



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico**

## Tesis de Maestría

**Metodología para el diagnóstico de fallas en  
máquinas eléctricas empleando transformadas  
integrales de orden generalizado**

presentada por

**Ing. Héctor Martín Cortés Campos**

como requisito para la obtención del grado de  
**Maestro en Ciencias en Ingeniería  
Electrónica**

Director de tesis

**Dr. José Francisco Gómez Aguilar**

Codirector de tesis

**Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez**

**Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2020.**



# EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
Departamento de Ingeniería Electrónica

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Mor., 16/diciembre/2019  
No. de Oficio: DIE/266/2019  
Asunto: Aceptación de documentos de tesis

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
**PRESENTE**

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Ing. Héctor Martín Cortés Campos**, con número de control **M18CE034** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **"Metodología para el diagnóstico de fallas en máquinas eléctricas empleando transformadas integrales de orden generalizado."** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. José Francisco Gómez Aguilar  
Doctor en Física  
Cédula profesional 9124781

CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 8031070

REVISOR 1

Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez  
Doctor en Ingeniería  
Cédula profesional 3431842

REVISOR 2

Dr. Guadalupe Madrigal Espinosa  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 2579043

C.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera- Jefa del Departamento de Servicios Escolares  
Estudiante  
Expediente

MPS/Irr.

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos.  
Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 2225, e-mail: die@cenidet.edu.mx



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
Subdirección Académica

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Cuernavaca, Morelos, 13/enero/2020

OFICIO No. SAC/008/2020  
Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. HÉCTOR MARTÍN CORTÉS CAMPOS  
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "*Metodología para el diagnóstico de fallas en máquinas eléctricas empleando transformadas integrales de orden generalizado*", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

A T E N T A M E N T E  
Excelencia en Educación Tecnológica®  
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"



SEP TecNM  
CENTRO NACIONAL  
DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO  
TECNOLÓGICO  
SUBDIRECCIÓN  
ACADÉMICA

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

C.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera. Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Expediente.

GVGR/chg

# Agradecimientos

Agradezco a mis padres Martha y Antonio, quienes me han brindado su apoyo incondicional día a día y me motivan a diario para continuar con mi desarrollo personal y académico.

A mi asesor, Dr. José Francisco Gómez Aguilar quien me apoyó en este proceso de maestría y me ha orientado en el desarrollo de este trabajo de investigación con valiosos consejos, comentarios y conocimiento que me han permitido mejorar cada vez más mi trabajo.

A mi co asesor, Dr. Víctor Manuel Alvarado quien me compartió sus conocimientos y consejos para mejorar mi trabajo de investigación.

A mi revisores el Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez y el Dr. Guadalupe Madrigal Espinosa quienes me han brindado sus valiosos comentarios y observaciones para el desarrollo de este trabajo de tesis.

A el Dr. David Granados Lieberman quien me recibió y tuve la dicha de trabajar con él en la estancia realizada en su institución, la cual fue clave para este trabajo de investigación.

A mis profesores quienes compartieron sus conocimientos que fueron base en este proceso de maestría y entrar en el area de control Automatico.

A Carlos Jesús Zuñiga quien me ha apoyado y compartido conocimientos para desarrollar mi trabajo de investigación.

A mis amigos de la generación, Oyuki, Felipe, Jesús, Daniel, César y Alejandro con los que he compartido grandes momentos y nos hemos apoyado en momentos difíciles para continuar esta etapa de maestría.

A la Lic. Lorena ya que es una gran persona quien nos ayuda y motiva continuamente a cada uno de nosotros los estudiantes de electrónica.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico que brindó para realizar mis estudios de maestría y por el apoyo para realizar una estancia nacional.

Por último agradezco al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) y Tecnológico Nacional de México (TecNM) por brindarme los medios y las instalaciones necesarias para realizar mis estudios de maestría y a su personal por sus amables atenciones que recibí.

# Resumen

En esta tesis se propone una metodología para el diagnóstico de fallas en maquinas eléctricas particularmente en transformadores empleando la transformada de Fourier de orden fraccionario en señales de corriente y voltaje de los devanados de un transformador.

En la metodología se utiliza una corriente de falla la cual se calcula a partir del principio de protecciones diferenciales, en la forma de onda de esta corriente se ve reflejada la influencia de las fallas de corto circuito en el devanado primario. Debido a que esta metodología se basa en el comportamiento de señales, esto implica etapas importantes para ser llevada a cabo, una de estas etapas es la extracción de características, en este trabajo se emplea la transformada fraccionaria de Fourier ya que en la literatura se reporta como una útil herramienta en el análisis de las señales.

Para la aplicación de la transformada fraccionaria de Fourier se utilizó su forma discretizada mediante descomposición en eigenvalores y eigenvectores, se realizó un análisis de sus comportamientos y la energía de las señales.

En esta metodología se considera una etapa de clasificación donde se utiliza una red neuronal artificial de tipo perceptrón ya que su implementación es sencilla y su eficiencia es alta en comparación de otro tipo de clasificadores.

Para la validación de esta metodología se utilizaron datos experimentales los cuales se obtuvieron de un transformador monofásico de 1.5 kVA de tipo seco modificado para emular fallas de corto circuito en devanados.

Los índices considerados para evaluar la metodología son los desempeños del clasificador y sus desviaciones estándar, lo cual se interpreta que con un mayor desempeño y una menor desviación estándar se tiene un diagnostico de falla mas preciso.

Los resultados obtenidos muestran que la aplicación de la transformada fraccionaria de Fourier para la extracción de características provee un diagnóstico mas preciso en comparación al análisis en frecuencia o dominio temporal.

# Abstract

In this thesis work a methodology for the diagnosis of faults in electric machines, particularly in transformers, is proposed. The proposed method uses the fractional order Fourier transform on the voltage and current signals of the transformer windings.

The proposed methodology uses a fault current, which is calculated with the differential protections principle, due to the fact that in this current waveform the influence of short circuit faults in the primary winding is reflected. Because this methodology is based on the signals behavior, it is necessary to perform certain steps. One of these stages is the extraction of characteristics, for this work the Fourier fractional transform is used since it has been reported as a useful tool in signal analysis in the literature.

For the application of the Fourier fractional transform its discretized form was used by the decomposition into eigenvalues and eigenvectors, an analysis of its behaviors and the energy of the signals was performed.

In this methodology a classification stage is used where an artificial neural network of perceptron type is used since its implementation is simple and its efficiency is high compared to other types of classifiers.

For this methodology validation, experimental data was used which was obtained from a single phase 1.5 kVA transformer modified to emulate short circuit faults in windings.

The indices considered to evaluate the methodology are the performances of the classifier and its standard deviations, which is interpreted that with a higher performance index and a lower standard deviation the more accurate the methodology is.

The results obtained show that the application of the fractional order Fourier transform for the extraction of characteristics provides a more precise diagnosis compared to the analysis in frequency or temporal domain.

# Índice

<b>Índice</b>	<b>IV</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>VI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>IX</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estudio del estado del arte . . . . .	1
1.1.1. Diagnóstico de fallas en transformadores . . . . .	2
1.1.2. Cálculo fraccionario . . . . .	3
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	5
1.3. Objetivo general . . . . .	5
1.4. Objetivos específicos . . . . .	5
1.5. Metas . . . . .	5
1.6. Justificación . . . . .	5
1.7. Hipótesis . . . . .	6
1.8. Alcance . . . . .	6
1.9. Organización del documento . . . . .	6
<b>2. Transformadores</b>	<b>7</b>
2.1. Teoría básica de transformadores . . . . .	7
2.2. Fallas en transformadores . . . . .	10
<b>3. Diagnóstico de fallas</b>	<b>12</b>
3.1. Teoría de diagnóstico de fallas . . . . .	12
3.2. Diagnóstico de fallas en transformadores . . . . .	15
3.2.1. Método basado en corrientes y voltajes . . . . .	15
3.2.2. Método basado en frecuencia . . . . .	16
<b>4. Cálculo fraccionario</b>	<b>17</b>
4.1. Introducción al cálculo fraccionario . . . . .	17
4.2. Transformada de Fourier . . . . .	18
4.3. Transformada fraccionaria de Fourier . . . . .	19
<b>5. Redes neuronales artificiales</b>	<b>23</b>

<i>ÍNDICE</i>	v
<b>6. Pruebas</b>	<b>26</b>
<b>7. Resultados</b>	<b>34</b>
7.1. Señales obtenidas de la emulación de fallas . . . . .	34
7.2. Metodología para el diagnostico de fallas . . . . .	46
7.3. Clasificador Neuronal . . . . .	61
7.4. Resultados de la metodología . . . . .	62
<b>8. Conclusiones</b>	<b>70</b>
8.1. Trabajos Futuros . . . . .	71
<b>Bibliografía</b>	<b>72</b>
<b>Anexos</b>	<b>77</b>
<b>A. Producto</b>	<b>78</b>
<b>B. Transformada corta de Fourier fraccionaria</b>	<b>80</b>

# Índice de figuras

2.1. Diagrama de transformador. . . . .	7
2.2. Circuito equivalente del transformador. . . . .	8
2.3. Circuito equivalente referido al devanado primario. . . . .	8
2.4. Circuito equivalente referido al devanado secundario. . . . .	9
2.5. Circuito equivalente sin rama de magnetización. . . . .	10
2.6. Principales elementos en falla de un transformador [27]. . . . .	11
3.1. Modelo de falla abrupta. . . . .	12
3.2. Modelo de falla incipiente. . . . .	12
3.3. Modelo de intermitente. . . . .	13
3.4. Procedimiento de diagnóstico basado en modelo matemático. . . . .	13
3.5. Procedimiento de diagnóstico basado en comportamiento de las señales. . . . .	13
3.6. Clasificación general de métodos de clasificación. . . . .	15
4.1. Plano tiempo frecuencia . . . . .	20
5.1. Neurona Artificial Mcculloch-Pitts. . . . .	23
5.2. RNA multicapa . . . . .	25
6.1. Transformador 1.5 kVA - 120V/220V. . . . .	26
6.2. Diagrama eléctrico del sistema de emulación de corto circuito. . . . .	27
6.3. Relevador de estado sólido. . . . .	28
6.4. Tarjeta de adquisición de datos. . . . .	29
6.5. Sensor de corriente con núcleo de material ferromagnético. . . . .	30
6.6. Sensor de corriente tipo Rogowski. . . . .	30
6.7. Transformador de potencial. . . . .	31
6.8. Analizador de energía Marca Fluke modelo 435. . . . .	31
6.9. Sistema de emulación de fallas de corto circuito. . . . .	33
7.1. Corriente inrush. . . . .	34
7.2. Corriente con carga en vacío. . . . .	35
7.3. Corriente en devanado primario - carga lineal - sin falla. . . . .	36
7.4. Corriente en devanado secundario - carga lineal - sin falla. . . . .	37
7.5. Corriente en devanado primario- transición de carga lineal a no lineal. . . . .	37
7.6. Corriente en devanado secundario- transición de carga lineal a no lineal. . . . .	38

7.7. Corriente en devanado primario - carga no lineal - sin falla. . . . .	38
7.8. Corriente en devanado secundario - carga no lineal - sin falla. . . . .	39
7.9. Corriente en devanado primario - carga combinada - sin falla. . . . .	39
7.10. Corriente en devanado primario - carga combinada - sin falla. . . . .	40
7.11. Comparación de corrientes devanado primario en vacío. . . . .	41
7.12. Comparación de corrientes devanado primario con carga lineal. . . . .	42
7.13. Comparación de corrientes devanado primario con carga no lineal. . . . .	42
7.14. Comparación de corrientes devanado primario con carga combinada. . . . .	43
7.15. Comparación de corrientes devanado secundario con carga lineal. . . . .	43
7.16. Comparación de corrientes devanado secundario con carga no lineal. . . . .	44
7.17. Comparación de corrientes devanado secundario con carga combinado. . . . .	44
7.18. Voltaje devanado primario. . . . .	45
7.19. Voltaje devanado secundario. . . . .	45
7.20. Esquema de diagnóstico de fallas basado en señales. . . . .	46
7.21. Procedimiento de la metodología para el diagnóstico de fallas. . . . .	47
7.22. Seccionado de señales en vacío 0, 5, 10 vueltas en corto circuito. . . . .	48
7.23. Seccionado de señales en vacío 15, 20, 25 vueltas en corto circuito. . . . .	48
7.24. Seccionado de señales con carga lineal 0, 5, 10 vueltas en corto circuito. . . . .	49
7.25. Seccionado de señales con carga lineal 15, 20, 25 vueltas en corto circuito. . . . .	49
7.26. Seccionado de señales con carga no lineal 0, 5, 10 vueltas en corto circuito. . . . .	50
7.27. Seccionado de señales con carga no lineal 15, 20, 25 vueltas en corto circuito. . . . .	50
7.28. Seccionado de señales con carga combinada 0, 5, 10 vueltas en corto circuito. . . . .	51
7.29. Seccionado de señales con carga combinada 15, 20, 25 vueltas en corto circuito. . . . .	51
7.30. Espectrograma de transformaciones vista superior en decibeles. . . . .	52
7.31. Espectrograma de transformaciones. . . . .	53
7.32. Energía en relación a las vueltas en corto circuito y ordenes de transformación. . . . .	53
7.33. Espectrograma señal ventaneada 0 vueltas en corto circuito. . . . .	54
7.34. Espectrograma señal ventaneada vuelta 5 en corto circuito. . . . .	55
7.35. Espectrograma señal ventaneada vuelta 10 en corto circuito. . . . .	55
7.36. Espectrograma señal ventaneada vuelta 15 en corto circuito. . . . .	56
7.37. Espectrograma señal ventaneada vuelta 20 en corto circuito. . . . .	56
7.38. Espectrograma señal ventaneada vuelta 25 en corto circuito. . . . .	57
7.39. Señales con orden de transformación 0.1. . . . .	58
7.40. Señales con orden de transformación 0.3. . . . .	58
7.41. Señales con orden de transformación 0.5. . . . .	59
7.42. Señales con orden de transformación 0.7. . . . .	59
7.43. Señales con orden de transformación 0.9. . . . .	60
7.44. Señales con orden de transformación 1. . . . .	60
7.45. RNA tipo perceptron de doble capa. . . . .	61
7.46. Desempeños de clasificador utilizando señal de corriente en devanado primario. . . . .	63
7.47. Desempeños de clasificador utilizando señales en dominio temporal. . . . .	63
7.48. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.1. . . . .	64
7.49. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.2. . . . .	64

7.50. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.3. . . . .	65
7.51. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.4. . . . .	65
7.52. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.5. . . . .	66
7.53. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.6. . . . .	66
7.54. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.7. . . . .	67
7.55. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.8. . . . .	67
7.56. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.9. . . . .	68
7.57. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 1. . . . .	68
B.1. STFRFT de señal chirp con orden de 0.01. . . . .	81
B.2. STFRFT de señal chirp con orden de 0.3. . . . .	82
B.3. STFRFT de señal chirp con orden de 0.5. . . . .	82
B.4. STFRFT de señal chirp con orden de 1. . . . .	83
B.5. Espectrograma de corriente en devanado primario con STFRFT orden 0.5. . . . .	84
B.6. Espectrograma de corriente en devanado primario con STFRFT orden 1. . . . .	84

# Índice de tablas

4.1. Comparación de las formas discretas de la <b>FRFT</b> . . . . .	22
5.1. Funciones de activación para una RNA . . . . .	24
6.1. Características del transformador . . . . .	27
6.2. Equipo utilizado en la emulación de fallas. . . . .	28
6.3. Accionamiento de cargas. . . . .	32
7.1. Clases de falla. . . . .	62
7.2. Desempeños promedio obtenidos. . . . .	69

# Lista de acrónimos

<b>THD</b>	Distorsión armónica total
<b>S</b>	Densidad espectral
<b>SRH</b>	Relación del segundo armónico
<b>EMD</b>	Descomposición de modo empírico
<b>IMF's</b>	Funciones de modo intrínseco
<b>SE</b>	Entropía de Shanon
<b>RMS</b>	Raiz media cuadratica
<b>FRA</b>	Análisis de respuesta en frecuencia
<b>ASLE</b>	Suma absoluta del error logaritmico
<b>DABS</b>	Diferencia absoluta
<b>CSD</b>	Desviacion estandar
<b>DGA</b>	Análisis de gas disuelto
<b>RMSE</b>	Raiz media cuadratica del error
<b>CC</b>	Corto circuito
<b>RL</b>	Riemann-Liouville
<b>GL</b>	Grünwald-Letnikov
<b>AB</b>	Atangana-Baleanu
<b>FRFT</b>	Transformada de Fourier fraccionaria
<b>RNA</b>	Red neuronal artificial
<b>STFT</b>	Transformada corta de Fourier
<b>STFRFT</b>	Transformada corta fraccionaria de Fourier

# Capítulo 1

## Introducción

Un transformador es una máquina eléctrica que mediante el principio de inducción electromagnética, realiza conversiones en los niveles de voltaje sin cambiar su frecuencia. Sus elementos en su diseño básico son un núcleo de material ferromagnético y dos o más devanados de alambre magneto enrollados en el núcleo [21–24].

Debido a la importancia de los transformadores para los sistemas eléctricos es necesario contar con métodos de diagnóstico de fallas, ya que estos pueden ser susceptibles a fallas que pueden tener origen tanto externo como interno. Cuando estas fallas no son detectadas a tiempo se puede interrumpir el suministro de energía eléctrica.

En la actualidad existen diversos métodos para monitorear y diagnosticar fallas en transformadores, los cuales implican mediciones y parámetros de la máquina, algunos de estos son fácil de obtener pero existen algunos que requieren equipo especializado e incluso llevar el transformador a un laboratorio [30].

Algunos de los métodos actuales para diagnosticar fallas en transformadores se basan en análisis de frecuencias, señales en dominio temporal, vibraciones mecánicas y algunas más complejas como la composiciones de los gases de transformadores sumergidos en aceite [7, 11, 12].

El cálculo fraccionario es una rama de las matemáticas que estudia operadores de orden no entero. La principal ventaja al usar estos operadores es que permiten describir fenómenos de fractalidad, comportamientos de memoria y filtrado. La transformada fraccionaria de Fourier es un operador que generaliza la transformada de Fourier clásico. Ha sido utilizada en el área de procesamiento de señales, procesamiento de imágenes, encriptación de información y diagnóstico de fallas. En esta última se han reportado trabajos en máquinas eléctricas rotativas, sin embargo no se encontraron trabajos reportados en máquinas eléctricas estáticas (Transformadores) [16, 17, 36, 51].

### 1.1. Estudio del estado del arte

El estado del arte consta de dos partes, en la primera se aborda una revisión bibliográfica de trabajos acerca del diagnóstico de fallas en transformadores y en la segunda parte se revisan trabajos donde se utiliza el cálculo fraccionario.

### 1.1.1. Diagnóstico de fallas en transformadores

En 2017 Mejia-Barron et al. propone un modelo de la corriente inrush para el diagnóstico de fallas de corto circuito en transformadores, que consta de una parte transitoria y una parte estacionaria. El modelo estacionario utiliza como base series de Fourier y el modelo transitorio utiliza una suma de funciones gaussianas, para extraer los valores de índices como la distorsión armónica total (THD), densidad espectral (S) y la relación del segundo armónico (SHR), los cuales presentan sensibilidad a las fallas y cambian su nivel dependiendo de la gravedad de la falla [1].

Mejia-Barron et al. en 2018 trabajó con un método de diagnóstico de fallas de corto circuito en un transformador utilizando la descomposición de modo empírico (EMD) y sus variantes en el análisis de la corriente inrush, obteniendo funciones de modo intrínseco (IMF's). Los índices utilizados en este trabajo son la entropía de Shanon (SE), la energía y el valor RMS de la señal, los cuales están ligados a los comportamientos de las IMF's y varían dependiendo de la gravedad de la falla [2].

Wiszniewski et al. en 2018 utiliza un circuito equivalente para representar las fallas de corto circuito utilizando un devanados ficticios para cada uno de los devanados reales del transformador. Analizando dicho circuito calcularon su impedancia equivalente a la falla de corto circuito y la corriente diferencial para analizar la gravedad de la falla, llegando a la conclusión que con dicho método suelen presentarse casos en los cuales las corrientes diferenciales pueden ser muy pequeñas, incluso menores a la corriente de magnetización, lo cual puede ser difícil de detectar [3].

Zhang et al. en 2017 propone utilizar un método estadístico para analizar fallas en un transformador trifásico las cuales son: fallas de fases a tierra y fallas entre fases. Los índices utilizados en ese trabajo son las curtosis, las cuales son variables estadísticas de las señales de corriente en comportamiento normal, corriente inrush corriente en falla. Este método muestra pruebas realizadas en simulación y pruebas experimentales en un transformador trifásico de 15 kVA 800/220V, con resultados favorables para poder distinguir una corriente de falla y la corriente inrush [4].

Golshan et al. en 2004 trabajó un algoritmo digital para la protección diferencial de transformadores trifásicos. Este algoritmo analiza la componente del segundo armónico de la corriente diferencial, donde los casos de falla analizados son fases a tierra y falla entre fases. Para obtener la componente armónica se utiliza la transformada rápida de Fourier con una ventana de 64 muestras por periodo. La metodología es probada en simulación [5].

Lei et al. en 2014 realizó un trabajo en el cual se estudiaron las funciones de transferencia de los devanados del transformador para detectar fallas entre vueltas. Las funciones de transferencia se obtienen mediante un método de impulsos de bajo voltaje y las señales obtenidas se pasan al dominio frecuencial para calcular la función de transferencia de la admitancia del devanado. Las variaciones son analizadas para poder detectar la falla en el devanado. Este método es probado de manera experimental [6].

Devadiga et al. en 2018 realizó el diagnóstico de fallas de vueltas en corto circuito utilizando un método de análisis de respuesta en frecuencia (FRA). Este método utiliza mediciones de voltaje y cálculos de impedancia y utiliza la transformada de Fourier para obtener su representación frecuencial. Los índices

utilizados en este trabajo son el coeficiente de correlación, la suma absoluta del error logarítmico (ASLE), la diferencia absoluta (DABS) y la comparación de la desviación estándar (CSD), con los cuales se obtiene resultados favorables para detectar la falla [7].

Faiz et al. en 2016 realizó un proceso de diagnóstico de fallas entre vueltas en devanados para transformadores de potencia considerando disturbios como cargas y alimentación desbalanceadas y cortos circuitos externos. Las mediciones utilizadas son las corrientes en devanados primarios y secundarios las cuales son tratados con la transformada de Fourier discreta para obtener su representación frecuencial y calcular sus componentes de secuencia negativa, los cuales son interpretados y analizados para determinar la localización de la falla, y su gravedad [8].

González et al. en 2004 presentó un método de diagnóstico de fallas utilizando la corriente de secuencia cero y realizando un análisis de elemento finito para obtener un modelo geométrico el cual es acoplado a un circuito con el cual se le inducen las fallas de corto circuito. Este método se prueba con datos experimentales obtenidos de un transformador trifásico de 15 kVA 220/380V y los índices utilizados son los módulos y el ángulo de los devanados para detectar la falla [9].

Subramaniam et al. en 2016 presentó un método de diagnóstico de fallas en transformadores de tipo seco utilizando modelado mediante elemento finito de los campos magnéticos. Las fallas consideradas en este trabajo son fallas entre vueltas de devanados, la intensidad del campo magnético y la densidad del flujo [10].

Jacobo en 2011 presentó un trabajo de monitoreo de transformadores utilizando análisis de vibraciones para detectar fallas mecánicas de aflojamiento del núcleo. En este trabajo, el autor emplea la transformada Hilbert-Huang para calcular funciones de modo intrínseco y el espectro de Hilbert. Este método solo requiere el instante de energización del transformador para realizar el diagnóstico de la falla mecánica [11].

Yu et al. en 2016 presentó un trabajo de diagnóstico de fallas mediante el análisis de gases disueltos (DGA). Este método consiste en analizar los componentes de los gases generados en un transformador sumergido en aceite para diagnosticar fallas internas. Entre las fallas consideradas se encuentran elementos deteriorados o desgaste en aislamientos. En conjunto con el método de DGA se utiliza una red neuronal probabilística con la cual se realizan predicciones para el diagnóstico [12].

Bustamante et al. en 2019 analiza gases disueltos en transformadores para realizar el monitoreo o diagnóstico de fallas. Los resultados obtenidos muestran una alta correlación comparado con otras técnicas de diagnóstico de fallas [13].

### 1.1.2. Cálculo fraccionario

En esta sección se presentan artículos relevantes para el estado del arte en el área de cálculo fraccionario aplicado al diagnóstico de fallas.

Luo et al. en 2012 propuso una metodología para el diagnóstico de fallas en engranes empleando la

transformada de Fourier fraccionaria. La transformada de Fourier fraccionaria permite calcular la frecuencia instantánea de señales de vibraciones y la principal ventaja de utilizar esta metodología es que requiere medir menos variables en comparación a los métodos tradicionales [14].

Yang et al. en 2018 presentó un modelo de orden fraccionario para el estudio de celdas de baterías de un auto eléctrico en conjunto con un modelo de un circuito RC de primer orden para detectar fallas de corto circuito externo utilizando como indicadores la raíz media cuadrada del error (RMSE), en este trabajo se resalta que el modelo de orden fraccionario tiene mayor precisión en la predicción de fallas de corto circuito [15].

Chen et al. en 2016 presentó un trabajo en el que emplea la transformada de Fourier discreta para el análisis de señales de vibración de un motor de inducción. Se utiliza la transformada con ángulos de transformación de 0 a  $2\pi$  para obtener un espectrograma en 3D, con características que facilitan el diagnóstico. Esta metodología se prueba de manera experimental en motores con fallas comunes como barras rotas y daños en rodamiento obteniendo buenos resultados [16].

Pineda et al. en 2009 presentó un trabajo de diagnóstico de fallas en un motor eléctrico de inducción, utiliza la transformada de Fourier fraccionaria para analizar el contenido espectral de la corriente del motor. Una de las principales ventajas de utilizar esta técnica es poder representar señales chirp.<sup>en</sup> deltas de Dirac en el dominio de Fourier fraccionario, de esta manera los disturbios inducidos por las fallas pueden representarse como señales chirps lineales [17].

Kong et al. en 2018 presentó un trabajo de estimación y diagnóstico de fallas en baterías de iones de litio, la metodología que propone se basa en modelos matemáticos de orden fraccionario en conjunto con observadores de tipo Luenberger y modos deslizantes de orden fraccionario logrando realizar la detección, el aislamiento y la estimación de la falla de manera simultánea. La metodología se prueba en la simulación de un sistema de baterías de tres celdas obteniendo buenos resultados [18].

Aribi et al. en 2014 presentó un trabajo de diagnóstico de fallas basado en modelos de orden fraccionario, presenta dos técnicas: una utilizando espacio de paridad y la segunda utilizando observadores de Luenberger de orden fraccionario. Ambas técnicas son aplicadas a un sistema térmico. Al usar las técnicas de orden fraccionario se requiere un menor número de parámetros y su complejidad numérica se asemeja a las técnicas de orden entero [19].

Yu et al. en 2018 presentó un trabajo para la detección de fallas en un motor síncrono de imanes permanentes. Se trabaja con una metodología basada en modelo matemático empleando una representación en espacio de estados de orden fraccionario para el motor y un filtro de Kalman para generar los residuos del error. Esta metodología es probada en un sistema experimental en el cual para detectar la falla se utiliza la tasa de cambio relativa [20].

### 1.2. Planteamiento del problema

Los transformadores pueden ser susceptibles a presentar fallas, lo cual provoca comportamientos anormales o un desempeño de trabajo degradado. Algunas de las fallas pueden tener origen de tipo eléctrico, mecánico o térmico. En el caso de fallas de tipo eléctrico se pueden presentar fallas de corto circuito, las cuales están asociadas a un deterioro en el aislamiento del alambre magneto de los devanados. Este tipo de falla puede provocar una explosión y dejar fuera de funcionamiento el transformador además provocar una interrupción en el suministro o transmisión de energía eléctrica. Debido a esto, es importante diagnosticar las fallas a tiempo y evitar estos eventos ya que la interrupción de suministro de energía eléctrica ocasiona pérdidas económicas principalmente en el sector industrial.

### 1.3. Objetivo general

Desarrollar una metodología de detección de fallas en máquinas eléctricas (transformadores) utilizando transformadas integrales de orden generalizado.

### 1.4. Objetivos específicos

- Realizar la detección de fallas en máquinas eléctricas mediante el análisis de las corrientes y voltajes de fase.
- Evaluar y validar fallas empleando métodos basados en el comportamiento de las señales.
- Diseñar un clasificador neuronal que permita caracterizar los diferentes disturbios eléctricos.

### 1.5. Metas

- Analizar la información obtenida al aplicar las transformadas integrales generalizadas en señales con falla y sin falla de un transformador.
- Obtener clases de falla de un transformador a partir de datos experimentales.
- Clasificar las condiciones de falla y sus características.
- Comparar los métodos existentes con el método propuesto.

### 1.6. Justificación

Los transformadores son relevantes en los sistemas eléctricos, porque son utilizados en redes de distribución de energía eléctrica con la finalidad de proporcionar niveles de tensión apropiados para diferentes aplicaciones y sectores como los industriales, comerciales y residenciales. Los incrementos en la demanda de energía, el mantenimiento inadecuado y factores ambientales como la humedad, descargas o tormentas eléctricas hacen que los transformadores sean susceptibles a fallas dañando sus componentes y causando un funcionamiento anormal o degradado, consecuentemente esto se refleja en interrupciones de transmisión y suministro de energía eléctrica.

## 1.7. Hipótesis

El diagnóstico de fallas de corto circuito en devanados del transformador utilizando transformadas integrales de orden generalizado proporciona características que mejoran la etapa de clasificación del diagnóstico en comparación con el uso de señales en dominio temporal o Fourier clásico.

## 1.8. Alcance

- Realizar pruebas experimentales con un transformador físico para la emulación de fallas de corto circuito entre vueltas, que permita extraer datos para la aplicación de la metodología propuesta.
- Desarrollar una metodología que emplee transformadas integrales de orden generalizado para el diagnóstico de fallas.
- Realizar un clasificador de tipo neuronal y definir las clases de falla.
- Realizar una comparación de la metodología propuesta utilizando señales en dominio temporal y Fourier clásico.

## 1.9. Organización del documento

El presente documento está organizado de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se presenta la teoría concerniente a los transformadores eléctricos, su circuito equivalente y las principales fallas en estas máquinas eléctricas.

En el capítulo 3 se presenta la teoría concerniente al diagnóstico de fallas en transformadores eléctricos.

En el capítulo 4 se presentan los conceptos y definiciones fundamentales relacionadas con el cálculo de orden fraccionario y la transformada de Fourier tanto de orden entero como de orden fraccionaria.

En el capítulo 5 se describe la red neuronal utilizada como clasificador.

En el capítulo 6 se describe el protocolo y la instrumentación necesaria para poder realizar las pruebas al transformador.

En el capítulo 7 se presentan los resultados obtenidos de la emulación de fallas, del diagnóstico de fallas, del clasificador neuronal y de la metodología propuesta.

Finalmente, en el capítulo 8 se exponen las conclusiones, y trabajos futuros, generadas a partir de los resultados obtenidos.

