

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
Maestría en Ciencias en Ciencias de la Computación

***“Impacto de la búsqueda local aplicada al  
Problema de Rutas de Vehículos  
con Ventanas de Tiempo”***

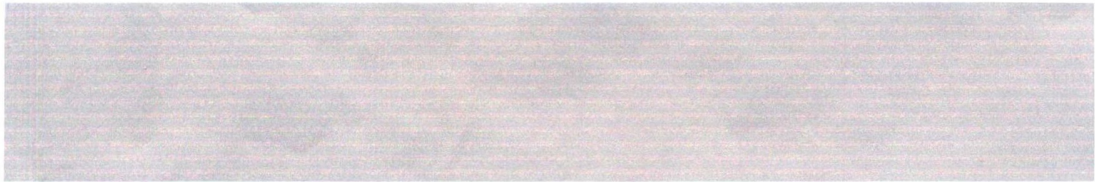
Tesis para obtener el grado de:  
***Maestro en Ciencias en Ciencias  
de la Computación***

Presenta:  
José Ricardo Cámara Covarrubias

Director de Tesis:  
Dr. Juan Javier González Barbosa

Codirector de Tesis:  
Dra. Claudia Guadalupe Gómez Santillán

Asesores:  
Dra. Laura Cruz Reyes  
Dr. Héctor Joaquín Fraire Huacuja



SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
 DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICA  
 INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CIUDAD MADERO

SECRETARÍA DE  
 EDUCACIÓN PÚBLICA

Cd. Madero, Tamps; a **20 de Enero de 2012.**

OFICIO No.: U5.009/12  
 AREA: DIVISIÓN DE ESTUDIOS  
 DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
 ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN  
 DE TESIS

**C. ING. JOSÉ RICARDO CÁMARA COVARRUBIAS  
 PRESENTE**

Me es grato comunicarle que después de la revisión realizada por el Jurado designado para su examen de grado de Maestría en Ciencias en Ciencias de la Computación, se acordó autorizar la impresión de su tesis titulada:

**“IMPACTO DE LA BÚSQUDA LOCAL APLICADA AL PROBLEMA DE RUTAS DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO”**

Es muy satisfactorio para la División de Estudios de Posgrado e Investigación compartir con Usted el logro de esta meta. Espero que continúe con éxito su desarrollo profesional y dedique su experiencia e inteligencia en beneficio de México.

**ATENTAMENTE**  
**“Por mi Patria y por mi Bien”**

*Maria Yolanda Chavez Cinco*  
**M.P. MARÍA YOLANDA CHÁVEZ CINCO**  
**JEFA DE LA DIVISIÓN**



**S.E.P.**  
 DIVISION DE ESTUDIOS  
 DE POSGRADO E  
 INVESTIGACION  
 I T C M

c.c.p.- Archivo  
 Minuta

MYCHC MYCO aygc



## **Declaración de Originalidad**

Declaro y prometo que este documento de tesis es producto de mi trabajo original y que no infringe los derechos de terceros, tales como derecho de publicación, derechos de autor, patentes y similares.

Además, declaro que en las citas textuales que he incluido (las cuales aparecen entre comillas) y en los resúmenes que he realizado de publicaciones ajenas, indico explícitamente los datos de los autores y las publicaciones.

Además, encaso de infraccionar los derechos de terceros derivados de este documento de tesis, acepto la responsabilidad de la infracción y relevo de ésta a mi director y codirector de tesis, así como al Instituto Tecnológico de Cd. Madero y sus autoridades.

Diciembre de 2011, Cd. Madero, Tamaulipas

---

José Ricardo Cámara Covarrubias

# *Dedicatoria*

*Dedico este trabajo a las personas mas especiales de mi vida: A mis padres, a mi hermana Maribel y a mi amada María José.*

***A ti Papá:** Porque has sido el mejor de mis ejemplos. Porque sin ti nunca hubiera podido llegar hasta aquí.*

***A ti Mamá:** Porque siempre me has apoyado a lo largo de mi vida. Porque ansió el día en que pueda corresponderte, aunque sea un poco, todo lo que haces por mi.*

***A ti Maribel:** Porque siempre has creído en mi. Porque has fomentado en mi el deseo de superación y triunfo en mi vida.*

***A ti María José:** Porque fuiste mi principal motivación para completar esta etapa de mi vida, al imaginar nuestra vida juntos.*

## *Agradecimientos*

*Agradezco a mi asesor en esta investigación, Dr. Juan Javier Gonzales Barbosa, gracias por su apoyo, por todos sus consejos que me permitieron seguir adelante. Mi agradecimiento mas sincero para usted por todo el tiempo que compartimos juntos.*

*Gracias Dra. Claudia Guadalupe Gómez Santillán, gracias por su apoyo y por la paciencia que tuvo conmigo para guiarme a pesar de las adversidades. Mi mas sincero aprecio, por su hospitalidad y por todo el tiempo que compartimos juntos. Nunca olvidare las lecciones aprendidas de usted.*

*Reciban un profundo reconocimiento las instituciones que hicieron posible este trabajo: el Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACYT) y el Instituto Tecnológico de Ciudad Madero (ITCM).*

*Gracias a toda mi familia, por apoyarme en esta etapa de mi vida, por su paciencia y comprensión que siempre han tenido para mi. Nunca podre expresar con palabras todo lo que les debo, son mi respaldo y soporte cada día de mi vida.*

*Y sobre todo, gracias Dios mío, porque en ningún momento me dejaste solo a pesar de todas mis fallas.*

## RESUMEN

En el área de las Ciencias Computacionales, el *Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo* (VRPTW, por sus siglas en inglés) se define como el problema de diseñar rutas con el menor costo de viaje desde un almacén central, a un conjunto de clientes geográficamente dispersos, con demandas conocidas y con horario de atención establecido (ventanas de tiempo). Debido a su relevancia en los ámbitos científicos y sectores productivos y de servicio, el VRPTW ha recibido atención en las últimas décadas.

En este trabajo se aborda un algoritmo de Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, por sus siglas en inglés) para resolver el VRPTW (ACS-VRPTW). El ACS se basa en el comportamiento real de las hormigas, las cuales encuentran el camino de su colonia a la fuente de comida mediante el uso de una sustancia química llamada “feromona”. La feromona es utilizada por las hormigas para registrar la información de los caminos recorridos durante la búsqueda de comida; los mejores caminos son favorecidos con mayor cantidad de feromona. De esta forma, el algoritmo ACS-VRPTW hace uso de hormigas artificiales que parten de un almacén central a un conjunto de clientes a visitar, mientras se cumplan con las restricciones de capacidad de vehículos y de ventanas de tiempo.

Para mejorar el desempeño del algoritmo ACS-VRPTW propuesto, se diseñó una estrategia de caracterización del ambiente que proporciona información adicional a la hormiga en la construcción de rutas. Esta estrategia caracteriza la duración de las ventanas de tiempo de los clientes para modificar la información de la feromona en el ambiente. De esta manera, se busca que la hormiga le sea más deseable visitar aquellos clientes que tengan una duración corta de ventana de tiempo, para reducir los tiempos de espera que se generarían al no visitarlos. La estrategia de *caracterización del ambiente* propuesta, muestra que *es factible resolver de manera eficiente* el VRPTW. El algoritmo ACS-VRPTW propuesto al ser comparado con los algoritmos de la línea de investigación que se sigue, ha obtenido una mejora significativa del 1.4% en la reducción de la cantidad de vehículos utilizados para resolver el VRPTW.

## SUMMARY

In the field of Computer Science, the *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW) is formally stated as the problem of designing least cost routes from a depot to a set of geographically scattered customers of known demand and service times (time windows). Because of its importance in computer science, operations research and transportation logistics, the VRPTW has received much attention in recent decades.

This research presents an Ant Colony System (ACS) algorithm that solves the VRPTW (ACS-VRPTW). The ACS algorithm is based on the actual behavior of real ants, which find their way to their colony to the food source by using a chemical substance called “pheromone”. The pheromone is used to record information of traveled trails by other ants during the search of food; therefore the best trails are favored with the most pheromone. Thus, the ACS-VRPTW uses artificial ants that start from the depot to a set of customers to visit as long as they meet with the vehicle capacity and time windows constraints.

To improve the performance of ACS-VRPTW algorithm proposed in this research, we designed a strategy for the characterization of the environment that provides additional information to the ant in the constructions of routes. This strategy characterizes the duration of the time windows to modify the information of the pheromone in the environment. Thus, it is intended that the ant desires to visit clients who have a short time windows to reduce the waiting times that would be generated by not visiting them.

The strategy of the characterization of the environment that is proposed shows that it is feasible to efficiently solve the VRPTW. Therefore the proposed ACS-VRPTW algorithm is compared with other algorithms that this research follows, the results shows that the proposed algorithm has achieved a significant improvement of 1.4% in the reduction of the number of vehicles used to solve the VRPTW.

# TABLA DE CONTENIDO

---

DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD .....	i
RESUMEN .....	ii
<b>Capítulo 1. INTRODUCCIÓN</b> .....	1
1.1. Antecedentes .....	1
1.2. Descripción del Problema de Investigación .....	2
1.3. Objetivos .....	3
1.3.1. Objetivo General .....	3
1.3.2. Objetivos Específicos .....	4
1.4. Alcances y Limitaciones .....	4
1.5. Hipótesis .....	4
1.6. Justificación .....	5
1.7. Organización del Documento .....	6
<b>Capítulo 2. MARCO TEORICO</b> .....	7
2.1. El Problema de Rutas de Vehículos .....	7
2.2. Descripción Formal .....	8
2.3. Variantes del VRP .....	9
2.4. El Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo .....	11
2.5. Complejidad de los Problemas .....	13
2.5.1. Problemas de Decisión y Análisis de Algoritmos .....	14
2.5.2. La Clase P .....	14
2.5.3. Problemas Intratables .....	14
2.5.4. Clase NP .....	14
2.5.5. Relación entre P y NP .....	15
2.5.6. Transformación Polinomial .....	15
2.5.7. Problemas NP-Completos y NP-Duros .....	15
2.6. Complejidad del VRPTW .....	15
2.7. Enfoques de Solución .....	17



2.7.1. Métodos Exactos .....	17
2.7.2. Métodos Heurísticos.....	17
2.8. Optimización basada en Hormigas.....	18
<b>Capítulo 3. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>22</b>
3.1. Trabajos Relacionados con el VRPTW.....	22
3.2. Análisis del Estado del Arte .....	26
<b>Capítulo 4. METODOLOGIA DE LA SOLUCIÓN .....</b>	<b>29</b>
4.1. Metodología de Análisis Experimental.....	29
4.2. Caracterización del Problema de Investigación .....	31
4.2.1. Descripción de las Instancias de Prueba.....	31
4.2.2. Distribución de las Distancias .....	33
4.2.3. Distribución de la Duración de las Ventanas de Tiempo .....	34
4.3. Caracterización del Comportamiento del Algoritmo .....	35
4.3.1. Definición del Calculo de la Información Heurística.....	38
4.3.2. Lista Restringida Adaptativa .....	40
4.3.3. Búsqueda Inicial .....	42
4.3.4. Búsqueda Local .....	42
4.3.5. Aprendizaje por Niveles .....	45
4.4. Caracterización del Desempeño Final.....	45
<b>Capítulo 5. EXPERIMENTACION Y RESULTADOS.....</b>	<b>46</b>
5.1. Caracterización de la Distribución de las Distancias .....	46
5.1.1. Distribución de las Distancias para la Clase C.....	46
5.1.2. Distribución de las Distancias para la Clase R.....	49
5.1.3. Distribución de las Distancias para la Clase RC .....	50
5.2. Caracterización de la Distribución de las Ventanas de Tiempo.....	52
5.2.1. Distribución de Duración de Ventanas de Tiempo del Tipo Lineal.....	52
5.2.2. Distribución de Duración de Ventanas de Tiempo del Tipo Curvo.....	54
5.2.3. Distribución de Duración de Ventanas de Tiempo del Tipo Escalonada..	56

5.3. Estructura del Algoritmo Propuesto .....	59
5.3.1. Propuesta de Arquitectura de Solución .....	59
5.3.2. Estrategia Propuesta para Caracterización: Lista Restringida Extendida..	60
5.3.3. Propuesta para el Calculo de la Información Heurística .....	63
5.4. Descripción del Algoritmo Propuesto .....	63
5.5. Experimentación y Resultados .....	69
<b>Capítulo 6. CONCLUSIONES</b> .....	71
6.1. Conclusiones .....	71
6.2. Trabajos Futuros.....	73
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	74

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 2.1 Ejemplo gráfico de VRP .....	8
Figura 4.1 Esquema de metodología propuesta.....	30
Figura 4.2 Esquema de Solución propuesto por [Herrera, 2006] .....	36
Figura 4.3 Esquema de Solución propuesto por [Arrañaaga, 2007] .....	37
Figura 4.5 Procedimiento de Agrupación Jerárquica .....	42
Figura 4.6 Procedimiento de Búsqueda Local.....	43
Figura 4.7 Esquema 3-opt, se muestra las ocho posibles combinaciones que ofrece el operador 3-opt, dicho operador solo puede actuar sobre una misma ruta .....	44
Figura 4.8 Esquema Cross-Exchange, éste operador actúa sobre dos rutas, donde la longitud de los segmentos que interviene de ambas rutas puede variar desde cero hasta tres nodos, este enfoque añade una gran versatilidad al esquema .....	44
Figura 5.1 Grafica de frecuencia $P(k)$ para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C1 con 100 clientes .....	47
Figura 5.2 Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C1 con 100 clientes.....	48
Figura 5.3 Grafica de frecuencia $P(k)$ para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C2 con 100 clientes .....	48
Figura 5.4 Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C2 con 100 clientes.....	49
Figura 5.5 Grafica de frecuencia $P(k)$ para las instancias de [Solomon, 1987] de clase R1 y R2 con 100 clientes.....	49
Figura 5.6 Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase R1 y R2 con 100 clientes .....	50
Figura 5.7 Grafica de frecuencia $P(k)$ para las instancias de [Solomon, 1987] de clase RC1 y RC2 con 100 clientes.....	51
Figura 5.8 Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase RC1 y RC2 con 100 clientes.....	51

Figura 5.9 Instancias de [Solomon, 1987] que presentan una distribución del tipo lineal para la caracterización de la duración de las ventanas de tiempo .....	53
Figura 5.10 Instancias de [Solomon, 1987] que presentan una distribución del tipo curvo para la caracterización de la duración de las ventanas de tiempo .....	54
Figura 5.11 Instancias de [Solomon, 1987] que presentan una distribución del tipo escalonada para la caracterización de la duración de las ventanas de tiempo .....	56
Figura 5.12 Esquema de Solución propuesto en esta investigación .....	59
Figura 5.13 Topología de la instancia R103, con una distribución de ventanas de tiempo del tipo escalonada con el 50% de los clientes. Se clasifican los clientes con ventanas cortas (nodos azules), clientes con ventanas amplias (nodos negros) y el almacén (nodo rojo)	62
Figura 5.14 Algoritmo MACS para el VRPTW .....	64
Figura 5.15 Procedimiento de ACS-VEI para el MACS-VRPTW .....	66
Figura 5.16 Procedimiento de ACS-TIME para el MACS-VRPTW .....	67
Figura 5.17 Procedimiento nueva_solución( ).....	68

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 2.1 Parámetros que conforman el VRPTW .....	12
Tabla 3.1 Comparación de desempeño de algoritmos del estado del arte .....	26
Tabla 3.2 Abreviatura de la tabla 3.1 mostrando el nombre del autor, metodología y año de publicación de la investigación correspondiente .....	27
Tabla 3.3 Análisis de las estrategias utilizadas en el ACS para resolver el VRPTW ....	28
Tabla 4.1 Elementos presentes en las instancias de [Solomon, 1987] .....	32
Tabla 4.2 Clasificación de la topología de las instancias de [Solomon, 1987] según su prefijo .....	32
Tabla 4.3 Sub-clasificación de las ventanas de tiempo para las instancias de [Solomon, 1987] según su postfijo .....	33
Tabla 4.4 Descripción de los parámetros utilizados en el MACS-VRPTW .....	38
Tabla 5.1 Formulación del calculo de $\eta$ presentado por diferentes autores .....	63
Tabla 5.2 Promedio de vehículos en las soluciones obtenidas por [Herrera, 2006], [Arrañaga, 2007] y los resultados de esta investigación .....	69
Tabla 5.3 Promedio de tiempo de viaje en las soluciones obtenidas por [Herrera, 2006], [Arrañaga, 2007] y los resultados de esta investigación .....	70

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

---

En este capítulo se proporciona un panorama general del trabajo de investigación desarrollado; se presentan sus antecedentes, definición del problemas, objetivos y justificación; así como una descripción de la organización de este documento.

### 1.1 Antecedentes

La logística aplicada a los sistemas de transportes es un problema presente en los sectores productivos y de servicio, ya que los clientes necesitan ser abastecidos por los distribuidores de manera efectiva y eficiente. Debido a esto, la distribución de productos representa uno de los mayores retos de la logística. Estudios revelan que la adecuada minimización de las erogaciones que estas tareas originan, daría como resultado ahorros significativos en el rango del 5 al 20% del costo total del producto [Toth, 2001].

Un problema muy conocido en la comunidad científica, que se asocia al problema de la gestión de transporte, es el Problema de Rutas de Vehículos (Vehicle Routing Problem, VRP, por sus siglas en inglés). El VRP tiene sus orígenes en el Problema de Envío de Camiones estudiado por [Dantzing, 1959] el cual consiste en determinar las rutas optimas para satisfacer las demandas de un conjunto de clientes conocido; con la característica de que las rutas inician y terminan en un almacén central y solamente se asocia un vehículo por ruta. Además, se añade la restricción de que cada cliente es servido una vez y todos los clientes deben ser atendidos sin exceder la capacidad máxima de transporte del vehículo.

Para extender el VRP tradicional, se agrega la restricción de asociar una ventana de tiempo a cada cliente, se define como un intervalo de tiempo en el que cada cliente debe ser atendido. De esta manera, se define el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo (Vehicle Routing Problem with Time Windows, o VRPTW por sus siglas en inglés) [Pisinger, 2005; Reimann, 2003].

Debido a sus aplicaciones en el área de logística de transporte en la vida real, el VRPTW ha sido extensamente estudiado en la literatura. Este problema se ha abordado desde diversos enfoques por los investigadores desarrollando diversos métodos de solución. A pesar de estos avances, aun no es posible brindar una solución con métodos exactos debido a la alta complejidad combinatoria que posee el VRPTW [Pisinger, 2005; Hall, 2004].

En el presente documento se sigue una línea de investigación iniciada por [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007], en la cual se desarrolla un método de solución con base al Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, Ant Colony System) para resolver el VRPTW.

## **1.2 Descripción del Problema de Investigación**

El VRPTW como se describe en [Potvin, 2009], es el problema de diseñar las rutas con el menor costo de viaje de un almacén central, a un conjunto de clientes geográficamente dispersos, con demandas conocidas y con un horario de atención establecido. Las rutas deben ser diseñadas de tal manera que cada cliente sea visitado solamente una vez, por un vehículo dentro del intervalo de tiempo definido por el horario de atención de cada cliente. El vehículo se debe mantener en la localidad del cliente mientras ofrece el servicio, y en caso de que éste llegue antes que el cliente este listo, el vehículo deberá esperar. Finalmente, todas las rutas posibles deben comenzar y terminar en el almacén central, siempre y cuando el acumulado de las entregas de cualquier cliente no exceda la capacidad del vehículo.

A continuación se describen de manera general los factores que agregan complejidad al VRPTW:

- Centros de embarque, los cuales tienen asociado:
  - Un horario de trabajo
  - Una flotilla de unidades móviles de diversos tipos y con distintas capacidades de carga
- Clientes o puntos de visita que poseen:
  - Demanda de productos
  - Tiempo de servicio
  - Un horario de atención
- Caminos que conectan clientes y centros de embarque con un costo de viaje asociado

Dado los elementos mencionados se busca una configuración de rutas y horarios que cumplan con los dos objetivos de optimización con preferencia jerárquica:

- Minimizar el número de vehículos empleados
- Reducir el tiempo total de viaje requerido

## **1.3 Objetivos**

Los objetivos del presente trabajo de investigación se muestran dentro de esta subsección.

### **1.3.1 Objetivo General**

Desarrollar un estrategia que reduzca la cantidad de vehículos necesarios para solucionar el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo, incluyendo información del ambiente.



### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Complementar el desarrollo de la metodología iniciada en [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007] para el VRPTW con el propósito de obtener un mejor rendimiento considerando en orden de importancia los siguientes objetivos:
  - Minimizar la cantidad de vehículos empleados
  - Reducir el tiempo total de viaje de los vehículos
- Realizar un estudio formal de las instancias utilizadas en benchmarking para el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo.
- Caracterizar el ambiente (topología y ventanas de tiempo) para proporcionar información al Sistema de Colonia de Hormigas en el VRPTW.

### 1.4 Alcances y Limitaciones

#### Alcances

Este trabajo de investigación permitirá ampliar la metodología propuesta por [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007] al incluir información de la estructura topológica de las instancias propuestas por [Solomon, 1987] y la caracterización de las ventanas de tiempo:

#### Limitaciones

- No se usaran las instancias de [Gehring y Homberger, 1999] para la experimentación.
- Se tomara como base el código de [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007].
- El lenguaje de programación es C#

### 1.5 Hipótesis

Al obtener información adicional con las características descritas en la definición del problema y utilizar la caracterización del ambiente, se logrará:

- Minimizar la cantidad de vehículos utilizadas en la solución
- Reducir o mantener el tiempo total de viaje requerido por la solución.

## **1.6 Justificación**

Una gran cantidad de empresas nacionales realizan la programación de transporte y distribución de productos en forma manual con base en la experiencia; por ello, el uso de un sistema logístico que permita asignar y distribuir rutas, cargas y horarios en forma automática, contribuirá a lograr una mayor eficiencia en la realización de dichas tareas.

Actualmente el desarrollo de software logístico en nuestro país es pobre, por otra parte las herramientas extranjeras disponibles son muy costosas, algunas endémicas de la región donde fueron desarrolladas, y la mayoría carece del conjunto de restricciones necesarias para abordar una situación apegada a la realidad nacional [Rangel, 2005].

En el Tecnológico de Ciudad Madero desde el 2005 se dio inicio a una herramienta de desarrollo de software logístico para una empresa nacional. Se han desarrollado varias versiones de solución, la última fue desarrollada en [Arrañaga, 2007], esta tiene como objetivo la implementación de una estrategia de mejora para un Sistema de Colonia de Hormigas aplicado al VRPTW, y a su vez lograr un desempeño competitivo con los presentados en su estado del arte.

Sin embargo, debido al desempeño mostrado por el ACS en conjunto a las estrategias de mejora desarrolladas en [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007], se hace necesario un análisis sobre las configuraciones del mismo, así como la aplicación de un modelado de soluciones obtenidas por el ACS, con el fin de disminuir los vehículos y la distancia recorrida.

