



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Instituto Tecnológico de Ciudad Madero



## **INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CD. MADERO**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**E INVESTIGACIÓN**

### **“BIFURCACIONES EN SISTEMA DE GENERACIÓN DE ENERGÍA EÓLICA ANTE VARIACIONES EN EL ÁNGULO DE ATAQUE”**

**TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRESENTA:**

**ING. JOE ALAN ROMAN FLORES**

**ASESOR DE TESIS:**

**DR. RUBÉN SALAS CABRERA**

**CO-ASESOR DE TESIS:**

**DR. PEDRO MARTÍN GARCÍA VITE**

**CD. MADERO, TAMPS.**

**JUNIO 2015**

SEP

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Instituto Tecnológico de Ciudad Madero

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cd. Madero, Tamps; a 05 de Junio de 2015.

OFICIO No.: U2.101/15  
AREA: DIVISIÓN DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN DE TESIS

**C. ING. JOE ALÁN ROMÁN FLORES.**  
**NO. DE CONTROL G07071165**  
**PRESENTE**

Me es grato comunicarle que después de la revisión realizada por el Jurado designado para su examen de grado de Maestría en Ingeniería Eléctrica, el cual está integrado por los siguientes catedráticos:

PRESIDENTE :	DR. RUBÉN SALAS CABRERA
SECRETARIO :	DR. PEDRO MARTÍN GARCÍA VITE
VOCAL :	M.C. EDUARDO NACÚ SALAS CABRERA
SUPLENTE:	M.C. RAFAEL CASTILLO GUTIÉRREZ
DIRECTOR DE TESIS :	DR. RUBÉN SALAS CABRERA
CO-DIRECTOR DE TESIS:	DR. PEDRO MARTÍN GARCÍA VITE

Se acordó autorizar la impresión de su tesis titulada:

**"BIFURCACIONES EN SISTEMA DE GENERACIÓN DE ENERGÍA EÓLICA  
ANTE VARIACIONES EN EL ÁNGULO DE ATAQUE"**

Es muy satisfactorio para esta División compartir con Usted el logro de esta meta, esperando que continúe con éxito su desarrollo profesional y dedique su experiencia e inteligencia en beneficio de México.

**ATENTAMENTE**

"Por mi patria y por mi bien"®

  
**M. P. MARÍA YOLANDA CHÁVEZ CINCO**  
**JEFA DE LA DIVISIÓN**



S.E.P.  
DIVISION DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO E  
INVESTIGACION  
I T C M

c.c.p.- Minuta  
Archivo

MYCHC 'HCV' jar



Av. 1º de Mayo y Sor Juana I. De la Cruz, Col. Los Mangos, C. P. 89440, Cd. Madero, Tam.,  
Tel.: (833) 3 57 48 20, Fax: (833) 3 57 48 20 Ext. 1002, Email: itcm@itcm.edu.mx,

Web: [www.itcm.edu.mx](http://www.itcm.edu.mx)



# Dedicatoria

*Dedico este trabajo mis padres por enseñarme el valor de luchar por mis metas, por hacer de lo incansable algo posible.*

*A mi hermanos por darme esa compañía incondicional.*

*A mi pareja por ser parte importante de este logro.*

# Agradecimientos

Agradezco a mis padres por su apoyo incondicional durante todo el camino, por sus consejos y fortaleza que me brindaron, por estar en las buenas y en las malas diciéndome palabras de aliento que me ayudaron a superar mis miedos. A mis hermanos por el apoyo moral y por su incondicional compañía durante toda mi vida. A toda mi familia que siempre trata de impulsarme día con día.

A mi asesor Dr. Rubén Salas Cabrera, por brindarme un poco de su conocimiento para mi crecimiento profesional y personal. Le agradezco infinitamente por abrir mis horizontes en el ámbito académico para el bien de mi preparación profesional.

A Angelica mi compañera laboral y sentimental. Le agradezco por ser parte importante en este logro y estar en los momentos difíciles superando todos los obstáculos interpuestos.

Agradezco también el apoyo de todos mis compañeros en la maestría, ya que gracias a su compañía y apoyo hicieron de este camino un camino mas ameno.

Gracias a CONACYT por confiar en mi como becario y brindarme el apoyo económico necesario para alcanzar mi meta de concluir la maestría en ingeniería eléctrica.

---

# **Bifurcaciones en sistema de generación de energía eólica ante variaciones en el ángulo de ataque.**

Ing. Joe Alan Roman Flores

## **Resumen**

En la presente tesis se realiza un estudio de bifurcaciones a un sistema de generación de energía eólica el cual está conformado por una máquina de imanes permanente. Para llevar a cabo dicho análisis es necesario plantear el modelo matemático del sistema completo que contempla la máquina de imanes permanentes y la turbina eólica. El modelo se plantea en un marco de referencia rotor en PU.

Se generan diagramas de bifurcación de la máquina de imanes permanentes a partir del método de continuación aplicado a las ecuaciones en espacio de estado del sistema de generación de energía eólica.

Los diagramas de bifurcación son analizados en base a su forma cualitativa y se identifican los fenómenos de bifurcación encontrados. Estos fenómenos son clasificados dependiendo de la forma y estabilidad de las ramas de equilibrios que lo conforman.

Se realiza un estudio de estabilidad de los equilibrios del sistema para determinar si son estables o inestables y sus implicaciones en el comportamiento dentro del sistema. Esta caracterización de equilibrios ayuda a clasificar los tipos de bifurcaciones encontrados.

---

# **Bifurcations in a wind energy generation system with variations in the pitch angle.**

Ing. Joe Alan Roman Flores

## **Abstract**

In this work it is carried out an study of bifurcation theory, applied to a wind energy generation system which it is composed by a Permanent magnet generator and a wind turbine. For this study, it is necessary to propose a mathematical model of the full physical system. This mathematical model has to include the dynamics of the Permanent magnet generator and the wind turbine. This model is set in per unit quantities.

Bifurcation diagrams are generated by the continuation method applied to the space state representation of the wind energy system.

The bifurcation diagrams are analyzed considering their qualitative form. The identification of these phenomena depends on the form and stability of the equilibrium branches.

An stability study is carried out for determining the stability or instability of the equilibrium points. Furthermore, it is important to know the implications of this phenomena in the system. This study helps to classify the types of bifurcation phenomena found.

# Índice general

<b>Dedicatoria</b>	<b>II</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
<b>Resumen</b>	<b>IV</b>
<b>Abstract</b>	<b>V</b>
<b>Índice General</b>	<b>VI</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>X</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	2
1.1.1. Sistemas de generación de energía eólica . . . . .	2
1.1.2. Teoría de la Bifurcación en sistemas de ecuaciones dinámicos . . . . .	2
1.1.3. Bifurcaciones en sistemas de control electromecánicos . . . . .	3
1.1.4. Estudio de bifurcación en sistemas de generación de energía Eólica . . . . .	4
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	4
1.3. Justificación . . . . .	5
1.4. Objetivos . . . . .	6

1.4.1. Objetivo general . . . . .	6
1.4.2. Objetivos específicos . . . . .	6
1.5. Hipótesis . . . . .	6
1.6. Alcances y Limitaciones . . . . .	7
<b>2. Marco teórico</b>	<b>8</b>
2.1. Generador de Energía Eólica . . . . .	9
2.1.1. Turbina eólica . . . . .	10
2.1.2. Maquina de Imanes Permanentes . . . . .	12
2.2. Bifurcaciones en sistemas dinámicos . . . . .	13
2.2.1. Bifurcaciones locales . . . . .	14
2.3. Método de continuación . . . . .	20
<b>3. Modelado</b>	<b>23</b>
3.1. Modelado de la maquina de imanes permanentes en PU . . . . .	24
3.1.1. Teoría de marco de referencia . . . . .	24
3.1.2. Ecuaciones de la maquina de imanes permanentes operación genera- dor en PU . . . . .	24
3.2. Modelo de la turbina eólica . . . . .	28
3.3. Identificación paramétrica . . . . .	29
3.3.1. Parámetros de la maquinas de imanes permanentes . . . . .	29
3.3.2. Parámetros de la turbina eólica . . . . .	30
3.4. Curva característica . . . . .	33
<b>4. Estudio de bifurcaciones en el sistema eólico</b>	<b>35</b>
4.1. Algoritmo para la implementación del método de continuación . . . . .	36
4.1.1. Calculo de la primera Tangente . . . . .	38
4.2. Aplicación del método de continuación al sistema eólico . . . . .	39
4.3. Diagrama de bifurcación . . . . .	50
4.3.1. Caracterización de estabilidad de los equilibrios . . . . .	51

<b>5. Conclusiones</b>	<b>55</b>
<b>Referencias</b>	<b>57</b>

# Índice de figuras

2.1. Parque eólico ” <i>offshore</i> ” de Thorntonbank en la costa Belga, Mar del Norte. . . . .	9
2.2. Parametros asociados a la turbina eólica. . . . .	11
2.3. Corte transversal de una hélice. . . . .	11
2.4. Maquina de imanes permanentes DC-520. . . . .	12
2.5. Tabla de eficiencia energética del generador DC-520. . . . .	13
2.6. Bifurcación tipo Saddle-node. . . . .	16
2.7. Bifurcación tipo Pitchfork. . . . .	17
2.8. Bifurcación tipo Pitchfork Supercritical. . . . .	18
2.9. Bifurcación tipo Pitchfork Subcritical. . . . .	19
2.10. Bifurcación tipo Transcritical. . . . .	20
2.11. Pasos del método de continuación. . . . .	21
3.1. Curva característica $T_e - \omega_r$ . . . . .	34
4.1. Diagrama de bifurcación. . . . .	50
4.2. Histeresis. . . . .	51
4.3. Supercritical saddle-node. . . . .	51
4.4. Eigenvalores del sistema. . . . .	52
4.5. Trayectoria del eigenvalor critico del sistema. . . . .	52
4.6. Histeresis. . . . .	53
4.7. Supercritical saddle-node. . . . .	54

# Índice de tablas

3.1. Captura de voltajes y corrientes entre fases A-B . . . . .	30
3.2. Captura de voltajes y corrientes entre fases A-C . . . . .	31
3.3. Captura de voltajes y corrientes entre fases B-C . . . . .	31
3.4. Captura de voltajes y velocidad para calculo de $\lambda_m$ . . . . .	32

# *Capítulo*

---

---

# **1**

## *Introducción*

En el presente capítulo se hace referencia a los antecedentes del proyecto de investigación, desarrollando un análisis del estado del arte. Se enfocará a la evolución y el impacto que ha tenido el estudio de bifurcaciones aplicado a sistemas de ecuaciones dinámicas, dando énfasis en el desarrollo de investigación en el área de ingeniería.

## **1.1. Antecedentes**

### **1.1.1. Sistemas de generación de energía eólica**

Los sistemas de generación de energía eólica han incursionado a través de la historia como una alternativa para el abastecimiento de energía eléctrica, y a su vez, el desarrollo de investigación en esta área de estudio va tomando cierta importancia por ser una energía renovable. El viento, el cual es su fuente de trabajo, es una variable que tiene implicaciones significativas en el comportamiento del sistema debido a su constante cambio en dirección y velocidad.

La necesidad de tener un sistema puramente estable ante diferentes condiciones ha llevado a los investigadores a realizar un estudio exhausto sobre el comportamiento del mismo, encontrándose con problemas como multiplicidad de equilibrios. El estudio de la múltiple estabilidad de un sistema ante una variación paramétrica se le llama “Teoría de bifurcación”. El saber los diferentes comportamientos que el sistema pueda llegar a tomar ante una variación paramétrica es de suma importancia para evitar comportamientos no deseados o llegar a un punto deseado de operación.

### **1.1.2. Teoría de la Bifurcación en sistemas de ecuaciones dinámicos**

La teoría de bifurcaciones es uno de los campos matemáticos enfocado en el estudio de los cambios en el comportamiento de un conjunto de ecuaciones de un sistema. La teoría tiene una gran importancia práctica en diferentes áreas, en especial en la ingeniería. Dicha teoría estudia el comportamiento del conjunto de soluciones matemáticas, en el caso de la presente investigación se estudiarán las soluciones de una familia de ecuaciones diferenciales [1].

Una bifurcación se da cuando existe una pequeña variación en los valores de los parámetros del sistema (parámetros de bifurcación) causando un cambio cualitativo en su comportamiento. Este fenómeno puede ocurrir tanto en sistemas continuos como en sistemas discretos [1]. En el sentido más general, bifurcación en una familia de sistemas dinámicos se entiende

por un cambio cualitativo en la respuesta de una variable de estado del sistema cuando un parámetro sobrepasa un cierto valor crucial.

En las últimas décadas la investigación en torno a los tópicos del análisis cualitativo de sistemas dinámicos y teoría de bifurcaciones ha experimentado un avance significativo [2]. Sin embargo, los nuevos instrumentos producto de tal investigación permanecían en manos de los matemáticos puros. Recientemente los investigadores en el campo de la física y de la ingeniería se han percatado de que las ideas geométricas y otros conceptos propios del estudio de las estructuras cualitativas en el espacio de fases de los sistemas dinámicos, podían ser de ayuda en sus trabajos. Así, el conocimiento de las propiedades típicas o genéricas de los sistemas dinámicos y sus bifurcaciones proporciona un marco de referencia para las situaciones que se esperan encontrar en el análisis de un no-lineal. Además la aplicabilidad de la teoría crece conforme a sus métodos e instrumentos matemáticos [3].