## Capítulo 2

# Transformadores

### 2.1. Teoría básica de transformadores

El transformador es una máquina eléctrica estática cuyo principio de funcionamiento es a través de la inducción electromagnética realizando conversiones en los niveles de voltaje sin cambiar su frecuencia [21–25]. Su forma básica está compuesta por un núcleo de material ferromagnético y dos o más devanados de alambre magneto enrollados en el núcleo como se muestra en la Fig. 2.1

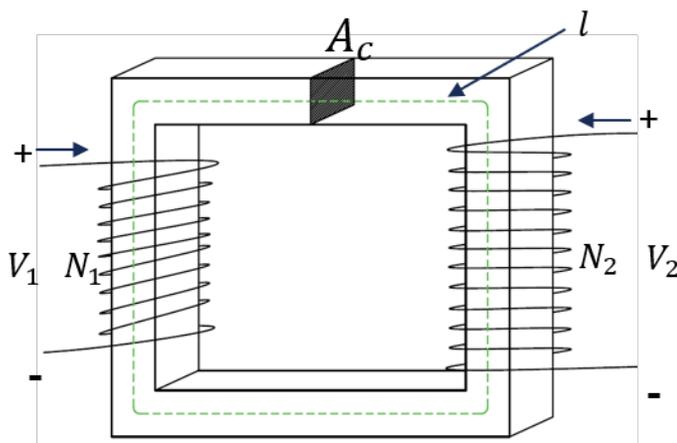


Fig. 2.1. Diagrama de transformador.

en donde  $V_1$  y  $V_2$  son los voltajes de entrada y salida del transformador,  $N_1$  y  $N_2$  son el número de vueltas en el devanado primario y secundario,  $A_c$  es el área de la sección transversal del núcleo la cual se utiliza en la ecuación (2.1) para el cálculo de la reluctancia, la cual es la resistencia de un material al flujo magnético

$$\mathcal{R}_t = \frac{l}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A_c}, \quad (2.1)$$

$\mu_r$  representa la permeabilidad del material,  $\mu_0$  es la permeabilidad en el vacío y  $l$  es la longitud media a través del núcleo.

## 2.1. TEORÍA BÁSICA DE TRANSFORMADORES

El flujo magnético se define como

$$\phi = \frac{N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2}{\mathcal{R}_t}, \quad (2.2)$$

donde  $i_1$  es la corriente en el devanado primario e  $i_2$  es la corriente en el devanado secundario.

El circuito equivalente de un transformador real en cual se toman en cuenta aspectos como pérdidas y no linealidades, se representa en la Fig. 2.2

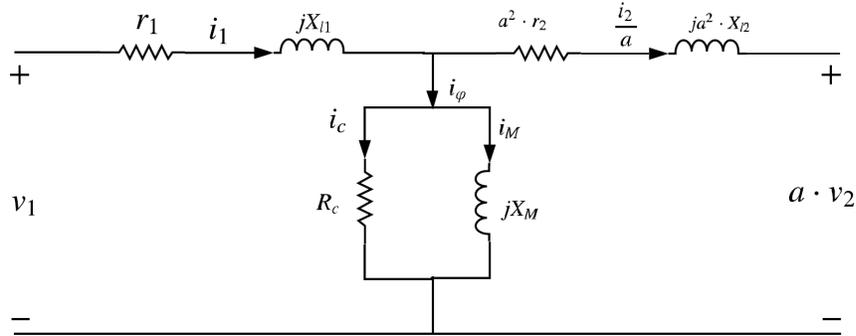


Fig. 2.2. Circuito equivalente del transformador.

en este circuito se considera la rama de magnetización donde podemos identificar a  $i_M$  como la corriente de magnetización,  $i_c$  la corriente debido a pérdidas e histéresis,  $X_M$  representa la inductancia de magnetización y  $R_c$  la resistencia debido a pérdidas, simplificando este circuito para su análisis lo podemos referir al devanado primario Fig. 2.3 o al devanado secundario Fig. 2.4.

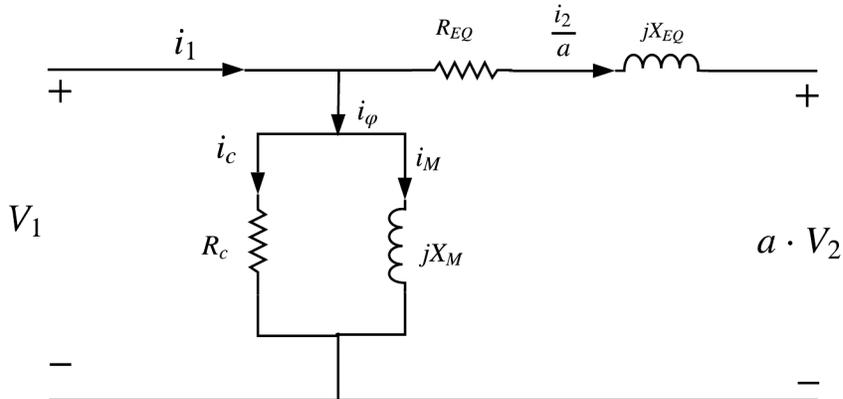


Fig. 2.3. Circuito equivalente referido al devanado primario.

Su resistencia e inductancia equivalente cuando el circuito es referido al devanado primario se define como:

$$R_{EQ} = r_1 + a^2 \cdot r_2, \quad (2.3)$$

$$X_{EQ} = X_{l1} + a^2 \cdot X_{l2}, \quad (2.4)$$

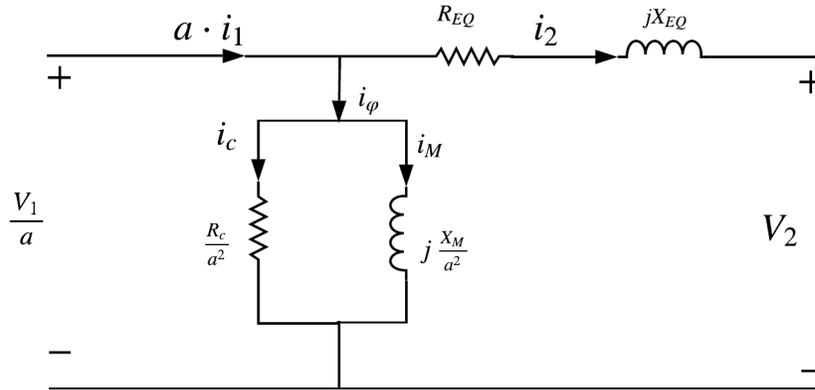


Fig. 2.4. Circuito equivalente referido al devanado secundario.

en el caso cuando el circuito es referido al devanado secundario se tiene:

$$R_{eq} = \frac{r_1}{a^2} + r_2, \quad (2.5)$$

$$X_{eq} = \frac{X_{l1}}{a^2} + X_{l2}, \quad (2.6)$$

donde  $a$  es la relación de transformación, la cual se puede obtener a partir del número de vueltas de los devanados, los voltajes de entrada y salida o las corrientes en devanados y se define en la ecuación (2.7)

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{i_2}{i_1}. \quad (2.7)$$

La rama de magnetización tiene una corriente pequeña, la cual es aproximadamente de 2% a 3% de la corriente de carga total de los transformadores [21], por lo cual se puede trabajar con un circuito simplificado en el cual no se considere la rama de magnetización conectando las impedancias primaria y secundaria en serie como se muestra en la Fig. 2.5, este circuito funciona casi igual al circuito original.

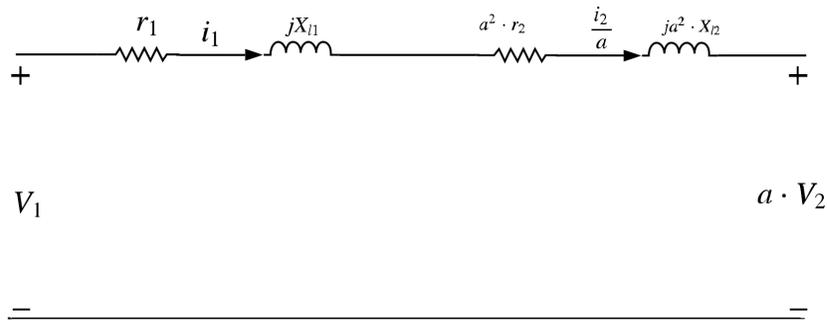


Fig. 2.5. Circuito equivalente sin rama de magnetización.

## 2.2. Fallas en transformadores

Los transformadores son dispositivos esenciales en sistemas eléctricos, sin embargo, son susceptibles a fallas que tienen origen por factores tanto externos como internos:

- Factores externos.
  - Descargas atmosféricas (relámpagos).
  - Sobrecarga del sistema (incremento en la demanda de energía eléctrica).
  - Sistema en falla (corto circuito en la carga del transformador).
- Factores internos.
  - Corto circuito en devanados.
  - Deterioro de aislamiento.
  - Devanados flojos.
  - Contaminación en el aceite dieléctrico.
  - Deformación en los devanados.
  - Defectos de diseño o fabricación.

Los factores internos corresponden a los elementos del transformador donde las fallas más comunes son en los devanados tal como se muestra en la Fig. 2.6, seguido de los bornes, las salidas y los cambiadores (taps). En los devanados la falla más común es la de corto circuito entre vueltas, las fallas de corto circuito (**CC**) entre vueltas del devanado aparecen debido al deterioro del aislamiento en el embobinado, este deterioro comúnmente está asociado a altos niveles de corriente o voltaje y en especial a sobrecalentamientos en el equipo, cuando esta falla no es detectada a tiempo se producen puntos calientes en el devanado, que en combinación con el mantenimiento inadecuado puede provocar daños catastróficos en el transformador, para evitar estas situaciones es necesario contar con técnicas de monitoreo y diagnóstico de fallas de los transformadores.

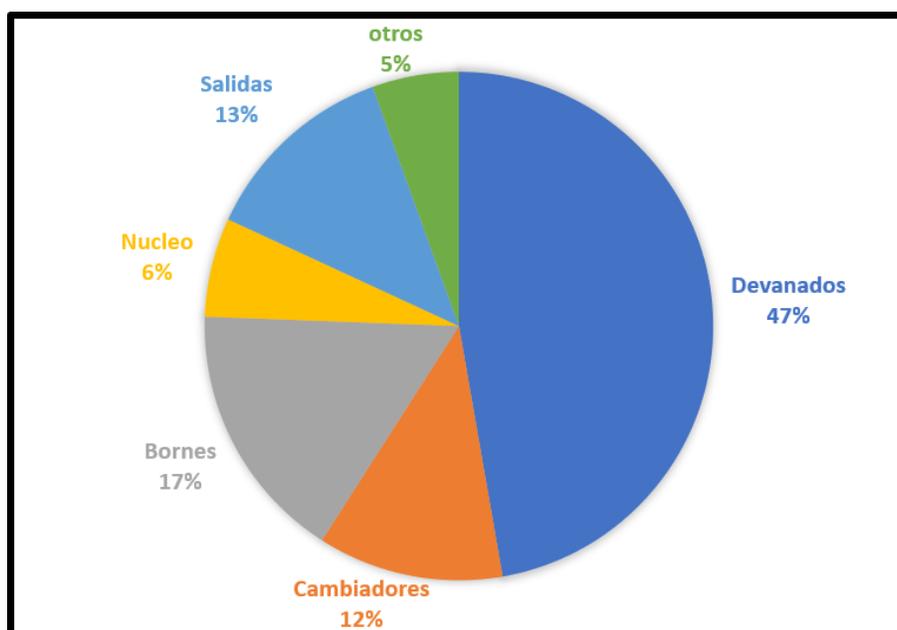


Fig. 2.6. Principales elementos en falla de un transformador [27].

Las técnicas de monitoreo y diagnóstico dependen del tipo de falla que se desea analizar y los parámetros o mediciones disponibles en los transformadores, un ejemplo de esto es el monitoreo de desgaste del aislamiento, para realizarlo, es necesario la técnica de análisis de gas disuelto la cual solo se puede aplicar a transformadores sumergidos en aceite.

En el Capítulo 3 se describirán a detalle algunas de las técnicas de diagnóstico de fallas aplicadas a transformadores, que sirven como base para la metodología desarrollada en esta tesis.

## Capítulo 3

# Diagnóstico de fallas

### 3.1. Teoría de diagnóstico de fallas

Una falla consiste en una desviación de una propiedad o característica de un sistema con respecto a sus condiciones usuales de operación, provocando un funcionamiento anormal o degradado [28]. Existen diversos tipos de fallas como:

- **Falla abrupta:** esta falla se presenta de manera repentina y puede ser modelada como un escalón, Fig. 3.1.

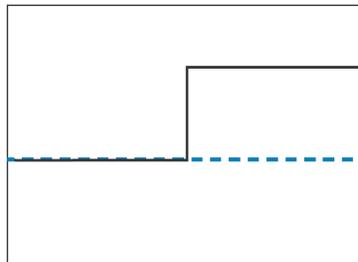


Fig. 3.1. Modelo de falla abrupta.

- **Falla incipiente:** esta falla se presenta con un incremento o degradación de la magnitud durante un determinado tiempo, esta puede ser modelada como un función rampa, Fig. 3.2.

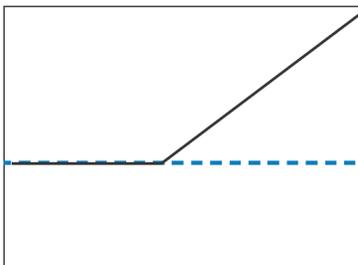


Fig. 3.2. Modelo de falla incipiente.

- **Falla intermitente:** este tipo de falla se caracteriza por aparecer en tiempos aleatorios y desaparecer de la misma manera, Fig. 3.3.

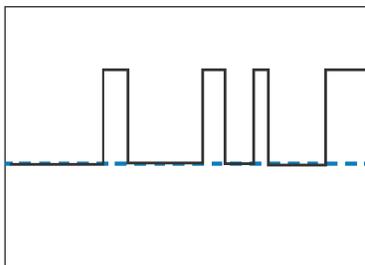


Fig. 3.3. Modelo de intermitente.

El diagnóstico de fallas de forma general se define como recoger y analizar datos para evaluar problemas [29]. La tarea de diagnóstico de fallas consiste en determinar el tipo, el tamaño y la ubicación de la falla, así como su momento de aparición. Este proceso puede englobar diversas tareas o etapas, estas dependen del método o vertiente que se utilice, su clasificación general se divide en diagnóstico por modelo matemático representado en la Fig. 3.4 o comportamiento de señales mostrado en la Fig. 3.5 [28].



Fig. 3.4. Procedimiento de diagnóstico basado en modelo matemático.



Fig. 3.5. Procedimiento de diagnóstico basado en comportamiento de las señales.

El procedimiento en base a modelo matemático engloba las tareas de relaciones de redundancia, detección, localización y estimación de la falla

- **Relaciones de redundancia:** en esta tarea se generan indicadores de falla o residuos, se generan a partir de las mediciones de las entradas y salidas reales del sistema en ecuaciones deducidas del modelo.

- **Detección:** esta etapa consiste en definir umbrales y examinar los valores de los residuos, si este valor sobrepasa el umbral existe un síntoma de falla, una forma sencilla de evaluarlas es de manera booleana.
- **Localización:** en la localización se usan los indicadores para determinar conjuntos de componentes físicos o de operación anormal el cual debe ser lo más pequeño posible.
- **Estimación de la falla:** es el último paso del diagnóstico en el cual tomando en cuenta las etapas anteriores se debe determinar cual elemento del sistema está en falla, como se manifiesta su falla y en que instante.

En el caso del procedimiento de diagnóstico basado en señales es necesario contar con un conjunto de datos históricos o experimentales, además de un amplio conocimiento del sistema con el que se trabaja, las etapas que engloba son extracción de información, clasificación y modos de falla:

- **Extracción de información:** en esta etapa se utilizan los conjuntos de datos, para extraer características o atributos, estos pueden ser correlaciones, armónicos, promedios o alguna combinación de señales, estos atributos deben ser relevantes y deben poder definir clases o casos de fallas, para lo cual es necesario el conocimiento de cómo se modifican las señales ante una presencia de falla.
- **Clasificación:** en esta etapa se pueden utilizar análisis estadísticos o técnicas para clasificar datos a partir de lógica difusa, inteligencia artificial, entre otros, se utilizan las características como datos de la etapa de clasificación para definir los modos de falla.
- **Modos de falla:** el modo de falla determinara los componentes del sistema con funcionamiento anormal, para dicha determinación se analizaran las fronteras de las clases y los resultados del clasificador o análisis estadístico.

Los procedimientos anteriormente mencionados se describen de manera general y puede existir una diversidad de ellos, ya que en cada etapa se pueden utilizar distintas herramientas que ayudan a mejorar el diagnóstico dependiendo del tipo de sistema con el que se trabaje, para el procedimiento basado en señales, las herramientas principales para la extracción de características son técnicas de procesamiento de señales como:

- Análisis en Fourier.
- Correlación.
- Análisis en Wavelet.
- Análisis del espectro.
- Análisis de armónicos.

En la etapa de clasificación, los métodos más comunes son los que se presentan en la Fig. 3.6.

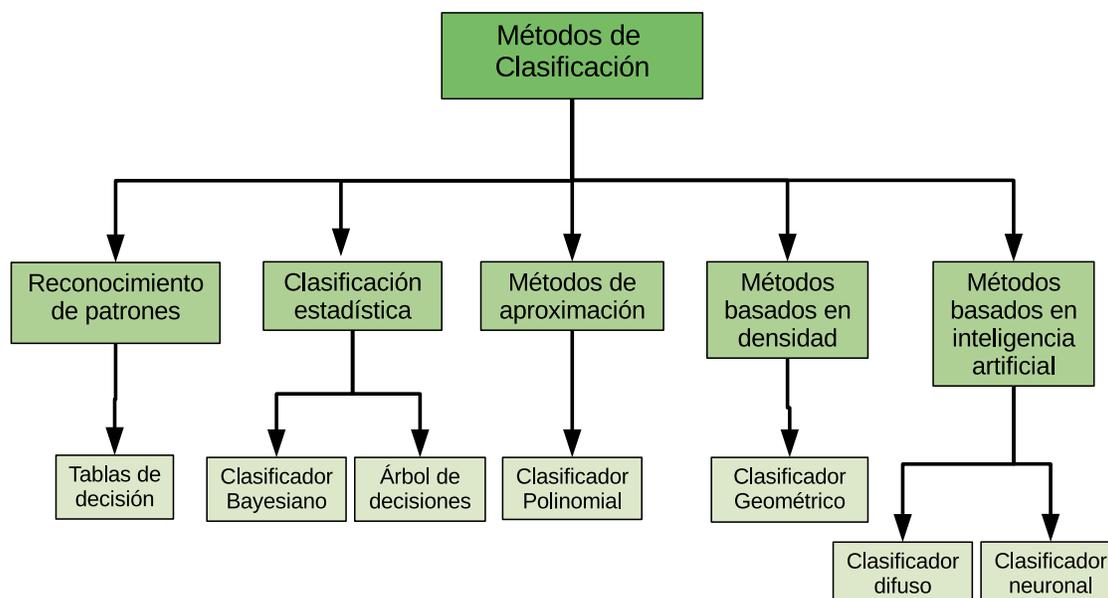


Fig. 3.6. Clasificación general de métodos de clasificación.

## 3.2. Diagnóstico de fallas en transformadores

El diagnóstico de fallas en transformadores es una tarea muy importante para evitar interrupciones de energía o incluso daños catastróficos, como se mencionó anteriormente, el diagnóstico de fallas conlleva distintas etapas que dependen de la metodología a utilizar, en el caso de los transformadores es común utilizar la metodología en base al comportamiento de las señales las cuales corresponden a mediciones de algunas magnitudes del transformador, en [30] se presenta una revisión de diversas técnicas de monitoreo y diagnóstico de fallas de corto circuito en transformadores, las técnicas se dividen dependiendo del tipo de transformador y las magnitudes.

### 3.2.1. Método basado en corrientes y voltajes

Los métodos basados en el estudio de las corrientes y voltajes del transformador son uno de los más utilizados ya que estas mediciones se aplican tanto a transformadores trifásicos como monofásicos, en el caso de los transformadores trifásicos los métodos más comunes son los de secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia cero, estos métodos solo se aplican a transformadores trifásicos.

En transformadores monofásicos se utiliza la técnica de corriente diferencial que tiene como base el principio de protecciones diferenciales [26], para esto se supone un caso ideal en donde la corriente de entrada es igual a la corriente de salida del transformador

$$i_p = \frac{i_S}{a}, \quad (3.1)$$

por lo tanto, la diferencia entre estas dos corrientes es igual a cero, sin embargo en el caso real esta diferencia no es cero, debido a la corrientes de magnetización, pérdidas en el núcleo y corrientes de fallas que se pueden englobar en la corriente de operación ( $i_{OP}$ ) del transformador

$$i_{OP} = i_p - \frac{i_S}{a}, \quad (3.2)$$

en la rama de magnetización es donde se presentan los fenómenos de las no linealidades y pérdidas en el núcleo, la corriente en esta rama es aproximadamente del 2 a 3 % de la corriente total de la carga en un transformador, considerando esto, la corriente de operación puede ser analizada para diagnosticar fallas de corto circuito en devanados y debido al bajo porcentaje que influye la rama de magnetización es viable utilizar esta corriente, la cual es mayormente afectada por la falla.

Esta etapa solo comprende el tratamiento de las señales medidas de voltaje y corriente, se puede complementar con otros tratamientos como transformaciones de Fourier, Hilbert o Wavelet, o se pueden usar como características en dominio temporal y realizar una etapa de clasificación o análisis que puede ser estadístico, inteligencia artificial, etc.

#### 3.2.2. Método basado en frecuencia

Los métodos con base en la frecuencia [31, 32] se basan en las representaciones frecuenciales de las señales. El análisis de barrido en la frecuencia es un método en el cual se inyecta una señal con un barrido de frecuencia en el devanado y se realizan su mediciones, a partir de éstas se realiza un representación de las mediciones en el dominio frecuencial y se analiza de forma gráfica para determinar la existencia de falla, para la aplicación de este método es necesario equipo especializado, una de las principales desventajas es la necesidad de un vasto conocimiento en el análisis y el comportamiento del dispositivo o contar con la opinión de un experto. Este método es aplicable a señales de vibraciones mecánicas con la finalidad de detectar disturbios mecánicos.

Otros métodos se basan únicamente en el análisis de los componentes armónicos de las señales, los cuales se obtienen mediante transformaciones de Fourier, métodos de descomposición modal empírica empleando transformadas de Hilbert [33] o frecuencias instantáneas, a pesar de ser métodos con una aplicación sencilla su interpretación y análisis son complicados, lo que implica ser expertos en el área de análisis de señales y contar con una firma o patrón de las condiciones saludables del transformador.

Los métodos en base a frecuencia, voltajes y corrientes no son los únicos métodos sin embargo su aplicación es sencilla, existen métodos más complejos o que requieren un equipo más especializado para realizar mediciones de otros parámetros como: flujo magnético, flujo de fuga, flujo en el núcleo, o el método de análisis de gas disuelto en el que se necesitan equipos como el cromatógrafo de gases y además un amplio conocimiento sobre la composición de los gases.

# Capítulo 4

## Cálculo fraccionario

### 4.1. Introducción al cálculo fraccionario

El cálculo fraccionario es una rama de las matemáticas que estudia los operadores derivativos e integrales de orden arbitrario, es decir orden del operador puede tomar valores no enteros, complejos e incluso puede ser una función, la notación de una derivada fraccionaria es representada como

$${}^Q D_b^m f(t), \quad (4.1)$$

donde  $Q$  denota el sentido de la derivada,  $m$  es el orden de la derivada,  $a$  y  $b$  son los límites de integración de la integral asociada.

Además de operadores integrales y derivativos podemos encontrar distintas funciones generalizadoras que son útiles en el análisis matemático al emplear el cálculo fraccionario, como la función Gamma la cual nos permite generalizar los números factoriales

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt, \quad (4.2)$$

su propiedad que lo relaciona con los números factoriales es:

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x) = x!, \quad (4.3)$$

los valores que puede tomar  $x$  son los números reales a excepción de enteros negativos.

Otra de las funciones fundamentales es la función de Mittag-Leffler, esta función permite la generalización de los exponenciales mediante una serie infinita y se define como:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \beta)}, \quad (4.4)$$

el exponencial tradicional es un caso especial cuando  $\alpha$  y  $\beta$  son iguales a 1.

En los inicios del estudio del cálculo fraccionario grandes matemáticos como: Euler, Laplace, Fourier, Abel, Riemann, Liouville, Grünwald, Letnikov aportaron novedosas ideas que asentaron las bases para el surgimiento de diversas definiciones de derivadas fraccionarias, una de las definiciones más conocida

es la de Riemann-Liouville definida como:

$${}^RLD_t^m f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-m)} \frac{d^m}{dt^n} \int_0^t (t-\tau)^{n-m-1} f(\tau) d\tau, m \in [n-1, n], \quad (4.5)$$

en esta definición se tiene una función  $f(\tau)$  en convolución con un kernel de potencia  $(t-\tau)^{n-m-1}$  el cual permite describir la memoria de los sistemas físicos [34, 35].

La versión discreta de la derivada de Riemann-Liouville es la definición de Grünwald-Letnikov dada en la ecuación (4.6)

$${}^GLD^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^{\frac{t-\alpha}{h}} (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha+1)}{m! \Gamma(\alpha-m+1)} f(t-mh), \quad (4.6)$$

Otra definición muy popular, es la definición de Caputo, la cual está representada en la ecuación (4.7)

$${}^CD_t^m f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-m)} \int_0^t \frac{d^m}{dt^n} (t-\tau)^{n-m-1} f(\tau) d\tau, m \in [n-1, n], \quad (4.7)$$

la principal diferencia entre la derivada de Caputo y Riemann Liouville es que en la primera el operador de derivada está dentro de la integral, esto hace que sea útil para el modelado de sistemas físicos ya que las condiciones iniciales consideradas al resolver ecuaciones diferenciales de orden fraccionario toman un significado físico conocido, sin embargo, la definición de Caputo no tiene una definición de integral fraccionaria en comparación con la definición de Riemann-Liouville, esto genera problemas al momento de evaluar numéricamente algunas ecuaciones diferenciales fraccionarias cuya solución analítica sea muy difícil de obtener.

Recientemente han surgido nuevas definiciones como la que presenta Atangana y Baleanu en 2016 [36], en esta definición se utiliza un kernel de Mittag-Leffler como núcleo de memoria

$${}^{AB}D_t^\alpha f(t) = \frac{\beta(\alpha)}{1-\alpha} \int_0^t E_\alpha \left[ -\alpha \frac{(t-x)^\alpha}{1-\alpha} \right] f'(x) dx. \quad (4.8)$$

La principal ventaja de utilizar operadores de orden fraccionario es que permiten describir comportamientos físicos con memoria y fenómenos de fractalidad, por lo que existen diversas investigaciones de su aplicación en áreas como modelado, control, identificación de sistemas, procesamiento de imágenes, entre otras más [37–40].

## 4.2. Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es un operador de transformación integral, la cual relaciona una función de un determinado conjunto respecto a un parámetro por medio de la integración, la estructura de una

---

transformada integral es:

$$F(s) = \int_{a_1}^{a_2} K(t, s)f(t)dt, \quad (4.9)$$

en donde  $K(t, s)$  es el kernel de transformación,  $a_1$  y  $a_2$  son los límites de la integral y  $f(t)$  es la función a transformar, algunas definiciones de transformadas integrales son Fourier, Hartley, Laplace, Hilbert, Abel, Lorentz, etc. Estos operadores son útiles en análisis matemático y en la solución de ecuaciones diferenciales.

La transformada de Fourier es utilizada como herramienta para el análisis de señales en dominio frecuencial y es definida como:

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (4.10)$$

donde el kernel es  $e^{-i\omega t}$  y su transformación inversa se define como:

$$F^{-1}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(\omega)e^{i\omega t} d\omega, \quad (4.11)$$

en las aplicaciones de ingeniería y tratamiento de señales es indispensable contar con la versión discreta de las transformadas para poder ser implementada en sistemas digitales [41], la definición discreta de la transformada de Fourier está dada por:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-\frac{i2\pi kn}{N}}, \quad (4.12)$$

y su definición de transformada inversa

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{\frac{i2\pi kn}{N}}, \quad (4.13)$$

las utilidades y usos de la transformada de Fourier son muy diversas, podemos encontrar su uso en áreas como procesamiento de señales, análisis de calidad de la energía, análisis de vibraciones, identificación y diagnóstico de fallas, por mencionar algunas [42, 44–48].

### 4.3. Transformada fraccionaria de Fourier

La transformada fraccionaria de Fourier (**FRFT**) fue definida por primera vez por Víctor Namias en 1980 [49] y tratada matemáticamente por McBride et al. [50], está definida como:

$$\mathcal{F}_\alpha[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)K_\alpha(t, \omega_\alpha)dt, \quad (4.14)$$

### 4.3. TRANSFORMADA FRACCIONARIA DE FOURIER

---

donde  $\alpha$  es el orden de la transformada y  $K_\alpha(t, u)$  es el kernel de la transformada definido por la ecuación (4.15).

$$K_\alpha(t, \omega_\alpha) = K_\phi e^{i\pi(\omega_\alpha^2 \cot \phi - 2\omega_\alpha t \csc \phi + t^2 \cot \phi)}, \quad (4.15)$$

donde  $\phi = \frac{\alpha\pi}{2}$  y  $K_\phi$  está dada por:

$$K_\phi = \exp \frac{-i \frac{(\pi \operatorname{sgn}(\phi))}{4} - \frac{\phi}{2}}{\sqrt{|\sin \phi|}}, \quad (4.16)$$

en los casos donde  $\alpha = 0$  y  $\alpha = \pm 2$ , el kernel de transformación es  $K_0(t, \omega_\alpha) = \delta(\omega_\alpha - t)$  y  $K_{\pm 2}(t, \omega_\alpha) = \delta(\omega_\alpha + t)$ , respectivamente.

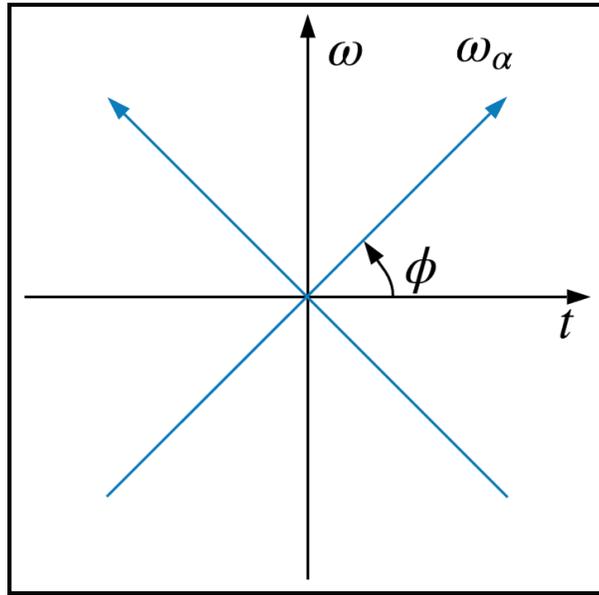


Fig. 4.1. Plano tiempo frecuencia

En la Fig. 4.1 se muestra el plano tiempo frecuencia, donde  $\omega_\alpha$  es el dominio de la transformación que va a rotar el ángulo  $\phi$  el cual está relacionado con el orden de transformación  $\alpha$ , algunas de las propiedades de la **FRFT** son:

- La transformada de Fourier ordinaria es un caso especial de la transformada de Fourier fraccionaria con un orden de transformación  $\alpha = 1$  obteniendo un ángulo de transformación  $\phi = \frac{\pi}{2}$ , de acuerdo con la Fig. 4.1 corresponde al dominio de la frecuencia.
- $\mathcal{F}_0$  es el operador identidad, es decir:

$$\mathcal{F}_0[f(t)] = f(t), \quad (4.17)$$

### 4.3. TRANSFORMADA FRACCIONARIA DE FOURIER

---

y de igual manera se establece para el orden de transformación  $\alpha = 4$ , que tendría un ángulo de transformación  $\phi = 2\pi$ .