## **1.7 Organización del Documento**

En el presente documento se encuentra organizado de la siguiente forma, el Capítulo 2 contiene información general sobre el VRPTW, las restricciones que comprende, así como la justificación de su complejidad. El Capítulo 3 enlista el estado del arte científico de solución para el VRPTW. Posteriormente, en el Capítulo 4 se propone una metodología de solución donde se describe en forma detallada las características y soluciones propuestas de la problemática, al igual que una propuesta de mejora con base al trabajo realizado por [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007]. La experimentación y resultados de la estrategia propuesta del capítulo anterior, se presenta en el Capítulo 5. Finalmente en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones generadas y trabajos futuros vislumbrados por este trabajo de investigación.

# Capítulo 2

## MARCO TEÓRICO

---

El capítulo inicia con la definición general del VRP y un breve resumen de las variantes involucradas en este trabajo de investigación. Posteriormente se detalla los análisis de las instancias utilizadas para el VRPTW, las funciones de caracterización, la complejidad algorítmica, las estrategias de solución y la metodología propuesta a utilizar en este trabajo de investigación.

### 2.1 El Problema de Rutas de Vehículos

La programación y ruteo de vehículos ha sido de gran interés para la comunidad científica en las últimas décadas; debido a los beneficios que traería el poder encontrar una solución óptima, a pesar de la complejidad que esta tarea involucra.

El Problema de Rutas de Vehículos (VRP, Vehicle Routing Problem), es el nombre bajo el cual se encuentra comprendida toda una clase de situaciones; en las que debe determinarse un conjunto de rutas, visitando ciudades o clientes geográficamente dispersos por una flotilla de vehículos, como se observa en la Figura 2.1. El objetivo primordial del VRP, como lo planteó [Dantzing, 1959] es satisfacer las demandas conocidas de los clientes mediante uno o varios circuitos que inician y terminan en el almacén central. Como cada camión es asociado a una ruta o circuito, se persigue minimizar la cantidad de vehículos empleados.

El VRP clásico por definición propia es un problema de optimización entera de naturaleza NP-duro, esto significa que el esfuerzo computacional requerido para resolverlo incrementa exponencialmente en relación a la complejidad del mismo [Dantzing, 1959].

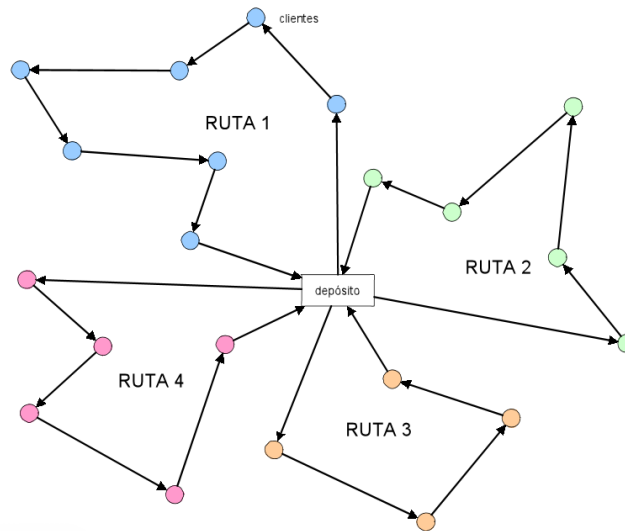


Figura 2.1 Ejemplo gráfico de VRP

## 2.2 Descripción Formal del Problema

En forma general, el problema clásico del VRP se puede definir formalmente a través de un grafo  $G(V, E)$  con un vértice especial  $v_0$  que representa el almacén central, un conjunto de vértices  $V - v_0$  que simbolizan los  $n$  clientes a visitar y una serie de aristas  $E$  con costos o tiempos asociados  $c_{ij}$  a ellas.

- $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$  es el conjunto de vértices  $v_i$ , tal que  $V - v_0$  representa los clientes y  $v_0$  el almacén central.
  - Todo cliente tiene una demanda  $q_i$  a satisfacer por el centro de embarque.
- $E = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V \wedge i \neq j\}$  es el conjunto de arcos.
  - Cada arco tiene asociado un valor  $c_{ij}$  que representa el costo de transporte de  $v_i$  a  $v_j$ .

El objetivo del problema es encontrar un conjunto  $m$  de rutas de vehículos que inicien y terminen en el almacén, que sean de costo mínimo, y que estén diseñadas de tal forma que los vértices restantes del grafo sean visitados exactamente una vez por los vehículos. El valor de  $m$  puede ser parte de los datos o de las variables de decisión [Rangel, 2005].

## 2.3 Variantes del VRP

Debido al alto nivel de relajación con que cuenta la definición original de VRP, se han desarrollado a lo largo del tiempo diversas variantes de este problema, cada una de las cuales propone una restricción adicional al planteamiento, incrementando al mismo tiempo tanto la dificultad como la cercanía con un modelo de la realidad. En seguida se presenta una recapitulación de las variantes más comunes que se encuentran en la literatura.

### VRP Capacitado

(CVRP, Capacitated VRP). Es la variante VRP más común que existe y se encuentra incluida en todas las extensiones más complejas. De acuerdo a [Blasum, 2002; Ralphs, 2003; Shaw, 1998] el CVRP posee un número de vehículos con capacidad de carga limitada, ésta no debe ser excedida en la ruta asignada. El objetivo es encontrar un conjunto de rutas tal que minimice el número de unidades empleadas.

### VRP con Ventanas de Tiempo

(VRPTW, VRP with Time Windows). Con base en [Jong, 1996; Shaw, 1998; Gambardella, 1999; Dorronsoro, 2005; Potvin, 2009] la descripción del VRPTW es similar al CVRP, la diferencia es que adiciona ventanas de tiempo en los clientes (lapsos de tiempo dentro de los cuales sólo se atiende a los vehículos) y en el almacén central. El problema es multiobjetivo manipulándose de manera jerárquica: 1) minimizar el número de vehículos utilizados y 2) minimizar el tiempo total de viaje necesario para proveer a todos los clientes.

VRP con Múltiples Ventanas de Tiempo

(VRPMTW, VRP with Multiple Time Windows). Estudiada en [Jong, 1996], esta variante se considera una generalización del VRPTW, pues amplía su definición al uso de diferentes ventanas de tiempo por cliente. En situaciones reales estas ventanas de tiempo variadas se pueden interpretar como los diferentes turnos de trabajo de los clientes.

VRP con Múltiples Centros de Embarque

(MDVRP, Multiple Depots VRP). El MDVRP de [Mingozi, 2003; Jin, 2004] plantea un conjunto de centros de embarque cada uno con una flotilla de vehículos propia a través de los cuales se satisfacen las demandas de los clientes. Si los clientes están agrupados en los centros de embarque (es decir, un conjunto específico de clientes es asociado a un almacén central determinado) se considera cada grupo como un problema VRP independiente y se resuelve como tal. Por otro lado, si los clientes y centros de embarque se encuentran entremezclados entonces se tiene un caso de MDVRP. El objetivo es minimizar la flotilla de vehículos empleada y la suma del tiempo de viaje, satisfaciendo las demandas de todos los clientes para los distintos centros de embarque.

VRP con Partición y Entrega

(SDVRP, Split Delivery VRP). [Archetti, 2001; Dorronsoro, 2005] consideran al SDVRP como una complicación del VRP, donde es permitido que un cliente sea servido por diferentes vehículos si esto reduce el costo general. Este enfoque es importante si el tamaño de las órdenes de los clientes es mayor o igual a la capacidad de los vehículos. En [Dror, 1994] se concluyó que es aún más difícil obtener una solución óptima para el SDVRP que para el VRP clásico.

VRP Dependiente del Sitio

(sdVRP, site dependent VRP). [Thangiah, 2003; Pisinger, 2005] lo describen indicando que algunos clientes deben ser abastecidos sólo por un subconjunto de vehículos o centros de embarque previamente especificados. Esta dependencia en ciertos casos se debe a que las condiciones geográficas de los clientes no permiten que toda la flotilla disponible de un

almacén pueda ser empleada para cubrir sus pedidos o bien, que los clientes sólo puedan recibir vehículos de hasta un tamaño específico por la capacidad de sus andenes.

#### VRP con Múltiple Uso de Vehículos

(VRPM, VRP with Multiple Use of Vehicles). A diferencia del VRP estándar donde los vehículos son usados una sola vez, en la extensión VRP estudiada en [Fleischmann, 1990; Taillard, 1996; Dorronsoro, 2005], las unidades de transporte pueden ser asignadas a tantas rutas como su tiempo de servicio les permita. El VRPM busca reducir el número de vehículos que son necesarios para cubrir las demandas y minimizar los costos totales.

#### VRP con Capacidad Limitada

(CCVRP, Customer Capacity VRP). [Rangel, 2005] establece que tanto los clientes como los centros de embarque pueden tener una capacidad limitada para atender simultáneamente a los vehículos que los abastecen, esto producto de diferentes situaciones, como por ejemplo del número de andenes que poseen.

## **2.4 El Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo**

El Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRPTW, Vehicle Routing Problem with Time Windows) formalmente tiene el objetivo de diseñar un conjunto de rutas  $R$  con el menor costo de viaje de un almacén central  $v_0$ , con una flotilla de  $k$  vehículos disponibles a un conjunto de  $n$  clientes geográficamente dispersos con demandas conocidas  $d$  y con un horario de atención establecido  $[e_i, l_i]$ . Entonces la definición formal del VRPTW se define formalmente a través de un grafo  $G(V,E)$ , donde:



Tabla 2.1. Parámetros que conforman el VRPTW.

Parámetro	Descripción
$V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$	Conjunto de vértices $v_i$ , tal que $v_i \in (V - \{v_0\})$ representa los clientes y $v_0$ el almacén central.
$E = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V \wedge i \neq j\}$	Conjunto de arcos, donde cada arco tiene asociado un valor $C_{ij}$ que representa el costo de transporte de $V_i$ a $V_j$ .
$R$	Conjunto de rutas de costo total mínimo, que inician y terminan en el almacén central $v_0$ .
$D$	Conjunto de demandas conocidas de los clientes a visitar
$[e, l]$	Conjunto de ventanas de tiempo de los clientes (lapsos de tiempo dentro de los cuales se atienden a los vehículos).
$K$	Conjunto de vehículos utilizados. Cada vehículo tiene una ruta $r_i$ asociada.
$q_k$	Representa la capacidad de un vehículo $k$ .

Si  $(i, j)$  es un arco de solución,  $t_i$  y  $t_j$  es la hora de llegada del cliente  $i$  y  $j$ ; las ventanas de tiempo implican que  $t_i \leq l_i$  y  $t_j \leq l_j$ . Por otro lado, si  $t_i \leq e_i$ , entonces el vehículo deberá esperar hasta que el cliente abra y necesariamente  $t_j = e_i + s_i + t_{ij}$ . El problema es multiobjetivo manipulándose de manera jerárquica y se formula para una flota de vehículos heterogénea:

1. Minimizar el número de vehículos utilizados.
2. Minimizar el tiempo total de viaje y de espera necesario para proveer a todos los clientes.

$$\min z = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ijk} x_{ijk} \quad (2.1)$$

Sujeto a :

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in C} c_{ijk} x_{ijk} = 1 \quad i \in C \cup D \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in C} x_{0jk} = 1 \quad k \in K \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in C} x_{ijk} - \sum_{j \in C} x_{jik} = 0 \quad k \in K, i \in C \cup D \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in C \cup D} d_i \sum_{j \in C} x_{ijk} \leq q_k \quad k \in K \quad (2.5)$$

$$y_{jk} - y_{ik} \geq s_i + t_{ijk} - M(1 - x_{ijk}) \quad (2.6)$$

$$e_i \leq y_{ik} \leq l_i \quad (2.7)$$

$$x_{ijk} = \{0, 1\}$$

$$y_{ik} \geq 0$$

Las variables  $x_{ijk}$  toman valor de 0 o 1 si el arco  $(i,j)$  es recorrido por el vehículo  $k$ , las variables  $y_{ik}$  indican la hora de llegada al cliente  $i$  cuando es visitado por el vehículo  $k$ . La función objetivo de la ecuación (2.1) es el costo total de las rutas, la ecuación (2.2) indica que todos los clientes deben ser visitados, las restricciones (2.3) y (2.4) determinan que cada vehículo recorre un camino desde 0 hasta  $n+1$ . La ecuación (2.5) establece que no se exceda la capacidad del vehículo. Sea  $M$  una constante lo suficientemente grande, la ecuación (2.6) asegura que si un vehículo  $k$  viaja de  $i$  a  $j$  no pueda llegar a  $j$  antes que  $y_i + s_i + t_{ijk}$ , actuando como restricción de eliminación de sub-rutas.

## 2.5 Complejidad de los Problemas

En los problemas de tipo combinatorio el método tradicional para encontrar una solución óptima es realizar una búsqueda exhaustiva en el conjunto de soluciones posibles, es decir generar todas las configuraciones factibles, calcular su costo y elegir aquella que ofrezca mejores resultados [Herrera, 2006]. Esta metodología no es eficiente debido al crecimiento exponencial del tiempo de cálculo en función de varios factores como la complejidad de la instancia del problema. Stephen Cook en 1971 [Garey, 1997] propuso los fundamentos para lo que hoy se conoce como la teoría NP-Complejidad como se describe en la siguiente sección.

### 2.5.1 Problemas de Decisión y Análisis de Algoritmos

Un problema de decisión  $\pi = (D, Y)$  es una pareja formada por un conjunto de instancias  $D$ , las cuales se obtienen a partir de una instancia genérica que se especifica en términos de varios componentes: conjuntos, funciones, números, etc., y un subconjunto de instancias-sí  $Y \subseteq D$ . Una instancia  $i \in Y$ , si y sólo si, la respuesta a la cuestión del problema es sí para esa instancia. Un problema de decisión se asocia con un lenguaje formal usando algún mecanismo de codificación y un algoritmo con una máquina de Turing. Un algoritmo se dice que resuelve un problema de decisión si y sólo si, el lenguaje aceptado por la máquina de Turing es el subconjunto de todas las cadenas asociadas con las instancias-sí del problema. En las siguientes definiciones, si no se señala otra cosa, la palabra problema se usa como sinónimo de problema de decisión.

### 2.5.2 La Clase $P$

Es el conjunto de todos los problemas de decisión que pueden ser resueltos en tiempo polinomial por un algoritmo determinista. A los problemas que pertenecen a esta clase se les denomina tratables.

### 2.5.3 Problemas Intratables

Son todos los problemas de decisión para los que no existe un algoritmo determinista de tiempo polinomial que los resuelva, es decir, son todos los problemas comprendidos en  $P^c$ .

### 2.5.4 Clase $NP$

La clase  $NP$  es el conjunto de todos los problemas de decisión que se pueden verificar en tiempo polinomial con un algoritmo no determinista.

### 2.5.5 Relación entre $P$ y $NP$

Como toda máquina determinista es un caso particular de una máquina no determinista, se tiene entonces que  $P \subseteq NP$ .

### 2.5.6 Transformación Polinomial

Se dice que un problema de decisión  $\pi_1 = (D_1, Y_1)$  se puede transformar polinomialmente en el problema de decisión  $\pi_2 = (D_2, Y_2)$ , si y sólo si, existe una función  $f: D_1 \rightarrow D_2$  que satisface las siguientes dos condiciones:

1.  $f$  es computable con un algoritmo determinista de tiempo polinomial.
2. Para toda instancia  $i \in D_1, i \in Y_1$ , si y sólo si,  $f(i) \in Y_2$ .

En tal caso se dice que  $\pi_1 \alpha_p \pi_2$ .

### 2.5.7 Problemas $NP$ -Completos y $NP$ -Duros

Un problema  $\pi$  es  $NP$ -Completo si y sólo si,  $\pi \in NP$  y  $\forall \phi \in NP, \phi \leq_p \pi$ . Al conjunto de todos los problemas  $NP$ -Completos se les denota por  $NPC$ . Un problema de optimización se dice que es  $NP$ -Duro, si y sólo si, su versión de decisión es  $NP$ -Completo. Para probar que  $\pi \in NPC$ , es suficiente y necesario probar que  $\pi \in NP$  y que existe  $\pi^* \in NPC$  tal que  $\pi^* \alpha_p \pi$ . Una propiedad importante de los problemas  $NP$ -Completos es que si  $\pi \in NPC$ , entonces  $\pi \in P$ , si y sólo si,  $P = NP$ .

## 2.6 Complejidad del VRPTW

La dificultad combinatoria del VRP recae conceptualmente en la intersección de dos tipos de problemas:

- El Problema del Agente Viajero (TSP, Traveling Salesman Problem). Suponiendo que la capacidad del vehículo es infinita, un VRP se simplifica al hecho de encontrar un circuito hamiltoniano, lo cual es la definición del TSP. Por otro lado, si la capacidad de los vehículos es finita, de tal forma que es imposible satisfacer a todos los clientes en un solo recorrido, el VRP puede representarse como un TSP Múltiple (MTSP, Multiple Traveling Salesman Problem), una instancia de MTSP puede ser transformada en su equivalente TSP añadiendo al grafo  $k-1$  (siendo  $k$  el número de rutas) copias adicionales del nodo centro de embarque y sus arcos incidentes (no existiendo arcos entre los  $k-1$  nodos y el centro de embarque) [Gutin y Punnen, 2002].
- El Problema del Empacado en Contenedores (BPP, Bin Packing Problem) consiste en encontrar la distribución de una serie de objetos con un peso variable dentro de un conjunto de contenedores homogéneos, los objetos son colocados dentro de los contenedores, mientras no excedan la capacidad de carga de estos últimos. El objetivo es minimizar la cantidad de contenedores necesarios para efectuar la tarea. Entonces, el VRP puede visualizarse como un BPP de una dimensión (BPP 1D), suponiendo que cada ruta es análoga a un contenedores y cada pedido de un cliente a un objeto cuyo peso es el costo de viaje para satisfacer la demanda del mismo [Coffman, 2002].

De lo anterior, se puede inferir que una solución factible al VRP es una trayectoria TSP (en un grafo expandido) que satisface las restricciones del BPP 1D, es decir, el VRP se puede definir como una intersección entre TSP y BPP 1D. Dado que TSP y BPP son NP-Duros [Garey, 1997], se sigue que VRP (siendo aún más complejo) también pertenece a la clase NP-Duro. Si el VRP clásico es NP-Duro, se induce que toda variante del VRP también lo es, igual complejidad tendría el VRPTW. Por lo tanto, se conjetura que el VRPTW pertenece a la clase NP-Duro.

## **2.7 Enfoques de Solución**

Existen básicamente dos tipos de enfoque en la solución de problemas de optimización: los métodos exactos y los heurísticos. A continuación se brinda una breve explicación de cada uno.

### **2.7.1 Métodos Exactos**

Los algoritmos exactos de solución para problemas de optimización más utilizados son la búsqueda exhaustiva, el método Simplex de Dantzing, el método Elipsoidal de Khachian y el método Karmarkar; el primero se basa en la creación y evaluación de todas las soluciones factibles, haciéndolo sumamente costoso, en términos computacionales, para problemas complejos, por lo que su aplicación se limita a instancias relativamente simples; el segundo realiza una búsqueda en los puntos adyacentes del cerco convexo del espacio de soluciones factibles del problema; el tercero crea un elipsoide que modifica en cuanto a volumen y posición basándose en las restricciones quebrantadas hasta que el centro del elipsoide converge a la región de soluciones factibles, en ese punto el centro elipsoidal constituye la solución óptima; el último método, considerado actualmente como el más eficiente de los cuatro, inicia en el centro del espacio de soluciones factibles y se mueve por los puntos internos de dicha región hacia la solución óptima.

A pesar de que todos estos métodos obtienen el resultado óptimo, su desempeño resulta inefectivo en problemas del mundo real. Por lo que una alternativa de menor calidad pero de gran ventaja por el bajo costo computacional que producen, se hace uso de los métodos heurísticos.

### **2.7.2 Métodos Heurísticos**

Una heurística es un procedimiento simple, generalmente basado en el sentido común, que permite de manera perspicaz abordar un problema [Diaz, 1996]. Los algoritmos

aproximados o heurísticos se pueden clasificar en dos tipos principales: algoritmos constructivos y algoritmos de búsqueda local. Los primeros se basan en generar soluciones desde cero añadiendo componentes a cada solución paso a paso. Un ejemplo bien conocido son las heurísticas voraces. Su gran ventaja es la velocidad: normalmente son muy rápidas y, además, a menudo devuelven soluciones razonablemente buenas. Sin embargo, no puede garantizarse que dichas soluciones sean óptimas con respecto a pequeños cambios a nivel local.

En consecuencia, una mejora típica es refinar la solución obtenida por la heurística voraz utilizando una búsqueda local. Los algoritmos de búsqueda local intentan repetidamente mejorar la solución actual con movimientos a soluciones vecinas. El caso más simple son los algoritmos de mejora iterativos.

Desafortunadamente, los algoritmos de mejora iterativos pueden estancarse en soluciones de baja calidad. Para permitir una mejora adicional en la calidad de las soluciones, la investigación en este campo en las últimas dos décadas ha centrado su atención en el diseño de técnicas de propósito general para guiar la construcción de soluciones y la búsqueda local mediante distintas heurísticas. Estas técnicas se llaman comúnmente metaheurísticas y consisten en conceptos generales empleados para definir métodos heurísticos. Dicho de otra manera, una metaheurística puede verse como un marco de trabajo general referido a algoritmos que puede aplicarse a diversos problemas de optimización combinatoria con pocos cambios significativos, si ya existe previamente algún método heurístico específico para el problema. De hecho, las metaheurísticas son ampliamente reconocidas como una de las mejores aproximaciones para abordar problemas de optimización combinatoria.

## **2.8 Optimización basada en Hormigas**

En [Dorigo, 1991], se introduce por primera vez la metaheurística de Optimización basada en Colonia de Hormigas (ACO, Ant Colony Optimization), el cual está inspirado en el funcionamiento de las hormigas reales, las cuales encuentran el camino de su hormiguero a la comida por medio de una sustancia química llamada “feromona”. Mientras que la

hormiga viaja a la fuente de comida, la feromona es depositada en el ambiente, de esta forma el camino más corto es encontrado debido a que es el más recorrido y por ende es el que contiene más feromona depositada. Todos los algoritmos ACO emplean:

- Información heurística, que mide la predilección por recorrer el camino comprendido entre  $v_i$  y  $v_j$  (se denota por  $\eta_{ij}$ ).
- Información de los rastros de feromona artificial (también llamada función de visibilidad), que calcula la preferencia aprendida del movimiento de  $v_i$  a  $v_j$ , este conocimiento adquirido se modifica durante la ejecución del algoritmo dependiendo de las soluciones encontradas (se denota por  $\tau_{ij}$ ).