### **1.1.3. Bifurcaciones en sistemas de control electromecánicos**

El estudio de la teoría de bifurcación en sistemas dinámicos tiene una amplia área de estudio. Un ejemplo de su aplicación en el área de ingeniería es el uso de bifurcaciones para el análisis de comportamiento de un sistema electromecánico. Estos sistemas pueden mostrar dinámicas no-lineales las cuales están acompañadas por bifurcaciones. Por ejemplo la investigación realizada por estudiantes de la Universidad de Keio en Japón llamada “Bifurcation of Equilibria in Electromechanical Systems [4]” (Bifurcación de equilibrios en sistemas electromecánicos) la cual desarrolla un estudio de la bifurcación de los puntos de equilibrio y su estabilidad en un sistema electromecánico mediante análisis y experimentación. La experimentación en esta investigación muestra bifurcaciones tipo pitchfork, transcritical y saddle-node causadas por la variación de corriente en el electro-magneto. Teniendo en cuenta los diferentes equilibrios que puede tomar un sistema ante una variación paramétrica nos lleva a mantener un control total sobre el sistema impidiendo que este llegue a algún estado no deseado, e incluso impidiendo una inestabilidad en el mismo.

#### 1.1.4. Estudio de bifurcación en sistemas de generación de energía Eólica

El análisis de bifurcación en sistema de generación de energía eólica es uno de los campos vírgenes en los cuales pocos investigadores han incursionado. En la presente investigación se analizara estos tipos de sistemas y su dinámica. Un ejemplo de la aplicación de la teoría de bifurcación a estos sistemas puede mostrarse en una investigación reciente realizada por integrantes de la Universidad politécnica de Hong Kong la cual tiene por título “Bifurcation in Wind Energy Generation Systems [5]”, esta investigación revela la posibilidad de una bifurcación tipo Hopf en una red conectada de sistema de generación de energía eólica la cual contiene una carga no-balanceada. El objetivo de este tipo de investigaciones es resolver varios de los problemas de control asociados a la estabilidad de los sistemas. Los estudios de bifurcación en esta área de investigación en específico son escasos, es por eso que se pretende realizar un aporte científico y desarrollar e implementar las herramientas matemáticas necesarias para su estudio y análisis.

### 1.2. Planteamiento del problema

En la literatura es bien sabido que la mayoría de los modelos dinámicos pueden ser presentados mediante sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden, también llamados espacio de estado. Este tipo de sistemas tienen la forma:

$$\dot{x} = f(x, v) \tag{1.1}$$

Donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado,  $v \in \mathbb{R}^k$  es un vector de parámetros y  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^n$  es un campo vectorial diferenciable. En este tipo de sistemas una variación paramétrica puede provocar cambios cualitativos, también conocidos como “Bifurcaciones”. Este fenómeno esta estrictamente relacionado con cambios en el comportamiento dinámico del sistema.

Las bifurcaciones son fenómenos frecuentemente indeseados, ya que implican multiplicidad de equilibrios dando lugar a comportamientos dañinos para el sistema. Por otro lado, es posible poder aprovechar esta característica para mejorar dicho comportamiento.

El estudio de bifurcaciones es aplicado al conjunto de ecuaciones diferenciales que corresponden al sistema dinámico a analizar. En este caso al sistema de generación de energía eólica, el cual tiene como generador una maquina de imanes permanentes y una turbina acoplada a la flecha de la maquina.

La construcción de la turbina eólica constituye un factor clave para el buen funcionamiento del sistema, ya que es la receptora del trabajo transmitido del viento hacia el generador. Una de las características principales en la construcción de la turbina eólica es el ángulo de ataque. Esta característica influye en que tanto trabajo es extraído del viento al sistema. Ante variaciones del ángulo de ataque existirán cambios cualitativos en el sistema, los cuales pueden llevarlo a un comportamiento distinto ya sea inestable o estable, según sea el caso.

Al presentarse una bifurcación en el sistema ante una variación paramétrica pueden presentarse fenómenos de comportamiento fuera del rango operativo normal, los cuales no serían previstos si no se tiene un estudio previo de este.

### **1.3. Justificación**

Para el estudio y control de un sistema dinámico es necesario conocer a fondo su comportamiento ante diferentes condiciones. Esto implica forzar al sistema ante una variación paramétrica de un parámetro de interés y observar las variables afectadas significativamente. El conocer los diferentes puntos de equilibrio que un sistema puede tomar ante dicha variación en particular es de suma importancia para el control y funcionamiento correcto del sistema.

Una gran cantidad de sistemas dinámicos son analizados y controlados en base a un comportamiento ideal ante ciertas condiciones, sin tomar en cuenta los diferentes fenómenos que pueden presentarse debido a las variaciones anteriormente descritas. Debido a esto es importante conocer y comprender el comportamiento ante los fenómenos de bifurcación.

El estudio de bifurcación aplicado al sistema de generación de energía eólica ante variaciones en el ángulo de ataque es propuesto debido a la presencia de este parámetro en las ecuaciones dinámicas del sistema y su implicación significativa ante su variación, ya que

al existir un cambio cuantitativo en el valor de dicho parámetro afecta de manera directa la transferencia de energía proveniente del viento, y esto conlleva a la posible existencia de bifurcaciones en la respuesta del sistema.

## **1.4. Objetivos**

### **1.4.1. Objetivo general**

Realizar el estudio de la teoría de bifurcación a un sistema de generación de energía Eólica para comprobar la posibilidad de bifurcaciones ante la variación del Angulo de ataque y conocer los diferentes puntos de equilibrios que el sistema pueda llegar a tomar y sus implicaciones en el comportamiento global del sistema.

### **1.4.2. Objetivos específicos**

Estudiar los diferentes tipos de bifurcaciones locales que se presenten en el sistema ante la variación del ángulo de ataque, así como la caracterización de los equilibrios encontrados en el sistema.

## **1.5. Hipótesis**

Se realizaran variaciones en el ángulo de ataque a nivel simulación a través del software Matlab observando el comportamiento del sistema ante dichos cambios y se llevara a cabo un análisis de los resultados para comprobar la existencia de bifurcaciones. Mediante simulación en tiempo real se emulara la turbina de viento mediante software, y a su vez, se realizaran variaciones paramétricas para observar su comportamiento.

El estudio realizado en la presente tesis pretende demostrar la existencia de fenómenos de bifurcación en los sistemas de generación de energía eólica mediante el análisis a fondo de la estabilidad ante la variación del ángulo de ataque, así como también se realizara el estudio de las bifurcaciones que se presenten en el sistema y se clasificaran los diferentes tipos de bifurcaciones que puedan existir en el caso de que estas ocurran.

A partir del presente estudio se puede obtener información de suma importancia sobre el comportamiento dinámico, es por eso que la teoría de bifurcaciones es una de las herramientas indispensables para la comprensión y el estudio de los sistemas dinámicos.

## 1.6. Alcances y Limitaciones

A continuación se enlistan los alcances que el presente proyecto requerirá para el cumplimiento de los objetivos:

- Análisis y estudio de las bifurcaciones en el sistema de generación de energía eólica.
- Identificación de las bifurcaciones que presente el sistema.
- Estudio de la estabilidad del sistema.
- Caracterización de los equilibrios del sistema.
- Simulación del comportamiento del sistema mediante Matlab.
- Simulación en el tiempo para la comprobación de las respuestas del sistema ante variaciones paramétricas.

Algunas de las limitaciones en la realización del proyecto se enlistan a continuación:

- Debido a que no se cuenta con algunos elementos del sistema de generación físico, como lo son las hélices de la estructura, se simularan mediante software para emular el comportamiento de dichos elementos.
- Se pretende realizar un estudio exhausto sobre los fenómenos de bifurcación pero debido a que el tema es extenso se puntualizaran los aspectos más relevantes y los cuales necesitaremos para el cumplimiento de los objetivos.

*Capítulo* **2**

---

---

*Marco teórico*

## 2.1. Generador de Energía Eólica

La energía eólica es energía extraída del viento, es decir, energía cinética generada por efecto de las corrientes de aire. Los molinos de viento que se empleaban para la molienda y obtención de harina, son un claro ejemplo del aprovechamiento de este tipo de energía renovable. En la actualidad, la energía eólica es procesada y convertida en energía eléctrica a través de aerogeneradores, conectados a grandes redes de distribución de energía eléctrica.

Un aerogenerador es un tipo generador eléctrico el cual es excitado por una turbina eólica acoplada en su flecha accionada por efecto del viento.



Figura 2.1: Parque eólico ”*offshore*” de Thorntonbank en la costa Belga, Mar del Norte.

Existen varios tipos de aerogeneradores, entre los mas comunes se encuentran los aerogeneradores de eje horizontal. Este tipo de aerogenerador están diseñados con el eje de rotación del equipo en paralelo a la superficie en la que se encuentra instalado. Esta posición es la normativa debido a su eficiencia y confiabilidad, y la capacidad de adaptarse a diferentes condiciones meteorológicas.

Las partes principales que conforman los aerogeneradores de eje horizontal son:

- Turbina eólica: Es la encargada de transformar la energía cinética del viento en par mecánico en el eje del generador. Las turbinas actuales tienen control sobre el **ángulo de ataque** de las aspas, de tal manera que puede ser controlado para mejorar la eficiencia de la energía extraída del viento.
- Generador: Existen diferentes tipos de generadores dependiendo del diseño y construcción del aerogenerador. Pueden ser generadores síncronos o asíncronos, jaula de ardilla o doblemente alimentados, con excitación o con imanes permanentes. La mayoría de los aerogeneradores modernos hacen uso de **generadores de imanes permanentes**, debido a sus ventajas en eficiencia de generación de energía eléctrica a bajas velocidades, entre otras.
- La torre: Este elemento sitúa el generador a una mayor altura, donde las condiciones meteorológicas son más beneficiosas para el aerogenerador.
- Góndola: Sirve para el alojamiento de los elementos mecánicos y eléctricos.
- Caja de engranajes: Puede estar presente o no dependiendo del modelo. Transforman bajas velocidades del eje de la turbina eólica en altas velocidades de rotación en el eje del generador eléctrico.

### 2.1.1. Turbina eólica

La turbina eólica juega un papel muy importante en la transferencia de trabajo del viento al generador. Los parámetros asociados son:

- Ángulo de ataque
- Radio
- Área

Estos parámetros, en su momento, tienen que ser controlados para mejorar la eficiencia del aerogenerador, como es el caso del ángulo de ataque. Este parámetro juega un rol importante, ya que, dependiendo de su posición, modifica de manera notable la potencia que puede ser extraída del viento.

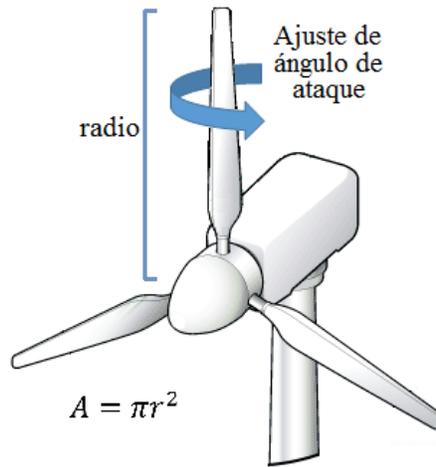


Figura 2.2: Parámetros asociados a la turbina eólica.

El ángulo de ataque es el ángulo que existe entre la dirección del viento y la posición de la hélice, Figura 2.3.

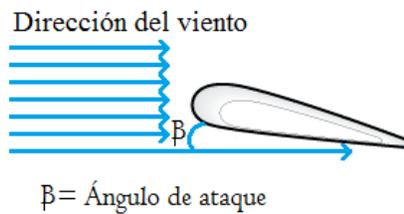


Figura 2.3: Corte transversal de una hélice.

### 2.1.2. Maquina de Imanes Permanentes

La maquina de imanes permanentes es un desarrollo tecnológico innovador en el grupo de las maquinas sincronas, ya que combina la precisión de este tipo de maquina y el diseño simple de una maquina de inducción asíncrona jaula de ardilla. A bajas velocidades, en un motor de proporciones bajas, es capaz de proporcionar un alto torque evitando la necesidad de una caja de reducción. Es por ello que son los mas utilizados para la construcción de aerogeneradores.



Figura 2.4: Maquina de imanes permanentes DC-520.

Los generadores de imanes permanentes proveen una solución a la industria de energías renovables. Con ayuda de estas maquinas, el sistema se comporta de una manera mas eficiente debido a varias ventajas. Por ejemplo, como ya fue mencionado, en la mayoría de los aerogeneradores contruidos con maquinas de imanes permanentes, no son necesarias las cajas de. Algunas de las ventajas de usar este tipo de maquinas son:

- Bajo costo por watt de salida
- Alta eficiencia
- Construcción robusta

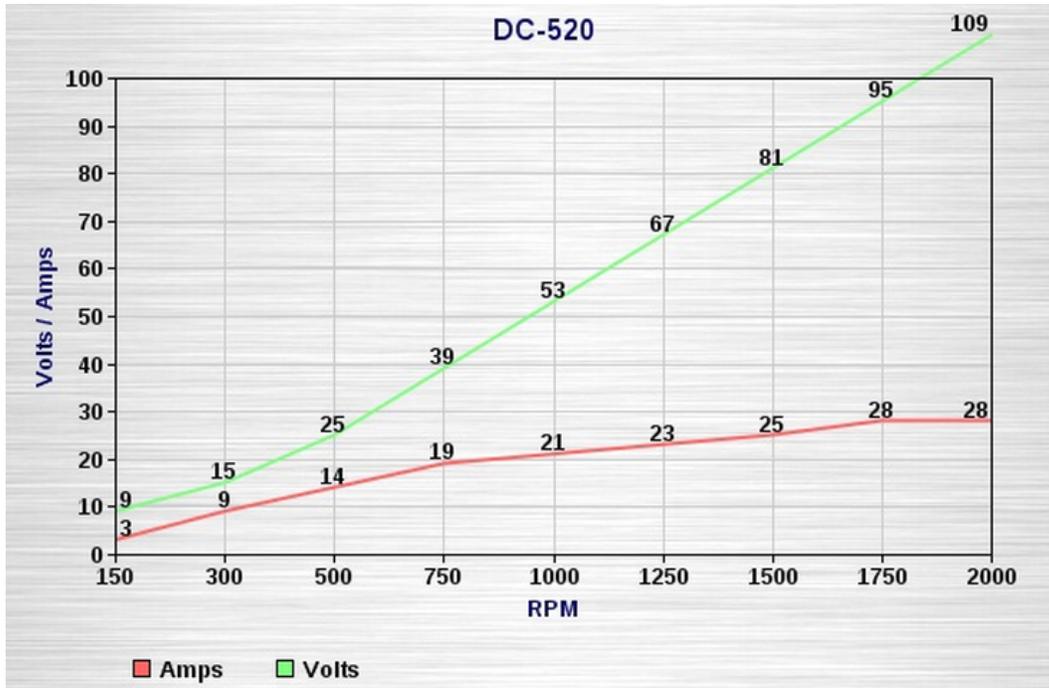


Figura 2.5: Tabla de eficiencia energética del generador DC-520.

