of normal load on microscale friction measurements,” *Thin Solid Films*, vol. 278, no. 1–2, pp. 49–56, 1996, doi: 10.1016/0040-6090(95)08138-0.
- [81] “DIN 7190 2001–2002 Interference Fits—Calculation And Design Rules (Berlin, Germany: DIN Standards.”
- [82] “Wick C and Veilleux R F 1987 Quality Control and Assembly—Tool and Manufacturing Engineers Handbook vol 4 (Dearborn, MI: Society of Manufacturing Engineers)”.
- [83] “Rothbart H A 1996 Mechanical Design Handbook (New York: McGraw-Hill)”.

-
- [84] Gonzalez-Valadez, Baltazar, and Dwyer-Joyce, "Study of interfacial stiffness ratio of a rough surface in contact using a spring model," *Wear*, vol. 268, no. 3–4, pp. 373–379, 2010, doi: 10.1016/j.wear.2009.08.022.
- [85] Bhushan, *Principles and applications of tribology*. 1999.
- [86] Booker and Truman, "A comparison of shrink-fit holding torque using probabilistic, micro-mechanical and experimental approaches.," *Proc Inst Mech Eng*, vol. part B, pp. 175–87, 2004.
- [87] "ISO - ISO 4287:1997 - Geometrical Product Specifications (GPS) — Surface texture: Profile method — Terms, definitions and surface texture parameters." Accessed: Mar. 05, 2020. [Online]. Available: <https://www.iso.org/standard/10132.html>
- [88] K. A. and T. J., "Uniones deformables," *Editorial PWN Varsovia*.
- [89] H. Hertz, "Über die Berührung fester elastischer Körper," *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. 92, pp. 156–171, 1881.
- [90] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [91] ASM Metals Handbook, *ASM Handbook, Volume 16: Machining*. 1989.
- [92] *ISO 4287, Geometrical Product Specifications (GPS) — Surface texture: Profile method — Terms, definitions and surface texture parameters, ISO, 1997*.
- [93] M. R. S. K. S. Madhavan, "Modeling of surface roughness in turning," *Int J Mach Tools Manuf*, vol. 50, pp. 336–345, 2010.
- [94] V. Salganik, *Mechanical Engineering of Surface Roughness*. Springer, 2018.
- [95] "ISO 1832:2017, Indexable inserts for cutting tools — Designation. International Organization for Standardization, 2017."
- [96] F. P. , T. D. Bowden, *The Friction and Lubrication of Solids*. Oxford University Press, 1950.
- [97] "H. Czichos, *Tribology: A Systems Approach to the Science and Technology of Friction, Lubrication and Wear*. Elsevier, 2009."

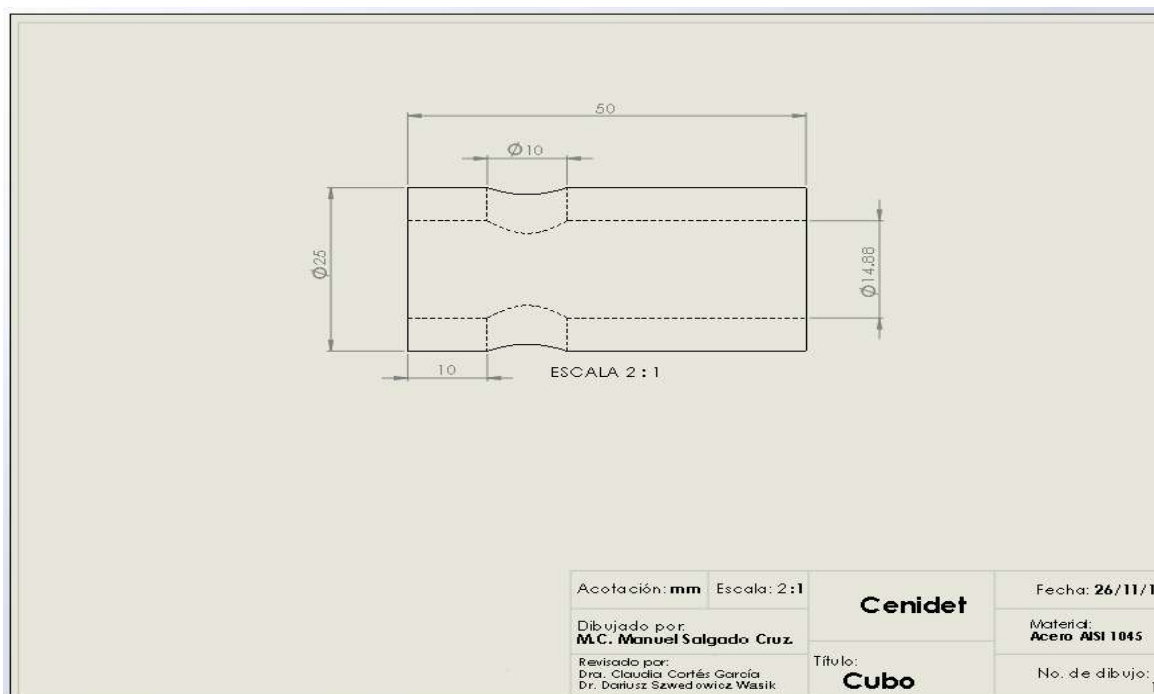
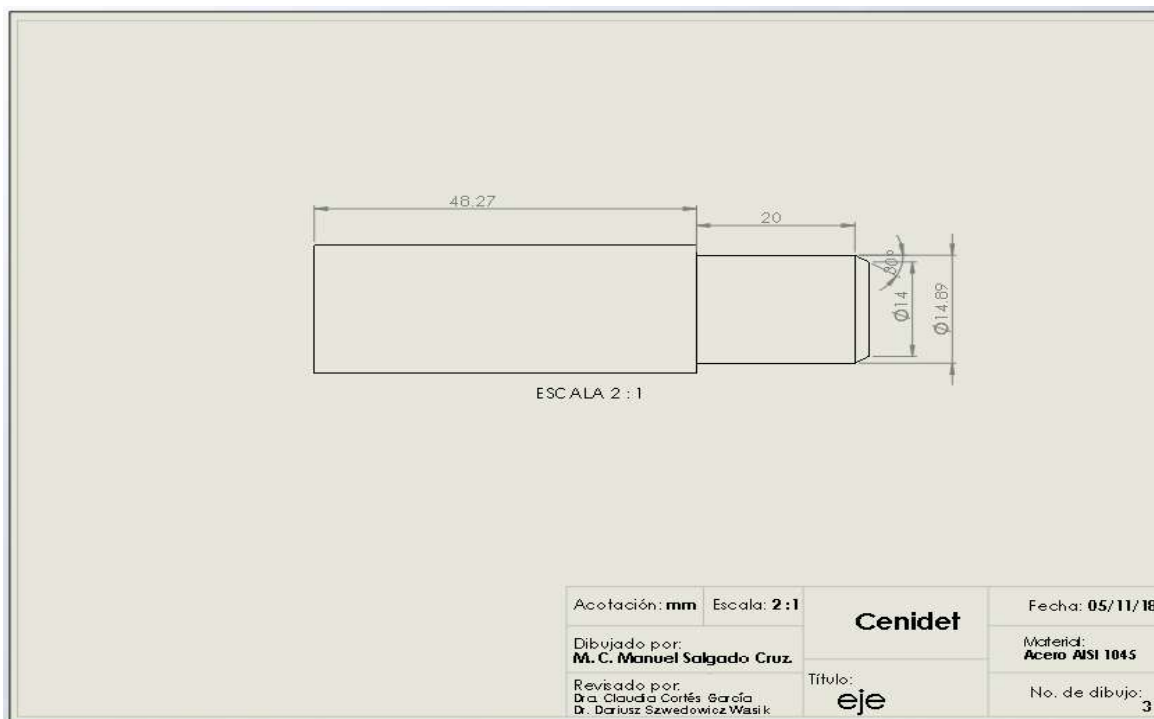
Anexos

Anexo A. Planos técnicos

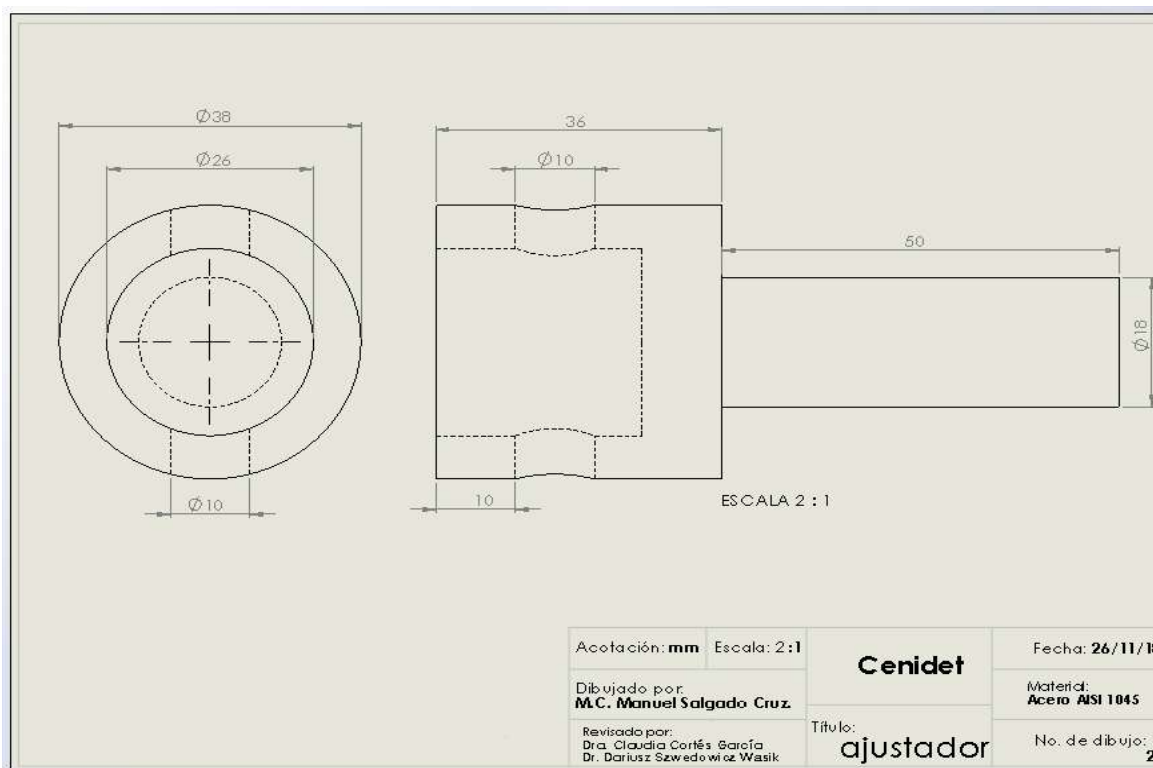
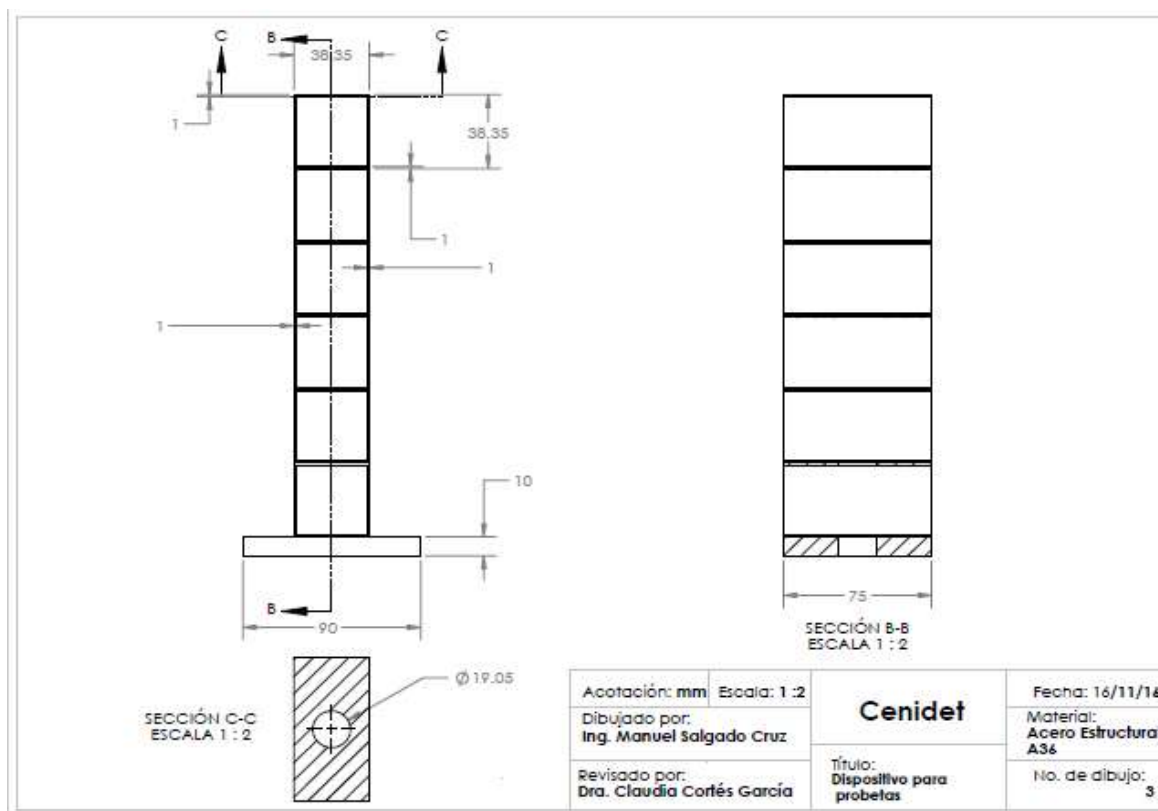
A-1. Probetas eje y cubo

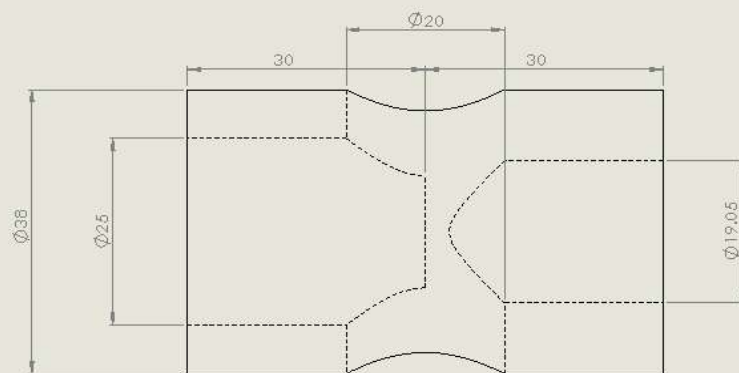


A-2. Probetas eje y cubo 2



A-3. Accesorios para realizar las pruebas





ESCALA 2 : 1

Acotación: mm

Escala: 2:1

Cenidet

Fecha: 26/11/18

Dibujado por:

M.C. Manuel Salgado Cruz.

Material:

nayla acero

Revisado por:

Dra. Claudia Cortés García
Dr. Dariusz Szwedowicz Wasik

Título:

Ensamblador

No. de dibujo:

4

Anexo B. Códigos de los programas utilizados

B-1. Código en Python para ABAQUS

```

2D-SENCILLO
X= 0.01 z= máx 0.01
"""
modelAExample.py

A simple example: Creating a part.
"""
from abaqus import *
from abaqusConstants import *
backwardCompatibility.setValues(includeDeprecated=True,
reportDeprecated=False)

import sketch
import part
myModel = mdb.Model(name='Model-1')

mySketch = myModel.ConstrainedSketch(name='Sketch A',
sheetSize=10.0)

xyCoordsInner = ((0, 0), (0, 0.01), (0.01, 0.004), (0.02, 0.001),
(0.03, 0.01), (0.04, 0.005), (0.05, 0.005), (0.06, 0.01), (0.07,
0.006), (0.08, 0.008), (0.09, 0.001), (0.1, 0.009), (0.11, 0.006),
(0.12, 0.001), (0.13, 0.006), (0.14, 0.008), (0.15, 0.005), (0.16,
0.005), (0.17, 0.004), (0.18, 0.003), (0.19, 0.003), (0.2, 0.006),
(0.21, 0.002), (0.22, 0.004), (0.23, 0.001), (0.24, 0.005), (0.25,
0.006), (0.26, 0.009), (0.27, 0.002), (0.28, 0.01), (0.29, 0.006),
(0.3, 0.01), (0.31, 0.007), (0.32, 0.008), (0.33, 0.008), (0.34,
0.003), (0.35, 0.002), (0.36, 0.006), (0.37, 0.007), (0.38, 0.01),
(0.39, 0.007), (0.4, 0.003), (0.41, 0.004), (0.42, 0.001), (0.43,
0.009), (0.44, 0.004), (0.45, 0.008), (0.46, 0.002), (0.46, -0.05),
(0, -0.05), (0, 0))

for i in range(len(xyCoordsInner)-1):
    mySketch.Line(point1=xyCoordsInner[i],
point2=xyCoordsInner[i+1])

myPart = myModel.Part(name='Part A', dimensionality= TWO_D_PLANAR,
type=DEFORMABLE_BODY)
myPart.BaseShell(sketch=mySketch)

myViewport = session.Viewport(name='Viewport for Model-1',
origin=(0, 0), width=150, height=100)

myViewport.setValues(displayedObject=myPart)

myViewport.partDisplay.setValues(renderStyle=SHADED)

```

B-2. Código en MATLAB de las ecuaciones de cilindros presurizados

```

clear all, clc
format long e
disp(' ////////// Programa que permite calcular //////////////////////////////////')
disp(' /// por medio del apriete máximo y el apriete mínimo //////////////////////////////////')
disp(' ///de un ajuste de interferencia de la unión eje - cubo lo siguiente: //////////')

disp('1.-Presión de contacto de un ajuste de interferencia eje-cubo')
disp('2.-Esfuerzos tangenciales de Lamé y Birnie')
disp('3.-Fuerza axial para montaje o desmontaje')
disp('4.-Par de torsión máximo que transmite el ajuste')
disp('5.-Incremento de temperatura en el agujero para realizar el ajuste sin fuerza axial')

%%-----NOMENCLATURA-----%%
% AprMIN          %APRIETE MÍNIMO [mm]
% AprMAX          %APRIETE MÁXIMO [mm]
ES=0.015;         %DESVIACIÓN SUPERIOR DEL AGUJERO [mm]
EI=0.000;         %DESVIACIÓN INFERIOR DEL AGUJERO [mm]
es=0.032;         %DESVIACIÓN SUPERIOR DEL EJE [mm]
ei=0.023;         %DESVIACIÓN INFERIOR DEL EJE [mm]
di=0;             %DIAMETRO INTERIOR DEL ELEMENTO INTERNO(EJE) [mm]
dc=10;           %DIAMETRO DE LA SUPERFICIE DE CONTACTO(DIMENSION BASICA) [mm]
do=19.05;        %DIAMETRO EXTERIOR DEL ELEMENTO EXTERNO(AGUJERO) [mm]
vo=0.29;         %RELACION DE POISSON DEL AGUJERO
vi=0.29;         %RELACION DE POISSON DEL EJE
Eo=205000;       %MODULO DE ELASTICIDAD DEL AGUJERO [N/mm^2]
Ei=205000;       %MODULO DE ELASTICIDAD DEL EJE [N/mm^2]
f=0.12;          %COEFICIENTE DE FRICCION DE LAS SUPERFICIES EN CONTACTO
L=1;             %LONGITUD DEL AJUSTE (mm)
DeltaL=0.0000126;%COEFICIENTE DE INCREMENTO DE TEMPERATURA
%PcMIN= PRESION MINIMA EN LA SUPERFICIE DE CONTACTO [N/mm^2]
%PcMAX= PRESION MAXIMA EN LA SUPERFICIE DE CONTACTO [N/mm^2]
%Sr= ESFUERZO RADIAL DE COMPRESION EN LA SUPERFICIE DE CONTACTO (pcMAX = - Sr, donde pcMAX
se toma positivo)[N/mm^2]
%Sto= ESFUERZO TANGENCIAL EN LA SUPERFICIE EXTERNA DEL ELEMENTO EXTERNO(AGUJERO) [N/mm^2]
%Stco= ESFUERZO TANGENCIAL EN LA SUPERFICIE DE CONTACTO DEL ELEMENTO EXTERNO(AGUJERO)
[N/mm^2]
%Stci= ESFUERZO TANGENCIAL EN LA SUPERFICIE DE CONTACTO DEL ELEMENTO INTERNO(EJE) [N/mm^2]
%Sti= ESFUERZO TANGENCIAL EN LA SUPERFICIE INTERNA DEL ELEMENTO INTERNO(EJE) [N/mm^2]

disp('      %% ----- CÁLCULOS CON EL APRIETE MÍNIMO -----%%')
disp(' ----- APRIETE MÍNIMO [mm] -----')
AprMIN=abs(ES-ei)
disp(' ----- PRESIÓN DE CONTACTO MÍNIMA [N/mm^2 ó MPa] -----')
PcMIN=((AprMIN)/(dc*((dc^2+di^2)/(Ei*(dc^2-di^2)))+((do^2+dc^2)/(Eo*(do^2-dc^2)))-
(vi/Ei)+(vo/Eo)))
disp('----- EFUERZOS TANGENCIALES -----')
disp('-----ESFUERZOS TANGENCIALES DE LAMÉ-----')
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie externa del elemento externo(AGUJERO) [MPa] ')
StoL=((2*PcMIN*dc^2)/(do^2-dc^2))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento externo(AGUJERO) [MPa]')
StcoL=(PcMIN*((do^2+dc^2)/(do^2-dc^2)))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento interno(EJE) [MPa]')
StciL=(-PcMIN*((do^2+di^2)/(do^2-di^2)))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie interna del elemento interno(EJE) [MPa]')
StiL=(-2*PcMIN*dc^2)/(dc^2-di^2))
disp('-----ESFUERZOS TANGENCIALES DE BIRNIE-----')
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie externa del elemento externo(AGUJERO) [MPa] ')
StoB=((2*PcMIN*dc^2)/(do^2-dc^2))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento externo(AGUJERO) [MPa]')
StcoB=(PcMIN*((do^2+dc^2)/(do^2-dc^2))+vo))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento interno(EJE) [MPa]')
StciB=(-PcMIN*((do^2+di^2)/(do^2-di^2))-vi))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie interna del elemento interno(EJE) [MPa]')
StiB=(-2*PcMIN*dc^2)/(dc^2-di^2))
disp('-----FUERZA AXIAL PARA MONTAJE O DESMONTAJE-----')
disp('-----FUERZA AXIAL [N]-----')
FaxialMIN=f*PcMIN*pi*dc*L
disp('----- TORQUE MAXIMO[N.mm]-----')