En base a estas observaciones, [Dorigo, 1991] creo la metaheurística del Sistema de Hormigas (AS, Ant System), el cual esta conformado por tres algoritmos llamados Ant-density, Ant-quantity y Ant-cycle. En los dos primeros la actualización de los rastros de feromona se realizan a cada paso de la hormiga, mientras en el último, se realiza después de un ciclo completo del algoritmo de la hormiga. Evaluaron su enfoque en el Problema del Agente Viajero, obteniendo buenos resultados, asegurando que su nueva heurística puede ser extendida a una amplia clase de problemas.

### **Sistema de Colonia de Hormigas**

En [Dorigo, 1996] se presenta una nueva mejora del Ant System, llamada Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, Ant Colony System), cuyas principales diferencias con su antecesor son: 1) se modifica la regla de transición de estados de tal manera que proporciona una manera directa de balance entre la exploración de nuevos arcos y la explotación a priori del conocimiento acumulado del problema, 2) la regla de actualización global es aplicada sólo a los arcos que pertenecen al mejor tour de la hormiga y 3) mientras que las hormigas construyen una solución, es aplicada una regla de actualización local de la feromona. Este nuevo algoritmo, al igual que los anteriores, se aplicó al problema TSP y ATSP agregando también una búsqueda local utilizando el esquema 3-opt.



### Regla de Transición

La regla de transición también llamada regla proporcional pseudoaleatoria establece que sea  $k$  una hormiga situada en el nodo  $v_r$ ,  $q_0 \in [0,1]$  un parámetro de equilibrio entre los enfoques constructivos y  $q$  un valor aleatorio en  $[0,1]$ , el siguiente nodo  $s$  se elige aleatoriamente mediante las siguientes expresiones:

Si  $q \leq q_0$

$$s = \arg \max_{s \in N_k(r)} \{\tau_{rs} \eta_{rs}^\beta\} \quad \text{Si } s \in N_k(r)$$

sino

$s = f(p_{rs}^x)$  donde  $f$  es una función de selección aleatoria

$$p_{rs}^x = \begin{cases} \frac{\tau_{rs} \eta_{rs}^\beta}{\sum_{s \in N_k(r)} \tau_{rs} \eta_{rs}^\beta} & \text{Si } s \in N_k(r) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde  $\beta$  es un parámetro que determina la importancia relativa de la información heurística y  $N_k(r)$  el conjunto de nodos disponibles. Cuando  $q \leq q_0$  se explota el conocimiento disponible, eligiendo la mejor opción con respecto a la información heurística y los rastros de feromona, si  $q > q_0$  entonces se aplica una exploración controlada a través de una distribución de probabilidad. La regla establece un equilibrio entre la exploración de nuevas conexiones y la explotación de la información disponible en ese momento.

### Regla de Actualización Global

Otra de las diferencias importantes de este algoritmo, es la realización de una actualización global de feromona fuera de línea aplicada solamente a la mejor solución obtenida por la hormiga. Para llevar a cabo la actualización, primero se evaporan los rastros de feromona en todas las aristas utilizadas por la mejor hormiga y se añade un valor determinado por la

efectividad de la solución encontrada. En cierto sentido esto es parecido a un esquema de aprendizaje reforzado [Barto, 1981]:

$$\tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{rs} + \rho\Delta\tau_{rs} \quad (2.1)$$

donde  $\rho \in [0,1]$  es la tasa de evaporación de la feromona. El incremento en la actualización global ( $\Delta\tau_{rs}$ ), es el inverso de la longitud de la solución global más corta generada por las hormigas.

### **Regla de Actualización Local**

Las hormigas aplican una actualización en línea mientras escogen el siguiente nodo a visitar modificando los rastros de feromona aplicando la siguiente fórmula:

$$\tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{rs} + \rho\tau_0 \quad (2.2)$$

El rastro de feromona ( $\tau_0$ ) empleado es el inverso del producto de la longitud de la solución global más corta generada y el número de nodos visitados. El efecto de la actualización local es hacer que la “deseabilidad” de los arcos cambie dinámicamente, esto es, cada vez que una hormiga utilice un arco, este se vuelve ligeramente menos deseable.

# Capítulo 3

## ESTADO DEL ARTE

---

Este capítulo presenta el análisis del estado del arte, incluye los trabajos relacionados que han abordado algoritmos de solución para resolver el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo.

### 3.1 Trabajos Relacionados con el VRPTW

Los primeros trabajos sobre el VRPTW se remonta a la década de 1960. Dentro de los trabajos más destacados se encuentran las investigaciones de [Golden y Assad, 1986], [Desrochers, 1988], [Desrosiers, 1995], y [Cordeau, 2002]. Las investigaciones más recientes de [Bräysy y Gendreau, 2005], y de [Bräysy, 2004] examinan el desarrollo de algoritmos en el área de las heurísticas de construcción, la heurística de mejora iterativa, metaheurísticas y los algoritmos evolutivos. La mayoría de las contribuciones hacen uso del conjunto de datos propuestos por [Solomón, 1987] para medir el desempeño de los algoritmos.

El VRPTW ha generado importantes esfuerzos en investigación y es sin duda, la variante mas estudiada de los VRP [Bräysy y Gendreau, 2005]. A medida que la investigación avanza hacia problemas de tamaño más realistas y la optimización a gran escala reciba más y más atención, el esfuerzo de varios investigadores ha cambiado a resolver casos de problemas de gran escala. En general, el campo parece haber alcanzado un cierto nivel de madurez y la literatura se puede dividir en tres categorías: algoritmos metaheurísticas, los

métodos de búsqueda en paralelo y de cooperación y los algoritmos de optimización híbrida.

Dentro de los algoritmos metaheurísticos que han sabido adaptarse y aplicarse para el VRPTW se encuentran: Búsqueda Tabú (TS) [Glover, 1986], Algoritmos Evolutivos (EA) [Bäck, 1997], Búsqueda local iterada (ILS) [Lourenço, 2002] y Barrio de la búsqueda variable (VNS) [Mladenović y Hansen, 1997]. Los siguientes trabajos muestran algoritmos metaheurísticos relacionados con la investigación:

- [Arrañaga, 2007] emplea el Sistema de Colonia de Hormigas (ACS) en el cual las hormigas construyen incrementalmente una solución, moviéndose en forma simultánea y de manera asíncrona a través de los estados adyacentes del problema, dicho movimiento es dirigido por una regla de transición pseudoaleatoria. Para la Búsqueda Local [Arrañaga, 2007], obtiene mejores resultados con la utilización de la estrategia de aprendizaje por niveles en combinación con el operador de intercambio de ejes 3-Opt [Bock, 1958], Cross-Exchange [Taillard, 1997] y Ramificación y Poda (*Branch and Bound*).
- [Bräysy, 2003] es uno de los primeros en proponer métodos con el objetivo de resolver casos de VRPTW de gran escala. En este trabajo Bräysy presenta un método Determinista de Múltiples Fases para la Variante de Vecindario Descendiente (VND). Inicialmente, un conjunto de soluciones es producido usando una construcción heurística híbrida similar al que sugiere [Russell, 1995]. Enseguida, un enfoque de cadena de nodos eyectados en anchura se utiliza para la eliminación de rutas, en conjunto con un mecanismo de reordenamiento inteligente particular muy efectivo.
- [Bräysy, 2004] presenta un método de dos fases de múltiples comienzos combinado con un Umbral de Aceptación [Dueck y Scheurer, 1990]. Así como [Bräysy, 2003], una heurística de inserción es usada en la primera fase para generar soluciones iniciales usando diferentes configuraciones de parámetros, mientras que un procedimiento de Árbol de Inyección (IT) es utilizada para minimizar el tamaño de la flota.

- [Mester y Bräysy, 2005] proponen un algoritmo metaheurístico híbrido, combinando la Búsqueda Local Guiada (GLS) con una Estrategia Evolutiva (ES) con un enfoque de dos fases interactivas. En la primera fase, GLS es utilizada para regular la búsqueda local compuesta. Inicialmente, un conjunto de soluciones se genera utilizando una heurística híbrido de ahorro paralelo con diferentes configuraciones de parámetros. Durante el proceso de construcción, movimientos de Relocalización e Intercambio local son utilizados cíclicamente a manera de periodos.
- [Pisinger y Ropke, 2006] proponen un enfoque diferente que extiende el concepto de Búsqueda de Vecindarios Grandes (LNS), propuesto por [Shaw, 1998], al hacerlo adaptativo. Este algoritmo adaptativo hace uso de un conjunto de vecindarios destructivos/constructivos parciales que compiten para modificar la solución actual de manera iterativa.
- [Mester, 2006] propone una Estrategia Evolutiva (ES) de múltiples parámetros. Al principio, cinco soluciones son generados mediante un algoritmo de ahorro heurístico híbrido en paralelo, los mejores resultados forman la población inicial. Durante este proceso evolutivo, una nueva solución es generada mediante el operador en mutación de remover-insertar de múltiples parámetros y el padre es remplazada si alguna mejora es observada. Como resultado, después de un número de generaciones un conjunto de soluciones modificadas es obtenida.
- [Herrera, 2006] emplea un Sistema de Colonia de Hormigas usando la técnica de Lista Restringida en conjunto de una Búsqueda Local con los operadores de intercambio de ejes: 3-Opt [Bock, 1958] y Cross-Exchange [Taillard, 1997] operando sobre una y dos rutas respectivamente.
- [Hoshino, 2007] desarrolla una búsqueda local heurística controlado por el principio dinámico explosivo caótico de las redes neuronales. La búsqueda caótica utiliza movimientos de Relocalización e Intercambio local. Para controlar estos movimientos

locales un conjunto de neuronas es definida. Cada neurona, es asignada una ganancia, un reflejo refractario y un efecto mutuo. El efecto de ganancia es relacionada con las distancias ahorradas obtenidas por cada neurona, el efecto refractario inhibe el disparo de una neurona que haya sido despedida, y el efecto mutuo ajusta el porcentaje de disparos de todas las neuronas. En general, así es como funciona. Cada neurona es disparada en un tiempo en particular y si es algunas condiciones se aceptan, el movimiento local que corresponde a esa neurona es ejecutado.

- [Ibaraki, 2008] presenta un algoritmo de Búsqueda Local Iterativa (ILS) capaz de lidiar con los casos de funciones de penalización de tiempos convexos lineales, asumiendo ventanas de tiempos suaves para los clientes como en [Ibaraki, 2005]. Dada la secuencia de visita de los clientes a servir por la ruta del vehículo, un procedimiento de Programación Dinámica (DP) es utilizada para determinar el tiempo de servicio óptimo, de tal manera que la función objetivo de la penalización es minimizada. Esta proposición es utilizada durante la evaluación de las soluciones de vecindario.
- [Hashimoto y Yagiura, 2008] sugieren una enfoque de solución de re-vinculación de rutas. Inicialmente, se construye un conjunto de soluciones generadas al azar, mientras que una búsqueda local iterativa mejorada hace uso de los vecindarios de 2-Opt, CROSS-Exchange y Or-Opt. Durante el proceso de búsqueda local, soluciones factibles son permitidas, mientras que la cantidad de violación sea penalizada. Aparte de la capacidad y factibilidades temporales, frecuencia basadas en penalizaciones también son empleadas para contabilizar los clientes que aparecen más seguidos en rutas factibles. Para este fin, un mecanismo adaptativo es utilizado para controlar el peso de estas penalizaciones.
- [Qi, Cui y Sun, 2008], desarrollaron el Sistema Híbrido de Colonias de Hormigas implementándolo junto a un Algoritmo Aleatorio (RA) y una Búsqueda Local de Pareto (*Pareto Local Search - PLS*).

- [Prescott-Gagnon, Desaulniers y Rousseau, 2009] presentan una Búsqueda en Gran Vecindad donde la heurística con el método de Ramificación y Hojas (*Branch and Price*) para la búsqueda en la exploración de soluciones vecinas.

### 3.2 Análisis del Estado del Arte

El problema VRPTW ha sido ampliamente estudiado por la comunidad científica debido a la importancia que tiene como un problema aplicación. En la Tabla 3.1 se muestra una comparación de resultados de la metodologías propuestas en el estado del arte que hace uso de las instancias de [Solomon, 1987] para medir el desempeño de los algoritmos. En la Tabla 3.2 se muestran la metodología empleada por cada autor para obtener los resultados mostrados de la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1.** Comparación de desempeño de algoritmos del estado del arte.

	PR	PDR	M	MB	HN	IAL	B	BB	HY	QSC	ARA	HR
R1	11.92	<b>11.92</b>	11.92	11.92	11.92	11.92	11.92	11.92	11.92	12	12.83	12.83
	1212.73	<b>1210.3</b>	1211.1	1213.06	1212.39	1217.4	1222.12	1221.1	1213.17	1217.7	1243.4	1259.9
R2	2.73	2.73	2.73	<b>2.73</b>	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	3.09	3.09
	955.03	955.74	954.27	<b>952.73</b>	957.72	959.11	975.12	975.43	955.61	967.7	984.88	988.94
C1	10	10	10	<b>10</b>	10	10	10	10	10	10	10	10
	828.38	828.38	828.38	<b>828.38</b>	828.38	828.38	828.38	828.48	828.38	828.4	830.72	831.47
C2	3	3	3	<b>3</b>	3	3	3	3	3	3	3	3
	589.86	589.86	589.86	<b>589.86</b>	589.86	589.86	589.86	589.93	589.86	590.9	600.63	601.83
RC1	11.5	<b>11.5</b>	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5	11.63	12.5	12.37
	1386.44	<b>1384.2</b>	1384.17	1385.14	1385.78	1391.03	1389.58	1389.89	1384.25	1382.4	1437.4	1434.2
RC2	<b>3.25</b>	3.25	3.25	3.25	3.25	3.25	3.25	3.25	3.25	3.25	3.37	3.37
	<b>1108.52</b>	1119.4	1124.46	1129.16	1123.49	1122.79	1128.38	1159.37	1120.5	1125.1	1176.4	1171.7
CNV	405	405	405	405	405	405	405	405	408	n/a	429	428
CTP	57192	57240	57273	57325	57332	57444	57710	57952	57282	n/a	59143	59099
T(s)	n/a	1800	7200	3600	146	15000	4950	1800	1000	n/a	1800	1800
Corridas	n/a	5	n/a	1	10	1	1	3	n/a	n/a	5	5

**Tabla 3.2.** Abreviatura de la tabla 3.1 mostrando el nombre del autor, metodología y año de publicación de la investigación correspondiente.

<b>Abreviatura</b>	<b>Autor</b>	<b>Metodología</b>	<b>Año</b>
<b>B</b>	Bräysy	Variante de Vecindario Descendiente	2003
<b>BB</b>	Bräysy	Umbral por Aceptación	2004
<b>MB</b>	Mester y Bräysy	Estrategia Evolutiva	2005
<b>PR</b>	Pisinger y Ropke	Búsqueda Adaptativa en Gran Vecindad	2006
<b>M</b>	Mester	Estrategia Evolutiva	2006
<b>HR</b>	Herrera	Sistema de Colonia de Hormigas	2006
<b>HN</b>	Hoshino	Redes Neuronales	2007
<b>IAL</b>	Ibaraki	Programación Dinámica	2007
<b>ARA</b>	Arrañaga	Sistema de Colonia de Hormigas	2007
<b>QSC</b>	Cheming Qi, Yunchuan Sun y Shoumei Cui	Sistema Híbrido de Colonia de Hormigas	2008
<b>HY</b>	Hashimoto y Yagiura	Búsqueda Local Iterativa	2008
<b>PDR</b>	Gagnon, Dasaulniers y Rousseau	Búsqueda en Gran Vecindad con Ramificación y Hojas	2009

En las Tablas 3.1 y 3.2 se resumen algunos de los trabajos mas significativos para resolver el VRPTW. Como puede observarse, el VRPTW ha sido abordado por una gran cantidad de investigadores con diversas metodologías. En este trabajo de investigación se opto por usar la metaheurística del Sistema de Colonia de Hormigas que ha sido utilizado en diversos trabajos de la línea de investigación que se sigue [Rangel, 2005][Herrera, 2006][Arrañaga, 2007] para resolver el VRPTW. Sin embargo, cabe mencionar que cada metodología propuesta de la línea de investigación presenta diferentes estrategias para mejorar el desempeño del ACS. En la Tabla 3.3 se muestra las diferentes estrategias que se abordan en el ACS para resolver el VRPTW:



**Tabla 3.3.** Análisis de las estrategias utilizadas en el ACS para resolver el VRPTW

<div style="text-align: center;"><b>Estrategias</b></div> <div style="text-align: left;"><b>Autor</b></div>	Vecinos Cercanos	Búsqueda Inicial	Búsqueda Local	Lista Restringida Adaptativa	Aprendizaje por Niveles	Lista Restringida Extendida
[Rangel, 2005]	✓	✓				
[Herrera, 2006]	✓	✓	✓	✓		
[Arrañaga, 2007]	✓		✓		✓	
Esta investigación	✓		✓	✓	✓	✓

La metodología de solución propuesta en esta investigación pretende resolver el VRPTW con un desempeño mejor que el encontrado en los trabajos presentados de la Tabla 3.3 con una nueva estrategia de solución para el ACS.

# Capítulo 4

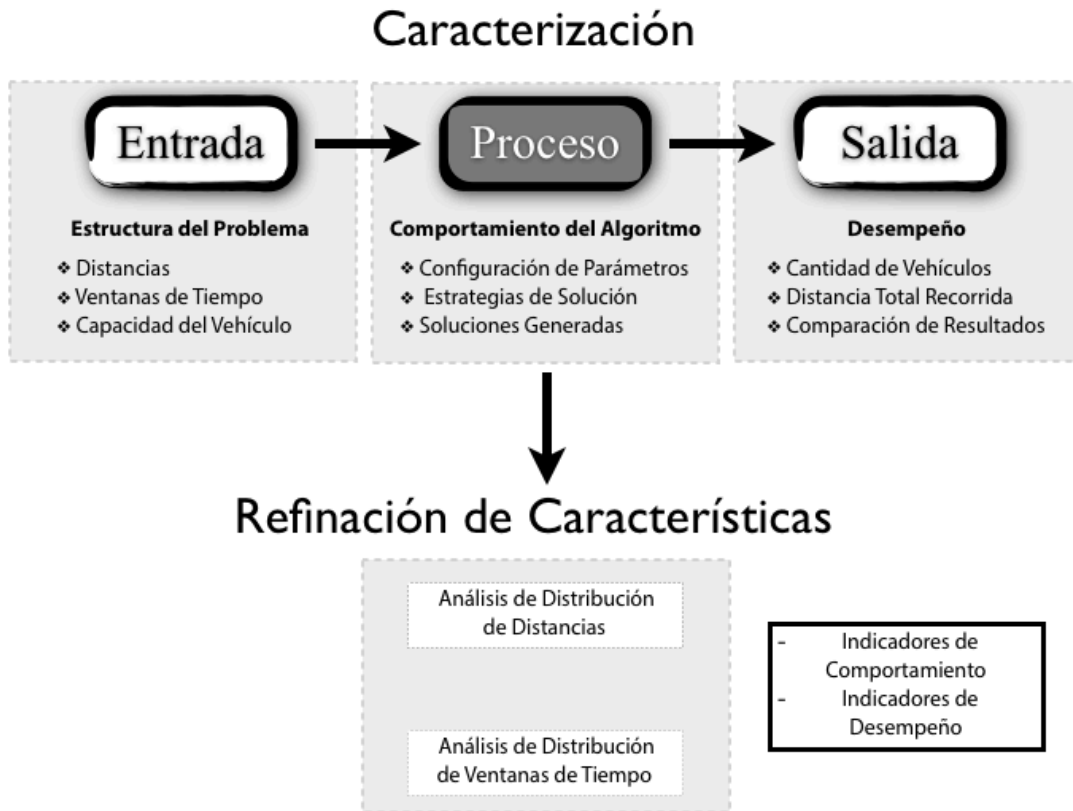
## METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

---

Este capítulo aborda el enfoque de solución aplicado al Sistema de Colonia de Hormigas (ACS) para resolver el VRPTW. El capítulo inicia con la descripción de la metodología de análisis experimental utilizado en esta investigación. En esta metodología se describe las instancias utilizadas para medir el desempeño de los algoritmos que resuelven el VRPTW, el esquema de solución basado y la caracterización de las soluciones para el VRPTW.

### **4.1 Metodología de Análisis Experimental**

En la Figura 4.1 se presenta la metodología propuesta para el análisis experimental de algoritmos metaheurísticos en problemas de optimización [Quiroz, 2009].



**Figura 4.1** Esquema de metodología propuesta

El objetivo principal de la *caracterización* es identificar, en cada una de las fases del proceso de optimización, factores de desempeño relevantes y factibles de medición. Estos factores son caracterizados a través de funciones de caracterización (métricas) que proporcionan información útil para describir el desempeño algorítmico. En la *refinación de características*, las métricas definidas en la etapa de caracterización son analizadas mediante técnicas exploratorias con la finalidad de descartar variables incorrectas, redundantes o irrelevantes. En caso de ser necesario, nuevas variables son definidas mediante el uso de técnicas de análisis multivariado.

En las siguientes secciones se muestra la aplicación de la metodología propuesta en la caracterización y análisis de desempeño de un algoritmo ACS que soluciona el VRPTW.

## **4.2 Caracterización del Problema de Investigación**

Caracterizar la estructura de una instancia de VRPTW es un punto clave para predecir el comportamiento que tendrá un algoritmo metaheurístico al momento de solucionarla. Es conocido que factores como la topología, las ventanas de tiempo y la capacidad de los vehículos, impactan en el grado de dificultad que una instancia pueda tener sobre un algoritmo de solución. El reto es la formulación de indicadores que cuantifiquen estos factores.

### **4.2.1 Descripción de las Instancias de Prueba**

Para el análisis experimental de algoritmos que estudian los procesos de optimización es importante obtener información de la caracterización del problema de investigación, el comportamiento algorítmico y el desempeño final [Quiroz, 2009]. Para estudiar el problema de investigación se hace a través de las instancias que representan casos específicos del problema a resolver, entonces para el VRPTW, se obtendrá información de las cincuenta y seis instancias propuestas por [Solomon, 1987].

Las instancias de Solomon se encuentran formadas por  $n$  clientes y un almacén central  $v_0$  definido; aunado a lo anterior, también se encuentran las siguientes características descritas en la Tabla 4.1.

**Tabla 4.1.** Elementos presentes en las instancias de [Solomon, 1987]

<b>Elemento</b>	<b>Descripción</b>
Localidad	Punto de visita que referencia indistintamente un cliente o almacén central
Cliente	Consumidor habitual con una orden asociada
Demanda	Demanda de producto expresada en una cantidad numérica
Almacén Central	Almacén que posee el producto necesario para satisfacer las ordenes de los clientes
Carretera	Camino que conecta a dos localidades entre si con un costo asociado, expresado generalmente en tiempo de viaje
Ventana de Tiempo	Horario de atención durante el cual solo se puede arribar al propietario de la misma
Tiempo de Servicio	Medida de tiempo necesaria para atender al vehículo en el punto de visita, clientes o almacén central

Las instancias se clasifican en 6 diferentes grupos que usan la siguiente nomenclatura: R1, C1, RC1, R2, C2 y RC2. Cada clase contiene entre 8 y 12 problemas de 100 clientes representando el almacén central como el primer cliente; y el resto como el conjunto de clientes a visitar distribuidos en un área de servicio definida por una cuadrícula de 100 x 100. Para los tiempos de viaje y las distancias entre los nodos se definen usando de unidades euclidianas [Solomon, 1987].