## 2.2. Bifurcaciones en sistemas dinámicos

El método de bifurcaciones ha demostrado ser el más conveniente para determinar de manera cualitativa los puntos de equilibrio y la caracterización de la estabilidad en la dinámica de los sistemas. La representación cualitativa del comportamiento de un sistema puede cambiar si los parámetros asociados al sistema varían. Mas específicamente, nuevos puntos de equilibrios en el sistema pueden crearse o desaparecer, o cambiar su estabilidad a partir de la variación paramétrica. Estos cambios cualitativos en la dinámica son llamados bifurcaciones,

y los valores del parámetro en que ocurren se llaman puntos de bifurcación. En los sistemas eléctricos de potencia, algunas aplicaciones de la teoría de bifurcaciones se han realizado sobre el fenómeno de colapso de voltaje, oscilaciones caóticas, diseño de controladores no lineales, estabilizadores de sistemas de potencia y compensadores estáticos de Vars entre otros [6].

Los fenómenos de bifurcaciones en los sistemas de generación eólica no han sido estudiados a fondo. Es por ello que en el presente trabajo se realizará un estudio de los fenómenos de bifurcaciones presentes en un sistema eólico, el cual está conformado por una turbina eólica y un generador de imanes permanentes.

### 2.2.1. Bifurcaciones locales

Las bifurcaciones locales son fenómenos los cuales pueden ser analizados mediante los cambios en las propiedades de estabilidad local cuando existen variaciones paramétricas, las cuales atraviesan valores umbrales críticos. Algunas bifurcaciones locales más comunes son:

- Bifurcación tangencial (saddle-node)
- Bifurcación tridente (pitchfork)
- Bifurcación (transcrítica)

#### **Bifurcación tangencial (Saddle-node)**

Una bifurcación Saddle-node es una bifurcación local en donde dos puntos de equilibrios definidos por un sistema dinámico colapsan en un punto llamado punto de bifurcación. Si el espacio de fase es unidimensional, uno de los equilibrios es inestable, mientras el otro es estable [6].

A continuación se analiza una bifurcación tipo saddle-node con su ecuación característica. Considere el sistema dinámico dado por

$$\dot{x} = f(x, p) \tag{2.1}$$

donde

$$f(x, p) = p - x^2 \quad (2.2)$$

donde  $x$  es el estado y  $p$  el parámetro de bifurcación. El estado estacionario de la función (2.2) se define como

$$p - x^2 = 0 \quad (2.3)$$

donde las soluciones son

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \sqrt{p} \\ \bar{x}_2 &= -\sqrt{p} \end{aligned} \quad (2.4)$$

entonces tenemos que para

- $p < 0$  existen múltiples puntos de equilibrios.
- $p = 0$  existe un equilibrio único, donde  $\left. \frac{\partial f(x,p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} = 0$  llamado punto de bifurcación.
- $p > 0$  no existen equilibrios.

La figura 2.6 muestra el diagrama de bifurcación de la ecuación (2.2). Es evidente que el punto de bifurcación corresponde a las coordenadas  $(0, 0)$  donde  $p = 0$  y  $x = 0$ , al igual que  $\left. \frac{\partial f(x,p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} = 0$ , la cual es una característica esencial de la ocurrencia de bifurcaciones.

### Bifurcación Tridente (Pitchfork)

Las bifurcaciones Pitchfork se dividen en dos tipos: Supercritical y Subcritical. Estos tipos de bifurcaciones generalmente ocurren en sistemas con simetría, referidos a sistemas dinámicos continuos representados por ecuaciones diferenciales ordinarias.

Un sistema dinámico equivalente a los sistemas en los cuales se exhibe el fenómeno de

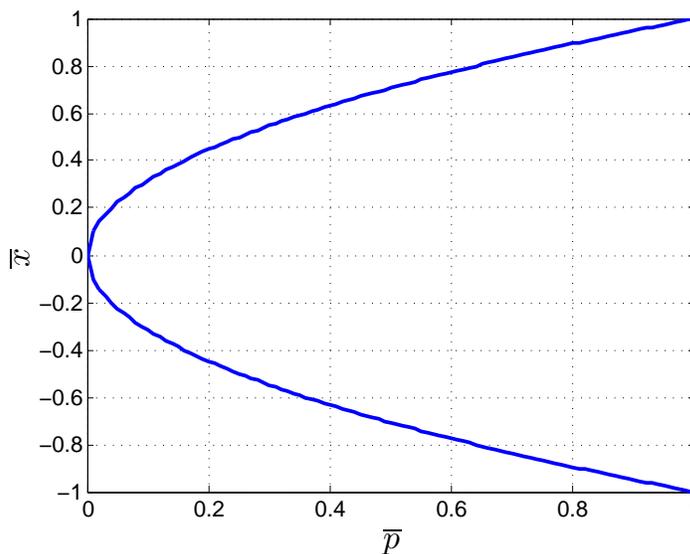


Figura 2.6: Bifurcación tipo Saddle-node.

bifurcación Pitchfork Supercritical se define a continuación

$$\dot{x} = f(x, p) = px - x^3 \quad (2.5)$$

cuya solución en estado estacionario esta dada por

$$px - x^3 = 0 \quad (2.6)$$

Las soluciones para el sistema 2.5 son

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= 0 \\ \bar{x}_2 &= \sqrt{p} \\ \bar{x}_3 &= -\sqrt{p} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Analizando el comportamiento de la variable de estado ante la variación paramentara, Figura 2.7, tenemos que para

- $p < 0$  existen soluciones reales únicas para cada valor de  $p$ .

- $p = 0$  solo existe una solución real.
- $p > 0$  existen múltiples equilibrios.

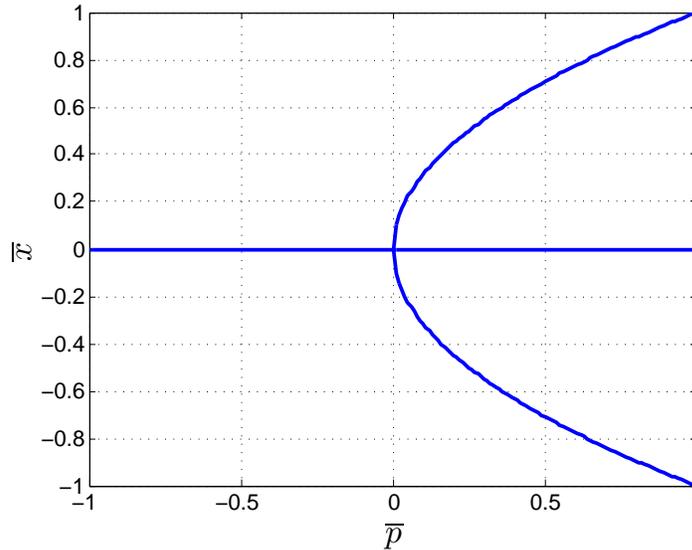


Figura 2.7: Bifurcación tipo Pitchfork.

Para definir el tipo de bifurcación Pitchfork, es decir del tipo Supercritical o Subcritical, se realiza un estudio de estabilidad mediante los eigenvalores del Jacobiano del sistema. Para cada equilibrio existe uno o un conjunto de eigenvalores, los cuales si son de parte real negativa corresponden a un punto de equilibrio estable y por el contrario si son de parte real positiva son inestables.

La Figura 2.8 muestra el diagrama de bifurcación correspondiente al sistema (2.5) con análisis de estabilidad, donde las líneas seccionadas son ramales inestables y las líneas solidas estables.

Para ilustrar una bifurcación Pitchfork Subcritical se define la siguiente ecuación dinámica

$$\dot{x} = f(x, p) = px + x^3 \tag{2.8}$$

el cual se analiza de igual manera que el sistema (2.5) obteniendo las soluciones y su com-

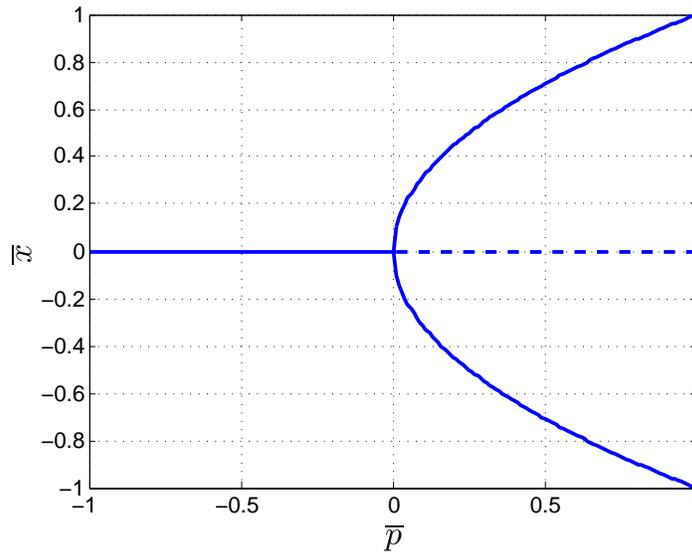


Figura 2.8: Bifurcación tipo Pitchfork Supercritical.

portamiento en el diagrama de bifurcación

$$px - x^3 = 0 \tag{2.9}$$

$$\bar{x}_1 = 0$$

$$\bar{x}_2 = \sqrt{-p} \tag{2.10}$$

$$\bar{x}_3 = -\sqrt{-p}$$

- $p > 0$  existen soluciones reales únicas para cada valor de  $p$ .
- $p = 0$  solo existe una solución real.
- $p < 0$  existen múltiples equilibrios.

Debido a la cantidad y ubicación de ramales inestables, calculados a partir de un análisis de estabilidad, se concluye que el diagrama de bifurcación 2.9 de la ecuación (2.8) corresponde al fenómeno denominado bifurcación Pitchfork Subcritical.

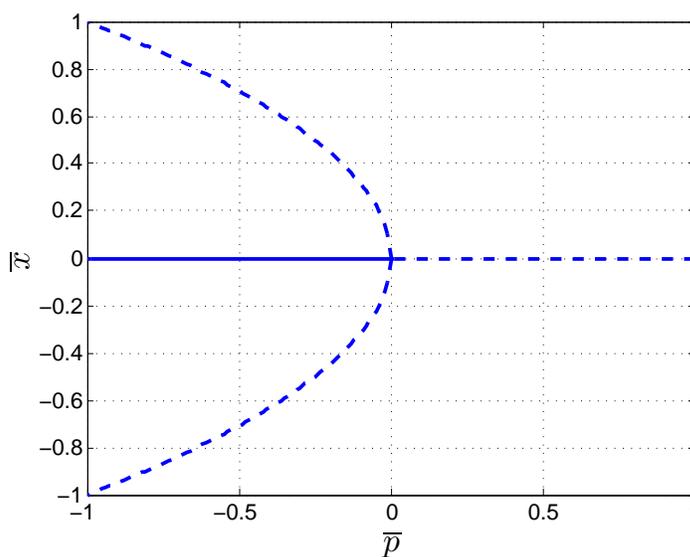


Figura 2.9: Bifurcación tipo Pitchfork Subcritical.

### Bifurcación Transcritical

Una bifurcación Transcritical se caracteriza por tener un eigenvalor que cruza de valores reales positivos a negativos. En este tipo de bifurcación existe un punto de equilibrio para todo valor del parámetro de bifurcación, el cual nunca se destruye, contrario a lo que pasa en una bifurcación Pitchfork. Sin embargo, el equilibrio cambia en estabilidad.

La representación de una bifurcación Transcritical se define como

$$\dot{x} = f(x, p) = px - x^2 \quad (2.11)$$

Solucionando el sistema en estado estacionario tenemos

$$px - x^2 = 0 \quad (2.12)$$

$$\bar{x}_1 = 0 \quad (2.13)$$

$$\bar{x}_2 = p$$

donde para

- $p > 0$  y  $p < 0$  existen soluciones reales.
- $p = 0$  solo existe una solución real.

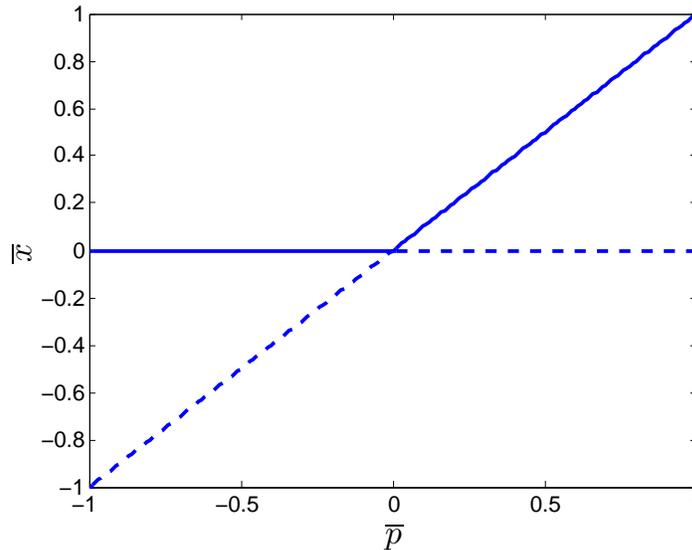


Figura 2.10: Bifurcación tipo Transcritical.