- La transformada fraccionaria de Fourier es un operador lineal es decir:

$$\mathcal{F}_\alpha(A_k B_k x(t)) = A_k B_k \mathcal{F}_\alpha(x(t)). \quad (4.18)$$

- La transformada fraccionaria de Fourier posee la propiedad de conmutatividad

$$\mathcal{F}_{\alpha_1} \mathcal{F}_{\alpha_2} = \mathcal{F}_{\alpha_2} \mathcal{F}_{\alpha_1}, \quad (4.19)$$

y de igual manera la propiedad de asociatividad

$$(\mathcal{F}_{\alpha_3} \mathcal{F}_{\alpha_2}) \mathcal{F}_{\alpha_1} = \mathcal{F}_{\alpha_3} (\mathcal{F}_{\alpha_2} \mathcal{F}_{\alpha_1}) \quad (4.20)$$

- La aplicación sucesiva de la transformada fraccionaria de Fourier de varios órdenes es igual a la transformada cuyo orden corresponde a la suma de los órdenes individuales

$$\mathcal{F}_{\alpha_1} \mathcal{F}_{\alpha_2} = \mathcal{F}_{\alpha_1 + \alpha_2}. \quad (4.21)$$

- La transformada fraccionaria inversa es obtenida aplicando  $\mathcal{F}_{-\alpha}$  a la señal transformada

$$\mathcal{F}_{-\alpha}[\mathcal{F}_\alpha[f(t)]] = \mathcal{F}_{\alpha-\alpha}[f(t)] = \mathcal{F}_0[f(t)] = f(t). \quad (4.22)$$

- La transformada fraccionaria de Fourier satisface el teorema de Parseval:

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \langle X(\omega_\alpha), Y(\omega_\alpha) \rangle. \quad (4.23)$$

Existe un amplio número de trabajos del uso de la **FRFT** en áreas como procesamiento de señales, tratamiento de imágenes, tratamiento de datos, encriptación entre otros [51–55]. En la implementación de la **FRFT** es similar al de la transformada de Fourier ordinaria, es decir, es necesario contar con una definición discreta, en el tema de la transformada fraccionaria discreta de Fourier existen una variedad de trabajos con distintas formas de discretización [56–59], entre los más sobresalientes encontramos los trabajos de Ozaktas et al. [56], Candan et al. [57] y Pei et al. [58]. Tao et al. en 2006 [60] y Su et al. en 2019 [61], realizan una comparación y análisis de las distintas formas de discretización en donde las más utilizadas son:

- Descomposición de eigenvectores y eigenvalores.
- Muestreo.
- Combinación Lineal.

### 4.3. TRANSFORMADA FRACCIONARIA DE FOURIER

---

En la Tabla 4.1 se muestra una comparación de los aspectos a considerar en las formas de discretización de la **FRFT**, la propiedad de aditividad no se mantiene en el caso de la discretización por muestreo, todas tienen la propiedad de reversibilidad, es decir se puede obtener su transformación inversa y en el rasgo de precisión la más deficiente es por combinación Lineal. La complejidad depende de la cantidad de datos que se utilizan, en este trabajo se utilizará la discretización por eigenvectores y eigenvalores.

Tabla 4.1. Comparación de las formas discretas de la **FRFT**

–	Descomposición de eigenvectores	Discretización por muestreo	Combinación Lineal
Aditividad	✓	X	✓
Reversibilidad	✓	✓	✓
Precisión	✓	✓	X
Complejidad	$\frac{M^2}{2}$	$M \log_2 M + 2M$	$(\frac{M}{2}) \log_2 M$

La discretización por eigenvectores y eigenvalores es una de las más utilizadas debido a su sencilla aplicación, además de conservar las propiedades de la Tabla 4.1, esta forma de discretización calcula una matriz de transformación del tamaño de los datos que se utilizarán, la matriz de transformación en forma discreta se define para  $N$  impar tal como se muestra en la ecuación (4.24).

$$\mathbf{K}_\alpha(\omega_\alpha, n) = \sum_{k=0}^{N-1} \psi_k(\omega_\alpha) e^{-i\frac{\pi}{2}k\alpha} \psi_k(n), \quad (4.24)$$

y para  $N$  par:

$$\mathbf{K}_\alpha(\omega_\alpha, n) = \sum_{k=0, k \neq (N-1)}^N \psi_k(\omega_\alpha) e^{-i\frac{\pi}{2}k\alpha} \psi_k(n), \quad (4.25)$$

donde  $\psi_k(\omega_\alpha)$  y  $\psi_k(n)$  son la  $K^{th}$  función de Hermite-Gauss dada por:

$$\psi_k(f) = e^{-\frac{i^2}{2}} H_n(f), \quad (4.26)$$

donde  $H_n(f)$  es la función considerada para calcular los polinomios de Hermite, la cual esta dada por:

$$H_n(f) = (-1)^n e^{f^2} \frac{d^n}{df^n} e^{-f^2}. \quad (4.27)$$

Finalmente la transformada de Fourier fraccionaria en forma discreta ésta dada por

$$X(\omega_\alpha) = x(n) \mathbf{K}_\alpha(\omega_\alpha, n), \quad (4.28)$$

para realizar la transformada inversa es necesario sólo calcular la inversa de la matriz de transformación  $\mathbf{K}_\alpha$  y multiplicarlo por el vector de datos transformados.

## Capítulo 5

# Redes neuronales artificiales

Las redes neuronales artificiales (**RNA**) son sistemas de mapeos no lineales cuya estructura se basa en la distribución de información que poseen el sistema nervioso de humanos y animales, el cual está compuesto de neuronas altamente conectadas por medio de pesos sinápticos, el primer modelo de una neurona artificial fue introducida por McCulloch et al. [62]. En la Fig. 5.1 se muestra la estructura de una neurona artificial

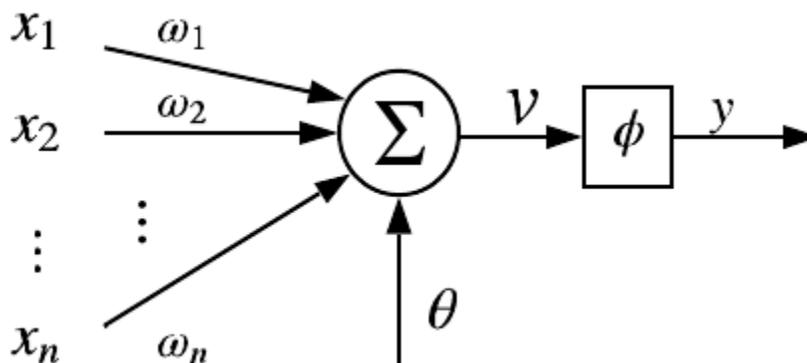


Fig. 5.1. Neurona Artificial McCulloch-Pitts.

La neurona artificial está compuesta por:

- Entradas las cuales están representadas por  $x_1$  hasta  $x_n$ , estas entradas pueden recibir información externa o de otra neurona artificial.
- Pesos sinápticos los cuales están representados por  $\omega_1$  hasta  $\omega_n$ , estos pesos sinápticos se encargan de ponderar la información de las entradas, si su valor tiene una magnitud positiva son excitativos y si su magnitud es negativa son inhibitorios.
- Un umbral, el cual es representado como  $\theta$ .

- Una función de activación representada por  $\phi$ , esta se encarga de procesar la suma de las señales de entrada ponderadas.
- La salida de la neurona es representada por  $y$ , esta puede ser la salida de la red neuronal o puede ser conectada a otras neuronas artificiales como entrada.

La ecuación matemática que representa a la Fig. 5.1 está dada por:

$$y(k) = \phi \left( \sum_{i=1}^n \omega_i x_i(k) + \theta \right), \quad (5.1)$$

las funciones de activación son fundamentales en las redes neuronales, su principal acción es modelar el comportamiento no lineal de los sistemas. Existe una variedad de funciones de activación, algunas se muestran en la siguiente tabla

Tabla 5.1. Funciones de activación para una RNA

Nombre	Función	Rango
Identidad	$y = x$	$[-\infty, \infty]$
Escalón	$y = \text{sign}(x)$	$[-1, 1]$
Lineal a tramos	$y = \begin{cases} -1 & \text{si } x < -1 \\ x & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$	$[-1, 1]$
Sigmoidal	$y = \tan(x)$	$[-1, 1]$
Gaussiana	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, 1]$
Sinusoidal	$y = A \sin(\omega x + \varphi)$	$[-1, 1]$

Para la optimización de la RNA es necesario contar con la derivada de la función de activación, por lo tanto, las funciones de activación deben ser diferenciables.

Existen diversas arquitecturas de RNA's, se denomina arquitectura a la topología, estructura o patrón de conexión de neuronas en una RNA siendo las más utilizadas las recurrentes y las conectadas en forma cascada. Las redes neuronales recurrentes son aquellas que tienen una retroalimentación de información, aquellas redes neuronales que no poseen esta retroalimentación de información se les denomina redes neuronales unidireccionales, en general las neuronas de una RNA suelen agruparse por capas y el conjunto de una o más capas constituyen a una RNA.

En la Fig. 5.2 se muestra la estructura de una RNA multicapa con neuronas de tipo perceptrón, en el cual las entradas de la RNA están definidas por  $x_1$  hasta  $x_n$ ,  $\mathbf{W}$  representa la matriz de pesos sinápticos que ponderan las entradas de la RNA, se tendrá un número de  $n$  de capas con un  $n$  número de neuronas en cada capa, cabe mencionar que el número de capas es independiente al número de neuronas de cada capa, por último tendremos las salidas de la RNA que van desde  $y_1$  hasta  $y_n$ .

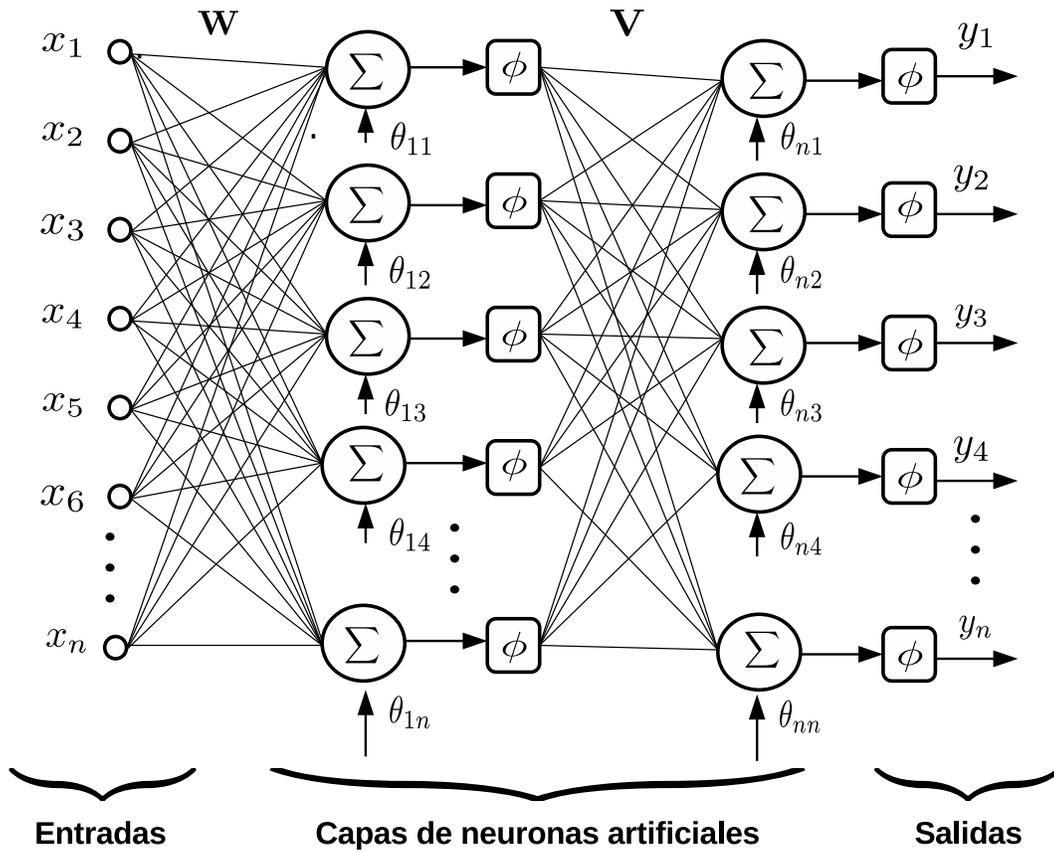


Fig. 5.2. RNA multicapa

## Capítulo 6

# Pruebas

En este trabajo de tesis se realizaron pruebas experimentales para obtener señales reales de un transformador con la finalidad de utilizar los datos adquiridos para diagnosticar fallas, por lo cual se realizó una estancia en el laboratorio de ingeniería eléctrica en el Instituto Tecnológico Superior de Irapuato (ITESI) y se trabajó en colaboración con el encargado del laboratorio el Dr. David Granados Lieberman.

Para el diseño del experimento de emulación de fallas de corto circuito considerando diversos tipos de carga, se usó un transformador monofásico seco de una potencia de 1.5 kVA - 120V/220V, el cual es mostrado en la Fig. 6.1

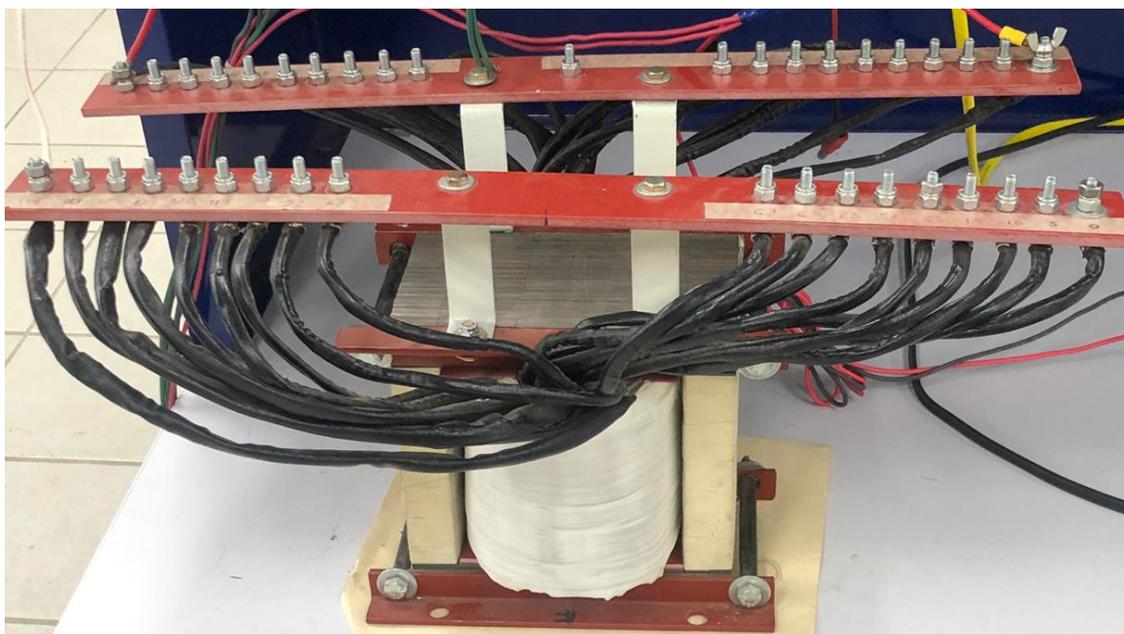


Fig. 6.1. Transformador 1.5 kVA - 120V/220V.

En la Tabla 6.1 se muestran las especificaciones técnicas del transformador

Tabla 6.1. Características del transformador

Tipo	Monofásico
Potencia	1.5 kVA
Voltaje nominal devanado primario	120 V
Voltaje nominal devanado secundario	240 V
Corriente nominal devanado primario	12.5 A
Corriente nominal devanado secundario	6.25 A
Numero de vueltas devanado primario	72
Numero de vueltas devanado secundario	135

Este transformador fue modificado extrayendo derivaciones de los devanados para facilitar la emulación de las vueltas en corto circuito. El devanado primario fue considerado para las fallas de corto circuito y las vueltas en el devanado que se cortocircuitaron fueron: la vuelta 5, 10, 15, 20 y 25, la emulación de corto circuito fue realizada al conectar la vuelta deseada a cortocircuitar con la alimentación del transformador, este método de emular fallas de corto circuito es comúnmente utilizado y ampliamente utilizado en las referencias bibliográficas consultadas.

Este transformador está modificado para un mayor número de vueltas, sin embargo, no fue posible emular un corto circuito considerando más vueltas debido a las protecciones con las que se cuenta en el laboratorio y el riesgo de dañar el transformador.

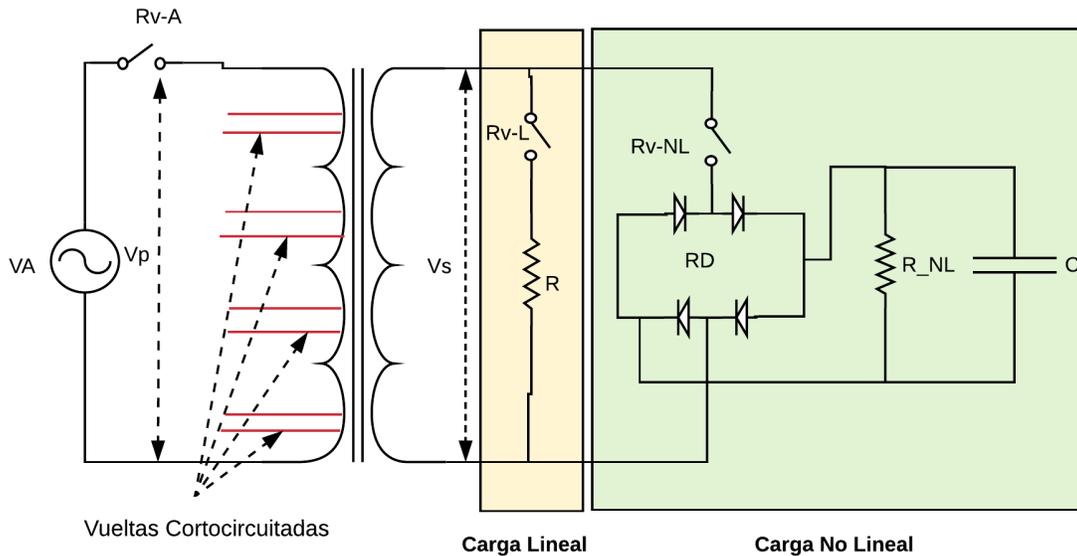


Fig. 6.2. Diagrama eléctrico del sistema de emulación de corto circuito.

En la Fig. 6.2 se muestra el diagrama eléctrico del sistema para la emulación de fallas de corto circuito en el transformador, donde  $R$  y  $R_{NL}$  son las resistencias de la carga lineal y no lineal;  $R_v-L$ ,  $R_v-$

**NL** y **Rv-A** son los relevadores para el accionamiento de las cargas y el transformador, **C** el capacitor utilizado en la carga no lineal y **RD** el puente rectificador de diodos.

El equipo de instrumentación utilizado en el experimento se enlista en la Tabla. 6.2, se utilizaron relevadores de estado sólido (Fig. 6.3) para activar las cargas y energizar el transformador, estos relevadores facilitan las activaciones ya que se controlan directamente por medio de una tarjeta de adquisición de datos la cual envía señales digitales con voltajes pequeños para poder manipular la activación del equipo, el relevador es de la marca GOLD y su modelo es SAP4050D el cual soporta una corriente máxima de 50 amperes y un voltaje entre 40 a 480 VAC.

Relevadores de estado sólido	GOLD- SAP4050d
Sensor de Voltaje	VPP24-1250
Sensores de corriente	Rogowski- i2000s
Tarjeta de adquisición de datos	NI USB6211
Analizador de energía	Fluke 435
Resistencia	100 $\Omega$
Capacitor	14 $\mu$ - 400v
Puente Rectificador de diodos	MB3505-1000v-35A

Tabla 6.2. Equipo utilizado en la emulación de fallas.



Fig. 6.3. Relevador de estado sólido.

---

La tarjeta de adquisición de datos es de la marca National Instruments, modelo NI USB 6211, ver Fig. 6.4. Esta tarjeta cuenta con un convertidor analógico-digital de 16 bits y una velocidad de muestreo de 250000 muestras por segundo, para las pruebas que se obtuvieron se consideró una velocidad de 6000 muestras por segundo, se eligió esta tarjeta debido a su desempeño y su sencilla implementación para la toma de datos en conjunto con una computadora.



Fig. 6.4. Tarjeta de adquisición de datos.

Para medir la corriente se realizó un estudio de distintos sensores que permitieran realizar las mediciones de la forma más precisa y segura, entre el estudio de estos se probaron sensores de efecto Hall, sin embargo, este tipo de sensor además de ser impreciso realizaba las mediciones con una gran cantidad de ruido así que fue descartado.

Se probó un sensor de gancho con núcleo de material ferromagnético como el mostrado en la Fig. 6.5, el cual en estado estacionario presentaba muy buenas lecturas con poca presencia de ruido, el inconveniente se presentó cuando se realizó una comparación del sensor con un equipo patrón detectando que las señales medidas por este sensor presentaban un desfase, además este tipo de sensor presenta saturaciones en el accionamiento del transformador y cambios de carga donde la corriente incrementa a valores superiores a la capacidad del sensor, por lo tanto este sensor de igual manera fue descartado.

Finalmente el sensor utilizado para el censado de la corriente es de tipo Rogowski (Fig. 6.6) el cual tiene un núcleo de aire, este sensor muestra una alta linealidad, una ventaja en comparación con el sensor con núcleo de material ferromagnético es que no presenta saturación a altos voltajes debido a su núcleo de aire, además que las señales medidas no presentan desfase y su capacidad de medición puede ser máximo de 2000 Amperes, lo que permite medir sin problemas la corriente inrush que se presenta

---

en la energización del transformador.



Fig. 6.5. Sensor de corriente con núcleo de material ferromagnético.



Fig. 6.6. Sensor de corriente tipo Rogowski.

---

En el caso del censado de voltaje se utilizaron transformadores de potencial (Fig. 6.7), estos ofrecen un aislamiento galvánico es decir que aíslan la etapa de potencia de la etapa de adquisición de datos, el voltaje entregado por estos transformadores tiene valores bajos lo cual permite acondicionar de una manera más sencilla la señal para ser tomada por la tarjeta de adquisición de datos.



Fig. 6.7. Transformador de potencial.

La calibración de los sensores es una etapa importante la cual fue llevada a cabo utilizando distintos instrumentos de apoyo como osciloscopios y un analizador de energía, el osciloscopio se utilizó principalmente para el estudio de los sensores y su comportamiento en pruebas del sistema de emulación de fallas y asegurar que los sensores respondieran de la manera más adecuada y precisa, el analizador de energía (Fig. 6.8), se utilizó como equipo patrón para la calibración de sensores de corriente y voltajes, ya que este tipo de equipos tienen una alta precisión.



Fig. 6.8. Analizador de energía Marca Fluke modelo 435.

---

Para el sistema de emulación de fallas de corto circuito, se consideró realizarlas bajo distintos tipos de cargas en el devanado secundario, el motivo de esta consideración es que los transformadores que operan en los sistemas eléctricos como es el caso de los transformadores de distribución son sometidos a distintos tipos de carga en su funcionamiento cotidiano, con la finalidad de emular una falla en un transformador bajo condiciones de carga se utilizaron dos tipos de carga, una de tipo lineal y una de tipo no lineal.

Para la carga de tipo lineal se utiliza una resistencia de  $100 \Omega$  esta será activada por un instante de tiempo por medio de un relevador de estado sólido. La carga no lineal está compuesta por un circuito RC el cual está conectado a un puente rectificador de diodos, la resistencia utilizada en el circuito RC es de  $100 \Omega$  y el capacitor es de  $14 \mu\text{F} - 400\text{V}$ , este circuito por sí solo no nos ofrece la no linealidad deseada, por lo cual se conecta al puente de diodos, este tipo de carga no lineal es una de las más comunes actualmente debido a la cantidad de aparatos electrónicos que se conectan a las redes del sistema eléctrico.

Las pruebas de emulación de fallas se realizaron con una duración de 9 segundos, la activación del transformador se realiza en el instante de 0.8 segundos donde se mantiene durante 2 segundos en vacío, en seguida se realiza el accionamiento de la carga lineal y al igual se mantiene por 2 segundos, en el instante 4.8 segundos se realiza un cambio de carga en donde se desactiva la carga lineal y se acciona la carga no lineal manteniéndola activa por 2 segundos, finalmente se reactiva la carga lineal manteniendo activa una carga combinada lineal y no lineal conectadas en el devanado secundario, en el instante 8.8 segundos se desactivan las cargas y en el segundo 9 se desenergiza el transformador. La Tabla. 6.3 resume las pruebas consideradas.

Las fallas consideradas de corto circuito son en las vueltas 5, 10, 15, 20 y 25, además de contar con las pruebas del transformador en estado saludable.

Instante inicial	Instante final	Carga
0.8 seg.	2.8 seg.	Vacío
2.8 seg.	4.8 seg.	Lineal
4.8 seg.	6.8 seg.	No lineal
6.8 seg.	8.8 seg.	Lineal y no lineal

Tabla 6.3. Accionamiento de cargas.

En la Fig. 6.9 se muestra la maqueta final del sistema para la emulación de fallas y adquisición de datos.

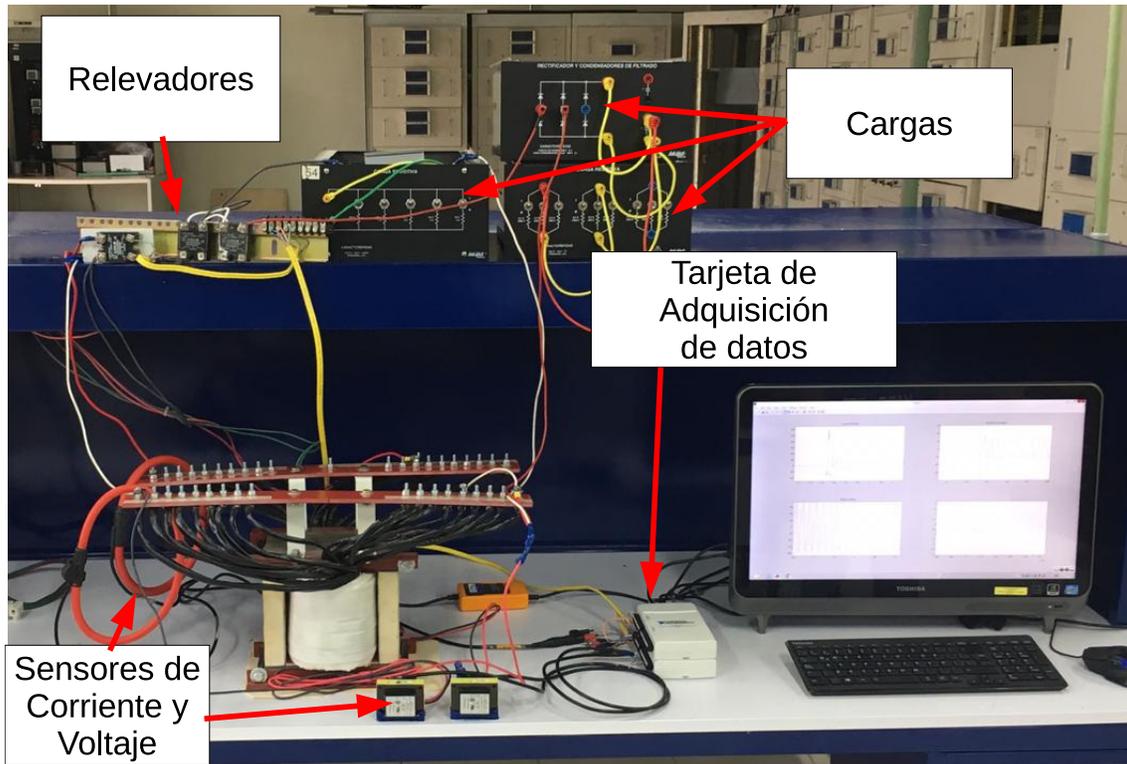


Fig. 6.9. Sistema de emulación de fallas de corto circuito.

# Capítulo 7

## Resultados

### 7.1. Señales obtenidas de la emulación de fallas

Las mediciones obtenidas en la serie de pruebas muestran características que pueden ser útiles para su análisis, un segmento útil es la corriente inrush, la cual se presenta en la energización del transformador, su magnitud puede alcanzar valores altos y el comportamiento en esta parte de la señal exhibe picos transitorios que van disminuyendo paulatinamente hasta alcanzar sus valores nominales

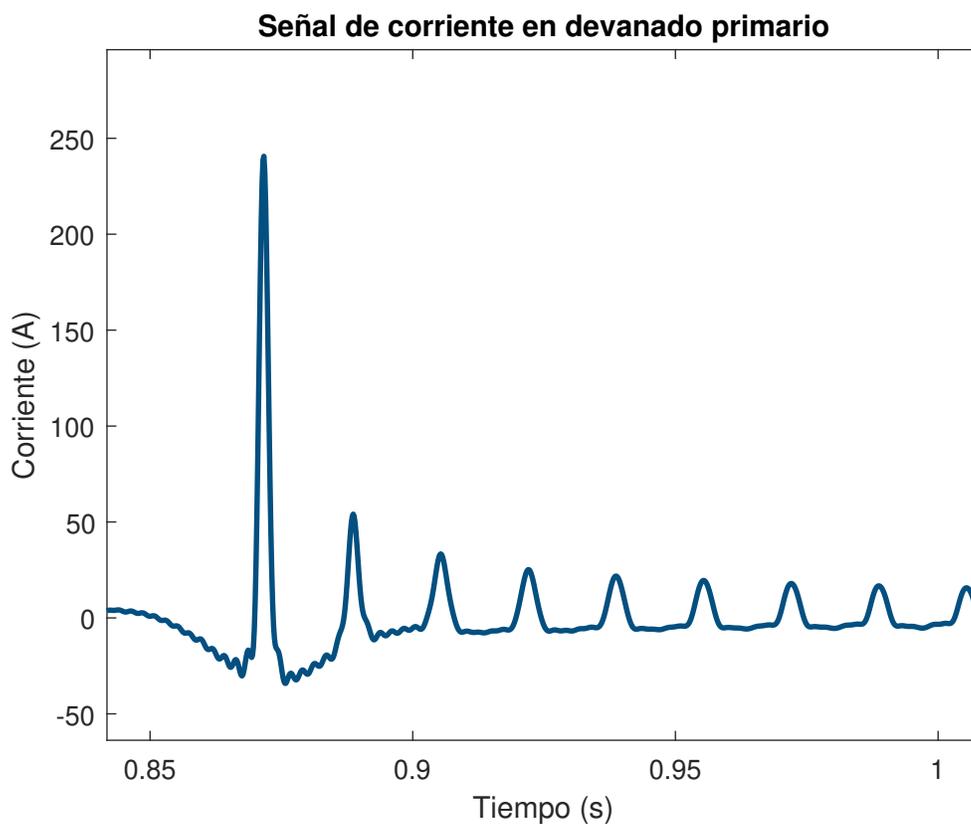


Fig. 7.1. Corriente inrush.

Las señales de corriente muestran características en su forma de onda que pueden ayudar en el análisis de detección de fallas, en la Fig. 7.2 se muestra la corriente del devanado primario del transformador en vacío sin fallas de corto circuito, en teoría la corriente sin carga del transformador real corresponde a la corriente de magnetización, las no linealidades en el núcleo, pérdidas y fallas en el transformador, no se muestra la corriente del devanado secundario ya que al no tener una carga conectada su corriente se mantiene en cero.

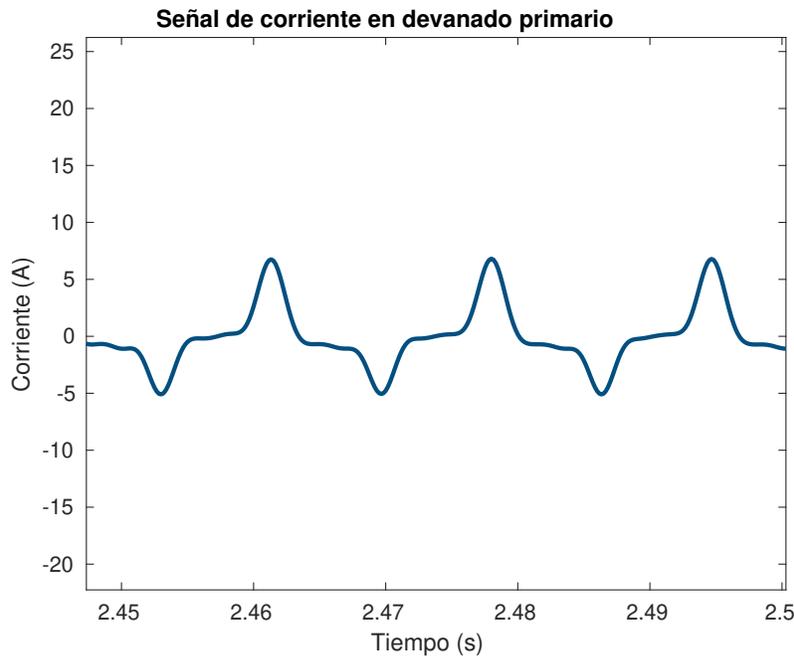


Fig. 7.2. Corriente con carga en vacío.