Las clases de las instancias antes mencionadas fueron divididas solamente tomando en cuenta el espacio geográfico. Aunado a la información topológica también existe la descripción según su prefijo, en 3 tipos de problemas según su topología. Una descripción mas detallada se proporciona en la Tabla 4.2 donde se presenta una breve descripción y el prefijo que identifica esta clasificación.

**Tabla 4.2.** Clasificación de la topología de las instancias de [Solomon, 1987] según su prefijo.

<b>Prefijo</b>	<b>Descripción</b>
<i>C</i>	Los clientes se encuentran distribuidos por cúmulos.
<i>R</i>	Los clientes se encuentran distribuidos de forma uniforme
<i>RC</i>	Los clientes se encuentran distribuidos por una combinación de cúmulos y de forma uniforme

Las instancias clasificadas bajo el mismo prefijo poseen la misma topología, es decir, todos los clientes tienen las mismas coordenadas dentro de su grupo de problemas. Sin embargo, en estos problemas la diferencia se encuentra en las ventanas de tiempo de los clientes.

Aunado al prefijo existe dos clasificaciones según su postfijo como se describe en la Tabla 4.3. Se puede definir la amplitud de la ruta según el postfijo de la instancia, aquellas del tipo 1 resultan en rutas más cortas (cada vehículo visita pocos clientes), mientras que para el tipo 2 las rutas son más amplias (cada vehículo visita mas clientes).

**Tabla 4.3.** Sub-clasificación de las ventanas de tiempo para las instancias de [Solomon, 1987] según su postfijo.

Postfijo	Descripción
1	Problemas donde las ventanas de tiempo son ajustadas y cuentan con una capacidad limitada del vehículo.
2	Problemas donde las ventanas de tiempo son implas y cuentan con una capacidad amplia.

En este trabajo de investigación se hizo un análisis profundo de las instancias de [Solomon, 1987]. Se utiliza la medida de distribución de frecuencias [Ortega, 2008], como una medida de caracterización que puede ser aplicada a cada uno de los elementos que pertenecen a las instancias de entrada. En la siguiente sección se describe la distribuciones de frecuencias aplicada a la distancias entre los clientes de una instancia y las ventanas de tiempo para cada cliente.

#### 4.2.2 Distribución de las Distancias

Se define la distribución de frecuencia para las distancias  $P(k)$  (Ecuación 4.1), como una función que describe la fracción de clientes en el espacio geográfico  $G = (N, E)$  con un rango de distancia  $k$ . Formalmente, la distribución de la distancia se expresa de la siguiente manera

$$P(k) = X_{kj}^G \quad (4.1)$$

donde  $i$  es un cliente en el conjunto de clientes  $N$  y  $k_{ij}$  es el rango de la distancia de un cliente  $i$  a un cliente  $j$ , siempre y cuando  $i \neq j$ . Equivalentemente,  $P(k)$  puede ser expresado (Ecuación 4.2) como la probabilidad de que un cliente elegido aleatoriamente de  $G$  tenga un rango de distancia  $k$ ,

$$P(k) = \frac{X_k^G}{n} \quad (4.2)$$

donde  $n$  es el número de clientes en  $N$ . Una gráfica de  $P(k)$  para el espacio geográfico  $G$  se puede elaborar con un histograma que muestra la probabilidad de que existan dos clientes con un rango de distancia  $1 \leq k \leq \Delta(G)$  en el espacio  $G$ , este histograma es la distribución de la distancia de un espacio geográfico. Dependiendo de la distribución de la distancia se identifica como se encuentran distribuidos los clientes en un espacio geográfico en la instancia dada [Ortega, 2008].

### 4.2.3 Distribución de la Duración de las Ventanas de Tiempo

En esta investigación se realizó un estudio de las ventanas de tiempo de las instancias de [Solomon, 1987] haciendo uso de la distribución de frecuencias [Ortega, 2008] como medida de caracterización. Se definió la duración de la ventana de tiempo como la diferencia que existe entre el tiempo de inicio y el tiempo final de servicio para un cliente determinado. Entonces la distribución de la duración de las ventanas de tiempo  $D(i)$  se describe como una función de la duración de la ventana de tiempo  $(b_i - e_i)$  para un cliente  $i$  (Ecuación 4.3). Formalmente, se define como,

$$D(i) = X_{(b_i - e_i)}^i \quad (4.3)$$

donde  $i$  es un cliente en el conjunto de clientes  $N$ ,  $b_i$  es el tiempo de entrada del cliente  $i$  y  $e_i$  es el tiempo de salida del cliente  $i$ . Una gráfica de  $D(i)$  se elabora como un histograma que muestra el comportamiento de las ventanas de tiempo para los clientes encontrados en una

determinada instancia. Dependiendo de esta distribución se clasifica a los problemas según su duración de tiempo para una instancia dada [Ortega, 2008].

### **4.3 Caracterización del Comportamiento del Algoritmo**

Los algoritmos metaheurísticos incluyen estrategias que tratan de ajustar el proceso de solución al problema de optimización que resuelven. Para estos algoritmos, la medición de funciones de caracterización debe estar ligada directamente con las técnicas heurísticas utilizadas [Quiroz, 2009].

La estrategia metaheurística objeto de estudio de este trabajo de investigación es un Sistema de Múltiples Colonias de Hormigas (MACS, Multiple Ant Colony System) que busca optimizar ambos objetivos del VRPTW al coordinar las actividades de dos colonias de hormigas (MACS-VRPTW) [Gambardella, 1999]. El objetivo de la primer colonia, ACS-VEI trata de disminuir el número de vehículos usados, mientras que en una segunda colonia, ACS-TIME, optimiza la solución factible encontrada por ACS-VEI. Ambas colonias usan rastros de feromona independiente pero colaboran al compartir una variable de solución global administrada por el MACS.

Esta investigación continua con el trabajo de los algoritmos propuestos por [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007], donde se hacen uso del MACS-VRPTW. Estos trabajos proponen diferentes estrategias, configuración de parámetros y esquemas de solución que se describirán a continuación:



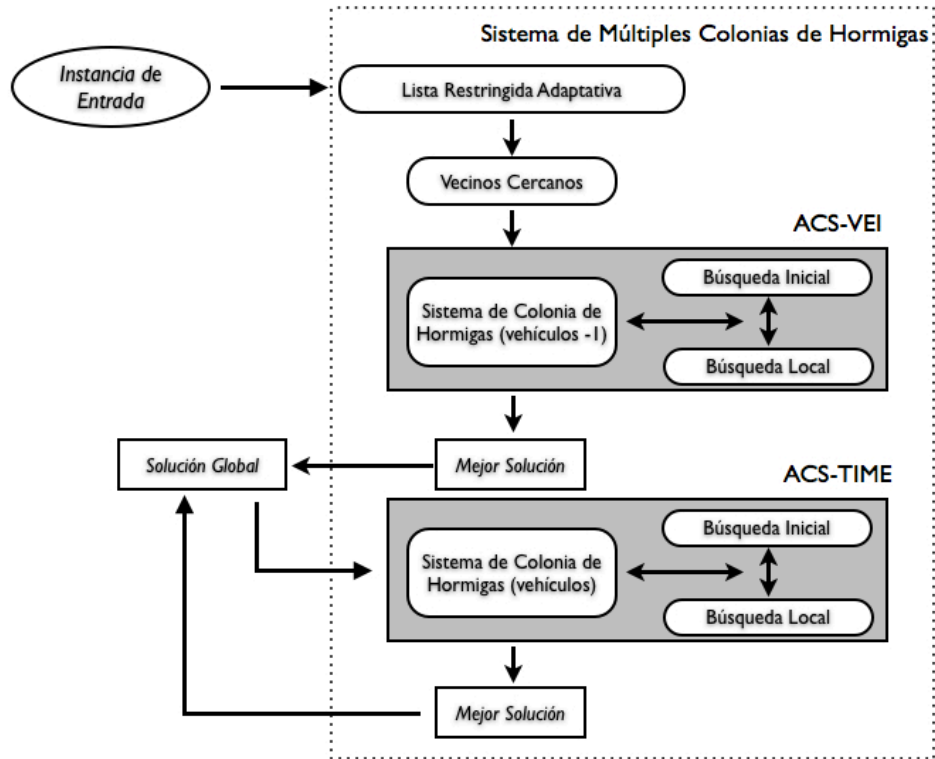
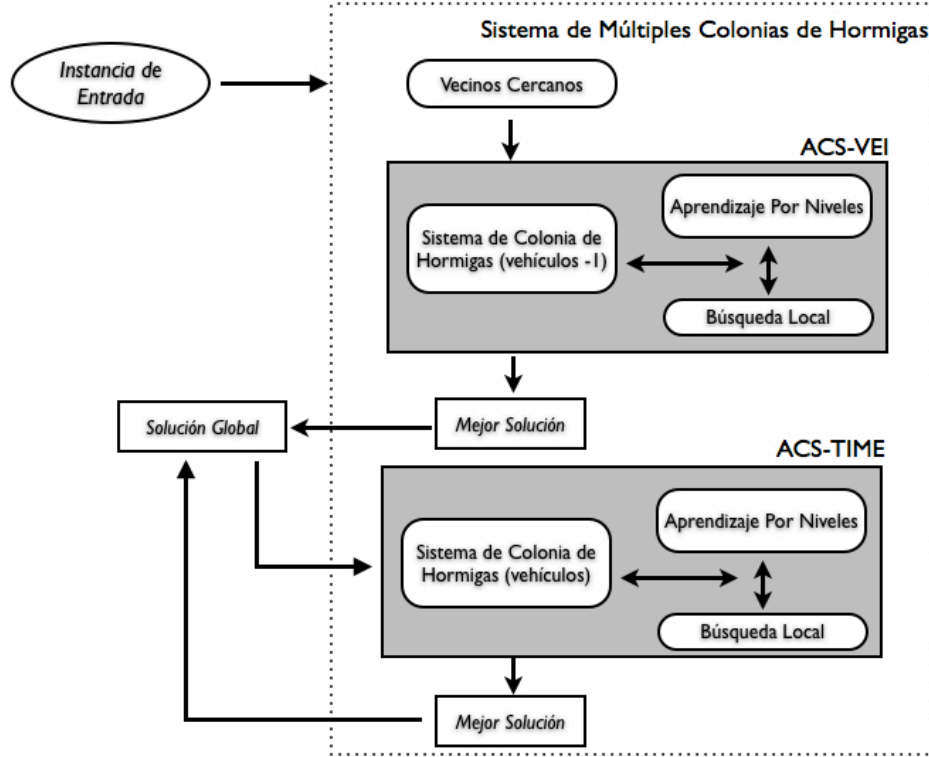


Figura 4.2. Esquema de Solución propuesto por [Herrera, 2006].

En la figura 4.2 se muestra el esquema de solución utilizado por [Herrera, 2006]. En la solución propuesta por [Herrera, 2006], primero se utiliza una Lista Restringida Adaptativa, la cual clasifica a los clientes por grupos en caso de que la instancia presente una topología en la que los nodos se encuentren en cúmulos. Cuando se realiza el cálculo de  $\eta$  se revisa por la posición actual de la hormiga y del posible nodo a visitarse, si estos dos no pertenecen al mismo grupo asignado por la Lista Restringida, entonces el valor de  $\eta$  se disminuirá para que este nodo sea menos deseado por la hormiga a visitar.

En el algoritmo propuesto por [Herrera, 2006] se hace uso de una Búsqueda Inicial cuando se activa una nueva colonia de hormigas. Esta búsqueda está basada en la heurística de Vecinos Cercanos, con la diferencia que se limita a la cantidad de número de vehículos ingresados en la colonia de hormigas.



**Figura 4.3.** Esquema de Solución propuesto por [Arrañaga, 2007].

En la figura 4.3 se muestra el esquema de solución propuesto por [Arrañaga, 2007] que parte del esquema utilizado por [Herrera, 2006] proponiendo una nueva técnica llamada Aprendizaje por Niveles y eliminando el uso de Lista Restringida y de la Búsqueda Inicial. La nueva técnica propuesta por [Arrañaga, 2007] tiene como objetivo guardar el mejor conocimiento adquirido en las mejores búsquedas realizadas por las hormigas, al hacer uso de dos niveles de conocimiento. En un primer nivel se utilizan los valores iniciales de la tabla de  $\tau$  y solo es modificado cuando se realiza la actualización global. En el segundo nivel se realiza una copia de la tabla que contiene los valores locales de la feromona y que es actualizada localmente por cada hormiga con la finalidad de servir de guía para las hormigas.

Debido a que los algoritmos metaheurísticos se ven afectados por la configuración paramétrica inicial [Díaz y Laguna, 1996], se hace necesario revisar los valores de los

parámetros utilizados para el algoritmo de MACS-VRPTW. En la Tabla 4.4 se muestran una comparativa de la configuración parámetros que se utilizaron para los algoritmos MACS-VRPTW en los trabajos de [Herrera, 2006] y [Arrañağa, 2007].

**Tabla 4.4.** Descripción de los parámetros utilizados en el MACS-VRPTW.

<b>Parámetro</b>	<b>Función del parámetro</b>	<b>Valor recomendado</b>
$k$	Numero de hormigas artificiales	10 [Herrera, 2006] 100 [Arrañağa, 2007]
$g$	Numero de generaciones de colonias de hormigas	15 [Herrera, 2006] 15 [Arrañağa, 2007]
$\rho$	Tasa de evaporación de la feromona	0.1[Herrera, 2006] 0.1[Arrañağa, 2007]
$q_0$	Parámetro entre [0,1] que establece la importancia de la exploración contra la explotación	0.7[Herrera, 2006] 0.65[Arrañağa, 2007]
$\alpha$	Parámetro de intensificación de la feromona	1.0[Herrera, 2006] 1.0[Arrañağa, 2007]
$\beta$	Parámetro que determina la relevancia de la feromona contra la distancia	11.0[Herrera, 2006] 6.0[Arrañağa, 2007]

En las siguientes secciones se describe de manera más detallada las diferentes estrategias y funciones utilizadas en los esquemas de solución propuestos por [Herrera, 2006] y [Arrañağa, 2007].

### 4.3.1 Definición del Calculo de la Información Heurística

La elección del siguiente nodo a visitar es natural al ACS, sin embargo debido a que se cuenta con las restricciones del VRPTW que añade la necesidad de elegir el siguiente cliente a visitar tomando en cuenta estas restricciones. A continuación se detallan las ecuaciones que describen el cálculo de la información heurística para el MACS-VRPTW.

La Ecuación 4.4 define el cálculo de la información heurística involucrada en la selección de clientes:

$$\eta_{ij} = (\Delta t_{ij} \cdot (ws_i + st_i) \cdot tc_{ij})^{-1} \quad (4.4)$$

donde el factor  $\Delta t_{ij}$  es la diferencia entre el tiempo actual y el tiempo en que se atenderá al vehículo en el nodo  $j$  (incluido el tiempo de espera),  $ws_i$  representa el tamaño restante de la ventana de tiempo en  $i$ ,  $st_i$  es el tiempo de servicio en  $i$  y  $tc_{ij}$  es el costo de viaje del nodo  $i$  al nodo  $j$ . Como puede apreciarse el cálculo da preferencia a aquellos clientes donde el tiempo necesario para llegar a ellos a partir de la posición presente sea menor, cuyo horario de atención desde la hora actual y tiempo de servicio sea más pequeño, e implique un tiempo de viaje mínimo.

La siguiente expresión define el cálculo de la información heurística implicada en la selección de vehículos:

$$\eta_v = (nv_v \cdot (\overline{TM}_v + \overline{TR}_v) \cdot \frac{tr_v}{tt_v} \cdot idpref_v)^{-1} \quad (4.5)$$

donde  $\eta_v$  es el valor de la información heurística para la unidad móvil  $v$ ,  $nv_v$  es una cota de la cantidad de viajes requeridos por el vehículo  $v$  para satisfacer todas las demandas de  $N_i^k$ ,  $\overline{TM}_v$  es el promedio del tiempo de servicio en todo  $N_i^k$ ,  $\overline{TR}_v$  es el tiempo promedio de viaje del vehículo a todo  $N_i^k$ ,  $tr_v$  el tiempo de trabajo disponible por el vehículo, el tamaño del horario de atención del vehículo  $v$ ,  $tt_v$  obteniendo con estos dos últimos componentes un factor de tiempo de uso/disponible y  $idpref_v$ , el grado de predilección de uso del vehículo  $v$ .

La ecuación 4.5 implica una inclinación por aquellos vehículos cuyos tiempos de viaje, tiempos de servicio, periodo restante de servicio y nivel de preferencia sean menores; es decir se prefieren los vehículos con mayor capacidad de carga, velocidad y predilección del usuario, así como aquellos con rutas ya asignadas.

Ambas funciones de visibilidad van dirigidas hacia la disminución de la cantidad de vehículos y tiempo de viaje a recorrer, la primera eligiendo clientes cercanos cuyos horarios de atención están a punto de finalizar (evitando el uso de otro vehículo para satisfacer a estos), y la segunda dando prioridad a vehículos con mayor capacidad y menor tiempo de viaje.

### 4.3.2 Lista Restringida Adaptativa

De acuerdo con [Dorigo, 1997], el uso de una Lista Restringida de Candidatos por parte de las hormigas en el proceso constructivo, resulta ventajoso debido a la condición restrictiva en la creación de soluciones factibles y las distintas posibilidades de distribución de los clientes. Una Lista Restringida de Candidatos limita la población global del momento en el proceso de selección del siguiente nodo, a un subconjunto que cumple con cierto criterio previamente especificado. Debido a las variaciones de la densidad geográfica en diferentes puntos del espacio de una misma instancia, la definición de regiones con mínima distancia entre los puntos pertenecientes a dicha región permite restringir la selección del siguiente punto de visita. A continuación se bosqueja la metodología de creación y uso de la Lista Restringida de Candidatos Adaptativa a partir de un método de agrupación jerárquico.

Formación y Gestión de la Lista Restringida de Candidatos:

- a. Se forma un árbol de expansión mínimo (MST) que incluya a todos los clientes y al almacén central de la instancia.
- b. Se obtiene la media ( $\mu$ ), desviación estándar ( $\sigma$ ), costo mínimo y máximo asociados a los caminos incluidos en el árbol de expansión mínimo.
- c. Se realiza el cálculo de porcentaje de variabilidad ( $\theta$ ) de los costos asociados a cada camino perteneciente al árbol de expansión mínimo. Se calcula con la siguiente expresión (Ecuación 4.6):

$$\theta = \frac{\sigma}{2 \cdot (\operatorname{argmax}_{arc_{ij} \in MST} \{tc_{ij}\} - \operatorname{argmin}_{arc_{ij} \in MST} \{tc_{ij}\})} \quad (4.6)$$

En caso de que  $\theta < 0.1$ , indica que el porcentaje de variabilidad alrededor de la media oscila en un valor sumamente bajo (10%), por lo que la ubicación de los clientes en la instancia se aproxima a una distribución uniforme. Por otro lado, un valor  $\theta > 0.1$  revela la posible existencia de regiones en el espacio con una densidad mayor en cuanto a la población de clientes, es decir, existen cúmulos en la instancia.

- d. Se definen las regiones obedeciendo a la regla de agrupación: Si la instancia presenta cúmulos, se prosigue con la formación de conglomerados mediante una agrupación jerárquica, de lo contrario, todos los clientes forman parte de un solo conglomerado. Se define un valor inicial de umbral de aceptación mediante el siguiente cálculo (Ecuación 4.7):

$$\omega = 2 \cdot \underset{arc_{ij} \in MST}{\operatorname{argmin}} \{tc_{ij}\} \quad (4.7)$$

La figura 4.5 muestra el proceso de agrupación donde  $h_i$  es un grupo cualquiera perteneciente al conjunto de conglomerados  $H$  y  $c_i$  el nodo  $i \in C$ .

- e. Una vez definida la pertenencia de cada cliente a un conglomerado, el valor de la información heurística es modificada con la regla de pertenencia (Ecuación 4.8):

$$\text{Si } h_k \neq h_l \mid c_i \in h_k \wedge c_j \in h_l, h_k \in H, h_l \in H$$

$$\eta_{ij} = \eta_{ij} \cdot \frac{|H|}{|C|} \quad (4.8)$$

Procedimiento <i>Agrupación Jerárquica</i> ( )	
1	$\forall h_i \in H$ hacer $h_i = c_i \in C$
2	<b>Do</b>
3	<b>Do</b>
4	$\forall h_i, h_j \in H \mid i \neq j$ calcular la distancia de Malahalanobis con
5	$dM(h_i, h_j) = \frac{d_{ij}}{N_i N_j}$ , donde $d_{ij} = \sum_{\substack{c_m \in h_i \\ c_l \in h_j}} d(c_m, c_l)$ , $N_i =  h_i $ y $N_j =  h_j $
6	<b>if</b> $dM(h_i, h_j) < \omega$ <b>then</b>
7	$h_i \leftarrow h_i \cup h_j$
8	<b>end if</b>
9	<b>while</b> haya cambios en $H$
10	$\omega = \omega \cdot (1 + \theta)$
11	<b>while</b> haya cambios en $H$

Figura 4.5. Procedimiento de Agrupación Jerárquica

### 4.3.3 Búsqueda Inicial

Como se observa en el esquema de solución empleado en este trabajo de investigación, el MACS-VRPTW emplea dos enfoques para realizar la construcción de soluciones, la explotación, que hace uso de la información adquirida por las hormigas, y la exploración, un procedimiento semi-aleatorio basado en una distribución de probabilidad proporcional con base en la preeminencia de la feromona e información heurística. Debido a que el enfoque explotativo es sumamente similar a una búsqueda avara, la posibilidad de usarlo como una búsqueda inicial redundante en soluciones de buena calidad sobre otros métodos con directriz más sencilla, como la heurística del vecino más cercano (NNS, Nearest Neighbor Search).

### 4.3.4 Búsqueda Local

A pesar de lo sofisticadas y aparentemente adecuadas que pueden resultar algunas metaheurísticas constructivas como el MACS; [Johnson, 1995] demuestra la efectividad de alternar una heurística de búsqueda local a partir de la última o mejor solución producida, en vez de ejecutar iterativamente sólo el método constructivo; por lo tanto, la posibilidad de añadir al MACS una Búsqueda Local resulta una alternativa prometedora. Tal tipo de

mecanismos forman una clase general de heurísticas aproximadas o subóptimas, basadas en el concepto de mejora iterativa mediante la exploración de vecindades. La generación de un vecino se logra a través de un esquema  $\kappa$  que cambia un atributo o combina características de la solución actual.