Analizando el diagrama de bifurcación 2.10, es claro como los equilibrios intercambian su estabilidad al cruzar por el valor crítico de  $p = 0$ . Debido a este comportamiento, este tipo de bifurcación es denominada bifurcación Transcritical.

### 2.3. Método de continuación

Los métodos de continuación son usados para identificar la variedad de equilibrios en un sistema. En particular son utilizados para resolver sistemas de ecuaciones no-lineales dependientes de un parámetro, un ejemplo generalizado es el que se muestra en la ecuación (2.14).

$$f(x, p) = 0 ; x \in \mathbb{R}^n ; p \in \mathbb{R} \quad (2.14)$$

Los métodos de continuación trazan las curvas unidimensionales definidas por el sistema de ecuaciones en espacios de dimensión  $n + 1$ . Mas específicamente, la curva de equilibrios definida por el sistema de  $n$  ecuaciones [7].

La ecuación (2.14) define curvas con soluciones existentes. Se supone además que al menos una de esas soluciones es conocida, es decir, se conoce un punto de equilibrio  $(x_o, p_o)$ . El problema de continuación consiste en calcular el resto de la curva, es decir, identificar los demás puntos de equilibrio existentes a partir de un punto ya conocido.

$$(x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots\dots$$

El paso n-ésimo del proceso de continuación se inicia desde una solución  $(x_n, p_n)$  de la ecuación (2.14) para un valor del parámetro  $p_n$ , y el objetivo es calcular la solución  $(x_{n+1}, p_{n+1})$  para el siguiente valor del parámetro  $p_{n+1}$

$$(x_n, p_n) \rightarrow (x_{n+1}, p_{n+1})$$

Empleando los métodos de continuación de predictor-corrector, el paso de n a n+1 se divide en dos pasos:

$$(x_n, p_n) \rightarrow \text{predictor} \rightarrow (\bar{x}_{n+1}, \bar{p}_{n+1}) \rightarrow \text{corrector} \rightarrow (x_{n+1}, p_{n+1})$$

Tal como se muestra en la figura 2.11.

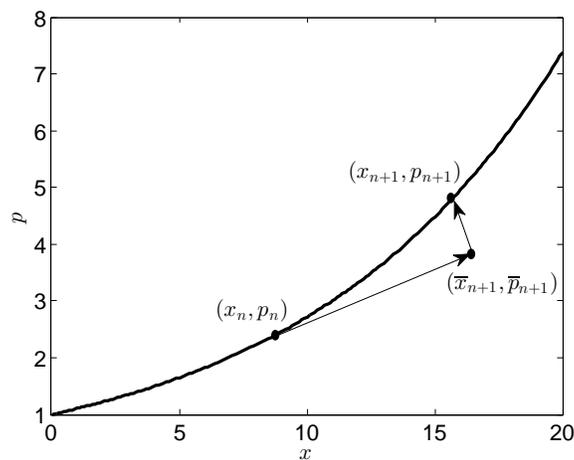


Figura 2.11: Pasos del método de continuación.

En general la predicción  $(\bar{x}, \bar{p})$  no es una solución de la ecuación (2.14). El predictor provee un punto inicial el cual el corrector toma como inicio de sus iteraciones para el encuentro de la solución. La distancia entre dos soluciones calculadas consecutivas  $(x_n, p_n)$  y  $(x_{n+1}, p_{n+1})$  se llama tamaño de paso.

Las tres fases fundamentales de un algoritmo de continuación basado en predictor-corrector son:

- Predicción
- Corrección
- Control de paso

*Capítulo* **3**

---

---

*Modelado*

### 3.1. Modelado de la maquina de imanes permanentes en PU

#### 3.1.1. Teoría de marco de referencia

En 1929 R.H. Park [8] introdujo una nueva aproximación al análisis de la maquinaria eléctrica. El formulo un cambio de variables en el cual reemplaza las variables asociadas a los devanados del estator de una maquina sincrona(voltajes, corrientes y enlaces de flujo) por variables asociadas a un devanado ficticio rotando en conjunto con el rotor. En otras palabras, Park transformo las variables del estator a un marco de referencia rotor. La transformación de Park revoluciono el análisis de la maquinaria eléctrica, ya que este tipo de transformación tiene la propiedad de eliminar las inductancias variables en el tiempo de las ecuaciones de voltajes de la maquina sincrona.

#### 3.1.2. Ecuaciones de la maquina de imanes permanentes operación generador en PU

Frecuentemente en el estudio de maquinaria eléctrica [8] es conveniente expresar los parámetros y variables en el sistema por unidad (PU), esto con el fin de que los resultados obtenidos puedan ser validos para maquinas de cualquier tamaño, ya sean de 1hp o de 1000hp.

Primeramente se establecen las ecuaciones de voltajes de la maquina de imanes permanentes operación generador en marco de referencia rotor

$$v_{qs}^r = -r_s i_{qs}^r + \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_{ds}^r + \frac{\rho}{\omega_b} \psi_{qs}^r \quad (3.1)$$

$$v_{ds}^r = -r_s i_{ds}^r - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_{qs}^r + \frac{\rho}{\omega_b} \psi_{ds}^r \quad (3.2)$$

donde

$$\psi_{qs}^r = -X_{ls}i_{qs}^r - X_{mq}i_{qs}^r \quad (3.3)$$

$$\psi_{ds}^r = -X_{ls}i_{ds}^r + X_{md}(-i_{ds}^r + i_{fd}^r) \quad (3.4)$$

Antes de procesar algebraicamente las ecuaciones de voltajes para su representación en espacio de estado, el sistema es transformado en por unidad dividiendo el lado izquierdo de las ecuaciones (3.1) y (3.2) con su correspondiente base, los mismo para (3.3) y (3.4). Por consiguiente, el lado derecho de las ecuaciones es dividido por el mismo valor base o su equivalente,

$$\begin{aligned} \frac{v_{qs}^r}{V_B} &= -r_s i_{qs}^r \frac{1}{V_B} + \frac{\omega_r \psi_{ds}^r}{\omega_b} \frac{1}{V_B} + \frac{\rho \psi_{qs}^r}{\omega_b} \frac{1}{V_B} \\ \frac{v_{ds}^r}{V_B} &= -r_s i_{ds}^r \frac{1}{V_B} - \frac{\omega_r \psi_{qs}^r}{\omega_b} \frac{1}{V_B} + \frac{\rho}{\omega_b} \psi_{ds}^r \frac{1}{V_B} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\psi_{qs}^r}{V_B} &= -X_{ls} i_{qs}^r \frac{1}{V_B} - X_{mq} i_{qs}^r \frac{1}{V_B} \\ \frac{\psi_{ds}^r}{V_B} &= -X_{ls} i_{ds}^r \frac{1}{V_B} + X_{md} (-i_{ds}^r + i_{fd}^r) \frac{1}{V_B} \end{aligned}$$

Tomando en cuenta las relaciones de las variables que están siendo convertidas, se sustituyen los valores correspondientes de las bases.

$$V_B = I_B Z_B$$

entonces

$$\begin{aligned} \frac{v_{qs}^r}{V_B} &= -r_s i_{qs}^r \frac{1}{I_B Z_B} + \frac{\omega_r \psi_{ds}^r}{\omega_b} \frac{1}{V_B} + \frac{\rho \psi_{qs}^r}{\omega_b} \frac{1}{V_B} \\ \frac{v_{ds}^r}{V_B} &= -r_s i_{ds}^r \frac{1}{I_B Z_B} - \frac{\omega_r \psi_{qs}^r}{\omega_b} \frac{1}{V_B} + \frac{\rho}{\omega_b} \psi_{ds}^r \frac{1}{V_B} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\psi_{qs}^r}{V_B} &= -X_{ls}i_{qs}^r \frac{1}{I_B Z_B} - X_{mq}i_{qs}^r \frac{1}{I_B Z_B} \\ \frac{\psi_{ds}^r}{V_B} &= -X_{ls}i_{ds}^r \frac{1}{I_B Z_B} + X_{md}(-i_{ds}^r + i_{fd}^r) \frac{1}{I_B Z_B}\end{aligned}$$

A continuación se agrupan los términos

$$\begin{aligned}\frac{v_{qs}^r}{V_B} &= -\frac{r_s}{Z_B} \frac{i_{qs}^r}{I_B} + \frac{\omega_r}{\omega_b} \frac{\psi_{ds}^r}{V_B} + \frac{\rho}{\omega_b} \frac{\psi_{qs}^r}{V_B} \\ \frac{v_{ds}^r}{V_B} &= -\frac{r_s}{Z_B} \frac{i_{ds}^r}{I_B} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \frac{\psi_{qs}^r}{V_B} + \frac{\rho}{\omega_b} \frac{\psi_{ds}^r}{V_B}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\psi_{qs}^r}{V_B} &= -\frac{X_{ls}}{Z_B} \frac{i_{qs}^r}{I_B} - \frac{X_{mq}}{Z_B} \frac{i_{qs}^r}{I_B} \\ \frac{\psi_{ds}^r}{V_B} &= -\frac{X_{ls}}{Z_B} \frac{i_{ds}^r}{I_B} + \frac{X_{md}}{Z_B} \frac{(-i_{ds}^r + i_{fd}^r)}{I_B}\end{aligned}$$

y se realiza la conversión a PU

$$\widehat{v}_{qs} = -\widehat{r}_s \widehat{i}_{qs} + \widehat{\omega}_r \widehat{\psi}_{ds} + \frac{\rho}{\omega_b} \widehat{\psi}_{qs} \quad (3.5)$$

$$\widehat{v}_{ds} = -\widehat{r}_s \widehat{i}_{ds} - \widehat{\omega}_r \widehat{\psi}_{qs} + \frac{\rho}{\omega_b} \widehat{\psi}_{ds} \quad (3.6)$$

$$\widehat{\psi}_{qs} = -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{qs} - \widehat{X}_{mq} \widehat{i}_{qs} \quad (3.7)$$

$$\widehat{\psi}_{ds} = -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{ds} + \widehat{X}_{md}(-\widehat{i}_{ds} + \widehat{i}_{fd}) \quad (3.8)$$

El símbolo “ $\widehat{\phantom{x}}$ ” denota un parámetro o variable en PU.

Ya teniendo las ecuaciones de voltaje en PU se procede a realizar el procedimiento al-

gebraico para llevar al sistema de ecuaciones a una representación en espacio de estado. Primeramente, se sustituye la ecuación (3.7) y (3.8) en (3.5) y (3.6), con el fin de modelar el sistema en términos de reactancias.

$$\widehat{v}_{qs} = -\widehat{r}_s \widehat{i}_{qs} + \widehat{\omega}_r (-\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{ds} + \widehat{X}_{md} (-\widehat{i}_{ds} + \widehat{i}_{fd})) + \frac{\rho}{\omega_b} (-\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{qs} - \widehat{X}_{mq} \widehat{i}_{qs})$$

$$\widehat{v}_{ds} = -\widehat{r}_s \widehat{i}_{ds} - \widehat{\omega}_r (-\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{qs} - \widehat{X}_{mq} \widehat{i}_{qs}) + \frac{\rho}{\omega_b} (-\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{ds} + \widehat{X}_{md} (-\widehat{i}_{ds} + \widehat{i}_{fd}))$$

Se agrupan términos y se despejan las derivadas

$$\frac{d}{dt} \widehat{i}_{qs} = (-\widehat{r}_s \widehat{i}_{qs} - \widehat{r}_l \widehat{i}_{qs} - \widehat{\omega}_r \widehat{X}_d \widehat{i}_{ds} + \widehat{\omega}_r \widehat{\lambda}_m) \frac{\widehat{\omega}_b}{\widehat{X}_q}$$

$$\frac{d}{dt} \widehat{i}_{ds} = (-\widehat{r}_s \widehat{i}_{ds} - \widehat{r}_l \widehat{i}_{ds} + \widehat{\omega}_r \widehat{X}_q \widehat{i}_{qs}) \frac{\widehat{\omega}_b}{\widehat{X}_d}$$

donde

$$\widehat{X}_q = \widehat{X}_{ls} + \widehat{X}_{mq}$$

$$\widehat{X}_d = \widehat{X}_{ls} + \widehat{X}_{md}$$

$$\widehat{\lambda}_m = \widehat{L}_{md} \widehat{i}_{fd}$$

Ya teniendo las ecuaciones de estado de las corrientes de estator, se agrega la ecuación de estado de la velocidad del rotor. De [6] tenemos que la ecuación de estado de la velocidad del rotor en PU es

$$\widehat{\omega}_r = \frac{\widehat{T}_L - \widehat{T}_e}{2H} \quad (3.9)$$

siendo  $T_L$  el par mecánico aplicado a la flecha de la maquina,  $T_e$  el par eléctrico en PU dado por

$$\widehat{T}_e = -\widehat{i}_{ds}\widehat{i}_{qs}\widehat{X}_d + \widehat{i}_{qs}\widehat{\lambda}_m + \widehat{i}_{qs}\widehat{i}_{ds}\widehat{X}_q \quad (3.10)$$

y  $H$  la constante de inercia en segundos.

$$H = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{2}{P}\right) \frac{J\omega_b}{T_B} \quad (3.11)$$

Finalmente el sistema en espacio de estado en PU esta definido por

$$\begin{aligned} \frac{d\widehat{i}_{qs}}{dt} &= (-\widehat{r}_s\widehat{i}_{qs} - \widehat{r}_l\widehat{i}_{qs} - \widehat{\omega}_r\widehat{X}_d\widehat{i}_{ds} + \widehat{\omega}_r\widehat{\lambda}_m) \frac{\widehat{\omega}_b}{\widehat{X}_q} \\ \frac{d\widehat{i}_{ds}}{dt} &= (-\widehat{r}_s\widehat{i}_{ds} - \widehat{r}_l\widehat{i}_{ds} + \widehat{\omega}_r\widehat{X}_q\widehat{i}_{qs}) \frac{\widehat{\omega}_b}{\widehat{X}_d} \\ \frac{d\widehat{\omega}_r}{dt} &= \frac{\widehat{T}_L - \widehat{T}_e}{2H} \end{aligned} \quad (3.12)$$

### 3.2. Modelo de la turbina eólica

De [9] se tiene que el par mecánico aplicado al eje del generador de un sistema eólica esta dado por

$$T_L = \frac{0,5pC_p(\lambda, \beta)AV_w^3}{\omega} \quad (3.13)$$

en la cual  $C_p$  es el coeficiente de potencia asociado a la cantidad de energía aprovechada del viento.

$$C_p(\lambda, \beta) = C_1 \left( \frac{C_2}{\lambda_i} - C_3\beta - C_4 \right) e^{\frac{-C_5}{\lambda_i}} + C_6\lambda \quad (3.14)$$

donde

$$\lambda = \frac{r\omega}{V_w} \quad (3.15)$$

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{\beta^3 + 1} \quad (3.16)$$

Los parámetros y variables asociados a la ecuación de la turbina eólica se enlistan a continuación.