```



```

TorqueMAX=0.5*f*pi*dc^2*L*PcMIN
disp('-----INCREMENTO MÍNIMO DE LA TEMPERATURA EN EL AGUJERO [°C]-----')
IncrementoTEMP=(AprMIN/(DeltaL*dc))

disp('%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%')
disp('%%%%%%%%-----CÁCULOS CON EL APRIETE MÁXIMO-----%%%%%%%%')
disp('%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%')
disp('-----APRIETE MÁXIMO [mm]-----')
AprMAX=abs(EI-es)
disp('----- PRESIÓN DE CONTACTO [N/mm^2 ó MPa]-----')
PcMAX=((AprMAX)/(dc*((dc^2+di^2)/(Ei*(dc^2-di^2)))+((do^2+dc^2)/(Eo*(do^2-dc^2)))-
(vi/Ei)+(vo/Eo)))
disp('----- ESFUERZOS TANGENCIALES-----')
disp('----- ESFUERZOS TANGENCIALES DE LAMÉ -----')
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie externa del elemento externo(AGUJERO) [MPa] ')
StoLMAX=((2*PcMAX*dc^2)/(do^2-dc^2))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento externo(AGUJERO) [MPa]')
StcoLMAX=(PcMAX*((do^2+dc^2)/(do^2-dc^2)))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento interno(EJE) [MPa]')
StciLMAX=(-PcMAX*((do^2+di^2)/(do^2-di^2)))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie interna del elemento interno(EJE) [MPa]')
StiLMAX=((2*PcMAX*dc^2)/(dc^2-di^2))
disp('-----ESFUERZOS TANGENCIALES DE BIRNIE-----')
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie externa del elemento externo(AGUJERO) [MPa] ')
StoBMAX=((2*PcMAX*dc^2)/(do^2-dc^2))
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento externo(AGUJERO) [MPa]')
StcoBMAX=(PcMAX*((do^2+dc^2)/(do^2-dc^2))+vo)
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie de contacto del elemento interno(EJE) [MPa]')
StciBMAX=(-PcMAX*((do^2+di^2)/(do^2-di^2))-vi)
disp('Esfuerzo tangencial en la superficie interna del elemento interno(EJE) [MPa]')
StiBMAX=((2*PcMAX*dc^2)/(dc^2-di^2))
disp('----- FUERZA AXIAL PARA MONTAJE O DESMONTAJE-----')
disp('----- FUERZA MÁXIMA [N]-----')
FaxialMAX=f*PcMAX*pi*dc*L
disp('----- TORQUE MAXIMO [N.mm]-----')
TorqueMAX=0.5*f*pi*dc^2*L*PcMAX

disp('-----INCREMENTO MÍNIMO DE LA TEMPERATURA EN EL AGUJERO [°C]-----')
IncrementoTEMPPP=(AprMAX/(DeltaL*dc))

```

B-3. Código en G y M para mecanizado de probetas eje en Torno CNC

CÓDIGO O0196 (MAQUINADO)

CÓDIGO O0186 (CAREADO)

```

N10 G54 T0101;
N20 G00 Z0 X22.20;
N30 M03 S400;
N40 F0.25;
N50 G71 U0.1 R1;
N60 G71 P60 Q70;
N70 G01 X19.12;
N80 Z-22;
N90 G00 X100;
N100 Z0;
N110 M30;

```

```

N10 G54 T0101;
N20 G00 Z0 X100;
N30 X18.1 Z0;
N40 M03 S400;
N50 G00 U0 W0;
N60 G72 W0.1 R0.1;
N70 G72 P60 Q70 F0.25;
N80 G01 Z-1;
N90 X-1;
N90 G00 X150;
N100 Z0;
N110 M30;

```

B-4. Modelo eje – cubo paramétrico con rugosidad senoidal

```
% MODELO EJE-CUBO PARAMÉTRICO CON RUGOSIDAD SENOIDAL
% Estudio paramétrico variando la velocidad de avance f = 0.1:0.01:0.5 [mm/rev]
% Salidas: N° de crestas, p_media, A_efectiva,  $\mu_{ef}$ , F_ext
% Tres casos de interferencia: 1) Picos, 2) Eje medio, 3) Valles

clear; clc; close all;

% ----- ENTRADAS MODIFICABLES -----
params.d_shaft_mm = 18.880; % diámetro del eje [mm]
params.d_hub_inner_mm = 18.860; % diámetro interior del cubo [mm]
params.d_hub_outer_mm = 25.05; % diámetro exterior del cubo [mm]
params.Lc_mm = 15; % longitud de contacto [mm]

% Materiales (MPa y adimensional)
params.E_shaft_MPa = 210e3; % módulo de Young del eje [MPa]
params.nu_shaft = 0.30; % Poisson eje [-]
params.E_hub_MPa = 210e3; % módulo de Young del cubo [MPa]
params.nu_hub = 0.30; % Poisson cubo [-]
params.H_MPa = 2000; % dureza (para F_c = p_med/H) [MPa] (~200 HB ≈ 1960 MPa)

% Fricción (seco, apriete medio)
params.mu0 = 0.22; % coeficiente nominal acero-acero

% Geometría de herramienta
params.r_epsilon_mm = 0.40; % radio de punta [mm]

% Barrido de avance y discretización
params.f_mmrev = 0.00:0.05:0.50; % avance [mm/rev]
params.nx = 2000; % puntos para integrar a lo largo de Lc

% ----- CÁLCULO -----
results = eje_cubo_sweep_feed(params);

% ----- GRÁFICAS -----
f = params.f_mmrev(:);
col = {'b','r','g'}; % Picos / Eje medio / Valles
leg = {'Caso 1: Picos','Caso 2: Eje medio','Caso 3: Valles'};

% (aux) Mostrar relación Rz-f
figure; plot(f, results.Rz_um, 'k', 'LineWidth', 1.8);
grid on; xlabel('f [mm/rev]'); ylabel('R_z teórico [\mu m]');
title('R_z vs velocidad de avance');

% 1) Número de crestas vs f
figure; plot(f, results.N_crestas, 'k', 'LineWidth', 1.8);
grid on; xlabel('f [mm/rev]'); ylabel('N^\circ de crestas en L_c');
title('Número de crestas vs avance');

% 2) Variación de presión media vs f
figure; hold on;
for c = 1:3, plot(f, results.p_mean(:,c), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{c}); end
grid on; xlabel('f [mm/rev]'); ylabel('Presión media [MPa]');
title('Variación de presión media vs avance');
legend(leg, 'Location', 'best');

% 3) Área efectiva de contacto vs f
figure; hold on;
for c = 1:3, plot(f, results.A_eff_mm2(:,c), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{c}); end
```

```

grid on; xlabel('f [mm/rev]'); ylabel('A_{efectiva} [mm^2]');
title('Área efectiva de contacto vs avance');
legend(leg, 'Location', 'best');

% 4) Coeficiente de fricción efectivo vs f
figure; hold on;
for c = 1:3, plot(f, results.mu_eff(:,c), 'LineWidth',1.8, 'Color',col{c}); end
grid on; xlabel('f [mm/rev]'); ylabel('\mu_{ef} [-]');
title('Coeficiente de fricción efectivo vs avance');
legend(leg, 'Location', 'best');

% 5) Fuerza de extracción vs f
figure; hold on;
for c = 1:3, plot(f, results.F_ext_N(:,c), 'LineWidth',1.8, 'Color',col{c}); end
grid on; xlabel('f [mm/rev]'); ylabel('F_{ext} [N]');
title('Fuerza de extracción vs avance');
legend(leg, 'Location', 'best');

% ----- (Opcional) Mostrar primeras filas en consola -----
head = min(50, numel(f));
T = table(f(1:head), results.Rz_um(1:head), ...
          results.p_mean(1:head,1), results.p_mean(1:head,2), results.p_mean(1:head,3),
          ...
          results.A_eff_mm2(1:head,1), results.A_eff_mm2(1:head,2),
          results.A_eff_mm2(1:head,3), ...
          results.F_ext_N(1:head,1), results.F_ext_N(1:head,2),
          results.F_ext_N(1:head,3), ...
          'VariableNames', {'f_mmrev', 'Rz_um', 'pmed_Picos', 'pmed_EjeMedio', 'pmed_Valles',
          ...
          'Aef_Picos', 'Aef_EjeMedio', 'Aef_Valles', ...
          'Fext_Picos', 'Fext_EjeMedio', 'Fext_Valles'});

disp(T);

% ===== FUNCIONES AUXILIARES =====
function results = eje_cubo_sweep_feed(params)
    % Desempaquetar
    d = params.d_shaft_mm;
    do = params.d_hub_outer_mm;
    Lc = params.Lc_mm;
    Eo = params.E_hub_MPa; vo = params.nu_hub;
    Ei = params.E_shaft_MPa; vi = params.nu_shaft;
    H = params.H_MPa;
    mu0 = params.mu0;
    rE = params.r_epsilon_mm;
    fV = params.f_mmrev(:);
    nx = params.nx;

    % Interferencia nominal (diametral)
    delta0 = d - params.d_hub_inner_mm; % [mm]

    % Rigidez efectiva (Lamé) tal que p = K * delta_total (MPa/mm)
    K = 1 / ( (d/Eo)*((do^2 + d^2)/(do^2 - d^2) + vo) + (d/Ei)*(1 - vi) );

    nF = numel(fV);
    p_mean = zeros(nF,3);
    p_min = zeros(nF,3);
    p_max = zeros(nF,3);
    dp = zeros(nF,3);
    Aeff = zeros(nF,3);
    Fext = zeros(nF,3);
    mu_eff = zeros(nF,3);
    Ncrest = zeros(nF,1);

```

```

Rz_um = zeros(nF,1);

% Mallado en x a lo largo de Lc
x = linspace(0, Lc, nx).';

for k = 1:nF
    f = fV(k); % [mm/rev]
    lambda = f; % longitud de onda ≈ avance
    Rz_mm = (f^2)/(8*rE); % Rz teórico [mm]
    Rz_um(k) = 1000*Rz_mm;

    if lambda > 0
        Ncrest(k) = Lc / lambda;
        % k_r a partir de Ra ~ Rz/4
        Ra_um = (Rz_mm*1000)/4;
        kr = kr_from_Ra_steel_steel(Ra_um);
        mu_x = mu0 + kr * sin(2*pi*x/lambda);
    else
        % f = 0 ⇒ senoide degenera; sin contacto ondulante
        Ncrest(k) = 0;
        mu_x = mu0*ones(nx,1);
    end

    % Tres casos de interferencia (picos / eje medio / valles)
    delta_cases = [delta0 - 0.5*Rz_mm, delta0, delta0 + 0.5*Rz_mm]; % [mm]

    for c = 1:3
        delta_c = delta_cases(c);
        if lambda > 0
            delta_total = delta_c + (Rz_mm/2)*sin(2*pi*x/lambda);
        else
            delta_total = delta_c*ones(nx,1);
        end

        % Presión local (MPa), anulando tracción (sin contacto)
        p_x = K * delta_total;
        p_x(p_x < 0) = 0;

        % Estadísticos básicos (se mantienen aunque no los exportemos)
        p_mean(k,c) = mean(p_x);
        p_min(k,c) = min(p_x);
        p_max(k,c) = max(p_x);
        dp(k,c) = p_max(k,c) - p_min(k,c);

        % Área efectiva (fracción ≈ p_media/H, acotada a [0,1])
        Fc = max(0, min(1, p_mean(k,c)/H));
        Aeff(k,c) = pi * d * Lc * Fc; % [mm^2]

        % Fuerza de extracción: F_ext = π d ∫ p(x) μ(x) dx [N]
        Fext(k,c) = pi * d * trapz(x, p_x .* mu_x);

        % μ efectivo ponderado por presión
        denom = trapz(x, p_x);
        if denom > 0
            mu_eff(k,c) = trapz(x, p_x .* mu_x) / denom;
        else
            mu_eff(k,c) = 0;
        end
    end
end

% Empaquetar resultados

```

```

    results.f_mmrev    = fV;
    results.Rz_um      = Rz_um;
    results.N_crestas  = Ncrest;
    results.p_mean     = p_mean;
    results.p_min      = p_min;
    results.p_max      = p_max;
    results.dp         = dp;
    results.A_eff_mm2   = Aeff;
    results.F_ext_N     = Fext;
    results.mu_eff      = mu_eff;
end

function kr = kr_from_Ra_steel_steel(Ra_um)
    % Tabla típica de incremento armónico de fricción (acero-acero, seco)
    % 0.2-0.4 → 0.0075 | 0.5-0.8 → 0.015 | 0.9-1.5 → 0.0275
    % 1.6-3.2 → 0.0425 | 3.3-6.3 → 0.060 | >6.3 → 0.060 (tope)
    if Ra_um <= 0.4
        kr = 0.0075;
    elseif Ra_um <= 0.8
        kr = 0.015;
    elseif Ra_um <= 1.5
        kr = 0.0275;
    elseif Ra_um <= 3.2
        kr = 0.0425;
    else
        kr = 0.060;
    end
end

%% ----- TABLA RESUMEN (formato ANCHO) -----
f      = results.f_mmrev(:);
Rz_um  = results.Rz_um(:);
Ncrests = results.N_crestas(:);

T = table( ...
    f, Rz_um, Ncrests, ...
    results.p_mean(:,1), results.A_eff_mm2(:,1), results.mu_eff(:,1),
    results.F_ext_N(:,1), ...
    results.p_mean(:,2), results.A_eff_mm2(:,2), results.mu_eff(:,2),
    results.F_ext_N(:,2), ...
    results.p_mean(:,3), results.A_eff_mm2(:,3), results.mu_eff(:,3),
    results.F_ext_N(:,3), ...
    'VariableNames', { ...
        'f_mmrev', 'Rz_um', 'N_crestas', ...
        'p_media_C1', 'A_efectiva_mm2_C1', 'mu_ef_C1', 'F_ext_N_C1', ...
        'p_media_C2', 'A_efectiva_mm2_C2', 'mu_ef_C2', 'F_ext_N_C2', ...
        'p_media_C3', 'A_efectiva_mm2_C3', 'mu_ef_C3', 'F_ext_N_C3' ...
    });

writetable(T, 'resultados_eje_cubo_feed_resumen.csv');
writetable(T, 'resultados_eje_cubo_feed_resumen.xlsx');

disp('OK: se generaron "resultados_eje_cubo_feed_resumen.[csv|xlsx]" con las columnas
solicitadas.');
```

%% ----- Perfiles de rugosidad separados (una sola figura con subgráficas) -----

```

f_sel = [0.10 0.20 0.30 0.40 0.50]; % [mm/rev]

x = linspace(0, params.Lc_mm, params.nx).';
n = numel(f_sel);

figure('Name','Perfiles de rugosidad (separados)','Color','w');
t = tiledlayout(n,1,'TileSpacing','compact','Padding','compact');
```

```

ax = gobjects(n,1);

for i = 1:n
    nexttile;
    fi = f_sel(i);

    if fi > 0
        lambda = fi; %  $\lambda \approx f$ 
        Rz_mm = (fi^2)/(8*params.r_epsilon_mm); % Rz teórico [mm]
        y_um = 1000*(Rz_mm/2)*sin(2*pi*x/lambda); % perfil en [μm]
        plot(x, y_um, 'LineWidth', 1.6);
        title(sprintf('f = %.2f mm/rev   R_z = %.2f \μm   \lambda = %.2f mm', ...
            fi, 1000*Rz_mm, lambda));
    else
        % Caso fi = 0 (perfil plano)
        y_um = zeros(size(x));
        plot(x, y_um, 'LineWidth', 1.6);
        title('f = 0 (perfil plano)');
    end

    grid on;
    ylabel('y(x) [\μm]');
    if i < n
        set(gca, 'XTickLabel', []); % oculta etiquetas X excepto en la última
    end
    ax(i) = gca;
end

linkaxes(ax, 'x'); % sincroniza zoom/ desplazamiento en X
xlim([0, params.Lc_mm]);
xlabel(t, 'x a lo largo de L_c [mm]');
%% ----- Perfiles de presión p(x) separados por avance (subgráficas) -----
f_sel = [0.10 0.20 0.30 0.40 0.50]; % [mm/rev]
% f_sel = 0:0.05:0.50; % (opción con más subgráficas)

% Constantes del modelo (ya definidas en params):
d = params.d_shaft_mm;
do = params.d_hub_outer_mm;
Eo = params.E_hub_MPa; vo = params.nu_hub;
Ei = params.E_shaft_MPa; vi = params.nu_shaft;
K = 1 / ( (d/Eo)*((do^2 + d^2)/(do^2 - d^2) + vo) + (d/Ei)*(1 - vi) ); % MPa/mm

delta0 = params.d_shaft_mm - params.d_hub_inner_mm; % interferencia nominal [mm]
x = linspace(0, params.Lc_mm, params.nx).';

col = {'b','r','g'};
leg = {'Caso 1: Picos', 'Caso 2: Eje medio', 'Caso 3: Valles'};

figure('Name', 'Perfiles de presión p(x) por avance', 'Color', 'w');
t = tiledlayout(numel(f_sel), 1, 'TileSpacing', 'compact', 'Padding', 'compact');

for i = 1:numel(f_sel)
    fi = f_sel(i);
    lambda = fi; %  $\lambda \approx f$ 
    if fi > 0
        Rz_mm = (fi^2)/(8*params.r_epsilon_mm); % Rz teórico [mm]
        A = Rz_mm/2;
        delta_cases = [delta0 - A, delta0, delta0 + A];
        pxs = zeros(numel(x), 3);
        for c = 1:3
            delta_total = delta_cases(c) + A*sin(2*pi*x/lambda);
            p_x = K * delta_total;
        end
    end
end

```

```

        p_x(p_x < 0) = 0; % sin contacto ⇒ p = 0
        pxs(:,c) = p_x;
    end
else
    % fi = 0 ⇒ perfil plano (sin ondulación)
    Rz_mm = 0; A = 0; lambda = 0;
    delta_cases = [delta0, delta0, delta0];
    pxs = zeros(numel(x),3);
    for c = 1:3
        p_x = K * delta_cases(c);
        p_x(p_x < 0) = 0;
        pxs(:,c) = p_x * ones(size(x));
    end
end

nexttile; hold on;
plot(x, pxs(:,1), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{1});
plot(x, pxs(:,2), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{2});
plot(x, pxs(:,3), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{3});
grid on;
ylabel('p(x) [MPa]');
title(sprintf('f = %.2f mm/rev   R_z = %.2f \mu m   \lambda = %.2f mm', ...
              fi, 1000*Rz_mm, lambda));
if i < numel(f_sel)
    set(gca, 'XTickLabel', []); % oculta X excepto en la última
end
end

%% ----- Coeficiente de fricción μ(x) por avance (subgráficas, solo en contacto) -----
f_sel = 0.10:0.10:0.50; % [mm/rev]

% Constantes del modelo (desde params)
d = params.d_shaft_mm;
do = params.d_hub_outer_mm;
Eo = params.E_hub_MPa; vo = params.nu_hub;
Ei = params.E_shaft_MPa; vi = params.nu_shaft;
mu0 = params.mu0;
rE = params.r_epsilon_mm;

% Rigidez efectiva (Lamé): p = K * δ_total (MPa/mm)
K = 1 / ( (d/Eo)*((do^2 + d^2)/(do^2 - d^2) + vo) + (d/Ei)*(1 - vi) );

delta0 = params.d_shaft_mm - params.d_hub_inner_mm; % interferencia nominal [mm]
x = linspace(0, params.Lc_mm, params.nx).';

col = {'b','r','g'};
leg = {'Caso 1: Picos', 'Caso 2: Eje medio', 'Caso 3: Valles'};

figure('Name', 'Coeficiente de fricción μ(x) por avance', 'Color', 'w');
t = tiledlayout(numel(f_sel), 1, 'TileSpacing', 'compact', 'Padding', 'compact');

for i = 1:numel(f_sel)
    fi = f_sel(i);

    if fi > 0
        lambda = fi; % λ ≈ f
        Rz_mm = (fi^2)/(8*rE); % Rz teórico [mm]
        A = Rz_mm/2;
        % Fricción base en función de rugosidad (Ra ≈ Rz/4)
        Ra_um = (Rz_mm*1000)/4;
        kr = kr_from_Ra_steel_steel(Ra_um);
        mu_x = mu0 + kr * sin(2*pi*x/lambda);
    end
end

```

```

% Tres casos de interferencia
delta_cases = [delta0 - A, delta0, delta0 + A];

% Enmascarar  $\mu(x)$  donde no hay contacto ( $p(x) \leq 0$ )
mu_plot = nan(numel(x),3);
for c = 1:3
    delta_total = delta_cases(c) + A*sin(2*pi*x/lambda);
    p_x = K * delta_total;
    mask = p_x > 0;
    tmp = mu_x;
    tmp(~mask) = NaN;      % fuera de contacto no se grafica
    mu_plot(:,c) = tmp;
end
else
    % fi = 0  $\Rightarrow \lambda=0$ ,  $R_z=0$ ;  $\mu(x)=\mu_0$  constante; mismo contacto en los 3 casos
    lambda = 0; Rz_mm = 0; A = 0;
    mu_x = mu0*ones(size(x));
    delta_cases = [delta0, delta0, delta0];
    mu_plot = nan(numel(x),3);
    for c = 1:3
        p_x = K * delta_cases(c);
        mask = p_x > 0;
        tmp = mu_x;
        tmp(~mask) = NaN;
        mu_plot(:,c) = tmp;
    end
end
end

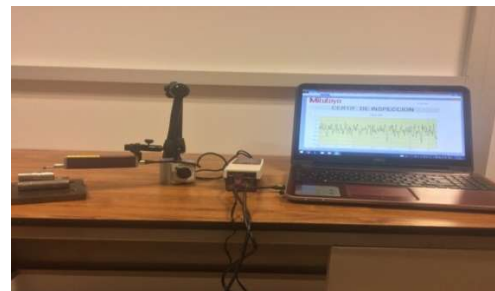
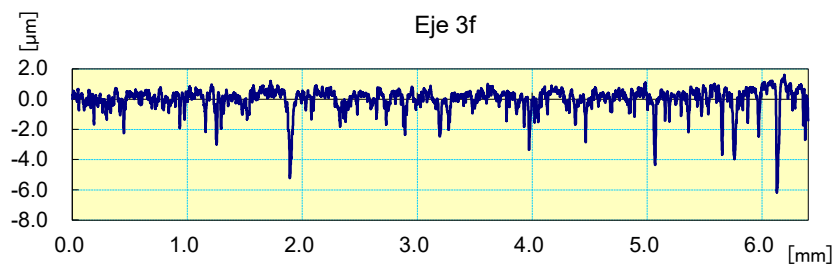
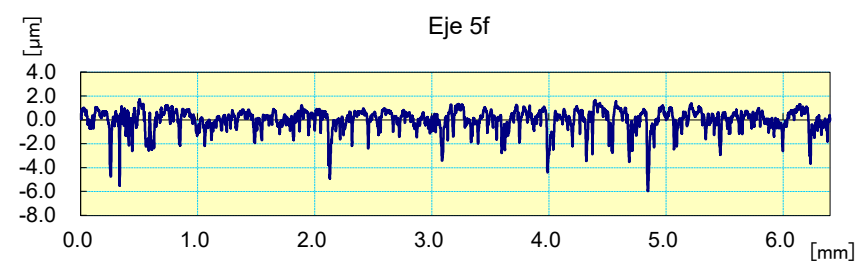
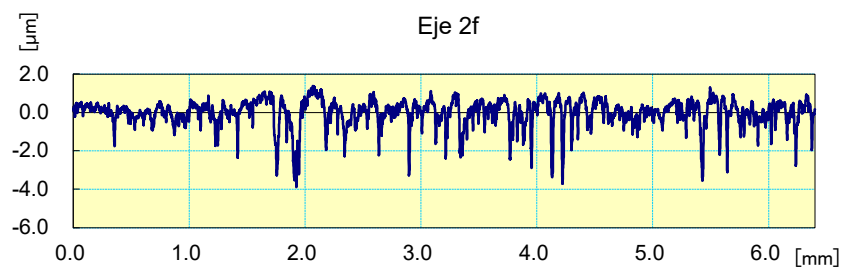
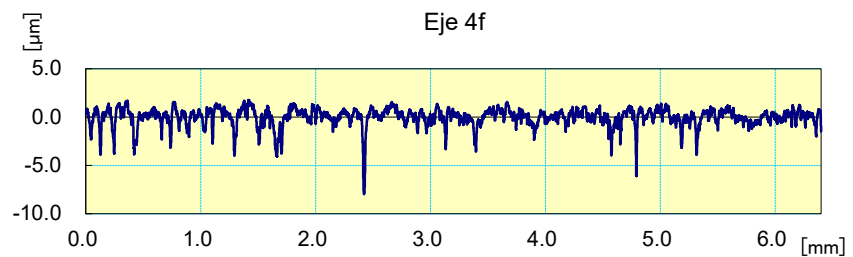
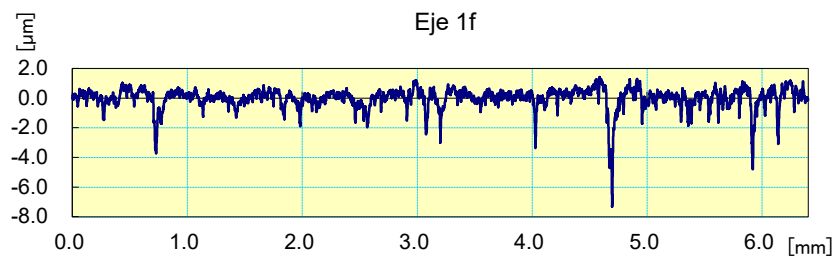
nexttile; hold on;
plot(x, mu_plot(:,1), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{1});
plot(x, mu_plot(:,2), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{2});
plot(x, mu_plot(:,3), 'LineWidth', 1.8, 'Color', col{3});
grid on;
ylabel('\mu(x) [-]');
title(sprintf('f = %.2f mm/rev   R_z = %.2f \\\mu   \\\lambda = %.2f mm', ...
    fi, 1000*Rz_mm, lambda));
if i < numel(f_sel)
    set(gca, 'XTickLabel', []); % oculta X excepto en la última
end
end
end