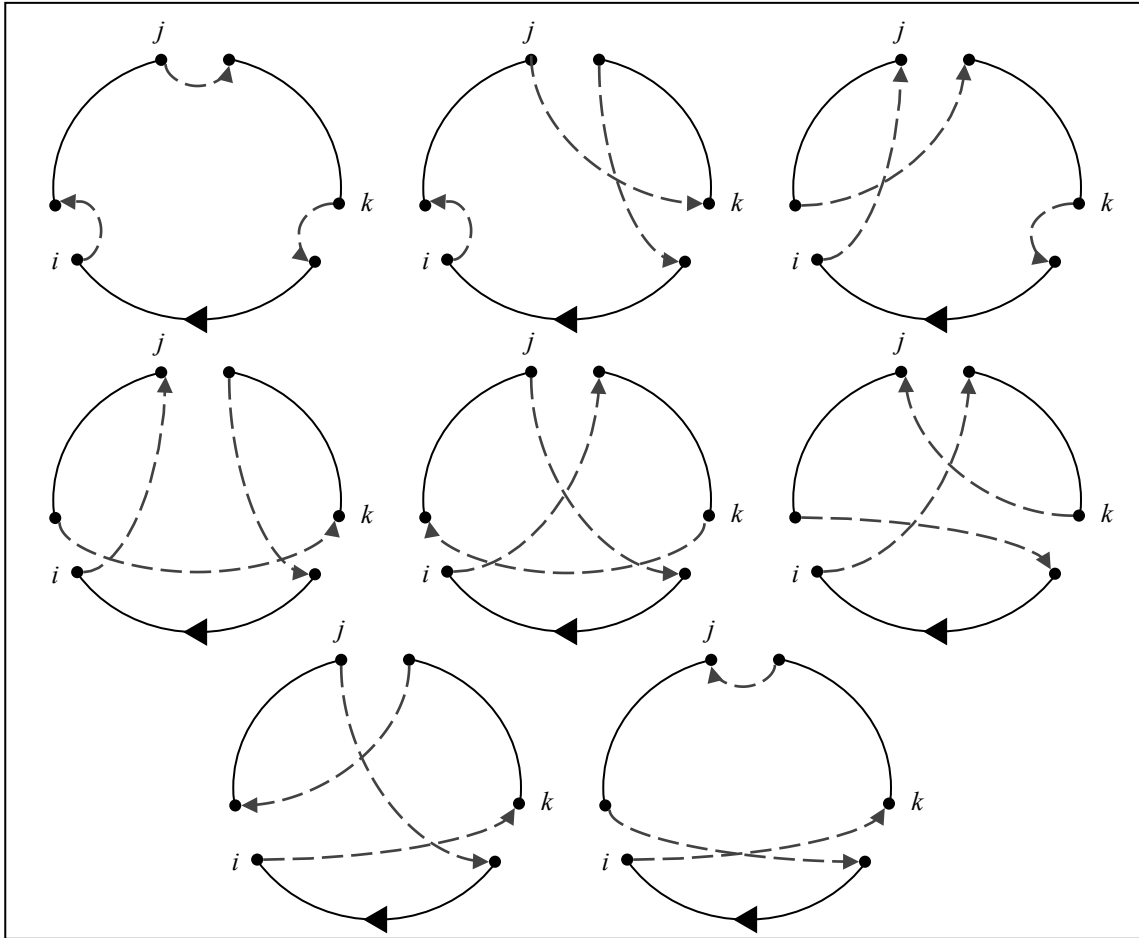
La Búsqueda Local efectúa una exploración miope, pues sólo acepta soluciones secuenciales originadas por su diseño; la Figura 4.6 generaliza este concepto, sea  $\kappa$  el esquema de vecindad,  $s$  una solución factible y  $\chi^s$  la función de aptitud de la solución.

Para la incorporación de la Búsqueda Local al ACS se eligieron los esquemas de intercambio de ejes: 3-opt [Bock, 1958] y Cross-Exchange [Taillard, 1997], operando sobre una y dos rutas respectivamente, ambos incluyen implícitamente otros operadores más sencillos, el primero contiene por naturaleza al 2-opt [Croes, 1958], y el segundo, al permitir el uso de segmentos vacíos comprende movimientos de tipo 2-opt\* [Potvin, 1995], Relocalización, y Exchange [Prosser, 1996], haciéndolo sumamente versátil. Las Figuras 4.7 y 4.8 muestran gráficamente cada uno de los operadores de búsqueda local.

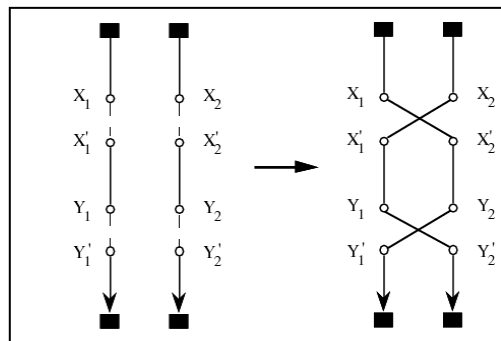
Procedimiento <i>Búsqueda Local</i> ()	
1	Crear solución factible $s$
2	Sea $\kappa$ el esquema de vecindad
3	<b>Repeat</b>
4	Buscar en el vecindario, $\kappa(s)$
5	<b>if</b> se encuentra $s'$ con $f(s') < f(s)$ <b>then</b>
6	$s \leftarrow s'$
7	<b>end if</b>
8	<b>until</b> no se encuentren soluciones $s'$ factibles con menor costo

**Figura 4.6.** Procedimiento de Búsqueda Local





**Figura 4.7.** Esquema 3-opt, se muestran las ocho posibles combinaciones que ofrece el operador 3-opt, dicho operador sólo puede actuar sobre una misma ruta.



**Figura 4.8.** Esquema Cross-Exchange, éste operador actúa sobre dos rutas, donde la longitud de los segmentos que interviene de ambas rutas puede variar desde cero hasta tres nodos, este enfoque añade una gran versatilidad al esquema.

### 4.3.5 Aprendizaje por Niveles

En [Arragaña, 2007] propone una estrategia de actualización de valores para la tabla de feromonas utilizadas por el ACS. Parte de la estrategia de actualización de valores del algoritmo DQL propuesto por [Mariano, 2001], donde se observan dos niveles de conocimiento por parte del algoritmo. En un primer nivel se tienen los valores originales de la tabla de feromona que solamente contienen las mejores soluciones obtenidas por las hormigas y sus valores son modificados con la actualización global de feromona natural del ACS. En un segundo nivel se tiene una copia de la tabla que contiene los valores locales de feromona ya que solo es modificada por la actualización local de las hormigas.

## 4.4 Caracterización del Desempeño Final

El desempeño final del algoritmo se mide por tres tipos de información: calidad de la solución, la consistencia de los resultados y el tiempo que le llevó en encontrar la mejor solución, los cuales se describen a continuación.

La *calidad de las soluciones* obtenidas por el algoritmo es caracterizada mediante dos índices. Estas métricas, registran las aptitudes de las soluciones finales alcanzadas en diferentes corridas del programa, que se muestran a continuación:

- $v$  (vehículos utilizados), registra la cantidad de vehículos utilizados para solucionar una instancia.
- $J^{gb}$  (distancia total global), registra la distancia total recorrida de los vehículos utilizados para solucionar una instancia.

La *consistencia de los resultados* se mide al ejecutar el algoritmo una cierta cantidad de veces. Se promedia la cantidad de vehículos utilizados y la distancia total recorrida de los problemas de cada una de las clases de las instancias de [Solomon, 1987] (Tabla 4.2). Finalmente, el *tiempo* es caracterizado a través del tiempo real que requirió la ejecución del algoritmo antes de encontrar la solución al problema.

# Capítulo 5

## EXPERIMENTACIÓN Y

## RESULTADOS

---

En este capítulo, el conocimiento obtenido del análisis experimental del proceso de optimización del algoritmo MACS-VRPTW es utilizado para mejorar su desempeño. Las principales estrategias del metaheurístico son examinadas, identificando áreas de mejora. El esquema del algoritmo es rediseñado, obteniendo como producto final una nueva versión del algoritmo que muestra una mejora de desempeño. Los resultados obtenidos muestran la validez y desempeño de la metodología propuesta en este trabajo.

### 5.1 Caracterización de la Distribución de las Distancias

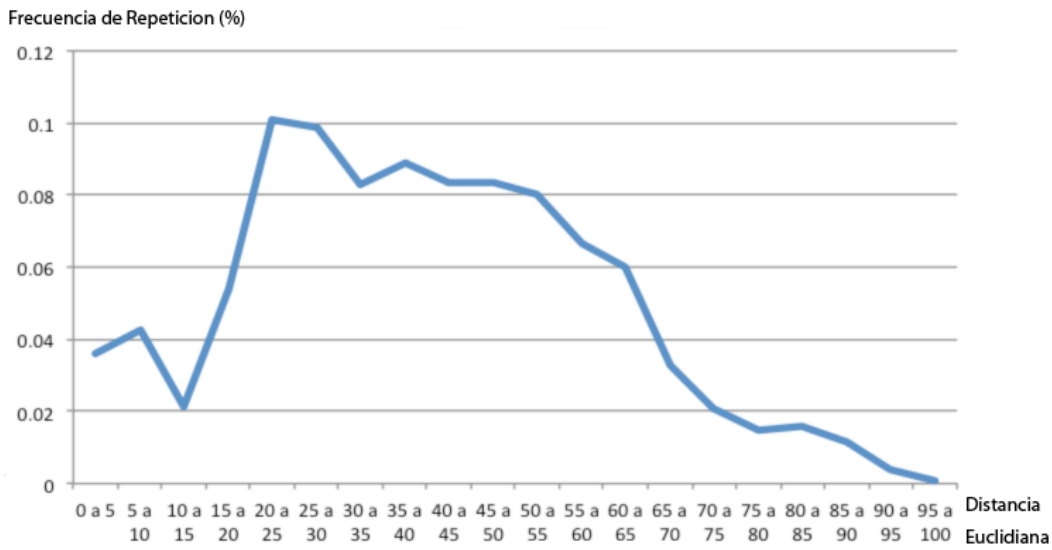
En el presente trabajo se realizó un estudio de la caracterización de la distribución de frecuencia para las distancias entre clientes presentantes en las instancias de [Solomon, 1987] (ver Sección 4.2.2). Se presentará a continuación la distribución de las distancias según el tipo y la clasificación del problema, tomando en consideración un rango de 5 unidades para una distancia euclidiana entre los clientes en el espacio geográfico de la instancia, al igual que su distribución geográfica.

#### 5.1.1 Distribución de las Distancias para la Clase C

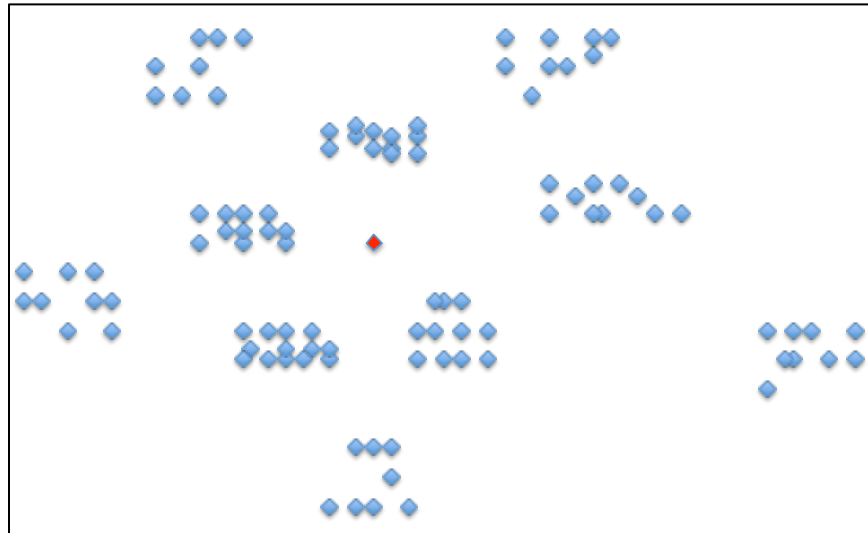
En la figura 5.1 se observa que las instancias de clase C1 tienen una distribución de las distancias muy parecida a una distribución normal de los datos. En la figura 5.2 se muestra

la distribución topológica para las instancias de clase C1 donde se presentan cúmulos de clientes, como se describe en [Solomon, 1987].

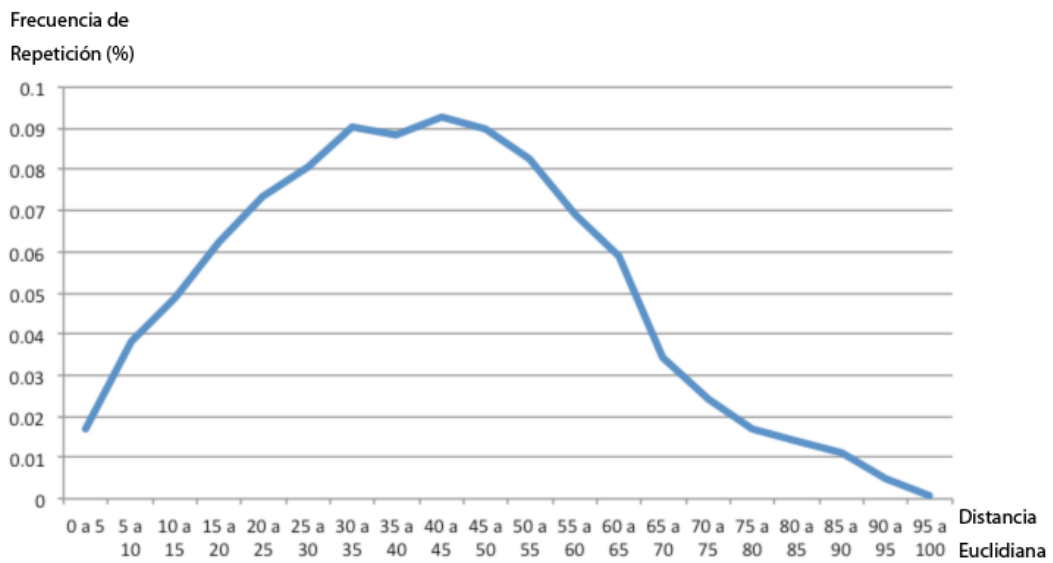
En la figura 5.3 se muestra la gráfica para las instancias de clase C2 para la distribución de distancias, que al igual que las instancias de clase C1, se tiene un comportamiento de distribución normal de los datos. Esta gráfica presenta una mayor frecuencia de repetición se encuentra entre los rangos de 32 a 42 unidades euclidianas. En la figura 5.4 se observa la distribución topológica por cúmulos de clientes para las instancias de clase C2 [Solomon, 1987].



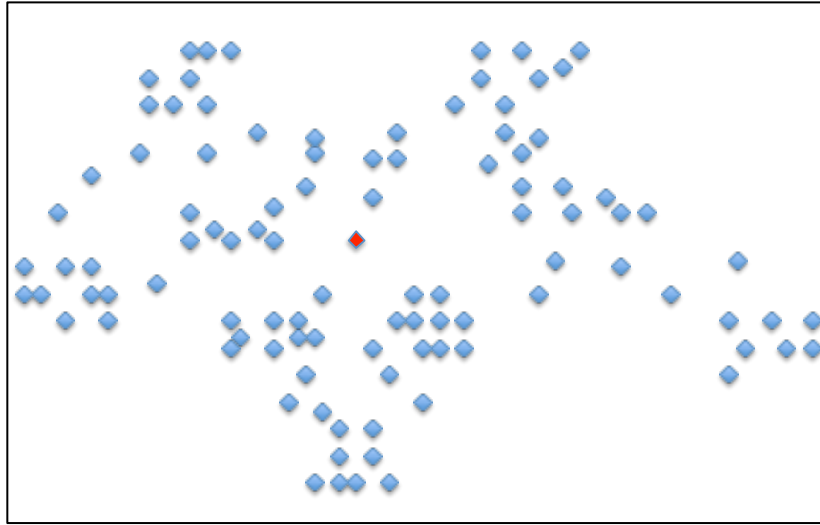
**Figura 5.1** Gráfica de la frecuencia de  $P(k)$  para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C1 con 100 clientes.



**Figura 5.2** Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C1 con 100 clientes.



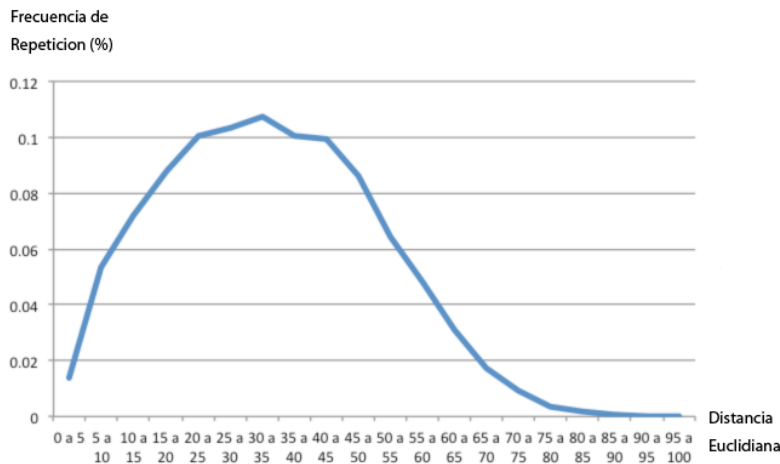
**Figura 5.3** Gráfica de la frecuencia de  $P(k)$  para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C2 con 100 clientes.



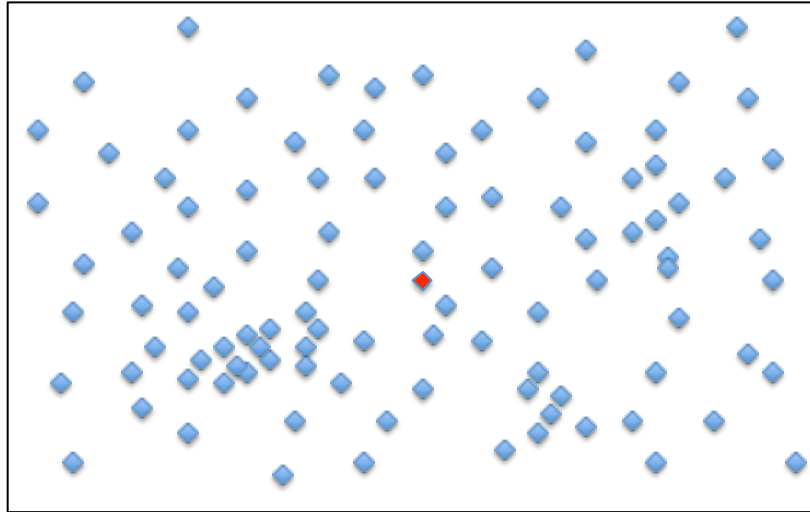
**Figura 5.4** Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase C2 con 100 clientes.

### 5.1.2 Distribución de las Distancias para la Clase R

En la figura 5.5 se observa que las instancias de clase R que poseen una distribución de datos cercana a una distribución normal. En la figura 5.6 se observa la distribución topológica uniforme de nodos para la instancias de clase R. Debido a que las instancias R tienen una distribución topológica uniforme [Solomon, 1987], la frecuencia de repetición se concentra en un rango de 20 a 45 de unidades, pero aun se observa que la distribución de distancias en general sigue una forma de distribución normal.



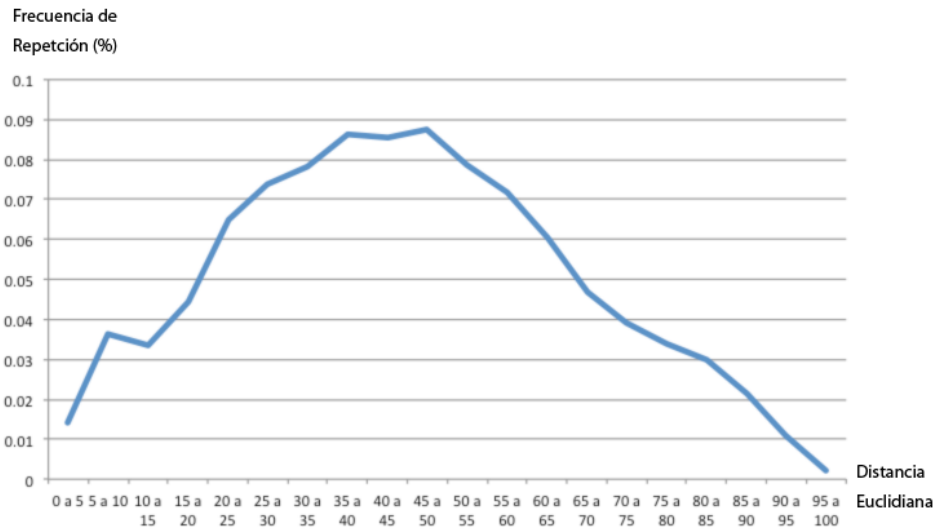
**Figura 5.5** Gráfica de la frecuencia de  $P(k)$  para las instancias de [Solomon, 1987] de clase R1 y R2 con 100 clientes.



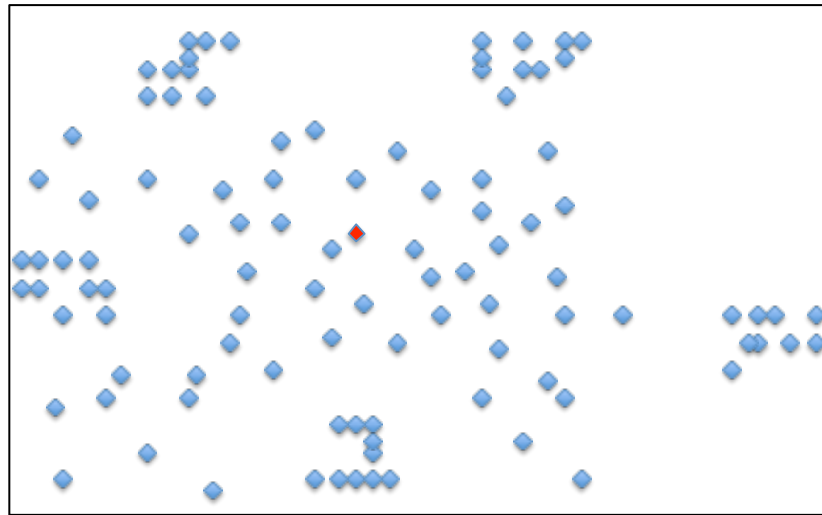
**Figura 5.6** Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase R1 y R2 con 100 clientes.