$p$  Densidad del viento

$\beta$  Angulo de ataque

$A$  Are de la turbina eólica

$V_w$  Velocidad del viento

$\omega$  Velocidad angular del rotor

Los parámetros asociados al coeficiente de potencia son de suma importancia para el comportamiento interno del sistema.

### 3.3. Identificación paramétrica

#### 3.3.1. Parámetros de la maquinas de imanes permanentes

Para tener certeza de los parámetros reales de la maquina de imanes permanentes es necesario hacer pruebas experimentales a la maquina.

Para calcular la resistencia interna del estator se aplica un voltaje de C.D. entre las conexiones a las fases del estator. Posteriormente se miden las corrientes que se generan mediante

Voltaje (v)	Corriente (A)	Resistencia fases A-B ( $\Omega$ )	Resistencia por fase ( $\Omega$ )
1.7	1.16	1.46356	0.3717
2.34	1.72	1.3604	0.6802
2.56	1.84	1.3913	0.6956
3.25	2.39	1.3765	0.6882
3.68	2.68	1.3731	0.6865
3.92	2.85	1.3754	0.6877
4.48	3.28	1.3658	0.6829
5.17	3.82	1.3534	0.6767
6.07	4.45	1.3640	0.6820
6.77	4.97	1.3621	0.6810
7.74	5.99	1.2921	0.6460
8.31	6.26	1.3274	0.6637
9.62	7.12	1.3511	0.6755

Tabla 3.1: Captura de voltajes y corrientes entre fases A-B

sensores de efecto hall y aplicando la ley de ohm se calcula la resistencia entre las fases. La resistencia resultante del calculo se divide entre 2 para obtener el valor por fase individual. Los datos de las pruebas fueron registrados para su análisis.

Las tablas 3.1, 3.3.1 y 3.3.1 muestran las diferentes mediciones realizadas par el calculo de la resistencia del estator.

Para el calculo del parámetro  $\lambda_m$  se inyecto un par a la flecha del generador y se capturaron velocidad y voltaje de C.A. generado en terminales de la maquina. Teniendo en cuenta la siguiente igualdad

$$\lambda_m = \frac{\sqrt{2}V_{LN}}{\omega_r} \quad (3.17)$$

donde  $\omega_r$  es la velocidad angular del rotor en  $\frac{rad}{seg}$ , se procedio al calculo de  $\lambda_m$ .

La tabla 3.3.1 muestra una serie de pruebas realizadas para el calculo de  $\lambda_m$ .

### 3.3.2. Parámetros de la turbina eólica

Los parámetros de la turbina juegan un papel importante en el comportamiento de sistema. Es por ello que es de suma importancia tenerlos en cuenta al momento de su construcción, ya

Voltaje (v)	Corriente (A)	Resistencia fases A-C ( $\Omega$ )	Resistencia por fase ( $\Omega$ )
2.02	1.35	1.4962	0.7481
2.50	1.70	1.4705	0.7352
3.09	2.18	1.4174	0.7087
4.48	3.28	1.3742	0.6871
5.14	3.74	1.3743	0.6871
5.79	4.22	1.3720	0.6860
6.76	4.92	1.3739	0.6869
7.50	5.41	1.3863	0.6931
7.86	5.89	1.3344	0.6672
8.43	6.16	1.3685	0.6842
9.63	7.08	1.3601	0.6800

Tabla 3.2: Captura de voltajes y corrientes entre fases A-C

Voltaje (v)	Corriente (A)	Resistencia fases B-C ( $\Omega$ )	Resistencia por fase ( $\Omega$ )
2.02	1.45	1.3931	0.6965
2.49	1.87	1.3315	0.6657
3.11	2.32	1.3405	0.6702
4.49	3.34	1.3443	0.6721
5.17	3.74	1.3823	0.6911
5.88	4.26	1.3802	0.6901
6.80	4.88	1.3934	0.6967
7.51	5.35	1.4037	0.7018
7.90	5.97	1.3232	0.6616
8.39	6.20	1.3532	0.6766
9.67	7.09	1.3638	0.6819

Tabla 3.3: Captura de voltajes y corrientes entre fases B-C

Velocidad (RPM)	Voltaje pp (V)	$\lambda_m$ (v/seg)
2.02	1.45	1.3931
2.49	1.87	1.3315
3.11	2.32	1.3405
4.49	3.34	1.3443
5.17	3.74	1.3823
5.88	4.26	1.3802
6.80	4.88	1.3934
7.51	5.35	1.4037
7.90	5.97	1.3232
8.39	6.20	1.3532
9.67	7.09	1.3638

Tabla 3.4: Captura de voltajes y velocidad para calculo de  $\lambda_m$

que puede beneficiar o perjudicar el aprovechamiento de energía. Los parámetros usados en esta investigación se describen a continuación.

Tenemos que la ecuación que describe la dinámica de la turbina eólica esta dada por la ecuación (3.13)

$$T_L = \frac{0,5pC_p(\lambda, \beta)AV_w^3}{\omega}$$

donde

$$C_p(\lambda, \beta) = C_1 \left( \frac{C_2}{\lambda_i} - C_3\beta - C_4 \right) e^{\frac{-C_5}{\lambda_i}} + C_6\lambda$$

$$\lambda = \frac{r\omega}{V_w}$$

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{\beta^3 + 1}$$

cuyos parámetros son:

$$p = 1,225kg/m^3; A = \pi r^2; r = 1,14m; V_w = 10m/s; \beta = 1grado; C_1 = 0,5176;$$

$C_2 = 116$ ;  $C_3 = 0,4$ ;  $C_4 = 5$ ;  $C_5 = 21$ ;  $C_6 = 0,0068$ .

### 3.4. Curva característica

La curva característica  $T_e - \omega_r$  en maquinaria eléctrica define el comportamiento en estado estacionario de una maquina eléctrica. Es de suma importancia para estudios de estado estacionario, como en el caso de bifurcaciones, conocer la curva característica correspondiente a la maquina a estudiar. Por esta razón, a continuación se presenta el calculo de dicha curva.

De (3.12) sabes que las ecuaciones en espacio de estado de las corrientes en PU son

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\hat{i}_{qs} &= (-\hat{r}_s\hat{i}_{qs} - \hat{r}_l\hat{i}_{qs} - \hat{\omega}_r\hat{X}_d\hat{i}_{ds} + \hat{\omega}_r\hat{\lambda}_m)\frac{\hat{\omega}_b}{\hat{X}_q} \\ \frac{d}{dt}\hat{i}_{ds} &= (-\hat{r}_s\hat{i}_{ds} - \hat{r}_l\hat{i}_{ds} + \hat{\omega}_r\hat{X}_q\hat{i}_{qs})\frac{\hat{\omega}_b}{\hat{X}_d}\end{aligned}$$

Se procede a realizar un estudio de estado estacionario. Para ello se igualan las derivadas a cero

$$\begin{aligned}0 &= (-\hat{r}_s\hat{i}_{qs} - \hat{r}_l\hat{i}_{qs} - \hat{\omega}_r\hat{X}_d\hat{i}_{ds} + \hat{\omega}_r\hat{\lambda}_m)\frac{\hat{\omega}_b}{\hat{X}_q} \\ 0 &= (-\hat{r}_s\hat{i}_{ds} - \hat{r}_l\hat{i}_{ds} + \hat{\omega}_r\hat{X}_q\hat{i}_{qs})\frac{\hat{\omega}_b}{\hat{X}_d}\end{aligned}$$

a continuación se reagrupan términos en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{(-\hat{r}_L - \hat{r}_s)\hat{\omega}_b}{\hat{X}_q} & \frac{-\hat{\omega}_r\hat{X}_d\hat{\omega}_b}{\hat{X}_q} \\ \frac{\hat{\omega}_r\hat{X}_q\hat{\omega}_b}{\hat{X}_d} & \frac{(-\hat{r}_L - \hat{r}_s)\hat{\omega}_b}{\hat{X}_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{qs} \\ \hat{i}_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\hat{\omega}_r\hat{\omega}_b\hat{\lambda}_m}{\hat{X}_q} \\ 0 \end{bmatrix}$$

y se despejan las corrientes

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_{qs} \\ \hat{i}_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(-\hat{r}_L - \hat{r}_s)\hat{\omega}_b}{\hat{X}_q} & \frac{-\hat{\omega}_r\hat{X}_d\hat{\omega}_b}{\hat{X}_q} \\ \frac{\hat{\omega}_r\hat{X}_q\hat{\omega}_b}{\hat{X}_d} & \frac{(-\hat{r}_L - \hat{r}_s)\hat{\omega}_b}{\hat{X}_d} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_r\hat{\omega}_b\hat{\lambda}_m \\ -\hat{X}_q \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Para graficar la curva característica se ingresan valores de  $\hat{\omega}_r$  desde 0 hasta 2 pu en la ecuación (3.18) y se calculan las corrientes. Una vez calculadas, se ingresan los valores resultantes de las corriente a la ecuación de  $T_e$  (3.10) y se grafican los valores obtenidos de  $T_e$  con respecto a  $\omega_r$ , como se muestra a continuación.

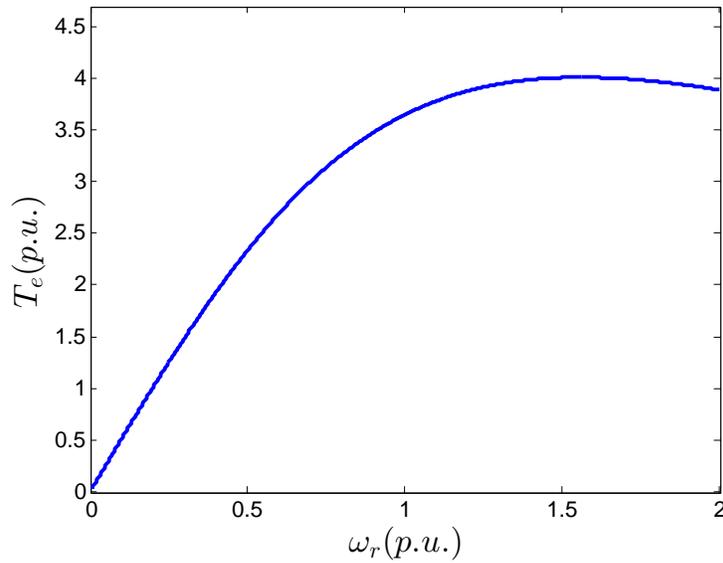


Figura 3.1: Curva característica  $T_e - \omega_r$ .

*Capítulo* **4**

---

---

*Estudio de bifurcaciones en el sistema  
eólico*

#### 4.1. Algoritmo para la implementación del método de continuación

Para la implementación del método de continuación, es empleado un método predictor-corrector. Este método es usado para calcular las soluciones en estado estacionario del modelo matemático del sistema, utilizando una parametrización pseudo arco tangente [10].

Considere el siguiente sistema algebraico

$$g(y) = \begin{bmatrix} f(x, p) \\ q(x, p, \mu) \end{bmatrix} = 0, \quad (4.1)$$

donde  $x$  son las variables de estado;  $p$  es el parámetro de bifurcación;  $\mu$  es el parámetro arco tangente;  $y = [x(\mu), p(\mu)]^T$  es el vector compuesto a ser calculado;  $f(x, p)$  es el conjunto de ecuaciones diferenciales; y  $q(x, p, \mu)$  es la ecuación que define la parametrización dada por

$$q(x, p, \mu) = \zeta \|\bar{x} - \bar{x}\|_2^2 + (\bar{p} - \bar{p})^2 - (\Delta\mu)^2, \quad (4.2)$$

donde  $\bar{x}$  y  $\bar{p}$  son una solución particular para las variables de estado y el parámetro de bifurcación, respectivamente;  $\bar{\bar{x}}$  y  $\bar{\bar{p}}$  es la solución compuesta inicial que precede la solución  $\bar{x}$  and  $\bar{p}$ .

El método de euler predice la primera suposición de la solución, esto es

$$(x_0, p_0) = (\bar{\bar{x}}, \bar{\bar{p}}) + \Delta\mu(\dot{\bar{x}}, \dot{\bar{p}}), \quad (4.3)$$

donde la aproximación para las derivadas están dadas por

$$\dot{\bar{x}} = \frac{dx}{d\mu} = \frac{\bar{x} - \bar{\bar{x}}}{\Delta\mu}; \quad \dot{\bar{p}} = \frac{dp}{d\mu} = \frac{\bar{p} - \bar{\bar{p}}}{\Delta\mu}. \quad (4.4)$$

La solución inicial es entonces corregida por el método de Newton, es decir

$$g'(y_n)\Delta y = -g(y_n); \quad y_{n+1} = y_n + \Delta y, \quad (4.5)$$

donde el Jacobiano  $g'(y_n)$  es definido como

$$g'(y_n) = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} & f_p \\ \left( \frac{\partial q(x, p, \mu)}{\partial x} \right)^T & \frac{\partial q(x, p, \mu)}{\partial p} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

el Jacobiano original  $\frac{\partial f(x, p)}{\partial x}$  esta definido como la matriz linealizada del sistema ;  $f_p$  es el vector de derivadas parciales de  $f(x, p)$  con respecto al parámetro de bifurcación  $p$ .