```

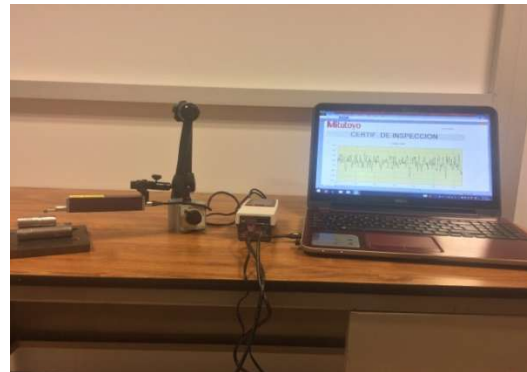
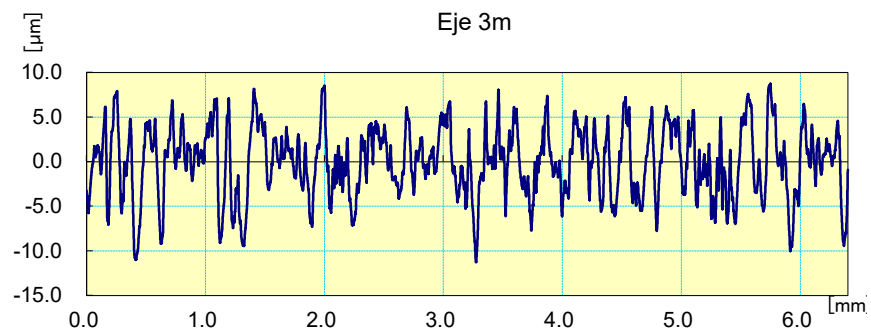
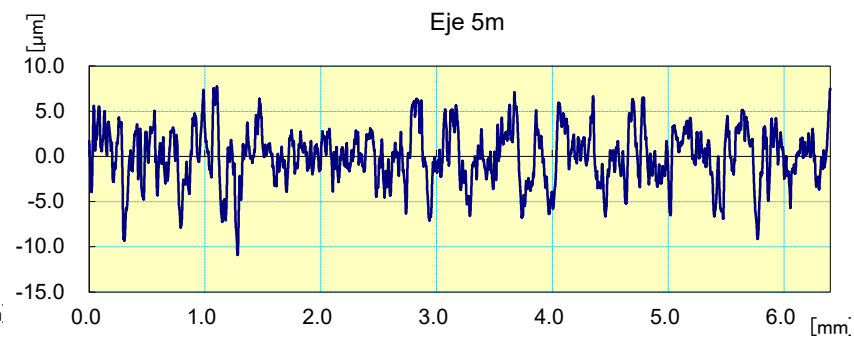
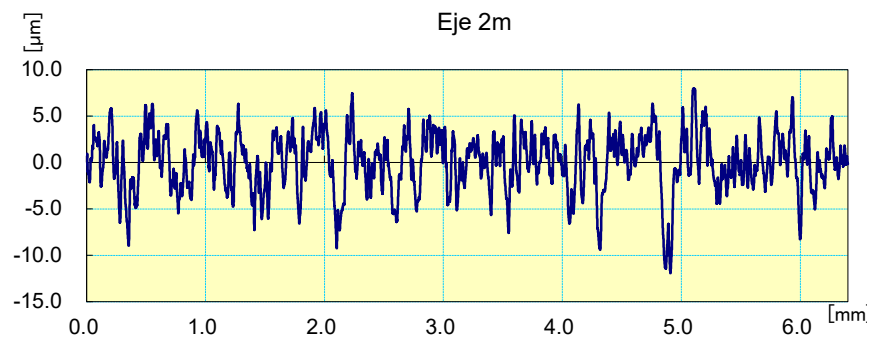
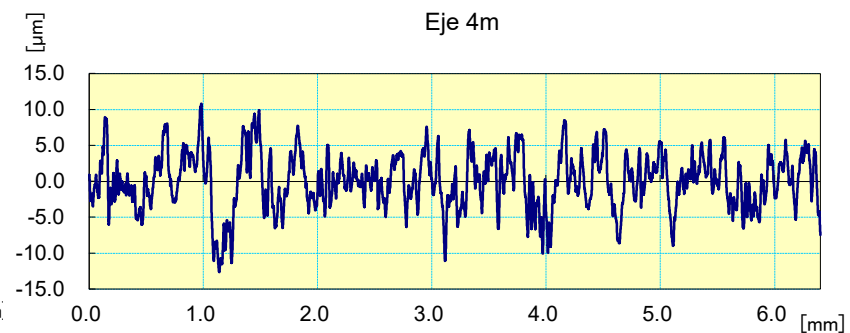
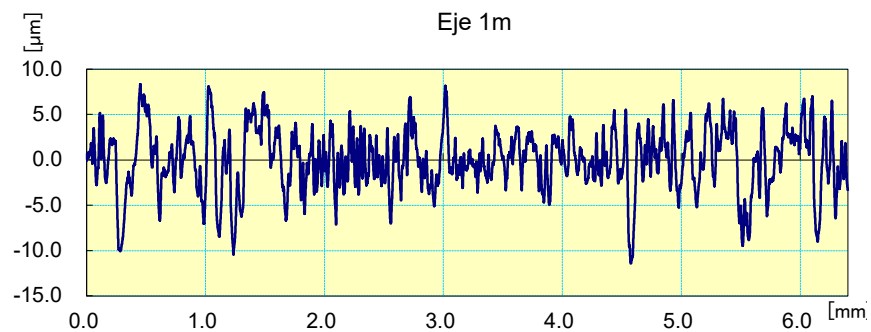

Anexo C. Perfiles de rugosidad

C-1. Acabado fino, medio y rugoso en torno convencional

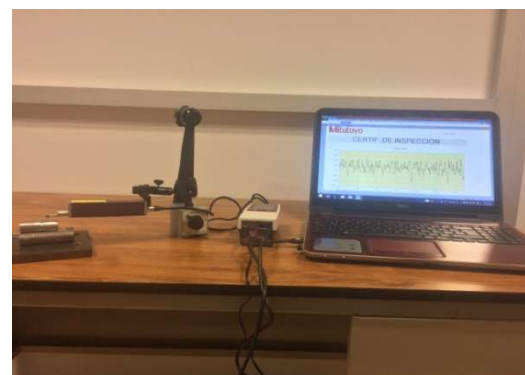
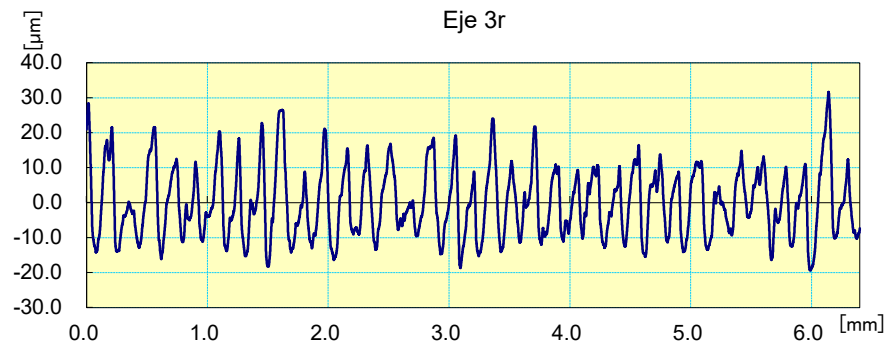
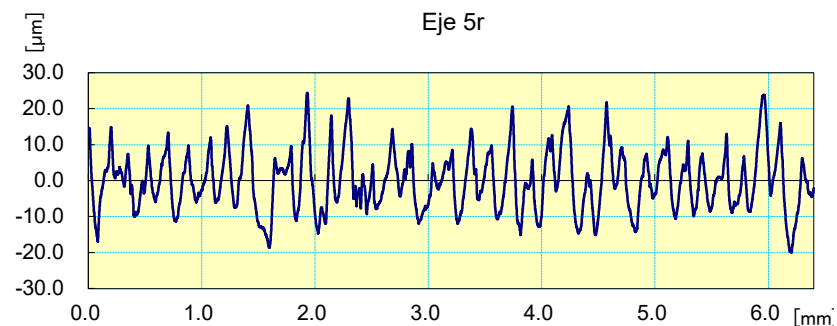
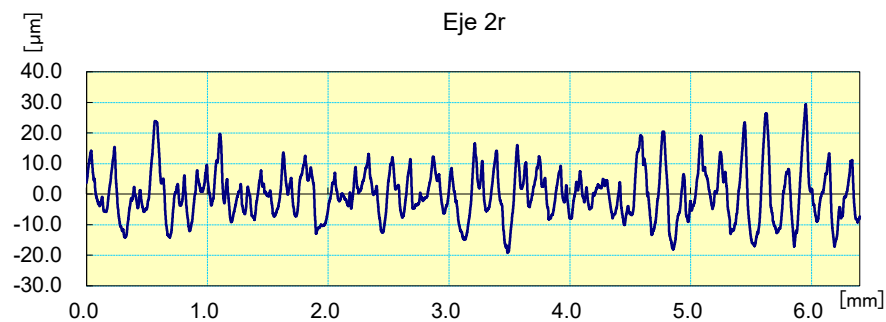
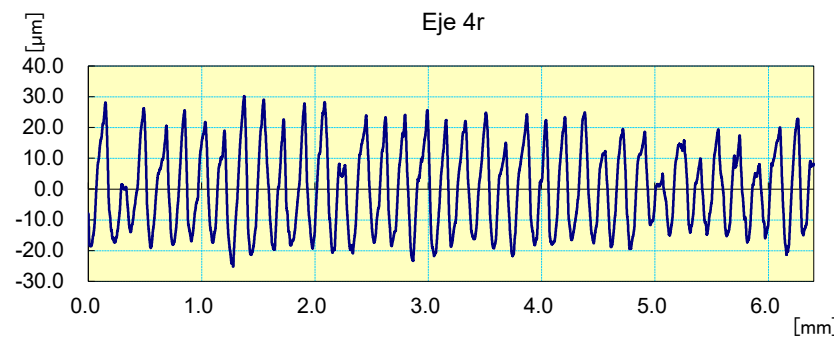
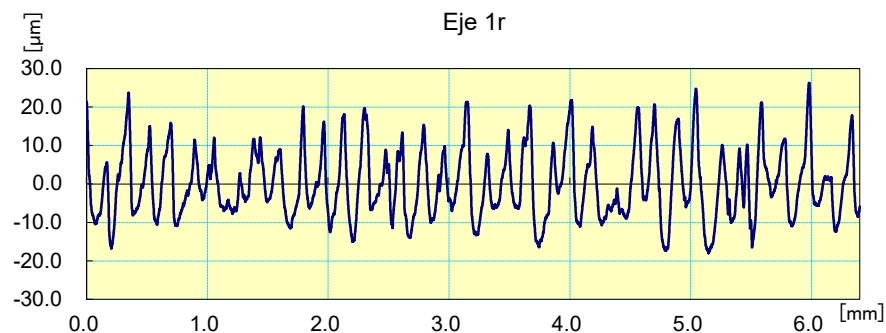
Acabado fino



Acabado medio



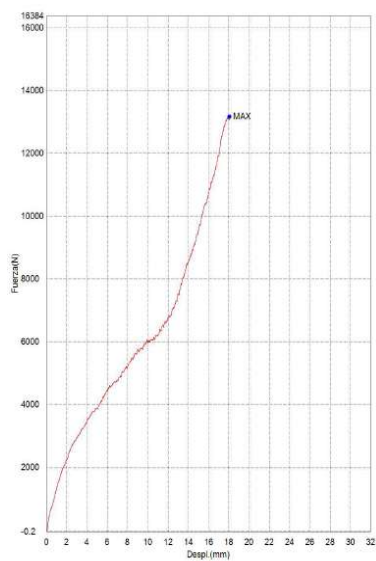
Acabado rugoso



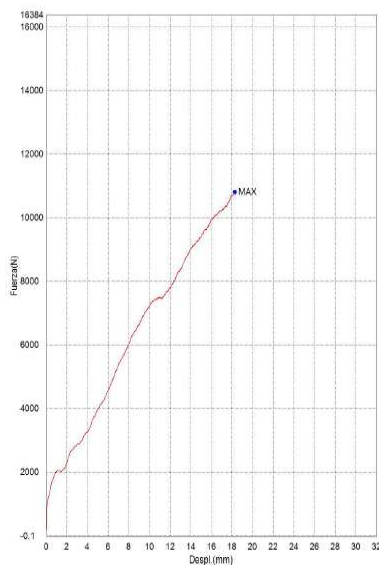
Anexo D. Gráficas de fuerza en Máquina Universal