### 5.1.3 Distribución de las Distancias para la Clase RC

En la figura 5.7 se observa que las instancias de clase RC tienen una distribución de datos cercana a una distribución normal. Para la frecuencia de distancias, la distribución se sigue concentrándose en el rango de 25 a 55 unidades. En la figura 5.8 se observa el espacio geográfico para las instancias de clase RC, donde se aprecia la combinación de clientes que se encuentran en cúmulos y aquellos clientes que se encuentran distribuidos de manera uniforme [Solomon, 1987].



**Figura 5.7** Gráfica de la frecuencia de  $P(k)$  para las instancias de [Solomon, 1987] de clase RC1 y RC2 con 100 clientes.



**Figura 5.8** Distribución de los clientes en el espacio geográfico para las instancias de [Solomon, 1987] de clase RC1 y RC2 con 100 clientes.

Del análisis de la distribución de distancias, se encontró que la topología de las instancias se ve reflejada según su clasificación denotada por el prefijo de la instancia (ver Tabla 4.2). Se concluyo de este análisis, que las distancias se encuentran caracterizadas por el comportamiento descrito en [Solomon, 1987], y el estudio de la distribución de frecuencia de las distancias mostro que estas siguen un comportamiento uniforme para todas las instancias de Solomon.



## **5.2 Caracterización de la Distribución de las Ventanas de Tiempo**

En este trabajo de investigación se realizó un estudio de la caracterización de la distribución de frecuencia para la duración de las ventanas de tiempo de las instancias de [Solomon, 1987] (ver Sección 4.2.3). De la distribución de duración de ventanas de tiempo, se encontró que se podían caracterizar las ventanas de tiempo de los clientes de una determinada instancia de [Solomon, 1987]. Esta caracterización encontrada es diferente a la descrita por [Solomon, 1987] donde solo se describe de manera general el comportamiento del horizonte de la ventana de tiempo por un postfijo (ver Tabla 4.3).

Se identificaron 3 tipos de distribución presentes en todas las clases de las instancias de Solomon y se nombraron según su comportamiento gráfico como: distribuciones curvas, lineales y escalonadas. La distribución se graficó de la siguiente forma: en el eje X se colocaron los clientes de forma ordenada según su duración de tiempo de manera ascendente y en el eje Y se graficó su duración de ventana de tiempo dada en las unidades encontradas en las instancias de [Solomon, 1987].

Se presentará a continuación las gráficas de las diferentes distribuciones encontradas, al igual que una breve descripción de lo observado de estas distribuciones.

### **5.2.1 Distribución de Duración de Ventanas de Tiempo del Tipo Lineal**

En las instancias de [Solomon, 1987], se encontró que existen 12 instancias de las 56 propuestas, que poseen una distribución de duración de ventanas de tiempo del tipo lineal, que representan aproximadamente el 21% de las instancias totales. En la figura 5.9 se muestran aquellas instancias que se encontraron que seguían un comportamiento lineal. Este comportamiento se debe a que la duración de las ventanas de tiempo es constante para todos los clientes.

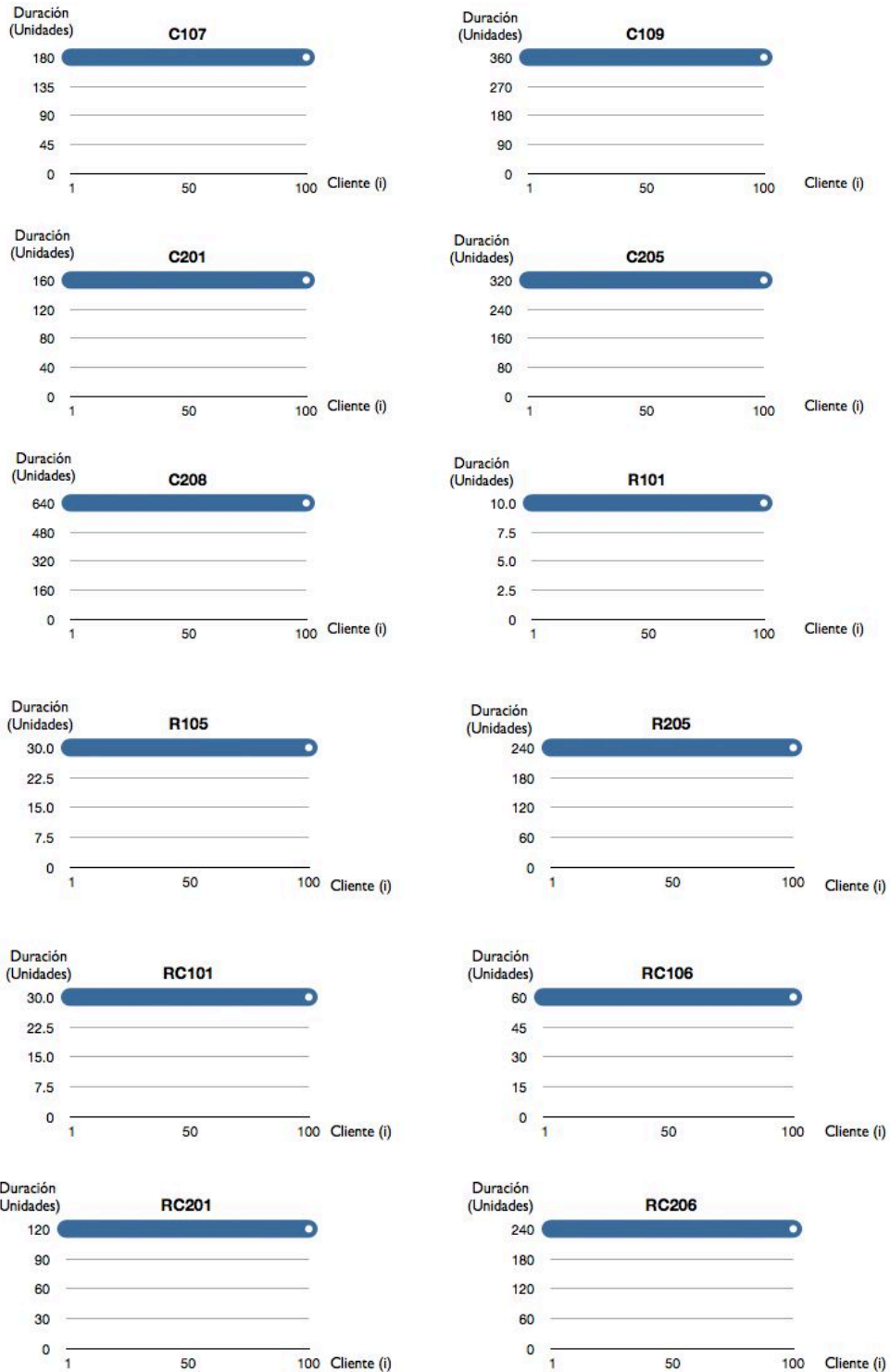
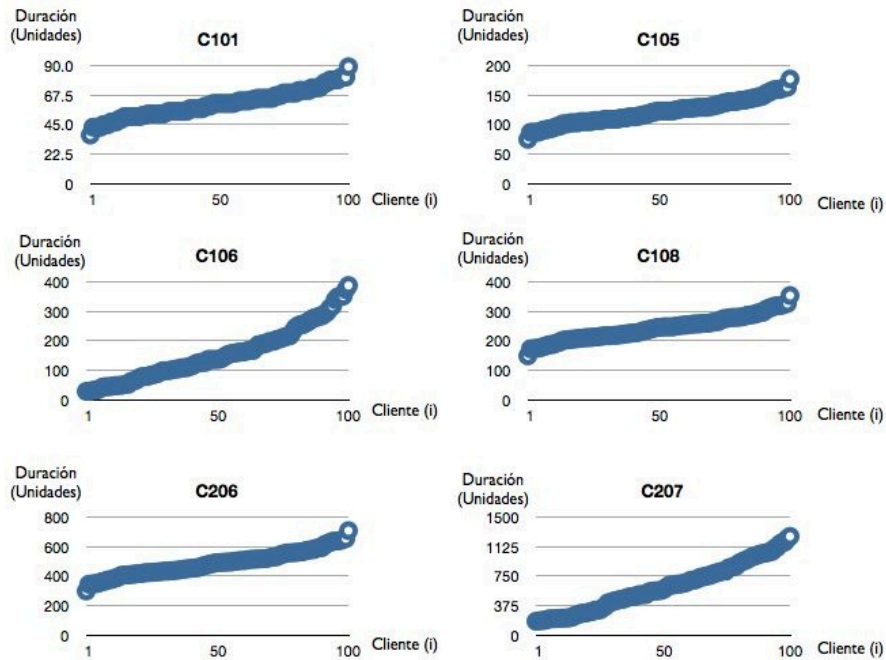


Figura 5.9 Instancias de [Solomon, 1987] que presentan una distribución del tipo lineal para la caracterización de la duración de las ventanas de tiempo.

### 5.2.2 Distribución de Duración de Ventanas de Tiempo del Tipo Curvo

De las 56 instancias 18 presentan una distribución de las ventanas de tiempo del tipo curvo, representando aproximadamente el 33% de los casos para las instancias. Se observa de la figura 5.10, que la distribución de la duración de las ventanas de tiempo siguen un comportamiento gráfico curvo. Esto se debe a que las diferencias encontradas en la duración de la ventana de tiempo de cada cliente siguen una distribución normal. Cabe mencionar que debido a que la distribución es graficada de forma ascendente se puede observar un comportamiento creciente en la duración de las ventanas de tiempo para estas instancias.



**Figura 5.10** Instancias de [Solomon, 1987] que presentan una distribución del tipo curvo para la caracterización de la duración de las ventanas de tiempo.

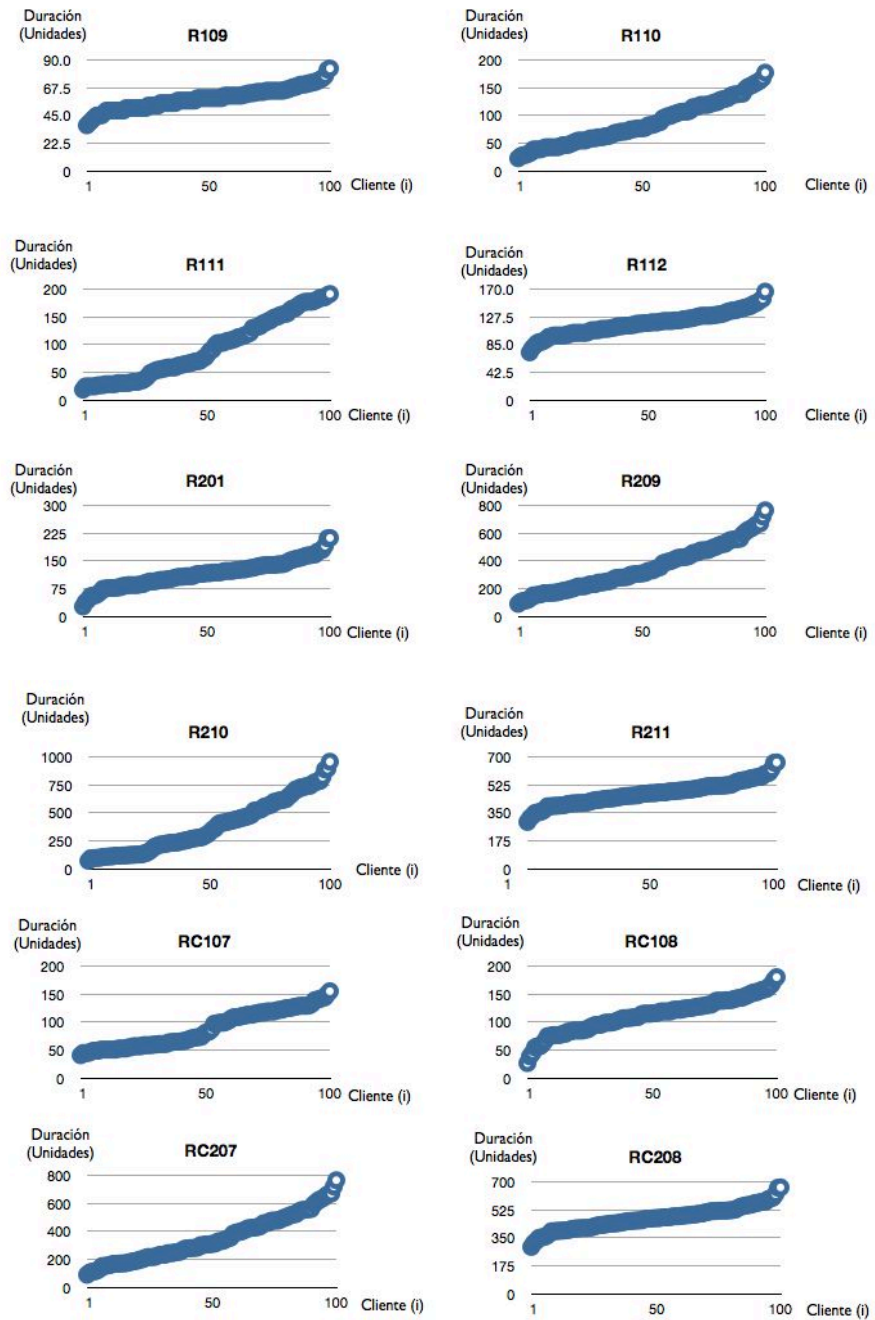
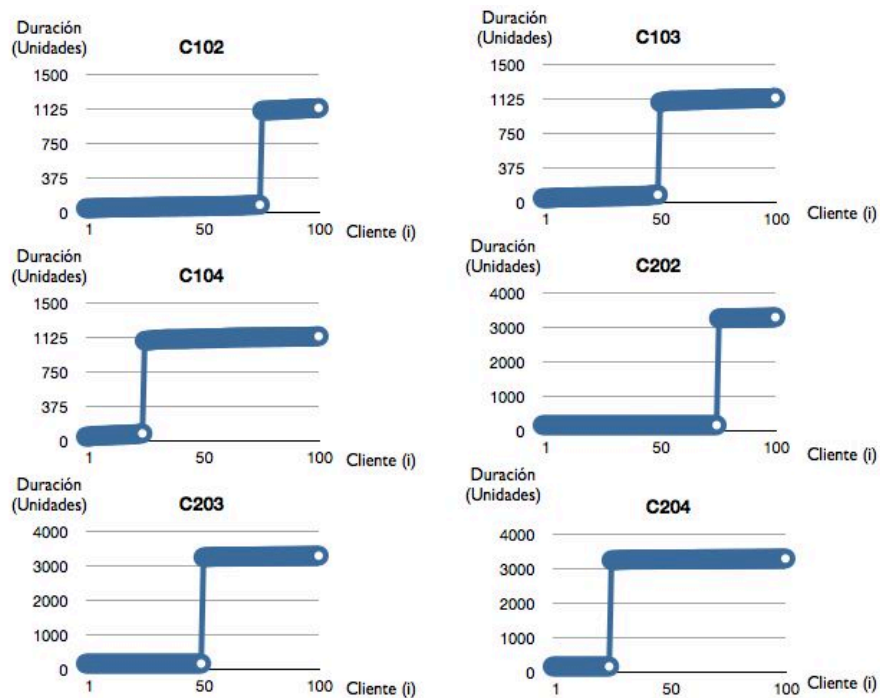


Figura 5.10 Continuación

### 5.2.3 Distribución de Duración de Ventanas de Tiempo del Tipo Escalonada

En la figura 5.11 se muestran las instancias que poseen una la distribución de ventanas de tiempo del tipo escalonada, donde se presenta 26 instancias de las 56 totales, representando el 46% de los casos totales. En este tipo de distribución, se puede observar claramente dos constantes de duración de ventana de tiempo, aquellos clientes que poseen una duración corta y aquellos que siguen una duración amplia. Una característica particular de este tipo de distribución es el porcentaje de clientes que poseen una ventana amplia (o inversamente una ventana pequeña), que puede seguir un 25, 50 o 75 de porcentaje de clientes.



**Figura 5.11** Instancias de [Solomon, 1987] que presentan una distribución del tipo escalonada para la caracterización de la duración de las ventanas de tiempo.

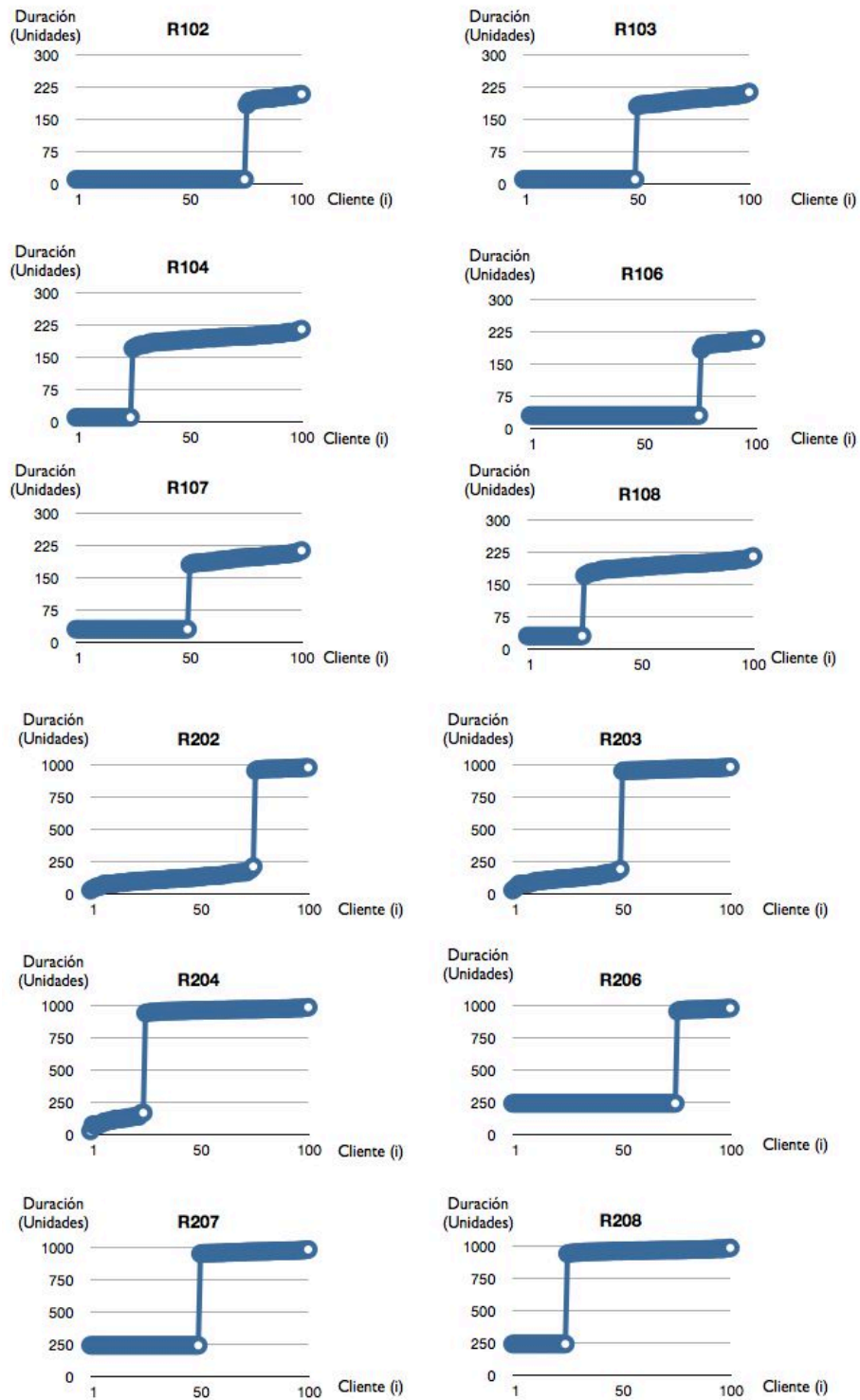


Figura 5.11 Continuación.

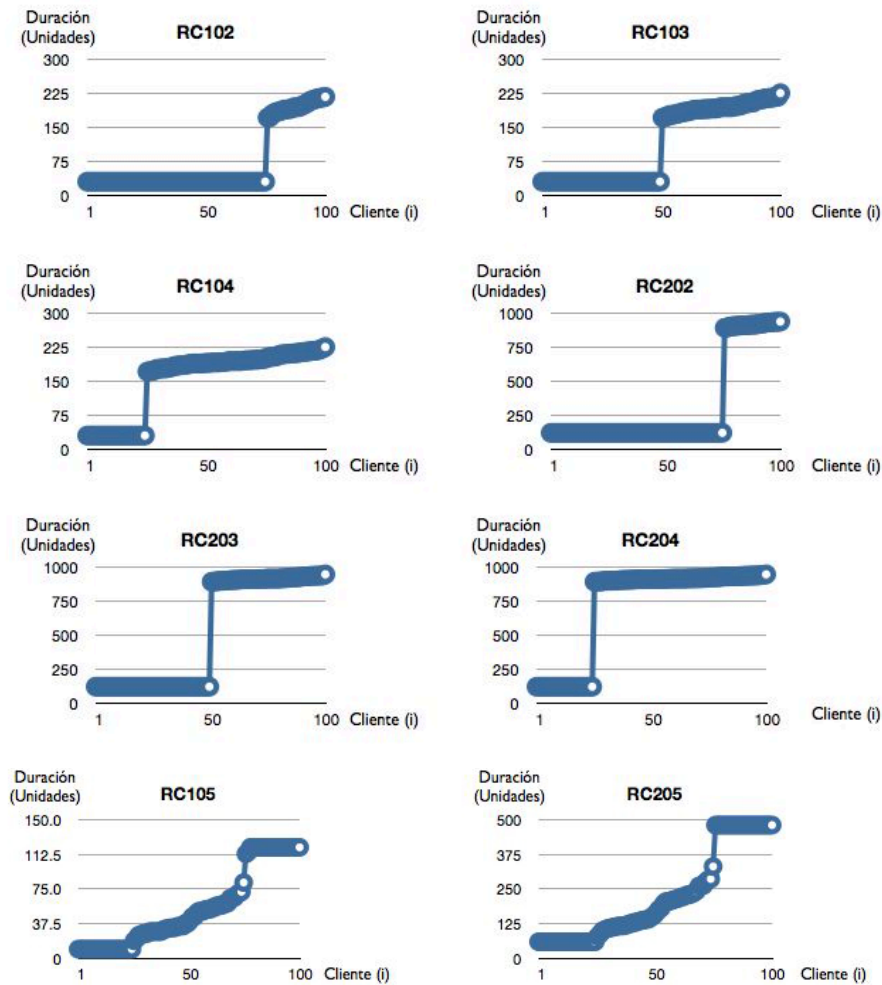


Figura 5.11 Continuación.