Sustituyendo (4.1) y (4.6) en (4.5)

$$\begin{bmatrix} -f(x, p) \\ -q(x, p, \mu) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} & f_p \\ 2\zeta(\bar{x} - \bar{\bar{x}})^T & 2(\bar{p} - \bar{\bar{p}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\bar{x} \\ \Delta\bar{p} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

esto resulta en

$$\begin{aligned} -f(x, p) &= \left( \left. \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \right) \Delta\bar{x} + f_p \Delta\bar{p}, \\ -q(x, p, \mu) &= 2\zeta(\bar{x} - \bar{\bar{x}})^T \Delta\bar{x} + 2(\bar{p} - \bar{\bar{p}}) \Delta\bar{p}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

despejando  $\Delta\bar{x}$  y  $\Delta\bar{p}$

$$\Delta\bar{x} = z_1 - (\Delta\bar{p})z_2, \quad (4.9)$$

$$\Delta p = \frac{-q(x, p, \mu) - 2\zeta(\bar{x} - \bar{\bar{x}})^T z_1}{2(\bar{p} - \bar{\bar{p}}) - 2\zeta(\bar{x} - \bar{\bar{x}})^T z_2}, \quad (4.10)$$

donde

$$\begin{aligned} z_1 &= \left( \left. \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \right)^{-1} (-f(x, p)), \\ z_2 &= \left( \left. \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \right)^{-1} (f_p), \end{aligned} \quad (4.11)$$

El procedimiento de corrección se ejecuta hasta que la norma del valor incremental sea

$$\|\Delta\bar{x}, \Delta\bar{p}\|_{\infty} < \varepsilon, \quad (4.12)$$

donde  $\varepsilon$  es la tolerancia de error.

Entonces, los pasos a seguir para cada iteracion del proceso de Newton son:

- Definir el conjunto de ecuaciones del sistema  $f(x, p)$
- Computación numérica de la derivada  $f_p$
- Computación numérica de la parametrizacion arco tangente  $q(x, p, \mu)$
- Construcción de la matriz jacobiana  $\left. \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}}$
- Calculo de  $z_1$  y  $z_2$
- Calculo de  $\Delta\bar{x}$  y  $\Delta\bar{p}$
- Actualizar  $\bar{x} = \bar{x} + \Delta\bar{x}$  y  $\bar{p} = \bar{p} + \Delta\bar{p}$
- Aproximación del error  $\|\Delta\bar{x}, \Delta\bar{p}\|_{\infty} < \varepsilon$ ,

#### 4.1.1. Calculo de la primera Tangente

Para el calculo del primer punto de equilibrio no es posible usar un predictor secante, debido a que no existe ningún punto previo. Es por ello que se usa un predictor Euler.

En la implementacion del predictor Euler se tiene que calcular la derivada de un punto en la rama de equilibrios respecto al parámetro arco tangente, la tangente  $(\dot{x}, \dot{p})$ . Las derivadas se obtienen de diferenciar la ecuación  $f(x, p)$  con respecto a  $p$ , esto es

$$\left( \left. \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \right) \left( \frac{dx}{dp} \right) + f_p = 0$$

despejando

$$\left(\frac{dx}{dp}\right) = \left(\frac{\partial f(x, p)}{\partial x}\bigg|_{x=\bar{x}}\right) (-f_p) \quad (4.13)$$

Las derivadas  $\dot{x}$  y  $\dot{p}$  con respecto a  $\mu$  se obtienen de la ecuación pseudo arco tangente,

$$\left\|\frac{dx}{d\mu}\right\|_2^2 + \left(\frac{dp}{d\mu}\right)^2 = 1, \quad (4.14)$$

sustituyendo

$$\frac{dx}{d\mu} = \frac{dx}{dp} \frac{dp}{d\mu} \quad (4.15)$$

en la ecuación (4.14) se tiene que

$$\frac{dp}{d\mu} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left\|\frac{dx}{dp}\right\|_2^2}} \quad (4.16)$$

donde

$$\dot{x} = \frac{dx}{d\mu} ; \quad \dot{p} = \frac{dp}{d\mu} \quad (4.17)$$

Este procedimiento solo se realiza una vez al inicio del algoritmo del método de continuación para el calculo del punto inicial en la rama de equilibrios.

## 4.2. Aplicación del método de continuación al sistema eólico

Aplicando el algoritmo descrito en la sección anterior 4.1 al sistema de ecuaciones de la maquina de imanes permanentes operación generador con par mecánico proveniente de la turbina eólica, se pretende obtener un análisis cualitativo del comportamiento en estado estacionario del sistema ante variaciones en el ángulo de ataque(parámetro de bifurcación).

Primeramente se identifica el sistema de ecuaciones a analizar, el cual esta dado por el lado derecho del conjunto de ecuaciones de (3.12), esto es

$$f(x, \beta) = \begin{bmatrix} (-\widehat{r}_s \widehat{i}_{qs} - \widehat{r}_l \widehat{i}_{qs} - \widehat{\omega}_r \widehat{X}_d \widehat{i}_{ds} + \widehat{\omega}_r \widehat{\lambda}_m) \frac{\widehat{\omega}_b}{\widehat{X}_q} \\ (-\widehat{r}_s \widehat{i}_{ds} - \widehat{r}_l \widehat{i}_{ds} + \widehat{\omega}_r \widehat{X}_q \widehat{i}_{qs}) \frac{\widehat{\omega}_b}{\widehat{X}_d} \\ \frac{\widehat{T}_L - \widehat{T}_e}{2H} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

El siguiente paso es construir la matriz linealizada del sistema  $\left. \frac{\partial f(x, \beta)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}}$  y la matriz de derivadas de  $f(x, \beta)$  con respecto al parámetro de bifurcación, que en este caso es el ángulo de ataque  $\beta, f_\beta$ .

$$\left. \frac{\partial f(x, \beta)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} = \begin{bmatrix} \frac{(-r_s - r_L)\omega_b}{X_q} & -\frac{\omega_r X_d \omega_b}{X_q} & \frac{(-X_d i_{ds} + \lambda_m)\omega_b}{X_q} \\ \frac{\omega_r X_q \omega_b}{X_d} & \frac{(-r_s - r_L)\omega_b}{X_d} & \frac{X_q i_{qs} \omega_b}{X_d} \\ \frac{i_{ds} X_d - \lambda_m - i_{ds} X_q}{2H} & \frac{i_{qs} X_d - i_{qs} X_q}{2H} & E \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

donde

$$E = \left( e^{k_4 - \frac{c_5}{k_8 + k_2 \omega_r}} \right) \left( \frac{(k_8 + 2k_2 \omega_r)(k_7 + k_8 k_9 + k_2 \omega_r k_9) - k_2 k_9 (k_2 \omega_r^2 + k_8 \omega_r)}{(k_2 \omega_r^2 + k_8 \omega_r)^2} - \frac{c_5 k_2 (k_7 + k_8 k_9 + k_2 \omega_r k_9)}{(k_8 + k_2 \omega_r)^2 (k_2 \omega_r^2 + k_8 \omega_r)} \right) \left( \frac{-1}{2H} \right)$$

y las constantes están definidas como

$$k_1 = \frac{0,5pAV_w^3 P}{\omega_b T_B}; \quad k_2 = \frac{r\omega_b}{V_w P}; \quad k_3 = \frac{c_2 0,035}{\beta^3 + 1};$$

$$k_4 = \frac{c_5 0,035}{\beta^3 + 1}; \quad k_5 = -c_1 k_3 - c_1 c_3 \beta - c_1 c_4; \quad k_6 = c_6 k_2;$$

$$k_7 = k_1 c_1 c_2; \quad k_8 = 0,08\beta; \quad k_9 = k_1 k_5.$$

A su vez  $f_\beta$  esta definida como

$$f_\beta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{(APV_w^3 p(c_1 n_2 (c_3 - c_2 n_1) - c_1 c_5 n_2 n_1 (c_4 + \beta c_3 - c_2 n_3)))}{4HT_B \omega_b \omega_r} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

donde

$$n_1 = \frac{21\beta^2}{200(\beta^3 + 1)^2} - \frac{2}{25 \left( \frac{2\beta}{25} + \frac{r\omega_b \omega_r}{PV_w} \right)^2} \quad (4.21)$$

$$n_2 = e^{(-c_5 n_3)} \quad (4.22)$$

$$n_3 = \left( \frac{1}{\frac{2\beta}{25} + \frac{r\omega_b \omega_r}{PV_w}} - \frac{7}{200\beta^3 + 200} \right) \quad (4.23)$$

Ya teniendo las ecuaciones definidas  $f(x, \beta)$ ,  $\left. \frac{\partial f(x, \beta)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}}$  y  $f_\beta$ , se realiza un calculo de condiciones iniciales  $(\bar{x}(0), \bar{\beta}(0))$  para el sistema, esto quiere decir que calculamos un equilibrio el cual sera nuestro punto inicial en la rama.

A continuación se realiza el calculo de la primera Tangente  $(\dot{x}, \dot{\beta})$  con las ecuaciones (4.15) y (4.16), las cuales corresponden a las derivadas de un punto de equilibrio previo al punto inicial en la rama.

$$\dot{x} = \frac{dx}{d\mu} = \left( \left. \frac{\partial f(x, \beta)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \right) (-f_\beta) \frac{d\beta}{d\mu}$$

$$\dot{\beta} = \frac{d\beta}{d\mu} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left\| \left( \left. \frac{\partial f(x, \beta)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \right) (-f_\beta) \right\|^2}}$$

El siguiente paso es calcular la primera suposición del siguiente punto en la rama utilizando la ecuación (4.3). Se debe tener en cuenta que solo en el primer calculo de la suposición se utiliza la Tangente  $(\dot{x}, \dot{p})$ , esto es

$$(x_0, \beta_0) = (\bar{\bar{x}}, \bar{\bar{\beta}}) + \Delta\mu(\dot{\bar{x}}, \dot{\bar{\beta}}),$$

donde

$$(\dot{\bar{x}}, \dot{\bar{p}}) = (\dot{x}, \dot{\beta}) \tag{4.24}$$

Después, Se procede a ejecutar el corrector con el método de Newton descrito en la sección anterior con la ecuación (4.5), hasta que la norma del valor incremental sea menor al error,  $\|\Delta\bar{x}, \Delta\bar{\beta}\|_{\infty} < \varepsilon$ . Cuando se cumple la condición, los valores  $(x_0, \beta_0)$  modificados por el corrector son ahora una solución  $(\bar{x}, \bar{\beta})$  en la rama de equilibrios.

Para el calculo de los siguientes puntos en la rama, se repite el proceso a partir del predictor usando las ecuaciones (4.3) y (4.4).

A continuación se muestra el código de programación.

```

h=0;

rs=0.7;r1=3.3;
Lm=0.441063116;
wb=2*pi*60;
Lq=0.0068;Ld=0.00681;
Xq=Lq*wb;Xd=Ld*wb;
P=2;
j=0.049600237572295;

Vw=10; %1.255; %1.255; %6-8 1 %10
r=1.14;
Ar=pi*r^2;
p=1.23;
c1=0.5176; c2=116; c3=0.4; c4=5; c5=21; c6=0.0068;
    
```

```

PB=746*2.7; VB=sqrt(2)*220; ZB=(3/2)*(VB^2)/PB; IB=VB/ZB; TB=PB/wb;
H=(1/2)*(2/P)^2*(j*wb^2/PB);

rs=rs/ZB; rL=rL/ZB; Xq=Xq/ZB; Xd=Xd/ZB; Lw=Lm*wb/VB;

%-----
n=1;
tic
conn=5;
nn=1;
con=conn;
N=20000;
%for u=1:50-----

Z=1; %0.1
hs=0.01; %0.025,0.015 mejora
n=1;error=[1;1;1;1;1;1];

%-----CALCULO DE CONDICIONES INICIALES-----
wr(n)=0.1658;
wrt=wrt(n);

A=inv([(-rL-rs)*wb/Xq    -wrt*Xd*wb/Xq;
       wrt*Xq*wb/Xd    (-rL-rs)*wb/Xd]);
Iqds=A*[-wrt*wb*Lw/Xq;0];
Iqst(n)=Iqds(1,1);
Idst(n)=Iqds(2,1);
TE(n)=-Idst(n)*Iqst(n)*Xd+Iqst(n)*Lw+Iqst(n)*Idst(n)*Xq
TE(n)=0.8439 %0.33
%TE(n)=0.4847; %0.33

k=1;
B(1)=0.3;
B(2)=2;