La Fig. 7.3 muestra la corriente en el devanado primario cuando el transformador tiene una carga lineal que es el caso donde solo se tiene conectada una resistencia de  $100 \Omega$ , en la Fig. 7.4 se muestra la corriente en el devanado secundario, la diferencia entre ambas formas de onda además de sus valores es la deformación que tiene la corriente en el devanado primario, la cual es debido a la corriente de magnetización del transformador.

En las Figs. 7.5 y 7.6, se muestra un comportamiento de incremento de la corriente, este incremento es debido al cambio de carga, la cual pasa de ser una resistencia a un circuito RC en conjunto con un puente de diodos, este comportamiento es similar al de la corriente inrush, sin embargo este alcanza menores valores y el tiempo que tarda para llegar a valores nominales es mucho menor.

Las Figs. 7.7 y 7.8, muestran las corrientes de ambos devanados respectivamente cuando el transformador tiene una carga no lineal, la cual es el circuito RC en conjunto con el puente de diodos como se muestra en el diagrama de la Fig. 6.2, estas corrientes en su forma de onda son parecidas aunque la del devanado primario tiene pequeñas deformaciones en sus decaimientos.

Por último en las Figs. 7.9 y 7.10, se muestran las corrientes cuando se tiene una carga lineal y no lineal combinadas, en estas figuras podemos observar que en el devanado secundario se presenta un rizado alrededor de cero, mientras que en el caso del devanado primario no sigue este patrón presentando una deformación más brusca en lugar del rizado.

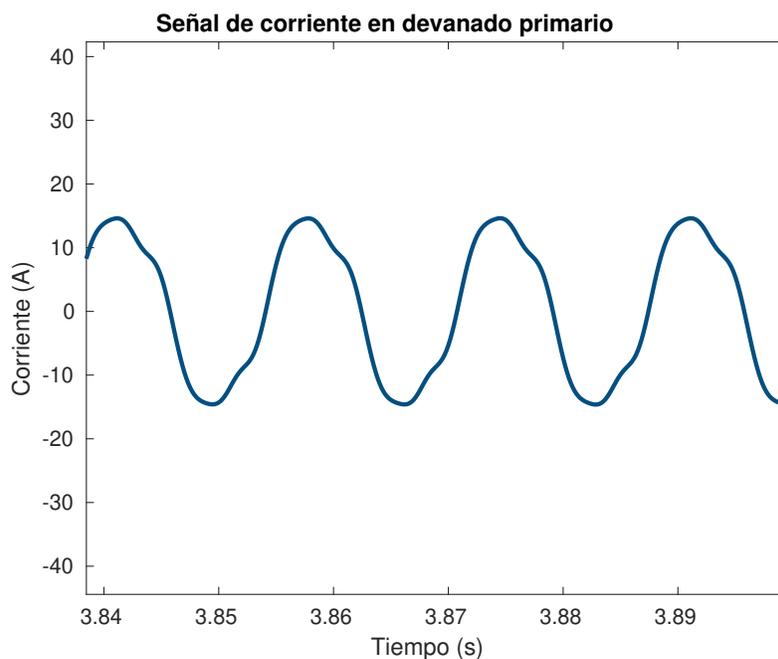


Fig. 7.3. Corriente en devanado primario - carga lineal - sin falla.

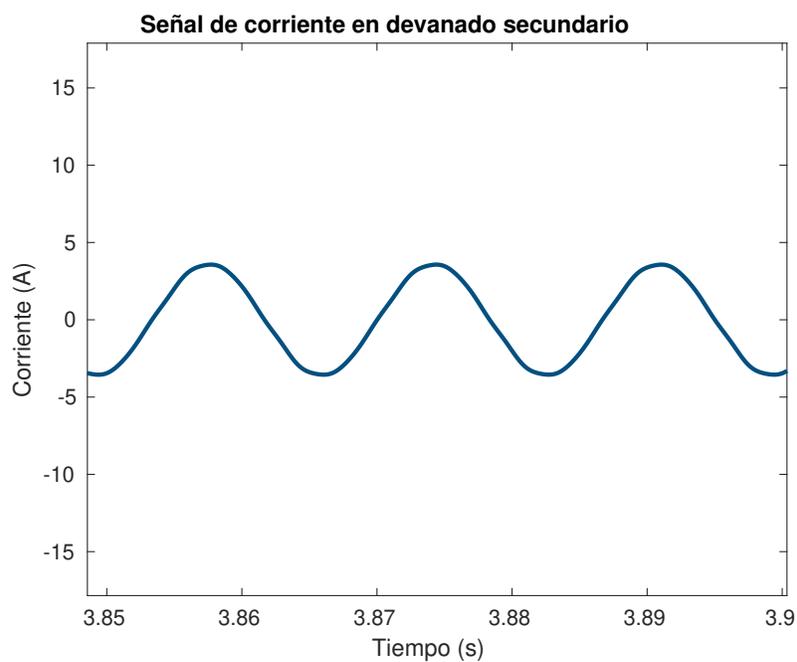


Fig. 7.4. Corriente en devanado secundario - carga lineal - sin falla.

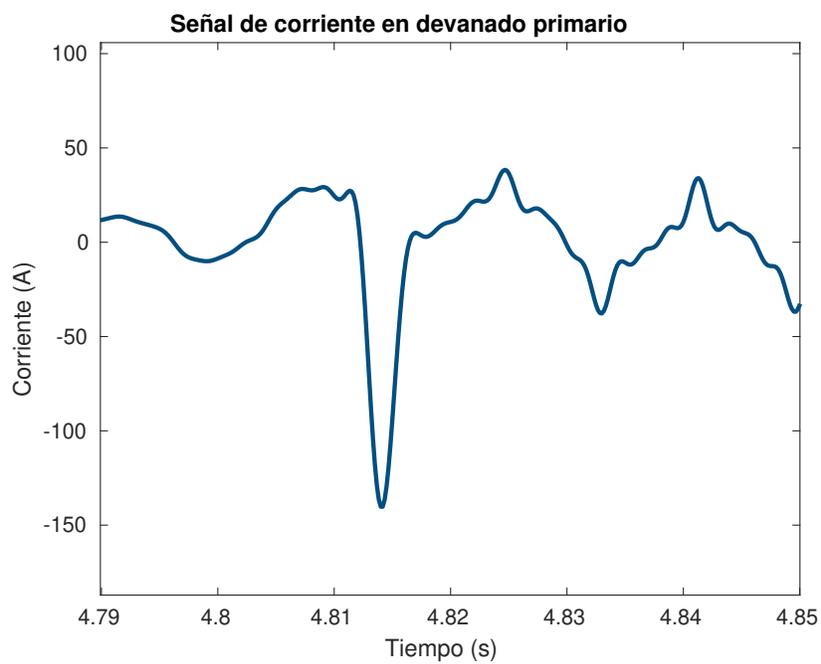


Fig. 7.5. Corriente en devanado primario- transición de carga lineal a no lineal.

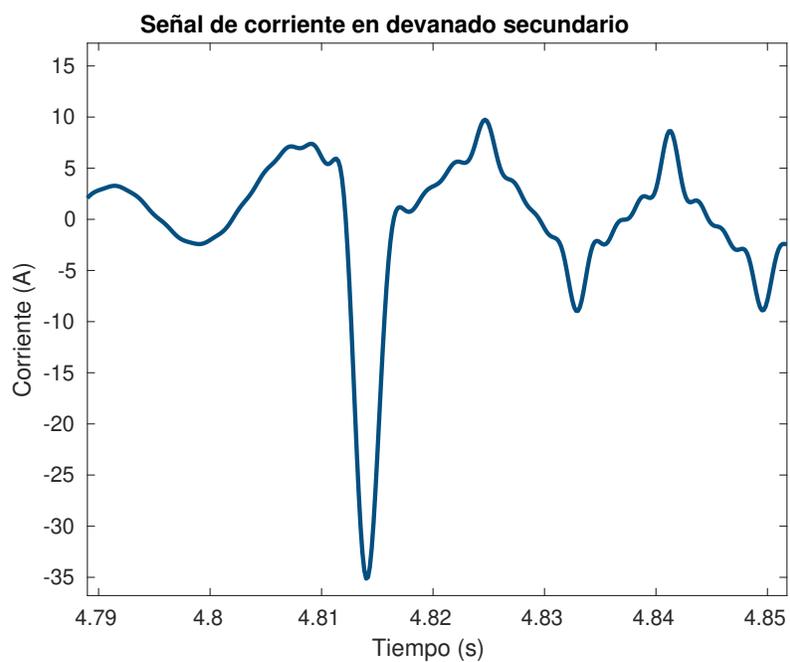


Fig. 7.6. Corriente en devanado secundario- transición de carga lineal a no lineal.

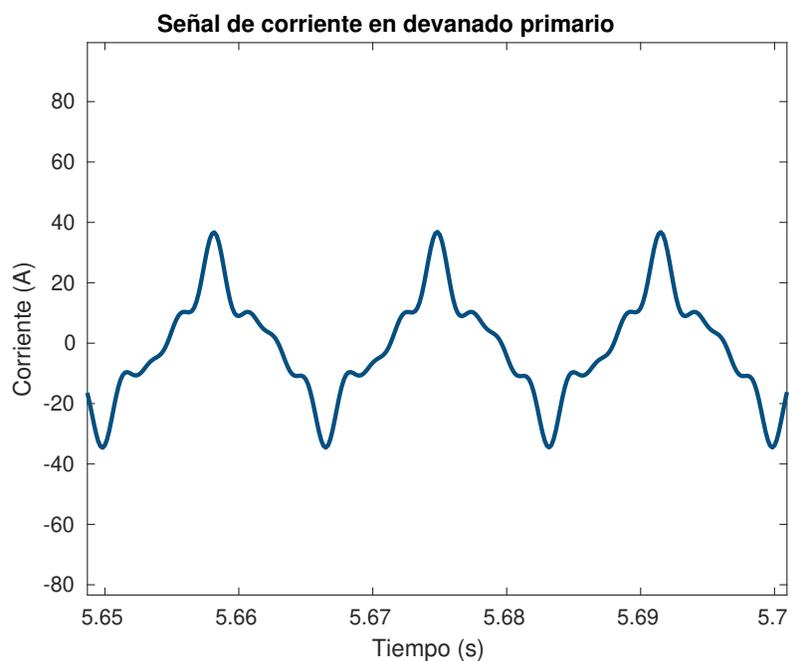


Fig. 7.7. Corriente en devanado primario - carga no lineal - sin falla.

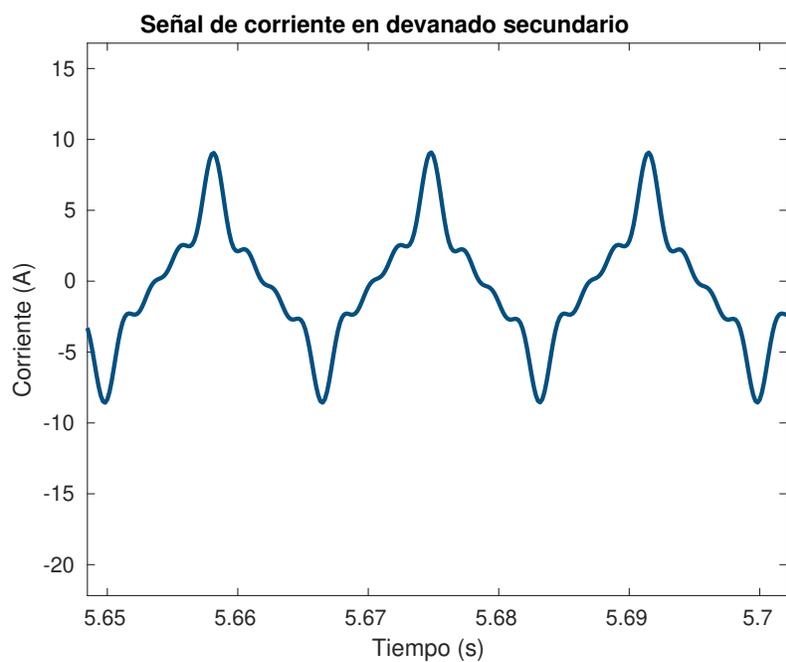


Fig. 7.8. Corriente en devanado secundario - carga no lineal - sin falla.

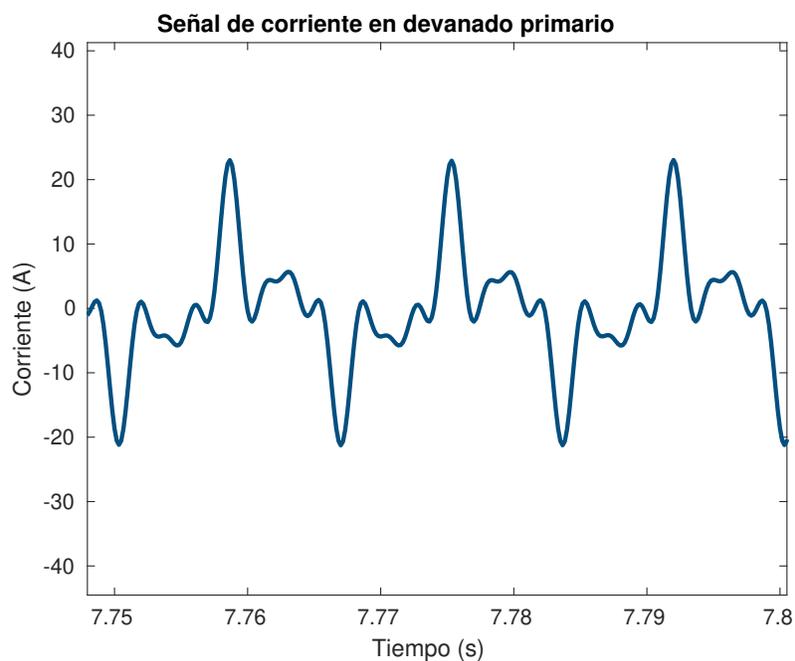


Fig. 7.9. Corriente en devanado primario - carga combinada - sin falla.

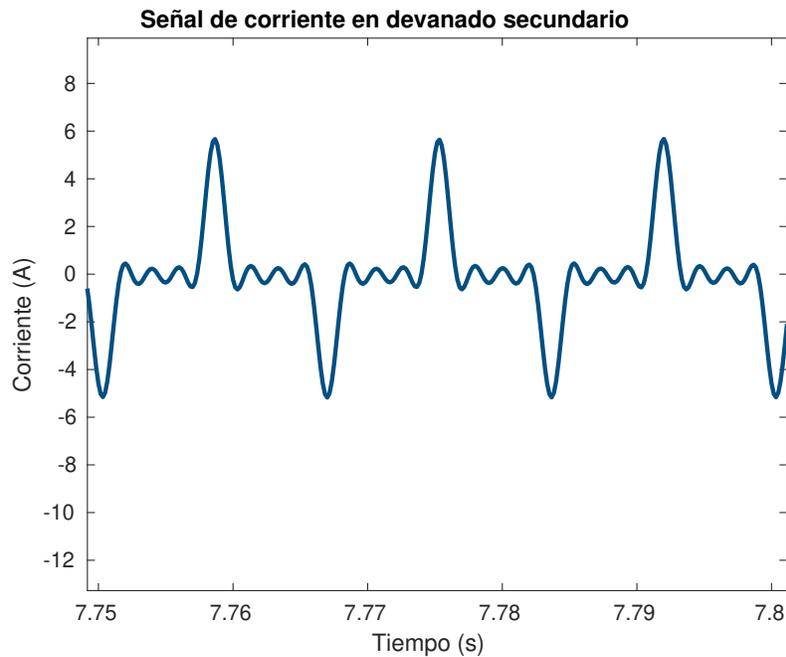


Fig. 7.10. Corriente en devanado primario - carga combinada - sin falla.

Las formas de onda son indispensables para el análisis de la señal, el cambio del tipo de carga nos permite visualizar cómo se comporta el transformador, es indispensable conocer este comportamiento ya que en uso cotidiano los transformadores están sometidos a los cambios de carga, en las imágenes anteriores se mostraron los comportamientos de las corrientes del transformador en estado saludable.

Las fallas de corto circuito reflejan un incremento en los valores de la corriente y deformaciones en las formas de onda en la corriente del devanado primario. En la Fig. 7.11, se muestra la comparación de corrientes en vacío, es notable el incremento de su valor a un mayor número de vuelta en corto circuito y existe una pequeña deformación cuando la onda pasa alrededor de cero.

En las Figs. 7.12, 7.13 y 7.14, se muestran las comparaciones de las corrientes del devanado primario con las diferentes cargas, en estas comparaciones es evidente el incremento de sus valores y sus deformaciones en la forma de onda. En el caso de la Fig. 7.12 se comienza a formar una cresta de mayor valor conforme va incrementando la condición de la falla, en las Figs. 7.13 y 7.14, se muestra un crecimiento de crestas al costado de la onda principal que se presenta en estado saludable y que corresponde a 0 vueltas corto circuitadas.

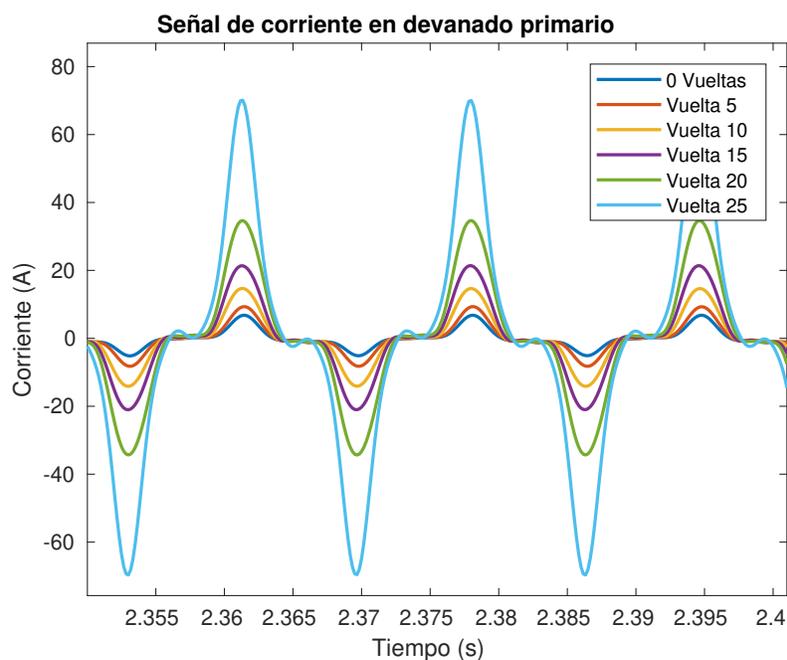


Fig. 7.11. Comparación de corrientes devanado primario en vacío.

En las Figs. 7.15, 7.16 y 7.17, se muestra la comparación de las corrientes del devanado secundario, en estas sucede algo similar a las del devanado primario, se presenta un incremento en los valores de la corriente sin embargo las formas de onda en este devanado no sufren deformaciones.

En el caso de los voltajes, su forma de onda se mantiene sinusoidal tanto en el devanado primario como en el secundario, únicamente sus valores pico de voltaje son los que incrementan o decrementan alrededor de 8 V dependiendo la vuelta en corto circuito, en las Figs. 7.18 y 7.19 se muestra su comportamiento.

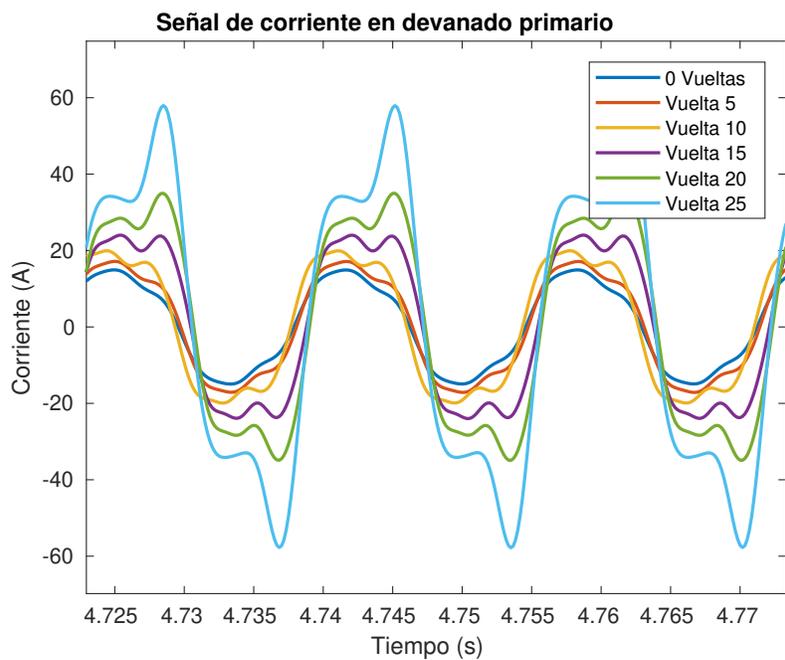


Fig. 7.12. Comparación de corrientes devanado primario con carga lineal.

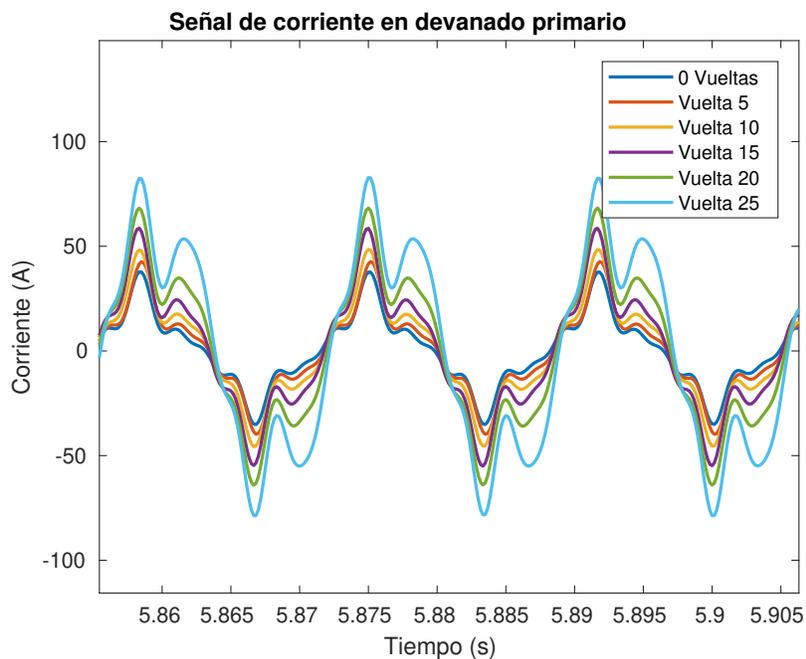


Fig. 7.13. Comparación de corrientes devanado primario con carga no lineal.

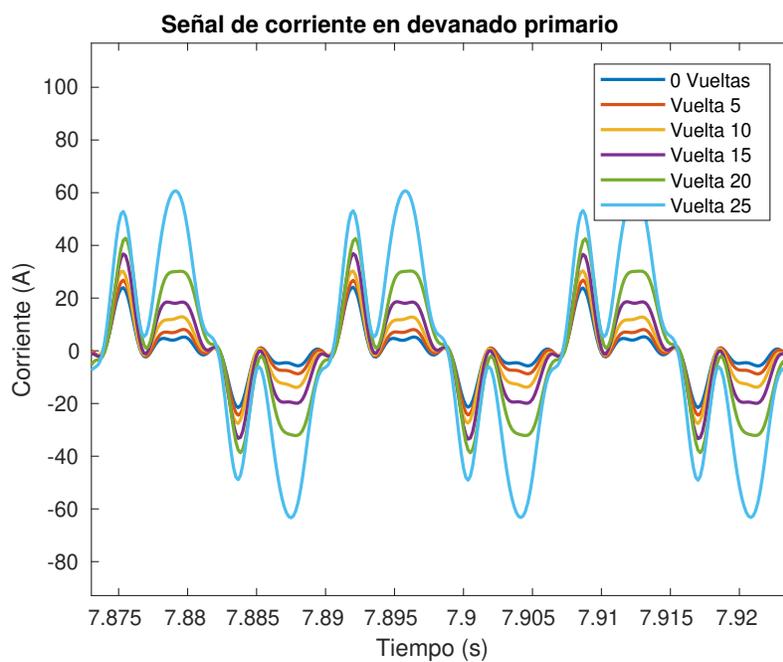


Fig. 7.14. Comparación de corrientes devanado primario con carga combinada.

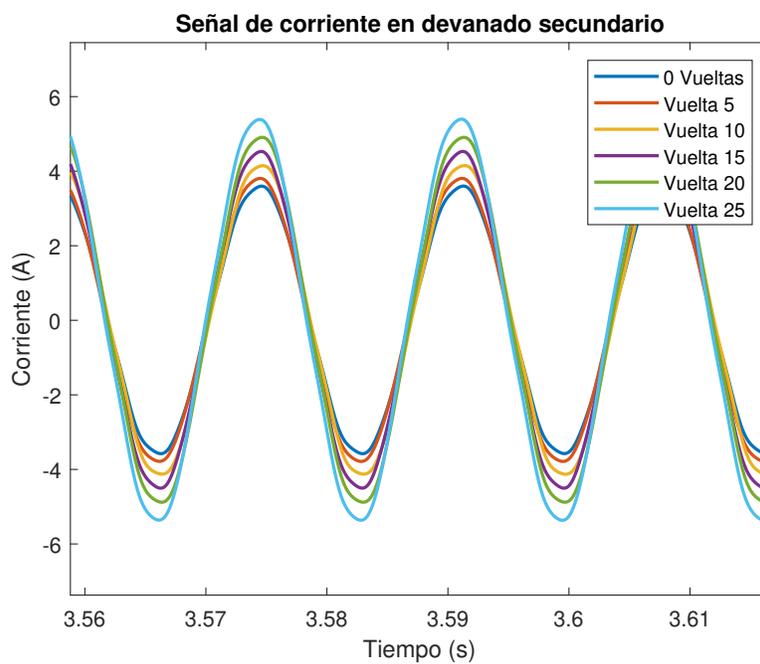


Fig. 7.15. Comparación de corrientes devanado secundario con carga lineal.

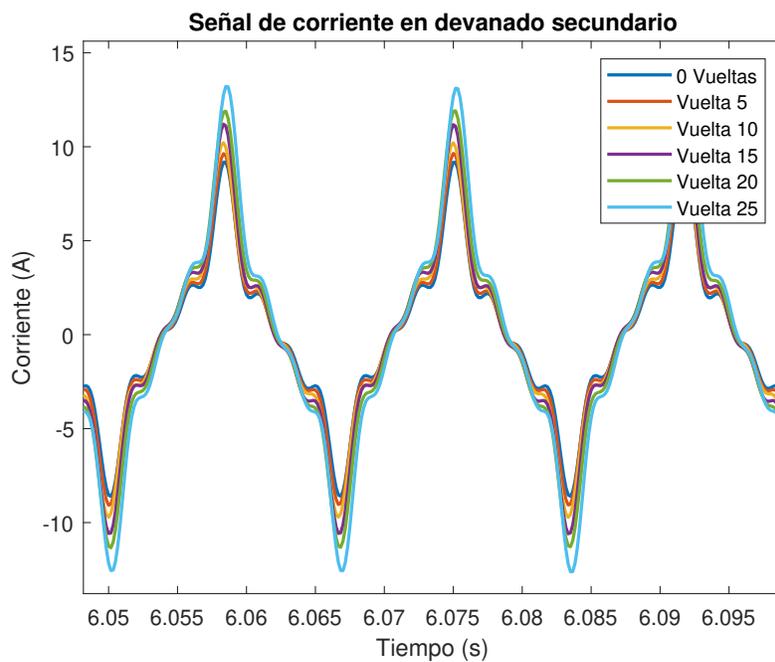


Fig. 7.16. Comparación de corrientes devanado secundario con carga no lineal.

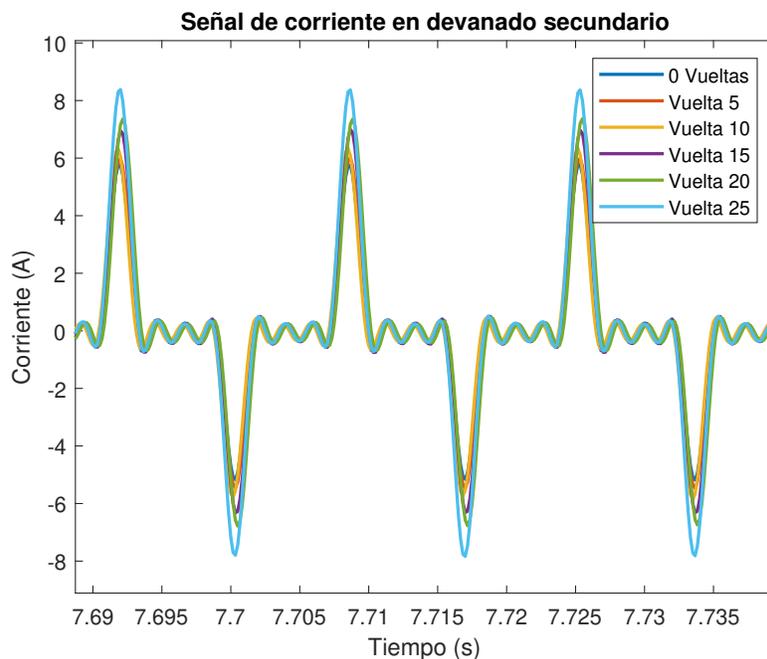


Fig. 7.17. Comparación de corrientes devanado secundario con carga combinado.

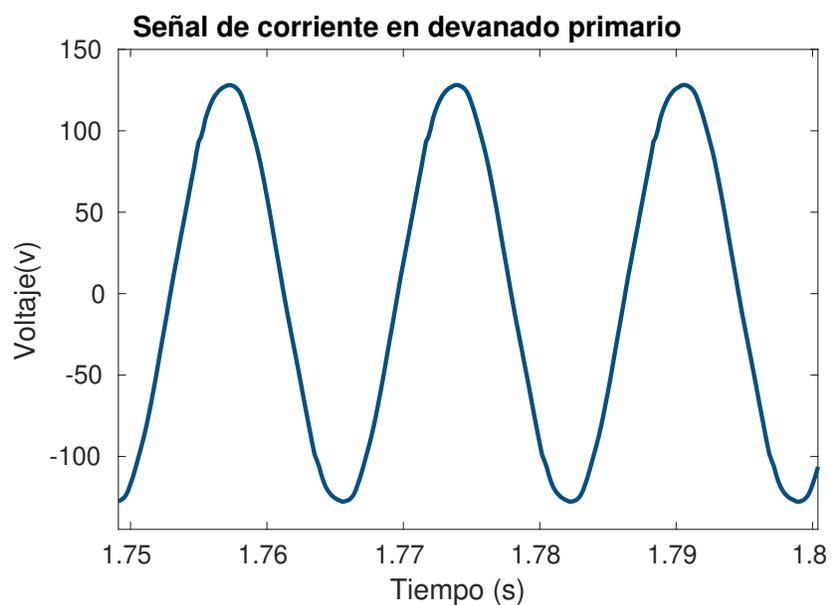


Fig. 7.18. Voltaje devanado primario.

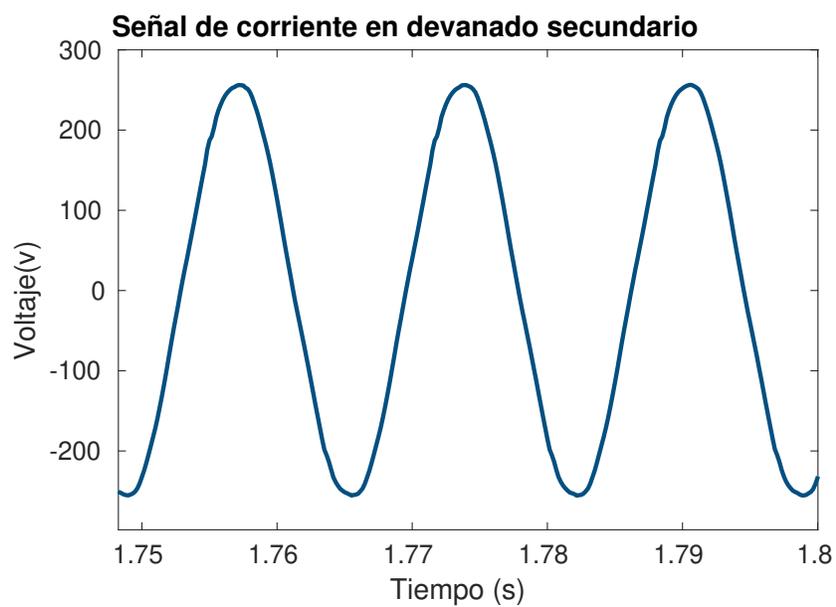


Fig. 7.19. Voltaje devanado secundario.