En este análisis se encontró una caracterización para las ventanas de tiempo, que identifican un nuevo patrón de comportamiento para cada una de las instancias de [Solomon, 1987]. El tipo de distribución escalona resulta ser la mas interesante del análisis realizado en este trabajo de investigación ya que representa cerca del 50% de las instancias. Ya que este tipo de distribución marca la distinción de dos grupos de clientes (aquellos con duración corta y amplia), se observó que se podía hacer uso de la información proporcionada del análisis para mejorar el redimiendo del algoritmo de MACS-VRPTW.

### 5.3 Estructura del Algoritmo Propuesto

En el capítulo anterior, las relaciones de desempeño obtenido del análisis experimental del algoritmo MACS-VRPTW evidenciaron que las estrategias incluidas, para creación de soluciones y exploración del espacio de búsqueda, presentaban ciertas inconsistencias (ver Sección 4.3). En esta sección se muestran las conclusiones obtenidas del análisis de las principales estrategias utilizadas por el algoritmo del MACS-VRPTW y se presenta el algoritmo propuesto de los procedimientos que tienen mayor impacto en el proceso de optimización para obtener un mejor desempeño.

#### 5.3.1 Propuesta de Arquitectura de Solución

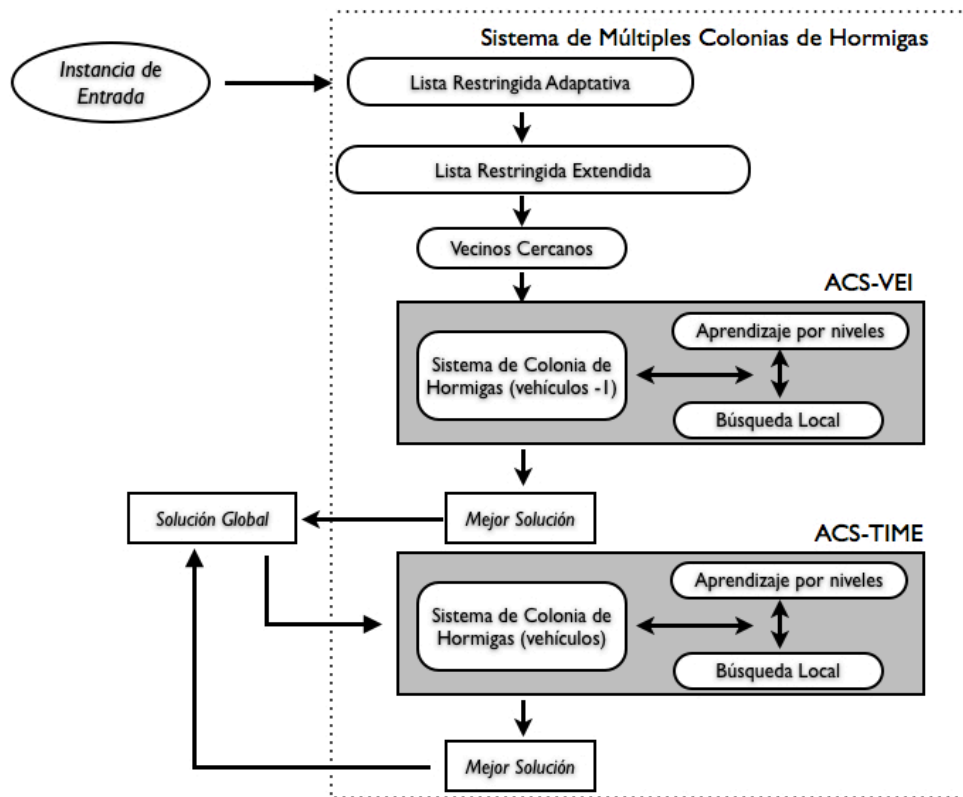


Figura 5.12. Esquema de Solución propuesto en esta investigación.

En la figura 5.12 se presenta el rediseño del esquema de solución de las estrategias que tienen mayor impacto en el proceso de optimización del algoritmo de MACS-VRPTW. Se



observa en este esquema de solución propuesto por este trabajo de investigación, el cual combina las mejores estrategias utilizadas por [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007], se propone el uso del rediseño de una estrategia propuesta por [Herrera, 2006] que hace uso de la información de las ventanas de tiempo encontradas en la sección 5.2 para ayudar a la hormiga a encontrar mejores soluciones. En este esquema de solución, se hace uso de la técnica de Lista Restringida Adaptativa [Herrera, 2006] y de la técnica de Aprendizaje por Niveles [Arrañaga, 2007] y de la estrategia propuesta Lista Restringida Extendida (LRE), que se describe en la siguiente sección.

### **5.3.2 Estrategia Propuesta para Caracterización: Lista Restringida Extendida**

El uso de la Lista Restringida Adaptativa propuesta por [Herrera, 2006] al ser aplicada en el algoritmo ACS-VRPTW ha demostrado una mejora de solución [Herrera, 2006] con las instancias de [Solomon, 1987]. Sin embargo, cabe mencionar que esta técnica solamente es útil cuando la ubicación geográfica de los clientes se encuentra en forma de cúmulos. Identificándose una debilidad importante en la estrategia cuando se enfrenta con instancias cuya topología no se encuentra en cúmulos, en consecuencia, los clientes se clasifican como un solo grupo y esta no genera ninguna información adicional a la hormiga para ayudarla a encontrar mejores soluciones.

Ya que el uso de la técnica de Lista Restringida Adaptativa [Herrera, 2006] hace uso de la información encontrada en las instancias en base a la topología de los clientes, se encontró que se extendió a una nueva caracterización de clientes en base a la duración de las ventanas de tiempo. De esta forma, se desarrollo una extensión de la Lista Restringida en función de esta nueva caracterización.

El objetivo de esta nueva técnica es el de identificar aquellos clientes que posean una ventana de tiempo muy corta cuando la distribución de la instancia para la duración de las ventanas de tiempo sea de forma escalonada. Esto se logra con un pre cálculo de la

instancia al igual que lo hace la Lista Restringida Adaptativa [Herrera, 2006], pero enfocándose en las ventanas de tiempo de la instancia. Cuando se identifica que la instancia posee una distribución escalonada, entonces se comienza a realizar una nueva clasificación de los clientes, identificando aquellos clientes con una duración de ventanas de tiempo corta con la finalidad de darle una mayor prioridad de visita cuando las hormigas realizan una búsqueda de la solución. A continuación se bosqueja la metodología para la extensión de la Lista de Restringida para las Ventanas de Tiempo:

Formación de la Lista Restringida Extendida:

- a. Se calcula la duración de la ventana de tiempo para cada uno de los clientes en la instancia.
- b. Se obtiene la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ) de la duración de las ventanas de tiempo.
- c. Si  $\sigma > \mu$ , se identifica a la instancia con una distribución escalonada en la duración de las ventanas de tiempo.
- d. Se clasifican los clientes que posean una duración de ventana corta (aquellos con un valor menor a la media)  $vt_i = 1$  y aquellos que posean una ventana mas amplia (aquellos con valor mayor de la media)  $vt_i = 0$ .
- e. Una vez identificado a los clientes se modifica el valor de la información heurística como se observa en la Ecuación 4.10:

$$Si \ h_k \neq h_l \mid c_i \in h_k \wedge c_j \in h_l, h_k \in H, h_l \in H$$

$$\eta_{ij} = \eta_{ij} \cdot \frac{|H|}{|C|}$$

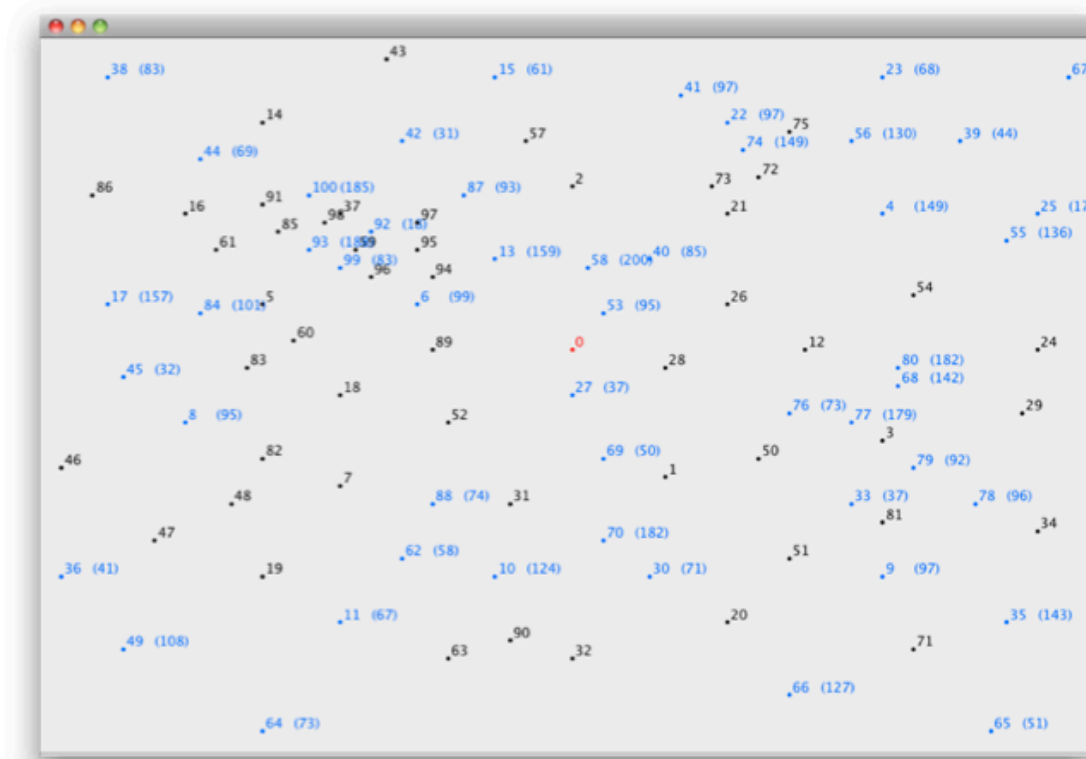
$$De \ lo \ contrario \tag{4.10}$$

$$Si \ vt_i = 1$$

$$\eta_{ij} = \eta_{ij} + \frac{\eta_{ij}}{2}$$

Esta nueva técnica parte del área de oportunidad encontrada en la Lista Restringida de [Herrera, 2006], cuando la Lista Restringida Adaptativa no puede identificar a los nodos en cúmulos, entonces la nueva extensión clasifica a los nodos por su duración de ventanas de tiempo logrando incorporar información adicional de la instancia.

Se observa en la figura 5.13 como la nueva estrategia clasifica a los nodos por sus ventanas cortas y ventanas amplias en una instancia que presenta una distribución escalonada. En esta figura también se añade la información del tiempo de entrada para cada cliente que presenta una ventana corta. Se concluyó, que se podía reducir el tiempo de espera cuando se le hace más atractivo a la hormiga visitar aquellos clientes disponibles a visitar con ventanas cortas que se encontraran cerca de su posición actual. De esta manera, la hormiga construye mejores soluciones dejando a la exploración las combinaciones restantes de aquellos clientes que tuviesen ventanas amplias con el fin de estar cerca cuando estuviera disponible un cliente con ventana corta.



**Figura 5.13.** Topología de la instancia R103, con una distribución de ventanas de tiempo del tipo escalona con el 50% de los clientes. Se clasifican los clientes con ventanas cortas (nodos azules), clientes con ventanas amplias (nodos negros) y el almacén (nodo rojo).

### 5.3.3 Propuesta para el Calculo de la Información Heurística

Durante la investigación del estado del arte se encontró que el cálculo de  $\eta$  en los algoritmos de [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007], proponen un cálculo del valor de *distance* diferente al utilizado en [Gambardella, 1999], como se observa en la tabla 5.1. En los trabajos de [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007], se calcula el valor de *distance* dependiendo del tipo de colonia de hormiga (diferenciado con un parámetro de nombre: *optimizando*) y considera diferentes parámetros para su cómputo. Se encontró, que se mejoraban los resultados cuando se utiliza la formulación propuesta por [Gambardella, 1999] donde se utiliza el mismo cálculo de *distance* para diferentes colonias.

**Tabla 5.1.** Formulación del calculo de  $\eta$  presentado por diferentes autores.

Autor	Formulación de $\eta$
[Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007]	$delivery\_time_j \leftarrow \max(tiempo\_actual_k + t_{ij}, b_j)$ $delta\_time_j \leftarrow delivery\_time_j - tiempo\_actual_k$ $distance_{ij}(optimiza = true) \leftarrow delta\_time_{ij} * (e_j - tiempo\_actual_k) * t_{ij}$ $distance_{ij}(optimiza = false) \leftarrow delta\_time_{ij} * (e_j - tiempo\_actual_k) + service_j$ $distance_{ij} \leftarrow \max(1, (distance_{ij} - IN_j))$ $\eta_{ij} \leftarrow 1.0 / distance_{ij}$
[Gambardella, 1999]	$delivery\_time_j \leftarrow \max(tiempo\_actual_k + t_{ij}, b_j)$ $delta\_time_j \leftarrow delivery\_time_j - tiempo\_actual_k$ $distance_{ij} \leftarrow delta\_time_{ij} * (e_j - tiempo\_actual_k)$ $distance_{ij} \leftarrow \max(1, (distance_{ij} - IN_j))$ $\eta_{ij} \leftarrow 1.0 / distance_{ij}$

### 5.4 Descripción del Algoritmo Propuesto

El pseudo código del algoritmo MACS para resolver el VRPTW utilizado en esta investigación se muestra en la Figura 5.14 Este algoritmo inicia en la línea 4 y concluye cuando el tiempo programado halla expirado, línea 11. En la primer línea se construye la lista restringida de candidatos Adaptativa basada en agrupación jerárquica, ilustrada en la

subsección 4.3.2. Como siguiente paso se construye la lista restringida extendida en base a la duración de las ventanas de tiempo, como se describió en la subsección 5.3.2.

En seguida se crea una solución inicial factible usando la búsqueda inicial descrita en el apartado 4.3.3, dicha solución se tomará como la mejor global  $\psi^{gb}$  este valor será mejorado por las dos colonias de hormigas. La línea 5 y 9 calcula la cantidad de vehículos empleados por la mejor solución encontrada para ser utilizada en el cálculo de predilección de la solución (función objetivo, sección 2.3) para cada una de las colonias de hormigas, se persigue minimizar este valor. En la línea 6 se inicializa el proceso de minimización de vehículos con la primer colonia de hormiga llamada “ACS-VEI” (Figura 5.15) hasta que cumpla con su condición de paro. Finalmente en la línea 10 se inicia con la colonia de hormiga llamada “ACS-TIME” (Figura 5.16) que optimiza la mejor solución factible encontrada en “ACS-VEI”. Cabe mencionar que las dos colonias usan rastros de feromona independientes pero colaboran utilizando la variable  $\psi^{gb}$  administrada por el MACS-VRPTW.

Algoritmo <i>Multiple Ant Colony System</i> ( $\beta, \rho, q_0$ )	
1	<i>lista_restringida_autoadaptativa()</i> /* creación de la lista restringida mediante agrupación */
2	<i>lista_restringida_extendida()</i> /* creación de la lista restringida extendida */
3	$\psi^{gb} \leftarrow$ <i>busqueda_inicial()</i> /* inicializar mejor solución global con vecinos cercanos */
4	<b>repeat</b> /* inicia algoritmo MACS */
5	$v \leftarrow$ #vehiculos_activos( $\psi^{gb}$ ) /* obtención de vehículos utilizados por la mejor solución */
6	Activa ACS-VEI( $v-1$ ) /* inicializar mecanismo de minimización de vehículos*/
7	<b>until</b> criterio de paro alcanzado
8	<b>repeat</b> /* iniciar proceso de minimización de la función de aptitud */
9	$v \leftarrow$ #vehiculos_activos( $\psi^{gb}$ ) /* obtención de vehículos utilizados por la mejor solución */
10	Activa ACS-TIME( $v$ ) /* inicializar mecanismo de minimización de tiempo de viaje*/
11	<b>until</b> criterio de paro alcanzado

Figura 5.14. Algoritmo MACS para el VRPTW.

En la Figura 5.15 se observa el pseudo código utilizado por la colonia de hormigas ACS-VEI. Para maximizar el numero de clientes a ser servidos, ACS-VEI utiliza un vector  $IN$  de enteros. El parámetro de  $IN_j$  almacena el número de veces que un cliente  $j$  no ha sido

visitado en la solución.  $IN_j$  es utilizado en el proceso de *nueva\_solución()* (Ver Figura 5.17) para favorecer aquellos clientes que no son frecuentemente visitados en la solución.

La colonia ACS-VEI se inicializa la solución inicial con la mejor solución global encontrada por el algoritmo MACS-VRPTW como se observa en la línea 1. En la líneas 2, 8 y 17 se calcula el valor de predilección de la solución al evaluarla mediante la suma del número de vehículos empleados y una normalización de la distancia recorrida, se persigue minimizar dicho valor. En la línea 6 se construye una solución mediante el procedimiento de *nueva\_solución()*, donde se hace uso del parámetro de  $IN_j$ , que es actualizado en la línea 7. Consecuentemente en las líneas 9 a 11 se evalúa si la solución encontrada por la hormiga visita mas clientes que los encontrados en la mejor solución global, de ser así esta nueva solución se convierte en la solución de ACS-VEI. En la línea 13 se realiza la actualización global feromona para la colonia de ACS-VEI.

Finalmente se evalúa la solución encontrada por la colonia ( $\psi^{lb}$ ) contra la mejor solución global encontrada ( $\psi^{gb}$ ), de ser esta mejor, se convierte la nueva solución global.

Procedimiento <i>ACS-VEI</i> ( $s$ )	
1	$\psi^{lb} \leftarrow \text{solucion\_inicial}$ /* inicializar mejor solución local */
2	$\chi^k \leftarrow \#vehiculos\_activos(\psi^k) + (1 - J_{\psi^k}^{-1})$ /* evaluación de la función de aptitud */
3	$\forall j : IN_j \leftarrow 0$ /* inicializar mecanismo de castigo para clientes no visitados */
4	<b>repeat</b> /* iniciar proceso de minimización de la función de aptitud */
5	<b>for each</b> hormiga $k \in K$ /* iniciar optimización de colonia de hormigas */
6	$\psi^k \leftarrow \text{nueva\_solución}(k, s-1, IN)$ /* crear nueva solución */
7	$\forall j \notin \psi^k : IN_j \leftarrow IN_j + 1$ /* actualizar $IN_s$ , veces que $j$ no ha sido visitada */
8	$\chi^k \leftarrow \#vehiculos\_activos(\psi^k) + (1 - J_{\psi^k}^{-1})$ /* evaluación de la función de aptitud */
9	<b>if</b> $\chi^k < \chi^{lb}$ <b>then</b> /* si mejora la solución */
10	$\psi^{lb} \leftarrow \psi^k$ /* actualizar mejor solución de la colonia */
11	<b>end if</b>
12	<b>end for each</b>
13	$\forall v \in \psi^{gb} : \tau_v \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_v + \frac{\rho}{J_{\psi^{gb}}}$ /* actualización global de la feromona: vehículos */
14	<b>end repeat</b> /* termina minimización de la función de aptitud */
15	<b>if</b> $\psi^{lb}$ es factible $\wedge \chi^{gb} < \chi^{lb}$ <b>then</b> /* si mejora en solución global */
16	$\psi^{gb} \leftarrow \psi^{lb}$ /* actualizar mejor solución global */
17	$\chi^{gb} \leftarrow \#vehiculos\_activos(\psi^{gb}) + (J_{\psi^{gb}})^{-1}$
18	<b>end if</b>

Figura 5.15. Procedimiento de ACS-VEI para el MACS-VRPTW.

En la Figura 5.16 se observa el pseudo código utilizado por la colonia de hormigas ACS-TIME. El procedimiento sigue la misma estructura que la colonia de hormigas de ACS-VEI con la diferencia del uso del parámetro de  $IN_j$  donde se elimina para el procedimiento de ACS-TIME. En esta colonia se busca optimizar las rutas encontradas en la solución de ACS-VEI, logrando de esta manera reducir la cantidad de tiempo de recorrido y de vehículos utilizados en la solución.

Procedimiento <i>ACS-TIME</i> (s)	
1	$\psi^{lb} \leftarrow \text{solucion\_inicial}$ /* inicializar mejor solución local */
2	$\chi^k \leftarrow \#vehiculos\_activos(\psi^k) + (1 - J_{\psi^k}^{-1})$ /* evaluación de la función de aptitud */
4	<b>repeat</b> /* iniciar proceso de minimización de la función de aptitud */
5	<b>for each</b> hormiga $k \in K$ /* iniciar optimización de colonia de hormigas */
6	$\psi^k \leftarrow \text{nueva\_solución}(k, s-1)$ /* crear nueva solución */
7	$\chi^k \leftarrow \#vehiculos\_activos(\psi^k) + (1 - J_{\psi^k}^{-1})$ /* evaluación de la función de aptitud */
8	<b>end for each</b>
9	$\forall r, s \in \psi^{gb} : \tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{rs} + \frac{\rho}{J_{\psi^{gb}}}$ /* actualización global de la feromona: caminos */
10	<b>end repeat</b> /* termina minimización de la función de aptitud */
11	<b>if</b> $\psi^{lb}$ es factible $\wedge \chi^{gb} < \chi^{lb}$ <b>then</b> /* si mejora en solución global */
12	$\psi^{gb} \leftarrow \psi^{lb}$ /* actualizar mejor solución global */
13	$\chi^{gb} \leftarrow \#vehiculos\_activos(\psi^{gb}) + (J_{\psi^{gb}})^{-1}$
14	<b>end if</b>

Figura 5.16. Procedimiento de ACS-TIME para el MACS-VRPTW.

El proceso constructivo *nueva\_solución*( ) como su nombre lo indica crea una nueva solución para la hormiga  $k$  (ver Figura 5.17); se generan uno a uno los recorridos para cada vehículo, satisfaciendo las demandas de los clientes que se encuentran en el recorrido.