```

```

while abs(B(end)-B(end-1))>0.0000001

wt=wr*wb/2;
L=r*wt/Vw;
Li=1/(1/(L+0.08*B(k))-0.035/(B(k)^3+1));
Cp=c1*(c2/Li-c3*B(k)-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L;

fx=TE(n)-(0.5*p*Cp*Ar*Vw^3)/(wt*TB);
fxd=(Ar*Vw^3*p*(c1*exp(c5*(7/(200*(B(k)^3+1))-1/(2*B(k)))/25+(r*wb*wr)/(2*Vw)))+(c3-c2*((21*B(k)^2)/(200*(B(k)^3+1)^2)-2/(25*((2*B(k))/25+(r*wb*wr)/(2*Vw))^2)))-c1*c5*exp(c5*(7/(200*(B(k)^3+1))-1/(2*B(k)))/25+(r*wb*wr)/(2*Vw)))*((21*B(k)^2)/(200*(B(k)^3+1)^2)-2/(25*((2*B(k))/25+(r*wb*wr)/(2*Vw))^2))*(c4+B(k)*c3+c2*(7/(200*(B(k)^3+1))-1/(2*B(k)))/25+(r*wb*wr)/(2*Vw)))))/(TB*wb*wr);

B(k+1)=B(k)-fx/fxd;

k=k+1;
end

B=B(end-1);
Bt=B

pause

wt=wrt*wb/2;
Lm(n)=r*wt/Vw;
Lin=(1/(Lm(n)+0.08*B))-0.035/(B^3+1));
Li=1/Lin;
Cp(n)=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*Lm(n);

TL(n)=(0.5*p*Cp(n)*Ar*Vw^3)/(wt*TB);

k1=0.5*p*Ar*Vw^3*P/(wb*TB); k2=r*wb/(Vw*P); k3=c2*0.035/(B^3+1);
k4=c5*0.035/(B^3+1); k5=-c1*k3-c1*c3*B-c1*c4; k6=c6*k2;
x1=k1*c1*c2; x2=0.08*B; x3=k1*k5; x4=k1*k6;
E=(exp(k4-c5/(k2*wrt+x2))/(2*H))*(((x3*k2*wrt+x3*x2+x1)*c5*k2/((k2*wrt^2+x2

```

```

* wrt) * (k2*wrt+x2)^2)) + ((k2*wrt^2+x2*wrt) * x3*k2 - (x3*k2*wrt+x3*x2+x1) * (2*k2
*wrt+x2)) / (k2*wrt^2+x2*wrt)^2);

Q=[(-rs-rL)*wb/Xq  -wrt*Xd*wb/Xq  (-Xd*Idst+Lw)*wb/Xq;
    wrt*Xq*wb/Xd  (-rs-rL)*wb/Xd  Xq*Iqst*wb/Xd;
    (Idst*Xd-Lw-Idst*Xq)/(2*H)  (Iqst*Xd-Iqst*Xq)/(2*H)  E];

fB=[0;
    0;
    -(Ar*P*Vw^3*p*(c1*exp(c5*(7/(200*(Bt^3 + 1)) - 1/((2*Bt)/25 + (r*wb*wrt)/(P
    *Vw))))*(c3 - c2*((21*Bt^2)/(200*(Bt^3 + 1)^2) - 2/(25*((2*Bt)/25 + (r*wb
    *wrt)/(P*Vw))^2))) - c1*c5*exp(c5*(7/(200*(Bt^3 + 1)) - 1/((2*Bt)/25 + (r
    *wb*wrt)/(P*Vw))))*( (21*Bt^2)/(200*(Bt^3 + 1)^2) - 2/(25*((2*Bt)/25 + (r*wb
    *wrt)/(P*Vw))^2))* (c4 + Bt*c3 + c2*(7/(200*(Bt^3 + 1)) - 1/((2*Bt)/25 + (r
    *wb*wrt)/(P*Vw)))))))/(4*H*TB*wb*wrt)];

%-----Calculo del Primer punto-----
dLB=(inv(Q))*(-fB);
dBs=1/(sqrt(1+Z*(norm((dLB),1)^2)));
dLs=dLB*dBs;
Iqstt=dLs(1,1);
Idstt=dLs(2,1);
wrтт=dLs(3,1);
Btt=dBs;

%-----
for n=1:N
    if n>=2
        Iqstt=(Iqst(n)-Iqs)/hs; %-----1
        Idstt=(Idst(n)-Ids)/hs;
        wrтт=(wrt(n)-wr)/hs;
        Btt=(Bt(n)-B)/hs;
    end
    Iqs=Iqst(n)+hs*Iqstt; %-----2
    Ids=Idst(n)+hs*Idstt;
    wr=wrt(n)+hs*wrтт;
    B=Bt(n)+hs*Btt;

```

```

Lt=[Iqst (n) ; Idst (n) ; wrt (n) ] ;

while norm(error,inf)> 0.1

L=[Iqs; Ids; wr];
Te=-Ids*Iqs*Xd+Iqs*Lw+Iqs*Ids*Xq;
wt=wr*wb/2;
Lm=r*wt/Vw;
Lin=(1/(Lm+0.08*B))-(0.035/(B^3+1));
Li=1/Lin;
Cp=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*Lm;
if Cp<0
    %Cp=0;
end

Tl=(0.5*p*Cp*Ar*Vw^3)/(wt*TB);

f=[(-rs*Iqs-rL*Iqs-wr*Xd*Ids+wr*Lw)*wb/Xq;
    (-rs*Ids-rL*Ids+wr*Xq*Iqs)*wb/Xd;
    (Tl-Te)/(2*H)];

q=(Z*(norm((L-Lt),2)^2)+((B-Bt(n))^2)-(hs^2)); %—————4

k1=0.5*p*Ar*Vw^3*P/(wb*TB); k2=r*wb/(Vw*P); k3=c2*0.035/(B^3+1);
k4=c5*0.035/(B^3+1); k5=-c1*k3-c1*c3*B-c1*c4; k6=c6*k2;
x1=k1*c1*c2; x2=0.08*B; x3=k1*k5; x4=k1*k6;
E=(exp(k4-c5/(k2*wr+x2))/(2*H))*(((x3*k2*wr+x3*x2+x1)*c5*k2/((k2*wr^2+x2
*wr)*(k2*wr+x2)^2))+((k2*wr^2+x2*wr)*x3*k2-(x3*k2*wr+x3*x2+x1)*(2*k2*wr+x2)
)/(k2*wr^2+x2*wr)^2);
Q=[(-rs-rL)*wb/Xq -wr*Xd*wb/Xq (-Xd*Ids+Lw)*wb/Xq;
    wr*Xq*wb/Xd (-rs-rL)*wb/Xd Xq*Iqs*wb/Xd;
    (Ids*Xd-Lw-Ids*Xq)/(2*H) (Iqs*Xd-Iqs*Xq)/(2*H) E];

fB=[0;
    0;
    -(Ar*P*Vw^3*p*(c1*exp(c5*(7/(200*(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 + (r*wb*wr)/(P

```

```

*Vw))) * (c3 - c2 * ((21*B^2) / (200*(B^3 + 1)^2) - 2 / (25*((2*B)/25 + (r*wb*wr) /
(P*Vw))^2)) - c1*c5*exp(c5*(7/(200*(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 + (r*wb*wr) /
(P*Vw)))) * ((21*B^2) / (200*(B^3 + 1)^2) - 2 / (25*((2*B)/25 + (r*wb*wr) / (P*Vw)
)^2)) * (c4 + B*c3 + c2*(7/(200*(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 + (r*wb*wr) / (P*Vw)))
)) / (4*H*TB*wb*wr)];
%-----6
Z1=(inv(Q))*(-f); %-----7
Z2=(inv(Q))*(fB);

if isnan(Z2)
    pause
    nann=1
end

hB=(-q-(2*Z*(L-Lt)'*Z1))/(2*(B-Bt(n))-2*Z*(L-Lt)'*Z2); %-----8
hL=(Z1-hB*Z2); %-----9

hIqs=hL(1,1);
hIds=hL(2,1);
hwr=hL(3,1);

Iqs=Iqs+hIqs; %-----10
Ids=Ids+hIds;
wr=wr+hwr;

B=B+hB;

error=[hL;hB];
end

h=h+1;
error=[1;1;1;1;1;1];
Iqst(n+1)=Iqs;
Idst(n+1)=Ids;
wrt(n+1)=wr;
Bt(n+1)=B;

```

```

    TE(n+1)=-Idst(n+1)*Iqst(n+1)*Xd+Iqst(n+1)*Lw+Iqst(n+1)*Idst(n+1)*Xq;
wt=wrt(n+1)*wb/2;
Lm=r*wt/Vw;
Lin=(1/(Lm+0.08*B))-(0.035/(B^3+1));
Li=1/Lin;
Cp=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*Lm;
if Cp<0
    Cp=0;
end
TL(n+1)=(0.5*p*Cp*Ar*Vw^3)/(wt*TB);
Iqs=Iqst(n);
Ids=Idst(n);
wr=wrt(n);
B=Bt(n);

k1=0.5*p*Ar*Vw^3*P/(wb*TB); k2=r*wb/(Vw*P); k3=c2*0.035/(B^3+1);
k4=c5*0.035/(B^3+1); k5=-c1*k3-c1*c3*B-c1*c4; k6=c6*k2;
x1=k1*c1*c2; x2=0.08*B; x3=k1*k5; x4=k1*k6;
E=(exp(k4-c5/(k2*wr+x2))/(2*H))*(((x3*k2*wr+x3*x2+x1)*c5*k2/((k2*wr^2+x2
*wr)*(k2*wr+x2)^2))+((k2*wr^2+x2*wr)*x3*k2-(x3*k2*wr+x3*x2+x1)*(2*k2*wr+x2
)/(k2*wr^2+x2*wr)^2));
Q=[(-rs-rL)*wb/Xq  -wr*Xd*wb/Xq  (-Xd*Ids+Lw)*wb/Xq;
    wr*Xq*wb/Xd  (-rs-rL)*wb/Xd  Xq*Iqs*wb/Xd;
    (Ids*Xd-Lw-Ids*Xq)/(2*H)  (Iqs*Xd-Iqs*Xq)/(2*H)  E];

pol=eig(Q);

subplot(1,2,1)
    plot(real(pol),imag(pol),'*')
    xlabel('Real')
    ylabel('Imag')
    hold on
subplot(1,2,2)
if max(real(pol))>0
    plot(B,TE(n),'*r')
else

```

```
    plot(B, TE(n), '*b')
end
    xlabel('Angulo de ataque')
    ylabel('T.e')
    hold on
    pause
end
```

### 4.3. Diagrama de bifurcación

Los diagramas de bifurcaciones contemplan una variable en particular llamada "variable significativa". Esta variable debe contener la mayor información posible del sistema. Esto quiere decir que debe implicar las variables de estado, así como los parámetros. Para el presente análisis se eligió el par eléctrico  $T_e$  como variable significativa, ya que esta variable contiene información de las corrientes y parámetros del motor.

Al aplicar el método de continuación al sistema se obtuvo la siguiente gráfica.

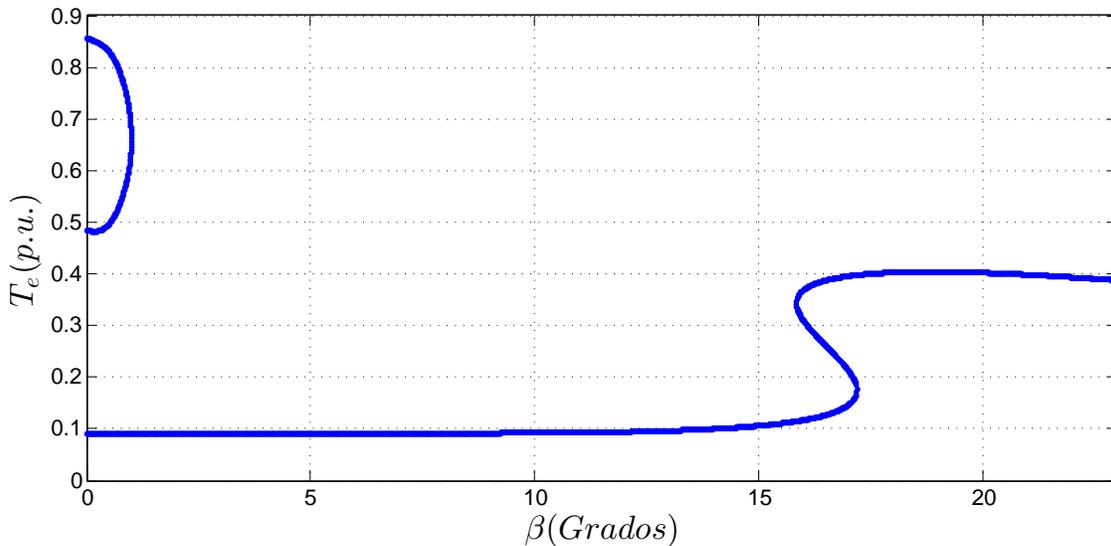


Figura 4.1: Diagrama de bifurcación.

En la figura 4.1 se puede apreciar multiplicidad de equilibrios en ciertos intervalos del parámetro  $\beta$ , por ejemplo, para  $\beta = 17$  existen 3 valores de  $T_e$  (0,3957, 0,2131 y 0,1475).

Es evidente que se presentan dos tipos de fenómenos de bifurcación: "Histeresis" para ( $0 < \beta < 1$ ) y "Supercritical saddle – node" para ( $15,8 < \beta < 17,2$ ), figura 4.2 y 4.3.

Estos fenómenos encontrados pueden causar graves problemas, ya que el valor de los parámetros en que ocurren se encuentran en valores de operación normales. Debido a esto, es necesario hacer un análisis de la estabilidad cuando existe este tipo de multiplicidad por las implicaciones que podría tener en el sistema.

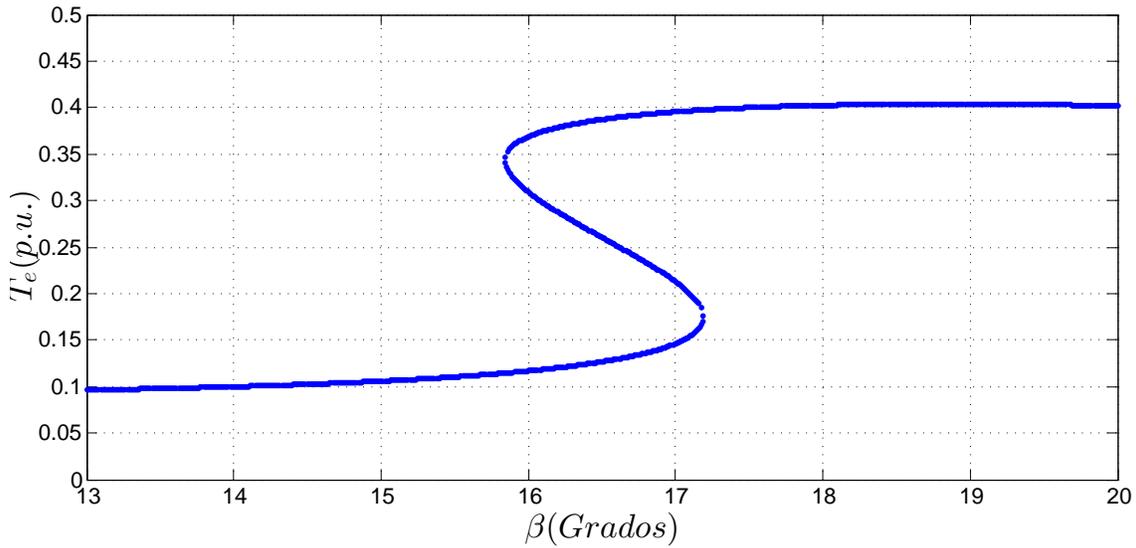


Figura 4.2: Histeresis.