## 7.2. Metodología para el diagnóstico de fallas

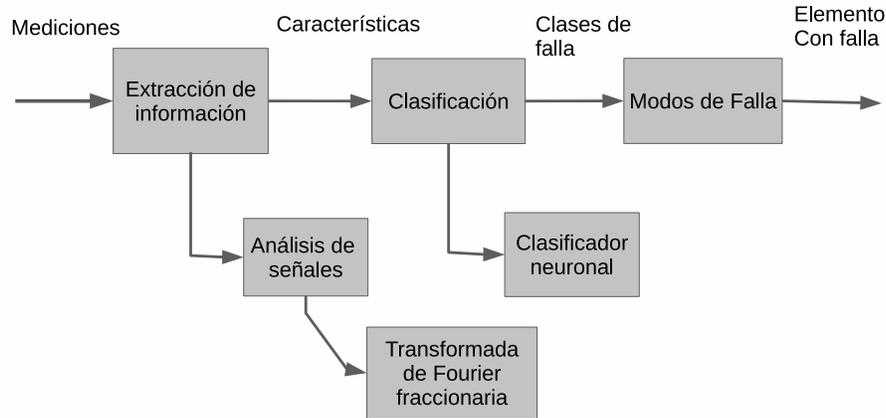


Fig. 7.20. Esquema de diagnóstico de fallas basado en señales.

La metodología para el diagnóstico de fallas propuesta en este trabajo es con base en el comportamiento de señales, tal y como se muestra en la Fig. 7.20. La etapa de extracción de información se lleva a cabo aplicando la transformada de Fourier de orden fraccionario a las señales, las características obtenidas se utilizan en la etapa de clasificación la cual se realizó con una RNA con arquitectura de tipo perceptrón de doble capa y finalmente se obtiene el elemento con falla, que en este caso será el número de vuelta en corto circuito.

En la Fig. 7.21 se muestra el procedimiento para la aplicación de la metodología, partiendo de las señales medidas que son voltajes y corrientes del devanado primario y secundario se calcula la corriente de falla ( $I_F$ ), como se mencionó anteriormente se utiliza el principio de las protecciones diferenciales para el cálculo de esta corriente, donde se supone que la corriente en el devanado primario es igual a la corriente en el devanado secundario por su relación de transformación

$$I_P = a * I_S, \quad (7.1)$$

donde  $a = \frac{V_S}{V_P}$ , por lo tanto se define la corriente de operación  $I_{OP}$  la cual corresponde a la suma fasorial de  $I_P$  e  $I_S$  y está dada por

$$I_{OP} = I_P - aI_S, \quad (7.2)$$

debido a esto, el comportamiento de una falla producida en los devanados del transformador se ve reflejada en la corriente de operación, por lo tanto, la corriente de falla se puede expresar como

$$I_F = I_P - aI_S, \quad (7.3)$$

este suposición es válida ya que la corriente de magnetización como se mencionó anteriormente afecta alrededor de un 3% de la carga total del transformador y las señales mostradas anteriormente muestran como son afectadas las corrientes con el incremento en el número de vuelta en corto circuito, esto se

debe a que al incrementar el número de vueltas su relación de transformación se modifica como si se redujera el tamaño del devanado primario lo cual conlleva a un incremento en el valor de la corriente.

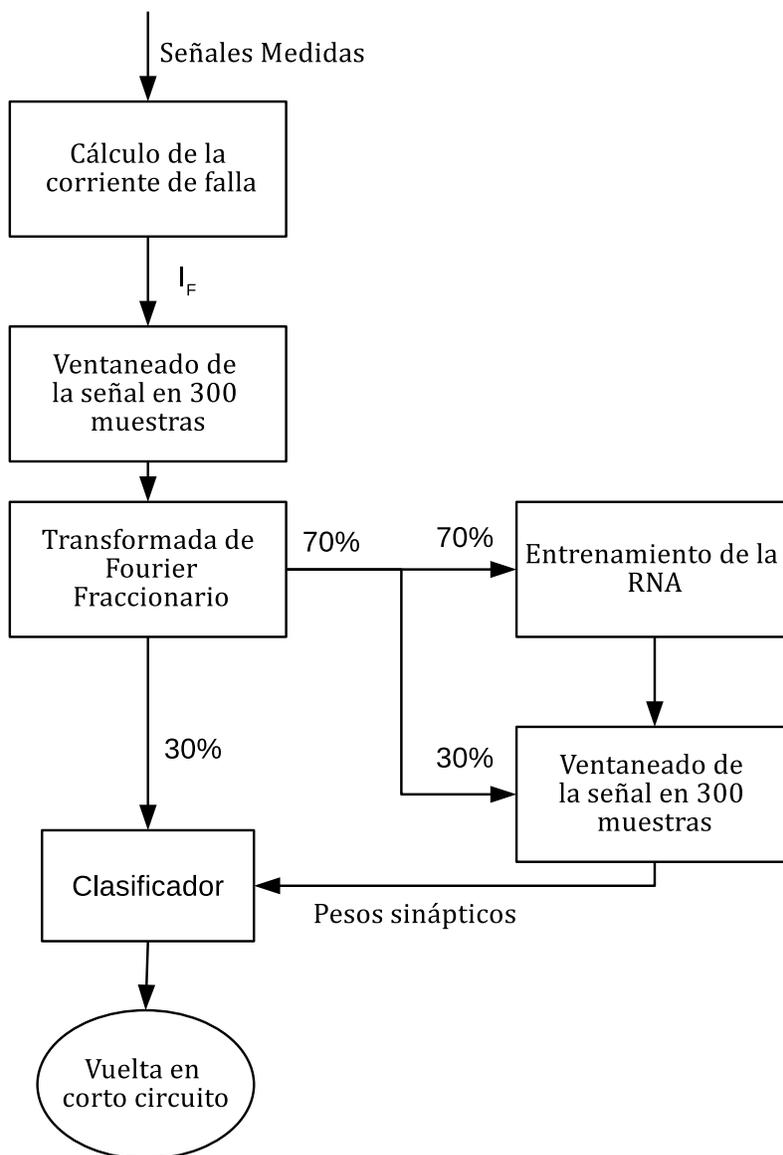


Fig. 7.21. Procedimiento de la metodología para el diagnóstico de fallas.

Con el cálculo de la corriente de falla, se realizó un ventaneado de las señales ya que estas son periódicas y no es necesario utilizar toda la señal debido a que su forma de onda se repite, estas señales se muestran en las Figs. 7.22 a 7.29, el ventaneado de las señales, además de generar mayor número de datos para el entrenamiento del clasificador ofrece una ventaja en la aplicación de la transformada de Fourier de orden fraccionario ya que su costo computacional depende del número de datos.

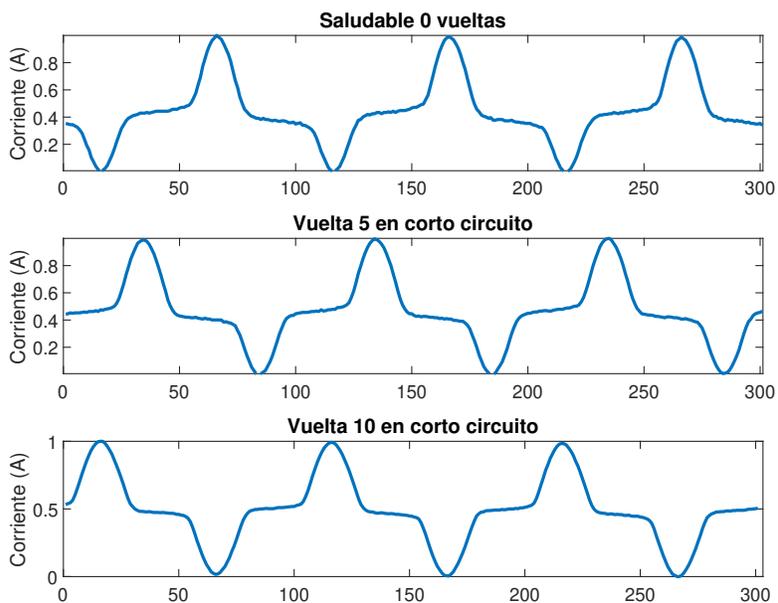


Fig. 7.22. Seccionado de señales en vacío 0, 5, 10 vueltas en corto circuito.

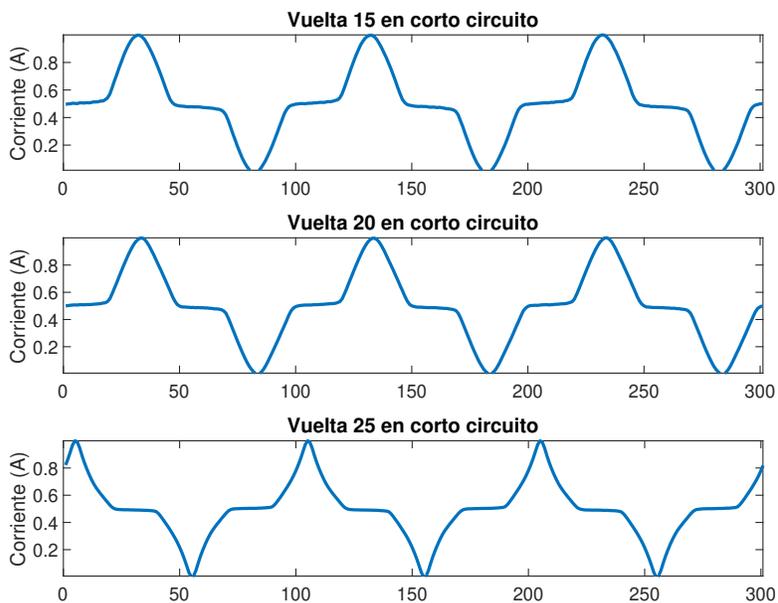


Fig. 7.23. Seccionado de señales en vacío 15, 20, 25 vueltas en corto circuito.

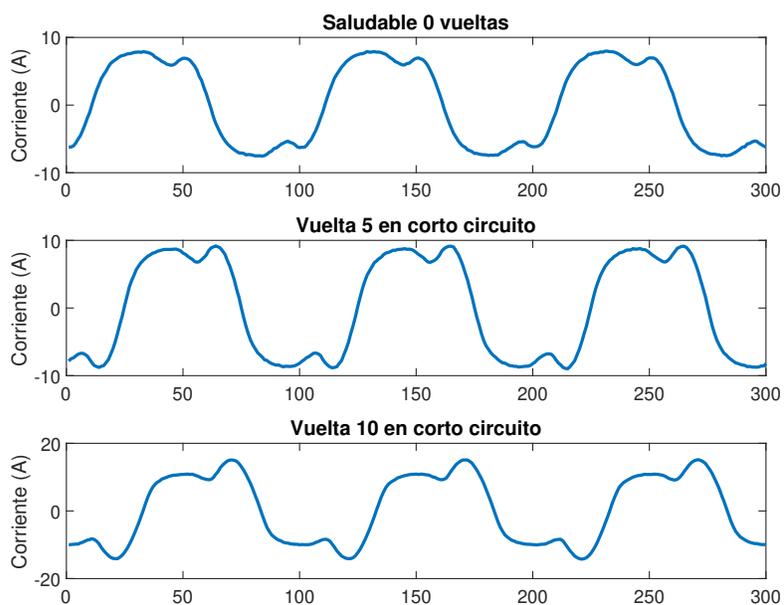


Fig. 7.24. Seccionado de señales con carga lineal 0, 5, 10 vueltas en corto circuito.

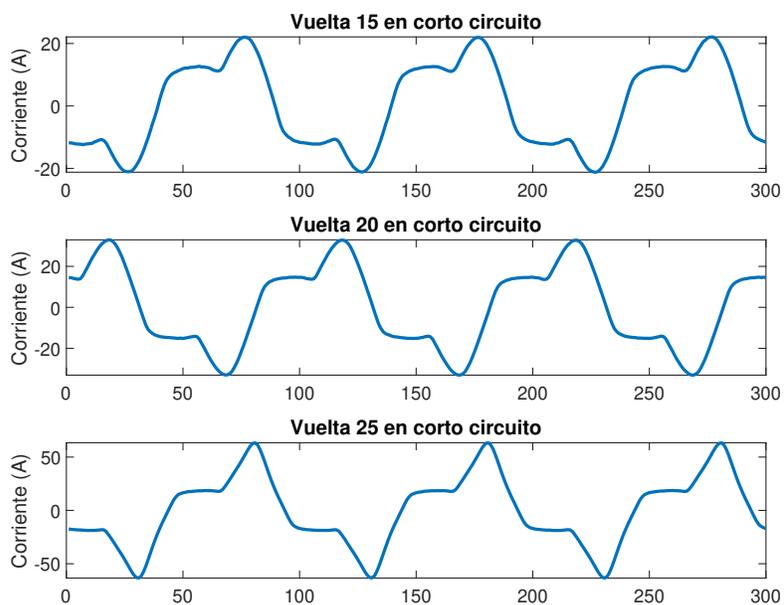


Fig. 7.25. Seccionado de señales con carga lineal 15, 20, 25 vueltas en corto circuito.

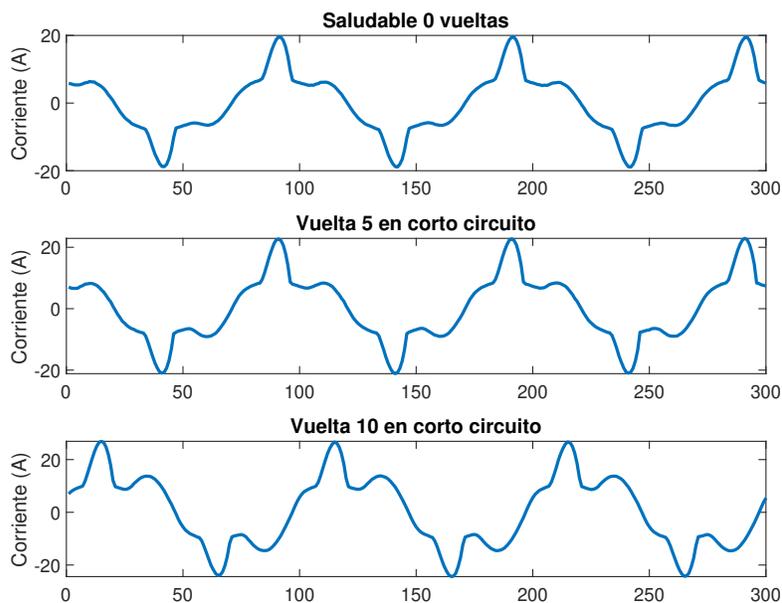


Fig. 7.26. Seccionado de señales con carga no lineal 0, 5, 10 vueltas en corto circuito.

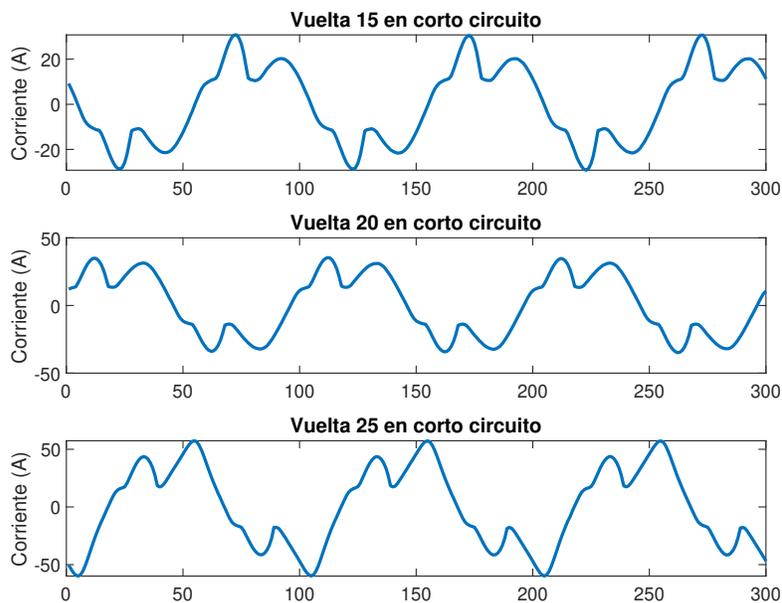


Fig. 7.27. Seccionado de señales con carga no lineal 15, 20, 25 vueltas en corto circuito.

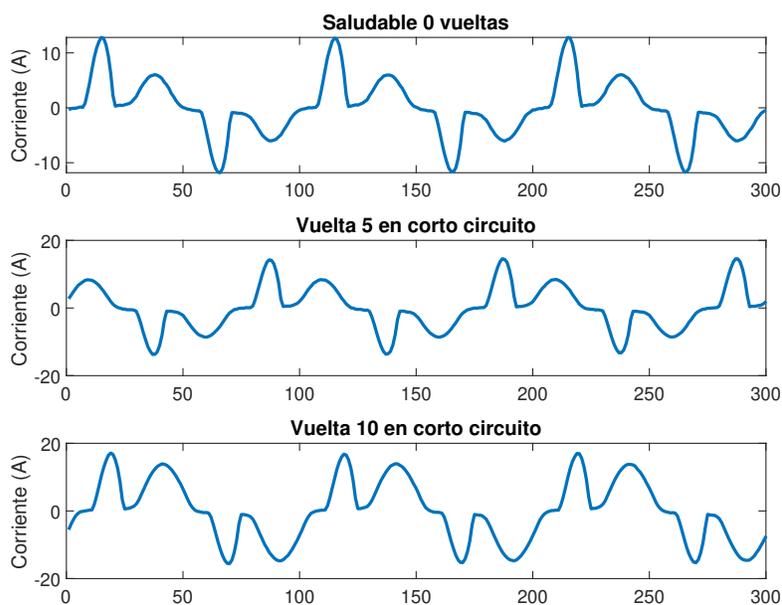


Fig. 7.28. Seccionado de señales con carga combinada 0, 5, 10 vueltas en corto circuito.

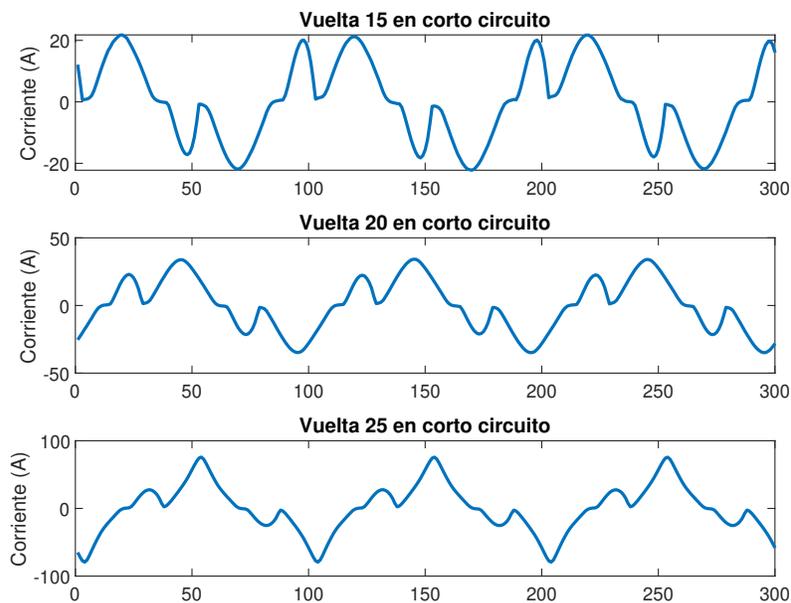


Fig. 7.29. Seccionado de señales con carga combinada 15, 20, 25 vueltas en corto circuito.

Para la extracción de características, en este trabajo se utilizó la **FRFT** discretizada por descomposición de eigenvectores y eigenvalores, la elección de esta transformada es debido a su precisión, reversibilidad, sencillez en su programación, además su matriz de transformación es útil cuando se requiere transformar señales de la misma longitud ya que solo se calcula una vez para cada orden y en comparación con los otros métodos no se requiere hacer el cálculo para cada una de las señales, el procedimiento de discretización se describe en [57]. En la ecuación (7.4), se define la matriz de transformación discreta, en donde  $u_k[n]$  y  $u_k[m]$  son las n-ésimas funciones discretas de Hermite-Gauss.

$$F^\alpha[m, n] = \sum_{k=0, k \neq (N-1)}^N u_k[m] e^{-i\frac{\pi}{2}k\alpha} u_k[n]. \quad (7.4)$$

Con el objetivo de analizar las características de los órdenes, se seleccionó una sección de la señal de corriente en el devanado primario para realizar un conjunto de transformaciones con diferentes órdenes, en la Fig. 7.30 se muestra un espectrograma de la señal con distintos órdenes de transformación en el cual el orden más bajo equivale a una transformación cercana a tiempo y el orden 1 equivale a una señal en frecuencia. En la Fig. 7.31 se pueden apreciar las magnitudes de sus componentes en la transición de la transformación de tiempo a frecuencia.

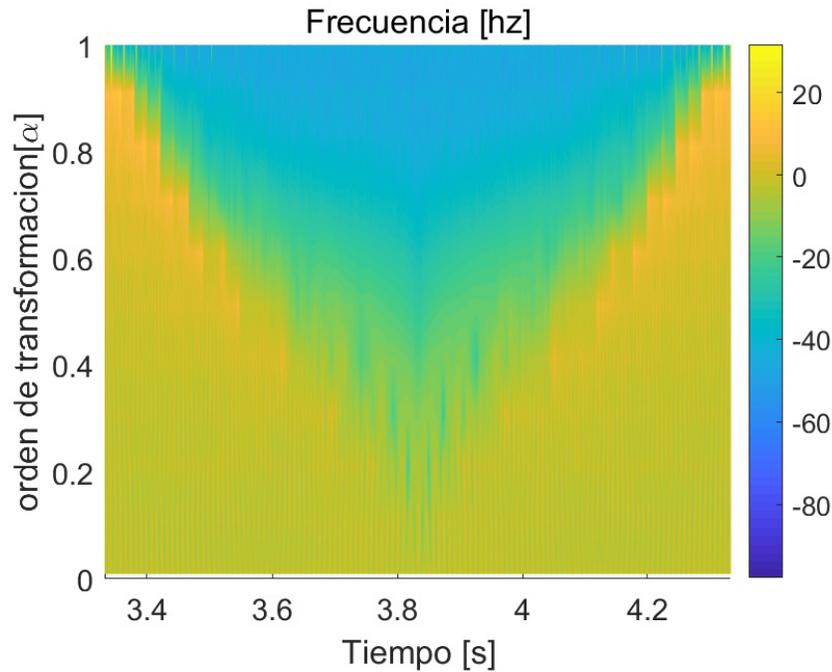


Fig. 7.30. Espectrograma de transformaciones vista superior en decibelios.

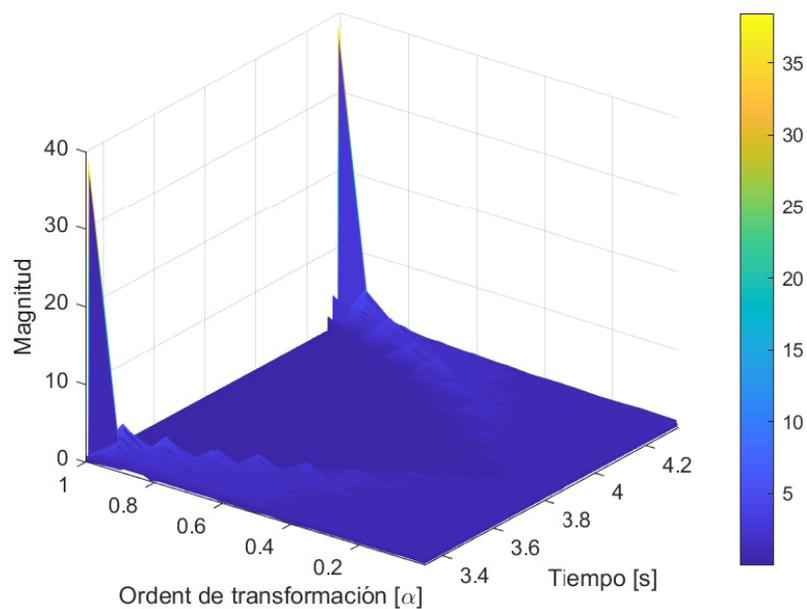


Fig. 7.31. Espectrograma de transformaciones.

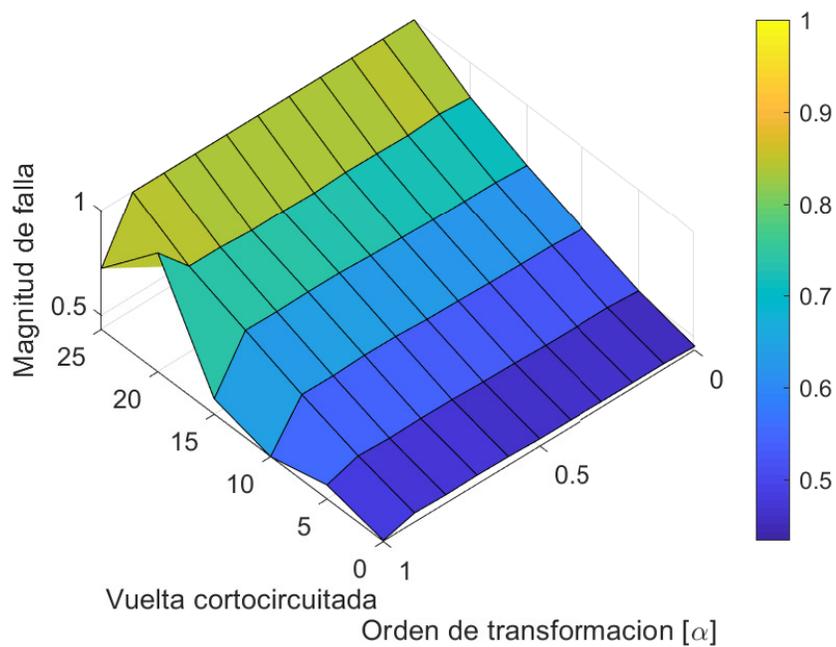


Fig. 7.32. Energía en relación a las vueltas en corto circuito y ordenes de transformación.

Utilizando la relación de Parseval se calculó la energía en secciones de señales con distintos número de vueltas cortocircuitadas, en la Fig. 7.32 se puede observar la tendencia de la energía para cada una de las vueltas correspondientes a cada uno de los órdenes de transformación, en este análisis se observa que en el caso de aplicar la transformada de Fourier clásica, la cual equivale a un orden 1 la energía en la vuelta 20 es mayor que la vuelta 25, por lo tanto si se analiza la energía podría existir una confusión al detectar esas vueltas cortocircuitadas, incluyendo la numero 15, por lo tanto se utilizaron ordenes distintos a 1 con la finalidad de no tener esta confusión en la localización de la falla.

Se aplico la transformada de Fourier evaluando ordenes desde 0.01 hasta 1 a las señales ventaneadas para observar que comportamiento presentaban y si tienen diferencias entre las señales de mayor longitud.

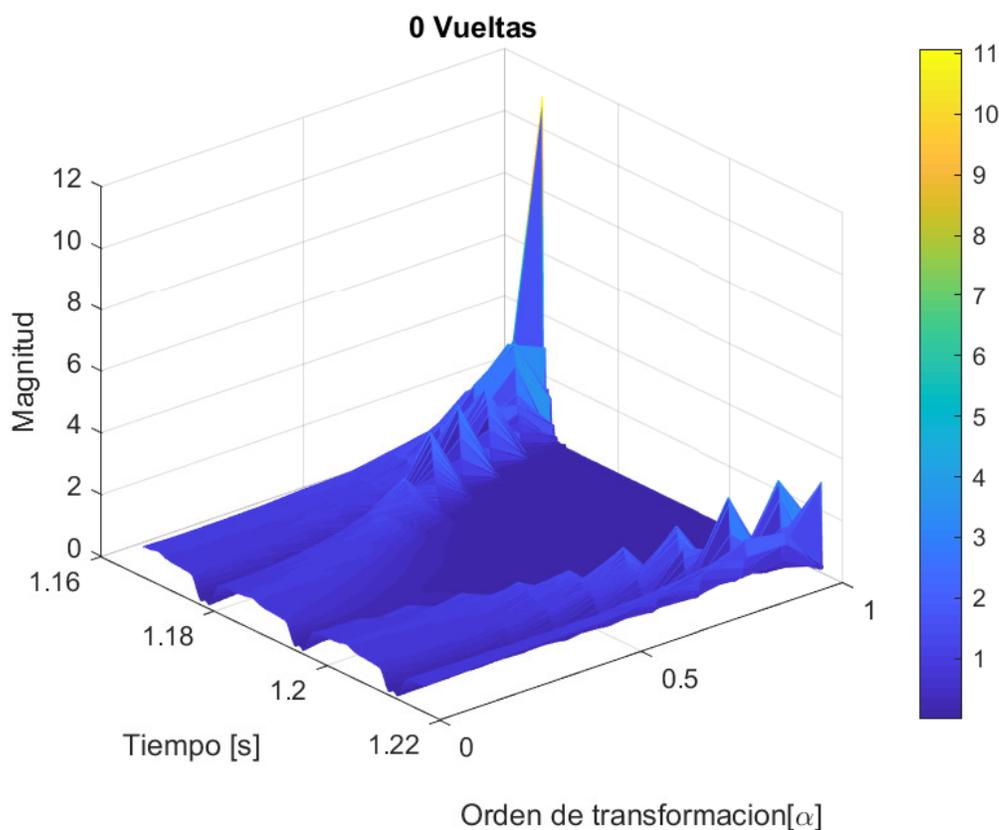


Fig. 7.33. Espectrograma señal ventaneada 0 vueltas en corto circuito.

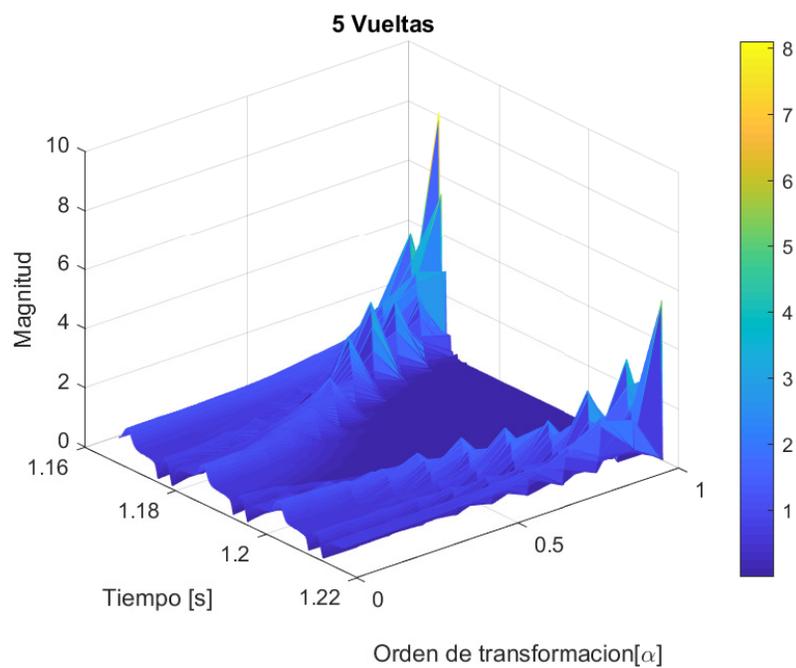


Fig. 7.34. Espectrograma señal ventaneada vuelta 5 en corto circuito.