D-1. Fuerza de ensamble por prensa de las uniones eje-cubo

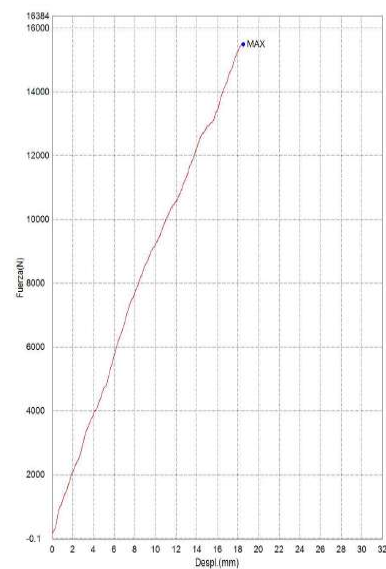
Uniones de acero



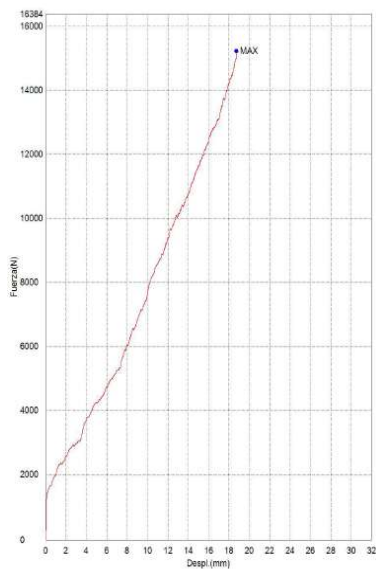
a) Unión 2p



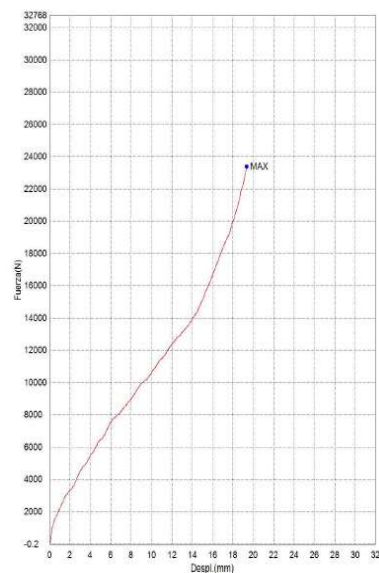
b) Unión 4p



c) Unión 7p



d) Unión 9p

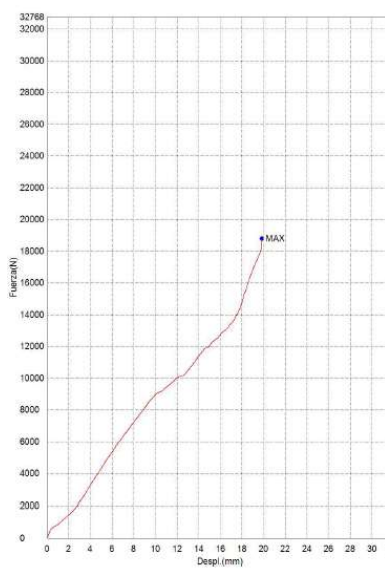


e) Unión 10p

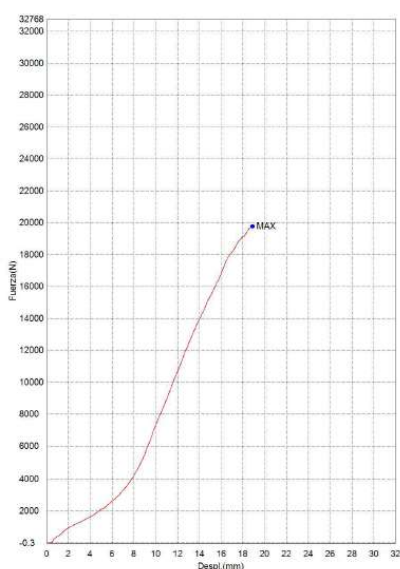


f) Ensamble con platos de compresión

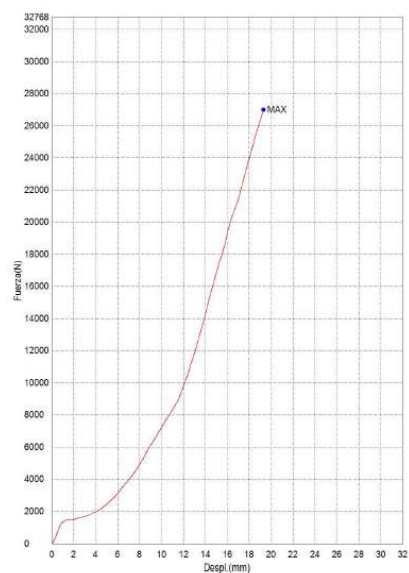
Uniones de aluminio



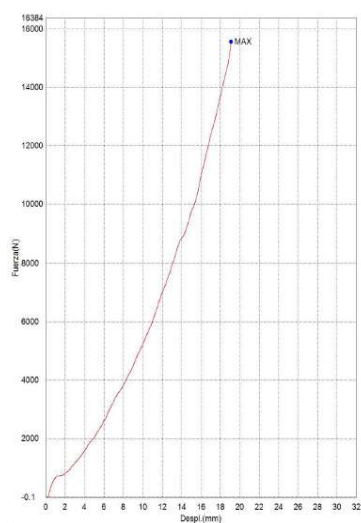
a) Unión 2p



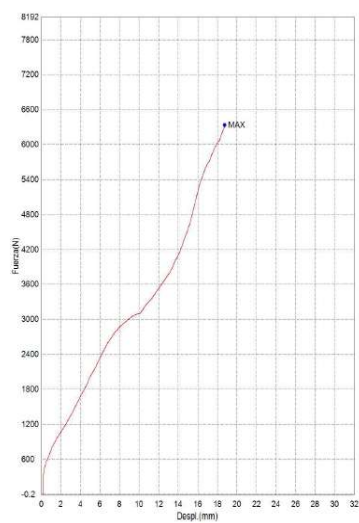
b) Unión 4p



c) Unión 6p



d) Unión 8p



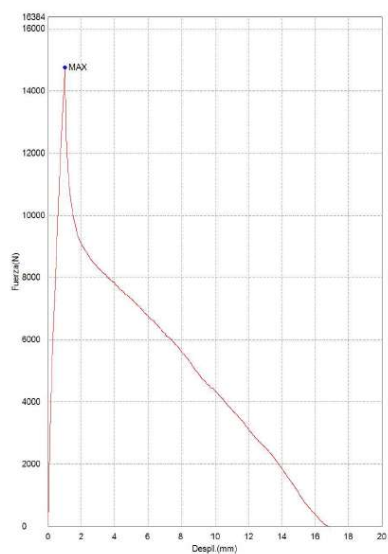
e) Unión 10p



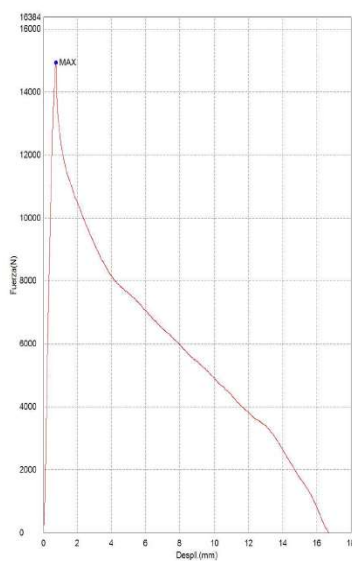
f) Ensamble con platos de compresión

D-2. Fuerza de extracción de las uniones eje-cubo ensambladas por temperatura

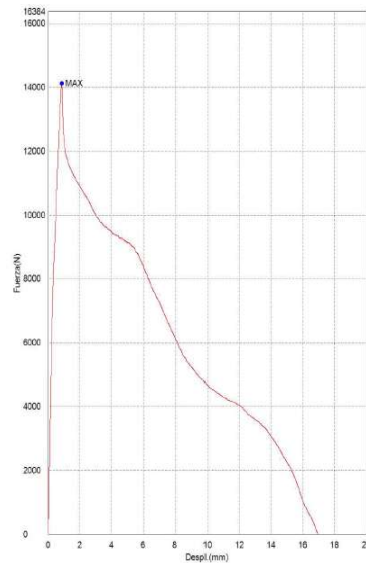
Uniones de acero



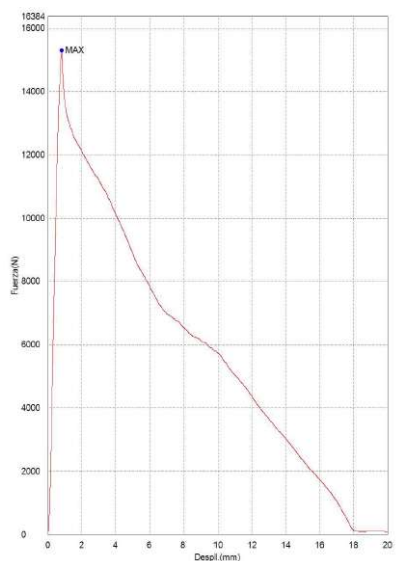
a) Unión 1-t



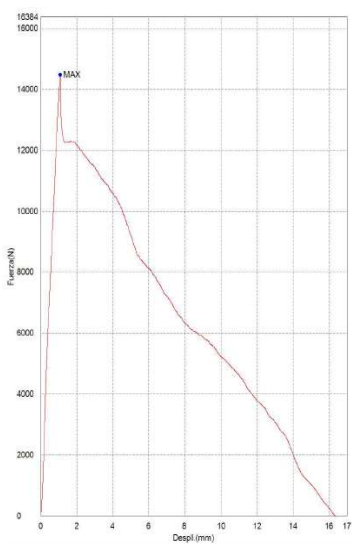
b) Unión 3-t



c) Unión 5-t



d) Unión 6-t

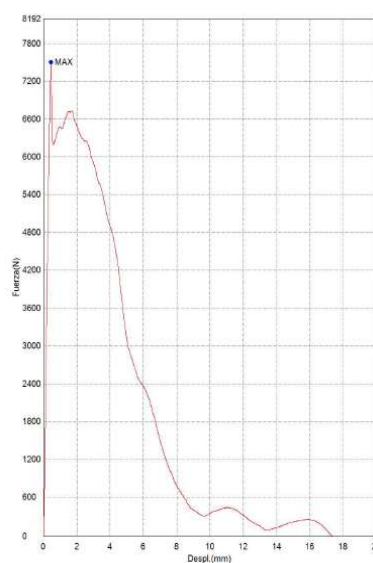


e) Unión 8-t

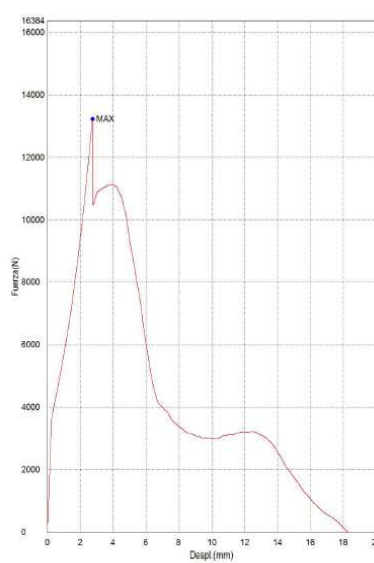


f) Desensamble a tensión con mordazas

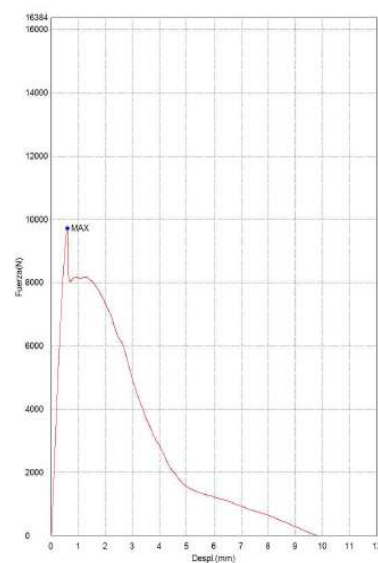
Uniones de aluminio



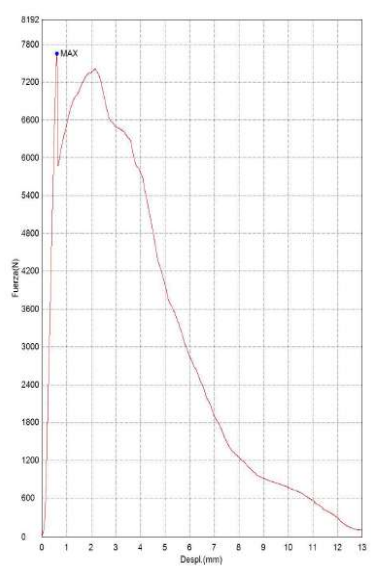
a) Unión 1-t



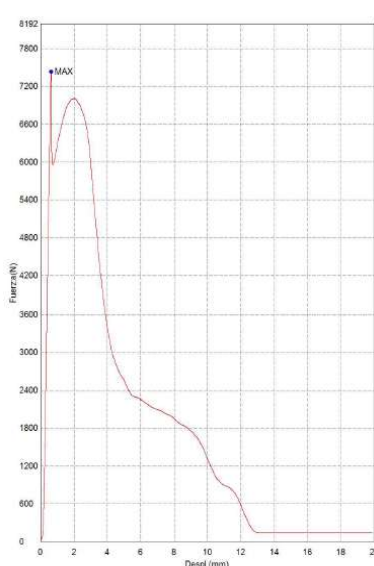
b) Unión 3-t



c) Unión 5-t



d) Unión 7-t



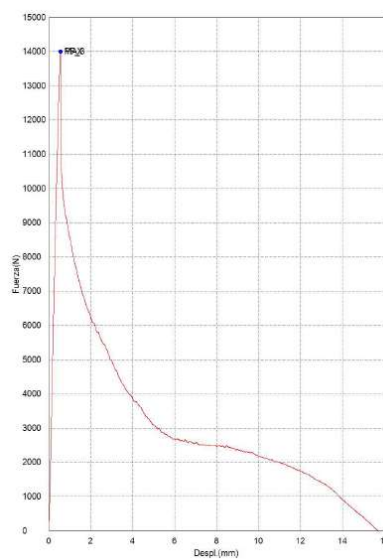
e) Unión 9-t



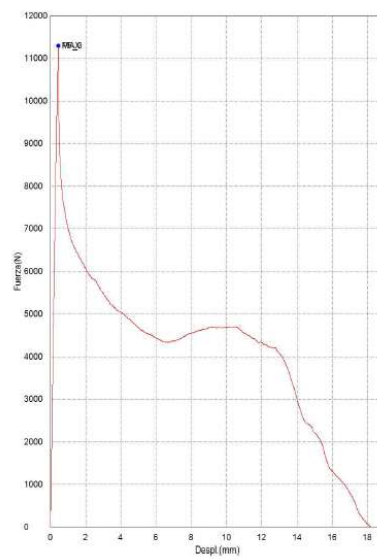
f) Desensamblado a tensión con mordazas

D-3. Fuerza de extracción de las uniones eje-cubo ensambladas por prensa

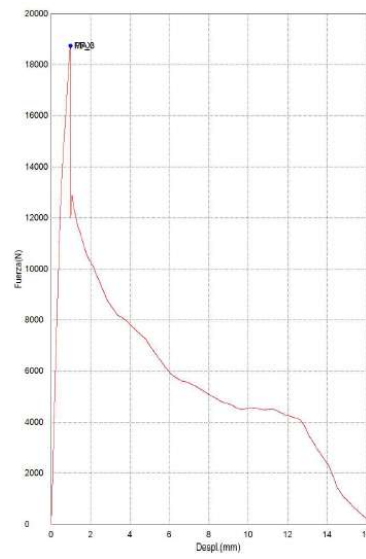
Uniones de acero



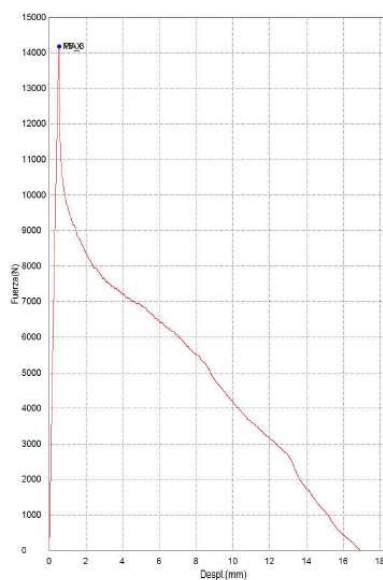
a) Unión 2-p



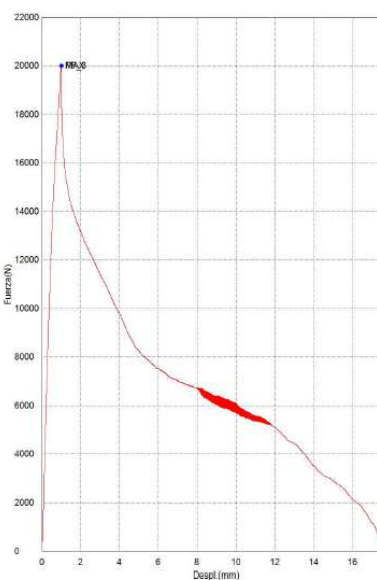
b) Unión 4-p



c) Unión 7-p



d) Unión 9-p

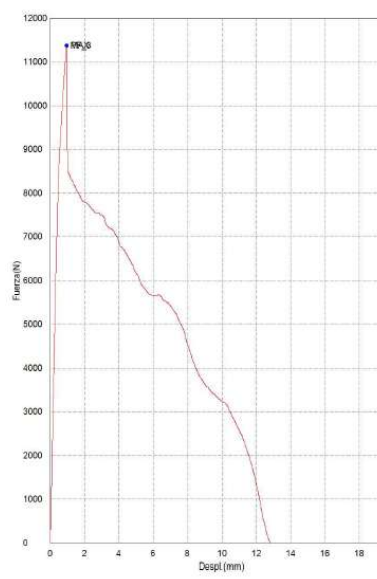


e) Unión 10-p

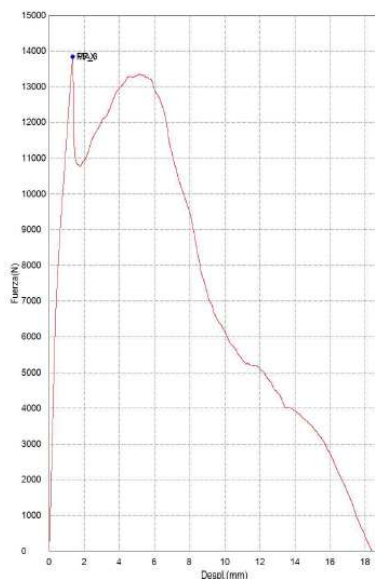


f) Desensamble a tensión con mordazas

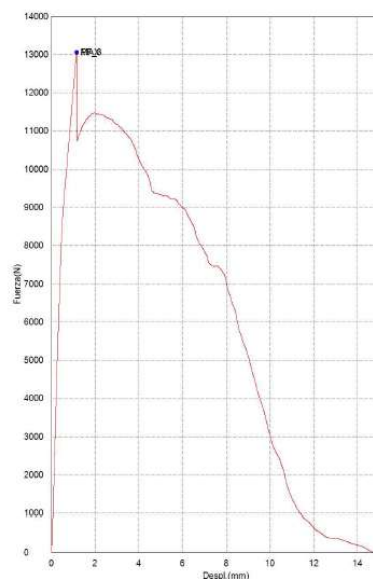
Uniones de aluminio



a) Unión 2-p



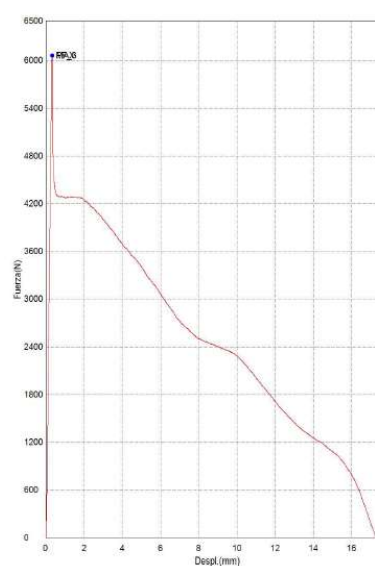
b) Unión 4-p



c) Unión 6-p



d) Unión 8-p



e) Unión 10-p



f) Desensamble a tensión con mordazas

D-4. Gráficas de tensión, compresión y tensión

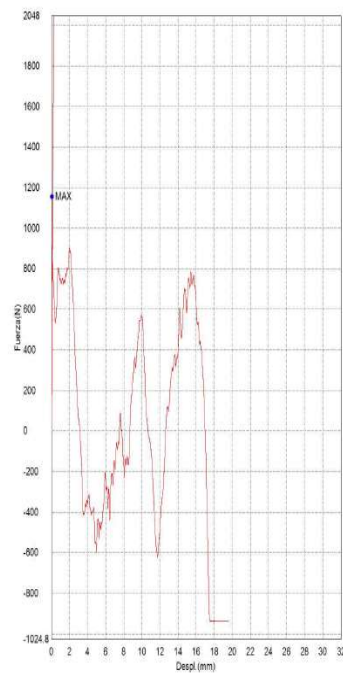
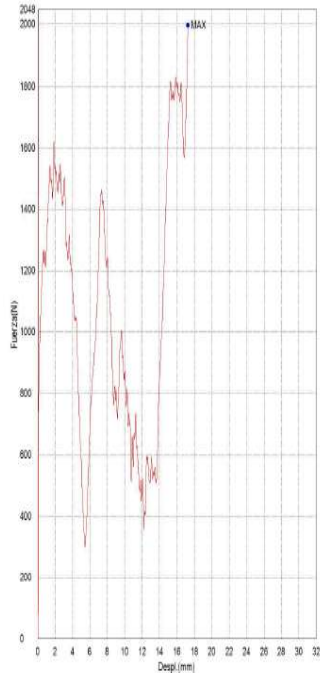
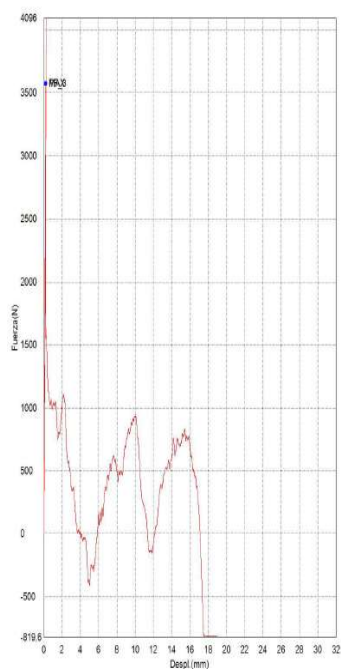
Unión

Tensión 1

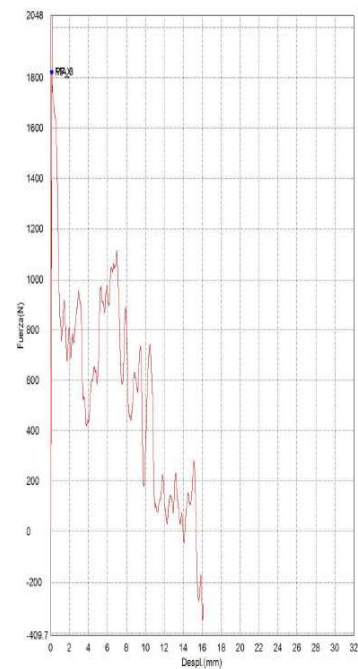
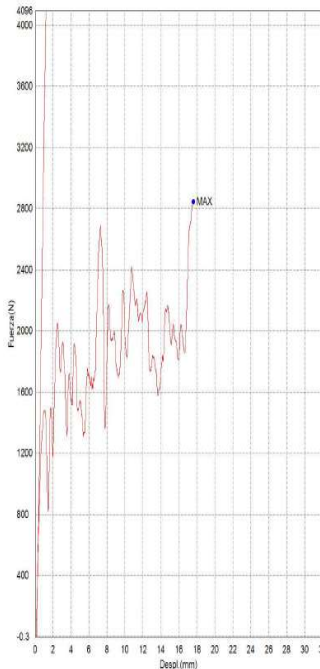
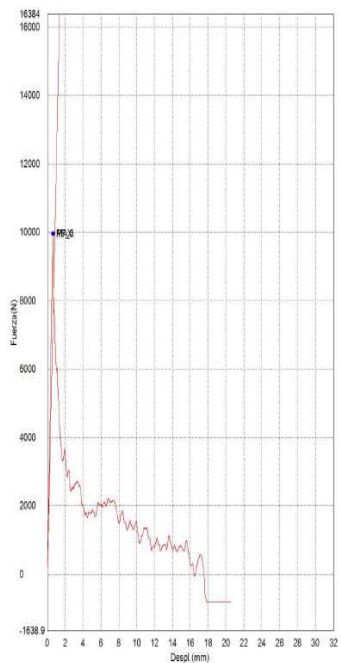
Compresión

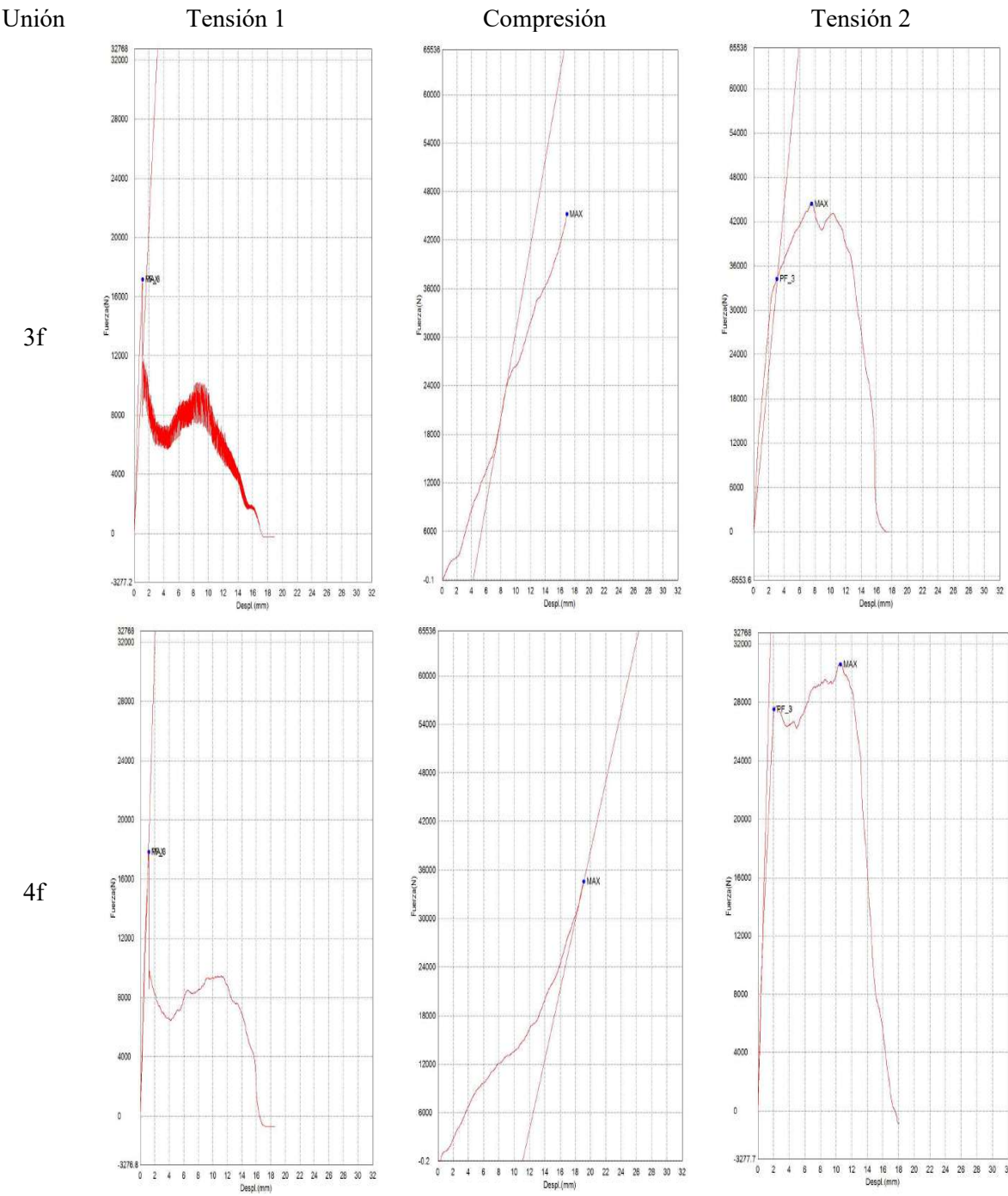
Tensión 2

1f



1m





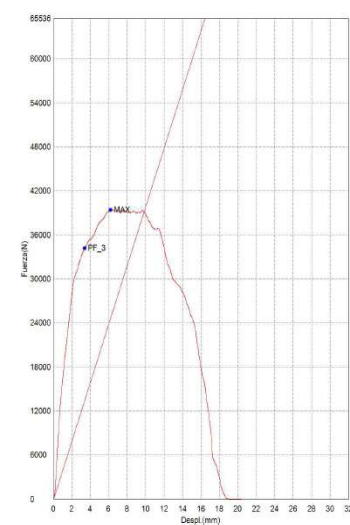
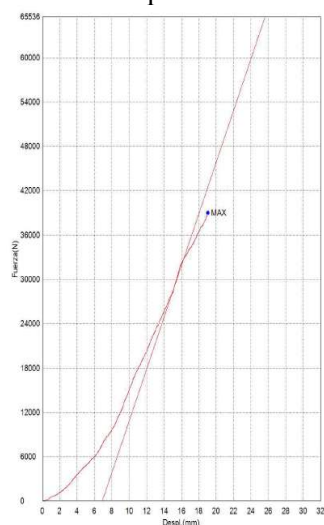
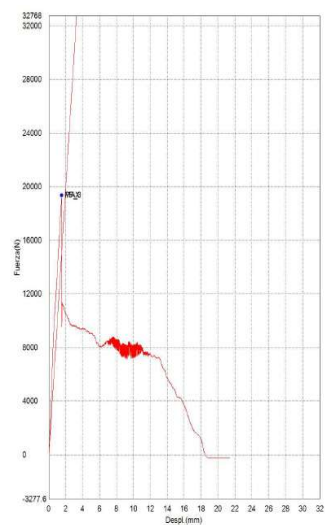
Unión