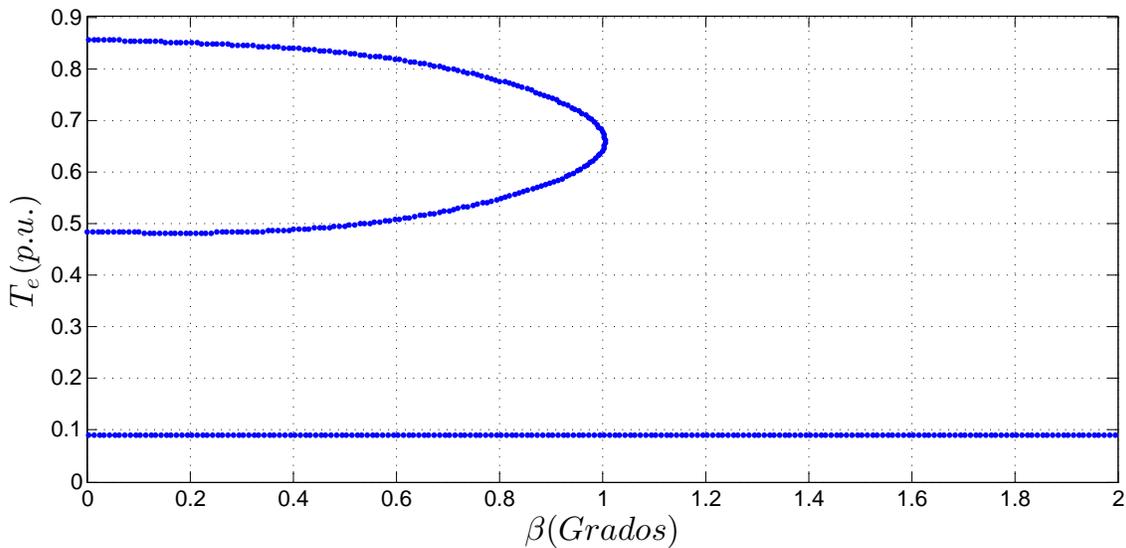


Figura 4.3: Supercritical saddle-node.

### 4.3.1. Caracterización de estabilidad de los equilibrios

La caracterización de la estabilidad de los equilibrios esta dada por el valor de los eigenvalores de la matriz linealizada en el plano complejo. Si en algún momento la parte real de los eigenvalores cambia de signo, la estabilidad del sistema se verá modificada.

La figura 4.4 muestra la trayectoria de los eigenvalores durante el proceso de continua-

ción.

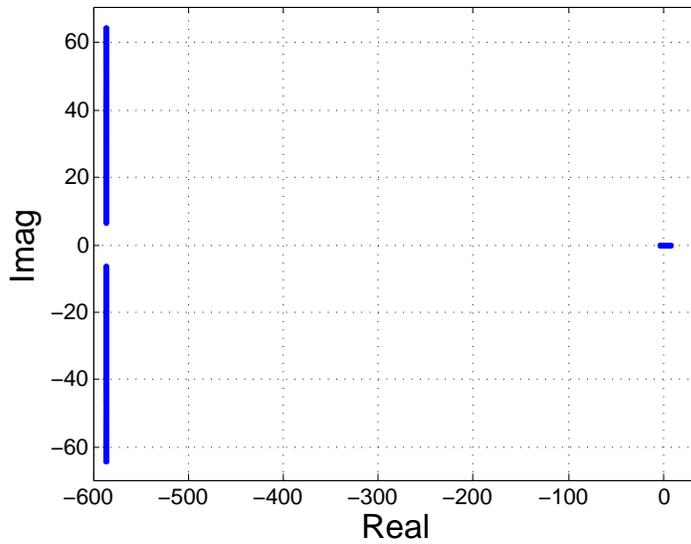


Figura 4.4: Eigenvalores del sistema.

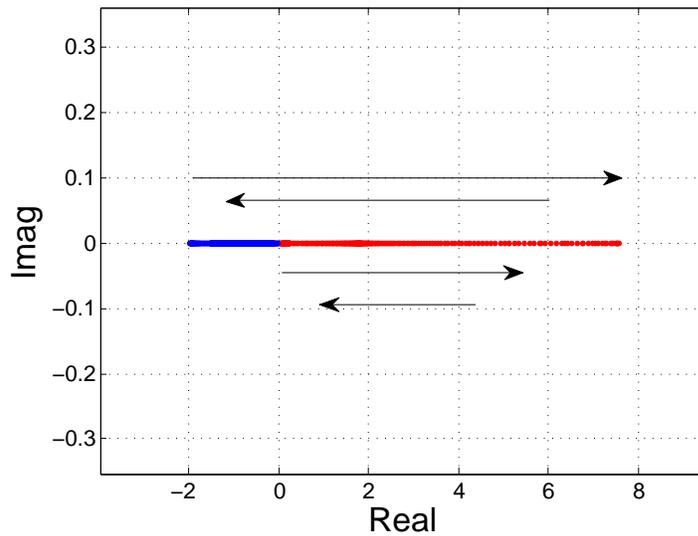


Figura 4.5: Trayectoria del eigenvalor crítico del sistema.

En la fig. 4.5 se muestra un acercamiento al eigenvalor crítico que define el cambio de estabilidad, donde los puntos de color rojo indican inestabilidad y los puntos de color azul estabilidad. Debido a este eigenvalor, el sistema cambia su estabilidad de estable a inestable conforme el valor de  $\beta$  varía. Posteriormente, el mismo eigenvalor retorna a valores nega-

tivos en el eje real volviendo al sistema estable nuevamente, repitiéndose una vez mas esta trayectoria, como se ilustra en la figura 4.5.

Para ilustrar la estabilidad de los puntos de equilibrio, se procede a caracterizar la estabilidad en el diagrama de bifurcación en base al comportamiento de los eigenvalores del sistema, Figuras 4.6 y 4.7.

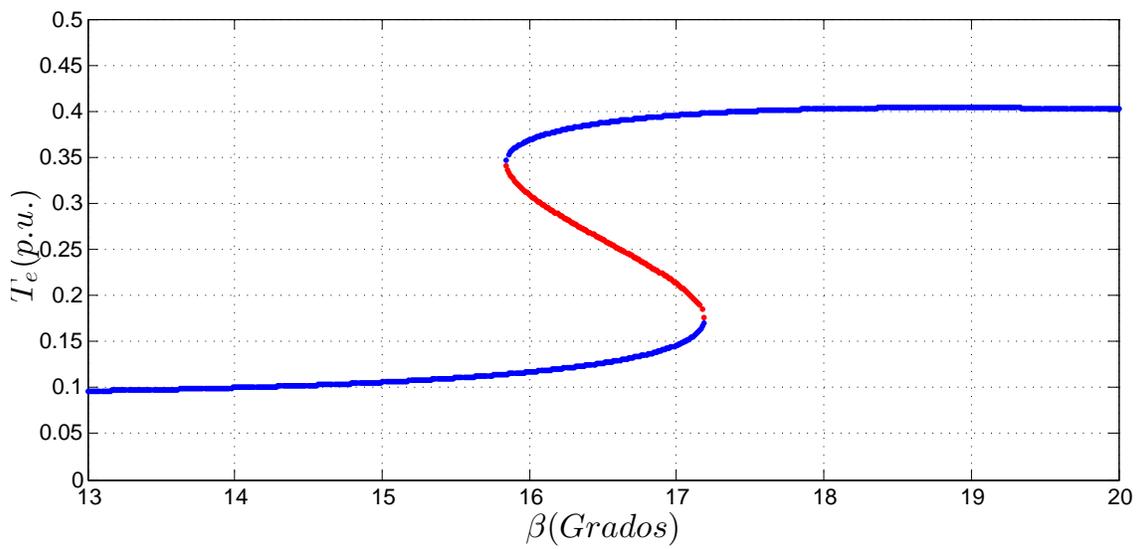


Figura 4.6: Histeresis.

Al igual que en el diagrama del plano complejo, las zonas inestables se representan de color rojo, mientras que las zonas estables de color azul.

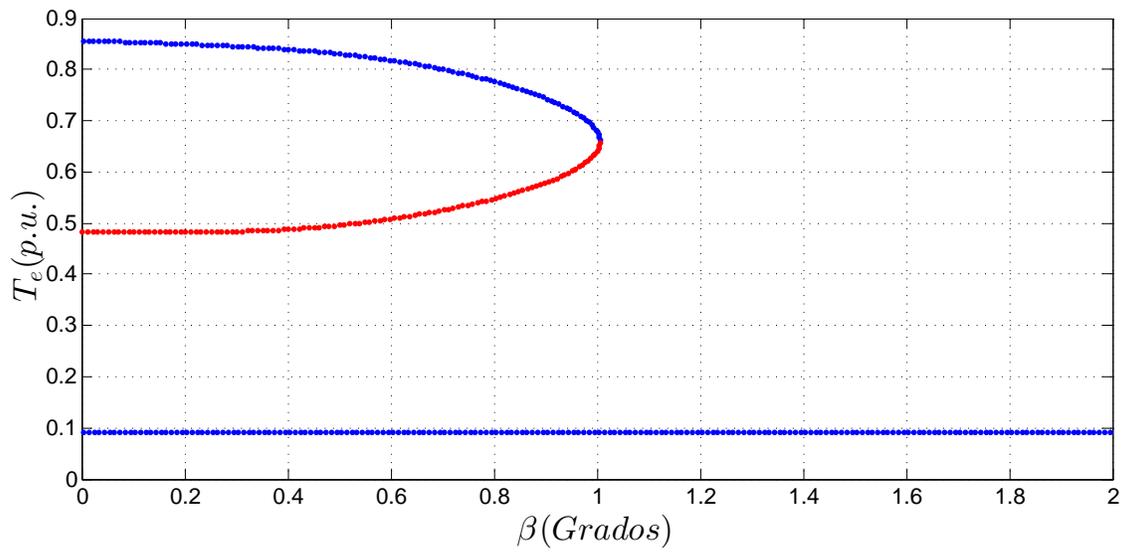


Figura 4.7: Supercritical saddle-node.

# *Capítulo* **5**

---

## *Conclusiones*

Con la presente investigación se puede concluir la existencia de fenómenos de bifurcación en el sistema de generación eólico con una maquina de imanes permanentes como generador ante variaciones en el ángulo de ataque. Este fenómeno puede ser nocivo para el sistema si no se prevé. Los fenómenos de bifurcación se encontraron en valores de parámetros de operación normal, esto conlleva a un peligro de ocurrencia elevado.

La multiplicidad de equilibrios en el sistema de generación muestra la existencia de equilibrios estables e inestables para un solo valor de  $\beta$ , existiendo la posibilidad de alterarse la estabilidad ante alguna perturbación.

El método de continuación es una de las herramientas mas útiles para el análisis de bifurcación. Sin embargo, es importante conocer el comportamiento normal del sistema antes de analizarlo con dicho método para tener una certeza de las implicaciones reales posibles de los resultados obtenidos.

La estabilidad de los equilibrios es analizada en conjunto con el método de continuación analizando los eigenvalores de la matriz linealizada del sistema. Cuando existe un cambio de estabilidad en el sistema, es muy probable la existencia de bifurcaciones, como se evidencio en este trabajo.

# Bibliografía

- [1] P. Blanchard, R.L. Devaney and G.R. Hall, “Differential Equations”, Thompson, 2006, pp. 96-111.
- [2] Francisco Salas G, “Bifurcaciones en el control de sistemas Electromecánicos”. Tesis doctoral, Universidad de Sevilla, España, 2002.
- [3] Emilio Freire M, “Análisis cualitativo y de bifurcaciones en sistemas dinámicos”. Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, España, 1982.
- [4] Takamatsu Hikaru, Sugiura Toshihiko, “Bifurcation of equilibria in Electromechanical Systems”. Journal of Dynamics and Design, Japan, 2004.
- [5] Zhen Li, Siu-Chung Wong, Chi K. TSE and Grace Chu, “Bifurcation in wind energy generation systems”. Proceedings of PEDG, 2010.
- [6] S. H. Strogatz, ”Nonlinear Dynamics and Chaos”, Perseus Books, 1994.
- [7] R. Seydel, ”Practical Bifurcation and Stability Analysis”, 3rd Ed, Springer.
- [8] Paul C. Krause, .^analysis of Electric Machinery and Drive Systems”. Mohamed E. El-Hawary, Series Editor. IEEE Press Power Engineering Series. IEEE, 2002.
- [9] J. G. Sloomweg, W.H. Haan, H. Polinder, W. L. Kling, “General Model for Representing Variable Speed Wind Turbines in Power System Dynamics Simulations”. IEEE Transactions on power systems, Vol 18, February 2003.

- [10] A. De Niet, "Step-size control and corrector methods in numerical continuation of ocean circulation and fill-reducing orderings in multilevel ILU methods", Master's thesis, University of Groningen, Netherlands.