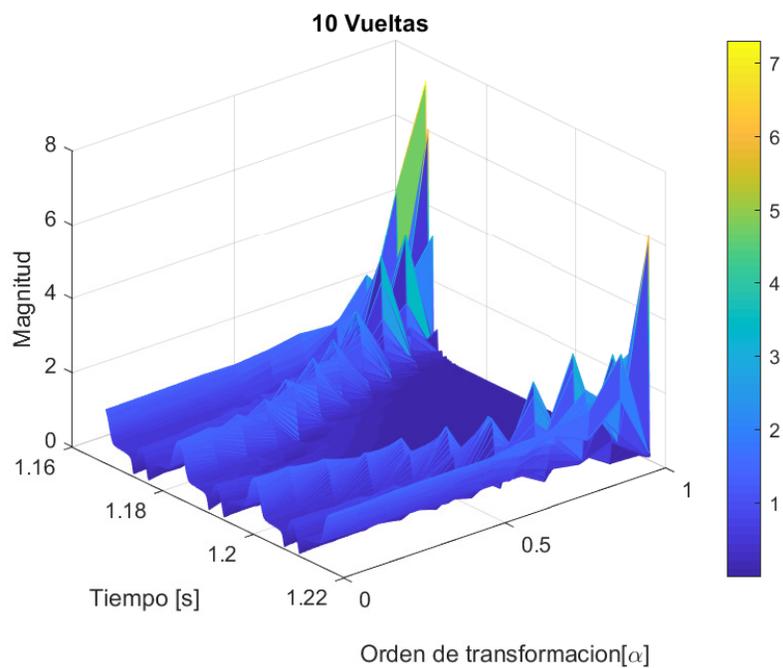


Fig. 7.35. Espectrograma señal ventaneada vuelta 10 en corto circuito.

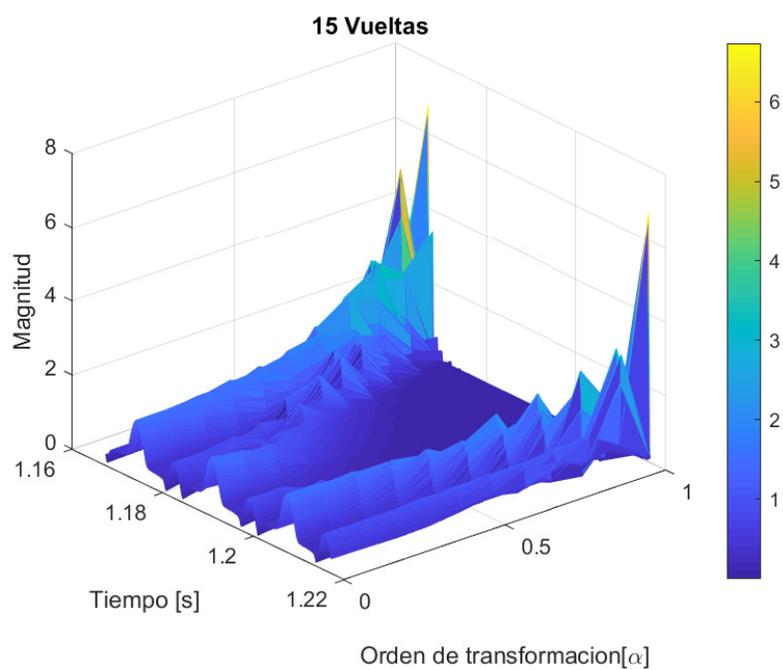


Fig. 7.36. Espectrograma señal ventaneada vuelta 15 en corto circuito.

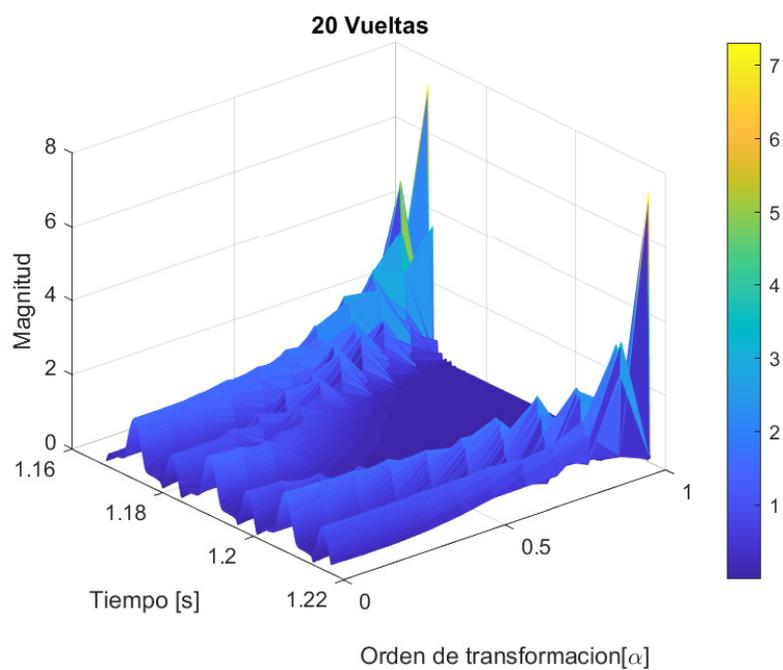


Fig. 7.37. Espectrograma señal ventaneada vuelta 20 en corto circuito.

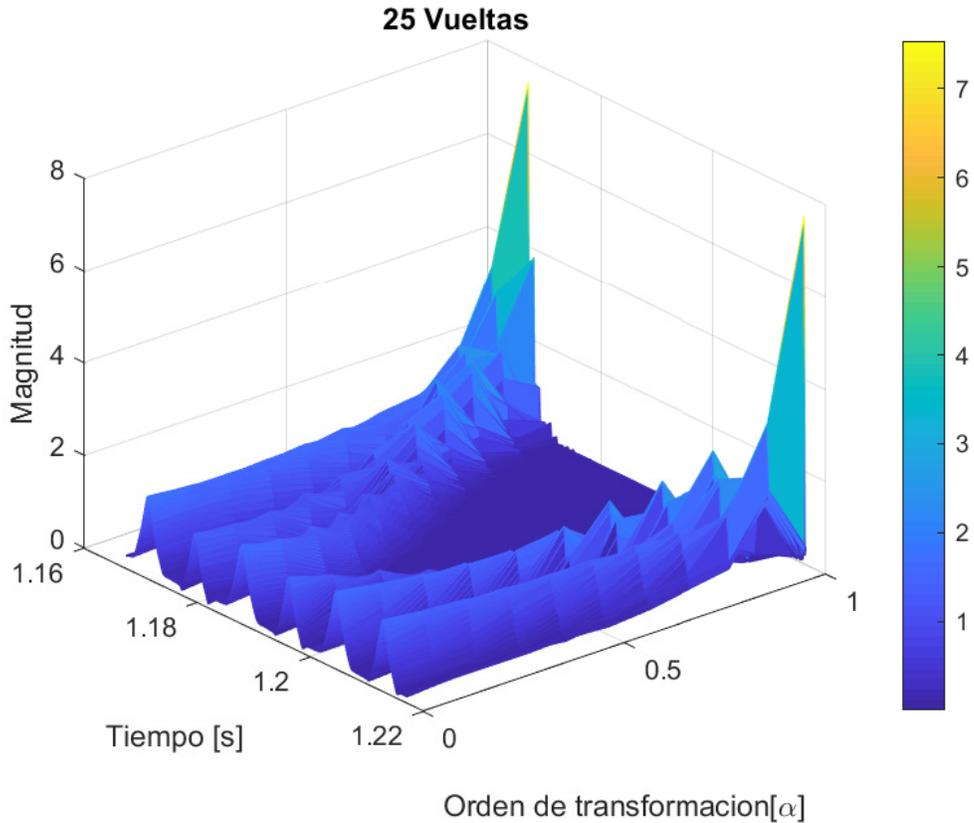


Fig. 7.38. Espectrograma señal ventaneada vuelta 25 en corto circuito.

Las Figs. 7.33 a 7.38 muestran que se pueden utilizar los patrones de las transformaciones para el diagnóstico, en las Fig. 7.39 a 7.44 se muestran algunas de las señales con diferentes ordenes de transformación, se puede observar que las señales tienen distinto comportamiento dependiendo de la magnitud de la falla, este comportamiento es esencial para la esta metodología ya que se tiene como base utilizar los patrones de las señales que alimentan al clasificador que en este caso es una red neuronal.

En las señales con órdenes de transformación cercanos a cero se observa que la señal se asemeja al comportamiento que tiene en dominio temporal y conforme su orden incrementa se muestra una dispersión de la energía de la señal desde la parte central hacia sus laterales, finalmente los órdenes cercanos a 1 asemejan su comportamiento a la señal en dominio frecuencial.

Como se mostraba en las señales en dominio temporal el incremento de vueltas que se encuentran en corto circuito en el transformador afecta el comportamiento de las señales, por lo que estas transformaciones pueden ser aplicadas.

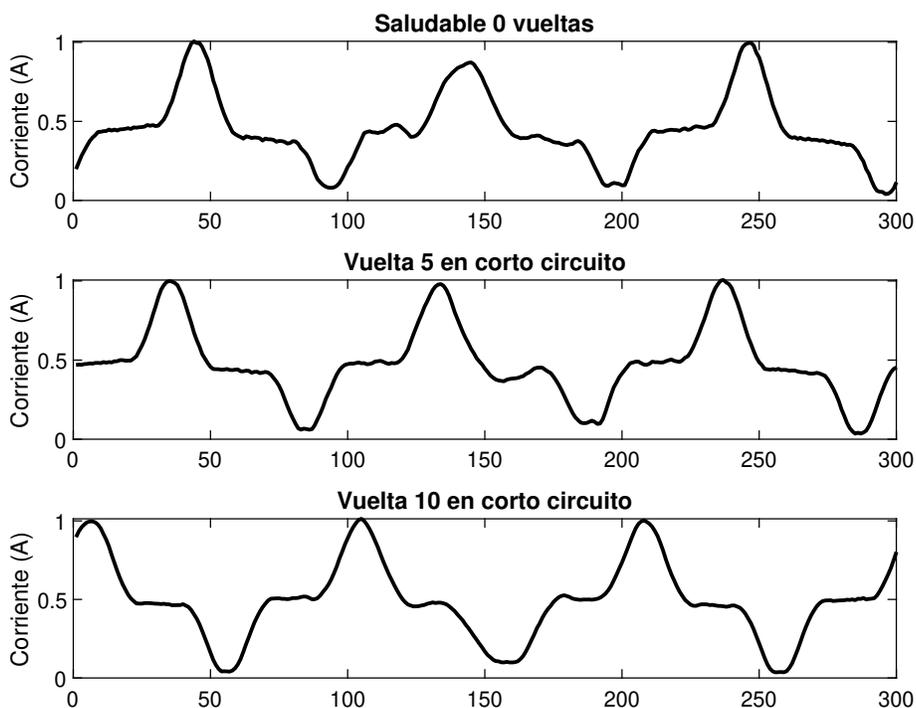


Fig. 7.39. Señales con orden de transformación 0.1.

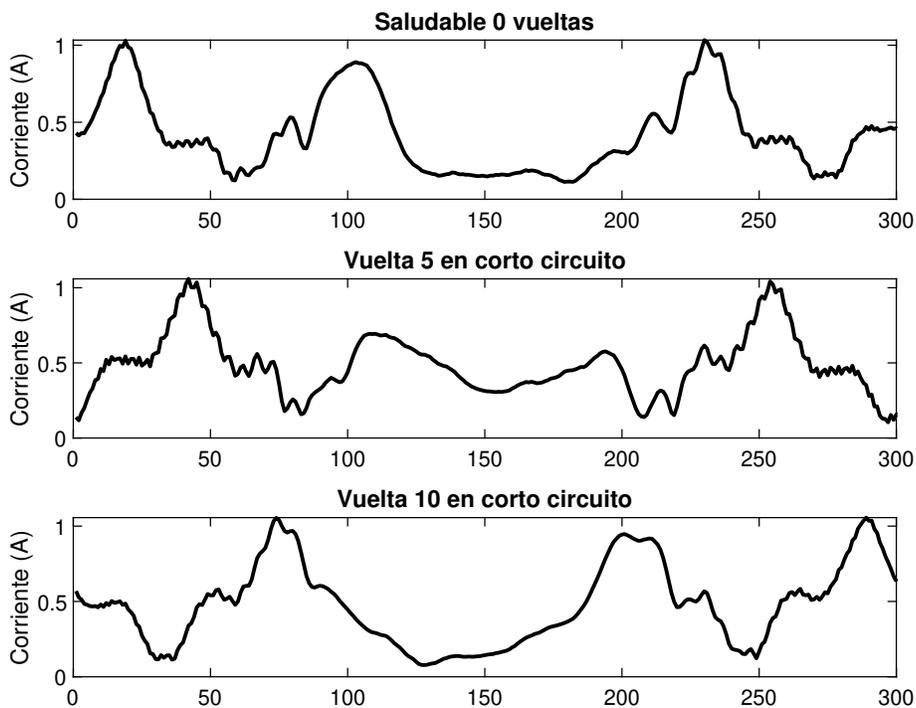


Fig. 7.40. Señales con orden de transformación 0.3.

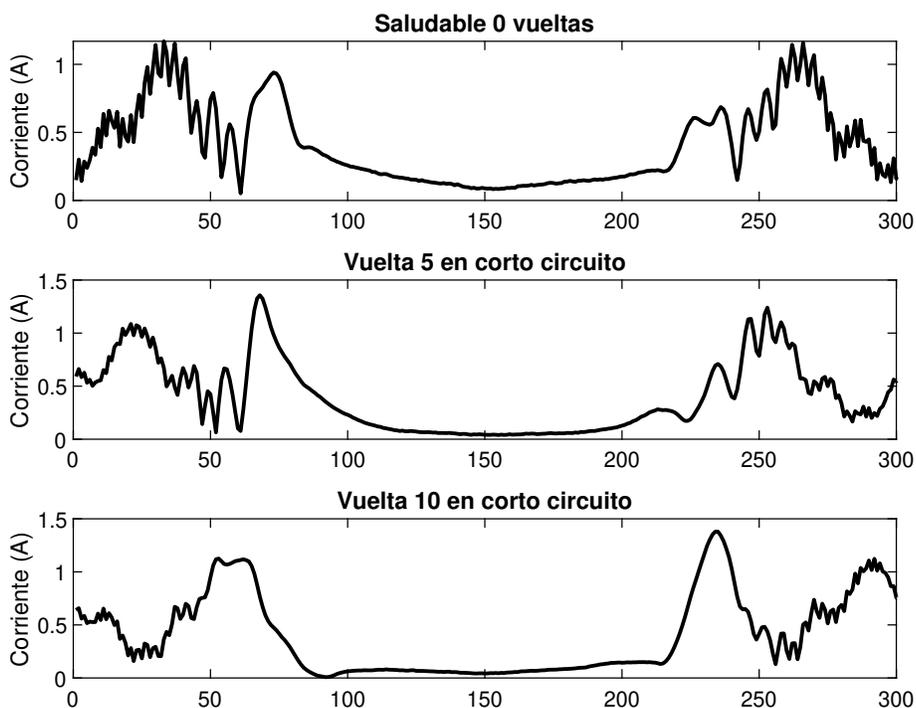


Fig. 7.41. Señales con orden de transformación 0.5.

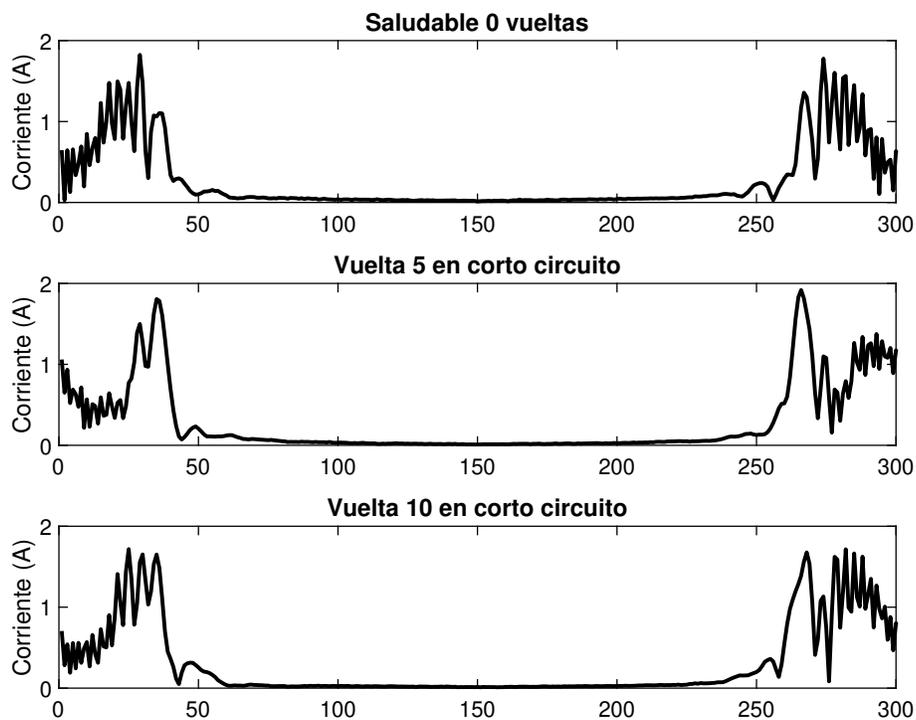


Fig. 7.42. Señales con orden de transformación 0.7.

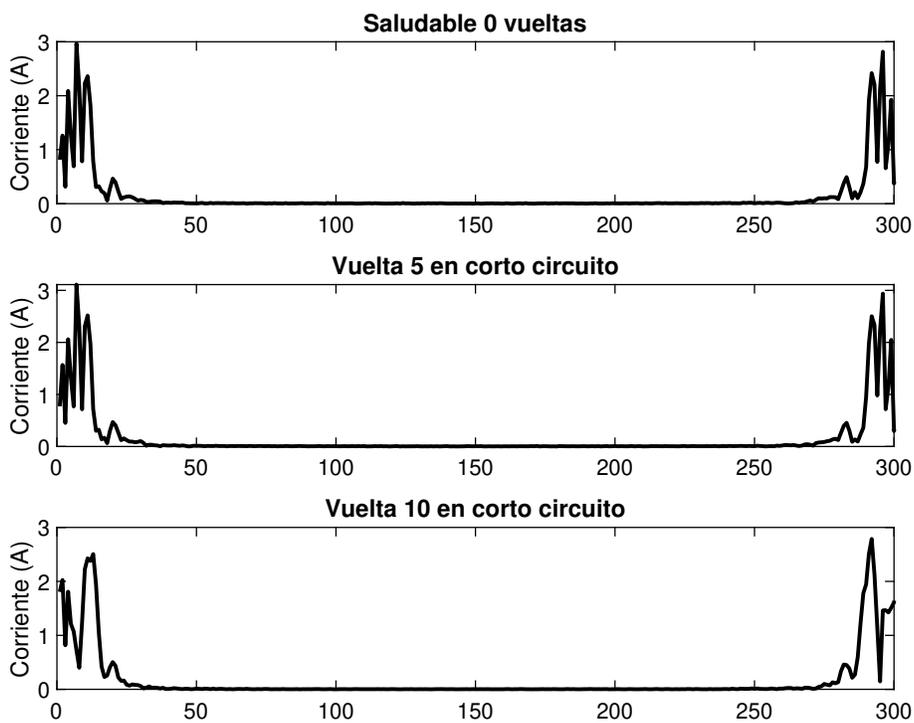


Fig. 7.43. Señales con orden de transformación 0.9.

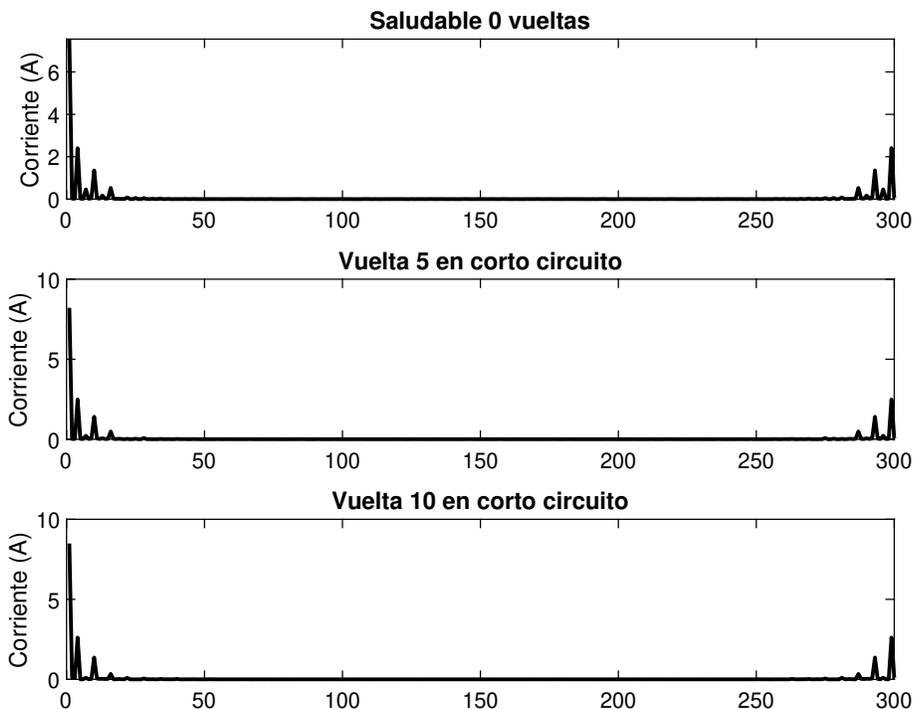


Fig. 7.44. Señales con orden de transformación 1.

### 7.3. Clasificador Neuronal

En esta metodología se utiliza un clasificador neuronal debido a que su implementación es menos complicada en comparación con otros métodos y también debido a su alta eficiencia, en este trabajo la RNA considerada es de tipo perceptrón con una topología mostrada como en la Fig. 7.45.

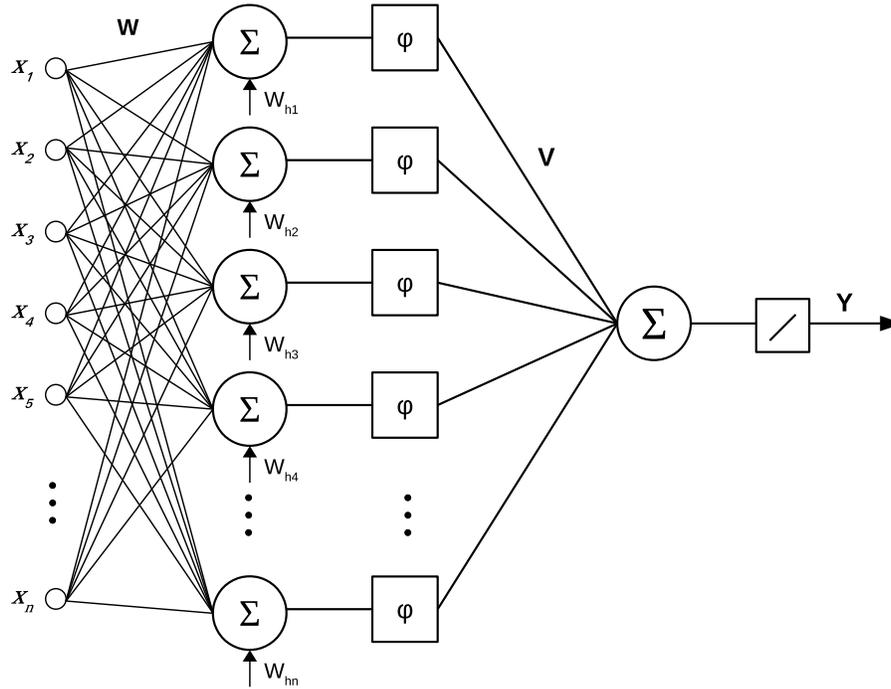


Fig. 7.45. RNA tipo perceptron de doble capa.

Esta RNA tiene dos capas, la primera tiene  $n$  número de neuronas y la segunda solo una neurona esto debido a que solo se requiere una salida la cual corresponde a la clase de la falla que nos indica la vuelta en corto circuito.

Las funciones de activación de la primera capa son funciones de tipo sigmoide y en la segunda capa se tiene una función de tipo identidad, se eligió esta para facilitar el entrenamiento de la RNA, por lo que la siguiente ecuación describe el comportamiento de la RNA

$$\mathbf{Y} = \mathbf{V}\varphi(\mathbf{W}\mathbf{X} + \mathbf{W}_h). \quad (7.5)$$

Para realizar el entrenamiento de la RNA se asignaron pesos sinápticos aleatorios para  $\mathbf{W}$  y  $\mathbf{W}_h$ , con esto se asegura tener un mayor dominio al utilizar una función de activación de tipo sigmoide. La ecuación (7.6) se utilizó para el cálculo de los pesos sinápticos de  $\mathbf{V}$ , esta ecuación representa un entrenamiento por mínimos cuadrados, en donde  $\Phi = \varphi(\mathbf{W}\mathbf{X} + \mathbf{W}_h)$

$$\mathbf{V} = \Phi^+\mathbf{Y}, \quad (7.6)$$

en la ecuación anterior  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Y}$ , son los datos de las señales transformadas divididos en 30 % para pruebas y 70 % para el entrenamiento de la RNA y su validación, de este 70 % un 30 % se utiliza para la validación del entrenamiento y 70 % para entrenamiento.

Para realizar el entrenamiento de la RNA y probar la metodología con los datos obtenidos del transformador real fue necesario definir las clases de falla de acuerdo a la vuelta en corto circuito que se tenga en el transformador, la definición de las clases se realizó considerando los distintos escenarios de fallas de corto circuito (vuelta en corto circuito) y los tipos de cargas, de las pruebas experimentales se obtuvieron 6 casos falla de corto circuito bajo 4 condiciones de carga, por lo cual se obtienen 24 clases de falla mostradas en la Tabla. 7.1.

Tabla 7.1. Clases de falla.

Clase	Vuelta	Carga	Clase	Vuelta	Carga
1	0 vueltas	Vacío	13	vueltas	No lineal
2	5 vueltas	Vacío	14	vueltas	No lineal
3	10 vueltas	Vacío	15	vueltas	No lineal
4	15 vueltas	Vacío	16	vueltas	No lineal
5	20 vueltas	Vacío	17	vueltas	No lineal
6	25 vueltas	Vacío	18	vueltas	No lineal
7	0 vueltas	Lineal	19	vueltas	Combinada
8	5 vueltas	Lineal	20	vueltas	Combinada
9	10 vueltas	Lineal	21	vueltas	Combinada
10	15 vueltas	Lineal	22	vueltas	Combinada
11	20 vueltas	Lineal	23	vueltas	Combinada
12	25 vueltas	Lineal	24	vueltas	Combinada

## 7.4. Resultados de la metodología

La primera prueba que se realizó fue considerando las corrientes en el devanado primario sin utilizar la metodología de las corriente diferenciales, para la cual se obtuvieron los siguientes desempeños. Las Figs. 7.46 y 7.47, muestran los desempeños utilizando un orden de transformación 0.4, el cual se obtuvo realizando diversas pruebas y resultando el de mejor desempeño promedio 92.9 %, esta prueba se comparó con la clasificación utilizando señales en dominio temporal en donde se obtuvo un desempeño promedio de 90.1 %, los resultados obtenidos se utilizaron para someter un artículo en la 3ra Jornada de ciencia y tecnología aplicada llevada a cabo en el CENIDET en el año 2019.

Finalmente se realizó la clasificación de las señales con distintos órdenes de transformación que van desde 0.1 a 1 con incrementos de 0.1, para evaluar la metodología se utilizaron el desempeño promedio total, desempeño de cada una de las clases y sus desviaciones estándar que son comúnmente utilizadas cuando se tiene una etapa de clasificación en una metodología de diagnóstico, ver Figs. 7.48 - 7.57.

El desempeño es el porcentaje de coincidencias de las señales analizadas con su clase original, el desempeño promedio se obtiene al promediar el porcentaje de coincidencias de las clases.

#### 7.4. RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

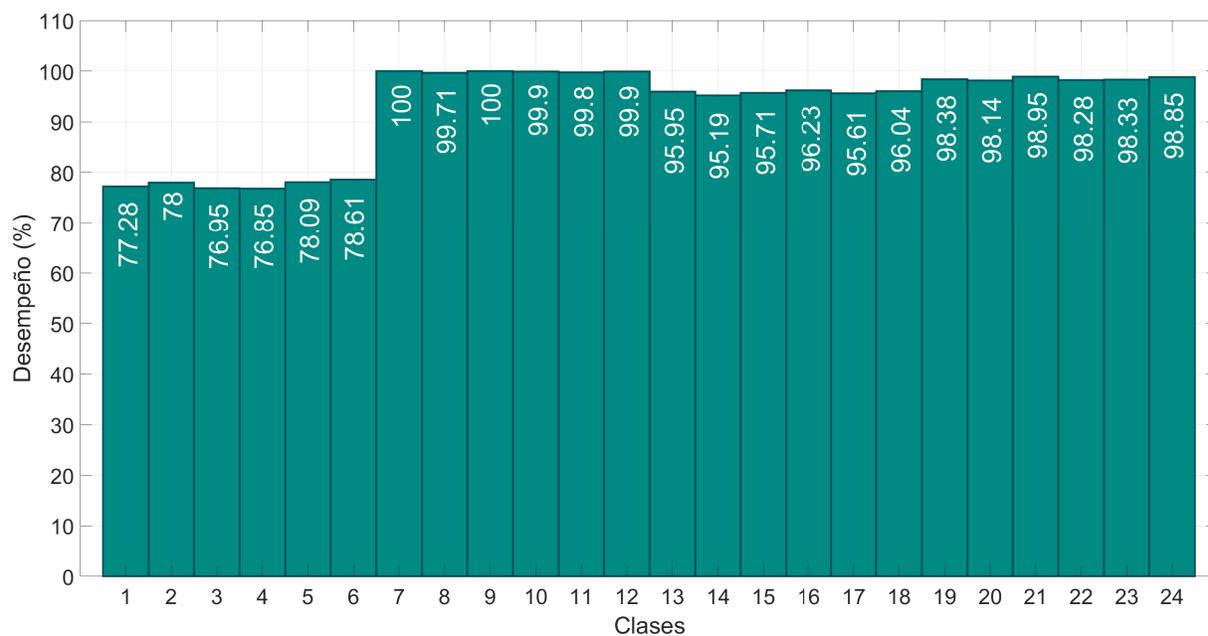


Fig. 7.46. Desempeños de clasificador utilizando señal de corriente en devanado primario.

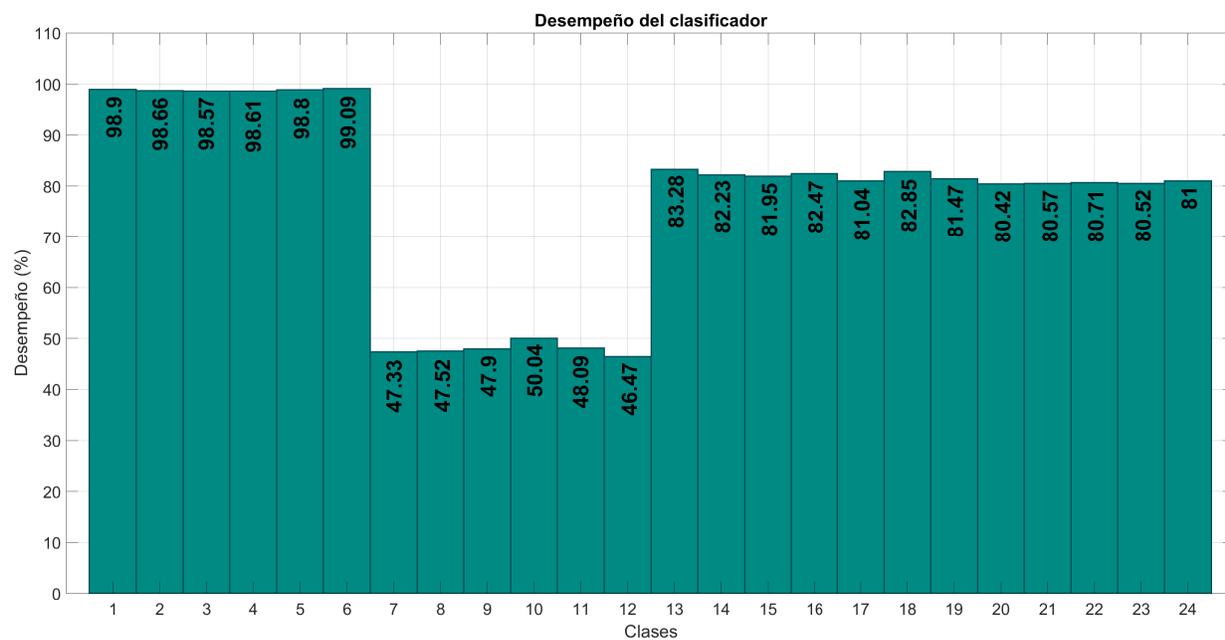


Fig. 7.47. Desempeños de clasificador utilizando señales en dominio temporal.