Tensión 1

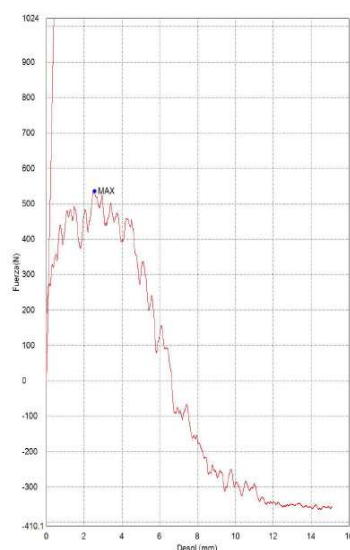
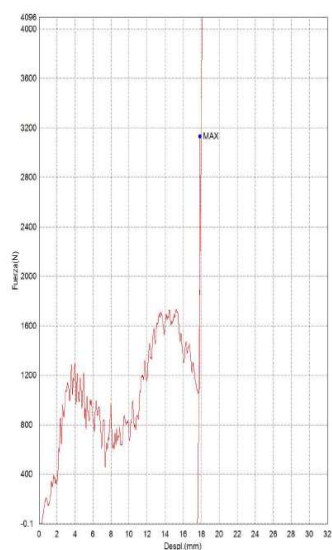
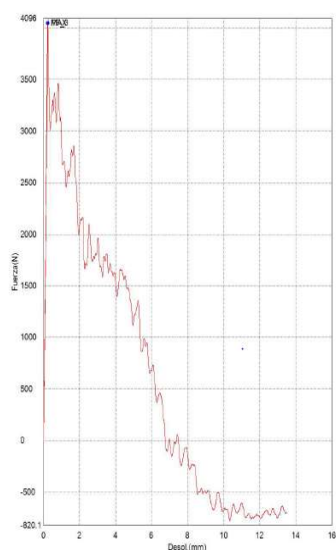
Compresión

Tensión 2

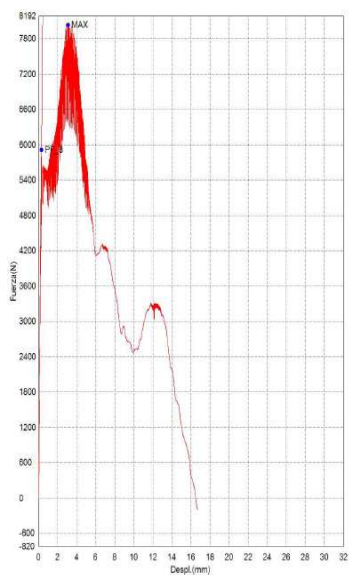
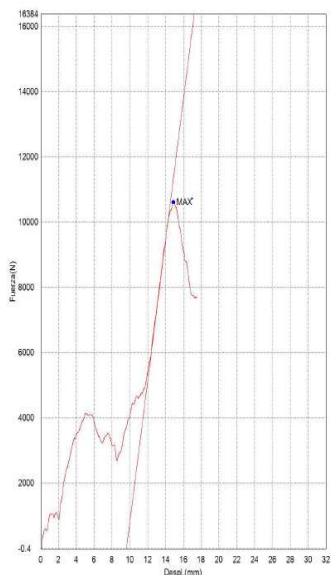
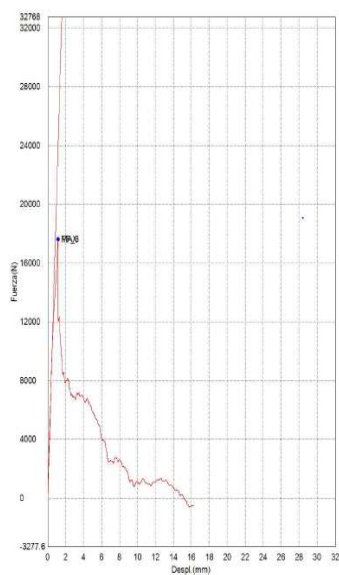
5f



5r



6m



Anexo E. Productos obtenidos

E-1. Artículo en congreso “3^{ra} Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada”

Resistencia de la unión eje/cubo mediante un modelo por elementos finitos

Salgado C. Manuel*, Cortés G. Claudia*, Szwedowicz W. Dariusz*, Martínez R. Eladio*
Estrada Quirino**, Bedolla H. Jorge***

* *Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Cuernavaca, Morelos*
e-mail: manuelsc@cenidet.edu.mx.

***Instituto de Ingeniería y Tecnología, Universidad Autónoma, Ciudad Juárez, Chihuahua.*

****Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Apizaco, Apizaco, Tlaxcala.*

Abstract: The present work describes a finite element model of a shaft/hub joint with an interference fit of Ø20H7/s6; which aims to evaluate and analyze the axial strength of the joint according to the surface roughness of the parts in contact. This surface roughness is a function of the normal contact stiffness. First the model was validated with the thick-walled cylinder equations. Then it was evaluated and analyzed with the normal contact stiffness. The model was made with a software of finite element. The results obtained show that the surface roughness contributes to the reduction of the load capacity of this type of joints.

Keywords: Normal contact stiffness, surface roughness, extraction force.

1. INTRODUCCIÓN

Las uniones eje/cubo se basan en el principio de los ajustes de interferencia. Dependen de la diferencia de diámetros para poder realizarse la unión. El ensamble se realiza por prensa o temperatura. La ausencia de sujeción convencional como el uso de llaves, rosca o cuñas, los hace compactos y estéticos en apariencia (Ramachandran and Radhakrishnan, 1974). Debido al bajo costo de fabricación, el fácil montaje y la integridad compacta, los ajustes de interferencia proporcionan momentos de torsión y fuerzas axiales elevadas (Buczkowski and Kleiber, 2016).

Sus aplicaciones son: en portaherramientas de corte, ruedas y bandas para material ferroviario, discos de turbina, rotores para motores eléctricos, poleas y para ubicar rodamientos de bolas y rodillos. También son una forma efectiva de ensamblar elementos de la máquina, como un engrane a un eje para transmitir el par y resistir el empuje axial a través de la resistencia a la fricción (Booker and Truman, 2011).

Los factores que afectan el rendimiento de un ajuste de interferencia son: (1) diámetro del eje; (2) diámetro externo del cubo; (3) longitud de la articulación; (4) cantidad de interferencia; (5) propiedades del material del eje y el cubo; (6) acabado superficial de las superficies de contacto (Ramachandran and Radhakrishnan, 1974).

El efecto de los cinco primeros factores sobre la capacidad de carga de un ajuste de interferencia puede determinarse

matemáticamente utilizando la teoría de la elasticidad para cilindros presurizados (Budynas and Nisbett, 2008). Pero, el efecto del acabado superficial de las superficies de contacto es complejo de analizar por cálculos teóricos, ya que se tiene que considerar la naturaleza irregular de las superficies de contacto (Ramachandran and Radhakrishnan, 1974). Dentro del acabado superficial, el parámetro con mayor influencia es la rugosidad superficial.

Buscando en la literatura los estudios o técnicas que consideran la rugosidad en la resistencia de las uniones eje/cubo, tenemos:

(Yang *et al.*, 2001) mostraron que las rugosidades juegan un papel importante y positivo en el ajuste cilíndrico de interferencia, recomiendan utilizar procesos de fabricación económicos como el torneado para producir las superficies de ajuste, en lugar de métodos como el pulido que son mucho más caros.

(Yang *et al.*, 2002) proponen un modelo sencillo para calcular la presión real de un ajuste con interferencia. Este modelo consiste en la sustitución de la compleja área real para un área equivalente.

(Boutoutaou *et al.*, 2011) analizaron la fuerza de extracción para la unión eje-cubo de forma numérica variando defectos de forma (lóbulos). Concluyeron que la fuerza de extracción incrementa conforme se aumenta el número de lóbulos.

(Boutoutaou *et al.*, 2013) presentaron una técnica de homogeneización numérica en el comportamiento de un

ajuste de interferencia por temperatura. Este enfoque permite tomar en cuenta la influencia de la rugosidad en el modelado de piezas industriales que por lo general tienen una geometría compleja. Los resultados del modelado mostraron que la predicción de la resistencia a la extracción en el uso de los elementos homogenizados se mejoró en comparación con un enfoque que considera las superficies en contacto entre las dos partes ensambladas perfectamente lisas (sin rugosidad).

(Buczowski and Kleiber, 2016) proporcionaron una metodología para mejorar el diseño de un ensamble por temperatura. Consideraron la rugosidad de las piezas e introdujeron una ley de endurecimiento por fricción no clásica en la cual los micro-deslizamientos tangenciales son considerados. Concluyeron en que las superficies lisas logran una mayor capacidad de carga.

Como se puede observar en esta revisión de los trabajos, encontramos dos vertientes. Una menciona que la rugosidad genera una mayor resistencia axial, pero cabe resaltar que toman como referencia la línea media del perfil de rugosidad como el diámetro nominal de la pieza. La otra vertiente concluye que las superficies lisas contribuyen a una mayor resistencia de la unión; el perfil de rugosidad se considera en que no sobrepase el diámetro nominal. Esta forma de analizar la rugosidad se considera más apegada con la realidad de la medición de los diámetros de las piezas que formarán la unión eje/cubo. En la Fig. 1 se muestra un ejemplo de cómo se considera el perfil de rugosidad superficial con respecto al diámetro nominal de la pieza, en donde se considera que los picos del perfil de rugosidad no sobrepasen el diámetro nominal.

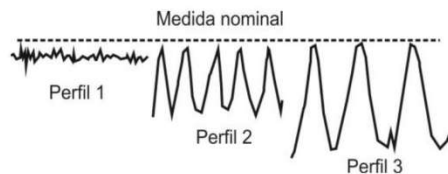


Fig. 1. Consideración del diámetro nominal respecto al perfil de rugosidad.

Debido a estas incertidumbres se plantea la hipótesis para conocer el efecto de la rugosidad superficial en la capacidad de carga de la unión eje/cubo. Para ello se desarrollará un modelo por elementos finitos con el objetivo de analizar y evaluar la resistencia axial de una unión eje-cubo Ø20 H7/s6, basándose el estudio en la rigidez normal de contacto, la cual estará en función de la rugosidad superficial de la superficie. Esta rigidez normal de contacto representará la compleja geometría del perfil de rugosidad para un modelado ligero y

práctico, ya que muchas veces el modelado de la rugosidad complica este tipo de análisis por la gran cantidad de malla a utilizar y el contacto irregular de las superficies.

2. MARCO TEÓRICO

Esta sección presenta las ecuaciones requeridas para medir la presión de contacto, la fuerza de extracción y los esfuerzos radiales y tangenciales. Además, se presenta la ecuación que considera la rugosidad superficial por medio de la rigidez normal de contacto.

2.1 Presión de contacto

Según Budynas and Nisbett, (2008), cuando se ensamblan dos partes cilíndricas por contracción o a presión una sobre la otra, se crea una presión de contacto p entre las dos partes.

$$p = \frac{\delta}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + \nu_o \right) + \frac{d}{E_i} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - \nu_i \right)} \quad (1)$$

Cuando el eje y el cubo son del mismo material, sería:

$$p = \frac{E\delta}{2d^3} \left[\frac{(d_o^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)}{d_o^2 - d_i^2} \right] \quad (2)$$

donde: d es el diámetro nominal del eje, d_i es el diámetro interno (si hay alguno) del eje, d_o es el diámetro externo del cubo, E es el módulo de Young y ν es la relación de Poisson, con subíndices o e i para el cubo y el eje, respectivamente. Por su parte, δ es la interferencia diametral entre el eje y el cubo, esto es, la diferencia entre el diámetro externo del eje y el diámetro interno del cubo (ver Fig. 2).

$$\delta = d_{eje} - D_{cubo} \quad (3)$$

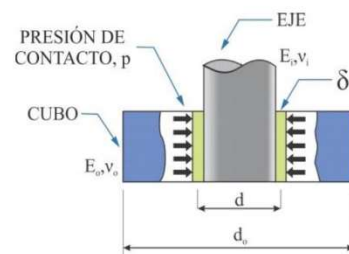


Fig. 2. Parámetros que intervienen en la presión de contacto de la unión eje/cubo.

Como habrá tolerancias en ambos diámetros, la presión mínima y máxima puede encontrarse mediante la aplicación de las interferencias mínima y máxima (Fig. 3), se expresan en la ecuación (4) y (5) respectivamente.

$$\delta_{\min} = d_{\min} - D_{\max} \quad (4)$$

$$\delta_{\max} = d_{\max} - D_{\min} \quad (5)$$

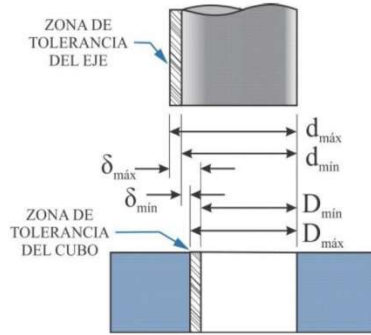


Fig. 3. Interferencia mínima y máxima por las tolerancias del eje y el cubo.

2.2 Esfuerzos radiales y tangenciales

Los esfuerzos debidos a un ajuste por interferencia pueden obtenerse si se considera al eje como un cilindro con presión externa uniforme, y el cubo como un cilindro hueco con una presión interna uniforme. Los esfuerzos tangenciales en el contacto del eje y el cubo son,

$$\sigma_{t, eje} = -p \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} \quad (6)$$

$$\sigma_{t, cubo} = -p \frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} \quad (7)$$

los esfuerzos radiales en el contacto son simplemente,

$$\sigma_{r, eje} = -p \quad (8)$$

$$\sigma_{r, cubo} = -p \quad (9)$$

2.3 Fuerza de extracción

La fuerza de extracción o resistencia axial es el producto del coeficiente de fricción estático μ_s y la carga normal W que actúa en la interfaz de contacto entre el eje y el cubo. La

carga normal puede representarse mediante el producto de la presión p y el área nominal de contacto A_0 . Por lo tanto, la fuerza de extracción $F_{extracción}$ es:

$$F_{extracción} = \mu_s W = \mu_s (p A_0) = \mu_s p \pi d L_c \quad (10)$$

donde: L_c es la longitud del cubo.

2.4 Consideración de la rugosidad por medio de la rigidez normal de contacto

Para considerar el efecto de la rugosidad superficial en el contacto normal, (Buczkowski and Kleiber, 2016) recomiendan que para aplicaciones en ingeniería, la rigidez normal de contacto de superficies rugosas k_n para una presión nominal W/A_0 puede ser estimada por la siguiente ecuación:

$$k_n = \frac{3 W}{2 A_0 \sigma} \quad (11)$$

donde: W es la carga normal de contacto, A_0 es el área nominal de contacto y σ denota la desviación estándar de la superficie rugosa. La Fig. 4 muestra cómo el contacto real de la rugosidad superficial puede ser representado por una rigidez normal de contacto.

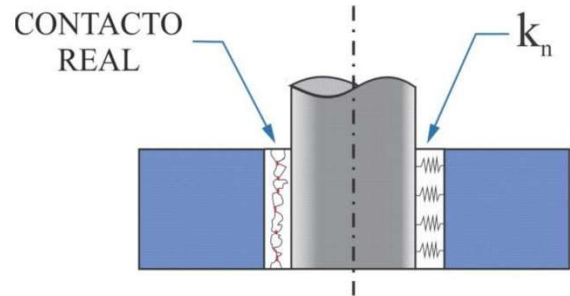


Fig. 4. Consideración de la rugosidad por medio de la rigidez normal de contacto.

3. MODELO POR ELEMENTO FINITO

3.1 Datos del ajuste

La unión eje/cubo analizada tiene un ajuste de interferencia de Ø20H7/s6. Los valores de los diámetros y de la interferencia se muestran en la Fig. 5.

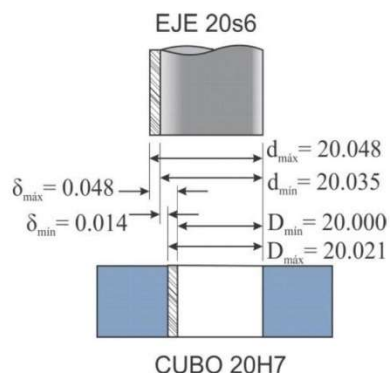


Fig. 5. Valores del ajuste Ø20 H7/s6 para el modelo de elementos finitos en milímetros.

3.2 Material

El material utilizado en este estudio fue acero AISI 1045. Las propiedades del acero se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Propiedades del acero AISI 1045.

Módulo de Young (E)	$205 \times 10^3 MP_a$
Relación de Poisson (ν)	0.29
Esfuerzo de fluencia (σ_y)	$350 MP_a$

3.3 Consideraciones

- El eje y el cubo se consideran lisos. Se considera la rugosidad superficial por medio de un valor de rigidez normal de contacto (k_n) en la interacción.
- La opción “interference fit” se utiliza para realizar el ensamble. Por lo cual no se considera la temperatura que se utiliza para realizar el ensamble.
- El coeficiente de fricción depende de muchos parámetros (es decir, interferencia, superficies, esfuerzos de trabajo, concentración de esfuerzos, desgaste, ensamblaje, temperatura, entre otros). Se sabe que el coeficiente de fricción a presiones de ajuste por contracción es mucho más

bajo que el indicado para cargas normales bajas (Bhushan, 1999). Booker and Truman, (2004) han demostrado que el coeficiente de fricción es independiente del área. Por lo tanto, el coeficiente de fricción se considera idéntico para cada prueba. Se elige a un valor convencional de 0.15 entre acero-acero;

- El modelado se realiza con un software de elementos finitos.

3.4 Modelado numérico

Se crearon el eje y el cubo, se les asignó el mismo material (acero AISI 1045). Se declararon dos pasos para su análisis; en el paso 1 se realiza el ensamble por medio de la opción “interference fit” de elemento finito y en el paso 2 se realiza la extracción axial del eje para determinar la carga que soporta la unión. En la Fig. 6 se muestra el paso 1 “ensamble” en una vista isométrica con una sección a 180°.

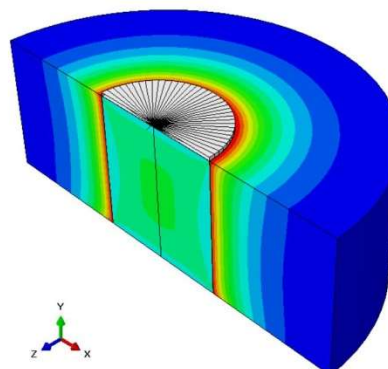


Fig. 6. Paso 1 “ensamble” del ajuste Ø20 H7/s6 para el modelo de elementos finitos.

Se formaron dos interacciones; una entre el eje y el cubo, donde el contacto normal está en función de la rigidez de contacto de la ecuación (11), y al contacto tangencial se le asignó un valor de coeficiente de fricción de 0.15. La segunda interacción se realizó entre el eje y el cuerpo rígido para obtener la fuerza de extracción por medio de la fuerza normal de contacto por sus siglas en inglés “CFN”.

Las condiciones de frontera fueron un empotramiento en la parte inferior del cubo y un desplazamiento de 20 mm en la dirección “y” sobre el punto de referencia “RP” (ver Fig. 7).

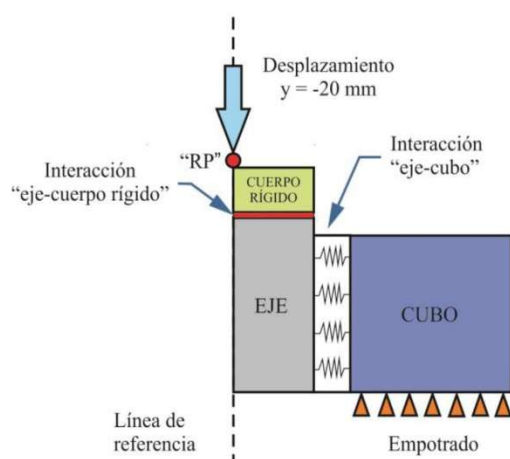


Fig. 7. Condiciones de frontera y carga.

Las condiciones de frontera y carga se aplicaron en el paso 2 “extracción” (Fig. 8), ya que en el paso 1 “ensamble” se realiza sin condiciones de frontera. El mallado de las piezas fue de 0.2 mm. El tipo de elemento que se utilizó fue el CAX4R (“A 4-node bilinear quadrilateral axisymmetric, reduced integration, hourglass control”).

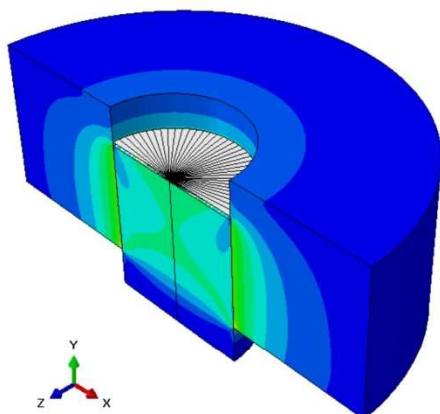


Fig. 8. Paso 2 “extracción” del eje del ajuste Ø20H7/s6.

4. COMPARACIÓN NUMÉRICA - TEÓRICA

Primeramente se realizó una comparación numérica-teórica para tener un punto de partida del estudio. Se comparó la presión de contacto y la fuerza de extracción con la finalidad de validar el modelo por elemento finito. En la Tabla 2 se muestran los resultados.

Tabla 2. Comparación numérica-teórica.

Interferencia mínima	Teórico	Numérico	% diferencia
Presión de contacto (MPa)	63.77	62.81-65.03	-1.5 – 1.97
Fuerza de extracción (N)	12,021.82	12,914.30	7.7
Interferencia máxima	Teórico	Numérico	% diferencia
Presión de contacto (MPa)	218.66	218.67-225.07	0.004 – 2.9
Fuerza de extracción (N)	41,217.69	44,278.40	7.4

La variación de la presión de contacto se atribuye a que en la ecuación (1) dan un mismo valor para todo el contacto entre las superficies del eje y el cubo. En cambio en el modelo por elemento finito la presión de contacto incrementa en el centro del contacto debido al coeficiente de fricción. Estas variaciones contribuyen también a un aumento de la fuerza de extracción en el modelo numérico. Por lo tanto, no significa que este mal el modelo por MEF, sino que la ecuación de presión de contacto no considera estas variaciones. En la Fig. 9 y 10 se muestra la gráfica de la comparación de la presión de contacto para una interferencia mínima y máxima del ajuste Ø20H7/s6 respectivamente.

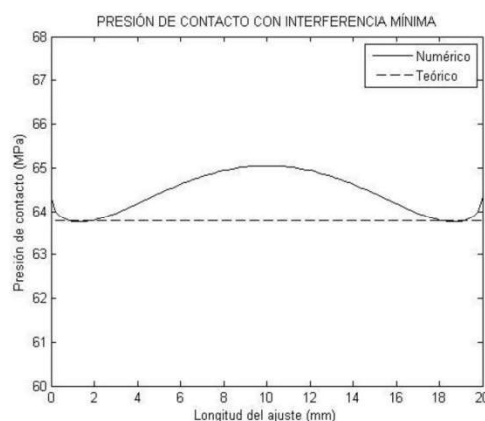


Fig. 9. Gráfica de la presión de contacto con interferencia mínima.

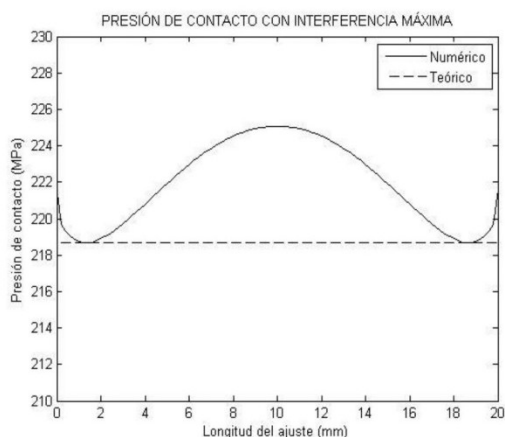


Fig. 10. Gráfica de la presión de contacto con interferencia máxima.

5. RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados obtenidos de la fuerza de extracción del modelo por el método de elemento finito de la unión eje-cubo con ajuste de interferencia Ø20H7/s6, en donde se varió el valor de la desviación estándar de la rugosidad. Ver la Tabla 3.

Tabla 3. Resultados de la fuerza de extracción de acuerdo a los valores de desviación estándar de la rugosidad.

Desv. σ (micras)	Fuerza de extracción mínima (N)	% de diferencia respecto al liso
Liso	12,914.30	-----
0.1	12,787.00	-0.98
0.5	12,285.70	-4.86
1	11,712.60	-9.30
5	8,535.00	-33.91
Desv. σ (micras)	Fuerza de extracción máxima (N)	% de diferencia respecto al liso
Liso	44,278.40	-----
0.1	44,165.40	-0.25
0.5	43,638.00	-1.44
1	42,960.30	-2.97
5	38,507.30	-13.03

También se graficó la fuerza de extracción mínima y máxima de la unión eje-cubo a lo largo de sus 20 mm de longitud del ajuste (Fig. 11 y 12).

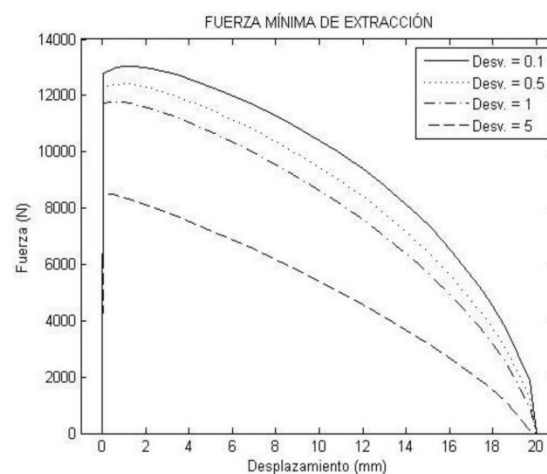


Fig. 11. Gráfica de la fuerza mínima de extracción.

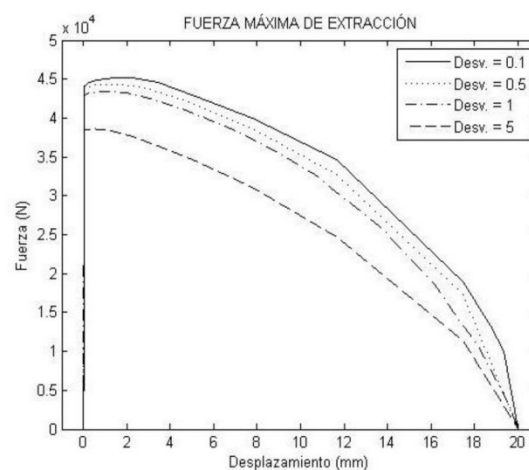


Fig. 12. Gráfica de la fuerza máxima de extracción.

Finalmente, se graficó la variación de los rangos de fuerza de extracción en función de la desviación estándar de la rugosidad superficial de las piezas (Fig. 13).

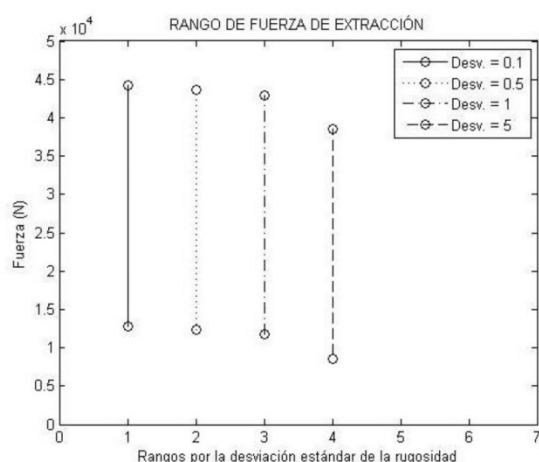


Fig. 13. Gráfica de los rangos de fuerza de extracción.

6. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos demuestran que la rugosidad superficial contribuye a la disminución de la capacidad de carga de este tipo de uniones. Para todos los valores de desviación estándar de la rugosidad superficial, se redujo la fuerza de extracción. Debido a la rugosidad superficial, el ajuste Ø20H7/s6 de la unión reduce su rango de capacidad de carga.

Cabe mencionar que con un valor de $\sigma=5$ se reduce la resistencia de la unión un 13.03 y 33.91 % para una interferencia máxima y mínima respectivamente, con relación al modelo de superficies lisas.

El modelado de las uniones eje-cubo por medio de la rigidez normal de contacto para representar la compleja geometría de la rugosidad superficial de las piezas genera un modelado ligero y práctico. Muchas veces el modelado de la rugosidad complica este tipo de análisis por la gran cantidad de malla a utilizar y el contacto irregular de las superficies, lo cual se ve reflejado en un incremento del costo computacional. También cabe resaltar que sería importante analizar el comportamiento local de las rugosidades en la interfaz de contacto de la unión eje-cubo.

REFERENCIAS

- Bhushan (1999) *Principles and applications of tribology*. Edited by Wiley.
- Booker and Truman (2004) 'A comparison of shrink-fit holding torque using probabilistic, micro-mechanical and experimental approaches.', *Proc Inst Mech Eng*, part B, pp. 175–87.
- Booker and Truman (2011) 'Measuring the coefficient of friction for use in shrink-fit calculations', *TECHNIQUES*, (April), pp. 7–13. doi: 10.1111/j.1747-1567.2009.00593.x.
- Boutoutaou, Bouaziz and Fontaine (2011) 'Modeling of interference fits taking form defects of the surfaces in contact into account', *Materials and Design*. Elsevier Ltd, 32(7), pp. 3692–3701. doi: 10.1016/j.matdes.2011.03.059.
- Boutoutaou, Bouaziz and Fontaine (2013) 'Modelling of interference fits with taking into account surfaces roughness with homogenization technique', *International Journal of Mechanical Sciences*, 69, pp. 21–31. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2013.01.012.
- Buczkowski and Kleiber (2016) 'A study of the surface roughness in elasto-plastic shrink fitted joint', *Tribology International*. Elsevier, 98, pp. 125–132. doi: 10.1016/j.triboint.2016.02.021.
- Budynas and Nisbett (2008) *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. México, D.F.: The McGraw-Hill.
- Ramachandran and Radhakrishnan (1974) 'Influence of surface finish on interference fits', *International Journal of Production Research*, 12(6), pp. 705–719. doi: 10.1080/00207547408919587.
- Yang *et al.* (2001) 'Influence of roughness on characteristics of tight interface fit of a shaft and a hub', *International Journal of Solids and Structures*, 38(42–43), pp. 7691–7701. doi: 10.1016/S0020-7683(01)00035-X.
- Yang *et al.* (2002) 'Contact pressure between two rough surfaces of a cylindrical fit', *Journal of Materials Processing Technology*, 123, pp. 490–497.

E-2. Artículo en la revista “*Journal of Scientific and Technical Applications*”

9

Article

Journal of Scientific and Technical Applications

June 2019 Vol.5 No.15 9-18

Strength of the shaft/hub joint using a finite element model**Resistencia de la unión eje/cubo mediante un modelo por elementos finitos**

SALGADO-CRUZ, Manuel†*, CORTÉS-GARCÍA, Claudia, SZWEDOWICZ-WASIK, Dariusz Slawomir and MARTÍNEZ-RAYÓN, Eladio

*Tecnológico Nacional de México / Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET)*ID 1st Author: Manuel, Salgado-Cruz / **ORC ID:** 0000-0001-7304-4088, **CVU CONACYT ID:** 514375ID 1st Coauthor: Claudia, Cortés-García / **ORC ID:** 0000-0002-0474-2533, **CVU CONACYT ID:** 62954ID 2nd Coauthor: Dariusz Slawomir, Szwedowicz-Wasik / **ORC ID:** 0000-0002-4788-0856, **CVU CONACYT ID:** 12438ID 3rd Coauthor: Eladio, Martínez-Rayón / **ORC ID:** 0000-0003-3846-6888, **CVU CONACYT ID:** 83893**DOI:** 10.35429/JSTA.2019.15.5.9.18

Received March 15, 2019; Accepted Jun 20, 2019

Abstract

This article describes the effect of the roughness size on the axial slip strength between the parts of shaft/hub joints with interference fit. The surface roughness was obtained from a turning process with different finishes (fine, medium and rough). A finite element modeling was developed, which uses a normal contact stiffness k_n equivalent to the size of the surface roughness between the joint pieces to represent the real contact. In order to validate the numerical model, theoretical results of contact pressure and extraction force of the shaft/hub joint with smooth elements were compared with the corresponding numerical results obtained. The numerical results from studies that considered the size of the surface roughness showed that the axial load capacity of the joint decreased with larger roughness.

Normal contact stiffness, Surface roughness, Extraction force**Resumen**

Este artículo describe el efecto del tamaño de las rugosidades en la resistencia al deslizamiento axial entre piezas de uniones eje/cubo con interferencia. La rugosidad superficial se obtuvo de un proceso de torneado con diferentes acabados (fino, medio y rugoso). Se desarrolló un modelado por elementos finitos que utiliza una rigidez normal de contacto k_n equivalente al tamaño de la rugosidad superficial entre las piezas de la unión para representar al contacto real. Para validar el modelo numérico, se compararon resultados teóricos de presión de contacto y fuerza de extracción de la unión eje/cubo con elementos lisos con los correspondientes resultados numéricos obtenidos. Los resultados numéricos de estudios que consideraron el tamaño de la rugosidad superficial mostraron que la capacidad de carga axial de la unión disminuyó con rugosidades de mayor tamaño.

Rigidez normal de contacto, Rugosidad superficial, Fuerza de extracción

Citation: SALGADO-CRUZ, Manuel, CORTÉS-GARCÍA, Claudia, SZWEDOWICZ-WASIK, Dariusz Slawomir and MARTÍNEZ-RAYÓN, Eladio. Strength of the shaft/hub joint using a finite element model. *Journal of Scientific and Technical Applications*. 2019, 5-15: 9-18.

* Correspondence to Author (email: manuelsec@cenidet.edu.mx)

† Researcher contributing first author.

Introduction

Shaft / hub joints are based on the principle of interference settings: they depend on the difference in diameters to be able to join. The assembly is done by pressure or temperature. The absence of conventional fastening such as the use of keys, thread or wedges, makes them compact and aesthetic in appearance (Ramachandran & Radhakrishnan, 1974). Due to the low manufacturing cost, easy assembly and compact integrity, interference settings provide high torque and axial forces (Buczkowski & Kleiber, 2016).

Its applications are: in cutting tool holders, wheels and bands for railway material, turbine discs, rotors for electric motors, pulleys and for locating ball and roller bearings. They are also an effective way to assemble machine elements, such as a gear to a shaft to transmit torque and resist axial thrust through friction resistance. (Booker & Truman, 2011).

Ramachandran & Radhakrishnan (1974) defined the factors that affect the performance of an interference fit, which are: (1) shaft diameter; (2) outer diameter of the hub; (3) joint length; (4) amount of interference; (5) properties of the shaft and hub material; (6) surface finish of contact surfaces.

The effect of the first five factors on the carrying capacity of an interference fit can be determined mathematically using the theory of elasticity for pressurized cylinders (Budynas & Nisbett, 2008). But, the effect of the surface finish of the contact surfaces is complex to analyze by theoretical calculations, since the irregular nature of the contact surfaces must be considered (Ramachandran & Radhakrishnan, 1974). Within the surface finish, the parameter with the greatest influence is surface roughness.

Below are the studies or techniques that consider the roughness in the strength of the shaft / hub joints, we have:

Yang *et al* (2001) They showed that the roughnesses play an important and positive role in the cylindrical interference fit. They recommend using economical manufacturing processes such as turning to produce adjustment surfaces, rather than methods such as polishing that are much more expensive.

Yang *et al* (2002) they propose a simple model to calculate the actual pressure of an adjustment with interference. This model consists in replacing the complex real area with an equivalent area.

Boutoutaou *et al* (2011) analyzed the extraction force for the hub-shaft joint numerically varying shape defects (lobes). They concluded that the extraction force increases as the number of lobes increases.

Boutoutaou *et al* (2013) they presented a technique of numerical homogenization in the behavior of a temperature interference adjustment. This approach allows considering the influence of roughness in the modeling of industrial parts that usually have a complex geometry. The modeling results show that the prediction of the resistance to extraction in the use of the homogenized elements was improved compared to an approach that considers the surfaces in contact between the two perfectly smooth assembled parts (without roughness).

Buczkowski & Kleiber (2016) provided a methodology to improve the design of a temperature assembly. They considered the roughness of the pieces and introduced a non-classical friction hardening law, in which the tangential micro-glides are considered. They concluded that smooth surfaces achieve greater load capacity.

As can be seen in this review of the works, we find two aspects. One mentions that the roughness generates a greater axial resistance, but it should be noted that they take as reference the midline of the roughness profile as the nominal diameter of the piece. The other side concludes that the smooth surfaces contribute to a greater resistance of the joint, the roughness profile is considered not to exceed the nominal diameter. This way of analyzing the roughness is considered more attached to the reality of measuring the diameters of the pieces that will form the shaft / hub joint. Figure 1 shows an example of how the surface roughness profile is considered with respect to the nominal diameter of the piece, where it is considered that the roughness profile peaks do not exceed the nominal diameter.

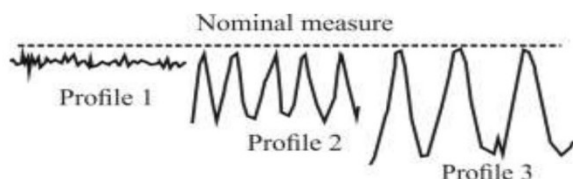


Figure 1 Consideration of the nominal diameter with respect to the roughness profile

Due to these uncertainties, a hypothesis is proposed to know the effect of surface roughness on the load capacity of the shaft / hub joint.

In the present study, a finite element model will be developed with the objective of analyzing and evaluating the axial resistance of an axis-hub joint with interference adjustment $\text{Ø}20\text{H}7 / \text{s}6$, based on the study on normal contact stiffness, which will be in function of the surface roughness of the surface. This normal contact stiffness will represent the complex geometry of the roughness profile for light and practical modeling.

Theoretical framework

This section presents the equations required to measure contact pressure, extraction force and radial and tangential stresses. In addition, the equation that considers surface roughness is presented by means of normal contact stiffness.

Contact pressure

According to Budynas & Nisbett (2008) when two cylindrical parts are assembled by contraction or by pressure on each other, a contact pressure p is created between the two parts.

$$p = \frac{\delta}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + \nu_o \right) + \frac{d}{E_i} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - \nu_i \right)} \quad (1)$$

Where d is the nominal diameter of the axis, d_i is the internal diameter (if any) of the axis, d_o is the external diameter of the cube, E is Young's modulus and ν is Poisson's ratio, with subscripts o and i for the hub and shaft, respectively (Figure 2).

When the shaft and hub are of the same material, it would be.

$$p = \frac{E\delta}{2d^3} \left[\frac{(d_o^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)}{d_o^2 - d_i^2} \right] \quad (2)$$

On the other hand, δ is the diametral interference between the axis and the cube, that is, the difference between the external diameter of the axis and the internal diameter of the cube.

$$\delta = d_{axis} - D_{cube} \quad (3)$$

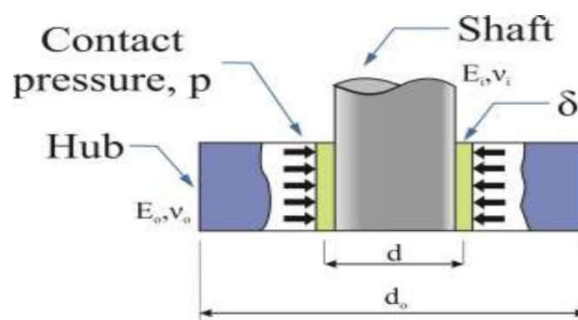


Figure 2 Parameters involved in the contact pressure of the shaft / hub joint

As there will be tolerances in both diameters, the minimum and maximum pressure can be found by applying the minimum and maximum interference (see Figure 3), which are expressed in equation (4) and (5) respectively.

$$\delta_{min} = d_{min} - D_{max} \quad (4)$$

$$\delta_{max} = d_{max} - D_{min} \quad (5)$$

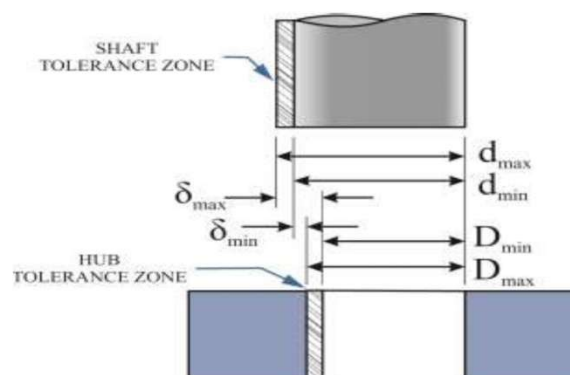


Figure 3 Minimum and maximum interference due to shaft and hub tolerances

Radial and Tangential Efforts

The stresses due to an interference fit can be obtained by considering the shaft as a cylinder with uniform external pressure, and the hub as a hollow cylinder with a uniform internal pressure.

The tangential stresses in the shaft and hub contact are:

$$\sigma_{t, shaft} = -p \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} \quad (6)$$

$$\sigma_{t, hub} = -p \frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} \quad (7)$$

Radial efforts in contact are simply:

$$\sigma_{r, shaft} = -p \quad (8)$$

$$\sigma_{r, hub} = -p \quad (9)$$

Extraction force

The extraction force or axial resistance is the product of the static friction coefficient μ_s and the normal load W acting on the contact interface between the shaft and the hub. The normal load can be represented by the product of the pressure p and the nominal contact area A_0 . Therefore, the extraction force $F_{extraction}$ is:

$$F_{extraction} = \mu_s W = \mu_s (p A_0) = \mu_s p \pi d L_c \quad (10)$$

Where L_c is the length of the cube.

Consideration of roughness by means of normal contact stiffness

To consider the effect of surface roughness on normal contact, Buczkowski & Kleiber (2016) recommend that for engineering applications, the normal contact stiffness of rough surfaces k_n for a nominal pressure W/A_0 can be estimated by the following equation:

$$k_n = \frac{3}{2} \frac{W}{A_0 \sigma} \quad (11)$$

Where W is the normal contact load, A_0 is the nominal area of contact and σ denotes the standard deviation of the rough surface.

The σ is the most common measure of dispersion, which indicates how scattered the data is with respect to the mean. The greater the standard deviation, the greater the dispersion of the data. Figure 4 shows how the actual contact of the surface roughness can be represented by a normal contact stiffness.

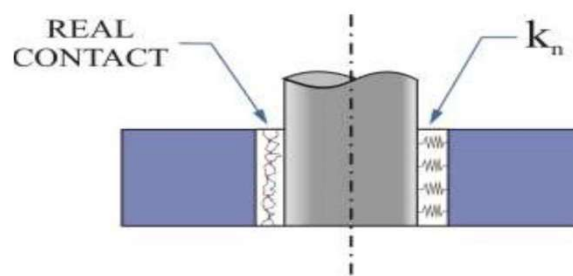


Figure 4 Consideration of roughness by means of normal contact stiffness

Experimental data for the model

Standard deviation of a turning process

Following is the obtaining of the standard deviation (σ) of a turning process. The axes were machined on a conventional lathe. The surface finish was smooth, medium and rough. 5 axes were machined for each surface finish. Subsequently, the standard deviation of the surface roughness of the different finishes was measured, with the help of a roughness meter. Finally, an average standard deviation value was obtained for each surface finish.

Shaft Machining

15 axes were machined on a conventional lathe (Figure 5). The surface finish was fine, medium and rough (Figure 6). The material of the shafts was steel AISI 1045.



Figure 5 Conventional Lattice Machining

Measurement of the standard deviation of surface roughness

The σ measurements of the different surface finishes were made. The instrument used was a sj-210 rugosimeter of the Mitutoyo brand. Table 1 shows the characteristics of roughness measurements.

Norm	ISO 1997
Profile	R
Number of measurements (N)	8
Cutting length (Cut-Off)	0.8 mm
Filter	GAUSS

Table 1 Characteristics of roughness measurements

First, the calibration of the rugosimeter was verified. Where the average roughness value obtained (R_a) was the same to the calibration block (Figure 6).



Figure 6 Verification of the calibration of the rugosimeter

Subsequently, the σ measurements of the surface roughness of the axes were made (Figure 7).



Figure 7 Measurement of σ of the axes

The measurement with the roughness meter gives us the plot roughness profile of the axis. An example of the roughness profile for each surface finish (fine, medium and rough) is shown in Figure 8.



Figure 8 Machined shafts with different surface finishes (fine, medium and rough)

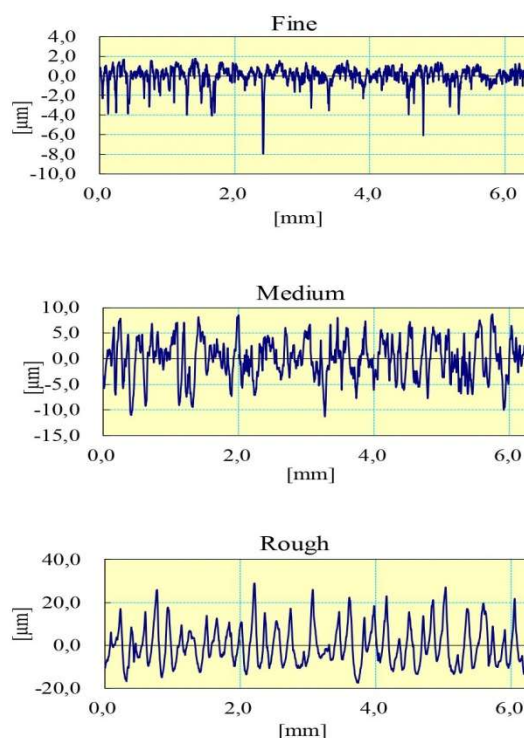


Figure 9 Example of roughness profile for each surface finish (fine, medium and rough)

The σ values of the surface roughness measurements are also obtained. Table 2 shows the values of σ obtained for the 15 axes and an average value of σ is obtained for each surface finish.

Standard deviation (σ) of surface roughness in microns (μm)			
Shaft	Fine	Medium	Rough
1	0.658	3.364	8.871
2	0.684	3.093	8.165
3	0.724	3.893	9.975
4	0.946	3.769	9.058
5	0.911	3.074	8.237
Average	0.7846	3.4386	8.8612

Table 2 σ values obtained for the 15 shafts

Normal contact stiffness

From Equation (11) of Buczkowski & Kleiber (2016). Normal contact stiffness values were obtained (k_n) according to the σ of the roughness of the surface finish (fine, medium and rough) of the shaft and the minimum and maximum adjustment interference $\text{Ø}20\text{H}7/\text{s}6$ (Table 3).