Procedimiento <i>nueva_solución</i> ( <i>k, t, IN</i> )	
1	<b>do</b>
2	Determinar el conjunto de vehículos factibles $N_v(r)$
3	<b>for each</b> vehículo $v \in N_v(r)$
4	$\eta_v = \left( nv_v \cdot (\overline{TM}_v + \overline{TR}_v) \cdot \frac{tr_v}{tt_c} \right)^{-1}$ /* calcular función de visibilidad de los vehículos */
6	<b>end for each</b>
7	Elegir siguiente vehículo $vehi \in N_v(r)$ usando explotación y exploración
8	$\psi \leftarrow \psi \cup vehi$ /* incorporar el vehículo seleccionado a la solución en construcción */
9	$r \leftarrow \#depot(vehi)$ /* el centro de embarque de <i>vehi</i> es la primer localidad visitada en la ruta */
10	$\psi \leftarrow \psi \cup r$ /* incorporar el centro de embarque a la solución en construcción */
11	<b>do</b>
12	Determinar el conjunto de clientes $N_k(r)$ que el vehículo <i>vehi</i> puede visitar desde <i>r</i>
13	<b>for each</b> cliente $s \in N_k(r)$
15	$\eta_{rs} = (\Delta t_{rs} \cdot (ws_s + st_s) \cdot tc_{rs})^{-1}$ /* calcular función de visibilidad de los clientes */
16	$\eta_{rs} = \max(1.0, \eta_{rs} - IN_s)$ /* favorecer clientes menos frecuentemente incluidos */
17	$\eta_{rs} = \eta_{rs} \cdot \frac{ H }{ C }$ /* inhibir feromona con base en la lrc Adaptativa */
18	<b>end for each</b>
19	Elegir siguiente cliente $s \in N_k(r)$ usando explotación y exploración
20	$\psi \leftarrow \psi \cup s$ /* incorporar el cliente elegido a la solución en construcción */
21	Actualizar la demanda satisfecha en el cliente <i>s</i>
22	$\tau_{rs} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{rs} + \rho\tau_0$ /* actualización local de la feromona en clientes */
23	$r \leftarrow s$ /* cambiar el nodo actual donde el vehículo esta localizado */
24	<b>until</b> $N_k(r) = \emptyset$
25	$\tau_{vehi} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{vehi} + \rho\tau_0$ /* actualización local de la feromona en vehículos */
26	<b>until</b> se satisfagan las demandas de todos los clientes o $\#vehiculos\_activos(\psi) > t$
27	<b>return</b> $\psi$

Figura 5.17. Procedimiento *nueva\_solución*( ).

La construcción del recorrido da comienzo cuando el vehículo sale del centro de embarque para servir a los clientes, siendo *r* este primer nodo. El primer paso para crear un recorrido es determinar el conjunto de vehículos disponibles  $N_v(r)$ , línea 2, que contendrá aquellos vehículos que aún pueden ser usados para abastecer a los clientes. Después, el valor de la información heurística para cada vehículo que pertenece a  $N_v(r)$  es calculada, líneas 3 a 6, para finalmente seleccionar uno, línea 7, durante este paso se emplean los mecanismos de exploración y explotación del ACS.

La elección del siguiente cliente a visitar  $s$  se realiza utilizando las estrategias de exploración, explotación y la Lista Restringida Adaptativa, líneas 12 a la 21. El cliente seleccionado  $s$  es ahora el actual  $r$ , línea 25. Mientras el conjunto  $N_k(r)$  de clientes factibles de visitar no este vacío el vehículo continuará visitando, de otra forma regresará al centro de embarque, línea 26. Cabe resaltar que la actualización local de la feromona para los clientes se realiza cada vez que un nuevo cliente es visitado, línea 24, mientras que la de los vehículos se efectúa hasta que la unidad concluye un recorrido, línea 27. El conjunto de recorridos de un mismo vehículo constituyen su ruta.

## 5.5 Experimentación y Resultados

Se encontró, que cuando se aplica esta técnica, se encuentran mejores resultados que los encontrados en los trabajos de [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007], como se puede observar en las tablas 5.2 y 5.3, al igual que se mejora el desempeño del algoritmo al encontrar mejores soluciones de manera mas rápida. Esto se debe porque la nueva técnica permite incorporar aquellos clientes que tienen una ventana de tiempo corta de manera más rápida cuando la hormiga va construyendo las rutas, reduciendo los tiempos de espera que podrían ocurrir a cuando no se tiene esta información adicional. Como en consecuencia se optimizaron la cantidad de vehículos encontrados, ya que al ajustar los clientes con ventanas de tiempo cortas, se optimizan las rutas logrando visitar más clientes.

**Tabla 5.2.** Promedio de vehículos en las soluciones obtenidas por [Herrera, 2006], [Arrañaga, 2007] y los resultados de esta investigación.

<b>Autor</b>	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>R1</b>	<b>R2</b>	<b>RC1</b>	<b>RC2</b>	<b>Total</b>
<i>[Herrera, 2006]</i>	10	3	12.83	3.09	12.5	3.37	429
<i>[Arrañaga, 2007]</i>	10	3	12.83	3.09	12.37	3.37	428
<i>Esta Investigación</i>	10	3	<b>12.58</b>	<b>3</b>	<b>12.125</b>	3.37	<b>422</b>

**Tabla 5.3.** Promedio de tiempo de viaje en la soluciones obtenidas por [Herrera, 2006], [Arrañaga, 2007] y los resultados de esta investigación.

<b>Autor</b>	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>R1</b>	<b>R2</b>	<b>RC1</b>	<b>RC2</b>	<b>Total</b>
[Herrera, 2006]	831.47	601.83	1259.9	988.94	1434.2	<b>1171.7</b>	59,143
[Arrañaga, 2007]	<b>830.72</b>	600.63	<b>1243.4</b>	984.88	1437.4	1176.4	<b>58,947</b>
<i>Esta Investigación</i>	832.89	<b>597.53</b>	1266.9	<b>982.85</b>	1416.7	1185.3	59,106

Los resultados encontrados en la experimentación se dieron bajo las siguientes condiciones: la configuración de parámetros utilizada en el algoritmo de cada trabajo que se presentan en la Tabla 5.2 y 5.3 de esta investigación. Los algoritmos fueron codificados bajo el mismo lenguaje de programación C# y probada en una computadora con un procesador Intel Xeon 5120 con 2 núcleos de 1.86 Ghz, con 3.0 Gb de memoria RAM, bajo el sistema operativo de Windows XP Service Pack 3 de 32 Bits, con el software de Microsoft Visual C# Express 2010. Se utilizaron los valores de  $n = 10$  hormigas artificiales, y un conjunto de  $\alpha = 1$ ,  $q_0 = 0.65$ ,  $\beta = 6$  y  $\rho = 0.1$ .

Se definió como condición de paro un tiempo de ejecución de 1800 segundos (30 minutos) para cada una de las 56 instancias, siendo esto un total de 28 horas de ejecución total para todas las instancias de [Solomon, 1987]. Es importante destacar que los algoritmos fueron ejecutados 5 veces, presentando en las tablas 5.2 y 5.3, los mejores resultados obtenidos de estas ejecuciones, debido a esto se puede concluir que la aportación de este trabajo presenta un mejor desempeño que los encontrados en los trabajos anteriores.

# Capítulo 6

## CONCLUSIONES

---

En este capítulo se presentan las conclusiones de esta investigación y se sugieren direcciones para trabajos futuros.

### 6.1 Conclusiones

En este trabajo de investigación se da evidencia que es factible resolver el Problema de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRPTW), mediante una metodología de solución basada en algoritmos heurísticos. Además concluimos que se cumplió con el objetivo general que fue desarrollar una estrategia que reduce la cantidad de vehículos necesarios para solucionar el VRPTW, incluyendo información del ambiente. Para lograr este objetivo se llevaron a cabo las siguientes contribuciones:

- Se diseñó y aportó una estrategia de Lista Restringida Extendida que proporciona información al Sistema de Colonia de Hormigas (ACS) y contribuye notablemente al desempeño del algoritmo.
- Se realizó un análisis y documentación completa de los trabajos de [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007] que ayudo a comprender las estrategias aportadas en sus trabajos.
- Se realizó un análisis de las instancias del benchmarking de [Solomon, 1987] encontrándose características significantes en las ventanas de tiempo que aportaron información para lograr el objetivo general que fue la reducción de cantidad de vehículos utilizados.

La metodología propuesta de MACS-VRPTW fue evaluada al utilizar las instancias de prueba de [Solomon, 1987] que muestran el desempeño de algoritmos que resuelven el VRPTW. El conocimiento que se obtuvo a partir de las contribuciones mencionadas permitió identificar áreas de mejora en la estructura del algoritmo e incorporar nuevas estrategias que incrementaron su rendimiento y desempeño. Los resultados generales mostraron una reducción promedio de 1.4% para la cantidad de vehículos empleados con referencia al trabajo de [Arrañaga, 2007]. Cabe señalar en las investigaciones del estado del arte [Solomon, 1987][Bräysy, 2005][Potvin, 2009] evidencian que las instancias mas retadoras son, las de la clase R1 y R2. En la metodología propuesta muestra mejoras en estas dos clases de instancias en referencia con los trabajos de [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007].

Con base en esta información es claro que se cumplió con la hipótesis de la sección 1.5, al reducir la cantidad de vehículos mientras y mantenerse el tiempo de viaje empleado. Finalmente, se demostró que el desempeño alcanzado por la metodología propuesta permitió cumplir con la totalidad de los objetivos planteados.

Otras aportaciones realizadas en este trabajo son las siguientes:

1. Se desarrolló de la caracterización de las ventanas de tiempo para las instancias de prueba de [Solomon, 1987].
2. Se realizó un estudio sobre la distribución de frecuencia de las distancias entre los clientes y la topología de las instancias de prueba de [Solomon, 1987].
3. Se optimizó la estructura y el código fuente del algoritmo base utilizado en los trabajos de [Herrera, 2006] y [Arrañaga, 2007].
4. Se mejoró el desempeño del calculo de la información heurística al utilizar una nuevo cálculo de  $\eta$  presentado por [Gambardella, 1999].

## **6.2 Trabajos Futuros**

Para dar continuidad al trabajo de investigación presentado se proponen los siguientes trabajos:

- a. Incorporar la información de la caracterización de las ventanas de tiempo encontradas en esta investigación a otros algoritmos metaheurísticos que resuelvan el VRPTW.
- b. Desarrollar una estrategia con el uso de hiperheurísticos que aproveche la información de la caracterización de las ventanas de tiempo y de la distribución de frecuencias de las distancias.
- c. Aplicar la caracterización de las instancias para la distribución de frecuencia de las distancias y las ventanas de tiempo para las instancias de prueba para un mayor número de clientes de [Gehring y Homberger, 1999].
- d. Aplicar el ajuste de parámetros para optimizar las variables del problema y del algoritmo propuesto.

# Referencias Bibliográficas

---

- [Archetti, 2001] C. Archetti, R. Mansini y M.G. Speranza, “The Vehicle Routing Problem with capacity 2 and 3, General Distances and Multiple Customer Visits,” *Operational Research in Land and Resources Manangement*, pp. 102, 2001.
- [Arrañaga, 2007] B. Arrañaga, *Búsqueda Local Mejorada para la solución del Problema VRPTW en un Sistema de Colonia de Hormigas*, Tesis de Maestría, Posgrado en Ciencias de la Computación, Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, 2007.
- [Barto, 1981] A. G. Barto, R. S. Sutton y P. S. Brower, “Associative search network: A reinforcement learning associative memory”, *Biological Cybern.*, vol. 40, pp. 201–211, 1981.
- [Bäck, 1997] T. Bäck, U. Hammel y H.-P. Schwefel, “Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State”, *IEEE Transactions in Evolutionary Computation* vol. 1, pp. 3-17, 1997.
- [Bräysy, 2001] O. Bräysy, “A Reactive Variable Neighborhood Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows”, tech, report, *SINTEF Applied Mathematics, Department of Optimization*, 2001.
- [Bräysy, 2003] O. Bräysy, “A Reactive Variable Neighborhood Search for the Vehicle Routing Problem with Time Windows”, *INFORMS Journal on Computing*, vol. 15, pp. 347-368, 2003.
- [Bräysy, 2004] Bräysy, W. Dullaert y M. Gendreau, “Evolutionary Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows”, *Journal of Heuristics*, vol. 10, pp. 587-611, 2004.
- [Bräysy y Gendreau, 2005] Bräysy y M. Gendreau, “Vehicle Routing Problem with Time Windows Part I: Route Construction and Local Search Algorithms”, *Transportation Science*, vol. 39, pp. 104-118, 2005.
- [Blasum, 2002] U. Blasum y W. Hochstätter, *Application of the Branch and Cut Method to the Vehicle Routing Problem*, Reporte Técnico, Ulrich Blasum, Winfried Hochstätter, 2002.

- [Bock, 1958] F. Bock, “An algorithm for solving traveling salesman and related network optimization problems”, *Fourteenth National Meeting of the Operational Research Society of America*, St. Louis, MO, Estados Unidos, 1958.
- [Cordeau, 2002] Cordeau, M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin y F. Semet, “A guide to vehicle routing heuristics”, *Journal of the Operational Research Society*, vol. 53, pp. 512-522, 2002.
- [Coffman, 2002] Coffman, J.E.G., Courboubetis, C., Garey, M.R., Johnson, D.S., Shor, P.W. y Weber, R.R., “Perfect Packing Theorems and the Average Case Behavior of Optimal and Online Bin Packing”. *SIAM Review*, vol. 44, pp. 95-108, 2002.
- [Croes, 1958] G.A. Croes, “A method for solving traveling salesman problems,” *Proc. Operations Research*, vol. 5, pp. 791–812, 1958.
- [Danzig, 1959] Dantzig, G. B., Ramser y J. H., “The truck dispatching problema”. *Mgmt Science*, vol. 6, pp. 80–91, 1959.
- [Desrochers, 1998] M. Desrochers, J.K. Lenstra, M.W.P. Savelsbergh y F. Soumis, *Vehicle Routing with Time Windows: Optimization and Approximation*, Vehicle Routing: Methods and Studies, Editorial Elsevier Science Publishers, Amsterdam, pp. 65-84, 1988.
- [Díaz y Laguna, 1996] Díaz A., González J., Laguna M., Mascato P., Tseng T., Glover F., Ghaziri M. *Optimización Heurística y Redes Neuronales*. Editorial Parainfo, España, 1996.
- [Dorigo, 1991] A. Colorni, M. Dorigo et V. Maniezzo, *Distributed Optimization by Ant Colonies*, Actes de la première conférence européenne sur la vie artificielle, Paris, France, Elsevier Publishing, pp. 134-142, 1991.
- [Dorigo, 1996] Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorini, A., “The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agent”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 26, pp. 29-41, 1996.
- [Dorigo, 1997] M. Dorigo, L.M. Gambardella, “Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem,” *Proc. IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, Belgica, 1997.
- [Dorrnsoro, 2005] Dorrnsoro, B. “The VRP Web”, Language and Computation Sciences of the University of Málaga. <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/index.html?links.html>, Mar. 2005.
- [Dror, 1994] M. Dror, G. Laporte, P. Trudeau, “Vehicle routing with split deliveries”, *Discrete Appl. Math*, vol. 50, pp. 239-25, 1994.



- [Dueck y Scheurer, 1990] G. Dueck y T. Scheurer, “Threshold Accepting: A General Purpose Optimization Algorithm Appearing Superior to Simulated Annealing”, *Journal of Computational Physics*, vol. 90, pp. 161-175, 1990.
- [Fleischmann, 1990] Fleischmann, B., *The Vehicle routing problem with multiple use of vehicles*, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg, 1990.
- [Gambardella, 1999] L. Gambardella, E. Taillar y G. Agazzi, *MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows*, Reporte Técnico, IDSIA-06-99, IDSIA, 1999.
- [Garey, 1997] M.R. Garey y D.S. Johnson, *Computers and Intractability. A Guide to the Theory of NP-Completeness*, Editorial W.H. Freeman and Company, 1997.
- [Gehring y Homberger, 1999] Gehring, H., J. Homberger. *A parallel hybrid evolutionary metaheuristic for the vehicle routing problem with time Windows*, Reports of the Department of Mathematical Information Technology, University of Jyväskylä, Finland, pp.57–64, 1999.
- [Glover, 1996] Glover, F, “Ejection chains, reference structures and alternating path methods for traveling salesman problems”, *Discrete Applied Mathematics*, vol. 65, pp. 223-253, 1996.
- [Golden y Assad, 1986] Golden y A.A. Assad, “Perspectives on Vehicle Routing: Exciting New Developments”, *Operations Research*, vol. 34, pp. 803-809, 1986.
- [Gutin y Punnen, 2002] Gutin, G. y Punnen, A. P. *The Traveling Salesman Problem and its variations*. Boston: Kluwer, 2002.
- [Hall, 2004] R. Hall, “On the Road to Recovery,” *Proc. Operations Research/Management Science Today (ORMS Today)*, a publication of INFORMS, Jun. 2004.
- [Hashimoto y Yagiura, 2008] H. Hashimoto, M. Yagiura y T. Ibaraki, “An Iterated Local Search for the Time-Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows”, *Discrete Optimization*, vol. 5, pp. 434-456, 2008.
- [Herrera, 2006] A. Herrera, *Desarrollo de una Metodología Basada en Heurísticas para la Solución Integral de Problemas de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas en el Proceso de Distribución y Entrega de Productos*, Tesis de Maestría, Posgrado en Ciencias de la Computación, Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, 2006.
- [Hoshino, 2007] T. Hoshino, T. Kimura y T. Ikeguchi, “Two simple local searches controlled by chaotic dynamics for the vehicle routing problems with time windows”, In *Abstract Proceedings of The Seventh Metaheuristics International Conference MIC 2007*, Montreal, Canada, pp. 25-29, Jun. 2007.

- [Ibaraki, 2008] T. Ibaraki, S. Imahori, K. Nonobe, K. Sobue, T. Uno y M. Yagiura, “An Iterated Local Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Convex Time Penalty Functions”, *Discrete Applied Mathematics*, vol. 156, pp. 2050-2069, 2008.
- [Johnson, 1995] D.S. Johnson, L.A. McGeoch, *The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization*, Local Search and Combinatorial Optimization, Editorial Wiley and Sons: New York, Estados Unidos, 1995.
- [Jin, 2004] T. Jin, S. Guo, F. Wang y A. Lim, “One-Stage Search for Multi-Depot Vehicle Routing Problem,” *Proc. Intelligent Systems and Control*, pp. 446- 129, 2004.
- [Jong, 1996] C. Jong, G. Kant y A.V. Vliet, *On Finding Minimal Route Duration in the Vehicle Routing Problem with Multiple Time Windows*, Reporte Técnico, Dept. of Computer Science, Utrecht Univ., 1996.
- [Lourenço, 2002] H.R. Lourenço, O. Martin y T. Stützle, *Iterated Local Search*, Handbook of Metaheuristics, F. International Series in Operations Research and Management Science, Editorial Kluwer Academic Publishers, Norwell, pp. 321-353, 2002.
- [Mariano, 2001] Mariano C. y Morales E. F., “DQL: A New Updating Strategy for Reinforcement Learning Based on Q-Learning”, *Proceedings of the 12th European Conference on Machine Learning*, Verlag, London, vol. 2167, pp. 324-335, 2001.
- [Mester y Bräysy, 2005] D. Mester y O. Bräysy, “Active Guided Evolution Strategies for Large Scale Vehicle Routing Problems with Time Windows”, *Computers & Operations Research*, vol. 32, pp. 1593-1614, 2005.
- [Mester, 2006] D. Mester, O. Bräysy y W. Dullaert, “A Multi-parametric Evolution Strategies Algorithm for Vehicle Routing Problems”, *Expert Systems with Applications*, vol. 32, pp. 508-517, 2006.
- [Mladenović y Hansen, 1997] N. Mladenović y P. Hansen, “Variable Neighborhood Search”, *Computers & Operations Research*, vol. 24, pp. 1097-1100, 1997.
- [Mingozzi, 2003] Mingozzi, A., Vallet, A. *An exact Algorithm for Period and Multi-Depot Vehicle Routing Problems*. Department of Mathematics, University of Bologna, Bologna, Italy. 2003.
- [Pisinger, 2005] D. Pisinger y S. Ropke, *A General Heuristic for Vehicle Routing Problems*, Reporte Técnico, Dept. of Computer Science, Univ. Copenhagen, 2005.
- [Pisinger y Ropke, 2006] D. Pisinger y S. Ropke, “A General Heuristic for Vehicle Routing Problems”, *Computers & Operations Research*, vol. 34, pp. 2403-2435, 2006.

- [Potvin, 1995] J.Y. Potvin, y J.M. Rousseau, "An Exchange Heuristic for Routeing Problems with Time Windows," *Proc. Journal of the Operational Research Society*, vol. 46, pp. 1433-1446, 1995.
- [Potvin, 2009] J.Y. Potvin, "Evolutionary Algorithms for Vehicle Routing" *Proc. Journal on Computing*, vol. 21, pp. 518-548, 2009.
- [Prescott-Gagnon, Desaulniers y Rousseau, 2009] E. Prescott-Gagnon, G. Desaulniers, y L.-M. Rousseau, "A Branch-and-Brice Large Neighborhood Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows", *Networks*, vol. 54, pp. 190-204, 2009.
- [Prosser, 1996] P. Prosser y P. Shaw, *Study of Greedy Search with Multiple Improvement Heuristics for Vehicle Routing Problems*, Reporte Técnico, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, 1996.
- [Ortega, 2008] Ortega I. R., *Estudio de las propiedades topológicas en redes complejas con diferente distribución del grado y su aplicación en algoritmos de búsqueda distribuidos*, Tesis de Doctorado, Instituto Politécnico Nacional, CICATA, Altamira, 2008.
- [Qi, Cui y Sun, 2008] Chengming Qi, Shoumei Cui, Yunchuan Sun, "Using Ant Colony System and Local Search Methods to Solve VRPTW," *IEEE Pacific-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application*, vol. 2, pp.478- 482, 2008.
- [Quiroz, 2009] Quiroz C.M., *Caracterización de factores de desempeño de algoritmos de solución de BPP*. Tesis de Maestría, Posgrado en Ciencias de la Computación, Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, 2009.
- [Rangel, 2005] Rangel N., *Análisis de los Problemas de Asignación de Rutas, Horarios y Cargas en una Distribuidora de Productos*, Tesis de Maestría, Posgrado en Ciencias de la Computación, Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, 2005.
- [Ralphs, 2004] Ralphs, T., Kopman, L., Pulleyblank W., Trotter L. Jr. *On the Capacitated Vehicle Routing Problem*, Texas APT-Grant 97-3604-010, Dic. 2004.
- [Reimann, 2003] M. Reimann, K. Doerner y R. Hartl, "Analyzing a Unified Ant System for the VRP and some of its Variants," *EvoWorkshops*, vol. 3, pp. 300-310, 2003.
- [Russell, 1995] R.A. Russell, "Hybrid Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows", *Transportation Science*, vol. 29, pp. 156-166, 1995.

- [Shaw, 1998] P. Shaw, "Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems", *Proceedings of the Fourth International*, pp. 417-431, 1998.
- [Solomon, 1987] M. Solomon, M. "Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window Constraints," *Operations Research*, 1987.
- [Taillard, 1996] Taillard, E. *A Heuristic Column Generation Method For the Heterogeneous Fleet VRP*. Istituto Dalle Moli di Studi sull Intelligenza Artificiale, Switzerland, CRI-96-03, Mayo 1996.
- [Taillard, 1997] E. Taillard, P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin y J.Y. Potvin, "A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows," *Transportation Science*, vol. 31, pp.170-186, 1997.
- [Thangiah, 2003] S. Thangiah, *A Site Dependent Vehicle Routing Problem with Complex Road Constraints*, presentado en el Instituto de Matematicas, University of Malaya, 2003.
- [Toth, 2001] P. Toth y D. Vigo, "The Vehicle Routing Problem," *Proc. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, 2002.