#### 7.4. RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

---

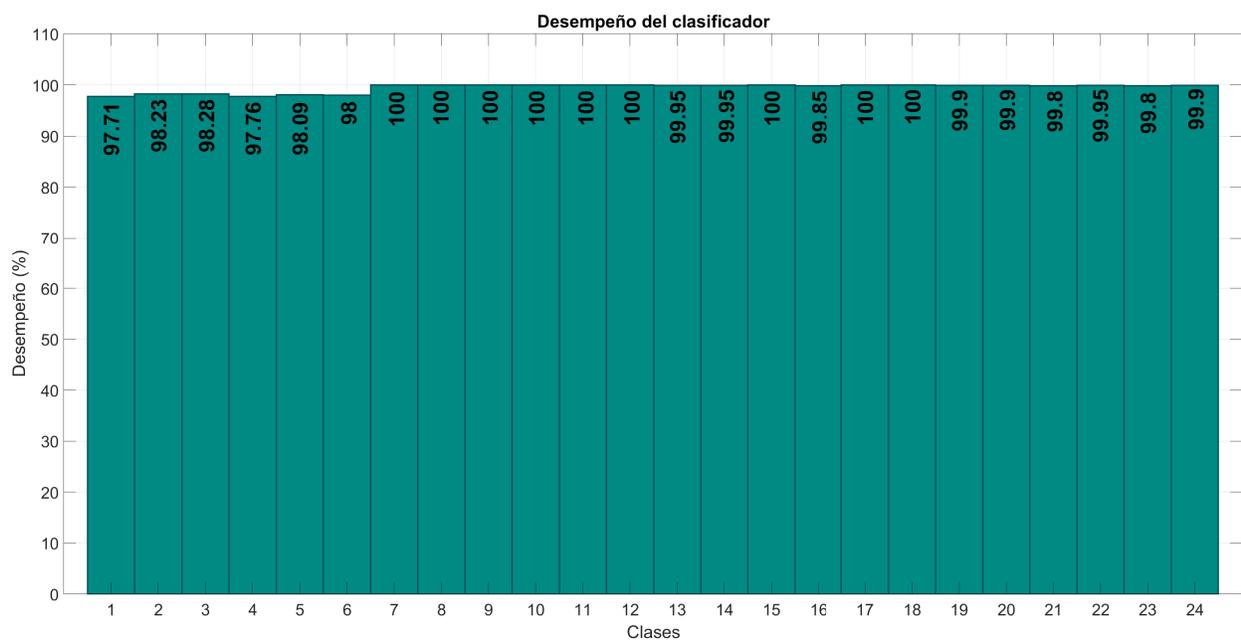


Fig. 7.48. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.1.

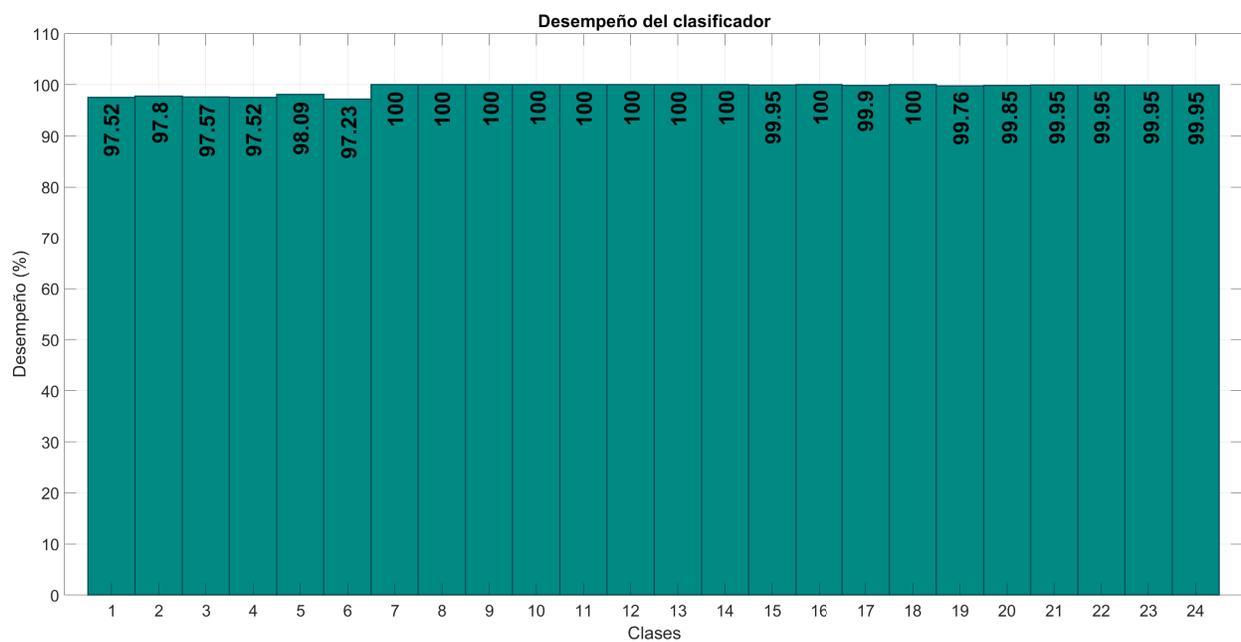


Fig. 7.49. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.2.

#### 7.4. RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

---

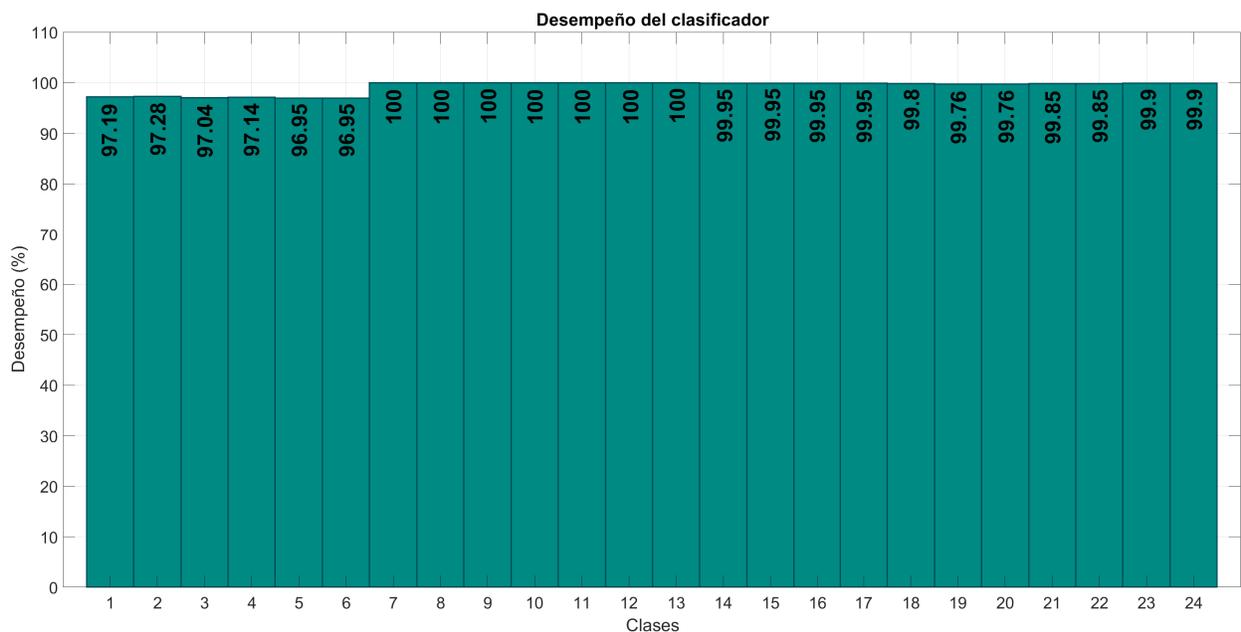


Fig. 7.50. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.3.

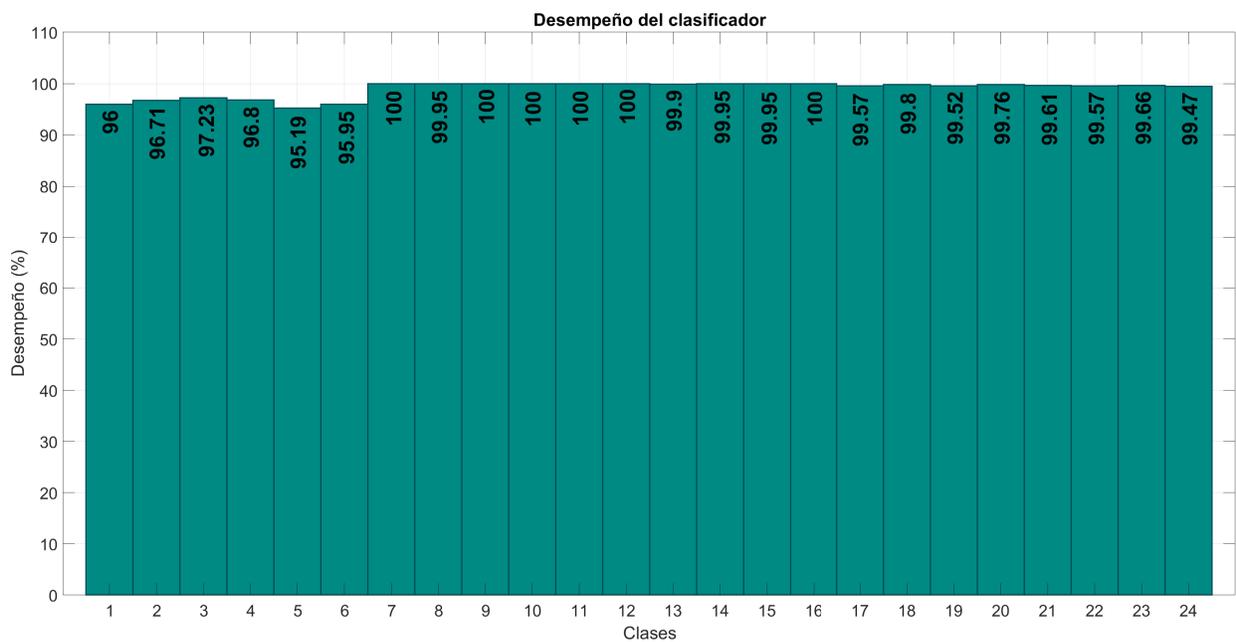


Fig. 7.51. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.4.

#### 7.4. RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

---

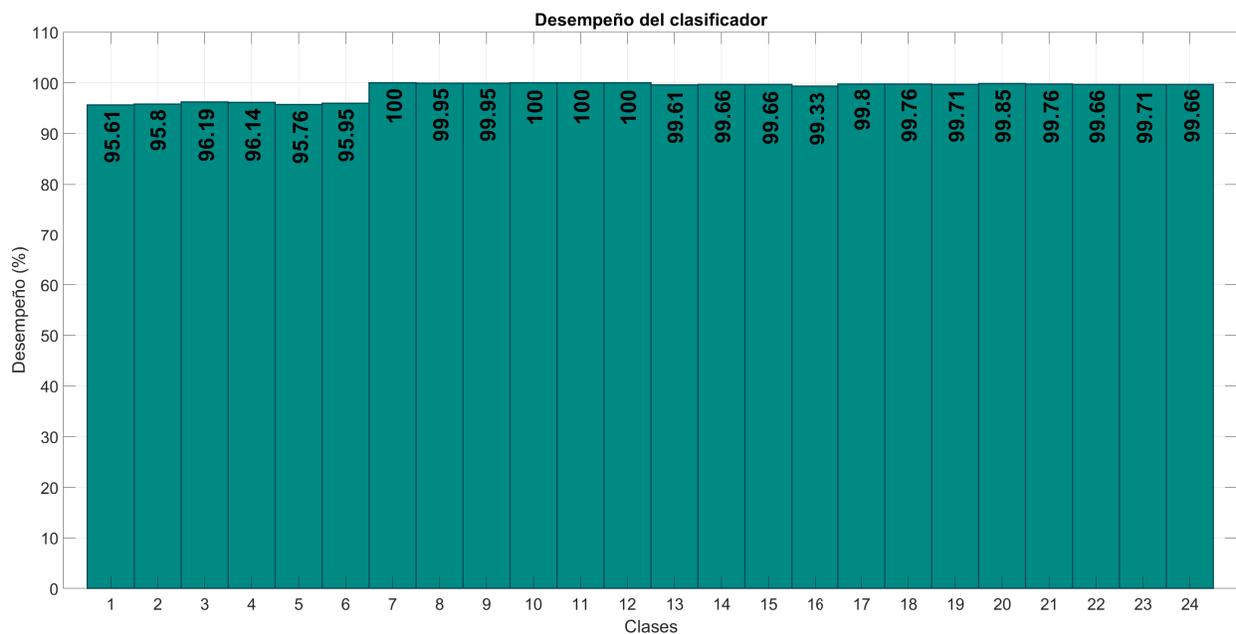


Fig. 7.52. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.5.

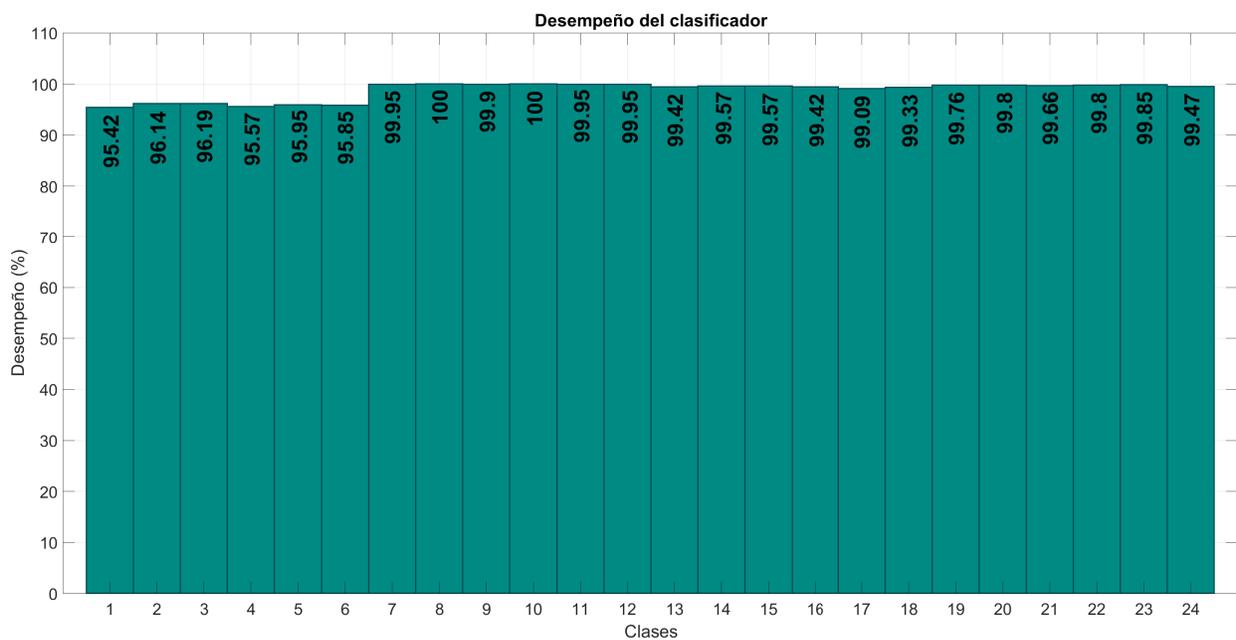


Fig. 7.53. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.6.

#### 7.4. RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

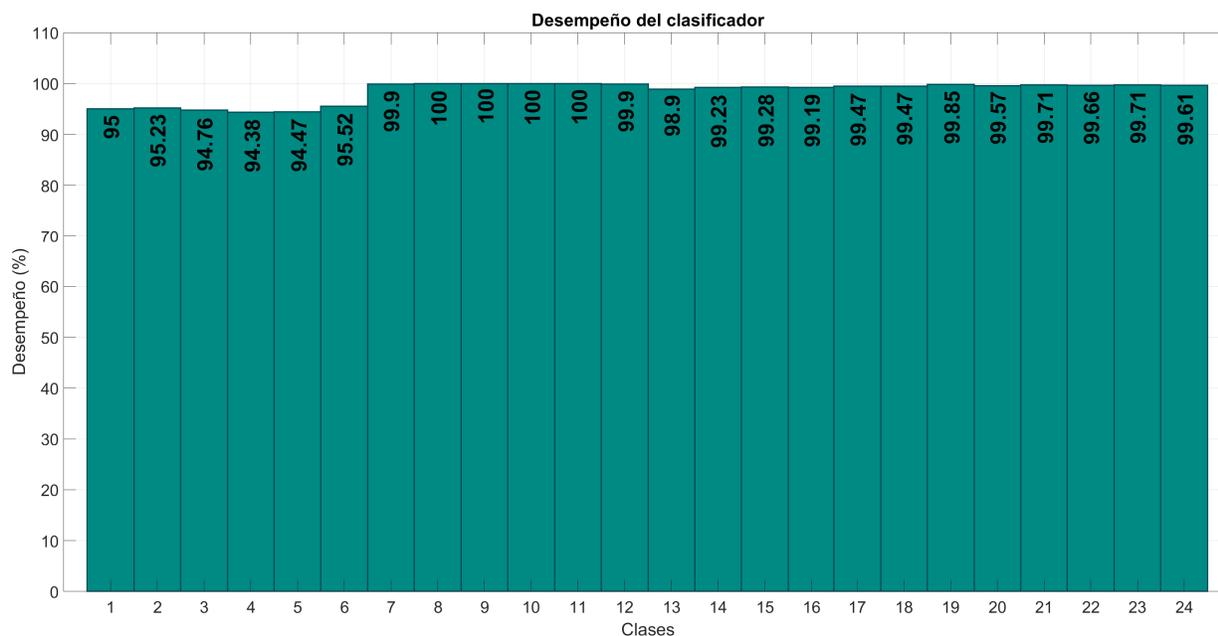


Fig. 7.54. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.7.

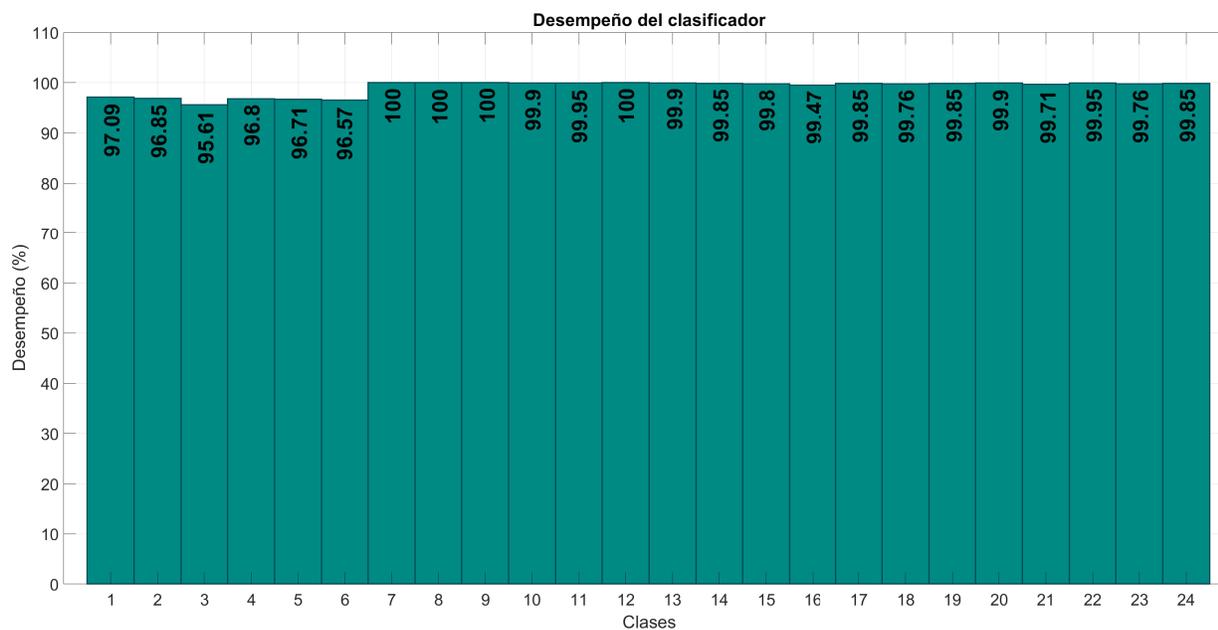


Fig. 7.55. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.8.

7.4. RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

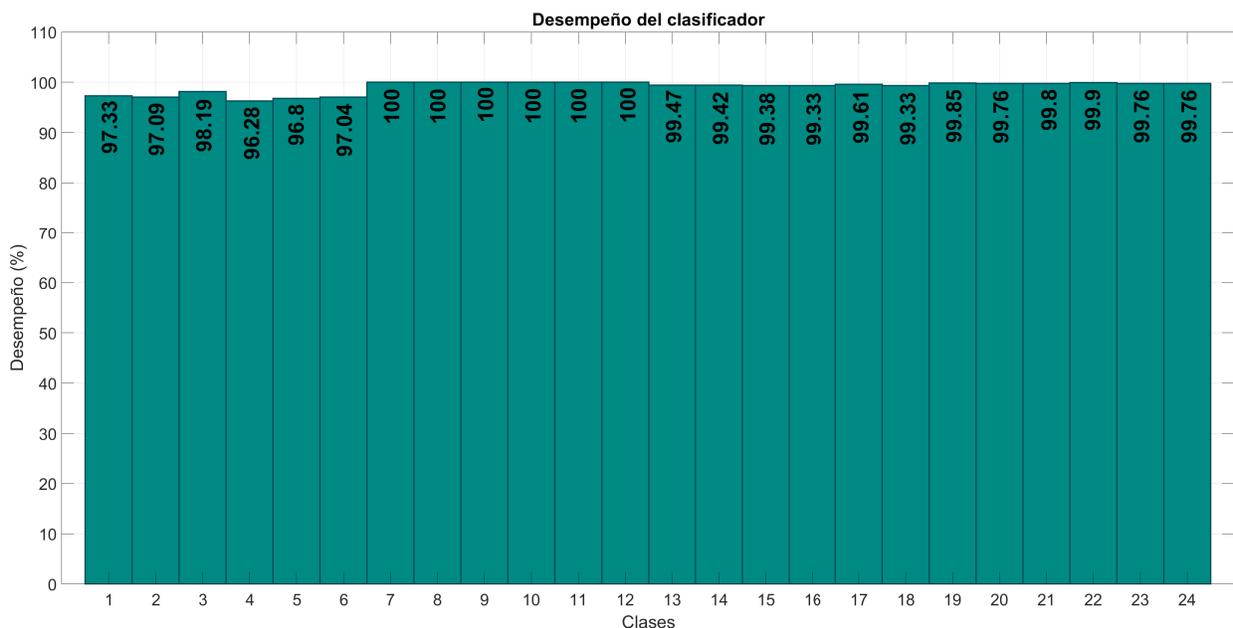


Fig. 7.56. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 0.9.

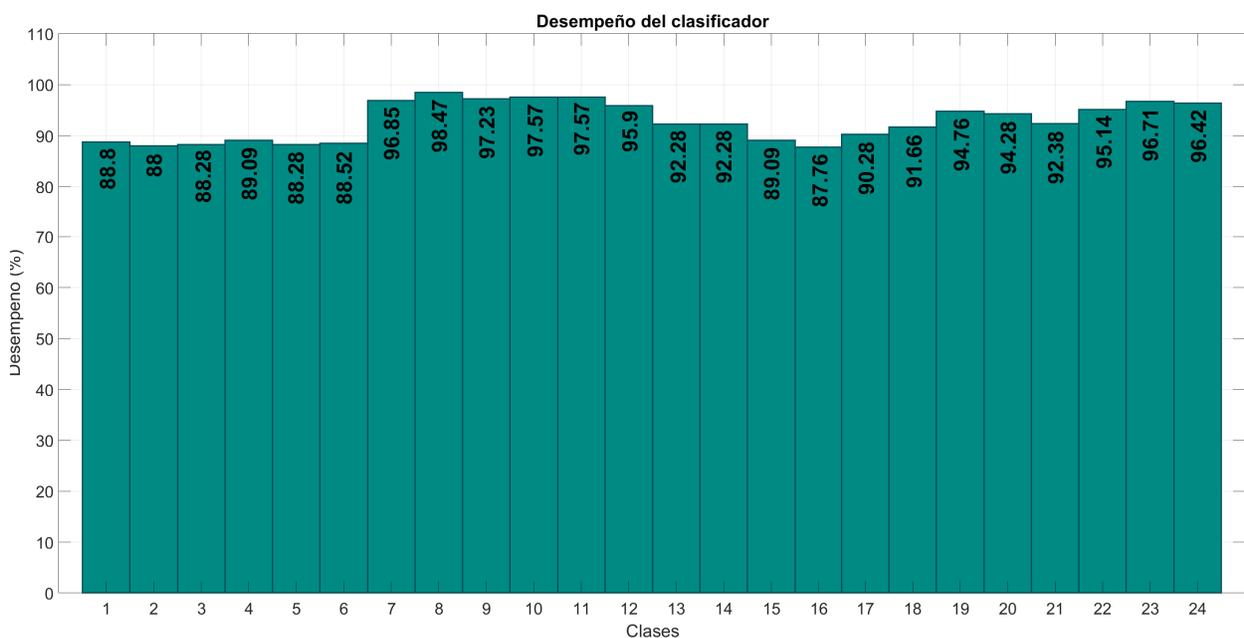


Fig. 7.57. Desempeños de clasificador utilizando señales con orden 1.

Los resultados obtenidos en la clasificación se muestran en la Tabla 7.2, en donde los desempeños más altos se obtienen con ordenes no enteros de la transformada de Fourier fraccionaria lo cual nos permite concluir que se tiene un mejor diagnóstico de la falla aplicando la transformada de Fourier fraccionaria

en comparación con la aplicación de la transformada clásica de Fourier.

Tabla 7.2. Desempeños promedio obtenidos.

<b>Orden</b>	<b>Desempeño %</b>	Desviación estándar
0.1	99.4642 %	0.8633
0.2	99.3769 %	1.0425
0.3	99.2182 %	1.2557
0.4	98.9444 %	1.5963
0.5	98.8174 %	1.7232
0.6	98.7380 %	1.7202
0.7	98.4543 %	2.1268
0.8	99.0515 %	1.4636
0.9	99.0912 %	1.2149
1 (Fourier clasico)	92.8214 %	3.74585
Dominio temporal	77.4424 %	18.869 %

De acuerdo con los resultados obtenidos, el resultado obtenido al analizar las señales utilizando la transformada de Fourier clásica y el dominio temporal tienen un menor desempeño que las señales analizadas mediante el uso de la transformada de Fourier fraccionaria, es común realizar esta comparación cuando se aplica cálculo fraccionario y en el caso de la metodología existen diversos métodos que utilizan el análisis de señales en frecuencia como los descritos en los trabajos [1, 7, 8].

## Capítulo 8

# Conclusiones

En este trabajo de tesis se propuso una metodología para el diagnóstico de fallas en máquinas eléctricas particularmente para transformadores con falla de corto circuito en devanados utilizando la transformada de Fourier fraccionaria **FRFT**, esta metodología no ha sido reportada en la literatura, principalmente el método se enfoca en el comportamiento de las señales de corriente aplicando la **FRFT** con el cual se extraen características para la clasificación de fallas.

Se probó esta metodología con datos experimentales los cuales se obtuvieron al realizar la emulación de diversas fallas de corto circuito en un transformador monofásico de tipo seco y una potencia de 1.5kVA a 120V / 220V, del cual se obtuvieron señales con 4 condiciones carga y 6 tipos de corto circuito en el devanado primario. La metodología se aplicó a las señales de la siguiente manera:

- Se realizó el cálculo de la corriente de falla.
- Se obtuvieron las transformadas de Fourier de 0.01 a 1 con incrementos de 0.1.
- Se realiza una normalización de las señales.
- Se realiza una separación de información.
- Se realiza el entrenamiento de la RNA.
- Se prueba la clasificación y cálculo de los desempeños.
- Se realiza la comparación del desempeño de la clasificación con distintos órdenes.

Los mejores resultados se obtuvieron en las señales a las cuales se les aplicó la **FRFT** presentando desempeños superiores al 98%, los cuales son mejores que el porcentaje de la clasificación con señales en dominio del tiempo o Fourier clásico, por lo tanto se tiene un mejor diagnóstico de falla, la comparación se realiza con las señales en dominio temporal y frecuencial ya que existen diversos trabajos que se basan en los comportamientos de las señales en estos dominios.

Se realizó otra prueba en la cual se utiliza el análisis de la corriente en el devanado primario donde el orden que presentó mejor desempeño fue 0.4, los resultados de esta prueba se utilizaron para someter un artículo en la 3ra Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada llevada a cabo en el Cenidet en el año

2019, la evidencia se adjunta en el anexo A de esta tesis.

Se trabajó la transformada corta de Fourier de orden fraccionario aplicando ventanas de orden fraccionario, sin embargo, su aplicación para señales de corto circuito en transformadores no fue necesario y se decidió proponerla en trabajos futuros para el análisis de señales de vibraciones en aerogeneradores o motores eléctricos, en el anexo B se pueden encontrar el desarrollo y su aplicación a una señal chirp artificial y a una sección de la corriente en el devanado primario.

Las metas y objetivos de esta tesis fueron cumplidos satisfactoriamente, y el trabajo con la transformada de Fourier abre diversas oportunidades de aplicación, las cuales están relacionadas a señales con frecuencia variante en el tiempo como es el caso de señales de vibraciones mecánicas.

### 8.1. Trabajos Futuros

De acuerdo con los resultados obtenidos en esta tesis, se proponen los siguientes trabajos de investigación:

- Aplicar la metodología de diagnóstico propuesta en señales de vibraciones mecánicas y acústicas de un aerogenerador para el diagnóstico de fallas mecánicas.
- Considerar la transformada corta de Fourier fraccionaria en la metodología para extraer características que ofrezcan mayor información para diagnosticar fallas.
- Aplicar la transformada corta de Fourier fraccionario en señales de vibraciones mecánicas y acústicas de aerogeneradores o motores eléctricos, con el objetivo de realizar un estudio para detectar diversas fallas mecánicas.
- Considerar el análisis de los espectrogramas que ofrece la transformada corta de Fourier fraccionaria para extraer características de las señales de vibraciones mecánicas o acústicas.