Surface finish	σ	Minimum k_n	Maximum k_n
Fine	0.7846	121930.4954	418047.4128
Medium	3.4386	27821.40018	95387.65779
Rough	8.8612	10796.12994	37015.30268

Table 3 values of k_n according to the σ of the roughness of the surface finish (fine, medium and rough) of the shaft

Model by finite element

Setting Data

The shaft / hub joint analyzed has an interference setting of $\text{Ø}20 \text{ H}7 / \text{s}6$. The values of the diameters and the interference are shown in Figure 10.

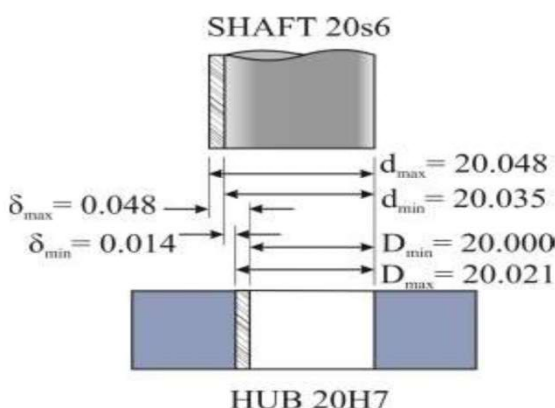


Figure 10 Adjustment values $\text{Ø}20 \text{ H}7 / \text{s}6$ for the finite element model in millimeters

Material

The material used in this study was AISI 1045 steel. The properties of this steel are shown in Table 4.

Young's Module (E)	$205 \times 10^3 \text{ MPa}$
Poisson ratio (ν)	0.29
Creep Effort (σ_y)	350 MPa

Table 4 Properties of AISI 1045 steel

Considerations

- The axis and the cube are drawn smooth. Only the surface roughness of the shaft is considered by means of a normal contact stiffness value (k_n) in the interaction of the pieces. This in order to observe the effect of the finishing of the lathe (fine, medium and rough) on the shaft-hub joint.
- The "interference fit" option is used to perform the assembly. The temperature used to perform the assembly is not considered.
- The coefficient of friction depends on many parameters (i.e. interference, surfaces, work efforts, stress concentration, wear, assembly, temperature, among others). It is known that the coefficient of friction at contraction adjustment pressures is much lower than that indicated for low normal loads (Bhushan, 1999). Booker & Truman (2004) have shown that the coefficient of friction is independent of the area. Therefore, the coefficient of friction is considered identical for each test. A conventional value of 0.15 is chosen between steel-steel.
- The modeling is done with the finite element method using ABAQUS software.

Numerical modeling

The shaft and hub were created, they were assigned the same material (AISI 1045 steel). Two steps were declared for analysis; in step 1 the assembly is carried out by means of the option "interference fit" of ABAQUS and in step 2 the axial extraction of the shaft is carried out to determine the load that supports the union.

Figure 1 shows Step 1 “assembly” in an isometric view with a 180 ° section.

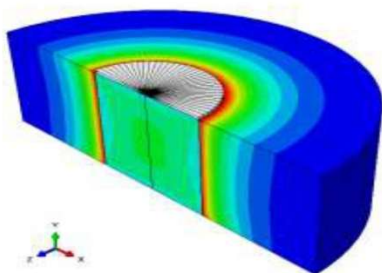


Figure 11 Step 1 “assembly” of adjustment Ø20 H7 / s6 for the finite element model

Two interactions formed; one between the axis and the hub, where the normal contact is a function of the contact stiffness of Equation (11), and a friction coefficient value of 0.15 is assigned to the tangential contact. The second interaction was made between the shaft and the rigid body to obtain the extraction force by means of the normal contact force by its acronym “CFN”.

The boundary conditions were a recess in the lower part of the cube and a displacement of 20 mm in and on the reference point “RP” (see Figure 12).

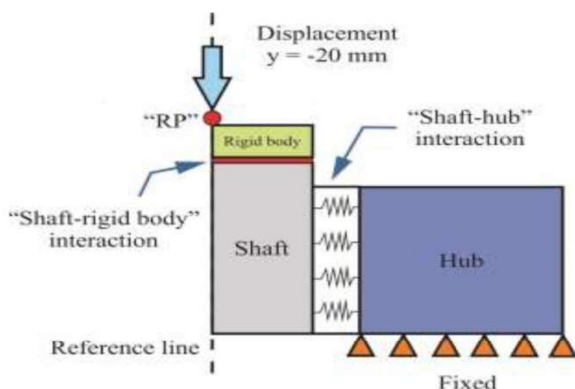


Figure 12 Boundary and loading conditions

Boundary and loading conditions were applied in Step 2 “extraction” (Figure 13), since in Step 1 “assembly” is performed without border conditions. The meshing of the pieces was 0.2 mm.

The type of element that was used was the CAX4R (“A 4-node bilinear quadrilateral axisymmetric, reduced integration, hourglass control”).

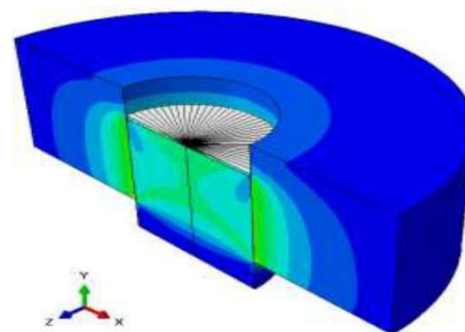


Figure 13 Step 2 “extraction” of the adjustment shaft Ø20H7 / s6

Numerical - theoretical comparison

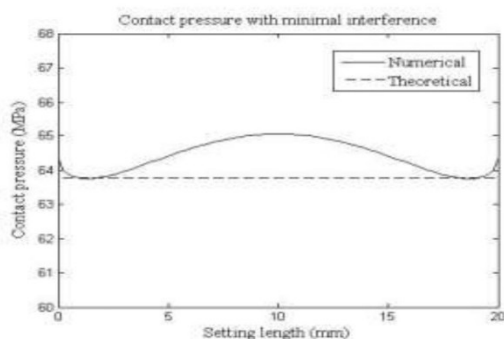
First, a numerical-theoretical comparison was made to have a starting point for the study. Contact pressure and extraction force were compared in order to validate the model by finite element. The results are shown in Table 5.

Minimum interference	Theoretical	Numerical	% difference
Contact pressure (MPa)	63.77	62.81-65.03	-1.5 – 1.97
Extraction force (N)	12,021.82	12,914.30	7.7
Maximum interference	Theoretical	Numerical	% difference
Contact pressure (MPa)	218.66	218.67-225.07	0.004 – 2.9
Extraction force (N)	41,217.69	44,278.40	7.4

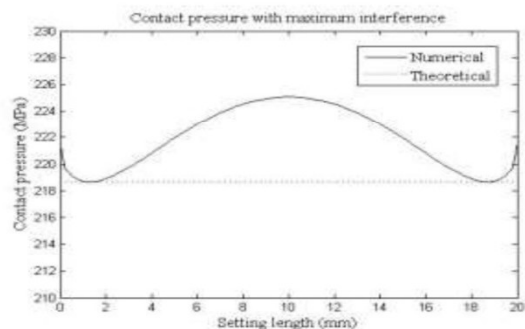
Table 5 Numerical - theoretical comparison.

The variation of the contact pressure is attributed to the fact that in Equation (1) the same value is assigned for all the contact between the surfaces of the shaft and the hub. In contrast, in the finite element model the contact pressure increases in the center of the contact due to the coefficient of friction. These variations also contribute to an increase in the extraction force in the numerical model.

Therefore, it does not mean that there are errors in the model by MEF, but that the contact pressure equation does not consider these variations. Graphs 1 and 2 show the comparison of the contact pressure for a minimum and maximum interference of the setting Ø20H7 / s6 respectively.



Graph 1 Contact pressure with minimal interference



Graph 2 Contact pressure with maximum interference

Results

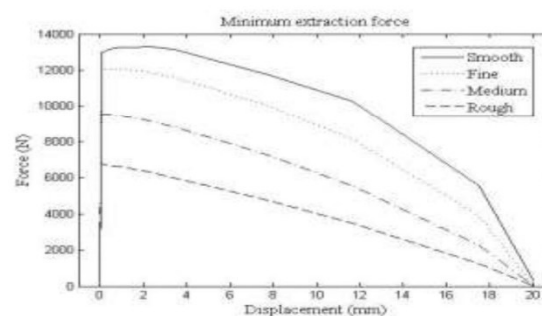
Table 6 shows the results obtained from the extraction force of the model by the finite element method of the shaft-hub joint with interference adjustment Ø20H7 / s6, where the standard deviation of the three finishes was analyzed (fine, medium and rough).

And it was compared with results of a smooth model (without roughness). In the end the percentage of difference with respect to the smooth model was determined.

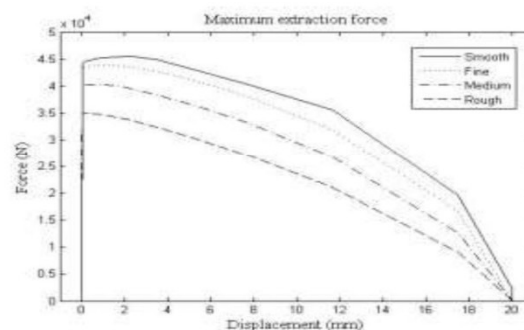
Surface finish	σ (microns)	Minimum extraction force (N)	% difference from smooth
---	Liso	12,914.30	-----
Fino	0.7846	11,975.50	-7.26
Medio	3.4386	9,556.59	-25.99
Rugoso	8.8612	6,767.86	-47.59
Surface finish	Dev. σ (microns)	Maximum extraction force (N)	% difference from smooth
---	Liso	44,278.40	-----
Fino	0.7846	43,270.10	-2.27
Medio	3.4386	40,137.80	-9.35
Rugoso	8.8612	34,982.00	-20.99

Table 6 Results of the extraction force according to the standard deviation values of the roughness

The minimum and maximum extraction force of the shaft - hub joint along its 20 mm of adjustment length (Graphs 3 and 4) was also plotted. The Graphs show the comparison of the different finishes (fine, medium and rough) with respect to the smooth one (without roughness).

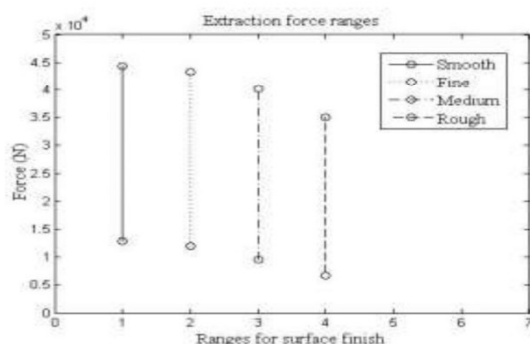


Graph 3 Minimum extraction force



Graph 4 Maximum extraction force

Finally, the variation of the extraction force ranges of the different surface finishes obtained from a conventional lathe was plotted. The extraction force range is a result of the tolerance of the Ø20H7 / s6 adjustment. Graph 5 shows the ranges of the different finishes (fine, medium and rough) compared to smooth (without roughness).



Graph 5 Extraction Force Ranges

Conclusions

The results obtained show that the larger surface roughness contributes to the reduction of the load capacity of this type of joints. For the three surface finishes (fine, medium and rough) the extraction force was reduced.

Due to the surface roughness, the Ø20H7 / s6 adjustment of the joint reduces its load capacity range up to 47.59 and 27.99% for a rough finish for minimum and maximum interference respectively. For this reason, surface roughness must be taken into account in order to have optimum performance of the shaft / hub joints with interference.

The modeling of the axis - hub joints by means of normal contact stiffness to represent the complex geometry of the surface roughness of the pieces, generates a light and practical modeling since many times the roughness modeling complicates this type of analysis by the large amount of mesh to be used and irregular surface contact, which is reflected in an increase in computational cost. It should also be noted that it would be important to analyze the local behavior of the roughnesses in the contact interface of the axis - hub connection.

Recommendations

For engineering applications, it is recommended to consider the surface roughness of the machining process in the shaft / hub joints. Since the strength of the joint decreases as the roughness increases. Also, it should be taken into account that a better finish implies an increase in cost. Therefore, use this finite element model that uses a normal contact stiffness k_n equivalent to the surface roughness size. It would help to make a better decision.

Acknowledgements

We thank the National Council of Science and Technology (CONACYT), for the financial support granted for the development of this project. Likewise, to the National Center for Research and Technological Development (CENIDET) for all the support provided and the academic training provided through its researchers.

References

- Bhushan. (1999). Principles and applications of tribology. (Wiley, Ed.).
- Booker, & Truman. (2004). A comparison of shrink-fit holding torque using probabilistic, micro-mechanical and experimental approaches. *Proc Inst Mech Eng, part B*, 175–87.
- Booker, & Truman. (2011). Measuring the coefficient of friction for use in shrink-fit calculations. *TECHNIQUES*, (April), 7–13. <http://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2009.00593.x>
- Boutoutaou, Bouaziz, & Fontaine. (2011). Modeling of interference fits taking form defects of the surfaces in contact into account. *Materials and Design*, 32(7), 3692–3701. <http://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.03.059>
- Boutoutaou, Bouaziz, & Fontaine. (2013). Modelling of interference fits with taking into account surfaces roughness with homogenization technique. *International Journal of Mechanical Sciences*, 69, 21–31. <http://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.01.012>

Buczowski, & Kleiber. (2016). A study of the surface roughness in elasto-plastic shrink fitted joint. *Tribology International*, 98, 125–132. <http://doi.org/10.1016/j.triboint.2016.02.021>

Budynas, & Nisbett. (2008). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. México, D.F.: The McGraw-Hill.

Ramachandran, & Radhakrishnan. (1974). Influence of surface finish on interference fits. *International Journal of Production Research*, 12(6), 705–719. <http://doi.org/10.1080/00207547408919587>

Yang, Coquille, Fontaine, & Lambertin. (2001). Influence of roughness on characteristics of tight interface fit of a shaft and a hub. *International Journal of Solids and Structures*, 38(42–43), 7691–7701. [http://doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00035-X](http://doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00035-X)

Yang, Coquille, Fontaine, & Lambertin. (2002). Contact pressure between two rough surfaces of a cylindrical fit. *Journal of Materials Processing Technology*, 123, 490–497.

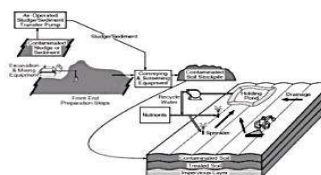
E-3. Artículo en la revista “DYNA Ingeniería e Industria”

Required effort for shaft/ring setting according to roughness due to CNC lathe machining
Manuel Salgado-Cruz, Claudia Cortés-García, Dariusz-Sławomir Szwedowicz, Eladio Martínez-Rayón, Quirino Estrada-Barbosa y Andrés Blanco-Ortega

research article / artículo de investigación

Required effort for shaft/ring setting according to roughness due to CNC lathe machining

Esfuerzo necesario para el calado eje/ anillo según la rugosidad debida al mecanizado en torno CNC



Manuel Salgado-Cruz¹, Claudia Cortés-García¹, Dariusz-Sławomir Szwedowicz¹, Eladio Martínez-Rayón¹, Quirino Estrada-Barbosa² y Andrés Blanco-Ortega¹

¹CENIDET. National Technologic of Mexico. Mecanic Engineering Department, Apatzingán 212 – 62490 Cuernavaca, Morelos (México).

²University of Ciudad Juárez. Av. Plutarco Elías Calles 1210. Col. Fovissste Chamizal – 32310 Cd Juárez, Chihuahua (México)

DOI: <https://doi.org/10.6036/9791> | Received: 14/05/2020 • Reviewing: 02/06/2020 • Accepted: 30/07/2020

To cite this article: SALGADO-CRUZ, Manuel; CORTÉS-GARCÍA, Claudia; SLAWOMIR-SZWEDOWICZ, Dariusz; MÁRTINEZ-RAYÓN, Eladio; ESTRADA-BARBO-SA, Quirino; BLANCO-ORTEGA, Andrés. REQUIRED EFFORT FOR SHAFT/RING SETTING ACCORDING TO ROUGHNESS DUE TO CNC LATHE MACHINING. DYNA. Enero-Febrero 2021, vol.89, no. 1, p. 85-90. DOI: <https://doi.org/10.6036/9791>

RESUMEN

- Las uniones eje/cubo utilizan la diferencia de diámetros para realizar el ensamble, ya sea por presión o por temperatura. En esta investigación se realizó un estudio del efecto de la rugosidad en un ensamble, representado por el anillo interior de un rodamiento cuyo diámetro interno se toma como referencia fija, con distintos ejes. Los ejes se maquinaron en un torno CNC a distintas velocidades de avance cada uno. Estas variaciones modificaron el tamaño de la rugosidad superficial, y se realizaron para conocer el efecto de la rugosidad en las tolerancias. Con el rodamiento y las flechas se realizaron pruebas de ensamble-desensamblado a compresión en las uniones eje/anillo para determinar la fuerza máxima. Se desarrolló un modelo por el método de elementos finitos MEF del calado eje/anillo. Las superficies en contacto se representaron lisas, para determinar el valor de interferencia que representa la rugosidad obtenida del torneado. Para validar el modelo, se compararon resultados de presión de contacto y fuerza de extracción con la teoría de cilindros de pared gruesa. Los resultados obtenidos demuestran que una mayor rugosidad superficial obtenida al variar la velocidad de avance durante el mecanizado de la flecha en el torno, contribuye al aumento de la capacidad de carga de este tipo de uniones. Finalmente, a partir de las pruebas realizadas, se propuso una modificación en la ecuación de presión de contacto de ajuste para que considere esta tendencia.
- Palabras clave: ajuste a presión, proceso de torneado, velocidad de avance, rugosidad superficial, carga y descarga, contacto mecánico, fricción.

ABSTRACT

The shaft/hub joints use the difference in diameters to make the assembly, either by pressure or by temperature. In this investigation, a study was made of the effect of roughness in an assembly, represented by the inner ring of a bearing whose internal diameter is taken as a fixed reference, with different shafts. The shafts were machined on a CNC lathe at different feed rates for each. These variations modified the size of the surface roughness and were performed to determine the effect of roughness on tolerances. Compression assembly-disassembly tests were performed with the bearing and arrows at the shaft/ring joints to determine maximum force.

A model was developed by the MEF finite element method of the shaft/ring draft. The surfaces in contact were plotted smooth, to determine the interference value that represents the roughness obtained from turning. To validate the model, contact pressure and

extraction force results were compared with the thick wall cylinder theory. The results obtained demonstrate that a greater surface roughness obtained by varying the feed rate during the machining of the arrow on the lathe, contributes to the increase in the load capacity of this type of joint. Finally, based on the tests carried out, a modification was proposed in the adjustment contact pressure equation to consider this trend.

Key-words: press-fit joints, turning process, feed rate, surface roughness, loading and unloading, mechanical contact, friction.

1. INTRODUCTION

The shaft/cube joints are based on the principle of interference adjustments, they depend on the difference in diameters in order to be able to be joined (Fig. 1). Assembly is done by press or temperature. Adjustment systems are base hollow and base axis, to simplify the huge variety of possible adjustments. The absence of conventional clamping such as the use of wrenches, thread or wedges, makes them compact and aesthetic in appearance [1]. Due to low manufacturing cost, easy assembly and compact integrity, interference settings provide torque and high axial forces [2].

Its applications are: in cutting tool holders, wheels and belts for railway equipment, turbine discs, rotors for electric motors, pulleys and to locate ball bearings and rollers. They are also an effective way to assemble machine elements, such as a gear to an axle to transmit torque and resist axial thrust through friction resistance [3].

Ramachandran Et Radhakrishnan [1] defined the parameters that influence an interference adjustment: shaft diameter; external diameter of the cube; length of the joint; amount of interference; properties of the shaft material and the cube; finishing of the contact surfaces.

The effect of the first five factors on the load capacity of an interference adjustment can be determined mathematically using the theory of elasticity for pressurized cylinders [4]. But, the effect of finishing contact surfaces is complex to analyze by theoretical calculations, for example its irregular nature [1].

Surface finish or surface texture according to ANSI/ASME B46.1-1985 [5] refers only to geometric irregularities of solid material surfaces and instrument characteristics for measuring roughness. The texture of the surface is defined in terms of roughness, ripple, orientation, and defects.

Both roughness and surface ripple can be measured by a variety of instruments, including surface and non-contact contact types.

Such instruments can generally provide an indication of roughness in terms of the arithmetic average R_a , or the mean square root value (rms) R_q . The R_a is the most recurrent measurement parameter on surfaces where irregularities are of a periodic nature, such as in machining. The most common method for designating surface roughness in the United States is the RTo. The predominant method for producing engineering surfaces is through a machining process [6].

Yang et al [7] showed the effect of roughness on cylindrical interference adjustment. They recommend using inexpensive manufacturing processes such as turning to produce adjustment surfaces, rather than methods such as polishing that are much more expensive. It should be noted that surfaces subject to stricter dimensional tolerances, such as the areas of the shafts where the bearings are located, or the bearing track, are usually machined and subsequently eliminated with grinding, polishing and similar operations. Unlike turning, grinding is a starting process with an un definite geometry tool (the grinding wheel is composed of abrasive grains that tear off particles of material) and the surface finish generated is not periodic.

Boutoutaou et al [8] they numerically analyzed the extraction force for the axis-cube joint, varying shape defects (lobes); Concluded that the extraction force increases as the number of lobes increases.

Buczkowski & Kleiber [2] developed a methodology to improve the process of a temperature assembly. They proposed a non-classical friction hardening law, in which surface roughness and tangential micro-slips are considered. They concluded that smooth surfaces achieve greater load capacity. Fields & Hall [9], presented a simplification of the Lamé equation to calculate radial and tangential stresses due to interference in pressure adjustments. In [10], Wang et al developed an analytical method to predict the pressure adjustment curve under the linear elastic hypothesis. They used the FINite element method MEF to analyze the influence of non-contact regions, and the results showed that non-contact regions generate a constant resistant force in the pressure adjustment process.

The above investigations focus on a type of finished interference adjustment. In practice, it is unreasonable to measure the roughness and dimensional errors of each part, and then estimate the actual interference value and simulate the state of contact. Therefore, you need to pay attention to the assembly process to estimate the quality and load of the assembly. Because of these uncertainties, the purpose of this research is to determine the effect of the surface roughness characteristics of a turning process on the pressure assembly on an axis/cube joint.

The problem being addressed is the effect of roughness on a assembly between a bearing and an arrow or shaft. The roughness of the inner surface of the bearing remained unchanged, as acquired from the factory. In contrast, several axes were used, machined on a CNC lathe at different feed speeds. These variations changed the size of surface roughness on the shafts. These combinations were made to know the effect of roughness on tolerances.

An experimental analysis of the assembly-disassembly force of an axis/cube joint was performed. The axial resistance due to the variation in the finishing of a turning process applied to the shaft was analyzed and evaluated. The axles were mounted on cubes removed from the URB R12ZZ inner bearing ring for greater accuracy. For this reason, the shaft/ring joint is analyzed, which is a type of axis/cube joints.

2. DEVELOPMENT

2.1. THICK WALL CYLINDER THEORY

This section presents the equations required to measure contact pressure, extraction force, and radial and tangential stresses.