# Bibliografía

- [1] Arturo Mejia-Barron, Martin Valtierra-Rodriguez, David Granados-Lieberman, Juan C. Olivares-Galvan, and Rafael Escarela-Perez. Experimental data-based transient-stationary current model for inter-turn fault diagnostics in a transformer. Electric Power Systems Research, 152:306–315, 2017.
- [2] Arturo Mejia-Barron, Martin Valtierra-Rodriguez, David Granados-Lieberman, Juan C. Olivares-Galvan, and Rafael Escarela-Perez. The application of EMD-based methods for diagnosis of winding faults in a transformer using transient and steady state currents. Measurement: Journal of the International Measurement Confederation, 117(November 2017):371–379, 2018.
- [3] A. Wiszniewski, K. Solak, W. Rebizant, and L. Schiel. Calculation of the lowest currents caused by turn-to-turn short-circuits in power transformers. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 95:301–306, 2018.
- [4] LL Zhang, QH Wu, TY Ji, and AQ Zhang. Identification of inrush currents in power transformers based on higher-order statistics. Electric Power Systems Research, 146:161–169, 2017.
- [5] M. E.Hamedani Golshan, M. Saghalian-Nejad, A. Saha, and H. Samet. A new method for recognizing internal faults from inrush current conditions in digital differential protection of power transformers. Electric Power Systems Research, 71(1):61–71, 2004.
- [6] Xiao Lei, Jian Li, Youyuan Wang, Sibe Mi, and Chengmeng Xiang. Simulative and experimental investigation of transfer function of inter-turn faults in transformer windings. Electric Power Systems Research, 107:1–8, 2014.
- [7] Anurag A Devadiga, Nouredine Harid, Huw Griffiths, Naji Al Sayari, Braham Barkat, Sheshakamal Jayaram, Hisatoshi Ikeda, Tadashi Koshizuka, and Yasuhiko Taniguchi. Winding turn-to-turn short-circuit diagnosis using fra method: sensitivity of measurement configuration. IET Science, Measurement & Technology, 13(1):17–24, 2018.
- [8] Jawad Faiz, J. Gharaeei, and S. Lotfifard. Detection, location, and estimation of severity of interturn faults in power transformers. Proceedings - 2016 10th International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power Engineering, CPE-POWERENG 2016, pages 39–44, 2016.
- [9] Guzmán Díaz González, Javier Gómez-Aleixandre Fernández, and Pablo Arboleya Arboleya. Diagnosis of a turn-to-turn short circuit in power transformers by means of zero sequence current analysis. Electric Power Systems Research, 69(2-3):321–329, 2004.

- [10] Aravinth Subramaniam, Saurabh Bhandari, Mehdi Bagheri, Nadarajan Sivakumar, Amit Kumar Gupta, and Sanjib Kumar Panda. Online condition monitoring and diagnosis techniques for dry type transformers incipient fault analysis through finite element modelling. In 2016 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific), pages 024–028. IEEE, 2016.
- [11] Migue Ángel Jacobo-Cambray. Evaluación de la condición de salud del transformador mediante análisis de vibraciones usando la transformada Hilbert-Huang. Master’s thesis, Universidad Autónoma de Nuevo Leon, Agosto 2011.
- [12] Shenghao Yu, Dongming Zhao, Wei Chen, and Hui Hou. Oil-immersed Power Transformer Internal Fault Diagnosis Research Based on Probabilistic Neural Network. Procedia Computer Science, 83(Wtisc):1327–1331, 2016.
- [13] Sergio Bustamante, Mario Manana, Alberto Arroyo, Pablo Castro, Alberto Laso, and Raquel Martinez. Dissolved gas analysis equipment for online monitoring of transformer oil: A review. Sensors, 19(19):4057, 2019.
- [14] Jiesi Luo, Dejie Yu, and Ming Liang. Application of multi-scale chirplet path pursuit and fractional Fourier transform for gear fault detection in speed up and speed-down processes. Journal of Sound and Vibration, 331(22):4971–4986, 2012.
- [15] Ruixin Yang, Rui Xiong, Hongwen He, and Zeyu Chen. A fractional-order model-based battery external short circuit fault diagnosis approach for all-climate electric vehicles application. Journal of Cleaner Production, 187:950–959, 2018.
- [16] Hung Cheng Chen and Hua Ying Pu. Fault analysis of induction motor based on discrete fractional fourier transform. Proceedings - 2016 IEEE International Symposium on Computer, Consumer and Control, IS3C 2016, (2):69–72, 2016.
- [17] Manuel Pineda-Sanchez, Martin Riera-Guasp, Jose A Antonino-Daviu, Jose Roger-Folch, Juan Perez-Cruz, and Ruben Puche-Panadero. Diagnosis of induction motor faults in the fractional fourier domain. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 59(8):2065–2075, 2009.
- [18] Shulan Kong, Mehrdad Saif, and Guozeng Cui. Estimation and fault diagnosis of lithium-ion batteries: A fractional-order system approach. Mathematical Problems in Engineering, 2018, 2018.
- [19] Asma Aribi, Christophe Farges, Mohamed Aoun, Pierre Melchior, Slaheddine Najar, and Mohamed Naceur Abdelkrim. Fault detection based on fractional order models: Application to diagnosis of thermal systems. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 19(10):3679 – 3693, 2014.
- [20] Wei Yu and Chenglin Wen. Minor fault detection for permanent magnet synchronous motor based on fractional order model and relative rate of change. In 2018 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), pages 337–342. IEEE, 2018.
- [21] Stephen J Chapman. Máquinas eléctricas (5a. McGraw Hill Mexico, 2012.

- [22] Stevenson William. *Sistemas eléctricos de potencia*, 1996.
- [23] Khaparde SA Kulkarni, Satish V. Transformer engineering: design, technology, and diagnostics. CRC press, 2017.
- [24] John J Grainger and William D Stevenson. Análisis de sistemas de potencia. McGraw-Hill México, 1996.
- [25] Pavlos Stylianos Georgilakis. Spotlight on modern transformer design. Springer Science & Business Media, 2009.
- [26] S.H. Horowitz, A.G. Phadke, and J.K. Niemira. Power System Relaying. Wiley, 2013.
- [27] S Tenbohlen, J Jagers, G Bastos, B Desai, B Diggin, J Fuhr, J Gebauer, M Krüger, J Lapworth, P Manski, et al. Development and results of a worldwide transformer reliability survey. In CIGRE SC A2 COLLOQUIUM 2015:"Challenges of the future for transformers & other substation equipment", Shanghai, China, September 20th–25th, 2015, 2015.
- [28] Rolf Isermann. Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance. Springer Science & Business Media, 2006.
- [29] Cristina Verde, Sylviane Gentil, and Rubén Morales-Menéndez. Monitoreo y diagnóstico automático de fallas en sistemas dinámicos. Editorial Trillas, 2013.
- [30] Mohsen Mostafaei, Jawad Faiz, Prasad A Venikar, and Makarand S Ballal. Turn-to-turn fault monitoring methods in electrical power transformers—state of the art. International Transactions on Electrical Energy Systems, 28(12):e2644, 2018.
- [31] Dinh Anh Khoi Pham and Ernst Gockenbach. Analysis of physical transformer circuits for frequency response interpretation and mechanical failure diagnosis. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 23(3):1491–1499, 2016.
- [32] Mahdi Khanali, Amir Hayati-Soloot, Hans Kristian Høidalen, and Shesha Jayaram. Study on locating transformer internal faults using sweep frequency response analysis. Electric Power Systems Research, 145:55–62, 2017.
- [33] Leopoldo Angrisani, Francesco Bonavolontà, Annalisa Liccardo, and Rosario Schiano Lo Moriello. Identification and classification of transformers current transients through Huang Hilbert Transform. Measurement: Journal of the International Measurement Confederation, 125(March):123–132, 2018.
- [34] Igor Podlubny. Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications, volume 198. Elsevier, 1998.
- [35] Baleanu Dumitru, Diethelm Kai, and Scalas Enrico. Fractional calculus: models and numerical methods, volume 3. World Scientific, 2012.
- [36] Abdon Atangana and Dumitru Baleanu. New fractional derivatives with nonlocal and non-singular kernel: theory and application to heat transfer model. arXiv preprint arXiv:1602.03408, 2016.

- [37] José Gómez-Aguilar, Huitzilin Yépez-Martínez, Celia Calderón-Ramón, Ines Cruz-Orduña, Ricardo Escobar-Jiménez, and Victor Olivares-Peregrino. Modeling of a mass-spring-damper system by fractional derivatives with and without a singular kernel. *Entropy*, 17(9):6289–6303, 2015.
- [38] CJ Zuñiga-Aguilar, JF Gómez-Aguilar, RF Escobar-Jiménez, and HM Romero-Ugalde. Robust control for fractional variable-order chaotic systems with non-singular kernel. *The European Physical Journal Plus*, 133(1):13, 2018.
- [39] JE Solís-Pérez, JF Gómez-Aguilar, L Torres, RF Escobar-Jiménez, and J Reyes-Reyes. Fitting of experimental data using a fractional kalman-like observer. *ISA transactions*, 88:153–169, 2019.
- [40] S. Laboret, J. Pucheta, C. R. Rivero, and R. G. Reyes. Hybrid fractional-integer position controller for a dc brushless motor. In *2015 XVI Workshop on Information Processing and Control (RPIC)*, pages 1–6, Oct 2015.
- [41] Alan V Oppenheim and Ronald W Schafer. *Tratamiento de señales en tiempo discreto*. 2000.
- [42] David Granados-Lieberman, Martin Valtierra-Rodriguez, Luis Morales-Hernandez, Rene Romero-Troncoso, and Roque Osornio-Rios. A Hilbert Transform-Based Smart Sensor for Detection, Classification, and Quantification of Power Quality Disturbances. *Sensors*, 13(5):5507–5527, 2013.
- [43] Shengxue Tang, Zhigang Li, and Li Chen. Fault detection in analog and mixed-signal circuits by using Hilbert-Huang transform and coherence analysis. *Microelectronics Journal*, 46(10):893–899, 2015.
- [44] Mina B. Abd-el Malek, Ahmed K. Abdelsalam, and Ola E. Hassan. Novel approach using Hilbert Transform for multiple broken rotor bars fault location detection for three phase induction motor. *ISA Transactions*, 80(August):439–457, 2018.
- [45] Mina Abd-el Malek, Ahmed K. Abdelsalam, and Ola E. Hassan. Induction motor broken rotor bar fault location detection through envelope analysis of start-up current using Hilbert transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 93:332–350, 2017.
- [46] Khmais Bacha, Samira Ben Salem, and Abdelkader Chaari. An improved combination of Hilbert and Park transforms for fault detection and identification in three-phase induction motors. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 43(1):1006–1016, 2012.
- [47] Pratyay Konar and Paramita Chattopadhyay. Multi-class fault diagnosis of induction motor using hilbert and wavelet transform. *Applied Soft Computing*, 30:341 – 352, 2015.
- [48] Xianfeng Fan and Ming J. Zuo. Gearbox fault detection using Hilbert and wavelet packet transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(4):966–982, 2006.
- [49] Victor Namias. The fractional order fourier transform and its application to quantum mechanics. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 25(3):241–265, 1980.
- [50] AC McBride and FH Kerr. On namias’s fractional fourier transforms. *IMA Journal of applied mathematics*, 39(2):159–175, 1987.

- [51] Ervin Sejdić, Igor Djurović, and Ljubiša Stanković. Fractional Fourier transform as a signal processing tool: An overview of recent developments. Signal Processing, 91(6):1351–1369, 2011.
- [52] Kun Qian and Yihui Luan. Phylogenetic analysis of dna sequences based on fractional fourier transform. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 509:795 – 808, 2018.
- [53] Domenico Gaglione, Carmine Clemente, Christos V. Ilioudis, Adriano Rosario Persico, Ian K. Proudler, John J. Soraghan, and Alfonso Farina. Waveform design for communicating radar systems using Fractional Fourier Transform. Digital Signal Processing: A Review Journal, 80:57–69, 2018.
- [54] Liyun Xu and Feng Zhang. Fractional Fourier transform estimation of simple randomly sampled signals. ICSPCC 2016 - IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing, Conference Proceedings, (4), 2016.
- [55] P. Suresh, K. Venkataramanah, and T. Thayaparan. Separation of nonstationary signals using Fourier Bessel, fractional Fourier and time-frequency analysis. International Conference on Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition 2013, ICSIPR 2013, 1:2–6, 2013.
- [56] Haldun M Ozaktas, Orhan Arikan, M Alper Kutay, and Gozde Bozdagt. Digital computation of the fractional fourier transform. IEEE Transactions on signal processing, 44(9):2141–2150, 1996.
- [57] Cagatay Candan, M Alper Kutay, and Haldun M Ozaktas. The discrete fractional fourier transform. IEEE Transactions on signal processing, 48(5):1329–1337, 2000.
- [58] Soo-Chang Pei and Jian-Jiun Ding. Closed-form discrete fractional and affine fourier transforms. IEEE Transactions on Signal Processing, 48(5):1338–1353, 2000.
- [59] Bradley Dickinson and Kenneth Steiglitz. Eigenvectors and functions of the discrete fourier transform. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 30(1):25–31, 1982.
- [60] Ran Tao, Bing Deng, and Yue Wang. Research progress of the fractional fourier transform in signal processing. Science in China Series F, 49(1):1–25, 2006.
- [61] Xinhua Su, Ran Tao, and Xuejing Kang. Analysis and comparison of discrete fractional fourier transforms. Signal Processing, 2019.
- [62] Warren S McCulloch and Walter Pitts. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. The bulletin of mathematical biophysics, 5(4):115–133, 1943.
- [63] Nathaly Murcia-Sepúlveda, Jorge M Cruz-Duarte, Ignacio Martin-Diaz, Arturo Garcia-Perez, J Juan Rosales-García, Juan Gabriel Avina-Cervantes, and Carlos Rodrigo Correa-Cely. Fractional calculus-based processing for feature extraction in harmonic-polluted fault monitoring systems. Energies, 12(19):3736, 2019.

# Anexos

# Anexo A

## Producto

Artículo presentado en la 3ra Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada llevada a cabo en el CENIDET en el año 2019.

### Diagnóstico de fallas en transformadores empleando transformadas de Fourier de orden fraccionario

H.M. Cortés-Campos\*, C.J. Zuñiga-Aguilar\*,  
J.F. Gómez-Aguilar\*\*, V.M. Alvarado-Martínez\*,  
D. Grandos-Lieberman\*\*\*

\* Tecnológico Nacional de México/CENIDET. Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México.

\*\* CONACyT-Tecnológico Nacional de México/CENIDET. Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México.

\*\*\* Departamento de Ingeniería Electromecánica y maestría en ingeniería eléctrica, Instituto Tecnológico Superior de Irapuato (ITESI), Carr. Irapuato-Silao Km 12.5, Col. El Copal, C.P. 36821, Irapuato, Gto., México.

**Resumen:** Los transformadores son máquinas eléctricas fundamentales en los sistemas eléctricos, su funcionamiento anormal o avería puede provocar pérdidas económicas e inconvenientes para los usuarios. Debido a ello, es de suma importancia su monitoreo y los métodos de detección y diagnóstico de fallas se presentan como una solución que permite determinar el estado de operación de la máquina, así como identificar la naturaleza de las fallas presentadas, su localización y riesgo. En este artículo se aplica una metodología de diagnóstico de fallas basada en el comportamiento de señales de corriente de alimentación del transformador aplicando la transformada fraccionaria de Fourier, esta metodología se prueba con datos experimentales obtenidos de un transformador monofásico de 1.5 KVA con emulación de fallas de corto circuito en las vueltas 5, 10, 15, 20 y 25 del devanado primario y bajo condiciones de carga en vacío, con cargas lineales, no lineales y combinadas. La clasificación de las fallas se realiza mediante una red neuronal, la cual es entrenada y probada con los datos experimentales medidos. De acuerdo a los resultados obtenidos, el clasificador neuronal propuesto presenta un mejor desempeño en el análisis de las señales utilizando una transformada de orden fraccionario, por lo tanto se tendrá una mejor detección de falla por parte de la red neuronal.

**Keywords:** Transformadores, Diagnóstico de fallas, Clasificador neuronal, Transformada de Fourier fraccionaria.

#### 1. INTRODUCCIÓN

Los transformadores tienen un papel importante en los sistemas eléctricos, son utilizados en distintas etapas para transmisión y distribución de energía eléctrica adecuando los niveles de voltaje sin cambiar su frecuencia. Existen distintos factores como el incremento de la energía eléctrica, mantenimiento inadecuado o influencias ambientales como descargas o tormentas eléctricas que hacen susceptibles las fallas en el transformador, estas fallas pueden ser de tipo mecánico, eléctrico o térmico, originando un daño en sus componentes y un funcionamiento anormal o degradado, Kulkarni (2017). Las fallas de corto circuito (CC) entre vueltas del devanado aparecen debido al deterioro del aislamiento en el embobinado. Este deterioro comúnmente está asociado a altos niveles de corriente o

voltaje y en especial a sobrecalentamientos en el equipo. En la literatura existen diversas metodologías para el diagnóstico de fallas en transformadores, en Mostafaei et al. (2018) se presenta un estudio de diversos métodos de monitoreo y detección de fallas en transformadores de potencia, los cuales se tienen como base magnitudes físicas de la máquina como: la corriente, voltaje, frecuencia, flujo magnético, flujo en el núcleo y flujos de fuga. Existen otros métodos como el de análisis de gas disuelto (DGA) en el cual se analiza la composición de los gases generados en un transformador sumergido en aceite, en Yu et al. (2016) se utiliza este método en conjunto con una red neuronal artificial (RNA) probabilística para el diagnóstico de fallas. Una RNA es un sistema de mapas no lineales cuya estructura se basa en la distribución de información como en el sistema nervioso de los animales



**EDUCACIÓN**  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



**EL TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
A TRAVÉS DEL CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO**

OTORGA EL PRESENTE

**RECONOCIMIENTO**

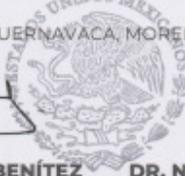
a

**Héctor Martín Cortés Campos, Carlos Jesús Zúñiga Aguilar, José  
Francisco Gómez Aguilar, Víctor Manuel Alvarado Martínez, David  
Granados Lieberman**

POR HABER OBTENIDO EL **3er LUGAR** DEL ÁREA DE  
**ELECTRÓNICA**, CON LA PONENCIA **“DIAGNÓSTICO DE  
FALLAS EN TRANSFORMADORES EMPLEANDO  
TRANSFORMADAS DE FOURIER DE ORDEN FRACCIONARIO”**  
DURANTE LA **3ra JORNADA DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
APLICADA**.

CUERNAVACA, MORELOS, MÉXICO, NOVIEMBRE 14 Y 15, 2019.

**DRA. YESICA IMELDA SAAVEDRA BENÍTEZ**  
DIRECTORA



**DR. NOÉ ALEJANDRO CASTRO SÁNCHEZ**  
COORDINADOR GENERAL DE LA JORNADA

**S. E. P.**  
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACION  
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

**cenidet**  
Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico



## Anexo B

# Transformada corta de Fourier fraccionaria

La transformada corta de Fourier se utiliza para obtener la representación de una señal no estacionaria con frecuencia variante en el tiempo en un espectrograma tiempo - frecuencia, esta transformada está definida como

$$\hat{S}(t, \omega) = \int_0^\infty X(\tau)W(t - \tau)e^{-2i\pi\omega\tau} d\tau, \quad (\text{B.1})$$

donde  $W(t - \tau)$  representa una ventana de datos, estas ventanas pueden ser de diferentes tipos, en forma continua se pueden generar a partir de la función de la campana Gaussiana

$$G_{\mu, \sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma}}, \quad (\text{B.2})$$

de igual manera existen ventanas de tipo Gaussianas en forma discreta, las más comunes son tipo Hann, Hamming y Blackman.

### Ventana Hann.

$$W[n] = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{M} & 0 \leq n \leq M; \\ 0 & \text{Resto.} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

### Ventana Hamming.

$$W[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi n}{M} & 0 \leq n \leq M; \\ 0 & \text{Resto.} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

### Ventana Blackman.

$$W[n] = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{M} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{M} & 0 \leq n \leq M; \\ 0 & \text{Resto.} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

En estas ventanas,  $\mathbf{n}$  representa el número de dato (muestra) y  $\mathbf{M}$  es el número total de datos. Se puede adaptar la versión discreta de la transformada de Fourier fraccionaria a la STFT sustituyendo

---

el kernel de la transformada de Fourier clásica por el kernel de transformación fraccionario, tal y como se muestra a continuación

$$X_m^\alpha(n, \omega_\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} X[n]W[n - mR]K_\alpha(\omega_\alpha, n), \quad (\text{B.6})$$

esta transformada al igual que la transformada de Fourier corta (STFT) realiza una transformación de ventanas de la señal realizando un barrido de en el tiempo, en el caso de la STFT se pueden visualizar sus componentes frecuenciales a lo largo del tiempo en un espectrograma, sin embargo en el caso de la transformada de Fourier corta de orden fraccionario (**STFRFT**) esta depende del orden, en las Figs. B.1 a B.4 se muestran espectrogramas aplicando la **STFRFT** de orden 0.001, 0.3, 0.5 y 1, este último corresponde al caso clásico.

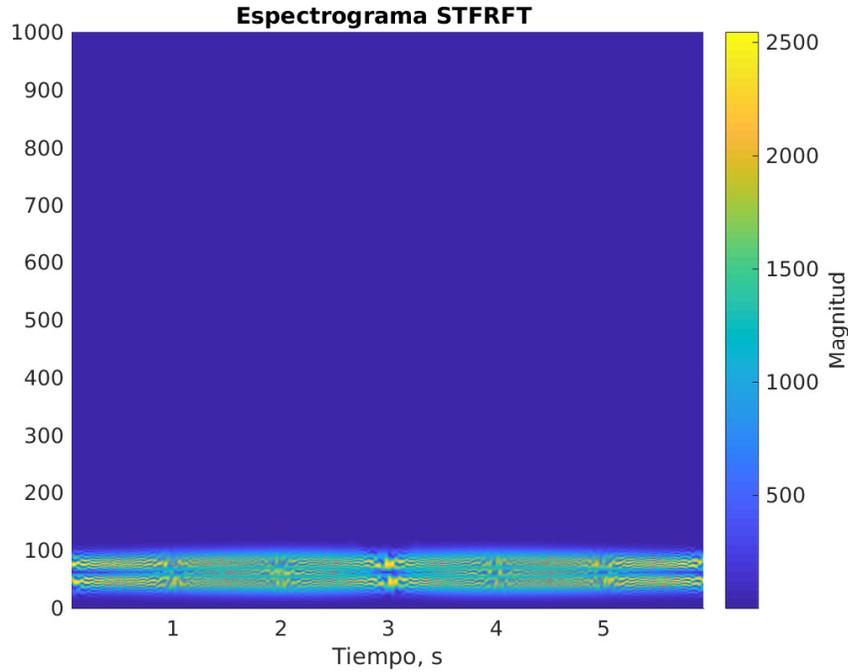


Fig. B.1. STFRFT de señal chirp con orden de 0.01.

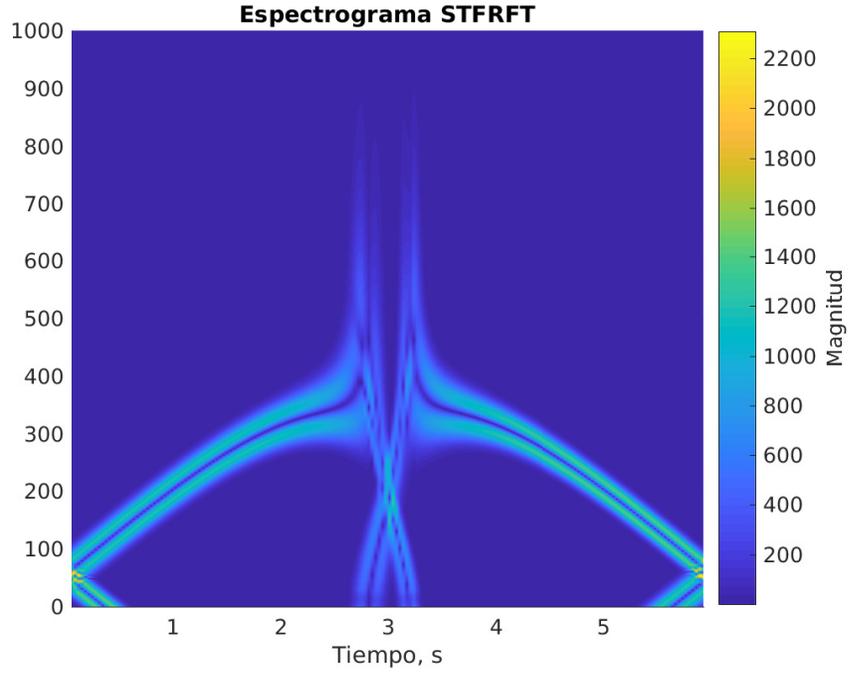


Fig. B.2. STFRFT de señal chirp con orden de 0.3.

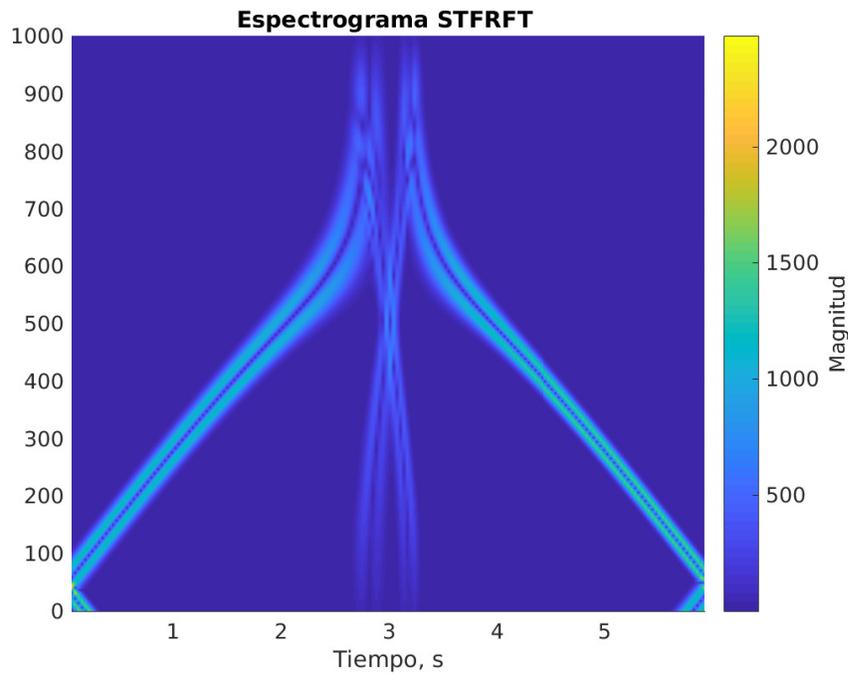


Fig. B.3. STFRFT de señal chirp con orden de 0.5.

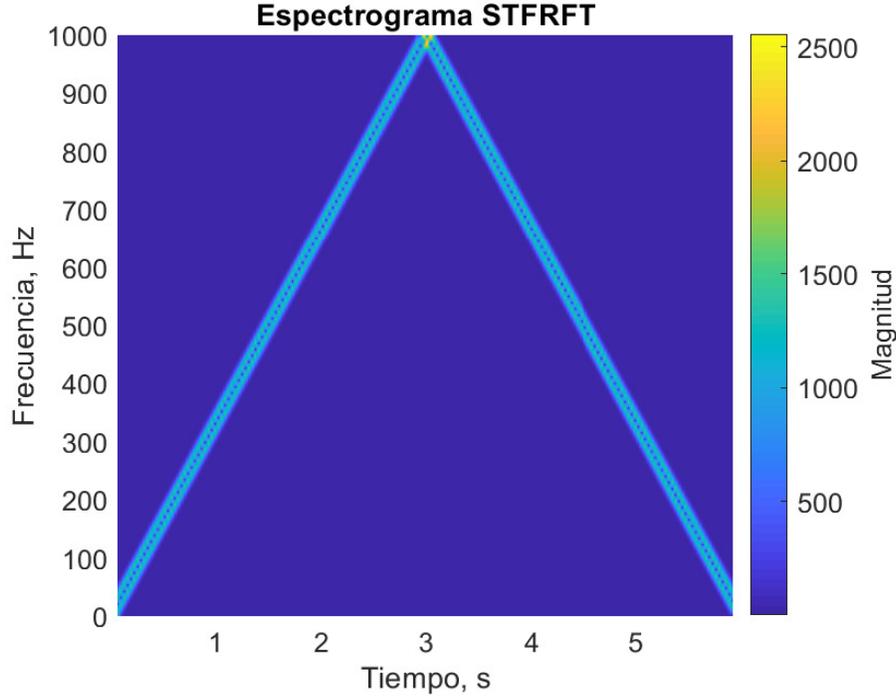


Fig. B.4. STFRFT de señal chirp con orden de 1.

En el trabajo [63], se definen ventanas de tipo fraccionario derivando la función Gaussiana, en particular se pueden aplicar distintas definiciones de derivada fraccionaria, las cuales son representadas en las siguientes ecuaciones.

**Caputo-Dzhrbashyan.**

$${}_0^{CD}\mathcal{D}_t^\alpha(G_{\mu,\sigma}(t)) = \frac{C\sigma}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{\mu-\tau}{(t-\tau)^\alpha} e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\tau, \quad (\text{B.7})$$

**Caputo-Fabrizio.**

$${}_0^{CF}\mathcal{D}_t^\alpha(G_{\mu,\sigma}(t)) = \frac{C\sigma}{1-\alpha} \int_0^t (\mu-\tau) e^{-\alpha\frac{t-\tau}{1-\alpha} - \frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\tau, \quad (\text{B.8})$$

**Atangana-Baleanu-Caputo.**

$${}_0^{ABC}\mathcal{D}_t^\alpha(G_{\mu,\sigma}(t)) = \frac{C\sigma}{1-\alpha} \int_0^t (t-\tau) E_\nu \left[ -\alpha \frac{(t-\tau)^\alpha}{1-\alpha} \right] e^{-\frac{(\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\tau, \quad (\text{B.9})$$

donde  $C\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^3}}$ , al derivar la función Gaussiana utilizando algunas de las derivadas anteriores, la **STFRFT** presenta mayor robustez y precisión al momento de representar los espectrogramas, en particular, en este trabajo se aplican a un segmento de la señal tal y como se muestra en la Fig. B.5,

---

donde se pueden notar la componentes frecuenciales del transformador, mientras que en la Fig. B.6, se aprecia más la concentración de la energía en los cambios de tipo de carga.

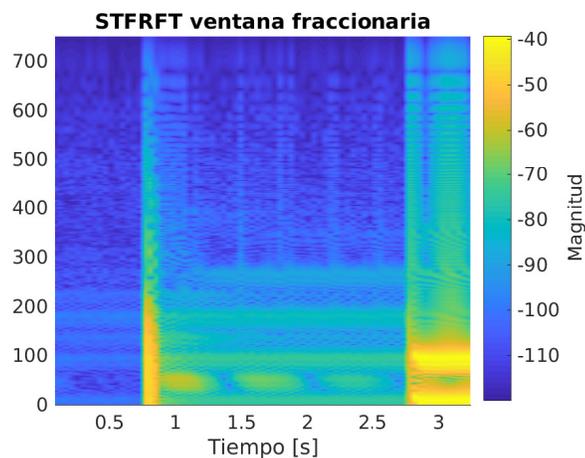


Fig. B.5. Espectrograma de corriente en devanado primario con STFRFT orden 0.5.

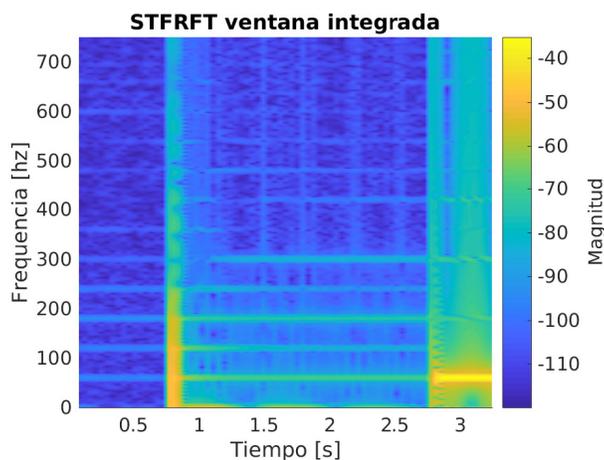


Fig. B.6. Espectrograma de corriente en devanado primario con STFRFT orden 1.

La **STFRFT** tiene una amplio campo de aplicaciones para análisis de señales, sin embargo como se menciona al inicio de esta sección este tipo de transformadas son utilizadas para señales con frecuencia variante en el tiempo y en el caso del transformador tenemos una señal periódica estacionaria por lo cual no resulta viable aplicarla, sin embargo, su aplicación en el estudio de señales resultantes de vibraciones mecánicas o acústicas puede proporcionar información muy útil en el diagnóstico de fallas.