According to Budynas & Nisbett [4], when two cylindrical parts are assembled by contraction or pressure on each other, a contact pressure is created p , due to diametric interference δ between the axis and the cube.

$$p = \frac{\delta}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + \nu_o \right) + \frac{d}{E_i} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - \nu_i \right)} \quad (1)$$

Where: d is the nominal diameter of the shaft, d_i is the inner diameter (if any) of the shaft, d_o is the outer diameter of the cube, E is Young's module and ν is Poisson's relationship, with subscripts o and i for the cube and shaft, respectively (Fig. 1a).

When the axis and the cube are of the same material, it would be.

$$p = \frac{E\delta}{2d^3} \left[\frac{(d_o^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)}{d_o^2 - d_i^2} \right] \quad (2)$$

For its part, δ is the difference between the outer diameter of the shaft and the inner diameter of the cube.

$$\delta = d_{ eje } - D_{cubo} \quad (3)$$

Considering tolerances in diameters D_{Axis} and D_{Cube} , the minimum and maximum pressure can be obtained by applying the minimum and maximum interferences (see Fig. 1b), which are expressed in equation (4) and (5) respectively.

$$\delta_{min} = d_{min} - D_{max} \quad (4)$$

$$\delta_{max} = d_{max} - D_{min} \quad (5)$$

Stresses due to an interference adjustment can be calculated by considering the shaft as a cylinder with uniform external pressure, and the cube as a hollow cylinder with uniform internal pressure.

Tangential stresses on shaft and hub contact are:

$$\sigma_{t, eje} = -p \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} \quad (6)$$

$$\sigma_{t, cubo} = -p \frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} \quad (7)$$

The radial efforts in the contact are simply:

$$\sigma_{r, eje} = -p \quad (8)$$

$$\sigma_{r, cubo} = -p \quad (9)$$

The extraction force, or axial resistance, is the product of the static coefficient of friction μ_s , and normal charging W acting on the contact interface between the axis and the cube (see Fig. 1c). Normal load can be represented as the product of pressure p and the nominal contact area A_0 . Therefore, the extraction force $F_{extracción}$ is:

$$F_{extracción} = \mu_s W = \mu_s (p A_0) = \mu_s p \pi d L_c \quad (10)$$

Where L_c is the length of the cube.

2.2. EXPERIMENTAL ANALYSIS

The drafting of the shaft/ring joint was carried out with the plates to compression of the universal machine. The purpose is to determine the load capacity or strength of the joint with different roughness values R_a due to forward speed A_v of a turning process. This load capacity has been measured by the assembly-disassembly force of axially compressed tests of the shaft/ring joint.

2.2.1 Design of the specimens

The experiment consisted of analyzing 15 shaft/ring joints. The shafts were designed with a diameter of 18,880 mm and varied A_v

Required effort for shaft/ring setting according to roughness due to CNC lathe machining
Manuel Salgado-Cruz, Claudia Cortés-García, Dariusz-Sławomir Szwedowicz, Eladio Martínez-Rayón, Quirino Estrada-Barbosa y Andrés Blanco-Ortega

research article / artículo de investigación

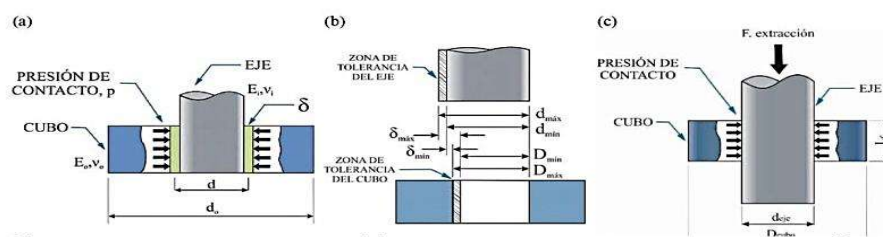


Fig. 1: Shaft/cube joint; where: (a) parameters involved in contact pressure, (b) minimum and maximum interference by tolerances and (c) extraction force

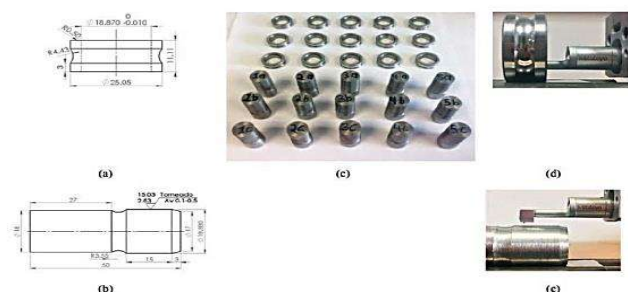


Fig. 2: Design, machining and roughness measurements of the shaft and ring, where: (a) shaft design, (b) ring design, (c) clean and listed shafts and rings, (d) measurement of roughness of the shafts and (e) measurement of roughness of the rings

0.1 to 0.5 mm/rev (see Fig. 2a). The rings were obtained from the URB R12ZZ inner bearing ring, with the aim of greater precision and repetitiveness; have a diameter of $18.870^{+0.000}_{-0.010}$ (+0.000@-0.010) mm and a width of 11.112 mm (see Fig. 2b). So you have a minimum and maximum interference of 10 and 20 l'm respectively in the setting.

2.2.2. Material

The shaft material is AISI 1045 steel and AISI 52100 chromed steel rings. The mechanical properties were: a module of Young E of 206×10^3 And 210×10^3 MPa, a Poisson relationship of 0.29 and 0.3, and a creep effort of σ_y 310 and 410 MPa, for the shaft and ring respectively.

2.2.3. CNC lathe machining

The shafts were machined on a CNC lathe, a DCMT 3-550 rhomboidal insert and a right turning rootstock with cutting angles of 32° and 93° was used with respect to the perpendicular of the part. Feed speeds were 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 and 0.5 mm/rev, 3 axes were machined for each A_v . The cutting speed was 30 m/min with a pass depth of 0.2 mm and lubricant was used. Table 1a shows the actual measurements of the axes obtained from varying A_v . It is observed that the values of the shaft diameters increase when A_v increases, this influences greater interference of the shaft/ring joints. At the end of the machining of the shafts, all the parts were cleaned with degreaser and listed as shown in Fig. 2c. Numbers 1-5 indicate the A_v 0.1-0.5 mm/rev respectively, and the letters a, b and c refer to the tests for each value of A_v . In total there were 15 axes and 15 rings.

2.2.4. Measurement of roughness

The measurement of roughness profiles was performed with a SurfTest SJ-210 rugosimeter of the Mitutoyo brand. First, the calibration of the rugosimeter was verified, where the roughness value

Ra the calibration block is 2.97 mm and the one obtained when measuring was 2.95 mm.

The specifications for measuring roughness profiles were then determined. The geometric product specification standard (ISO 4287:1997) [11], the profile was measured R, the number of measurements N cutting lengths was 8 and 3 for the shaft and ring respectively, the cutting length 0.8 mm and the GAUSS filter was used.

Subsequently, measurements of the roughness of the shafts and rings were made. See Figs. 2d and 2e.

Table 1b shows the values of Roughness Ra axes, machined at different speeds A_v , and the rings. The last column shows the average roughness value R_{ap} .

Figure 3 shows the roughness profiles, one of the rings (Fig. 3a), and five of the axes machined at different feed speeds (Figs. 3b-3f). The units of the X axis are in millimeters, and the Y axis in microns. It should be noted that the Y-axis value is adjusted to the height of each profile for better viewing.

(a)				
Axis	A_v ((mm)/(rev))	To (mm)	B (mm)	C (mm)
1	0.1	18.882	18.880	18.876
2	0.2	18.902	18.901	18.894
3	0.3	18.917	18.915	18.920
4	0.4	18.952	18.950	18.956
5	0.5	18.977	18.968	18.979

(b)					
Axis	A_v ((mm)/(rev))	To (mm)	B (mm)	C (mm)	Rap
1	0.1	2.69	2.89	2.90	2.83
2	0.2	4.08	4.92	5.03	4.68
3	0.3	7.04	7.20	6.96	7.07
4	0.4	10.87	10.86	11.12	10.95
5	0.5	14.69	14.55	15.85	15.03

Ring					
1		0.46	0.47	0.45	0.44
2		0.44	0.49	0.43	
3		0.48	0.45	0.39	
4		0.40	0.46	0.47	
5		0.45	0.42	0.41	

Table 1: (a) actual measurements of the axes and (b) Ra and R_{ap} roughness of the shafts and rings.

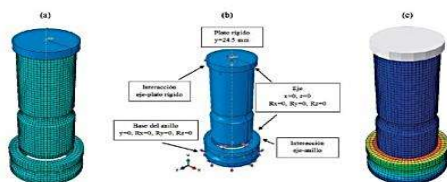


Fig.5: Model of the shaft-ring joint, where: (a) Meshing of the shaft and ring, (b) Interactions and border conditions and (c) Concentration of stresses

From the measurement of roughness profiles it is appreciated that Figs. 3c-3f they follow a defined pattern related to progress, while Figs. 3a and 3b do not see a trend. Predictably, the amplitude of the profiles is clearly increasing as the value of the feed increases.

It should be mentioned that the analysis of the effect of roughness has been isolated from factors such as roundness, cylindricity, conicity, among others.

2.2.5. Compression tests on universal machine

In the next stage of the experimental analysis, compression tests were performed. Guide attachments were designed and machined in white nylamid (Fig. 4b) and AISI 1045 steel base (Fig. 4d). Fig. 4a shows a diagram of the test; the position of the shaft (1), the ring (2), the base (3) and the guide (4) are displayed. It was used Shimadzu AG-X plus universal machine (maximum load capacity of 100 kN). The maximum axial force was measured in the assembly of each of the five shaft-ring joints with different roughness values R_a because of the A_v .

Using TrapeziumX software, the characteristics of the test were specified: test-to-control mode, compression test type, speed 5 mm/min, top plate displacement of 25 mm down, and the 80 kN load limit of the universal machine. Fig. 4c shows the final result of placing the shaft/ring joint between the compression plates. The compression tests were immediately carried out for each of the 15 joints.

2.2.5. COMPRESSION TESTS ON UNIVERSAL MACHINE

In the next stage of the experimental analysis, compression tests were performed. Guide attachments were designed and machined in white nylamid (Fig. 4b) and AISI 1045 steel base (Fig. 4d). Fig. 4a shows a diagram of the test; the position of the shaft (1), the ring (2), the base (3) and the guide (4) are displayed. It was used Shimadzu AG-X plus universal machine (maximum load capacity of 100 kN). The maximum axial force was measured in the assembly of each of the five shaft-ring joints with different roughness values R_a because of the A_v .

Using TrapeziumX software, the characteristics of the test were specified: test-to-control mode, compression test type, speed 5 mm/min, top plate displacement of 25 mm down, and the 80 kN load limit of the universal machine. Fig. 4c shows the final result of placing the shaft/ring joint between the compression plates. The compression tests were immediately carried out for each of the 15 joints.

2.3. MODEL USING THE FINITE ELEMENTS METHOD

A model was developed by the finite element method MEF of the shaft/ring joint, in the process of assembly-desensamble by pressure, emulating experimental tests. The compression test of the joint was simulated to determine the maximum axial force. The goal is to determine interference in a MEF model equivalent to roughness behavior in the joint draft. The MEF model was graded with equations (1) and (10) thick-walled cylinders [4], varying interference from 50 to 600 microns in the ring-axis assembly.

2.3.1. Considerations

ABAQUS/CAE was used as MEF software. The option "penalty" was chosen in tangential contact to model friction, where only the static friction coefficient of the contact is provided (Coulomb friction). In the discrete model of the joint a kinematic friction coefficient μ of 0.1 was used, taking into account that the contact surfaces are steel-steel, and also the experimental test had quasistatic character, where the speed was constant. In reference [12] it is recommended to use friction coefficient values from 0.06 to 0.13 for this type of joints.

2.3.2. Discrete model

Fig. 5 shows the MEF model of the shaft/ring joint. The shaft, ring and rigid plate were created; they were assigned the mechanical properties of the material: AISI 1045 steel for the shaft and AISI 52100 steel for the ring. The rigid plate was not assigned material as it is a rigid body and was used to push the shaft. A single step was taken for analysis; in this step the assembly and disassemble is performed by means of a displacement of 24.5 mm in the "y" direction of the rigid plate, to determine the load that supports the joint. Also, two interactions were formed; the "ring-axis" interaction, where tangential contact was assigned a friction coefficient value of 0.1. The second "rigid plate-axis" interaction was performed between the shaft and the rigid body to obtain the extraction force by means of the normal contact force "CFN" (see Fig. 5b). Finally, two boundary conditions were created.

2.3.3. Meshing and concentration of efforts

Fig. 5a shows the meshing of the parts. A mesh refinement anal

Union shaft/ring	Test			
	To ($1 \times 10^3 \text{ N}$)	B ($1 \times 10^3 \text{ N}$)	Δ -MEF (Am)	% -X/F-MEF
1	0.814	0.497	No load	0.655
2	17.071	15.747	15.564	16.127
3	37.961	35.112	39.594	37.556
4	49.976	56.116	48.984	51.692
5	79.870*	79.355	80.064*	79.763

δ (μm)	PCE (MPa)	FE1 ($1 \times 10^3 \text{ N}$)	FE2 ($1 \times 10^3 \text{ N}$)	%-FE
50	124.74	6.655	6.033	-9.33
100	249.49	13.311	12.974	-2.53
150	374.24	19.967	19.958	-0.04
200	498.99	26.622	26.977	1.33
250	623.74	33.278	34.037	2.28
300	748.49	39.934	41.118	2.96
350	873.23	46.590	48.217	3.49
400	997.98	53.245	55.335	3.92
450	1122.73	59.901	62.474	4.29
500	1247.48	66.557	69.631	4.61
550	1372.23	73.213	76.810	4.91
600	1496.98	79.869	84.010	5.18

Union shaft/ring	Test			
	X ($1 \times 10^3 \text{ N}$)	F-MEF ($1 \times 10^3 \text{ N}$)	C ($1 \times 10^3 \text{ N}$)	X ($1 \times 10^3 \text{ N}$)
1	0.655	0.647	10	-1.33
2	16.127	16.464	125	2.09
3	37.556	38.282	280	1.93
4	51.692	52.483	380	1.52
5	79.763	79.683	570	-0.10

Table 2: (a) Results of the maximum force of the shaft-ring joints, (b) Comparison of the MEF model with the theoretical equations, (c) Comparison of experimental results with the MEF model.

ysis was performed, and compared to Equation (1) of contact pressure, the mesh size was determined to be 1 mm. The type of element that was used was the C3D8R. Fig. 5c shows the distribution of the shaft-ring joint stresses when assembly is performed.

3. RESULTS

Below are the experimental results of the maximum force obtained in each test performed on specimens a, b and c of each value of Av. Also, a validation of the model is presented against the equations of thick-walled cylinders. The interference value of the MEF model is then determined for each advance of the experimental tests. Finally, the graphs of the assembly-disassembly force of specimens a, b and c are compared with those obtained by the MEF model. It should be remembered that in Table 2 and Fig. 6, numbers 1 to 5 indicate the Av 0.1 to 0.5 mm/rev respectively, and the letters a, b and c refer to the samples for each of these speeds.

Table 2a shows the maximum assembly-disassembly force of each of the experimental tests a, b, c, and the average maximum force X. The symbol* indicates that the 80 kN limit of the universal machine was reached. For example, the shaft/ring junction 1 corresponds to the feed rate of 0.1 mm/rev, the maximum forces were 814, 497, and 0 N, for tests 1a, 1b, and 1c respectively. Test 1c did not get load, and the last column in the table reflects the value of X. This procedure was repeated for each shaft/ring joint. It is observed that the average maximum force X increases as Av.

Table 2b shows the results of the calibration of the model with MEF, comparing it to the theoretical equations. Interference was analyzed Δ 50 to 600 μ m, with intervals of 50 μ m. Column 2 shows the PCE contact pressure obtained by the Equation (1). The third column shows the FE1 extraction force of Equation (10). The fourth column corresponds to the FE2 extraction force with the MEF model, and finally, in the fifth column, the percentage of %FE difference

between FE1 and FE2. This, in order to validate the MEF model with the equations of thick wall cylinder theory.

Table 2c determined the interference value of the MEF model for the experimental X results of each test. Column 3 shows the maximum force F-MEF obtained with the numerical model; Column 4 shows the interference Δ -MEF of the same model, and the last column shows the percentage of difference %X/F-MEF between X and F-MEF. For example, the shaft/ring junction 1 has an X value of 655 N, hence it was determined that 10 μ m of Δ -MEF would give an F-MEF of 647 N, where %X/F-MEF was -1.33%. This was done for each case. The trend that is seen is that Δ -MEF increases as it increases Av experimental tests.

The Fig. 6 shows the comparison of the assembly-disassembly plots of each Av obtained experimentally, with that obtained with the model by MEF, with their respective value of Δ -MEF (see Table 2c). It should be noted that in the graphs in Fig. 6 the Y axis of the force is adjusted according to the graph, so they can have different scales.

Fig. 6a shows that the graphs of test 1a and model MEF-1 have a similar but out-of-the-box trend, the graph of test 1b shows at 3 mm displacement a decrease in force and 6 mm increases again, and the 1c test showed no force, i.e. there was no interference between the shaft and the ring. Fig. 6b and 6c reflect the same trend of graphs, the MEF model fits with respect to experimental tests. Fig. 6d shows a difference from the tests on the left side of the graph, while on the left side it is uniform.

In Fig. 6e tests 5a and 5c exceeded the limit of 80 kN assigned on the universal machine, for this reason the graphs are not complete, test 5b behaved differently than the graph of the MEF-5 model.

The variations between curves when comparing the graphs of the different tests a, b, and c with the MEF model, they are due to the roughness obtained in each Av machining process, since in the MEF model the surfaces are considered smooth (without roughness). When looking in detail at the graphs, you can see a staggering of the left side of the curve due to roughness, this is more visible in Fig. 6d and 6e. Despite this, the differences are acceptable with the MEF model.

4. DISCUSSION

The trend in the results obtained shows that greater roughness Ra obtained by increasing Av of a turning process, increases load capacity. This is due to increased frictional force due to rough surface finish, and increased shaft diameter.

Reviewing the bibliography there are two trends, focused on how the roughness profile is considered with respect to the nominal measurement. In the first [2], the roughness profile is considered not to exceed the nominal measure. See Fig. 6f, where case 1 is shown. This trend concludes that smooth surfaces contribute to greater bond strength. This happens with very good finishes (talk of specular finishes) that increase the contact surface between the two pieces, increasing friction. The second trend [7,8] refers to the midline of the roughness profile as the nominal measurement of the part, observe case 2 in Fig. 6f. It should be noted that the middle line of roughness is a dummy line generated by the measuring instrument (rugosimeter) to calculate the parameters that define the profile. This trend concludes that roughness generates greater resistance.

It can be concluded from the literature that the effect of roughness depends on the positioning of the roughness profiles with respect to the nominal measurement. This positioning has to do directly with the machining process.

In the case of CNC lathe machining, the roughness positioning is above the nominal measurement, more similar to the second trend.

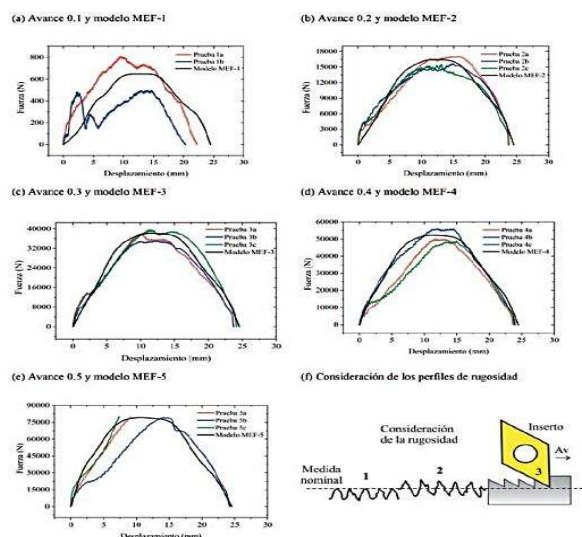


Fig. 6: Graphs of assembly-disassembly strength and consideration of roughness profiles

This is because the tip of the insert is to the nominal extent, but the radius of the insert tip and the A_v determines the roughness value. See Fig. 6f in case 3, to observe this positioning of roughness with respect to other considerations.

5. CONCLUSIONS

$$p = \frac{\delta + \delta_a}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + \nu_o \right) + \frac{d}{E_i} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - \nu_i \right)} \quad (11)$$

After analyzing the results obtained and behavioral trends, it was possible to demonstrate that greater roughness R_a obtained by increasing A_v of a turning process, increases load capacity.

From the tests carried out, taking as a reference A_v 0.1 mm/rev and comparison with the MEF model, it is suggested to use equation (11). In this, a change is proposed in Equation (1) of contact pressure to include this trend. Additional interference is added ΔT_o due to the advancement of machining, where the proposed values of ΔT_o 0.115, 0.27, 0.37, 0.56 mm for feeds 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 respectively.

This experiment can be used to consider the effect of roughness on a snap adjustment assembly, based on the base hollow system. In this case the shaft is machined into a lathe to the extent necessary to assemble it to bearings, gears, pulleys and fixing rings.

As a future task, it would be advisable to analyze the local roughness behavior in the axis/ring junction contact interface for better understanding.

References

- [1] Proaño Herrera, C. M., & Rivas Aybar, D. M. (2010). Rehabilitación de suelos contaminados por derrame de hidrocarburos mediante biorremediación.
- [2] Acuña, A. J., Tonin, N. L., Díaz, V., Pucci, G. N., & Pucci, O. H. (2012). Optimización de un sistema de biorremediación de hidrocarburos a escala de laboratorio. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 13(1), 105-112al, 9)
- [3] Alva, V. A. C. (2014, June). Biorremediación de suelos contaminados con hidrocarburos. In *3ra Jornada Científica de Estudiantes 2014-Facultad de Ingeniería y Arquitectura*.
- [4] Contreras, P., & Soledad, D. (2014). Biorremediación de suelos contaminados con hidrocarburos
- [5] Ferrera-Cerrato, R., Rojas-Avelizapa, N. G., Poggi-Varaldo, H. M., Alarcón, A., & Cañizares-Villanueva, R. O. (2006). Procesos de biorremediación de suelo y agua contaminados por hidrocarburos del petróleo y otros compuestos orgánicos. *Revista latinoamericana de Microbiología*, 48(2), 179-187
- [6] Jara, M. F. C., & Montenegro, L. (2014). Estudio De Dos Tratamientos A Escala Piloto Para La Biodegradación De Suelos Contaminados Por Hidrocarburos Por El Método De Landfarming. *Revista Politécnica*, 34(1).
- [7] Sih-Yu Wang et al. (2016). Bioremediation of diesel and lubricant oil-Contaminated Soils using enhanced landfarming system.
- [8] Guarino, C., Spada, V., Sciarillo, R., M., (2017). Assessment of three approaches of bioremediation (Natural Attenuation, Landfarming and Bioaugmentation-Assisted Landfarming) for a petroleum hydrocarbons contaminated soil.
- [9] Brown, D., Smith, J. et al. (2017). Comparison of landfarming amendments to improve bioremediation of petroleum hydrocarbons in Niger Delta soils.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank CONACYT for the economic support provided for the development of this project.

